

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ

LVI, № 4

1973

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ, կենսաբանական գիտությունների դոկտոր, Ա. Թ. ԲԱՐԱՅԱՆ, ՄԱՍՏ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ՄԱՍՏ ԳԱ թղթակից-անդամ, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, ՄԱՍՏ ԳԱ թղթակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՄԱՍՏ ԳԱ թղթակից-անդամ (պատ. խմբագրի տեղակալ), Ս. Հ. ՄԻՐՁՈՅԱՆ, ՄԱՍՏ ԳԱ թղթակից-անդամ, Ս. Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, ՄԱՍՏ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՄԱՍՏ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Օ. Մ. ՍԱՊՈՆԴՅԱՆ, ՄԱՍՏ ԳԱ թղթակից-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, ՄԱՍՏ ԳԱ թղթակից-անդամ:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Э. Г. АФРИКЯН, доктор биологических наук, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР (зам. отв. редактора), С. А. МИРЗОЯН, чл.-корр. АН АрмССР, С. С. МКРТЧЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ

ЕРЕВАН

Ի Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Հ. Գ. Փիլիպոսյան—Տրամաբանական սխեմաների մի քանի ձևափոխություններ .	193
Ս. Ս. Աղայան—Իրական առանցքին պատկանող կոմպակտից դուրս որոշված ֆունկցիայի ներկայացումը հատուկ շարքով	198
Հ. Գ. Դեռլեցյան—Ծառի գագաթների հարթ դասավորության լայնության մինիմի-գացումը գծի վրա	202
Ա. Հ. Ազատյան—Միացությունների տեսությանը պատկանող օբյեկտների մի դաս .	207

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Մ. Ա. Զադոյան—Գլանային խողովակի պլաստիկական վիճակը համատեղ ոլոր-ման և ծռման դեպքում	214
---	-----

ԷԼԵԿՏՐԱՄԵԽԱՆԻԿԱ

Գ. Լ. Արեշյան—Էլեկտրական մեքենաների դիֆերենցիալ հավասարումների ձևա-փոխման թեորեմ	221
--	-----

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Վ. Վ. Միֆայելյան—Առաձգական վերադիրներով առաձգական ուղղանկյան ձգման երկու խնդիրների մասին	225
Ա. Ա. Խաչատրյան—Տարամոդուլ առաձգականության տեսության մեջ լուծման միակությունը	232

ՖԻԶԻԿԱ

Ս. Տ. Զոյլան—Բարձրաստիճան փոխակերպիչ բիսմութի եռօքսիդի վրա	236
--	-----

ԱՆՕՐԳԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

Վ. Մ. Թառայան, Ֆ. Վ. Միրզոյան—Մերկուրոաղ-ոռղանիդ—հիմնային ներկանյութ սիստեմում էքստրակցիայի առանձնահատկությունների մասին	239
--	-----

ՕՐԳԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

Ա. Թ. Ռաբայան, Ս. Տ. Քոչարյան, Հ. Ա. Հալսիելյան—1-դիալկիլամինա-4-պենտեն-2-ինների վերաամինացման ռեակցիան, որն ուղեկցվում է պենտենինային խմրի դարձով	244
--	-----

ԳԵՈՄԵՏՐԻԿԱ

Ա. Խ. Բադրամյան, Նվ. Ֆ. Սավաբենսկի, Դ. Ի. Սիխարովիձե—Կովկասի տարբեր շրջանների երկրակեղևի հզորության որոշումը մակերևութային սեյսմիկ ալիքների օղնությամբ	248
--	-----

ՀԱՆՔԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ռ. Ն. Կարապետյան—Սարալանջի հանքավայրի բնածին սնդիկի ծագման մասին	253
--	-----

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
МАТЕМАТИКА	
<i>А. Г. Пилипосян</i> —Некоторые преобразования логических схем	193
<i>С. С. Агаян</i> —Разложение функций, определенных вне компактов на действительной оси, в ряды специального вида	198
<i>Г. Г. Геолецян</i> —Плоское размещение вершин дерева на линии с минимизацией ширины	202
<i>А. А. Азатян</i> —Об одном классе комбинаторных объектов	207
МЕХАНИКА	
<i>М. А. Задоян</i> —Пластическое состояние толстостенной цилиндрической трубы при совместном кручении и изгибе	214
ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА	
<i>Г. Л. Арешян</i> —Теорема преобразования дифференциальных уравнений электрических машин	221
ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ	
<i>В. В. Микаелян</i> —О двух задачах растяжения упругого прямоугольника с упругими накладками	225
<i>А. А. Хачатрян</i> —Единственность решения в разномодульной теории упругости	232
ФИЗИКА	
<i>Т. С. Золян</i> —Высокотемпературный переключатель на трехокиси висмута Bi_2O_3	236
НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ	
<i>В. М. Тараян</i> <i>Ф. В. Мирзоян</i> —К особенности экстракции в системе меркуротрисульфид—роданид—основной краситель	239
ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ	
<i>А. Т. Бабаян, С. Т. Кочарян, О. А. Ахинян</i> —Переаминирование 1-диалкиламино-4-пентен-2-ионов, сопровождающееся обращением пентениновой группы	244
ГЕОФИЗИКА	
<i>А. Х. Баграмян, Е. Ф. Саваренский, Д. Н. Сихарулидзе</i> —Определение мощности земной коры в различных районах Кавказа по поверхностным сейсмическим волнам	248
МИНЕРАЛОГИЯ	
<i>Р. Е. Карапетян</i> —О генезисе самородной ртути Сараладжского месторождения	253

УДК 8.74

МАТЕМАТИКА

А. Г. Пилипосян

Некоторые преобразования логических схем

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Н. Мергеляном 13/VI 1972)

А. А. Ляпуновым был разработан операторный язык программирования, основные структуры которого были описаны в работах (¹⁻³). Операторный язык программирования представляет собой некоторый алгебраический аппарат, с помощью которого можно исследовать возможности преобразования логических схем. В операторном языке введены понятия логических схем разных уровней и, следовательно, ставится вопрос о разработке системы преобразований, обеспечивающих переход от логических схем высокого уровня к логическим схемам низкого уровня. Такие преобразования рассматриваются, в частности, в работах (^{1,5}), но к сожалению, они не всегда сохраняют эквивалентность логических схем.

В работе (⁶) определяется новый вариант операторного языка, являющийся существенным расширением предыдущих вариантов. Там же приводятся разные понятия эквивалентности логических схем — классическая эквивалентность, структурная эквивалентность, частичная и узкая эквивалентность, эквивалентность по независимым выходам, которые будут использованы в настоящей работе.

В данной работе определяются логические схемы разных уровней и описывается ряд преобразований, которые обеспечивают переход от логических схем высокого уровня к логическим схемам более низкого уровня, сохраняя некоторые соотношения эквивалентности. В логических схемах высокого уровня широко используются параметрические элементы.

Основная задача преобразования логических схем заключается в том, чтобы освободиться от параметрических элементов логической схемы.

1. Ниже приводятся некоторые преобразования, дающие возможность освободиться от стрелок произведения.

Пусть задана логическая схема

$$S = S_1 S_2 \dots S_k \dots S_p \dots S_{n-1} S_n, \quad (1.1)$$



где $S_k = \downarrow^w$, $S_p = \uparrow^w$, w — параметрический параметр. Тогда к (1.1) заданы параметрические функции определения параметра — f_w и параметрический предикат достоверности значения параметра — σ_w . Тогда имеет место.

Теорема 1.1. Если в логической схеме (1.1) заменить элементы S_k и S_p соответственно на элементы $\downarrow^N f_w$ и $\sigma_w \uparrow^N$, где N натуральное число, отличное от номеров стрелок управления логической схемы S , то вновь полученная схема S будет логической схемой эквивалентной S .

Определение 1.1. Логическую схему назовем логической схемой программы, если она не содержит стрелок произведений.

Кусок логической схемы (1.1), включенный между сопряженными стрелками произведения, включая эти стрелки, назовем циклом по параметру w . Мы скажем, что параметр w локализован в цикле, если он не является входной переменной ни одного элемента логической схемы, записанной вне цикла по w . Применяя к S теорему 1.1, получим

$$S^* = S_1 \dots \downarrow^N f_w \dots \sigma_w \uparrow^N \dots S_n$$

Пусть M_f , N_f и M_σ , N_σ входы и выходы операторов f_w и σ_w соответственно. Тогда

Теорема 1.2. Если параметр w локализован в цикле по w и $w \notin M_f$ и $N_f \cap M_\sigma = N_\sigma \cap M_f$ — пустое множество, то логическая схема

$$S' = S_1 \dots f_w \downarrow^N \dots f_w \sigma_w \uparrow^N \dots S_n \quad (1.2)$$

частично эквивалентна логической схеме S^* .

Теорема 1.3. Если w локализован в цикле по w , $w \notin M_f$ и $N_\sigma \cap M_f$ — пустое, а $M_\sigma \cap N_f$ — не пустое множество, то

$$S'' = S_1 \dots f_w \downarrow^N \dots L f_w \sigma_{1w} \uparrow^N \dots S_n$$

частично эквивалентна логической схеме S .

Здесь L — оператор присваивания ($w \rightarrow y$) (y — не содержится в S^*), а σ_{1w} — логический оператор σ_w , во входе которого w заменен переменным y .

2. Мы постараемся определить новый вид оператора, имеющий в логических схемах программ управляющий характер.

Пусть заданы функции определения параметра $i = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ и предикат достоверности значения параметра $\sigma(y_1, y_2, \dots, y_m)$ с выходом x_s .

Оператор, реализующий произведение $F \cdot \sigma$ назовем оператором индексации и обозначим через $Y(F, \sigma)$. Входом оператора индексации является набор $(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_m)$, а выходом — (i, x_s) .

Теперь покажем, как используется этот оператор в логических схемах.

Пусть задана логическая схема (1.1), удовлетворяющая условиям теоремы 1.2. Тогда можно ее привести к виду (1.2).

В (1.2), заменяя все произведения вида $f_w \tau_w$ на операторы индексации $Y(f_w, \tau_w)$, получим логическую схему эквивалентной S' и следовательно частично эквивалентной S . Такую схему назовем логической схемой программы с оператором индексации.

Очевидно, что вид логической схемы программы с операторами индексации вполне соответствует принципам реализации программ на ЭВМ с индексными регистрами. В этом случае параметрические операторы соответствуют структуре команд с модификацией адресов по содержанию индексных регистров. Ясно также, что в силу не универсальности функций индексных регистров, в современных ЭВМ пока легко реализуются только логические схемы ограниченного класса.

3. Ниже описываются некоторые преобразования, дающие возможность избавиться в логической схеме от параметрических операторов.

Пусть задан параметрический оператор глубины один $A_{i_1, i_2, \dots, i_n}$. Каждому значению $(i_1^0, i_2^0, \dots, i_n^0)$ набора параметров он сопоставляет некоторый оператор $A_{i_1^0, i_2^0, \dots, i_n^0}$.

Определение 3.1. Оператором формирования значения параметрического элемента $A_{i_1, i_2, \dots, i_n}$ назовем оператор с входом $(i_1, i_2, \dots, i_n)$, выходом Z (операторное переменное), отображающий каждое значение, $(i_1^0, i_2^0, \dots, i_n^0)$, принадлежащее области изменения его входа на элемент, сопоставленный этому значению параметрической функцией $A_{i_1, i_2, \dots, i_n}$.

Оператор формирования обозначим через

$$\Phi(i_1, i_2, \dots, i_n; A_{i_1, i_2, \dots, i_n}; Z).$$

Тогда имеет место следующее утверждение

Теорема 3.1. Пусть задан параметрический элемент глубины один $A_{i_1, i_2, \dots, i_n}$. Тогда операторный кусок

$$\Phi(i_1, i_2, \dots, i_n; A_{i_1, i_2, \dots, i_n}; Z) \cdot Z$$

эквивалентен по независимым выходам элементу $A_{i_1, i_2, \dots, i_n}$.

Из этой теоремы легко вытекает следующее

Следствие 3.1. Пусть задан параметрический элемент глубины n

$$\begin{aligned} \bar{A} = & A_{k_1^1 k_2^1 \dots k_{n_1}^1} \\ & k_1^2 k_2^2 \dots k_{n_2}^2 \\ & \dots \dots \dots \\ & k_1^n k_2^n \dots k_{n_n}^n \end{aligned} \quad (1.3)$$

Тогда $\bar{A}$ эквивалентен по независимым выходам операторному куску схемы

$$\Phi(k_1^n, k_2^n, \dots, k_{n_n}^n; \bar{A}; Z_n) Z_n Z_{n-1} \dots Z_2 Z_1,$$

где оператор Φ отображает набор параметров глубины l на оператор формирования

$$\Phi(k_1^{n-1}, k_2^{n-1}, \dots, k_{n-1}^{n-1}; A; Z_{n-1})$$

который является значением операторного переменного Z_n и т. д. Операторному переменному Z_1 , будет присвоено значение параметрического элемента (1.3).

Если применять такие замены ко всем параметрическим элементам логической схемы S , то получим новую логическую схему эквивалентную по независимым выходам первичной логической схеме.

4. Операторы формирования непосредственно не реализуются на ЭВМ, поэтому необходимо их реализовать с помощью операторов более низкого уровня. Ниже описывается один из возможных способов их реализации.

Пусть задан параметрический элемент $A_{i_1 i_2 \dots i_n}$ с невырожденной параметризацией и набор параметров

$$(i'_1, i'_2, \dots, i'_n)$$

с областью изменения T' , содержащей только одно значение $(i_{10}, i_{20}, \dots, i_{n0})$.

Определение 4.1. Оператор формирования с входом $(i'_1, i'_2, \dots, i'_n)$ и выходом Z , приписывающий выходу значение $A_{i_{10} i_{20} \dots i_{n0}}$, назовем оператором восстановления и обозначим через

$$R(i'_1, i'_2, \dots, i'_n; A_{i_1 i_2 \dots i_n}; Z).$$

Определение 4.2. Оператором переадресации назовем оператор с входом $(\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n, Z)$, где Δ_i —шаг параметра i , Z —операторная переменная, и выходом— Z , реализующий отображение: каждому значению $(\Delta_1^0, \Delta_2^0, \dots, \Delta_n^0, A_{i_1^k i_2^k \dots i_n^k})$ сопоставляет значение операторной переменной Z , являющееся значением параметрического элемента $A_{i_1 i_2 \dots i_n}$, соответствующее значению

$$(i_1^k + \Delta_1^0, i_2^k + \Delta_2^0, \dots, i_n^k + \Delta_n^0).$$

Оператор переадресации будем обозначать через

$$F(\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n; A_{i_1 i_2 \dots i_n}; Z).$$

Пусть заданы параметрический элемент $A_{i_1 i_2 \dots i_n}$, операторы формирования $\Phi(i_1, i_2, \dots, i_n; A_{i_1 i_2 \dots i_n}; Z)$, переадресации $F(\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n; A_{i_1 i_2 \dots i_n}; Z)$, восстановления $R(i'_1, i'_2, \dots, i'_n; A_{i_1 i_2 \dots i_n}; Z)$ и оператор B с входом $(i_1, i_2, \dots, i_n, i'_1, i'_2, \dots, i'_n)$, выходом $(\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n)$, приписывающий $i_k - i'_k = \Delta_k$.

Тогда

Теорема 4.1. Если параметризация $A_{i_1 i_2 \dots i_n}$ невырожденная, то оператор формирования Φ и произведение операторов RBF бу-

дут узко эквивалентными по независимым выходам. Без труда результат, аналогичный утверждению теоремы 4.1, может быть распространен на случай параметрического элемента глубины n .

Применение теоремы 4.1 к операторам формирования логической схемы приводит нас к следующему утверждению.

Пусть задана логическая схема S_1 , содержащая операторные куски $A_1^{(1)}, A_2^{(1)}, \dots, A_m^{(1)}$. Пусть S_2 логическая схема, полученная из S_1 , заменой $A_i^{(1)}$ на $A_i^{(2)}, i = 1, 2, \dots, m$. Введем обозначения

$$P_{iM} = M_{A_i^{(1)}} \cap M_{A_i^{(2)}}$$

и

$$P_{iN} = N_{A_i^{(1)}} \cap N_{A_i^{(2)}}.$$

Теорема 4.2. Пусть $A_i^{(1)}$ и $A_i^{(2)}$ узко эквивалентны по независимым выходам. Если ни для одного значения входа схем S_1 и S_2 не имеет места ни одно из следующих утверждений:

а) переменные из $M_{A_i^{(1)}} - P_{iM}$ не являются входными переменными ни одного элемента схемы, выполняющегося до оператора $A_i^{(1)}$;

б) переменные из $N_{A_i^{(1)}} - P_{iN}$ не являются входными переменными ни одного элемента схемы, выполняющегося после операторного куска $A_i^{(1)}$; то S_1 и S_2 узко эквивалентны по независимым выходам.

Из теоремы 4.2, в частности, следует, что после замены операторов формирования логической схемы на соответствующие произведения операторов RBF , полученная логическая схема будет узко эквивалентной по независимым выходам первичной логической схеме.

Вычислительный центр

Академии наук Армянской ССР и

Ереванского государственного университета

Հ. Դ. ՓԻԼԻՊՈՍՅԱՆ

Տրամաբանական սխեմաների մի Բանի ձևափոխություններ

Աշխատանքում արվում է տրամաբանական սխեմաների մի քանի ձևափոխությունների նկարագրությունը, որոնք ապահովվում են անցումը բարձր մակարդակի տրամաբանական սխեմաներից ավելի ցածր մակարդակի սխեմաներին, պահպանելով նրանց համարժեքությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. А. Ляпунов, Сб. Проблемы кибернетики, вып. 1, 5—22, Физматгиз, 1958.
- ² А. А. Ляпунов, Сб. Проблемы кибернетики, вып. 1, 46—74, Физматгиз, М., 1958.
- ³ А. А. Ляпунов, Сб. Проблемы кибернетики, вып. 6, 235—241, Физматгиз, М., 1962.
- ⁴ Р. И. Подловченко, Сб. Проблемы кибернетики, вып. 7, 161—188, Физматгиз, М., 1962.
- ⁵ А. Г. Пилипосян, С. М. Давтян, Труды ВЦ АН Арм. ССР и ЕрГУ, вып. III, 5—40, изд. АН Арм. ССР, 1965.
- ⁶ А. Г. Пилипосян, ДАН Армянской ССР, том LVII, № 1, 1973.

С. С. Агаян

МАТЕМАТИКА

УДК 517.

Разложение функций, определенных вне компактов на действительной оси, в ряды специального вида

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Н. Мергеляном 30/X 1972)

Пусть E , $\text{mes } E > 0$ — произвольный компакт на действительной оси, а G — дополнение E $G = \{(\infty + \infty)/E\} = \bigcup_{j=1}^{\infty} G_j$, и пусть $\gamma(z)$ гармоническая мера множества E относительно верхней полуплоскости. Обозначим через $\mu(z)$ функцию $\mu(z) = \bar{\gamma}(z) + i\gamma(z)$, где $\bar{\gamma}(z)$ — функция сопряжения $\gamma(z)$. И наконец, пусть функция $f(z)$ — определена на G . Мы назовем вообще рядом (1) от функции $f(z)$ всякий ряд:

$$(1) \quad f(z) \sim \frac{a_0(z)}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n(z) \cos n\mu(z) + b_n(z) \sin n\mu(z)$$

„коэффициенты“ которого $a_0(z)$, $a_n(z)$, $b_n(z)$, $(n=1, 2, \dots)$ определяются формулами:

$$a_n(z) = \frac{2}{\pi} \int_G f(t) \cos n\mu(t) \frac{\sin \frac{1}{2} |\mu(t) - \mu(z)|}{t - z} dt$$

(2) и

$$b_n(z) = \frac{2}{\pi} \int_G f(t) \sin n\mu(t) \frac{\sin \frac{1}{2} |\mu(t) - \mu(z)|}{t - z} dt$$

где z — любая точка $z \in C/E$ C — комплексная плоскость.

Знак „ $\sim$ “ указывает на то, что мы построили ряд чисто формальным образом, и означает лишь, что $a_n(z)$, $b_n(z)$ связаны $f(z)$ формулой (2), причем не предполагается, что ряд вообще сходится, тем более сходится к функции $f(z)$.

Главным вопросом, как и в теории тригонометрических рядов, является вопрос, возможно ли, и в каких именно случаях, заменить знак „ $\sim$ “ знаком равенства. Поставленная таким образом задача эквивалентна задаче изучения ряда вообще. Цель предлагаемой работы есть рассмотрение вопросов, группирующихся около этой задачи:

а) в каком смысле и при каких условиях ряд (1) „представляет функцию“ $f(z)$;

б) скорость сходимости ряда (1);

для ряда нашего типа возникает и задача следующего сорта:

в) если имеем сходимость на G , то где, кроме G , ряд сходится, т. е. найти область сходимости ряда (1).

1. В этом пункте мы будем рассматривать вышеизложенные вопросы только для точек x , принадлежащих G .

Теорема 1. Если $f(z)$ абсолютно интегрируема на G , то

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n(x) = 0 \qquad \lim_{n \rightarrow \infty} b_n(x) = 0$$

сходимость к нулю равномерна для любого отрезка $[a, b] \subset G$.

Доказательство теоремы опирается на доказательство существования обратной функции $\mu(x)$ на связном множестве G_j ($j = 1, 2, \dots$).

Принцип локализации Римана. Прежде чем сформулировать этот принцип, перепишем частичную сумму $S_n(f, x)$ ряда (1) в интегральной форме:

$$S_n(f, x) = \frac{1}{\pi} \int_G f(t) \frac{\sin(n + \frac{1}{2})[\mu(t) - \mu(x)]}{t - x} dt$$

Теорема 2. (о локализации). Если $f(x)$ абсолютно интегрируема на G , то для любого x и $\delta > 0$ справедливо равенство или,

$$S_n(f, x) = \frac{1}{\pi} \int_{an\{x-\delta, x+\delta\}} f(t) \frac{\sin(n + \frac{1}{2})[\mu(t) - \mu(x)]}{t - x} dt + o(1)$$

другими словами, поведение ряда (1) функции $f(x)$, $x \in G$ в некоторой точке x зависит исключительно от значений принимаемых функций в некоторой (произвольно малой) окрестности точки x .

Опираясь на эту теорему и нижесформулированную лемму, можно получить критерий сходимости ряда (1).

Лемма. Для любого x , $x \in G$ справедливо равенство:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n(1, x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\pi} \int_G \frac{\sin(n + \frac{1}{2})[\mu(t) - \mu(x)]}{t - x} dt = 1$$

Теорема 3. Если функция $f(x)$ абсолютно интегрируема на G , то для того, чтобы в некоторой точке x , $S_n(f, x)$ сходилась к какому-то числу S , необходимо и достаточно, чтобы

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\delta}^{\delta} \left| \frac{f(x+t) - S}{t} \right| \sin\left(n + \frac{1}{2}\right) \left| \mu(t+x) - \mu(x) \right| dt = 0,$$

где δ — любое положительное число с условием $(x-\delta, x+\delta) \cap E = \emptyset$.

Если мы хотим, чтобы в точке X ряд имел „естественную сум-

му^а, т. е. сумму, равную $f(x)$, то для этого необходимо взять $S=f(x)$

Если $f(x)$ непрерывна на (a, b) и $\varepsilon > 0$ любое, то для равномерной сходимости ряда (1) на $[a+\varepsilon, b-\varepsilon]$ необходимо и достаточно, чтобы

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{-\delta}^{\delta} \left[\frac{f(x+t) - f(x)}{t} \right] \sin \left(n + \frac{1}{2} \right) \left[\mu(t+x) - \mu(x) \right] dt = 0$$

равномерно на $[a, b]$, где δ — любое действительное число, удовлетворяющее неравенству $0 < \delta < \varepsilon$. Отсюда можно вывести интересные для приложений следствия.

Следствие. Если $f(x)$ абсолютно интегрируема на G и при фиксированном x интегралы

$$\int_{-\delta}^0 \left| \frac{f(x+t) - f(x-0)}{t} \right| dt \quad \int_0^{\delta} \left| \frac{f(x+t) - f(x+0)}{t} \right| dt$$

с некоторым δ существуют, то частичные суммы $S_n(f, x)$ ряда (1) функции f сходятся в этой точке к $\frac{f(x+0) + f(x-0)}{2}$ где $f(x+0)$

и $f(x-0)$ суть левый и правый пределы функции в точке x (предполагается, что x есть точка разрыва первого рода f).

Если функция $f(x)$ непрерывна на $[a, b] \subset G$ и если для любого $\varepsilon > 0$ существует $\delta > 0$, так что сразу для всех $x \in [a, b]$ выполняется неравенство

$$\int_{-\delta}^{\delta} \left| \frac{f(x+t) - f(x)}{t} \right| dt < \varepsilon,$$

то ряд (1) для функции $f(x)$ сходится к ней равномерно на $[a, b]$.

Таким образом, мы получили разложение функции непериодической, более того, неопределенной в некотором компакте E , $E \subset (-\infty + \infty)$ в ряды типа (1).

Теорема 4. Если $f(x)$ ограниченная и непрерывная функция на G , то справедливо равенство:

$$S_n(f, x) = 0 \quad (\ln n)$$

2. В пункте 1 мы рассматривали вопрос о сходимости ряда (1) только на G , теперь перейдем к вопросу: в каких точках, кроме точек G , ряд (1) вообще сходится, тем более сходится к функции $f(z)$. Справедлива

Теорема 5. Если ограниченная функция $f(z)$ аналитична в C/E и стремится к нулю при $z \rightarrow \infty$, то ряд (1) сходится к $f(z)$ для $z \in C/E$ более того, ряд (1) сходится к $f(z)$ со скоростью геометрической прогрессии, т. е.

$$|S_n(f, z) - f(z)| \leq K \cdot q^n,$$

где K — константа, q — константа, зависящая только от z , ($q < 1$).

Автор выражает глубокую признательность С. Н. Мергеляну за постановку задачи и внимание к работе.

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР и
Ереванского государственного университета

Ս. Ս. ԱՂԱՅԱՆ

Իրական առանցքին պատկանող կոմպակտից դուրս որոշված ֆունկցիայի
ներկայացումը հատուկ շարքով

Դիցուք E ($\text{mes } E > 0$), որն է կոմպակտ է իրական առանցքի վրա, G -ն նրա լրացումն է իրական առանցքի նկատմամբ $G = \{(-\infty, \infty) \setminus E\}$: Նշանակենք E բազմություն հարմոնիկ չափը վերին կիսահարթության նկատմամբ $\gamma(z)$ -ով, իսկ $\mu(z)$ -ով հետևյալ ֆունկցիան $\gamma(z) + i\gamma(z)$, որտեղ $\gamma(z)$ -ն $\gamma(z)$ -ի համարյա ֆունկցիան է: Եվ վերջապես ունենք $f(z)$, ֆունկցիան որոշված G -ի վրա: Կազմենք հետևյալ շարքը՝

$$f(z) \sim \frac{a_0(z)}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n(z) \cos n\mu(z) + b_n(z) \sin n\mu(z)$$

որի «գործակիցները» $a_0(z)$ $a_n(z)$ $b_n(z)$ ($n = 1, 2, \dots$) որոշված են՝

$$a_n(z) = \frac{2}{\pi} \int f(t) \cos n\mu(t) \frac{\sin \frac{1}{2} [\mu(t) - \mu(z)]}{t - z} dt$$

$$b_n(z) = \frac{2}{\pi} \int f(t) \sin n\mu(t) \frac{\sin \frac{1}{2} [\mu(t) - \mu(z)]}{t - z} dt$$

որտեղ z -ը ցանկացած կետ է C/E տիրույթից (C -կոպլեքս հարթությունն է):

Հիմնական հարցը, որն ուսումնասիրված է ներկա աշխատանքում, դա այն է, թե ինչպիսի պայմանների դեպքում և որտեղ G -ի վրա, G -ից դուրս, կարելի է փոխարինել « $\sim$ » նշանը հավասարության նշանով:

Այս շարքերի համար առաջանում է նաև այսպիսի հարց՝ եթե ունենք դուրս դրամիտությունը G -ի վրա, ապա որտեղ բացի G -ից շարքը զուգամետ է: ճիշտ է հետևյալը.

Թեորեմ. Եթե սահմանափակ ֆունկցիան $f(z)$ առաջիտիկ է C/E -ում և ձգտում է զերոյին, երբ $z \rightarrow \infty$, ապա $S_n(f, z)$ զուգամիտում է $f(x)$ -ին այն z -ի համար, որոնք $z \in C/E$ (որտեղ $S_n(f, z)$ շարքի մասնավոր գումարն է): Ստացված է զուգամիտության արագությունը:

УДК 519.14

МАТЕМАТИКА

Г. Г. Геолецян

Плоское размещение вершин дерева на линии с минимизацией ширины

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. М. Мергеляном 27/XI 1972)

Рассматриваемая задача возникает при размещении связанных между собой конструктивных единиц на линии и может быть интерпретирована следующим образом.

Ищется размещение конструктивных единиц на линии, допускающее проведение соединений между ними при помощи печатного монтажа, используя при этом минимальное число магистралей.

В ⁽¹⁾ для ориентированного дерева предложен алгоритм размещения, минимизирующий ширину и сохраняющий частичную упорядоченность дерева.

Ниже приводится математическая постановка задачи и алгоритм оптимального размещения.

Пусть $T(X, U)$ неориентированное дерево, U — множество рёбер, а X — множество вершин этого дерева, $|X| = n$. Размещением дерева T на отрезке $[1, n]$ назовём взаимно-однозначное соответствие $\varphi: X \rightarrow N = [1, 2, \dots, n]$. Каждой вершине дерева размещением сопоставляется некоторая целочисленная точка отрезка $[1, n]$. Ребру (x, y) соответствует ребро $(\varphi(x), \varphi(y))$. Скажем, что ребра (x_1, y_1) и (x_2, y_2) пересекаются при данном размещении φ , если $\varphi(x_1) < \varphi(x_2) < \varphi(y_1) < \varphi(y_2)$. Ребро (x, y) назовём проходящим над вершиной z при данном размещении φ , если $\varphi(x) < \varphi(z) < \varphi(y)$.

Аналогично ⁽¹⁾ обозначим через $\omega_\varphi(x)$ число рёбер, проходящих над вершиной x при размещении φ . Шириной размещения φ назовём $\max \omega_\varphi(x)$ по всем $x \in X$ и обозначим через $W(\varphi)$. Размещение φ назовём плоским, если при этом размещении ни одна пара рёбер не пересекается. Задача размещения с минимальной шириной заключается в нахождении такого размещения φ_0 , среди всех плоских размещений, чтобы $W(\varphi_0) = \min W(\varphi)$.

Алгоритм оптимального размещения состоит из двух частей. В первой части присваиваются метки вершинам дерева и выделяется одна из вершин, во второй части — проводится размещение вершин дерева.

1. Присвоение меток вершинам. Всем висячим вершинам приписывается метка 0. Далее метку может получить только одна из тех вершин, у которых все смежные вершины, кроме разве лишь одной, получили метки. Если все смежные вершины $x_1, \dots, x_r$ с вершиной x уже получили метки $\alpha_1, \dots, \alpha_r$ ($\alpha_1 \geq \dots \geq \alpha_r$), то вершина x может получить метку $\alpha(x) = \max(\alpha_1, \alpha_2 + 1, \dots, \alpha_{2k-1} + k, \dots)$. Если же одна из смежных вершин x_{r+1} не получила метку, то вершина x может получить метку

$$\alpha(x) = \begin{cases} \beta(x) & , \beta(x) > \gamma(x) \\ \beta(x) + 1 & , \beta(x) = \gamma(x). \end{cases}$$

где

$$\begin{aligned} \beta(x) &= \max(\alpha_1, \alpha_2 + 1, \dots, \alpha_{2k+1} + k, \dots), \\ \gamma(x) &= \max(\alpha_2, \alpha_4 + 1, \dots, \alpha_{2k} + k - 1, \dots). \end{aligned}$$

Среди всех вершин, могущих получить метку, выбирается одна из тех, которые могут получить наименьшую метку, и присваивается ей эта метка. Этот процесс продолжается до тех пор, пока все вершины получают метки.

Вершину, получившую метку последней, обозначим через x_0 . Исходное дерево ориентируется, выбирая в качестве единственного корня вершину x_0 .

2. Размещение вершин дерева. Пусть $x_1, \dots, x_k$ — вершины смежные вершине x_0 и имеющие метки соответственно $\alpha_1, \dots, \alpha_k$. Перенумеруем их по невозрастанию меток $\alpha_1 \geq \dots \geq \alpha_k$ и разделим вершины на две группы: в первую группу отнесем вершины с нечетными номерами, во вторую с четными. Обозначим их через $y_1, \dots, y_s$ и $z_1, \dots, z_t$, а метки, соответствующие им, через $\beta_1 \geq \dots \geq \beta_s$ и $\gamma_1 \geq \dots \geq \gamma_t$, где $s + t = k$ и $s = t$, если k — четное, и $s = t + 1$ если k — нечетное. Если обозначим через $|x_i|$ количество вершин в ориентированном поддереве $D(x_i)$ с корнем x_i , то построим следующее размещение:

$$\begin{aligned} \varphi: D(y_1) \rightarrow [1, |y_1|]; D(y_2) \rightarrow [|y_1| + 1, |y_1| + |y_2|] \dots; D(z_t) \rightarrow \left[\sum_{i=1}^s |y_i| + \right. \\ \left. + 2, \sum_{i=1}^s |y_i| + |z_t| + 1 \right]; \dots D(z_1) \rightarrow [n - |z_1| + 1, n]. \quad \varphi(x_0) = \sum_{i=1}^s |y_i| + 1. \end{aligned}$$

Таким образом на первом шаге размещена вершина x_0 и указаны отрезки, на которых должны быть размещены поддеревья $D(y_i)$ и $D(z_i)$. Далее будем размещать поддеревья.

Пусть на некотором шаге l требуется разместить поддерево $D(v)$, в которое ведет дуга из уже размещенной вершины v_0 , и пусть $\varphi: D(v) \rightarrow [a_v, b_v]$. Аналогично начальному шагу размещения образуем две группы вершин смежных с v и не совпадающих с v_0 :

$y_1^l, \dots, y_p^l$ и $z_1^l, \dots, z_q^l$ с соответствующими метками $\beta_1^l \geq \dots \geq \beta_p^l$ и $\gamma_1^l \geq \dots \geq \gamma_q^l$ и пусть $\varphi(v_0) > b_v$, тогда конкретизируем размещение φ на поддереве $D(v)$ следующим образом:

$$\varphi: D(y_1^l) \rightarrow [a_v, a_v + |y_1^l| - 1]; \quad D(y_2^l) \rightarrow [a_v + |y_1^l|, a_v + |y_1^l| + |y_2^l| - 1],$$

$$\dots D(z_q^l) \rightarrow [a_v + \sum_{i=1}^p |y_i^l| + 1, a_v + \sum_{i=1}^p |y_i^l| + |z_q^l| + 1] \dots;$$

$$D(z_1^l) \rightarrow [b_v - |z_1^l| + 1, b_v]. \quad \varphi(v) = \sum_{i=1}^p |y_i^l| + 1 + a_v$$

Соответствующим образом строится размещение при $\varphi(v_0) < a_v$. В обоих случаях между $\varphi(v_0)$ и $\varphi(v)$ размещаются поддеревья с вершинами $z_1^e, \dots, z_q^e$. Ввиду конечности дерева процесс размещения будет завершён за $n - c$ шагов, где c — число висячих вершин. При этом легко заметить, что φ плоское размещение, $\alpha(x_0) = W(\varphi)$. Для нахождения чисел $|x_i|$ требуется $\sim n^2$ элементарных операций. Нетрудно видеть, что для выполнения всего алгоритма также требуется $\sim n^2$ элементарных операций.

Доказательство оптимальности. Покажем, что любое допустимое размещение (в том числе и оптимальное) можно привести к размещению, данному алгоритмом, не увеличивая при этом ширину размещения.

Указанный процесс производится путем построения плоских размещений $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$ таких, что $W(\varphi_1) \geq \dots \geq W(\varphi_m)$, где $m \leq n - c$. Размещение φ_i , исходя из размещения φ_{i-1} , переупорядочивает некоторое поддерево $D(z)$, где z — вершина, получившая метку на i -ом шаге. Пусть на каком-то шаге вершина z получила метку $\alpha(z)$. Для простоты заменим поддерево $D(z)$ одной вершиной z^d с шириной $\alpha(z)$. Тем самым мы фиксируем некоторый взаимный порядок вершин $D(z)$. В этом случае предполагаем $\omega_{\varphi}(z^d) = \max_{x \in D(z)} \omega_{\varphi}(x) = \omega_{\varphi}(z) + \alpha(z)$. Таким образом мы будем рассматривать деревья, у которых метки имеют только висячие вершины. Пусть на шаге m вершина x получает метку $\alpha(x)$.

А. Все вершины $x_i^d, i=1, \dots, k$ смежные с x имеют метки $\alpha(x)_i^d$. Такой граф является звездой. Очевидно, размещая вершины x_i^d по алгоритму, мы не увеличиваем ширину размещения. Этот случай возможен лишь на последнем шаге. После этого заменяем вершины x_i^d деревьями $D(x)_i$, сохраняя взаимный порядок между вершинами $D(x)_i$ и x .

В. Существует вершина y , смежная с x , не получившая метку. Так как рассматриваются лишь плоские размещения, то возможны следующие случаи:

$$B_1: \varphi_{m-1}(y) < \varphi_{m-1}(x_1^d) < \dots < \varphi_{m-1}(x_p^d) < \varphi_{m-1}(x) < \varphi_{m-1}(x_{p+1}^d) < \dots < \varphi_{m-1}(x_k^d).$$

Над вершинами x и x_i^d проходят одинаковое количество дуг, $\omega_{\varphi_{m-1}}(x)$ штук, отличных от дуг (x, x_i^d) и (y, x) . $\max_{z \in D(x)} \omega_{\varphi_{m-1}}(z) = \max\{\alpha(x_1^d) + 1, \alpha(x_2^d) + 2, \dots, \alpha(x_p^d) + p, \alpha(x_k^d), \alpha(x_{k-1}^d) + 1, \dots\}$

$\alpha(x_{p+1}^d) + k - p - 1 + \omega_{\varphi_{m-1}}(x)$. Упорядочим $\alpha(x_i^d)$ по невозрастанию и разобьём вершины x_i^d на две группы, как в алгоритме размещения.

Получим вершины $y_1, \dots, y_s$ и $z_1, \dots, z_t$ с соответствующими метками $\beta_1 \geq \dots \geq \beta_s$ и $\gamma_1 \geq \dots \geq \gamma_t$. От размещения φ_{m-1} перейдём к размещению φ_m , где $\varphi_m(z) = \varphi_{m-1}(z)$ для всех $z \in D(x)$, $\varphi_m(y) = \varphi_{m-1}(y) < \varphi_m(z_1) < \dots < \varphi_m(z_t) < \varphi_m(x) < \varphi_m(y_s) < \dots < \varphi_m(y_1)$.

Очевидно, что

$$\max_{z \in D(x)} \omega_{\varphi_{m-1}}(z) \geq \max_{z \in D(x)} \omega_{\varphi_m}(z) = \max\{\beta_1; \beta_2 + 1; \dots; \beta_s + s - 1; \gamma_1 + 1; \gamma_2 + 2; \dots; \gamma_t + t\} + \omega_{\varphi_{m-1}}(x)$$

Придадим вершине x метку $\alpha(x)$ и поддерево $D(x)$ заменим вершиной x^d с шириной $\alpha(x)$. $\omega_{\varphi_m}(x^d) = \max_{z \in D(x)} \omega_{\varphi_m}(z) = \omega_{\varphi_m}(x) + \alpha(x)$

$$B_2: \varphi_{m-1}(x_1^d) < \dots < \varphi_{m-1}(x_p^d) < \varphi_{m-1}(y) < \varphi_{m-1}(x_{p+1}^d) < \dots < \varphi_{m-1}(x) < \varphi_{m-1}(x_{q+1}^d) < \dots < \varphi_{m-1}(x_k^d)$$

Так как φ_{m-1} плоское размещение, то в этом случае все остальные вершины дерева $T(X, U)$ находятся в интервале $(\varphi_{m-1}(x_p), \varphi_{m-1}(x_{p+1}))$.

$$B_{21}: [\max_{1 \leq i \leq p} \omega_{\varphi_{m-1}}(x_i^d) < W(\varphi_{m-1})] \vee [\max_{q+1 \leq i \leq k} \omega_{\varphi_{m-1}}(x_i^d) < W(\varphi_{m-1})]$$

Пусть, например, $\max_{g+1 \leq i \leq k} \omega_{\varphi_{m-1}}(x_i^d) < W(\varphi_{m-1})$. В этом случае от размещения φ_{m-1} перейдём к размещению φ_m

$$\varphi_{m-1}(x_1^d) = \varphi_m(x_1^d) < \dots < \varphi_{m-1}(x_p^d) = \varphi_m(x_p^d) < \varphi_m(x_{p+1}^d) < \dots < \varphi_m(x_q^d) < \dots < \varphi_m(x) < \varphi_m(x_{q+1}^d) < \dots < \varphi_m(x_k^d) < \varphi_m(y).$$

При этом $W(\varphi_{m-1}) \geq W(\varphi_m)$, так как $\omega_{\varphi_{m-1}}(x_i^d) = \omega_{\varphi_m}(x_i^d)$, $1 \leq i \leq p$, $\omega_{\varphi_m}(x_i^d) = \omega_{\varphi_{m-1}}(x_i^d) - 1$, $p + 1 \leq i \leq q$, $\max_{q+1 \leq i \leq k} \omega_{\varphi_m}(x_i^d) \leq W(\varphi_{m-1})$

После этого можно перейти к случаю B_1 .

$$B_{22}: \max_{1 \leq i \leq p} \omega_{\varphi_{m-1}}(x_i) = \max_{q+1 \leq i \leq k} \omega_{\varphi_{m-1}}(x_i) = W(\varphi_{m-1})$$

Покажем, что этот случай невозможен. Нетрудно заметить, что $\alpha(x) = W(\varphi_{m-1}) + 1$. Найдётся хотя бы одна вершина z , которой можно присвоить метку $\alpha(z)$.

Но тогда $\alpha(z) \leq W(\varphi_{m-1}) - p + 1 \leq W(\varphi_{m-1}) < \alpha(x)$.

Согласно алгоритму присваивается наименьшая возможная метка, в то время как $\alpha(x) > \alpha(z)$

На этом доказательство завершается.

Предложенным алгоритмом, ввиду небольшого порядка вычисления, можно найти оптимальное размещение вершин для деревьев с достаточно большим числом вершин.

В заключение выражаю благодарность А. В. Петросяну за ценные советы и внимание к работе.

Ереванский научно-исследовательский институт математических машин

Մառի գաղաթների հարթ դասավորության լայնության
միևնույնացումը գծի վրա

Նկարագրվում է գծի վրա ոչ կողմնորոշված ժառի գաղաթների հարթ
դասավորման արդյունավետ մի ալգորիթմ:

Դիցուք տրված է $T(X, U)$ ժառը:

Դասավորություն կանվանենք հետևյալ փոխմիարժեք արտապատկերումը
 $\varphi: X \rightarrow N = \{1, \dots, n\}$:

Եթե $(x, y) \in U$, ապա $(\varphi(x), \varphi(y))$ կանվանենք կող $\varphi(1)$ ժառում, որ-
տեղ գաղաթներ կհանդիսանան $\varphi(x)$, $x \in X$ կետերը:

(x_1, y_1) և (x_2, y_2) կողերը կանվանենք հատվող, եթե $\varphi(x_1) < \varphi(x_2) < \varphi(y_1) < \varphi(y_2)$:

Այդ դեպքում միևնույնացվում է ստացված դասավորության լայնությունը
(գաղաթների վրայով անցնող կողերի մաքսիմալ թիվը):

Ապացուցվում է ալգորիթմի օպտիմալությունը:

Այդ խնդիրը առաջացել է հաշվիչ մեքենաների ավտոմատիզացված նա-
խագծման ժամանակ և կարող է մեկնաբանվել հետևյալ կերպ. գտնել կոնս-
տրուկտիվ տարրերի այնպիսի մի դասավորություն գծային պլատայի վրա, որ
տպագրված մոնտաժի ժամանակ կարելի լինի անցկացնել բոլոր միացումները,
օգտագործելով մադիստրալների միևնույն քանակը:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ P. Реджеевски, Кибернетический сборник, вып. 7, изд. «Мир», М., 1970.

МАТЕМАТИКА

А. А. Азатян

Об одном классе комбинаторных объектов

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Ф. Т. Саркисяном 15/V 1973)

1. Определения. Из целочисленных положительных функций $l(h, i)$, $l(h+1, i), \dots, l(h+m-1, i)$, $p(h, i)$, $p(h+1, i), \dots, p(h+m-1, i)$ составим таблицы $|l(h, i)p(h, i)l(h+1, i)p(h+1, i) \dots l(h+m-1, i)p(h+m-1, i)|$, где: $i=1, 2, \dots, n$; $h=1, 2, \dots, t$; $m=f(h)$; m, n и h — целые, положительные. Назовем эти таблицы „ m -таблицами“ и обозначим через (h, m) (1-таблицу назовем „таблицей“). „Местами m -таблицы“ назовем h -ые аргументы, „местами строки элемента в m -таблице“ — i -ые аргументы. Функции $l(h, i)$, $l(h+1, i), \dots$ и $p(h, i)$, $p(h+1, i), \dots$ назовем соответственно „левоместными“ и „правоместными“ элементами. За положительные направления следования элементов, строк, столбцов и таблиц примем следующие: а) внутри таблиц, по столбцам — слева-направо; по строкам — сверху-вниз (от $i=1$ до $i=n$); б) по таблицам — по циклу (от $h=1$ через $h=t$ до $h=1$).

Под „ s -элементом“ будем подразумевать такую s -выборку из s элементов, принадлежащих различным столбцам, в которой порядок следования элементов совпадает с порядком следования соответствующих столбцов. Каждому s -элементу сопоставим некоторое число S , используя следующее правило: наименьший разряд числового значения $(k-1)$ -ого элемента ($k=1, 2, \dots, s$) на единицу больше наибольшего разряда числового значения k -ого элемента. Два s -элемента с одинаковым числовым значением S при различных аргументах будем называть „равночисленными“ и „разноместными“ и, поэтому, „различными“. Любые совокупности из одинакового числа равночисленных элементов будем считать „одинаковыми по составу“.

Рассмотрим m столбцов $L_1, L_2, \dots, L_m$ левоместных и m столбцов $P_1, P_2, \dots, P_m$ правоместных элементов из некоторой таблицы (h, m) . Каждый элемент из L_1 сопоставим с некоторым элементом из P_1 ; каждый, образованный из сопоставления, 2-элемент сопоставим с некоторым элементом из $L_2, \dots$, наконец, каждый $(2m-1)$ -элемент сопоставим с одним из элементов из P_m . Полученное множество из $2m$ -элементов назовем „ассоциацией“ h -ой m -таблицы и обозначим

через U_h^m . „Левоместным“ и „правоместным“ m -столбцами некоторой m -таблицы назовем первую и вторую из пары совокупностей столбцов, составленных из первой и второй m -ки столбцов соответственно. Множество всех различных по составу $2m$ -элементов ассоциаций таблицы (h, m) назовем „полным множеством ассоциаций“ h -ой m -таблицы и обозначим через $|U_h^m|$ (при $m=1$ индекс „ m “ и индекс „ h “ (за ненадобностью будут опускаться).

Разбивая некоторое множество $\{n\}$ на подмножества $\{n_1\}, \{n_2\}, \dots, \{n_v\}$ ($v=1, 2, \dots, v$; $n=n_1+n_2+\dots+n_v$; $|\{n_v\}|=n_v$) по всем равночисленным элементам, назовем эти подмножества „группами равночисленности“. Две группы равночисленности, принадлежащие двум различным по составу совокупностям элементов, назовем „одноименными“, если элементы одной группы равночисленны с элементами другой. „Распределением“ множества $\{n\}$ назовем последовательность $(n; n_1, n_2, \dots, n_v)$. „Распределением m -таблицы“ назовем совокупность всех распределений столбцов $(l_1; l_{11}, l_{21}, \dots, l_{v1}), (p_1; p_{11}, p_{21}, \dots, p_{w1}), \dots, (p_m; p_{1m}, p_{2m}, \dots, p_{wm})$ m -таблицы, где при $k=1, 2, \dots, m$; $v=1, 2, \dots, v$; $w=1, 2, \dots, w$; $v=\varphi(k)$; $w=\psi(k)$.

Пусть t m_h -таблиц, занумерованы в порядке возрастания h ($h=1, 2, \dots, t$; $m_h=f(h)$). Пусть каждое множество элементов, составляющих $2m_h$ -ый столбец каждой h -ой m -таблицы полностью (либо частично) перекрывается с каждым множеством элементов, составляющих первый столбец каждой $(h+1)$ -ой m -таблицы. Используя t -последовательность m -таблиц, составим, некоторую t -последовательность ассоциаций m -таблиц. Выбирая из каждого $|U_h^m|$ по одной ассоциации и располагая их в порядке возрастания h . Под „ t -контакт-элементом“ будем подразумевать всякий r -элемент ($r=m_1+m_2+\dots+m_t$), составленный путем последовательной выборки из построенной t -последовательности ассоциаций $2m$ -элементов, при условии, что каждая пара, состоящая из $2m$ -ого элемента U_h^m и первого элемента U_{h+1}^m — пара равночисленных элементов. (При $t=2$, $f(1)=f(2)=1$ и $r=2$ имеем 2-контакт-элемент, называемый далее просто „контакт-элементом“). Под „ t -кольцом“ будем понимать $(t+1)$ -контакт-элемент, в котором $(t+1)$ -ый $2m$ -элемент и первый $2m$ -элемент равночисленны и равноместны (т. е. представляют один и тот же $2m$ -элемент). Каждой из t -последовательностей ассоциаций, соответствует своя „ассоциация t -контакта“ K^t , представляющая множество всех различных t -контакт-элементов, могущих быть образованными из данной t -последовательности. Множество всех различных ассоциаций K^t , составленное из всех различных t -последовательностей ассоциаций m -таблиц, назовем „полным множеством ассоциаций t -контакта“ и обозначим через $|K^t|$. В частности, при выполнении условия существования t -кольца будем иметь „ассоциации t -кольца“ R^t и их „полные множества“ $|R^t|$. (При $t=2$, $f(1)=f(2)=1$ будем иметь „ассоциации контакта“ K и полное множество $|K|$).

Пример 1. Даны функции $l(h, i)$ и $p(h, i)$ ($1 \leq h \leq 2$, $1 \leq i \leq 4$), поведение которых определяется из таблиц (1, 1) и (2, 1)

(1,1)	(2,1)
$\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 6 \\ 2 & 7 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 6 & 1 \\ 6 & 2 \\ 7 & 3 \end{vmatrix}$

2-элементами таблицы (1,1) и (2,1) соответственно являются: 15, 16, 17, 25, 26, 27, 35, 36, 37 и 51, 53, 61, 62, 63, 71, 72, 73. Полное множество ассоциаций таблицы (1,1) состоит из следующих ассоциаций:

$\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 6 \\ 2 & 7 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 7 \\ 2 & 7 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 5 \\ 2 & 7 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 5 \\ 2 & 6 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 7 \\ 2 & 6 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 6 \\ 2 & 7 \\ 2 & 7 \\ 3 & 5 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 7 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{vmatrix}$
--	--	--	--	--	--	--

4-элементы: 1551, 1661, 2552, 3773, ... являются контакт-элементами, составленными из различных ассоциаций таблиц (1,1) и (2,1). Приведем некоторые из ассоциаций контакта, порождаемых различными ассоциациями $U_1 \in \{U_1\}$ и $U_2 \in \{U_2\}$:

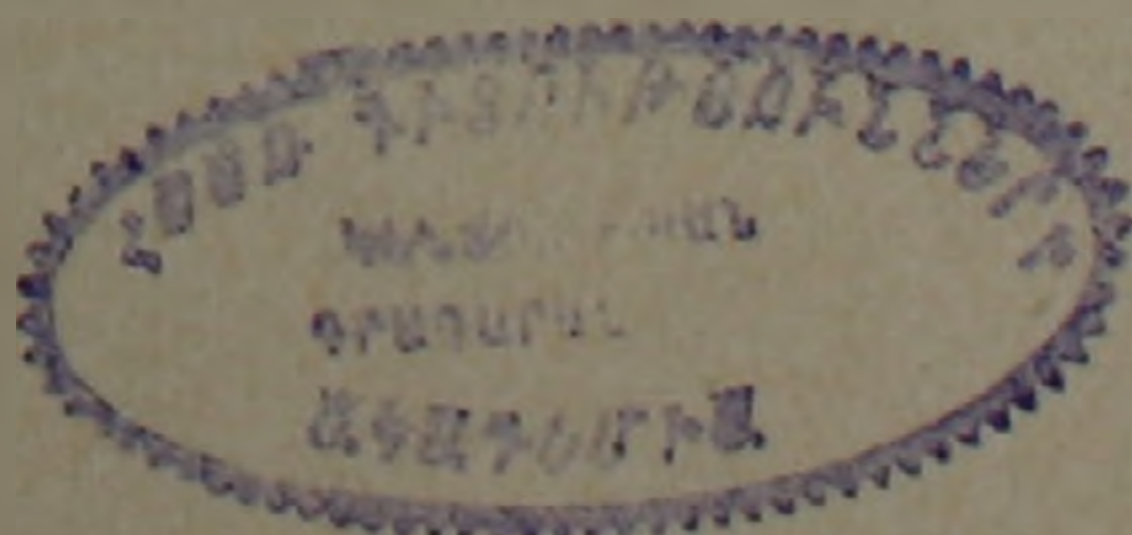
$\begin{vmatrix} 1 & 5 & 5 & 1 \\ 2 & 6 & 6 & 1 \\ 2 & 7 & 7 & 3 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 6 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 5 & 1 \\ 3 & 7 & 7 & 3 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 2 & 6 & 6 & 2 \\ 2 & 7 & 7 & 3 \\ 3 & 5 & 5 & 1 \end{vmatrix}$
---	---	---

а также некоторые ассоциации кольца:

$\begin{vmatrix} 1 & 5 & 5 & 1 & 1 & 5 \\ 2 & 6 & 6 & 2 & 2 & 6 \\ 3 & 7 & 7 & 3 & 3 & 7 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 6 & 6 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 7 & 7 & 2 & 2 & 7 \\ 3 & 5 & 5 & 3 & 3 & 5 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 7 & 7 & 1 & 1 & 7 \\ 2 & 5 & 5 & 2 & 2 & 5 \\ 3 & 6 & 6 & 3 & 3 & 6 \end{vmatrix}$
---	---	---

Распределения всех столбцов в таблицах идентичны: (4; 2, 1, 1). Мощности полных множеств ассоциаций таблиц (1,1) и (2,1) ввиду одинаковых распределений таблиц одинаковы: $||U_1|| = ||U_2|| = 7$.

2. Каждую ассоциацию из $\{U_h\}$ сопоставим с одной из ассоциаций из $\{U_{h+1}\}$ и рассмотрим полученные совокупности как 2-таблицы, левоместный и правоместный 2-столбцы которой суть ассоциации из $\{U_h\}$ и $\{U_{h+1}\}$ соответственно. Обозначим каждую из этих совокупностей через $U_{\zeta_h} U_{\zeta_{h+1}}$, а множество всех возможных таких сопоставлений через $\{U_h U_{h+1}\}$. Очевидно, $||U_h U_{h+1}|| = ||U_h|| \cdot ||U_{h+1}||$. Каждый элемент из $\{U_h U_{h+1}\}$ порождает свое полное множество ассоциаций 2-таблицы; Обозначим эти ассоциации через $U_{\zeta_h \zeta_{h+1}}^2$, а их полное множество через $\{U_{\zeta_h \zeta_{h+1}}^2\}$. Полное множество всех полных множеств $\{U_{\zeta_h \zeta_{h+1}}^2\}$ ($\zeta_h = 1, 2, \dots, ||U_h||$ и $\zeta_{h+1} = 1, 2, \dots, ||U_{h+1}||$), порождаемых из всех элементов $\{U_h U_{h+1}\}$, обозначим через $\{U_{h,h+1}^2\}$. Очевидно,



$$||\{U_{h,h+1}^2\}\| = \sum_{u=1}^{u=|\{U_h U_{h+1}\}|} |u| U_{\zeta_h \zeta_{h+1}}^2 \quad (2.1)$$

Всякие ζ_h -ую и ζ_{h+1} -ую ассоциации, составляющие некоторый элемент из $\{U_h U_{h+1}\}$, разобьем соответственно на подмножества по всем группам равночисленности правоместного столбца U_{ζ_h} и левоместного столбца $U_{\zeta_{h+1}}$, называя эти разбиения „ ω -ыми подассоциациями U_{ζ_h} “ и „ ν -ми подассоциациями $U_{\zeta_{h+1}}$ “. Если множества элементов правоместного столбца U_{ζ_h} и левоместного столбца $U_{\zeta_{h+1}}$ частично (или полностью) перекрывающиеся, то в каждом элементе из $\{U_h U_{h+1}\}$ можно выделить некоторую группу, характеризующуюся следующим свойством: правоместные элементы всякой ω -ой подассоциации U_{ζ_h} , входящей в группу, равночисленны с левоместными элементами одной из ν -ых подассоциаций $U_{\zeta_{h+1}}$, входящей в группу. Обозначим каждую такую группу через $\{U_{h,\zeta,x}^2\}$, где: $\{U_{h,\zeta,x}^2\} \in U_{\zeta_h \zeta_{h+1}}$, $||U_{h,\zeta,x}^2|| = x$, x — число одноименных групп равночисленности из правоместного столбца таблицы $(h, 1)$ и левоместного столбца таблицы $(h+1, 1)$; так что каждое из множеств $\{U_{h,\zeta,x}^2\}$ разбивается на x подгрупп, различающихся по составу 4-элементов в зависимости от выбранной пары ассоциаций из $\{U_h\}$ и $\{U_{h+1}\}$; при этом в каждой x -ой подгруппе ($x=1, 2, \dots, x$) число 2-элементов левоместного 2-столбца не обязательно равно числу 2-элементов правоместного 2-столбца, составляющих подгруппу. Дополняя (при необходимости) в каждой x -ой подгруппе число недостающих 2-элементов левоместного (либо правоместного) 2-столбца 2-элементами, составленными из любых элементов, неравночисленных с элементами из $(h, 1)$ и $(h+1, 1)$, каждую вновь построенную совокупность можно рассматривать как x -ую таблицу $(\zeta_{h,h+1}, 1)_x$ ($\zeta_{h,h+1}=1, 2, \dots, ||U_h U_{h+1}||$), если пренебречь при этом всеми правоместными элементами левоместного и левоместными элементами правоместного 2-столбцов x -ой подгруппы. Обозначая через $U_{h,\zeta,x}$ и $\{U_{q,\zeta,x}\}$ соответственно ассоциации и полные множества ассоциаций каждой таблицы $(\zeta_{h,h+1}, 1)_x$, можно теперь записать:

$$||K_h|| = \sum_{\zeta_{h,h+1}=1}^{\zeta_{h,h+1}=|\{U_h U_{h+1}\}|} \frac{|\{U_{h,\zeta,x}^2\}|}{x} \cdot \frac{x=|\{U_{h,\zeta,x}^2\}|}{x=1} ||U_{h,\zeta,x}^2||. \quad (2.2)$$

С некоторым не принципиальным усложнением определений п. 1 соотношения (2.1), (2.2) легко распространятся на более общие случаи ($m > 1$, $t > 2$), что опущено ради краткости.

Для некоторого $n(n=l=p)$ рассмотрим множества всех различных k -ых и q -ых распределений $(l; l_{1k} l_{2k} \dots l_{vk})$ ($p; p_{1q} p_{2q} \dots p_{wq}$), где $v=\varphi(k)$, $w=\psi(q)$, сопоставляя им соответствующие произведения: $a_k=(l_{1k}!) \cdot (l_{2k}!) \cdot \dots \cdot (l_{vk}!)$ и $b_q=(p_{1q}!) \cdot (p_{2q}!) \cdot \dots \cdot (p_{wq}!)$. Обозначая через $\{U\}_{n,k,q}$ полные множества ассоциаций таблиц с числом строк n при некоторых k -ом и q -ом распределениях столбцов и при-

$$\left. \begin{aligned} (a_1 > a_2 > \dots) &\leftrightarrow (F_n(a_1, b_q) \leq F_n(a_2, b_q) \leq \dots) \text{ при всех } q\text{-фиксирован-} \\ &\text{ных;} \\ (b_1 > b_2 > \dots) &\leftrightarrow (F_n(a_k, b_1) \leq F_n(a_k, b_2) \leq \dots) \text{ при всех } k\text{-фиксирован-} \\ &\text{ных.} \end{aligned} \right\}$$

Figure 1 illustrates the construction of the table $F_5(a_k, b_q)$ from the tables $F_3(a_k, b_q)$ and $F_4(a_k, b_q)$.

The table $F_3(a_k, b_q)$ is shown on the left, with a_k as the column index and b_q as the row index. The values are:

	a_k			
	6	2	1	
	6	1	1	1
	2	1	2	3
	1	1	3	6

The table $F_4(a_k, b_q)$ is shown in the middle, with a_k as the column index and b_q as the row index. The values are:

	a_k					
	24	6	4	2	1	
	24	1	1	1	1	1
	6	1	2	2	3	4
	4	1	2	3	4	6
	2	1	3	4	7	12
	1	1	4	6	12	24

The table $F_5(a_k, b_q)$ is shown on the right, with a_k as the column index and b_q as the row index. The values are:

	a_k							
	120	24	12	6	4	2	1	
	120	1	1	1	1	1	1	1
	24	1	2	2	3	3	4	5
	12	1	2	3	4	5	7	10
	6	1	3	4	7	8	13	20
	4	1	3	5	8	11	19	30
	2	1	4	7	13	18	33	60
	1	1	5	10	20	30	60	120

множеств $\{U^m\}$, $\{K^t\}$ и $\{R^t\}$, и в связи с этим, разработка эффективных методов перечисления их элементов с заданием соответствующих списков этих элементов. Из вышеприведенного, в частности из (2.1) и (2.2), легко видеть, что эти задачи сводятся в первую очередь к проблеме конструктивного перечисления элементов простейших из таких объектов—элементов $\{U\}$. Для полноты рассмотрения можно было бы не ограничиться описанием двумерных структур, но также ввести определения, описывающие многомерные структуры, а также объекты, в которых „контактирующими“ могли бы оказаться элементы одной и той же m -таблицы и др; однако ради краткости мы только указываем на них, отмечая, что изучение таких объектов также сводится к проблеме перечисления элементов $\{U\}$. Необходимость в разработке указанных проблем становится ясной, в частности, из наличия широкого класса прикладных комбинаторных задач („транспортные задачи с ограничениями“, „задачи о назначениях“ и др) ⁽¹⁻⁶⁾, описываемых рассмотренными объектами. Приведем некоторые из них.

Задача 1. Дана некоторая m -таблица с определенным распределением. Требуется составить список всех ассоциаций из $\{U^m\}$ и вычислить $||U^m||$.

211

проблематичным остается вновь вопрос перечисления элементов $\{U_{q,c,x}\}$.

Рассмотрим одну из интерпретаций такой задачи.

Задача „о сборке“. Имеется t различных наименований деталей по n деталей каждого наименования. Выбирая по одной детали каждого наименования можно собрать некоторый агрегат; который считается изготовленным тогда, когда детали соединены по циклу: I, II, . . . t -ая, I; при этом „конец“ I детали соединяется с „началом“ II детали, „конец“ II — с „началом“ III . . . , „конец“ t -ой — с „началом“ I. Известно, однако, что определенные „концы“ могут быть соединены лишь с определенными „началами“, а для некоторых „концов“ не имеется соответствующих „начал“. Требуется определить число различных вариантов сборки агрегатов и соответствующее каждому варианту число агрегатов.

В других случаях в задаче описывается такая ситуация, когда известны только m -таблицы, но неизвестно какие ассоциации из каждой m -таблицы могут участвовать в образовании множеств $\{K^t\}$ или $\{R^t\}$. Например, в следующей задаче.

Задача 3. Дана t -последовательность ($h=1, 2, \dots, t$) m -таблиц. Определить вероятности образования каждой из R^t .

Заметим, что проблема перечисления элементов $\{U\}$, имеющая решение в каждом частном случае с помощью различных методов комбинаторного анализа [1, 2, 7], принципиально неразрешима в общем виде, т. е. для как угодно свободного поведения функций $l(h, i)$, $l(h+1, i) \dots p(h, i)$, $q(h+1, i) \dots$ над массивами (h, i) , $(h+1, i)$, . . . Однако, как с точки зрения решения конкретных задач, так и в общетеоретическом аспекте, чем свободнее поведение этих функций над соответствующими массивами, тем больший интерес представляет изучение указанных объектов. Называя класс комбинаторных объектов $\{U^m\}$, $\{K^t\}$ и $\{R^t\}$ и класс задач, описываемых этими объектами соответственно „ассоциативными классами“ комбинаторных объектов и задач, заметим, что в настоящее время назрела необходимость рассмотрения решений этих задач с единой точки зрения; и в связи с расширением возможностей применения электронно-вычислительной техники сейчас возможна практическая реализация табулирования зависимостей списочных структур—элементов $\{U^m\}$, $\{K^t\}$, $\{R^t\}$ и т. д. и их мощностей от распределений соответствующих m -таблиц, либо от a_k b_q (см. пример 2). Наличие таких списков привело бы, с одной стороны, к стандартизации и типизации задач ассоциативного класса, к введению общих критериев оценки сложности данных задач и т. д., с другой стороны, открыло бы возможности для дальнейших теоретических исследований. В отдельной работе будет рассмотрен один из общих методов генерирования элементов $\{U\}$ с помощью моделирования программы перечисления элементов на ЭВМ.

Автор выражает признательность К. А. Рыбникову, Г. П. Егорычеву и А. Д. Лумпову, за внимательное обсуждение, а также Ф. В. Широкову за постановку задачи „о сборке“.

Խիացությունների տեսությանը պատկանող օբյեկտների մի դաս

Սահմանվում է միացությունների տեսությանը պատկանող «զուգորդումներ» (կամ «ասոցիացիաներ») անվանված օբյեկտների մի դաս: Ցույց է տրվում, որ ամենատարբեր զուգորդումների ուսումնասիրության խնդիրը կախված է ամենահասարակ զուգորդումների՝ « $\{U\}$ -բազմությունների» էլեմենտների կոնստրուկտիվ թվարկման հնարավորությունից: Բերվում են զուգորդումների միջոցով նկարագրվող խնդիրների օրինակներ: Առաջ է քաշվում և հիմնավորվում զուգորդումների և նրանց լրիվ բազմությունների հզորությունների աղյուսակավորման պրոբլեմը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ К. А. Рыбников, Введение в комбинаторный анализ, Изд. Московского университета, М., 1972. ² М. Холл, Комбинаторика, пер. с англ., «Мир», М., 1970. ³ М. Холл, Блок-схемы. Сб. «Прикладная комбинаторная математика», 203—241, «Мир», М., 1968. ⁴ В. Н. Бурков, С. Е. Ловецкий, «Известия АН СССР», Техническая кибернетика, № 4, 82—93, 1968. ⁵ А. А. Корбут и Ю. Ю. Финкельштейн, Дискретное программирование, «Наука», М., 1969. ⁶ Дж. Кемени и Дж. Снелл, Конечные цепи Маркова, пер. с англ., «Наука», М., 1970. ⁷ Дж. Риордан, Введение в комбинаторный анализ, ИЛ, М., 1963.

УДК 539.214

МЕХАНИКА

М. А. Задоян

**Пластическое состояние толстостенной цилиндрической трубы
при совместном кручении и изгибе**

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 30/XI 1972)

Для случая степенного закона упрочнения рассматривается напряженное состояние толстостенной цилиндрической трубы при совместном воздействии крутящих и изгибающих моментов, приложенных на концевых сечениях трубы. В работе (1) для случая степенного закона упрочнения при помощи функции напряжения задача сведена к системе двух нелинейных дифференциальных уравнений, одна из которых второго, а другое первого порядка. В частном случае для предельного значения степени упрочнения полученная система вырождается в одно уравнение второго порядка, совпадающее с уравнением, полученным в работах (2, 3) для идеально-пластического материала. В данной статье рассматриваемая задача для произвольного закона упрочнения сводится к одному уравнению второго порядка относительно функции перемещения. Функция перемещения в задаче совместного изгиба и кручения стержня с круговым сечением использована в работах (4, 5) для случая жестко-пластического материала.

Используем цилиндрические координаты, направляя ось z по длине стержня, координаты r и θ — в плоскости поперечного сечения стержня. Отнеся к какому-нибудь характерному размеру поперечного сечения l , координаты r и z считаем безразмерным. Производя интегрирования в соотношениях между компонентами деформаций и перемещений, принимая тензор деформации не зависящим от z , полагая также, что $\varepsilon_r = \varepsilon_\theta = \tau_{rz} = 0$ по всему объему стержня, полуобратным способом (1, 6) получаем.

$$\sigma_z = \frac{3}{2} f(\varepsilon, \lambda) (A r \sin \theta + B r \cos \theta + C),$$

$$\tau_{rz} = D f(\varepsilon, \lambda) \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \tau_{\theta z} = D f(\varepsilon, \lambda) \left(r + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right). \quad (1)$$

Здесь σ_z , τ_{rz} , $\tau_{\theta z}$ представляют отношения компонентов напряжения к общему заданному параметру K с размерностью напряжений, f — заданная функция, характеризующая закон упрочнения материала

стержня с некоторым физическим параметром λ . Для линейно-упругого случая $f(\varepsilon, 0) = 1$. A, B, C, D — постоянные, определяемые из статических условий, ψ — искомая функция r и θ ,

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{3}{4} (A \sin \theta + B \cos \theta + C)^2 + D^2 \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)^2 + \left(r + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)^2 \right]} \quad (2)$$

интенсивность деформации сдвигов. Перемещения получаются в виде

$$\begin{aligned} u &= -\frac{1}{4} (A \sin \theta + B \cos \theta) (r^2 + 2z^2) - \frac{1}{2} Cz, \\ v &= \frac{1}{4} (A \cos \theta - B \sin \theta) (r^2 - 2z^2) + 2Drz, \\ w &= 2D\psi(r, \theta) + Arz \sin \theta + Brz \cos \theta + Cz, \end{aligned} \quad (3)$$

причем через u, v и w обозначены соответствующие компоненты перемещения, деленные на тот же характерный размер поперечного сечения l . Из дифференциальных уравнений равновесия и из выражения напряжений (1) следует уравнение для ψ :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[r f(\varepsilon, \lambda) \frac{\partial \psi}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[f(\varepsilon, \lambda) \left(r + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \right] = 0. \quad (4)$$

Пусть Ω — область поперечного сечения стержня, вообще многосвязная, Γ — контур области Ω . Отсутствие нагрузки на боковой поверхности стержня выражается условием:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \nu} \Big|_{\Gamma} = \frac{d}{ds} \left(\frac{r_*^2}{2} \right). \quad (5)$$

Здесь r_* — расстояние точки контура Γ от начала координат, s — дуга контура, а ν — направление внешней нормали контура. Уравнение (4) представим в виде:

$$\Delta \psi + \text{grad } \psi \text{ grad } \ln f + \frac{\partial \ln f}{\partial \theta} = 0. \quad (6)$$

Таким образом, задача сводится к внутренней задаче Неймана для уравнения (6).

Решение задачи (6) — (5) ищем в виде степенного ряда по параметру λ

$$\psi = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k \psi_k. \quad (7)$$

Удобно ввести обозначения $\varepsilon = D\sqrt{\omega}$, $f(\varepsilon, \lambda) = f_*(\omega, \lambda)$

$$\omega = (\alpha r \sin \theta + \beta r \cos \theta + \gamma)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)^2 + \left(r + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right)^2, \quad (8)$$

где α, β, γ соответственно равны значениям A, B, C , умноженным на $\sqrt{3}/2D$. Далее, разлагая в ряд по λ также функции ω и $\ln f_*$, находим

$$\omega = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k \omega_k, \quad \ln f_* = -\lambda \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k F_k, \quad (9)$$

где

$$\omega_0 = (\alpha r \sin \theta + \beta r \cos \theta + \gamma)^2 + r^2 + 2 \frac{\partial \psi_0}{\partial \theta} + \text{grad}^2 \psi_0, \quad (10)$$

$$\omega_n = 2 \frac{\partial \psi_n}{\partial \theta} + \sum_{k=0}^n \text{grad} \psi_k \text{grad} \psi_{n-k}, \quad (11)$$

$$F_n(r, \theta) = - \frac{1}{(n+1)!} \frac{d^{(n+1)} \ln f_*}{d\lambda^{n+1}} \Big|_{\lambda=0} = F_n^*(\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{n+1}). \quad (12)$$

Подставляя разложения (7) и (9) в (6), а также (7) в (5), получим краевую задачу для ψ_0

$$\Delta \psi_0 = 0, \quad \frac{\partial \psi_0}{\partial \nu} \Big|_r = \frac{d}{ds} \left(\frac{r_*^2}{2} \right), \quad (13)$$

определяющую линейно-упругое напряженное состояние стержня, и систему рекуррентных краевых задач

$$\Delta \psi_{n+1} = Q_n, \quad \frac{\partial \psi_{n+1}}{\partial \nu} \Big|_r = 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (14)$$

$$Q_n = \frac{\partial F_n}{\partial \theta} + \sum_{k=0}^n \text{grad} \psi_k \text{grad} F_{n-k}, \quad (15)$$

определяющую пластическое состояние стержня.

Полагая значение ψ_0 известным из (13), рассмотрим вопрос разрешимости задачи (14). Очевидно, что для этого необходимо выполнение условия

$$\iint_{\Omega} Q_n d\Omega = 0. \quad (16)$$

Покажем, что для кольцевого сечения указанное условие выполняется. Пусть безразмерные радиусы внутренней и внешней окружностей соответственно равны $\frac{1}{2}$ и 1. Тогда $\psi_0 = \text{const}$ и

$$Q_0 = \frac{\partial F_0}{\partial \theta}, \quad Q_n = \frac{\partial F_n}{\partial \theta} + \sum_{k=1}^n \text{grad} \psi_k \text{grad} F_{n-k}. \quad (17)$$

Легко заметить, что при $n=0$ условие (16) соблюдается. Для доказательства условия (16) при $n \geq 1$ введем функцию

$$P_n^{(k)} = \sum_{i=0}^n F_i P_{n-i}^{(k-1)}, \quad P_n^{(0)} = F_n, \quad P_0^{(k)} = F_0^{k+1} \quad (18)$$

Методом индукции доказывается соотношение

$$\frac{1}{k+1} \frac{dP_n^{(k)}}{dx} = \sum_{i=0}^n \frac{dF_i}{dx} P_{n-i}^{(k-1)}. \quad (19)$$

Здесь индексы могут принимать значения $k = 1, 2, \dots, n = 0, 1, 2, \dots$. Введем функцию

$$\Phi_n^{(k)} = \frac{(-1)^{k+1}}{(k+1)!} \sum_{i=1}^{n-k} \iint_{\Omega} P_{n-k-i}^{(k)} \Delta \psi_i d\Omega. \quad (20)$$

Тогда

$$k \leq n-1$$

$$\iint_{\Omega} Q_n d\Omega = - \sum_{i=1}^n \iint_{\Omega} P_{n-1}^{(0)} \Delta \psi_i d\Omega = \Phi_n^{(0)}, \quad (21)$$

причем используем условие

$$\left. \frac{\partial \psi_k}{\partial r} \right|_{r=\bar{r}} = \left. \frac{\partial \psi_k}{\partial r} \right|_{r=1} = 0. \quad (22)$$

Заменяя $\Delta \psi_j$ через Q_{i-1} , преобразуя и используя соотношение (19) при $k=1$, находим:

$$\Phi_n^{(0)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \iint_{\Omega} P_{n-1-i}^{(1)} \Delta \psi_i d\Omega = \Phi_n^{(1)}. \quad (23)$$

Заменяя в (20) $\Delta \psi_i$ через Q_{i-1} , делая преобразования и используя соотношение (19), имеем:

$$\Phi_n^{(k)} = \frac{(-1)^{k+2}}{(k+2)!} \sum_{i=1}^{n-k-1} \iint_{\Omega} P_{n-k-1-i}^{(k+1)} \Delta \psi_i d\Omega = \Phi_n^{(k+1)}. \quad (24)$$

Полученное соотношение доказывает, что равенство $\Phi_n^{(k)} = \Phi_n^{(k+1)}$ верно не только при $k=0$, но и для любого значения $k \leq n-1$. Тогда легко заметить, что $\Phi_n^{(0)} = \Phi_n^{(1)} = \Phi_n^{(n-1)} =$

$$= \frac{(-1)^n}{n!} \iint_{\Omega} P_0^{(n-1)} \Delta \psi_1 d\Omega = \frac{(-1)^n}{(n+1)!} \iint_{\Omega} \frac{\partial}{\partial \varphi} F_0^{(n+1)} d\Omega = 0. \quad (25)$$

Таким образом, решением уравнения $\Delta \psi_{n+1} = Q_n$ при краевых условиях (22) будет

$$\psi_{n+1} = \frac{1}{2\pi} \iint_{\Omega} Q_n G d\Omega, \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (26)$$

где

$$G = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{r^k + \bar{\zeta}^k r^{-k}}{k(1 - \bar{\zeta}^{2k})} (\bar{\zeta}^k + \zeta^{-k}) \cos k(\theta - \varphi) \quad (27)$$

функция Грина второго рода для кольцевой области, $\bar{\zeta}$ и ζ переменные интегрирования. Для круга $\bar{\zeta} = 0$ и $G = \ln r_{AP} + \ln r_{A^*P}$, где

$$r_{AP} = \sqrt{r^2 + \bar{\zeta}^2 - 2r\bar{\zeta} \cos(\theta - \varphi)}, \quad r_{A^*P} = \sqrt{r^2 + \frac{1}{\bar{\zeta}^2} - 2\frac{r}{\bar{\zeta}} \cos(\theta - \varphi)}$$

В случае степенного упрочнения $f_* = \omega^{-\lambda}$ имеем

$$Q_0 = \frac{\partial \ln \omega_0}{\partial \omega}, \quad Q_n = \frac{1}{\omega_0} \frac{\partial \omega_n}{\partial \theta} + \\ + \frac{1}{\omega_0} \sum_{k=1}^n \text{grad } \psi_k \text{ grad } \omega_{n-k} - \frac{1}{\omega_0} \sum_{k=1}^n \omega_k Q_{n-k}, \quad (28)$$

где ω_0 и ω_n определяются по (10)–(11), принимая в них $\psi_0 = \text{const}$ и $\beta = 0$. Рассмотрим вопрос сходимости ряда (7) для случая кольцевой области и степенного закона упрочнения. Поскольку Q_0 — бесконечно раз дифференцируемая функция, то ψ_1 , следовательно, и ψ_n будут также бесконечно раз дифференцируемые функции. Тогда вторые производные ψ_n удовлетворяют условию Гёльдера. В области Ω введем норму

$$\|X\| = \max |X| + \sup \frac{|X(M) - X(N)|}{MN^{\alpha_1}}, \quad (29)$$

где $0 < \alpha_1 < 1$, M и N — две произвольные точки в Ω . Очевидно, что для доказательства сходимости ряда (7) достаточно показать сходимость ряда $\sum_{k=m}^{\infty} i^k \|Q_k\|$. Легко получить, что

$$\|XY\| \leq \|X\| \|Y\|. \quad (30)$$

Тогда из (28) будем иметь $\|Q_n\| \leq \left\| \frac{1}{\omega_0} \right\| \|V_n\|$,

$$\|V_n\| \leq \left\| \frac{1}{r} \frac{\partial \omega_n}{\partial \theta} \right\| + \sum_{k=1}^n \|\omega_k\| \|Q_{n-k}\| + \sum_{k=1}^n \left\| \frac{\partial \psi_k}{\partial r} \right\| \left\| \frac{\partial \omega_{n-k}}{\partial r} \right\| + \\ + \left\| \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_k}{\partial \theta} \right\| \left\| \frac{1}{r} \frac{\partial \omega_{n-k}}{\partial \theta} \right\|. \quad (31)$$

Из вычислений и геометрических соображений находим, что $\left\| \frac{1}{\omega_0} \right\| \leq \frac{3 + \gamma^2 + \alpha(\alpha + \gamma)}{(\gamma^2 + \alpha^2)^2}$, которое обозначим через $h/4$. На основании (30) получаем неравенства для нормы функции ω_n и ее первых производных. Далее применяем априорные оценки Шаудера, которые в нашем случае могут быть записаны в виде

$$\left\| \frac{\partial^2 \psi_n}{\partial r^2} \right\|, \quad \left\| \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi_n}{\partial r \partial \theta} \right\|, \quad \left\| \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi_n}{\partial \theta^2} \right\| < c \|Q_{n-1}\|, \quad (32)$$

где c — определенная постоянная, зависящая от геометрии области (γ – α). Производя эти операции, получим

$$\|Q_n\| \leq 2chq_n + \frac{2ch}{\alpha^2} \sum_{k=1}^n \|Q_{k-1}\| q_{n-k} + ch \sum_{k=1}^n \|Q_{n-k}\| q_k,$$

где

$$q_n = \|Q_{n-1}\| + 2c \sum_{k=1}^{n-1} \|Q_{k-1}\| \|Q_{n-k-1}\|. \quad (33)$$

Рассмотрим вспомогательный ряд с общим членом $\lambda^n n^{-\rho} R^n$, где ρ и R — некоторые положительные параметры, причем $\rho > 1$, а $R < 1$. Легко получить оценку

$$\sum_{k=1}^{N-1} k^{-\rho} (N-k)^{-\rho} \leq \frac{2^{\rho+1}}{\rho-1} N^{-\rho}. \quad (34)$$

Тогда методом индукции доказывается, что для последовательности (34) справедливо неравенство

$$\|Q_n\| \leq n^{-\rho} R_*^n,$$

где R_* корень уравнения

$$a_0 + a_1 x + a_2 x^2 = \frac{1}{x}, \quad (36)$$

Коэффициенты a_0, a_1, a_2 , положительны и явно выражаются через параметры $\alpha, \gamma, \delta, c, \rho$. Из предыдущего следует, что ряд (7) сходится абсолютно и равномерно с радиусом сходимости $\lambda = R_*$. Отметим, что доказательство единственности решения уравнения (6) с краевым условием (5) — тривиально.

Таким образом, сумма ряда (7) и суммы рядов, полученные при помощи дифференцирования (7) по r и по θ , представляют решение поставленной задачи.

Институт механики Академии наук Армянской ССР

Մ. Ա. ԶԱԴՈՅԱՆ

Դիֆուզիայի խողովակի պլաստիկական վիճակի համառոտ ոլորման և ծնման դեպքում

Ուսումնասիրվում է պրիզմատիկ ձողի լարվածային վիճակն, որը գտնվում է ոլորող և ծող մոմենտների, ինչպես նաև առանցքային ուժերի համառոտ ազդեցություն տակ: Ներմուծելով տեղափոխումների ψ ֆունկցիան, նյութի կամայական ամրապնդման $f(\varepsilon)$ օրենքի համար խնդիրը բերվում է ձողի ընդլայնական հատվածքի Ω տիրույթում նեյմանի խնդրի լուծմանը՝

$$\Delta \psi + \text{grad } \psi \cdot \text{grad } \ln f + \frac{\partial \ln f}{\partial \psi} = 0 \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial \psi}{\partial \nu} \right|_r = \frac{d}{ds} \left(\frac{r^2}{2} \right)$$

որտեղ Δ -ը Լապլասի երկչափ օպերատորն է, Γ -ն տիրույթի եզրագիծն է, S -ը եզրագծի աղեղն է, ν -ն արտաքին նորմալը, r -ը եզրագծի կետերի հեռավորությունն է սկզբնակետից:

Լուծումը փնտրելով

$$\psi = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^k \psi_k(r, \theta) \quad (2)$$

տեսքով, որտեղ λ -ն ֆիզիկական պարամետր է, (1) խնդրի լուծումը բերվում է առաձգական խնդրի

$$\Delta \psi_0 = 0 \quad \left. \frac{\partial \psi_0}{\partial \nu} \right|_r = \frac{d}{ds} \left(\frac{r^2}{2} \right) \quad (3)$$

և ներմանի սեկտրենտ խնդիրների լուծմանը՝

$$\Delta \psi_{n+1} = Q_n, \quad \left. \frac{\partial \psi_{n+1}}{\partial \nu} \right|_r = 0, \quad (4)$$

$$Q_n = \frac{\partial F_n}{\partial \theta} + \sum_{k=0}^n \text{grad } \psi_k \text{ grad } F_{n-k}.$$

որտեղ F_n -ը ներկայացնում են $\ln f(\varepsilon)$ ֆունկցիայի առաինճանալին շարքի վերլուծության դործակիցները:

Օղակալին հատվածքի համար ապացուցվում է ներմանի խնդրի լուծելիությունը պալմանը և (4) խնդրի լուծումը ներկայացվում է հետևյալ տեսքով՝

$$\psi_{n+1}(r, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 Q_n(\xi, \varphi) G(\xi, \varphi; r, \theta) \xi d\xi d\varphi \quad (5)$$

$$G(\xi, \varphi; r, \theta) = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{r^k + \xi^k r^{-k}}{k(1 - \xi^{2k})} (\xi^k + \xi^{-k}) \cos k(\theta - \varphi)$$

Ամրապնդման առաինճանալին օրենքի համար ψ_n ֆունկցիայի երկրորդ կարգի մասնական ածանցյալները բավարարում են Գլուկերի պալմանին: Մացնելով՝

$$\|X\| = \max |X| + \sup \frac{|X(M) - X(N)|}{MN^2}$$

նորմը և զտագործելով Շաուդերի վերացական գնահատականներն, ապացուցվում է նաև ստացված շարքերի բացարձակ և հավասարաչափ զուգամիտությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ М. А. Задоян, Известия АН Арм. ССР, Механика, т. 21 (1968). ² G. H. Hardy, Quart. J Appl. Math. 1 (1944). ³ Р. Хуал, Математическая теория пластичности, ИЛ, М., 1956. ⁴ S. Piechnik, Arch. Mech. stos. т. 13, 1 (1961). ⁵ S. Piechnik, М, Zyczkowski, Arch. Mech. stos. т. 13,5 (1961). ⁶ М. А. Задоян, ДАН СССР, т. 156, 1 (1964). ⁷ J. Schauder, Studia Math. 5, 1937 ⁸ О. А. Лядыженская, Н. Н. Уральцева, Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа, «Наука», М., 1964. ⁹ Р. Курант, Уравнения с частными производными, «Мир», М., 1964.

УДК 621.313.30+517.23

ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА

Г. Л. Арсисян

Теорема преобразования дифференциальных уравнений
электрических машин

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Иосифьяном 6/IV 1973)

В работе доказываются какими необходимыми свойствами должна обладать электрическая машина переменного тока, чтобы при постоянной скорости вращения ротора ее исходная система дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами могла быть преобразована с помощью функций Ляпунова в новую систему дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Рассмотрим исходную систему дифференциальных уравнений электрической машины, записанную в матричном виде для потоко-сцеплений ψ , токов I , эдс E и приложенных к зажимам электрических цепей машины напряжения U

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\psi}{d\tau} &= -RL^{-1}\psi + U \\ \frac{dI}{d\tau} &= -L^{-1}\left(\frac{dL}{d\tau} + R\right)I + L^{-1}U \\ \frac{dE}{d\tau} &= \left[-RL^{-1}\frac{d}{d\tau}(LR^{-1}) - RL^{-1}\right]E - RL^{-1}\frac{d}{d\tau}(LR^{-1}U). \end{aligned} \right\} (1)$$

Причем $\psi = LI$, $E = -\frac{d\psi}{d\tau}$.

В системе (1)

$L(\gamma)$ —квадратная симметричная матрица индуктивностей периодическая относительно угла положения ротора γ ;

R —матрица сопротивлений. В частном случае обычных электрических машин является постоянной диагональной матрицей. В дальнейшем, для общности, будем считать, что матрица R может быть квадратной, симметричной, периодической относительно γ .

При линейной зависимости $\gamma(\tau)$ от времени τ система (1) оказывается линейной с периодическими коэффициентами относительно времени τ . Это имеет место при постоянной во времени скорости вращения ротора.

Ниже докажем одну позитивную теорему, которая охватывает довольно широкий класс машин переменного тока—практически все бесколлекторные машины, у которых не происходит электрическое переключение цепей, т. е. отсутствует геометрическая деформация контуров обмоток.

Т е о р е м а.

Если электрическая машина переменного тока такова, что:

а) ее матрица индуктивностей $L(\gamma)$ (γ —угол положения ротора относительно статора) обладает следующими свойствами:

1°) является непрерывной периодической матрицей в интервале $0 \leq \gamma < \infty$;

2°) имеет непрерывную периодическую производную $\frac{dL(\gamma)}{d\gamma}$ в интервале $0 \leq \gamma < \infty$;

3°) определитель $\det L(\gamma)$ ограничен по модулю снизу положительной постоянной, т. е. матрица $L(\gamma)$ является неособенной для $\gamma \geq 0$.

б) ее матрица активных сопротивлений R либо обладает теми же свойствами, что и матрица $L(\gamma)$, либо, в частном случае,

4°) является неособенной постоянной матрицей, то эти условия являются необходимыми и достаточными для существования преобразования в новые системы координат с новыми потокоцеплениями, токами, эдс и напряжениями, в которых система дифференциальных уравнений электрических цепей такой машины при постоянной скорости вращения ротора записывается с постоянными коэффициентами.

Для краткости эту теорему назовем теоремой о преобразовании. Теорема о преобразовании непосредственно вытекает из известной теоремы А. М. Ляпунова о том, что всякая система

$$\frac{dX}{d\tau} = P(\tau)X \quad (2)$$

с непрерывными периодическими коэффициентами является приводимой, т. е. приводится к системе

$$\frac{dY}{d\tau} = QY \quad (3)$$

с постоянными коэффициентами (1).

Таким образом, если $P(\tau)$ непрерывная периодическая матрица в интервале $0 \leq \tau < \infty$, то всегда существует такая матрица Ляпунова L , что

$$X = LY \quad (4)$$

и Q является постоянной матрицей.

Доказательство.

Однородные системы на основе (1) имеют вид (напряжение считаем заданным):

$$\frac{d\psi}{d\tau} = A(\tau)\psi, \quad \frac{dI}{d\tau} = B(\tau)I, \quad \frac{dE}{d\tau} = C(\tau)E, \quad (5)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A(\tau) &= -RL^{-1}, & B(\tau) &= -L^{-1} \frac{dL}{d\tau} - L^{-1}R, \\ C(\tau) &= -RL^{-1} \frac{d}{d\tau} (LR^{-1}) - RL^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Для дальнейших рассуждений используем следующие свойства матриц ⁽²⁾.

1. Если матрица $M(\tau)$ обладает свойствами 1°–3° теоремы преобразования, то существует обратная матрица $M^{-1}(\tau)$, которая является непрерывной периодической в интервале $0 \leq \tau < \infty$, ее производная $\frac{dM^{-1}(\tau)}{d\tau}$ является непрерывной периодической в том же интервале и $M^{-1}(\tau)$ является неособой матрицей. Таким образом, если $L(\tau)$ и $R(\tau)$ обладают свойствами 1°–3°, то существуют $L^{-1}(\tau)$ и $R^{-1}(\tau)$, которые совместно с производными $\frac{dL^{-1}(\tau)}{d\tau}$ и $\frac{dR^{-1}(\tau)}{d\tau}$ будут непрерывными периодическими матрицами.

2. Если R неособенная постоянная матрица, то существует R^{-1} неособенная постоянная матрица (см. условие 4°).

3. Если матрицы обладают свойствами 1°–3°, то их произведение дают матрицы с теми же свойствами.

4. Произведение (справа или слева) постоянной неособенной матрицы на матрицу со свойствами 1°–3°, дает матрицу с теми же свойствами 1°–3°.

5. Сумма двух непрерывных периодических матриц дает непрерывную периодическую матрицу. Все эти положения легко доказываются и на этих доказательствах мы не останавливаемся.

Рассмотрим выражения для матриц $A(\tau)$, $B(\tau)$ и $C(\tau)$ (см. ур. 6). Принимая во внимание указанные выше пять положений из теории матриц, сразу доказывается, что если матрицы $L(\tau)$ и R удовлетворяют условиям 1°–3°, либо 4° теоремы о преобразовании, то при постоянной скорости вращения ротора (когда $\gamma = \omega\tau$), матрицы $A(\tau)$, $B(\tau)$ и $C(\tau)$ будут непрерывными периодическими матрицами в интервале $0 \leq \tau < \infty$. Но тогда, на основе теоремы Ляпунова, сразу получим, что однородные системы (5), записанные для потокосцеплений, токов и эдс являются приводимыми системами и с помощью матриц Ляпунова L_a , L_b , L_c для новых переменных: потокосцеплений ψ_* , токов I_* и эдс E_*

$$\psi = L_a \psi_*, \quad I = L_b I_*, \quad E = L_c E_* \quad (7)$$

записываются в виде

$$\frac{d\psi_*}{d\tau} = A_* \psi_*, \quad \frac{dI_*}{d\tau} = B_* I_*, \quad \frac{dE_*}{d\tau} = C_* E_*, \quad (8)$$

где A_* , B_* и C_* постоянные матрицы. Тем самым теорема о преобразовании доказана.

В заключение необходимо отметить следующее: если ввести новые постоянные матрицы индуктивности L_* и активных сопротивлений R_* по уравнениям (9)

$$L_* = L_a^{-1} L L_b, \quad R_* = L_a^{-1} \left[\left(\frac{dL_a}{d\tau} \right) (L_a^{-1} L) + R \right] L_b \quad (9)$$

и принять в качестве приведенного напряжения $U_* = L_a^{-1} U$, то дифференциальные уравнения электрической машины могут быть записаны в виде

$$\frac{d\psi_*}{d\tau} + R_* I_* = U_*, \quad \psi_* = L_* I_*, \quad E_* = - \frac{d\psi_*}{d\tau}, \quad (10)$$

где ψ_* , I_* , E_* и U_* — матрицы потокосцеплений, токов, эдс и напряжений в новой приведенной системе координат, при постоянных L_* и R_* .

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Գ. Լ. ԱՐՇԱԿՅԱՆ

Էլեկտրական մեքենաների դիֆերենցիալ հավասարումների ձևափոխման թեորեմ

Աշխատանքում բացահայտված և ստացուցված են ինդուկտիվությունների և ակտիվ դիմադրությունների մատրիցաների վրա դրված այն անհրաժեշտ և բավարար պայմանները, որոնք թույլ են տալիս էլեկտրական մեքենաների գծային պարբերական զործակիցներով դիֆերենցիալ հավասարումները, չափունովի մատրիցաների միջոցով, ձևափոխել հաստատուն զործակիցներով գծային դիֆերենցիալ հավասարումների:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. М. Ляпунов, Общая задача об устойчивости движения, Гостехиздат, 1950.
- ² Ф. Р. Гантмахер, Теория матриц, М., 1966.

УДК 539.37

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. В. Микаелян

О двух задачах растяжения упругого прямоугольника с упругими накладками

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 18/IX 1972)

Решается плоская задача теории упругости для прямоугольника, когда одна кромка, или две противоположные его кромки усилены упругими креплениями в виде приваренных (или приклеенных) к нему упругих накладок, имеющих постоянную, достаточно малую, толщину h и накладки растягиваются двумя равными противоположно направленными силами.

Задаче о передаче нагрузки от крепления к полуплоскости посвящены многие работы. Подробная библиография по этому вопросу приводится в работах Р. Муки и Э. Стернберга ⁽¹⁾, Н. Х. Арутюняна и С. М. Мхитаряна ⁽²⁾. Во всех этих работах принимается допущение Э. Мелана ⁽³⁾, что упругое крепление находится в одноосном напряженном состоянии.

В нашей работе также принимается упомянутое допущение Э. Мелана. Задачи решаются в перемещениях, которые представляются в виде суммы двух рядов Фурье по тригонометрическим функциям. Для определения коэффициентов разложений получены бесконечные системы линейных уравнений. Доказывается, что эти системы вполне регулярны.

Одна задача о растяжении прямоугольной упругой полосы в несколько другой постановке рассматривалась в работе ⁽⁴⁾.

1. Как известно, в плоской задаче теории упругости перемещения u и v должны удовлетворять уравнениям Ляме

$$\mu \nabla^2 u + (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial x} = 0, \quad (1.1)$$

$$\mu \nabla^2 v + (\lambda + \mu) \frac{\partial \Delta}{\partial y} = 0,$$

а напряжения выражаются через перемещения формулами

$$\sigma_x = \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \sigma_y = \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \tau_{xy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad (1.2)$$

где

$$\Delta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2},$$

а λ и μ — упругие постоянные материала прямоугольника.

Рассмотрим растяжение прямоугольника, когда усилена упругим креплением одна кромка прямоугольника длиной $2a$. Начало координат берем в середине усиленной кромки. Ось ox направляем вдоль длины крепления, а ось oy — во внутрь прямоугольной области. Остальные кромки прямоугольника свободны от напряжений.

В силу симметрии граничных условий перемещения u и v можно определить только в половине области прямоугольника.

Таким образом на кромках $x = 0$, $x = a$, $y = b$ будем иметь следующие граничные условия и условия симметрии:

$$\sigma_x(a, y) = \tau_{xy}(a, y) = \sigma_y(x, b) = \tau_{xy}(x, b) = 0 \quad (1.3)$$

$$u(0, y) = \tau_{xy}(0, y) = 0. \quad (1.4)$$

Исходя из допущения, что накладка находится в одноосном напряжённом состоянии ⁽³⁾ и что поперечное сечение F накладки мало на кромке $y=0$ будем иметь

$$\sigma_y(x, 0) = 0 \quad (1.5)$$

и аналогично ⁽⁴⁾, если рассмотреть равновесие элемента накладки, получим второе граничное условие на $y = 0$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{y=0} = \frac{P}{E_1 F} + \frac{1}{E_1 h} \int_x^a \tau_{xy}(t, 0) dt, \quad (1.6)$$

где E_1 модуль упругости материала накладки.

Решение уравнений (1.1) для перемещений u и v ищем в виде следующих рядов:

$$u = \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \operatorname{sh} \lambda_k y + B_k \operatorname{ch} \lambda_k y + C_k \lambda_k y \operatorname{sh} \lambda_k y + D_k \lambda_k y \operatorname{ch} \lambda_k y) \sin \lambda_k x + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} (E_k \operatorname{sh} \gamma_k x + H_k \gamma_k x \operatorname{ch} \gamma_k x) \sin \gamma_k y, \quad (1.7)$$

$$v = \sum_{k=1}^{\infty} \left[\left(\frac{\lambda + 3\mu}{\lambda + \mu} C_k - B_k \right) \operatorname{sh} \lambda_k y + \left(\frac{\lambda + 3\mu}{\lambda + \mu} D_k - A_k \right) \operatorname{ch} \lambda_k y - \right. \\ \left. - D_k \lambda_k y \operatorname{sh} \lambda_k y - C_k \lambda_k y \operatorname{ch} \lambda_k y \right] \cos \lambda_k x + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} \left[\left(\varepsilon_k + \frac{\lambda + 3\mu}{\lambda + \mu} H_k \right) \operatorname{ch} \gamma_k x + H_k \gamma_k x \operatorname{sh} \gamma_k x \right] \cos \gamma_k y, \quad (1.8)$$

где

$$\lambda_k = (2k - 1) \pi / 2a, \quad \gamma_k = k\pi / b.$$

Легко видеть, что условия симметрии (1.4) удовлетворяются тождественно. Используя граничные условия (1.3), (1.5) и (1.6) для определения неизвестных коэффициентов, получим следующие соотношения:

$$E_k = -H_k \left(\frac{1}{\lambda_k + \mu} + \gamma_k a \operatorname{th} \gamma_k a \right), \quad B_k = \frac{\lambda_k + 2\mu}{\lambda_k + \mu} C_k, \quad (1.9)$$

$$A_k = -C_k \lambda_k b - D_k \left(\lambda_k b \operatorname{cth} \lambda_k b - \frac{\lambda_k + 2\mu}{\lambda_k + \mu} \right)$$

и совокупность четырех бесконечных систем линейных уравнений

$$z_k = \sum_{n=1}^{\infty} e_{nk} y_n \quad (k = 1, 3, \dots) \quad (1.10)$$

$$z_k = \sum_{n=1}^{\infty} e_{nk} x_n \quad (k = 2, 4, \dots) \quad (1.11)$$

$$x_k = \sum_{n=1,3}^{\infty} a_{nk} z_n + \sum_{n=2,4}^{\infty} b_{nk} z_n + m_k^{(1)}, \quad (1.12)$$

$$y_k = \sum_{n=1,3}^{\infty} b_{nk} z_n + \sum_{n=2,4}^{\infty} a_{nk} z_n + m_k^{(2)}, \quad (1.13)$$

где введены следующие обозначения:

$$C_k = \frac{y_k - x_k}{2\lambda_k}; \quad H_k = \frac{z_k a}{b \gamma_k \operatorname{ch} \gamma_k a}; \quad (1.14)$$

$$D_k = \frac{1}{2\lambda_k} \left(x_k \operatorname{cth} \frac{\lambda_k b}{2} - y_k \operatorname{th} \frac{\lambda_k b}{2} \right);$$

$$e_{nk} = \frac{4\gamma_k^2 \lambda_n (-1)^{k+1}}{a \left(\operatorname{th} \gamma_k a + \frac{\gamma_k a}{\operatorname{ch}^2 \gamma_k a} \right) (\lambda_n^2 + \gamma_k^2)^2}, \quad (1.15)$$

$$a_{nk} = \frac{4\alpha \lambda_k^3 \gamma_n \operatorname{sh} \lambda_k b (-1)^{k+n}}{d_k (\gamma_n^2 + \lambda_k^2)^2}, \quad (1.16)$$

$$b_{nk} = \frac{4\lambda_k^2 \gamma_n (-1)^{k+n}}{b d_k (\gamma_n^2 + \lambda_k^2)^2} \left\{ 2 \left[\left(\operatorname{ch} \lambda_k b - \frac{\lambda_k b}{\operatorname{sh} \lambda_k b} \right) + (\lambda_k b \operatorname{cth} \lambda_k b - 1) (-1)^n \right] + \right.$$

$$\left. + \alpha \lambda_k b \operatorname{sh} \lambda_k b \right\};$$

$$m_k^{(i)} = \frac{Ph (-1)^{k+1}}{\alpha \mu F d_k} \left[\left(\operatorname{ch} \lambda_k b - \frac{\lambda_k b}{\operatorname{sh} \lambda_k b} \right) (-1)^i - (\lambda_k b \operatorname{cth} \lambda_k b - 1) \right]; \quad (1.18)$$

$$d_k = \alpha \lambda_k b \left(\operatorname{ch} \lambda_k b - \frac{\lambda_k b}{\operatorname{sh} \lambda_k b} \right) + \operatorname{sh} \lambda_k b - \frac{\lambda_k^2 b^2}{\operatorname{sh} \lambda_k b}; \quad (1.19)$$

$$\alpha = \frac{(\lambda + 2\mu) E_1 h}{2(\lambda + \mu) \mu b}; \quad (1.20)$$

Исследуем бесконечные системы (1.10) — (1.13). Используя известные оценки ⁽⁶⁾, которые в наших обозначениях имеют вид

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_n}{(\lambda_n^2 + \gamma_k^2)^2} \leq \frac{0,770a}{4\gamma_k^2} \left(\operatorname{th} \gamma_k a + \frac{\gamma_k a}{\operatorname{ch}^2 \gamma_k a} \right); \quad (1.21)$$

$$\sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{\gamma_n}{(\gamma_n^2 + \lambda_k^2)^2} \leq \frac{0,770b}{8\lambda_k^2} \operatorname{th} \frac{\lambda_k b}{2} \left(1 + \frac{\lambda_k b}{\operatorname{sh} \lambda_k b} \right); \quad (1.22)$$

$$\sum_{n=2,4}^{\infty} \frac{\gamma_n}{(\gamma_n^2 + \lambda_k^2)^2} \leq \frac{0,692b}{8\lambda_k^2} \operatorname{cth} \frac{\lambda_k b}{2} \left(1 - \frac{\lambda_k b}{\operatorname{sh} \lambda_k b} \right) \quad (1.23)$$

и обозначения (1.15) получаем:

$$\sum_{n=1}^{\infty} |e_{nk}| = \frac{4\gamma_k^2}{a \left(\operatorname{th} \gamma_k a + \frac{\gamma_k a}{\operatorname{ch}^2 \gamma_k a} \right)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_n}{(\lambda_n^2 + \gamma_k^2)^2} \leq 0,770. \quad (1.24)$$

Пользуясь выражениями (1.22) и (1.23), после некоторых преобразований для суммы абсолютных значений коэффициентов систем (1.12) и (1.13) получаем:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1,3}^{\infty} |a_{nk}| + \sum_{n=2,4}^{\infty} |b_{nk}| &= \frac{4\alpha \lambda_k^2 \operatorname{sh} \lambda_k b}{d_k} \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{\gamma_n}{(\gamma_n^2 + \lambda_k^2)^2} + \\ &+ \frac{4\lambda_k^2}{bd_k} \left[2 \left(\operatorname{ch} \lambda_k b + \lambda_k b \operatorname{cth} \lambda_k b - 1 - \frac{\lambda_k b}{\operatorname{sh} \lambda_k b} \right) + \alpha \lambda_k b \operatorname{sh} \lambda_k b \right] \times \\ &\times \sum_{n=2,4}^{\infty} \frac{\lambda_n}{(\gamma_n^2 + \lambda_k^2)^2} \leq \frac{0,770 \alpha \lambda_k b}{2d_k} \operatorname{sh} \lambda_k b \left(1 + \frac{\lambda_k b}{\operatorname{sh} \lambda_k b} \right) \operatorname{th} \frac{\lambda_k b}{2} + \\ &+ \left[2 \left(\operatorname{ch} \lambda_k b + \lambda_k b \operatorname{cth} \lambda_k b - 1 - \frac{\lambda_k b}{\operatorname{sh} \lambda_k b} \right) + \alpha \lambda_k b \operatorname{sh} \lambda_k b \right] \times \\ &\times \frac{0,692}{2d_k} \operatorname{cth} \lambda_k b \left(1 - \frac{\lambda_k b}{\operatorname{sh} \lambda_k b} \right) < 0,770 \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \sum_{n=1,3}^{\infty} |b_{nk}| + \sum_{n=2,4}^{\infty} |a_{nk}| &= \frac{4\lambda_k^2}{bd_k} \left\{ 2 \left(\operatorname{ch} \lambda_k b - \frac{\lambda_k b}{\operatorname{sh} \lambda_k b} - \right. \right. \\ &\left. \left. - \lambda_k b \operatorname{cth} \lambda_k b + 1 \right) + \alpha \lambda_k b \operatorname{sh} \lambda_k b \right\} \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{\gamma_n}{(\gamma_n^2 + \lambda_k^2)^2} + \\ &+ \frac{4\alpha \lambda_k^2 \operatorname{sh} \lambda_k b}{d_k} \sum_{n=2,4}^{\infty} \frac{\lambda_n}{(\gamma_n^2 + \lambda_k^2)^2} \leq \frac{0,770}{2d_k} \operatorname{th} \frac{\lambda_k b}{2} \left(1 + \frac{\lambda_k b}{\operatorname{sh} \lambda_k b} \right) \times \\ &\times \left\{ 2 \left(\operatorname{ch} \lambda_k b - \frac{\lambda_k b}{\operatorname{sh} \lambda_k b} - \lambda_k b \operatorname{cth} \lambda_k b + 1 \right) + \alpha \lambda_k b \operatorname{sh} \lambda_k b \right\} + \end{aligned}$$

$$+ \frac{0,692\pi}{2d_k} \lambda_k b \operatorname{sh} \lambda_k b \operatorname{cth} \lambda_k b \left(1 - \frac{\lambda_k b}{\operatorname{sh} \lambda_k b} \right) \leq 0,770.$$

Таким образом, совокупность бесконечных систем (1.10—(1.13) оказалась вполне регулярной, свободные члены этих систем, как легко видеть, ограничены сверху и для больших k имеют порядок убывания k^{-1} .

2. Во второй задаче рассматривается прямоугольник размерами $2a$ и $2b$. Кромки длиной $2a$ усилены упругими накладками, которые растягиваются. Выбираем правую систему координат, причем начало координат находится в середине прямоугольника, а ось ox параллельна усиленным кромкам. В силу симметрии перемещения u и v определяются только в четвертой части основной области ($0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$).

Граничные условия этой задачи будут иметь вид:

$$\begin{aligned} u(0, y) = \tau_{xy}(0, y) = v(x, 0) = \tau_{xy}(x, 0) = 0, \\ \tau_{xy}(a, y) = \sigma_x(a, y) = \sigma_y(x, b) = 0, \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{y=b} = -\frac{P}{E_1 F} - \frac{1}{E_1 h} \int_x^a \tau_{xy}(t, 0) dt. \quad (2.2)$$

Здесь перемещения ищем в виде:

$$u = \sum_{k=1}^{\infty} (B_k \operatorname{ch} \lambda_k y + C_k \lambda_k y \operatorname{sh} \lambda_k y) \sin \lambda_k x + \quad (2.3)$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} (\varepsilon_k \operatorname{sh} \gamma_k x + H_k \gamma_k x \operatorname{ch} \gamma_k x) \cos \gamma_k y,$$

$$v = \sum_{k=1}^{\infty} \left[\left(\frac{\lambda + 3\mu}{\lambda + \mu} C_k - B_k \right) \operatorname{sh} \lambda_k y - C_k \lambda_k y \operatorname{ch} \lambda_k y \right] \cos \lambda_k x - \quad (2.4)$$

$$- \sum_{k=1}^{\infty} \left[\left(\frac{\lambda + 3\mu}{\lambda + \mu} H_k + \varepsilon_k \right) \operatorname{ch} \gamma_k x + H_k \gamma_k x \operatorname{sh} \gamma_k x \right] \sin \gamma_k y,$$

где

$$\lambda_k = (2k-1)\pi/2a, \quad \gamma_k = (2k-1)2\pi/b.$$

Легко убедиться, что при таких выборах u и v тождественно удовлетворяются условия симметрии (2.1). После удовлетворения остальных граничных условий для определения неизвестных коэффициентов получим следующие соотношения

$$\varepsilon_k = -H_k \left(\gamma_k a \operatorname{th} \gamma_k a + \frac{\mu}{\lambda + \mu} \right),$$

$$B_k = -C_k \left(\lambda_k b \operatorname{th} \lambda_k b - \frac{\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu} \right)$$

и бесконечные системы линейных уравнений

$$x_k = \sum_{n=1}^{\infty} c_{nk} y_n, \quad (2.5)$$

$$y_k = \sum_{n=1}^{\infty} d_{nk} x_n + r_k, \quad (2.6)$$

где введены обозначения:

$$H_k = \frac{x_k a (-1)^{k+1}}{\gamma_k b \operatorname{ch} \gamma_k a}, \quad C_{nk} = \frac{4\gamma_k^2 \gamma_n}{a \left(\operatorname{th} \gamma_k a + \frac{\gamma_k a}{\operatorname{ch}^2 \gamma_k a} \right) (\lambda_n^2 + \gamma_k^2)^2},$$

$$C_k = \frac{y_k (-1)^{k+1}}{\lambda_k \operatorname{ch} \lambda_k b}, \quad d_{nk} = \frac{4\lambda_k^2 \gamma_n}{b \left(\alpha \lambda_k b + \operatorname{th} \lambda_k b + \frac{\lambda_k b}{\operatorname{ch}^2 \lambda_k b} \right) (\gamma_n^2 + \lambda_k^2)^2},$$

$$r_k = - \frac{Ph}{\mu a F \left(\alpha \lambda_k b + \operatorname{th} \lambda_k b + \frac{\lambda_k b}{\operatorname{ch}^2 \lambda_k b} \right)}.$$

В силу (1.21) имеем

$$\sum_{n=1}^{\infty} |c_{nk}| \leq 0,770. \quad (2.7)$$

Снова используя (1.21) имеем

$$\sum_{n=1}^{\infty} |d_{nk}| = \frac{4\lambda_k^2}{b \left(\alpha \lambda_k b + \operatorname{th} \lambda_k b + \frac{\lambda_k b}{\operatorname{ch}^2 \lambda_k b} \right)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_n}{(\gamma_n^2 + \lambda_k^2)^2} \leq \quad (2.8)$$

$$\leq \frac{0,770 \left(\operatorname{th} \lambda_k b + \frac{\lambda_k b}{\operatorname{ch}^2 \lambda_k b} \right)}{\left(\alpha \lambda_k b + \operatorname{th} \lambda_k b + \frac{\lambda_k b}{\operatorname{ch}^2 \lambda_k b} \right)}$$

По оценкам (2.7) и (2.8) системы (2.5) и (2.6) оказались вполне регулярными. Легко видеть, что эти системы имеют ограниченные сверху и для больших индексов стремящиеся к нулю свободные члены.

Таким образом, неизвестные коэффициенты разложений (1.7), (1.8), (2.3) и (2.4) могут быть определены с любой степенью точности.

Это позволяет для искоемых напряжений и перемещений получить оценки сверху и снизу в любой точке рассмотренных прямоугольников.

Ереванский политехнический институт им. К. Маркса

Առաձգական վերադիրներով առաձգական ուղղանկյան
ձգման երկու խնդիրների մասին

Դիտարկվում է ուղղանկյան համար առաձգականության տեսության հարթ խնդիրը, երբ ուղղանկյան մեկ կողը, կամ երկու հանդիպակած կողերն ուժեղացված են նրանց զոդված (կամ սոսնձված) առաձգական վերադիրներով, որոնք ունեն բավականաչափ փոքր և հաստություն: Վերադիրները ձգվում են երկու հավասար և հակառակ ուղղված ուժերով: Ուղղանկյան մնացած կողերն ընդունվում են ազատ բեռնվածությունից:

Խնդրի լուծման ժամանակ օգտագործվում է Մելանի ընդունելությունը, որ առաձգական վերադիրները գտնվում են միառանցք լարվածային վիճակում: Ա և V տեղափոխումները, որոնք իրենցից ներկայացնում են խնդրի լուծումը, փնտրվում են Ֆուրյեի երկու շարքերի գումարի տեսքով: Այդ շարքերի գործակիցների որոշումը բերվում է զծային հավասարումների անվերջ սխառեմի լուծման: Ապացուցվում է, որ ստացված սխառեմները լիովին ուղույլար են և ունեն դումարման մեծ ինդեքսների համար զրոյի ձգտող ազատ անդամներ:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱՆԻՍՏՈՒՆ

- ¹ P. Муки, Э. Стернберг. Прикладная механика. Русский перевод трудов. т. 35, № 4, 124—135, 1968. ² U. Kh. Arutiunian, S. M. Mkhitarian Trends in elasticity and thermoelasticity. Witold Nowacki Anniversary volume Wolters—Noordhoff Publishing, 3—20, 1971. ³ E. Melan. Ing.—Archiv. Bd. 3, №2, 123—129., 1932. ⁴ Теодорис, Дафермос. Прикладная механика (русский перевод Американского общества инженеров механиков) (Trans ASME) т. 31, сер. E, № 4. 159—162, 1964. ⁵ Н. X. Арутюнян, ПММ, т. 32, в. 4, 632—646 (1968). ⁶ Б. Л. Абрамян, ПММ, т. XXI, в. 1. 89—100, (1957). ⁷ Л. В. Канторович и В. И. Крылов, Приближенные методы высшего анализа. М.—Л., Гостехиздат, 1950.

УДК 539.30

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

А. А. Хачатрян

Единственность решения в разномодульной теории упругости

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 27/IX 1972)

В работе ⁽¹⁾ было доказано, что удельная потенциальная энергия деформации упругого разномодульного тела является выпуклой функцией своих аргументов (компонентов деформации) и, исходя из общего метода Р. Хилла ^(2,3), была доказана единственность решения краевой задачи для разномодульной среды в предположении, что вся область, занимаемая телом, является областью второго рода.

В настоящей работе, пользуясь указанным методом, доказывается единственность решения краевой задачи для разномодульного тела без каких-либо дополнительных предположений о роде решения.

1. Для разномодульного материала в постановке ⁽⁴⁻⁶⁾ законы упругости записываются в виде

$$\varepsilon_{ij} = (a_{11} - a_{12})\tau_{ij} + a_{12}\Theta\delta_{ij} + (a_{22} - a_{11})m_im_j\tau_3, \quad (1.1)$$

когда главные напряжения в данной точке имеют различные знаки (область второго рода), и в виде обычных законов Гука

$$\varepsilon_{ij} = (a_{11} - a_{12})\tau_{ij} + a_{12}\Theta\delta_{ij}, \quad (1.2)$$

если главные напряжения в данной точке одного и того же знака (область первого рода).

Здесь τ_{ij} , ε_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) — компоненты тензора напряжения и деформации; τ_3 — главное напряжение в данной точке, знак которого отличен от двух других (τ_1 , τ_2); m_i — направляющие косинусы главного направления β относительно координатной системы x_i ; u_i — компоненты вектора перемещения:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad \Theta = \tau_{ij}\delta_{ij}, \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (1.3)$$

$$a_{11} = \frac{1}{E^+}, \quad a_{22} = \frac{1}{E^-}, \quad a_{12} = -\frac{\nu^+}{E^+} = -\frac{\nu^-}{E^-} \quad (\text{при } \tau_3 < 0) \quad (1.4)$$

E^+ , ν^+ и E^- , ν^- — модуль упругости и коэффициент Пуассона при простом растяжении и сжатии соответственно.

В работе (1) доказано, что для разномодульного материала при законе упругости (1.1) (т. е. в областях второго рода) удельная потенциальная энергия деформации $W(e_{ij})$ является выпуклой функцией своих аргументов, причём

$$e_{ij} = \begin{cases} \varepsilon_{ij} & (i = j) \\ 2\varepsilon_{ij} & (i \neq j) \end{cases}, \quad \frac{\partial W}{\partial e_{pq}} = \sigma_{pq} \quad (p \leq q), \quad (1.5)$$

e_{ij} представляют собой компоненты деформации.

Нетрудно показать, что $W(e_{ij})$ является выпуклой функцией своих аргументов также и при законе упругости (1.2) (т. е. в областях первого рода).

Отметим, что условие строгой выпуклости дифференцируемой непрерывной функции f от n переменных $\theta_i (i = 1, 2, \dots, n)$ записывается в виде

$$\Delta f - \frac{\partial f}{\partial \theta_i} \Delta \theta_i > 0 \quad \text{или} \quad \Delta \left(\frac{\partial f}{\partial \theta_i} \right) \Delta \theta_i > 0, \quad (1.6)$$

где Δ означает приращение соответствующей переменной.

Имеем уравнения равновесия и напряжения на поверхности

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + X_i = 0, \quad F_i = \sigma_{ij} l_j, \quad (1.7)$$

где X_i — компоненты объемной силы, l_i — направляющие косинусы внешней нормали поверхности в данной точке.

Ниже будет использовано также следующее преобразование для выражения виртуальной работы поверхностных и объемных сил (1-3).

$$\int F_i \delta u_i dS + \int X_i \delta u_i dV = \int \sigma_{ij} \delta \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dV = \int \frac{\partial W}{\partial e_{pq}} \delta e_{pq} dV. \quad (1.8)$$

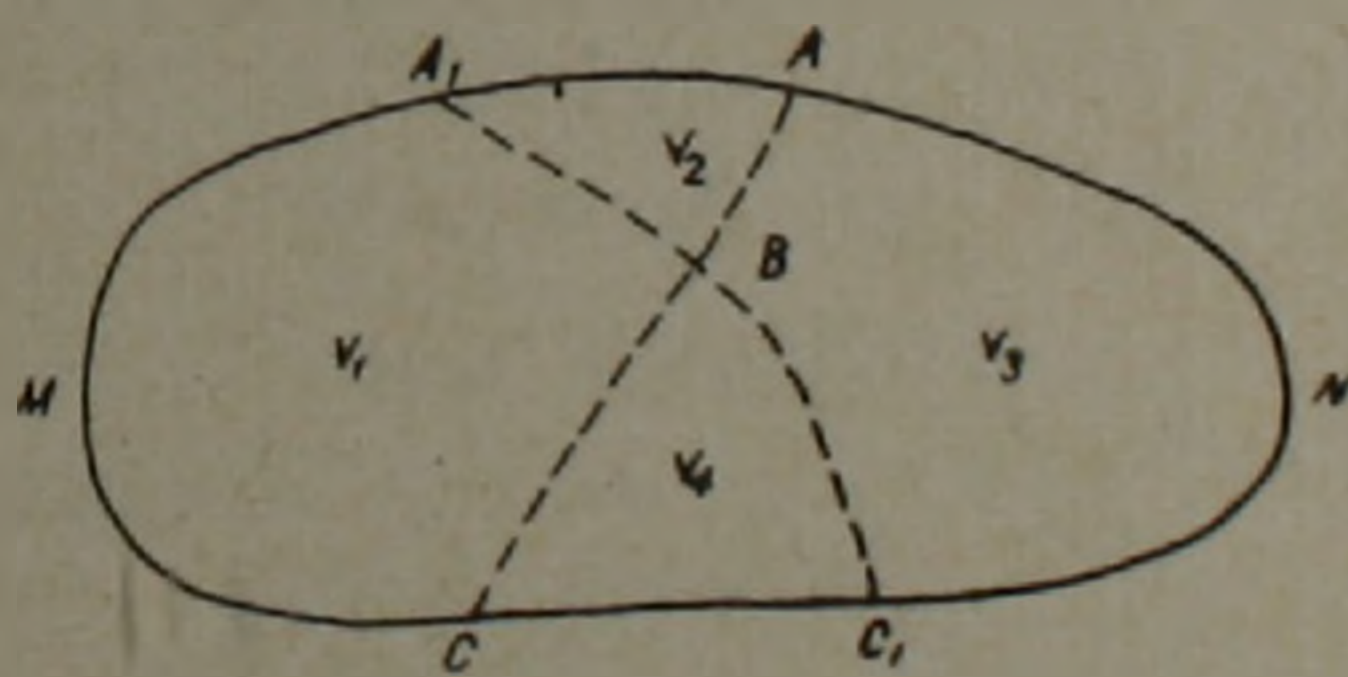


Рис. 1

2. Рассмотрим краевую задачу, когда на одной части поверхности (S_{II}) заданы перемещения, а на другой части (S_I) — внешние напряжения. Пусть u_i^* есть решение рассматриваемой задачи. При этом область АМС (рис. 1) является областью первого рода, т. е. там действуют законы упругости вида (1.2), а остальная область АНС является областью второго рода с законами упругости вида (1.1):

$$u_i^1 = \begin{cases} u_i^* & \text{в области АМС} \\ u_i^{**} & \text{в области АНС} \end{cases} \quad (2.1)$$

Предположим теперь, что существует еще и второе решение u_i^* , при котором область A_1MC_1 (рис. 1) является областью первого рода, а остальная область A_1NC_1 — областью второго рода*:

$$u_i^* = \begin{cases} u_i^{**} & \text{в области } A_1MC_1 \\ u_i^{***} & \text{в области } A_1NC_1 \end{cases} \quad (2.2)$$

Обозначим через Δu_i разность этих двух решений:

$$\Delta u_i = \begin{cases} u_i^{**} - u_i^{***} & \text{в области } A_1BCM \text{ (объем } v_1) \\ u_i^{***} - u_i^{**} & \text{в области } A_1BA \text{ (объем } v_2) \\ u_i^{***} - u_i^{**} & \text{в области } ABC_1N \text{ (объем } v_3) \\ u_i^{**} - u_i^{***} & \text{в области } C_1BC \text{ (объем } v_4) \end{cases} \quad (2.3)$$

Тогда виртуальная работа поверхностных и объемных сил на вариациях перемещения Δu_i для первого решения, согласно преобразованию (1. 8), будет:

$$\int F_i \Delta u_i dS + \int X_i \Delta u_i dV = \int \sigma'_{ij} \Delta \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dV = \int \left(\frac{\partial W}{\partial e_{pq}} \right)' \Delta e_{pq} dV, \quad (2.4)$$

Аналогичным образом и для второго решения будем иметь:

$$\int F_i^* \Delta u_i dS + \int X_i \Delta u_i dV = \int \sigma'_{ij} \Delta \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dV = \int \left(\frac{\partial W}{\partial e_{pq}} \right)' \Delta e_{pq} dV. \quad (2.5)$$

В выражениях (2. 4) и (2. 5) σ'_{ij} и σ'_{ij} представляют собой компоненты тензора напряжения при первом и втором решениях соответственно:

$$\sigma'_{ij} = \begin{cases} \sigma'_{ij} & \text{в области } AMC \\ \sigma'_{ij} & \text{в области } ANC \end{cases} \quad (2.6)$$

$$\sigma'_{ij} = \begin{cases} \sigma'_{ij} & \text{в области } A_1MC_1 \\ \sigma'_{ij} & \text{в области } A_1NC_1 \end{cases} \quad (2.7)$$

Так как напряжения σ'_{ij} и σ'_{ij} являются решениями рассматриваемой задачи, то они удовлетворяют условиям непрерывности на границах разделов различных областей.

Составляя теперь разность выражений (2.5) и (2.4), приходим к следующему равенству:

$$\int \Delta F_i \Delta u_i dS = \int \Delta \left(\frac{\partial W}{\partial e_{pq}} \right) \Delta e_{pq} dV. \quad (2.8)$$

* Отметим, что количество различных областей здесь не играет существенной роли, поэтому мы ограничимся двумя областями.

Выше было отмечено, что удельная потенциальная энергия деформации W является выпуклой функцией своих аргументов при обоих законах упругости (1.1) и (1.2). Поэтому объемный интеграл правой части равенства (2.8), в силу условия выпуклости функции (1.6), будет положительным. Однако, поскольку $\Delta F_i = 0$ на S_F и $\Delta u_i = 0$ на S_u , подынтегральное выражение в левой части равенства (2.8) тождественно равно нулю. Эти два обстоятельства противоречат равенству (2.8). Значит предположение о существовании второго отличного от первого решения исключается. Следовательно $u_i^* = u_i'$, если учесть, что принятые здесь граничные условия задачи исключают движение упругого тела как абсолютно твердого тела.

Институт механики Академии наук Армянской ССР

Ա. Ա. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Տարամոդուլ առաձգականության տեսության մեջ լուծման միակությունը

Տարամոդուլ առաձգական մարմնի համար ⁽¹⁾ աշխատանքում ապացուցված է, որ դեֆորմացիայի տեսակարար պոտենցիալ էներգիան իրենից ներկայացնում է իր արգումենտների (դեֆորմացիայի կոմպոնենտների) նկատմամբ ուռուցիկ ֆունկցիա: Ոգտվելով այդ փաստից և ելնելով Ի. Խիլի ^(2,3) ընդհանուր մեթոդից, այդ նույն աշխատանքում ցույց է տրված եզրային խնդրի լուծման միակությունն այն ենթադրությամբ, որ նյութն զբաղեցնող ամբողջ ծավալի ցանկացած կետում լարվածային վիճակը բնութագրող գլխավոր լարումները միևնույն նշանի չեն (ամբողջ տիրույթն երկրորդ սեռի է):

Ներկա աշխատանքում ապացուցված է տարամոդուլ առաձգական միջավայրի համար եզրային խնդրի լուծման միակությունը՝ առանց լրացուցիչ ենթադրությունների, թե լուծումներն ինչպիսի սեռի տիրույթի են համապատասխանում:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱՆԻՆՈՒՅՈՒՆ

- ¹ Ա. Ա. Խաչատրյան, «Известия АН Арм. ССР», Механика, 6 (1972). ² Р. Хилл, Новые горизонты в механике твердых тел. Сб. Механика, Изд. иностр. лит., № 4, 1957. ³ Р. Хилл, О единственности и устойчивости в теории конечных деформаций. Сб. Механика, Изд. иностр. лит., № 3, 1958. ⁴ С. А. Амбарцумян, А. А. Խաչատրյան, Инж. ж. МТТ, № 2, (1966). ⁵ С. А. Амбарцумян, А. А. Խաչատրյան, Инж. ж. МТТ, № 6, (1966). ⁶ С. А. Амбарцумян, А. А. Խաչատրյան, ДАН Арм. ССР, т. XLVIII, № 4 (1969).

УДК 621.382.2

ФИЗИКА

Т. С. Золян

Высокотемпературный переключатель на трехокиси висмута Bi_2O_3

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. М. Авакьянцем 5/X 1972)

Известны термические переключатели-приборы, предназначенные для переключений (включения и выключения) в электрических цепях, принцип действия которых основан на резком изменении проводимости в момент фазового перехода, происходящего при достижении определенной температуры (¹).

Основной недостаток известных к настоящему времени таких термических переключателей — низкая рабочая температура, ограниченная температурой фазового перехода I рода, технологическая сложность изготовления и подбора полупроводниковых соединений требуемого переменного состава. Так, в работе (²), подытоживающей результаты работ в этой области с 1959 года, приводятся данные по полупроводниковым материалам, обладающими наилучшими характеристиками — максимальным R_0/R отношением сопротивления в „выключенном“ и „включенном“ состоянии и температурой фазового перехода. В качестве одного из лучших этими авторами выбрана двуокись ванадия VO_2 , имеющая температуру фазового перехода лишь 68°C при фазовом скачке сопротивлений в 10^4 раз (³). Статистическая вольтамперная характеристика (ВАХ) прибора на основе VO_2 , подверженного длительной технологической обработке с целью дальнейшей рентгенографической выборки образцов стехиометрического состава $\text{VO}_{2,01}$, показывающих наибольшую величину R_0/R до 10^3 , показана на рис. 1.

Как видно из этого рисунка, ВАХ прибора сильно зависит от окружающей температуры и вблизи температуры фазового перехода уже при 55°C прибор теряет свои переключающие свойства.

Однако, если применить в качестве полупроводникового материала для термического переключателя трехокись висмута — Bi_2O_3 , которая согласно нашим данным (⁴) обладает скачком проводимости, достигающим до 10^4 раз (рис. 2), при переходе от высокоомной низкотемпературной $\alpha\text{-Bi}_2\text{O}_3$ модификации к низкоомной высокотемпературной $\beta\text{-Bi}_2\text{O}_3$ модификации, то рабочую температуру термического переключателя можно повысить во много раз, доведя ее до 1000°K . Для

практического осуществления такой возможности и снятия соответствующих характеристик $U=f(I)$ был изготовлен образец весьма простой конструкции. Концы двух проводников, диаметром 0,1 мм из материала не подверженного взаимодействию с расплавом Bi_2O_3 , располагаются на расстоянии до 0,5 мм и закрепляются каплей, застывшей между концами Bi_2O_3 , диаметром 0,5–1 мм. Другие два конца подключаются к стандартной измерительной схеме (⁵).

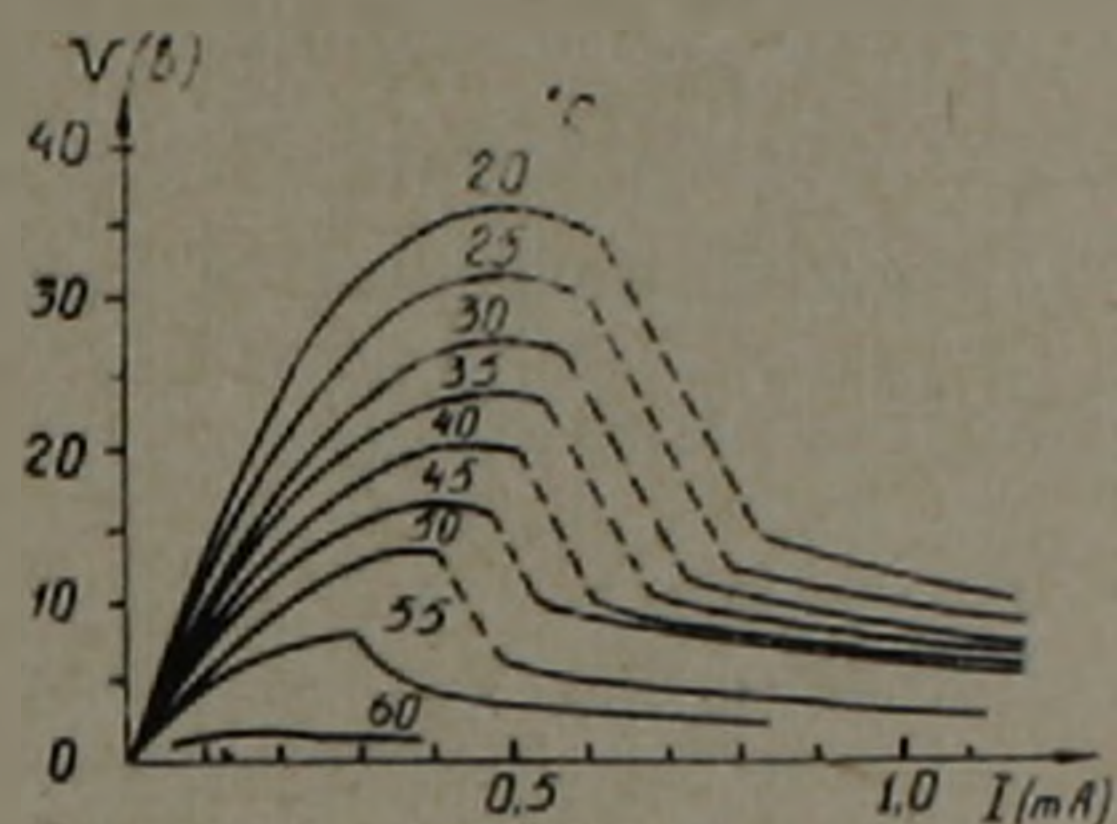


Рис. 1. Влияние окружающей температуры на статические ВАХ—прибора на основе VO_2

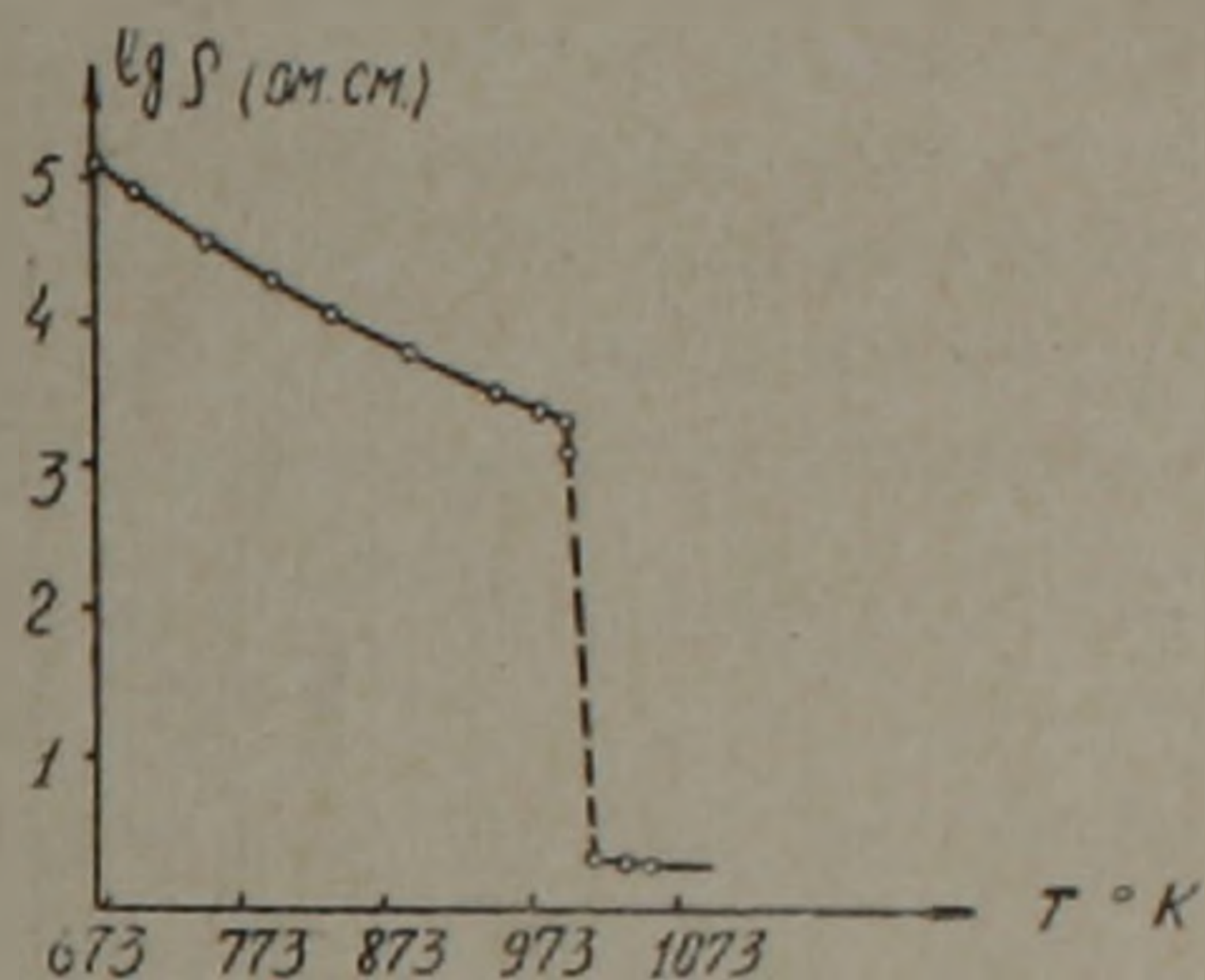


Рис. 2. Температурная зависимость удельного сопротивления триоксида висмута Bi_2O_3

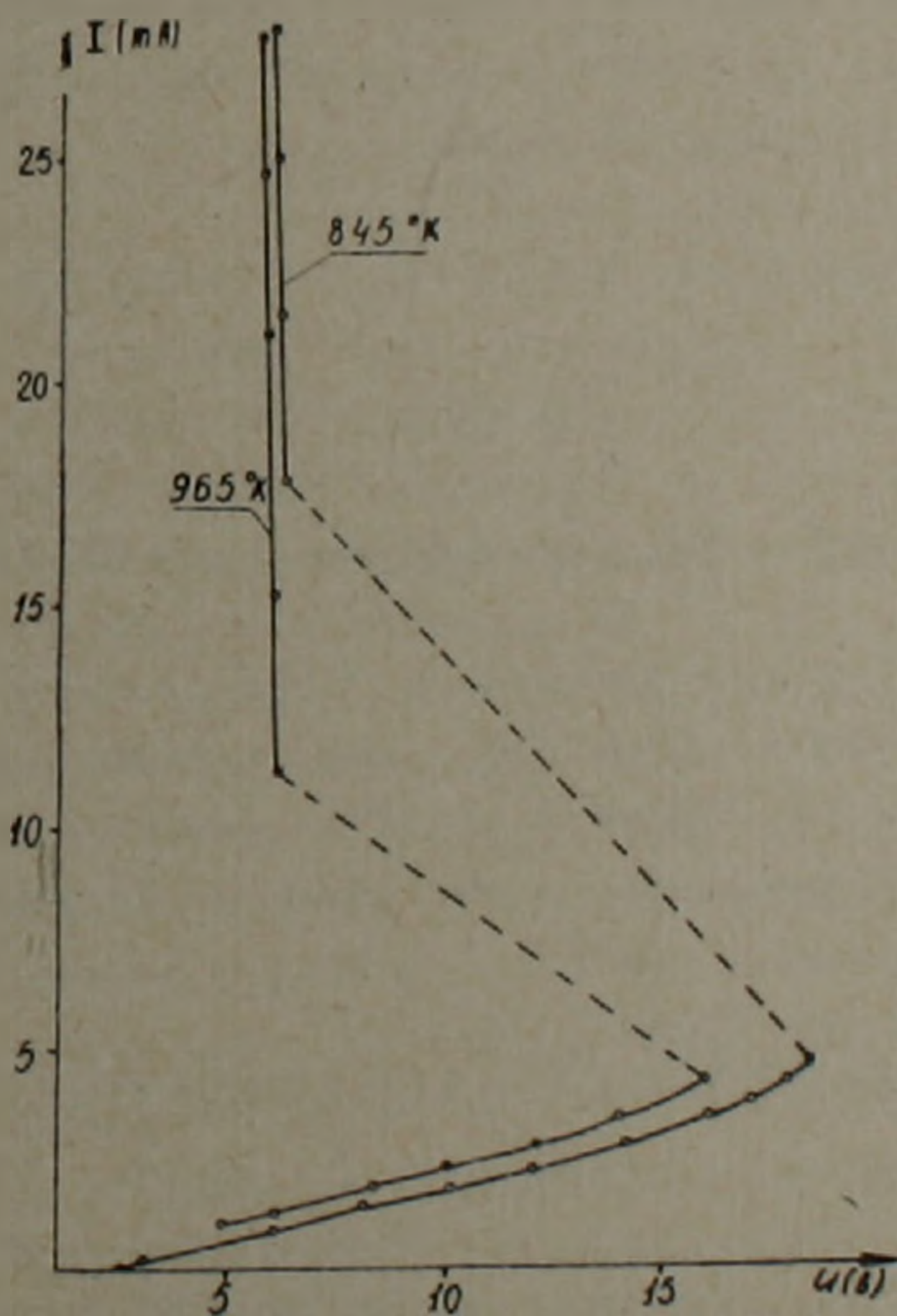


Рис. 3. Статистическая ВАХ термического переключателя на основе Bi_2O_3 при высоких температурах

Типичные S-образные статистические вольтамперные характеристики для температур 845°K и 965°K показаны на рис. 3, из которых видно, что даже вблизи максимальной рабочей температуры прибор обладает достаточно высокой переключающей способностью. Сильная зависимость ВАХ от температуры позволяет производить ее регулирование путем косвенного подогрева, осуществляемого миниатюрной печью. Изменяя ток накала этой печи, можно регулировать как сопротивление переключателя, так и точку переключения.

Одновременно, как это видно из рис. 2 и 3, переключатель может быть использован как весьма простой и чуткий сигнализатор температуры в 1000°K.

Сильная зависимость сопротивления R от температуры T для полупроводников, применяемых в терморезисторах, у которых в нелинейной части $R \sim \exp\left(\frac{B}{T}\right)$, где B — коэффициент термической чувствитель-

ности для Bi_2O_3 имеет довольно большую величину, так как $B = \frac{\Delta W}{2K}$ (⁶), а для Bi_2O_3 ширина запрещенной зоны ΔW доходит до $\Delta W = 3,2$ эв (⁷), что в свою очередь определяет большое значение температурного коэффициента сопротивления $\alpha = \frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dT} = -\frac{B}{T^2}$, характерного для терморезисторов (⁸). Все это наряду с сильно выраженной зависимостью $\rho = f(T)$ (рис. 2) указывает, что термический переключатель до температуры фазового перехода может быть использован и как чувствительный терморезистор.

Институт радиофизики и электроники

Академии наук Армянской ССР

Ս. Տ. ԶՈԼՅԱՆ

Բարձրաստիճան փոխակերպիչ բիսմութի եռօժիղի վրա

Ուսումնասիրվում է բարձրաստիճան փոխակերպիչի վոլտ-ամպերային բնութագրերը բիսմութի եռօժիղի վրա, որն ընդունակ է աշխատելու մինչև 1000°K. Սարքի հիմքում ընկած է 1000°K ղեպքում բիսմութի եռօժիղի բարձրօժական մոդիֆիկացիայից ջածր օժական մոդիֆիկացիայի ֆազային անցման հատկությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Электроника, т. 17, 26, Изд. ВИНТИ, М., 1968. ² R. G. Cope, A. W. Penn Brit. J. Appl. Phys. (J. Phys. D.), Y. 1, s. 2, 161, (1968). ³ F. J. Morin, Phys. Rev., Letters., 3, 34(1959). ⁴ Г. С. Золян, А. Р. Регель, ФТТ, т. 5, 2420 (1963). ⁵ А. К. Криштафович, Электронные измерения, Изд. „Высш. школа“, М., 1969. ⁶ А. Ф. Горodeцкий, А. Ф. Кравченко, Полупроводниковые приборы, Изд. „Высш. школа“, М., 1967. ⁷ Р. Бьюб, Фотопроводимость твердых тел, Изд. „Физматгиз“, М., 1962. ⁸ В. В. Пасынков, Г. А. Савельев, Л. К. Чиркин, Нелинейные полупроводниковые сопротивления, Изд. судостроит. пром., Л., 1962.

УДК 543.062 + 546.49

НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

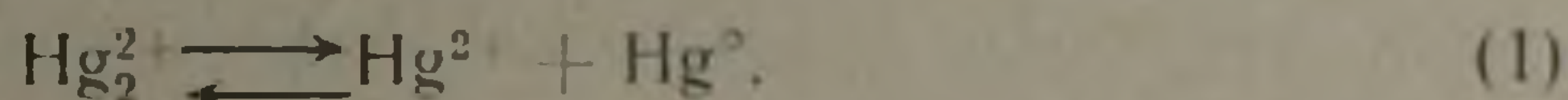
Член-корреспондент АН Армянской ССР В. М. Тараян, Ф. В. Мирзоян

К особенностям экстракции в системе меркуросоль-роданид-основной краситель

(Представлено 4/XII 1972)

Возможность экстрагирования ионных ассоциатов меркуригалонидных комплексов с основными красителями показана различными авторами (¹⁻⁹). Аналогичных данных по экстракции меркурое соединений нам обнаружить не удалось.

Известно, что одной из наиболее характерных особенностей меркурое, несомненно обусловленной их строением, является свойство распадаться при взаимодействии с некоторыми анионами-лигандами, согласно уравнению:



Так действуют в основном галонидные и некоторые псевдогалонидные ионы. Равновесная реакция (1) количественно сдвигается вправо, в том случае, если концентрация образующегося ртути-иона будет незначительной вследствие образования устойчивого комплексного аниона ртути (II). Соответствующими экспериментами было показано, что практически полный сдвиг равновесия, т. е. связывание ртути-иона в ацидокомплекс можно обеспечить применением роданид-иона (^{10, 11}). Следовательно, в двухфазной системе меркуросоль-роданид-основной краситель следовало ожидать образования и последующего извлечения в органическую фазу соответствующего ионного ассоциата.

Данное исследование посвящено изучению возможностей экстрагирования меркуро-иона в виде ионного ассоциата роданомеркурнат-иона с катионом основного красителя метилового зеленого (МЗ).

Запасной 0,1н. раствор меркуронитрата готовили растворением навески в 0,4 М растворе азотной кислоты. Концентрацию этого раствора устанавливали нодометрически (¹¹). Раствор основного красителя-метилового зеленого получали растворением навески препарата марки Reanal (Colour Index № 42590) в соответствующем объеме дистиллированной воды. Ввиду некоторой неустойчивости растворов этого красителя во времени, использовали свежеприготовленные его растворы.

Кислотность водной фазы регулировали серной кислотой. Оптическую плотность экстрактов измеряли на спектрофотометре СФ-4А, а кислотность равновесной водной фазы—стеклянным электродом на потенциометре ЛПУ-01.

Из органических растворителей, испытанных в качестве экстрагента для образующегося в водной фазе трехкомпонентного соединения, был избран бензол. Экстракционное равновесие устанавливалось за 0,5 минут. Оптическая плотность экстрактов стабилизируется через 10 минут и остается постоянной в течение 5—6 часов.

Влияние кислотности. Анализ спектров поглощения экстрактов образующегося ионного ассоциата роданомеркурната МЗ показал, что реакционноспособной является однопротонированная форма катиона красителя с максимумом в области спектра 645 нм. Кривые светопоглощения указанных экстрактов в зависимости от кислотности водной фазы показаны на рис. 1. Опыты проводили с тремя различными концентрациями реагента—МЗ.

Для полученных кривых характерны две «ступени» насыщения с соответствующими значениями оптических плотностей 0,31 и 0,61 (кривые 1 и 2). Дополнительными опытами было установлено, что в довольно широком интервале концентрации полимеризация МЗ не наблюдается.

На основании этих данных был сделан вывод, что, по-видимому, в исследуемой системе экстрагируются ионные ассоциаты с различным соотношением основных компонентов. Обращает на себя внимание и то обстоятельство, что с уменьшением концентрации МЗ наблюдается сдвиг «ступеней» насыщения в сторону больших значений pH. Чем меньше концентрация МЗ, тем четче выражена первая «ступень» и при

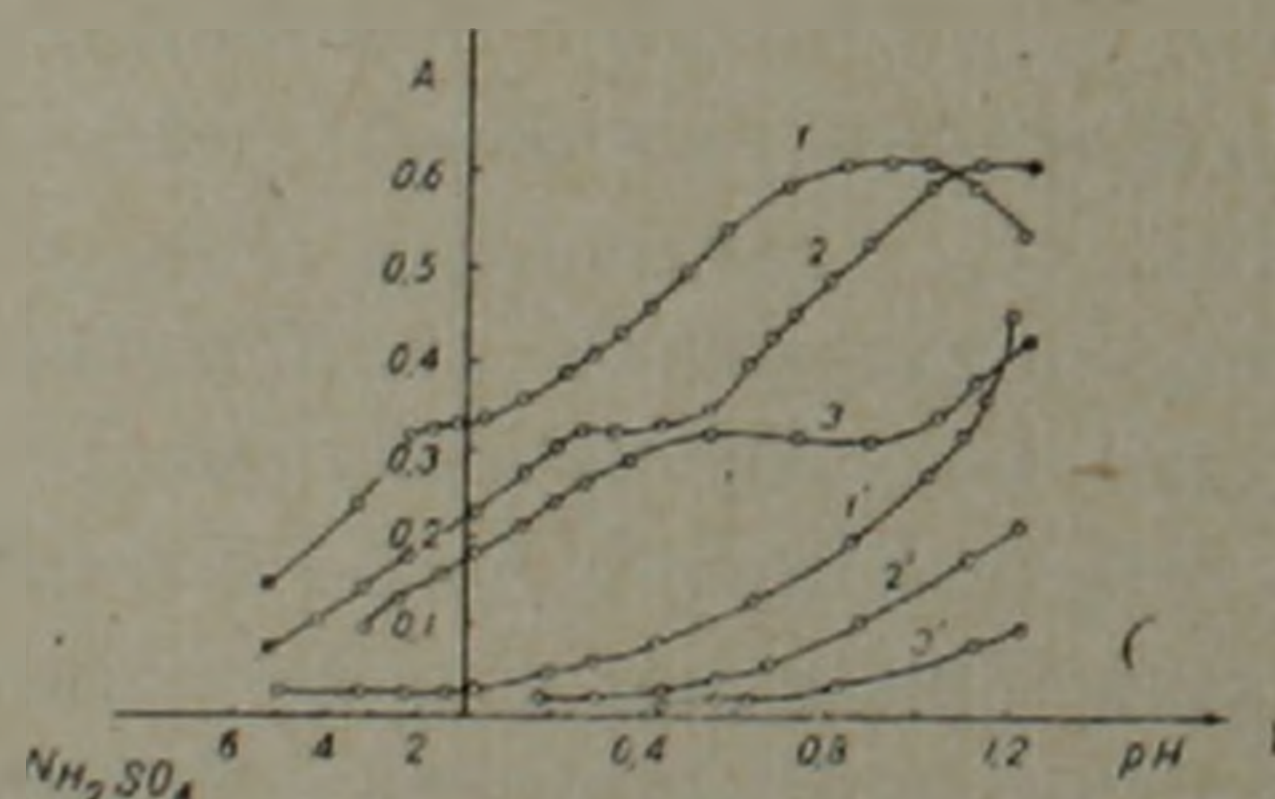


Рис. 1. Зависимость оптической плотности бензольных экстрактов от pH при различных исходных концентрациях метилового зеленого.

1, 2, 3—экстракты исследуемого соединения (ΔA); 1', 2', 3'—«холостые» экстракты.

$[Hg_2^{2+}] = 20 \text{ мкг/10 мл}$; $[NH_4NCS] = 5 \cdot 10^{-4} \text{ М}$; $V_B = V_0 = 10 \text{ мл}$; $b = 1 \text{ см}$
 $[МЗ], \text{ М}$; 1, 1'— $1 \cdot 10^{-4}$; 2, 2'— $5 \cdot 10^{-5}$; 3, 3'— $3 \cdot 10^{-5}$

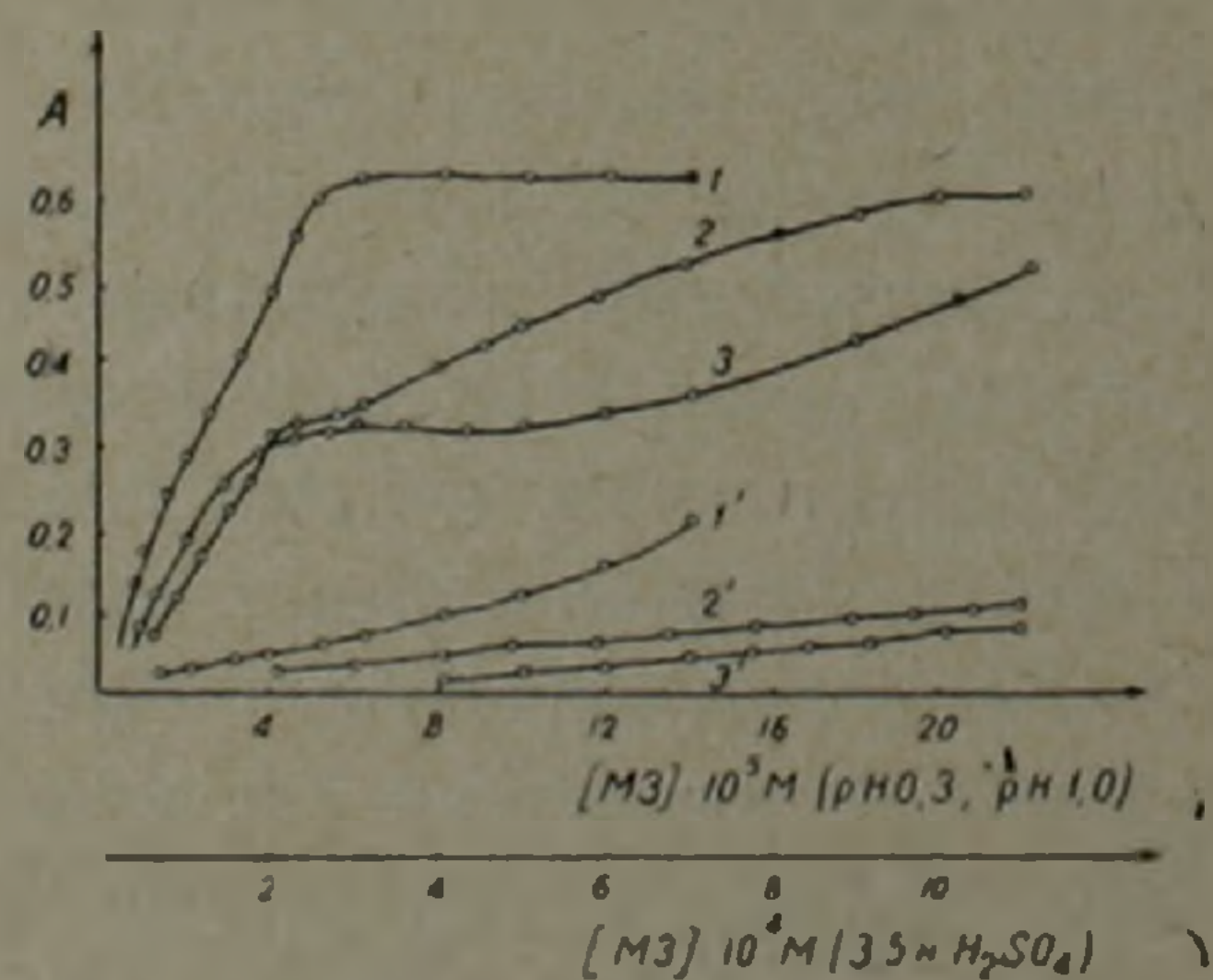


Рис. 2. Влияние концентрации МЗ на оптическую плотность экстрактов исследуемого соединения при различных исходных кислотностях водной фазы.

1, 2, 3—экстракты исследуемого соединения (ΔA); 1', 2', 3'—«холостые» экстракты.

1, 1'—pH 1.0; 2, 2'—pH 0.3; 3, 3'—3.5 н. H_2SO_4 . $[Hg_2^{2+}] = 20 \text{ мкг/10 мл}$; $[NH_4NCS] = 5 \cdot 10^{-4} \text{ М}$; $V_B = V_0 = 10 \text{ мл}$; $b = 1 \text{ см}$

этом в менее кислой среде. При дальнейшем увеличении концентрации МЗ заметнее выделяется вторая «ступень».

Влияние концентрации МЗ. Влияние концентрации МЗ на оптическую плотность бензольных экстрактов роданомеркуриата МЗ было изучено детальнее при трех различных кислотностях водной фазы—рН 0,3, рН 1,0 и 3,5н. H_2SO_4 . Результаты трех параллельных опытов в графическом варианте изображены на рис. 2.

Максимальное извлечение роданомеркуриата МЗ имеет место при $\geq 6 \cdot 10^{-5} \text{M}$ концентрации МЗ (рН 1,0). При этом обеспечивается значение оптической плотности 0,61. При рН 0,3 значение оптической плотности 0,61 достигается при использовании более высокой концентрации $\text{МЗ} \geq 2 \cdot 10^{-4} \text{M}$ (кривая 2). Последняя характеризуется двумя «ступенями» насыщения со значениями оптических плотностей 0,31 и 0,61. В сравнительно более кислой среде—3,5н. H_2SO_4 достаточно четко выражается первая «ступень». Дальнейший рост оптической плотности экстрактов от 0,31 до 0,61 происходит заметно медленнее и достигает максимального значения (0,61) при концентрации $\text{МЗ} \geq 2 \cdot 10^{-3} \text{M}$ (на графике эта часть кривой не приведена). Дополнительными опытами было показано, что при рН 1,0 зависимость $A-[MЗ]$ также выражается двуступеньчатой кривой насыщения, если уменьшить избыточную концентрацию роданид-иона. Результаты опытов одной из таких серий показаны в виде кривой 1 на рис. 3. Последняя характеризу-

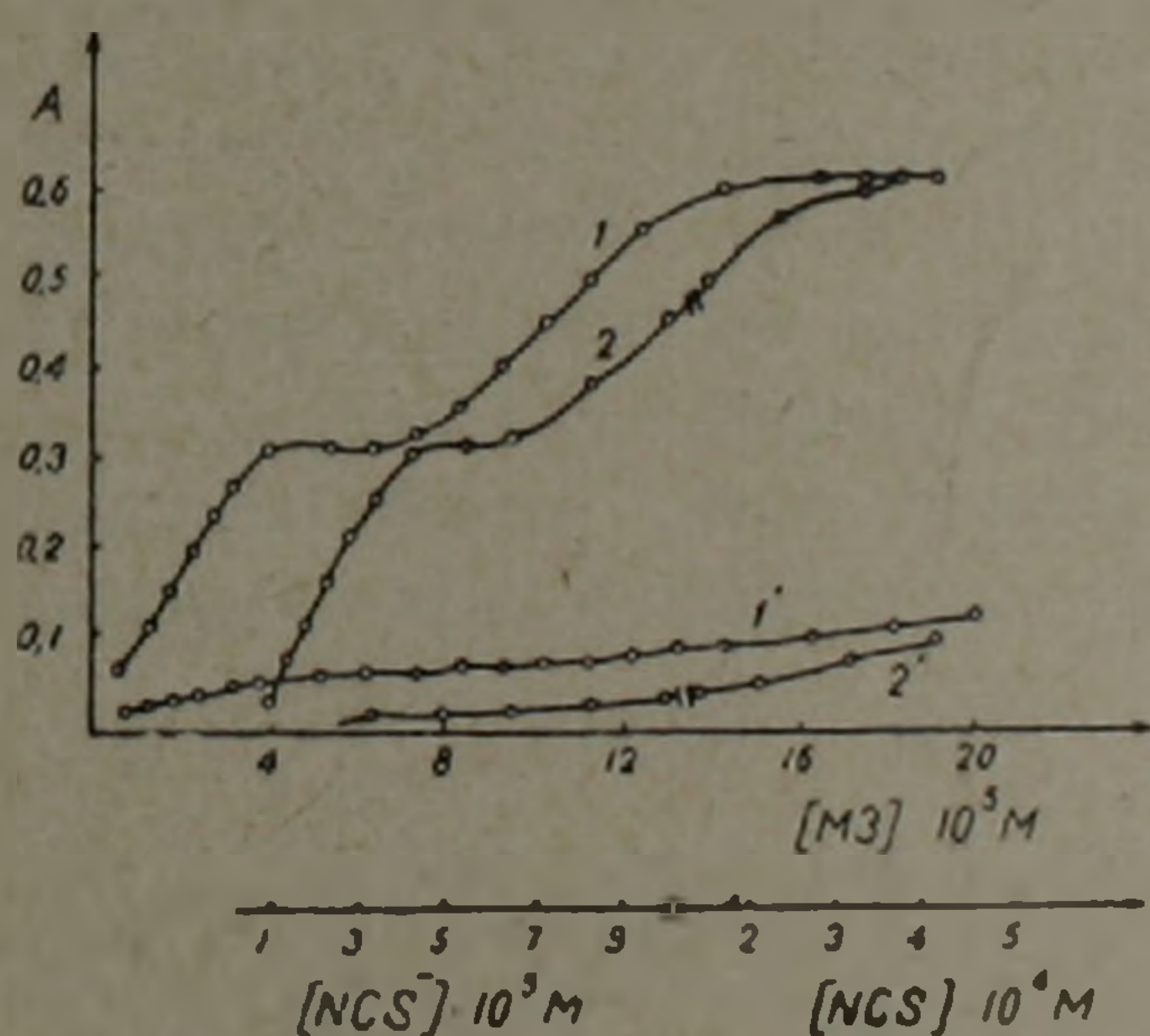


Рис. 3. Зависимости оптической плотности экстрактов от концентрации МЗ (1, 1') и роданид-иона (2, 2').

$[\text{Hg}_2^{2+}] = 20 \text{ мкг}/10 \text{ мл}$; рН 1,0; $V_{\text{в}} = V_{\text{о}} = 10 \text{ мл}$; $b = 1 \text{ см}$. 1, 2—экстракты исследуемого соединения (ΔA); 1', 2'—«холостые» экстракты; 1, 1'— $[\text{NH}_4\text{NCS}] = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{M}$; 2, 2'— $[\text{МЗ}] = 7 \cdot 10^{-5} \text{M}$

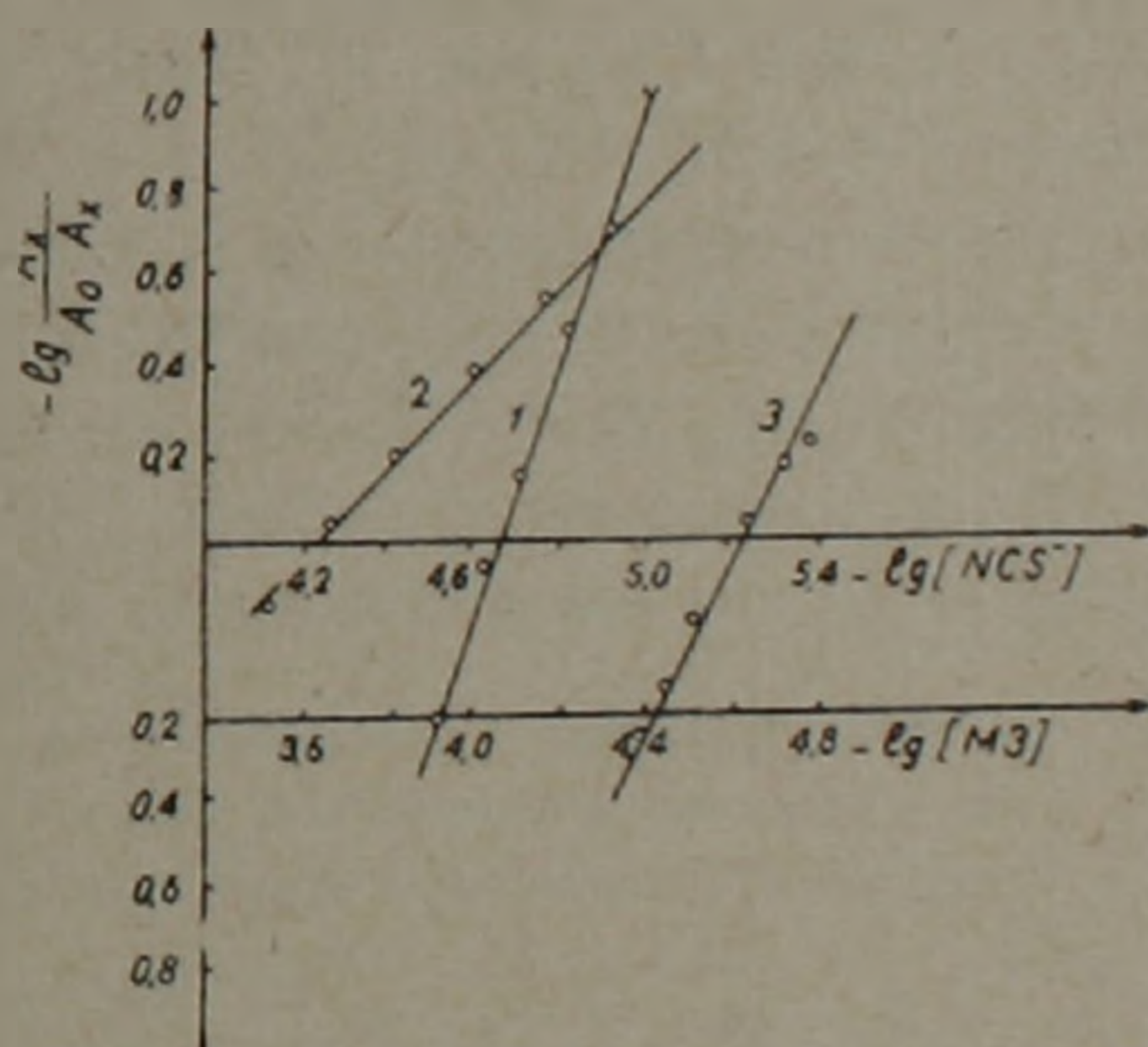


Рис. 4. Определение мольных отношений компонентов в экстрагируемом соединении.

1— $\text{NCS}^- : \text{Hg}_2^{2+} = n = \text{tg} \alpha = 3$; 2, 3— $\text{МЗ} : \text{Hg}_2^{2+} = n = \text{tg} \alpha$; 2— $n = 1$; 3— $n = 2$

ется двумя четко выраженными «ступенями» насыщения со значениями оптических плотностей экстрактов 0,31 и 0,61.

Такую же зависимость выражают результаты изучения экстракции исследуемого трехкомпонентного соединения при постоянно возрастающей концентрации роданид-иона (кривая 2 на рис. 3).

Таким образом, образование экстрагирующихся соединений различного состава имеет место как при изменении кислотности, так и при различной концентрации реагентов: красителя и роданид-иона. Для подтверждения этого предположения методом сдвига равновесия был определен состав соединения, образующегося в условиях, соответствующих первой «ступени» кривых 1 и 2 рис. 3. Полученные результаты показаны на рис. 4. Прямая 1 (рис. 4) позволяет принять, что соотношение $\text{Hg}^{2+} : \text{NCS}^-$ в роданомеркуриат-анионе равно 1 : 3, т. е. образующийся из меркуро-иона Hg^{2+} — ион входит в состав экстрагирующегося ионного ассоциата в виде $\text{Hg}(\text{NCS})_3^-$ однозарядного аниона. Прямая 2 (рис. 4) свидетельствует о том, что первая «ступень» с оптической плотностью экстрактов в 0,31 обусловлена экстракцией ионного ассоциата $\text{M3Hg}(\text{NCS})_3$ (отношение $\text{M3} : \text{Hg}(\text{NCS})_3^- = 1 : 1$). Такое же отношение компонентов получено при обработке данных, соответствующих первой «ступени» кривых 2 и 3 рис. 2. Далее экспериментально было установлено, что экстракты с оптической плотностью 0,31 (первая ступень кривых) соответствуют практически полному извлечению ртути. Следовательно, оптическая плотность 0,61, получаемая при заметно более высокой концентрации красителя, обуславливается одновременной экстракцией образующегося ионного ассоциата и простой соли красителя. В пользу такого предположения говорят и данные о составе ионного ассоциата, полученные методом сдвига равновесия в условиях, когда оптическая плотность экстрактов равна 0,61 (кривая 1 на рис. 2). Эти данные нанесены на рис. 4 (прямая 3) и говорят о том, что $\lg \alpha = 2$, т. е. отношение $\text{M3} : \text{Hg}^{2+} = 2 : 1$. Изменение состава экстрагирующегося соединения логично будет объяснить соэкстракцией простой соли красителя и состав его выразить формулой $\text{M3Hg}(\text{NCS})_3 \cdot \text{M3NCS}$. Это, по-видимому, объясняется и сравнительно высокой избыточной концентрацией роданид-иона, обеспечивающей одновременное извлечение как ассоциата, так и простой соли красителя.

Институт общей и неорганической химии
Академии наук Армянской ССР
Ереванский государственный университет

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ԲՊԻՊ-անդամ Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, Յ. Վ. ՄԻՐԶՈՅԱՆ

Մերկուրոազ-ռոդանիդ — հիմնային ներկանյութ սիստեմում էֆստրակցիայի առանձնահատկությունների մասին

Ցույց է տրված մերկուրո-իոնի էքստրակցման հնարավորությունը՝ նախապես այն բայթայելով համաձայն հետևյալ ռեակցիայի.



Առաջացող ռոդանոմերկուրիատ-անիոնը մեթիլ կանաչ ներկանյութի կատիոնի (M3) հետ իոնական ասոցիատի ձևով էքստրակվում է բենզոլով, էքստրակցիոն պրոցեսի մանրամասն ուսումնասիրության ժամանակ հաստատ-

վել է ներկանյութի հասարակ աղի՝ սոդանիդի հարակից էքստրակտան երկ-
վույթը:

Այդ կապակցությամբ, հիմնային ներկանյութի կատիոն-անդիկ (II)-սո-
դանիդ էքստրակտող եռկոմպոնենտ միացության բաղադրությունը սխեմա-
տիկորեն կարելի է արտահայտել հետևյալ ֆորմուլայով: $\text{Hg}(\text{NCS})_2 \cdot 10\text{H}_2\text{O} \cdot 10\text{H}_2\text{CNS}$

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱՆԻՔՆԵՐ

- ¹ В. М. Тараян, Е. Н. Овсепян, С. П. Лебедева, ДАН АрмССР, т. 51, 219 (1970).
² В. М. Тараян, Е. Н. Овсепян, С. П. Лебедева, ЖАХ, т. 26, 1745 (1971). ³ В. М. Та-
раян, Е. Н. Овсепян, С. П. Лебедева, Арм. хим. ж., т. 23, 1085 (1970). ⁴ В. М. Тараян,
Е. Н. Овсепян, Н. С. Каримян, ДАН АрмССР, т. 49, 242 (1969). ⁵ В. М. Тараян, Е. Н. Овсе-
пян, Н. С. Каримян, ДАН, Арм. ССР, т. 51, 96 (1970). ⁶ А. И. Бусев, М. С. Хинтибид-
зе, ЖАХ т. 22, 857 (1967). ⁷ И. А. Блюм, Н. А. Бруштейн, Л. Н. Опарина, ЖАХ,
т. 26, 48 (1971). ⁸ В. М. Тараян, Е. Н. Овсепян, Н. С. Каримян, Арм. хим. ж., т. 24,
121 (1971). ⁹ N. Gantschev, Dr. Atanasova, Доклады Болг. АН, т. 21, 359 (1968).
¹⁰ В. М. Тараян, Успехи химии, т. 22, 1003 (1953). ¹¹ В. М. Тараян, Меркуроредукто-
метрия, Ереван, 1958, стр. 54.

УДК 547.333.415

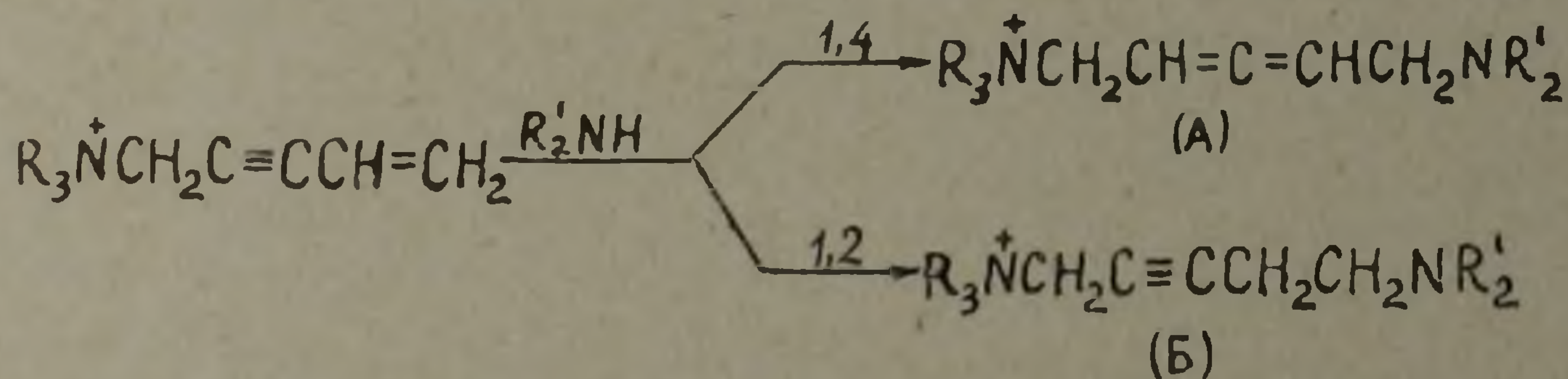
ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Академик АН Армянской ССР А. Т. Бабаян,
 С. Т. Кочарян, О. А. Ахинян

Переаминирование 1-диалкиламино-4-пентен-2-инов,
 сопровождающееся обращением пентениновой группы

(Представлено 25/XII 1972)

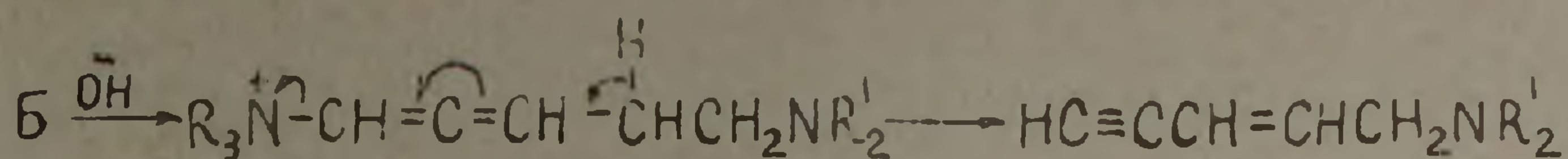
В предыдущем сообщении (¹) было показано, что соли 1-триалкиламмоний-4-пентен-2-ина в водном растворе легко присоединяют вторичные амины с образованием солей 1-триалкиламмоний-5-диалкиламино-2,3-пентадиена (А) наряду с незначительным количеством продукта 1,2-присоединения- 1-триалкиламмоний-5-диалкиламино-2-пентина (Б).



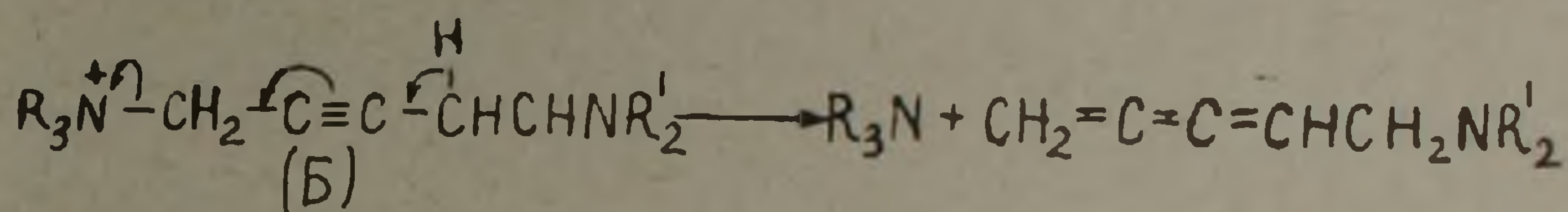
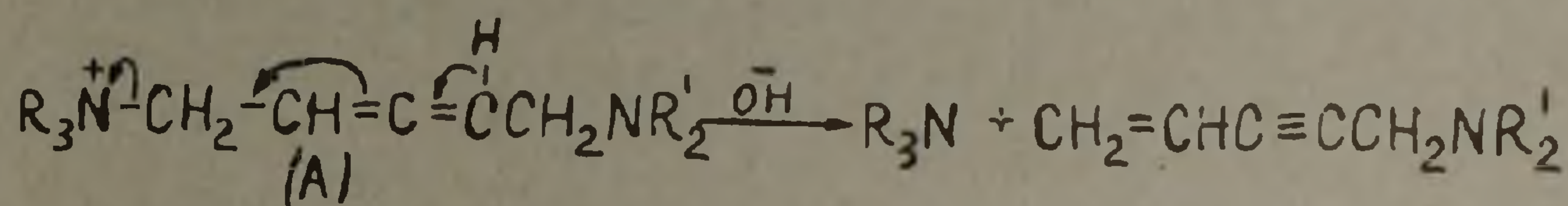
Ранее было показано, что в результате щелочного расщепления солей 1-триалкиламмоний-2,3-бутадиена и 2-бутина образуется винилацетилен и что по легкости расщепления соли с 2-бутинилльной группой заметно уступают солям с 2,3-бутадиенилльной (²).

Вышеназванные соли А и Б содержат диалкиламинометил-2,3-бутадиенилльную и 2-бутинилльную группу соответственно. С этой точки зрения в результате их щелочного расщепления следует ожидать диалкиламинометильных производных винилацетилена:

Четвертичные аммониевые соединения, содержащие наряду с 2-бутинилльной группой группу аллильного типа в условиях воднощелочного расщепления образуют, наряду с продуктами расщепления продукты перегруппировки-расщепления (³). Последнее свидетельствует об изомеризации 2-бутинилльной группы в α-алленовую. Диалкиламинометильный заместитель может оказать лишь некоторое положительное, но не отрицательное влияние на этот процесс. В таком случае из солей Б должны образоваться 1-диалкиламино-2-пентен-4-ины.;



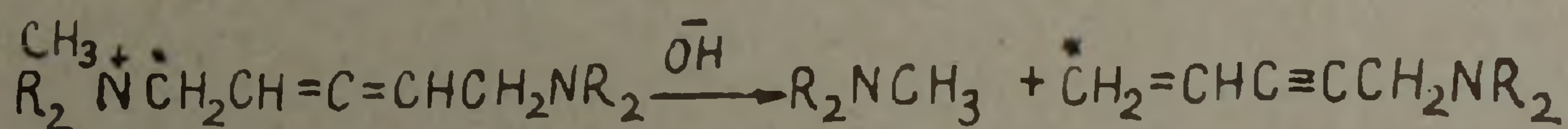
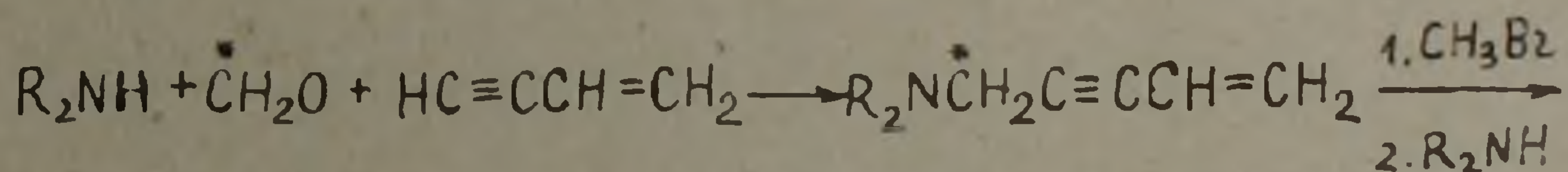
Однако, в результате щелочного расщепления продуктов присоединения вторичного амина к 1-триалкиламмоний-4-пентен-2-инам были получены 1-диалкиламино-4-пентен-2-ины. В ИКС отсутствуют поглощения ацетиленового водорода.



Вопрос последовательности реакций отщепления и изомеризации остается открытым.

Были подвергнуты щелочному расщеплению продукты взаимодействия 1-триметиламмоний-4-пентен-2-ина с диметиламином (I) с пиперидином (II), 1-диметилэтиламмоний-4-пентен-2-ина с диметиламином (III), с диэтиламином (IV), с морфолином (V), с метилаллиламином (VI), и 1-диэтилметиламмоний-4-пентен-2-ина с диметиламином (VII). Выходы 1-диалкиламино-4-пентен-2-инов высокие 55—75%. Реакция эта может иметь и препаративное значение. Она дает возможность от одного 1-диалкиламино-4-пентен-2-ина перейти к другому с нужным нам составом алкильных групп у азота.

Факт обращения 4-пентен-2-инильной группы может быть использован в синтезе с мечеными атомами. Так, например, используя при синтезе исходного амина по Манинху меченый формальдегид, мы получим метку в положении—1, а затем переводя в бромалкилат и внося в реакцию со вторичным амином и подвергнув щелочному расщеплению, мы получим диалкиламино-4-пентен-2-ин с меткой в положении—5.



Естественно, аналогичным путем исходя из 1-диалкиламино-4-пентен-2-ина с заместителем в положении—1 можно перейти к 1-диалкиламино-4-пентен-2-ину с заместителем в положении—5.

Водный раствор испытуемой соли и вторичного амина (молярное соотношение 1 : 1,2) оставляется при комнатной температуре на день. Затем из реакционной смеси под вакуумом при слабом нагревании (30—35°) отгоняются избыток амина и часть воды, после чего образовавшуюся аминокаммониевую соль (I—VII) подвергают щелочному расщеплению 25%-ным водным раствором едкого кали при 30—40°. Экстрагированием реакционной смеси эфиром выделяются соответствующие 1-диалкиламино-4-пентен-2-ины. В ИК спектре найдены частоты, характерные для пентениновой системы (1610, 2235, 3100 см^{-1}).

Результаты приведены в таблице.

Институт органической химии
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ օկադեմիկոս Ա. Թ. ԲԱԲԱՅԱՆ, Ս. Տ. ՔՈԶԱՐՅԱՆ, Հ. Ա. ՀԱՆՈՅԱՆ

1-դիալկիլամինա-4-պենտեն-2-ինների վերամիևացման ուևակցիան,
որն ուղեկցվում է պենտենինային խմբի դարձով

Նախորդ հաղորդման մեջ ցույց էր տրված, որ 1-տրիալկիլամոնիում-4-պենտեն-2-ինային աղերը ջրային լուծույթում հեշտությամբ միացնում են երկրորդային ամիններ, առաջացնելով 1,4- և շնչին քանակությամբ 1,2-միացման պրոդուկտներ (¹):

Ներկա աշխատանքում ուսումնասիրված է միացման նշված պրոդուկտների ջրահիմնային ճեղքման ուևակցիան: Ցույց է տրված, որ 1-տրիմեթիլամոնիում-4-պենտեն-2-ին բրոմիդի և դիմեթիլամինի (I), պիպերիդինի (II), 1-դիմեթիլ էթիլամոնիում-4-պենտեն-2-ին բրոմիդի և դիմեթիլ-(III), դիէթիլ-(IV), մեթիլալիլ (VI) ամինների, մորֆոլինի (V), 1-դիէթիլմեթիլամոնիում-4-պենտեն-2-ին բրոմիդի և դիմեթիլամինի (VII) փոխազդման պրոդուկտները կալիումի հիդրօքսիդի ջրային լուծույթի հետ տաքացնելիս բարձր ելքերով (55—75%) առաջացնում են համապատասխան 1-դիալկիլամինա-4-պենտեն-2-իններ:

Արդյունքները բերված են աղյուսակում:

Այս ուևակցիան կարող է ունենալ պրեպարատիվ նշանակություն:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Կ Ր Ա Շ Ո Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ С. Т. Кочарян, О. А. Ахинян, А. Т. Бабаян, ЖОРХ, 9, 678 (1973). ² А. Т. Бабаян, Т. А. Азизян, Г. Т. Бабаян и А. Абрамян, Уч. записи ЕГУ естеств. науки, 1 (105), 43 (1967). ³ М. Г. Инджикян, Г. Т. Мартиросян, Р. А. Айвазова, Р. А. Хачатрян, А. Т. Бабаян, Арм. хим. ж. 19, 693 (1966).

УДК 551.14 : 550.344.094(479)

ГЕОФИЗИКА

А. Х. Баграмян, член-корреспондент АН СССР Е. Ф. Саваренский,
Д. И. Сихарулидзе

Определение мощности земной коры в различных районах Кавказа по поверхностным сейсмическим волнам

(Представлено 27/XII 1972)

Нами исследуются природа и распространение поверхностных сейсмических волн и их дисперсионные особенности в условиях Кавказа. С этой целью просмотрены и использованы многочисленные материалы наблюдений сейсмических станций Кавказа за длительный период.

Строение земной коры в разных районах Кавказа существенно различно (¹). При изучении такого сложного строения земной коры исследуемый район приходится делить по геологическим данным на блоки, где толщина земной коры, скорость, плотность меняются в горизонтальном направлении незначительно. Для решения этой задачи, исследуемая территория Кавказа разделена на три крупных блока (²): Большой Кавказ, Малый Кавказ и Рионо-Курийская депрессия. Расположение сейсмических станций Кавказа таково, что их удалось скомбинировать в отдельные группы (треугольники), целиком лежащие в пределах изучаемых блоков (рис. 1).

Таким образом, помимо определения строения земной коры Кавказа, имелась возможность оценки метода поверхностных волн для исследования различных структур земной коры, примыкающих друг к другу.

Изучение строения земной коры внутри треугольника сейсмических станций на основе исследования фазовых скоростей поверхностных волн Лява и Релея в отдельности, и использование других геофизических данных позволяет создать правдоподобную модель строения земной коры и верхней мантии изучаемого района и увязать ее с неоднородностями строения земной коры по отраженным и диффрактированным волнам (³⁻⁶).

Для идентификации и корреляции одинаковых фаз поверхностных волн использованы записи землетрясений с четкой регистрацией волн Релея или Лява, с эпицентрами в районах Камчатки, Алеутских островов, Чили, Мексики и т. д.

Ввиду малого расстояния между использованными нами сейсмическими станциями кривизной Земли можно пренебречь.

Фазовые скорости поверхностных волн определены из сейсмограмм по установленной формуле (7).

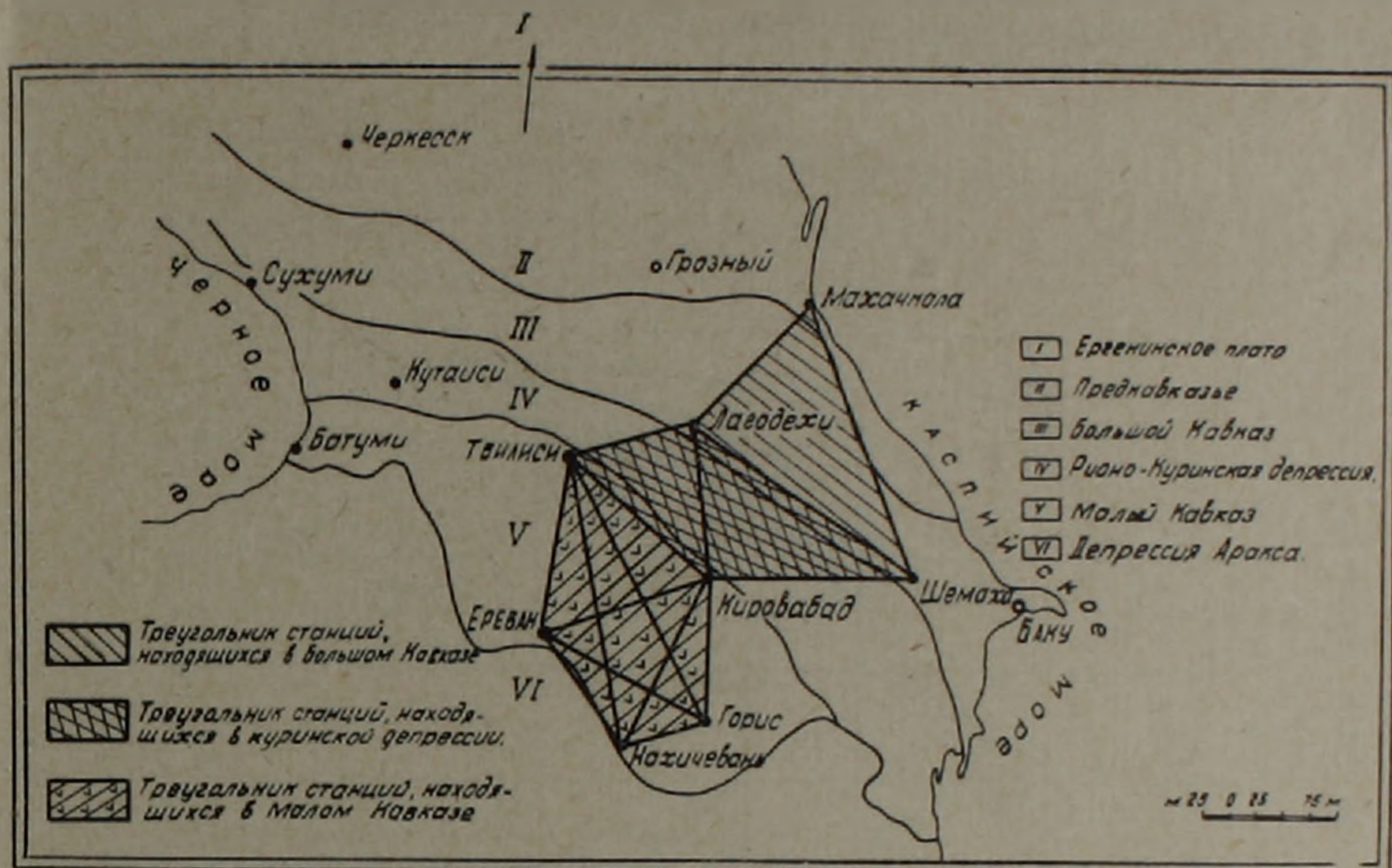


Рис. 1. Схема тектонического расчленения Кавказа (составил К. Н. Паффенгольц)

Для интерпретации наблюдаемых фазовых скоростей использованы теоретические дисперсионные кривые (8), а при построении скоростной модели Кавказа пользовались данными скоростей продольных и поперечных волн, полученных по записям землетрясений, ГСЗ. Плотность взята из исследований по гравиметрии (9-12). Поверхностные волны нами исследованы с $\Delta \geq 2200$ км, когда они формируются в земной коре (13). Диапазон периодов исследуемых волн меняется в пределах от 16 до 60 сек. Наилучшее совпадение экспериментальных данных с теоретическими получены при 106-й модели земной коры со скоростью в оболочке $b_3 = 4,6$ км/сек (8). На рис. 2 показано сопоставление экспериментальной дисперсии фазовых скоростей с теоретической. Экспериментальные данные фазовых скоростей хорошо ложатся на теоретические кривые при мощности земной коры 47 км.

Фазовые скорости были определены также при помощи фазовых спектров колебаний, которые вычислялись на электронно-вычислительной машине в ИГИС АН Арм. ССР. Полученные на ЭЦВМ экспериментальные дисперсионные кривые сопоставлены с теоретическими, построенными для двуслойной модели земной коры Малого Кавказа. Сравнение показало, что они находятся в хорошем согласии.

Для определения строения верхних слоев земной коры восточной части Малого Кавказа была исследована дисперсия фазовых скоростей поверхностных волн Лява и Релея, наблюдаемая при иранских, турецких, греческих и иракских землетрясениях за период 1955—60 гг. Эпицентральные расстояния у этих землетрясений меняются от

500 до 2200 км. Трасса распространения волны проходит в целом по континенту.

Исследование экспериментальной дисперсии фазовых скоростей поверхностных волн, изученных нами землетрясений показало, что, в частности, при землетрясениях с эпицентральным расстоянием

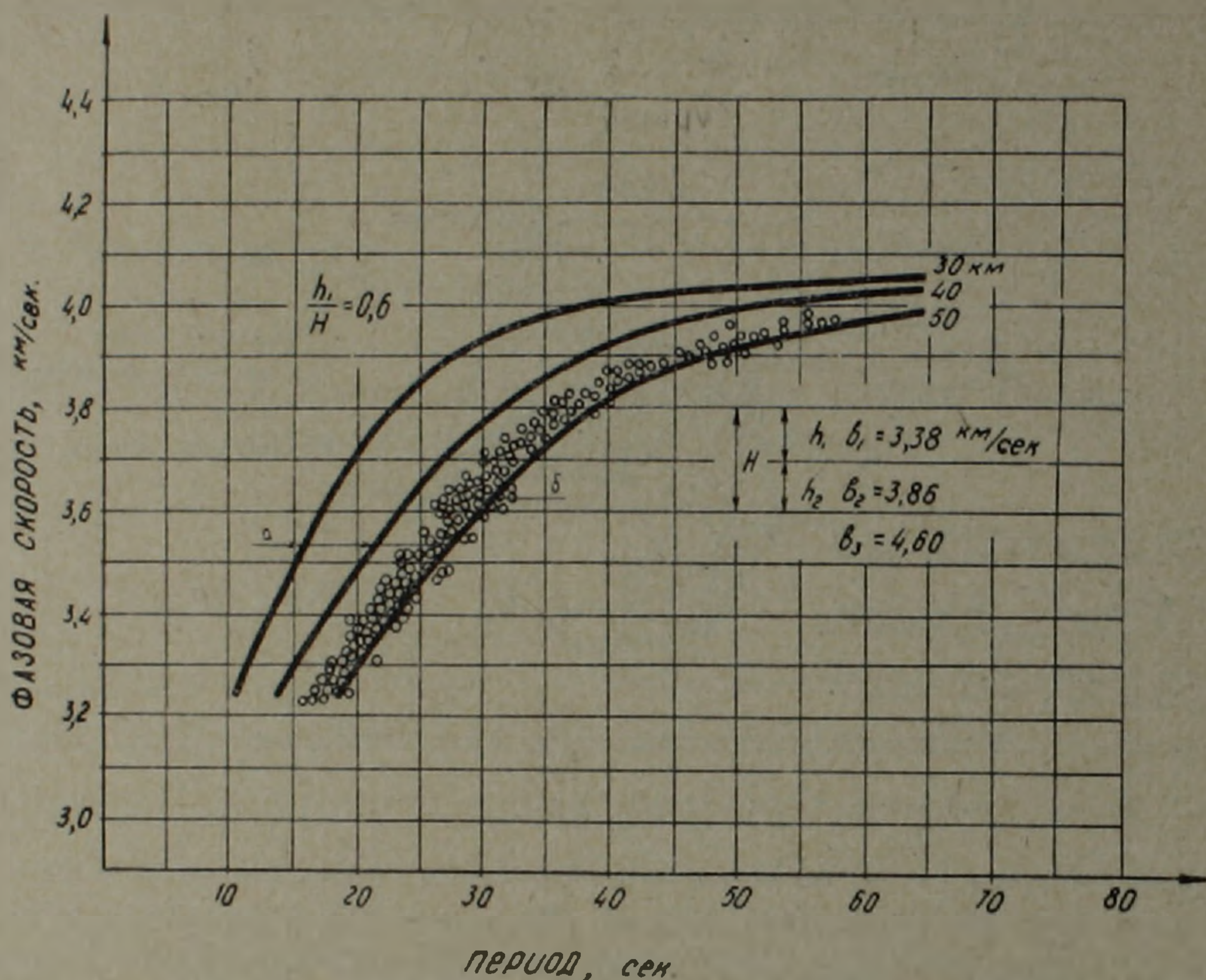


Рис. 2. Дисперсия фазовых скоростей волн Релея, сформированных в земной коре. а—теоретические кривые; б—наблюдаемые точки

$\Delta = 500—1400$ км возникающие поверхностные волны дают одну дисперсионную картину, а при эпицентральных расстояниях $\Delta = 1400—2200$ км—другую. Следовательно, можно сказать, что при увеличении эпицентрального расстояния обычно наблюдаются поверхностные волны относительно больших периодов, что соответствует слою большей мощности ⁽⁸⁾.

Фазовые скорости, наблюдаемые при эпицентральных расстояниях $\Delta = 500—1400$ км, сопоставлены с теоретическими. Наилучшее согласие получается для двуслойной модели верхних слоев земной коры, в случае, когда $H = h_1 + h_2 = 19$ км, где $h_1 = 6$ км, $h_2 = 13$ км.

При эпицентральных расстояниях $\Delta = 1400—2200$ км наблюдаемые поверхностные волны характеризуются большими значениями периодов и фазовых скоростей. Данные дисперсии фазовых скоростей волн Лява и Релея хорошо согласуются с теоретической дисперсионной кривой, построенной при $\frac{h_1}{H} = 0$, где $H = 27$ км (рис. 3). В зависимости от изменения величины периода поверхностными волнами захватываются более

глубокие слои земной коры. Согласно этому $H=27$ км, и кора должна состоять из трех слоев, которые представляют соответственно мощность седиментного $h_1=6$ км, гранитного $h_2=13$ км слоев. Слой мощностью $h_3=8$ км находится ниже гранитного и представляет промежуточный слой, находящийся между гранитным и базальтовым слоями. Базальтовый слой имеет мощность равную 20 км.

Наблюдаемые результаты фазовых скоростей волн Релея и Лява, при исследовании районов Куринской и Алазанской впадины согласуются с теоретическими, рассчитанными при общей мощности земной коры $H=43$ км.

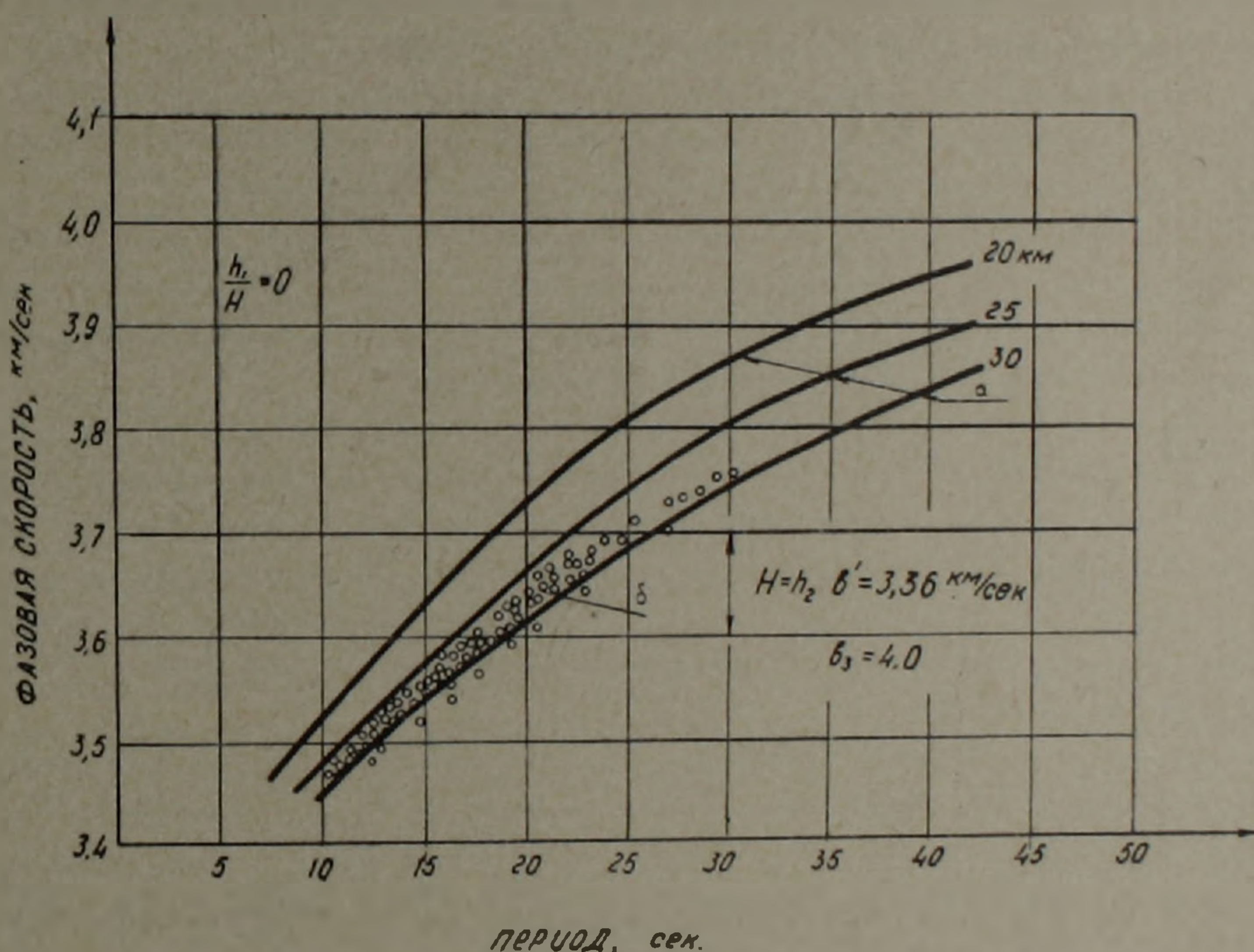


Рис. 3. Дисперсия фазовых скоростей волн Лява, сформированных в верхних слоях земной коры, а—теоретические кривые; б—наблюдаемые точки

При изучении территории восточной части Большого Кавказа со сложным рельефом применение ряда сейсмических методов для изучения строения земной коры этого района ограничено. Для определения фазовых скоростей на этой территории были использованы удаленные землетрясения с эпицентрными расстояниями $\Delta > 2200$ км. Значения периодов основного тона волн Релея и Лява меняются в пределах 20—60 сек. Эпицентры этих землетрясений расположены в районах Курильских, Алеутских островов, Филиппин, островов Хонсю, Хоккайдо и т. д. При сопоставлении наблюдаемых данных с теоретическими, наилучший результат получен при мощности земной коры $H=55$ км.

Կովկասի տարբեր շրջանների երկրակեղևի հզորության որոշումը մակերևութային սեյսմիկ ալիքների օգնությամբ

Աշխատանքում հետազոտվում են մակերևութային սեյսմիկ ալիքների բնույթը, տարածումը և նրանց դիսպերսիոն առանձնահատկությունները Կովկասի պայմաններում: Նկատի ունենալով Կովկասի երկրակեղևի բարդ կառուցվածքը, երկրաբանական տեսակետից այն բաժանված է երեք հսկա բլոկի՝ Մեծ Կովկաս, Փոքր Կովկաս և Ռիոն-Քուրի գեպրեսիա, որտեղ երկրակեղևի հզորությունը, խտությունը և սեյսմիկ ալիքների տարածման արագությունները հորիզոնական ուղղությամբ փոխվում են աննշան:

Ուսումնասիրելով կապա և Ռեյեյա մակերևութային սեյսմիկ ալիքների փուլային արագությունները և նրանց դիսպերսիոն առանձնահատկությունները, որոշված է նշված բլոկների երկրակեղևի հզորությունները:

Երկրակեղևի տարբեր շերտերում ձևավորված տարբեր խմբերի մակերևութային սեյսմիկ ալիքների հայտնաբերումը և նրանց դիտարկումը տարբեր էպիկենտրոնային հեռավորություններից, թույլ է տվել ավելի մանրազնին կերպով ուսումնասիրելու երկրակեղևի կառուցվածքը:

Պարզվել է, որ 500—1400 կմ էպիկենտրոնային հեռավորության դեպքում մակերևութային սեյսմիկ ալիքները ձևավորվում են երկրակեղևի վերին շերտերում և սալիս նրանց հզորությունը ու ֆիզիկական առանձնահատկությունները, իսկ 1400—2200 կմ էպիկենտրոնային հեռավորության դեպքում դիտարկված մակերևութային սեյսմիկ ալիքները ձևավորվում են երկրակեղևի ներքին շերտերում և բնութագրվում են մեծ պարբերությամբ ու փուլային մեծ արագությամբ:

Նշված ուսումնասիրությունները թույլ են տվել որոշելու ինչպես առանձին բլոկների երկրակեղևի հզորությունը, այնպես էլ Փոքր Կովկասի առանձին երկրաշերտերի հզորությունները, որտեղ և հայտնաբերված է նոր երկրաշերտ 7—8 կմ հզորությամբ, որը գտնվում է զրանիտային և բազալիտային երկրաշերտերի միջև:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Д. И. Сихарулидзе, Природа Lg и Rg волн и изучения земной коры. Гр. Ин-та геофизики АНГССР, т. XXI, 1963.
- ² К. Н. Паффенгольц, Очерк магматизма и металлогении Кавказа, Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1970.
- ³ Е. Ф. Саваренский, Д. И. Кирнос, Элементы сейсмологии и сейсмометрии, М., 1955.
- ⁴ Е. Ф. Саваренский, И. И. Попов, А. П. Лазарева, «Известия АН СССР», сер. геофиз., № 8 (1961).
- ⁵ Е. Ф. Саваренский, О. Е. Старовой, С. А. Федоров, «Известия АН СССР», сер. геофиз., № 12 (1964).
- ⁶ Д. И. Сихарулидзе, А. Х. Баграмян, Сообщения АН Груз. ССР, 53, № 2 (1969).
- ⁷ А. Томсон, Ф. Эвисон, Толщина земной коры Новой Зеландии, Сб. статей 1965.
- ⁸ Е. Ф. Саваренский, Об определении строения земной коры по дисперсии скоростей распространения поверхностных волн, Руководство, М., 1966.
- ⁹ Б. К. Балавадзе, Гравитационное поле и строение земной коры Грузии, Изд. АН ГССР, Тбилиси, 1957.
- ¹⁰ Ш. С. Оганисян, «Известия АН Арм. ССР», Науки о Земле, т. XIX, № 1—2 (1966).
- ¹¹ Отчет «Земля» ВНИИ Геофизика, 1969.
- ¹² Н. К. Карапетян, Изучение землетрясений и строения земной коры Малого Кавказа, Диссертация на соискание степени к. ф.-м. н., 1953.
- ¹³ Н. Г. Вальднер, Е. Ф. Саваренский, «Известия АН СССР», серия геофиз., № 1, 1961.

УДК 549.291.1

МИНЕРАЛОГИЯ

Р. Е. Карапетян

О генезисе самородной ртути Сараланджского месторождения

(Представлено академиком АН Армянской ССР И. Г. Магакьяном 4/X 1972)

Самородная ртуть считается редким минералом зоны окисления ртутных месторождений, где возникает при разложении киновари (¹).

Первые указания о наличии следов самородной ртути как в аллювиальных отложениях, так и в коренных породах в пределах западного и северо-восточного побережья оз. Севан принадлежат И. Г. Гаспарян (²). Выявленная и изученная нами самородная ртуть как по масштабам развития, так и генетическим особенностям представляет интерес. Дело в том, что в Сараланджском месторождении ртуть связана с конкретными породами, что проливает свет как на генезис, так и вторичные процессы данного месторождения.

Сараланджское месторождение ртути является одним из наиболее интересных объектов коренной киновари в пределах Севанского офиолитового пояса. Центральный участок этого месторождения, где выявлена самородная ртуть, представляет собой крыло антиклинальной складки, которое сложено пачкой красноцветных конгломератов нижнего сенона, грязно-зеленоватых конгломерато-брекчий, песчаников и окремненных сланцев того же возраста, которые перекрываются мергелистыми известняками верхнего сенона. В результате гидротермальной переработки породы карбонатизированы и окварцованы. Наблюдается большое количество кварц-карбонатных жил и прожилков.

Самородная ртуть установлена в красноцветных конгломератах на глубине около 50 м от дневной поверхности, где образует небольшие скопления в локальных участках, преимущественно в местах, которые осложнены тектоническими нарушениями местного значения. Основное ее скопление наблюдается в тектонической глинке, приурочено к пологим притертым трещинам, вдоль которых самородная ртуть образует капли различной величины (рис. 1). По всей вероятности источником самородной ртути являлись гнезда киновари, подвергшиеся выщелачиванию вадозными водами, циркулирующими вдоль зон крутопадающих трещин. В пользу этого говорит тот факт, что здесь, в трещинах и глинах вместе с рыхлой массой, пропитанной киноварью, сконцентрирована доминирующая часть самородной ртути.

Самородная ртуть Сараланджского месторождения почти стерильна от всяких примесей. Спектральные анализы в особо чистых безбор-

ных углях показывают лишь тысячные доли процента меди. Как указывают некоторые авторы (Н. С. Мудрогина и др., 1967 г.) такая ртуть является вторичного происхождения. Однако, в свете последних исследований С. А. Кекеля (³), реакция перехода киновари в самородную ртуть могла осуществляться и в заключительной стадии гидротермального процесса в результате воздействия гидротерм на ранее выделив-

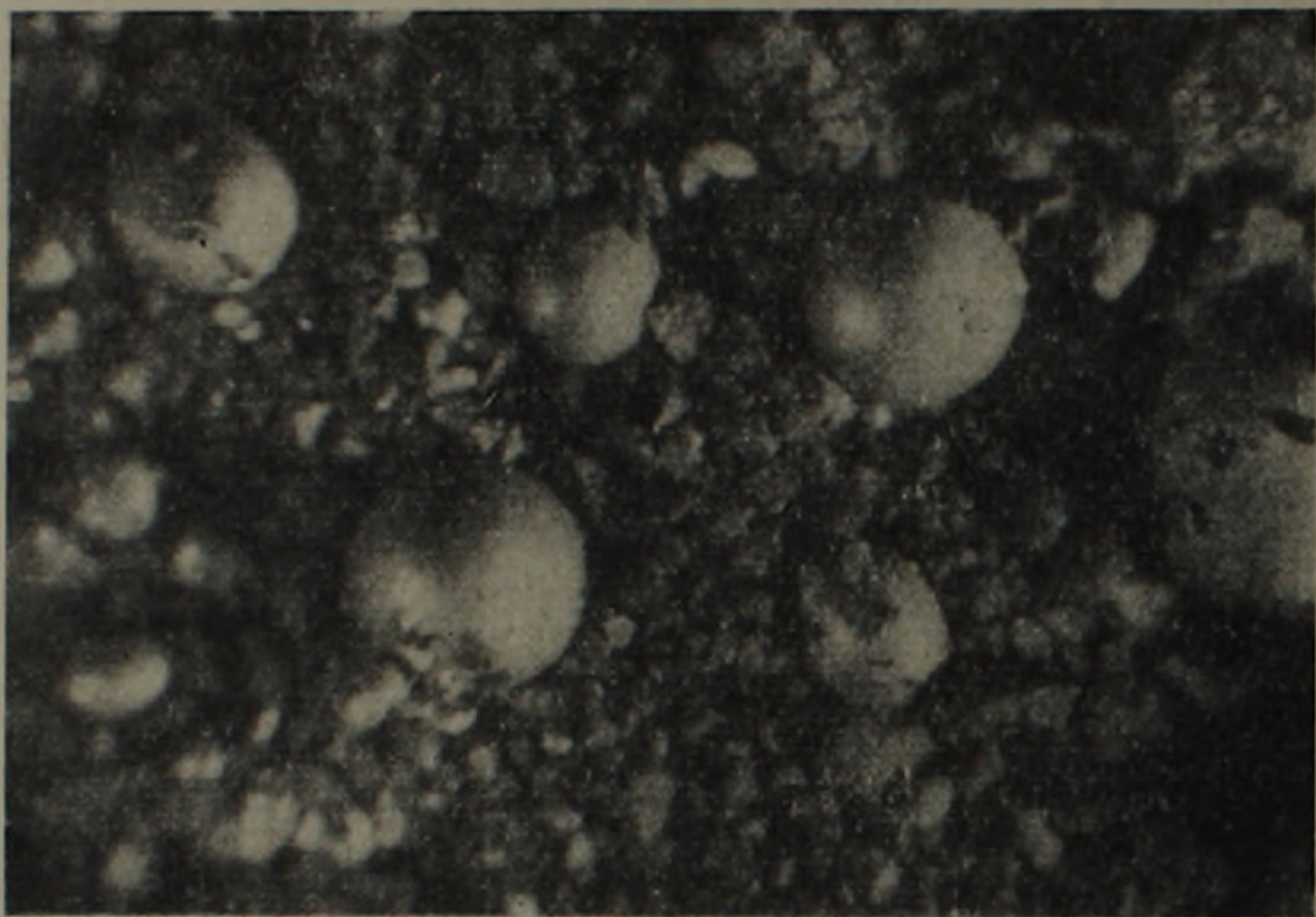


Рис. 1. Самородная ртуть с киноварью увел. в 16X

шуюся киноварь. Определенное воздействие при разрушении киновари, по всей вероятности, играли также разные хлориды. Дело в том, что кроме самородной ртути редко наблюдается также каломель.

Самородная ртуть установлена также в локальных карбонатизированных участках пород того же месторождения, где образует неравномерную вкрапленность. Свежие мелкие вкрапленники самородной ртути выявляются при разрушении отдельных карбонатизированных плоскостей иглой (рис. 2).

В протолочках самородная ртуть ассоциирует, преимущественно, с киноварью, метациннабаритом, халькопиритом, пиритом, смитсонитом, хромитом, лимонитом, разными гранатами и др.

О наличии двух генераций самородной ртути в Хайдарканском ртутно-сурьмяном месторождении отмечает В. П. Федорчук (⁴). Гипогенная ртуть Сараланджского месторождения несколько напоминает Хайдарканскую, описанную В. П. Федорчуком тем, что она также в карбонатизированных локальных участках образует мелкую вкрапленность.

Несколько иначе выглядит самородная ртуть в пределах Дружковско-Константиновской антиклинали в Донбассе (⁵). На глубине 371 м вмещающие породы в участках обнаружения самородной ртути не несут следов гидротермальных изменений и авторы отмечают гипогенное ее происхождение.

Сопоставление вышеприведенных данных показывает, что во всех

случаях гипогенная ртуть локализуется как в гидротермально измененных породах, так и в некотором удалении от них.

Исходя из всего этого можно отметить, что на Сараланджском месторождении ртути выделяются нижеследующие генерации самородной ртути:

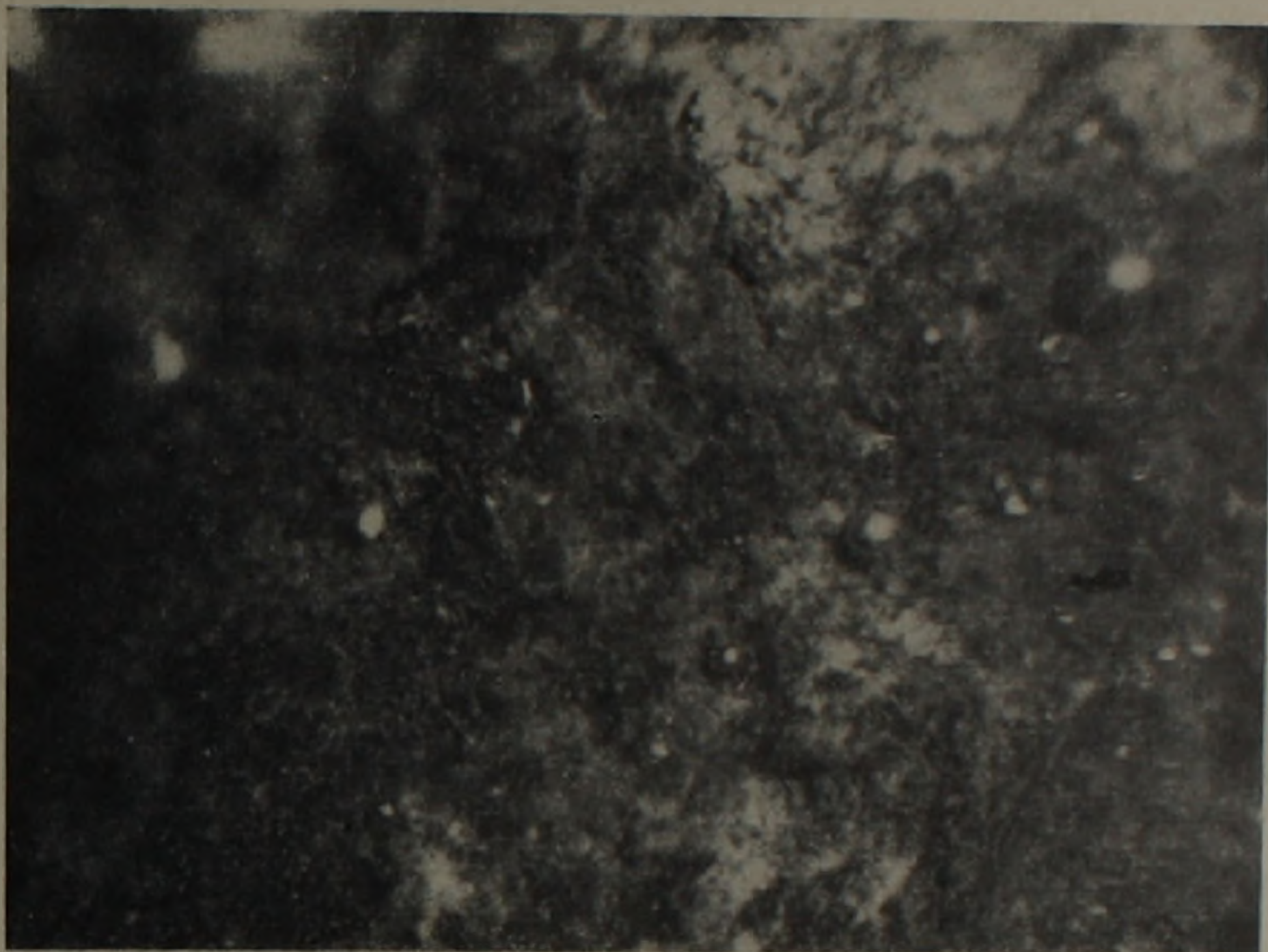


Рис. 2. Самородная ртуть в карбонатизированных породах увел. в 12×

1) супергенная—в результате изменения киновари вторичными экзогенными процессами;

2) вторичного происхождения—в результате воздействия гидротерм на ранее выделившуюся киноварь;

3) гипогенная—в локальных карбонатизированных участках пород.

Основная часть самородной ртути на Центральном участке Сараланджского месторождения имеет супергенное происхождение.

Управление геологии
Совета Министров Армянской ССР

Н. Б. АЛЕКСАНДРОВ

Սարալանջի հանքավայրի բնածին սնդիկի ծագման մասին

Բնածին սնդիկ հայտնաբերվել է Սարալանջի սնդիկի հանքավայրում կարմրագույն կոնգլոմերատներում կինովարի, մետացիննաբարիտի, խալկոպիրիտի և այլ միներալների հետ: Ուսումնասիրությունը ցույց է տվել, որ բնածին սնդիկ կա ինչպես տեկտոնական կավերում, մակերեսային ջրերով քայքայված ապարներում, այնպես էլ կարբոնատիզացիայի ենթարկված տե-

դամասերում: Այս փաստը խոսում է այն մասին, որ այս հանքավայրում հնա-
րավոր է բնածին սնդիկի երկու գեներացիա՝ սուպերգեն և հիպոգեն: Սրանցից
առաջինն ունի գերակշռող նշանակություն և մեծ մասամբ առաջացել է կինո-
վարի հաշվին՝ էկզոգեն պորֆոնների ազդեցությամբ, ինչպես նաև հիպոթեր-
մալ ազդեցությամբ նախկինում առաջացած կինովարի հաշվին:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Ջ ՈՒ Ն

¹ Минералы. Справочник, т. I, Изд. АН СССР, 1960. ² Н. Г. Гаспарян, «Известия
АН Арм. ССР», сер. физ.-мат., естест. и техн. наук, т. IX, № 6, (1956). ³ С. А. Кекеля,
А. А. Кавтаридзе, Д. Г. Сания, Особенности формирования ртутных месторождений
Грузии. Тр. Кавказск. ин-та минер. сырья, вып. 7, 1968. ⁴ В. П. Фёдорчук, «Геохимия»,
№ 3, 1958. ⁵ И. Р. Белоус, С. С. Рув, В. И. Григорьев, Н. Я. Ольховский, В сб. 2-ая
Геол. конференция «Степановск. чтения», Тезисы докл. Артемовск», 1968.

