

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

LIX, № 4

1974

Խմբագրական կոլեգիա

Է. Գ. ԱՆՐԻԿՅԱՆ, կենսաբանական գիտությունների դոկտոր, Ա. Բ. ԲԱՐԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱՍԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ (պատ. խմբագրի տեղակալ), Ս. Հ. ՄԻՐՉՈՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, **Ս. Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ**, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Օ. Մ. ՍԱԳՈՆՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ:

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Э. Г. АФРИКЯН, доктор биологических наук, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР (зам. отв. редактора), С. А. МИРЗОЯН, чл.-корр. АН АрмССР, **С. С. МКРТЧЯН**, академика АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл. корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР.

Ր Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

Մ Ա Ք Ն Մ Ա Տ Ի Կ Ա

Ս. Ա. Օրլով—Անալիտիկ յ-սեղմող մատրից-ֆունկցիաների մոնոտոն ընտանիք- ների զուգամիասության և տարամիասության բնույթի մասին	193
Ա. Ո. Մաչուրյան—Մակաժական ճանգոնակների վրա տրվող ռեկուրսիվ սահմա- նումների մասին	199

Ո Ն Ե Ա Ն Ի Կ Ա

Կ. Ս. Կաբալեայան, Ռ. Ա. Կոսիկյան—Քետոնե գլանային թաղանթների ամրու- թյան և դեֆորմացիաների հետազոտումը ոլորում-սեղմում լարվածային վիճակի դեպքում	205
---	-----

Է Լ Ե Կ Տ Ր Ա Կ Ի Ն Ի Լ Մ Ի Կ Ա

Ա. Ղ. Իսսիֆյան—էլեկտրամագնիսական (ներգիայի ճառագայթման ֆիզիկական հիմունքները	213
---	-----

Ի Լ Ի Ա Ջ Դ Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ա Ն Տ Ե Ս Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

Կ. Գ. Ղուլյան—Վերջավոր երկարության ներգրակից բեռի փոխանցումը երկու սեպածն առածգական սայերին	226
--	-----

Ս Ո Ղ Ք Ի Տ Ե Ս Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

Լ. Ա. Շեկյան—Աստիճանային օրենքով ամրապնդվող երկու պինդ մարմինների հարվածի մասին	234
--	-----

Տ Ի Ջ Ի Կ Ա

Ա. Հ. Մելիքյան, Ո. Հ. Ոսեակյան—Բազմամակարդակ սխառեմի բվազիլներգետիկ սպեկտրի հետազոտում	241
Ա. Հ. Աբոյան, Գ. Հ. Ինգլիբզանյան, Յ. Հ. Էյրամբյան—Իենտգենյան ճառագայթման զուգաչափ	245

Լ Բ Կ Ի Ա Ք Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

Կ. Հ. Մկրտչյան, Ս. Վ. Մաբտիրոսյան—Իջևճանի թարածիի հանքավայրի մասին	250
--	-----

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
МАТЕМАТИКА	
С. А. Орлов—О сходимости и характере расходимости монотонных семейств аналитических J -сжимающих матриц-функций	193
А. С. Машурян—О рекурсивных определениях на индукционных моделях	199
МЕХАНИКА	
К. С. Каралетян, Р. А. Котикян—Исследование прочности и деформаций цилиндрических бетонных оболочек при кручении с последующим сжатием	205
ЭЛЕКТРОДИНАМИКА	
А. Г. Носифян—О физических принципах излучения электромагнитной энергии	213
ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ	
К. Г. Гулян—Передача нагрузки от стрингера конечной длины к двум клиновидным упругим пластинкам	226
ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ	
Л. А. Шекян—О соударении двух твердых тел, изготовленных из степенно упрочняющихся материалов	234
ФИЗИКА	
А. О. Меликян, С. Г. Саакян—Исследование квазиэнергетического спектра многоуровневой системы	241
А. О. Абян, П. А. Безирганян, Ф. О. Эйремджян—Цугомер рентгеновского излучения	245
ГЕОЛОГИЯ	
К. А. Мкртчян, С. В. Мартirosян—Об Иджеванском месторождении каменных углей	250

CONTENTS

MATHEMATICS

	P.
<i>S. A. Orlov</i> — On convergence and divergence of monotone families of analytic — contractive matrix — functions	193
<i>A. S. Mashurian</i> — About recursive definitions on the induction models	198

MECHANICS

<i>K. S. Karapetian, R. A. Kotikian</i> — The investigation of strength and deformation of cylindrical concrete shells during torsion with subsequent compression	205
---	-----

ELECTRODYNAMICS

<i>A. G. Iosifian</i> — About the physical principles of radiation of electromagnetic energy	213
--	-----

THEORY OF ELASTICITY

<i>K. G. Gulyan</i> — On the diffusion of load from a stiffener of finite length to the two wedge-shaped elastic plates	226
---	-----

THEORY OF CREEP

<i>L. A. Shekian</i> — About the impact of two solid states, made of degree consolidation materials	234
---	-----

PHYSICS

<i>A. H. Melikhan, S. H. Sahakian</i> — The investigation of the quasienergetic spectrum of a multilevel system	241
<i>A. H. Aboyan, P. H. Bezirganian, F. H. Etramgian</i> — An instrument allowing the measurement of the length an x-ray wave-train	245

GEOLOGY

<i>K. A. Mkrtchian, S. V. Martirosian</i> — The coal deposits of Idzhevan	250
---	-----

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯНИ

ВФ 04660. Подписано к печати 21.11.1975 г. Тираж 545. Изд. 4206. Заказ 872

Формат бумаги 70X108²/₁₆. Печ. л. 4,0. Бум. л. 2,0.

Усл. пш. л. 5,6 Уч. изд. листов 4,28.

Эчмиадзинская типография Издательства Академии наук Армянской ССР

УДК 519.210

МАТЕМАТИКА

С. А. Орлов

О сходимости и характере расходимости монотонных семейств
 аналитических J -сжимающих матриц-функций

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 10/VI 1974)

При решении многих задач анализа, например, исследовании канонических дифференциальных систем, зависящих от спектрального параметра линейно, либо дробно-линейно, интерполяционных задач (проблема Неванлинна—Пика) и т. д. (1), возникают аналогичные ситуации следующего характера. По данным задачи, при фиксированном значении параметра b (фиксированном конце интервала $0 \leq x \leq b$ для дифференциальных систем, либо фиксированном $b = n$ для дискретных задач) определяется аналитическая, обратимая, J -нерастягивающая матрица-функция $w(b, \lambda)$ с монотонно растущей при $b \rightarrow \infty$ J -формой $\Gamma(b, \lambda) = J - w(b, \lambda) J w^*(b, \lambda)$ ($J^* = J, J^2 = I$). Такое семейство $w(b, \lambda)$ мы будем называть монотонным.

После того, как получено $w(b, \lambda)$, возникают проблемы:

I. Отыскать подпространство максимальной размерности, на котором сходится при $b \rightarrow \infty$ квадратичная форма $f(\lambda) \Gamma(b, \lambda) f^*(\lambda)$ и доказать, что размерность этого подпространства не зависит от λ . В частности, установить критерий сходимости $w(b, \lambda)$ при $b \rightarrow \infty$, если $\Gamma(b, \lambda)$ ограничена.

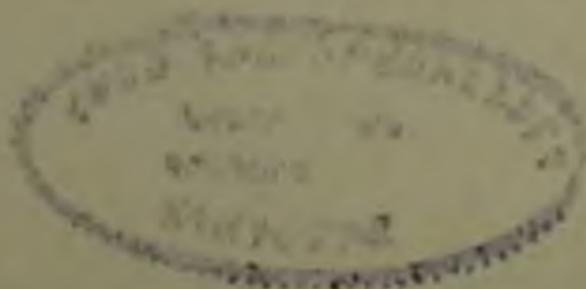
II. Рассматриваются дробно-линейные преобразования, коэффициенты которого равны блокам матрицы $w(b, \lambda)$. Например, $J = J_{pq} =$

$$= \begin{pmatrix} -I_p & 0 \\ 0 & I_q \end{pmatrix}$$

$$w(b, \lambda) = \|w_{jk}\|_{j,k=1}^2; \quad w_1(b, \lambda) = J w^{-1}(b, \lambda) J = \|\bar{w}_{jk}\|_{j,k=1}^2$$

$$v_{qp}(\lambda) = (v_{qp} \bar{w}_{12} + \bar{w}_{22})^{-1} (v_{qp} \bar{w}_{11} + \bar{w}_{21}) = (w_{21} + w_{22} v_{qp}) (w_{11} + w_{12} v_{qp})^{-1}. \quad (1)$$

При фиксированном λ это дробно-линейное преобразование отображает единичный замкнутый матричный круг $v_{qp}^*(\lambda) v_{qp}(\lambda) \leq I_p$ в матричный круг, принадлежащий единичному матричному кругу.



Из монотонности следует, что круги гнездятся. Пересечение кругов при $0 < b < \infty$ есть предельный матричный круг

$$v_{qp}(\lambda) = c(\lambda) + r_g(\lambda)v, r_o(\lambda); \quad v^* v \leq I_p, \quad (2)$$

где $c(\lambda)$ — центр, $r_g(\lambda)$ и $r_o(\lambda)$ — радиусы предельного круга, $r_g(\lambda)$ — матрица порядка $q \times q$, $r_o(\lambda)$ — порядка $p \times p$.

Какие суждения могут быть высказаны об инвариантности рангов радиусов предельного матричного круга относительно λ ?

Аналогично при $J = J_2 = \begin{pmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & 0 \end{pmatrix}$ преобразование

$$\Omega_n(\lambda) = (\omega_{11} + \omega \omega_{21})^{-1} (\omega_{12} + \omega \omega_{22}) = (\omega_{21} + \omega_{22} \omega) (\omega_{11} + \omega_{12} \omega)^{-1} \quad (3)$$

при фиксированном λ отображает верхнюю замкнутую матричную полуплоскость $\text{Im} \omega(\lambda) = \frac{1}{2i} (\omega(\lambda) - \omega^*(\lambda)) \geq 0$ в матричный круг, принадле-

жащий верхней матричной полуплоскости. Круги гнездятся, их пересечение есть предельный матричный круг вида (2), где $r_g(\lambda)$ и $r_o(\lambda)$ квадратные матрицы порядка n . И здесь возникает тот же вопрос о зависимости рангов матриц-функций $r_g(\lambda)$ и $r_o(\lambda)$ от λ .

Проблема об инвариантности рангов радиусов предельного матричного круга в общей постановке впервые была поставлена М. Г. Крейном (2).

В настоящей работе дается решение этих проблем, при этом мы используем только такие свойства семейства $\omega(b, \lambda)$: 1) аналитичность, 2) обратимость, 3) J -сжимаемость, 4) монотонность $\Gamma(b, \lambda)$ относительно b .

Итак, будем рассматривать в области $G = \{\lambda, \text{Im} \lambda > 0\}$ семейство мероморфных, обратимых ($\det \omega(b, \lambda) \neq 0$) матриц-функций $\omega(b, \lambda)$ ($0 < b < \infty$) удовлетворяющее условиям:

$$1) \quad \Gamma(b, \lambda) = J - \omega(b, \lambda) J \omega^*(b, \lambda) > 0; \quad J^2 = J; \quad J^2 = I$$

$$2) \quad \text{при } 0 < b_1 < b_2 < \infty \quad \Gamma(b_1, \lambda) \leq \Gamma(b_2, \lambda) \quad (\text{монотонность}) \quad (4)$$

Из монотонности следует, что семейство мультипликативно в том смысле, что при $b_1 < b_2$ $\omega(b_2, \lambda) = \omega(b_1, \lambda) \omega_2(\lambda)$, где $J - \omega_2(\lambda) J \omega_2^*(\lambda) \geq 0$.

Положим $\omega_1(b, \lambda) J \omega^{-1}(b, \lambda) J$, тогда $\Gamma_1(b, \lambda) = \omega_1^*(b, \lambda) J \omega_1(b, \lambda) - J > 0$.

Из соотношения $\Gamma^{-1}(b, \lambda) - J = \Gamma_1^{-1}(b, \lambda)$ следует, что и $\Gamma_1(b, \lambda)$ монотонно возрастает вместе с b . Но тогда в каждой точке регулярности $\omega(b, \lambda)$ и $\omega^{-1}(b, \lambda)$ существуют пределы

$$R(\lambda) = \lim_{b \rightarrow \infty} \Gamma^{-1/2}(b, \lambda); \quad R_1(\lambda) = \lim_{b \rightarrow \infty} \Gamma_1^{-1/2}(b, \lambda) \quad \text{и} \quad R^2(\lambda) - R_1^2(\lambda) = J. \quad (5)$$

Легко показать, что матрицы $\Gamma^{-1}(b, \lambda)$ и $\Gamma_1^{-1}(b, \lambda)$ могут быть определены по непрерывности и в полюсах $\omega(b, \lambda)$ и $\omega^{-1}(b, \lambda)$, после чего они будут иметь пределы при $b \rightarrow \infty$.

Таким образом в каждой точке $\lambda \in G$ имеет место (5). Если

$J = uJ_{pq}u^*$, $uu^* = I_{p+q}$, то из (5) легко следует, что ранги $m(\lambda)$ и $m_1(\lambda)$ матриц $R^2(\lambda)$ и $R_1^2(\lambda)$ удовлетворяют неравенствам $q < m(\lambda) \leq p+q$; $p < m_1(\lambda) \leq p+q$.

Ответ на первый вопрос проблемы I дает следующая

Лемма. Если $\Gamma(b, \lambda) > 0$ и возрастает вместе с b , $R(\lambda) = \lim_{b \rightarrow \infty} \|m\|^{-1/2}(b, \lambda)$.

$P(\lambda)$ — ортопроектор на область значения $R(\lambda)$, то:

1) $\lim_{b \rightarrow \infty} R(\lambda) \Gamma^{1/2}(b, \lambda) = P(\lambda)$; 2) квадратичная форма $f^* \Gamma^{1/2}(b, \lambda) f$ при $b \rightarrow \infty$

сходится на векторах из области значения $R(\lambda)$ и только на них.

Далее, если $E(b)$ множество полюсов $\omega(b, \lambda)$, то при $b_1 < b_2$ $E(b_1) \subseteq E(b_2)$. Пусть $E = \bigcup_{0 < b < \infty} E(b)$, а E_1 — такое же множество для $\omega^{-1}(b, \lambda)$.

Заметим, что при $J = I$ E — пусто, а E_1 может быть любым счетным множеством. При $J = -I$ пустым будет E_1 . В остальных случаях как E так и E_1 могут быть произвольными счетными множествами. Множество $G - \bar{E}$ может распадаться на связные компоненты и даже быть пустым.

Основная теорема. Если $\omega(b, \lambda)$ монотонное семейство, то ранги матриц-функций $R^2(\lambda)$ и $R_1^2(\lambda)$ не зависят от λ для $\lambda \in G - E$ и $\lambda \in G - E_1$, соответственно. Могут лишь существовать множества $E^{(0)} = \{\lambda_{nk}^{(0)}\} \subseteq E$; $E_1^{(0)} = \{\lambda_{ms}^{(0)}\} \subseteq E_1$, удовлетворяющие условию Бляшке*, в которых ранги $R^2(\lambda)$ и $R_1^2(\lambda)$ понижаются.

Из основной теоремы следует, что, в частности, при $J = I$ матрица-функция $H(\lambda) = \lim_{b \rightarrow \infty} \omega(b, \lambda) \omega^*(b, \lambda)$ имеет ранг, не зависящий от λ для $\lambda \in G - E_1$, где E_1 — множество нулей $\det \omega(b, \lambda)$ при всех значениях параметра b ($0 < b < \infty$)

Опираясь на основную теорему, мы устанавливаем следующий критерий сходимости монотонного семейства.

Если $\omega(b, \lambda)$ монотонное семейство и в точке $\lambda_0 \in (E + E_1)$ существует $\lim_{b \rightarrow \infty} \omega(b, \lambda_0) = \omega_0$, ранг $\omega_0 = m$, то:

1) Множество E удовлетворяет условию Бляшке.

2) В каждой точке $\lambda \in G - E$ существует $\lim_{b \rightarrow \infty} \omega(b, \lambda) = \omega(\lambda)$ и эта

сходимость равномерная внутри $G - E$.

3) $\omega(\lambda)$ — мероморфна в G и ее множество полюсов совпадает с E .

4) Ранг $\omega(\lambda) = m$ для $\lambda \in G - (E + E_1)$.

Следствие: Для того, чтобы нормированное в точке $\lambda_0 \in E + E_1$ к J -модулю монотонное семейство $\omega(b, \lambda)$ при $b \rightarrow \infty$ сходилось к мероморфной функции достаточно, чтобы $\Gamma(b, \lambda)$ была ограничена в одной точке.

Итак, лемма, основная теорема и критерий сходимости решают проблему I.

$$* \sum \operatorname{Im} \left(\frac{-1}{\lambda_{nk}} \right) < \infty$$

Решение проблемы II следует из основной теоремы. Нами установлено, что как для $J = J_{pq}$, так и для $J = J_2$ радиусы предельного круга в каждой точке G удовлетворяют условию:

$$\text{def } r_g(\lambda) = \text{def } R_1^2(\lambda); \quad \text{def } r_d(\lambda) = \text{def } R^2(\lambda).$$

Следовательно, ранги $r_g(\lambda)$ и $r_d(\lambda)$ ведут себя так, как ранги $R_1^2(\lambda)$ и $R^2(\lambda)$. В частности, ранги $r_g(\lambda)$ и $r_d(\lambda)$ не зависят от λ для $\lambda \in G - E_1$ и $\lambda \in G - E$ соответственно.

Если ранг $R_1^2(\lambda) = p$, то есть минимален, то $r_g(\lambda) = 0$ и, следовательно имеет место случай „предельной точки“. Аналогично, если ранг $R^2(\lambda) = q$, то $r_d(\lambda) = 0$.

Если $r_d(\lambda)$ — обратим, то $r^2(\lambda)$ обратима, следовательно, $\Gamma(b, \lambda)$ — ограничена и нормированное семейство $\omega(b, \lambda)$ при $b \rightarrow \infty$ сходится к мероморфной функции $\omega(\lambda)$.

Аналогично, если $r_g(\lambda)$ — обратим, то $\omega_1(b, \lambda)$ сходится к мероморфной функции $\omega_1(\lambda)$.

При обратимости одного из радиусов, независимо от характера вырождения другого радиуса, мы получаем описание предельного матричного круга с помощью дробно-линейного преобразования того же вида, коэффициенты которого равны блокам предельной матрицы $\omega(\lambda)$, либо $\omega_1(\lambda)$.

Как установлено в (2), матрица $\omega(b, \lambda)$ допускает представление

$$\omega(b, \lambda) = B_-(b, \lambda) B_0(b, \lambda) \omega_0(b, \lambda), \quad (6)$$

где $B_-(b, \lambda)$ — бесконечное произведение элементарных множителей Бляшке—Потапова по полюсам $\omega(b, \lambda)$ в G , $B_0(b, \lambda)$ такое же произведение по полюсам матрицы $[B_-^{-1}(b, \lambda) \omega(b, \lambda)]^{-1}$ в G , а $\omega_0(b, \lambda)$ — регулярна и регулярно обратима в G .

Основная теорема и критерий сходимости установлены для общего случая (2). В частности, если $\omega(b, \lambda)$ регулярна и регулярно обратима в G , то ранги $R^2(\lambda)$ и $R_1^2(\lambda)$ не зависят от λ всюду в G .

Из леммы и основной теоремы вытекает для дифференциальных систем:

Пусть $H(t, \lambda)$ квадратная матрица порядка $(p+q)$ и удовлетворяет условиям:

а) при любом фиксированном λ ($\text{Im } \lambda > 0$) $H(t, \lambda)$ локально суммируема,

в) при любом фиксированном t ($0 \leq t < \infty$) $H(t, \lambda)$ — аналитична и

$$\text{Im } H(t, \lambda) \geq G; \quad \int_0^b \text{Im } H(t, \lambda) dt > 0 \quad (b > b_0).$$

Например,

$$H(t, \lambda) = A(t) + \lambda H_0(t) + \sum_k \frac{H_k(t)}{t_k - \lambda}; \quad A^*(t) = A(t); \quad H_k(t) \geq 0; \quad (k = 0, 1, \dots)$$

$$\bar{t}_k = t_k.$$

Пусть $w(t, \lambda)$ и $w_1(t, \lambda)$ — решения задачи Коши

$$\begin{cases} \frac{dw(t, \lambda)}{dt} = iw(t, \lambda)H(t, \lambda)J; \\ w(0, \lambda) = I_{p+q} \end{cases}; \begin{cases} \frac{dw_1(t, \lambda)}{dt} = -iJH(t, \lambda)w_1(t, \lambda); \\ w_1(0, \lambda) = I_{p+q} \end{cases} \quad J = uJ_{pq}u^*; \quad uu^* = I_{p+q}$$

Здесь $\Gamma(b, \lambda) = I - w(b, \lambda)Jw^*(b, \lambda) = 2 \int_0^b w(t, \lambda) \operatorname{Im} H(t, \lambda) w^*(t, \lambda) dt$

$$\begin{aligned} w_1(t, \lambda) &= Jw^{-1}(t, \lambda)J; \quad \Gamma_1(b, \lambda) = w_1^*(b, \lambda)Jw_1(b, \lambda) - I = \\ &= 2 \int_0^b w_1^*(t, \lambda) \operatorname{Im} H(t, \lambda) w_1(t, \lambda) dt \end{aligned}$$

Максимальное число линейно-независимых решений систем

$$\frac{dY(t, \lambda)}{dt} = iY(t, \lambda)H(t, \lambda)J; \quad \frac{dx(t, \lambda)}{dt} = -iJH(t, \lambda)x(t, \lambda) \quad (7)$$

удовлетворяющих условиям

$$\int_0^\infty Y(t, \lambda) \operatorname{Im} H(t, \lambda) Y^*(t, \lambda) dt < \infty; \quad \int_0^\infty x^*(t, \lambda) \operatorname{Im} H(t, \lambda) x(t, \lambda) dt < \infty \quad (8)$$

не зависит от λ ($\operatorname{Im} \lambda > 0$) и равно, соответственно, рангам матриц

$$R^2(\lambda) = \lim_{b \rightarrow \infty} \Gamma^{-1}(b, \lambda); \quad R_1^2(\lambda) = \lim_{b \rightarrow \infty} \Gamma_1^{-1}(b, \lambda).$$

Можно показать, что для любых двух чисел m и m_1 , удовлетворяющих, независимо друг от друга, неравенствам $q \leq m \leq p+q$; $p \leq m_1 \leq p+q$ существует каноническая система ($H(t, \lambda) = iH_0(t)$), для которой $\operatorname{rang} R^2(\lambda) = m$, $\operatorname{rang} R_1^2(\lambda) = m_1$. Заметим, что в отличие от дифференциального уравнения, для канонической системы число m может равняться $p+q$, то есть, все решения системы

$$\frac{dY(t, \lambda)}{dt} = iY(t, \lambda)H(t)J \text{ удовлетворяют условию}$$

$$\int_0^\infty Y(t, \lambda)H(t)Y^*(t, \lambda)dt < \infty$$

в то время как $\operatorname{rang} R_1^2 = m_1$ может быть любым числом, удовлетворяющим неравенству $p \leq m_1 \leq p+q$.

Наконец, основная теорема и критерий сходимости могут быть применены и к произведению элементарных множителей Бляшке-Потапова.

Например, если $J = J_n$, $w(n, \lambda) = b_1(\lambda, \lambda_1)b_2(\lambda, \lambda_2) \dots b_n(\lambda, \lambda_n)$, где $b_k(\lambda, \lambda_k)$ элементарный множитель полного ранга с полюсом в точке λ_k ($\operatorname{Im} \lambda_k > 0$), то для этого семейства E — пусто, $E_1 = \{i_n\}$ $\operatorname{rang} r_n(\lambda)$

—не зависит от λ всюду в G , ранг $r_g(\lambda)$ не зависит от λ в $G-E_1$ и $r_g(\lambda_k) = 0$ ($k = 1, 2, \dots$).

Как показал В. П. Потапов, такому семейству отвечает матричная проблема Неванлинна—Пика с точками интерполяции λ_k (^{4,5}).

Одесский педагогический институт им. К. Д. Ушинского

II. Ա. ՅՐԱՎ

Անալիտիկ J -սելվժող մատրից-ֆունկցիաների մոնոտոն ընտանիքների
զուգամիտության և տարամիտության բնույթի մասին

$G_2 = \{\lambda; \operatorname{Im} \lambda > 0\}$ տիրույթում դիտարկվում է (4) պայմանին բավարարող հակադարձելի մերոմորֆ $\omega(b, \lambda)$ ($0 < q < \infty$) մատրից-ֆունկցիաների ընտանիք:

Այդպիսի ընտանիքի համար ապացուցված է.

1) $R^2(\lambda) = \lim_{b \rightarrow \infty} \Gamma^{-1}(b, \lambda)$ մատրից-ֆունկցիայի λ -ի նկատմամբ ունդի ինվարիանտությունը, 2) $f(\lambda) \Gamma(b, \lambda) f^*(\lambda)$ քառակուսային ֆորմը $b \rightarrow \infty$ դեպքում զուգամիտում է $R(\lambda)$ -ի արժեքների տիրույթին պատկանող վեկտորների և միայն դրանց վրա, 3) $\omega(b, \lambda)$ -ի $b \rightarrow \infty$ դեպքում զուգամիտության հարտանիշները, 4) $\omega(b, \lambda)$ մատրիցի բլոկներին հավասար գործակիցներ ունեցող կոտորակա-գծային ձևափոխությունով առաջացված վեկտոր մատրիցային շրջանների $r_g(\lambda)$ և $r_s(\lambda)$ սահմանային շառավիղների ունդերի ինվարիանտությունը λ -ի նկատմամբ, 5) $R^2(\lambda)$ մատրիցի ունդի ինվարիանտության մասին թեորեմը կիրառվում է դիֆերենցիալ սիստեմների նկատմամբ:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Ф. В. Аткинсон, Дискретные и непрерывные граничные задачи, М., 1968. ² Ю. Л. Далецкий, М. Г. Крейн, Труды V Международной конференции по нелинейным колебаниям, т. I, Киев, 1969, стр. 332—347. ³ В. П. Потапов, Труды ММО 4, 125—236, 1965. ⁴ Н. В. Ковалишина, Тезисы докладов на Всесоюзной конференции по теории функций комплексного переменного, Сентябрь 1971 г., Харьков, стр. 97—98. ⁵ В. П. Потапов, Тезисы докладов на Всесоюзной конференции по теории функций комплексного переменного, 179—181, Харьков, 1971.

УДК 517.11

МАТЕМАТИКА

А. С. Машурян

О рекурсивных определениях на индукционных моделях

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Н. Мергеляном 7/VII 1974)

Еще Дедекнндом было замечено, «что свойства индукции не достаточно для определений по индукции» (1). Соответствующий пример дается ниже (пример 1). Как этот пример, так и предшествующие ему определения заимствованы из работы Генкина (2).

Вопросы о возможности определения операций на индукционных моделях (см. ниже, определение 2) исследовались многими математиками, в частности, Гильбертом (3), Кальмаром (4), Лоренцем (5), Ландау (6). Многие из этих результатов в оригинальном изложении содержатся в работе Генкина (2).

В настоящей статье вводится понятие «тип индукционной модели», с помощью которого устанавливается критерий гомоморфности (в частности, изоморфности) двух индукционных моделей (теоремы 2 и 3). Это позволяет решить многие вопросы относительно индукционных моделей, в частности, доказать возможность определения рассматриваемых в вышеуказанных работах операций на максимально широком классе индукционных моделей.

Пусть A — произвольное непустое множество, a_0 — некоторый фиксированный элемент из A , φ — одноместная операция на A .

Определение 1. Тройка $M = \langle A, a_0, \varphi \rangle$ называется моделью.

Определение 2. Модель M называется индукционной моделью, если выполнено следующее условие (называемое свойством индукции): если A' — такое подмножество множества A , что 1) $a_0 \in A'$ и 2) из $a \in A'$ следует, что $\varphi(a) \in A'$, то $A' = A$.

Определение 3. Индукционная модель $M = \langle A, a_0, \varphi \rangle$ называется моделью Пеано, если выполнены условия:

P_1) равенство $\varphi(a) = a_0$ не имеет места ни для какого элемента $a \in A$;

P_2) если $a \neq b$, то $\varphi(a) \neq \varphi(b)$.

Пусть $M_1 = \langle A_1, a_0, \varphi_1 \rangle$ и $M_2 = \langle A_2, a_0', \varphi_2 \rangle$ — две модели. Рассматривая их как универсальные алгебры, из общего определения гомо-

морфности, в частности, изоморфности алгебр, получим следующие определения гомоморфности (изоморфности) моделей.

Определение 4. Отображение h множества A_1 на множество A_2 называется гомоморфизмом модели M_1 на модель M_2 , если оно удовлетворяет следующим условиям:

$$\begin{aligned} & | h(a_0) = a_0^1 \\ & | h(\varphi_1(x)) = \varphi_2(h(x)) \end{aligned} \quad \text{для любого } x \in A_1$$

Гомоморфизм называется изоморфизмом, если он взаимно однозначен.

Определение 5. Модель M_1 называется гомоморфной (изоморфной) модели M_2 , если существует гомоморфизм (изоморфизм) модели M_1 на модель M_2 .

Рассматривая условие (1), как схему для задавания некоторого отображения множества A_1 модели M_1 на множество A_2 модели M_2 , будем иметь: образом элемента a_0 является элемент a_0^1 , и, если для некоторого элемента x множества A_1 образом является элемент y множества A_2 , то образом элемента $\varphi_1(x)$ является элемент $\varphi_2(y)$. Казалось бы, если M_1 — индукционная модель, то схема (1) действительно задает некоторое отображение h модели M_1 на модель M_2 . Однако это не так, даже в случае, когда обе модели M_1 и M_2 — индукционные. Приведем соответствующий пример.

Пример 1. Пусть $A_1 = A_2 = \{a, b\}$, $a_1 = a_0^1 = a$, $\varphi_1(a) = \varphi_1(b) = b$, $\varphi_2(a) = b$, $\varphi_2(b) = a$. $M_1 = \langle A_1, a_0, \varphi_1 \rangle$, $M_2 = \langle A_2, a_0^1, \varphi_2 \rangle$. Легко проверить, что обе модели индукционные. Если бы схема (1) действительно определяла отображение h , то мы бы имели, с одной стороны, $h(b) = h(\varphi_1(a)) = \varphi_2(h(a)) = \varphi_2(a) = b$, с другой стороны, $h(b) = h(\varphi_1(b)) = \varphi_2(h(b)) = \varphi_2(b) = a$.

Следующая теорема позволит нам дать очень простую характеристику индукционных моделей, имея которую, легко понять причину существующего несоответствия между свойством индукции и возможностью определения по индукции.

Теорема 1. Для того, чтобы индукционная модель $M = \langle A, a_0, \varphi \rangle$ была бы моделью Пеано, необходимо и достаточно, чтобы A было бесконечным.

Доказательство этой теоремы легко получить рассмотрением множества A' значений последовательности $\{a_0, a_1 = \varphi(a_0), \dots, a_{i+1} = \varphi(a_i), \dots\}$

Замечание. Так как в дальнейшем общее понятие модели нам не понадобится, то вместо «индукционная модель» мы будем писать просто «модель».

Эта теорема позволяет разобраться в структуре моделей. А именно, если модель бесконечна, то она имеет вид:

$$M = \{a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots\},$$

т. е. изоморфна натуральному ряду;

если же модель конечна, то либо при некотором n $a_n = a_0$ и тогда M имеет вид: $[a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, a_0, \dots]$, либо при некоторых $i, k (0 < i < k)$ $a_i = a_k$, и тогда

$$M = [a_0, a_1, \dots, a_i, \dots, a_{k-1}, a_i, \dots, a_{k-1}, a_i, \dots].$$

Очень полезной для дальнейшего изложения является следующая геометрическая интерпретация моделей (рис. 1): будем считать элементы модели вершинами орграфа (⁷), и из каждой вершины a к вершине $\varphi(a)$ проведем стрелку. Тогда получим следующий геометрический перечень всех моделей:

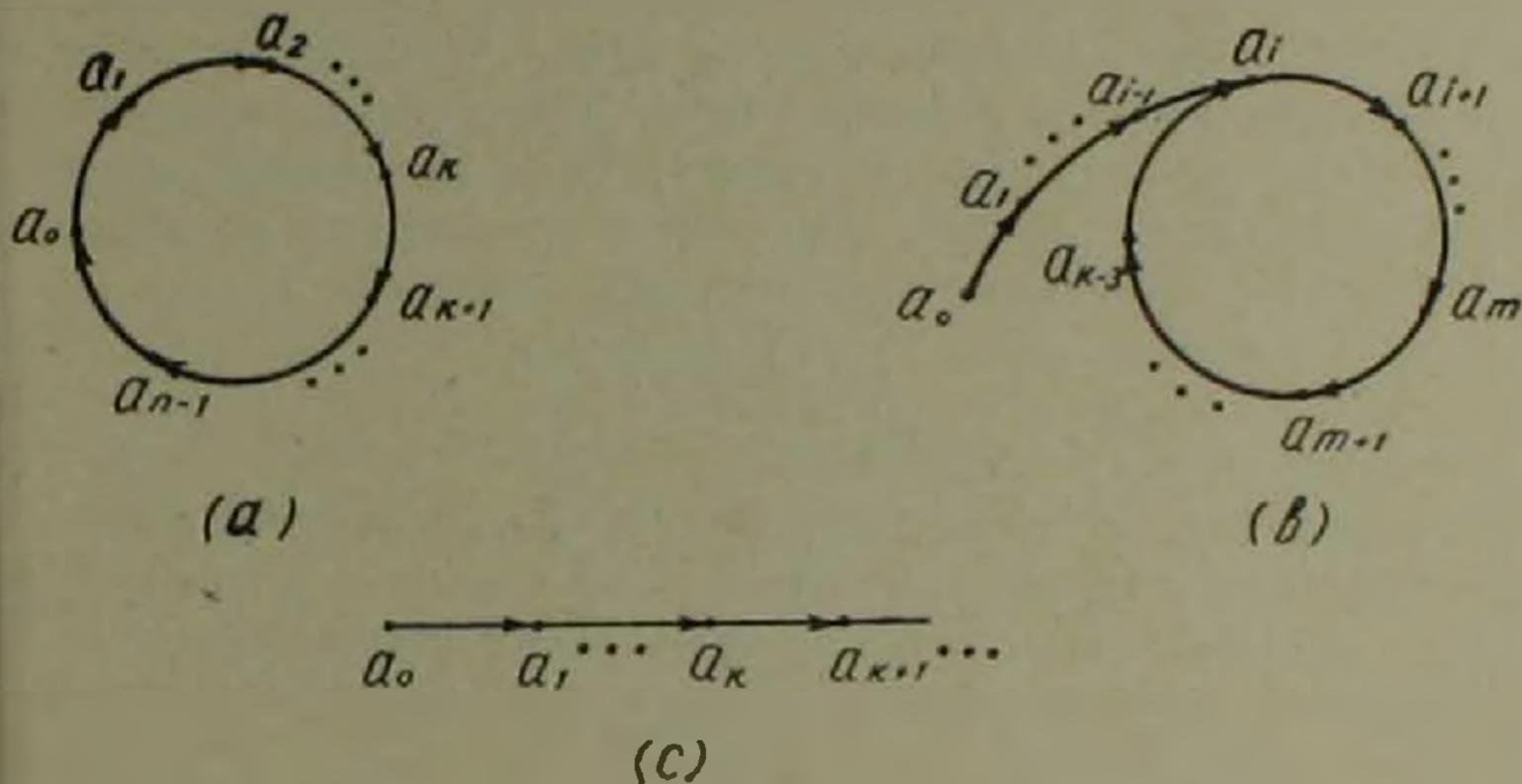


Рис. 1

Модель вида (a) будем называть кольцом длины n и припишем ей тип $(0, n)$; модели вида (b) припишем тип $(i, k-i)$, а модели (c) — тип $(\infty, 0)$. Кроме того, часть от a_0 до a_{i-1} модели (b) будем называть хвостом длины i , а элемент a_i — узловым элементом. В примере 1 M_1 — суть модель типа $(1, 1)$, а M_2 — кольцо длины 2, т. е. имеет тип $(0, 2)$.

С помощью понятия типа модели можно установить критерии изоморфности и гомоморфности двух индукционных моделей.

Теорема 2. Модель M_1 типа (m_1, n_1) гомоморфна модели M_2 типа (m_2, n_2) тогда и только тогда, когда $m_1 \geq m_2$ и число n_1 делится на число n_2 ; при этом считаем, что ∞ больше любого натурального числа, и, что 0 делится на 0.

Очевидным следствием теоремы 2 является.

Теорема 3. Модель M_1 типа (m_1, n_1) изоморфна модели M_2 типа (m_2, n_2) тогда и только тогда, когда выполняются равенства $m_1 = m_2$ и $n_1 = n_2$.

Таким образом существует только одна, с точностью до изоморфности, индукционная модель типа (m, n) . В частности, существует только одна модель Пеано (модель типа $(\infty, 0)$) и ею является натуральный ряд.

В качестве примера приложения теоремы 2 рассмотрим вопрос о возможности введения операции сложения на произвольной индукционной модели.

Теорема 4. Пусть $M = \langle A, a_0, \varphi \rangle$ — произвольная модель, тогда схема

$$(II) \quad \begin{cases} x + a_0 = x \\ x + \varphi(y) = \varphi(x + y) \end{cases}$$

задает единственную двуместную операцию на M (называемую сложением).

Доказательство. Обозначим через M_x модель $\langle A_x, x, \varphi \rangle$, где $A_x = A - \{a_0, a_1, \dots, x-1\}$, если x принадлежит хвосту модели M , если же принадлежит кольцевой части, то A_x — множество элементов кольцевой части. Таким образом, в любом случае хвост модели M (если имеется) «короче» хвоста модели M_x , а кольцевые части (если имеются) совпадают. Значит существует гомоморфизм h_x модели M на модель M_x . Если положить $x + y = h_x(y)$, то имеем:

$$x + a_0 = h_x(a_0) = x$$

$$x + \varphi(y) = h_x(\varphi(y)) = \varphi(h_x(y)) = \varphi(x + y),$$

т. е. существование сложения доказано. Единственность следует из следующего легко проверяемого дополнения к теореме 3: между двумя моделями может существовать не более одного гомоморфизма.

Операция умножения также «индуктивно определима» на любой модели, т. е. имеет место

Теорема 5. Пусть $M = \langle A, a_0, \varphi \rangle$ — произвольная модель. Тогда схема

$$(III) \quad \begin{cases} x \cdot a_0 = a_0 \\ x \cdot \varphi(y) = x \cdot y + x \end{cases}$$

задает единственную двуместную операцию на M (называемую умножением).

Степенно-показательную функцию естественно задать схемой

$$(IV) \quad \begin{cases} x^{a_0} = \varphi(a_0) \\ x^{\varphi(y)} = x \cdot x^y \end{cases}$$

В работе (2) приведен пример, показывающий, что функция x^y определима не для любой модели, и поэтому схема (IV) рассматривается только на модели Пеано. Однако, как будет следовать из доказанной ниже теоремы, модели Пеано не единственные, на которых можно определить функцию x^y по индукции.

Теорема 6. Для того, чтобы схемой (IV) определялась однозначная функция x^y на модели M типа (m, n) , необходимо и достаточно выполнение следующих условий:

1° $m \geq 1$,

2° Для любого натурального числа $x(0 \leq x \leq m+n)$ число $x^{m+n} - x^m$ должно делиться на n . При этом считаем, что $x^x - x^x = 0$ и $x^{x \cdot 0} = x^x$.

Доказательство. Пусть x^y определима на некоторой модели M . Тогда при каждом фиксированном x схема (IV), как легко видеть, задает гомоморфизм модели M на модель из образов степенной функции x^y . При $x = a_0$ моделью образов будет модель $\langle |a_0, \varphi(a_0)|, a_0, \varphi_0 \rangle$; где $\varphi_0(a_0) = \varphi(a_0)$, $\varphi_0(\varphi(a_0)) = \varphi(a_0)$, т. е. модель типа (1,1). Следовательно, по теореме 2, $m > 1$ и необходимость условия 1° доказана.

Пусть N — произвольное натуральное число, а k — наименьшее натуральное число такое, что имеет место равенство:

$$(2) \quad N = kn + l, \quad \text{где} \quad m \leq l \leq m + n - 1.$$

Равенство (2) назовем (m, n) — представлением числа N , а l — ее (m, n) — представителем.

Для того, чтобы x^y была определима на модели типа (m, n) , необходимо и достаточно, чтобы эта функция была определима на узловом элементе, т. е. чтобы элемент x^{a_m} совпадал с элементом $x^{a_{m+n}}$, где x — произвольный элемент модели. Последнее условие выполняется тогда и только тогда, когда (m, n) — представитель числа x^m совпадает с (m, n) — представителем числа x^{m+n} , т. е. имеют место равенства:

$$\begin{cases} |x^{m+n} = k_1 \cdot n + l \\ |x^m = k_2 \cdot n + l \end{cases}$$

И, так как последняя система равенств эквивалентна условию 2°, то теорема полностью доказана.

Следствие. Операция x^y определима, например, на следующих классах моделей:

- (a) модели Пеано;
- (b) модели типа $(m, 1)$ при $m \geq 1$
- (c) модели типа $(m, 2)$ при $m \geq 1$
- (d) модели типа $(m, 4)$ при $m \geq 2$

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР

Ա. Ս. ՄԱՀՈՒՐՅԱՆ

Մակաձական հանգուսակների վրա տրվող սեկուրսիվ սահմանումների մասին

Հոդվածում դիտարկվում են մակաձմամբ զործողությունների սահմանելու հնարավորությունները

Ապացուցված են հումորֆուսիան և իզոմորֆուսիան թեորեմներ, որոնք միջոցով ի հայտ է բերվել, որ աստիճանա-ցուցչային գործողությունը որոշելի է հանգումակների շատ ավելի լայն դասում, քան նախկինում դիտարկվող Պեանոյի հանգումակների դասն է:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Dedekind, Was sind und was sollen die Zahlen, Braunschweig, 1930. ² Դ. Դեյվիս, О математической индукции, Физматгиз, 1962. ³ D. Hilbert, P. Bernays, Grundlagen der Mathematik, vol. II, Berlin, 1939. ⁴ Acta Sci. Math (Szeged), 9, No 1 (1940), pp 227–232. ⁵ Monatschr. Math. und Phys. 47, pp 356–358, 1939. ⁶ Э. Ландау, Основы анализа, II, 1, 1947. ⁷ Ф. Харари, Теория графов, изд. „Мир“, 1973.

УДК 539.376

МЕХАНИКА

К. С. Карапетян, Р. А. Котикян

**Исследование прочности и деформаций цилиндрических
 бетонных оболочек при кручении с последующим сжатием**

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 7/VIII 1974)

В работе авторов (1) были приведены результаты исследования прочности и деформаций бетонных цилиндрических оболочек при сложном напряженном состоянии—сжатии с последующим кручением. Исследования показали, что при данном сложном напряженном состоянии увеличение начального сжимающего напряжения до определенного предела приводит к увеличению прочности бетонных оболочек на кручение, а дальнейшее увеличение сжимающего напряжения—к снижению их прочности. С повышением сжимающего напряжения интенсивность деформаций возрастает.

Многочисленными исследованиями прочностных и деформативных свойств бетона при различных сложных напряженных состояниях авторы установили, что при двухосном сложном напряженном состоянии, когда нагружение сложное, прочность и интенсивность деформаций бетона в большой степени зависят от характера и очередности прикладываемых нагрузок (1-5).

В настоящей работе приводятся результаты исследования прочности и деформаций цилиндрических бетонных оболочек при сложном напряженном состоянии—кручении с последующим сжатием.

Цилиндрические оболочки с наружным диаметром 204 мм, толщиной стенок 20 мм, высотой 800 мм были изготовлены из мелкозернистого бетона на кварцевом песке и портландцементе Араратского завода (г. Ереван) марки 500. Состав бетона по весу: 1 : 2,76, В/Ц=0,6.

Всего было изготовлено две серии образцов, каждая из которых состояла из 18 цилиндрических оболочек и 12 кубиков с ребром 10 см. Каждая серия образцов изготавливалась из одного замеса бетона.

Образцы освобождались от форм через 2 суток и до момента испытания хранились в лабораторных условиях.

Образцы первой серии были испытаны в возрасте бетона 53 сут., а второй серии—в возрасте 63 сут. Испытание образцов на сложное напряженное состояние—кручение с последующим сжатием производилось на гидравлическом прессе ПГ-100, снабженном специальным

приспособленном для кручения цилиндрических оболочек. При испытании на сложное напряженное состояние сначала каждому образцу ступенчатым повышением нагрузки задавался крутящий момент определенной величины, а затем ступенчатым повышением осевой сжимающей нагрузки образец доводился до разрушения. Образцы первой серии были испытаны на сложное напряженное состояние при начальных значениях касательных напряжений (τ_{xy}) 10,8 16,2 и 21,5 кгс/см², а второй серии—5,4, 10,8 и 16,2 кгс/см². В каждом из этих случаев испытывалось по 3 образца. Кроме этого, испытывались также цилиндрические образцы на чистое растяжение, чистое сжатие и чистое кручение.

При испытании образцов измерялись продольные и поперечные деформации, а также деформации сдвига.

В табл. 1 приведены данные о прочности цилиндрических оболочек при растяжении, сжатии, кручении и сложном напряженном состоянии—кручении с последующим сжатием.

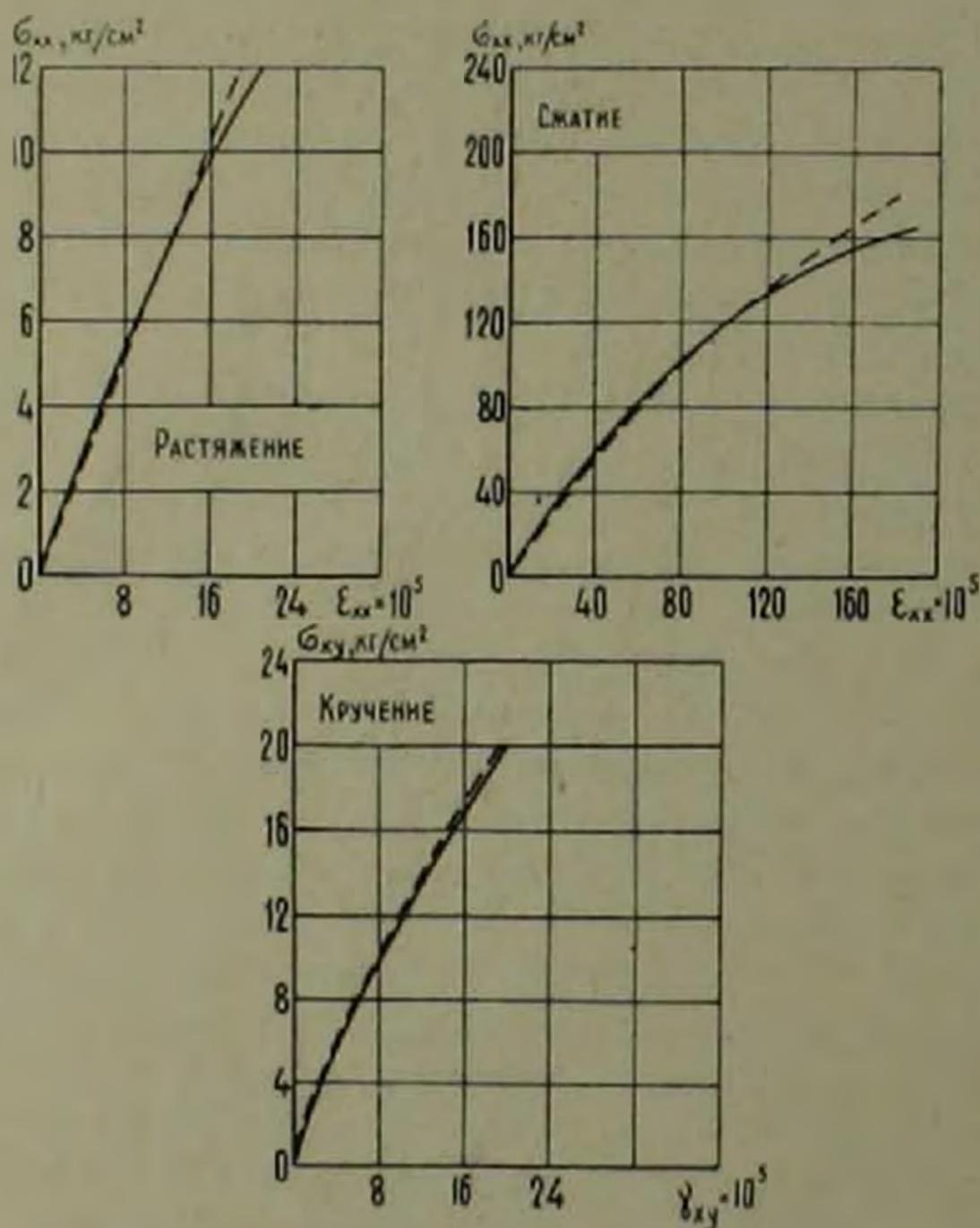


Рис. 1

Анализируя данные табл. 1, можно заключить, что при сложном напряженном состоянии—кручении с последующим сжатием, касательное напряжение, прикладываемое в первом этапе нагружения, прак-

тически не оказывает влияния на прочность цилиндрических оболочек на сжатие.

На графиках рис. 1 сплошными линиями показаны экспериментальные кривые деформаций цилиндрических оболочек при сжатии, растяжении и кручении, а пунктиром теоретические кривые, рассчитанные по формулам (1), (2) и (3):

$$\varepsilon_{xx} = (0,55\varepsilon_{xx} + 0,0025\varepsilon_{xx}^2) \times 10^{-3}; \quad (1)$$

$$\varepsilon_{xx} = (1,53\varepsilon_{xx} + 0,0031\varepsilon_{xx}^2) \times 10^{-3}; \quad (2)$$

$$\gamma_{xy} = (0,64\varepsilon_{xy} + 0,164\varepsilon_{xy}^2) \times 10^{-3}. \quad (3)$$

Таблица 1

Прочность бетонных оболочек при растяжении, сжатии, кручении и сложном напряженном состоянии—кручении с сжатием

Серия образцов	Прочностные показатели, кгс/см ²		
	σ_{xy}	$R_{сж}$	R_p
I	0	160	15,1
	10,8	162	
	16,2	156	
	21,5	157	
	21,6	0	
II	0	159	—
	5,4	165	
	10,8	195	
	16,2	163	
	18,8	0	

Как видно из рис. 1, указанные формулы хорошо описывают опытные данные.

На основании (1), (2) и (3) были получены формулы и по ним рассчитаны модули деформаций при растяжении, сжатии и кручении при различных уровнях напряжений. Значения модулей деформаций приведены в табл. 2.

Как видно из табл. 2, увеличение относительного напряжения от 0 до 0,75 практически не привело к изменению модуля деформации бетона при растяжении. Это связано с тем, что в этом случае завис-

мость между напряжениями и деформациями близка к линейной. При сжатии и чистом сдвиге с повышением относительного напряжения наблюдается существенное уменьшение модуля деформации. Так, например, при увеличении относительного напряжения от 0 до 0,75 модуль деформации бетона при сжатии уменьшается в 2 раза, а при чистом сдвиге—в 1,75 раза.

Таблица 2

Модуль деформации бетона при растяжении, сжатии и кручении, тс/см²

Вид испытания	Модуль деформации бетона при относительном напряжении				Модуль деформации бетона при сжатии и кручении в долях от модуля деформации при растяжении при относительном напряжении			
	0	0,25	0,50	0,75	0	0,25	0,50	0,75
Растяжение	65	64	63	62	1,00	1,00	1,00	1,00
Сжатие	182	133	105	87	2,80	2,08	1,67	1,40
Кручение	156	122	101	85	2,40	1,80	1,60	1,37

В табл. 2 следует обратить внимание на то, что модуль деформации бетона при осевом сжатии существенно больше, чем при осевом растяжении, однако с повышением относительного напряжения разница их уменьшается. Так, например, если отношение начальных модулей деформаций составляет 2,8, то при относительном напряжении 0,75 отношение модулей снижается до 1,4.

Сравнение модулей деформаций при осевом сжатии и чистом сдвиге показывает, что они практически одинаковы. Наблюдаемая небольшая их разница при уровне напряжения 0—0,25 с повышением последнего до 0,5—0,75 стирается.

Таким образом, эти опыты показывают, что бетон является существенно разномодульным материалом: модуль деформации бетона при осевом сжатии может в несколько раз превосходить модуль деформации бетона при осевом растяжении.

Разномодульность бетона наблюдалась и в прежних многочисленных опытах (6¹⁷ и др.), на основании результатов которых можно заключить, что степень разномодульности бетона зависит от многочисленных факторов. При тонкостенном бетонном элементе весьма важным и, пожалуй, определяющим фактором является влажность среды. Опыты показали, что при твердении бетона в условиях невысокой влажности среды процесс нарастания прочности и модуля деформации бетона быстро прекращается и далее наблюдается их спад. При этом спад прочности и модуля деформации в случае растяжения происходит в гораздо большей степени, чем в случае сжатия, что и приводит к разномодульности.

Теория упругости для линейно деформируемых разномодульных материалов, впервые разработанная С. А. Амбарцумяном и А. А.

Хачатряном, дает возможность более точно решать задачи теории упругости для разномодульных материалов ^(8,9).

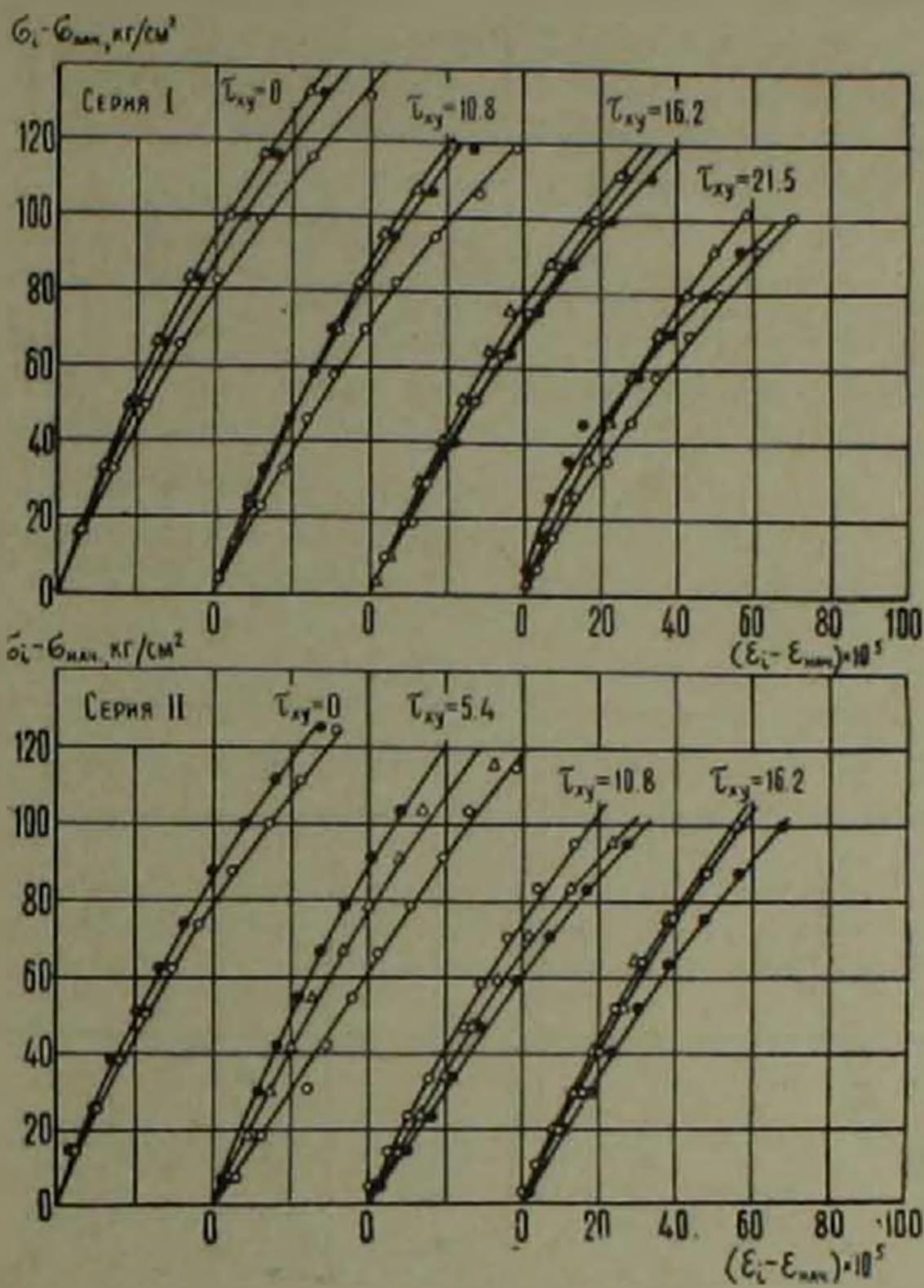


Рис. 2

На рис. 2 показаны экспериментальные кривые интенсивностей деформаций чистого сжатия и сложного напряженного состояния— кручения с сжатием.

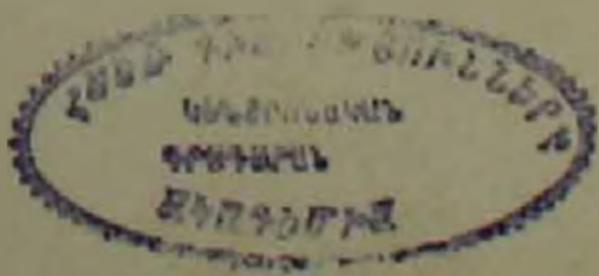
Интенсивности напряжений и деформаций определялись по формулам ⁽¹⁰⁾.

$$\sigma_l = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + 3\tau_{xy}^2} \quad (4)$$

$$\varepsilon_l = \frac{2}{3} \sqrt{\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 - \varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy} + \frac{3}{4}\gamma_{xy}^2} \quad (5)$$

Касательное напряжение τ_{xy} определялось на наружной поверхности образца по формуле

$$\tau_{xy} = \frac{32M D}{\pi(D^4 - d^4)} \quad (6)$$



где D и d наружный и внутренний диаметры цилиндрической оболочки.

Анализ кривых рис. 2 показывает, что крутящая нагрузка, прикладываемая в первом этапе нагружения, практически не оказывает влияния на деформации сжатия во втором этапе нагружения. Это обстоятельство дало возможность все экспериментальные кривые интенсивностей деформаций сложного напряженного состояния и чистого сжатия описать одной общей зависимостью (7)

$$\epsilon_i = (0,47\sigma_i + 0,0013\sigma_i^2) \times 10^{-5}. \quad (7)$$

Кривые интенсивностей деформаций при сложном напряженном состоянии—кручении с последующим сжатием, для различных значений, а также чистого сжатия, рассчитанные по формуле (7), изображены на рис. 3 сплошными линиями. Как видим, указанная формула вполне удовлетворительно описывает опытные данные.

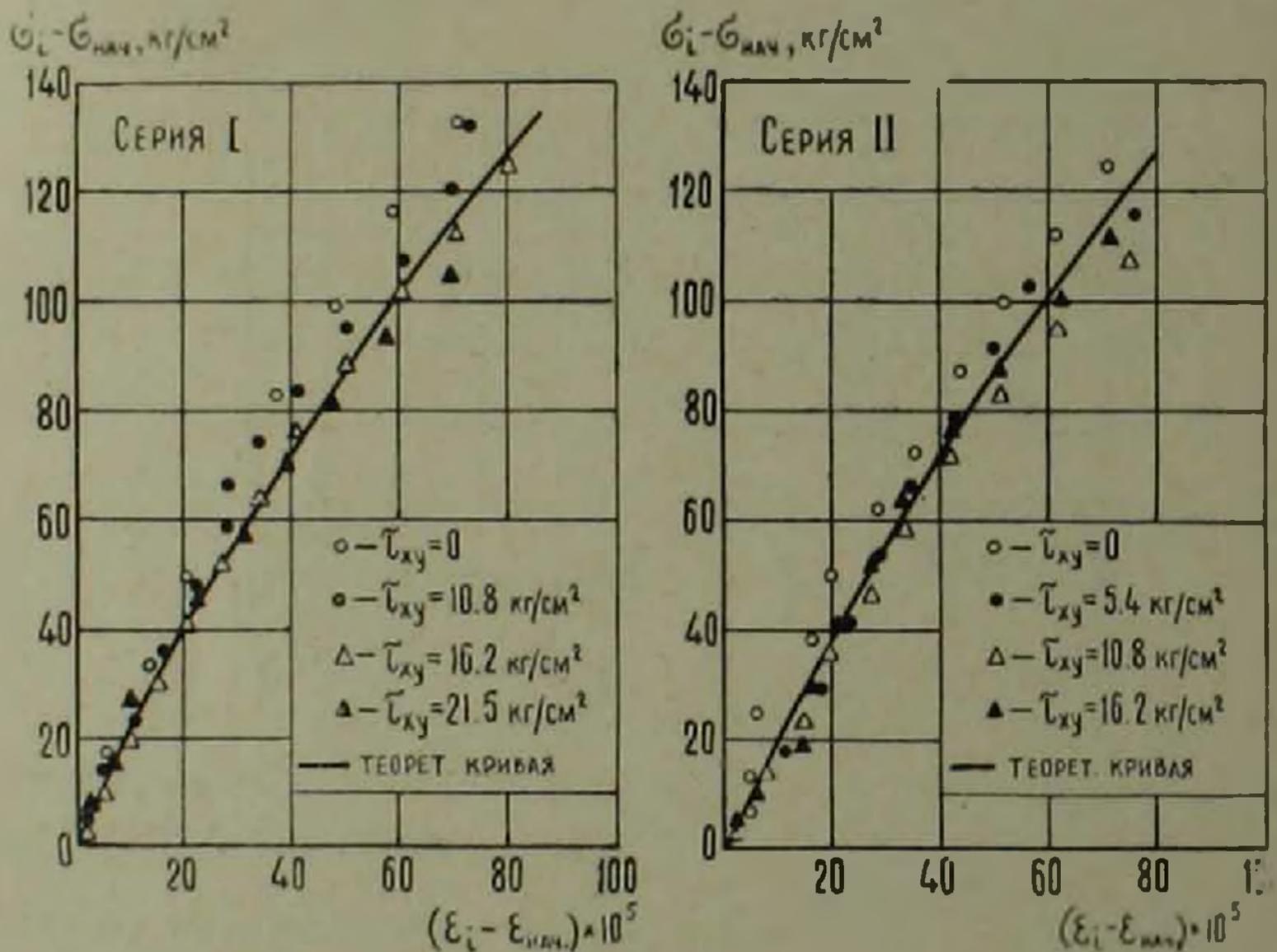


Рис. 3

Таким образом, из этих опытов можно сделать важный вывод, что кривая интенсивностей деформаций бетона при чистом осевом сжатии одновременно представляет кривую интенсивностей деформаций сложного напряженного состояния—кручения с последующим сжатием. Это говорит о том, что при данном сложном напряженном состоянии зависимость $\sigma_i - \epsilon_i$ может быть определена из опытов на простое напряженное состояние—чистое сжатие.

В начале данной работы мы остановились на прежних наших

опытах по исследованию прочности и деформаций бетонных цилиндрических оболочек при сложном напряженном состоянии—сжатии с последующим кручением (1). Сравнение этих опытных данных с новыми вышеописанными опытами приводит к выводу, что при сложном напряженном состоянии—сжатии с кручением, прочность и деформации бетонных цилиндрических оболочек в большой степени зависят от того, что прикладывается в первом этапе нагружения—сжимающая нагрузка или крутящий момент.

При сложном напряженном состоянии—сжатии с последующим кручением, увеличение начального сжимающего напряжения до определенного предела приводит к увеличению прочности бетона на кручение, а с дальнейшим повышением сжимающего напряжения—к обратному явлению. Увеличение сжимающего напряжения приводит к увеличению интенсивностей деформаций.

Что касается сложного напряженного состояния—кручения с последующим сжатием, то в этом случае крутящая нагрузка, прикладываемая в первом этапе нагружения, практически не оказывает влияния как на прочность цилиндрических оболочек на сжатие, так и на интенсивность их деформаций.

Институт механики Академии
наук Армянской ССР

Կ. Ի. ԿԱՐԱՊԵՏԱՆ, Ռ. Ի. ԿՈՏԻԿՅԱՆ,

Բետոնն գլանային թաղանթների ամրության և դեֆորմացիաների հետազոտումը սլորում-սեղմում լարվածային վիճակի դեպքում

Աշխատանքում բերվում են բետոնն գլանային թաղանթների ամրության և դեֆորմացիաների հետազոտման արդյունքները ձգում, սեղմում, ոլորում պարզ լարվածային վիճակներում, ինչպես նաև ոլորում-սեղմում բարդ լարվածային վիճակում: Փորձերը ցույց են տվել, որ գոյություն ունի էական տարբերություն բետոնի սեղմման և ձգման մոդուլների միջև, այսինքն բետոնը հանդիսանում է տարամոդուլ նյութ:

Ոլորում-սեղմում լարվածային վիճակում, առաջին էտապում կիրառվող ոլորող բևուր չի ազդում գլանային թաղանթների հետագա սեղման ամրության և դեֆորմացիաների վրա: Մաքուր սեղման դեֆորմացիաների ինտենսիվությունների կորը, միաժամանակ հանդիսանում է ոլորում-սեղմում բարդ լարվածային վիճակի դեֆորմացիաների ինտենսիվությունների կոր:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԳՐԱԿՐԱԿՆԵՐՆԵՐ

- ¹ К. С. Карпетян, Р. А. Котикян, «Известия АН АрмССР», Механика, т. 19, № 4 (1966). ² К. С. Карпетян, Р. А. Котикян, ДАН АрмССР, т. 39, № 4 (1964). ³ К. С. Карпетян, Р. А. Котикян, «Известия АН АрмССР», Механика, т. 19, № 5 (1966). ⁴ Р. А. Котикян, «Известия АН АрмССР», Механика, т. 20, № 6 (1967). ⁵ К. С. Карпетян, Р. А. Котикян, «Бетон и железобетон», № 7, 1972. ⁶ К. С. Карпетян, ДАН АрмССР, т. 39, № 3 (1964). ⁷ К. С. Карпетян, «Известия АН АрмССР», серия физ.-мат. наук, т. 17, № 4 (1964). ⁸ С. А. Амбарцумян, «Известия АН АрмССР», Механика, т. 19, № 2 (1966). ⁹ С. А. Амбарцумян, А. А. Хачатрян, «Инженерный журнал», МГТ, № 2, 1966. ¹⁰ Н. Х. Арутюнян, Некоторые вопросы теории ползучести, Гостехиздат, М.—Л., 1952

УДК 53.01.45+537+538

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

Академик АН Армянской ССР А. Г. Иосифьян

О физических принципах излучения
 электромагнитной энергии

(Представлено 21/VII 1974)

Излучение электромагнитной энергии в диапазоне радиочастот осуществляется открытым LC колебательным контуром (диполь Герца).

Поместим идеальный (без омических потерь) колебательный контур в сверхпроводящую сферу с системой отсчета, расположенной в центре масс LC (рис. 1). Энергия закрытого LC контура, в котором происходит непрерывно преобразование магнитного потока в индуктивности L и электрического поля в емкости C , описывается уравнением

$$\Phi \dot{i} + qv = 2W = \text{const.} \quad (1)$$

Независимыми параметрами, измеряемыми в опыте, определяющими энергию (в смысле Лагранжа), являются мгновенные значения тока $i(t)$ (ампер) и мгновенные значения напряжения $v(t)$ (вольт)* и тогда мгновенное значение магнитного потока (заряда) во времени t рассматривается как динамическая импульсная характеристика поля LC

контура: $\Phi(t) = \int_0^t V(t) dt$ (в. сек.) и мгновенное значение электрического потока (заряда) рассматривается также как динамическая характеристика поля: $q(t) = \int_0^t i(t) dt$ (а. сек.) t — время в системе отсчета LC контура с принятым в этой системе масштабом измерения времени.

Если $\frac{\Phi(t)}{i(t)} = L = \text{const}$ и $\frac{q(t)}{v(t)} = C = \text{const}$, то мы имеем линейный осциллятор с постоянным периодом преобразования магнитного потока в электрический и обратно:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \omega^2 LC = 1$$

и тогда

$$q = q_m \sin \omega t$$

$$\Phi = \Phi_m \cos \omega t$$

* Мы принимаем 5-ти мерную систему единиц MKSVA рассматривая напряжение $V(v)$ и ток $I(a)$, как независимые измеряемые параметры.

Исключая время, переходим в фазовое пространство (q, Φ) , в котором уравнение эллипса энергии (рис. 2) представляется в виде:

$$\left(\frac{\Phi}{a}\right)^2 + \left(\frac{q}{b}\right)^2 = 1, \quad a = \sqrt{2L W_0}, \quad b = \sqrt{2C W_0} \quad (2)$$

При этом мгновенное значение $\Phi(t)$ и $q(t)$ определяется точкой пересечения эллипса с линией времени, равномерно вращающейся в системе координат фазового пространства с фазой $\tau = \omega t$.

Площадь эллипса математически представляется двойным интегралом

$$\iint d\Phi dq = P(a \text{ в сек}^2)$$

$$P = \pi ab = W_0 T = W_0 2\pi \sqrt{LC} = \frac{W_0}{\nu} \quad W_0 = \nu P(a \text{ в сек}) \quad (3)$$

и однозначно определяет численное значение Действия (энергия \times время) электромагнитного процесса, происходящего в рассматриваемом LC контуре, при $W_0 = \text{const}$.

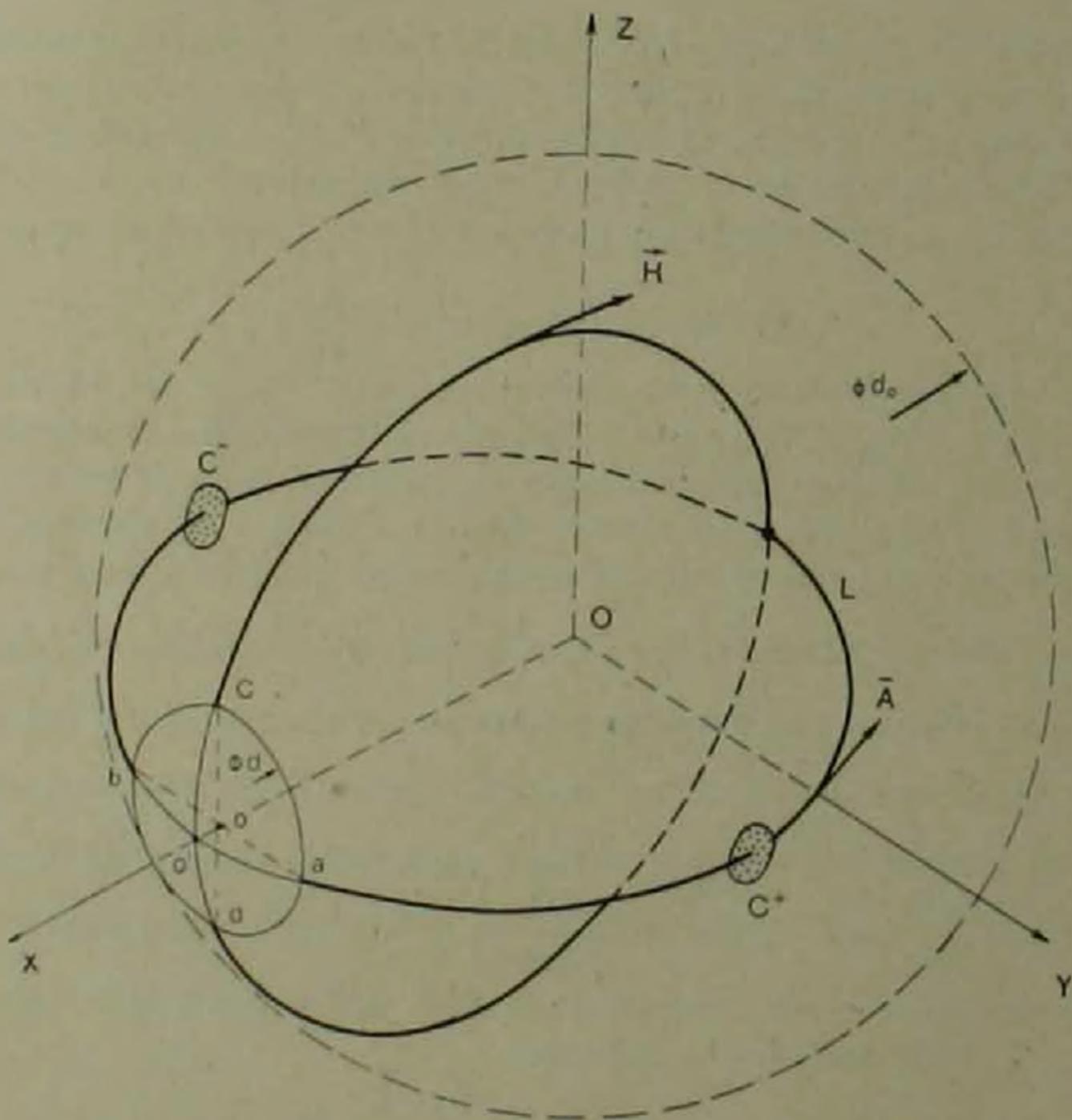


Рис. 1

Рассматривая электрические и магнитные поля в открытом LC контуре с помощью силовых линий внутри сверхпроводящей сферы диаметром d_0 можно установить, что в полости сферы в целом и по экваториальной плоскости xOy , в частности, будут иметь место поля

ризаационные явления электрического и магнитного полей. При колебательном процессе, учитывая эти поляризаационные явления, и полную симметрию сферы, энергия системы будет величиной постоянной.

Рассмотрим излучение электромагнитной энергии из сверхпроводящей сферы через окно диаметром $d \ll d_0 \ll r$, с центром в точке пересечения оси x со сферой (рис. 1) при начальном возбуждении LC контура с энергией возбуждения $W_0 = \text{const}$.

При излучении L и C будут величинами переменными, следовательно система становится существенно нелинейной и необратимой. Наступает процесс затухания магнитных и электрических полей. В этом случае эллипс энергии (2), отражая процесс затухания, вырождается в спиральную кривую (рис. 2) и после полного излучения начальной энергии W_0 превращается в точку. Открывая или закрывая окно излучения с помощью сверхпроводящей диафрагмы, можно начинать или прекращать процесс излучения в любой момент времени.

В своем основополагающем исследовании (1905—1911 гг.) Планк, рассматривая процессы излучения световой (электромагнитной) энергии, также использовал динамическое уравнение макроосциллятора. В математической форме он постулировал принцип (1).

$$\iint dqd\phi = h, \quad (4)$$

где h — некоторая мировая постоянная, связывающая энергию кванта (фотона) с Действием в форме:

$$\Delta W = h\nu,$$

где ν — частота излучения светового кванта, не связанного с геометрией LC макроосциллятора.

Постулат (4), основанный на законах микроосциллятора, требует нижеследующих дополнительных гипотез, принятых Планком:

а) излучение светового кванта (фотона) происходит мгновенно скачком и, стало быть, процесс во времени является неопределенным, случайным, вероятным, что изображается на фазовой диаграмме (рис. 2) в виде скачкообразного перехода с одного эллипса W_1 на другой W_2 , по соотношению Планка-Эйнштейна:

$$\nu = \frac{W_1 - W_2}{h};$$

б) так как процесс во времени вероятный и, стало быть, связан с закономерностями статистической физики и термодинамики, Планк представил среднюю энергию излучения светового кванта в форме:

$$W_{cp} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура.

Именно здесь Планк порывает с классической электродинамикой и переходит на энергетические принципы классической термодинамики. Однако, применяя постоянную Планка в форме:

$$W = \omega h \quad h = h/2\pi,$$

современная квантовая механика и квантовая электродинамика, используя волновые ψ функции Шредингера для вероятностных процессов, показали, что в случае сверхпроводящего тора, когда все атомы тора находятся в одних и тех же равновероятных энергетических состояниях, можно применять интеграл Действия (4) Планка в аналитической форме:

$$\iint dq d\Phi = \int_{\varphi} dq \int_{\Phi} d\Phi = q_0 \oint \bar{A} d\bar{l} = nh, \quad (5)$$

где \bar{A} — вектор-потенциал магнитного поля удовлетворяющий уравнениям Максвелла $\bar{B} = \text{rot } \bar{A}$, $\text{div } \bar{A} = 0$, $\oint \bar{A} d\bar{l}$ — отражает возможность квантования магнитного потока в форме флюксона (флюксониз);

q_0 — куперовская пара электронов;

φ — флюксон;

$n=1,2,3\dots$ определяет величину дискретного магнитного потока, замороженного в тор.

Можно сказать, что (5) отражает начало синтеза классической и квантовой электродинамики.

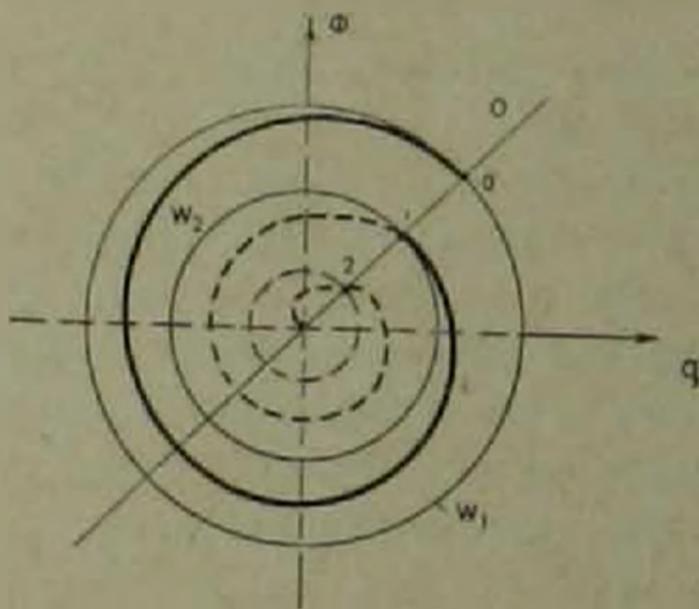


Рис. 2

Небезынтересно заметить, что Планк указывал, что распространение электромагнитных волн в вакууме не следует точно уравнениям Максвелла, а идет в соответствии со значениями $h\nu$ энергии. Однако, не имея теоретических концепций, отражающих связь квантовой формы излучения с классической, он считал не нужным проявлять такой революционный взгляд (1). Именно поэтому на дальнейших этапах развития теории электричества и магнетизма (Лоренц — Шредингер) эта догадка великого ученого не получила своего развития.

Между тем П. А. Дирак в своей работе (2) в 1963 г. наметил новый революционный этап развития квантовой электродинамики, внося предложение вернуться к идеям Фарадея о дискретных физических силовых линиях электрического поля.

Эти возрожденные Дираком идеи Фарадея можно вкратце сформулировать в следующем виде:

а) электрическое поле диполя емкости C в соответствии с ее атомной структурой обладает дискретными силовыми линиями, «между которыми нет силовых линий»;

б) силовые линии, будучи сингулярными в пространстве диполя, заканчиваются на электродах диполя зарядами $e^+ e^-$;

в) электроны могут обладать конечным объемом V_0 и даже изменять свой объем при преобразованиях электронов в μ -мезоны, или мюоны.

г) необходимо ввести эфир с новыми свойствами.

Мы развиваем эту концепцию Дирака и рассматриваем силовые линии как некоторые физические вихревые трубки, оканчивающиеся на вещественных атомах диполя с дискретным конечным зарядом $q_0^+ q_0^-$ с конечными дискретными объемами V_0 как центрами возбуждения электрического поля. В частном случае массовые центры возбуждения несут заряды e^+ и e^- .

Такая концепция приближает классическую электродинамику к квантовой механике и электродинамике. Однако она коренным образом меняет наше представление о природе электричества и магнетизма; о природе электрического тока и магнитного потока; электрического поля и, соответственно, заряда.

Следствием является необходимость новой физической и математической интерпретации природы излучения и поглощения электромагнитной энергии на всем диапазоне частот, связанной с P .

Для того, чтобы рассмотреть проблему излучения (поглощения) электромагнитной энергии на всем диапазоне частот, на основе принципа Действия необходимо исследовать с этих новых принципиальных точек зрения процессы в LC контуре как основы диполя Герца.

Возникает проблема дискретных источников как электрического так и магнитного поля.

Для решения этой проблемы рассмотрим физическую интерпретацию вихревых свойств электрического и магнитного полей, с дискретными центрами возбуждения по контуру L на основе уравнений, приведенных в работе (3).

Для изменяющихся энергетических процессов в пространстве вихревых дискретных трубок электрического и магнитного поля в LC контуре мы принимаем следующий метод: для областей центров возбуждения магнитного потока вдоль оси мощности Фарадея применяем параметры поля из дифференциальных уравнений Максвелла, а для областей центров возбуждения электрического потока применяем параметры поля вдоль оси «магнитного тока» из инверсно-сопряженных уравнений автора. В емкости вихревые трубки электрического поля \vec{D}^*

начинаются и кончаются на электродах диполя C , имея по Дираку своими источниками центры возбуждения на электродах емкости, создающих в вакууме пространство с вектором \bar{D}^* , определяемое внутри сферы вихревым векторным потенциалом

$$\bar{D}^* = \text{rot } \bar{K},$$

где \bar{K} проявляет себя как динамический импульс внутренней напряженности магнитного поля \bar{H}^* : $\bar{K} = - \int_0^t \bar{H}^* dt$ имеющий дискретный источник $\text{div } \bar{B}^* = \rho_m$.

В индуктивности L вихревые трубки магнитного поля \bar{B} связаны с векторным потенциалом \bar{A} в форме:

$$\bar{B} = \text{rot } \bar{A},$$

где \bar{A} проявляет себя как динамический импульс напряженности электрического поля $\bar{A} = - \int_0^t \bar{E} dt$, имеющий внутренний дискретный

источник в форме: $\text{div } \bar{D} = \rho_e$ — на поляризованных центрах „+“, „-“.

Такая взаимно-связанная симметрия отражает глубокое внутреннее единство электрических и магнитных явлений, отмеченных Миткевичем в его исследовании по преобразованию магнитного потока (4).

С точки зрения математической классификации физических величин выражения $\bar{B} = \text{rot } \bar{A} = - \text{rot } \int_0^t \bar{E} dt$, $\bar{D}^* = \text{rot } \bar{K} = - \text{rot } \int_0^t \bar{H}^* dt$ отражают физические процессы в 4-х мерном пространственно-временном континууме. Векторы \bar{B} и \bar{D}^* , действующие по „площади“ ds^* связываясь с векторами \bar{E} , \bar{H}^* действующими по „линии“ dl непосредственно отражают геометрические свойства физического пространства векторных параметров поля, увязывая эти свойства с параметрическим местным временем t как элементом времени периода $T = \int_0^T dt$ контура LC .

Рассмотрим теперь вопрос об излучении электромагнитной энергии на основе принятого выше метода дискретных характеристик электрического и магнитного полей из открытого колебательного контура, расположенных в сверхпроводящей сфере, на внутренней части которой происходит полная поляризация электрических и магнитных силовых линий. Естественно, что в рассматриваемом случае картина распределения силовых трубок в такой системе будет иметь дискретный вид. При закрытом окне никакой диссипации энергии в системе не может быть.

Предположим теперь, что в некоторый момент времени t диафрагма окна раскрывается и начинается процесс излучения электромагнитной энергии. Это соответствует опыту «черного тела» при анализе процессов лученспускания, но только для одного осциллятора.

В пространстве окна поляризаационные потенциалы электрического и магнитного полей исчезнут. Возникнут новые контуры векторов потенциалов \bar{A} и \bar{K} , отражающих соответствующие изменения электрических и магнитных напряженностей и индукций поля, описываемых уравнением Максвелла, и уравнением в инверсно-сопряженной системе:

$$\left. \begin{aligned} \bar{E} &= -\frac{\partial \bar{A}}{\partial t} - [\bar{B} \times \bar{u}_e], \quad \text{div } \bar{A} = 0, \quad \bar{B} = \text{rot } \bar{A} \\ \bar{H}^* &= -\frac{\partial \bar{K}}{\partial t} - [\bar{D}^* \times \bar{u}_e], \quad \text{div } \bar{K} = 0, \quad \bar{D}^* = \text{rot } \bar{K}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Выбирая геометрическое место точек действия вектора \bar{E} в плоскости xoy , образующих контур, т. е. замкнутую кривую по которой «может течь ток» (5), стр. 452 (ток смещения), можно образовать замкнутую ось электрической мощности Фарадея, проходящую через индуктивность, диполь и окно излучения в точках «а» и «в» (рис. 1), охватывающую магнитный поток.

Изменение полного магнитного потока в этом контуре имеет вид:

$$\oint \bar{E} d\bar{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \oint \bar{A} d\bar{l}. \quad (7)$$

Выбирая соответственно геометрическое место точек действия вектора \bar{H}^* в плоскости zox , образующих контур, по которому «может течь» магнитный «ток» (включая ток магнитного смещения), можно образовать замкнутую ортогональную ось магнитной мощности, проходящую через индуктивность, диполь, и окно излучения в точках «с» и «д» (рис. 1) и охватывающую заряд. Изменение полного электрического потока в этом контуре имеет вид:

$$\oint \bar{H}^* d\bar{l} = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d}{dt} \oint \bar{K} d\bar{l}. \quad (8)$$

Интегрируя дифференциальные уравнения (7) и (8) по времени, получим в соответствии с законом сохранения полного магнитного потока Φ_0 (магнитного заряда), (5), стр. 400 и, соответственно с законом сохранения полного электрического потока q_0 (электрического заряда), значения потока Φ_0 и q_0 в форме:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_0 &= \int \bar{B} d\bar{s} + \int_0^t dt \oint \bar{E} d\bar{l}_e = \text{const.} \\ q_0 &= \int \bar{D}^* d\bar{s} + \int_0^t dt \oint \bar{H}^* d\bar{l}_e = \text{const.} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Рассмотрим несколько подробнее процессы, происходящие в зоне окна излучения электромагнитной энергии, в которой образуется некоторая критическая точка O_1 области взаимодействия, и взаимосвязи векторов потенциалов \bar{A} , \bar{K} и соответственно \bar{B} , \bar{D}^* , и \bar{E} , \bar{H}^* , и где, стало быть, возможные (по Максвеллу) процессы могут стать действительными процессами вследствие внутренней энергетической связи \bar{B} , \bar{H}^* , и \bar{D}^* , \bar{E} . Уравнения (9) с учетом (6) являются нелинейными, так как скорости \bar{u}_e и \bar{u}_r по уравнению (6) определяют величины \bar{E} и \bar{H}^* , а по уравнению (9) изменяются геометрические параметры площадей и контуров интегрирования. Учитывая математическую сложность решения уравнений (9) совместно с (6), воспользуемся исследованием нелинейных процессов на фазовой плоскости, с учетом затухания магнитного и электрического потоков в пространстве Φ и q (рис. 2). Подставляя в (9) значения (6) имеем:

$$\Phi_0 = \int \bar{B} d\bar{s} - \oint \bar{A} d\bar{l}_e - \int_0^t dt \oint |\bar{B} \times \bar{u}_e| d\bar{l}_e,$$

$$q_0 = \int \bar{D}^* d\bar{s} - \oint \bar{K} d\bar{l}_r - \int_0^t dt \oint |\bar{D}^* \times \bar{u}_r| d\bar{l}_r.$$

Обозначая

$$\Phi^k = \int \bar{B} d\bar{s} - \oint \bar{A} d\bar{l}_e,$$

$$q^k = \int \bar{D}^* d\bar{s} - \oint \bar{K} d\bar{l}_r,$$

имеем:

$$\Phi_0 = \Phi^k - \int_0^t dt \oint |\bar{B} \times \bar{u}_e| d\bar{l}_e,$$

$$q_0 = q^k - \int_0^t dt \oint |\bar{D}^* \times \bar{u}_r| d\bar{l}_r. \quad (10)$$

Таким образом постоянный во времени магнитный поток Φ_0 в системе LC контур + квайт состоит из двух потоков Φ и Φ^k и соответственно постоянный электрический поток q_0 (заряд) из q и q^k . Первые не зависят от скорости деформации — расширения контуров интегрирования, а вторые зависят от скорости u_e и u_r .

В процессе нелинейного излучения в течении времени $t = t_0 + nT$ ($n=0,1,2,\dots$) мгновенные значения полных начальных потоков определяются точкой пересечения линии времени со спиральной кривой $n=0,1,2$ (рис. 2). Этот процесс изменения во времени можно провести методом

равновесных состояний энергии, закрывая или открывая диффрагмой «окно излучения» в моменты прохождения линии времени через точки 0, 1, 2.. начальной фазы. Относительно этих точек можно построить семейство эллипсов стационарного процесса LC контура, характеризующих энергетическое состояние системы собственного LC контура. Физически это означает, что к концу процесса излучения в ур-ии (10) $\Phi_0 = \Phi_1$, $q_0 = q_1$ и тогда

$$\begin{aligned} \Phi^k &= \int_0^t dt \oint |\bar{B} \times \bar{u}_e| d\bar{l}_e = - \int_0^t dt \oint \bar{E}^k d\bar{l}_e = \oint \bar{A}^k d\bar{l}_e \text{ при } \bar{A}^k = - \int_0^t \bar{E}^k dt, \\ q^k &= \int_0^t dt \oint |\bar{D}^e \times \bar{u}_e| d\bar{l}_e = - \int_0^t dt \oint \bar{H}^{*k} d\bar{l}_e = \oint \bar{K}^k d\bar{l}_e \text{ при } \bar{K}^k = - \int_0^t \bar{H}^{*k} dt \end{aligned} \quad (11)$$

Из (10) и (11) следует, что каждому конечному периоду времени соответствует численное значение потока

$$\Phi_1^k = \oint \bar{A}_1^k d\bar{l}_e, \quad q_1^k = \oint \bar{K}_1^k d\bar{l}_e$$

при условии, что $\bar{A}_1^k = - \int_0^T \bar{E}^k dt$, $\bar{K}_1^k = - \int_0^T \bar{H}^{*k} dt$. Такая математическая зависимость отражает переход энергии системы LC контур + квант с одного эллипса энергии $2W_1 = \Phi_1 i_1 + q_1 V_1$ на другой $2W_2 = \Phi_2 i_2 + q_2 V_2$ причем $W_2 < W_1$, однако не мгновенно, скачком в соответствии с Планком, и непрерывно во времени по закону соответствующему изменению спиральной кривой на фазовой плоскости и следовательно, приращение Действия и, соответственно, энергии будет определяться значениями

$$\iint_{W_1} dq d\Phi - \iint_{W_2} dq d\Phi = P^k, \quad W^k = P^k,$$

на всем диапазоне частот. Очевидно, что при условии $P^k = h$ мы будем иметь минимальное возможное излучение, определяемое конечным зарядом $q_0 = 2e$ и конечным флюксоидом (флюксоном) Φ_0

$$q_0 \Phi_0 = h.$$

Рассмотрим теперь вопрос о пространственной картине излучения соответствующее временному процессу изменения Φ^k и q^k по спиральной кривой на фазовой плоскости.

Выше мы установили, что в первый момент открытия диффрагмы окна излучения $t = t_0$ образуется критическая точка взаимодействия векторов-потенциалов \bar{A} и \bar{K} в точке O_1 (рис. 1 и 3,а).

Так как на внутренней плоскости экрана-сферы все электрические и магнитные поля принимаются полностью поляризованными, а на участке окна ab и cd эта поляризация отсутствует, то создаются условия нестационарного во времени и пространстве процесса излучения. Так как оси мощности являются „лидерами“ излучения, то через время dt после начала излучения точка O_1 контуров \bar{A}^k и \bar{K}^k переместятся в пространстве на $d\bar{s}_A = \bar{u}_e dt$ и $d\bar{s}_K = \bar{u}_e dt$.

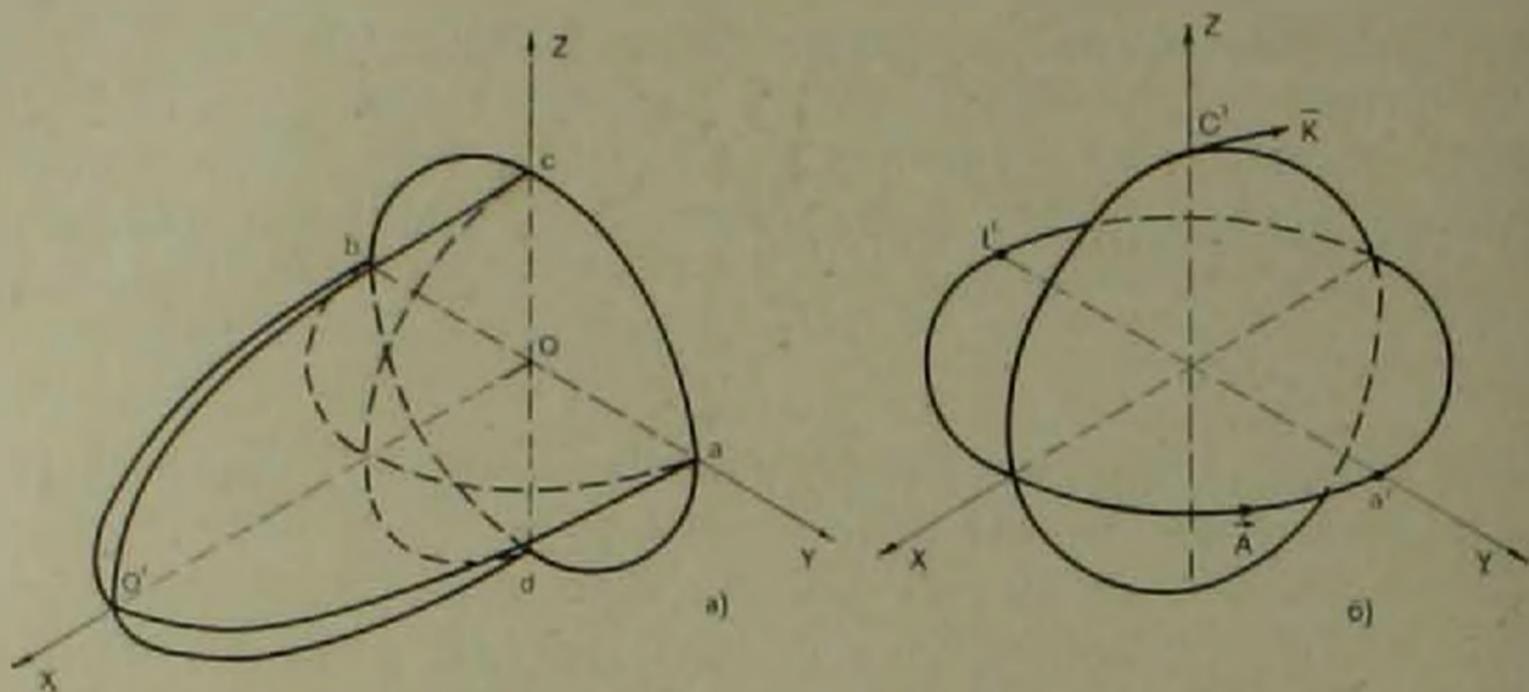


Рис. 3

Накладывая условие непрерывности и замкнутости контуров интегрирования векторов-потенциалов $\text{div} \bar{A}_T^k = 0$, $\text{div} \bar{K}_T^k = 0$ пространственный процесс можно представить в форме, изображенной на рис. 3, а. В момент $t = t_0$ вектор \bar{H}^k направлен по контуру вектора-потенциала \bar{K}^k а \bar{E} -вектора-потенциала \bar{A}^k , образуя две ортогональных в пространстве системы векторов, где соприкасаются оба контура. Для этой точки $\bar{u}_e = \bar{u}_z = \bar{u}$ в любой инерциальной системе отсчета. Определим связь между векторами в точке O_1 в форме

$$\bar{S}^k = \bar{E}^k \times \bar{H}^k \quad (12)$$

Так как: из (11) $\bar{E}^k = [\bar{B} \times \bar{u}]$ и $\bar{H}^k = [\bar{D}^k \times \bar{u}]$, то геометрически учитывая, что вектор скорости \bar{u} направлен вдоль оси x , вектор \bar{B} направлен по оси z , а вектор \bar{D}^k по оси y , то производя вычисления для точки O_1 получаем

$$\bar{S}^k = iB_z D_y^k u_x^2 = iE_y^k H_z^k.$$

Так как размерности основной и инверсно-сопряженной системы одинаковы, то квадрат скорости u_x^2 выражается для данного частного случая через постоянные вакуума:

$$u_x^2 = \frac{E_y H_z^k}{B_z D_y^k} = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$$

в это означает, что критическая точка соприкасающихся контуров интегрирования распространяется в пространстве вне сферы со скоростью света $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$.

Пространственное распространение других точек контуров векторов-потенциалов, определяемых радиусом вектором \vec{r}^k проведенным из центра окна излучения к кривой, должно подчиняться закону сохранения в форме (4)–(5).

Через некоторое время τ_k знаки векторов-потенциалов в соответствии с переменной знаков зарядов в LC контуре, изменяются и физически должны быть образованы два ортогонально-сопряженных замкнутых контура A^k и K^k , которые по условиям устойчивости преобразуются в экваториальные и меридиональные кривые некоторой замкнутой области (рис. 3,6). Эта область является пространственным образованием кванта Действия—сохраняющим: пространство, время и потенциал.

По условиям симметрии, учитывая, что $\text{div} \vec{A}^k = 0$ и $\text{div} \vec{K}^k = 0$, можно допустить, что для величины векторов-потенциалов \vec{A}^k и \vec{K}^k , как динамических векторов-потенциалов свободного поля вдоль контуров интегрирования, условия $\vec{B}^k = \text{rot} \vec{A}^k$ и $\vec{D}^k = \text{rot} \vec{K}^k$ справедливы. Эти векторы, подчиняясь операциям пространственного дифференцирования, отражают соответствующие величины индукции электрического и магнитного полей, связанные с постоянным и вакуума. Следовательно, при $\vec{B}^k = \mu_0 \vec{H}^k$, $\vec{D}^k = \epsilon_0 \vec{E}^k$ и тогда

$$\begin{aligned} \Phi^k q^k &= \int \vec{B}^k d\vec{s}_e \int \vec{D}^k d\vec{s}_z = \oint \vec{A}^k d\vec{l}_e \oint \vec{K}^k d\vec{l}_z = \\ &= \oint d\vec{l}_e \int_0^T \vec{E}^k dt \oint d\vec{l}_z \int_0^T \vec{H}^k dt \end{aligned}$$

$$d\vec{l}_e = d\vec{l}_z = r d\varphi \quad ds_e = ds_z = 1/2 r^2 d\varphi$$

$$T = 4\tau_k \quad ds_e = ds_z = 1/2 r^2 d\varphi \quad r = 4r$$

мы получаем соотношение между длиной „волны“ $\lambda = 4r$ кванта и периодом излучающего LC контура, в форме

$$(T/\lambda)^2 = \frac{B^k D^k}{E^k H^k} = \epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}.$$

Если наконец число центров излучения бесконечно велико и они образуют непрерывное множество, то дискретный характер квантов теряет свой смысл. Распространение энергии определяется тогда не Действи-

ем (энергия \times время), а мощностью на единицу поверхности в форме $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ $\vec{S} = \vec{H} \times \vec{E}$ для обеих систем дифференциальных уравнений поля.

Если открытый колебательный контур будет непрерывно восполняться соответствующей энергией, то из LC контура будут непрерывно излучаться дискретные кванты Действия, а при бесконечно большом числе центров излучения само излучение будет описываться волновыми функциями классической электродинамики.

В работе изложены физические принципы излучения электромагнитной энергии в квантовой форме для диапазона радио-волн. Анализ был проведен на основе развития идеи дискретности силовых линий электрического и магнитного полей в виде дискретных вихревых образований (трубок). Математическое описание их проводится с использованием векторов-потенциалов электрических и магнитных полей как электромагнитных импульсных характеристик за конечное параметрическое время излучающего LC контура. Эти импульсные характеристики определяют величину квантованных электрического и магнитного зарядов, входящих в интеграл Действия.

Дается для частного случая интегральные уравнения по двум ортогональным контурам, совпадающих с дискретными электрической и магнитной осями мощности. Показано, что квант излучения в процессе образования может принять конечную сферическую пространственную полевую конфигурацию, каждая точка которой распространяется со скоростью света эфира—поля.

В заключении автор выразит глубокую благодарность Г. Л. Арешяну, Н. П. Коноплевой и С. А. Смирнову за участие в проведенных исследованиях.

Всесоюзный научно-исследовательский институт электромеханики

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Ա. Ղ. ԻՈՍԻՅԱՆ

Էլեկտրամագնիսական էներգիայի նառագայրման ֆիզիկական հիմունքներ

Աշխատանքում շարադրված է էլեկտրամագնիսական էներգիայի նառագայրման ֆիզիկական հիմունքները սադիոյի և լույսի ալիքների երկարության ամբողջ դիսպազոնի համար բիանտային ֆորմայի ձևով:

Տրվող անալիզի հիմքում ընդունված է էլեկտրական և մագնիսական դիսկրետ ուժային զծերի գաղափարը, որպես գալարապատույտ խողովակներ, որոնց մաթեմատիկական բնութագրումը անց է կացվում էլեկտրական և մագնիսական դաշտերի վեկտոր-պոտենցիալներն օգտագործելով: Այդ վեկտոր-պոտենցիալներն իրենցից ներկայացնում են նառագայրող LC կոնտուրի էլեկտրամագնիսական իմպուլսային բնութագրերը, որոնք որոշվում են վերջավոր պարամետրիկ ժամանակի բնթացքում: Իմպուլսային բնութագրերը որոշում են էլեկտրական և մագնիսական լիցքերի բիանտային մեծությունը, որոնք մտնում են ազդեցության ինտեգրալի մեջ:

Յույց է արված, որ ճանադալթող թվանոր առաջացման ընթացքում կարող է ընդունել սահմանսւփակ տարածության մեջ, դաշտային սֆերիկ կոնֆիգուրացիա, որի ամեն մի կետը սարածվում է Էթերի (էֆիրի) մեջ լույսի արագությամբ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ М. Планк, Теоретическая физика, СПб, Образование, 1911. ² P. A. M. Dirac, The Evolution of the Physicist's Picture of Nature. Scientific American, v. 208, №5, 1963
³ А. Г. Иосифьян, ДАН Арм. ССР, т. 51, № 1 (1970); т. 57, № 4 (1973). ⁴ В. Ф. Мушкевич, Магнитный поток и его преобразование, Изд. АН СССР, 1945. ⁵ Д. К. Максвелл, Избранные сочинения по теории электромагнитного поля, ГИИТЛ, М., 1954.

УДК 539.3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

К. Г. Гулян

Передача нагрузки от стрингера конечной длины
 к двум клиновидным упругим пластинам

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 1/VII 1974)

Задачи о передаче нагрузки от полубесконечного и конечного стрингера к пластинам клиновидной формы рассматривались в работах (1,2).

В настоящей работе при известных физических предположениях, сделанных в (3-6) рассматривается плоская контактная задача о передаче нагрузки от упругого крепления в виде накладки (стрингера) малой толщины к двум пластинам клиновидной формы, соединенным между собой вдоль этой накладки. Указанная задача математически формулируется в виде системы из двух сингулярных интегро-дифференциальных уравнений при определенных граничных условиях. Затем на основе аппарата известных многочленов Якоби эта система сводится к квазиполной регулярной системе линейных уравнений.

1. Пусть две клиновидные пластины, изготовленные из одинакового материала и с одинаковым углом раствора, сцеплены между собой посредством упругой накладки конечной длины и прямоугольного поперечного сечения. Пусть, далее, в центре одного из поперечных сечений накладки, например в центре левого поперечного сечения, приложена горизонтальная сосредоточенная сила P (рис. 1).

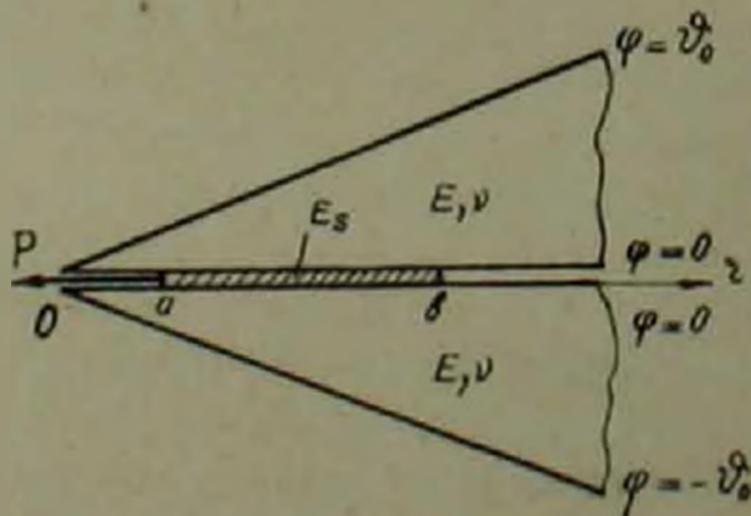


Рис. 1

Основные предположения сводятся к следующему. Вследствие малости толщины накладки считается, что ее толщина в процессе деформации не изменяется. Это предположение приводит к тому, что вдоль отрезка соединения накладки с упругими клиньями вертикальные упругие перемещения постоянны.

С другой стороны, считается, что под действием только горизонтальных (в направлении оси накладки) напряжений накладка находится в одноосном напряженном состоянии. Задача заключается в определении закона распределения нормальных и тангенциальных напряжений вдоль линии соединения накладки с гранями клина.

Кроме того, считается, что клинья находятся в обобщенном плоском напряженном состоянии.

Характерной особенностью поставленной задачи является то, что при исследовании этой задачи нельзя пренебречь изгибным эффектом накладки и, следовательно, нормальными контактными напряжениями. Последние здесь учитываются в рамках принятой гипотезы постоянства на контактном отрезке вертикальных упругих перемещений.

В указанной постановке выведем определяющие уравнения нашей контактной задачи.

На отрезке сцепления накладки с гранями клина должны выполняться условия

$$\frac{du_r^{(2)}}{dr} = \varepsilon_r^{(1)}, \quad \frac{du_\varphi^{(2)}}{dr} = 0, \quad (1.1)$$

Здесь $u_r^{(2)}$ и $u_\varphi^{(2)}$ — соответственно горизонтальные и вертикальные перемещения граничных точек верхнего или нижнего упругих клиньев, лежащих на грани $\varphi = 0$, а $\varepsilon_r^{(1)}$ — осевая деформация накладки.

Нормальные и тангенциальные контактные напряжения, подлежащие определению, обозначим $q(r)$ и $\tau(r)$ соответственно.

Из условия равновесия любой части (a, r) накладки, учитывая закон Гука, имеем

$$\varepsilon_r^{(1)} = \frac{1}{E_s A_s} \left[P - 2h \int_a^r \tau(r_0) dr_0 \right], \quad (1.2)$$

где E_s — модуль упругости накладки, A_s — площадь прямоугольного поперечного сечения накладки, h — ширина накладки.

В данном случае условия равновесия всей накладки сводятся к одному

$$2h \int_a^b \tau(r) dr = P. \quad (1.3)$$

Выражения $u_r^{(2)}$ и $u_\varphi^{(2)}$, как в работе (3), можно получить при помощи преобразования Меллина.

Вводя безразмерные величины

$$\tau(r) = \frac{P}{2h} \tau_0(r); \quad q(r) = \frac{P}{2h} q_0(r)$$

находим, что условия (1.1) задачу определения функций $\tau_0(r)$ и $q_0(r)$ сводят к решению системы интегро-дифференциальных уравнений

$$\int_a^t \left| \frac{1}{t} - E(t) - K_{11}^{(2)}(t) \right| \varphi'(r_0) dr_0 + \int_a^b \left| K_{12}^{(1)}(t) + \frac{\pi(1-\nu)}{2} \delta(t) + \right. \\ \left. + F(t) \right| \psi'(r_0) dr_0 = \tau \varphi(r), \\ \int_a^b \left| K_{12}^{(1)}(t) - \frac{\pi(1-\nu)}{2} \delta(t) - F(t) \right| \varphi'(r_0) dr_0 + \int_a^b \left| \frac{1}{t} - E(t) + \right. \\ \left. + K_{11}^{(2)}(t) \right| \psi'(r_0) dr_0 = 0, \quad (1.4)$$

Здесь $\varphi(r) = \int_a^r \tau_0(r_0) dr_0 - 1$; $\varphi'(r) = \tau_0(r)$; $\psi'(r) = q_0(r)$;

$$E(t) = \int_0^{\infty} \left| 1 - \frac{\text{sh} 2z\theta_0}{\text{ch} 2z\theta_0 - cz^2 - 1} \right| \sin zt dz; \quad K_{11}^{(2)}(t) = \int_0^{\infty} \frac{z \sin 2\theta_0}{\text{ch} 2z\theta_0 - cz^2 - 1} \sin zt dz; \quad (1.5)$$

$$F(t) = c \int_0^{\infty} \frac{z^2}{\text{ch} 2z\theta_0 - cz^2 - 1} \cos zt dz; \quad K_{12}^{(1)}(t) = c \int_0^{\infty} \frac{z}{\text{ch} 2z\theta_0 - cz^2 - 1} \sin zt dz.$$

$$t = \ln r_0 / r; \quad c = 1 - \cos 2\theta_0; \quad \lambda = \frac{\pi h E_2}{E_s A_s}$$

Функции $E(t)$, $F(t)$, $K_{11}^{(2)}(t)$, $K_{12}^{(1)}(t)$ представляют собой непрерывные части соответствующих ядер, E_2 и ν — упругие постоянные клина, θ_0 — угол раствора клина.

Легко видеть, что функция $\varphi(r)$ должна удовлетворять граничным условиям

$$\varphi(a) = -1, \quad \varphi(b) = 0, \quad (1.6)$$

которые эквивалентны условиям равновесия накладки.

Перейдем к новым переменным

$$r = e^{t+s}, \quad r_0 = e^{t+s_0}, \quad \delta = \frac{1}{2} \ln ab, \quad \gamma = \frac{1}{2} \ln \frac{b}{a} \quad (1.7)$$

$$\varphi(e^{t+s_0}) = \Phi(x); \quad \psi(e^{t+s}) = \Psi(x), \quad t = \gamma(s-x)$$

После элементарных выкладок система (1.4) принимает вид

$$\int_{-1}^1 \left\{ \frac{1}{\gamma(s-x)} - E[\gamma(s-x)] - K_{11}^{(2)}[\gamma(s-x)] \right\} \Phi'(s) ds + \int_{-1}^1 |K_{12}^{(1)}[\gamma(s-x)]| + \\ + F[\gamma(s-x)] |\Psi'(s)| ds + \frac{\pi(1-\nu)}{2\gamma} \Psi'(x) = i e^{\pi+\delta} \Phi(x), \quad (1.8)$$

$$\int_{-1}^1 |K_{12}^{(1)}[\gamma(s-x)] - F[\gamma(s-x)]| \Phi'(s) ds + \int_{-1}^1 \left| \frac{1}{\gamma(s-x)} - E[\gamma(s-x)] \right| + \\ + K_{11}^{(2)}[\gamma(s-x)] |\Psi'(s)| ds - \frac{\pi(1-\nu)}{2\gamma} \Phi'(x) = 0.$$

Отметим, что входящие здесь интегралы от ядра Коши следует понимать в смысле главного значения по Коши.

Граничные условия при этом примут вид

$$\Phi(-1) = -1; \quad \Phi(1) = 0. \quad (1.9)$$

Таким образом, при сделанных предположениях решение поставленной задачи сводится к решению системы сингулярных интегро-дифференциальных уравнений (1.8) при граничных условиях (1.9).

Умножая вторую из уравнений (1.8) на мнимую единицу i и складывая с первым, приходим к уравнению

$$-i \pi \operatorname{th} \mu \pi \chi(x) + \int_{-1}^1 \frac{\chi(s)}{s-x} ds - \gamma \int_{-1}^1 E[\gamma(s-x)] \chi(s) ds - \gamma \int_{-1}^1 K_{11}^{(2)}[\gamma(s-x)] \bar{\chi}(s) ds + \gamma i \int_{-1}^1 K_{12}^{(1)}[\gamma(s-x)] \bar{\chi}(s) ds - \gamma i \int_{-1}^1 F[\gamma(s-x)] \chi(s) ds = \\ = \lambda_1 e^{\pi+\delta} \int_{-1}^x |\chi(s) + \bar{\chi}(s)| ds - 2i_1 e^{\pi+\delta}, \quad (1.10)$$

где $\chi(x) = \Phi'(x) + i\Psi'(x)$, $\Phi(x) = \frac{1}{2} \int_{-1}^x |\chi(s) + \bar{\chi}(s)| ds - 1$, (1.11)

$$\lambda_1 = \frac{\gamma}{2} \lambda = \frac{\pi h E_2}{4 E_s A_s} \ln \frac{b}{a}, \quad \operatorname{th} \mu \pi = \frac{1-\nu}{2}.$$

Вследствие (1.9) будем иметь:

$$\int_{-1}^1 |\chi(s) + \bar{\chi}(s)| ds = 2. \quad (1.12)$$

2. Возможные особенности контактных напряжений на концах упругой накладки должны быть интегрируемого порядка. Как в работах (7, 8) положив*

$$\chi(x) = (1-x)^\alpha (1+x)^\beta \bar{\chi}(x) \quad (-1 < x < 1; -1 < \operatorname{Re}(\alpha, \beta) < 0), \quad (2.1)$$

где $\bar{\chi}(x)$ на отрезке $[-1, 1]$ удовлетворяет условию Гельдера, получим, что

$$\alpha = -\frac{1}{2} - i\mu, \quad \beta = -\frac{1}{2} + i\mu. \quad (2.2)$$

Здесь μ определяется из трансцендентного уравнения

$$\operatorname{th} \mu\pi = \frac{1-\nu}{2}.$$

Учитывая формулу (2.1), решение уравнения (1.10) представим в виде

$$\chi(x) = \omega^{-1}(x) \sum_{n=0}^{\infty} x_n P_n^{(\alpha, \beta)}(x), \quad \omega(x) = (1-x)^{-\alpha} (1+x)^{-\beta}. \quad (2.3)$$

Здесь $P_n^{(\alpha, \beta)}(x)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) — многочлены Якоби, ортогональные на отрезке $[-1, 1]$ с весом $(1-x)^\alpha (1+x)^\beta$, а x_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) — неизвестные комплексные коэффициенты, подлежащие определению.

Для дальнейшего нам понадобится следующее соотношение (9, 10)

$$-i\pi \operatorname{th} \mu\pi \frac{P_n^{(\alpha, \beta)}(x)}{\omega(x)} + \int_{-1}^1 \frac{P_n^{(\alpha, \beta)}(s)}{\omega(s)(s-x)} ds = \pi (2 \operatorname{ch} \mu\pi)^{-1} P_{n-1}^{(\alpha, \beta)}(x). \quad (2.4)$$

Остановимся здесь на вопросе определения коэффициента x_0 . В том случае, когда накладка становится абсолютно жестким телом, т. е. штампом, а клинья — упругими полуплоскостями, из известного решения контактной задачи В. М. Абрамова (11) следует, что равнодействующая нормальных контактных напряжений равна нулю. Эта равнодействующая равна нулю и тогда, когда взамен полуплоскостей имеются упругие клинья, а штампа — упругая накладка. Иными словами, в рассматриваемой нами задаче эта равнодействующая равна нулю. В обоснование этого утверждения можно провести следующие рассуждения. Основное уравнение представим в виде

$$-i\pi \operatorname{th} \mu\pi \chi(x) + \int_{-1}^1 \frac{\chi(s)}{s-x} ds = H(x). \quad (2.5)$$

* Следует отметить, что особенности контактных напряжений на концах абсолютно жесткой накладки во второй задаче, рассмотренной в работе (7) в точности имеют вид, даваемый формулой (2.1). Они не имеют вид обычного квадратного корня, хотя исследование этой задачи, как в (6), можно провести при указанном типе особенностей.

где
$$H(x) = \gamma \int_{-1}^1 E |\gamma(s-x)| \chi(s) ds + \gamma \int_{-1}^1 K_{II}^{(2)} |\gamma(s-x)| \bar{\chi}(s) ds -$$

$$- \gamma i \int_{-1}^1 K_{II}^{(1)} |\gamma(s-x)| \bar{\chi}(s) ds + \gamma i \int_{-1}^1 F |\gamma(s-x)| \chi(s) ds + i e^{i\pi} \left(\int_{-1}^x |\chi(s) + \bar{\chi}(s)| ds - 2 \right). \quad (2.6)$$

Затем подставим (2.3) в (2.5) и используем соотношение (2.4). Будем иметь

$$\pi (2 \operatorname{ch} \mu \pi)^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} x_n P_{n-1}^{(\alpha, \beta)}(x) = H(x) \quad (2.7)$$

откуда, используя свойство ортогональности многочленов Якоби, находим

$$x_m = 2A_m \int_{-1}^1 H(x) \omega(x) P_{m-1}^{(\alpha, \beta)}(x) dx, \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (2.8)$$

где
$$A_m = \frac{\Gamma(m+1)\Gamma(m+1)\operatorname{ch} \mu \pi}{2\pi\Gamma(m-\alpha)\Gamma(m-\beta)}$$

Итак, коэффициенты $\{x_m\}_{m=1}^{\infty}$ зависят только от функции $H(x)$. С другой стороны, чтобы получить равнодействующую тангенциальных и нормальных контактных напряжений, следует проинтегрировать на отрезке $[-1, 1]$ выражение $\chi(x)$ из (2.3). Вследствие ортогональности получим

$$\int_{-1}^1 \chi(x) dx = \int_{-1}^1 \Phi'(x) dx + i \int_{-1}^1 \Psi'(x) dx = \frac{\pi}{2 \operatorname{ch} \mu \pi} x_0. \quad (2.9)$$

Таким образом, эти равнодействующие полностью определяются коэффициентом x_0 , а коэффициенты $\{x_m\}_{m=1}^{\infty}$, обусловленные функцией $H(x)$, на них не влияют. Это означает, что функцию $H(x)$ можно рассматривать как некоторое возмущение к правой части соответствующего интегрального уравнения задачи Абрамова. Ее наличие объясняется тем, что вместо упругих полуплоскостей в обсуждаемом случае имеем упругие клинья, а вместо штампа — упругую накладку.

На основании сказанного функция $H(x)$ не влияет на равнодействующие тангенциальных и нормальных контактных напряжений, т. е. они будут такими же, как в известной задаче Абрамова. Отсюда и из (2.9) вытекает, что

$$x_0 = \frac{2 \operatorname{ch} \mu \pi}{\pi} = \frac{4}{\pi \sqrt{(1+\nu)(3-\nu)}} \quad (2.10)$$

Далее, приняв во внимание (2.6—(2.8), после некоторых элементарных выкладок относительно коэффициентов $(x_m)_{m-1}^{\bar{}}$ получим следующую бесконечную систему линейных уравнений:

$$x_m = A_m \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x_n}{n} M_{m,n} + A_m \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{x}_n}{n} N_{m,n} + A_m c_m \quad (m = 1, 2, \dots) \quad (2.11)$$

Ядра $\{M_{m,n}\}_{m,n=1}^{\infty}$, $\{N_{m,n}\}_{m,n=1}^{\infty}$ и коэффициенты $\{c_m\}_{m=1}^{\infty}$

в этой бесконечной системе выражаются при помощи определенных интегралов, которые в явном виде здесь не приводятся.

3. Перейдя к исследованию бесконечных систем линейных уравнений (2.11), положим

$$x_m = m^{1-\varepsilon} X_m \quad (0 < \varepsilon < \frac{1}{2}; \quad m = 1, 2, \dots) \quad (3.1)$$

Представим систему линейных уравнений (2.11) в виде

$$X_m = \frac{A_m}{m} m^\varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} \frac{X_n}{n^\varepsilon} M_{m,n} + \frac{A_m}{m} m^\varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\bar{X}_n}{n^\varepsilon} N_{m,n} + \frac{A_m}{m} m^\varepsilon c_m. \quad (3.2)$$

Пользуясь известным асимптотическим представлением для функций $\Gamma(z)$ ⁽¹²⁾, можно показать, что

$$A_m = \frac{\text{ch } \mu \pi}{2^\pi} m |1 + O(m^{-1})|, \quad \text{при } m \rightarrow \infty \quad (3.3)$$

Используя теперь известное асимптотическое представление многочленов Якоби ⁽¹³⁾

$$P_n^{(\alpha, \beta)}(\cos \theta) = \frac{\cos \left[\left| n + (\alpha + \beta + 1)/2 \right| \theta - (2\alpha + 1)\pi/4 \right]}{\sqrt{\pi n} \left(\sin \frac{\theta}{2} \right)^{\alpha + \frac{1}{2}} \left(\cos \frac{\theta}{2} \right)^{\beta - \frac{1}{2}}} + O(n^{-\frac{3}{2}}) \quad \text{при } n \rightarrow \infty \quad (3.4)$$

пригодное также для комплексных α и β [$\text{Re}(\alpha, \beta) > -1$], известным способом ^(2,7,8) докажем, что

$$m^\varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|M_{m,n}|}{n^\varepsilon} = O(m^{-\frac{1}{2}+\varepsilon}), \quad m^\varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} \frac{|N_{m,n}|}{n^\varepsilon} = O(m^{-\frac{1}{2}+\varepsilon}) \\ m^\varepsilon c_m = O(m^{-\frac{1}{2}+\varepsilon}) \quad m \rightarrow \infty \quad (3.5)$$

Отсюда следует, что бесконечная система (3.2) квазивполне регулярна при любом ε , а свободные члены бесконечной системы (3.2) довольно быстро стремятся к нулю.

Автор сердечно благодарит академика АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняна за постановку задачи и постоянное внимание к работе.

Институт механики Академии наук Армянской ССР

Վերջավոր երկառույթյան ներդրակից բեռի փոխանցումը երկու սեպածն առածգական սալերին

Աշխատանքում ուսումնասիրվում է բեռի փոխանցումը փոքր հաստության ներդրակից երկու սեպածն առածգական սալերին, որոնք միացված են միմյանց հետ այդ ներդրակի երկայնքով: Նշված խնդիրը մաթեմատիկորեն ձևակերպվում է որոշակի եզրային պայմաններով երկու սինգուլյար ինտեգրու-
յիֆերենցիալ հավասարումների տեսքով: Այնուհետև Ֆակորիի բազմանդամ-
ների հայտնի ապարատի հիման վրա այդ սիստեմը բերվում է բվազիլիովին
սինգուլյար դժային հավասարումների անվերջ սիստեմի:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ J. B. Atlas, W. J. Kuypers, Scientific Research Series A, Vol. 15, №6, p. 129, 1965. ² К. Г. Гуляк, Известия АН СССР, МТТ, № 5, 1972. ³ E. Melun, Ein Beitrag zur Theorie geschweisster Verbindungen Ingr-Arch., Bd 3, №2, S. 123 (1932).
⁴ Н. Х. Арутюнян, ПММ, т. 32, вып. 4, 1969. ⁵ Н. Х. Арутюнян, С. М. Мхитарян, Сб. „Механика деформируемых тел и конструкций“, посвященная 60-летию академика Ю. И. Работнова. ⁶ Li. Busler, Scheibe mit endlicher, elastischer Versteifung, VDI-Forschungsheft 485 Beilage zu „Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens“ Ausgabe B, Band 27, 1961, 5-44. ⁷ N. K. Arutunlyan, S. M. Mkhitarjan, Trends in elasticity and thermoelasticity, Witold Nowacki Anniversary Volume, Wolters-Noordhoff Publishing, p. 3-20, 1971. ⁸ Н. Х. Арутюнян, С. М. Мхитарян, Известия АН Арм. ССР, Механика, т. 25, вып. 2 (1972). ⁹ Г. Я. Попов, ПММ, т. 30, вып. 3 (1966). ¹⁰ Л. Н. Карленко, ПММ, т. 30, вып. 3 (1966). ¹¹ Н. И. Мусхелишвили, Некоторые основные задачи математической теории упругости, Изд. «Наука», М., 1966.
¹² Г. Бейтмен, А. Эрдейи, Высшие трансцендентные функции, ч. I, Изд. «Наука», М., 1973. ¹³ Г. Сеге, Ортогональные многочлены, Физматгиз, М., 1962.

УДК 539.376

ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

Л. А. Шемян

О соударении двух твердых тел, изготовленных из
 степенно упрочняющихся материалов

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 25/VI 1974)

В статье рассматривается плоская контактная задача о соударении двух твердых тел в постановке нелинейной теории ползучести или пластичности при степенном законе связи между напряжениями и деформациями и в рамках статической теории удара Г. Герца. В качестве физической модели контакта тел принимается предложенная в работах (1-3) модель, основанная на обобщенном принципе суперпозиции перемещений.

Предварительно строится замкнутое решение обычной статической контактной задачи. В отличие от указанных работ здесь это решение представляется в виде ряда по классическим многочленам Гегенбауэра, что удобно для наших целей. Затем исследуется задача о центральном ударе двух твердых тел, находящихся в условиях установившейся ползучести и изготовленных из степенно упрочняющихся материалов. При некоторых конкретных формах поверхностей ударяемых тел получены основные механические характеристики теории удара Г. Герца в виде формул довольно простой аналитической структуры. Получены также числовые результаты, но только в предположении, когда одно из соударяемых тел представляет собой штамп с плоским основанием.

Отметим, что обсуждаемую нами контактную задачу можно интерпретировать также как задачу нелинейной теории упругости.

1. Пусть два первоначально соприкасающихся между собой в точке тела, находящиеся в условиях установившейся ползучести при степенном законе связи между напряжениями и деформациями, прижимаются одно к другому под действием внешних сил, равнодействующая которых P перпендикулярна к оси Ox и проходит через начало координат (рис. 1).

Как известно (1-3), решение этой контактной задачи, при отсутствии тангенциальных контактных напряжений, сводится к решению следующего интегрального уравнения Фредгольма первого рода

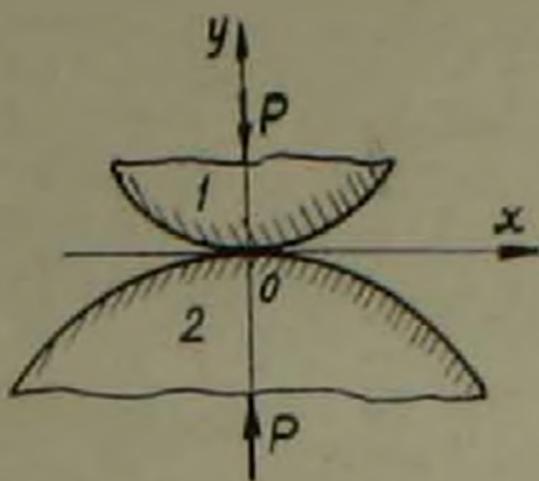


Рис. 1

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{|\xi - \eta|^{1-\mu}} p_0(\eta) d\eta = \frac{a^{1-\mu}}{\rho} \left| \gamma - f_0(\xi) \right|^\mu, \quad -1 \leq \xi \leq 1. \quad (1.1)$$

Здесь

$$p_0(\xi) = \frac{a}{\rho} p(a\xi), \quad \gamma = \frac{\delta}{A_1 + A_2}, \quad f_0(\xi) = \frac{f_1(a\xi) + f_2(a\xi)}{A_1 + A_2},$$

$$A_i = \frac{(2^\mu - 1) \sin \pi \sqrt{2^\mu - 1} / 2^\mu}{(1 - \mu) |K_i J(\mu)|^{1/\mu}}, \quad (i = 1, 2)$$

$$J(\mu) = 4 \left| \frac{\sqrt{2^\mu - 1}}{\mu} \right|^\mu \int_0^{\pi/2} \left| \cos \frac{\sqrt{2^\mu - 1}}{\mu} \theta \right|^\mu \cos \theta d\theta.$$

K_1 и K_2 — физические константы материалов первого и второго тел соответственно, $p(x)$ — нормальное контактное напряжение, подлежащее определению, a — полудлина участка контакта, μ — показатель ползучести, подчиненный у нас условиям $0,5 < \mu \leq 1$, δ — мера взаимного сближения тел, $f_1(x)$ и $f_2(x)$ — четные достаточно гладкие функции, характеризующие поверхности контактирующих тел.

При этом решение уравнения (1.1) должно удовлетворять условию равновесия

$$\int_{-1}^1 p_0(\xi) d\xi = 1. \quad (1.2)$$

Решение $p_0(\xi)$ интегрального уравнения (1.1) представим в виде

$$p_0(\xi) = (1 - \xi^2)^{-\nu/2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} x_n C_{2n}^{\nu}(\xi), \quad \nu = (1 - \mu)/2. \quad (1.3)$$

Здесь $C_n^{\nu}(\xi)$ — многочлены Гегенбауэра, ортогональные на отрезке $[-1, 1]$ с весом $\rho(\xi) = (1 - \xi^2)^{-\nu/2}$, а x_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) — неизвестные коэффициенты, подлежащие определению.

Далее будем пользоваться соотношением* (4)

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{|\xi - \eta|^{1-\nu}} (1 - \eta^2)^{-\nu/2} C_n^\nu(\eta) d\eta = \lambda_n C_n^\nu(\xi), \quad (-1 \leq \xi \leq 1, n = 0, 1, 2, \dots), \quad (1.4)$$

где

$$\lambda_n = \frac{\pi}{\cos \nu \pi} \frac{\Gamma(2\nu + n)}{\Gamma(2\nu)}$$

Принимая во внимание свойство ортогональности многочленов Гегенбауэра и учитывая соотношение (1.4), после несложных выкладок получим

$$x_n = \frac{a^{1-\nu}}{\rho a_{2n} \cdot \lambda_{2n}} \int_{-1}^1 |\gamma - f_0(\xi)|^\nu (1 - \xi^2)^{-\nu/2} C_{2n}^\nu(\xi) d\xi, \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \quad (1.5)$$

где

$$a_{2n} = \frac{\pi 2^\nu \Gamma(2n + 2\nu)}{(2n)!(2n + \nu)\Gamma^2(\nu)} = \int_{-1}^1 (1 - \xi^2)^{-\nu/2} |C_{2n}^\nu(\xi)|^2 d\xi.$$

Из условия (1.2) непосредственно следует, что

$$x_0 = \frac{1}{\sigma_0} = \frac{\Gamma(1 + \nu)}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{1}{2} + \nu\right)}. \quad (1.6)$$

При помощи (1.5) и (1.6) получим

$$P = \frac{a^{1-\nu} \cos \nu \pi}{\pi} \int_{-1}^1 |\gamma - f_0(\xi)|^\nu (1 - \xi^2)^{-\nu/2} d\xi. \quad (1.7)$$

Формулой (1.7) устанавливается связь между силой P и сближением тел $\bar{\delta}$, когда поверхности контактирующих тел на концах участка контакта имеют угловые точки.

В случае же гладкой поверхности необходимо найти также размеры участка контакта. В этом случае будем иметь дополнительное условие, а именно: условие ограниченности давлений $p(x)$ на концах области контакта

$$\sum_{n=0}^{\infty} x_n C_{2n}^\nu(1) = 0. \quad (1.8)$$

После элементарных операций условие (1.8) можно привести к виду

* Это соотношение весьма элементарно получается также известными методами теории потенциала.

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)(2n)!}{\Gamma(2n+2\nu)} \int_{-1}^1 |\gamma - f_0(\xi)|^\nu (1-\xi^2)^{-\nu/2} C_{2n}^{2\nu}(\xi) d\xi = 0, \quad (1.9)$$

Рассмотрим тот частный случай, когда одно из контактирующих тел представляет собой полуплоскость, т. е. $f_2(x) \equiv 0$, а поверхность другого тела характеризуется функцией $f_1(x) = Ax^{2\sigma}$, $\sigma > 0$. Тогда

$$f_0(\xi) = A_0(a\xi)^{2\sigma}, \quad A_0 = \frac{A}{A_1 + A_2}, \quad \sigma > 0 \quad (1.10)$$

и условие (1.9) даст

$$\gamma = \beta a^{2\sigma},$$

где положительный коэффициент β определяется из уравнения

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2n+1)\Gamma(2n+1)}{\Gamma(2n+2\nu)} \int_{-1}^1 \left| \beta - A_0 \xi^{2\sigma} \right|^\nu (1-\xi^2)^{-\nu/2} C_{2n}^{2\nu}(\xi) d\xi = 0.$$

В указанном частном случае связь между P и δ выражается формулой

$$P = B\delta^x, \quad x = 1 + (1-\mu) \left(\frac{1}{2\sigma} - 1 \right), \quad (1.11)$$

где коэффициент B можно найти из (1.7).

2. Перейдем к задаче удара и рассмотрим центральный удар двух тел, находящихся в условиях плоской деформации и установившейся ползучести при степенном законе связи между напряжениями и деформациями. Исходя из основных предположений теории Г. Герца соударения упругих тел (^{5,6}), обнаруживаем, что решение этой задачи сводится к решению обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка

$$M \frac{d^2\delta}{dt^2} = -P \quad (2.1)$$

при начальных условиях

$$\delta|_{t=0} = 0, \quad \left. \frac{d\delta}{dt} \right|_{t=0} = v_0. \quad (2.2)$$

где в качестве зависимости между силой P и сближением центров инерции соударяемых тел δ принимается зависимость, полученная при решении соответствующей статической контактной задачи этих тел.

Здесь $M = M_1 M_2 / (M_1 + M_2)$ — приведенная масса первого и второго тел, v_0 — относительная скорость приближения центров инерции в момент соударения, t — время.

Зависимость между силой P и сближением δ , полученную выше, представим в виде

$$P = \Phi(\delta), \quad \delta = (A_1 + A_2)\gamma. \quad (2.3)$$

Умножая обе части уравнения (2.1) на $d\delta/dt$ и интегрируя в пределах от 0 до t , а затем учитывая (2.3) и начальные условия (2.2) находим

$$\frac{M}{2} \left[v_0^2 - \left(\frac{d\delta}{dt} \right)^2 \right] = \int_0^\delta \Phi(\delta) d\delta = \Phi_1(\delta). \quad (2.4)$$

Из этой формулы вытекает, что значение δ_{\max} удовлетворяет уравнению

$$2\Phi_1(\delta_{\max}) = Mv_0^2. \quad (2.5)$$

Имея значение δ_{\max} , по формуле (2.3) находим

$$P_{\max} = \Phi(\delta_{\max}). \quad (2.6)$$

Продолжительность удара определяется формулой

$$T = 2\sqrt{M} \int_0^{\delta_{\max}} \frac{d\delta}{\sqrt{Mv_0^2 - 2\Phi_1(\delta)}}. \quad (2.7)$$

В случае, когда поверхности соударяемых тел имеют форму (1.10), функция $\Phi(\delta)$ определяется формулой (1.11). Теперь, пользуясь соотношениями (2.5) — (2.7), имеем

$$\delta_{\max} = \left[\frac{(1+x)Mv_0^2}{2B} \right]^{\frac{1}{1+x}}, \quad P_{\max} = B\delta_{\max}^x, \quad T = \frac{2\delta_{\max}}{v_0} \frac{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{2+x}{1+x}\right)}{\Gamma\left(\frac{3+x}{2+2x}\right)}$$

Отсюда обнаруживаем, что с уменьшением относительной скорости v_0 продолжительность удара T будет возрастать при $0 < 2x < 1$. При $2x > 1$ продолжительность удара уменьшается с уменьшением начальной скорости v_0 .

Как известно^(5,6), теория удара Герца применима в том случае, когда продолжительность удара весьма велика. В рассмотренной им задаче продолжительность удара возрастает с убыванием начальной скорости. В связи с этим следует отметить, что при указанной частной конфигурации соударяемых тел, когда $x = n$ ($n=1,2,3\dots$), продолжительность упругого удара увеличивается с уменьшением начальной скорости, а при $0 < 2x < 1$, наоборот. В случае удара в постановке нелинейной теории ползучести, рассмотренной здесь, наблюдается противоположная картина.

Эти соображения наводят на мысль, что статическая теория удара Г. Герца применительно к нелинейным задачам должна уточняться*.

* Исследование этого вопроса подлежит отдельному рассмотрению и здесь не приводится.

В случае $f_0(\frac{z}{2}) = 0$, когда имеется штамп с плоским основанием, получаем

$$\delta_{\max} = \left[\frac{(1+\mu)\Gamma\left(\frac{\mu}{2}\right)\Gamma\left(\frac{3-\mu}{2}\right)v_0^2 M A_2}{2\sqrt{\pi}a^{1-\mu}} \right]^{\frac{1}{1+\mu}}$$

$$P_{\max} = \frac{a^{1-\mu}\sqrt{\pi}}{\Gamma\left(\frac{\mu}{2}\right)\Gamma\left(\frac{3-\mu}{2}\right)} \left(\frac{\delta_{\max}}{A_2}\right)^{\mu}, \quad T = \frac{2\delta_{\max}}{v_0} \frac{\sqrt{\pi}\Gamma\left(\frac{2+\mu}{1+\mu}\right)}{\Gamma\left(\frac{3+\mu}{2+2\mu}\right)}$$

3. Численные результаты получены в случае удара жесткого штампа прямолинейного основания о свинцовую ($K_2 = 0,17 \cdot 10^9 \text{ кг/см}^2$) плоскость со степенным законом упрочнения для нескольких значений параметров v_0 , M , a , μ . Ход изменения характеристических величин удара иллюстрируется на приведенных ниже таблицах.

Значения δ_{\max} (с.м)

	$\mu = 0.9$			$\mu = 0.7$		
	$v_0 \left(\frac{\text{с.м}}{\text{сек}} \right)$					
a, M	10	100	200	10	100	200
100 с.м. 10 кг	0.077466	0.874467	1.813916	0.013136	0.197190	0.445695
200 с.м. 20 кг	0.107573	1.214330	2.518897	0.017473	0.262324	0.592913
500 с.м. 50 кг	0.166036	1.874280	3.887839	0.025481	0.382556	0.864665

Значения P_{\max} (10^4 кг)

	$\mu = 0.9$			$\mu = 0.7$		
	$v_0 \left(\frac{\text{с.м}}{\text{сек}} \right)$					
a, M	10	100	200	10	100	200
100 с.м. 10 кг	0.244687	2.167605	4.179906	0.051402	0.342380	0.605920
200 с.м. 20 кг	0.657620	5.825645	11.233896	0.125538	0.836191	1.479832
500 с.м. 50 кг	2.429760	21.524455	41.506735	0.408711	2.722361	4.817842

Значения T (10^{-2} сек)

	$\mu = 0.9$			$\mu = 0.7$		
	$v_0 \left(\frac{\text{с.м}}{\text{сек}} \right)$					
$a, \text{М}$	10	100	200	10	100	200
100 с.м. 10 кг	2.472685	2.791263	2.894973	0.432091	0.548702	0.733109
200 с.м. 20 кг	3.433697	3.876091	4.020185	0.574816	0.862976	0.975263
500 с.м. 50 кг	5.299806	5.982627	6.204914	0.838274	1.258569	1.422260

В заключение приношу свою признательность академику АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняну за постановку задачи и руководство работой.

Институт механики Академии наук Армянской ССР

Լ. Ա. ՆԵԿՅԱՆ

Աստիճանային օրենքով ամրապնդվող երկու պինդ մարմինների հարվածի մասին

Աշխատանքում դիտարկվում է ոչ զծային, հաստատված սողրի տեսության դրվածքով երկու պինդ մարմինների հարվածի կոնտակտային խնդիրը: Կա ըստ Հ. Հերցի հարվածի տեսության բերվում է երկրորդ կարգի սովորական դիֆերենցիալ հավասարման, որը լուծելու համար օգտագործվում է այդ նույն մարմինների ստատիկական կոնտակտային խնդրի լուծումը: Հարվածվող մարմինների մակերևույթների կոնկրետ տեսքերի համար ստացված են հարվածի տեսության հիմնական մեխանիկական բնութագրիչները: Ընտանցված են նաև թվային արդյունքներն այն դեպքի համար, երբ հարվածվող մարմիններից մեկն աստիճանային օրենքով ամրապնդվող կիսահարթություն է, իսկ մյուսը հարթ հիմքով կոշտ գրոշմ:

ЛИТЕРАТУРА — ՉՐԱԿԱՆՈՒՅՈՒՆ

¹ Н. Х. Арутюнян, ПММ, т. 23, вып. 5 (1959). ² Н. Х. Арутюнян, «Известия АН Арм. ССР», серия физ.-мат. наук, вып. 2 (1959). ³ Н. Х. Арутюнян, М. М. Манукян, ПММ, т. 27, вып. 5 (1963). ⁴ Г. Я. Попов, ПММ, т. 27, вып. 5 (1963). ⁵ В. Гольдсмит, Удар, Стройиздат, М., 1965. ⁶ Н. А. Кильчевский, Теория соударений твердых тел, Изд «Наукова думка», Киев, 1969.

УДК 621.375.82

ФИЗИКА

А. О. Меликян, С. Г. Саакян

Исследование квазиэнергетического спектра многоуровневой системы

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 17/VII 1974)

Для описания взаимодействия сильной монохроматической электромагнитной волны с квантовомеханическими системами целесообразно использование квазиэнергий и квазиэнергетических состояний (¹). В настоящей работе приводятся результаты исследования квазиэнергий многоуровневой системы с невырожденными уровнями в сильном поле. Значения квазиэнергий являются корнями алгебраического уравнения степени, равной числу уровней. Хотя в общем случае невозможно найти точное решение этого уравнения, уже исследование возможности существования кратных корней у этого уравнения позволяет сделать ряд заключений о характере взаимодействия. Следует отметить, что нами рассматривается возможность пересечения «неприведенных» значений квазиэнергии, невозмущенными значениями которых являются расстройки резонанса. Физически появление кратного корня при некоторых значениях параметров волны означает, что уровни системы, частота перехода между которыми в невозмущенном состоянии не совпадала с частотой внешнего поля, сдвигаясь в сильном поле попадают в точный резонанс с частотой внешнего излучения.

Рассмотрим систему, число уровней которой обозначим через $N+1$. При помощи несложных преобразований оказывается возможным уравнение

$$(\lambda - \varepsilon_m) a_m = \sum_{n=1}^{n=N+1} V_{mn} a_n, \quad (1)$$

которое в резонансном приближении определяет квазиэнергии системы, привести к виду

$$\lambda - \varepsilon_{N+1} = \sum_{l=1}^{l=N} \frac{|A_2^{+1} B|^2}{\lambda - \lambda_l}, \quad (2)$$

где все коэффициенты оказываются выраженными через квазиэнергии λ_i и соответствующие им амплитуды a_i , описывающие N -уровневую систему, полученную из рассматриваемой исключением $(N+1)$ -го уровня. Нами были введены следующие обозначения: V_{mn} — матричный элемент перехода между состояниями m и n , $\varepsilon_m = \frac{E_m - E_1}{h} - k\omega \ll \omega$, где k некоторое целое число, а также одностолбцовые матрицы

$$A_i = \begin{pmatrix} a_{i1} \\ a_{i2} \\ \vdots \\ a_{iN} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} V_{1N+1} \\ V_{2N+1} \\ \vdots \\ V_{NN+1} \end{pmatrix}.$$

Из структуры уравнения (1) видно, что необходимым условием наличия кратных корней при условии $\lambda_i \neq \lambda_j$ является равенство нулю хотя одного из числителей, т. е. $A_i^+ B = 0$. Учитывая, что для двухуровневой системы $\lambda_1 \neq \lambda_2$ при всех значениях V_{12} методом индукции можно доказать, что для систем, в которых осуществляются переходы только типа V_{n+1} и V_{n-1} произведение $A_i^+ B = a_{iN} V_{NN+1}$ обращается в нуль только при $V_{NN+1} = 0$. Таким образом, для таких систем невозможно появление кратных корней при отличных от нуля значениях интенсивности внешнего поля.

Если же в системе разрешенные переходы образуют замкнутые цепи, то $A_i^+ B$ будет представлять собой некоторую сумму, которую можно обратить в нуль выбором матричных элементов. Рассмотрим, к примеру, четырехуровневую систему, в которой разрешены переходы с каждого уровня на два других в монохроматическом поле излучения, описываемом классическим вектором $E = E_0 \cos \omega t$. Тогда при полях E_0 , малых по сравнению с атомными, можно учитывать только резонансные переходы (считая, что ω близка к частотам разрешенных дипольных переходов). Волновую функцию системы ищем в виде

$$\psi = e^{-i\omega t} (a_1 \psi_1 + a_2 \psi_2 e^{-i\omega t} + a_3 \psi_3 e^{-2i\omega t} + a_4 \psi_4 e^{-i\omega t}).$$

Амплитуды удовлетворяют уравнению типа (1), где $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = \omega_{21} - \omega$, $\varepsilon_3 = \omega_{31} - 2\omega$, $\varepsilon_4 = \omega_{41} - \omega$, $V_{ik} = -\frac{1}{2} (E_0 d_{ik})$, $B = \begin{pmatrix} V_{14} \\ 0 \\ V_{34} \end{pmatrix}$, а элементами

A_i являются амплитуды трехуровневой системы 1-2-3. Равенство $A_i^+ B = 0$ имеет место только при одном значении λ_i , которое назовем критическим

$$\lambda_{кр} = \frac{d_{12} d_{14}}{d_{12} d_{14} + d_{23} d_{34}} \varepsilon_3.$$

Оно же и является одним из корней уравнения типа (2). Учитывая, что квазиэнергии 3-х уровневой системы не пересекаются, можно

заклучить, что если уравнение типа (2) и имеет кратный корень, то только равный $\lambda_{кр}$. Квазиэнергии системы определяются из условия нетривиальности решений уравнения типа (1):

$$D = \begin{vmatrix} \lambda & -V_{12} & 0 & -V_{11} \\ -V_{21} & \lambda - \varepsilon_2 & -V_{23} & 0 \\ 0 & -V_{32} & \lambda - \varepsilon_3 & -V_{34} \\ -V_{11} & 0 & -V_{43} & \lambda - \varepsilon_4 \end{vmatrix} = 0.$$

Совместное же решение уравнений

$$D = 0,$$

$$\frac{dD}{d\lambda} = 0,$$

$$\lambda = \frac{d_{12}d_{14}}{d_{12}d_{14} + d_{23}d_{34}} \varepsilon_3,$$

$$\lambda(\lambda - \varepsilon_2)(\lambda - \varepsilon_3) - (\lambda - \varepsilon_3)V_{12}^2 - \lambda V_{23}^2 = 0 \quad (3)$$

даст те значения частоты и интенсивности, при которых наступает вырождение уровней квазиэнергии. Решение системы уравнений (3) даст следующие результаты:

$$\omega_{кр} = \frac{d_{12}d_{14}}{d_{12}d_{14} - d_{23}d_{34}} \omega_{21} - \frac{d_{12}d_{14} + d_{23}d_{34}}{d_{12}d_{14} - d_{23}d_{34}} \frac{d_{12}d_{23}\omega_{41} + d_{14}d_{34}\omega_{21}}{d_{12}d_{12} + d_{14}d_{34}}, \quad (4)$$

$$|E_0|_{кр}^2 = \frac{4d_{12}^2d_{34}^2(\omega_{21} - \omega_{41})|2d_{12}d_{23}\omega_{21} + d_{14}d_{34}\omega_{41} - (d_{12}d_{23} + d_{14}d_{34})\omega_{31}|}{(d_{12}d_{23} + d_{14}d_{34})^2(d_{23}d_{11} - d_{34}d_{12})(d_{12}d_{14} - d_{23}d_{34})}, \quad (5)$$

где d_{ik} — проекция матричного элемента дипольного момента на направление поляризации волны.

Как видно из (4) и (5), значения критических параметров волны зависят только от параметров квантовомеханической системы. Если система эта такова, что для нее вычисления по формулам (4) и (5) дают $|E_0|_{кр}^2 > 0$, $\omega_{кр} > 0$, то для такой системы возможно вырождение уровней квазиэнергии в сильном внешнем поле.

В заключение заметим, что вблизи критической точки следует ожидать нарушения адиабатической теоремы квантовой механики, согласно которой плавное включение взаимодействия приводит к однозначному соответствию между невозмущенными состояниями системы и ее квазиэнергетическими состояниями в поле. Поэтому представляет интерес решение вышеназванной задачи в случае нестационарных импульсов, а также исследование поведения сечений различных процессов вблизи критических точек.

В заключение выражаем благодарность чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляну за обсуждения.

Բազմամակարդակ սիստեմի Բվագիլեներգետիկ սպեկտրի հետազոտում

Հետազոտված է ուժեղ մոնոքրոմատիկ էլեկտրամագնիսական դաշտում գտնվող քվանտամեխանիկական սիստեմի քվագիլեներգետիկ մակարդակների հաստման հնարավորությունը: Ցույց է տրված, որ այն բազմամակարդակ սիստեմներում, որոնց թույլատրված անցումները կազմում են ոչ ճյուղավորվող դժեր, քվագիլեներգետիկ սպեկտրի այլասերումը անհնարին է:

Պարզացույն սիստեմ, որում հնարավոր է հատումը, հանդիսանում է քառամակարդակ սիստեմը, որի յուրաքանչյուր մակարդակը կապված է մյուս երկուսի հետ (փակ շղթա):

Կտնված են ուժեղ ալիքի պարամետրերի կրիտիկական արժեքները, որոնց դեպքում տեղի ունի այլասերումը:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Դ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Ք Յ Ո Ւ Ն

¹ Պ. Բ. Յելմոսսոս, ՄՓԻ, 110, 139 (1973).

УДК 539.22.082.79:539.125.5

ФИЗИКА

А. О. Абоян, П. А. Безирганян, Ф. О. Эйрамджян

Цугомер рентгеновского излучения

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. М. Гарибяном 29/VII 1974)

Как известно (¹⁻⁵), когерентными являются волны, принадлежащие к одному и тому же акту испускания атома, и поэтому, интерференционная картина не может наблюдаться даже, если заставить встретиться волны, испускаемые одним и тем же атомом, но в разное время и при том, с опозданием, большим времени длительности когерентного излучения (длительности одного акта испускания).

Однако при решении различных интерференционных задач рентгеновых лучей предполагают, что весь облучаемый объем монокристалла, независимо от его размеров, рассеивает одновременно когерентно, что равносильно предположению о бесконечности длины цуга (длительности акта испускания) или строго монохроматичности излучения.

Для проверки теоретических представлений имеет весьма важное значение измерение длины цуга рентгеновского излучения (длительность когерентного излучения).

Нам кажется, что единственным подходящим методом для измерения цуга рентгеновского когерентного излучения может являться интерференционный метод. Для этого необходимо испускаемое рентгеновским источником излучение расчленить на два потока, заставить их встретиться после того, как ими пройдены различные пути, и, таким образом, получить интерференционную картину. Далее постепенно увеличить разность ходов между этими двумя потоками до тех пор, пока не исчезнет эта интерференционная картина.

В оптике давно известно, что при достаточно больших разностях ходов интерференционная картина исчезает. Однако, это явление до сих пор не наблюдалось при интерференции рентгеновых лучей, что объясняется отсутствием рентгеновских интерферометров до последнего времени. Открытие аномального поглощения и в связи с этим бурное развитие динамической теории интерференции рентгеновых лучей, а также применение эффекта Бормана недавно привели к созданию рентгеновских интерферометров (⁶⁻⁸).

Наш опыт по изготовлению интерферометров (¹⁰) различных конструкций и по их применению дал возможность сконструировать и изготовить рентгеновский цугомер—прибор для измерения длины цуга (длительности когерентного излучения).

Задачей излагаемой работы была разработка, изготовление и испытание рентгеновского цугомера и измерение этим прибором длины цугов рентгеновских волн (длительности когерентного излучения).

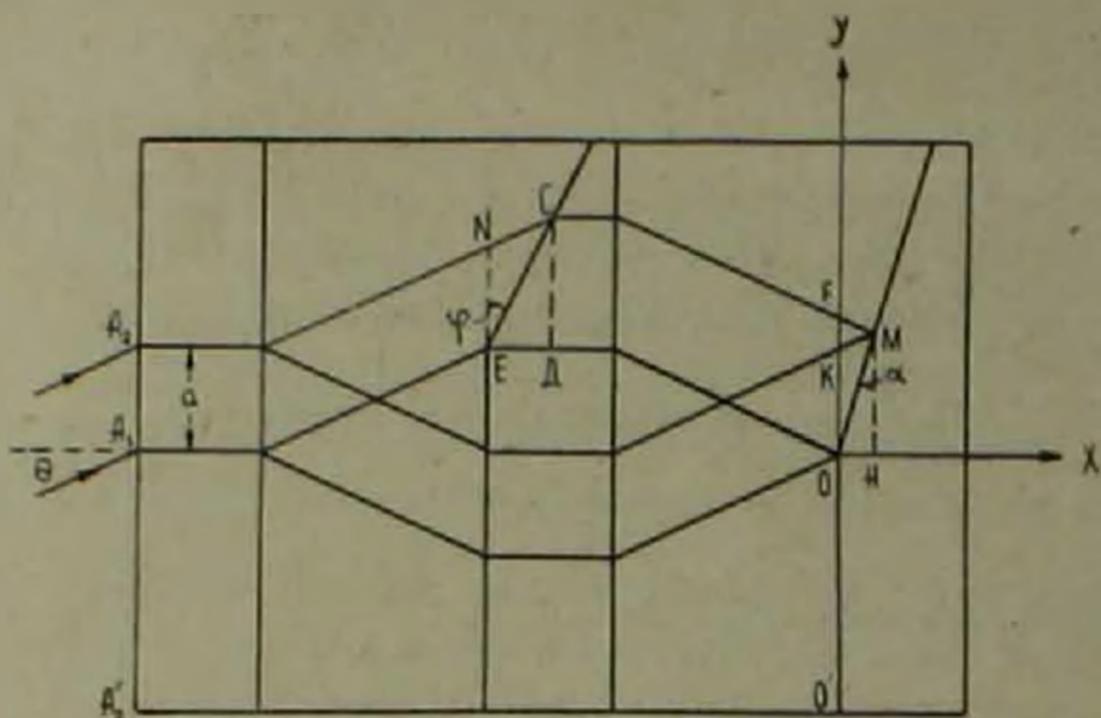


Рис. 1.

К расчету геометрического места точек падения на поверхности третьего блока

Допустим второй блок интерферометра имеет клинообразный вид, вернее нижняя часть представляет собой параллелепипед, а верхняя часть имеет клинообразный вид (рис. 1), отражающие плоскости перпендикулярны как к большим поверхностям блоков, так и к поверхности основания.

Пусть пучок монохроматического рентгеновского излучения падает на первый блок интерферометра под углом Вульфа-Брэгга θ . Пучок, падающий в точку A_1 первого блока, после прохождения первых двух блоков фокусируется в точке O , а пучок, падающий в точке A_2 фокусируется в точке M . Можно показать, что когда точка падения на входной поверхности первого блока перемещается от точки A_1 к точке A_2 , то точки фокуса на входной поверхности третьего блока перемещаются от точки O к точке M , т. е. точки фокусов расположены на прямой OM , и третий блок имеет такой же вид как второй блок—нижняя часть—параллелепипед, а верхняя—клин.

С помощью рис. 1 для координат точки M найдем

$$X = \frac{a}{2} \cdot \frac{\operatorname{tg} \varphi}{1 - \operatorname{tg} \theta \operatorname{tg} \varphi}, \quad Y = \frac{a}{2} \cdot \frac{2 - \operatorname{tg} \theta \operatorname{tg} \varphi}{1 - \operatorname{tg} \theta \operatorname{tg} \varphi}, \quad (1)$$

где a —расстояние между точками A_1 и A_2 входной поверхности первого блока;

φ —угол клина второго блока.

Из (1) для α угла клина третьего блока получим

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{X}{Y} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{2 - \operatorname{tg} \theta \cdot \operatorname{tg} \varphi}. \quad (2)$$

Как видно из (2) угол α не зависит от расстояния a между точками падения A_1 и A_2 , т. е. геометрическое место фокусов, расположенных между точками O и M есть прямая OM .

Нетрудно убедиться и в том, что при перемещении точек падения A_1 вниз в точке A'_2 фокус O также перемещается вниз к точке O' .

Таким образом, третий блок имеет такой же вид, как и второй блок за исключением того, что в общем случае углы клинов этих блоков не равны друг другу и связаны соотношением (2). Так как углы α и φ малы, то соотношение (2) можно привести к виду

$$\alpha = \frac{\varphi}{2 - \varphi \operatorname{tg} \theta}, \quad (3)$$

откуда видно, что при $\theta < \frac{\pi}{2}$ угол φ больше, чем α .

Расчет разности путей между налагающимися волнами. Теперь перейдем к расчету разности путей, возникающих в интерферометре (рис. 1) между интерферирующими волнами. Из рис. 1 видно, что когда точки падения расположены между точками A_1 и A'_2 , то между интерферирующими волнами в точках, расположенных между точками O и O' , разности ходов равны нулю. Когда точка падения расположена между точками A_1 и A_2 , то разности фаз между интерферирующими волнами в точках, расположенных между точками O и M , отличны от нуля. Эти разности Δ возникают только на поверхности второго блока (рис. 1 и 2), и несложными расчетами для них можно получить следующее соотношение:

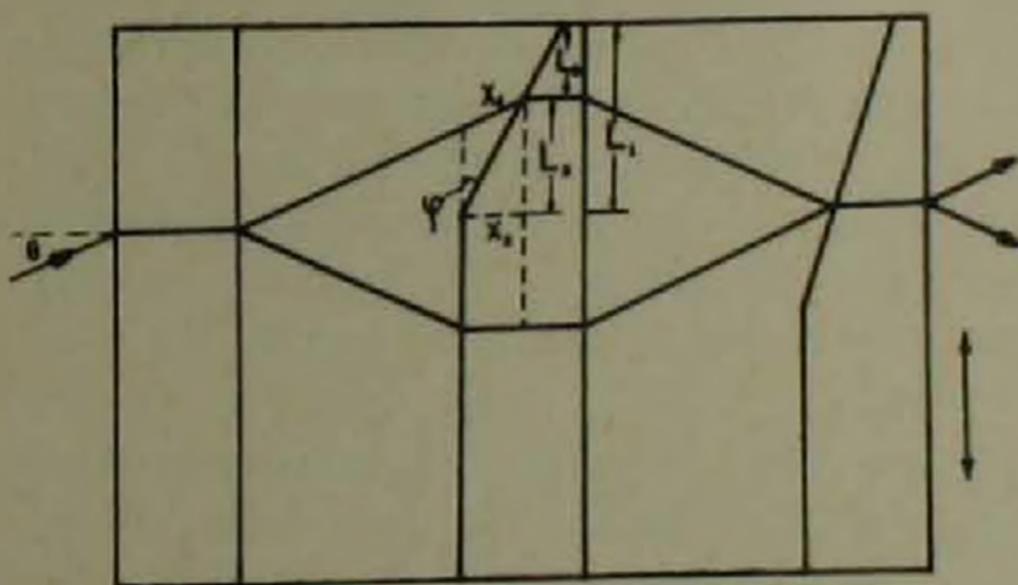


Рис. 2. К расчету разности ходов

$$\Delta = L_2 \operatorname{tg} \varphi \left(\frac{1}{\cos \theta} - 1 \right), \quad (4)$$

где L_2 — расстояние точки падения на наклонной поверхности второго блока от основания клина.

Как видно из (4) при $\varphi = 0$ разность фаз также равняется нулю и увеличивается с увеличением расстояния L_2 .

При выводе (4) была составлена разность

$$\Delta = X_1 - X_2(1 - \delta) = X_1 - X_2 + X_2\delta,$$

где δ — единичный декремент показателя преломления n , имея в виду малость $X_2\delta$, она заменена выражением $\Delta = X_1 - X_2$.

Таким образом с увеличением разности $X_1 - X_2$ можно увеличить разности путей интерферирующих волн, что достигается с помощью сканирования.

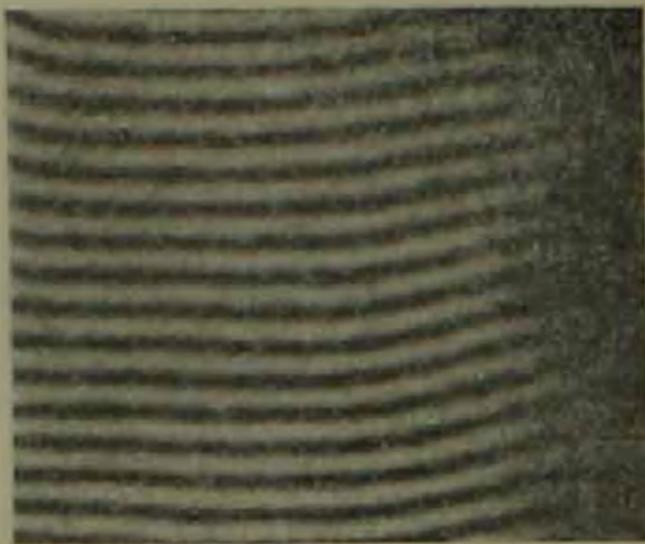


Рис. 3. Муаровая картина, полученная сканированием

Для измерения длины цуга из бездислокационного кристалла кремния был изготовлен интерферометр, показанный на рис. 2. Плоскости (220) были перпендикулярны к большим поверхностям и к основанию интерферометра. От этого интерферометра сканированием на камере КРС получена интерференционная (муаровая) картина, которая изображена на рис. 3. Направления сканирования показаны на рис. 2. Излучение — CuK_{α_1} . Как видно из рис. 3, при малых L_2 (рис. 2), т. е. при малых разностях путей получают четкие муаровые картины, а с дальнейшим увеличением разностей путей картина сначала ухудшается (четкость падает), а потом исчезает, т. е. разность путей становится больше длины цуга.

Определив параметр L_2 , соответствующий положению исчезновения муаровой картины по формуле (4) мы определили длину цуга излучения CuK_{α_1} и получили величину $l = 3,76 \cdot 10^{-5} \text{ см}$, которая близка к значению $l = 3,227 \cdot 10^{-5} \text{ см}$, определяемому теоретическим путем.

Таким образом в настоящей работе определена длина цуга CuK_{α_1} излучения при помощи специального интерферометра (цугомера) и имеется хорошее совпадение с теоретическим результатом.

Ереванский государственный университет

Ռենտգենյան ճառագայթման ցուցաչափ

Մշակված, պատրաստված և փորձարկված է ռենտգենյան ճառագայթման ցուցաչափի Այդ սարքով չափվել է ռենտգենյան ալիքի ցուցի երկարությունը (կոհերենտ ճառագայթման տեղումներ) CuK_α , ճառագայթման համարի Յուզի երկարությունը ստացվել է $3,76 \cdot 10^{-3}$ սմ, որը մոտ է տեսական ճանապարհով հաշված արժեքին:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Г. С. Ландсберг, Оптика, М., 1965. ² П. А. Безирганян, ДАН Арм.ССР, т. 37, № 4 (1963). ³ П. А. Безирганян, ЖТФ, XXXIV, в. 3 (1964). ⁴ П. А. Безирганян, ЖТФ, XXXIV, в. 10 (1964). ⁵ П. А. Безирганян, ЖТФ, XXXVI, в. 3 (1966). ⁶ U. Bonse and M. Hart Z. Phys. 188, 154, (1965). ⁷ U. Bonse and M. Hart. Z. Phys. 191, 1, (1966). ⁸ U. Bonse and M. Hart. Acta cryst. A24, 240, (1968). ⁹ U. Bonse and M. Hart. Z. Phys. 190, 455, (1966). ¹⁰ P. A. Bestirganyan, F. O. Elcamdshyan and K. G. Trunt, Phys. stat. sol. (a) 20, 611, (1973).

ԵՐԿՐԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Կ. Հ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Ս. Վ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ

Իջևանի Բարածխի հանքավայրի մասին

(Ընդհայացված է Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Հ. Կ. Մաղարյանի կողմից 20/11 1974)

Իջևանի քարածխի հանքավայրը տեղադրված է Լեղստե գետի միջին հոսանքի աջափնյա ավազանում, խիստ կտրտված, ժայռոտ տեղամասում՝ Երևան-Իջևան ավտոճանապարհին, կառուցվող երկաթուղուն մոտ: Հանքավայրն ունի տնտեսական և շահագործման համար բարենպաստ լեռնա-տեխնիկական պայմաններ:

Հանքավայրի և նրան հարակից շրջանների երկրաբանական կառուցվածքում մասնակցություն ունեն լուպալեոզոյի մետամորֆային թերթաքարերը, ստորին և միջին յուրայի նստվածքային և «հրաբխածին» առաջացումները, վերին յուրայի և կավճի «հրաբխածին» առաջացումները և կրաքարային շերտախմբերը: Լիջին յուրայի շերտախմբի վերին մասը ներկայացված է 200—250 մ տեսանելի հզորությամբ ածխաբեր ավազա-կավային նստվածքներով, որոնց կազմում առանձնացվել է ածխի մի հզոր և բարդ կառուցվածքի շերտ:

Ածխաբեր շերտախմբի շերտագրական դիրքը թույլ է տալիս նրա հասակը պայմանականորեն որոշելու որպես բաթ. սրբ համընկնում է Լեղստե-Կոպկասի միջին յուրայի ածխաբեր բաթի հասակի մասին եղած տվյալներին (1):

Իջևանի հանքային ածխաբեր ավազա-կավային շերտախումբը մերկանում է յայնակի տարածում ունեցող Շունբարի անտիկլինալային կառուցվածքի հարավային թևում, որով անցնում է նաև հիդրոթերմալ խիստ փոփոխված, հանքայնացված խզվածքային մի գոտի: Խզվածքին մոտ մասերում ածխաբեր շերտերի անկման անկյունները 45—50°-ից հասնում են 70—75°-ի:

Ածխաբեր ավազա-կավային շերտախումբը հարակից առաջացումներով Շունբարի տեղամասում քարտեղահանվել է 1:2000 մասշտաբով մոտավորապես 2,0 բառ. կմ տարածության վրա: Շերտախմբի ոչ լրիվ հզորության կրտավածքը վերից-վար. N 1 հորատունցքի տվյալներով ունի հետևյալ տեսքը (նկ. 1):

- 1 — Պորֆիրիտներ, «տուֆեր», ավազաքարեր 40,0 մ.
- 2 — Ավազաքարերի, այնվրույիտների, ածխային թերթաքարերի հերթափոխում 24,0 մ.
- 3 — Փայլուն, կիսափայլուն և խամրած քարածխի շերտերի բազմակի հերթափոխում ածխային արգիլիտների, ածխային

կապերի, ածխային թերթաքարերի ենթաշերտերի հետ: Վերջիններիս հաստութունը տատանվում է 0,1—0,7 մ: Շերտերի ընդհանուր հաստութունը՝	34,0 մ.
1—Լեձխային սև արգիլիտներ	4,5 մ.
2—Փայտուն, կիսափայտուն և խամրած քարածխի շերտերի և ոսկի հերթափոխում ածխային արգիլիտների հետ, որոնց հաստութունը 0,3—0,8 մ է: Շերտերի ընդհանուր հաստութունը՝	16,0 մ.
3—Սև, հոծ արգիլիտներ՝ քարածխի մանր ոսպնյակներով	13,5 մ.
4—Միջին հատիկայնության, սիլիցացած, մոխրագույն, հոծ ավազաքարեր՝ քարածխի շերտերով	6,5 մ.
5—Սև, հոծ արգիլիտներ՝ քարածխի մանր ոսպնյակներով	9,0 մ.
6—Միջին հատիկայնության, սիլիցացած, մոխրագույն, հոծ ավազաքարեր՝ քարածխի շերտիկներով	7,0 մ.
7—Սև հոծ արգիլիտների և մանրահատիկ ավազաքարերի շերտափոխում, որոնց ենթակա են ածխային թերթաքարերի շերտիկներ	30,0 մ.
8—Մանրահատիկ ավազաքարերի փոխարկվող մոխրագույն հոծ արգիլիտներ	12,0 մ.
9—Մոխրագույն հոծ արգիլիտներ	12,0 մ.
10—Մոխրագույն մանրահատիկ ավազաքարեր	11,5 մ.
11—Մոխրագույն հոծ արգիլիտներ, հաստութունը՝	25,0 մ.

Արդյունաբերական նշանակություն առայժմ ունի քարածխի նշված բարդ շերտը, որի իրական ընդհանուր հաստութունը № 1 հորատանցքի տրված լայնքով 55 մ է, այդ թվում ածխային մասսայինը՝ 44 մ: Նույն հաստածում անցած № 1 բովանցքը ածխաշերտերի պառկած կողում բացել է քվարցային պորֆիրների սուրինտրուցիվ մի մարմին, որը ոչնչացրել է ածխային զանգվածի մի զգալի մասը: Քվարցային պորֆիրների սուրինտրուցիվ մարմինը ըստ տարածման՝ դեպի արևելք մակերեսային փորվածքներով ձգվել է ավելի քան 300 մ, իսկ դեպի արևմուտք, № 1 բովանցքում՝ մոտ 100 մ: Անհնայով անկման ավելի մեծ անկյուններ, քվարցային պորֆիրների մարմինն ըստ անկման հեռանում է ածխի շերտից կամ վերջանում է ոչ մեծ խորություններում և այդ պատճառով չի հատվել № 1 հորատանցքում (նկ. 2):

Ածխի շերտն ըստ տարածման մակերեսային փորվածքներով ուսումնասիրվել է 2500 մ երկարությամբ: Ուսումնասիրվող տեղամասի արևմտյան թևում № 1 հորատանցքից 1200 մ հեռավորության վրա, ոչ մեծ խորություններում այն հատվել է նաև № 3 հորատանցքով: Վերջինիս կտրվածքում նշվել են ածխի երկու հիմնական և երկու միջանկյալ բարդ շերտեր, մոտ 10 մ իրական ընդհանուր հաստությամբ: Այսպիսով, դեպի արևմուտք դիտվում է ածխի բարդ շերտի մասնատում առանձին շերտերի, որն ուղեկցվում է ածխի ընդհանուր հաստության կրճատմամբ և միջանկյալ ավազակափային շերտերի հաստութունների ավելացմամբ: Ածխի զանգվածի զգալի կորուստներ ենարավոր են նաև առանձին հատվածներում քվարցային պորֆիրների սուրինտրուցիվ մարմինների ներդրման հետևանքով⁽²⁾: Այդպիսի կորուստները № 1 բովանցքի տվյալներով կարող են կազմել ածխաշերտի հաստության մինչև 60—70%:

Ածխածնամուշներին մանրադիտակային և տեխնակական նախնական անալիզների տվյալներով նրանք գտնվում են մետամորֆիզմի շորրորդ աստիճանի վրա, հիմնականում կլարենային են, ունեն տեխնոլոգիական «K», «Ж» և «КЖ» մակերչի տեսակներ: Մոխրի պարունակությունը նմուշների մեծ մասում բարձր է (33,5—70,5%), այսինքն մասսայի ջերմությունը շատ բարձր է՝ 700—8360 կալ: Հատկանշական է, որ Իջևանի հանքավայրի ածխածնամուշները և նրանց ներփակող ապառնները այլ հանքավայրերի համեմատ 1,5—2,0 անգամ ավելի են հարստացված բիտումներով: Ածխի մեջ նրանց բանակը տատանվում է 2,4—6,5%, որից ասֆալտեն՝ 28,86%, սպիրտ-բենզոլային խեժեր՝ 19,9%, բենզոլային խեժեր՝ 40,24%, խեժեր՝ 11%: Նշված կազմը բնորոշ է ածխային ծագման բիտումներին:

Հանքավայրի ավելի լայն հեռանկարները կապվում են նախ և առաջ ուսումնասիրված տեղամասի թևերի հետ և ապա՝ ըստ շերտերի անկման, ավելի մեծ խորությունների հետ: Դեպի արևելք, մինչև Միապար (Աղզանի գետ) գետի ավազանը, ըստ ստարածման նշվում են ածխաբեր ավազա-կավային շերտախմբի ապարների առանձին ելքեր, որոնց հետ կապված՝ ածխի առանձին շերտեր (Աղստե և Միապար գետերի ջրբաժանում, Միապար գետի ձախ վտակ՝ Սանդուրթիձուր գետակի ստորին հոսանքում):

Տեխնոնական կառուցվածքի ուղիղում, համեմատաբար հանդիսատ ֆոնի վրա Իջևանի հանքավայրի կենտրոնական տեղամասի կառուցվածքային բարդությունները (անկման մեծ և տատանվող անկյուններ—50—60°, ապարների՝ այդ թվում ածխի խիստ ղեֆորմացիաներ և այլն) առայժմ կարելի է բացատրել ինչպես խզվածքային գոտու հարևանություն, այնպես էլ, որ թվում է ավելի հավանական, Աղստե գետի աջափնյա ավազանում հին ներկայումս անշարժ, հսկա սողանքների առկայություն: Կառուցվածքային հարցերի ճշգրտումը պահանջում է տեղամասի մանրամասն քարտեզահանում և համեմատաբար մեծ խորությունների հորատանքների փորում:

Ածխաբեր շերտախմբի ավազա-կավային ապարներն ածխի բարակ ենթաշերտիկներով առանձին մերկացումներով դեպի արևելք ձգվում են հիմնականում Միապար գետի վերին հոսանքի ձախափնյա լանջերով, դեպի Հախում գետի վերին հոսանքի ավազանը՝ ընդհանուր առմամբ դեպի հարավ ուղղված անկումներով: Այս ամբողջ տարածության վրա ածխաբեր շերտախումբը ըստ անկումների ծածկվում է Միապարի լեռնաշղթայի սինկլինալային կառուցվածքի միջուկը կազմող վերին յուրայի «հրաբխածին» շերտախմբով: Ավելի արևելք ածխաբեր շերտախմբի տարածման վերաբերյալ առայժմ տվյալներ չկան, բայց ելնելով Միապարի սինկլինալի կառուցվածքային առանձնահատկություններից, սկսած է ենթադրել, որ այն ըստ տարածման թերթելու է դեպի հարավ-արևմուտք, ապա հարավ և հարավ-արևմուտք, աղեղնաձև փակելով սինկլինալի արևելյան եզրը, ապա՝ Միապարի լեռնաշղթայի հարավային լանջերում՝ Էնտիկ գետի ձախափնյա ավազանում միանալու է Քյուրենդ-Չայրենդ գյուղերի շրջակայքում անչափող նստվածքային շերտախմբին՝ արդեն դեպի հյուսիս ուղղված անկումներով:

Ածխաբեր շերտախումբը Աղստե գետի ձախափնյա ավազանում, Իջևանի հանքավայրից դեպի արևմուտք, ըստ ստարածման ծածկվում է Հախկիսուր գյուղի շրջակայքում տարածված ակտիվ սողանքներով և համաձայն Իջևանի

լեռնաշղթայի երկրաբանական կառուցվածքի առանձնահատկությունների պետք է մերկանա նրա արևելյան լանջերին՝ կելովեյի նստվածքային շերտախմբի տակ, իսկ լեռնաշղթայի հարավային լանջերին այն թաղված սիտիլինի վերին յուրայի նստվածքների տակ՝ ոչ մեծ խորություններում:

Քաթի հասակի ածխաբեր տվազա-կավային ապարների շերտախումբը գեպի հյուսիս-արևմուտք մերկայությունների մեծ դաշտեր է կազմում Իջևանի լեռնաշղթայի հյուսիսային լանջերին, Քալիգետի և Սակեպար գետի վերին հոսանքների տվազաններում, Ալավերդու հանրային դաշտում, Հորի լեռնաշղթայի տարածքում, Քաուչի անտիկլինալի հյուսիս-արևելյան թևում:

Վերին յուրայի մասնավորապես կելովեյի նստվածքային ապարների տարածման դաշտերում ածխաբեր շերտախմբի առկայությունը կարելի է հնթադրել ոչ մեծ խորություններում՝ մասնավորապես Աղստև գետի ստորին հոսանքի աջափնյա ավազանում, Դիտավան դյուդից արևմուտք հարավ-արևմուտք բնկած տարածքներում, Իջևանի լեռնաշղթայի տարածքում, Աղստև և Դերեգ գետերի միջին հոսանքների միջադեղի մի քանի բարենպաստ տեղամասերում: Նշված շրջանների մեծ մասում բաթի հասակի ավազա-կավային շերտախմբի կազմում մի շարք հեղինակների կողմից նշվում են ածխաբերության հետքեր, իսկ մի քանի դեպքերում՝ ածխանյութակուսմանը:

Այսպիսով կարելի է եզրակացնել, որ ածխաառաջացման համար անհրաժեշտ բարենպաստ տեկտոնական և սալեո-աշխարհագրական պայմանները միջին յուրայի բաթի ժամանակաշրջանում հյուսիսային Հայաստանում ունեցել են ռեգիոնալ բնույթ և ակնբերաբար, հիմք կարող են ծառայել լայն մասշտաբներով ածխի որոնման աշխատանքներ ծավալելու համար:

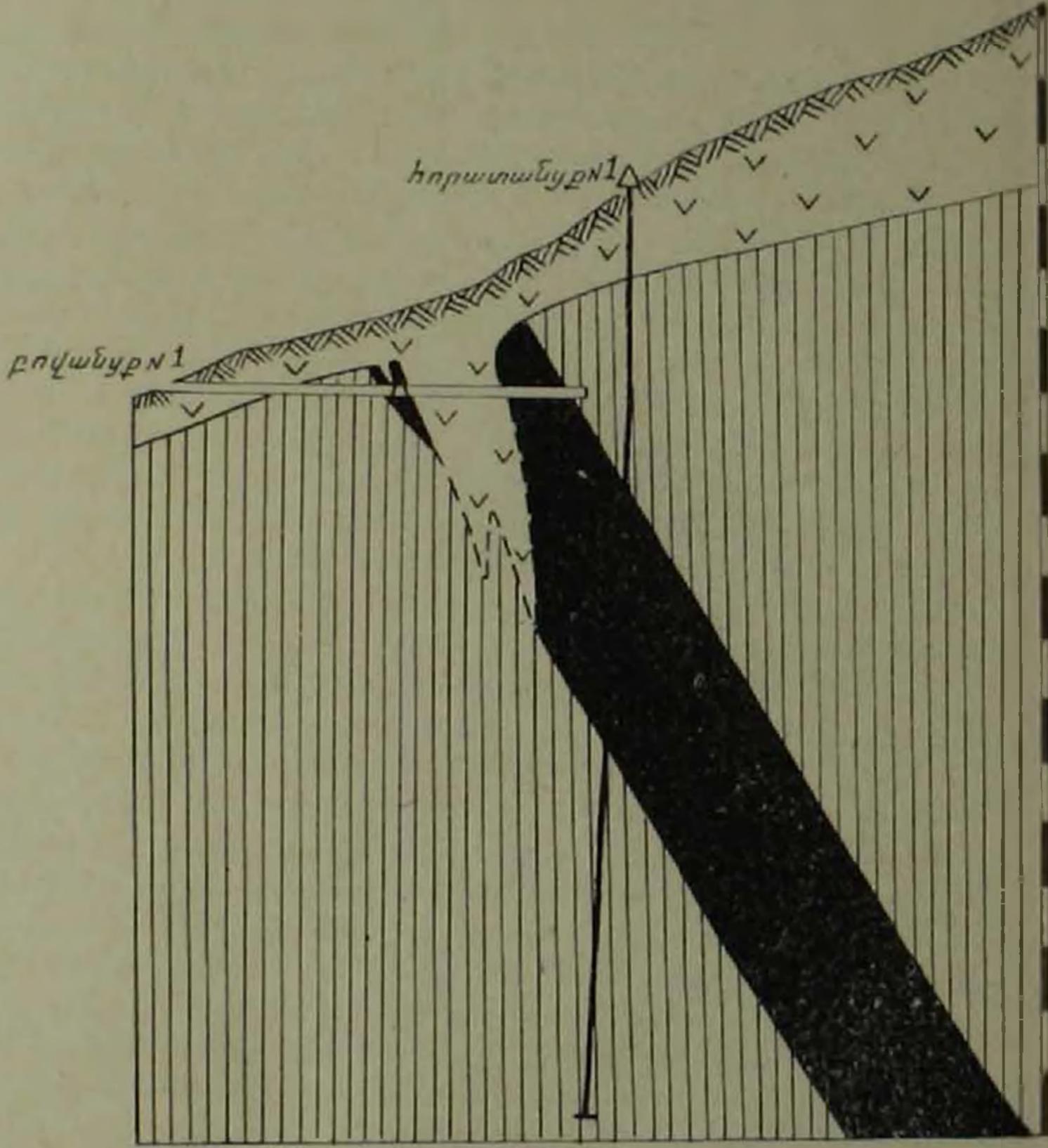
Անդրկովկասում Իջևանի հանրավայրի հասակային և ծագումնաբանական նմանակներն են Բդիբի, Տկվարչելիի, Մազանի, Հելաթի, Տկիբուլիի հանրավայրերը և մի շարք այլ ածխանյութակուսման վրացական ՄՍՀ-ում և Մաղսուլի ածխանյութակուսման՝ լեռնային Ղարաբաղում:

Նշված հանրավայրերի շրջանում տարածում ունեցող միջին յուրայի հաստվածքներն ունեն նմանություն շատ եզրեր, որոնց հետ միասին կարելի է նշել նաև մի շարք տարբերություններ՝ գլխավորապես կապված նրանց կազմում այսպես կոչված «հրաբխածին» առաջացումների մասնակցության հետ: Որպես առաջին ընդհանուր հետևություն կարելի է նշել, որ շերտախմբերի կազմում որքան ավելի մեծ է «հրաբխածին» առաջացումների մասնակցությունը, այնքան ավելի բարձր է ածուխների մետամորֆիզմի աստիճանը և նրանց որակը: Այսպես՝ Տկիբուլի-Շաորի ածխաբեր դաշտում միջին յուրայի կազմում «հրաբխածին» առաջացումների մասնակցությունը փոքր է — ածուխները կոքսացող չեն, Տկվարչելիի հանրավայրի կառուցվածքում «հրաբխածին» առաջացումների մասնակցությունը միջին է, ածուխը կոքսացող է՝ ցածր որակի, Իջևանի հանրավայրում «հրաբխածին» առաջացումներն ունեն լայն տարածում, ածուխը կոքսացող է՝ բարձր մակնիշի: Ածխի մետամորֆիզմի աստիճանի տարբերությունները բացատրվում են «հին հրաբխային հաստվածքների» խորրային մետատոմատիկ առաջացման մասին տեսակետով, որը պարզացվում է վերջին տարիներին (34):

Այնպիսով Անդրկովկասի միջին յուրայի բազմաթիվ ածխանյութակուսման հասակների նույնության, «հրաբխածին» առաջացումների խորրային՝ մետա-



- 1. [Solid black box]
- 2. [Vertical lines box]



- 1. [Diagonal lines box]
- 2. [Solid black box]
- 3. [Vertical lines box]
- 4. [V-shaped symbols box]

Նկ. 1. Ածխաբերուների կտրվածքը № 1 իր տանցում. 1—բա-
ձուխ. 2—արգիլիտներ,
ավազաքարեր, այնու-
լիտներ.

Նկ. 2. Իջևանի քարածխի հանքավայրի N 1 բովանցքով անցնող
երկրաբանական կտրվածքը. 1—ժամանակակից շողային ծածկոց,
2—քարածխի բարդ շերտ՝ ավազա-կավային ենթաշերտերով,
3—արգիլիտներ, ավազաքարեր, այնուլիտներ, 4—քվարցպորֆի-
րային մետասոմատիկ առաջացումներ

սումատրիկ առաջացման, յուրայի ժամանակաշրջանում ածխառաջացման համար բարենպաստ բնա-կլիմայական պայմանների, ստորին-միջին յուրայում հիմնականում մինչ-բեմբրյան հիմքի վրա զարգացող անդրկովկասյան միասնական տեկտոնական ճկվածքի մասին հիմնական դրույթներից, Կ. Զ. Ակրտչյանի կողմից առաջ է քաշվում վարկած՝ Անդրկովկասի բաժի հասակի ածխային միասնական ավազանի մասին, որը երկրակեղևի հետագա զարգացման ընթացքում առանձին հատվածների խորասուղման, այլ հատվածների՝ լվացումով և մետասոմատիկ տեղակայումներով ոչնչանալու հետևանքով մասնատվել է առանձին ածխարեր շրջանների: Պետք է ընդգծել, որ մետասոմատիկ տեղակայումների մասին գաղափարն առաջնակարգ նշանակություն ունի ինչպես Անդրկովկասի ածխային միասնական ավազանի դոյուֆյունն ու նրա մասնատումը, այնպես էլ ածուխների մետամորֆիզմի աստիճանի տարբերությունները բացատրելու, նրանց սրակի մասին կանխագուշակումներ անելու և որոնման աշխատանքները նպատակամիտելու տեսակետից:

ՀՍՍՀ Իրնիստրների Սովետի

Երկրաբանական վարչություն

Երկրաբանության և Երկրաֆիզիկայի արհամարհումը:

К. А. Мкртчян, С. В. Мартиросян

Об Иджеванском месторождении каменных углей

Месторождение расположено в правобережье р. Агстев, в 16—17 км к югу от г. Иджевана. Приурочивается оно к терригенной угленосной свите предположительно батского возраста, венчающей разрез среднеюрских образований. Промышленную ценность имеет сложный угольный пласт истинной мощностью 55 м, прослеженный в 1972—1973 гг. по простиранию на 2,5 км и вскрытой по падению двумя скважинами. Угли находятся на IV стадии метаморфизма, клареновые, высокококсуемые, зольные. Метаморфизм углей в основном обусловлен термальным воздействием среднеюрского субинтрузивного магматизма.

Принимая во внимание идентичность возраста среднеюрских углепроявлений Закавказья, единство нижне- среднеюрского прогиба, благоприятные для углеобразования климатические условия в юрское время и субинтрузивный характер т. н. «вулканогенных» толщ юры, выдвигается гипотеза о едином угленосном батском бассейне Закавказья.

Չ Ի Վ Շ Ե Ն Ի Բ Յ Ո Ւ Ն — Л И Т Е Р А Т У Р А

¹ Атлас углей Кавказа, Изд. АН СССР, стр. 48—117, 151—155, М., 1961. ² К. А. Мкртчян, Кварц-порфировые формации Малого Кавказа, БМОИП, № 4, 1962. ³ К. А. Мкртчян, «Известия АН СССР», сер. геол., № 2 (1962). ⁴ К. А. Мкртчян, О фазах эвгеосинклинального магматизма, Тр. Сов. геол. к XXII сессии МГК в Дели, 1963.

