

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

LIX, № 1

1974

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Ի. Գ. ԱՆՐԻԿՅԱՆ, կենսաբանական գիտությունների դոկտոր, Ա. Բ. ԲԱՐԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԲԱՍՏԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոթանիկոս-անոթագետ, Վ. Մ. ԽԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոթանիկոս-անոթագետ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոթանիկոս-անոթագետ (պատ. խմբագրի տեղակալ), Ս. Հ. ՄԻՐՋՈՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոթանիկոս-անոթագետ, Ս. Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի), Օ. Մ. ՍԱՊՈՆԺՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոթանիկոս-անոթագետ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոթանիկոս-անոթագետ:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Э. Г. АФРИКЯН, доктор биологических наук, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР (зам. отв. редактора), С. А. МИРЗОЯН, чл.-корр. АН АрмССР, С. С. МКРТЧЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР

Թ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

Ս Ա Թ Ե Մ Ա Տ Ի Կ Ա

Լ. Ա. Մարեոսյան—Մակերևույթները մի քանի Ռիմանյան շերտավորող տարածությունների մեջ 3

Յու. Ա. Տրախտման—Երկանգամային գործակիցներից կազմված որոշ տարրերությունների բաժանելիության մասին 10

Ի. Վ. Կովալիչինա, Վ. Գ. Պետապով—Ինդեֆինիտ մետրիկան նեվանլինա-Պիկի պարբերական 17

Ո. Գ. Հովսեփյան—Տոպոլոգիական տարածությունների վերջավոր կեսանոց բիկոմպակտ և Ի1-փակ լայնացումների մասին 23

Ռ. Ի. Հովսեփյան—Շարքերի ոչ պայմանական զոմարեյիության մասին գծային տոպոլոգիական տարածություններում 29

Յ Ի Չ Ի Կ Ի Լ

Ի. Մ. Ավագյանց, Վ. Մ. Հարությունյան—Ուժեղ լեզիրացված կիսահարդորդիչներում Կանի էֆեկտի տեսության հարցի շուրջը 32

Ի Ն Ե Ր Գ Ե Տ Ի Կ Ի Լ

Հ. Յ. Աղոնց—Էներգահամակարգի սեմիմների կառավարման խնդիրները մոդելացնելու համար նրա հանգույցները կառավարողների և չկառավարողների բաժանման սկզբունքը 39

Հ Ր Ա Ր Ե Ա Ն Դ Ի Տ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

Կ. Ի. Շիրինյան, Լ. Ո. Նաճապետյան—Նոր տիպի բազալտներ Հայաստանում 45

Ո Ւ Ո Ք Ի Ո Ր Ի Ա

Յ. Մ. Սանակյան, Ռ. Ա. Ջախարյան, Վ. Ո. Սաֆարյան, Ա. Ա. Իսախանյան—Հիպոթալամո-նեյրոհիպոֆիզար սիստեմի ինֆորմասոմների անբառումը և իզենտիֆիկացիան 51

Ր Ո Ւ Ց Ո Ւ Ե Ր Ի Ն Ի Չ Ի Կ Ի Լ

Հ. Գ. Իսկրամարյան, Ո. Ա. Մարության—Խաղողի ցրտադիմացկունության բարձրում ֆոսֆորիդիդների դերի մասին 54

Մ Ի Չ Ա Տ Ա Ր Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

Ո. Մ. Յարլոկով—Խեճուրյան—Կարծրաթև-ստաֆիլինիդների երկու նոր տեսակ 60

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

	Стр.
<i>Л. А. Матвеевич</i> —Поверхности в некоторых римановых расслоенных пространствах	3
<i>Ю. А. Трахтман</i> —О делимости некоторых разностей, составленных из биномиальных коэффициентов	10
<i>И. В. Ковалишина, В. П. Потапов</i> —Индефинитная метрика в проблеме Неванлинны—Пика	17
<i>С. Г. Овсянян</i> —О конечноточечных компактных и H -замкнутых расширениях топологических пространств	23
<i>Р. И. Овсянян</i> —О безусловной суммируемости рядов в линейных топологических пространствах	29

ФИЗИКА

<i>Г. М. Авакьянц, В. М. Арутюнян</i> —К теории эффекта Ганна в сильнолегированных полупроводниках	32
--	----

ЭНЕРГЕТИКА

<i>Г. Т. Адонц</i> —Принципы разделения узлов энергосистем на управляемые и неуправляемые для ее моделирования в задачах управления режимами	41
--	----

ВУЛКАНОЛОГИЯ

<i>К. Г. Ширинян, Л. Б. Ноголетьян</i> —Новый тип базальтов в Армении	45
---	----

БИОХИМИЯ

<i>Ф. М. Саакян, Р. А. Захарян, В. С. Сифарян, А. А. Галоян</i> —Выделение и идентификация информбсом гипоталамо-нейрогипофизарной системы	51
--	----

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

<i>А. Д. Догринадзе, С. А. Марутян</i> —О роли фосфолипидов и микроэнтности винограда	54
---	----

ЭНТОМОЛОГИЯ

<i>С. М. Яблоков-Хизорян</i> —Два новых вида жесткокрылых—стафилинид из СССР (Coleoptera, Staphylinidae)	(4)
--	-----

CONTENTS

MATHEMATICS

- L. A. Matkovskan*—Surfaces in some Riemann laminated spaces 3
Yu. A. Trakhtman—On the divisibility of certain differences consisting of binomial coefficients 10
I. V. Kovalishina, V. P. Potarov—Indefinite metric in the Nevanlinna—Pick problem 17
S. G. Ousepian—On the finite point bicomact and H-closed extensions of topological spaces 23
R. I. Ousepian—On unconditional summation of series in linear topological spaces 29

PHYSICS

- G. M. Arakants, V. M. Harutyounian*—On the theory of Hann effect in highly alloyed conductors 32

ENERGETICS

- G. T. Adonts*—The principles of division of junctions of power systems into controlled for modeling problems of control by regimes 39

VOLCANOLOGY

- K. G. Shirintan, L. B. Nohapettun*—New types of Armenian basalts 45

BIOCHEMISTRY

- F. M. Sahakian, R. A. Zakharian, V. S. Safarian, A. A. Galoyan*—The isolation and identification of Informosomes of the Hypothalamo-Neurohypophysial system 51

PLANT PHYSIOLOGY

- H. D. Dogramajlan, S. A. Marritian*—On the role of phospholipids in the frost hardness of the wine-grape 54

ENTOMOLOGY

- S. W. Yablukoff-Khuzorian*—Two new species of staphylinidae-beetles from USSR (Coleoptera, Staphylinidae) 61

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 10502 Подписано к печати 5/ХІ 1974 Тираж 545. Изд. 4160. Заявка 474.
 Формат бумаги 70×108¹/₁₆. Печ. л. 4,0. Бум. л. 2,0.
 Усл. печ. л. 5,6. Уч. изд. листов 5,0

Типография Издательства АН Армянской ССР, г. Ереван

УДК 513.813

МАТЕМАТИКА

Л. А. Матевосян

Поверхности в некоторых римановых
 расслояемых пространствах

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Л. Шагиняном 12/1 1974)

1. Рассмотрим риманово пространство V_n , метрика которого в некоторой системе координат имеет вид

$$ds^2 = r(u^c, \bar{u}^{\bar{c}}) g_{ab}(u^d) du^a du^b + p(u^c, \bar{u}^{\bar{c}}) g_{\bar{a}\bar{b}}(\bar{u}^{\bar{d}}) d\bar{u}^{\bar{a}} d\bar{u}^{\bar{b}} \quad (1)$$

($a, b, c, d = 1, 2, \dots, n_1$); ($\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d} = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n$)

Если $r = r(u^c)$, $p = p(\bar{u}^{\bar{c}})$, то пространство V_n будет приводимым ⁽¹⁾, а если $r = r(u^c)$, $p = p(u^c)$, то V_n есть полуприводимое пространство ⁽²⁾.

Приводимые и полуприводимые пространства, а также поверхности в приводимых пространствах, изучены в работах ⁽¹⁻⁵⁾.

В настоящей работе рассмотрим поверхность X_m в римановом пространстве V_n , метрика которого имеет вид (1), где функции r и p зависят от всех координат $(u^c, \bar{u}^{\bar{c}})$.

Компоненты метрического тензора такого пространства будут

$$\left. \begin{aligned} g_{ab} &= r(u^c, \bar{u}^{\bar{c}}) g_{ab}(u^d) \quad (A), & g_{a\bar{b}} &= 0 \quad (B), \\ g_{\bar{a}\bar{b}} &= p(u^c, \bar{u}^{\bar{c}}) g_{\bar{a}\bar{b}}(\bar{u}^{\bar{d}}) \quad (C). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Теорема 1. Для того, чтобы метрику риманова пространства V_n можно было привести к виду (1) необходимо и достаточно, чтобы оно допускало квазичебышевскую-квазичебышевскую (Кч-Кч) композицию двух многообразий, с вполне ортогональными трансверсальными позициями. Причем, система координат, в которой метрика V_n имеет вид (1), является адаптированной по отношению к этой композиции.

Доказательство. Адаптированные характеристики специальных композиций даны в работе ⁽⁶⁾. В частности, адаптированной характеристи-

кой ($Kч. - Kч.$) композиции являются выполнение условий

$$G_{\bar{a}\bar{b}}^{\bar{c}} = \psi_a \bar{\delta}_{\bar{b}}^{\bar{c}} \quad (A), \quad G_{ab}^c = \psi_a \delta_b^c \quad (B). \quad (3)$$

Нетрудно видеть, что из (2) следует (3), то есть V_n с метрикой (1) есть пространство ($Kч. - Kч.$) композиции. Наоборот, предположим, что риманово пространство является пространством ($Kч. - Kч.$) композиции двух многообразий M_{n_1} и M_{n_2} ($n_1 + n_2 = n$) позиции V_{n_1} и V_{n_2} , которых вполне ортогональны, то есть имеют место (2. B) и (3). Тогда из (2. B) и (3. A) получим

$$\frac{\partial \ln g_{\bar{a}\bar{b}}}{\partial u^a} = 2\psi_a. \quad (4)$$

Свертывая (3. A) по индексам \bar{b} и \bar{c} и используя соотношение (2 стр. 164)

$$\frac{\partial \ln \sqrt{g_1}}{\partial u^a} + G_{\bar{a}\bar{b}}^{\bar{b}} = \frac{\partial \ln \sqrt{g}}{\partial u^a},$$

где g — определитель метрического тензора V_n , а g_1 — определитель тензора $g_{\bar{a}\bar{b}}$, получим

$$\psi_a = \frac{1}{n - n_1} \cdot \frac{\partial \ln \sqrt{g_2}}{\partial u^a},$$

где g_2 — определитель тензора $g_{\bar{a}\bar{b}}$. Подставляя это значение ψ_a в уравнений (4) и интегрируя их получим

$$g_{\bar{a}\bar{b}} = g_2^{1/n_2}(u^c, u^{\bar{c}}) g_{\bar{a}\bar{b}}(u^{\bar{d}}). \quad (5)$$

Аналогично, из (2. B) и (3. B) получим

$$g_{ab} = g_1^{1/n_1}(u^c, u^{\bar{c}}) g_{ab}(u^d). \quad (6)$$

Из (2. B), (5) и (6) следует (2). Этим доказательство теоремы 1 завершено.

2. Пусть уравнения поверхности X_m в V_n будут

$$u^a = u^a(v^s), \quad u^{\bar{a}} = u^{\bar{a}}(v^s) \quad (s = 1, 2, \dots, m). \quad (7)$$

Определение 1. Поверхность, определяемую в V_{n_1} (V_{n_2}) уравнениями $u^a = u^a(v^s)$ ($u^{\bar{a}} = u^{\bar{a}}(v^s)$), назовем проекцией X_m на V_{n_1} (V_{n_2}), или первой (второй) проекцией X_m и обозначим через $'X_{m_1}$ (\bar{X}_{m_2}).

Определение 2. Пересечение поверхности X_m с V_{n_1} (V_{n_2}) назовем первой (второй) внутренней проекцией поверхности X_m .

Нетрудно видеть, что $m_1 < m$, $m_2 < m$, $m_1 + m_2 > m$. Координаты $'X_{m_1}$ обозначим через $'v^s$ ($s = 1, 2, \dots, m_1$). Из определения 1 сле-

дует, что $'v^{\rho_1} = 'v^{\rho_1}(v^a)$ и уравнения $'X_{m_1}$ в V_{n_1} можно записать в виде $u^a = u^a('v^{\rho_1}(v^a))$. Аналогично, уравнения $'\bar{X}_{m_2}$ в V_{n_2} можно записать в виде $u^{\bar{a}} = u^{\bar{a}}('v^{\rho_2}(v^a))$, где $'u^{\rho_2} (\rho_2 = 1, 2, \dots, m_2)$ — координаты $'\bar{X}_{m_2}$. Следовательно, уравнения (7) поверхности X_m в V_n можно привести к виду

$$u^a = u^a('v^{\rho_1}(v^a)), \quad u^{\bar{a}} = u^{\bar{a}}('v^{\rho_2}(v^a)). \quad (8)$$

Касательные векторы $'X_{m_1}$ ($'\bar{X}_{m_2}$) в V_{n_1} (V_{n_2}) обозначим через $'\xi_{\rho_1}^a$ ($'\bar{\xi}_{\rho_2}^{\bar{a}}$), а касательные векторы X_m в V_n обозначим через $(\xi_a^a, \bar{\xi}_a^{\bar{a}})$.

За нормальные векторы к поверхности X_m в V_n выберем векторы $(v^a, 0)$, $(v^a, v^{\bar{a}})$, $(0, v^{\bar{a}})$, $(t_1 = 1, 2, \dots, n_1 - m_1)$, $t = n_1 - m_1 + 1, n_1 - m_1 + 2, \dots, m_1 + m_2 - m$, $(t_2 = m_1 + m_2 - m + 1, m_1 + m_2 - m + 2, \dots, n - m)$, где v^a — нормальные векторы $'X_{m_1}$ в V_{n_1} , а $v^{\bar{a}}$ — нормальные векторы $'\bar{X}_{m_2}$ в V_{n_2} .

В дальнейшем, если речь идет о поверхностях X_m , $'X_{m_1}$ и $'\bar{X}_{m_2}$, то всегда предполагается, что они рассматриваются в V_n , V_{n_1} и V_{n_2} соответственно, пока не оговорено противное.

Сравнивая основные уравнения поверхностей X_m , $'X_{m_1}$ и $'\bar{X}_{m_2}$, получим следующие формулы, выражающие связь между метрическими и вторыми тензорами этих поверхностей:

$$g_{\alpha\beta} = 'g_{\rho_1\sigma_1} \frac{\partial 'v^{\rho_1}}{\partial v^\alpha} \cdot \frac{\partial 'v^{\sigma_1}}{\partial v^\beta} + \bar{g}_{\rho_2\sigma_2} \frac{\partial 'v^{\rho_2}}{\partial v^\alpha} \cdot \frac{\partial 'v^{\sigma_2}}{\partial v^\beta}, \quad (9)$$

$$b_{\alpha\beta} = b_{\rho_1\sigma_1} \frac{\partial 'v^{\rho_1}}{\partial v^\alpha} \cdot \frac{\partial 'v^{\sigma_1}}{\partial v^\beta} - \frac{1}{2p} \cdot H \cdot g^{\bar{a}b} \xi_a^{\bar{a}} \xi_b^{\bar{b}}, \quad (10)$$

$$b_{\alpha\beta} = \bar{b}_{\rho_2\sigma_2} \frac{\partial 'v^{\rho_2}}{\partial v^\alpha} \cdot \frac{\partial 'v^{\sigma_2}}{\partial v^\beta} - \frac{1}{2r} \cdot \bar{H} \cdot g_{ab} \xi_a^{\bar{a}} \xi_b^{\bar{b}}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} b_{\alpha\beta} = & 'G_{\rho_1\sigma_1}^{\lambda\mu_1} 'g_{\tau_1\mu_1} \lambda^{\mu_1} \frac{\partial 'v^{\rho_1}}{\partial v^\alpha} \cdot \frac{\partial 'v^{\sigma_1}}{\partial v^\beta} + \frac{\partial^2 'v^{\rho_1}}{\partial v^\alpha \partial v^\beta} \cdot 'g_{\tau_1\mu_1} \lambda^{\mu_1} + \\ & + \bar{G}_{\rho_2\sigma_2}^{\lambda\mu_2} \bar{g}_{\tau_2\mu_2} \bar{\lambda}^{\mu_2} \frac{\partial 'v^{\rho_2}}{\partial v^\alpha} \cdot \frac{\partial 'v^{\sigma_2}}{\partial v^\beta} + \frac{\partial^2 'v^{\rho_2}}{\partial v^\alpha \partial v^\beta} \bar{g}_{\tau_2\mu_2} \bar{\lambda}^{\mu_2} + \\ & + \frac{1}{2r} \cdot \frac{\partial r}{\partial u^{\bar{a}}} \cdot \xi_a^{\bar{a}} \lambda^{\mu_1} 'g_{\tau_1\mu_1} \frac{\partial 'v^{\rho_1}}{\partial v^\beta} + \frac{1}{2r} \frac{\partial r}{\partial u^{\bar{a}}} \xi_a^{\bar{a}} \bar{\lambda}^{\mu_2} \bar{g}_{\tau_2\mu_2} \frac{\partial 'v^{\rho_2}}{\partial v^\alpha} + \\ & + \frac{1}{2p} \frac{\partial p}{\partial u^a} \xi_a^{\bar{a}} \lambda^{\mu_1} 'g_{\tau_1\mu_1} \frac{\partial 'v^{\rho_1}}{\partial v^\beta} + \frac{1}{2p} \frac{\partial p}{\partial u^a} \xi_a^{\bar{a}} \bar{\lambda}^{\mu_2} \bar{g}_{\tau_2\mu_2} \frac{\partial 'v^{\rho_2}}{\partial v^\alpha} - \\ & - \frac{1}{2p} \cdot K^{\bar{a}b} g_{\tau_1\mu_1} \lambda^{\mu_1} g^{\bar{a}b} \xi_a^{\bar{a}} \xi_b^{\bar{b}} - \frac{1}{2r} K^{\bar{a}b} \bar{g}_{\tau_2\mu_2} \bar{\lambda}^{\mu_2} g_{ab} \xi_a^{\bar{a}} \xi_b^{\bar{b}}, \end{aligned} \quad (12)$$

$(\rho_1, \sigma_1, \tau_1, \mu_1 = 1, 2, \dots, m_1); (\rho_2, \sigma_2, \tau_2, \mu_2 = 1, 2, \dots, m_2)$,
 где $g_{\alpha\beta}$ — метрический тензор, $b_{\alpha\beta}, b_{\alpha\gamma}, b_{\alpha\delta}$ — вторые тензоры X_m ;
 $'g_{\alpha\beta}$ — метрический тензор, $'b_{\alpha\beta}, b_{\alpha\gamma}, b_{\alpha\delta}$ — вторые тензоры, $\bar{G}_{\alpha\beta}$ — коэффициен-
 ты связности $'X_m$; $\bar{g}_{\alpha\beta}$ — метрический тензор, $\bar{b}_{\alpha\beta}, b_{\alpha\gamma}, b_{\alpha\delta}$ — вторые тензоры,
 $\bar{G}_{\alpha\beta}$ — коэффициенты связности \bar{X}_m ; векторы λ^{α} и $\bar{\lambda}^{\alpha}$ удовлетворяют
 уравнениям

$$\lambda^{\alpha} g_{\alpha\beta} + \bar{\lambda}^{\alpha} \bar{g}_{\alpha\beta} = 0, \quad (13)$$

$$\lambda^{\alpha} \lambda^{\beta} g_{\alpha\beta} + \bar{\lambda}^{\alpha} \bar{\lambda}^{\beta} \bar{g}_{\alpha\beta} = \begin{cases} 0, & \text{если } t \neq s \\ 1, & \text{если } t = s \end{cases} \quad (14)$$

а величины $\bar{K}, \bar{K}, H, \bar{H}$ определяются из уравнения

$$g^{ad} \frac{\partial p}{\partial u^d} = \bar{K}^{\alpha} \xi_{\alpha}^a + \bar{H}^{\alpha} \nu^a, \quad (15)$$

$$g^{\bar{a}\bar{d}} \frac{\partial r}{\partial u^{\bar{d}}} = \bar{K}^{\alpha} \bar{\xi}_{\alpha}^{\bar{a}} + \bar{H}^{\alpha} \bar{\nu}^{\bar{a}}. \quad (16)$$

Используя эти формулы доказаны следующие теоремы.

Теорема 2. Первая (вторая) внутренняя проекция является омбилическим многообразием для нормали типа $(0, \nu^{\bar{a}})$, $(\nu^a, 0)$.

Теорема 3. При изгибании проекций $'X_m$ и \bar{X}_m , поверхность X_m также изгибается, причем так, что остается неизменной в подпространстве $V_{m_1+m_2}$, пространства V_n , являющемся топологическим произведением этих проекций.

Отметим, что теоремы 2 и 3 были доказаны в работе [1] для поверхности X_m , вложенной в приводимое пространство. Оказалось, что эти теоремы справедливы и в том случае, когда поверхность X_m вложена в V_n с метрикой (1).

3. Если $m_1 + m_2 = m$, то поверхность X_m назовем бицилиндрической, или бицилиндром индекса (m_1, m_2) . Уравнения бицилиндрической поверхности можно привести к виду

$$u^a = u^a(v^i), \quad u^{\bar{a}} = u^{\bar{a}}(\bar{v}^{\bar{i}}) \quad (i = 1, 2, \dots, m_1); (\bar{i} = m_1 + 1, m_1 + 2, \dots, m).$$

Нормальные векторы такой поверхности будут только типа $(\nu^a, 0)$ и $(0, \nu^{\bar{a}})$. Из (9), (10) и (11) получим формулы, выражающие связь между метрическими и вторыми тензорами поверхностей $X_m, 'X_m, \bar{X}_m$.

Запишем эти формулы в системе координат $(v^i, \bar{v}^{\bar{i}})$

$$g_{ij} = 'g_{ij}, \quad g_{i\bar{j}} = 0, \quad g^{\bar{i}\bar{j}} = \bar{g}^{\bar{i}\bar{j}}.$$

$$b_{ij} = b_{ij}, \quad b_{i\bar{j}} = 0, \quad b_{i\bar{j}} = -\frac{1}{2\rho} H g_{i\bar{j}},$$

$$b_{ij} = -\frac{1}{2r} \bar{H} g_{ij}, \quad b_{i\bar{j}} = 0, \quad b_{i\bar{j}} = \bar{b}_{i\bar{j}}.$$

$(i, j = 1, 2, \dots, m_1); (\bar{i}, \bar{j} = m_1 + 1, m_1 + 2, \dots, m).$

Используя эти формулы доказаны следующие теоремы.

Теорема 4. Поверхность X_m есть (Кч.—Кч.) композиции.

Теорема 5. Для того, чтобы поверхность X_m была вполне геодезической, необходимо и достаточно, чтобы ее проекции $'X_{m_1}$

и \bar{X}_{m_1} были вполне геодезическими и векторы $\frac{\partial p}{\partial u^a}$ и $\frac{\partial r}{\partial u^a}$ при-

надлежали соответственно поверхностям $'X_{m_1}$ и \bar{X}_{m_1} .

Теорема 6. Для нормали $(v^a, 0)$ $((0, \bar{v}^a))$ $m_1(m_2)$ линии кри-

визны поверхности X_m совпадают с линиями кривизны поверхнос-

ти $'X_{m_1}$ (\bar{X}_{m_1}) для нормали v^a (\bar{v}^a), а остальные m_2 (m_1) линии кривизны лежат на поверхности \bar{X}_{m_1} ($'X_{m_1}$), которая есть омби-

лическое многообразие для этой нормали.

Теорема 7. Для того, чтобы X_m была минимальной, необ-

ходимо и достаточно, чтобы ее проекции $'X_{m_1}$ и \bar{X}_{m_1} были мини-

мальными и векторы $\frac{\partial p}{\partial u^a}$ и $\frac{\partial r}{\partial u^a}$ принадлежали соответ-

ственно поверхностям $'X_{m_1}$ и \bar{X}_{m_1} .

Пусть Γ — некоторая линия на поверхности X_m . Ее проекцию на

$'X_{m_1}$ (\bar{X}_{m_1}) обозначим через Γ ($\bar{\Gamma}$).

Теорема 8. Если две из линий Γ , Γ и $\bar{\Gamma}$ асимптотические

и векторы $\frac{\partial p}{\partial u^a}$ и $\frac{\partial r}{\partial u^a}$ принадлежат соответственно поверх-

ностям $'X_{m_1}$ и \bar{X}_{m_1} , то третья также будет асимптотической.

Теорема 9. Проекция Γ ($\bar{\Gamma}$) геодезической линии Γ поверх-

ности X_m будет геодезической для поверхности $'X_{m_1}$ (\bar{X}_{m_1}) тогда

и только тогда, когда вектор $\frac{\partial p}{\partial v^i} \left(\frac{\partial r}{\partial v^i} \right)$ направлен по ее кас-

ательной.

4. Если $m_1 = m_2 = m$, то существует взаимнооднозначное соответ-

пространства V_n , являющемся топологическим произведением ее проекций $'X_m$ и $'\bar{X}_m$. Нормальные векторы X_m в V_{2m} будут только типа $(v^a, v^{\bar{a}})$ ($t=1, 2, \dots, m$).

Предполагая, что соответствие между $'X_m$ и $'\bar{X}_m$ конформное, то есть

$$'g_{rs} = \lambda 'g_{rs}, \quad (13)$$

для метрического тензора g_{rs} и вторых тензоров b_{rs} получим выражения

$$g_{rs} = 'g_{rs} + '\bar{g}_{rs}, \quad (14)$$

$$b_{rs} = \frac{1}{1+\lambda} \left[g_{rs}(q_s + l_s - \bar{l}_s) + g_{rs}(q_r + l_r - \bar{l}_r) - g_{rs} \left(q_\mu - \lambda l_\mu + \frac{1}{\lambda} \bar{l}_\mu \right) \right] \lambda^\mu \quad (\mu = 1, 2, \dots, m), \quad (15)$$

где

$$q_s = \frac{1}{2} \frac{\partial \ln \lambda}{\partial v^s}, \quad l_s = \frac{1}{2} \frac{\partial \ln \rho}{\partial v^s}, \quad \bar{l}_s = \frac{1}{2} \frac{\partial \ln r}{\partial v^s}.$$

Используя формулы (14) и (15) доказаны следующие теоремы:

Теорема 10. Если в (13) $\lambda = c \frac{r}{\rho}$, где $c = \text{const}$, то поверхность X_m в V_{2m} будет омбилической.

Теорема 11. Для t -ой нормали на поверхности X_m существует многообразие $m-2$ измерения, все направления которого являются главными для этой нормали. Эти направления ортогональны вектору i^s и лежат на поверхности уровня функции $\frac{\lambda \rho}{r}$.

Теорема 12. Если две из поверхностей X_m , $'X_m$ и $'\bar{X}_m$ находятся в конформном (аффинном) соответствии, то и третья находится в конформном (аффинном) соответствии с каждой из них.

Теорема 13. Если $r = \rho$, а поверхности $'X_m$ и $'\bar{X}_m$ находятся в аффинном соответствии, то X_m в V_{2m} будет омбилической.

Теорема 14. Если $r = \rho$, а в (13) $\lambda = 1$, то поверхность X_m в V_{2m} будет вполне геодезической.

Теорема 15. Если $r = \rho$, а в (13) $\lambda = \frac{1 + c\rho^{\frac{2m}{m-2}}}{1 - c\rho^{\frac{2m}{m-2}}}$, где $c = \text{const}$,

то поверхность X_m в V_{2m} будет минимальной.

Теорема 16. Если $r = e^{2s} \rho$, а поверхности $'X_m$ и $'\bar{X}_m$ находятся в конформном соответствии с вектором конформного преобразования φ_s , то поверхность X_m в V_{2m} будет омбилической.

Ереванский государственный университет

Մակերևույթները մի Բանի ուիմանյան շերտավորող տարածությունների մեջ

Աշխատանքում խնդիր է դրվում ուսումնասիրել m չափի X_m մակերե-
վույթի հատկություններն այնպիսի ուիմանյան V_n տարածության մեջ, որի
մետրիկան կարելի է բերել

$$ds^2 = r(u^c, u^{\bar{c}}) g_{ab}(u^d) du^a du^b + p(u^c, u^{\bar{c}}) g_{\bar{a}\bar{b}}(\bar{u}^{\bar{a}}) d\bar{u}^{\bar{a}} d\bar{u}^{\bar{b}} \quad (1)$$

$$(a, b, c, d = 1, 2, \dots, n_1); \quad (\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}, \bar{d} = n_1 + 2, \dots, n)$$

տեսքի նախ տրված է (1) մետրիկայով V_n տարածության երկրաչափական
բնութագիրը, որը ննարավորություն է տվել ⁽¹⁻⁵⁾ աշխատանքներում կառուց-
ված մեթոդը կիրառելու նշված խնդիրը լուծելիս: Այնուհետև տրվում է մա-
կերևույթի պրոյեկցիաների սահմանումները և գտնվում է մակերևույթի ու
նրա պրոյեկցիաների նիմնական մեծությունների միջև գոյություն ունեցող
կապերը արտահայտող բանաձևերը: Ոգտվելով այդ բանաձևերից ապացուց-
ված է, որ X_m մակերևույթը (1) մետրիկայով V_n տարածության մեջ օժտ-
ված է մի շարք հատկություններով:

ЛИТЕРАТУРА — ЦИТИРОВАНЫ

- ¹ Г. И. Кручкович, ДАН СССР, 108, (1956). ² Г. И. Кручкович, ДАН СССР
(1957). ³ Л. А. Матевосян, «Известия АН Арм. ССР», Математика, т. 1, № 6 (1966).
⁴ Л. А. Матевосян, «Известия АН Арм. ССР», Математика, т. 2, № 2 (1967).
⁵ Л. А. Матевосян, ДАН Арм. ССР, XLVI, № 2 (1968). ⁶ Е. К. Леонтьев, «Известия
вузов», Математика, № 4, 1964. ⁷ А. П. Норден, Пространства аффинной связности,
Гос.-изд. тех. и теорет. лит. М.—Л., 1950.

УДК 511.2

МАТЕМАТИКА

Ю. А. Трахтман

О делимости некоторых разностей, составленных из биномиальных коэффициентов

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 25/II 1974)

В статье Д. Б. Фукс и М. Б. Фукс (1) поставили вопрос о том, на какую степень числа m делится выражение $x_n(m) = \binom{m^{n+1}}{m^n} - \binom{m^n}{m^{n-1}}$ в случае, когда m просто. Они доказали, что $x_n(2)$ делится на 2^{2n+2} при $n > 1$ и, на основе анализа числовых примеров, высказали следующие предположения.

1. $x_n(2)$ при $n > 1$ делится на 2^{2n} .
2. Если p просто, то $x_n(p)$ также делится на высокую степень числа p .
3. Если число m является составным, то $x_n(m)$ не делится на высокую степень числа m .

В настоящей статье доказывается следующая

Теорема 1. Для любого простого p и любого натурального l имеет место сравнение

$$x_n(p^l) \equiv \begin{cases} B_{p-3} p^{l(3n-1)+1}/3 \pmod{p^{l(3n-1)+4}} & \text{при } p > 3 \\ 3^{l(3n-1)+2} \pmod{3^{l(3n-1)+3}} & \text{при } p = 3 \\ 2^{l(3n-1)+1} \pmod{2^{l(3n-1)+2}} & \text{при } p = 2, n > 1 \\ 2^{l+1} \pmod{2^{l+2}} & \text{при } p = 2, n = 1 \end{cases}$$

Здесь B_{p-3} есть $(p-3)$ -е число Бернулли (нумерация четная, то есть $B_0 = 1, B_1 = 1/2, \dots$).

Следствие 1. $x_n(p)$ при $p > 3$ делится на p^{1n+2} , $x_n(3)$ делится на 3^{2n+1} и $x_n(2)$ при $n > 1$ делится на 2^{3n} .

Следствие 2. Пусть m — степень простого числа, причем $m \neq 2^l$ при $n = 1$. Тогда $x_n(m)$ делится на m^{3n-1} .

Следствие 1 доказывает первые два из указанных предположе-

ний, а следствие 2 показывает, что третье предположение неверно, по крайней мере для случая, когда m есть степень простого числа.

Из теоремы следует, что $a_n(2^l)$ при $n > 1$ делится точно на $|l(3n-1)+1|$ -ю степень двойки, а $a_n(3^l)$ — на $|l(3n-1)+2|$ -ю степень тройки. Ответ на вопрос, будет ли $a_n(p^l)$ при любом $p > 3$ делиться точно на $|l(3n-1)+3|$ -ю степень числа p зависит от того, может ли делиться на p числитель дроби B_{p-3} . По этому поводу можно сказать лишь, что подобная делимость не имеет места для чисел, регулярных в смысле Куммера. Кроме того, из таблиц (см. (2), стр. 561) можно заключить, что $B_{p-3} \not\equiv 0 \pmod p$ для простых $p \leq 4001$.

Доказательство теоремы. Положим $c_k = \binom{p^{lk}}{p^{l(k-1)}}$, $S_k(m) = \sum_{i=1}^m i^k$, $\sum i^k = \sum_k(m)$, $\Pi i = \Pi(m)$, где в двух последних случаях i пробегает те натуральные числа $\leq m$, которые не делятся на p ; через φ , как обычно, обозначается функция Эйлера. Обозначим, далее, через $P_i(\xi)$ следующую функцию целочисленного аргумента:

$$P_i(\xi) = \frac{\Pi(\xi)}{\Pi(\xi - p^{n_i})}, \quad (1)$$

где $n_i = ln - l + i$, $1 \leq i \leq l$, $\xi > p^{ln}$. Очевидно,

$$a_n(p^l) = c_{n+1} - c_n = c_n \left(\frac{c_{n+1}}{c_n} - 1 \right). \quad (2)$$

Покажем, что

$$\frac{c_{n+1}}{c_n} = \prod_{i=1}^l \frac{P_i(x_i)}{\Pi(p^{n_i})}, \quad \text{где } x_i = p^{ln+i}. \quad (3)$$

Действительно, легко усмотреть, что

$$(p^l m)! = m! p^{ms_l} \prod_{i=1}^l |\Pi(p^{l_i m})|, \quad (4)$$

где $s_l = 1 + p + \dots + p^{l-1}$; используя (4) с $m = p^{ln}$, p^{ln-1} , $p^{ln} - p^{ln-1}$, получаем:

$$\frac{c_{n+1}}{c_n} = \frac{p^{ln+l} p^{ln-1} (p^{ln} - p^{ln-1})!}{p^{ln} (ln+l - p^{ln}) p^{ln}} = \prod_{i=1}^l \frac{\Pi(p^{ln-i})}{\Pi(p^{ln-1+i}) \Pi(p^{ln+i} - p^{ln-1+i})}$$

Отсюда, с учетом (1), получим (3).

Так как x_i делится на p , то из (1) следует, что

$$P(x_i) = (x_i - 1) \dots (x_i - p^{n_i} + 1) = (-1)^{\varphi(p^{n_i})} a_{0i} - a_{1i} x_i + a_{2i} x_i^2 - \dots,$$

где количество скобок в произведении равно $\varphi(p^{n_i})$. Следовательно,

$$a_{0i} = \Pi(p^{n_i}), \quad a_{1i} = a_{0i} \sum_{-1} (p^{n_i}), \quad (5)$$

$$a_{2i} = \frac{1}{2} a_{0i} \left| \left(\sum_{-1} (p^{n_i}) \right)^2 - \sum_{-2} (p^{n_i}) \right|$$

Формулу (3) можно теперь переписать в виде

$$\frac{c_{n+1}}{c_n} = \prod_{l=1}^i \frac{P_l(x_l)}{a_{0l}} \quad (6)$$

Так как $\varphi(p^{n_i}) = p^{n_i-1}(p-1)$ является нечетным только при $p=2$, $n_i=1$, а $n_i = l(n-1)+i$, то в этом случае $n=i=1$, $x_l = x_1 = 2^{l+1}$, $a_{0i} = a_{01} = 1$, $P_l(x_l) = P_1(x_1) = 2^{l+1}-1$, то есть

$$P_1(x_1) = 2^{l+1}-1 \quad \text{при } p=2, n=1 \quad (7)$$

Исключая случай $n=1, p=2, i=1$, имеем:

$$P_l(x_l) = a_{0i} - a_{1i}x_l + a_{2i}x_l^2 - \dots$$

Отсюда $P_l(x_l) \equiv a_{0i} - a_{1i}x_l + a_{2i}x_l^2 \pmod{x_l^3}$, то есть

$$P_l(x_l) - a_{0i} = a_{1i}p^{ln+1} + a_{2i}p^{2ln+2i} \pmod{p^{ln+3i}} \quad (8)$$

Для дальнейшего нам понадобятся две леммы (их доказательства приведено в конце заметки):

Лемма 1:

$$\sum_{i=1}^n (p^i) \equiv \begin{cases} \frac{2}{3} B_{p-3} p^n \pmod{p^{n+1}} & \text{при } p > 3, \\ -p^{n-1} \pmod{p^n} & \text{при } p = 2, 3. \end{cases}$$

Лемма 2:

$$\sum_{i=1}^n (p^{2i}) \equiv \begin{cases} -\frac{1}{3} B_{p-3} p^{2n} \pmod{p^{2n-1}} & \text{при } p > 3, \\ -3^{2n-1} \pmod{3^{2n}} & \text{при } p = 3, \\ 2^{2n-2} \pmod{2^{2n-1}} & \text{при } p = 2. \end{cases}$$

При доказательстве теоремы мы ограничиваемся случаем $p > 3$; доказательство в случаях $p=2, 3$ аналогично (в случае $p=2, n=1$ вместо (8) используется (7)).

В силу формулы (5) и лемм 1, 2,

$$a_{2i} \equiv 0 \pmod{p^{n_i}}$$

$$a_{1i} \equiv -\frac{1}{3} a_{0i} B_{p-3} p^{2n_i} \pmod{p^{2n_i-1}}$$

Так как $n_i = l(n-1)+i$, то отсюда

$$a_{2i} p^{2ln+2i} \equiv 0 \pmod{p^{2ln-1+3i}}$$

Вместе с (8) это дает

$$P_l(x_l) - a_{0i} \equiv -a_{1i} p^{ln+1} \equiv -\frac{1}{3} a_{0i} B_{p-3} p^{2ln-2i+3i} \pmod{p^{2ln-2i+3i+1}}$$

При $i=1$ отсюда следует, что

$$P_1(x_1) - a_{01} \equiv -\frac{1}{3} a_{01} B_{p-3} p^{2ln-2i+3} \pmod{p^{2ln-2i+4}}, \quad (9)$$

в случае же $i > 1$

$$P_l(x_l) - a_{2i} \equiv 0 \pmod{p^{2ln-2i+4}} \quad (10)$$

ибо в этом случае $3i > 4$, а B_{p-3} не содержит p в знаменателе (в силу теоремы Штаудта, см. ниже).

Из (10) и (6) следует, что

$$\frac{c_{n-1}}{c_n} \equiv \frac{P_1(x_1)}{a_{01}} \pmod{p^{3n-2l+4}} \quad (11)$$

Таким образом,

$$c_{n-1} - c_n = c_n \left(\frac{c_{n-1}}{c_n} - 1 \right) \equiv c_n \left(\frac{P_1(x_1)}{a_{01}} - 1 \right) \equiv c_n \frac{P_1(x_1) - a_{01}}{a_{01}} \pmod{p^{3n-2l+4}}$$

то есть, в силу (9), $c_{n-1} \equiv c_n \pmod{p^{l+1}}$. Отсюда

$$c_n \equiv c_1 = p^l \pmod{p^{l+1}}. \quad (12)$$

Так как $x_n(p^l) = c_{n-1} - c_n$, то из (9) и (11) следует, что

$$\frac{x_n(p^l)}{c_n} \equiv \frac{P_1(x_1) - a_{01}}{a_{01}} \equiv \frac{1}{3} B_{p-3} p^{3n-2l-3} \pmod{p^{3n-2l+4}}.$$

С учетом (12) окончательно получаем

$$x_n(p^l) \equiv \frac{1}{3} B_{p-3} p^{3n-l+3} \pmod{p^{3n-l+4}},$$

что и требовалось.

Доказательство лемм 1 и 2. Напомним известные свойства чисел Бернулли:

$$(a) \quad B_{2k-1} = 0 \quad \text{при } k \geq 1; \quad (13)$$

$$(b) \quad s_k(m) = (k+1)^{-1} \sum_{i=1}^{k+1} \binom{k+1}{i} B_{k+1-i} m^i; \quad (14)$$

(в) теорема Штаудта: пусть m — четное положительное число; если $m \not\equiv 0 \pmod{p-1}$, B_m не содержит p в знаменателе, а если $m \equiv 0 \pmod{p-1}$, то

$$pB_m \equiv -1 \pmod{p}; \quad (15)$$

(г) сравнение Куммера: если m — четное положительное число с $m \not\equiv 0 \pmod{p-1}$, то B_m/m не содержит p в знаменателе и

$$B_{m+p-1}/(m+p-1) \equiv B_m/m \pmod{p} \quad (16)$$

(доказательства см. (8), стр. 505–509). Теперь докажем некоторые вспомогательные предложения.

I. Для любого r

$$\sum_{i=2}^{-2}(p^n) \equiv \sum_{i=2}^{-2}(p^{n+1}) - 2(p^n) \pmod{p^{n+1}}$$

Действительно, по теореме Эйлера, $i^{r \mp (p^{n+1})} \equiv 1 \pmod{p^{n+1}}$ при $i \not\equiv 0 \pmod{p}$. Следовательно, $i^{-2} \equiv i^{r \mp (p^{n+1})-2} \pmod{p^{n+1}}$.

II. Если $k \geq n+1$, то $\sum_k(p^n) \equiv s_k(p^n) \pmod{p^{n+1}}$ (это очевидно).

III. Если k четно и больше 2 и $p > 3$ при $n=1$, то

$$s_k(p^n) \equiv B_k p^n \pmod{p^{n+1}},$$

Действительно, в силу (14), $s_k(p^n) = (k+1)^{-1} \sum_{i=1}^{k+1} \binom{k+1}{i} B_{k+1-i} p^{ni}$
 $= B_k p^n + \frac{k}{2} B_{k-1} p^{2n} + \frac{1}{k+1} \binom{k+1}{3} B_{k-2} p^{3n} + \dots$ Так как k четно и

$k-1 \neq 1$, то $B_{k-1} = 0$ (см. (13)). Так как, далее, $\binom{k+1}{i} = \frac{k+1}{i}$

$\binom{k}{i-1}$, то $\frac{1}{k+1} \binom{k+1}{i} B_{k+1-i} p^{ni} = \frac{1}{i} \binom{k}{i-1} B_{k+1-i} p^{ni}$.

Таким образом, достаточно доказать, что если $i \geq 3$, то $k^{-1} B_{k+1-i} p^{ni} \equiv 0 \pmod{p^{n+1}}$. Из теоремы Штаудта следует, что $i^2 B_{k+1-i} \equiv 0 \pmod{p}$. Если $i^{-1} p^{ni-2} \equiv 0 \pmod{p^n}$ при $i \geq 3$, то $p^2 B_{k+1-i} i^{-1} p^{ni-2} \equiv 0 \pmod{p^{n+1}}$ и требуемое доказано. Если же $i^{-1} p^{ni-2} \not\equiv 0 \pmod{p^n}$ при $i \geq 3$, то легко проверить, что $(p, i) = (1, 2, 4)$ или $(1, 3, 3)$, а оба эти равенства исключены условием.

IV. Если $p > 3$, $r > 0$, то

$$B_{r\varphi(p^{n+1})-2} \equiv \frac{2}{3} B_{p-3} \pmod{p}$$

Действительно, из (16) следует, что при четном положительном $m \equiv 0 \pmod{p-1}$ и $s > 0$ имеет место сравнение

$B_{m-s(p-1)/(m+s(p-1))} \equiv B_m/m \pmod{p}$, или $B_{m-s(p-1)} \equiv (m-s)B_m/m \pmod{p}$. Если $m = p-3$ и $s = rp^n - 1$ то $m+s(p-1) = rp^n(p-1) - 2 = r\varphi(p^{n+1}) - 2$. Отсюда

$$B_{r\varphi(p^{n+1})-2} \equiv \frac{p-3-(rp^n-1)}{p-3} B_{p-3} \equiv \frac{2}{3} B_{p-3} \pmod{p}.$$

V.

$$\sum_{-1}(p^n) \equiv -\frac{1}{2} p^n \sum_{-2}(p^n) \pmod{\begin{matrix} p^{2n+1} & \text{при } p > 2, \\ 2^{2n} & \text{при } p = 2, n > 1. \end{matrix}}$$

Действительно, если $i \neq 0 \pmod{p}$ то по $\pmod{p^{2n}}$ имеем:

$$\frac{1}{i^2} + \frac{1}{(p^n-i)^2} = \frac{p^{2n}-2p^ni+2i^2}{i^2(p^n-i)^2} = -\frac{2i(p^n-i)}{i^2(p^n-i)^2} = -\frac{2}{p^n} \left(\frac{1}{i} + \frac{1}{p^n-i} \right).$$

Суммируя это сравнение по тем i , для которых $i \neq 0 \pmod{p}$ и $1 \leq i < p^n/2$, получаем:

$$\sum_{-1}(p^n) \equiv -\frac{2}{p^n} \sum_{-1}(p^n) \pmod{p^{2n}}.$$

Отсюда следует утверждение V.

Приступим к доказательству леммы 1. Пусть $p > 3$, $r\varphi(p^{n+1}) - 2 \geq n+1$. Тогда, последовательно применяя I, II, III, IV, получаем:

$$\sum_{-2}(p^n) \equiv \sum_{r\varphi(p^{n+1})-2}(p^n) \equiv s_{r\varphi(p^{n+1})-2}(p^n) \equiv B_{r\varphi(p^{n+1})-2} p^n$$

$$\equiv \frac{2}{3} B_{p-3} p^n \pmod{p^{n+1}}.$$

Так как $r_2(p^{n+1}) - 2 \equiv 0 \pmod{p-1}$ при $p \neq 2, 3$, то из (15) следует, что $p B_{r_2(p^{n+1})-2} \equiv -1 \pmod{p}$. Пусть $p = 2, 3$ и $n > 1$. Учитывая утверждения I–III и последнее сравнение, получим:

$$\begin{aligned} \Sigma_{-2}(p^n) &\equiv B_{r_2(p^{n+1})-2} p^n \pmod{p^{n+1}} \\ &\equiv -p^{n-1} \pmod{p^n} \end{aligned}$$

Справедливость леммы при $p = 2, 3, n = 1$ проверяется прямым просчетом.

Лемма 1 доказана. Лемма 2 следует из леммы 1 и утверждения V.

Заключительные замечания. Аналогично доказывается следующее усиление теоремы 1.

Теорема 2. Пусть p — простое число, $\alpha_n(m, g, h) =$

$$\binom{gm^{n+1}}{hm^n} - \binom{gm^n}{hm^{n-1}}, \quad gh \neq 0 \pmod{p} \text{ и } \nu_p — \text{показатель степени, с}$$

которым p входит в $\binom{gp^l}{h}$. Тогда

$$\alpha_n(p^l, g, h) \equiv \begin{cases} \frac{1}{3} g h^3 B_{p-3} \binom{gp^l}{h} p^{l(3n-2)+3} \pmod{p^{l(3n-2)+\nu_p+4}} & \text{при } p > 3, \\ g \left(\frac{g^{3l}}{h} \right) 3^{l(3n-2)+3} \pmod{3^{l(3n-2)+\nu_3+3}} & \text{при } p = 3, \\ \frac{g}{2^{l(3n-2)+\nu_2+1}} \pmod{2^{l(3n-2)+\nu_2+2}} & \text{при } p = 2, n > 1, \\ 2^{\nu_2+1} \pmod{2^{\nu_2+2}} & \text{при } p = 2, n = 1 \end{cases}$$

Как мне стало известно во время оформления статьи, А. И. Ширшов доказал теорему 1 при $p = 2, 3, l = 1$; он получил также следствие 1.

Автор благодарит Ю. А. Брудного и Д. Б. Фукса за внимание к настоящей работе.

Московский государственный
университет им. М. В. Ломоносова

ՅՈՒ. Ա. ՏՐԱՆՏԻՐԱՆ.

Նրկանդամային գործադիցներից կազմված որոշ սարքերու յուրե-
նքի լածանելիության մասին

Հողվածում ապացուցված է հետևյալ թեորեմը:

Թեորեմ. Իիցուք $\alpha_n(m) = \binom{m^{n+1}}{m_n} - \binom{m_n}{m^{n-1}}$: Ցանկացած պարզ p -ի

և ցանկացած բնական l -ի համար տեղի ունի

$$\frac{1}{3} B_{p-3} p^{l(3n-1)+3} \pmod{p^{l(3n-1)+1}}, \text{ երբ } p > 3$$

$$3^{l(3n-1)+2} \pmod{3^{l(3n-1)+3}}, \text{ երբ } p=3$$

$$2^{l(3n-1)+1} \pmod{2^{l(3n-1)+2}}, \text{ երբ } p=2, n > 1$$

$$2^{l+1} \pmod{2^{l+2}}, \text{ երբ } p=2, n=1$$

համեմատությունը, որտեղ B_{p-3} -ը Բեռնուլլիի $(p-3)$ -րդ քիվե է:

Այս թեորեմը պատասխան է տալիս այն հարցերին, որոնք առաջ էին քաշված Դ. Բ. Ֆուքսի և Մ. Բ. Ֆուքսի կողմից (¹).

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Д. Б. Фукс, М. Б. Фукс, Арифметика бинномальных коэффициентов, Квант, № 6, стр. 17—25, 1970. ² З. И. Борович, И. Р. Шафаревич, Теория чисел, «Наука», М., 1964.

УДК 519.210

МАТЕМАТИКА

И. В. Ковалишина, В. П. Потапов

Индефинитная метрика в проблеме Неванлинны—Пика

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 20/IV 1974г.)

В настоящей статье рассматривается проблема Неванлинны—Пика⁽¹⁾ в матричном аспекте, а именно: дана последовательность точек

$$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \dots \quad (\lambda_j + \bar{\lambda}_j > 0)$$

из открытой правой полуплоскости и последовательность квадратных матриц m -го порядка

$$\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n, \dots \quad (\omega_j + \omega_j^* > 0)$$

из открытой правой матричной полуплоскости; ищется позитивная матрица-функция $\omega = \omega(\lambda)$, то есть голоморфная в правой полуплоскости, удовлетворяющая условию

$$\operatorname{Re} \omega(\lambda) = \frac{1}{2} [\omega(\lambda) + \omega^*(\bar{\lambda})] \geq 0$$

такля, что

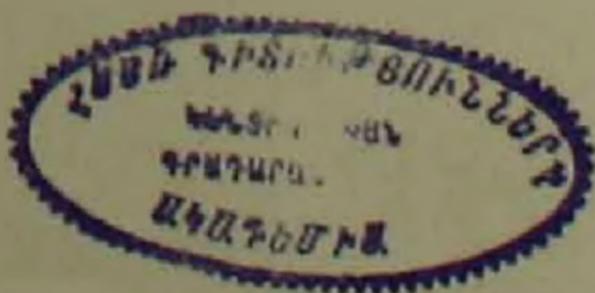
$$\omega(\lambda_1) = \omega_1, \quad \omega(\lambda_2) = \omega_2, \quad \dots \quad \omega(\lambda_n) = \omega_n \dots$$

Мы устанавливаем здесь теснейшую связь этой задачи с теорией J -растягивающих матриц-функций⁽²⁾.

В основе исследования лежит известное неравенство Шварца—Пика для позитивных матриц-функций:

$$\left\| \frac{\omega(\lambda_j) + \omega^*(\lambda_k)}{\lambda_j + \bar{\lambda}_k} \right\|_{j,k=1}^n \geq 0 \quad (1)$$

Как обычно, сначала решается усеченная проблема. Справедлива Теорема: Для того, чтобы матрица-функция $\omega(\lambda)$ была решением проблемы Неванлинны-Пика для конечного числа пар λ_j, ω_j ($j=1, 2, \dots, n$), необходимо и достаточно, чтобы матрица-функция удовлетворяла основному матричному неравенству



$$\begin{vmatrix} \frac{\omega_1 + \omega_1^*}{\lambda_1 + \bar{\lambda}_1} & \dots & \frac{\omega_1 + \omega_n^*}{\lambda_1 + \bar{\lambda}_n} & | & \frac{\omega_1 + \omega^*(\lambda)}{\lambda_1 + \bar{\lambda}} \\ \sim & \sim & \sim & | & \sim \\ \frac{\omega_n + \omega_1^*}{\lambda_n + \bar{\lambda}_1} & \dots & \frac{\omega_n + \omega_n^*}{\lambda_n + \bar{\lambda}_n} & | & \frac{\omega_n + \omega^*(\lambda)}{\lambda_n + \bar{\lambda}} \\ \dots & \dots & \dots & | & \dots \\ \frac{\omega(\lambda) + \omega_1^*}{\lambda + \bar{\lambda}_1} & \dots & \frac{\omega(\lambda) + \omega_n^*}{\lambda + \bar{\lambda}_n} & | & \frac{\omega(\lambda) + \omega^*(\lambda)}{\lambda + \bar{\lambda}} \end{vmatrix} \geq 0. \quad (2)$$

В предположении, что блок

$$A = \begin{vmatrix} \frac{\omega_1 + \omega_1^*}{\lambda_1 + \bar{\lambda}_1} & \dots & \frac{\omega_1 + \omega_n^*}{\lambda_1 + \bar{\lambda}_n} \\ \sim & \sim & \sim \\ \frac{\omega_n + \omega_1^*}{\lambda_n + \bar{\lambda}_1} & \dots & \frac{\omega_n + \omega_n^*}{\lambda_n + \bar{\lambda}_n} \end{vmatrix}$$

неособенный*, решение неравенства (2) записывается в виде дробно-линейного преобразования произвольной положительной матрицы-функции $\omega(\lambda)$

$$\omega(\lambda) = [\omega(\lambda)b(\lambda) + d(\lambda)]^{-1} [\omega(\lambda)a(\lambda) + c(\lambda)],$$

матрицей коэффициентов которого является групповой элементарный множитель (**), то есть J -растягивающая в правой полуплоскости, J -унитарная на мнимой оси матрица-функция

$$B_n(\lambda) = I + \sum_{j=1}^n \frac{2\sigma_j a_j}{\lambda - \lambda_j} = \begin{bmatrix} a(\lambda) & b(\lambda) \\ c(\lambda) & d(\lambda) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где

$$J = \begin{pmatrix} 0 & I_m \\ I_m & 0 \end{pmatrix},$$

$$2\sigma_j a_j = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} I \\ \omega_k^* \end{bmatrix} h_{kj} [I, \omega_j] J,$$

$$\|h_{jk}\|_{j,k=1}^n = A^{-1}, \quad 2\sigma_j = \lambda_j + \bar{\lambda}_j.$$

Параллельно рассматривается и пошаговое решение задачи. Устанавливаются следующие факты:

1. Каждый J -неотрицательный проектор: $P^2 = P$, $PJ \geq 0$ полного** ранга может быть записан в виде

* В скалярном случае вырождение блока A приводит к единственному решению, являющемуся рациональной положительной функцией. Вопрос о вырождении блока A в матричном случае здесь обсуждаться не будет.

** То есть максимального ранга, в данном случае равного m .

$$\rho = \begin{vmatrix} (w_0 + w_0^*)^{-1} w_0 & (w_0 + w_0^*)^{-1} \\ w_0^* (w_0 + w_0^*)^{-1} w_0 & w_0^* (w_0 + w_0^*)^{-1} \end{vmatrix}, \quad w_0 + w_0^* > 0$$

2. Если

$$L_0(\lambda) = I + \frac{2\alpha_0}{\lambda - \lambda_0} \rho = \begin{vmatrix} a(\lambda) & b(\lambda) \\ c(\lambda) & d(\lambda) \end{vmatrix}$$

элементарный множитель полного ранга, а $w(\lambda)$ — произвольная позитивная матрица-функция, то дробно-линейное преобразование

$$w(\lambda) = [w(\lambda)b(\lambda) + d(\lambda)]^{-1} [w(\lambda)a(\lambda) + c(\lambda)] = L_0(\lambda) | w(\lambda) |$$

определяет позитивную матрицу-функцию $w(\lambda)$, являющуюся общим решением интерполяционной задачи $w(\lambda_0) = w_0$ с одним узлом.

3. Общий вид позитивных матриц-функций, удовлетворяющих любому конечному числу первых условий

$$w(\lambda_1) = w_1, \quad w(\lambda_2) = w_2, \quad \dots, \quad w(\lambda_n) = w_n,$$

представим в форме суперпозиции дробно-линейных преобразований

$$w(\lambda) = L_1(\lambda) | L_2(\lambda) | \dots | L_n(\lambda) | w_n(\lambda) | \dots | |,$$

где $w_n(\lambda)$ — произвольная позитивная матрица-функция. Матрица коэффициентов результирующего дробно-линейного преобразования равна произведению элементарных множителей полного ранга

$$L_n(\lambda) L_{n-1}(\lambda) \dots L_2(\lambda) L_1(\lambda)$$

$$L_i(\lambda) = I + \frac{2\alpha_i}{\lambda - \lambda_i} P_i, \quad P_i = \begin{vmatrix} (w_i^{(i)} + w_i^{(i)*})^{-1} w_i^{(i)} & (w_i^{(i)} + w_i^{(i)*})^{-1} \\ w_i^{(i)*} (w_i^{(i)} + w_i^{(i)*})^{-1} w_i^{(i)} & w_i^{(i)*} (w_i^{(i)} + w_i^{(i)*})^{-1} \end{vmatrix}, \quad (4)$$

где матрицы $w_i^{(i)}$ — так называемые параметры Шура — последовательно находятся по формулам

$$w_i^{(i)} = L_{i-1}^{-1}(\lambda_i) | L_{i-2}^{-1}(\lambda_i) | \dots | L_1^{-1}(\lambda_i) | w_1 | \dots | |, \quad (i=2, 3, \dots, n),$$

$$(w_1^{(1)} = w_1).$$

Таким образом, постановке любой задачи Неванлинны-Пика соответствует бесконечное произведение двучленных множителей полного ранга

$$\dots L_n(\lambda) L_{n-1}(\lambda) \dots L_2(\lambda) L_1(\lambda),$$

n -ое частичное произведение которого

$$B_n(\lambda) = L_n(\lambda) L_{n-1}(\lambda) \dots L_2(\lambda) L_1(\lambda)^*$$

является матрицей коэффициентов дробно-линейного преобразования произвольной позитивной функции, дающего общее решение усеченной проблемы. Справедливо и обратное утверждение. В самом деле, зададим произвольное бесконечное произведение двучленных множителей полного ранга

$$\dots L_n(\lambda) \dots L_2(\lambda)L_1(\lambda)$$

$$L_i(\lambda) = I + \frac{2\alpha_i}{\lambda - \lambda_i} P_i,$$

где все λ_i различны между собой. Проектор P_i каждого такого множителя определит позитивную матрицу $w_i^{(0)}$. По $w_i^{(0)}$ строим матрицы

$$w_i = L_1(\lambda_i) \{ L_2(\lambda_i) \{ \dots \{ L_{i-1}(\lambda_i) \{ w_i^{(0)} \} \dots \} \}$$

и формулируем проблему Неванлинны—Пика: найти позитивную матрицу-функцию $w(\lambda)$, удовлетворяющую условиям $w(\lambda_j) = w_j$ ($j=1, 2, \dots$).

Тем самым показано, что проблема Неванлинны—Пика адекватна изучению бесконечного произведения двучленных множителей полного ранга.

Дальнейшее исследование связано с рассмотрением кругов Вейля. В терминах $B_n(\lambda)$ неравенство (2) переписывается в виде

$$[w(\lambda), I] \frac{B_n^{-1}(\lambda) J B_n^{*-1}(\lambda)}{\lambda + \bar{\lambda}} \begin{bmatrix} w^*(\lambda) \\ I \end{bmatrix} \geq 0$$

или

$$[w(\lambda), I] \begin{pmatrix} -R_n & S_n^* \\ S_n & -T_n \end{pmatrix} \begin{bmatrix} w^*(\lambda) \\ I \end{bmatrix} \geq 0, \quad (5)$$

где

$$B_n^{-1}(\lambda) J B_n^{*-1}(\lambda) = \begin{pmatrix} -R_n & S_n^* \\ S_n & -T_n \end{pmatrix} = W_n$$

—так называемая матрица Вейля. Неравенство (5) означает, что при фиксированном λ множество решений $w(\lambda)$ неравенства (2) заполняет матричный круг Вейля $B_n(\lambda)$:

$$w(\lambda) = S_n R_n^{-1} + \sqrt{S_n R_n^{-1} S_n^* - T_n} \cdot u \cdot \frac{1}{\sqrt{R_n}}, \quad \|u\| \leq 1.$$

Изучение поведения кругов Вейля при возрастании n приводит к следующим результатам: центры $S_n R_n^{-1}$ стремятся к конечному пределу; радиусы $\rho_c^{(n)} = S_n R_n^{-1} S_n^* - T_n$ и $\rho_d^{(n)} = R_n^{-1}$ монотонно убывают; каждый круг Вейля вложен в предыдущий.

В силу основной теоремы С. А. Орлова⁽³⁾ радиусы левого и правого радиусов предельного круга не зависят от выбора $\lambda = \lambda_j$.

Мы будем говорить, что проблема Неванлинны—Пика вполне неопределенна, если оба радиуса имеют неособенные пределы.

Имеет место теорема, являющаяся обобщением известного критерия Данжуа (запись станет более прозрачной, если считать, что независимая переменная λ меняется в единичном круге):

Для того, чтобы проблема Неванлинны—Пика была вполне неопределенной, необходимо и достаточно, чтобы сходился ряд

$$\sum_{j=1}^{\infty} (1 - |\kappa_j|) P_j J \quad (|\kappa_j| < 1).$$

* Обозначение $L_n(\lambda) \dots L_2(\lambda)L_1(\lambda) = B_n(\lambda)$ не случайно. Доказано, что матрица-функция $B_n(\lambda)$ (3) разлагается в произведение множителей $L_i(\lambda)$ вида (4).

Это условие является необходимым и достаточным для сходимости произведения Бляшке-Потапова двучленных множителей, нормированных в точке $z=0$ к J -модулю (²).

И, наконец, доказана теорема о структуре радиусов круга Вейля для любой усеченной проблемы Неванлинны—Пика. Основываясь на ней, удалось доказать следующие утверждения для предельных радиусов:

1. Если левый радиус неособенный, то и правый радиус неособенный;

2. Если правый радиус неособенный, то левый либо неособенный, либо равен нулю.

3. Можно построить проблему Неванлинны—Пика с вырожденными левым и правым радиусами любых наперед заданных рангов.

Органическая связь теории аналитических матриц-функций с другими классическими задачами составит предмет отдельных исследований.

Одесский технологический институт
холодильной промышленности

Ի. Վ. ԿՈՎԱԼԵՆԿԱ, Վ. Պ. ՊՈՏԱՊՈՎ

Ինդիֆինիտ մատրիկան նեանլինա-Պիկի պրոբլեմում

Ներկա հոդվածում դիտվում է նեանլինա-Պիկի հայտնի ինտերպոլյացիոն խնդիրն ավելի ընդհանուր մատրիցային դրվածքով:

Հատած պրոբլեմի լուծումը բերում է հետևյալ պնդմանը՝ $\omega(\lambda)$ մատրիցա-ֆունկցիան կհանդիսանա բննարկվող խնդրի լուծում այն և միայն այն դեպքում, երբ $\omega(\lambda)$ -ն բավարարում է ըստ էության Շվարցի-Պիկի անհավասարությունը հանդիսացող հիմնական մատրիցային անհավասարությունը:

Այդ անհավասարության ընդհանուր լուծումը ներկայացվում է կամայական պողիտիվ $\omega(\lambda)$ մատրիցա-ֆունկցիայից

$$\omega(\lambda) = |\omega(\lambda)b(\lambda) + d(\lambda)|^{-1} |\omega(\lambda)a(\lambda) + c(\lambda)|$$

կոտորակա-գծային ձևափոխության տեսքով, որի դործակիցների

$$B(\lambda) = \begin{pmatrix} a(\lambda) & b(\lambda) \\ c(\lambda) & d(\lambda) \end{pmatrix}$$

մատրիցան հանդիսանում է խմբային արտադրիչ, այսինքն՝ ինտերպոլյացիայի հանգույցներում բևեռներ ունեցող, աչ կիսահարթություններում J -ձգող և կեղծ առանցքի վրա J -ունիտար մատրիցա-ֆունկցիա:

Միաժամանակ ապացուցված է նեանլինա-Պիկի պրոբլեմի ադեկվատությունը լրիվ ունգի նրկանդամ էլեմենտար արտադրիչների

$$\prod_{j=1}^{\infty} \left[1 + \frac{2\sigma_j}{\lambda - \lambda_j} \rho_j \right], \quad \rho_j^2 = \rho_j, \rho_j J \geq 0$$

անվերջ արտադրյալի տրմանը:

Վերջապես, նեանլինա-Պիկի համար դիտարկված է Վեյլի շրջանների տեսությունը: Տրված է պրորեկտի լիովին անորոշության հայտանիշ, ուսումնասիրվում է աջ և ձախ սահմանային շառավիղների ստրուկտուրան:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ R. Nevanlinna, Über beschränkte analytische Funktionen, (Ann. Acad. Sci. Fennicæ, A 32, 1929). ² В. П. Потанов, Тр. Московского мат. общества, т. 4, стр. 125—236, 1955. ³ В. П. Потанов, ДАН АрмССР, т. XLVIII, № 5 (1969). ⁴ А. Е. Ефимов, В. П. Потанов, Успехи мат. наук, т. XXVIII, вып. I (169), 1973. ⁵ А. Орлон, Всесоюзная конференция по теории функций комплексного переменного, Тезисы докладов, Харьков, 1971: "

УДК 513.83

МАТЕМАТИКА

С. Г. Овсепян

О конечноточечных бикомпактных и H -замкнутых расширениях топологических пространств

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 25/VI 1974)

В настоящей заметке рассматривается вопрос о том, когда хаусдорфово пространство допускает n -точечное хаусдорфово бикомпактное расширение и когда оно допускает n -точечное H -замкнутое расширение, а также вопрос о числе таких расширений. В случае $n=1$ хорошо известна теорема П. С. Александрова об однотоочечной бикомпактификации локально бикомпактного хаусдорфова пространства ⁽¹⁾.

Результаты этой заметки являются следствиями более общих утверждений, часть которых приведена в ⁽²⁻⁴⁾.

Семейство \mathcal{F} открытых множеств топологического пространства (X, V) назовем открытым фильтром этого пространства, если оно удовлетворяет следующим условиям:

$$(F_1) \emptyset \notin \mathcal{F};$$

$$(F_2) v_1, v_2 \in \mathcal{F} \rightarrow v_1 \cap v_2 \in \mathcal{F};$$

$$(F_3) v \in \mathcal{F}, v_1 \in V, v \subset v_1 \rightarrow v_1 \in \mathcal{F}.$$

Пусть \mathcal{F}_1 — семейство всех открытых множеств топологического пространства (X, V) , дополнения которых бикомпактны. Легко проверить, что \mathcal{F}_1 для любого топологического пространства (X, V) , удовлетворяет условиям (F_2) и (F_3) открытого фильтра, поэтому оно будет открытым фильтром тогда и только тогда, когда (X, V) небикомпактное пространство.

Семейство Φ открытых фильтров пространства (X, V) назовем *отделимым*, если для любой пары различных элементов $\mathcal{F}, \psi \in \Phi$ существуют $u \in \mathcal{F}$ и $v \in \psi$ такие, что $u \cap v = \emptyset$.

Теорема 1. *Хаусдорфово пространство (X, V) допускает n -точечное хаусдорфово бикомпактное расширение тогда и только тогда, когда оно локально бикомпактно и обладает n дизъюнкты-*

ми открытыми множествами v_i ($i=1, 2, \dots, n$) такими, что выполнены следующие условия:

$$(i) \bigcup_{i=1}^n v_i \in \mathfrak{z}_V,$$

$$(ii) \forall v \in \mathfrak{z}_V \quad v \cap v_i \neq \emptyset.$$

При этом число различных (неэквивалентных) n -точечных хаусдорфово бикомпактных расширений совпадает с числом различных отделимых семейств, из которых каждое семейство Φ состоит из n открытых фильтров пространства (X, V) , удовлетворяющих условию $\bigcap \{ \mathfrak{z}; \mathfrak{z} \in \Phi \} = \mathfrak{z}_V$.

Следствие. Пространство R^n , при $n \geq 2$ не допускает $n \geq 2$ точечное хаусдорфово бикомпактное расширение, а в случае $n=1$ не допускает $n \geq 3$ точечное хаусдорфово бикомпактное расширение. Вместе с тем, в последнем случае наряду с одноточечным существует единственное (с точностью до эквивалентности расширений) двухточечное хаусдорфово бикомпактное расширение.

В самом деле, из условий (i), (ii) теоремы 1 вытекает, что R^m может допускать n -точечное хаусдорфово бикомпактное расширение только тогда, когда \mathfrak{z}_V содержит такой элемент $v = \bigcup_{i=1}^n v_i$, пересечение которого с любым элементом семейства \mathfrak{z}_V состоит из n дизъюнктивных непустых открытых множеств. Так как $v \in \mathfrak{z}_V$, то существует замкнутый шар B , содержащий R^m/v . Имеем $R^m/B \in \mathfrak{z}_V$ и $v \cap (R^m/B) = R^m/B$. Но R^m/B при $m \geq 2$ связно, следовательно нельзя представить в виде объединения $n \geq 2$ дизъюнктивных непустых открытых множеств, а в случае $m=1$ его нельзя представить в виде объединения $n \geq 3$ дизъюнктивных непустых открытых множеств.

В случае $m=1, n=2$ легко проверить, что открытые множества $v_1 = (-\infty, \beta)$ и $v_2 = (\alpha, +\infty)$ при $\alpha > \beta$ удовлетворяют условиям теоремы 1, следовательно R^1 допускает двухточечное хаусдорфово бикомпактное расширение. Единственность такого расширения следует из того, что, как легко проверить, существует только одно отделимое семейство, состоящее из двух открытых фильтров \mathfrak{z}_1 и \mathfrak{z}_2 пространства R^1 , удовлетворяющих условию $\mathfrak{z}_1 \cap \mathfrak{z}_2 = \mathfrak{z}_V$. Базисом для \mathfrak{z}_1 служит семейство $\{v \cap v_1; v \in \mathfrak{z}_V\}$, а для $\mathfrak{z}_2 = \{v \cap v_2; v \in \mathfrak{z}_V\}$.

Легко видеть, что теорема 1 в случае $n=1$ равносильна известной теореме П. С. Александрова об одноточечной бикомпактификации локально бикомпактного хаусдорфова пространства.

В самом деле, пусть (X, V) небикомпактное пространство, тогда поскольку, как было замечено выше, \mathfrak{z}_V — открытый фильтр, то в случае $n=1$ условия (i) и (ii) теоремы 1 будут выполняться автоматически, если в качестве v_1 взять произвольный элемент семейства \mathfrak{z}_V . Обратно, если для некоторого открытого множества v_1 выполнено ус-

ловие (ii) теоремы 1, то пустое множество не принадлежит семейству \mathcal{O}_V , следовательно \mathcal{O}_V — открытый фильтр, а пространство (X, V) — небикомпактно.

Таким образом, для случая $n=1$ теорему 1 можно переформулировать следующим образом:

Теорема 1'. Хаусдорфово пространство (X, V) допускает одноточечное хаусдорфово бикомпактное расширение тогда и только тогда, когда оно локально бикомпактно и небикомпактно. При этом такое расширение единственно с точностью до эквивалентности расширений.

Пусть H_V — семейство всех открытых множеств хаусдорфова пространства (X, V) , дополнения которых H — замкнуты, а H_V^* — семейство всех открытых множеств пространства (X, V) , внутренность замыкания которых принадлежит H_V . Легко убедиться, что $H_V \subset H_V^*$.

Теорема 2. Хаусдорфово пространство (X, V) допускает n -точечное H -замкнутое расширение тогда и только тогда, когда оно локально H -замкнуто и обладает n дизъюнктными открытыми множествами v_i ($i=1, 2, \dots, n$) такими, что выполнены следующие условия:

$$(i) \bigcup_{i=1}^n v_i \in H_V^*,$$

$$(ii) \forall i \text{ и } \forall v \in H_V \quad v \cap v_i \neq \emptyset.$$

При этом число различных (неэквивалентных) n -точечных H -замкнутых расширений совпадает с числом различных отдельных семейств, из которых каждое семейство Φ состоит из n открытых фильтров пространства (X, V) , удовлетворяющих условию $H_V \subset \bigcap \{ \varphi : \varphi \in \Phi \} \subset H_V^*$.

Следствие. Пространство R^m допускает бесконечно много различных n -точечных H -замкнутых расширений при любых m и n .

В самом деле, рассмотрим, например, случай $m=2$ (в остальных случаях рассмотрения аналогичны). Разделим плоскость R^2 на n частей с помощью n лучей Γ_i ($i=1, 2, \dots, n$), исходящих из одной точки, и пусть v_i — множество точек, лежащих между лучами Γ_i и Γ_{i+1} ($\Gamma_{n+1} = \Gamma_1$). Очевидно, эти открытые множества v_i ($i=1, 2, \dots, n$) удовлетворяют условиям теоремы 2, следовательно, R^2 допускает n -точечное H -замкнутое расширение при любом n . Пусть φ_i — открытый фильтр пространства R^2 с базисом $\varphi_i = \{ v \cap v_i : v \in \mathcal{O}_V \}$. Семейство Φ , состоящее из открытых фильтров $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$, очевидно, отделимо. Учитывая, что для пространства R^2 H_V и \mathcal{O}_V совпадают, легко проверить, что Φ удовлетворяет последнему условию теоремы 2, т. е. $H_V \subset \bigcap_{i=1}^n \varphi_i \subset H_V^*$. Исходя из различных семейств n лучей, таким способом можно построить бесконечно много различных отдели-

мых семейств \mathcal{H} и открытых фильтров, удовлетворяющих последнему условию теоремы 2. Следовательно, согласно этой теореме пространство R^2 при любом n допускает бесконечно много различных n -точечных H -замкнутых расширений.

В случае $n=1$ условия (i), (ii) теоремы 2 равносильны тому, что пространство (X, V) не является H -замкнутым. В самом деле, пусть (X, V) не является H -замкнутым, тогда H_V удовлетворяет условиям (F_1) и (F_2) открытого фильтра, т. е. H_V базис открытого фильтра. Поэтому условия (i), (ii) теоремы 2 будут выполняться, если в качестве U_1 взять произвольный элемент из H_V . Обратное, если для некоторого открытого множества U_1 выполнено условие (ii) теоремы 2, то пустое множество не принадлежит H_V , следовательно, пространство (X, V) не является H -замкнутым.

Таким образом, в случае $n=1$, теорему 2 можно переформулировать следующим образом:

Теорема 2'. Для того, чтобы хаусдорфово пространство (X, V) допускало одноточечное H -замкнутое расширение, необходимо и достаточно, чтобы оно было локально H -замкнутым и не было H -замкнутым. При этом число различных одноточечных H -замкнутых расширений совпадает с числом различных открытых фильтров \mathcal{F} пространства (X, V) , удовлетворяющих условию $H_V \subset \mathcal{F} \subset H_V^*$.

С точностью до эквивалентности расширений, можно считать, что все одноточечные расширения пространства (X, V) определены на одном и том же множестве $Z = X \cup \{y\}$, поэтому каждое такое расширение определяется только заданием топологии на Z . Пусть $>$ — отношение частичного упорядочения на множестве G_V всех одноточечных H -замкнутых расширений пространства (X, V) , определяемое следующим образом: $(Z, W_1) > (Z, W_2)$ тогда и только тогда, когда $W_2 \subset W_1$.

Следствие. Для любого локально H -замкнутого и не H -замкнутого пространства (X, V) множество G_V полно с указанным отношением $>$ и обладает наименьшим и наибольшим элементами другими словами пара $(G_V, >)$ образует псевдотопологию (\mathcal{F}) .

В случае, когда (X, V) локально бикompактное, но не бикompактное, хаусдорфово пространство, наименьшее одноточечное H -замкнутое расширение совпадает с одноточечной бикompактификацией этого пространства.

Пусть (X, V) T_1 -пространство. Обозначим через \mathcal{G}_V семейство всех открытых множеств пространства (X, V) , которые являются дополнениями к конечным подмножествам множества X .

Теорема 3. T_1 -пространство (X, V) допускает n -точечное бикompактное T_1 расширение тогда и только тогда, когда множество X бесконечно. При этом число различных n -точечных бикompактных T_1 расширений равно числу различных семейств из

которых каждое семейство Φ состоит из n открытых фильтров пространства (X, V) , удовлетворяющих условию

$$\delta_V \subseteq \bigcap \{ \varphi; \varphi \in \Phi \} \subseteq \delta_V.$$

С точностью до эквивалентности расширений, можно считать, что все n -точечные расширения пространства (X, V) определены на одном и том же множестве $Z = X \cup Y$, где $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$. На множестве всех n -точечных расширений пространства (X, V) рассмотрим следующее отношение $>: (Z, W_1) > (Z, W_2)$, если существует непрерывное отображение $f: Z \rightarrow Z$, оставляющее неподвижным множество X .

Следствие. Пусть (X, V) бесконечное T_1 пространство, тогда для любого фиксированного n среди всех n -точечных бикомпактных T_1 расширений этого пространства существует наименьшее расширение. Это же расширение является наименьшим и среди всех n -точечных T_1 расширений.

Если (X, V) к тому же небикомпактно, то семейство N_V всех одноточечных бикомпактных T_1 расширений, с указанным отношением $>$ полно и обладает наименьшим и наибольшим элементами, т. е. пара $(N_V, >)$ образует псевдотопологию.

В случае, когда (X, V) локально бикомпактно и небикомпактно хаусдорфово пространство, наибольшее одноточечное бикомпактное T_1 расширение совпадает с одноточечной бикомпактификацией этого пространства.

Теорема 4. Хаусдорфово пространство с первой (соответственно со второй) аксиомой счетности допускает n -точечное хаусдорфово бикомпактное расширение, удовлетворяющее первой (соответственно второй) аксиоме счетности тогда и только тогда, когда оно счетно в бесконечности и удовлетворяет условиям теоремы 1.

Следствие. Либо все конечноточечные хаусдорфовы бикомпактные расширения локально бикомпактного хаусдорфова пространства удовлетворяют первой (соответственно второй) аксиоме счетности, либо ни одно из них не удовлетворяет первой (соответственно второй) аксиоме счетности.

Теорема 5. Хаусдорфово пространство с первой (соответственно со второй) аксиомой счетности допускает n -точечное H -замкнутое расширение, удовлетворяющее первой (соответственно второй) аксиоме счетности тогда и только тогда, когда для него выполнены условия теоремы 2 и оно обладает счетным семейством H -замкнутых подмножеств таких, что каждое его H -замкнутое подмножество содержится в некотором из них.

Следствие. Для любых m и n пространство R^m допускает бесконечно много n -точечных H -замкнутых расширений, удовлетворяющих второй аксиоме счетности и бесконечно много n -точечных H -замкнутых расширений, не удовлетворяющих первой аксиоме счетности.

Институт математики

Академии наук Армянской ССР

Տոպոլոգիական տարածությունների վերջավոր կետանոց թիկոմսակտ և
H-փակ լայնացումների մասին

Հոդվածում տրված են անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ, որոնք սույն տոպոլոգիական տարածությունը թույլ տա հաշվելիության առաջին կամ երկրորդ աստիճանի բավարարող n -կետանոց հաուսդորֆյան թիկոմսակտ կամ n -կետանոց H-փակ լայնացումներ:

Քննարկվում է նաև այդպիսի լայնացումների թանակի հարցը:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ П. С. Александров, П. С. Урyson, Мемуар о компактных топологических пространствах, М., 1971. ² С. Г. Овсепян, ДАН СССР, 206, № 4 (1972). ³ С. Г. Овсепян, «Известия АН Армянской ССР», «Математика», VIII, № 3 (1973).

Р. И. Овсепян

О безусловной суммируемости рядов в линейных топологических пространствах

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талалаяном 26/VI 1974)

Условимся относительно обозначений:

X — произвольное полное отделимое линейное топологическое пространство;

S — пространство конечных измеримых на $(0, 1)$ функций с метрикой, эквивалентной сходимости по мере;

T — регулярный матричный метод Теплица ⁽¹⁾.

Для $x_n \in X$ символ $(\sum x_n) \in T \sum x_n$ будет обозначать, что ряд $\sum x_n$ после любой перестановки (сходится) суммируется методом T в пространстве X .

Если $f_n(t) \in S$, то $(\sum f_n(t) \text{ п. б.}) \in T \sum f_n(t) \text{ п. б.}$ означает, что ряд $\sum f_n(t)$ после любой перестановки (сходится почти всюду на $(0, 1)$) суммируется методом T почти всюду на $(0, 1)^+$.

Последовательность (x_n) в банаховом пространстве E называется T -базисом ^(2,3), если для любого $x \in E$ существует единственный ряд $\sum a_n x_n$, который T -суммируется к x .

Последовательность (x_n) в E называется безусловным T -базисом, если после любой перестановки является T -базисом.

Понятие безусловной T -суммируемости ряда является прямым обобщением безусловной сходимости. В связи с этим естественен вопрос о взаимоотношении между этими понятиями.

Сформулируем ранее полученные результаты в этом направлении.

Теорема А (В. Орлич ⁽⁴⁾). *Чтобы $(\sum f_n(t) \text{ п. б.}) \in T \sum f_n(t) \text{ п. б.}$, необходимо и достаточно выполнение условия $f_n(t) \rightarrow 0 \text{ п. б.}$ ($f_n \in S$).*

И. И. Волковым было замечено (на примере ряда $\sum 1$), что без дополнительных условий $(\sum f_n(t) \text{ п. б.}) \in T \sum f_n(t) \text{ п. б.}$. Далее В. Ф. Гапошкиным и А. М. Олевским ⁽⁵⁾ было показано, что ряд $\sum 1$ является по существу единственным примером безусловно суммирующегося, но расходящегося числового ряда.

* Заметим, что множество (сходимости) суммируемости вообще говоря зависит от порядка членов ряда, так что может не найтись ни одной фиксированной точки, в которой ряд безусловно (сходится) суммируется.

Теорема Б (А. М. Олевский⁽⁹⁾). Если ряд $\sum f_n(t)$ ($f_n \in S$) безусловно T -суммируется п. б., то имеет место равенство $f_n(t) = f(t) + \varphi_n(t)$, ($f, \varphi_n \in S$), где ряд $\sum \varphi_n(t)$ безусловно сходится п. б. При этом, если метод T суммирует ряд $\sum 1$ (коротко $T \sum 1$), то $f(t)$ может быть произвольной, если же $T \overline{\sum 1}$, то $f(t) = 0$ п. б.

Нетрудно заметить, что теорема А вытекает из теоремы Б.

Теорема В (П. Л. Ульянов⁽⁸⁾)*. Если ряд $\sum f_n(t)$ ($f_n \in S$) безусловно T -суммируется по мере, то $f_n(t) = f(t) + \varphi_n(t)$ ($f, \varphi_n \in S$), где ряд $\sum \varphi_n(t)$ безусловно сходится по мере и если $T \overline{\sum 1}$, то $f(t) = 0$ п. б., а для $T \sum 1$ $f(t)$ может быть любой.

При этом П. Л. Ульяновым было показано, что теорему Б можно получить из теоремы В.

Метод доказательства теоремы Б позволяет установить более общий результат:

Теорема 1. Чтобы ряд $\sum x_n$ ($x_n \in X$) был безусловно T -суммируемым (в X) необходимо и достаточно, чтобы имело место равенство $x_n = \alpha + \varphi_n$, где ряд $\sum \varphi_n$ безусловно сходится и безусловно суммируется**, причем, если $T \overline{\sum 1}$, то $\alpha = 0$, в противном случае α может быть любым элементом из X .

Ясно, что теорема В получится из теоремы 1, если в последней положить $X = S$.

Теорема 1 позволяет, используя некоторые ранее известные результаты (доказанные для случая, когда T -единичная матрица), обобщить их на случай любых регулярных T -методов.

Ниже формулируются несколько таких обобщений.

Прежде всего заметим, что из теоремы 1 легко вытекает

Следствие***. В любом банаховом пространстве безусловный T -базис является безусловным базисом.

Далее, учитывая это следствие и известные факты о том, что в пространствах $C([0, 1])$ (Карлин⁽⁹⁾) и $L_1([0, 1])$ (А. Пельчинский⁽¹⁰⁾) нет безусловных базисов, получаем, что верна

Теорема 2. Ни при одном методе T в пространствах $C([0, 1])$ и $L_1([0, 1])$ нет безусловных T -базисов.

Далее из теоремы 1 и известного результата Дворецкого-Роджерса⁽¹¹⁾ легко следует

Теорема 3. Чтобы банахово пространство E было конечномерным, необходимо и достаточно, чтобы для любого метода T выполнялось соотношение

$$\sigma T \sum x_n \leftrightarrow \sigma T \sum \|x_n\| \quad (x_n \in E)$$

Верна также

* На самом деле П. Л. Ульяновым была доказана теорема В для более широкого класса матричных методов суммируемости.

** Насколько нам известно, в X вообще говоря, $\sigma \sum x_n \rightarrow \sigma T \sum x_n$.

*** Первоначально утверждение, сформулированное в следствии, было доказано нами другим способом. А. А. Талалян обратил наше внимание на возможную связь этого утверждения с теоремами Б, В. Это замечание послужило поводом для установления теоремы 1.

Теорема 4. Чтобы ряд $\sum x_n$ в банаховом пространстве был безусловно T -суммируемым, необходимо и достаточно, чтобы любой его подряд T -суммировался.

Необходимость вытекает из теоремы 1 и соответствующей теоремы Орлича (когда T —единичная матрица); достаточность требует особого доказательства.

Институт математики
Академии наук Армянской ССР

Ռ. Ե. Հովսեփյան

Շարժերի ոչ պայմանական զուգակցելիության մասին գծային տոսյոլոգիական տարածություններում

Հոդվածի հիմնական պնդումը պարունակվում է առաջին թեորեմում (теорема 1), որում բնութագրվում է ոչ պայմանական T -հանրագումարելի շարքերի (գծային տոսյոլոգիական տարածություններում) վարքը ոչ պայմանական զուգակցելիության տեսակետից:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Г. Харди, Расходящиеся ряды, М., 1951. ² В. Я. Коллов, ДАН СССР, 73, № 4 (1950). ³ В. Gellbaum, Duke Math. J., 17 (1950). ⁴ W. Orlicz, Bull. Acad. Polonaise, 1927. ⁵ В. Ф. Гапошкин, А. М. Олевский, А. Научные доклады высш. шк. физ. мат. науки, № 6, 1958. ⁶ А. М. Олевский, ДАН СССР, 125, № 2 (1959). ⁷ А. М. Олевский, Сибирский матем. журнал, т. 5, № 5, (1964). ⁸ П. Л. Ульянов, Известия АН СССР, сер. матем., 23, № 5, (1959). ⁹ S. Korlin, Duk. Math. J., 15 (1948). ¹⁰ А. Pelczynski, Studia Math., 19 (1960). ¹¹ А. Dvoretzky, C. A. Rogers, Proc. Nat. Acad. Sci (USA) 36, 1950.

УДК 621.382.2

ФИЗИКА

Член-корреспондент АН Армянской ССР Г. М. Авакьянц,
 В. М. Арутюнин

К теории эффекта Ганна в сильнолегированных
 полупроводниках

(Представлено 26/XI 1973)

Форма и скорость домена в диоде Ганна зависит от равновесной концентрации электронов n_0 , длины образца L , приложенного к образцу напряжения V и параметров материала. В домене отклонение концентрации электронов n от равновесной сравнительно мало для больших значений n_0 , полное обеднение не достигается и поэтому поле в домене в сильнолегированном образце, рассматриваемом ниже, симметрично. Это позволяет мысленно "зафиксировать" такой домен, называемый ниже симметричным доменом сильного поля (СДСП), в середине образца и разделить образец на две половины. В $x = \frac{L}{2}$ напряженность электрического поля СДСП максимальна (E_m).

На основании уравнения Пуассона, можно получить

$$\frac{1}{2}L = \int_0^{\frac{L}{2}} dx = \int_{E_1}^{E_m} \frac{D}{\rho} dE, \quad (1)$$

где E_1 — напряженность электрического поля в образце вне СДСП (при $n = n_0$), $D = \frac{\epsilon}{4\pi}$ — диэлектрическая постоянная, $\rho = -e(n - n_0)$ — плотность объемного заряда, e — заряд электрона.

Предполагается отсутствие в рассматриваемом случае дырок и процессов, приводящих к созданию избыточных носителей тока (ударной ионизации, инжекции, освещения). Если опустить в уравнении сохранения электронов члены, учитывающие генерацию и рекомбинацию, имеем:

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left[n v_n(E) + D_n \frac{dn}{dx} \right] = 0, \quad (2)$$

где $v_n(E)$ — дрейфовая скорость, а D_n — коэффициент диффузии электронов, t — время. Для упрощения задачи принято $D_n = \text{const}$. Переходя в систему движущегося домена, получаем уравнение (для омических контактов)

$$\frac{D_n}{D} \rho \frac{d\rho}{dE} = en_0 \left[v_n(E) - v_n(E_1) \right] - eK - \left[u + v_n(E) \right] \rho. \quad (3)$$

Здесь $K = D_n \frac{dn}{dy} \Big|_{t=E_1}$, u — скорость домена. (4)

Решение уравнения (3) ищем в виде ряда

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 + \dots; \quad (5)$$

имеем $\rho_0^2 = \frac{2D}{D_n} \int_{E_1}^E \left\{ en_0 \left[v_n(E) - v_n(E_1) \right] - eK \right\} dE,$ (6)

$$\rho_1 = -\frac{\rho_0^2}{3en_0} - \frac{1}{\rho_0} \int_{E_1}^E \rho_0 \left\{ \frac{D}{D_n} \left[u + v_n(E_1) + \frac{K}{n_0} \right] \right\} dE. \quad (7)$$

В максимуме поля $\rho_m = 0$. Это приводит к условиям:

$$\int_{E_1}^{E_m} \left\{ en_0 \left[v_n(E) - v_n(E_1) \right] - eK \right\} dE = 0, \quad (8)$$

$$u + v_n(E_1) + \frac{K}{n_0} = 0. \quad (9)$$

Рассмотрим „трехпрямлинейную“ аппроксимацию зависимости дрейфовой скорости электронов от E (рис. 1).

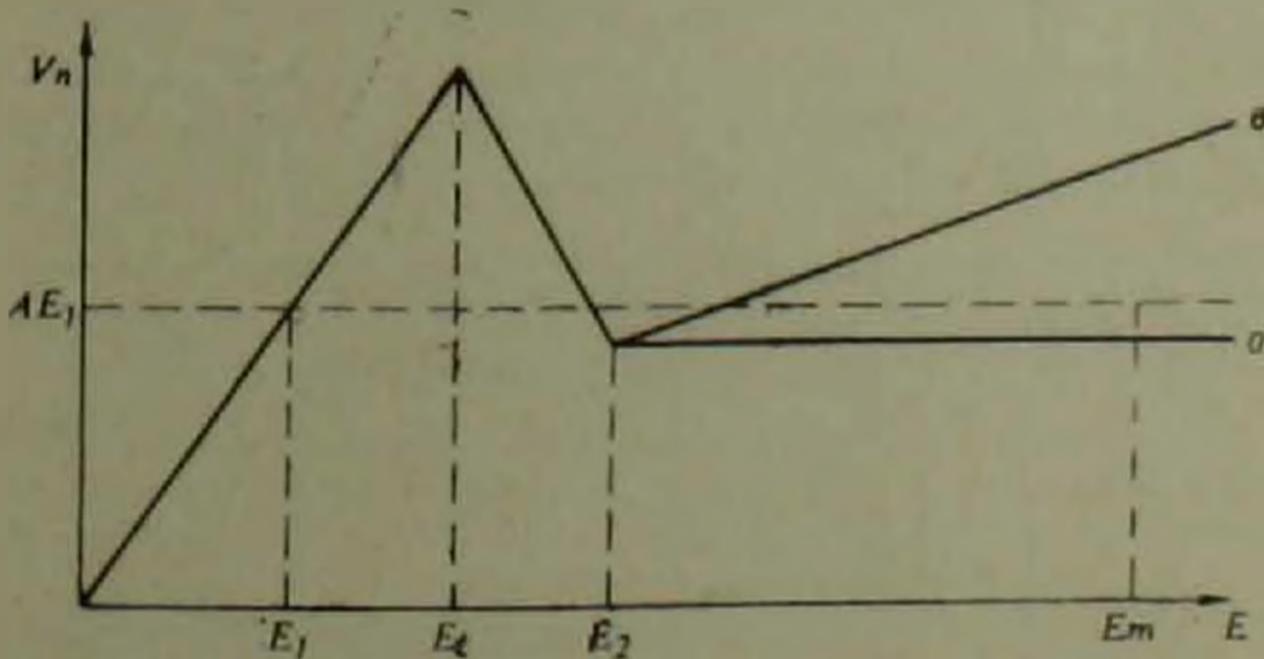


Рис. 1. Аппроксимация зависимости дрейфовой скорости электронов от напряженности электрического поля согласно формулам (10) — а и (27) — в

$$\begin{cases} v_I = AE & \text{при } E_1 \leq E \leq E_I \\ v_{II} = B(E_I - E) + AE_I & \text{при } E_I \leq E \leq E_2 \\ v_{III} = CE_2 & \text{при } E_2 \leq E \leq E_m \end{cases} \quad (10)$$

Из правила геометрически равных площадей (8) можно получить

$$2(E_m - E_2)(M - CE_2) = (2C + B\Phi)E_2^2 - 2M(E_2 - E_1) - AE_1^2, \quad (11)$$

где

$$M = AE_1 + \frac{K}{n_0}, \quad \Phi = 1 - \frac{C+B}{B} \cdot \frac{E_1}{E_2}. \quad (12)$$

Представим интеграл, входящий в (1), в виде

$$\int_{E_1}^E \frac{dE}{\rho} = \int_{E_1}^{E_I} \frac{dE}{\rho_{01}} + \int_{E_I}^{E_2} \frac{dE}{\rho_{02}} + \int_{E_2}^E \frac{dE}{\rho_{03}}, \quad (13)$$

ρ_{01} , ρ_{02} и ρ_{03} в котором легко получить, подставляя в (6) соответственно одно из трех значений $v_n(E)$ из (10). Тогда имеем

$$\begin{aligned} \frac{L - L_0}{2r_D} = & \sqrt{\frac{2A(E_m - E_2)}{M - CE_2}} + \sqrt{\frac{A}{B}} \cdot \left| \arcsin \frac{AE_I - M}{\sqrt{B}} - \right. \\ & \left. - \arcsin \frac{CE_2 - M}{\sqrt{B}} \right|, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} B = & (M - CE_2)^2 + 2B(M - CE_2)(E_m - E_2) = (AE_I - M)^2 + \\ & + BE_I(AE_I - 2M) + BE_1(2M - AE_1), \end{aligned} \quad (15)$$

$$L_0 = 2r_D \ln \left\{ 1 - \frac{n_0 A (E_I - E_1)}{K} \left| 1 + \sqrt{1 - \frac{2K}{An_0(E_I - E_1)}} \right| \right\}, \quad (16)$$

$$r_D = \sqrt{\frac{DD_n}{en_0 A}} \quad \text{— дебаевский радиус экранирования.} \quad (17)$$

Ограничиваясь первым членом в разложении арксинуса, что возможно при $\sqrt{B} > AE_I - M > M - CE_2$, получаем

$$\frac{L - L_0}{2r_D} = \sqrt{\frac{2A(E_m - E_2)}{M - CE_2}} \left| 1 + \frac{E_2 - E_I}{2(E_m - E_2)} \right|. \quad (18)$$

Так как

$$\frac{1}{2} V = \int_{E_1}^{E_m} \frac{DEdE}{\rho_0}, \quad (19)$$

то используя тот же подход и приближение, как при получении (18), имеем

$$\frac{V-V_0}{2r_D} = \sqrt{\frac{2A(E_m-E_2)}{M-CE_2} \left\{ \frac{2}{3}(E_m-E_2) - \left| 1 + \frac{E_2-E_t}{2(E_m-E_2)} \right| \cdot \frac{M-(C+B)E_2}{B} \right\}} \quad (20)$$

где

$$V_0 = 2r_D \left[\frac{M}{A} L_0 + \left(1 + \frac{B}{A} \right) (E_t - E_1) \sqrt{1 - \frac{2K}{An_0(E_t - E_1)}} \right] \quad (21)$$

Ниже, для определения E_1 , $\frac{K}{n_0}$ и E_m , используются уравнения (11), (18) и (20).

Так как

$$j \approx j_n = en_0 A E_1 + eD_n \left. \frac{dn}{dx} \right|_{E_1} = en_0 \left(A E_1 + \frac{K}{n_0} \right) \quad (22)$$

имеем для вольт-амперной характеристики диода Ганна выражение

$$j = en_0 M \quad (23)$$

Рассмотрим ниже конкретные приближения. Заметим, что конечным соотношениям можно придать разную форму. Результаты анализа приведены в табл. 1.

Таблица 1

Взаимосвязь скорости домена M , максимальной напряженности электрического поля E_m , ширины домена $L-L_0$ и среднего напряжения в нем $\frac{V-V_0}{L-L_0}$ друг с другом и их зависимости от параметров материала.

$\frac{N_0}{n}$	$M - CE_2$	$E_m - E_2$	$L - L_0$	$\frac{V - V_0}{L - L_0}$
I	$\frac{12A\tau_0^2(V-V_0)}{(L-L_0)^3}$	$\frac{3}{2} \frac{(V-V_0)}{(L-L_0)}$	$2\tau_0 \sqrt{\frac{2A(E_m-E_2)}{M-CE_2}}$	$\frac{2}{3}(E_m-E_2)$
II	$2A \frac{\tau_0}{L-L_0} \sqrt{E_2 E_t}$	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{V-V_0}{\tau_0} \sqrt{E_2(E_t - \frac{CE_2}{A})}}$	$\sqrt{\frac{36\tau_0^2(V-V_0)^2}{E_2(E_t - \frac{C}{A}E_2)}}$	$\frac{4(E_m-E_2)^2(M-CE_2)}{3E_2(AE_t-CE_2)}$
III	$B \left[E_2 - \frac{V-V_0}{L-L_0} \right]$	$\frac{AE_t + \frac{V-V_0}{4\tau_0} \sqrt{E_t}}{2B}$	$\frac{B(V-V_0)}{(C+B)E_2 - M}$	$\frac{(C+B)E_2 - M}{B}$
IV	$\frac{[E_2 - \frac{V-V_0}{L-L_0}] \left(\frac{1}{B} + \frac{2}{9} + \frac{3}{2} \right)}{\left(1 + \frac{9}{B} \right) \sqrt{\frac{9(L-L_0)^2}{\tau_0^2 A q^2}}}$	$\sqrt{\frac{9(L-L_0)^2}{8\tau_0^2 A q^2} (M-CE_2)^2}$	$\sqrt{\frac{8A\tau_0^3}{9q}} \cdot \tau_0$	$\frac{2}{3} \left(1 + \frac{9}{B} \right) \left(1 - \frac{3}{4}\tau \right) \cdot (E_m - E_2)$

Примем, что $E_2 - E_1 < 2(E_m - E_2)$, тогда можно получить из (18) и (20) результаты, указанные в 1 строке табл. 1. Проанализируем случай, когда максимальное поле в домене не слишком велико по сравнению с E_2 . Из (11) следует

$$E_m - E_2 \approx \left| 1 + \frac{E_2 - E_1}{2(E_m - E_2)} \right| \frac{2(E_m - E_2)^2 (M - CE_2)}{(AE_1 - M)E_2} \quad (24)$$

и можно получить выражения:

$$\frac{V - V_0}{L - L_0} = E_2 - \frac{M - CE_2}{B} + \frac{4}{3} \frac{(E_m - E_2)^2 (M - CE_2)}{E_2 (AE_1 - CE_2)} \quad (25)$$

$$\frac{L - L_0}{\sqrt{2r_D}} = \frac{E_2 (AE_1 - CE_2)}{\sqrt{(M - CE_2)^2 (E_m - E_2)}} \quad (26)$$

При большом приложенном к образцу напряжении E_m заметно больше E_2 и поэтому в правой части (25) можно оставить лишь последний член. Результаты, соответствующие этому случаю, представлены во II строке табл. 1. Выражение для $E_m - E_2$ в этом случае отличается от выражения, полученного в (1), численным коэффициентом и наличием рядом с E_m , V и E_1 соответственно E_2 , V_0 и $\frac{CE_2}{A}$. Для

случая сравнительно небольших значений максимального поля в домене в правой части (25) можно пренебречь последним членом.

Результаты, соответствующие этому случаю, собраны в III строке табл. 1.

Если рассмотреть случай, когда в (12)

$$v_{III} = CE_2 + q(E - E_2), \quad (27)$$

то, проводя аналогичным путем расчеты, имеем при $q > 0$

$$\begin{aligned} \frac{L - L_0}{2r_D} = & \sqrt{\frac{A(E_m - E_2)}{M - CE_2}} \left| \frac{AE_2 E_1 - CE_2^2}{2(E_m - E_2)(M - CE_2)} \left(1 - \frac{r}{4} - \frac{r^2}{8} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{r}{3} \left(1 - \frac{r}{4} \right)^2 \right| \approx \sqrt{A} \frac{E_2 (AE_1 - CE_2) + \frac{2}{3} q (E_m - E_2)^2}{\sqrt{2(E_m - E_2)(M - CE_2)^2}} \quad (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V - V_0 = & \left(E_2 - \frac{M - CE_2}{B} \right) (L - L_0) + \frac{4}{3} r_D \left(1 + \frac{q}{B} \right) \sqrt{\frac{2Ar}{q}} \left(1 - \frac{3}{4} r \right) \times \\ & \times (E_m - E_2). \quad (29) \end{aligned}$$

Здесь
$$r = \frac{q(E_m - E_2)}{M - CE_2} < 2. \quad (30)$$

Наиболее интересен случай, когда

$$\frac{2}{3} q (E_m - E_2)^2 > E_2 (AE_1 - CE_2); \quad (31)$$

результаты, соответствующие этому случаю, приведены в IV строке табл. 1.

Растущий с полем участок дрейфовой скорости v_{III} резко ограничивает амплитуду домена. На величину q из (30) и (31) накладывается довольно жесткое требование

$$\frac{64r_D^2 A}{9(L-L_0)^2} > q > \frac{3E_2(AE_1 - CE_2)}{(E_m - E_2)^2}. \quad (32)$$

Используя результаты, собранные в I строке табл. 1, можно получить выражение для AE_1 в виде

$$AE_1 = M \pm \sqrt{M^2 + AB\Phi E_2^2 - \frac{16A^2 r_D^2 E_m (E_m - E_2)}{(L-L_0)^2}}. \quad (33)$$

Для $q > 0$ к члену $AB\Phi E_2^2$ прибавляется $q(E_m - E_2)^2$.

Можно получить также значение K в виде

$$\frac{K}{n_0} = A(E_1 - E_1) \cdot \frac{2 \exp \frac{L-L^*}{2r_D}}{\left| \exp \frac{L-L^*}{2r_D} - 1 \right|^2}, \quad (34)$$

где значение $L^* = L - L_0 = 2r_D \sqrt{\frac{2A(E_m - E_2)}{M - CE_2}}$ найдется из уравнения

$$\begin{aligned} \frac{L-L^*}{2r_D} = \ln & \left| AE_1 - CE_2 - \frac{1}{2} \left(\frac{4r_D}{L^*} \right)^2 A(E_m - E_2) \pm \left| A(E_1 - E_1) \times \right. \right. \\ & \times \left. \left| AE_1 + AE_1 - 2CE_2 - \left(\frac{4r_D}{L^*} \right)^2 A(E_m - E_2) \right|^{\frac{1}{2}} \right| - \ln \left| AE_1 - CE_2 - \frac{1}{2} \times \right. \\ & \times \left. \left(\frac{4r_D}{L^*} \right)^2 A(E_m - E_2) \right|. \end{aligned} \quad (35)$$

Как известно, домен возникает при $E = E_1$, поэтому L_0 можно считать частью образца, где нет домена: тогда V_0 — падение напряжения на ней. Из (33)–(35) можно найти значения E_1 , K , ширины домена. В частности, из (33) следует, что минимально возможный размер СДСП в сильнолегированных полупроводниках равен

$$L_{min}^* = 4r_D \sqrt{\frac{A(E_m - E_2)(AE_m - CE_2)}{(C^2 + AB\Phi)E_2^2}}. \quad (36)$$

Для GaAs с $n_0 = 10^{16} \text{ см}^{-3}$, $E_m = 80 \frac{\text{кВ}}{\text{см}}$, $A = 5000 \frac{\text{с.м}^2}{\text{в.сек}}$,

$E_2 = 20 \frac{\text{кВ}}{\text{см}}$, получим $L_{min}^* = 2,6 \text{ мк}$. Оценка показывает, что мин-

миллиметровая ширина СДСП в 160 раз больше ширины треугольного домена Шоттки при тех же параметрах материала. Такие длины, как L_{min}^* , не являются экстраординарными для современных планарных диодов Ганна (¹⁻⁵).

Институт радиофизики и электроники
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ՝ Գ. Մ. ԱՎԱԴԵՍԻԱՅ, Վ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Ուժեղ լեզիրացված կիսահաղորդիչներում Գանի էֆեկտի տեսության
Յարգի շուրջը :

Տեսականորեն հետազոտվում է Գանի դիոդներում և դոմենի ձևի և արագության կախումը ուժեղ լեզիրացված կիսահաղորդիչների սարամետրերից և սարքին տրված լարումից:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Կ Ր Ա Կ Ա Ն ՈՒ Թ Յ ՈՒ Ն

¹ B. L. Gelmont, M. S. Shur, Electron. Lett. 6, 385 (1970). ² Д. Кэрролл, СВЧ генераторы на горячих электронах, Мир., М., 1972. ³ А. А. Жеребцова, Зарубежная электронная техника, 6, 3 (1973). ⁴ Р. А. Ваянгов, Б. Н. Макаренко, Э. Д. Прохоров. В кн. Радиопередаточные устройства на полупроводниковых приборах, под ред. Р. А. Ваянгова и Н. А. Попова. Сов. радио, М., 1973. ⁵ P. N. Butcher, W. Fawcett, C. Hilsum, Brit. J. Appl. Phys. 17, 841 (1966).

УДК 621.311

ЭНЕРГЕТИКА

Член-корреспондент АН Армянской ССР Г. Т. Адонн

Принцип разделения узлов энергосистемы на управляемые и неуправляемые для ее моделирования в задачах управления режимами

(Представлено 3/IV 1974)

Вопросы моделирования энергосистем (ЭС) и их объединений (ОЭС) для решения задач потокораспределения в электрических сетях, оптимизации режимов, устойчивости переходных процессов и ряда других, связанных с созданием автоматизированной системы управления (АСУ) в энергетике, представляют значительный теоретический и практический интерес.

К настоящему времени при моделировании сложных схем прибегают к замене части нагрузок и других элементов системы некоторыми приближенными эквивалентами. Однако этот способ эквивалентирования не обеспечивает необходимой точности расчетов.

Возникла необходимость разработки нового принципа учета сложности схем, обеспечивающего нужную точность расчетов и их пригодность для использования в АСУ.

Настоящая статья посвящена разработке нового принципа представления схемы замещения энергосистемы при помощи активного многополюсника.

1. *Разделение узлов энергосистемы на управляемые и неуправляемые.* Если энергосистема входит в состав объединения, то очевидно, что режим части из ее генераторных и нагрузочных узлов, а также узлы, соответствующие межсистемным линиям электропередач, оказываются управляемыми из центра диспетчерского управления (ЦДУ) объединенной энергосистемы. Для таких узлов примем название управляемых. Остальные узлы энергосистемы, не находящиеся под контролем ЦДУ, будем называть неуправляемыми. На рис. 1 показана схема объединения, содержащая, в качестве примера, три энергосистемы ($\varepsilon = 1, 2, 3$), связанные между собой межсистемными электропередачами. Управляемыми являются узлы (генераторные, нагрузочные и межсистемные), показанные вне границ контура $\varepsilon = 1, 2, 3$. Для этих узлов приняты обозначения $1.1; 1.2; \dots; 1.n_1 - 1; 1.n_1$ (управляемые узлы системы $\varepsilon = 1$), $2.1; 2.2; \dots; 2.n_2 - 1; 2.n_2$ (управляемые узлы системы $\varepsilon = 2$)

и $3.1; 3.2 \dots 3.n_3-1; 3.n_3$ (управляемые узлы системы $\varepsilon=3$). Неуправляемые узлы этих систем обозначены через: $n_1+1; n_1+2 \dots n_1+m_1$ (неуправляемые узлы системы $\varepsilon=1$), $n_2+1; n_2+2 \dots n_2+m_2$ (неуправляемые узлы системы $\varepsilon=2$) и $n_3+1; n_3+2 \dots n_3+m_3$ (неуправляемые узлы системы $\varepsilon=3$). Таким образом, общее число управляемых узлов объединения $\varepsilon=1, 2, 3$ равно $n_1+n_2+n_3$, а общее число неуп-

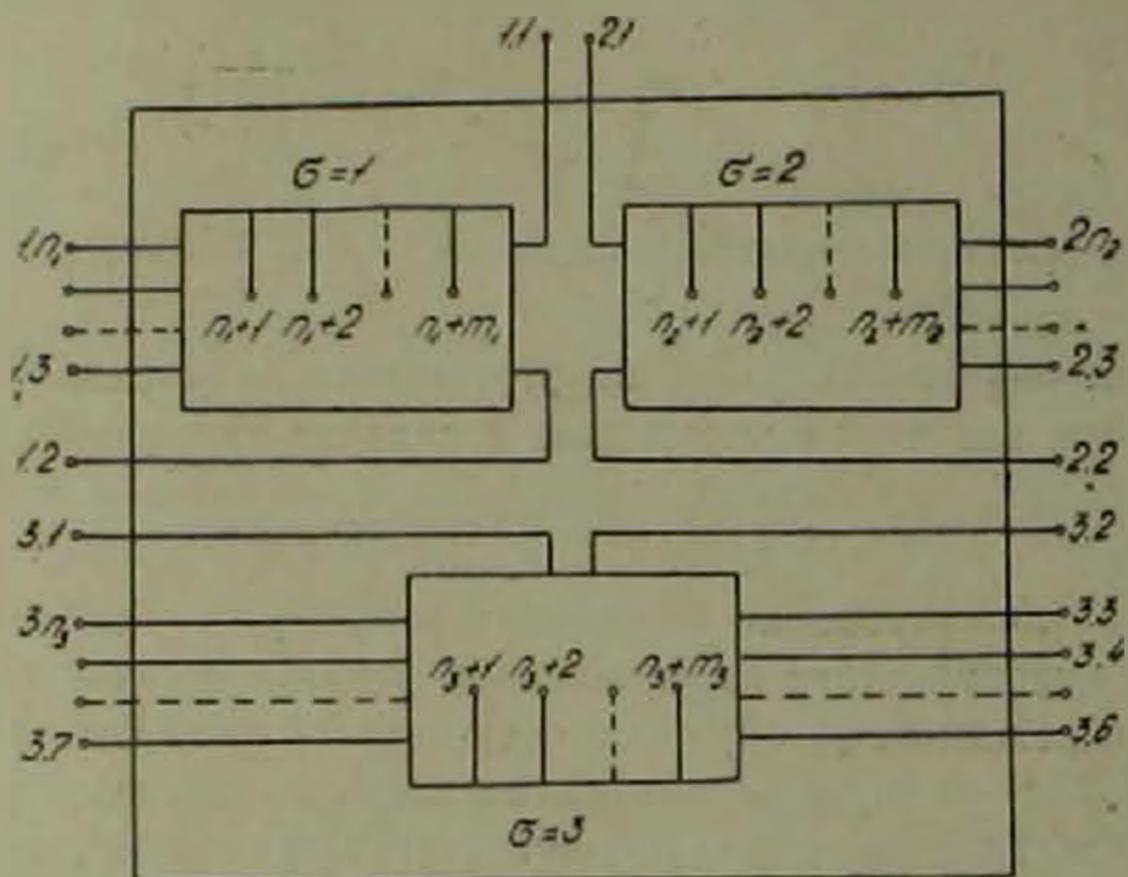


Рис. 1. Схема активного многополюсника, представляющего объединение энергосистем

равляемых узлов равно $m_1+m_2+m_3$. Узлы 1.1 и 2.1 представляют точку, соответствующую середине линии электропередачи, связывающей системы $\varepsilon=1$ и $\varepsilon=2$. Аналогично узлы 1.2 и 3.1 представляют среднюю точку электропередачи между $\varepsilon=1$ и $\varepsilon=3$. Узлы 2.2 и 3.2 представляют середину линии, связывающей $\varepsilon=2$ и $\varepsilon=3$.

2. О двух принципах представления управляемой энергосистемы в ЦДУ. Пусть, рассматривая схему на рис. 2, ЦДУ обеспечивает управление режимами только $n_1+n_2+n_3$ узлов объединения из общего числа $n_1+n_2+n_3+m_1+m_2+m_3$ узлов. Для учета режимов неуправляемых узлов $m_1+m_2+m_3$ в процессе управления ЦДУ могут быть использованы различные принципы и основанные на них методы. Рассмотрим два таких принципа.

Первый (ныне используемый)—представление неуправляемых узлов $m_1+m_2+m_3$ через эквивалентные управляемые узлы общим числом $n_1+n_2+n_3$.

Второй (предлагаемый)—представление неуправляемых узлов $m_1+m_2+m_3$ через определенные вычисляемые функции без необходимости замены узлов $n_1+n_2+n_3$ эквивалентными. Предлагаемый принцип, основанный на разделении генераторных и нагрузочных узлов n_1+m_1 на управляемые n_1 и неуправляемые m_1 , отличается от принципа замены n_1+m_1 узлов эквивалентными n_1 узлами тем, что не-

управляемые узлы m , не удаляются. Последние, как это принято, сами являются управляемыми для центра управления энергосистемой. Предлагаемый принцип дает возможность сформулировать и реализовать общий алгоритм и метод управления процессами как объединения энергосистем, так и отдельных систем, входящих в него. С этой целью рассмотрим некоторые вопросы функций управления, основанные на предлагаемом принципе разделения узлов.

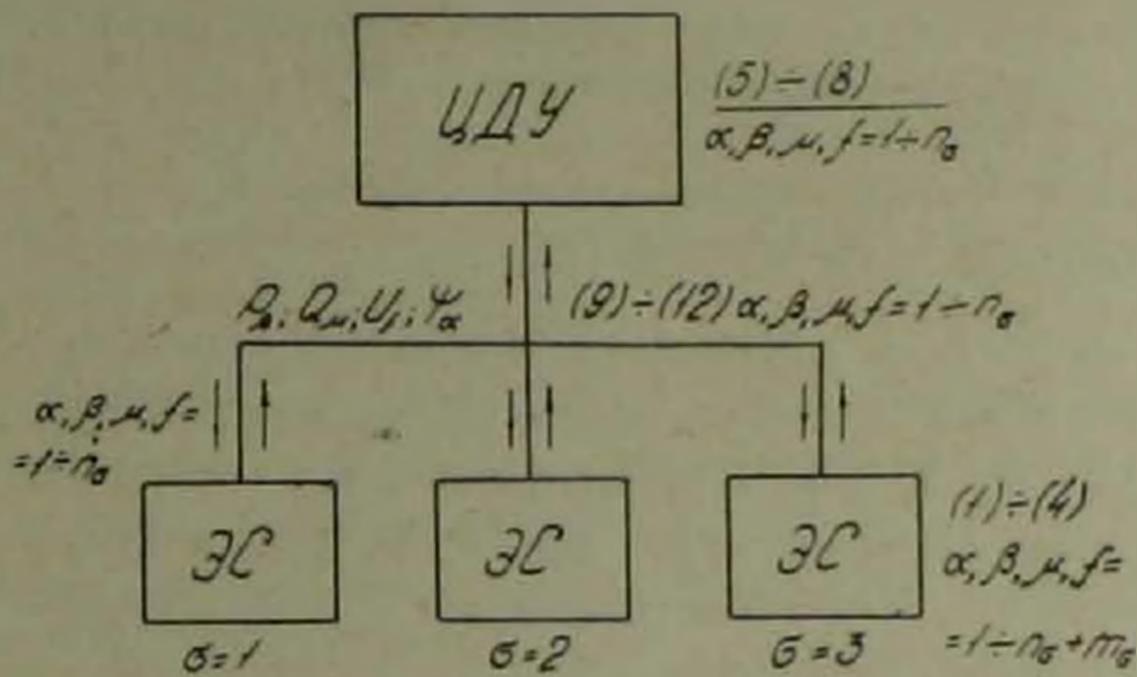


Рис. 2. Схема обмена информацией между центрами управления энергосистемами (ЭС) и объединенном энергосистем (ЦДУ)

3. Зависимые и независимые параметры управляемого режима.

Для обеспечения управления режимами энергосистем и их объединения необходимо выделение независимых и зависимых параметров режима. Для каждой из управляемых систем ($\sigma=1, 2, \dots$) с числом независимых узлов $n_\sigma + m_\sigma$, в качестве независимых (заданных) параметров режима могут быть приняты величины: активной мощности $P_{z,\sigma}$ узлов z , реактивной мощности $Q_{f,\sigma}$ узлов f , модулей напряжений $U_{\mu,\sigma}$ узлов μ , фаз напряжений $\Psi_{\alpha,\sigma}$ узлов α . Зависимыми (искомыми) параметрами режима будут величины: $P_{z,\sigma}$ узлов β , $Q_{z,\sigma}$ узлов z , $U_{z,\sigma}$ узлов f и $\Psi_{z,\sigma}$ узлов α . На индексы узлов: $z, f, \mu, \beta=1, 2, \dots, n_\sigma + m_\sigma$, в указанном способе выделения зависимых и независимых параметров режима налагаются следующие ограничения:

$$\sigma, z \neq \alpha, \beta; \sigma, f \neq z, \mu. \quad (a)$$

Из этих ограничений следует, например, что если в узлах z в качестве независимых (заданных) приняты величины активных мощностей, то для этих же узлов величины фаз напряжений являются зависимыми (искомыми). Аналогично представляются также зависимые и независимые величины Q и U для узлов z, f и z, μ .

Для объединения энергосистем в целом, управляемого из ЦДУ, приведенный выше способ выбора зависимых и независимых параметров режима сохраняется, но при условии, что индексы узлов: $z, f, \mu, \beta = z.1, z.2, \dots, z.n_\sigma$, ($z=1, 2, \dots$). Это означает, что узлы

$\alpha, f, \mu, \beta = n_2 + 1, n_2 + 2, \dots, n_2 + m_2$ всех систем, входящих в объединение, являются неуправляемыми, как это и было оговорено выше (п. 1).

4. *Уравнения управляемого режима.* Запишем в форме неявных функций уравнения режима управления для каждой из систем (о), входящей в объединение. Этими уравнениями представляются функции каждого из зависимых параметров режима от остальных зависимых переменных, имея в виду, что независимые параметры режима являются заданными, известными величинами.

$$P_{\alpha,\beta} = P_{\alpha}(\dots \Psi_{\alpha,\beta} \dots U_{\alpha,f} \dots) \quad (1)$$

$$Q_{\alpha,\mu} = Q_{\alpha}(\dots \Psi_{\alpha,\mu} \dots U_{\alpha,f} \dots) \quad (2)$$

$$U_{\alpha,f} = U_{\alpha}(\dots Q_{\alpha,\mu} \dots \Psi_{\alpha,\beta} \dots U_{\alpha,f} \dots) \quad (3)$$

$$\Psi_{\alpha,\beta} = \Psi_{\alpha}(\dots P_{\alpha,\beta} \dots \Psi_{\alpha,\beta} \dots U_{\alpha,f} \dots), \quad (4)$$

где $\alpha = 1, 2, \dots, \alpha, \beta, \mu, f = 1, 2, \dots, n_2 + m_2$

Выражения (1)–(4) в явной форме приводятся в (1) без использования индекса α . Для объединения в целом уравнения (1)–(4) приобретают следующий вид:

$$P_{\alpha,\beta} = P(\dots \Psi_{1,\alpha} \dots \Psi_{2,\alpha} \dots \Psi_{3,\alpha} \dots U_{1,f} \dots U_{2,f} \dots U_{3,f} \dots) + \sum_{\alpha=1}^3 P_{\alpha,\beta}^0 \quad (5)$$

$$Q_{\alpha,\mu} = Q(\dots \Psi_{1,\alpha} \dots \Psi_{2,\alpha} \dots \Psi_{3,\alpha} \dots U_{1,f} \dots U_{2,f} \dots U_{3,f} \dots) + \sum_{\alpha=1}^3 Q_{\alpha,\mu}^0 \quad (6)$$

$$U_{\alpha,f} = U(\dots Q_{1,\mu} \dots Q_{2,\mu} \dots Q_{3,\mu} \dots \Psi_{1,\alpha} \dots \Psi_{2,\alpha} \dots \Psi_{3,\alpha} \dots U_{1,f} \dots U_{2,f} \dots U_{3,f} \dots) + \sum_{\alpha=1}^3 U_{\alpha,f}^0 \quad (7)$$

$$\Psi_{\alpha,\beta} = \Psi(\dots P_{1,\beta} \dots P_{2,\beta} \dots P_{3,\beta} \dots \Psi_{1,\alpha} \dots \Psi_{2,\alpha} \dots \Psi_{3,\alpha} \dots U_{1,f} \dots U_{2,f} \dots U_{3,f} \dots) + \sum_{\alpha=1}^3 \Psi_{\alpha,\beta}^0 \quad (8)$$

где $\alpha, \beta, \mu, f = 1, 2, \dots, n_2$; $\alpha = 1, 2, 3$.

Функции: $P_{\alpha,\beta}^0$; $Q_{\alpha,\mu}^0$; $U_{\alpha,f}^0$; $\Psi_{\alpha,\beta}^0$ представляют параметры режима неуправляемых из ЦДУ узлов систем $\alpha = 1, 2, \dots$ и могут быть записаны в следующей неявной форме.

$$P_{\alpha,\beta}^0 = U_{\alpha,\beta} \sum_{i=n_2+1}^{n_2+m_2} M_{\alpha,\beta,i}(U_{\alpha,i}; \Psi_{\alpha,i}; \Psi_{\alpha,\beta}), \quad \text{где } \beta = 1 + n_2; \beta \neq \alpha \quad (9)$$

$$Q_{\alpha,\mu}^0 = U_{\alpha,\mu} \sum_{i=n_2+1}^{n_2+m_2} N_{\alpha,\mu,i}(U_{\alpha,i}; \Psi_{\alpha,i}; \Psi_{\alpha,\mu}), \quad \text{где } \mu = 1 + n_2; \mu \neq f \quad (10)$$

$$U_{\alpha,f}^0 = - \sum_{i=n_2+1}^{n_2+m_2} N_{\alpha,f,i}(U_{\alpha,i}; \Psi_{\alpha,i}; \Psi_{\alpha,f}), \quad \text{где } f = 1 + n_2; \mu \neq f \quad (11)$$

$$\Psi_{\alpha,\beta}^0 = - \sum_{i=n_2+1}^{n_2+m_2} \Phi_{\alpha,\beta,i}(U_{\alpha,i}; \Psi_{\alpha,i}), \quad \text{где } \alpha = 1 + n_2; \alpha \neq \beta \quad (12)$$

$\varepsilon = 1, 2 \dots$ индекс энергосистемы, входящей в объединение. Выражения функций (9) - (12) в явной форме без использования индекса ε приводятся в работе (2).

5. Передача информации об управляемом режиме между ЦДУ и центрами управления энергосистем, входящих в объединение. Каждая из энергосистем ($\varepsilon = 1, 2 \dots$) после определения по (1) - (4) параметров режима управляемых и неуправляемых узлов своей системы передает в ЦДУ информацию о параметрах режима неуправляемых узлов, вычисленных по (9) - (12). Эта информация используется для определения режима объединения в целом согласно (5) - (8).

Параметры режима управляемых узлов, определенные в ЦДУ, передаются в соответствующие энергосистемы для обеспечения управления согласно (1) - (4).

Таким образом, путем взаимной передачи информации о режимах управляемых и неуправляемых узлов отдельных энергосистем, входящих в объединение, и о режимах управляемых узлов объединения в целом обеспечивается иерархический принцип управления, без применения метода эквивалентирования отдельных генераторных и нагрузочных узлов энергосистемы.

В ряде случаев может оказаться возможным использование в ЦДУ данных о параметрах режима неуправляемых узлов энергосистем, вычисленных для дискретных моментов процесса управления, т. е. величин функции (9) - (12), для обеспечения управления в течение определенного интервала времени. При таком способе использования функций (9) - (12) в ЦДУ режим управления будет определен с некоторыми погрешностями, величины которых легко установить контрольными расчетами.

Таким образом, для решения задач управления режимами объединения электроэнергетических систем, представляемых схемами замещения в несколько сот и тысяч узлов, целесообразно разделение всех узлов на управляемые и неуправляемые. Такому разделению будет соответствовать приведение схемы системы к активному многополюснику.

Этим путем можно преодолеть значительные трудности, связанные с весьма приближенными методами упрощения сложных схем, применяемыми в электроэнергетике.

Армянский научно-исследовательский институт энергетики

Հայկական ՍՍՀՄ ԳԱ ԲԳԲՈՒԿԻՅ-անդամ Հ. Տ. ԱՊՈՆՅ

Էներգահամակարգի ուժիմների կառավարման խնդիրները մոդելացնելու համար հրա հանգույցներ կառավարողների և շկառավարողների բաժանման սկզբունքը

Էներգահամակարգերի (էՀ) և նրանց միավորումների (էՀՄ) մոդելացման ճարտիրես էլեկտրական ցանցերում հոսքաբաշխման, ուժիմների օպտիմալաց-

ման անցողիկ պրոցեսների կայունության և էներգետիկայում կառավարման ավտոմատացված համակարգերի (ԿԱՀ) ստեղծման հետ կապված մի շարք այլ խնդիրների համար նշանակալից տեսական և գործնական հետաքրքրու-
թյուն են ներկայացնում:

Առ այսօր բարդ սխեմաների մոդելացման ժամանակ դիմում են համա-
կարգի բեռերի և սյլ տարրերի մի մասի փոխարինման որոշ մոտավոր հա-
մարժեքներով:

Սակայն համարժեքավորման այդ եղանակը չի ապահովում հաշվարկ-
ների անհրաժեշտ ճշտությունը:

Անհրաժեշտություն է առաջացել մշակել սխեմաների բարդությունը հաշ-
վի առնելու նոր սկզբունք, որը կապահովի հաշվարկների անհրաժեշտ ճշտու-
թյունը և նրանց պիտանիությունը ԿԱՀ-ում:

Տվյալ հոդվածը նվիրված է էներգահամակարգի փոխարինման սխեման
ակտիվ բազմարևեոակի օղնությամբ ներկայացնելու նոր սկզբունքի մշակ-
մանը:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Ք Յ ՈՒ Ն

¹ Г. Т. Адоиц, „Электричество“, 1970, № 2, стр. 10-14. ² Г. Т. Адоиц, „Элек-
тричество“, 1971, № 2, стр. 18-21.

УДК 551.21

ВУЛКАНОЛОГИЯ

К. Г. Ширинян, Л. Б. Нагапетян

Новый тип базальтов в Армении

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. С. Мкртчяном 14/VI 1974)

Известно, что базальтовому вулканизму в последнее десятилетие уделяется очень большое внимание. Широко распространено мнение, что базальтовые магмы образуются в мантии Земли и являются первопричиной всех магматических процессов. Различные типы базальтовых магм рассматриваются, как первичные выплавки перидотитового вещества из различных глубин мантии, в различных режимах температуры и давления и в этом отношении являются индикаторами физико-химических процессов, постоянно протекающих в недоступных глубинах нашей планеты, и в то же самое время наиболее представительными источниками информации о составе пород на различных глубинах в пределах отдельных тектонических сегментов Земли.

В последние годы многие исследователи высказываются за контроль химического состава базальтов определенными структурно-тектоническими зонами Земли.

Такой взгляд получает подтверждение и на основании изучения верхнеплиоцен-четвертичного базальтового вулканизма, связанного с позднеорогенной активизацией складчатой зоны Армении.

Приуроченный к отдельным блоковым структурам базальтовый вулканизм Армении проявлялся асинхронно, был неравнозначен по масштабам, типам проявления и составу.

В единой позднеорогенной базальтовой формации Армении по петрохимическим особенностям можно выделить по крайней мере три субформации: щелочно-оливиновую, трахитовую, базанитовую.

В данном сообщении мы рассматриваем базанитовую субформацию, впервые установленную нами в Кафанском районе Армении.

Вулканыты, которые стали предметом наших исследований и были отнесены нами к базанитам, известны давно. Однако, сведения о них были отрывочны, не охватывали весь комплекс пород, и удивительно, что различными исследователями одни и те же породы относились к лимбургитам⁽¹⁾, к базальтам, андезито-базальтам и даже к андезитам.

Всестороннее их изучение дало нам основание отнести их к базани-

там с выделением двух петрографических типов—оливиновых и роговообманковых базанитов.

Оливиновые базаниты представлены шлаками вулканического центра Норашиеник и связанными с ним потоками лав, залегающими в районе с. Арачадзор и по долине р. Халадж. Небольшой останец оливиновых базанитов известен в районе с. Чапни.

Роговообманковыми базанитами представлены шлаковые постройки и потоки вулканических центров Арцваник, Какачасар, Кахнут, Кармракар (рис. 1).

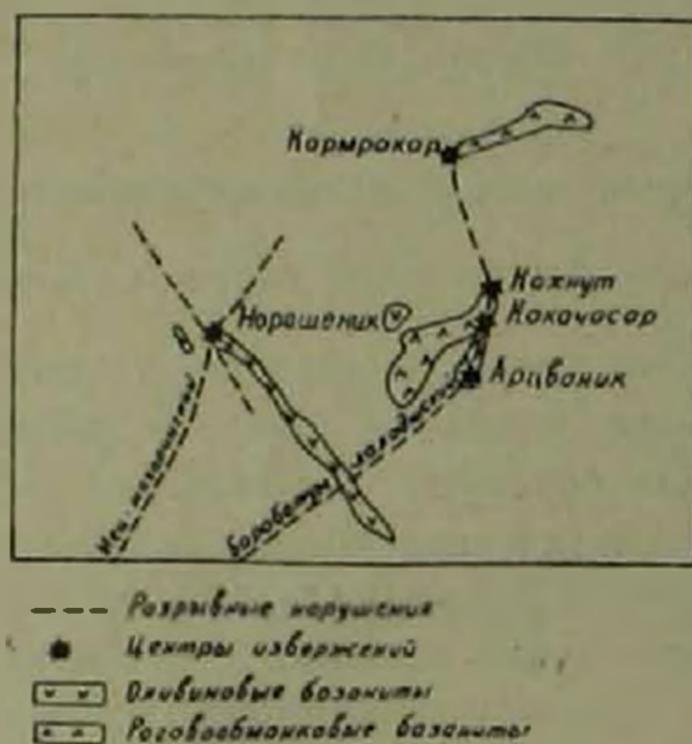


Рис. 1. Схематическая карта базальтового вулканизма Кафанского района

Четыре вулканических центра, контролирующие выходы роговообманковых базанитов, расположены по дугообразной трещине, приуроченной к оси Кызылванкской антиклинали, осложненной сбросом (2). Это нарушение, очевидно, является северным продолжением крупного Барабатум-Халаджского разлома.

Норашиеникский вулканический центр, давший поток оливиновых базанитов, расположен на месте пересечения Мец-Магаринского меридианального разлома с нарушением, проходящим по оси Халаджской антиклинальной складки северо-западного простирания (рис. 1).

Приуроченность молодого базальтового вулканизма Кафанского района к направлениям мезозойских (нижнемеловых) дизъюнктивных нарушений свидетельствует об их активизации в четвертичное время.

Оливиновые и роговообманковые базаниты Кафанского района представляют собой богатые порфирами выделениями голомеланократовой породы. Фенокристаллы в оливиновых базанитах представлены магнезиальным оливином, авгитом, рудным минералом, в роговообманковых базанитах—базальтической роговой обманкой, авгитом апатитом, рудным минералом. В обеих разновидностях пород методом протравления шлифов устанавливается нефелин.

В роговообманковых базанитах определенное место занимают эналогенные и полигенные хадалиты, представленные известняками.

габбро, диоритами, роговиками. Определенное место в обоих типах пород занимают ксеногенные минералы (кварц, плагиоклаз, циркон).

По сравнению с естественными ассоциациями вулканических пород А. Н. Заварницкого (3) базаниты Кафанского района соответствуют щелочной ассоциации Марос-Хайвуд, несколько отличаясь от нее натриевым обликом.

Величина показателя родства А. Ритмана составляет в оливниновых и роговообманковых базанитах соответственно 15,5 и 19,5, что указывает на их принадлежность к атлантической натривой группе пород, начиная от слабого (субнатриевого-кальциевого) до сильного (натриевого) типов. Отношение Na_2O/K_2O всегда больше единицы и колеблется от 1,2 до 4,4.

Согласно классификации, предложенной А. Ф. Белоусовым (4), базальты Кафанского района следует отнести к группе меланобазальтов ($b' > 30$), а по щелочной характеристике — к высокощелочным базальтоидам.

Таблица 1

Химические составы и петрохимические характеристики базанитов Кафанского района

Химические составы, вес. %			Нормативные минеральные составы, вес. %			Числовые характеристики по А. Н. Заварницкому		
окислы	оливнино- вые базаниты	роговооб- манковые базаниты	минералы	оливнино- вые базаниты	роговооб- манковые базаниты	пара- метры	оливнино- вые базаниты	роговооб- манковые базаниты
SiO ₂	44,54	44,92	Or	8,4	10,6	a	9,1	12,0
TiO ₂	1,23	1,50	Ab	9,5	16,1	c	3,5	3,1
Al ₂ O ₃	12,72	15,02	Ne	10,8	10,9	b	37,7	31,7
Fe ₂ O ₃	8,18	9,97	An	15,0	16,4	s	49,7	53,2
FeO	2,72	2,85	Ol	8,8	4,0	f'	24,4	33,5
MnO	0,31	0,36	Di	32,3	24,6	m'	46,3	36,5
MgO	11,0	6,87	Ap	2,7	2,9	c'	29,3	30,0
CaO	12,65	11,11	Il	2,3	2,9	n	78,8	78,4
Na ₂ O	3,50	4,31	Mt	6,2	2,5	f	17,3	27,1
K ₂ O	1,39	1,81	Hm	3,8	8,3	l	1,9	2,4
P ₂ O ₅	1,10	1,25				Q	-22,3	-20,7
H ₂ O	0,19	0,22				a/c	2,6	3,9
п.п.п.	1,25	1,40						
Сумма	100,78	100,59		99,8	99,2			
Количество анализиров	3	4						

Согласно классификационной схеме, разработанной Лабораторией палеовулканологии МГУ (5), базаниты Кафанского района следует отнести к меланократовым породам ($SiO_2 < 45\%$) с резким преобладанием феррических окислов ($Fe_2O_3 + FeO + MgO > 21$), а по содержанию щелочей — к породам повышенной ($Na_2O + K_2O > 4\%$) и высокой щелочности ($Na_2O + K_2O > 6\%$).

Петрохимический пересчет по методу А. Н. Заварницкого (3) и сравнение результатов со средним составом магматических пород по

Дэли дают нам основание отнести оливниковые базаниты к лимбургитам, а роговообманковые базаниты к нефелиновым базанитам.

Лимбургит Норашеникского вулканического центра отличается от среднего состава лимбургита по Дэли небольшим расхождением параметра «b» А. Н. Заварицкого.

Проекционные величины Е. Кузнецова (6), высчитанные нами для оливниковых и роговообманковых базанитов, оказались очень близкими к проекционным величинам среднего лимбургита и нефелинового базанита по Дэли.

В базанитах Кафанского района содержание нормативного нефелина очень высокое (табл. 1) и находится в соответствии с содержанием, характерным для среднего лимбургита и нефелинового базанита по Дэли.

Более щелочной характер нефелиновых базанитов и другие, по сравнению с оливниковыми базанитами, различия, являются следствием дифференциации и частичной контаминации. Об этом свидетельствует хотя бы то обстоятельство, что щелочность, нормативные количества ортоклаза и альбита, величина индекса Ритмана (2) тем выше, чем выше дифференциационный индекс (Д₁) Куно (7), что у оливниковых базанитов равняется 28,7, а у роговообманковых базанитов 37,6.

Повышение щелочности сопровождается уменьшением меланократовости и соотношения магния к железу (табл. 1).

На треугольной диаграмме Фо—Ди—Ап (рис. 2) наглядно видно особое расположение базанитов Кафанского района по отношению к

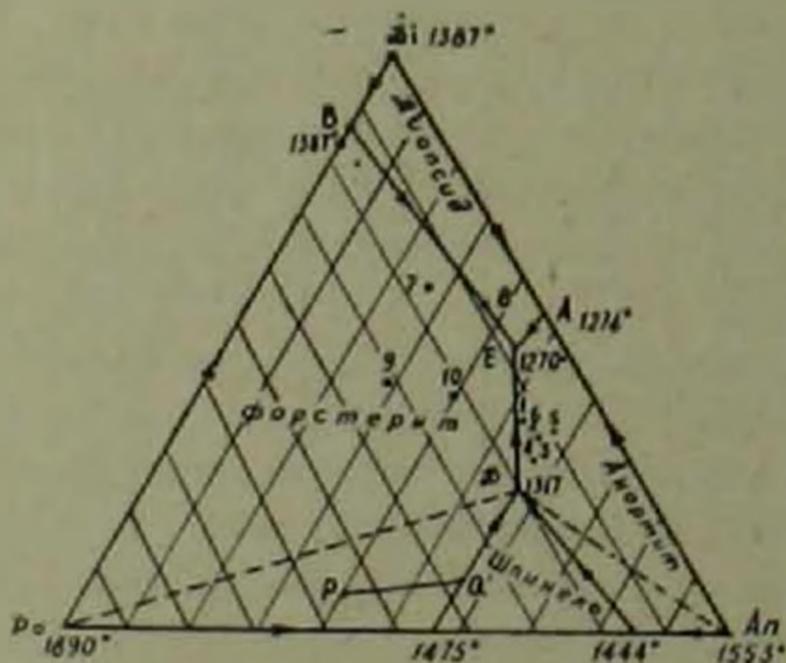


Рис. 2. Диаграмма фазового равновесия системы диопсид-форстерит-анортит для базальтов Армении.

Линейные извержения по сквозькорovým разломам (долеритовые базальты): 1—Кечутское нагорье, 2—Арагацское нагорье, 3—Приереванский район, 4—Гегамское нагорье.

Центральный базальтовый вулканизм: 5—Гегамское нагорье; 6—Сюникское нагорье; 7—оливниковые и 8—роговообманковые базаниты Кафанского района; 9—Лимбургит и 10—нефелиновый базанит (по Дэли)

остальным типам базальтовых лав Армении, расположенных в анортитовом поле.

Расположение базанитов Кафанского района в поле форстерита (оливиновые базаниты) или на границе полей форстерит-диопсид (роговообманковые базаниты) свидетельствует об их сравнительно высокой магнезиальности, известковистости при недосыщенности кремнеземом. Величина Q А. Н. Заварицкого (³) самая низкая в базанитах Кафанского района и равняется $-22,3$ в оливиновых и $-20,7$ в роговообманковых разновидностях. Это от 2-х до 3-х раз меньше, чем в долеритовых базальтах Армении.

Нормативный нефелин в базанитах рассматриваемого района в несколько раз выше, чем в любых других базальтах республики.

Величина индекса затвердевания Куно (¹) $SI = \frac{Mg \cdot 100}{MgO + Fe_2O_3 + FeO + Na_2O + K_2O}$ в оливиновых базанитах составляет $42,4$, что является самым высоким среди базальтовых лав Армении и является следствием высокой магнезиальности и слабой дифференцированности.

К настоящему времени твердо установлено, что состав выплавленных из перidotитового вещества мантии базальтовых расплавов зависит от глубины генерации магмы: на меньших глубинах происходит отделение пересыщенных базальтов, а на больших—недосыщенных щелочных базальтоидов и пикритов.

Наличие различных субформаций в зоне позднеорогенной активизации территории Армении свидетельствует о различном характере связи отдельных ее сегментов (блоков) с глубинами мантии.

Вынос наиболее меланократовой и щелочной магмы в Кафанском сегменте земной коры свидетельствует о том, что магмоподводящие разломы здесь проникали на значительно большие глубины и что область астеносферы под Кафанским блоком была расположена значительно ниже.

Вышеизложенное находит объяснение в особенностях геологического строения Кафанского сегмента земной коры.

Известно, что начиная с позднеюрского-неокомского времени Кафанский блок являлся послейинверсионной устойчивой областью. Он представляет консолидированную эпимезозойскую квазикратонную область, заложенную на структуре древней консолидации. Следовательно, к началу позднеорогенной тектонической активизации Кафанский сегмент земной коры представлял дислоцированную жесткую блоковую структуру платформенного режима развития. Именно высокой степенью консолидации Кафанской блоковой структуры обусловлено проникновение разломов на большие глубины, послуживших каналами для выноса меланократовых щелочных магм.

Նոր տիպի բազալտներ Հայաստանում

Հայաստանի ուշ տիպի օրոգենյան (վերին պլիոցեն-չորրորդական) հրաբխային ապարներում առաջին անգամ առանձնացվում են օլիվինային և հոռնրիենդային բազալտները: Վերջիններս ներկայացնում են Ղափանի շրջանի չորրորդական ժամանակաշրջանի հրաբխային գործունեության արդյունքները:

Օլիվինային բազալտներն իրենց պետրոքիմիական կազմով նմանվում են լիմբուրգիտներին, իսկ հոռնրիենդային բազալտները նեֆիլինային բազալտներին (ըստ Դէլիի): Բազալտային մագմայի արտավիժումը կապվում է շրջանի մեզոզոյան հասակի խորը ճեղքվածքների ակտիվացման հետ:

Մեծ հիմքայնության և ալկալիության մագմատիկ հալոցքների առաջացումը, որոնք տվել են Ղափանի շրջանի բազալտները, վկայում են ճեղքվածքային խախտումների մեծ խորությունների մասին: Այս փաստը պայմանավորված է շրջանի ստրուկտուրայի դարգացման պլատֆորմային ռեժիմով և կոնսոլիդացման բարձր աստիճանով:

Օլիվինային և հոռնրիենդային բազալտների պետրոքիմիական տարբերությունները բացատրվում են սկզբնական մագմատիկ հալոցքի դիֆերենցիայով և կոնսոլիդացման գործընթացով:

ЛИТЕРАТУРА — ЦИТАЦИИ И ССЫЛКИ

- ¹ А. Эрн, Материалы для геологии Кавказа, сер. 3, кн. 10, 1911. ² С. С. Мкртчян, Зангезурская рудоносная область, Изд. АН Арм. ССР, 1958. ³ А. Н. Заварицкий, Введение в петрохимию изверженных горных пород, Изд-во АН СССР, 1950. ⁴ А. Ф. Белоусов, Геология и геофизика, № 3, 1974. ⁵ Материалы эффузивной подкомиссии терминологической комиссии, ротопринт ИГЕМ, АН СССР, 1972. ⁶ С. Е. Четверикова, руководство к петрохимическим пересчетам, Госгеолтехиздат, 1956. ⁷ Н. Купо, Bull. volcanology, ser. II, t. XX, Napoli (1959).

УДК 577.1.

БИОХИМИЯ

Ф. М. Саакян, Р. А. Звхарян, В. С. Сафарян,
 член-корреспондент АН Армянской ССР А. А. Галоян

**Выделение и идентификация информосом
 гипоталамо-нейрогипофизарной системы**

(Представлено 18/VI 1974)

Существование определенной фракции РНК, являющейся переносчиком информации от ДНК и выполняющей роль матрицы в синтезе белка, впервые было постулировано А. Н. Белозерским и А. С. Спириным на основании изучения нуклеотидного состава ДНК и РНК ряда бактерий в 1957 г. Несколько позднее было показано реальное существование матричной и-РНК с ДНК-подобным составом среди других типов клеточной РНК. Исследованиями А. С. Спирина и его сотрудников было показано, что и-РНК транспортируется в цитоплазму в виде рибонуклеопротеидных частиц—информосом, в которых и-РНК стабильна к РНК-азе и в которых и-РНК может сохраняться в клетке в течение продолжительного времени (^{1,2}).

Быстрометящаяся РНК ДНК-подобного нуклеотидного состава в виде рибонуклеопротеидных комплексов-информофер описана и в ядре Г. П. Георгиев (³). Имеющиеся данные позволяют эти рибонуклеопротеидные частицы считать различными степенями в транспорте и-РНК из ядра в цитоплазму.

В литературе почти отсутствуют данные о физико-химических свойствах информосом нервной ткани. Вместе с тем представлял большой интерес изучить информосомы высокодифференцированной ткани, какой является нервная ткань и, в частности, гипоталамо-нейрогипофизарной системы мозга. Известна важная роль этой системы в нейрогуморальной регуляции эндокринных функций организма через образование ряда гормонов полипептидной природы. Учитывая важную роль информосом в биосинтезе специфических полипептидов—гормонов, а также, допуская возможность аксоплазматического транспорта информосом из гипоталамуса в аденогипофиз и в нейрогипофиз в настоящей работе мы попытались выделить информосомы из гипоталамуса, нейрогипофиза аденогипофиза и изучить их физико-химические параметры.

В опытах использовали гипоталамус, аденогипофиз, нейрогипофиз шести белых крыс. Животным внутрицистернально вводили 200 $\mu\text{C}([^3\text{H}])$ уридина в 0,05 мл физиологического раствора.

По истечении 6 часов животных декапитировали и выделенные участки мозга в холодных условиях ($+2^\circ$) гомогенизировали в стандартном буфере триэтанолamina (0,01 М триэтанолamina, 0,001 М MgCl_2 , 0,01 М KCl pH 7,8). Гомогенат дважды центрифугировали при 15 000 $\times g$ 15 минут и надосадочную жидкость (цитоплазматический экстракт) использовали для определения плавучей плотности, меченных компонентов в градиенте плотности CsCl , после соответствующей фиксации их формальдегидом (4).

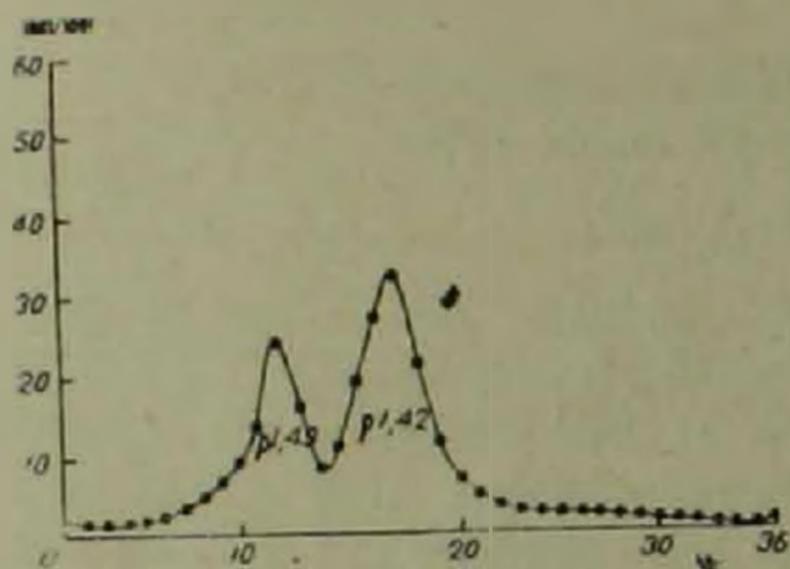


Рис. 1. Распределение меченных по $[^3\text{H}]$ уридину компонентов цитоплазматического экстракта нейрогипофиза в градиенте плотности CsCl . Плавучая плотность рибосом равна 1,49; информосом—1,42 г/см^3 . По оси ординат—число имп./мин; по оси абсцисс—число проб, счет со дна пробирки

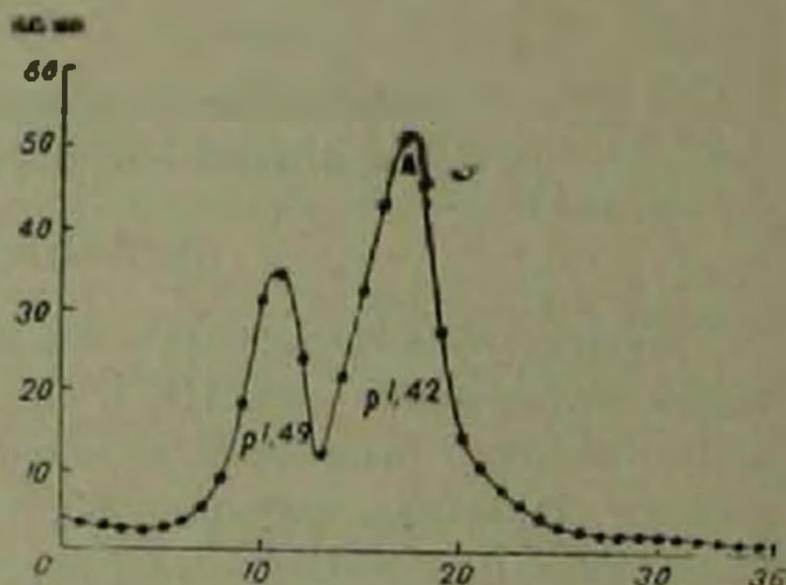


Рис. 2. Экстракт аденогипофиза

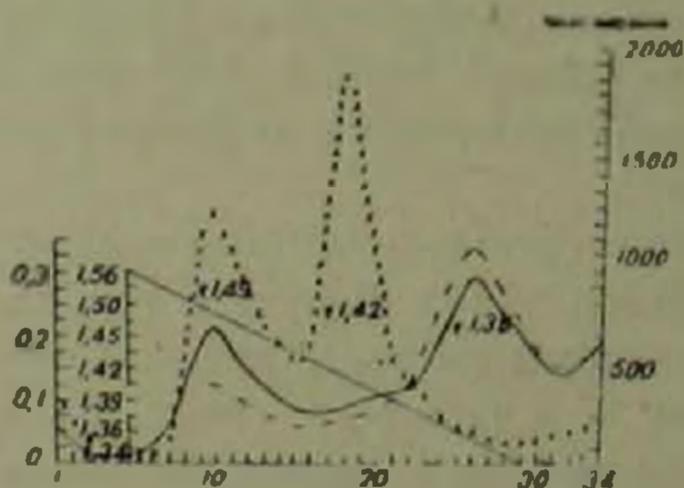


Рис. 3. Распределение меченных по $[^3\text{H}]$ уридину компонента цитоплазматического экстракта гипоталамуса в градиенте плотности CsCl . Плавучая плотность рибосом равна 1,49; информосом—1,42 г/см^3 . По оси ординат слева—поглощение при 280 и 260 мкм, справа—число имп./мин; по оси абсцисс—число проб, счет со дна пробирки; ххх—имп./мин; —поглощение при 260 мкм; —поглощение при 280 мкм

Результаты исследования по распределению компонентов рибосомальной фракции и информосом в образцах экстракта соответствующих участков мозга в градиенте плотности CsCl свидетельствует о том, что информосомы этих областей представляют собой группу частиц, распределяющихся в виде узкой полосы с максимумом в зоне $1,42 \text{ г/см}^3$, близкой к величине $\rho_{1,4} \text{ г/см}^3$, характеризующей основной тип информосом независимо от происхождения и соответствующей постоянному соотношению РНК : белок 1 : 4.

Плавучая плотность рибосомального пика равна $1,49 \text{ г/см}^3$. Распределение радиоактивности по меченым компонентам фракции свидетельствует о высоком уровне включения [^3H] уридина, по истечении 6 часов после внутрицистернального введения, во фракции РНК информосом.

Мандель и сотрудники (⁵) описали в мозге у крыс в микросомальной фракции, обработанной дезоксихолатом, РНП-частицы, седиментирующие между 20—40—60S, содержащие соответственно полидисперсную высокомеченную РНК информационного типа 15S и рибосомальную РНК 18S, с плавучей плотностью в градиенте CsCl $1,36 \text{ г/см}^3$.

Эти данные свидетельствуют, по-видимому, о гетерогенности информосом различных участков мозга, отражающей морфофункциональную гетерогенность высокодифференцированной ткани, какой является центральная нервная система.

Институт биохимии

Академии наук Армянской ССР

Յ. Մ. ՍԱԼԿՅԱՆ, Խ. Ա. ՉԱԲԱՐՅԱՆ, Վ. Ս. ՍԱՅԱՐՅԱՆ, Ճայկական ՍՍՀ ԳԱ
բոլորակից-անդամ Ա. Ա. ԳԱԼՍՅԱՆ

Հիպոթալամո-նեյրոհիպոֆիզաբ սիստեմի ինֆորմասոմների անջատումը և
իլեհոտիֆիկացիան

Ուսումնասիրված է հիպոթալամուսի, ադենոհիպոֆիզի և նեյրոհիպոֆիզի ինֆորմասոմները՝ օգտագործելով [^3H] —ուրիդին, Հետազոտությունների արդյունքները պարզեցին, որ վերը նշված օրգանների ինֆորմասոմները իրենց ֆիզիկա-քիմիական հատկություններով, ինչպես նաև խտության գրադիենտում վերջիններիս տեղաբաշխմամբ, իրիստ նման են իրար և միայն որոշ շախտվ տարրերով են Մենդելի կողմից ամբողջ ուղեղից անջատված ինֆորմասոմներից:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ A. S. Spirin, M. Nemer, Science, 150, 214 (1965). ² A. S. Spirin, Current Topics Develop. Biol., 1, 1(1966). ³ O. P. Samirina, E. M. Lukanidin, I. Molnar, G. P. Georgiev, J. Mol. Biol., 33, 251(1968). ⁴ Н. В. Белицина, Л. П. Овчинников, А. С. Спирик, Ю. Э. Гекдон, В. Н. Чернов, Мол. биол., 2, 727(1968). ⁵ J. Samec, M. Jacob P. Mandel, Biochim. Biophys. Acta, 161, 2, 377(1968).

УДК 581—1—036

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

А. Д. Дограмалжян, С. А. Марутян

О роли фосфолипидов в морозостойкости винограда

(Представлено академиком М. Х. Чайлахяном 29/XII 1973)

Расшифровка путей биосинтеза и распада различных компонентов живой клетки выяснила, что фосфолипиды, сосредотачиваясь главным образом в ядре, митохондриальных и микросомных мембранах, помимо выполнения скелетной функции участвуют в процессе переноса электронов. Они регулируют проницаемость мембран и поддерживают окислительное фосфорилирование (1,2). Последнее весьма важно для зимующих растений, так как в осенне-зимний период энергетические возможности растений сильно ограничены, а от проницаемости мембран и водоудерживающих сил зависит жизнь и гибель клетки при воздействии критических отрицательных температур (3-6).

В этом аспекте сведения по фосфолипидам растений в литературе единичны (7), а по винограду вовсе отсутствуют. Наши исследования, посвященные разработке метода (8) и изучения жирового обмена (9) выдвигают в настоящее время необходимость проводить исследования в области метаболизма фосфолипидов в связи с морозоустойчивостью виноградной лозы.

Имеется основание полагать, что качественные и количественные изменения фосфолипидов являются одной из внутренних регулирующих систем, причастных к повышенной морозоустойчивости растений.

Нами исследовались количественные изменения свободных и связанных фракций фосфолипидов в побегах винограда в период осенне-зимнего покоя в связи с температурными режимами и природы морозоустойчивости сорта. При этом изучался также качественный состав фосфолипидов и изменчивость компонентов методом тонкослойной хроматографии на кремневой кислоте.

Объектом исследования служили лиофилизированные одревесневшие части побегов в зоне 4—7 узла у морозостойкого сорта Русский Конкорд и неморозостойкого Спитак Араксени.

Кривые на рис. 1 показывают явное количественное преобладание связанных фосфолипидов над свободной фракцией. Поэтому характер кривой общего количества фосфолипидов в основном воспроизводит

характер кривой связанной фракции. К тому же, отмечается ритмическое изменение кривых обеих фракций в зависимости от этапов температурного режима за весь период покоя. В период резкого снижения температуры от 0° до -10° общее количество фосфолипидов сильно уменьшается. В дальнейшем длительное и более сильное воздействие отрицательных температур сопровождается возрастанием количества фосфолипидов. Интересно, что характер кривой свободной фракции у обоих сортов однотипен, тогда как в поведении связанной фракции проявляется сортовая специфичность. Так, при воздействии нулевых температур способствующих закаливанию растений, количество связанных фосфолипидов у морозостойкого сорта снижается. Вероятно, это

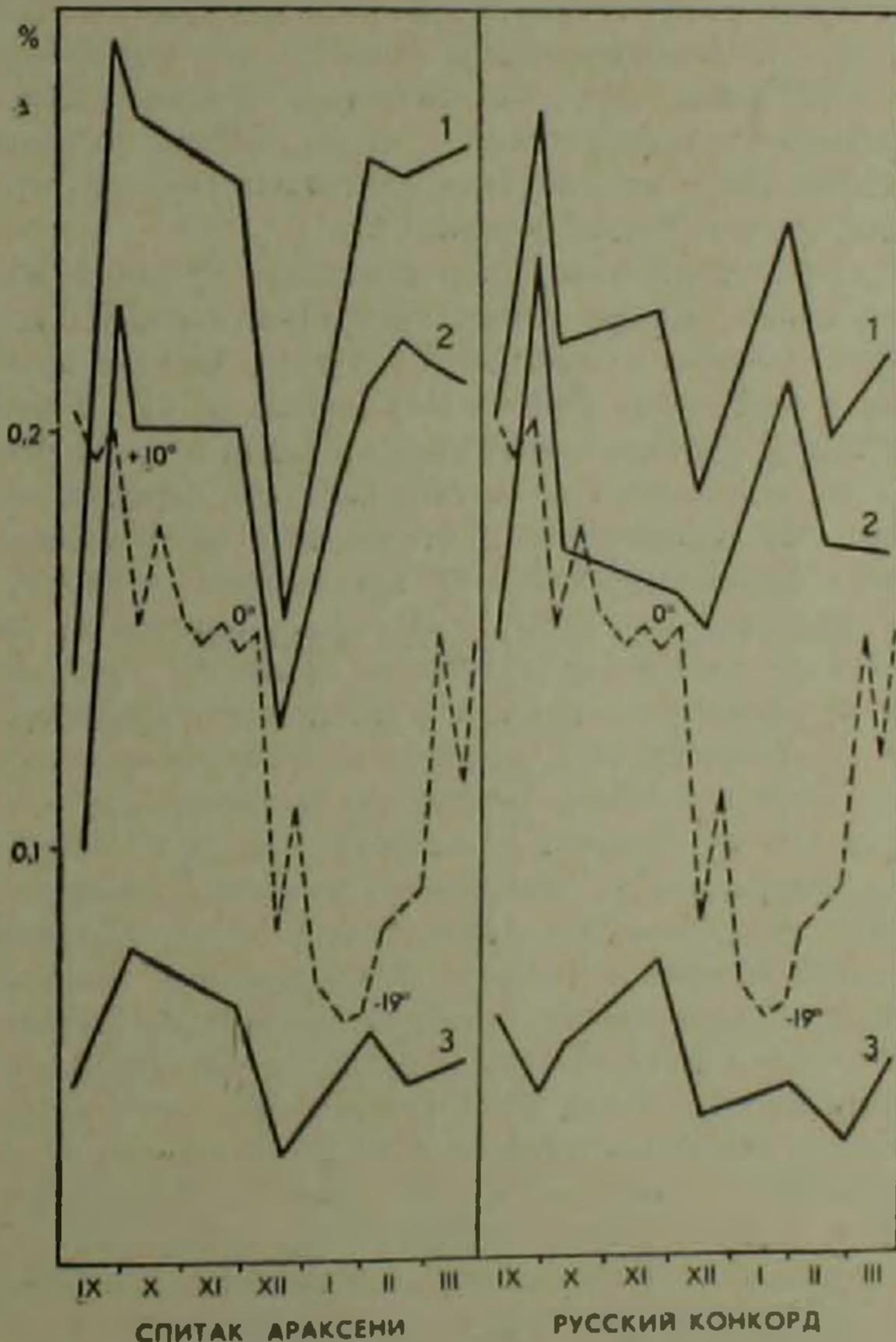


Рис. 1. Динамика фосфолипидов в побегах винограда в период покоя в % на сухое вещество. 1—общее количество фосфолипидов; 2—количество связанной фракции фосфолипидов; 3—количество свободной фракции фосфолипидов. Пунктирная линия—динамика минимальных температур

уменьшение во фракции связанных фосфолипидов происходит за счет их активного метаболического использования в закалочных процессах. У неморозостойкого сорта в период длительного нулевого температурного воздействия количество фосфолипидов вовсе не изменяется. Резкое снижение температуры от 0° до —10° у этого сорта вызывает значительное падение количества связанных фосфолипидов, возможно за счет усиления процесса распада липопротеидов, составной частью которых являются фосфолипиды. У морозостойкого сорта такое же резкое падение температуры не вызывает столь сильной реакции.

В дальнейшем при более длительном и сильном воздействии отрицательных температур (но не ниже порога выносливости) растения обоих сортов пытаются восстановить первоначальный уровень связанных фосфолипидов, количество которых весьма быстро возрастает. Характерное отличие морозостойкого сорта от неморозостойкого проявляется к концу зимы, когда накопленные фосфолипиды именно связанной фракции у морозостойкого сорта вновь включаются в активный метаболизм и используются растением (как это отмечалось в начале покоя при закалочных режимах 0°).

На рис. 2 сравнивается характер изменения кривой суммы трех главных компонентов жиров: сумма свободных жирных кислот+триглицериды+фосфолипиды (в процентах к сухому весу) с кривой доли фосфолипидов в этой сумме (%). Разбор кривых на рис. 2 показывает, что: а) в свободной фракции жиров относительный процент фосфолипидов в указанном комплексе находится в обратной корреляции с динамикой суммы трех компонентов и откликается на воздействия всех этапов температурного режима; б) в связанной фракции также наблюдается обратная корреляция. Однако в отличие от свободной фракции, обратная корреляция кривых не проявляет такой поэтапной ритмичности; в) привлекает внимание различность характера кривых абсолютного и относительного количества фосфолипидов связанной фракции. Так, если абсолютное количество фосфолипидов у неморозостойкого сорта Спитак Араксени до декабря (рис. 2, А) возрастает, то относительное содержание в комплексе, напротив, уменьшается. У морозостойкого сорта Русский Конкорд за этот же период наблюдается полностью противоположная картина. Установленные закономерности дают возможность предположить, что сортовые и фракционные отличия фосфолипидов скорее всего связаны с наличием белкового компонента и его качественным различием (⁶). Одновременно проявляется своеобразие в поведении связанных фосфолипидов в связи с морозостойкостью растений. Повышенная морозостойкость побегов винограда хотя и сопровождается использованием фосфолипидов в процессе закалывания, однако уровень их относительного содержания в комплексе возрастает. На фоне таких своеобразных количественных изменений связанных фосфолипидов интересно было выяснить качественные различия.

На рис. 3 представлена тонкослойная хроматография фосфолипидов на кремневой кислоте при температурных режимах +10°, 0°, —10°.

Исследования показали, что в побегах винограда фосфолипиды представлены широким спектром. В состав фосфолипидов входят: фосфатидилинозит, фосфатидилсерин, фосфатидилглицерин, фосфатидилэтанолламин, диглицерофосфат, фосфатидилхоллин, моноглицерофосфат, кардиолипин. У морозостойкого сорта присутствуют еще два дополнительных неидентифицированных компонента. Наличие фосфатидилхоллина, фосфатидилсерина и фосфатидилэтанолламина само по себе весьма важный факт, так как показывает, что в побегах винограда при отрицательных температурах на фоне усиления процессов распада постоянно происходит синтез этих сложных липидов. Этот факт интересен

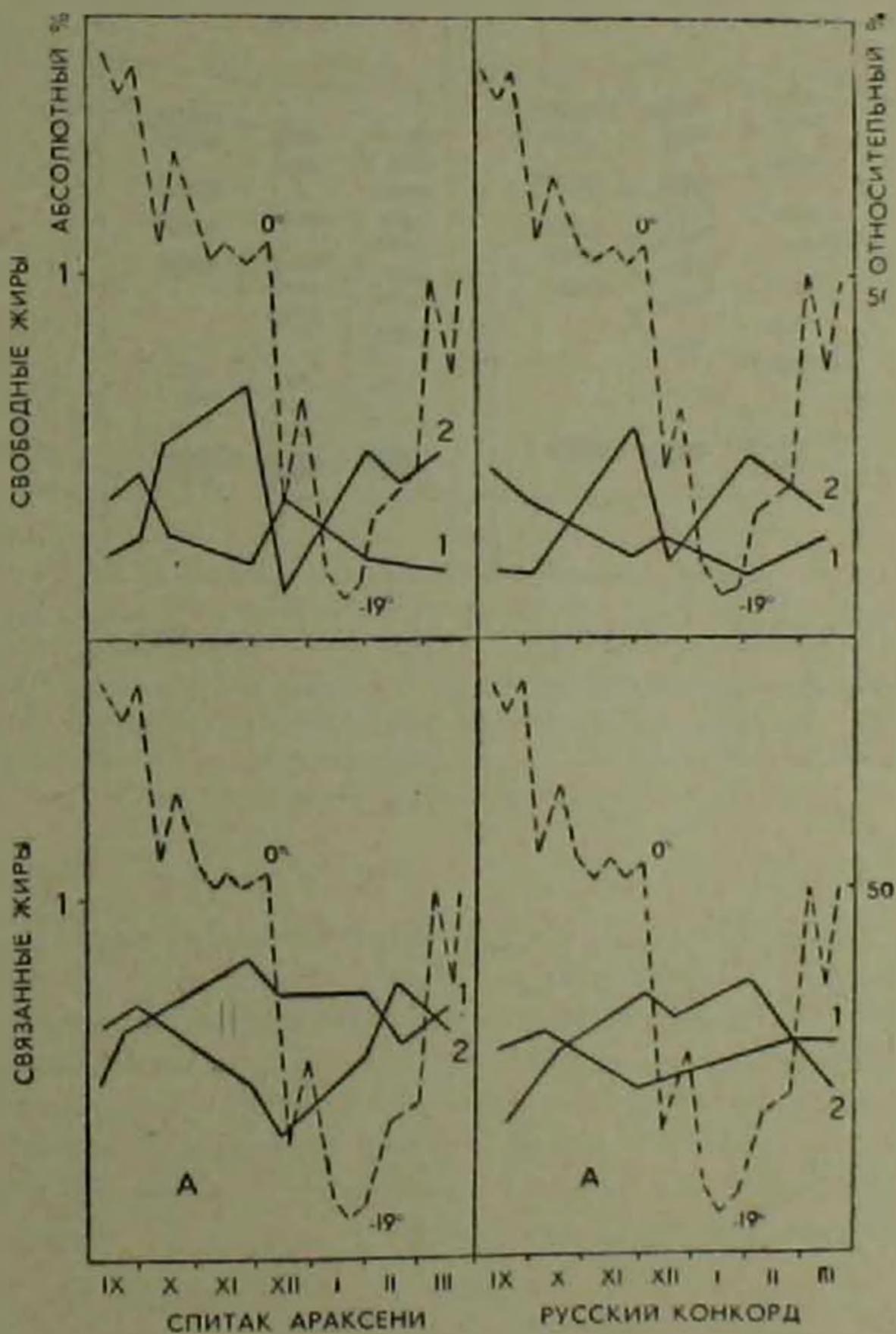


Рис. 2. Сопоставление динамики суммы трех компонентов свободных жирных кислот + триглицеридов + фосфолипидов в процентах на сухое вещество (1) с динамикой относительного процента фосфолипидов в сумме трех компонентов (2). Пунктирная линия — динамика минимальных температур

также тем, что по современным представлениям основной путь биосинтеза фосфатидилхолина, одного из наиболее богатого макроэнергией компонента фосфолипидов, следует через фосфатидилинозит и фосфатидилсерин.

Сравнение качественного состава и количества компонентов фосфолипидов в побегах исследуемых растений (рис. 3) показывает, что в зависимости от сорта превосходство при всех температурных режимах отмечается у наиболее морозоустойчивого сорта.

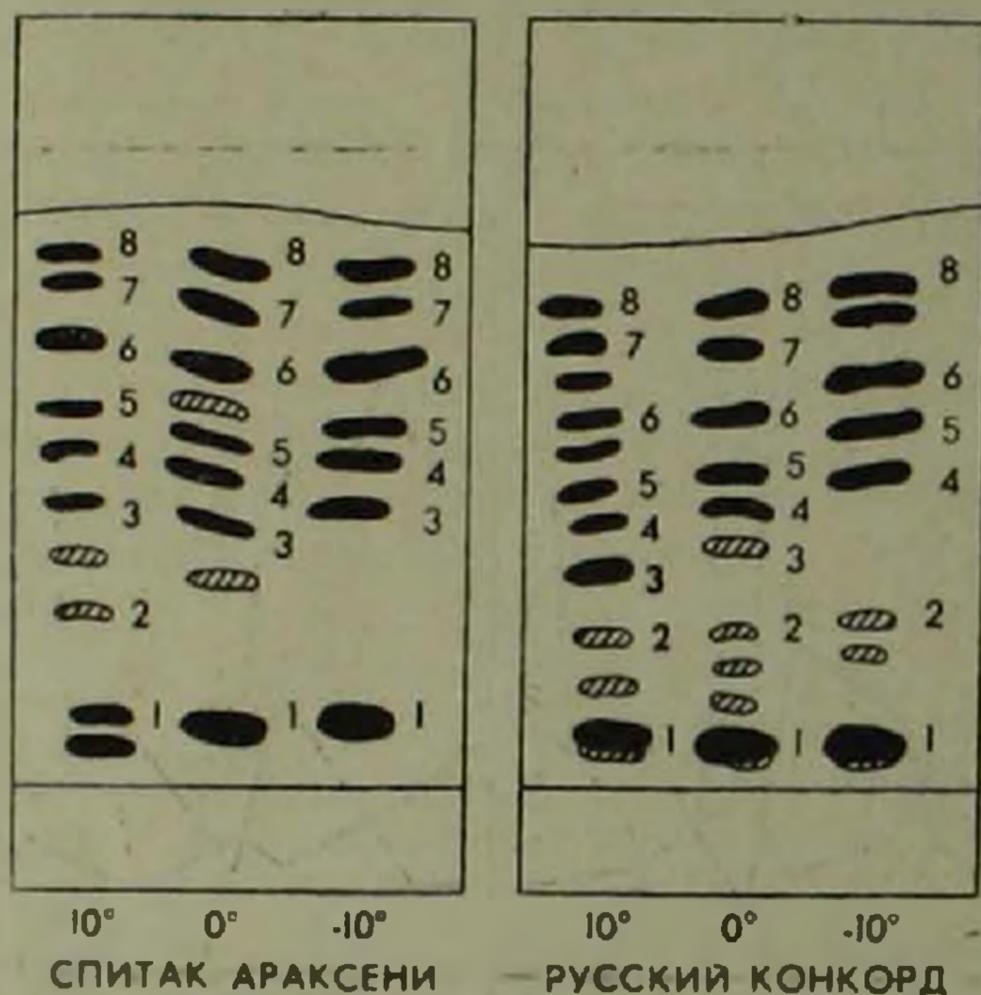


Рис. 3. Влияние низких температур на состав фосфолипидов. 1—фосфатидилинозит; 2—фосфатидилсерин; 3—фосфатидилглицерин; 4—фосфатидилэтаноламин; 5—диглицерофосфат; 6—фосфатидилхолин; 7—моноглицерофосфат; 8—кардиолинин

Таким образом, полученные экспериментальные данные наглядно показывают, что фосфолипиды в побегах винограда в период осенне-зимнего покоя растений метаболически динамичны. Характер их количественных изменений носит сортовой отпечаток в зависимости от природы морозоустойчивости. Становление высокой морозоустойчивости в процессе закаливания с одной стороны сопровождается использованием фосфолипидов, а с другой—возрастанием уровня их относительного содержания в жировом комплексе.

Институт виноделия, виноградарства и плодородства
МСХ Армянской ССР

Խաղողի ցրտադիմացկունության հաբցում ֆոսֆոլիպիդների դերի մասին

Ուսումնասիրվել են խաղողի շվերում ֆոսֆոլիպիդների աղասու և կապված ֆրակցիաների քանակական և որակական փոփոխությունները ձմռան հանդրստի շրջանում՝ կապված նվազագույն ջերմաստիճանների ազդեցության և բույսի ցրտադիմացկունության բնույթի հետ:

Միկրոթիմիական և քրոմատոգրաֆիկ եղանակներով ուսումնասիրելիս պարզվել է, որ ցրտադիմացկուն սորտերի մոտ կոֆման պրոցեսում տեղի է ունենում մի կողմից ֆոսֆոլիպիդների օդտազործում, իսկ մյուս կողմից՝ նարայերի ընդհանուր կոմպլեքսում նրանց հարարերական մակարդակի բարձրացում:

Հայտնաբերված է նաև ֆոսֆոլիպիդների որակական կազմի և կոմպոնենտների քանակի ավելի լայն սպեկտր ցրտադիմացկուն սորտի մոտ:

ЛИТЕРАТУРА — БИБЛИОГРАФИЯ

¹ Г. Милер, Ю. Кордес, Основы биологической химии, Изд. «Мир», М., 1970.
² Ю. Г. Молотковский, Физиол. раст., 17, 6, 1249—1264 (1970). ³ И. И. Туминов, Известия АН СССР», серия биол., 4, 469, (1969). ⁴ О. А. Кривавцев, Калориметрия растений при температурах ниже нуля, Изд. «Наука», М., 1972. ⁵ К. С. Погосян, А. Сакаи, Вестник сельхоз. науки, № 11, 78—83, 1972. ⁶ С. А. Марутян, Сб. тезисов докладов на Всесоюзной научно-техн. конференции. Основные направления исследования биохимических процессов виноделия, М., 1973, стр. 9. ⁷ К. А. Сергеева, Физиологические и биохимические основы зимостойкости древесных растений, Изд. «Наука», М., 1971.
⁸ А. Д. Логримаджян, Сборник методик по физиолого-биохимическим исследованиям в виноградарстве, М., 164—175, 1967. ⁹ А. Д. Логримаджян, С. А. Марутян, Ж. А. Петросян, Физиол. раст., 16, 3, 470—477 (1969).

УДК 595.763.2

ЭНТОМОЛОГИЯ

С. М. Яблоков-Хизорян

Два новых вида жесткокрылых—стафилинид из СССР
 (Coleoptera, Staphylinidae)

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Э. А. Давтяном 4/IV 1974)

Статья содержит описание 2 новых видов жесткокрылых—стафилинид, типы которых хранятся в коллекциях Зоологического института АН АрмССР.

1. *Ancyrophagus swaneticus lablokofi-Khizorian sp. nov.*

Сванетия (Грузинская ССР), Местия, у потока Местиурня, 29/VI 1968, голотип, ♂ и 5 паратипов (2♂, 3♀).

Тело черно-бурое, рот светлый, конечности едва светлее тела, голени иногда осветлены, лапки желтые, волосистость светлая. Длина 3,4—3,9 мм. Рис. 1,а.

Голова блестящая, изоднаметрально сетчатая с мало заметной поверхностной негустой точечностью, ее волоски зачесаны в основном перпендикулярно к оси тела. Глаза в 2 раза длиннее висков. Усики такой же длины как брюшко (рис. 1,б), узкие, все их членики удлиненные, членики I, 3 и II в полтора раза длиннее прочих, 3-й в 3 раза длиннее ширины, 4-й в 2,5 раза. Переднеспинка на треть шире длины, с закругленными передними и тупыми задними углами, ее боковой край сзади слабо вогнутый, основание дугообразно закругленное, диск с дугообразным основным вдавлением, выпуклостью обращенной назад, со слабой продольной выпуклостью и продольным узким срединным вдавлением, без других вдавлений или неровностей, всюду в такой же скульптуре, как лоб. Щиток маленький, треугольный. Надкрылья в 1,28 раза длиннее общей ширины (длина измерена от плеч до задних углов, т. е. учтена наибольшая длина), кзади слабо расширены с примолнейными боками, блестящие, густоточечные и волосистые, точки поверхностные, отстоят на один диаметр, на шагренированном фоне, волосистость косо приподнятая, всюду зачесана назад. Вершинный край скошен, сходится с соседним под очень тупым углом, пришовный угол тупой и закругленный. Брюшко в такой же скульптуре, как надкрылья, но волосистость длиннее. Уротергит VII с угловатой вырезкой,

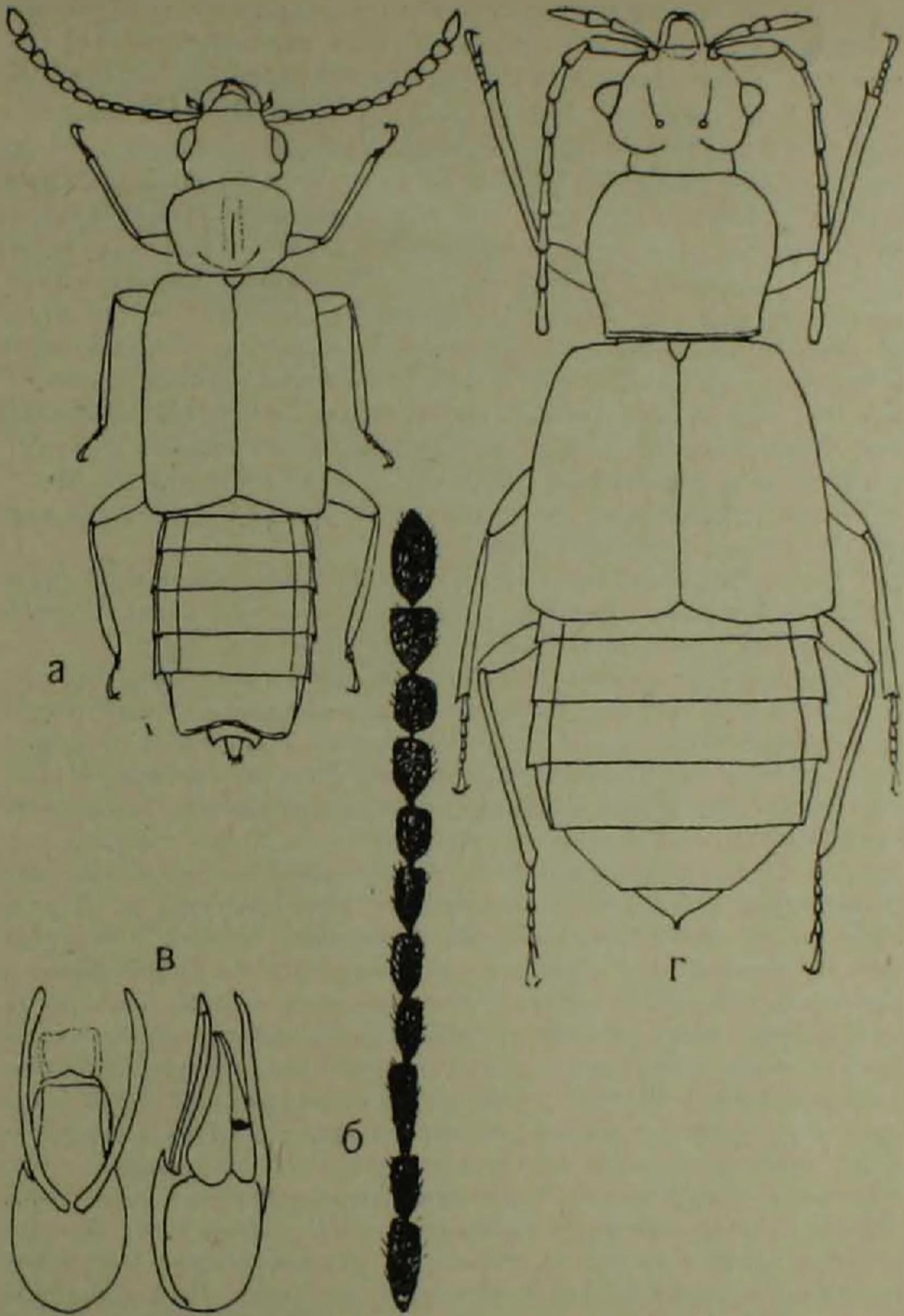


Рис. 1.

а—в—*Anisotrophus swaneticus* Klnz., sp. nov., а—габитус; б—правый усик; в—немис
 снизу (слева) и немного косо сверху (справа); г—*Anthophagus baltkalensis* Klnz., sp.
 nov. а и г $\times 15$, б и в $\times 50$

глубокой у ♂, плоской у ♀, уротергит VIII с вырезкой, отграниченной 2 острыми зубцами, из под нее видна узкая волосистая лопасть уротергита IX. Пенис (рис. 1, в) с 2 узкими голыми кривыми параметрами.

Согласно последней ревизии рода (1), этот вид принадлежит к подроду *Anthophagus* s. str. и отличается своими длинными и узкими усиками от всех прочих представителей рода, учтенных в ревизии, кроме *A. Jallensis* Scheerp. По этому признаку, а также по более сглаженной скульптуре переднеспинки, отличается также от 7 прочих видов, описанных позднее. У *Jallensis* голова уже, глаза не длиннее висков, усики много длиннее, заходят за середину надкрылий, но по форме их члеников мало отличаются от усиков *A. swaneticus*. Переднеспинка на четверть шире длины, ее основание почти прямолинейное, задние углы резкие, надкрылья в грубых и густых точках, отстоящих на полдиаметра. Уротергит VIII с вершинной вырезкой, но без боковых зубцов.

2. *Anthophagus (Phaganthus) baikalensis* Iablokoff-Khnzorian sp. nov.

Байкал, Лиственное, Лимнологический институт, у ручья на при-манку сдохлым птенцом, голотип. ♀.

Голова, кроме рта, черно-бурая, переднеспинка, надкрылья и грудь буро-желтые, брюшко черное со светлыми боковыми краями, конечности желтые, волосистость светлая. Длина 5,2 мм. Рис. 1, г.

Верхняя губа и наличник гладкие, лоб грубо и рассеянно точечный на гладком фоне, с 2 бороздками от глазков до уровня переднего края глаз, шейка изодиаметрально шагреневанная, с крупными точками в ее передней части. Волосистость короткая, очень изреженная. Наличник отделен от лба тонким швом, изогнутым дугообразно. Глаза очень выпуклые, такой же длины, как выпуклые виски. Усики довольно толстые, их 1-й членик длинный, 2-й в 1,5 раза короче 3-го, но не уже него (2 последних членика усиков обломаны). Переднеспинка в 1,2 раза шире длины, равномерно выпуклая, наибольшей ширины в передней трети, ее боковой край спереди широко закруглен, сзади выпрямлен и слегка вогнут до тупых задних углов, диск густо и грубо точечный на гладком фоне, точки отстоят в среднем на 1 диаметр. Волосистость очень короткая и рассеянная, слегка сгущена вдоль контура, основание с цельной каймой. Щиток треугольный, шагреневанный, голый и без точек. Надкрылья значительно расширены кзади, в 1,1 раза короче их общей ширины (их длина измерена как у предыдущего вида), густо точечные и волосистые на блестящем, шагреневанном фоне, точки такие же, как на переднеспинке, но расположены менее густо. Брюшко довольно мелко и рассеянно точечное на изодиаметрально шагреневанном фоне, с морщинками и торчащими волосками. На 2-м видимом тергите пара поперечно-овальных густо шагреневанных голых полей. Ноги длинные, последний членик лапок к вершине слегка утолщен (смотреть сбоку).

До сих пор виды рода *Anthophagus* Grav. были известны в основном из Европы, с Кавказа и из Японии, в Сибири, на запад от Енисея, были найдены 2 европейских вида, а один в Туркмении. Представители подрода *Phaganthus* Rey были известны лишь из Европы и

с Кавказа. Находка одного, нового вида, позволяет допустить ангарское происхождение для подрода в целом. Новый вид можно отличить от прочих видов подрода с помощью следующей таблицы:

1(2) Голова и переднеспинка одноцветные. Европа

A. praeustus Müll., *rotundicollis* Heer, *caraboides* L.

2(1) Голова, по крайней мере сзади, темнее переднеспинки.

3(4) Голова спереди светлая, сзади темная и здесь много темнее переднеспинки. Надкрылья с большим треугольным темным щитковым пятном, часто также с парой расплывчатых темных пятен за серединой. Длина 4—5 мм. Европа

A. scutellaris Er.

4(3) Голова одноцветно темная или слегка осветлена за ртом, переднеспинка светлая.

5(6) Надкрылья с парой больших расплывчатых темных пятен за серединой, часто также с темным треугольным пятном вокруг светлого щитка. Брюшко желтое, иногда с затемненными средними тергитами. Надкрылья по крайней мере в 1,1 раза длиннее общей ширины. Переднеспинка в 1,1 раза шире длины. Лобные бороздки кпереди расходящиеся (как и у всех предыдущих), глаза менее выпуклые, голова более округлая. Коготковый членик лапок к вершине едва утолщен (смотреть сбоку). Длина 5—6 мм. Кавказ

A. trimaculatus Luze

6(5) Надкрылья одноцветные. Брюшко темное со светлыми боковыми краями. Надкрылья в 1,1 раза короче их общей ширины. Переднеспинка в 1,2 раза шире длины. Лобные бороздки расходятся очень слабо, дистально немного сближены, глаза более выпуклые, голова более резко сужена к обоим концам. Коготковый членик лапок к вершине утолщен сильнее (смотреть сбоку). Длина 5,2 мм. Байкал.

A. baikalensis sp. nov.

(В эту таблицу не включен *A. fauvelli* Luze с горы Этны в Сицилии).

Зоологический институт
Академии наук Армянской ССР

Ս. Մ. Յարրիով-Խնձորյան

Կարծրաքի-ստաֆիլիդների երկու նոր տեսակ ՍՍՀՄ-ից

Հողփափր պարունակում է 2 նոր տեսակների նկարագրություն, որոնց տիպերը պահպանվում են Հայկ. ՍՍՀ Գիտ. կենդանաբանական ինստիտուտում: Դրանք են՝

1. *Ancyrophorus swaneticus* Khnz. sp. nov., գտնված է Սվանետիա-լում (Վրաց. ՍՍՀ), Մեոտիի ջրչափալքում, Մխատուրիտ գետի մոտ, և
2. *Anthophagus (Phaganthus) balkalensis* Khnz. sp. nov. Բալկալ լճի ափերից: Դա այս ենթատեսի 1-ին ենթակայացուցիչն է գտնված Ծվրոսյայի և Կովկասի սահմաններից դուրս:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ O. Scheerpeltz, Die palaarktischen Arten der Gattung *Ancyrophorus* Kr. Norsk Entom. Tidsskr., VIII (1-3): 53-76, 17 Abb., 1950.

