ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ

LXI, № 5

1975

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐԶՈՒՄԱՆՅԱՆ, տեխն. գիտ. թեկնածու (պատ. քարտուղար), Բ. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Ա. Թ. ԲԱԲԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Հ. Խ. ԲՈՒՆՅԱԹՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Վ. Մ. ԹԱԹԵՎՈՍՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի տեղակալ), Հ. Գ. ՄԱՂԱԹՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Դ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Օ. Մ. ՍՊԳՈՆՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ, Վ. Բ. ՖԱՆԱՐՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А. АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв. секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, Г. Х. БУНЯТЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, академик АН АрмССР (зам. отв. редактора), И. Г. МАГАКЬЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), Г. С. СААКЯН, чл.-корр. АН АрмССР, О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. В. ФАНАРДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ — ЕРЕВАН

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ 6

Յու. Ն. Կորոբեյնիկ, Բ. Հ. Ստեփանյան—<f,g>—բացարձակ մոնոտոն ֆունկցիաների ներկայացման հարցի մասին 257

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Հ. Ազարյան, Ռ. Ա. Թամրազյան—Տարբեր սիմվոլներից կազմված n-տեղափոխությունների լրիվ բազմության թվարկման մի մեթոդի մասին 262

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Յու. Ս. Նազարյան—Բազագրյալ կիսատարածության ալորման մի խնդրի մասին . 269

Գ. Ե. Ռաղզասարյան—Երկայնական մագնիսական դաշտում գտնվող հաղորդիչ սալի կայունության և տատանումների մասին 275

ԳՐՈՒՆՏՆԵՐԻ ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Գ. Վ. Տեր-Գևորգյան—Կոշտ դրոշմի ազդեցության դեպքում բնահողի կոշտացման առհմանագծի որոշման խնդիրը 284

ԱՌՈՒՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Վ. Ս. Տոնոյան, Հ. Ֆ. Մինասյան—Ուղղաձիգ վերջավոր երկարության ճեղքով կիսահարթության ոչ համասեռ կոնտակտային խնդիրը 289

ԱՅՐԱՖԻԶԻԿԱ

Ա. Շ. Գալստյան, Ս. Ա. Աբրահամյան—Հոգի ադենոգիպոֆիզարի ակտիվության մասին 298

ՄԻՋԱՏԱՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Մ. Ե. Տեր-Մինասյան—Ընդակեր բզեզների նոր տեսակներ (Coleoptera, Bruchidae) 301

ՀԵԼՄԻՆԹՈԼՈԳԻԱ

Հ. Ե. Գաղոսյան, Ջ. Ա. Կարապետյան—Heterodera artemisiae արուի նկարագրություն Հայկական ՍՍՀ-ից (Nematoda, Heteroderidae) 306

Բովանդակություն LXI հատորի 313

Журнал издается с 1944 года

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

МАТЕМАТИКА

Ю. Ф. Коробейник, Б. А. Саакян—К вопросу о представлении $\langle a_p \rangle$—абсолютно-монотонных функций 257

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

А. А. Азатян, Р. Л. Тамразян—Об одном методе перечисления элементов списка всех перестановок из n различных символов 262

МЕХАНИКА

Ю. С. Ишанян—Об одной задаче кручения составного полупространства 269

Г. Е. Багдасарян—К теории колебаний и устойчивости проводящих пластин в продольном магнитном поле 275

МЕХАНИКА ГРУНТОВ

Г. В. Тер-Петросян—Задача об определении границы затвердевания грунта при воздействии жесткого штампа 284

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. С. Тоноян, А. Ф. Минасян—Несимметричная контактная задача для полуплоскости с вертикальным конечным разрезом 289

АГРОХИМИЯ

А. Ш. Галстян, С. А. Абрамян—Об активности адениннитрифосфатазы почв 296

ЭНТОМОЛОГИЯ

М. Е. Тер-Минасян—Новые виды жучков—зерновок (Coleoptera, Bruchidae) 301

ГЕЛЬМИНТОЛОГИЯ

Э. Е. Погосян, Дж. А. Кифилетян—Описание самца Heterodera artemisiae из Армянской ССР (Nematoda, Heteroderidae) 306

Содержание LXI тома 315

© Издательство АН Армянской ССР, 1975 г.

Индекс 77730

CONTENTS

MATHEMATICS

V. E. Corobeinik, B. A. Sahakian—On the problem of representation of $\langle s_j \rangle$—absolutely monotone functions 257

APPLIED MATEMATICS

A. A. Azatian, R. A. Tamrazian—A method of enumeration of all permutations of *n* various symbols 262

MECHANICS

V. C. Nshanian—A problem of torsion of a composite semi-space . . 269

G. E. Bagdasarian—On the theory of vibrations and stability of conducting plates in a longitudinal magnetic field 275

SOILS MECHANICS

G. V. Ter-Petrosian—The problem of determining the soil hardening limit under the influence of a rigid stamp 284

THEORY OF ELASTICITY

V. S. Tonoyan, H. P. Afinasian—The asymetric contact problems for the semi-infinite plate with a vertical finite section 289

AGROCHEMISTRY

A. Sh. Galstian, S. A. Abrahamian—Adenosinetriphosphatase activity of soils 298

ENTOMOLOGY

M. E. Ter-Minassian—New species of genus Bruchidius Tchils. (Coleoptera, Bruchidae) 301

HELMINTHOLOGY

H. E. Poghossian, J. A. Karapetian—Description of the male Heterodera artemisiae from Armenian SSR (Nematoda, Heteroderidae) 305

Contents of volume LXI 312

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 05421. Подписано к печати 26/I 1976 г. Тираж 545. Изд. 4362. Заказ 891.
Формат бумаги 70×108 1/16. Печ. л. 4.0. Бум. л. 2.0. Усл. печ. л. 5.6. Уч. изд. л. 4.49.

Издательство АН Армянской ССР, Ереван, Барекамутян, 24.
Эчмиадзинская типография Издательства АН Армянской ССР

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXI 1975 5

МАТЕМАТИКА

УДК 517.54

Ю. Ф. Коробейник, Б. А. Саакян

К вопросу о представлении $\langle\rho_j\rangle$ —абсолютно-монотонных функций

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 10/VII 1975)

§ 1. Бесконечно-дифференцируемая в промежутке $[0, 1]$ функция называется абсолютно-монотонной в этом промежутке, если, $f^{(k)}(x)\geqslant 0$, $\forall k\geqslant 0$, $\forall x\in[0, 1)$. Согласно результату С. Н. Бернштейна ([1]) совокупность всех абсолютно-монотонных на $[0, 1)$ функций совпадает с множеством сужений на $[0, 1)$ всех аналитических в единичном круге функций с неотрицательными тейлоровскими коэффициентами, то есть с функциями вида

$$\varphi(x)=\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n,\ a_n\geqslant 0,\ \overline{\lim_{n\to\infty}}\,|a_n|^{\frac{1}{n}}\leqslant 1,\quad 0\leqslant x<1.$$

Понятие абсолютно-монотонной функции обобщалось в различных направлениях ([2-4]). В частности, в работе ([4]) введено довольно общее понятие $\langle\rho_j\rangle$ —абсолютно-монотонной функции и изучен вопрос о представлении такой функции. При этом существенно использовались операторы дробного интегрирования и дифференцирования, теория которых получила широкое развитие и применение в работах М. М. Джрбашяна и его учеников (см., например, монографию ([5])).

В настоящей заметке получены теоремы об общем виде $\langle\rho_j\rangle$ —абсолютно-монотонных функций в случае $\sum\limits_{j=1}^{\infty}\frac{1}{\rho_j}=+\infty$; эти теоремы имеют такой же законченный характер, как и для обычных абсолютно-монотонных функций. В статье используются обозначения, определения и результаты работы ([4]).

§ 2. Лемма 1. *Пусть $\{\lambda_j\}_{j=0}^{\infty}$ —произвольная последовательность неотрицательных чисел, имеющих предел λ_∞, где $0<\lambda_\infty\leqslant+\infty$. Пусть, далее, a_n —неотрицательные числа, $0<l\leqslant+\infty$. Следующие два утверждения равносильны:*

1) *для любого x из промежутка $[0, l)$ сходится ряд*

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{\lambda_n}; \tag{1}$$

2) *для любого* $x \in [0, l)$ *сходится ряд*

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \lambda_n x^{\lambda_n}. \tag{2}$$

Доказательство. Если $\lambda_\infty < +\infty$, *то* $\forall n > N$, $\forall x \in [0, l)$

$$\frac{\lambda_\infty}{2} a_n x^{\lambda_n} \leqslant a_n \lambda_n x^{\lambda_n} \leqslant 2\lambda_\infty a_n x^{\lambda_n}.$$

Отсюда видно, что ряды (1) и (2) сходятся или расходятся одновременно при $x \in (0, l)$ (в точке $x=0$ оба ряда сходятся, так как $(0)^{\lambda_n} = 0$, $\forall n > N_1$).

Пусть теперь $\lambda_\infty = +\infty$. Так как $\lim\limits_{x \to +\infty} xq^x = 0$, если $q \in (0, 1)$, то $\lim\limits_{n \to \infty} \lambda_n q^{\lambda_n} = 0$, $\forall q \in (0, 1)$. Очевидно, что $a_n \lambda_n x^{\lambda_n} \geqslant a_n x^{\lambda_n}$, $\forall n \geqslant N_2$, и из сходимости ряда (2) в какой-нибудь точке $x \in [0, l)$ следует сходимость ряда (1) в той же точке.

Пусть теперь ряд (1) сходится в промежутке $[0, l)$. Возьмем любое $x_1 \in [0, l)$, а затем — произвольное $x_2 \in (x_1, l)$. Тогда $\forall n > N_3$

$$a_n \lambda_n x_1^{\lambda_n} = a_n x_2^{\lambda_n} \lambda_n \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{\lambda_n} = a_n x_2^{\lambda_n} \lambda_n q^{\lambda_n} < a_n x_2^{\lambda_n}$$

Отсюда следует, что ряд

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \lambda_n x_1^{\lambda_n}$$

сходится, и лемма доказана.

Выясним теперь, при каких условиях на коэффициенты a_k ряд (1) сходится в промежутке $[0, l)$. Рассмотрим сначала случай, когда $\lim\limits_{n \to \infty} \lambda_n = \lambda_\infty < +\infty$. В этом случае легко заметить, что ряд (1) сходится в интервале $(0, l)$ тогда и только тогда, когда сходится ряд $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n x^{\lambda_\infty}$, то есть, когда сходится ряд

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n. \tag{3}$$

Пусть теперь $\lim\limits_{n \to \infty} \lambda_n = +\infty$. Если $x \in (0, l)$ и ряд (1. 1) сходится, то $\overline{\lim\limits_{n \to \infty}} |a_n x^{\lambda_n}|^{\frac{1}{\lambda_n}} = x \overline{\lim\limits_{n \to \infty}} |a_n|^{\frac{1}{\lambda_n}} \leqslant 1$.

Поэтому для сходимости ряда (1) в $(0, l)$ необходимо, чтобы

$$\overline{\lim_{n \to \infty}} |a_n|^{\frac{1}{\lambda_n}} \leqslant \frac{1}{l}. \tag{4}$$

При некоторых дополнительных предположениях на λ_n это условие и достаточно. Допустим, что

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\ln n}{\lambda_n} = 0. \tag{5}$$

Если выполняется условие (5), то с помощью логарифмического признака сходимости (см. например ([6]), упражнение 2615) получаем, что ряд $\sum_{n=0}^{\infty} x^{\lambda_n}$ сходится в промежутке $[0, 1)$.

Пусть коэффициенты $\{a_k\}$ удовлетворяют условию (4), а числа $\{\lambda_k\}$ —условию (5). Возьмем произвольное x_1 из $(0, l)$, а затем $x_2 \in (x_1, l)$. Тогда из (4) следует, что $a_n x_1^{\lambda_n} \leqslant \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{\lambda_n}$ для всех $n \geqslant N_1$, и по признаку сравнения ряд $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x_1^{\lambda_n}$ сходится. Сформулируем полученный результат:

Лемма 2. *Пусть* $\lambda_n \geqslant 0$ и $\lim_{n\to\infty} \lambda_n = \lambda_\infty$, $0 < \lambda_\infty \leqslant +\infty$. *Пусть, далее,* $0 < l < +\infty$, $a_n \geqslant 0$, $n = 0, 1, 2 \ldots$. *Тогда для сходимости ряда* (1) *в промежутке* $[0, l)$

а) *необходимо и достаточно, чтобы сходился ряд* (3), если $\lambda_\infty < +\infty$;
б) *необходимо, чтобы выполнялось условие* (4), *если* $\lambda_\infty = +\infty$;
в) *необходимо и достаточно, чтобы выполнялось неравенство* (4), *если числа* λ_n *удовлетворяют условию* (5).

§ 3. Положим $\rho_0 = 1$, $\rho_j \geqslant 1$ $(j \geqslant 1)$; $\lambda_0 = 0$,

$$\lambda_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\rho_k}, \quad \lambda_\infty = \lim_{n\to\infty} \lambda_n; \quad 0 < l \leqslant +\infty.$$

Обозначим символом $D(\langle\rho_j\rangle, l)$ класс всех $\langle\rho_j\rangle$ —абсолютно-монотонных на $[0, l)$ функций. Комбинируя леммы 1 и 2 с теоремами 1 и 2 работы ([4]), получаем такие результаты:

Теорема 1. *Если* $\lambda_\infty = +\infty$, *то класс* $D(\langle\rho_j\rangle, l)$ *совпадает с множеством сумм всех сходящихся в промежутке* $[0, l)$ *рядов вида*

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{\Gamma(1+\lambda_n)} x^{\lambda_n}, \quad a_n \geqslant 0 \tag{6}$$

При этом, если $f(x)$ —*сумма ряда* (6), *то* $a_n = \bar{A}_n f(0)$, $n = 0, 1, \ldots$

Теорема 2. *Пусть числа* λ_n *удовлетворяют условию* (5). *Тогда класс* $D(\langle\rho_j\rangle, l)$ *совпадает с совокупностью сумм всех рядов вида*

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_k}{\Gamma(1+\lambda_k)} x^{\lambda_k}, \quad a_k \geqslant 0, \quad \overline{\lim_{k\to\infty}} \frac{|a_k|^{\frac{1}{\lambda_k}}}{\lambda_k} \leqslant \frac{1}{le}, \quad 0 \leqslant x < l. \tag{7}$$

Заметим, что в случае $\lambda_n = n$ теорема II совпадает с результа-

том С. Н. Бернштейна, о котором говорилось выше (см. § 1).

В теоремах I—II последовательность $\{\lambda_k\}$ удовлетворяет условиям

$$\lambda_0 = 0,\ 0 < \lambda_{k+1} - \lambda_k \leq 1,\quad \lim_{k\to\infty} \lambda_k = +\infty. \tag{8}$$

Пусть теперь $\{\mu_k\}$ — произвольная последовательность, удовлетворяющая условиям

$$\mu_0 = 0,\ \mu_{k+1} > \mu_k,\ k = 0, 1, \ldots;\ \lim_{k\to\infty} \mu_k = +\infty. \tag{9}$$

Дополним каким-нибудь способом последовательность $\{\mu_k\}$ до последовательности $\{\lambda_s\}$ так, чтобы выполнялись условия (8) (то есть, „сгустим" последовательность $\{\mu_k\}$). Положим $\rho_n = \dfrac{1}{\lambda_n - \lambda_{n-1}}$, $n = 1, 2, \ldots$, и обозначим символом $D(\langle\rho_j\rangle, l, \mu_n)$ подкласс $D(\langle\rho_j\rangle, l)$, состоящий из всех тех функций $f(z)$, для которых $\bar{A}_n f(0) = 0$, если $\lambda_n \overline{\in} \{\mu_k\}_{k=0}^{\infty}$

Из теорем I—II легко получаем такой результат:

Теорема III. *Пусть числа $\{\mu_k\}$ удовлетворяют условиям* (9) *и $\{\lambda_m\}$ — произвольное пополнение $\{\mu_k\}$ до последовательности, удовлетворяющей условиям* (8). *Тогда:*

а) *класс $D(\langle\rho_j\rangle, l; \mu_n)$ совпадает с множеством сумм всех сходящихся на $[0, l)$ рядов вида* (6), *в которых $a_n = 0$, если $\lambda_n \overline{\in} \{\mu_k\}_{k=0}^{\infty}$;*

б) *если числа λ_n удовлетворяют условию* (5), *то класс $D(\langle\rho_j\rangle, l; \mu_n)$ совпадает с совокупностью всех рядов вида* (7), *в которых $a_n = 0$, когда $\lambda_n \overline{\in} \{\mu_m\}_{m=0}^{\infty}$.*

Пункт а) теоремы III является усилением ранее доказанных теорем I. 4 и I. 5 из диссертации ([7]).

Ростовский государственный университет
Ереванский государственный университет

ՅՈՒ. Ֆ. ԿՈՐՈՐԻՅՆԻԿ, Ռ. Հ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ

$\langle\rho_j\rangle$ —բացարձակ մոնոտոն ֆունկցիաների ներկայացման հարցի մասին

Համաձայն Ս. Ն. Բերնշտեյնի հայտնի թեորեմի $[0, 1)$ միջակայքում բացարձակ մոնոտոն ֆունկցիաների բազմությունը համընկնում է ոչ բացասական թեյլորյան գործակիցներ ունեցող $|z|<1$ միավոր շրջանում անալիտիկ ֆունկցիաների $\{f(z),\ z\in[0, 1)\}$ բազմության հետ։

Այս հոդվածում ստացված է հիշյալ թեորեմի ճիշտ անալոգը $\langle\rho_j\rangle$ բացարձակ մոնոտոն ֆունկցիաների համար այն դեպքում, երբ $\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{\rho_j} = +\infty$.

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *С. Н. Бернштейн.* Абсолютно-монотонные функции. Собрание сочинений, т. 35, 370—425, 1952. [2] *S. Karlin* and *W. Studden*, Tchebycheff Systems with application in analyses and statics, Interscience, New York, 1966. [3] *М. М. Джрбашян, Б. А. Саакян*, «Известия АН СССР», серия матем., т. 39, № 1, 69—122, (1975). [4] *Б. А. Саакян*, «Известия АН АрмССР», сер. матем. 9, № 4, 285—307 (1974). [5] *М. М. Джрбашян.* Интегральное преобразование и представления функций в комплексной области. Изд «Наука», М., 1966. [6] *Б. П. Демидович*, Сборник задач и упражнений по математическому анализу, ГНФМЛ М., 1958. [7] *Б. А. Саакян*, Разложения типа Тейлора—Маклорена некоторых классов обобщенно абсолютно-монотонных функций, канд. дисс., Ереван, ЕГУ, 1975.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXI 1975 5

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 518.5 : 681.3

А. А. Азатян, Р. А. Тамразян

Об одном методе перечисления элементов списка всех перестановок из n различных символов

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Ф. Т. Саркисяном 18/VI 1975)

Среди известных алгоритмов для перечисления элементов списка всех перестановок из n различных символов ([1–8]) одним из наиболее эффективных является алгоритм Джонсона ([4]). Сущность метода Джонсона состоит в последовательном генерировании каждой $(T+1)$—ой n— перестановки из T— ой путем вычисления на каждой стадии позиций $S(T)$ и $S(T)+1$ переставляемых элементов перестановки. Рассматривается равенство

$$T=n!\left|\frac{d_2}{2!}+\frac{d_3}{3!}+\cdot\cdot\cdot+\frac{d_n}{n!}\right|\equiv(d_2, d_3, \cdot\cdot\cdot, d_n), \qquad (1)$$

где: $d_k=0$ или 1, или 2, $\cdot\cdot\cdot$, или $k-1$; $d_0=d_1=0$.
Поведение функций d_k задается последовательно конструируемой на каждом T-ом шаге соответствующей n-кой чисел, составляемой с помощью системы счисления с переменным основанием (n-ое число возрастает до величины $n-1$, $(n-1)$-ое — до величины $n-2$, и т. д.). Для того, чтобы получить $(T+1)$-ую перестановку из T-ой, необходимо переставлять символы в позициях $S(T)$ и $S(T)+1$; при этом используются равенства:

$$S(T)=a_T(k)+b_T(k), \qquad (2)$$

где: $a_T(k)=\begin{cases}k-d_k, \text{ если } |d_{k-1}+(k-1)d_{k-2}| \text{ — четное;}\\ d_k \text{ в противоположном случае;}\end{cases}$

$$b_T(k)=\begin{cases}\left.\begin{matrix}0, \text{ если } d_k \text{ — четное}\\ 2, \text{ если } d_k \text{ — нечетное}\end{matrix}\right\} \text{ и } k \text{ — четное;}\\ \left.\begin{matrix}0, \text{ если } d_k+d_{k-1} \text{ — четное}\\ 1, \text{ если } d_k+d_{k-1} \text{ — нечетное}\end{matrix}\right\} \text{ и } k \text{ — нечетное;}\end{cases}$$

$$b_T(n-1)=\begin{cases}0, \text{ если } |d_{n-1}+(n-1)\,d_{n-2}| \text{ — четное;}\\ 1, \text{ в противоположном случае;}\end{cases}$$

$$b_l(n) = 0.$$

Анализ соотношений (1) и (2) показывает, что для нахождения адресов $S(T)$ и $S(T)+1$ по методу Джонсона требуется время, порядок которого может быть оценен формулой:

$$s_{1n} \simeq (10n + 20)\tau, \tag{3}$$

где: n — длина перестановки,

τ — время короткой операции (типа сложения с фиксированной занятой).

В отличие от известных методов, описываемый метод сводится к матричному управлению процессом образования каждой следующей перестановки из предыдущей путем выборки на каждом шаге определенного адреса из матрицы („треугольника адресов") и транспони-

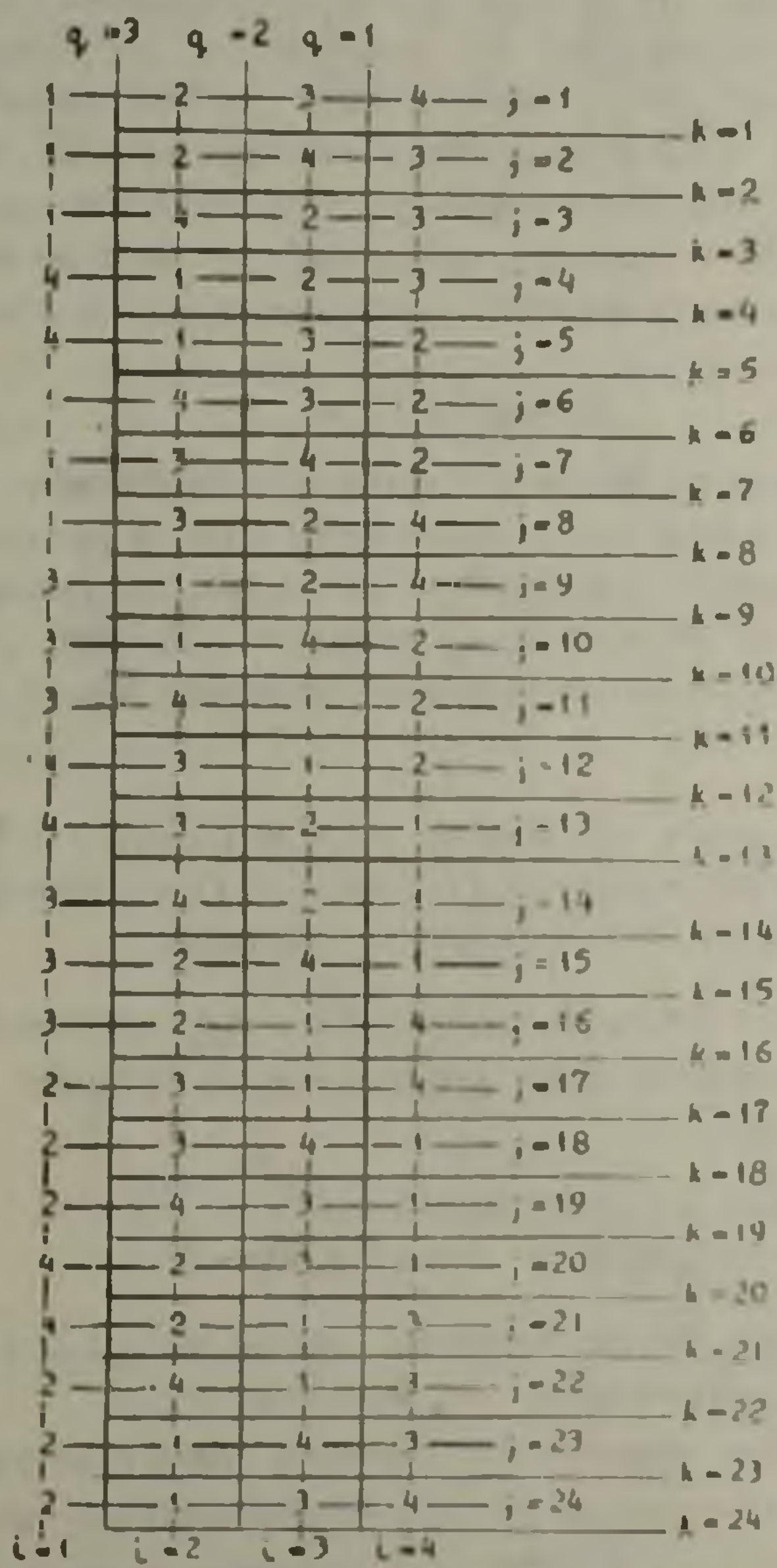


Рис. 1. l, q, j, k — каркас и множество $\{P_n\}$

рования соответствующей адресу пары переставляемых элементов перестановки. Рассматриваемый метод („метод треугольника адресов") строго обоснован (*), здесь же, ради краткости, ограничимся рассмотрением необходимого набора определений. Для этого сконструируем некоторый i, q, j, k — каркас (рис. 1), представляющий двойную сетку из линий, точки пересечений которых представляют индексы (i, j) $(i \in (1, 2, \cdot \cdot \cdot, n)$, $j \in (1, 2, \cdot \cdot \cdot, n! + 1))$ и $(q, k)(q \in (1, 2, \cdot \cdot \cdot, n-1)$, $k \in (1, 2, \cdot \cdot \cdot, n!)$ и где каждая из пар индексов (q, k) смежна с парами: (i, j), $(i+1, j)$, $(i, j+1)$ и $(i+1, j+1)$; каждую из сеток индексов назовем также „таблицами аргументов" $|i, j|$ и $|q, k|$. Определим числовые функции $\alpha(i, j)(\alpha(i, j) > 0)$ и $\beta(q, k)(0 \leqslant \beta(q, k) \leqslant 1)$ над массивами таблиц $|i, j|$ и $|q, k|$, соответственно, и введем таблицы $|\alpha(i, j)|$ $|\beta(q, k)|$, сопоставляя каждой из пар (i, j) и (q, k) соответствующие значения $\alpha(i, j)$ и $\beta(q, k)$. Каждую из n — последовательностей значений $\alpha(i, j)$ (при j — фиксированном $i = 1, 2, \cdot \cdot \cdot, n$) (каждую строку таблицы $|\alpha(i, j)|$) назовем „n — перестановкой", если поведение функций $\alpha(i, j)$ таково, что эти n — последовательности всегда одинаковы по составу. Две n — перестановки различны, если они различаются только по порядку расположения элементов. Обозначим через $|P_n|$ и назовем „полным" множество всех различных n — перестановок в том случае, когда число их P_n соответствует равенству

$$P_n = \|P_n\| = n!$$

Две перестановки назовем „взаимно односмежно транспонируемыми", если они могут быть отображены одна в другую путем единственной транспозиции (взаимного обмена местами) некоторых смежных (по индексу i) элементов, а последние назовем „транспонирующими" элементами. Пусть поведение функций $\beta(q, k)$ на i, q, j, k — — каркасе таково, что

$$\beta(q, k) = \begin{cases} 1, \text{ если } \alpha(i, j) = \alpha(i+1, j+1), \ \alpha(i, j+1) = \alpha(i+1, j), \\ \text{а элементы } \alpha(i, j) \text{ и } \alpha(i+1, j) \text{ — транспонирующие;} \\ 0, \text{ во всех остальных случаях.} \end{cases}$$

„Адресом односмежной транспозиции A^n_{qk}" назовем соответствующую этой транспозиции пару аргументов (q, k) таких, чтобы удовлетворялись условия:

$$A^n_{qk} \begin{cases} = (q, k), \text{ если } \beta(q, k) = 1; \\ \text{не существует, если } \beta(q, k) = 0. \end{cases}$$

При необходимости будем говорить также о „q_n — адресе", имея ввиду соответствующий адресу A^n_{qk} аргумент q_n.

„Треугольником адресов A^n_{sq}" назовем совокупность q_n—адресов, расположенных по строкам A^n_{sq}, перенумерованным сверху вниз индексом $s(s = 0, 1, \cdot \cdot \cdot, n-2)$, при условии, если в каждой s-ой строке расположены q_{n-s} — адреса, удовлетворяющие соотношению:

$$q_{n-s} = \begin{cases} q_n + s \text{ для всех } q_n \text{ — четных,} \\ q_n + t(s-1) \text{ для всех } q_n \text{ — нечетных;} \end{cases} \qquad (4)$$

где:

$$t(s) = \begin{cases} s + (-1)^s \left| \dfrac{1^{s+1} + (-1)^{s-1}}{2} \right| \text{ при } n \text{ — четных.} \\ s + (-1)^{s+1} \left| \dfrac{1^s + (-1)^s}{2} \right| \text{ при } n \text{ — нечетных.} \end{cases}$$

В (*) строится такая последовательность адресов A^n_{qk}, которая перечисляет все элементы без повторений из $\{P_n\}$ с помощью взаимно односмежных транспозиций и может быть расположена в треугольник адресов A^n_{sq}, удовлетворяющий соотношению (4).

Таким образом, при каждом фиксированном n треугольнику адресов A^n_{sq} взаимно-однозначно соответствует последовательность адресов A^n_{qk}, перечисляющая множество элементов $\{P_n\}$. В (*) также показано, что каждый треугольник A^n_{sq} содержит все треугольники A^{n-2}_{sq}, A^{n-4}_{sq}, · · ·, а каждый треугольник A^{n-1}_{sq} — все треугольники A^{n-3}_{sq}, A^{n-5}_{sq}, · · ·; так что, если для некоторого N(N — как угодно большое, конечное) с помощью соотношений (4) построены треугольники A^N_{sq} и A^{N-1}_{sq}, то тем самым заданы все треугольники A^n_{sq}, $n \leq N$. Пусть, например, n — четное и N — нечетное. Тогда, выбирая треугольник A^{N-1}_{sq} „вырезываем" из него (отсчитывая с прямоугольной вершины по катетам $n-1$ элементов) треугольник A^n_{sq}. Наличие таких треугольников дает возможность перечислить элементы $\{P_n\}$ для всех $n \leq N$ методом матричного управления (методом треугольника). Суть метода описывается следующим алгоритмом (на рис. 1 — 3 описывается пример при $n = 4$):

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	15	13	13	11	11	9	9	7	7	5	5	3	3	1
		13	14	11	12	9	10	7	8	5	6	3	4	1
			15	13	13	11	11	9	9	7	7	5	5	3
				13	14	11	12	9	10	7	8	5	6	3
					15	13	13	11	11	9	9	7	7	5
						13	14	11	12	9	10	7	8	5
							15	13	13	11	11	9	9	7
								13	14	11	12	9	10	7
									15	13	13	11	11	9
										13	14	11	12	9
											15	13	13	11
												13	14	11
													15	13
														13

Рис. 2. Треугольник A^{16}_{sq}, „вырезка" треугольника A^4_{sq}

1. Исходя из четности либо нечетности n, выбрать один из треугольников A^N_{sq} либо A^{N-1}_{sq} (пусть, например, n — четное, и N — — четное, тогда необходимо выбрать A^N_{sq}) (Рис. 2.).

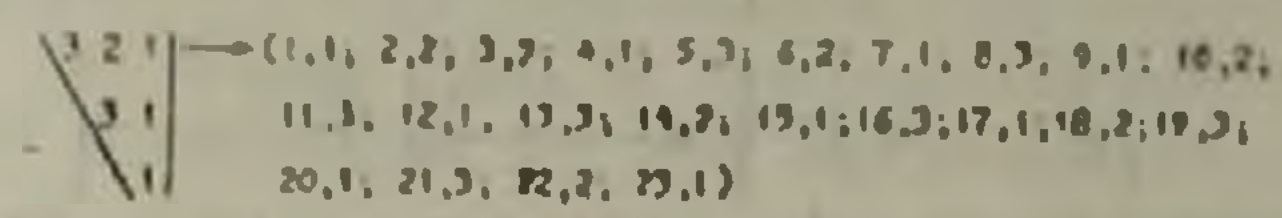


Рис. 3. Разворачивание треугольника A^1_{sq} в последовательность A^1_{qk}

2. „Вырезать" из треугольника A^N_{sq} треугольник A^n_{sq} (см. рис 2).

3. „Разворачивать" пошагово треугольник A^n_{sq} в последовательность q_n — адресов согласно правилу: выписывать последовательно значения q_{n-s} — адресов (при $s = 0, 1, 2, \cdot\cdot\cdot, n-2$) так, чтобы после каждого полного перечисления подпоследовательности q_{n-s} — адресов выписывался один q_{n-s-1} — адрес, после каждого полного перечисления подпоследовательности q_{n-s-1} — адресов выписывался один q_{n-s-1} — адрес, $\cdot\cdot\cdot$ (рис. 3).

4. Из n различных символов (значений функции $x(i, j)$ ($j = 1$; $i = 1, 2, \cdot\cdot\cdot, n$)) составить некоторую n — последовательность (рис. 1).

5. В соответствии с каждым k — ым шагом п. 3 (рис. 3) осуществлять по одной односмежной транспозиции в каждой k-ой n — перестановке, образовывая тем самым каждую $(k+1)$-ую n — перестановку (рис. 1).

Данный метод отличается от известных тем, что использование треугольника адресов A^n_{sq} в качестве управляющей матрицы дает возможность почти полного исключения арифметических операций, разкого сокращения количества команд и существенного уменьшения объема памяти.

При использовании метода „треугольника адресов" для осуществления генерирования каждой следующей перестановки из предыдущей требуется время, порядок которого оценивается формулой:

$$\varepsilon_{2n} \simeq 20\,\tau. \tag{5}$$

Из (3) и (5) имеем:

$$\lambda_n = \frac{\varepsilon_{1n}}{\varepsilon_{2n}} = 0{,}5n + 1.$$

На практике большее значение имеет не величина λ_n, а разница во временах, затрачиваемых на процесс генерирования всех элементов $\{P_n\}$ при использовании метода Джонсона и метода „треугольника адресов". Очевидно, эта разница существенно возрастает с возрастанием факториальной функции $n!$ и ставит практические ограничения для реализации более жесткие для метода Джонсона.

Программа, составленная на языке Ассемблер для машин семейства ЕС/ЭВМ с операционной системой ДОС/ЕС, отлажена на машине ЕС

1030. С учетом требования большинства прикладных задач и производительности машины ЕС 1030 число n ограничивается следующим образом: $2 \leqslant n \leqslant N = 16$; хотя нет никаких принципиальных ограничений для использования программы при $N > 16$. Объем программы не зависит от N и требует область оперативной памяти (ОП) в 1492 байта, что обеспечивает ее функционирование в любых машинах семейства ЕС/ЭВМ в исполнении с минимальной памятью. Применение ДОС/ЕС дает возможность загружать программу в память в любой момент рабочего времени. Программа имеет возможность многократного перечисления полных множеств элементов $\{P_n\}$ $(1 \leqslant C \leqslant 99$, где C — кратность перечисления). Информация о режиме работы (n, C) вводится в память с помощью пишущей машинки.

В зависимости от требований прикладной задачи каждую очередную перестановку символов можно либо выводить на периферийные устройства, либо непосредственно использовать для динамического управления или в целях передачи информации.

Блок — схема программы приведена на рис. 4

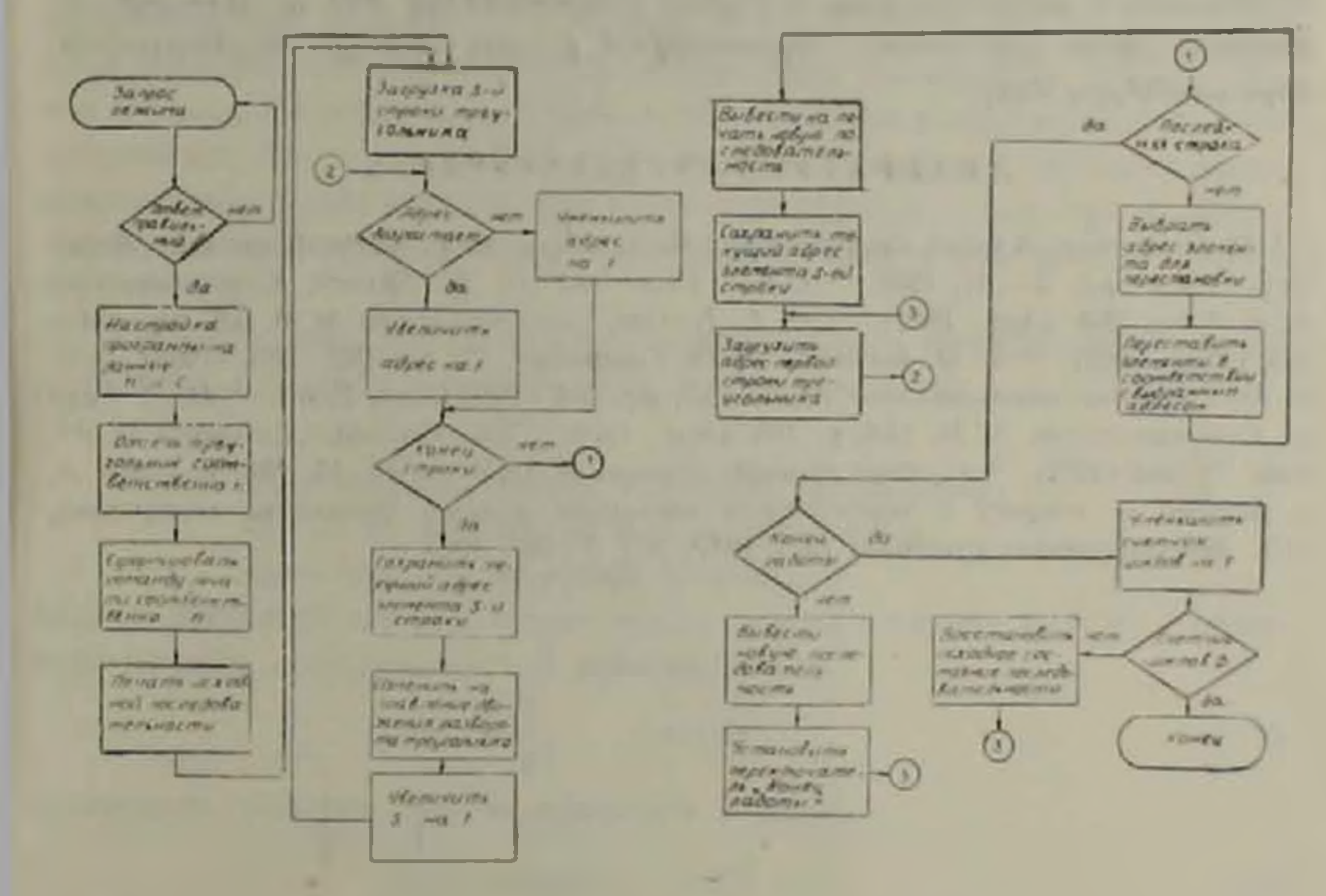


Рис. 4. Блок - схема программы

Контрольными тестовыми задачами являлись задачи по перечислению элементов $\{P_n\}$ при $n = 3, 4, \cdot \cdot \cdot, 9$. Результаты решения задач (списки элементов) проверялись по числу ожидаемых элементов в $\{P_n\}$ и на неповторяемость и дали точное совпадение с теоретически ожидаемыми. Зависимость времени перечисления элементов $\{P_n\}$ от величины n $(T_{б.п} = f_1(n)$ и $T_{п.} = f_2(n)$, где $T_{б.п}$ — время

перечисления без вывода на печать (в сек) и $T_{п.}$ — время перечисления с печатью (в мин)) при $n = 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ выражается, соответственно: $T_{б.п.} = 9{,}6 \cdot 10^{-3}$; $3{,}84 \cdot 10^{-2}$; $1{,}92 \cdot 10^{-1}$; 1,15; 8,05; 64,40; 580,00 и $T_{п.} = 6{,}86 \cdot 10^{-3}$; $2{,}74 \cdot 10^{-2}$; $1{,}37 \cdot 10^{-1}$; $8{,}23 \cdot 10^{-1}$; 5,76; 46,01; 414,88.

Ереванский НИИ математических машин

Ա. Հ. ԱԶԱՏՅԱՆ, Ռ. Ա. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Տարբեր սիմվոլներից կազմված n-տեղափոխությունների լրիվ բազմության թվարկման մի մեթոդի մասին

Ամեն մի ամբողջական n-ի համար տրվում է տարբեր n սիմվոլներից կազմված n-տեղափոխությունների լրիվ բազմության թվարկման մեթոդ, որը ի տարբերություն հայտնի մեթոդներից հիմնված է տեղափոխություններն ստանալու պրոցեսի աղյուսակային ղեկավարման սկզբունքի վրա։ Այդ մեթոդի կիրառումը հնարավորություն է տալիս համարյա լրիվ կրճատելու թվաբանական օպերացիաները և բերում է հրամանների թվի ու հիշողության ծավալի խիստ կրճատման։ Նկարագրվում է այդ մեթոդի մեքենայական կիրառումներից մեկը։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *D. H. Lehmer*, Applied Combinatorial Mathematics, E. F. Beckenback, Ed., Wiley New York, p.p. 5—31, 1964. [2] *I. E. L. Peck* and *G. F. Shrack*, Communications ACM, 5,4 p. 208 (Apr., 1962). [3] *H. F. Trotter*, Communications ACM, 5,8, p.p. 434—435, (Aug., 1962). [4] *S. M. Johnson*, Math. Computing, 17, p.p. 282—285. (1963). [5] *G. G. Jr. Langdon*, Communications ACM, 10,5, p.p. 298—299. (May, 1967). [6] *D. A. Pager*, Communications ACM, 13,3, p. 193 (Mar., 1970). [7] *K. Harada*, „Communs ACM", June, 14, №6 (1971). [8] *C. Read Ronald*, „Communs ACM", 1973, 15, №8, p. 775. [9] *А. А. Азалян*, К вопросу о перечислении элементов полного множества ассоциаций, [U]. Депонированная рукопись, 1974, РИР, №3, 3—697. 1975

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXI 1975 5

МЕХАНИКА

УДК 539.37

Ю. С. Ншанян

Об одной задаче кручения составного полупространства

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 11/V 1975)

В работе рассматривается задача о кручении составного полупространства с полусферической вставкой радиуса R из другого материала, когда оно скручивается поворотом упругой полусферы, сцепленной своей диаметральной плоскостью с полусферической вставкой. Решение задачи в конечном итоге сводится к определению неизвестных коэффициентов и одной функции интегрирования из системы смешанного типа. Показывается, что решение этой системы можно построить методом последовательных приближений. Кручению составных упругих тел со сферической поверхностью раздела материалов посвящены многие работы ([1]) — ([8]).

Отметим еще, что к вопросу использования функции напряжений в задачах кручения тел вращения посвящены работы К. С. Чобаняна ([9]) и В. С. Саркисяна ([10]).

Пусть G_1 — модуль сдвига крутящей полусферы;
G_2 — полупространства с углублением;
G_3 — полусферической вставки.

Задача решается в сферической координатной системе (ρ, θ, φ). Производя замену координат ρ и θ зависимостями

$$t = \ln\frac{R}{\rho}, \qquad \xi = \cos\theta \tag{1}$$

граничные условия задачи приведем к виду

$$\tau_{r\varphi}^{(1)}\big|_{t=0} = f(\xi) \quad (-1 < \xi < 0) \tag{2}$$

$$\tau_{\xi\varphi}^{(2)}\big|_{\xi=0} = 0 \quad (-\infty < t < 0) \tag{3}$$

Здесь $f(\xi)$ — суммируемая, кусочно-непрерывная функция, определяющая закон распределения касательных напряжений на поверхности крутящей полусферы. Поверхность полупространства полагается свободной от нагрузки. Условия контакта крутящей полусферы, полусферической вставки и полупространства даются соотношениями

$$\tau_{\xi\varphi}^{(1)} = \tau_{\xi\varphi}^{(2)} \quad U_{\varphi}^{(1)} = U_{\varphi}^{(2)} \text{ при } \xi = 0,\ 0 < t < \infty \tag{4}$$

$$\tau_{t\varphi}^{(2)} = \tau_{t\varphi}^{(3)} \quad U_{\varphi}^{(3)} = U_{\varphi}^{(2)} \text{ при } t = 0\ 0 < \xi < 1.$$

Задачу будем решать при помощи функции перемещения $\psi(t, \xi)$ (3). Через эту функцию, перемещения U_φ, напряжения $\tau_{\xi\varphi}$ и $\tau_{t\varphi}$ выражаются следующими соотношениями

$$\tau_{\xi\varphi} = G(1 - \xi^2)\frac{\partial\psi}{\partial\xi},\quad \tau_{t\varphi} = G\sqrt{1-\xi^2}\,\frac{\partial\psi}{\partial t} \tag{5}$$

$$U_\varphi = Re^{-\sqrt{1-\xi^2}}\,\psi(t, \xi)$$

функцию перемещения ψ ищем в виде

$$\psi(t,\xi) = \begin{cases} \psi_1 & (-1 < \xi < 0,\ 0 < t < \infty) \\ \psi_2 & (0 < \xi < 1,\ -\infty < t < 0) \\ \psi_3 & (0 < \xi < 1,\ 0 < t < \infty) \end{cases} \tag{6}$$

Здесь, в соотношениях (2)—(4) и в дальнейшем величины, относящиеся к крутящей полусфере мы отмечаем индексом 1—к полупространству—индексом 2 и к полусферической вставке—индексом 3. Функции $\psi_i (i = 1, 2, 3)$ берем в виде ([2, 11])

$$\psi_i(t, \xi) = \psi_i^0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{2k-1}^{(i)}\, e^{-2(k-1)t}\, P'_{2k-1}(\xi) + \int_0^{\infty} B_{(\mu)}^{(i)}\, P'_{-\frac{1}{2}+i\mu}(\xi^*)\, T_\mu(t)\, d_\mu +$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} D_{2k-1}^{(i)} e^{(2k+1)t}\, P'_{2k-1}(\xi)\quad (i = 1, 2, 3), \tag{7}$$

где $T_\mu(t) = e^{\frac{3}{2}t}\left(\frac{3}{2}\sin\mu t - \mu\cos\mu t\right)$,

$$\psi_i^0 = A_i^0\left[\frac{1}{1+\xi^*} + \ln\frac{1}{1+\xi^*} + t\right],\ \xi^* = \xi\ \mathrm{sign}\xi,\ \mathrm{sign}\xi = \begin{cases} -1, & \xi < 0 \\ 1, & \xi > 0 \end{cases} \tag{8}$$

$P_n(\xi)$ — полиномы Лежандра, $P_{-\frac{1}{2}+i\mu}(\xi)$ — конические функции, $P'_\nu(\xi) = \frac{d}{d\xi}P_\nu(\xi)$, а $A_{2k-1}^{(i)}, D_{2k-1}^{(i)}$ и $B^{(i)}(\mu)$ — неопределенные коэффициенты и функции. Относительно этих неопределенных коэффициентов и функций полагаем, что

$$B^{(2)}(\mu) = A_{2k-1}^{(2)} = D_{2k-1}^{(1)} = D_{2k-1}^{(3)} = 0. \tag{9}$$

Для перемещений и напряжений, согласно (7) будем иметь:

$$\tau_{t\varphi}^{(i)} = G_i\sqrt{1-\xi^2}\,\Big[A_0^{(i)} + \sum_{k=1}^{\infty}\Big[-2(k-1)A_{2k-1}^{(i)}\, e^{-2(k-1)t} +$$

$$+ (2k+1)D^{(1)}_{2k-1}e^{(2k+1)t}]P'_{2k-1}(\xi) + \int_0^\infty B^{(1)}(\mu)T'_\mu(t)P_{-\frac{1}{2}+i\mu}(\xi^*)d\mu, \qquad (10)$$

$$\tau^{(1)}_{\xi\varphi} = G_1(1-\xi^2)[-2(2-t)A^{(1)}_0 + \sum_{k=1}^{\infty}[A^{(1)}_{2k-1}\ e^{-2(k-1)t} +$$

$$+ D^{(1)}_{2k-1}\ e^{(2k+1)t}]\ P'_{2k-1}(\xi) + \operatorname{sign}\xi\int_0^\infty B^{(1)}(\mu)P'_{-\frac{1}{2}+i\mu}(\xi^*)\ T_\mu(t)d\mu, \qquad (11)$$

$$U^{(1)}_\varphi = Re^{-t}\sqrt{1-\xi^2}[\psi^0_1 + \sum_{k=1}^{\infty}[A^{(1)}_{2k-1}e^{-2(k-1)t} + D^{(1)}_{2k-1}e^{(2k+1)t}]P'_{2k-1}(\xi) +$$

$$+\int_0^\infty B^{(1)}(\mu)P'_{-\frac{1}{2}+i\mu}(\xi^*)\ T_\mu(t)d\mu. \qquad (12)$$

Представим функцию $f(\xi)$ в виде разложения в ряд по функциям P'_{2k-1} (ξ) (12)

$$f(\xi) = G_1\sqrt{1-\xi^2}[f_1 + \sum_{k=2}^{\infty}f_kP'_{2k-1}(\xi)]. \qquad (13)$$

Здесь

$$f_k = \frac{4k-1}{G_1 2k(2k-1)}\int_{-1}^{0}(1-\xi^2)^{1/2}f(\xi)\ P'_{2k-1}(\xi)d\xi,$$

$$f_1 = \frac{3}{2G_1}\int_{-1}^{0}(1-\xi^2)^{1/2}\ f(\xi)\,d\xi. \qquad (14)$$

Из условия (2), учитывая (13), имеем

$$A^{(1)}_{2k-1} = -\frac{f_k}{2(k-1)},\ A^{(1)}_0 = f_1. \qquad (15)$$

Условие (3) соотношениями (11) выполняется тождественно. Удовлетворяя первое из условий (4), имеем

$$G_1B^{(1)}(\mu) = -G_3B^{(3)}(\mu),\ G_1A^{(1)}_0 = -G_3\cdot A^{(3)}_0. \qquad (16)$$

Второе из условий (4) дает:

$$A^{(3)}_1 - A^{(1)}_1 = \frac{4}{3}\left(A^{(1)}_0 - A^{(3)}_0\right) + 3\sum\frac{A^{(1)}_{2k+1} - A^{(1)}_{2k-1}}{2k+1}P'_{2k-1}(0) \qquad (17)$$

$$\left(B^{(3)} - B^{(1)}\right)\left(\mu^2 + \frac{9}{4}\right)P'_{-\frac{1}{2}+i\mu}(0) = \frac{2\mu}{\pi}\frac{A^{(1)}_0 - A^{(3)}_0}{\mu^2 + \frac{9}{4}} +$$

$$\frac{4\mu}{\pi}\sum_{k=2}^{\infty}\frac{A^{(3)}_{2k-1} - A^{(1)}_{2k-1}}{\mu^2 + \left(2k - \frac{1}{2}\right)^2}\ (k-1)\ P'_{2k-1}(0). \qquad (18)$$

Следующее условие из (4) дает

$$-2G_3(k-1)\ A^{(3)}_{2k-1} = G_3(2k+1)\ D^{(3)}_{2k-1}, \qquad k = 2, 3, \ldots$$

$$3G_3 D^{(3)}_1 = G_3\ A^{(3)}_0. \tag{19}$$

Удовлетворяя последнее из условий (4), имеем

$$D^{(3)}_1 - A^{(3)}_1 = A^{(3)}_0 \psi_1 + \frac{3}{2}\int_0^\infty \frac{\mu B^{(3)}(\mu)\cdot P'_{-\frac{1}{2}+i\mu}(0)}{\mu^2 + \frac{9}{4}}\, d\mu, \tag{20}$$

$$D^{(3)}_{2k-1} - A^{(3)}_{2k-1} = A^{(3)}_0 \psi_k + \frac{4k-1}{2k(2k-1)} P'_{2k-1}(0)\ \cdot \int_0^\infty \frac{\mu B^{(3)}(\mu) P'_{-\frac{1}{2}+i\mu}(0)}{\mu^2 + \frac{9}{4}}\, d\mu. \tag{21}$$

Здесь использованы разложения функций $P'_{-\frac{1}{2}+i\mu}(\xi)$ и $\psi^0_1(\xi, 0)$ в ряды по функциям $P'_{2k-1}(\xi)$. Причем

$$\psi^0_1(\xi, 0) = A^{(3)}_0 \left[\frac{2}{3}\left(\ln 2 - \frac{1}{3}\right) + \sum_{k=0}^{\infty} \psi_k\ P'_{2k-1}(\xi)\right], \tag{22}$$

$$\psi_k = \frac{(4k-1)\, P'_{2k-1}(0)}{[2k(2k-1)]^2}\left[1 - \frac{1}{2(k-1)(2k+1)} - \frac{1}{2k(k-1)(2k-1)(2k+1)}\right]. \tag{23}$$

Введем новые неизвестные подстановкой

$$y_k = \frac{4k(k-1)(2k-1)}{(4k-1)P'_{2k-1}(0)}\ A^{(3)}_{2k-1}\ (k = 2, 3 \ldots) \tag{24}$$

$$x(\mu) = -\frac{\pi}{2}\mu P'_{\frac{1}{2}+i\mu}(0)\ B^{(3)}(\mu). \tag{25}$$

Легко заметить, что вновь введенные неизвестные определятся из соотношений

$$x(\mu) = h(\mu) + \sum_{k=2}^{\infty} H_k(\mu)\, y_k \tag{26}$$

$$y_n = \delta_n + \int_0^\infty g_n(s) x(s) ds \quad (n = 2, 3).$$

Здесь обозначено

$$h(\mu) = -\frac{\mu^2}{(1+m_1)\left(\mu^2 + \frac{9}{4}\right)}\left\{-A^{(3)}_0 \frac{1+m_1}{\mu^2 + \frac{9}{4}} + \sum_{k=2}^{\infty} \frac{f_k \cdot P'_{2k-1}(0)}{\mu^2 + \left(2k - \frac{1}{2}\right)^2}\right\} \frac{P'_{-\frac{1}{2}+i\mu}(0)}{P'_{-\frac{1}{2}+i\mu}(0)},$$

$$\delta_n = -\frac{4(n-1)n(2n+1)(2n-1)}{(4n-1)[2(n-1)(m_2+1)+3]} \cdot \frac{A_0^{(3)}}{P'_{2n-1}(0)} \delta_n,$$

$$H_k(\mu) = -\frac{1}{1+m_1} \frac{\mu^2}{\mu^2+\frac{9}{4}} \frac{P'_{-\frac{1}{2}+i\mu}(0)}{P'_{-\frac{1}{2}+i\mu}(0)} \cdot \frac{|P'_{2k-1}(0)|^2}{\left(2k-\frac{1}{2}\right)^2+\mu^2} \cdot \frac{4k-1}{2k(2k-1)}.$$

$$g_n(s) = \frac{2}{\pi} \frac{2(n-1)(2n+1)}{\left|2(n-1)(m_2+1)+3\right|\left|\mu^2+\left(2n-\frac{1}{2}\right)^2\right|}; \quad m_i = \frac{G_3}{G_2} (i=1,2) \tag{27}$$

Неизвестные коэффициенты $A_1^{(i)} (i=1,2)$ выражаются через $x(\mu)$ и y_k с помощью равенств

$$A_1^{(1)} = A_1^{(3)} - \frac{4}{3} A_0^{(1)} \frac{1+m_1}{m_1} + 3\sum_{k=2}^{\infty} \frac{f_k^{(1)} P'_{2k-1}(0)}{2(k-1)(2k+1)} +$$

$$+ 3\sum_{k=2}^{\infty} \frac{|P'_{2k-1}(0)|^2 (4k-1)}{(2k+1)(2k-1)(2k-2) \cdot 2k}, \tag{28}$$

$$A_1^{(3)} = \frac{3\psi_3 - m_2}{m_3} A_0^{(1)} + \frac{3}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{x(\mu)d\mu}{\mu^2+\frac{9}{4}}. \tag{29}$$

Таким образом, решение поставленной задачи сводится к определению неизвестных величин $x(\mu)$ и y_k из системы уравнений (26). Такие системы исследовались в работе ([12]) и, если для коэффициентов системы (26) имеют место оценки

$$\sum_{k=2}^{\infty} H_k(\mu) = 1 - \beta(\mu), \quad \int_0^{\infty} g_n(s)ds = 1 - \Phi(n). \tag{30}$$

И для свободных членов

$$\left|\frac{h(\mu)}{\beta(\mu)}\right| < K_1; \quad \left|\frac{\delta_n}{\Phi(n)}\right| < K_2.$$

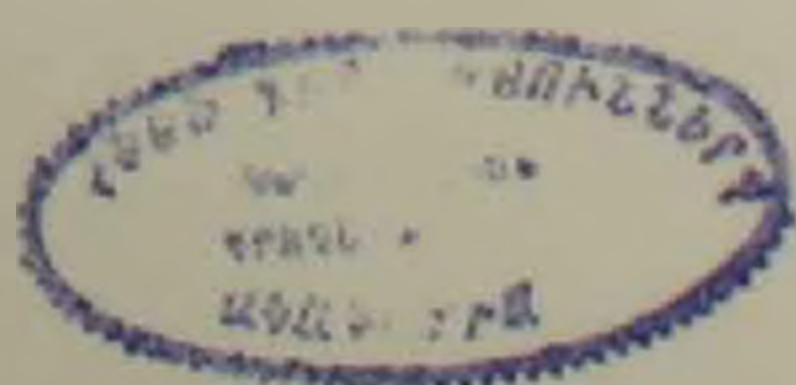
Где величины $\beta(\mu)$ и $\Phi(n)$ ограничены, положительны и меньше единицы при любых значениях μ и n, K_1 и K_2 ограниченные величины. Тогда из системы (26) величины $x(\mu)$ и y_k могут быть найдены методом последовательных приближений. Пользуясь выражениями (27) можно показать, что оценки (30) имеют место.

Армянский сельскохозяйственный институт

ՅՈՒ. Ս. ԼՇԱԼՅԱՆ

Բաղադրյալ կիսատարածության ոլորման մի խնդրի մասին

Աշխատանքում դիտվում է մի այլ նյութից պատրաստված R շառավիղով կիսասֆերիկ ներդրակով կիսատարածության ոլորումը, երբ նա ոլորվում է



առանձգական կիսաասֆերայում, որը ամրակցված է տրամագծային հարթությամբ կիսաասֆերային ներդրակի հետ ի վերջո խնդրի լուծումը բերվում է անորոշ գործակիցների և ինտեգրման ֆունկցիայի որոշմանը իսկոր տիպի սիստեմից։ Ցույց է տրվում, որ սիստեմը կարելի է լուծել հաջորդական մոտավորությունների եղանակով։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Б. А. Абрамян*. ДАН Арм. ССР, т. 51, № 1 (1970). [2] *Ю. С. Ишанян*. ДАН Арм. ССР, т. 52, № 1 (1971). [3] *Н. Х. Арутюнян, Б. Л. Абрамян*. Кручение упругих тел. Гостиздат ф.-м. лит., М., 1963. [4] *S. N. Das* Ind. J. Theoret. Phys., V. 13, №1 (1966). [5] *Чен*. Прикладная механика, Труды Амер. общ. инст. мех, сер. Е, т. 33, №4, 253—258 (1966). [6] *Хилл*. Прикладная механика, Труды Амер. общ. инст. мех. сер. Е, № 33, №1 191—133. (1966). [7] *Гори, Уилсон*. Прикладная механика, Труды Амер. общества инст. мех. сер. Е, т. 34. 2. 63—70. (1967). [8] *R. N. Chattarjee*, Ind. J. Theoret. Phys., V. 13 №1(1966). [9] *К. С. Чобанян*, ДАН Арм. ССР, т. 27, №3 (1958). [10] *В. С. Саркисян*, ДАН Арм. ССР, т. 47, №4 (1968). [11] *А. А. Баблоян, Н. О. Гулканян*, „Известия АН Арм. ССР", механика, т. 19, №5 (1966). [12] *Е. В. Гобсон*, Теория сферических и эллипсоидальных функций И. Л., М, 1952. [13] *В. Т. Гринченко, А. Ф. Улитко*, Прикл. мех., т. 4, вып. 10, (1968).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXI 1975 5

УДК 539.3

МЕХАНИКА

Г. Е. Багдасарян

К теории колебаний и устойчивости проводящих пластин в продольном магнитном поле

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 4/VII 1975)

На основе гипотезы магнитоупругости тонких тел, предложенной в работах [1,2], рассматриваются задачи колебаний и устойчивости проводящих пластин в магнитном поле, вектор напряженности которого параллелен к срединной плоскости пластинки. Определяются критическое значение напряженности магнитного поля и частоты колебания пластинки. Исследуется влияние проводимости материала пластинки и напряженности заданного магнитного поля на характеристики упругих колебаний.

1. Пусть упругая изотропная пластинка постоянной толщины $2h$ отнесена к декартовой системе координат x, y, z так, что срединная плоскость недеформированной пластинки совпадает с координатной плоскостью xy.

Пластинка, изготовленная из материала с конечной постоянной электропроводностью σ, находится в заданном постоянном магнитном поле $\bar{B}_0(B_{01}, B_{02}, 0)$.

Принимаются следующие предположения:

1) гипотеза магнитоупругости тонких тел [1,2], согласно которой а) нормальный к срединной плоскости прямолинейный элемент пластинки после деформации остается прямолинейным, нормальным к деформированной срединной поверхности пластинки, и сохраняет свою длину; б) тангенциальные компоненты вектора напряженности возбуждаемого электрического поля и нормальная компонента вектора напряженности возбуждаемого магнитного поля по толщине пластинки остаются неизменными;

2) для внешней области (для всей области вне тела пластинки) считаются справедливыми уравнения Максвелла для вакуума;

3) влияния токов смещения на характеристики упругих колебаний пластинки пренебрегаются;

4) упругие перемещения и электромагнитные возмущения настолько малы, что можно пользоваться линейными уравнениями.

Согласно гипотезе магнитоупругости тонких тел [1,2]

$$u_x = -z\frac{\partial w}{\partial x}, \quad u_y = -z\frac{\partial w}{\partial y}, \qquad u_z = w(x, y, t),$$

$$e_x = \varphi(x, y, t), \quad e_y = \psi(x, y, t), \quad h_z = f(x, y, t). \tag{1.1}$$

Здесь (u_x, u_y, u_z)—перемещения произвольной точки пластинки; φ, ψ—искомые тангенциальные компоненты индуцированного в пластинке электрического поля $\vec{e}(e_x, e_y, e_z)$; f—искомая нормальная компонента индуцированного в пластинке магнитного поля $\vec{h}(h_x, h_y, h_z)$; w—прогиб пластинки.

Используя гипотезы (1.1) так, как это делается в работах [3-4], получаем следующую систему дифференциальных уравнений относительно функций w, φ, ψ, f:

$$\frac{\partial\psi}{\partial x} + \frac{\mu}{c}\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial\varphi}{\partial y},$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{4\pi\sigma}{c}\left(\varphi + \frac{B_{01}}{c}\frac{\partial w}{\partial t}\right) = \frac{h_x^+ - h_x^-}{2h},$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{4\pi\sigma}{c}\left(\psi - \frac{B_{02}}{c}\frac{\partial w}{\partial t}\right) = \frac{h_y^+ - h_y^-}{2h},$$

$$D\Delta^2 w + 2\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{2\sigma h}{c}\left[B_{02}\left(\varphi - \frac{B_{02}}{c}\frac{\partial w}{\partial t}\right) - B_{01}\left(\psi + \frac{B_{01}}{c}\frac{\partial w}{\partial t}\right)\right] +$$

$$+ \frac{2\sigma h^3}{3c}\left[B_{02}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial y}\right) - B_{01}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\partial\psi}{\partial y}\right)\right] - \frac{2\sigma h^3}{3c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(B_{01}^2\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} -\right.$$

$$\left. - 2B_{01}B_{02}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y} + B_{02}^2\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) - \frac{2h(\mu-1)}{4\pi\mu^2}\left[B_{01}^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2B_{01}B_{02}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y} +\right.$$

$$\left. + B_{02}^2\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right] + \frac{\mu-1}{4\pi\mu}\left[B_{01}(h_x^+ - h_x^-) + B_{02}(h_y^+ - h_y^-)\right] - N_{11}^0\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} -$$

$$- 2N_{12}^0\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y} - N_{22}^0\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \tag{1.2}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(h_y^+ - h_y^-) - \frac{\partial}{\partial y}(h_x^+ - h_x^-) = \frac{4\pi\sigma}{c}\left[e_z^+ - e_z^- + \frac{2h}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(B_{01}\frac{\partial w}{\partial y} - B_{02}\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right].$$

Здесь N_{ij}^0—усилия, характеризующие начальное невозмущенное состояние пластинки, которые появляются вследствие намагничивания тела. Они будут определяться из следующих уравнений равновесия невозмущенного состояния и граничных условий на поверхности пластинки:

$$\frac{\partial \sigma^0_{ik}}{\partial x_k}=0, \qquad \vec{n}\,\hat{\sigma}^0=\vec{F}$$

$$N^0_{ij}=\int_{-h}^{h}\sigma^0_{ik}\,dx_3 \qquad (x_1=x,\ x_2=y,\ x_3=z) \qquad (1.3)$$

где

$$\vec{F}=\vec{n}(\hat{T}_1-\hat{T}_2), \qquad T_{ik}=\frac{1}{4\pi}\left| H_{0i}B_{0k}-\frac{\delta_{ik}}{2}\vec{H}_0\vec{B}_0 \right|, \qquad \vec{H}_0=\mu^{-1}\vec{B}_0$$

$\vec{n}$—единичный вектор внешней нормали к недеформированной поверхности пластинки, $\hat{\sigma}^0$—тензор напряжений начального состояния.

В уравнениях (1.2), как обычно, Δ—двумерный оператор Лапласа, $D=2Eh^3/3(1-\nu^2)$—цилиндрическая жесткость, E—модуль упругости, ν—коэффициент Пуассона, ρ—плотность, μ—магнитная проницаемость материала пластинки. Индексами плюс и минус отмечены значения соответствующих величин при $z=h$ и $z=-h$.

Для определения перемещений и электромагнитного поля в пластинке, как видно из (1.2), необходимо иметь значения компонент индуцированного электромагнитного поля h_x, h_y и e_z на поверхностях $z=\pm h$. Поэтому уравнения (1.2) необходимо рассматривать совместно с уравнениями Максвелла для внешней среды

$$\operatorname{rot}\vec{h}^{(e)}=0, \qquad \operatorname{div}\vec{h}^{(e)}=0. \qquad (1.4)$$

Здесь и в дальнейшем индекс «e» обозначает принадлежность к внешней области.

К системам (1.2)—(1.4) необходимо присоединить условия закрепления краев пластинки и условия для компонент электромагнитного поля на поверхности пластинки, а также условия затухания электромагнитных возмущений на бесконечности.

На основе приведенных уравнений и указанных выше условий рассмотрим конкретные задачи.

2. Пластинка—полоса шириной a находится в магнитном поле, вектор напряженности которого параллелен оси oy. Пластинка шарнирно оперта по двум длинным сторонам ($x=o$, $x=a$) и настолько длинная, что реализуется цилиндрическая форма колебаний $w=w(x,t)$. Магнитные и диэлектрические проницаемости материала пластинки считаются равными единице.

Из условий задачи следует, что $e_y=h_x=h_z=0$ во всем пространстве. В этом случае система уравнений (1.2) принимает вид:

$$4\pi\sigma\left(\varphi-\frac{H_{02}}{c}\frac{\partial w}{\partial t}\right)+\frac{h_y^+-h_y^-}{2h}=0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(h_y^+-h_y^-)=\frac{4\pi\sigma}{c}\left(e_z^+-e_z^--\frac{2hH_{02}}{c}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}\right). \qquad (2.1)$$

$$D\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=\frac{2h\sigma}{c}H_{02}\left(\varphi-\frac{H_{02}}{c}\frac{\partial w}{\partial t}\right)+\frac{2\sigma h^3}{3c}H_{02}\frac{\partial^3}{\partial x^2}\left(\varphi-\frac{H_{02}}{c}\frac{\partial w}{\partial t}\right).$$

Используя условия равенства нулю нормальной составляющей плотности тока на поверхностях $z=\pm h$, получаем ([2])

$$e_z^{\pm}=\frac{hH_{02}}{c}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}.$$

Тогда из первых двух уравнений системы (2.1) имеем

$$h_y^+-h_y^-=0,\qquad \varphi=\frac{H_{02}}{c}\frac{\partial w}{\partial t}. \tag{2.2}$$

Подставляя (2.2) в (2.1), замечаем, что все члены, учитывающие влияние магнитного поля, исчезают. Следовательно, в данной задаче магнитное поле, в пределах справедливости гипотез магнитно-упругости тонких тел, не оказывает влияния на характер упругих колебаний пластинки.

3. Рассмотрим магнитоупругие колебания пластинки-полосы шириной $2a$ ($-a\leqslant x\leqslant a$, $-\infty<y<\infty$), помещенной в магнитном поле с вектором напряженности, параллельным оси ox. Предполагается, что пластинка, длинные стороны которой контактируют с неподвижной идеально проводящей диафрагмой, испытывает цилиндрический изгиб.

В этом случае $e_y=e_z=h_y=0$ во всем пространстве, а для $h_z^{(e)}$ в области $|z|\leqslant h$ имеем следующее выражение ([5]):

$$h_z^{(e)}=\begin{cases}\mu f(x,t)-(\mu-1)B_{01}^{(e)}\dfrac{\partial w}{\partial x}, & |z|\leqslant h,\quad x\in|-a,a|\\ 0, & |z|\leqslant h,\quad x\bar{\in}|-a,a|\end{cases} \tag{3.1}$$

Тогда из (1.2) и (3.1) для определения $h_z^{(e)}$ в полуплоскостях $|z|>h$ получим следующие внешние задачи Дирихле:

$$\Delta h_z^{(e)}=0$$

$$h_z^{(e)}|_{z=\pm h}=\begin{cases}\mu f(x,t)-(\mu-1)B_{01}^{(e)}\dfrac{\partial w}{\partial x}, & x\in|-a,a|\\ 0 & x\bar{\in}|-a,a|\end{cases} \tag{3.2}$$

Решение задач (3.2) имеет вид

$$h_z^{(e)}=\pm\frac{1}{\pi}\int_{-a}^{a}\frac{(z\mp h)[\mu f(\xi,t)-(\mu-1)B_{01}^{(e)}w_\xi'(\xi,t)]}{(x-\xi)^2+(z\mp h)^2}d\xi. \tag{3.3}$$

Подставляя (3.3) в уравнение $\operatorname{div}\vec{h}=0$ и переходя к пределу, когда $z\to\pm h$, найдем

$$h_x^+-h_x^-=\frac{2}{\pi}\int_{-a}^{a}\left[\mu f(\xi,t)-(\mu-1)B_{01}^{(e)}\frac{\partial w}{\partial\xi}\right]\frac{d\xi}{x-\xi}, \tag{3.4}$$

где интеграл понимается в смысле главного значения по Коши

Анализ магнитоупругих колебаний рассматриваемой пластинки после подстановки (3.4) в (1.2) сводится к исследованию следующей системы интегро-дифференциальных уравнений с ядром Коши:

$$\frac{\partial\psi}{\partial x}+\frac{\mu}{c}\frac{\partial f}{\partial t}=0,$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}+\frac{4\pi\sigma}{c}\left(\psi+\frac{B_{01}}{c}\frac{\partial w}{\partial t}\right)=\frac{1}{\pi h}\int_{-a}^{a}\left[\mu f(\xi,t)-\frac{\mu-1}{\mu}B_{01}\frac{\partial w}{\partial\xi}\right]\frac{d\xi}{x-\xi},$$

$$D\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\frac{2\sigma h}{c}B_{01}\left(\psi+\frac{B_{01}}{c}\frac{\partial w}{\partial t}\right)- \tag{3.5}$$

$$-\frac{h(\mu-1)}{4\pi\mu^2}B_{01}^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=\frac{\mu-1}{2\mu\pi^2}B_{01}\int_{-a}^{a}\left[\mu f-\frac{\mu-1}{\mu}B_{01}\frac{\partial w}{\partial\xi}\right]\frac{d\xi}{x-\xi}$$

с обычными условиями закрепления краев пластинки и условиями

$$\psi=0 \quad \text{при} \quad x=\pm a \tag{3.6}$$

В качестве первого примера рассмотрим случай бесконечной пластинки. Представим решение системы (3.5) в виде

$$\psi=\psi_0 e^{i(\omega t-kx)}, \qquad f=f_0 e^{i(\omega t-kx)}, \qquad w=w_0 e^{i(\omega t-kx)}, \tag{3.7}$$

где ω—частота колебаний, $k=\pi/\lambda$, λ—длина полуволны.

Подставляя (3.7) в (3.5) и учитывая, что областью интегрирования является $(-\infty, \infty)$, получим однородную систему алгебраических уравнений относительно коэффициентов ψ_0, f_0, w_0. Приравнивая нулю определитель этой системы, приходим к характеристическому уравнению для определения частоты колебания

$$\sigma_0\Omega^3+\beta\Omega^2+\sigma_0(1+\mu_1\alpha\beta)\Omega+\beta(1-\mu_0)=0, \tag{3.8}$$

где

$$\sigma_0=\frac{4\pi\sigma}{\Omega_0}, \qquad \beta=\frac{(\mu+kh)c^2}{\mu khV_0^2}, \qquad \alpha=\frac{V_A^2}{c^2}, \qquad V_0^2=\frac{\Omega_0^2}{k^2},$$

$$V_A^2=\frac{B_{01}^2}{4\pi\rho\mu^2}, \qquad \Omega=\frac{i\omega}{\Omega_0}, \qquad \Omega_0^2=\frac{Dk^4}{2\rho h}, \qquad \mu_1=\frac{\mu(1+kh)}{\mu+kh} \tag{3.9}$$

$$\mu_0=\frac{\mu-1}{2\mu}\frac{V_A^2}{V_0^2}\ \mu_1=-\frac{1-\mu}{2}\frac{1+kh}{\mu+kh}\frac{V_A^2}{V_0^2}.$$

Согласно теореме Гурвица, из уравнения (3.8) условиями устойчивости пластинки будут

$$\mu_0+\mu_1\alpha\beta>0, \qquad 1-\mu_0>0. \tag{3.10}$$

Из (3.10) видно, что если $\mu<1$ (материал пластинки является диамагнитом), то оба условия Гурвица выполняются при любом значении напряженности заданного магнитного поля. Следовательно, при $\mu<1$ невозмущенное состояние пластинки всегда устойчиво по отношению к малым возмущениям. Если же $\mu>1$ (в материале пластинки преобладающим является парамагнитный эффект), то первое условие (3.10) выполняется при любом значении B_{01}, а второе—при $\mu_0<1$. Из этого условия определяем критическое значение напряженности магнитного поля, которое, согласно (3.9), имеет величину

$$H_{0_*}^2=\frac{8\pi}{-1+\mu}\,\frac{\mu+kh}{1+kh}\,\frac{E(kh^3)}{3(1-\nu^2)}. \tag{3.11}$$

Вопросы исследования зависимости частоты колебания от напряженности магнитного поля и от проводимости материала пластинки при $\mu<1$, а также при $\mu>1$ и $B_{01}<B_{0*}$ отложим до следующего примера, где будет рассмотрена аналогичная задача для конечной пластинки. Дело в том, что подобное исследование по уравнению (3.8) нецелесообразно, ввиду неизвестности волнового числа k. Отметим только, что для идеально проводящей пластинки ($\sigma\to\infty$) из (3.8) следует, что затухающее влияние магнитного поля исчезает ($\operatorname{Re}\Omega=0$) и частота упругих колебаний пластинки определяется по формуле

$$\operatorname{Im}\Omega=\left[1+\frac{1+kh}{kh}\,\frac{V_A^2}{V_0^2}\right]^{1/2}. \tag{3.12}$$

Формула (3.12) подтверждает известный факт, что наличие продольного магнитного поля приводит к увеличению частоты упругих колебаний.

Переходим к определению частоты колебания и коэффициента затухания в случае пластинки-полосы ($-a\leqslant x\leqslant a$, $-\infty<y<\infty$) до потери устойчивости ($B_{01}<B_{0*}$). Имея в виду, что магнитная проницаемость μ обычно близка к единице, при рассмотрении указанных задач будем принимать $\mu=1$. Тогда задача магнитоупругих колебаний пластинки, в силу (3.5) и (3.6) и несложных преобразований, сводится к решению системы уравнений

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}-\frac{4\pi\sigma}{c^2}\,\frac{\partial}{\partial t}\left(\psi+\frac{H_{01}}{c}\,\frac{\partial w}{\partial t}\right)=\frac{1}{\pi h}\int\limits_{-a}^{a}\frac{\partial\psi}{\partial\xi}\,\frac{d\xi}{x-\xi},$$

$$D\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\rho h\,\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\frac{2\sigma h}{c}H_{01}\left(\psi+\frac{H_{01}}{c}\,\frac{\partial w}{\partial t}\right)=0 \tag{3.13}$$

с обычными условиями закрепления краев пластинки и условиями

$$\psi=0 \quad \text{при} \quad x=\pm a. \tag{3.14}$$

Как показывает точное решение рассматриваемой задачи в случае бесконечной пластинки ((3.8) и (3.9) при $\mu=1$), член $\partial^2\psi/\partial x^2$ в первом уравнении системы (3.13) имеет порядок h/a по сравнению с

последним членом этого уравнения. Поэтому, оставаясь в пределах точности теории тонких пластинок, в дальнейшем им будем пренебрегать. Тогда из первого уравнения системы (3.13) путем применения формулы обращения интеграла типа Коши, с учетом условий (3.14), определяем функцию $\psi(\bar{x}, t)$.

Подставляя найденное $\psi(\bar{x}, t)$ во второе уравнение системы (3.13), задачу колебания рассматриваемой пластинки в продольном магнитном поле приводим к решению сингулярного интегро-дифференциального уравнения

$$\frac{D}{a^4}\frac{\partial^4 w}{\partial \bar{x}^4}+2\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\frac{2\sigma h}{c^2}H_0^2\frac{\partial w}{\partial t}+$$

$$+\frac{4\sigma a h}{c^2}\int_{-1}^{\bar{x}}\frac{d\eta}{\sqrt{1-\eta^2}}\int_{-1}^{1}\frac{\sqrt{1-\bar{\xi}^2}}{\bar{\xi}-\eta}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{D}{a^4}\frac{\partial^4 w}{\partial \bar{\xi}^4}+2\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right)d\bar{\xi}=0$$

$$\bar{x}=xa,\quad \xi=\bar{\xi}a \tag{3.15}$$

с обычными краевыми условиями для $w(\bar{x}, t)$. Например, в случае защемленных кромок

$$w=\frac{\partial w}{\partial \bar{x}}=0 \quad \text{при} \quad \bar{x}=\pm 1. \tag{3.16}$$

Представляя искомый прогиб пластинки в виде

$$w(\bar{x}, t)=w_0 e^{\omega t}(1-\bar{x}^2)^2$$

удовлетворим граничным условиям (3.16), а из уравнения (3.15) методом Бубнова—Галеркина получим характеристическое уравнение

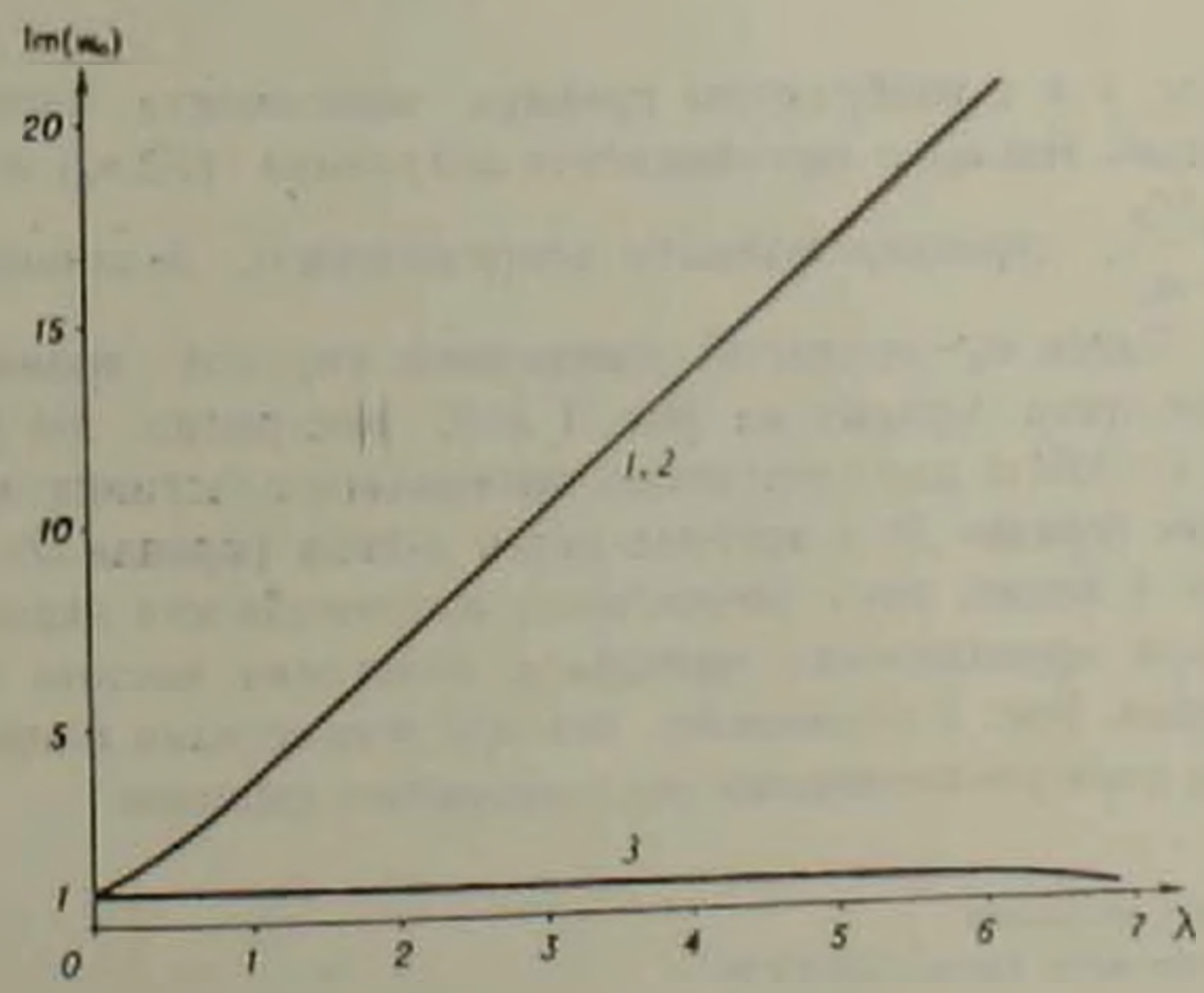


Рис. 1

$$\sigma_0\omega_0^3 + \beta\omega_0^2 + \sigma_1(1+\alpha\beta)\omega_0 + \beta = 0, \tag{3.17}$$

где

$$\sigma_0 = \frac{4\pi\sigma}{\Omega_0}, \quad \Omega_0^2 = \frac{63D}{4\rho h a^4}, \quad \sigma_1 = 1{,}123\,\sigma_0, \quad \alpha = \frac{1}{1{,}123}\,\frac{V_A}{c^2},$$

$$\omega_0 = \frac{\omega}{\Omega_0}, \quad V_A^2 = \frac{H_{01}^2}{4\pi\rho}, \quad \beta = 1{,}22\,\frac{c^2}{a^2\Omega_0^2}\,\frac{a}{h}.$$

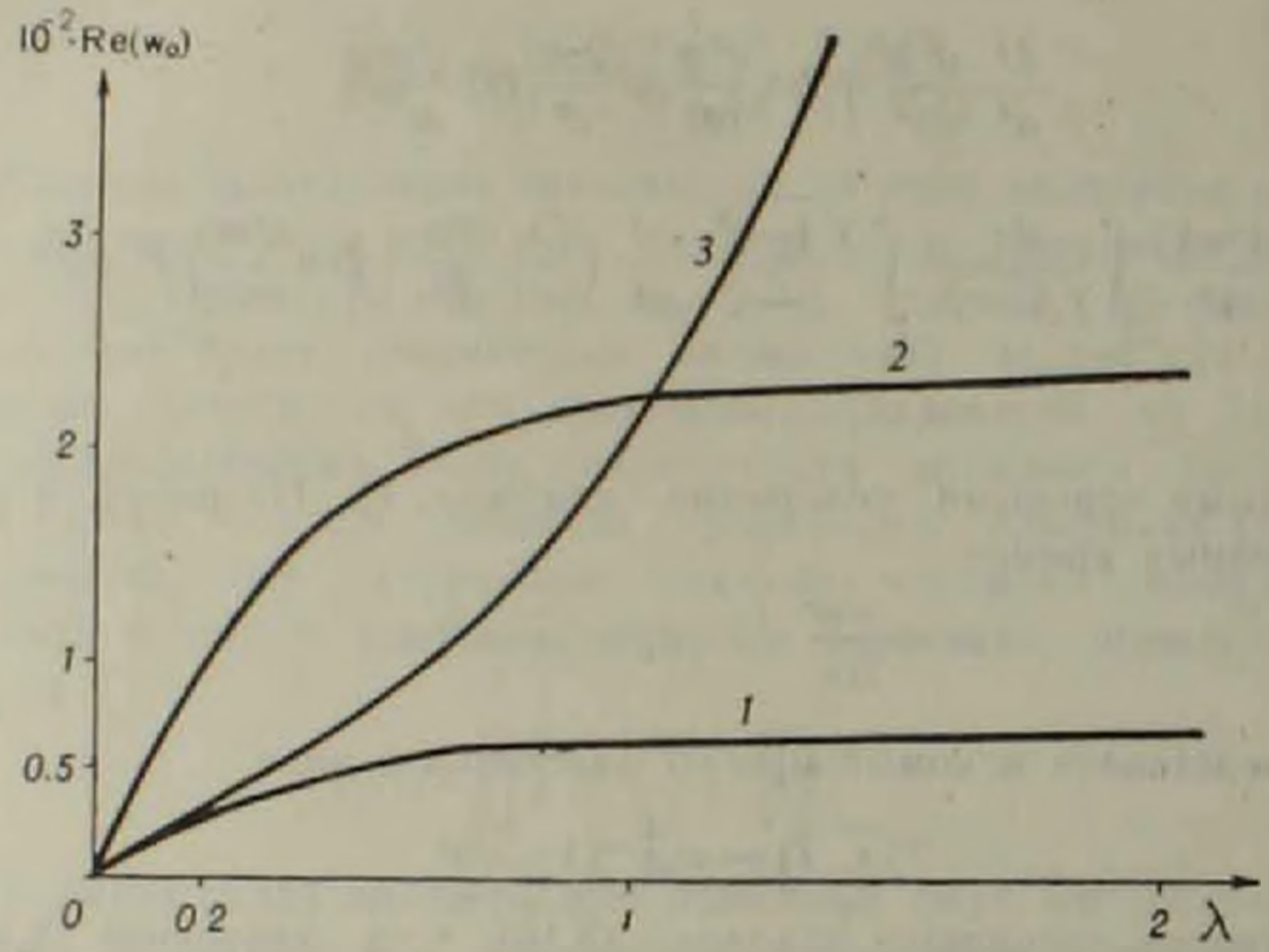


Рис. 2

На рис. 1 и 2 изображены графики зависимости частоты упругих колебаний ($\mathrm{Im}\,\omega_0$) и коэффициента затухания ($\mathrm{Re}\,\omega_0$) от параметра $\lambda = 10^9\dfrac{V_A}{a_0}$, характеризующего напряженность заданного магнитного поля. Здесь a_0—скорость поперечной упругой волны в случае медной пластинки. Кривые на рис. 1 и 2, построены по уравнению (3.17) при $h = 0{,}01\,a$ для следующих материалов пластинки: медь (кривая *1*), цинк (кривая *2*) и арсенид-галий *n*-типа (кривая *3*).

Из рис. 1 видно, что с увеличением напряженности заданного магнитного поля проводимости материала пластинки частота колебаний увеличивается. Рис. 2 показывает, что при возрастании напряженности магнитного поля увеличивается его затухающее действие.

Институт механики
Академии наук Армянской ССР

Գ. Ե. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ

Երկայնական մագնիսական դաշտում գտնվող հաղորդիչ սալի կայունության և տատանումների մասին

Բարակ մարմինների մագնիսաառաձգականության վարկածի հիման վրա դիտարկված է հաղորդիչ սալի տատանումների և կայունության խնդիրներն երկայնական մագնիսական դաշտում։

Որոշված են մագնիսական դաշտի լարվածության կրիտիկական արժեքը և սալի տատանման հաճախականությունները։ Ուսումնասիրված է սալի նյութի էլեկտրահաղորդականության և տված մագնիսական դաշտի լարվածության ազդեցությունն առաձգական տատանումների հաճախականությունների և տատանումների մարման գործակցի վրա։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *С. А. Амбарцумян, Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян.* ПММ, т. 35, вып. 2, (1971). [2] *С. А. Амбарцумян, Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян.* ПММ, т. 37, вып. 1 (1973). [3] *В. В. Новожилов.* Основы нелинейной теории упругости, Гостехиздат, 1948. [4] *В. В. Болотин.* Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. Физматгиз, М., 1961. [5] *Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян.* «Известия АН СССР», МТТ, № 2 1974.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXI 1975

МЕХАНИКА ГРУНТОВ

УДК 624.131

Г. В. Тер-Петросян

Задача об определении границы затвердевания грунта при воздействии жесткого штампа

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР О. М. Сапонджяном 20/X 1975)

Рассматривается плоская задача об определении границы затвердевания грунта, когда к его поверхности через жесткий штамп приложена нагрузка. Общий подход к решению такого рода задач изложен в работе С. С. Григоряна ([1]). Для случая равномерно распределенной нагрузки на периодической системе отрезков конкретное решение получено в работе ([2]).

Принимается, что деформации грунта под штампом подчиняются линейно-упругой модели, а за границей затвердения среда абсолютно жесткая.

Решение задачи сводится к минимизации функционала Э упругой энергии приращения напряжений и деформаций в материале ([3]).

$$Э = \frac{1}{2}\int\limits_D \left(\delta\sigma_{xx}\,\delta\varepsilon_{xx} + 2\delta\sigma_{xz}\,\delta\varepsilon_{xz} + \delta\sigma_{zz}\,\delta\varepsilon_{zz}\right) dx\,dz. \tag{1}$$

Здесь $\delta\sigma_{xx}$, $\delta\sigma_{xz}$, $\delta\sigma_{zz}$ — приращения напряжений,

$\delta\varepsilon_{xx}$, $\delta\varepsilon_{xz}$, $\delta\varepsilon_{zz}$ — приращения деформаций,

D — область, где среда описывается упругой моделью.

Решение задачи осуществляется методом локальных вариаций ([4]).

Задача решается в перемещениях, т. е. разыскиваются функции перемещения $u(x, z)$, $w(x, z)$, которые на границах упругой области удовлетворяют следующим граничным условиям:

на поверхности полупространства $z = h$,

$$\begin{gathered} w = -S \text{ при } |x| \leqslant a \\ \sigma_{zz} = 0 \text{ при } |x| > a \\ \sigma_{xz} = 0 \end{gathered} \tag{2}$$

на поверхности раздела упругой и затвердевшей областей $z = \Gamma(x)$

$$u = w = 0. \tag{3}$$

Здесь u, w — соответственно перемещения по направлениям x и z, S — осадка штампа.

Поставленная задача существенно нелинейная, так как граница затвердевания, на которой ставятся граничные условия, неизвестна и определяется в ходе решения задачи.

Рассматриваемую задачу можно решать только численно с использованием современных ЭВМ. Последовательность действий при этом такая. Расчет ведется ступенями по величине внешнего воздействия (осадки S). На каждой ступени определяются поля напряжений и смещений в упругой области и определяется новое положение границы затвердевшей области по формуле

$$\delta z = -\frac{(\delta\sigma)_\Gamma}{\left(\frac{\partial\sigma}{\partial z}\right)_\Gamma}, \tag{4}$$

где σ — среднее давление, т. е. $\sigma = (\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)/3$, δz — „перемещение" границы затвердевания по направлению z, $(\delta\sigma)_\Gamma$ — изменение напряжения σ на границе Γ, соответствующее данному малому приращению осадки штампа. Для удобства численного решения задачи координаты, смещения и напряжения представляем в безразмерном виде

$$X = \frac{x}{h_*}, \quad Z = \frac{z}{h_*}, \quad U = \frac{u \cdot E}{\sigma_* h_*}, \quad W = \frac{w \cdot E}{\sigma_* \cdot h_*},$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{E\varepsilon_{xx}}{\sigma_*}, \quad \varepsilon_{xz} = \frac{E\varepsilon_{xz}}{\sigma_*}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{E\varepsilon_{zz}}{\sigma_*} \tag{5}$$

$$\Sigma_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_*}, \quad \Sigma_{xz} = \frac{\sigma_{xz}}{\sigma_*}, \quad \Sigma_{zz} = \frac{\sigma_{zz}}{\sigma_*},$$

где
$$h_* = 3\,\frac{1-\nu}{1+\nu}\cdot\frac{\sigma_*}{\gamma} \tag{6}$$

начальная глубина поверхности затвердевания от собственного веса грунта, σ_* — критическое значение сжимающего всестороннего давления σ, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона материала.

Приращения перемещений обозначим

$$\delta U = \varphi, \quad \delta W = \psi, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial X} = \varphi_X, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial Z} = \varphi_Z,$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial X} = \psi_X, \quad \frac{\partial\psi}{\partial Z} = \psi_Z.$$

Приращения напряжений через приращения деформаций выражаются формулами

$$\delta\Sigma_{xx}=a\varphi_x+b\psi_z,\ \delta\Sigma_{zz}=b\varphi_x+a\psi_z,\ \delta\Sigma_{xz}=\frac{c}{2}\left(\varphi_z+\psi_x\right), \quad (7)$$

а функционал (1) приводится к виду

$$Э=\frac{1}{2}\int\limits_D\left[a(\varphi_X^2+\psi_Z^2)+2b\varphi_X\psi_Z+\frac{1}{2}c(\varphi_Z+\psi_X)^2\right]dX\,dZ, \quad (8)$$

где

$$a=\frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)},\quad b=\frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)},\quad c=\frac{1}{1+\nu}.$$

Область D разобъем на равные прямоугольники параллельными прямыми $X_j=i\Delta X$, $Z_j=j\Delta Z$. Здесь ΔX, ΔZ достаточно малые числа.

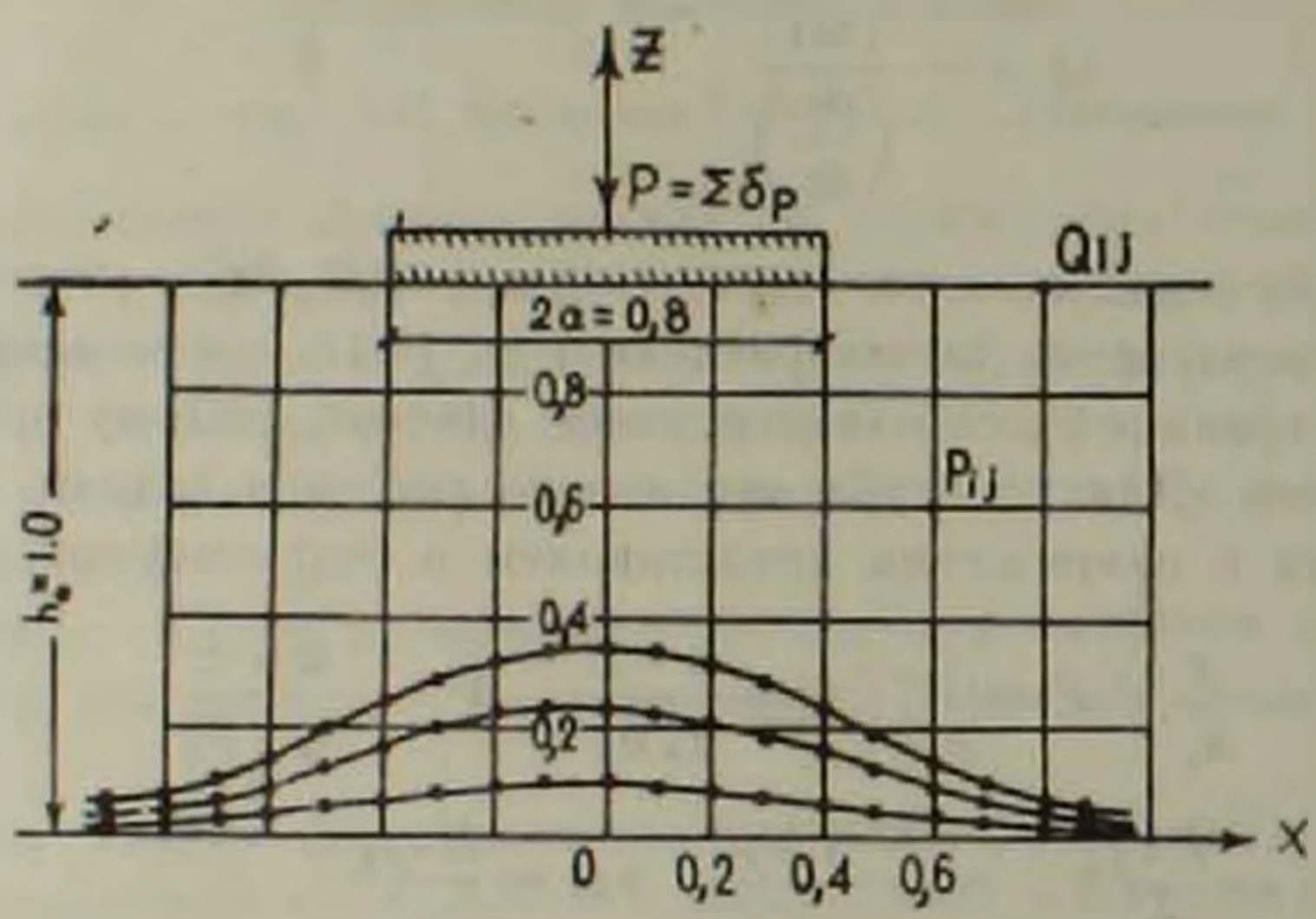


Рис. 1. Зависимость положения границы затвердевания от осадки штампа

Точка P_{ij} считается внутренней, если она вместе с четырьмя ячейками, вершиной которых она является, лежит внутри области D. Остальные точки будут граничными (обозначим Q_{ij}). Для численной реализации поставленной задачи функционал (8) приближенно заменим суммой

$$Э=\sum Э_{ij}, \quad (9)$$

где $Э_{ij}$ —интеграл по ячейке с вершинами P_{ij}, $P_{i+1,j}$, $P_{i,j+1}$, $P_{i+1,j+1}$, который приближенно равен

$$Э_{ij}=\frac{1}{2}\left\{a\left[(\varphi_x)_{ij}^2+(\psi_z)_{ij}^2\right]+2b(\varphi_x)_{ij}(\psi_z)_{ij}+\frac{1}{2}c\left[(\varphi_z)_{ij}+(\psi_x)_{ij}\right]^2\right\}\Delta X\Delta Z. \quad (10)$$

Средние значения функций в ячейке определяются выражениями

$$(\varphi_x)_{ij}=\frac{\varphi_{i+1,j+1}+\varphi_{i+1,j}-\varphi_{i,j+1}-\varphi_{ij}}{2\Delta X},\quad (\varphi_z)_{ij}=\frac{\varphi_{i+1,j+1}+\varphi_{i,j+1}-\varphi_{i+1,j}-\varphi_{ij}}{2\Delta Z},$$

$$(\varphi_X)_{ij} = \frac{\varphi_{i+1,j+1} + \varphi_{i,j+1} - \varphi_{i,j+1} - \varphi_{ij}}{2\Delta X}, \quad (\psi_Z)_{ij} = \frac{\varphi_{i+1,j+1} + \varphi_{i,j+1} - \varphi_{i+1,j} - \varphi_{ij}}{2\Delta Z}.$$

Значение функций $\varphi(X, Z)$ и $\psi(X, Z)$ в граничных точках считаем заданными при помощи присвоения в этих точках соответствующих значений из граничных условий (2), (3).

Изменение значения функции $\varphi(X, Z)$ или $\psi(X, Z)$ в одной внутренней точке области D приводит к изменению четырех слагаемых $Э_{ij}$ в сумме (9), соответствующих ячейкам, вершиной которой является данная точка. При изменении $\varphi(X, Z)$ и $\psi(X, Z)$ в граничной точке изменяются только два слагаемых в Э.

Для процесса итерации большое значение имеет правильный выбор начальной величины шага варьирования и начальные значения функций. $\varphi(X, Z)$ и $\psi(X, Z)$. Шаг варьирования выбирается из условия, чтобы в самой начальной точке итераций $Э_{ij}$ получила минимальное значение при данных значениях φ_{ij}, ψ_{ij} и малой осадке штампа δS.

По описанной выше схеме была решена задача о вдавлении жесткого штампа в грунтовое полупространство. Получены поля напряжений и смещений и определено положение границы затвердевания грунта при каждом малом приращении осадки штампа. Решение задачи в безразмерных величинах зависит от двух параметров a/h_* и ν. В расчетах было принято $a/h_* = 0,4$, $\nu = 0,28$.

Результаты вычислений приведены на рис. 1.

Сила давления на жесткий штамп, приходящейся на единицу длины штампа определяется по формуле

$$P = \int_{-a}^{a} \sigma_{ZZ}\, dX = 2\sigma_* h_* \int_{0}^{a/h_*} \Sigma_{ZZ}(\xi, 0) d\xi. \tag{11}$$

По полученным результатам построены распределения напряжения σ_{ZZ} на поверхности контакта штампа с грунтом для каждого

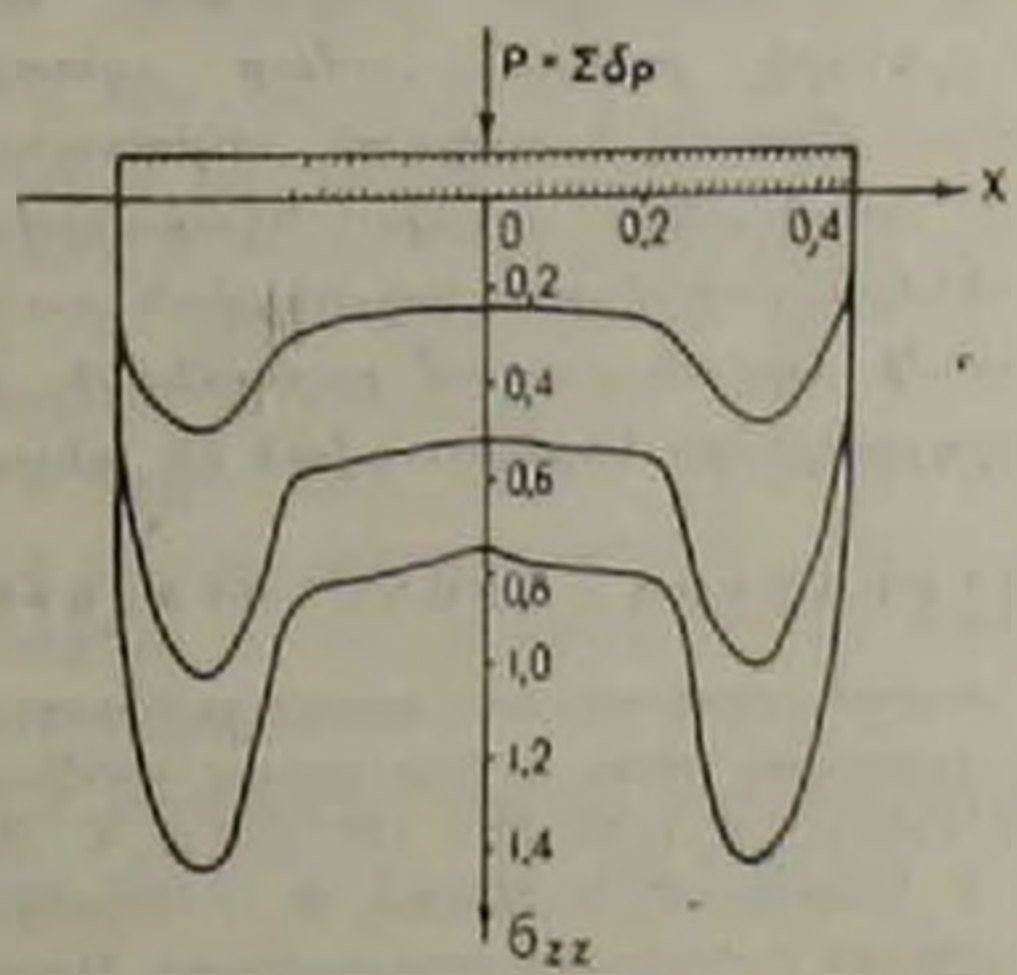


Рис. 2. Распределение напряжения σ_{ZZ} на поверхности контакта для каждого малого увеличена осадка штампа

малого увеличения осадки штампа (рис. 2). Характер этих распределений хорошо согласуется с имеющимися результатами экспериментов (например [5]). На рис. 3 показана зависимость осадки штам-

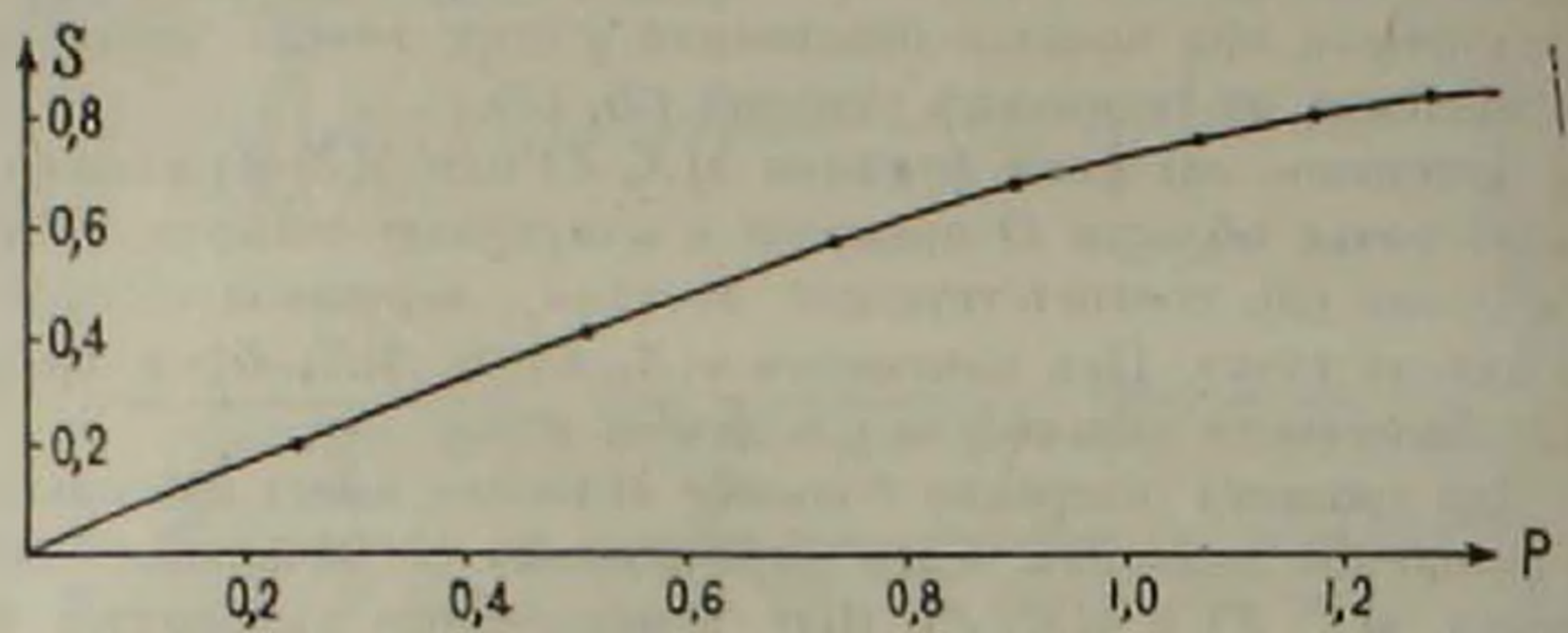


Рис. 3. Зависимость осадка штампа (S) от нагрузки (P)

па S от нагрузки P. Все приведенные результаты даны в безразмерных величинах.

Автор выражает благодарность С. С. Григоряну за постановку задачи.

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Գ. Վ. ՏԵՐ-ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ

Կոշտ դրոշմի ազդեցության դեպքում բնահողի կոշտացման սահմանագծի որոշման խնդիրը

Հոդվածում դիտվում է բնահողի կոշտացման սահմանագծի որոշման հարթ խնդիրը, երբ նրա մակերևույթին դրված է կոշտ դրոշմ։ Ընդունվում են, որ դրոշմի տակ միջավայրի դեֆորմացիաներն ենթարկվում են առաձգականության գծային տեսության օրենքներին, իսկ կոշտացման սահմանից հետո միջավայրը բացարձակ կոշտ է։ Լուծումը հանգեցվում է լարումների և դեֆորմացիաների աճերի առաձգական էներգիայի ֆունկցիոնալի մինիմիզացիայի խնդրին։ Խնդրի լուծման համար օգտագործվում է լոկալ վարիացիաների մեթոդը։ Դրոշմի նստեցման յուրաքանչյուր փոքր արժեքի դեպքում ստացված են առաձգական մոդելով նկարագրվող գոտում լարումների, տեղափոխությունների դաշտերը և կոշտացման սահմանագծի դիրքերը։ Ստացված է կոշտ դրոշմի հպման մասում լարումների բաշխման օրինաչափությունը։ Բոլոր արդյունքները ներկայացված են անչափողական տեսքով։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *С. С. Григорян*, К вопросу применимости теории упругости в строительной механике грунтов. Механика сплошной среды и родственные проблемы анализа, М., 1972. [2] *Г. В. Тер-Петросян*, ДАН АрмССР, т. 60, № 5 (1975). [3] *Л. С. Лейбензон*, Курс теории упругости, М., 1947. [4] *Н. В. Баничук, В. М. Петров, Ф. Л. Черноусько*, Алгоритм метода локальных вариаций для задач с частными производными, Институт проблем механики АН СССР, Брошюра № 4, 1971. [5] *В. А. Зурнаджи, В. В. Николаев*, Механика грунтов, основания и фундаменты, М., 1967.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXI 1975 5

УДК 539.3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. С. Тоноян, А. Ф. Минасян

Несимметричная контактная задача для полуплоскости с вертикальным конечным разрезом

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 9/IX 1975)

Исследованию плоской смешанной задачи теории упругости для плоскости и полуплоскости с разрезом посвящено много работ, о которых подробно изложено в обзорном докладе И. Снеддона ([1]). Симметричные контактные и смешанные задачи для полуплоскости с вертикальными конечными и бесконечными разрезами рассматривались в работах ([2–7]) и др.

В настоящей статье рассматривается контактная задача плоской теории упругости для изотропной полуплоскости, ослабленной прямолинейным разрезом, выходящим на границу полуплоскости перпендикулярно к ней. На участке $(-a_2, a_1)$ границы полуплоскости приложен жесткий штамп с произвольным основанием, расположенный не симметрично относительно разреза. После решения задачи при принятых допущениях устраняются особенности напряжений и получаются уравнения определяющие глубины разреза и зоны контакта.

Рассмотрим плоскую несимметричную задачу для упругой изотропной полуплоскости, разрезанной вдоль вертикальной оси, начиная от горизонтальной границы, на конечную длину a. На участке $(-a_2, a_1)$ границы полуплоскости приложен жесткий штамп с основанием произвольной формы, расположенный несимметрично относительно оси разреза. Предполагается, что трение между штампом и полуплоскостью отсутствует. Для простоты принимается также, что граница полуплоскости вне штампа и разрез свободен от внешних усилий. На вертикальной оси вне разреза заданы условия полного контакта (рис. 1). Поставленная задача сводится к определению одной бигармонической функции. Полагаем, что эта функция в области правого квадранта принимает значение $\Phi_1(x; y)$, а в области левого квадранта $\Phi_2(x; y)$.

Ищем функции $\Phi_l(x; y)$ $(l=1, 2)$ в виде

$$\Phi_1(x, y)=\int_0^\infty [A_1(\alpha)+\alpha x B_1(\alpha)]e^{-\alpha x}\cos(\alpha y)d\alpha+\int_0^\infty [C_1(\beta)+$$

$$+\beta y D_1(\beta)]e^{-\beta y}\sin(\beta x)\,d\beta. \tag{1}$$

$$0<x<\infty;\quad 0<y<\infty$$

$$\Phi_2(x;y)=\int_0^\infty[A_2(\alpha)-\alpha x B_2(\alpha)]e^{\alpha x}\cos(\alpha y)d\alpha+\int_0^\infty[C_2(\beta)+\beta y D_2(\beta)]e^{-\beta y}\sin(\beta x)d\beta$$

$$-\infty<x<0\quad 0<y<\infty$$

Здесь $A_i(\alpha)$, $B_i(\alpha)$, $C_i(\beta)$, $D_i(\beta)$, $(i=1,\ 2)$ неизвестные функции, подлежащие определению из граничных условий и условий контакта.

Напряжения и перемещения выражаются через функцию напряжений $\Phi_i(x;y)$ $(i=1,\ 2)$ по известным соотношениям ([8])

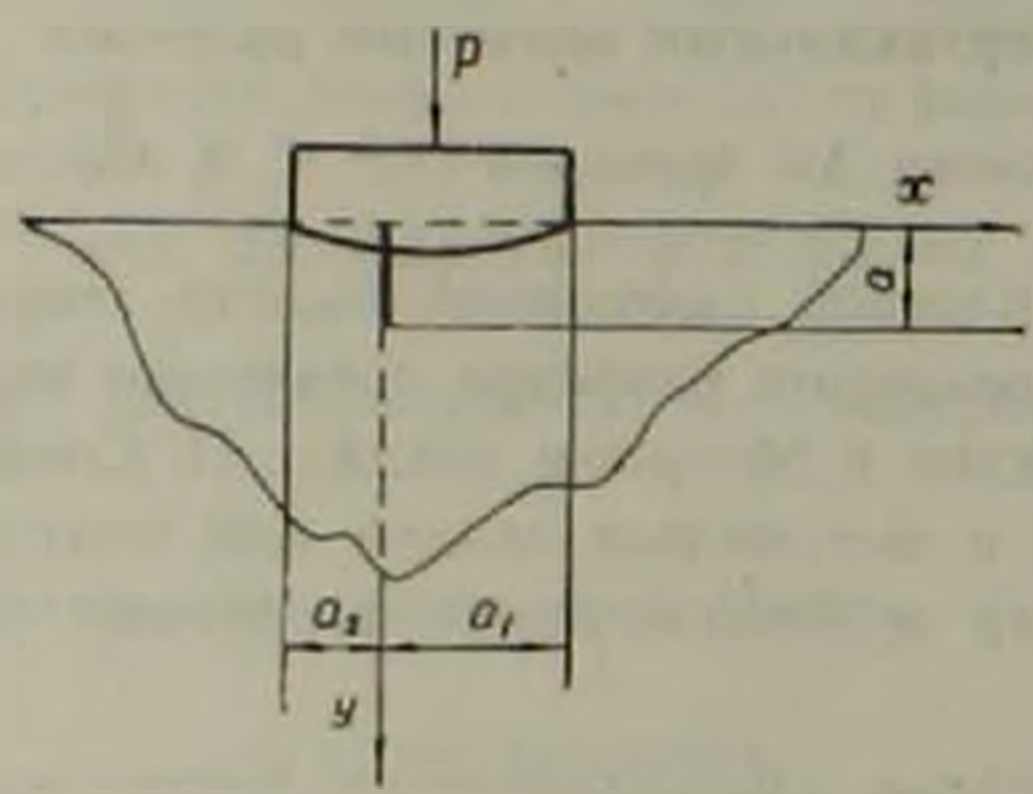


Рис. 1

Граничные условия и условия контакта рассматриваемой задачи имеют вид:

$$v_1(x;0)=f_1(x)\quad 0<x\leqslant a_1 \qquad v_2(x,0)=f_2(x)\quad -a_2\leqslant x<0$$

$$\sigma_y^{(1)}(x,0)=0\quad a_1<x<\infty \qquad \sigma_y^{(2)}(x;0)=0\quad -\infty<x<-a_2 \tag{2}$$

$$\tau_{xy}^{(1)}(x;0)=0\quad 0<x<\infty \qquad \tau_{xy}^{(2)}(x;0)=0\quad -\infty<x<0$$

$$\sigma_x^{(1)}(0;y)=0\quad 0<y<a \qquad \sigma_x^{(2)}(0,y)=0\quad 0<y<a$$

$$\tau_{xy}^{(1)}(0,y)=0\quad 0<y<a \qquad \tau_{xy}^{(2)}(0;y)=0\quad 0<y<a \tag{3}$$

$$\sigma_x^{(1)}(0;y)=\sigma_x^{(2)}(0,y) \qquad u_1(0;y)=u_2(0;y)$$

$$a<y<\infty \qquad a\leqslant y<\infty \tag{4}$$

$$\tau_{xy}^{(1)}(0,y)=\tau_{xy}^{(2)}(0,y) \qquad v_1(0,y)=v_2(0;y)$$

Удовлетворяя условиям (2), (3) и (4), получаем:

$$C_1(\beta)=D_1(\beta);\quad C_2(\beta)=D_2(\beta);\quad A_1(\alpha)=A_2(\alpha) \tag{5}$$

$$B_2(\alpha)=2A_1(\alpha)-B_1(\alpha)-\frac{4}{\pi\alpha}\int_0^\infty\frac{\beta^4}{(\alpha^2+\beta^2)^2}D_1(\beta)d\beta+\frac{4}{\pi\alpha}\int_0^\infty\frac{\beta^4}{(\alpha^2+\beta^2)^2}D_2(\beta)d\beta \tag{6}$$

$$\begin{cases} \int_0^\infty \beta D_1(\beta)\sin(\beta x)d\beta = \frac{E}{2} f_1(x) \quad 0 < x < a_1 \\ \int_0^\infty \beta^2 D_2(\beta)\sin(\beta x)d\beta = \int_0^\infty \alpha^2 [A_1(\alpha) - 2B_1(\alpha) + \alpha x B_2(\alpha)] e^{-\alpha x} d\alpha \quad a_1 < x < \infty \end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases} \int_0^\infty \beta D_2(\beta)\sin(\beta x)d\beta = \frac{E}{2} f_2(x) \quad -a_2 < x < 0 \\ \int_0^\infty \beta^2 D_2(\beta)\sin(\beta x)d\beta = \int_0^\infty \alpha^2 [A_1(\alpha) - 2B_1(\alpha) - \alpha x B_2(\alpha)] e^{\alpha x} d\alpha \quad -\infty < x < -a_2 \end{cases} \tag{8}$$

$$\begin{cases} \int_0^\infty \alpha^2 A_1(\alpha)\cos(\alpha y)d\alpha = 0 \quad 0 < y < a \\ \int_0^\infty \alpha A_1(\alpha)\cos(\alpha y)d\alpha = \frac{1}{2}\int_0^\infty \beta^2 y e^{-\beta y} D_1(\beta)d\beta + \frac{1}{2}\int_0^\infty (\nu - 1 + \nu\beta y) e^{-\beta y}\beta D_2(\beta)d\beta \\ \qquad a < y < \infty \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} \int_0^\infty \alpha^2 [A_1(\alpha) - B_1(\alpha)]\sin(\alpha y)d\alpha = \int_0^\infty \beta^3 y e^{-\beta y} D_1(\beta)d\beta \quad 0 < y < a \\ \int_0^\infty \alpha [A_1(\alpha) - B_1(\alpha)]\sin(\alpha y)d\alpha = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \beta^4 \int_0^\infty \frac{\sin(\alpha y)\, d\alpha}{(\alpha^2+\beta^2)^2} D_1(\beta)d\beta - \\ \qquad - \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \beta^4 \int_0^\infty \frac{\sin(\alpha y)\, d\alpha}{(\alpha^2+\beta^2)^2} D_2(\beta)\, d\beta \quad a < y < \infty \end{cases} \tag{10}$$

Используя результаты работ [3,9], из (7), (8) и (9) для функций $D_1(\beta)$; $D_2(\beta)$ и $A_1(\alpha)$ получаем

$$\beta D_1(\beta) = \frac{2}{\pi}\int_0^{a_1} \Psi_1(t) J_0(\beta t)\, dt + \frac{2}{\pi}\int_{a_1}^\infty F_1(t) J_0(\beta t)\, dt, \tag{11}$$

$$\beta D_2(\beta) = -\frac{2}{\pi}\int_0^{a_2} \Psi_2(\tau) J_0(\beta\tau)\, d\tau - \frac{2}{\pi}\int_{a_2}^\infty F_2(\tau) J_0(\beta\tau)\, d\tau, \tag{12}$$

$$\alpha A_1(\alpha) = \frac{1}{\pi}\int_a^\infty r\varphi_2(r) J_0(\alpha r) dr, \tag{13}$$

$$\Psi_1(t) = \frac{d}{dt}\frac{E}{2}\int_0^t \frac{x f_1(x)\, dx}{\sqrt{t^2 - x^2}}, \tag{14}$$

$$F_1(t) = t\int_0^\infty \alpha^2 A_1(\alpha) K_0(\alpha t) d\alpha - 2t\int_0^\infty \alpha^2 B_1(\alpha) K_0(\alpha t) d\alpha + t^2\int_0^\infty \alpha^3 B_1(\alpha) K_1(\alpha t) d\alpha \tag{15}$$

$$\Psi_2(\tau) = \frac{d}{d\tau}\frac{E}{2}\int_0^{\tau}\frac{x f_2(-x)dx}{\sqrt{\tau^2-x^2}}, \tag{16}$$

$$F_2(\tau) = \tau\int_0^{\infty}\alpha^2 A_1(\alpha)K_0(\alpha\tau)d\alpha - 2\tau\int_0^{\infty}\alpha^2 B_2(\alpha)K_0(\alpha\tau)d\alpha + \tau^2\int_0^{\infty}\alpha^3 B_2(\alpha)K_1(\alpha\tau)d\alpha, \tag{17}$$

$$\varphi_2(r) = \int_0^{\infty}(\beta^2 r K_1(\beta r) - \beta K_0(\beta r))\beta D_1(\beta)d\beta + \int_0^{\infty}(\nu\beta^2 r K_1(\beta r) - \beta K_0(\beta r))\beta D_2(\beta)d\beta. \tag{18}$$

$K_i(\alpha t)$ — функция Макдональда;

$J_i(\beta t)$ — функция Бесселя первого рода с действительным аргументом.

Для решения „парного" интегрального уравнения (10), умножая первое из (10) на $y(r^2-y^2)^{-1/2}dy$, проинтегрируем по y от 0 до r. Умножая второе из (10) на $(y^2-r^2)^{-1/2}dy$, проинтегрируем по y от r до бесконечности, потом дифференцируя по r, получаем:

$$\int_0^{\infty}\alpha[A_1(\alpha)-B_1(\alpha)]\alpha r J_1(\alpha r)d\alpha = r\varphi(r), \quad 0<r<a$$

$$\int_0^{\infty}\alpha[A_1(\alpha)-B_1(\alpha)]\alpha r J_1(\alpha r)d\alpha = \frac{2}{\pi}r\omega(r), \quad a<r<\infty \tag{19}$$

где $$\varphi(r) = \int_0^{\infty}\beta[L_1(\beta r) - I_1(\beta r) + \beta r I_0(\beta r) - \beta r L_0(\beta r)]\beta D_1(\beta)d\beta \tag{20}$$

$$\omega(r) = \frac{\pi}{4}\int_0^{\infty}\beta^2\left[(L_1(\beta r)+\frac{2}{\pi}-I_1(\beta r))+(\beta r I_0(\beta r)-\beta r L_0(\beta r)-\frac{2}{\pi})\right]D_1(\beta)d\beta -$$

$$-\frac{\pi}{4}\int_0^{\infty}\beta^2\left[(L_1(\beta r)+\frac{2}{\pi}-I_1(\beta r))+(\beta r I_0(\beta r)-\beta r L_0(\beta r)-\frac{2}{\pi})\right]D_2(\beta)d\beta. \tag{21}$$

$L(x)$ — функции Струве (10).

Используя формулу обращения для преобразования Хенкеля и значения известных интегралов (10), из (19) получаем:

$$\alpha[A_1(\alpha)-B_1(\alpha)] = \int_0^{a} r\varphi(r)J_1(\alpha r)dr + \frac{2}{\pi}\int_a^{\infty} r\omega(r)J_1(\alpha r)dr \tag{22}$$

Учитывая (13) из (22) имеем:

$$\alpha B_1(\alpha)=\frac{1}{\pi}\int_a^\infty r\varphi_2(r)J_0(\alpha r)dr-\int_0^a r\varphi(r)J_1(\alpha r)dr-\frac{2}{\pi}\int_a^\infty r\omega(r)J_1(\alpha r)dr. \qquad (23)$$

Подставляя значения $\alpha A_1(\alpha)$, $\alpha B_1(\alpha)$ по формулам (13), (23) в (6), получаем:

$$\alpha B_2(\alpha)=\frac{1}{\pi}\int_a^\infty r\varphi_2(r)J_0(\alpha r)dr+\int_0^a r\varphi(r)J_1(\alpha r)dr+\frac{2}{\pi}\int_a^\infty r\omega(r)J_1(\alpha r)dr-$$

$$-\frac{4}{\pi}\int_0^\infty\frac{\beta^4}{(\alpha^2+\beta^2)^2}D_1(\beta)d\beta+\frac{4}{\pi}\int_0^\infty\frac{\beta^4}{(\alpha^2+\beta^2)^2}D_2(\beta)d\beta. \qquad (24)$$

Подставляя значения функций $\alpha A_1(\alpha)$, $\alpha B_1(\alpha)$, $\alpha B_2(\alpha)$ по формулам (13), (23), (24), в (15) и (17), и учитывая формулы (11) и (12) для определения $F_1(t)$ и $F_2(\tau)$ получаем систему интегральных уравнений Фредгольма второго рода:

$$F_1(z)=\Omega_1(z)+\int_{a_1}^\infty K_1(z;t)F_1(t)dt+\int_{a_1}^\infty K_2(z;\tau)F_2(\tau)d\tau,$$

$$F_2(z)=\Omega_2(z)+\int_{a_1}^\infty K_3(z;t)F_1(t)dt+\int_{a_1}^\infty K_4(z;\tau)F_2(\tau)d\tau, \qquad (25)$$

где

$$\Omega_1(z)=\int_0^{a_1}\Psi_1(t)dt\left[\frac{2}{\pi^2}z\int_a^\infty\frac{r(r^2-t^2)}{(r^2+t^2)^2}\frac{z^2-r^2}{(r^2+z^2)^2}dr-\frac{2}{\pi}\int_0^a rdr\int_0^\infty\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-\right.$$

$$-2z\alpha K_0(\alpha z))J_1(\alpha r)\,d\alpha\int_0^\infty\omega_1(\beta,r)J_0(\beta t)d\beta-\frac{1}{\pi}\int_a^\infty rdr\int_0^\infty\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-$$

$$\left.2\alpha zK_0(\alpha z))J_1(\alpha r)\,d\alpha\int_0^\infty\omega_2(\beta;r)J_0(\beta t)\,d\beta\right]+\int_0^{a_1}\Psi_2(\tau)d\tau\left[\frac{2}{\pi^2}z\int_a^\infty r\left(\frac{1}{r^2+\tau^2}-\right.\right.$$

$$\left.-2\tau\frac{r^2}{(r+\tau^2)^2}\right)\frac{z^2-r^2}{(r^2+z^2)^2}dr-\frac{1}{\pi}\int_a^\infty rdr\int_0^\infty(\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-$$

$$-2\alpha zK_0(\alpha z))J_1(\alpha r)d\alpha\int_0^\infty\omega_2(\beta;r)J_0(\beta\tau)d\beta.$$

$$\Omega_2(z)=\int_0^{a_1}\Psi_1(t)dt\left[\frac{2}{\pi^2}z\int_a^\infty\frac{r(r^2-t^2)}{(r^2+t^2)^2}\frac{z^2-r^2}{(r^2+z^2)^2}dr+\frac{2}{\pi}\int_0^a rdr\int_0^\infty(\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-\right.$$

$$-2\alpha zK_0(\alpha z))J_1(\alpha r)d\alpha\int_0^\infty\omega_2(\beta;r)J_0(\beta t)d\beta+\frac{1}{\pi}\int_a^\infty rdr\int_0^\infty(\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-$$

$$-2\alpha zK_0(\alpha z))J_1(\alpha r)d\alpha\int_0^\infty\omega_2(\beta;r)J_0(\beta t)d\beta-\frac{4}{\pi}\int_0^\infty\left(K_0(\alpha t)-\frac{\alpha t}{2}K_1(\alpha t)\right)(\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-$$

$$\left.-2\alpha zK_0(\alpha z))d\alpha\right]+\int_0^{a_1}\Psi_2(\tau)d\tau\left[\frac{2}{\pi^2}z\int_a^\infty r\left(\frac{1}{r^2+\tau^2}-2\nu\frac{r^2}{(r^2+\tau^2)^2}\right)\frac{z^2-r^2}{(r^2+z^2)^2}dr+\right.$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_a^\infty rdr\int_0^\infty(\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-2\alpha zK_0(\alpha z))J_1(\alpha r)d\alpha\int_0^\infty\omega_2(\beta;r)J_0(\beta t)d\beta-$$

$$\left.-\frac{4}{\pi}\int_0^\infty\left(K_0(\alpha\tau)-\frac{\alpha\tau}{2}K_1(\alpha\tau)\right)(\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-2\alpha zK_0(\alpha z)\,d\alpha\right],$$

$$K_1(z;t)=\frac{2}{\pi^2}\int_a^\infty\frac{r(r^2-t^2)}{(r^2+t^2)^2}\frac{z(z^2-r^2)}{(r^2+z^2)^2}dr-$$

$$-\frac{2}{\pi}\int_0^a rdr\int_0^\infty\left|\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-2\alpha zK_0(\alpha z)\right|J_1(\alpha r)d\alpha\int_0^\infty\omega_1(\beta;r)J_0(\beta t)d\beta-$$

$$-\frac{1}{\pi}\int_a^\infty rdr\int_0^\infty\left|\alpha^2z^2K_1(\alpha z)-2\alpha zK_0(\alpha z)\right|J_1(\alpha r)d\alpha\int_0^\infty\omega_2(\beta;r)J_0(\beta t)d\beta,$$

$$K_2(z;\tau)=\frac{2}{\pi^2}\int_a^\infty r\left[\frac{1}{r^2+\tau^2}2\nu\frac{r^2}{(r^2+\tau^2)^2}\right]\frac{z(z^2-r^2)}{(r^2+z^2)^2}dr-$$

$$-\frac{1}{\pi}\int_a^\infty rdr\int_0^\infty\left|\alpha^2r^2K_1(\alpha z)-2\alpha zK_0(\alpha z)\right|J_1(\alpha r)d\alpha\int_0^\infty\omega_2(\beta;r)J_0(\beta\tau)d\beta,$$

$$K_3(z,t)=\frac{2}{\pi^2}z\int_a^\infty\frac{r(r^2-t^2)}{(r^2+t^2)^2}\frac{z^2-r^2}{(r^2+z^2)^2}dr+$$

$$+\frac{2}{\pi}\int_0^a rdr\int_0^\infty\left|\alpha^2t^2K_1(\alpha z)-2\alpha zK_0(\alpha z)\right|J_1(\alpha r)d\alpha\int_0^\infty\omega_1(\beta,r)J_0(\beta t)d\beta+$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_a^\infty r dr \int_0^\infty \left[\alpha^2 z^2 K_1(\alpha z) - 2\alpha z K_0(\alpha z) \right] J_1(\alpha r) d\alpha \int_0^\infty \omega_2(\beta, t) J_0(\beta t) d\beta -$$

$$-\frac{4}{\pi}\int_0^\infty \left[K_0(\alpha t) - \frac{\alpha t}{2} K_1(\alpha t) \right] \left[\alpha^2 z^2 K_1(\alpha z) - 2\alpha z K_0(\alpha z) \right] d\alpha,$$

$$K_4(z, \tau) = \frac{2}{\pi^2} z \int_a^\infty r \left[\frac{1}{r^2 + \tau^2} - 2\tau \frac{r^2}{(r^2 + \tau^2)^2} \right] \frac{z^2 - r^2}{(r^2 + z^2)^2} dr$$

$$+\frac{1}{\pi}\int_a^\infty r dr \int_0^\infty \left[\alpha^2 z^2 K_1(\alpha z) - 2\alpha z K_0(\alpha z) \right] J_1(\alpha r) d\alpha \int_0^\infty \omega_2(\beta; r) J_0(\beta\tau) d\beta -$$

$$-\frac{4}{\pi}\int_0^\infty \left[K_0(\alpha\tau) - \frac{\alpha\tau}{2} K_1(\alpha\tau) \right] \left[\alpha^2 z^2 K_1(\alpha z) - 2\alpha z K_0(\alpha z) \right] d\alpha.$$

Систему (25) можно решить методом последовательных приближений, так как доказывается, что

$$\int_0^\infty |K_1(z; t)| dz + \int_0^\infty |K_2(z; \tau)| dz < 1,$$

$$\int_0^\infty |K_3(z; t)| dz + \int_0^\infty |K_4(z; \tau)| dz < 1,$$

а функции $\Omega_1(z)$ и $\Omega_2(z)$ ограничены сверху и стремятся к нулю, когда $z \to \infty$. Решая систему (25), получаем выражение функции $F_1(t)$ и $F_2(\tau)$. Далее по формулам (11), (12), (13), (23) и (24) последовательно можно определить все искомые функции.

Напряжения и перемещения по известным формулам определены в любой точке полуплоскости.

Нормальные напряжения $\sigma_y^{(1)}(x, 0)$, $\sigma_y^{(2)}(x, 0)$ под штампом ($y = 0$), выраженные через функцию $F_1(t)$ и $F_2(\tau)$ определяются по формулам:

$$\sigma_y^{(1)}(x, 0) = \frac{2}{\pi} \frac{x}{a_1 \sqrt{a_1^2 - x^2}} \left[\Psi_1(a_1) + F_1(a_1) \right] + W_1(x), \tag{26}$$

$$\sigma_y^{(2)}(x, 0) = \frac{2}{\pi} \frac{x}{a_2 \sqrt{a_2^2 - x^2}} \left[\Psi_2(a_2) + F_2(a_2) \right] + W_2(x), \tag{27}$$

где $W_j(x)$ $(j = 1, 2)$ — регулярные функции.

Нормальные перемещения вне штампа ($y = 0$), выраженные через функцию $F_1(t)$ и $F_2(\tau)$, определяются по формулам:

$$v_1(x, 0) = \frac{4}{\pi E} \int_0^{a_1} \frac{\Psi_1(t) dt}{\sqrt{x^2 - t^2}} + \frac{4}{\pi E} \int_{a_1}^\infty \frac{F_1(t) dt}{\sqrt{x^2 - t^2}}, \quad a_1 \leqslant x < \infty \tag{28}$$

$$v_2(x,0)=\frac{4}{\pi E}\int_0^{a_2}\frac{\Psi_2(\tau)d\tau}{\sqrt{x^2-\tau^2}}+\frac{4}{\pi E}\int_{a_2}^{\infty}\frac{F_2(\tau)d\tau}{\sqrt{x^2-\tau^2}},\quad -\infty<x<-a_2.$$

Напряжения $\sigma_x^{(1)}(0,y)=\sigma_x^{(2)}(0,x)$ вне разреза на линии ($x=0$) выраженные через функции $F_1(t)$ и $F_2(\tau)$ определяются по формулам

$$\sigma_x^{(1)}(0,y)=\sigma_x^{(2)}(0,y)=\frac{2}{\pi}\frac{\varphi_2(a)}{\sqrt{y^2-a^2}}y+\frac{2}{\pi}y\int_a^y\frac{\varphi_2'(r)dr}{\sqrt{y^2-r^2}}\quad a<y<\infty.$$

Формулы (26) — (29) определяют напряжения и перемещение для заданных величин контакта и разреза a, a_1, a_2.

Если эти величны не заданы то их можно определить из условия непрерывности нормальных напряжений ([11]), что выражается трансцендентными уравнениями

$$\Psi_1(a_1)+F_1(a_1)=0.\qquad \Psi_2(a_2)+F_2(a_2)=0.\qquad \varphi_2(a)=0$$

Институт механики
Академии наук Армянской ССР
Ереванский политехнический институт
имени К. Маркса

Վ. Ս. ՏՈՆՈՅԱՆ, Հ. Ֆ. ՄԻՆԱՍՅԱՆ

Ուղղաձիգ վերջավոր երկարության ճեղքով կիսահարթության ոչ համաչափ կոնտակտային խնդիրը

Դիտարկվում է հորիզոնական եզրից սկսած ուղղաձիգ վերջավոր երկարության ճեղք ունեցող առաձգական, իզոտրոպ կիսահարթության ոչ համաչափ կոնտակտային խնդիրը։ Կիսահարթության եզրին ճնշում է, ճեղքի տառեղքի նկատմամբ ոչ համաչափ դասավորված, կամայական հիմքով կոշտ դրոշմը։ Ենթադրվում է, որ շփումը դրոշմի և կիսահարթության միջև բացակայում է։ Պարզության համար ընդունված է, որ կիսահարթության եզրը՝ դրոշմից դուրս ապատ է լարումներից, ինչպես նաև ճեղքի եզրերում լարումները բացակայում են։ Ճեղքից դուրս ուղղաձիգ ուղղությամբ տված են կոնտակտի պայմաններ։

Խնդրի լուծումը բերվում է չորս, «զույգ» ինտեգրալ հավասարումներից բաղկացած սիստեմի լուծման, որոնց լուծումը հանգում է Ֆրեդհոլմի երկրորդ սեռի երկու ինտեգրալ հավասարումներից բաղկացած սիստեմի լուծմանը։

Վերջին հավասարումների սիստեմը կարելի է լուծել հաջորդական մոտավորությունների եղանակով։

Ստացված են նաև կոնտակտի և ճեղքի չափերը որոշող տրանսցենդենտ հավասարումներ։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *И. Снеддон*. Периодический сб. переводов иностранных статей. Механика, т. 119 № 1, 111—122 (1970). [2] *В. С. Тоноян, С. А. Мелкумян*. ДАН АрмССР, т. LI, № 3 (1970). [3] *С. Мелкумян*. ДАН АрмССР, т. LV, № 2 (1972). [4] *A. Chakrabarti*. —Int. J. Eng Sci., vol. 7, N1, pp 81—91. (1969). [5] *I. P. Sneddon, S. C Das* Int. J. Eng. Sci., v. 9, N1, pp 25—36 (1971). [6] *M. F. Stallybrass* Int. J. End. Sci., v. 8, 1970, N3, 351—362, v. 9. N1, pp 133—150 (1971). [7] *W. T. Koiter*. J. Appl. Mech., v. 32, N1, p. 237 (1965). [8] *Н. И. Мусхелишвили*. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Изд. „Наука", 1966. [9] *В. С. Тоноян* „Известия АН Арм. ССР" Механика, т. XXI, №3 (1968). [10] *И. С. Градштейн И. М. Рыжик*. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Физматгиз, М., 1962. [11] *А. А. Баблоян, М. Г. Мелконян*. „Известия АН Арм. ССР", Механика, т. XXVII, №5 (1974).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXI 1975 5

УДК 631.417.7

АГРОХИМИЯ

А. Ш. Галстян, С. А. Абрамян

Об активности аденозинтрифосфатазы почв

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. С. Давтяном 19/VI 1975)

АТФаза (3.6.1.3, АТФ—фосфогидролаза) осуществляет гидролитическое отщепление неорганических фосфатов, при котором выделяется энергия макроэргической связи АТФ ([1-4]). С этой точки зрения выяснение вопросов гидролитического превращения АТФ представляет определенный интерес в познании фосфорного режима почвы. Исследования проводили на основных типах почв Армении, дерново-подзолистой почве Московской области и красноземе Грузинской ССР.

Метод определения активности АТФазы почвы основан на количественном учете фосфорной кислоты, отщепленной в результате ферментативной реакции при взаимодействии АТФ с почвой. Активность АТФазы в ненасыщенных почвах определяли в присутствии этилендиаминтетраацетата (ЭДТА) ([5]). Почву высушивали при комнатной температуре в тени, очищали от остатков корней и просеивали через сито с отверстиями диаметром в 0,25 *мм*. Навески (1 *г*) почвы помещали в конические колбы на 100 *мл*, добавляли 1 *мл* 1%-ного раствора АТФ-Na и 2 *мл* этаноламин-уксуснокислого буфера pH 8,0. pH среды проверяли индикаторной реакцией и при сдвигах доводили до определенного значения. Для определения активности АТФазы при pH почвы вместо буферного раствора прибавляли дистиллированную воду. В случае ненасыщенных почв перед анализом добавляли 1 *мл* 0,1 н. раствора ЭДТА для маскировки мешающих ионов. Колбы закрывали пробками, встряхивали и ставили в термостат при температуре 30° на 1 час. Контролем служили почва с водой, с буфером, с ЭДТА и субстраты без почвы. По истечении времени взаимодействия субстрата с почвой в колбы добавляли 50 *мл* буферной смеси Труога, встряхивали на ротаторе 30 *мин* для экстрагирования фосфорной кислоты и содержимое колб фильтровали. В фильтрате (10 *мл*) фосфор определяли по Труогу—Мейеру ([6]). Активность АТФазы выражали в миллиграммах P на 100 *г* почвы за час. Ошибка определения—до 6%.

Исследования показали, что при взаимодействии АТФ с почвой происходит интенсивный гидролиз фосфоэфирных макроэргических свя-

зей с освобождением ортофосфорной кислоты, под воздействием аденозинфосфогидролаз (табл. 1). Фосфорный обмен в почве происходит с участием нуклеозидфосфатов. В этом отношении АТФ служит специфическим донором фосфата в ферментативных реакциях, продуктом которых являются низкоэнергетические фосфорилированные соединения. С другой стороны она является источником доступного фосфора в почве.

Интенсивный процесс дефосфорилирования АТФ в различных типах почв обусловлен тем, что в ходе сопряженных реакций, протекающих с потреблением энергии макроэргических связей АТФаза сначала отщепляет концевую фосфорную группу. Затем от полученной АДФ фермент АТФ-дифосфогидролаза (3.6.1.5) отщепляет одну молекулу фосфорной кислоты с образованием АМФ. Последний под действием 5'-нуклеотидазы (3.1.3.5) расщепляется на аденозин и фосфорную кислоту. Опыты показали, что реакция гидролиза АМФ в некоторых типах почв протекает интенсивнее, чем АТФ и АДФ. По-видимому, пара АТФ—АДФ в почве также служит главной системой переноса фосфата, поэтому в результате фосфорилирования сравнительно меньше накапливается подвижного фосфора. Этот вопрос требует дальнейшего изучения.

В процессе гидролиза АТФ в почве участвует также АТФ-пирофосфотаза (3.6.1.8), образуя АМФ и пирофосфат, который превращается в

Таблица 1

Активность АТФазы различных типов почв

Почва, угодье, пункт взятия образца	Горизонт, см	Гумус, %	pH, H_2O	*Мг* P на 100 *г* почвы			
				общий	подвижный	АТФаза	
						pH почвы	pH 8,0
Краснозем, целина, Грузинская ССР	A_1 0—16	5,1	4,5	47	0,9	1,6	1,1
Дерново-подзолистая, пашня, Московская область	Ап 0—20	1,7	4,5	74	2,3	2,4	4,9
Горно-луговая, дерновая, пастбище, г. Арагац	Ад 0—9	15,7	5,2	196	2,0	3,4	8,1
Лугово-степная черноземовидная, сенокос, Семеновский перевал	A_1 0—10	13,7	6,3	167	2,7	6,1	10,5
Бурая лесная, лес, Дилижан	A_1 3—9	5,6	5,2	92	1,4	5,8	8,9
Коричневая лесная, лес, Иджеван	A_1 1—14	7,8	6,9	96	1,6	8,9	12,1
Чернозем выщелоченный, целина, Раздан	A_1 0—17	5,9	7,0	70	1,7	11,4	22,7
Каштановая карбонатная, целина, Абовян	A_1 0—15	3,2	7,9	75	1,6	5,8	7,3
Бурая полупустынная, целина, Шаумян	A_1 0—8	2,2	8,2	55	1,0	3,6	5,3
Бурая лугово-орошаемая, карбонатная, пашня, Октемберян	Ап 0—28	1,6	8,2	71	4,8	3,8	3,3
Бурая лугово-орошаемая, бескарбонатная, пашня, Эчмиадзин	Ап 0—28	1,7	8,1	83	26,2	4,3	4,3
Мелиорированный солончак, виноградник, Октемберян	Ап 0—25	1,1	8,0	100	3,1	4,8	4,8
Солонец-солончак соловый сульфатно-хлоридный, Октемберян	А 0—25	0,6	10,0	110	2,1	3,9	3,4

ортофосфат под воздействием неорганической пирофосфатазы. Следовательно, АТФ в почве подвергается ортофосфатному и пирофосфатному расщеплению и фактически определяется общая АТФазная активность.

Активность АТФазы в почвах различна. Сравнительно высокая активность обнаруживается в целинном черноземе, коричневой лесной, лугово-степной черноземовидной почве, затем в каштановой и бурой, низкая—в красноземе и дерново-подзолистой почве. В содовом солонце солончаке при pH 10 обнаруживается значительная активность АТФазы. Это обусловлено тем, что АТФаза активна в щелочном интервале, ее оптимум находится при pH 8—9. Определение активности АТФазы при оптимальной pH и pH почвы показало, что в кислых почвах разница значительна, а в основных—разницы почти нет.

АТФаза, как и все гидролазы почвы, активна в гумусовом горизонте, по профилю она снижается, причем в некоторых почвах очень резко. В глубоких горизонтах почвы АТФ, по-видимому, участвует в реакциях фосфорилирования. Между активностью АТФазы и содержанием общего и подвижного фосфора определенной зависимости не обнаружено. Она находится в прямой связи с содержанием гумуса и фосфорорганическими соединениями, которые играют важную роль в фосфорном режиме почвы ([7,8]).

Таким образом, во всех обследованных почвах обнаружена активность АТФазы, разработан метод ее определения. Дальнейшее изучение закономерностей превращения нуклеозидфосфатов откроет новые возможности познания фосфорного режима почв.

Институт почвоведения и агрохимии
МСХ Армянской ССР

Ա. Ե. ԴԱՎԹՅԱՆ, Ս. Ա. ԱԲՐԱՀԱՄՅԱՆ

Հողի ադենոզինեռոֆոսֆատազայի ակտիվության մասին

Հողի արտաբջջային ֆերմենտների սիստեմում հայտնաբերված է ադենոզինեռոֆոսֆատազայի ակտիվությունը։ Նրա օպտիմում pH-ը գտնվում է հիմնային միջավայրում՝ pH 8—9։ Այդ ֆերմենտը համեմատաբար ակտիվ է սնահողում, լեռնամարգագետնային և անտառային դարչնագույն հողերում, որոնք հարուստ են օրգանական նյութերով և ֆոսֆորօրգանական միացություններով։ Ապացուցված է, որ հողում ադենոզինեռոֆոսֆորական թթուն աստիճանաբար հիդրոլիզվում է, գոյացնելով օրթոֆոսֆորական թթու և ադենոզին։ Մշակված է հողի ադենոզինեռոֆոսֆատազայի ակտիվության որոշման եղանակը։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] Номенклатура ферментов, М., 1966. [2] М. *Диксон, Э. Уэбб*, Ферменты, М., 1966. [3] *В. Л. Кретович*, Введение в энзимологию, М., 1967. [4] *А. Ленинджер*, Биохимия, М., 1974. [5] *С. А. Абрамян, А. Ш. Галстян*, «Биологический журнал Армении», т. 28, № 10 (1975). [6] *Е. В. Аринушкина*, Руководство по химическому анализу почв, М., 1960. [7] *Г. С. Давтян*, Фосфорный режим почв Армении, Ереван, 1946. [8] *Н. О. Авакян*, Тр. Ин-та почвоведения и агрохимии МСХ АрмССР, вып. 10, 1974.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXI 1975 5

УДК 595.768

ЭНТОМОЛОГИЯ

М. Е. Тер-Минасян

Новые виды жуков—зерновок (Coleoptera, Bruchidae)

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Э. А. Давтяном 3/VII 1975)

При обработке материалов по зерновкам были обнаружены новые виды, описание которых дается в настоящей статье.

Типы новых видов хранятся в коллекции Зоологического института Академии наук СССР.

Bruchidius megriensis Ter-Minassian, sp. n. (рис. 1).

Тело, усики кроме 1—3-го члеников, передние и средние бедра кроме их вершины, задние ноги целиком черные, 1—3-й членики усиков, вершины передних и средних бедер, передние и средние голени темно красноватые. Верх не густо, довольно равномерно покрыт короткими прилегающими серовато-желтыми блестящими волосками, не образующими явственных пятен и перевязей сверху. Пигидий равномерно и не густо покрыт такими же волосками. Усики самца заходят за середину тела, явственно пильчатые, у самки заходят за плечи, лоб выпуклый, без срединного киля, но с небольшой блестящей точкой, густо и мелко точечный. Переднеспинка явственно поперечная, почти на ⅓ шире своей

Рис. 1. *Bruchidius megriensis* T.-M.

длины, от основания к вершине слабо суженная, со слабо закругленными боками, заостренными задними углами, выпуклым диском, середина основания с полукруглой лопастью, вся равномерно густо и довольно мелко точечная. Щиток полукруглый. Надкрылья у основания едва шире переднеспинки, не менее чем в 1½ раза длиннее общей ширины плеч, бока их очень слабо расширены назад, почти параллельносторонние, наибольшей ширины за серединой, с тонкими линиевидными точечными рядами и более широкими и плоскими промежутками, без зубчиков или бугорков у основания 3—5-го промежутков. Скульптура надкрылий скрыта под покровом волосков. Пигидий самца и самки не длиннее своей ширины у основания, у самца не более отвесный с заостренной вершиной, густо и мелко точечный, равномерно покрыт малозаметными темными волосками. Задние бедра без зубца, задние тазики густо и грубо точечные.

Длина 1,7—1,9 *мм*.

Голотип ♂ и ♀ паратип: Мегри, Армянская ССР, 27/IV 1974 г. (В. А. Рихтер).

Может быть сравнен с Bruchidius longulus Schilsky, но отличается от него явственно поперечной, сверху невыпуклой переднеспинкой, отсутствием явственных пятен на надкрыльях, сравнительно более короткими надкрыльями.

Bruchidius sugonjaevi Ter-Minassian sp. n. (рис. 2).

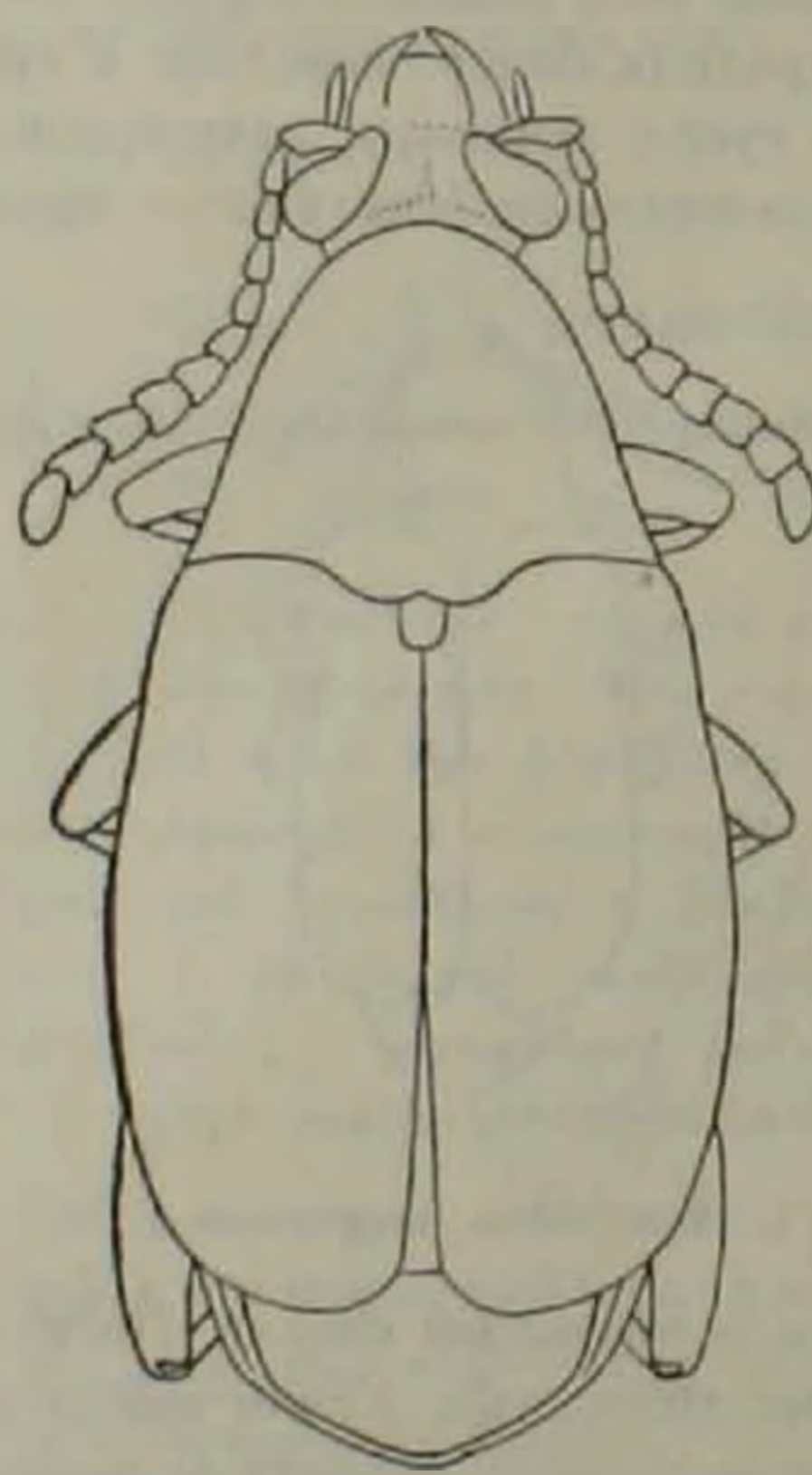


Рис. 2. Bruchidius sugonjaevi T.-M.

Окраска черная, 1—3-й членики усиков, передние бедра, кроме основания, передние голени и лапки, вершины средних голеней желтовато-красные, весь равномерно, довольно густо покрыт оливково-серыми блестящими тонкими волосками. Лоб без киля, но с выпуклой блестящей точкой, густо и мелко точечный, наличник, вырезка глаз покрыты густыми светлыми шерстистыми волосками. Усики (рис. 3) у самки едва заходят за плечи, у самца явственно заходят за плечи, не пильча-

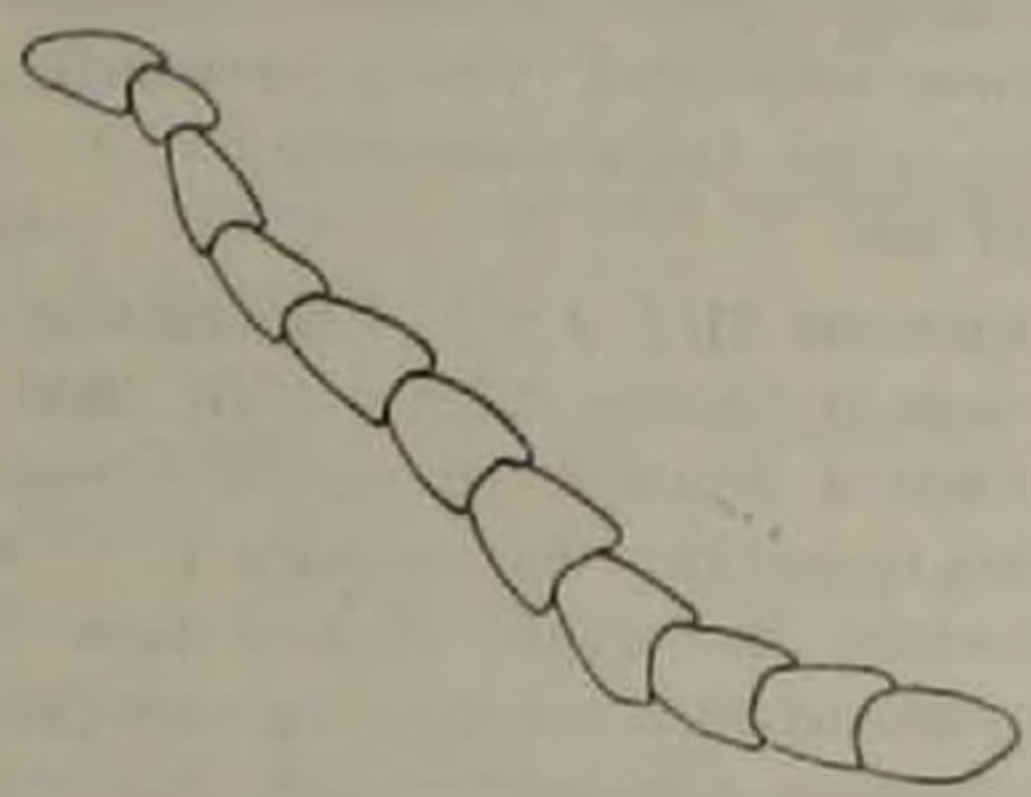


Рис. 3. B. sugonjaevi T.-M. — усик

тые, начиная с 3-го членика усиков явственно продолговатые, узкие. Переднеспинка у основания слегка шире своей длины, с полукруглой лопастью у середины основания, довольно сильно сужена вперед, передний край переднеспинки по ширине не более $^2/_3$ основания, бока слабо закругленные, диск мало выпуклый, задние углы заостренные, вся пе-

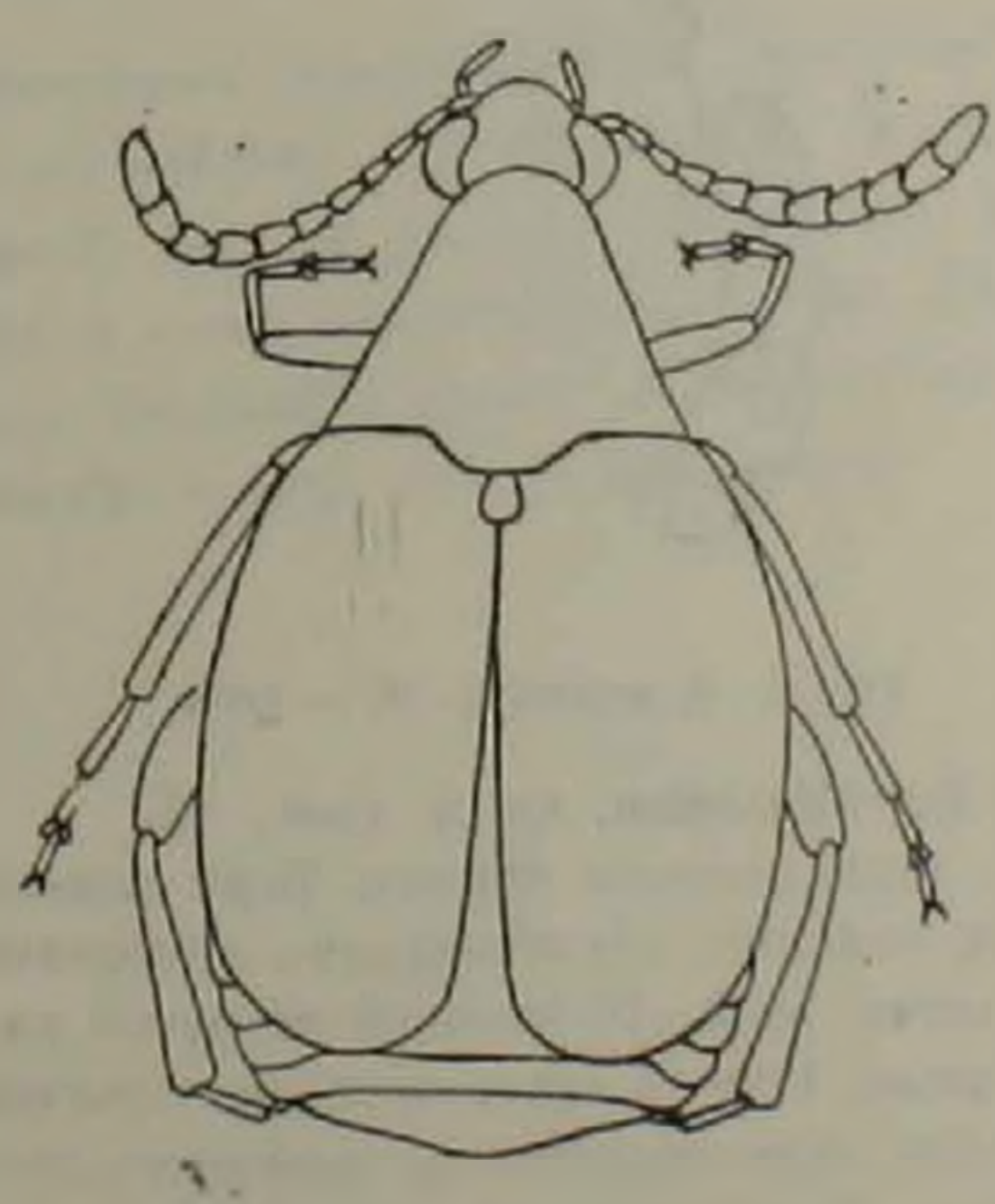


Рис. 4. Bruchidius popovi T.-M.

реднеспинка очень густо и довольно мелко точечная. Скульптура не просвечивает через покров волосков. Щиток небольшой четырехугольный. Надкрылья не менее чем в $1^1/_2$ раза длиннее общей ширины плеч, по бокам слабо расширены назад, в основании 5-й бороздки имеется небольшой бугорок. Точечные бороздки узкие, довольно глубокие, промежутки широкие, плоские. Бороздки в виде темных линий хорошо заметны на надкрыльях, скульптура блестящих промежутков покрытых густыми и мелкими точками заметна лишь на потертых участках, обычно скрыта под покровом густых волосков. Пигидий самца и самки отвесный, у ♂ особенно выпуклый, густо и равномерно покрыт волосками, скрывающими скульптуру. Ноги тонкие.

Длина 2,7—3,3 *мм*.

Голотип ♂, паратипы 21 ♂ и 9 ♀; Афганистан, южный склон Гиндукуша, ниже перевала Сланг, 2700*м* 4/VII 1966 г. (Е. С. Сугоняев).

Вид назван именем нашедшего его и установившего кормовое растение известного советского энтомолога Е. С. Сугоняева.

Выведен из плодов Astragalus. Может быть сравнен с B. virescens Boh., от которого отличается продолговатыми члениками усиков, окраской ног, удлиненной переднеспинкой, более выпуклым и отвесным пигидием самца.

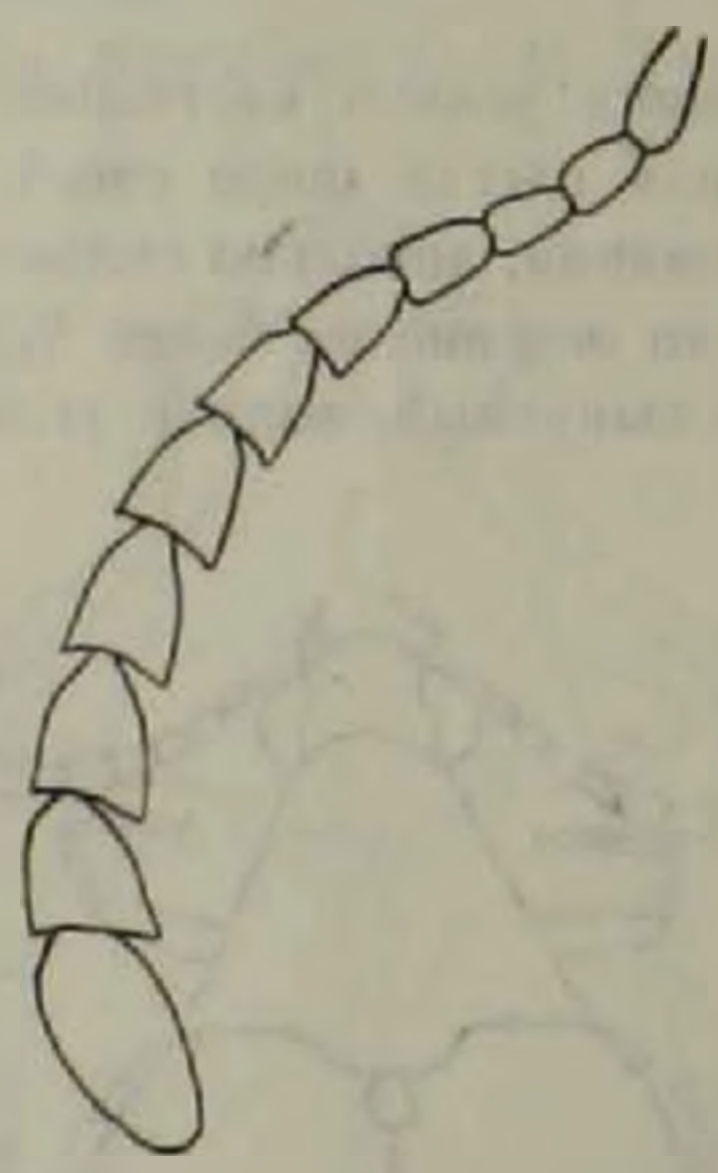


Рис. 5. B. popovi T.-M. — усик

Bruchidius popovi Ter-Minassian, sp. n. (рис. 4).

Тело, усики и ноги целиком черные. Верх довольно густо покрыт серебристо серыми, тонкими, прилегающими волосками. Усики (рис. 5) едва заходят за плечи, их 5—10 членики не резко пильчатые, не поперечные, бокаловидные. Голова густо и мелко точечная, лоб без киля по середине. Ширина переднеспинки у основания почти не превышает ее длину посередине. Переднеспинка резко сужена к вершине, которая по ширине не более половины основания, отчего переднеспинка имеет

треугольный вид, задние углы ее не заострены, основание с довольно крупной полукруглой лопастью посредине, бока прямолинейно сужены к вершине, диск равномерно слабо выпуклый, скульптуру можно разглядеть под тонким покровом волосков. Вся переднеспинка равномерно и очень густо покрыта очень мелкими точками. Щиток довольно большой, четырехугольный. Надкрылья менее чем в $1^1/_2$ раза длиннее общей ширины плеч, отчего у жука почти квадратный вид, от плеч почти не расширены назад, почти параллельносторонние, с довольно глубокими точечными бороздками, промежутки широкие, плоские, скульптура их скрыта под довольно густым покровом волосков, между 3-м и 4-м промежутками, над 3-й бороздкой имеется довольно крупный двувершинный зубец. Ноги тонкие, длинные. Пигидий слабо выпуклый, не длиннее своей ширины, покрыт такими же серыми волосками, как и весь жук, скрывающими скульптуру пигидия.

Длина 3 *мм*.

Голотип ♀: Туркменская ССР, ущ. Гувен-дере, бл. Ярты-Кала, Копет даг, 15/VIII 1934 г. (В. В. Попов).

Вид назван именем крупнейшего советского энтомолога, нашедшего его, В. В. Попова.

Может быть сравнен с B. robustus Luk. et T.-M., от которого отличается более сильно удлиненной и более резко суженной у переднего края, значительно более мелко и густо точечной переднеспинкой, более тонкими волосками, покрывающими верх и пигидий.

Зоологический институт
Академии наук СССР

Մ. Ե. ՏԵՐ-ՄԻՆԱՍՅԱՆ

Ընդակիր բզեզների նոր տեսակներ (Coleoptera, Bruchidae)

Ներկա աշխատանքում նկարագրված են Bruchidae *ընտանիքին պատկանող 3 նոր տեսակ բզեզներ։ Այդ տեսակներից* Bruchidius megriensis-*ը գտնված է Մեղրիում, երկրորդ տեսակը՝* Bruchidius sugonjaevi-*ն ստացված է* Astragalus-*ի պտուղներից Աֆղանստանում, Հինդուկուշի հարավային լանջ, իսկ երրորդը՝* Bruchidius popovi-*ն Թուրքմենական ՍՍՀ-ում Գուվենդերն կիրճում, Յարթի-Կալայի մոտ, Կոպետդաղում։*

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
LXI 1975 3

УДК 632.651

ГЕЛЬМИНТОЛОГИЯ

Э. Е. Погосян, Дж. А. Карапетян

Описание самца Heterodera artemisiae из Армянской ССР (Nematoda, Heteroderidae)

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Э. А. Давтяном 3/VII 1975)

Heterodera artemisiae Eroshenko et Kasachenko, 1972 был описан на основании самок, цист и личинок, самцы же обнаружены не были ([1]).

Этот новый для Армении вид нематоды найден нами в Мегринском районе (Мегри, «Сад агронома») на корневой системе полыни обыкновенной (Artemisia vulgaris L.) 10/X 1974 г. Кроме самок и цист, нам удалось обнаружить и самцов и таким образом нам представилась возможность описать самца. Одновременно мы считаем не лишним привести здесь наши данные по измерениям самок, цист и личинок, а также некоторые рисунки, хотя больших различий между нашими и данными авторов вида нет.

Эта работа была проведена в лаборатории беспозвоночных животных Института зоологии АН Армянской ССР.

Описание самца Heterodera artemisiae.

Аллотип (самец)—длина тела 1115 *мк*, ширина 25 *мк*, a=44,6, b=5,87, c=223, копье=28,6 *мк*, спикула 32 *мк*, рулек 9,9 *мк* (рис. 1).

Паратипы (♂♂ 15) (измерения проводились на фиксированном материале)—длина тела 975—1400 (1115,33) *мк*, ширина—20—30 (25,9) *мк*, a=33,6—56,0(42,54), b=5,7—8,7(6,5) (n=7) (длина пищевода от головного конца до основания пищеводных желез), c=80,8—169,43 (103,3) (n=9). Копье—22,5—30 (26,87) *мк*. Спикулы—28,6—35,2 *мк*, рулек—7,7—9,9 (9,02) *мк*.

Размеры самцов по микроскопическим препаратам (n=9)—990—1225 (1112,27) *мк*, ширина—20—28 (23,9) *мк*, a=39,6—56,75(46,38), b=5,12—6,81 (5,93), c=104,54—396,0 (191,86). Длина копья—25,3—28,5 (26,9) *мк*, длина спикулы—28,6—35,2 (33,0) *мк*, рулек—7,7—9,9 (9,02) *мк*.

Самцы стройные, нитевидные, с тупым задним концом. Головная часть тела несколько сужена, задняя сильно скручена и трудно просматривается (особенно спикулы). Кутикула грубо-кольчатая, ширина

колец на теле 2,2—2,5 *мк*. Губная область несколько куполообразной формы (особенно у живых и фиксированных экземпляров), довольно хорошо отделена от шейки. Головных колец 5—6, высота головы—5,5—6,6 (5,9) *мк*, ширина—11 *мк*. Склеротизация головы сильно развита. Копье сильное, со слегка скошенными книзу базальными головками, длина которых равна 2,7—3,3 (2,9) *мк*, а ширина—4,4 *мк*. Передняя часть копья несколько длиннее задней. Отверстие дорзальной железы пищевода открывается на 2,2—3,3 (3,08) *мк* ниже основания копья. Экскреторная пора расположена на 118,5—155,0 (146,62) *мк* от голо-

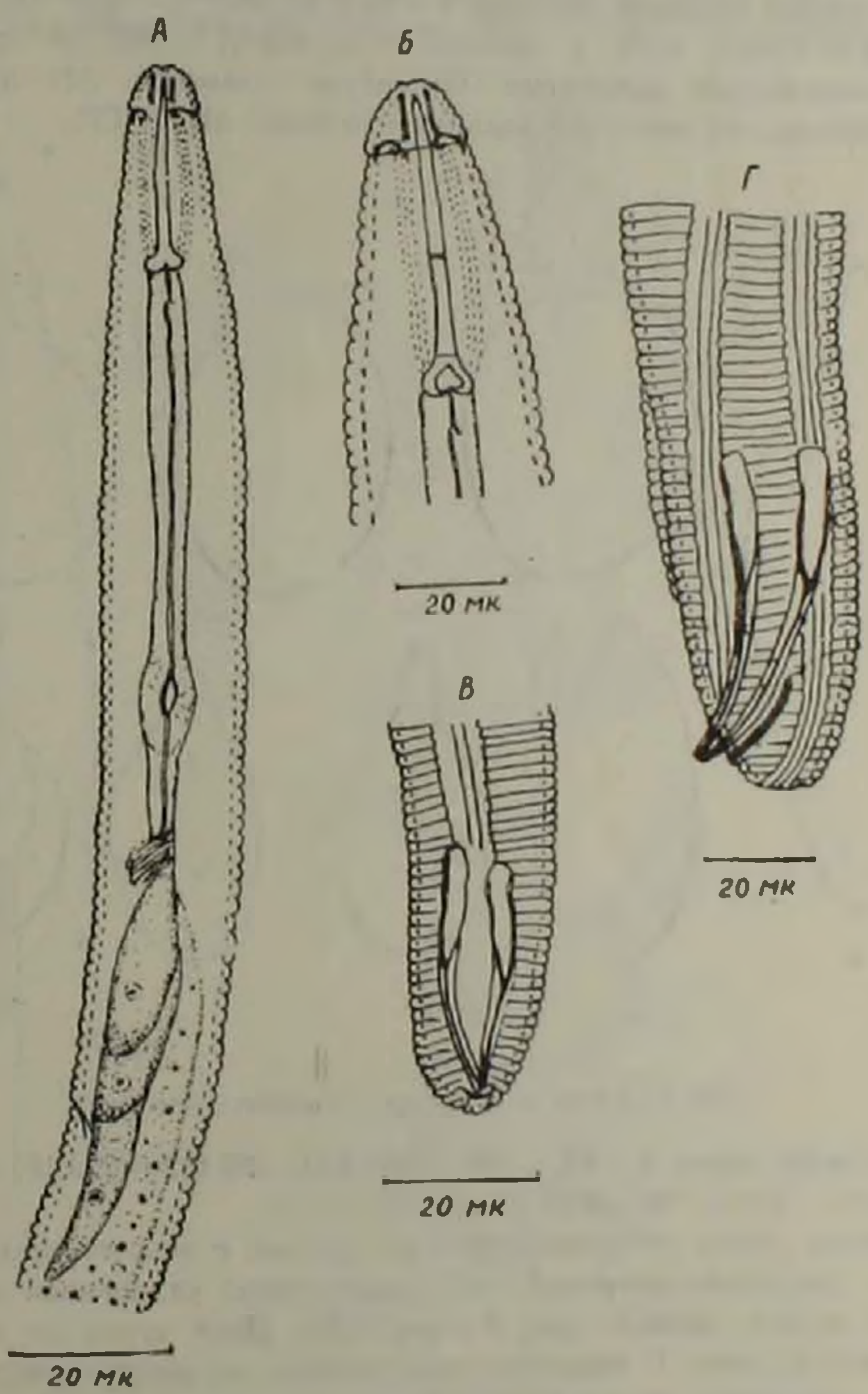


Рис. 1. Heterodera artemisiae самец. *А*—передняя часть тела; *Б*—головная часть; *В* и *Г*—хвост

ного конца, что составляет 10,35—15,35% (12,58%) длины тела. Гемизонид находится непосредственно над экскреторной порой. Боковое поле с 4 инцизурами. Хвост тупой, очень короткий, 2,5—11 (5,5) *мк*. Кутикула на хвосте кольчатая. Половая трубка одна. Спикулы слегка загнуты с вентральной стороны, дистальный конец их острый, без зубчиков.

Хозяин аллотипа—полынь обыкновенная (Artemisia vulgaris L.).

Местонахождение аллотипа—Армянская ССР, Мегри, плодовый сад («Сад агронома»).

Аллотип (самец)—микроскопический препарат № 883" /5, паратипы (самцы) препарат № 883" /1 — 883" /3, 883" /6 — 883" /10, а также препараты самок, цист и личинок №№ 882" /1 — 882" /34 хранятся в нематологической коллекции Института зоологии АН Армянской ССР. Небольшой материал находится в ЗИН АН СССР.

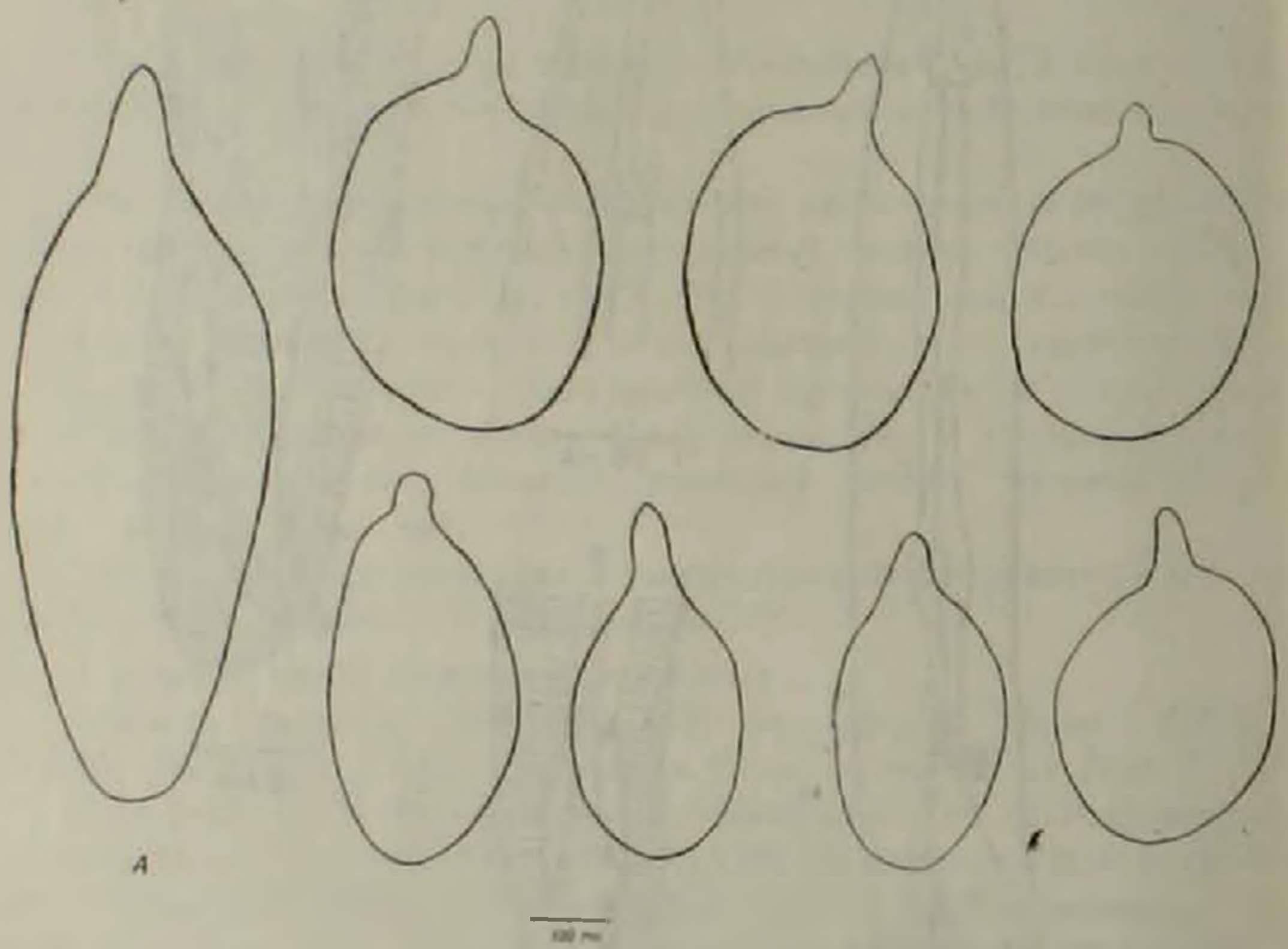


Рис. 2. Формы цист (самки) Heterodera artemisiae

Размеры самок (n=12)—390—660×170—290 (520×229,16) *мк*, включая шейку. Копье=23—27,5 (25,22) *мк* (n=5).

Форма самок от грушевидной до круглой с закругленным задним концом (циркумфенестровый тип), пальцевидно удлиненной и направленной вперед шейкой (рис. 2 и рис. 3,В). Цвет самок от белого до золотисто-желтого. С возрастом они темнеют, от светло-золотистого до темно каштанового цвета. Голова состоит из двух колец, первое кольцо маленькое, второе значительно шире и выступает на контуре тела. Передняя часть шейки, начиная от основания копья, резко сужена. Экскре-

корная пора расположена на основании шейки, значительно ниже метакорнального бульбуса. Метакорнальный бульбус почти шаровидный, его размеры—18—30×20,9—27,5 (26,83×24,69) *мк*. Яичников два. Яйцевой мешок отсутствует. Субкристаллический слой очевидно имеется в ранней стадии развития цисты, когда она еще находится в тканях корня. Когда же она выходит на поверхность корня, его уже нет.

По нашим данным длина щели вульвы от 5 до 7,7 (5,8) *мк*. Анус поровидный, расстояние анус—вульва от 20 до 45 (28) *мк*. Диаметр вульварной фенестры 16,5—30 *мк*. Формула Гренека—0,8—2,14 (1,2) *мк*.

Цисты такой же формы как самки (рис. 2), их длина (n=13) колеблется между 500—1060×320—450 *мк* (590,7×399,2) *мк* (включая шей-

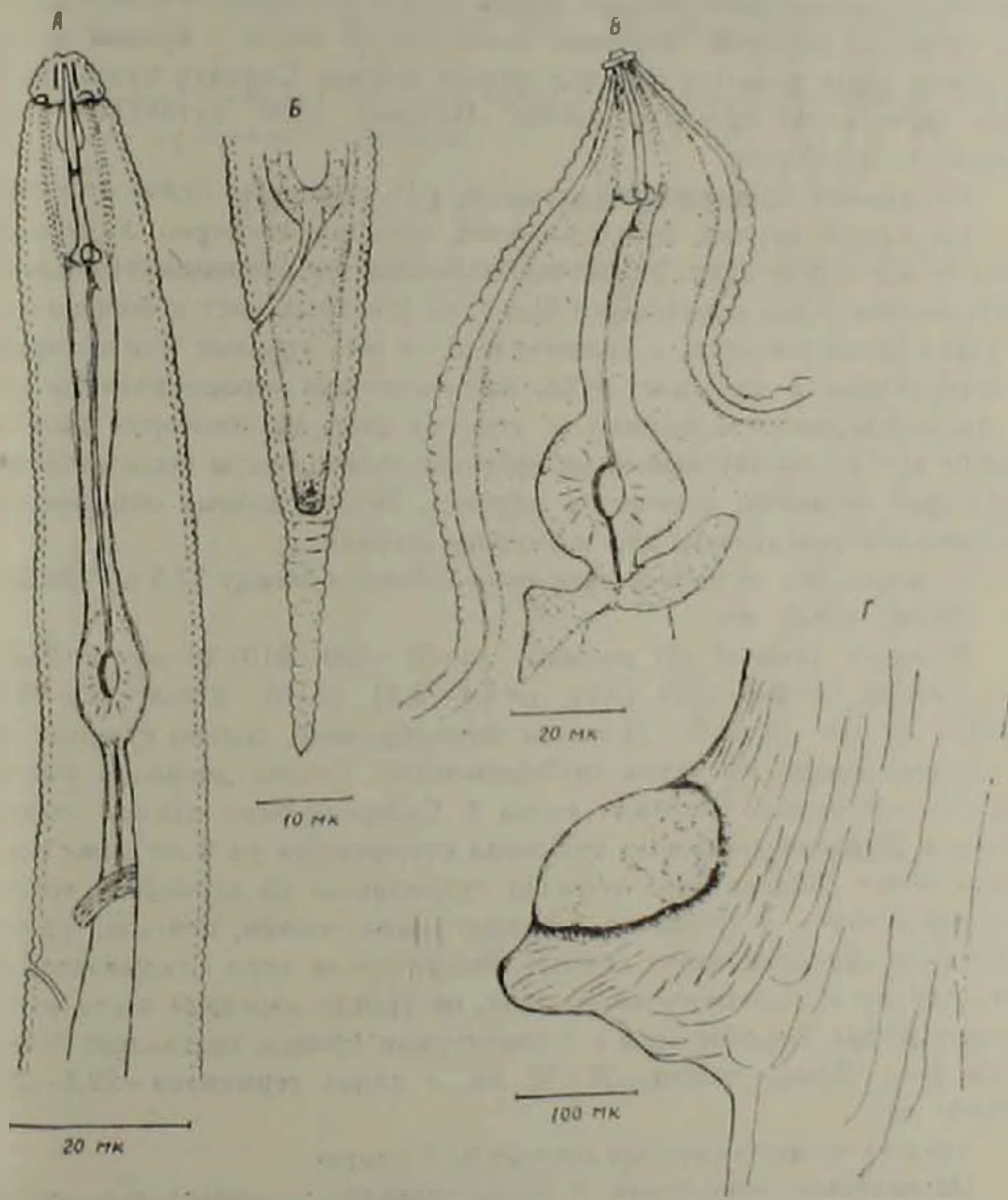


Рис. 3. Heterodera artemisiae личинка, самка и циста. *А*—передняя часть тела; *Б*—хвост личинки; *В*—передняя часть тела самки; *Г*—циста H. artemisiae на корешке полыни

ку). Верхний крайний вариант (1060×380) встретился лишь один раз (остальные колебались между 500 и 660 *мк*). Эта сравнительно молодая киста (рис. 2,А) почти целиком была погружена в ткани корня, лишь очень небольшая часть тела светло-коричневого цвета была видна через маленькую трещину корня. Пришлось иголкой вытаскивать ее оттуда. Очевидно, это явление характерно для этого вида (почти до полной зрелости цисты оставаться в тканях корня).

Вульварная фенестра у цист довольно большая, круглая. Кутикула с грубыми зигзагообразными складками в области вульвы и ануса. Расположение складок и рисунок вульва-анальной области несколько варьируют. В некоторых случаях зигзагообразные складки образуют как бы круговые линии вокруг ануса, но в большинстве случаев складки кутикулы образуют круговые линии вокруг ануса и вульвы вместе, а между ними имеются складки разной формы. Складки кутикулы на теле значительно мельче и ровнее. Нижний слой кутикулы имеет точечную структуру.

По данным Ерошенко и Казаченко, у H. artemisiae булле отсутствуют. По нашим данным булле имеются, хотя не регулярно. У молодых цист булле отсутствуют. У некоторых замечается сплошное утолщение образование темно-коричневого цвета, но у старых цист в большинстве случаев булле имеются в количестве 3—4 шт., круглые или неопределенной формы. У двух цист булле были довольно хорошо развиты (6—8 шт. неопределенной формы). У этих же цист, на некотором расстоянии от вульвы на внутренней поверхности стенки цисты были отмечены скопления большого количества круглых, булленодобных образований. На внешней поверхности цисты имеются шипики.

Размеры яиц по нашим данным колеблются между 77,5 и 112×35-55 (98,48×46,97) *мк*.

Размеры личинок (II возраст) (n=5)—420—510×20 *мк*, a=21,0—25,5 (24,02), b=2,5—3,23 (3,0), c=8,4—9,33 (9,16). Копье=22,5—24,3 (23,42) *мк* (рис. 3, А, Б). Личинки червеобразные, сильно суживаются к заднему концу. Кутикула грубокольчатая. Голова довольно хорошо отделена от шейки. Головных колец 4. Склеротизация головы сильно развита. Дорзальная железа пищевода открывается на 4 *мк* ниже основания копья. Первая пара цефалид открывается на основании головы (первое кольцо), а вторая на 7 кольце (ниже головы, почти на уровне основания передней части копья). Экскреторная пора открывается на 104—112 *мк* от головного конца тела, на уровне передней части пищеводных желез. Боковое поле с 4 инцизурами которое составляет ¼ ширины тела. Длина хвоста—50—55 *мк*, а длина терминуса—22,5—29,7 (26,94) *мк*.

Зачаток половой системы состоит из 2 клеток.

Приведенные показатели, а также описание признаков всех стадий нематоды показывают, что больших различий между нашими и данными авторов вида нет, кроме наличия булле.

Институт зоологии
Академии наук Армянской ССР

Հ. Ն. ՊՈՂՈՍՅԱՆ, Ջ. Ա. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

Heterodera artemisiae արուի նկարագրությունը Հայկական ՍՍՀ-ից (Nematoda, Heteroderidae)

Heterodera artemisiae Eroshenko et Kasachenko, 1972 տեսակը նկարագրված է էգերի, ցիստերի և թրթուրների հիման վրա, արուն այդ հեղինակների կողմից հայտնաբերված չէր։

1974 թ. մեզ հաջողվեց Միսրիում հայտնաբերել Հայկ. ՍՍՀ-ի համար այդ նոր տեսակը սովորական օշինդրի (Artemisia vulgaris L.) արմատների վրա։

Մեր կողմից հայտնաբերվել է այդ տեսակի էգեր, ցիստեր, թրթուրներ և արուներ, որը և հնարավորություն տվեց մեկ նկարագրելու այդ տեսակի արուն։

Հոդվածում բերված են նաև էգերի, ցիստերի և թրթուրների վերաբերյալ մեր տվյալները և նկարները։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. *А. С. Ерошенко* и *И. П. Казаченко*. Паразитология, т. VI, вып. 2, 166—170, 1972

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ ԼԱՎ ՀԱՏՈՐԻ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ե. Մ. Մկոյան — Դիրակի օպերատորի սպեկտրալ ֆունկցիայի միակությունը . . 3
Ս. Գ. Հարությունյան — n պարամետրերից կախված n-պատիկ ինտեգրալի երկրաչափություն 7
Ժ. Գ. Նիկողոսյան — Գրաֆների նվազագույն քանակի անտառների տրոհման մասին 15
Ս. Մ. Գյուլումյան — Ըստ ներկման կրիտիկական գրաֆների մասին . . . 21
Ա. Հ. Հովհաննիսյան — Թույլ հիպերբոլական սիստեմների համար վերացման հիպերմարթության վրա սկզբնական տվյալներով Կոշու խնդրի մասին 27
Հ. Գ. Գնոյանց — Օպտիմալ դասավորումների և նրանց հատկությունների մասին 65
Հ. Հ. Եռազարյան — Բուլյան ֆունկցիաների մոտավոր հաշվման և չարունակման բարդության մասին 70
Ի. Ա. Բաղիյան — Միատագ—Լեֆֆլերի տիպի ֆունկցիաների հետ ասոցիացված Մերնչտեյն-Հաուսդորֆի տիպի թվագիպուլինոմները և $\langle p, \mu \rangle$ մոմենտների պրոբլեմը . 123
Ս. Գ. Հովսեփյան — Տոպոլոգիական տարածությունների կիսառեգուլյար II-փակ ընդլայնումների բազմության կառուցվածքի մասին 137
Դ. Վ. Վիրաբյան — Գոլինոմիալ օպերատորային փնջի գծային արտագրիչների վերլուծության մասին 141
Հ. Բ. Մարանջյան — Փոխադարձաբար օպտիմալ տրանսլյացիա չթույլատրող ալգորիթմական լեզուների մասին 193
Ա. Ա. Իոսիֆյան — Ռեուլյարների վրա սկզբնական և սահմանային պայմաններով մասնակի ածանցյալներով հավասարումների համար խառը խնդիրների լուծելիության մասին 195
Ա. Ե. Սիմոնյան — Գաուսյան ստացիոնար պրոցեսի և նրան մոտարկող բնկյալի տարբերության չեզման միջին քվի մասին 205
Ռ. Ս. Նաճապետյան — Կենտրոնական սահմանային թեորեմն ուժեղ խառնուրդի պայմանին բավարարող պատահական դաշտերի համար 210
Ի. Գ. Ենգլինա — Բազմապատիկ կետերով Նևանլինա-Գիկի շոշափող պրոբլեմը . 214
Յու. Ֆ. Կոռոբեյնիկ, Ի. Հ. Սահակյան — $\langle p \rangle$-բացարձակ մոնոտոն ֆունկցիաների ներկայացման հարցի մասին 233

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Հ. Ազարյան, Ռ. Ա. Թամրազյան — Տարբեր սիմվոլներից կազմված n-տեղափոխությունների լրիվ բազմության թվարկման մի մեթոդի մասին 262

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Մ. Վ. Պելութեկյան — Հոսանքատար սալերի մագնիսաառաձգականության խնդիրների առանձնահատկությունների մասին 76
Ռ. Կ. Այնբանյան — Անիզոտրոպ մարմնի առաձգականության տեսության հարթ խնդրի հավասարումների լուծումների մի դասի մասին 219
Յու. Ա. Նշանյան — Բաղադրյալ կիսատարածության ոլորման մի խնդրի մասին . 269
Դ. Ն. Բաղդասարյան — Երկայնական մագնիսական դաշտում գտնվող հաղորդիչ սալի կայունության և տատանումների մասին 273

ԳԻՏԱՏՆԵՐԻ ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Դ. Վ. Տեր-Պետրոսյան — Կոշտ դրոշմի ազդեցության դեպքում բնահողի կոշտացման սահմանագծի որոշման խնդիրը 234

ԱՌԱՁԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Հ. Ֆ. Մինասյան—*Ուղղաձիգ ճեղքով կիսահարթության ոչ համաչափ կոնտակտային խնդիրը* 82

Վ. Ս. Տոնոյան, Հ. Ֆ. Մինասյան—*Ուղղաձիգ վերջավոր երկարության ճեղքով կիսահարթության ոչ համաչափ կոնտակտային խնդիրը* 269

ԷԼԵԿՏՐԱԴԻՆԱՄԻԿԱ

Ա. Ղ. Իոսիֆյան—*Դուալ էլեկտրադինամիկայի ֆիզիկական հիմունքների մասին* . 225

ՖԻԶԻԿԱ

Ի. Խ. Դրամփյան, Մ. Ն. Մովսիսյան—*Արտաքին հաստատուն մագնիսական դաշտի ազդեցությունն ստիպողական էլեկտրոնային կոմբինացիոն ցրման վրա կայիումի գոլորշիներում* 33

Է. Հ. Հարությունյան, Ի. Բ. Կոստանյան, Վ. Ս. Մկրտչյան, Մ. Ա. Մկրտչյան—*Ինֆրակարմիր ճառագայթման վերափոխումը տնտանելիի* $LiNbO_3$ *բյուրեղում հելիում-նեոնային լազերի օգտագործմամբ* 148

Դ. Ա. Վարդանյան—*Դեֆեկտոնների ներդրումը բյուրեղի ջերմունակության մեջ* . 228

ՔԱՐԻՈՖԻԶԻԿԱ

Կ. Ա. Բարսուկով, Դ. Ա. Գրիգորյան—*Անհավասարաչափ շարժվող սահման ունեցող այիքատարում էլեկտրամագնիսական ալիքների տարածման մասին* 231

ԻՆԺԵՆԵՐԱՅԻՆ ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Ա. Դ. Նազարով—*Ուժեղ երկրաշարժերի ժամանակ գետնի տեղափոխությունների վեկտորների ընտրման մասին* 36

ՄԵԼՈՐԱՎԱՐԱՆԱԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ

Լ. Ա. Դայան—*Գոլորշիացման որոշումը ջրի մակերևույթից կախված գոլորշիացումը կրճատող քաղանքի ֆիզիկա-քիմիական հատկություններից* 90

ՕՐԳԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

Ա. Թ. Բարայան, Կ. Ս. Թահմազյան, Լ. Գ. Կարապետյան, Ա. Վ. Հարությունյան—*Գ3 -տեղակալված Գ2—դիհիդրոիզոինդոլինիումային օղակի արոմատացմամբ ստացված ամոնիումային իլիդի ներմոլեկուլային վերախմբավորման ռեակցիաներ* 40

ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

Ս. Թ. Բարսամյան, Ա. Ա. Ղազարյան—*Պոլիքլորոպրենի կառուցվածքային վերափոխումները տաքացումից* 238

ԵՐԿՐԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Տ. Ասլանյան, Ա. Ի. Անվիկին, Ս. Գ. Վոլարովիչ, Ա. Վ. Հարությունյան—*Հայաստանի տարածքում երկրակեղևի և վերին պատյանի կազմի, կառուցվածքի և առաձգական հատկությունների մասին* 152

ՀԱՆՔԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ռ. Գ. Գևորգյան, Յու. Ա. Դուդնիկով, Յու. Ա. Կլյուև, Վ. Ի. Նեպշա, Ա. Ս. Պավլենկո, Գ. Լ. Պլատոնով, Վ. Ս. Շմակով—*Հայաստանում այմատոր բյուրեղների հայտնաբերման և ուսումնասիրման մասին* 160

ՄԻՏՈՒԿԱՎՈՐ ՀԱՆԱԾՈՆԵՐ

Ա. Ա. Դյուրջյան, Գ. Մ. Բարթիկյան—*Սովետաշենի սեղիկի հանքավայրում ներդաշնակ հանքային մարմինների հայտնաբերման մասին* 246

ՄԻԿՐՈԲԻՈԼՈԳԻԱ

Ս. Թ. Կասարյան—*Հերբիցիդային հատկությամբ օժտված բակտերիալ կուլտուրաների հայտնաբերումը* 110

Ն. Լ. Քալաչյան, Մ. Փ. Չայլախյան—*Ֆիզիոլոգիապես ակտիվ նյութերի առաջացումը սոյայի բույսերում, ակտիվ և ոչ ակտիվ համակեցության դեպքում* 164

Ռ. Ն. Հարությունյան, Մ. Դ. Սանվանյան, Ն. Ա. Կարապետյան, Մ. Ֆ. Ջայլախ-յան — *Ճնճղան կարգավորիչների ազդեցությունը պալարաթակուերիաների նկատմամբ ոլորի բույսի վարակունակության և աուքսինաման ու ֆենոլային նյութերի պարունակության վրա* 250

ՖԻԶԻԿԱ

Ա. Ռ. Մավսիսյան, Ն. Վ. Բայ, Ս. Ս. Հովհաննիսյան — *Տորենի մալատոգենիդրոգենազի և նրա իզոֆերմենտների ստրուկտուրային կայունությունը* 41

ԲԻՈՖԻԶԻԿԱ

Ա. Ա. Գալոյան, Ռ. Մ. Սրապիոնյան, Ֆ. Մ. Սաճակյան, Ս. Մ. Դալոյան — *Սոմատոստատինի ազդեցությունը պեպտիդիլ-պեպտիդ հիդրոլազայի ակտիվության վրա ուղեղի հիպոֆիզի տարբեր մասերում* 50

Դ. Վ. Ապրիկյան, Վ. Ա. Շահինյան, Գ. Հ. Բունյաթյան — *Մուտեռնի և վիտամին K_3-ի ազդեցությունը գլուտամինաթթվի օքսիդացիոն դեամինացման վրա սպիտակ առնետների լյարդի ինտակտ միտոքոնդրիալ ֆրակցիայում* 54

Ժ. Ս. Գևորգյան, Ա. Ս. Հովհաննիսյան — *Սուլֆհիդրիլ խմբերի դերը երիկամային հյուսվածքում ամինաթթուներից ամիակի առաջացման վրա չիճուկի արգելակող ֆակտորի ազդեցության մեխանիզմում* 60

ԲԻՈՔԻՄԻԱ

Ա. Ա. Գալոյան, Ռ. Ա. Ալեքսանյան, Ռ. Հ. Գալստյան — *Միոկարդի փորձնական ինֆարկտի ժամանակ ալանին-ամինոտրանսֆերազային ակտիվության փոփոխությունները նեյրոնոման «Co-ի ազդեցության տակ* 94

Ժ. Ա. Պարոնյան, Է. Դ. Ադունց, Գ. Հ. Բունյաթյան, Դ. Վ. Ապրիկյան — *Գլուտամինաթթվի դեհիդրոգենազայի դերը α-կետոգլյուտարաթթվի վերականգնողական ամինացման մեջ սպիտակ առնետների լյարդի միտոքոնդրիաներում ձերության ժամանակ* . 99

Ժ. Ս. Գևորգյան, Ա. Ս. Հովհաննիսյան — *Երիկամներում գլյուտամինից և գլյուտամինաթթվից ամիակի առաջացման կարգավորման մասին* 104

Ս. Շ. Սաֆանյան, Ֆ. Ռ. Ադամյան, Մ. Մ. Պավլենկո-Նոսենիկովա — *Նագանինի ազդեցությունը բրուցելյոզի դեմ հակամարմինագոյացման հակաինհիբիտորների առաջացման վրա* 121

Ա. Շ. Գալստյան, Ս. Ա. Աբրահամյան — *Հոդի ադենոզինեռոֆոսֆատազայի ակտիվության մասին* 298

ՍԵՌՏԱՍԵՐԻ ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Վ. Հ. Ղազարյան, Ռ. Հ. Հարությունյան — *Արմատահյութի արտազատման և արմատների չոր քաշի օրվա ռիթմի վրա ֆոտոպերիոդիկ ռեժիմի ազդեցության մասին* . 113

Վ. Հ. Ղազարյան, Հ. Մ. Մովսիսյան — *Արևածաղկի արմատներում աուքսինների և ինհիբիտորների ակտիվության վրա օրվա երկարության ազդեցության մասին* . . 133

ՄԵՂՈՒԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Մ. Ն. Տեր-Մինասյան — *Հեղակար բզեզների նոր տեսակներ* (Coleoptera, Bruchidae) 301

ՀԵԼՄԻՆԹՈԼՈԳԻԱ

Հ. Ն. Պողոսյան, Ջ. Ա. Կարապետյան — Heterodera artemisiae *արուի նկարագրությունը Հայկական ՍՍՀ-ից* (Nematoda, Heteroderidae) 306

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Ս. Ն. Կարապետյան, Ռ. Ա. Հարությունյան, Ֆ. Ա. Վարազյան — *Թռչունների աղեստամոքսային տրակտի լորձաթաղանթի ջերմային գրգռման ազդեցությունը նրանց օրգանիզմի ջերմակարգավորման վրա* 118

Վ. Վ. Ֆանարջյան, Ռ. Ա. Մանվելյան — *Ուզնդիկի գրգռումից առաջացած կարմիր նեյրոնների հրահրված ակտիվությունը նարկոզի չենթարկված կատուների մոտ* . . 124

ԷՆՏՈՄՈԼՈԳԻԱ

Ս. Հ. Միրզոյան, Է. Ն. Մխեյան, Է. Ս. Սնկոյան, Ս. Պ. Սոցկի — *Դանգլիոզիդների ազդեցության մեխանիզմներն ուղեղային արյան շրջանառության վրա* 183

СОДЕРЖАНИЕ LXI ТОМА

МАТЕМАТИКА

Х. М. Мкоян—Единственность спектральной функции оператора Дирака 3

С. Х. Арутюнян—Геометрия n-кратного интеграла, зависящего от n параметров 7

Ж. Г. Никогосян—О разложении графов на минимальное число остовных лесов 15

С. М. Гюлумян—О критических по раскраске графах 21

А. О. Оганесян—О задаче Коши для слабо гиперболических систем с данными на гиперплоскости вырождения 27

Г. Г. Геолецян—Об оптимальных размещениях и их свойствах . . . 65

Г. А. Назарян—О сложности частотных вычислений и сложности доопределений булевых функций 70

Р. А. Багиян—Квазиполиномы типа Бернштейна—Хаусдорфа, ассоциированные с функциями типа Миттаг—Леффлера и $\langle \rho, \rho \rangle$ проблема моментов 129

С. Г. Овсепян—О структуре на множестве полурегулярных H-замкнутых расширений топологических пространств 137

Г. В. Вирабян—О разложении полиномиального операторного пучка на линейные множители 141

Г. Б. Маранджян—Об алгоритмических языках, не допускающих взаимной оптимальной трансляции 193

А. А. Иосифьян—О разрешимости смешанных задач для уравнений с частными производными с начальными и граничными условиями на характеристиках. 198

А. Х. Симонян—О среднем числе уклонений разности гауссовского стационарного процесса и аппроксимирующей его ломаной 205

Б. С. Нахапетян—Центральная предельная теорема для случайных полей, удовлетворяющих условию сильного перемещения 210

И. П. Федина—Касательная проблема Неванлинны—Пика с кратными точками 214

Ю. Ф. Коробейник, Б. А. Саакян—К вопросу о представлении $\langle \rho \rangle$—абсолютно-монотонных функций 257

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

А. А. Азатян, Р. А. Гамназян—Об одном методе перечисления элементов списка всех перестановок из n различных символов 262

МЕХАНИКА

М. В. Белубекян—О некоторых особенностях задач магнито-упругости тонконесущих пластин 76

Р. К. Алексанян—Об одном классе решений уравнений плоской задачи теории упругости анизотропного тела 219

Ю. С. Ишанян—Об одной задаче кручения составного полупространства 262

Г. Е. Багдасарян—К теории колебаний и устойчивости проводящих пластин в продольном магнитном поле 275

МЕХАНИКА ГРУНТОВ

Г. В. Тер-Петросян—Задача об определении границы затвердевания грунта при воздействии жесткого штампа 284

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

А. Ф. Минасян—Несимметричная контактная задача для полуплоскости с вертикальным разрезом 82

В. С. Тоноян, А. Ф. Минасян—Несимметричная контактная задача для полуплоскости с вертикальным конечным разрезом 289

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

А. Г. Иосифьян—О физических основах дуальной электродинамики . . 225

ФИЗИКА

Р. А. Дрампян, М. Е. Мовсесян—Влияние внешнего постоянного магнитного поля на вынужденное электронное комбинационное рассеяние в парах калия . . 33

Э. А. Арутюнян, Р. Б. Костанян, В. С. Мкртчян, М. А. Мкртчян—Преобразование инфракрасного излучения в видимое на кристаллах $LiNbO_3$ с использованием гелий-неонового лазера 148

Г. А. Варданян—Вклад дефектонов в теплоемкость кристалла . . . 228

РАДИОФИЗИКА

К. А. Барсуков, Г. А. Григорян—О распространении электромагнитных волн в волноводе с неравномерно движущейся границей 231

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

А. Г. Назаров—К подбору векторов смещения грунта при сильных землетрясениях 36

МЕТЕОРОЛОГИЯ

Л. А. Даян—Определения испарения с водной поверхности в зависимости от физико-химических свойств мономолекулярной пленки, сокращающей испарение . 90

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. Т. Бибиян, К. П. Тасмазян, Л. П. Карапетян, А. В. Арутюнян—Внутримолекулярные перегруппировки аммоний иллида, образующегося в результате расщепления солей 4а-замещенного-4а, 4-дегидропиридолиния 40

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

С. Т. Баркамян, С. А. Казарян—Структурные превращения в полихлоропрене при нагреве 238

ГЕОЛОГИЯ

А. Т. Асланян, М. П. Воларович, А. И. Левыкин, А. В. Арутюнян—О составе, строении и упругих характеристиках земной коры в верхней мантии на территории Армении 152

МИНЕРАЛОГИЯ

Р. Г. Геворкян, Ю. А. Дуденков, Ю. А. Клюев, В. И. Непша, А. С. Павленко, Г. А. Платонов, В. С. Шмаков—О находке и исследовании кристаллов алмазов в Армении 160

ПОЛЕЗНЫЕ ИСКОПАЕМЫЕ

А. А. Гюрджян, П. М. Бартикян—О выявлении согласных рудных тел на Советашенском месторождении ртути 246

МИКРОБИОЛОГИЯ

Б. Т. Катарьян—Поиск бактериальных культур с гербицидным действием. 110

Н. Л. Калиджян, М. Х. Чайлахян—Образование физиологически активных веществ в растениях сои при активном и пассивном симбиозе . 164

Р. Ш. Арутюнян, М. Д. Степанян, Н. А. Карапетян, М. Х. Чайлахян—Влияние регуляторов роста на восприимчивость растений гороха к клубеньковым бактериям и содержание ауксиноподобных и фенольных веществ . 250

БИОФИЗИКА

А. Р. Манесян, Н. В. Бай, С. С. Оганесян—Структурная стабильность малатдегидрогеназы пшеницы и ее изоферментов . 14

БИОХИМИЯ

А. А. Галоян, Р. М. Срапионян, Ф. М. Саакян, С. М. Галоян—Влияние соматостатина на активность пептидил-пептид гидролаз (Е. С. 3.4.4) различных частей мозга . 50

Г. В. Априкян, В. А. Шагинян, Г. Г. Бунятян—Влияние ретенона и витамина K_3 на окислительное дезаминирование глутаминовой кислоты в митохондриальной фракции печени белых крыс . 54

Ж. С. Геворкян, А. С. Оганесян—Роль сульфгидрильных групп в механизме действия сывороточного ингибитора на процессы аммиакообразования из L-аминокислот в почечной ткани . 60

А. А. Галоян, Р. А. Алексанян, Р. Г. Галстян—Изменение активности аланин-аминотрансферазы при экспериментальном инфаркте миокарда под влиянием нейрогормона «С» . 94

Ж. А. Паронян, Э. Г. Адунц, Г. Г. Бунятян, Г. В. Априкян—Роль глутаматдегидрогеназы в восстановительном аминировании α-кетоглутаровой кислоты в митохондриях печени белых крыс при старении . 97

Ж. С. Геворкян, А. С. Оганесян—К механизму регуляции образования аммиака из глютамина и глютаминовой кислоты . 104

С. Ш. Саканян, Ф. Б. Адамян, М. М. Павленко-Колесникова—Влияние наганина на динамику образования антиингибиторов антителегенеза бруцеллеза . 171

АГРОХИМИЯ

А. Ш. Галстян, С. А. Абрамян—Об активности аденозинтрифосфатазы почв . 298

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

В. О. Казарян, Р. Г. Арутюнян—О влиянии фотопериодического режима на суточную ритмику выделения пасоки и сухого веса корней . 113

В. О. Казарян, Г. М. Мовсисян—О влиянии длины дня на активность ауксинов и ингибиторов в корнях подсолнечника . 175

ЭНТОМОЛОГИЯ

М. Е. Тер-Минасян—Новые виды жучков—зернопок (Coleoptera, Bruchidae) 301

ГЕЛЬМИНТОЛОГИЯ

Э. Е. Погосян, Дж. А. Карапетян—Описание самца Heterodera artemisiae из Армянской ССР (Nematoda, Heteroderidae) . 306

ФИЗИОЛОГИЯ

С. К. Карапетян, Р. А. Арутюнян, К. А. Варжапетян—Действие термического раздражения слизистой оболочки желудочно-кишечного тракта на теплообмен у птиц . 118

В. В. Фанарджян, И. А. Манвелян—Вызванная активность нейронов красного ядра ненаркотизированных кошек на раздражение мозжечка . 124

ФАРМАКОЛОГИЯ

С. А. Мирзоян, Э. Е. Мхеян, Э. С. Секоян, О. П. Соцкий—О механизмах действия ганглиозидов на мозговое кровообращение . 183

CONTENTS OF LXI VOLUME

MATHEMATICS P.

Kh. M. Mkoyan—Singularity of spectral function of the Dirag operator . 3

S. K. Harutyunian—The geometry of the n-multiple integral, depending on n parameters 7

G. G. Nikoghosian—On the decomposition of graphs into minimum number forests 15

S. M. Gyoulumian—On the colour critical graphs 21

A. H. Hovanesian—On the correctness of Chauchy's problem for weak hyperbolic systems with data on the degeneration hyperplane . . . 27

H. G. Geoletsian— On optimal placements and their properties. . . . 65

G. A Nazarian—On the complexity of approximate computations of Boolean function and complexity of their extensions 70

R. A. Baghian—Quasipolynomials of Bernstein—Hausdorff type associated with functions of Mittag—Löffler type and the $\langle \rho, \mu \rangle$ problem of moments . 129

S. G. Ovseplan—On the structure of the set of semiregular H—closed extensions of topological spaces 137

G. V. Virabian On decomposition of polynomial operator bunch into linear factors. 141

H. B. Marandjian—On algorithmical languages with no obtimality preserving translations between them. 193

A. A. Iosifian—About the solution of the mixed problems for partial differential equations with initial and boundary value on the characteristics. . . 198

A. H. Simonian—About mean derivations of differences between the Gaussian stationary process and its approximate curve 205

B. S. Nahapetian—The central limit theorem for the random fields with strong mixing property 210

J. P. Fedchina—The shearing problem of Nevanlinna—Peake with multiple points 214

Y. E. Corobeinik, B. A. Sahaklan—On the problem of representation of $\langle \rho, \mu \rangle$ absolutely monotone functions 257

APPLIED MATHEMATICS

A. A. Azatian, R. A. Tamrazian—A method of enumeration of all permutations of n various symbols 262

MECHANICS

M. V. Belubekian— On some features of magneto-elastic problem of current-carrying plates. 76

R. K. Alexanian—On the solution of a class of equations of plane problems of the theory of elasticity for an anisotropic body 219

Y. C. Nshanian—A problem of torsion of a composite semi—space . . 269

G. E. Bagdasarian—On the theory of vibrations and stability of conducting plates in a longitudinal magnetic field 275

SOIL MECHANICS

G. V. Ter-Petrosian—The problem of determining the soil hardening limit under rhe influance of a rigid tamp 284

THEORY OF ELASTICITY

A. F. Minasian— Unsymetrical contact problem for a semiplane with a vertical section 82

V. S. Tonoyan, H. P. Minasian—The asymetric contact problems for the semi-infinite plane with a vertical finite section 289

ELECTRODYNAMICS

A. G. Yostfian —On various fundamentals of dual electrodynamics . . 225

PHYSICS

R. Ch. Dramplan, M. E. Movsessian—The influence of the external constant magnetic field on stimulated electron Raman scattering in potassium vapor 33

E. A. Arutunian, R. B. Kostanian, V. S. Mkrtchian, M. A. Mkrtchian Infrared radiation up—conversion into visible in crystals $LiNbO_3$ with the use of helium neon laser 148

G. A. Vardanian—Contribution on the specific heat of the crystal . . 228

RADIOPHYSICS

K. A. Barsukov, G. A. Grigorian—On the propagation of electromagnetic waves in the waveguide with a nonuniform moving boundary 231

ENGINERING SEISMOLOGY

A. G. Nazarov—The choice of vectors of ground displacements by strong earthquakes 36

METEOROLOGY

L. A. Dayan— Evaporation determination over water surface depending on the physicochemical properties of a monomolecular film reducing evaporation 90

ORGANIC CHEMISTRY

A. T. Babayan, K. Teh. Takmazian, L. P. Kurabedian, A. V. Haroutyunian— Intermolecular rearrangement of ammonium ilid, formed by aromatisation of 4a—substituded 4a,4—dihydroisoindolinium ring 40

PHYSICOCHEMISTRY

S. T. Barsamian, S. A. Kasarian —Structural transformations in polychloroprene during heating 238

GEIOLOGY

A. T. Astanian, M. P. Volarovich, A. I. Levikin, A. V. Harutunian— About the composition of the structure and elastic characteristics of the earth's crust and the upper mantle on the territory of Armenia. 152

MINERALOGY

R. G. Gevorkian, U. A. Dudenkov, U. A. Kluev, V. I. Nepsha, A. S. Povenko, G. L. Platonov V. S. Shamkov —The discovery and study of the first diamond crystals found in Armenia. 160

ORE DEPOSITS

A. A. Gurdjian, P. M. Bartikian —On detection of correspondent ore bodies in the Sovetashen mercury ore deposit 246

MICROBIOLOGY

B. T. Katarian— The investigation of bacterial cultures with herbicide action 110

N. L. Kaladgian, M. Kh. Chailakhian —The formation of physiological active substances in the plants of coybean by active and inactive symbiose . 164

R. S. Arutunian, M. D. Stepanian, N. A. Karapetian, M. Kh. Chailakhian.—The influence of regulators of growth on the invasion of the pea plants to the nodule bacterium and contents of auxin-like and phenol substances . 250

BIOPHYSICS

A. R. Movsessian, N. V. Bay, S. S. Oganessian—Structural stability of malatdehydrogenease of wheat and its isoenzymes 14

BIOCHEMISTRY

A. A. Galoyan, R. M. Srapionian, F. M. Saakyan, S. M. Galoyan—The effect of somatostatine on the activity of peptide hydrolazes in the different parts of rat brain and hypophysis. 50

G. V. Aprikian, V. A. Shahinian, G. H. Buniatian—The effect of rotenone and vitamin K_3 in the oxidative deamination of glutamic acid in liver mitochondrial fraction of albine rats 54

I. S. Gevorkian A. S. Oganesian—The role of sulphhydral groups in the mechanism of serum inhibitor action on the formation of ammonia from L-amino acids in renal tissue 60

A. A. Galoyan, R. A. Alexsanian, R. G. Galstian— The activity changes in alanin-aminotranspherase in case of experimental infarct of miocardium and neurohormone „C". 94

J. A. Paronian, E. G. Adunz, G. H. Buniatian, G. V. Apriktan—The role of glutamic acid dehydrogenase in reductive amination of α—ketoglutaric acid on ageing albino rats. 97

J. S. Gevorkian, A. S. Oganesian— Regulation mechanism of ammonia formation from glutamine and glutamic acid in kidneys. 104

S. Sh. Sakanian, F. B. Adamian, M. M. Pulvenko-Kolesnikova—Effect of naganin on the dynamic of production of antiinhibitors in the antibody genesis against brucellosis. 171

AGROCHEMISTRY

A. Sh. Galstian, S. A. Abrahamian—Adenosinetriphosphatase activity of soils 298

PLANT PHYSIOLOGY

V. O. Kazarian, R. G. Arutunian— Influence of photoperiodic regime on the daily rhythm of exudate secretion and dry weight of roots 113

V. O. Kazarian, H. M. Movsissian—The influence of daylength on the activity of auxins inhibitors in sunflower roots 175

ENTOMOLOGY

M. E. Ter-Minassian—New species of genus Bruchidius Schils. (Coleoptera, Cruchidae) 301

HELMINTOLOGY

H. E. Poghossian, J. A. Karapetian—Description of the male Heterodera artemisiae from Armenian SSR (Nematoda, Heteroderidae) 306

PHYSIOLOGY

S. K. Karapetian, R. A. Arutunian, K. A. Varagian— The influence of termal stimulation of the mucous membrane of the gastro-entral upon the termoregulation in birds 118

V. V. Fanardjian, I. A. Manvelian— Evoked activity of red nucleus neurons in unanaesthetized cats to cerebellar stimulation 124

PHARMACOLOGY

S. A. Mirzoyan, E. Y. Mkheyan, E. S. Sekoyan, O. P. Sotski—On the mechanism of the action of gangliozides on the cerebral circulation. . . . 183