

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՈՍԶ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ

LIX, № 3

1974

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ, կենսաբանական գիտությունների դոկտոր, Ա. Բ. ԲԱՐՈՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԿԱՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՑՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ (սլաւոն. խմբագրի տեղակալ), Ս. Հ. ՄԻՐՋՈՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ, Ս. Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, շՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (սլաւոն. խմբագիր), Օ. Մ. ՍԱՊՈՆԺՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Э. Г. АФРИКЯН, доктор биологических наук, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР (зам. отв. редактора), С. А. МИРЗОЯН, чл.-корр. АН АрмССР, С. С. МКРТЧЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՈՍԶ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԼՐԱՏԱՐԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАН

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Էջ

Ի. Վ. Կովալիշինա—յ-մզոդ մատրիցա-ֆունկցիաները Կարաթեոդորի խնդրում	129
Ա. Վ. Չափազյան—Գեոդեզիական եռ-հյուսվածքը երկչափ աֆինական կապակցությամբ բազմաձևությունում	136
Վ. Լ. Ներսիսյան—Ինտեգրալ երկրաչափությունը հիպերհարթ թյունների բազմաձևության վրա	141

ՊԻՐԱՌԱԿԱՆ, ԻՄՔԻՄՈՏԻԿԱ

Ռ. Ս. Մինասյան—Ուղղանկյուն լայնական հատվածը ունեցող շարժվող պրիզմատիկ մարմնի չեղմային դաշտը	148
---	-----

ԻՐԵՆԱՆԻԿԱ

Ս. Ս. Շաֆենյուն—Առաձգական վերադրներով ուժեղացված շրջանային անցքով հարթության համար մի քանի կոնտակտային խնդիրներ	154
---	-----

ՃԻՉԻԿԱ

Գ. Մ. Ավտոյանց, Ս. Գ. Դովմալյան—Արձաթով միախառնված Ռ-սխիզիումային Տ-երկէլեկտրոդներում հոսանքի թելի մի քանի հատկությունները	162
Գ. Պ. Ալոչյանց, Լ. Շ. Գրիգորյան, Գ. Ս. Սահակյան, Է. Վ. Չուրարյան—Միջուկային նյութում π -կոնդենսատի առաջացման հարցի վերաբերյալ	166

ՈՒԻՐԻՎՈՒԹԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Մ. Մխրարյան, Ա. Ս. Սահակյան, Հ. Ա. Հակոբյան—Հայկական ՍՍՀ-ի տարածքի չեղմային հաշվեկշռի օւրվագծեր	172
--	-----

ԿՐՈՔԻՄԻԱ

Ա. Ա. Կալոյուն, Ռ. Հ. Կարապետյան—Սոմատոստատինի ազդեցությունն օքսիդոյին ֆոսֆորիլացման վրա ճագարների սրտի, չիպթալամուսի, երիկամների և լյարդի միոսոնդրիաներում	179
---	-----

ԱԳՐՈՔԻՄԻԱ

Ա. Մ. Խալսայուն, Գ. Վ. Բազոյան—Հողի տրիլուոլֆատազայի ակտիվության մասին	184
--	-----

ԻՆՋԱՏԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ս. Ռ. Ծաբուկով-Խենձորյան—Կարծրալի—Նեղթևանիների երկու նոր տեսակ <i>Sa-</i> <i>gryus</i> (Coleoptera, Oedemeridae)	188
---	-----

СОДЕРЖАНИЕ

Стр

МАТЕМАТИКА

- И. В. Ковплишина*—*J*—растягивающие матрицы-функции в задаче Кара-теодори 129
- А. В. Чакмазян*—О геодезических три-тканях на двумерном многообразии аффинной связности 136
- В. А. Нерсисян*—Интегральная геометрия на многообразии гиперплоскостей. 141

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

- Р. С. Минасян*—Температурное поле движущегося призматического тела с прямоугольным поперечным сечением 148

МЕХАНИКА

- С. С. Шагиян*—Некоторые контактные задачи для бесконечной пластины с круговым отверстием, усиленной упругими накладками 154

ФИЗИКА

- Г. М. Авакьянц, С. Г. Дюмазян*—Некоторые свойства шнура тока в S-дво-дах из p-кремния с примесью серебра 162
- Г. П. Алоджанц, Л. Ш. Григорян, Г. С. Саакян, Э. В. Чубарян*—К вопросу об образовании p-конденсата в ядерном веществе 169

МЕТЕОРОЛОГИЯ

- А. М. Мхитарян, А. С. Саакян, А. С. Акапян*—Контуры теплового баланса территории Армянской ССР 172

БИОХИМИЯ

- А. А. Галоян, Р. О. Каралетян*—Влияние соматостатина на окислительное фосфорилирование в митохондриях сердца, гипоталамуса, почек и печени кошки. 179

АГРОХИМИЯ

- А. Ш. Галстян, Г. В. Базоян*—Об активности арилсульфатазы почвы. 184

ЭНТОМОЛОГИЯ

- С. М. Яблоков, Хнзорян*—Два новых вида жесткокрылых—узкокрылок из Таджикистана (*Coleoptera, Oedemeridae*) 188

CONTENTS

P.

MATHEMATICS

- I. V. *Covallishina* — J — Contactive matrix functions in Carateodori problem 129
A. V. *Tchakmazian* — About the geodetic 3-issue on double measured
multiform affinal connectedness 136
V. A. *Nersisyan* — The integral geometry on variettes of hypersurfaces . 141

APPLIED MATHEMATICS

- R. S. *Minasian* — Temperature field of moving prismatic body with rec-
tangular cross-section 148

MECHANICS

- S. S. *Shahinlun* — Some contact problems for an infinite plate with circular
hole, intensified with elastic stiffeners 154

PHYSICS

- G. M. *Avakiants*, S. G. *Dolmazian* — Some properties of current filament in
S-diodes from n-Si compensated by silver 162
G. P. *Aladiana*, L. Sh. *Origorlun*, G. S. *Sahaklan*, E. V. *Chubarian* —
About formation of π — condensat in nuclear matter 168

METEOROLOGY

- A. M. *Mkhitarian*, A. S. *Sahaklan*, A. S. *Hakobian* — Contours of the heat
balance for the territory of Armentia 172

BIOCHEMISTRY

- A. A. *Galoyan*, R. O. *Karapetian* — The effect of Somatostatine on the ox-
idative phosphorylation in mitochondria of rabbit heart, hypothalamus, liver and
kidneys 179

AGROCHEMISTRY

- A. Sh. *Galstian*, G. V. *Bazoyan* — About arylsulfatase activity of soil . . . 184

ENTOMOLOGY

- S. M. *Yablokoff-Khnaorlun* — Two new species of Coleoptera — Oedemer-
idae from Tadzhikistan 188

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 04619. Подписано к печати 20/1 1975 г. Тираж 550. Изд. 4187. Заказ 725.
Формат бумаги 70X108¹/₁₆. Печ. л. 4,0. Бум. л. 2,0.
Усл. печ. л. 5,6. Уч. изд. листов 4,54.

Типография Издательства Академии наук Армянской ССР, г. Эчмиадзин.

УДК 519.210

МАТЕМАТИКА

И. В. Ковалишина

/- растягивающие матрицы-функции в задаче Каратеодори

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 20/IV 1974)

1°. Заданы $n+1$ квадратных матриц m -го порядка $C_0, C_1, \dots, C_n$; требуется: а) найти необходимые и достаточные условия того, что $C_0, C_1, \dots, C_n$ являются первыми коэффициентами разложения в ряд матрицы-функции класса Каратеодори $C \left(\frac{F(z) + F^*(z)}{1 - \bar{z}z} \geq 0 \right)$

$$F(z) = C_0 + C_1 z + \dots + C_n z^n + \dots \quad (1)$$

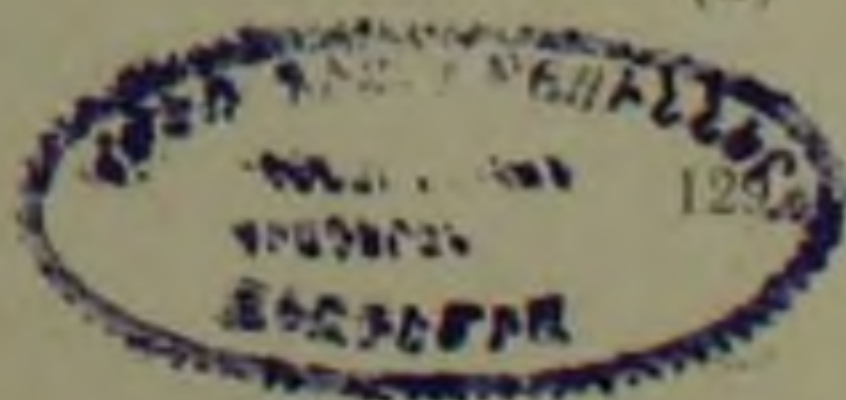
б) описать все матрицы-функции этого класса с такими первыми коэффициентами.

Теорема 1: Для того, чтобы матрица-функция $F(z)$ была решением поставленной задачи, необходимо и достаточно, чтобы она удовлетворяла основному матричному неравенству

$$\left[\begin{array}{ccc|c} C_0 + C_0^* & C_1^* & \dots & C_n \\ C_1 & C_0 + C_0^* & \dots & C_{n-1} \\ \sim & \sim & \sim & \sim \\ C_n & C_{n-1} & \dots & C_0 + C_0^* \\ \hline & & & \frac{F(z) + F^*(z)}{1 - \bar{z}z} \end{array} \right] \geq 0 \quad (2)$$

Последнее неравенство получается путем разумного перехода к пределу в известном неравенстве Шварца—Пика для функций класса Каратеодори:

$$\left\| \frac{F(z_j) + F^*(z_k)}{1 - \bar{z}_j z_k} \right\|_{j,k=1}^n \geq 0 \quad (3)$$



Следующий этап исследования заключается в решении неравенства (2). По сравнению с проблемой Неванлинны — Пика (1) решение этой задачи потребовало значительных усилий. Вместо группового множителя с простыми полюсами в узлах интерполяции, здесь возникает множитель с полюсом кратности $n+1$ в точке $z=\infty$, структура которого намного сложнее (2).

Будем считать, что блок

$$A = \begin{bmatrix} \bar{C}_0 + C_0^* & C_1^* & \dots & C_n^* \\ C_1 & C_0 + C_0^* & \dots & C_{n-1}^* \\ \sim & \sim & \sim & \sim \\ C_n & C_{n-1} & \dots & C_0 + C_0^* \end{bmatrix}$$

неособенный. Обозначим $\|h_{jk}\|_{k=1}^{n+1} = A^{-1}$, $J_1 = \begin{pmatrix} 0 & I_m \\ I_m & 0 \end{pmatrix}$.

Теорема 2: Общее решение основного матричного неравенства $F(z)$ представляется в виде дробно-линейного преобразования произвольной матрицы-функции $f(z)$ класса S

$$F(z) = [a(z)f(z) + b(z)] [c(z)f(z) + d(z)]^{-1},$$

матрица коэффициентов которого

$$B(z) = \begin{bmatrix} a(z) & b(z) \\ c(z) & d(z) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} + (1-z) \sum_{k=1}^{n+1} z^{k-1} \begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=k}^{n+1} C_{i-k} h_{ij} & \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=k}^{n+1} \sum_{h=k}^{n+1} C_{i-k} h_{jh} C_{j-k} \\ - & - \\ \sum_{i=1}^{n+1} h_{ki} & -\sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=k}^{n+1} h_{kj} C_{j-k} \end{bmatrix} \quad (4)$$

является J_1 -растягивающей в единичном круге, J_1 -унитарной на его границе матрицей-функцией с полюсом порядка $n+1$ в точке $z=\infty$.

Возможен и другой подход к решению этой задачи. Рассмотрим матрицу-функцию вида

$$D_1(z) = I + (1-z)Q_1 = \begin{pmatrix} a_1(z) & b_1(z) \\ c_1(z) & d_1(z) \end{pmatrix},$$

$$Q_1 = \begin{bmatrix} -C_0^*(C_0 + C_0^*)^{-1} & C_0^*(C_0 + C_0^*)^{-1}C_0 \\ (C_0 + C_0^*)^{-1} & -(C_0 + C_0^*)^{-1}C_0 \end{bmatrix}, \quad Q_1^2 = -Q_1, \quad Q_1 J_1 \geq 0$$

так называемый двучленный элементарный множитель, то есть матрицу-функцию, имеющую простой полюс в точке $z=\infty$, J_1 -растягивающую в круге $|z| < 1$ и J_1 -унитарную на его границе. Дробно-линейное преобразование

$$F(z) = [a_1(z)f_1(z) + b_1(z)][c_1(z)f_1(z) + d_1(z)]^{-1} = D_1(z)|f_1(z)|,$$

где $f_1(z)$ — произвольная функция класса C , дает на выходе матрицу-функцию $F(z)$ с заданным свободным членом разложения

$$F(z) = C_0 + \dots$$

Если теперь искать матрицу-функцию $F(z) = C_0 + C_1 z + \dots$ с двумя известными коэффициентами ряда, то разложение в ряд параметра $f_1(z) = C_0^{(2)} + \dots$ должно иметь вполне определенный свободный член $C_0^{(2)}$, легко выражающийся через C_0, C_1 . Но тогда

$$f_1(z) = [a_2(z)f_2(z) + b_2(z)][c_2(z)f_2(z) + d_2(z)]^{-1} = D_2(z)|f_2(z)|,$$

где $f_2(z) \in C$

$$D_2(z) = I + (1-z)Q_2, \quad Q_2 = \begin{bmatrix} -C_0^{(2)}(C_0^{(2)} + C_0^{(2)*})^{-1} & C_0^{(2)}(C_0^{(2)} + C_0^{(2)*})^{-1}C_0^{(2)} \\ (C_0^{(2)} + C_0^{(2)*})^{-1} & -(C_0^{(2)} + C_0^{(2)*})^{-1}C_0^{(2)} \end{bmatrix}.$$

Суперпозиция дробно-линейных преобразований

$$F(z) = D_1(z)|D_2(z)|f_2(z)|$$

имеет матрицу коэффициентов $D_1(z)D_2(z)$ и дает общий вид функций класса C с двумя заданными коэффициентами степенного ряда.

Продолжая этот процесс*, получим, что задаче Каратеодори соответствует конечное произведение двучленных множителей

$$\bigcap_{j=1}^{n+1} D_j(z) = \bigcap_{j=1}^{n+1} [I + (1-z)Q_j], \quad (5)$$

$$Q_j = \begin{bmatrix} -C_0^{(j)}(C_0^{(j)} + C_0^{(j)*})^{-1} & C_0^{(j)}(C_0^{(j)} + C_0^{(j)*})^{-1}C_0^{(j)} \\ (C_0^{(j)} + C_0^{(j)*})^{-1} & -(C_0^{(j)} + C_0^{(j)*})^{-1}C_0^{(j)} \end{bmatrix}, \quad Q_j^* = -Q_j, \quad Q_j J_1 \geq 0$$

Матрицы $C_0 = C_0^{(1)}, C_0^{(2)}, \dots, C_0^{(n+1)}$ называются параметрами Шура. Отметим,

что полученное произведение $\bigcap_{j=1}^{n+1} D_j(z)$ совпадает с построенным ранее кратным множителем $B(z)$, то есть

$$\bigcap_{j=1}^{n+1} D_j(z) = B(z).$$

Тем самым каждой матрице-функции $F(z)$ класса Каратеодори соответствует бесконечное произведение Бляшке—Потапова двучленных множителей

$$\bigcap_{j=1}^{\infty} D_j(z).$$

* Требование неособенности блока A обеспечивает возможность выполнения пошагового процесса.

Наоборот, каждому бесконечному произведению двучленных множителей указанного типа соответствует вполне определенная матрица-функция $F(\zeta)$ класса Каратеодори. В нашей задаче произведение Бляшке всегда расходится; точная характеристика расходимости дается с помощью предельных радиусов круга Вейля (¹). Радиусы круга Вейля

$$F(\zeta) = C^{(n)} + \rho_k^{(n)\frac{1}{2}} u + \rho_d^{(n)\frac{1}{2}} u^* \quad u \cdot u^* \leq I \quad (6)$$

сейчас имеют вид

$$\rho_k^{(n)} = \frac{|\zeta|^{2n+2}}{1-|\zeta|^2} \left\{ \begin{bmatrix} \zeta^n I \\ \zeta^{n-1} I \\ \sim \\ I \end{bmatrix} A_{n+1}^{-1} \begin{bmatrix} \zeta^n I \\ \zeta^{n-1} I \\ \sim \\ I \end{bmatrix} \right\}^{-1}, \quad (7)$$

$$\rho_d^{(n)} = \frac{1}{1-|\zeta|^2} \left\{ \begin{bmatrix} I, \zeta I, \dots, \zeta^n I \end{bmatrix} A_{n+1}^{-1} \begin{bmatrix} I \\ \zeta I \\ \sim \\ \zeta^n I \end{bmatrix} \right\}^{-1}, \quad (8)$$

при этом матрицы

$$\left\{ \begin{bmatrix} \zeta^n I \\ \zeta^{n-1} I \\ \sim \\ I \end{bmatrix} A_{n+1}^{-1} \begin{bmatrix} \zeta^n I \\ \zeta^{n-1} I \\ \sim \\ I \end{bmatrix} \right\}^{-1}, \quad \left\{ \begin{bmatrix} I, \zeta I, \dots, \zeta^n I \end{bmatrix} A_{n+1}^{-1} \begin{bmatrix} I \\ \zeta I \\ \sim \\ \zeta^n I \end{bmatrix} \right\}^{-1}$$

с ростом n монотонно убывают.

Очевидно, ранг левого предельного радиуса ρ_k всегда равен нулю, что обеспечивает единственность решения.

Что же касается правого предельного радиуса, то можно привести примеры задач Каратеодори с любым наперед заданным значением ранга ρ_d . Поэтому в задаче Каратеодори естественно возникает классификация различных случаев по рангу правого предельного радиуса.

2°. Весьма любопытным является применение полученных результатов к скалярному случаю. Теперь в равенстве (6) все величины скалярны и поэтому допустима перестановка

$$F(\zeta) = C + \rho_k^{\frac{1}{2}} u \rho_d^{\frac{1}{2}} = C + u \rho_k^{\frac{1}{2}} \rho_d^{\frac{1}{2}} = C + u \rho,$$

которая приводит к обычной записи круга с одним радиусом. Однако целесообразно и здесь сохранить понятие левого и правого радиуса. Выражения (7), (8) для радиусов переписутся в виде

$$\rho_k^{(n)} = \frac{|\zeta|^{2n+2}}{1-|\zeta|^2} \left\{ \sum_{j=0}^n \frac{|P_j(\zeta)|^2}{h_j} \right\}^{-1}, \quad (9)$$

$$\rho_d^{(n)} = \frac{1}{1-|\zeta|^2} \left\{ \sum_{j=0}^n \frac{|P_j(\zeta)|^2}{h_j} \right\}^{-1}, \quad (10)$$

где

$$P_j(\zeta) = \frac{1}{\det A_j} \begin{vmatrix} C_0 + C_0^* & C_1^* & \dots & C_{j-1}^* & C_j^* \\ C_1 & C_0 + C_0^* & \dots & C_{j-2}^* & C_{j-1}^* \\ \sim & \sim & \sim & \sim & \sim \\ C_{j-1} & C_{j-2} & \dots & C_0 + C_0^* & C_1^* \\ 1 & \zeta & \dots & \zeta^{j-1} & \zeta_j \end{vmatrix}.$$

$$\det A_j = \begin{vmatrix} C_0 + C_0^* & C_1^* & \dots & C_{j-1}^* \\ C_1 & C_0 + C_0^* & \dots & C_{j-2}^* \\ \sim & \sim & \sim & \sim \\ C_{j-1} & C_{j-2} & \dots & C_0 + C_0^* \end{vmatrix}$$

известные ортогональные полиномы на окружности (²): $h_j = \frac{\det A_{j+1}}{\det A_j}$

Очевидно, $\rho_g = \lim_{n \rightarrow \infty} \rho_g^{(n)} = 0$, а для правого предельного радиуса $\rho_d = \lim_{n \rightarrow \infty} \rho_d^{(n)}$ возможны два случая: $\rho_d \neq 0$, $\rho_d = 0$ в зависимости от того будет ли сходящимся или расходящимся ряд

$$\sum_{j=0}^{\infty} \frac{|P_j(\zeta)|^2}{h_j}. \quad (11)$$

Сходимость ряда (11) отвечает случаю С, а расходимость ряда (11) — случаю D в классификации задач Каратеодори (²).

3°. С задачей Каратеодори тесно связана задача о структуре и продолжении эрмитово положительных функций.

Функция $f(x)$ ($-\infty < x < \infty$) называется эрмитово положительной на вещественной оси, если для любого набора точек $x_1, x_2, \dots, x_n$ и любых комплексных чисел $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ выполняется неравенство

$$\sum_{j,k=1}^n f(x_j - x_k) \xi_j \bar{\xi}_k \geq 0.$$

Функция $f_l(x)$ называется эрмитово положительной на сегменте $[-l, l]$, если для любого набора неотрицательных точек этого сегмента $0 \leq x_1, x_2, \dots, x_n \leq l$ и любых комплексных чисел $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ выполняется неравенство

$$\sum_{j,k=1}^n f_l(x_j - x_k) \xi_j \bar{\xi}_k \geq 0.$$

Очевидно, каждая эрмитово положительная на бесконечном промежутке ($-\infty < x < \infty$) функция $f(x)$ будет эрмитово положительной и на любом конечном промежутке $[-l, l]$. Пусть наоборот, задана на конечном промежутке $[-l, l]$ эрмитово положительная функция $f_l(x)$. Возникает вопрос о возможности продолжения этой функции на всю действительную ось с сохранением эрмитовой положительности.

Неравенство (2) позволяет вывести основное матричное неравенство для этой задачи и доказать существование продолжения.

Пусть $f_l(x)$ — эрмитово положительная функция, заданная на $[-l, l]$, непрерывная в точке $x=0$, а $f(x)$ — ее продолжение на $(-\infty < x < \infty)$. По теореме Бохнера

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ixt} d\sigma(t).$$

и каждому продолжению отвечает своя монотонная функция $\sigma(t)$ (см., напр. (4).) Функции $\sigma(t)$ ставится в соответствие неванлинновская функция

$$w(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\sigma(t)}{t-z}.$$

Теорема: Для того, чтобы эрмитово положительная функция $f(x)$ была продолжением эрмитово положительной функции $f_l(x)$, необходимо и достаточно, чтобы соответствующая функция $w(z)$ удовлетворяла основному матричному неравенству

$$\left[\int_0^1 \int_0^1 f_l(x-s) \varphi(x) \overline{\varphi(s)} dx ds - \int_0^1 |i w^*(z) e^{i\bar{z}x} - \int_0^1 f_l(x-s) e^{i\bar{z}s} ds| \varphi(x) dx \right] \geq 0, \quad (12)$$

$$= \frac{w(z) - w^*(z)}{z - \bar{z}}$$

где $\varphi(x)$ — произвольная функция.

Вывод основного матричного неравенства проводится следующим образом: сегмент $[0,1]$ делится на n равных частей; значения $f_l(x)$ в точках деления объявляются коэффициентами ряда Тейлора задачи Каратеодори. Записывается основное матричное неравенство задачи Каратеодори. Целесообразный переход к пределу при $n \rightarrow \infty$ приводит нас к неравенству (12). Существование же решения неравенств Каратеодори и принцип компактности обеспечивает наличие решения неравенства (12), а значит и существование продолжения эрмитово положительной функции $f(x)$.

Одесский технологический институт
холодильной промышленности

Ի. Վ. ԿՈՎԱԼԻՇԻՆԱ

Ա-ծգող մատրիցա-ֆունկցիաները Կարաթեոդորիի խնդրում

Հոդվածում քաղմապատիկ արտադրիչի տեսության հիման վրա լուծվում է մատրիցային դրվածքով Կարաթեոդորիի խնդիրը:

Խնդիրը բերվում է Կարաթեոդորիի C դասի ֆունկցիաների համար դրված Շվարցի-Պիկի հայտնի անհավասարությունից սահմանային անցման միջոցով ստացվող հիմնական մատրիցային անհավասարության լուծմանը: Այդ անհավասարության ընդհանուր լուծումը ներկայացվում է C դասի կամայական $f(z)$ մատրիցա-ֆունկցիայից կոստորակա-դժային

$$F(z) = [a(z)f(z) + b(z)][c(z)f(z) + d(z)]^{-1}$$

ձևափոխության տեսքով, որի պորժակիցներն

$$B(z) = \begin{pmatrix} a(z) & b(z) \\ c(z) & d(z) \end{pmatrix}$$

մատրիցան հանդիսանում է բազմապատիկ արտադրիչ, այսինքն՝ J -ձգող միավոր շրջանում, J -ունիտար նրանգրի վրա $z = \infty$ կետում $n + 1$ կարգի բևեռ ունեցող մատրիցա-ֆունկցիա:

Միաժամանակ ապացուցվում է Կարաթեոդորի խնդրի ադեկվատությունը լրիվ ռանգի երկանդամ արտադրիչների

$$\prod_{j=1}^{n+1} [I + (1-z)Q_j], \quad Q_j^2 = -Q_j, \quad Q_j J \geq 0$$

վերջավոր արտադրյալի տրմանը: Դրանով իսկ C դասի ամեն մի $F(z)$ մատրիցա-ֆունկցիային համապատասխանում է երկանդամ արտադրիչների

$$\prod_{j=1}^n [I + (1-z)Q_j]$$

անվերջ արտադրյալ և հակառակը:

Ատացված արդյունքները, կիրառված սկալյար դեպքի համար, բերում են շրջանագծի վրա օրթոգոնալ հայտնի բազմանդամների միջոցով հիմնական բանաձևերի պրաոմանը:

Ապացուցվում է, որ ձախ սահմանային շառավիղը միշտ հավասար է զերոյի, իսկ աջի ռանգը կարող է ընդունել ցանկացած թույլատրելի արժեքներ: Էրմիտյան դրական ֆունկցիաների ստրուկտուրայի և շարունակման խնդրի համար ստացված է հիմնական մատրիցային անհավասարությունը և ապացուցված է շարունակման դոյությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Н. В. Ковалюшина, В. П. Потанов, ДАН АрмССР, т. LIX, № 1 (1974). ² Н. В. Ковалюшина, «Известия АН Арм. ССР», т. VI, № 1 (1971). ³ Н. И. Ахмедов, Классическая проблема моментов, стр. 220—237, ГИФМЛ, М., 1961. ⁴ S. Bochner, Vorlesung über Fouriesche Integrale (Leipzig, 1932).

УДК 513838

МАТЕМАТИКА

А. В. Чакмазян

О геодезических три-тканях на двумерном многообразии аффинной связности

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Л. Шагиняном 25/IV 1974)

1. Пусть в аналитическом многообразии X_2 задана три-ткань, т. е. семейства гладких линий при условии, что через каждую точку проходит, не касаясь друг-друга по одной линии из каждого семейства и две линии различных семейств имеют не более одной общей точки. Три-ткань на X_2 определяется уравнениями

$$\sigma^z = 0, \quad z = 0, 1, 2, \quad (1)$$

где σ^z — форма Пфаффа, удовлетворяющая условию

$$\sigma^0 + \sigma^1 + \sigma^2 = 0. \quad (2)$$

Следуя В. Бляшке ⁽¹⁾, полагаем

$$d\sigma^z = h^z \Omega, \quad (3)$$

$$\text{где} \quad \Omega = \sigma^0 \wedge \sigma^1 = \sigma^1 \wedge \sigma^2 = \sigma^2 \wedge \sigma^0 \quad (4)$$

—поверхностный элемент ткани. Образует форму связности

$$\gamma = h^1 \sigma^0 - h^0 \sigma^1 = h^0 \sigma^2 - h^2 \sigma^0 = h^1 \sigma^2 - h^2 \sigma^1.$$

Легко видеть, что

$$d\sigma^z = \gamma \wedge \sigma^z. \quad (5)$$

Продолжая последние уравнения получим

$$d\gamma = K \Omega, \quad (6)$$

где K — кривизна ткани ⁽¹⁾.

2. Пусть задано двумерное пространство аффинной связности A_2 без кручения. Структурные уравнения такого пространства как известно ⁽²⁾ имеют вид

$$d\omega^l = \omega^l \wedge \omega^l_j, \quad (7)$$

$$d\omega^l_j = \omega^k_j \wedge \omega^l_j = R^l_{jkl} \omega^k \wedge \omega^l,$$

где ω^l — линейно независимые формы Пфаффа, а R^l_{jkl} тензор кривизны этой связности.

Сравнивая соотношения (3) и (6) и полагая $\omega^1 = \omega^0$ $\omega^2 = \omega^1$ мы видим, что форма

$$\omega_j^i = -\delta_j^i \gamma \quad (8)$$

определяет на ткани аффинную связность без кручения. Эту связность назовем присоединенной аффинной связностью ткани. Подставляя эти значения форм ω_j^i в (7), используя уравнения (4) и учитывая, что

$$\Omega = \omega^1 \wedge \omega^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij} \omega^i \wedge \omega^j,$$

где $\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ — основной бивектор многообразия X_2 (1), получаем

$$R_{jkl}^i = \frac{1}{2} K \varepsilon_{kl} \delta_j^i. \quad (9)$$

Это соотношение связывает тензор кривизны присоединенной аффинной связности, определяемой тканью с кривизной этой ткани.

Найдем тензор Риччи присоединенной связности

$$R_{ij} = \frac{1}{2} K \varepsilon_{ij}. \quad (10)$$

Последнее соотношение показывает, что тензор Риччи присоединенной аффинной связности кососимметричен т. е. эта связность будет квазиэвклидовой (3).

Мы приходим к теореме

Теорема 1. Форма связности γ три-ткани определяет на многообразии X_2 квазиэвклидовую аффинную связность без кручения. Заметим, что если три-ткань на X_2 является шестиугольной, т. е. $K=0$, то $R_{ij}=0$ и рассматриваемая аффинная связность будет эвклидовой.

Легко видеть, что линии всех трех семейств рассматриваемой ткани будут геодезическими линиями присоединенной аффинной связности.

Поставим следующую задачу: при каком условии линии три-ткани (1) будут геодезическими линиями произвольной двумерной аффинной связности без кручения, определяемой на многообразии X_2 структурными уравнениями (7).

Для форм ω^i , определяющих три-ткань на многообразии X_2 имеем

$$\omega^i = \lambda_i^a \omega^a \quad (11)$$

Из (2) следует, что

$$\lambda_i^0 + \lambda_i^1 + \lambda_i^2 = 0. \quad (12)$$

Используя (4) и (12) находим

$$\Omega = \lambda \omega^1 \wedge \omega^2,$$

$$\text{где } \lambda = \begin{vmatrix} \lambda_1^0 & \lambda_1^1 \\ \lambda_2^0 & \lambda_2^1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \lambda_1^1 & \lambda_1^2 \\ \lambda_2^1 & \lambda_2^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \lambda_1^2 & \lambda_1^0 \\ \lambda_2^2 & \lambda_2^0 \end{vmatrix} \neq 0. \quad (13)$$

Внешнее дифференцирование уравнения (11) с использованием (6) дает

$$d\varpi^a = (d\lambda_i^a - \lambda_j^a \omega_j^i) \wedge \omega^i. \quad (14)$$

С другой стороны

$$d\varpi^a = \gamma_i \wedge \varpi^a = \lambda_{ij}^a \wedge \omega^j. \quad (15)$$

Из (14) и (15) следует, что

$$(d\lambda_i^a - \lambda_j^a \omega_j^i - \lambda_{ij}^a) \wedge \omega^i = 0 \quad (16)$$

Откуда по лемме Э. Картана получим

$$d\lambda_i^a - \lambda_j^a \omega_j^i - \lambda_{ij}^a = \lambda_{ij}^a \omega^j \quad (17)$$

При этом

$$\lambda_{ij}^a = \lambda_{ji}^a, \quad \lambda_{ij}^0 + \lambda_{ij}^1 + \lambda_{ij}^2 = 0. \quad (18)$$

Продолжая уравнения (17) и учитывая (7) находим

$$(\lambda_{ij}^a - \lambda_{ij}^a \gamma) \wedge \omega^i + (\lambda_i^a R_{ijk}^l + \frac{1}{2} \lambda K \lambda_i^a \varepsilon_{jk}) \omega^j \wedge \omega^k = 0, \quad (19)$$

где как обычно,

$$\nabla \lambda_{ij}^a = d\lambda_{ij}^a - \lambda_{ik}^a \omega_j^k - \lambda_{kj}^a \omega_i^k.$$

Найдем условие, при котором данная ткань будет геодезической. Уравнение геодезической линии, как известно ⁽²⁾, имеет вид

$$d\omega^i + \omega^j \omega_j^i = \Theta \omega^i, \quad (20)$$

где d — символ обычного, а не внешнего дифференцирования. Если линии ткани определяемые уравнениями

$$\varpi^a = \lambda_i^a \omega^i = 0 \quad (21)$$

являются геодезическими линиями, то для них выполняется условие,

$$\lambda_{ij}^a \omega^i \omega^j = 0,$$

которое получается при дифференцировании уравнений (21) в силу (20) и (17).

На линии, определяемой уравнением (21)

$$\omega^i = \lambda_s^i \varphi,$$

где $\lambda_s^i = \varepsilon^{ij} \lambda_j^i$ и φ — некоторая форма Пфаффа. Поэтому если линия ткани определяется уравнением (21), является геодезической на многообразии A_2 , то

$$\lambda_{ij}^a \lambda_s^i \lambda_s^j = 0, \quad (22)$$

где по s суммирование нет.

Легко доказать и достаточность этого условия для геодезичности линии, определяемой уравнением (21). Действительно, дифференцируя (21) и используя (17) и (22) получаем

$$\lambda_i^{\alpha}(d\omega^i + \omega^j \omega_j^i - \gamma \omega^i) = 0,$$

откуда следует, что на линии (21) выполняются (20) т. е. она является геодезической. Получили следующую теорему.

Теорема 2. Для того чтобы три-ткань была геодезической на многообразии A_2 необходимо и достаточно, чтобы для всех линий три-ткани выполнялось уравнение (22).

Исследуем теперь, какой вид имеют тензоры λ_{ij}^{α} для геодезических тканей. Уравнение (22) показывает, что вектор λ_i^{α} является корнем уравнения

$$\lambda_{ij}^{\alpha} x^i x^j = 0.$$

Поэтому

$$\lambda_{ij}^{\alpha} x^i x^j = (p_i^{\alpha} x^i)(\lambda_j^{\alpha} x^j).$$

Отсюда следует, что

$$\lambda_{ij}^{\alpha} = p_i^{\alpha} \lambda_j^{\alpha}, \quad (23)$$

где p_i^{α} — некоторый ковариантный вектор. Так как тензоры λ_{ij}^{α} удовлетворяют соотношениям $\lambda_{ij}^0 + \lambda_{ij}^1 + \lambda_{ij}^2 = 0$, то векторы p_i^{α} должны быть связаны условиями

$$p_i^0 \lambda_j^0 + p_i^1 \lambda_j^1 + p_i^2 \lambda_j^2 = 0.$$

Внося сюда $\lambda_j^0 = -\lambda_j^1 - \lambda_j^2$, получаем

$$q_i^1 \lambda_j^1 + q_i^2 \lambda_j^2 = 0, \quad (24)$$

где обозначены $q_i^1 = p_i^1 - p_i^0$, $q_i^2 = p_i^2 - p_i^0$.

Система (24) содержит три однородных уравнения для определения четырех неизвестных величин q_i^1 , q_i^2 . Решая эту систему получаем

$$q_i^1 = \lambda_i^2 q, \quad q_i^2 = -\lambda_i^1 q,$$

где q — параметр.

Полагая $p_i^0 = p_i$, находим

$$p_i^1 = p_i + \lambda_i^2 q, \quad p_i^2 = p_i - \lambda_i^1 q$$

Внося эти выражения для координат векторов p_i^{α} в соотношения (23) находим, что

$$\begin{aligned} \lambda_{ij}^0 &= p_i \lambda_j^0, \\ \lambda_{ij}^1 &= p_i \lambda_j^1 + 2q \lambda_i^1 \lambda_j^2, \\ \lambda_{ij}^2 &= p_i \lambda_j^2 - 2q \lambda_i^2 \lambda_j^1. \end{aligned}$$

Последние формулы дают наиболее общие выражения для тензоров λ_{ij}^{α} геодезической три-ткани.

Выражаю искреннюю благодарность М. А. Акивису за постановку задачи и полезные замечания.

Ереванский государственный
педагогический институт им. Х. Абовяна

Ա. Վ. ՉԱՔՄԱԶՅԱՆ

Պետերզիական Եռ-հյուսվածք երկչափ աֆինական կապակցությամբ
բազմաձևությունում

Այս աշխատանքում դիտարկվում է Եռ-հյուսվածքն անալիտիկ բազմա-
ձևությունում X_3 կապակցություն է, որ բնական աֆինական կապակցությունը,
որը ինդուկցվում է այդ հյուսվածքին, կլինի բվազիէվկլիդյան կապակցու-
թյուն առանց ոլորման: Այնուհետև ստացված է անհրաժեշտ և բավարար պայ-
մանը, որի դեպքում տված Եռ-հյուսվածքը կլինի դեոդերիական Եռ-հյուսվածք
ցանկացած աֆինական կապակցության, X_3 -ում:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Դ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Ք Յ ՈՒ Ն

¹ В. Бляшке, Введение в геометрию тканей, Физматгиз, М., 1959. ² Э. Картан, Пространства аффинной проективной конформной связности. Изд. КГУ, Казань, 1962. ³ А. П. Норден, Пространства аффинной связности, М., 1960

УДК 5137

МАТЕМАТИКА

В. А. Нерсисян

Интегральная геометрия на многообразии гиперплоскостей

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Л. Шагиняном 5/V 1974)

1. В этой работе дается новый метод решения задачи о восстановлении функции по ее интегралам на четномерных гиперплоскостях, которая рассматривалась И. М. Гельфандом, М. И. Граевым, З. Я. Шапиро (обобщение задачи Радона). Здесь в более полной мере, чем это делалось раньше, используется дифференциальное исчисление Картана. За счет этого, решение задачи сведено к непосредственному применению двух основных теорем интегрального исчисления: теоремы Стокса и теоремы о дифференцировании интеграла по параметру.

2. Пусть B и C два бесконечно дифференцируемых многообразия. Предположим, что между некоторыми парами точек $b \in B$ и $c \in C$ введено отношение инцидентности $(^1)$. Пусть $A \subset B \times C$ подмножество пар $(b, c) \in B \times C$ связанных отношением инцидентности. По аксиомам, сформулированным в $(^1)$ A является бесконечно дифференцируемым многообразием в $B \times C$, а проекции $\pi_1: A \rightarrow B$ и $\pi_2: A \rightarrow C$ являются бесконечно дифференцируемыми расслоениями многообразия A . Расслоение многообразия A

$$\begin{array}{ccc} & A & \\ \pi_1 \swarrow & & \searrow \pi_2 \\ B & & C \end{array} \quad (1)$$

называется каноническим двойным расслоением, связанным с данным отношением инцидентности.

Пусть $\Omega(A)$, $\Omega(B)$, $\Omega(C)$ — пространства дифференциальных форм соответственно на многообразиях A , B , C . В силу (1) имеем

$$\begin{array}{ccc} & \Omega(A) & \\ \pi_1^* \nearrow & & \searrow \pi_2^* \\ \Omega(B) & & \Omega(C) \end{array}$$

Построим оператор переводящий формы из $\Omega(B)$ в формы или функции из $\Omega(C)$. Пусть $\omega \in \Omega_r(B)$. Рассмотрим на $\Omega(A)$ форму $\pi_1^* \omega$ и

определим операцию интегрирования этой формы по слоям $\pi_2: A \rightarrow C$.

Обозначим этот интеграл по $\omega_1 = \int \omega$. Пусть размерность слоя равна k .

Если $p \geq k$, то $\omega_1 \in \Omega_{p-k}(C)$.

Мы построили отображение $\Omega_p(B) \rightarrow \Omega_{p-k}(C)$, которое и будет искомым оператором.

И. М. Гельфанд и др. ⁽¹⁾ сформулировали задачу интегральной геометрии, как вопрос изучения ядра, коядра и формулы обращения для этого оператора.

У нас $B = R^n$ — n -мерное пространство. $C = H_{n-1,n}$ — пространство всех ориентированных гиперплоскостей в R^n . Точка $Q \in R^n$ и плоскость $h \subset R^n$ считаются инцидентными, если $Q \in h$. Многообразие $A = M_{n-1,n}^2 = \{(Q, h)\}$, где $\dim A = 2n-1$.

Для расслоения $M_{n-1,n}^2 \rightarrow R^n$ слоем является пучок гиперплоскостей h , проходящий через фиксированную точку $Q \in R^n$. Для второго расслоения $M_{n-1,n}^2 \rightarrow H_{n-1,n}$ слоем является $F_n^{(2)} \cong R^{n-1}$.

Пусть в R^n задана функция f . В силу (1) f будет функцией и на $M_{n-1,n}^2$. Интегрируя f по гиперплоскостям мы получим функцию $\varphi(h)$ на $H_{n-1,n}$ (предполагается, что этот интеграл существует). Надо восстановить f по $\varphi(h)$.

Решение этой задачи впервые получено Радонем ⁽²⁾. В работе ⁽³⁾ вопрос полностью решен для гиперплоскостей с помощью обобщенных функций (как для $n = 2p$, так и для $n = 2p - 1$).

У нас будет иной подход. Мы будем пользоваться методом подвижного репера. За счет этого вкладки упростились, а их геометрический смысл стал совершенно прозрачным.

3. Пусть S класс бесконечно дифференцируемых функций быстро убывающих вместе с производными до порядка $n - 1$ включительно.

К каждой точке пространства присоединим семейство ортонормированных реперов. Уравнения инфинитезимального перемещения репера будут

$$d\vec{M} = \omega^i \vec{e}_i \quad (2)$$

$$d\vec{e}_i = \omega_i^k \vec{e}_{k-1, i, i-1, \dots, n} \quad (3)$$

Условие ортонормированности репера означает, что

$$\omega_i^k + \omega_k^i = 0 \quad (4)$$

Формы ω^i и ω_k^i удовлетворяют уравнениям

$$d\omega^i = \omega^k \wedge \omega_k^i, \quad (5)$$

$$d\omega_k^i = -\omega_i^l \wedge \omega_l^k, \quad (6)$$

Пусть $f \in S$ функция на R^n . Продифференцируем ее внешним образом, мы получаем

$$df = f_i \omega^i \quad (7)$$

Если продифференцировать (7) внешним образом и пользоваться леммой Картина, получаем

$$df_i = f_k \omega^k_i + f_{ik} \omega^k \quad f_{ik} = f_{ki} \quad (8)$$

По индукции доказываем, что

$$df_{i_1 \dots i_n} = f_{i_1 \dots i_{n-1} i} \omega^i_{i_n} + \dots + f_{i_1 \dots i_{n-1} i_n} \omega^i_{i_1} + f_{i_1 \dots i_n} \omega^i \quad (9)$$

4. Рассмотрим случай $n=3$. К каждому плоскому элементу (Q, h) многообразиям $M^5_{2,3}$ присоединим ортонормированные реперы $[\vec{e}_i]$ $i=1,2,3$ так, чтобы $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ лежали на плоскости h , а $\vec{e}_3$ был бы перпендикулярен плоскости. Главными формами на многообразии $M^5_{2,3}$ будут $\omega^1, \omega^2, \omega^3, \omega^1_1, \omega^1_2, \omega^1_3, f_3$ и f_{33} функции на многообразии $M^5_{2,3}$. Рассмотрим форму

$$\Omega = f_{33} \omega^1 \wedge \omega^2 \wedge \omega^3_1 \wedge \omega^3_2$$

Ω — не замкнутая форма на многообразии $M^5_{2,3}$. Действительно

$$d\Omega = f_{333} \omega^1 \wedge \omega^2 \wedge \omega^3 \wedge \omega^3_1 \wedge \omega^3_2.$$

Пусть $M \in h$. Направим базисный вектор $\vec{e}_1$ по $\vec{MQ}$.

Тогда

$$\vec{Q} = \vec{M} + i \vec{e}_1$$

$$d\vec{Q} = d\vec{M} + d(i \vec{e}_1 + \lambda \omega^1_1 \vec{e}_3) \quad i=2, 3$$

Если фиксировать точку Q , то получим

$$\omega^1 + di = 0, \quad \omega^2 + i \omega^2_1 = 0, \quad \omega^3 + i \omega^3_1 = 0 \quad (A)$$

Уравнениями (A) выделяется некоторое подмногообразие $C_1(Q)$ главными формами на котором являются $\omega^1, \omega^2, \omega^3, \omega^3_2$. На $C_1(Q)$ форма Ω уже замкнутая.

Теорема 1. Пусть $\tilde{\Omega} = \Omega|_{C_1(Q)}$. Тогда $d\tilde{\Omega} = c' \cdot f(Q)$, где c' — некоторая постоянная.

Доказательство: Форма $\tilde{\Omega}$ точная на части подмногообразия $C_1(Q)$, где $\lambda \neq 0$ (вне точки Q).

Действительно

$$\tilde{\Omega} = -d \left(\frac{f_3}{\lambda} \omega^1 \wedge \omega^2 \wedge \omega^3_2 + \frac{f_{33}}{\lambda} \omega^2 \wedge \omega^3_1 \wedge \omega^3_2 \right)$$

Проинтегрируем форму $\tilde{\Omega}$ не по всему $C_1(Q)$, а по части $\widetilde{C_1(Q)}$ вырезанной трехмерной сферой радиуса $\lambda = \lambda_0$ с центром в точке Q . Множество плоских элементов с центром на сфере есть некоторое подмногообразие в $C_1(Q)$ и оно является границей $\widetilde{\partial C_1(Q)}$.

Если пользоваться теоремой Стокса и тем, что на $\partial C_1(Q)$ $\omega^1 = 0$ получим

$$\int_{C_1(Q)} \tilde{\Omega} = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \int_{\tilde{C}_1(Q)} f \omega_1^2 \wedge \omega_1^3 \wedge \omega_2^3 \quad (10)$$

Известно, что форма $\omega_1^2 \wedge \omega_1^3$ задает элемент площади поверхности единичной трехмерной сферы, а форма ω_2^3 характеризует вращение репера $\vec{e}_2, \vec{e}_3$ вокруг нормали $\vec{e}_1$ к сфере. Интегрируя в (10) повторно и пользуясь теоремой о среднем значении получаем

$$\int_{C_1(Q)} \tilde{\Omega} = 2\pi \cdot \lim_{\lambda \rightarrow 0} \int_{\tilde{C}_1(Q)} [f(Q) + \tilde{f}] \omega_1^2 \wedge \omega_1^3 = 8\pi^2 f(Q) = c' f(Q),$$

где $\tilde{f} \rightarrow 0$ при $\lambda \rightarrow 0$. Одновременно мы вычислили значение для постоянной c' .

5. Отдельно был рассмотрен случай $n = 5$. Они позволили нам перейти к рассмотрению общего случая.

Пусть в R^n заданы гиперплоскости h . Предполагается, что $n - 1 = 2p$. Рассмотрим многообразие $M_{n-1,n}^{2p-1}$ элементов (Q, h) и с каждым таким плоским элементом присоединим ортонормированные реперы так, чтобы $\vec{e}_N, N = 1, \dots, n-1$ лежали на гиперплоскости h , а вектор $\vec{e}_n$ направим по нормали к гиперплоскости. Главными формами на $M_{n-1,n}^{2p-1}$ являются

$$\omega^i = \omega_N^i, \quad i = 1, \dots, n$$

Пусть $f \in S$ функция на R^n . Она удовлетворяет дифференциальным уравнениям (9). Рассмотрим форму

$$\Omega = f_n^{(n-1)} \omega^1 \wedge \dots \wedge \omega^{n-1} \wedge \omega_1^n \wedge \dots \wedge \omega_{n-1}^n$$

где $f_n^{(n-1)}$ — $(n-1)$ -я производная функции f по направлению $\vec{e}_n$.

Ω — не замкнутая форма на $M_{n-1,n}^{2p-1}$. Пусть $M \in h$. Вектор $\vec{e}_1$ направим по $\vec{MQ}$. Тогда $Q = M + i\vec{e}_1$. Если дифференцировать это соотношение, применяя уравнения (2) — (4), то при фиксировании точки Q получим

$$\omega^1 + d\lambda = 0, \quad \omega^x + \lambda \omega_1^x = 0 \quad x = 2, \dots, n \quad (Б)$$

Уравнениями (Б) выделяется некоторое подмногообразие $C_{2p-2}(Q)$, на котором главными формами являются $\omega^1, \omega_2^n, \dots, \omega_{n-1}^n$.

Теорема 1. Пусть $\Omega = \Omega|_{C_{2p-2}(Q)}$. Тогда $\int_{C_{2p-2}(Q)} \Omega = c \cdot f(Q)$, где c — некоторая постоянная.

Доказательство. Ω — форма точная на части подмногообразия $C_{2p-2}(Q)$, где $\lambda \neq 0$ (вне точки Q).

В этом легко убедиться продифференцировав форму

$$\Omega_1 = \left| \frac{(-1)^{\frac{n(n+2)}{2}}}{(n-2)!} \cdot \frac{f_n^{(n-2)}}{\lambda} \omega_2^n \wedge \dots \wedge \omega_{n-1}^n \wedge \omega^1 \wedge \dots \wedge \omega^{n-1} + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{(-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}}{(n-3)!} \cdot \frac{f^{(n-3)}_n}{\lambda} \omega^n_2 \wedge \dots \wedge \omega^n_{n-1} \wedge \omega^2 \wedge \dots \wedge \omega^n + \\
& + \frac{f_n}{\lambda^{n-2}} \omega^n_2 \wedge \dots \wedge \omega^n_{n-1} \wedge \omega^1 \wedge \dots \wedge \omega^{n-1} + \\
& + \frac{f}{\lambda^{n-1}} \omega^n_2 \wedge \dots \wedge \omega^n_{n-1} \wedge \omega^2 \wedge \dots \wedge \omega^n \}.
\end{aligned}$$

Оказывается, что $\tilde{\Omega} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot (n-2)! d\Omega$,

Мы будем интегрировать форму $\tilde{\Omega}$ не по всему $C_{2n-2}(Q)$, а по части

$\widehat{C_{2n-2}(Q)}$, вырезанной n -мерной сферой, с центром в точке Q и радиусом $\lambda = \lambda_0$. Многообразие плоских элементов с центром на сфере

(вектор e , нормален к сфере) является границей $\partial \widehat{C_{2n-2}(Q)}$. На этой границе $\omega^1 = 0$, а при $\lambda_0 \rightarrow 0$ в нуль обращаются формы, в числителе у которых стоит λ_0 в некоторой степени. Применяя теорему Стокса мы получим

$$\int_{C_{2n-2}(Q)} \tilde{\Omega} = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot (n-2)! \lim_{\lambda_0 \rightarrow 0} \int_{\partial \widehat{C_{2n-2}(Q)}} (f(Q) + \tilde{f}) \omega^n_2 \wedge \dots \wedge \omega^n,$$

где $\tilde{f} \rightarrow 0$ при $\lambda_0 \rightarrow 0$. Форма $\omega^n_2 \wedge \dots \wedge \omega^n_{n-1}$ задает элемент площади поверхности единичной n -мерной сферы, а форма $\omega^n_2 \wedge \dots \wedge \omega^n_{n-1}$ определяет элемент площади поверхности единичной $(n-1)$ -мерной сферы. Однако для четной размерности $[n-1 = 2p] S_{n-1} = \frac{2\pi^p}{(p-1)!}$

При нечетных n $S_n = \frac{2 \cdot (2\pi)^{\frac{n-1}{2}} \cdot 2^{\frac{n-1}{2}} \cdot \left(\frac{n-1}{2}\right)!}{(n-1)!}$.

Если интегрировать повторно, применять теорему о среднем значении, подставить выражения S_n и S_{n-1} , то при $\lambda_0 \rightarrow 0$ получим

$$\int_{C_{2n-2}(Q)} \tilde{\Omega} = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot 2 \cdot (2\pi)^{n-1} \cdot f(Q) = cf(Q).$$

Одновременно мы вычислили значение постоянной c . Теорема доказана.

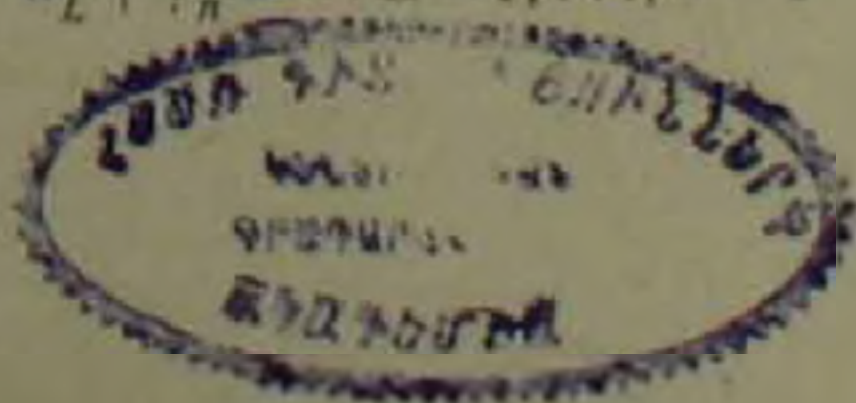
6. После интегрирования функции f по слоям расслоения $M_{n-1, n} \rightarrow H_{n-1, n}$ мы получим функцию $\varphi(h)$ на многообразии плоскостей. Надо было по этим функциям восстановить функцию f . Мы сейчас покажем, что эта задача сводится к применению теоремы 1. На $H_{n-1, n}$ главными формами будут ω^n_N, ω^n .

Пусть φ функция на $H_{n-1, n}$. Тогда

$$d\varphi = \varphi^N \omega^n_N + \varphi_n \omega^n.$$

Дифференцируя внешним образом это соотношение и применяя лемму Картана, получаем

$$\Delta \varphi^N = \varphi^{N, L} \omega_L^n + \varphi^N_n \omega^n \quad L=1, \dots, n-1$$



$$\Delta \tilde{\tau}_n = (d \tilde{\tau}_n) = \varphi_n^N \omega_N^n + \varphi_{nn} \omega^n. \quad (11)$$

Из последнего уравнения (11) видно, что $\tilde{\tau}_n$ тоже функция на многообразии плоскостей. Если дифференцировать (11) внешним образом, применяя лемму Картана, получим

$$d \tilde{\tau}_{nn} = \varphi_{nn}^N \omega_N^n + \varphi_{nnn} \omega^n,$$

откуда следует, что φ_{nn} — тоже некоторая функция на многообразии $N_{n-1,n}$ и т. д. Тем самым мы строили дифференциальные операторы $\Delta^{(N)}: \tilde{\tau} \rightarrow \tilde{\tau}_n^{(N)}$, которые каждой функции на $N_{n-1,n}$ ставят в соответствии опять функцию на многообразии $N_{n-1,n}$.

7. Примем выше сказанное для нашей задачи. Прежде всего укажем одну теорему, которая доказана А. М. Рясняевым. Пусть $p: E \rightarrow M$ некоторое расслоение. На этом расслоении имеются векторные поля специального типа, а именно: векторные поля согласованные с расслоением. Если векторы слоев отображаются на один и тот же вектор $T(M)$, то мы получим на M векторное поле. Можно определить производную Ли по векторному полю, согласованному с расслоением.

Теорема 2. Пусть γ — некоторая форма на E . Пусть Z — гладкое семейство цепей на E . Тогда

$$XI = \int_Z L_{\bar{X}} \gamma - \int_{\partial Z} \langle \gamma, \bar{X}_V \rangle,$$

где $\bar{X}$ — векторное поле согласованное с расслоением $E \rightarrow M$, X — соответствующее векторное поле на базе M , $I = \int_Z \gamma$ — это некоторая

функция на базе M , $L_{\bar{X}} \gamma$ — производная Ли формы γ по $\bar{X}$, $\bar{X}_V$ — вер-

тикальная компонента $\bar{X}$. Разложение $\bar{X} = \bar{X}_V + \bar{X}_h$ имеет место

на границах наших цепей, $\bar{X}_h$ — касательный к семейству границ.

Замечание. Если Z — цикл, то $\partial Z = 0$ и тогда

$$XI = \int_Z L_{\bar{X}} \gamma.$$

8. Вернемся к нашей задаче. В качестве векторного поля в расслоении берем поле вектора нормали к гиперплоскостям. На базе $N_{n-1,n}$ тоже получим векторное поле, а именно: векторное поле векторов нормали. Так что имеем согласованное векторное поле и дифференцирование по такому полю — производное по нормали. Применяя к $\tilde{\tau}(h)$ оператор $\Delta^{(n-1)}$ получим

$$\tilde{\tau}_n^{(n-1)}(h) = \int_h f_n^{(n-1)} \omega^1 \wedge \dots \wedge \omega^{n-1}.$$

Если интегрировать функцию $\tilde{\tau}_n^{(n-1)}$ по множеству ориентированных гиперплоскостей, проходящих через точку Q , то получим уже нам известный интеграл от формы $\tilde{\Omega}$,

$$\int_{C_{2n-2}(Q)} \tilde{\Omega},$$

т. е. дело сводится к применению теоремы 1.

Итак доказана следующая теорема

Основная теорема Пусть $f \in S$ на R^n и пусть $\varphi = \int_{\gamma} f$ функция на $H_{n-1,n}$. Тогда при четном $n-1$ имеет место следующая формула обращения

$$\int_{\gamma} \Delta \varphi = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot 2 \cdot (2\pi)^{n-1} f(Q),$$

где γ — произвольный цикл в слое расслоенного пространства над точкой $Q \in R^n$.

Автор выражает искреннюю признательность А. М. Васильеву за внимание к работе и полезные советы.

Ереванский государственный университет

Վ. Ա. ՆԵՐՍԻՍՅԱՆ

Ինտեգրալ երկրաչափությունը հիպերհարթությունների
բազմաձևության վրա

Աշխատանքում տրված է զույգ չափի հիպերհարթությունների ֆունկցիայի ինտեգրալի միջոցով ֆունկցիայի վերականգման խնդրի նոր ապացույցը, որը դիտարկված է Ի. Մ. Էելֆանդի, Մ. Ի. Դրաևի և Ջ. Յ. Շապիրոյի կողմից (Խաղոնի խնդրի ընդհանրացումը): Թող S -ը R^n -ում անվերջ դիֆերենցելի ֆունկցիաների դասն է, որոնք արագ նվազում են մինչև իրենց $(n-1)$ -րդ կարգի ածանցյալների հետ ներառյալ հիպերհարթությունների հետ կցվում են $|e_i|$ $i=1, \dots, n$ օրթոնորմավորված ռեպերների ընտանիք առկա, որ $e_1, \dots, e_{n-1} \in h$, իսկ e_n -ը ուղղենք հիպերհարթության նորմալով: Նշանակենք $M_{n-1,n}^* = \{(Q, h) \mid Q \in h \subset R^n\}$ հարթ էլեմենտների բազմաձևությունը, $H_{n-1,n}$ -ը բոլոր կողմնորոշված հիպերհարթությունների բազմաձևությունն է: Եթե ինտեգրենք մեր ֆունկցիան $M_{n-1,n}^* \rightarrow H_{n-1,n}$ շերտավորված տարածություն շերտերով, կստանանք $\varphi(h) = \int_{\gamma} f$ -ֆունկցիա որոշված $H_{n-1,n}$ -ի վրա: Ահսրածեղտ է $\varphi(h)$ -ի միջոցով վերականգնել f -ը, Նախորոք ապացուցվում է, որ եթե ինտեգրենք

$$\Omega = f_{\alpha}^{(n-1)} \omega^1 \wedge \dots \wedge \omega^{n-1} \wedge \omega_1^{\alpha} \wedge \dots \wedge \omega_{n-1}^{\alpha}$$

ֆորմը $C_{2n-2}(Q)$ բազմաձևությամբ, որը առանձնացվում է

$$\omega^1 + d\lambda = 0, \quad \omega^{\alpha} + \lambda \omega_1^{\alpha} = 0 \quad \alpha = 2, \dots, n$$

հավասարումներով, կստանանք $\int_{C_{2n-2}(Q)} \Omega = c f(Q)$, որտեղ $c = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot 2(2\pi)^{n-1}$

Խնդրի ընդհանուր լուծումը բերվում է այդ արդյունքի կիրառմանը:

Հիմնական թեորեմ.- Թող $f \in S$ ֆունկցիա է R^n -ում և թող $\varphi = \int_{\gamma} f$ ֆունկցիա է $H_{n-1,n}$ -ում: Եթե $n-1$ զույգ է, ապա՝

$$\int_{\gamma} \Delta \varphi = (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot 2 \cdot (2\pi)^{n-1} f(Q),$$

որտեղ γ -ն $Q \in R^n$ հետի վրա շերտավորված տարածության շերտում կամայական ջրկ է:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ И. М. Гельфанд, М. И. Граев, Э. Я. Шапиро, Функц. анализ 3, Вып. 2, 24—40, 1969г. ² J. Radon, Ber. Verh. Sachs. Acad., 262—277 69(1917). ³ И. М. Гельфанд, М. И. Граев, И. Я. Виленькин, Интегральная геометрия и связанные с ней вопросы теории представлений: (Обобщенные функции, вып. 5.) Физматгиз М., 1962.

УДК 536.2.01

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Р. С. Минасян

Температурное поле движущегося призматического тела
 с прямоугольным поперечным сечением

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 13/VI 1974)

Различными авторами (¹⁻⁵) решено множество задач распределения температуры в сплошном и полом цилиндрах с движущимися источниками тепла, а также в стержне, движущемся по направлению своей оси. Задача определения температурного поля, создаваемого в неограниченной пластинке движущимся точечным или распределенным источником тепла, рассмотрена в ряде исследований (⁶⁻⁹), посвященных изучению тепловых процессов при сварке. В (¹⁰) решена задача определения температуры во вращающемся цилиндре при наличии теплообмена с двумя окружающими средами, в (¹¹) — задача распространения тепла в цилиндре, вращающемся в неподвижном полом цилиндре.

В настоящей работе рассматривается плоское нестационарное течение тепла в призматическом теле, имеющем прямоугольное поперечное сечение, движущемся с постоянной скоростью, компоненты которой равны v_x , v_y . Дифференциальное уравнение теплопроводности при наличии внутренних источников тепла, согласно (⁵), имеет вид

$$\frac{DU}{Dt} - a \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) = \frac{w(x, y, t)}{c\rho}, \quad (1)$$

где $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_x \frac{\partial}{\partial x} + v_y \frac{\partial}{\partial y}$ — так называемая субстанциональная, или полная, производная (⁵); $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ — коэффициент температуропроводности, λ — коэффициент теплопроводности, c — теплоемкость, ρ — плотность.

Рассмотрим случай, когда интенсивность внутренних источников тепла линейно зависит от температуры тела. Тогда функция распределения температуры удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial U}{\partial t} + x_1 \frac{\partial U}{\partial x} + x_2 \frac{\partial U}{\partial y} - a \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) = \omega U + \frac{1}{\rho c} w(x, y, t). \quad (2)$$

где $\alpha_1 = \nu_x, \alpha_2 = \nu_y$. Принимаем, что $\omega < 0$. Предположим, что на границе области происходит теплообмен с окружающей средой. Начальное условие и условия на границе будут

$$U(x, y, 0) = L(x, y); \quad -\frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{x=0} = h_0 [T_0(y, t) - U(0, y, t)];$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{x=b} = h_1 [T_1(y, t) - U(b, y, t)]; \quad -\frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{y=0} = h_2 [S_0(x, t) - U(x, 0, t)]; \quad (3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{y=d} = h_3 [S_1(x, t) - U(x, d, t)].$$

Для нахождения решения применим преобразование Лапласа, предполагая, что как U , так и $\frac{\partial U}{\partial t}$ имеют порядок роста не выше e^{gt} , где $g > 0$ — постоянная. Для этого, очевидно, достаточно, чтобы граничные функции $S_0(x, t), S_1(x, t); T_0(y, t), T_1(y, t)$ и интенсивность тепловыделения $\omega(x, y, t)$ удовлетворяли этому условию и, вместе с тем, чтобы начальное распределение $L(x, y)$ было ограниченным. Обозначим преобразованную функцию через $U^*(x, y, p)$:

$$U^*(x, y, p) = \int_0^\infty e^{-pt} U(x, y, t) dt, \quad \text{где } \operatorname{Re} p = \mu > g.$$

Применяя преобразование Лапласа к уравнению (2), получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial^2 U^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U^*}{\partial y^2} - \frac{\alpha_1}{a} \frac{\partial U^*}{\partial x} - \frac{\alpha_2}{a} \frac{\partial U^*}{\partial y} - \frac{p - \omega}{a} U^* = -\frac{1}{a} \tilde{\omega}^*(x, y, p) - \frac{L(x, y)}{a} \quad (4)$$

Рассмотрим далее систему функций $\{\eta_k(y)\}$:

$$\eta_k(y) = \frac{e^{\gamma_k y}}{N_k} \left(\cos \gamma_k y + \frac{h_2 - \beta_2}{\gamma_k} \sin \gamma_k y \right), \quad (5)$$

где

$$\beta_2 = \frac{\alpha_2}{2a};$$

$$N_k = \frac{1}{\gamma_k} \left\{ \frac{[\gamma_k^2 + (h_2 - \beta_2)^2][\gamma_k^2 + (h_3 + \beta_2)^2]d + (h_2 + h_3)[\gamma_k^2 + (h_2 - \beta_2)(h_3 + \beta_2)]}{2[\gamma_k^2 + (h_3 + \beta_2)^2]} \right\}^{\frac{1}{2}},$$

удовлетворяющих уравнению

$$\eta''(y) - 2\beta_2 \eta'(y) + (\gamma^2 + \beta_2^2) \eta(y) = 0 \quad (6)$$

и граничным условиям

$$-\eta'(0) + h_2 \eta(0) = \eta'(d) + h_3 \eta(d) = 0, \quad (7)$$

причем собственные числа γ_k являются корнями трансцендентного уравнения

$$\operatorname{tg} \gamma_k d = \frac{(h_2 + h_3) \gamma_k}{\gamma_k^2 - (h_2 - \beta_2)(h_3 + \beta_2)} \quad (8)$$

Функции $\gamma_k(y)$, ортогональные и нормированные с весом $e^{-\frac{\alpha_1 y}{a}}$, составляют, одновременно с функциями $\gamma_k \cos \gamma_k y + (h_2 - \beta_2) \sin \gamma_k y$, полную в $(0, d)$ систему. Представим функцию $U^*(x, y, p)$ в виде ряда по $\gamma_k(y)$:

$$U^*(x, y, p) = \sum_{k=0}^{\infty} f_k(x, p) \gamma_k(y), \quad (9)$$

где

$$f_k(x, p) = \int_0^d e^{-2\beta_1 y} U^*(x, y, p) \gamma_k(y) dy.$$

Для нахождения коэффициента $f_k(x, p)$ умножим обе части уравнения (4) на $e^{-2\beta_1 y} \gamma_k(y)$ и проинтегрируем от 0 до d . Учитывая (6) и (7), имеем

$$f_k'(x, p) - \frac{\alpha_1}{a} f_k(x, p) - \left(\gamma_k^2 + \frac{\alpha_1^2}{4a^2} + \frac{p - \omega}{a} \right) f_k(x, p) = -w_k(x, p), \quad (10)$$

где

$$w_k(x, p) = \int_0^d e^{-2\beta_1 y} \left[\frac{1}{\lambda} w^*(x, y, p) + \frac{1}{a} L(x, y) \right] \gamma_k(y) dy + \\ + h_2 \gamma_k(0) S_0^*(x, p) + h_3 \gamma_k(d) e^{-2\beta_1 d} S_1^*(x, p). \quad (11)$$

Решая уравнение (10) и удовлетворяя соответствующим граничным условиям, получаем

$$f_k(x, p) = \frac{e^{\beta_1 x}}{G_{k,p}} \left\{ \left| \delta_{k,p} \operatorname{ch} \delta_{k,p} x + (h_0 - \beta_1) \operatorname{sh} \delta_{k,p} x \right| \left| h_1 T_k^{(1)}(p) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\delta_{k,p}} \int_x^b e^{-\beta_1 x_1} w_k(x_1, p) \left(\delta_{k,p} \operatorname{ch} \delta_{k,p} (b - x_1) + (h_1 + \beta_1) \operatorname{sh} \delta_{k,p} (b - x_1) \right) dx_1 \right| + \right. \\ \left. + \left| \delta_{k,p} \operatorname{ch} \delta_{k,p} (b - x) + (h_1 + \beta_1) \operatorname{sh} \delta_{k,p} (b - x) \right| \left| h_0 T_k^{(0)}(p) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{\delta_{k,p}} \int_0^x e^{-\beta_1 x_1} w_k(x_1, p) \left(\delta_{k,p} \operatorname{ch} \delta_{k,p} x_1 + (h_0 - \beta_1) \operatorname{sh} \delta_{k,p} x_1 \right) dx_1 \right| \right\}. \quad (12)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\beta_1 = \frac{\alpha_1}{2a}; \quad \delta_{k,p} = \left| \gamma_k^2 + \frac{\alpha_1^2}{4a^2} + \frac{p - \omega}{a} \right|^{\frac{1}{2}}; \quad T_k^{(1)}(p) = \int_0^d e^{-2\beta_1 y} T_1(y, p) \gamma_k(y) dy; \quad (13)$$

$$G_{k,p} = [\beta_{k,p}^2 + (h_0 - \beta_1)(h_1 + \beta_1)] \operatorname{sh} \beta_{k,p} b + (h_0 + h_1) \beta_{k,p} \operatorname{ch} \beta_{k,p} b.$$

Ниже нам понадобятся нули $G_{k,p}$. Легко видеть, что уравнение

$$[\beta^2 + (h_0 - \beta_1)(h_1 + \beta_1)] \operatorname{sh} \beta b + (h_0 + h_1) \beta \operatorname{ch} \beta b = 0 \quad (14)$$

не имеет комплексных корней. Уравнение (14) имеет бесконечное множество простых мнимых корней $\beta_j = i\mu_j$, расположенных в грани-

цах $j\pi < \mu_j b < j\pi + \frac{(h_0 + h_1)b}{j\pi}$. Кроме того, в случае, если $\left(\frac{x_1}{2a} - h_0\right) \times$

$\times \left(\frac{x_1}{2a} + h_1\right) > \frac{h_0 + h_1}{b}$, уравнение (14) имеет простой действительный

корень $\operatorname{th} \beta b = \frac{\beta(h_0 + h_1)}{(\beta_1 - h_0)(\beta_1 + h_1) - \beta^2}$, а при $\left(\frac{x_1}{2a} - h_0\right)\left(\frac{x_1}{2a} + h_1\right)b = h_0 + h_1$

— кратный корень в нуле.

Согласно теореме обращения ⁽¹²⁾, переход от преобразованной функции к оригиналу осуществляется посредством обратного преобразования

$$U(x, y, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} e^{pt} \sum_{k=0}^{\infty} f_k(x, p) \eta_k(y) dp. \quad (15)$$

где $\sigma > H$.

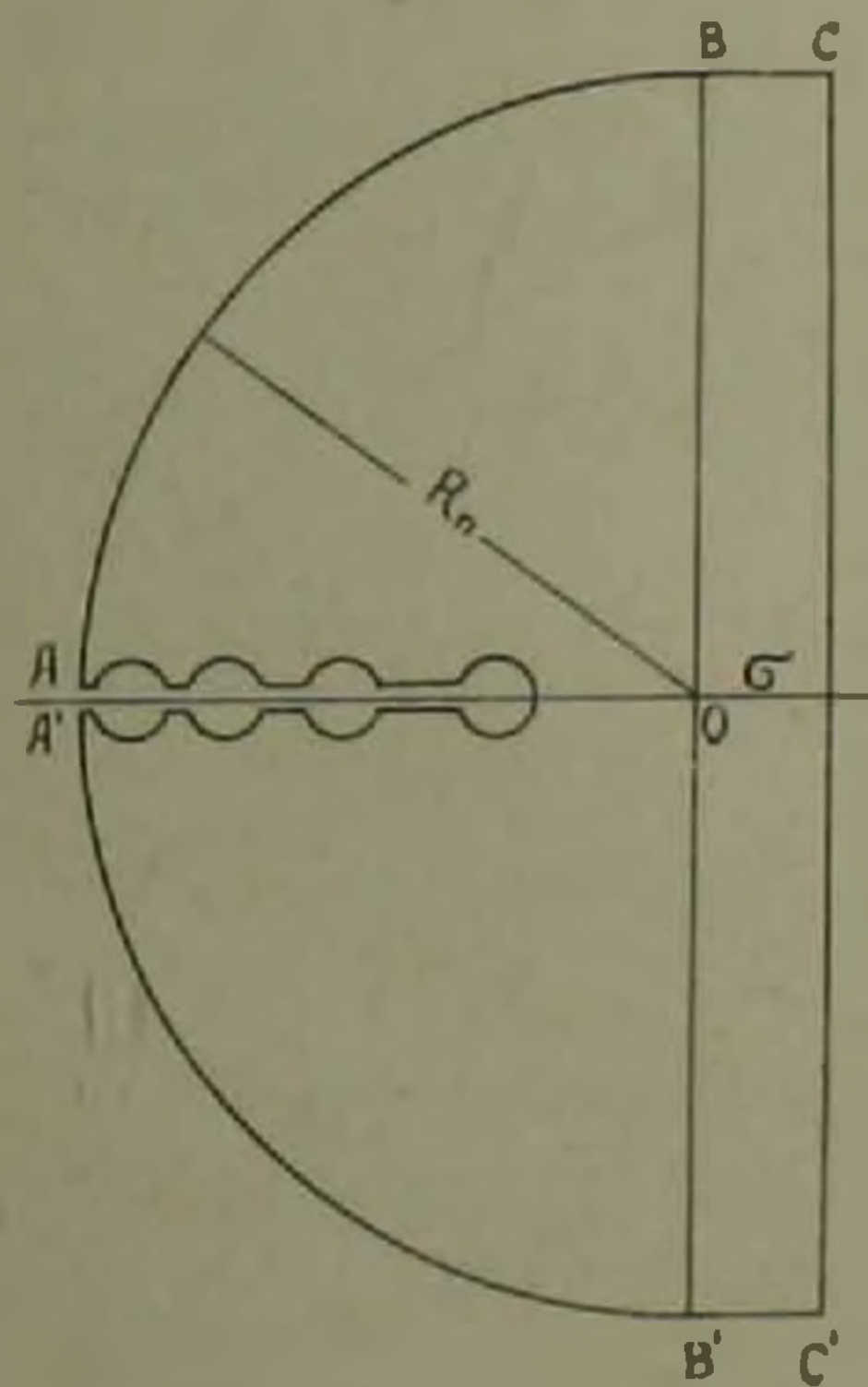


Рис. 1

Полюса $\omega = \frac{a_1^2 + a_2^2}{4a} = (\tau_k^2 + \tau_l^2)a$ подынтегральной функции расположены все на отрицательной действительной оси. Рассмотрим в плос-

кости p односвязную область Q_l , ограниченную контуром l , не проходящим ни через один полюс и составленным из отрезков прямых

$$Re p = \sigma \quad (-R_n \leq Im p \leq R_n): \quad Im p = \pm R_n (0 \leq Re p \leq \sigma);$$

дуг окружности $|p| = R_n$, двубережных разрезов вдоль отрицательной действительной оси и дуг окружностей вокруг полюсов функции $f_k(x, p)$ (рис. 1).

Функция $f_k(x, p)$ регулярна в замкнутой области Q_l и, согласно теореме Коши, интеграл, взятый по контуру l , равен нулю. Согласно лемме Жордана, интегралы по дугам окружности $|p| = R_n$, так же, как интегралы по отрезкам BC и $B'C'$, стремятся к нулю при неограниченном возрастании R_n . Применяя теорию вычетов и воспользовавшись теоремой Бореля о свертке, для функции $U(x, y, t)$ окончательно получаем следующее выражение:

$$\begin{aligned} U(x, y, t) = & 2abe^{2ax} \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} M_j \tau_k(y) e^{-m_j k t} \left\{ \int_0^t \int_0^d [h_1 \xi_j(x) T_1(y_1, t_1) + \right. \\ & \left. + h_0 \xi_j(x) T_0(y_1, t_1)] e^{m_j k t_1 - 2\beta_1 y_1} dy_1 dt_1 + \right. \\ & \left. + \frac{\xi_j(x)}{\mu_j} \int_x^b \left[\frac{1}{a} \int_0^d L(x_1, y_1) e^{-2\beta_1 y_1} \tau_k(y_1) dy_1 + \int_0^t \left(h_2 \tau_k(0) S_0(x_1, t_1) + \right. \right. \right. \\ & \left. \left. + h_3 \tau_k(d) e^{-2\beta_1 d} S_1(x_1, t_1) + \frac{1}{\lambda} \int_0^d w(x_1, y_1, t_1) e^{-2\beta_1 y_1} \tau_k(y_1) dy_1 \right) e^{m_j k t_1} dt_1 \right] \times \\ & \times e^{-\beta_1 x_1} \xi_j(x_1) dx_1 + \frac{\xi_j(x)}{\mu_j} \int_0^x \left[\frac{1}{a} \int_0^d L(x_1, y_1) e^{-2\beta_1 y_1} \tau_k(y_1) dy_1 + \right. \\ & \left. + \int_0^t \left(h_2 \tau_k(0) S_0(x_1, t_1) + h_3 e^{-2\beta_1 d} \tau_k(d) S_1(x_1, t_1) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{\lambda} \int_0^d w(x_1, y_1, t_1) e^{-2\beta_1 y_1} \tau_k(y_1) dy_1 \right) e^{m_j k t_1} dt_1 \right] e^{-\beta_1 x_1} \xi_j(x_1) dx_1 \Big\}. \quad (16) \end{aligned}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$M_j = \frac{(-1)^j \mu_j^2 \sqrt{[\mu_j^2 + (h_0 - \beta_1)^2][\mu_j^2 + (h_1 + \beta_1)^2]}}{[\mu_j^2 + (h_0 - \beta_1)^2][\mu_j^2 + (h_1 + \beta_1)^2]b + (h_0 + h_1)[\mu_j^2 + (h_0 - \beta_1)(h_1 + \beta_1)]}; \quad (17)$$

$$m_{jk} = a(\mu_j^2 + \tau_k^2) + \frac{x_1^2 + x_2^2}{4a^2} - \omega; \quad \xi_j(x) = \cos \mu_j x + \frac{1}{\mu_j} \left(h_0 - \frac{x_1}{2a} \right) \sin \mu_j x;$$

$$\tau_j(x) = \cos \mu_j (b - x) + \frac{1}{\mu_j} \left(h_1 + \frac{x_1}{2a} \right) \sin \mu_j (b - x).$$

Институт математики
Академии наук Армянской ССР

Ուղղանկյուն լայնական հատվածի ունեցող շարժվող պրիզմատիկ մարմնի ջերմային դաշտը

Հոդվածում դիտարկվում է հաստատուն արագությամբ շարժվող ուղղանկյուն լայնական հատվածի ունեցող պրիզմատիկ մարմնում ջերմության հարթ ոչ ստացիոնար տարածումը, երբ ջերմության աղբյուրների ինտենսիվությունը մարմնում գծայնորեն կախված է ջերմաստիճանից, իսկ տիրույթի եզրում տեղի ունի ջերմափոխանակություն շրջապատող միջավայրի հետ:

Մարմնում ջերմաթվան բաշխման $U(x, y, t)$ ֆունկցիան, ըստ [2]-ի, բավարարում է հետևյալ դիֆերենցիալ հավասարմանը՝

$$\frac{\partial U}{\partial t} + x_1 \frac{\partial U}{\partial x} + x_2 \frac{\partial U}{\partial y} - a \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) = \omega U + \frac{1}{\rho c} \varpi(x, y, t)$$

և սկզբնական ու եզրային պայմաններին

$$\begin{aligned} U(x, y, 0) &= L(x, y); \quad - \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{x=0} = h_0 [T_0(y, t) - U(0, y, t)]; \quad \frac{\partial U}{\partial x} \Big|_{x=b} = \\ &= h_1 [T_1(y, t) - U(b, y, t)]; \quad - \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{y=0} = h_2 [S_0(x, t) - U(x, 0, t)]; \\ \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{y=d} &= h_3 [S_1(x, t) - U(x, d, t)]. \end{aligned}$$

որտեղ $x_1 = v_x$, $x_2 = v_y$ արագության բաղադրիչներն են, h_j , T_j , S_j — ջերմափոխանակության գործակիցներ և շրջապատող միջավայրի ջերմաստիճանն է եզրում: Ենթադրվում է, որ $\omega < 0$:

Խնդրի լուծման համար կիրառվում է Հապլասի ձևափոխությունը, ապա ձևափոխված ֆունկցիան վերածվում է շարքի ըստ կշռով օրթոգոնալ ֆունկցիաների:

ЛИТЕРАТУРА — ТРИЦІЛЫՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ J. O. Outwater, M. C. Shaw, Trans. ASME, Vol. 74 (1952).
- ² J. C. Jaeger, Phil. Mag., Vol. XXXV, № 242 (1944).
- ³ R. G. Watts, Труды Ам. общ. инж. — мех. (русск. перен.), сер. С, т. 91, № 4 (1969).
- ⁴ D. Rosenthal, R. H. Cameron, Trans. ASME, Vol. 69, 1947.
- ⁵ Г. Карслоу, Д. Егер, Теплопроводность твердых тел. «Наука» М., 1964.
- ⁶ Н. Н. Рыкарян, Расчет тепловых процессов при сварке. Машгиз М., 1951.
- ⁷ Б. Г. Корень, Некоторые задачи теории упругости и теплопроводности, решаемые в бесселевых функциях, Физматгиз, М., 1960.
- ⁸ П. Шнейдер, Инженерные проблемы теплопроводности, ИЛ, М., 1960.
- ⁹ H. A. Wilson, Proc. Phil. Soc. Vol. 12, 1904.
- ¹⁰ Р. С. Минасян, Дифференциальные уравнения, т. 1, № 6, 1965.
- ¹¹ Р. С. Минасян, Обобщенные вопросы тепло- и массообмена, Минск, «Наука и техника», 1966.
- ¹² В. А. Литкин, А. П. Прудников, Интегральные преобразования и операционное исчисление, М., 1961.

УДК 539.3

МЕХАНИКА

С. С. Шагинян

Некоторые контактные задачи для бесконечной пластины с круговым отверстием, усиленной упругими накладками

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 20/V 1974)

В настоящей работе в рамках известных физических предположений ^(1,2) рассматриваются тесно связанные между собой контактные задачи трех типов для пластины с круговым отверстием, когда последняя усилена системой упругих накладок различной формы и различными способами.

Решение указанных задач, являющихся продолжениями ранее исследованных нами задач ^(3,4), сводится к решению или одного сингулярного интегро-дифференциального уравнения или же системы таких уравнений при некоторых граничных условиях.

Известным способом ⁽⁵⁻⁷⁾ решение этих уравнений сведено к решению вполне или квазивполне регулярных бесконечных систем линейных алгебраических уравнений.

Рассмотренные здесь задачи непосредственно связаны с вопросами передачи нагрузок от стрингеров к основаниям и представляют определенный интерес для инженерной практики.

1. Пусть упругий лист в виде тонкой бесконечной пластины, с круговым отверстием радиуса R , усиленной системой упругих накладок, как показано на рис. 1, деформируется силами P , действующими на

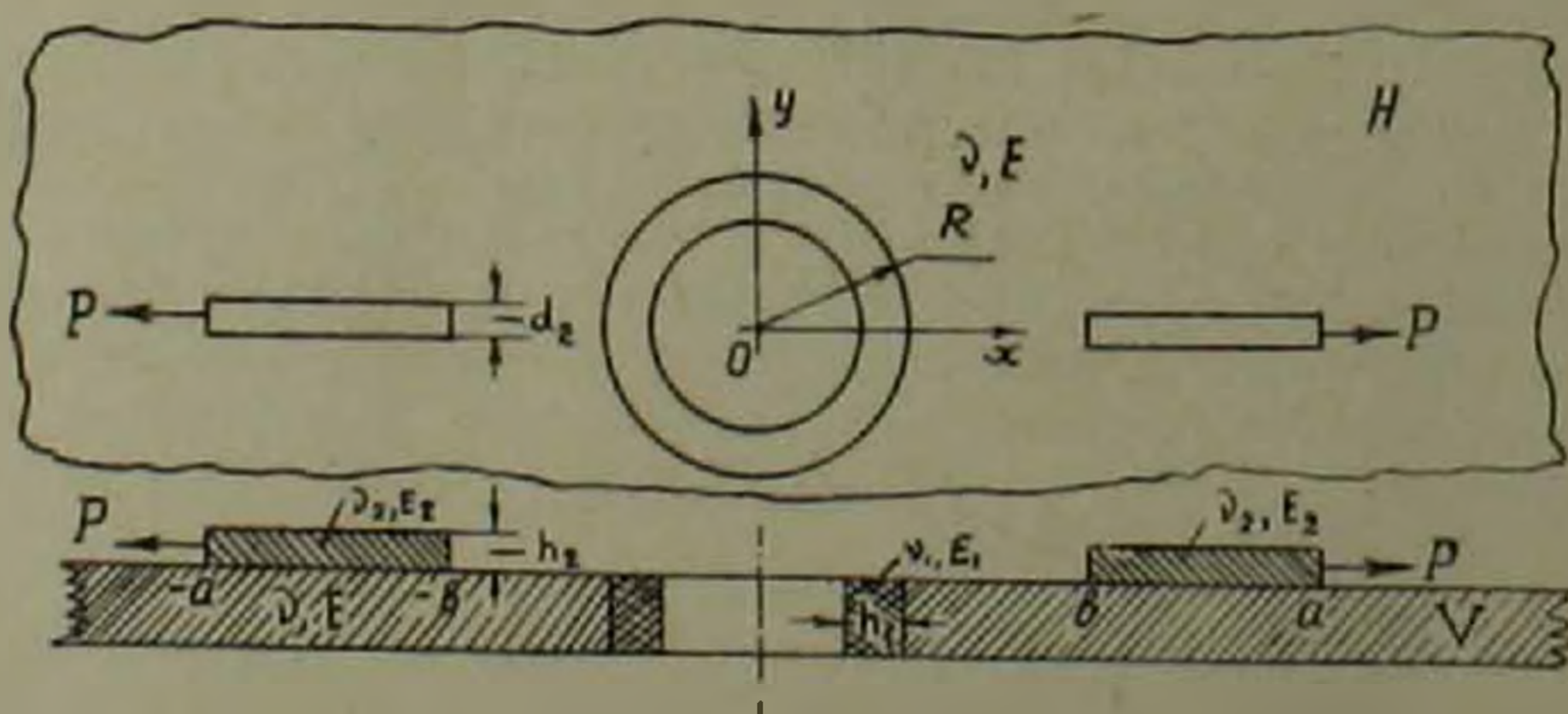


Рис. 1

концах упругих накладок, приклеенных на симметричных отрезках $[-a, -b]$, $[b, a]$ вещественной оси. Во второй задаче предполагается, что та же пластина, усиленная вдоль симметрично расположенными отрезками $[-a, -b]$, $[b, a]$ вещественной оси упругими накладками постоянного прямоугольного поперечного сечения малой площади, деформируется силами P , как показано на рис. 2. Рассматривается также слу-

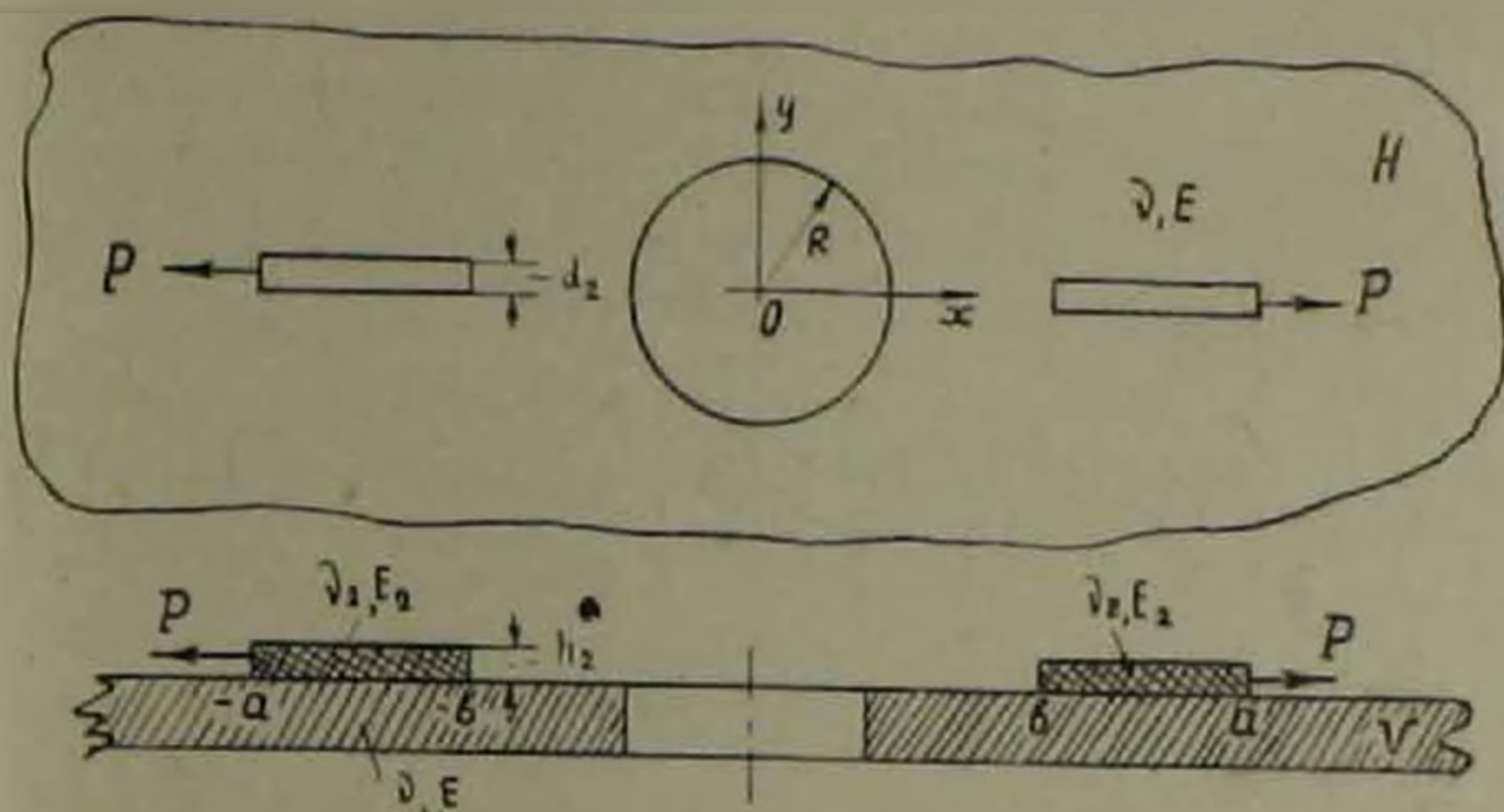


Рис. 2

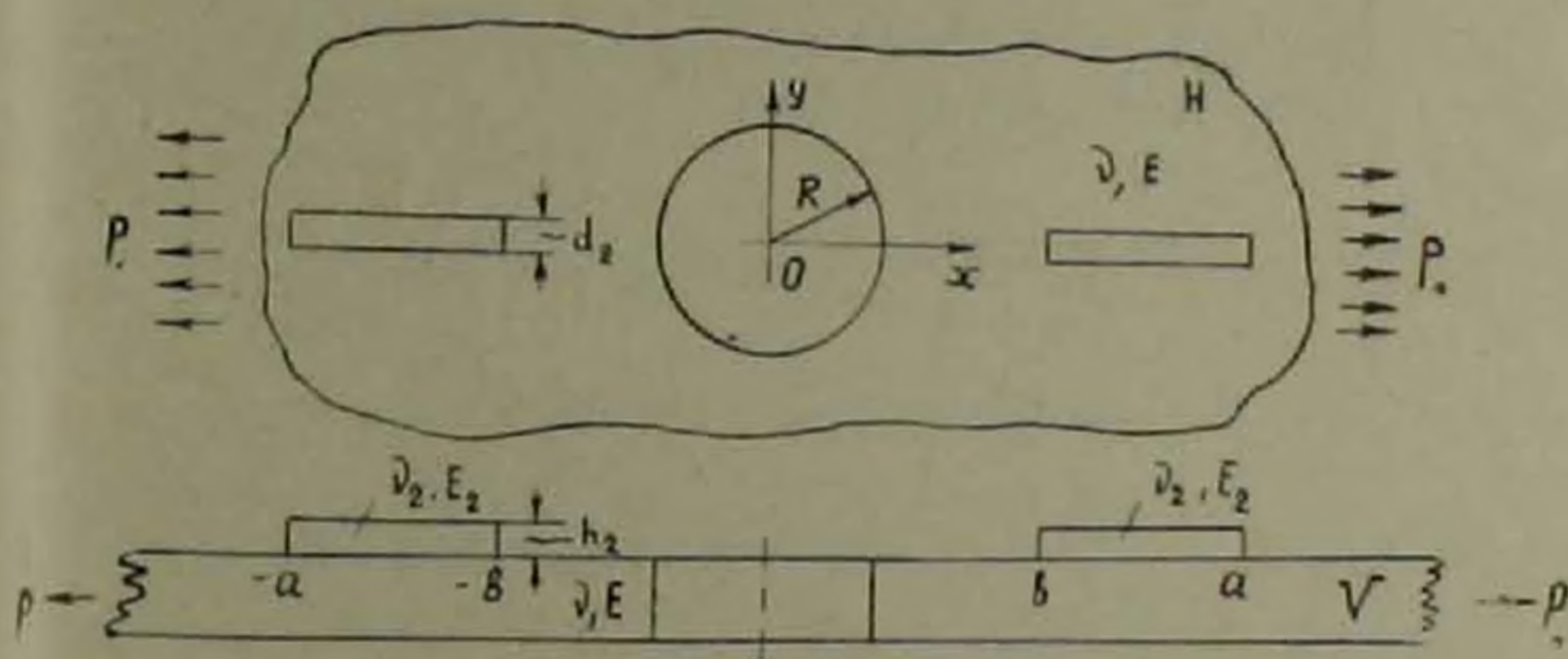


Рис. 3

ий, когда пластина, усиленная упругими накладками, как во второй задаче, подвержена на бесконечности одностороннему растяжению усилиями P_0 в направлении оси стрингеров (рис. 3). Цель нашей работы заключается в определении закона распределения контактных напряжений вдоль отрезков креплений упругих накладок с основанием.

В дальнейшем эти задачи кратко будем именовать первой, второй и третьей контактными задачами соответственно.

Здесь же отметим, что контактная задача для пластины с круговым отверстием, аналогичная со второй и третьей контактными задачами настоящей работы, другим методом и в частном случае, когда приклеенные к пластине стрингеры своими концами выходят на обвод отверстия, рассмотрена в работе (8). Рассмотренная нами задача более общая и здесь приводится ее полное исследование, включающее

определение в явной форме важной механической характеристики — закона распределения тангенциальных контактных напряжений.

Условимся все физические и геометрические величины, относящиеся к кольцевой накладке, обозначить индексом 1, для прямолинейных накладок — индексом 2 и, наконец, для основания, т. е. для пластины с круговым отверстием — без индекса.

Сначала рассмотрим первую контактную задачу. Пользуясь известным комплексным представлением общего решения плоской задачи теории упругости ⁽⁹⁾, легко определить соответствующие функции влияния. Далее, следуя работам ⁽³⁻⁷⁾, находим, что решение первой контактной задачи можно свести к решению следующей системы сингулярных интегро-дифференциальных уравнений:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left[\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{s-t}{2} + K_{11}(t, s) \right] \psi_1'(s) ds + \int_b^a K_{12}(t, s) \psi_2'(s) ds = \gamma_1 \psi_1(t) + \Theta \sigma_0^{(1)}(-s) \\ \int_{-\pi}^{\pi} K_{21}(t, s) \psi_1'(s) ds + \int_b^a \left[\frac{1}{s-t} + K_{22}(t, s) \right] \psi_2'(s) ds = \gamma_2 \psi_2(t) \quad (1.1)$$

при граничных условиях

$$\psi_1(-\pi) = 0, \quad \psi_1(\pi) = 0, \quad \psi_2(b) = 0, \quad \psi_2(a) = 1. \quad (1.2)$$

Интегралы в (1.1) с ядрами Гильберта и Коши следует понимать в смысле главного значения по Коши.

Здесь

$$K_{11}(t, s) = \frac{3-\nu}{4} \sin(t-s) + \sin(t-s) \ln 2 \left| \sin \frac{t-s}{2} \right| - \frac{1-\nu}{2} \cdot \frac{\pi - |t-s|}{2} \times \\ \times \cos(t-s) \operatorname{sign}(t-s), (-\pi \leq t, s \leq \pi) \\ K_{12}(t, s) = \frac{\nu^2 + 2\nu - 7}{16} \cos t \ln \frac{s^2 + 2s \cos t + 1}{s^2 - 2s \cos t + 1} + \frac{\nu^2 + 2\nu - 7}{16} \times \\ \times \frac{(1+s^4) \sin^2 t}{(s^2 + 2s \cos t + 1) \cos t} - \frac{\nu^2 - 2\nu + 5}{8} \sin t \operatorname{arctg} \frac{2s \sin t}{1-s^2} - \frac{\nu^2 + 2\nu - 7}{16} \times \\ \times \frac{(1+s^4) \sin^2 t}{(s^2 - 2s \cos t + 1) \cos t} + \frac{\nu^2 - 2\nu + 5}{4} \cdot \frac{(s-s^3) \cos^2 t}{(1-s^2)^2 + 4s^2 \sin^2 t} + \\ + \frac{|2 - (1-\nu)s^2|(1+\nu)}{2} \cdot \frac{(s+s^3) \cos 2t - 2s^3}{(s^4 - 2s^2 \cos 2t + 1)^2} \\ K_{21}(t, s) = -\frac{\nu^2 - 2\nu + 5}{(3-\nu)(1+\nu)} \cdot \frac{\sin s}{t} + \frac{\sin s}{t^3} + \frac{8}{(3-\nu)(1+\nu)} \cdot \frac{(t - \cos s) \sin s}{t^2 - 2t \cos s + 1} + \\ + \frac{2(1-\nu)}{(3-\nu)(1+\nu)} \cdot \frac{\sin 2s}{t^2 - 2t \cos s + 1} - \frac{4}{3-\nu} \cdot \frac{t \sin s}{t^2 - 2t \cos s + 1} + \frac{4}{3-\nu} \times \\ \times \frac{(t^2 - 1)(t - \cos s) \sin s}{(t^2 - 2t \cos s + 1)^2}, \quad (-\pi \leq s \leq \pi, \quad b \leq t \leq a)$$

$$K_{\Sigma}(t, s) = \frac{1}{s+t} - \frac{2(\nu^2-2\nu+5)}{(3-\nu)(1+\nu)} \cdot \frac{s}{t^2s^2-1} + \frac{(5+\nu)s^2+1-3\nu}{(3-\nu)s(t^2s^2-1)} +$$

$$+ \frac{2(1-3\nu)(1-s^2)}{(3-\nu)s(t^2s^2-1)^2} + \frac{3s(1-t^2)}{t^2(t^2s^2-1)} + \frac{2s(1-t^2)}{t^2(t^2s^2-1)^2} - \frac{3(1+\nu)}{3-\nu} \cdot \frac{(1-t^2)(1-s^2)}{st^2(t^2s^2-1)} -$$

$$- \frac{12(1+\nu)}{3-\nu} \cdot \frac{(1-t^2)(1-s^2)}{st^2(t^2s^2-1)^2} - \frac{8(1+\nu)}{3-\nu} \cdot \frac{(1-t^2)(1-s^2)}{st^2(t^2s^2-1)^3} - \frac{1+\nu}{3-\nu} \cdot \frac{1}{st^2},$$

$$(b < t, s < a)$$

и постоянные параметры

$$\gamma_1 = \frac{\pi(1+\nu_1)(1-2\nu_1)E}{2h_1(1-\nu_1)E_1}, \quad \gamma_2 = \frac{4\pi E}{h_2d_2(3-\nu)(1+\nu)E_2}, \quad H = \frac{\nu_1 h_1 d_2}{P},$$

где E и ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона соответственно.

Контактные напряжения под кольцевой накладкой и прямолинейными накладками даются соответственно формулами

$$\tau(s) = \frac{P}{Kd_2} \psi_1(s), \quad -\pi < s < \pi$$

$$q(s) = \frac{P}{d_2^2} \psi_2(s), \quad b < s < a$$

Перейдя ко второму и третьему контактным задачам, отметим лишь, не останавливаясь на подробностях, что их решение сводится к решению следующего сингулярного интегро-дифференциального уравнения

$$\int_b^a \left[\frac{1}{s-t} + K(t,s) \right] \varphi'(s) ds = \varphi(t) - Hf(t), \quad (b < t < a) \quad (1.3)$$

при граничных условиях $\varphi(b)=1$, $\varphi(a)=1$ для второй контактной задачи и при граничных условиях $\varphi(b)=0$, $\varphi(a)=0$ для третьей контактной задачи. Интегралы, фигурирующие в уравнении (1.3) с особенностями типа Коши, следует понимать в смысле главного значения по Коши. Заметим, что при решении уравнения (1.3) для второй контактной задачи в него необходимо положить $f(t)=0$, $(b \leq t \leq a)$.

Функции $K(t,s)$ и $f(t)$ имеют вид

$$K(t,s) = \frac{1}{s+t} - \frac{2\nu^2+4\nu+18}{(3-\nu)(1+\nu)} \cdot \frac{s}{t^2s^2-1} - \frac{2(3\nu+11)}{3-\nu} \cdot \frac{s}{(t^2s^2-1)^2} + \frac{4}{3-\nu} \times$$

$$\times \frac{1}{s(t^2s^2-1)} + \frac{2(3\nu+7)}{3-\nu} \cdot \frac{1}{s(t^2s^2-1)^2} + \frac{12}{3-\nu} \cdot \frac{st^{-2}}{t^2s^2-1} + \frac{2(5\nu+9)}{3-\nu} \cdot \frac{st^{-2}}{(t^2s^2-1)^2} -$$

$$- \frac{10(1+\nu)}{3-\nu} \cdot \frac{s^{-1}t^{-2}}{(t^2s^2-1)^2} - \frac{8(1+\nu)}{3-\nu} \cdot \frac{(1-t^2)(1-s^2)}{st^2(t^2s^2-1)^3},$$

$$f(t) = \frac{4}{1+\nu} - \frac{2(5+\nu)}{(1+\nu)t^2} + \frac{6}{t^4}, \quad (b \leq t \leq a)$$

а постоянные параметры — вид

$$\lambda = \frac{4\pi E}{h_2 d_2 (3-\nu)(1+\nu) E_2}, \quad \Theta = \frac{\pi}{(3-\nu) d_2}.$$

Контактные напряжения для этих задач даются формулами

$$q(s) = \frac{P}{d_2} \varphi'(s), \quad (b < s < a)$$

для второй контактной задачи и

$$q(s) = P_0 \varphi'(s), \quad (b < s < a)$$

для третьей контактной задач.

Таким образом, решение поставленных выше задач сводится к решению или одного сингулярного интегро-дифференциального уравнения или же системы таких уравнений с определенными граничными условиями.

2. В случае первой контактной задачи можно положить

$$\psi_1(s) = \sum_{n=1}^{\infty} x_n \sin 2ns, \quad (-\pi < s < \pi) \quad (2.1)$$

$$\psi_2(s) = \left[1 - \left(\frac{2s-a-b}{a-b} \right)^2 \right]^{-1/2} \sum_{n=0}^{\infty} y_n T_n \left(\frac{2s-a-b}{a-b} \right), \quad (b < s < a) \quad (2.2)$$

Здесь $T_n(\tau) = \cos(n \arccos \tau)$, $(n=0, 1, 2, \dots)$ — многочлены Чебышева первого рода. В (2.1) и (2.2) $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ и $\{y_n\}_{n=0}^{\infty}$ неизвестные коэффициенты, подлежащие определению.

Далее, поступая известным способом (3–7), приходим к бесконечной системе

$$\left(1 + \frac{2}{4m^2-1} + \frac{\lambda_1}{2\pi m} \right) x_m + \sum_{n=1}^{\infty} y_n n^{-1} C_{m,n} = a_m \quad (m=1, 2, \dots) \quad (2.3)$$

$$y_m + \sum_{n=1}^{\infty} x_n n^{-1} D_{m,n} + \sum_{n=1}^{\infty} y_n n^{-1} (A_{m,n} + B_{m,n}) = b_m.$$

Ядра этой бесконечной системы выражаются формулами простой структуры и здесь не приводятся.

Отметим, что после того, как определены коэффициенты $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ и $\{y_n\}_{n=0}^{\infty}$ значение $\sigma_n^{(1)}(-\pi)$ нормального напряжения определяется из первого уравнения (1.1).

Для второй и третьей контактных задач искомое контактное напряжение представим в виде разложения по многочленам Чебышева первого рода следующим образом

$$\varphi'(s) = \left[1 - \left(\frac{2s-a-b}{a-b} \right)^2 \right]^{-1/2} \sum_{m=0}^{\infty} z_m T_m \left(\frac{2s-a-b}{a-b} \right), \quad (b < s < a)$$

где $z_m (m=0, 1, 2, \dots)$ — неизвестные коэффициенты, подлежащие определению. Совершенно аналогичным способом, как выше, для определения неизвестных коэффициентов получим бесконечную систему линейных уравнений

$$z_n + \sum_{m=1}^{\infty} z_m m^{-1} A_{m,n} = b_n, \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (2.4)$$

Ядра и свободные члены (2.4) выражаются известными формулами, которые здесь не приводятся. Коэффициент z_0 определяется из граничных условий, при этом $z_0 = 1/\pi$ для второй контактной задачи и $z_0 = 0$ для третьей контактной задачи.

3. Перейдем к исследованию системы (2.3). Для этого оценим сумму

$$S_m^{(1)} = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-1} |C_{m,n}|, \quad m = 1, 2, \dots \quad (3.1)$$

$$S_m^{(2)} = \sum_{n=1}^{\infty} n^{-1} |D_{m,n}| + \sum_{n=1}^{\infty} n^{-1} |A_{m,n} + B_{m,n}|, \quad m = 1, 2, \dots \quad (3.2)$$

Далее, следуя методике, предложенной в работе (7), при помощи неравенства Коши—Буняковского для (3.1) будем иметь

$$S_m^{(1)} \leq \frac{\pi}{\sqrt{6}} \left(\sum_{n=1}^{\infty} C_{m,n}^2 \right)^{1/2}, \quad m = 1, 2, \dots \quad (3.3)$$

Рассмотрим теперь функцию

$$\omega_m(s) = \frac{(a-b)^2}{8} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial K_{12}(t,s)}{\partial s} \cos 2mt dt, \quad m = 1, 2, \dots$$

Коэффициенты $|C_{m,n}|_{m,n=1}^{\infty}$ являются коэффициентами Фурье этой функции по системе многочленов $\left\{ U_{n-1} \left(\frac{2s-a-b}{a-b} \right) \right\}_{n=1}^{\infty}$, ортогональной с весом $\rho(s) = \left| 1 - \left(\frac{2s-a-b}{a-b} \right)^2 \right|^{1/2} {}_2L_2^2(b,a)$.

Следовательно, на основании известного равенства Парсеваля

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_{m,n}^2 = \frac{4}{\pi(a-b)} \int_b^a \rho(s) \omega_m^2(s) ds \leq \frac{(a-b)^3}{16} \left\| \frac{\partial K_{12}}{\partial s} \right\|^2, \quad (3.4)$$

но тогда из (3.3) и (3.4) будем иметь

$$S_m^{(1)} \leq \frac{\pi(a-b)}{4} \sqrt{\frac{a-b}{6}} \left\| \frac{\partial K_{12}}{\partial s} \right\|, \quad m = 1, 2, \dots \quad (3.5)$$

Аналогичным образом поступая для $S_m^{(2)}$, будем иметь

$$S_m^{(2)} < \frac{2}{\sqrt{6\pi(a-b)}} \left\| \frac{\partial K_{21}}{\partial s} \right\| + \frac{\sqrt{2} \lambda_2(a-b)}{8} + \frac{a-b}{\sqrt{6\pi}} \left\| \frac{\partial K_{22}}{\partial s} \right\|. \quad (3.6)$$

Для полной регулярности системы бесконечных систем линейных уравнений (2.3) достаточно, чтобы одновременно выполнялись условия

$$\frac{2}{3} + \frac{\lambda_1}{2\pi} + S_m^{(1)} < 1$$

$$S_m^{(2)} < 1$$

С учетом (3.5) и (3.6) эти условия примут вид

$$\lambda_1 < 2\pi \left| \frac{1}{3} - \frac{\pi(a-b)}{4} \sqrt{\frac{a-b}{6}} \left\| \frac{\partial K_{11}}{\partial s} \right\| \right|,$$

$$\lambda_2 < \frac{4\sqrt{3}}{3(a-b)} \left| \sqrt{6} - \frac{2}{\sqrt{\pi(a-b)}} \left\| \frac{\partial K_{21}}{\partial s} \right\| - \frac{a-b}{\sqrt{\pi}} \left\| \frac{\partial K_{22}}{\partial s} \right\| \right|.$$

Так как ядра рассматриваемых систем представляют собой коэффициенты Фурье определенных квадратично интегрируемых функций, то при помощи неравенств Бесселя и известных теорем из теории двойных рядов ⁽¹⁰⁾ легко показать ⁽¹⁴⁾, что при остальных значениях параметров λ_1 и λ_2 система (2.3) квазивполне регулярна.

Кроме того, поскольку свободные члены $a_m (m=1,2,\dots)$ и $b_m (m=1,2,\dots)$ убывают при $m \rightarrow \infty$ со скоростью не менее, чем m^{-1} , следовательно, по крайней мере тот же порядок убывания имеют неизвестные коэффициенты ⁽¹¹⁾.

Изложенный выше способ исследования можно применить и к системе (2.4). При этом оказывается, что при

$$\lambda < 4 \left| 1 - \frac{a-b}{2\sqrt{3\pi}} \left\| \frac{\partial K}{\partial s} \right\| \right|$$

система (2.4) вполне регулярна, а для любого значения этого параметра она квазивполне регулярна.

Институт механики
Академии наук Армянской ССР

И. И. ЗАХАРЯН

Առաձգական վերադիրեներով ուժեղացված շրջանային անցքով հաւորւթյան
համաւ մի բանի կոնտակտային խնդիրներ

Աշխատանքում դիտարկված են երեք տիպի կոնտակտային խնդիրներ շրջանաձև անցքով թուլացված սույի համար, երբ վերջինս ուժեղացված է բարակ առաձգական վերադիրեներով: ⁽¹²⁾ աշխատանքներում արված ֆիզիկական ենթադրութիւնների շրջանակներում նշված խնդիրների լուծումը բերվում է կամ երկու սինգուլյար ինտեգրո-դիֆերենցիալ հավասարումների սխառեմի լուծման կամ ալգոլիսի մեկ հավասարման լուծման, որոշակի եզրային պայմանների դեպքում: Առաջին դեպքում կորիզների եղակիութիւնները պայմանավորված են կոշու և Հիլբերտի կորիզներով, երկրորդ դեպքում՝ կոշու կորիզով: Ստացված հավասարումների սխառեմը կամ հավասարումը լուծված են օրիգոնալ բազմանդամների մեթոդով: Աստացուցված է ստացվող անվերջ հավասարումների սխառեմների լիովին և քվադրիտիւն ռեզուլյարութիւնը:

- ¹ E. Melan, Ein Beitrag zur theorie geschwelter Verbindungen. Ing. Arch. Bd. 3, Nr. 2, 1932.
- ² Н. Х. Арутюнян, ПММ, т. 32, вып. 4, (1968).
- ³ С. С. Шагинян, МТТ, №5, 1972.
- ⁴ С. С. Шагинян, Известия АН Арм. ССР, Механика, т. 27, №1, (1974).
- ⁵ N. K. Arutunyan, S. M. Mkhitarian, Trends in elasticity and thermoelasticity: Witold Nowacki Anniversary Volume. Wolters.— Noordhoff Publishing, 1971.
- ⁶ Н. Х. Арутюнян, С. М. Мхитарян, ПММ, т. 33, вып. 5, (1972).
- ⁷ К. Л. Агаян, МТТ, №5, (1972).
- ⁸ Г. Т. Жоржолуни, А. И. Каландия, ПММ, т. 38, вып. 1, (1974).
- ⁹ Н. Н. Мусхелишвили, История основных задач математической теории упругости, М., Физматгиз, 1966.
- ¹⁰ Э. Уиттекер, Г. Ватсон, Курс современного анализа, т. 3, Физматгиз, М., 1963.
- ¹¹ Л. Канторович, В. Крылов, Приближенные методы высшего анализа, М.—Л., Гостехиздат, 1950.

УДК 621.382.2

ФИЗИКА

Член-корреспондент АН Армянской ССР Г. М. Авакьянц,
С. Г. Долмазян

Некоторые свойства шнура тока в S-диодах из п-кремния с примесью серебра

(Представлено 8/V 1974)

Известно, что в базе полупроводниковых S-приборов в статистическом режиме при большом нагрузочном сопротивлении наблюдается неоднородное распределение плотности тока (¹⁻⁴). С явлением шнурования тока в базе приборов связаны некоторые особенности вольт-амперных характеристик (ВАХ). В частности, на ВАХ после участка ОДС наблюдается вертикаль (независимость тока от напряжения), а также гистерезис (^{2,5-8}). Известно также, что размеры шнура зависят от величины тока, протекающего через прибор. При увеличении тока шнур расширяется, а с уменьшением—сужается, и при критических токах ($I_{\text{пор}}$) шнур распадается (^{1,6-7}). В этом случае на ВАХ наблюдается скачкообразное увеличение напряжения. Происходит переключение с левой ветви гистерезиса на правую. Исследуемые в настоящей работе S-диоды в этот момент переходят из низкоомного (открытого) состояния в высокоомное (закрытое), поскольку гистерезис здесь наблюдается при обратном ходе прямой ветви ВАХ.

В предлагаемой работе изучались возможности возникновения гистерезиса под действием светового возбуждения, а также исследовались зависимости критического тока $I_{\text{пор}}$ от освещенности и температуры.

По сплавной технологии были изготовлены $p-n-n^+$ структуры (¹¹) из n -кремния ($\rho_{\text{кр}} \sim 40 \text{ ом см}$), компенсированного серебром. Диффузия (¹¹) серебра в кремний проводилась при температуре $1300^\circ\text{C} - 1350^\circ\text{C}$. Изготовленные диоды на прямой ветви ВАХ имели участок ОДС. Kontakтами служили: алюминий — p^+ , и золото с примесью сурьмы (0,1%) — n^+ .

Ряд диодов, условно обозначенных как первая партия, при обратном ходе прямой ветви имели на ВАХ гистерезис, а другие диоды (вторая партия) гистерезиса не имели. Отметим, что у приборов обеих партий после участка ОДС на ВАХ наблюдалась вертикаль.

Исследования проводились в широком диапазоне температур от -90°C до $+50^\circ\text{C}$ (для диодов первой партии), а освещенность (E) изменялась от 0 до 290 лк.

Диоды второй партии исследовались при комнатной температуре, освещенность в этом случае изменялась от 0 до $2 \cdot 10^3$ лк. Освещение диодов первой партии удалось осуществить только со стороны p^+ — электрода, через стеклянное окно стандартного корпуса. Приборы второй партии освещались, как со стороны p^+ , так и n^+ контактов.

Источником света служила лампа накаливания, изменение освещенности проводилось диафрагмированием пучка света. Величины освещенностей измерялись люксметром Ю-16.

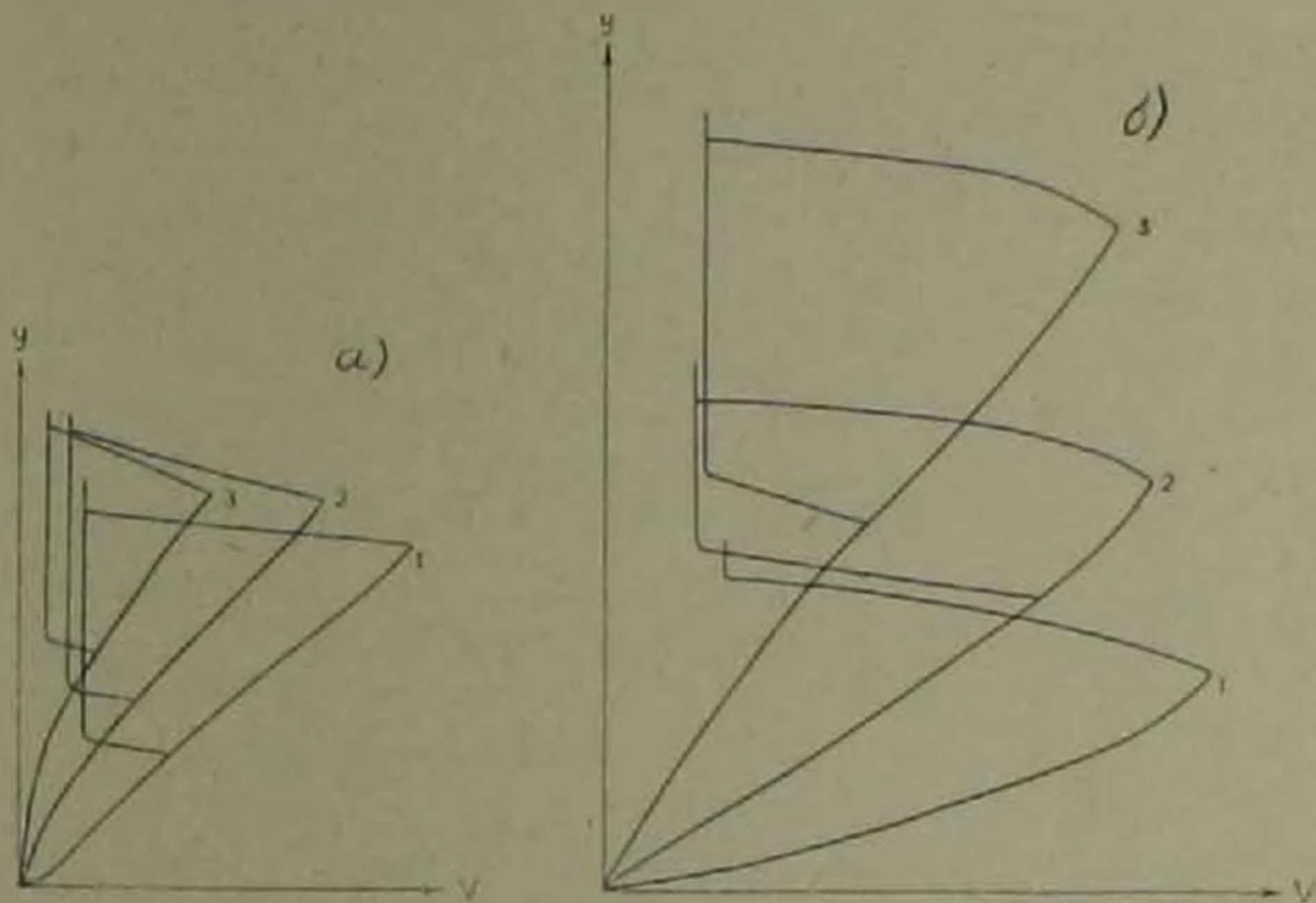


Рис. 1.

а — ВАХ диода с гистерезисом в темноте (1) и при разных уровнях освещенности;
б — ВАХ диода без гистерезиса в темноте (1) и при разных уровнях освещенности

Как отмечалось выше, диоды второй партии при обратном ходе прямой ветви ВАХ не имели гистерезиса. Однако под действием светового потока у этих приборов возникает гистерезис (рис. 1, б). Гистерезис на этих приборах наблюдался при всех реализуемых на опыте величинах освещенности. Следует отметить, что величина $I_{пор}$ определяется значением освещенности E (рис. 2, а, кривые 1 и 2).

В случае, когда освещение осуществляется со стороны n^+ контакта, величина $I_{пор}$ резко возрастает с увеличением E (рис. 2, а, кривая 1) до освещенностей порядка 1000 лк, а при $E > 1000$ лк, значение $I_{пор}$ увеличивается слабее. Если же свет падает со стороны p^+ контакта, то величина $I_{пор}$ монотонно возрастает с увеличением E (рис. 2, а, кривая 2). Необходимо подчеркнуть, что величина $I_{пор}$ для этих приборов, больше тока срыва ($I_{ср}$) без освещения (рис. 1, б).

Рис. 2, а (кривые 3 и 4) иллюстрирует поведение токов срыва в зависимости от величины E . В литературе (^{12,13}) описаны случаи когда $I_{ср}$ возрастает с увеличением E . Но это увеличение $I_{ср}$ зависит от способа освещения. В случае освещения со стороны p^+ — контакта — $I_{ср}$ возрастает монотонно, в то время когда свет падает со сто-

роны n электрода, поведение тока срыва более сложно. Здесь можно выделить две области, в первой до 500 лк I_p резко возрастает, а во второй — при $E > 500 \text{ лк}$ наблюдается слабое уменьшение I_{cp} от E .

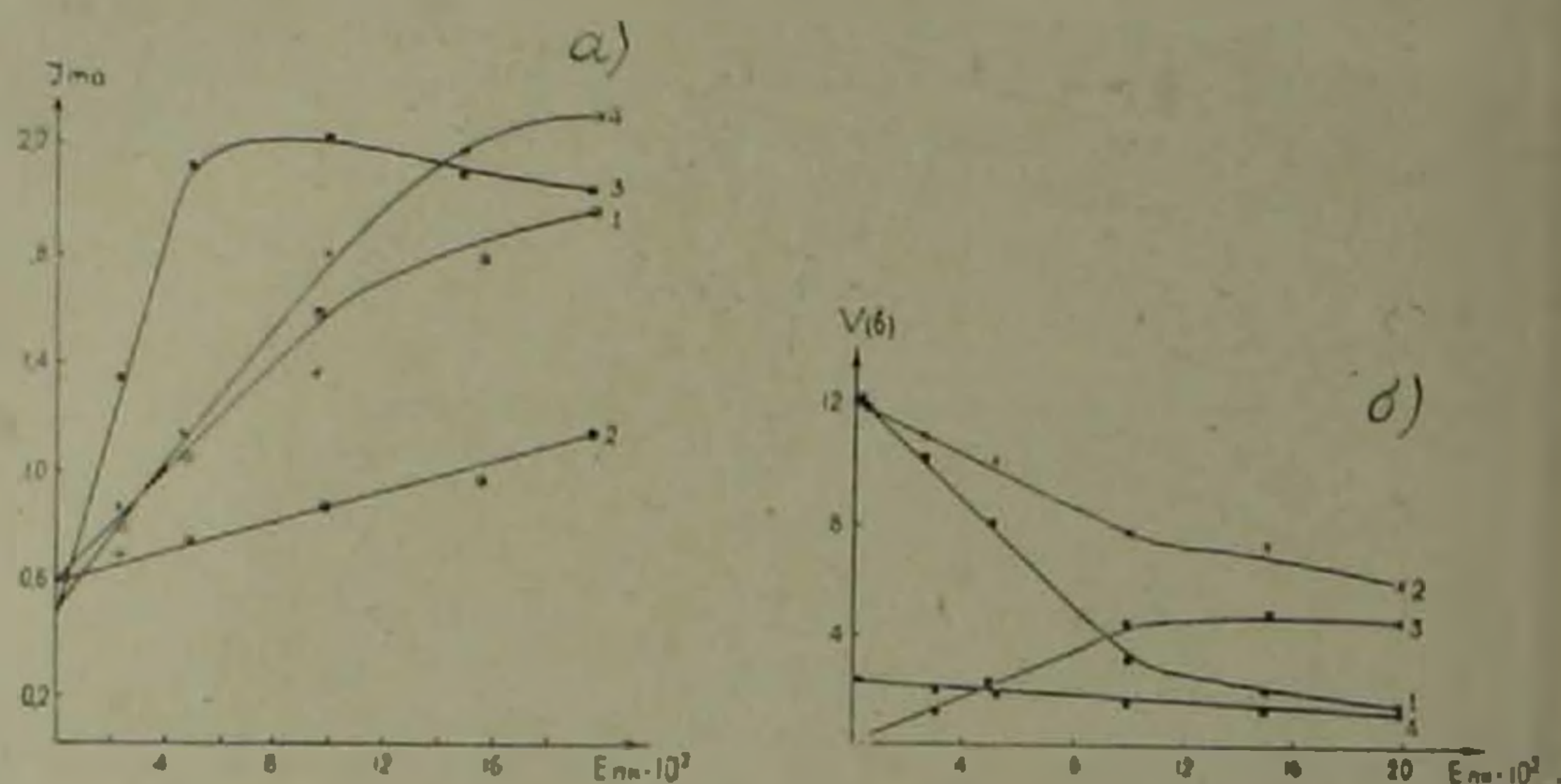


Рис. 2. а — зависимость $I_{пор}$ и I_{cp} от E . 1 и 3 — для диодов без гистерезиса в темноте при освещении со стороны n^+ электрода; 2 и 4 — то же при освещении со стороны p^+ .

б — зависимость V_{cp} от E . 1 — для освещения со стороны n^+ ; 2 — для p^+ ; 3 — $\Delta V = V_{cp,p^+} - V_{cp,n^+}$.

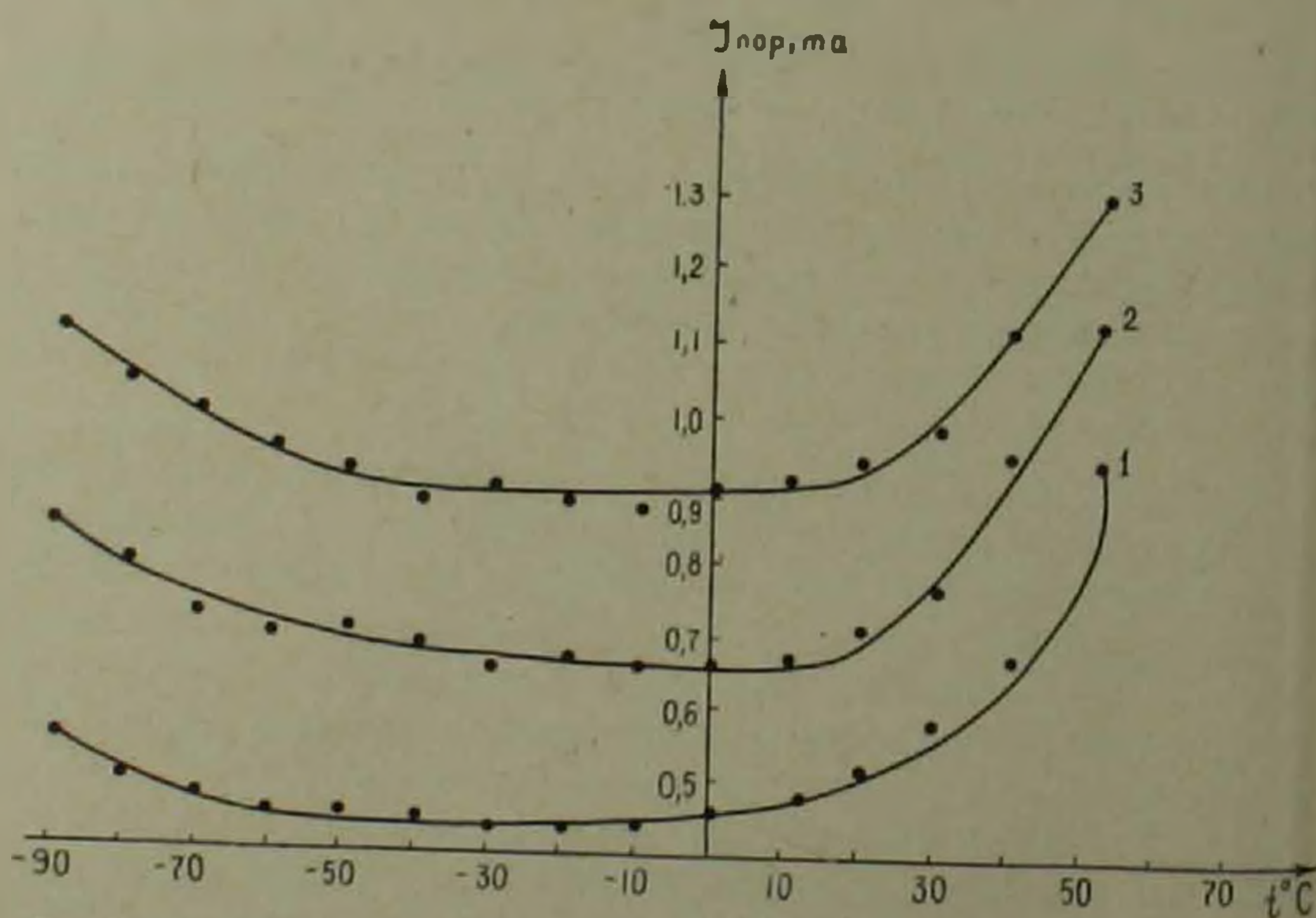


Рис. 3. Температурная зависимость $I_{пор}$ от E . 1 — $E = 230 \text{ лк}$, 2 — $E = 130 \text{ лк}$, 3 — $E = 10 \text{ лк}$.

Исследования диодов первой партии показали, что величина $I_{\text{пор}}$ зависит, как от температуры, так и от величины освещенности (рис. 3). В частности, было выявлено, что в области температур от $+10^\circ\text{C}$ до -90°C величина $I_{\text{пор}}$ слабо изменяется, тогда как при нагревании диодов $I_{\text{пор}}$ возрастает (рис. 3, кривая 1). С увеличением уровня освещенности $I_{\text{пор}}$ возрастает во всем температурном диапазоне по сравнению с величиной $I_{\text{пор}}$ взятой при $E = 0$.

Переключение с левой ветви на правую ветвь гистерезиса происходит по нагрузочной кривой. Напряжения, при которых происходят переключения $V_{\text{ист}}$, слабо зависят от E (уменьшение $V_{\text{ист}}$ порядка $1-1,5$ в). В работах (¹²⁻¹⁴) авторы указывают на уменьшение величины $V_{\text{ср}}$ в зависимости от E . В случае исследуемых нами диодов $V_{\text{ср}}$ также убывает с ростом E (рис. 2, б). Однако уменьшение $V_{\text{ср}}$ для реализуемых способов освещения, происходит по-разному. При освещении со стороны n контакта (рис. 2, б кривая 1) величина $V_{\text{ср}}$ меньше, чем в случае освещения со стороны p контакта (рис. 2, б, кривая 2) при фиксированных значениях E (рис. 2, б, кривая 3). Это различие в величинах $V_{\text{ср}}$ наблюдается во всем диапазоне изменения освещенности.

Однако действие светового возбуждения проявляется не только в появлении гистерезиса на ВАХ, но и на закономерностях ВАХ. Необходимо отметить, что на ВАХ появляется участок с сублинейной зависимостью. ВАХ укладывается в закономерность вида $I = AV^n$, где $n > 1$ (1; 1,5; 2) на всей ВАХ без освещения. Однако под действием света на ВАХ появляется участок, где $n \approx 0,5$. Этому участку предшествует участок с $n = 1$ (⁹). С увеличением тока через диод сублинейная зависимость сменяется суперлинейной для диодов первой партии.

Для диодов II партии различие в способе освещения приводит к тому, что при освещении со стороны n контакта сублинейность на ВАХ наблюдается при малых величинах освещенности (до 500 лк), с увеличением E сублинейность сменяется линейной, или близкой к ней зависимостью, а n принимает значение $n = 1; 1, 2$, на всей ВАХ. При освещении же со стороны p сублинейность на ВАХ наблюдается при всех величинах E , реализуемых в нашем случае.

Шиур тока, т. е. физический канал тока внутри толщи n/p имеет свои минимальные размеры. Они носят название удвоенной ширины стенки шнура (¹⁶). Когда удвоенная ширина стенки превосходит ширину технологического канала (который обусловлен особенностями структуры базы—ее неоднородным легированием и компенсированием, дефектами, дислокациями, размерами тылового контакта и т. д. (¹⁷)), то шнур естественно не возникает. Однако ширина стенки также, как и диффузионная длина неосновных носителей, как мы считаем, может меняться с током. Как показано в (¹⁶) ширина стенки экспоненциально убывает с ростом диффузионной длины и уменьшением толщины высокоомной базы прибора. Следовательно, при изменении этой длины с током, в частности, при ее увеличении мы должны ожидать резкое уменьшение ширины стенки. Попытаемся по-

нять с этой точки зрения некоторые наши экспериментальные данные. Во-первых, исходя из вышесказанного можно понять почему у одних диодов нет гистерезиса, но есть вертикаль, а у других есть и гистерезис и вертикаль. Мы, естественно предполагаем, что в наших диодах имеет место шнурование тока. Тогда если есть и вертикаль и гистерезис, то это значит, что ширина технологического канала всегда больше удвоенной толщины стенки шнура. Это значит, что все свойства шнура могут себя проявить при этом, в том числе и гистерезис, который наблюдается при достаточно малых токах (меньше тока срыва). Иное следует ожидать, если при малых токах (меньших тока срыва) удвоенная ширина стенки шнура больше ширины технологического канала. Тогда при этих токах по существу нет шнура, а поэтому мы и не наблюдаем гистерезисных явлений.

Но поскольку мы приняли, что ширина стенки шнура зависит от тока, а именно, резко уменьшается с ростом тока, то возникновение шнура тока на участке отрицательного сопротивления все же возможно и начинается именно с той точки ОДС, где уже ширина стенки (в связи с ростом тока) становится меньше ширины технологического канала. Эта точка не обязательно находится вблизи тока срыва, а может быть на конечном расстоянии от нее. Таким образом к моменту перехода диода по характеристике в точку $I_{отс}$ может сформироваться достаточно узкий шнур, ширина которого (будучи уже заметно меньше технологического канала) будет возрастать с ростом полного тока, что проявляется в наличии вертикали на ВАХ.

Предлагаемая модель не исключает, а скорее всего допускает появление гистерезисных явлений и в этом случае, но при токах больших тока срыва.

Обратимся теперь к случаю формирования шнура и гистерезиса в условиях освещения. При освещении происходит частичная раскомпенсация материала, при этом диффузионная длина может возрасти так что и при малых токах (меньших тока срыва) ширина стенки шнура станет меньше ширины технологического канала. В то же время сам ток срыва зависит от освещенности и возможны такие ситуации, когда токи при которых возникает шнур будут ниже нового тока срыва, но выше его старого значения. В этих условиях так же возможно возникновение гистерезисных явлений при токах, меньших как нового, так и старого, в принципе, $U_{ср}$.

Исходя из полученных экспериментальных данных и тех теоретических представлений, которые развиты в ^(8,11) можно предположить, что отсутствие гистерезиса при обратном ходе прямой ветви ВАХ не означает того, что в базе приборов не происходит шнурование тока. В пользу этого предположения свидетельствуют изложенные выше представления, которые вытекают из работ ^(8,13,15).

Сравнивая поведение $I_{пор}$ в нашем случае с результатами работ ^(14,15) можно отметить, что в них величина $I_{пор}$ также изменяется в зависимости от величины и ориентации магнитного поля. В частности, авторы ⁽¹⁶⁾ наблюдали уменьшение величины в продольном магнитном

поле. Авторы (¹⁷) описывают деформацию шнура тока под действием светового излучения.

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность Л. Б. Арамяну за помощь в изготовлении диодов.

Институт радиофизики и электроники Армянской ССР

Հայկական ԽՍՀ ԳԱ բրաժկիզ անդամ Դ. Խ. ԱՂԱԳՅԱՆԸ, Ս. Գ. ԳՈՂՄԱԶՅԱՆԸ

Արժարով միախառնված n-սիլիցիումային S-երկէլեկտրոդներում հոսանքի
բեկի մի Լանի հատկություններ

Հետադրուոված են շեմային հոսանքի կախովածությունները (այսինքն
այն հոսանքի, որի դեպքում հոսանքի թելը քայքայվում է) յուսավորվածու-
թյունից և ջերմաստիճանից, ինչպես նաև ուսումնասիրված են լույսի ազդե-
ցությամբ հիստերեզիսի առաջացման հնարավորությունները: Տրվում է
երկէլեկտրոդային սարքերում հոսանքի թելի առաջացման որակական բացա-
արությունը, որոնց բնութագծերում հիստերեզիս չի դիտվում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ I. Melngailis, A. G. Milnes, J. Appl. Phys. 33, 995, 1962. ² Н. В. Варламов, Н. А. Сондаевский, В. П. Сондаевский, В. И. Стафеев, Тезисы докладов на III Все-союзном совеща нии по физич. явлениям в р-п переводах, Тбилиси, 1966. ³ A. M. Barnett, A. G. Milnes, J. Appl. Phys. 37, 4215, 1966. ⁴ Г. И. Березин, А. И. Романец, В. П. Сондаевский, В. В. Уздовский, ФТП 7, 4, 738, 1973. ⁵ T. Fujita, K. Nottm, Japan. J. Appl Phys. 2, 535, 1963. ⁶ А. В. Вэков, Ш. М. Хоган, УФН, 934, 631, 1968. ⁷ Н. В. Варламов, В. В. Осипов, ФТП, 7, 950, 1969. ⁸ В. В. Осипов, В. А. Холоднов, ФТП, 4, 7, 1216, 1970. ⁹ Г. М. Авакьянц, Д. Г. Долмэян, Э. А. Хазар-джян, Тезисы одесского совещания по глубоким центрам и п.п. 6, Одесса, 1972. ¹⁰ А. А. Лебедев, А. Г. Мамадалимов, Ш. Махкамов, ФТП, 6, 11, 2198, (1972). ¹¹ Б. М. Болтаск, Сюн-Шин-Нинь, ФТТ, 2, 11, 2682 (1960). ¹² В. И. Стафеев, ФТТ, 5, 11, 3055 (1963). ¹³ А. А. Лебедев, А. Т. Мамадалимов, А. И. Султанов, ФТП, 5, 1, 22 (1971). ¹⁴ В. В. Осипов, В. А. Холоднов, ФТП, 7, 5, 886 (1973). ¹⁵ Г. М. Авакьянц, А. А. Степанов, Р. С. Барсегян, С. П. Мовчан, ДАН Арм. ССР, 11, 5, 257 (1971). ¹⁶ Н. В. Варламов, Э. А. Полторацкий, В. П. Сондаевский, ФТП, 3, 365 (1969). ¹⁷ М. Е. Алексеев, Н. В. Варламов, Э. А. Полторацкий, В. П. Сондаевский, ФТП, 12, 1787 (1969).

УДК 539.3

ФИЗИКА

Г. П. Алоджанц, Л. Ш. Григорян,
 член-корреспондент АН Армянской ССР Г. С. Саакян, Э. В. Чубарян

К вопросу об образовании π -конденсата в ядерном веществе

(Представлено Г. С. Саакяном 17/V 1974)

Известно, ⁽¹⁾ что при плотностях порядка ядерной в среде вместе с нуклонами и электронами могут быть и Σ^- гипероны. Появление в вырожденной ядерной материи гиперонов обусловлено принципом Паули и минимумом энергии ее основного состояния. Соответствующие расчеты ⁽¹⁾ нельзя считать окончательными, ибо не известно точное значение энергии взаимодействия между разными видами барионов. При этих плотностях имеется возможность возникновения и π -конденсата, правда, с той же неопределенностью в знании взаимодействия между барионами. Нам кажется, что в настоящее время трудно однозначно утверждать, какая альтернатива реализуется в природе.

Впервые на возможность образования π -конденсата при ядерной плотности было указано в работе ⁽²⁾. Позже этот вопрос исследовался так же в работах ⁽³⁻⁴⁾. В упомянутых работах рассматривались π -мезоны в состояниях описываемых либо бегущей, либо стоячей плоской волной. С таким представлением связаны некоторые трудности (появление больших прямолинейных макроскопических токов и определенная несвязка с центрально-симметричным распределением масс). Поэтому представляется интересным исследовать возможность образования других типов π -конденсата, например, конденсата с определенным моментом и энергией.

Рассмотрим образование π^- -конденсата в состоянии, описываемом волновой функцией

$$\varphi_{\pi} \sim \sum_{|\vec{k}| \sim k_0} a_{\vec{k}} |\vec{k}\rangle, \quad (1)$$

где $a_{\vec{k}}$ амплитуда плоской волны $|\vec{k}\rangle$, а суммирование при фиксированном k_0 означает, что значение энергии у π^- -мезонов считается определенным. Необходимое условие образования π^- -конденсата

$$E_2 < E_1, \quad (2)$$

Здесь,
$$E_1 = \sum_{\vec{p}, s} \frac{\vec{p}^2}{2m} \quad (3)$$

энергия вырожденного идеального нейтронного газа с заданным числом частиц N , а

$$E_2 = \langle \psi_2 | \hat{H} | \psi_2 \rangle, \quad (4)$$

где $|\psi_2\rangle$ основное состояние системы при наличии π^- -конденсата, $\hat{H}$ соответствующий гамильтониан. Знак равенства в (2) соответствует порогу появления в среде π^- -мезонов. Как и в работах (2-4), мы будем учитывать взаимодействие нуклонов только с π^- -мезонами из конденсата и применим приближенный метод среднего поля.

При интересующих нас плотностях нуклоны являются нерелятивистскими. Поэтому, оператор взаимодействия можно будет записать в виде

$$H_i = - \frac{F}{m_\pi} \int \psi_N^\dagger \vec{\sigma} \cdot \vec{\sigma}_N \nabla \Phi_\pi d v, \quad (5)$$

где $F \approx 1,1$, $\hbar = c = 1$, $\vec{\sigma}$ оператор спина, а $\vec{\sigma}_N$ оператор изоспина. Полагая, что число π^- -мезонов велико, получим (метод среднего поля)

$$\hat{H}_i = - \sqrt{2} \frac{F}{m_\pi} \int \psi_p^\dagger \vec{\sigma} \psi_n \nabla \varphi_\pi d v + \text{э. с.}, \quad (6)$$

где
$$\varphi_\pi = \frac{1}{\sqrt{2\omega_{k_0}}} \sum_{|\vec{k}|=k_0} a_{\vec{k}} |\vec{k}\rangle, \quad \sum_{|\vec{k}|=k_0} |a_{\vec{k}}|^2 = xN. \quad (6')$$

Здесь x — концентрация π^- -мезонов, а $\omega_{k_0} = \sqrt{k_0^2 + m_\pi^2}$ — энергия π^- -мезона.

Подставляя в (6) разложения

$$\psi_p = \sum_P b_P |P\rangle, \quad \psi_k = \sum_Q C_Q |Q\rangle,$$

где P и Q символическая запись импульса и спина частицы $P \equiv (\vec{p}, s_p)$ и $Q \equiv (q, s_n)$, получаем

$$H_i = \sum_{P, Q} [M_{P, Q} b_P^\dagger C_Q + \text{э. с.}], \quad (7)$$

где
$$M_{P, Q} = i \frac{F a_{q-p}^*}{m_\pi \sqrt{\omega_{k_0}} V_{q-p}} \langle s_p | \vec{\sigma} \cdot (\vec{q} - \vec{p}) | s_n \rangle. \quad (7')$$

Легко убедиться в том, что рассмотрение состояния (1) вместо плоских волн, не изменяет порога рождения частиц и их конденсации. Так в (6') $|a_{\vec{k}}|^2 xN$ представляет собой вероятность обнаружить все xN π^- -мезонов в состоянии, описываемом волновой функцией $|\vec{k}\rangle$. В соответствии с этим энергию конденсата можно оценить по формуле

$$E_c \approx \frac{1}{xN} \sum_{|\vec{k}|=k_0} |\alpha_{\vec{k}}|^2 E_c(\vec{k}), \quad (8)$$

где $E_c(\vec{k})$ — энергия конденсата с определенным значением импульса (плоская волна). Поскольку E_c функция от k^2 , а в (8) суммирование производится только по направлениям $\vec{k}$, то E_c можно вынести из под знака суммы. Таким образом, энергия конденсата не зависит от волновой функции (1) и совпадает с результатом случая бегущей волны, рассмотренным в (4):

$$E_c \approx \left| \alpha_{k_0} + \frac{k_0^2}{2m} - 2 \frac{Fk_0}{m_z} \sqrt{\frac{N(1-x)}{\omega_{k_0} V}} \right| xN. \quad (9)$$

По сути дела в оценке (8) предполагается, что π -конденсат представляет собой смешанный ансамбль с различными направлениями импульса. Очевидно, энергия основного состояния должна быть ниже (9). Отсюда для порога рождения получается $n_c \approx 2,5 \cdot 10^{25} \text{ см}^{-3}$ (4).

Наиболее общий вид волновой функции системы с гамильтонианом взаимодействия (7) есть

$$|\psi_2\rangle = \prod_R \sum_{\vec{k}} (v_{R,\vec{k}} b_{\vec{k}}^\dagger + u_{R,\vec{k}} c_{\vec{k}}^\dagger) |0\rangle, \quad (10)$$

где под $|0\rangle$ мы подразумеваем волновую функцию состояния, в котором нет нуклонов, но имеется xN π -мезонов, а $u_{R,\vec{k}}$ и $v_{R,\vec{k}}$ набор пока не определенных коэффициентов, образующих две матрицы u и v . Энергию конденсата E_c можно оценить вариационным методом Хартри-Фока-Боголюбова (5). Рассмотрим специальный тип квазисостояний β и γ , определяемых соотношениями

$$\begin{aligned} b_R &= \sum_{\vec{k}} (u_{R,\vec{k}} \beta_{\vec{k}} + v_{R,\vec{k}} \gamma_{\vec{k}}), \\ c_R &= \sum_{\vec{k}} (-v_{R,\vec{k}} \beta_{\vec{k}} + u_{R,\vec{k}} \gamma_{\vec{k}}). \end{aligned} \quad (11)$$

Подставляя (11) в (10), можно вычислить энергию системы (4).

Затем, минимизируя полученное выражение по матрицам u и v , получаем энергию конденсата $E_c = E_2 - E_1$, которая в случае малых x принимает вид (6):

$$E_c \approx \sum_{|\vec{k}|=k_0} |\alpha_{\vec{k}}|^2 \omega_{k_0} - \frac{Fk_0}{m_z} \sqrt{\frac{N}{\omega_{k_0} V} \sum_{|\vec{k}|=k_0} |\alpha_{\vec{k}}|^2 \sum_{|\vec{k}|=k_0} |\alpha_{\vec{k}} + \alpha_{-\vec{k}}^*|^2}} \quad (12)$$

Однако, (12) дает завышенное значение E_c , истинное значение оказывается ниже. В самом деле, подставляя в (12) $\alpha_{\vec{k}} = \sqrt{xN} \delta_{\vec{k}, \vec{k}_0}$ (плоская волна), для порога рождения находим $n_c \approx 3,6 \cdot 10^{25} \text{ см}^{-3}$, что на 40% выше значения $n_c \approx 2,5 \cdot 10^{25} \text{ см}^{-3}$, полученного в (4).

Правда, путем частичного видоизменения (11) можно прийти к последнему результату (9). Выбирая волновую функцию удовлетворяющей требованию $\alpha_{-k}^* = \alpha_k$ (суперпозиция стоячих плоских волн), получаем

$$E_c \approx \left[\omega_{k_0} - 2 \frac{F k_0}{m_e} \sqrt{\frac{N}{\omega_{k_0} V}} \right] x N. \quad (13)$$

Это выражение для E_c отличается от (9) (при малых x) слагаемым $(k_0^2/2m)xN$, что приводит к порогу

$$n_c = \frac{\sqrt{3}}{4F^2} 3m_e^3 \approx 1.8 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3} \quad (14)$$

и к пороговому значению волнового числа $k_0 = \sqrt{2}m_e$. Это значение n_c чуть ниже величин полученных в работах (2-6).

Итак, в отличие от упомянутых выше работ, можно допустить образование конденсата в виде суперпозиции стоячих плоских волн по разным направлениям, в частности, образование сферической волны $\psi \sim Y_{lm}(\Omega, r)$. Такое представление согласуется с симметрией задачи (сферическая нейтронная звезда). Однако, нужно иметь в виду, что учет взаимодействия между нуклонами и факт наличия вырожденного газа электронов может изменить приведенную картину. Возможно также появление π^+ и π^0 мезонов.

Исследованию этих моментов посвящена недавно вышедшая работа(7).

Ереванский государственный университет

Կ. Պ. ԱՇՈՋԱՆՅԱՆ, Լ. Զ. ԿՐԻՍՏՅԱՆ, Վ. Ս. ԱԼԱԿՅԱՆ, Է. Վ. ԶՈՐԻԱՆՅԱՆ

Միջուկային կոորդով π -կոնդենսատի առաջացման հարցի վերաբերյալ

Ստատմանսիրված է նյութի վիճակը միջուկային խտությունների տիրույթում: Քննարկված է π^- — մեզոնների կոնդենսացման հնարավորությունը միջուկային մատերիալում: π^- — մեզոնների վիճակը նկարագրվում է $\sum_{|k| \leq k_0} \alpha_k^* |k\rangle$

ալիքային ֆունկցիայով, որտեղ α_k^* -ն $|k\rangle$ հարթ ալիքի ամպլիտուդն է. իսկ k_0 -ն ֆիքսված ալիքային թիվ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 Г. С. Саякин, Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс, „Наука“ 1972. 2 А. Б. Мигдал, ЖЭТФ, 61, 2209 (1971). 3 R. F. Sawyer, Phys. Rev. Lett, 29, 382 (1972). 4 D. J. Scalapino, Phys. Rev. Lett, 29, 386 (1972). 5 В. Г. Соловьев, Теория сложных ядер, „Наука“, 1971. 6 Л. Ш. Григорян, Уч. записки ЕГУ, 1974. 7 А. Б. Мигдал, О. А. Маркин, Н. Н. Минусин, ЖЭТФ, 66, 443 (1974).

УДК 551.50

МЕТЕОРОЛОГИЯ

А. М. Мхитарян, А. С. Саакян, А. С. Акопян

Контуры теплового баланса территории Армянской ССР

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. С. Давтяном 25/III 1974)

Как известно, уравнение теплового баланса для подстилающей поверхности имеет вид

$$R = P + LE + B, \quad (1)$$

где R — радиационный баланс, P — вертикальный турбулентный теплообмен подстилающей поверхности с атмосферой, LE — затрата тепла на испарение, B — теплообмен в почве.

Теплообмен в почве представляет собой изменение теплосодержания деятельного слоя почвы. Для больших интервалов времени его величина приближается к нулю, поэтому для годовых сумм уравнение (1) принимает вид:

$$R = P + LE. \quad (2)$$

Вопросами изучения отдельных составляющих теплового баланса для территории Армянской ССР занимаются, начиная с 1956 г. (1-3 и др.), однако замыкание уравнения теплового баланса до сих пор не проведено. Цель настоящей статьи — замыкание этого уравнения.

Отметим, что определение величин составляющих теплового баланса в горных условиях связано с большими трудностями. Если зависимости, полученные для равнинных условий, можно распространить на значительную территорию, то в горных условиях этого сделать невозможно.

Расчет радиационного баланса для территории Армянской ССР выполнен в работе (2) по формуле

$$R = (Q + q)(1 - A_0) - E_{\text{эф}}, \quad (3)$$

где $Q + q$ — суммарная радиация, A_0 — альбедо подстилающей поверхности, $E_{\text{эф}}$ — эффективное излучение, определяемое формулой

$$E_{\text{эф}} = E_0(1 - \bar{c}n^m) + 4\bar{\epsilon}\sigma T^3\Delta T. \quad (4)$$

Здесь E_0 — эффективное излучение безоблачного неба, $\bar{c}$, $\bar{\epsilon}$, m — некоторые коэффициенты, σ — постоянная Стефана — Больцмана, $\Delta T = T_0 - T_z$ — разность температур поверхности почвы и воздуха.

Для определения следующей составляющей теплового баланса, затраты тепла на испарение, были обработаны многочисленные материалы, накопленные за последние десятилетия по испарению с почвы по испарителям ГГН—500—50, по температуре и осадкам, продуктивной влажности, испаряемости и т. д. На основании этих материалов уточнена методика расчета испарения с суши в горных условиях, которая и была применена для контрольных расчетов (¹). В результате была установлена зависимость испарения E от осадков r и температуры воздуха t в следующем виде (¹):

$$E = (r + \bar{A}) \exp [-b(T-t)^2], \quad (5)$$

где $\bar{A}$ и b — некоторые параметры; $r + \bar{A}$ — максимально возможное испарение при температуре $t = T$. При отсутствии осадков ($r=0$) и $t = T$, $E = \bar{A}$, величина $\bar{A}$ зависит от влажности почвы и температуры T . При $T=40^\circ$ $\bar{A}=50$ мм, $T=30^\circ$ $\bar{A}=40$ мм и т. д.

Здесь T — максимально возможная средняя месячная температура воздуха для данной территории. По этой формуле рассчитано испарение для территории Армянской ССР, построены карты суммарного испарения.

Для расчета потока тепла в почву существуют различные методы. Однако расчеты по этим методам не дали удовлетворительных результатов. А. Р. Константиновым (⁴) построены графики определения потока тепла в почву по температуре и влажности воздуха. На основе этих графиков, определены месячные величины потока тепла в почву для территории Армянской ССР. Результаты этих расчетов приведены в научном отчете Ереванского отдела ЗакНИГМИ 1971 г. по теме «Метеорологическое обоснование сроков и норм полива в горных условиях».

Последний из основных членов теплового баланса — турбулентный теплообмен подстилающей поверхности с атмосферой, был рассчитан для теплого периода времени, с мая по сентябрь, по формуле

$$P = c_p \rho D \Delta T, \quad (6)$$

где для определения коэффициента диффузии D была использована формула (⁵)

$$D = D_0 e^{c(H - H_0)}, \quad (7)$$

Здесь H — высота местности над уровнем моря в километрах. $H_0 = 0,45$ км — высота, где D равняется D_0 . Значения D_0 и c приведены в табл. 1.

Полученная связь применима в интервале высот $0,45 < H < 3,23$ км.

По отдельно рассчитанным элементам можно теперь приступить к замыканию уравнения теплового баланса (1). Обозначим «невязку» уравнения (1) через Δ и перепишем его в виде

$$\Delta = R - (LE + P + B). \quad (8)$$

Очевидно, что если все составляющие теплового баланса опреде-

Значения параметров формулы (7)

	V	VI	VII	VIII	IX	год
D_0	0,87	0,72	0,76	0,64	0,62	1,06
c	0,69	0,69	0,53	0,65	0,59	0,60

лены с достаточной точностью, то Δ должна быть малой величиной. Результаты расчета по формуле (7) показали, что уравнение теплового баланса хорошо замыкается для годовых сумм составляющих теплового баланса, также для июня и июля. По данным за май получают несколько большие отклонения, преимущественно с положительным знаком, что означает, что $P_p < P_0$, где P_p и P_0 значения турбулентного теплообмена, рассчитанные по формуле (6) и как остаточный член уравнения (1), соответственно.

То же показали кривые распределения невязки и общие суммы процентов отклонений. В мае, июне, августе, сентябре получилась положительная небольшая сумма, в июле—отрицательная, т. е. в отдельные летние месяцы и в среднем для года $P_p < P_0$.

Отметим, что средние по республике значения R , LE и $P = R - LE$ за год, полученные планиметрированием отдельных карт этих элементов, достаточно хорошо совпадают со средними арифметическими значениями составляющих элементов по данным всех пятидесяти метеостанций, использованных при составлении карт. Так что, за среднее значение данного элемента для территории Армянской ССР можно принять среднее арифметическое значение данных этих метеостанций. В среднем для всей территории Армянской ССР путем планиметрирования соответствующих карт годовых сумм получено $R = 56,9$, $LE = 23,9$, $P_0 = 33,4$ ккал/см² год ($P_p = 29,6$), т. е. в целом по республике 42% радиационного баланса тратится на испарение, 58% — на турбулентный теплообмен.

Следует указать, что путем планиметрирования карты испарения получено, что в среднем по республике испарение, без учета орошения, составляет 392 мм в год, что так же хорошо совпадает с величиной затрат тепла на испарение— $LE = 23,9$ ккал/см²год или 398 мм/год.

Был построен годовой ход элементов теплового баланса для отдельных станций и в среднем для всей территории Армянской ССР, последний представлен на рис. 1. Результаты расчета показывают, что для большинства станций тепловой баланс достаточно хорошо замыкается.

В табл. 2 приведены средние месячные значения составляющих теплового баланса для всей территории Армении и их отношения.

На рис. 2 приведена зависимость отношений P/R и LE/R от высоты местности в мае, июле и сентябре. Из этого рисунка видно, что LE/R с высотой уменьшается, а P/R —наоборот, увеличивается.

В разные месяцы затраты тепла на испарение и турбулентный теплообмен становятся равными на разных высотах. Как показали расчеты годовых величин, в среднем на высоте 700 м они одинаковы.

Таким образом, хотя в среднем по республике, как уже говори-

лось, турбулентный теплообмен больше затрат тепла на испарение, ниже 700 м над уровнем моря наблюдается обратная картина.

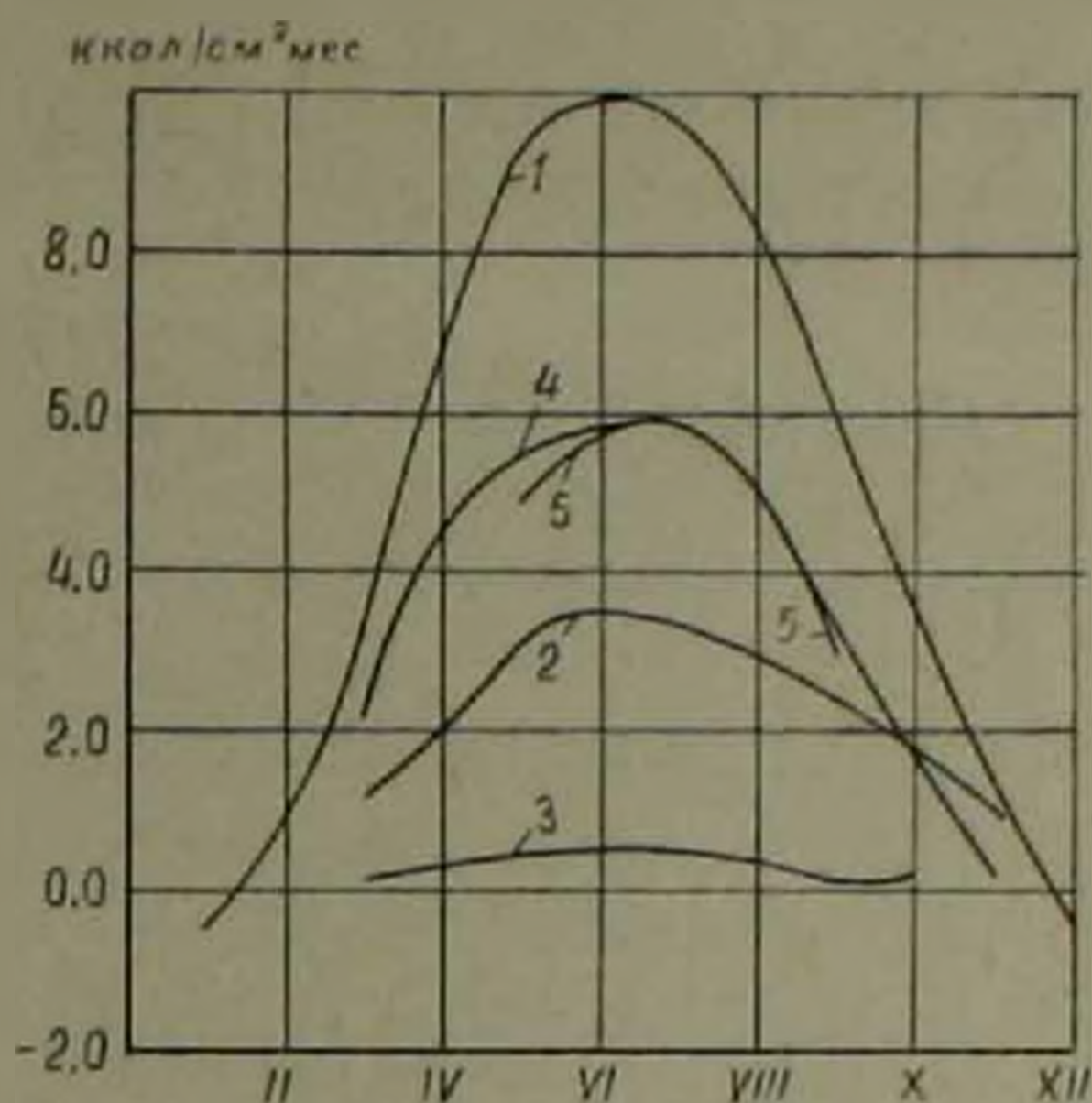


Рис. 1. Головой код элементов теплового баланса в среднем для всей территории Армянской ССР: 1—радиационный баланс; 2—затрата тепла на испарение; 3—теплообмен в почве; 4—турбулентный теплообмен, рассчитанный по балансу; 5—турбулентный теплообмен, рассчитанный по формуле (6)

Нкм

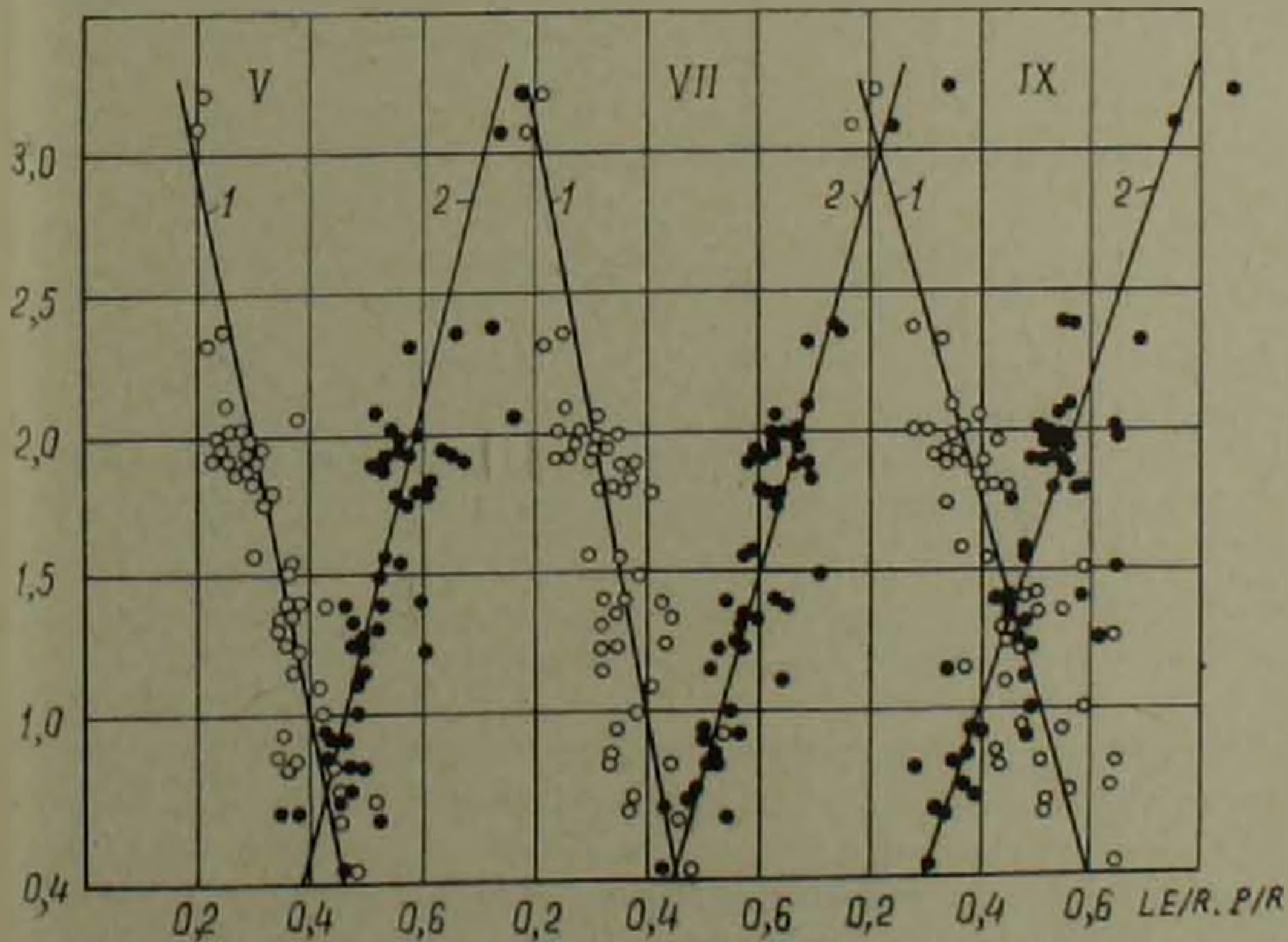


Рис. 2. Зависимость отношений LE/R (1) и P/R (2) от высоты местности

Что касается зависимости отношения Боуена (P/LE) от высоты, то расчеты показали, что оно с высотой увеличивается по линейному закону, с коэффициентом корреляции не менее 0,78 в различные месяцы.

Построен также годовой ход отношений P/R , LE/R и P/LE по данным некоторых ведущих метеостанций и для средних по республике значений (рис. 3).

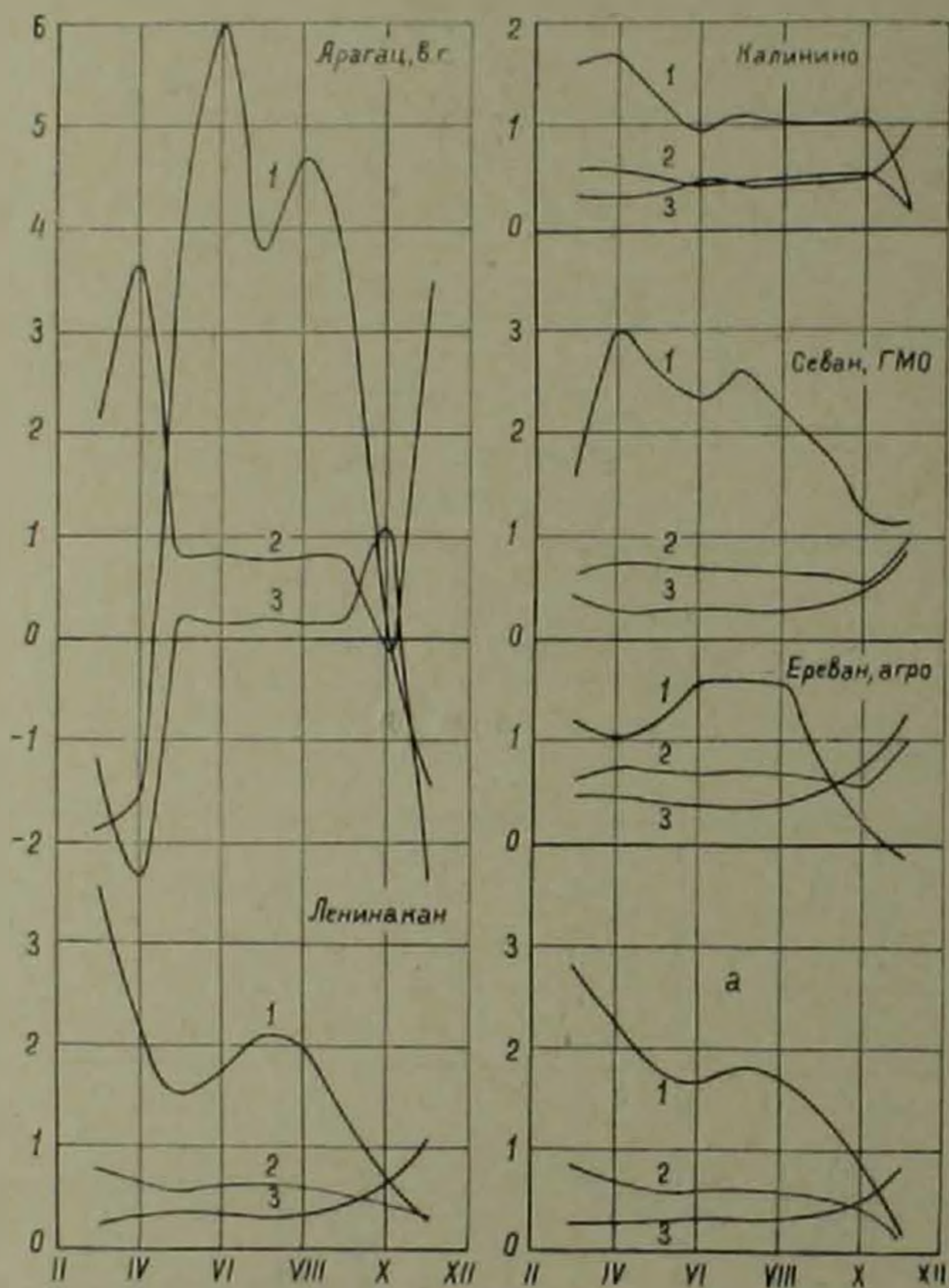


Рис. 3. Годовой ход отношений P/LE (1), P/R (2) и LE/R (3) для различных метеостанций и в среднем для всей территории. (а).

В результате установлено, что за исключением высокогорной станции Арагац, где из-за малости значений P , R и LE весной и осенью флуктуация указанных отношений получается большой, в остальных станциях отношения P/R и LE/R остаются почти посто-

Таблица 2

Средние месячные значения радиационного баланса (R), затрат тепла на испарение (LE), турбулентного теплообмена с атмосферой (P) и теплообмена в почве (B) по всей территории Армянской ССР в ккал/см² и их отношения

	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	год
R	3.5	6.7	9.3	9.9	9.7	8.4	5.9	3.6	1.3	57
LE	1.1	2.0	3.1	3.5	3.3	2.9	2.4	1.9	1.1	24
P	3.1	4.6	5.6	5.8	5.9	5.1	3.2	1.7	0.2	33
B	0.2	0.3	0.5	0.5	0.5	0.4	0.1	0.1	0.1	0
LE/R	0.31	0.30	0.33	0.35	0.34	0.34	0.41	0.53	0.85	0.42
P/R	0.89	0.69	0.61	0.59	0.61	0.61	0.54	0.47	0.15	0.58
B/R	0.05	0.04	0.05	0.04	0.06	0.05	0.02	0.03	0.08	0
P/LE	2.82	2.30	1.81	1.66	1.79	1.76	1.33	0.89	0.18	1.38

янными до сентября, после чего уменьшаются или увеличиваются. Отношение P/LE имеет два максимума в годовом ходе на станциях Арагац, в г., Севан, Калинин—в апреле и июле. По данным всех метеостанций (кроме Еревана), в июне имеется минимум (на Арагаце, в г.,—в июле) и через месяц—максимум. Можно полагать, что эти последующие друг за другом минимум и максимум наблюдаются на многих метеостанциях, что прослеживается на кривой 1 рис. 2(а), который построен по средним значениям данных всех пятидесяти метеостанций.

Таковы основные черты территориального и внутригодового распределения составляющих теплового баланса территории Армянской ССР.

Ереванский отдел ЗахНИГМИ

Ա. Մ. ՄԵԼԻՔԻԱՆ, Ա. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, Հ. Ս. ՀԱԿՈՔՅԱՆ

Հայկական ՍՍՀ-ի տարածքի ջերմային հաշվեկշռի ուղղագծեր

Հայաստանի տարածքի հիսուն օդերևութաբանական կայանների տվյալներով հաշված են օդի և ծածկույթի միջև տուրբուլենտ ջերմափոխանակության արժեքները՝ ջերմային հաշվեկշռի հավասարումից անկախ մեթոդով, տուրբուլենտ ջերմափոխանակության, պարզեցրած դիֆերենցիալ հավասարման լուծումից ստացած բանաձևով:

Հոդվածում ցույց է տրված, որ ստացած արդյունքները բավարարում են ջերմային հաշվեկշռի հավասարմանը, գործնական հաշվարկների համար ընդունելի ճշտությամբ:

Ստացված է ջերմային հաշվեկշռի բաղադրիչների և նրանց հարաբերությունների (մասնավորապես R -ուժնի գործակցի) կապը տեղանքի բարձրությունից:

Տրված է այդ բաղադրիչների, ինչպես և նշված հարաբերությունների տարեկան ընթացքը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԴԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Влаго- и теплообмен над водоемами и сушей в горных условиях. Под редакцией Мхитаряна А. М. Труды Закавказского государственного университета, вып. 29 (35), 1969. ² Р. А. Карташян, А. М. Мхитарян, Труды Закавказского государственного университета, вып. 39 (45), 1970. ³ А. М. Мхитарян, А. С. Акопян, М. И. Догестанян, Труды Закавказского государственного университета, вып. 51 (57), 1972. ⁴ А. Р. Константинов, Л. И. Сакобян, Н. И. Гойса, Р. Н. Олейник, Тепловой и водный режим Украины, Гидрометеоназдат, Л., 1966. ⁵ А. М. Мхитарян, А. С. Сапкян, ДАН АрмССР, т. LVII, 1973. ⁶ М. И. Будьяк, Тепловой баланс земной поверхности, Гидрометеоназдат, Л., 1956. ⁷ Э. М. Шихлинский, Тепловой баланс Азербайджанской ССР, Издательство «ЭЛМ», Баку, 1969.

УДК 577.17

БИОХИМИЯ

Член-корреспондент АН Армянской ССР А. А. Галоян,
Р. О. Карапетян

Влияние соматостатина на окислительное фосфорилирование в митохондриях сердца, гипоталамуса, почек и печени кролика

(Представлено 17/VI 1974 г.)

Соматостатин — новый фактор гипоталамуса, оказывает ингибирующее влияние на секрецию соматотропина аденогипофизом. Этот фактор открытый в 1972 году в лаборатории Р. Гиймена (¹) является тетрадекапептидом. Предыдущие наши работы показали, что гипоталамус продуцирует нейрогормоны не только для регуляции секреции аденогипофизарных гормонов, но и гормоны, оказывающие влияние на висцеральные органы (^{2,3}). Накоплен большой фактический материал, свидетельствующий о наличии семьи нейрогормонов в гипоталамусе, регулирующих сердечную деятельность (^{2,4}). Одним из нас развивалось положение, что в определенных условиях и релизинг гормоны могут проникать из мозга в общую циркуляцию и оказывать органотропное влияние (⁵) и что между двумя путями регуляции (пара—и трансаденогипофизарным) имеются интимные взаимоотношения на уровне гипоталамуса и периферических эндокринных желез (⁶). Нам было показано, что соматостатин, введенный внутривенно в дозе 0,1—1,0 мкг на целое животное (кошки) предотвращает коронаро-расширяющий эффект раздражения блуждающего нерва на уровне поджелудочной железы (⁷). Было также установлено, что соматостатин оказывает ингибирующее влияние на активность кислых и нейтральных протез, пептидаз различных частей мозга и гипофиза.

В настоящей работе приводятся данные о влиянии соматостатина на энергетический обмен в митохондриях ряда органов у кроликов. Опыты ставили на кроликах. Соматостатин растворяли в физиологическом растворе и 1 мкг на целое животное вводили в ушную вену (без наркоза). Через 20 мин после введения соматостатина животных обезглавливали и быстро отделяли сердце, гипоталамус, почки и печень. Изучали окислительное фосфорилирование в митохондриях вышеуказанных органов. Для изучения прямого влияния соматостатина на окислительное фосфорилирование в митохондриях на каждую пробу добавляли 0,05 мкг соматостатина. В контрольных опытах вместо соматостатина вводили физиологический раствор.

Окислительное фосфорилирование митохондрий сердца и других органов изучали методами, описанными Севериным и соавторами (7), Скулачевым (8). Митохондрии отделяли дифференциальным центрифугированием. Инкубацию проводили в сосудах Варбурга при 26-30 мин. Газовая фаза воздух. Количество эстерифицированного фосфата устанавливали по разности в содержании фосфата в пробах до и после инкубации. Фосфор определяли по—Лоури и Лопез (10). Белок определяли по—Лоури (11).

Таблица 1

Влияние соматостатина на окислительное фосфорилирование в митохондриях сердца кролика (О и Р в мкагомах/мг белка, $M \pm m$). Количество опытов—5

Компоненты	О	Р	Р/О
Контроль	0.75 ± 0.07	1.8 ± 0.51	—
Соматостатин	0.75 ± 0.11	1.03 ± 0.06	1.3 ± 0.01
Сукцинат	2.54 ± 0.27	4.15 ± 0.43	1.67 ± 0.13
Сукцинат + соматостатин <i>in vivo</i>	1.3 ± 0.08 $P < 0.01$	1.83 ± 0.28 $P < 0.01$	1.45 ± 0.3 $P < 0.5$
Сукцинат + соматостатин <i>in vitro</i>	1.14 ± 0.18 $P < 0.01$	1.42 ± 0.2 $P < 0.001$	1.31 ± 0.19 $P > 0.2$
α — кг	3.11 ± 0.16	8.68 ± 0.45	2.82 ± 0.24
α — кг + соматостатин <i>in vivo</i>	1.68 ± 0.09 $P > 0.001$	2.81 ± 0.31 $P > 0.001$	1.7 ± 0.2 $P < 0.02$
α — кг + соматостатин <i>in vitro</i>	1.44 ± 0.1 $P > 0.001$	2.36 ± 0.2 $P > 0.001$	1.63 ± 0.15 $P < 0.01$

Как видно из табл. 1 при добавлении в пробы соматостатина (без субстрата) поглощение кислорода по сравнению с эндогенным дыханием не изменяется. Эстерификация фосфата, наоборот, подавляется на 43%. При внутривенном введении соматостатина (субстрат окисления—сукцинат) поглощение кислорода и эстерификация фосфата по сравнению с опытами, где присутствует только сукцинат, заметно подавляются: на 45 и 56% соответственно, в результате чего Р/О уменьшается на 13%. Но при прямом добавлении в митохондрии сердца, при субстрате окисления сукцинате, поглощение кислорода уменьшается на 55%, эстерификация фосфата на 65,8%, а Р/О при этом уменьшается на 21,6%. Почти одинаковая картина наблюдается, когда в качестве субстрата окисления служит α -кетоглутарат: при внутривенном введении соматостатина поглощение кислорода подавляется на 46%, эстерификация фосфора—на 68%, а Р/О на—40%. Такая же закономерность наблюдается при прямом добавлении соматостатина: поглощение кислорода, эстерификация фосфата и Р/О подавляются на 54,0; 73,0 и 42,0 процентов соответственно (субстрат окисления α -кетоглутарат).

Полученные данные на митохондриях гипоталамуса показали (табл. 2), что при добавлении соматостатина по сравнению с эндогенным дыханием, поглощение кислорода почти не изменяется, в то время как эстерификация фосфата уменьшается на 30%. При внутри-

венном введении и при прямом добавлении соматостатин угнетает поглощение кислорода и эстерификацию фосфата. Если при сукцинате поглощение кислорода составляет 2,58 мкатама, то при соматостатине — снижается до 1,55 мкатама. Эстерификация фосфата от 4,95 мкатама снижается и составляет 1,4 мкатама. В данном случае P/O от 1,95 снижается до 0,91. При прямом добавлении соматостатина в пробы, хотя эстерификация фосфата не изменяется, поглощение кислорода подавляется в 1,2—1,8 раза, при этом P/O составляет $1,01 \pm 0,07$ против $1,95 \pm 0,12$. При использовании в качестве субстрата α -кетоглутарата поглощение кислорода в митохондриях гипоталамуса подавляется в 2 раза, эстерификация фосфата в 3 раза, а P/O в 2 раза. Такая же картина наблюдается при прямом добавлении соматостатина в митохондрии гипоталамуса.

Таблица 2

Влияние соматостатина на окислительное фосфорилирование в митохондриях гипоталамуса кролика (О и Р в мкатамах/мк белка, $M \pm m$). Количество опытов—5

Компоненты	О	Р	Р/О
Контроль	0.7 ± 0.18	1.37 ± 0.2	
Соматостатин	0.94 ± 0.09	0.98 ± 0.06	1.03 ± 0.01
Сукцинат	2.58 ± 0.32	4.95 ± 0.48	1.95 ± 0.12
Сукцинат + соматостатин <i>in vivo</i>	1.55 ± 0.07 $P > 0.05$	1.4 ± 0.2 $P < 0.001$	0.91 ± 0.12 $P < 0.001$
Сукцинат + соматостатин <i>in vitro</i>	1.39 ± 0.14 $P < 0.02$	1.42 ± 0.2 $P < 0.001$	1.01 ± 0.07 $P < 0.001$
α — кг	3.13 ± 0.28	9.28 ± 0.4	3.01 ± 0.23
α — кг + соматостатин <i>in vivo</i>	1.8 ± 0.06 $P > 0.01$	2.87 ± 0.3 $P > 0.001$	1.62 ± 0.19 $P > 0.01$
α — кг + соматостатин <i>in vitro</i>	1.46 ± 0.19 $P > 0.01$	2.36 ± 0.2 $P > 0.001$	1.87 ± 0.18 $P > 0.02$

Таблица 3

Влияние соматостатина на окислительное фосфорилирование в митохондриях печени кролика (О и Р в мкатамах/мг белка, $M \pm m$). Количество опытов—5.

Компоненты	О	Р	Р/О
Контроль	0.7 ± 0.09	1.22 ± 0.25	—
Соматостатин	1.81 ± 0.1	1.01 ± 0.03	—
Сукцинат	1.88 ± 0.32	3.23 ± 0.28	1.79 ± 0.16
Сукцинат + соматостатин <i>in vivo</i>	1.31 ± 0.03 $P < 0.1$	1.56 ± 0.3 $P < 0.001$	1.2 ± 0.21 $P < 0.05$
Сукцинат + соматостатин <i>in vitro</i>	1.13 ± 0.15 $P < 0.1$	1.3 ± 0.2 $P > 0.01$	1.14 ± 0.12 $P < 0.02$
α — кг	2.86 ± 0.19	8.55 ± 1.08	3.21 ± 0.2
α — кг + соматостатин <i>in vivo</i>	1.63 ± 0.08 $P < 0.01$	2.61 ± 0.28 $P < 0.01$	1.61 ± 0.15 $P < 0.001$
α — кг + соматостатин <i>in vitro</i>	1.36 ± 0.16 $P < 0.001$	2.5 ± 0.3 $P > 0.01$	1.85 ± 0.07 $P < 0.001$

Влияние соматостатина на окислительное фосфорилирование в митохондриях почек кролика (О и Р в мкатомах/мг белка, М · м). Количество опытов — 5

Компоненты	О	Р	Р/О
Контроль	0.69 ± 0.09	1.01 ± 0.01	—
Соматостатин	0.96 ± 0.14	1.03 ± 0.06	1.07 ± 0.01
Сукцинат	1.92 ± 0.23	3.23 ± 0.23	1.75 ± 0.22
Сукцинат + соматостатин <i>in vivo</i>	1.48 ± 0.04 P < 0.1	1.56 ± 0.02 P < 0.001	1.06 ± 0.14 P < 0.05
Сукцинат + соматостатин <i>in vitro</i>	1.1 ± 0.2 P < 0.05	1.48 ± 0.3 P < 0.001	1.4 ± 0.19 P < 0.2
α — кг	2.76 ± 0.13	8.85 ± 0.62	3.23 ± 0.18
α — кг + соматостатин <i>in vivo</i>	1.8 ± 0.06 P < 0.001	3.17 ± 0.47 P < 0.001	1.76 ± 0.25 P < 0.001
α — кг + соматостатин <i>in vitro</i>	1.46 ± 0.2 P < 0.001	2.59 ± 0.5 P < 0.001	1.81 ± 0.22 P < 0.2

Соматостатин оказывает аналогичное действие в митохондриях печени и почек (табл. 3, 4) при субстратах окисления сукцинате и α-кетоглутарате в опытах *in vivo* и *in vitro*. Поглощение кислорода и эстерификация фосфата заметно подавляются, особенно это более выражено при прямом добавлении в пробы, при этом Р/О снижается.

Таким образом, соматостатин в дозах, ингибирующих выделения соматотропина из аденогипофиза в общую циркуляцию сильно подавляет окислительное фосфорилирование в изученных органах. Опыты показали, что при гипофизэктомии крыс подавление окислительного фосфорилирования во всех органах выражено гораздо сильнее. Эти данные свидетельствуют о том, что эффект соматостатина на окислительное фосфорилирование изученных органов не осуществляется через гипофиз. Наоборот, в гипофизе имеются факторы, которые ослабляют действие соматотропина на дыхание и эстерификацию фосфата в изученных висцеральных органах.

Институт биохимии

Академии наук Арийанской ССР

Հայկական ՍՍՀ ՊԽ բժշկական-անոթային և Ա. ԳԱՐՈՅԱՆ, Ռ. Հ. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

Սոմատոտատինի ազդեցությունն սխիզային ֆոսֆորիլացման վրա հազարների սրտի, հիպոթալամուսի, երկկամների և լյարդի միտոքոնդրիաներում

Սոմատոտատինը ներերակային ներարկման ղեկքում նկատելի կերպով ճնշում է թթվածնի կլանումը և տնօրգանական ֆոսֆատի էսթերիֆիկացումը սրտի, հիպոթալամուսի, երկկամների և լյարդի միտոքոնդրիաներում:

Սոմատոտատինի ազելի ուժեղ ճնշիչ ազդեցությունը նկատվում է *in vitro* փորձերում, հատկապես սրտի և լյարդի միտոքոնդրիաներում: Ճվյալները վկայում են այն մասին, որ սոմատոտատինի ազդեցությունը

օրսիդացիոն ֆոսֆորիլացման վրա իրականացվում է ոչ միայն հիպոֆիզի
միջոցով, այլ հիպոֆիզից դառնալիս կատարվում են փոքրիկ սոմատոտանիկ
ազդեցության նույն ձևերի վերադարձնման ուղղությամբ:

ЛИТЕРАТУРА — ՎՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ R. Guillemet, Вопросы биохимии мозга, Изд. АН Арм. ССР, в. 141 (1973)
² А. А. Галоян, Некоторые проблемы биохимии гипоталамической регуляции, Ереван
(1965) ³ А. А. Галоян, Р. А. Алексанян, Р. О. Карапетян, Вопросы мед. химии, в.
3, 259 (1972) ⁴ А. А. Галоян, Вопросы биохимии мозга, Изд. АН Арм. ССР, в. 167
(1973) ⁵ А. А. Галоян, Р. О. Карапетян, В. С. Софарян, ДАН Арм. ССР, т. 59, № 6,
236 (1974) ⁶ А. А. Галоян, Материалы I Всесоюзной конференции нейроэндокрино-
логии, Л., (1974) ⁷ А. А. Галоян, Р. А. Алексанян, Биол. журнал Армении, т. 27,
№ 6, №2 (1974) ⁸ А. М. Зубовская, Н. О. Степанян, С. Г. Севегрин, Вопросы мед.
химии, 14, 533 (1968) ⁹ В. П. Скулачев, Соотношение окисления и фосфорилирования
в дыхательной цепи, М., 1962 ¹⁰ O. H. Lowry and J. A. Lopez, J. Biol. Chem.,
162, 421, (1946). ¹¹ O. H. Lowry et al., J. Biol. Chem., 193, 265 (1951).

УДК 631.46+577.15

АГРОХИМИЯ

А. Ш. Галстян, Г. В. Базоян

Об активности арилсульфатазы почвы

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. С. Давтяном 20/VI 1974)

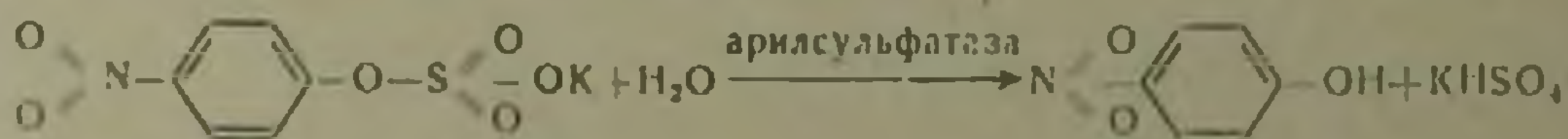
Арилсульфатаза (КФ 3.1.6.1, арилсульфат-сульфогидролаза) осуществляет гидролитическое отщепление сераорганических соединений со сложноэфирной связью на фенолы и сульфаты (¹). В результате этой реакции сера из трудноусвояемой формы превращается в легкоусвояемую для растений и микроорганизмов.

В настоящей работе изучались активность арилсульфатазы и различные формы серы в основных типах почв Армении. В почве формы серы—общая, минеральная и органическая, определялись по Р. Х. Айдиняну (²).

Для определения активности арилсульфатазы почвы в качестве субстрата был использован п-нитрофенилсульфат (³), что дало возможность фотоколориметрически определить органическую часть субстрата—п-нитрофенол, после ферментативного расщепления.

Определение активности арилсульфатазы почв приводится в нашей модификации.

Реакция протекает по уравнению:



Количественный учет серы, отщепленной от п-нитрофенилсульфата под действием арилсульфатазы почвы, производится калибровочным графиком п-нитрофенола (рис. 1). 0,1 г химически чистого п-нитрофенола растворяют в дистиллированной воде и в колбе на 50 мл объем доводят до метки. 1 мл этого раствора содержит 2 мг п-нитрофенола, что соответствует 0,230 мг серы. Затем в 25-миллилитровых мерных колбах берут соответствующие количества миллилитров стандартного раствора с содержанием от 1 до 10 мг п-нитрофенола прибавляют 0,5 н. NaOH (каплями) до устойчиво желтого окрашивания. Среда должна иметь pH 8,5—8,6. Окрашенный раствор фотоколориметрируется на приборе ФЭК-М. Используются 5 мм кюветы и светофильтр с пропусканием лучей, длиной волны 450—480 нм.

Для анализа почву высушивают при комнатной температуре в тени, очищают от остатков корней и просеивают через сито с отверстиями диаметром в 0,25 мм. Навески (1 г) почвы помещают в колбы на 50 мл, добавляют 1 мл 1%-ного раствора п-нитрофенилсульфата калия и 3 мл ацетатного буфера, pH 5,4. Контролем служит почва с буфером и субстраты без почвы. Колбы закрывают корковыми пробками, встряхивают и ставят в термостат при 30° на один час. За это

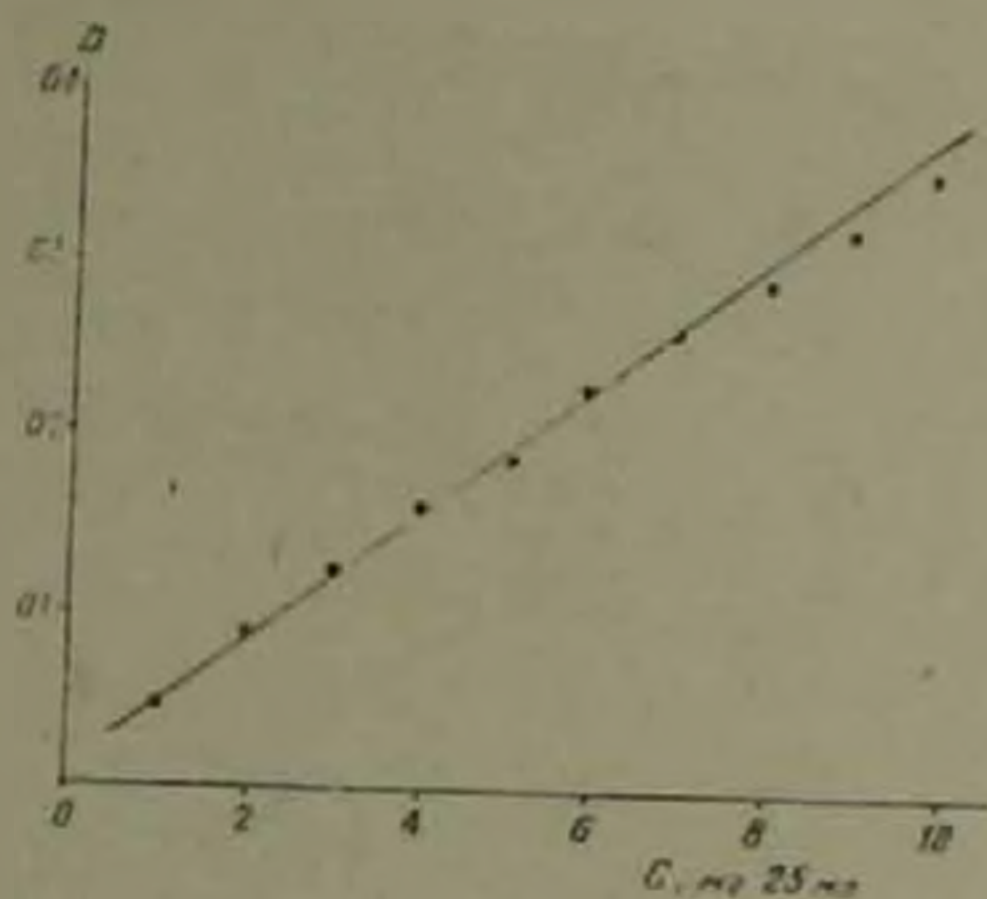


Рис 1 Калибровочный график п-нитрофенола для определения активности арилсульфатазы почвы

время колбы осторожно два раза встряхивают. По истечении времени взаимодействия субстрата с почвой в колбы добавляют 1 мл 0,5 М CaCl_2 и 20 мл дистиллированной воды, взбалтывают в течение 10 мин и фильтруют (синяя лента). В фильтрате продукт ферментативной реакции п-нитрофенол окрашивают с помощью 0,5 н. NaOH . Раствор должен иметь pH 8,5—8,6, при этом следует избегать перетитрования. Полученный окрашенный раствор фотоколориметрируется согласно вышеописанному. Активность арилсульфатазы выражают в миллиграммах серы на 100 г почвы за час. Ошибка определения до 5%.

Исследования показали, что в ферментативной системе почвы присутствует активная арилсульфатаза; при стерилизации почвы сухим жаром она полностью инактивируется. В различных типах почв активность арилсульфатазы неодинакова (табл. 1). Высокой активностью фермента обладают горно-луговые и лугово-черноземные почвы, затем черноземы и лесные. В каштановых и бурых полупустынных она действует слабее, а в солонцах—солончаках ее активность не обнаруживается.

Активность арилсульфатазы находится в тесной зависимости от содержания сераорганических соединений и гумуса в почве. Сера в почвах, за исключением в засоленных и гипсоносных, в основном находится в форме органических соединений. В горно-луговых, лугово-степных, лугово-черноземных, лесных почвах и в черноземах их содержание доходит до 98% от общей серы, в каштановых—до 80, в бурых—до 40, а в солонцах-солончаках—до 10%. Таким образом, в гумусированных почвах значительная часть серы находится в форме

органических соединений, которая может стать доступной растениям лишь после их мобилизации в результате действия ферментов. Известно, что в почвенном питании растения используют окисленную серу в форме сульфатов. А в почве сера встречается не только в форме сульфатов, но и сульфидов и органических соединений, которые превращаются в сульфаты в результате действия соответствующих ферментов, в системе которых действует арилсульфатаза.

Таблица 1
Активность арилсульфатазы и содержание серы в различных типах почв

Почва	Гумус, %	рН, H ₂ O	Серa, мг на 100 г почвы			
			общая	минеральная	органическая	активность арилсульфатазы
Горно-луговая дерновая, пастбище	15.7	5.2	115	3	142	72
Лугово-степная черноземовидная, сенокос	13.7	5.8	164	3	161	66
Лугово-черноземная, пашня	7.1	5.6	101	4	97	55
Коричневая лесная, лес	7.9	6.9	87	2	85	23
Чернозем выщелоченный, пашня	7.1	6.8	108	4	104	29
Каштановая карбонатная, целина	3.2	7.9	100	20	80	18
Бурая полупустынная, целина	2.2	8.2	75	48	27	7
Солонец—солончак, содовый сульфатно-хлоридный	0.6	10.0	185	170	15	0

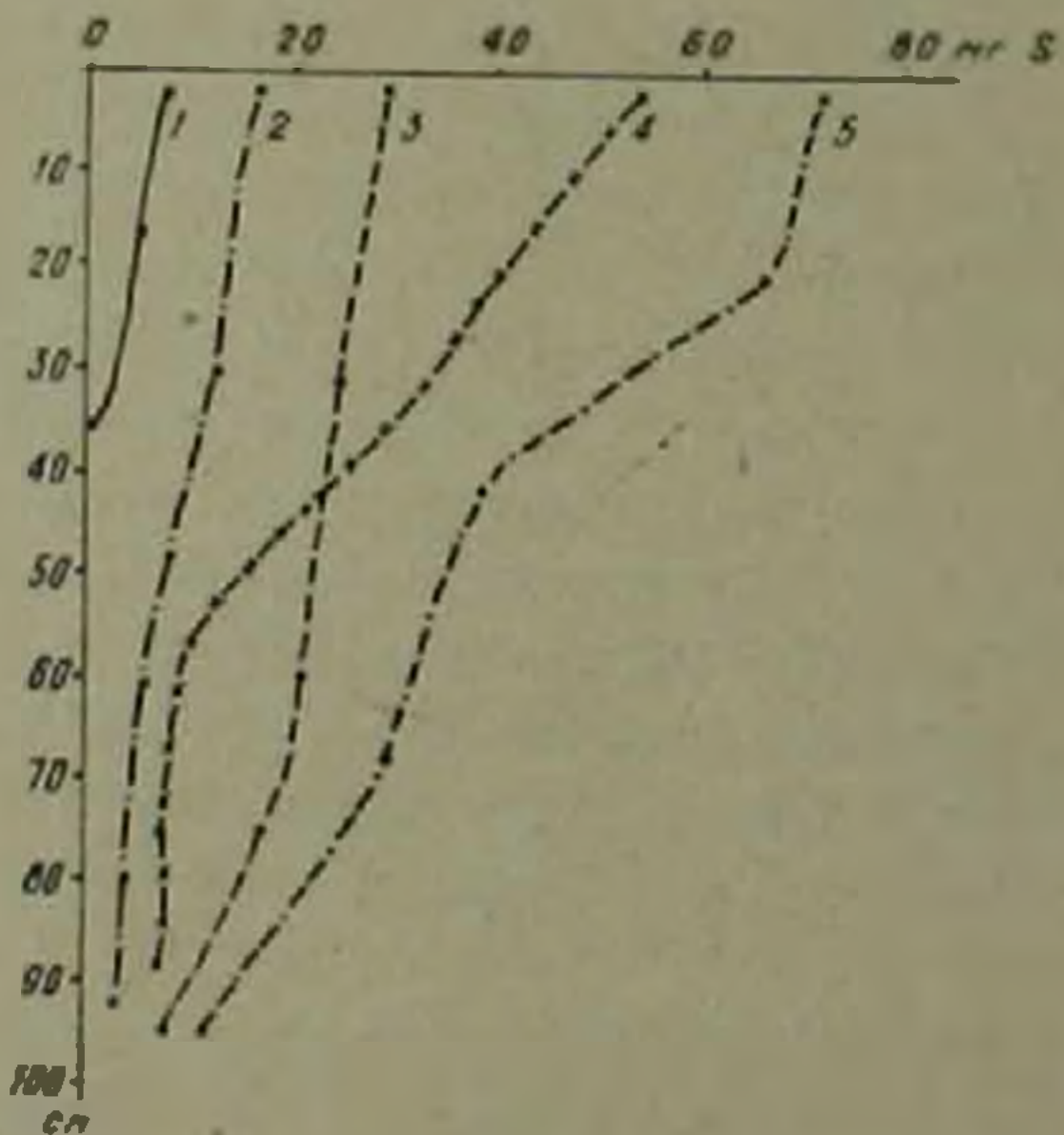


Рис. 2. Изменение активности арилсульфатазы по профилю различных типов почв. 1—бурая полупустынная; 2—каштановая карбонатная; 3—чернозем выщелоченный; 4—лугово-степная черноземовидная; 5—горно-луговая дерновая

В почве арилсульфатаза активна в гумусовом горизонте (рис. 2); по профилю ее активность снижается в соответствии с уменьшением органического вещества, в частности, сераорганических соединений. В бурых полупустынных почвах арилсульфатаза активна лишь в верхних горизонтах. В гипсоносных и сцементированных слоях ее действие не обнаруживается. Она сравнительно активна по профилю черноземов, лугово-степных и горно-луговых почв, где содержание сераорганических соединений достигает значительных величин.

Оптimum pH действия арилсульфатазы в почве лежит в слабокислом интервале, pH 5,4—6,2.

Таким образом, изучение активности арилсульфатазы поможет познанию обмена серы в почвах с целью регулирования ее режима в системе почва—растение.

Институт почвоведения и агрохимии МСХ Армянской ССР

Ա. Ե. ԿԱԼՈՏՅԱՆ, Կ. Վ. ԲԱԶՈՅԱՆ

Հողի առիլսուլֆատազայի ակտիվության մասին

Առիլսուլֆատազայի ակտիվությունն ուսումնասիրված է տարբեր տիպի հողերում: Այդ ֆերմենտի ակտիվությունը հողում կախված է ծծումբօրգանական միացությունների, հումուսի պարունակությունից և միջավայրի ունեցիկներից: Այս տեսակետից օրգանական նյութերով հարուստ հողերը՝ լեռնա-մարգագետնային, մարգագետնա-տափաստանային և սևահողերն ունեն նշված ֆերմենտի համեմատական բարձր ակտիվություն, իսկ չափանակագույն և գորշ հողերը՝ ցածր աղուտ-ալկալիներում նրա ակտիվությունը չի հայտնարհրվում: Հողում առիլսուլֆատազան բույսերի համար անմատչելի ծծումբը վեր է ածում մատչելի ձևի: Այդ ֆերմենտի ուսումնասիրությունը նախադրություն կտա պարզարանելու բույսերի ծծմբային սննդառության տրանսմուտակությունները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Номенклатура ферментов, М., 1966. ² Р. Х. Айдинян, «Почвоведение», № 9, 1957. ³ М. А. Tabatabai and J. M. Bremner, Soil Sci. Soc. Amer. Proc. vol. 34, №2, 1970.

УДК 595.767.11

ЭНТОМОЛОГИЯ

С. М. Яблоков-Хинзорян

**Два новых вида жесткокрылых—узкокрылок из Таджикистана
 (Coleoptera, Oedemeridae)**

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Э. А. Давтяном 24/IX 1974)

1. *Diastera oxiana* Iablokoff-Khinzorian, sp. nov.

Таджикистан: Комсомолабад, у берега Вахша, за мостом, на густо облесенном крутом склоне вдоль реки, на высоте около 1000 м над у. м., на деревцах и цветах гребенщиков, 28/VI 1972. Голотип, ♂ и 5 паратипов (2 ♂♂ и 3 ♀♀).

Тело сверху ярко блестяще золотисто-зеленое, снизу черное с металлически зеленым блеском, волосистость серебристая. Рот, усики, щупики, вертлуги и лапки, а также вершинная часть задних голеней черные, прочие голени и бедра желтые, задние бедра у самого основания с узким черным колечком. Длина 7—9 мм. Рис. 1, в.

Голова с наличником равной длины и ширины. Глаза выпуклые, с узкой вырезкой, виски сильно сужены кзади, лоб с неровностями, сзади густо и грубо точечный, вдоль переднего края глаз с нежной поперечной бороздкой, кпереди от нее слабо выпуклый, в очень мелкой и рассеянной точечности, как и наличник. Фон всюду гладкий, волосистость зачесана беспорядочно, частично лучеобразно от середины лба. Челюстные щупики (рис. 1, и) с удлиненным последним члеником, слегка расширенным к вершине. Усики длинные, их 2-й членик слегка длиннее ширины, следующие 4 почти равной длины, длиннее последующих. Переднеспинка едва длиннее ширины, с тонкой средней бороздкой, укороченной спереди и сзади, спереди выпуклая, за серединой с поперечным вдавлением, с неровностями; ее основание окаймлено, с ресничками, слабо дугобразно изогнуто, боковые края спереди слабо выпуклые, сзади слабо вогнутые до широко закругленных, необособленных, задних углов, диск в такой же скульптуре, как задняя часть лба, волоски на срединной полосе диска зачесаны назад, вдоль боков—косо назад и кнаружи. Щиток 4-угольный, густо волосистый, слегка расширен кзади. Надкрылья с широко закругленными плечами, с крупными выступающими плечевыми бугорками, от плеч равномерно сужены до вершины, без видимых жилок или со следом

2-й жилки, очень грубо и густо точечные, точки крупнее, чем на переднеспинке, промежутки между ними сведены к узким килям. Весь верх в негустой, довольно длинной волосистости, образующей бахромку вдоль надкрылий. Грудь мелко и рассеянно точечная на нежно шагреневанном фоне, с боков густо, вдоль середины рассеянно волосистая. Брюшко густо точечное и волосистое на шагреневанном фоне. Вертлуги (рис. 1,2) толстые, с зубцом, ноги длинные, коготки простые.

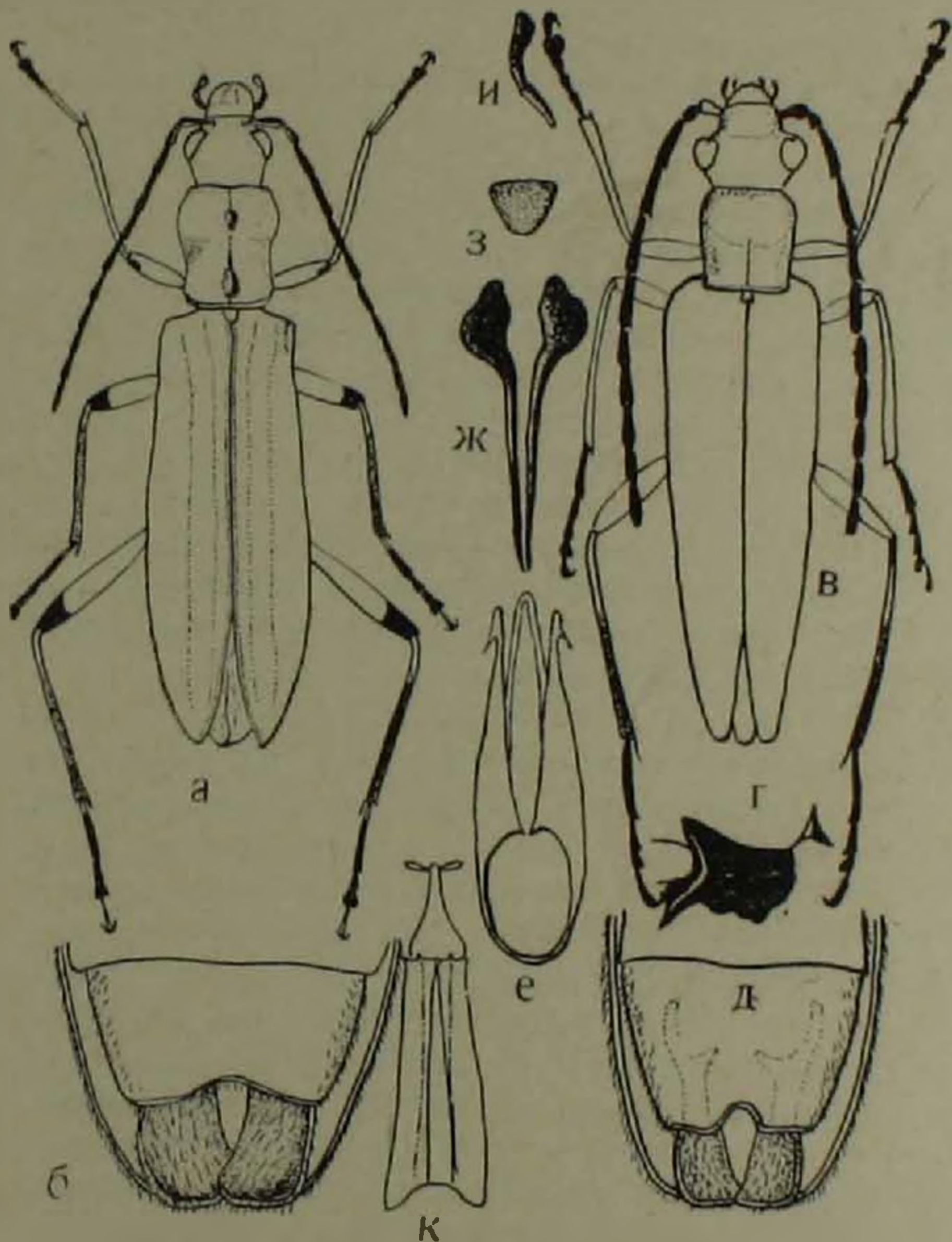


Рис. 1.

а—*Chrysanthia canaliculata* Klnz., sp. nov. голотип, б—*Diasclera viridescens* Reitter, голотип, вершина брюшка вентрально, в—к—*D. oxiana* Klnz., sp. nov.; а—голотип, габитус; е—правый задний вертлуг; д—вершина брюшка ♂ вентрально; е—пенис, вентрально; ж—урит IX, ♂; з—уростернит VIII, ♂; и—левый челюстной щупик, ♂; к—ложный яйцеклад ♀ дорсально

У ♂ голова слегка шире переднеспинки, которая более сужена кзади, усики длиннее половины тела, вершинный край уростернита

VI слабо изогнут и утолщен у середины, уростернит VII с глубоко и узко вырезанным вершинным краем (рис. 1, д), уростернит VIII очень маленький, треугольный (рис. 1, з). уротергит VIII разделен на два склерита с длинными двузубчатыми рукоятками, спрятанными в теле и густоволосистыми лопастями, расширенными к вершине и далеко выступающими за края предыдущего сегмента. Урит IX сведен к 2 узким иглам, сильно расширенным к вершине (рис. 1, ж), образованным его плеуритами. Пенисная трубка (рис. 1, е) узко ланцетовидная без всяких особых структур, параметры у основания очень широкие, кончаются узкой лопастью с длинным тонким зубцом, направленным косо назад, спаяны с тегменом.

У ♀ глаза плоские, голова не шире переднеспинки, усики слегка короче половины тела, яйцеклад (рис. 1, к) длинный с короткими волосистыми стилями.

Этот вид принадлежит к роду *Diasclera* Reitt., 1913, насчитывающему всего 2 близких вида, в том числе тип рода, описанного из Кировабада (Азербайджан); 2 типа этого вида (голотип ♂ и паратип ♀) были любезно присланы мне д-ром Касабом из Будапешта, которому выражаю искреннюю благодарность. Отличительные признаки обоих видов сводятся к следующему:

- 1(2) У ♂ вершина уростернита VII с широкой и плоской вырезкой (рис. 1, б). Глаза плоские, переднеспинка не уже головы, менее сужена кзади. У ♀ 3 последних видимых сегмента брюшка красно-желтые, все бедра зачернены в основной половине, средние голени зачернены дистально у обоих полов. Длина 8—11 мм (у типов 9 мм). Кировабад.

1. *D. viridescens* Reitter

- 2(1) У ♂ вырезка уростернита VII узкая и глубокая (рис. 1, д). Глаза более выпуклые, переднеспинка уже головы, кзади сужена сильнее. У ♀ брюшко одноцветное, средние голени и все бедра одноцветно желтые у обоих полов, лишь у самого основания бедер имеется узкое черное колечко. Длина 7—8 мм. Таджикистан.

2. *D. oxiana* Khnz., sp. nov.

У типов *viridescens* все усики обломаны, так что их длину выяснить не удалось, но, судя по их остаткам, они должны быть слегка короче, чем у *oxiana*, вертлуги такие же, окраска типов слегка синеватая, без золотистого блеска. Последние стерниты брюшка (рис. 1, б) совсем иного строения, чем то, которое описано у Рейттера.

2. *Chrysanthla canaliculata* Iablokoff-Khnzorian, sp. nov.

Таджикистан: Комсомолабад, там же и вместе с предыдущим. Голотип ♀.

Тело ярко золотисто-зеленое, переднеспинка едва темнее надкрылий, наличник, щеки, рот, анальный тергит и бедра желтые, на передних бедрах маленькое вершинное черное пятно, на средних и задних—черное вершинное кольцо, передние голени одноцветно желтые, средние и задние—темные со светлым основанием, лапки черные, кроме большей части 1-го членика на передних и его основания на прочих

лапках, шпоры желтые. Усики черные, снизу с осветлениями на 2 1-х члениках, щупики черные, волосистость светлая. Длина 8 мм. Рис. 1,а

Голова едва шире переднеспинки. Глаза цельные. Лоб голый, довольно плоский, очень густо и мелко точечный на шагренированном фоне, точки отстоят меньше, чем на диаметр. Виски длинные, слегка вогнутые, темя плоское. Под глазами пучок коротких торчащих беловатых волосков. Усики достигают половины тела, их 3-й членик по длине равен 1-му, в 1,5 раз длиннее 2-го. Переднеспинка голая, в 1,2 раза длиннее ширины, с глубокой цельной срединной бороздкой, перерезывающей 2 вдавления, одно в передней четверти, другое у основания, с широким поперечным вдавлением тотчас же за серединой, расширенным латерально, перед ним с 2 плоскими выпуклостями, за ним переднеспинка сужена и снова расширена к основанию, боковой край кзади широко вогнутый, передний—слабо извилистый, без вырезки, нежно окаймлен, основной—с толстой каймой; диск в такой же скульптуре, как лоб, но слегка более грубой, с поперечными морщинками. Щиток полукруглый, волосистый. Надкрылья в такой же скульптуре, как лоб, с 3 жилками, 1-я и 2-я слегка извилистые, скульптурированы как фон, плечевая (нормально 3-я жилка) отсутствует, краевая (нормально 4-я) отходит от оси плечевого бугорка, резкая, прямолинейная, постепенно и слабо приближена к боковому краю, почти цельная, гладкая и блестящая. У вершины надкрылья закруглены по отдельности. Волосистость негустая, очень короткая. Ноги тонкие, предпоследний членик лапок едва шире предыдущего. Коготки гладкие.

У ♀ анальный тергит с глубокой вырезкой.

Этот вид—типичный представитель рода *Chrysanthia* Schmidt, 1846, который до сих пор не был известен из Средней Азии и считался связанным с хвойными, в основном с сосной. Экология нового вида, по-видимому, совсем иная. У всех видов, известных из СССР, тело металлически зеленое, иногда с синеватым или бронзовым блеском, их можно различать следующим образом:

1(6) Переднеспинка не или слегка длиннее ширины, с тонкой продольной срединной бороздкой или без нее, без срединных вдавлений. Наличник и щеки темные, одного цвета со лбом. Анальный сегмент черный.

2(3) Переднеспинка лишь со следом срединной бороздки или без него, слегка длиннее ширины, спереди равномерно выпуклая, сужена за серединой, у основания расширена и здесь не уже, чем в передней трети, с равномерно закругленным передним краем. Конечности желтые или двухцветные, сходные у обоих полов. Длина 5—6 мм.

Европа, Грузия, Сибирь... 1. *Chr. nigricornis* Westh. (= *viridis* Schmidt). Дальний Восток... 2. *Chr. integricornis* Heyden

3(2) Переднеспинка с четкой срединной бороздкой, спереди заметно шире, чем у основания, не или едва длиннее ширины. Конечно-

сти одноцветно темные с металлическим блеском или основание усиков и передние голени светлые.

- 4(5) Переднеспинка равномерно выпуклая, без вдавлений, с цельной срединной бороздкой, с равномерно закругленным передним краем, ее боковой край спереди сильно закруглен, сзади очень слабо вогнутый. Голова кзади сужена сильно, снизу с длинными торчащими серебристыми волосками. Конечности одноцветно черные. У ♂ средние и задние бедра расширены, весь низ в длинной торчащей волосистости. Последний сегмент брюшка по разному вырезан у обоих полов. Длина 8—11 мм. Малая Азия, Кавказ, АрмССР.

3. *Chr. planiceps* Klesw.

- 5(4) Переднеспинка с неровностями и плоскими боковыми вдавлениями, с местами прерванной срединной бороздкой, с неровным, у середины слабо вырезанным передним краем, ее боковые края спереди закруглены слабо, сзади четко вогнутые, у основания переднеспинки лишь слегка уже, чем спереди. Голова сзади сужена слабо, снизу с короткими торчащими волосками. Конечности черные или местами осветленные, передние голени и основание усиков нормально светлые. У ♂ задние тазики с зазубринами, бедра не расширены, волосистость низа короткая. Длина 6—8 мм. Европа, Грузия, Сибирь

4. *Chr. viridissima* (L.)

- 6(1) Переднеспинка с глубокой срединной бороздкой, пересекающей 2 вдавления, в 1,2 раза длиннее ширины. Наличник, щеки и анальный тергит желтые. Длина 8 мм.

5. *Chr. canaliculata* Khnz., sp. nov.

Голотипы обоих новых видов хранятся в коллекциях Зоологического института АН Армянской ССР.

Зоологический институт Академии наук Армянской ССР

II. ԽՐՈՒՍՈՎԱՆՈՒԹՅԱՆ ՆԱԶԱՐԿԱՆ

Կարծրաբի — նեդրեկանիների երկու նոր տեսակ Տաջիկստանից
(Coleoptera, Oedemeridae)

Նկարագրված է 2 նոր տեսակ՝ *Chrysanthla canaliculata* Khnz., sp. nov. և *Diasclera oxiana* Khnz., sp. nov., գտնված միասին, Տաջիկստանում, Կոմսոմոլարադի մոտ, Կախշ գետի ափի խիտ աճած առանձնաձև լանջին:

Հայտնաբերված արված է նաև որոշիչ աղյուսակ *Chrysanthla* սեռի ՍՍՀՄ-ից հայտնի բոլոր տեսակների համար: *Chrysanthla* սեռի տեսակները կապված են փշատերևազգիների հետ, հատկապես սոճու, բայց նոր տեսակի էկոլոգիան համաձայնաբերորոշվում է:

Diasclera սեռը մինչ արված հայտնի էր միայն Կիրգիզստանից (Աղբրեջա նական ՍՍՀ) մի տեսակով. նոր տեսակը վերջինիս շատ մոտ է, բայց տարբերվում է նրանից մի քանի որոշակի հատկանիշներով:

