

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ  
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ  
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCE OF ARMENIA

---

ISSN 0321-1339

**Չ Ե Կ Ո Ւ Յ Յ Ն Ե Ր**  
**Д О К Л А Д Ы**  
**R E P O R T S**

2006

Երևան

Երևան

Yerevan

Հիմնադրվել է 1944 թ.: *Լույս է տեսնում տարին 4 անգամ*

*Основан в 1944 г. Выходит 4 раза в год*

*Founded in 1944. Published quarterly*

Գլխավոր խմբագիր՝ ակադեմիկոս Վ. Ս. ԶԱԲԱՐՅԱՆ

Խմբագրական խորհուրդ՝ ակադեմիկոս Ա.Ա. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ (գլխ. խմբագրի տեղակալ), ակադեմիկոս Է.Գ. ԱՖՐԻԿՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ.Ե. ԲԱԴԴԱՍԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ.Ա. ԲՐՈՒՏՅԱՆ, ակադեմիկոս Է.Ս. ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ, ակադեմիկոս Ա.Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ակադեմիկոս Ս. Ա. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս Է.Ս. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Կ.Գ. ՂԱՐԱԳՅՈՋՅԱՆ, ակադեմիկոս Յու.Հ. ՇՈՒԿՈՒՐՅԱՆ, Լ.Ս. ՍԱՐԱԳՅԱՆ (պատ. քարտուղար), ակադեմիկոս Ֆ.Տ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, ակադեմիկոս Դ.Ս. ՍԵՂՈՒԿՅԱՆ

Главный редактор академик В.С. ЗАХАРЯН

Редакционная коллегия: академик А.А. АВЕТИСЯН (зам. главного редактора), академик С.А. АМБАРЦУМЯН, академик Э.Г. АФРИКЯН, академик Г.Е. БАГДАСАРЯН, академик Г.А. БРУТЯН, академик Э.С. ГАБРИЕЛЯН, академик Э.М. КАЗАРЯН, академик К.Г. КАРАГЕЗЯН, Л.С. САРАФЯН (отв. секретарь), академик Ф.Т. САРКИСЯН, академик Д.М. СЕДРАКЯН, академик А.А. ТАЛАЛЯН, академик Ю.Г. ШУКУРЯН

Editor-in-chief academician V.S. ZAKARYAN

Editorial Board: academician S. A. AMBARTSUMIAN, academician A.A. AVETISSYAN (vice-editor-in-chief), academician G.E. AFRIKIAN, academician G.E. BAGDASARIAN, academician G.A. BRUTIAN, academician E.S. GABRIELIAN, academician K.G. KARAGEUZYAN, academician E.M. KAZARYAN, L.S. SARAFYAN (executive secretary), academician F.T. SARGSSIAN, academician D.M. SEDRAKIAN, academician Yu.H. SHOUKOURIAN, academician A.A. TALALIAN

Խմբագրության հասցեն՝ 375019 Երևան 19, Մարշալ Բագրամյանի պող. 24գ

Դեռ. 56-80-67

Խմբագրության վարիչ՝ Գ. Ա. Աբրահամյան

Адрес редакции: 375019, Ереван 19, просп. Маршала Баграмяна 24г

Тел. 56- 80 - 67

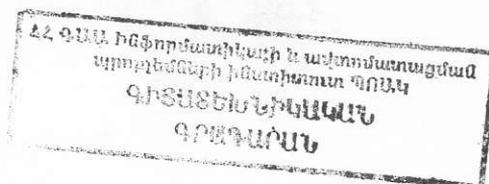
Зав. редакцией Г. А. Абрамян

Communication links: address -- 24g Marshal Bagramian Ave., Yerevan, 375019, Armenia

Phone (3741) 56 - 80- 67

URL: <http://elib.sci.am>

© НАН РА. Президиум. 2006



# ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

## ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Բ. Ներսեսյան, Ռ. Գ. Բարխուդարյան – Խզվող գործակցով մի մոդելային խնդրի՝ սեփական ֆունկցիաներով վերլուծության արագացման մասին .....	5
Ա. Վ. Պողոսյան – Ողորկ ֆունկցիաների ռացիոնալ-եռանկյունաչափական գծային մոտարկման մասին .....	13
Վ. Ս. Զաքարյան, Ս. Ս. Միրզոյան – Էկվիմորֆ ֆունկցիաների սահմանային բազմությունները կամայական շոշափող ուղղություններով .....	21
Գ. Ա. Ասատրյան – Անվերջությունում որոշակի վարք ունեցող պոտենցիալով Շտուրմ – Լիուվիլի օպերատորի կետային սպեկտրի և այդ օպերատորի համար ցրման հակադարձ խնդրի ուսումնասիրությունը .....	27

## ՀԱՇՎՈՂԱԿԱՆ ՏԵԽՆԻԿԱ

Կ. Կ. Ալեքսանյան – Ֆիզիկական հասցեավորման արդյունավետ իրականացում հիշողության սխեմաների անսարքությունների հայտնաբերման, ախտորոշման և վերանորոգման միջոցով օգտակար ելքի ածի համար .....	31
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

## ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Ա. Գ. Բարլոյան, Վ. Գ. Թոքմաջյան – Հարթ խառը խնդիր առածգական ուղղանկյան համար .....	41
Ս. Ս. Գարրիելյան, Լ. Ա. Մազմանյան – Հակամետ իրավիճակներում կլոր սալի տատանողական շարժման օպտիմալ դեկավարման մասին .....	46

## ՖԻԶԻԿԱ

Ա. Ռ. Սկրտչյան, Ա. Գ. Սկրտչյան, Ա. Ա. Ասլանյան, Ս. Ս. Միրզոյան – 855 ՄԷՎ էներգիայով էլեկտրոնների պարամետրիկ ռենտգենյան ճառագայթման էներգետիկ և անկյունային բնութագրերի ուսումնասիրությունը միաբյուրեղներում .....	55
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

## ՕՐԳԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

Վ. Վ. Դովլաթյան, Տ. Զ. Պապոյան, Ֆ. Վ. Ավետիսյան, Ա. Փ. Ենգոյան – Նոր պեստիցիդների որոնումը 1,3,4-թիադիազոլի ածանցյալների շարքում .....	61
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

## ԿԵՆՍԱՔԻՄԻԱ

Ա. Ս. Մարգարյան, Կ. Գ. Ղարազյոզյան, Լ. Ս. Հովսեփյան, Ա. Ա. Սիմոնյան – Ֆոսֆոլիպիդների նյութափոխանակության բնորոշ խանգարումները սպիտակ առնետների հյուսվածքներում լյարդի ցիռոզի դեպքում .....	66
Ա. Վ. Ղազարյան, Ս. Ս. Հովակիմյան, Է. Ս. Սելոյան, Կ. Գ. Ղարազյոզյան – Կումարինային միացությունների շարքին պատկանող նոր սինթեզված նյութերի հակամակարդիչ առանձնահատկությունները .....	72

## ՍՈՒԵԿՈՒԼԱՅԻՆ ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Մ. Մանվելյան, Ա. Զ. Փեփոյան, Ս. Ս. Միրզաբեկյան, Գ. Հորիե – E. coli G35 N 59 և 61 շտամների պրոբիոտիկ պոտենցիալը .....	80
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

## ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Կ. Ա. Պանչուլազյան, Ա. Գ. Առաքելյան – Օրգանիզմի յուրահատուկ հակազդումները ակուստիկ էներգիայի էկվիվալենտ մակարդակներին .....	84
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

## ԲՈՒՅՍԵՐԻ ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Վ. Վ. Ղազարյան – Ծառային բույսերի՝ բարձրլեռնային պայմաններին ադապտացվելու հասակային փոփոխականությունը .....	90
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----

# СОДЕРЖАНИЕ

## МАТЕМАТИКА

- А. Б. Нерсесян, Р. Г. Бархударян* – Ускорение сходимости разложения по собственным функциям одной модельной краевой задачи с разрывным коэффициентом..... 5
- А. В. Погосян* – Об одной линейной рационально-тригонометрической интерполяции гладких функций ..... 13
- В. С. Захарян, М. М. Мирзоян* – Предельные множества эквиморфных функций по произвольным касательным направлениям..... 21
- А. А. Асатрян* – Исследование точечного спектра и обратной задачи рассеяния для оператора Штурма – Лиувилля с потенциалом, имеющим определенное поведение на бесконечности..... 27

## ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

- К. К. Александян* – Эффективная реализация физической адресации для тестирования, диагностики и восстановления схем памяти для увеличения выхода годных изделий ..... 31

## МЕХАНИКА

- А. А. Баблоян, В. О. Токмаджян* – Плоская смешанная задача для упругого прямоугольника..... 41
- М. С. Габриелян, Л. А. Мазманиян* – Об оптимальном управлении колебательных движений круглой пластинки в конфликтных ситуациях..... 46

## ФИЗИКА

- А. Р. Мкртчян, А. Г. Мкртчян, А. А. Асланян, М. М. Мирзоян* – Исследование энергетических и угловых характеристик параметрического рентгеновского излучения электронов с энергией 855 МэВ в монокристаллах..... 55

## ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- В. В. Довлатян, Т. З. Папоян, Ф. В. Аветисян, А. П. Енгоян* – Поиск новых пестицидов в ряду производных 1,3,4-тиадиазола ..... 61

## БИОХИМИЯ

- А. С. Маргарян, К. Г. Карагезян, Л. М. Овсепян, А. А. Симонян* – Специфические нарушения метаболизма фосфолипидов в тканях белых крыс при циррозе печени..... 66
- А. В. Казарян, С. С. Овакимян, Э. С. Секоян, К. Г. Карагезян* – Особенности антикоагулянтных свойств вновь синтезированных препаратов кумаринового ряда..... 72

## МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

- А. М. Манвелян, А. З. Пепоян, С. С. Мирзабекян, Г. Горие* – Пробиотический потенциал штаммов *E. coli* G35 N 59 и 61 ..... 80

## ФИЗИОЛОГИЯ

- К. А. Панчулазян, А. Г. Аракелян* – Специфические реакции организма на эквивалентные уровни акустической энергии ..... 84

## ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- В. В. Казарян* – Возрастная изменчивость адаптивности древесных к условиям высокогорья ..... 90

# CONTENTS

## MATHEMATICS

- A. B. Nersessian, R.H. Barkhudaryan* – Convergence Acceleration of Decomposition by Eigenfunctions of a Model Boundary Value Problem with a Discontinuous Coefficient..... 5
- A. V. Poghosyan* – On a Rational-Trigonometric Linear Interpolation of Smooth Functions ..... 13
- V.S. Zakaryan, M. M. Mirzoyan* – Cluster Sets of Equimorphic Functions along Arbitrary Tangential Directions ..... 21
- H. A. Asatryan* – Analysis of Point Spectrum and the Inverse Scattering Problem for the Sturm – Liouville Operator with Certain Behavior of Potential at Infinity ..... 27

## COMPUTER SCIENCE

- K. K Aleksanyan* – Efficient Implementation of Physical Addressing for Testing, Diagnosis and Repair of Embedded SRAMs for Yield Improvement ..... 31

## MECHANICS

- A. H. Babloyan, V. H. Tokmajyan* – Mixed Problem for Elastic Rectangle..... 41
- M. S. Gabrielyan, L. A. Mazmanyanyan* – On the Optimal Control of the Circular Plate's Vibrations in the Conflict Situations ..... 46

## PHYSICS

- A. R. Mkrtychyan, A.H. Mkrtychyan, A. A. Aslanyan, M. M. Mirzoyan* - Investigation of the 855MeV Electrons Parametric X-Ray Radiation Energy and Angular Characteristics in the Single Crystals ..... 55

## ORGANIC CHEMISTRY

- V. V. Dovlatyan, T.Z.Papoyan, F. V. Avetisyan, A. P. Yengoyan* – Search of New Pesticides among Derivatives of 1,3,4-thiadiazol..... 61

## BIOCHEMISTRY

- A. S. Margaryan, L. M. Hovsepyan, K.G. Karageuzyan, A. A. Simonyan* – Specific Breaches of Phospholipids Metabolism at Liver Cirrhosis of White Rats ..... 66
- A. V. Ghazaryan, S. S. Hovakimyan, E. S. Sekoyan, K.G. Karageuzyan* – Peculiarities of Antioxidant properties of Newly synthesized preparations Coumarin Line ..... 72

## MOLECULAR BIOLOGY

- A. M. Manvelyan, A. Z. Pepoyan, S. S. Mirzabekyan, H. Horie*– Probiotic Potential of *E. coli* G35 N 59 and 61 Strains ..... 80

## PHYSIOLOGY

- K. A. Panchulazyan, A. G. Arakelyan* – Specific Reaction of the Organism to the Equivalent Levels of the Acoustic Energy..... 84

## PLANTS PHYSIOLOGY

- V. V. Kazaryan* – Age Changeability of adaptivity of trees to the Conditions of High Mountains.. 90

УДК 517.518

Академик А. Б. Нерсисян, Р. Г. Бархударян

## Ускорение сходимости разложения по собственным функциям одной модельной краевой задачи с разрывным коэффициентом

(Представлено 15/VI 2005)

**Ключевые слова:** *краевые задачи, ускоренная сходимость, разложения по собственным функциям*

**1. Введение.** Хорошо известно, что классический ряд Фурье на отрезке  $[a, b]$ ,  $-\infty < a < b < \infty$ , сходится медленно, если разлагаемая функция  $f(x)$ , продолженная на всю действительную ось  $(b - a)$ -периодически, не обладает достаточной гладкостью. Это прежде всего относится к кусочно-гладким функциям.

Решение практически важной проблемы ускорения сходимости разложений таких функций в ряд Фурье, - по-видимому, впервые, - предложил А. Крылов в 1907 г. (см. [1]). Начало систематическому обоснованию такого подхода положила в 1964 г. работа Ланцоша [2] (см. также [3-7]). Практически эффективные алгоритмы были разработаны за последние 15 лет главным образом в работах К. Эггофа и Д. Готтлиба с соавторами (см., например, [8,9]). Этот подход (алгоритм) назовём КЕГ-методом.

В работе [13] был разработан другой, нелинейный метод ускорения сходимости рядов Фурье, основанный на применении аппроксимантов Паде к асимптотическому ряду коэффициентов, что привело к еще более точным и устойчивым алгоритмам (квазиполиномиальный (QP) метод). К тому же стало возможным эффективно выявлять колебания произвольной частоты (в том числе затухающие или нарастающие), являющиеся "скрытыми" компонентами разлагаемой функции.

Ниже приводятся некоторые теоретические оценки и явные формулы, связанные с последним подходом, в применении к краевой задаче для простейшего дифференциального уравнения с разрывным коэффициентом.

Отметим, что изучению задач подобного типа, - с точки зрения вычисления собственных значений и собственных функций, - посвящена работа [4].

**2. Постановка задачи.** Рассмотрим краевую задачу

$$i \frac{du}{dx} = \lambda \varepsilon(\xi, x) u(x), \quad (1)$$

$$u(-1) = u(1), \quad (2)$$

где  $\xi \in (-1, 1)$ ,  $b \in \mathbf{R}^+$

$$\varepsilon(\xi, x) = \begin{cases} 1, & x \in (-1, \xi) \\ b^2, & x \in [\xi, 1). \end{cases}$$

Легко видеть, что собственные значения этой задачи имеют явный вид  $\lambda_k = -\pi\eta k$ , где  $k \in \mathbf{Z}$  и  $\eta = [(2\pi)/(1+\xi+b^2(1-\xi))]$ , а система собственных функций  $\{\phi_n\}$  следующая:

$$\phi_n(x) = \begin{cases} \frac{\eta}{2\pi} e^{i\eta n(1+x)}, & x \in [-1, \xi] \\ \frac{\eta}{2\pi} e^{i\eta n(1+\xi+b^2(x-\xi))}, & x \in (\xi, 1]. \end{cases} \quad (3)$$

Система собственных функций сопряженной задачи имеет вид

$$\psi_n(x) = \begin{cases} e^{+i\eta n(1+x)}, & x \in [-1, \xi] \\ b^2 e^{+i\eta n(1+\xi+b^2(x-\xi))}, & x \in (\xi, 1]. \end{cases} \quad (4)$$

Введем обозначения

$$f_n = (f, \psi_n) = \int_{-1}^1 f(x) \overline{\psi_n(x)} dx, \quad (5)$$

$$A_k = \frac{f^{(k)}(1)}{b^{2k}} - f^{(k)}(-1), \quad B_k = \frac{f^{(k)}(\xi+0)}{b^{2k}} - f^{(k)}(\xi-0), \quad (6)$$

**Лемма 1.** Пусть  $f \in C^{q+1}$  на каждом из отрезков  $[-1, \xi], [\xi, 1]$ . Тогда

$$f_n = \sum_{k=0}^q \frac{e^{-i\eta n(1+\xi)} B_k}{(i\eta n)^{k+1}} - \sum_{k=0}^q \frac{A_k}{(i\eta n)^{k+1}} + F_n, \quad (7)$$

где

$$F_n = \frac{1}{(i\eta n)^{(q+1)}} \int_{-1}^1 \frac{f^{(q+1)}(x)}{\varepsilon(\xi, x)^{(q+1)}} \overline{\psi_n(x)} dx. \quad (8)$$

**Доказательство.**

$$f_n = (f, \psi_n) = \int_{-1}^1 f(x) \overline{\psi_n(x)} dt = \int_{-1}^{\xi} f(x) \overline{\psi_n(x)} dx + \int_{\xi}^1 f(x) \overline{\psi_n(x)} dx = \quad (9)$$

$$\int_{-1}^{\xi} f(x) e^{-i\eta(1+x)} dx + b^2 \int_{\xi}^1 f(x) e^{-i\eta n(1+\xi+b^2(x-\xi))} dx. \quad (10)$$

Интегрируя последние интегралы по частям, получим желаемый результат.

Нам понадобится также следующая

**Лемма 2** [13]. Пусть  $\{\alpha_s\}$ ,  $s = 1, \dots, q$ ,  $1 \leq q < \infty$ , - некоторое конечное множество комплексных чисел и  $Y \subseteq \{\alpha_s\}$  - подмножество целых чисел (возможно, пустое). Тогда справедлива формула

$$\sum_{\substack{k=-\infty \\ k \notin Y}}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1} p(k) \exp(i\pi k x)}{\prod_{s=1}^q (k - \alpha_s)^{\beta_s}} = \pi \sum_{r=1}^q \operatorname{Res}_{z=\alpha_r} \frac{p(z) \exp i\pi z x^{\ddagger}}{\sin(\pi z) \prod_{s=1}^q (z - \alpha_s)^{\beta_s}},$$

где  $\{\beta_s\}$ ,  $(s = 1, \dots, q)$  - множество положительных целых чисел,  $p(z)$  - многочлен степени не выше  $\sum_{s=1}^q \beta_s - 1$  и принято обозначение  $x^{\ddagger} = (x + 1) \pmod{2} - 1$ ,  $-1 < x^{\ddagger} < 1$ .

**3.** Приведем краткое описание аналога КЕГ-метода (ниже, в применении к системе (3), его будем называть А-методом) в случае, когда  $f \in C^{q+1}$  на каждом из отрезков  $[-1, \xi], [\xi, 1]$ . Используя леммы 1 и 2, можно представить функцию  $f$  в виде ( $\eta = [(2\pi)/(1+\xi+b^2(1-\xi))]$ )

$$f(x) = P(x) + Q(x) + F(x), \quad (11)$$

где

$$P(x) = \sum_{k=0}^q \frac{\eta A_k}{2(i\eta)^{k+1}} \operatorname{Res}_{z=0} \frac{e^{i\pi z ((\eta)/(\pi))v(x)+1}^{\ddagger}}{\sin(\pi z) z^{k+1}}, \quad (12)$$

$$Q(x) = \sum_{k=0}^q \frac{\eta B_k}{2(i\eta)^{k+1}} \operatorname{Res}_{z=0} \frac{e^{i\pi z ((\eta)/(\pi))(v(x)-\xi-1)+1}^{\ddagger}}{\sin(\pi z) z^{k+1}}, \quad (13)$$

$$v(x) = 1 + x\varepsilon(\xi, x) + \frac{b^2 + 1}{b^2 - 1} \xi(\varepsilon(\xi, x) - 1). \quad (14)$$

Очевидно (см. (8)), коэффициенты Фурье  $\{F_n\}$  функции  $F(x)$  имеют порядок убывания, равный, по меньшей мере,  $o(N^{-q-1})$ ,  $N \rightarrow \infty$ . Отсюда следует, что аппроксимационная формула

$$S_{N,q}(x) = P(x) + Q(x) + \sum_{n=-N}^N F_n \phi_n(x) \quad (15)$$

сходится (в равномерной метрике) к  $f$  со скоростью порядка  $o(N^q)$ ,  $N \rightarrow \infty$ .

**4.** Переходя к описанию аналога метода QR (ниже будем его называть В-методом), рассмотрим конечные последовательности комплексных чисел  $\theta = \{\theta_k\}_{k=1}^m$ ,  $A = \{A_k\}_{k=1}^m$ ,  $p \geq 1$  и обозначим

$$\Delta_k^0(A, \theta) = A_k, \quad \Delta_k^s(A, \theta) = \Delta_k^{s-1}(A, \theta) + \theta_s \Delta_{k-1}^{s-1}(A, \theta), \quad k \geq 1. \quad (16)$$

Если  $k < 0$ , то примем  $\Delta_k^s(A, \theta) = 0$ .

**Лемма 3.** Пусть  $f \in C^{q+1}$  на каждом из отрезков  $[-1, \xi], [\xi, 1]$  и  $m \in \mathbb{N}$ ,  $m < q$ . Тогда  $f_n =$

$\tilde{P}_n + \tilde{Q}_n$ , где

$$\tilde{Q}_n = \sum_{k=0}^{q-m} \frac{B_k e^{-i\eta n}}{(i\eta n)^{k+1}} - \frac{e^{-i\eta n}}{(i\eta n)^{q-m+1}} \sum_{k=1}^m \frac{\theta_k'' \Delta_{q-m}^{k-1}(B, \theta'')}{\prod_{s=1}^k \left(1 - \frac{\theta_s''}{i\eta n}\right)} - \sum_{k=0}^{q-m} \frac{A_k}{(i\eta n)^{k+1}} + \frac{1}{(i\eta n)^{q-m+1}} \sum_{k=1}^m \frac{\theta_k' \Delta_{q-m}^{k-1}(A, \theta')}{\prod_{s=1}^k \left(1 - \frac{\theta_s'}{i\eta n}\right)}, \quad (17)$$

$$\tilde{P}_n = -\frac{e^{-i\eta n(1+\xi)}}{(i\eta n)^{q-m+2}} \sum_{k=1}^m \frac{\theta_k'' \Delta_q^{k-1}(B, \theta'')}{\prod_{s=1}^k \left(1 - \frac{\theta_s''}{i\eta n}\right)} + \frac{e^{-i\eta n(1+\xi)}}{\prod_{s=1}^m \left(1 - \frac{\theta_s''}{i\eta n}\right)} \sum_{k=q-m+1}^q \frac{\Delta_k^m(B, \theta'')}{(i\eta n)^{k+1}} + \frac{1}{(i\eta n)^{q-m+2}} \sum_{k=1}^m \frac{\theta_k' \Delta_q^{k-1}(A, \theta')}{\prod_{s=1}^k \left(1 - \frac{\theta_s'}{i\eta n}\right)} + \frac{1}{\prod_{s=1}^m \left(1 - \frac{\theta_s'}{i\eta n}\right)} \sum_{k=q-m+1}^q \frac{\Delta_k^m(A, \theta')}{(i\eta n)^{k+1}} + F_n, \quad (18)$$

$$F_n = \frac{1}{(i\eta n)^{(q+1)}} \int_{-1}^1 \frac{f^{q+1}(x)}{\varepsilon(\xi, x)^{(q+1)}} \psi_n(x) dx. \quad (19)$$

**Доказательство.** Нетрудно проверить следующее тождество ( $x \neq -\theta_1^{-1}$ ):

$$\sum_{k=q-m+1}^q A_k x^k = x^{q+1} \theta_1 \frac{A_q - A_{q-m} x^{-m}}{1 + \theta_1 x} + \frac{1}{1 + \theta_1 x} \sum_{k=q-m+1}^q (A_k + \theta_1 A_{k-1}) x^k. \quad (20)$$

После  $m$ -кратного применения того же преобразования придем к формуле

$$\sum_{k=q-m+1}^q A_k x^k = -x^{q-m+1} \sum_{k=1}^m \frac{\theta_k \Delta_{q-m}^{k-1}(\theta)}{\prod_{s=1}^k (1 + \theta_s x)} + x^{q+1} \sum_{k=1}^m \frac{\theta_k \Delta_q^{k-1}(\theta)}{\prod_{s=1}^k (1 + \theta_s x)} + \frac{1}{\prod_{k=1}^m (1 + \theta_s x)} \sum_{k=q-m+1}^q \Delta_k^m(\theta)^k, \quad x \notin \{-\theta_k^{-1}\}. \quad (21)$$

Доказательство завершается, если главную часть формулы (7) разделим на четыре суммы

$$f_n = \sum_{k=q-m+1}^q \frac{e^{-i\eta n(1+\xi)} B_k}{(i\eta n)^{k+1}} - \sum_{k=q-m+1}^q \frac{A_k}{(i\eta n)^{k+1}} + \sum_{k=0}^{q-m} \frac{e^{-i\eta n(1+\xi)} B_k}{(i\eta n)^{k+1}} - \sum_{k=0}^{q-m} \frac{A_k}{(i\eta n)^{k+1}} + F_n,$$

и применим преобразование (21) к первым двум слагаемым, с заменой  $x$  на  $(i\eta n)^{-1}$ .

Из лемм 2 и 3 следует, что функцию  $f$  можно представить в виде

$$f(x) = \tilde{Q}(x) + \tilde{P}(x), \quad \tilde{Q}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{Q}_n \not\! / \! \! \! \not\! (x), \quad \tilde{P}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \tilde{P}_n \not\! / \! \! \! \not\! (x),$$

где  $\tilde{Q}(x)$  - квазиполином, т.е. конечная линейная комбинация функций вида  $b(x)e^{cx}$ , где  $b(x)$

многочлен,  $c = (\text{const}) \in \mathbb{C}$ . Если же векторы  $\theta'$  и  $\theta''$  определить из систем

$$\Delta_k^m(A, \theta') = 0, \quad k = q - m + 1, \dots, q, \quad (22)$$

$$\Delta_k^m(B, \theta'') = 0, \quad k = q - m + 1, \dots, q, \quad (23)$$

то  $P(x)$  станет  $q$  раз непрерывно дифференцируемой на действительной оси и 2-периодической функцией. В этом случае аппроксимационная формула

$$\tilde{S}_{N,q,m}(x) = \tilde{Q}(x) + \sum_{n=-N}^N \tilde{P}_n \phi'_n(x) \quad (24)$$

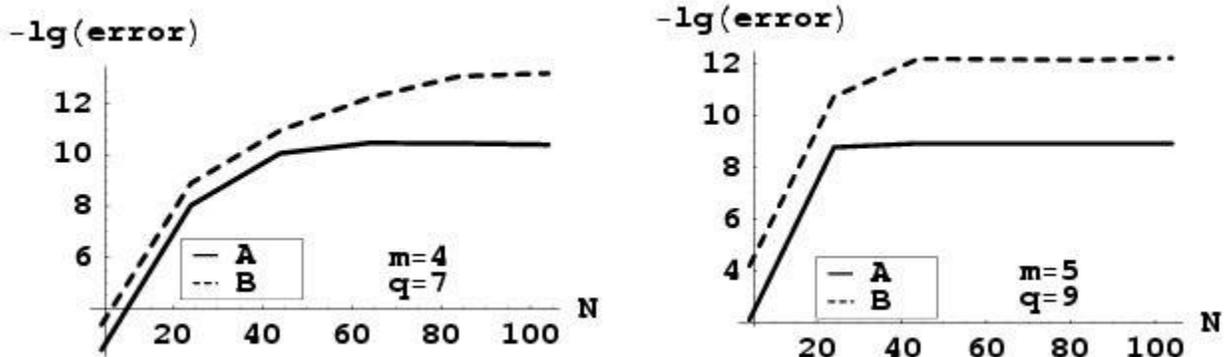
сходится к  $f$  со скоростью порядка  $o(N^{-q})$ ,  $N \rightarrow \infty$ . По сути, мы применили к асимптотическим степенным (по  $z = (in)^{-1}$ ) рядам (7) аппроксимации Паде порядка  $[(q - m)/m]$  (см. [14]).

5. В случае, когда  $b = 1$ , наш ряд превращается в обыкновенный ряд Фурье, а кусочно-квазиполиномиальные функции  $P(x)$  и  $Q(x)$  становятся обобщенными полиномами Бернулли. Таким образом, метод А является обобщением КЕГ-метода и, соответственно, метод В - обобщением QR-метода.

Для того чтобы изучаемый ряд функции  $f$  сходилась "хорошо", достаточно потребовать, чтобы функция  $f$ , продолженная на всю действительную ось 2-периодически, была достаточно гладкой (кроме точек  $2n - 1$  и  $\xi + 2n$ , где  $n \in \mathbb{Z}$ ) и чтобы в точках  $x = 2n - 1$  и  $x = \xi + 2n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , выполнялись равенства  $[(f^{(k)}(x+0))/(b^{2k})] = f^{(k)}(x - 0)$ ,  $k = 0, 1, \dots, q$ .

6. Численные эксперименты проведены на компьютере с процессором Pentium 4, 512MB RAM, с применением компьютерной системы МАТЕМАТИКА [15]. Для иллюстрации свойств методов А и В рассмотрим следующую функцию:

$$f(x) = \begin{cases} \sin(3x + 1), & x \in [-1, 1/3] \\ \frac{1}{1.2-x}, & x \in [1/3, 1]. \end{cases} \quad (25)$$



Десятичные логарифмы обратных величин равномерных ошибок при аппроксимации функции (25) ( $b = 2$ ,  $\xi = [1/3]$ ).

На рисунке указаны порядки равномерных ошибок при аппроксимации функции (25) методами А и В для различных значений  $N$ . Левый рисунок соответствует случаю  $q = 5$ ,  $m = 3$ , правый - случаю  $q = 7$ ,  $m = 4$ .

На этих примерах хорошо просматривается явное преимущество В-метода как в смысле

точности, так и в смысле устойчивости к накоплению ошибок.

Эти и другие результаты хорошо согласуются с результатами работы [13] и могут служить основанием для рекомендации алгоритма В к практическому применению. Приближенные скачки  $A_k, B_k$  могут быть вычислены по коэффициентам  $\{f_n\}, |n| \leq N < \infty$  аналогично работе [13].

Институт математики НАН РА

### Литература

1. *Крылов А.* О приближенных вычислениях. Лекции, читанные в 1906 г. СПб. Типолитограф. К. Биркенфельда. 1907. 228 с.
2. *Lanczos C.* - J. Soc. Indust. Appl. Math., Ser. B Numer. Anal. 1964. V. 1. P. 76-85.
3. *Lanczos C.* Discourse of Fourier Series. Hafner. N.-Y. 1966.
4. *Min M.S., Gottlieb D.* - SIAM J. Numer. Anal. 2003. V. 40. N. 6. P. 2254-2269
5. *Jones W.B., Hardy G.* - Math. Comp. 1970. V. 24. P. 47-60.
6. *Lyness J.N.* - Math. Comp. 1974. V. 28. P. 81-123.
7. *Tasche M.* - Math. Nachr. 1979. V. 90. P. 123-134.
8. *Baszanski G., Delvos F.J., Tasche M.* - Computers and Mathematics with Applications 1995. V. 30. N 3-6. P 33-49.
9. *Gottlieb D., Shu C.W.* - Math. Comp. 1992. V. 43. P. 81-92.
10. *Eckhoff K.S.* - Math. Comp. 1995. V. 64. N 210. P. 671 - 690.
11. *Eckhoff K.S., Wasberg C.E.* - Report no. 99. Dept. of Math. University of Bergen. 1995. P. 1-38.
12. *Gelb A., Gottlieb D.* - Computers Math. Applic. 1997. V. 33. N 11. P. 35-58.
13. *Нерсисян А.Б.* - ДНАН Армении. 2004. Т. 104. N. 4. С. 186-191.
14. *Бейкер Дж., Грейвс-Моррис П.* Аппроксимации Паде. М. Мир. 1986. 502 с.
15. *Wolfram S.* The MATHEMATICA book. Fourth Edition. Wolfram Media. Cambridge University Press. 1999. 1468 p.

Ակադեմիկոս Ա. Բ. Ներսեսյան, Ռ. Հ. Բարխուդարյան

**Խզվող գործակցով մի մոդելային եզրային խնդրի՝ սեփական ֆունկցիաներով  
վերլուծության զուգամիտության արագացման մասին**

Աշխատանքում ուսումնասիրվում է խզվող գործակցով մի պարզագույն դիֆերենցիալ հավասարման՝ սեփական ֆունկցիաներով վերլուծության զուգամիտության արագացման խնդիրը: Առաջարկված են արագացման երկու եղանակներ: Առաջինը Բեռնուլիի բազմանդամներով Ֆուրիեի շարքերի արագացման եղանակի անալոգն է: Երկրորդ եղանակը նախկինում առաջարկված [13] եղանակի նմանակն է: Աշխատանքում ներկայացված են մոտարկման սխալի ասիմպտոտական գնահատականներ, ինչպես նաև թվային փորձնական արդյունքներ:

**Academician A. Nersessian, R. Barkhudaryan**

**Convergence Acceleration of Decomposition by Eigenfunctions of a  
Model Boundary Value Problem with a Discontinuous Coefficient**

We consider the convergence acceleration problem of a decomposition by eigenfunctions of a simple model equation with non-smooth coefficient. Two acceleration methods are suggested. The first is analog of well-known acceleration that uses Bernoulli polynomials. The second one is analog of [13]. The comparison of these two methods are given. Numerical results and asymptotic errors of corresponding approximations are presented.

А. В. Погосян

### Об одной линейной рационально-тригонометрической интерполяции гладких функций

(Представлено академиком А.Б. Нерсесяном 11/III 2005)

**Ключевые слова:** тригонометрическая интерполяция, рациональная аппроксимация, минимизация ошибки1. Восстановление гладкой на конечном отрезке  $[-1,1]$  функции  $f$  по ее коэффициентам Фурье [1]

$$f_n = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f(x) e^{-i\pi n x} dx, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N, \quad N \geq 1 \quad (1)$$

или по дискретным коэффициентам Фурье [2,3]

$$\tilde{f}_n = \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N f(x_k) e^{-i\pi n x_k}, \quad x_k = \frac{2k}{2N+1}, \quad |n| \leq N, \quad N \geq 1 \quad (2)$$

практически неэффективно, если разлагаемая функция, продолженная на всю числовую ось 2-периодически, не обладает достаточной гладкостью.

Одним из методов ускорения сходимости рядов Фурье является нелинейный алгоритм Фурье - Паде [4,5].

В настоящей работе предлагается линейный метод ускорения сходимости классической тригонометрической интерполяции, также основанный на идее метода Паде. Для дополнительного ускорения сходимости применяется так называемая "полная интерполяция" [6]. Изучается  $L_2$ -сходимость полученных параметрических интерполяций. Решается задача минимизации  $L_2$ -ошибки с нахождением оптимальных значений параметров.

Рассмотрим формулу

$$f(x) \approx I_N(f, x, \theta) = \sum_{n=-N}^N a_n(x) \tilde{f}_n. \quad (3)$$

Для определения функций  $a_n(x)$  потребуем, чтобы формула (3) была точной для системы  $\{e^{i\pi n x}\}_{n=-N+1}^{N-1} \cup \{\varphi(x), \bar{\varphi}(x)\}$ , где

$$\varphi(x) = e^{i\pi N x} - \theta \frac{e^{i\pi(N+1)x}}{1 + \theta e^{i\pi x}}, \quad -1 < \theta < 1. \quad (4)$$

После несложных вычислений получим

$$I_N(f, x, \theta) = \sum_{n=-N}^N \tilde{f}_n e^{i\pi n x} + \theta \frac{e^{-i\pi N x} - e^{i\pi(N+1)x}}{1 + 2\theta \cos \pi x + \theta^2} \tilde{f}_N + \theta \frac{e^{i\pi N x} - e^{-i\pi(N+1)x}}{1 + 2\theta \cos \pi x + \theta^2} \tilde{f}_{-N}. \quad (5)$$

Заметим, что выражение

$$I_N(f, x, 0) = \sum_{n=-N}^N \tilde{f}_n e^{i\pi n x} \quad (6)$$

является классической тригонометрической интерполяцией.

**Теорема 1.** Для  $f \in C[-1,1]$  и любого  $-1 < \theta < 1$  формула (5) интерполяционная на сети  $\{x_k\}$  (см. (2)), т.е.

$$I_N(f, x_k, \theta) = f(x_k), \quad |k| \leq N. \quad (7)$$

**Доказательство** проводится прямой проверкой.

2. Через  $\|\cdot\|$  обозначим норму в пространстве  $L_2(-1,1)$

$$\|f\| = \left( \int_{-1}^1 |f(x)|^2 dx \right)^{1/2}$$

и для  $f \in C^q[-1,1]$  обозначим  $A_k(f) = f^{(k)}(1) - f^{(k)}(-1)$ ,  $k = 0, \dots, q$ . Далее

$$\Phi_q(x) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^s}{(x+s)^{q+1}}, \quad |x| \leq \frac{1}{2}, \quad q \geq 0,$$

где штрих у знака суммы означает, что нулевой член отсутствует. Заметим, что

$$\Phi_0(x) = \frac{\pi x - \sin \pi x}{x \sin \pi x} \quad \text{и} \quad \Phi_q(x) = \frac{(-1)^q}{q!} \Phi_0^{(q)}(x).$$

Оценим асимптотическое поведение ошибки  $R_N(f, x, \theta) = f(x) - I_N(f, x, \theta)$  в  $L_2$ -метрике. Сначала изучим случай  $\theta = 0$ .

**Теорема 2.** Пусть  $f \in C^q[-1,1]$ ,  $f^{(q+1)} \in L_1[-1,1]$ ,  $q \geq 1$  и  $A_j(f) = 0$  для  $j = 0, \dots, q-1$ . Тогда

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (2N+1)^{q+[1/2]} \|R_N(f, x, 0)\| = c_q |A_q(f)|, \quad (8)$$

$$c_q = \frac{1}{\pi^{q+1}} \left( \frac{2^{2q+1}}{2q+1} + \int_0^{1/2} \Phi_q^2(x) dx \right)^{1/2}.$$

**Доказательство** непосредственно следует из известного асимптотического разложения коэффициентов Фурье

$$f_n = \frac{(-1)^{n+1}}{2} \frac{A_q(f)}{(i\pi n)^{q+1}} + \frac{1}{2(i\pi n)^{q+1}} \int_{-1}^1 f^{(q+1)}(x) e^{-i\pi n x} dx, \quad (9)$$

с учетом формулы

$$\check{f}_n = \sum_{s=-\infty}^{\infty} f_{n+s(2N+1)}, \quad |n| \leq N. \quad (10)$$

Рассмотрим теперь случай  $\theta \neq 0$ .

**Теорема 3.** Пусть  $f \in C^{q+1}[-1,1]$ ,  $f^{(q+2)} \in L_1[-1,1]$ ,  $q \geq 1$  и  $A_j(f) = 0$ ,  $j = 0, \dots, q-1$ . Тогда для

$$\theta = 1 - \frac{\tau}{N}, \quad \tau > 0 \quad (11)$$

имеет место следующая асимптотическая оценка:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (2N+1)^{q+[1/2]} \|R_N(f, x, \theta)\| = c_{q,\tau} |A_q(f)|, \quad (12)$$

где для четных значений  $q$

$$c_{q,\tau} = \frac{1}{\pi^{q+1}} \left( \int_{1/2}^{\infty} \left| \frac{1}{x^{q+1}} - e^{-2\tau x} \operatorname{ch}(\tau) (\Phi_q(1/2) + 2^{q+1}) \right|^2 + \int_0^{1/2} \left| \Phi_q(x) - e^{-\tau} \operatorname{sh}(2\tau x) (\Phi_q(1/2) + 2^{q+1}) \right|^2 \right)^{1/2}$$

и для нечетных значений  $q$

$$c_{q,\tau} = \frac{1}{\pi^{q+1}} \left( \int_{1/2}^{\infty} \left| \frac{1}{x^{q+1}} - e^{-2\tau x} \operatorname{ch}(\tau) \frac{q+1}{2\tau} (\Phi_{q+1}(1/2) + 2^{q+2}) \right|^2 + \int_0^{1/2} \left| \Phi_q(x) + e^{-\tau} \operatorname{ch}(2\tau x) \frac{q+1}{2\tau} (\Phi_{q+1}(1/2) + 2^{q+2}) \right|^2 \right)^{1/2}.$$

**Доказательство.** Для  $N > \tau$  имеем

$$\begin{aligned} \|R_N(f, x, \theta)\| &= 2 \sum_{n=-N+1}^{N-1} \left| f_n - \check{f}_n - (-1)^{n+N} \frac{\theta^{N+1}}{1-\theta^2} (\theta^n \Delta_N(\theta) + \theta^{-n} \Delta_{-N}(\theta)) \right|^2 + \\ &+ 2 \sum_{n=N}^{\infty} \left| f_n - (-1)^{n+N} \frac{\theta^n}{1-\theta^2} \Delta_N(\theta) (\theta^{N+1} + \theta^{-N}) \right|^2 + \\ &+ 2 \sum_{n=-\infty}^{-N} \left| f_n - (-1)^{n+N} \frac{\theta^{-n}}{1-\theta^2} \Delta_{-N}(\theta) (\theta^{N+1} + \theta^{-N}) \right|^2, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\Delta_N(\theta) = \check{f}_N + \theta \check{f}_{-N} \quad \text{и} \quad \Delta_{-N}(\theta) = \check{f}_{-N} + \theta \check{f}_N.$$

С учетом (10) и (9) получим ( $N \rightarrow \infty$ )

$$\check{f}_N = \frac{A_q(f)(-1)^N}{2(i\pi)^{q+1}} \left( \frac{\zeta(q)}{N^{q+1}} - \frac{q+1}{2} \frac{\zeta(q) - \zeta(q+1)}{N^{q+2}} \right) + \frac{A_{q+1}(f)(-1)^N}{2(i\pi)^{q+2}} \frac{\zeta(q+1)}{N^{q+2}} + o(N^{-q-2}).$$

Отсюда для четных  $q$  имеем

$$\Delta_N(\theta) = \frac{A_q(f)(q+1)(-1)^{N+1}}{2(2N+1)^{q+2}(i\pi)^{q+1}} \zeta(q+1) + o(N^{-q-2}), \quad N \rightarrow \infty, \quad \Delta_{-N}(\theta) = \Delta_N(\theta) \quad (14)$$

и для нечетных

$$\Delta_N(\theta) = \frac{A_q(f)(-1)^{N+1}\tau}{(2N+1)^{q+2}(i\pi)^{q+1}} \zeta(q) + o(N^{-q-2}), \quad N \rightarrow \infty, \quad \Delta_{-N}(\theta) = -\Delta_N(\theta). \quad (15)$$

Подставляя (14), (15) в (13), получим требуемое.

Абсолютные константы  $c_q$  и  $c_{q,\tau}$  в теоремах 2, 3 характеризуют сходимость  $I_N(f, x, \theta)$  по норме  $\|\cdot\|$ . Заметим, что константа  $c_{q,\tau}$  зависит от  $\tau$  и естественно ее минимизировать. Соответствующие результаты, с точностью до 3 знаков после запятой, представлены в табл. 1. Отношение  $c_q/c_{q,\tau}$  характеризует коэффициент эффективности оптимальной интерполяции по сравнению с классической.

**Таблица 1**

**Приближенные значения констант  $c_q$  и  $c_{q,\tau}$   
при оптимальном значении параметра  $\tau$**

q	1	2	3	4	5	6
$c_q$	0.2372	0.1074	0.0627	0.0345	0.0201	0.0117
$c_{q,\tau}$	0.0434	0.0122	0.0079	0.0019	0.0017	0.0005
$\tau$	1.8081	2.4581	3.7303	4.3705	5.7525	6.2959
$c_q/c_{q,\tau}$	5.5	8.8	7.9	18.1	11.8	23.4

Рассмотрим следующий пример:

$$f(x) = (1 - x^2)^2 \sin(33x - 0.5). \quad (16)$$

На рис. 1 показано сравнение результатов аппроксимации функции (16) классической тригонометрической интерполяцией и оптимальной рациональной интерполяцией. Оптимальные значения параметра  $\tau$  выбраны согласно табл. 1.

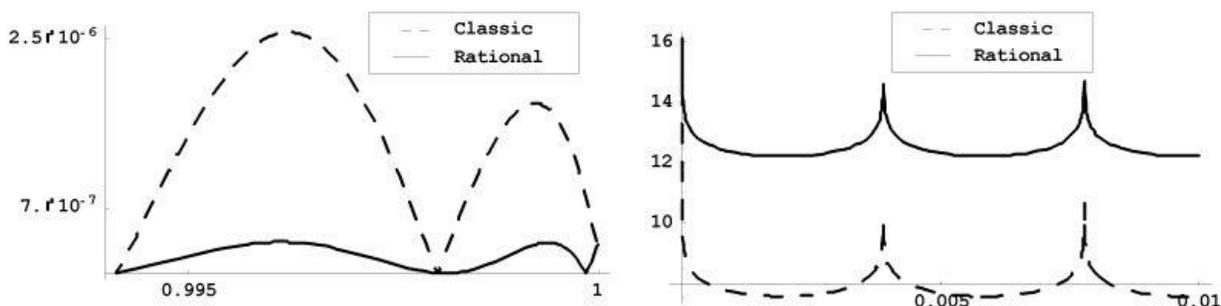


Рис. 1. Графики функций  $|R_N(f, x, 0)|$ -(Classic),  $|R_N(f, x, 0)|$ -(Rational) в окрестности точки  $x = 1$  (слева) и  $-\log_{10}|R_N(f, x, 0)|$ ,  $-\log_{10}|R_N(f, x, 0)|$  в интервале  $[0, 0.01]$  (справа) для  $N = 256$ .

3. Заметим теперь, что в интерполяции  $I_N(f, x, \theta)$  используются значения функции  $f$  только в интервале  $[2N/(2N+1), 2N/(2N+1)]$  и ошибка аппроксимации максимальна вблизи концов отрезка. Для уменьшения этой ошибки можно, следуя подходу работы [6] к функции

$$\hat{f}(x) = f \left( \frac{2N+1}{2N} x \right), \quad x \in \left[ -\frac{2N}{2N+1}, \frac{2N}{2N+1} \right],$$

применить интерполяцию  $I_N(\hat{f}, x, \theta)$ , где значения  $\hat{f}(x)$  при  $[-(2N+1)/2N, -1]$ ,  $[1, (2N+1)/2N]$  не используются. Сделав обратную замену, получим так называемую полную интерполяцию  $I_N^*(f, x, \theta)$  на сети  $x_k^* = [k/N]$

$$I_N^*(f, x, \theta) = \sum_{n=-N}^N \tilde{f}_n^* e^{i\pi n [2N/(2N+1)]x} + \theta \frac{e^{-i\pi N [2N/(2N+1)]x} - e^{i\pi (N+1) [2N/(2N+1)]x}}{1 + 2\theta \cos \pi \frac{2N}{2N+1} x + \theta^2} \tilde{f}_N^* + \theta \frac{e^{i\pi N [2N/(2N+1)]x} - e^{-i\pi (N+1) [2N/(2N+1)]x}}{1 + 2\theta \cos \pi \frac{2N}{2N+1} x + \theta^2} \tilde{f}_{-N}^*. \quad (17)$$

Рассмотрим асимптотическое поведение ошибки  $R_N^*(f, x, \theta) = f(x) - I_N^*(f, x, \theta)$  по метрике  $\|\cdot\|$ . Доказательство следующих двух теорем непосредственно следует из легко проверяемой формулы

$$\|R_N^*(f, x, \theta)\|^2 = \frac{2N+1}{2N} \|R_N(f^*, x, \theta)\|^2 - \frac{1}{2N} \int_0^1 \left| R_N \left( f^*, 1 - \frac{h}{2N+1}, \theta \right) \right|^2 dh -$$

$$- \frac{1}{2N} \int_0^1 \left| R_N \left( f^*, -1 - \frac{h}{2N+1}, \theta \right) \right|^2 dh.$$

**Теорема 4.** Пусть  $f \in C^q[-1,1]$ ,  $f^{(q+1)} \in L_1[-1,1]$ ,  $q \geq 1$  и  $A_j(f) = 0$ ,  $j = 0, \dots, q-1$ . Тогда имеет место формула

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (2N+1)^{q+[1/2]} \|R_N^*(f, x, 0)\| = c_q^* |A_q(f)|, \quad (18)$$

где

$$c_q^* = \left( c_q^2 - 2 \int_0^1 |I_q(h)|^2 dh \right)^{1/2},$$

$$I_q(h) = \frac{1}{\pi^{q+1}} \int_0^{1/2} \sin \pi \left( xh + \frac{q}{2} \right) \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^s}{(x+s)^{q+1}} dx - \frac{1}{\pi^{q+1}} \int_{1/2}^{\infty} \frac{\sin \pi \left( xh + \frac{q}{2} \right)}{x^{q+1}} dx.$$

**Теорема 5.** Пусть  $f \in C^{q+1}[-1,1]$ ,  $f^{(q+2)} \in L_1[-1,1]$ ,  $q \geq 1$  и  $A_j(f) = 0$ ,  $j = 0, \dots, q-1$ . Тогда для

$$\theta = 1 - \frac{\tau}{N}, \quad \tau > 0 \quad (19)$$

имеет место формула

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (2N+1)^{q+[1/2]} \|R_N^*(f, x, \theta)\| = c_{q,\tau}^* |A_q(f)|, \quad (20)$$

где

$$c_{q,\tau}^* = \left( c_{q,\tau}^2 - 2 \int_0^1 |I_{q,\tau}(h)|^2 dh \right)^{1/2}$$

и для четных  $q$

$$I_{q,\tau}(h) = I_q(h) + (-1)^{q/2} \frac{h \cos(\pi h/2)}{\pi^q (4\tau^2 + \pi^2 h^2)} \zeta(q),$$

для нечетных  $q$

$$I_{q,\tau}(h) = I_q(h) - (-1)^{[(q+1)/2]} \frac{(q+1) \cos(\pi h/2)}{\pi^{q+1} (4\tau^2 + \pi^2 h^2)} \zeta(q+1).$$

Здесь также параметр  $\tau$  определяется из условия минимизации константы  $c_{q,\tau}^*$ . Соответствующие результаты представлены в табл. 2. Отношение  $c_q/c_q^*$  показывает эффективность полной интерполяции по сравнению с классической

интерполяцией, а отношение  $c_{q,\tau}/c_{q,\tau}^*$  показывает эффективность полной рациональной интерполяции по сравнению с рациональной, где  $\tau'$  выбран согласно табл. 1. Как видим, полная интерполяция эффективна при  $q \leq 3$ .

На рис. 2 показаны результаты аппроксимации функции (16) посредством рациональной и полной рациональной интерполяций.

Приближенные значения констант  $c_q^*$  и  $c_{q,\tau}^*$  для оптимальных  $\tau$ . Параметр  $\tau'$  взят согласно табл. 1

q	1	2	3	4	5	6
$c_q^*$	0.0737	0.1031	0.0383	0.0342	0.0154	0.0117
$c_q / c_q^*$	3.2	1.04	1.63	1.007	1.3	1.002
$c_{q,\tau}^*$	0.0032	0.0036	0.0019	0.0015	0.0008	0.0005
$\tau$	2.6540	2.7268	4.2723	4.4243	6.0581	6.3139
$c_{q,\tau} / c_{q,\tau}^*$	13.6	3.4	4.1	1.3	1.9	1

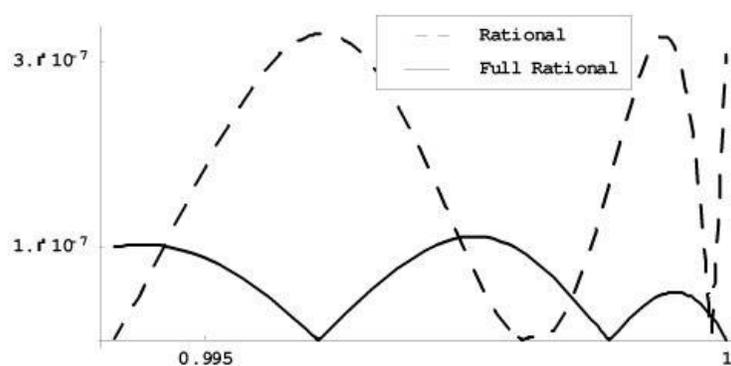


Рис. 2.  $|R_N(f, x, \theta)|$  и  $R_N^*(f, x, \theta)$  для  $N = 256$  с оптимальными параметрами  $\theta = 1 - [(\tau)/N]$ , взятыми из табл. 1, 2.

Из приведенных и многих других экспериментальных результатов следует, что рациональная интерполяция значительно более эффективна по сравнению с классической, а при  $q \leq 3$  полная интерполяция еще более эффективна.

В заключение отметим, что оптимальные значения параметра  $\tau$  в табл. 1 и 2 получены применением системы MATHEMATICA [7].

Работа выполнена в рамках проекта ISTC A-823.

Институт математики НАН РА

### Литература

1. Zygmund A. Trigonometric Series. 1959. V. 1. Cambridge Univ. Press.
2. Nersessian A. Theory of functions and applications. Collection of Works Dedicated to the Memory of Mkhitar M. Djrbashian. "Louys" Publishing House. 1995. P. 133-138.
3. Nersessian A., Hovhannisian N. - Journal of contemporary mathematical analysis. Matematika. 2002. V. 37. N 5. P. 48-62.
4. Бейкер Дж., Грейвс-Моррис П. Аппроксимации Паде. М. Мир. 1986. 502 с.
5. Geer J. - Journal of Scientific Computing. 1995. V. 10. N. 3. P. 325-356.
6. Нерсесян А. Б., Оганесян Н. В. - ДНАН Армении. 2001. Т. 101. N 2. С. 12-15.
7. Wolfram S. The MATHEMATICA book. Fourth Edition, Wolfram Media. 1999. Cambridge University Press.

Ա. Վ Պողոսյան

Ողորկ ֆունկցիաների ռացիոնալ-եռանկյունաչափական  
գծային մոտարկման մասին

Աշխատանքում առաջարկվում և ուսումնասիրվում է ռացիոնալ ֆունկցիաներով ինտերպոլյացիա: Հետազոտված է մոտարկման  $L_2$ -սխալը, և լուծված է համապատասխան օպտիմիզացիայի խնդիրը: Արդյունքները համեմատվում են դասական եռանկյունաչափական ինտերպոլյացիայով իրականացվող մոտարկման հետ: Մոտարկման զուգամիտության լրացուցիչ արագացման համար կիրառվում է, այսպես կոչված, «լրիվ» ինտերպոլյացիայի մեթոդը:

A. V. Poghosyan

**On a Rational-Trigonometric Linear Interpolation of Smooth Functions**

Rational linear interpolation of smooth function is introduced and investigated. Exact formulae for  $L_2$ -error of interpolations are derived and optimization problem is solved. For additional acceleration of convergence a so called full interpolation is applied.

УДК 517.53

Академик В. С. Захарян, М. М. Мирзоян

## Предельные множества эквиморфных функций по произвольным касательным направлениям

(Представлено 6/V 2005)

**Ключевые слова:** предельные множества, эквиморфные функции, эквиморфизм,  $P$ -последовательность

В настоящей работе продолжено изучение граничных свойств эквиморфных в единичном круге функций [1] вдоль произвольных касательных путей (см. [2]); используются все содержащиеся там обозначения и определения.

1. Пусть  $D : |z| < 1$  - единичный круг,  $\Gamma : |z| = 1$  - единичная окружность,  $\Omega$  - сфера Римана. Х.Э. Мехия функцию  $f : D \rightarrow \Omega$  называет эквиморфной функцией, если  $f$  есть композиция  $f(z) = g(h(z))$  некоторой мероморфной функции  $g(z)$  в круге  $D$  и эквиморфизма  $h : D \rightarrow D$ , т.е. такого гомеоморфизма круга  $D$  на себя, что  $h, h^{-1}$  равномерно непрерывны относительно гиперболической метрики единичного круга [1].

Пусть  $\xi = e^{i\theta} \in \Gamma$ . Для произвольных действительных чисел  $\alpha$  и  $q$ ,  $0 < \alpha < \infty$ ,  $q \geq 0$  назовем правым  $q$ -путем  $L^+(\xi, q, \alpha)$  всякую кривую, которая задается непрерывной на  $[0;1]$  функцией  $z = z(t)$  со свойствами:

$$\lim_{t \rightarrow 1} z(t) = \xi; |z(t) - \xi| < [1/2]; \theta < \arg z(t) < \theta + [(\pi)/6], \arg z(t) \rightarrow \theta \text{ (монотонно), при } t \rightarrow 1 \text{ и}$$

$$\lim_{t \rightarrow 1} (1 - |z(t)|)|\arg z(t) - \theta|^{-q-1} = \alpha.$$

Назовем правым  $q^*$ -путем  $L^+(\xi, q^*, \alpha)$  правый  $q$ -путь, задающийся уравнением

$$z = [1 - \alpha(\varphi - \theta)^{q+1}] \cdot e^{i\varphi}, \quad \varphi \in (\theta; \theta + \alpha^{-[1/(1+q)]}).$$

Обозначим через  $L^-(\xi, q, \alpha)$  ( $L^-(\xi, q^*, \alpha)$ ),  $0 < \alpha < \infty$ ,  $q \geq 0$  и назовем левым  $q$ -путем ( $q^*$ -путем) образ правого  $q$ -пути  $L^+(\xi, q, \alpha)$  ( $L^+(\xi, q^*, \alpha)$ ) при симметрии относительно радиуса  $h(\xi, 0)$  круга  $D$  в точке  $\xi = e^{i\theta} \in \Gamma$ . Правые и левые  $q$ -пути ( $q^*$ -пути) назовем  $q$ -путями ( $q^*$ -путями)  $L(\xi, q, \alpha)$  ( $L(\xi, q^*, \alpha)$ ) или просто  $L(\xi, q)$  ( $L(\xi, q^*)$ ).

Для произвольных  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$ ,  $q_1 \geq 0$ ,  $q_2 \geq 0$ ,  $0 < \delta < [1/2]$  назовем  $(q_1, q_2)$ -углом  $((q_1, q_2)^*)$  в точке  $\xi \in \Gamma$  и обозначим через  $\Delta(\xi, q_1, q_2, \alpha, \beta, \delta)$  ( $\Delta^*(\xi, q_1, q_2, \alpha, \beta, \delta)$ ) или просто  $\Delta(\xi, q_1, q_2)$  ( $\Delta^*$

$(\xi, q_1, q_2, \alpha)$ ), если нас не интересуют размеры этого угла, подобласть круга  $D$ , ограниченную двумя разными  $L(\xi, q_1, \alpha)$  ( $L(\xi, q_1^*, \alpha)$ ) и  $L(\xi, q_2, \beta)$  ( $L(\xi, q_2^*, \beta)$ ) путями (возможен случай  $q_1 = q_2$ ) и окружностью  $|z - \xi| = \delta$ , где  $\delta$  достаточно малое положительное число.

2. Для произвольной  $f : D \rightarrow \Omega$ , произвольной точки  $\xi \in \Gamma$  и произвольного множества  $S \subset D$ , для которого  $\xi$  является предельной точкой, предельное множество  $C(f, \xi, S)$  определяется как пересечение

$$C(f, \xi, S) = \bigcap_{r > 0} \overline{f(V_r(\xi) \cap S)}, \text{ где } V_r(\xi) = \{z \in D; |z - \xi| < r\}, r > 0,$$

черта - замыкание множества.

Пусть  $A$  - произвольное конечное множество неотрицательных чисел. Для произвольной  $f : D \rightarrow \Omega$  точку  $\xi \in \Gamma$  отнесем к множеству  $M_A(f)$ , если для произвольного  $q$ -пути  $L(\xi, q)$ ,  $q \in A$ , имеем  $C(f, \xi, L(\xi, q)) = C(f, \xi, D) \neq \Omega$ . Точку  $\xi \in \Gamma$  отнесем к множеству  $I_A(f)$ , если для произвольного  $(q_1, q_2)$ -угла  $\Delta(\xi, q_1, q_2)$ ,  $q_1, q_2 \in A$  имеем  $C(f, \xi, \Delta(\xi, q_1, q_2)) = \Omega$ . Точку  $\xi \in \Gamma$  отнесем к множеству  $P_A(f)$ , если каждый  $q$ -путь  $L(\xi, q)$  содержит  $P$ -последовательность [3,4] функции  $f(z)$ . Точку  $\xi \in \Gamma$  отнесем к множеству  $E_A(f)$ , если для любого  $(q_1, q_2)$ -угла  $\Delta(\xi, q_1, q_2)$ ,  $q_1, q_2 \in A$ , справедливо  $C(f, \xi, \Delta(\xi, q_1, q_2)) = C(f, \xi, D)$ . Точку  $\xi \in \Gamma$  отнесем к множеству  $I_A^*(f)$ , если для любого  $q$ -пути  $L(\xi, q)$ ,  $q \in A$ , имеем  $C(f, \xi, L(\xi, q)) = \Omega$  и каждый  $q$ -путь  $L(\xi, q)$ ,  $q \in A$  не содержит ни одной  $P$ -последовательности функции  $f(z)$ . Ясно, что  $I_A^*(f) \subset I_A(f)$ .

Справедлива следующая теорема, которая является усилением теоремы 1 из [5].

**Теорема 1.** Для произвольной эквиморфной в круге  $D$  функции  $f : D \rightarrow \Omega$  и для произвольного конечного множества  $A$  неотрицательных чисел справедливо разложение

$$\Gamma = M_A(f) \cup I_A^*(f) \cup P_A(f) \cup F,$$

где  $F$  - множество первой категории на  $\Gamma$ .

**Доказательство.** Пусть эквиморфная в  $D$  функция  $f(z)$  имеет каноническое представление  $f = g(h(z))$  и пусть  $Q_f(z) = (1 - |h(z)|^2) \cdot |g'(h(z))| \cdot (1 + |g(h(z))|^2)^{-1}$ .

Применим теорему 3 из [2] к функциям  $f(z)$  и  $Q_f(z)$ . Получим следующие разложения:

$$\Gamma = E_A(f) \cup F_1, \quad \Gamma = E_A(Q_f) \cup F_2,$$

где  $F_1$  и  $F_2$  - множества первой категории на  $\Gamma$ . Следовательно, дополнение множества  $R_A(f) = E_A(f) \cap E_A(Q_f)$  имеет первую категорию на  $\Gamma$ . Покажем, что справедливо вложение  $R_A(f) \subset M_A$

$$(f) \cup I_A^*(f) \cup P_A(f).$$

Действительно, в произвольной точке  $\xi \in R_A(f)$  имеем следующие четыре возможности:

- I. множество  $C(Q_r \xi, D)$  ограничено и  $C(f, \xi, D) \neq \Omega$ ;
- II. множество  $C(Q_r \xi, D)$  ограничено и  $C(f, \xi, D) = \Omega$ ;
- III. множество  $C(Q_r \xi, D)$  не ограничено и  $C(f, \xi, D) = \Omega$ ;
- IV. множество  $C(Q_r \xi, D)$  не ограничено и  $C(f, \xi, D) \neq \Omega$ .

Если  $\xi \in R_A(f)$  и  $C(Q_r \xi, D)$  ограничено, то согласно теореме 2 из [2] для каждого  $q$ -пути  $L(\xi, q)$ ,  $q \in A$ , в точке  $\xi$  справедливо

$$C(f, \xi, L(\xi, q)) = C(f, \xi, D).$$

Поэтому в случае реализации возможности I, имеем  $\xi \in M_A(f)$ . Если реализуется возможность II, то согласно теоремам 1 и 2 из [2] имеем  $\xi \in I_A^*(f)$ . Если  $\xi \in R_A(f)$  и  $C(Q_r \xi, D)$  не ограничено, то каждый  $q$ -путь  $L(\xi, q)$ ,  $q \in A$ , содержит  $P$ -последовательность функции  $f(z)$ . Следовательно, возможность IV не может реализоваться, а при реализации возможности III имеем  $\xi \in P_A(f)$ .

Теорема 1 полностью доказана.

**Замечание.** В случае, когда  $A = \{0\}$  и  $f$  - эквиморфная в  $D$  функция, теорема 1 доказана в работе [1], в случае, когда  $f$  - мероморфная в  $D$  функция, она усиливает теорему 1 из [7], в случае, когда  $A = \{0;1\}$  и  $f$  - мероморфная в  $D$  функция, она усиливает теорему 1 из [8]. В топологических пространствах сходные теоремы доказаны в работах [9-11].

Из теоремы 4 из [2] и теоремы 1 следует

**Теорема 2.** Для произвольной эквиморфной в круге  $D$  функции  $f : D \rightarrow \Omega$  и для произвольного конечного множества  $A$  неотрицательных чисел справедливо разложение

$$I_A(f) = I_A^*(f) \cup P_A(f) \cup F,$$

где  $F$  - множество первой категории.

**Замечание.** В случае, когда  $f$  - мероморфная в  $D$  функция, теорема 2 усиливает теорему 2 из [7], в случае, когда  $A = \{0\}$  и  $f$  - мероморфная в  $D$  функция, она доказана в [12].

4. Справедлива следующая теорема.

**Теорема 3.** Для произвольной эквиморфной в круге  $D$  функции  $f : D \rightarrow \Omega$  и для произвольного конечного множества  $A$  неотрицательных чисел множество  $P_A(f)$  имеет тип  $G_\delta$  на  $\Gamma$ .

**Доказательство.** Обозначим через  $B = \{\alpha_j, \beta_k\}$  последовательность всех положительных рациональных пар  $(\alpha_j, \beta_k)$ ,  $\alpha_j > 0$ ,  $\beta_k > 0$  и будем считать  $A = \{q_i\}$ ,  $q_i \geq 0$ . Пусть  $(\alpha_j, \beta_k) \in B$ ,  $q_i \in A$ ,  $q_r \in A$  и  $n$  и  $m$ ,  $n = 1, 2, \dots$ ,  $m = 2, 3, \dots$ , произвольные фиксированные числа. Обозначим через  $E_{n,m,j,k,i,r}$  - множество таких точек  $\xi \in \Gamma$ , для которых

$$\text{Sup} [Q_f(z)] \leq n,$$

$$z \in \Delta^* (\xi, q_i, q_r, \alpha_j, \beta_k, \frac{1}{m}).$$

Покажем, что справедливо разложение:

$$\Gamma \setminus P_A(f) = \cup_{n,m,j,k,i,r} E_{n,m,j,k,i,r} \quad (1)$$

Поскольку вложение  $\cup_{n,m,j,k,i,r} E_{n,m,j,k,i,r} \subset \Gamma \setminus P_A(f)$  очевидно, то для доказательства обратного вложения допустим, что  $\xi$  произвольная точка множества  $\Gamma \setminus P_A(f)$ . Тогда согласно теореме 1 из [2] можно найти  $(q_1, q_2)$ -угол  $\Delta(\xi, q_1, q_2)$ ,  $q_1, q_2 \in A$ , в котором  $C(Q_f \xi, \Delta(\xi, q_1, q_2))$  ограничено. Следовательно, можно найти такое натуральное число  $n \in \mathbb{N}$  и такой  $(q_i, q_r)^*$ -угол  $\Delta^*(\xi, q_i, q_r, \alpha_j, \beta_k, [1/m]) \subset \Delta(\xi, q_i, q_r, \alpha_j, \beta_k, [1/m])$ ,  $q_i, q_r \in A$ ,  $(\alpha_j, \beta_k) \in B$ ,  $m > 2$ ,  $m \in \mathbb{N}$ , при которых в точке  $\xi$  имеем

$$\text{Sup} [Q_f(z)] \leq n,$$

$$z \in \Delta^* (\xi, q_i, q_r, \alpha_j, \beta_k, \frac{1}{m}),$$

т.е.  $\xi \in E_{n,m,j,k,i,r}$ . Чтобы доказать, что каждое множество  $E_{n,m,j,k,i,r}$  из (1) замкнуто, допустим, что  $\xi_0 \in \bar{E}_{n,m,j,k,i,r}$ . Поскольку

$$\Delta^* (\xi_0, q_i, q_r, \alpha_j, \beta_k, \frac{1}{m}) \subset \bigcup_{\xi \in E_{n,m,j,k,i,r}} \Delta^* (\xi, q_i, q_r, \alpha_j, \beta_k, \frac{1}{m}),$$

то множества  $E_{n,m,j,k,i,r}$  замкнуты и теорема 3 доказана.

**Замечание.** В случае, когда  $A = \{0\}$  и  $f$  - эквиморфная в  $D$  функция, теорема 3 доказана в [1], в случае, когда  $f$  - мероморфная в  $D$  функция, она усиливает теорему 3 из [7], в случае  $A = \{0\}$  и  $f$  - мероморфная в  $D$  функция, она доказана в [12].

**4. Справедлива следующая**

**Теорема 4.** Для произвольной эквиморфной в  $D$  функции  $f : D \rightarrow \Omega$  и для произвольного конечного множества  $A$  неотрицательных чисел множество  $M_A(f)$  имеет структуру  $M_A(f) = G \setminus F$ , где  $G \subset \Gamma$  открытое множество, а  $F$  - множество первой категории и типа  $F_\sigma$  на  $\Gamma$ .

**Доказательство.** Обозначим через  $K(f)$  множество таких точек  $\xi \in \Gamma$ , для которых  $C(f, \xi, D) \neq \Omega$ . По определению  $K(f)$  - открытое множество. Докажем справедливость равенства

$$M_A(f) = E_A(f) \cap K(f).$$

Действительно, вложение  $M_A(f) \subset E_A(f) \cap K(f)$  следует из определений участвующих в нем множеств. Обратное вложение следует на основании теоремы 2 из [2]. Заменяя теперь множество  $E_A(f)$  разностью  $\Gamma \setminus F$  (см. теорему 3 из [2]), где  $F$  - множество первой категории и типа  $F_\sigma$ , получим утверждение теоремы 4.

**Замечание.** В случае, когда  $A = \{0\}$  и  $f$  - эквиморфная в  $D$  функция, теорема 4 установлена в [1], в случае, когда  $f$  - мероморфная в  $D$  функция, она усиливает теорему 5 из [7], в случае, когда  $A = \{0\}$  и  $f$  - мероморфная в  $D$  функция, она доказана в [12].

Государственный инженерный университет Армении

### Литература

1. Мехия Х.Э. - ДАН СССР. 1982. Т. 265. N1. С. 35-38.
2. Мирзоян М.М. - ДНАН Армении. 2005. Т. 105. N4. С. 328-332.
3. Гаврилов В.И. - Матем. сб. 1965. Т. 67 (109). N3. С. 408-427.
4. Гаврилов В.И. - Матем. сб. 1966. Т. 71 (113). N3. С. 386-404.
5. Гаврилов В.И. - ДАН СССР. 1974. Т. 216. N1. С. 21-23.
6. Мирзоян М.М. - ДАН АрмССР. 1978. Т. 66. N4. С. 200-204.
7. Мирзоян М.М. - ДАН АрмССР. 1978. Т. 66. N5. С. 263-266.
8. Айрапетян А.Н., Гаврилов В.И. - Изв. АН АрмССР. 1976. Математика. Т. 11. N5. С. 390-399.
9. Эминян О.М. - ДАН АрмССР. 1988. Т. 86. N1. С. 3-7.
10. Симушев А.А. - ДАН СССР. 1986. Т. 289. N2. С. 305-309.
11. Абду Аль-Рахман Хасан. - ДАН СССР. 1981. Т. 260. N4. С. 777-780.
12. Гаврилов В.И. - ДАН СССР. 1977. Т. 232. N6. С. 1237-1240.

Ակադեմիկոս Վ. Ս. Ջաքարյան, Մ. Մ. Միրզոյան

Էկվիմորֆ ֆունկցիաների սահմանային բազմությունները կամայական շոշափող  
ուղղություններով

Հոդվածում ուժեղացվում է էկվիմորֆ [1] ֆունկցիաների համար Մեյերի ընդհանրացված թեորեմը ([5], թեորեմ 1) միավոր շրջանագծի հետ կամայական շոշափման կարգ ունեցող ուղիների երկայնքով, ինչպես նաև տրվում են էկվիմորֆ ֆունկցիաների սահմանային բազմություններով ծնված  $M_A(f)$ ,  $P_A(f)$  բազմությունների բնութագրերը:

**Academician V. S. Zakaryan, M. M. Mirzoyan**

**Cluster Sets of Equimorphic Functions along Arbitrary Tangential Directions**

In this paper the Meier's generalized theorem ([5], theorem 1) for equimorphic functions ([1]) is strengthened along lines of arbitrary tangential order with unit circle, as well as the characteristics of sets  $M_A(f)$ ,  $P_A(f)$  derived from equimorphic cluster sets are given.

УДК 517.984.5

А. А. Асатрян

**Исследование точечного спектра и обратной задачи рассеяния для оператора Штурма - Лиувилля с потенциалом, имеющим определенное поведение на бесконечности**

(Представлено чл.-кор. НАН РА Г.Г. Геворкяном 15/VI 2005)

**Ключевые слова:** спектр, обратная задача, дифференциальный оператор, данные рассеяния, собственная функция

Рассмотрим на  $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$  дифференциальную операцию  $l$ , заданную формулой  $\mathcal{L}(y) = -y'' + qy$ , где коэффициент (потенциал)  $q$  - вещественная измеримая функция от переменной  $x \in \mathbb{R}$ , удовлетворяющая условию

$$\int_{-\infty}^0 (1-x)|q(x) - a^-|dx + \int_0^{\infty} (1+x)|q(x) - a^+|dx < \infty$$

с некоторыми постоянными  $a^\pm \in \mathbb{R}$ . Действующий в пространстве  $L^2(\mathbb{R})$  оператор  $L$  определим следующим образом (см. [1], с. 192). Область  $D$  определения оператора  $L$  состоит из функций  $y \in L^2(\mathbb{R})$ , имеющих абсолютно непрерывные на каждом отрезке  $[\alpha, \beta] \subset \mathbb{R}$  первые производные и  $\mathcal{L}(y) \in L^2(\mathbb{R})$ . Для  $y \in D$  по определению полагается  $Ly = \mathcal{L}(y)$ . Оператор  $L$  является самосопряженным (см. [2]).

Обозначим  $\mu_1 = \min\{a^+, a^-\}$ ,  $\mu_2 = \max\{a^+, a^-\}$ ,  $\mu_3 = \infty$ .

**Теорема 1.** *Собственные значения оператора  $L$  (если таковые имеются) простые, лежат в интервале  $(-\infty, \mu_1)$  и их число конечно.*

В случае  $a^+ = a^- = 0$  обратная задача рассеяния для оператора  $L$  рассмотрена Л. Д. Фаддеевым (см. [3]; [4], с. 264-279), а при  $a^+ = a^- \neq 0$  легко приводится к указанному случаю. Поэтому мы будем считать  $a^+ \neq a^-$ .

Обозначим  $\lambda_j^\pm = (-1)^{j-1} \sqrt{\mu - a^\pm}$ . ( $\mu > \mu_1$ ;  $j = 1, 2$ ) (для корня берется главное значение). Для  $\mu \in \mathbb{R}$  обозначим через  $r^\pm(\mu)$  половину числа вещественных корней уравнения  $\lambda^2 + a^\pm = \mu$ . Очевидно, что функции  $r^+(\mu)$  и  $r^-(\mu)$  постоянны в каждом интервале  $(\mu_k, \mu_{k+1})$ ,  $k = 1, 2$ . Для каждого  $k = 1, 2$  обозначим через  $r_k^\pm$  значение функции  $r^\pm(\mu)$  в интервале  $(\mu_k, \mu_{k+1})$ .

Для каждого  $k = 1, 2$  при  $\mu \in (\mu_k, \mu_{k+1})$  уравнение  $l(\varphi) = \mu\varphi$  имеет  $k$  линейно независимых ограниченных решений  $\varphi_j(x, \mu)$  ( $x \in \mathbb{R}$ ,  $1 \leq j \leq k$ ). Для этих решений справедливы асимптотические равенства

$$\varphi_j(x, \mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{v=1}^{1+r_k^+} \sqrt{|\lambda_v^{'+}(\mu)|} A_{jv}^+(\mu) e^{ix\lambda_v^{'+}(\mu)} [1 + o(1)], \quad x \rightarrow \infty,$$

$$\varphi_j(x, \mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{v=2-r_k^-}^2 \sqrt{|\lambda_v^{-}(\mu)|} A_{jv}^-(\mu) e^{ix\lambda_v^{-}(\mu)} [1 + o(1)], \quad x \rightarrow -\infty.$$

При этом если обозначить

$$B_{jv}(\mu) = \begin{cases} A_{jv}^+(\mu), & 1 \leq v \leq r_k^+ \\ A_{j, v-r_k^++r_k^-}^-(\mu), & r_k^+ < v \leq k, \end{cases} \quad C_{jv}(\mu) = \begin{cases} A_{j,v}^-(\mu), & 1 \leq v \leq r_k^- \\ A_{j, v+r_k^+-r_k^-}^+(\mu), & r_k^- < v < k, \end{cases}$$

$$(1 \leq j \leq k)$$

то матрицы

$$B(\mu) = (B_{jv}(\mu))_{j,v=1}^k, \quad C(\mu) = (C_{jv}(\mu))_{j,v=1}^k$$

невырожденные и связаны соотношением

$$B(\mu)B^*(\mu) = C(\mu)C^*(\mu). \quad (1)$$

В качестве одной из этих матриц можно взять произвольную невырожденную матрицу, а по ней другая матрица и решения  $\varphi_j(x, \mu)$  определяются однозначно. Из (1) следует, что если одна из матриц  $B(\mu)$ ,  $C(\mu)$  унитарна, то другая тоже унитарна. Впредь будем предполагать, что матрицы  $B(\mu)$ ,  $C(\mu)$  унитарны, а их элементы измеримые функции (в частности, в качестве одной из них можно взять единичную матрицу). При такой нормировке систему решений  $\varphi_j(x, \mu)$  ( $\mu \in (\mu_k, \mu_{k+1})$ ,  $1 \leq j \leq k$ ) будем называть нормированной системой обобщенных собственных функций оператора  $L$ , соответствующей значению  $\mu$ . При помощи  $\varphi_j(x, \mu)$  и собственных функций оператора  $L$  осуществляется разложение Фурье (см. [5]).

Теперь, опираясь на асимптотическое поведение обобщенных и обычных собственных функций, введем данные рассеяния для оператора  $L$ .

Обозначим

$$S_{lv}^+(\mu) = \sum_{j=1}^k \sqrt{|\lambda_v^{'+}(\mu)|} \sqrt{|\lambda_l^{'+}(\mu)|} \overline{A_{jv}^+(\mu)} A_{jl}^+(\mu) \quad (\mu \in (\mu_k, \mu_{k+1}), 1 \leq l, v \leq 1+r_k^+; k = 1, 2)$$

и рассмотрим матрицу  $S^+(\mu) = (S_{lv}^+(\mu))_{l,v=1}^{1+r^+(\mu)}$ .  $S^+(\mu)$  представляет собой квадратную матрицу порядка  $1 + r^+(\mu)$ , которая не зависит от выбора нормированной системы обобщенных

собственных функций, причем матрица-функция  $S^+$  непрерывно дифференцируема в интервалах  $(\mu_1, \mu_2)$  и  $(\mu_2, \mu_3)$ .

Обозначим через  $T$  точечный спектр оператора  $L$ . Пусть  $\mu \in T$ , а  $\psi$  - соответствующая нормированная собственная функция. Тогда для  $\psi$  имеет место асимптотическое равенство

$$\psi(x, \mu) = c^+(\mu)e^{ix\lambda_1^+(\mu)} [1 + o(1)], \quad x \rightarrow \infty,$$

где  $c^+(\mu)$  - ненулевое комплексное число. Обозначим  $N^+(\mu) = |c^+(\mu)|^2$  ( $\mu \in T$ ). Легко видеть, что числа  $N^+(\mu)$  не зависят от выбора нормированных собственных функций  $\psi$ .

Рассмотрим набор данных

$$\{T, N^+(\mu)(\mu \in T), S^+(\mu)(\mu \in (\mu_1, \mu_2) \cup (\mu_2, \mu_3))\}, \quad (2)$$

называемых правыми данными рассеяния оператора  $L$ .

Обратная задача рассеяния для оператора  $L$  состоит в восстановлении потенциала  $q$  по данным (2).

По аналогии работ [6, 7] с помощью данных рассеяния введем функцию

$$\begin{aligned} \tilde{F}^+(x, t) = & \sum_{\mu \in T} \frac{N^+(\mu)}{|\lambda_1^+(\mu)|^2} \left( e^{ix\lambda_1^+(\mu)} - 1 \right) \left( e^{it\lambda_1^+(\mu)} - 1 \right) + \\ & + \frac{1}{2\pi} \int_{\mu_1}^{\infty} \sum_{v,j=1}^{1+i^+(\mu)} \frac{S_{jv}^+(\mu)}{\lambda_v^+(\mu)\lambda_j^+(\mu)} \left( e^{ix\lambda_v^+(\mu)} - 1 \right) \left( e^{it\lambda_j^+(\mu)} - 1 \right) d\mu - \min\{x, t\} \quad (x, t \in \mathbb{R}) \end{aligned}$$

(интеграл сходится в обычном смысле).

Сформулируем теорему, согласно которой потенциал  $q$  определяется однозначно по данным рассеяния, и вопрос его восстановления сводится к решению линейного интегрального уравнения.

**Теорема 2.** *Существует непрерывная производная  $F^+(x, t) = [(\partial^2 \tilde{F}^+(x, t))/(\partial x \partial t)]$  ( $x, t \in \mathbb{R}$ ), причем функция  $F^+(x, t)$  вещественна и симметрична ( $F^+(x, t) = F^+(t, x)$ ,  $x, t \in \mathbb{R}$ ), а для каждого  $x \in \mathbb{R}$  линейное интегральное уравнение*

$$K^+(x, t) + F^+(x, t) + \int_z^{\infty} K^+(x, \xi) F^+(\xi, t) d\xi = 0 \quad (t \in [x, \infty))$$

имеет единственное решение  $K^+(x, \cdot)$  в любом из классов  $L^p(x, \infty)$ ,  $1 \leq p \leq \infty$  и имеют место равенства

$$a^+ = \lim_{\mu \rightarrow \infty} \left[ \mu - \frac{1}{4[S_{11}^+(\mu)]^2} \right],$$

$$q(x) = a^+ - 2 \frac{d}{dx} K^+(x,x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Автор приносит глубокую благодарность профессору И. Г. Хачатрян за постановку задачи и полезные обсуждения результатов.

Ереванский государственный университет

### Литература

1. *Наймарк М. А.* Линейные дифференциальные операторы. М. Наука. 1969.
2. *Петросян А. Г.* - Уч. зап. ЕГУ. 2003. N 3. С. 8-15.
3. *Фаддеев Л. Д.* - Труды Мат. ин-та АН СССР. 1964. Т. 73. С. 314-336.
4. *Марченко В. А.* Операторы Штурма-Лиувилля и их приложения. Киев. Наукова думка. 1977.
5. *Петросян А. Г., Хачатрян И. Г.* - Уч. зап. ЕГУ. 2004. N 1. С. 22-27.
6. *Хачатрян И. Г.* - Изв. АН Арм. ССР. Математика. 1983. Т. 18. N 5. С. 394-402.
7. *Бабасян С. В.* - Уч. зап. ЕГУ. 1989. N 3 (171).

**Հ. Ա. Ասատրյան**

**Անվերջությունում որոշակի վարք ունեցող պոտենցիալով Շտուրմ - Լիուվիլի  
օպերատորի կետային սպեկտրի և այդ օպերատորի համար ցրման հակադարձ խնդրի  
ուսումնասիրությունը**

Դիտարկվում է անվերջությունում որոշակի վարք ունեցող պոտենցիալով Շտուրմ - Լիուվիլի օպերատորը  $L^2(R)$  տարածությունում: Ուսումնասիրվում է նրա կետային սպեկտրը, և ներմուծվում են ցրման տվյալները: Ապացուցվում է, որ ցրման տվյալների միջոցով պոտենցիալը որոշվում է միարժեքորեն, իսկ նրա վերականգնման հարցը հանգեցվում է գծային ինտեգրալ հավասարման լուծմանը:

**H. A. Asatryan**

**Analysis of Point Spectrum and the Inverse Scattering Problem for the Sturm - Liouville  
Operator with Certain Behavior of Potential at Infinity**

In the space  $L^2(R)$  the Sturm - Liouville operator with certain behavior of potential at infinity is considered. Its point spectrum was studied and the scattering data were introduced. It is proved that the potential is uniquely determined by the scattering data and the question of its recovery is reduced to the linear integral equation.

K. K. Aleksanyan

## Efficient Implementation of Physical Addressing for Testing, Diagnosis and Repair of Embedded SRAMs for Yield Improvement

(Submitted by academician S.K. Shoukourian 23/XII 2005)

**Keywords:** *RAM, memory model, BIST, redundant element, yield*

**1. Introduction.** Nowadays, System-on-Chips (SoCs) are becoming very much memory dominant. International Technology Roadmap for Semiconductors predicted that embedded memories will occupy up to 94% of the total chip area by year 2014 [1]. Furthermore, the memories usually are the densest part of the chip, thus are more prone to manufacturing defects than other cores on the SoC. As a result, the overall SoC yield is dominated by the memory yield. Due to the fact that memory yield decreases and the number of memories increases the overall yield becomes unacceptable. Detection of faults, diagnosis and repair are a must for today's memory designs [2]. Due to shrinking of geometry in the memory array, new defect types appear that are not screened by conventional March test algorithms [3]. The defects mostly depend on the design of memory array, specifics of the manufacturing technology and are sensitized only during some access conditions. The simple memory model consisting of memory cells that are organized into rows and columns can not serve well for testing, diagnose and repairing of today's memory instances with their complicated architecture, and more complicated defects that exist on them. Conventional March test consists of March elements that are applied to the memory array with a certain direction (incrementing/decrementing) of any sequence. The fault classes (see [4]) they were designed for were sensitized with any sequence of addresses, thus incrementing/decrementing address bus value from 0 to maximal address guaranteed the detection of faults of certain type. Today there exist faults that cannot be detected by any logical address sequence. They require specific physical sequence of memory cells that the March element must be applied to sensitize the fault and detect. Some fault classes of weak cells require marching on memory cells with physical incrementing/decrementing sequence (see [4]). Other March tests are proposed (see [3]) to run for some class of delay coupling faults, that require the physical sequence of memory cells with increment two [5]. After detection of a fault it is very important to have knowledge about the physical neighborhood of the faulty cell for further diagnosis. To implement an efficient BIRA algorithm it is very important to take into account the physical locations of faulty cells. The simple memory model does not provide all the necessary information that is vital for today's complicated designs. Even if a memory core provider has information about the physical structure of the memory instance (memory row, column, bank decoding, I/O sequence, etc.), this information can be useless as usually memory BIST and/or BIRA engines are provided by another core provider. This paper suggests a novel approach for creating a new memory model which will include information about the memory physical structure, and allow working (testing, diagnosing and repairing) with the memory taking into account all the

memory specific information without concerning about physical structure. For example, for hardware implementation of a BIST engine that uses physical addressing, a converter can be used that transforms physical address into logical address. This kind of modeling of a memory is very useful as test and repair processor compilers are widely used for supporting memory systems with various types and configurations of memory instances. The memory model description can be used for generation of mentioned converter's Register Transfer Level (RTL) description.

In the following we will discuss the proposed memory model description, how it can be used for memory test coverage improvement, how memory model description can bring to better understanding of memory defect distribution and may be to its main cause, how to use physical fault map for improving repair yield.

**2. Memory model description.** In this section we will discuss bit-oriented memories, but it can easily be generalized for word-oriented memories. Let us define what a memory is for its users. Memory is an array of bits and each bit has its unique address. The user has a very simple interface to work with the memory. The interface includes read and write operations with a given bit address. Memory uses address bus as an input and data in/out pin(s) for read and write operations. In general the user does not know physical location of a bit in the memory array for a given address. Thereafter we will use "logical" address for the one that is applied to memory address bus. This interface is enough for an application that uses the memory as storage, but it is far from being sufficient for efficient memory test, diagnose or repair engines. It does not provide information about mapping from logical address to physical location of the bit that is accessed. If the test wants to access the bottom-most row of memory bit-cell array, or wants to march on physically neighboring bit-cells it can never do that with this simple interface. As a result we have demand to enlarge the memory model. Memory core provider needs to describe how the logical address to physical location mapping engine works. This mapping engine can be provided as a function that takes logical address as an input and outputs physical location of a word. If we go deep into memory architecture we will see that different decoding engines work for rows and columns. The logical address is split into two halves; one is the input for row and the other for column decoding engines, see Fig. 1. If we want to have a better imagination about the memory physical structure our function should take the logical address (also the bit number of a bit-cell, for word-oriented memories) as an input and output the physical row and column positions of the cell. Most of test applications need the opposite conversion from physical location to logical address. If our memory model description has a function that will return the range of address bus positions used for row decoding (obviously the range of address bus positions used for column decoding can be extracted using the same function) then the logical address can be split into two parts: logical row address and logical column address. Thus we propose to use two functions to describe physical to logical mapping, the first one will take physical row number and return logical row address, and the second one will take physical column number and return logical column address.

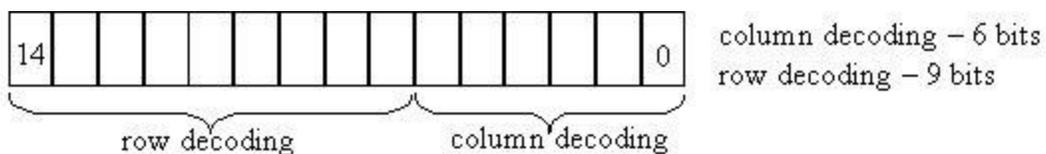


Figure 1:



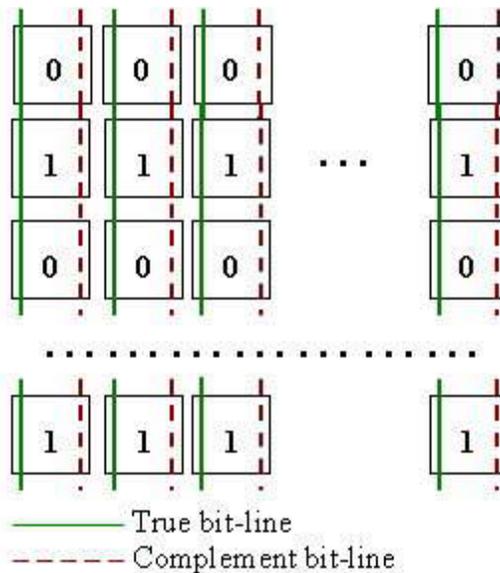


Figure 3:

After fabrication of dies with failing memories some diagnostic processes, that are called to enhance the further yield, require knowledge of physical location (not column/row number, but X/Y coordinates) of failing bit(s) to find out the main cause(s) of defects. The simple memory model does not give information about how the cells are distributed and how the memory logic is distributed within the memory cell array (rows/columns). This information is vital to do required diagnosis. An advanced memory model should provide the physical distribution of straps with memory logic elements, their dimensions as well as memory bit-cell dimensions. Suppose a function returning a list of records about the straps of the memory instance. The record should contain the strap location (row/column number it is located at) and its dimensions. Another parameter can be provided with bit-cell dimensions. It seems that having bit-cell width and height, straps' distribution and width/height values as well as logical to physical mapping functions it is quite possible to calculate the coordinates of any required bit-cell, but if we look deep into the memory instance layout picture we will see dummy cells and/or redundant elements (rows/columns) besides the main memory cell array and memory logic blocks. In order to do have correct calculations our memory model must contain information about the distribution of these elements. This brings to the necessity of another memory model description component.

**3. Hardware implementation of physical address generator for built-in self-test engine.** In a conventional test model we have external tester that applies test patterns to an Integrated Circuit (IC). Particularly external tester can be used to run a test algorithm for a memory instance. Having the appropriate memory model description it will not be difficult to apply a test algorithm in such a way which will guarantee the required addressing for the physical memory array and background pattern. But because using external testers for today's SoCs is extremely expensive Built-in self-test (BIST) solution is widely used for testing memory cores [7]. For this case the problem is a little complicated, as BIST engine must have all the physical structural information built-in about the memory instance it is going to test. The BIST engine provider can take that information into account during the BIST engine design step. But if we look deep into today's architecture [2] we will see that BIST engine is not designed to test a single memory instance but a number of memory

instances with different configurations and different logical to physical mappings. In today's SoC design a whole infrastructure exists [8] called Memory System with self-test and repair processor and integrated wrappers for each memory instance that exist in the Memory System. Memory Systems are not designed for each particular design. Software Compilers exist that compile RTL description of a Memory System to support a given set of memory instances. If the memory model description is present at the compile stage of the Memory System the compiler can compile a RTL converter as a part of the address generator module of the integrated wrapper and the generated Memory System will have possibility to use this converter during self-test or for further processes. Memory System compiler uses templates to generate different RTL modules, based on the memory configuration parameters and Memory System parameters. If the memory model description exists, with a given format, the corresponding template will generate physical to logical converter module based on that description and configuration parameters.

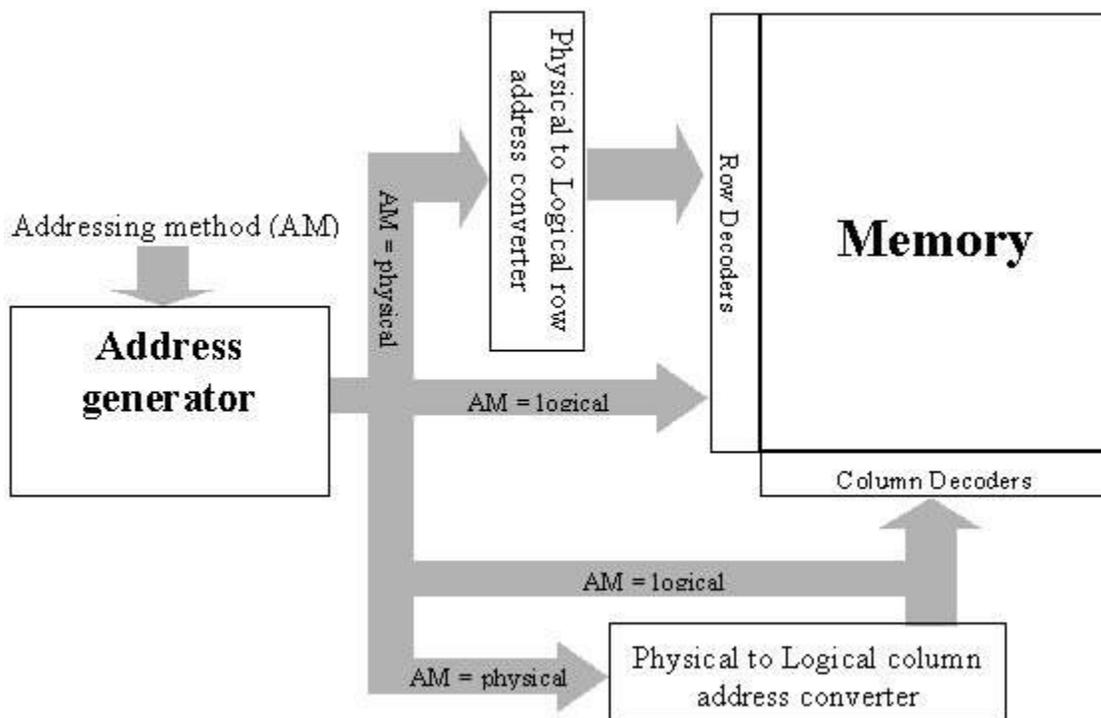


Figure 4:

The synthesis showed that the corresponding RTL does not occupy more than 0.5% of the overall self test and repair engine after synthesis. The more advanced memory system compilers give possibility for programmable test algorithms. The user can select the parameters of a memory system (soft repair or hard repair, sequential or parallel test for memory instances, etc.) as well as the test algorithm for running the built-in test. For March tests usually the user specifies the direction of March element, addressing step the test has to march over the memory array. Having the logical to physical converter module in place (see Fig. 4), the user will be able to specify the addressing method of each March element, thus create more flexible test algorithms for higher fault coverage.

Resistive bridges and opens (see [3]) lead to several dynamic fault behaviors that bring to timing related failures. The well known March tests do not cover delay coupling faults without inserting special delay elements into the test algorithm. Sometimes these inserted delays last more than the

entire test time is. Special March tests are developed (see [5]) to detect timing related failures without the delay elements. These test algorithms use physical row addressing and logical column addressing. The suggested implementation of the physical address generator will allow programming of specified test algorithms.

**4. Memory model description for fault diagnosis.** Conventional March test algorithms are very useful for detection of failing bit-cells. Most of the March test algorithms provide fault dictionaries [9], allowing to specify the functional fault model based on the set of indexes (called fault syndrome [9]) of read operations that caused mismatch between written and read values. But detection of failing bit-cell and the fault type are quite not enough for yield enhancement. After repair of a failing bit-cell it is not unusual to detect another failing bit with the same functional syndrome, if a coupling fault [9] caused the failure. The reason is that we repair the victim cell (the cell where the fault appears), while the main cause of the failure was the aggressor cell (the cell that is sensitized) [9]. To give a solution to this problem we need somehow detect the aggressor cell. After detection of a failure in a victim cell, we must do further analysis to locate the aggressor cell. For this reason many test algorithms contain March-like elements for diagnosis purpose [9]. Much work was done in this sphere (see [9-11]), most of them propose test algorithms that march on the neighborhood (as the aggressor cell is located on the neighborhood of the victim cell with high probability) of the victim cell to find out which cell has an impact on it. For a simple memory model it is quite difficult to select the neighborhood address space of the victim cell, instead of that the diagnosis portion of the test algorithm must march through all address space in order to find the aggressor cell. Giving the physical to logical converter to test engine, we can strongly reduce the test time. It allows increment the physical row and/or column number (march through the neighborhood of the victim cell) of the victim cell and the converter will help to access the cell with an appropriate logical address.

**5. Physical fault map and BIRA yield improvement.** Built-in repair algorithms are widely used in today's test & repair infrastructures. The more is the BIRA repair coverage the higher is the memory yield. The more is area overhead occupied by BIRA circuit the less is the overall yield. That is why it is very important to have a BIRA with higher repair coverage and with less area overhead. Much work was done on this topic (see [2]).

Redundant column and row macros (consisting several physical rows/columns) are widely used in BIRA algorithms. Thus replacing a faulty row/column with redundant row/column we also replace some of the neighboring rows/columns of the faulty row/column. It is very important to know the logical address space of the replaced array, not to duplicate the usage of redundant resources in case of detecting the second fault in the replaced logical address space. We propose to use information about the redundant element width (number of physical rows/columns it is consistent) and already mentioned physical to logical converter by BIRA circuit to increase the BIRA repair rate.

Yield, defined as the proportion of operational circuits to the total number of fabricated circuits [11], of repairable memories is highly dependent on repair rate:  $Y_{ar} = Y_{br} + (1 - Y_{br}) * R$ , where  $Y_{br}$  - is the yield of memory before repair,  $R$  - is the repair rate and  $Y_{ar}$  - is the yield after repair. We have used negative binomial defect distribution [11] for some experimental yield calculations:  $Y_{br} = (1 + [(\lambda)/(\alpha)])^{-\alpha}$  where  $\lambda$  - is the average number of defects and  $\alpha$  - is the clustering parameter. We have considered five SoC designs with 400 memory instances each, one redundant row and one

redundant column was assigned to each memory instance. The memory instances are taken with different Number of Words (NW), Number of Bits per word (NB) and Column-Mux (CM). Table 1 shows the yield increase and area overhead of SoC if we take into account the physical structure of the memory. The yield increase is about 0.85%, and area overhead is about 0.4%.

**Table 1**

SoC	Num. instances	NW	NB	CM	Yield increase (%)	Area overhead (%)
1	400	1024	16	32	0.87	0.38
2	400	512	32	16	0.86	0.41
3	400	256	64	8	0.85	0.39
4	400	128	128	4	0.85	0.38
5	400	64	256	2	0.81	0.36

**6. Conclusion.** An efficient way for automated generation of SMS is proposed with physical addressing. A physical to logical converter is introduced into SMS for the test, diagnosis and repair engines to take into account the memory physical structure and improve the SMS yield significantly. The proposed approach has been implemented and verified for several memory compilers. Experimental results showed significant yield improvement at low hardware overhead.

Yerevan State University

### Литература

1. *ITRS 2001*, <http://public.itrs.net/>
2. *Y. Zorian, S. Shoukourian* "Embedded-Memory Test and Repair: Infrastructure IP for SoC Yield", D&T2003.
3. *M. Azimane, A. Majhi, G. Gronthoud, M. Lousberg, S. Einchenberger, A. Lloris Ruiz* "New Algorithm for Dynamic Faults Detection in RAMs", VTS 2005.
4. *S. Hamdioui, A.J. van de Goor, M. Rodgers*, "March SS: a test for all static simple faults", Records of IEEE Int. Workshop MTD, 2002, pp. 95-100.
5. *Mohamed Azimane* "New Algorithm for Dynamic Faults Detection in RAMs", VTS2005.
6. *Ad. J. van de Goor, Ivo Schanstra* "Address and Data Scrambling: Causes and Impact on Memory Tests" Delta 2002.
7. *Y. Zorian*, "Embedded memory test & repair: Infrastructure IP for SOC yield", ITC 2002.
8. *S. Shoukourian, V. Vardanian, Y. Zorian*, "SoC yield optimization via an embedded-memory test and repair infrastructure", IEEE Design & Test of Computers, May-June 2004.
9. *G. Harutunyan, V.A. Vardanian* "Minimal March-Based Fault Location Algorithm with Partial Diagnosis for Random Access Memories", CSIT 2005.
10. *V. A. Vardanian, Y. Zorian*, "A March-based Fault Location Algorithm for Static Random Access Memories", Proc. IEEE Int. Workshop MTD, 2002.
11. *Israel Koren, Zahava Koren* "Defect Tolerance in VLSI Circuits: Techniques and Yield Analysis" Proceedings of the IEEE 2005.

## **Կ. Կ. Ալեքսանյան**

### **Ֆիզիկական հասցեավորման արդյունավետ իրականացում հիշողության սխեմաների անսարքությունների հայտնաբերման, ախտորոշման և վերանորոգման միջոցով օգտակար ելքի մեծացման համար**

Աշխատանքում լայնորեն կիրառվող տրամաբանականի փոխարեն առաջարկվում է ֆիզիկական հասցեավորում օգտագործող, ինքնատեստավորվող և ինքնավերանորոգվող (ԻՏևՎ) հիշողության համակարգերի (ԻՀՀ) ավտոմատ գեներացիայի արդյունավետ մեթոդ: Միջոց է ներդրվում ԻՀՀ-ում, որպեսզի տեստավորող, ախտորոշող և վերանորոգող սխեմաները հաշվի առնեն հիշողության ֆիզիկական կառուցվածքը և դրանով նկատելիորեն մեծացնեն ԻՀՀ-ի արտադրության օգտակար ելքը: Նույն միջոցը կարող է օգտագործվել նաև հետագա ախտորոշման և վրիպագերցման ժամանակ: Առաջարկվող մեթոդը իրականացվել և ստուգվել է մի քանի ԻՀՀ կոմպիլյատորների համար: Փորձնական արդյունքները ցույց են տվել արտադրության օգտակար ելքի նկատելի աճ՝ ապարատային միջոցների փոքր աճի դեպքում:

## **К. К. Алексанян**

### **Эффективная реализация физической адресации для тестирования, диагностики и восстановления схем памяти для увеличения выхода годных изделий**

Предлагается эффективный способ автоматической генерации самотестирующих и восстанавливающих (СТИВ) систем памяти (ССП) с физической адресацией вместо широко используемой логической. Средство внедрено в ССП для тестирующих, диагностирующих и восстанавливающих схем с тем, чтобы учитывать физическую структуру схем памяти и таким образом значительно улучшить выход годных изделий ССП. То же самое средство можно будет использовать для дальнейшей отладки и диагностики. Предлагаемый метод был реализован и проверен для нескольких компиляторов памяти. Экспериментальные результаты показали значительное увеличение выхода годных изделий с небольшим увеличением аппаратных средств.

УДК 539.3

А. А. Баблоян, В. О. Токмаджян

## Плоская смешанная задача для упругого прямоугольника

(Представлено академиком Ф.Т. Саркисяном 21/VII 2005)

**Ключевые слова:** теория упругости, метод Фурье, свободные коэффициенты интегрирования

Рассматривается задача теории упругости для прямоугольника ( $0 \leq x \leq l$ ,  $0 \leq y \leq h$ ), две соседние стороны которого жестко заделаны, а на остальные две стороны действуют нагрузки. Для простоты будем считать, что на двух сторонах прямоугольника действуют только нормальные нагрузки. Граничные условия для данной задачи имеют вид

$$\begin{aligned} u(0,y) = v(0,y) = u(x,0) = v(x,0) = 0, \\ \sigma_x(1,y) = g(y), \quad \tau_{xy}(1,y) = 0, \quad \sigma_y(x,h) = f(x), \quad \tau(x,h) = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Известно, что плоская задача теории упругости сводится к определению бигармонической функции  $\Phi(x,y)$  при заданных граничных условиях [1-3]. Напряжения и перемещения выражаются через бигармоническую функцию формулами

$$\begin{aligned} \sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y}, \\ E[U(x,y) - U_0] = \int \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} dx - \nu \frac{\partial \Phi}{\partial x} - e_0 y, \\ E[V(x,y) - V_0] = \int \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} dy - \nu \frac{\partial \Phi}{\partial y} + e_0 y. \end{aligned} \quad (2)$$

Для данной задачи решение бигармонического уравнения представим в виде [4]

$$\begin{aligned} \Phi(x,y) = \frac{2}{h} \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k(\alpha_k x) \sin \alpha_k y + \frac{2}{l} \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k(\beta_k y) \sin \beta_k x, \\ \alpha_k(z) = A_k^{(1)} \operatorname{sh} z + B_k^{(1)} x \operatorname{ch} z + z(C_k^{(1)} \operatorname{sh} z + D_k^{(1)} \operatorname{ch} z), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\psi_k(z) = A_k^{(2)} \operatorname{sh} z + B_k^{(2)} \operatorname{ch} z + z(C_k^{(2)} \operatorname{sh} z + D_k^{(2)} \operatorname{ch} z),$$

$$\alpha_k = \frac{(2k-1)\pi}{2h}, \quad \beta_k = \frac{(2k-1)\pi}{2l}.$$

Удовлетворяя граничным условиям (1), после ряда преобразований задачу сводим к решению четырех бесконечных систем линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} y_p^{(1)} P_1(\alpha_p l) - x_p^{(1)} Q_1(\alpha_p l) + \frac{4\alpha_p}{1} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \left[ \frac{\alpha_p^2 - v\beta_k^2}{(\alpha_p^2 + \beta_k^2)^2} x_k^{(2)} - \frac{(1+v)\alpha_p \beta_k (-1)^{p-1}}{(\alpha_p^2 + \beta_k^2)^2} y_k^{(2)} \right] &= 0, \\ y_p^{(2)} P_1(\beta_p h) - x_p^{(2)} Q_1(\beta_p h) + \frac{4\beta_p}{h} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} \left[ \frac{\beta_p^2 - v\alpha_k^2}{(\alpha_k^2 + \beta_p^2)^2} x_k^{(1)} - \frac{(1+v)\alpha_k \beta_p (-1)^{p-1}}{(\alpha_k^2 + \beta_p^2)^2} y_k^{(1)} \right] &= 0, \\ x_p^{(1)} P_2(\alpha_p l) + y_p^{(1)} Q_2(\alpha_p l) + \frac{4\alpha_p}{1} \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{\alpha_p \beta_k x_k^{(2)}}{(\alpha_p^2 + \beta_k^2)^2} + \frac{(-1)^{p-1}(v\alpha_p^2 - \beta_k^2)}{(1+v)(\alpha_p^2 + \beta_k^2)^2} y_k^{(2)} \right] &= g_p, \\ x_p^{(2)} P_2(\beta_p h) + y_p^{(2)} Q_2(\beta_p h) + \frac{4\beta_p}{h} \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{\beta_p \alpha_k x_k^{(1)}}{(\alpha_k^2 + \beta_p^2)^2} + \frac{(-1)^{p-1}(v\beta_p^2 - \alpha_k^2)}{(1+v)(\alpha_k^2 + \beta_p^2)^2} y_k^{(1)} \right] &= f_p, \end{aligned} \quad (4)$$

$$p = (1.2.3\dots),$$

где введены следующие обозначения:

$$P_1(z) = (3-v) \operatorname{th} z - \frac{(1-v)z}{\operatorname{ch}^2 z}, \quad P_2(z) = \operatorname{th} z - \frac{z}{\operatorname{ch}^2 z},$$

$$Q_1(z) = \frac{2 + (1+v)z \operatorname{th} z}{\operatorname{ch} z}, \quad Q_2(z) = \frac{2 + (1+v)z \operatorname{th} z}{(1+v) \operatorname{ch} z},$$

$$g(p) = (-1)^{p-1} \int_0^1 g(y) \sin \alpha_p y dy, \quad f_p = (-1)^{p-1} \int_0^1 f(x) \sin \beta_p x dx. \quad (5)$$

Неизвестные  $x_k^{(p)}, y_k^{(p)}$  ( $p = 1, 2; k = 1, 2, 3, \dots$ ) связаны с коэффициентами  $A_k^{(p)}, B_k^{(p)}, C_k^{(p)}$ ,

$D_k^{(P)}$  соотношениями

$$\begin{aligned}
 (1 + \nu)B_k^{(1)} + 2C_k^{(1)} &= 0, \quad (1 + \nu)B_k^{(2)} + 2C_k^{(2)} = 0, \\
 (A_k^{(1)} + D_k^{(1)}) \operatorname{ch} \alpha_k l + (B_k^{(1)} + C_k^{(1)}) \operatorname{sh} \alpha_k l + \alpha_k l (C_k^{(1)} \operatorname{ch} \alpha_k l + D_k^{(1)} \operatorname{sh} \alpha_k l) &= 0, \\
 (A_k^{(2)} + D_k^{(2)}) \operatorname{ch} \beta_k h + (B_k^{(2)} + C_k^{(2)}) \operatorname{sh} \beta_k h + \beta_k h (C_k^{(2)} \operatorname{ch} \beta_k h + D_k^{(2)} \operatorname{sh} \beta_k h) &= 0.
 \end{aligned} \tag{6}$$

На основании (6) функции  $\varphi_k(\alpha_k x)$  и  $\psi_k(\beta_k y)$  выражаются через неизвестные  $x_k^{(P)}, y_k^{(P)}$  следующими окончательными формулами:

$$\begin{aligned}
 \varphi_k(\alpha_k x) &= - \frac{(-1)^{k-1} x_k^{(1)}}{\alpha_k^2} \varphi_{1,k}(x) - \frac{(-1)^{k-1} y_k^{(1)}}{\alpha_k^2} \varphi_{2,k}(x), \\
 \psi_k(\beta_k y) &= - \frac{(-1)^{k-1} x_k^{(2)}}{\beta_k^2} \psi_{1,k}(y) - \frac{(-1)^{k-1} y_k^{(2)}}{\beta_k^2} \psi_{2,k}(y),
 \end{aligned} \tag{7}$$

где

$$\begin{aligned}
 \varphi_{1,k}(x) &= \frac{\operatorname{sh} \alpha_k x}{\operatorname{ch} \alpha_k x} + \alpha_k (1-x) \frac{\operatorname{ch} \alpha_k x}{\operatorname{ch} \alpha_k l} - \alpha_k l \frac{\operatorname{ch} \alpha_k (1-x)}{\operatorname{ch}^2 \alpha_k l}, \\
 \varphi_{2,k}(x) &= \frac{2}{1+\nu} \frac{\operatorname{ch} \alpha_k (1-x)}{\operatorname{ch} \alpha_k l} + \alpha_k x \frac{\operatorname{sh} \alpha_k (1-x)}{\operatorname{ch} \alpha_k l} + \alpha_k l \frac{\operatorname{sh} \alpha_k x}{\operatorname{ch}^2 \alpha_k l}, \\
 \psi_{1,k}(y) &= \frac{\operatorname{sh} \beta_k y}{\operatorname{ch} \beta_k h} + \beta_k (h-y) \frac{\operatorname{ch} \beta_k y}{\operatorname{ch} \beta_k h} - \beta_k h \frac{\operatorname{ch} \beta_k (h-y)}{\operatorname{ch}^2 \beta_k h}, \\
 \psi_{2,k}(y) &= \frac{2}{1+\nu} \frac{\operatorname{ch} \beta_k (h-y)}{\operatorname{ch} \beta_k h} + \beta_k y \frac{\operatorname{sh} \beta_k (h-y)}{\operatorname{ch} \beta_k h} + \beta_k h \frac{\operatorname{sh} \beta_k y}{\operatorname{ch}^2 \beta_k h}.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Формулы (2)-(8) дают окончательное решение рассматриваемой задачи.

Если из бесконечных систем (4) исключить неизвестные  $x_p^{(1)}, y_p^{(1)}$  (или  $x_p^{(2)}, y_p^{(2)}$ ), то получим систему для определения только неизвестных  $x_p^{(2)}, y_p^{(2)}$  или  $x_p^{(1)}, y_p^{(1)}$ . После такого исключения нетрудно доказать, что полученные новые бесконечные системы вполне регулярны.

Ереванский государственный университет архитектуры и строительства

### Литература

1. *Лейбензон Л.С.* Курс теории упругости. М. Л. ОГИЗ. 1947. 464 с.
2. *Гринченко В.Т.* Равновесие и установившиеся колебания упругих тел конечных размеров. Киев. Наукова думка. 1978. 264 с.
3. *Улитко А.Ф.* - Прикладная механика. 1967. Т. 3. N9. С. 1-12.
4. *Баблоян А.А., Мкртчян А.М.* - Изв. АН АрмССР. Механика. 1971. Т. 24. N5. С. 3-16.
5. *Баблоян А.А., Баблоян К.Б.* - Изв. НАН РА. Механика. 1995. Т. 48. N2. С. 72-83.

Ա.Հ. Բարդյան, Վ.Հ. Թորմաջյան

**Հարթ խառը խնդիր առաձգական ուղղանկյան համար**

Դիտարկվում է առաձգականության տեսության խնդիր ուղղանկյունաձև մարմնի համար, որի երկու հարևան կողմերը ամրակցված են, իսկ մյուս երկու կողմերի վրա ազդում են արտաքին նորմալ ուժեր: Պարզության համար ենթադրվում է, որ արտաքին շոշափող ուժերը բացակայում են:

Խնդիրը լուծվում է Ֆուրիեի եղանակով: Լուծումը ներկայացվում է Ֆուրիեի երկու շարքերի գումարի տեսքով, որոնցից յուրաքանչյուրը պարունակում է չորս խումբ կամայական գործակիցներ: Այդ գործակիցների մի մասը որոշվում է ճշգրիտ, իսկ մնացած մասի որոշման համար ստացվել են գծային անվերջ հավասարումների չորս համակարգեր: Ապացուցվում է, որ անվերջ համակարգերը լիովին կանոնավոր են, իսկ նրանց ազատ անդամները ձգտում են զրոյի, եթե արտաքին նորմալ լարումները տրված են սահմանափակ ֆունկցիաների տեսքով:

Հետևաբար անվերջ համակարգերը կարելի է լուծել կամ հաջորդական մոտավորությունների միջոցով, կամ ռեդուկցիայի միջոցով:

**A.H. Babloyan, V.H. Tokmajyan**

**Flatmixed Problem for Elastic Rectangle**

The flat problem of elasticity theory for rectangle, two sides of which are fastened and the other two sides are under the influence of external tangent loadings is considered. For simplicity it is assumed that external tangent loadings are absent.

The task is solved by means of Furie method. The solution is presented in a form of the sum of the two Furie rows, each of them contains four groups of free coefficient of integration. A part of free coefficients is precisely determined, but for the determination of remain coefficients of Furie rows the collection of four infinite systems of linear algebraic equations is obtained. It is proved that infinite systems are quite regular and their free members are tending to zero. Consequently, infinite systems could be solved either through the method of progressive approximation or the method of reduction.

УДК 62.506.10

М. С. Габриелян, Л. А. Мазманян

### Об оптимальном управлении колебательных движений круглой пластинки в конфликтных ситуациях

(Представлено академиком Г.Е. Багдасаряном 6/Х 2005)

**Ключевые слова:** дифференциальная игра, оптимальные управляющие воздействия, гипотетическое рассогласование, линейные колебания, бесселевы функции

1. Рассмотрим линейные колебания круглой пластинки плотности  $\rho$  ( $\rho = \gamma/g$ , где  $\gamma$  - удельный вес материала,  $g$  - ускорение силы тяжести), постоянной толщины  $h$ . Пластика шарнирно оперта по контуру. Пусть на поверхности пластинки на множестве положительной меры действуют две перпендикулярно распределенные силы:  $F_1(r,\theta,t)$  и  $F_2(r,\theta,t)$ . Предполагая, что динамический прогиб  $w(r,\theta,t)$  мал по сравнению с толщиной  $h$ , а толщина, в свою очередь, мала по сравнению с радиусом  $r = a$  пластинки, дифференциальное уравнение линейных колебаний будет ([1], с. 322, [2], с. 278)

$$D \nabla^4 w + \frac{\gamma}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{F_1(r,\theta,t)}{h} + \frac{F_2(r,\theta,t)}{h}, \quad (1.1)$$

где  $D = Eh^3/12(1 - \mu^2)$  - жесткость пластинки,  $\mu$  - коэффициент Пуассона,  $E$  - модуль упругости материала при растяжении (сжатии),  $a$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}.$$

Края пластинки удовлетворяют следующим условиям шарнирного опирания ([1], [2], с. 325):

$$w(r,\theta,t) = 0, M_r = 0 \text{ при } r = a, \quad (1.2)$$

где  $M_r = -D[(\partial^2 w)/(\partial r^2)] + \mu[1/r][(\partial w)/(\partial r)] + [1/(r^2)][(\partial^2 w)/(\partial \theta^2)]$  ] изгибающий момент.

Пусть начальные условия будут

$$w(r,\theta,t)|_{t=0} = \varphi(r,\theta), \quad \frac{\partial w(r,\theta,t)}{\partial t} |_{t=0} = \psi(r,\theta), \quad (1.3)$$

где  $\varphi(r, \theta)$  и  $\psi(r, \theta)$  - соответственно начальный прогиб и начальная скорость срединной поверхности.

Задача о собственных колебаниях круглой пластинки ( $F_1(r, \theta, t) = 0$  и  $F_2(r, \theta, t) = 0$ ) при условиях (1.2), (1.3) решается методом разделения переменных ([1], с. 322, [3], с. 430)

$$w(r, \theta, t) = W(r, \theta)T(t) = R(r)\Phi(\theta)T(t), \quad (1.4)$$

где  $T(t)$ ,  $\Phi(\theta)$  и  $R(r)$  удовлетворяют уравнениям

$$\frac{d^2T(t)}{dt^2} + \omega^2 T(t) = 0, \quad (1.5)$$

$$\frac{d^2\Phi(\theta)}{d\theta^2} + v^2 \Phi(\theta) = 0, \quad (1.6)$$

$$r^2 \frac{d^2R(r)}{dr^2} + r \frac{dR(r)}{dr} + (\pm \alpha^2 r^2 - v^2)R(r) = 0. \quad (1.7)$$

Здесь  $v$  - постоянная, а  $\omega$  собственная частота,

$$\omega^2 = \frac{Dg}{hy} \alpha^4. \quad (1.8)$$

Функции  $\Phi(\theta)$  и  $R(r)$  также удовлетворяют следующим условиям ([3], с. 431):

$$|R(0)| < \infty \quad (\text{условия ограниченности}), \quad (1.9)$$

$$R(a) = 0 \quad (\text{граничное условие}), \quad (1.10)$$

$$M_r|_{r=a} = 0 \quad (\text{граничное условие}), \quad (1.11)$$

$$\Phi(\theta) = \Phi(\theta + 2\pi) \quad (\text{условие периодичности}). \quad (1.12)$$

Нетривиальные периодические решения для  $\Phi(\theta)$  существуют лишь при  $v^2 = n^2$  ( $n$  - целое число) и имеют вид ([3], с. 431)

$$\Phi_n(\theta) = C_n \cos n\theta + D_n \sin n\theta, \quad (1.13)$$

$C_n, D_n$  определяются из граничных и начальных условий.

Для определения функции  $R(r)$  имеем уравнение (1.7) с однородными граничными условиями (1.9), (1.10) и (1.11). Вводя новую переменную  $\rho = \alpha r$  в случае положительного знака в (1.7) и переменную  $\rho = i\alpha r$  в случае отрицательного знака в (1.7), получим дифференциальное уравнение Бесселя с индексом  $n$  ([4], с. 49)

$$\frac{d^2 R(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dR(\rho)}{d\rho} + \left(1 - \frac{n^2}{\rho^2}\right) R(\rho) = 0. \quad (1.14)$$

После подстановки  $\rho = r$  решение (1.14) будет

$$R(r) = A_n J_n(\alpha r) + B_n J_n(i\alpha r) + E_n Y_n(\alpha r) + F_n Y_n(i\alpha r), \quad (1.15)$$

где  $J_n(\alpha r)$  - бesselева функция первого рода с индексом,  $Y_n(\alpha r)$  - бesselева функция второго рода с индексом,  $J_n(i\alpha r)$ ,  $Y_n(i\alpha r)$  - модифицированные бesselевы функции.

Бesselевы функции второго рода стремятся к бесконечности при  $r \rightarrow 0$ . Тогда коэффициенты  $E_n = 0$ ,  $F_n = 0$ .

Собственные функции данной краевой задачи имеют следующий вид:

$$W_{mn}(r, \theta) = \left[ A_{mn} J_n \left( \lambda_{mn} \frac{r}{a} \right) + B_{mn} J_{mn} \left( i \lambda_{mn} \frac{r}{a} \right) \right] [C_{mn} \cos n\theta + D_{mn} \sin n\theta], \quad (1.17)$$

$$(m = 1, 2, \dots; n = 0, 1, 2, \dots).$$

Собственные числа  $\lambda_{mn} = \alpha_{mn} a$  определяются из уравнения

$$2\lambda_{mn} a [I_n(\lambda_{mn}) J_n(\lambda_{mn})] - (1 - \mu) [I_n(\lambda_{mn}) J_{n+1}(\lambda_{mn}) + J_n(\lambda_{mn}) I_{n+1}(\lambda_{mn})] = 0. \quad (1.18)$$

Решение уравнения (1.1) будем искать в виде ряда

$$w(r, \theta, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} W_{mn}(r, \theta) T_{mn}(t), \quad (1.19)$$

где  $T_{mn}(t) = \int_0^a \int_0^{2\pi} w(r, \theta, t) W_{mn}(r, \theta) r dr d\theta$ .

Так как в области  $[0, a] \times [0, 2\pi]$  функции (1.17) ортогональны с весом  $r$ , то функции  $F_1(r, \theta, t)$ ,  $F_2(r, \theta, t)$ ,  $\varphi(r, \theta)$  и  $\psi(r, \theta)$  допускают следующие разложения:

$$\begin{aligned} F_1(r, \theta, t) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} u_{mn}(t) W_{mn}(r, \theta), & F_2(r, \theta, t) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} v_{mn}(t) W_{mn}(r, \theta), \\ \varphi(r, \theta) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_{mn}(t) W_{mn}(r, \theta), & \psi(r, \theta) &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{mn}(t) W_{mn}(r, \theta), \end{aligned} \quad (1.20)$$

где

$$\begin{aligned}
u_{mn}(t) &= \int_0^a \int_0^{2\pi} F_1(r,\theta,t) W_{mn}(r,\theta) r dr d\theta, & v_{mn}(t) &= \int_0^a \int_0^{2\pi} F_2(r,\theta,t) W_{mn}(r,\theta) r dr d\theta, \\
\varphi_{mn} &= \int_0^a \int_0^{2\pi} \varphi(r,\theta) W_{mn}(r,\theta) r dr d\theta, & \psi_{mn} &= \int_0^a \int_0^{2\pi} \psi(r,\theta) W_{mn}(r,\theta) r dr d\theta.
\end{aligned}$$

Подставляя (1.19) и (1.20) в уравнение (1.1), умножая последнее на  $rW_{mn}(r,\theta)$  и интегрируя по  $r$  от нуля до  $a$ , а по  $\theta$  от нуля до  $2\pi$ , получим для определения функций  $T_{mn}(t)$  следующую систему дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\frac{d^2 T_{mn}(t)}{dt^2} = -\omega_{mn}^2 T_{mn}(t) + u_{mn}(t) + v_{mn}(t), \quad (m = 1, 2, \dots; n = 0, 1, 2, \dots) \quad (1.21)$$

с начальными условиями

$$\begin{aligned}
T_{mn}(0) &= \int_0^a \int_0^{2\pi} \varphi(r,\theta) W_{mn}(r,\theta) r dr d\theta = \varphi_{mn}, \\
\dot{T}_{mn}(0) &= \int_0^a \int_0^{2\pi} \psi(r,\theta) W_{mn}(r,\theta) r dr d\theta = \psi_{mn}.
\end{aligned} \quad (1.22)$$

Квадрат частоты собственных колебаний круглой пластинки имеет вид

$$\omega_{mn}^2 = \frac{Dg}{h\gamma} \frac{\lambda_{mn}^4}{a^4}. \quad (1.23)$$

Предполагаем, что силы  $F_1(r,\theta,t)$  и  $F_2(r,\theta,t)$  принадлежат классу  $L_2$  и удовлетворяют условиям

$$\begin{aligned}
\left[ \int_0^a \int_0^{2\pi} [F_1(r,\theta,t)]^2 dr d\theta \right]^{1/2} &= \left[ k \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} v_{mn}^2(t) \right]^{1/2} \leq P, \\
\left[ \int_0^a \int_0^{2\pi} [F_2(r,\theta,t)]^2 dr d\theta \right]^{1/2} &= \left[ k \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} v_{mn}^2(t) \right]^{1/2} \leq Q
\end{aligned} \quad (1.24)$$

равномерно по  $t \in [0, T]$ . Здесь  $P, Q, T$  - заданные положительные числа,  $k$  - постоянная.

Рассмотрим следующую игровую задачу. Пусть первый игрок, распоряжающийся управлениями  $u_{mn}$  ( $m = 1, 2, \dots; n = 0, 1, 2, \dots$ ), стремится минимизировать значение величины

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [T_{mn}^2(\vartheta) + \dot{T}_{mn}^2(\vartheta)]$$

при самом упорном сопротивлении второго игрока, распоряжающегося управляющими воздействиями  $v_{mn}$  ( $m = 1, 2, \dots; n = 0, 1, 2, \dots$ ), а второй игрок, в свою очередь, стремится

максимизировать значение величины  $\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [T_{mn}^2(\vartheta) + \dot{T}_{mn}^2(\vartheta)]$

при самом упорном сопротивлении со стороны первого игрока. Величину  $\vartheta$  ( $0 < \vartheta \leq T$ ) определим ниже. Динамика игры определяется бесконечной линейной системой дифференциальных уравнений (1.21).

Такая задача была рассмотрена в работе [5], где исследовано оптимальное управление механической системы мощности континуума, когда на континуум действуют противоборствующие силы. Задача приводилась к решению интегро-дифференциального уравнения с симметричным ядром и правой частью. На основании этой работы исследованы задачи, системы которых описываются частными производными высшей степени [6,7]. Настоящая работа основана на этих идеях.

2. С помощью метода экстремального прицеливания составим гипотетическое рассогласование. Так как собственные числа  $\lambda_{mn}$  ( $m = 1, 2, \dots; n = 0, 1, 2, \dots$ ) положительны, то вводя следующие обозначения:

$$z_{mn}^{(1)} = T_{mn}, \quad z_{mn}^{(2)} = \frac{\dot{T}_{mn}}{\sqrt{\lambda_{mn}}} \quad (m = 1, 2, \dots; n = 0, 1, \dots), \quad (2.1)$$

систему дифференциальных уравнений (1.21) можем записать в виде

$$\begin{cases} \dot{z}_{mn}^{(1)} = \sqrt{\lambda_{mn}} z_{mn}^{(2)}, \\ \dot{z}_{mn}^{(2)} = -\sqrt{\lambda_{mn}} z_{mn}^{(1)} + \frac{1}{\sqrt{\lambda_{mn}}} u_{mn} + \frac{1}{\sqrt{\lambda_{mn}}} v_{mn} \quad (m = 1, 2, \dots; n = 0, 1, \dots). \end{cases} \quad (2.2)$$

**Определение.** Задачу для системы (2.2) назовем регулярной, если она регулярна для любых конечных  $m, n$  из (2.2).

Гипотетическое рассогласование для сформулированной игровой задачи будет [5]

$$\varepsilon^{(0)}(t, \{z_{mn}^{(1)}(t), z_{mn}^{(2)}(t)\}, T) = \max_{\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [l_{mn}^{(1)} + l_{mn}^{(2)}] \leq 1} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [(l_{mn}^{(1)})^2 a_{mn} + (l_{mn}^{(2)})^2 b_{mn}] + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \int_t^T \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \min_{u_{mn}^2 = P^2} \left[ (l_{mn}^{(1)})^2 \sin \sqrt{\lambda_{mn}} (T - \tau) + \right. \\
& \left. + (l_{mn}^{(2)})^2 \cos \sqrt{\lambda_{mn}} (T - \tau) \right] \cdot \frac{u_{mn}}{\sqrt{\lambda_{mn}}} d\tau + \\
& + \int_t^T \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \max_{v_{mn}^2 = Q^2} \left[ (l_{mn}^{(1)})^2 \sin \sqrt{\lambda_{mn}} (T - \tau) + \right. \\
& \left. + (l_{mn}^{(2)})^2 \cos \sqrt{\lambda_{mn}} (T - \tau) \right] \cdot \frac{v_{mn}}{\sqrt{\lambda_{mn}}} d\tau \Bigg\}, \tag{2.3}
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
a_{mn} &= z_{mn}^{(1)} \cos \sqrt{\lambda_{mn}} (T - t) + z_{mn}^{(2)}(t) \sin \sqrt{\lambda_{mn}} (T - t), \\
b_{mn} &= z_{mn}^{(2)} \cos \sqrt{\lambda_{mn}} (T - t) - z_{mn}^{(1)}(t) \sin \sqrt{\lambda_{mn}} (T - t).
\end{aligned}$$

Используя метод неопределенных коэффициентов Лагранжа, для  $u_{mn}^{(0)}$  и  $v_{mn}^{(0)}$  получим [5,6]

$$\begin{aligned}
u_{mn}^{(0)}(\tau) &= - \frac{P \left[ l_{mn}^{(1)} \sin \sqrt{\lambda_{mn}} (T - \tau) + l_{mn}^{(2)} \cos \sqrt{\lambda_{mn}} (T - \tau) \right]}{\sqrt{\lambda_{mn}} \left[ \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{\lambda_{rj}} \left( l_{rj}^{(1)} \sin \sqrt{\lambda_{rj}} (T - \tau) + l_{rj}^{(2)} \cos \sqrt{\lambda_{rj}} (T - \tau) \right)^2 \right]^{1/2}}, \\
v_{mn}^{(0)}(\tau) &= \frac{Q \left[ l_{mn}^{(1)} \sin \sqrt{\lambda_{mn}} (T - \tau) + l_{mn}^{(2)} \cos \sqrt{\lambda_{mn}} (T - \tau) \right]}{\sqrt{\lambda_{mn}} \left[ \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{\lambda_{rj}} \left( l_{rj}^{(1)} \sin \sqrt{\lambda_{rj}} (T - \tau) + l_{rj}^{(2)} \cos \sqrt{\lambda_{rj}} (T - \tau) \right)^2 \right]^{1/2}}. \tag{2.4}
\end{aligned}$$

Подставляя значения  $u_{mn}^{(0)}(\tau)$  и  $v_{mn}^{(0)}(\tau)$  из (2.4) в (2.3), получим

$$\begin{aligned}
\varepsilon^{(0)}(t, \{z_{mn}^{(1)}(t), z_{mn}^{(2)}(t)\}, T) &= \max_{\sum_{m,n=1}^{\infty} [(l_{mn}^{(1)})^2 + (l_{mn}^{(2)})^2] \leq 1} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} [l_{mn}^{(1)} a_{mn} + l_{mn}^{(2)} b_{mn}] - \right. \\
& \left. - (P - Q) \int_t^T \left[ \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{1}{\lambda_{rj}} \left( l_{rj}^{(1)} \sin \sqrt{\lambda_{rj}} (T - \tau) + l_{rj}^{(2)} \cos \sqrt{\lambda_{rj}} (T - \tau) \right)^2 \right]^{1/2} d\tau \right\}. \tag{2.5}
\end{aligned}$$

При условии  $P > Q$  выражение в фигурных скобках в формуле (2.5) является вогнутой функцией по переменным  $I_{ij}^{(1)}$  и  $I_{ij}^{(2)}$  ( $i = 1, 2, \dots$ ;  $j = 0, 1, 2, \dots$ ), следовательно, максимум в (2.5) при любых  $z_{mn}^{(1)}(t)$ ,  $z_{mn}^{(2)}(t)$  достигается на единственном векторе  $(I_{mn}^{(1)})^0$ ,  $(I_{mn}^{(2)})^0$  ( $m = 1, 2, \dots$ ;  $n = 0, 1, 2, \dots$ ), т.е. при любых начальных значениях игровая ситуация регулярна [7,8]. Получены уравнения, из которых определяются компоненты вектора  $I^0$  [5,6].

Заметим, что  $\varepsilon^{(0)}(t, \{z_{mn}^{(1)}(t), z_{mn}^{(2)}(t)\}, T)$  - ограниченная величина, так как ряды, участвующие в выражениях (2.5), сходятся, следовательно, оптимальные управляющие воздействия, определяемые формулой (2.4) равномерно по  $\tau \in [0, T]$ , составляют сходящиеся квадратом ряды [5,9]. Для определения момента  $\vartheta$  в каждой ситуации нужно найти наименьший корень уравнения

$$\min_{\tau \in [t_*, T]} \varepsilon^{(0)}(t_*, \{z_{mn}^{(1)}(t_*), z_{mn}^{(2)}(t_*)\}, \tau) = \varepsilon^{(0)}(t_*, \cdot, \vartheta). \quad (2.6)$$

3. Так как  $(I_{mn}^{(1)})^0$ ,  $(I_{mn}^{(2)})^0$ ,  $\varepsilon^{(0)}(t, \{z_{mn}^{(1)}(t), z_{mn}^{(2)}(t)\}, T)$ ,  $u_{mn}^{(0)}$  и  $v_{mn}^{(0)}$  ( $m = 1, 2, \dots$ ;  $n = 0, 1, 2, \dots$ ) трудно представить в аналитической форме, то задачу решим численно.

Для численного примера возьмем круглую пластинку из стали, которая имеет следующие значения параметров:  $a = 0,2\text{м}$ ,  $h = 0,001\text{м}$ ,  $\rho = 7,9 \cdot 10^3 \text{кг/м}^3$ ,  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{Н/м}^2$ ,  $\mu = 0,3$ ,  $P = 8$ ,  $Q = 2$ ,  $t = 0$ . Ограничимся случаями  $m = 2$ , двумя узловыми окружностями, а узловые диаметры рассмотрим до  $n = 3$ .

Вычислены собственные числа  $\lambda_{mn}$  из уравнения (1.18), следовательно и квадрат частоты собственных колебаний круглой пластинки из (1.23) для  $m = 2$ ,  $n = 0, 1, 2, 3$ :

$$\begin{aligned} \lambda_{20} &= 5.03175, \quad \lambda_{21} = 6.66963, \quad \lambda_{22} = 8.13244, \quad \lambda_{23} = 9.48769, \\ \omega_{20} &= 304.767, \quad \omega_{21} = 535.469, \quad \omega_{22} = 796.107, \quad \omega_{23} = 1083.56. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Пусть начальный прогиб и начальная скорость срединной поверхности будут

$$\begin{aligned} \varphi(r, \theta) &= \frac{1}{2 \cdot 10^{120}} r^2 \theta \sin \theta, \\ \psi(r, \theta) &= \frac{1}{1 \cdot 10^{120}} r \theta \sin \theta. \end{aligned} \quad (3.2)$$

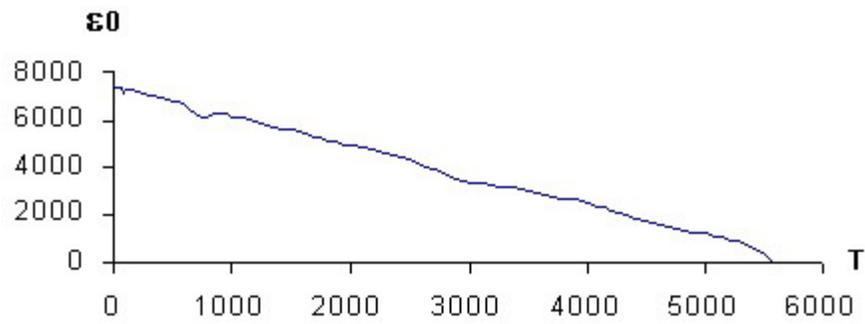


Рис. 1

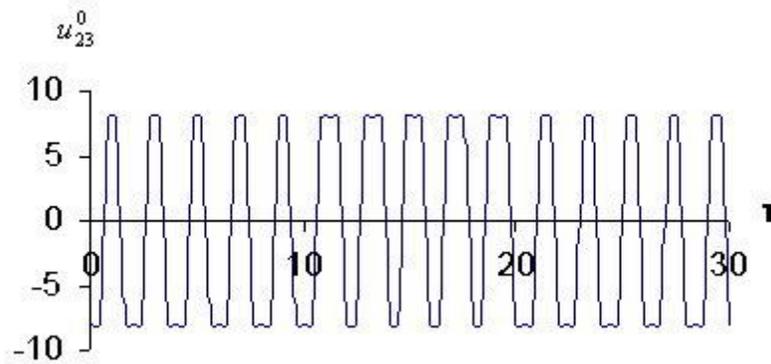


Рис. 2

Учитывая эти значения, с помощью программы «Mathematica 5.0» и «Microsoft Excel» численным методом вычислены  $(i_{mn}^{(1)})^0$ ,  $(i_{mn}^{(2)})^0$  ( $m = 2$ ,  $n = 0,1,2,3$ ), а следовательно вычислены гипотетическое рассогласование из (2.5), и оптимальные управляющие воздействия из (2.4).

На рис. 1-3 представлены зависимости  $\varepsilon^0\{\tau, 0, 6000\}$ ,  $u_{23}^0\{\tau, 0, 30\}$ ,  $v_{23}^0\{\tau, 0, 30\}$  соответственно.

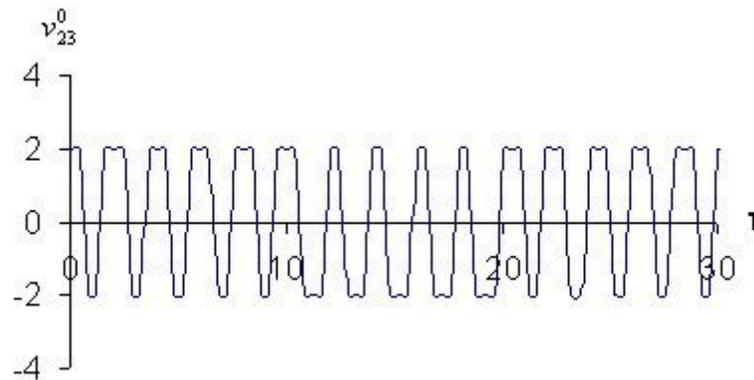


Рис. 3

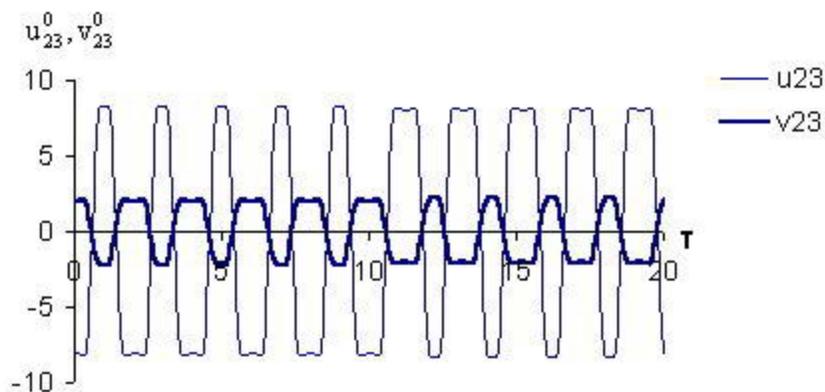


Рис. 4

Из рис. 4 видно, что  $u_{23}^0$  и  $v_{23}^0$  имеют противоположные знаки на том же интервале времени. Остальные оптимальные управляющие воздействия,  $u_{mn}^0 \{\tau, 0, 30\}$ ,  $v_{mn}^0 \{\tau, 0, 30\}$  ( $m = 2$ ,  $n = 0, 1, 2$ ) имеют тот же характер, что и  $u_{23}^0 \{\tau, 0, 30\}$  (рис.2) и  $v_{23}^0 \{\tau, 0, 30\}$  (рис. 3).

Из рис. 1-4 следует, что когда ресурсы первого игрока больше, чем второго ( $P > Q$ ), то задача всегда решается в пользу первого, т.е. первый игрок, распоряжающийся управлением  $u_{mn}^0$  ( $m = 2$ ,  $n = 0, 1, 2, 3$ ), гасит колебательное движение оболочки при самом упорном сопротивлении со стороны второго игрока  $v_{mn}^0$  ( $m = 2$ ,  $n = 0, 1, 2, 3$ ). А второй игрок, наоборот, при ( $P < Q$ ) может увеличить амплитуду колебаний.

Ереванский государственный университет

### Литература

1. Филиппов А.П. Колебания упругих систем. М. Наука. 1956.
2. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки. М. Гостехиздат. 1957.
3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М. Наука. 1972.
4. Ватсон Г.Н. Теория бесселевых функций. Ч. 1. М. ИЛ. 1949.
5. Габриелян М.С. - Изв. НАН РА. Механика. 1998. N 4. С. 72-76.
6. Мазманиян Л.А. В сб.: Оптимальное управление, устойчивость и прочность механических систем. Ереван. 2002. С. 48-52.
7. Габриелян М.С., Мазманиян Л.А. - Изв. НАН РА. Механика. 2005. Т. 58. N 3.
8. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М. Наука. 1974.
9. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории и функционального анализа. М. Наука. 1989.

**Մ. Ս. Գաբրիելյան, Լ. Ա. Մազմանյան**

**Հակամետ իրավիճակներում կլոր սալի տատանողական շարժման օպտիմալ  
ղեկավարման մասին**

Դիտարկված է կլոր սալի գծային տատանումների օպտիմալ ղեկավարման խնդիրը, երբ նրա վրա ազդում են բաշխված հակամետ ուժեր: Խնդրի լուծումը կառուցված է շարքի տեսքով համասեռ խնդրի սեփական ֆունկցիաների օգնությամբ և բերված է երկրորդ կարգի դիֆերենցիալ հավասարումներով բնութագրվող խաղային խնդրի: Խաղացողների օպտիմալ ղեկավարող ազդեցությունները որոշված են էքստրեմալ նշանառության եղանակով: Ցույց է տրված, որ եթե առաջին խաղացողի ռեսուրսները ավելի շատ են, քան երկրորդ խաղացողինը, և ազդող ուժերը պատկանում են  $L_2$  դասին, ապա լուծվում է կլոր սալի տատանումների մարման խնդիրը:

**M. S. Gabrielyan, L. A. Mazmanyan**

**On the Optimal Control of the Circular Plate's Vibrations in the Conflict Situations**

It is discussed the problem of an optimal control for the circular plate's linear vibrations, when the distributive disposed forces influence on it. The problem is solved by the method of variable division and it is brought to the differential game, which is described by the infinitesimal differential equations of second order. The extremal strategies are constructed by the extreme targeting method. It is shown that if the resources of the first player are more than the resources of the second player and the influencing forces belong to class  $L_2$ , then the problem of damping of plate's vibrations is solved.

УДК 539.12

Академик А. Р. Мкртчян, А. Г. Мкртчян, А. А. Асланян, М. М. Мирзоян

## Исследование энергетических и угловых характеристик параметрического рентгеновского излучения электронов с энергией 855 МэВ в монокристаллах

(Представлено 13/III 2006)

**Ключевые слова:** электрон, конденсированная среда, излучение, акустика

Получены энергетические и угловые распределения параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) электронов с энергией 855 МэВ в монокристаллах кварца и ниобата лития. Зарегистрированы изменения параметров ПРИ под воздействием акустических колебаний, которые подтверждают справедливость теоретических расчетов [1] и экспериментальных результатов [2-5].

Экспериментальные исследования явления ПРИ электронов с энергией 855 МэВ в монокристаллах кварца и ниобата лития проводились на микротроне МАМИ Майнцского университета (Германия) [6]. Эксперименты проводились в геометрии Лауэ [7].

В качестве радиаторов были использованы пластины пьезоэлектрических кристаллов  $\text{SiO}_2$  и  $\text{LiNbO}_3$  разных толщин и срезов. Радиаторы с помощью специально разработанных держателей были закреплены на гониометре с пятью степенями свободы. Для регистрации излучения, возникающего при взаимодействии электронов с радиаторами, были использованы полупроводниковые детекторы на основе кремния и германия. После ориентации радиатора методом регистрации излучения каналированных электронов в определенном телесном угле радиатор поворачивался в горизонтальной плоскости на угол  $22.5^\circ$ , чтобы обеспечить условие Брэгга и регистрацию ПРИ под углом  $45^\circ$ .

Для всех выбранных радиаторов-мишеней были зарегистрированы спектры угловых и энергетических распределений ПРИ. На рис. 1 приведены зарегистрированные под углом  $45^\circ$  характерные спектры излучения, возникающего при взаимодействии электронов с монокристаллами кварца X-среза толщиной 0.795 мм и ниобата лития Z-среза толщиной 0.65 мм (рис. 1, а, б соответственно). На рис. 1, а при энергиях  $\sim 5$ ,  $\sim 10$ ,  $\sim 15$  и  $\sim 20$  кэВ выделяются характерные энергетические выходы ПРИ, т.е. выполняется условие Брэгга для семейства плоскостей кварца  $(10\bar{1}1)$ . В спектре при энергиях 0.525 и 1.74 кэВ также присутствуют характеристические излучения К-краев кислорода и кремния. Зарегистрированные спектры отличаются интенсивностью, энергией и угловым распределением характерных выходов ПРИ, которые определяются условием Брэгга и толщиной радиатора, а также присутствием излучения К-краев атомов, входящих в состав исследуемого радиатора. Для наглядности на

рис. 1,б приведен зарегистрированный спектр излучения электронов для монокристалла ниобата лития Z-среза толщиной 650 мкм, где при энергиях ~ 11, ~ 16 и ~ 22 кэВ выделяются рефлекссы ПРИ для семейства плоскостей  $(3\bar{3}00)$ , в спектре также выделяются К-края ниобата:  $K_{\alpha}1$  - 16.615,  $K_{\beta}1$  - 18.623,  $K_{\beta}2$  - 18.952 и  $L_{\alpha}1$  - 2.16 кэВ.

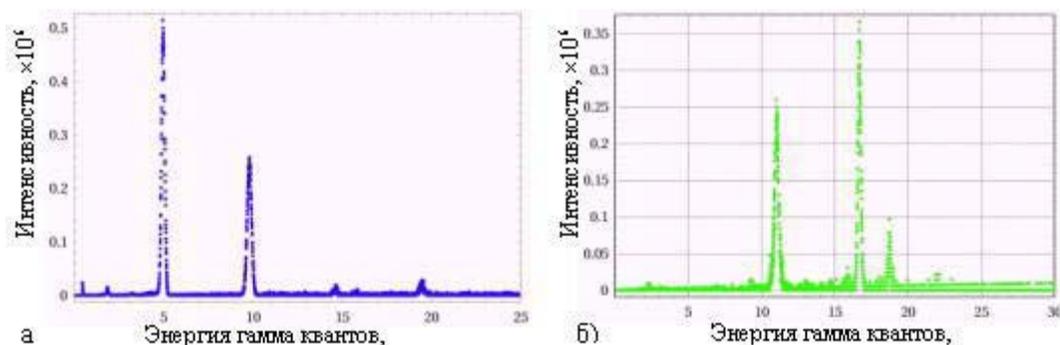


Рис. 1. Спектры ПРИ для семейств плоскостей  $(10\bar{1}1)$  пластины кварца X-среза толщиной 795 мкм (а) и  $(3\bar{3}00)$  ниобата лития Z-среза толщиной 650 мкм (б).

На рис. 2 приведено угловое распределение ПРИ для семейства плоскостей кварца  $(10\bar{1}1)$ , непрерывные линии соответствуют характеристическим излучениям кислорода и кремния. Также были получены соответствующие трехмерные картины углового - энергетического распределения ПРИ (рис. 3).

На основе полученных результатов был проведен сравнительный анализ и были получены зависимости интегральной интенсивности ПРИ от толщины и ориентации радиатора. Предварительная оценка толщины кристаллов для оптимального выхода ПРИ хорошо согласуется с полученными экспериментальными результатами.

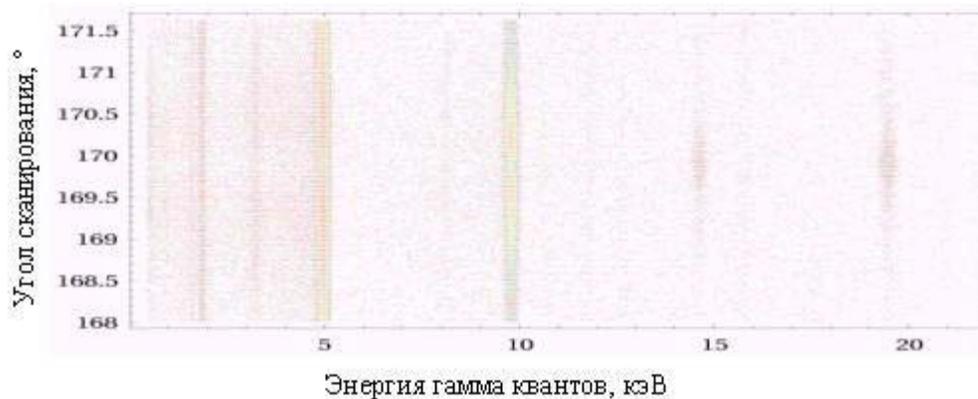


Рис. 2. Двумерная картина углового - энергетического распределение ПРИ для семейства плоскостей кварца  $(10\bar{1}1)$ .

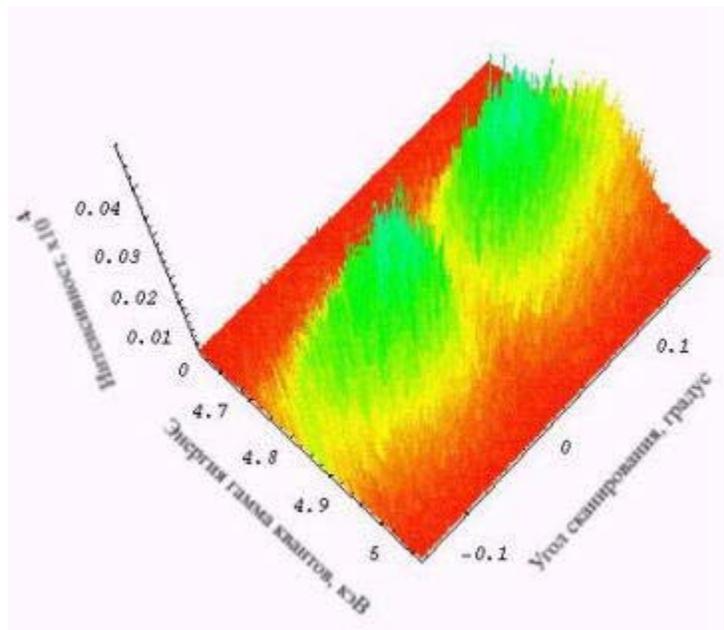
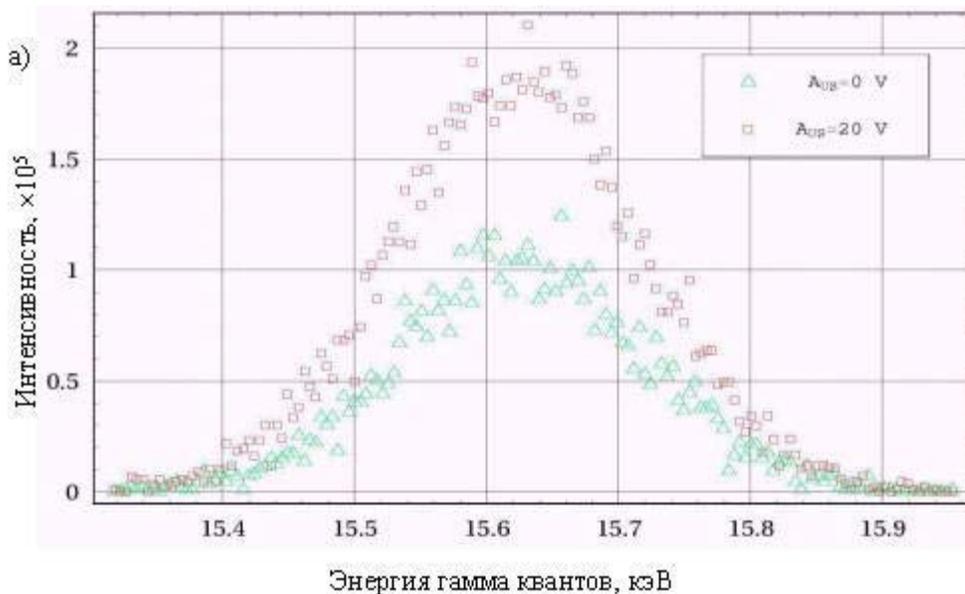


Рис. 3. Трехмерная картина углового - энергетического распределения ПРИ для плоскости кварца  $(10\bar{1}1)$ .

Во время экспериментальных работ также были проведены исследования по выявлению воздействия внешних акустических колебаний на угловые и энергетические распределения ПРИ. С этой целью были разработаны специальные резонаторы-держатели, которые обеспечивали возбуждение в образце объемных акустических колебаний.



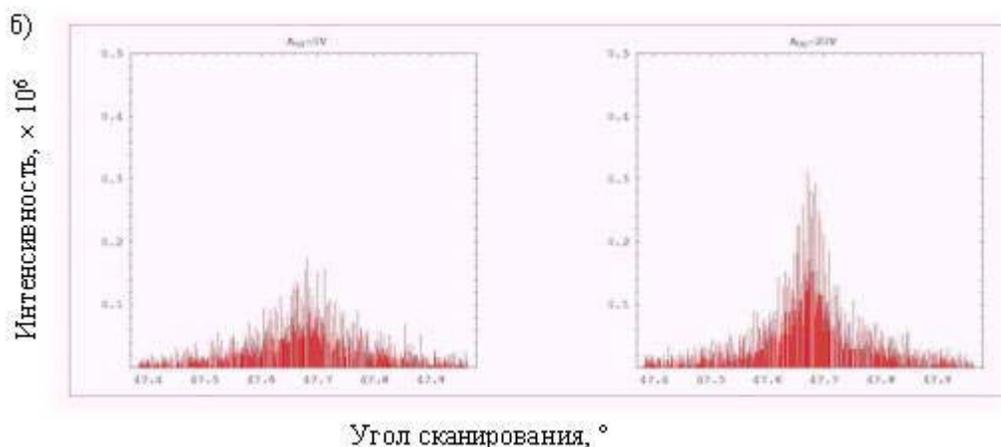


Рис. 4. Энергетическое и угловое распределение ПРИ при отсутствии (а) и наличии (б) акустических колебаний.

Для выявления воздействия акустических колебаний на угловые и энергетические распределения ПРИ почти для всех образцов результирующие излучения были зарегистрированы как при отсутствии, так и при наличии акустических колебаний разной амплитуды. На рис. 4, а, б приведены энергетические и угловые распределения ПРИ для кристаллографической плоскости  $(30\bar{3}0)$  монокристалла кварца X-среза толщиной 0.795 мм при отсутствии и наличии акустических колебаний с амплитудами 20 В. Аналогичные распределения были получены для всех исследованных образцов. Анализируя полученные спектры, можно прийти к заключению, что акустические колебания могут изменять не только интенсивность, но и форму линий характерных энергетических выходов ПРИ. Для полного представления об изменениях формы линии и интенсивности ПРИ была проведена специальная обработка данных и получены распределения абсолютного изменения интенсивности.

Во время экспериментальных работ были зарегистрированы увеличения интенсивности ПРИ. Однако предполагаемого увеличения вследствие нагрева радиаторов-кристаллов в вакуумной среде при больших значениях амплитуды акустических колебаний не наблюдалось.

Полученные экспериментальные результаты хорошо согласуются с теоретическими расчетами и оправдывают выборку пьезоэлектрических кристаллов.

Институт прикладных проблем физики НАН РА

**Ակադեմիկոս Ա. Ռ. Մկրտչյան, Ա. Հ. Մկրտչյան, Ա. Ա. Ասլանյան, Մ. Մ. Միրզոյան**

**855 ՄԷՎ էներգիայով էլեկտրոնների պարամետրիկ ռենտգենյան ճառագայթման էներգետիկ և անկյունային բնութագրերի ուսումնասիրությունը միաբյուրեղներում**

Գրանցվել են կվարցի և լիթիումի նիոբատի միաբյուրեղներում 855 ՄԷՎ էներգիայով էլեկտրոնների պարամետրիկ ռենտգենյան ճառագայթման էներգետիկ և անկյունային բաշխվածությունները: Դիտվել են ակուստիկ տատանումների ազդեցությամբ պարամետրիկ ռենտգենյան ճառագայթման բնութագրերի փոփոխություններ, որոնք հաստատում են տեսական հաշվարկների [1] և նախկին փորձնական հետազոտությունների արդյունքների [2-5] իսկությունը:

**Academician A.R.Mkrtchyan, A.H.Mkrtchyan, A.A.Aslyan, M.M.Mirzoyan**

**Investigation of the 855MeV Electrons Parametric X-Ray Radiation Energy and Angular Characteristics in the Single Crystals**

The energy and angular distributions of the parametric X-Ray radiation (PXR) from 855MeV electrons in quartz and lithium niobium single crystals are obtained. Variations of the parameters of PXR under the influence of acoustic vibrations are detected, so the verity of the theoretical calculations [1] and preceding experimental results[2-5] are confirmed.

## Литература

1. *Асланян А.А., Мкртчян А.Г., Налбандян В.В., Мирзоян М.М.* - Известия НАН Армении. Физика. 2005. Т. 40. N 3. С.194-199.
2. *Mkrtchyan A.R., Aslanyan H.A., Mkrtchyan A.H. et al.* - Solid State Communication 1991. V. 79. N 4. P. 287-288.
3. *Mkrtchyan A.R., Aslanyan H.A., Mkrtchyan A.H. et al.* - Physics Letters A. 1991. V. 152. N 5,6. P. 297-299.
4. *Mkrtchyan A.R., Aslanyan H.A., Mkrtchyan A.G. et al.* - Radiation Effects and Defects in Solids. 1991. V. 117. P.17-22.
5. *Мкртчян А.Р., Мкртчян А.Г., Асланян А.А., Тароян С.П., Геворкян Л.А., Никогосян В.Ц., Бабаян А.З., Тоноян В.У., Айвазян Г.А., Довлатян Т.Г., Налбандян В.В., Антонян А.П., Мирзоян М.М., Саргсян А.Н., Аршакян А.А.* - Известия НАН Армении. Физика. 2005. Т.40. N 4. С. 282-286.
6. The Mainz microtron MAMI: a facility portrait with a glimpse at first results. - Nuclear Physics News. 1994. V. 4. N 2. P. 5-15.
7. *Brenzinger K.-H., Nerberg C., Limburg B., Backe H., Dambach S., Euteneuer H. et al.* - Z. Phys. A. 1997. V. 358. P. 107-114.

Академик В.В. Довлатян, Т.З. Папоян, Ф.В. Аветисян, А.П. Енгоян

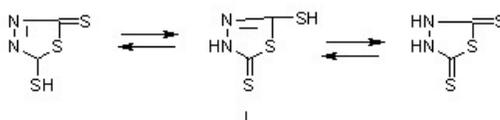
## Поиск новых пестицидов в ряду производных 1,3,4-тиадиазола

(Представлено 2/VI 2005)

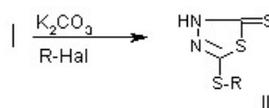
**Ключевые слова:** гидразин, пиримидин, тиадиазол, бис-алкилирование, фунгицид

В ходе поисков новых пестицидов нами ранее было показано, что 2,4-дихлор-6-метилпиримидин под действием солей диметилдителиокарбаминовой кислоты и 2-меркапто-4-метил-5-тиоксо-1,3,4-тиадиазола в определенных условиях взаимодействия могут реагировать селективно, исключительно по месту одного атома хлора, не затрагивая второго, что привело к образованию 2-хлор-4-S-замещенных производных пиримидина [1,2].

В продолжение этих работ определенный интерес представляло вовлечение в круг исследований более доступного 2-меркапто-5-тиоксо-1,3,4-тиадиазола, образующегося при взаимодействии гидразина с сероуглеродом [3]. Соединение I может реагировать в нескольких таутомерных формах:

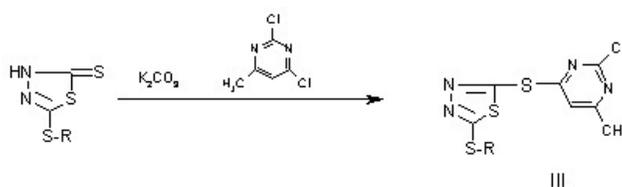


Однако под действием алкилирующих средств в присутствии поташа I переходит в монозамещенные производные II



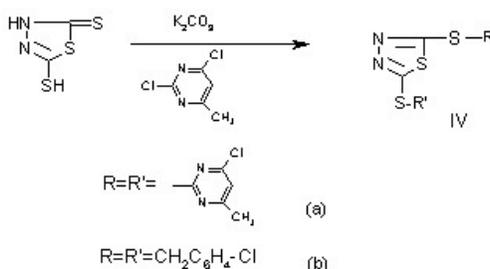
R = C<sub>2</sub>H<sub>5</sub> (а), CH<sub>2</sub>CONH<sub>2</sub> (б), CH<sub>2</sub>-C<sub>6</sub>H<sub>4</sub>-Cl (в)

Взаимодействие полученных таким образом соединений II с 2,4-дихлор-6-метилпиримидином привело к образованию соединений III:



R = C<sub>2</sub>H<sub>5</sub> (а), CH<sub>2</sub>CONH<sub>2</sub> (б), CH<sub>2</sub>-C<sub>6</sub>H<sub>4</sub>-Cl (в)

Одновременно было установлено, что соединение I трудно и неоднозначно подвергается бис-алкилированию. Однако при применении в качестве алкилирующих средств хлористого бензила и 2,4-дихлор-6-метилпиримидина соединение I гладко поддается исчерпывающему алкилированию с образованием бис-бензил (пиримидинил-4)-1,3,4-тиадиазолов:



По предварительным данным соединение IVa проявляет высокую фунгицидную активность и может применяться в качестве протравителя семян озимой пшеницы против твердой головни.

Спектры ЯМР <sup>1</sup>H сняты на спектрометре "Mercury-300" с рабочей частотой 300 МГц. Чистота полученных веществ определена методом ТСХ на пластинке "Silufol".

2-этилтио-5-тиоксо-1,3,4-тиадиазол(IIa). 0.28 г (0.002 моля) K<sub>2</sub>CO<sub>3</sub> растворяют в 5 мл воды и добавляют 0.6 г (0.004 моля) 2-меркапто-5-тиоксо-1,3,4-тиадиазола. После полного растворения при перемешивании и охлаждении прикапывают 0.63 г (0.004 моля) C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>-J в 10 мл ацетона. Перемешивание продолжают при температуре 50°C в течение 5 ч. Оставляют на ночь. На следующий день растворитель упаривают при комнатной температуре, остаток обрабатывают водой, отфильтровывают, высушивают. Получают 0.57 г (80%) II а. Т.пл. 126-127°C.

Найдено, %: N 15.55; S 53.50; C<sub>4</sub>H<sub>6</sub>N<sub>2</sub>S<sub>3</sub>. Вычислено, %: N 15.73; S 53.93.

2-карбонамидометил-5-тиоксо-1,3,4-тиадиазол (II б). Получают аналогично II а. Выход 84%. Т. пл. 185-186°C.

Соединение	Выход, %	Т.пл., °C	Найдено, %			Брутто формула	Вычислено, %			Спектр ПМР, б, ДМСО-d <sub>6</sub> , м., д
			N	S	Cl		N	S	Cl	
III а	82	119-120	17.95	31.70	11.78	C <sub>9</sub> H <sub>9</sub> N <sub>4</sub> S <sub>3</sub> Cl	18.39	31.53	11.66	1.50(3H, т, J=6.7 Гц, CH <sub>3</sub> CH <sub>2</sub> S); 2.50(3H, с, CH <sub>3</sub> ); 3.38(2H, к, J=6.7 Гц, S CH <sub>2</sub> ); 7.48(1H, с, CH)
III б	83	164-165	20.85	29.05	10.91	C <sub>9</sub> H <sub>8</sub> N <sub>3</sub> OS <sub>3</sub> Cl	20.99	28.78	10.64	2.49(3H, с, CH <sub>3</sub> ), 4.08(2H, с, CH <sub>2</sub> ), 7.45(1H, с, CH), 7.10 и 7.55(по 1H, уш.с, NH <sub>2</sub> )
III в	80	109-110	14.15	24.22	17.33	C <sub>13</sub> H <sub>10</sub> N <sub>4</sub> S <sub>3</sub> Cl <sub>2</sub>	13.96	23.94	17.70	2.50(3H, с, CH <sub>3</sub> ), 4.58(2H, с, CH <sub>2</sub> ), 7.23-7.48(4H, м, C <sub>6</sub> H <sub>4</sub> ), 7.47(1H, с, CH)
IVa	82	194-195	20.58	24.15	17.46	C <sub>12</sub> H <sub>8</sub> N <sub>6</sub> S <sub>3</sub> Cl <sub>2</sub>	20.84	23.82	17.61	2.51[6H, с, (CH <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> ], 7.55[2H, с, (CH) <sub>2</sub>

Найдено, %: N 19.97; S 47.00; C<sub>4</sub>H<sub>5</sub>N<sub>3</sub>S<sub>3</sub>O. Вычислено, %: N 20.29; S 46.37.

2-п-хлорбензил-5-тиоксо-1,3,4-тиадиазол (II в). Получают аналогично II а. Выход 82%. Т. пл. 240-242°C.

Найдено, %: N 10.55; S 34.25; Cl 12.80; C<sub>9</sub>H<sub>7</sub>N<sub>2</sub>S<sub>3</sub>Cl. Вычислено, %: N 10.20; S 34.97; Cl 12.93.

2-хлор-4-(2'-этилтио-1,3,4-тиадиазолил-5')-тио-6-метилпиримидин (III а). 1.78 г (0.01 моля) II а растворяют в 10 мл воды, добавляют при перемешивании 0.69 г (0.005 моля) K<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>. После полного растворения при охлаждении и перемешивании прикапывают 1.63 г (0.01 моля) 2,4-дихлор-6-метилпиримидина в 10 мл ацетона. Смесь при перемешивании нагревают при 50°C в течение 5 ч, оставляют на ночь. На следующий день растворитель упаривают при комнатной температуре, обрабатывают водой, отфильтровывают. Очищают кипячением в гексане и отфильтровыванием в горячем состоянии. Получают 2.5 г III а (таблица).

2-хлор-4-(2'-карбонамидометилтио-(III б) и 2-хлор-4-(2'-п-хлорбензилтио-1,3,4-тиадиазолил-5')-тио-6-метилпиримидин (III в). Получают аналогично III а (таблица).

2,5-бис-(2'-хлор-6'-метилпиримидинил)-5-тио-1,3,4-тиадиазол (IV а). 1.38 г (0.01 моля) K<sub>2</sub>CO<sub>3</sub> растворяют в 10 мл воды и при перемешивании добавляют 1.5 г (0.01 моля) I. К полученному раствору при охлаждении льдом и перемешивании добавляют 3.26 г (0.02 моля) 2,4-дихлор-6-метилпиримидина в 10 мл ацетона. Перемешивание продолжают при температуре 50°C в течение 5 ч, оставляют на ночь. На следующий день растворитель упаривают при комнатной температуре, обрабатывают водой, отфильтровывают. Очищают кипячением в гексане и отфильтровыванием в горячем состоянии. Получают 3.3 г IV а (таблица).

2,5-бис-(п-хлорбензил)-5-тио-1,3,4-тиадиазол (IV б). Получают аналогично IV а. Выход 93%. Т.пл. 230-231°C.

Найдено, %: N 6.84; S 24.22; Cl 18.30;  $C_{16}H_{12}N_2S_3Cl_2$ . Вычислено, %: N 7.01; S 24.06; Cl 17.79.

Государственный аграрный университет Армении

### Литература

1. *Довлатян В.В., Папоян Т.З., Аветисян Ф.В., Енгоян А.П.* - ДНАН Армении. 2004. Т.104. №3. С. 202-206.
2. Патент РА, № 1540,2004.
3. *Busch.* - В. 1894. V. 27. P. 2518.

**Ակադեմիկոս Վ.Վ Դովլատյան, Տ.Զ. Պապոյան, Ֆ.Վ. Ավետիսյան, Ա.Փ. Ենգոյան**

**Նոր պեստիցիդների որոնումը 1,3,4-թիադիազոլի ածանցյալների շարքում**

Հաշվի առնելով, որ նախկինում մեր կողմից սինթեզված 2-մերկապտո-4-մեթիլ-5-թիոքսո-1,3,4-թիադիազոլի ածանցյալների շարքում հայտնաբերվել են բարձր ֆունգիցիդային ակտիվություն ունեցող միացություններ, որպես ելանյութ վերցվել է ավելի մատչելի 2-մերկապտո-5-թիոքսո-1,3,4-թիադիազոլը, որը ակտիվացվել է տարբեր ակտիվացնող միջոցների օգնությամբ: Ստացված միացությունները փոխազդեցության մեջ են դրվել 2,4-դիքլոր-6-մեթիլպիրիմիդինի հետ: Երբ որպես ակտիվացնող միջոց վերցվել են պարա-քլորբենզոլը և 2,4-դիքլոր-6-մեթիլպիրիմիդինը, հնարավոր է եղել բիս-բենզիլ (պիրիմիդինիլ-4)-1,3,4-թիադիազոլի ստացումը:

**Academician V.V. Dovlatyan, T.Z. Papoyan, F.V. Avetisyan, A.P. Yengoyan**

**Search of New Pesticides in Series of Derivatives of 1,3,4-thiadiazole**

Previously we have synthesised the derivatives of 2-merkapto-4-methyl-5-thiokso-1,3,4-thiadiazol were synthesised and compounds with high fungicidal activity were discovered among them. Taking this into account we have used more easily accessible 2-merkapto-5-thiokso-1,3,4-thiadiazol as an initial substance, which is alkylated by different alkylating agents. The obtained compounds were set in reaction with 2,4-dichlor-6-methylpyrimidine. Application of parachlorbenzol and 2,4-dichlor-6-methylpyrimidine as alkylating agents made it possible to obtain bisbenzyl (pyrimidinil-4)-1,3,4-thiadiazol.

УДК 576.8.097.29+547.953

А. С. Маргарян<sup>1</sup>, академик К. Г. Карагезян<sup>2</sup>, Л. М. Овсепян<sup>2</sup>, А. А. Симонян<sup>1</sup>**Специфические нарушения метаболизма фосфолипидов в тканях белых крыс при циррозе печени**

(Представлено 21/VII 2005)

**Ключевые слова:** *цирроз, фосфолипиды, антиоксиданты, перекисное окисление*

В последние годы значительная роль в патогенезе метаболических и структурных состояний при целом ряде патологий отводится интенсификации процессов перекисного окисления липидов (ПОЛ) в клеточных мембранах и мембранах субклеточных структур [1, 2]. Избыточное накопление продуктов ПОЛ может служить причиной некроза клеток, нарушения физико-химических свойств их мембран, образования в них ионных каналов. ПОЛ-зависимые изменения каталитических свойств мембранно-связанных ферментов обычно обуславливаются изменением состояния и состава фосфолипидного компонента мембраны, модификацией белковых молекул фермента за счет окисления тиоловых групп взаимодействием продуктов ПОЛ со свободными аминокгруппами белков [3].

Целью настоящего исследования явилось изучение интенсивности процесса ПОЛ, качественного и количественного изменения содержания фосфолипидов в крови, мозге и печени крыс при  $\text{CCl}_4$  - индуцированном циррозе и коррегирующее воздействие на эти процессы антиоксидантных факторов -  $\alpha$ -токоферола (ТФ) и тиосульфата натрия (ТСН).

Опыты были поставлены на 30 беспородных белых крысах-самцах массой 150-200 г. Цирроз печени вызывали введением внутрибрюшинно (в/б)  $\text{CCl}_4$  в дозе 0.15 мг/100 г веса два раза в неделю в течение 20-и дней. Животные были разделены на 6 групп (по 5 в каждой): 1) интактные; 2) с экспериментальным  $\text{CCl}_4$ -индуцированным циррозом; 3) интактные, которым в/б вводили ТФ в дозе 1 мг/100 г веса; 4) с циррозом, которым в/б вводили ТФ в дозе 1 мг/100 г веса; 5) интактные, которым в/б вводили ТСН в дозе 0,15 мг/100 г; 6) с циррозом, которым в/б вводили ТСН.

Во всех вариантах животным ТФ и ТСН вводили 2 раза в неделю в течение 20-и дней.

Об активности перекисного окисления судили по образованию малонового диальдегида (МДА); регистрацию проводили спектрофотометрически при длине волны 535 нм [4].

Фракционирование индивидуальных фосфолипидов проводили методом хроматографии в тонком слое силикагеля с использованием смеси растворителей хлороформ:метанол:аммиак 65:35:5. Фосфолипидные пятна идентифицировали с помощью стандартов фирмы "Sigma" (США). Минерализацию липидного фосфора осуществляли в среде серной и азотной кислот с последующим расчетом количества неорганического фосфора, определяемого по цветной реакции молибденовокислого аммония с витамином С [5]. Белок определяли по

Лоури и соавт. [6]. Полученные результаты были обработаны методом вариационной статистики по t-критерию Стьюдента.

Таблица 1

**Изменения интенсивности течения процесса свободнорадикального окисления липидов (в нМ МДА/мг белка) в крови, головном мозге и печени белых крыс при  $CCl_4$ -индуцированном циррозе печени под воздействием ТФ и ТСН**

Исследуемая ткань	Контроль	$CCl_4$	ТФ	$CCl_4 + ТФ$	ТСН	$CCl_4 + ТСН$
Кровь	5.50±0.002	9.24±0.002 $P^* < 0.001$ +68%***	5.23±0.009 $P^* < 0.001$	6.83±0.002 $P_1^{**} < 0.001$ -26%****	6.12±0.01 $P^* < 0.001$	7.22±0.002 $P_1^{**} < 0.001$ -22%****
Мозг	7.00±0.002	8.21±0.002 $P^* < 0.001$ +17%***	6.33±0.009 $P^* < 0.001$	6.78±0.002 $P_1^{**} < 0.001$ -17%****	6.53±0.01 $P^* < 0.001$	7.12±0.002 $P_1^{**} < 0.001$ -13%****
Печень	6.32±0.002	15.85±0.002 $P^* < 0.001$ +151%***	5.25±0.009 $P^* < 0.001$	9.64±0.002 $P_1^{**} < 0.001$ -39%****	6.31±0.01 $P^* < 0.001$	10.28±0.002 $P_1^{**} < 0.001$ -35%****

\*P - в сравнении с контролем; \*\* $P_1$  - в сравнении с группой, получившей  $CCl_4$ ; \*\*\* (+ -) - изменение интенсивности течения процесса свободнорадикального окисления липидов в сравнении с контролем; \*\*\*\* (+ -) - изменение интенсивности течения процесса свободнорадикального окисления липидов в сравнении с группой, получившей  $CCl_4$ .

Как показали результаты исследования (табл. 1), экспериментальный цирроз печени сопровождается накоплением большого количества перекисей липидов в крови.

Содержание МДА в контрольной группе животных - 5.5, 7.0 и 6.32 нмоль/мг белка в крови, мозге и печени соответственно, а при  $CCl_4$ -индуцированном циррозе - 9.24, 8.21 и 15.85 нмоль/мг белка. Механизм токсического действия  $CCl_4$ , по всей видимости, связан с его повреждающим действием через образование свободных радикалов, таких как  $CCl_3^\bullet$  и  $Cl^\bullet$ . Свободные радикалы индуцируют развитие свободнорадикального окисления с последующим повреждением мембран эритроцитов. Повышенное образование продуктов ПОЛ инициирует окисление ненасыщенных жирных кислот в фосфолипидах (ФЛ). Исходя из этого нами проведена серия исследований по изучению содержания фосфолипидов в крови крыс с циррозом печени.

Как показали результаты исследования (табл. 2),  $CCl_4$ -индуцируемый цирроз

сопровождается увеличением содержания лизофосфатидилхолинов (ЛФХ), сфингомиелинов (СФМ), кардиолипинов (КЛ) с параллельным уменьшением содержания монофосфоинозитидов (МФИ), фосфатидилхолинов (ФХ), фосфатидилсеринов (ФС), фосфатидилэтаноламинов (ФЭ).

Функциональная роль ЛФХ зависит от уровня содержания этих ФЛ в тканях. При повышенных концентрациях ЛФХ проявляют мембранотоксический и мембранолитический эффекты, а именно вызывают перестройку липидного бислоя, приводящую к появлению неспецифической проницаемости мембран. Увеличение количества ЛФХ связано с уменьшением количества ФХ, ФС, ФЭ, т. е. именно тех ФЛ, которые легко подвергаются окислению свободными радикалами при усилении процесса перекисного окисления липидов. Увеличение содержания ЛФХ может быть также результатом повышения активности фосфолипазы  $A_2$ , отщепляющей ненасыщенную жирную кислоту во втором положении молекулы указанных ФЛ.

Особый интерес вызывает увеличение содержания СФМ при циррозе. Как известно, в молекуле СФМ присутствуют в основном остатки насыщенных жирных кислот и поэтому повышение содержания этих липидов приводит к увеличению вязкости липидной фазы мембран, их выраженной жесткости. Известно, что жидкостность липидной фазы биологических мембран является существенным фактором регуляции внутриклеточных процессов, характеризующихся в частности угнетением активности  $Na, K$ -АТФ-5 нуклеотидазы [7]. Не исключено, что одной из причин нарушения активности фермента при циррозе является повышение жесткости липидного слоя мембраны.

Заслуживает внимания факт увеличения содержания КЛ. Являясь носителями отрицательного заряда, КЛ способны выполнять ионофорную функцию, в частности, влиять на транспорт ионов  $Ca$  и  $Na$ .

Таблица 2

**Содержание индивидуальных представителей фосфолипидов (в % от общей суммы) в крови при  $CCl_4$ -индуцированном циррозе печени под воздействием ТФ и ТСН**

Фракции фосфолипидов	Контроль	$CCl_4$	ТФ	$CCl_4$ + ТФ	ТСН	$CCl_4$ + ТСН
МФИ	8.20±0.03	5.06±0.01 $P^* < 0.001$ - 38%***	7.28±0.02 $P^* < 0.001$	6.73±0.03 $P_1^{**} < 0.001$ +33%****	7.25±0.02 $P^*$ $< 0.001$	7.26±0.02 $P_1^{**} < 0.001$ +44%****
ЛФХ	5.30±0.02	12.58±0.02 $P^* < 0.001$ +137%***	4.74±0.01 $P^* < 0.001$	6.32±0.01 $P_1^{**} < 0.001$ -50%****	5.26±0.03 $P^*$ $< 0.001$	7.67±0.03 $P_1^{**} < 0.001$ - 40%

СФМ	24.80±0.03	29.83±0.03 P* < 0.001 +20%***	23.72±0.01 P* < 0.001	27.62±0.01 P <sub>1</sub> ** < 0.001 -39%****	23.23±0.02 P* < 0.001	25.45±0.02 P <sub>1</sub> ** < 0.001 - 15%****
ФХ	40.30±0.03	30.52±0.03 P* < 0.001 - 24%***	40.83±0.02 P* < 0.001	36.31±0.02 P <sub>1</sub> ** < 0.001 +19%****	42.58±0.01 P* < 0.001	34.42±0.01 P <sub>1</sub> ** < 0.001 +13%****
ФС	8.20±0.01	6.15±0.01 P* < 0.001 - 25%***	9.02±0.02 P* < 0.001	7.52±0.02 P <sub>1</sub> ** < 0.001 +22%****	7.71±0.03 P* < 0.001	8.19±0.01 P <sub>1</sub> ** < 0.001 +33%****
ФЭ	7.30±0.02	5.60±0.02 P* < 0.001 - 23%***	8.21±0.03 P* < 0.001	8.22±0.03 P <sub>1</sub> ** < 0.001 +47%****	7.72±0.01 P* < 0.001	9.63±0.03 P <sub>1</sub> ** < 0.001 +72%****
КЛ	6.80±0.02	10.26±0.02 P* < 0.001 +51%***	6.20±0.01 P* < 0.001	7.36±0.01 P <sub>1</sub> ** < 0.001 -28%****	7.26±0.03 P* < 0.001	7.46±0.02 P <sub>1</sub> ** < 0.001 - 27%****

\* P - в сравнении с контролем; \*\* P<sub>1</sub> - в сравнении с группой, получившей CCl<sub>4</sub>; \*\*\* (+ -) - изменение содержания индивидуальных представителей фосфолипидов в крови в сравнении с контролем; \*\*\*\* (+ -) - изменение содержания индивидуальных представителей фосфолипидов в крови в сравнении с группой, получившей CCl<sub>4</sub>.

Срывы нормального фона ФЛ-соотношений проявились в снижении относительного содержания МФИ, относящихся к категории кислых фосфолипидов. Они участвуют в так называемом фосфатозитидном цикле [8]. Благодаря наличию диссоциированных фосфатидных групп инозитидфосфолипиды обладают анионным и гидрофильным свойствами, что позволяет им в силу своей электроотрицательности влиять на общий заряд мембран клеток. Полученный нами фактический материал проливает свет на патогенетическую взаимозависимость дисбаланса ФЛ от степени их пероксидации.

В последние годы все больше внимания уделяется вопросам антиоксидантной коррекции этих повреждений [9, 10]. В качестве антиоксидантной терапии нами были выбраны ТФ и ТСН. Как показали результаты исследований, введение указанных препаратов крысам приводит к нормализации количеств перекисей, приближая их к показателям контрольных животных. Механизм действия ТФ сводится к тому, что он гасит свободные радикалы окисленных полиненасыщенных жирных кислот, являясь ловушкой для радикалов, т. е. перехватывает свободный электрон, образуя неактивное соединение. Положительное влияние указанных веществ прослеживается и при исследовании фосфолипидного состава крови при CCl<sub>4</sub>-индуцированном циррозе печени. ТСН и ТФ оказывают заметное действие на нормализацию уровней основных фракций ФЛ. Введение ТФ и ТСН приводит к снижению

количеств ЛФХ и увеличению содержания ФХ, ФС, ФЭ, липидов, которые являются основными носителями ненасыщенных жирных кислот во втором положении молекулы указанных ФЛ.

Таким образом результаты проведенных исследований свидетельствуют о повышении уровня свободнорадикального окисления липидов и нарушении постоянства ФЛ-ФЛ соотношений при  $CCl_4$ -индуцированном циррозе. Применение препаратов антиоксидантного действия - ТФ и ТСН оказывает протекторное действие, нормализуя количество перекисей и фосфолипидного состава в исследуемых биологических системах.

<sup>1</sup> Институт биохимии им. Г. Х. Бунятына НАН РА

<sup>2</sup> Институт молекулярной биологии НАН РА

### Литература

1. *Бурлакова Е. Б.* В кн.: Биохимия липидов и их роль в обмене веществ. М. Наука. 1981. С. 23-26.
2. *Осипов А. Н., Азизов О. А., Владимиров Ю. А.* - Успехи биологической химии. 1990. Т. 31. С. 180-208.
3. *Halliwell B.* - Free. Radic. Res. 1999. V. 31. P. 261-272.
4. *Владимиров Ю. А., Арчаков А. И.* В кн.: Перекисное окисление липидов в биологических мембранах. М. "Наука". 1982. С. 223-227.
5. *Зубер В. Л.* В кн.: Методы биохимических исследований. Л. 1982. С. 74-87.
6. *Lowry O. H., Rosenbrough J. et al.* - Biol. Chem. 1951. V. 193 (1). P. 265-275.
7. *Дятловицкая Э. В.* - Биохимия. 1995. Т. 60 (6). С. 843-850.
8. *Левицкий Д. О.* Биохимия мембран. Кальций и биологические мембраны. М. 1990. 125 с.
9. *Cedillo A., Mourelle M., Muriel P.* - J. Pharmacol. Toxicol. 1996. V. 79(5). P. 241-246.
10. *Nava-Ocampo AA., Suster S., Muriel P.* - Eur. J. Clin. Invest. 1997. V. 27(1). P. 77-84.

Ա. Ս. Մարգարյան, ակադեմիկոս Կ. Գ. Ղարազյոզյան, Լ. Մ. Հովսեփյան,  
Ա. Ա. Միմոնյան

**Ֆոսֆոլիպիդների նյութափոխանակության բնորոշ խանգարումները սպիտակ  
առնետների հյուսվածքներում լյարդի ցիրոզի դեպքում**

Ցույց է տրված, որ սպիտակ առնետների մոտ  $CCL_4$ -ով ինդուկցված փորձարարական ցիրոզի դեպքում էրիթրոցիտներում, ուղեղում և լյարդում բարձրանում է լիպիդների ազատռադիկալային օքսիդացման մակարդակը և խանգարվում է ֆոսֆոլիպիդ-ֆոսֆոլիպիդ փոխհարաբերության կայունությունը: Հակաօքսիդանտային պատրաստուկների՝  $\alpha$ -տոկոֆերոլի և նատրիումի թիոսուլֆատի ներարկումը կենդանիներին դրսևորում է պաշտպանիչ ազդեցություն, որը և հանգեցնում է արյան պերօքսիդների քանակի և ֆոսֆոլիպիդային կազմի նորմալացման:

**A.S. Margaryan, L.M. Hovsepyan, academician K.G. Karagiosyan, A.A. Simonyan**

**Specific Breaches of Phospholipids Metabolism at Liver Cirrhosis of White Rats**

It was shown that the level of lipid freeradical oxidation was enhanced during the experimental cirrhosis induced by  $CCL_4$  in white rat erythrocytes, brain and liver. Simultaneously the stability of the ratio of phospholipid - phospholipid was breached. The injection of antioxidant compounds  $\alpha$ -tocopherole and sodium thiosulfate developed a protective effect which leads to the normalization of blood peroxide content and phospholipid composition of the animals.

УДК 616.151.5+621.8.039+547.587.87

А.В. Казарян, С.С. Овакимян, Э.С. Секоян, академик К.Г. Карагезян

### Особенности антикоагулянтных свойств вновь синтезированных препаратов кумаринового ряда

(Представлено 30/XI 2005)

**Ключевые слова:** протромбиновое время, кумарин, тромбопластическая антивность, жирные кислоты

Исследования последних лет свидетельствуют о важной роли некоторых соединений кумаринового ряда в ингибировании реакций неферментативного перекисления липидов в клеточных мембранах, а также в нейтрализации супероксидного анион-радикала, гипохлорной кислоты, гидроксильных и пероксильных радикалов [1], при отсутствии сколько-нибудь заметных токсических проявлений [2]. Сравнение физико-химических свойств кумаринов и растительных фенолов свидетельствует не только об их ярко выраженном противовоспалительном [3], но и антирадикальном действии [4]. Дериваты кумаринов оказывают ингибирующее действие на липоксигеназный и циклоксигеназный пути превращения арахидоновой кислоты [5, 6], что имеет прямое отношение к системам, участвующим в формировании различных функциональных, экстремальных состояний организма [7-12], сопровождающихся выходом метаболитов воспаления в поврежденных тканях и соответствующими сдвигами в системе гемокоагуляции.

Исходя из вышеизложенного была поставлена цель изучить особенности изменения динамики тромбопластической активности (ТА) [12-15] печеночной ткани белых крыс в различные периоды действия препаратов кумаринового ряда: N'-(аллилтиоуреидо)-3-карбамоил кумарина, N'-(морфолитиоуреидо)-3-карбамоил кумарина, N'-(О-фтор)-бензил-N'-(3-карбамоил) пиперазид кумарина и 6-нитриоаллиламид-3-карбоксикумарина под кодовыми обозначениями ГШ-16, ГШ-17, ГШ-10 и ГШ-84 соответственно [16-19].

Исследования проводили на 120 беспородных белых крысах-самцах массой 180-200 г, предварительно фиксированных крестообразно на специальных станках для мелких животных. В каждой из четырех серий исследований (по числу испытуемых соединений) введение 0.5 и 1.0 мл 1% раствора препарата производили внутривенно с помощью стеклянного шприца в место слияния верхней полый и подключичной вен (*angulus venosus*) по биссектрисе прямого угла, образованного ключицей и торсом. Забор контрольных стабилизированных проб крови как источника протромбина, необходимого для определения ТА, производили у интактных белых крыс, фиксированных описанным способом, с использованием в качестве антикоагулянта растворов оксалата, цитрата или гепарина в соответствующих концентрациях в объемных соотношениях 1:9, предварительно набранных в шприц. Стабилизированная кровь переносилась в пробирки и центрифугировалась при 6000 об/мин в течение 10-15 мин, оказывающихся достаточными для полного отделения плазмы крови как носителя протромбина.

По истечении 10 и 30 мин после инъекции животных обезглавливали под легким эфирным наркозом и в условиях холода печень изолировали и очищали от кровеносных сосудов и оболочек, многократно промывали охлажденным физиологическим раствором и с его помощью готовили гомогенат исследуемой ткани необходимого разведения, который использовали в качестве источника тромбопластина. О ТА судили по сек протромбинового времени (ПВ) контрольной плазмы крови [20].

Согласно результатам, отраженным в табл. 1, физиологическая активность всех четырех синтетических препаратов кумаринового ряда однотипна. Она выражается в статистически достоверном увеличении ПВ, свидетельствующем о различном уровне понижения ТА в каждом конкретном случае.

Наиболее выраженным антикоагулянтным действием обладает препарат ГШ-17, оказывающий ингибирующее влияние на ТА печеночной ткани уже через 30 мин после введения 0.5 мл 1%-ного раствора (46.6%). Инъекция удвоенной дозы препарата (1 мл) не сопровождается адекватным повышением его тормозящего действия на ТА, эффективность влияния испытуемых доз ГШ-17 остается той же как через 10, так и 30 мин после их введения. При этом 1 мл 1%-ного раствора препарата в одинаковой степени понижает ТА, колебавшуюся в пределах 43%.

Аналогичное отсутствие дозо- и времязависимости в развитии антикоагулянтных свойств прослеживалось в ингибирующем действии и на ТА препарата ГШ-16, увеличение ПВ при этом по сравнению с контролем колебалось в пределах 20.2-27.6%.

Статистически недостоверным при этом оказывалось увеличение ПВ через 10 мин после введения 0.5 мл 1%-ного раствора препарата ГШ-10, существенные сдвиги ПВ наблюдались с удвоением дозы вводимого соединения и пролонгированием времени его экспозиции.

Таблица 1

**Динамика изменения тромбопластической активности (в сек протромбинового времени) печеночной ткани белых крыс в контроле (К), через 10 и 30 мин после внутривенного введения 0.5 и 1.0 мл 1%-ного раствора препаратов ГШ-17, ГШ-16, ГШ-10 и ГШ-84**

Препарат	К	0.5 мл				1.0 мл			
		10 мин	% разницы от К	30 мин	% разницы от К	10 мин	% разницы от К	30 мин	% разницы от К
ГШ-17	37.0±0.79	45.0±0.70*	+21.6	55.0±0.71*	+48.6	53.0±0.81*	+43.2	53.0±0.83*	+43.0

ГШ-16	37.0±0.71	44.5±0.83*	+20.2	45.5±0.89*	+23.0	45.5±0.81*	+23.0	47.0±0.87*	+27.6
ГШ-10	39.0±0.69	41.5±0.61***	+6.4	45.0±0.43*	+15.4	47.0±0.71*	+20.5	45.0±0.53*	+15.4
ГШ-84	38.0±0.85	43.6±0.89**	+14.7	53.0±0.76*	+39.5	47.0±0.74*	+23.7	48.0±0.77*	+26.3

Примечание. n = 60; \* – p < 0.001; \*\* – p < 0.01; \*\*\* – p > 0.5

Особый интерес вызывает действие препарата ГШ-84, наиболее выраженный антикоагулянтный эффект которого проявился через 30 мин после введения 0.5 мл 1%-ного раствора в виде пролонгирования ПВ до 53 сек, что свидетельствует о резком подавлении ТА.

Отметим, что удвоение дозы препарата до 1 мл не сопровождалось большим усугублением описанного эффекта, а, наоборот, характеризовалось даже некоторым повышением ТА, что выражалось в сокращении расхождений сек ПВ по сравнению с контролем через 30 мин в пределах 26.3%, в то время как за тот же промежуток времени после инъекции 0.5 мл препарата расхождение ПВ по сравнению с контролем составляло 39.5%. Иначе говоря, в исследованиях с синтетическими препаратами кумаринового ряда также следует считаться с существующим в научной литературе мнением о возможной дозо- и времязависимости физиологической активности одного и того же соединения.

Согласно полученным результатам степень подавления ТА печеночной ткани белых крыс под действием испытанных нами четырех разновидностей соединений кумаринового ряда различна. Несмотря на однонаправленность изменений ТА, характеризующихся ее заметным ингибированием, природа этих сдвигов, по-разному проявляющаяся в каждом конкретном случае, по всей вероятности, в известной степени обусловлена спецификой структурных особенностей этих соединений.

Таблица 2

**Динамика изменения тромбопластической активности печеночной ткани (в сек протромбинового времени) белых крыс спустя 10, 30 и 60 мин после внутривенного введения 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, и 0.5 мл 1%-ного раствора препарата ГШ-17**

Показатели контроля	0.1 мл	% разницы от контроля	0.2 мл	% разницы от контроля	0.3 мл	% разницы от контроля	0.4 мл	% разницы от контроля	0.5 мл	% разницы от контроля
Спустя 10 мин										
35.9±0.72	61.5±0.75 <sup>x</sup>	+69.9	59.0±0.79 <sup>x</sup>	+64.3	47.0±0.81 <sup>x</sup>	+30.9	37.8±0.77 <sup>xx</sup>	+5.3	34.8±0.75 <sup>xxx</sup>	-3.1
Спустя 30 мин										
36.5±0.77	56.7±0.72 <sup>x</sup>	+55.3	53.9±0.77 <sup>x</sup>	+47.7	41.7±0.76 <sup>x</sup>	+14.2	39.2±0.79 <sup>xx</sup>	+7.4	36.9±0.73 <sup>xxx</sup>	+1.1
Спустя 60 мин										
36.1±0.71	52.5±0.77 <sup>x</sup>	+45.4	48.9±0.73 <sup>x</sup>	+35.5	37.3±0.75 <sup>xxx</sup>	+3,3	39,4±0.73 <sup>xx</sup>	+9.1	35.3±0.75 <sup>xxx</sup>	2.2

Примечание. n=120; x - p<0.001; xx - p<0.01; xxx - p>0.5

Для выявления особенностей дозо- и времязависимости антикоагуляционного эффекта. Наблюдения проводились через 10, 30, и 60 мин после внутривенных инъекций белым крысам 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, мл 1%-ного раствора ГШ-17 (табл. 2). Иначе говоря ставилась задача проследить за спецификой антикоагулянтного препарата начиная от его сверхнизких доз.

Наиболее выраженное антикоагулянтное действие отмечается при испытании 0.1 мл 1% раствора препарата ГШ-17, особенно по истечении 10 мин с момента его внутривенного введения. В последующие 30 и 60 мин после его инъекции в той же дозе, хотя и продолжает наблюдаться однонаправленный эффект препарата, он, тем не менее, оказывается выраженным в несколько меньшей степени. Эта закономерность более отчетливо проявилась при испытании возрастающих концентраций испытуемого препарата (0.2, 0.3, 0.4 мл 1%-го раствора), когда уровень их антитромбопластической активности по сравнению с таковой, полученной при испытании 0.1 мл препарата в отмеченные промежутки времени, оказался несравненно ниже и послужил основанием для подтверждения правомерности разрабатываемой в настоящее время концепции [21-30] об особо высокой эффективности действия сверхнизких доз факторов химической природы в том числе и терапевтической эффективности лекарственных препаратов различного действия. Что касается действия 0.5 мл. 1%-ного раствора ГШ-17 испытанного активного начала, то согласно нашим наблюдениям в изученные промежутки времени указанная концентрация препарата проявила полнейшую индифферентность в отношении сдвигов ТА с тенденцией к активированию, что подтверждает мнение о возможном получении диаметрально противоположной физиологической активности одного и того же соединения в полном соответствии с укоренившимся в науке принципом дозозависимости одного соединения независимо от концентрации [31-37].

**Ա.Վ. Ղազարյան, Ս.Ս. Հովակիմյան, Է.Ս. Մեկոյան, ակադեմիկոս Կ.Գ. Ղարազյոզյան**

**Կումարինային միացությունների շարքին պատկանող նոր սինթեզված նյութերի  
հակամակարդիչ առանձնահատկությունները**

Սպիտակ առնետների վրա կատարած փորձերի հիման վրա ցույց է տրված կումարինային նյութերի շարքին պատկանող, վերջերս սինթեզված, ԳՇ-17 պայմանական անվանմամբ նյութի գերցածր քանակների՝ արյան մակարդեղիության կանխման գործում դրսևորված բացառիկ արդյունավետությունը: Նշված նյութի ազդեցության 30-60 րոպեների ընթացքում արձանագրվում է տրոմբոպլաստինային ակտիվության ռեալ փոփոխությունների բացակայության փաստը, որը համահունչ է նախկինում առաջադրված նույն նյութի տարբեր քանակների՝ լիովին հակառակ ֆիզիոլոգիական էֆեկտի դրսևորման փաստի հետ:

**A.V. Ghazaryan, S.S. Hovakimyan, E.S. Sekoyan, academician K.G. Karageuzyan**

**Peculiarities of antioxidant properties of newly synthesized preparations coumarin line**

The results of experimental investigation carried out on rats have demonstrated the extremely high anticoagulant effect of super low quantities of newly synthesized GSH-17 preparation from coumarin line compounds. 30-60 minute effect of the last is characterized by the further shifts thromboplastick activity with the tendency to its activation. That confirms opinion on possible reception of opposite physiological activity of the same connection in full conformity to the principles which have taken roots in a science of doz-dependence of one connection, is not dependent on concentration.

## Литература

1. *Hoult J. R. S., Robert A., Beatriz de las Heras, Lobo I. B., Paya M.* - Pharmacology Group. Kings College London, Manresa Road, London. 1994. V. 42. P. 44-49.
2. *Egan D., O'Kennedy R., Moran E., Cox D., Prosser E., Thornes D.* - Drug Metab. Rev. 1990. V. 22. P. 503-529.
3. *Casley-Smith J. R., Foldi-Borsok E., Foldi M.* - Br. J. Exp. Pathol. 1973. V. 53. P. 1-5.
4. *Neichi T., Koshihara Y., Murota S. I.* - Biochem. Biophys. Acta. 1983. V. 753. P. 130-132.
5. *Sekiya K., Okuda H., Arichi S.* - Biochem. Biophys. Acta. 1982. V. 713. P. 68-72.
6. *Kimura Y., Okuda H., Arichi S., Baba K., Kozawa M.* - Biochem. Biophys. Acta. 1985. V. 834. P. 224-229.
7. *Карагезян К. Г.* Условнорефлекторная регуляция свертывания крови. Канд. дис. Ереван. 1954. 310 с.
8. *Карагезян К. Г.* - ДАН СССР. 1954. Т. 99. N 5. С. 581.
9. *Карагезян К. Г.* - ДАН Арм ССР. 1955. Т. 20. N 1. С. 27-32.
10. *Карагезян К. Г.* - ДАН СССР. 1958. Т. 118.
11. *Карагезян К. Г., Саакян С. С.* - Укр. биохим. журнал. 1967. Т. 39. N 4. С. 424-429.
12. *Карагезян К. Г., Овакимян С. С., Мирза-Авакян Г. Л.* - Кровообращение. 1969. Т. 2. N 6. С. 27-32.
13. *Карагезян К. Г., Овакимян С. С., Мирза-Авакян Г. Л.* - ДАН СССР. 1970. Т. 191. N 1. С. 250-252.
14. *Карагезян К. Г., Овакимян С. С., Мирза-Авакян Г. Л.* - Вопр. мед. химии. Т. 16. Вып. 5. С. 503-508.
15. *Овакимян С. С.* Фосфолипиды фибриногена и изменения их содержания в процессе фибринообразования. Автореф. Канд. дис. Ереван. 1970. 31 с.
16. *Гезалин Дж. И., Варданян В. П., Агаджанов М. И., Аветисян А. А.* - Арм. хим. журнал. 1994. N 1-3.
17. *Гезалин Дж. И., Сарибекян Ж. Р., Агаджанов М. И., Аветисян А. А.* - Арм. хим. журнал. 1994. N 1-3.
18. *Гезалин Дж. И., Галстян Ш. П., Аветисян А. А.* - Арм. хим. журнал. 1994. N 1-3.
19. *Гезалин Дж. И.* - Арм. хим. журнал. 1994. N 1-3.
20. *Предтеченский Г. В., Боровская В. М., Марголина А. Г.* Лабораторные методы исследования. М. Медицина. 1950.
21. *Карагезян К. Г., Саакян С. С.* - Укр. биохим. журнал. 1967. Т. 39. N 4. С. 424-429.
22. *Бурлакова Е. Б.* - Российский хим. журнал. 1999. Т. 43. С. 3-11.
23. *Духович Ф. С., Горбатова Е. Н., Курочкин В. К., Петрунин В. А.* - Российский хим. журнал. 1999. Т. 43. С. 12-15.
24. *Блюменфельд Л. А.* - Российский хим. журнал. 1999. Т. 43. С. 15-20.
25. *Ашмарин И. П., Лелекова Т. В.* - Российский хим. журнал. 1999. Т. 43. С. 21-28.
26. *Клемкова З. С., Антипов Б. Г., Черников Ф. Р., Гусинина М. М., Рыбакова Е. Ю.* - Российский хим. журнал. 1999. Т. 43. С. 34-39.
27. *Ло Ш., Ли В.* - Российский хим. журнал. 1999. Т. 43. С. 44-48.
28. *Веселовский В. А., Веселова Т. В., Чернавский Д. С.* - Российский хим. журнал. 1999. Т. 43. С. 49-54.
29. *Пальмин Н. П., Мальцева Е. Л., Пынзарь Е. И., Бурлакова Е. Б.* - Российский хим. журнал. 1999. Т. 43. С. 55-63.
30. Действие фенозана и экзогенного ацетилхолина на ацетилхолинэстеразу и систему липидной пероксидации в мембранах клеток головного мозга. Российский хим. журнал. 1999. Т. 43. С. 63-71.
31. *Карагезян К. Г.* - Вопр. биохимии мозга (Тр. Ин-та биохимии АН Арм ССР). 1964. Т. 1. С. 163-172.
32. *Карагезян К. Г., Бунятян Г. Х., Казарян Б. А., Гулян Э. А.* - ДАН 1965. Т. 1. С. 163-172.
33. *Карагезян К. Г., Мирзоян С. А., Акопян В. П., Макарян Л. Т.* - ДАН Арм. ССР. 1966. Т. 13. N 2. С. 112-116.
34. *Карагезян К. Г., Саакян С. С.* - 2-ая Всесоюз. конф. по проблемам свертывания крови. Баку. 1996. С. 128.
35. *Карагезян К. Г., Саакян С. С.* - Укр. биохим. журнал. 1967. Т. 39. N 9. С. 114-116.
36. *Карагезян К. Г., Мирзоян С. А., Акопян В. П., Саакян С. С.* - Журн. эксперим. и клин. мед. 1967. Т. 7. N 6. С. 3-11.
37. *Карагезян К. Г.* - Журн. эксперим. и клин. мед. 1968. Т. 8. N 1. С. 3-10.

УДК 577.21: 576.31

А.М. Манвелян, А.З. Пепоян, С.С. Мирзабекян, Г. Горие

**Пробиотический потенциал штаммов *E. coli* G35 N59 и 61**

(Представлено академиком К.Г. Карагезяном 27/VII 2005)

**Ключевые слова:** пробиотик, кишечная микрофлора, антагонистический потенциал, антибиотикорезистентность, *E. coli*

Современный образ жизни, а также определенные медикаменты, такие как антибиотики, влияют на состав кишечной флоры, в результате чего филогенетически устойчивое состояние микроорганизмов человека нарушается, что приводит к различным заболеваниям. Восстановление кишечной экосистемы возможно с помощью пробиотиков (штаммов *Lactobacillus*, *Bifidobacterium*, *Enterococcus*, *Streptococcus* и *E. coli*) [1-7]. Детальная информация о действии пробиотических бактериальных штаммов на разные заболевания необходима для более эффективного применения синбиотиков.

Целью настоящей работы было выявление пробиотического потенциала штаммов *E. coli* G35 N59 и 61.

Мы использовали коммерческий синбиотик окарин (в ампулах, IMBIO, Украина) и его штаммы *E. coli* G35 N59 и 61. Бактерии выращивались аэробно в среде LB (10 г триптона, 5 г дрожжевого экстракта, 10 г NaCl на 1 л, pH 7.5), с добавлением 1.8 % агара при необходимости.

Было исследовано влияние окарина и пробиотических штаммов *E. coli* G35 на качественные и количественные изменения бактерий кишечной микрофлоры 52 пациентов-добровольцев (средний возраст 32.3 года) с периодической болезнью (ПБ), хроническим колитом и кишечным раком. У всех пациентов наблюдался высокий уровень условно-патогенных бактерий (*Enterobacter*, *Klebsiella*, *Proteus*, *Citrobacter*), дисбиоз в лактозе позитивных комменсальных *E. coli* и *Candida* в кишечной микрофлоре.

Таблица 1

**Влияние пробиотикотерапии на кишечную микрофлору людей, %**

Группа	<i>Enterobacter</i> , <i>Klebsiella</i> , <i>Proteus</i> , <i>Citrobacter</i> при норме	Лактозо- положительные комменсальные <i>E. coli</i> при нормe	<i>Candida</i> при норме
Пациенты, принимающие плацебо (n = 12)	52.6±1.2	47.4±1.5	75.2±2.1
Пациенты, принимающие окарин (n = 15)	87.1±1.3	95.4±3.3	80.3±1.6
Пациенты, принимающие G35 N59 (n = 12)	83.3±3.2	90.0±4.1	77.3±2.5
Пациенты, принимающие G35 N61 (n = 13)	60.2±2.1	95.3±1.4	78.4±2.1

*Примечание.* Статистический анализ осуществлен по критерию Стьюдента ( $p < 0.05$ ).

Таблица 2

**Пропорции чувствительных и мультирезистентных комменсальных E. coli в  
кишечной микрофлоре лиц, принимающих пробиотики, %**

Штаммы	Здоровая группа (n = 25)	Пациенты, принимающие плацебо (n = 12)	Пациенты, принимающие окарин (n = 15)	Пациенты, принимающие G35 N59 (n = 12)	Пациенты, принимающие G35 N61 (n = 13)
Чувствительные	95.4±2.3	44.2±2.1	43.5±0.9	45.2±2.3	85.5±2.4
Мультирезистентные*	2.5±0.3	43.4±1.9	43.7±2.3	42.2±1.4	5.8±1.1

*Примечание.* \* Резистентные по крайней мере к двум группам антибиотиков. Статистический анализ осуществлен по критерию Стьюдента ( $p < 0.05$ ).

Таблица 3

**Антагонистический потенциал штаммов E. coli G35 против патогенов**

Штаммы	G35 N59	G35 N61
Enterobacter aerogenes ATCC N35028	+	-
Salmonella enterica ATCC N700931	+	+
Streptococcus pyogenes ATCC N19615	-	-

*Примечание.* + торможение роста. Статистический анализ осуществлен по критерию Стьюдента ( $p < 0.05$ ).

Испытуемые были разбиты на следующие группы: пациентов, принимающих плацебо (n = 12); пациентов, принимающих окарин (n = 15); пациентов, принимающих G35 N59 (n = 12), и пациентов, принимающих G35 N61 (n = 13). Также была исследована кишечная микрофлора 20 здоровых контрольных лиц. Состав кишечной микрофлоры пациентов был изучен спустя 4-6 месяцев после прекращения приема бактерий или плацебо.

Исследовано 7 комменсальных E. coli изолятов для каждого пациента из образцов свежего стула на чувствительность к антибиотикам, мг/мл: тетрацилин (15), доксицилин (15), амоксициллин (25), ампициллин (35), цефоперазон (75), цефокситин (50), канамицин (50), гентамицин (50), левомицетин (30) и стрептомицин (50).

Идентификация Candida проводилась на основе роста на CHROMagar<sup>TM</sup> (Париж, Франция), идентификация Streptococcus pyogenes была основана на Columbia sheep blood agar (Oxoid, Великобритания). Были использованы также Candida albicans ATCC N10231, Citrobacter freundii ATCC N8090, E.coli ATCC N25922, Klebsiella pneumoniae ATCC N4352, Proteus vulgaris ATCC N13315, Enterobacter aerogenes ATCC N35028, Salmonella enterica ATCC N700931 и Streptococcus pyogenes ATCC N19615.

Как показали результаты исследований, окарин и его штаммы оказались значительно эффективнее плацебо (табл. 1). Сравнение кишечной микрофлоры пациентов, принимающих окарин и окариновые штаммы, с кишечной микрофлорой здоровых лиц выявило, что процент антибиотикорезистентности E. coli, изолированных от пациентов, принимающих синбиотик, был значительно выше, чем у контрольной группы (табл. 2). Установлено также, что штаммы E. coli G35 N59 и 61 из окарина обладают антагонистическим потенциалом против человеческих патогенов - Enterobacter aerogenes и Salmonella enterica (табл. 3).

**Ա.Ս. Մանվելյան, Ա.Զ. Փեփոյան, Ս.Ս. Միրզաբեկյան, Հ. Հորիե**

**E.coli G35 N59 և 61 շտամների պրոբիոտիկ պոտենցիալը**

Աղիքային դիսբալանսի վերականգնման համար կարևոր նշանակություն ունեն պրոբիոտիկները: Սակայն պրոբիոտիկների առավել արդյունավետ օգտագործումը պահանջում է նրա բակտերիալ շտամների մանրակրկիտ նկարագրություն: Ցույց է տրվել E.coli G35 N59 և 61 շտամների (որոնք օկարին սիմբիոտիկի բաղադրամասեր են) անտագոնիստական պոտենցիալը պաթոգենների նկատմամբ in vitro և in vivo փորձերում (Enterobacter, Klebsiella, Proteus, Citrobacter), ինչպես նաև նրանց ազդեցությունը հակաբիոտիկների նկատմամբ կայուն աղիքային կոմենսալ E. coli-ների քանակական կազմի վրա:

**A. M. Manvelyan, S. S. Mirzabekyan, A. Z. Pepoyan, H. Horie**

**Probiotic Potential of E. coli G35 N59 and 61 Strains**

Probiotics have great value for restoration of balance of intestines. But the optimal use of probiotics demands the detailed description of bacterial strains. It has been shown the antagonistic potential of E.coli G35 N59 and 61 strains (which are symbiotic components of "Okarin") concerning pathogens in experiences in vitro and in vivo (Enterobacter, Klebsiella, Proteus, Citrobacter), and also their influence on quantitative structure of antibiotic resistance intestinal commensal E. coli.

## Литература

1. *Vanderhoof J. A.* - Am. J. Clin. Nutr. 2001. V. 3. N 6. P. 1152S-1155S.
2. *Fox CH, Dang G.* - J. Altern. Complement. Med (United States). 2004. V. 10. N 4. P. 601-3.
3. *Rosenfeldt V., Michaelsen K. F., Jakobsen M. et al.* - Pediatr. Infect. Dis. J. (United States). 2002. V. 21. N 5. P. 411-6.
4. *Seksik P., Marteau P.* - Therapie (England). 2004. V. 59. N1. P. 83-7.
5. *Mitsuyama K.* - Nippon Rinsho (Japan). 2005. V. 63. N5. P. 850-8.
6. *Karthik S. V.* - J. R. Soc. Med. (England). 2003. V. 96. N 7. P. 370.
7. *Marteau P., Seksik P., Shanahan F.* - Best. Pract. Res. Clin. Gastroenterol (England). 2003. V. 17. N 1. P. 47-61.

УДК 612.014.45+619.164

К. А. Панчулазян, А. Г. Аракелян

## Специфические реакции организма на эквивалентные уровни акустической энергии

(Представлено академиком М.А. Давтяном 7/V 2005)

**Ключевые слова:** *сдвиг порога слуха, гипотеза "равных энергий"*

Достоверно определить воздействие шумового фактора на человека с учетом его величины и продолжительности - дозы шума невозможно без экспериментального подтверждения величины коэффициента  $q$ , выражающего число децибел, на которое следует изменить уровень шума при каждом изменении экспозиции вдвое для обеспечения одинакового биологического эффекта. В свете гипотезы "равных энергий" (ГРЭ) коэффициент  $q$  - либо константа, действительная для всех уровней шума, либо переменная величина, числовые значения которой меняются в зависимости от количественных (уровень), качественных (частота) и временных характеристик акустического шума [1-3]. В настоящее время используют значения  $q$ , соответствующие усреднению по интенсивности ( $q = 3$ ) или по звуковому давлению ( $q = 6$ ); в гигиенических нормах США принято  $q = 5$  с учетом восстановления исходного порога слуха за обеденный перерыв [4-8].

В данной работе представлены результаты исследования специфического слухового индикатора реактивности организма при воздействии акустическими раздражителями энергетически эквивалентных уровней с коэффициентом эквивалентности  $q = 3$ .

Исследование функции слухового анализатора проводили на 28 испытуемых-добровольцах в возрасте от 20 до 40 лет в акустической камере с фоновым уровнем не более 20 дБА (40 дБЛ) после 15-минутной адаптации методом пороговой тональной аудиометрии в двух модификациях с помощью: а) клинического аудиометра МА-31 (Robotron, Германия) на всех стандартных частотах по воздушному проведению для отбора лиц с нормальным слухом с разбросом порога слуха (ПС) не более  $\pm 5$  дБ от нормы; б) тональной аудиометрии в условиях "открытого поля" (бинауральное восприятие) на речевых частотах 500, 1000 и 2000 Гц для определения временного сдвига порога (ВСП) слуха сразу после выключения шума (ВСП<sub>0</sub>).

Шумовая нагрузка подавалась от генератора шума типа 03004 (RFT, Германия), аттенюатора, предварительного усилителя М60Т (RFT, Германия), усилителя мощности LV-102 (RFT, Германия) и двух громкоговорителей типа 4А-32, размещенных в фазоинверторы. Контроль параметров шума проводился измерительным микрофоном типа МК-102 на уровне подголовника кресла, предварительным усилителем MV-102 (RFT, Германия), прецизионным шумомером типа 00025 (Robotron, Германия) и анализатором спектра в реальном масштабе времени типа 01012 (Robotron, Германия). Перед каждой экспериментальной серией проводилась акустическая калибровка по звуковому давлению с помощью пистолета 00003

(Robotron, Германия). Одновременно методом опроса определялось субъективное отношение испытуемых к акустической нагрузке, в зависимости от ее количественных и качественных параметров раздражителя.

Субъективная оценка энергетически эквивалентных уровней широкополосного шума 88 дБА/60 мин и 94 дБА/15 мин показала, что все 28 испытуемых предпочли короткую экспозицию шума более длительной. При энергетически эквивалентных уровнях белого шума 97 дБА/60 мин и 103 дБА/15 мин из 28 испытуемых 22-м более терпимой показалась короткая экспозиция, двое легче перенесли более длительный шум, а четверо не смогли сориентироваться.

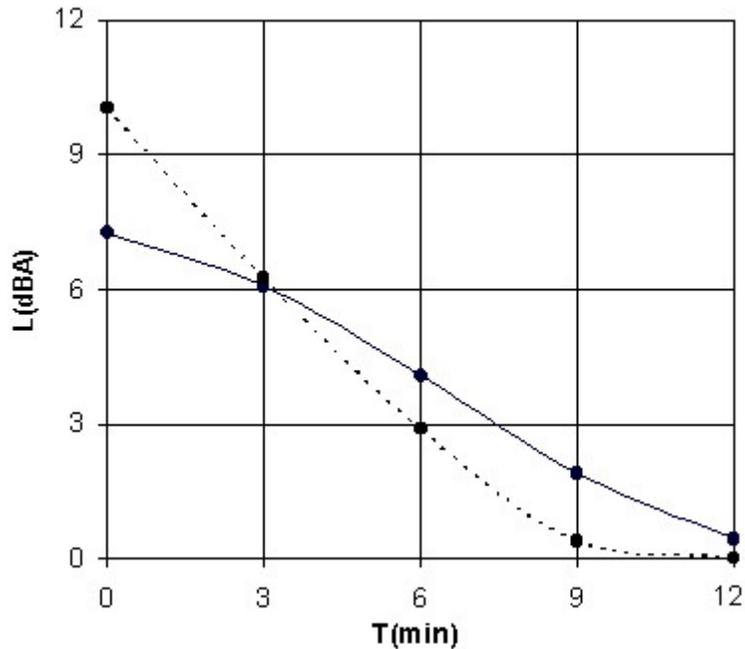


Рис. 1. Восстановление ПС после шумовой нагрузки энергетически эквивалентными уровнями 88 дБА/60 мин (сплошная линия) и 94 дБА/15 мин (пунктир).

Статистическая обработка экспериментального материала по Стьюденту выявила достоверную разницу (в обоих случаях  $p < 0.001$ ) между показателями ВСП слуха при энергетически эквивалентных уровнях широкополосного шума 88 дБА/60 мин и 94 дБА/15 мин, 97 дБА/60 мин и 103 дБА/15 мин с коэффициентом эквивалентности  $q = 3 + 3$  (шаг в 3 дБА).

Восстановление ПС на 3-й минуте  $ВСП_3 = 6.07$  дБА при 88 дБА/60 мин незначительно опережает восстановление ПС на той же минуте  $ВСП_3 = 6.25$  дБА при 94 дБА/15 мин. Затем картина резко меняется:  $ВСП_6 = 4.07$  дБА при 88 дБА/60 мин и  $ВСП_6 = 2.89$  дБА при 94 дБА/15 мин;  $ВСП_9 = 1.89$  дБА при 88 дБА/60 мин и  $ВСП_9 = 0.39$  дБА при 94 дБА/15 мин;  $ВСП_{12} = 0.43$  дБА при 88 дБА/60 мин (полное восстановление фонового ПС) и  $ВСП_{12} = 0$  дБА при 94 дБА/15 мин (фоновый ПС равен 0.25 дБА) (рис. 1).

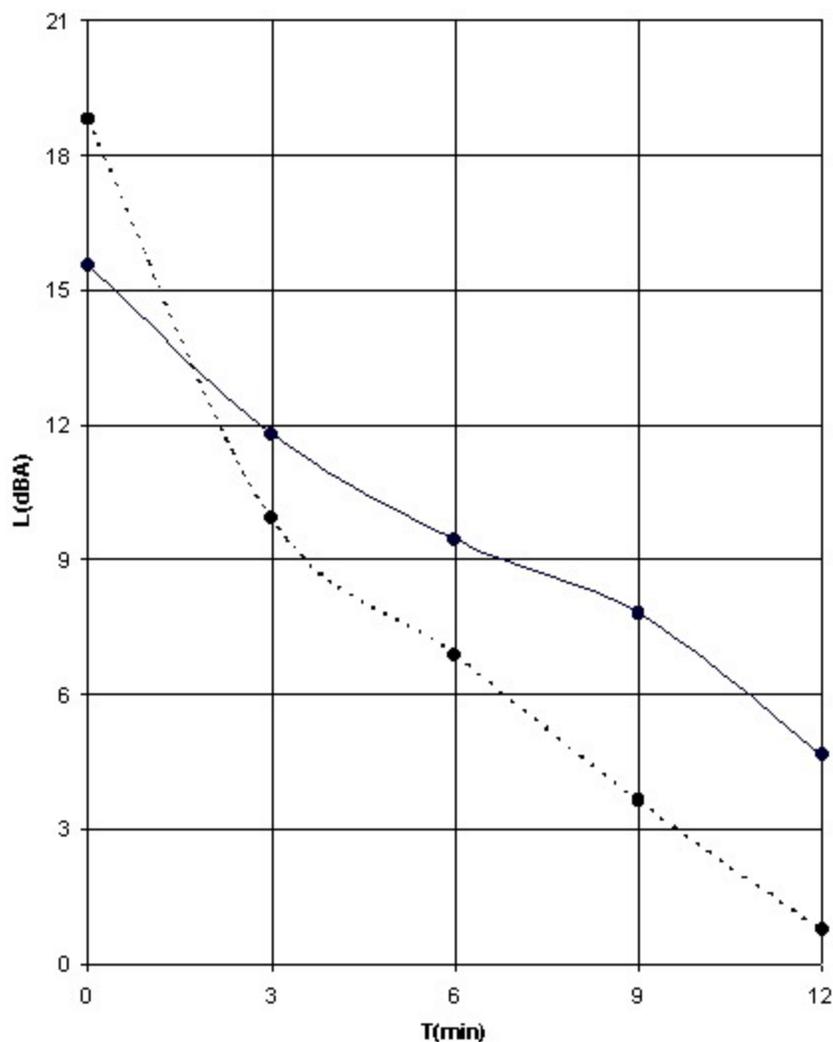


Рис. 2. Восстановление ПС после шумовой нагрузки энергетически эквивалентными уровнями 97 дБА/60 мин (сплошная линия) и 103 дБА/15 мин (пунктир).

Разрыв в восстановлении ПС после шумовой нагрузки уровнями 97 дБА/60 мин и 103 дБА/15 мин начиная со 2-й минуты восстановления ПС прогрессирующе увеличивается:  $ВСП_3 = 11.80$  дБА при 97 дБА/60 мин и  $ВСП_3 = 9.92$  дБА при 103 дБА/15 мин;  $ВСП_6 = 9.44$  дБА при 97 дБА/60 мин и  $ВСП_6 = 6.88$  дБА при 103 дБА/15 мин;  $ВСП_9 = 7.80$  дБА при 97 дБА/60 мин и  $ВСП_9 = 3.64$  дБА при 103 дБА/15 мин;  $ВСП_{12} = 4.64$  дБА при 97 дБА/60 мин (фоновый ПС = 0 дБА) и  $ВСП_{12} = 0.76$  дБА (фоновый ПС = 0.12 дБА).

Как показали результаты экспериментов по субъективной аудиометрии, энергетически эквивалентные уровни акустического шума биологически не эквивалентны, поскольку шум более длительный, но менее интенсивный (88 дБА/60 мин и 97 дБА/60 мин) приводит к меньшему  $ВСП_0$  ( $ВСП$ , измеренный сразу после раздражения) и более затяжному восстановлению ПС, чем шум менее длительный, но более интенсивный (94 дБА/15 мин и 103 дБА/15 мин). ГРЭ не подтвердилась на уровне специфического (слухового) анализатора.

Абсолютный порог слышимости (АПС) определяли в условиях открытого поля (бинауральное восприятие). Усредненный показатель АПС у 28 испытуемых перед акустической нагрузкой энергетически эквивалентными уровнями составлял: 88 дБА/60 мин - 0.43 дБ и 94 дБА/15 мин - 0.25 дБ; 97 дБА/60 мин - 0 дБ и 103 дБА/15 мин - 0.12 дБ.

Субъективная оценка энергетически эквивалентных уровней широкополосного шума 97 дБА/60 мин и 103 дБА/15 мин показала, что из 28 испытуемых 22 предпочли короткую экспозицию шума более продолжительной, 2 легче перенесли более продолжительный шум, а 4 не смогли сориентироваться. При энергетически эквивалентных уровнях белого шума 88 дБА/60 мин и 94 дБА/15 мин всем 28 испытуемым более терпимой показалась короткая экспозиция более интенсивного шума. Ограничение в наших экспериментах речевыми частотами 500, 1000 и 2000 Гц объясняется большей чувствительностью к ним, а также намеренным исключением возможности обратимого восстановления ПС во время проведения аудиометрии у испытуемых по всему диапазону частот (125 - 8000 Гц), поскольку при затягивании процедуры аудиометрии происходит восстановление ПС, а исследование ПС начинается на 2-ой минуте.

При тестировании ВСП слуха как специфического индикатора субъективной аудиометрии нами выявлены существенные различия в восстановлении ПС после озвучивания двумя парами энергетически эквивалентных уровней акустического шума с коэффициентом эквивалентности  $q = 3 + 3$  (шаг в 3 дБА). Экспериментальные данные, полученные с использованием специфической реакции организма на энергетически эквивалентные уровни акустической энергии, согласуются с результатами опытов, в которых нами использовались неспецифические реакции организма: сдвиг объема потребляемого кислорода, вибрационная чувствительность и критическая частота световых мельканий. Во всех случаях экспозиция акустического шума является биологически довлеющим фактором по сравнению с уровнем шума.

Таким образом, энергетически эквивалентные уровни шума не являются биологически эквивалентными ни по временному сдвигу порога слуха, измеренному сразу после озвучивания, ни по временному восстановлению порога слуха. Временный сдвиг порога слуха, измеренный сразу после озвучивания, больше после акустической нагрузки менее длительным, но более интенсивным шумом. Порог слуха восстанавливается медленнее после действия более длительного, но менее интенсивного шума. Гипотеза "равных энергий" при коэффициенте эквивалентности  $q = 3$  не подтверждается.

Акустический научный центр МЗ РА

Կ. Ա. Պանչուլազյան, Ա. Գ. Առաքելյան

**Օրգանիզմի յուրահաստուկ հակազդումները ակուստիկ էներգիայի էկվիվալենտ մակարդակներին**

Հետազոտված են էներգետիկորեն էկվիվալենտ մակարդակներով լսողության ժամանակավոր շեղումները (ԼԺՇ)՝ լայնաշերտ աղմուկի ներգործության առկայության հավասար էներգիաների հիպոթեզին (ՀԷՀ) համապատասխան:

Բացահայտվել են լսողության շեմի վերականգնման տարբերությունները երկու՝ զույգ ակուստիկ աղմուկի էներգետիկորեն էկվիվալենտ մակարդակներով, հնչյունավորումից հետո ԼԺՇ թեստավորման ընթացքում:

Աղմուկի էքսպոզիցիան, աղմուկի մակարդակի համեմատ, կենսաբանորեն ճնշող գործոն է: ՀԷՀ-ն, որտեղ էկվիվալենտի ցուցանիշը հավասար է 3-ի, չի հաստատվում:

**K. A. Panchulazyan, A. G. Arakelyan**

**Specific Reaction of the Organism to the Equivalent Levels of the Acoustic Energy**

Temporary threshold shift (TTS) of hearing influenced by two couples energetically equivalent levels of wide-band noise in accordance with the equal-energy hypothesis (EEH) have been investigated.

Differences in hearing threshold shift after insonification by two couples energetically equivalent levels of acoustic at TTS testing were identified.

Exposure of the acoustic noise proves to be a biologically dominant factor in comparison with the noise level.

It has been shown that the EEH is not confirmed in case of when the equivalent index is 3.

## Литература

1. *Ward W. D., Nelson D. I.* In: Robinson D. W. Ed. Occupational hearing loss. London. New-York. Academic Press. 1971. P. 225-231.
2. *Ward W. D.* The Hazard of Intermittent Noise Proceed. XI World Congress on Otolaryngology. Buenos Aires. 1977.
3. *Miller J. D., Watson C. S., Covell W. P.* - Acta Otolaryngol. Suppl. 1963. V.176. P. 91.
4. *Суворов Г. А., Лихницкий А. М.* В кн.: Импульсный шум и его влияние на организм человека. Л. 1974.
5. ISO, Assessment of Occupational Noise Exposur for Hearing Conservation Purposes. Nome ISO-1999. 1971.
6. *Kraak W., Fuder G., Kracht L.* - Acustica. 1977. V. 38. P. 102-117.
7. *Stender J.* - Federal Register. 1974. V. 39. P. 37773-37778.
8. *Pfander F., Bangartz H., Brigman H., Kietz H.* - J. Acoust. Soc. Amer. 1980. V. 67. P. 628-633.

УДК 581.1

В. В. Казарян

**Возрастная изменчивость адаптивности древесных к условиям высокогорья**

(Представлено академиком К.С. Погосяном 10/VI 2005)

**Ключевые слова:** *древесные, адаптивность, физиологическая перестройка*

Общая пластичность молодого растения, как отмечают П.С.Генкель и С.В. Кушниренко [1], дает возможность выявить в онтогенезе новые свойства, способствующие устойчивости растений к неблагоприятным условиям существования. Ювенильные растения отличаются от взрослых более активной реакцией на изменение факторов среды, выражающейся в интенсивной физиологической перестройке процессов жизнедеятельности. В этом проявляется их высокая адаптивная пластичность [2, 3].

Древесные отличаются растянутым жизненным циклом и сохраняют способность к изменчивости до конца жизни, что повышает надежность онтогенеза. При этом внутренние механизмы проявления адаптации для различных периодов жизни разные, что дает основание полагать, что у древесных после ювенильной фазы развития происходит некоторое угасание адаптивной активности. Целью настоящей работы явилась проверка этого предположения.

В статье приводятся результаты опытов с некоторыми разновозрастными древесными представителями аборигенной флоры. Исследовались 2-, 3- и 20-летние растения граба кавказского (*Carpinus caucasica* Grossh.), кизила (*Cornus mas* L.), дуба крупнопольничкового (*Quercus macranthera* Fish.et Mey) и лещины обыкновенной (*Corylus avellana* L.), выращенных из семян ереванской репродукции в условиях Ереванского (1250 м над. ур. м.) и Севанского (2000 м над. ур. м.) ботанических садов, почвенно-климатические условия которых подробно описаны ранее [4].

У опытных растений в одни и те же часы суток были взяты листья средних ярусов и подвергнуты лиофильной сушке. В них определялось содержание хлорофилла по Маккини, его прочно- и слабосвязанные с липопротеидным комплексом (ЛПК) формы - методом Осиповой, аммиака - микродиффузионным методом Конвея и белкового азота по Кьельдалю [5]. Результаты исследований показали, что в условиях Еревана у всех видов растений количество общего хлорофилла уменьшается по мере увеличения возраста деревьев (рис. 1), тогда как в более экстремальных условиях Севана, наоборот, имело место постепенное нарастание содержания общего хлорофилла параллельно с увеличением возраста растений. У 2-летних растений количество хлорофилла у всех видов было меньше, чем у ереванских, у 10- и 20-летних деревьев в результате развития адаптивности содержание хлорофилла в листьях уже преобладает над таковым у ереванских представителей. Это означает, что экстремальные условия способствуют усилению синтеза хлорофилла, приводящего к улучшению ассимиляционных функций листьев [6].

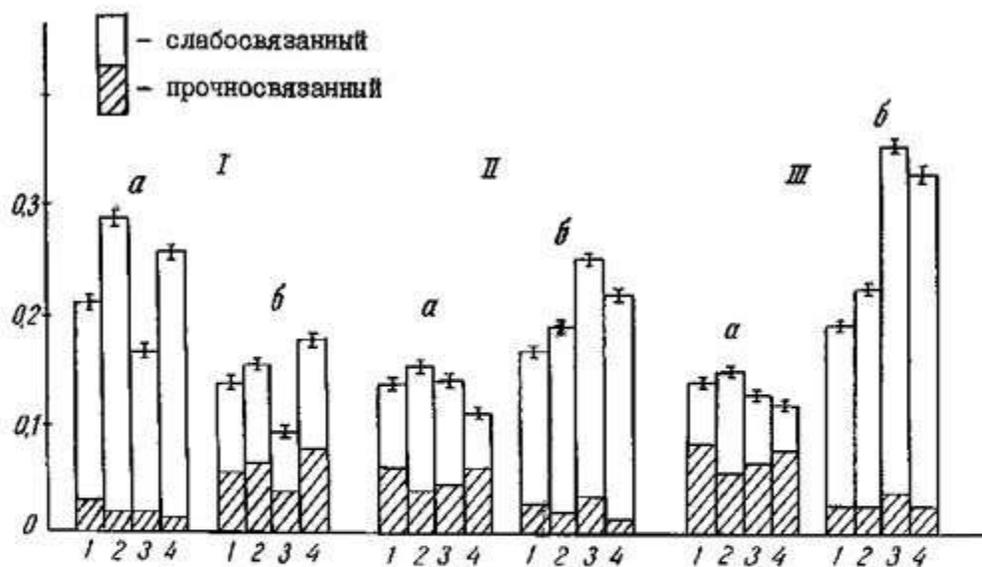


Рис. I. Содержание хлорофилла и его форм в листьях разновозрастных деревьев, произрастающих в Севанском (а) и Ереванском (б) ботанических садах  
 I - 2-летние, II - 10-летние, III - 20-летние  
 1 - граб кавказский, 2 - кизил, 3 - дуб крупнопольниковый, 4 - лещина обыкновенная

В условиях Севана количество слабосвязанного хлорофилла у 2-летних растений преобладает над прочносвязанной формой, а у 10- и 20-летних, наоборот, доля прочносвязанной фракции в общем балансе хлорофилла увеличивается.

Объяснение этого явления следует искать в различной адаптивной реакции разновозрастных растений. В первые годы жизни у растений под воздействием высокогорных неблагоприятных факторов нарушается нормальный ход жизнедеятельности, вследствие чего ослабляется связь хлорофилла и в качестве компенсационной реакции увеличивается содержание слабосвязанной с ЛПК формы хлорофилла, что способствует активации фотосинтеза.

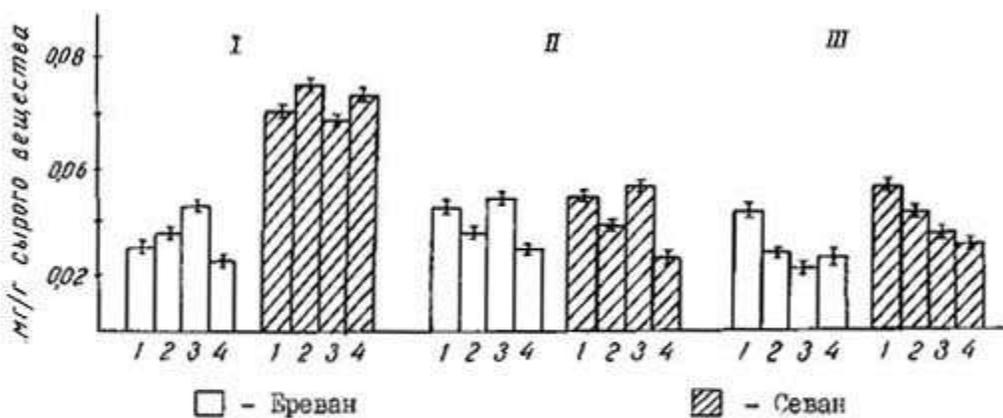


Рис. 2. Количество аммиака в листьях разновозрастных деревьев, произрастающих в Ереванском и Севанском ботанических садах (обозначения те же, что на рис. I)

В дальнейшем, с возрастом растений, существенно увеличивается синтез хлорофилла, и для предотвращения его распада под влиянием высокогорных факторов укрепляется его связь с ЛПК.

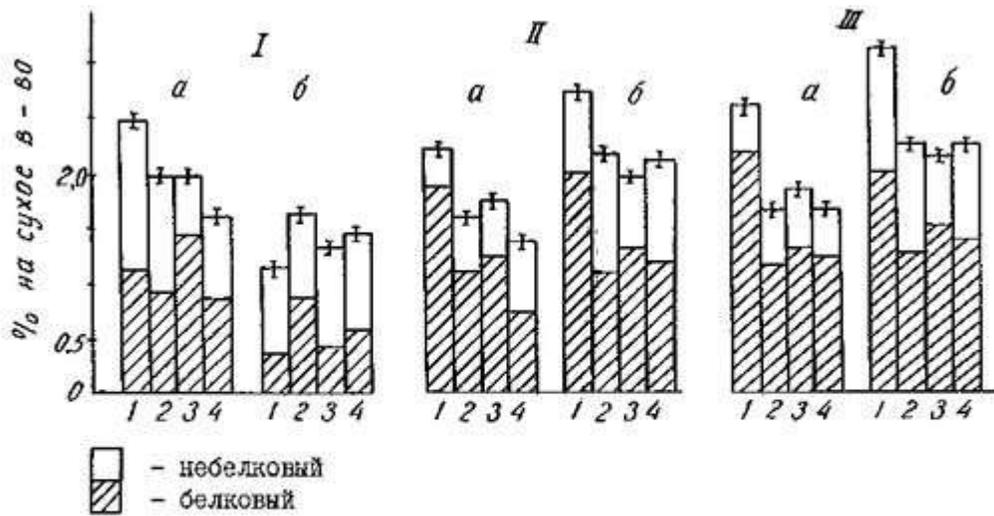


Рис. 3. Содержание азотистых соединений в листьях разновозрастных деревьев, произрастающих в Севанском (а) и Ереванском (б) ботанических садах (обозначения те же, что на рис. I)

Определенные сдвиги происходят в азотном обмене, особенно в усвоении и обезвреживании аммиака. Аммиак в свободном виде встречается в растениях в незначительном количестве, однако его образование усиливается в экстремальных условиях, что приводит к нарушению белкового обмена [7]. С этой позиции можно полагать, что выделение растениями аммиака происходит и при их интродукции в более экстремальные условия. При этом у видов с повышенной адаптивной реакцией в подобных условиях вырабатывается физиологический механизм, предотвращающий нарушение белкового обмена и выделение аммиака.

Как видно из приведенных диаграмм (рис.2), у 2-летних деревьев, интродуцированных в Севанский ботанический сад, выделение аммиака в два и более раза больше, чем у тех же деревьев, произрастающих в Ереванском ботаническом саду. У 10- и 20-летних деревьев, которые успели приспособиться к условиям высокогорья, количество аммиачного азота в листьях значительно уменьшается.

Следует полагать, что выделение аммиака листьями 2-летних интродуцентов в условиях Севана должно сочетаться со слабым синтезом белкового азота в листьях. В действительности, как видно из рис. 3, в листьях молодых интродуцентов Севана содержание общего азота значительно меньше, чем у тех же растений, произрастающих в Ереванском ботаническом саду. Подобное различие проявилось в отношении белкового азота, т. е. интенсивность азотного обмена в листьях молодых интродуцентов оказалась гораздо слабее. В листьях 10- и 20-летних деревьев картина диаметрально противоположная. Листья севанских представителей отличаются высокой активностью метаболизма азота, в данном случае, синтеза белка, в результате чего основная часть азота оказалась в составе белков. При этом у всех севанских интродуцентов количество как общего, так и белкового азота больше, чем у

ереванских.

Таким образом, высокогорные условия, будучи экстремальными для многих древесных растений, привлечённых из низменных поясов, со временем становятся для них нормальными в результате энергичной адаптации в раннем возрасте.

Институт ботаники НАН РА

### Литература

1. *Генкель П.А., Кушниренко С.В.* Холодостойкость растений и термические способы её повышения. М. Наука. 1966. 221 с.
2. *Михалева Е.Н.* В кн.: Физиологическое исследование интродуцированных растений М. - Л. Наука. 1966. С. 25-34.
3. *Мухина В.А.* В кн.: Физиологическое исследование интродуцированных растений. М. - Л. Наука. 1966. С. 8-24.
4. *Казарян В.О., Арутюнян Л.В., Хуршудян П.А., Григорян А.А., Барсебян А.М.,* Научные основы облесения и озеленения Армянской ССР. Ереван. Изд-во АН Арм. ССР. 1974. 347 с.
5. *Белозерский А.И., Проскураков Н.И.* Практическое руководство по биохимии растений. М. Советская наука. 1951. 388 с.
6. *Казарян В.В., Давтян В.А., Оганесян Л.Н.* - ДНАН Армении. 2004. Т. 104. N1. С. 61-65.
7. *Альтергот В.Ф.* В кн.: Физиология приспособления и устойчивости растений при интродукции. Новосибирск. Наука. 1969. С. 169-186.

**Վ. Վ. Ղազարյան**

**Ծառային բույսերի՝ բարձրլեռնային պայմաններին ադապտացվելու հասակային  
փոփոխականությունը**

Ուսումնասիրվել է տեղաբնակ ֆլորայի երևանյան վերարտադրության սերմերից աճեցված 2, 10 և 20 տարեկան ծառային բույսերի ադապտացիայի մեխանիզմը Երևանի (1250 մ ծ.մ.բ.) և Սևանի (2000 մ ծ.մ.բ.) բուսաբանական այգիների պայմաններում:

Պարզվել է, որ բարձրլեռնային պայմանները ցածրադիր վայրերից ներմուծված շատ ծառատեսակների համար էքստրեմալ են: Սակայն բուսական օրգանիզմի՝ վաղ հասակից նյութափոխանակության ադապտիվ վերակառուցման շնորհիվ ժամանակի ընթացքում դառնում են նորմալ:

**V. V. Kazaryan**

**Age Changeability of Trees Adaptivity to the High-Mountainous Conditions**

It was studied the mechanism of adaptation of different aged trees (2, 10 and 20 years old), representatives of aborigin flora, grown from the seeds of Yerevan reproduction in the conditions of Yerevan (1250 m below sea level) and Sevan (2000 m below sea level) botanic gardens.

It is found out that the high-mountainous conditions, being extremal for many trees brought in from low-lying, during the time become normal in the result of energetic adaptation in early age.