

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

LVII, № 5

1973

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ, կենսաբանական գիտությունների բեկնածու, Ա. Թ. ԲԱՐՍՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԶԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ (պատ. խմբագրի տեղակալ), Ս. Հ. ՄԻՐՉՈՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Ս. Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Օ. Մ. ՍԱՊՈՆԴՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Э. Г. АФРИКЯН, кандидат биологических наук, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР (зам. отв. редактора), С. А. МИРЗОЯН, чл.-корр. АН АрмССР, С. С. МКРТЧЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР.

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

- Կ. Գ. Վալեև, Ի. Ռ. Կարգանյան—Վեյերշտրասի թեորեմի ընդհանրացումը 257
 Կ. Մ. Մոսեսյան—Որոշ կարգավորումների բազիսային գրաֆներ 264
 Ա. Գ. Մարկոսյան—Գրաֆների սեղմող և պահպանող արտապատկերումների մասին 271

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

- Գ. Ե. Բաղդասարյան, Մ. Վ. Բելուբեկյան—Հոսանքատար սալի տատանումները և
 կայունությունն ընդլայնական մագնիսական դաշտում 276

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

- Վ. Ս. Տոնոյան, Ս. Ա. Մելիումյան—Կիսաանվերջ ուղղաձիգ ճեղքով թուլացված
 կիսահարթության համաչափ ճնշումը երկու միատեսակ կոշտ դրոշմներով 282

ՖԻԶԻԿԱ

- Գ. Մ. Ավագյանց, Ս. Ա. Թառումյան—Խառնուրդային կենտրոնների պարամետրերի
 որոշումը կիսահաղորդիչներում հավասարակշռված հաղորդականության կորերի օգ-
 նությամբ 289

ՄԻԿՐՈԲԻՈԼՈԳԻԱ

- Ա. Զ. Նալբանդյան, Գ. Ս. Բաբայան, Թ. Հ. Սարգսյան—Պալարաբակտերիաների
 արտաբջջային բազմաշաքարների մասին 296

ԲԻՈՔԻՄԻԱ

- Ա. Ս. Հովհաննիսյան, Ժ. Ս. Գեվորգյան—Ամիակի առաջացումը L-ամինաթթուներից
 երկկամների կտրվածքներում արյան շիջուկի ներկայությամբ 301

ՄԻՋԱՏԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- Ս. Մ. Յաբլոկով-Խենձորյան—Հովհարակիրների երկու նոր տեսակ ՍՍՀՄ-ից
 (Coleoptera, Rhipiphoridae) 307

- Բովանդակություն LVII հատորի 313

УДК 517.926

МАТЕМАТИКА

К. Г. Валеев, И. Р. Карганян

Обобщение теоремы Вейерштрасса

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 3/V 1973)

В теории неявных функций большую роль играет теорема Вейерштрасса о разложении функций на множители ⁽¹⁻³⁾. Ее можно использовать при исследовании устойчивости движения ⁽⁴⁻⁶⁾. Здесь указываются некоторые обобщения теоремы Вейерштрасса, использующие разложение матриц на множители.

1. Прежде чем излагать доказательство основных результатов, докажем вспомогательное утверждение о матрицах голоморфных в круге.

Лемма. Если $\Psi(p)$ — матрица голоморфная в круге $|p| \leq r$ и представлена в виде разложения:

$$\Psi(p) = C_0 + pC_1 + \dots + p^{n-1}C_{n-1} + p^n\Gamma_n(p), \quad (1.1)$$

где C_k ($k=0,1,\dots,(n-1)$) — постоянные матрицы, $\Gamma_n(p)$ — голоморфная матрица, то имеют место оценки:

$$\|C_k\| \leq \frac{1}{r^k} \sup_{|p| \leq r} \|\Psi(p)\|, \quad \|\Gamma_n(p)\| \leq \frac{n+1}{r^n} \sup_{|p| \leq r} \|\Psi(p)\|. \quad (1.2)$$

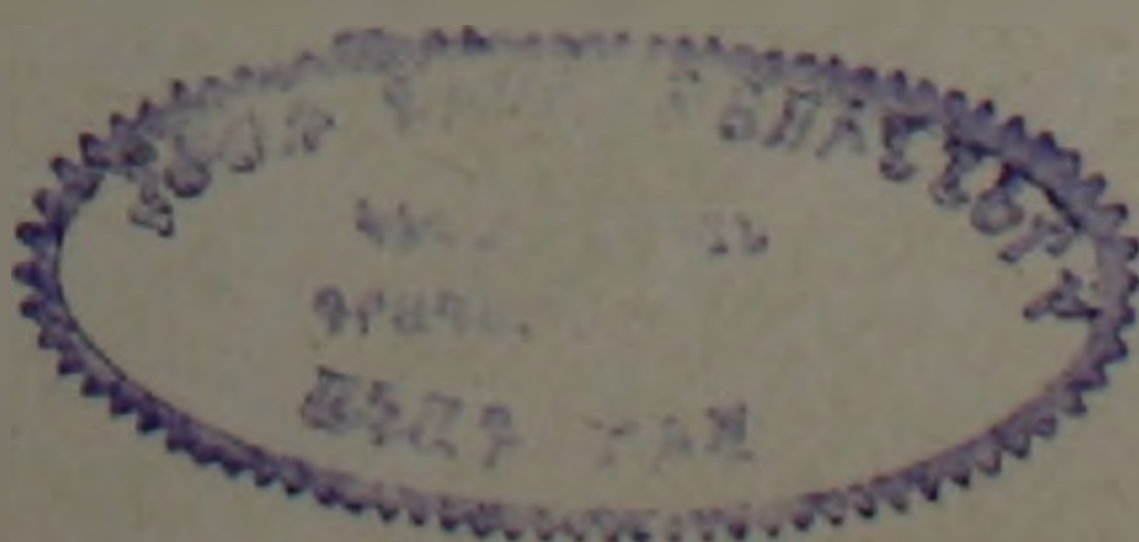
Доказательство. Оценки для норм матриц C_k следуют из формулы Коши

$$C_k = \frac{1}{2\pi r^k} \int_0^{2\pi} \Psi(re^{i\varphi}) e^{-ik\varphi} d\varphi \quad (k=0,1,\dots,n-1). \quad (1.3)$$

Так как для произвольной матрицы $H(p)$ с голоморфными при $|p| \leq r$ элементами имеет место неравенство:

$$\|H(p)\| \leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \|H(p + \varepsilon e^{i\varphi})\| d\varphi, \quad |p + \varepsilon e^{i\varphi}| \leq r, \quad (0 \leq \varphi < 2\pi),$$

то максимум нормы матрицы $H(p)$ достигается на границе $|p|=r$. Следовательно, из (1.1) получим оценку:



$$\|\Gamma_n(p)\| \leq \sup_{|p| \leq r} \left\| p^{-n} \Psi(p) - \sum_{k=0}^{n-1} C_k p^{k-n} \right\| \leq \frac{n+1}{r^n} \sup_{|p| \leq r} \|\Psi(p)\|,$$

которая доказывает лемму.

Замечание 1. Матрицы Ψ , C_k , Γ могут зависеть также от других комплексных или вещественных параметров.

Введем линейные операторы F_k , G , которые сопоставляют матрице $\Psi(p)$ соответственно матрицы G_k , $\Gamma(p)$:

$$F_k[\Psi(p)] = G_k, \quad (k=0, 1, \dots, n-1), \quad G[\Psi(p)] = \Gamma(p). \quad (1.4)$$

Из оценок (1.2) получим для норм операторов F_k , G соотношения

$$\|F_k\| \leq r^{-k}, \quad (k=0, 1, \dots, n-1) \quad \|G\| \leq (n+1)r^{-n}. \quad (1.5)$$

2. Используя предыдущие выводы, докажем теорему.

Теорема 1. Пусть элементы матриц $L(p, \mu)$, $\Psi(p, \mu)$ являются голоморфными функциями от p и непрерывными функциями от вещественной переменной μ в замкнутой области D :

$$|p| \leq r, \quad |\mu| \leq \mu_0. \quad (2.1)$$

Предполагается, что в D выполняются неравенства:

$$l = \sup_{p, \mu \in D} \|L(p, \mu)\| \leq r^n (n+1)^{-1}, \quad \|\Psi(p, \mu)\| \leq M = \text{const}. \quad (2.2)$$

Если выполнены условия:

$$|p| \leq r, \quad |\mu| < \min \left\{ \frac{r^n}{4n(n+1)M} \left(1 - \frac{n+1}{r^n} l \right)^2, \quad \mu_0 \right\}, \quad (2.3)$$

то уравнение вида

$$\text{Det}[Ep^n + L(p, \mu) + \mu \Psi(p, \mu)] = 0, \quad (2.4)$$

где E — единичная матрица, может быть приведено к следующему виду

$$\text{Det}[Ep^n + L(p, \mu) + \mu \sum_{k=0}^{n-1} B_k(\mu) p^k] = 0. \quad (2.5)$$

Доказательство. Докажем сначала, что при выполнении условий (2.3) справедливо следующее разложение на матричные множители

$$Ep^n + L + \mu \Psi = (Ep^n + L + \mu \sum_{k=0}^{n-1} B_k p^k) (E + \mu \Gamma(p, \mu)). \quad (2.6)$$

Раскрывая скобки и сокращая на μ , получаем:

$$\sum_{k=0}^{n-1} B_k p^k + p^n \Gamma = \Psi - L\Gamma - \mu \sum_{k=0}^{n-1} B_k p^k \Gamma. \quad (2.7)$$

Для отыскания матриц B_k , Γ используем метод последовательных приближений, используя введенные в (1.4) операторы F_k , G ,

$$B_k^{(s+1)} = F_k[\Psi - L\Gamma^{(s)} - \mu \sum_{k=0}^{n-1} B_k^{(s)} p^k \Gamma^{(s)}] \quad (k=0, 1, \dots, n-1),$$

(2.8)

$$\Gamma^{(s+1)} = G[\Psi - L\Gamma^{(s)} - \mu \sum_{k=0}^{n-1} B_k^{(s)} p^k \Gamma^{(s)}] \quad (s=0,1,2,\dots).$$

За начальные значения последовательностей $B_k^{(s)}$, $\Gamma^{(s)}$ примем нулевые значения:

$$B_k^{(0)} = 0 \quad (k=0,1,\dots,n-1), \quad \Gamma^{(0)} = 0.$$

Найдем условие ограниченности последовательностей $B_k^{(s)}$, $\Gamma^{(s)}$. Если предположим выполнение неравенств:

$$\|B_k^{(s)}\| \leq ar^{-k} M, \quad (k=0,1,\dots,n-1), \quad \|\Gamma^{(s)}\| \leq a(n+1)r^{-n} M \quad (2.9)$$

при некотором s , то из соотношений (1.5) следует, что неравенства (2.9) выполняются для всех s , если имеет место неравенство:

$$1 + (l + |\mu|anM) a(n+1)r^{-n} \leq a. \quad (2.10)$$

Для исследования сходимости последовательностей $B_k^{(s)}$, $\Gamma^{(s)}$ оценим разности последовательных значений. Получим выражения:

$$B_k^{(s+1)} - B_k^{(s)} = F_k\{N^{(s)}\}, \quad \Gamma^{(s+1)} - \Gamma^{(s)} = G_n\{N^{(s)}\}, \quad (s=0,1,2,\dots), \quad (2.11)$$

$$N^{(s)} \equiv L(\Gamma^{(s-1)} - \Gamma^{(s)}) + \mu \sum_{k=0}^{n-1} [(B_k^{(s-1)} - B_k^{(s)})\Gamma^{(s-1)} + B_k^{(s)}(\Gamma^{(s-1)} - \Gamma^{(s)})] p^k.$$

Используя оценки (1.5), получаем неравенства:

$$\|B_k^{(s+1)} - B_k^{(s)}\| \leq r^{-k} f^{(s)} \quad (k=0,1,\dots,n-1), \quad \|\Gamma^{(s+1)} - \Gamma^{(s)}\| \leq (n+1)r^{-n} f^{(s)}, \quad (2.12)$$

где введено обозначение:

$$f^{(s)} = \|\Gamma^{(s)} - \Gamma^{(s-1)}\| (l + |\mu|anM) + |\mu|a(n+1)M \sum_{k=0}^{n-1} \|B_k^{(s)} - B_k^{(s-1)}\| r^{k-n}.$$

Из (2.12) находим неравенство:

$$f^{(s+1)} \leq r^{-n}(n+1) (l + 2|\mu|anM) f^{(s)} \quad (s=1,2,\dots). \quad (2.13)$$

Последовательности $B_k^{(s)}$, $\Gamma^{(s)}$ сходятся равномерно, если

$$(n+1) (l + 2|\mu|anM) < r^n. \quad (2.14)$$

Если выполнены условия (2.2), то неравенства (2.10), (2.14) имеют решения:

$$a = \frac{2}{1 - (n+1)r^{-n}l}, \quad |\mu| < \frac{r^n}{4n(n+1)M} \left(1 - \frac{n+1}{r^n}l\right)^2. \quad (2.15)$$

Следовательно, при выполнении условий (2.3) существуют пределы:

$$B^k = \lim_{s \rightarrow \infty} B_k^{(s)} \quad (k=0,1,\dots,n-1), \quad \Gamma = \lim_{s \rightarrow \infty} \Gamma^{(s)},$$

т. е., справедливо разложение (2.6). Для окончательного доказатель-

ства теоремы оценим норму матрицы Γ . Из (2.9) получим:

$$|\mu| \|\Gamma^{(s)}\| \leq \frac{1}{2n} \left(1 - \frac{n+1}{r^n} l \right) < 1,$$

поэтому уравнение

$$\text{Det} [E + \mu \Gamma(p, \mu)] = 0,$$

не имеет корней в круге $|p| \leq r$. Теорема доказана.

З а м е ч а н и е 2. В частном случае при $n=1$, $L(p, \mu) \equiv 0$ получим уравнение:

$$\text{Det} [Ep + \mu \Psi(p, \mu)] = 0,$$

которое при выполнении условий:

$$|p| \leq r, \quad |\mu| < \min \left\{ \frac{r}{8M}, \mu_0 \right\} \quad (2.16)$$

может быть приведено к уравнению вида:

$$\text{Det} [Ep + \mu B(\mu)] = 0.$$

Условия (2.16) оказываются менее жесткими, чем условия, указанные в (5).

З а м е ч а н и е 3. Решение уравнения

$$\text{Det} [Ep^n + p^{n+1} L(p, \mu) + \mu \Psi(p, \mu)] = 0$$

может быть сведено к решению уравнения вида (2.5). Для этого используем преобразование:

$$Ep^n + p^{n+1} L(p, \mu) + \mu \Psi(p, \mu) = [E + pL(p, \mu)] [Ep^n + \mu \Psi_1(p, \mu)],$$

$$\Psi_1(p, \mu) = (E + pL(p, \mu))^{-1} \Psi(p, \mu).$$

Для нормы матрицы $\Psi_1(p, \mu)$ получим в D оценку

$$\|\Psi_1(p, \mu)\| \leq (1 - r \sup_{p, \mu \in D} \|L(p, \mu)\|)^{-1} \|\Psi(p, \mu)\|.$$

3. Иногда о расположении корней алгебраического уравнения можно судить по формуле уравнения. Если H —эрмитова матрица, то все корни уравнения:

$$\text{Det} [Ep - H] = 0 \quad (3.1)$$

являются вещественными числами, а сама матрица имеет полную ортонормированную систему векторов (7) стр. 223). Этот результат можно обобщить для более сложного уравнения.

Т е о р е м а 2. Пусть элементы матрицы $\Psi(p, \mu)$ являются голоморфными функциями от p и непрерывными функциями от вещественной переменной μ в замкнутой области D (2.1).

Предполагаем, что в D выполнено условие:

$$\|\Psi(p, \mu)\| \leq M. \quad (3.2)$$

Пусть матрица $\Psi(p, \mu)$ —эрмитова при вещественных значениях p

Если выполнены условия

$$|p| \leq r, \quad |\mu| \leq \mu_1 = \min \left\{ \frac{r}{13M}, \mu_0 \right\}, \quad (3.3)$$

то уравнение вида:

$$\text{Det } [Ep - \mu \Psi(p, \mu)] = 0 \quad (3.4)$$

может быть приведено к виду

$$\text{Det } [Ep - \mu H(\mu)] = 0, \quad (3.5)$$

где $H(\mu)$ — эрмитова матрица, при $|\mu| \leq \mu_1$, ограниченная по норме:

$$\|H(\mu)\| \leq 2M. \quad (3.6)$$

Другими словами, при $|\mu| \leq \mu_1$ все корни уравнения (3.4), лежащие в круге $|p| \leq r$, являются вещественными.

Доказательство этой теоремы вытекает из следующей теоремы.

Т е о р е м а 3. Пусть элементы матрицы $\Psi(p, \mu)$ являются голоморфными функциями от p и непрерывными функциями от вещественной переменной μ в замкнутой области D :

$$|p| \leq r, \quad |\mu| \leq \mu_0, \quad (3.7)$$

ограничены в D :

$$\|\Psi(p, \mu)\| \leq M. \quad (3.8)$$

Пусть матрица $\Psi(p, \mu)$ эрмитова при вещественных значениях p , а I — диагональная матрица, на главной диагонали которой стоят элементы равные 1 или -1 . Если выполнены условия:

$$|p| \leq r, \quad |\mu| \leq \mu_1 = \min \left\{ \frac{r}{M} \frac{16\sqrt{3}-27}{9}, \mu_0 \right\}, \quad (3.9)$$

то справедливо равенство:

$$Ip - \mu \Psi(p, \mu) = (I - \mu \Gamma(p, \mu)) (Ip - \mu H(\mu)) (I - \mu \Gamma(p, \mu)), \quad (3.10)$$

где матрица $H(\mu)$ — эрмитова при $|\mu| \leq \mu_1$. В области (3.9) выполняются неравенства:

$$\|H(\mu)\| \leq aM, \quad \|\Gamma(p, \mu)\| \leq ar^{-1}M, \quad \left(a = \frac{3}{5-2\sqrt{3}} < 2 \right). \quad (3.11)$$

Следовательно, уравнение вида:

$$\text{Det } [Ip - \mu \Psi(p, \mu)] = 0 \quad (3.12)$$

может быть представлено в области (3.9) в следующем виде:

$$\text{Det } [Ip - \mu H(\mu)] = 0. \quad (3.13)$$

Д о к а з а т е л ь с в о. Отметим простые свойства матрицы I :

$$\|I\| = 1, \quad II = E, \quad I^{-1} = I, \quad I^* = I. \quad (3.14)$$

Звездочкой здесь и далее будем обозначать переход к транспониро-

ванной, комплексно-сопряженной матрице. Тождество (3.10) будет доказано, если найдутся голоморфные эрмитовы матрицы H, Γ , удовлетворяющие уравнению:

$$\Psi = IH I + 2p\Gamma - \mu(\Gamma H I + I H \Gamma - p\Gamma I \Gamma) + \mu^2 \Gamma H \Gamma. \quad (3.15)$$

Ищем матрицы $H(\mu), \Gamma(p, \mu)$ с помощью метода последовательных приближений, полагая

$$IH_{s+1}I + 2p\Gamma_{s+1} = R_s, \quad R_s \equiv \Psi + \mu(\Gamma_s H_s I + I H_s \Gamma_s + p\Gamma_s I \Gamma_s) - \mu^2 \Gamma_s H_s \Gamma_s. \quad (3.16)$$

Используя операторы F_0, C_1 (1.4), получаем:

$$IH_{s+1}I = F_0[R_s], \quad \Gamma_{s+1} = \frac{1}{2}G_1[R_s] \quad (s = 0, 1, 2, \dots). \quad (3.17)$$

Из (3.16), (3.17) следует, что если H_s, Γ_s — эрмитовы при вещественных значениях p , т. е.

$$H_s = H_s^*, \quad \Gamma_s = \Gamma_s^*,$$

то и H_{s+1}, Γ_{s+1} тоже будут эрмитовы. Разложение на три множителя потребовалось, так как произведение двух эрмитовых матриц может быть неэрмитовой матрицей.

Предполагая выполнение условий:

$$\|H_s\| \leq aM, \quad \|\Gamma_s\| \leq ar^{-1}M, \quad H_0=0, \quad \Gamma_0=0 \quad (3.18)$$

находим с помощью формул (1.5), что оценки (3.18) для норм матриц H_s, Γ_s будут выполнены при всех $s=1, 2, \dots$, если выполнено неравенство:

$$3x + x^2 < 1 - a^{-1} \quad (a > 1, \quad x \equiv \mu |ar^{-1}M). \quad (3.19)$$

Предполагая это условие выполненным, исследуем сходимость последовательностей H_s, Γ_s , оценивая разности последовательных значений:

$$\|H_{s+1} - H_s\| \leq (2x + x^2) \|H_s - H_{s-1}\| + r(4x + 2x^2) \|\Gamma_s - \Gamma_{s-1}\|.$$

$$\|\Gamma_{s+1} - \Gamma_s\| \leq r^{-1}(2x + x^2) \|H_s - H_{s-1}\| + (4x + 2x^2) \|\Gamma_s - \Gamma_{s-1}\|.$$

Из (3.20) следует, что если выполнено неравенство:

$$6x + 3x^2 < 1, \quad (3.11)$$

то последовательности H_s, Γ_s сходятся равномерно и существуют пределы:

$$H(\mu) = \lim_{s \rightarrow \infty} H_s, \quad \Gamma(p, \mu) = \lim_{s \rightarrow \infty} \Gamma_s.$$

Неравенства (3.19), (3.21) имеют решение:

$$a = \frac{3}{5 - 2\sqrt{3}} < 2, \quad |\mu| < \frac{r}{M} \frac{16\sqrt{3} - 27}{9} < \frac{r}{13M}.$$

Чтобы доказать эквивалентность уравнений (3.4), (3.5) оценим норму

матрицы $\Gamma(p, \mu)$. Из (3.18) получим:

$$|\mu| \|\Gamma\| \leq x < \frac{2\sqrt{3}-3}{3} = 0,155 \dots < 1$$

это неравенство окончательно доказывает теорему.

З а м е ч а н и е 4. Результаты статьи легко обобщить, предполагая, что элементы матрицы $\Psi(p, \mu)$ голоморфно зависят от параметра μ (или от нескольких параметров). Вместо матриц $E, L(p, \mu)$, $\Psi(p, \mu)$ можно взять операторы, изменяя соответственно формулировки теорем при отыскании спектров резольвент.

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Կ. Գ. ՎԱԼԵԵՎ, Ի. Ի. ՎԱՐԳԱՆՅԱՆ

Վեյերշտրասի թեորեմի ընդհանրացումը

Ընդհանրացվում է հոլոմորֆ էլեմենտներ ունեցող մատրիցն արտադրիչների վերլուծելու մասին Վեյերշտրասի թեորեմը: Նշվում են վերլուծության հնարավորության բավարար պայմանները: Մատրիցային արտադրիչների վերլուծման օգնությամբ, $\Psi(p, \mu)$ մատրիցի p իրական փոփոխականի նկատմամբ էրմիտյան լինելու դեպքում ստացվում են

$$\text{Det } [Ip - \mu \Psi(p, \mu)] = 0$$

հավասարումից

$$\text{Det } [Ip - \mu H(\mu)] = 0$$

հավասարման անցմանը նպաստող պայմանները:

Այստեղ $H(\mu)$ — էրմիտյան մատրից է, իսկ I — անկյունագծային, որի գլխավոր անկյունագծի վրա 1 և -1 թվերն են:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ П. Н. Еругин, Неявные функции. Изд. Ленингр. ун-та, 1956. ² Э. Гурса, Курс математического анализа, т. II, ч. I, ГТТИ, М.—Л., 1933. ³ А. И. Маркушевич, Теория аналитических функций, т. I, Изд. «Наука», М., 1967. ⁴ П. Н. Еругин, Линейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений, Изд. АН БССР, Минск, 1963. ⁵ К. Г. Валеев, М. Я. Важговская, Исследование устойчивости решений системы линейных дифференциальных уравнений второго порядка с периодическими коэффициентами. Дифференциальные уравнения, т. VIII, № 6, 955—960, 1971. ⁶ К. Г. Валеев, М. Я. Важговская, «Украинский математический журнал», № 1, 63—70, 1971. ⁷ Ф. Р. Гантмахер, Теория матриц, ГИИТЛ, М., 1954.

УДК 519.1

МАТЕМАТИКА

К. М. Мосесян

Базисные графы некоторых упорядочений

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талалянном 31/V 1973)

В настоящей статье мы придерживаемся терминологии, принятой в (1-2). Под словом „граф“ всюду будем понимать обыкновенный граф.

Неориентированный граф, который можно ориентировать так, чтобы он стал базисным графом (или, что то же, диаграммой) некоторого орграфа (графа частичного упорядочения, направленного множества, структуры), назовем *базируемым* (сильно *базируемым*, *d*—*базируемым*, *структурно базлируемым*), а соответствующую ориентацию *базирующей* (сильно *базирующей* и т. д.).

Если в диаграмме некоторого упорядочения ликвидировать ориентацию, получим граф, называемый *неориентированной диаграммой* этого упорядочения.

В монографии (3) поставлены следующие задачи: описать классы *базируемых* (гл. 8, п. 4, проблема 1*) и *сильно базлируемых* (гл. 9, п. 1) графов.

Описание *структурно базлируемых* графов связано со следующей давно поставленной проблемой Г. Биркгофа ((2), проблема 8): описать класс структур, которые однозначно восстанавливаются по своей неориентированной диаграмме.

В работе (4) Р. В. Петропавловская описала класс конечных плоских *структурно базлируемых* графов, а в работе (5) Л. Р. Альварес охарактеризовал классы графов, которые можно путем ориентации превратить в *базисный граф* для графов модулярных и дистрибутивных структур конечных длин. *Сильно базлируемые* графы исследуются в работах (6-10), а *базируемые* графы—в работах (10-11).

Связный граф назовем *критическим* не *сильно базлируемым*, если он не является *сильно базлируемым*, но становится таковым после удаления любого ребра. Класс таких графов обозначим через $\bar{S}_c$.

В настоящей работе исследуются *d*—*базируемые* графы и про-

должается исследование сильно базлируемых графов. Доказано, что для связных графов подклассы d -базлируемых и сильно базлируемых графов совпадают и что для любой вершины a произвольного d -базлируемого графа $L = (X, U)$ существует такой изоморфизм между графом $L = (X, U)$ и диаграммой Хассе ⁽²⁾ некоторого направленного множества, при котором вершина a соответствует нулю этой диаграммы. Кроме того, конструктивно доказана теорема о существовании критических не сильно базлируемых графов, опубликованная ранее без доказательства (см. ^(b), теорема 3), и получена нижняя оценка количества сильно базлирующих ориентаций для любого сильно базлируемого графа.

Приведем некоторые определения.

Пусть $L = (X, U)$ —ориентированный или неориентированный граф и $a, b \in X$; $A, B \subseteq X$. Через $d(a, b)$ обозначим длину кратчайшей неориентированной цепи между вершинами a и b . Расстояние между подмножествами A и B определяются так:

$d(A, B) = \min_{x \in A, y \in B} d(x, y)$. В случае, когда граф ориентированный, через $\vec{d}(a, b)$ обозначим длину кратчайшего ориентированного пути, с началом в a и с концом в b . Если графу $L = (X, U)$ придана ориентация φ , то полученный орграф можно обозначить так: $\vec{L} = (X, \vec{U}) = L(\varphi) = L(X, U(\varphi))$.

Через $\bar{\varphi}$ обозначим обратную ориентацию для ориентации φ . Если орграф $L(\bar{\varphi})$ ациклический, то через $|\bar{\varphi}|$ обозначим длину наибольшего ориентированного пути орграфа $L(\bar{\varphi})$.

Пусть $\rho(x)$ обозначает количество ребер, инцидентных вершине x , $\varepsilon(L) = \max_{x \in X} \rho(x)$ —степень графа $L = (X, U)$, $\gamma(L)$ —его хроматическое число. Через $\rho^+(x)$ и $\rho^-(x)$ обозначаем количества дуг орграфа $\vec{L} = (X, \vec{U})$, исходящих из вершины x , соответственно заходящих в x .

Пусть B —класс базлируемых, S —сильно базлируемых, $D-d$ —базлируемых, $\bar{S}_c^n$ — n — вершинных критических не сильно базлируемых, C —связных графов, Λ_k —класс графов с обхватом не менее k (обхват дерева считается равным бесконечности), а F_3 —трехвершинный полный граф.

Через $\vec{S}$ ($\vec{D}$) обозначим класс сильно базлируемо (d -базлируемо) ориентированных орграфов, через $\vec{S}(L)$ ($\vec{D}(L)$) —множество сильно базлирующих (d -базлирующих) ориентации графа L .

Пусть далее, $k \geq 0$, $L = (X, U)$, $\vec{L} = (X, \vec{U})$, $A \subseteq X$. Положим

$$\Gamma^k[A; L] = |\{y \in X / \exists z \in A (d(z, y) = k)\}|,$$

$$\Gamma^k[A; \vec{L}] = |\{y \in X / \exists z \in A (\vec{d}(z, y) = k)\}|,$$

$$\Gamma^{-k}[A; \vec{L}] = |\{y \in X / \exists z \in A (\vec{d}(y, z) = k)\}|.$$

При $k \geq 2$ положим

$$\bar{L}^+ = \bar{L}^{+1} = \{x \in X / \rho^-(x) = 0\},$$

$$\bar{L}^{+k} = \bar{L}^{+k}(\varphi) = \{x \in L^+(\varphi) / \forall i (1 \leq i \leq k-1) (\Gamma^{-1}[\Gamma^{+i}[x]] \subseteq \bigcup_{j=0}^{i-1} \Gamma^{+j}[x])\}.$$

При $k \geq 1$, $L = (X, U)$ и $A \subseteq X$ полагаем

$$\bar{S}_A^{+k}(L) = \{\varphi \in \bar{S}(L) / A \subseteq L^{+k}(\varphi)\},$$

$$\bar{S}_{A(bc)}^{+k}(L) = \{\varphi \in \bar{S}_A^{+k}(L) / bc \in U(\varphi)\}.$$

Пусть $L(\varphi) = (X, U(\varphi))$, $A \subseteq X$ и $0 \leq m \leq n$; здесь и в дальнейшем будем обозначать через $[m, n]$ множество неотрицательных целых чисел, не меньших m и не больших n . Ориентация $\bar{\varphi}(A; [m, n])$ определяется следующим соотношением:

$$\forall a, b \in X ((d(A; \{a, b\}) \in [m, n]) \rightarrow (\bar{a}\bar{b} \in U(\bar{\varphi}(A; [m, n])) \leftrightarrow \bar{b}\bar{a} \in U(\varphi))) \& \\ \& ((d(A; \{a, b\}) \notin [m, n]) \rightarrow (\bar{a}\bar{b} \in U(\bar{\varphi}(A; [m, n])) \leftrightarrow \bar{a}\bar{b} \in U(\varphi))).$$

Л е м м а 1. $L = (X, U) \in D \leftrightarrow \exists \varphi \in \bar{S}(L) (|L^+(\varphi)| = 1)$.

Л е м м а 2. $\forall L(\varphi) \in \bar{S} \forall k \geq 0 \forall Y \subseteq L^{+(k+1)}(\varphi) (\bar{\varphi}(Y; [0, k]) \in \bar{S}(L))$.

Лемма 1 очевидна. Лемма 2 доказывается методом математической индукции.

З а м е ч а н и е. $\forall L = (X, U) (\varphi \in \bar{S}(L) \leftrightarrow \bar{\varphi} \in \bar{S}(L))$.

С л е д с т в и е. $\forall L(\varphi) \in \bar{S} \forall k \geq 1 \forall i \in [0, k] \forall Y \subseteq L^{+k}(\varphi) (\bar{\varphi}(Y; [i, \infty)) \in \bar{S}(L))$.

Можно доказать следующую лемму.

Л е м м а 3. $\forall \bar{L} = (X, U(\varphi)) \in \bar{S} \forall a \in (L^+(\varphi) / L^{+2}(\varphi)) \exists \psi \in \bar{S}(L) (L^+(\psi) = L^+(\varphi) / \{a\})$.

С л е д с т в и е. $\forall \bar{L} = (X, U(\varphi)) \in \bar{S} (|L^+(\varphi)| = \min_{\psi \in \bar{S}(L)} |L^+(\psi)| \rightarrow (L^+(\varphi) = L^{+2}(\varphi)))$.

При помощи леммы 3 доказывается

Л е м м а 4. $\forall \bar{L} = (X, U(\varphi)) \in \bar{S} \forall a \in L^{+2}(\varphi) \forall Y (Y \subseteq \Gamma^{-1}[a; L(\varphi)] \& Y \neq \emptyset) \exists \varphi_Y \in \bar{S}(L) (L^+(\varphi_Y) = (L^+(\varphi) / \{a\}) \cup Y)$.

Т е о р е м а 1. $L = (X, U) \in S \cap C \leftrightarrow \forall a \in X \exists \varphi \in \bar{S}(L) (L^+(\varphi) = \{a\})$.

Достаточность теоремы очевидна.

Необходимость. Сначала докажем, что

$$\forall L = (X, U) \in S \cap C \exists \varphi \in \bar{S}(L) (|L^+(\varphi)| = 1) \quad (*).$$

Допустим

$$\exists H = (Y, V) \in S \cap C \quad \forall \varphi \in \vec{S}(H) \quad (|H^+(\varphi)| > 1).$$

Пусть $\Phi = \{\varphi \in \vec{S}(H) / |H^+(\varphi)| = \min_{\gamma \in \vec{S}(H)} |H^+(\gamma)|\}$, $\varphi_1 \in \Phi$, $a_1, b_1 \in H^+(\varphi_1)$

$$\text{и } d(a_1, b_1) = \min_{\gamma \in \Phi} \min_{x, y \in H^+(\gamma)} d(x, y).$$

По следствию леммы 3, $H^+(\varphi_1) = H^{+2}(\varphi_1)$.

Пусть $C_k = (a_1 = c_0, c_1, \dots, c_k = b_1)$ — одна из кратчайших цепей графа $H = (Y, V)$, соединяющая вершины a_1 и b_1 . По лемме 4.

$$\exists \varphi_2 \in \vec{S}(H) \quad (H^+(\varphi_2) = (H^+(\varphi_1) / \{a_1\}) \cup \{c_1\}),$$

что невозможно, так как $\varphi_2 \in \Phi$ и $d(c_1, b_1) < d(a_1, b_1)$.

Утверждение (*) доказано.

Допустим, что утверждение теоремы не верно. Тогда

$$\exists cd \in U((\exists \varphi_3 \in \vec{S}(L) (|c| = L^+(\varphi_3)) \& (\neg \exists \varphi_4 \in \vec{S}(L) (|d| = L^+(\varphi_4)))).$$

Пользуясь леммой 4, построим ориентацию $\varphi_5 \in \vec{S}(L)$, при которой $L^+(\varphi_5) = (L^+(\varphi_3) / \{c\}) \cup \{d\}$.

Ясно, что $L^+(\varphi_5) = \{d\}$. Полученное противоречие доказывает теорему.

С л е д с т в и е. Частично упорядоченное множество однозначно восстанавливается по своей неориентированной диаграмме тогда и только тогда, когда всякое его кардинально неразложимое подмножество состоит из не более двух элементов.

Это следствие для частично упорядоченных множеств решает задачу, аналогичную задаче Г. Биркгофа, поставленной для структур.

Из доказанной теоремы и из соотношения $S = B \cap \Lambda_1$, установленного в ⁽¹⁰⁾, непосредственно следует

Т е о р е м а 2. а) $D = S \cap C = B \cap C \cap \Lambda_1$,

$$\text{б) } \forall L = (X, U) \in D \quad \forall a \in X \quad \exists \varphi \in \vec{D}(L) \quad (L^+(\varphi) = \{a\}).$$

Л е м м а 5. $\forall L = (X, U) \in S \quad \forall a \in X \quad \forall bc \in U(d(\{a\}, \{b, c\})) > 1 \rightarrow$

$$\rightarrow \vec{S}_{a(bc)}^{+2}(L) \neq \emptyset.$$

Действительно, по теореме 1, $\exists \varphi \in \vec{S}_a^{+2}(L)$. В случае, если $cb \in U(\varphi)$,

возьмем ориентацию $\varphi(a; [0, 1])$, которая, по замечанию и по лемме 2, входит в $\vec{S}_{a(bc)}^{+2}(L)$.

Для любых целых $k \geq 2$ и $p \geq 11$ определим $(4k+3)$ -вершинный граф M_{4k+3} и p -вершинный граф $\bar{M}_p$ следующим образом:

$$M_{4k+3} = (\{c_0\} \cup \bigcup_{i=1}^{2k+1} \{a_i, b_i\}; \{a_1 a_{2k+1}\} \cup \{a_1 b_{2k+1}\} \cup \{c_0 b_{2k+1}\} \cup$$

$$\cup \{b_1 a_{2k+1}\} \cup \bigcup_{i=1}^{2k} (\{a_i a_{i+1}\} \cup \{a_i b_{i+1}\} \cup \{c_0 b_i\} \cup \{b_i a_{i+1}\})).$$

При нечетном p граф $\tilde{M}_p$ получается из M_{2p-1} склеиванием некоторых подмножеств вершин, индексы которых имеют одинаковые четности, а именно: $(b_2, \dots, b_{p-9})$, $(b_3, \dots, b_{p-8})$, и удалением параллельных ребер. При четном p граф $\tilde{M}_p$ получается из $\tilde{M}_{p+1}$ склеиванием вершин (b_1, b_{2k+1}) и удалением параллельных ребер.

Л е м м а 6. а) $\forall k \geq 2 (M_{4k+3} \in \overline{S_c^{-4k+3}})$,

$$\text{б) } \forall p \geq 11 (\tilde{M}_p \in \overline{S_c^p}).$$

Допустим, что $k_0 \geq 2$ и $M_{4k_0+3} \in S$. Однако, нетрудно заметить, что $\vec{S}_{c_0}^{+2}(M_{4k_0+3}) = \emptyset$, в противоречии с теоремой 1. Следовательно, $\forall k \geq 2 (M_{4k+3} \notin S)$. При удалении произвольного ребра из любого графа M_{4k+3} с $k \geq 2$ получается 3-хроматический граф обхвата 4, который, как доказано в работе (9), сильно базируем.

Утверждение б/ доказываем аналогично.

Отметим, что гипотеза о справедливости пункта а) доказанной леммы, независимо от автора, высказывалась в частном сообщении Л. С. Мельниковым.

Т е о р е м а 3. 1) $\overline{S_c^1} = \overline{S_c^2} = \overline{S_c^4} = \dots = \overline{S_c^{10}} = \emptyset$,

$$2) \overline{S_c^3} = \{F_3\}, 3) \forall p \geq 11 (\overline{S_c^p} \neq \emptyset).$$

Утверждения 1) и 2) доказываются с помощью теоремы 4 из (7), а 3) следует из пункта б) предыдущей леммы.

Можно показать, что имеют место следующие утверждения.

Л е м м а 7. $\forall L = (X, U) \in S \cap C \forall a, b \in X (ab \in U \rightarrow \exists \varphi \in \vec{S}(L) (L^+(\varphi) = \{a, b\}))$.

Л е м м а 8. $\forall L = (X, U) \in S \cap C \forall a \in X \forall Y (Y \subseteq \Gamma[a; L] \& Y \neq \emptyset) \exists \varphi_Y \in \vec{S}(L) (L^+(\varphi_Y) = Y)$.

Т е о р е м а 4. $\forall L = (X, U) \in S \cap C (|\vec{S}(L)| \geq \frac{|X|(|X|+1)-2|U|}{2} +$

$$+ \sum_{i=3}^{\sigma(L)} |P_i|, \text{ где } P_i = \{ |x_1, \dots, x_i| / \exists x \in X (|x_1, \dots, x_i| \subseteq \Gamma[x; L]) \}.$$

Действительно, ориентации, получающиеся в теореме 1, в лемме 7 и в лемме 8 (для $|Y| \geq 3$), попарно различны. Следовательно, $|\vec{S}(L)|$ не меньше суммы количеств этих ориентаций.

З а м е ч а н и е. Полученная оценка дает точное количество сильно базирующих ориентаций для следующих графов:

$$L_n = (\{a\} \cup \{b\} \cup \bigcup_{i=1}^n \{c_i\}; \bigcup_{i=1}^n (\{ac_i\} \cup \{bc_i\})), n \geq 1.$$

Пользуясь предыдущими результатами, нетрудно доказать справедливость следующих предложений.

Предложение 1. $\forall L = (X, U) [L \in S \leftrightarrow \exists ab \in U ((L_1 = L(X, U / \{ab\}) \in S) \& (\exists \varphi \in \bar{S}(L_1) (a \in L_1^{+2}(\varphi) \& b \in L_1(\varphi)))]$.

Предложение 2. $\forall L = (X, U) [L \in S \leftrightarrow \exists a \in X \varphi \in \bar{S}(L(X / \{a\})) (L|a; L(X, U)) = L^+(\varphi)]$.

З а м е ч а н и е. Предложения 1 и 2 остаются справедливыми, если в них вместо $\exists ab$ и $\exists a$ напомним соответственно $\forall ab$ и $\forall a$. В заключение сформулируем несколько гипотез:

Г и п о т е з а 1. $\exists k \geq 5 (\Lambda_k / S = \emptyset)$.

Г и п о т е з а 2. $L \in S \rightarrow \exists \varphi \in \bar{S}(L) (|\varphi| = \gamma(L) - 1)$.

Г и п о т е з а 3. $\forall k \geq 6 (L \in S \cap \Lambda_k \rightarrow \exists a \in X (\bar{S}_a^{[k]}(L) \neq \emptyset)$.

Г и п о т е з а 4. $L = (X, U) \in S_c / \{F_3\} \rightarrow |U| \geq 2|X| - 2$.

Вычислительный центр Академии наук Армянской ССР
и Ереванского Государственного университета

Վ. Մ. ՄՈՍԵՍՅԱՆ

Որոշ կարգավորումների բազիսային գրաֆներ

Մասնակի կարգավորված բազմությունը կոչվում է ուղղորդված, եթե նրա էլեմենտների ցանկացած զույգի համար գոյություն ունի ստորին եզր:

Ոչ կողմնորոշված գրաֆը կոչվում է ուժեղ բազիսացվող (ձ-բազիսացվող), եթե այն կարելի է կողմնորոշման միջոցով դարձնել որևէ մասնակի կարգավորված (ուղղորդված) բազմության բազիսային գրաֆ: Գրաֆը կոչվում է կրիտիկական ոչ ուժեղ բազիսացվող, եթե այն ուժեղ բազիսացվող չէ, բայց դառնում է այդպիսին, ցանկացած կող հեռացնելուց հետո:

Աշխատանքում հետազոտվում են ուժեղ բազիսացվող և ձ-բազիսացվող գրաֆների դասերը: Ապացուցվում է, որ գրաֆի ձ-բազիսացման համար անհրաժեշտ է ու բավարար, որ այն լինի կապակցված և ուժեղ բազիսացվող: Ապացուցվում է թեորեմ կրիտիկական ոչ ուժեղ բազիսացվող գրաֆների գոյության մասին: Բացի դրանից, գրաֆի ուժեղ բազիսային կողմնորոշումների քանակի համար ստացված է ներքին գնահատական, որը ընդհանուր դեպքում, չի կարելի ուժեղացնել: Տրված է Բիրկհոֆի ստրուկտուրաների մասին դրված հարցի (⁽²⁾ պրոբլեմ 8) պատասխանը մասնակի կարգավորված բազմությունների համար:

Վերջում առաջադրված են մի քանի հիպոթեզներ կրիտիկական ոչ ուժեղ բազիսացվող գրաֆների կողերի քանակի, որոշ հատկությամբ օժտված ուժեղ բազիսացվող գրաֆների և ուժեղ բազիսային կողմնորոշումների գոյության մասին:

ЛИТЕРАТУРА — ЧРЦЦЦЦЦЦЦЦЦЦ

- ¹ А. А. Зыков. Теория конечных графов. I. Изд. „Наука“, Новосибирск, 1969.
- ² Г. Биркгоф. Теория структур. ИЛ, 1952. ³ О. Оре., Теория графов, Изд. „Наука“, М., 1968. ⁴ Р. В. Петропавловская, ДАН СССР, 74(1950). ⁵ L. R. Alvarez, Canad. J. Math., №6, 923—932, 17(1965). ⁶ C. E. Huff, U. S. R. Murty, R. C. Will-ton, Canad. Math. Bull., №3, 371—374, 13(1970). ⁷ К. М. Мосесян, ДАН Арм. ССР, т. LIV, №1 (1972). ⁸ К. М. Мосесян, ДАН Арм. ССР, т. LIV, №3 (1972). ⁹ К. М. Мосесян, ДАН Арм. ССР, т. LIV, №5 (1972). ¹⁰ К. М. Мосесян, ДАН Арм. ССР, т. LV, №2 (1973). ¹¹ К. М. Мосесян, ДАН Арм. ССР, т. LVI, №5 (1973).

УДК 519.1

МАТЕМАТИКА

А. Г. Маркосян

О сжато-сохранном отображении графов

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Л. Шагиняном 15/V 1973)

Понятие сохранного отображения ⁽¹⁾ впервые было определено Шенноном в связи с нахождением пропускной способности дискретного канала при нулевой ошибке ⁽²⁾. В дальнейшем разными авторами были исследованы многие вопросы, связанные с существованием полного сжато-сохранного отображения ⁽³⁾ в графе. Это обусловлено тем, что из существования полного сжато-сохранного отображения (в дальнейшем под полным отображением будем понимать полное сжато-сохранное отображение) в графе G следует

$$\alpha(G \times H) = \alpha(G) \cdot \alpha(H)$$

Для любого графа H (теорема Шеннона), где $G \times H$ декартово произведение графов, а $L()$ — число внутренней устойчивости.

Теорема 1. В графах $G=(X, U)$ и $H=(Y, V)$ существует полное отображение тогда и только тогда, когда в графе $G \times H$ существует полное отображение и

$$\alpha(G \times H) = \alpha(G) \cdot \alpha(H), \quad (1)$$

Необходимость. Пусть графы G и H обладают полными отображениями α_G относительно S_G и α_H относительно S_H .

Докажем, что их декартово произведение $G \times H$ также имеет полное отображение. Из теоремы Шеннона ⁽¹⁾ следует равенство (1), поэтому $S_{G \times H} = S_G \times S_H$ является наибольшим внутренне устойчивым множеством (НВУМ) в графе $G \times H$.

Пусть

$$S_G = \{q_1, q_2, \dots, q_{\alpha(G)}\},$$

$$S_H = \{h_1, h_2, \dots, h_{\alpha(H)}\},$$

тогда

$$S_{G \times H} = \{q_i h_j / i = 1, 2, \dots, \alpha(G), j = 1, 2, \dots, \alpha(H)\}.$$

Обозначим через

$$X_i = \{x / x \in X, \alpha_G(x) = q_i\}$$

$$i=1,2,\dots,\alpha(G).$$

$$Y_j = \{y/y \in Y, \sigma_H(y) = h_j\}$$

$$j=1,2,\dots,\alpha(H).$$

Подграф G_i графа G , порожденный множеством вершин X_i и подграф H_j графа H , порожденный множеством Y_j , полные, в силу чего их декартово произведение $G_i \times H_j$ также будет полным. А это значит, что $G_i \times H_j$ можно сжать в одну вершину, сохраняя несмежность. Отсюда легко определить полное отображение $\sigma_{G \times H}$:

$$\sigma_{G \times H}(xy) = q_j h_i, \text{ если } x \in X_i, y \in Y_j.$$

Достаточность. Здесь остаются в силе прежние обозначения $S_G, S_H, S_{G \times H}$.

Из равенства (1) следует, что $S_{G \times H}$ является НВУМ для графа $G \times H$. Пусть $\sigma_{G \times H}$ некоторое полное отображение в графе $G \times H$ относительно $S_{G \times H}$. Рассмотрим в графе $G \times H$ подграф, порожденный множеством вершин $X \times \{h_i\}$ для некоторого $h_i \in S_H$. Этот подграф имеет полное отображение, которое совпадает с отображением $\sigma_{G \times H}$ на множестве $X \times \{h_i\}$. Определим отображение σ_G относительно S_G следующим образом:

$\sigma_G(x) = \sigma_{G \times H}(x h_i) = q, q \in G$, для любого $x \in X$. Очевидно, σ_G является полным отображением для графа G . Точно так же можно доказать существование полного отображения в графе H .

Теорема доказана.

Теорема 2 Любая степень простого цикла нечетной длины не имеет полного отображения.

Доказательство. Пусть G простой цикл нечетной длины $2\alpha(G)+1$, а n —некоторое натуральное число. Докажем, что G^n не имеет полного отображения. В графе G^n максимальные полные подграфы содержат не более 2^n вершин. Действительно, максимальные полные подграфы в G^n получаются умножением n —ребер $U_1, U_2, \dots, U_n$ графа G (ребра могут совпадать). В работе (4) доказано, что если C —простой цикл нечетной длины, а H произвольный граф, то

$$\alpha(G \times H) \leq \alpha(H) \cdot \left(\frac{2\alpha(G) + 1}{2} \right).$$

Из последнего неравенства следует

$$\alpha(G^k) \leq \alpha(G) \cdot \left(\frac{2\alpha(G) + 1}{2} \right)^{k-1}$$

Для любого k . Значит, в графе G^n НВУМ содержит

$$\alpha(G^n) \leq \alpha(G) \cdot \left(\frac{2\alpha(G) + 1}{2} \right)^{n-1} \quad (2)$$

вершин. Из того, что максимальные подграфы в G^n содержат 2^n вершин, следует, что в одну вершину НВУМ можно сжать не более, чем 2^n вершин. Из равенства (2) и из последнего замечания следует, что число всех сжимаемых вершин в графе G^n не превосходит

$$\alpha(G) \cdot \left(\frac{2\alpha(G) + 1}{2} \right)^{n-1} \cdot 2^n = 2\alpha(G) \cdot (2\alpha(G) + 1)^{n-1},$$

которое меньше, чем $(2\alpha(G) + 1)^n$ число всех вершин графа G^n .
Теорема доказана.

Обозначим через $G_1, G_2, \dots, G_p$ все полные подграфы графа G . Предположим, каждой вершине $x \in G$, принимает такой вес $c(x)$, что

$$\sum_{x \in G_k} c(x) \leq 1, \text{ для любого } k=1, 2, \dots, p$$

$$\mu(G) = \max_{c(x)} \sum c(x)$$

В работе ⁽⁵⁾ доказано, что емкость графа

$$\theta(G) \leq \mu(G)$$

Теорема 3. Для двух произвольных графов

$$G=(X, U), H=(Y, V)$$

$$\mu(G \times H) \geq \mu(G) \cdot \mu(H)$$

Доказательство. Пусть $G_1, G_2, \dots, G_p$ и $H_1, H_2, \dots, H_q$ максимальные полные подграфы соответственно графов G и H ,
а

$$\mu(G) = \sum_{x \in G} c_G(x), \mu(H) = \sum_{y \in H} c_H(y).$$

Очевидно, максимальные полные подграфы графа $G \times H$ исчерпываются подграфами

$$G_i \times H_j, i=1, 2, \dots, p, j=1, 2, \dots, q.$$

Поэтому, если вершине $xy \in G \times H$ приписать вес

$$c_{G \times H}(xy) = c_G(x) \cdot c_H(y),$$

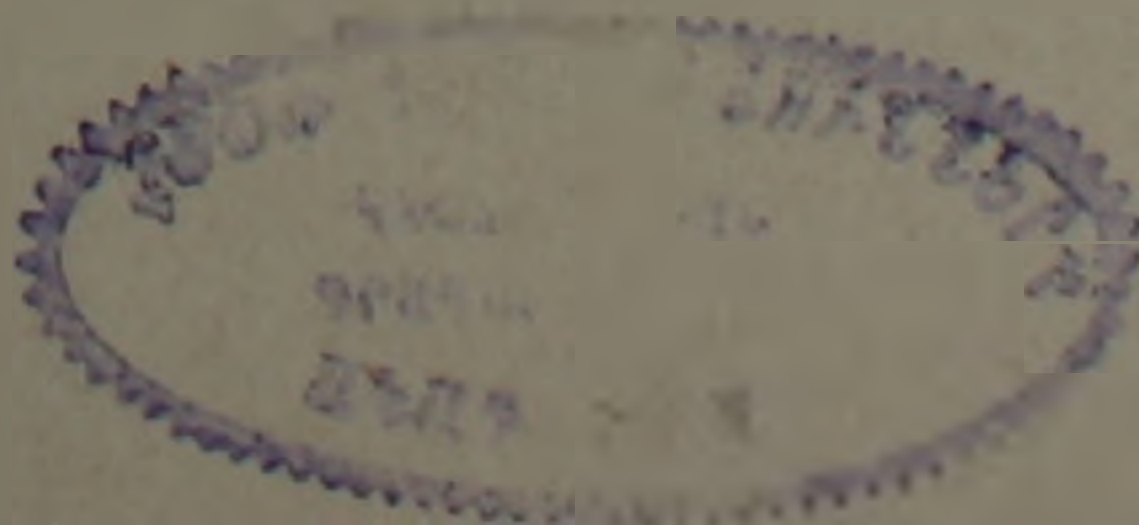
$$\text{то } \sum_{xy \in G_i \times H_j} c_{G \times H}(xy) = \sum_{xy \in G_i \times H_j} c_G(x) \cdot c_H(y) = \sum_{x \in G_i} c_G(x) \cdot \sum_{y \in H_j} c_H(y) \leq 1$$

Теорема 4. Для $G=(X, U)$ — простого цикла нечетной длины

$$\mu(G^n) = \mu^n(G) = \left(\frac{2\alpha(G) + 1}{2} \right)^n,$$

Для любого $n=1, 2, \dots$

Доказательство. Легко видеть, что любая вершина $x_1, x_2, \dots, x_n$ содержится в 2^n максимальных полных подграфах. Эти подграфы получаются произведением ребер $u_1, u_2, \dots, u_n$, смежных с вершиной $x_1, x_2, \dots, x_n$. А так как в качестве $u_j, j=1, 2, \dots, n$, можно выбрать ровно два ребра, то получится 2^n подграфов. Очевидно, в графе G^n существует $(2\alpha(G) + 1)^n$ максимальных полных подграфов.



Пусть $G_1^n, G_2^n, \dots, G_p^n$ — все полные подграфы графа G^n , $p = (2\alpha(G) + 1)^n$, а $c_{G^n}(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_n})$ весовая функция, удовлетворяющая условию:

$$\sum_{x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_n} \in G_k^n} c_{G^n}(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_n}) \leq 1,$$

для любого $k = 1, 2, \dots, p$. Суммируя все неравенства по k и учитывая сделанные выше замечания, получаем:

$$2^n \sum_{x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_n} \in G^n} c_{G^n}(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_n}) \leq (2\alpha(G) + 1)^n.$$

Откуда следует

$$\mu(G^n) \leq \left(\frac{2\alpha(G) + 1}{2} \right)^n. \quad (3)$$

Легко доказать, что

$$\mu(G) = \frac{2\alpha(G) + 1}{2}.$$

Откуда, в силу теоремы 3

$$\mu(G^n) \geq \left(\frac{2\alpha(G) + 1}{2} \right)^n. \quad (4)$$

Сравнивая (3) и (4) получим

$$\mu(G^n) = \mu^n(G) = \left(\frac{2\alpha(G) + 1}{2} \right)^n.$$

Теорема доказана.

Остается открытым вопрос: всегда ли $\mu(G \times H) = \mu(G)\mu(H)$.

Теорема 5. *Простой граф имеет полное отображение.*

Доказательство. Пусть $G = (X, Y, U)$ — простой граф и $S_G \subset X \cup Y$ некоторое НВУМ.

Обозначим через

$$S_G^x = S_G \cap X, \quad S_G^y = S_G \cap Y,$$

$$\bar{X} = X/S_G, \quad \bar{Y} = Y/S_G.$$

Рассмотрим простой подграф

$$G_1 = (\bar{X}, S_G^y, U_1)$$

графа G . В подграфе G_1 выполнены условия теоремы Кёнига—Холла [1];

$$|\Gamma A| \geq |A|, \quad \text{для любого } A \subset \bar{X}.$$

Действительно, в противном случае нашлось бы такое подмножество $A_0 \subset \bar{X}$, для которого $|\Gamma A_0| < |A_0|$. Тогда множество

$$S_G^1 = (S_G/\Gamma A_0) \cup A_0$$

представляло бы собой ВУМ и $|S_0^*| > |S_0|$.

Последнее неравенство противоречит тому, что S_0 является ИВУМ.

Из теоремы Кёнига—Холла следует существование совершенного паросочетания $W_1 \subset U_1$ в графе G_1 . Определим полное отображение σ_1 для графа G_1 следующим образом:

$$\sigma_1(x) = s, \text{ если ребро } (x, s) \in W_1,$$

$$\sigma_1(s) = s; \text{ если } s \in S_0^y.$$

Точно таким же образом можно определить полное отображение σ_2 для подграфа $G_2 = (Y, S_0^x, U_2)$.

Тогда полное отображение для графа G определим следующим образом:

$$\sigma(s) = s, \text{ если } s \in S_0,$$

$$\sigma(x) = \sigma_1(x) \text{ если } x \in \bar{X},$$

$$\sigma(y) = \sigma_2(y), \text{ если } y \in \bar{Y}.$$

Теорема доказана.

Ереванский политехнический институт.

Ա. Գ. ՄԱՐԿՈՍՅԱՆ

Գրաֆների սեղմող և պահպանող արտապատկերումների մասին

Հոդվածում ապացուցված է մի քանի թեորեմներ գրաֆում լրիվ պահպանող արտապատկերման գոյության վերաբերյալ: Մասնավորապես ապացուցված է, որ կենտ երկարության ցիկլերի ոչ մի աստիճան չունի լրիվ արտապատկերում, իսկ պարզ գրաֆիկները ունեն: Վերջին փաստը օգնում է պարզեցնելու ⁽¹⁾ աշխատանքի հիմնական թեորեմի ապացույցը:

Հոդվածում ցույց է տրված նաև, որ կամայական G և H գրաֆների համար $\mu(G \times H) \geq \mu(G) \cdot \mu(H)$, իսկ երբ G հանդիսանում է կենտ երկարությամբ ցիկլ $\mu(G^n) = \mu^n(G)$ կամայական n -ի համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ К. Берж, Теория графов и ее применения, ИЛ., М., 1962. ² К. Е. Шеннон, Работы по теории информации и кибернетике, ИЛ., М., 1963. ³ А. Г. Маркосян, ДАН Арм. ССР, т. LII, № 1, (1971). ⁴ А. Г. Маркосян, «Известия АН Арм. ССР», серия «Математика», VI, № 5 (1971). ⁵ М. Rosenfeld Proc. Amer. Math. Soc. 26, No. 1, 1970.

УДК 539.3

МЕХАНИКА

Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян

Колебания и устойчивость токонесущей пластинки в поперечном магнитном поле

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 23/IV 1973)

На основе гипотез магнитоупругости, предложенных в работах (1,2), рассматриваются колебания и устойчивость упругих пластин, несущих постоянный ток при наличии постоянного поперечного магнитного поля. Получены зависимости коэффициента затухания и частоты колебаний от интенсивностей магнитного и электрического полей. Приводится условие устойчивости пластинки.

1. Изотропная тонкая токонесущая пластинка толщины $2h$ помещена в магнитном поле. Упругие и электрические свойства материала пластинки характеризуются: модулем упругости E , коэффициентом Пуассона ν , плотностью ρ , электропроводностью σ . Магнитные и диэлектрические проницаемости пластинки и среды, окружающей пластинку, принимаются равными единице. Токи смещения в пластинке пренебрегаются по сравнению с токами проводимости.

Прямоугольная система координат (x, y, z) выбрана так, что координатная плоскость (xy) совпадает со срединной плоскостью пластинки.

Линейная задача магнитоупругих колебаний токонесущей пластинки, при справедливости гипотезы Кирхгофа, приводится к решению следующих уравнений (1,2):

В области, занимаемой пластинкой $(|z| \leq h)$:
 уравнения электродинамики движущейся среды

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{h} &= \frac{4\pi\sigma}{c} \left(\vec{e} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \times \vec{H}_0 \right) \\ \operatorname{rote} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{h}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \vec{h} = 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

уравнение движения пластинки

$$D\Delta^2 w + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = Z + \frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_y}{\partial y} \quad (1.2)$$

Здесь $\vec{h}$, $\vec{e}$ — соответственно векторы индуцированного магнитного и электрического полей; $\vec{H}_0$ — вектор напряженности начального магнитного поля; c — скорость света в вакууме; Z , m_x и m_y — сила и моменты электромагнитного происхождения; $\vec{U}(u_x, u_y, \omega)$ — вектор перемещения частиц пластинки.

В области, окружающей пластинку ($|z| > h$):
уравнения электродинамики для вакуума

$$\text{rot} \vec{h}^{(e)} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{e}^{(e)}}{\partial t}, \quad \text{rot} \vec{e}^{(e)} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{h}^{(e)}}{\partial t}, \quad \text{div} \vec{h}^{(e)} = 0, \quad (1.3)$$

Уравнения (1.1), (1.2) и (1.3) связаны общими граничными условиями на поверхностях пластинки, приведенными в работах (1,2).

Известно, что в движущейся проводящей среде при наличии магнитного поля действует объемная сила Лоренца. В предположениях данной работы эта сила выражается формулой

$$\vec{R} = \frac{\sigma}{c} \left[\vec{E}_0 \times \vec{H}_0 + \vec{E}_0 \times \vec{h} + \vec{e} \times \vec{H}_0 + \frac{1}{c} \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \times \vec{H}_0 \right) \times \vec{H}_0 \right], \quad (1.4)$$

где $\vec{E}_0$ — вектор напряженности начального электрического поля.

На основе (1.4) сила и моменты, входящие в уравнение (1.2), определяются следующим образом:

$$Z = \int_{-h}^h R_z dz, \quad m_x = \int_{-h}^h R_x z dz, \quad m_y = \int_{-h}^h R_y z dz. \quad (1.5)$$

Отметим также, что слагаемое $\sigma c^{-1} \vec{E}_0 \times \vec{H}_0$ в выражении силы Лоренца не зависит от возмущений и может привести к возникновению усилий в срединной плоскости пластины, которые необходимо учитывать в задачах устойчивости ограниченных пластин.

Начальное электромагнитное поле необходимо найти, решая задачу электромагнитостатики. В частности, векторы $\vec{E}_0$ и $\vec{H}_0$ в области, занимаемой пластинкой, должны удовлетворять уравнениям

$$\text{rot} \vec{H}_0 = \frac{4\pi\sigma}{c} \vec{E}_0, \quad \text{rot} \vec{E}_0 = 0, \quad \text{div} \vec{H}_0 = 0, \quad \text{div} \vec{E}_0 = 0, \quad (1.6)$$

В работах (1,2) предложены обоснованные гипотезы, которые существенно облегчают решение задач магнитоупругости. Эти гипотезы сформулированы следующим образом.

Тангенциальные компоненты вектора напряженности индуцированного электрического поля и нормальная компонента вектора напряженности индуцированного магнитного поля по толщине пластинки остаются неизменными, т. е.

$$e_x = z(x, y, t), \quad e_y = \dot{z}(x, y, t), \quad h_z = f(x, y, t). \quad (1.7)$$

2. Пусть бесконечная пластинка с постоянным электрическим током в направлении оси x помещена в постоянное магнитное поле с вектором напряженности, перпендикулярным срединной плоскости пластинки.

Решая задачу магнитостатики, найдем

$$\vec{E}_0 = \begin{cases} E_{0x} \hat{i} & \text{при } |z| \leq h \\ 0 & \text{при } |z| > h \end{cases}$$

$$\vec{H}_0 = \begin{cases} -\frac{4\pi\sigma}{c} E_{0x} h \hat{j} + H_{0z} \hat{k} & \text{при } z > h \\ -\frac{4\pi\sigma}{c} E_{0x} z \hat{j} + H_{0z} \hat{k} & \text{при } |z| \leq h \\ \frac{4\pi\sigma}{c} E_{0x} h \hat{j} + H_{0z} \hat{k} & \text{при } z < -h \end{cases} \quad (2.1)$$

Здесь $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ — единичные векторы в направлении координатных линий, E_{0x}, H_{0z} — заданные напряженности электрического и магнитного полей.

Используя гипотезы (1.7) так, как это делается в работах ^(1,2), уравнение движения пластинки приводим к следующему виду:

$$D\Delta^2 w + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{2h^3}{3} \frac{\sigma}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left[H_{0z}^2 \Delta w - \left(\frac{4\pi\sigma}{c} E_{0x} \right)^2 w \right], \quad (2.2)$$

Уравнение (2.2) показывает, что с точностью гипотез (1.7) индуцированное электромагнитное поле не оказывает влияния на характер магнитоупругих колебаний.

Для удобства, ограничимся рассмотрением колебаний, не зависящих от координаты x . Представляя решение уравнения (2.2) в виде

$$w = e^{i\omega t} \sin \lambda_y y, \quad \lambda_y = m\pi/a, \quad (2.3)$$

получаем характеристическое уравнение, определяющее частоту колебаний

$$\Omega^2 + \frac{\sigma_0}{3} [(\lambda_y h)^2 \alpha_1 + \alpha_2] \Omega + 1 = 0. \quad (2.4)$$

Здесь приняты обозначения:

$$\Omega = i\omega/\Omega_0, \quad \Omega_0^2 = Dm^4\pi^4/(2\rho ha^4), \quad \sigma_0 = 4\pi\sigma/\Omega_0$$

$$\alpha_1 = V_1^2/c^2, \quad \alpha_2 = V_2^2/c^2, \quad V_1^2 = H_{0z}^2/(4\pi\rho), \quad V_2^2 = (4\pi\sigma h E_{0x})^2/(4\pi\rho c^2)$$

Ω_0 — частота собственных колебаний пластинки при отсутствии магнитного поля.

Из решения уравнения (2.4) вытекает, что наличие электромагнитного поля приводит к затуханию колебаний пластинки по экспо-

пенциальному закону, причем если

$$\beta = \frac{\sigma_0}{6} [(\lambda_y h)^2 \alpha_1 + \alpha_2] < 1, \quad (2.5)$$

то затухание возмущений имеет колебательный характер с коэффициентом затухания β и с частотой $(1 - \beta^2)^{1/2}$. В противном случае возмущения затухают без колебаний с коэффициентом затухания $\beta + (\beta^2 - 1)^{1/2}$. Параметр β дает отношение силы Лоренца к упругой силе. Следовательно, если упругая сила преобладает, то затухание имеет колебательный характер. Если же преобладает сила Лоренца, то возмущения затухают без колебаний.

Для оценки точности полученных результатов рассмотренная задача была решена в точной постановке, без использования гипотез (1.7). Были найдены компоненты индуцированного электромагнитного поля. Для частоты колебаний получено трансцендентное уравнение, которое ввиду громоздкости здесь не приводится. При разложении точного решения в ряд по степеням $\nu z (\nu^2 = \lambda_y^2 + i\omega 4\pi\sigma/c)$ и после пренебрежения членов порядка $|\nu^2|/h^2$ по сравнению с единицей, уравнение, определяющее частоту колебаний, в точности, совпадает с уравнением (2.3). Таким образом, еще раз подтверждается вывод о том, что гипотезы магнитоупругости справедливы с точностью $|\nu^2|/h^2$ по сравнению с единицей (1.2).

3. Рассмотрим предыдущую задачу для пластинки-полосы шириной a ($-\infty < x < \infty$, $0 \leq y \leq a$). Пластинка закреплена по краю $y=a$, а край $y=0$ свободен. Предполагается, что ширина пластинки настолько большая, что статическое магнитное поле внутри пластинки можно приближенно определить по формулам (2.1).

В этом случае в статическом положении на пластинку действует постоянная объемная сила $c^{-1}\sigma E_{0x} H_{0z}$, направленная по оси Oy . Наличие объемной силы приводит к возникновению нормальных напряжений

$$\sigma_y = \frac{\sigma}{c} E_{0x} H_{0z} y,$$

которые легко определяются из уравнений статики упругого тела и условий закрепления на краях пластинки.

При указанных предположениях и при использовании гипотез (1.7), уравнение движения пластинки приводится к виду

$$\begin{aligned} D\Delta^2 w + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{2\sigma h}{c} E_{0x} H_{0z} \frac{\partial}{\partial y} \left(y \frac{\partial w}{\partial y} \right) = \\ = \frac{2h^3 \sigma}{3c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left[H_{0z}^2 \Delta w - \left(\frac{4\pi\sigma}{c} E_{0x} \right)^2 w \right]. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Задача колебаний пластинки, рассмотренная в предыдущем пункте, показывает, что члены правой части уравнения (3.1) имеют демп-

фирующий характер.

Для выяснения вопроса устойчивости пластинки ограничимся статической устойчивостью в случае, когда колебания не зависят от координаты x . Имея в виду (3.1), уравнение и граничные условия рассматриваемой статической задачи приводятся к виду

$$D \frac{d^4 w}{dy^4} + \frac{2\sigma h}{c} E_{0x} H_{0z} \frac{d}{dy} \left(y \frac{dw}{dy} \right) = 0$$

$$\frac{d^2 w}{dy^2} = 0, \quad \frac{dw}{dy} = 0 \quad \text{при } y = 0$$

$$w = 0, \quad \frac{dw}{dy} = 0 \quad \text{при } y = a.$$
(3.2)

Решение задачи (3.2) записывается при помощи функций Бесселя (³). Наименьшее значение аргумента, при котором функция

$$I_{-1/3} \left(\frac{4}{3} \frac{\sigma h a^3}{c D} E_{0x} H_{0z} \right)$$

обращается в нуль, дает критические значения напряженностей электрического и магнитного полей, приводящие к потере устойчивости пластинки. После некоторых вычислений для критических значений получаем

$$(E_{0x} H_{0z})_* = 3,92 \frac{D}{a^3} \frac{c}{\sigma h}.$$
(3.3)

Таким образом установлена возможность потери устойчивости токонесущей пластинки в поперечном магнитном поле, в зависимости от значения произведения напряженностей заданных электрического и магнитного полей.

Институт механики
Академии наук Армянской ССР

Գ. Ե. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ, Մ. Վ. ԲԵՂՈՒԲԵԿՅԱՆ

Հոսանքատար սալի տատանումները և կայունությունը
ընդլայնական մագնիսական դաշտում

Աշխատանքում ստացված են վերջավոր էլեկտրահաղորդականություն ունեցող հոսանքատար սալի տատանումների հավասարումներն ընդլայնական մագնիսական դաշտում: Ստացված հավասարումների հիման վրա ուսումնասիրված են անվերջ սալի տատանումները: Ստացված է մարման դորժակցի և տատանումների հաճախականության կախվածությունը մագնիսական և էլեկտրական դաշտերի լարվածություններից:

Հոսանքատար վերջավոր սալի դեպքում ցույց է տրված, որ ընդլայնական մադնիսական դաշտի առկայությունը կարող է առաջացնել սալի ստատիկական կայունության կորուստ։ Որոշված են մադնիսական և էլեկտրական դաշտերի լարվածությունների կրիտիկական արժեքները։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ С. А. Амбарцумян, Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян, ПММ, т. 35, вып. 2 (1971). ² С. А. Амбарцумян, Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян, ПММ, т. 37, вып. 1 (1973). ³ А. С. Вольмир, Устойчивость деформируемых систем, М. «Наука», 1967.

УДК 539.3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. С. Тоноян, С. А. Мелкумян

О симметричном вдавливании двух жестких одинаковых штампов в упругую полуплоскость с вертикальным полубесконечным разрезом

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР О. М. Сапонджяном 18/VI 1973)

Рассматривается плоская симметричная контактная задача для упругой, изотропной полуплоскости, разрезанной вдоль вертикальной оси (ox), начиная с расстояния a от горизонтальной границы. На участках a горизонтальной границы полуплоскости приложены жесткие штампы с основанием произвольной формы, симметрично расположенные относительно оси разреза.

Предполагается, что трение между штампами и полуплоскостью отсутствует. Для простоты принимается также, что граница полуплоскости вне штампов свободна от внешних усилий, а в полубесконечном разрезе действует только нормальное давление (рис. 1)

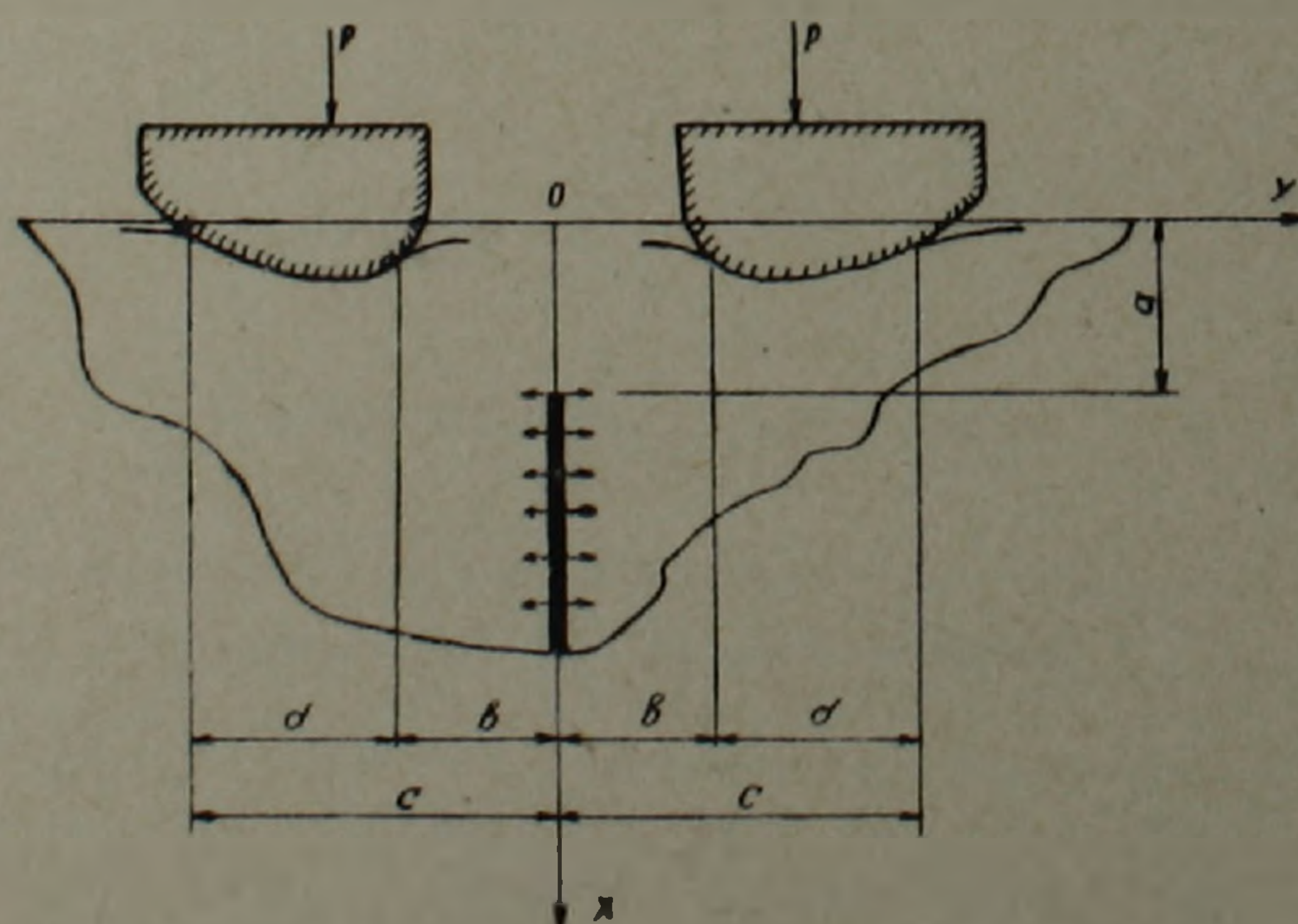


Рис. 1

Задача решена методом Фурье.

Решение задачи сводится к системе «парных» и «тройных» интегральных уравнений. Эта система в свою очередь сводится к интегральному уравнению Фредгольма второго рода. Показано, что решение последнего уравнения может быть найдено методом последовательных приближений.

В частных случаях, когда $a \rightarrow \infty$ или $a \rightarrow 0$, соответственно получаются симметричная контактная задача с двумя жесткими одинаковыми штампами для полуплоскости без разреза, которая рассматривалась в работах ^(1,2), и контактная задача для квадранта ⁽³⁾.

В силу симметрии граничных условий достаточно рассматривать только область квадранта ($0 < x < \infty$; $0 < y < \infty$). При этом граничные условия задачи будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xy}(0, y) &= 0 \quad (0 < y < \infty); \quad \sigma_x(0, y) = 0 \quad (0 < y < b; \quad c < y < \infty) \\ u(0, y) &= f_1(y) \quad (b < y < c); \quad \tau_{xy}(x, 0) = 0 \quad (0 < x < \infty) \\ v(x, 0) &= 0 \quad (0 < x < a); \quad \sigma_y(x, 0) = f_2(x) \quad (a < x < \infty) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Бигармоническую функцию напряжений для решения рассматриваемой задачи берем в виде сумм двух интегралов Фурье (12)

Напряжения и перемещения определяются при помощи известных формул ⁽⁴⁾:

$$\begin{aligned} \sigma_x(x, y) &= - \int_0^\infty x^2 [A(x) + xB(x)] e^{-ax} \cos(xy) dx + \\ &+ \int_0^\infty \beta^2 [C(\beta) - 2D(\beta) + \beta y D(\beta)] e^{-\beta y} \sin(\beta x) d\beta; \\ \sigma_y(x, y) &= \int_0^\infty x^2 [A(x) - 2B(x) + xB(x)] e^{-ax} \cos(xy) dx - \\ &- \int_0^\infty \beta^2 [C(\beta) + \beta y D(\beta)] e^{-\beta y} \sin(\beta x) d\beta; \\ \tau_{xy}(x, y) &= - \int_0^\infty x^2 [A(x) - B(x) + xB(x)] e^{-ax} \sin(xy) dx + \\ &+ \int_0^\infty \beta^2 [C(\beta) - D(\beta) + \beta y D(\beta)] e^{-\beta y} \cos(\beta x) d\beta; \end{aligned}$$

$$u(x, y) = \frac{1}{E} \left\{ \int_0^{\infty} x [A(x)(1+\nu) + B(x)(1-\nu) + xB(x)(1+\nu)] e^{-\alpha x} \cos(\alpha y) d\alpha - \int_0^{\infty} \beta [C(\beta)(1+\nu) - 2D(\beta) + \beta y D(\beta)(1+\nu)] e^{-\beta y} \cos(\beta x) d\beta \right\} - a_0 y + b_0; \quad (2)$$

$$v(x, y) = \frac{1}{E} \left\{ \int_0^{\infty} \alpha [A(x)(1+\nu) - 2B(x) + xB(x)(1+\nu)] e^{-\alpha x} \sin \alpha(y) d\alpha + \int_0^{\infty} \beta [C(\beta)(1+\nu) + D(\beta)(1-\nu) + \beta y D(\beta)(1+\nu)] e^{-\beta y} \sin(\beta x) d\beta \right\} + a_0 x + c_0$$

Закрепляя бесконечно удаленную точку имеем

$$a_0 = b_0 = c_0 = 0. \quad (3)$$

Удовлетворяя граничным условиям (1), получаем

$$C(\beta) = D(\beta) \quad (4)$$

$$B(x) = A(x) - \frac{4}{\pi \alpha} \int_0^{\infty} \frac{\beta^4 D(\beta)}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} d\beta \quad (5)$$

$$\int_0^{\infty} \beta D(\beta) \sin(\beta x) d\beta = 0 \quad (0 < x < a)$$

$$\int_0^{\infty} \beta^2 D(\beta) \sin(\beta x) d\beta = -f_2(x) + \int_0^{\infty} x^2 [A(x) - 2B(x) + xB(x)] e^{-\alpha x} d\alpha \quad (a < x < \infty) \quad (6)$$

$$\int_0^{\infty} \alpha^2 A(\alpha) \cos(\alpha y) d\alpha = 0 \quad (0 < y < b)$$

$$x A(x) \cos(\alpha y) d\alpha = \frac{E}{2} f_1(y) + y \int_0^{\infty} \beta^2 D(\beta) e^{-\beta y} d\beta \quad (b < y < c)$$

$$\int_0^{\infty} \alpha^2 A(\alpha) \cos(\alpha y) d\alpha = 0 \quad (c < y < \infty) \quad (7)$$

Из (6) выразим функцию $D(\beta)$ через функцию $A(x)$. Подобные

„парные“ уравнения рассматривались в работах (6–8).

Используя результаты работы (6), из (6) для функции $D(\beta)$ получаем

$$G(\beta) = \frac{2}{\pi} \beta \int_0^{\infty} r \varphi_2(r) J_0(\beta r) dr + \frac{2}{\pi} \beta \int_0^{\infty} x_2 A(x) dx \int_0^{\infty} r K_0(xr) J_0(\beta r) dr - \\ - \frac{4}{\pi} \beta \int_0^{\infty} x^2 B(x) dx \int_a^{\infty} r K_0(xr) J_0(\beta r) dr + \\ + \frac{2}{\pi} \beta \int_0^{\infty} x^3 B(x) dx \int_a^{\infty} r^2 K_1(xr) J_0(\beta r) dr, \quad (8)$$

где

$$C(\beta) = \beta^2 D(\beta), \quad \varphi_2(r) = - \int_r^{\infty} \frac{f_2(x) dx}{\sqrt{x^2 - r^2}} \quad (9)$$

$K_i(xr)$ — функции Макдональда;

$J_0(\beta r)$ — функция Бесселя первого рода с действительным аргументом.

Подставляя значение $B(x)$ из (5) в (8) получаем

$$G(\gamma) = \frac{2}{\pi} \gamma \int_a^{\infty} r \varphi_2(r) J_0(\gamma r) dr + \\ + \frac{2}{\pi} \gamma \int_0^{\infty} x^2 A(x) dx \int_a^{\infty} r [x r K_1(xr) - K_0(xr)] J_0(\gamma r) dr + \\ + \frac{16}{\pi^2} \gamma \int_0^{\infty} \beta^2 G(\beta) d\beta \int_0^{\infty} \frac{x dx}{(x^2 + \beta^2)^2} \int_a^{\infty} r [K_0(xr) - \\ - \frac{xr}{2} K_1(xr)] J_0(\gamma r) dr. \quad (10)$$

„Тройные“ интегральные уравнения, подобные (7), рассматривались в работах (9–12).

Следуя (12), из (7) получаем

$$A_n = 2\xi(0) \sin \frac{\delta}{2} + \\ + 4n(1-n) \sin^3 \frac{\delta}{2} \int_0^1 S \xi(S) F\left(1+n, -n; 2; S^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}\right) dS, \quad (11)$$

где

$$A_n = (-1)^{n+1} A_n^*, \quad (12)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n^* I_{2n-1}(cx) = xA(x), \quad (13)$$

$$\xi(S) = \frac{4}{\pi} \int_0^S \frac{z \varphi_1 [2 \arcsin (z \sin \frac{\delta}{2})]}{\sqrt{S^2 - z^2}} dz + Q, \quad (14)$$

$$c \cdot \cos \frac{\delta}{2} = b, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \varphi_1 [2 \arcsin (z \sin \frac{\delta}{2})] = & -\frac{Ec}{4} z \sin \frac{\delta}{2} f_1(c \sqrt{1 - z^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}) - \\ & - \frac{c^2}{2} z \sin \frac{\delta}{2} \sqrt{1 - z^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}} \int_0^{\infty} G(\beta) e^{-\beta c \sqrt{1 - z^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}} d\beta, \end{aligned} \quad (16)$$

$F(x, \beta; \gamma; z)$ — гипергеометрический ряд.
 Q — постоянная, которая должна быть найдена путем подстановки (13), (11) и (14) во второе уравнение (7) при $y=b$.

Подставляя значение $A(x)$ из (13) в (10) с учётом (12); (11); и (16), для определения функции $G(\beta)$ получаем интегральное уравнение Фредгольма второго рода.

$$G(\gamma) = \Omega(\gamma) + \int_0^{\infty} G(\beta) K(\gamma, \beta) d\beta, \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} \Omega(\gamma) = & \frac{2}{\pi} \gamma \int_a^{\infty} r \varphi_2(r) J_0(\gamma r) dr + \\ & + \frac{8}{\pi} \gamma \sin^3 \frac{\delta}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(1-n)}{(-1)^{n+1}} \int_0^1 S [Q - \frac{Ec}{\pi} \sin \frac{\delta}{2} \int_0^S \frac{z f_1 \left(c \sqrt{1 - z^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}} \right) dz}{\sqrt{S^2 - z^2}} \times \\ & \times F\left(1+n, -n; 2; S^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}\right) dS \int_0^{\infty} x J_{2n-1}(cx) dx \int_a^{\infty} r [x r K_1(xr) - \\ & - K_0(xr)] J_0(\gamma r) dr \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} K(\gamma, \beta) = & \frac{16}{\pi^2} \gamma \beta^2 \int_0^{\infty} \frac{x dx}{(x^2 + \beta^2)^2} \int_a^{\infty} r [K_0(xr) - \frac{xr}{2} K_1(xr)] J_0(\gamma r) dr - \\ & - \frac{16}{\pi^2} \gamma c^2 \sin^4 \frac{\delta}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n-1)}{(-1)^{n+1}} \int_0^1 S \left[\int_0^S \frac{z^2 \sqrt{1 - z^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}} e^{-\beta c \sqrt{1 - z^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}} dz}{\sqrt{S^2 - z^2}} \right]. \end{aligned}$$

$$\times F(1+n, -n; S^2 \sin^2 \varphi / 2) ds \int_0^{\infty} z J_{2n-1}(cz) dz \int_a^{\infty} r [zr K_1(zr) - K_0(zr)] J_0(\gamma r) dr \quad (19)$$

Очевидно, что функция $\Omega(\gamma)$ ограничена сверху и стремится к нулю когда $\gamma \rightarrow \infty$.

Используя значения следующих интегралов (5):

$$\int_0^{\infty} r K_0(zr) J_0(\gamma r) dr = \frac{1}{z^2 + \gamma^2};$$

$$\int_0^{\infty} r^2 K_1(zr) J_0(\gamma r) dr = \frac{2z}{(z^2 + \gamma^2)^2}; \quad (20)$$

$$\int_0^{\infty} S F(1+n, -n; 2; S^2 \sin^2 \varphi / 2) ds = \frac{1}{2} F(1+n, -n; 2, \sin^2 \varphi / 2);$$

и результатов (12) показывается, что интегральное уравнение (17) можно решить методом последовательных приближений. Далее по формулам (16), (14), (11), (13) и (4) последовательно можно определить все искомые функции. Напряжения и перемещения по известным формулам (2) будут определены в любой точке полуплоскости.

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Վ. Ս. ՏՈՆՈՅԱՆ, Ս. Ա. ՄԵԼՔՈՒՄՅԱՆ

Կիսաանվերջ ուղղաձիգ ճեղքով թուլացված կիսահարթության համաչափ
ճնշումը երկու միատեսակ կոշտ դրոշմներով

Դիտարկվում է հորիզոնական եզրից վերջավոր հեռավորության վրա կիսաանվերջ, ուղղաձիգ ճեղքով թուլացված իզոտրոպ, առաձգական կիսահարթության կոնտակտային խնդիրը:

Կիսահարթության եզրին ճնշում են վերջավոր հիմքերով, ճեղքի նկատմամբ համաչափ դասավորված միատեսակ դրոշմները: Ենթադրվում է, որ շփումը՝ դրոշմների և կիսահարթության միջև բացակայում է: Պարզության համար ընդունված է, որ կիսահարթության եզրը՝ դրոշմներից դուրս ազատ է արտաքին ուժերից, ինչպես նաև ճեղքի եզրերում ազդում են միայն նորմալ լարումները:

Խնդիրը բերվում է, «պույգ» և «երիցս» ինտեգրալ հավասարումներից բաղկացած սիստեմի, որի լուծումը հանգում է Ֆրեդհոլմի երկրորդ սեռի ինտեգրալ հավասարման լուծմանը:

Ցույց է տրված, որ վերջին հավասարումը կարելի է լուծել հաջորդական մոտավորությունների եղանակով:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԴԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ В. С. Тоноян, «Известия АН Арм. ССР», серия физ.-мат. наук, т. 17, № 2 (1964).
- ² Л. А. Галин, Контактная задача теории упругости, ГИТТЛ, М., 1953. ³ В. С. Тоноян, ДАН Арм. ССР, т. 37, № 3 (1963). ⁴ С. П. Тимошенко, Теория упругости, ОНТИ, М., 1937. ⁵ Н. С. Градштейн, И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Физматгиз, М., 1962. ⁶ А. А. Баблоян, ПММ, т. 28, вып. 6 (1964).
- ⁷ I. N. Sneddon, Proc Glasgow math Ass. vol. 4₂ (108—110) (1960) ⁸ В. С. Тоноян, «Известия АН Арм. ССР», Механика, т. XXI, №3 (1968). ⁹ G. I. Tranter, Proc Glasgow math Ass vol 4. pt. 4 (1960) ¹⁰ Г. М. Валов, «Известия АН СССР», МТТ, №5 (1972). ¹¹ А. А. Баблоян, С. М. Мхитарян, «Известия АН Арм. ССР», Механика, т. XII, №6 (1969). ¹² В. С. Тоноян, ДАН Арм. ССР, т. 37, №5 (1963).

УДК 621.382.8

ФИЗИКА

Член корреспондент АН Армянской ССР Г. М. Авакьянц, С. А. Тарумян

Определение параметров примесных центров по кривым равновесной проводимости полупроводника

(Представлено 5/IV 1973)

При определении параметров примесных центров в полупроводниках по кривым ТСП (¹⁻⁶) из-за неучета повторного прилипания и строгого разделения их типов ошибка в определении этих параметров может достигать до 50% (⁷⁻⁸). В случае сильного прилипания несколько более точные результаты получаются по формуле, предложенной в (⁹). В методе ТРК уровни прилипания заполняются при помощи приложенного внешнего поля. Ошибка определения энергии активации примерно та же, что и для случая ТСП. В предложенном в (^{11,12}) способе определения параметров примесных центров в низкоомных образцах, экспериментальные результаты анализируются по формуле (¹³), ошибка которой уже составляет 50%. Относительно более точные результаты получаются из температурных измерений коэффициента Холла (¹⁴). Нами предлагается простой метод определения параметров уровней примесных центров акцепторного типа из кривой температурной зависимости равновесной проводимости полупроводника.

Предположим, что в запрещенной зоне полупроводника имеются мелкие донорные уровни с концентрацией N_d , а также m глубоких акцепторных уровней с концентрацией i -го уровня N_i . При выводе соответствующих формул для определения параметров примесных центров, лежащих в верхней половине запрещенной зоны полупроводника будем предполагать, что выполняется неравенство

$$\sum_{i=1}^{m-1} N_i < N_d \approx \sum_{i=1}^m N_i \quad (1)$$

При достаточно низких температурах все нижние $m-1$ уровни будут заполнены электронами, а верхний уровень будет заполнен либо полностью, либо частично. С повышением температуры электроны с уровней будут забрасываться в зону проводимости сначала с возрастающим темпом, а в дальнейшем с уменьшением концентрации электронов на уровнях, темп заброса уменьшится. Таким образом, кривая

зависимости тока от температуры ($J=J(T)$) будет иметь столько точек перегиба сколько уровней имеются в запрещенной зоне. Для определения первой точки перегиба будем исходить из уравнения квазинейтральности в виде

$$n = N_q^1 - \frac{Nn}{n+n_1}, \quad (2)$$

где $N_q^1 = N_q - \sum_{i=1}^{m-1} N_i$, n_1 — число электронов в зоне проводимости; когда уровень ферми совпадает с примесным уровнем. Отметим, что изменение концентрации электронов в зоне проводимости (n) с температурой повторяет ход изменения тока, так как подвижность и электрическое поле считаются независимыми от температуры. Определяя n из (2) дважды дифференцируя по температуре полученное выражение, мы на основании требования $\frac{d^2n}{dT^2} = 0$ получаем

$$n_1^3 + 3(N_q^1 + N)n_1^2 + (3N^2 + 3N_q'^2 + 2NN_q^1)n_1 + N^3 + N_q'^3 - NN_q^1(N_q^1 + N) - 4N_q^1N \frac{\left(\frac{dn_1}{dT}\right)^2}{\frac{d^2n_1}{dT^2}} - [(n_1 + N - N_q^1)^2 + 4N_q^1n_1]^{3/2} = 0. \quad (3)$$

Для упрощения решения этого уравнения будем считать, что имеет место неравенство $\frac{E_\lambda}{kT} > \frac{3}{2}$ (E_λ — энергия примесного уровня, отсчитываемая от дна зоны проводимости). После несложных преобразований уравнение (3) примет вид:

$$n_1^4 2(N_q^1 + N)n_1^3 - 4NN_q^1n_1^2 - 2(N - N_q^1)(N^2 - N_q'^2)n_1 - (N - N_q^1)^4 = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) имеет следующие решения

$$n_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-\sqrt{x_0} \mp \sqrt{\frac{q}{\sqrt{2}x_0} - x_0 - p} \right) - \frac{1}{2} (N_q^1 + N),$$

$$n_{13,4} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{x_0} \pm \sqrt{-\frac{q}{\sqrt{2}x_0} - x_0 - p} \right) - \frac{1}{2} (N_q^1 + N), \quad (5)$$

где $p, q, r = f(N, N_q^1)$, а x_0 — одно из действительных решений уравнения третьей степени

$$x^3 + px^2 + \left(r - \frac{p^2}{4}\right)x - \frac{q^2}{8} = 0. \quad (6)$$

Оценки показывают, что для каждого N и N_q^1 из четырех решений (5) только одно является действительным и положительным. E_λ определяется из следующей формулы:

$$E_i = k T_m \ln \frac{N_c}{n_1}, \quad (7)$$

где T_m — температура точки перегиба, n_1 — действительный и положительный корень уравнения (4).

Обратимся к нахождению концентрации примесных центров N_i . Сначала рассмотрим случай одноуровневой модели — $N_q^1 = N_q$ и $m=1$. Определяя n_1 из (2) и подставляя в (4), получаем уравнение четвертой степени относительно N :

$$N^4 + aN^2 + bN^2 + cN + d = 0, \quad (8)$$

где $a, b, c, d = f(nN_q)$. Из четырех решений (8) только одно удовлетворяет исходным требованиям, причём значение n берётся в точке перегиба. В случае двух и более уровней задача решается приближенно. Определяя n_1 из (2), подставляя в $\frac{dn}{dT}$ и учитывая, что $N_q^1 = N_q - (m-1)N$ (многозарядные центры), получаем:

$$\frac{dn}{dT} = \frac{1}{T} \frac{[N_q - (m-1)N - n][n^2 + n(mN - N_q)]}{N[N_q - (m-1)N] - [n - N_q + (m-1)N]^2} + \ln \frac{[N_q - (m-1)N - n]}{n^2 - n(N_q - mN)}. \quad (9)$$

Логарифмический член в (9) слабо меняется с температурой, поэтому, чтобы не усложнять расчет, заменим его на значение верхнего предела величины $\frac{N_c}{n_1}$ в интересующей нас области температур. Обозначая этот верхний предел через B и проводя несложные преобразования, получаем следующее уравнение для N :

$$N^2 + aN + b = 0, \quad (10)$$

где a и b зависят от параметров, входящих в (9), причём значения n и $\frac{dn}{dT}$ можно брать при произвольной температуре.

Нами исследовалась также и зависимость температуры точки перегиба от степени первоначальной заполненности уровня. На рис. 1а показана эта зависимость для двухуровневой модели.

Приведенные расчеты верны только в случае, когда при опустошении данного уровня нижележащие уровни остаются заполненными. Рассмотрим случай, при которых выполняется это требование. Будем исходить из условия, что ток, обусловленный опустошением нижележащего уровня, достаточно мал по сравнению с током, обусловленным опустошением вышележащего уровня, то есть

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{n'}{n''} = m^1 \gg 1, \quad (13)$$

где n' и n'' — концентрация электронов, заброшенных в зону проводи-

мости с верхнего и нижнего уровней соответственно. Концентрации этих электронов определяются по формулам:

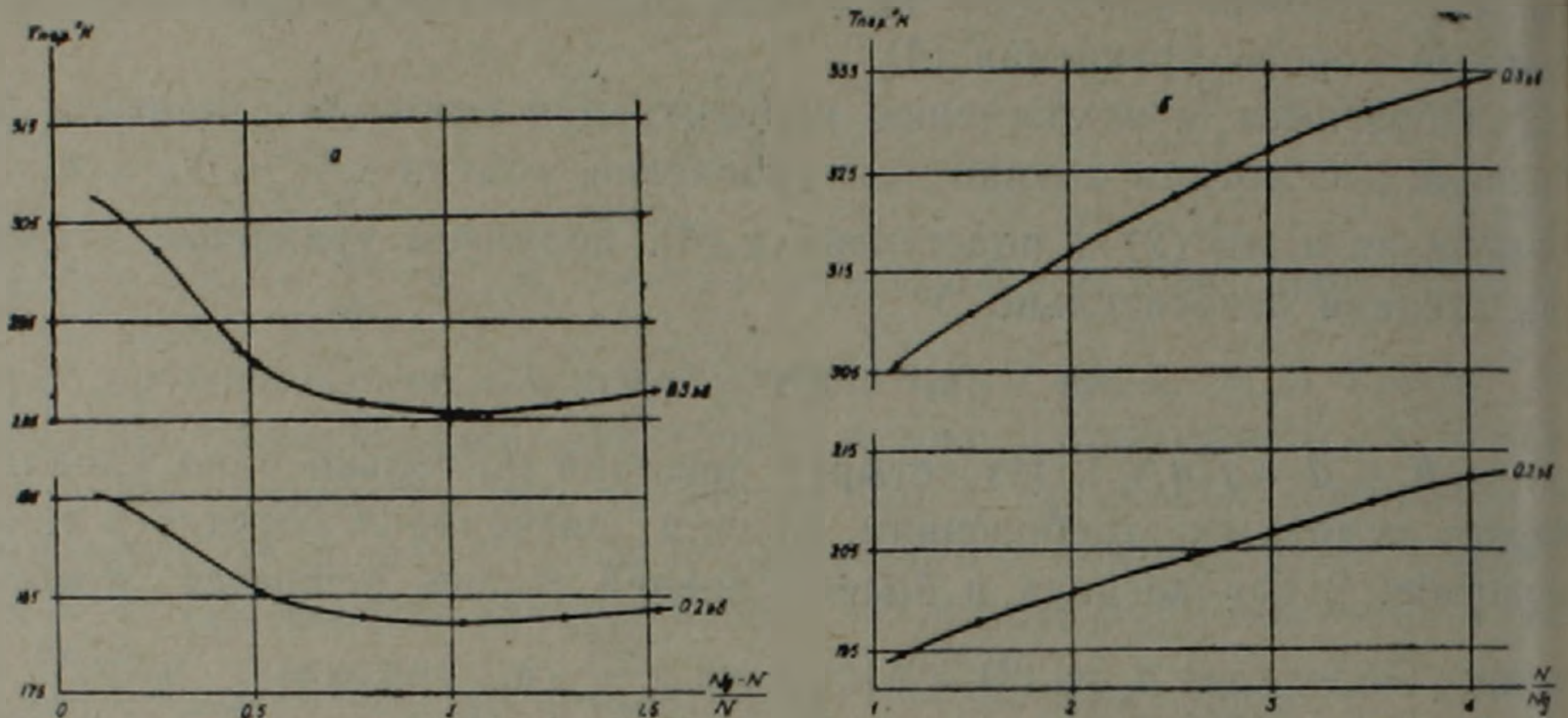


Рис. 1 а—зависимость температуры перегиба от степени заполненности уровня для двухуровневой модели при двух значениях энергии верхнего уровня, расположенного вблизи дна зоны проводимости; б—зависимость температуры перегиба от степени заполненности уровня, лежащего вблизи потолка валентной зоны (одноуровневая модель)

$$n = lN - \frac{N}{\exp\left(\frac{E_1 - \mu}{kT}\right) + 1} \quad n'' = \frac{N}{\exp\left(\frac{\mu - E_2}{kT}\right) + 1}, \quad (14)$$

где $l = \frac{N_-}{N}$, N_- — концентрация электронов на верхнем уровне при

достаточно низких температурах. Учитывая, что $n = n^1 \left(1 + \frac{1}{m^1}\right) = N_c \exp\left(\frac{\mu}{kT}\right)$, из формул (14) получаем

$$E_2 = -kT \ln \frac{N_c}{n} \left(\frac{m'}{e - \frac{1}{\frac{N_c}{n} \exp\left(\frac{E_1}{kT}\right) + 1}} - 1 \right), \quad (15)$$

На рис. 2 показана зависимость разницы энергий между двумя близко расположенными уровнями от степени первоначальной заполненности верхнего уровня при разных значениях E_1 и при $m' = 10$. При снятии кривых равновесной проводимости образцов с двумя близко расположенными точками перегибов важное значение имеет растянутость кривой $J = J(T)$ в окрестности этих точек. На рис. 3 показана зависимость $\frac{\Delta J}{J}$ от степени первоначальной заполненности

верхнего уровня для случая двухуровневой модели. Здесь ΔJ есть разность токов в точке перегиба и на расстоянии $\pm 10^\circ$ от точки перегиба на кривой $J = J(T)$.

Оценки показывают также, что при ошибке измерений токов на $\pm 40\%$ ошибка значения E_1 составляет $\pm 2\%$.

Как уже было сказано, выведенные формулы и приведенные рассуждения верны только в случае выполнения условия $n > p$. Нами была

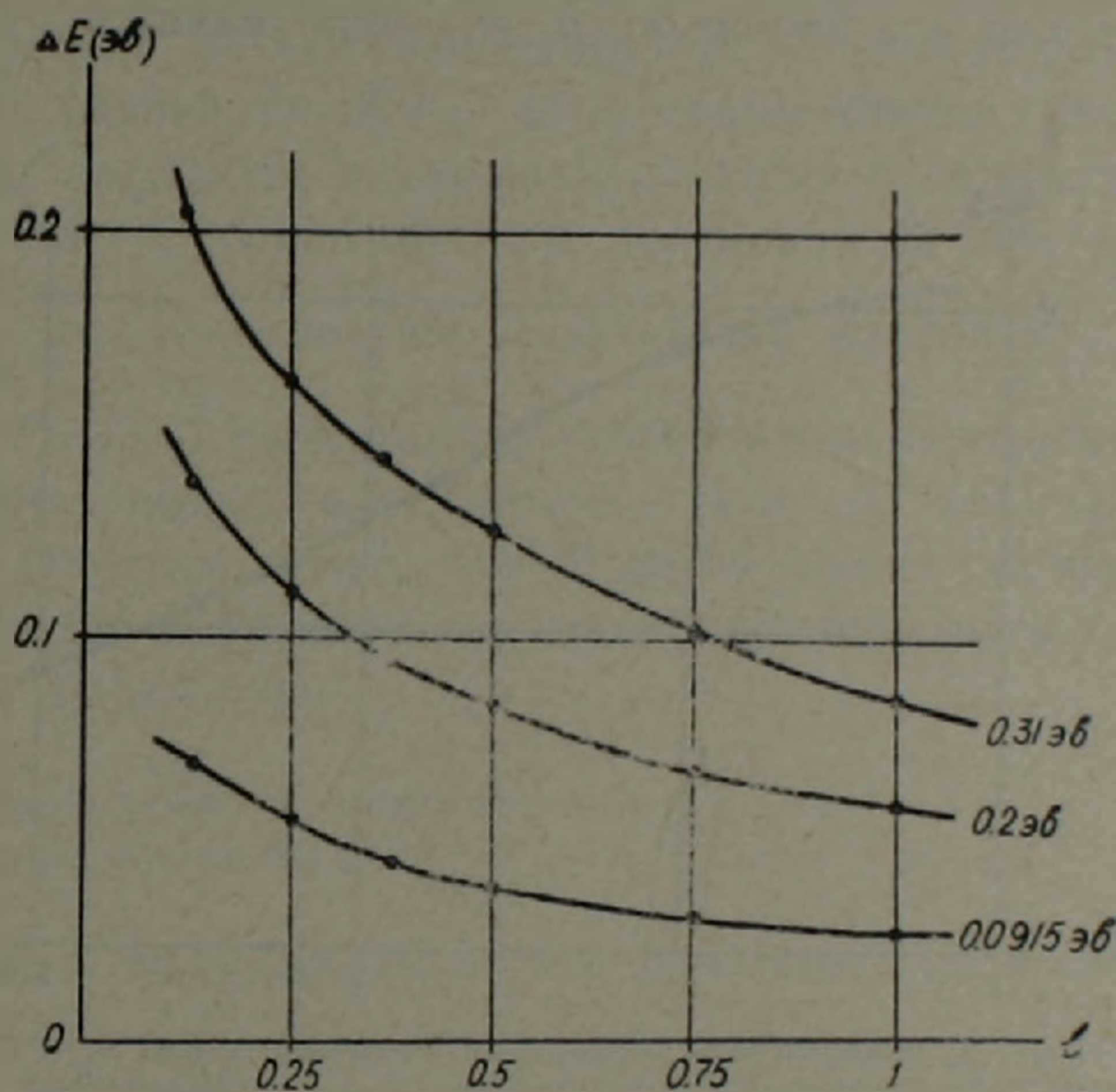


Рис. 2. Зависимость разницы между энергиями двух уровней от степени заполнения вышележащего уровня при трех ее значениях для случая $\frac{J_1}{J_2} = 10$

оценена наибольшая глубина залегания уровня E_1 , не нарушающая условия $\frac{n}{p} \geq 10^2$ при температуре, соответствующей точке перегиба для одноуровневой модели с двумя значениями степени заполнения уровня.

Оказывается, что при $T = 400^\circ K$, если $N = N_q = 10^{14} \text{ см}^{-3}$, то $E_1 = 0,412 \text{ эВ}$ и $\frac{n}{p} = 2,1 \cdot 10^3$, а при $N_q = 0,125N = 10^{13} \text{ см}^{-3}$ — $E_1 = 0,34 \text{ эВ}$ и $\frac{n}{p} = 1,5 \cdot 10^3$.

Если $\frac{n}{p} = 35$, то при $T = 450^\circ K$ $E_1 = 0,47 \text{ эВ}$. При пренебрежении p в (2), когда отношение $\frac{p}{n} = 3\%$, ошибка определения E_1 составляет $0,14\%$.

Для определения параметров уровней, лежащих в нижней половине

запрещенной зоны полупроводника, будем пользоваться уравнением квазинейтральности в виде:

$$p + N_q = \frac{p_1 N}{p + p_1} \quad (10)$$

Причем, предполагается, что $n \ll p$ и $N_q \ll N$, где N концентрация на нижнего уровня, а p_1 — число дырок в валентной зоне, когда уровень ферми совпадает с примесным уровнем. Ход дальнейших рассуждений тот же, что и в случае $n \gg p$. E_A определяется из формулы

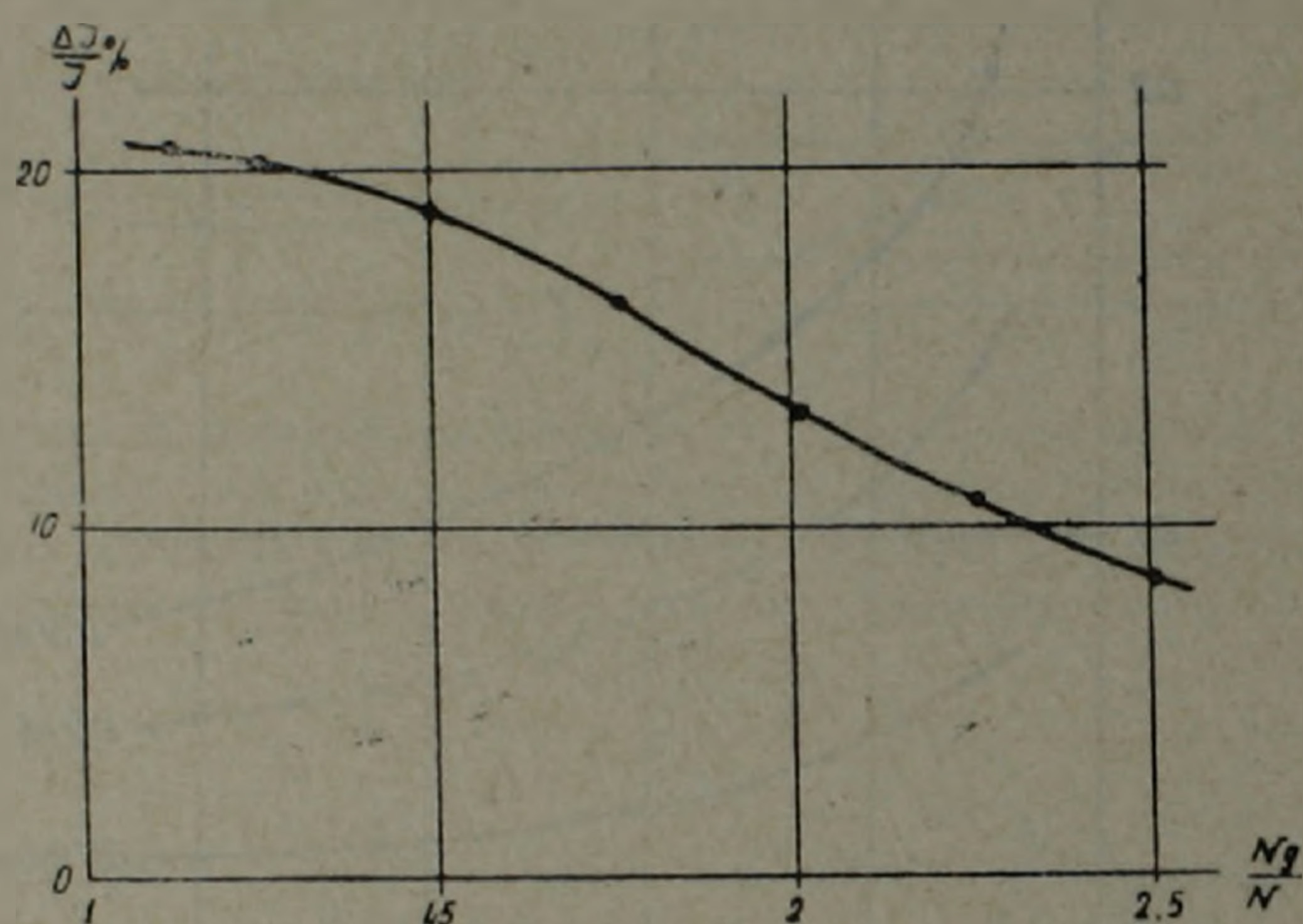


Рис. 3. Зависимость отношения разницы токов в точке перегиба и на расстоянии $\pm 10^\circ$ на кривой $I = I(T)$ от степени первоначальной заполненности уровня

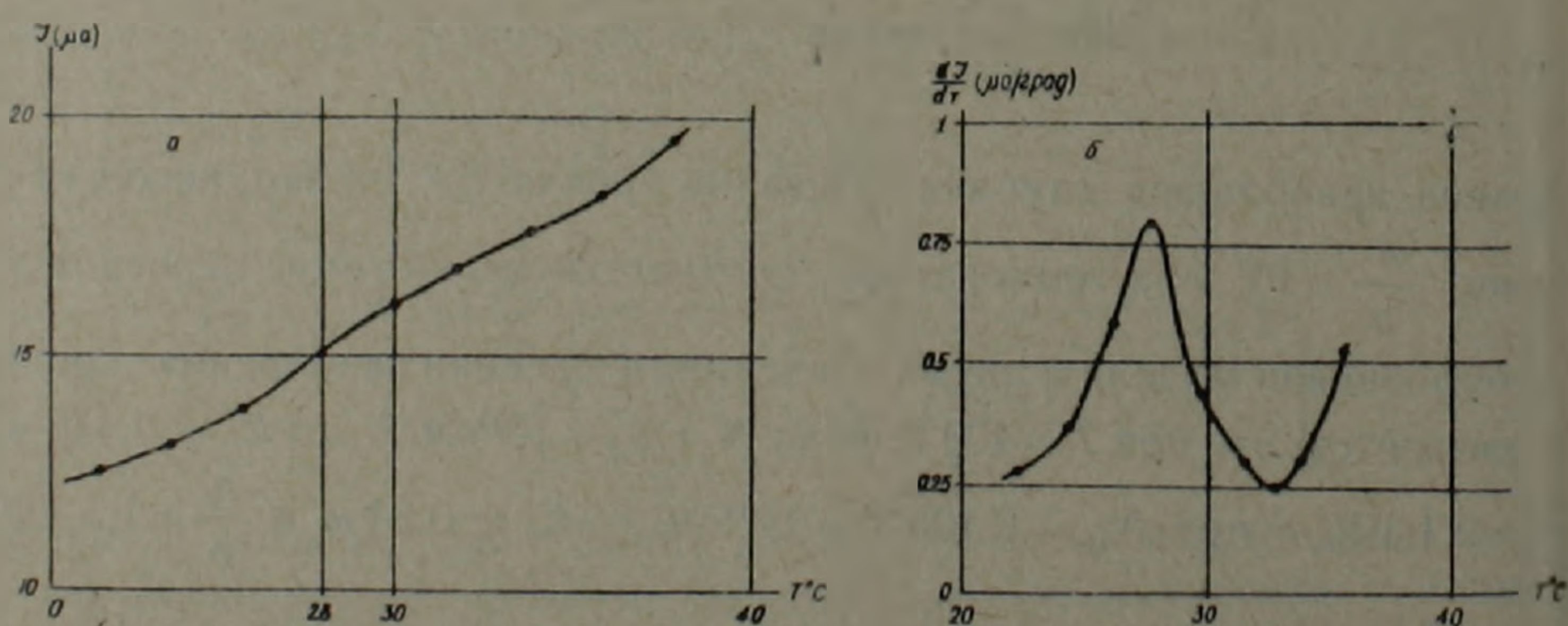


Рис. 4. Экспериментальная кривая $I = I(T)$ (а) и ее производная (б)

$$E_A = -E_q + kT \ln \frac{Np}{p_1} \quad (17)$$

Следует заметить, что зависимость температуры, соответствующей

Точке перегиба, от степени заполненности уровня резко отличается от предыдущего случая (рис. 1,б). Из рисунка видно, что с уменьшением отношения $\frac{N}{N_q}$ температура точки перегиба монотонно уменьшается.

На рис. 4,а изображена экспериментальная кривая $J=J(T)$ для образцов кремния, компенсированного цинком. Образцы с исходным удельным сопротивлением $\rho=400 \text{ ом см.}$ и n -типа проводимости после компенсации имели p -тип проводимости. Температура точки перегиба оказалась равной $T=28^\circ \text{C}$, чему соответствует уровень $0,29 \text{ эв.}$ Этот результат находится в хорошем согласии с литературными данными для нижнего уровня цинка в кремнии. На рис. 4,б показана зависимость $\frac{dJ}{dT}$ от температуры. Возрастание кривой $\frac{dJ}{dT}$, начиная с температуры $T=33^\circ \text{C}$, по-видимому, обусловлено заполнением вышележащего уровня цинка электронами. Для N получено значение $1,5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$. Отметим также, что N грубо можно определить из условия $N=N_q + 2p$. Концентрация дырок определяется из общеизвестного токового выражения.

Институт радиофизики и электроники
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ Գ. Մ. ԱՎԱԿՅԱՆՑ, Ս. Ա. ԹԱԹՈՒՄՅԱՆ

Խառնուրդային կենտրոնների պարամետրերի որոշումը կիսահաղորդիչներում
հաճախարակչոված հաղորդականության կորերի օգնությամբ

Առաջարկվում է հաճախարակչոված հաղորդականության ջերմաստիճանային կախվածության կորի շրջման կետերի օգնությամբ խորը խառնուրդային կենտրոնների պարամետրերի որոշման մի պարզ եղանակ: Նշված եղանակի օգնությամբ փորձնական ճանապարհով որոշված է Zn-ի էլեկտրական ակտիվ ատոմների կոնցենտրացիան Si-ի մեջ և նրանց ակտիվացիայի էներգիան:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ I. T. Randall, M. H. F. Wilkiss, Proc. Roy. Soc., A. 184(1945). ² G. F. I. Garlick, A. F. Gibson, Proc. Roy. Soc. A60 (1948). ³ L. L. Grosswiler, J. Appl. Phys., 24(1953). ⁴ R. R. Haering, E. N. Adams, Phys. Rev., 117, 451 1960. ⁵ K. Unger, Phys. st. sol. 2(1962). ⁶ Л. Р. Крумберг, ФТП, т. 1, вып. 10(1967). ⁷ Р. Бьюб фото-проводимость твердых тел, Изд. ИЛ, М., 1962. ⁸ П. Г. Литовченко, В. Н. Устьянов, Актуальные вопросы физики полупроводников и полупроводниковых приборов, Вильнюс, 1969. ⁹ K. H. Nicholas, J. Woods Brit J. Appl. Phys. 15(1964). ¹⁰ А. Г. Ждан, В. Б. Сандомирский и А. Д. Ожередов, ФТП т. 2, вып. 1, (1968). т. 3 вып. 9, 12(1969). ¹¹ L. R. Weisberg and H. Schade, J. of ppl. phys, vol, 39, N 11(1968). ¹² V. V. Sotou, phys status sol. (a), vol. 4, N3(1971). ¹³ W. Hoogenstraaten, Phil. Res. Rep. 13, 515(1958) ¹⁴ С.м.м, Полупроводники, ИЛ. М., 1962.

УДК 576.851.55

МИКРОБИОЛОГИЯ

А. Д. Налбандян, Г. С. Бабаян, Т. У. Саркисян

О внеклеточных полисахаридах клубеньковых бактерий

(Представлено академиком М. Х. Чайлахяном 30/III 1973)

Характерной особенностью развития *Rhizobium* в чистой культуре является образование большого количества внеклеточных полисахаридов, образующих слизь. Показано, что полисахариды, выделенные из культуральных жидкостей клубеньковых бактерий клевера и гороха состоят из остатков глюкозы и глюкуроновой кислоты (¹⁻³), впрочем некоторые исследователи в полисахаридах клубеньковых бактерий не обнаруживали глюкуроновой кислоты (⁴⁻⁶). Во внеклеточных полисахаридах клубеньковых бактерий гороха, фасоли, люцерны и клевера наряду с глюкозой и глюкуроновой кислотой обнаружены также остатки галактозы, маннозы, уксусной и пировиноградной кислоты (⁷⁻¹¹).

Исследования, проведенные в этой области, более подробно описаны в соответствующих обзорах (^{12,13}).

В настоящей работе исследовалось влияние различных источников углерода (глюкоза, сахароза, меласса, арбутин и салицин) на синтез полисахаридов клубеньковыми бактериями эспарцета и люцерны, а также углеводный состав этих полисахаридов.

Клубеньковые бактерии выращивались в жидкой среде следующего состава (в %): $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ —0,05, K_2HPO_4 —0,05, NaCl —0,02, MgSO_4 —0,02, кукурузный экстракт—0,3. Источниками углерода служили (в %): глюкоза—1, сахароза—1, меласса—2, арбутин—2 и салицин—2. pH—среды—7,0—7,2. Культивирование проводилось на качалке 200—240 об./мин при температуре 26°. После 48 час культивирования культуральная жидкость центрифугировалась при 10000 об./мин для осаждения клеток.

Полисахариды из фугата осаждались 80%-ным этанолом или ацетоном. Осадок растворялся в 5%-ном растворе трихлоруксусной кислоты и вторично осаждался. Полисахариды сушились в вакууме и гидролизовались 5% H_2SO_4 в течение 6—8 часов в водяной бане. Гидролизат нейтрализовался гидроокисью бария. Количество синтезированных полисахаридов определялось в 100 мл культуральной жидкости, а хи-

инический состав определялся методом тонкослойной хроматографии на целлюлозе (растворитель—Бутанол—уксусная кислота—вода 4:1:1). Хроматограммы проявлялись анилин-фталатом при температуре 100—105. Редуцируемые сахара в гидролизате определялись по Хагедорн-Иенсену.

Как видно из данных табл. 1 наибольшее количество внеклеточных полисахаридов синтезировано клубеньковыми бактериями эспарцета и люцерны на среде, содержащей мелассу. Полисахариды сравнительно слабее синтезируются этими видами клубеньковых бактерий на средах, содержащих глюкозу, сахарозу, арбутин и салицин. Активный синтез полисахаридов клубеньковыми бактериями эспарцета и люцерны на мелассе, возможно, связан с наличием некоторых витаминов, особенно биотина, которыми богата меласса.

Из данных таблицы видно также, что на глюкозе, сахарозе, арбутине и салицине клубеньковые бактерии эспарцета синтезируют поли-

Таблица 1
Синтез полисахаридов клубеньковыми бактериями на различных источниках углерода (количество полисахаридов в 2%)

Вид и №№ штаммов	Использованные источники углерода				
	глюкоза	сахароза	меласса	арбутин	салицин
Клубеньковые бактерии эспарцета 51	1.12	1.72	2.17	1.20	0.52
.....811	1.18	1.87	2.75	0.74	0.46
.....93	2.0	1.10	2.64	1.65	0.41
.....126	0.30	0.52	3.18	—	—
Клубеньковые бактерии люцерны 132	1.21	1.57	1.04	1.0	0.13
.....422	0.83	1.73	2.37	—	0.38
.....30	0.29	0.33	3.48	—	0.31
.....87	0.33	0.35	3.82	—	—

Примечание. (—) означает—не определено.

Таблица 2
Определение сахаров в гидролизатах полисахаридов клубеньковых бактерий методом хроматографии

Вид и № № штаммов	Сахара, обнаруженные в полисахаридах		
	глюкоза	ксилоза	арабиноза
Клубеньковые бактерии эспарцета 51	+	+	+
.....811	+	+	+
.....93	+	+	+
Клубеньковые бактерии люцерны 132	±	±	±
.....422	+	±	±

Примечание (+)—означает значительное количество
(±)—означает незначительное количество.

сахариды больше, чем клубеньковые бактерии люцерны.

Из данных рис. 1 видно, что активность синтеза полисахаридов в основном зависит от титра клеток клубеньковых бактерий. Однако это

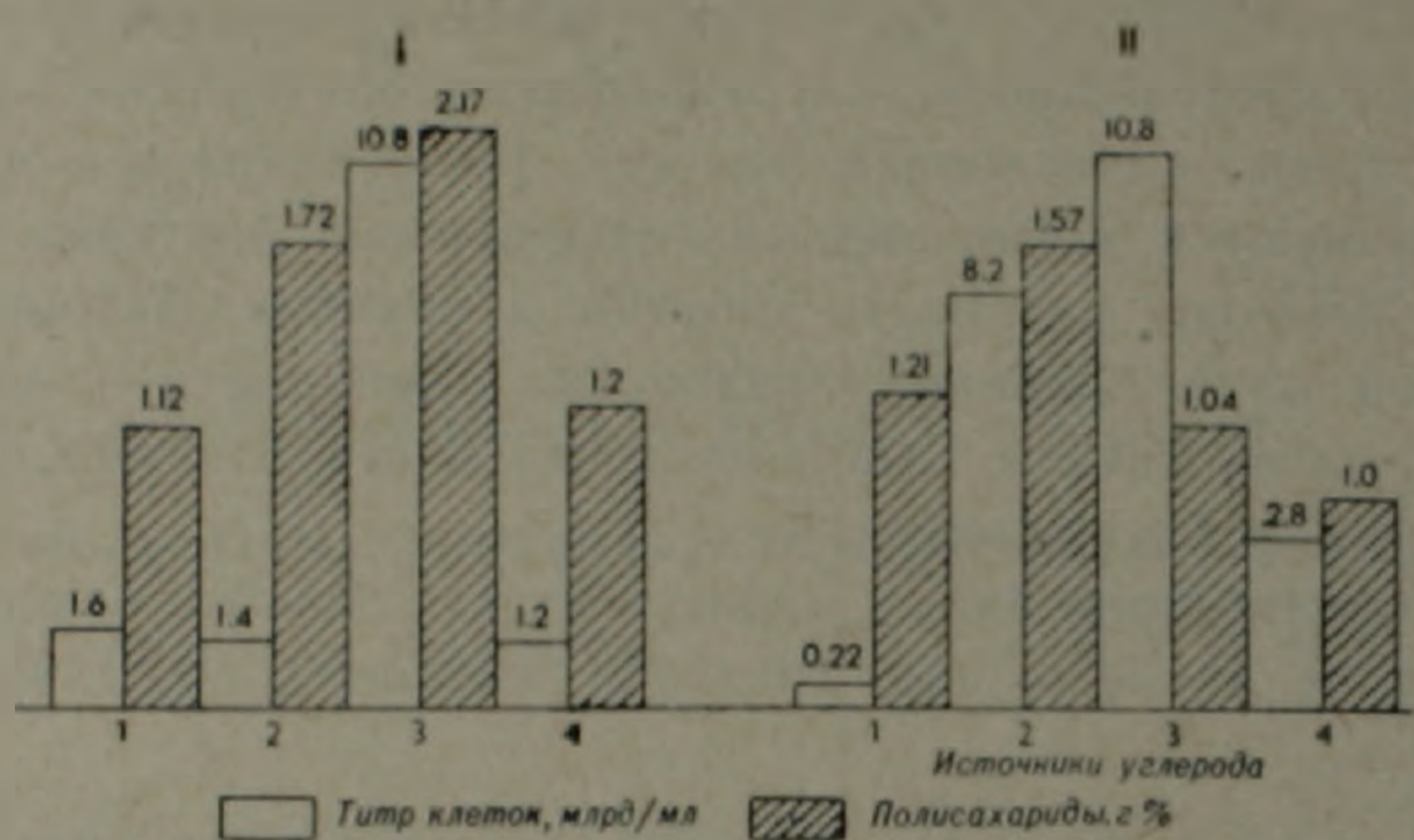


Рис. 1. Титр клеток и синтез полисахаридов клубеньковыми бактериями эшарцета штамм 51 (I) и люцерны штамм 132 (II) на различных источниках углерода; 1—глюкоза; 2—сахароза; 3—меласса; 4—арбутин

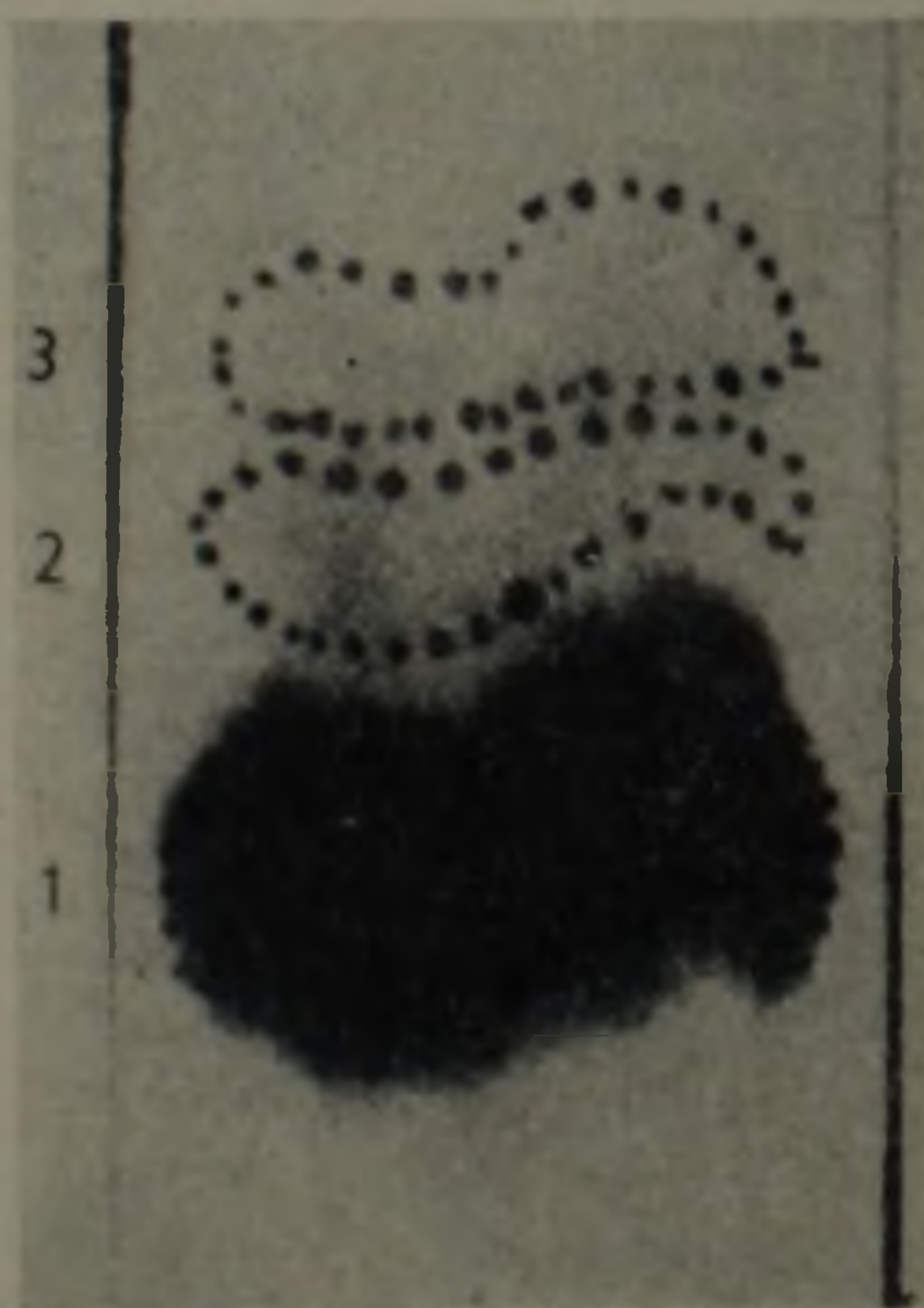


Рис. 2. Состав полисахаридов клубеньковых бактерий; 1—глюкоза; 2—ксилоза; 3—арабиноза

явление не характерно для всех видов и штаммов клубеньковых бактерий. Например, клубеньковые бактерии люцерны (штамм № 132), на среде с сахарозой синтезировали больше полисахаридов, чем на среде с мелассой, где титр клеток клубеньковых бактерий был сравнительно больше, чем в среде с сахарозой.

На основании полученных данных можно заключить, что активность синтеза внеклеточных полисахаридов обусловлена видовой и штаммовой особенностью клубеньковых бактерий.

Результаты опытов по определению углеводного состава полисахаридов (табл. 2) показывают, что в гидролизатах полисахаридов клубеньковых бактерий эспарцета и люцерны в основном обнаружена глюкоза. Ксилоза и арабиноза в гидролизатах обнаружены в незначительном количестве. Наличие ксилозы и арабинозы в гидролизатах, возможно, связано с декарбоксилированием глюкуроновой кислоты при гидролизе полисахаридов (рис. 2).

Видимо (табл. 3), количество глюкозы в гидролизатах полисахаридов зависит от вида и штамма клубеньковых бактерий. Например, если в полисахаридах, синтезированных штаммом 51 клубеньковыми бакте-

Таблица 3
Количество глюкозы в гидролизатах полисахаридов, синтезированных клубеньковыми бактериями на различных источниках углерода (в %)

Вид и № № штаммов	Использованные источники углерода		
	глюкоза	сахароза	меласса
Клубеньковые бактерии эспарцета 51	68.0	63.0	64.0
• • • • • 811	71.0	79.9	61.0
• • • • • 93	67.0	67.0	66.0
Клубеньковые бактерии люцерны 132	70.0	74.0	54.0
• • • • • 422	67.0	67.0	67.0
• • • • • 87	90.0	88.0	64.0

риями эспарцета, количество глюкозы составляет 64—68% (на трех источниках углерода), а у штамма № 811—61—79%, то у штамма № 93—66—67%. Количество глюкозы в полисахаридах, синтезированных клубеньковыми бактериями люцерны больше у штамма № 87.

Изложенные данные позволяют заключить, что синтез полисахаридов зависит от источников углерода, а также видовых и штаммовых особенностей клубеньковых бактерий, а углеводный состав этих полисахаридов не зависит от источника углерода и состоит в основном из глюкозы.

Мы полагаем, что результаты настоящего исследования могут быть полезными для производства сухого нитрагина.

Պալարաբակտերիաների արտաբջջային բազմաշախարհների մասին

Ուսումնասիրվել է ածխածնի տարբեր աղբյուրների (գլյուկոզ, սախարոզ, մելասա, արբուտին և սալիցին) ազդեցությունը կորնզանի և աուվույտի պալարաբակտերիաների արտաբջջային բազմաշախարհների սինթեզի ակտիվության և նրանց ածխաջրային կազմի վրա:

Հայտնաբերված է, որ կորնզանի և աուվույտի պալարաբակտերիաներն ածխածնի տարբեր աղբյուրների վրա սինթեզում են արտաբջջային բազմաշախարհներ, որոնց սինթեզի ակտիվությունը պայմանավորված է ածխածնի աղբյուրով և պալարաբակտերիաների տեսակային և շտամային առանձնահատկություններով: Արտաբջջային բազմաշախարհների ամենամեծ քանակը սինթեզված է մելասայի առկայության դեպքում, իսկ ամենափոքրը՝ արբուտինի և սալիցինի միջավայրում:

Այդ բազմաշախարհների ածխածնային կազմը պայմանավորված չէ ածխածնի աղբյուրի տեսակից, և հիմնականում բաղկացած է գլյուկոզից:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ E. W. Hopkins, W. H. Peterson, E. B. Fred, J. Amer. Chem. Soc., 52, 3659, 1930. ² J. Kleczkowska, A. Kleczkowski, J. Gen. Microbiol., 21, 477, 1959. ³ E. Schluchterer, M. Stacey, J. Chem. Soc., 149, 776, 1945. ⁴ B. A. Hymphrey, Nature, 184, 1802, 1959. ⁵ M. Leizaola, C. r. Acad. sci., 240, 1825, 1955. ⁶ M. Leizaola-Tripiet, C. r. Acad. sci., 250, 407, 1960. ⁷ N. Amager, M. Obaton, N. Blanchere, Canad. J. Microbiol., 13, 99, 1967. ⁸ C. E. Clapp, R. J. Davis, Soil Biol. and Biochem., 2, 109, 1970. ⁹ W. F. Dudman, M. Heldelberger, Science, 164, 954, 1969. ¹⁰ P. H. Graham J. Microbiol., and Serol., 31, 349, 1965. ¹¹ B. A. Hymphrey, J. M. Vincent, J. Gen. microbiol., 21, 477, 1959. ¹² Е. Н. Мишустин, В. К. Шильникова, Биологическая фиксация атмосферного азота, Изд. «Наука», М., 1968. ¹³ В. Л. Кретович, Обмен азота в растениях. Изд. «Наука», М., 1972.

УДК 591.1.05

БИОХИМИЯ

А. С. Оганесян, Ж. С. Геворкян

Образование аммиака из L-аминокислот срезами почек в присутствии сыворотки крови

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. Х. Бунатяном 11/VI 1973)

Ранние исследования Кребса (¹), Браунштейна (²) и других авторов (³⁻⁵) показали, что при инкубации срезов коркового слоя почек белых крыс и других животных на фосфатном буфере отмечается продукция значительного количества свободного аммиака из ряда природных аминокислот (глутаминовая, аспарагиновая, аланин). Наши исследования (⁶⁻⁷), проведенные за последние годы в тех же условиях, показали, что помимо вышеупомянутых аминокислот, в корковом слое почек деаминируются также орнитин, аргинин, пролин, лизин, гамма-аминомасляная кислота и некоторые другие аминокислоты. Особенно большое количество продукции аммиака наблюдается из орнитина, аспарагиновой и глутаминовой кислот.

Имея в виду, что клетки почек непрерывно омываются межклеточной жидкостью, по своему составу близкой к сыворотке крови, в дальнейших исследованиях в качестве инкубационной среды, мы применяли сыворотку крови и изучали ее влияние на образование аммиака из некоторых L-аминокислот в срезах коркового слоя почек.

Срезы коркового слоя почек брали по 200 мг на пробу и инкубировали в сыворотке крови белых крыс, а также кроликов и человека, при 37°C в течение одного часа. Аминокислоты добавляли на каждую пробу по 16 мкмоль. Аммиак определяли путем микродиффузии по Коппе, с последующим добавлением реактива Несслера. Для контроля параллельно проводили те же исследования в Кребс-Рингер-бикарбонатном буфере.

Результаты исследований, приведенные в табл. 1, показывают, что при инкубации срезов почек в буфере из добавленных глутаминовой, аспарагиновой кислот и орнитина образуется значительное количество свободного аммиака, как это неоднократно отмечалось и в наших прежних опытах. При инкубации срезов в сыворотке крови белых крыс, кролика и человека наблюдается значительное подавление образования аммиака из упомянутых аминокислот. Следует отметить, что подав-

ление образования аммиака под действием сыворотки крови человека выражено в меньшей степени.

Полученные результаты побудили нас изучить влияние экстракта срезов почек на образование аммиака из вышеупомянутых аминокислот

Т а б л и ц а

Влияние сыворотки крови животных и человека на образование аммиака из L-аминокислот в срезах коркового слоя почек белых крыс (в мкмолях 0,2 г ткани/час). Средние данные из десяти опытов

Условия опыта	Глютамино- вая кислота	Аспарагино- вая кислота	Орнитин
Буфер	$1,26 \pm 0,2$	$2,04 \pm 0,1$	$2,54 \pm 0,2$
Сыворотка белой крысы	$0,32 \pm 0,02$	$0,48 \pm 0,05$	$0,87 \pm 0,01$
Сыворотка кролика	$0,28 \pm 0,01$	$0,52 \pm 0,03$	$1,24 \pm 0,07$
Сыворотка человека	$0,44 \pm 0,04$	$0,92 \pm 0,07$	$1,46 \pm 0,1$

Т а б л и ц а

Влияние экстракта срезов коркового слоя почек на образование аммиака из L-аминокислот (в мкмолях (0,2 г ткани/час) Средние данные из шести опытов

Условия опыта	Глютамино- вая кислота	Аспараги- новая кис- лота	Орнитин
Контроль	$1,3 \pm 0,15$	$2,4 \pm 0,2$	$2,4 \pm 0,25$
Экстракт срезов	$0,2 \pm 0,01$	$1,3 \pm 0,02$	$1,7 \pm 0,1$
Экстрагированные срезы	$2,0 \pm 0,3$	$3,0 \pm 0,2$	$3,0 \pm 0,15$

Мы предполагали, что некоторые вещества, содержащиеся в сыворотке крови и оказывающие подавляющее влияние на образование аммиака из L-аминокислот, могут находиться и в почечной ткани. С этой целью срезы почек встряхивали в Кребс-Рингер-бикарбонатном буфере в течение 20 минут, после чего путем центрифугирования их отделяли от инкубационной среды и инкубировали в буферном растворе, а упомянутый экстракт срезов почек употребляли для инкубирования свежих срезов. Опыты показали (табл. 2), что почечный экстракт, так же как и сыворотка крови, значительно подавляет аммиакообразование из упомянутых аминокислот. Причем тормозящее действие в большей степени проявляется в отношении дезаминирования глютаминовой кислоты. Подавление дезаминирования аспарагиновой кислоты и орнитина менее выражено, как и в опытах с сывороткой крови. Интересно отметить, что срезы почек, обработанные буфером, проявляют большую дезаминирующую активность, чем контрольные, что, по-видимому, обус-

Таблица 3

Влияние различных количеств сыворотки крови белых крыс на образование аммиака из L-аминокислот (в мкмольх/0,2 г ткани/час)

Средние данные из шести опытов

Названия аминокислот	Контроль (на буфере)	Степень разбавления сыворотки крови							Неразбав- ленная сы- воротка
		40 раз	20 раз	10 раз	6,6 раз	5 раз	4 раза	2 раза	
Глутаминовая кислота	1,2 $\pm$ 0,1	0,9 $\pm$ 0,1	0,65 $\pm$ 0,2	0,5 $\pm$ 0,1	0,4 $\pm$ 0,07	0,2 $\pm$ 0,07	0,15 $\pm$ 0,02	0,13 $\pm$ 0,02	0,13 $\pm$ 0,02
Аспарагиновая кислота	2,1 $\pm$ 0,1	1,9 $\pm$ 0,15	1,6 $\pm$ 0,2	1,3 $\pm$ 0,25	1,15 $\pm$ 0,1	0,9 $\pm$ 0,1	0,76 $\pm$ 0,1	0,8 $\pm$ 0,1	0,3 $\pm$ 0,03
Орнитин	2,2 $\pm$ 0,2	2,15 $\pm$ 0,1	2,2 $\pm$ 0,4	2,0 $\pm$ 0,15	1,6 $\pm$ 0,25	1,5 $\pm$ 0,3	1,45 $\pm$ 0,2	1,2 $\pm$ 0,2	1,1 $\pm$ 0,15

Таблица 4

Влияние сыворотки крови белых крыс на поглощение L-аминокислот срезами коркового слоя почек белых крыс (в мкмольх/0,2 г ткани или мл инкубируемой среды/час). Средние данные из шести опытов

Условия опыта	Б у ф е р			С ы в о р о т к а		
	Глютаминовая кислота	Аспарагиновая кислота	Орнитин	Глютаминовая кислота	Аспарагиновая кислота	Орнитин
Среда						
Контроль	$1,0 \pm 0,04$	$0,6 \pm 0,1$	следы	$3,4 \pm 0,6$	$0,48 \pm 0,04$	$0,8 \pm 0,1$
Глютаминовая кислота	$6,6 \pm 0,8$	$0,6 \pm 0,14$	следы	$11,2 \pm 1,4$	$0,8 \pm 0,1$	$0,8 \pm 0,1$
Аспарагиновая кислота	$4,5 \pm 0,6$	$3,2 \pm 0,4$	следы	$6,2 \pm 0,6$	$5,3 \pm 0,7$	$0,8 \pm 0,1$
Орнитин	$1,8 \pm 0,08$	$0,5 \pm 0,08$	$5,3 \pm 0,8$	$4,4 \pm 0,4$	$1,0 \pm 0,2$	$7,4 \pm 1,0$
Ткань						
Контроль	$0,7 \pm 0,1$	$0,22 \pm 0,06$	$0,52 \pm 0,06$	$1,1 \pm 0,1$	$0,33 \pm 0,05$	$0,42 \pm 0,06$
Глютаминовая кислота	$1,26 \pm 0,2$	$0,32 \pm 0,02$	$0,3 \pm 0,04$	$1,4 \pm 0,1$	$0,5 \pm 0,06$	$0,4 \pm 0,04$
Аспарагиновая кислота	$1,24 \pm 0,2$	$0,52 \pm 0,1$	$0,52 \pm 0,04$	$1,3 \pm 0,1$	$0,67 \pm 0,1$	$0,4 \pm 0,06$
Орнитин	$1,0 \pm 0,2$	$0,28 \pm 0,02$	$0,98 \pm 0,06$	$1,28 \pm 0,02$	$0,32 \pm 0,05$	$0,7 \pm 0,1$

овлено выходом в эстрагируемую жидкость определенных веществ, оказывающих подавляющее действие на образование аммиака из L-аминокислот.

В дальнейших опытах мы в инкубационную среду добавляли сыворотку, разбавленную от 2 до 40 раз. Результаты этих опытов (табл. 3) показали, что дезаминирование отдельных аминокислот в присутствии сыворотки крови подавляется в неодинаковой степени. Наиболее чувствительным в этом отношении является дезаминирование глютаминовой и аспарагиновой кислот. Даже при разбавлении сыворотки крови в 40 раз, отмечается небольшое, но достоверное подавление образования аммиака из этих аминокислот. Дезаминирование орнитина менее чувствительно к тормозящему действию сыворотки крови. Подавление образования аммиака из этой аминокислоты начинается при разбавлении сыворотки не более, чем в 6,6 раз.

В дальнейшем мы изучали влияние сыворотки крови на процессы поглощения аминокислот из инкубируемой среды срезами почечной ткани. Результаты исследований (табл. 4) показывают, что при инкубации срезов почек в Кребс-Рингер-бикарбонатном буфере наблюдается поглощение значительного количества добавленных аминокислот из инкубируемой среды, в то время как инкубация срезов в сыворотке крови приводит к выраженному торможению поглощения добавленных аминокислот. При инкубации срезов почек в буферном растворе в присутствии добавленных аминокислот их содержание в срезах сравнительно больше, чем в тех же условиях, но в среде с добавлением сыворотки крови. Результаты исследований показывают, что сыворотка крови содержит определенные вещества, которые действуют как на транспорт аминокислот, так и на процессы их дезаминирования в самих клетках. Надо полагать, что эти вещества регулируют скорость процессов дезаминирования L-аминокислот в почках (возможно, и в других тканях) в зависимости от физиологического состояния организма (режим питания, кислотно-щелочное равновесие и др.), что может иметь важное значение для регуляции обмена аминокислот.

Институт биохимии
Академии наук Армянской ССР

Ա. Ս. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Ժ. Ս. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Ամիակի առաջացումը L-ամինաթթուներից երիկամների կտրվածքներում
արյան շիջուկի ներկայությամբ

Փորձերը դրվել են սպիտակ առնետների երիկամների կեղևային շերտի կտրվածքների վրա: Ստացված տվյալները ցույց են տվել, որ ինչպես առնետների, նույնպես և ճաղարների ու մարդկանց արյան շիջուկը պարունակում է

մի նյութ (կամ նյութեր), որը որոշակի չափով ճնշում է ամինաթթուների դեամինացումը երիկամների կեղևային շերտի կտրվածքներում: Այդ նյութը պարունակվում է նաև երիկամային հյուսվածքում: Յույց է տրվել նաև, որ արյան շիջուկի արգելակող ազդեցությունն ավելի արտահայտված է գլյուտամինաթթվի և ասպարազինաթթվի դեամինացման նկատմամբ, իսկ օրնիտինի նկատմամբ այն համեմատաբար թույլ է արտահայտված:

Ստացված տվյալները հիմք են տալիս ենթադրելու, որ արյան շիջուկում գտնվող այդ նյութը ֆիզիոլոգիական պայմաններում կանոնավորող ազդեցություն է թողնում ամինաթթուների փոխանակության վրա երիկամներում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ H. A. Krels, Biochem. I., 29, 1951, 1935. ² А. Е. Браунштейн Р. М. Азарх, Биохимия, 9, (6), 337(1944). F. Salvatore, V. Lippia a. E. Cortere, ³ Enzymologia, 31(2), 113 (1966). ⁴ H. G., Preuss, Am. I. physiol., 220 (1), 54 (1971). ⁵ H. G. Preuss, a. F. R. Weiss, Am. I. physiol., 221 (2), 458(1971). ⁶ Г. Х. Бунятыя, А. С. Оганесян, Ж. С. Геворкян, АН СССР, 177, №4, 951 (1967). ⁷ Ж. С. Геворкян, Автореферат канд. дисс., Ереван, 1969.

УДК 595.767.21

ЭНТОМОЛОГИЯ

С. М. Яблоков-Хнзорян

Два новых вида веероносцев из СССР
(Coleoptera, Rhipiphoridae)

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Э. А. Давтяном 4/VI 1973)

1. *Macrosiagon medvedevi* Iablokoff-Khnzorian, sp. nov.

Казахстан, Целиноградская обл., сопки Кокщетау, 14/VII 1957, 2 ♀ ♀ по сборам А. Емельянова, голотип и паратип в коллекциях Зоологического института АН СССР. Лоб, темя, переднегрудь, брюшко, кроме вершины, красно-желтые, 2 1-х членика усиков, щупики и передние ноги желтые, надкрылья с их эпиплеврами желтые с темной основной каймой и черным рисунком, состоящим из 2 плечевых пятен, 2 у середины ближе к боковому краю и 1 пятна на их вершинной трети. Рот, передний край наличника, усики, кроме основания, ноги, кроме передних, черные. Длина 5 мм. Рис. 1.

Лоб спереди в густой и морщинистой, кзади в рассеянной точечности, наличник густо и грубо точечный, темя спереди почти гладкое, сзади негусто морщинистоточечное с тонким поперечным килем вдоль своего трапециевидного высоко закругленного выступа, у середины загнутым назад узким зубчиком, от которого вдоль заднего отвесного ската отходит тонкая бороздка. Переднеспинка трапециевидная, с длинной остроугольной надщитковой лопастью, пригнутой к телу, у основания несущей зубчик, от которого слегка косо в сторону отходит очень тонкая бороздка. Диск густо покрыт подковообразными точками, вдавленными спереди, что придает покровам чешуйчатый вид. В передней половине диска проходит тонкий продольный киль. Задние углы острые. Вся переднеспинка очень выпуклая, спереди спадает почти отвесно к плоскости надкрылий. Надкрылья не достигают вершины брюшка, сзади кончаются острым зубцом, в таких же точках, как на переднеспинке, но немного более удлиненных и расположенных более густо, в особенности сзади и с боков, где расстояние между точками меньше их ширины. Грудь и ноги покрыты крупными, густыми, округлыми точками, на брюшке точки мелкие и рассеянные. Эпимеры среднегрудки лишь с одиночными точками. Все покровы гладкие, коротко и негусто волосистые. Строение конечностей типичное для этого рода.

Этот вид легко отличается от всех прочих, известных из западной Палеарктики, включая Среднюю Азию и Сибирь, тем, что у них либо переднеспинка без следа бугорков, либо ее прищитковый выступ приподнятый и снизу вогнутый. Этот вид назван именем отечественного энтомолога Г. С. Медведева.



Рис. 1.
Macroslagon medvedevi Khnz. sp. nov.
сверху и сбоку, наверху—коготки средних ног

2. *Ptilophorus fallax* Iablokoff-Khnzorian, sp. nov.

Таджикистан, ущелье Кондара около Душанбе, 6/V 1964, один ♂, пойманный кошением в редколесье. Тип в коллекциях Зоологического института АН Армянской ССР.

Тело и конечности черные, надкрылья местами рыжеватые, покровы густо серебристо волосистые, придают жуку серый цвет. Длина 7,5 мм.

Голова с глубоко вырезанными глазами, самая узкая часть которых лишена омматидий. Виски с длинными торчащими густыми волосками. Мандибулы резко изогнутые, их боковой край в поперечнике равномерно закругленный, без следа приподнятого кля. Челюстные щупики с узким веретенообразным последним члеником. Усики перистые, их 1-й членик длинный и узкий, 2-й очень короткий, поперечный, последующие с длинными отростками, покрытыми густыми торчащими волосками, 3-й членик (измеренный без отростка) такой же длины, как 2-й, у основания искривленный, как и основание его отростка, который едва короче последующего (рис. 2, в). Переднеспинка трапециевидная, почти треугольная, с почти прямолинейным боковым краем, в 1,1 раз шире длины, ее диск без ямок, волосистость всюду направлена косо назад, со следом срединного пробора. Надкрылья наибольшей ширины у плеч, откуда слабо сужены кзади, их волосистость довольно длинная, заче-

сана назад и слегка косо кнаружи, в частности, вдоль шва, без следа проборов.

8-й уротергит двухлопастный, с 2 поперечно-четыреугольными вершинными площадками, густо пигментированными и волосистыми, расположенными друг к другу под тупым углом, 8-й уростернит у вершины вытянут в 2 боковых отростка, 9-й уростернит сведен к узкому *spiculum*

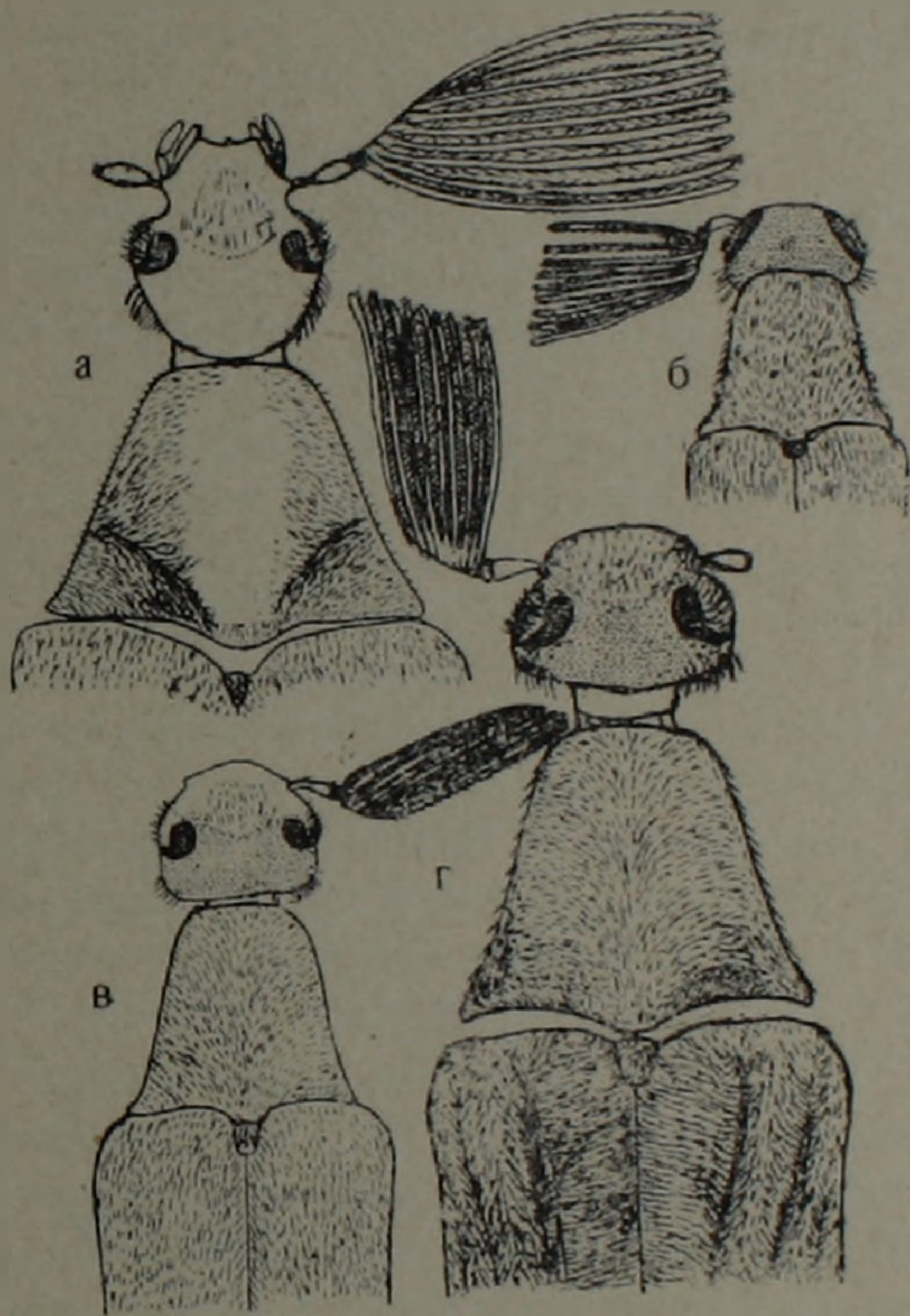


Рис. 2

Переднеспинка и голова некоторых видов рода *Ptilophorus* Dej., x 10. а—*P. plumicornis* Reitt.; б—*P. hauseri* Reitt.; в—*P. fallax* Klinz.; г—*P. fischeri* Men.

gastrale (рис. 3, г).

Пенис обычного для этого рода строения, с узкими голыми парамерами, вершина его несет резкое сужение (рис. 3, а).

Вместе с 4 прочими палеарктическими представителями рода этот вид образует однотипную группу, виды которой можно определить с помощью следующей таблицы:

- 1(2) Глаза глубоко вырезаны выступом щек, в наиболее узкой части с 3 рядами омматидиев. У ♂ отростки члеников усиков в прилегающей волосистости, с немногими очень короткими полуторчащими волосками, отросток их 3-го членика в 5—6 раз короче отростка 4-го. Переднеспинка слегка колоколообразная, в 1,4 раза шире длины, со слегка вогнутым боковым краем, с очень

плоскими и широкими основными вдавлениями, ее волосистость густая, длинная, зачесана в основном к оси, со следом срединного пробора, без ямок. Надкрылья густо волосистые с б. м. четкими продольными проборами, волоски вдоль шва зачесаны косо кнаружи и назад. Мандибулы вдоль внешнего края с выпуклым валиком. Последний членик челюстных щупиков узко обратно яйцевидный. Пенис: рис. 3, в. Вершинные сегменты брюшка: рис. 3, е (9-й уростернит умышленно сдвинут набок). Длина ♂ 6—10 мм, ♀ —10—13 мм.

1. *P. dufouri* (Latreille)

- 2(1) Глаза глубоко вырезаны выступом щек, в наиболее узкой части с 1 рядом омматидиев или без них. У ♂ отростки усиков в торчащей волосистости, отросток их 3-го членика не или едва короче, чем у 4-го.
- 3(8) Волосистость надкрылий зачесана назад или слегка косо кнаружи, без следа проборов, вдоль шва лишь слегка косая. У ♂ 2-й и 3-й членики усиков равной длины. Переднеспинка без основных вдавлений.
- 4(5) Переднеспинка колоколообразная, в 1,35 раз шире длины, с вогнутым боковым краем, с плоскими боковыми вдавлениями, ее волосистость густая, очень короткая, с косым боковым пробором (рис. 2, а) или его следом. Надкрылья негусто коротко волосистые. Мандибулы вдоль внешнего края с выступающим валиком. Последний членик челюстных щупиков узко обратно яйцевидный. Длина ♂ 8—11 мм (♀ неизвестна)

2. *P. plumicornis* (Reitter)

- 5(4) Переднеспинка приблизительно в 1,1 раз шире длины, ее волосистость всюду направлена косо назад, иногда со следом срединного пробора. Последний членик челюстных щупиков веретеновидный.
- 6(7) Переднеспинка колоколообразная, ее боковой край спереди прямолинейный, резко вогнут перед задними углами, на диске с 2 слабо вдавленными ямочками (рис. 2, б). Мандибулы сверху вдавлены, с килевидно приподнятым внешним краем. Отросток 3-го членика усиков у основания едва изогнутый, с осью усика сходится под прямым углом. Волосистость верха слегка длиннее и гуще. Длина ♂ 6—7 мм (♀ неизвестна)

3. *P. hauseri* (Reitter)

- 7(6) Переднеспинка трапециевидная, с почти прямолинейным боковым краем, ее диск без ямок (рис. 2, в). Мандибулы в поперечнике равномерно выпуклые, с закругленным боковым краем, без следа кия. Отросток 3-го членика усиков у основания резко изогнут, с осью усика сходится под острым углом. Пенис: рис. 3, а. Вершинные сегменты брюшка: рис. 3, г. Длина ♂ 7,5 мм

4. *P. fallax* Khnz., sp. nov.

- 8(3) Волосистость надкрылий зачесана в разных направлениях с 4 продольными проборами, вдоль шва до ближайшего пробора на

широком расстоянии зачесана почти перпендикулярно к шву. У ♂ 3-й членик усиков слегка вздут, длиннее 2-го, его отросток у основания слабо изогнут, с осью шва сходится под почти прямым углом. Переднеспинка слегка колоколообразная, в 1,15 раз шире длины, с 2 очень плоскими основными вдавлениями, волосис-

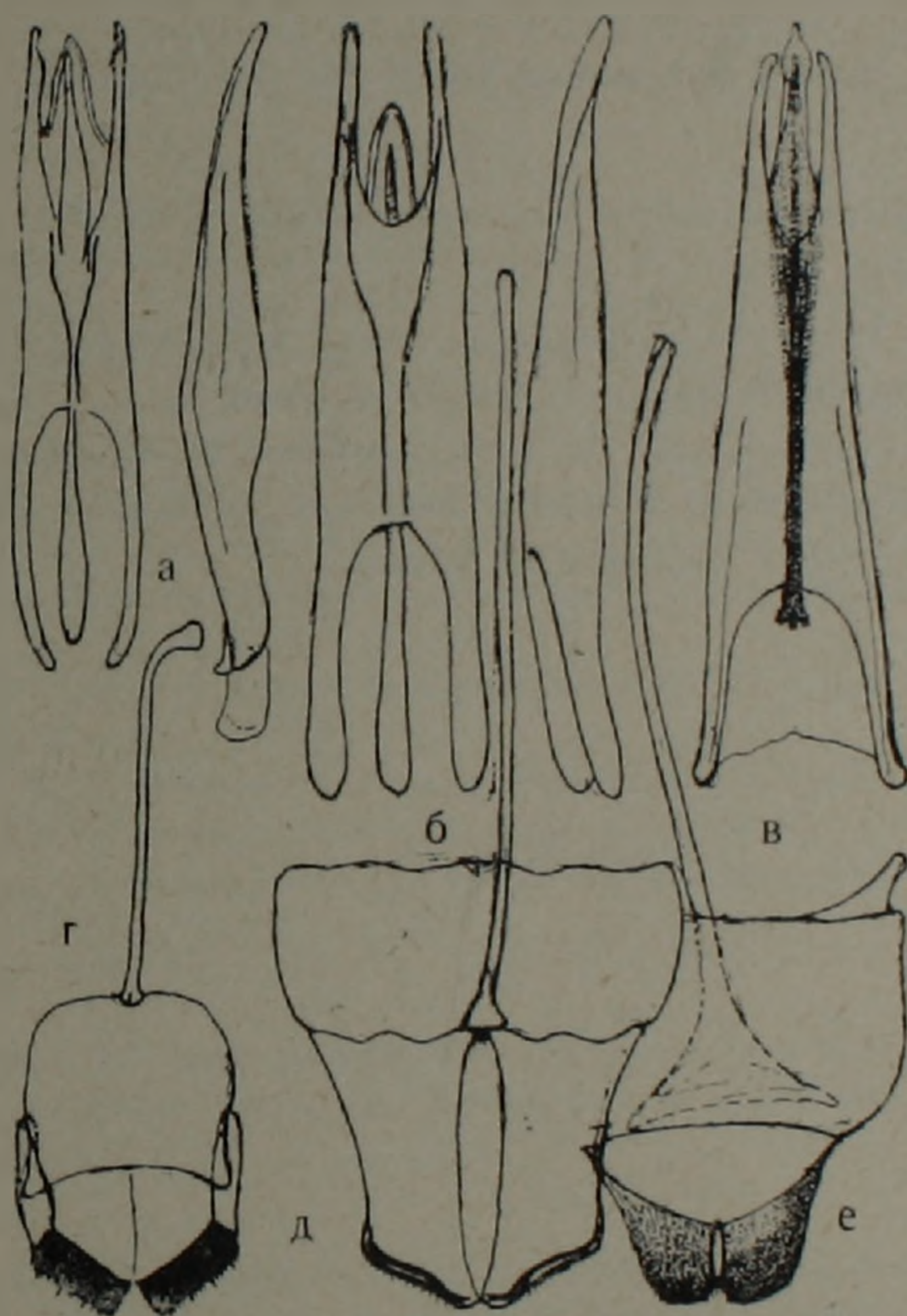


Рис. 3.

Пенис и последние сегменты брюшка самца некоторых видов рода *Ptilophorus* Dej. *а--в*—пенис сверху и сбоку х 35; *а*—*P. fallax* Klnz.; *б*—*P. fischeri* Men.; *в*—*P. dufouri* Latr.; *г--е*—8-й уротергит снизу, 9-й уротергит и 9-й уростернит х 30; *г*—*P. fallax*; *д*—*P. fischeri*; *е*—*P. dufouri* (спереди справа заметен основной боковой отросток 8-го уростернита)

тость густая и длинная, со срединным пробором, в основном зачесана по направлению к шву, вдоль основания—несколько дугообразно (рис. 2,г). Мандибулы как у предыдущего. Последний членик челюстных щупиков узко обратно яйцевидный. Пенис: рис. 3,б. Вершинные сегменты брюшка: рис. 3,е. Длина 10—13 мм.

5. *P. fischeri* Men.

Эта таблица была составлена после просмотра типов Рейттера,

любезно присланных нам из Будапешта З. Касабом.

Зоологический институт
Академии наук Армянской ССР

Ս. Մ. ՅԱՐԼՈՒՈՎ-ԽՆՁՈՐՅԱՆ

Հովհարակիրների 2 նոր տեսակ ՍՍՀՄ-ից (Coleoptera, Rhipiphoridae)

Հոգվածը պարունակում է հովհարակիրների 2 նոր տեսակների նկարագրությունը, այդ թվում.

1. *Macrosiagon medvedevi* Khnz. sp. nov., գտնված է Ղաղախատանում, Յեւրոդդրադյան մարզի Կոկչետաու բլուրների վրա:

2. *Ptilophorus fallax* Khnz. sp. nov., գտնված է Տաջիկստանում, Կոնդարակիրճում, Դուշամբեի մոտ: Տրված է նաև որոշիչ աղյուսակ այդ սեռի Պալեարկտիկայից հայտնի 5 տեսակների համար:

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն LVII ՀԱՏՈՐԻ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ռ. Ի. Հովսեփյան—Ֆունկցիաների ներկայացում օրթոգոնալ շարքերով	3
Ֆ. Գ. Հաբուրյունյան—Ներկայացման սխտեմներ	65
Ա. Վ. Պետրոսյան, Ս. Լ. Համբարյան, Ս. Ն. Մարկոսյան, Ժ. Է. Մելիք-Աղամյան— Տեղաբաշխման մի բանի կոմբինատորային խնդիրների մասին	129
Ի. Ի. Միլայելյան—Հավագույն մոտավորություններ սացիոնալ ֆունկցիաներով իրար շոշափող տիրույթներում	134
Դ. Գ. Ասատրյան—Երկու համախմբությունների էմպիրիկ բայեսյան համեմատումը	139
Ռ. Վ. Հակոբյան—Հետքերի բանաձևը J-ոչ բացասական օպերատորների համար	193
Մ. Ա. Վասիլյան—Հիպերշերտի հալեցման կոդմից ինդուցված աֆինական կապակ- ցություններ	200
Լ. Ա. Շահինյան—Հաարի շարքերի հանրագումարելիության մասին Չեզարոյի և Հյուդգերի եղանակներով	206
Կ. Գ. Վալեև, Ի. Ռ. Կարգանյան—Վեյերշտրասի թեորեմի ընդհանրացումը	257
Կ. Մ. Մոսեսյան—Որոշ կարգավորումների բազիսային գրաֆներ	264
Ա. Գ. Մարկոսյան—Գրաֆների սեղմող և պահպանող արտապատկերումների մասին	271

ԿՐԱԹԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ռ. Ս. Ռաֆայելյան, Գ. Լ. Ղանբաբյան—Մոնոտոն զրգոումների ազդեցության հաշ- վառումն իներցիոն օբյեկտների էքստրեմալ դեկավարման բայլային սխտեմներում	212
---	-----

ՄՆԽԱՆԻԿԱ

Վ. Ս. Սարգսյան, Լ. Հ. Հովսեփյան—Ծղրերով վերդավոր առաձգական վերադիրով միացված երկու անիզոտրոպ կիսահարթությունների և կոնտակտային խնդրի մասին	218
Ս. Գ. Սահակյան—Առաձգական ալիքների տարածումը միջավայրերում առանցքային սիմետրիայի առկայության դեպքում	225
Գ. Ն. Բաղդասարյան, Մ. Վ. Բելուբեկյան—Հոսանքատար սալի տատանումները և կայունությունը ընդլայնական մագնիսական դաշտում	276

ԱԹԱՋԿԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՄՈՒԹՅՈՒՆ

Վ. Ս. Տսնոյան, Ս. Ա. Մելիումյան—Կիսաանվերջ ուղղաձիգ ճեղքով թուլացված կիսահարթության համաչափ ճեշումը երկու միատեսակ կոշտ դրոշմներով	282
---	-----

ՖԻԶԻԿԱ

Գ. Մ. Ավագյանց, Ս. Գ. Գուլմազյան, Է. Ա. Խաղաբջյան—Արծաթով կոմպենսացված սիլիցիումից պատրաստված S-դիոնների որոշ հատկությունները	9
Մ. Տ. Այվազյան, Ի. Ն. Մակսուտյան, Ս. Ս. Թումանյան—Ջերմաստիճանի կայունա- ցման եղանակի մասին	15
Գ. Ա. Գալեշյան, Ս. Ի. Պետրոսյան—Պարսպան խողովակներում դրական սյան տի- րույթի կոնստրուկցիայի փորձնական հետազոտությունը զազի երկայնական հոսքի պայ- մաններում	72
Ռ. Ն. Գյուլազյան, Ռ. Բ. Կոստանյան, Պ. Ս. Պողոսյան—Ինդուկցիոնային կլանման ազդեցությունը լազերային ճառագայթման ֆազի վրա	145

Գ. Մ. Ավագյանց, Զ. Ն. Աղամյան, Վ. Մ. Հաբուքյունյան, Ռ. Ս. Բաբսեղյան, Ս. Վ. Հովհիմենիսյան — Ցինկի խառնուրդով սիլիցումային երկէլեկտրոդների հետազոտություններ որպես օպտրոնային դույզի բաղադրիչներ	152
Գ. Մ. Ավագյանց, Ս. Ա. Թառումյան — Խառնուրդային կենտրոնների պարամետրերի որոշումը կիսահաղորդիչներում հավասարակշռված հաղորդականության կորերի օգնությամբ	289

ԷԼԵԿՏՐՈՆԻԿԱԿԱՆ

Ա. Ղ. Խոսիֆյան — Էլեկտրոդինամիկայի ինտեգրալային սկզբունքը	232
---	-----

ՕՒՆԻԵՎՈՒԹԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Մ. Մխիթարյան, Հ. Ս. Հակոբյան — Հողի խոնավության կարգավորման մասին	240
--	-----

ԳՐԱՄԻԿԱԿԱՆ ՕՒՆԻԵՎՈՒԹԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Մ. Մխիթարյան, Ա. Ս. Սահակյան — Տուրբուլենտ փոխանակման զործակցի որոշումը լեռնային պայմաններում	19
--	----

ՇԻՆԱՐԱՐԱԿԱՆ ՆՅՈՒԹԵՐ

Զ. Ա. Հաջազուրձյան, Ի. Հ. Դաբրիելյան — Նյութերի դիֆերենցիալ ձևակոտկենության ուսումնասիրման մեթոդ	77
Կ. Ս. Կարապետյան — Բետոնի երկրորդ ամրացումը և անիզոտրոպ հատկությունների փոփոխությունը ջրահագեցման դեպքում	158

ՈՐԳԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

Ի. Հ. Աբրահամյան-Բաբայան, Հ. Վ. Ատոմյան, Ա. Թ. Բաբայան — Դ-տեղակայված պրոպարգիլ խումբ պարունակող ամոնիումական աղերի ներմուկեկույար ցիկլացման կինետիկան	81
Ա. Թ. Բաբայան, Կ. Մ. Թահմազյան, Ա. Հ. Չերկեզյան, Լ. Վ. Դաբրիելյան — Դիակլիլ (3,3-դիմեթիլալիլ) (3-վինիլպրոպարգիլ) ամոնիակային աղերի փոխարկումները ջրահիմնային միջավայրում	167

ՀԱՆՔԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ռ. Հ. Սարգսյան — Միջին յուրայի հասակի ինտրուզիվ ապարների առկայությունը Ղափանի հանքային դաշտում	172
--	-----

ՊԵՏՐՈՎԵՐԱՅԻԱ

Ռ. Լ. Մելիքեյան, Վ. Վ. Պլոշկո — Փոքր և Մեծ Կովկասի դիաբազային (դիաբազ-պիկ-րիտային) ֆորմացիան	26
Հ. Հ. Սարգսյան — Աղատեկի ռսկու-անտիմոնային հանքավայրի լամպրոֆիրային դայկանների մասին	84

ԳԵՈՔԻՄԻԱ

Մ. Մ. Կոնստանտինով — Անդրկովկասի ռսկու հանքավայրերի պեոքիմիական դասակարգման փորձ	30
--	----

ՐՋՋԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ս. Մ. Սարգսյան, Գ. Հ. Ավագյան — Բջջարանական փոփոխությունները թթենու տերևներում պոլիպլոիդացման հետևանքով	117
---	-----

ԳԵՆԵՏԻԿԱ

Լ. Ա. Արաբապետյան, Թ. Ա. Ազատյան — Դինդրոլիքադախաթթվի ազդեցությունը Դնթ-ի սինթեզի վրա <i>Crepis capillaris</i> L. տեսակի սերմերի թջիջներում	36
---	----

ՄԻԿՐՈԲԻՈԼՈԳԻԱ

Ա. Չ. Նալբանդյան, Գ. Ս. Բարսյան, Թ. Հ. Սարգսյան — Պալարաբակտերիաների արտարգրչային բաղմաշաքարների մասին	296
--	-----

ԲԻՈՖԻԶԻԿԱ

Վ. Հ. Աղունց — Նրեք տիպի տեղամասեր պարունակող շթանների ներմուկուլյար վերակառուցումների մեխանիզմները	89
---	----

Մ. Ա. Ալիխանյան, Ս. Մ. Մաբտիրոսով, Լ. Գ. Պետրոսյան — Կալիում իոնների կլանման առանձնահատկությունները <i>Escherichia coli</i> թջիջներում	94
--	----

ԲԻՈՔԻՄԻԱ

Բ. Ա. Մնացականյան, Գ. Թ. Աղունց — Նեյրամինիդազայի ակտիվությունն սպիտակ առնետների հյուսվածքներում հետ ծննդյան շրջանում	40
---	----

Ի. Հ. Ասլանյան, Գ. Թ. Աղունց — Գլյուկոզայի ազդեցությունը 1- և 4-տրիպտոֆանպիրոլազայի ակտիվության վրա սպիտակ առնետների հյուսվածքներում	95
--	----

Ա. Ա. Գալոյան, Թ. Ա. Զաֆարյան, Ջ. Վ. Ղաերիյան, Վ. Թ. Դալֆայան — Դնթ-ի մեթիլացումն ուղեղի տարրեր մասերում դեքսամեթադոնի ազդեցության տակ	182
--	-----

Ա. Ս. Հովհաննիսյան, Ժ. Ս. Գևորգյան — Ամիակի առաջացումը L-ամինաթթուներից երիկամների կտրվածքներում արյան շիջուկի ներկայությամբ	301
--	-----

ԱԳՐՈՔԻՄԻԱ

Ա. Շ. Գալստյան, Լ. Գ. Մարումյան — Ասկորրինատօքսիդազայի ակտիվության որոշումը հոդում	100
--	-----

ԲՈՒՅՍԵՐԻ ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Է. Ա. Կյուրեղյան, Թ. Ա. Թոտնուրյան — Պղինձը, ցինկը և կապարը բույսերի հյուսվածքներում	103
--	-----

Վ. Հ. Ղազարյան, Ն. Վ. Բալազյոզյան, Խ. Ա. Գրիգորյան — Տերևների ծերացման պրոցեսներում արմատների ղերի մասին	187
--	-----

Վ. Մ. Միխայելյան — Որբանենու աճման առանձնահատկությունը դարգացման տարեկան ցիկլում	247
--	-----

ՄԻՋԱՏԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Պ. Կարապետյան — Ընդակեր բզեզների նոր տեսակ ՍՍՀՄ-ից (<i>Coleoptera, Bruchidae</i>)	44
--	----

Է. Գ. Ակրամովսկայա, Վ. Բ. Գոլուբ — <i>Catoplatus Spinola</i> սեռի նոր տեսակ Հայաստանից (<i>Neteroptera, Tingidae</i>)	47
---	----

Ս. Մ. Յաբլոկով-Խենդրյան — <i>Catoridae-կարծրաթեզների</i> նոր տեսակ Տաջիկստանից (<i>Insecta Coleoptera</i>)	50
--	----

Վ. Ա. Թիխոնի — Գիշաճանձերի (<i>Diptera, Asilidae</i>) երկու նոր տեսակ Կովկասից	106
--	-----

Ս. Մ. Յաբլոկով-Խենդրյան — <i>Helodes Latreille</i> սեռի նոր տեսակ Տաջիկստանից	112
---	-----

Գ. Թ. Կասպարյան — <i>Pimpla F.</i> սեռի (<i>Hymenoptera, Ichneumonidae</i>) նոր տեսակներ Դժիմից, Կովկասից և Միջին Ասիայից	252
---	-----

Ս. Մ. Յաբլոկով-Խենդրյան — Հովհարակիրների երկու նոր տեսակ ՍՍՀՄ-ից (<i>Coleoptera, Rhizophoridae</i>)	307
---	-----

ԱԿԱՐՈՒՄԻԱ

Է. Ս. Հարությունյան — Pytoseiidae ընտանիքի զիշատիչ տզերի նոր սեռ և նոր տեսակ (Acarina: Parasitiformes) Հայաստանից 115

ՖԻՉԻՈԼՈԳԻԱ

Թ. Կ. Նիպրիյան — Դեղոքսիկորտիկոստերոնի ազդեցությունն առնետների ողնուղեղի նեյրոնների ֆոնային ակտիվության վրա 53

ԲԺՇԿԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Լ. Մխիթարյան, Ա. Ա. Գալոյան, Լ. Ֆ. Շերգուկուովա, Լ. Ա. Մանասյան — Հիպոթալամուսից անջատված նեյրոհորմոն C-ի ազդեցությունը պսակաձև և համակարգային արյան շրջանառության վրա պսակաձև դարկերակի կապման դեպքում 58

Ա. Հ. Միրզոյան, Տ. Լ. Վիրաբյան, Ե. Ի. Գասպարյան — Աղբենալինի և նորադրենալինի առկայության ստամոքսահյութում, ստամոքսի տարրերի զաշտերի յորձաթաղանթում և մկանային շերտում՝ գաստրիտով, ստամոքսի և 12 մատնյա աղու խոցով տառապող հիվանդների մոտ 118

Ջ. Լ. Դուլաբչյան, Ա. Ա. Գալոյան, Ա. Ա. Գրիգորյան — Սրտի իշեմիկ հիվանդության ժամանակ նեյրոհորմոն «C»-ի ազդեցության հարցի մասին 124

СОДЕРЖАНИЕ LVII ТОМА

	Стр.
МАТЕМАТИКА	
<i>Р. И. Овсепян</i> —О представлении функций ортогональными рядами	3
<i>Ф. Г. Арутюнян</i> —Система представления	65
<i>А. В. Петросян, С. А. Амбарян, С. Е. Маркосян, Ж. Э. Мелик-Адамян</i> —О некоторых комбинаторных задачах размещения	129
<i>И. И. Микаелян</i> —О наилучших приближениях рациональными функциями в соприкасающихся областях	134
<i>Д. Г. Асатрян</i> —Эмпирическое байесовское сравнение двух совокупностей	139
<i>Р. В. Акопян</i> —О формуле следов в теории возмущений для J -неотрицательных операторов	193
<i>М. А. Василян</i> —Аффинные связности, индуцируемые оснащением гиперполосы	200
<i>Л. А. Шагинян</i> —О суммируемости рядов по системе Хаара методами (c, α) и (H, k)	206
<i>К. Г. Валеев, И. Р. Карганов</i> —Обобщение теоремы Вейерштрасса	257
<i>К. М. Мосесян</i> —Базисные графы некоторых упорядочений	264
<i>А. Г. Маркосян</i> —О сжато-сохранном отображении графов	271
ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА	
<i>Р. С. Рафаелян, Г. Л. Кантарджян</i> —Учет влияния монотонных возмущений в шаговых системах экстремального управления инерционными объектами	212
МЕХАНИКА	
<i>В. С. Саркисян, Л. О. Овсепян</i> —Об одной контактной задаче для двух анизотропных полуплоскостей, соединяющихся по границам упругой накладной конечной длины	218
<i>С. Г. Саакян</i> —О распространении упругих волн в средах при наличии осевой симметрии	225
<i>Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян</i> —Колебания и устойчивость токонесущей пластинки в поперечном магнитном поле	276
ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ	
<i>В. С. Тоноян, С. А. Мелкумян</i> —О симметричном вдавливании двух жестких штампов в упругую полуплоскость с вертикальным полубесконечным разрезом	282
ФИЗИКА	
<i>Г. М. Авакьянц, С. Г. Долмазян, Э. А. Хазарджян</i> —Некоторые свойства S -диодов на основе кремния, компенсированного серебром	9
<i>М. Т. Айвазян, Р. Е. Максудян, С. С. Туманян</i> —К методике стабилизации температуры	15
<i>Г. А. Галечян, С. И. Петросян</i> —Экспериментальное исследование контракции положительного столба в продольном потоке газа	72
<i>Р. Н. Гюзальян, Р. Б. Костанян, П. С. Погосян</i> —Влияние резонансного поглощения на фазу лазерного излучения	145

Г. М. Авакьянц, З. Н. Адамян, В. М. Арутюнян, Р. С. Барсегян, С. В. Оганесян—Некоторые исследования кремниевых диодов с примесью цинка как элементов оптронной пары	152
---	-----

Г. М. Авакьянц, С. А. Тарумян—Определение параметров примесных центров по кривым равновесной проводимости полупроводника	289
--	-----

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

А. Г. Иосифьян—Интегральный принцип электродинамики	232
---	-----

МЕТЕОРОЛОГИЯ

А. М. Мхитарян, А. С. Акопян—О регулировании влажности почвы	240
--	-----

ДИНАМИЧЕСКАЯ МЕТЕОРОЛОГИЯ

А. М. Мхитарян, А. С. Саакян—Определение коэффициента турбулентного обмена в горных условиях	19
--	----

СТРОИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

З. А. Ацагорцян, И. Г. Габриелян—Метод исследования дифференцированной пористости материалов	77
--	----

К. С. Карапетян—О вторичном твердении и изменении анизотропных свойств бетона при его водонасыщении	158
---	-----

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

И. А. Абрамян-Бабаян, А. В. Атомян, А. Т. Бабаян—Кинетика внутримолекулярной циклизации диалкилбис (3-фенилпропаргил) аммониевых солей	81
--	----

А. Т. Бабаян, К. Ц. Тагмазян, А. А. Черкезян, Л. В. Дарбинян—Превращение диалкил-(3,3-диметилаллил) (3-винилпропаргил) аммониевых солей в водно-щелочной среде	167
--	-----

МИНЕРАЛОГИЯ

Р. А. Саркисян—О наличии среднеюрских интрузивных пород на Кафанском рудном поле	172
--	-----

ПЕТРОГРАФИЯ

Р. Л. Мелконян, В. В. Плошко—Диабазовая (диабаз-пикритовая) формация Малого и Большого Кавказа	26
--	----

Г. А. Саркисян—О лампрофировых дайках азатекского золото-сурьмяного месторождения	84
---	----

ГЕОХИМИЯ

М. М. Константинов—Опыт геохимической систематики золоторудных месторождений Закавказья	30
---	----

ЦИТОЛОГИЯ

С. М. Саркисян, Д. О. Авакян—Цитологические изменения в листьях шелковицы при полиплоидии	177
---	-----

ГЕНЕТИКА

Л. А. Араратян, Р. А. Азатян—Действие 3-индолилуксусной кислоты на синтез ДНК в клетках семян <i>Crepis capillaris</i>	36
--	----

МИКРОБИОЛОГИЯ

А. Д. Нилбандян, Г. С. Бабалян, Т. У. Саркисян—О внеклеточных полисахаридах клубеньковых бактерий	296
---	-----

БИОФИЗИКА

В. Г. Адонц—Механизмы внутримолекулярных перестроек в цепях, содержащих участки трех типов	89
М. Л. Алиханян, С. М. Мартиросов, Л. С. Петросян—Особенности поглощения ионов калия клетками <i>Escherichia coli</i>	94

БИОХИМИЯ

Б. А. Мнацаканян, Г. Т. Адуниц—Активность нейраминидазы (К. Ф. З. 2.18) в тканях белых крыс в постнатальной жизни	40
И. Г. Асланян, Г. Т. Адуниц—Влияние глюкозы на активность L- и D-триптофанпирролазы тканей белых крыс	96
А. А. Галоян, Р. А. Захарян, Дж. В. Гарибян, В. Т. Галфаян—Влияние дексаметазона на уровень метилирования ДНК разных отделов головного мозга	182
А. С. Оганесян, Ж. С. Геворкян—Образование аммиака из α -аминокислот срезами почек в присутствии сыворотки крови	301

АГРОХИМИЯ

А. Ш. Галстян, Л. Г. Марукян—Определение активности аскорбинатоксидазы в почве	100
--	-----

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Э. А. Кюрегян, Р. А. Бурнутян—Медь, цинк и свинец в соке растений	103
В. О. Казарян, Н. В. Балогезян, Е. А. Григорян—О роли корней в процессах омоложения листьев	187
В. М. Микаелян—Особенности роста абрикоса в годовом цикле развития	247

ЭНТОМОЛОГИЯ

А. П. Карапетян—Новый вид зерновок (Coleoptera, Brychidae) из СССР	44
Э. Г. Акрамовская, В. Б. Голуб—Новый вид кружевницы рода <i>Catoplatus</i> <i>Spieola</i> (Heteroptera, Tingidae) из Армении	47
С. М. Яблоков-Хнзорян—Новый представитель жесткокрылых Catopidae из Таджикистана (Insecta, Coleoptera)	50
В. А. Рихтер—Два новых вида ктырей (Diptera, Asilidae) Кавказа	108
С. М. Яблоков-Хнзорян—Новый вид рода <i>Helodes</i> Latreille из Таджикистана (Coleoptera, Helodidae)	112
Д. Р. Каспарян—Новые виды рода <i>Pimpla</i> F. (Hymenoptera, Ichneumonidae) из Крыма, Кавказа и Средней Азии	252
С. М. Яблоков-Хнзорян—Два новых вида веероносцев из СССР (Coleoptera, Rhipiphoridae)	307

АКАРОЛОГИЯ

Э. С. Арутюнян—Новый род и новый вид из семейства Phytoseiidae из Армении (Acarina:Parasitiformes)	115
--	-----

ФИЗИОЛОГИЯ

Т. К. Киприян—Действие дезоксикортикостерона на фоновую активность нейронов спинного мозга крысы	53
--	----

МЕДИЦИНА

- А. Л. Микаелян, А. А. Галоян, Л. Ф. Шердукалова, Л. А. Манасян, Г. К. Адамян—Влияние нейрогормона «С», выделенного из гипоталамуса, на коронарное и системное кровообращение при перевязке коронарной артерии . . . 58
- С. А. Мирзоян, Т. Л. Вирабян, Е. И. Гаспарян—Наличие адреналина и норадреналина в желудочном соке, слизистом и мышечном слоях различных полей желудка у больных гастритом, язвенной болезнью желудка и 12-перстной кишки. 118
- З. Л. Долобчян, А. А. Галоян, А. А. Григорян—К вопросу о влиянии нейрогормона «С» при ишемической болезни сердца 124

