

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCE OF ARMENIA

ISSN 0321-1339

ՉԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ
REPORTS

Երևան

2006
Երևան

Yerevan

Հիմնադրվել է 1944 թ.: Լույս է տեսնում տարին 4 անգամ

Основан в 1944 гхВыходит 4 раза в год

Founded in 1944. Published quarterly

Գլխավոր խմբագիր՝ ակադեմիկոս Վ. Ս. ԶԱԽԱՐՅԱՆ

Խմբագրական խորհուրդ՝ ակադեմիկոս Ա.Ա. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ (գլխ. խմբագրի տեղակալ), ակադեմիկոս Է.Գ. ԱՖՐԻԿՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ.Ե. ԲԱԴԴԱՍՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ.Ա. ԲՐՈՒՏՅԱՆ, ակադեմիկոս Է.Ս. ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ, ակադեմիկոս Ա.Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ակադեմիկոս Ս. Ա. ՀԱՍԲԱՐԶՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս Է.Ս. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Կ.Գ. ՂԱՐԱԳՅՈՋՅԱՆ, ակադեմիկոս Յու.Հ. ՇՈՒԹՈՒՐՅԱՆ, Լ.Ս. ՍԱՐԱՖՅԱՆ (պատ. քարտուղար), ակադեմիկոս Ֆ.Տ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, ակադեմիկոս Դ.Ս. ՍԵՂՈՎՅԱՆ

Главный редактор академик В.С. ЗАХАРЯН

Редакционная коллегия: академик А.А. АВЕТИСЯН (зам. главного редактора), академик С.А. АМБАРЦУМЯН, академик Э.Г. АФРИКЯН, академик Г.Е. БАГДАСАРЯН, академик Г.А. БРУТЯН, академик Э.С. ГАБРИЕЛЯН, академик Э.М. КАЗАРЯН, академик К.Г. КАРАГЕЗЯН, Л.С. САРАФЯН (отв. секретарь), академик Ф.Т. САРКИСЯН, академик Д.М. СЕДРАКЯН, академик А.А. ТАЛАЛЯН, академик Ю.Г. ШУКУРЯН

Editor-in-chief academician V.S. ZAKARYAN

Editorial Board: academician S. A. AMBARTSUMIAN, academician A.A. AVETISSYAN (vice-editor-in-chief), academician G.E. AFRIKIAN, academician G.E. BAGDASARIAN, academician G.A. BRUTIAN, academician E.S. GABRIELIAN, academician K.G. KARAGEUZYAN, academician E.M. KAZARYAN, L.S. SARAFYAN (executive secretary), academician F.T. SARGSSIAN, academician D.M. SEDRAKIAN, academician Yu.H. SHOUKOURIAN, academician A.A. TALALIAN

Խմբագրության հասցեն 375019 Երևան 19, Մարշալ Բաղրամյանի պող. 24գ

Դեռ. 56-80-67

Խմբագրության վարիչ Գ. Ա. Աբրահամյան

Адрес редакции: 375019, Ереван 19, просп. Маршала Баграмяна 24г

Тел. 56-80-67

Зав. редакцией Г. А. Абрамян

Communication links: address — 24g Marshal Bagramian Ave., Yerevan, 375019, Armenia

Phone (3741) 56-80-67

URL: <http://elib.sci.am>



ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

4. Պ. Գաբրիելյան – Որոշակի տիպի բարձր կարգի հավասարումների գծայնացված ծածկույթները վերջավոր դաշտի վրա..... 101

9. Գ. Գևորգյան, Ա. Կամոնտ – Ֆրանկլինի ընդհանուր համալուծ համակարգի որոշ հատկություններ..... 108

7. Մ. Հայրապետյան, Պ. Է. Մելիքսեթյան – Դիրիխլեի տիպի խնդրը երրորդ կարգի ոչ ճշգրիտ էլիպսական հավասարման համար 114

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Ա. Ն. Մարտիրոսյան, Դ. Ա. Մարտիրոսյան, Բ. Ս. Կոստանդյան – Իմպուլսների վերաբերյալ խնդիրը կիսաանվերջ ճեղքերի եզրերում..... 121

Մ. Վ. Բելուրեկյան, Է. Վ. Մարտիրոսյան – ճեղքավոր մագնիսաառաձգական սահքի ալիքներ շեղ մագնիսական դաշտում..... 129

Ա.Ս. Ավետիսյան, Դ.Ռ. Ալեքսանյան - Բաղադրյալ շրջանային օղակաձև սալի ջերմաառաձգական կայունության մի խնդրի մասին..... 136

ԱՌԱՋԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Վ. Ս. Մակարյան – ճաքի վարքը ճնշող բեռի տակ 144

ԷԼԵԿՏՐԱՌԱՋԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Մ. Մարգարյան – Սեպաձև տիպի վերաբերյալ համար էլեկտրաառաձգականության եզրային խնդիրների լուծման մասին 153

ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

Ի. Ա. Վարդանյան, Է. Ա. Մանուչարովա, Ա. Մ. Առուստամյան, Ս. Վ. Ծառուկյան – Մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդով ացետալդեհիդի օքսիդացման ուսումնասիրումը՝ կախված դինամիկ ռեժիմների հետերոգեն ռադիկալային փուլերից..... 161

ԿԵՆՍԱԶԻՄԻԱ

Ա. Ս. Ալեքսանյան, Գ. Մ. Սիմոնյան, Ս. Ս. Ալեքսանյան, Մ. Ա. Սիմոնյան – Քրոնիկ երիկամային անբավարարությամբ հիվանդների արյան օքսիդատիվ վնասման գործոնները..... 169

Դ. Ռ. Վարդանյան, Վ. Ս. Հարությունյան, Ա. Ա. Ավետիսյան, Մ. Ա. Սիմոնյան – ՎԱՍ-167 միացության ազդեցությունը առնետների արյան մետաղապրոտեինների էնդոգեն մակարդակի վրա ալոքսանային շաքարախտի ժամանակ 177

ՄՈԼԵԿՈՒԼԱՅԻՆ ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Կ. Գ. Ղարազյոզյան, Ա. Վ. Ղազարյան, Լ. Վ. Եղոյան, Ս. Ս. Հովակիմյան – Կումարիմային շաքին պատկանող միացությունների հակամակարդիչ ազդեցության մոլեկուլային մեխանիզմները..... 183

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Լ. Գ. Վահանյան, Ն. Է. Թադևոսյան, Ի. Գ. Թադևոսյան, Վ. Դ. Մալոյան – Ուշադրության պրոցեսի որոշ առանձնահատկություններ մտավոր ծանրաբեռնվածությունից առաջ և հետո 190

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- В. П. Габриелян* – Линеаризированные покрытия одного типа уравнений высших степеней над конечным полем 101
- Г. Г. Геворкян, А. Камонт* – Некоторые свойства сопряженной общей системы Франклина 108
- Г. М. Айрапетян, П. Э. Меликсетян* – О задаче типа Дирихле для неправильно эллиптического уравнения третьего порядка 114

МЕХАНИКА

- А. Н. Мартиросян, Г. А. Мартиросян, К. С. Костандян* – Задача об импульсах на границах полубесконечных трещин 121
- М. В. Белубекян, Э. В. Мартиросян* – Щелевые магнитоупругие сдвиговые волны в косом магнитном поле 129
- А. С. Аветисян, Д. Р. Алексанян* – Об одной задаче термоупругой устойчивости составной круговой кольцевой пластинки 136

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- В. С. Макарян* – Поведение трещины под сжимающей нагрузкой 144

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОУПРУГОСТИ

- А. М. Саргсян* – О решении краевых задач электроупругости для клиновидных областей 153

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- И. А. Вардамян, Л. А. Манучарова, А. М. Арустамян, С. В. Царукян* – Исследование динамических режимов окисления ацетальдегида в зависимости от гетерогенных радикальных стадий методом математического моделирования 161

БИОХИМИЯ

- А. С. Алексанян, Г. М. Симонян, С. С. Алексанян, М. А. Симонян* – Факторы оксидативного повреждения крови больных при хронической почечной недостаточности 169
- А. Р. Вардамян, В. С. Арутюнян, А. А. Аветисян, М. А. Симонян* – Влияние соединения ВАС-167 на уровень эндогенных металлопротеинов крови крыс при аллоксановом диабете 177

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

- К. Г. Карагезян, А. В. Казарян, Л. В. Едоян, С. С. Овакимян* – Молекулярные механизмы антикоагулянтного действия соединений кумариновой природы 183

ФИЗИОЛОГИЯ

- Л. Г. Ваганян, Н. Э. Татевосян, И. Г. Татевосян, В. А. Малоян* – Некоторые особенности процесса внимания до и после умственной нагрузки 190

CONTENTS

MATHEMATICS

<i>V. P. Gabrielyan</i> – Linearized Coverings of One Type Equations of Higher Degree over Finite Fields	101
<i>G. G. Gevorkyan, A. Kamont</i> – Some Properties of Conjugate General Franklin System	108
<i>H. M. Hayrapetyan, P. E. Meliksetyan</i> – Dirichlet Type Problem for Third Order Improperly Elliptic Equation	114

MECHANICS

<i>A. N. Martirosyan, H. A. Martirosyan, K. S. Kostandyan</i> – The Problem of Impulses Given on Semiinfinite Crack	121
<i>M. V. Belubekyan, E. V. Martirosyan</i> – Splitting Magnetoelastic Shifting Waves in Slope Magnetic Field	129
<i>A.S. Avetisyan, D.R. Aleksanyan</i> - The Thermo-Elastic Stability Problem Of The Composite Circular Ring Plate	136

THEORY OF ELASTICITY

<i>V. S. Makaryan</i> – Crack Behavior under Compressing Load	144
---	-----

THEORY OF ELECTROELASTICITY

<i>A. M. Sargsyan</i> – On Solution of Boundary Problems of Electro-elasticity for Wedge-shaped Areas	153
---	-----

PHYSICAL CHEMISTRY

<i>I. A. Vardanyan, L. A. Manucharova, A. M. Arustamyan, S. V. Tsarukyan</i> – Study of Dynamic Modes of Acetaldehyde Oxidation Reaction Dependent of Heterogeneous Radical Stages by Method of Mathematical Modeling	161
---	-----

BIOCHEMISTRY

<i>A. S. Alexanyan, G. M. Simonyan, S. S. Alexanyan, M. A. Simonyan</i> – Factors of Oxidative Damage of Blood of the Patients with Chronic Renal Failure	169
<i>A. R. Vardanyan, V. S. Arutunyan, A. A. Avetisyan, M. A. Simonyan</i> – The influence of VAS-167 Compound on the Level of Endogenous Metalloproteins of Rat Blood at Alloxan Diabetes	177

MOLECULAR BIOLOGY

<i>K.G. Karageuzyan, A. V. Ghazaryan, L. V. Edoyan, S. S. Hovakimyan</i> – Molecular Mechanism of Anticoagulant Action of Compounds with Coumarin Nature	183
--	-----

PHYSIOLOGY

<i>L. G. Vahanyan, N. E. Tadevosyan, I. G. Tadevosyan, V. H. Maloyan</i> – Some Peculiarities of the Process of Attention before and after Intellectual Loading	190
---	-----

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 512.62; 519.711

В. П. Габриелян

Линеаризованные покрытия одного типа уравнений высших степеней
над конечным полем

(Представлено академиком Ю.Г. Шукурзяном 14/IX 2005)

Ключевые слова: *конечное поле, размерность смежного класса, линеаризованные покрытия, длина или сложность покрытия*

В работе получены оценки сложности минимального покрытия множества решений уравнения $x_1 y_1^{k_1} + x_2 y_2^{k_2} + \dots + x_n y_n^{k_n} = b$ над произвольным конечным полем F_q смежными классами линейных подпространств, где $k_1, k_2, \dots, k_n$ — произвольные ненулевые натуральные числа. Для произвольного ненулевого элемента $b \in F_q$ построено минимальное покрытие. При $b = 0$ сложность построенного покрытия близка к минимальной.

Пусть F_{q^n} конечное поле из q^n элементов [1] (q — степень простого числа). Рассмотрим это поле как n -мерное линейное пространство над полем F_q и представим его в следующем виде: $F_{q^n} \equiv \{(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \mid \alpha_i \in F_q, i = 1, 2, \dots, n\}$. Далее, если L — линейное подпространство в F_{q^n} и $\alpha \in F_{q^n}$, тогда множество $\alpha + L = \{\alpha + x \mid x \in L\}$ называется *смежным классом* (сдвигом) линейного подпространства L , размерность которого определяется как $\dim L$. Согласно эквивалентному определению подмножество $H \subseteq F_{q^n}$ является смежным классом, если для любых $h_1, h_2, \dots, h_m \in H$ и $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in F_q$ таких, что $\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$, сумма $\sum_{i=1}^m \lambda_i h_i$ (аффинная комбинация векторов $h_1, h_2, \dots, h_m$) лежит в H . Легко проверить, что существует взаимно однозначное соответствие между множеством m -мерных смежных классов в F_{q^n} и множеством классов эквивалентности всех систем линейных уравнений ранга $n - m$ относительно n неизвестных над полем F_q .

Определение 1. Пусть $N \subseteq F_{q^n}$. Если $H_1, H_2, \dots, H_s$ суть смежные классы в N и $H_1 \cup H_2 \cup \dots \cup H_s = N$, то совокупность смежных классов

$\{H_1, H_2, \dots, H_s\}$ называется *линеаризованным покрытием* множества N . Количество смежных классов в покрытии называется его длиной.

Проблема минимального покрытия множества решений полиномиального уравнения над конечным полем смежными классами линейных подпространств впервые исследована в работах [2,3] для простого поля F_2 .

Некоторые метрические характеристики линеаризованных покрытий подмножеств конечного поля исследованы в [4]. Задача линеаризованного покрытия симметрических подмножеств конечного поля решена в [5], а для множеств решений квадратичных и некоторых уравнений более высших степеней над конечным полем — в работах [6-8].

В настоящей работе задача минимального линеаризованного покрытия исследована для множества решений уравнения $x_1 y_1^{k_1} + x_2 y_2^{k_2} + \dots + x_n y_n^{k_n} = b$ над произвольным конечным полем F_q , где $k_1, k_2, \dots, k_n$ — произвольные ненулевые натуральные числа.

Для ненулевых натуральных чисел $k_1, k_2, \dots, k_n$ рассмотрим уравнение

$$x_1 y_1^{k_1} + x_2 y_2^{k_2} + \dots + x_n y_n^{k_n} = b \quad (1)$$

над конечным полем F_q . Множество решений уравнения (1) обозначим через N , а длину минимального линеаризованного покрытия множества N — через $L(n, k_1, k_2, \dots, k_n)$. Ясно, что $N \subseteq F_{q^{2n}}$.

Теорема 1. Для ненулевых натуральных чисел $k_1, k_2, \dots, k_n$

$$\begin{aligned} L(n, k_1, k_2, \dots, k_n) &= q^n - 1, \quad \text{при } b \neq 0; \\ q^{n-1} + 1 - q^{-1} &\leq L(n, k_1, k_2, \dots, k_n) \leq q^n, \quad \text{при } b = 0. \end{aligned}$$

Доказательство. Верхняя оценка. Для всех ненулевых векторов $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \in F_{q^n}$ построим следующую систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} y_i = \alpha_i, & i = 1, 2, \dots, n \\ \alpha_1^{k_1} x_1 + \alpha_2^{k_2} x_2 + \dots + \alpha_n^{k_n} x_n = b, \end{cases} \quad (2)$$

а при $b = 0$ к системам типа (2) добавим линейную систему

$$y_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

Очевидно, что множества решений построенных выше систем линейных уравнений являются смежными классами, лежат в N и попарно не пересекаются, следовательно, образуют линеаризованное непересекающееся покрытие множества N , которое назовем *каноническим покрытием*.

Ранги систем типа (2) и (3) равны соответственно $n + 1$ и n , поэтому системы (2) и (3) имеют соответственно q^{n+1} и q^n решений в $F_{q^{2n}}$. Учитывая вышесказанное, получаем:

$$|N| = \begin{cases} q^{2n+1} - q^{n+1} & , \text{ при } b \neq 0 \\ q^{2n+1} - q^{n+1} + q^n & , \text{ при } b = 0 \end{cases}$$

и

$$L(n, k_1, k_2, \dots, k_n) = \begin{cases} q^n - 1 & , \text{ при } b \neq 0 \\ q^n & , \text{ при } b = 0, \end{cases}$$

где $|N|$ — количество решений уравнения (1).

Нижняя оценка.

Определение 2. Если H является m -мерным смежным классом в F_{q^n} , тогда $(q^m \times n)$ -матрица, в которой строки суть векторы из H , называется *матрицей смежного класса* H .

Для m -мерного смежного класса H в F_{q^n} рассмотрим его $(q^m \times n)$ -матрицу [5]. отождествим H с $(q^m \times n)$ -матрицей. Очевидно, что всякая аффинная комбинация строк H также является строкой этой матрицы и любая перестановка строк матрицы H не изменяет свойства матрицы быть смежным классом. К линейной системе, которая определяет смежный класс H , добавим линейно независимое линейное уравнение $\ell(x_1, \dots, x_n) = \alpha$, где $\alpha \in F_q$. Строки H , которые удовлетворяют новой удлиненной системе, образуют смежный класс размерности $m - 1$ для каждого $\alpha \in F_q$. Следовательно, H можно представить как объединение в точности q попарно непересекающихся подсмежных классов размерности $m - 1$, каждый из которых является сдвигом некоторого другого. Из вышесказанного также следует, что каждый столбец в H либо состоит из одних и тех же элементов поля F_q , либо содержит в точности q^{m-1} копий элемента α , для всех $\alpha \in F_q$. Столбец матрицы H , состоящий из одинаковых элементов, называется *постоянным*.

Условимся, что если $A = (\alpha_{ij})$ — матрица размера $(m \times n)$ над полем F_q , то для любых натуральных чисел $k_1, k_2, \dots, k_n$ через $A^{k_1, k_2, \dots, k_n}$ обозначим матрицу $(\alpha_{ij}^{k_j})$ размера $(m \times n)$, т.е. $A^{k_1, k_2, \dots, k_n} = (\alpha_{ij}^{k_j})$.

Лемма. Пусть строки матрицы H образуют смежный класс m -мерного линейного подпространства L в F_{q^n} . Тогда для любых натуральных чисел $k_1, k_2, \dots, k_n$:

(i) если $H = L$, то $\text{rank} H^{k_1, k_2, \dots, k_n} \geq m$;

(ii) если $H \neq L$, то $\text{rank} H^{k_1, k_2, \dots, k_n} \geq m + 1$.

Доказательство. Применим индукцию по m . Пусть $m = 0$. Тогда матрица H содержит в точности одну строку. Если эта строка нулевая (т.е. $H = L$), то единственная строка матрицы $H^{k_1, k_2, \dots, k_n}$ также нулевая и $\text{rank} H^{k_1, k_2, \dots, k_n} = \text{rank} H = 0$, а в противном случае (когда $H \neq L$) очевидно, что $\text{rank} H^{k_1, k_2, \dots, k_n} = \text{rank} H = 1$.

Теперь предположим, что $m \geq 1$ и утверждение леммы справедливо для всех смежных классов, размерность которых меньше m . Поскольку $\dim H = m \geq 1$, то в $(q^m \times n)$ -матрице смежного класса H существует непостоянный столбец. Без потери общности предположим, что это первый столбец. Тогда, если к линейной системе, которая определяет смежный класс H , добавим линейно независимое уравнение $x_1 = \alpha$, $\alpha \in F_q$, то все строки H , начинающиеся с α (и только они), удовлетворяют новой системе линейных уравнений и образуют $(m-1)$ -мерный подсмежный класс H_α . Согласно индуктивному предположению для элемента $0 \in F_q$ имеем, что $\text{rank} H_0^{k_1, k_2, \dots, k_n} \geq m-1$ (когда $H = L$) и $\text{rank} H_0^{k_1, k_2, \dots, k_n} \geq m$ (когда $H \neq L$). Для каждого ненулевого элемента $\alpha \in F_q$ любая строка подматрицы $H_\alpha^{k_1, k_2, \dots, k_n}$ линейно независима от строк подматрицы $H_0^{k_1, k_2, \dots, k_n}$, следовательно, $\text{rank} H^{k_1, k_2, \dots, k_n} \geq m$ (когда $H = L$) и $\text{rank} H^{k_1, k_2, \dots, k_n} \geq m+1$ (когда $H \neq L$).

Рассмотрим теперь каноническое линейаризованное покрытие уравнения (1). Смежный класс, соответствующий вектору $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \in F_{q^n}$ из канонического покрытия, обозначим через $N(\alpha)$. Тогда ясно, что $N = \bigcup N(\alpha)$. С другой стороны, если через $E(\alpha)$ обозначим множество решений линейной системы

$$\begin{cases} y_i = 0, & i = 1, 2, \dots, n \\ \alpha_1^{k_1} x_1 + \alpha_2^{k_2} x_2 + \dots + \alpha_n^{k_n} x_n = 0, \end{cases} \quad (4)$$

то очевидно, что $N(\alpha)$ является сдвигом линейного подпространства $E(\alpha)$.

Определение 3. Пусть $M \subseteq F_{q^n}$. Тогда смежный класс $H \subseteq M$ называется максимальным для множества M , если в M не существует смежного класса H^* , для которого $H \subset H^*$.

Пусть $H \subseteq N$, H является смежным классом линейного подпространства L в $F_{q^{2n}}$ и $\dim H = \dim L = m$. Так как $N = \bigcup N(\alpha)$, то H можно представить как объединение непустых смежных классов $H \cap N(\alpha)$, т.е. $H = \bigcup (H \cap N(\alpha))$. Учитывая вышесказанное, получаем, что каждый непустой смежный класс $H \cap N(\alpha)$ является сдвигом подпространства $L \cap E(\alpha)$.

Обозначим $S \equiv \{\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \mid \alpha \in F_{q^n}, H \cap N(\alpha) \neq \emptyset\}$. Рассмотрим $(q^m \times 2n)$ -матрицу смежного класса H . Столбцы этой матрицы, которые соответствуют переменным $y_1, y_2, \dots, y_n$, образуют подматрицу, строки которой в свою очередь образуют смежный класс и являются элементами множества S . Следовательно, S — смежный класс. Далее, пусть $\alpha =$

$(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \in S$. В этом случае, добавляя к линейной системе, которая соответствует смежному классу H , всевозможные линейно независимые уравнения

$$\begin{cases} y_{i_1} = \alpha_{i_1} \\ \vdots \\ y_{i_r} = \alpha_{i_r}, \end{cases} \quad (5)$$

где $0 \leq r \leq n$ и $i_s \neq i_t$, когда $s \neq t$, имеем, что новой полученной линейной системе будут удовлетворять векторы смежного класса $H \cap N(\alpha)$ и только они. Ясно, что если в системе (5) элементы $\alpha_{i_1}, \dots, \alpha_{i_r} \in F_q$ заменить элементами $\beta_{i_1}, \dots, \beta_{i_r} \in F_q$, где $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_n) \in S$, то в результате получим смежный класс $H \cap N(\beta)$. Далее, если через E обозначим линейное подпространство решений системы

$$\begin{cases} y_{i_1} = 0 \\ \vdots \\ y_{i_r} = 0, \end{cases}$$

то очевидно, что каждый непустой $H \cap N(\alpha)$ является сдвигом подпространства $L \cap E$ и $\dim(H \cap N(\alpha)) = \dim(L \cap E) \equiv p$. С другой стороны, как отметили выше, $H \cap N(\alpha)$ — также сдвиг подпространства $L \cap E(\alpha)$. Следовательно, $L \cap E(\alpha) = L \cap E$ для всех $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \in S$, и $L \cap E$ удовлетворяет следующей системе:

$$\begin{cases} y_i = 0, & i = 1, 2, \dots, n \\ \alpha_1^{k_1} x_1 + \alpha_2^{k_2} x_2 + \dots + \alpha_n^{k_n} x_n = 0, & (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \in S. \end{cases} \quad (6)$$

Так как H представляется как объединение непустых p -мерных смежных классов $H \cap N(\alpha)$ и $\dim H = m$, то $\dim S = m - p$. Продолжая, согласно лемме имеем, что для матрицы $S^{k_1, k_2, \dots, k_n}$ (ее строками являются вектора $(\alpha_1^{k_1}, \alpha_2^{k_2}, \dots, \alpha_n^{k_n})$, где $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \in S$) $\text{rank} S^{k_1, k_2, \dots, k_n} \geq m - p$, если она содержит нулевую строку, и $\text{rank} S^{k_1, k_2, \dots, k_n} \geq m - p + 1$ в противном случае.

Теперь мы можем оценить размерность смежного класса H . Очевидно, что $\dim(L \cap E) \equiv p \leq 2n - \text{rank}(6) = 2n - (n + \text{rank} S^{k_1, k_2, \dots, k_n})$. Последовательно получаем, что $p \leq 2n - (n + m - p + 1)$, когда $b \neq 0$ (в этом случае $(0, 0, \dots, 0) \notin S$), и $p \leq 2n - (n + m - p)$, когда $b = 0$. Наконец имеем:

$$\begin{aligned} m &\leq n - 1 && \text{при } b \neq 0, \\ m &\leq n && \text{при } b = 0. \end{aligned}$$

Отметим, что максимальные значения $n-1$ и n размерностей смежных классов достижимы на смежных классах канонического покрытия.

Используя оценку $L(n, k_1, k_2, \dots, k_n) \geq \frac{|N|}{q^{\max \dim H}}$, где H — смежный класс в N , получаем:

$$L(n, k_1, k_2, \dots, k_n) \geq q^n - 1 \quad \text{при } b \neq 0;$$

$$L(n, k_1, k_2, \dots, k_n) \geq q^{n-1} + 1 - q^{-1} \quad \text{при } b = 0.$$

Теорема полностью доказана.

Ереванский государственный университет

Վ. Պ. Գաբրիելյան

Որոշակի փափի բարձր կարգի հավասարումների գծայնացված ծածկույթները վերջավոր դաշտի վրա

Նոդվածում գնահատված է F_q վերջավոր դաշտում $x_1 y_1^{k_1} + x_2 y_2^{k_2} + \dots + x_n y_n^{k_n} = b$ հավասարման լուծումների բազմության՝ գծային ենթադարձությունների հարակից դասերով կարճագույն ծածկույթի երկարությունը, որտեղ $k_1, k_2, \dots, k_n$ ոչ զրոյական բնական թվեր են: Կամայական ոչ զրոյական $b \in F_q$ փափի դեպքում կառուցված է կարճագույն ծածկույթ: Երբ $b = 0$, կառուցված ծածկույթի երկարությունը մոտ է նվազագույնին:

V. P. Gabrielyan

Linearized Coverings of One Type Equations of Higher Degree over Finite Fields

The complexity of minimal covering with cosets of linear subspaces is estimated for the set of solutions of the equation $x_1 y_1^{k_1} + x_2 y_2^{k_2} + \dots + x_n y_n^{k_n} = b$ over an arbitrary finite field, where $k_1, k_2, \dots, k_n$ are non-zero natural numbers. A covering with minimum complexity is constructed for any $b \in F_q$, $b \neq 0$. When $b = 0$ then the complexity of constructed covering is almost minimum.

Литература

1. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. В 2-х томах. М. Мир. 1988.
2. Алексанян А. А. - ДАН СССР. 1989. Т. 304. N4.
3. Алексанян А. А. Дизъюнктивные нормальные формы над линейными функциями. Теория и приложения. Ереван. Изд. ЕГУ. 1990.

4. *Габриелян В.* - Препринт НАН РА. 04-0603. Ереван. 2004.
5. *Alexanian A., Gabrielyan V.* - Algebra, Geometry & Their Applications, Seminar Proceedings. 2004. V. 3-4. Yerevan State University. P. 110-124.
6. *Алексанян А. А., Серобян Р. К.* - ДАН Армении. 1992. Т. 93. N1.
7. *Aleksanyan A., Papikian M.* - The Electronic Journal of Combinatorics. 2001. V. 8. R22. P. 1-9.
8. *Габриелян В.* - Препринт НАН РА. 04-0602. Ереван. 2004.

УДК 517.51

Член-корреспондент НАН РА Г.Г. Геворкян¹, А. Камонт²

Некоторые свойства сопряженной общей системы Франклина

(Представлено 23/XI 2006)

Ключевые слова: *общая система Франклина, сопряженная система, базис*

Пусть $T = \{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ допустимое разбиение периодического отрезка $[0; 2\pi)$, т.е. $t_i \in [0; 2\pi)$, $t_i \neq t_j$, когда $i \neq j$, и последовательность T всюду плотна в $[0; 2\pi)$. Для фиксированного n обозначим через $T^{(n)} = \{t_{n,i}\}_{i=1}^{\infty}$ конечную последовательность со свойствами: $\{t_i\}_{i=1}^n = \{t_{n,i}\}_{i=1}^n$ и $0 \leq t_{n,1} < t_{n,2} < \dots < t_{n,n} < 2\pi$. Далее, вводим также точки $t_{n,0} = t_{n,n} - 2\pi$ и $t_{n,n+1} = t_{n,1} + 2\pi$. Через S_n обозначается множество функций f , непрерывных на $[0; 2\pi]$, периодических с периодом 2π , т.е. $f(0) = f(2\pi)$, и линейных на каждом интервале $[t_{n,i}; t_{n,i+1}]$, $i = 1, \dots, n$. Очевидно, что S_n линейное множество размерности n и $S_n \subset S_{n+1}$. Следовательно, для каждого $n > 1$ единственным образом определяется функция $f_n \in S_n$, которая ортогональна к S_{n-1} , $\|f_n\|_2 = 1$ и $f_n(t_n) > 0$. Полагая $f_1(t) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$, получаем полную ортонормированную в $L_2[0; 2\pi]$ систему функций $\{f_n(t)\}_{n=1}^{\infty}$, которая называется периодической общей системой Франклина.

Обозначим $I_{n,i} = [t_{n,i}; t_{n,i+1}]$ и $\lambda_{n,i} = |I_{n,i}|$, где $|I|$ длина отрезка I . Через $\rho(x, y)$ обозначается расстояние точек x и y по "окружности", т.е. $\rho(x, y) = \min\{|x - y|; |x - y| - 2\pi|\}$.

Определение 1. *Разбиение T называется сильно регулярным, если существует $\gamma > 1$ такое, что*

$$\gamma^{-1} \leq \frac{\lambda_{n,i}}{\lambda_{n,i-1}} \leq \gamma \quad (1)$$

¹Работа выполнена при поддержке Армянского национального фонда науки и образования, грант N05-PS-math-87-65.

²Работа выполнена при поддержке KBN, грант 1P03A 038 27.

для всех $n = 1, 2, \dots$ и $i = 1, 2, \dots, n$.

Определение 2. Разбиение T называется парно-регулярным, если существует $\gamma > 1$ такое, что

$$\gamma^{-1} \leq \frac{\lambda_{n,i} + \lambda_{n,i+1}}{\lambda_{n,i-1} + \lambda_{n,i}} \leq \gamma \quad (2)$$

для всех $n = 1, 2, \dots$ и $i = 1, 2, \dots, n-1$.

Ясно, что любое сильно регулярное разбиение является также парно-регулярным. Обратное неверно.

Определение 3. Разбиение T называется квазидиадическим, если между двумя соседними точками множества $T^{(2^k)}$ находится по одной точке из множества $\{t_n\}_{n=2^{k+1}}$

Нетрудно проверить, что для квазидиадических разбиений понятия сильно регулярного и парно-регулярного разбиений эквивалентны.

В работах [1,2] исследована непериодическая общая система Франклина на отрезке $[0; 1]$. Непериодический случай от периодического отличается тем, что при определении S_n не ставится условие $f(0) = f(1)$ и тем самым S_n получается размерности $n+1$. В остальном определение непериодической общей системы Франклина на $[0; 1]$ и понятия сильно регулярного и парно-регулярного разбиений аналогичны периодическому случаю, с той разницей, что в (1) и (2) $i \neq 1$.

В работе [1] доказано, что при любом разбиении отрезка $[0; 1]$ соответствующая непериодическая общая система Франклина является безусловным и гриди базисом в пространствах $L_p[0; 1]$, $1 < p < \infty$. В работе [3] аналогичные утверждения доказаны для периодической системы Франклина.

Вопросы базисности общей системы Франклина в пространстве $Re H_1$ рассмотрены в [2] и [4], соответственно, в непериодическом и периодическом случаях. В обоих случаях доказаны следующие теоремы.

Теорема 1. Общая система Франклина базис в пространстве $Re H_1$ тогда и только тогда, когда разбиение T парно-регулярное.

Теорема 2. Общая система Франклина безусловный (гриди) базис в пространстве $Re H_1$ тогда и только тогда, когда разбиение T сильно регулярное.

Ранее аналогичные вопросы были рассмотрены в [5], [6], где получены менее общие результаты, чем выше перечисленные.

В настоящей работе мы без доказательств формулируем наши исследования по сопряженной общей системе Франклина.

Пусть $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ периодическая система Франклина, соответствующая разбиению T и с периодом 2π продолженная на всю ось. Обозначим через

$\{\tilde{f}_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ (тригонометрически) сопряженную систему к системе $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$, т.е.

$$\tilde{f}_1(x) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \text{ и } \tilde{f}_1(x) = \frac{1}{2\pi} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{|t|>\epsilon} f(x+t) \operatorname{ctg} \frac{t}{2} dt, \text{ когда } n > 1.$$

Рассматривается следующий вопрос: при каких условиях на разбиение T соответствующая система $\{\tilde{f}_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ будет базисом в пространстве 2π -периодических непрерывных функций $C[-\pi; \pi]$.

Если $\{\tilde{f}_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ при определенном разбиении T будет базисом в $C[-\pi; \pi]$, то учитывая, что $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ базис в L_1 при любом разбиении (см. [7, 8]) получится, что $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ должно быть базисом в $\operatorname{Re} H_1$. Следовательно, согласно теореме 1, если $\{\tilde{f}_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ базис в $C[-\pi; \pi]$, то разбиение T должно быть парно-регулярным. Однако верно более сильное утверждение.

Теорема 3. Пусть $\{\tilde{f}_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ базис в $C[-\pi; \pi]$ при некотором разбиении T . Тогда T сильно регулярное.

Обозначим через $L_n(x)$ n -ю функцию Лебега системы $\{\tilde{f}_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$, т.е.

$$L_n(x) = \int_{-\pi}^{\pi} \left| \sum_{k=1}^n \tilde{f}_k(x) \tilde{f}_k(t) \right| dt.$$

Теорема 4. Пусть T сильно регулярное разбиение отрезка $[-\pi; \pi]$ с параметром регулярности γ и $\{\tilde{f}_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ соответствующая сопряженная система Франклина. Существуют положительные постоянные $C_1(\gamma)$, $C_2(\gamma)$, зависящие только от параметра регулярности γ такие, что

$$C_1(\gamma) \sum_{i=1}^n \left(\frac{\lambda_{n,i}}{\rho(x, t_{n,i}) + \lambda_{n,i}} \right)^4 \leq L_n(x) \leq C_2(\gamma) \sum_{i=1}^n \left(\frac{\lambda_{n,i}}{\rho(x, t_{n,i}) + \lambda_{n,i}} \right)^3 \quad (3)$$

Известно (см. напр. [7]), что полная ортонормированная система является базисом в пространстве непрерывных функций, тогда и только тогда, когда ее функции Лебега равномерно ограничены. Поэтому верна следующая

Теорема 5. Если сильно регулярное разбиение T удовлетворяет условию

$$\sup_{x \in [0; 2\pi)} \sup_n \sum_{i=1}^n \left(\frac{\lambda_{n,i}}{\rho(x, t_{n,i}) + \lambda_{n,i}} \right)^3 < \infty, \quad (4)$$

то соответствующая система $\{\tilde{f}_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ является базисом в $C[-\pi; \pi]$.

Можно проверить, что любое сильно регулярное и квазидиадическое разбиение удовлетворяет условию (4). Поэтому в классе квазидиадических разбиений получаем необходимое и достаточное условие при котором соответствующая система $\{\tilde{f}_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ является базисом в $C[-\pi; \pi]$.

Теорема 6. При квазидиадическом разбиении T соответствующая система $\{\tilde{f}_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ является базисом в $C[-\pi; \pi]$, тогда и только тогда, когда T сильно регулярное.

Теоремы 5 и 6 обобщают теорему С.В. Бочкарева [9] о том, что сопряженные к классическим периодическим функциям Франклина образуют базис в $C[-\pi; \pi]$. Напомним, что классическая периодическая система Франклина получается при $t_1 = 0$, $t_n = \frac{2\nu - 1}{2^\mu}$, где $n = 2^\mu + \nu$, $\mu = 0, 1, 2, \dots$, $\nu = 1, 2, \dots, 2^\mu$.

Отметим, что кроме квазидиадических сильно регулярных разбиений существуют также другие сильно регулярные разбиения для которых выполняется (4). Например, разбиения для которых

$$\sup_n \max_{i,j} \frac{\lambda_{n,i}}{\lambda_{n,j}} < \infty.$$

Нетрудно построить сильно регулярные разбиения (не квазидиадические), для которых

$$\sup_n \sum_{i=1}^n \left(\frac{\lambda_{n,i}}{\rho(x, t_{n,i}) + \lambda_{n,i}} \right)^4 = \infty$$

для определенных x или для всех $x \in E$, где E любое счетное множество. Поэтому в силу теоремы 4 в классе сильно регулярных разбиений существуют такие, для которых соответствующая система $\{\tilde{f}_n(x)\}_{n=1}^\infty$ не является базисом в $C[-\pi; \pi]$.

Интересно отметить, что существует сильно регулярное разбиение T такое, что соответствующая система $\{\tilde{f}_n(x)\}_{n=1}^\infty$ не является базисом в $C[-\pi; \pi]$, но ряд Фурье любой непрерывной функции по системе $\{\tilde{f}_n(x)\}_{n=1}^\infty$ равномерно сходится вне любой окрестности точки 0.

В 1974 г. С.В. Бочкарев [10], применяя классическую систему Франклина (т.е. систему, которая получается при $t_0 = 0$, $t_1 = 1$ и $t_n = \frac{2\nu - 1}{2^\mu}$, где $n = 2^\mu + \nu$, $\mu = 0, 1, 2, \dots$, $\nu = 1, 2, \dots, 2^\mu$), впервые построил базис в пространстве A , т.е. в пространстве функций F , аналитических в единичном круге $D = \{z : |z| < 1\}$ и непрерывных в замкнутом круге $\overline{D} = \{z : |z| \leq 1\}$, с нормой $\|F\| = \sup_{|z|=1} |F(z)|$.

Применим конструкцию С.В. Бочкарева [10] к общей (непериодической) системе Франклина. Пусть $\{\varphi_n(x)\}_{n=0}^\infty$ общая система Франклина, порожденная разбиением отрезка $[0; 2\pi]$ точками $T = \{t_n\}_{n=0}^\infty$. Обозначим

$$F_n(x) = \begin{cases} \varphi_n(2x) & \text{для } x \in [0; \pi], \\ \varphi_n(-2x) & \text{для } x \in [-\pi; 0]. \end{cases} \quad (5)$$

Пусть

$$G_0(x) = \frac{1+i}{2\sqrt{\pi}}, \quad G_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}[F_n(x) + i\tilde{F}_n(x)], \quad n = 1, 2, \dots, \quad (6)$$

где $\tilde{F}_n(x)$ сопряженная к $F_n(x)$.

Положим

$$G_n(z) \equiv G_n(re^{ix}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} G_n(t) P(r, x-t) dt, \quad (7)$$

где $P(r, t)$ - ядро Пуассона.

Верны следующие теоремы.

Теорема 7. Если сильно регулярное разбиение T отрезка $[0; 2\pi]$ удовлетворяет условию

$$\sup_{x \in [0; 2\pi]} \sup_n \sum_{i=1}^n \left(\frac{\lambda_{n,i}}{|x - t_{n,i}| + \lambda_{n,i}} \right)^3 < \infty, \quad (8)$$

то соответствующая система $\{G_n(z)\}_{n=0}^{\infty}$ базис в A .

Теорема 8. Если сильно регулярное разбиение T отрезка $[0; 2\pi]$ удовлетворяет условию

$$\sup_{x \in [0; 2\pi]} \sup_n \sum_{i=1}^n \left(\frac{\lambda_{n,i}}{|x - t_{n,i}| + \lambda_{n,i}} \right)^4 = \infty, \quad (9)$$

то соответствующая система $\{G_n(z)\}_{n=1}^{\infty}$ не образует базис в A .

Теперь пусть для фиксированного $r = 2, 3, \dots$ $\{\varphi_n^{(r)}(x)\}_{n=2-r}^{\infty}$ непериодическая ортонормальная сплайн система, соответствующая разбиению $T = \{t_n\}_{n=0}^{\infty} \subset [0; 2\pi]$. При $r = 2$ система $\{\varphi_n^{(r)}(x)\}_{n=2-r}^{\infty}$ превращается в общую непериодическую систему Франклина $\{\varphi_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$. Недавно А. Шадрин [11] доказал фундаментальную теорему о том, что при любом разбиении $T = \{t_n\}_{n=0}^{\infty} \subset [0; 2\pi]$ норма проектора действующей из $C[0; 2\pi]$ в пространство сплайнов гладкости r и с узлами $\{t_i\}_{i=0}^n$ ограничена числом, зависящим только от r . Следовательно, если разбиение $T = \{t_n\}_{n=0}^{\infty} \subset [0; 2\pi]$ всюду плотно в $[0; 2\pi]$, то соответствующая система $\{\varphi_n^{(r)}(x)\}_{n=2-r}^{\infty}$ образует базис в $C[0; 2\pi]$.

Применяя конструкцию (5)-(7) к функциям $\{\varphi_n^{(r)}(x)\}_{n=2-r}^{\infty}$, получим систему $\{G_n^{(r)}(z)\}_{n=2-r}^{\infty}$. Верна следующая

Теорема 9. Если сильно регулярное разбиение T отрезка $[0; 2\pi]$ удовлетворяет условию

$$\sup_{x \in [0; 2\pi]} \sup_n \sum_{i=1}^n \left(\frac{\lambda_{n,i}}{|x - t_{n,i}| + \lambda_{n,i}} \right)^{r+1} < \infty, \quad (10)$$

то соответствующая система $\{G_n^{(r)}(z)\}_{n=2-r}^{\infty}$ образует базис в A .

Сравнивая условия (8)-(10), получаем, что существуют такие разбиения T , что соответствующие им системы $\{G_n^{(2)}(z)\}_{n=0}^{\infty}$ не образуют базис в A , а системы $\{G_n^{(4)}(z)\}_{n=-2}^{\infty}$ образуют базис в A .

В конце отметим, что если будет доказан аналог теоремы А. Шадрина для периодических сплайн систем, тогда, возможно, будут доказаны аналоги теорем 4 и 5 для сопряженных периодических сплайн систем $\{\tilde{f}_n^{(r)}(x)\}_{n=3-r}^{\infty}$. В этом случае в (3), (4) в показателях вместо 3 будет $r + 1$.

Ереванский государственный университет

ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Գ.Գ. Գևորգյան, Ա. Կամոնյա

Ֆրանկլինի ընդհանուր համալուծ համակարգի որոշ հատկություններ

Գտնված են անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ, որոնց բավարարող պրոհոմների համապատասխանող Ֆրանկլինի ընդհանուր համալուծ համակարգը կլինի բազիս անընդհատ ֆունկցիաների տարածությունում: Ներագրված է նաև Ֆրանկլինի ընդհանուր համակարգի միջոցով միավոր շրջանում անալիտիկ և փակ շրջանում անընդհատ ֆունկցիաների տարածությունում բազիս կառուցելու հարցը:

Corresponding Member of NAS RA G.G. Gevorkyan, A. Kamont

Some Properties of Conjugate General Franklin System

The necessary and sufficient conditions on partitions under which the corresponding conjugate general Franklin system is basis in the space of continuous functions are founded. The question of constructing of the basis in the space of functions analytic in disc and continuous in close disc with general Franklin system is investigated, too.

Литература

1. G.G. Gevorkyan, A. Kamont, - Studia Math. 164 (2004). 161-201.
2. G.G. Gevorkyan, A. Kamont, - Studia Math. 167 (2005). 259-292.
3. K. Keryan, - J. Contemp. Math. Anal. V. 40 (2005). 1.
4. M. Poghosyan, K. Keryan, - J. Contemp. Math. Anal. V. 40 (2005). 1.
5. G.G. Gevorkyan, A. Kamont, - Dissertationes mathematicae (Rozprawy Matematyczne). 374 (1998). 1-59.
6. G.G. Gevorkyan, A.A. Sahakian, - J. Contemp. Math. Anal. V. 35 (2000). 4. 2-22.
7. Б.С. Кашин, А.А. Саакян, - Ортогональные ряды. Москва. АФЦ. 1999.
8. Z. Ciesielski, - Studia Math. 23 (1963). 141-157.
9. С.В. Бочкарев, - ДАН СССР. Т. 285 (1985). N 3, 521-526.
10. С.В. Бочкарев, - Мат. сб. 1974, Т. 95. N 1. 3-18.
11. A.Yu. Shadrin, - Acta Math. V. 187. (2001). 59-137.

МАТЕМАТИКА

УДК 517.95

Г. М. Айрапетян, П. Э. Меликсетян

О задаче типа Дирихле для неправильно эллиптического уравнения
 третьего порядка

(Представлено академиком В.С. Захаряном 20/II 2006)

Ключевые слова: задача Дирихле, граничные условия, весовые пространства, интеграл типа Коши

1. Пусть B - класс трижды дифференцируемых функций в верхней полуплоскости $\Pi^+ = \{z : \operatorname{Im} z > 0\}$ комплексной плоскости z , удовлетворяющих условию

$$\left| \frac{\partial^{p+q} u}{\partial z^p \partial \bar{z}^q} \right| < A |z|^N, \operatorname{Im} z > y_0 > 0, p \geq 0, q \geq 0, p + q \leq 2$$

где A - постоянная, зависящая от y_0 , а N - натуральное число, зависящее от u ,

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - i \frac{\partial u}{\partial y} \right), \frac{\partial u}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial u}{\partial y} \right).$$

В верхней полуплоскости Π^+ рассматривается следующая граничная задача: определить решение u уравнения

$$\frac{\partial^3 u}{\partial z \partial \bar{z}^2} = 0, u \in B, z = a + iy \in \Pi^+, \quad (1)$$

так, чтобы выполнялись граничные условия

$$\lim_{y \rightarrow +0} \|u(x, y) - f_0(x)\|_{L^1(\rho)} = 0, \quad (2)$$

$$\lim_{y \rightarrow +0} \left\| \operatorname{Re} \frac{\partial u(x, y)}{\partial y} - f_1(x) \right\|_{L^1(\rho)} = 0, \quad (3)$$

где $\rho(x) = (1 + |x|)^{-\alpha}$, $\alpha \geq 0$, $f_0(x)$, $f'_0(x)$, $f_1(x) \in L^1(\rho)$, $L^1(\rho)$ - пространство функций на действительной оси с нормой

$$\|f\|_{L^1(\rho)} = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)| \rho(x) dx < \infty.$$

Граничные задачи для неправильно-эллиптических уравнений в ограниченных областях в классах Гельдера исследованы в работах [1-4]. В работе [5] в полуплоскости также в классах Гельдера исследованы граничные задачи для однородного уравнения с постоянными коэффициентами. Следует отметить, что в этих исследованиях существенную роль играет тот факт, что интеграл типа Коши является ограниченным оператором в указанных пространствах. Хорошо известно, что интеграл типа Коши не является ограниченным оператором в пространстве L^1 и тем более в пространстве $L^1(\rho)$. В случае, когда граничные функции принадлежат классу L^1 , граничное условие следует понимать в более общем смысле сходимости L^1 [6-9].

В данной работе для любого $\alpha \geq 0$ определяется общее решение задачи (1) - (3) в явном виде. Доказывается, что если α нецелое число, то эта задача имеет решение для любых функций $f_0(x)$, $f_1(x)$. Если $\alpha \geq 2$ целое число, то для того, чтобы задача (1) - (3) имела решение, достаточно условие

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) \left(\frac{1}{(x+i)^\alpha} + \frac{1}{(x-i)^\alpha} \right) dx = 0.$$

В случае, когда $\alpha = 0, 1$, устанавливается, что если

$$\int_{-\infty}^x f_1(t) \left(\frac{1}{(t+i)^\alpha} + \frac{1}{(t-i)^\alpha} \right) dt \in L^1(\rho),$$

то задача (1) - (3) имеет решение.

2. Для исследования задачи (1) - (3) нам понадобятся следующие леммы.

Лемма 1. *Общее решение уравнения (1) можно представить в виде*

$$u(z) = \varphi(z) + y\psi(z) + \overline{\omega(z)}, \quad \omega(i) = \omega'(i) = 0, \quad (4)$$

где $\varphi(z)$, $\psi(z)$, $\omega(z)$ аналитические функции в Π^+ и определяются через $u(z)$ однозначно.

Лемма 2. *Пусть $f \in L^1(\rho)$, α - нецелое число и $n = [\alpha]$. Тогда, если*

$$\Phi(f; z) = \frac{(z+i)^n}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(t)}{(t+i)^n t-z} dt,$$

$$\lim_{y \rightarrow +0} y \|\Phi(f : x + iy)\|_{L^1(\rho)} = 0.$$

Лемма 3. Пусть $f \in L^1(\rho)$, $\rho(x) = (1 + |x|)^{-\alpha}$, $n = [\alpha]$,

$$\Phi(f : z) = \frac{(z + i)^n}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f(t)}{(t + i)^n} \frac{dt}{t - z}$$

Тогда

$$\lim_{y \rightarrow +0} y \|\Phi'(x + iy)\|_{L^1(\rho)} = 0.$$

Теорема 1. Если функция $u(z)$ является решением задачи (1) - (3), то ее можно представить в виде (4), где

$$\varphi(z) = \frac{(z + i)^n}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_0(t)}{(t + i)^n} \frac{dt}{t - z} + P_0(z), \quad (5)$$

$$\omega(z) = \frac{(z - i)^n}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\overline{f_0(t)}}{(t - i)^n} \frac{dt}{t - z} - \overline{P_0(\bar{z})}, \quad (6)$$

$$\psi(z) = \frac{(z + i)^n}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_1(t)}{(t + i)^n} \frac{dt}{t - z} + \frac{(z - i)^n}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_1(t)}{(t - i)^n} \frac{dt}{t - z} - i\varphi'(z) - i\omega'(z) + P_1(z). \quad (7)$$

Здесь полиномы $P_0(z)$ и $P_1(z)$ однозначно определяются через $u(z)$, причем коэффициенты полинома $P_1(z)$ чисто мнимые комплексные числа.

Доказательство. Так как решение $u(z)$ уравнения (1), согласно лемме 1, представимо в виде $u(z) = \varphi(z) + y\psi(z) + \overline{\omega(z)}$, $\varphi(i) = 0$, то, подставив $u(z)$ в условия (2) и (3), для определения функций $\varphi(z)$, $\psi(z)$, $\omega(z)$ получим следующую граничную задачу в классе аналитических функций в верхней полуплоскости.

$$\lim_{y \rightarrow +0} \|\varphi(x + iy) + y\psi(x + iy) + \overline{\omega(x + iy)} - f_0(x)\|_{L^1(\rho)} = 0, \quad (8)$$

$$\lim_{y \rightarrow +0} \|Re(i\varphi'(x + iy) + \psi(x + iy) + iy\psi'(x + iy) + i\omega'(x + iy)) - f_1(x)\|_{L^1(\rho)} = 0. \quad (9)$$

Положив $\omega^-(z) = -\overline{\omega(\bar{z})}$, $z \in \Pi^- = \{z : \text{Im } z < 0\}$, (8) можно представить в виде

$$\lim_{y \rightarrow +0} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\varphi(x + iy)}{(x + i)^n} + \frac{y\psi(x + iy)}{(x + i)^n} - \frac{\omega^-(x - iy)}{(x + i)^n} - \frac{f_0(x)}{(x + i)^n} \right| \frac{dx}{|x + i|} = 0. \quad (10)$$

Обозначим

$$\frac{\varphi(x+iy)}{(x+i)^n} + \frac{y\psi(x+iy)}{(x+i)^n} - \frac{\omega^-(x-iy)}{(x+i)^n} = f_{0y}(x),$$

тогда $f_{0y}(x) \in L^1((1+|x|)^{-1})$ и $f_{0y}(x) \rightarrow f_0(x)(x+i)^{-n}$ в $L^1((1+|x|)^{-1})$.

Далее имеем

$$\Phi_y^+(x) - \Phi_y^-(x) = f_{0y}(x), \quad (11)$$

где

$$\Phi_y^+(z) = \frac{\varphi(z+iy)}{(z+i)^n} + \frac{y\psi(z+iy)}{(z+i)^n}, \quad z \in \Pi^+,$$

$$\Phi_y^-(z) = \frac{\omega^-(z-iy)}{(z+i)^n}, \quad z \in \Pi^-,$$

причем функция $\Phi_y^-(z)$ имеет полюс порядка n в точке $z = -i$.

Пусть

$$P_y(z) = \sum_{k=0}^{n-1} A_k(z+i)^k, \quad A_k = \frac{1}{k!} \frac{d^k}{dz^k} \omega^-(z-iy) \Big|_{z=-i}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

$$\tilde{\Phi}_y^-(z) = \Phi_y^-(z) - \frac{P_y(z)}{(z+i)^n}.$$

Из (11) имеем

$$\Phi_y^+(z) - \tilde{\Phi}_y^-(z) = f_{0y}(x) + \frac{P_y(z)}{(x+i)^n}, \quad (12)$$

где $\tilde{\Phi}_y^-(z)$ аналитична в Π^- . Решая граничную задачу (12), получаем

$$\begin{aligned} \Phi_y^+(z) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{0y}(t) \frac{dt}{t-z} + \frac{P_y(z)}{(z+i)^n} + Q_y(z), \quad z \in \Pi^+, \\ \tilde{\Phi}_y^-(z) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{0y}(t) \frac{dt}{t-z} + Q_y(z), \quad z \in \Pi^-, \end{aligned} \quad (13)$$

где $Q_y(z)$ - некоторый полином порядка не больше $N+2$.

Так как $\Phi_y^\pm(z) \rightarrow \Phi_0(z)$ и $P_y(z) \rightarrow P_{n-1}(z)$ равномерно, при $y \rightarrow +0$ в Π^+ и Π^- , соответственно, где

$$P_{n-1}(z) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(\omega^-(z))^{(k)} \Big|_{z=-i}}{k!} (z+i)^k,$$

и $f_{0y}(t) \rightarrow f_0(t)(t+i)^{-n}$ в $L^1(|t+i|^{-1})$, то получаем, что $Q_y(z) \rightarrow Q(z)$, при $y \rightarrow +0$ равномерно в Π^+ и Π^- , где $Q(z)$ некоторый полином порядка не больше $N+2$.

Поэтому, переходя к пределу в (13), при $y \rightarrow +0$ будем иметь

$$\frac{\varphi(z)}{(z+i)^n} = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_0(t)}{(t+i)^n} \frac{dt}{t-z} + \frac{P_{n-1}(z)}{(z+i)^n} + Q(z), \quad z \in \Pi^+,$$

$$\frac{\omega^-(z)}{(z+i)^n} = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_0(t)}{(t+i)^n} \frac{dt}{t-z} + \frac{P_{n-1}(z)}{(z+i)^n} + Q(z), \quad z \in \Pi^-,$$

Обозначив $P_0(z) = P_{n-1}(z) + (z+i)^{-n}Q(z)$, получим формулы (5), (6).

Далее, обозначая

$$\Psi_y(z) = i\varphi'(z+iy) + \psi(z+iy) + iy\psi'(z+iy) + i\omega'(z+iy),$$

из (9) получим

$$\lim_{y \rightarrow +0} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\Psi_y^+(x)}{(x+i)^n} + \frac{\overline{\Psi_y(x)}}{(x+i)^n} - \frac{2f_1(x)}{(x+i)^n} \right| \frac{dx}{|x+i|} = 0.$$

Положим

$$\frac{\Psi_y^+(x)}{(x+i)^n} + \frac{\Psi_y^-(x)}{(x+i)^n} = 2f_{1y}(x), \quad (14)$$

где

$$\Psi_y^-(z) = -\overline{\Psi_y(\bar{z})}, \quad z \in \Pi^-. \quad (15)$$

Так как $f_{1y}(x) \in L^1((1+|x|)^{-1})$, то аналогично из (14), (15) получаем

$$\Psi_y(z) = \frac{(z+i)^n}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{1y}(t) \frac{dt}{t-z} + \frac{(z-i)^n}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{f_{1y}(t)} \frac{dt}{t-z} + P_{1y}(z),$$

где $P_{1y}(z)$ некоторый полином, порядок не больше $N+2$, с чисто мнимыми коэффициентами. Теперь, учитывая что $f_{1y}(x) \rightarrow f_1(x)(x+i)^{-n}$ в $L^1((1+|x|)^{-1})$, и переходя к пределу в последней формуле, при $y \rightarrow +0$ получим

$$i\varphi'(z) + \psi(z) + i\omega'(z) = \frac{(z+i)^n}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_1(t)}{(t+i)^n} \frac{dt}{t-z} + \frac{(z-i)^n}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\overline{f_1(t)}}{(t-i)^n} \frac{dt}{t-z} + P_1(z), \quad (16)$$

где $P_1(z)$ - полином с чисто мнимыми коэффициентами порядка, не превышающего $N+2$. Из (16) получаем формулу (7) для определения $\psi(z)$. Теорема доказана.

3. Применяя результаты работы [8], теорему 1 и леммы 2, 3, получаем следующие предложения.

Теорема 2. Пусть α нецелое число. Тогда однородная задача (1) - (3) имеет $3n$, $n = [\alpha]$ линейно независимых решений над полем действительных чисел. Эти решения можно представить в виде

$$\begin{aligned} u_k(z) &= z^k - \bar{z}^k, & k &= 2, 3, \dots, n, \\ \tilde{u}_k(z) &= i((z^k - \bar{z}^k) - k(z - \bar{z})z^{k-1}), & k &= 2, 3, \dots, n+1, \\ \nu_k(z) &= (z - \bar{z})z^k, & k &= 0, 1, \dots, n-1, \\ \tilde{\nu}_{n+1}(z) &= z^{n+1} - \bar{z}^{n+1} - (n+1)(z - \bar{z})z^n. \end{aligned}$$

Если $\alpha \in (0; 1)$, то однородная задача имеет только тривиальное решение.

Теорема 3. Справедливы следующие утверждения.

а) Пусть $\alpha = 0, 1$. Тогда однородная задача (1) - (3) имеет только тривиальное решение.

б) Пусть $\alpha = n = 2, 3, \dots$. Тогда однородная задача (1) - (3) имеет $3n - 4$, $n = [\alpha]$ линейно независимых решений над полем действительных чисел. Эти решения можно представить в виде

$$\begin{aligned} u_k(z) &= z^k - \bar{z}^k, & k &= 2, 3, \dots, n-1, \\ \tilde{u}_k(z) &= i((z^k - \bar{z}^k) - k(z - \bar{z})z^{k-1}), & k &= 2, 3, \dots, n, \\ \nu_k(z) &= (z - \bar{z})z^k, & k &= 0, 1, \dots, n-2. \end{aligned}$$

Теорема 4. Пусть α нецелое число. Тогда задача (1) - (3) имеет решение для любых функций $f_0(x)$, $f'_0(x) \in L^1(\rho)$, $f_1(x) \in L^1(\rho)$. Общее решение можно представить в виде

$$u(z) = u_0(z) + u_1(z), \quad (17)$$

где $u_0(z)$ - общее решение однородной задачи, а $u_1(z) = \varphi(z) + \psi(z) + \overline{\omega(z)}$, где

$$\varphi(z) = \frac{(z+i)^n}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_0(t)}{(t+i)^n t-z} dt,$$

$$\omega(z) = \frac{(z-i)^n}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\overline{f_0(t)}}{(t-i)^n t-z} dt,$$

$$\psi(z) = \frac{(z+i)^n}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_1(t)}{(t+i)^n t-z} dt + \frac{(z-i)^n}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_1(t)}{(t-i)^n t-z} dt - i\varphi'(z) - i\omega'(z).$$

Теорема 5. Пусть $\alpha = 2, 3, \dots$. Для того, чтобы задача (1) - (3) имела решение, достаточно, чтобы функция $f_1(x)$ удовлетворяла условию

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_1(t) \left(\frac{1}{(t+i)^n} + \frac{1}{(t-i)^n} \right) dt = 0.$$

Если это условие выполняется, то общее решение задачи (1) - (3) можно представить в виде (17).

Теорема 6. Пусть $\alpha = 0, 1$. Если функция $f_1(x)$ такая, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_1(t) \left(\frac{1}{(t+i)^n} + \frac{1}{(t-i)^n} \right) dt \in L^1(\rho),$$

то задача (1) - (3) однозначно разрешима и решение можно представить в виде (17), где $P_0(z) \equiv P_1(z) \equiv 0$.

Государственный инженерный университет Армении

Ն. Մ. Հայրապետյան, Պ. Է. Մելիքսեթյան

Դիրիխլեի տիպի խնդիրը երրորդ կարգի ոչ ճշգրիտ էլիպսական հավասարման համար

Երրորդ կարգի ոչ ճշգրիտ էլիպսական հավասարման համար հետազոտվում է Դիրիխլեի խնդիրը կիսահարթությունում: Ենթադրելով, որ եզրային ֆունկցիաները պարկանում են կշռով հանրագումարելի ֆունկցիաների փարսիժությանը, սրացվել են բանաձևեր համասեռ և անհամասեռ խնդիրների ընդհանուր լուծումների համար:

N. M. Hayrapetyan, P. E. Meliksetyan

Dirichlet Type Problem for Third Order Improperly Elliptic Equation

We consider the Dirichlet problem for third order improperly elliptic equation in the half - plane. The formulas for solutions of homogeneous and inhomogeneous problems are obtained when the boundary functions belong to the space of weight integrable functions.

Литература

1. Солдатов А. П. - Дифференциальные уравнения. 1989. Т 25. N1.
2. Солдатов А. П. Линейные операторы в функциональных пространствах. Грозный. 1989.
3. Товмасян Н. Е. - Изв. НАН Армении. Математика. 1992. Т. 27. N1.
4. Babayan A. O. - Izvestia Nationaly Akademii Nauk Armenii. Matematika. 1994. V. 29. N2.
5. Быкчантаев И. А. - Изв. высш. уч. заведений. Математика. 1975. N6(157).
6. Айрапетян Г. М. - Изв. НАН Армении. Математика. 1993. Т. 28. N3.
7. Айрапетян Г. М., Петросян В. Ш. - Изв. НАН Армении. Математика. 1998. Т. 33. N5.
8. Айрапетян Г. М., Меликсетян П. Э. - Изв. НАН Армении. Математика. 2003. Т. 38. N6.
9. Айрапетян Г. М. - РАН. Мат. заметки. 2004. Т. 76, вып. 5.
10. Бицадзе А. В. Краевые задачи для эллиптических уравнений второго порядка. М. Наука. 1966.
11. Мусхелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. М. Наука. 1968.

МЕХАНИКА

УДК 539.1

А. Н. Мартиросян, Г.А. Мартиросян, К.С. Костандян

Задача об импульсах на границах полубесконечных трещин

(Представлено чл.-кор. НАН РА А.Г. Багдоевым 28/IX 2005)

Ключевые слова: уравнение Винера - Хопфа, смешанная граничная задача, система Фредгольма

Рассматривается плоская задача о движении изотропной упругой среды при наличии полубесконечной трещины, причем верхние и нижние полуплоскости имеют разные упругие постоянные, соответственно (λ, μ, ρ) и $(\lambda_1, \mu_1, \rho_1)$. В начальный момент времени на обоих берегах разреза в некоторой точке действуют мгновенные сосредоточенные нормальные и касательные импульсы. Эта задача со смешанными граничными условиями на плоскости решается методом интегральных преобразований Лапласа и Фурье с решением системы уравнений Винера - Хопфа, обращением интегральных преобразований с приведением решения к форме Смирнова - Соболева. Найдены коэффициенты интенсивности напряжений для трещины.

Обозначим U, V и U_1, V_1 компоненты перемещений в полуплоскостях $y > 0$ и $y < 0$; a, b и a_1, b_1 скорости упругих волн в верхней и нижней полуплоскостях соответственно.

Уравнения движения в перемещениях для изотропной среды в плоском случае при $y > 0$ имеют вид

$$\begin{aligned} a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + b^2 \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + (a^2 - b^2) \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial x} &= \frac{\partial^2 U}{\partial t^2}, \\ a^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + b^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + (a^2 - b^2) \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (1)$$

а при $y < 0$

$$\begin{aligned} a_1^2 \frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} + b_1^2 \frac{\partial^2 V_1}{\partial y^2} + (a_1^2 - b_1^2) \frac{\partial^2 V_1}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2}, \\ a_1^2 \frac{\partial^2 V_1}{\partial y^2} + b_1^2 \frac{\partial^2 U_1}{\partial x^2} + (a_1^2 - b_1^2) \frac{\partial^2 U_1}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial^2 V_1}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $a^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}$, $b^2 = \frac{\mu}{\rho}$ и $a_1^2 = \frac{\lambda_1 + 2\mu_1}{\rho_1}$, $b_1^2 = \frac{\mu_1}{\rho_1}$.

Рассмотрим следующую сингулярную граничную задачу для полубесконечного разреза ($y = 0$):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{yy} &= \rho \left(K \frac{\partial U}{\partial x} + a^2 \frac{\partial V}{\partial y} \right) = P \delta(x+l) \delta(t) \\ \sigma_{1yy} &= \rho_1 \left(K_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} + a_1^2 \frac{\partial V_1}{\partial y} \right) = P_1 \delta(x+l) \delta(t) \\ \sigma_{xy} &= b^2 \rho \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) = Q \delta(x+l) \delta(t) \\ \sigma_{1xy} &= b_1^2 \rho_1 \left(\frac{\partial U_1}{\partial y} + \frac{\partial V_1}{\partial x} \right) = Q_1 \delta(x+l) \delta(t) \end{aligned} \right\} x < 0, \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} U &= U_1, \quad V = V_1, \quad b^2 \rho \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) = b_1^2 \rho_1 \left(\frac{\partial U_1}{\partial y} + \frac{\partial V_1}{\partial x} \right) \\ \rho \left(K \frac{\partial U}{\partial x} + a^2 \frac{\partial V}{\partial y} \right) &= \rho_1 \left(K_1 \frac{\partial U_1}{\partial x} + a_1^2 \frac{\partial V_1}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} x > 0,$$

$$K = a^2 - 2b^2, \quad K_1 = a_1^2 - 2b_1^2,$$

$U, V, U_1, V_1 = O(r^{1/2})$, $r = \sqrt{x^2 + y^2} \rightarrow 0$ (условие на ребре).

Здесь $\delta(x)$ есть дельта-функция, t -время. Переходя к преобразованиям Лапласа $\bar{U}, \bar{V}, \bar{U}_1, \bar{V}_1$ от U, V, U_1, V_1 по t , ищем решение для $\bar{U}, \bar{V}, \bar{U}_1, \bar{V}_1$ в виде

$$\begin{aligned} \bar{U}, \bar{V} &= \sum_{n=1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} A_n, B_n \exp[i\bar{\alpha}x + i\bar{\gamma}_n y] d\bar{\alpha}, \\ \bar{U}_1, \bar{V}_1 &= \sum_{n=1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} C_n, D_n \exp[i\bar{\alpha}x + i\bar{\beta}_n y] d\bar{\alpha}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$B_n = \frac{a^2 \bar{\gamma}_1^2 - b^2 \bar{\gamma}_n^2}{(a^2 - b^2) \bar{\alpha} \bar{\gamma}_n} A_n, \quad D_n = \frac{a_1^2 \bar{\beta}_1^2 - b_1^2 \bar{\beta}_n^2}{(a_1^2 - b_1^2) \bar{\alpha} \bar{\beta}_n} C_n, \quad \bar{\gamma}_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_n^2} - \bar{\alpha}^2},$$

$$\bar{\beta}_n = -\sqrt{\frac{\omega^2}{c_{1n}^2} - \bar{\alpha}^2}, \quad c_1 = a, \quad c_2 = b, \quad c_{11} = a_1, \quad c_{21} = b_1.$$

В плоскости $\bar{\alpha}$ проведены разрезy между точками ветвления $\pm \frac{\bar{\omega}}{c_n}$, $\pm \frac{\bar{\omega}}{c_{1n}}$ и выбраны значения радикалов.

Подставляя (4) в (3) и проводя обратное преобразование Фурье по x , можно получить систему уравнений Винера - Хопфа:

$$b_{11} \frac{\sigma_{xy}^-}{\gamma_2^-} + b_{12} \frac{\sigma_{yy}^-}{\gamma_2^-} + iU^+ \gamma_2^+ + d_1 = 0, \quad (5)$$

$$b_{21} \frac{\sigma_{xy}^-}{\gamma_2^-} + b_{22} \frac{\sigma_{yy}^-}{\gamma_2^-} + iV^+ \gamma_2^+ + d_2 = 0,$$

$$b_{11} = -\frac{\omega^2 \gamma_2^2}{\rho b^4 R(\bar{\alpha})} + \frac{\bar{\beta}_2 \gamma_2 \omega^2}{\rho_1 b_1^4 R_1(\bar{\alpha})}, \quad b_{22} = -\frac{\omega^2 \gamma_1 \gamma_2}{\rho b^4 R(\bar{\alpha})} - \frac{\omega^2 \bar{\beta}_1 \gamma_2}{\rho_1 b_1^4 R_1(\bar{\alpha})},$$

$$b_{12} = b_{21} = \frac{2\gamma_1 \gamma_2 - \bar{\chi}}{\rho b^2 R(\bar{\alpha})} \bar{\alpha} \gamma_2 - \frac{2\bar{\beta}_1 \bar{\beta}_2 - \bar{\chi}_1}{\rho_1 b_1^2 R_1(\bar{\alpha})} \bar{\alpha} \gamma_2, \quad R(\bar{\alpha}) = \bar{\chi}^2 + 4\bar{\alpha}^2 \gamma_1 \gamma_2,$$

$$R_1(\bar{\alpha}) = \bar{\chi}_1^2 + 4\bar{\alpha}^2 \bar{\beta}_1 \bar{\beta}_2,$$

$$d_1 = \frac{\bar{\alpha} \gamma_2^+ (\gamma_1 \gamma_2 - \bar{\chi}) P e^{i\bar{\alpha} l}}{2\pi \rho b^2 R(\bar{\alpha})} - \frac{\bar{\alpha} \gamma_2^+ (\bar{\beta}_1 \bar{\beta}_2 - \bar{\chi}_1) P_1 e^{i\bar{\alpha} l}}{2\pi \rho_1 b_1^2 R_1(\bar{\alpha})} - \frac{\gamma_2 \gamma_2^+ \omega^2 Q e^{i\bar{\alpha} l}}{2\pi \rho b^4 R(\bar{\alpha})} + \frac{\bar{\beta}_2 \gamma_2^+ \omega^2 Q_1 e^{i\bar{\alpha} l}}{2\pi \rho_1 b_1^4 R_1(\bar{\alpha})},$$

$$d_2 = \frac{\omega^2 \gamma_1 \gamma_2^+ P e^{i\bar{\alpha} l}}{2\pi \rho b^4 R(\bar{\alpha})} + \frac{(2\gamma_1 \gamma_2 - \bar{\chi}) \bar{\alpha} \gamma_2^+ Q e^{i\bar{\alpha} l}}{2\pi \rho b^2 R(\bar{\alpha})} - \frac{\gamma_2^+ \omega^2 \bar{\beta}_1 P_1 e^{i\bar{\alpha} l}}{2\pi \rho_1 b_1^4 R_1(\bar{\alpha})} - \frac{(2\bar{\beta}_1 \bar{\beta}_2 - \bar{\chi}_1) \bar{\alpha} \gamma_2^+ Q_1 e^{i\bar{\alpha} l}}{2\pi \rho_1 b_1^2 R_1(\bar{\alpha})},$$

$$\sigma_{yy}^- = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty e^{-i\bar{\alpha} x} \bar{\sigma}_{yy} \Big|_{y=0} dx, \quad \sigma_{xy}^- = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty e^{-i\bar{\alpha} x} \bar{\sigma}_{xy} \Big|_{y=0} dx,$$

$$U^+ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^0 e^{-i\bar{\alpha} x} (\bar{U} - \bar{U}_1) \Big|_{y=0} dx, \quad V^+ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^0 e^{-i\bar{\alpha} x} (\bar{V} - \bar{V}_1) \Big|_{y=0} dx,$$

$$\gamma_n^\pm = \sqrt{\frac{\omega}{c_n} \pm \bar{\alpha}}, \quad \bar{\chi} \bar{\alpha} = \frac{\omega^2}{b^2} - 2\bar{\alpha}^2, \quad \bar{\chi}_1 \bar{\alpha} = \frac{\omega^2}{b_1^2} - 2\bar{\alpha}^2,$$

$$A_1 = -\frac{i\bar{\alpha} \bar{\chi}}{b^2 R(\bar{\alpha})} \left(\frac{P e^{i\bar{\alpha} l}}{2\pi \rho} + \frac{\sigma_{yy}^-}{\rho} \right) - \frac{2\bar{\alpha}^2 i \gamma_2}{R(\bar{\alpha})} \left(\frac{Q e^{i\bar{\alpha} l}}{2\pi b^2 \rho} + \frac{\sigma_{xy}^-}{\rho b^2} \right),$$

$$A_2 = \frac{2i\bar{\alpha} \gamma_1 \gamma_2}{b^2 R(\bar{\alpha})} \left(\frac{P e^{i\bar{\alpha} l}}{2\pi \rho} + \frac{\sigma_{yy}^-}{\rho} \right) - \frac{\bar{\chi} \gamma_2}{R(\bar{\alpha})} \left(\frac{Q e^{i\bar{\alpha} l}}{2\pi \rho b^2} + \frac{\sigma_{xy}^-}{\rho b^2} \right).$$

Аналогичная формула получится для C_1 и C_2 .

Отметим, что σ_{xy}^- , σ_{yy}^- и U^+ , V^+ аналитические функции в нижней и верхней полуплоскости плоскости $\bar{\alpha}$.

Вводя величины

$$\Phi^+ = \begin{pmatrix} iU^+ \gamma_2^+ \\ -iV^+ \gamma_2^+ \end{pmatrix}, \quad \Phi^- = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_{xy}^-}{\gamma_2^-} \\ \frac{\sigma_{yy}^-}{\gamma_2^-} \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} -d_1 \\ -d_2 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

можно получить матричное уравнение Винера - Хопфа

$$\Phi^+ = G(\alpha) \Phi^- + g(\alpha), \quad (7)$$

где $G(\alpha) = \begin{pmatrix} -b_{11} & -b_{12} \\ -b_{21} & -b_{22} \end{pmatrix}$.

Решение задачи (7), ограниченное на бесконечности, дано в [3] в виде

$$\Phi(\alpha) = \frac{X(\bar{\alpha})}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(X^+(\zeta))^{-1} g(\zeta)}{\zeta - \bar{\alpha}} d\zeta, \quad (8)$$

где матрица-функция $X(\bar{\alpha})$ удовлетворяет однородным уравнениям

$$X^+(\bar{\alpha}) = G(\bar{\alpha})X^-(\bar{\alpha}), \quad G(\bar{\alpha}) = X^+(\bar{\alpha})(X^-(\bar{\alpha}))^{-1}. \quad (9)$$

Как показано в [3], уравнение для $X^-(\bar{\alpha})$ можно записать в виде системы Фредгольма

$$X^-(\bar{\alpha}) - \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G^{-1}(\bar{\alpha})G(\zeta) - E(\zeta)}{\zeta - \bar{\alpha}} X^-(\zeta) d\zeta = \gamma(\bar{\alpha}), \quad (10)$$

где $\gamma(\bar{\alpha})$ есть асимптотическое поведение $X^-(\bar{\alpha})$ при $\alpha \approx \infty$

$$X^-(\bar{\alpha}) - \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left\{ \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} - E \right\} \begin{pmatrix} y_{11}(\zeta) & y_{12}(\zeta) \\ y_{21}(\zeta) & y_{22}(\zeta) \end{pmatrix}}{\zeta - \bar{\alpha}} d\zeta = \gamma(\bar{\alpha}), \quad (11)$$

где $X^-(\bar{\alpha}) = \begin{pmatrix} y_{11}(\bar{\alpha}) & y_{12}(\bar{\alpha}) \\ y_{21}(\bar{\alpha}) & y_{22}(\bar{\alpha}) \end{pmatrix}$, E - единичная матрица.

$$\begin{aligned} b_{22}(\bar{\alpha})b_{11}(\zeta) - b_{12}(\bar{\alpha})b_{21}(\zeta) &= c_{11}\Delta(\bar{\alpha}), \\ b_{22}(\bar{\alpha})b_{12}(\zeta) - b_{12}(\bar{\alpha})b_{22}(\zeta) &= c_{12}\Delta(\bar{\alpha}), \\ -b_{21}(\bar{\alpha})b_{11}(\zeta) - b_{11}(\bar{\alpha})b_{21}(\zeta) &= c_{21}\Delta(\bar{\alpha}), \\ -b_{21}(\bar{\alpha})b_{12}(\zeta) - b_{11}(\bar{\alpha})b_{22}(\zeta) &= c_{22}\Delta(\bar{\alpha}), \\ \Delta(\bar{\alpha}) &= b_{11}(\bar{\alpha})b_{22}(\bar{\alpha}) - b_{12}(\bar{\alpha})b_{21}(\bar{\alpha}). \end{aligned} \quad (12)$$

Обозначим

$$X^+(\bar{\alpha}) = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}^{-1} \quad (13)$$

Факторизация матрицы $G(\bar{\alpha})$ для больших $\bar{\alpha}$, для которых $\beta_{1,2} \approx -i\bar{\alpha}$, $\gamma_{1,2} \approx i\bar{\alpha}$, т.е. для случая рациональных коэффициентов, дана в [3] и имеет вид $G = X^+(\bar{\alpha})(X^-(\bar{\alpha}))^{-1}$, где можно считать $\bar{\alpha} \approx \infty$,

$$\begin{aligned} X^+(\bar{\alpha}) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad X^-(\bar{\alpha}) = G^{-1}(\bar{\alpha}), \\ G(\bar{\alpha}) &= \begin{pmatrix} a'_1 & a_0 \\ a_0 & -a'_1 \end{pmatrix}, \quad G^{-1}(\bar{\alpha}) = \frac{1}{d} \begin{pmatrix} a'_1 & a_0 \\ a_0 & -a'_1 \end{pmatrix}, \quad d = -a'^2_1 - a^2_0, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{где } a'_1 = \frac{a^2}{2\rho b^2(a^2 - b^2)} + \frac{a_1^2}{2\rho_1 b_1^2(a_1^2 - b_1^2)}, \quad a_0 = \frac{i}{2\rho(a^2 - b^2)} - \frac{i}{2\rho_1(a_1^2 - b_1^2)},$$

при этом в (11) $\gamma(\bar{\alpha}) \approx X^-(\bar{\alpha})$, которая дается формулой (14).

Тогда (7) и (13) дают

$$\begin{pmatrix} \frac{\sigma_{xy}^-}{\gamma_2^-} \\ \frac{\sigma_{yy}^-}{\gamma_2^-} \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} M_1(\zeta) \\ M_2(\zeta) \end{pmatrix} \frac{d\zeta}{\zeta - \bar{\alpha}}, \quad (15)$$

$$\text{где } M_1(\zeta) = \frac{a'_1}{d}(x_{11}(\zeta)d_1 + x_{12}(\zeta)d_2) + \frac{a_0}{d}(x_{21}(\zeta)d_1 + x_{22}(\zeta)d_2) = N_1(\zeta)e^{i\zeta l},$$

$$M_2(\zeta) = \frac{a_0}{d}(x_{11}(\zeta)d_1 + x_{12}(\zeta)d_2) - \frac{a'_1}{d}(x_{21}(\zeta)d_1 + x_{22}(\zeta)d_2) = N_2(\zeta)e^{i\zeta l}.$$

При $\bar{\alpha} \approx \infty$

$$\sigma_{xy}^- = \frac{\gamma_2^-(\bar{\alpha})}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} M_1(\zeta) \frac{d\zeta}{\zeta - \bar{\alpha}}, \quad \sigma_{yy}^- = \frac{\gamma_2^-(\bar{\alpha})}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} M_2(\zeta) \frac{d\zeta}{\zeta - \bar{\alpha}}, \quad (16)$$

Переходя к обратным преобразованиям Лапласа и Фурье, получим при $y = 0$, $x < 0$

$$\begin{aligned} \sigma_{xy} &= -\frac{1}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} ds \int_{-\infty}^{\infty} e^{s(t-\alpha x-\zeta l)} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{\alpha} N_1(\zeta)}{2\pi i} \frac{d\zeta}{\zeta - \alpha}, \\ \sigma_{yy} &= -\frac{1}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} ds \int_{-\infty}^{\infty} e^{s(t-\alpha x-\zeta l)} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{\alpha} N_2(\zeta)}{2\pi i} \frac{d\zeta}{\zeta - \alpha}, \end{aligned} \quad (17)$$

где заменены ζ на $\zeta\omega$, $\bar{\alpha}$ на $\alpha\omega$. Вычисляя интеграл по s в формуле (17) и затем интеграл по α , можно получить решения в форме Смирнова - Соболева

$$\begin{aligned} \sigma_{xy} &= -\frac{1}{\pi} \text{Rei} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_1(\zeta) \sqrt{t-\zeta l}}{\left(\zeta - \frac{t-\zeta l}{x}\right) x \sqrt{x}} d\zeta, \\ \sigma_{yy} &= -\frac{1}{\pi} \text{Rei} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_2(\zeta) \sqrt{t-\zeta l}}{\left(\zeta - \frac{t-\zeta l}{x}\right) x \sqrt{x}} d\zeta, \end{aligned} \quad (18)$$

где понимается конечная часть интеграла. Поскольку при $\alpha \approx \infty$ $\gamma(\alpha) \approx X^-(\alpha) = G^{-1}(\alpha)$, которая дается формулой (14), то (11) дает систему уравнений

$$\begin{aligned}
y_{11}(\bar{\alpha}) - \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_{11}y_{11}(\zeta) + c_{12}(\zeta)y_{21} - y_{11}(\zeta)}{\zeta - \bar{\alpha}} d\zeta &= -\frac{1}{d} \left(\frac{a^2}{2\rho b^2(a^2 - b^2)} + \frac{a_1^2}{2\rho_1 b_1^2(a_1^2 - b_1^2)} \right); \\
y_{12}(\bar{\alpha}) - \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_{11}y_{12}(\zeta) + c_{12}(\zeta)y_{22} - y_{12}(\zeta)}{\zeta - \bar{\alpha}} d\zeta &= -\frac{1}{d} \left(\frac{i}{2\rho(a^2 - b^2)} - \frac{i}{2\rho_1(a_1^2 - b_1^2)} \right); \\
y_{21}(\bar{\alpha}) - \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_{21}y_{11}(\zeta) + c_{22}(\zeta)y_{21} - y_{21}(\zeta)}{\zeta - \bar{\alpha}} d\zeta &= -\frac{1}{d} \left(\frac{i}{2\rho(a^2 - b^2)} - \frac{i}{2\rho_1(a_1^2 - b_1^2)} \right); \\
y_{22}(\bar{\alpha}) - \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_{21}y_{12}(\zeta) + c_{22}(\zeta)y_{22} - y_{22}(\zeta)}{\zeta - \bar{\alpha}} d\zeta &= -\frac{1}{d} \left(\frac{a^2}{2\rho b^2(a^2 - b^2)} + \frac{a_1^2}{2\rho_1 b_1^2(a_1^2 - b_1^2)} \right),
\end{aligned} \tag{19}$$

где вместо $(-\infty, \infty)$ можно взять для расчетов интервал интегрирования $(-5, 5)$, что возможно для приближенных вычислений сходящихся интегралов.

Разрешимость системы (19) показана в [3]. Поскольку $X^+(\bar{\alpha}) = G(\bar{\alpha})X^-(\bar{\alpha})$, имеет место соотношение

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -b_{11} & -b_{12} \\ -b_{21} & -b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix}, \tag{20}$$

откуда для произвольных ζ по известным y_{ik} из (19) найдутся $x_{ik}(\zeta)$, т. е. уже можно из (18) найти σ_{xy} в замкнутом виде. Поведение напряжения σ_{xy} при $x \rightarrow -0$ имеет вид $\sigma_{xy} \doteq 0 \left(\frac{1}{(-x)^{1/2}} \right)$, что соответствует поставленному условию на ребре.

Вводя безразмерные переменные

$$\bar{\alpha} = \frac{\omega}{c_1} \eta, \quad \zeta = \frac{\omega}{c_1} \chi, \quad y_{jk} = 2\rho\alpha^2 \bar{y}_{jk} \quad j, k = 1, 2, \tag{21}$$

в силу (10) можно написать

$$\begin{aligned}
\bar{\Delta}(\chi)c_{11} &= \bar{a}_0(\eta)\bar{a}_0(\chi) - \bar{a}_1(\eta)\bar{a}_1f(\chi), \\
\bar{\Delta}(\chi)c_{12} &= \bar{a}_0(\eta)\bar{a}_1(\chi) - \bar{a}_1(\chi) - \bar{a}_1(\eta)\bar{a}_0(\chi), \\
\bar{\Delta}(\chi)c_{21} &= \bar{a}_0(\eta)\bar{a}_1f(\chi) - \bar{a}_1f(\eta)\bar{a}_0(\chi), \\
\bar{\Delta}(\chi)c_{22} &= \bar{a}_0(\eta)\bar{a}_0(\chi) - \bar{a}_1f(\eta)\bar{a}_1(\chi), \\
\bar{\Delta}(\chi) &= \bar{a}_0^2(\chi) - \bar{a}_1(\chi)\bar{a}_1f(\chi),
\end{aligned} \tag{22}$$

$$\text{где } \bar{a}_1(\eta) = \frac{a^2\gamma_2^2}{b^2R(\eta)} - \frac{a^2b^2}{b_1^4} \frac{\rho}{\rho_1} \frac{\beta_2\gamma_2}{R_1(\eta)}, \quad \bar{a}_1f(\eta) = \frac{\rho}{\rho_1} \frac{b^2}{b_1^4} \frac{a^2\beta_1\gamma_2}{R_1(\eta)} - \frac{a^2\gamma_1\gamma_2}{b^2R_1(\eta)},$$

$$\bar{a}_0(\eta) = (2\beta_1\beta_2 - x_1)\eta\gamma_2 \frac{\rho b^2}{\rho_1 b_1^2 R_1(\eta)} - \frac{(2\gamma_1\gamma_2 - x)\eta\gamma_2}{R(\eta)},$$

$$\overline{R(\eta)} = 4\eta^2 \overline{\gamma_1} \overline{\gamma_2} + \left(\frac{a^2}{b^2} - 2\eta^2 \right)^2; \quad \overline{R_1(\eta)} = 4\eta^2 \overline{\beta_1} \overline{\beta_2} + \left(\frac{a_1^2}{b_1^2} - 2\eta^2 \right)^2,$$

$$\overline{\gamma_1} = \sqrt{1 - \eta^2}; \quad \overline{\gamma_2} = \sqrt{\frac{a^2}{b^2} - \eta^2}; \quad \overline{\beta_1} = -\sqrt{\frac{a^2}{a_1^2} - \eta^2}; \quad \overline{\beta_2} = -\sqrt{\frac{a^2}{b_1^2} - \eta^2}.$$

Численный расчет коэффициентов интенсивности напряжений.

При расчетах взято $\frac{a^2}{b^2} = 3$; $\frac{a_1^2}{b_1^2} = 3$; $\frac{\rho}{\rho_1} = 2$; $\frac{b^2}{b_1^2} = 2$; $\frac{a^2}{a_1^2} = 2$.

После определения $\overline{y}_{jk}$ можно найти согласно (9)

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} = c_1^2 \begin{pmatrix} \overline{x}_{11} & \overline{x}_{12} \\ \overline{x}_{21} & \overline{x}_{22} \end{pmatrix}, \quad (23)$$

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} = -c_1^2 \gamma_2(\alpha) \begin{pmatrix} \overline{y}_{11} & \overline{y}_{12} \\ \overline{y}_{21} & \overline{y}_{22} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \overline{a}_1(\eta) & \overline{a}_0(\eta) \\ \overline{a}_0(\eta) & \overline{a}_1 f(\eta) \end{pmatrix}. \quad (24)$$

После этого с учетом обозначений (21) и заменяя $\omega = i \frac{\partial}{\partial t}$, можно, вычисляя также аналогичным образом σ_{xy} при $y = 0$, $x \approx 0$ и обозначая

$$\overline{M}_1(\chi) = 2(\overline{a}_1 \overline{x}_{21}(\chi) - \overline{a}_0 \overline{x}_{11}(\chi)) \frac{\overline{d}_1(\chi)}{\overline{d}} + 2(\overline{a}_1 \overline{x}_{22}(\chi) - \overline{a}_0 \overline{x}_{22}(\chi) - \overline{a}_0 \overline{x}_{12}(\chi)) \frac{\overline{d}_2(\chi)}{\overline{d}} = N_1(\chi) e^{i\chi t},$$

$$\overline{M}_2(\chi) = -2(\overline{a}_1 \overline{x}_{11}(\chi) + \overline{a}_0 \overline{x}_{21}(\chi) + \overline{a}_0 \overline{x}_{21}(\chi)) \frac{\overline{d}_1(\chi)}{\overline{d}} - 2(\overline{a}_1 \overline{x}_{12}(\chi) + \overline{a}_0 \overline{x}_{22}(\chi)) \frac{\overline{d}_2(\chi)}{\overline{d}} = N_2(\chi) e^{i\chi t},$$

получить

$$\frac{\sigma_{yy} \pi a \sqrt{a}}{b^2} = -Re \frac{\partial}{\partial t} \int_{-5}^5 \frac{1}{\sqrt{x}} \frac{\sqrt{\frac{a}{b}} + \chi \overline{M}_1(\chi)}{\sqrt{t - \frac{l\chi}{a}}} d\chi = P I_1 + P_1 I_2 + Q I_3 + Q_1 I_4, \quad (25)$$

$$\frac{\sigma_{xy} \pi a \sqrt{a}}{b^2} = -Re \frac{\partial}{\partial t} \int_{-5}^5 \frac{1}{\sqrt{x}} \frac{\sqrt{\frac{a}{b}} + \chi \overline{M}_2(\chi)}{\sqrt{t - \frac{l\chi}{a}}} d\chi, \quad \overline{d} = \overline{a}_0^2 - \overline{a}_1 \overline{a}_1 f,$$

$$\overline{d}_1(\chi) = \frac{\left(2\gamma_1 \gamma_2 - \frac{a^2}{b^2} + 2\chi^2 \right) P \chi}{\overline{R(\chi)}} - \frac{a^2 \chi \rho P_1 \left(2\beta_1 \beta_2 + \frac{a^2}{b_1^2} - 2\chi^2 \right)}{b_1^2 \rho_1 \overline{R_1(\chi)}} - \frac{Q}{\overline{R(\chi)}} - \frac{\rho a^4 Q_1}{\rho_1 b_1^4 \overline{R_1(\chi)}},$$

$$\overline{d}_2(\chi) = \frac{P \chi}{\overline{R(\chi)}} + \frac{\left(2\gamma_1 \gamma_2 - \frac{a^2}{b^2} + 2\chi^2 \right) Q \chi}{\overline{R(\chi)}} + \frac{\rho a^4 P_1}{\rho_1 b_1^4 \overline{R_1(\chi)}} - \frac{\left(2\beta_1 \beta_2 + \frac{a^2}{b_1^2} - 2\chi^2 \right) a^2 \rho Q_1 \chi}{\rho_1 b_1^2 \overline{R_1(\chi)}}.$$

Особенности в (25), где подкоренное выражение обращается в нуль, интегрируемые. В (25) следует задавать $t = 0, 1; 1, 3, -\frac{l}{at} = 1$. Результаты расчета для $I_1; I_2; I_3; I_4$ в правой части (25) приведены в таблице.

t	0, 1	1	3
I_1	$-0,16 \times 10^8$	$-0,5 \times 10^6$	$-0,96 \times 10^5$
I_2	$-0,37 \times 10^5$	$-0,12 \times 10^4$	$-0,22 \times 10^3$
I_3	$-0,23 \times 10^7$	$-0,73 \times 10^5$	$-0,14 \times 10^5$
I_4	$0,10 \times 10^7$	$0,33 \times 10^4$	$0,63 \times 10^4$

Горисский филиал ГИУА.

Ա. Ն. Մարտիրոսյան, Ն. Ա. Մարտիրոսյան, Ք. Ս. Կոստանդյան

Իմպուլսների վերաբերյալ խնդիրը կիսաանվերջ ճեղքերի եզրերում

Դիտարկվում է կիսաանվերջ ճեղքի առկայությամբ իզոտրոպ առաձգական միջավայրի շարժման մասին հարթ խնդիրը, երբ վերին և ստորին կիսահարթություններն ունեն քարքեր առաձգական հաստապտույտներ, համապատասխանաբար (λ, μ, ρ) և $(\lambda_1, \mu_1, \rho_1)$: Խնդիրը լուծվում է Լապլասի և Ֆուրյեի ինտեգրալ ձևափոխությունների մեթոդով, որը բերվում է Վիներ - Նոպֆի հավասարումների համակարգի լուծմանը և այնուհետև՝ Ֆրեդհոլմի հավասարումների համակարգին. սա լուծվում է թվայնորեն:

A. N. Martirosyan, H. A. Martirosyan, K. S. Kostandyan

The Problem of Impulses Given on Semiinfinite Crack

The plane problem of motion of isotrop elastic media on presence of semiinfinite crack for halfplanes with different elastic constants is considered.

Литература

1. Багдоев А. Г., Мартиросян А. Н. - МТТ. 1976. N1. С. 100-111.
2. Нобл Б. Применение метода Винера - Хопфа для решения дифференциальных уравнений с частными производными. М. ИЛ. 1962. 279 с.
3. Векуа Н. П. Системы сингулярных интегральных уравнений. М. Наука. 1970. 380 с.

МЕХАНИКА

УДК 539.3

М. В. Белубекян, Э. В. Мартиросян

Щелевые магнитоупругие сдвиговые волны в косом магнитном поле

(Представлено академиком С.А. Амбарцумяном 14/XI 2005)

Ключевые слова: сдвиговые, щелевые волны, магнитное поле, идеальный проводник

Пусть имеются два идеально проводящих полупространства с различными упругими свойствами, разделенных щелью вакуума шириной $2h$. Прямоугольная декартова система координат выбирается так, чтобы плоскость $(x_1 0 x_3)$ находилась на расстоянии h между плоскостями, ограничивающими полупространства, а ось $0x_2$ была направлена по нормали к поверхностям полупространств. В начальном невозмущенном состоянии во всем пространстве предполагается наличие постоянного магнитного поля, вектор напряженности $\vec{H}_0$ которого параллелен плоскости $(x_1 0 x_2)$:

$$\vec{H}_0 = H_{01} \vec{i} + H_{02} \vec{j},$$

где $\vec{i}, \vec{j}$ – орты осей x_1, x_2 , соответственно. Задача состоит в изучении вопроса существования локализованной в щели поверхностной сдвиговой волны.

Отметим, что в случае поперечного магнитного поля, т.е. когда $H_{01} = 0$, поставленная задача исследовалась в [1]. Для косого магнитного поля другие задачи магнитоупругих поверхностных волн рассмотрены в работах [2], [3].

В случае антиплоской упругой деформации $u_j = v_j = 0, w_j = w_j(x_1, x_2, t)$, $j = 1, 2$, а также при предположении, что все искомые величины возмущенного электромагнитного поля не зависят от координаты x_3 , линеаризованные уравнения магнитоупругости [4] имеют вид

$$(C_{ij}^2 + V_{1j}^2) \frac{\partial^2 w_j}{\partial x_1^2} + (C_{ij}^2 + V_{2j}^2) \frac{\partial^2 w_j}{\partial x_2^2} + 2V_{1j}V_{2j} \frac{\partial^2 w_j}{\partial x_1 \partial x_2} = \frac{\partial^2 w_j}{\partial t^2}, \quad j=1,2, \quad (1)$$

где

$$V_{kj}^2 = \frac{\mu_j}{4\pi\rho_j} H_{0k}^2, \quad k=1,2,$$

$C_{ij}^2 = G_j/\rho_j$, G_j - коэффициент Ляме, ρ_j - плотность среды, μ_j - ее магнитная проницаемость. Здесь значения индекса $j=1,2$ соответствуют областям, занимаемым полупространствами $x_2 > h$ и $x_2 < -h$.

Уравнения электродинамики для возмущенного электромагнитного поля в щели $|x_2| < h$ приводятся к виду

$$c^2 \Delta h_3 = \frac{\partial^2 h_3}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial e_1}{\partial t} = c \frac{\partial h_3}{\partial x_2}, \quad (2)$$

где e_1 - компонента вектора напряженности возмущенного электрического поля ($e_2 = e_3 = 0$), h_3 - компонента вектора напряженности возмущенного магнитного поля ($h_1 = h_2 = 0$), Δ - оператор Лапласа, c - электродинамическая постоянная, равная скорости света в вакууме.

На плоскостях $x_2 = \pm h$ решения уравнений (1), (2) должны удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\left(G_j + \frac{\mu_j}{4\pi} H_{02}^2 \right) \frac{\partial w_j}{\partial x_2} + \frac{\mu_j}{4\pi} H_{01} H_{02} \frac{\partial w_j}{\partial x_1} = \frac{1}{4\pi} H_{02} h_3, \\ \frac{\mu_j}{c} H_{02} \frac{\partial w_j}{\partial t} = e_1, \quad j=1,2. \quad (3)$$

Первое из условий (3) означает, что на плоскостях $x_2 = \pm h$ выполняются граничные условия типа свободной границы [4-6]. Второе условие из (3) обеспечивает непрерывность тангенциальной компоненты напряженности e_1 возмущенного электрического поля при переходе через границы $x_2 = \pm h$.

Решения типа поверхностной волны, локализованной в щели $|x_2| < h$, должны удовлетворять также следующим условиям затухания:

$$\lim_{x_1 \rightarrow +\infty} w_1 = 0, \quad \lim_{x_2 \rightarrow -\infty} w_2 = 0 \quad (4)$$

Таким образом, исследуемая задача сводится к решению уравнений (1), (2), удовлетворяющих условиям (3), (4).

Решения уравнений (1), (2) будем искать в виде гармонических волн вида $g(x_2) \exp(i(\omega t - kx_1))$ с частотой ω и волновым числом k , где g - достаточно гладкая неизвестная функция на оси. Нетрудно видеть, что решения уравнений (1), удовлетворяющие условиям затухания (4), имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}w_1 &= A_1 \exp(-kp_1 x_2) \exp(i(\omega t - kx_1 + k\alpha_1 x_2)), \\w_2 &= A_2 \exp(kp_2 x_2) \exp(i(\omega t - kx_1 + k\alpha_2 x_2)),\end{aligned}\quad (5)$$

где A_1, A_2 – произвольные постоянные и

$$\eta = \frac{\omega^2}{k^2}, \quad p_j^2 = \frac{C_{ij}^2 + V_{1j}^2 - \eta}{C_{ij}^2 + V_{2j}^2} - \alpha_j^2, \quad p_j > 0, \quad \alpha_j = \frac{V_{1j} V_{2j}}{C_{ij}^2 + V_{2j}^2}, \quad j = 1, 2.$$

Согласно условиям затухания (4) характеристика η квадрата фазовой скорости волны должна удовлетворять условию:

$$0 < \eta < \eta^* = \min(\eta_1, \eta_2), \quad (6)$$

где $\eta_j = C_{ij}^2 + V_{1j}^2 - \alpha_j^2 (C_{ij}^2 + V_{2j}^2)$, $j = 1, 2$.

Аналогично решения уравнений (2) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}h_3 &= \left(B \exp(-kx_2 \sqrt{1 - \eta/c^2}) + C \exp(kx_2 \sqrt{1 - \eta/c^2}) \right) \exp(i(\omega t - kx_1)), \\e_1 &= -\frac{ck}{i\omega} \sqrt{1 - \eta/c^2} \exp(i(\omega t - kx_1)) \left(B \exp(-kx_2 \sqrt{1 - \eta/c^2}) - C \exp(kx_2 \sqrt{1 - \eta/c^2}) \right),\end{aligned}\quad (7)$$

где B, C – произвольные постоянные.

Для нахождения произвольных постоянных A_1, A_2, B, C используем граничные условия (3). Подставляя из (5), (7) значения w_1, w_2, h_3, e_1 в граничные условия (3), получим линейную однородную систему из четырех уравнений относительно постоянных A_1, A_2, B, C :

$$\begin{aligned}\left(G_1 + \frac{\mu_1}{4\pi} H_{02}^2 \right) k A_1 (i\alpha_1 - p_1) \exp(kh(i\alpha_1 - p_1)) - \frac{\mu_1}{4\pi} H_{01} H_{02} A_1 k i \exp(kh(i\alpha_1 - p_1)) = \\= \frac{1}{4\pi} H_{02} \left(B \exp(-kh \sqrt{1 - \eta/c^2}) + C \exp(kh \sqrt{1 - \mu/c^2}) \right), \\ \frac{\mu_1 \omega^2}{c^2 k} H_{02} A_1 \exp(kh(i\alpha_1 - p_1)) = \sqrt{1 - \eta/c^2} \left(B \exp(-kh \sqrt{1 - \eta/c^2}) - C \exp(kh \sqrt{1 - \eta/c^2}) \right), \\ \left(G_2 + \frac{\mu_2}{4\pi} H_{02}^2 \right) k A_2 (i\alpha_2 + p_2) \exp(-kh(i\alpha_2 + p_2)) - \frac{\mu_2}{4\pi} H_{01} H_{02} A_2 k i \exp(-kh(i\alpha_2 + p_2)) = \\= \frac{1}{4\pi} H_{02} \left(B \exp(kh \sqrt{1 - \eta/c^2}) + C \exp(-kh \sqrt{1 - \eta/c^2}) \right), \\ \frac{\mu_2 \omega^2}{c^2 k} H_{02} A_2 \exp(-kh(i\alpha_2 + p_2)) = \sqrt{1 - \eta/c^2} \left(B \exp(kh \sqrt{1 - \eta/c^2}) - C \exp(-kh \sqrt{1 - \eta/c^2}) \right).\end{aligned}$$

Подставляя значения A_1, A_2 из первого и третьего уравнений соответственно во второе и четвертое, получим линейную однородную систему относительно неизвестных B, C

$$\begin{aligned}-d_1 \left(B \exp(-kh \sqrt{1 - \eta/c^2}) + C \exp(kh \sqrt{1 - \eta/c^2}) \right) = B \exp(-kh \sqrt{1 - \eta/c^2}) - \\ - C \exp(kh \sqrt{1 - \mu/c^2}),\end{aligned}$$

$$d_2 \left(B \exp \left(kh \sqrt{1 - \eta/c^2} \right) + C \exp \left(-kh \sqrt{1 - \eta/c^2} \right) \right) = B \exp \left(kh \sqrt{1 - \eta/c^2} \right) - C \exp \left(-kh \sqrt{1 - \mu/c^2} \right)$$

или равносильно

$$\begin{aligned} (1 + d_1) B \exp \left(-kh \sqrt{1 - \eta/c^2} \right) + (d_1 - 1) C \exp \left(kh \sqrt{1 - \eta/c^2} \right) &= 0, \\ (1 - d_2) B \exp \left(kh \sqrt{1 - \eta/c^2} \right) - (1 + d_2) C \exp \left(-kh \sqrt{1 - \eta/c^2} \right) &= 0, \end{aligned}$$

где обозначено

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{\mu_1 \omega^2 H_{02}^2}{4\pi c^2 k^2 \sqrt{1 - \eta/c^2} \left[\left(G_1 + \frac{\mu_1}{4\pi} H_{02}^2 \right) (p_1 - i\alpha_1) + \frac{\mu_1}{4\pi} i H_{01} H_{02} \right]}, \\ d_2 &= \frac{\mu_2 \omega^2 H_{02}^2}{4\pi c^2 k^2 \sqrt{1 - \mu/c^2} \left[\left(G_2 + \frac{\mu_2}{4\pi} H_{02}^2 \right) (p_2 + i\alpha_2) - \frac{\mu_2}{4\pi} i H_{01} H_{02} \right]} \end{aligned}$$

Отметим, что

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{\eta V_{21}^2}{c^2 \sqrt{1 - \eta/c^2} \left[(C_{11}^2 + V_{21}^2) (p_1 - i\alpha_1) + i V_{11} V_{21} \right]} = \frac{\eta V_{21}^2}{c^2 p_1 \sqrt{1 - \eta/c^2} (C_{11}^2 + V_{21}^2)}, \\ d_2 &= \frac{\eta V_{22}^2}{c^2 \sqrt{1 - \eta/c^2} \left[(C_{12}^2 + V_{22}^2) (p_2 + i\alpha_2) - i V_{12} V_{22} \right]} = \frac{\eta V_{22}^2}{c^2 p_2 \sqrt{1 - \eta/c^2} (C_{12}^2 + V_{22}^2)}. \end{aligned} \quad (8)$$

Приравнявая нулю определитель системы относительно неизвестных B, C , получим дисперсионное уравнение задачи:

$$-(1 + d_1)(1 + d_2) \exp \left(-2kh \sqrt{1 - \eta/c^2} \right) + (1 - d_1)(1 - d_2) \exp \left(2kh \sqrt{1 - \eta/c^2} \right) = 0, \quad 0 < \eta < \eta^*,$$

т. е. $(1 + d_1 d_2) \operatorname{th} \left(2kh \sqrt{1 - \eta/c^2} \right) = d_1 + d_2, \quad 0 < \eta < \eta^*.$

Подставляя здесь значения d_1, d_2 из (8), найдем окончательный вид дисперсионного уравнения:

$$\left[p_1 p_2 (1 - \eta/c^2) + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \eta^2 \right] \operatorname{th} \left(2kh \sqrt{1 - \eta/c^2} \right) = \eta \sqrt{1 - \eta/c^2} (\varepsilon_1 p_2 + \varepsilon_2 p_1), \quad 0 < \eta < \eta^*, \quad (9)$$

где

$$\varepsilon_j = \frac{V_{2j}^2}{c^2 (C_{1j}^2 + V_{2j}^2)}, \quad j = 1, 2.$$

Замечая, что величина $\varepsilon_1 \varepsilon_2$ очень мала по сравнению с $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, заменим дисперсионное уравнение (9) приближенным уравнением

$$p_1 p_2 \sqrt{1 - \eta/c^2} \operatorname{th} \left(2kh \sqrt{1 - \eta/c^2} \right) = \eta (\varepsilon_1 p_2 + \varepsilon_2 p_1), \quad 0 < \eta < \eta^* \quad (10)$$

Пусть $H_{02} = 0$, т.е. вектор напряженности $\vec{H}_0$ магнитного поля направлен вдоль оси x_1 . Тогда $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ и, как легко видеть, уравнение (9)

не имеет корней в интервале $(0, \eta^*)$. Итак, в этом случае щелевой магнитоупругой сдвиговой волны не существует.

Пусть теперь $H_{02} \neq 0$, тогда $\varepsilon_1 > 0, \varepsilon_2 > 0$. В этой ситуации докажем, что уравнение (10) всегда имеет корень в интервале $(0, \eta^*)$. В самом деле, так как $p_1(\eta_1) = p_2(\eta_2) = 0$ и $\eta^* = \min(\eta_1, \eta_2)$, то без ограничения общности можно считать, что $p_1(\eta^*) = 0$. Рассмотрим на отрезке $[0, \eta^*]$ функцию

$$F(\eta) = p_1 \sqrt{1 - \eta/c^2} \operatorname{th}(2kh \sqrt{1 - \eta/c^2}) - \eta \left(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \frac{p_1}{p_2} \right).$$

Легко проверить, что F непрерывна на отрезке $[0, \eta^*]$, причем

$$F(0) = p_1(0) \operatorname{th}(2kh) > 0, \quad F(\eta^*) \leq -\varepsilon_1 \eta^* < 0.$$

Следовательно, согласно теореме Больцано-Коши равносильное (10) уравнение $F(\eta) = 0$ имеет корень в интервале $(0, \eta^*)$.

Таким образом, если $H_{02} \neq 0$, то в рассматриваемой постановке магнитоупругая локализованная в щели сдвиговая волна существует.

Рассмотрим два предельных случая уравнения (10). Пусть сперва $kh \rightarrow \infty$ (коротковолновое приближение или же расстояние между полупространствами очень большое). Тогда имеем $\operatorname{th}(2kh \sqrt{1 - \eta/c^2}) \rightarrow 1$ и из (10) получим предельное уравнение:

$$p_1 p_2 \sqrt{1 - \eta/c^2} = \eta (\varepsilon_1 p_2 + \varepsilon_2 p_1), \quad 0 < \eta < \eta^*. \quad (11)$$

В частности, если полупространства имеют одинаковые физико-механические свойства ($\varepsilon_j = \varepsilon, p_j = p, j = 1, 2$), то уравнение (11) упрощается и сводится к дисперсионному уравнению для поверхностной сдвиговой волны вдоль границы полупространства [3]

$$p \sqrt{1 - \eta/c^2} = 2\varepsilon \eta, \quad 0 < \eta < \eta^*.$$

Пусть теперь $kh \rightarrow 0$ (длинноволновое приближение или узкая щель между полупространствами). Тогда имеем $\operatorname{th}(2kh \sqrt{1 - \eta/c^2}) \sim 2kh \sqrt{1 - \eta/c^2}$ и из (10) получим предельное уравнение:

$$p_1 p_2 (1 - \eta/c^2) = \frac{\eta}{2kh} (\varepsilon_1 p_2 + \varepsilon_2 p_1), \quad 0 < \eta < \eta^*. \quad (12)$$

С целью числовых расчетов преобразуем уравнение (12). Вводя безразмерные величины

$$a = \frac{\omega^2}{k^2 C_{11}^2}, \quad \theta_{ij} = \frac{V_{1j}^2}{C_{ij}^2}, \quad \theta_{ij} = \frac{V_{2j}^2}{C_{ij}^2}, \quad \lambda_j = \frac{C_{ij}^2}{c^2} \quad (j = 1, 2),$$

будем иметь формулы:

$$p_1^2 = \frac{1+\theta_{i1}-a}{1+\theta_{i1}} \frac{\theta_{i1}\theta_{i1}}{(1+\theta_{i1})^2}, \quad p_2^2 = \frac{1+\theta_{i2}-a(\lambda_1/\lambda_2)}{1+\theta_{i2}} \frac{\theta_{i2}\theta_{i2}}{(1+\theta_{i2})^2}, \quad \varepsilon_1 = \frac{\theta_{i1}}{c^2(1+\theta_{i1})},$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\theta_{i2}}{c^2(1+\theta_{i2})}, \quad \eta_1 = \frac{1+\theta_{i1}+\theta_{i1}}{1+\theta_{i1}}, \quad \eta_2 = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) \frac{1+\theta_{i2}+\theta_{i2}}{1+\theta_{i2}}.$$

Уравнение (12) примет следующий вид :

$$p_1 p_2 (1-\lambda_1 a) = \frac{a}{2kh} \lambda_1 \left(\frac{\theta_{i1} p_2}{1+\theta_{i1}} + \frac{\theta_{i2} p_1}{1+\theta_{i2}} \right), \quad 0 < a < \eta^*. \quad (13)$$

В случае полупространств с одинаковыми физико-механическими свойствами ($\lambda_j = \lambda, \theta_{ij} = \theta_i, \theta_{ij} = \theta_i, p_j = p, j=1,2$) уравнение (13) упрощается и сводится к такому:

$$p(1-\lambda a) = \frac{a\lambda\theta_i}{kh(1+\theta_i)}, \quad 0 < a < \eta^*, \quad \text{где} \quad \eta^* = 1 + \frac{\theta_i}{1+\theta_i} \quad (14)$$

Некоторые численные значения величины a , полученные решением уравнения (14), приведены в таблице ниже.

θ_i	θ_i	λ	kh	a
0	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-8}	10^{-6}	$1 - 3.3 \cdot 10^{-6}$
0	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-8}	10^{-7}	$1 - 3.3 \cdot 10^{-4}$
0	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-8}	10^{-8}	$1 - 3.3 \cdot 10^{-2}$
10^{-2}	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-8}	10^{-6}	$1.0083 - 3.4 \cdot 10^{-6}$
10^{-2}	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-8}	10^{-7}	$1.0083 - 3.4 \cdot 10^{-4}$
10^{-2}	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-8}	10^{-8}	$1.0083 - 3.4 \cdot 10^{-2}$
$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-8}	10^{-6}	$1.0167 - 3.5 \cdot 10^{-6}$
$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-8}	10^{-7}	$1.0167 - 3.5 \cdot 10^{-4}$
$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-8}	10^{-8}	$1.0167 - 3.5 \cdot 10^{-2}$
$5 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-8}	10^{-6}	$1.0417 - 3.7 \cdot 10^{-6}$
$5 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-8}	10^{-7}	$1.0417 - 3.7 \cdot 10^{-4}$
$5 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-8}	10^{-8}	$1.0417 - 3.7 \cdot 10^{-2}$
$8 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-8}	10^{-6}	$1.0667 - 3.9 \cdot 10^{-6}$
$8 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-8}	10^{-7}	$1.0667 - 3.9 \cdot 10^{-4}$
$8 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-8}	10^{-8}	$1.0667 - 3.9 \cdot 10^{-2}$
10^{-1}	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-8}	10^{-6}	$1.0833 - 4 \cdot 10^{-6}$
10^{-1}	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-8}	10^{-7}	$1.0833 - 4 \cdot 10^{-4}$
10^{-1}	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-8}	10^{-8}	$1.0833 - 4 \cdot 10^{-2}$

Примечания: θ_i — продольное магнитное поле, θ_i — поперечное магнитное поле. Влияние уменьшается при возрастании θ_i .

Ճեղքավոր մագնիսաառանձգական սահքի ալիքներ թեք մագնիսաան դաշտում

Դիսարկվում են երկու կիսադարձություններ առանձգական իդեալապես հաղորդիչ նյութերից, որոնք անջատվում են իրարից վակուումի ճեղքով: Արտաքին հաստատուն մագնիսական դաշտի առկայությունը, որը գործում է կիսադարձությունների եզրերին ուղղահայաց հարթությունում, ապահովում է փոխազդեցությունը զրգոված էլեկտրա-մագնիսական դաշտի և կիսադարձությունների առանձգական տեղափոխությունների դաշտերի միջև: Ցույց է տրվում որ նշված փոխազդեցությունը բերում է ճեղքում տեղայնացված մակերևութային սահքի ալիքների առաջացմանը:

M. V. Belubekyan, E. V. Martirosyan

Splitting Magnetoelastic Shifting Waves in Slant Magnetic Field

We consider a system of two elastic perfectly conducting semi - spaces which separated by vacuum split. There is external constant magnetic field acting in a plane that perpendicular to the boundaries of semi - spaces. It shown that the interaction between indignant electromagnetic field and fields of elastic displacements of semi - spaces becomes to existence of surface shifting waves located in the split.

Литература

1. Белубекян М. В. В сб.: Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. Изд-во АН АрмССР. Ереван. 1984. С. 70 — 74.
2. Chakraborty S., Chattopadhyay M. — Journal of Applied Mechanics (Trans. of the ASME). 1998, V. 65. N 2. P. 535 — 539.
3. Мартиросян Э. В. — Изв. НАН Армении. Механика. 2004. Т. 57. N 1. 63 — 69.
4. Kaliski S., Rogula D. — Proc. of Vibr. Probl. 1960. N 5. P.63 — 80.
5. Геворкян А. В., Казарян К. Б. В сб.: Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. Изд-во АН АрмССР. Ереван. 1984. С. 111 — 115.
6. Геворкян А. В. В сб.: Исследования по механике твердого деформируемого тела. Изд-во АН АрмССР. Ереван. 1981. С. 81 — 86.

УДК 539.3

А. С. Аветисян, Д. Р. Алексанян

Об одной задаче термоупругой устойчивости составной круговой кольцевой
пластинки

(Представлено академиком С.А. Амбарцумяном 21/IV 2006)

Ключевые слова: термоупругость, термоустойчивость, составная
пластина, критическая температура, зона сжатия

1. Обозначим через E_i , ν_i , α_i ($i=1,2$) модуль упругости, коэффициент Пуассона и коэффициент теплового расширения материалов I и II частей составной пластинки. Вследствие радиальной симметрии задача плоско-напряженного состояния теории термоупругости составной кольцевой пластинки сводится к определению компоненты перемещения $u_i(r)$ по радиальному направлению, которая удовлетворяет следующему дифференциальному уравнению [1-4]

$$\frac{d^2 u_i}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du_i}{dr} - \frac{1}{r^2} u_i = 0. \quad (1.1)$$

Статически эквивалентные напряжениям $\sigma_r^{(i)}$, $\sigma_\theta^{(i)}$ ($i=1,2$) внутренние усилия определяются следующим образом

$$\begin{aligned} N_r^{(i)} &= \frac{E_i h}{1-\nu_i^2} \left[\frac{du_i}{dr} + \nu_i \frac{u_i}{r} - (1+\nu_i) \alpha_i T \right], \\ N_\theta^{(i)} &= \frac{E_i h}{1-\nu_i^2} \left[\frac{u_i}{r} + \nu_i \frac{du_i}{dr} - (1+\nu_i) \alpha_i T \right], \quad i=1,2, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где T - изменение температуры, h - толщина пластинки.

Решения уравнений (1,1) в срединной плоскости на окружностях $r=c$ и $r=a$ удовлетворяют следующим условиям свободного края, а на линии контакта $r=b$ - условиям идеального контакта

$$\begin{aligned} N_r^{(1)} &= 0 \text{ на } r=c, \quad N_r^{(2)} = 0 \text{ на } r=a, \\ u_1 &= u_2, \quad N_r^{(1)} = N_r^{(2)} \text{ на } r=b. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Решения уравнений (1,1) имеют следующий вид

$$\begin{aligned} u_1(r) &= C_1 r + \frac{C_2}{r}, & c \leq r < b, \\ u_2(r) &= D_1 r + \frac{D_2}{r}, & b < r \leq a, \end{aligned} \quad (1.4)$$

Для внутренних усилий, соответствующих перемещениям (1.4) получим следующие формулы

$$\begin{aligned} N_r^{(1)} &= -\frac{E_1 h}{1+\nu_1} \mu \varkappa \lambda^* \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{r^2} \right), \\ N_\theta^{(1)} &= -\frac{E_1 h}{1+\nu_1} \mu \varkappa \lambda^* \left(\frac{1}{c^2} + \frac{1}{r^2} \right), & c \leq r < b, \\ N_r^{(2)} &= \frac{E_2 h}{1+\nu_2} \varkappa \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{r^2} \right), \\ N_\theta^{(2)} &= \frac{E_2 h}{1+\nu_2} \varkappa \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{r^2} \right), & b < r \leq a, \end{aligned} \quad (1.5)$$

где $\mu = \frac{G_2}{G_1}$, G_1 и G_2 модули сдвига материалов в области I и II,

$$\varkappa = \frac{b^2 T (\alpha_1 - \alpha_2)}{1 + \lambda_2^2 \nu_2^* + \mu \lambda^* (1 + \lambda_1^2 \nu_1^2)}, \quad \nu_i^* = \frac{1 - \nu_i}{1 + \nu_i}, \quad \lambda^* = \frac{1 - \lambda_2^2}{\lambda_1^2 - 1}, \quad \lambda_1 = \frac{b}{c}, \quad \lambda_2 = \frac{b}{a}.$$

2. Осесимметричная задача термоупругой устойчивости составной кольцевой пластинки сводится к решению следующей краевой задачи:

$$D_i \Delta \Delta w_i = -[N_r^{(i)}(r) \varkappa_1^{(i)} + N_\theta^{(i)}(r) \varkappa_2^{(i)}], \quad i = 1, 2, \quad (2.1)$$

где D_i - цилиндрическая жесткость пластинки, w_i - поперечный прогиб пластинки, $\varkappa_1^{(i)}$, $\varkappa_2^{(i)}$ - кривизны изогнутой поверхности по направлению диаметра и перпендикулярному ему направлению,

$$\begin{aligned} D_i &= \frac{E_i h^3}{12(1 - \nu_i^2)}, \quad \Delta = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr}, \\ \varkappa_1^{(i)} &= -\frac{d^2 w}{dr^2}, \quad \varkappa_2^{(i)} = -\frac{1}{r} \frac{dw_i}{dr}, \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

Перерезывающие силы и изгибающие моменты определяются следующими формулами

$$M_r^{(i)} = D_i (\varkappa_1^{(i)} + \nu_i \varkappa_2^{(i)}); \quad Q_r^{(i)} = -D_i \frac{d}{dr} (\Delta w_i), \quad i = 1, 2.$$

Решения (2.1) на линии контакта $r = b$ должны удовлетворять следующим условиям идеального контакта:

$$\begin{aligned} w_1 &= w_2, & \frac{dw_1}{dr} &= \frac{dw_2}{dr}, \\ M_r^{(1)} &= M_r^{(2)}, & Q_r^{(1)} &= Q_r^{(2)} \quad \text{на} \quad r = b. \end{aligned} \quad (2.2)$$

В случае шарнирного опирания на контурах $r=c$, $r=a$ должны выполняться следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} w_1 &= 0, & M_r^{(1)} &= 0 & \text{на} & r=c, \\ w_2 &= 0, & M_r^{(2)} &= 0 & \text{на} & r=a. \end{aligned} \quad (2.3)$$

В случае, когда контуры $r=c$ и $r=a$ свободны от внешних силовых воздействий и связей, имеем:

$$\begin{aligned} M_r^{(1)} &= 0, & Q_r^{(1)} &= 0 & \text{на} & r=c, \\ M_r^{(2)} &= 0, & Q_r^{(2)} &= 0 & \text{на} & r=a. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Уравнения, определяющие поперечные перемещения w_i ($i=1,2$), приводятся к следующему виду:

$$\Delta \Delta w_1 + \frac{12(1-\nu_1)}{h^2} \frac{\mu \lambda^* \lambda_1^2}{\Delta} T(\alpha_1 - \alpha_2) \left[\left(1 + \frac{c^2}{r^2} \right) \Delta w_1 - \frac{2c^2}{r^2} \frac{d^2 w_1}{dr^2} \right] = 0, \quad (2.5)$$

$$\Delta \Delta w_2 - \frac{12(1-\nu_1)}{h^2} \frac{\lambda_2^2}{\Delta} T(\alpha_1 - \alpha_2) \left[\left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \Delta w_2 - \frac{2a^2}{r^2} \frac{d^2 w_2}{dr^2} \right] = 0, \quad (2.6)$$

где $\Delta = 1 + \lambda_2^2 \nu_2^* + \mu \lambda^* (1 + \lambda_1^2 \nu_1^*)$.

Рассмотрим следующие случаи.

Пусть $T(\alpha_1 - \alpha_2) > 0 \Rightarrow T > 0$, $\alpha_1 > \alpha_2$ или $T < 0$, $\alpha_1 < \alpha_2$.

Обозначим

$$\begin{aligned} \beta_1^2 &= \frac{12(1-\nu_1)}{h^2} \frac{\mu \lambda^* \lambda_1^2}{\Delta} T(\alpha_1 - \alpha_2), & \beta_1 r &= x_1, \\ \beta_2^2 &= \frac{12(1-\nu_2)}{h^2} \frac{\lambda_2^2}{\Delta} T(\alpha_1 - \alpha_2), & \beta_2 r &= x_2. \end{aligned}$$

Уравнения (2.5) и (2.6) примут вид

$$\Delta_x \Delta_x w_1 + \left(1 + \frac{c^2 \beta_1^2}{x_1^2} \right) \Delta_x w_1 - \frac{2\beta_1^2 c^2}{r^2} \frac{d^2 w_1}{dx_1^2} = 0, \quad (2.7)$$

$$\Delta_x \Delta_x w_2 - \left(1 + \frac{a^2 \beta_2^2}{x_2^2} \right) \Delta_x w_2 + \frac{2a^2 \beta_2^2}{x_2^2} \frac{d^2 w_2}{dx_2^2} = 0, \quad (2.8)$$

где $\Delta_x = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d}{dx}$.

Обозначив $w_i' = z_i$, после некоторых преобразований решение уравнения (2.7) можно свести к решению уравнения

$$x_1^2 z_1'' + x_1 z_1' - (\xi^2 - x_1^2) z_1 = C x_1, \quad (2.9)$$

а решение уравнения (2.8) – к решению уравнения

$$x_2^2 z_2'' + x_2 z_2' - (\eta^2 + x_2^2) z_2 = \bar{C} x_2. \quad (2.10)$$

Здесь C и $\bar{C}$ – постоянные интегрирования $\xi^2 = 1 + c^2 \beta_1^2$, $\eta^2 = 1 - a^2 \beta_2^2$.

Общее решение уравнения (2.9) представляется в виде

$$z_1 = C_1(x)J_\xi(x_1) + C_2(x_1)Y_\xi(x_1), \quad (2.11)$$

где $I_\xi(x_1)$, $Y_\xi(x_1)$ - функции Бесселя первого и второго рода, а произвольные функции $C_1(x)$, $C_2(x)$ определяют методом вариации произвольного постоянного [5].

Окончательно для w_1 получим

$$w_1 = \int_{\beta_{1c}}^{x_1} [\bar{C}_1 J_\xi(x) + \bar{C}_2 Y_\xi(x)] dx + \frac{C\pi}{2} \int_{\beta_{1c}}^{x_1} f_1(x) dx + C_o, \quad (2.12)$$

$$\text{где } f_1(x) = Y_\xi(x) \int_{\beta_{1c}}^x J_\xi(x_2) dx_2 - J_\xi(x) \int_{\beta_{1c}}^x Y_\xi(x_2) dx_2.$$

Аналогичным образом для $w_2(x_2)$ получим

$$w_2 = \int_{\beta_{2a}}^{x_2} [\bar{E}_1 I_\eta(x) + \bar{E}_2 K_\eta(x)] dx + \bar{C} \int_{\beta_{2a}}^{x_2} f_2(x) dx + E_o, \quad (2.13)$$

где $J_\eta(x_2)$, $K_\eta(x_2)$ - цилиндрические функции мнимого аргумента,

$$f_2(x) = I_\eta(x) \int_{\beta_{2a}}^x K_\eta(x_2) dx_2 - K_\eta(x) \int_{\beta_{2a}}^x I_\eta(x_2) dx_2.$$

3. Пусть $T(\alpha_1 - \alpha_2) < 0 \Rightarrow T < 0$, $\alpha_1 > \alpha_2$ или $T > 0$, $\alpha_1 < \alpha_2$.

В этом случае уравнения (2.5) и (2.6) представим в виде

$$\Delta_x \Delta_x w_1 - \left(1 + \frac{\bar{\beta}_1^2 c^2}{x_1^2}\right) \Delta_x w_1 + \frac{2\bar{\beta}_1^2 c^2}{x_1^2} \frac{d^2 w_1}{d x_1^2} = 0, \quad (3.1)$$

$$\Delta_x \Delta_x w_2 + \left(1 + \frac{\bar{\beta}_2^2 a^2}{x_2^2}\right) \Delta_x w_2 - \frac{2\bar{\beta}_2^2 a^2}{x_2^2} \frac{d^2 w_2}{d x_2^2} = 0, \quad (3.2)$$

$$\text{где } \bar{\beta}_1^2 = \frac{12(1-\nu_1)}{h^2} \frac{\mu \lambda^* \lambda_1^2}{\Delta} T(\alpha_2 - \alpha_1), \quad \bar{\beta}_1 r = x_1,$$

$$\bar{\beta}_2^2 = \frac{12(1-\nu_2)}{h^2} \frac{\lambda_2^2}{\Delta} T(\alpha_2 - \alpha_1), \quad \bar{\beta}_2 r = x_2.$$

Для поперечных перемещений w_1 и w_2 окончательно получаются следующие представления

$$w_1 = \int_{\beta_{1c}}^x [\bar{F}_1 I_{\bar{\eta}}(x) + \bar{F}_2 K_{\bar{\eta}}(x)] dx + C \int_{\beta_{1c}}^x \bar{f}_1(x) dx + F_o, \quad (3.3)$$

$$w_2 = \int_{\beta_{2a}}^{x_2} [\bar{H}_1 J_{\bar{\xi}}(x) + \bar{H}_2 Y_{\bar{\xi}}(x)] dx + \frac{H_o \pi}{2} \int_{\beta_{2a}}^{x_2} \bar{f}_2(x) dx + H_o, \quad (3.4)$$

$$\text{где } \bar{\eta}^2 = 1 - c^2 \bar{\beta}_1^2, \quad \bar{\xi}^2 = 1 + a^2 \bar{\beta}_2^2,$$

$$\bar{f}_1(x) = I_{\bar{\eta}}(x) \int_{\beta_1 c}^x K_{\bar{\eta}}(x_2) dx_2 - K_{\bar{\eta}}(x) \int_{\beta_2 c}^x I_{\bar{\eta}}(x_2) dx_2,$$

$$\bar{f}_2(x) = Y_{\bar{\xi}}(x) \int_{\beta_2 a}^x J_{\bar{\xi}}(x_2) dx_2 - J_{\bar{\xi}}(x) \int_{\beta_1 a}^x Y_{\bar{\xi}}(x_2) dx_2,$$

4. В предельных случаях, когда 1) $E_2 \rightarrow \infty$, $\alpha_2 \rightarrow 0$, 2) $E_1 \rightarrow \infty$, $\alpha_1 \rightarrow 0$.

Задача термоупругой устойчивости сотовой пластинки сводится к двум задачам термоустойчивости однородной кольцевой пластинки, когда пластинка подвергается равномерному изменению температуры.

При этом в первом случае кольцевая пластинка по внешнему контуру $r = a$ срединной плоскости закреплена, а по внутреннему контуру $r = b$ свободна от внешних силовых воздействий и связей, во втором случае пластинка по внутреннему контуру $r = b$ закреплена в срединной плоскости, а по внешнему свободна от внешних силовых воздействий и связей.

В этих предельных случаях для усилий имеем

$$N_r^{(1)} = -\frac{Eh}{1+\nu} \frac{\alpha T \bar{\lambda}^2}{1+\bar{\lambda}^2 \nu^*} \left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right), \quad N_{\theta}^{(1)} = -\frac{Eh}{1+\nu} \frac{\alpha T \bar{\lambda}^2}{1+\bar{\lambda}^2 \nu^*} \left(1 + \frac{b^2}{r^2}\right), \quad (4.1)$$

$$N_r^{(2)} = -\frac{Eh}{1+\nu} \frac{\alpha T \lambda^2}{1+\lambda^2 \nu^*} \left(\frac{a^2}{r^2} - 1\right), \quad N_{\theta}^{(2)} = -\frac{Eh}{1+\nu} \frac{\alpha T \lambda^2}{1+\lambda^2 \nu^*} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right), \quad (4.2)$$

где $\nu^* = \frac{1-\nu}{1+\nu}$, $\bar{\lambda} = \frac{a}{b} > 1$, $\lambda = \frac{b}{a}$.

В первом случае, когда $T < 0$, т. е. начиная с температуры соединения, пластинка равномерно охлаждается:

$$N_r^{(1)} > 0, \quad N_{\theta}^{(1)} > 0 \quad \text{при } b \leq r \leq a,$$

плоская форма пластинки устойчива.

Во втором случае возможна потеря устойчивости плоской формы пластинки как при нагревании, так и при охлаждении.

В первом случае при $T > 0$ для определения поперечного перемещения w получим дифференциальное уравнение

$$\Delta \Delta w + \frac{Eh}{1+\nu} \frac{\alpha T \bar{\lambda}^2}{(1+\bar{\lambda}^2 \nu^*)D} \left[\left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right) \frac{d^2 w}{dr^2} + \left(1 + \frac{b^2}{r^2}\right) \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right] \quad (4.3)$$

Общее решение уравнения (4.3) имеет вид

$$w = \int_{\beta a}^x [\bar{C}_1 J_{\bar{\xi}}(x_1) + \bar{C}_2 Y_{\bar{\xi}}(x_1)] dx_1 + \frac{C_0 \pi}{2} \int_{\beta a}^x \left[-J_{\bar{\xi}}(x_1) \int_{\beta a}^{x_1} Y_{\bar{\xi}}(x_2) dx_2 + \right. \\ \left. + Y_{\bar{\xi}}(x_1) \int_{\beta a}^{x_1} J_{\bar{\xi}}(x_2) dx_2 \right] dx_1 + F_0, \quad (4.4)$$

где $\beta^2 = \frac{Eh}{1+\nu} \frac{\alpha T \bar{\lambda}^2}{(1+\bar{\lambda}^2 \nu^*)D}$, $\xi^2 = 1 + \beta^2 b^2$, $\beta r = x$, $b \leq r \leq a$.

Во втором случае при $T > 0$ поперечное перемещение w удовлетворяет уравнению

$$\Delta \Delta w_1 - \beta_1^2 \left[\left(\frac{a^2}{r^2} - 1 \right) \frac{d^2 w_1}{dr^2} - \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \frac{1}{r} \frac{dw_1}{dr} \right] = 0, \quad (4.5)$$

общее решение которого имеет вид

$$w_1 = \int_{\beta_1 b}^{x_1} \left[E_1 J_{\xi_1}(x) + E_2 Y_{\xi_1}(x) \right] dx + \frac{H_o \pi}{2} \int_{\beta_1 b}^{x_1} \left[-J_{\xi_1}(x_2) dx_2 + \right. \\ \left. + Y_{\xi_1}(x) \int_{\beta_1 b}^x J_{\xi_1}(x_2) dx_2 \right] dx + E_o, \quad (4.6)$$

где $\beta_1^2 = \frac{Eh}{1+\nu} \frac{\alpha T \lambda^2}{(1+\lambda^2 \nu^*)D}$, $\xi_1^2 = 1 + \beta_1^2 a^2$, $\beta_1 r = x_1$, $\beta \leq r \leq a$.

При $T < 0$ для w получим уравнение

$$\Delta \Delta w_2 + \beta_2^2 \left[\left(\frac{a^2}{r^2} - 1 \right) \frac{d^2 w_2}{dr^2} - \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \frac{1}{r} \frac{dw_2}{dr} \right] = 0, \quad (4.7)$$

общее решение которого имеет вид

$$w_2 = \int_{\beta_2 b}^{x_2} \left[A_1 I_\eta(x_1) + A_2 K_\eta(x_1) \right] dx_1 + F_o \int_{\beta_2 b}^{x_2} \left[I_\eta(x_1) \int_{\beta_2 b}^{x_1} \left[K_\eta(x) dx - \right. \right. \\ \left. \left. - K_\eta(x_1) \int_{\beta_2 b}^{x_1} I_\eta(x) dx \right] dx_1 + A_o, \quad (4.8)$$

где $\beta_2^2 = -\frac{Eh}{1+\nu} \frac{\alpha T \lambda^2}{(1+\lambda^2 \nu^*)D}$, $\eta^2 = 1 - a^2 \beta_2^2$, $\beta_2 r = x_2$, $b \leq r \leq a$.

Допустим, что в первом и втором случаях, когда $T > 0$, поперечные перемещения w , определяемые по формулам (4.4) и (4.6), на контурах $r=b$ и $r=a$ удовлетворяют следующим граничным условиям.

1. Контур $r=a$ зашцеplen, $r=b$ свободен:

$$w=0, \quad w'=0 \quad \text{при} \quad x=\beta a, \\ x z' + \nu z = 0, \quad x^2 z'' + x z' - z = 0 \quad \text{при} \quad x=\beta b, \quad (4.9)$$

2. Контур $r=a$ свободен, $r=b$ зашцеplen:

$$x_1 z' + \nu z = 0, \quad x_1^2 z'' + x_1 z' - z = 0 \quad \text{при} \quad x_1 = \beta_1 a, \\ w=0, \quad w'=0 \quad \text{при} \quad x_1 = \beta_1 b. \quad (4.10)$$

Удовлетворяя условиям (4.9) и (4.10), для постоянных интегрирования получаем системы линейных однородных уравнений. Из условия существования нетривиального решения этих систем получим следующие уравнения:

в первом случае

$$\frac{(\xi + \nu)Y_{\xi}(\beta b) - \beta b Y_{\xi+1}(\beta b)}{(\xi + \nu)J_{\xi}(\beta b) - \beta b J_{\xi+1}(\beta b)} = \frac{Y_{\xi}(\beta a)}{J_{\xi}(\beta a)}, \quad (4.11)$$

во втором случае

$$\frac{(\xi_1 + \nu)Y_{\xi_1}(\beta_1 a) - \beta_1 a Y_{\xi_1+1}(\beta_1 a)}{(\xi_1 + \nu)J_{\xi_1}(\beta_1 a) - \beta_1 a J_{\xi_1+1}(\beta_1 a)} = \frac{Y_{\xi_1}(\beta_1 b)}{J_{\xi_1}(\beta_1 b)}. \quad (4.12)$$

Критическое значение температуры определяется как минимальный положительный корень уравнений (4.11) и (4.12) относительно T .

Министерство науки и образования РА

Русско-Армянский (Славянский) государственный университет (РАУ)

Ա.Ս. Ավետիսյան, Դ.Ռ. Ալեքսանյան

Բաղադրյալ շրջանային օղակաձև սալի ջերմաստճական կայունության
մի խնդրի մասին

Դիտարկված է բաղադրյալ շրջանային օղակաձև սալ, որը բաղկացած է նյութերի տարբեր ֆիզիկամեխանիկական բնութագրիչներ ունեցող շրջանային օղակաձև երկու մասից, որոնք իրար միացած են ընդհանուր շրջանագծային եզրով մի որևէ նախնական ջերմաստիճանում: Սալում լարումներն ու դեֆորմացիաները, ինչպես նաև սալի հետագայում հարթ ձևի կայունության կորստի հնարավորությունն առաջանում են, երբ սալը ենթարկվում է ջերմաստիճանային հավասարաչափ փոփոխության:

A.S. Avetisyan, D.R. Aleksanyan

The Thermo-elastic Stability Problem of the Composite Circular Ring Plate

A composite circular ring plate is considered, which consists of two parts with different physical-mechanical composites and are connected with a general contour at a preliminary temperature. In the plate tensions and resilience as well as the lose possibility of the plain form stability appear when the plate undergoes the evenly change of temperature.

Литература

1. Огибалов П.М., Грибанов В.Ф. Термоустойчивость пластин и оболочек. Изд. МГУ. 1968. 518 с.
2. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. М. Мир. 1964. 517 с.

3. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М. Наука. 1975. 575 с.
4. Алексанян Р.К., Мкртчян Ц.А. – Механика. Межвуз. сб. научн. труд. вып. 4. Изд. ЕГУ. Ереван. 1986. С. 57-66.
5. Ватсон Г. Теория бесселевых функций. М. ИЛ. 1949. 798 с.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

УДК 539.3

В. С. Макарян

Поведение трещины под сжимающей нагрузкой

(Представлено академиком С.А. Амбарцумяном 22/IX 2005)

Ключевые слова: трещина, упругость, разрушение, контактное напряжение, интегральное уравнение

Исследованию напряженно-деформированного состояния упругих сред, содержащих трещины различной конфигурации, посвящено множество работ. Когда в рамках линейной теории упругости говорят, что упругая среда расслаблена трещиной, обычно подразумевается, что последняя в результате деформации оказалась в зоне растягивающих напряжений, что в свою очередь приводит к отходу берегов трещины друг от друга: возникает угроза увеличения размеров трещины, иными словами - угроза разрушения упругой среды. В тех случаях, когда трещина расположена на поверхности раздела двух различных материалов, напряженно-деформированное состояние упругого тела вблизи границ трещины определить однозначно не удастся из-за наличия так называемых осциллирующих множителей в формулах напряжений и деформаций. И хотя явление бесконечной знакопеременности имеет место только в достаточно малой окрестности границы трещины, в последнее время многими авторами все чаще отмечается необходимость корректировки постановки задач о трещинах, находящихся на поверхностях раздела двух материалов. В частности, в работах [1,2] делается допущение, что в результате действия растягивающих нормальных и сдвигающих нагрузок, приложенных на бесконечности, вблизи концов трещины могут образоваться зоны контакта берегов трещины, подлежащие определению. Такая постановка задачи позволяет избежать указанных выше осциллирующих множителей и дает возможность

В настоящей работе проводится исследование поведения трещин, которые находятся под воздействием сжимающих нагрузок. Показывается, что трещины, находясь в зоне сжимающих напряжений, т.е. когда берега трещин полностью смыкаются, вообще говоря, являются источником разрушения упругой среды.

Для более наглядного представления постановки и метода решения задачи ниже рассматривается только один случай расположения трещин.

Постановка задачи: пусть упругая плоскость состоит из двух различных материалов, соединенных между собой по линии $y=0$, $-\infty < x < \infty$. На линии соединения двух полуплоскостей имеются трещины, расположенные на участках $y=0, |x| > c$. На бесконечности действуют сжимающие нормальные нагрузки (рис.1). Будем предполагать, что в результате деформации берега трещин смыкаются и происходит контакт берегов трещин без сцепления, т.е. касательные напряжения на участке контакта $y=0, |x| > c$ равны нулю.

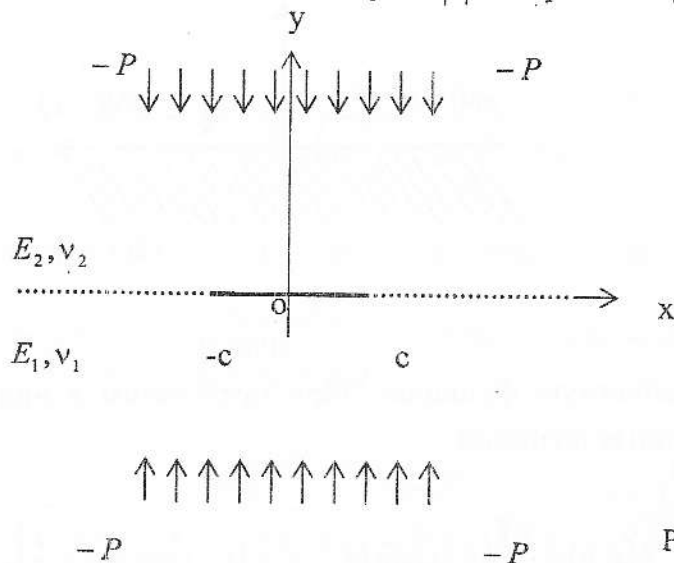


Рис. 1

Граничные условия задачи, с учетом условий симметрии относительно линии $x=0$, запишем в следующем виде:

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \sigma_y^{(1)}(x, y) = -P, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} \sigma_y^{(2)}(x, y) = -P, \quad -\infty < x < \infty,$$

$$\sigma_x^{(1)}(x, y) = \sigma_x^{(2)}(x, y), \quad V_y^{(1)}(x, y) = V_y^{(2)}(x, y) \quad -\infty < x < \infty,$$

$$\tau_{xy}^{(1)}(x, y) = \tau_{xy}^{(2)}(x, y) = 0, \quad |x| > c \quad \text{и} \quad \tau_{xy}^{(1)}(x, y) = \tau_{xy}^{(2)}(x, y), \quad -c < x < c, \quad (1)$$

$$U_x^{(1)}(x, y) = U_x^{(2)}(x, y), \quad -c \leq x \leq c,$$

$$\tau_{xy}^{(1)}(0, y) = U_x^{(1)}(0, y) = 0, \quad -\infty < y < 0 \text{ и } \tau_{xy}^{(2)}(0, y) = U_x^{(2)}(0, y) = 0, \quad 0 < y < \infty.$$

В граничных условиях (1) индексы «1» отнесены к нижней полуплоскости, а индексы «2» - к верхней.

Рассмотрим сначала две вспомогательные задачи, аналогичные задачам Фламана и Черутти, соответственно.

Задача 1: сосредоточенные нормальные силы на границе упругой полуплоскости (рис. 2). Граничные условия задачи:

$$\sigma_y(x, y) = P[\delta(t-x) + \delta(t+x)], \quad \tau(x, y) = 0, \quad y = 0, \quad -\infty < x < \infty \quad (2)$$

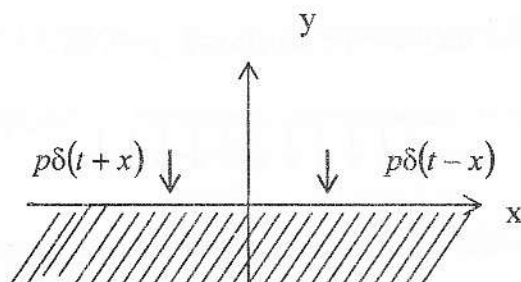


Рис. 2

Бигармоническую функцию Эйри представим в виде суммы следующих двух элементарных функций:

$$\phi(x, y) = \frac{P}{\pi} \left[(x-t) \arg \operatorname{tg} \frac{x-t}{y} + (x+t) \arg \operatorname{tg} \frac{x+t}{y} \right]. \quad (3)$$

Компоненты напряжений и перемещений выражаются через бигармоническую функцию (3) следующими соотношениями:

$$\sigma_y(x, y) = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{2P}{\pi} \left[\frac{y}{(x-t)^2 + y^2} + \frac{y}{(x+t)^2 + y^2} - \frac{(x-t)^2 y}{((x-t)^2 + y^2)^2} - \frac{(x+t)^2 y}{((x+t)^2 + y^2)^2} \right]; \quad (4)$$

$$\sigma_x(x, y) = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{2P}{\pi} \left[\frac{(x-t)^2 y}{((x-t)^2 + y^2)^2} + \frac{(x+t)^2 y}{((x+t)^2 + y^2)^2} \right]; \quad (5)$$

$$\tau_{xy}(x, y) = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = \frac{2P}{\pi} \left[\frac{x-t}{(x-t)^2 + y^2} + \frac{x+t}{(x+t)^2 + y^2} - \frac{(x-t)^3}{((x-t)^2 + y^2)^2} - \frac{(x+t)^3}{((x+t)^2 + y^2)^2} \right]; \quad (6)$$

$$EU_x(x, y) = \int \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} dx - \nu \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad EV_y(x, y) = \int \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} dy - \nu \frac{\partial \phi}{\partial y}; \quad (7)$$

$$EU_x(x, y) = \frac{P}{\pi} \left[(1-\nu) \left(\arctg \frac{x-t}{y} + \arctg \frac{x+t}{y} \right) - (1+\nu) \left(\frac{(x-t)y}{(x-t)^2 + y^2} + \frac{(x+t)y}{(x+t)^2 + y^2} \right) \right]; \quad (8)$$

$$EV_y(x, y) = \frac{P}{\pi} \left[\ln((x+t)^2 + y^2) + \ln((x-t)^2 + y^2) + (1+\nu) \left(\frac{(x-t)^2}{(x-t)^2 + y^2} + \frac{(x+t)^2}{(x+t)^2 + y^2} \right) \right] + EV_0. \quad (9)$$

На границе $y = 0$, будем иметь:

$$\sigma_y(x, 0) = \frac{2P}{\pi} \lim_{y \rightarrow 0} \left[\frac{y}{(x-t)^2 + y^2} + \frac{y}{(x+t)^2 + y^2} - \frac{(x-t)^2 y}{((x-t)^2 + y^2)^2} - \frac{(x+t)^2 y}{((x+t)^2 + y^2)^2} \right] =$$

$$P[2\delta(t-x) + 2\delta(t+x) + (t+x)\delta'(t+x) + (x-t)\delta'(x-t)] = P[\delta(t-x) + \delta(t+x)]; \quad (10)$$

$$\sigma_x(x, 0) = \frac{2P}{\pi} \lim_{y \rightarrow 0} \left[\frac{(t-x)^2 y}{((t-x)^2 + y^2)^2} + \frac{(t+x)^2 y}{((t+x)^2 + y^2)^2} \right] = P[\delta(t-x) + \delta(t+x)]; \quad (11)$$

$$\tau_{xy}(x, 0) = -\frac{2P}{\pi} \lim_{y \rightarrow 0} \left[\frac{x-t}{(x-t)^2 + y^2} + \frac{x+t}{(x+t)^2 + y^2} - \frac{(x-t)^3}{((x-t)^2 + y^2)^2} - \frac{(x+t)^3}{((x+t)^2 + y^2)^2} \right] = 0; \quad (12)$$

$$EU_x(x, 0) = \frac{P(1-\nu)}{2} [\text{sign}(t+x) - \text{sign}(t-x)], \quad EV_y(x, 0) = \frac{2P}{\pi} [\ln|t+x| + \ln|t-x|]. \quad (13)$$

Задача 2: тангенциальные сосредоточенные силы на границе упругой полуплоскости (рис.3). Граничные условия задачи:

$$\tau_{xy}(x, 0) = q[\delta(t-x) + \delta(t+x)], \quad \sigma_y(x, 0) = 0 \quad -\infty < x < \infty. \quad (14)$$

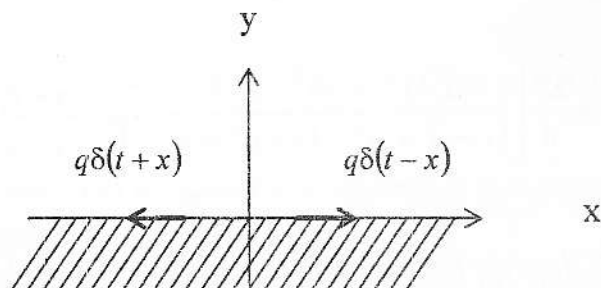


Рис.3

Функцию Эйри представим в следующем виде:

$$\phi(x, y) = \frac{q}{\pi} \left(y \arg \operatorname{tg} \frac{t-x}{y} + y \arg \operatorname{tg} \frac{t+x}{y} \right); \quad (15)$$

$$\sigma_y(x, y) = -\frac{2qy^2}{\pi} \left[\frac{t-x}{((t-x)^2 + y^2)^2} + \frac{t+x}{((t+x)^2 + y^2)^2} \right]; \quad (16)$$

$$\sigma_x(x, y) = -\frac{2q}{\pi} \left[\frac{(t-x)^3}{((t-x)^2 + y^2)^2} + \frac{(t+x)^3}{((t+x)^2 + y^2)^2} \right]; \quad (17)$$

$$\tau_{xy}(x, y) = \frac{2qy}{\pi} \left[\frac{(t-x)^2}{((t-x)^2 + y^2)^2} - \frac{(t+x)^2}{((t+x)^2 + y^2)^2} \right]; \quad (18)$$

$$EU_x(x, y) = -\frac{q}{\pi} \left[\ln((t+x)^2 + y^2) - \ln((t-x)^2 + y^2) + (1+\nu)y^2 \left(\frac{1}{(t+x)^2 + y^2} - \frac{1}{(t-x)^2 + y^2} \right) \right]; \quad (19)$$

$$EV_y(x, y) = \frac{q}{\pi} \left[(1-\nu) \left(\arg \operatorname{tg} \frac{t-x}{y} + \arg \operatorname{tg} \frac{t+x}{y} \right) + (1+\nu) \left(\frac{(t-x)y}{(t-x)^2 + y^2} + \frac{(t+x)y}{(t+x)^2 + y^2} \right) \right] -$$

$$\frac{q}{2} \left(\operatorname{sign} \frac{y}{t-x} + \operatorname{sign} \frac{y}{t+x} \right) + V_0. \quad (20)$$

Поступая как в задаче 1, получим следующие выражения на границе $y = 0$, $-\infty < x < \infty$:

$$\tau_{xy}(x, 0) = q[\delta(t-x) - \delta(t+x)], \quad \sigma_y(x, 0) = 0, \quad (21)$$

$$EU_x(x,0) = \frac{2q}{\pi} \ln \frac{t-x}{t+x}, \quad EV_y(x,0) = \frac{q(1-\nu)}{2} [\text{sign}(t-x) + \text{sign}(t+x)] + V_0. \quad (22)$$

На основе решений двух рассмотренных вспомогательных задач и принципа наложения в линейной теории будем иметь:

$$U_x^{(1)}(x,0) = \frac{1-\nu_1}{2E_1} \int_{-\infty}^{\infty} p(t) [\text{sign}(t+x) - \text{sign}(t-x)] dt + \frac{2}{\pi E_1} \int_{-c}^c q(t) \ln \left| \frac{t-x}{t+x} \right| dt + P\nu_1; \quad (23)$$

$$U_x^{(2)}(x,0) = \frac{1-\nu_2}{2E_2} \int_{-\infty}^{\infty} p(t) [\text{sign}(t+x) - \text{sign}(t-x)] dt - \frac{2}{\pi E_2} \int_{-c}^c q(t) \ln \left| \frac{t-x}{t+x} \right| dt + P\nu_2; \quad (24)$$

$$V_y^{(1)}(x,0) = \frac{1-\nu_1}{2E_1} \int_{-c}^c q(t) [\text{sign}(t-x) + \text{sign}(t+x)] dt + \frac{2}{\pi E_1} \int_{-\infty}^{\infty} p(t) \ln |(t-x)(t+x)| dt; \quad (25)$$

$$V_y^{(2)}(x,0) = \frac{1-\nu_2}{2E_2} \int_{-c}^c q(t) [\text{sign}(t-x) + \text{sign}(t+x)] dt - \frac{2}{\pi E_2} \int_{-\infty}^{\infty} p(t) \ln |(t-x)(t+x)| dt; \quad (26)$$

В (23) - (26) введены обозначения

$$p(x) \equiv \sigma_y^{(1)}(x,0) + P \equiv \sigma_y^{(2)} + P, \quad q(x) \equiv \tau_{xy}^{(1)}(x,0) \equiv \tau_{xy}^{(2)}(x,0) \quad -\infty < x < \infty. \quad (27)$$

Удовлетворяя условиям равенства перемещений на линии контакта и дифференцируя последние по x , для определения неизвестных контактных напряжений получим следующую систему интегральных уравнений:

$$2 \left[\frac{1-\nu_1}{E_1} - \frac{1-\nu_2}{E_2} \right] p(x) - \frac{4}{\pi} \left[\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right] \int_{-c}^c \frac{q(t)}{t-x} dt + P \left(\frac{\nu_1}{E_1} - \frac{\nu_2}{E_2} \right) = 0 \quad -c < x < c; \quad (28)$$

$$2 \left[\frac{1-\nu_1}{E_1} - \frac{1-\nu_2}{E_2} \right] q(x) + \frac{4}{\pi} \left[\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right] \int_{-\infty}^{\infty} \frac{p(t)}{t-x} dt = 0 \quad -\infty < x < \infty; \quad (29)$$

Применяя к уравнению (29) обратное преобразование Гильберта, получим

$$p(x) = \frac{1}{2\pi} \frac{E_2(1-\nu_1) - E_1(1-\nu_2)}{E_1 + E_2} \int_{-c}^c \frac{q(t)}{t-x} dt, \quad -\infty < x < \infty. \quad (30)$$

С учетом соотношения (30) уравнение (28) примет вид

$$\int_{-c}^c \frac{q(t)}{t-x} dt = \frac{P\pi(E_2 v_1 - E_1 v_2)(E_1 + E_2)}{\bar{E}_1 \bar{E}_2}, \quad -c < x < c; \quad (31)$$

$$\bar{E}_1 = [E_2(1+v_1) + E_1(3-v_2)], \quad \bar{E}_2 = [E_1(1+v_2) + E_2(3-v_1)]. \quad (32)$$

Имея в виду известное значение интеграла Коши [5]

$$\pi, \quad -c < x < c,$$

$$\int_{-c}^c \frac{tdt}{\sqrt{c^2 - x^2}(t-x)} =$$

$$\pi - \frac{\pi x \operatorname{sign} x}{\sqrt{x^2 - c^2}}, \quad -\infty < x < \infty, \quad (33)$$

из системы (30) и (31) окончательно получим следующие формулы для контактных напряжений:

$$P_0, \quad -c < x < c,$$

$$\sigma_r^{(1,2)}(x, 0) = \quad (34)$$

$$P_0 - \frac{P}{4} \left(2 - \frac{3E_1 + E_2}{\bar{E}_1} - \frac{E_1 + 3E_2}{\bar{E}_2} \right) \frac{x \operatorname{sign} x}{\sqrt{x^2 - c^2}}, \quad -\infty < x < \infty,$$

$$\text{где} \quad P_0 \equiv -\frac{P}{4} \left(2 + \frac{3E_1 + E_2}{\bar{E}_1} + \frac{E_1 + 3E_2}{\bar{E}_2} \right), \quad (35)$$

$$0 \quad |x| > c,$$

$$\tau_{xy}^{(1,2)}(x, 0) = \quad (36)$$

$$\frac{P(E_2 v_1 - E_1 v_2)(E_1 + E_2)}{\bar{E}_1 \bar{E}_2} \frac{x}{\sqrt{c^2 - x^2}}, \quad -c < x < c.$$

Легко убедиться, что нормальные контактные напряжения $p(x)$ самоуравновешены:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 0, \quad (37)$$

а из условия

$$E_2 v_1 = E_1 v_2 \quad (38)$$

следует:

$$\sigma_y^{(1,2)}(x, 0) = -P, \quad \tau_{xy}^{(1,2)}(x, 0) = 0, \quad -\infty < x < \infty. \quad (39)$$

Формулы (34) и (36) показывают, что напряжения, действующие на линии контакта двух материалов, имеют на границах трещины корневые особенности, кроме случая, когда имеет место условие (38). Фактически трещины, находящиеся в зоне сжимающих напряжений («закрывающиеся трещины»), могут привести к разрушению упругого тела. В отличие от случая, когда трещины находятся в зоне растягивающих напряжений («раскрывающиеся трещины»), здесь отсутствуют осцилляции в формулах контактных напряжений.

Институт механики НАН РА
E-mail: vmakaryan@yahoo.com

Վ. Ս. Մակարյան

Ճաքի վարքը ճնշող բեռի տակ

Աշխատանքում կատարված է ճաքերի վարքի հետազոտությունը, որոնք զարկում են ճնշող բեռների ազդեցության տակ («փակվող ճաքեր»): Ցույց է տրվում, որ այդպիսի ճաքերը կարող են առաձգական միջավայրի քայքայման աղբյուր դառնալ:

V. S. Makaryan

Crack Behavior under Compressing Load

In the paper the cracks behavior is investigated under the action of compressing load. It is shown that such cracks can bring to the elastic media destruction. The solution is build up by means of two biharmonic functions of $x \arctg \frac{x}{y}$, $y \arctg \frac{y}{x}$, the use of which allows to exclude Furie integral transformation apparatus.

Литература

1. Дандерс, Комниноу. Разрушение композитных материалов. Рига. 1979.
2. Улитко А.Ф. в сб.: Совр. о роблемы ме. аники сплошной среды. Ростов — на — Дону. 1995. С. 185 — 19у.
3. Новацкий В. Теория упругости. М. 1975. 872 с.
4. Прудников А. и др - Интегралы и ряды. В 3-х т. М. Физлит. 2003.
5. Гахов Ф.Д. Красвые задачи. М. Наука. 1977. 640 с.

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОУПРУГОСТИ

УДК 539.3:537.228.1

А. М. Саргсян

О решении краевых задач электроупругости для клиновидных областей

(Представлено академиком Л.А. Агаловяном 6/VII 2005)

Ключевые слова: *электроупругость, особенности напряжений и электрической индукции, функции напряжений и электрической индукции*

В работах [1-4] при помощи местного решения исследовано поведение связанного электроупругого поля в окрестности угловой точки тонкого пьезоэлектрического клина, на границах которого заданы разнообразные электромеханические условия. Выявлено влияние электромеханических граничных условий на поведение напряжений вблизи вершины клина.

Представляя решение уравнений равновесия в перемещениях в виде интегралов Меллина, в работах [5, 6] получены решения плоской задачи электроупругости для пьезокерамического клина (трансверсально-изотропное тело) при двух конкретных граничных условиях.

В настоящей работе с применением прямого и обратного обобщенного преобразования Меллина строится решение краевых задач электроупругости для тонкого пьезоэлектрического клина, обладающего прямолинейной анизотропией общего вида. На границах клина заданы соответствующие электромеханические условия. Исследуется степень сингулярности электроупругого поля вблизи вершины клина.

О возможности применения обобщенного преобразования Меллина при решении краевых задач электроупругости было упомянуто еще в работе [3]. Предполагается, что вырезанный из пьезоэлектрического кристалла клин в каждой точке имеет плоскость материальной симметрии, параллельную его срединной плоскости. Начало декартовой x, y, z и полярной r, θ, z систем координат находится в угловой точке срединной плоскости клина, ось z направлена нормально к этой плоскости.

Здесь, как и в работах [1-4], за основные неизвестные принимаются функции напряжения $\varphi(x, y)$ и электрической индукции $\psi(x, y)$, которые при отсутствии объемных сил и электрических зарядов удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$4\pi L_4 \varphi(x, y) - L_3 \psi(x, y) = 0, \quad L_3 \varphi(x, y) + L_2 \psi(x, y) = 0. \quad (1)$$

Функции $\varphi(x, y)$ и $\psi(x, y)$ в отдельности удовлетворяют также дифференциальному уравнению шестого порядка

$$(4\pi L_4 L_2 + L_3^2) \varphi(x, y) = 0, \quad (2)$$

характеристическое уравнение которого имеет вид [7]

$$4\pi l_4(\mu) l_2(\mu) + l_3^2(\mu) = 0. \quad (2')$$

В уравнениях (1) и (2)

$$\begin{aligned} L_4 &= s_{22} \frac{\partial^4}{\partial x^4} - 2s_{26} \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} + (2s_{12} + s_{66}) \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} - 2s_{16} \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3} + s_{11} \frac{\partial^4}{\partial y^4}, \\ L_3 &= -g_{22} \frac{\partial^3}{\partial x^3} + (g_{12} + g_{26}) \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} - (g_{21} + g_{16}) \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} + g_{11} \frac{\partial^3}{\partial y^3}, \\ L_2 &= \eta_{22} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2\eta_{12} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \eta_{11} \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \end{aligned}$$

$s_{22}, \dots$ - коэффициенты упругости при постоянной электрической индукции, $\eta_{22}, \dots$ - коэффициенты диэлектрической восприимчивости при постоянных механических напряжениях, $g_{22}, \dots$ - пьезоэлектрические модули.

Полиномы $l_k(\mu)$ ($k = 2, 3, 4$) получаются из L_k заменой $\partial^k / \partial x^k$ на единицу, а $\partial^k / \partial y^k$ - на μ^k .

Напряжения и компоненты вектора электрической индукции выражаются через функции $\varphi(x, y)$ и $\psi(x, y)$:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}, \quad D_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad D_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \quad (3)$$

Общее решение уравнения (2), как известно, записывается в виде [7, 8]

$$\varphi(x, y) = \sum_{j=1}^6 \gamma_j \varphi_j(x + \mu_j y) = \sum_{j=1}^6 \gamma_j \varphi_j(z_j), \quad (4)$$

где $\varphi_j(z_j)$ - аналитические функции своих аргументов, μ_j - неравные между собою корни характеристического уравнения (2')

$$\begin{aligned} \mu_j &= \sigma_j + i\nu_j \quad (j = 1, 2, \dots, 6), \\ \mu_4 &= \bar{\mu}_1, \quad \mu_5 = \bar{\mu}_2, \quad \mu_6 = \bar{\mu}_3, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\gamma_j = \begin{cases} 1, & (j = 1, 2, 4, 5) \\ l_3(\mu_j)/4\pi l_4(\mu_j), & (j = 3, 6). \end{cases} \quad (6)$$

Так как функции $\varphi(x, y)$ и $\psi(x, y)$ удовлетворяют также уравнениям (1), то между ними существует связь

$$\psi(x, y) = \sum_{j=1}^6 \gamma_j f_j \varphi'_j(x + \mu_j y) = \sum_{j=1}^6 \gamma_j f_j \varphi'_j(z_j), \quad (7)$$

где штрихом обозначена производная по обобщенному комплексному аргументу $z_j = x + \mu_j y$,

$$f_j = -l_3(\mu_j)/l_2(\mu_j) \quad (j = 1, 2, \dots, 6). \quad (8)$$

В дальнейшем принимается, что корни характеристического уравнения (5) не являются одновременно корнями уравнений $l_k(\mu) = 0$ ($k = 2, 3, 4$).

На границе клина $\theta = 0$ могут быть заданы три произвольных непротиворечивых условия из выписанных ниже шести условий:

$$\begin{aligned} \sigma_\theta(r, 0) &= \sigma_0(r), \quad \tau_{r\theta}(r, 0) = \tau_0(r), \\ u_r(r, 0) &= u_0(r), \quad u_\theta(r, 0) = \nu_0(r), \\ V(r, 0) &= V_0(r), \quad D_\theta(r, 0) = D_0(r). \end{aligned} \quad (9)$$

Такие же условия задаются и на границе $\theta = \theta_1$ с соответствующим изменением индексаций.

В условиях (9) $V(r, \theta)$ - потенциал электрического поля, $u_r(r, \theta)$ и $u_\theta(r, \theta)$ - упругие перемещения.

Из (1)-(8) следует, что при отсутствии пьезоэффекта система (1) распадается на два независимых уравнения: одно для $\varphi(x, y)$, другое для $\psi(x, y)$.

Учитывая (3), а также уравнения состояния и условие потенциальности электрического поля, в полярной системе координат имеем

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sum_{j=1}^6 \gamma_j b_j^2(\theta) \varphi_j''(z_j), & \sigma_\theta &= \sum_{j=1}^6 \gamma_j a_j^2(\theta) \varphi_j''(z_j), \\ \tau_{r\theta} &= - \sum_{j=1}^6 \gamma_j a_j(\theta) b_j(\theta) \varphi_j''(z_j), & \frac{\partial u_r}{\partial r} &= \sum_{j=1}^6 \gamma_j a_j(\theta) c_j(\theta) \varphi_j''(z_j), \\ \frac{\partial u_\theta}{\partial r} &= \sum_{j=1}^6 \gamma_j a_j(\theta) d_j(\theta) \varphi_j''(z_j), & \frac{\partial V}{\partial r} &= \sum_{j=1}^6 \gamma_j a_j(\theta) m_j \varphi_j''(z_j), \\ D_\theta &= - \sum_{j=1}^6 \gamma_j a_j(\theta) f_j \varphi_j''(z_j), & D_r &= \sum_{j=1}^6 \gamma_j b_j(\theta) f_j \varphi_j''(z_j), \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$a_j(\theta) = \cos \theta + \mu_j \sin \theta, \quad b_j(\theta) = -\sin \theta + \mu_j \cos \theta,$$

$$M_j = s_{11}\mu_j^2 - s_{16}\mu_j + s_{12} - f_j(g_{11}\mu_j - g_{21})/4\pi,$$

$$N_j = s_{12}\mu_j - s_{26} + s_{22}\mu_j^{-1} - f_j(g_{12} - g_{22}\mu_j^{-1})/4\pi,$$

$$m_j = g_{11}\mu_j^2 - g_{16}\mu_j + g_{12} + f_j(\eta_{11}\mu_j - \eta_{12}),$$

$$c_j(\theta) = M_j \cos \theta + N_j \sin \theta, \quad d_j(\theta) = N_j \cos \theta - M_j \sin \theta.$$

Для решения краевых задач (1)-(9) используется обобщенное интегральное преобразование Меллина аналитической функции $f(z) = f(x + \mu y)$ (μ - некоторая комплексная константа), впервые, по-видимому, введенное в работах [9, 10], где исследована сингулярность напряжений в составном произвольно-анизотропном теле, находящемся в состоянии обобщенной плоской деформации (в частности плоское деформированное или обобщенное плоское напряженное состояние)

$$\langle f(z) \rangle = \int_0^\infty f(z) r^{s-1} dr = a^{-s}(\theta) \bar{f}(s),$$

$$a(\theta) = \cos \theta + \mu \sin \theta, \quad \bar{f}(s) = \int_0^\infty f(z) z^{s-1} dz,$$

$$f(z) = \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \langle f(z) \rangle r^{-s} ds.$$

Если $f(z)$ аналитична в некотором секторе $\theta_0 < \theta < \theta_*$, $0 < r \leq \infty$ и $f(z) = O(r^\xi)$ при $r \rightarrow 0$, $f(z) = O(r^\eta)$ при $r \rightarrow \infty$, то $\bar{f}(s)$ существует в полосе $-\xi < c < -\eta$ и не зависит от θ в заданном секторе.

Будем искать решение (1)-(9), удовлетворяющее следующим условиям: $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}, D_r, D_\theta, \partial u_r / \partial r$ и $\partial u_\theta / \partial r$ при $r \rightarrow 0$ имеют порядок $O(r^{-1+\alpha})$, а при $r \rightarrow \infty$ исчезают как $O(r^{-1-\beta})$, где $\alpha > 0$, $\beta \geq 0$. Тогда в полосе $1 - \alpha < \operatorname{Re} s < 1 + \beta$ существует преобразование Меллина.

Применяя обобщенное интегральное преобразование Меллина к выражениям (10), получим

$$\begin{aligned} \langle \sigma_r \rangle &= \sum_{j=1}^6 \gamma_j b_j^2(\theta) a_j^{-s}(\theta) \bar{\varphi}_j(s), & \langle \sigma_\theta \rangle &= \sum_{j=1}^6 \gamma_j a_j^2(\theta) a_j^{-s}(\theta) \bar{\varphi}_j(s), \\ \langle \tau_{r\theta} \rangle &= - \sum_{j=1}^6 \gamma_j a_j(\theta) b_j(\theta) a_j^{-s}(\theta) \bar{\varphi}_j(s), & \left\langle \frac{\partial u_r}{\partial r} \right\rangle &= \sum_{j=1}^6 \gamma_j a_j(\theta) c_j(\theta) a_j^{-s}(\theta) \bar{\varphi}_j(s), \\ \left\langle \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right\rangle &= \sum_{j=1}^6 \gamma_j a_j(\theta) d_j(\theta) a_j^{-s}(\theta) \bar{\varphi}_j(s), & \left\langle \frac{\partial V}{\partial r} \right\rangle &= \sum_{j=1}^6 \gamma_j a_j(\theta) m_j a_j^{-s}(\theta) \bar{\varphi}_j(s), \\ \langle D_\theta \rangle &= - \sum_{j=1}^6 \gamma_j a_j(\theta) f_j a_j^{-s}(\theta) \bar{\varphi}_j(s), & \langle D_r \rangle &= \sum_{j=1}^6 \gamma_j b_j(\theta) f_j a_j^{-s}(\theta) \bar{\varphi}_j(s), \end{aligned} \quad (10')$$

$$\bar{\varphi}_j(s) = \int_0^\infty \varphi_j''(z_j) z_j^{s-1} dz_j.$$

Удовлетворяя преобразованным граничным условиям, в каждом конкретном случае получим систему алгебраических уравнений относительно $\bar{\varphi}_j(s)$

$$\sum_{j=1}^6 B_{ij} \bar{\varphi}_j(s) = T_l(s), \quad (l = 1, 2, \dots, 6), \quad (11)$$

где под $T_i(s)$ подразумеваются преобразования соответствующих граничных условий. Коэффициенты B_{ij} зависят от вида граничных условий.

Определяя $\bar{\varphi}_j(s)$ из (11)

$$\bar{\varphi}_j(s) = \sum_{l=1}^6 T_l(s) A_{lj} \Delta^{-1}(s)$$

($\Delta(s)$ - определитель системы (11), а A_{ij} - алгебраические дополнения B_{ij}) и подставляя в (10'), будем иметь

$$\begin{aligned}
\langle \sigma_r \rangle &= \sum_{l=1}^6 T_l \left[\sum_{j=1}^6 \gamma_j b_j^2(\theta) a_j^{-s}(\theta) A_{lj} \right] \Delta^{-1}(s), \\
\langle \sigma_\theta \rangle &= \sum_{l=1}^6 T_l \left[\sum_{j=1}^6 \gamma_j a_j^2(\theta) a_j^{-s}(\theta) A_{lj} \right] \Delta^{-1}(s), \\
\langle \tau_{r\theta} \rangle &= - \sum_{l=1}^6 T_l \left[\sum_{j=1}^6 \gamma_j a_j(\theta) b_j(\theta) a_j^{-s}(\theta) A_{lj} \right] \Delta^{-1}(s), \\
\langle D_\theta \rangle &= - \sum_{l=1}^6 T_l \left[\sum_{j=1}^6 \gamma_j a_j(\theta) f_j a_j^{-s}(\theta) A_{lj} \right] \Delta^{-1}(s), \\
\langle D_r \rangle &= \sum_{l=1}^6 T_l \left[\sum_{j=1}^6 \gamma_j b_j(\theta) f_j a_j^{-s}(\theta) A_{lj} \right] \Delta^{-1}(s).
\end{aligned} \tag{10''}$$

Заметим, что трансформанты $\langle \sigma_r \rangle \dots \langle D_r \rangle$ определены в той же области, что и трансформанты внешних воздействий.

Напряжения и компоненты вектора электрической индукции определяются с помощью обратного преобразования Меллина, путь интегрирования которого лежит в полосе

$$\max_{\operatorname{Re} s_k < 1} (\operatorname{Re} s_k) < c < \min_{\operatorname{Re} s_k > 1} (\operatorname{Re} s_k), \quad (12)$$

где s_k ($k = 1, 2, \dots$) - полюсы $\langle \sigma_r \rangle \dots \langle D_r \rangle$.

Явный вид $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}, D_\theta$ и D_r может быть получен численным интегрированием, но для их асимптотического исследования при $r \rightarrow 0$ дополним путь интегрирования (12) влево некоторым полукругом и применим теорему о вычетах. В результате получим [10, 11]

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sum_{k=1}^{\infty} \text{res}(\langle \sigma_r \rangle r^{-s_k}, s_k) = \sum_{k=1}^{\infty} r^{-s_k} \sum_{n=0}^{N_{k-1}} G_{rkn}(\theta)(\ln r)^n \\ &===== \\ D_r &= \sum_{k=1}^{\infty} \text{res}(\langle D_r \rangle r^{-s_k}, s_k) = \sum_{k=1}^{\infty} r^{-s_k} \sum_{n=0}^{N_{k-1}} H_{rkn}(\theta)(\ln r)^n, \end{aligned} \quad (13)$$

где N_k - кратность полюсов s_k , $G_{rkn}(\theta), \dots, H_{krn}(\theta)$ - гладкие функции угла θ , причем $\operatorname{Re} s_k < 1$ ($\operatorname{Re} s_1 > \operatorname{Re} s_2 > \dots$).

Если внешние воздействия равны нулю в некоторой окрестности вершины клина, то в области $\operatorname{Re} s_k < 1$ нет полюсов $T_l(s)$ и все s_k этой области находятся среди нулей $\Delta(s)$. Следовательно, сингулярные члены в (13) определяются только нулями $\Delta(s)$ в полосе $0 < \operatorname{Re} s < 1$. Если $\Delta(s)$ имеет нули только первого порядка, то в выражениях (13) отсутствуют множители $\ln r$.

Для примера рассмотрим случай, когда на границах клина заданы упругие перемещения и следующие электрические условия:

$$V(r, 0) = V_0(r), \quad V(r, \theta_1) = V_1(r), \quad (14-1)$$

$$D(r, 0) = D_0(r), \quad D(r, \theta_1) = D_1(r), \quad (14-2)$$

$$V(r, 0) = V_0(r), \quad D(r, \theta_1) = D_1(r). \quad (14-3)$$

В этом случае

$$T_{l1}^*(s) = \left\| \left\langle \frac{du_0(r)}{dr} \right\rangle, \left\langle \frac{dv_0(r)}{dr} \right\rangle, \left\langle \frac{du_1(r)}{dr} \right\rangle, \left\langle \frac{dv_1(r)}{dr} \right\rangle, \left\langle \frac{dV_0(r)}{dr} \right\rangle, \left\langle \frac{dV_1(r)}{dr} \right\rangle \right\|,$$

$$T_{l2}^*(s) = \left\| \left\langle \frac{du_0(r)}{dr} \right\rangle, \left\langle \frac{dv_0(r)}{dr} \right\rangle, \left\langle \frac{du_1(r)}{dr} \right\rangle, \left\langle \frac{dv_1(r)}{dr} \right\rangle, \left\langle \frac{dD_0(r)}{dr} \right\rangle, \left\langle \frac{dD_1(r)}{dr} \right\rangle \right\|,$$

$$T_{l3}^*(s) = \left\| \left\langle \frac{du_0(r)}{dr} \right\rangle, \left\langle \frac{dv_0(r)}{dr} \right\rangle, \left\langle \frac{du_1(r)}{dr} \right\rangle, \left\langle \frac{dv_1(r)}{dr} \right\rangle, \left\langle \frac{dV_0(r)}{dr} \right\rangle, \left\langle \frac{dD_1(r)}{dr} \right\rangle \right\|,$$

где звездочка означает транспонирование. Определитель системы (11) в случае условий (14-1) имеет вид

$$\Delta_1(s) = \begin{vmatrix} M_1 & M_2 & M_4 & M_5 & \gamma_3 M_3 & \gamma_6 M_6 \\ N_1 & N_2 & N_4 & N_5 & \gamma_3 N_3 & \gamma_6 N_6 \\ c_1 a_1^{1-s} & c_2 a_2^{1-s} & c_4 a_4^{1-s} & c_5 a_5^{1-s} & \gamma_3 c_3 a_3^{1-s} & \gamma_6 c_6 a_6^{1-s} \\ d_1 a_1^{1-s} & d_2 a_2^{1-s} & d_4 a_4^{1-s} & d_5 a_5^{1-s} & \gamma_3 d_3 a_3^{1-s} & \gamma_6 d_6 a_6^{1-s} \\ m_1 & m_2 & m_4 & m_5 & m_{33} & m_{66} \\ m_1 a_1^{1-s} & m_2 a_2^{1-s} & m_4 a_4^{1-s} & m_5 a_5^{1-s} & m_{33} a_3^{1-s} & m_{66} a_6^{1-s} \end{vmatrix}, \quad (15)$$

где

$$a_j = a_j(\theta_1), \quad b_j = b_j(\theta_1), \quad c_j = c_j(\theta_1), \quad d_j = d_j(\theta_1),$$

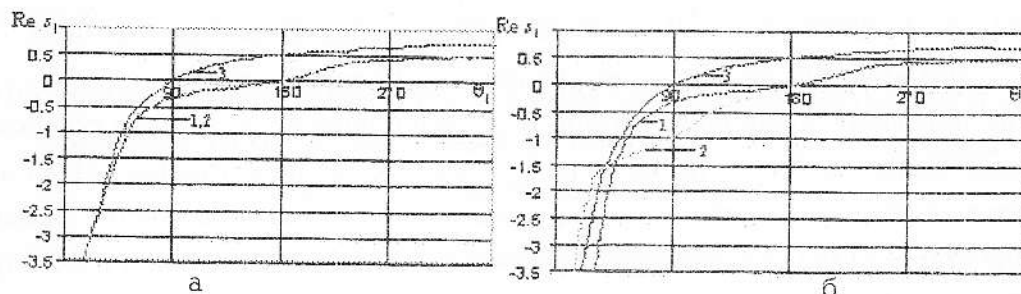
$$m_{33} = \gamma_3(g_{11}\mu_3^2 - g_{16}\mu_3 + g_{12}) + \eta_{11}\mu_3 - \eta_{12},$$

$$m_{66} = \gamma_6(g_{11}\mu_6^2 - g_{16}\mu_6 + g_{12}) + \eta_{11}\mu_6 - \eta_{12}.$$

Заменяя в пятой и шестой строках m_j на f_j , получим $\Delta_2(s)$ для граничной задачи (14-2), а для получения $\Delta_3(s)$ такая замена необходима только в шестой строке.

Определители $\Delta_1(s)$, $\Delta_2(s)$ и $\Delta_3(s)$ после некоторых известных преобразований совпадают с таковыми, полученными совершенно иным путем в работе [4], что и следовало ожидать.

Результаты численного исследования зависимости $\operatorname{Re} s_1$ от угла раствора клина, изготовленного из бифталата калия или бифталата рубидия, представлены в виде кривых на рисунке, а и б соответственно (номера кривых соответствуют номерам граничных условий (14)).



Из приведенных кривых следует, что только смешанные электрические граничные условия уменьшают предельный угол раствора клина θ_{np} , при котором окрестность угловой точки переходит из малонапряженного состояния ($\theta_1 < \theta_{np}$) в концентрационное ($\theta_1 > \theta_{np}$). При граничных условиях (14-1) и (14-2) $\theta_{np} = \pi$.

С помощью использованного в данной работе метода можно построить решения плоских связанных задач электроупругости и для составного клина при разнообразных гранично-контактных условиях и определить степени сингулярности σ_{ij} или D_j , а также коэффициенты особенности.

Институт механики НАН РА

Ա.Մ. Սարգսյան

Սեպանի փրկությունների համար էլեկտրատառագականության եզրային խնդիրների
լուծման մասին

Սեյինի ընդհանրացված ինքնզգրալ ձևափոխության օգնությամբ կառուցվել է էլեկտրատառագականության փետության հարթ կապակցված խնդիրների լուծումը բարակ սեպանի փրկության համար, որի եզրերին փրկված են փարթեր էլեկտրամիսանիկական պայմաններ: Շեփագրվել է էլեկտրատառագական դաշտի բնութագրիչների (լարումներ, ինդուկցիայի վեկտորի

բաղադրիչներ) վարքը սեպի գազաթի շրջակայքում: Մասնավոր դեպքում, երբ սեպի եզրերին պրված են տեղափոխումների և էլեկտրական պոպենցիալի արժեքները, երկու դարբեր նյութերի համար կառուցված են կորեր, որոնք բացահայտում են լարումների եզակիության ցուցչի կախվածությունը սեպի անկյան բացվածքի մեծությունից:

A.M. Sargsian

On Solution of Boundary Problems of Electro-elasticity for Wedge-shaped Areas

With the help of Mellin's generalized integral transformation the solution of a plane-connected problem of electro-elasticity for a thin wedge-shaped area is built. On the borders of this area different electromechanical conditions are given.

The behaviour of the electroelastic field characteristics (stress, the components of the electric induction vector) in the vicinity of the wedge top is investigated. In a private case, when on the borders of the wedge elastic displacements and electric potential are given, the graphs of the dependence of the stresses singularity degree and the components of electric induction vector from the angle of mixture of the piezoelectric wedge are built.

Литература

1. *Саргсян А.М.* - ДНАН Армении. 1999 Т. 99. N1. С. 34-39.
2. *Саргсян А.М.* - Сб. научных трудов конференции, посвященной 91-летию со дня рождения профессоров Т.Т.Хачатряна и О.М. Сапонджяна, состоявшейся 23-24 октября 1998г. в г. Ереване. Ереван. С. 169-175.
3. *Саргсян А.М.* - Изв. НАН Армении. Механика. 2002. Т. 55. N2. С. 36-41.
4. *Саргсян А.М., Нерсисян Г.Г.* - Изв. НАН Армении. Механика. 2005. Т. 58. N3. С.74-81.
5. *Баблоян А.А., Мелкумян С.А.* - ДНАН Армении. 1999. N1. С. 45-51.
6. *Баблоян А.А., Мелкумян С.А.* - ДНАН Армении. 1999. N2. С. 172-177.
7. *Лехницкий С.Г.* Теория упругости анизотропного тела. М. Наука. 1977. 416 с.
8. *Космодаминский А.С., Ложкин В.Н.* - ПМ. 1975. N5. С. 45-53.
9. *Михайлов С.Е.* - МТТ. 1978. N4. С. 155-160.
10. *Михайлов С.Е.* - МТТ. 1979. N6. С. 33-42.
11. *Саргсян А.М.* - Изв. НАН Армении. Механика. 2004. N2. С. 11-17.

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

УДК 541.124.7:519.6

Академик И. А. Варданян, Л. А. Манучарова, А. М. Арустамян, С. В. Царукян

Исследование динамических режимов окисления ацетальдегида в
зависимости от гетерогенных радикальных стадий методом
математического моделирования

(Представлено 18/XI 2005)

Ключевые слова: *моделирование, окисление, ацетальдегид, поверхность, радикал*

Гетерогенные радикальные стадии играют важную роль в процессах газофазного окисления и воспламенения органических соединений, влияя как на их динамические режимы, так и на скорость и выход продуктов [1-4]. В зависимости от природы поверхности, инертной или активной по отношению к распаду пероксидных соединений и радикалов, в одном случае реакция окисления альдегидов идет с большим выходом пероксикислот, в другом - кислот. Ранее представления о роли поверхностных радикальных стадий в реакции окисления CH_3CHO нашли отражение в работах [5,6], посвященных моделированию этого процесса. Согласно [6] концентрационные колебания при окислении ацетальдегида обусловлены взаимодействием колебательно возбужденного формальдегида, образовавшегося на поверхности при рекомбинации радикалов, с ведущим активным центром реакции - радикалом RCO_3 .

Однако полученные за последние годы методом ЭПР и ИК-спектроскопии экспериментальные результаты [3,7,8], касающиеся возможности реакций пероксидных радикалов CH_3CO_3 с альдегидом на поверхности и радикалов CH_3O_2 с NO_2 , CH_4 , C_3H_6 и CH_3CHO на поверхности KCl , позволяют по-новому развить эти представления на примере модели, предложенной в настоящей работе. Эти данные послужили основанием для включения в схему окисления ацетальдегида реакции радикалов CH_3CO_3 с альдегидом на поверхности.

На основании анализа схемы термического окисления ацетальдегида [5] и метана [9] рассмотрена модель, включающая основные стадии цепного процесса окисления органического соединения. В расчетах использованы значения некоторых констант скорости, приведенные в [5,9]. Значения констант скорости гетерогенных радикальных стадий, хотя и носят несколько произвольный характер, однако находятся в рамках допустимых значений.

- | | |
|---|--|
| 1. $R + O_2 \rightarrow RO_2$ | 6. $RO_2 + CH_2O \rightarrow ROOH + HCO$ |
| 1'. $RO_2 \rightarrow R' + CO_2$ | 7. $R'O + RH \rightarrow R'OH + R$ |
| 2. $RO_2 + RH \rightarrow ROOH + R$ | 8. $CH_2O + M \rightarrow \text{продукт}$ |
| 3. $ROOH \xrightarrow{s} OH + R''$ | 9. $RO_2 \xrightarrow{s} \text{гибель}$ |
| 3a. $R'' + RH \rightarrow R''H + R$ | 9a. $HCO \rightarrow HO_2 \rightarrow \text{гибель}$ |
| 4. $OH + RH \rightarrow R + H_2O$ | 10. $R \xrightarrow{s} \text{продукт}$ |
| 5. $R'O + O_2 \rightarrow CH_2O + HO_2$ | |
| 5a. $R'O \rightarrow CH_2O + H$ | |

где s - поверхность, M - частица, $R = CH_3CO$, $R' = CH_3$, $R'' = CH_3CO_2$, $RH = CH_3CHO$.

Источником формальдегида являются реакции метоксильного радикала. В принципе допускаются их реакции и на поверхности. Наличие обратной связи обусловлено реакцией пероксидных радикалов с промежуточным продуктом - формальдегидом на поверхности. На начальной стадии реакции окисления CH_3CHO образование менее активных радикалов HO_2 рассматривается как стадия обрыва цепей. Стадия (8) описывает канал расходования формальдегида. Стадия (10) подразумевает совокупность гетерогенных реакций радикалов CH_3CO , приводящих к образованию продуктов. Особое внимание обращено на стадию гетерогенной гибели радикалов CH_3CO_3 . Впервые в расчетах рассматривается влияние заполнения поверхности на ход процесса на начальных стадиях реакции. Скорость этой стадии записывается следующим образом [11], характерным для гетерогенных реакций:

$$W_9 = A[CH_3CO_3]/(1 + \alpha[CH_3CO_3]).$$

На основе модели составлены соответствующие дифференциальные уравнения для изменения концентраций реагирующих веществ. Анализ проведен на начальной стадии реакции, когда расходом CH_3CHO и O_2 можно пренебречь. Применялось квазистационарное приближение для активных центров реакции: радикалов CH_3CO , CH_3O , OH , CH_3CO_2 с учетом того, что радикалы HCO быстро переходят в малоактивные радикалы HO_2 , а скорость реакции (5) при низких температурах, при которых обычно протекает процесс

окисления ацетальдегида, больше скорости реакции (5а). В результате для изменения концентраций радикалов CH_3CO_3 и ингибитора - формальдегида во времени получены следующие уравнения:

$$d[\text{CH}_3\text{CO}_3]/dt = K'_2[\text{CH}_3\text{CO}_3] - k'_6[\text{CH}_2\text{O}][\text{CH}_3\text{CO}_3] - A[\text{CH}_3\text{CO}_3]/(1 + \alpha[\text{CH}_3\text{CO}_3]);$$

$$d[\text{CH}_2\text{O}]/dt = k'_1[\text{CH}_3\text{CO}_3] - k_6[\text{CH}_2\text{O}][\text{CH}_3\text{CO}_3] - K_8[\text{CH}_2\text{O}],$$

где: $k_1, k_2, \dots$ - константы скорости соответствующих стадий, $K_2 = k_2[\text{CH}_3]$ и $K_1 = k_1[\text{O}_2]$, а $K'_2 = 2mK_2 - k'_1 - K_2(1 + 2m)/(1 + K_1/k_{10})$, $k'_6 = \{2m/(1 + K_1/k_{10}) + 1 - 2m\}k_6$, $m = k_3[\text{CH}_3\text{CO}_3\text{H}]/(K_2[\text{CH}_3\text{CO}_3] + k_6[\text{CH}_3\text{CO}_3][\text{CH}_2\text{O}])$ и $m > 0$. Для упрощения дальнейшего анализа введем обозначения: $[\text{CH}_3\text{CO}_3] = X$, $[\text{CH}_2\text{O}] = Y$. Тогда уравнения записываются следующим образом:

$$dX/dt = K'_2X - k'_6XY - AX/(1 + \alpha X), \quad (1)$$

$$dY/dt = k'_1X - k_6XY - K_8Y. \quad (2)$$

Система дифференциальных уравнений (1), (2) рассмотрена с помощью математического аппарата, представленного и развитого в работах [11,12]. Анализ особых точек системы двух уравнений показал, что она допускает возможность существования устойчивого и неустойчивого фокусов в зависимости от величины констант скорости гетерогенных стадий и значений параметров. Колебательный режим реакции возможен в случае фокуса при значении отношения K_1/k_{10} заметно больше единицы.

На рис. 1 приведены фазовый портрет системы и изменения концентраций радикалов и формальдегида в зависимости от времени (с). При указанных значениях параметров имеет место устойчивый фокус и реализуются затухающие колебания.

Фазовый портрет системы, представленный на рис. 2, соответствует существованию на фазовой плоскости предельных циклов, замкнутых кривых, на которые наматываются фазовые траектории системы, т.е. имеют место автоколебания. Данная ситуация реализуется при увеличении константы k_6 , т.е. увеличении скорости гетерогенной радикальной стадии взаимодействия радикалов CH_3CO_3 с формальдегидом. Это возможно в случае поверхности, инертной к распаду пероксидных соединений и радикалов.

На рис. 3 приведены результаты, полученные для варианта, когда $m = 0.2$. В этом случае имеют место затухающие колебания. Как видно, при увеличении скорости распада пероксидного соединения процесс начинается активней, но и быстрее затухает.

Исследование влияния вариаций параметров на фазовый портрет системы проводилось на варианте, представленном на рис. 2. Установлено,

что при небольшом увеличении параметра A автоколебания все еще имеют место, а при его уменьшении наблюдаются затухание и увеличение частоты осцилляций. При уменьшении параметра α примерно на порядок автоколебательный режим сохраняется, однако при его увеличении наблюдаются затухание процесса и увеличение частоты осцилляций.

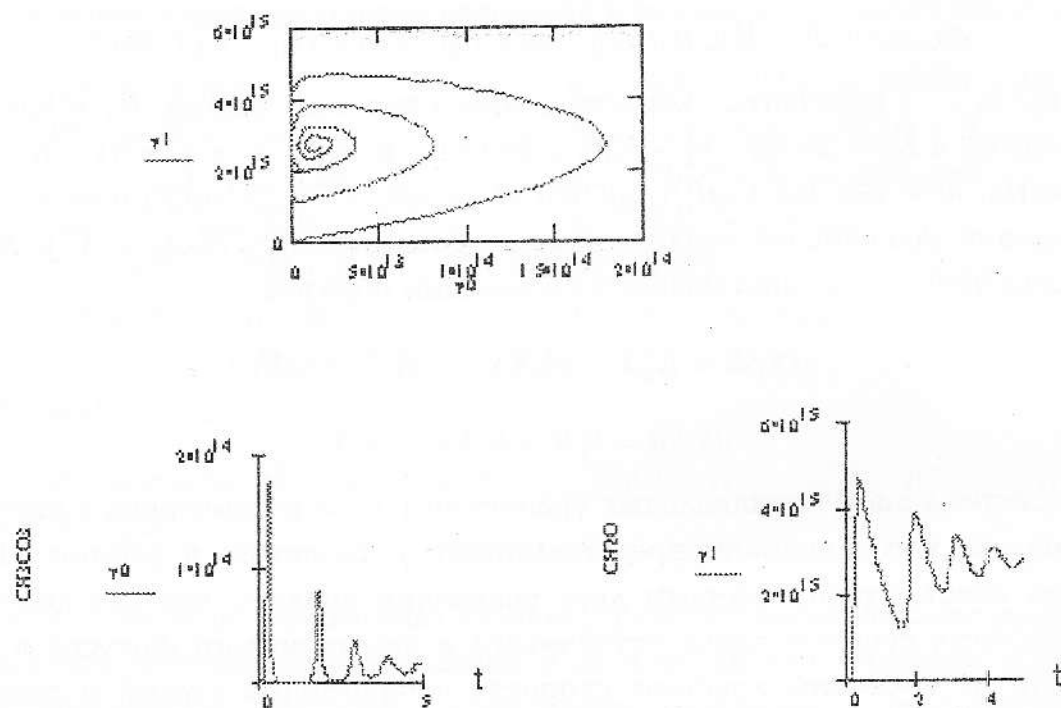


Рис. 1. Фазовый портрет системы и изменения концентрации радикалов CH_3CO_3 и CH_2O в зависимости от времени. $k'_1 = 300 \text{ c}^{-1}$, $K'_2 = 35 \text{ c}^{-1}$, $k_6 = 1.8 \times 10^{-14} \text{ см}^3 \text{ молек.}^{-1} \text{ c}^{-1}$, $k'_6 = 1.26 \times 10^{-14} \text{ см}^3 \text{ молек.}^{-1} \text{ c}^{-1}$, $K_8 = 1.2 \text{ c}^{-1}$, $A = 25 \text{ c}^{-1}$, $\alpha = 1.2 \times 10^{-10} \text{ см}^3 \text{ част.}^{-1}$, $m = 0.15$.

Фактически динамический режим реакции оказывается зависящим также от скорости гибели ведущих активных центров процесса окисления ацетальдегида - радикалов CH_3CO_3 .

Обобщая данные, можно сделать следующее заключение. Имея в виду, что реакция окисления ацетальдегида является примером цепных радикальных реакций с вырожденным разветвлением цепей, сильно зависящих от природы и состояния поверхности реакционного сосуда, естественно было ожидать зависимости также динамических режимов процесса с определенной совокупностью гетерогенных радикальных стадий от природы поверхности.

Отметим, что в работе [12] методом ЭПР при изучении газофазного окисления пропионового альдегида в области отрицательного температурного

коэффициента максимальной скорости реакции было показано, что соотношение вкладов гетерогенного и гомогенного пути расходования альдегида резко меняется в зависимости от природы поверхности реакционного сосуда. При окислении альдегида в реакторе, обработанном KCl, хотя и концентрация радикалов в объеме выше по сравнению с имеющей место в реакторе, обработанном борной кислотой, скорость реакции ниже. Этот факт объясняется большим вкладом гетерогенных радикальных стадий в случае инертной поверхности (борная кислота), а также изменением соотношения скоростей конкурирующих реакций распада и окисления радикалов RCO. Поскольку скорости этих стадий по-разному меняются в зависимости от природы поверхности, то возможны различные варианты реализации динамических режимов процесса. В одном случае [6] важную роль может играть образование колебательно возбужденного формальдегида на поверхности вследствие квадратичной рекомбинации радикалов, в другом - гетерогенное взаимодействие пероксидных радикалов с ингибитором реакции окисления ацетальдегида - CH_2O .

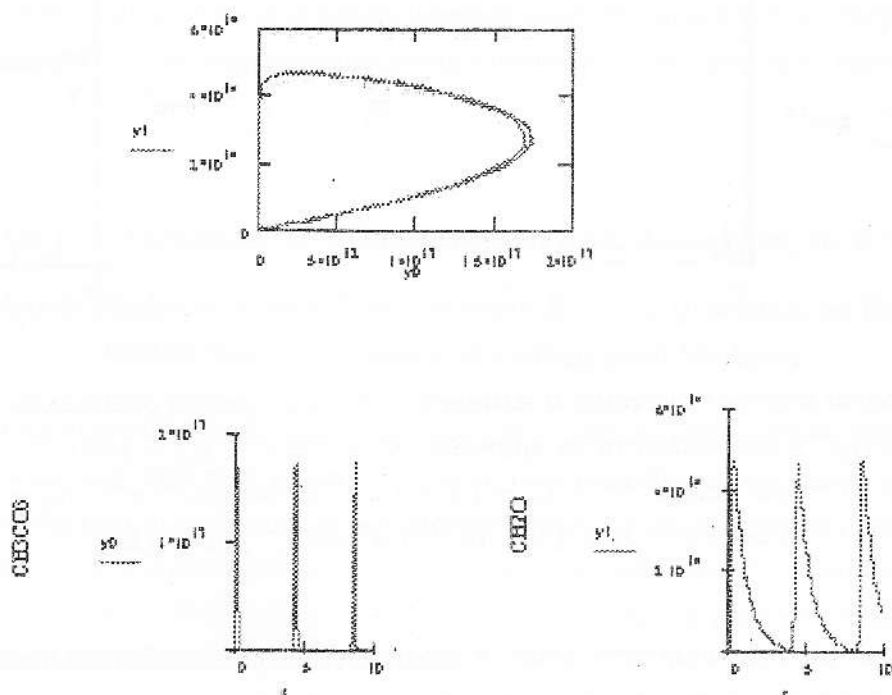


Рис. 2. Фазовый портрет системы и изменения концентрации радикалов CH_3CO_3 и CH_2O в зависимости от времени. $k'_1 = 300 \text{ с}^{-1}$, $K'_2 = 35 \text{ с}^{-1}$, $k_6 = 1.8 \times 10^{-13} \text{ см}^3 \text{ молек.}^{-1} \text{ с}^{-1}$, $k'_6 = 1.26 \times 10^{-13} \text{ см}^3 \text{ молек.}^{-1} \text{ с}^{-1}$, $K_8 = 1.2 \text{ с}^{-1}$, $A = 25 \text{ с}^{-1}$, $\alpha = 1.2 \times 10^{-10} \text{ см}^3 \text{ част.}^{-1}$, $m = 0.15$.

Имея в виду, что концентрация пероксидных радикалов колеблется с некоторой частотой, то и люминесценция, обычно приписываемая обра-

зованию возбужденного формальдегида вследствие реакции квадратичной рекомбинации радикалов CH_3CO_3 с радикалами, присутствующими в системе (CH_3O , OH и др.), будет колебаться в такт с ними.

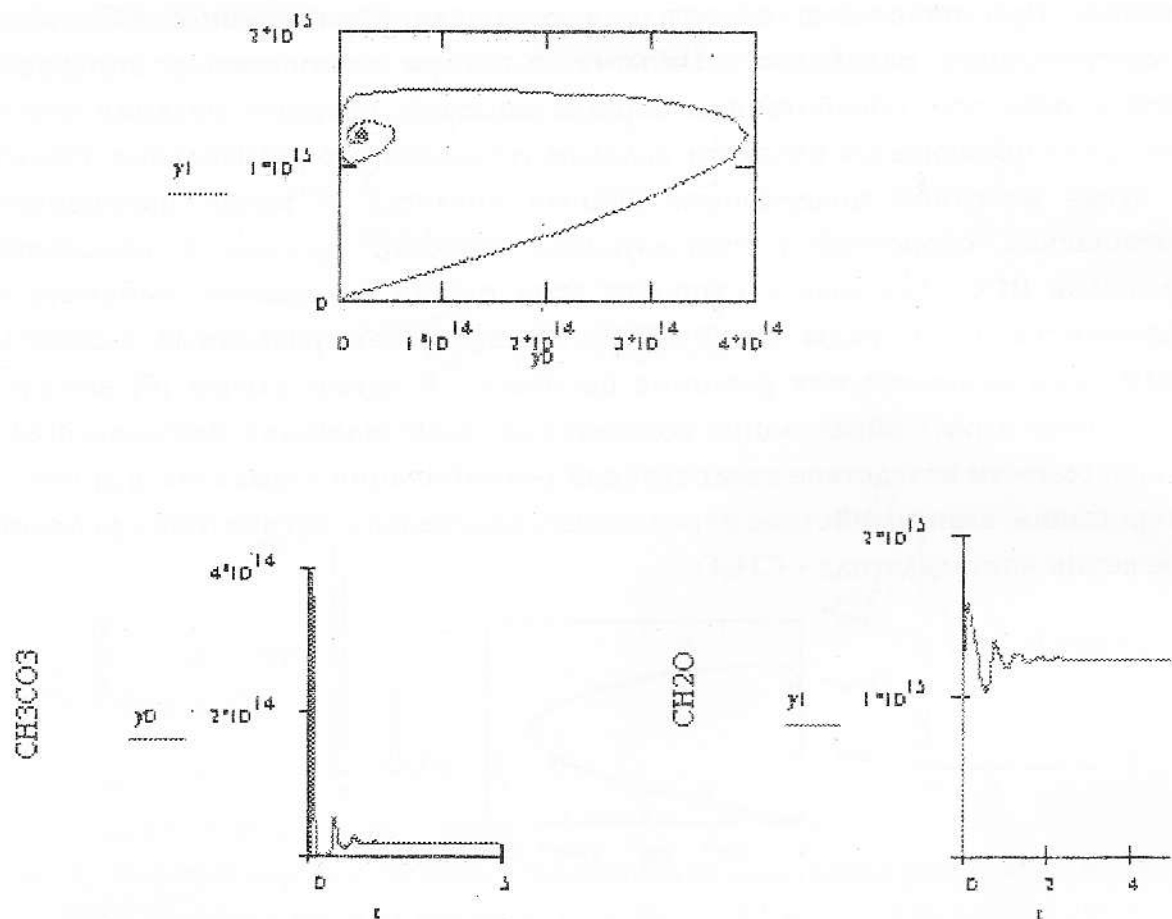


Рис. 3. Фазовый портрет системы и изменения концентрации радикалов CH_3CO_3 и CH_2O в зависимости от времени. $k'_1 = 300 \text{ с}^{-1}$, $K'_2 = 145 \text{ с}^{-1}$, $k_6 = 1.8 \times 10^{-13} \text{ см}^3 \text{ молек.}^{-1} \text{ с}^{-1}$, $k'_6 = 1.1 \times 10^{-13} \text{ см}^3 \text{ молек.}^{-1} \text{ с}^{-1}$, $K_8 = 1.2 \text{ с}^{-1}$, $A = 25 \text{ с}^{-1}$, $\alpha = 1.2 \times 10^{-10} \text{ см}^3 \text{ част.}^{-1}$, $m = 0.2$.

Таким образом, важную роль в возбуждении колебательного режима реакции при окислении альдегидов играют гетерогенные факторы, в частности реакции пероксидного радикала с альдегидом и его гибели на поверхности. В зависимости от величины соответствующих параметров в системе реализуется тот или иной режим процесса. Тот факт, что значения этих параметров меняются не только в зависимости от типа поверхности, но могут меняться и в ходе реакции, может быть причиной как плохой воспроизводимости данных, так и осложнения наблюдения осцилляций. Полученные данные свидетельствуют в пользу правомерности развиваемых

в настоящей работе представлений о решающей роли гетерогенных радикальных стадий в формировании динамических режимов термического окисления органических соединений, в частности колебательного.

Институт химической физики им. А.Б. Налбандяна НАН РА

Ակադեմիկոս Ի.Ա.Վարդանյան, Լ.Ա.Մանուչարովա, Ա.Մ.Առուստամյան,
Ս.Վ.Ծարուկյան

Մաթեմատիկական մոդելավորման մեթոդով ացեթալդեհիդի օքսիդացման ուսումնասիրումը՝ կախված դինամիկ ռեժիմների հետերոգեն ռադիկալային փուլերից

Մոդելավորվել է ացեթալդեհիդի օքսիդացման ռեակցիան: Ներառվել է պրոցեսի վրա հետերոգեն ռադիկալային փուլերի ազդեցության խնդիրը: Ստացված արդյունքները վկայում են այդ փուլերի՝ մասնավորապես CH_3CO_3 ռադիկալների վախճանի և ինհիբիտորի՝ ֆորմալդեհիդի հետ փոխազդեցության կարևոր դերի մասին՝ պրոցեսի որոշակի դինամիկական ռեժիմ ձևավորելու գործում: Մակերևույթի բնույթից կախված՝ իրականանում են տարբերակի պարբերական փոփոխություններ:

Academician I. A. Vardanyan, L. A. Manucharova, A.M. Arustamyan, S. V. Tsarukyan

Study of Dynamic Modes of Acetaldehyde Oxidation Reaction Dependent on Heterogeneous Radical Stages by Method of Mathematical Modeling

Modeling of acetaldehyde oxidation reaction regarding heterogeneous radical stages has been carried out. The data received allow to conclude that in excitation of an oscillatory mode of reaction at oxidation of acetaldehyde the important role play heterogeneous factors, in particular the destruction of CH_3CO_3 radicals and their interaction with inhibitor of the reaction - CH_2O . Depending on values of corresponding parameters in system this or that mode of oscillating process is realized.

Литература

1. Налбандян А.Б., Варданыан И.А. Современное состояние газофазного окисления органических соединений. Ереван. Изд-во АН АрмССР. 1986. 227 с.
2. Луспарян А.П., Оганесян Э.А., Варданыан И.А., Налбандян А.Б. - Арм. хим. журн. 1985. Т. 38. N 5. С. 333-335.
3. Bakhchadjyan R.H., Vardanyan I.A. - Intern. J. Chem. Kinetics. 1994. V. 26.

Р. 595-603.

4. Арустамян А.М., Варданян И.А. - Хим. физика. 1997. Т. 16. N 11. С. 86-91.

5. Ян С.А., Варданян И.А., Налбандян А.Б. - Кинетика и катализ. 1985. Т. 26. Вып. 3. С. 730-736.

6. Sargsyan G.S., Yessayan R.S., Vardanyan I.A. - J. Appl.Catalysis A. 2000. V.203. P. 285-291.

7. Манучарова Л.А., Царукян С.В., Варданян И.А. - ДНАН Армении. 2003. Т. 103. N 2. С. 121-125.

8. Manucharova L.A., Tsarukyan S.V., Vardanyan I.A. - Intern. J. Chem. Kinetics. 2004. V. 36. P. 591-595.

9. Vardanyan I.A., Nalbandyan A.B. - Intern. J. Chem. Kinetics. 1985. V. 17. P. 901-924.

10. Грей П., Скотт С. Колебания и бегущие волны в химических системах. М. Мир. 1988. 720 с. "Изотермические колебания и релаксационные вспышки в газофазных реакциях: Окисление монооксида углерода и водорода". С. 532-568.

11. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М. Наука. 1967. 492 с.

12. Оганесян Э.А., Варданян И.А., Налбандян А.Б. - Хим. физика. 1988. Т.7. N 3. С. 363-369.

БИОХИМИЯ

УДК 577.616

А.С. Алексанян, Г.М. Симонян, С.С. Алексанян, М.А. Симонян

**Факторы оксидативного повреждения крови больных при хронической
почечной недостаточности**

(Представлено академиком А.А.Галояном 1/XI 2005)

Ключевые слова: *кровь, металлопротеины, хроническая почечная недостаточность, оксидативное повреждение*

Хроническая почечная недостаточность (ХПН) почти всегда сопровождается обострением других заболеваний (сердечно-сосудистые заболевания, тромбоз, хронический грануломатоз и др.) [1-4]. При этом наблюдается накопление конечных продуктов гликозилирования и дикарбоксильных соединений [5] и дефицит нитроксильных радикалов в эпителиальных клетках сосудов [6]. При ХПН, ассоциирующей со снижением экспрессии каталазы и глутатионпероксидазы в почечной ткани как факторами детоксикации перекиси водорода и органических гидроперекисей [7], происходит увеличение продуцирования активных форм кислорода (АФК) и снижение активности других антиоксидантных защитных систем [8]. Эти факторы вызывают оксидативное повреждение почечной ткани и в целом оксидативный стресс, чему несколько способствует внутривенно введенное железо (феррий глюконат) при терапии хронических почечных заболеваний [9]. В то же время в крови больных наблюдается увеличение насыщенности трансферрина железом и интенсификация перекисного окисления липидов (ПОЛ). При оксидативном стрессе клеточное повреждение, или дисфункция органов, включая и почки, имеет место при накоплении в них АФК. Причем АФК действуют как инактивирующие агенты ферментов митохондрий, повреждающие ДНК или вызывающие апоптоз клеток и их гипертрофию. На этом фоне нитроксил ($\text{NO}\cdot$) как энергичный релаксационный фактор, действуя с супероксидом, образует пероксинитрил ($\text{ONOO}\cdot$), который

является энергичным оксидантом. Это создает дефицит нитроксила и ведет к повышению активности НАДРН-зависимых супероксид-продуцирующих оксидоредуктаз как основных источников супероксидов в стенках сосудов почек [10,11]. Для снижения повреждающих эффектов оксидативного повреждения при ХПН часто используется антиоксидантотерапия с применением антиоксидантов (витамины Е и С, N-ацетилцистеин, восстановленный глутатион, селенат натрия) и соответствующих биомембран для ультра-чистого диализа крови и гемодиализа [8]. К настоящему времени внимание обращается в основном на выявление патогенических механизмов оксидативного повреждения клеток почек, а характерные изменения анти- и прооксидантных систем крови при ХПН остаются в тени.

Цель работы состоит в определении количественных и качественных изменений металлопротеинов (МП) крови больных ХПН.

Металлопротеины антиоксидантной активности (МАО) и металлопротеины прооксидантной активности (МПА), а также эритроцитарные мембраны (ЭМ) получали из крови (по 20 мл) пациентов с ХПН (14 больных обоих полов в возрасте 48-67 лет с давностью заболевания 2-5 лет). В качестве контроля были использованы показатели донорской крови 7 человек обоих полов. МАО (Cu,Zn-СОД и каталаза из растворимой фракции эритроцитов, церулоплазмин (ЦП) и трансферрин (ТФ) из сыворотки крови) и МПА (цитохром (цит) b5 из растворимой фракции эритроцитов, изоформы цит b558 ЭМ - цит b558III и цит b558IV, а также O_2^- -продуцирующий липопротеин сыворотки - супрол) выделяли и очищали биотехнологическим способом путем ионообменной хроматографии белковых фракций сыворотки, растворимой части эритроцитов и ЭМ на целлюлозах ДЕ-52 и КМ-52 ("Whatman", Англия), сефадексе ДЕАЕ А-50 ("Pharmacia", Швеция) и гель-фильтрации на сефадексах G -100 и G -150 (Pharmacia). Цит b558III и цит b558IV выделяли и очищали без использования детергента, заметно снижающего стабильность указанных гемопротеинов [12,13]. Количество МП определяли путем измерения характерной для данного белка плотности максимального оптического поглощения: для цит b5 - 525, изоформ цит b558 - 530, супрола - 430, ЦП - 610 и ТФ - 470 нм. Активность супероксиддисмутазы и супероксид-продуцирующую активность цит b558III и супрола определяли методом нитротетразолиевого синего (НТС) [14], путем измерения процента ингибирования (для СОД) или увеличения (для супрола и цит b558III) образования формазана в результате восстановления НТС супероксидными радикалами (O_2^-). За единицу СОД-активности принимали количество фермента, снижающее продуцирование формазана (при 560 нм) на 50%. Удельную СОД-активность определяли в расчете на 1 мл эритроцитов.

За единицу НАДРН-зависимой O_2^- -продуцирующей активности цит b558III и супрола [15] принимали количество белков, повышающее образование формазана на 50%. Удельная O_2^- -продуцирующая активность для цит b558III была рассчитана на 1 мл эритроцитов, а для супрола - на 1 мл сыворотки.

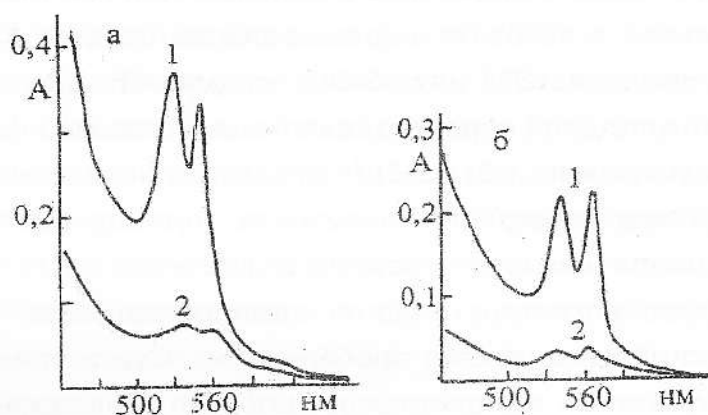


Рис.1. Оптические спектральные характеристики комплекса цит b558III с Hb: а - оптические спектры поглощения комплекса цит b558III с Hb у больных ХПН (1) и у доноров (2); б - отщепленный от этого комплекса Hb у больных ХПН (1) и у доноров (2).

Для определения O_2^- - продуцирующей активности цит b558III в гетерогенной фазе (в ЭМ) к реакционной смеси добавляли 0.5 мл ЭМ, смешанных с 0.04 М калий-фосфатным буфером, pH 7.4 (КФБ). Метгемоглобин (метHb)-восстанавливающую активность цит b558III [16] определяли путем измерения процента снижения плотности поглощения альфа-полосы (при 565 нм) мет Hb (ферриHb- Fe^{+3}) в течение 4-8 ч при 30°. Такое снижение прямо пропорционально увеличению уровня образовавшегося ферроHb (Fe^{+2} -Hb) при 555 нм. За единицу метHb-восстанавливающей активности цит b558III принимали количество гемопroteина, уменьшающее интенсивность плотности альфа-полосы до 0.05 в течение 30 мин при 30°. Удельная метHb-восстанавливающая активность цит b558III была определена в расчете на 1 мл эритроцитов. При определении метHb-восстанавливающей активности цит b558III в гомогенной фазе величина плотности поглощения изолированного цит b558III (A530) в реакционной смеси (3 мл) составляла 0.02. Расчетный уровень добавленного к реакционной смеси цит b558III в гетерогенной фазе (в 0.5 мл ЭМ) ниже приблизительно в 5-10 раз по сравнению с содержанием цит b558III в гомогенной фазе. Процедура определения метHb-восстанавливающей активности такова: непосредственно в кварцевых кюветах спектрофотометра к 2.5 мл свежеполученного метHb из эритроцитов донорской крови и крови больных ХПН добавляли 0.5 мл изолированного цит b558III (гомогенная фаза) или 0.5 мл ЭМ, смешанных с 0.04 М КФБ

(гетерогенная фаза). После быстрого смешивания реакционной смеси ее оставляли в покое и осторожно (без перемешивания) регистрировали снижение плотности альфа-поглощения метНб при указанных выше условиях. Для определения степени релизинга (отщепления) цит b558III из ЭМ (по 10 мл, смешанных с КФБ при рН 8) доноров и больных ХПН ЭМ инкубировали при 4° в течение 4 суток в условиях перемешивания смеси. Далее определяли уровень отщепленного из ЭМ цит b558III, предварительно удаляя следы Нб. Уровень продукта липидной пероксидации (малоновый диальдегид-МДА) в ЭМ (по 0.5 мл) после релизинга цит b558III определяли оптическим спектральным методом [17], путем измерения плотности поглощения МДА, величина молярной экстинкции которого составляет $1.56 \times 10^5 \text{ M}^{-1}\text{cm}^{-1}$. Оптические спектры поглощения регистрировали на спектрофотометре "Specord UV-VIS" (Германия) с длиной оптического пробега 1 см. Статистическую обработку полученных результатов осуществляли методом вариационной статистики Стьюдента-Фишера, с определением критерия достоверности.

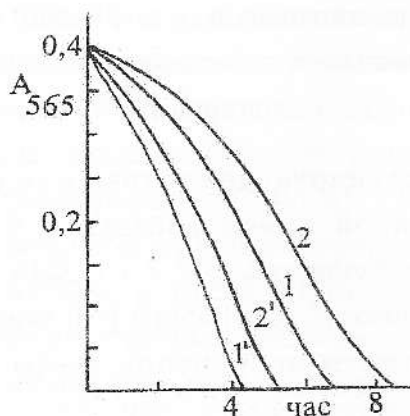


Рис.2. Кинетические кривые снижения плотности максимального оптического поглощения ферриНб (Fe^{+3} -Нб) при 565 нм (альфа-полосы поглощения) под воздействием цит b558III доноров (1) и цит b558III у больных ХПН (2) в гетерогенной фазе (в ЭМ); то же (1' и 2') в гомогенной фазе.

При ХПН состав МП сыворотки крови и эритроцитов существенно изменяется (табл.1). На фоне заметного повышения эндогенного уровня МПА (цит b58III, цит b558 IV ЭМ), а также цит b5 растворимой фракции эритроцитов происходит увеличение НАДРН-зависимой супероксид-продуцирующей активности цит b558III в гетерогенной и особенно гомогенной фазе. Повышается и степень релизинга цит b558 из ЭМ, со снижением супероксид-продуцирующей активности последних и уменьшением в них ПОЛ. Эти результаты свидетельствуют о том, что при ХПН компенсаторно-адаптационные системы организма увеличивают уровень и активность цит b558III ЭМ, тем самым усиливая метаболические процессы с участием O_2^- , продуцируемых этим

гемопротеином. Однако это вызывает и увеличение ПОЛ в ЭМ при ХПН [18], инициированного супероксидными радикалами, продуцируемыми цитохромом b558III в гетерогенной фазе (в ЭМ). Действительно, в результате повышения степени релизинга цит b558III из ЭМ наблюдается снижение в последних уровня МДА (табл.1). В свою очередь, НАДРН-зависимая супероксид-продуцирующая активность цит b558III в гомогенной фазе выше, чем в гетерогенной. Видимо, это связано с повышением уровня перекиси водорода в ЭМ (перекись водорода является продуктом ферментативного дисмутирования супероксидных радикалов [19]), которая снижает активность этого гемопротеина и деградирует его [20]. Увеличение уровня цит b558III в ЭМ, его O_2^- - продуцирующей активности вызывает увеличение текучести ЭМ и существенное увеличение степени проникновения Hb в ЭМ, что действительно наблюдается при ХПН (рис.1). Цит b558III фактически является рецептором Hb в ЭМ и образует с ним нестабильное комплексное соединение. Основным фактором такого комплексообразования является нитроксильный радикал, локализованный в лигандном окружении железа в активном центре цит b558III [21]. Такое комплексообразование цит b558III с метHb *in vivo* наблюдается и при злокачественных новообразованиях [21], разница состоит только в степени такого комплексообразования, которое несколько выше при ХПН (рис.1). Однако при ХПН подавляется метHb-восстанавливающая активность цит b558III (рис.2) как в гомогенной, так и гетерогенной фазе (в ЭМ). Фактически при ХПН цит b558III претерпевает не только количественные, но и качественные изменения. Возможно, эти изменения связаны со сдвигами уровня нитроксила, ФАД и сахарных остатков в составе молекулы цит b558III [20]. Однако эти изменения практически не отражаются на оптико-спектральных характеристиках цит b558III (рис.3).

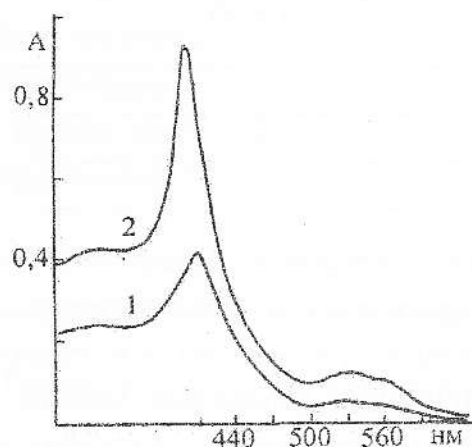


Рис.3. Оптические спектры поглощения цит b558III из ЭМ доноров (1) и больных ХПН (2).

Относительное изменение (%) уровня МАА и МПА при ХПН по сравнению со 100% показателями донорской крови ($P < 0.05$, $n = 8$)

МП и активность	ХПН
Цит b5	+ 7.8 +/- 1.1
Цит b 558III	+ 62.3 +/- 4.8
Цит b 558IV	+ 87.4 +/- 9.5
Цит b 558 (рилизинг)	+ 45.8 +/- 7.1
O ₂ ⁻ - продуцирующая активность ЭМ после рилизинга цит b 558III	- 20.1 +/- 2.2
МДА в ЭМ, после рилизинга цит b 558III	- 31.8 +/- 2.9
O ₂ ⁻ - продуцирующая активность цит b 558III в гомогенной фазе	+ 77.3 +/- 6.1
O ₂ ⁻ - продуцирующая активность цит b 558III в гетерогенной фазе (в ЭМ)	+ 45.5 +/- 4.6
Супрол	- 56.9 +/- 5.0
O ₂ ⁻ - продуцирующая активность супрола	+ 155.8 +/- 21.4
Церулоплазмин	+ 61.4 +/- 3.7
Трансферрин	- 30.2 +/- 2.1
Cu,Zn-СОД	+ 28.6 +/- 1.9
Каталаза	+ 50.4 +/- 3.3

Таблица 2

Относительные изменения (%) АС и ПС в сыворотке крови и эритроцитов у больных ХПН по сравнению со 100% контрольными показателями ($P < 0.05$, $n = 8$)

Компоненты крови	АС	ПС
Сыворотка	+ 31.4 +/- 2.0	+ 93.1 +/- 8.7
Эритроциты	+ 78.6 +/- 4.1	+ 157.5 +/- 14.9

Другим характерным фактором ХПН является существенное снижение уровня супероксид-продуцирующего липопротеина высокой плотности - супрола [17] на фоне резкого увеличения его супероксид-продуцирующей активности (табл.1). Причиной снижения уровня супрола, несомненно, является усиление процесса перекисного окисления собственных фосфолипидных остатков при ХПН, что может вызывать самоагрегацию супрола и повышение вязкости сыворотки, а также стимулировать тромбообразование и в целом нарушение гемодинамики при ХПН [21,20,15]. Переходя от МПА

к МАА, можно констатировать, что при ХПН вырабатывается адекватное повышение эндогенного уровня МАА за исключением ТФ, и это вызывает некоторое нарушение метаболизма железа в крови. Однако расчетный суммарный уровень МАА (антиоксидантный статус (АС)) существенно ниже расчетного суммарного уровня МПА (прооксидантный статус (ПС)) сыворотки крови и эритроцитов (табл.2). Это свидетельствует о значительном нарушении физиологического равновесия между продуцирующими и утилизирующими АФК МП в крови пациентов при ХПН. Таким образом, при ХПН основные механизмы оксидативного повреждения компонентов крови (МП и ЭМ) связаны с резким повышением степени комплексообразования цит b558III и Hb, усилением продуцирования супероксидов супролом и цит b558III, а также снижением метHb-восстанавливающей активности этого гемопротейна и созданием характерного дисбаланса между МП - регуляторами метаболизма АФК.

Институт биохимии им.Г.Х. Бунятыана НАН РА

Ա.Ս. Ալեքսանյան, Գ.Մ. Միմոնյան, Ս.Ս. Ալեքսանյան, Մ.Ա. Միմոնյան

Քրոնիկ երիկամային անբավարարությամբ հիվանդների արյան օքսիդարիվ վնասման գործոնները

Քրոնիկ երիկամային անբավարարությամբ հիվանդների արյան օքսիդարիվ վնասման մեխանիզմները առնչվում են ցիտ b558 III-ի և մետHb-ի միջև կոմպլեքսագոյացման խթանման, սուպրոլի և ցիտ b558 III-ի O_2^- - գոյացման ակտիվության աճի, ցիտ b558III-ի՝ մետHb-ի վերականգնման ակտիվության ընկճման՝ հոմոգեն և հեպերոգեն փուլում (երիթրոցիտների թաղանթներում), արյան շիճուկի և երիթրոցիտների պրոօքսիդանտային կարգավիճակի աճման, ինչպես նաև երիթրոցիտների թաղանթներից ցիտ b558-ի արտազատման ասպիճանի նվազման հետ:

A.S. Alexanyan, G.M. Simonyan, S.S. Alexanyan, M.A. Simonyan

Factors of Oxidative Damage of Blood of the Patients with Chronic Renal Failure

The mechanisms of blood's oxidative damage at the patients with chronic renal failure are connected with the sharp stimulation of formation of the complex compound between cyt b558III and Hb., the increase of the superoxide-producing activity of suprol and cyt

b558III., the decrease of metHb-reducing activity of cyt b558III in homogenous and heterogeneous phases (in EM), the elevation of the prooxidative status of blood serum and erythrocytes, as well as, the decrease of the releasing degree of cyt b558III from EM.

Литература

1. D'Elia J.A., Weinrauch L.A., Gleason R.E. - Int.J.Cardiol. 2005. V. 101. P. 19.
2. Caimi G., Carollo C., Lo Presti R. - Clin. Nephrol. 2004. V. 62. P. 331.
3. Cassrely L.F., Dember L.M. - Semin. Dial. 2004. V. 17. P. 71.
4. Kimpen J., Van Damme-Lombaerts R., Van den Berghe G., Proesmans W. - Eur. J. Pediatr. 1991. V. 150. P. 325.
5. Lapolla A., Reitano R., Seraglia R. - Mol.Nutr.Food.Res. 2005. V. 49. P. 685.
6. Passauer J., Pistrosch F., Bussemaker E. - Kidney Int. 2005. V. 67. P. 1665.
7. Sindhu R.K., Edhaie A., Farmond F. - Biochim.Biophys Acta. 2005. V. 1743. P. 86.
8. Luciak M. - Roczn. Akad.Med.Bialy. 2004 V. 49. P. 157.
9. Leehev D.J., Palubiak D.J., Chebrolu S., Agarwal R. - Nephrol. Dial. Transplant. 2005. V. 20. P. 135.
10. Modlinger P.S., Wilcox C.S., Aslan S. - Semin Nephrol. 2004. V. 24. P. 354.
11. Percy C., Pat B., Poronnik P., Gobe G. - Adv.Chronic Kidney Dis. 2005. V. 12. P. 78.
12. Симонян М.А., Симонян Г.М. - Лицензия изобрет. N341 Армпатента. Ереван. 1997.
13. Симонян М.А., Симонян Г.М., Симонян Р.М. - Лицензия изобрет. № 908 Армпатента. Ереван. 2001.
14. Nishikimi M., Rao N.A., Jagi K. - Biochem.Biophys.Res.Communs. 1972. V. 62. P. 849.
15. Симонян Г.М., Бабаян М.А., Симонян Р.М., Симонян М.А. - Биол. ж.Армении. 1999. Т. 52. С. 18.
16. Симонян Р.М., Симонян Г.М. - Мед.наука Армении. 2004. Т. 44. С. 43.
17. Симонян Р.М., Симонян Г.М., Бабаян М.А., Симонян М.А. - Мед. наука Армении. 2003. Т. 43. С. 13.
18. Lim C.S., Vaziri N.D. - Am.J.Nephrol. 2004. V. 24. P. 569.
19. Fridovich I. - Annu Rev.Biochem.1995. V. 64. P. 97.
20. Симонян Г.М., Симонян Р.М., Бабаян М.А., Карапетян А.В., Симонян М.А. - Мед. наука Армении. 2003. Т. 43. С. 30.
21. Симонян Г.М. - Автореф. канд. дис. Оксидативный стресс при злокачественных новообразованиях. Институт биохимии НАН РА. Ереван. 2003.

БИОХИМИЯ

УДК 577.152

А.Р. Варданян, В.С. Арутюнян, академик А.А. Аветисян, М.А. Симонян

**Влияние соединения ВАС-167 на уровень эндогенных металлопротеинов
крови крыс при аллоксановом диабете**

(Представлено 9/XII 2005)

Ключевые слова: *аллоксановый диабет, металлопротеины крови, соединение ВАС-167*

Соединение ВАС-167, являющееся производным 4-бутанолида, оказывает антиопухолевый эффект в эксперименте [1] и корректирует липидный и энергетический обмен кардиомиоцитов при ионизирующей радиации, а также глицеринкиназный и гликолитический пути фосфатидогенеза в легочной ткани [2,3]. По предварительным данным, ВАС-167 обладает стабильной СОД-миметической активностью (около 3%) и оказывает высокое противодействие перекиси водорода. Эти свойства дают основание для использования ВАС-167 в качестве возможного регулятора при аллоксан-индуцированном диабете, так как при этой патологии наблюдается существенное увеличение уровня супероксидных радикалов и других форм активного кислорода с нарушением физиологического равновесия между металлопротеинами (МП) крови анти- и прооксидантной активности - регуляторами метаболизма активных форм кислорода (АФК) [4,5]. При этом ферменты антиоксидантной активности (СОД, каталаза) при аллоксановом диабете (АД) оказывают антидиабетическое воздействие [6-8]. Однако эффективность, рентабельность, время полураспада и проникновения через биомембраны этих ферментов после введения в организм недостаточны [8]. ВАС-167 гидрофобное соединение, вероятность проникновения которого через биомембраны (включая и эритроцитарные) значительна.

Цель работы состоит в определении эффективности воздействия соединения ВАС-167 на выживаемость крыс и на эндогенные уровни МП анти-

и прооксидантной активности крови крыс при аллоксан-индуцированном диабете.

Исследование проводили на 32 белых крысах массой 180-220 г. Аллоксановый диабет вызывали однократным внутрибрюшинным введением аллоксана ("Sigma") в дозе 150 мг/кг массы животного. Животные были подразделены на группы (по 16 крыс в каждой): интактные (К), 15-дневные аллоксандиабетические (опытная группа 1, ОГ-1), аллоксандиабетические с трехкратным введением (по 1 мл) ВАС-167 (1 мл, 5 мг/кг) через каждые 3 дня (ОГ-2). МП антиоксидантной активности (МАО) и МП прооксидантной активности (МПА) получали из крови животных испытываемых групп. МАО (Cu,Zn-СОД и каталаза - из растворимой фракции эритроцитов, церулоплазмин (ЦП) и трансферрин (ТФ) - из сыворотки крови) и МПА (цитохром (цит)b5 - из растворимой фракции эритроцитов, изоформы цитохрома b558 I-IV - из сыворотки крови и эритроцитарных мембран (ЭМ), а также O_2^- -продуцирующий липопротеин сыворотки - супрол) выделяли и очищали биотехнологическим способом путем ионообменной хроматографии белковых фракций сыворотки, растворимой части эритроцитов и ЭМ на целлюлозах ДЕ-52 и КМ-52, сефадексе ДЕАЕ А-50 и гель-фильтрации на сефадексе G-100 [9]. Цит b558III и цит b558IV выделяли и очищали без использования детергента, заметно снижающего стабильность указанных гемопротеинов [10]. Количество МП определяли путем измерения характерной для данного белка плотности максимального оптического поглощения: для цит b5 при 525 нм, для изоформ цит b558 при 530, супрола - 430, ЦП - 610 и ТФ - 470 нм. Активность супероксиддисмутазы (СОД) и супероксид-продуцирующую активность цит b558III и супрола определяли нитротетразолиевым синим (НТС) методом [11] путем измерения процента ингибирования (для СОД) или увеличения (для супрола и цит b558III) образования формазана в результате восстановления НТС супероксидными радикалами (O_2^-). За единицу СОД-активности принимали количество фермента, снижающее продуцирование формазана (при 560 нм) на 50%. Удельную СОД-активность определяли в расчете на 1 мл эритроцитов. За единицу НАДРН-зависимой O_2^- -продуцирующей активности цит b558III и супрола принимали количество белков, повышающее образование формазана на 50%. Удельная O_2^- -продуцирующая активность для цит b558III была рассчитана на 1 мл эритроцитов, а для супрола - на 1 мл сыворотки. Метгемоглобин (метHb)-восстанавливающую активность цит b558III [11] определяли путем измерения процента снижения плотности поглощения альфа-полосы (при 565 нм) мет Hb (ферриHb- Fe^{+3}) в течение 4-8 ч при 30°. Такое снижение плотности поглощения альфа-полосы прямо пропорционально увеличению уровня образовавшегося ферроHb (Fe^{+2} -

Hb) при 555 нм. За единицу метHb-восстанавливающей активности цит b558III принимали количество гемопroteина, уменьшающее интенсивность плотности альфа-полосы до 0.05 в течение 30 мин при 30°. Удельная метHb-восстанавливающая активность цит b558III была определена в расчете на 1 мл эритроцитов. При определении метHb-восстанавливающей активности цит b558III в гомогенной фазе величина плотности поглощения изолированного цит b558III (A530) в реакционной смеси (3 мл) составляла 0.02. Процедура определения метHb-восстанавливающей активности такова: непосредственно в кварцевых кюветах спектрофотометра к 2.5 мл свежеполученного метHb добавляли 0.5 мл изолированного цит b558III. После быстрого смешивания реакционную смесь оставляли в покое и без перемешивания регистрировали снижение плотности альфа-поглощения метHb при указанных выше условиях. Оптические спектры поглощения регистрировали на спектрофотометре "Specord UV-VIS" (Германия) с длиной оптического пути 1 см. Статистическую обработку полученных результатов осуществляли методом вариационной статистики Стьюдента-Фишера с определением критерия достоверности.

Таблица 1

Относительное изменение (%) уровня и активности МАА и МПА в ОГ-1 и ОГ-2 по сравнению с 100%-ными контрольными показателями ($P < 0.05$, $n = 8$).

МП и активность	ОГ-1	ОГ-2
Цит b5	+ 37.1 +/- 3.6	+ 13.9 +/- 2.1
Сумма цит b558I + b558II	-23.4 +/- 1.9	-15.3 +/- 1.3
Цит b558III	-35.6 +/- 3.1	- 21.5 +/- 2.0
Цит 558IV	-40.0 +/- 3.9	+ 4.1 +/- 0.8
O ₂ -продуцирующая активность цит b558III	+ 28.1 +/- 2.2	+ 20.3 +/- 2.2
МетHb-восстанавливающая активность цит b558III	+ 23.5 +/- 1.8	+ 12.3 +/- 1.1
Супрол	+ 19.5 +/- 2.0	+ 21.3 +/- 3.1
O ₂ -продуцирующая активность супрола	+ 60.2 +/- 4.9	+ 10.1 +/- 0.5
ЦП	-44.5 +/- 4.2	-13.1 +/- 1.9
ТФ	+ 4.7 +/- 0.2	+ 11.2 +/- 0.4
Cu,Zn- СОД	+ 10.4 +/- 0.3	+ 18.4 +/- 2.3
Каталаза	-45.7 +/- 2.4	-38.4 +/- 4.1

При 15-дневном аллоксановом диабете МАА и МПА крови претерпевают не только характерные количественные, но и качественные изменения (табл.1). Наблюдается повышение эндогенного уровня цит b5 (ОГ-1) в растворимой фракции эритроцитов (цит b5 является переносчиком электрона для метHb редуктазной системы), что может быть результатом потери

животными подвижности (гипокинезия) [12]. Снижение уровня изоформ сывороточных цит b558 может быть связано с повышением их расходования при нейтрализации повышенного уровня перекиси водорода. Эффект снижения уровня цит b558I и b558II при АД также связан с увеличением уровня перекиси водорода в эритроцитах (перекись водорода необратимо деградирует цит b558III и b558IV [13]). Однако снижение уровня цит 558 ЭМ компенсируется некоторым повышением НАДРН-зависимой супероксид-продуцирующей и метHb-восстанавливающей активности этого гемопро-теина. В описанных условиях повышение супероксид-продуцирующей активности намного больше, чем прирост эндогенного уровня супрола. Это может быть связано со стимулированием липидной пероксидации супрола при АД. С другой стороны, существенно снижается и стабильность супрола (супрол переходит в нерастворимое состояние уже через 2 ч). В ОГ-1 значительное снижение уровня ЦП (ключевого белка острой фазы [6]) существенно снижает антирадикальную защиту сыворотки. На этом фоне уровень ТФ практически не меняется. Активности ключевых ферментов антиоксидантной активности эритроцитов - Cu,Zn-СОД и каталазы изменяются неадекватно. Небольшое повышение активности Cu,Zn -СОД происходит на фоне заметного снижения активности каталазы, что отрицательно воздействует на состояние остальных МП крови анти- и прооксидантной активности, так как нарушение метаболизма перекиси водорода, ее накопление стимулирует деградацию этих МП. Это влияет на антиоксидантный статус АС - расчетный суммарный уровень МАА и прооксидантный статус (ПС) - расчетный суммарный уровень МПА сыворотки и эритроцитов (табл.2). Если в сыворотке дисбаланс между МАА и МПА существенный, то в эритроцитах АС и ПС различаются незначительно (снижены по сравнению с нормой). Нарушение физиологического равновесия между АС и ПС при АД вызывает оксидативное повреждение крови и гибель животных ($23.2 \pm 1.8\%$) в приведенном режиме АД.

Таблица 2

Относительное изменение (%) уровня АС и ПС сыворотки крови и эритроцитов в ОГ-1 и ОГ-2 по сравнению с 100% - ными контрольными показателями ($P < 0.05$, $n = 8$)

Компоненты крови	ОГ-1		ОГ-2	
	АС	ПС	АС	ПС
Сыворотка	-39.8 $\pm$ 2.7	+ 79.7 $\pm$ 5.1	- 1.9 $\pm$ 0.2	+ 31.4 $\pm$ 2.3
Эритроциты	-25.7 $\pm$ 2.4	-33.8 $\pm$ 2.7	-20.0 $\pm$ 1.4	+ 4.5 $\pm$ 0.6

В ОГ-2 под воздействием экзогенно введенного соединения ВАС-167 в большинстве случаев наблюдается приближение к контрольным показателям уровня и активности МАА и МПА. Это улучшает кислородный гомеостаз и гемодинамику, снижая степень агрегации эритроцитов и гемопротеиновых компонентов эритроцитов. Повышается и стабильность супрола. В результате этого гибель животных снижается и составляет всего 8 - 9%. При этом АС в сыворотке крови практически нормализуется (табл.2), хотя ПС оставался пока выше нормы. В эритроцитах наблюдается некоторое снижение АС и практически нормализация ПС. Однако под воздействием ВАС-167, обладающего около 3% СОД-миметической активностью и в основном положительно влияющего на метаболизм регуляторных АФК МП, уровень каталазы остается пока еще значительно ниже нормы. Видимо, это обстоятельство и препятствует полному регулированию эндогенных уровней МП крови. Отсюда вытекает необходимость компенсации снижения эндогенного уровня каталазы введением экзогенной каталазы, желательно отдельно от ВАС-167, несколько денатурирующего этот фермент. Таким образом, соединение ВАС-167 оказывает определенное регуляторное воздействие на уровень и активность МАА и МПА при АД, оставляя практически сниженным уровень каталазы, что можно компенсировать комбинацией ВАС-167 и экзогенной каталазы.

Институт биохимии им.Г.Х. Бунятыана НАН РА
Ереванский государственный университет

**Ն.Ռ. Վարդանյան, Վ.Ս. Նարությունյան, ակադեմիկոս Ա.Ա. Ավերիսյան,
Մ.Ա. Սիմոնյան**

**ՎԱՍ-167 միացության ազդեցությունը առնետների արյան մեքաղապրոպեինների
էնդոգեն մակարդակի վրա արոսանային շաքարախորի ժամանակ**

ՎԱՍ-167 միացությունը (ներորովայնային եռակի ներարկումով, 5մգ/կգ չափաբաժնով) ցուցաբերում է կարգավորիչ ազդեցություն առնետների արյան հակա- և պրոօքսիդանտային ակտիվությամբ օժտված մեքաղապրոպեինների էնդոգեն մակարդակի և ակտիվության վրա՝ կրճատելով մահացող կենդանիների թիվը: Այնուհանդերձ կարալազի մակարդակը դեռևս մնում է նորմայից ցածր:

The Influence of VAS-167 Compound on the Level of Endogenous Metalloproteins of Rat Blood at Alloxan Diabetes

The VAS-167 compound (injected intraperitoneally 3 times at the dose of 5 mg/kg) indicates the regulating effect on the endogenous level and activity of rat blood anti- and prooxidative activity of metalloproteins at 15 days alloxan diabetes, simultaneously decreases the number of death of the animals. However the level of catalase in the main still is lower in comparison with the norm.

Литература

1. Арутюнян В.С., Кочикян Т.В., Аветисян А.А., Кинзирский А.С. В кн.: Актуальные проблемы экспериментальной и клинической медицины. МЗ РА и Гематологический центр им. Р.Еляна. Ереван. 1998. С. 409-411.
2. Казарян П.А., Саакян Л.С., Егиазарян А.Р., Григорян А.Г., Бегларян М.К. - Ученые записки ЕГУ. 2002. Т.1. С. 86-89.
3. Shaakyan R.Kh., Kazaryan P.A., Avetisyan A.A. - 3-rd young medics' Intern. conf. Yerevan 2005. P. 160.
4. Варданян А.Р., Геворкян Д.Н., Агаджанов М.И., Симонян М.А. - Мед. наука Армении. 1999. Т.39. С. 38-42.
5. Варданян А.Р., Геворкян Д.Н., Агаджанов М.И., Симонян М.А. - Мед. наука Армении. 2000. Т.40. С. 20-22.
6. Мжельская Т.И. - Бюлл. эксп. биол. мед. 2000. Т.130. С.124-133.
7. Granqvist K. - Nature. 1981. V.254. P.158-162.
8. Gandy S.E. - J.Clin. Invest. 1982. V.70. P.650-659.
9. Симонян М.А., Симонян Г.М. - Лицензия изобрет. Армпатента N 341. Ереван. 1997.
10. Симонян М.А., Симонян Г.М., Симонян Р.М. - Лицензия изобрет. Армпатента N 908. Ереван. 2001.
11. Симонян М.А., Симонян Г.М., Бабалян М.А., Симонян М.А. - Мед. наука Армении. 2004. Т. 44. С. 43-46.
12. Манукян И.А., Симонян М.А., Симонян Р.М., Симонян Г.М. - Эксп. клин. фармакология. 2004. Т.1. С. 28-31.
13. Симонян Г.М., Григорян Г.Г., Симонян Р.М., Симонян М.А. В кн.: Актуальные вопросы военной медицины. Ереванского гос. мед. ун-та. 1999. С. 48-51.

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

УДК 621.8.039 + 616.151.5 + 547.587.51

Академик К.Г. Карагезян, А.В. Казарян, Л.В. Едоян, С.С. Овакимян

Молекулярные механизмы антикоагулянтного действия соединений кумариновой природы

(Представлено 30/XI 2005)

Ключевые слова: *тромбонемия, фосфолипиды, тромбопластическая активность, ГШ-17*

Гипопротромбонемия (ГПЕ) рассматривается как патологическое состояние организма различной этиологии и сопровождается ярко выраженным геморрагическим синдромом. Синтезируясь в печени, протромбин (П) демонстрирует высокую чувствительность к ее болезненным состояниям, сопровождающимся сложным переплетением биохимических реакций, ответственных за обеспечение физиологического статуса важнейшего витамин К-зависимого компонента системы гемокоагуляции.

Исследованиями последних лет продемонстрировано антикоагулянтное воздействие ряда молекулярных препаратов типа протеина Ц, оказывающего ингибирующее действие на активность фактора V и стимулируемого, в частности, липопротеидами высокой плотности [1]. Исключительный интерес представляют особенности сдвигов протромбинового времени (ПВ), развивающиеся под влиянием ряда наиболее популярных препаратов антикоагулянтного действия типа варфарина и проявляющиеся в виде ГПЕ, фиксируемой при инициаций патологических отклонений уже на уровне клеточных структур при активном участии β -2-гликопротеина с высоким индексом иммуносупрессорного эффекта, контролируемого стероидными гормонами [2, 3]. Антиоксидантотерапия как эффективный метод коррекции нарушений процесса гемокоагуляции получила широкое распространение в оптимизации состояния интеграции различных категорий фосфолипидов (ФЛ) в структурную организацию П [4].

Целью настоящей работы явилось исследование действия препарата кумаринового ряда под кодовым названием ГШ-17, представляющего собой N-морфолилтиоуреидо-3-карбамоил кумарин с умеренным гепатозащитным действием на дозо- и времязависимую динамику ПВ крови и тромбопластической активности (ТА) мозговой, миокардиальной, печеночной и почечной тканей белых крыс в эксперименте.

Исследования проводили на 120 беспородных белых крысах-самцах массой 180 - 200 г, предварительно голодавших в течение 12 ч и содержавшихся в обычных условиях вивария.

ПВ определяли в оксалатной плазме крови, забираемой из *angulus venosus* (место слияния верхней полой и подключичной вен) шприцем, содержащим раствор указанного стабилизатора в объемном соотношении с кровью 1:9, до инъекции препарата (контроль), через 10, 30 и 60 мин после внутривенного (*angulus venosus*) и внутрибрюшинного введения 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 и 0.5 мл 1%-ного раствора ГШ-17. Отделенную центрифугированием при 6000 об/мин плазму крови хранили в холодильнике при 4 - 8° С. Расчет ПВ производили в секундах образования сгустка известным методом с использованием раствора Т, изготовляемого из цельного мозгового гомогената контрольных белых крыс.

После взятия проб крови животных умерщвляли декапитированием под легким эфирным наркозом. На холоду в максимально ограниченные сроки исследуемые органы изолировали, освобождали от оболочек, кровеносных сосудов, а также многократно основательно промывали охлажденным физиологическим раствором и обезживали между прокладками фильтровальной бумаги. Для определения ТА в качестве источника П использовали контрольную плазму крови интактных белых крыс или людей-доноров.

Согласно результатам, приведенным в табл.1, ГШ-17 выступает в качестве эффективного ингибитора активности П, особенно после в/в введения его сверхмалых доз - 0.1 и 0.2 мл 1%-ного раствора. Этот эффект прослеживается уже на 10-й мин после инъекции и выражается в статистически достоверном увеличении ПВ; спустя 30 и тем более 60 мин после инъекции расхождения от величины этого показателя у практически здоровых животных оказываются статистически недостоверными, что свидетельствует о полном восстановлении уровня ПВ.

Для изучения особенностей сдвигов ТА мозговой, миокардиальной, печеночной и почечной тканей проведена сравнительная оценка характера и глубины ее отклонений в зависимости от объекта исследования, дозы примененного агента и длительности его экспозиции.

Как вытекает из табл. 2, контрольная ТА оказывается наиболее высокой в

головном мозге, затем сердечной мышце, печени и, наконец, почках, составляя соответственно 19.0 ± 0.68 , 35.0 ± 0.98 , 39.0 ± 0.66 , 45.0 ± 0.82 с. Начиная с 10-й мин после в/б и особенно в/в введения всех испытанных концентраций 1%-ного раствора ГШ-17, главным образом его сверхнизких доз, обнаруживается статистически достоверное падение ТА во всех исследованных тканях, наиболее обостряющееся спустя 30 и особенно 60 мин после введения препарата. Сдвиги ТА в большей степени выражены при в/в инъекциях.

Полученные данные свидетельствуют об исключительной избирательности ингибирующего действия ГШ-17 на ТА исследованных тканей, а также о высокой степени его активности в нормально метаболизирующей мозговой ткани, с трудом поддающейся воздействию ингибирующего агента. Отмеченные сдвиги обусловлены, по-видимому, исключительно высоким уровнем в мозговой ткани различных категорий ФЛ-глицеридов, наделенных свойствами факторов прокоагулянтного действия, таких, например, как холинсодержащие ФЛ: фосфатидилхолины (ФХ), лизофосфатидилхолины (ЛФХ), сфингомиелины (СФМ), а также фосфатидилэтаноламин (ФЭ) и их лизопроизводные, вписывающиеся в структурную организацию тромбопластинов и выступающие в роли мощных стимуляторов их функциональной активности.

Низкий уровень ТА печеночной и почечной тканей, по всей вероятности, обусловлен присутствием здесь пока нераспознанных факторов антикоагулянтного действия. Вместе с тем не исключена возможность проявления синергического действия примененного нами ГШ-17 в отношении известных признанных ингибиторов ТА.

Что касается категории так называемых кислых ФЛ, представленной фосфатидилсерины (ФС), МФИ, полифосфоинозитами (ПФИ), кардиолипины (КЛ) и фосфатидными кислотами (ФК), активно комплексующимися с факторами антикоагулянтного действия, как существующими в природе наподобие гепарина, так и синтетическими [4-7], то она характеризуется высоким уровнем стабилизирующего действия на процесс свертывания крови. Поэтому нарушения баланса количественных соотношений функционально различных категорий нейтральных ФЛ (ФХ, ЛФХ, СФМ, ФЭ) и кислых представителей этих соединений (ФС, МФИ, ПФИ, КЛ, ФК) чреваты грубыми расстройствами нормального гемокоагуляционного статуса организма, имеющими место при различных экстремальных и патологических состояниях, в частности при тромбозах [8].

Таким образом, ТА исследованных тканей и ПВ плазмы крови экспериментальных животных демонстрируют отчетливо проявляющуюся зависимость от дозы примененного агента и от путей его введения; особенно высокая

Таблица 1

Динамика изменения протромбинового времени (в сек) плазмы крови белых крыс с моделированным аллоксаном сахарным диабетом через 10, 30 и 60 мин после внутривенного (1) и внутривенного (2) введения им 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 и 0.5 мл 1% - ного раствора препарата ГШ-17.

Контроль		0.1 мл		0.2 мл		0.3 мл		0.4 мл		0.5 мл	
здоровые	диабет	% разницы от здоровых	% разницы от здоровых	% разницы от здоровых	% разницы от здоровых	% разницы от здоровых	% разницы от здоровых	% разницы от здоровых	% разницы от здоровых	% разницы от здоровых	% разницы от здоровых
Спустя 10 мин после введения препарата											
1. 16.1±0.51	11.7±0.43	-72.7	12.8±0.44 ^x	-79.5	12.4±0.42 ^x	-77.0	12.1±0.43 ^x	-75.2	11.9±0.44 ^x	-75.9	11.8±0.41 ^x
2. 15.8±0.49	10.9±0.39	-69.0	13.0±0.48 ^x	-82.3	12.6±0.44 ^x	-79.7	12.9±0.44 ^x	-81.6	12.5±0.39 ^x	-79.1	12.1±0.40 ^x
Спустя 30 мин после введения препарата											
1. 16.4±0.55	10.9±0.49	-66.5	14.6±0.59 ^{xx}	-89	13.2±0.41 ^x	-80.5	12.8±0.42 ^x	-78.0	12.2±0.42 ^x	-74.4	12.9±0.41 ^x
2. 16.0±0.48	10.1±0.38	-63.1	15.1±0.47 ^{xx}	-94	13.8±0.43 ^x	-86.3	13.4±0.41 ^x	-83.8	13.0±0.47 ^x	-81.3	13.2±0.42 ^x
Спустя 60 мин после введения препарата											
1. 16.0±0.49	10.1±0.40	-63.1	15.5±0.55 ^{xx} x	-96.6	15.0±0.53 ^{xx}	-96.7	14.6±0.41 ^x	-91.3	13.4±0.41 ^x	-83.8	13.0±0.42 ^x
2. 15.8±0.47	9.5±0.37	60.1	15.6±0.46 ^{xx} x	-98.7	15.2±0.43 ^{xx}	-96.2	14.9±0.40 ^{xx}	-94.3	14.4±0.43 ^x	-91.1	13.7±0.45 ^x

Примечания: n=60; x-p<0.001; xx-p<0.01; xxx-p>0.5

Динамика изменений троболастической активности (в сек ПВ) мозговой (1), миокардиальной (2), печеночной (3) и почечной (4) тканей через 10, 30 и 60 мин после внутривенного (а) и внутримышечного (б) введения им 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, и 0.5 мл 1%-го раствора препарата ГШ-1

Группы	Контроль (К)		0.1 мл	% Разницы от (К)	0.2 мл	% Разницы от (К)	0.3 мл	% Разницы от (К)	0.4 мл	% Разницы от (К)	0.5 мл	% Разницы от (К)
	здоровые	диаметр										
Спустя 10 мин после введения препарата												
1 а	19.0±0.68	11.3±0.61 ^х	-40.5	13.3±0.63 ^х	-30	12.2±0.61 ^х	-32.1	12.6±0.59 ^х	-33.7	12.2±0.63 ^х	11.9±0.61 ^х	-35.8
1 б	19.8±0.66	11.6±0.60 ^х	-41.4	13.9±0.61 ^х	-29.8	13.4±0.60 ^х	-32.3	13.5±0.60 ^х	-31.8	13.7±0.61 ^х	13.8±0.61 ^х	-30.8
2 а	35.0±0.98	29.3±0.91 ^х	-16.3	31.1±0.89 ^х	-11.0	30.3±0.90 ^х	-13.4	30.1±0.91 ^х	-14.0	30.0±0.91 ^х	30.1±0.89 ^х	-14.3
2 б	35.6±0.97	28.8±0.93 ^х	-19.1	32.3±0.87 ^х	-9.0	30.9±0.91 ^х	-13.2	30.4±0.90 ^х	-14.4	30.2±0.89 ^х	30.0±0.87 ^х	-15.2
3 а	39.0±0.66	31.3±0.67 ^х	-19.7	34.4±0.67 ^х	-11.8	34.0±0.65 ^х	-12.8	33.6±0.67 ^х	-13.8	32.8±0.66 ^х	32.9±0.67 ^х	-15.9
3 б	39.7±0.93	32.7±0.69 ^х	-17.6	34.9±0.69 ^х	-19.1	34.3±0.67 ^х	-13.6	33.9±0.65 ^х	-14.6	33.1±0.67 ^х	33.3±0.67 ^х	-16.4
4 а	45.0±0.82	37.7±0.81 ^х	-16.2	40.3±0.81 ^х	-10.0	39.8±0.80 ^х	-11.6	39.1±0.78 ^х	-13.1	38.6±0.79 ^х	38.0±0.77 ^х	-14.2
4 б	45.7±0.88	39.2±0.83 ^х	-14.2	41.0±0.83 ^х	-10.3	40.5±0.81 ^х	-12.4	39.6±0.77 ^х	-13.1	39.1±0.77 ^х	38.6±0.75 ^х	-14.4
Спустя 30 мин после введения препарата												
1 а	18.9±0.67	11.0±0.59 ^х	-41.8	16.6±0.61 ^х	-12.2	13.6±0.60 ^х	-29.1	13.1±0.57 ^х	-32.5	12.8±0.61 ^х	12.4±0.63 ^х	-32.3
1 б	19.4±0.66	11.8±0.60 ^х	-39.2	17.1±0.60 ^х	-11.9	14.1±0.61 ^х	-27.3	13.9±0.59 ^х	-28.4	13.9±0.63 ^х	14.1±0.61 ^х	-29.4
2 а	34.9±0.93	29.6±0.62 ^х	-15.2	32.0±0.83 ^х	-8.3	31.2±0.89 ^х	-10.6	30.6±0.59 ^х	-12.3	30.9±0.90 ^х	31.0±0.87 ^х	-11.5
2 б	35.3±0.91	28.1±0.90 ^х	-20.4	32.9±0.81 ^х	-6.8	31.9±0.89 ^х	-9.6	31.5±0.87 ^х	-10.8	31.4±0.87 ^х	31.7±0.85 ^х	-11.0
3 а	38.6±0.65	31.0±0.66 ^х	-19.7	35.7±0.67 ^х	-7.5	35.2±0.66 ^х	-8.8	34.1±0.68 ^х	-11.7	34.8±0.67 ^х	33.9±0.67 ^х	-9.2
3 б	39.3±0.69	32.9±0.67 ^х	-16.6	36.4±0.68 ^х	-7.4	35.7±0.68 ^х	-9.2	34.7±0.67 ^х	-11.7	33.1±0.67 ^х	34.5±0.68 ^х	-8.2
4 а	44.9±0.81	37.9±0.83 ^х	-15.6	41.7±0.81 ^х	-7.1	40.9±0.81 ^х	-8.9	39.6±0.79 ^х	-11.8	39.9±0.77 ^х	39.0±0.77 ^х	-11.3
4 б	45.9±0.82	39.1±0.81 ^х	-14.6	41.0±0.83 ^х	-6.3	42.3±0.80 ^х	-7.6	40.3±0.77 ^х	-12.0	41.8±0.76 ^х	43.3±0.75 ^х	-8.7
Спустя 60 мин после введения препарата												
1 а	19.1±0.67	11.5±0.57	-39.8	18.3±0.63 ^х	-4.2	16.5±0.61 ^х	-13.6	14.0±0.56 ^х	-26.7	13.0±0.61 ^х	12.8±0.61 ^х	-29.0
1 б	20.0±0.67	11.7±0.59	-41.5	19.2±0.67 ^х	-4.0	17.3±0.61 ^х	-13.5	14.8±0.57 ^х	-26.0	14.1±0.63 ^х	14.9±0.63 ^х	-29.5
2 а	35.2±0.91	29.9±0.63	-15.1	34.7±0.91 ^х	-1.4	32.1±0.79 ^х	-8.8	31.1±0.85 ^х	-11.6	31.3±0.90 ^х	32.0±0.83 ^х	-11.0
2 б	35.9±0.91	28.9±0.61	-19.5	35.5±0.93 ^х	-1.1	32.9±0.77 ^х	-8.4	32.3±0.87 ^х	-10.0	31.9±0.87 ^х	32.9±0.85 ^х	-11.2
3 а	39.1±0.67	31.4±0.65	-19.7	37.4±0.65 ^х	-4.4	37.0±0.65 ^х	-5.4	34.5±0.67 ^х	-11.8	35.3±0.67 ^х	34.8±0.66 ^х	-9.7
3 б	39.9±0.69	33.3±0.64	-16.5	38.7±0.67 ^х	-3.0	37.5±0.67 ^х	-6.0	35.2±0.68 ^х	-11.8	36.1±0.67 ^х	35.9±0.69 ^х	-9.5
4 а	45.1±0.81	37.8±0.81	-16.2	43.7±0.83 ^х	-3.1	41.5±0.80 ^х	-8.0	40.9±0.81 ^х	-9.3	41.3±0.77 ^х	41.0±0.80 ^х	-8.4
4 б	46.7±0.82	38.9±0.83	-16.3	44.8±0.81 ^х	-2.0	43.6±0.81 ^х	-6.6	42.8±0.82 ^х	-8.4	43.4±0.76 ^х	42.4±0.81 ^х	-7.0

Примечания: n=60; остальные обозначения те же, что в табл. 1.

терапевтическая эффективность констатируется при введении сверхнизких доз препарата в полном соответствии с развиваемой в последнее время концепцией об исключительно высокой функциональной активности сверхнизких доз факторов химической и физической природы [9-17], получившей подтверждение в результатах наших последних исследований [18].

Институт молекулярной биологии НАН РА

**Ակադեմիկոս Կ.Գ. Ղարազյոզյան, Ա.Վ. Ղազարյան, Լ. Վ. Եդոյան,
Ս.Ս. Նովակիմյան**

**Կումարինային շարքին պարկանող միացությունների հակամակարդիչ
ազդեցության մոլեկուլյար մեխանիզմները**

Ուսումնասիրությունների արդյունքով ցույց է տրված կումարինային միացությունների շարքին պարկանող ԳՇ-17 միացության կարգավորիչ դերը՝ սպիտակ առնետների մոտ ալոքսանով մոդելացված շաքարախտի պայմաններում փեղի ունեցող արյան մակարդունակության բարձրացման գործում: ԳՇ-17-ը պրոթրոմբինի ակտիվության արդյունավետ ինգիբիտոր է մանավանդ նրա զերցածր ներերակային ներարկման ժամանակ: Ցույց է տրված նաև միացության ազդեցությունը փրոմբոպլաստիկ ակտիվության վրա:

Academician K.G. Karageuzyan, A.V. Ghazaryan, S.S. Hovakimyan, L.V. Edoyan

Molecular Mechanism of Anticoagulant Action of Compounds with Coumarin Nature

Our data obtained have shown that GSh-17 preparation with coumarin nature demonstrates the pronounced normalizing effect under the conditions hiperhemacoagulation taking place at experimental diabetes mellitus, modulated by alloxan. GSh-17 is a effective inhibitor of prothrombin activity especially at its intravenous introduction in midget dozes that is shown by full restoration prothrombin time. It has been shown also selectively inhibition action of a preparation on tromboplasthic activity in different tissue.

Литература

1. *Griffin J.H., Kojima K., Banka C. L. et al.* - J. Clin. Invest. 1999. N 2. V. 103. P. 219-227.
2. *McGlasson D.L., More L., Best H. A. et al.* - Clin. Lab. Sci. 1999. N 3. V. 12.

Р. 137-139.

3. *Rashid M., Durie P., Andrew M. et al.* - Am. J. Clin. Nutr. 1999 N 3. V. 70. P. 378-382.

4. *Pengo V., Basilio A., Rampazzo P. et al* - Thromb. res. 1999. N 2 V. 81. P. 256-258.

5. *Карагезян К.Г.* Условнорефлекторная регуляция свертывания крови. Канд. дис. Ереван. 1954. 310 с.

6. *Карагезян К.Г., Овакимян С.С., Погосбеков С.Д.* В кн.: Липиды в организме животных и человека. М. Наука, 1974. С. 55-64.

7. *Карагезян К.Г., Овакимян С.С., Погосбеков С.Д.* - Бюл. эксперим. биол. и мед. 1975. N 8. С. 6-8.

8. *Овакимян С.С.* Фосфолипиды фибриногена и изменения их содержания в процессе фибринообразования. Автореф. канд. дис. Ереван. 1970. 31 с.

9. *Бурлакова Е.Б.* - Рос. хим. журнал. 1999. Т. 43. С. 3-11.

10. *Духович Ф.С., Горбатова Е.Н., Курочкин В.К., Петрунин В.А.* - Рос. хим. журнал. 1999. Т. 43. С. 12-15.

11. *Блюменфельд Л.А.* - Рос. хим. журнал. 1999. Т. 43. С. 15-20.

12. *Ашмарин И.П., Лелекова Т.В.* - Рос. хим. журнал. 1999. Т. 43. С. 21-28.

13. *Клемкова З.С., Антипов Б.Г., Черников Ф.Р., Гусинина М.М., Рыбакова Е.Ю.* - Рос. хим. журнал. 1999. Т. 43. С. 34-39.

14. *Ло Ш., Ли В.,* - Рос. хим. журнал. 1999. Т. 43. С. 44-48.

15. *Веселовский В.А., Веселова Т.В., Чернавский Д.С.* - Рос. хим. журнал. 1999. Т. 43. С. 49-54.

16. *Пальмин Н.П., Мальцева Е.Л., Пынзарь Е.И., Бурлакова Е.Б.* - Рос. хим. журнал. 1999. Т. 43. С. 55-63.

17. Действие фенозана и экзогенного ацетилхолина на ацетилхолинэстеразу и систему липидной пероксидации в мембранах клеток головного мозга - Рос. хим. журнал. 1999. Т. 43. С. 63-71.

18. *Едоян Л.В.* Качественно-количественные нарушения фосфолипидов субклеточных образований гепатоцитов аллоксандиабетических белых крыс и корригирующее действие сверхнизких доз факторов химической и физической природы. Автореф. канд. дис. Ереван. 2004. 26 с.

и то же время суток (12-16 ч), после занятий. Для выявления личностных характеристик каждый испытуемый предварительно заполнял опросник Г.Айзенка [2], позволяющий оценить показатель экстраверсии. Испытуемые подвергались также психологическому обследованию с помощью блока психологического тестирования в программном обеспечении автоматизированной системы [3-4] для выявления уровня тревожности по тесту Тейлора [5]. Для проведения экспериментов была использована разработанная Э.Г. Геворкяном [4] компьютерная модификация корректурного теста "кольца Ландольта" [6]. Перед началом теста испытуемому предлагается, просматривая таблицу, занимающую практически весь экран дисплея, путем передвижения экранного курсора в определенном направлении как можно быстрее и без ошибок отметить заданные экспериментатором контрольные знаки. По истечении заданного времени, которое выбирается таким образом, чтобы испытуемые не смогли завершить рассмотрение всех знаков таблицы, на экран выводится очередная новая таблица. Всего использовалось 11 проб с 192 знаками (48 контрольных) и лимитом времени 64 с на пробу. После завершения теста для каждой пробы, с учетом всего рассмотренных, правильно и неправильно отмеченных, а также пропущенных знаков, программой вычисляется средний индекс внимания для последовательных интервалов времени. Эксперименты проводились по заранее составленной схеме, предусматривающей выполнение каждым испытуемым корректурного теста на внимание дважды - в начале и в конце цикла тестовых заданий с целью проверить возможность постепенного накопления усталости по ходу выполнения различных тестов. В качестве умственной нагрузки были выбраны тестовые задачи различной степени сложности, существенно отличающиеся друг от друга и требующие разных механизмов мозгового обеспечения.

Анализ данных, полученных по всем испытуемым в условиях первого выполнения корректурного теста на внимание показал, что средние значения индекса внимания, стандартного отклонения, коэффициента вариации составляли 33.2, 15.6, 52.8 соответственно (таблица, А). Динамический показатель индекса сосредоточенности внимания, т.е. возможности сохранения качества внимания во времени, имел положительное значение (0.5), что свидетельствует об отсутствии усталости до *выполнения умственных нагрузок*. После выполнения цикла тестирований продолжительностью до 1 ч 10 мин обращает на себя внимание более успешное выполнение корректурного теста: значительно возрастало количество правильно отмеченных, уменьшалось число ошибочно отмеченных и пропущенных знаков, что привело по сравнению с первым тестированием к увеличению индекса концентрации внимания на

36.9%. Отмечалось уменьшение как стандартного отклонения (на 23.6%), так и коэффициента вариации (на 41.1%), что свидетельствует о сравнительно высоком уровне ФС испытуемых и приобретении определенных навыков в процессе обучения. В то же время, как видно из рисунка, динамический показатель индекса внимания у большинства субъектов имел отрицательное значение (-0.6), что указывает на некоторые признаки утомления по ходу выполнения задания.

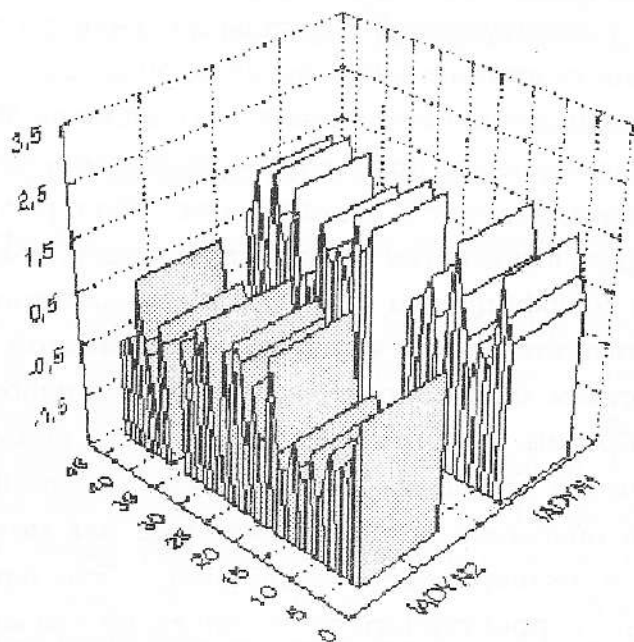
**Статистические показатели сосредоточенности внимания (по данным
корректирующего теста "кольца Ландольта" по всем испытуемым (А) и по трем
выделенным группам (Б))**

		А			Б								
		n = 161			I группа n = 51			II группа n = 83			III группа n = 29		
1		<i>M_Ind</i>	<i>IA_SD</i>	<i>IA_CV</i>	<i>M_Ind</i>	<i>IA_SD</i>	<i>IA_CV</i>	<i>M_Ind</i>	<i>IA_SD</i>	<i>IA_CV</i>	<i>M_Ind</i>	<i>IA_SD</i>	<i>IA_CV</i>
	Ср. значение	33.2	15.6	52.8	24.8	19.6	81.7	33.7	15.1	45.7	46.3	10.2	22.5
	Ср. откл.	8.09	6.05	31.4	2.90	6.98	36.3	3.25	4.19	15.0	5.05	3.58	8.67
	Козф. вариации	24.4	38.6	59.4	11.6	35.5	44.4	9.6	27.8	32.8	10.8	34.9	38.6
2		n = 157			n = 55			n = 77			n = 24		
	Ср. значение	45.4	11.9	31.1	35.5	14.4	42.2	47.7	10.9	23.3	62.0	7.4	12.2
	Ср. откл.	10.3	6.11	39.9	4.49	5.01	19.6	3.97	3.45	8.13	5.93	2.21	3.85
	Козф. вариации	22.6	51.1	128.3	12.6	34.7	46.6	8.3	31.5	34.9	9.56	29.7	31.5

Примечания: 1 - первое тестирование; 2 - второе тестирование; n - количество испытуемых; *M_Ind* - среднее значение индекса внимания; *IA_CV* - коэффициент вариации; *IA_SD* - стандартное отклонение.

Выявлена выраженная отрицательная корреляционная связь между средними значениями индекса внимания и показателями коэффициента вариации и стандартного отклонения при начальном выполнении корректирующего теста (-0.60 и -0.74 соответственно). Та же закономерность наблюдается и при повторном проведении данного теста (-0.60 и -0.54 соответственно). Отрицательная корреляционная связь обнаружена также между показателем уровня тревожности и индексом концентрации внимания (-0.35 и -0.34 соответственно до и после выполнения предложенных тестовых заданий). Между показателями уровня тревожности и вариабельности выявлена положительная корреляционная связь (0.12 и 0.25 при первом тестировании и 0.27 и 0.26 при втором). Следовательно, высокий индекс концентрации внимания при низких значениях её вариабельности свидетельствует о лучшем ФС испытуемых и наоборот. Менее эффективное

выполнение корректурного теста перед предстоящей работой с различными тестовыми заданиями, по-видимому, было сопряжено с эмоциональным напряжением, так называемым "стартовым волнением" в начале цикла тестирования. Испытуемые отмечали в самоотчетах обеспокоенность, тревожность, связанную с неопределенностью ситуации, о чем говорят также средние и высокие значения показателей уровней тревожности, определяемые по тесту Тейлора. Известно, что за минуту до начала и в первую минуту выполнения сложных тест-заданий регистрируются выраженные вегетативные сдвиги в виде повышения частоты сердечного ритма, среднего артериального давления, учащения или урежения дыхательного ритма. Эти сдвиги рассматриваются как следствие развития реакции тревоги и возникновения эмоционального напряжения, направленных на мобилизацию энергетических и функциональных ресурсов организма с целью адекватного уровня предстоящей деятельности. Подобное состояние заметно снижалось при повторном тестировании, и соответственно снижался уровень эмоционального напряжения.



Показатели динамики концентрации внимания испытуемых, зарегистрированные при выполнении корректурного теста "кольца Ландольта" в начале (IADYN1) и конце (IADYN2) цикла тестирования. По шкале X - количество обследований; по шкале Y - ряды значений 1-го (IADYN1) и 2-го (IADYN2) тестирования; по шкале Z - показатели динамики концентрации внимания, вычисленные методом линейного регрессионного анализа балловых оценок внимательности в 10-ти последовательных 64-секундных участках (сериях) теста. Отрицательные значения динамики указывают на наличие утомления испытуемых в ходе выполнения теста, положительные - на отсутствие утомления.

Между студентками и студентами, экстравертами и интровертами не выявлено существенных различий. Хотя средние значения индекса внимания у студентов были несколько выше, чем у студенток (на 5 и 0.7% при 1-м и 2-м тестированиях соответственно), у интровертов на 1.4 и 0.2% выше, чем у экстравертов, однако эти различия статистически недостоверны.

По показателям концентрации внимания были выделены три группы испытуемых (таблица, Б): 1-я группа - с низкими значениями данного параметра; 2-я группа - со средними; 3-я группа - с высокими. Большинство испытуемых составило 2-ю группу со средними значениями индекса внимания 33.7 и 47.7% до и после выполнения умственной нагрузки соответственно. При первом тестировании индекс концентрации внимания 3-й группы на 65 и 38% превышал этот показатель в 1-й и 2-ой группах соответственно. Одновременно снижались соответственно значения коэффициента вариации (на 112 и 68%) и стандартного отклонения (на 51 и 30%). При повторном тестировании для всех трех групп характерно повышение индекса внимания с одновременным уменьшением показателей вариабельности (IA_{SD} и IA_{CV} соответственно). Тем не менее, у испытуемых 3-й группы по сравнению с 1-й и 2-й показатель сосредоточенности внимания был выше на 59 и 32%, коэффициента вариации - на 85 и 59%, стандартное отклонение было ниже на 59 и 39%. Межгрупповая разница по обсуждаемым показателям, возможно, указывает на различия в адаптации к предъявленной деятельности. При рассмотрении полученных данных отчетливо выявляется отрицательная связь между индексом внимания и значениями коэффициента вариации и стандартного отклонения: высокая эффективность деятельности характеризуется низкой изменчивостью показателей, посредством которых она определяется, и наоборот.

Таким образом, согласно нашим данным, показатели устойчивости и сосредоточенности внимания не проявляли заметной корреляции с такими наследственно обусловленными признаками, как пол, тип высшей нервной деятельности и темперамент обследуемых. Это означает, что результаты разработанного корректурного теста никак не связаны как со спецификой выполняемых тестов, так и с половыми и конституционально-типологическими особенностями обследуемых, и, по всей видимости, отражают особенности текущего функционального состояния мозга. Повышенная изменчивость динамики (нестабильность) психофизиологических показателей тесно коррелирует с низкими функциональными возможностями систем мозга, определяющими уровень данного психофизиологического акта.

Լ.Գ. Վահանյան, Ն.Է. Թադևոսյան, Ի.Գ. Թադևոսյան, Վ.Ն. Մալոյան

**Ուշադրության պրոցեսի որոշ առանձնահատկություններ մտավոր
ծանրաբեռնվածությունից առաջ և հետո**

Առանձնացվել է փորձարկվողների երեք խումբ՝ ըստ ուշադրության կենտրոնացման միջին վիճակագրական ցուցանիշների (ցածր, միջին և բարձր): Առաջին թեսթավորման ժամանակ 3-րդ խմբի ուշադրության կենտրոնացման ինդեքսը գերազանցում է 1-ին և 2-րդ խմբերի նույն ցուցանիշը՝ 65% և 38% համապատասխանաբար: 1-ին և 2-րդ խմբերում միաժամանակ նվազում է նաև սպանդարք շեղման ցուցանիշը՝ 51% և 30%: Ինչպես նաև փոփոխականության ցուցանիշը՝ 112% և 68% համապատասխանաբար, որը վկայում է 3-րդ խմբի փորձարկվողների ֆունկցիոնալ վիճակի համեմատական բարձր մակարդակը: Կրկնակի թեսթավորման ժամանակ երեք խմբերին էլ բնորոշ է ուշադրության կենտրոնացման ինդեքսի մեծացումը փոփոխականության ցուցանիշի նվազման հետ միաժամանակ, որը խոսում է ուսուցման պրոցեսում որոշակի հմտությունների ձեռք բերման մասին: Այնուամենայնիվ, մյուս երկու խմբերի համեմատությամբ 3-րդ խմբի ուշադրության կենտրոնացման ինդեքսը բարձր է 59%-ով և 32%-ով, սպանդարք շեղման ցուցանիշը ցածր է 59%-ով և 39%-ով, իսկ փոփոխականության գործակիցը՝ 85%-ով և 59%-ով: Այսպիսով, գործունեության բարձր արդյունավետությունը բնորոշվում է ցուցանիշների փոքր փոփոխականությամբ:

L.G. Vahanyan, N.E. Tadevosyan, I.G. Tadevosyan, V.H. Maloyan

Some Peculiarities of the Process of Attention before and after Intellectual loading

Three groups of students were formed according to the average statistical indicators of attention concentration (low, average, high). The attention concentration index for the 3rd group is higher compared to the same index for the 1st and 2nd groups by 65% and 38% respectively during the test performed for the first time. The standard deviation indicator and the variation coefficient also decrease for the 1st and 2nd groups by 51% and 30%; and 112% and 68% correspondingly. This shows the relatively high level of the functional state of the students of the 3rd group. The attention concentration index increases and the variation coefficient decreases for all three groups during the second performance of the test. This indicates on some skills obtained in the learning process. However, the attention concentration index for the 3rd group is higher than for the other two groups by 59% and 32% respectively, the variation coefficient - by 85% and 59% respectively and the standard deviation index is lower by 59% and 39% correspondingly. Thus, the high efficiency of activity is characterized by small variations of indicators.

Литература

1. Вундт В. В кн.: Хрестоматия по вниманию. М. Медицина. 1976. С. 8-24.
2. Eysenk H. J. The biological basis of personality. Springfield. 1967. 400 p.
3. Gevorgyan E. G., Vahanyan L. G., Tatevosyan N. E., Kostanyan E. G., Tatevosyan I. G., Manasyan K. A., Maloyan V. A. - Proceedings Third Conference of the Armenian IBRO Association. Yerevan. 2000. P. 27-28.
4. Геворкян Э. Г. В сб.: Современные аспекты радиационной медицины и ожогов. Ереван. 1995. С. 8-11.
5. Teylor J. A. - J. Abnorm. Soc. Psychol. 1983. V. 48. P. 285.
6. Практические занятия по психологии (под ред. Д.Я. Богдановой и И.П. Волкова). М. Физкультура и спорт. 1989. 160 с.
7. Бехтерева Н. П. Нейрофизиологические аспекты психической деятельности. Л. 1971. 119 с.