

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCE OF ARMENIA

ISSN 0321-1339

Չ Ե Կ Ո Ւ Յ Յ Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы
R E P O R T S

2005

Երևան

Երևան

Yerevan

Պրինսիպալ է 1944 թ.: Լույս է տեսնում քառիս 4 անգամ

Основан в 1944 г. Выходит 4 раза в год

Founded in 1944. Published quarterly

Գլխավոր խմբագիր՝ ակադեմիկոս Վ. Ս. ԶԱԶԱՐՅԱՆ

Խմբագրական խորհուրդ՝ ակադեմիկոս Է.Գ. ԱՖՐԻԿՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ.Ե. ԲԱԳԴԱՍԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ.Ա. ԲՐՈՒՏՅԱՆ, ակադեմիկոս Է.Ս. ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ, ակադեմիկոս Վ.Վ. ԴՈՎԼԱԹՅԱՆ (գլխ. խմբագրի տեղակալ), ակադեմիկոս Ա.Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ակադեմիկոս Ս. Ա. ՆԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս Է.Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Կ.Գ. ՂԱՐԱԳՅՈՋՅԱՆ, ակադեմիկոս Յու.Ն. ՇՈՒԿՈՒՐՅԱՆ, Լ.Ս. ՍԱՐԱԲՅԱՆ (պար. քարտուղար), ակադեմիկոս Ֆ.Տ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, ակադեմիկոս Դ.Ս. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ

Главный редактор академик В.С. ЗАХАРЯН

Редакционная коллегия: академик С.А. АМБАРЦУМЯН, академик Э.Г. АФРИКЯН, академик Г.Е. БАГДАСАРЯН, академик Г.А. БРУТЯН, академик Э.С. ГАБРИЕЛЯН, академик В.В. ДОВЛАТЯН (зам. главного редактора), академик Э.М. КАЗАРЯН, академик К.Г. КАРАГЕЗЯН, Л.С. САРАФЯН (отв. секретарь), академик Ф.Т. САРКИСЯН, академик Д.М. СЕДРАКЯН, академик А.А. ТАЛАЛЯН, академик Ю.Г. ШУКУРЯН

Editor-in-chief academician V.S. ZAKARYAN

Editorial Board: academician S. A. AMBARTSUMIAN, academician G.E. AFRIKIAN, academician G.E. BAGDASARIAN, academician G.A. BRUTIAN, academician V.V. DOVLATIAN (vice-editor-in-chief), academician E.S. GABRIELIAN, academician K.G. KARAGEUZYAN, academician E.M. KAZARYAN, L.S. SARAFYAN (executive secretary), academician F.T. SARGSSIAN, academician D.M. SEDRAKIAN, academician Yu.H. SHOUKOURIAN, academician A.A. TALALIAN

Խմբագրության հասցեն՝ 375019 Երևան 19, Մարշալ Բաղրամյանի պող. 24գ

Տեղ. 56-80-67

Խմբագրության վարիչ՝ Գ. Ա. Աբրահամյան

Адрес редакции: 375019, Ереван 19, просп. Маршала Баграмяна 24г

Тел. 56-80-67

Зав. редакцией Г. А. Абрамян

Communication links: address – 24g Marshal Bagramian Ave., Yerevan, 375019, Armenia

Phone-(3741) 56-80-67

URL <http://elib.sci.am>

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ	
7. 7. Օինիկյան – Գուրվից – Ռադոնի թեորեմի վերաբերյալ.....	203
Ս. Վ. Մադոյան – Գնդում և պոլիդիսկում Ջիգմունդի Բհանրահաշիվների ֆունկցիաների որոշ հատկություններ.....	207
Վ. Ա. Յավրյան – Վերջավոր միջակայքում Շտուրմ – Լիուվիլի հակադարձ խնդրի մասին.....	210
ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ	
Կ. 7. Սողոմոնյան – Քառաչափ տարածության հարթ բինար մոդելը և իրական էվկլիդյան հարթության կեղծ տարրերի մեկնությունը.....	217
ԶԱՓՈՂԱԿԱՆ ՏԵԽՆԻԿԱ	
Ս. Ս. Կարապետյան, Բ. Ս. Մամիկոնյան – Բարդ համակարգերի դինամիկ բնութագրերի հետազոտումը.....	227
ԿԱՌԱՎԱՐՄԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԵՐ	
Վ. Ռ. Բարսեղյան – Գծային համակարգերի շարժման, ըստ կարևորության, դեկավարելիությունը և օպտիմալ դեկավարումը.....	235
ՄԵԽԱՆԻԿԱ	
Գ. Զ. Գևորգյան, Ռ. Ս. Կիրակոսյան – Փոփոխական հաստության անիզոտրոպ սալերի հավասարումները և առնչությունները ընդլայնական էֆեկտների հաշվառմամբ.....	341
Կ. Ա. Կարապետյան – Ամրամավորման ուղղության նախնական ապակողմնորոշման ազդեցությունը շերտավոր ապակեպլաստների մեխանիկական վարքի վրա ստատիկ բեռնավորումների դեպքում.....	249
ՆՅՈՒԹԱԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ	
Ա. Ի. Սահրադյան – Գործիքի մերձկոնտակտային շերտերի դեֆորմացման վիճակի հետազոտումը կոնստրուկցիոն նյութերի մշակման դեպքում.....	256
ՖԻԶԻԿԱ	
Ռ. Ս. Մովսեսյան, Ա. Ս. Սահակյան – Քվանտային սեկտորի միաէլեկտրոնային վիճակները Աարոնով – Բոմի մագնիսական դաշտում.....	265
ՕՐԳԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ	
Վ. Վ. Դովլաբյան, Կ. Ա. Էլիազյան, Վ. Ա. Պիվազյան, Ա. Փ. Ենգոյան – (2-մեթիլմերկապտո-6-մեթիլպիրիմիդինիլ-4)տրիմեթիլամոնիումային քլորիդի ռեակցիաները Օ-նուկլեոֆիլների հետ.....	272
ԿԵՆՍԱՔԻՄԻԱ	
Կ. Ա. Ղևոնդյան, Դ. Խ. Համբարձումյան, Ս. Գ. Մինասյան, Ռ. Գ. Քամայյան – Իմունային բջիջների և ուղեղի միտոքոնդրիոնների շնչառությունը ամինաթթվային սուբստրատների վրա.....	277
ՄՈՆԵԿՈՒԼԱՅԻՆ ԿԵՆՍԱՔԻՄԻԱ	
Դ. Է. Հակոբյան, Կ. Բ. Նազարյան – Էնոլազի և ֆոսֆոգլիցերատ մուտազի փոխազդեցության համակարգչային մոդելավորում.....	283
Ս. Ս. Հովակիմյան, Լ. Դ. Հարությունովա, Է. Ա. Բաջվորյան, Կ. Գ. Ղարազյոզյան – Նոր կենսաբանական ակտիվ միացության ազդեցության առանձնահատկությունները ալոքսանային դիաբետով մոդելավորված սպիտակ առնետների ֆոսֆոլիպիդների նյութափոխանակության վրա.....	288
ՊԱՏՄՈՒԹՅՈՒՆ	
Ա. Ա. Սահակյան – Երվանդյան մայրաքաղաքի հիմնարկերի պաշտամունքային հայեցակարգը ըստ Մ. Խորենացու (Երվանդակերտ, Դրասխանակերտ, մ. թ. ա. III-II դդ.).....	295

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА	
<i>А. А. Огникян</i> – К теореме Гурвица–Радона	203
<i>С. В. Мадоян</i> – Некоторые свойства функций из F-алгебр Зигмунда в шаре и полидиске	207
<i>В. А. Яврян</i> – Об обратной задаче Штурма – Лиувилля на конечном интервале	210
ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА	
<i>К. А. Согомоян</i> – Плоская бинарная модель четырехмерного пространства и интерпретация мнимых элементов действительной евклидовой плоскости.....	217
ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА	
<i>С. С. Карапетян, Б. М. Мамиконян</i> – Исследование динамических характеристик сложных систем.....	227
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ	
<i>В. Р. Барсегян</i> – Задача приоритетного оптимального управления движением и управляемость линейных систем.....	235
МЕХАНИКА	
<i>Г. З. Геворгян, Р. М. Киракосян</i> – Уравнения и соотношения анизотропных пластин переменной толщины при учете поперечных эффектов	241
<i>К. А. Карапетян</i> – Влияние начальной разориентации армирования на механическое поведение слоистых стеклопластиков при статических нагрузениях.....	249
МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ	
<i>А. И. Саградян</i> – Исследование деформированного состояния приконтактных слоев инструмента при обработке конструкционных материалов.....	256
ФИЗИКА	
<i>Р. М. Мовсисян, А. С. Саакян</i> – Одноэлектронные состояния квантового сектора в ааронов-бомовском магнитном поле	265
ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ	
<i>В. В. Довлатян, К. А. Элиазян, В. А. Пивазян, А. П. Енгоян</i> – Реакция хлорида (2-метилмеркапто-6-метилпиримидинил-4)триметиламмония с О-нуклеофилами.....	272
БИОХИМИЯ	
<i>К. А. Гевондян, Д. Х. Амбарцумян, С. Г. Минасян, Р. Г. Камалян</i> – Дыхание иммунных клеток и митохондрий мозга на аминокислотных субстратах.....	277
МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ	
<i>Д. Э. Акопян, К. Б. Назарян</i> – Компьютерное моделирование взаимодействия энлазы и фосфоглицерат мутазы	283
<i>С. С. Овакимян, Л. Д. Арутюнова, Е. А. Качворян, К. Г. Карагезян</i> – Особенности действия нового биологически активного соединения на нарушение метаболизма фосфолипидов у белых крыс с моделированным аллоксановым диабетом	288
ИСТОРИЯ	
<i>А. А. Саакян</i> – Культурная концепция основания ервандидской столицы согласно Мовсесу Хоренаци (Ервандакерт, Драсханакерт, III – II вв. до н. э.).....	295

CONTENTS

MATHEMATICS	
<i>H. H. Ohnikyan</i> – On a Theorem of Hurwite – Radon.....	203
<i>S.V. Madoyan</i> – Some Properties of Functions of Zigmund’s <i>F</i> -algebras in Ball and Polydisk..	207
<i>V. A. Yavrian</i> – On the Inverse of Sturm – Liouville problem on a Finite Interval.....	210
APPLIED MATHEMATICS	
<i>K. H. Sogomonyan</i> – The Four-dimensional Plane Binary Model and the Explanation of the False Elements of the Real Euclid Plane	217
MEASURING TECHNICS	
<i>S. S. Karapetyan, B. M. Mamikonyan</i> – Investigation of Compound Systems Dynamic Characteristics.....	227
MANAGEMENT SYSTEMS	
<i>V. R. Barseghyan</i> – The Problem of the Prior Optimal Control of the Movement and Controlabiliti of the Linear Systems.....	235
MECHANICS	
<i>G. Z. Gevorgyan, R. M. Kirakosyan</i> – Equations and Relations of Anisotrope Plates of Variable Thickness Taking into Account the Transversal Effects.....	241
<i>K. A. Karapetyan</i> – Influence of Initial Deflection of Reinforcement Orientation of the Mechanical Behavior of Layered Glass-reinforced Plastics under Statical Loading.....	249
MATERIALS SCIENCE	
<i>A. I. Sahradyan</i> – Investigation of Deformational State of Instrument Contacting Layers under the Treatment of Constructional Materials.....	256
PHYSICS	
<i>R. M. Movsessyan, A. S. Sahakyan</i> – One Electron States of Quantum Sector in Presence of Aharonov-Bohm Magnetic Field.....	265
ORGANIC CHEMISTRY	
<i>V. V. Dovlatyan, K. A. Eliazyan, V. A. Pivazyanyan, A. P. Engoyan</i> – The Reactions of Chloride (2-methylmercapto-6-methylpyrimidinyl-4)trimethyl-ammonia with O-noucleophyles.....	272
BIOCHEMISTRY	
<i>K. A. Ghevondyan, D. Kh. Hambarzumyan, S. H. Minasyan, R. G. Kamalyan</i> – The Respiration of the Immune Cells and Brain Mitochondria on the Amino Acids Substrates.....	277
MOLECULAR BIOLOGY	
<i>D. E. Hakobyan, K. B. Nazaryan</i> – Computer Modeling of Monomeric and Dimeric Enolase Interaction with Phosphoglycerate mutase.....	283
<i>S. S. Hovakimyan, L. D. Harutyunova, E. A. Kachvoryan, K. G. Karageuzyan</i> – The peculiarity of the New Biologically Active Compound Influence on the Phospholipids Metabolism Infringement at White Rats with the Modeled Alloxanic Diabetes.....	288
HISTORY	
<i>A. A. Sahakyan</i> – The Cult Concept of Yervand’s Capital Foundings According to Movses Khorenatsi (Yervandakert, Draskhanakert, 3 rd – 2 nd centuries BC)	295

УДК 515.164.322

А. А. Огникян

К теореме Гурвица - Радона

(Представлено академиком А. А. Талаляном 2/XI 2004)

Классическая теорема Гурвица - Радона утверждает, что на нечетномерной единичной сфере S^n евклидова пространства R^{n+1} существует $\rho(n)$ касательных ортонормальных векторных полей, где $\rho(n)$ - число Гурвица - Радона. Напомним, что $\rho(n) = 2^r + 8q - 1$, где $n + 1 = 2^p(2t + 1)$, $p = 4q + r$, $3 \geq r \geq 0$.

В известных автору доказательствах этой теоремы задача построения касательных полей сводится к алгебраической задаче о существовании некоторой последовательности ортогональных матриц [1,2] либо исследованию возможности надления пространства R^{n+1} структурой C_k - модуля [3].

В данном сообщении предлагается другое доказательство, основанное на прямом построении вышеупомянутых полей.

Как известно, сфера S^7 параллелизуема и полную систему ортонормальных касательных полей $v_1^7, v_2^7, \dots, v_7^7$ можно строить например, формулами:

если $x = (x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) \in S^7$, то

$$v_1^7(x) = (x_1, -x_0, x_3, -x_2, x_5, -x_4, -x_7, x_6),$$

$$v_2^7(x) = (x_2, -x_3, -x_0, x_1, x_6, x_7, -x_4, -x_5),$$

$$v_3^7(x) = (x_3, x_2, -x_1, -x_0, x_7, -x_6, x_5, -x_4),$$

$$v_4^7(x) = (x_4, -x_5, -x_6, -x_7, -x_0, x_1, x_2, x_3),$$

$$v_5^7(x) = (x_5, x_4, -x_7, x_6, -x_1, -x_0, -x_3, x_2),$$

$$v_6^7(x) = (x_6, x_7, x_4, -x_5, -x_2, x_3, -x_0, -x_1),$$

$$v_7^7(x) = (x_7, -x_6, x_5, x_4, -x_3, -x_2, x_1, -x_0).$$

Заметим, что каждое поле v_i^7 определяется некоторой перестановкой индексов координат

x_0, x_1, \dots, x_n и расстановкой знаков \pm перед координатами.

В работе для всякой нечетномерной сферы будет построена аналогичная полная система ортонормальных полей.

Пусть n - нечетное число. Рассмотрим некоторую такую подстановку P чисел $0, 1, \dots, n$, что P^2 - тождественная подстановка и $P(a) \neq a$ для всех a .

Пусть S - некоторая такая функция на множестве чисел $0, 1, \dots, n$, что для всех a

$$(A) \quad S(a) = \pm 1, \quad S(a) + S(P(a)) = 0.$$

Такую пару $(P; S)$ будем называть подходящей парой.

Исходя из подходящей пары $(P; S)$ определим единичное векторное поле $v^n : S^n \rightarrow S^n$ на сфере S^n : если $x = (x_0, x_1, \dots, x_n)$, то $v^n(x) = (S(0)x_{P(0)}, S(1)x_{P(1)}, \dots, S(n)x_{P(n)})$.

Пусть теперь $(P_1; S_1), (P_2; S_2), \dots, (P_N; S_N)$ такая последовательность подходящих пар, что

$$(B) \quad P_{k_1} \circ P_{k_2} = P_{k_2} \circ P_{k_1} \quad \text{для любых } k_1, k_2 \quad (\circ - \text{произведение подстановок});$$

$$(C) \quad S_{k_1}(a) \cdot S_{k_2}(a) + S_{k_1}(P_{k_2}(a)) \cdot S_{k_2}(P_{k_1}(a)) = 0$$

для любых $k_1, k_2, k_1 \neq k_2, a = 0, 1, \dots, n$.

Рассмотрим соответствующие этим парам векторные поля $v_1^n, v_2^n, \dots, v_N^n$.

Предложение 1. Для любой точки $x \in S^n$ векторы $x, v_1^n(x), v_2^n(x), \dots, v_N^n(x)$ попарно взаимно ортогональны.

Из предложения 1 следует, что для доказательства теоремы Гурвица - Радона достаточно для всякого нечетного n построить последовательность подходящих пар в количестве $P(n)$, удовлетворяющих условиям (B) и (C).

Далее определяем подстановки P_k и функции S_k . Сперва для всякого $k \geq 1$ будем определять их на множестве всех целых неотрицательных чисел Z_0 .

Представим число $a \in Z_0$ в двоичной системе счисления:

$$a = \sum_i (a)_i \cdot 2^i, \quad \text{где } (a)_i = 0 \text{ или } 1.$$

Для любых чисел $a, b \in Z_0$ определим число $a * b$ формулами

$$1 * 0 = 0 * 1 = 1, \quad 0 * 0 = 1 * 1 = 0,$$

$$a * b = \sum_i ((a)_i * (b)_i) \cdot 2^i.$$

Пусть $k = 8m + l \geq 1$, где $7 \geq l \geq 0$. Определим отображение $P_k: Z_0 \rightarrow Z_0$ формулами:

$$\text{если } m = 0, \text{ то } P_k(a) = 1 * a;$$

$$\text{если } m > 0, \text{ то } P_k(a) = 2^{4m-1}(2l + 1) * a.$$

Отметим, что значения $P_k(a)$ в случае $7 \geq k \geq 1$, $7 \geq a \geq 0$ совпадают с нижним индексом a -той координаты вектора $v_k^7(x)$.

Предложение 2. P_k - биективное отображение множества Z_0 , $P_k(a) \neq a$ для любого a и P_k^2 - тождественное отображение множества Z_0 . Кроме того, $P_{k_1} \circ P_{k_2} = P_{k_2} \circ P_{k_1}$ для любых k_1, k_2 .

Предложение 3. Для нечетного n ограничение отображения P_k на множество чисел $0, 1, \dots, n$ является подстановкой этого множества тогда и только тогда, когда $\rho(n) \geq k \geq 1$.

Теперь определим функции S_k . Составим матрицу S размерами 7×8

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

в которой элемент $S_k(l)$, стоящий на пересечении k -той строки ($k \geq 1 \geq 1$) с l -тым столбцом ($7 \geq l \geq 0$) определяется как знак ± 1 , стоящий перед l -той координатой вектора $v_k^7(x)$.

Наша цель - доопределить значения $S_k(l)$ для всех $k \geq 1$ и $l \geq 0$.

Для всякого $a \geq 0$ и $m \geq 0$ определим числа $a^{[m]}$ и $T_m(a)$ формулами

$$a^{[m]} = (a)_{4m} + 2(a)_{4m+1} + 4 \cdot (a)_{4m+2};$$

$$T_m(a) = (-1)^{\sum_{i=1}^m (a)_{4i-1}}$$

Ясно, что $7 \geq a^{[m]} \geq 0$, $T_m(a) = \pm 1$.

Для произвольного $k = 8m + l \geq 1$, где $m \geq 0$, $7 \geq l \geq 0$, и для любого $a \geq 0$ определим значение $S_k(a)$ формулами

$$S_k(a) = T_{m-1}(a), \text{ если } l = 0, m > 0;$$

$$S_k(a) = T_m(a) \cdot S_1(a^{[m]}), \text{ если } l > 0.$$

Отметим, что при $m = 0$, $7 \geq a \geq 0$ эти формулы - тавтологические тождества.

Теперь, когда функции S_k полностью определены, составим счетную последовательность пар $(P_1, S_1), (P_2, S_2), \dots$.

Предложение 4. Для каждой пары (P_k, S_k) и для любого $a \in Z_0$ выполняется равенство (А). Для каждых различных k_1, k_2 и для любого $a \in Z_0$ выполняется равенство (С).

Теперь сформулируем основной результат данной статьи, который непосредственно следует из предложений 1-4.

Теорема. Пусть n - произвольное нечетное число, $\rho(n)$ - число Гурвица - Радона. Последовательность отображений $v_1^n, v_2^n, \dots, v_{\rho(n)}^n, S^n \rightarrow S^n$, где

$$v_k^n(x) = (S_k(0)x_{\rho_k(0)}, S_k(1)x_{\rho_k(1)}, \dots, S_k(n)x_{\rho_k(n)}), \quad x = (x_0, x_1, \dots, x_n) \in S^n,$$

а P_i и S_i - определенные выше подстановки и функции, задает $\rho(n)$ ортонормальных касательных векторных полей на единичной сфере S^n .

Поскольку построенные векторные поля v_k^n обладают свойством $v_k^n(-x) = -v_k^n(x)$, то поля $v_1^n, v_2^n, \dots, v_{\rho(n)}^n$ определяют ортогональные векторные поля на вещественном проективном пространстве $R P^n$.

Ереванский государственный университет

Литература

1. Radon J. - Abh. Math. Sem. Hamburg. 1922. N1. P. 1-14.
2. Eckmann B. - Comm. Math. Helv. 1942/3. V. 15. N4. P. 358-366.
3. Хьюзмоллер Д. М. - Расслоение пространства. Мир. 1970. 442 с.

Հ. Հ. Օհնիկյան

Հուրվից - Ռադոնի թեորեմի վերաբերյալ

Հուրվից - Ռադոնի դասական թեորեմը հաստատում է, որ կենտ n -ի դեպքում R^{n+1} էվկլիդեսյան տարածության S^n միավոր սֆերայի վրա գոյություն ունեն $\rho(n)$ հատ շոշափող օրթոնորմալ վեկտորական դաշտեր:

Այս աշխատանքում բերվում է այդ թեորեմի նոր ապացույց՝ հիմնված վերոհիշյալ դաշտերի ուղղակի կառուցման վրա:

H. H. Ohnikyan

On a theorem of Radon – Hurwitz

The classical Hurwitz - Radon theorem states on the unit sphere S^n of $(n + 1)$ - dimensional Euclidean space (in case of odd n) there exists at least $\rho(n)$ tangent orthonormal vector fields, where $\rho(n)$ is the Hurwitz - Radon number. In the paper a new proof of the Hurwitz - Radon theorem is given. The proof is based on the construction of the above mentioned vector fields.

УДК 517.53

С. В. Мадоян

Некоторые свойства функций из F-алгебр Зигмунда в шаре и полидиске

(Представлено чл.-кор. НАН РА Г. Г. Геворкяном 15/XII 2004)

Пусть n - натуральное и $C^n = \{z = (z_1, \dots, z_n) : z_k \in C, 1 \leq k \leq n\}$. Обозначим $G = B_n = \{z \in C^n : |z_1|^2 + \dots + |z_n|^2 < 1\}$ или $G = U^n = \{z \in C^n : |z_k| < 1, 1 \leq k \leq n\}$ и, соответственно этим двум случаям, $\Gamma = S_n = \{z \in C^n : |z_1|^2 + \dots + |z_n|^2 = 1\}$ или $\Gamma = T^n = \{z \in C : |z_k| = 1, 1 \leq k \leq n\}$. На Γ существует естественная нормированная инвариантная относительно вращений Γ мера σ , совпадающая с обычной нормированной мерой Лебега (площадью) на сфере S_n в случае $\Gamma = S_n$ и являющаяся прямым произведением мер Лебега на единичных окружностях, составляющих тор T^n , в случае $\Gamma = T^n$. Символом $|z|$ для $z \in C$ в случае $G = B_n$ будем обозначать обычную евклидову норму вектора z , а в случае $G = U^n$ под $|z|$ будем понимать поликруговую норму $|z| = \max_{1 \leq k \leq n} |z_k|$, $z \in C$. В случае, когда $n = 1$, шар B_n и поликруг U^n совпадают с единичным кругом в комплексной плоскости C , сфера S_n и тор T^n совпадают с единичной окружностью, мера σ - с нормированным элементом длины на ней.

Голоморфную в G функцию f относят к классу $\varphi(N)$, φ - неубывающая неотрицательная функция вещественного аргумента на положительной полуоси, если

$$\sup_{0 \leq r \leq 1} \int_r \varphi(\log^+ |f(r\zeta)|) \sigma(d\zeta) < +\infty,$$

где $\log^+ a$ совпадает с $\log a$, когда $a > 1$ и $\log^+ a = 0$ для $0 \leq a < 1$. При $\varphi(t) = t$ получаем класс Неванлинны N в шаре и поликруге, при $\varphi(t) = e^{pt}$, $p > 0$ - классы Харди H^p . Полагая $\varphi(t) = t \log^+ t$, $\alpha > 0$, приходим к многомерным классам $N \log^\alpha N$, введенным в случае поликруга Зигмундом в [1, гл. XVII] (под обозначением H_α) и изучавшимся в обоих случаях в [2] ($\alpha = 1$) и в [3] ($\alpha \geq 1$), где, в частности, показано, что $N \log^\alpha N$ при $\alpha \geq 1$ образуют F-алгебры относительно естественных метрик.

По определению, голоморфная функция f в области G принадлежит классу $\varphi(M)$, если

$$\int_{\Gamma} \log^+ \sup_{0 \leq r \leq 1} |f(r\zeta)| \sigma(d\zeta) < +\infty.$$

При $\varphi(t) = t$ класс $\varphi(M) = M$ в случае шара введен Кимом, Паком и Чоу (см. [4], [5]); полагая в этом определении $\varphi(t) = t \log_+^\alpha t$, $\alpha > 0$, получаем многомерные классы $M \log^\alpha M$.

Известно, что функция f принадлежит классу $N \log^\alpha N$, $\alpha > 1$, тогда и только тогда, когда $f \in M$ и $\log^+ |f^*| \in L \log^\alpha L$, где $f^*(\zeta) = \lim_{\Gamma \rightarrow 1} f(r\zeta)$ - радиальные граничные пределы функции f на Γ (случай $\alpha = 1$ рассмотрен в [2],

случай $\alpha > 1$ в [3]). Последнее утверждение уточняет следующая

Теорема 1. *Функция f принадлежит $N \log^\alpha N$, $\alpha > 1$, тогда и только тогда, когда $f \in M \log^{\alpha-1} M$ и $\log^+ |f^*| \in L \log^\alpha L$.*

С учетом вложения $M \supset M \log^{\alpha-1} M$, $\alpha > 1$, и отмеченного выше результата [3] понятно, что нетривиальная часть уточнения содержит необходимость теоремы.

Хорошо известно, что многие топологические свойства F -алгебр голоморфных функций (например, представление линейных функционалов) устанавливаются через тейлоровские коэффициенты функций. Верна следующая теорема.

Теорема 2. *Если $f \in N \log^{\alpha-1} N$, $\alpha > 1$, то для коэффициентов Тейлора a_k кратного ряда Тейлора функции f ,*

$$f(z) = \sum_{k \in Z_+^n} a_k z^k, \quad z \in G, \quad (1)$$

справедлива оценка

$$a_k = C_{n,k} \exp \left[0 \left| \frac{(|k|^n)^{[1/(n+1)]}}{\log^\alpha |k|} \right. \right] \quad \text{при } |k| \rightarrow \infty, \quad (2)$$

в которой

$$C_{n,k} = \frac{\Gamma(n+|k|)}{\Gamma\left(n+\frac{|k|}{2}\right)} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{k}{2}+1\right)}{\Gamma(k+1)}, \quad \text{если } G = B_n, \quad \text{и } G_{n,k} = 1, \quad \text{если } G = U^n,$$

$$\Gamma\left(\begin{matrix} k \\ -+1 \\ 2 \end{matrix}\right) = \Gamma\left(\begin{matrix} k_1 \\ -+1 \\ 2 \end{matrix}\right) \dots \Gamma\left(\begin{matrix} k_n \\ -+1 \\ 2 \end{matrix}\right), \quad |k| = k_1 + \dots + k_n \text{ для } k \in \mathbb{Z}_+^n \text{ и}$$

$\Gamma(s)$, $s > 0$ – гамма-функция Эйлера.

Замечание. В случае поликруга $G = U^n$ оценка (2) может быть доказана в следующей, более точной форме:

$$|a_l| \leq \exp\left[\begin{matrix} \left(\frac{[1]}{\log^a[1]} \right)^{[1/(n+1)]} \\ 0 \end{matrix} \right] \text{ при } |l| \rightarrow +\infty, \quad (2')$$

где $[1]$ обозначает произведение всех тех l_k , $l = (l_1, \dots, l_n)$, которые отличны от нуля.

Государственный инженерный университет Армении

Литература

1. Зигмунд А. - Тригонометрические ряды. Т. 2. М. Мир. 1965.
2. Гаврилов В. И., Субботин А. В. - Матер. конф. "Вопр. функц. анализа и матем. физики." Баку. Чашиоглу. 1999. С. 240-251.
3. Մ. Վ. Մադրյան - Մաթեմատիկոսի բարձրագույն դպրոցում, 2003, N4, էջ, 21-28:
4. Kim H. O., Park Y. Y. - Tsukuba J. Math. 1992. V. 16. N 1. P. 11-18.
5. Choe B. R., Kim H. O. - Complex Variables. 1992. V. 20. P. 53-56.

Ս. Վ Մադոյան

**Գնդում և պոլիդիսկում Զիգմունդի F-հանրահաշիվների ֆունկցիաների որոշ
հատկություններ**

Հոդվածը պարունակում է նախկինում գնդում և պոլիդիսկում $Nlog^\alpha N$, $\alpha > 1$, F-հանրահաշիվների համար ստացված արդյունքների որոշ լրացումներ, ինչպես նաև այդ դասերի ֆունկցիաների թեյլորյան գործակիցների գնահատականներ:

S. V. Madoyan

Some Properties of Functions of Zigmund's F-algebras in Ball and Polydisk

This paper contains some complements of results found for F-algebras $Nlog^\alpha N$ in ball and polydisk as well as estimations of the Taylor coefficients of functions of these classes.

УДК 517.9

В. А. Яврян

Об обратной задаче Штурма - Лиувилля на конечном интервале

(Представлено академиком Н. У. Аракеляном 25/II 2005)

1. В пространстве $L_2(0, \pi)$ рассмотрим краевую задачу

$$-y'' + q(x)y = \lambda y, \quad x \in (0, \pi) \quad (1)$$

$$y'(0) - hy(0) = 0, \quad (2)$$

$$y'(\pi) + Hy(\pi) = 0, \quad (3)$$

где $q \in L_p(0, \pi)$, ($p = 1; 2$), h, H - вещественные числа, λ - комплексное число.Обозначим через $\varphi(x, \lambda)$ решение уравнения (1), удовлетворяющее условиям

$$\varphi(0, \lambda) = 1, \quad \varphi'(0, \lambda) = h.$$

Пусть $\lambda_0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots$ - собственные значения задачи (1)-(3) (иногда их будем обозначать более подробно $\lambda_n(q, h, H)$, $n = 0, 1, \dots$) и

$$\rho_n = \rho_n(q, h, H) = \left(\int_0^\pi \varphi^2(x, \lambda_n) dx \right)^{-1}.$$

Задача восстановления краевой задачи (1)-(3) по двум последовательностям $\{\lambda_n\}_0^\infty$ и $\{\rho_n\}_0^\infty$ как частный случай обратной задачи по спектральной функции решена в известной работе И. М. Гельфанда и Б. М. Левитана [1]. Она подробно изложена в монографиях [2,3] и обзорной статье [4].

В работах [5,6] условия на $\{\lambda_n\}_0^\infty$ и $\{\rho_n\}_0^\infty$ в классе $q \in L_2(0, \pi)$ даны в более явной форме. В этой статье, развивая метод Гельфанда - Левитана, обобщаются результаты [5,6] для более естественного класса $q \in L_1(0, \pi)$.

Лемма 1. *Равномерно для $x \in [0, \pi]$ имеем:*

$$\varphi(x, \lambda) = \cos sx + O \left(\frac{e^{tx}}{s} \right), \quad (4)$$

$$\varphi'(x, \lambda) = -s \sin sx + O(e^{tx}), \quad (5)$$

где $s = \sqrt{\lambda}$, $t = \operatorname{Im} s \geq 0$.

Существуют такие функции $f, g, h \in L_p(0, \pi)$, ($p = 1; 2$), что для $n > 0$ имеем

$$\sqrt{\lambda_n} = n + \frac{c}{\pi n} + \frac{1}{n} \int_0^{\pi} f(t) \cos ntdt, \quad (6)$$

$$\rho_n = \frac{2}{\pi} + \frac{1}{n} \int_0^{\pi} g(t) \sin ntdt, \quad (7)$$

$$(-1)^n \varphi(\pi, \lambda_n) = 1 + \frac{1}{n} \int_0^{\pi} h(t) \sin ntdt, \quad (8)$$

где

$$c = h + H + \frac{1}{2} \int_0^{\pi} q(t) dt.$$

Если вместо краевого условия (3) взять условие

$$y(\pi) = 0, \quad (9)$$

то для собственных значений $\mu_0 < \mu_1 < \dots$ задачи (1), (2), (9) будем иметь

$$\sqrt{\mu_n} = n + \frac{1}{2} + \frac{c_1}{\pi n} + \frac{1}{n} \int_0^{\pi} \chi(t) \cos(2n+1)t dt, \quad n > 0, \quad (10)$$

где

$$\chi \in L_p(0, \pi), \quad c_1 = h + \frac{1}{2} \int_0^{\pi} q(t) dt.$$

Доказательство этой леммы можно получить, если дополнить рассуждения §2 главы 1 из [7] некоторыми несложными выкладками.

С помощью асимптотических формул (6) и (7) доказывается

Теорема 1. *Ряд*

$$\sum_{n \geq 1} \left(\rho_n \cos \sqrt{\lambda_n} x - \frac{2}{\pi} \cos nx \right)$$

сходится на $[0, 2\pi]$, его сумма абсолютно непрерывная функция на $[0, 2\pi)$ и ее производная принадлежит $L_p(0, \pi)$, ($p = 1; 2$).

Пусть

$$\Phi(x) = \sum_{n \geq 1} \left(\rho_n \cos \sqrt{\lambda_n} x - \frac{2}{\pi} \cos nx \right) + \rho_0 \cos \sqrt{\lambda_0} x - \frac{1}{\pi}, \quad x \in [0, 2\pi),$$

$$\Phi(2\pi) = \Phi(2\pi - 0).$$

Обозначим

$$f(x,y) = \frac{1}{2} \left\{ \Phi(x+y) + \Phi(|x-y|) \right\}, \quad x, y \in [0, \pi].$$

Имеет место соотношение [1]

$$K(x,y) + f(x,y) + \int_0^x f(t,y)K(x,t)dt = 0, \quad (0 \leq y \leq x \leq \pi), \quad (11)$$

где $K(x,y)$ - ядро оператора преобразования для системы (1)-(3):

$$\varphi(x,\lambda) = \cos \sqrt{\lambda} x + \int_0^x K(x,y) \cos \sqrt{\lambda} y dy, \quad 0 \leq x \leq \pi. \quad (12)$$

Для фиксированного x (11) является интегральным уравнением Фредгольма, где неизвестной является $K(x,y)$. (11) есть известное интегральное уравнение Гельфанда - Левитана. Из асимптотической формулы (6) следует ([1], §11 или [4], §6), что уравнение (11) имеет единственное решение для любого $x \in [0, \pi]$. Можно показать, что $K(x,x)$ абсолютно непрерывная функция на $[0, \pi]$ и $q(x) = [1/2][d/dx]K(x,x) \in L_p(0, \pi)$. Одновременно получаем, что

$$h = - \sum_{n \geq 1} \left(\rho_n - \frac{2}{\pi} \right) - \left(\rho_0 - \frac{1}{\pi} \right), \quad (13)$$

$$H = - \sum_{n \geq 1} \left(\rho_n \varphi^2(\pi, \lambda_n) - \frac{2}{\pi} \right) - \left(\rho_0 \varphi^2(\pi, \lambda_0) - \frac{1}{\pi} \right). \quad (14)$$

Таким образом, справедлива

Теорема 2 (основная). Пусть последовательности $\lambda_0 < \lambda_1 < \dots$ и $0 < \rho_0 < \rho_1 < \dots$ удовлетворяют, соответственно, асимптотическим соотношениям (6) и (7), где s - некоторое число. Тогда существует вещественная функция $q \in L_p(0, \pi)$ и вещественные числа h и H такие, что $\lambda_n = \lambda_n$

(q, h, H) , $\rho_n = \rho_n(q, h, H)$, где h и H определяются формулами (13) и (14).

Следствие 1. *Чтобы возрастающая последовательность $\lambda_0 < \lambda_1 < \dots$ была последовательностью собственных значений некоторой краевой задачи (1) - (3), необходимо и достаточно выполнение асимптотического соотношения (6) при некотором c .*

2. Функция $q \in L_p(0, \pi)$ называется четной на $(0, \pi)$ (вернее четной относительно $x = [(\pi)/2]$), если $q(\pi-x) = q(x)$, $x \in (0, \pi)$. Если же, кроме того, $H = h$, то говорят, что тройка $\tilde{q} = \{q, h, h\}$ - четная. Если \tilde{q} - четная, то очевидно, что вместе с $\varphi(x, \lambda_n)$ собственной функцией задачи (1)-(3) будет также $\varphi(\pi-x, \lambda_n)$. Отсюда, применяя теорему Штурма о нулях $\varphi(x, \lambda_n)$, получаем, что $\varphi(\pi-x, \lambda_n) = (-1)^n \varphi(x, \lambda_n)$. При $x = 0$ имеем

$$\varphi(\pi, \lambda_n) = (-1)^n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (15)$$

Можно показать, что верно и обратное утверждение.

Лемма 2. *Для четности \tilde{q} необходимо и достаточно выполнение равенств (15).*

Из формулы Грина легко следует, что

$$\int_0^\pi \varphi^2(x, \lambda_n) dx = \varphi(\pi, \lambda_n) \dot{D}(\lambda_n), \quad (16)$$

где

$$D(\lambda) = -(\varphi'(\pi, \lambda) + H\varphi(\pi, \lambda)),$$

а $[D\dot{}]$ есть производная D по λ .

Таким образом,

$$\rho_n^{-1} = \varphi(\pi, \lambda_n) \dot{D}(\lambda_n). \quad (17)$$

Нули целой функции $D(\lambda)$ совпадают с λ_n , и из теоремы Адамара и оценок (4) и (5) следует, что

$$D(\lambda) = \pi(\lambda - \lambda_0) \prod_{n \geq 1} \frac{\lambda_n - \lambda}{n^2}.$$

Таким образом, $D(\lambda)$ и $\dot{D}(\lambda)$ однозначно определяются последовательностью $\{\lambda_n\}_0^\infty$. Из (17) следует

Теорема 3. *Если $\{\lambda_n\}_0^\infty$ - последовательность собственных значений задачи (1) - (3) при некотором $q_0 \in L_p(0, \pi)$, h_0 и H_0 , то существуют четная функция $q \in L_p(0, \pi)$ и число h такие, что $\lambda_n = \lambda_n(q, h, h)$.*

При этом h определяется формулой

$$h = - \sum_{n \geq 1} \left(\frac{1}{\dot{D}(\lambda_n)} - \frac{2}{\pi} \right) - \left(\frac{1}{\dot{D}(\lambda_0)} - \frac{1}{\pi} \right). \quad (18)$$

Действительно, если $\tilde{q} = \{q, h, h\}$ - искомая тройка, то из (15) и (17) следует, что $\rho_n^{-1} = (-1)^n \dot{D}(\lambda_n)$. Следовательно, $\rho_n = (-1)^n \rho_n^0 \varphi_0(\pi, \lambda_n)$.

Из (7) и (8) следует, что ρ_n удовлетворяет (7). Тогда из теоремы 2 и леммы 2 следует, что существуют четная функция q и число h такие, что $\lambda_n = \lambda_n(q, h, h)$. Формула (18) следует из (13).

В. Амбарцумян в [8] доказал теорему о том, что если $h = H = 0$ и $\lambda_n = n^2$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), то $q(x) = 0$. Она получила свое обобщение лишь спустя 54 года в замечательных работах [5] и [6]. Мы доказываем более общую теорему.

Теорема 4. Если $q \in L_1(0, \pi)$, $\hat{q} \in L_1(0, \pi)$, q - четная функция, то из

$$\lambda_n(q, h, h) = \lambda_n(\hat{q}, h, h), \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

следует, что $q(x) = \hat{q}(x)$ почти всюду в $[0, \pi]$.

Следствие 2. Если $\{\lambda_n\}_0^\infty$ удовлетворяет условию (б), то существует такое число h (оно определяется формулой (18)), что из $\lambda_n(r, h, h) = \lambda_n$, ($n = 0, 1, 2, \dots$) функция $r \in L_1(0, \pi)$ определяется единственным образом. Эта функция оказывается четной.

Приведем схему доказательства теоремы 4. Из (13) следует, что

$$\sum_{n \geq 1} (\hat{\rho}_n - \rho_n) = \sum_{n \geq 1} \rho_n \left(\frac{\hat{\rho}_n}{\rho_n} - 1 \right) = 0. \quad (19)$$

Так как q - четная, то из леммы 2, равенства (17) следует, что $\hat{\varphi}(\pi, \lambda_n) = (-1)^n \rho_n \hat{\rho}_n^{-1}$. Отсюда и из (14), учитывая, что $h = H$, получаем

$$h = \sum_{n \geq 1} \left(\frac{\rho_n^2}{\hat{\rho}_n} - \frac{2}{\pi} \right) - \left(\frac{\rho_0^2}{\hat{\rho}_0} - \frac{1}{\pi} \right),$$

что вместе с (13) дает

$$\sum_{n \geq 0} \left(\frac{\rho_n^2}{\hat{\rho}_n} - \rho_n \right) = \sum_{n \geq 0} \rho_n \left(\frac{\rho_n}{\hat{\rho}_n} - 1 \right) = 0. \quad (20)$$

После сложения (19) и (20) получаем

$$\sum_{n \geq 0} \rho_n \left(\frac{\hat{\rho}_n}{\rho_n} + \frac{\rho_n}{\hat{\rho}_n} - 2 \right) = 0.$$

Так как каждое слагаемое в этом равенстве неотрицательное и $\rho_n > 0$, то следует, что $\hat{\rho}_n = \rho_n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) и из условия теоремы 4 и теоремы Марченко о единственности получаем, что $\hat{q}(x) = q(x)$ почти всюду.

В работах [5] и [6] результаты п. 2 установлены для $q \in L_2(0, \pi)$.

3. Приведем одно применение теоремы 3.

Рассмотрим уравнение (1) на интервале $(0, [(\pi)/2])$ и краевые условия на правом конце:

$$y' \Big|_{\substack{(\pi) \\ (2)}} = 0, \quad (21)$$

$$y \Big|_{\substack{(\pi) \\ (2)}} = 0. \quad (22)$$

Пусть $\{\lambda_n\}_0^\infty$ - последовательность собственных значений задачи (1)-(3), где q - четная и $q \in L_p(0, \pi)$. Тогда $\varphi(\pi - x, \lambda_n) = (-1)^n \varphi(x, \lambda_n)$. Отсюда следует, что $\varphi([(\pi)/2], \lambda_{2n+1}) = 0$ и $\varphi'([(\pi)/2], \lambda_{2n}) = 0$.

Это означает, что $\{\lambda_{2n}\}_0^\infty$ и $\{\lambda_{2n+1}\}_0^\infty$ являются, соответственно, собственными значениями краевых задач (1), (2), (21) и (1), (2), (22). Отсюда с помощью следствия 1 и теоремы 3 можно доказать следующее утверждение.

Теорема 5. Пусть возрастающие последовательности $\{v_n\}_0^\infty$ и $\{\mu_n\}_0^\infty$ перемежаются:

$$v_0 < \mu_0 < v_1 < \mu_1 < \dots$$

и удовлетворяют асимптотическим формулам

$$\sqrt{v_n} = n + \frac{c_1}{n} + \frac{1}{n} \int_0^\pi f_1(t) \cos nt dt,$$

$$\sqrt{\mu_n} = n + \frac{1}{2} + \frac{c_1}{n} + \frac{1}{n} \int_0^\pi \chi_1(t) \cos 2n + 1 t dt,$$

где $f_1, \chi_1 \in L_p(0, \pi)$, а c_1 - некоторое число.

Тогда существуют $q \in L_p(0, \pi)$ и число h такие, что $\{v_n\}_0^\infty$ и $\{\mu_n\}_0^\infty$ совпадают с собственными значениями задач (1), (2), (3) с $H = 0$ и (1), (2), (9), соответственно.

Следствие 3. *Чтобы возрастающая последовательность $\{\mu_n\}_0^\infty$ была последовательностью собственных значений некоторой краевой задачи (1), (2), (9), необходимо и достаточно выполнение асимптотического соотношения (10) при некотором c_1 .*

Ереванский государственный университет

Литература

1. Гельфанд И. М., Левитан Б. М. - Изв. АН АрмССР. Математика. 1951. Т. 15. С. 309 - 360.
2. Марченко В. А. Операторы Штурма - Лиувилля и их приложения. Киев. Наукова Думка. 1977.
3. Левитан Б. М. Обратные задачи Штурма - Лиувилля. М. Наука. 1984.
4. Левитан Б. М., Гасымов М. Г. - УМН. 1964. Т. 19. Вып. 2(116). С. 3-63.
5. Isaakson E. L., Trubowitz - Pure Appl. Math. 1983. V. 36. N 6. P. 763-783.
6. Isaakson E. L., McKean H. P., Trubowitz - Pure Appl. Math. 1984. V. 37. N 1. P. 1-12.
7. Левитан Б. М., Саргсян И. С. Введение в спектральную теорию. М. Наука. 1970.
8. Ambarzumian V. A. - Z. Physik. 1929. V. 53. S. 690-695.

Վ. Ա. Յավրյան

Վերջավոր միջակայքում Շտուրմ - Լուիվիլի հակադարձ խնդրի մասին

Աշխատանքում դիտարկվում է հետևյալ եզրային խնդիրը.

$$-y'' + q(x)y = \lambda y, \quad x \in (0, \pi), \quad q \in L_p(0, \pi), \quad (p = 1; 2), \quad (1)$$

$$y'(0) - hy(0) = 0, \quad y'(\pi) + Hy(\pi) = 0, \quad (2)$$

h -ը և H -ը իրական թվեր են:

Լուծվում է հետևյալ հարցը. ինչպիսի՞ն պետք է լինեն $\lambda_0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots$ և $0 < \rho_0 < \rho_1 < \dots$ հաջորդականությունները, որպեսզի նրանք լինեն (1), (2) տեսքի եզրային խնդրի սեփական արժեքները և նորմավորող թվերը: Այս հարցի պատասխանը տրված է այդ հաջորդականությունների ասիմպտոտիկ վարքի տերմիններով:

Քննարկվում է նաև միայն սպեկտրով և h ու H թվերով եզրային խնդրի միարժեք վերականգման հարցը:

V. A. Yavrian

On the inverse Sturm - Liouville problem on a finite interval.

In this paper the following boundary problem is being considered:

$$-y'' + q(x)y = \lambda y, \quad x \in (0, \pi), \quad q \in L_p(0, \pi), \quad (p = 1; 2), \quad (1)$$

$$y'(0) - hy(0) = 0, \quad y'(\pi) + Hy(\pi) = 0, \quad (2)$$

h and H are real numbers.

The following question is solved: Under which conditions the sequences $\lambda_0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots$ and $0 < \rho_0 < \rho_1 < \dots$ are the eigenvalues and the normalizing numbers for some boundary problem (1), (2). The answer is given in terms of an asymptotical behaviour of these sequences.

It is also studied the problem of unique restoration of the boundary problem (1), (2) by spectrum only and numbers h and H .

УДК 62-52 + 513.1

К. А. Согомонян

**Плоская бинарная модель четырехмерного пространства и
интерпретация мнимых элементов действительной евклидовой
плоскости**

(Представлено академиком А. А. Терзяном 18/X 2004)

Введение комплексных чисел в алгебру и развитие учения о мнимом привели к попыткам введения мнимых элементов и в геометрии. Геометрическую интерпретацию мнимых элементов посредством действительных образов впервые дал Штаудт в 1860 г. Эта интерпретация приводит к таким громоздким построениям, что приходится довольствоваться ее принципиальной возможностью и возвращаться к точке зрения, заключающейся в том, что мнимая точка есть совокупность комплексных чисел.

Для построения более простой, элементарной и чисто геометрической теории мнимых образов следовало бы представить основные положения в значительно более точной и наглядной форме.

Основным объектом нашего исследования будет вещественно-комплексная плоскость C^2 , которая содержит обычную действительную евклидову плоскость R^2 в качестве подмножества. Целью исследования является построение наглядной и с точки зрения применений простейшей конструктивной модели плоскости C^2 в R^2 , где действительные модели точек, прямых и других образов плоскости C^2 , не принадлежащие плоскости R^2 , будут изображать мнимые образы плоскости R^2 .

Известно, что плоскость C^2 гомеоморфна вещественному четырехмерному пространству R^4 [1], следовательно, точки плоскости C^2 можно изобразить точками пространства R^4 . Для этого будем использовать отображение

$$\psi : C^2 \rightarrow R^4,$$

где R^4 четырехмерное пространство с ортогональной системой координат x, y, z, t .

Отображение ψ осуществляется следующим образом (рис. 1).

Комплексно-координатные прямые плоскости C^2 отображаются плоскостями $U = (xz)$ и $V = (yt)$, в которые вводится комплексная структура:

$$U = x + zi, \quad V = y + ti.$$

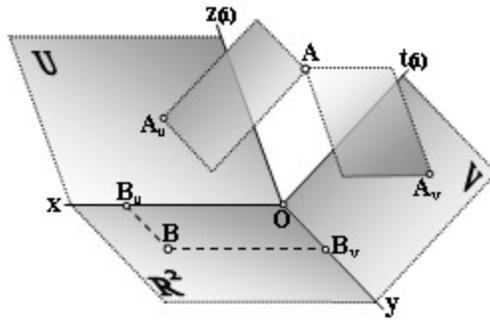


Рис. 1

Произвольная точка $A'(U',V') \in C^2$ отображается точкой $A(x,y,z,t) \in R^4$, т.е.

$$A'(U',V') \rightarrow A(x,y,z,t); \quad U' = A_u = x + zi, \quad V' = A_v = y + ti,$$

где точки A_u и A_v ортогональные проекции точки $A \in R^4$ соответственно на координатные плоскости U и V .

Очевидно, что действительная плоскость R^2 в ψ отображается на плоскость (xy) , и если $B_u \in x$, $B_v \in y$, то $B \in R^2$ - действительная точка.

Для удобства дальнейших построений будем использовать комплексный чертеж пространства R^4 , представляющий собой набор ортогональных проекций координатных плоскостей (xy) , (xt) , (yz) , (tz) , расположенных на плоскости так, как показано на рис. 2а.

Произвольную точку $A \in R^4$ на этом чертеже можно изобразить двумя произвольными основными проекциями A_{xt} и A_{yz} . С помощью этих основных проекций посредством горизонтальных и вертикальных линий связи можно построить действительную проекцию A_R (на плоскость xy) и чисто мнимую проекцию A_{im} (на плоскость tz) этой же точки.

На этом чертеже изобразим циклические точки I и J плоскости C^2 . В C^2 эти точки, как известно [2], являются несобственными точками изотропных прямых. Изотропные прямые, проходящие через начало координат, определяются уравнениями $V = iU$ и $V = -iU$.

Отделяя действительные и мнимые части этих уравнений, получим

$$I: \begin{cases} y = z \\ t = -x \end{cases} \quad \text{и} \quad J: \begin{cases} y = -z \\ t = x \end{cases},$$

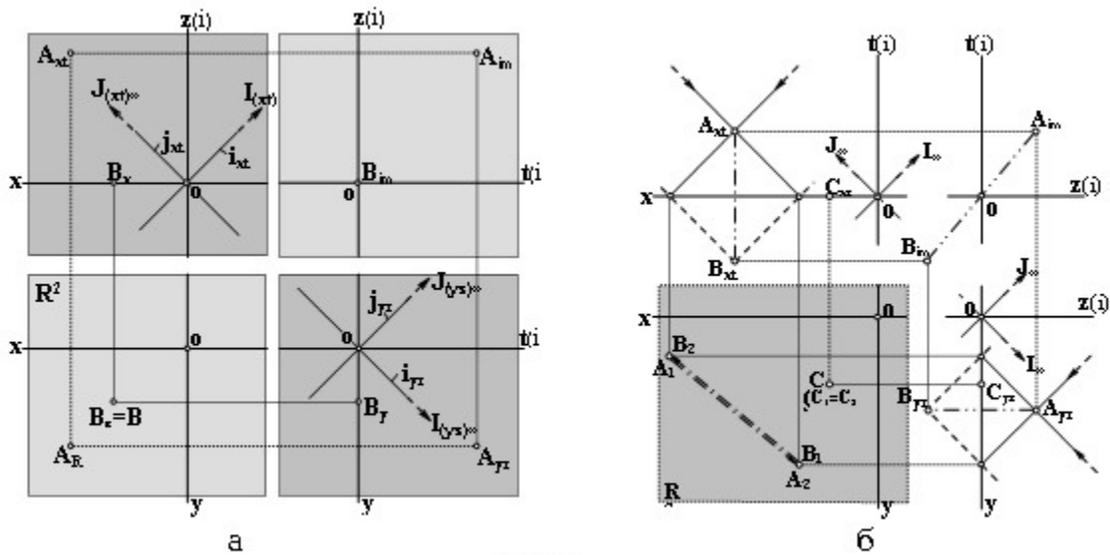


Рис. 2

которые в пространстве R^4 определяют две взаимно перпендикулярные плоскости. Они перпендикулярны также основным координатным плоскостям (xt) и (yz) . Значит, на чертеже (рис. 2,а) эти плоскости изобразятся парами основных проекций в виде прямых линий (i_{xt}, i_{yz}) и (j_{xt}, j_{yz}) . Несобственные точки $(I_{(xt)\infty}, I_{(yz)\infty})$ и $(J_{(xt)\infty}, J_{(yz)\infty})$ этих проекций на чертеже будут изображать циклические точки комплексной плоскости C^2 .

Следующим шагом для получения требуемой интерпретации является отображение $R^4 \rightarrow R^2$, которое не может быть взаимно однозначным. Поэтому будем использовать бинарное проекционное отображение. Исследования показывают, что наиболее простая интерпретация получается в том случае, когда в качестве двух центров проецирования выбираются вышеуказанные циклические точки I_∞ и $I_{\infty'}$.

Итак, рассмотрим бинарное проекционное отображение $\pi_{(I, I')} : R^4 \rightarrow R^2$, в результате которого для произвольной точки $A \in R^4$, в качестве интерпретации, в R^2 получаем упорядоченную пару проекций (A_1, A_2) , первая из которых является проекцией точки A из центра I_∞ , а вторая - из центра $I_{\infty'}$. Построение этих проекций показано на рис. 2,б. Из рисунка видно, что та же самая пара проекций с обратной индексацией (например $B_1 = A_2; B_2 = A_1$) интерпретирует точку $B' \in C^2$, сопряженную точке $A' : B' = \sigma(A')$.

Таким образом, в результате двух отображений ψ и π получается требуемая интерпретация: $A' \in C^2 \xrightarrow{\psi} A \in R^4 \xrightarrow{\pi} (A_1, A_2) \in R^2$, в которой любая упорядоченная пара точек (A_1, A_2) плоскости R^2 интерпретирует (изображает) определенную мнимую точку этой же плоскости.

Все действительные точки плоскости R^2 естественно считать как совпавшие пары. Например, в случае $C_1 = C_2$ имеем действительную точку, которую можно обозначить одной буквой C .

Теперь посмотрим, каким образом на R^2 интерпретируются сами центры проецирования -

циклические точки I и J. Так как в π точка I является первым центром проецирования, через который проходят все проецирующие изотропные прямые, то очевидно, что первой проекцией I можно считать любую точку плоскости R^2 . Второй проекцией точки I будет несобственная точка: $I_2 = \infty$. Так как $J = \sigma(I)$, то для точки J получаем обратную картину - первая проекция: $J_1 = \infty$, а в качестве второй проекции J_2 может служить любая точка плоскости R^2 .

Итак, в рассматриваемой интерпретации в качестве объекта "точка" следует рассматривать произвольную упорядоченную пару (A_1, A_2) обычных точек пополненной плоскости R^2 , причем:

- а) если $A_1 \neq A_2$, то имеем мнимую "точку" плоскости R^2 ;
- б) если $A_1 = A_2$, то имеем действительную "точку" $A \in R^2$;
- в) если $A_1 = B_2, A_2 = B_1$, то $(A_1, A_2) = \sigma(B_1, B_2)$ (мнимо-сопряженные точки);
- г) пара (A_1, ∞) интерпретирует циклическую точку I (A_1 - произвольная);
- д) пара (∞, A_2) интерпретирует циклическую точку J (A_2 - произвольная).

Пусть проекция A_1 в R^2 имеет декартовы координаты $x_1; y_1$, а проекция $A_2 - x_2; y_2$. Пара (A_1, A_2) интерпретирует точку $A'(U, V) \in C^2$, где

$$U = x + zi, \quad V = y + ti.$$

Нетрудно установить, что отображение $A' \xrightarrow{\psi\pi} (A_1, A_2)$ определяется формулами:

$$A_1: \begin{cases} x_1 = x + t \\ y_1 = y - z \end{cases}; \quad A_2: \begin{cases} x_2 = x - t \\ y_2 = y + z \end{cases}. \quad (1)$$

Обратное отображение определяется формулами:

$$U = \frac{x_1 + x_2}{2} + i \frac{y_2 - y_1}{2}; \quad V = \frac{y_1 + y_2}{2} + i \frac{x_1 - x_2}{2}. \quad (2)$$

В плоскости R^2 вводим комплексную структуру $W = x + iy$, а проекции A_1 и A_2 будем соответственно описывать комплексными переменными:

$$W_1 = x_1 + iy_1; \quad W_2 = x_2 + iy_2,$$

тогда формулы (3) и (4) соответственно примут вид:

$$\begin{cases} W_1 = \bar{U} + V \\ W_2 = U - \bar{V} \end{cases}; \quad (3)$$

$$\begin{cases} U = \frac{\overline{W}_1 + W_2}{2} \\ V = \frac{W_1 - \overline{W}_2}{2} \end{cases} . \quad (4)$$

Интерпретация "прямой". В плоскости C^2 рассмотрим произвольную прямую $V = KU + B$, где $K, B \in C$. Используя формулы (4) отображения $C^2 \xrightarrow{\psi\pi} R^2$, получим образ этой прямой в R^2 в виде следующего уравнения:

$$W_2 = \begin{pmatrix} i - K \\ i + K \end{pmatrix} \overline{W}_1 - \frac{2B}{i + K} . \quad (5)$$

Уравнением (5) в R^2 определяется некоторое преобразование $\varphi : R^2 \rightarrow R^2$, которое в общем случае является подобием, обращающим ориентацию плоскости R^2 , т.е. $\varphi \in \text{Sim}^-(R^2)$. Преобразование φ , как известно [3], либо является скользящей симметрией, либо имеет единственную неподвижную точку ω и совпадает с композицией некоторой гомотетии с центром ω и симметрии относительно прямой, проходящей через ω (причем гомотетия и симметрия коммутируют). Итак:

Каждое подобие $\varphi \in \text{Sim}^-(R^2)$ в плоскости R^2 интерпретирует некоторую "прямую" плоскости C^2 , а каждая пара точек (A_1, A_2) , где $A_2 = \varphi(A_1)$, интерпретирует некоторую "точку", принадлежащую этой прямой.

Если в R^2 совместить начало координатной системы $(x_1 = x_2; y_1 = y_2)$ с точкой ω и обозначить: $\mu = [(i - K)/(i + K)]$; ($\mu \in C$), то уравнение (5) примет вид

$$W_2 = \mu \cdot \overline{W}_1 , \quad (5^*)$$

что в свою очередь можно представить как композицию

$$W_1' = |\mu| \cdot W_1 ; \quad (6)$$

$$W_2 = \frac{\mu}{|\mu|} \cdot \overline{W}_1' . \quad (7)$$

Уравнением (6) определяется гомотетия с центром ω и коэффициентом $|\mu|$, а уравнением (7) - симметрия относительно прямой q , проходящей через ω , с угловым коэффициентом $\text{tg}(1/2 \arg \mu)$.

Итак, в общем случае ($K; B \in C$) преобразование $\varphi : R^2 \rightarrow R^2$, интерпретирующее "прямую", на

\mathbb{R}^2 конструктивно задается точкой ω , осью q и коэффициентом $|\mu|$ (рис.3,а). Очевидно, что эти элементы можно задавать с помощью четырех действительных параметров. Единственной действительной точкой этой "прямой" будет неподвижная точка ω , а все остальные, ей принадлежащие мнимые точки (A_1, A_2) можно построить следующим образом.

Для произвольной первой проекции A_1 находим гомотетичную ей точку A_1' : $\omega A_1' = |\mu| \cdot \omega A_1$, а затем получаем искомую вторую проекцию A_2 , симметричную точке A_1' относительно оси q .

В зависимости от коэффициентов $(K; B)$ уравнения (5) получаем следующие частные случаи:

а) $K \in \mathbb{R}; B \in \mathbb{C}$. В этом случае $|\mu| = 1, \text{tg}(1/2 \arg \mu) = K$, имеется единственная несобственная неподвижная точка ω_∞ и, следовательно, преобразование $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ является скользящей симметрией относительно оси q .

б) $K \in \mathbb{R}; B \in \mathbb{R}$. Имеется множество неподвижных точек, заполняющих всю ось q ($|\mu| = 1, \text{tg}(1/2 \arg \mu) = K$), следовательно, преобразование $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ в этом случае представляет собой обычную симметрию относительно оси q . Очевидно, только в этом случае "прямая" будет иметь действительную часть, в виде действительной прямой (q) плоскости \mathbb{R}^2 .

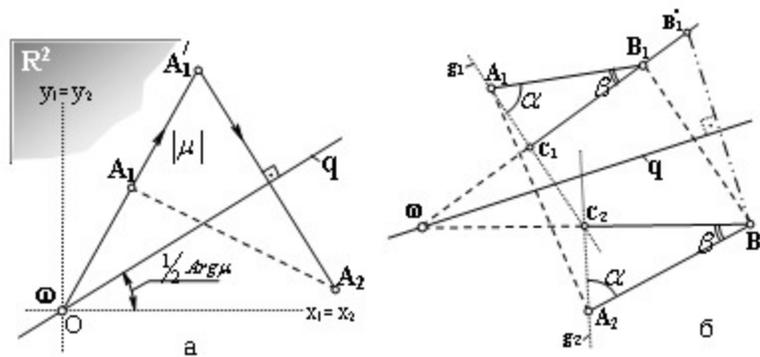


Рис. 3

Так как $\varphi \in \text{Sim}^-(\mathbb{R}^2)$ определяется заданием двух произвольных пар соответствующих точек, любая "прямая" в \mathbb{R}^2 определяется заданием двух "точек" (мнимых или действительных). Пусть "прямая" задана двумя произвольными мнимыми точками (A_1, A_2) и (B_1, B_2) . Элементы ω, q и $|\mu|$ подобия φ , интерпретирующего заданную "прямую", можно построить следующим образом (рис. 3,б).

Через точку A_1 проводим прямую g_1 параллельно прямой B_1B_2 и находим ее образ g_2 в φ . Для этого достаточно построить равные, но обратно ориентированные углы

$$(A_2 \tilde{B}_2, g_2) = (A_1 \tilde{B}_1, g_1) = \alpha.$$

Рассмотрим точку $C_2 = g_1 \cap g_2$ и находим ее прообраз C_1 в φ . Для этого достаточно построить равные, но обратно ориентированные углы

$$(A_1 \hat{B}_1 C_1) = (A_2 \hat{B}_2 C_2) = \beta.$$

Нетрудно доказать, что прямые $B_1 C_1$ и $B_2 C_2$ пересекаются в искомой неподвижной точке ω , ось q представляет собой биссектрису угла $(B_1 \hat{\omega} B_2)$, а коэффициент гомотетии $|\mu| = [(\omega B_2)/(\omega B_1)] = [(\omega C_2)/(\omega C_1)] = [(\omega A_2)/(\omega A_1)]$.

При задании "прямой" двумя "точками" необходимо выделить тот частный случай, когда обе заданные "точки" действительные (A и B). В этом случае имеем множество неподвижных точек, расположенных на действительной прямой $\langle AB \rangle$, а φ превращается в обычную осевую симметрию относительно этой же прямой. Очевидно, что в этом случае "прямая" является множеством мнимосопряженных точек.

Интерпретация "окружности". В плоскости C^2 рассмотрим произвольную "окружность"

$$(U - u_0)^2 + (V - v_0)^2 = \rho^2, \quad (8)$$

где $u_0, v_0 \in C$ - комплексные координаты центра, а $\rho \in C$ - комплексный радиус. Из формул (4)

перехода $C^2 \xrightarrow{\psi\pi} (R^2)$ получим следующие уравнения:

$$W_2 = \frac{w_{02} \overline{W_1} + \rho^2 - w_{02} \overline{w_{01}}}{\overline{W_1} - \overline{w_{01}}} \quad (9)$$

или

$$\overline{W_1} = \frac{\overline{w_{01}} W_2 + \rho^2 - w_{02} \overline{w_{01}}}{W_2 - w_{02}}, \quad (9^*)$$

которые в R^2 определяют интерпретацию "окружности" (8), причем "точка" (w_{01}, w_{02}) , где $\overline{w_{01}} = u_0 - iv_0$; $w_{02} = u_0 + iv_0$, интерпретирует ее мнимый центр.

Функция (9) является однозначной, сопряженно дробнолинейной функцией на полной комплексной плоскости $W \equiv R^2$, имеющей единственную особую точку w_{01} - полюс первого порядка. Обратная функция (9*) также является однозначной, с особой точкой w_{02} . При этом

точка w_{01} переходит в точку ∞ , а точка ∞ переходит в точку w_{02} . "Точки" (w_{01}, ∞) и (∞, w_{02}) интерпретируют циклические точки I, J, принадлежащие любой "окружности".

Такая функция, как известно [3], осуществляет конформное преобразование $\delta : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, обращающее ориентацию плоскости \mathbb{R}^2 , т.е. $\delta \in \text{Conf}^-(\mathbb{R}^2)$. Однозначность преобразования δ обеспечивается условием

$$\Delta = \begin{vmatrix} w_{02} & \rho^2 - w_{02} \overline{w_{01}} \\ 1 & -\overline{w_{01}} \end{vmatrix} = -\rho^2 \neq 0.$$

При $\Delta = 0$ имеем "окружность" нулевого радиуса, которая, как известно, представляет собой пару изотропных прямых, проходящих через ее "центр". В этом случае преобразование δ распадается на два тривиальные соответствия $w_{01} \rightarrow \mathbb{R}^2$ и $w_{02} \rightarrow \mathbb{R}^2$, интерпретирующие эти изотропные "прямые" в \mathbb{R}^2 .

Рассмотрим конструктивные вопросы задания "окружностей" в \mathbb{R}^2 . Для этого начало координатной системы в \mathbb{R}^2 удобно совместить с точкой w_{01} . Тогда уравнение (9) примет следующий, более простой вид:

$$W_2 = \frac{\rho^2}{\overline{W_1}} + w_{02}. \quad (10)$$

При $\rho \neq 0$ уравнение (10) можно представить в виде

$$W_2 = e^{i2\varphi} \frac{|\rho^2|}{\overline{W_1}} + w_{02}, \quad (11)$$

где $\varphi = \arg \rho$.

Полагая $W_2' = \frac{|\rho^2|}{\overline{W_1}}$ (инверсия радиусом ρ), получаем

$$W_2 = e^{i2\varphi} W_2' + w_{02}. \quad (12)$$

Значит, δ является композицией инверсии (с центром w_{01} и радиусом ρ), вращения (вокруг w_{01} на угол 2φ) и переноса (на вектор $w_{01} w_{02}$).

Итак, в общем случае $(u_0, v_0, \rho \in \mathbb{C})$ преобразование $\delta : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, интерпретирующее "окружность", в \mathbb{R}^2 конструктивно можно задавать "центром" (w_{01}, w_{02}) и "радиусом" ρ (рис. 4,а).

Доказывается, что "окружность" в этом случае может иметь не более двух действительных точек. Принадлежащие ей мнимые точки (A_1, A_2) можно построить следующим алгоритмом:

- Находим точку A'_1 , которая соответствует произвольно заданной первой проекции A_1 в инверсии с центром w_{01} и радиусом $|\rho|$.
- Вращая точку A'_1 вокруг w_{01} на угол 2φ ($\varphi = \arg \rho$), находим точку A''_1 .
- Переносом точки A''_1 на вектор $w_{01}w_{02}$ находим искомую проекцию A_2 .

Когда "окружность" имеет действительный центр и действительный радиус ($u_0, v_0, \rho \in \mathbb{R}$), интерпретирующее ее преобразование $\delta : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ превращается в инверсию относительно этой действительной окружности.

Любое конформное преобразование $\delta \in \text{Con}f(\mathbb{R}^2)$ плоскости \mathbb{R}^2 , как известно, определяется заданием трех произвольных пар соответствующих точек. Следовательно, любая "окружность" в \mathbb{R}^2 определяется заданием трех "точек" (мнимых или действительных).

Пусть "окружность" задана тремя произвольными мнимыми точками (A_1, A_2) , (B_1, B_2) , (C_1, C_2) (рис. 4,б). Тогда "центр" (w_{01}, w_{02}) и "радиус" ρ заданной "окружности" можно построить следующим образом.

- В силу конформности преобразования δ очевидно, что окружность e_1 (A_1, B_1, C_1) переходит в окружность e_2 , проходящую через точки A_2, B_2, C_2 .
- Образом прямой $m_1 = A_1B_1$ является окружность m_2 , которая проходит через A_2, B_2 и с окружностью e_2 образует угол, равный углу между m_1 и e_1 .
- Образом прямой $n_1 = A_1C_1$ является окружность n_2 , которая проходит через A_2, C_2 и с окружностью e_2 образует угол, равный углу между n_1 и e_1 .

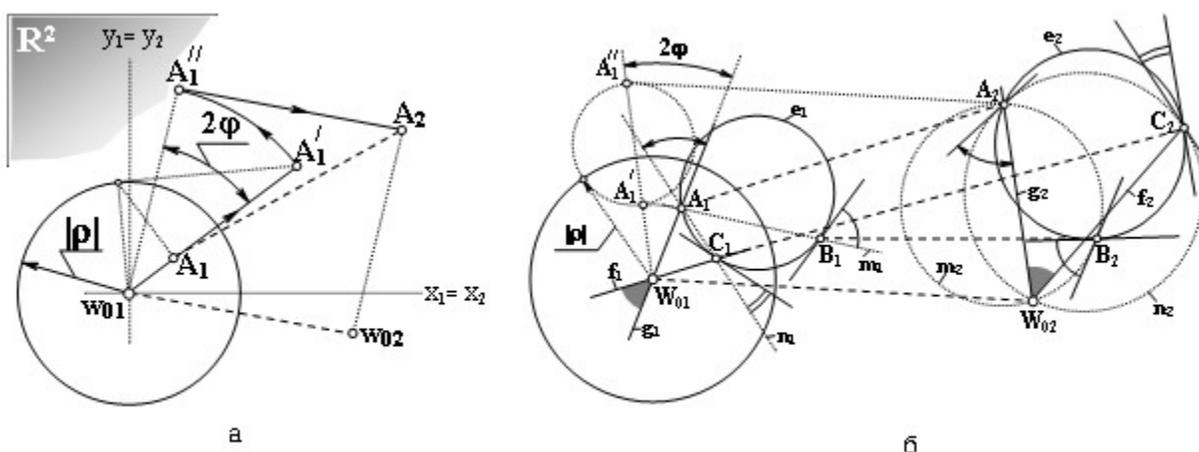


Рис. 4

- Точке ∞ , через которую проходят прямые m_1 и n_1 , соответствует точка $w_{02} = m_2 \cap n_2$, которая будет второй проекцией искомого "центра".

- Прямые $g_2 = w_{02}A_2$ и $f_2 = w_{02}C_2$ в преобразовании δ^{-1} переходят в g_1 и f_1 , построение которых осуществляется с использованием сохранения углов.
- Точке ∞ , через которую проходят прямые g_2 и f_2 , в δ^{-1} соответствует точка $w_{01} = g_1 \cap f_1$, которая будет первой проекцией искомого "центра".
- Для определения "радиуса" ρ (комплексное число) достаточно построить точку $A_1^{\#}$, перенеся проекцию A_2 на вектор $w_{02}w_{01}$. Тогда

$$|\rho| = \sqrt{|w_{01}A_1^{\#}| \cdot |w_{01}A_1|}; \quad \text{Arg } \rho = \varphi = \frac{(\widehat{w_{01}A_1^{\#}, w_{01}A_1})}{2}.$$

Метрика. Интерпретацию евклидовой метрики плоскости C^2 в R^2 можно получить исходя из интерпретации "окружности". Действительно, расстояние d между двумя "точками" (A_1, A_2) , (B_1, B_2) равно "радиусу" "окружности" с "центром" (B_1, B_2) , проходящей через "точку" (A_1, A_2) .

Следовательно, евклидовым расстоянием d между этими "точками" является комплексное число, модуль которого равен средней геометрической от длин отрезков A_1B_1 и A_2B_2 : $|d| = \sqrt{|A_1B_1| \cdot |A_2B_2|}$, а аргумент φ этого числа равен половине угла между векторами B_1A_1 и B_2A_2 :

$$\text{Arg } d = \varphi = \frac{(\widehat{B_1A_1, B_2A_2})}{2}.$$

Государственный инженерный университет Армении

Литература

1. *Розенфельд Б. А.* Неевклидовы геометрии. М. ГИТТЛ. 1955. 744 с.
2. *Шабат Б. В.* Введение в комплексный анализ. М. Наука. 1969. 576 с.
3. *Берже М.* - Геометрия. 1984. М. Мир. Т. 1. 560 с.
4. *Согомонян К. А.* Линейно-конструктивные методы формообразования (геометрическое моделирование). Ереван. Айастан. 1990. 214 с.
5. *Согомонян К. А., Туманян К. А., Даллакян Дж. Н.* - Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2003. Т. 56. N 3. С. 476-481.

Կ. Հ. Սողոմոնյան

**Քառաչափ տարածության հարթ բինար մոդելը և իրական եվկլիդյան հարթության
կեղծ տարրերի մեկնությունը**

Որպես R^2 իրական եվկլիդյան հարթության երկրաչափական կեղծ տարրեր դիտվում են այդ հարթությունն իր մեջ ընդգրկող C^2 կոմպլեքս հարթության այն տարրերը, որոնք չեն պատկանում R^2 -ին: Այս տարրերի մեկնությունը R^2 -ում ստանալու համար նախ դիտարկվում է C^2 հարթության իզոմորֆ արտապատկերումը R^4 քառաչափ տարածության վրա, ապա R^4 տարածության պրոյեկցիոն բինար արտապատկերումը R^2 հարթության վրա:

Ամենապարզ մեկնությունը ստացվում է այն դեպքում, երբ իբրև պրոյեկտման կենտրոններ են ծառայում C^2 հարթության ցիկլային կետերի կերպարները R^2 տարածության մեջ:

K. H. Soghomonyan

**The Four-dimensional Plane Binary Model and the Explanation of the False Elements
of the Euclid Plane**

The elements of the complex plane C^2 including the mentioned plane are considered as the R^2 real Euclid plane geometric false elements. These elements do not belong to R^2 . To obtain the explanation of these elements in R^2 , first it is considered the isomorphic representation of C^2 plane on the four-dimensional space R^4 and then the binary projective representation of the space R^2 on the R^2 plane.

It has been proved that the simplest explanation is obtained in the case, when the images of the cyclic points of the C^2 plane are considered to be projecting centres in the space R^4 .

УДК 621.3.11.25

С. С. Карапетян, Б. М. Мамиконян

Исследование динамических характеристик сложных систем

(Представлено академиком А. А. Терзяном 27/1 2005)

Исследование динамических характеристик сложных систем, таких, как гидросооружения, атомные электростанции, плотины водохранилищ, является актуальной задачей, особенно для сейсмоопасных регионов. В ходе долгосрочной эксплуатации в теле сооружения происходят необратимые процессы, которые могут отрицательно проявляться при землетрясениях. Для установления степени сейсмической стойкости сооружения необходимо определить параметры и спектральный состав сейсмических колебаний основания сооружения, а также реакцию сооружения на сейсмические воздействия разной силы. Достаточно сложными динамическими системами являются высокие плотины действующих водохранилищ. При исследовании сейсмической стойкости плотины необходимо учитывать следующие основные факторы, определяющие характер её динамического поведения: нестационарность сейсмического воздействия и взаимодействия сооружения с основанием и жидкой средой; характер распространения волн в основании, жидкости и сооружении; пространственные условия работы сооружения; неоднородности материала основания и плотины. Теоретическое определение сейсмической стойкости плотин с учётом перечисленных факторов связано с большими трудностями аналитического и вычислительного характера. Поэтому для решения поставленных задач используются экспериментально-теоретические методы [1,2].

Исследование выполнено на плотине Гегардаличского водохранилища в Республике Армения. Территория водохранилища находится в зоне $I \geq 9$ - балльной интенсивности при ожидаемом максимальном горизонтальном ускорении (ОМГУ) $A_{\max} = 0.4g$ для средних грунтовых условий. С целью уточнения допустимых МГУ различных точек тела плотины были проведены инструментальные исследования. Возбуждение колебаний грунтов основания и тела плотины производилось с помощью ряда тестовых взрывов небольшой мощности на расстоянии 450 м от основания плотины вдоль нормали к её створу. Разработанная и использованная система мониторинга включает: сеть точек наблюдения за сейсмическими событиями, где размещаются сейсмометрические приборы: многоканальный регистрационный комплекс, содержащий сейсмоприёмники, аналоговый коммутатор, АЦП, компьютер, коммуникации. Точки наблюдения определялись по известной методике [3], которая позволяет уверенно выявить интересующие формы собственных колебаний плотины. Весь комплекс сейсмоприёмников и регистрационной системы с программным обеспечением разработан и изготовлен в СОКТИ НАН РА [4]. Для регистрации скоростей смещения наблюдаемых точек использованы сейсмоприёмники типа С-069 (модификация сейсмоприёмника СМ-3) с частотой собственных колебаний 0.3 Гц. Полученные от сейсмоприёмников осциллограммы записей преобразованы в цифровой код и введены в

компьютер для последующей обработки. Сравнительно низкий частотный диапазон (0 - 20 Гц) сейсмических сигналов позволяет коммутировать выходные сигналы сейсмоприёмников, поочерёдно подключая их к измерительному каналу. Для коммутации использован коммутатор аналоговых сигналов С-036, имеющий следующие характеристики: число каналов: однополярных - 64; дифференциальных - 32; входное напряжение 0...1 В; выходное напряжение 0...10 В; коэффициент усиления 10; подавление помех при дифференциальном соединении 500 раз.

В качестве АЦП использован стандартный модуль типа А116-5-STB фирмы LAN Automatic. Модуль выполнен в стандарте MicroPC и предназначен для преобразования 16-ти аналоговых сигналов напряжения или тока в 14/12-разрядный цифровой код. Модуль выполнен в виде платы и вставляется непосредственно в слоты компьютера IBM PC. Основные метрологические характеристики платы: 14/12-разрядный АЦП: 0...+5/± 10 В; 0...5/ 0...20 мА; 8 изолированных цифровых выходов; внутренние тестовые сигналы (REF = 2.5 V, AGND); ОЗУ выборка 16 К слов; запуск АЦП: программный или по таймеру; считывание из АЦП: в режиме опроса, по прерыванию или по каналу DMA; время преобразования АЦП 6 мкс; время установления входов и/или изменения коэффициентов усиления 3.6 мкс; степень подавления поперечных помех < - 80 дБ; входное сопротивление > 10 МОм; коэффициент усиления: 1, 2, 5, 10 (1, 10, 100, 1000); точность измерения с усреднением до ± 0.1 МЗР; скорость выдачи данных из АЦП с переключением входов и изменением коэффициента усиления по DMA: 100000 выб/с.

Определение ОМГУ по высоте створа плотины решается с помощью эмпирических передаточных функций или их временных аналогов - импульсных переходных функций. При этом делается допущение, что система "плотина - жидкость - основание" при сейсмических воздействиях линейна. В принципе определение сейсмических нагрузок следует выполнять на основе нелинейной теории сейсмостойкости. Однако результаты использования нелинейной теории показывают, что сейсмические силы, определённые по линейной теории сейсмостойкости, больше, чем определённые с учётом упруго-пластического деформирования системы. Следовательно, для оценки запаса прочности и устойчивости плотины вполне оправданно вычисление сейсмических ускорений в линейной постановке задачи. Таким образом, считаем, что плотина является линейной системой с постоянными параметрами. Для такой системы последовательности входного и выходного сигналов связаны соотношением типа свёртки

$$u(x,t) = \int_0^t h(x,t - \tau)w(\tau)d\tau, \quad (1)$$

где t - время, $w(t)$ - входная последовательность (перемещение, скорость или ускорение основания плотины); $u(x,t)$ - выходная последовательность или отклик плотины в точке x (x_1, x_2, x_3, \dots); $h(x,t)$ - импульсная переходная функция (ИПФ) системы в точке x .

Как известно, ИПФ $h(x,t)$ является исчерпывающей характеристикой системы и полностью определяет её динамические свойства. Если экспериментальным путём определить входную

$w(t)$ и выходную $u(x,t)$ последовательности, то ИПФ может быть найдена из выражения (1). Определённая таким образом ИПФ даёт возможность вычисления отклика плотины на любое произвольное воздействие, например, на потенциально ожидаемое землетрясение. Основным методом решения поставленной задачи служит математический аппарат преобразования Фурье. Применяя это преобразование к выражению (1), получаем

$$U(x,\omega) = H(x,\omega)W(\omega), \quad (2)$$

откуда определяем передаточную функцию (ПФ)

$$H(x,\omega) = U(x,\omega)/W(\omega), \quad (3)$$

где $W(\omega)$ и $U(x,\omega)$ - преобразования Фурье экспериментально зарегистрированных последовательностей входного воздействия (основание плотины) и отклика (точки x тела плотины); $H(x,\omega)$ - ПФ плотины между входом и точкой x .

Для вычисления отклика точки x плотины на реальное сейсмическое воздействие достаточно умножить частотную характеристику этого воздействия на ПФ и с помощью обратного преобразования Фурье перейти во временную область:

$$u^*(x,t) = F^{-1}[H(x,\omega)W^*(\omega)], \quad (4)$$

где $W^*(\omega)$ - преобразование Фурье реального сейсмического воздействия, например, полученной акселерограммы; $u^*(x,t)$ - отклик в точке x .

Известно [5], что интегральные уравнения типа (1) составляют один из классов некорректных задач. Решение (3) может не существовать, а если и существует, то не обладает свойством устойчивости к ошибкам экспериментально определённых функций $u(x,t)$ и $w(t)$. С физической точки зрения ПФ $H(x,\omega)$ реальной системы стремится к нулю при $|\omega| \rightarrow \infty$. В нашем случае особый интерес представляет спектральный состав сейсмических воздействий в интервале (0,07...30) Гц. Поэтому с достаточной точностью можно считать, что функция $H(x,\omega) \equiv 0$ вне некоторого интервала $(\omega_1 \dots \omega_2)$, т. е. $h(x,t)$ является функцией с финитным спектром [6]. Учитывая данное обстоятельство, можно определить устойчивую к помехам ПФ следующим образом:

$$H_f(\omega) = H(\omega)f(\omega), \quad (5)$$

где $f(\omega)$ - стабилизирующий множитель, являющийся полосовым фильтром. С учётом выражения (5) получаем из (4) устойчивую расчётную формулу

$$u_f^*(x,t) = F^{-1}[H_f(x,\omega)W^*(\omega)], \quad (6)$$

Для определения ОМГУ необходимо иметь характеристики (акселерограмму) реального сейсмического воздействия для исследуемого объекта. Для расчетов ответственных объектов (атомные электростанции, гидросооружения и др.) используется исходная информация в виде акселерограмм с соответствующим амплитудным уровнем, продолжительностью и спектральным составом колебаний. При недостаточно полной инструментальной информации (отсутствие акселерограмм сильных землетрясений для данных районов) производится выдача синтетических акселерограмм или реальных записей-аналогов других местностей. Для площадки Гегардаличской плотины использовался так называемый "двухколенчатый" метод подбора акселерограмм-аналогов, суть которого заключается в следующем.

1. Из множества акселерограмм подбираются такие, которые соответствуют землетрясениям, возможным в данном районе. Они в основном соответствуют тем параметрам, которые максимально возможны для данного района (потенциально опасны для исследуемой площадки). Такая грубая классификация позволила произвести первичный подбор акселерограмм.

2. Вторая ступень представляет собой более детализованный подход. Техника подбора акселерограмм-аналогов заключалась в том, что по ранее произведенным оценочным значениям A_{\max} , $T_{\text{пр}}$ и t (максимальное ускорение грунта, преобладающий период колебаний грунта, ширина импульса) выбирались те акселерограммы, которые наиболее соответствовали акселерограммам из первичной группы.

При этом учитывались также другие косвенные показатели: приблизительная идентичность грунтовых условий, механизмы очагов землетрясений и т. д. По принципу этого подхода на основе оценочных расчетных значений параметров A_{\max} , $T_{\text{пр}}$ и t для исследуемого гидросооружения выбрана акселерограмма-аналог EUREKA, COMP N79E, 21.12.1954 г. (США).

По изложенной здесь методике определены для Гегардаличского водохранилища эпюры распределения ОМГУ по высоте створа плотины. Определение эпюры ОМГУ по результатам одного взрыва (взрыв №3) состоит из следующих этапов.

1. Регистрация с помощью сигналов сейсмоприёмников скоростей смещения точек наблюдения (точки $i = 1, 2, 3, 4, 5$), расположенных по высоте плотины по различным профилям; при этом точка $i = 5$ располагалась на грунте в непосредственной близости от верхнего бьефа плотины и принималась в качестве входной по отношению к точкам 1, 2, 3 и 4, а точка 2 профиля Пр-1, для которой в качестве примера представлены ниже кривые, располагалась на середине гребня плотины (рис. 1,а,б).

2. Вычисление спектров Фурье образов экспериментально зарегистрированных записей (амплитудные спектры представлены на рис. 1,в,г):

$$V_i(\omega) = F[v_i(t)], \quad i = 1, 2, 3, 4, 5.$$

3. Определение ПФ: $H_{i5}(\omega) = V_i(\omega)/V_5(\omega)$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$.

4. Фильтрация ПФ с помощью полосового фильтра: $H_{i5}^f(\omega) = H_{i5}(\omega)f(\omega)$.

Амплитудные спектры отфильтрованных и сглаженных ПФ показаны на рис. 1, д, импульсные переходные функции $h_{15}^f(t)$ - на рис.1, е.

5. Анализ акселерограммы (рис. 2, а) выбранного исходного реального сейсмического воздействия, вычисление Фурье-образа ускорения этого воздействия:

$$Y_0(\omega) = F[y_0^u(t)].$$

Амплитудный спектр выбранной акселерограммы показан на рис. 2,б.

6. Получение частотных характеристик откликов от воздействия $y_0^u(t)$:

$$X_i(\omega) = Y_0(\omega) H_{15}^f(\omega), \quad i = 1, 2, 3, 4, 5.$$

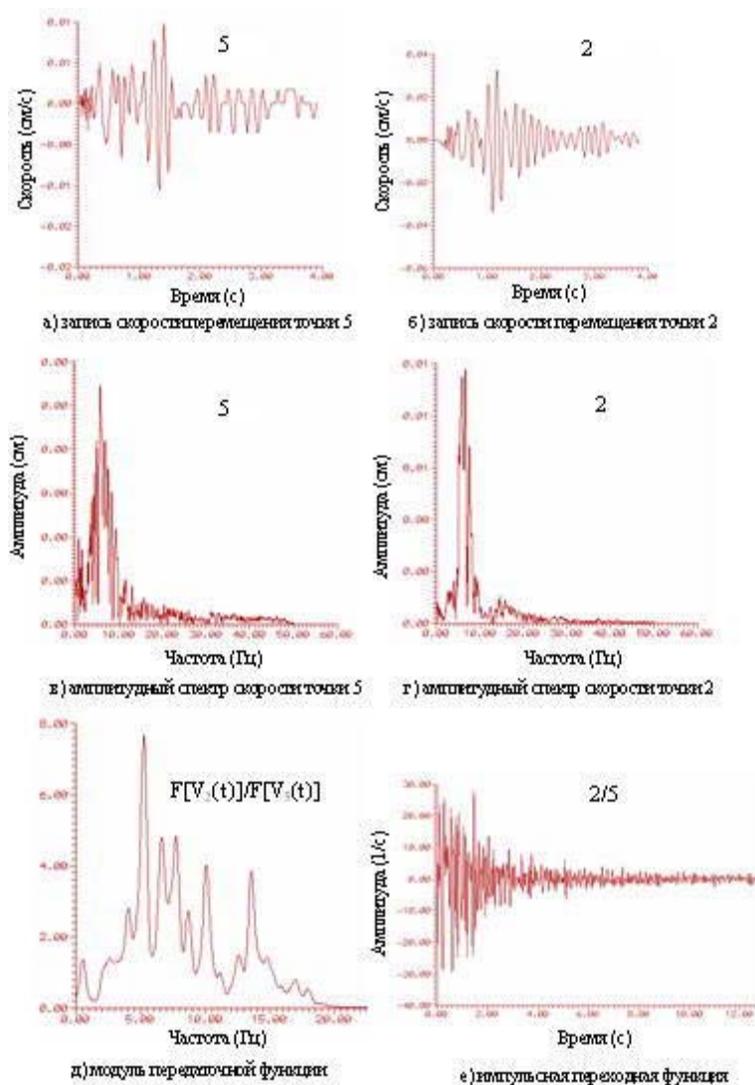


Рис. 1. Временные и частотные характеристики (взрыв №3)

Амплитудный спектр отклика в точке 2 показан на рис. 2, в.

7. Вычисление ускорений от реального сейсмического воздействия в точках наблюдений:
 $= F^{-1}[X_i(\omega)], i = 1, 2, 3, 4, 5.$
8. Вычисление абсолютных ускорений (рис. 2, г):

$$x_{abi}''(t) = x_i''(t) + y_0''(t), \quad i = 1, 2, 3, 4, 5.$$

9. Определение максимального значения абсолютного ускорения

$$A_{\max}^i = \max |x_{abi}''(t)|.$$

Эпюры ОМГУ по высоте створа плотины по точкам трёх профилей Пр-1 (по середине плотины), Пр-2 и Пр-3 по результатам двух характерных взрывов (взрыв №2 и взрыв №3) представлены на рис.3. Теоретически значения вычисленных ускорений в соответствующих точках должны совпадать независимо от номера эксперимента (номера взрыва), так как вычисляемые импульсные переходные функции являются внутренними и постоянными характеристиками плотины и не зависят от номера эксперимента. Результаты

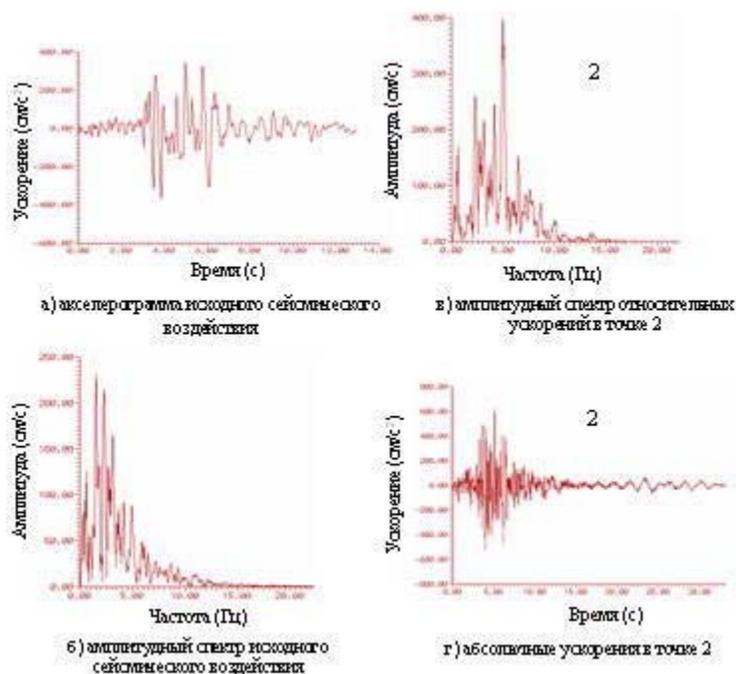


Рис. 2. Временные и частотные характеристики (исходное сейсмическое воздействие)

численных расчётов неплохо согласуются с теорией. Так, в точке №1 вычисленное ускорение при взрыве №2 равно 7.429 м/с^2 , при взрыве №3 ускорение в той же точке равно 7.317 м/с^2 , разница составляет всего 1.5%. Максимальная разница получилась в точке №2: здесь при взрыве №2 значение ускорения равно 7.266 м/с^2 , а при взрыве №3 - 6.206 м/с^2 , разница составляет 14.6%.

Материал данного исследования можно использовать при проектировании плотин с целью правильного учёта сейсмических сил, а также разработки необходимых антисейсмических мероприятий, а методика исследования применима также и для других гидросооружений и атомных электростанций.

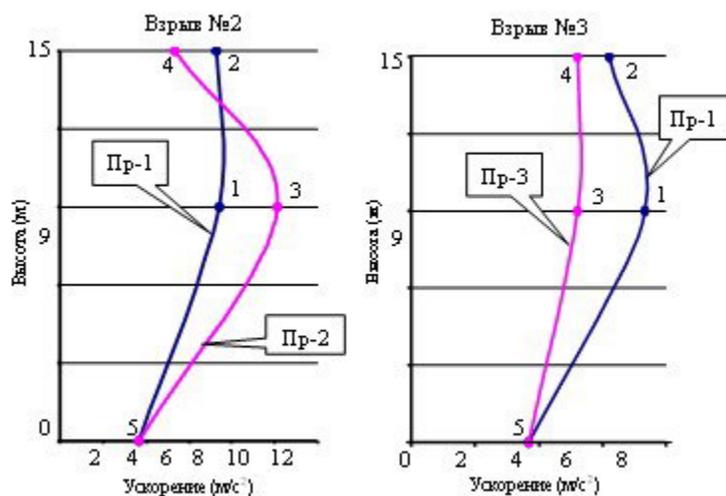


Рис. 3. Эпюры ОМГУ по высоте плотины

Государственный инженерный университет Армении,
Гюмрийский филиал

Литература

1. *Карпетян С. С., Бабаян Т. О., Манукян Л. А.* - Сб. науч. трудов конференции, посвящённой памяти А. Г. Бабаджаняна. Гюмри. Изд-во "Гитутюн" НАН РА. 1999. С. 281-289.
2. *Карпетян С.* - Сб. науч. трудов конференции, посвящённой 60-летию основания НАН РА (28-31 октября 2003 г., г. Гюмри). Гюмри. Изд-во "Гитутюн" НАН РА. 2004. С. 258-262.
3. *Напетваридзе Ш. Г.* Вопросы организации инженерно-сейсмометрической службы на плотинах из местных материалов. Душанбе. Дониш. 1968. 40 с.
4. *Сарксян Р., Карпетян С., Саргсян К.* - Сб. науч. трудов конференции, посвящённой 40-летию основания ИГИС им. А. Назарова НАН РА (9-12 октября 2001 г., г. Гюмри). Гюмри. Изд-во "Гитутюн" НАН РА. 2002. С. 401-405.
5. *Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.* Методы решения некорректных задач. М. Наука. 1986. 224 с.
6. *Тихонов А. Н., Самарский А. А.* Уравнения математической физики. М. Наука. 1977. 724 с.

Ս. Ս. Կարապետյան, Բ. Մ. Մամիկոնյան

Բարդ համակարգերի դինամիկ բնութագրերի հետազոտումը

Որպես բարդ համակարգի օրինակ դիտարկվել է Գեղարդալճի ջրամբարի բարձր պատվարը: Նման օբյեկտների դինամիկ հատկությունների որոշման և ստուգման խնդիրը հրատապ է, հատկապես դրանց սեյսմակայունությունը պարզելու առումով: Բերված են օգտագործված չափիչ-գրանցիչ համակարգի նկարագրությունը, հետազոտության մեթոդիկան և արդյունքները: Կառուցված են սպասվող առավելագույն հորիզոնական արագացումների էպյուրներն ըստ պատվարի բարձրության: Ստացված արդյունքները կարելի է օգտագործել պատվարների նախագծման ընթացքում սեյսմիկ ուժերի ճիշտ հաշվառման համար, ինչպես նաև անհրաժեշտ հակասեյսմիկ միջոցառումների մշակման նպատակով:

S. S. Karapetyan, B. M. Mamikonyan

Investigation of Compound Systems Dynamic Characteristics

In the article there are stated the method and results of dynamic parameters measuring with the aim of seismic stability determination of functioning Geghardalich water storage dam in Republic of Armenia. By experimental-theoretical method the epures of expected maximal horizontal accelerations (EMHA) are constructed on dam location height in its different profiles. The article's main regulations can be used in monitoring of other hydroconstructions and atomic power plants.

УДК 62.50

В. Р. Барсегян

Задача приоритетного оптимального управления движением и управляемость линейных систем

(Представлено академиком Ю. Г. Шукурьяном 17/II 2005)

Рассматриваются задача приоритетного оптимального управления движением несколькими управляющими воздействиями и управляемость линейных систем. Приведены условия вполне управляемости нестационарной и стационарной систем. Показано, что отдельно по каждому управляющему воздействию система может быть не вполне управляемой, однако в совокупности этих управляющих воздействий такая система может стать вполне управляемой. Для решения задачи приоритетного оптимального управления движением после построения оптимальных управляющих воздействий проводится минимизация критерия качества по параметрам, характеризующим приоритетность управляющих воздействий.

1. Рассмотрим следующую линейную систему:

$$\dot{x} = A(t)x + \sum_{i=1}^k \alpha_i B^{(i)}(t)u^{(i)}, \quad (1.1)$$

где $x \in R^n$, $A(t) - (n \times n)$, $B^{(i)}(t) - (n \times r_i)$ -мерные матрицы, элементы которых измеримые ограниченные функции, $u^{(i)}$ - r_i -мерные вектор-столбцы управляющих воздействий (i -ый управляющий орган). Предполагается, что управляющие воздействия $u^{(i)} \in P_i \subset R^{r_i}$, где P_i ($i = 1, 2, \dots, k$) - замкнутые ограниченные множества, а параметры $\alpha_i \in [0, 1]$ характеризуют i -ый орган управления ($u^{(i)}$) и являются коэффициентами его приоритетности.

Определение. Систему (1.1) назовем вполне управляемой на отрезке времени $[t_0, t_1]$, если из совокупности $\{u^{(1)}, \dots, u^{(k)}\}$ управлений могут быть найдены такие управления, под воздействием которых систему (1.1) можно перевести из любого начального положения $x(t_0)$ в любое конечное положение $x(t_1)$.

Для исследования управляемости системы (1.1) целесообразно ввести следующие обозначения:

$$B(t, \alpha) = (\alpha_1 B^{(1)}(t), \dots, \alpha_k B^{(k)}(t)), \quad U = \begin{pmatrix} u^{(1)} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u^{(k)} \end{pmatrix}. \quad (1.2)$$

Здесь матрица $B(t, \alpha)$ имеет размерность $(n \times m)$, $m = \sum_{i=1}^k r_i$, через α обозначена совокупность параметров $(\alpha_1, \dots, \alpha_k)$, размерность вектор-столбца U равна m .

С учетом введенных обозначений уравнение (1.1) примет следующий вид:

$$\dot{x} = A(t)x + B(t, \alpha)U. \quad (1.3)$$

Предположим, что элементы матриц $A(t)$ и $B(t, \alpha)$ имеют непрерывные производные по t соответственно вплоть до $(n - 2)$ -ого и $(n - 1)$ -ого порядка по крайней мере в окрестности некоторой точки $t = t_*$ из отрезка $[t_0, t_1]$, и в окрестности точки t_* введем матрицы $L_k(t, \alpha)$ следующими рекуррентными соотношениями:

$$L_1(t, \alpha) = B(t, \alpha), \quad L_j(t, \alpha) = A(t)L_{j-1}(t, \alpha) - \frac{dL_{j-1}(t, \alpha)}{dt} \quad (j = 2, \dots, n). \quad (1.4)$$

Согласно [1] имеет место следующая теорема о достаточном условии полной управляемости для нестационарной системы (1.3).

Теорема 1. Пусть на отрезке $[t_0, t_1]$ существует точка $t = t_*$, в которой ранг матрицы

$$K(t, \alpha) = \{L_1(t, \alpha), \dots, L_n(t, \alpha)\} \quad (1.5)$$

равен n . Тогда система (1.3) вполне управляема на отрезке $[t_0, t_1]$.

Если система (1.3) стационарна, т.е.

$$\dot{x} = Ax + B(\alpha)U, \quad (1.6)$$

то матрица $K(t, \alpha)$, имеющая вид (1.5), согласно (1.4) приобретет следующий простой вид:

$$K(\alpha) = \{B(\alpha), AB(\alpha), \dots, A^{n-1}B(\alpha)\}. \quad (1.7)$$

Теорема 2. Для того чтобы стационарная система (1.6) была вполне управляемой на любом отрезке $[t_0, t_1]$, необходимо и достаточно, чтобы матрица управляемости $K(\alpha)$ (1.7) имела ранг равный n .

Доказательство этих теорем аналогично доказательству теорем в [1].

Необходимо отметить, что при наличии возможности управления системой несколькими управляющими органами $u^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, k$) свойство полной управляемости приобретает особое значение. Так, в задачах приоритетного выбора управления, например, при двух управляющих органах, возможно, что система будет вполне управляемой по одному управляющему органу, а по другому - не вполне управляемой. Или отдельно по каждому управляющему органу система может быть не вполне управляемой, однако в совокупности этих двух управляющих органов такая система может стать вполне управляемой.

Рассмотрим следующую стационарную систему:

$$\dot{x} = Ax + \alpha_1 b^{(1)} u^{(1)} + \alpha_2 b^{(2)} u^{(2)}, \quad (1.8)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, \quad b^{(1)} = \begin{pmatrix} b_1^{(1)} \\ b_2^{(1)} \end{pmatrix}, \quad b^{(2)} = \begin{pmatrix} b_1^{(2)} \\ b_2^{(2)} \end{pmatrix}.$$

По каждому управляющему органу (по управлениям $u^{(1)}$ и $u^{(2)}$, при $\alpha_1 \neq 0$, $\alpha_2 \neq 0$) матрицы управляемости имеют вид

$$K_i(\alpha_i) = \begin{pmatrix} \alpha_i b_1^{(i)} & \alpha_i (a_{11} b_1^{(i)} + a_{12} b_2^{(i)}) \\ \alpha_i b_2^{(i)} & \alpha_i (a_{21} b_1^{(i)} + a_{22} b_2^{(i)}) \end{pmatrix} \quad (i = 1, 2),$$

а по совокупности обоих управляющих органов матрица управляемости будет

$$K(\alpha_1, \alpha_2) = \begin{pmatrix} \alpha_1 b_1^{(1)} & \alpha_2 b_1^{(2)} & \alpha_1 (a_{11} b_1^{(1)} + a_{12} b_2^{(1)}) & \alpha_2 (a_{11} b_1^{(2)} + a_{12} b_2^{(2)}) \\ \alpha_1 b_2^{(1)} & \alpha_2 b_2^{(2)} & \alpha_1 (a_{21} b_1^{(1)} + a_{22} b_2^{(1)}) & \alpha_2 (a_{21} b_1^{(2)} + a_{22} b_2^{(2)}) \end{pmatrix}.$$

Чтобы система (1.8) по каждому управляющему органу была не вполне управляемой, а по совокупности обоих органов была вполне управляемой, параметры этой системы должны удовлетворять следующим условиям:

$$\text{rang } K_i(\alpha_i) \neq 2, \quad (i = 1, 2), \quad \text{rang } K(\alpha_1, \alpha_2) = 2. \quad (1.9)$$

В частности для системы (1.8) справедлива следующая лемма.

Лемма. Пусть выполнены следующие условия: $a_{11} = a_{22}$, $a_{12} = a_{21}$, $a_{11} + a_{21} \neq 0$, $\alpha_1 \neq 0$, $\alpha_2 \neq 0$, $b_1^{(1)} = -b_2^{(1)} \neq 0$, $b_1^{(2)} = b_2^{(2)} \neq 0$. Тогда система (1.8) по отдельным управлениям $u^{(1)}$ и $u^{(2)}$ не вполне управляема, а по совокупности управлений $u^{(1)}$, $u^{(2)}$ вполне управляема.

Доказательство леммы проводится непосредственной проверкой условий (1.9).

Примером такой системы является:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + 2x_2 + \alpha_1 u_1 - \alpha_2 u_2 \\ \dot{x}_2 = 2x_1 + x_2 + \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 \end{cases},$$

для которой матрицы управляемости имеют следующий вид:

$$K_1(\alpha_1) = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 3\alpha_1 \\ \alpha_1 & 3\alpha_1 \end{pmatrix}, \quad K_2(\alpha_2) = \begin{pmatrix} -\alpha_2 & \alpha_2 \\ \alpha_2 & -\alpha_2 \end{pmatrix}, \quad K(\alpha_1, \alpha_2) = \begin{pmatrix} \alpha_1 & -\alpha_2 & 3\alpha_1 & \alpha_2 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & 3\alpha_1 & \alpha_2 \end{pmatrix}.$$

2. Задачу приоритетного выбора оптимального управления движением сформулируем следующим образом [2].

Требуется найти оптимальные управляющие воздействия $u^{(i)}$ на отрезке времени $[t_0, t_1]$ и параметры $\alpha_i \in [0, 1]$ ($i = 1, 2, \dots, k$), с помощью которых система (1.1) переводится из заданного начального положения $x(t_0)$ в заданное конечное положение $x(t_1)$ и доставляет функционалу

$$\chi[u_1, \dots, u_k] = \left(\int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^k \|u^{(i)}\|^2 dt \right)^{1/2} = \left(\int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^k \left(\sum_{j=1}^{r_i} (u_j^{(i)})^2 \right) dt \right)^{1/2} \quad (2.1)$$

наименьшее возможное значение.

Для решения этой задачи, записывая формулу Коши для системы (1.1) (или системы (1.3)) и учитывая начальные и конечные значения фазового вектора, получим следующее интегральное соотношение:

$$\int_{t_0}^{t_1} H[t_1, \tau, \alpha] U dt = C, \quad (2.2)$$

где матрица $H[t_1, \tau, \alpha] = X[t_1, \tau] B(\tau, \alpha) = X[t_1, \tau] \sum_{i=1}^k \alpha_i B^{(i)}(\tau)$, $X[t_1, \tau]$ - фундаментальная матрица

решений однородной части системы (1.1), а

$$C = x(t_1) - X[t_1, t_0]x(t_0). \quad (2.3)$$

Элементы матрицы $H[t_1, \tau, \alpha]$ линейно зависят от параметров α_i ($i = 1, 2, \dots, k$).

Учитывая введенные обозначения (1.2), функционал (2.1) можно записать так:

$$\chi[U] = \left(\int_{t_0}^{t_1} \|U\|^2 dt \right)^{1/2} = \left(\int_{t_0}^{t_1} \left(\sum_{j=1}^m U_j^2 \right) dt \right)^{1/2}. \quad (2.4)$$

Рассматривая задачу отыскания минимума (2.4) с условием (2.2) как проблему моментов [1], вычислим

$$\rho_0^2(\alpha) = \min_n \sum_{\substack{i \\ \sum_i l_i c_i = 1}} \sum_{j=1}^n \beta_{ij}(\alpha) l_i l_j, \quad (2.5)$$

где

$$\beta_{ij}(\alpha) = \sum_{v=1}^m \int_{t_0}^{t_1} h_v^{(i)}[t_1, \tau, \alpha] h_v^{(j)}[t_1, \tau, \alpha] dt \quad (i, j = 1, \dots, n),$$

$h^{(i)}[t_1, \tau, \alpha]$ - вектор-строка матрицы $H[t_1, \tau, \alpha]$.

Используя метод неопределенных множителей Лагранжа, относительно неизвестных l_1, \dots, l_n, λ , будем иметь систему алгебраических уравнений

$$\sum_{j=1}^n \beta_{ij}(\alpha) l_j = -\lambda c_i, \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2.6)$$

с условием $\sum_{i=1}^n l_i c_i = 1$.

Решение этой системы представится в виде

$$l_i^0(\alpha) = \frac{\Delta_i(\alpha)}{\sum_{j=1}^n c_j \Delta_j(\alpha)},$$

где определители $\Delta_i(\alpha)$ получаются из главного определителя $\det\{\beta_{ij}(\alpha)\}$ системы (2.6) заменой i -ого столбца вектор-столбцом C (2.3).

Имея $l_i^0(\alpha)$, из (2.5) получим

$$\rho_0^2(\alpha) = \sum_{i,j=1}^n \beta_{ij}(\alpha) l_i^0(\alpha) l_j^0(\alpha).$$

Оптимальные управляющие воздействия будут

$$U_j^0(t, \alpha) = \frac{1}{\rho_0^2(\alpha)} h_j(t, \alpha) \quad (j = 1, \dots, m), \quad \text{где } h_j(t, \alpha) = \sum_{i=1}^n l_i^0(\alpha) h_{ij}(t_1, t, \alpha).$$

Минимальное значение функционала (2.4) зависит от параметров $\alpha_i \in [0, 1]$

$$\chi^2[U^0(\alpha)] = \frac{1}{\rho_0^2(\alpha)} = \chi^2[u^{(1)0}(\alpha_1, \dots, \alpha_k), \dots, u^{(k)0}(\alpha_1, \dots, \alpha_k)]. \quad (2.7)$$

С помощью выбора подходящего коэффициента приоритетности органов управления α_i ($i = 1, 2, \dots, k$) можно обеспечить более минимальное значение для выражения (2.7), т.е.

$$\begin{aligned} & \chi^2[u^{(1)0}(\alpha_1^0, \dots, \alpha_k^0), \dots, u^{(k)0}(\alpha_1^0, \dots, \alpha_k^0)] = \\ & = \min_{\alpha_i \in [0, 1]} \chi^2[u^{(1)0}(\alpha_1, \dots, \alpha_k), \dots, u^{(k)0}(\alpha_1, \dots, \alpha_k)] \quad (i = 1, \dots, k). \end{aligned}$$

Найденные значения $\alpha_1^0, \dots, \alpha_k^0$ соответствуют приоритетным оптимальным управляющим воздействиям $u^{(i)0}(t, \alpha_1^0, \dots, \alpha_k^0)$, ($i = 1, \dots, k$).

Ереванский государственный университет

Литература

1. *Красовский Н. Н.* - Теория управления движением. М. Наука. 1968. 476 с.
2. *Габриелян М. С., Барсегян В. Р.* - Тезисы докладов. 8-го междунар. семинара памяти Е. С. Пятницкого. М. 2004. С. 36-37

Վ. Ռ. Բարսեղյան

**Գծային համակարգերի շարժման, ըստ կարևորության, դեկավարելիությունը և
օպտիմալ դեկավարումը**

Ուսումնասիրված է մի քանի դեկավարող ազդեցություններով, որոնցից յուրաքանչյուրն ունի իր բնութագրիչ պարամետրը, գծային համակարգի դեկավարելիությունը և նրա շարժման, ըստ կարևորության, օպտիմալ դեկավարման խնդիրը: Բերված են ոչ ստացիոնար և ստացիոնար համակարգերի լրիվ դեկավարելիության պայմանները: Ցույց է տրված, որ, ըստ առանձին դեկավարումների, համակարգը կարող է լինել ոչ լրիվ դեկավարելի, իսկ նրանց համախմբությամբ՝ լրիվ դեկավարելի: Օպտիմալ դեկավարման խնդրի լուծման համար օպտիմալ դեկավարող ազդեցությունների կառուցումից հետո որակի հայտանիշի հաջորդ մինիմալացումը կատարվում է դեկավարումների կարևորությունը բնութագրող պարամետրերի ընտրությամբ:

V. R. Barseghyan

**The Problem of the Prior Optimal Control of the Movement and Controlability of the
Linear Systems**

In this paper the problem of the prior optimal control of the movement of the several controlling influences and controlability of the linear systems are considered. Complete controlling conditions of the nonstationary and stationary systems are given. It is shown that the system can be incompletely controllable due to each controlling influence, but due to their unity they can be completely controllable. For the solving problem of the prior optimal control of the movement, after building optimal controlling influences, the minimization of the quality criteria is done by the parameters, characterizing the priority of the controlling influences.

УДК 531.8

Г. З. Геворгян, Р. М. Киракосян

Уравнения и соотношения анизотропных пластин переменной толщины при учете поперечных эффектов

(Представлено академиком С. А. Амбарцумяном 30/XI 2004)

Вопросы уточнения теории пластин постоянной толщины достаточно обстоятельно и полно рассмотрены в [1-6] и др. Эти вопросы для многослойных оболочек переменной жесткости обсуждены в [7] и [8]. В [9] предложен один вариант уравнений и соотношений, учитывающих влияние поперечных сдвигов, нормального напряжения σ_z и обжатия для ортотропных пластин переменной толщины. В настоящей работе приводятся аналогичные уравнения и соотношения для случая, когда материал имеет лишь одну плоскость упругой симметрии, параллельную срединной плоскости пластины. Ради краткости подробности выводов пропущены. Рассмотрен конкретный пример.

1. Рассмотрим прямоугольную пластину переменной толщины $h(x,y)$. Совместим координатную плоскость xOy со срединной плоскостью пластины, направив оси Ox и Oy вдоль сторон пластины, а ось Oz - вертикально вниз. Материал пластины является линейно упругим и имеет лишь одну плоскость упругой симметрии, параллельную срединной плоскости. На пластину действует поверхностная нагрузка, проекции интенсивности которой на координатные оси, приведенные к единице площади срединной плоскости, составляют X^\pm, Y^\pm, Z^\pm . Знаками "+" и "-" отмечены величины, относящиеся к поверхностям пластины $z = +h/2$ и $z = -h/2$ соответственно. Условия опирания и нагружения краев пластины произвольны.

В качестве основного допущения для построения простейшей теории, учитывающей влияние поперечных эффектов на расчетные величины рассматриваемой пластины, будем считать, что

$$\tau_{xz} = \varphi_1 + z\varphi_2 + z^2\varphi_3, \quad \tau_{yz} = \psi_1 + z\psi_2 + z^2\psi_3, \quad (1.1)$$

где φ_i, ψ_i - искомые функции координат x, y .

По аналогии с [9] для перемещений и остальных напряжений получим формулы:

$$u_x = u - z \begin{pmatrix} \frac{\partial w}{\partial x} - a_{55}\varphi_1 - a_{45}\psi_1 \\ \frac{\partial w}{\partial x} - a_{44}\psi_1 - a_{45}\varphi_1 \end{pmatrix}, \quad u_y = v - z \begin{pmatrix} \frac{\partial w}{\partial y} - a_{55}\varphi_1 - a_{45}\psi_1 \\ \frac{\partial w}{\partial y} - a_{44}\psi_1 - a_{45}\varphi_1 \end{pmatrix}; \quad (1.2)$$

$$u_z = w + zw_1 + z^2w_2;$$

$$\sigma_x = B_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + B_{12} \frac{\partial v}{\partial y} + B_{16} \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \end{pmatrix} - A_1 \begin{bmatrix} z \begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} \end{pmatrix} \\ Z_1 + \frac{z}{4} \begin{pmatrix} \varphi_2 & \psi_2 \end{pmatrix} \end{bmatrix} -$$

$$\begin{aligned}
& -z \left(B_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + B_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2B_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \alpha_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} - \beta_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \alpha_2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} - \beta_2 \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \right); \\
\sigma_y = & B_{12} \frac{\partial u}{\partial x} + B_{22} \frac{\partial v}{\partial y} + B_{26} \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] - A_2 \left[Z_1 + \frac{h}{4} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y} \right) \right] - \\
& -z \left(B_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + B_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2B_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \alpha_3 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} - \beta_3 \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \alpha_4 \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} - \beta_4 \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \right); \\
\tau_{xy} = & B_{16} \frac{\partial u}{\partial x} + B_{26} \frac{\partial v}{\partial y} + B_{66} \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] - A_3 \left[Z_1 + \frac{h}{4} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y} \right) \right] - \\
& -z \left(B_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + B_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2B_{66} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \alpha_5 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} - \beta_5 \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \alpha_6 \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} - \beta_6 \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \right).
\end{aligned} \tag{1.3}$$

Здесь

$$w_1 = A_1 \frac{\partial u}{\partial x} + A_2 \frac{\partial v}{\partial y} + A_3 \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] - \Delta_1 \left[Z_1 + \frac{h}{4} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y} \right) \right]; \tag{1.4}$$

$$w_2 = -\frac{1}{2} \left(A_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + A_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2A_3 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \Delta_2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} - \Delta_3 \frac{\partial \psi_1}{\partial y} - \Delta_4 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} - \Delta_5 \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \right);$$

u, v, w - перемещения срединной плоскости по осям x, y, z соответственно. Параметры B_{ij} выражаются через упругие постоянные материала по известным формулам [2].

Приняты следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
Z_1 = (Z^+ - Z^-)/2, \quad A_1 = a_{13}B_{11} + a_{23}B_{12} + a_{36}B_{16}, \quad A_2 = a_{13}B_{12} + a_{23}B_{22} + a_{36}B_{26}, \\
A_3 = a_{13}B_{16} + a_{23}B_{26} + a_{36}B_{66}, \\
\alpha_1 = a_{55}B_{11} + a_{45}B_{16} + A_1, \quad \alpha_2 = a_{55}B_{16} + a_{45}B_{12}, \quad \alpha_3 = a_{55}B_{12} + a_{45}B_{26} + A_2, \\
\alpha_4 = a_{55}B_{26} + a_{45}B_{22}, \quad \alpha_5 = a_{55}B_{16} + a_{45}B_{66} + A_3, \quad \alpha_6 = a_{55}B_{66} + a_{45}B_{26}, \\
\beta_1 = a_{44}B_{16} + a_{45}B_{11}, \quad \beta_2 = a_{44}B_{12} + a_{45}B_{16} + A_1, \quad \beta_3 = a_{44}B_{26} + a_{45}B_{12}, \\
\beta_4 = a_{44}B_{22} + a_{45}B_{26} + A_2, \quad \beta_5 = a_{44}B_{66} + a_{45}B_{16}, \quad \beta_6 = a_{44}B_{26} + a_{45}B_{66} + A_3,
\end{aligned} \tag{1.5}$$

$$\Delta_1 = a_{13}A_1 + a_{23}A_2 + a_{36}A_3 - a_{33}, \quad \Delta_2 = a_{13}\alpha_1 + a_{23}\alpha_3 + a_{36}\alpha_5 - a_{33},$$

$$\Delta_3 = a_{13}\beta_2 + a_{23}\beta_4 + a_{36}\beta_6 - a_{33}, \quad \Delta_4 = a_{13}\alpha_2 + a_{23}\alpha_4 + a_{36}\alpha_6, \quad \Delta_5 = a_{13}\beta_1 + a_{23}\beta_3 + a_{36}\beta_5.$$

С помощью поверхностных условий пластины функции $\varphi_2, \psi_2, \varphi_3, \psi_3$ выражаются через $u, v, w, \varphi_1, \psi_1$. Подставляя эти выражения в формулы напряжений и производя соответствующие интегрирования по толщине пластины, для усилий и моментов пластины получим:

$$\begin{aligned} T_x &= h \left[\alpha_7 \frac{\partial u}{\partial x} + \beta_7 \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda_1 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \alpha A_1 \left(X_2 \frac{\partial h}{\partial x} + Y_2 \frac{\partial h}{\partial y} + 4Z_1 \right) \right]; \\ T_y &= h \left[\alpha_8 \frac{\partial u}{\partial x} + \beta_8 \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda_2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \alpha A_2 \left(X_2 \frac{\partial h}{\partial x} + Y_2 \frac{\partial h}{\partial y} + 4Z_1 \right) \right]; \\ S_{xy} &= h \left[\alpha_9 \frac{\partial u}{\partial x} + \beta_9 \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda_3 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \alpha A_3 \left(X_2 \frac{\partial h}{\partial x} + Y_2 \frac{\partial h}{\partial y} + 4Z_1 \right) \right]; \\ M_x &= -\frac{h^3}{12} \left(B_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + B_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2B_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \alpha_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} - \alpha_2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} - \beta_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \beta_2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \right); \\ M_y &= -\frac{h^3}{12} \left(B_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + B_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2B_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \alpha_3 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} - \alpha_4 \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} - \beta_3 \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \beta_4 \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \right); \\ M_{xy} &= -\frac{h^3}{12} \left(B_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + B_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2B_{66} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \alpha_5 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} - \alpha_6 \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} - \beta_5 \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \beta_6 \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \right); \\ N_x &= \frac{h}{3} (X_1 + 2\varphi_1) + \frac{1}{h} \left(M_x \frac{\partial h}{\partial x} + M_{xy} \frac{\partial h}{\partial y} \right); \\ N_y &= \frac{h}{3} (Y_1 + 2\psi_1) + \frac{1}{h} \left(M_{xy} \frac{\partial h}{\partial x} + M_y \frac{\partial h}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (1.6)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \alpha_7 &= B_{11} - \alpha A_1 \delta_1, \quad \beta_7 = B_{12} - \alpha A_1 \delta_2, \quad \lambda_1 = B_{16} - \alpha A_1 \delta_3, \\ \alpha_8 &= B_{12} - \alpha A_2 \delta_1, \quad \beta_8 = B_{22} - \alpha A_2 \delta_2, \quad \lambda_2 = B_{26} - \alpha A_2 \delta_3, \\ \alpha_9 &= B_{16} - \alpha A_3 \delta_1, \quad \beta_9 = B_{26} - \alpha A_3 \delta_2, \quad \lambda_3 = B_{66} - \alpha A_3 \delta_3, \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\delta_1 = B_{11} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + 2B_{16} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y} + B_{12} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2, \quad \delta_2 = B_{12} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + 2B_{26} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y} + B_{22} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2,$$

$$\delta_3 = B_{16} \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + 2B_{66} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y} + B_{26} \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2, \quad \alpha = \left[4 + A_1 \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + A_2 \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 + 2A_3 \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial y} \right]^{-1},$$

$$X_1 = (X^+ - X^-)/2, \quad Y_1 = (Y^+ - Y^-)/2, \quad X_2 = X^+ + X^-, \quad Y_2 = Y^+ + Y^-, \quad Z_2 = Z^+ + Z^-.$$

Подставив (1.6) в уравнения равновесия дифференциального элемента срединной плоскости пластины [2], после некоторых преобразований получим системы разрешающих уравнений плоской задачи и задачи изгиба.

а) Система уравнений плоской задачи

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{cccccc} \partial^2 u & & & & & \\ \alpha_7 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\alpha_9 + \lambda_1) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \lambda_3 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \lambda_1 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (\beta_7 + \lambda_3) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \beta_9 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} & & & & & \end{array} \right] + \\ & + \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial(\alpha_7 h)}{\partial x} & \frac{\partial(\alpha_9 h)}{\partial y} \end{array} \right] \frac{\partial u}{\partial x} + \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial(\beta_7 h)}{\partial x} & \frac{\partial(\beta_9 h)}{\partial y} \end{array} \right] \frac{\partial v}{\partial y} + \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial(\lambda_1 h)}{\partial x} & \frac{\partial(\lambda_3 h)}{\partial y} \end{array} \right] \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \\ & = -X_2 + A_1 \frac{\partial}{\partial x} \left[\alpha h \left(X_2 \frac{\partial h}{\partial x} + Y_2 \frac{\partial h}{\partial y} + 4Z_1 \right) \right] + A_3 \frac{\partial}{\partial y} \left[\alpha h \left(X_2 \frac{\partial h}{\partial x} + Y_2 \frac{\partial h}{\partial y} + 4Z_1 \right) \right]; \\ & \left[\begin{array}{cccccc} \partial^2 u & & & & & \\ \alpha_9 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (\alpha_8 + \lambda_3) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \lambda_2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \lambda_3 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + (\beta_9 + \lambda_2) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \beta_8 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} & & & & & \end{array} \right] + \\ & + \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial(\alpha_9 h)}{\partial x} & \frac{\partial(\alpha_8 h)}{\partial y} \end{array} \right] \frac{\partial u}{\partial x} + \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial(\beta_9 h)}{\partial x} & \frac{\partial(\beta_8 h)}{\partial y} \end{array} \right] \frac{\partial v}{\partial y} + \left[\begin{array}{cc} \frac{\partial(\lambda_3 h)}{\partial x} & \frac{\partial(\lambda_2 h)}{\partial y} \end{array} \right] \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \\ & = -Y_2 + A_3 \frac{\partial}{\partial x} \left[\alpha h \left(X_2 \frac{\partial h}{\partial x} + Y_2 \frac{\partial h}{\partial y} + 4Z_1 \right) \right] + A_2 \frac{\partial}{\partial y} \left[\alpha h \left(X_2 \frac{\partial h}{\partial x} + Y_2 \frac{\partial h}{\partial y} + 4Z_1 \right) \right]. \end{aligned} \quad (1.8)$$

б) Система уравнений задачи изгиба

$$\begin{aligned} & h^2 \left[\begin{array}{cccc} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + 2B_{16} \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} + B_{12} \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(B_{12} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + 2B_{26} \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} + B_{22} \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \\ + 2 \left(B_{16} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + 2B_{66} \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} + B_{26} \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{array} \right] - h \left\{ \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \end{array} \right] \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} + \right. \\ & \left. \left[\begin{array}{ccc} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \end{array} \right] \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + h \left[\left(\begin{array}{ccc} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \end{array} \right) \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} + \left(\begin{array}{ccc} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \end{array} \right) \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \right] + \\
& + \left[8 + h \left(\begin{array}{ccc} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \end{array} \right) \right] \frac{\partial \psi_1}{\partial y} - 16 \left(\begin{array}{cc} \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} \end{array} \right) \begin{array}{c} \varphi_1 \\ \psi_1 \end{array} \Big| = \\
& = 4 \left[3Z_2 + h \left(\begin{array}{cc} \frac{\partial X_1}{\partial x} & \frac{\partial Y_1}{\partial y} \end{array} \right) - X_1 \frac{\partial h}{\partial x} - Y_1 \frac{\partial h}{\partial y} \right]; \\
& h^2 \left[B_{11} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} + 3B_{16} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} + B_{26} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} - \alpha_1 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} - (\alpha_2 + \alpha_5) \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x \partial y} - \right. \\
& - \alpha_6 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial y^2} - \beta_1 \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} - (\beta_2 + \beta_5) \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x \partial y} - \beta_6 \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial y^2} \Big] + 2h \left[\left(\begin{array}{cc} \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} \end{array} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \right. \\
& + 2 \left(\begin{array}{cc} \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} \end{array} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \left(\begin{array}{cc} \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} \end{array} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\begin{array}{cc} \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} \end{array} \right) \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} - \\
& - \left(\begin{array}{cc} \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} \end{array} \right) \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} - \left(\begin{array}{cc} \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} \end{array} \right) \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \left(\begin{array}{cc} \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} \end{array} \right) \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \Big] + 8\varphi_1 = 8X_1; \quad (1.9) \\
& h^2 \left[B_{16} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} + 3B_{26} \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} + B_{22} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} - \alpha_5 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} - (\alpha_3 + \alpha_6) \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x \partial y} - \right. \\
& - \alpha_4 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial y^2} - \beta_5 \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} - (\beta_3 + \beta_6) \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x \partial y} - \beta_4 \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial y^2} \Big] + 2h \left[\left(\begin{array}{cc} \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} \end{array} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \right. \\
& + 2 \left(\begin{array}{cc} \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} \end{array} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \left(\begin{array}{cc} \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} \end{array} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\begin{array}{cc} \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} \end{array} \right) \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} - \\
& - \left(\begin{array}{cc} \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} \end{array} \right) \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} - \left(\begin{array}{cc} \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} \end{array} \right) \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \left(\begin{array}{cc} \frac{\partial h}{\partial x} & \frac{\partial h}{\partial y} \end{array} \right) \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \Big] + 8\psi_1 = 8Y_1.
\end{aligned}$$

2. Система уравнений плоской задачи (1.8) имеет четвертый порядок, а система уравнений

задачи изгиба (1.9) - шестой. В соответствии с этим на каждой стороне края пластины необходимо ставить по пять условий: по два условия для плоской задачи, по три - для задачи изгиба. Эти условия можно сформулировать с помощью выражений перемещений, усилий и моментов пластины.

Ради краткости приведем только условия шарнирного опирания вдоль линий $x = 0, z = z_0$, где $-h/2 \leq z_0 \leq h/2$:

(плоская задача)

$$\begin{aligned} \alpha_7 \frac{\partial u}{\partial x} + \beta_7 \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda_1 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \alpha A_1 \left(X_2 \frac{\partial h}{\partial x} + Y_2 \frac{\partial h}{\partial y} + 4Z_1 \right) &= 0, \quad (T_x = 0), \\ \alpha_9 \frac{\partial u}{\partial x} + \beta_9 \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda_3 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \alpha A_3 \left(X_2 \frac{\partial h}{\partial x} + Y_2 \frac{\partial h}{\partial y} + 4Z_1 \right) &= 0, \quad (S_{xy} = 0); \end{aligned} \quad (2.1)$$

(задача изгиба)

$$\begin{aligned} B_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2B_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + B_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \alpha_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} - \alpha_2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} - \beta_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \beta_2 \frac{\partial \psi_1}{\partial y} &= 0, \quad (M_x = 0), \\ B_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2B_{66} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + B_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \alpha_5 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} - \alpha_6 \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} - \beta_5 \frac{\partial \psi_1}{\partial x} - \beta_6 \frac{\partial \psi_1}{\partial y} &= 0, \quad (M_{xy} = 0), \\ w + z_0 w_1 + z_0^2 w_2 &= 0, \quad (u_z(0, z_0) = 0). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Аналогичным образом можно сформулировать и остальные краевые условия. Нетрудно заметить, что как разрешающие уравнения (1.8), так и граничные условия (2.1) не содержат величин изгибного характера. В силу этого плоскую задачу можно решать отдельно, независимо от задачи изгиба. Если ограничиться точностью порядка h^2/l^2 , где l - характерный размер пластины в плане, и из выражения u_z отбросить член $z w_1$, вносящий в задачу изгиба поправку порядка h^4/l^4 , то тогда задача изгиба также становится самостоятельной и ее можно решать отдельно.

Таким образом, определение напряженно-деформированного состояния пластины переменной толщины, которая имеет одну плоскость упругой симметрии, параллельную срединной плоскости, при учете поперечных сдвигов, нормального напряжения σ_z и обжатия сводится к нахождению пяти функций $u, v, w, \varphi_1, \psi_1$. Для этого необходимо проинтегрировать уравнения плоской задачи (1.8) и задачи изгиба (1.9) при соответствующих краевых условиях.

3. Для касательных напряжений τ_{xz} и τ_{yz} окончательно получим:

$$\tau_{xz} = \frac{12z^2 - h^2}{2h^2} X_1 + \frac{z}{h} X_2 + \frac{z}{h^2} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} + S_{xy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{SN_x}{J} + \frac{h}{4J} \left(1 - \frac{Sh}{J} \right) \left(M_x \frac{\partial h}{\partial x} + M_{xy} \frac{\partial h}{\partial y} \right); \quad (3.1)$$

$$\tau_{yz} = \frac{12z^2 - h^2}{2h^2} Y_1 + \frac{z}{h} Y_2 + \frac{z}{h^2} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial x} + S_{xy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{SN_y}{J} + \frac{h}{4J} \left(1 - \frac{Sh}{J} \right) \left(M_y \frac{\partial h}{\partial x} + M_{xy} \frac{\partial h}{\partial y} \right), \quad S = \frac{h^2 - 4z^2}{8}, \quad J = \frac{h^2}{12}. \quad (3.2)$$

Эти формулы совпадают с аналогичными формулами, соответствующими классической теории пластин переменной толщины. Учет поперечных сдвигов и обжатия может сказываться только на значениях внутренних усилий и моментов. Выражения же поперечных касательных напряжений через силовые факторы пластины остаются без изменений.

4. Рассмотрим длинную прямоугольную пластинку, толщина которой по длине не изменяется, а по ширине изменяется линейно. Пластинка свободно опирается вдоль длинных и произвольно закреплена вдоль коротких сторон. Она несет равномерно распределенную поверхностную нагрузку, перпендикулярную срединной плоскости. Материал пластинки в любой точке имеет одну плоскость упругой симметрии, параллельную срединной плоскости. Очевидно, что на участке, достаточно удаленном от коротких краев, изогнутую срединную поверхность пластинки можно считать практически цилиндрической. Ось Oy направим вдоль одной из длинных сторон. Пусть

$$h = h_0 + h_1 x, \quad Z^+ = 0, \quad Z^- = q, \quad (Z_1 = -q/2, \quad Z_2 = q). \quad (4.1)$$

Здесь $h_0 > 0$, $h_1 > h_0/l$ - заданные постоянные, l - ширина пластинки. Ограничиваясь точностью порядка h^2/l^2 , рассмотрим только задачу изгиба, считая, что линии опирания лежат на срединной плоскости. Перейдем к безразмерным величинам:

$$\bar{x} = x/l, \quad \bar{z} = z/h, \quad s = h_0/l, \quad \gamma = h_1/s, \quad (4.2)$$

$$H = h/h_0 = 1 + \gamma x, \quad \bar{a}_{ij} = a_{ij}/a_{11}, \quad \bar{B}_{ij} = B_{ij}/B_{11},$$

$$\bar{\varphi} = \frac{\varphi_1}{q}, \quad \bar{\psi}_1 = \frac{\psi_1}{q}, \quad \bar{w} = \frac{wB_{11}}{qh_0}, \quad \bar{N}_x = \frac{N_x}{qh_0}, \quad \bar{N}_y = \frac{N_y}{qh_0}$$

$$\bar{M}_x = \frac{M_x}{qh_0^2}, \quad \bar{M}_y = \frac{M_y}{qh_0^2}, \quad \bar{M}_{xy} = \frac{M_{xy}}{qh_0^2}.$$

В силу статической определимости с учетом (4.1) и (4.2) имеем

$$\bar{N}_x = \frac{1-2\bar{x}}{2s}, \quad \bar{\varphi} = \frac{3(1-2\bar{x}-\gamma\bar{x}^2)}{4sH^2}, \quad \bar{M}_x = \frac{\bar{x}(1-\bar{x})}{2s^2}. \quad (4.3)$$

С учетом (1.6), (1.9), (4.1) и (4.2) задача сводится к интегрированию системы

$$s \frac{d^2 \bar{w}}{d\bar{x}^2} - \beta_1 \frac{d\bar{\psi}_1}{d\bar{x}} = -\frac{3[\alpha_1 s^2(1+\gamma) + 4\bar{x}(1-\bar{x})]}{2s^3 H^3}, \quad (4.4)$$

$$\frac{d}{d\bar{x}} \left[H^2 \left(s\bar{B}_{16} \frac{d^2 \bar{w}}{d\bar{x}^2} - \beta_5 \frac{d\bar{\psi}_1}{d\bar{x}} \right) \right] + \frac{8\bar{\psi}_1}{s^2} = -\frac{3\alpha_5 \gamma(1+\gamma)}{2sH^2}$$

при краевых условиях

$$\left(s\bar{B}_{16} \frac{d^2 \bar{w}}{d\bar{x}^2} - \alpha_5 \frac{d\bar{\varphi}}{d\bar{x}} - \beta_5 \frac{d\bar{\psi}_1}{d\bar{x}} \right) \Big|_{\bar{x}=0}^{\bar{x}=1} = 0, \quad \bar{w} = \Big|_{\bar{x}=0}^{\bar{x}=1} = 0. \quad (4.5)$$

Пусть:

$$\bar{a}_{12} = -0.4; \quad \bar{a}_{13} = -0.3; \quad \bar{a}_{16} = -0.2; \quad \bar{a}_{22} = 3; \quad \bar{a}_{23} = -0.1; \quad \bar{a}_{26} = -0.25,$$

$$\bar{a}_{33} = 10; \quad \bar{a}_{36} = -0.35; \quad \bar{a}_{44} = 8; \quad \bar{a}_{45} = -5; \quad \bar{a}_{66} = 6; \quad \bar{a}_{55} = 7; \quad s = 0.1. \quad (4.6)$$

\bar{x}	$\gamma = 1$				\bar{x}	$\gamma = 2$			
	\bar{w}	\bar{N}_y	\bar{M}_y	\bar{M}_{xy}		\bar{w}	\bar{N}_y	\bar{M}_y	\bar{M}_{xy}
0	0	0.6811	0.0083	0	0	0	0.8840	0.013	0
0.1	237.3	0.2056	0.6387	0.3635	0.1	145.0	0.2371	0.6501	0.4511
0.2	422.0	0.1232	1.119	0.5205	0.2	244.6	0.1302	1.131	0.6241
0.3	540.7	0.0789	1.460	0.6207	0.3	298.7	0.0808	1.473	0.7283
0.4	593.3	0.0391	1.665	0.6796	0.399	314.7	0.0396	1.677	0.7876
0.437	597.3	0.0246	1.706	0.6914	0.4	314.7	0.0392	1.678	0.7880
0.5	586.4	-0.0002	1.733	0.6991	0.5	300.8	-0.0014	1.747	0.8070
0.6	529.0	-0.0401	1.665	0.6791	0.6	264.2	-0.0447	1.678	0.7842
0.7	431.7	-0.0827	1.460	0.6181	0.7	211.1	-0.0950	1.472	0.7153
0.8	304.5	-0.1368	1.118	0.5100	0.8	146.7	-0.1645	1.128	0.5880
0.9	157.5	-0.2324	0.6360	0.3313	0.9	75.17	-0.2781	0.6433	0.3717
1	0	-0.4698	0.0084	0	1	0	-0.4888	0.0129	0

Система решается путем разложения в усеченный степенной ряд степени n функций \bar{w} и $\bar{\psi}_1$. В качестве узловых точек взяты корни смещенных многочленов Чебышева $T_{n-2}^* = T_{n-2}(2x-1)$. В узловых точках удовлетворяются уравнения (4.4), а в точках 0 и 1 - краевые условия (4.5). Вычисления показывают, что при $n \geq 18$ значения всех расчетных величин совпадают с точностью четырех значащих цифр, т.е. с точностью порядка 0.1%. В таблице представлены значения \bar{w} , \bar{N}_y , \bar{M}_y , \bar{M}_{xy} при $n = 18$ для $\gamma = 1$ и $\gamma = 2$ в равноотстоящих точках и в точках, где \bar{w} достигает максимума. Как и следовало ожидать, в отличие от случая ортотропной пластинки, в данном случае \bar{N}_y и \bar{M}_{xy} отличны от нуля. Причем момент \bar{M}_{xy} всюду не отрицателен и максимальное значение принимает при $\bar{x} = 0.5$. Поперечная же сила \bar{N}_y знакопеременна и в сечении $\bar{x} = 0.5$ равна нулю. Причем его интеграл по ширине пластинки для обоих значений γ равен нулю.

Институт механики НАН РА

Литература

1. *Reissner E.* - Trans. ASME. 1945. V. 67. P. A69-A77.
2. *Амбарцумян С. А.* Теория анизотропных пластин. М. Наука. 1987. 360 с.
3. *Власов Б. Ф.* - Вестник МГУ. 1957. №3. С. 42-51.
4. *Хачатурян Т. Т.* - Изв. АН Арм ССР. С. физ-мат. наук. 1961. Т. 14. №1. С. 67-78.
5. *Васильев В. В.* - Изв. РАН. МТТ. 1998. №3. С. 46-58.
6. *Алфутов Н. А.* - Изв. РАН. МТТ. 1992. №3. С. 65-72.

7. Григоренко Я. М., Василенко А. Т. Теория оболочек переменной жесткости. Киев. Наукова Думка. 1981. 544 с.

8. Григоренко Я. М., Василенко А. Т. В сб: Проблемы механики тонких деформируемых тел. Ереван. 2002. С. 155-166.

9. Киракосян Р. М. - Изв. НАН Армении. Механика. 2002. Т. 55. №4. С. 12-23.

Գ. Զ. Գևորգյան, Ռ. Մ. Կիրակոսյան

**Փոփոխական հաստության անիզոտրոպ սալերի հավասարումները և առնչությունները
ընդլայնական էֆեկտների հաշվառմամբ**

Բերվում են առաձգական սիմետրիայի մեկ հարթություն ունեցող փոփոխական հաստության անիզոտրոպ սալերի հիմնական հավասարումները և առնչությունները, որոնք հաշվի են առնում ընդլայնական սահքերի, σ_z նորմալ լարման և ընդլայնական սեղմման ազդեցությունները հաշվային մեծությունների վրա: Դրանք ստացվել են [9] աշխատանքում օգտագործված եղանակով:

G. Z. Gevorgyan, R. M. Kirakosyan

**Equations and Relations of Anisotrope Plates of Variable Thickness Taking into
Account the Transversal Effects**

Main equations and relations of anisotropic plates of variable thickness with a single plain of symmetry are presented in this article. Those equations and relations take into account the influences of transversal shears, normal stress σ_z and transversal compression on resulting values of calculated quantities. They are obtained by the method used in [9].

УДК 678.057: 620.17: 539.37

К. А. Карапетян

Влияние начальной разориентации армирования на механическое поведение слоистых стеклопластиков при статических нагружениях

(Представлено академиком Л. А. Агаловяном 10/XII 2004)

Приведенные в литературе немногочисленные опытные данные свидетельствуют об ухудшении прочностных [1-5] и деформационных (при циклическом нагружении) [6] свойств армированных композиционных материалов вследствие технологического отклонения направления волокон от проектируемого (начальная разориентация армирования). Во избежание этого недостатка предлагается установить жесткие допуски на углы армирования композитов [5]. Однако наблюдения показывают, что даже при изготовлении опытных образцов на основе стеклоткани в лабораторных условиях по технологии [7] величина отклонения угла армирования от заданного может достигать 6-8° [6].

В настоящей работе приводятся результаты экспериментального исследования влияния начальной разориентации армирования на прочность и деформационные свойства тканевых стеклопластиков при статическом одноосном растяжении и при чистом сдвиге.

Экспериментальная часть исследований была проведена с использованием как трубчатых (с внутренним диаметром 38 мм, толщиной стенки 2.25 мм и длиной 285 мм), так и плоских (с рабочим сечением 10×4 и 25×6 мм) образцов, размеры которых находятся в согласии с требованиями соответствующих рекомендаций [8] и стандартов [9]. На трубчатых образцах определяли прочность Π_{11}^+ , модуль упругости E_{11}^+ вдоль продольной оси Z, Π_{12} и модуль сдвига G_{12} , а на плоских образцах-прочности Π_{11}^+ , Π_{22}^+ , модули упругости E_{11}^+ , E_{22}^+ (по направлениям, соответственно, вдоль и поперек продольной оси образцов) и коэффициенты Пуассона ν_{12} , ν_{13} .

Опытные образцы были изготовлены на основе пропитанной модифицированной эпоксидной смолой стеклоткани (пре-прег) полотняного переплетения марки Т-23 (ТУ-П-231-76) с плотностью (число нитей на 1 см длины) 36:20 (основа:уток), производимой Севанским заводом «Электростеклоизоляция» (Республика Армения). Подробные сведения о технологии изготовления труб приведены в работе [10]. Опытные плоские же образцы были вырезаны из листов, полученных методом прямого горячего прессования тканевого пре-прега с удельным давлением 10 МПа. Величина коэффициента армирования образцов μ составляет 0.45 ($\mu_1 = 0.29$, $\mu_2 = 0.16$).

Для испытания были изготовлены трубчатые и плоские образцы, у которых углы между направлениями основы ткани и их продольной оси составляли $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 8^\circ$. Повторность опытов в каждом случае испытаний была принята 6-кратной. При этом максимальное значение коэффициента вариации полученных идентичных характеристик не превышало

0.11 для прочности и 0.14 для деформативных характеристик. До проведения исследований образцы в течение 8 лет хранились в лабораторном помещении при температуре $20 \pm 6^\circ\text{C}$ и при относительной влажности $60 \pm 8\%$.

Согласно полученным экспериментальным данным, величины прочности и модуля упругости при растяжении у стеклотканевых трубчатых образцов оказались больше, чем у плоских, как при угле армирования $\varphi = 0^\circ$, так и при $\varphi = 8^\circ$, но эта разница несущественна.

Отметим, что аналогичное явление было обнаружено и при испытании 13-слойных углепластиковых трубчатых и плоских образцов с углом армирования $\varphi = 0^\circ$ [11].

Результаты опытов, проведенных в рамках настоящей работы, также показывают, что отклонение угла армирования на 8° от нулевого его значения практически не влияет на прочность как трубчатых, так и плоских образцов, что находится в согласии с данными, полученными нами ранее, при испытании стеклопластиковых трубчатых образцов в более малом возрасте [6]. Средние значения прочностных характеристик для тканевого стеклопластика можно принять равными $\Pi_{11} = 142$, $\Pi_{22} = 77$, $\Pi_{12} = 47$ МПа.

Согласно приведенным в таблице данным, экспериментальные значения модуля Юнга во взаимортогональных направлениях E_{11} и E_{22} и модуля сдвига G_{12} у тканевого стеклопластика при угле армирования $\varphi = 8^\circ$ оказались соответственно до 30; 24 и 20% меньшими, чем в случае $\varphi = 0^\circ$. Значения же коэффициентов Пуассона ν_{12} , а также ν_{13} для этих углов армирования практически не отличались друг от друга и составили приблизительно 0.16 и 0.20 соответственно (см. таблицу).

В таблице приведены также величины упругих характеристик тканевого стеклопластика, рассчитанные на основе упругих постоянных волокон, связующего и коэффициента армирования материала μ , согласно формулам, выведенным в работах [12] и [13]: при этом для армирующего стекловолокна принималось $E_a = 7 \times 10^4$ МПа, $\nu_a = 0.23$, а для связующего - $E_{св} = 2.8 \times 10^3$ МПа, $\nu_{св} = 0.4$. Отметим, что величины характеристик стеклопластика с углом армирования $\varphi = 8^\circ$ были рассчитаны на основе соответствующих характеристик, определенных для случая $\varphi = 0^\circ$, с использованием формул преобразования коэффициентов податливости ортотропного тела при переходе от одной системы координат к другой [14].

Из приведенных в таблице данных следует, что у опытных образцов с нулевым углом армирования расчетные значения модулей Юнга E_{11} и E_{22} и сдвига G_{12} , а также коэффициента Пуассона ν_{13} оказались существенно большими, чем экспериментально определенные (максимальное отклонение указанных значений наблюдается у E_{11} и составляет 36 %). Для ν_{12} эти значения практически не отличаются друг от друга.

В случае образцов с углом армирования $\varphi = 8^\circ$ расчетные величины получаются существенно больше экспериментальных для всех упругих характеристик (см. таблицу). При этом максимальная величина этого отклонения составляет приблизительно 55% у E_{11} и ν_{12} .

Экспериментальные и расчетные значения упругих характеристик тканевого стеклопластика

Характеристики при ориентации армирования образцов φ^0		E_{11}	E_{22}	G_{12}	ν_{12}	ν_{13}
		$\text{МПа} \times 10^{-3}$				
Экспериментальные	0	16.20-17.65	11.00-11.85	1.96-2.10	0.151-0.159	0.186-0.205
	8	12.32-13.53	9.05-9.42	1.68-1.74	0.150-0.165	0.198-0.206
Расчитанные согласно [12] и [13]	0	22.98	14.98	2.32	0.148	0.254
	8	20.04	13.85	2.39	0.246	0.227

Наблюдаемую существенную разницу между расчетными и экспериментально определенными значениями одних и тех же упругих характеристик тканевого стеклопластика можно объяснить, в основном, искривлением армирующих стекловолокон при вязке стеклоткани. В связи с этим отметим, что в работах [12] и [13] при выведении соответствующих формул для расчета упругих характеристик композиционных материалов предполагается прямолинейность армирующих ниток в материале.

На рисунке приведены диаграммы напряжения-деформации, построенные на основе данных, полученных в результате испытания трубчатых образцов соответственно на осевое растяжение (а), простое кручение (б) и плоских образцов на растяжение (в).

Согласно диаграммам, приведенным на правых полях рис. а и б и на рис. в, кривые деформации образцов с $\varphi = 8^\circ$ проходят ниже соответствующих кривых деформации образцов с $\varphi = 0^\circ$. При этом величина отношения деформаций образцов с $\varphi = 8^\circ$ и $\varphi = 0^\circ$, зафиксированных при одном и том же уровне напряжения, составляет 1.25 -1.3 для рассматриваемых здесь случаев испытаний.

В результате прямых измерений было выявлено, что в случае растяжения труб с углом армирования $\varphi = 8^\circ$ возникают существенные сдвиговые деформации (см. левое поле рис. а): при уровне напряжения $\sigma_{11}^+ = 0.6 \text{ П}_{11}^+$ величина сдвиговых деформаций γ_{12} составляет приблизительно 5.8×10^{-3} , в то время как значение продольных деформаций этих же образцов ε_{11} составляет 12.6×10^{-3} .

Было обнаружено также, что в случае кручения труб с углом армирования $\varphi = 8^\circ$ наблюдаются и осевые деформации (см. левое поле рис. б): при уровне напряжения $\sigma_{12}^+ = 0.6 \text{ П}_{12}^+$ значение продольных деформаций ε_{11} составляет приблизительно 0.62×10^{-3} , в то время как величина деформации сдвига этих же труб γ_{12} составляет 20.4×10^{-3} .

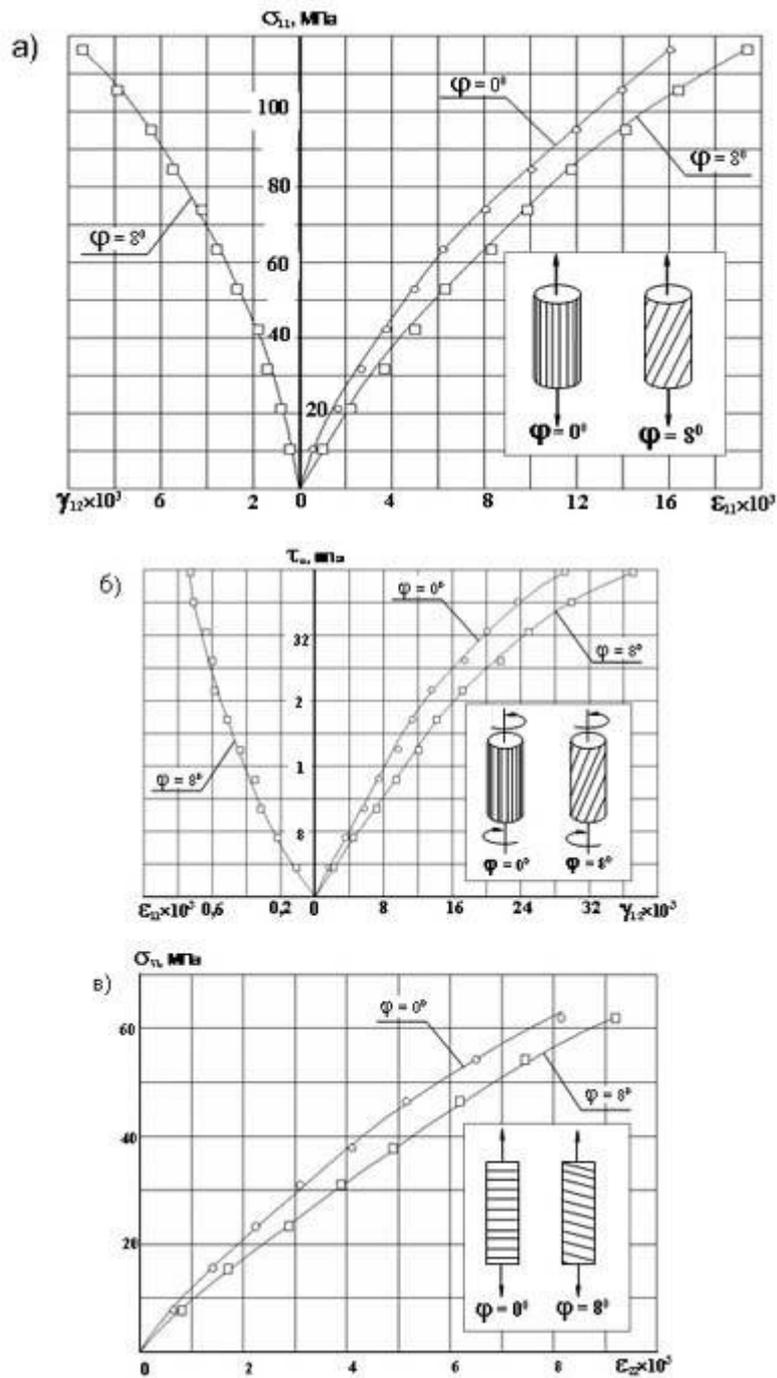
В работе [15] теоретически показано, что оболочка, материал которой является ортотропным и главные направления упругости которой не совпадают с ее геометрическими направлениями, под действием равномерно распределенного давления или растяжения претерпевает деформации кручения относительно оси симметрии. И наоборот, при кручении такой оболочки возникают продольные перемещения.

Из приведенных на рис. а и б диаграмм следует, что теоретические результаты работы

[15] подтверждаются результатами экспериментов, проведенных на стеклотканевых тонкостенных трубчатых образцах с углом армирования $\varphi = 8^\circ$.

Таким образом, при проектировании стеклотканевых тонкостенных трубчатых элементов с нулевым углом армирования следует учесть, что в ходе технологического процесса изготовления возможна разориентация армирования, приводящая к существенному уменьшению модулей Юнга и сдвига, а также к возникновению существенных сдвиговых деформаций труб при растяжении и осевых деформаций при кручении.

Величины упругих характеристик тканевых стеклопластиков, рассчитанные на основе количественного соотношения и упругих постоянных их компонентов с помощью известных формул, выведенных в предположении



Кривые деформирования стеклопластиковых образцов с углом армирования φ° : трубчатых, подвергнутых осевому растяжению (а), простому кручению (б) и плоских, подвергнутых одноосному растяжению (в).

прямолинейности ниток в материале, могут значительно превосходить экспериментально полученные данные. Тем не менее при проектировании тканевых стеклопластиков с заранее заданными свойствами и с нулевым углом армирования эти формулы можно использовать в качестве исходных.

Институт механики НАН РА

Литература

1. *Тарнопольский Ю. М., Розе А. В., Портнов Г. Г.* - Механика полимеров. 1969. №1. С. 140-149.
2. *Тарнопольский Ю. М., Розе А. В., Жигун И. Г., Гуняев Г. М.* - Механика полимеров. 1971. №4. С. 676-685.
3. *Жигун И. Г., Поляков В. А.* Свойства пространственно-армированных пластиков. Рига. Зинатне. 1978. 215 с.
4. *Ермоленко С. Ф., Ермоленко А. Ф.* - Механика композитных материалов. 1991. №1. С. 40-44.
5. *Тарнопольский Ю. М., Кинцис Т. Я.* Методы статических испытаний армированных пластиков. М. Химия. 1981. 272 с.
6. *Карапетян К. А.* - Изв. НАН Армении. Механика. 2001. Т. 54. №2. С. 70-79.
7. *Мартиросян М. М.* - Промышленность Армении. 1971. №10. С. 56-57.
8. *Paganò N. J., Whitney J. M.* - J. Compos. Mater. 1970. July. P. 360-378.
9. Пластмассы. Методы испытания на растяжение. ГОСТ 11262-80. М. Гос. ком. СССР по стандартам. 1980. 14 с.
10. *Карапетян К. А.* - ДНАН Армении. 2000. Т. 100. №2. С. 122-125.
11. *Hoggat J. T.* In: Composit Materials. Testing and Design. ASTM. STP. №460. Philadelphia. 1969. P. 48-61.
12. *Аболиньш Д. С.* - Механика полимеров. 1965. №4. С. 52-59.
13. *Аболиньш Д. С.* - Механика полимеров. 1966. №3. С. 372-379.
14. *Лехницкий С. Г.* Анизотропные пластинки. М. Гос. изд. Техн. - теорет. лит. 1957. 463 с.
15. *Мовсисян Л. А.* - Изв. АН Арм. ССР. Физ-мат. науки. 1958. №4. С. 137-144.

Կ. Ա. Կարապետյան

Ամրանավորման ուղղության նախնական ապակողմնորոշման ազդեցությունը շերտավոր ապակեպլաստների մեխանիկական վարքի վրա ստատիկ բեռնավորումների դեպքում

Ուսումնասիրվել է պատրաստման փուլում ամրանավորման ուղղության հնարավոր շեղման ազդեցությունը շերտավոր ապակեպլաստե հարթ և խողովակաձև փորձանմուշների ամրության և դեֆորմատիվության վրա՝ ստատիկ միառանցք ձգման և պարզ ոլորման պայմաններում: Ցույց է տրված, որ ամրանավորման նշված շեղումը, գործնականում չազդելով շերտավոր ապակեպլաստների ամրության վրա, կարող է հանգեցնել Յունգի և սահքի մոդուլների մեծությունների էական նվազմանը, իչպես նաև այդպիսի նյութերից պատրաստված բարակապատ խողովակների մոտ էական սահքի և զգալի առանցքային դեֆորմացիաների առաջացմանը՝ դրանք, համապատասխանաբար, միառանցք ձգման և ոլորման ենթարկելիս:

K. A. Karapetyan

Influence of Initial Deflection of Reinforcement Orientation on the Mechanical Behavior of Layered Glass-reinforced Plastics Under Statical Loading

The influence of the possible deflection of reinforcement orientation in the producing stage of the flat and tubular specimens from layered glass-reinforced plastic on their strength and strain properties at the uniaxial tension and simple torsion is investigated.

It is obtained that the above mentioned deflections practically do not influence on the strength of glass-reinforced plastic, but it can lead to the considerable decrease of the values of Young's modulus and shear modulus. These deflections can be the reason of origin of the considerable high shear and axial strains of the thin-walled glass-reinforced plastic tubes under the uniaxial tension and simple torsion correspondingly.

УДК 621.91.762

А. И. Саградян

Исследование деформированного состояния приконтактных слоев инструмента при обработке конструкционных материалов

(Представлено академиком Л. А. Агаловяном 7/ VII 2005)

Решение проблемы износостойкости инструмента связано с изучением закономерностей процесса резания в зоне контактного взаимодействия. Одним из дополнительных резервов повышения износостойкости инструмента в процессе резания является управление взаимодействием дефектов кристаллической решетки поверхностных слоев инструментального материала. В этой связи наибольший интерес представляет исследование структурных изменений при резании [1-6].

Экспериментальное исследование изменения структуры в процессе резания в материаловедческом аспекте позволяет определить структуру поверхностей трения, ее влияние на износостойкость инструмента и дать структурную оценку трущихся пар резец - обрабатываемая деталь при пластическом деформировании их поверхностных слоев.

Целью данной работы является исследование структурных изменений на контактном участке поверхностных слоев инструмента вследствие действующих давлений, температур, контактных напряжений и деформаций. В условиях длительного воздействия температуры и давления физико-механические свойства деформированных материалов релаксируют. В работе рассматривается это явление, а также воздействие нормальных и касательных напряжений на свойства поверхностных слоев инструментального материала.

Эксперименты проводились на станке 1К62 с вариатором ВР-1 для плавного регулирования скоростей, при режимах резания, соответствующих 60-минутной стойкости инструмента, которые для пары В14М7К25-сталь 45 составляли: $V_{60} = 65$ м/мин, $S = 0.3$ мм/об, $t = 2$ мм [2].

Идентичные условия термообработки всех исследуемых резцов и тщательный контроль на всех стадиях их изготовления обеспечили незначительный разброс стойкости инструмента. Были исследованы три одинаковых по физико-механическим свойствам резца так, чтобы можно было рельефно представить все три стадии износа, как при работе одного резца. Первый из них работал до конца приработки, т.е. самоорганизации и стабилизации процесса, второй - с начала до конца установившегося периода износа, а третий - с начала до полной потери работоспособности. Для каждой стадии износа испытывались по три резца и выбирались средние значения результатов эксперимента.

Для изучения структуры применены металлографические и рентгеноспектральные методы с использованием микроскопа МИМ-8И и рентгеновского микроанализатора INCA Energy 400, установленного на сканирующем электронном микронзонде VEGA-TS5130MM с разрешающей способностью 1мкм. Для изучения изменений структуры контактных слоев в теле резца измерялась микротвердость в исследуемых сечениях шлифов режущего клина с помощью микротвердомера ПМТ-3.

Важное значение с точки зрения стойкости инструмента имеет исследование структурных превращений на разных стадиях износа в зависимости от продолжительности работы резца и

связанных с ним явлений, происходящих на контактных поверхностях инструмента вследствие воздействия на них высоких давлений и температур. При этом происходят необратимые структурные превращения, а точки фазовых превращений, в частности $\alpha \rightarrow \gamma$, перемещаются в сторону малых температур [4, 5].

Для исследования напряженно-деформированного состояния на передней поверхности инструмента изучено воздействие контактных напряжений [4], экспериментально подтверждено наличие двух участков в зоне контакта при резании - пластического и упругого (рис. 1,2).



Рис.1. Конфигурации застойного и белого слоев по ширине контакта в зависимости от касательных напряжений.

Область пластического контакта разделена на две части: C_2 - участок деформационного упрочнения, ($C_1 - C_2$) - участок температурного разупрочнения (рис. 2).

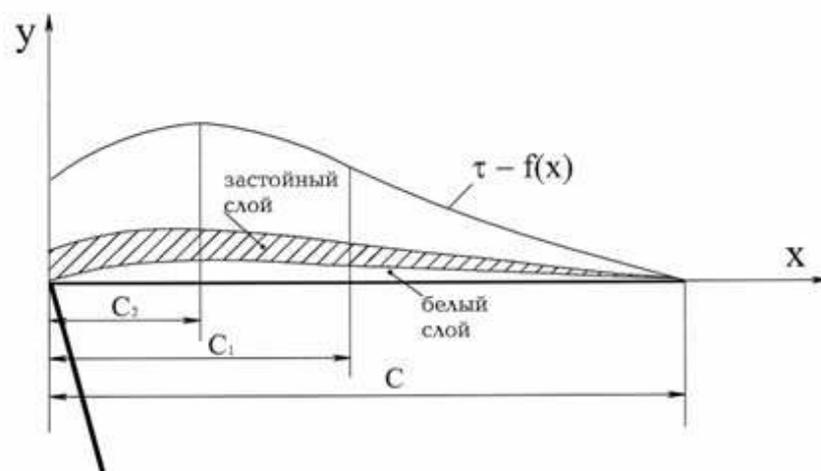


Рис. 2. Изменение толщины застойного и белого слоев в зависимости от касательных напряжений по ширине контакта.

На участке упругого контакта ($0 < x < (C - C_1)$) касательные и нормальные напряжения меняются пропорционально [3]:

$$\tau_F = \mu_F \sigma_N, \quad (1)$$

где μ_F - коэффициент внешнего трения, σ_N - нормальное напряжение:

$$\sigma_N = \sigma_M (x/c)^n, \quad (2)$$

где σ_M - нормальное контактное напряжение у режущей кромки, x - расстояние рассматриваемой точки передней поверхности от точки отрыва стружки, c - ширина контакта стружки с передней поверхностью, n - показатель степени, характеризующий неравномерность распределения напряжений.

Значения σ_M и n рассчитываются по формулам [3]

$$\sigma_M = \frac{N}{bc} \left\{ \frac{rc}{a\xi[\mu + \operatorname{tg}(\beta - \gamma)]} + 1 \right\}, \quad n = 2 \left\{ \frac{c}{a\xi[\mu + \operatorname{tg}(\beta - \gamma)]} - 1 \right\}, \quad (3)$$

где N - нормальная сила ($N = 1580$ Н), r - расстояние текущей точки от начала координат, a и b - толщина и ширина среза, c - ширина контакта, ξ - усадка стружки, β - угол сдвига, γ - передний угол, μ - средний коэффициент трения по всей длине контакта.

Согласно условиям наших экспериментов: $r = 2$ мм, $\mu = 0.8$, $\xi = 2.95$, $\beta = 30^\circ$, $\gamma = 10^\circ$, $a = 0.21$ мм, $b = 2.83$ мм, $c = 1.99$ мм - получаем: $\sigma_M = 1828$ МПа, $n = 3.54$.

Определив σ_M и n , можно построить эпюру распределения нормальных и касательных напряжений на передней поверхности резца.

Длина пластического контакта C_1 , рассчитанная согласно [3]:

$$C_1 = a[\xi(1 - \operatorname{tg}\gamma) + \operatorname{sec}\gamma], \quad (4)$$

составляет: 0.75 мм.

Из рис. 2 значение коэффициента трения μ можно рассчитать как

$$\mu = (\mu_{DnC_2} + \mu_{Dn(C_1-C_2)}) + \mu_{Dy(C-C_1)} \quad \text{или} \quad \mu = \left(\frac{\tau_{DnC_2}}{\sigma_N} + \frac{\tau_{Dn(C-C_2)}}{\sigma_N} \right) + \frac{\tau_{Fy(C-C_1)}}{\sigma_N}, \quad (5)$$

где τ_{DnC_2} , μ_{DnC_2} , $\tau_{Dn(C-C_2)}$, $\mu_{Dn(C_1-C_2)}$ и $\tau_{Dy(C-C_1)}$, $\mu_{Dy(C-C_1)}$ - касательные напряжения и коэффициенты трения, соответственно, на участках C_2 , (C_1-C_2) и $(C-C_1)$. Для нашего случая: $C_2 = C_1/2 = 0.375$ мм, а длина упругого контакта - $(C-C_1) = 1.25$ мм.

Уравнение (5) подтверждается экспериментально (рис. 1, 2); из него следует, что касательные напряжения в отличие от принятой модели [3] при обработке малоуглеродистых сталей на участке пластического контакта меняются по параболическому закону, увеличиваясь от начала режущего лезвия до конца участка деформационного упрочнения C_2 и несколько снижаясь на участке температурного разупрочнения (C_1-C_2) . Эти же напряжения на участке упругого контакта имеют гиперболическую зависимость, коррелируя с нормальными напряжениями (рис. 2).

Изменение нормальных напряжений σ_N по длине контакта с передней поверхностью инструмента описывается гиперболической зависимостью. В [1, 3] на участке пластического контакта в основном принимается $\tau_F = \tau_S$, т.е. касательные напряжения постоянны.

Проведенные исследования экспериментально подтверждают качественное различие кинематических процессов и деформационного состояния на двух участках пластической зоны контакта (рис.1). Изменение касательных напряжений в этой зоне зависит от суммарного эффекта двух конкурирующих процессов: деформационного упрочнения и температурного разупрочнения (рис. 1, 2).

Под воздействием нормальных и касательных напряжений, а также давлений и температур на передней поверхности, и особенно на участке пластического контакта, наблюдается деформационное упрочнение тонких поверхностных слоев инструментального материала в результате концентрации дислокаций с повышением их плотности на расстоянии 25...45 мкм от контактных поверхностей (передней и задней) (рис. 3). На глубине 15...20 мкм наблюдается вторая граница концентрации дислокаций, что, по-видимому, является результатом волнового характера распределения деформаций с поверхности контакта в тело инструмента. Таким образом, в низлежащих слоях толщиной до 60 мкм происходит волновой процесс распределения деформаций, связанный с воздействием сходящей стружки, что и приводит к структурным изменениям этих слоев.

Распределение плотности и концентрация дислокаций отражают влияние давлений со стороны передней и задней поверхностей инструмента, и линия приобретает вид кривой, показывающей распределение деформаций на стадии установившегося износа - T_2 (рис.3, 4, г) в режущем клине резца.

Под влиянием указанных факторов в процессе резания формируются поверхностные слои твердых тел, обуславливающие механизм трения и износа при резании, отличающийся специфическим структурным состоянием.

Образующиеся в процессе трения поверхностные слои инструмента, особенно на участке пластического контакта, характеризуются повышенной свободной энергией, физической и химической активностью, а также вариацией механических свойств по сравнению с низлежащими слоями, не участвующими в процессе контактирования. Поверхностные слои определяют механизм контактного взаимодействия и уровень износостойкости инструментального материала, что свидетельствует о специфическом влиянии и роли пластической деформации поверхностных слоев на изменение структур приконтактных слоев.

Глубина структурных изменений в поверхностно-деформированном слое в наших экспериментах, определенная измерениями микротвёрдостей (рис.4), составляет $\sim 100...150$ мкм, о чем свидетельствует также рентгеноспектральное зондирование по сечению режущего клина инструмента (рис. 3).

Поверхностные эффекты в [5] объясняются образованием в поверхностной области контакта слоя с повышенной плотностью дислокаций, который является барьером для дислокаций, генерируемых в процессе деформации.

Согласно [5] определено действующее на дислокации эффективное напряжение τ :

$$\tau = \tau_a - \tau_i, \quad (6)$$

где τ_a - внешнее напряжение, τ_i - обратное напряжение, возникающее в результате

пластической деформации внутренних слоев. Дополнив τ величиной τ_S , получим

$$\tau = \tau_a - \tau_i - \tau_S,$$

где τ_S - внутреннее напряжение, создаваемое *debris*-слоем (слоем с повышенной плотностью дислокаций).

Энергия активации пластической деформации U связана с напряжением деформированного приповерхностного слоя:

$$U = U_0 - V_a \tau = U_0 - V_a (\tau_a - \tau_i - \tau_S). \quad (7)$$

Отсюда видно, что при постоянном активационном объеме V_a и уменьшении τ_S энергия активации U также уменьшается. При этом активационный объем также является функцией τ_S , т.е.

$$V_a = KT \Delta \ln \dot{\chi} / \Delta \tau = KT \Delta \dot{\chi} \ln [\Delta \tau_a - \Delta (\tau_i + \tau_S)], \quad (8)$$

где $\dot{\chi}$ - скорость деформаций.

При этом в качестве критерия, оценивающего степень изменения структуры и свойств инструментального материала, было выбрано изменение значения микротвердости режущего инструмента в разные периоды работы резца.

Микрошлифы были изготовлены в сечениях, нормальных к главной режущей грани, в центре активной части режущей кромки, совпадающей примерно с центром лунки.

При рассмотрении поля микротвердости исходя из продолжительности работы резца видно, что структура инструментального материала претерпела изменения, так как в конце стадии начального износа микротвердость на непосредственном контакте со сходящей стружкой повышается по сравнению с матричной на 110...130 HV (рис.4, а). Причем граничное измерение микротвердости от передней поверхности примерно совпадает с линией распределения деформации со стороны как передней, так и задней поверхностей. На участке пластического контакта C_1 , где действуют наибольшие нормальные и касательные напряжения, экспериментально обнаружено (рис. 4, а), что на глубине до 100 мкм в конце стадии начального периода износа уровень микротвердости доходит до 1166 HV. В конце стадии установившегося износа резца замечено некоторое снижение микротвердости, однако на упругом участке контакта сохраняется высокая микротвердость - до 1000 HV, мало отличающаяся от матричной, составляющей 1030...1050 HV. Как показали экспериментальные данные, на участке пластического контакта повышение микротвердости по сравнению с матричной составляет до 130 HV и сохраняется на полочке контакта практически до 55 мин работы инструмента, при этом сохраняются высокие физико-механические свойства. Причем по сравнению с обычными быстрорежущими сталями зона нормального периода работы у резцов из быстрорежущего сплава с интерметаллидным упрочнением B14M7K25 на 5 мин больше, что при скоростях 60-минутной стойкости, превышающих в 1.5 раза обычные быстрорежущие стали, обеспечивает высокую производительность, качество обработанных поверхностей,

Рис.4. Зависимость микротвердости от продолжительности работы резца при обработке стали 45 резцами В14М7К25 в режимах: $V_{60} = 65$ м/мин., $S = 0.3$ мм/об., $t = 2.0$ мм: а) в конце начального износа, б) в конце установившегося износа, в) в стадии катастрофического износа, г) зависимость износа от продолжительности, по стадиям.

долговечность инструмента и низкую себестоимость обработки.

Обнаружено, что распределение плотности и концентрация дислокаций отражают влияние давлений и температур со стороны передней и задней поверхностей инструмента, показывающих глубину и конфигурацию прилегания деформаций в теле резца. Установлено, что с повышением деформированного состояния поверхностных слоев инструмента и вследствие изменения структуры и микротвердости при соответствующих условиях резания повышается износостойкость инструмента.

Государственный инженерный университет Армении

Литература

1. *Полетика М. Ф.* - Контактные нагрузки на режущих поверхностях инструмента. М. Машиностроение. 1985. 160 с.
2. *Саградян А. И., Саркисян К. А.* - Межвуз. сб. науч. трудов "Машиностроение". Ереван. Сер. 16. Вып. 3. 1980. С. 29-35.
3. *Зорьев Н. Н.* - Развитие науки о резании металлов. М. Машиностроение. 1967. 405 с.
4. *Скотникова М. А., Касторский Д. А., Строкина Т. И.* - Инструмент и технология. 2002. №7-8. С. 62-68.
5. *Рыбакова Л. М., Кусенкова Л. И.* - Структура и износостойкость металлов. М. Машиностроение. 1982. 209 с.
6. *Галкин С. Г.* - В сб.: Судостроение и судоремонт. СПб. 1998. С. 148-151.

Ա. Ի. Սահրադյան

**Գործիքի մերձկոնտակտային շերտերի դեֆորմացման վիճակի հետազոտումը
կոնստրուկցիոն նյութերի մշակման դեպքում**

Դիտարկված են մշակվող նյութ-գործիք զույգի (պողպատ 45, B14M7K25 արագահատ համաձուլվածք) մերձկոնտակտային շերտերում լարվածադեֆորմացման վիճակը և շփման գործընթացները, որոնք բնորոշում են գործիքի մաշման աստիճանը և կայունությունը: Միկրոկառուցվածքային և ռենտգենյան մեթոդներով ուսումնասիրված են այդ շերտերում դիսլոկացիաների կուտակման և ամրացման երևույթները, որոնց աստիճանը և խտությունը հաստատված են միկրոկարծրությունների չափման շնորհիվ:

A. I. Sahradyan

**Investigation of Deformational State of Instrument Contacting Layers under the
Treatment of Constructional Materials**

Tense - deformational state and the processes of friction of contacting layers of the pair material - instrument (steel 45, quick cutting alloy B14M4K25), which characterize the degree of deterioration and the stability of the instrument are viewed here. The concentration of dislocations and phenomenon of solidification of these layers, the degree and the depth of which are established by the measurements of microsolidities have been investigated by the microstructural and X-ray methods.

УДК 539.2

Р. М. Мовсесян, А. С. Саакян

**Одноэлектронные состояния квантового сектора в
ааронов-бомовском магнитном поле**

(Представлено академиком А. Р. Мкртчяном 30/VII 2004)

Исследованы одноэлектронные состояния в 2D-секториальной квантовой яме в присутствии ааронов-бомовского магнитного поля. Показано, что электронные энергетические уровни являются осциллирующими функциями магнитного потока.

1. Геометрическая форма системы существенно влияет на спектр элементарных возбуждений [1,2]. Здесь, как и в работе [3], рассмотрена круговая система радиуса R, состоящая из секториальной квантовой ямы и смежного с ней барьера. Поведение электронов в этой системе внешне напоминает известное в квантовой механике падение на центр [4], однако существенно, что система обладает основным состоянием.

Система находится во внешнем, нормальном к ее поверхности магнитном поле, локализованном в концентрической круговой области. Для простоты будем полагать, что размеры области локализации поля одного порядка с линейным размером вершины сектора (ясно, что вершина сектора не является идеально заостренной, но имеет конечный размер a) и $a \ll R$. Итак, электроны системы находятся под действием не самого магнитного поля, но вектор-потенциала. Отмеченное выше упрощение позволяет досконально исследовать влияние ааронов-бомовского магнитного поля на одно-электронные состояния. Известно, что в описанной ситуации волновая функция приобретает фазу [5], пропорциональную магнитному потоку, что фактически разрушает периодичность системы [6]. Эта ситуация хорошо исследована в полых сверхпроводниках [7] и металлических баллистических кольцах [8]. Было также показано, что все макроскопические величины являются осциллирующими функциями магнитного потока (теорема Байерса - Блоха - Янга [9,10]).

В настоящей работе получены энергетический спектр и одноэлектронные волновые функции для описанной выше секториальной системы. Показана осциллирующая зависимость спектра от магнитного потока; в зависимости от величины потока меняется качественный характер поведения электрона.

2. Одноэлектронное уравнение Шредингера для секториальной системы с потоком имеет вид

$$\frac{1}{2m} \left(\hat{\vec{p}} - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 \Psi + U\Psi = E\Psi, \tag{1}$$

где

$$U = \begin{cases} 0, & 0 \leq \varphi \leq \varphi_0 & \text{(I)} \\ U_0, & \varphi_0 \leq \varphi \leq 2\pi & \text{(II)} \end{cases} \quad (2)$$

с периодическим продолжением в область $\varphi > 2\pi$.

Вектор-потенциал \vec{A} выберем в виде [5]

$$\vec{A} = \frac{\Phi}{2\pi} \vec{\nabla} \varphi, \quad (3)$$

φ - полярный угол; Φ - магнитный поток через область вершины сектора, $\vec{A} = (A_\varphi, 0)$.

Тогда выполняются следующие условия:

$$\oint_L \vec{A} d\vec{l} = \Phi, \quad (4a)$$

$$\text{rot } \vec{A} = 0, \quad (4b)$$

где контур l охватывает область вершины сектора, а условие (4b) верно во всей области системы кроме области, где есть магнитное поле.

Для решения уравнения (1) мы используем адиабатическое приближение, полагая быстрой азимутальную степень свободы.

Волновую функцию $\Psi(r, \varphi)$ представим в виде

$$\Psi(r, \varphi) = \psi(r, \varphi) \chi(r), \quad (5)$$

полагая, что $\psi(r, \varphi)$ удовлетворяет следующему уравнению:

$$\frac{1}{2m} \left(\hat{p}_\varphi - \frac{e}{c} A_\varphi \right)^2 \psi + U\psi = E_0 \psi. \quad (6)$$

Состояния, определяемые уравнением (6), имеют блоховский вид

$$\psi = \psi_0 e^{i\alpha\varphi}, \quad (7)$$

φ_0 - волновая функция азимутальной степени свободы, обладающая 2π -периодичностью, а роль блоховского волнового числа играет отношение $\alpha = \Phi/\Phi_0$, где $\Phi_0 = \hbar c/e$ - элементарный

поток.

В интервале $[0, 2\pi]$ представим волновую функцию ψ_0 в виде

$$\psi_{0,I} = (A_1 e^{i\lambda\varphi} + A_2 e^{-i\lambda\varphi}) e^{i\alpha\varphi}, \quad (8)$$

$$\psi_{0,II} = (B_1 e^{\mu\varphi} + B_2 e^{-\mu\varphi}) e^{i\alpha\varphi},$$

где индексы I и II нумеруют области $[0, \varphi_0]$ и $[\varphi_0, 2\pi]$ соответственно, $\lambda = \frac{\sqrt{2mE_0}}{\hbar}$, $\mu =$

$\frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(U - E_0)}$ и $\psi_{0,I}$, $\psi_{0,II}$ удовлетворяют следующим граничным условиям:

$$\psi_I(\varphi_0) = \psi_{II}(\varphi_0), \quad \psi'_I(\varphi_0) = \psi'_{II}(\varphi_0), \quad (9)$$

$$\psi_I(0) = \psi_{II}(2\pi), \quad \psi'_I(0) = \psi'_{II}(2\pi),$$

которые с учетом (8) приводят к следующему дисперсионному уравнению для определения энергетического параметра E_0 :

$$\cos(\lambda\varphi_0) \operatorname{ch}(\mu b) + \frac{\mu^2 - \lambda^2}{2\mu\lambda} \sin(\lambda\varphi_0) \operatorname{sh}(\mu b) = \cos 2\pi\alpha, \quad (10)$$

$$b = 2\pi - \varphi_0,$$

совпадающего с дисперсионным уравнением задачи Кронига - Пени.

Из-за трансцендентности уравнение (10) можно решить в некоторых предельных случаях. Здесь будет рассмотрен наиболее интересный из них. Пусть одиночная потенциальная яма содержит уровень, расположенный достаточно близко к ее поверхности $\varepsilon_0 \leq U$. В случае бесконечного числа ям этот уровень размывается в зону. В связи с этим решение ищем в виде

$$E_0 = \varepsilon_0 - \delta(\alpha), \quad \delta_{\max}(\alpha) \ll U. \quad (11)$$

Разложим правую часть уравнения (10) в ряд по степеням δ , удержав нулевой и линейный по δ члены. В результате уравнение (10) расщепляется на два: решением одного является

$$E_0 = \varepsilon_0 - \frac{2\hbar^2}{mb\varphi_0 r^2} \cos 2\pi\alpha, \quad (12)$$

$$r \gg \frac{2r_0}{\sqrt{b\varphi_0}}, \quad r_0 = \frac{\hbar}{\sqrt{mU}}; \quad (12a)$$

второе уравнение имеет вид

$$\operatorname{th} \frac{rb}{R_0} = \frac{2r_0}{R_0} \operatorname{ctg} \frac{r\varphi_0}{R_0}, \quad R_0 = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(U - \varepsilon_0)}}, \quad (13)$$

решением которого является энергия локализованного состояния в одиночной яме. В области (12a) оно обладает следующим решением:

$$\varepsilon_0 = U - \frac{\hbar^2}{2mb^2 r^2}, \quad (14)$$

так что окончательно

$$E_0 = U - \frac{\hbar^2}{2mb^2 r^2} - \frac{2\hbar^2}{mb\varphi_0 r^2} \cos 2\pi\alpha. \quad (15)$$

Итак, собственные значения энергии азимутальной степени свободы являются осциллирующими функциями магнитного потока и заполняют "зону" шириной $4\hbar^2/mb\varphi_0 r^2$. Из (15) видно, что в области значений потока $\cos 2\pi\alpha < -(\varphi/2b)$ зонные уровни располагаются над ямой; туннелирование с высоко расположенного уровня приводит к тому, что угловая область локализации электрона становится равной $\sqrt{b\varphi_0}$, т.е. в $\sqrt{b/\varphi_0}$ раз превышает угловой растров сектора φ_0 .

Подставив (5) в уравнение (1), умножим слева на $\psi(r, \varphi)$ и проинтегрируем по φ ; в результате придем к следующему уравнению, определяющему состояния медленной подсистемы:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_r \chi + E_0(r)\chi = E\chi + \hat{C} \chi, \quad (16)$$

где Δ_r - радиальная часть 2D-лапласиана, $E_0(r)$ определяется выражением (15), а \hat{C} - оператор неадиабатичности имеет следующий вид:

$$\hat{C} \chi = \frac{\hbar^2}{2m} \left[\int_0^{2\pi} \psi^* (\Delta_r \psi) \chi d\varphi + \int_0^{2\pi} \psi \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \chi}{\partial r} d\varphi \right]. \quad (17)$$

В дальнейшем этим членом пренебрежем. Обоснование этого приближения дадим позже. Рассматриваем уравнение

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta_r \chi + E_0(r)\chi = E\chi, \quad (18)$$

или

$$r^2 \chi'' + r \chi' + (\gamma - k^2 r^2) \chi = 0, \quad (18a)$$

$$k^2 = \frac{2m(U - E)}{\hbar}, \quad \gamma = \frac{4}{b\varphi_0} \left(\frac{\varphi_0}{4b} + \cos 2\pi\alpha \right).$$

Параметр γ в (18a), а следовательно, и сингулярный потенциал $E_0(r)$ являются знакопеременными функциями α - притяжение периодически сменяется отталкиванием. Поведение электронов вблизи вершины сектора существенно зависит от этого обстоятельства.

Рассмотрим сначала случай $\gamma > 0$, $k^2 > 0$ (внутриямные состояния). Волновую функцию можно представить в виде

$$\chi(r) = A J_{i\beta}(ikr) + A^* J_{-i\beta}^*(-ikr), \quad \beta = \sqrt{\gamma}. \quad (19)$$

Наложим на волновую функцию (19) граничные условия

$$\chi(a) = \chi(R) = 0, \quad (20)$$

в результате приходим к дисперсионному уравнению

$$J_{i\beta}(ikR) J_{-i\beta}(ika) - J_{i\beta}(ika) J_{-i\beta}(ikR) = 0, \quad (21)$$

тогда в приближении $ka \ll 1$, $kR \gg 1$ получим следующее выражение для спектра:

$$E = U - \frac{2\hbar^2}{ma^2} \exp \left\{ - \left[2\alpha + \pi \left(\frac{1}{\beta} \ln \frac{r}{a} \right) \right] \right\}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (22)$$

а волновая функция (19) в непосредственной близости к вершине имеет вид

$$\chi(r) \cong \sin \left(\beta \ln \frac{r}{a} \right), \quad (23)$$

внешне совпадающий с волновой функцией частицы, падающей на центр, однако первое из условий (20) ограничивает число осцилляций вблизи вершины; этим и обеспечивается существование основного состояния.

Аналогично можно исследовать надъямные состояния ($\gamma > 0, k^2 < 0$): волновая функция вблизи вершины имеет вид, совпадающий с (23), а спектр энергий следующий:

$$E = U + \frac{\hbar^2}{2mR^2} \left(\varphi_0 - \xi + \beta \ln^2 \frac{R}{a} + \pi n \right)^2, \quad \text{tg} \xi = \text{th} \frac{\pi\beta}{2}, \quad (24)$$

близкий к спектру в одномерной яме бесконечной глубины; это обусловлено вторым из граничных условий (20).

Рассмотрим теперь случай $\gamma < 0$ ("большой" магнитный поток). Легко показать, что в этом случае внутриямные состояния отсутствуют, а спектр надъямных состояний

$$E = U + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mR^2} \left(\frac{\beta}{2} \ln^2 \frac{R}{a} + l \right)^2. \quad (25)$$

В (24) и (25) n и l пробегает целочисленные значения, а волновая функция в непосредственной близости от вершины приобретает вид

$$\chi \cong \text{sh} \left(\beta \ln \frac{r}{a} \right), \quad (26)$$

т.е. осцилляции отсутствуют.

Таким образом, с изменением величины магнитного потока существенно меняется картина поведения электронов: если в области $\gamma > 0$ состояния близки к состояниям с падением на центр, то в области $\gamma < 0$ это явление отсутствует.

Покажем теперь, что оператором неадиабатичности в уравнении (16) можно пренебречь.

Параметр μ в (8) в рассматриваемом приближении не зависит от r , поэтому производные по r обращаются в нуль и в области II $\hat{C}\chi$ тождественно равно нулю. В области I, как это легко показать, $\hat{C}\chi \sim \varphi_0^2$. К адиабатичности системы приводят два важных обстоятельства: малость φ_0 и существование еще одного малого параметра - $|U - E_0(r)|$; благодаря именно этому условию туннелирование азимутальной степени свободы является быстрым.

Государственный инженерный университет Армении

Литература

1. *Андо Т., Фаулер А., Стерн Ф.* Электронные свойства двумерных систем. М. Мир. 1985. 380 с.
2. *Imry Y.* Introduction to Mesoscopic Physics. Oxford. Univ. Press. 2002. 296 с.
3. *Мовсесян Р. М., Саакян А. С.* - Изв. НАН Армении. Физика. 2004. Т 39. N3. С. 147.
4. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. М. Наука. 1963. 700 с.
5. *Aharonov Y., Bohm D.* - Phys. Rev. 1959. V. 115. P. 485.
6. *Cheung H-F., Gefen I., Riedel E., Shih W-H.* - Phys. Rev. 1988. V. 37. P. 11.
7. *Шарвин Д. Ю., Шарвин Ю. В.* - ЖЭТФ. 1965. Т. 48. С. 984.
8. *Levi A. F.* Physics Today. FEB. 1990. V. 43. P. 58.
9. *Byers N., Yang C. N.* - Phys. Rev. Lett. 1961. V. 7. N 2.
10. *Bloch F.* - Phys. Rev. B. 1970. V. 2. N 1.

Ռ. Մ. Մովսեսյան, Ա. Ս. Սահակյան

**Քվանտային սեկտորի միաէլեկտրոնային վիճակները Ահարոնով - Բոմի
մագնիսական դաշտում**

Հետազոտված են միաէլեկտրոնային վիճակները 2D սեկտորիալ քվանտային փոսում՝ Ահարոնով-Բոմի մագնիսական դաշտի առկայությամբ: Ցույց է տրված, որ էլեկտրոնային էներգետիկ մակարդակները մագնիսական հոսքի պարբերական ֆունկցիաներ են:

R. M. Movsessyan, A. S. Sahakyan

**One Electron States of Quantum Sector in Presence of
Aharonov-Bohm Magnetic Field**

One Electron States in 2D sectorial quantum well in presence of Aharonov-Bohm magnetic field were investigated. It is shown, that one electron energy levels turned to be oscillating functions of magnetic flux.

УДК 547.491.8.07 (0.88.8)

Академик В. В. Довлатян, К. А. Элиазян, В. А. Пивазян, А. П. Енгоян

**Реакция хлорида (2-метилмеркапто-6-метилпиримидинил-4)
триметиламмония с O-нуклеофилами**

(Представлено 15/XII 2004)

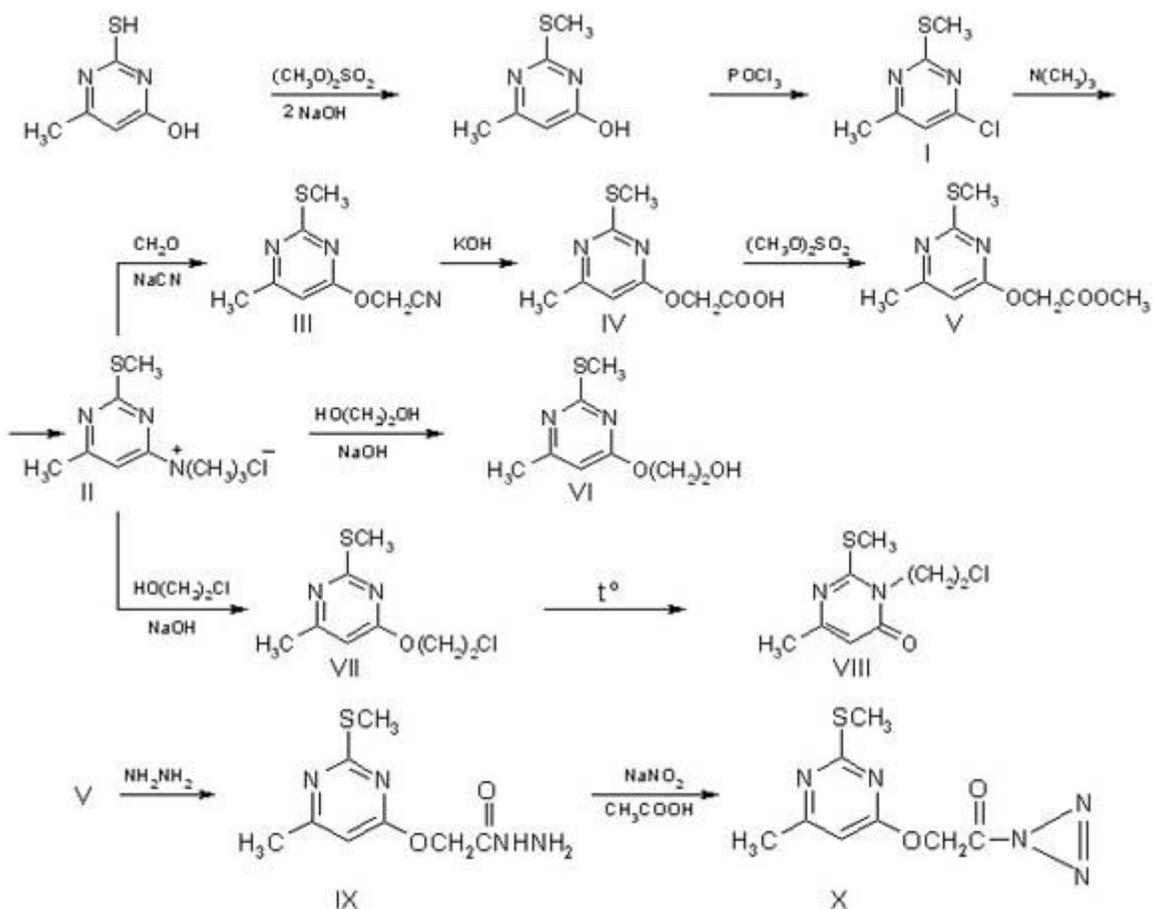
В последние годы 2-меркаптоурацил и его производные привлекли внимание исследователей в связи с их антифиброзной активностью [1]. Меркаптопиримидины обладают более кислыми свойствами по сравнению с соответствующими оксисоединениями и при алкилировании первоначально получают алкилмеркаптопроизводные [2], однако не исключено также образование O- или N-алкильных соединений.

Нами установлено, что 2-метилмеркаптоурацил получается с хорошим выходом в воднощелочной среде при действии на меркаптоурацил диметилсульфатом с соотношением реагирующих веществ 2:1:1. Полученный 2-метилмеркаптопиримидин хлорирован оксихлоридом фосфора [3] и далее переведен в хлорид (2-метилмеркапто-6-метилпиримидинил-4) триметиламмония II [4].

В настоящей работе приводятся данные о широкой функционализации соли II.

Показано, что хлорид II в водной среде в присутствии щелочи при низкой температуре гладко взаимодействует с цианметилирующей смесью ($\text{CH}_2\text{O} + \text{NaCN}$), этиленгликолем и этиленхлоргидрином и образует, соответственно, 4-цианметилокси(III), 4- β -оксиэтилокси (VI) и 4- β -хлорэтилокси (VII) производные [5-7].

Соединение III под действием 10%-ной водной щелочи, аналогично ранее полученным нами цианметилоксипроизводным [5], переходит в кислоту IV, которая под действием диметилсульфата в диметилформамиде образует эфир V. Последний в избытке 63%-ного гидразингидрата при 20°C превращается в гидразид пиримидинил-4-оксиуксусной кислоты IX, а далее под действием HNO_2 - в азид X.



Было изучено поведение соединения VII в условиях реакции перегруппировки, имеющей место в хлорэтокси-симм-триазилах [8]. Установлено, что соединение VII при нагревании в кипящем бензоле подвергается перегруппировке с образованием N-β-хлорэтилпроизводного VIII.

ИК спектры сняты на спектрофотометре UR-20 в вазелиновом масле, а спектры ЯМР ^1H - на спектрометре Mercury-300 в DMCO-d_6 . ТСХ проведена на пластинах Silufol UV-254, в качестве элюента применялась система ацетон-гексан (2:1), проявление 2% AgNO_3 +2% БФС +4% лимонной кислоты.

2-Метилмеркаптоурацил. К раствору 1.4 г (0.01 моля) 2-меркаптоурацила, 0.8 г (0.02 моля) едкого натра в 15 мл воды при охлаждении ледяной водой и перемешивании порциями добавляют 1.0 мл (0.01 моля) диметилсульфата. Смесь оставляют на ночь, затем подкисляют 10%-ной HCl . Фильтруют, получают 1.3 г (83%) 2-метилмеркаптоурацила, Т.пл. 213-215°C. Найдено, %: N 17.81; S 20.40. M^+ 156. $\text{C}_6\text{H}_8\text{N}_2\text{OS}$. Вычислено, %: N 17.95; S 20.51.

2-Метилмеркапто-4-хлор-6-метилпиримидин (I). Суспензию 5.5 г (0.035 моля) 2-метилмеркаптоурацила в 15 мл POCl_3 кипятят 2 ч. Отгоняют избыток POCl_3 , остаток переносят в стакан с колотым льдом, нейтрализуют 25%-ным NH_4OH и фильтруют. Получают 5.2 г (85%) соединения I, Т.пл. 47-48°C (гексан), R_f 0.43. Найдено, %: Cl 20.65; N 16.29.

$C_6H_7ClN_2S$. Вычислено, %: Cl 20.34; N 16.05.

Хлорид [2-метилмеркапто-6-метилпиримидинил-4] триметиламмония (II). Получают по ранее описанному способу [6]. Выход 86%, Т.пл. 136-137°C (разл). Найдено, %: Cl 15.61; N 18.24. $C_9H_{16}ClN_3S$. Вычислено, %: Cl 15.20; N 17.99.

2-Метилмеркапто-4-цианметилокси-6-метилпиримидин (III). Получают по описанию, приведенному в работе [5]. Выход 97%, Т.пл. 72-74°C (эфир). R_f 0.39. Найдено, %: N 21.27; S 16.69. $C_8H_9N_3OS$. Вычислено, %: N 21.54; S 16.41. ИК спектр, ν , cm^{-1} : 2260 (C \equiv N); 1585, 1560, 1505 (C = N, C = C); 1165-1120 (C – O – C). Спектр ЯМР 1H , δ , м.д.: 2.40 (3H, с, CH_3); 2.56 (3H, с, SCH_3); 5.15 (2H, с, CH_2); 6.43 (1H, с, CH).

2-Метилмеркапто-6-метилпиримидинил-4-оксиуксусная кислота (IV). Суспензию 2.0 г (0.01 моля) соединения III в 5 мл 10%-ного едкого натра кипятят обратным холодильником 2-2.5 ч до прекращения выделения аммиака. Раствор нейтрализуют HCl до pH 6 и фильтруют. Получают 1.5 г (70%) кислоты IV. Т.пл. 170-172°C (50% C_2H_5OH). R_f 0.51. Найдено, %: N 13.27; S 14.61. $C_8H_{10}N_2O_3S$. Вычислено, %: N 13.08; S 14.95. ИК спектр, ν , cm^{-1} : 1720 (C = O); 1570, 1600 (C = N, C = C); 1210, 1170 (C – O – C); 3300-3500 (OH). Спектр ЯМР 1H , δ , м.д.: 2.38 (3H, с, CH_3); 2.47 (3H, с, SCH_3); 4.78 (2H, с, CH_2); 6.39 (1H, с, CH); 12.0 (1H, о.ш.с. OH).

Метилвый эфир 2-метилмеркапто-6-метилпиримидинил-4-оксиуксусной кислоты (V). К суспензии 0.7 г (0.01 моля) 84% едкого кали(порошок) в 10 мл ДМФА добавляют 2.2 г (0.01 моля) кислоты IV и перемешивают 2 ч для образования соли. Приливают 1.0 мл (0.01 моля) диметилсульфата и реакционную смесь нагревают при 50-60°C 2 ч. Фильтруют KCH_3SO_4 , фильтрат упаривают и обрабатывают водой. Фильтруют и получают 1.7 г (74%) эфира V. Т.пл. 58-60°C (гептан). R_f 0.45. Найдено, %: N 12.47; S 14.49. $C_9H_{12}N_2O_3S$. Вычислено, %: N 12.28; S 14.04. ИК спектр, ν , cm^{-1} : 1730 (C = O); 1560, 1530, 1500 (C = N, C = C); 1150 (C – O – C). Спектр ЯМР 1H , δ , м.д.: 2.38 (3H, с, CH_3); 2.43 (3H, с, SCH_3); 3.73 (3H, с, OCH_3); 4.85 (2H, с, CH_2); 6.40 (1H, с, CH).

2-Метилмеркапто-6-метилпиримидинил-4-оксиэтанол (VI). Получают по описанию, приведенному в работе [7]. Выход 90%, Т.пл. 65-66°C (гексан). R_f 0.52. Найдено, %: N 14.37; S 16.43. $C_8H_{12}N_2O_2S$. Вычислено, %: N 14.00; S 16.00. ИК спектр, ν , cm^{-1} : 1610, 1580 (C = N, C = C); 1180, 1080 (C – O – C); 3200-3500 (OH). Спектр ЯМР 1H , δ , м.д.: 2.33 (3H, с, CH_3); 2.50 (3H, с, SCH_3); 3.62 (2H, т, J = 6.8 Гц, OCH_2); 4.25 (2H, т, J = 6.8 Гц, $ArOCH_2$); 6.12 (1H, с, CH).

2-Метилмеркапто-4- β -хлорэтилокси-6-метилпиримидин (VII). Получают по описанию, приведенному в работе [6]. Выход 92%, Т.пл. 40-42°C (из C_6H_6). R_f 0.38. Найдено, %: Cl 16.03; N 13.17; S 15.00. $C_8H_{11}ClN_2OS$. Вычислено, %: Cl 16.25; N 12.81; S 14.62. Спектр ЯМР 1H , δ ,

м.д.: 2.20 (3H, с, CH₃); 2.60 (3H, с, SCH₃); 3.82 (2H, т, J = 6.6 Гц, CH₂Cl); 4.45 (2H, т, J = 6.6 Гц, OCH₂); 6.20 (1H, с, CH).

2-Метилмеркапто-N₍₃₎-β-хлорэтил-6-метилпиримидинон-4 (VIII). Раствор 2.2 г (0.01 моля) соединения VII в 10 мл абсолютного бензола кипятят обратным холодильником 4 ч. Бензол отгоняют, остаток обрабатывают петролейным эфиром и фильтруют. Получают 1.8 г (82%) соединения VIII. Т.пл. 80-82°C. R_f 0.34. Найдено, %: Cl 15.97; N 13.11; S 14.25. C₈H₁₁ClN₂OS. Вычислено, %: Cl 16.25; N 12.81; S 14.62. ИК спектр, ν, см⁻¹: 1660 (C = O амид.); 1560, 1520, 1500 (C = N, C = C). Спектр ЯМР ¹H, δ, м.д.: 2.32 (3H, с, CH₃); 2.60 (3H, с, SCH₃); 3.75 (2H, т, J = 6.5 Гц, CH₂Cl); 4.25 (2H, т, J = 6.5 Гц, NCH₂); 5.96 (1H, с, CH).

Гидразид 2-метилмеркапто-6-метилпиримидинил-4-оксиуксусной кислоты (IX). Смесь 2.3 г (0.01 моля) соединения V и 9 мл 63%-ного гидразингидрата перемешивают при 20°C в течение суток. Фильтруют, фильтр промывают водой и получают 2.0 г (87%) соединения IX. Т.пл. 152-154°C (разл.) (эфиром). R_f 0.58. Найдено, %: N 25.00; S 14.36. C₈H₁₂N₄O₂S. Вычислено, %: N 24.56; S 14.04. ИК спектр, ν, см⁻¹: 1680 (C = O); 1580, 1540 (C = N, C = C); 3350, 3320 (NHNH₂).

Азид 2-метилмеркапто-6-метилпиримидинил-4-оксиуксусной кислоты (X). К суспензии 2.3 г (0.01 моля) соединения IX в 30 мл воды прибавляют 1.8 г (0.025 моля) NaNO₂ и затем при 0°C медленно порциями добавляют 1.5 г (0.025 моля) CH₃COOH. Смесь перемешивают при 20-25°C 3 ч. Фильтруют, фильтр промывают водой и сушат на воздухе. Получают 2.2 г (90%) соединения X. Т.пл. 50-52°C (разл.). Найдено, %: N 30.35; S 13.81. C₈H₉N₅O₂S. Вычислено, %: N 29.29; S 13.39. ИК спектр, ν, см⁻¹: 1660 (C = O); 2140 (N = N⁺ = N). Спектр ЯМР ¹H, δ, м.д.: 2.40 (3H, с, CH₃); 2.48 (3H, с, SCH₃); 4.95 (2H, с, OCH₂); 6.42 (1H, с, CH).

Работа выполнена при финансовой поддержке МНТЦ (проект А-370).

Армянская сельскохозяйственная академия

Литература

1. *Salter* - Ann. Rev. Biochem. 1945. V. 14. P. 570.
2. *Lee J.* - J. Am. Chem. Soc. 1938. V. 60. P. 993.
3. *Henze H. R.* - J. Org. Chem. 1952. V. 17. P. 1320.
4. *Довлатян В. В., Элиазян К. А., Пивазян В. А.* - ХГС. 2001. №3, С. 349.
5. *Довлатян В. В., Элиазян К. А.* - Арм. хим. ж. 1971. Т. 24. № . С. 354.
6. *Довлатян В. В., Элиазян К. А., Пивазян В. А., Казарян Э. А.* - ХГС. 1996. №2. С. 237.
7. *Довлатян В. В., Агаджанян Л. Г., Элиазян К. А.* - Арм. хим. ж. 1974. Т. 27. № . С. 238.
8. *Довлатян В. В.*, - ХГС. 1996. №4. С. 435-448.

Ակադեմիկոս Վ. Վ. Դովլաթյան, Կ. Ա. Էլիազյան, Վ. Ա. Պիվազյան,
Ա. Փ. Ենգոյան

(2-մեթիլմերկապտո-6-մեթիլպիրիմիդինիլ-4) տրիմեթիլամոնիումային քլորիդի
ռեակցիաները *O*-նուկլեոֆիլների հետ

(2-մեթիլմերկապտո-6-մեթիլպիրիմիդինիլ-4) տրիմեթիլամոնիումային քլորիդի և *O*-նուկլեոֆիլների փոխազդեցությամբ սինթեզվել են 4-ցիանոմեթիլօքսի (β -օքսիէթիլօքսի, β -քլորէթիլօքսի) պիրիմիդիններ և իրականացվել են նրանց որոշ փոխարկումները: Արդյունքում ստացվել է համապատասխան պիրիմիդինիլ-4-օքսիքսացախաթթուն, նրա մեթիլային եթերը, հիդրազիդը և ազիդը: Ապացուցվել է, որ 4- β -քլորէթիլօքսի ածանցյալը եռացող բենզոլում վերախմբավորվում է մինչև $N_{(3)}$ - β -քլորէթիլ ածանցյալի:

Academician V. V. Dovlatyan, K. A. Eliazyan, V. A. Pivazyan, A. P. Engoyan

**The Reactions of Chloride (2-methylmercapto-6-methylpyrimidinyl-4)
trimethyl-ammonia with *O*-nucleophyles**

With the interaction of chloride (2-methylmercapto-6-methylpyrimidinyl-4) ammonia with *O*-nucleophyles it has been obtained the 4-cyanomethoxy (β -oxyethoxy, β -chloroethoxy) pyrimidines and then their some transformations have been realized. In the result it has been obtained corresponding pyrimidinyl-4-oxyacetic acid, their methyl ester, hydrazide and azide. It is shown that 4- β -chloroethoxy derivative in boiling benzene is reargementing with the formation of $N_{(3)}$ - β -chloroethyl derivative.

УДК 577.112.612

К. А. Гевондян¹, Д. Х. Амбарцумян¹, С. Г. Минасян², Р. Г. Камалян¹**Дыхание иммунных клеток и митохондрий мозга на аминокислотных субстратах**

(Представлено академиком А. А. Галояном 22/IV 2004)

Известно, что аминокислоты семейства глутамина синтезируются из глюкозы и могут в условиях ее дефицита служить в качестве субстратов дыхания в митохондриях мозга. В то же время имеются данные о плохой проницаемости митохондрий мозга в отношении основного аминокислотного субстрата глутамата [1, 2], который, по-видимому, в основном захватывается цитоплазматическими везикулами, запасующими и транспортирующими его в нервные окончания. Основным источником трансмиссерного глутамата в мозге служит глутамин, превращение которого в глутамат и аммиак обеспечивается локализованной на наружной стенке внутренней митохондриальной мембраны нейронов фосфатактивируемой глутаминазой (ФАГ). Концепция компартиментализации обмена нейротрансмиссерных аминокислот, глутамата и ГАМК в мозге объясняет ряд особенностей их метаболизма, связанных с множественностью путей обмена и функций [3-6]. Согласно концепции глутамин-глутаматного цикла медиаторный глутамат, захваченный глиальными клетками, превращается в глутамин, транспортируется в нейроны, где и подвергается действию ФАГ. Если большая часть глутамата захватывается цитоплазматическими везикулами, то аммиак, скорее всего, проникает в митохондрии [7], где используется в синтезе глутамата, регулируя одновременно через глутаматдегидрогеназную реакцию интенсивность функционирования цикла Кребса. Вместе с тем ряд данных свидетельствует о возможности использования глутамина в качестве топлива энтероцитами, спленоцитами, лимфоцитами и нейтрофилами [8-10]. Однако такая возможность связывается с интенсивным глутаминолизом, без учета окисления образующегося глутамата. Дыхание указанных клеток на аминокислотных субстратах мало исследовано, что побудило нас провести сравнительное изучение возможности их окисления митохондриями мозга, тимоцитами и спленоцитами.

Опыты проведены на белых крысах обоего пола, содержащихся в условиях вивария Института биохимии НАН РА. Крыс обезглавливали под легким эфирным наркозом, быстро удаляли мозг, тимус и селезенку, промывали холодным раствором Трис-сахарозы, удаляли оболочки и гомогенизировали в соответствующих средах. Митохондрии мозга выделяли по Палладину и Кирсенко [11]. Белок определяли по Лоури [12]. Для получения тимоцитов и спленоцитов использовали охлажденную до 4°C модифицированную среду Хенкса, содержащую до 5.12×10^{-2} г/л Ca^{2+} [13]. Дыхание митохондрий регистрировали с помощью аппарата "BAS-100" (USA) с использованием электрода Кларка. Инкубационная среда для выделенных митохондрий мозга содержала: 100 мМ сахарозы, 60 мМ KCl , 1.5 мМ KH_2PO_4 , 1.5

мМ Трис-буфера, рН 7.4; для тимоцитов и спленоцитов - 120 мМ КСl, 1 мМ КН₂РО₄, 1 мМ Нерес, рН 7.4, t = 37°С. Субстраты окисления с концентрациями указаны в подписях к рисункам. Везде АДФ добавляли по 200 мкМ.

Результаты изучения дыхания митохондрий мозга на аминокислотных субстратах представлены на рис. 1.

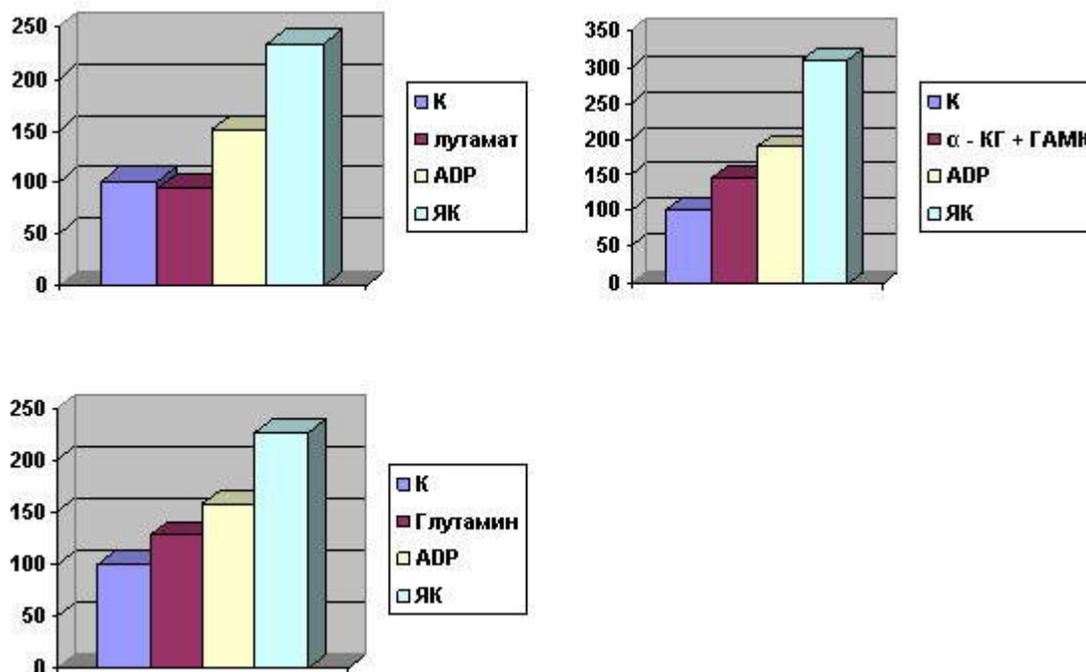


Рис.1. Дыхание митохондрий мозга на аминокислотных субстратах. Концентрация субстратов 5мМ. Скорость эндогенного дыхания 2.6×10^{-8} М мин⁻¹. мг⁻¹ белка

Как видно из рисунка, добавление глутамата к митохондриям почти не влияет на уровень эндогенного дыхания. Дыхание на глутамате при добавлении универсального активатора окисления - акцептора фосфата АДФ усиливается на 65% по сравнению с пробой, содержащей глутамат в фосфатном буфере. Добавление янтарной кислоты в состоянии 3 дыхательной цепи приводит к усилению уровня поглощения кислорода до 90%, что свидетельствует о нормальном функционировании митохондрий и о том, что янтарная кислота является лучшим энергетическим субстратом митохондрий.

Интересно, что глутамин в отличие от глутамата повышает уровень эндогенного дыхания, что, скорее всего, связано с большей проницаемостью митохондрий для амида. Вместе с тем при активации дыхания АДФ суммарное поглощение кислорода на глутамате и его амиде одинаково, т.е. АДФ усиливает дыхание на глутамате в большей степени, чем на глутамине.

Более высокий уровень поглощения кислорода отмечается при совместном добавлении к митохондриям α-кетоглутарата и ГАМК (+ 45% от эндогенного дыхания), который возрастает примерно на столько же при добавлении в среду АДФ.

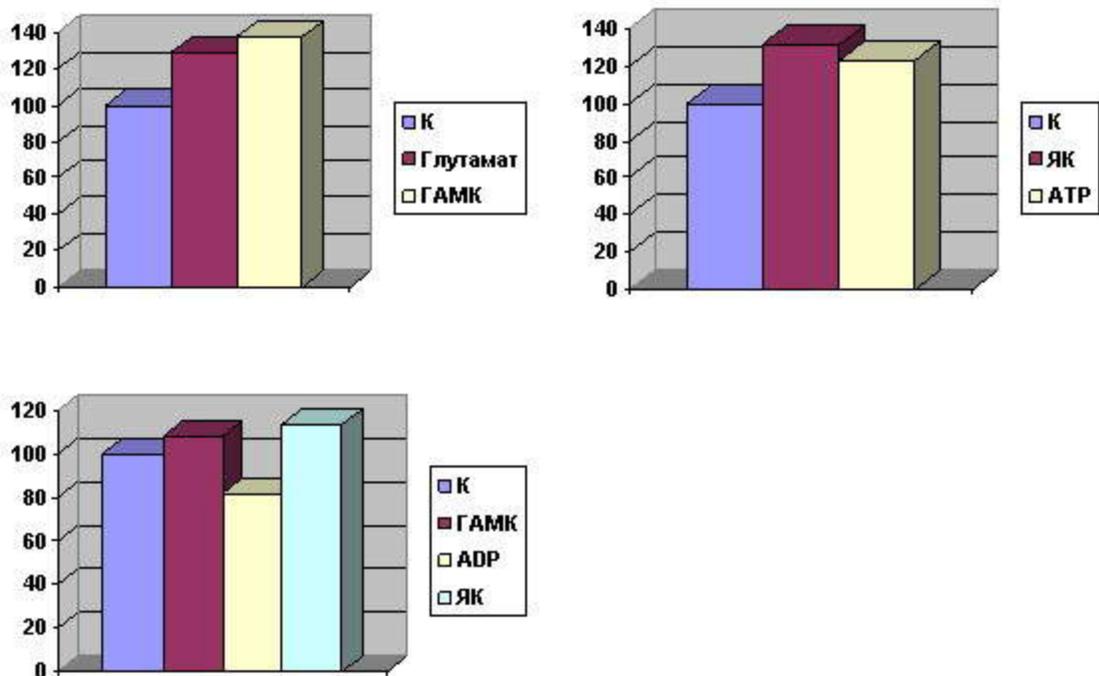


Рис. 2. Дыхание тимоцитов на аминокислотных субстратах. Концентрация субстратов: глутамин - 15 мМ, глутамат, ГАМК и кетоглутарат - 10 мМ, сукцинат - 6 мМ. Скорость эндогенного дыхания - $6.8 \text{ нМ} \cdot \text{мин}^{-1} \cdot \text{мг}^{-1} \text{ белка}$

На рис. 2 и 3 представлены результаты изучения дыхания на аминокислотных субстратах тимоцитов и спленоцитов. Спленоциты дышат на глутамине заметно лучше тимоцитов. Дыхание же на глутамате в тимоцитах выше, чем в спленоцитах. Добавление АДФ к инкубированным в фосфатном буфере спленоцитам, дышащим последовательно на глутамате и янтарной кислоте, приводит к резкому подавлению поглощения кислорода, что объясняется, скорее всего, изменением соотношения АТФ/АДФ в цитоплазме клетки. По-видимому, увеличение АТФ в цитоплазме на фоне энергизации митохондрий приводит по принципу отрицательной обратной связи к приостановке дыхания. В наших опытах дыхание тимоцитов на глутамине ниже, чем на глутамате, что говорит о большей доступности для митохондрий тимоцитов экзогенного глутамата, чем глутамата, образующегося из глутамина через ФАГ.

Примечательно, что ГАМК, который имеет свои рецепторы типа А на поверхности иммунных клеток [14], подавляющие через CD3 их иммунную активность, понижает эндогенное дыхание спленоцитов, не влияя существенно на таковое тимоцитов.

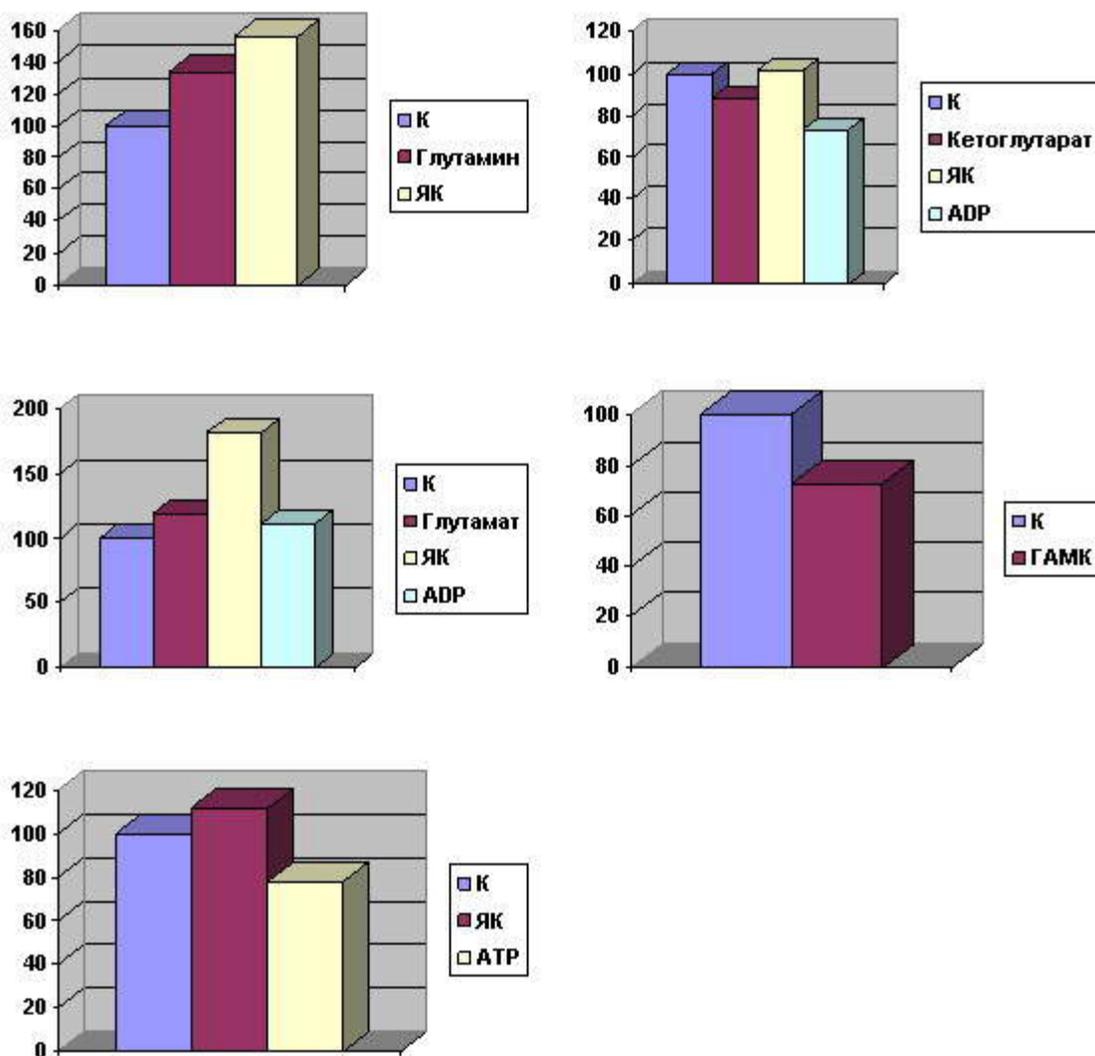


Рис.3. Дыхание спленоцитов на аминокислотных субстратах. Концентрация субстратов: глутамин - 15 мМ, глутамат, ГАМК и кетоглутарат - 10 мМ, сукцинат - 6 мМ. Скорость эндогенного дыхания - $4.6 \text{ нМ} \cdot \text{мин}^{-1} \cdot \text{мг}^{-1}$ белка

Чанг и др. [15] считают, что стимуляция пролиферации лимфоцитов глутамином связана с поддержанием соответствующего внутриклеточного редокс-статуса. Кюри, Ньюшолм и др. отмечают высокую глутаминазную активность лимфоцитов и нейтрофилов [8,10], однако, по их данным, как и в наших опытах на тимоцитах и спленоцитах, дыхание на глутамине не коррелирует с его превращением в глутамат. О низкой дыхательной активности лейкоцитов на аминокислотных субстратах говорят также данные по выходу $^{14}\text{CO}_2$ из меченого глутамина и достаточно высокий выход аминокислот, которые, по-видимому, используются в синтезе белка. Но каким образом обеспечивается энергетическая компонента этого синтеза, остается неясным. Полученные нами данные не свидетельствуют в пользу использования иммунными клетками глутамина в качестве эффективного дыхательного субстрата.

Электрохимические исследования проведены в рамках гранта NFSAT EISI 0101.

¹Институт биохимии НАН РА

²Институт химической физики НАН РА

Литература

1. *Kvamme E.* - Prog. Brain Res. 1998. V. 1160. P. 73-85.
2. *Roberg B., Torgner I. A., Kvamme E.* - Neurochem. Int. 1995. V. 27. P. 367-376.
3. *Rae C., Hare N., Bubb W. A.* - J. Neurochem. 2003. V.85. N 2. P. 503-510.
4. *Reubi J. C., Van den Berg C. J., Cuenod M.* - Neurosci. Lett. 1978. V. 10. P. 171-174.
5. *Roberg B., Torgner I. A., Kvamme E.* - Neurochem. Res. 1999. V. 24. N7. P. 809-814.
6. *Yu A. C. H., Fisher T. E., Hertz E., Schousboe A.* - J. Neurosci. Res. 1984. V. 11. P. 351-357.
7. *Marcaggi P., Coles J. A.* - Progress Neurobiol. 2001. V. 64. P. 157-183.
8. *Curi T. C., De Melo M. P., De Azevedo R. B., Homem-de-Bittencourt P. I.* - Am. J. Physiol. 1997. V. 273. P. 1124-1129.
9. *Daikhin Y., Yudkoff M.* - J. Nutr. 2000. V. 130 (4S Suppl). P. 1026S-1031S.
10. *Newsholme E. A.* - Braz. J. Med. Biol. Res. 1997. V. 30. N6. P. 345-361.
11. *Палладин А. В., Кирсенко О. Б.* - Биохимия. 1961. Т. 26. С. 385-390.
12. *Lowry O. H., Rosebrough N. T., Farr A. L. Randall R. J.* - J. Biol. Chem. 1951. V. 193. P. 265-270.
13. *Панавене Д. Г., Банджюлене С. Ю.* - Лабораторное дело. 1983. N4. С. 10-11.
14. *Tian Chau C., Hales T. G., Kaufman D. L.* - J. Neuroimmunology. 1999. V. 96. P. 21-28.
15. *Chang W. K., Yang K. D., Shaio M. F.* - Clin Exp Immunol. 1999. V. 117. P. 482-488.

Կ. Ա. Ղևոնդյան, Դ. Խ. Համբարձումյան, Ս. Հ. Մինասյան, Ռ. Գ. Քամալյան

Իմունային բջիջների և ուղեղի միտոքոնդրիումների շնչառությունը ամինաթթվային սուբստրատների վրա

Ուսումնասիրվել է ուղեղի միտոքոնդրիումների և իմունային բջիջների՝ գլյուտամինի ընտանիքի ամինաթթվային սուբստրատները օքսիդացնելու ունակությունը: Ցույց է տրվել, որ ուղեղի միտոքոնդրիումները շնչառական շղթայի էներգիզացված 3-րդ վիճակում օքսիդացնում են գլյուտամինը, գլյուտամինաթթուն և ԳԱԿԹ+կետո-գլյուտարաթթուն՝ համարյա հավասար արդյունավետությամբ, որը, սակայն, զիջում է սաթաթթվի օքսիդացմանը: Թիմոցիտները զգալիորեն պակաս ինտենսիվությամբ են օքսիդացնում ամինաթթվային սուբստրատները: Սպլենոցիտներում անգամ ամենաարդյունավետ շնչառական սուբստրատը՝ սաթաթթուն, նկատելիորեն չի խթանում թթվածնի կլանումը, իսկ ԱԿՖ-ի և ԱԵՖ-ի ավելացումը ընդհակառակը՝ հանգեցնում է շնչառության արգելակմանը թիմոցիտներում և հատկապես՝ սպլենոցիտներում: Գլյուտամինի օքսիդացման ցածր արագությունը իմունային բջիջներում չի հարաբերակցվում նրանցում հայտնի բարձր գլյուտամինազային ակտիվության հետ:

K. A. Ghevondyan, D. Kh. Hambardzumyan, S. H. Minasyan, R. G. Kamalyan

The Respiration of the Immune Cells and Brain Mitochondria on the Amino Acids Substrates

The ability of mitochondria and immune cells to oxidize the substates of the glutamine family amino acids has been studied. It was shown that brain mitochondria in the state 3 of respiratory chain oxidizes glutamine, glutamate and GABA+ α -ketoglutarate with same rate, which however is much less than that of succinate. The thymocytes oxidizes amino acides substrates with much less intensity. In splenocytes even succinate the better respiratory substrate doesn't stimulate the oxygen consumption in appreciably extent and ATP or ADP addition to incubation media inhibits respiration of the thymocytes and particularly in splenocytes. The low rate of glutamine oxidation in immune cells doesn't agree with the high rate of glutamine hydrolysis in these cells.

ՄՈԼԵԿՈՒԼԱՅԻՆ ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

ՈՒՏԴ 577

Դ. Է. Հակոբյան, Կ. Բ. Նազարյան

Էնոլազի և Ֆոսֆոզիցերատ մուտազի փոխազդեցության համակարգչային
մոդելավորում

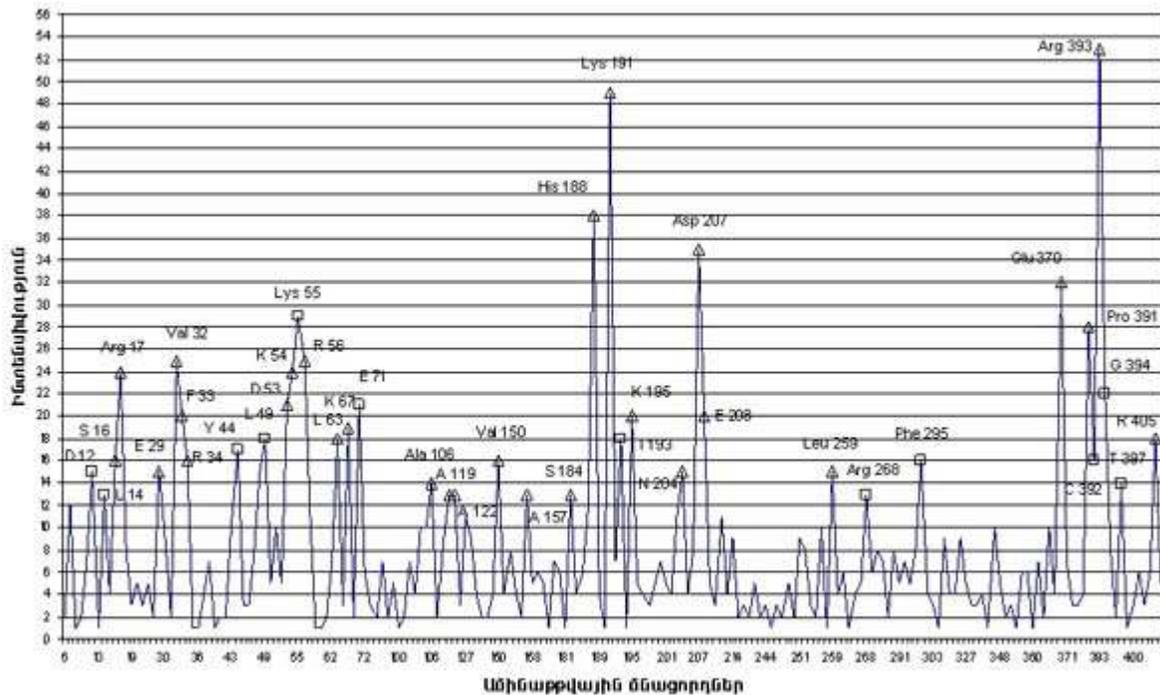
(Ներկայացված է ակադեմիկոս Կ. Գ. Ղարազյոզյանի կողմից 18/I 2005)

Գլիկոլիտիկ ֆերմենտները պատասխանատու են գլյուկոզան պիրուվատի և հակա-
ռակը փոխակերպման պրոցեսի համար: Կան բազմաթիվ հակասական տվյալներ գլիկո-
լիտիկ ֆերմենտների կոմպլեքսազոյացման և վերջիններիս ֆիզիոլոգիական հետևություն-
ների վերաբերյալ [1]: Համակարգչային մոդելավորման՝ մոլեկուլային դինամիկայի սիմուլ-
յացիոն մեթոդը նոր և խոստումնալից մոտեցում է այս տիպի պրոբլեմներ դիտարկելու
համար: Ֆոսֆոզիցերատ մուտազը (ՖԳՄ) [EC 5.4.2.1] և էնոլազը [EC 4.2.1.11] գլիկոլիտիկ
շղթայում իրար հաջորդող ֆերմենտներ են: Խմորասնկի ՖԳՄ-ը պատասխանատու է ֆոս-
ֆատային խումբը 3-ֆոսֆոզիցերատի (3ՖԳ) երրորդ ածխածնի ատոմից 2-ֆոսֆոզիցե-
րատի (2ՖԳ) երկրորդ ածխածնի ատոմին փոխմիարժեք տեղափոխելու մեջ: *S. cerevisiae*
խմորասնկի էնոլազը հոմոդիմեր է, որը կատալիզում է 2-d-ֆոսֆոզիցերատի անցումը
ֆոսֆոէնոլպիրուվատի [2]: Նմանապես, *Trypanosoma brucei* (TB) օրգանիզմի էնոլազը
կատալիզում է փոխմիարժեք անցումը 2-d-ֆոսֆոզիցերատից ֆոսֆոէնոլպիրուվատի [3, 4]:
Հրատարակվել են հոդվածներ՝ կապված էնոլազ-մուտազ *in vitro* կոմպլեքսազոյացման
գրանցման հետ [5, 6]: Մի շարք մեթոդներ են կիրառվել՝ ստուգելու փոխազդեցությունը,
նրա սպեցիֆիկությունը և որակական պարամետրերը: Թույլ և դինամիկ փոխազդեցության
բնույթ ունենալու պատճառով, արդյունքները հաճախ իրար չեն համապատասխանում:
Կոմպլեքսազոյացման երևույթը հայտնաբերելու մեթոդները առ այսօր ենթարկվում է տար-
բեր քննադատությունների: Օրինակ՝ մեթոդը, հիմնված ֆլուորեսցենտային անիզոտրո-
պիայի վրա, պահանջում է, որպեսզի ֆերմենտի մոլեկուլները կովալենտ կապված լինեն
ֆլուորեսցենտային ներկանյութերի հետ, որոնք կարող են փոխել ֆերմենտների փոխազ-
դեցության պահվածքը [6]:

Ֆոսֆոզլիցերատ մուտագի և էնոլագի փոխազդեցությունը հետազոտելու համար, վերցվել են էնոլագի երկու կառուցվածքներ, տարբեր օրգանիզմներից, մոլեկուլային դինամիկայի սիմուլյացիայի համար: Ուսումնասիրվել է TB մոնոմեր և *S. cerevisiae* (Sc.) խմորասնկի դիմեր էնոլագների փոխազդեցությունը Sc. ՖԳՄ-ի հետ՝ օգտագործելով ջրային արկղի մոդելը: Օգտագործվել են սպիտակուցների ռենտգեն-անալիզի միջոցով ստացված հետևյալ եռաչափ մոդելները՝ վերցված RCSB Protein Data Bank-ից. TB էնոլագ մոնոմեր (PDB կոդ՝ 1OEP), Sc. ՖԳՄ (1QHF) և էնոլագ (2ONE) դիմերներ: Ֆերմենտները տեղադրվել են ջրային արկղի մեջ՝ միմյանցից անջատված 10 \AA ջրային շերտով: Ջրային արկղը մեծացվել է լրացուցիչ 30 \AA չափով յուրաքանչյուր X, Y և Z ուղղություններով: 2ՖԳ-ները և ֆոսֆոէնոլալիքուվատը նախօրոք հեռացվել են խմորասնկի էնոլագից: Նախքան էներգիայի մինիմիզացիային և մոլեկուլային դինամիկային անցնելը խմորասնկի ՖԳՄ-ի երկու 3ՖԳ-ները ձևափոխվել են 2ՖԳ-ների՝ օգտագործելով Hyperchem 7.5 ծրագիրը: Ամբողջ սիմուլյացիոն պրոցեսի ընթացքում ՖԳՄ-ի դիրքը ընտրված է եղել այնպես, որ նրա 2ՖԳ-ները «նայեն» էնոլագին՝ «մետաբոլիկ անցման» հավանականությունը մեծացնելու համար: Համակարգի լիցքը վերաբաշխվել է հետևյալ կերպ. ՖԳՄ (+6e), 2ՖԳ (-3e), TB էնոլագ (-4e), Sc. էնոլագ (-8e): Ողջ սիմուլյացիոն պրոցեսի և անալիզի համար օգտագործվել է CHARMM [8] համակարգչային ծրագիրը: Դիտարկվել է երեսունչորս դիրք յուրաքանչյուր էնոլագի համար (30 աստիճան քայլով՝ X, Y, Z առանցքների նկատմամբ): Փոխազդող երկու սիստեմներն էլ պարունակել են ջրի բացահայտ ատոմներ (օգտագործվել է TIP3 ջրի մոլեկուլային մոդելը. համակարգը պարունակել է մոտավորապես 25'000 ջրի մոլեկուլ էնոլագի յուրաքանչյուր դիրքի համար): Ջրային արկղի մոտավոր չափերն են՝ $151 \times 116 \times 102 \text{ \AA}$:

Կիրառվել է «Leapfrog» մոլեկուլային դինամիկայի մեթոդը՝ կոմպլեքսագոյացումը գրանցելու համար: Նախապես համակարգի վրա կատարվել է էներգիայի մինիմիզացիա՝ պոտենցիալ էներգիան $-2.8 \cdot 10^5$ կԿալ/մոլ շեմին բերելու համար: Մինիմիզացիան և դինամիկան կատարվել են հատուկ համակարգչային կոմպլեքսի վրա (ArmCluster): Ամբողջ սիմուլյացիոն պրոցեսը տևել է մոտավորապես 28224 համակարգչային ժամ:

TB էնոլագի և Sc. ՖԳՄ-ի փոխազդեցության արդյունքները համեմատվել են նույն ՖԳՄ-ի և Sc. էնոլագ դիմերի կոմպլեքսագոյացման արդյունքների հետ: Գրանցվել են TB էնոլագի փոխազդող ամինաթթվային մնացորդները: Փոխազդեցության պատկերը ակնառու դարձնելու համար ներմուծվել է փոխազդեցության ինտենսիվության պարամետրը, որը ցույց է տալիս թե քանի անգամ է տվյալ ամինաթթվային մնացորդը գտնվել ՖԳՄ-ից կամ 2ՖԳ-ից ավելի փոքր հեռավորության վրա քան 6 \AA : Այս դեպքում ֆերմենտների լրիվ էլեկտրաստատիկ փոխազդեցության էներգիան տատանվել է -30 մինչև 400 կԿալ/մոլ: Նկարում պատկերված է ինտենսիվության բաշխումը TB էնոլագի ամինաթթվային մնացորդների համար: Անալիզը ցույց տվեց, որ TB էնոլագի ամենաակտիվ փոխազդող մնացորդների 70% նույնական են խմորասնկի էնոլագի ամինաթթվային մնացորդների հետ: Սա կարող է հիմք հանդիսանալ այս փոխազդեցությունը դասելու սպեցիֆիկ փոխազդեցությունների շարքին:



Փոխազդեցության ինտենսիվության կախվածությունը *Trypanosoma brucei* էնոլազի ամինաթթվային հաջորդականությունից: Քառակուսիներով նշված ամինաթթուները գոյություն ունեն միայն TB էնոլազի մոտ, իսկ եռանկյունիներով նշվածները՝ նույնական են խմորասնկի էնոլազի մնացորդների հետ:

Ինչպես երևում է նկարից, TB էնոլազը ավելի մեծ փոխազդեցության ակտիվություն է ցույց տալիս իր փոքր N-վերջնամասի շրջակայքում (մնացորդներ 1-139) և β/α հատվածի վրա (մնացորդներ 140-149) [7], քան իր C-վերջնամասի շրջակայքում: Խմորասնկի էնոլազի փոխազդող ամինաթթվային մնացորդներ են շղթայի 200-ից 243 և 274-ից 367 տիրույթներում: Կատալիտիկ Val153-Phe169 և ասիմետրիկ Ser250-Gln277 շղթաները [9] թույլ են փոխազդում ֆոսֆոզիցերատ մուտազի հետ (տվյալները ներկայացված չեն): Կատալիտիկ կենտրոնի շրջակայքում թույլ փոխազդեցության պատճառը կարող է լինել Mg^{2+} և Zn^{2+} իոնների բացակայությունը, որոնք կարևոր դեր են խաղում ֆերմենտի կատալիտիկ ակտիվության մեջ: Խմորասնկի էնոլազ դիմերի մի կտորի ամենաակտիվ փոխազդող մնացորդները հետևյալն են՝ Arg200, Leu227, Lys233, Asp238, Lys287, Pro290, Glu335, Ala365 և Gly366, որոնք ցույց են տալիս փոխազդեցության բարձր աստիճան ՖԳՄ-ի ակտիվ կենտրոնի շրջակայքի ամինաթթվային մնացորդների հետ: Նշենք նաև, որ փոխազդեցության զգալի ակտիվություն է գրանցվել խմորասնկի էնոլազի այն դիրքերի համար, երբ էնոլազ դիմերի միայն մի կտորն է փոխազդել ՖԳՄ-ի հետ: Սակայն ավելի երկար սիմուլյացիոն պրոցեսի դեպքում երկրորդ կտորը կարող է կարևոր դեր խաղալ ֆերմենտի ակտիվության մեջ:

Փորձ է արվել գրանցելու «մետաբոլիկ անցման» ֆենոմենը, որի ընթացքում Ֆ-ից անջատված 2ՖԳ-ն պետք է անցներ էնոլազի մեջ առանց ջրի հետ հավասարակշռվելու [1]: Չնայած, որ խմորասնկի էնոլազը ավելի ակտիվ փոխազդեցություն է ցուցաբերել 2ՖԳ-ի

հետ (գրանցվել է 2.13 Å սերձեցում էնոլազի և 2PG-ի միջև), սիմուլյացիոն պրոցեսի 100 պվ-ի (պիկովայրկյան) ընթացքում «մետաբոլիկ անցում» չի գրանցվել:

ՀՀ ԳԱԱ մոլեկուլային կենսաբանության ինստիտուտ

D. E. Hakobyan, K. B. Nazaryan

Computer Modeling of Monomeric and Dimeric Enolase Interaction with Phosphoglycerate Mutase

Glycolytic enzymes are responsible for conversion of glucose to pyruvate. It is well known that glycolytic enzymes can form dynamic complexes and substrate channeling in such complexes may take place. A number of in vitro methods have been used to investigate interaction between enolase and phosphoglycerate mutase. To determine whether this interaction is “visible” with the help of computer modeling method, two different enolases have been chosen from available protein data banks. *Saccharomyces Cerevisiae* (Sc.) phosphoglycerate mutase and Sc. enolase dimers together with *Trypanosoma brucei* (TB) enolase monomer have been tested for interaction. Analysis showed that 70% of most active binding amino acid residues of TB enolase are identical to residues of yeast enolase. Nevertheless no channeling has been observed.

Д. Э. Акопян, К. Б. Назарян

Компьютерное моделирование взаимодействия энолазы и фосфоглицерат мутазы

Известно, что ферменты энолаза и фосфоглицерат мутаза участвуют в прямом и обратном превращении глюкозы в пируват. Проведен ряд in vitro экспериментов для выявления и исследования свойств взаимодействия этих ферментов, а также регистрации “метаболического канала”. Компьютерное моделирование является новым и многообещающим методом для такого рода исследований. Рассмотрено взаимодействие дрожжевой энолазы и энолазы, выделенной из организма *Trypanosoma brucei* с дрожжевой фосфоглицерат мутазой. Показано, что самые активные аминокислотные остатки энолазы от *Trypanosoma brucei* на 70% совпадают с аминокислотными остатками дрожжевой энолазы, что может свидетельствовать о специфичности взаимодействия этих ферментов. Несмотря на наличие взаимодействия, эффект “метаболического канала” не выявлен.

Գրականություն

1. *Ovadi J.* - J. Theor. Biol. 1991. V. 152. P. 1-22.
2. *Zhang E., Brewer J. M., Minor W, Carreira L. A., Lebioda L.* - Biochemistry. 1997. V. 36. P. 12526-12534.
3. *Brooks S. P. J., Storey A. C.* - FEBS Letters. 1991. V. 278. P. 135-138.
4. *Hannaert V., Albert M. A., Ridgen D. J., da Silva Giotto M. T., Opperdoes F. R.* - Eur. J. Biochem. 2003. V. 270. P. 3205-3213.
5. *Batke J., Nazaryan K. B., Karapetian N. H.* - Arch. Biochem. Biophys. 1988. V. 264. P. 510-518.
6. *Nazaryan K., Climent F., Simonian S., Tompa P., Batke J.* - Arch. Biochem. Biophys. 1992. V. 296. P. 650-653.
7. *Crowhurst G. S., Dalby A. R., Isupov M. N., Campbell J. W., Littlechild J. A.* - J. Biological Crystallography. 1999. V. 55. P. 1822-1826.
8. *Brooks B. R., Bruccoleri R. E., Olafson B. D., States D. J., Swaminathan S., Karplus M.* - J. Comp. Chem. 1983. V. 4. P.
9. *da Silva Giotto M. T., Hannaert V., Vertommen D., de Navarro M. V., Rider M. H., Michels P. A. M., Garratt R. C., Rigden D. J.* - J. Mol. Biol. 2003. V. 331. P. 635-665.
10. *Lowe S. L., Adrian C., Ouporov I. V., Waingeh V. F., Thomasson K. A.* - Biopolymers. 2003. V. 70. P. 456-470.
11. *Ouporov I. V., Knull H. R., Huber A., Thomasson K. A.* - Biophys. J. 2001. V. 80. P. 2527-2535.
12. HyperChem™ Professional 7.51, Hypercube, Inc., 1115 NW 4th Street, Gainesville, Florida 32601, USA.
13. *Sullivan D. T., MacIntyre R., Fuda N., Fiori J., Barrilla J., Ramizel L.* - J. Expr. Biol. 2003. V. 206. P. 2031-2038.
14. *Chevalier N., Rigden D. J., Van Roy J., Opperdoes F. R., Michels P. A. M.* - Eur. J. Biochem. 2000. V. 267. P. 1464-1472.

УДК 661.247-771.74

С. С. Овакимян, Л. Д. Арутюнова, Е. А. Качворян, академик К. Г. Карагезян

Особенности действия нового биологически активного соединения на нарушение метаболизма фосфолипидов у белых крыс с моделированным аллоксановым диабетом

(Представлено 14/III 2005)

Аллоксановый диабет характеризуется комплексом ярко выраженных дегенеративных нарушений в различных органах, в том числе и ЦНС. Молекулярные механизмы патогенетических преобразований при аллоксановом диабете в основном обусловлены глубиной метаболических расстройств липидов различных категорий, главным образом фосфолипидов. Деацилирование последних с повышенной интенсивностью характеризуется выходом значительных количеств полиеновых жирных кислот, активно вовлекающихся в реакции свободнорадикального окисления. Образование при этом высоких концентраций продуктов перекисления рассматривается как одна из главных причин инициации, развития и генерализации аллоксанового диабета [1-3].

Как известно, одним из основных патогенетических факторов, стимулирующих процесс развития гипергликемической реакции организма, является расстройство процессов трансмембранного переноса глюкозы во внутриклеточное пространство, которые регулируются инсулином. Согласно литературным данным, помимо последнего аналогичным действием обладают также фосфолипазы "А" и "С", проявляющие высокий уровень специфичности в отношении мембраносвязанных фосфолипидов. Одним из ярких проявлений расстройств реакций тканевого метаболизма при сахарном диабете является интенсификация процессов свободнорадикального окисления липидов, поддерживаемая в физиологически метаболизирующем организме в пределах строго лимитированных границ, что обеспечивается благодаря активно регулируемому балансу в норме двух контрсистем - механизмов про- и антиоксидантного действия. Существенная роль при этом отводится компонентам эндогенной системы антирадикальной защиты клетки [4,5]. Срыв отмеченного динамического равновесия между указанными системами, имеющими прямое отношение к интенсификации или нивелированию активности перекисеобразовательного процесса [3,6,7], выступает в роли основного решающего фактора в изменении физико-химических свойств биологической мембраны, ее жидкостности или текучести, ответственных за функциональную активность локализованных в ней многочисленных ферментов, катализирующих реакции трансмембранной передачи продуктов питания, а также трансдукции внешнего сигнала внутрь клетки [8]. Согласно указаниям литературы последних лет, основное назначение инсулина состоит не только в его адекватном комплексовании с соответствующими специфическими рецепторами, но и с фосфолипидами, локализованными в данном сегменте мембраны.

Исходя из вышеизложенного представляло существенный интерес изучение особенностей

межфракционных изменений индивидуальных представителей фосфолипидов в различных биологических системах организма, в частности в мозговой, печеночной и миокардиальной тканях, при экспериментальном сахарном диабете, моделированном аллоксаном, под воздействием разработанного нами биологически активного вещества, что и стало предметом исследований в настоящей работе. Основной акцент был поставлен на выявлении и изучении в деталях антидиабетических эффектов экстрактов из белковой железы представителей беспозвоночных животных.

Моделирование сахарного диабета было проведено на беспородных белых крысах-самцах массой 170-200 г однократным введением им аллоксана из расчета 15 мг/100 г массы тела с содержанием их в обычных условиях вивария. Животные были подразделены на следующие группы: 1) интактные, 2) аллоксандиабетические, 5) аллоксандиабетические с 4-кратным введением им (через каждые 3 дня) 1 мл указанного экстракта, 4) аллоксандиабетические с 7-кратным введением им (через каждые 3 дня) 1 мл указанного экстракта. Показателем развития стойкой картины сахарного диабета служило установление высокого уровня гипергликемической кривой. Развитие картины ярко выраженного аллоксанового диабета констатировалось на 12-14 день после введения аллоксана. Животных забивали декапитированием под легким эфирным наркозом. Головной мозг, печень и сердце изолировали в условиях холодной комнаты в максимально ограниченное время с освобождением их от оболочек и кровеносных сосудов, при тщательном промывании охлажденным физиологическим раствором.

Экстракцию тканевых фосфолипидов из указанных органов осуществляли по Фолчу [9] в модификации Карагезяна [10]. Фракционирование индивидуальных представителей фосфолипидов производили методом одномерной восходящей хроматографии в тонком слое силикагеля (пластинки "Merck", Германия) с использованием чистых стандартов фосфолипидов производства "Sigma" (США) в системе растворителей хлороформ:метанол:концентрированный аммиак. Содержание фосфолипидов в мкг липидного фосфора пересчитывали на 1 мг белка, на 1 г свежей ткани или высушенного ацетонового порошка исследуемой ткани [11].

Как показали результаты проведенных исследований, аллоксановый диабет сопровождается существенными расстройствами филогенетически стабилизированного постоянства фосфолипид-фосфолипидных соотношений в изученных биологических системах организма. Эти сдвиги характеризуются значительным увеличением количественного содержания кислых фосфолипидов, известных высоким уровнем метаболической активности, в частности, в плане поддержания функциональной активности различных мембраносвязанных ферментных комплексов (табл. 1, 2, 3). Отмечается значительное возрастание уровня лизофосфатидилхолинов - продуктов деацилирования фосфатидилхолинов.

Как вытекает из результатов, приведенных в табл. 1, 2, в мозговой и печеночной тканях аллоксандиабетических белых крыс обнаруживается чувствительное возрастание содержания кардиолипинов, что мы склонны интерпретировать как проявление компенсаторно-приспособительной реакции организма в создавшихся для него необычных экстремальных условиях существования. Кардиолипины имеют большое значение в регуляции ферментных систем, катализирующих реакции транспорта электронов на уровне внутренних мембран митохондрий и протекающих в них процессов дыхания.

Таблица 1

Динамика количественных изменений различных фракций фосфолипидов (μ фосфора/г сухого веса) при аллоксановом диабете в мозговой ткани при введении экстрактов из белковой железы

Фосфолипиды	Контроль	Диабет	Введение 4 раза	Введение 7 раз
Лизофосфатидилхолины	100.1 \pm 0.3	120.0 \pm 0.4 *	103.0 \pm 0.4 *	100.8 \pm 0.3*
Монофосфоинозитиды	92.7 \pm 1.0	80.5 \pm 0.8 γ	90.0 \pm 1.0 γ	90.2 \pm 0.9 γ
Сфингомиелины	232.0 \pm 5.0	211.8 \pm 3.0 γ	220.5 \pm 3.0 γ	230.8 \pm 3.0 γ
Фосфатидилхолины	825.0 \pm 25.0	705.0 \pm 20.0 *	795.8 \pm 22.0 *	822.0 \pm 23.0 *
Фосфатидилсерины	29.5 \pm 1.5	385.0 \pm 1.0 *	282.0 \pm 1.2 *	288.0 \pm 1.2 *
Фосфатидилэтанолламины	452.0 \pm 3.0	500.8 \pm 2.8 γ	430.0 \pm 2.5 γ	450.0 \pm 2.7 γ
Кардиолипиды	92.8 \pm 1.0	173.5 \pm 1.1 *	90.0 \pm 1.0 *	92.0 \pm 0.9 *
Сумма	2085.1	2176.6	2011.3	2073.8
Нейтральные фосфолипиды	1609.1	1537.6	1549.3	1603.6
Кислые фосфолипиды	476.0	639.0	462.0	470.2
Козф. нейтр.кислые	3.4	2.4	3.3	3.4

Примечание: * –изменения статистически достоверны, γ - изменения статистически недостоверны

Разрушительное действие токсикоза сахарного диабета проявляется и в виде количественного возрастания в исследованных тканях сфингомиелинов (табл.2) как факторов, способствующих повышению фактора тканевой ригидности. С другой стороны, отмеченный сдвиг по современным представлениям следует расценивать и как явление положительное, поскольку согласно работам Бергельсона и Дятловицкой, указанная категория фосфолипидов играет существенную роль в повышении иммунологического статуса организма, что особенно важно в условиях патологии.

Таблица 2

Динамика количественных изменений различных фракций фосфолипидов (μ фосфора/г сухого веса) при аллоксановом диабете в печеночной ткани при введении экстрактов из белковой железы

Фосфолипиды	Контроль	Диабет	Введение 4 раза	Введение 7 раз
Лизофосфатидилхолины	28.3 \pm 0.9	53.5 \pm 0.8 *	32.0 \pm 0.9 *	27.5 \pm 0.8 *
Монофосфоинозитиды	100.3 \pm 1.5	72.0 \pm 1.2 *	92.0 \pm 1.1 *	98.0 \pm 1.4 *
Сфингомиелины	70.5 \pm 2.4	143.0 \pm 3.2 *	82.0 \pm 2.4 *	73.0 \pm 2.5 *
Фосфатидилхолины	578.0 \pm 18.0	522.0 \pm 15.0 γ	555.0 \pm 16.0 γ	575.0 \pm 15.0 γ
Фосфатидилсерины	71.8 \pm 1.0	98.0 \pm 0.8 *	75.0 \pm 1.0 *	72.3 \pm 1.0 *
Фосфатидилэтанолламины	282.0 \pm 3.0	218.2 \pm 4.0 γ	262.0 \pm 4.0 γ	278.0 \pm 3.0 γ
Кардиолипиды	61.3 \pm 1.2	85.6 \pm 2.0 *	71.0 \pm 2.0 *	63.2 \pm 1.5 *
Сумма	1192.2	1192.3	1169.0	1187.0
Нейтральные фосфолипиды	958.8	936.7	931.0	953.5
Кислые фосфолипиды	233.4	255.6	238.0	233.5
Козф. нейтр.кислые	4.1	3.7	3.9	4.1

Динамика количественных изменений различных фракций фосфолипидов (γ фосфора/сухого веса) при аллоксановом диабете в сердечной мышце при введении экстрактов из белковой железы

Фосфолипиды	Контроль	Диабет	Введение 4 раза	Введение 7 раз
Лизофосфатидилхолины	2.3 \pm 0.3	5.2 \pm 0.2*	2.9 \pm 0.8*	2.4 \pm 0.5*
Монофосфоинозитиды	5.2 \pm 0.8	6.5 \pm 1.0*	5.7 \pm 1.0 ^y	5.3 \pm 0.9*
Сфингомиелины	5.8 \pm 0.7	10.0 \pm 1.0*	7.0 \pm 0.9*	6.2 \pm 0.8*
Фосфатидилхолины	46.2 \pm 1.2	31.0 \pm 0.8*	45.8 \pm 1.0*	45.8 \pm 1.0*
Фосфатидилсерины	15.0 \pm 2.2	5.8 \pm 2.1*	12.0 \pm 2.0*	14.5 \pm 2.0*
Фосфатидилэтаноламины	25.0 \pm 3.8	31.9 \pm 4.0 ^y	27.0 \pm 3.0 ^y	26.0 \pm 2.0 ^y
Кардиолипиды	26.2 \pm 2.5	10.0 \pm 3.0*	22.0 \pm 2.0*	25.3 \pm 2.0*
Сумма	125.7	100.4	122.4	125.5
Нейтральные фосфолипиды	79.3	78.1	82.7	80.4
Кислые фосфолипиды	46.4	22.3	39.7	45.1
Козф. нейтр.кислые	1.7	3.5	2.1	1.8

Сравнительная оценка количественных сдвигов отдельных представителей фосфолипидов во всех исследованных нами тканях позволяет прийти к заключению об активировании в них при аллоксановом диабете фосфолипазы A_2 , сопровождающемся выходом высоких концентраций лизофосфатидилхолинов, что является результатом деацилирования фосфатидилхолинов, сопровождающегося одновременным увеличением количества фосфатидилсеринов. Анализ полученных данных свидетельствуют об активировании в патологически изменившихся тканях процессов взаимопревращений фосфатидилсеринов, фосфатидилэтаноламинов и фосфатидилхолинов. В основе этих процессов лежит процесс декарбоксилирования фосфатидилсеринов с трансформацией их в фосфатидилэтаноламин и последних в фосфатидилхолин на фоне интенсифицированных реакций метилирования. Однако при этом вместо ожидаемого повышения содержания фосфатидилхолинов констатировалось их уменьшение, что логически объясняется чрезмерным активированием фосфолипазы A_2 , деацилирующей фосфатидилхолин с образованием высокого пула лизофосфатидилхолинов. Примечательно, что уровень последних, как правило, является обязательным патогенетическим показателем в исследованных тканях при сахарном диабете.

Особого внимания заслуживают количественные сдвиги в исследованных тканях монофосфоинозитидов. Содержание этой категории фосфолипидов в мозговой и печеночной тканях статистически достоверно уменьшается по сравнению с контрольными показателями, а в миокардиальной ткани увеличивается (табл.3). Полученные результаты позволяют по-разному интерпретировать участие монофосфатидилинозитидов в регуляции мессенджерной функции этих липидов в изученных функционально различных тканях.

После введения аллоксана на 14 день количество глюкозы колебалось в пределах 8.2-9.3 ммоль/л. При 4-кратном введении экстракта определяли количество глюкозы на 18 день - 6.0-6.5 ммоль/л и на 24 день - 5.6-6.0 ммоль/л. В последней серии при 7-кратном введении определяли количество глюкозы на 20 день - 5.6-6.5 ммоль/л и на 29 день - 5.0-5.6 ммоль/л. Эти данные говорят о том, что экстракт из белковой железы обладает эффективным лечебным

действием при аллоксановом диабете. 4- и 7-кратное применение экстрактов белковой железы моллюсков продемонстрировало нормализующее действие активных начал, присутствующих в указанном экстракте, на нарушение метаболизма фосфолипидов в мозговой, печеночной и миокардиальной тканях аллоксандиабетических белых крыс.

Результаты проведенных исследований создают предпосылки для поиска путей по расшифровке качественного состава биологически активных соединений в составе экстракта из белковой железы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Международного научно-технического фонда по проекту NA-676.

Институт молекулярной биологии НАН РА

Литература

1. *Giugliano D., Ceriello A.* - Diabetes Care. 1996. V. 19. P. 257-267.
2. *Hink U., Li H., Mollnau H., Oelze M., Matheis E., Hartmann M., Skatchkov M., Thaiss F., Stahl R. A., Warnholtz A., Meinertz T., Griendling K., Harrison D. G., Forstermann U.* - Munzel TCirc. Res. 2001. V. 88. P. E14-E22.
3. *Karasu C.* - Eur. J. Pharmacol. 2000. V. 392. P. 163-173.
4. *Бурлакова Е. Б., Джалябова М. И.* В кн.: Биоантиокислители в регуляции метаболизма в норме и патологии. М. 1982. С. 113-141.
5. *Stefek M., Sotnikova R., Okruhlicova L., Volkovova K., Kucharski J., Gajdosik A., Gajdosikova A., Mihalova D., Hozova R., Tribulova N., Gvozdjakova A.* - Acta Diabetol. 2000. V. 37. P. 111-117.
6. *Kocak G., Aktan F., Canbotat O., Ozogul C., Elbeg S., Yildizoglu-Ari N., Karasu C.* - Diabetes Nutr. Metab. 2000. V. 13. P. 308-319.
7. *Sotnikova R., Stefek M., Okruhlicova L., Navarova J., Bauer V., Gajdosik A., Gajdosikova A.* - Methods Find. Exp. Clin. Pharmacol. 2001. V. 23. P. 121-129.
8. *Тадевосян Ю. В.* - Роль процессов кооперативной модификации липидного компонента мембран в регуляции клеточной активности. Автореф. докт. дис. Ереван. 1996.
9. *Folch J., Lees M., Sloane-Stane G. J.* - Biol. Chem. 1957. V. 226. P. 497-509.
10. *Карагезян К. Г.* - Лабораторное дело. 1969. С. 3-5.
11. *Lowry O. H., Zopez J. A.* - J. Biol. Chem. 1946. V. 162. P. 421.

**Ս. Ս. Հովակիմյան, Լ. Դ. Հարությունովա, Է. Ա. Քաջվորյան,
ակադեմիկոս Կ. Գ. Ղարազյոզյան**

**Նոր կենսաբանական ակտիվ միացության ազդեցության առանձնահատկությունները
ալոքսանային դիաբետով մոդելավորված սպիտակ
առնետների ֆոսֆոլիպիդների նյութափոխանակության վրա**

Հաշվի առնելով այն փաստը, որ գոյություն ունեցող գիպոգլիկեմիկ պրեպարատների բուժական ազդեցությունը լիովին չի փոխհատուցում մետաբոլիզմի խանգարումը և չի նպաստում շաքարային դիաբետի հետագա բարդությունների վերացմանը, մենք այս աշխատանքում որոշել ենք ուսումնասիրել ֆոսֆոլիպիդների միջֆրակցիոն փոփոխությունները ալոքսանային դիաբետով մոդելավորված սպիտակ առնետների ուղեղի, լյարդի, սրտամկանի հյուսվածքներում 4-անգամյա և 7-անգամյա էքստրակտի ներարկման դեպքում: Հետազոտությունները ցույց տվեցին, որ համարյա բոլոր հյուսվածքներում տեղի է ունենում ֆոսֆոլիպիդների բոլոր ֆրակցիաների վերականգնում մինչև սկզբնական մակարդակ: Գլյուկոզայի քանակը արյան մեջ կարգավորվում է: Այս տվյալները խոսում են այն մասին, որ փափկամարմինների սպիտակուցային գեղձից ստացված էքստրակտը շաքարային դիաբետի դեպքում ունի բուժական ազդեցություն:

**S. S. Hovakimyan, L. D. Harutyunova, E. A. Kachvoryan,
academician K. G. Karageuzyan**

**The Peculiarity of the New Biologically Active Compound Influence on the
Phospholipids Metabolism Infringement at White Rats with the Modeled Alloxanic
Diabetes**

Taking into account that the existing hypoglycemic medication does not provide the infringed metabolism with the complete compensation and does not impede the development of the serious complications at the diabetes, we have planned to study the intrafractional changes happened in phospholipids individual fractions in cerebral, hepatic and cardiac tissues of alloxanic and diabetic white rats after 4 and 7 multiple injections of the extract got from mollusk alloumenous gland. The investigations showed that almost in all tissues all phospholipids fractions have been restored to the level, the glucose becomes to the norm. It says that the extract got from the mollusk alloumenous gland has medical effect at the diabetes.

ՊԱՏՄՈՒԹՅՈՒՆ

ՈՒՏԴ 947.925

Ա. Ա. Սահակյան

Երվանդյան մայրաքաղաքի հիմնարկեքի պաշտամունքային հայեցակարգը ըստ Մ. Խորենացու (Երվանդակերտ, Դրասխանակերտ, մ.թ.ա. III-II դդ.)

(Ներկայացված է ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Ս. Բ. Հարությունյանի կողմից 15/ II 2005)

1. Մովսես Խորենացու «Հայոց պատմության» (այսուհետ ՄԽ ՀՊ) 2-րդ գրքի՝ Երվանդ թագավորի չորս կառույցների մասին պատմող ԼԹ-ԽԲ գլուխները աչքի են ընկնում մի քանի ներբնագրային հակասություններով.

ա) ԼԹ գլուխը՝ «Յաղագս շինուածոյ Երուանդաշատ քաղաքի», պատմում է նոր մայրաքաղաքի տեղի ընտրության և շինության մասին, սակայն կիսատ է մնում, որովհետև սահմանափակվում է միայն միջնաբերդի ամրացման տվյալներով՝ ոչինչ, ըստ էության, չասելով բուն քաղաքի մասին:

բ) ԽԲ գլուխը՝ «Թէ որպէս շինեաց զԲագարան քաղաք կոոց», պատմում է անվտանգության նպատակներով առանձին հոգևոր կենտրոնի շինության մասին և նշում. «Նման իւրոյ քաղաքին շինեաց քաղաք փոքր»: Ինչո՞վ է նման յուր քաղաքին, որը նախորդ գլխի Երվանդաշատն է, եթե վերջինս նկարագրված է միայն միջնաբերդով: Այսինքն, դարձյալ ոչինչ ըստ էության չի ասվում, միայն տպավորություն է ստեղծվում, որ կուռքերը ամրացվում են ավելի փոքր չափի միջնաբերդում, ինչը հակասում է համաժողովրդական պաշտամունքի վայրի վերաբերյալ Երվանդյան ծրագրին:

գ) ԽԲ գլուխը՝ «Վասն ձեռակերտին, որ կոչի Երուանդակերտ», կարծես ինչ-որ ծանոթ նյութի շարունակություն լինի, որն և ակնարկելով՝ ասում է. «Եւ այսպիսի գեղեցկութեան դիր անքթթելի իմն գոզցես ի բարձրաւանդակ թագաւորանիստն զհայեցուածս ունի»: Այսինքն, ըստ էության, նկարագրված քաղաքը անթարթ հայացքով նայում է ինչ-որ թագավորանիստ բարձրավանդակի, որի մասին, չնայած ոչինչ չի ասվում, բայց հասկացվում է, որ հենց դա է նախապես ծանոթ նյութը, որի պատմությունը սկսվել է ԼԹ գլխում և ընդհատվել:

դ) ՄԽ վերականգնած բնագրից երևում է, որ մեզ հասած «Պատմության» գլխակարգը հեղինակային չէ, կազմվել է IX-X դդ. ընթացքում, և որ ԽԲ գլուխը եղել է ԼԹ գլխի շարունակությունը՝ որպես մեկ միասնական հանգամանակի պատում Երվանդի քաղա-

քի կառուցման մասին: ԼԹ և ԽԲ գլուխները որպես մեկ ամբողջություն կարդալու դեպքում վերանում են վերոնշյալ ներբնագրային հակասությունները: Մասնավորապես, լուծվում է Երվանդի անունով երկու քաղաքների ընկալման ու տեղադրման տարօրինակ խնդիրը, երկուսի փոխարեն ստանում ենք մեկ մայրաքաղաք՝ անվան երկու տարբերակով (-շատ և -կերտ):

ե) ՄԽ ՀՊ II գրքի ԼԹ գլխի վերնագրում նշված «Երվանդաշատը» և ԽԲ գլխի վերնագրում նշված «Երվանդակերտը» եթե չհաշվենք, ապա բուն հեղինակային բնագրի տվյալ հատվածում կունենանք միայն մեկ «Երվանդակերտ» (II-ԽԲ), իսկ այլ տեղ՝ նաև մեկ «Երվանդաշատ» (III-ԼԱ), մնացած դեպքերում՝ Երվանդի քաղաք (օր. II-ԽԶ, ԽԸ, ԽԹ): Եթե ավելացնենք Երվանդի մասին պատմող հատվածների «Իր քաղաք» արտահայտությունը ևս, ապա հարց կառաջանա՝ ո՞րն է իր կամ Երվանդի քաղաքը վերոնշյալ երկուսից, և մի՞ թե Խոբենացին չէր նկատի այդ հարցը, եթե այն իրոք լիներ: Միանշանակ է, որ եթե երկու Երվանդաքաղաք լիներ, հեղինակն անկասկած ստիպված կլիներ նշել, թե որի մասին է խոսքը, որպեսզի ընթերցողի տարակուսանքը չհարուցեր: Կամ՝ եթե նշվում է, որ Արտաշեսը, հետապնդելով հակառակորդին, գնաց «ի քաղաքն Երուանդայ» և միջօրեից առաջ տեղ հասավ («ի դաստակերտն Երուանդայ») և հրամայեց գորքին աղաղակել՝ «Մար ամատ» (հայ. «մարը եկավ»), ուստի և քաղաքը կոչվեց Մարմետ, որպեսզի Երվանդի անունը այդ տեղից վերացվի (II-ԽԶ), մի՞ թե պարզ չէ, որ երկու քաղաքի պարագայում այս պատումը կլիներ անհասկանալի, որ Մարմետով մի Երվանդաքաղաքի անունը կփոխվի, մյուսը կմնա նույնը, որ Մարմետը չի կարող դառնալ Երվանդաշատ, իսկ դաստակերտ ասվածը՝ Երվանդակերտ, որովհետև շատ հստակ է, որ տվյալ դեպքում դաստակերտ կոչվում է Մարմետը, որն էլ հայտնի է իբրև Երվանդաշատ:

Վերոբերյալ փաստերը վկայում են այն մասին, որ Երվանդաշատը և Երվանդակերտը միևնույն մայրաքաղաքի անվանական տարբերակներ են, որոնք փոխարինել են նախաերվանդյան Մարմետ անվանը, և ոչ թե հակառակը, ինչպես կարծում է պատմահայրը՝ ժողովրդական ստուգաբանական լեզվագիտության տրամաբանությամբ: Եւ իրոք, Երվանդը բնակիչներով լցնում է հենց Երվանդակերտ քաղաքը (II-ԽԲ), որոնց գոնե մի մասը եղել են Արմավիրից բերված հրեաները, որոնք էլ Երվանդի քաղաքից (II-ԽԹ) տարվել են նորակառույց Արտաշատ՝ Արտաշես թագավորի կողմից: Ուրեմն Երվանդի քաղաքը տվյալ դեպքում Երվանդակերտն է: Փավստոս Բուզանդի «Հայոց պատմությունից» հայտնի է, որ պարսից Շապուհ արքան հայ ու հրեա ընտանիքներ գերեվարեց IV դ. 60-ական թթ. նաև Երվանդաշատից [1]: Այստեղից պարզ երևում է Երվանդակերտի ու Երվանդաշատի նույնությունը: Իսկ եթե նկատենք, որ Երվանդի շինարարության մասին պատմելիս ՄԽ գործածում է միայն Երվանդակերտ անունը (II-ԽԲ), ապա կմնա ասել, որ հեղինակը այդ քաղաքի միջնաբերդը նկարագրելիս (II-ԼԹ) անուն չի տալիս (վերնագիրը անտեսեցինք), ինչն անհնար կլինի պատկերացնել, եթե դրանք տարբեր քաղաքներ լինեին: Հետևաբար արհեստածին ու ավելորդ են բոլոր այն հակասությունները, որոնց մի մասը վերը նշվեց: Դրանք իրականում գոյություն չունեն, քանի որ առաջ են եկել բնագրի թյուրընթեռնումից: Այսու լուծվում է նաև այն հակասությունը, որ կար ԼԹ և Խ գլուխների միջև, ըստ որի՝ պարզ չէր, թե քաղաք-դաստակերտ-ամրոց Բագարանը (հմմ. II-Խ, II-ԽԸ, II-Դ) ինչի նման շինվեց: Այժմ հասկանալի է՝ քաղաք-աչքի նման: Եվ ընդ-

հանրապետ, հարցի հետ կապված բոլոր բնագրային հակասությունների լուծումով Խորենացու տրամաբանական ոճը վերստին ստանում է իր նախկին փայլը:

2. Բնագրագիտականից գատ հիշյալ թյուրընթերցումից առաջ են եկել նաև հնագիտական հակասություններ Երվանդի մայրաքաղաքի երկատման և երկու քաղաքների տեղադրման հարցում (Բ. Առաքելյան, Վ. Հարությունյան, Ժ. Խաչատրյան, Ֆ. Տեր-Մարտիրոսով և այլք):

ա) Երվանդյան միակ քաղաքի խորենացիական նկարագրությունը հստակ է. Երասխի և Ախուրյանի խառնարանից վեր Երասխը ծունկ է տալիս մի բլրի շուրջ, որի վրա կառուցվել է Երվանդի ամրոց-միջնաբերդը, որտեղից երևում է Ախուրյանի գետաբերանը, իսկ Երասխի աջ կողմից, ծնկան շուրջ տարածվել է քաղաք-դաստակերտը՝ այգիներով ու դաշտերով շրջապատված: Հնարավոր է արդյոք մտածել, թե միջնաբերդը կոչվել է Երվանդաշատ, իսկ քաղաքը՝ Երվանդակերտ: Դժվար թե, նման վկայություն չունենք, այդ հատվածում միակ հեղինակային տեղանունն է Երվանդակերտ: Բայց Խորենացին քաղաքի երկու մասերի կառուցումը նկարագրում է իրար շարունակելով, բայց և իրարից առանձնացնելով: Դա երևում է միջնաբերդի ավարտից քաղաքի նկարագրին անցում կատարելիս. «Քաղցր է ինձ ասել և յաղագս գեղեցիկ դաստակերտին Երուանդակերտի (ոչ թե Երուանդակերտին - Ա.Ս.), գոր յորինեաց նոյն ինքն Երուանդ...»: Քաղցր է ոչ միայն Երվանդակերտի միջնաբերդի, այլև դաստակերտի մասին ասելը, որ նույն Երվանդը կառուցեց, որովհետև հնարավոր է, որ քաղաքի կառուցումը մեկ ուրիշը շարունակեր: Ու շարունակում է նախորդ հատվածի ոճով՝ ասես չընդհատելով պատումը. «Քանզի զմիջոց յովտին մեծի լնու մարդկութեամբ և պայծառ շինուածովք»: Իսկ դա նշանակում է, որ եթե մի այլ քաղաքի մասին լիներ խոսքը, պատմիչը կնշեր նրա կառուցման վայրը: Եթե հաշվի առնենք, որ ՄԽ ՀՊ ներկա գլխաբաժանումը և գլուխների վերնագրումը կատարվել է բնագրի վերջին խմբագրության մեջ (IX-X դդ), ապա պարզ կդառնա, որ նշված 4 շինարարական գլուխները (II-ԼԹ, Խ, ԽԱ, ԽԲ) եղել են հեղինակային մեկ հատվածի կազմում: Սակայն, ցավոք, հնագիտության մեջ բնագրի փոփոխությունից բխող հակասություններն անտեսվել են (հմմ. [2], էջ. 39; [3], էջ 63; [4], էջ 283-86; [5], էջ 130-31; [6]): Երկու քաղաքի գոյության համոզմունքը չի սասանվել անգամ Ստ. Ասողիկի «Պատմության» մեջ պահպանված միակ հետագա անվանումից՝ «Երվանդաքար» ([7], էջ 47), և Դյուլորիեի հայտնած կարծիքից. «Դյուլորիեն կարծում է, թե Երվանդաշատ և Երվանդակերտ ոչ թե երկու քաղաք են եղել միմյանցից բաժանված Երասխ գետով, այլ միևնույն քաղաքի պարթևական և հայկական անուններն են» ([8], էջ 84):

Հնագիտական ակնարկներում կրճատվել է նաև Երվանդի քաղաքի կյանքը մինչև 500 տարի: Իրականում, եթե անտեսենք մինչեւ Երվանդյան Մարմետ բնակավայրը, որտեղ անգամ մինչուրարտական և ուրարտական հետքերի հնարավորություն է ենթադրում վաստակավոր հնագետ Գ. Տիրացյանը ([9], էջ 92), ապա կյանքը քաղաքում շարունակվել է նաև IV դարից հետո, անգամ աշխուժացել է VII-IX դդ., հավանաբար մինչև հայտնի երկրաշարժը, որի ամենահայտնի գոհը դարձավ Զվարթնոցի տաճարը:

Ավելի քան հազարամյա կյանքի ընթացքում քաղաքը հաճախ կոչվել է Մարմետ կամ Երվանդաշատ (Բուզանդ, Խորենացի, Անանիա Շիրակացի և այլք), Երվանդակերտ վկայված է միայն Խորենացու կողմից (ինչը անհնար կլիներ, եթե վերջինս լիներ առան-

ձին քաղաք և ոչ մի այլ տեղ չհիշվեր): Եղած վկայություններից կարելի է ենթադրել, որ Երվանդակերտ-Երվանդաշատը եղել է քաղաքի պաշտոնական անունը, իսկ հին անունը՝ Մարմետ, կիրառվել է ավելի շատ ժողովրդական, կենցաղային- գործնական ոլորտում: Իսկ «Երվանդի քաղաք» արտահայտությունը միայն Խորենացու պատմողական ոճի ծնունդ է, որը ևս իր հերթին վկայում է մեկ քաղաքի մասին, այլապես այն գոնե մի անգամ կօգտագործվեր հոգնակի թվով՝ «քաղաքք Երվանդայ» ձևով:

բ) Այն, որ հայագիտությունը ՄԽ ՀՊ բնագրի թյուրընթերցման արդյունքում կարող էր մեկ քաղաքից ստանալ երկուսը և ջանք թափել գտնելու երկրորդի տեղը, երևում է նաև Երվանդի կառուցած մյուս քաղաքի՝ Բագարանի օրինակով: Մոտավորապես նույն «ճակատագրական» ընկալման հետևանքով այս քաղաքից անկախ է մնացել Դրասխանակերտը, որը ևս հնագիտության մեջ արժանացել է իրարամերժ տեղադրումների (հմմ. Ֆ. Տեր-Մարտիրոսովի և Ժ.Խաչատրյանի բանավեճը ([10], էջ 259-68): Մինևույն քաղաքի անվան երկու տարբերակներից հինը և պաշտոնականը Դրասխանակերտն է, իսկ ավելի ուշը և ժողովրդականը, IX դարից նաև պաշտոնականը՝ Բագարանն է: Ասվածի բնագրային հիմնավորումն է համարվում ՄԽ ՀՊ II-ԽԲ և II-Ղ գլուխների հետևյալ տեղիների համադրումը:

1. ՄԽ ՀՊ II-ԼԹ, Խ, ԽԱ, ԽԲ գլուխներում պատմվող Երվանդյան շինարարական աշխատանքներին հաջորդում է այսպիսի տեղեկություն. «Զայս ամենայն գործեցեալսն Երուանդայ (այսինքն՝ Երվանդակերտ-Երվանդաշատը, անտառը, Բագարանը - Ա. Ս.) պարզևե մեծն Տրդատ մարդկան ազգին Կամսարականաց, որպէս մտերմաց և արեան կցորդաց ազգին Արշակունեաց, զոր յիրում տեղուջն պատմեսցուք» (II-ԽԲ):

2. Բացելով վերոնշյալ տեղը՝ կարդում ենք. «(Տրդատը - Ա. Ս.) ... տայ նմա (Կամսարին - Ա. Ս.) ժառանգութիւն զմեծ դաստակերտն Արտաշիսի, որ այժմ ասի Դրասխանակերտ և զգաւառն Շիրակ, որպէս ազգականի իւրում և մտերիմ հարազատի... յաւելու և այլս պարզևս (Արշավիրին - Ա. Ս.) զքաղաքն Երուանդայ և գնորին գաւառն մինչև ցկատար ձորոյն մեծի... Իսկ Արշաւիր առաւել սիրեալ զգաւառն՝ յիւր անուն կոչէ Արշարունիս, քանզի յառաջ Երասխաձոր կոչէր» (II-Ղ):

Համադրումից պարզ է դառնում, որ Տրդատը նախ նվիրում է Կամսարականների Երվանդի կառուցած Բագարանը՝ Շիրակ գավառով, ապա, օրեր անց, նվիրում է Երվանդաշատ-Երվանդակերտը՝ Արշարունիք գավառով (անտառը չի նշվում առանձին՝ գավառի մեջ մտնելու կամ հետագայում վերացած լինելու պատճառով): Մեջբերումներից միանշանակ երևում է, որ Բագարանին համապատասխանում է Դրասխանակերտը, որը կոչվում է նաև «Արտաշեսի մեծ դաստակերտ»: Վերջին որակումը նպատակ ունի նախ հավաստելու Արտաշես արքայի ժառանգորդ Տրդատի սեփականատիրական իրավունքը այդ քաղաքի հանդեպ, ուստի և՛ նվիրատվության վավերականությունը, ապա հիշեցնելու, որ երբ Արտաշեսը գրավեց Երվանդի հոգևոր կենտրոնը՝ սպանելով քրմապետ Երվազին, նրա գանձերը բաժին հանեց մարական զորքն ուղարկող պարսից արքային, նրա 500 ծառաներին բաժին տվեց Սմբատ զորավարին, իսկ քաղաքը, բնականաբար, պահեց իրեն, չնայած վերջինիս մասին հատուկ չի նշվում (II-ԽԸ): Այսպիսով՝ Շիրակի կենտրոնը Բագարանն է, որն էլ Արտաշեսի մեծ դաստակերտ Դրասխանակերտն է, դրա համար էլ Դրասխանակերտը Շիրակ գավառի հետ միասին է գուգորդվել

Երվանդաշատին ու նրա գավառ Արշարունիքին՝ կազմելով գավառ-գավառակենտրոն գույզեր:

Ինչպես ասվեց, միևնույն քաղաքի երկու անվանումներից վաղ պաշտոնականը Դրասխանակերտն է, իսկ ժողովրդականը և ավելի ուշ պաշտոնականը՝ Բագարանը: Վաղ պաշտոնական անունը երևի քիչ է գործածվել, դրա համար էլ ունի հատուկենտ վկայություններ Եղիշեի և ՄԽ պատմագրքերում, ինչպես նաև Հովհաննես Դրասխանակերտցու անվան մեջ ([11], էջ 78): Ի դեպ, Հովհաննես կաթողիկոսը գուցե կոչվեր ուշ պաշտոնական անվամբ, մանավանդ Բագարանը Բագրատունյաց թագավորության առաջին մայրաքաղաքն էր, բայց նա հավանաբար զգուշացել է VI-VII դդ. Ավանի հակաթոռ կաթողիկոս Հովհաննես Բագարանցու հետ պատահաբար զուգորդվելուց, թեկուզ վերջինս Կոզովտի Բագավան-Բագարանից էր:

Այսպիսով, Բագարանի և Դրասխանակերտի նույնության բնագրային ուղղակի վկայությունն այն է, որ Տրդատ թագավորի կողմից Կամսարականներին տրված քաղաքը առաջին անգամ կոչվում է Բագարան, երկրորդ անգամ՝ Դրասխանակերտ:

3. Դատելով հին անվանաձևից՝ Դրասխանակերտ, պետք է ենթադրել, որ նրա հիմնադիր Երվանդը իր աշխարհիկ մայրաքաղաքը ևս սկզբնապես կոչել է նման ձևով՝ Երվանդակերտ, որին հետո կոչել են նաև -շատ տեղանվանակերտ ածանցով, ինչպես Արտաշատ, Զարիշատ, Աշտիշատ ևն (հմմ. [12]):

ՄԽ պատմաձից երևում է, որ Երվանդ վերջին թագավորը երկու մայրաքաղաքների կառուցումն ու անվանումը կատարել է միասնական մտահղացմամբ, նույն ծրագրի շրջանակում, մեկն իբրև հոգևոր կենտրոն, մյուսն՝ աշխարհիկ, ընդ որում, մեկը մյուսին նման, բայց չափերով տարբեր: Փորձենք վեր հանել այդ մտահղացումը՝ այն հնարավորինս բխեցնելով Երվանդյան Հայաստանի կրոնապաշտամունքային համակարգում շեշտված առասպելաբանական պատկերացումներից:

ՄԽ ՀՊ և այլ տվյալների հիման վրա հայագիտության մեջ (Ս. Աբեղյան, Ս. Հարությունյան, Ա. Պետրոսյան, Ս. Պետրոսյան և այլք) վերականգնվել է Երվանդի աստվածային բնույթը.

ա) Երվանդն ամպրոպային աստված և երկնքի ու երկրի գլխավոր տիրակալ է:

բ) Ունի երկվորյակ եղբայրներին հատուկ հրաշալի ծնունդ (Երվանդ-Երվազ):

գ) Անվան ստուգաբանումն իբրև հնդեվր. Պեր-Շեր ([13], էջ 103-112), իբրև ‘արագ’ ըստ Հյուբշմանի, իբրև հարստության տիրող՝ ըստ Ա. Փերիխանյանի [14], նշում են դիցազնական գծեր:

դ) Երվանդի և Նանե դիցամոր (Նանայ) ամուսնական գույզից ծնվում է ամպրոպային վիշապամարտիկ Վահագնը [15]:

ե) Երկվորյակներից մեծին հատուկ մշակութակերտ բնույթը ([13], էջ 109; [16], էջ 30-31): Անտառի տնկումը, վայրի կենդանիների բազմացումը, մայրի ծառերը և Ծննդոց անտառ անվանումը ակնարկում են առասպելաբանական արարչությունը:

զ) Հայաստանում գտնված Արտաշիսյան սահմանաքարերի արամերեն արձանագրություններում Արտաշես թագավորին տրված «Երվանդական» մականունը ընկալվում է իբրև դիցազնական, աստվածային ծագման:

է) Դեռևս Արամագդից առաջ Հայաստանի գլխավոր աստված, տեր, հայր եղած Երվանդը, որից սերվել է թագավորական և քրմական տոհմը, ի շարս թվարկված հատկանիշների ունեցել է նաև «հրեղեն հայացք», «աչկունք-արեգակունք»:

Երվանդյան կրոնապաշտամունքային համակարգում շեշտված Աչքի առասպելույթից մնացել են որոշակի հետքեր.

է-ա) Ըստ ՄԽ՝ Երվանդի քաղաքի հատակագծում պատկերված էր «աչք», որի կառուցվածքային բաղադրիչներն էին՝ բիբ, բոլորակ, արտևանունք, հոնք, ծնոտներ՝ շրթերով, ի վերջո՝ անքթթելի հայեցվածք: ՄԽ համար աչքի նկարագրությունը ունի միայն ոճական, փոխաբերական արժեք, որովհետև նա չի նկատել հայկական ավանդույթում պահպանված առասպելաբանական բոլոր տվյալների փոխկապված բնույթը:

է-բ) Երվանդն ուներ գորեղ աչք, որով լուսաբացին պայթեցնում էր որձաքարե վեմեր (Մտ.Ասողիկի կողմից վկայված Երվանդաքար անվանումը ակնհայտորեն պետք է ընկալվեր որպես քաղաքի ավերակ):

է-գ) Երվանդի անվան (հին ձևը՝ Երեւանդ) հնչական անագրամատիկ տարբերակները ակնարկում էին ամպրոպային գլխավոր աստծո հատկանիշներ (հեր-հայր, երիվար-ձի ունեցող, երևացող):

է-դ) Քրմական մեկնաբանության ազդեցությամբ Երվանդ անվան հունական տառադարձումը ընկալվել է որպես նրա յուրօրինակ թարգմանությունը՝ Օրոնտես, որ հայերեն նշանակում է Տեսանողը:

է-ե) Աչքի ժառանգական հատկանիշը կրում են նաև Երվանդի որդին՝ Տիգրան Երվանդյանը՝ իր աչքի կարմիր դրակոնտիկոնով, և թոռը՝ Վահագնը՝ իր աչք-արեգակով:

Աչքի առասպելույթի այս և այլ հետքերը օգնում են հասկանալ, որ հելլենիստական Հայաստանի թագավոր-աստվածը երկրի աշխարհիկ և հոգևոր կենտրոնները հիմնել է իր անունով ու նմանությամբ, այսինքն՝ «աչք» նշող անունով և աչքի տեսքով, քանի որ Երվանդյան առասպելաճիսական համատեքստում աչքը ուներ որոշակի հմայական նշանակություն:

Եվ իրոք, Երվանդը, որպես թագավոր, իր աշխարհիկ մայրաքաղաքը կոչեց Երվանդակերտ, իսկ ի՞նչ կոչեց, որպես աստված, իր հոգևոր մայրաքաղաքը, մի թե Բագարան:

4. ՄԽ նշած Բագարանը ակնհայտորեն հետագա ժողովրդական նկարագրական անվանում է (ինչպես Դիցարան, Սրբավայր), որն էլ ինքը մոտավոր ճշտությամբ ստուգաբանում է (II-իս, հմմ. Բագավանի վերաբերյալ՝ Ագաթանգեղոսի ստուգաբանության հետ. «որ անուանեալ կոչի ի պարթևարէն լեզուէն՝ դիցաւան» [17], § 817): Նման ոչ պաշտոնական անվանում կարող էր տրվել ոչ թե իր բուն կրոնա-պաշտամունքային միջավայրում, այլ նրան հաջորդած նոր մշակութային փուլում, որպիսիք են Արտաշիսյան կամ քրիստոնեական շրջանները:

Թեև Բագարանը կրկնում է աշխարհիկ կենտրոնի հիմնարկերը, ճիշտ կլինի ասել, որ աշխարհիկն է կրկնում հոգևորին: Վերջինս նույն կերպ («նման իւրոյ քաղաքին») հատակագծվում է իբրև «աչք» և անվանվում արդեն ուղղակի իմաստով՝ որպես ազդու, շանթող հայացքի տեր աստծո քաղաք, մոտավորապես ինչպես՝ ‘արեգ-ակն-ա-կերտ’:

Նման կրոնաիմաստաբանական չափանիշին կարող է բավարարել Դրասխանակերտ տեղանունը, որն Ա. Փերիխանյանի կողմից հմտորեն ստուգաբանվում է որպես իրան. **drs* - ‘հայացք’ - **hvan* - ‘արև’ > միջին պրսկ. **darsxvan* > հայ. *Drasxan* ([14], էջ

32-34), ինչպես նաև Ցոլակերտ տեղանունը, որն առաջացել է Ցոլակակերտից: Մակայն վերջինս բացատրվում է, որովհետև ունի հայտնի տեղադրություն Մասիսի ստորոտում և Եղիշեի կողմից Դրասխանակերտի հետ նշվում է միևնույն անվանացանկում Ձողակերտ ձևով (տե՛ս [11], էջ 78-79):

«Դրասխանը» ոչ թե Երվանդ-թագավորի, այլ Երվանդ-աստծո գլխավոր հատկանիշներից է, նրա, այսպես կոչված, քրմական-վարդապետական մակդիրը, որով էլ կոչվում է նոր հոգևոր մայրաքաղաքը:

Այն Երվանդակերտի հետ միասին Արշակունիների կողմից տրվել է Կամսարականներին, առաջինը՝ իբրև Արշարունիքի, երկրորդը՝ Շիրակի կենտրոն, որոնք IX դ. 20-ական թթ., հավանաբար, որպես գանձագին հողեր, ստացան Բագրատունիները: Նրանք իրենց թագավորական իշխանության օրոք Դրասխանակերտը դարձրին առաջին մայրաքաղաք, որտեղից էլ քիչ ավելի ուշ հնարավոր դարձավ ընտրել նոր կաթողիկոս՝ հանձին պատմիչ Հովհաննեսի (IX դ. վերջ):

Այսպիսով, Երվանդ թագավորը կառուցում է ոչ թե չորս, այլ երկու քաղաք՝ Երվանդակերտ (= Երվանդաշատ) և Դրասխանակերտ (= Բագարան):

Մատենադարան

A. A. Саакян

Культурная концепция основания ервандидской столицы согласно Мовсесу Хоренаци (Ервандакерт, Драсханакерт, III - II вв. до н.э.)

Главы 39-42 второй книги “Истории Армении” Мовсеса Хоренаци, повествующие о четырех постройках царя Ерванда, имеют несколько текстологических противоречий, которые привели археологов к поискам двух разных городов Ерванда и отчуждению Багарана от Драсханакерта. Текстологический и культурологический анализ показывает, что царь Ерванд руководствовался единой программой при основании и именовании двух столиц - одной как светского центра (Ервандакерт - Ервандашат), другой как духовного (Драсханакерт - Багаран).

A. A. Sahakyan

The Cult Concept of Yervand's Capital Founding According to Movses Khorenatsi (Yervandakert, Draskhanakert, 3rd - 2nd centuries BC)

There are some textual contradictions in chapters 39-42 of the 2nd book of Movses Khorenatsi's “History of Armenia”, which describe King Yervand's four constructions. These contradictions have induced archaeologists to search for two different Yervand's cities and to differentiate Bagaran from Draskhanakert. Textual and cultural study shows that King Yervand followed a general program when founding and naming the two capitals - one as a secular center (Yervandakert - Yervandashat), the other as a sacral one (Draskhanakert - Bagaran).

Գրականություն

1. *Բուզանդ Փ.* Պատմություն Հայոց. Վենետիկ. 1889:
2. *Շահխաթունեանց Յովհ.* Ստորագրությունք կաթողկե էջմիածնի և հինգ գաւառաց Արարատայ, հ.2, էջմիածին, 1842:
3. *Ալիշան Ղ.* Այրարատ, Վենետիկ, 1890:
4. *Թորամանյան Թ.* Նյութեր հայկական ճարտարապետության, հատ. Ա, Երևան, 1942:
5. *Հակոբյան Թ.* Ուրվագծեր Հայաստանի պատմական աշխարհագրության, Եր. 1960:
6. *Վարդանյան Գ., Ղյուստերտիզ Գ.* Հայկական պատմական քարտեզ, Թիֆլիս, 1910:
7. *Ստողիկ Ստ.* Պատմություն տիեզերական, ՍՊԲ, 1885:
8. *Առաքելյան Բ.* - ՊԲՀ. 1965.
9. *Тирацян Г. А.* - Культура древней Армении Ереван. 1988.
10. *Խաչատրյան Ժ.* - ՊԲՀ. 2001. N2:
11. *Եղիշե,* Վասն Վարդանայ և Հայոց պատերազմին, Եր., 1957:
12. *Վարդանյան Ռ.* - Գիտ. աշխատություններ, II, Գյումրի, 1999, էջ 127-31:
13. *Հարությունյան Ս.* Հայ առասպելաբանություն, [Բեյրութ, 2000]:
14. *Периханян А.* - Материалы к этимологическому словарю армянского языка, Ереван. 1993.
15. *Պետրոսյան Ս.* - Լրաբեր հաս. գիտ. 1981. N. 4:
16. *Петросян А.* - Армянский язык и мифология. Ереван. 2002.
17. Ազգաբանգեղայ Պատմություն Հայոց, աշխատասիրութեամբ Գ. Տեր-Մկրտչեան և Ստ. Կանայեանց, Տիֆլիս, 1909: