

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCE OF ARMENIA

ISSN 0321-1339

ՉԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ
REPORTS

2002

Երևան

Երևան

Yerevan

Founded in 1944. Published quarterly

ՀՀ ԶՈՒ Ինքնուրույնության և անջատմանը
կապակցված ինքնապաշտպան զորակ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՄԻԿՐՈՒԹՅՈՒՆ
ԳՐԱԴԱՐԱՆ

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Վ. Ի. Գալիլեոյ, Վ. Ս. Ջաքարյան, Ա. Վ. Սուբբոտին — Շրջանում հարմոնիկ ֆունկցիաների Հարդիի մաքսիմալ տարածությունների գծային-տոպոլոգիական հատկությունները..... 203

Ս. Լ. Բերբերյան — Նորմալ հարմոնիկ և սուբհարմոնիկ ֆունկցիաների անկյունային եզրային արժեքների մասին..... 211

ԻՆՖՈՐՄԱՑԻԱՅԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Ա. Զուբարյան, Հ. Ռ. Բոլիբեկյան — Թույլ քվաբանությունների սեկվենցիալ հաշիվների մասին..... 214

ԿԻՔԵՐՆԵՏԻԿԱ

Ս. Ս. Գաբրիելյան, Վ. Ռ. Բարսեղյան — Գծային համակարգի օպտիմալ դիտման մասին..... 219

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Վ. Ս. Տոնոյան, Ս. Ա. Մեյքումայն — Համառանցք վերջավոր և կիսաանվերջ ուղղաձիգ ճեղքերով օրթոտրոպ կլիսահարթության կոնտակտային խնդիրը..... 223

Ա. Ս. Պողոսյան — Լայնական մագնիսական դաշտում գտնվող հաղորդիչ սալերի տատանումների մասին..... 232

ԱՆՕՐԳԱՆԱԿԱՆ ԶԻՄԻԱ

Ն. Հ. Զուլումյան, Է. Բ. Հովհաննիսյան, Զ. Հ. Հովհաննիսյան, Ս. Ս. Կարախանյան — Սևանա լճի հյուսիս-արևելյան ափի սերպենտինիտների ջերմաթթվային մշակման մասին..... 238

ԵՐԿՐԱՑԻԶԻԿԱ

Ա. Կ. Մաթևոսյան — Կամայական դիտարկման ցանցի դեպքում մակերեսային էլեկտրահետախուզական չափումների մշակման եղանակ..... 243

ԶՐԱՅԻՆ ՌԵՍՈՒՐՍՆԵՐ

Գ. Ա. Մարտիրոսյան, Գ. Ս. Գաբայան, Հ. Վ. Թորմաջյան — Ազատի ջրամբարի ջրատվության բարձրացման հնարավորությունները “HYDROPLUS” համակարգի փականների կիրառման միջոցով..... 250

Հ. Ս. Հովհաննիսյան, Հ. Վ. Թորմաջյան, Ա. Խ. Մարկոսյան — Ոռոգման ջրի պահանջարկի և առաջարկի փոփոխության առանձնահատկությունները..... 254

ՄՈՒԵԿՈՒԼԱՅԻՆ ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Ս. Աղաբալյան, Կ. Գ. Ղարազյոզյան — Ցածրամոլեկուլային ռիբոնուկլեինաթթվի մոդիֆիկացված ձևի կանոնավորող ազդեցումը փորձարարական ալոքսանային շաքարախտի ժամանակ բիոքիմիական և իմունոլոգիական ցուցանիշների վրա..... 258

ԲԻՈԶԻՄԻԱ

Ա. Ե. Հարությունյան, Լ. Վ. Սարգսյան, Ս. Ս. Ալեքսանյան — Հիմնային և թթվային ֆոսֆատազների ակտիվության փոփոխությունը պրոլինոլ հարուստ պոլիպեպտիդների ազդեցության ներքո..... 262

ԲԺՇԿՈՒԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ

Մ. Ա. Կարալյան — II տիպի հերպեսվիրուսի պերսիստենցիայի ազդեցությունը բնական քիլերային բջիջների վրա թոքային տուբերկուլյոզով հիվանդների մոտ..... 265

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Զ. Վ. Ղազարյան, Ի. Բ. Մելիքսեթյան, Վ. Յ. Վանցյան, Ա. Ս. Տիրայան, Ռ. Ռ. Հակոբյան — Ծովախոզուկի միզածորանի ֆունկցիոնալ առանձնահատկությունները..... 271

Ռ. Ա. Հարությունյան, Զ. Ռ. Հարությունյան, Ս. Շ. Մարտիրոսյան — Սեթիմին-էնկեֆալինի ներերակային ազդեցությունը առնետների օրգանիզմի ջերմակարգավորման վրա..... 276

Լ. Բ. Ներսեսյան, Վ. Ս. Եզանովա, Ն. Լ. Պողոսյան, Ա. Վ. Արշակյան, Ռ. Վ. Սարուխանյան — Միջնորմի միջին կորիզի ազդեցությունը կոճղեզային շնչառական նեյրոնների և սիմպաթիկ նյարդերի ակտիվության վրա (էլեկտրաֆիզիոլոգիական հետազոտություն)..... 280

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

В. И. Гаврилов, В. С. Захарян, А. В. Субботин — Линейно-топологические свойства максимальных пространств Харди гармонических функций в круге..... 203

С. Л. Берберян — Об угловых граничных значениях нормальных гармонических у субгармонических функций..... 211

ИНФОРМАТИКА

А. А. Чубарян, О. Р. Болибекян — О секвенциальных системах слабых арифметик..... 214

КИБЕРНЕТИКА

М. С. Габриелян, В. Р. Барсегян — Об оптимальном наблюдении линейной системы..... 219

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. С. Тоноян, С. А. Мелкумян — Контактная задача для ортотропной полуплоскости с вертикальными соосными конечными и полубесконечными разрезами..... 223

А. С. Погосян — О колебаниях проводящих пластин в поперечном магнитном поле НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ 232

Н. О. Зулумян, Э. Б. Оганесян, З. Г. Оганесян, С. С. Караханян — О термокислотной обработке серпентинитов северо-восточного побережья озера Севан..... 238

ГЕОФИЗИКА

А. К. Матевосян — Способ обработки результатов площадных электроразведочных измерений при нерегулярной сети пунктов наблюдений..... 243

ВОДНЫЕ РЕСУРСЫ

Г. А. Мартиросян, Г. С. Габаян, О. В. Токмаджян — Возможности повышения водоотдачи Азатского водохранилища путем применения затворов системы „HYDROPLUS”..... 250

О. С. Оганисян, О. Б. Токмаджян, А. Х. Маркосян — Особенности изменения спроса и предложения на оросительную воду..... 254

МОЛЕКУЛЯРНАЯ БИОЛОГИЯ

А. С. Агабалин, К. Г. Карагезян — Корректирующее действие модифицированной формы низкомолекулярной рибонуклеиновой кислоты на биологические и иммунологические показатели при экспериментальном аллоксановом диабете..... 258

БИОХИМИЯ

А. Е. Арутюнян, Л. В. Саркисян, А. А. Галоян — Изменение активности щелочной и кислой фосфатаз под влиянием пролинбогатых полипептидов..... 262

МЕДИЦИНА

М. А. Каралян — Влияние персистенции герпесвируса II типа на естественные киллерные клетки у больных легочным туберкулезом..... 265

ФИЗИОЛОГИЯ

К. В. Казарян, И. Б. Меликсетян, В. Ц. Ванцян, А. С. Тираян, Р. Р. Акопян — Функциональные особенности мочеочника морской свинки..... 271

Р. А. Арутюнян, К. Р. Арутюнян, С. Ш. Мартиросян — Влияние метионин-энкефалина на терморегуляцию организма крыс..... 276

Л. Б. Нерсисян, В. С. Еганова, Н. Л. Погосян, А. В. Аршакян, Р. В. Саруханян — Электрофизиологическое исследование влияния медиального ядра септума на активность бульбарных дыхательных нейронов и симпатических нервов..... 280

CONTENTS

MATHEMATICS

V. J. Gavrilov, V. S. Zakaryan, A. V. Subbotin – Linear topological properties of maximal spaces Hardy of functions harmonic in circle..... 203

S. L. Berberian – On angular boundary values of normal harmonic and subharmonic functions..... 211

INFORMATION THEORY

A. A. Chubaryan, H. R. Bolibekyan – On the sequential calculus of weak arithmetics..... 214

CYBERNETICS

M. S. Gabrielyan, V. R. Barseghyan – On optimal observing of linear system..... 219

THEORY OF ELASTICITY

V. S. Tonoyan, S. A. Melkoumyan – A contact problem for an orthotropic half-plane with vertical coaxial finite and semi-infinite cuts..... 223

A. S. Poghosyan – On vibrations of electroconductive plates in transvers magnetic field..... 232

NON-ORGANIC CHEMISTRY

N. O. Zulumyan, E. B. Hovhannisyan, Z. G. Hovhannisyan, S. S. Karakhanyan – About thermoacid treatment serpentinites of north-east shore of Sevan lake 238

GEOPHYSICS

A. K. Matevosyan – Method of terrain electrical surveying with irregular network of observations points..... 243

WATER RESOURCES

G. A. Martirosyan, G. S. Gabayan, H. V. Tockmajyan – Increasing of yield of water of Azat reservoir by installation of "HYDROPLUS" system fusegates..... 250

H. S. Hovhannisyan, H. V. Tockmajyan, A. Kh. Markosyan – Peculiarities of changes of irrigation waters demand and supply..... 254

MOLECULAR BIOLOGY

A. S. Agabalyan, K. G. Karageuzyan – Correcting influence of modified form of low molecular ribonucleic acid on biochemical and immunological indicators during experimental alloxanic diabetes..... 258

BIOCHEMISTRY

A. E. Haroutunyan, L. V. Sargsyan, S. S. Alexanyan, A. A. Galoyan – The changes in the activity alkaline and acid phosphatases under the effect of proline-rich-polypeptide 262

MEDICINE

M. A. Karalyan – The action of herpes virus type II on the NK cells in patients with lung tuberculosis..... 265

PHYSIOLOGY

K. V. Kazarian, I. B. Meliksetyan, V. Tz. Vantzian, A. S. Tirayan, R. R. Hakobyan – The functional peculiarity of the guinea pig ureter's..... 271

R. A. Harutunian, K. R. Harutunian, S. Sh. Martirosian – The methionin-enkephalin influence on thermoregulation of organism of rats..... 276

L. B. Nersessian, V. S. Eganova, N. L. Pogossian, A. V. Arshakian, R. V. Sarukhanian – Electrophysiological study of the influence the nucleus medialis of the septum on the activation of bulbar respiratory neurons and sympathetic nerves..... 280

В.И.Гаврилов, академик В.С.Захарян, А.В. Субботин

Линейно-топологические свойства максимальных пространств Харди гармонических функций в круге

(Представленно 31/X 2001)

Эффективный способ изучения малых классов Харди h^p , $p > 0$, гармонических функций в единичном круге комплексной плоскости (представленный в широко известных монографиях [1-4]) состоит в следующем, принадлежащем М. Риссу (1927 г.), наблюдении, что гармонические функции классов h^p , $p > 1$, являются действительными частями аналитических функций больших классов Харди H^p , $p > 1$, и это позволяет воспользоваться глубокими результатами и широко разработанными методами теории классов H^p аналитических функций (см. [1-4]). Хорошо известно также, что это свойство перестает быть справедливым в случае $0 < p \leq 1$ и типичным примером служит так называемое ядро Пуассона - принадлежащая малому классу h^1 функция

$$p(z) = \frac{1 - |z|^2}{|1 - z|^2}, \quad |z| < 1, \quad (1)$$

которая является действительной частью функции $(1 + z)(1 - z)^{-1}$, не принадлежащей классу H^1 . Более того, гармонические функции малых классов h^p , $0 < p < 1$, могут иметь во многих смыслах очень плохое поведение; например, не обладать радиальными пределами почти во всех граничных точках, что невозможно для аналитических функций больших классов Харди H^p , $0 < p < 1$. Поэтому уже давно (см., например, пионерскую в этом направлении работу [5]) стали изучать подмножества в h^p , $p > 0$, элементы которых представляют собой действительные части функций пространства H^p , $p > 0$. В настоящей статье указывается новый подход к изучению таких подмножеств в h^p , $p > 0$, позволяющий рассматривать их как F -пространства относительно естественных инвариантных метрик и изучать в них различные линейно-топологические свойства. Аналогичный подход использован в статье [6] при изучении пространств аналитических функций.

1. Основные обозначения и определения. Символом U обозначим открытый единичный круг $|z| < 1$ на комплексной плоскости $\mathbb{C}$, а символом T - его границу $|z| = 1$. Для произвольной точки $e^{i\theta} \in T$ и произвольного числа $\alpha > 1$ рассмотрим в U угловую область $D_\alpha(\theta) = \{z \in U; |z - e^{i\theta}| < \alpha(1 - |z|)\}$ с вершиной в $e^{i\theta}$. Для произвольной комплексной функции $u(z)$, определенной в U , величины

$$\sup_{0 \leq r < 1} |u(re^{i\theta})| = (Mu)(e^{i\theta}) \quad \text{и} \quad \sup_{z \in D_\alpha(\theta)} |u(z)| = (M_\alpha u)(e^{i\theta})$$

называют, соответственно, радиальной максимальной функцией и угловой максимальной функцией в точке $e^{i\theta} \in T$.

Если функция $u(z)$ непрерывна в круге U , то для произвольных чисел $p > 0$ и $\alpha > 1$ обозначим

$$\|u\|_p = \sup_{0 \leq r < 1} \left[\int_{-\pi}^{\pi} |u(re^{i\theta})|^p \frac{d\theta}{2\pi} \right]^{1/p}, \quad (2)$$

$$\|u\|_p^* = \left[\int_{-\pi}^{\pi} (Mu)^p(e^{i\theta}) \frac{d\theta}{2\pi} \right]^{1/p}, \quad (3)$$

$$\|u\|_{p,\alpha} = \left[\int_{-\pi}^{\pi} (M_\alpha u)^p(e^{i\theta}) \frac{d\theta}{2\pi} \right]^{1/p}, \quad (4)$$

Из определения (2)-(4) непосредственно следует, что

$$\|u\|_p \leq \|u\|_p^* \leq \|u\|_{p,\alpha} \quad (5)$$

для всех $p > 0$ и $\alpha > 1$, и неравенства считаются формальным в случае бесконечности какой-либо из величин (2)-(4). С другой стороны, классическая максимальная теорема Харди-Литтлвуда [7] утверждает, что для аналитической функции f в круге U условие $\|f\|_p < +\infty$ для всех $p > 0$ равносильно свойству $\|f\|_p^* < +\infty$. Если функция $u(z)$ гармоническая в U , то, согласно основной теореме статьи [8], для любых $p > 0$ и $\alpha > 1$ можно указать такую универсальную положительную постоянную $A_{p,\alpha}$, что

$$\|u\|_{p,\alpha} \leq A_{p,\alpha} \|u\|_p^*, \quad (6)$$

и неравенство считается формальным, если правая часть бесконечна.

Гармоническую в круге U функцию $u(z)$ относят к малому классу Харди h^p , $p > 0$, если $\|u\|_p < +\infty$. Аналитическую в круге U функцию $f(z)$ относят к большому классу Харди H^p , $p > 0$, если $\|f\|_p < +\infty$, а последнее равносильно тому, что $u, v \in h^p$, $p > 0$, где $f(z) = u(z) + iv(z)$, $z \in U$, (см. [1, §1.1])

Определение 1. Гармоническую функцию $u(z)$, определенную в круге U , отнесем к классу

$h_{\max}^p, p > 0$, если $\|u\|_p^* < +\infty$, так что вложение $h_{\max}^p \subseteq h^p$ справедливо для всех $p > 0$.

Нетрудно доказать также, исходя из определения (3), строгие вложения $h_{\max}^{p_1} \subset h_{\max}^{p_2}$ для всех $0 < p_2 < p_1$.

Замечание 1. Отмеченная выше максимальная теорема Харди-Литтлвуда показывает, что необходимость введения максимального аналога $H_{\max}^p, p > 0$, для класса $h^p, p > 0$, отпадает, поскольку $H_{\max}^p = H^p, p > 0$.

Теорема 1. Функция $u(z)$ принадлежит классу $h_{\max}^p, p > 0$, в том и только в том случае, когда она представима в виде $u(z) = \operatorname{Re} f(z)$ для некоторой функции $f(z)$ класса $H^p, p > 0$. При этом, если функция f в этом представлении нормированна условием $\operatorname{Im} f(0) = 0$, то

$$\|f\|_p \leq C_p \|u\|_p^* \quad (7)$$

с некоторой постоянной $C_p > 0$, не зависящей от u

Замечание 2. В частном случае $p = 1$ этот результат сформулирован и доказан в [2] (гл. VIII, §D, п.2). Похожий результат для функции, определенных в полуплоскости, отмечен в [9] (§, теорема 9 и следствие 2).

Доказательство. Согласно определения 1, функция (3), (4) и неравенства (5) и (6), функция $u(z) \in h_{\max}^p, p > 0$ тогда и только тогда, когда $\|u\|_{p,\alpha} < +\infty$ для $p > 0$ и всех $\alpha > 0$. Для гармонической функции $u(z)$ в круге U существует единственная с точностью до аддитивной постоянной сопряженная гармоническая функция $v(z)$, такая что функция $u(z) + iv(z) = f(z)$ голоморфна в U . Если функцию $v(z)$ нормировать условием $v(0) = 0$, то в силу основного результата статьи [5] получим неравенство

$$\|f\|_p \leq C_{p,\alpha} \|u\|_{p,\alpha}, \quad (8)$$

справедливое для всех $p > 0$ и $\alpha > 1$ с некоторой постоянной $C_{p,\alpha} > 0$, не зависящей от $u(z)$ и $v(z)$. Поэтому, с учетом изложенного в начале доказательства утверждения, заключаем, что $\|f\|_p < +\infty$ и $u(z) = \operatorname{Re} f(z), z \in U$, для функции $f \in H^p, p > 0$. Неравенство (7) следует из неравенства (8) подстановкой в него неравенства (6).

Следствие 1. Для любого $p > 0$ существует конечная постоянная $C_p > 0$ такая, что

$$|u(z)| \leq C_p \left(\frac{1 + |z|}{1 - |z|} \right)^{1/p} \|u\|_p^*, \quad z \in U, \quad (9)$$

для любой функции $u(z) \in h_{\max}^p$, $p > 0$.

Доказательство. По теореме 1 для любой функции $u(z) \in h_{\max}^p$, $p > 0$, найдем голоморфную функцию $f \in H^p$, $p > 0$, удовлетворяющую оценке (7) с постоянной $C_p > 0$, не зависящей от $u(z)$ такую, что $u = \operatorname{Re} f$. Известная оценка модуля функции класса H^p (см., например, [4] гл. II, §3, п. 1) имеет вид

$$|f(z)| \leq \left(\frac{1 + |z|}{1 - |z|} \right)^{1/p} \|f\|_p, \quad z \in U, \quad (10)$$

с учетом неравенства $|u(z)| \leq |f(z)|$ и оценки (7), получаем (9).

Другое следствие теоремы 1 связана с понятием углового предела функции $u(z)$ в граничной точке $e^{i\theta}$. Так называют значение $\omega \in \overline{\mathbb{C}}$, которое является пределом функции $u(z)$, когда z стремится к $e^{i\theta}$, оставаясь в каждой области $D_\alpha(\theta)$, $\alpha > 1$, одним и тем же для всех $D_\alpha(\theta)$, $\alpha > 1$, и которое обозначается $\omega = u(e^{i\theta})$.

Следствие 2. Произвольная функция $u(z)$ класса $h_{\max}^p$, обладает конечным угловым пределом $u(e^{i\theta})$ для почти всех точек $e^{i\theta} \in T$.

Доказательство. Согласно теореме 1, любая функция $u \in h_{\max}^p$, $p > 0$, имеет представление $u = \operatorname{Re} f$, $f \in H^p$, $p > 0$. Так как функция классов H^p , $p > 0$, обладают конечными угловыми пределами почти всюду на T (см., например, [4]), то утверждение следствия 2 справедливо на основании непрерывности операции взятия действительной части комплексного числа.

Замечание 3. Выше отмечалось, что функция классов h^p , $p > 0$, являются действительными частями функции классов H^p , $p > 0$, так что утверждение теоремы 1 и следствий 1 и 2 доставляют новую информацию только в случае $0 < p \leq 1$.

2. Соотношения между классами h^p и $h_{\max}^p$, $p > 0$. Согласно упомянутой в начале статьи теореме М. Рисса, при любом $p > 1$ условия $\|u\|_p < +\infty$ и $\|v\|_p < +\infty$ для любой пары сопряженных гармонических в U функций $u(z)$ и $v(z)$ равносильны. Так как при этом функция $f(z) = u(z) + iv(z)$ принадлежит классу H^p , $p > 1$, то по максимальной теореме Харди-Литтлвуда [7] имеем $\|u\|_p^* < +\infty$. Таким образом, при $p > 1$ классы h^p и $h_{\max}^p$ совпадают (как множества функций). Это утверждение становится неверным уже при $p = 1$, как показывает пример функции (1). Справедлива, однако, следующая

Теорема 2. Любая функция $u(z)$ класса h^1 , а также ее сопряженная функция $v(z)$, принадлежит

каждому из классов $h_{\max}^p$, $0 < p < 1$. Если, дополнительно, функция $v(z)$ нормирована условием $v(0) = 0$, то неравенства

$$\|u\|_p^* \leq K_p \|u\|_1, \quad \|v\|_p^* \leq K_p \|u\|_1 \quad (11)$$

справедливы с некоторой конечной постоянной K_p , зависящей только от p , $0 < p < 1$.

Доказательство. Известная теорема Колмогорова (см., например, [2], гл.V, §D, п.5) утверждает, что для любой гармонической функции $u(z)$, представимой в круге U интервалом Пуассона-Лебега, голоморфная функция $f(z) = u(z) + iv(z)$ принадлежит классам H^p для любого p , $0 < p < 1$, где $v(z)$ - сопряженная к $u(z)$ функция с $v(0) = 0$; при этом $\|f\|_p \leq L_p \|u\|_1$ с конечной постоянной $L_p > 0$, зависящей только от p . В статье [10], (с. 29) отмечено, что утверждение теоремы Колмогорова остается справедливым для произвольной функции u класса h^1 , поскольку в ее доказательстве интеграл Пуассона-Лебега можно заменить интегралом Пуассона-Стилтьеса. Согласно максимальной теореме Харди-Литтлвуда, имеет оценку $\|f\|_p^* \leq D_p \|f\|_p$ с постоянной $D_p > 0$, зависящей только от p . Объединяя обе оценки и учитывая неравенства $|u(z)| \leq |f(z)|$, $|v(z)| \leq |f(z)|$, $z \in U$, получаем (11) с $K_p = L_p \cdot D_p$.

В заключении отметим, что в [11] рассматривались некоторые классы $\tilde{h}^p$, $0 < p \leq 1$, промежуточные между $h_{\max}^p$ и h^p .

3. Топологические свойства классов $h_{\max}^p$, $p > 0$. Стандартной техникой проверяется, что вводимая формулой (3) числовая характеристика $\|u\|_p^*$ определяет в классах $h_{\max}^p$, $p > 0$, инвариантную метрику

$$\rho_p^*(u_1, u_2) = (\|u_1 - u_2\|_p^*)^{\alpha_p}, \quad u_1, u_2 \in h_{\max}^p, \quad p > 0, \quad \alpha_p = \min(1, p),$$

превращающую каждый класс $h_{\max}^p$, $p > 0$ в метрическое пространство (удовлетворение функции ρ_p^* аксиомам метрики непосредственно следует из неравенства треугольника в пространствах $L_p(-\pi, \pi)$, $p > 0$).

Отметим, что метрику в классах $h_{\max}^p$ можно ввести также посредством угловой числовой характеристики (4) в виде

$$\rho_{p,\alpha}(u_1, u_2) = \|u_1 - u_2\|_{p,\alpha}^{\alpha_p}, \quad u_1, u_2 \in h_{\max}^p, \quad p > 0, \quad \alpha_p = \min(1, p).$$

Однако, в силу неравенства (6), метрики ρ_p и $P_{p,\alpha}$ для любого $\alpha > 1$ эквивалентны по Липшицу, а значит, они топологически эквивалентны и задают одинаковые равномерные и липшицевы структуры.

Так как, по определению, гармоническая функция $u(z)$, $z \in U$, принадлежит классу $h_{\max}^p$, $p > 0$, тогда и только тогда, когда $\|u\|_p^* = \rho_p^*(u, 0) < +\infty$, то из неравенства треугольника для метрики ρ_p^* и свойства абсолютной однородности характеристики $\|\cdot\|_p^*$ следует, что метрические пространства $h_{\max}^p$, $p > 0$, замкнуты относительно операций поточечного сложения функций и умножения функций на действительное число. Таким образом, классы $h_{\max}^p$, $p > 0$, образуют линейно-метрическое пространства над полем действительных чисел, т.е. такие линейные и одновременно метрические пространства, в которых линейные операции непрерывны относительно метрик.

Рассматривая классы H^p , $p > 0$, как метрические пространства с естественными метриками ρ_p $(f, g) = \|f - g\|_p^{\alpha_p}$, $f, g \in H_p$, $\alpha_p = \min(1, p)$, докажем следующий результат.

Теорема 3. *Для любого $p > 0$ пространства $h_{\max}^p$ изоморфно некоторому замкнутому линейному подпространству пространства Харди H^p , $p > 0$, и следовательно, представляет собой F-пространство (B-пространство при $p \geq 1$) относительно метрики ρ_p^* (относительно нормы $\|\cdot\|_p^*$ при $p \geq 1$), и сходимость в метрике ρ_p^* сильнее равномерной сходимости на компактах круга U ,*

Замечание 4. Как и замечание 3, отметим, что новую информацию теорема 3 доставляет только в случае $0 < p \leq 1$.

Доказательство. Согласно теореме 1, каждой функции $u \in h_{\max}^p$, $p > 0$, можно поставить в соответствие однозначно определенную функцию $f \in H^p$, $p > 0$, с условием $\text{Im } f(0) = 0$. Обозначим множество таких функций через H_0^p , заметим, что в силу оценки (7) для $\|f\|_p$ и $\|u\|_p^*$, это соответствие непрерывно. Так как, по максимальной теореме Харди-Литтлвуда, справедлива и обратная оценка $\|u\|_p^* \leq D_p \|f\|_p$, то пространство $h_{\max}^p$ в действительности изоморфно (в линейном и топологическом смыслах) подпространству H_0^p пространства H^p , что доказывает первое утверждение теоремы 3. Учитывая, что пространство H^p , $p > 0$ (а, следовательно, и любое его замкнутое линейное подпространство) является F-пространством (B-пространством при $p \geq 1$) относительно метрики ρ_p (нормы $\|\cdot\|_p$ при $p \geq 1$), приходим ко второму утверждению теоремы 3. Утверждение о равномерной сходимости следует из определения метрики ρ_p^* и оценки (9) в следствии 1.

Приводимую ниже теорему можно считать аналогом для пространств $h_{\max}^p$, $p > 0$, известной

теоремы Ф. Рисса о граничной сходимости в среднем функции пространств H^p (см., например, [4], гл. II, §4, п. 1).

Теорема 4. Для любой функции $u \in h_{\max}^p$, $p > 0$, функции u_r , $0 \leq r < 1$, определяемые формулой $u_r(z) = u(rz)$, $z \in U$, $0 \leq r < 1$, сходятся при $r \rightarrow 1-$ к исходной функции u в метрике ρ_p^* .

Доказательство. Пусть $u \in h_{\max}^p$, $p > 0$. Согласно теореме 1, существует такая аналитическая функция f класса H^p , $p > 0$, что $u = \operatorname{Re} f$. Так как для любой функции $f \in H^p$, $p > 0$, справедлива теорема Ф. Рисса (см. [4], гл. II, §4, п. 1), то $\|f_r - f\|_p \rightarrow 0$ при $r \rightarrow 1-$, где f_r , $0 \leq r < 1$, определены как $f_r(z) = f(rz)$, $z \in U$. Тогда для $u_r = \operatorname{Re} f_r$, $0 \leq r < 1$, на основании максимальной теоремы Харди-Литтлвуда, имеем $\|u_r - u\|_p^* \leq \|f_r - f\|_p^* \leq D_p \|f_r - f\|_p \rightarrow 0$ при $r \rightarrow 1-$, т.е. функции u_r , $0 \leq r < 1$, сходятся к функции u при $r \rightarrow 1-$ в метрике ρ_p^* .

Следствие 3. Гармонические полиномы двух переменных плотны в пространствах $h_{\max}^p$, $p > 0$ и F -пространства $h_{\max}^p$, $p > 0$, - сепарабельны.

Доказательство. Рассмотрим произвольную функцию $h_{\max}^p$, $p > 0$, и произвольное число $\varepsilon > 0$, и докажем сначала существование гармонического полинома $P(z) = P(x, y)$, который приближает функцию u в метрике ρ_p^* с точностью, не превосходящей ε . Опираясь на теорему 1, находим функцию $f \in H^p$, $p > 0$, у которой $\operatorname{Re} f = u$. Так как алгебраические многочлены комплексного переменного плотны в H^p , $p > 0$, то для числа $\varepsilon > 0$ существует такой алгебраический многочлен $Q(z)$, что $\|f - Q\|_p \leq \varepsilon/D_p$, где D_p - положительная постоянная в оценке $\|u\|_p^* \leq D_p \|f\|_p$, $f \in H^p$, $u = \operatorname{Re} f$, $p > 0$, по максимальной теореме Харди-Литтлвуда. Поэтому $\|u - \operatorname{Re} Q\|_p^* \leq D_p \|f - Q\|_p \leq \varepsilon$ и $P = \operatorname{Re} Q$ - искомый полином, что доказывает первое утверждение следствия 3. Второе его утверждение, с учетом теоремы 3, является прямым следствием известных утверждений о том, что произвольный гармонический полином равномерно на замыкании $\overline{U}$ (а значит, и в метрике пространства $h_{\max}^p$, $p > 0$) приближается гармоническими многочленами с рациональными коэффициентами, множество которых счетно.

Замечание 5. Аналог теоремы 4 для пространств h_p , $p > 0$, не имеет места уже при $p = 1$, как показывает пример функции (1); при $p = 1$ несправедлив также аналог следствия 3. Однако положение восстанавливается при $p > 1$, в силу отмеченной выше эквивалентности характеристик $\|\cdot\|_p$ и $\|\cdot\|_p^*$.

Московский Государственный Университет им. М. Ломоносова
Ереванский Государственный Инженерный Университет

Литература

1. *Duren P. L.* Theory of H^p spaces. N.-Y.-L. Acad. Press. 1970. XII. 258 p.
2. *Кусис Лю.* Введение в теорию пространств H^p . М. Мир. 1984. 368 с.
3. *Гарнетт Дж.* Ограниченные аналитические функции. М. Мир. 1984. 469 с.
4. *Привалов И. И.* Граничные свойства аналитических функций. М.-Л. ГИТТЛ. 1950. 336 с.
5. *Burkholder D. L., Gundy R. F., Silverstein M. I.* - Trans. Amer. Math. Soc. V. 157. N1. P. 137-153.
6. *Гаврилов В. И., Субботин А. В.* - Math. Montisnigri. 2000. N12.
7. *Hardy G. H., Littlewood J. E.* - Acta Math. 1930.. V. 54. N1-2. P. 81-116.
8. *Kim H. O., Park Y. Y.* - Tsukuba J. Math. 1992. V. 16. N1. P. 11-18.
9. *Fefferman C., Stein E. M.* - Acta Math 1972. V. 129. P. 137-193.
10. *Шведенко С. В.* - Мат. анализ. Т. 23. (Итоги науки и техники ВИНТИ АН ССР) М. 1985. С. 3-124.
11. *Stoll M.* - Arch. Math. 1974. V. 25. N6. P. 613-618.

Վ. Ի. Գավրիլով, ակադեմիկոս Վ. Ս. Ջաքարյան, Ա. Վ. Սուբբոտին

**Շրջանում հարմոնիկ ֆունկցիաների Հարդիի մաքսիմալ տարածությունների
գծային-տոպոլոգիական հատկությունները**

Հարմոնիկ ֆունկցիաների h^p , $p > 0$, դասերը Հարդիի անալիտիկ ֆունկցիաների իրական մասերն են և դա թույլ է տալիս օգտագործել անալիտիկ ֆունկցիաների դասերի համար ստացված նուրբ արդյունքները: Բայց $0 \leq p < 1$ դեպքում այդ հատկությունը դադարում է ճիշտ լինելուց և այդ դեպքում h^p դասի ֆունկցիաները կարող են ունենալ վատ վարք:

Այդ պատճառով ուսումնասիրվում են h^p , $p > 0$ դասերի այն ենթադասերը, որոնց էլեմենտները H^p դասերի իրական մասերն են:

Այս հոդվածում առաջարկվում է նոր մոտեցում h^p , $p > 0$, դասում այդպիսի ենթադասերի ուսումնասիրման համար և ստացվում են տարբեր գծային-տոպոլոգիական հատկություններ:

С. Л. Берберян

Об угловых граничных значениях нормальных гармонических и субгармонических функций

(Представлено академиком В. С. Захаряном 10/II 2002)

В настоящей статье изучаются угловые граничные значения в произвольной точке единичной окружности нормальных гармонических и субгармонических функций, определенных в единичном круге. Будем придерживаться общепринятых обозначений. Через D обозначим единичный круг $|z| < 1$, через Γ - единичную окружность $|z| = 1$. Для произвольной точки ξ окружности Γ обозначим $h(\xi, \varphi)$ хорду круга D , оканчивающуюся в точке ξ и образующую с радиусом в точке ξ угол раствора φ , $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$. Подобласть круга D , расположенную между хордами $h(\xi, \varphi_1)$ и $h(\xi, \varphi_2)$, где $-\pi/2 < \varphi_1 < \varphi_2 < \pi/2$, обозначим через $\Delta(\xi, \varphi_1, \varphi_2)$. Символом $\Delta(\xi)$ будем обозначать произвольный угол в D с вершиной в точке $\xi \in \Gamma$. В дальнейшем будем рассматривать действительные функции $u(z): D \rightarrow \mathbb{R} = (-\infty; +\infty)$. Пусть $\overline{\mathbb{R}} = \{-\infty\} \cup \mathbb{R} \cup \{+\infty\}$. Для произвольного подмножества S круга D , для которого точка $\xi \in \Gamma$ является предельной точкой, обозначим через $C(u, \xi, S)$ предельное множество функций u в точке ξ относительно множества S . Граничную точку $\xi = e^{i\theta}$ называют точкой Фату для функций $u(z)$, если существует такое действительное значение $\alpha \in \overline{\mathbb{R}}$, что $C(u, \Delta(\xi, \varphi_1, \varphi_2)) = \alpha$, для всех углов $\Delta(\xi, \varphi_1, \varphi_2)$, где $\varphi_1, \varphi_2 \in (-\pi/2, \pi/2)$. В этом случае говорят, что функция $u(z)$ имеет в точке ξ угловой предел, равный α . Известно, что (см. [1]) субгармоническую (гармоническую) функцию $u(z)$ называют нормальной функцией, если на группе G всех конформных автоморфизмов круга D порождаемое ею семейство $u(S(z))$, где $S(z) \in G$, нормально в D в смысле Монтеля, т.е. любая последовательность $u(S_n(z))$, где $S_n(z) \in G$, содержит подпоследовательность, которая на компактах круга D либо равномерно сходится к субгармонической (гармонической) функции, либо равномерно расходится к $-\infty$ или $+\infty$. Интерпретируя круг D как модель в геометрии Лобачевского, обозначим через $\sigma(z, \omega)$ неевклидовое расстояние между точками z и ω из D , где $\sigma(z, \omega) = 1/2 \ln((1 + u)/(1 - u))$, $u = |(z - \omega)/(1 - \bar{z}\omega)|$, а через $D(z, r)$ - неевклидов круг с центром в точке z и неевклидовым радиусом r . Исследованию угловых граничных значений мероморфных, аналитических, гармонических, субгармонических функций, определенных в единичном круге, посвящены многие работы (см. например, [2-8]).

Сформулируем основные результаты.

Теорема 1. *Для того, чтобы нормальная гармоническая в D функция $u(z)$ имела в точке ξ угловой предел α , необходимо и достаточно, чтобы существовали две такие хорды $h(\xi, \varphi_1)$, $h(\xi, \varphi_2)$, для которых*

$$\lim_{\substack{z \rightarrow \xi \\ z \in h(\xi, \varphi_1)}} u(z) = \lim_{\substack{z \rightarrow \xi \\ z \in h(\xi, \varphi_2)}} u(z) = \alpha$$

Наличие углового предела при более жестком предположении, что существует $\lim_{z \rightarrow \xi, z \in H(\xi, \varphi_1, \varphi_2)} u(z) = \alpha$, где $H(\xi, \varphi_1, \varphi_2)$ - область, ограниченная двумя гиперциклами, оканчивающимися в точке ξ и образующими с радиусом в этой точке углы φ_1, φ_2 , доказано Миком [9].

Теорема 2. Для того, чтобы нормальная гармоническая в D функция $u(z)$ имела в точке ξ предел α , необходимо и достаточно, чтобы предельное множество $C(u, \xi, H(\xi, \varphi_1, \varphi_2))$ было ограничено сверху (или снизу) числом α и существовала такая кривая L , с концом в точке ξ , целиком лежащая в некоторой области $H(\xi, \varphi_1', \varphi_2')$, ограниченной двумя гиперциклами, содержащимися $H(\xi, \varphi_1, \varphi_2)$, что

$$\lim_{z \in L, z \rightarrow \xi} u(z) = \alpha.$$

Наличие углового предела у нормальных гармонических функций $u(z)$ при более жестком предположении, что функция $u(z)$ в круге D не принимает значения α и $\lim u(z) = \alpha$, где L - некоторая, не касательная к Γ в точке ξ кривая, а $z \rightarrow \xi, z \in L$, доказано Лаппаном [10].

То, что условия теоремы 2 существенны, показывает пример функции $u(z) = \arg(1 - z)$.

Теорема 3. Для того, чтобы нормальная субгармоническая в D функция $u(z)$ имела в точке ξ угловой предел α , необходимо и достаточно, чтобы предельные множества $C(u, \xi, h(\xi, \varphi))$ для множества значений φ , всюду плотных в интервале $(-\pi/2, \pi/2)$, были ограничены сверху числом α и

$$\lim_{z \in L, z \rightarrow \xi} u(z) = \alpha,$$

где L - некоторая, не касательная к окружности Γ кривая в точке ξ .

Отметим, что существование углового предела при более жестком условии, что $u(z)$ ограничена сверху числом α в некоторой окрестности точки ξ , доказано Миком [9].

Российско-армянский (славянский) университет

Литература

1. Rung D. - Math. Zeitschr. 1964. Bd. 84. N1.
2. Джрбашян М. М., Захарян В. С. Классы и граничные свойства функций, мероморфных в круге. М. Физматгиз. 1993.
3. Коллингвуд Э., Ловатер А. Теория предельных множеств. М. Мир. 1971.
4. Носиро К. Предельные множества. М. ИЛ. 1963.
5. Привалов И. И. Граничные свойства аналитических функций. М. ГИТТЛ. 1950.
6. Захарян В. С.- Изв. АН СССР. Сер. мат. 1964. Т. 27. N4.
7. Берберян С. Л., Гаврилов В. И.- Mathematica Montisnigri. 1993. V. 1.
8. Берберян С. Л.- Изв. вузов. Сер. матем. 1986. N3.
9. Meek J.- Mathematica Japonica. 1977. V. 22. N3.
10. Lappan P.- Math. Zeitschr. 1966. Bd. 94. N2.

Ս. Լ. Բերբերյան

**Նորմալ հարմոնիկ և սուբհարմոնիկ ֆունկցիաների
անկյունային եզրային արժեքների մասին**

Հոդվածում ստացված են որոշ դասերի ֆունկցիաների անկյունային եզրային արժեքների գոյության անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ միավոր շրջանագծի կամայական կետում: Այդ դասերի ֆունկցիաների անկյունային եզրային արժեքների գոյության թեորեմներ ավելի խիստ սահմանափակումների դեպքում ստացված են ամերիկացի մաթեմատիկոսներ Լապլանի և Միլի կողմից:

А. А. Чубарян, О.Р. Болибемян

О секвенциальных системах слабых арифметик

(Представленно чл.-кор. НАН РА И. Д. Заславским 26/V 2002)

Известно, что при автоматическом поиске доказательства теорем предпочтительнее работать с секвенциальными системами. В настоящее время существует множество таких систем. Однако авторам настоящей работы не удалось найти в имеющейся литературе секвенциального аналога минимального исчисления. В данной статье определяется секвенциальный аналог исчисления минимальной арифметики Робинсона гильбертовского типа. Учитывая то обстоятельство, что доказательства без сечений обладают более простой стратегией поиска выводов, в работе также определяется исчисление минимальной арифметики Робинсона без правила сечения.

Далее мы будем придерживаться общепринятых определений переменной, терма, формулы, секвенции и подстановки, введенных в [1].

Приведем список схем аксиом, собственных аксиом и правил вывода исчисления минимальной арифметики Робинсона гильбертовского типа R_M . В 1-9, 25 A, B, C - формулы, в 10, 11, 26, 27 x - переменная, A(x) - формула, C(x) - формула, не содержащая свободно x, t - терм, свободный для x в A(x), в 12-24 a, b и c - предметные переменные, а 0 - индивидуальная константа.

Схемы аксиом:

1. $A \supset (B \supset A)$
2. $(A \supset B) \supset ((A \supset (B \supset C)) \supset (A \supset C))$
3. $A \supset (B \supset A \ \& \ B)$
4. $A \ \& \ B \supset A$
5. $A \ \& \ B \supset B$
6. $A \supset A \vee B$
7. $B \supset A \vee B$
8. $(A \supset C) \supset ((B \supset C) \supset (A \vee B \supset C))$
9. $(A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A)$
10. $\forall x A(x) \supset A(t)$
11. $A(t) \supset \exists x A(x)$

Собственные аксиомы:

12. $a = a$
13. $a = b \supset b = a$
14. $a = b \supset (b = c \supset a = c)$

15. $a = b \supset a' = b'$
16. $a = b \supset (a + c = b + c \ \& \ c + a = c + b)$
17. $a = b \supset (a \cdot c = b \cdot c \ \& \ c \cdot a = c \cdot b)$
18. $a' = b' \supset a = b$
19. $a' = 0 \supset 0' = 0$
20. $a = 0 \vee \exists b (b' = a)$
21. $a + 0 = a$
22. $a + b' = (a + b)'$
23. $a \cdot 0 = 0$
24. $a \cdot b' = a \cdot b + a$

Правила вывода:

25. $[(A, A \supset B)/B]$
26. $[(C \supset A(x))/(C \supset \forall x A(x))]$
27. $[(A(x) \supset C)/(\exists x A(x) \supset C)]$

Перейдем теперь к определению системы минимальной арифметики Робинсона генценовского типа SR_M . В рамках этой системы предполагается, что A, B, C и D - произвольные формулы; Γ и Δ - конечные (возможно, пустые) последовательности формул, θ - пустая последовательность формул или последовательность, состоящая из одной формулы; a, b, c и x - переменные; 0 - индивидуальная константа; $A(x)$ - формула; t - терм, свободный для x в $A(x)$, d - переменная, свободная для x в $A(x)$.

Аксиоматика системы SR_M состоит из схемы аксиом вида $C \rightarrow C$, где C - произвольная формула, и арифметических аксиом вида $\rightarrow \wp$, где $\wp$ - одна из собственных аксиом системы R_M . Приведем также правила вывода исчисления SR_M .

Логические правила вывода:

$$\begin{array}{c}
 \frac{A, \Gamma \rightarrow B}{\Gamma \rightarrow A \supset B} \qquad \frac{\Delta \rightarrow A \text{ и } B, \Gamma \rightarrow \theta}{A \supset B, \Delta, \Gamma \rightarrow \theta} \\
 \\
 \frac{\Gamma \rightarrow A \text{ и } \Gamma \rightarrow B}{\Gamma \rightarrow A \ \& \ B} \qquad \frac{A, \Gamma \rightarrow \theta}{A \ \& \ B, \Gamma \rightarrow \theta} \quad \frac{B, \Gamma \rightarrow \theta}{A \ \& \ B, \Gamma \rightarrow \theta} \\
 \\
 \frac{\Gamma \rightarrow A}{\Gamma \rightarrow A \vee B} \quad \frac{\Gamma \rightarrow B}{\Gamma \rightarrow A \vee B} \qquad \frac{A, \Gamma \rightarrow \theta \text{ и } B, \Gamma \rightarrow \theta}{A \vee B, \Gamma \rightarrow \theta}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{A, \Gamma \rightarrow}{\Gamma \rightarrow \neg A} \qquad \frac{\Gamma \rightarrow A}{\neg A, \Gamma \rightarrow} \\
\\
\frac{\Gamma \rightarrow A(d) \quad *}{\Gamma \rightarrow \forall x A(x)} \qquad \frac{A(t), \Gamma \rightarrow \theta}{\forall x A(x), \Gamma \rightarrow \theta} \\
\\
\frac{\Gamma \rightarrow A(t)}{\Gamma \rightarrow \exists x A(x)} \qquad \frac{A(d), \Gamma \rightarrow \theta \quad *}{\exists x A(x), \Gamma \rightarrow \theta}
\end{array}$$

* Переменная d постулата не входит свободно в его заключение. (Если $A(x)$ не содержит x свободно, то $A(d)$ есть $A(x)$, какова бы ни была переменная d ; в таких случаях мы условимся выбирать для анализа в качестве d переменную, не входящую свободно в заключение, так что ограничение будет соблюдаться.)

Структурные правила вывода:

Утончение $[(\Gamma \rightarrow \theta) / (C, \Gamma \rightarrow \theta)]$

Сокращение $[(C, C, \Gamma \rightarrow \theta) / (C, \Gamma \rightarrow \theta)]$

Перестановка $[(\Delta, D, C, \Gamma \rightarrow \theta) / (\Delta, C, D, \Gamma \rightarrow \theta)]$

Сечение $[(\Delta \rightarrow C \text{ и } C, \Gamma \rightarrow \theta) / (\Delta, \Gamma \rightarrow \theta)]$

Следуя [1], правила, стоящие в левом столбце, будем называть сукцедентными правилами и обозначать их через " $\rightarrow \supset$ ", " $\rightarrow \&$ ", " $\rightarrow \vee$ ", " $\rightarrow \neg$ ", " $\rightarrow \forall$ ", " $\rightarrow \exists$ " соответственно. Правила, стоящие в правом столбце, будем называть антецедентными правилами и обозначать через " $\supset \rightarrow$ ", " $\& \rightarrow$ " и т.д. Отметим, что в исчислении SR_M нет " $\rightarrow Y$ ", " $\rightarrow C$ ", " $\rightarrow \Pi$ " правил, а в правиле " $\neg \rightarrow$ " сукцедент заключения пуст.

Теорема 1. Если формула F выводима в R_M и все переменные остаются фиксированными, то секвенция $\rightarrow F$ выводима в SR_M . Если секвенция $\rightarrow F$ выводима в SR_M , то формула F выводима в R_M и все переменные являются фиксированными.

Доказательство первой части теоремы аналогично доказательству теоремы 46 ([1], §77), т.е. доказываем, что каждая аксиома исчисления R_M выводима в SR_M , а каждое правило вывода R_M моделируется в SR_M . В случае аксиом выводимость очевидна. Перейдем к рассмотрению правил вывода R_M . Для правила вывода вида $[R/Q]$, где R и Q - формулы, нужно доказать, что из выводимости секвенции $\rightarrow R$ в исчислении SR_M следует выводимость секвенции $\rightarrow Q$ в этом

исчислении. В случае правила вывода вида $[R \text{ и } S/Q]$ нужно показать, что в SR_M из выводимости секвенций $\rightarrow R$ и $\rightarrow S$ следует выводимость секвенции $\rightarrow Q$ (R, S , и Q - формулы). При этом нетрудно убедиться, что ни в одном из подслучаев нет необходимости применения сукцедентных структурных правил.

Доказательство второй части теоремы аналогично доказательству теоремы 47 ([1], §77). Чтобы доказать, что каждая секвенция, выводимая в SR_M , выводима также и в R_M , введем понятие формульного образа секвенции $\Gamma \rightarrow \theta$ следующим образом. Пусть Γ - последовательность формул $A_1, A_2, \dots, A_n$ ($n \geq 1$), а θ - формула B или пусто. Формульным образом секвенции $\Gamma \rightarrow \theta$ назовем формулу $\tilde{\Gamma} \supset \theta^*$, где $\tilde{\Gamma} = A_1 \& (A_2 \& \dots \& (A_{n-1} \& A_n)) \dots$ и

$$\theta^* = \begin{cases} B, & \text{если } \theta \text{ есть } B \\ \neg(G \supset G), & \text{если } \theta \text{ пусто} \end{cases}$$

(G) - некоторая фиксированная замкнутая формула). В случае $n = 0$ формульным образом секвенции $\rightarrow \theta$ является формула θ^* , где

$$\theta^* = \begin{cases} B, & \text{если } \theta \text{ есть } B \\ \neg(G \supset G), & \text{если } \theta \text{ пусто} \end{cases}$$

Для завершения доказательства теоремы остается рассмотреть следующие четыре случая:

1. Формульным образом секвенции вида $C \rightarrow C$ является формула $C \supset C$. В системе R_M выводимость последней очевидна.
2. Рассматриваемая секвенция - одна из арифметических аксиом системы SR_M . В этом случае формульным образом соответствующей секвенции будет одна из собственных аксиом R_M .
3. Для правила вывода вида $[(\Gamma_1 \rightarrow \theta_1) / (\Gamma \rightarrow \theta)]$ нетрудно убедиться, что формула $(\tilde{\Gamma}_1 \supset \theta_1^*) \supset (\tilde{\Gamma} \supset \theta^*)$ выводима в R_M .
4. В случае правила вывода вида $[(\Gamma_1 \rightarrow \theta_1 \text{ и } \Gamma_2 \rightarrow \theta_2) / (\Gamma \rightarrow \theta)]$ легко доказать, что формула $(\tilde{\Gamma}_1 \supset \theta_1^*) \supset ((\tilde{\Gamma}_2 \supset \theta_2^*) \supset (\tilde{\Gamma} \supset \theta^*))$ выводима в R_M .

Замечание. Структурное правило " $\rightarrow$ У" необходимо при выводе интуиционистской аксиомы вида $\neg A \supset (A \supset B)$. Однако она не является аксиомой ни одной из систем, рассмотренных в данной статье.

Перейдем к определению секвенциального исчисления SR_M^- без правила сечения. Определим это исчисление как интуиционистское исчисление $G3$ (см. [1], §80) с добавлением арифметических аксиом исчисления SR_M^- со следующим ограничением: в правиле " $\neg \rightarrow$ " θ

должно быть пусто.

Теорема 2. *Если формула F выводима в R_M и все переменные остаются фиксированными, то секвенция $\Sigma \rightarrow F$ выводима в SR_M^- . Если секвенция $\Sigma \rightarrow F$ выводима в SR_M^- , то формула F выводима в R_M и все переменные являются фиксированными. (В обеих частях теоремы Σ - список замкнутых формул, составленных из собственных аксиом исчисления R_M).*

Доказательство теоремы основано на эквивалентности R_M и SR_M , а также на устранении сечений (смешений) в исчислении SR_M (аналогично теореме 48 в [1], §78). Заметим, что устранение смешений проводится рассмотрением случаев, указанных в теореме 48 ([1]), учитывая, что

1. в случае 1а сукцедентные структурные правила не рассматриваются;
2. случай 2а выпадает из рассмотрения;
3. в остальных случаях при понижении степени смешения нет необходимости применения сукцедентных структурных правил (в случае 6 сукцедент пуст).

Ереванский государственный университет

Литература

1. Клини С. К. Введение в метаматематику, М. ИЛ. 1957.

Ա. Ա. Չուբարյան, Հ. Ռ. Բոլիբեկյան

Թույլ թվաբանությունների սեկվենցիալ հաշիվների մասին

Հոդվածում սահմանվում են Ռոբինսոնի թվաբանության մինիմալ հաշիվների սեկվենցիալ համակարգեր՝ հատույթի կանոնով և առանց հատույթի կանոնի: Ապացուցված է նրանց համարժեքությունը:

УДК 62.50

М. С. Габриелян, В. Р. Барсегян

Об оптимальном наблюдении линейной системы

(Представлено академиком Ю. Г. Шукуряном 12/IV 2002)

Рассматривается линейная система дифференциальных уравнений, и ставится задача оптимального наблюдения при наличии потока информации. Предполагается, что в различные промежутки времени наблюдаются различные сигналы из этого потока. Строится оптимальный фильтр, восстанавливающий фазовый вектор в конечный момент времени наблюдения.

1. Пусть имеется система

$$\dot{x} = A(t)x, \quad (1.1)$$

где $x \in R^n$, $A(t)$ – $n \times n$ матрица с измеримыми и ограниченными элементами на промежутке $t \in [t_0, T]$. Предполагается, что наблюдается идеальный сигнал

$$y(\tau) = \begin{cases} y^{(1)}(\tau), & \text{при } \tau \in [\tau_1 - \vartheta_1, \tau_1] \\ y^{(2)}(\tau), & \text{при } \tau \in [\tau_2 - \vartheta_2, \tau_2] \\ \text{-----} \\ y^{(k)}(\tau), & \text{при } \tau \in [\tau_k - \vartheta_k, \tau_k], \end{cases} \quad (1.2)$$

где $t_0 \leq \tau_1 - \vartheta_1$, $\tau_i \leq \tau_{i+1} - \vartheta_{i+1}$, $\vartheta_i > 0$, ($i = 1, \dots, k-1$), $\tau_k < T$.

Предполагается также, что

$$y^{(i)}(\tau) = G_i(\tau) x(\tau), \quad \tau \in [\tau_i - \vartheta_i, \tau_i], \quad (1.3)$$

где сигнал $y^{(i)}(\tau) - (m_i \times 1)$ – мерный, а $G_i(\tau) - (m_i \times n)$ – мерная матрица, элементы которой непрерывные функции при $\tau \in [\tau_i - \vartheta_i, \tau_i]$.

Если сигналы $y^{(i)}(\tau)$ (1.3) продолжить нулями при $\tau \notin [\tau_i - \vartheta_i, \tau_i]$, то (1.2) можно записать в следующем глобальном виде:

$$y(\tau) = G(\tau)x(\tau).$$

2. Сформулируем следующую задачу наблюдения [1, 2].

Требуется определить линейные операции, удовлетворяющие следующим условиям:

$$\varphi_j[\tau_1, \dots, \tau_k; y(\tau)] = x_j(\tau_k) \quad (j = 1, \dots, n)$$

или в векторном виде

$$\varphi[\tau_1, \dots, \tau_k; y(\tau)] = x(\tau_k).$$

Целесообразно указанную линейную операцию искать в виде

$$\int_{\tau_1 - \nu_1}^{\tau_k} V(\tau_1, \dots, \tau_k; \tau) y(\tau) d\tau = x(\tau_k). \quad (2.1)$$

Здесь матрица

$$V(\tau_1, \dots, \tau_k; \tau) = (V^{(1)}(\tau_1, \tau), \dots, V^{(k)}(\tau_k, \tau)) \quad (2.2)$$

имеет размерность $(n \times \sum_{i=1}^k m_i)$.

Используя формулу Коши для решения системы (1.1), получим

$$x(\tau) = X[\tau, \tau_i] x(\tau_i) \quad (i = 1, \dots, k), \quad (2.3)$$

где $X[\tau, \tau_i]$ - нормированная фундаментальная матрица системы (1.1). Подставляя значение $x(\tau)$ из (2.3) в (1.3) и учитывая (1.2), из (2.2) получим

$$\int_{\tau_1 - \vartheta_1}^{\tau_k} \sum_{i=1}^k V^{(i)}(\tau_i, \tau) G_i(\tau) X[\tau, \tau_k] x(\tau_k) d\tau = x(\tau_k). \quad (2.4)$$

Так как вектор $x(\tau_k)$ может принимать любое значение из R^n , то из (2.4) следует, что

$$\int_{\tau_1 - \vartheta_1}^{\tau_k} \sum_{i=1}^k V^{(i)}(\tau_i, \tau) G_i(\tau) X[\tau, \tau_k] d\tau = E, \quad (2.5)$$

где E - единичная матрица.

В литературе [1-3] условия (2.5) называются интегральными условиями. Известно, что не всегда существует матрица $V(\cdot)$, удовлетворяющая условиям (2.5). Если предполагать, что функция $V(\cdot)$, удовлетворяющая условиям (2.5), существует (которая в общем случае не является единственной), то эту функцию можно определить при помощи проблемы моментов при минимизации соответствующего функционала.

а) При минимизации функционала

$$\int_{\tau_1 - \vartheta_1}^{\tau_k} V^2(\tau_1, \dots, \tau_k; \tau) d\tau = \int_{\tau_1 - \vartheta_1}^{\tau_k} \sum_{i=1}^k \sum_{s=1}^{m_i} \sum_{p=1}^n (V_{ps}^{(i)}(\cdot, \tau))^2 d\tau \quad (2.6)$$

с условиями (2.5) определение оптимального фильтра можно привести к изопериметрической задаче [1].

б) При минимизации функционала

$$\sup_{\tau_1 - \vartheta_1 \leq \tau \leq \tau_k} \sum_{i=1}^k \sum_{s=1}^{m_i} \sum_{p=1}^n |V_{ps}^{(i)}(\cdot, \tau)|$$

с условиями (2.5) оптимальный фильтр можно определить при помощи проблемы моментов [1] и т.д.

Таким образом, когда минимизируемый функционал удовлетворяет условиям нормы, поставленная задача наблюдения решается при помощи проблемы моментов.

Замечание. Часто на каждом этапе наблюдения получаемый сигнал не является полным, но в совокупности при помощи полученной информации вида (1.2) полностью определяется состояние фазового вектора. Следует отметить, что во многих практических задачах эффективный процесс наблюдения происходит вышеуказанным образом.

3. Рассмотрим конкретный пример.

$$\dot{x} = \alpha_1 x_1, \quad \dot{x} = \alpha_2 x_2.$$

Здесь $\alpha_1 = \text{const}$, $\alpha_2 = \text{const}$

Пусть поступающий сигнал имеет вид

$$y(\tau) = \begin{cases} y^{(1)}(\tau) = g_1 x_1(\tau), & \text{при } \tau \in [\tau_1 - \vartheta_1, \tau_1]; \\ y^{(2)}(\tau) = g_2 x_2(\tau), & \text{при } \tau \in [\tau_2 - \vartheta_2, \tau_2]; \tau_1 \leq \tau_2 - \vartheta_2, \end{cases}$$

где $g_1 = \text{const}$, $g_2 = \text{const}$.

Интегральные условия для этой задачи будут

$$\int_{\tau_1 - \vartheta_1}^{\tau_1} V_{11}^{(1)} e^{\alpha_1(\tau - \tau_2)} d\tau = \frac{1}{g_1}, \quad \int_{\tau_1 - \vartheta_1}^{\tau_1} V_{21}^{(1)} e^{\alpha_1(\tau - \tau_2)} d\tau = 0$$

(3.1)

$$\int_{\tau_2 - \vartheta_2}^{\tau_2} V_{12}^{(2)} e^{\alpha_2(\tau - \tau_2)} d\tau = 0; \quad \int_{\tau_2 - \vartheta_2}^{\tau_2} V_{22}^{(2)} e^{\alpha_2(\tau - \tau_2)} d\tau = \frac{1}{g_2}$$

Пусть минимизируется функционал:

$$\int_{\tau_1 - \vartheta_1}^{\tau_1} [(V_{11}^{(1)}(\cdot, \tau))^2 + (V_{21}^{(1)}(\cdot, \tau))^2] d\tau + \int_{\tau_2 - \vartheta_2}^{\tau_2} [(V_{12}^{(2)}(\cdot, \tau))^2 + (V_{22}^{(2)}(\cdot, \tau))^2] d\tau \quad (3.2)$$

Если рассматривать задачу (3.1), (3.2) как изопериметрическую, то ее решением будет

$$V_{11}^{(1)0}(\cdot; \tau) = \frac{2\alpha_1 e^{\alpha_1(\tau - \tau_2)}}{g_1 (e^{2\alpha_1(\tau_1 - \tau_2)} - e^{2\alpha_1(\tau_1 - \vartheta_1 - \vartheta_2)})}; \quad V_{21}^{(1)0}(\cdot; \tau) = 0$$

$$V_{12}^{(2)0}(\cdot; \tau) = 0 \quad V_{22}^{(2)0}(\cdot; \tau) = \frac{2\alpha_2 e^{\alpha_2(\tau - \tau_2)}}{g_2 (1 - e^{-2\alpha_2 \vartheta_2})}.$$

Таким образом, оптимальный фильтр в данном случае будет иметь следующий вид:

$$x(\tau_2) = \int_{\tau_1 - \vartheta_1}^{\tau_1} \begin{pmatrix} g_1 V_{11}^{(1)0}(\cdot; \tau) x_1(\tau) \\ 0 \end{pmatrix} d\tau + \int_{\tau_2 - \vartheta_2}^{\tau_2} \begin{pmatrix} g_2 V_{22}^{(2)0}(\cdot; \tau) x_2(\tau) \end{pmatrix} d\tau.$$

Следует отметить, что на каждом отдельном этапе наблюдения указанная система не вполне наблюдаема.

Ереванский государственный университет

Литература

1. Красовский Н. Н. Теория управления движением. М. Наука. 1968. 476с.
2. Куржанский А. Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. М. Наука. 1977. 392 с.
3. Гантмахер Ф. Р., Крейн М. Г. Осцилляционные матрицы и ядра и малые колебания механических систем. М. Гостехиздат. 1950. 359 с.

Մ. Ս. Գաբրիելյան, Վ. Ռ. Բարսեղյան

Գծային համակարգի օպտիմալ դիտման մասին

Դիտարկվում է գծային դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգի օպտիմալ դիտման խնդիրը ինֆորմացիոն հոսքի առկայության դեպքում: Ենթադրվում է, որ ժամանակի տարբեր միջակայքերում այդ հոսքից ստացվում են տարբեր ազդակներ: Կառուցված է դիտման ժամանակի վերջին պահին համակարգի ֆազային դիրքը վերականգնող օպտիմալ ֆիլտր:

УДК 539.3

В. С. Тоноян, С. А. Мелкумян

**Контактная задача для ортотропной полуплоскости с вертикальными
соосными конечными и полубесконечными разрезами**

(Представлено академиком Б. Л. Абрамяном 28/ IX 2001)

В работе рассматривается плоская контактная задача для упругой ортотропной полуплоскости ($x \geq 0$, $|z| < \infty$) с вертикальными соосными конечным ($0 < x < b$) и полубесконечным ($c < x < \infty$) разрезами. На конечном участке границы ($|z| \leq a$) полуплоскости приложен жесткий штамп с основанием произвольной гладкой формы, симметрично расположенный относительно оси разрезов ($z = 0$). Предполагается, что трение между штампом и полуплоскостью отсутствует. Для простоты принимается также, что на границе полуплоскости вне штампа ($|z| > a$) и конечном разрезе ($0 < x < b$) действует только нормальное давление.

Рассматривается плоское деформированное состояние ($\bar{U}_y = 0$, $[(\partial[\bar{U}])]/(\partial y) = 0$), и задача решается в перемещениях методом Фурье. Решение представлено в виде суперпозиции решений а) симметричной и б) кососимметричной задачи относительно оси разрезов ($z = 0$). Решение каждой из этих задач представлено в виде сумм интегралов Фурье. Поиск произвольных функций интегрирования в каждой задаче в конечном счете сводится к решению системы из парных и тройных интегральных уравнений, которое в свою очередь сводится к решению интегральных уравнений типа Фредгольма второго рода. Показана разрешимость последних для конкретного ортотропного материала.

а. Рассматривается симметричная контактная задача для упругой ортотропной полуплоскости с вертикальными соосными конечным и полубесконечным разрезами. Так как задача симметрична относительно оси $z = 0$, то можно ограничиться рассмотрением только правого квадранта ($0 < x < \infty$, $0 < z < \infty$).

Граничные условия для квадранта имеют вид:

$$\tau_{zx}(0, z) = 0 \quad (0 < z < \infty), \quad \tau_{zx}(x, 0) = 0 \quad (0 < x < \infty), \quad (1)$$

$$U_x(0, z) = f_1(z) \quad (0 < z \leq a), \quad \sigma_x(0, z) = f_2(z) \quad (a < z < \infty), \quad (2)$$

$$\sigma_z(x, 0) = f_3(x) \quad (0 < x < b), \quad U_z(x, 0) = 0 \quad (b \leq x \leq c), \quad \sigma_z(x, 0) = 0 \quad (c < x < \infty). \quad (3)$$

Решение задачи ищем в виде сумм интегралов Фурье:

$$C_{11}U_x(x,z) = \int_0^{\infty} \alpha \overline{U}(\alpha, z) \sin \alpha x d\alpha + \int_0^{\infty} \beta \overline{U}^*(\beta, x) \cos \beta z d\beta, \quad (4)$$

$$C_{44}U_z(x,z) = \int_0^{\infty} \alpha \overline{W}(\alpha, z) \cos \alpha x d\alpha + \int_0^{\infty} \beta \overline{W}^*(\beta, x) \cos \beta z d\beta.$$

Плотности интегралов Фурье (4), затухающие в глубь полуплоскости, определяются в виде:

$$\overline{U}(\alpha, z) = \sum_{j=1}^2 \Delta_1(t_j) A_j(\alpha) e^{-\alpha t_j z}, \quad \overline{U}^*(\beta, x) = \sum_{k=1}^2 \Delta_1(t_k) t_k^{-2} B_k(\beta) e^{-\beta x t_k^{-1}}, \quad (5)$$

$$\overline{W}(\alpha, z) = \sum_{j=1}^2 \Delta_2(t_j) A_j(\alpha) e^{-\alpha t_j z}, \quad \overline{W}^*(\beta, x) = \sum_{k=1}^2 \Delta_2(t_k) B_k(\beta) e^{-\beta x t_k^{-1}}.$$

Здесь $A_j(\alpha)$ и $B_k(\beta)$ - неизвестные функции интегрирования, которые определяются из граничных условий (1)-(3), а $\Delta_1(t_k)$ и $\Delta_2(t_k)$ - по формулам:

$$\Delta_1(t_k) = \left(\frac{c_{13}}{c_{44}} + 1 \right) t_k, \quad \Delta_2(t_k) = 1 - \frac{c_{44}}{c_{11}} t_k^2, \quad (6)$$

где t_k определяется из решения следующего биквадратного уравнения (причем $\text{Re} t_k > 0$):

$$\frac{c_{33}}{c_{11}} t^4 + \left(\frac{c_{13}^2}{c_{44} c_{11}} + 2 \frac{c_{13}}{c_{11}} - \frac{c_{33}}{c_{44}} \right) t^2 + 1 = 0. \quad (7)$$

Здесь c_{11} , c_{13} , c_{33} , c_{44} - модули упругости ортотропного материала.

Используя основные соотношения теории упругости [1] для исследуемой среды и (4), (5), можно все компоненты тензора напряжений выразить через $A_j(\alpha)$ и $B_k(\beta)$.

Удовлетворяя граничным условиям (1), получаем [2]:

$$B_k(\beta) = b_k B_1(\beta), \quad (8)$$

$$A_j(\alpha) = a_j A_j(\alpha) + \frac{2}{\pi} \frac{P_j}{a_{12}} \frac{1}{\alpha} \sum_{k=1}^2 b_{1k} b_k t_k^2 \int_0^{\infty} \frac{\beta^2 B_1(\beta)}{\beta^2 + \alpha^2 t_k^2} d\beta, \quad (9)$$

где

$$b_1 = 1, \quad b_2 = -\frac{b_{11}}{b_{12}}, \quad a_1 = 1, \quad P_1 = 0, \quad a_2 = -\frac{a_{11}}{a_{12}}, \quad P_2 = 1, \quad (10)$$

$$b_{ik} = \frac{c_{44}}{c_{11}} \frac{\Delta_1(t_k)}{t_k^2} - \frac{\Delta_2(t_k)}{t_k}, \quad a_{ij} = \frac{c_{44}}{c_{11}} \Delta_1(t_j) t_j + \Delta_2(t_j).$$

Имея в виду (8) и удовлетворяя смешанным граничным условиям (2), получаем следующие парные интегральные уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^{\infty} \beta B_1(\beta) \sin \beta z d\beta = \frac{c_{11}}{n_{11}} f_1(z) \quad (0 < z \leq a), \\ \int_0^{\infty} \beta^2 B_1(\beta) \sin \beta z d\beta = -\frac{1}{n_{12}} f_2(z) + \frac{1}{n_{12}} \sum_{j=1}^2 a_{2j} \int_0^{\infty} \alpha^2 A_j(\alpha) e^{-\alpha t_j z} d\alpha \quad (a < z < \infty), \end{array} \right. \quad (11)$$

где

$$n_{11} = \sum_{k=1}^2 \Delta_1(t_k) t_k^{-2} b_k, \quad n_{12} = \sum_{k=1}^2 b_{2k} b_k, \quad (12)$$

$$b_{2k} = \Delta_1(t_k) t_k^{-3} + \frac{c_{13}}{c_{44}} \Delta_2(t_k), \quad a_{2j} = \Delta_1(t_j) - \frac{c_{13}}{c_{44}} \Delta_2(t_j) t_j.$$

Удовлетворяя смешанным граничным условиям (3) и имея в виду соотношения (8), (9), получаем следующие тройные интегральные уравнения [2]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^{\infty} \alpha^2 A(\alpha) \cos \alpha x d\alpha = f_3(x) \quad (0 < x < b), \\ 0 \\ \int_0^{\infty} \alpha A(\alpha) \cos \alpha x d\alpha = f(x) \quad (b \leq x \leq c), \\ 0 \\ \int_0^{\infty} \alpha^2 A(\alpha) \cos d x d\alpha = 0 \quad (c < x < \infty), \\ 0 \end{array} \right. \quad (13)$$

где

$$A(\alpha) = a_{31} A_1(\alpha) + a_{32} A_2(\alpha), \quad (14)$$

$$f(x) = \sum_{k=1}^2 b_{1k}^* b_k \int_0^{\infty} \beta B_1(\beta) e^{-\beta x t_k^{-1}} d\beta, \quad (15)$$

$$a_{3j} = \frac{c_{13}}{c_{11}} \Delta_1(t_j) - \frac{c_{33}}{c_{44}} \Delta_2(t_j) t_j, \quad b_{1k}^* = \frac{2}{\pi} m b_{1k} t_k - \Delta_2(t_k), \quad m = \frac{\Delta_2(t_1) a_{32} - \Delta_2(t_2) a_{31}}{\Delta_2(t_1) a_{12} - \Delta_2(t_2) a_{11}}. \quad (16)$$

Из соотношений (9) и (14) можно получить

$$A_j(\alpha) = a_j^* A(\alpha) + \frac{2}{\pi} \frac{P_j^*}{\alpha} \sum_{k=1}^2 b_{1k} b_k t_k^2 \int_0^{\infty} \frac{\beta^2 B_1(\beta)}{\beta^2 + \alpha^2 t_k^2} d\beta; \quad (17)$$

здесь

$$a_j^* = \frac{a_{12}}{a_{31} a_{12} - a_{32} a_{11}}, \quad P_j^* = \frac{P_j}{a_{12}} - \frac{a_{31} a_j}{a_{31} a_{12} - a_{32} a_{11}}. \quad (18)$$

Решение поставленной задачи сведено к решению систем из парных (11) и тройных (13) интегральных уравнений, имея в виду также интегральное соотношение (17).

Подобные парные интегральные уравнения рассматривались в работах [3-5]. Используя результаты работы [5], решая (11) методом преобразующих операторов для неизвестной функции $B_1(\beta)$, получаем следующее соотношение:

$$B_1(\beta) = -\frac{2}{\pi} \frac{1}{\beta} \int_0^{\infty} \varphi_1(r) J_0(\beta r) dr + -\frac{2}{\pi} \frac{1}{\beta} \int_{\alpha}^{\infty} r \varphi_2(r) J_0(\beta r) dr + -\frac{2}{\pi} \frac{1}{\beta} \int_{\alpha}^{\infty} r F(r) J_0(\beta r) dr, \quad (19)$$

где

$$\varphi_1(r) = \frac{c_{11}}{n_{11}} \frac{d}{dr} \int_0^r \frac{zf_1(z)}{\sqrt{r^2 - z^2}} dz, \quad \varphi_2(r) = \frac{1}{n_{12}} \int_r^{\infty} \frac{f_2(z)}{\sqrt{z^2 - r^2}} dz, \quad (20)$$

$$F(r) = \frac{1}{n_{12}} \sum_{j=1}^2 a_{21} \int_0^{\infty} \alpha^2 A_j(\alpha) K_0(\alpha t_j r) d\alpha, \quad (21)$$

$J_0(\beta r)$ - функция Бесселя первого рода с действительным аргументом,

$K_1(\alpha r)$ - функция Макдональда.

Тройные интегральные уравнения, подобные (13), рассматривались в работах [6-9].

Следуя [9], из (13) получаем:

$$A(\alpha) = -\frac{1}{\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} A_n^* J_{2k+1}(c\alpha), \quad (22)$$

$$\frac{\sqrt{2}\pi}{2n+1} A_n = \int_0^{\lambda} P_n(\cos \theta) \sin \theta d\theta \int_0^{\theta} \frac{\psi(\varphi) d\varphi}{\sqrt{\cos \varphi \cos \theta}} + \int_{\lambda}^{\pi} P_n(\cos \theta) \sin \theta d\theta \int_{\theta}^{\pi} \frac{G(\varphi) d\varphi}{\sqrt{\cos \theta - \cos \varphi}} \quad (23)$$

где

$$A_n(2n+1) = (-1)^n A_n^*, \quad \psi(\varphi) = \sum_{k=1}^2 b_{1k}^* b_k t_k \int_0^{\infty} \beta B_1(\beta) \left(1 - e^{-[(\beta c)/(t_k)] \cos \varphi / 2} \right) d\beta, \quad (24)$$

$$G(\varphi) = \int_{\varphi}^{\pi} g(\varphi) d\varphi + c_1, \quad g(\varphi) = -\frac{c}{2} \int_{\theta}^{c \cos \varphi / 2} f_3(c \cos \varphi / 2) \sin(\varphi / 2) d\varphi, \quad c_1 = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n A_n,$$

P_n - полином Лежандра.

Имея в виду (17), (21), (23), (24), исключая $A(\alpha)$ из (19) и (22), для определения $B(\beta) = \beta B_1(\beta)$

получаем следующее интегральное уравнение типа Фредгольма второго рода:

$$B(\beta) = \Omega(\beta) + \int_0^{\infty} K(\gamma, \beta) B(\gamma) d\gamma, \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} \Omega(\beta) = & -\frac{2}{\pi} \int_0^a \varphi_1(r) J_0(\beta r) dr + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} r \varphi_2(r) J_0(\beta r) dr + \\ & + \frac{2}{\pi} \frac{1}{n_{12}} \sum_{j=1}^2 a_{2j} a_j^* \int_a^{\infty} r J_0(\beta r) dr \int_0^{\infty} \alpha^2 \omega_1(\alpha) K_0(\alpha t_j r) d\alpha, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} K(\beta, \gamma) = & -\frac{2}{\pi} \frac{1}{n_{12}} \sum_{j=1}^2 a_{2j} a_j^* \int_a^{\infty} r J_0(\beta r) dr \int_0^{\infty} \alpha^2 \omega_1(\alpha, \gamma) K_0(\alpha t_j r) d\alpha + \\ & + \frac{4}{\pi^2} \frac{\gamma}{n_{12}} \sum_{j=1}^2 a_{2j} P_j^* \sum_{k=1}^2 b_{1k} b_k t_k^2 \int_a^{\infty} r J_0(\beta r) dr \int_0^{\infty} \frac{\alpha K_0(\alpha t_j r)}{\gamma^2 + \alpha^2 t_k^2} d\alpha; \end{aligned} \quad (27)$$

здесь

$$\begin{aligned} \omega_1(\alpha) = & \frac{1}{\pi \sqrt{2\alpha}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2n+1)^2 J_{2n+1}(c\alpha) \int_{\lambda}^{\pi} P_n(\cos \theta) \sin \theta d\theta \int_{\theta}^{\pi} \frac{G(\varphi)}{\sqrt{\cos \varphi - \cos \theta}} d\varphi, \\ \omega_2(\alpha) = & \frac{1}{\pi \sqrt{2\alpha}} \sum_{k=1}^2 b_{1k}^* b_k t_k \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2n+1)^2 J_{2n+1}(c\alpha) \int_0^{\lambda} P_n(\cos \theta) \sin \theta d\theta \times \\ & \times \int_0^{\theta} \frac{1 - e^{-\frac{\gamma c \cos \varphi / 2}{t_k}}}{\sqrt{\cos \varphi - \cos \theta}} d\varphi. \end{aligned} \quad (28)$$

Очевидно, что функция $\Omega(\beta)$ ограничена сверху и стремится к нулю, когда $\beta \rightarrow \infty$.

Используя значения интегралов [2]:

$$\int_0^{\infty} r K_0(\alpha r) J_0(\beta r) dr = \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2}, \quad \int_0^{\infty} r^2 K_1(\alpha r) J_0(\beta r) dr = \frac{2\alpha}{(\alpha^2 + \beta^2)^2}$$

и результатов [9], можно показать разрешимость уравнений (25) для каждого конкретного ортотропного материала.

Решая уравнения (25) определим $B(\beta) = \beta B_1(\beta)$, а потом можно по формулам (24), (23), (22), (17) и (8) определить все искомые функции и, следовательно, напряжения и перемещения в любой точке полуплоскости.

б. Рассматривается кососимметричная контактная задача для упругой ортотропной полуплоскости с вертикальными соосными конечным и полубесконечным разрезами.

В этом случае граничные условия для правого квадранта имеют вид:

$$\begin{aligned} \tau_{zx}(0, z) &= 0 \quad (0 < z < \infty), \quad \sigma_z(x, 0) = 0 \quad (0 < x < \infty), \\ U_x(0, z) &= f_4(z) \quad (0 < z \leq a), \quad \sigma_x(0, z) = f_5(z) \quad (a < z < \infty), \\ \tau_{xz}(x, 0) &= 0 \quad (0 < x < b, \quad c < x < \infty), \quad U_x(x, 0) = 0 \quad (b \leq x \leq c). \end{aligned} \quad (29)$$

Решение задачи ищем в виде:

$$\begin{aligned} c_{11} U_x(x, z) &= \int_0^{\infty} \alpha \overline{U}(\alpha, z) \sin \alpha x d\alpha + \int_0^{\infty} \beta \overline{U}^*(\beta, x) \cos \beta z d\beta, \\ c_{44} U_z(x, z) &= \int_0^{\infty} \alpha \overline{W}(\alpha, z) \cos \alpha x d\alpha + \int_0^{\infty} \beta \overline{W}^*(\beta, x) \sin \beta z d\beta \end{aligned} \quad (30)$$

Плотности интегралов Фурье (30) определяются по формулам (5).

Удовлетворяя граничным условиям (29), получаем следующие системы из парных и тройных интегральных уравнений:

$$\left\{ \begin{aligned} \int_0^{\infty} \beta B_1(\beta) \cos \beta z d\beta &= \frac{c_{11}}{n_{11}} f_1(z) \quad (0 \leq z \leq a), \\ \int_0^{\infty} \beta^2 B_1(\beta) \cos \beta z d\beta &= -\frac{1}{n_{12}} f_2(z) + \frac{1}{n_{12}} \sum_{j=1}^2 a_{2j} \int_0^{\infty} \alpha^2 A_j(\alpha) e^{-\alpha_j z} d\alpha \quad (a < z < \infty), \end{aligned} \right. \quad (31)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^{\infty} \alpha^2 [a_{11} A_1(\alpha) + a_{12} A_2(\alpha)] \sin \alpha x d\alpha = 0 \quad (0 < x < b, c < x < \infty), \\ \int_0^{\infty} \alpha [\Delta_1(t_1) A_1(\alpha) + \Delta_1(t_2) A_2(\alpha)] \sin \alpha x d\alpha = \\ = - \sum_{k=1}^2 \Delta_1(t_k) t_k^{-2} b_k \int_0^{\infty} \beta B_1(\beta) e^{-\beta x t_k^{-1}} d\beta \quad (b \leq x \leq c) \end{array} \right. \quad (32)$$

и интегральные соотношения

$$A_j(\alpha) = a_j A_1(\alpha) - \frac{2}{\pi} \frac{p_j}{a_{32}} \frac{1}{\alpha^2} \sum_{k=1}^2 b_{3k} b_k t_k \int_0^{\infty} \frac{\beta^3 B_1(\beta)}{\beta^2 + \alpha^2 t_k^2} d\beta, \quad (33)$$

а также зависимость (8), где

$$b_{3k} = - \frac{c_{13}}{c_{11}} \frac{\Delta_1(t_k)}{t_k^3} + \frac{c_{33}}{c_{44}} \Delta_2(t_k). \quad (34)$$

Решая (31) методом преобразующих операторов [10], получим

$$B_1(\beta) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\beta} \int_0^a \varphi_3(r) J_1(\beta r) dr + \frac{2}{\pi} \frac{1}{\beta} \int_a^{\infty} \varphi_4(r) J_1(\beta r) dr + \frac{2}{\pi} \frac{1}{\beta} \int_a^{\infty} F_1(r) J_1(\beta r) dr; \quad (35)$$

здесь

$$\begin{aligned} \varphi_3(r) &= -r \frac{d}{dr} \frac{c_{11}}{n_{11}} \int_0^r \frac{f_4(z)}{\sqrt{r^2 - z^2}} dz, & \varphi_4(r) &= \frac{1}{n_{12}} \int_r^{\infty} \frac{z f_5(z)}{\sqrt{z^2 - r^2}} dz, \\ F_1(r) &= - \frac{r}{n_{12}} \sum_{j=1}^2 a_{2j} \int_0^{\infty} \alpha^2 A_j(\alpha) K_1(\alpha t_j r) d\alpha. \end{aligned} \quad (36)$$

После некоторых простейших преобразований (32) можно привести к виду [2]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \int\limits_0^{\infty} \alpha^2 A(\alpha) \sin \alpha x d\alpha = 0 \quad (0 < x < b, \quad c < x < \infty), \\ \int\limits_0^{\infty} \alpha A(\alpha) \sin \alpha x d\alpha = f^*(x) \quad (b \leq x \leq c), \end{array} \right. \quad (37)$$

где

$$\begin{aligned} A(\alpha) &= a_{11} A_1(\alpha) + a_{12} A_2(\alpha), \quad m_1 = \frac{\Delta_1(t_1) a_{12} - \Delta_1(t_2) a_{11}}{\Delta_1(t_1) a_{32} - \Delta_1(t_2) a_{31}} \\ b_{3k}^* &= m_1 b_{3k} t_k - \Delta_1(t_k) t_k^{-2}, \\ f^*(x) &= -m_1 \sum_{k=1}^2 b_{3k} b_k t_k \int_0^{\infty} \beta B_1(\beta) d\beta + \sum_{k=1}^2 b_{3k}^* b_k \int_0^{\infty} \beta B_1(\beta) e^{-\beta x t_k^{-1}} d\beta. \end{aligned} \quad (38)$$

Используя результат работы [11], из (37) получаем

$$A(\alpha) = \frac{1}{\alpha^2} \int_0^{\infty} \omega(\alpha, \beta) \beta B_1(\beta) d\beta, \quad (39)$$

где

$$\begin{aligned} \omega(\alpha, \beta) &= \frac{1}{\pi \sqrt{2}} \sum_{k=1}^2 b_k \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n+1)^2 J_{2n+1}(c\alpha)}{(c\alpha)} \int_0^{\lambda} \frac{P_n(\cos \theta)}{\sin \theta} d\theta \times \\ &\times \int_0^{\theta} \frac{-m_1 b_{3k} t_k + b_{3k}^* e^{-\beta c \cos(\varphi/2) t_k^{-1}}}{\sqrt{\cos \varphi - \cos \theta}} d\varphi. \end{aligned} \quad (40)$$

Используя соотношения (39), (38) и (33), можно получить выражение

$$A_j(\alpha) = \frac{1}{\alpha^2} \frac{a_{32}}{a_{11}a_{32} - a_{12}a_{31}} a_j \int_0^\infty \omega(\alpha, \beta) \beta B_1(\beta) d\beta +$$

$$+ \frac{2}{\pi} \frac{1}{\alpha^2} \left(\frac{a_{12}}{a_{11}a_{32} - a_{12}a_{31}} a_j - \frac{P_j}{a_{32}} \right) \sum_{k=1}^2 b_{3k} b_k t_k \int_0^\infty \frac{\beta^3 B_1(\beta)}{\beta^2 + \alpha^2 t_k^2} d\beta. \quad (41)$$

Имея в виду (36), исключая $A_j(\alpha)$ из (35) и (41), для определения $B(\beta) = \beta B_1(\beta)$ получим интегральные уравнения типа Фредгольма второго рода (25).

Свободные члены и ядро интегрального уравнения выражаются следующими формулами:

$$\Omega(\beta) = -\frac{2}{\pi} \int_0^a \varphi_3(r) J_1(\beta r) dr + \frac{2}{\pi} \int_a^\infty \varphi_4(r) J_1(\beta r) dr, \quad (42)$$

$$K(\beta, \gamma) = -\frac{2}{\pi} \frac{1}{n_{12}} \sum_{j=1}^2 a_{2j} \int_a^\infty r J_1(\beta r) dr \int_0^\infty \left[\frac{a_{32} a_j}{a_{11} a_{32} - a_{12} a_{31}} \omega(\alpha, \gamma) + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{\pi} P_j^{**} \sum_{k=1}^2 b_{3k} b_k t_k \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + \alpha^2 t_k^2} \right] K_1(\alpha t_j, r) d\alpha, \quad (43)$$

здесь $P_j^{**} = [(a_{12})/(a_{11}a_{32} - a_{12}a_{31})] - [(P_j)/(a_{32})]$

Разрешимость полученных интегральных уравнений доказывается аналогично первому пункту. После определения $B_1(\beta)$, используя (41) и (8), определяются также все искомые функции. Потом, используя основные соотношения теории упругости [1], можно определить напряжения и перемещения в любой точке полуплоскости.

Институт механики НАН РА

Литература

1. Крестенсен Р. Введение в механику композитов. М. Мир. 1982. 337 с.
2. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Наука. 1971. 1100с. М.
3. Баблюян А. А. - ПММ. 1964. Т. 28. вып. 6.
4. Sneddon I. N. - Proc. Glasqou Math Ass. 1960. V. 4. P. 108-110.

5. *Тоноян В. С.* - Изв. АН АрмССР. Механика. 1968. Т. 21. N. 3. С. 3-18.
6. *Tranter G. I.* - Proc. Glasqou Math Ass. 1960. V. 4. Pt.. 4. P. 200-212.
7. *Валов Г. М.* - Изв. АН СССР. МТТ. 1972. N 5.
8. *Баблоян А. А., Мхитарян С. М.* -Изв. АН АрмССР. Механика. 1969. Т. 22. N 6.
9. *Тоноян В. С.* - ДАН АрмССР. 1963. Т. 37. N5. С. 249-258.
10. *Тоноян В. С., Мелкумян С. А.* -ДАН АрмССР. 1970. Т. 51. N 3. С. 144-149.
11. *Тоноян В. С.* - ДАН АрмССР. 1963. Т. 37. N 3. С. 121-130.

Վ. Ս. Տոնոյան, Ս. Ա. Մելքումյան

**Համառանցք վերջավոր և կիսաանվերջ ուղղաձիգ ճեղքերով օրթոտրոպ
կիսահարթության կոնտակտային խնդիրը**

Դիտարկվում է առաձգականության տեսության կոնտակտային խնդիր օրթոտրոպ կիսահարթության համար, երբ այն թուլացված է համառանցք եզր դուրս եկող և ներքին կիսաանվերջ ուղղաձիգ ճեղքերով: Եզրագծի վերջավոր տիրույթում ազդում է կամայական ողորկ հիմքով կոշտ դրոշմը: Ենթադրվում է, որ շփումը դրոշմի և կիսահարթության միջև բացակայում է: Դիտարկվում է հարթ դեֆորմացիայի խնդիր, որի լուծումը ներկայացված է ճեղքերի առանցքի նկատմամբ համաչափ և շեղ համաչափ խնդիրների լուծումների վերադրման միջոցով: Ամեն մի խնդիրը լուծվում է տեղափոխություններով, որոնք ներկայացված են Ֆուրյեի ինտեգրալների գումարի տեսքով: Անհատ ֆունկցիաների որոշումը, երկու խնդրում էլ, բերված է գույգ և եռակի ինտեգրալ հավասարումների համակարգերի լուծման: Այդ համակարգերի լուծումները, իրենց հերթին, բերված են Ֆրեդհոլմի տիպի երկրորդ սեռի ինտեգրալ հավասարումների լուծման: Ցույց են տրված այդ հավասարումների լուծելիությունները:

А. С. Погосян

О Колебаниях проводящих пластин в поперечном магнитном поле

(Представленно академиком В.С. Саркисяном 18/VI 2002)

Пусть трансверсально-изотропная упругая пластинка постоянной толщины $2h$, изготовленная из материала с конечной электропроводностью $\sigma(\sigma, \sigma, \sigma')$ колеблется во внешнем магнитном поле с постоянным вектором магнитной индукции $\vec{B}(0, 0, B_3)$, нормальным к срединной плоскости пластинки. Прямоугольная система координат хуз выбрана так, что координатная плоскость хуо совпадает со срединной плоскостью, к которой параллельна плоскость изотропии. Принимается что сторонние токи и заряды отсутствуют, электромагнитные свойства, среды окружающей пластинку, эквивалентны свойствам вакуума и что магнитная проницаемость $\mu = 1$. При этом, предполагая, что электромагнитное поле в пластинке во времени изменяется не слишком быстро, пренебрегаем токами смещения по сравнению с токами проводимости.

Принимая гипотезу уточненной теории изгиба пластин [1], из уравнений движения пластинки с учетом сил электромагнитного происхождения [2] будем иметь следующие уравнения:

$$D \Delta \Delta W + 2\rho h \left(1 - \frac{h^2}{3} \Delta - \frac{2Eh^2}{5G'(1-\nu^2)} \Delta + \frac{2\rho h^2}{5G'} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} =$$

$$= - \frac{\sigma B_3}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^h h_3 z dz + \frac{2\sigma h B_3^2}{c^2} \left(\frac{h^2}{3} \Delta - \frac{2\rho h^2}{5G'} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{\partial W}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\Delta F - \frac{5G'}{2Gh^2} F - \frac{\rho}{G} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = - \frac{5G'}{2Gh^2} \frac{\sigma B_3}{c} \left[\frac{3}{2h^3} \int_{-h}^h \left(\frac{\partial e_1}{\partial x} + \frac{\partial e_2}{\partial y} \right) z dz - \frac{B_3}{c} \frac{2h^2}{5G'} \frac{\partial F}{\partial t} \right], \quad (2)$$

где $D = [(2Eh^2)/(3(1 - \nu^2))]$ - жесткость пластинки; $G = [E/(2(1 + \nu))]$ - модуль сдвига в плоскости изотропии; G' - модуль сдвига для плоскостей, перпендикулярных плоскости изотропии; $F = [(\partial \Phi)/(\partial y)] - [(\partial \Psi)/(\partial x)]$; Φ, Ψ - функции, характеризующие поперечные сдвиговые деформации пластинки.

К этим уравнениям следует присоединить линеаризованные уравнения электродинамики как во внутренней, так и во внешней областях пластинки [2,3], со следующими условиями на

поверхностях ($z = \pm h$):

$$e_i = e_i^{(e)}, \quad h_i = h_i^{(e)}, \quad h_3 = h_3^{(e)} \quad (i = 1, 2) \quad (3)$$

и условием на бесконечности

$$h_i, e_i \rightarrow 0, \quad (i = 1, 2, 3) \quad \text{при} \quad z \rightarrow \pm\infty. \quad (4)$$

Рассматривая решения типа гармонических волн

$$\begin{aligned} \{W, F\} &= \{W_0, F_0\} e^{i(\omega t - k_1 x - k_2 y)}, \quad W_0, F_0 = \text{const}, \\ \{e_i, h_i\} &= \{e_{i0}(z), h_{i0}(z)\} e^{i(\omega t - k_1 x - k_2 y)}, \quad (i = 1, 2, 3), \end{aligned} \quad (5)$$

из вышеперечисленных уравнений и соотношений будем иметь:

для определения частоты поперечных колебаний согласно (1)

$$\begin{aligned} Dr^4 - 2\rho h \omega^2 \left(1 + \frac{h^2 r^2}{3} + \frac{2Eh^2 r^2}{5G'(1-\nu)} - \frac{2\rho h^2}{5G'} \omega^2 \right) = \\ = - \frac{2\sigma h B_3^2 i \omega}{c^2} \frac{h^2 r^2}{3} \left[1 - \frac{4\pi \sigma i \omega}{\chi^2 c^2} \left(1 - \frac{\delta(1+rh)}{\chi h \chi h + rh sh \chi h} \right) \right] + \\ + \frac{2\sigma h B_3^2 i \omega}{c^2} \frac{2\rho h^2}{5G'} \omega^2 \left[1 - \frac{4\pi \sigma i \omega}{\chi^2 c^2} \left(1 - \frac{5}{\chi^2 h^2} \left(1 - \frac{\delta(1+rh(1-h^2 \chi^2/3))}{\chi h \chi h + rh sh \chi h} \right) \right) \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Если не учитывать поперечные сдвиговые деформации $G' \rightarrow \infty, r^2 h^2 \ll 1$, то из (6) получим

$$Dr^4 - 2\rho h \omega^2 = - \frac{2\sigma h B_3^2 i \omega}{c^2} \frac{h^2 r^2}{3} \left[1 - \frac{4\pi \sigma i \omega}{\chi^2 c^2} \left(1 - \frac{\delta(1+rh)}{\chi h \chi h + rh sh \chi h} \right) \right], \quad (7)$$

что совпадает с выражениями полученными в [3,4];

для определения частоты сдвиговых колебаний согласно (2)

$$\begin{aligned} \omega^2 - \frac{5G'}{2\rho h^2} \left(1 + \frac{2h^2 r^2}{5} \frac{G}{G'} \right) = \\ = \frac{\sigma B_3^2 i \omega}{c^2} \left[1 + \frac{5}{2\chi^2 h^2} \left(1 - \frac{4\pi \sigma \chi_0 h + i \omega \chi^2 h^2}{\chi h (4\pi \sigma \chi_0 h \chi h + i \omega \chi h sh \chi h)} \right) \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $\chi^2 = r^2 + [(4\pi \sigma i \omega)/(c^2)]$, $\chi_0^2 = r^2 - [(\omega^2)/(c^2)]$, $\delta = [(3(\chi h \chi h - sh \chi h))/(\chi^2 h^2)]$, $r^2 = k_1^2 + k_2^2$,

для простоты принято $\sigma' = \sigma$.

Разлагая соответствующие функции в асимптотический ряд по параметру $|\chi|h$ и пренебрегая членами порядка $|\chi|^3 h^3$ по сравнению с единицей

$$|\chi|^3 h^3 \ll 1, \quad (9)$$

для определения частоты поперечных колебаний из (6) получим

$$\begin{aligned} Dr^4 - 2\rho h \omega^2 \left(1 + \frac{h^2 r^2}{3} + \frac{2E h^2 r^2}{5G'(1-\nu)} - \frac{2\rho h^2}{5G'} \omega^2 \right) = \\ = - \frac{2\sigma h B_3^2 i \omega}{c^2} \left[\frac{h^2 r^2}{3} \left(1 - \frac{2}{5} \frac{4\pi \sigma i \omega h^2}{c^2(1+rh+\chi^2 h^2/2)} \right) \right] - \\ = - \frac{2\rho h^2}{5G'} \omega^2 \left[1 - \frac{2}{5} \frac{4\pi \sigma i \omega}{c^2 \chi^2 (1+rh+\chi^2 h^2/2)} \right], \end{aligned} \quad (10)$$

из (7) получим

$$Dr^4 - 2\rho h \omega^2 = - \frac{2\sigma h B_3^2 i \omega}{c^2} \frac{h^2 r^2}{3} \left[1 - \frac{2}{5} \frac{4\pi \sigma i \omega h^2}{c^2(1+rh+\chi^2 h^2/2)} \right]. \quad (11)$$

Исходя из того, что пренебрежение токами смещения означает выполнение условия $4\pi\sigma \gg |\dot{\omega}|$ и принимая более слабое условие $4\pi\sigma rh \gg |\dot{\omega}\chi^2|h^2$ для частот, характеризующих сдвиговые колебания пластинки, получим (в приближении (9))

$$\left[\omega^2 - \frac{5G'}{2\rho h^2} \left(1 + \frac{2h^2 r^2}{5} \frac{G}{G'} \right) \right] \left(1 + \frac{h^2 \chi^2}{2} \right) = \frac{\sigma B_3^2 i \omega}{\rho c^2}. \quad (12)$$

Отметим, что (10), (11) и (12) получены без принятия каких-либо гипотез относительно компонент электромагнитного поля.

Принимая линейный закон изменения компонент электромагнитного поля [5]

$$e_1 = \varphi + z\varphi_1, \quad e_2 = \psi + z\psi_1, \quad h_3 = f + zf_1, \quad (13)$$

из уравнений (1), (2) и уравнений электродинамики во внутренней области получим [6]

$$\begin{aligned}
& D \Delta \Delta W + 2\rho h \left(1 - \frac{h^2}{3} \Delta - \frac{2Eh^2}{5G'(1-v^2)} \Delta + \frac{2\rho h^2}{5G'} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \\
& = - \frac{2h^3}{3} \frac{\sigma B_3}{c^2} \frac{\partial f_1}{\partial t} + \frac{2\sigma h B_3^2}{c^2} \left(\frac{h^2}{3} \Delta - \frac{2\rho h^2}{5G'} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{\partial W}{\partial t} \\
& \left(1 - \frac{h^2}{3} \Delta + \frac{4\pi\sigma}{c^2} \frac{h^2}{3} \frac{\partial}{\partial t} \right) f_1 + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h_1^+ + h_1^-}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{h_2^+ + h_2^-}{2} \right) = \\
& = - \frac{4\pi\sigma B_3}{c^2} \left(\frac{h^2}{3} \Delta - \frac{2\rho h^2}{5G'} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{\partial W}{\partial t}, \tag{14}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \Delta F - \frac{5G'}{2Gh^2} F - \frac{\rho}{G} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = - \frac{5G'}{2Gh^2} \frac{\sigma B_3}{c} \left[g_1 - \frac{B_3}{c} \frac{2h^2}{5G'} \frac{\partial F}{\partial t} \right] \\
& g_1 + \frac{c}{4\pi\sigma'} \left(\Delta - \frac{4\pi\sigma'}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left[H^+ - \frac{4\pi\sigma}{c^2} \frac{h^2}{3} \left(g_1 - \frac{B_3}{c} \frac{2h^2}{5G'} \frac{\partial F}{\partial t} \right) \right] = 0, \tag{15}
\end{aligned}$$

где $g_1 = [(\partial\phi_1)/(\partial x)] + [(\partial\psi_1)/(\partial y)]$, $H^+ = [(\partial)/(\partial y)][(h_1^+ + h_1^-)/2h] - [(\partial)/(\partial x)][(h_2^+ + h_2^-)/2h]$.

К этим уравнениям также следует присоединить уравнения электродинамики во внешней области с условиями (3),(4).

Представляя искомые функции в виде (5), из перечисленных уравнений и соотношений для величин $h_{i0}^+ + h_{i0}^-$ ($i = 1, 2$) получим

$$\frac{h_{10}^+ + h_{10}^-}{2h} = - \frac{i\omega}{c\chi_0} \psi_{10} + \frac{ik_1}{\chi_0} f_{10}, \quad \frac{h_{20}^+ + h_{20}^-}{2h} = - \frac{i\omega}{c\chi_0} \phi_{10} + \frac{ik_2}{\chi_0} f_{10}. \tag{16}$$

Если же относительно характера изменения компонент электромагнитного поля в окружающей среде принять дополнительное допущение [2,3], то получим выражения [6]

$$\sqcap(h_1^+ + h_1^-) = \frac{2h}{\lambda} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial \psi_1}{\partial t} \right), \quad \sqcap(h_2^+ + h_2^-) = \frac{2h}{\lambda} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x} - \frac{1}{c} \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \right), \tag{17}$$

где $\sqcap \equiv [(\partial^2)/(\partial x^2)] + [(\partial^2)/(\partial y^2)] - [1/(c^2)][(\partial^2)/(\partial t^2)]$.

Откуда с помощью (5) получим

$$\frac{h_{10}^{+} + h_{10}^{-}}{2h} = -\frac{i\omega}{c\lambda\chi_0^2} \psi_{10} + \frac{ik_1}{\lambda\chi_0^2} f_{10}, \quad \frac{h_{20}^{+} + h_{20}^{-}}{2h} = \frac{i\omega}{c\lambda\chi_0^2} \varphi_{10} + \frac{ik_2}{\lambda\chi_0^2} f_{10}. \quad (18)$$

Сравнивая (16) и (18), замечаем, что выражения для $h_{i0}^{+} + h_{i0}^{-}$ совпадут, если за характерный размер принять $\lambda = \chi_0^{-1}$ (в случае $\omega^2 c^{-2} \ll r^2$, $\lambda = r^{-1}$).

Согласно (14,15,17) задачи определения величин W, f_1 и F, φ_1, ψ_1 распадаются:

$$\begin{aligned} & D \Delta \Delta W + 2\rho h \left(\left(1 - \frac{h^2}{3} \Delta - \frac{2Eh^2}{5G'(1-v^2)} \Delta + \frac{2\rho h^2}{5G'} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = \right. \\ & \quad \left. = -\frac{2h^3}{3} \frac{\sigma B_3}{c^2} \frac{\partial f_1}{\partial t} + \frac{2\sigma h B_3^2}{c^2} \left(\frac{h^2}{3} \Delta - \frac{2\rho h^2}{5G'} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{\partial W}{\partial t}, \right. \\ & \quad \left[\left(\left(1 + \frac{h}{\lambda} - \frac{h^2}{3} \Delta + \frac{4\pi\sigma}{c^2} \frac{h^2}{3} \frac{\partial}{\partial t} \right) f_1 + \frac{4\pi\sigma B_3}{c^2} \left(\frac{h^2}{3} \Delta - \frac{2\rho h^2}{5G'} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \frac{\partial W}{\partial t} \right) \right] = 0; \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & \Delta F - \frac{5G'}{2Gh^2} F - \frac{\rho}{G} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = -\frac{5G'}{2Gh^2} \frac{\sigma B_3}{c} \left[g_1 - \frac{B_3}{c} \frac{2h^2}{5G'} \frac{\partial F}{\partial t} \right], \\ & g_1 + \frac{c}{4\pi\sigma'} \left(\Delta - \frac{4\pi\sigma'}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \right) \left[H^+ - \frac{4\pi\sigma}{c^2} \frac{h^2}{3} \left(g_1 - \frac{B_3}{c} \frac{2h^2}{5G'} \frac{\partial F}{\partial t} \right) \right] = 0, \\ & \square H^+ = -\frac{1}{\lambda c} \frac{\partial g_1}{\partial t}. \end{aligned} \quad (20)$$

Представляя искомые функции в виде (5), из (19) и (20) получим

$$\begin{aligned} & Dr^4 - 2\rho h \omega^2 \left(\left(1 - \frac{h^2 r^2}{3} + \frac{2Eh^2 r^2}{5G'(1-v^2)} - \frac{2\rho h^2}{5G'} \omega^2 \right) = \right. \\ & \quad \left. = -\frac{2\sigma h B_3^2 i\omega}{c^2} \left(\frac{h^2 r^2}{3} - \frac{2\rho h^2}{5G'} \omega^2 \right) \left[1 - \frac{4\pi\sigma i\omega h^2}{3c^2(1+rh+\chi^2 h^2/3)} \right] \right. \end{aligned} \quad (21)$$

$$\left[\omega^2 - \frac{5G'}{2\rho h^2} \left(1 + \frac{2h^2 r^2}{5} \frac{G}{G'} \right) \right] \left(1 + \frac{h^2 \chi^2}{3} \right) = \frac{\sigma B_3^2 i \omega}{\rho c^2}. \quad (22)$$

Если в (21) не учитывать поперечные сдвиговые деформации то имеем

$$Dr^4 - 2\rho h \omega^2 = - \frac{2\sigma h B_3^2 i \omega}{c^2} \frac{h^2 r^2}{3} \left[1 - \frac{4\pi \sigma i \omega h^2}{3c^2(1 + rh + \chi^2 h^2/3)} \right]. \quad (23)$$

Сравнивая (11) с (23) и (12) с (22), замечаем, что они почти совпадают, т.е. линейный закон изменения компонент e_1, e_2, h_3 в этих задачах соответствует приближению $|\chi|^3 h^3 \ll 1$.

Отметим, что задача поперечных колебаний электропроводящей пластинки в поперечном магнитном поле в рамках классической теории пластин исследована в работах [3,4] - показано, что точность гипотезы магнитоупругости тонких тел соответствует приближению $|\chi|^2 h^2 \ll 1$.

В работе [7], принимая уточненную теорию пластин и применяя операторный метод в комплексе с методом усреднения для компонент индуцированного электромагнитного поля e_1, e_2, h_3 , получен кубический закон изменения. Пренебрегая инерцией вращения, обусловленной учетом поперечных деформаций, для определения относительной частоты поперечных колебаний шарнирно опертой по краям пластинки полосы (шириной a) получено следующее характеристическое уравнение:

$$\left(2\beta_0 h_* + \frac{v_0 H_*}{3\delta_3} \right) \Omega^3 + H_* \Omega^2 + \left(2\beta_0 + \frac{v_0}{3\delta_3} \right) \Omega + 1 = 0, \quad (24)$$

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{E}{3\rho(1-v^2)}} h \lambda_m^2, \quad \lambda_m = \frac{m\pi}{a}, \quad h_* = \frac{2Eh^2 \lambda_m^2}{5G'(1-v^2)}, \quad v_0 = \frac{4\pi\sigma\omega_0 h^2}{c^2},$$

$$H_* = 1 + h_* + \frac{h^2 \lambda_m^2}{3}, \quad \delta_3 = \frac{5(\lambda + h)}{6\lambda + h} + \frac{\lambda_m^2 h^2}{3}.$$

На основе уточненной теории пластин и линейного закона изменения компонент e_1, e_2, h_3 (уравнения (14)), в работе [6] для аналогичной задачи получено характеристическое уравнение

$$\left(2\beta_0 h_* + \frac{v_0 H_*}{3\delta_1} \right) \Omega^3 + H_* \Omega^2 + \left(2\beta_0 + \frac{v_0}{3\delta_1} \right) \Omega + 1 = 0, \quad (25)$$

$$\delta_1 = 1 + h\lambda_m + \frac{h^2 \lambda_m^2}{3}.$$

Сравнивая (24) с (25), замечаем, что они отличаются лишь коэффициентом δ_1 (1,3), при этом (в (1.9) принимая $\lambda = \lambda_m^{-1}$) $\delta_3 = \delta_1 - [(\lambda_m h(1 + \lambda_m h))/(6 + \lambda_m h)]$.

Таким образом, уравнение (24) (полученное с помощью линейного закона (13)) и уравнение (25) (полученное с помощью операторного метода) качественно аналогичны.

В заключение выражаю глубокую благодарность проф. С. В. Саркисяну за ценные советы и постоянное внимание к работе.

Ереванский государственный университет

Литература

1. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных пластин. М. Наука. 1987. 360 с.
2. Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е., Белубекян М. В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. М. Наука. 1977. 272 с.
3. Амбарцумян С. А., Белубекян М. В. Колебания и устойчивость токонесущих пластин. Изд. АН Армении, Ереван. 1992. 123 с.
4. Мкртчян П. А. - Изв. АН АрмССР. 1983. Т. 36. N6. С. 39-49.
5. Амбарцумян С. А., Багдасарян Г. Е. Электропроводящие пластинки и оболочки в магнитном поле. М. Наука. 1996. 286 с.
6. Саркисян С. В., Погосян А. С. Изв. НАН Армении. Механика. 2000. Т.53. N1. С. 59-65.
7. Саркисян В. С., Саркисян С. В., Джилаван С. А., Саргсян А. Л. - Механика. Межвуз. сб. науч. трудов, Вып.8. Ереван. ЕГУ. 1991. С. 49-60.

Ա. Ս. Պողոսյան

Լայնական մագնիսական դաշտում գտնվող հաղորդիչ սալերի տատանումների մասին

Ուսումնասիրվում է լայնական մագնիսական դաշտում գտնվող տրանսվերսալ-
իզոտրոպ էլեկտրահաղորդիչ սալի տատանումների խնդիրը լայնական սահքի դեֆոր-
մացիաների հաշվառումով: Դիտարկված մասնավոր խնդիրների համար կատարված է
ինչպես ինդուկցված էլեկտրոմագնիսական դաշտի բաղադրիչների ըստ սալի հաստու-
թյան գծային փոփոխման օրենքի, այնպես էլ շրջապատող միջավայրում ինդուկցված
էլեկտրոմագնիսական դաշտի բաղադրիչների փոփոխման բնույթի վերաբերյալ ընդու-
նեղության մոտավորությունների ճշտության համամատական վերլուծություն:

УДК 546.28.32:546.46

Н. О. Зулумян, Э. Б. Оганесян, З. Г. Оганесян, С. С. Караханян

О термокислотной обработке серпентинитов северо-восточного побережья озера Севан

(Представлено академиком К. А. Костаняном 11/II 2002)

Получение форстеритовых огнеупоров с высокой огнеупорностью ($t > 1770^{\circ}\text{C}$) необходимо для процессов, протекающих при высоких температурах. Перспективным сырьем для этой цели могут служить магнезиальные ультраосновные горные породы (дуниты, перидотиты и др.), запасы которых в Армении велики [1]. Однако для обеспечения необходимого форстеритового модуля ($(\text{MgO}/\text{SiO}_2) \geq 1.33$) в породу надо добавить оксид магния.

Известно, что удобным сырьем для производства оксида магния является природный магнезит ($\omega(\text{MgO}) = 47.6\%$), запасы которого в мире ограничены, а у нас вовсе отсутствуют. Сырьем для получения MgO могут служить также серпентиниты - вторичные магнезиальные ультраосновные породы ($\omega(\text{MgO}) = 43\%$), запасы которых в Армении, в частности на северо-восточном побережье оз. Севан, весьма велики [1], тем более, что при их комплексной переработке имеется возможность получать и другие нужные для иных целей продукты.

Вопрос обработки серпентинитов кислотами, в частности соляной, для извлечения магния в виде хлорида или оксида не нов [2-4]. Однако основное внимание авторами уделялось подбору технологических параметров (степень измельчения, разновидность и концентрация кислот, температура и продолжительность реакций и т.п.), совокупность которых могла бы обеспечить возможно максимальные выходы магния из серпентинитов определенного месторождения.

Известно, что все серпентиновые минеральные разновидности, как кристаллические, так и аморфоподобные, а их больше десяти [5], в основном вторичные минералы, образованные преимущественно за счет оливинитов, дунитов, перидотитов или изредка пироксенитов под большим давлением в гидротермальных условиях, ниже 500°C [6], т.е. во всех случаях при формировании серпентиновой силикатной сетки $[(\text{Si}_4\text{O}_{10})^4]_n$ главным образом участвовали орто-и метасиликатные (в виде пироксеновых цепочек) анионы с очень разными отношениями. В силу того, что разложение всех серпентинов протекает в интервале $600 - 800^{\circ}\text{C}$ с дальнейшим образованием форстерита (иногда вместе с энстатитом), происходящим до 830°C в большинстве случаев с резким выделением энергии [7], позволили нам предполагать, что в узком температурном интервале, в промежутке между разложением серпентиновой сетки и образованием упорядоченной кристаллической структуры новых минеральных фаз, разложенная масса находится в очень нестабильном и напряженном состоянии, при котором связь между вновь преобразованными первичными силикатными

анионами и катионами магния крайне неуравновешенная¹. Как нам кажется, этому способствует также присутствие в минерале Fe^{2+} , до температуры разложения серпентинов в основном окисляющееся в Fe^{3+} , что в свою очередь способствует нарушению равновесия сложной системы.

Следовательно, естественно было предположить, что химическая обработка породы, доведенной до такого неуравновешенного состояния, должна обеспечивать большой выход извлеченных веществ при использовании более выгодных технологических условий.

Для проверки вышесказанного были подвергнуты солянокислой обработке образцы, как в исходном, так и термообработанном при 680°C состоянии, взятые из Шоржинского и Джил-Сатанахачского месторождений, где распространены в основном ортохризотиле и частично антигоритовые разновидности [8].

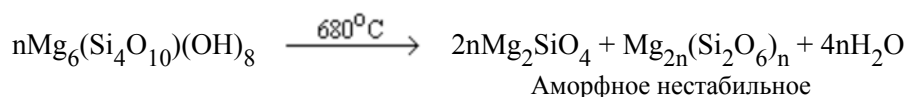
Для этой цели были выбраны три образца, включающих в себя основные разновидности этих месторождений.

Ш-1 - в основном аподунитовый разрыхленный кристаллизованный антигорит с частичным включением ортохризотила и основных карбонатов магния;

Ш-4 - наподобие Ш-3 [8], но более чистый от карбонатных примесей, плотный, опалевидный аподунитовый ортохризотил;

Дж-5 - в основном либо аподунитовый, либо апоперидотитовый разрыхленный, частично кристаллизованный ортохризотил с включениями антигорита и основных карбонатов магния. Результаты химического анализа вышеуказанных образцов приводятся в табл. 1.

[1] Один из вариантов разложения серпентинов можно представить по схеме:



новообразование

Таблица 1

Химический состав исходных (I) и термообработанных (II) образцов

Авторские номера образцов		Компоненты (содержание в %)								
		SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	FeO	CaO	MgO	H ₂ O	п.п.п	Σ
I	Ш-1	32.00	5.90	3.85	1.68	1.34	35.06	0.41	20.29	100.12
	Ш-4	37.34	0.82	3.85	3.36	0.84	37.00	0.25	16.84	100.05
	Дж-5	35.62	1.08	4.94	1.68	1.00	39.10	0.50	16.57	100.09
II	Ш-1	38.32	7.06	6.85	--	1.60	41.99	--	3.67	99.49
	Ш-4	44.22	0.97	8.98	--	0.99	43.82	--	1.23	100.21
	Дж-5	41.89	1.27	7.99	--	1.17	45.98	--	1.52	99.82

Термообработка была осуществлена при 680°С с двухчасовой выдержкой.

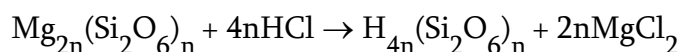
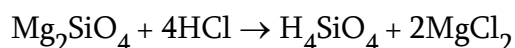
Было обнаружено, что при солянокислой обработке из всех термообработанных образцов во время фильтрации в раствор переходит ощутимое количество кремниевой кислоты (табл.2), которая вместе с хлоридами металлов и HCl образует истинный, вполне устойчивый во времени раствор. Как нам кажется, в раствор переходит преимущественно мономерная форма кремниевой кислоты, растворимость и устойчивость которой во много раз превышает таковые у поликремниевых кислот [9]. На это указывает и то обстоятельство, что поликонденсация молекул полученных растворенных кремниевых кислот в кислой среде начинается при концентрации примерно 6-8 г/л, что свойственно поли-конденсации мономерной или димерной форм кремниевых кислот в подобных условиях [9].

Таблица 2

Степень превращения исходных (I) и термообработанных (II) образцов

Авторские номера образцов		Количество перешедших в раствор компонентов, в %			Степень извлечения, в % по		
		SiO ₂	R ₂ O ₃	MgO	SiO ₂	R ₂ O ₃	MgO
I	III-1	0.69	7.21	25.64	2.16	63.08	73.14
	III-4	0.74	7.59	33.31	1.98	94.52	90.02
	Дж-5	0.84	6.79	33.37	2.36	88.18	85.34
II	III-1	11.59	7.20	37.50	30.24	51.76	89.31
	III-4	13.14	7.55	39.90	29.72	75.88	91.05
	Дж-5	13.73	7.64	42.55	32.78	83.41	92.54

Из того, что при обработке соляной кислотой из исходных и термообработанных образцов в раствор переходят столь разные количества кремниевой кислоты (табл. 2) и, кроме этого, из последних растворимая кремниевая кислота получается без труда за очень короткий промежуток времени, следует, что в ионообменной реакции участвуют уже сочлененные из серпентиновой силикатной сетки первичные орто- и метакремниевые анионы, неуравновешенно связанные с катионами магния по реакциям:



Отметим, что даже при кипячении шестнадцатичасовая обработка нетермообработанных образцов соляной кислотой переводит в раствор только незначительную часть кремния.

Примерно тридцатипроцентное извлечение кремнезема в виде растворимой кремниевой кислоты указывает, что полиметакремниевые кислоты $\text{H}_{4n}(\text{Si}_2\text{O}_6)_n$ из-за больших линейных размеров не переходят в раствор и в виде активного кремнезема остаются в осадке (табл. 2.). С другой стороны, результаты термокислотной обработки различных образцов указывают на неидентичность извлечения растворимой кремниевой кислоты (табл. 2 (II)), из-за чего можно предполагать, что степень извлечения в первую очередь зависит от количества сочлененных и

находящихся в нестабильном состоянии ортокремниевых анионов. Последнее в свою очередь зависит от первоначального отношения материнских орто- и метакремниевых анионов, условий образования силикатных сеток, их строения, степени серпентинизации самой породы и т.д.

Иначе говоря, для оптимального извлечения растворимой ортокремниевой кислоты, косвенно способствующей повышению степени извлечения магния из породы (см. табл. 2), т. е. для нужного подбора технологических параметров обработки, важно заранее учитывать генетические и морфологические особенности используемых серпентиновых пород.

Несмотря на многокомпонентность маточного раствора, из него без особого труда удастся получать в отдельности $Mg(OH)_2$, $Fe(OH)_3$ и поликремниевую кислоту в виде геля. При этом содержание MgO и Fe_2O_3 в полученном порошке (после прокаливания гидроксидов магния и железа (III)) достигает 97-99%. В силикагеле после двукратной промывки сильно разбавленной соляной кислотой содержание примесей не превышает $10^{-2}\%$.

В оставшейся твердой, но очень дисперсной фазе, которая составляет примерно 35 – 45% от исходной термообработанной массы (табл.1; 2, II), активный кремнезем легко обрабатывается гидроксидом натрия с получением различных силикатных материалов, после чего содержание твердой фазы уменьшается до 10 – 15%.

Таким образом, можно констатировать, что термокислотная обработка серпентинитов Шоржинского и Джил-Сатанахачского месторождений позволяет по-новому оценить возможности практического использования серпентиновых пород в качестве сырья для получения оксида магния для производства форстеритовых огнеупоров, синтетического пигмента (Fe_2O_3), активного кремнезема в разных состояниях, что может заменить золь-гель системы, полученные из сложных эфиров ортокремниевой кислоты.

Институт общей и неорганической химии НАН РА

Литература

1. Абовян С. Б. Геология и полезные ископаемые северо-восточного побережья озера Севан. Ереван. Изд. АН АрмССР. 1961.
2. Дарбинян М. В.- Изв. АН АрмССР. 1945. N4. С. 11-17.
3. Мchedlov-Петросян О. П., Гогичева Х. И., Шапакидзе В. Н.- ДАН СССР. 1948. Т. 63. N4. С. 419-421.
4. Гаприндашвили В. Н., Гогичадзе Л. Д.- Сообщения АН ГССР. 1968. Т. 49. N3. С. 589-593.
5. Месторождения хризотил-асбеста СССР. М. Недра 1967. 511 с.
6. Дир У. А., Хаун Р. А., Зусман Дж. Породообразующие минералы. 1966. Т. 3. М. Мир.
7. Термический анализ минералов и горных пород. Л. Недра. 1974.
8. Зулумян Н. О., Оганесян З. Г., Караханян С. С.- Бюл. строителей Армении. 2001. N2(20). С. 32-33.
9. Айлер Р. Химия кремнезема. 1982. Т. 1. М. Мир. 416 с.

Ն. Հ. Զուլումյան, Է. Բ. Հովհաննիսյան, Զ. Հ. Հովհաննիսյան, Ս. Ս. Կարախանյան

**Սևանա լճի հյուսիս-արևելյան ափի սերպենտինիտների ջերմաթթվային
մշակման մասին**

Աշխատանքում զետեղված են Շորժայի և Զիլ[Սատանախաչի հանքավայրերի սերպենտինացված ուլտրահիմնային ապարների ելային և ջերմամշակված տարբերակների միատեսակ պայմաններում աղաթթվային մշակման արդյունքները: Ցույց է տրված, որ երբ ջերմամշակումը տարվում է ջերմաստիճանային այնպիսի միջավայրում, որի ժամանակ տեղի է ունենում առաջնային օրթո- և մետասիլիկատային անիոններով պայմանավորված ամորֆացված նորագոյացումներ, թթվային մշակման արդյունքում ոչ միայն բարելավվում են մագնեզիումի կորզման ելքերը, այլև ստանում ենք զգալի քանակությամբ թթվային միջավայրում լուծելի սիլիկաթթու, որից ստացված գոլ-գել համակարգը կարող է փոխարինել օրթոսիլիկաթթվի էսթերներից ստացվող նմանատիպ համակարգերին:

Ստացված արդյունքները ցույց են տալիս նշված տարածքների սերպենտինացված ուլտրահիմնային ապարների ջերմաթթվային համալիր մշակման նպատակահարմարությունը:

А. К. Матевосян

Способ обработки результатов площадных электроразведочных измерений при нерегулярной сети пунктов наблюдений

(Представлено академиком Р. Т. Джрбашяном 7/VIII 2001)

Настоящая статья является логическим продолжением работы [1], в которой оценена погрешность площадных электроразведочных исследований (контактным способом регистрации) [2-4], связанная с точностью установления пунктов наблюдений, и с целью повышения их эффективности обоснована необходимость разработки методики таких исследований при нерегулярной сети пунктов наблюдений. В данной работе рассмотрена возможность использования нерегулярной (произвольной) сети пунктов наблюдений при площадных электроразведочных исследованиях и на примерах разнотипных геоэлектрических моделей показана эффективность предлагаемого способа регистрации и преобразования (трансформации) первичного и вторичного электрических полей (методами сопротивлений и ВП).

Для осуществления поставленной задачи вычислены основные интерпретируемые параметры кажущегося сопротивления ρ_S ($\rho_{Smax}, \rho_{Smin}, \rho_{Smed} = \sqrt{\rho_{Smax} \cdot \rho_{Smin}}$, $\rho_{Srel} = \rho_{Smax}/\rho_{Smin}$, здесь ρ_{Smax}, ρ_{Smin} - главные (экстремальные) значения ρ_S) и кажущейся поляризуемости η_S (аналогично ρ_S) при исследовании методами сопротивлений и вызванной поляризации многоэлектродной установкой ABCD [5]. Расчеты проведены при координатах питающих электродов A(-60, -50), B(-30, 70), C(70, -30), D(50, 60) (в метрах) для планшета съемки: $-42 \text{ м} \leq (x, y) \leq 42 \text{ м}$, при шаге по x и y равном 1.5 м, для следующих четырех геоэлектрических моделей:

1- *однородная анизотропная среда*, при $\rho_n = 1200 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, $\rho_t = 800 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, $\eta_n = 0.01$, $\eta_t = 0.05$, $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 40^\circ$ (здесь ρ_t и ρ_n - удельное электрическое сопротивление вдоль и поперек плоскости простираения одноосной анизотропии, η_t и η_n - поляризуемость при тех же направлениях, α - угол падения плоскости анизотропии, β - угол между простираанием плоскости анизотропии и осью y против часовой стрелки);

2 - *вертикальный контакт двух однородных сред*, при $\rho_1 = 1000 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, $\eta_1 = 0.01$, $\rho_2 = 800 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, $\eta_2 = 0.10$;

3 - *однородная изотропная среда* ($\rho_0 = 1000 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, $\eta_0 = 0.01$), содержащая полусферическую неоднородность, при $\rho_1 = 800 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, $\eta_1 = 0.10$, $x_1 = 2 \text{ м}$, $y_1 = 2 \text{ м}$, $r = 10 \text{ м}$ (здесь x_1 , y_1 - координаты, r - радиус неоднородности);

4 - *однородная изотропная среда* ($\rho_0 = 1000 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, $\eta_0 = 0.01$), содержащая сферическое тело, при $\rho_1 = 800 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, $\eta_1 = 0.50$, $x_1 = 2 \text{ м}$, $y_1 = 2 \text{ м}$, $z_1 = 12 \text{ м}$, $r = 10 \text{ м}$ (здесь x_1 , y_1 , z_1 - координаты, r - радиус тела).

Представим способ преобразования данных, полученных нерегулярной сетью пунктов наблюдений, в правильную. Допустим, что определение вектора напряженности электрического поля $\mathbf{A}$ в рассматриваемом пункте $N(x_N, y_N)$ нерегулярной сети выполняется по результатам измерений двумя и более ($k \leq 2$) приемными линиями (каждая из которых представлена двумя приемными электродами, один из которых расположен в пункте N , другой - в одном из смежных пунктов) с разностями, не превышающими R . В результате таких измерений для пункта N вычисляются (нормируя величину разности потенциалов между электродами по разности соответствующей приемной линии) p_1 -, ..., p_k - составляющие вектора $\mathbf{A}$: $A_{p1}^{(N)}$, ..., $A_{pk}^{(N)}$. Взяв попарно значения произвольных составляющих вектора $\mathbf{A}$, можно преобразовать их в требуемые x - и y -составляющие, по формулам [6]:

$$\begin{aligned} A_{xij}^{(N)} &= (A_{pi}^{(N)} \sin v_j^{(N)} - A_{pj}^{(N)} \sin v_i^{(N)}) / \sin(v_j^{(N)} - v_i^{(N)}), \\ A_{yij}^{(N)} &= (A_{pi}^{(N)} \cos v_i^{(N)} - A_{pj}^{(N)} \cos v_j^{(N)}) / \sin(v_j^{(N)} - v_i^{(N)}), \end{aligned} \quad (1)$$

при $\sin(v_j^{(N)} - v_i^{(N)}) \neq 0$, т.е. когда векторы $A_{pi}^{(N)}$ и $A_{pj}^{(N)}$ не коллинеарны (пункты i и j не находятся на одной прямой с N). Здесь $(i, j) = 1, \dots, k$; $(i < j)$; $v_i(v_j)$ - угол между положительными направлениями осей x и $p_i(p_j)$ при отсчете от полярной оси против часовой стрелки.

Тогда усредненные значения x - и y -составляющих вектора $\mathbf{A}$ в пункте N нерегулярной сети определим из $m \leq k(k-1)/2$ полученных значений по выражениям:

$$A_x^{(N)} = \sum (A_{xij}^{(N)} \cdot W_{ij}^{(N)}) / \sum W_{ij}^{(N)} \quad \text{и} \quad A_y^{(N)} = \sum (A_{yij}^{(N)} \cdot W_{ij}^{(N)}) / \sum W_{ij}^{(N)}, \quad (2)$$

где $W_{ij}^{(N)} = (R/d_i^{(N)} - 1)(R/d_j^{(N)} - 1)$ - весовой коэффициент, при $R > (d_i^{(N)}, d_j^{(N)})$; $d_i^{(N)} = \sqrt{(x_N - x_i)^2 + (y_N - y_i)^2}$ и $d_j^{(N)} = \sqrt{(x_N - x_j)^2 + (y_N - y_j)^2}$ - разнос приемных линий i и j , соответственно.

С использованием (2) получим усредненные значения x - и y -составляющих вектора $\mathbf{A}$ в пункте $M(x_M, y_M)$ правильной сети:

$$A_x^{(M)} = \sum (A_{xi}^{(N)} \cdot W_i^{(M)}) / \sum W_i^{(M)} \quad \text{и} \quad A_y^{(M)} = \sum (A_{yi}^{(N)} \cdot W_i^{(M)}) / \sum W_i^{(M)}, \quad (3)$$

здесь суммирование выполняется для p (количество смежных с M пунктов нерегулярной сети),

при $R > d_i^{(M)}$, где $d_i^{(M)} = \sqrt{(x_M - x_i)^2 + (y_M - y_i)^2} \neq 0$.

При $d_i^{(M)} = 0$ составляющим $A_x^{(M)}$ и $A_y^{(M)}$ присваиваются значения $A_{xi}^{(N)}$ и $A_{yi}^{(N)}$, соответственно.

Путем геометрических построений определение x - и y - составляющих вектора $\mathbf{A}$ в пункте N выполняется следующим образом: сперва по значениям (величинам с учетом знаков) двух произвольных (но не коллинеарных) p_i - и p_j -составляющих строится вектор $\mathbf{A}$ ($A_{pi}^{(N)}$ и $A_{pj}^{(N)}$ стороны параллелограмма, $|\mathbf{A}|$ - его диагональ, проходящая через начало координат), а затем, опустив перпендикуляры с его конца соответственно на оси X и Y , определяются A_x и A_y . При необходимости можно определить и произвольную составляющую $\mathbf{A}$. С целью оценки погрешности или визуализации результатов преобразований (1) можно воспользоваться следующей особенностью: проекции вектора $\mathbf{A}$ при всевозможных осях, проходящих через начало координат, располагаются на окружности, диаметром которой является данный вектор, а длина хорды, отсекаемой произвольной осью, равна величине соответствующей его составляющей.

Следует отметить, что в краевых частях планшета съемки могут наблюдаться некоторые искажения (уменьшение точности), ввиду измерения требуемых составляющих напряженности электрического поля по результатам измерений в определенном направлении (отсутствия равномерно, всесторонне расположенных смежных пунктов). В этом случае можно рекомендовать способ линейного интерполирования (и экстраполирования) векторного поля, предложенный при изучении поля БТ в требуемом полевым пункте по трем базисным пунктам [7] или же использовать при промежуточных этапах расчетов соответствующего параметра некоторые процедуры из пакета *SURFER*, в частности: *Minimum Curvature* или *Kriging* [8]. Очевидно, что предлагаемые преобразования данных площадной векторной съемки нерегулярной сетью наблюдений в правильную позволяют полностью применять известные методики электроразведочных исследований.

Теперь воспользуемся произвольно заданной нерегулярной разряженной (более чем в 3 раза) сетью пунктов наблюдений, установленных в пределах вышепредставленного планшета съемки, фрагмент которой изображен на рис.1,а. Линиями на рис.1,б-г соединены пункты, расстояние между которыми не превышает R , показывающие, какие составляющие исследуемого электрического поля привлечены при преобразовании данных нерегулярной сети в правильную. Величины R выбраны кратными шагу правильной сети. Заметим, что при $R = 3$ м (рис.1,б) некоторые пункты соединены со смежными одной или двумя (почти расположенными на одной прямой) линиями и тем самым при преобразовании данных в этих пунктах невозможно определение требуемых значений поля, что в итоге приводит к появлению "белых пятен" на картах интерпретируемых параметров. С другой стороны, при $R = 6$ м (рис.1,г) в процессе преобразования данных для каждого пункта привлекается довольно много смежных пунктов, более удаленных от рассматриваемого пункта, что приводит как к существенному увеличению компьютерного времени преобразований, так и в определенной степени сглаживает поле (аномалии), что может привести к уменьшению контрастности проявления исследуемых параметров. Для данной нерегулярной сети оптимальным можно считать $R = 4.5$ м (рис.2,в).

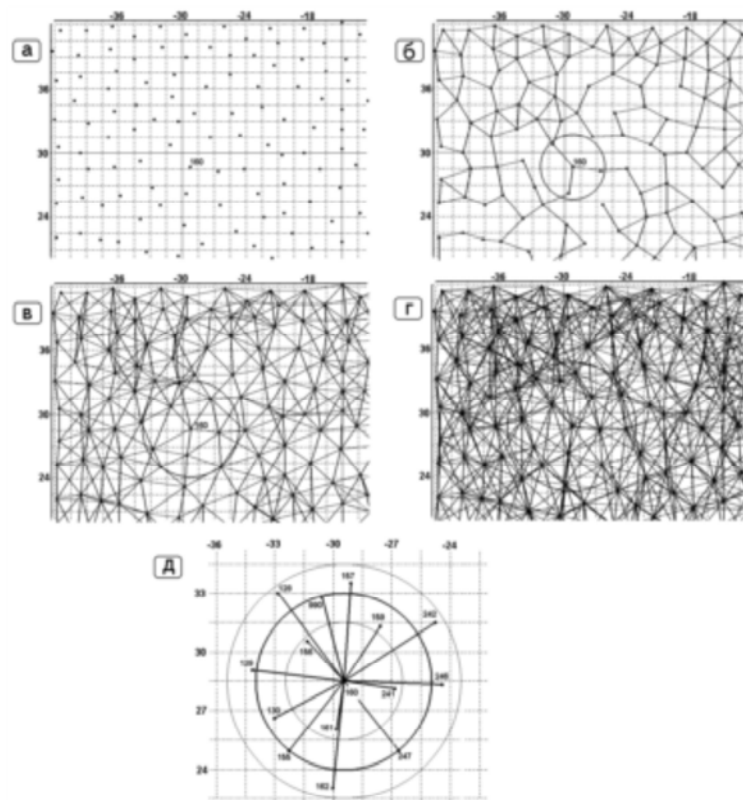


Рис. 1. Верхний левый фрагмент нерегулярной разреженной сети пунктов наблюдений (а, б, в, г) и пункт наблюдений №160 (д) со смежными пунктами, расположенными в его окрестности с радиусами R , равными 3, 4.5, 6 м (линиями соединены пункты, расстояние между которыми не превышает R , равный 3 м (б), 4.5 м (в) и 6 м (г); пунктирная квадратная сетка - правильная сеть наблюдений).

На рис.1,д крупным планом показан пункт наблюдений №160 со смежными (тремя, шестью, четырнадцатью) пунктами при этих радиусах усреднения (приведения) данных R , соответственно. Заметим, что при преобразовании данных в этих пунктах использование некоторых пар приемных линий, таких как: №161 и 162; №241 и 246; №128 и 156; №129 и 241; №156 и 247; №128 и 247 - не целесообразно, поскольку они располагаются почти на одной прямой с пунктом №160, что приводит к увеличению погрешности преобразований. С целью уменьшения влияния данного фактора на конечный результат при расчетах принимались во внимание только те пары приемных линий, для которых соблюдалось условие: $|\sin(v_j^{(N)} - v_i^{(N)})| > 0.1$ (при экспериментальных исследованиях рекомендуется $|\sin(v_j^{(N)} - v_i^{(N)})| \geq 0.5$ [6]).

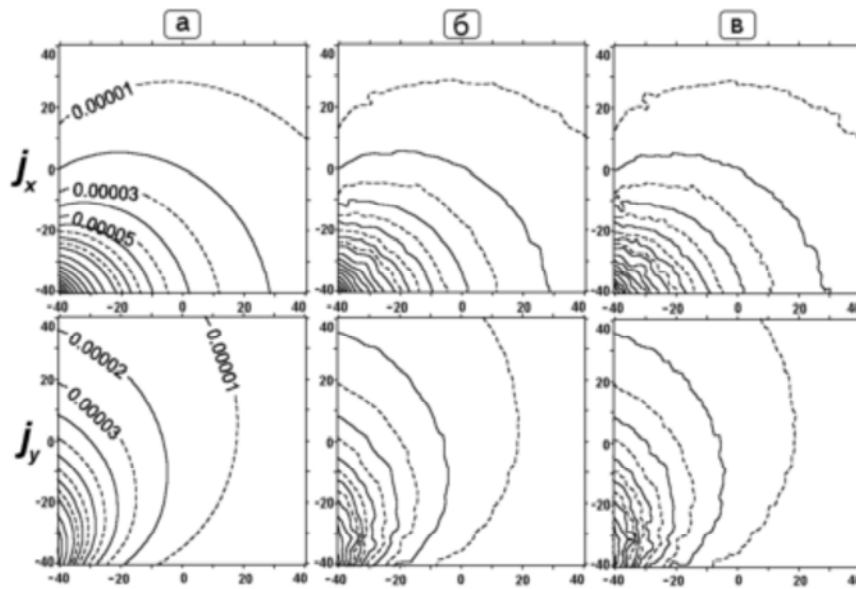


Рис. 2. Карты изолиний x - и y -составляющих вектора j (в A/m^2) при возбуждении электрического поля током, пропускаемым через питающий электрод А, по данным: а - квадратной сети; б, в - нерегулярной разреженной сети при R , равном 4.5 м (б - в пунктах нерегулярной сети; в - в пунктах квадратной сети после соответствующей трансформации).

Наблюдаемая схожесть приведенных карт x - и y -составляющих вектора j (рис.2,б,в), построенных различными вариантами по данным нерегулярной разреженной сети, и их несущественные расхождения ("волнистость" изолиний) с исходными картами j_x и j_y , соответственно (рис.2,а), несомненно говорит в пользу предлагаемого способа регистрации и преобразования данных (об устойчивости предлагаемого алгоритма решения поставленной задачи). Об этом свидетельствует и сопоставление карт различных параметров кажущегося сопротивления и кажущейся поляризуемости (в частности ρ_{Smed} и η_{Smed} при $R = 4.5$ м в случае нерегулярной сети - рис.3), несмотря на их общую характерную особенность - незначительную (несущественную для достижения поставленной цели) "волнистость" изолиний.

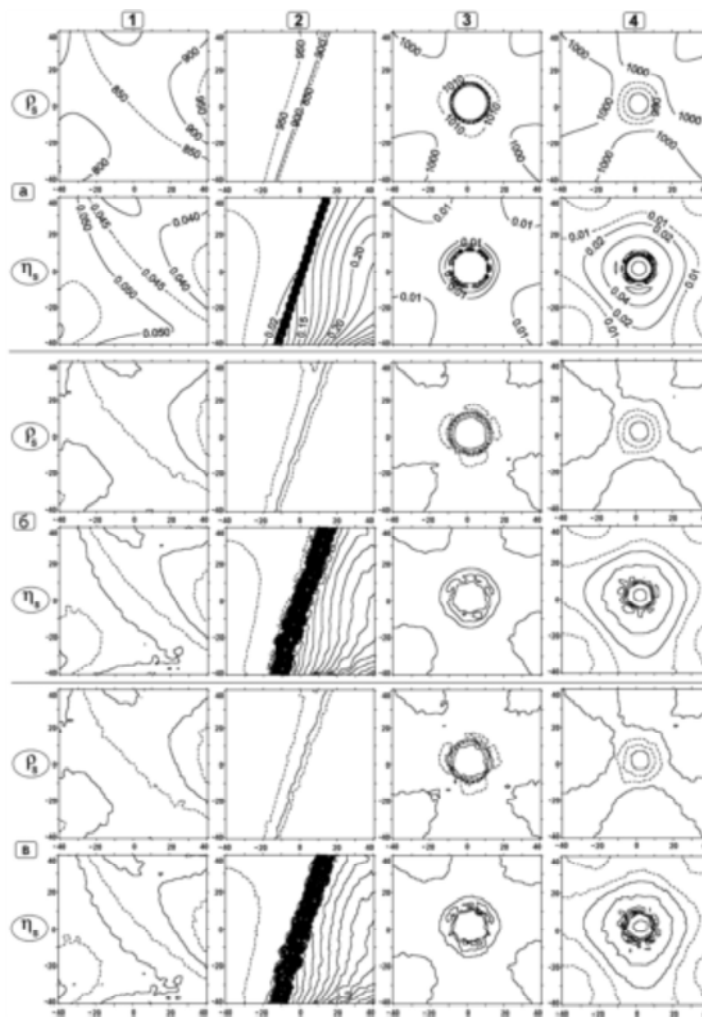


Рис. 3. Карты изолиний ρ_{Smed} (в Ом · м) и η_{Smed} на поверхности четырех (1, 2, 3, 4) геоэлектрических моделей при возбуждении электрического поля многоэлектродной системой АД-ВС, построенные по данным в пунктах наблюдений: а - правильной сети; б - нерегулярной сети; в - нерегулярной сети после трансформации в рассматриваемую правильную сеть.

В заключение следует отметить, что применение нерегулярной сети пунктов наблюдений требует проведения дополнительных топографических полевых работ, связанных с определением координат каждого пункта (приемного электрода). Можно также рекомендовать применение современных зарубежных многоканальных (сотни и даже тысяча каналов) электроразведочных станций, однако целесообразна разработка многофункциональной измерительной компьютеризированной аппаратуры с соответствующим программным обеспечением, позволяющей проводить комплексные электроразведочные исследования методами с контактным способом измерений.

Литература

1. *Матевосян А. К.* - - ДНАН РА. 2002. Т.101. №2. С.
2. Инструкция по электроразведке. Л. Недра. 1984. 352 с.
3. Электроразведка. Справочник геофизика (под ред. В. К. Хмелевского и В. М. Бондаренко). М. Недра. 1989. В 2-х кн. 438 с., 378 с.
4. *Комаров В. А.* - Электроразведка методом вызванной поляризации. Л. Недра. 1980. 391 с.
5. *Матевосян А. К.* - Изв. НАН РА. Науки о Земле. 1999. Т.52. №1. С. 53-63.
6. *Матевосян А. К.* - Изв. НАН РА. Науки о Земле. 1999. Т.52. №2-3. С. 84-88.
7. *Матевосян А. К.* Способ геоэлектроразведки. Авторское свидетельство СССР №1704120. Бюллетень изобретений №1. 1992.
8. SURFER for WINDOWS. Contouring and 3D Surface Mapping. Version 6. User's Guide. Golden Software. 1997.

Ա. Կ. Մաթևոսյան

Կամայական դիտարկման ցանցի դեպքում մակերեսային էլեկտրահետախուզական չափումների մշակման եղանակ

Հոդվածում ուսումնասիրվում են կամայական դիտարկման ցանցի օգտագործման
հնարավորությունները մակերեսային էլեկտրահետախուզական հետազոտությունների
դեպքում: Ցույց է տրվում առաջարկվող գրանցման և ձևափոխման եղանակի արդյունա-
վետությունը տարբեր բնույթի երկրաէլեկտրական մոդելների օրինակների վրա:

УДК 627:556.532

Г. А. Мартиросян, Г. С. Габаян, О. В. Токмаджян

Возможности повышения водоотдачи Азатского водохранилища путем применения затворов системы „HYDROPLUS“

(Представлено академиком Ф. Т. Саркисяном 27/VIII 2001)

Аракатская равнина является наиболее водопотребляющим регионом Армении в орошаемом земледелии. Основными источниками водоснабжения Аракатской области являются оз. Севан, Азатское водохранилище и р. Аракс, работающие в единой системе. Повышение водоотдачи Азатского водохранилища позволит уменьшить попуски из оз. Севан на ирригационные нужды, а также снизить объемы подаваемых насосными станциями вод из р. Аракс, что существенно сократит энергопотребление на нужды ирригации.

Азатское водохранилище расположено в среднем течении р. Азат выше с. Ланджазат. Водохранилище образовано земляной плотиной высотой 70 м и длиной по гребню 660 м. Максимальный уровень воды (ФПУ) 1051.4 м. Емкость водохранилища 70 млн. м³.

Водосброс расположен в правом борте плотины и состоит из трехлепестковой "маргаритки" с длиной водосливного фронта 71 м и быстротока, заканчивающегося рассеивающим консольным трамплином. Отметка гребня водосброса (НПУ) 1049.4 м. Максимальный паводок 0.01%-ной обеспеченности р. Азат в створе плотины Азатского водохранилища составляет 300 м³/с.

Применение плавких затворов системы "HYDROPLUS" позволит накапливать в дополнительно создаваемом объеме часть ранее сбрасываемых паводковых вод, безопасно пропуская при этом паводки высокой обеспеченности путем опрокидывания затворов [1].

В основе предлагаемого решения заложены следующие концепции:

а) максимальный уровень воды достигаемый во время расчетного паводка, не должен превышать проектный уровень форсировки; б) паводок, достигающий воронки первого затвора, должен соответствовать 30% расчетного паводка [2].

Гребень водосброса повышается на 0.3 м - с 1049.4 до 1049.7 м, расширяется и выравнивается так, чтобы разместить 46 "лабиринтных" затворов размером 1.0 м в длину и 1.5 м в ширину, имеющих в средней ширине конфигурацию оголовка. Таким образом, затворы образуют водонепроницаемый барьер, соответственно повышая отметку НПУ до высоты своего гребня (т.е. отметка НПУ будет 1030.7 м или на 1.3 м выше существующей). На острых участках "маргаритки" будут сооружены боковые стенки для сопряжения затворов с водосливом. Подобная конфигурация затворов системы "HYDROPLUS" позволит повысить емкость водохранилища на 3.4 млн.м³, т.е. на 5%. Сработка затворов при паводках производится группами по 6-8 единиц. Такая схема позволяет приводить в действие только определенное количество затворов, необходимых для безопасного пропуска данного паводка, и производить

прогрессивный сброс затворов при паводках высокой обеспеченности.

Затворы, задействованные в одной и той же опрокидывающейся группе, снабжаются 2 или 3 воронками (такой затвор называется „Master”). Опрокидывание затворов без воронки („Side”) будет задействовано через трубы, расположенные в пороге водослива, что позволит беспрепятственно распределять воду по гребню водосброса, снабженному затворами. Части затворов могут быть изготовлены из разных материалов - (стали, бетона или их комбинаций).

В данном случае предлагаются затворы на сборном железобетоне с впускными воронками, изготовленными из стали марки ст. 37 толщиной 8 мм. Установка затворов производится резиновыми уплотнениями на боковых и нижних частях.

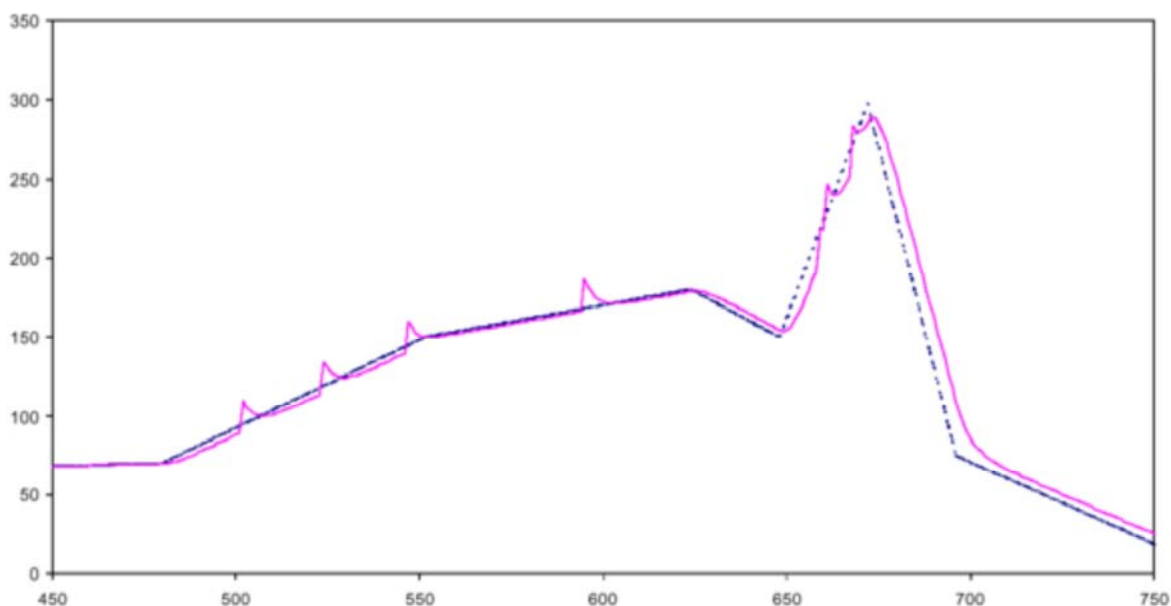
Основным гидрологическим расчетом является расчет трансформации с учетом поочередной сработки затворов системы "Hydroplus". На рис.1 показана кривая трансформации для паводка 0.01%-ной обеспеченности, рассчитанная по специально разработанной программе.

При этом удельный расход водослива по гребням затворов описывается по формуле, определенной с помощью модельных исследований [1]

$$Q = 2.497, \quad H_{(m)} = 0.051 \text{ м}^3/\text{с};$$

здесь Н– напор в верхнем бьефе ($H > 0.18 \text{ м}$).

Расход ($\text{м}^3/\text{с}$)



($\text{м}^3/\text{с}$)

Время (часы)

Рис.1. Кривая трансформации Азатского водохранилища при максимальном паводке и наличии затворов "HYDROPLUS". Пунктирная линия - приток,

сплошная - сброс. максимальный приток $298 \text{ м}^3/\text{с}$; максимальный отток $290 \text{ м}^3/\text{с}$;
максимальный уровень воды 51.41 м.

Как показывают расчеты, первая сработка затворов происходит при паводке с расходом $94 \text{ м}^3/\text{с}$. При этом сбросной расход составит $89 \text{ м}^3/\text{с}$ (рис.2).

Расход ($\text{м}^3/\text{с}$)

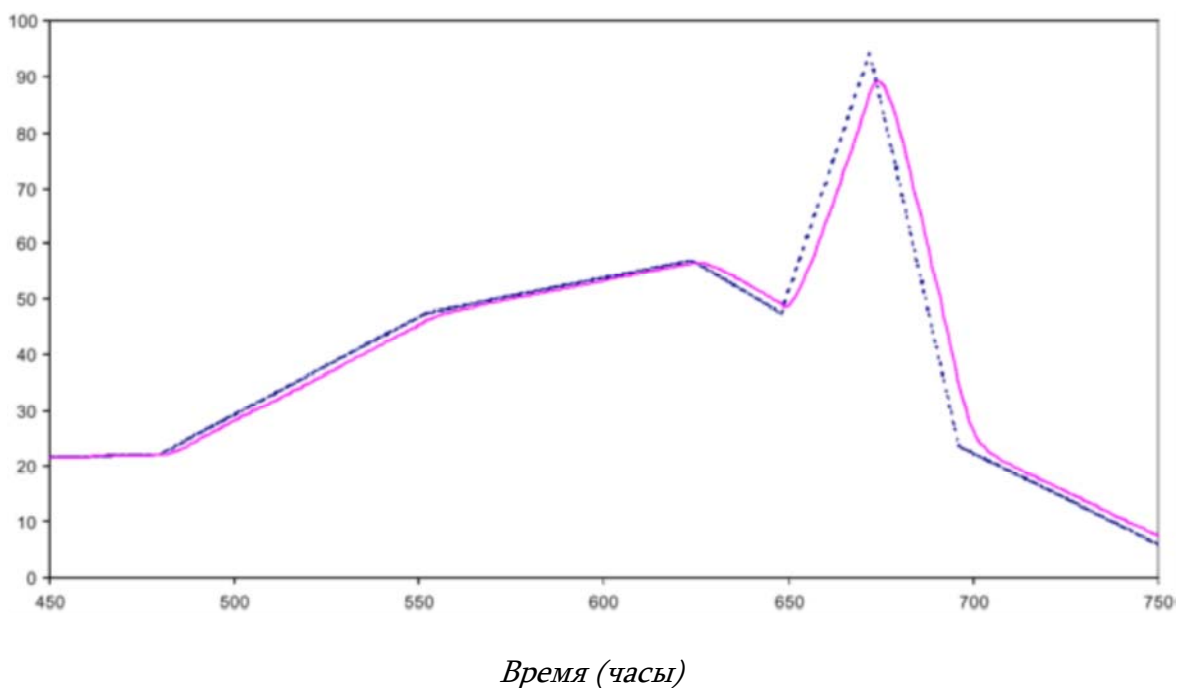


Рис. 2. Кривая трансформации Азатского водохранилища для паводка, пропускаемого без опрокидывания затворов "HYDROPLUS". Пунктирная линия - приток, сплошная - сброс. максимальный приток $94 \text{ м}^3/\text{с}$; максимальный отток $89 \text{ м}^3/\text{с}$; максимальный уровень воды 51.20 м.

При прохождении расчетного паводка с расходом $298 \text{ м}^3/\text{с}$ срабатывают все 46 затворов. При этом сбросной расход составит $290 \text{ м}^3/\text{с}$, а уровень воды в водохранилище - 1051.41 м.

Усредненный статистический коэффициент водоотдачи Азатского водохранилища составляет 1.39, т.е. наличие 3.4 миллиона дополнительного объема позволит увеличить среднегодовой объем водозабора на величину 1.71 млн. м^3 по среднестатистическому году.

Институт водных проблем и гидротехники РА

Литература

1. Мартиросян Г. А., Токмаджян О. В., Габаян Г. С. - Изв. строителей Армении. Спец. выпуск. 2001. N 5.
2. The Hydroplus system - 94, rue de Provence. 75009. 1994. Paris France. 10 s.

Գ. Ա. Մարտիրոսյան, Գ. Ս. Գաբայան, Հ. Վ. Թոքմաջյան

**Ազատի ջրամբարի ջրատվության բարձրացման հնարավորությունները
“HYDROPLUS” համակարգի փականների կիրառման միջոցով**

“HYDROPLUS” համակարգի փականների կիրառումը Ազատի ջրամբարում հնարավորություն կտա ստանալ լրացուցիչ 3.4 մլն.մ³ կուտակվող ծավալ, այսինքն ավելացնել արդեն գոյություն ունեցող ջրամբարի ծավալը 5%-ով: Այդ դեպքում նոր կուտակվող ծավալի 1 մ³-ի բերված արժեքը մոտ ինը անգամ ցածր կլինի գործող ջրամբարի նույն ցուցանիշից:

Լուծելով հեղեղաջրերի անվտանգ հեռացման խնդիրը, այն միաժամանակ կարող է լրացուցիչ ապահովել ոռոգման կարիքների միջին տարեկան ջրատվությունը 1.71 մլն.մ³-ով, որը և հնարավորություն կտա նույն ծավալով կրճատել Սևանա լճի թողքերը կամ ջրի էներգատար տրումը Արաքս գետից:

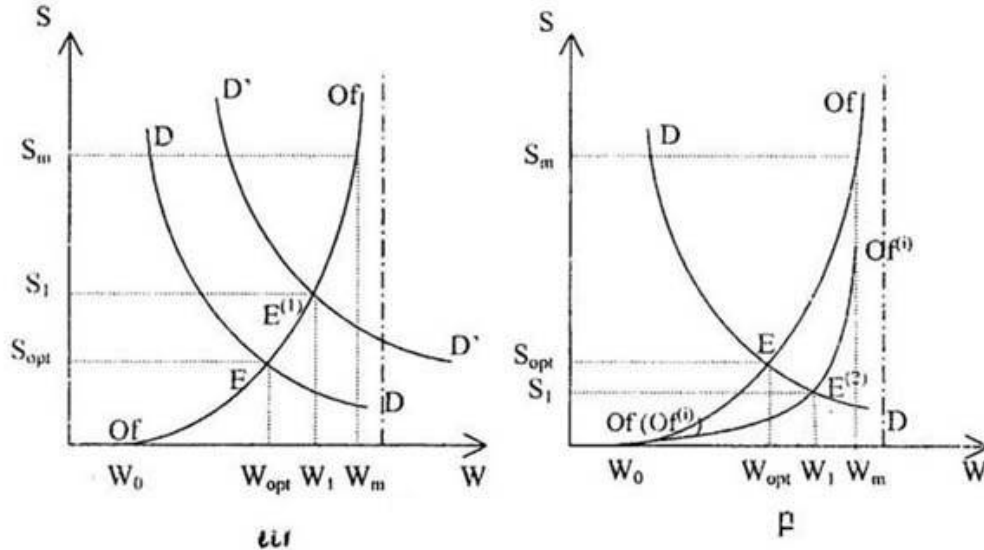
ՈւՏԴ 551.544:339.333

Հ. Ս. Հովհաննիսյան, Հ. Վ. Թոքմաջյան, Ա. Խ. Մարկոսյան

**Ոռոգման ջրի պահանջարկի և առաջարկի փոփոխության
Առանձնահատկությունները**

(Ներկայացված է ակադեմիկոս Ֆ. Տ. Սարգսյանի կողմից 29/X 2001)

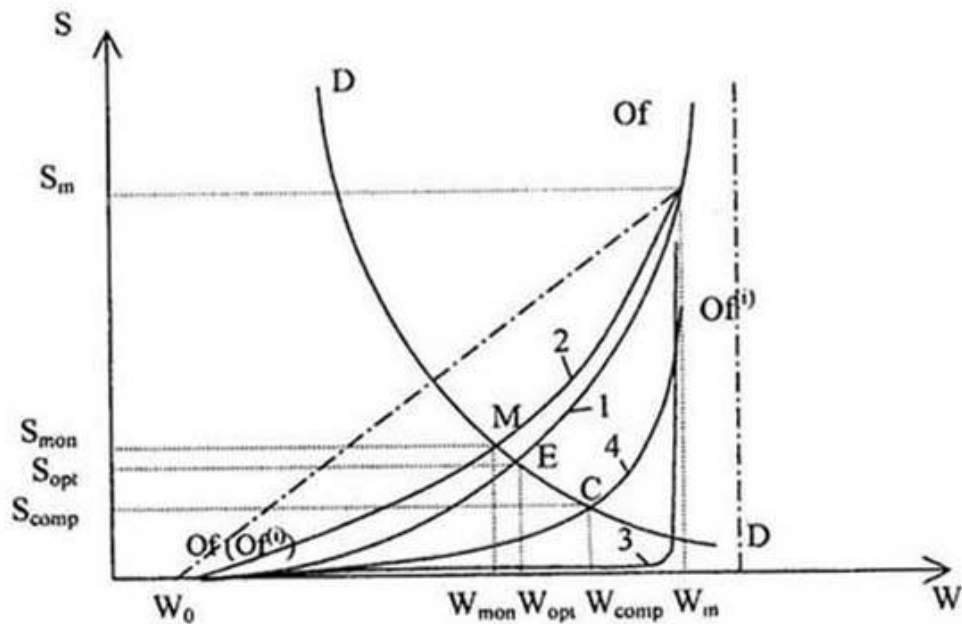
Հայտնի է, որ ապրանքի քանակի այնպիսի փոփոխությունը, որը կապված է գնի փոփոխությունից տարբերվող որևէ այլ պատճառի հետ, կոչվում է պահանջարկի փոփոխություն: Ի հակադրություն դրան, եթե գնելու վճիռը, ինչ-որ չափով պայմանավորված է ապրանքի գնի փոփոխությամբ, ապա դա կոչվում է պահանջվող քանակի փոփոխություն [1]: Ոռոգման ջրի պահանջարկի փոփոխությունը, որը արտահայտվում է պահանջարկի կորի տեղաշարժով, սկզբունքորեն տարբերվում է ոռոգման ջրի պահանջարկի քանակի փոփոխությունից, երբ սակագնի փոփոխության հետևանքով պահանջարկի կորով շարժվելով, ունենում ենք նոր առաջարկի կոր: Այս դեպքում ավելաված գնումները, սակագնի նվազման հետևանք են: Նշվածը վերլուծենք նկ. 1-ում բերված գծագրերի վրա: Նկ.1, ա-ն ցույց է տալիս պահանջարկի աճի դեպքը (պահանջարկի կորի տեղաշարժը), որտեղ հավասարակշռող քանակը W_{opt} -ից բարձրանում է W_1 միավորի:



Նկ. 1. Ոռոգման ջրի պահանջարկի և առաջարկի քանակի փոփոխությունները

Նկ. 1. Ոռոգման ջրի պահանջարկի և առաջարկի քանակի փոփոխությունները

Պահանջարկի կորի երկայնքով առաջարկի շարժման դեպքում (նկ.1, բ) հավասարակշռության E կետը տեղափոխվում է $E^{(2)}$, որի հետևանքով պահանջվող W_{opt} քանակությունը դառնում է W_1 : Այս դեպքում պահանջարկը չի փոխվում, այլ մեծանում է պահանջվող քանակը: Երկու դեպքում էլ պահանջվող ջրի քանակը փոփոխվում է հավասարապես $\Delta W = W_1 - W_{opt}$: Սակայն ջրի քանակի փոփոխության տրամաբանությունը երկու դեպքերի համար էապես տարբեր է: Առաջին դեպքում (նկ.1, ա) առաջարկի կորը մնում է հաստատուն: Այլ կերպ ասած, դա հաշվարկված այն կորն է, երբ սակագնի ավելացումը հնարավորություն է տալիս օբյեկտիվորեն (շուկայական մեխանիզմների կիրառմամբ) ավելացնելու մատակարարվող ջրի քանակը: Վերլուծենք այս դեպքը: Դիցուք, ունենք մի տիրույթ, որտեղ ֆերմերները օպտիմալ S_{opt} սակագնով ստանում են W_{opt} ոռոգման ջրի քանակ: Որոշակի գործոններից ելնելով, տեղի է ունենում տվյալ տիրույթում արդադրվող գյուղատնտեսական մթերքների պահանջարկի աճ, որը ուղեկցում է շուկայում այդ մթերքների գների աճով: Արտադրվող մթերքների քանակը ավելացնելու և այդպիսով հավելյալ շահույթ ստանալու համար ֆերմերները որոշում են ավելացնել մշակվող հողատարածքները (որը լրացուցիչ ոռոգման ջուր է պահանջում) կամ, որոշ դեպքերում, ավելացնել ոռոգմանին տենսիվությունը: Սակայն լրացուցիչ ջուր հնարավոր է մատակարարել միայն լրացուցիչ ծախսեր կատարելու միջոցով, որի հետևանքով պահանջարկի $D - D$ կորը կսահի դեպի վեր և հավասարակշռության E կետը կտեղափոխվի $E^{(1)}$: Այս դեպքում ֆերմերները կգերադասեն ոռոգման ջուրը գնել ավելի բարձր սակագնով (S_1), միայն թե ապահովվի անհրաժեշտ W_1 քանակը ոռոգման ջուրը, որն էլ, որպես անուղղելի հետևանք, կապահովի հավելյալ շահույթ: Երկրորդ դեպքում (նկ.1, բ) անփոփոխ է մնում պահանջարկի կորը: Այս դեպքում ֆերմերները ունեն W_1 քանակի ոռոգման ջրի պահանջարկ, սակայն իրենց արտադրանքը շուկայում չունի այն պահանջարկը և գինը, որի դեպքում, ավելի բարձր սակագնով ոռոգման ջուր գնելով, նրանք հավելյալ շահույթ կարող են ապահովել: Այս դեպքում լուծում կարող է տալ ջրային օբյեկտի սեփականատերը (հիմնականում դա պետությունն է), որը, որոշակի ծախսեր փոխհատուցելով, արհեստականորեն իջեցնում է սակագնի արժեքը S_{opt} -ից նոր S_1 -ը: Այսպիսով, ֆերմերների համար հնարավորություն է ստեղծվում գնելու անհրաժեշտ W_1 քանակի ջուրը: Այստեղ, ի տարբերություն տնտեսության այլ բնագավառներում, ոռոգման ջրի առաջարկի կորը յուրահատուկ է: Նախ հարկ է նշել, որ առաջարկի գնառաձգականության տեսակետից ջուրը ոչ առաձգական առաջարկ է: Նրա պաշարները խիստ սահմանափակ են, և դրամամուտքի առավելագույնս ապահովման պայմաններում անգամ սակագնի բարձրացումը, ինչ-որ սահմանից հետո, քիչ կազդի ջրի տրամադրման քանակի վրա [2]: Սակագնի որոշակի $S = S_m$ արժեքի դեպքում ջրի առաջարկվող քանակը հասնում է սահմանային W_m արժեքի, որից հետո ասիմպտոտորեն ձգտում է $W \rightarrow W_m + \varepsilon$ և ստանում ենք բացարձակ ոչ առաձգական առաջարկի դեպքը: Աբսցիսի առանցքի հատման կետում ($S = 0$) բնությունն ապահովում է W_0 ջրի քանակ (ազատ ջրօգտագործման գոտի): Ակնհայտ է, որ առաջարկի կորի ցանկացած տեղափոխություն իրենից ներկայացնում է առաջարկի կորի դեֆորմացիա, քանի որ որոշակի իրավիճակում ($W_0, 0$) և (W_m, S_m) եզրային պայմանները առաջարկի բոլոր կորերի համար նույնն են: Առաջարկի կորի կազմավորման ստացված օրինաչափությունը հիմք է տալիս նոր տեսանկյունից ուսումնասիրելու ոռոգման ջրի քանակի և սակագնի ֆունկցիոնալ կապի առանձնահատկությունները: Նկ. 2-ում պատկերված են ոռոգման ջրի առաջարկի փոփոխության հնարավոր կորերը:



Նկ. 2. Ոռոգման ջրի առաջարկի փոփոխության հնարավոր կորերը

Նկ. 2. Ոռոգման ջրի առաջարկի փոփոխության հնարավոր կորերը

1 կորը ռոտզման ջրի հաշվարկային կորն է, երբ սակագնի ավելացումը հնարավորություն է տալիս օբյեկտիվորեն աավելացնելու մատակարարվող ջրի քանակը: 2 և 3 կորերը կարող են առաջանալ ռոտզման ջրի տիրապետման և մատակարարման մենաշնորհի դեպքում: Ընդ որում, 3-րդ իրավիճակը գարծնականում տեղի կարող է ունենալ այն դեպքում, երբ մենաշնորհը պատկանում է պետությանը: Պետությունը որոշակի դեպքում կարող է իր վրա վերցնել ռոտզման ջրի մատակարարման բոլոր ծախսերը և ջրօգտագործողներին այն տրամադրել անվճար: 2-րդ իրավիճակը կարող է տեղի ունենալ և այն դեպքում, երբ մենաշնորհը պատկանում է որևէ անձի (կամ կլանի), և այն դեպքում, երբ այն պատկանում է պետությանը: 2-րդ կորի դեպքում մենաշնորհի տերը կաշող է առաջարկել իրականից բարձր գին (S_{mon}), որի հետևանքով ռոտզման ջրի պահանջարկի քանակությունը կփոքրանա:

Հայաստանում դա կարող է հանգեցնել քաղաքական, տնտեսական և սոցիալական պայթյունի, ուստի պետք է բացառել այսպիսի իրավիճակի ստեղծման հնարավորությունը: Անցումային շրջանում ամենաիրատեսականը 4-րդ դեպքի կիրառումն է: Այս դեպքում ջրային ռեսուրսի սեփականատերը՝ պետությունը, հանձնելով ջրային օբյեկտների և ջրամատակարարման համակարգերի օգտագործման իրավունքը մասնավոր կառավարիչներին՝ օպերատորներին, սակագնային քաղաքականությունը կիրականացնի այնպես, որպեսզի ռոռզման ջրի հատկացումը լինի փոխզիջում «արդյունավետ օգտագործման» և «արդարության» միջև [3]: Ժամանակի ընթացքում կոր 4-ը պետք է տրանսֆորմացվի հաշվարկային 1 կորի հետ:

ՀՀ ջրային հիմնահարցերի և հիդրոտեխնիկայի ինստիտուտ

Особенности изменения спроса и предложения на оросительную воду

Рассматривается принципиальное различие понятий спроса и количества спроса на оросительную воду. Исходя из того, что при тарифе на оросительную воду S_m количество предлагаемой воды достигает своей предельной величины W_m , после чего асимптотически стремится к кривой абсолютного неэластического спроса $W \rightarrow W_m + \varepsilon$ (вертикально), а в точке пересечения абсцисс природа обеспечивает количество воды W_0 выше нуля (зона свободного водопользования), делается вывод, что любое перемещение кривой предложения представляет собой ее деформацию, так как в определенной ситуации граничные условия $(W_0, 0)$ и (W_m, S_m) для всех кривых предложения одинаковы.

Գրականություն

1. Մամյունյան Փ. Ա., Նորդիան Ու. Դ. Տնտեսություն. հատ. 2. Միկրոտնտեսագիտություն. Երևան. 1997. 455 էջ:
2. Մակեյան Պ. Ս., Թորմազյան Հ. Վ., Զավադյան Յու. Լ., Մարկոսյան Ա. Մ. - Ագրոգիտություն. Երևան. 1998. N11-12. էջ 654-657:
3. Թորմազյան Հ. Վ., Մարկոսյան Ա. Մ., Մինոնյան Ա. Վ., Մելքոնյան Հ. Ֆ., Մկրտչյան Վ. Բ. - ՀՀ ԳԱԱ Զեկույցներ. 2001. չ. 101. N1. էջ 84-88:

УДК 616-008.934.54-054(985)

А. С. Агабян, академик К. Г. Карагезян

**Корригирующее действие модифицированной формы
низкомолекулярной рибонуклеиновой кислоты на биологические
и иммунологические показатели при экспериментальном
аллоксановом диабете**

(Представленно 08/I 2002)

Поиск и разработка новых подходов к терапии сахарного диабета (СД) является важнейшей задачей современной медицины, и в частности эндокринологии [1]. В настоящее время лечение СД 1-ого типа (инсулинзависимого) основано на принципах заместительной инсулинотерапии, диетотерапии, рациональной физической нагрузки. В то же время, согласно господствующей концепции, относящей СД-1 к категории ограноспецифических заболеваний с нарушением биохимического и иммунного статуса, выдвигается необходимость разработки современных высокоэффективных методов иммуно- и биомодулирующей терапии, направленной на коррекцию нарушенного биохимического и иммунного статуса организма.

На моделях экспериментального аллоксанового диабета (АД) у крыс показано значительное нормализующее действие пропанола (обзидана), пирагенола [2], а также иммуномодуляторов Т-активина и α -токоферола в моно- и сочетанной терапии на течение процессов перекисного окисления липидов (ПОЛ) при стрептозотациновом СД [3,4] как факторов антиоксидантного действия, способствующих повышению функциональной активности β -клеток и нормализации гликемических показателей. Аналогичные гипополипидемические эффекты установлены у больных с СД-1 при применении алисата, липостабила и нуклеината натрия [5, 6]. Вышеизложенное послужило основанием для проведения специальных исследований по изучению особенностей влияния низкомолекулярной двухспиральной нуклеиновой кислоты (дс РНК) в виде кальциевого преципитата (Ca^{2+} -дс РНК) на изменения ряда биохимических и иммунологических параметров при экспериментальном аллоксановом диабете у крыс.

В опытах использованы 42 белые беспородные крысы-самцы массой 180-200 г. Моделирование АД у них производили на фоне 24-часового голодания путем внутрибрюшинного введения аллоксана тригидрата (Naschema, Чехия) в дозе 200 мг/кг. Через 72 ч с развитием АД (на основании данных гипергликемии) животным проводили 3-дневный курс лечения препаратом Ca^{2+} -дс РНК, полученным по описанному нами ранее способу [7], контрольным животным вводили 1 мл 0.9%-ного раствора хлористого натрия. Через 4 дня после введения Ca^{2+} -дс РНК, т.е. через 11 дней после дачи аллоксана, животных забивали под легким эфирным наркозом и с помощью биохимического анализатора FP-901 определяли в цельной крови концентрацию глюкозы, холестерина, креатинина, а также активность ферментов аланинаминотрансферазы (АЛТ), аспартатаминотрансферазы (АСТ),

креатинфосфокиназы (КФК), гаммаглутамилтранспептидазы (ГГТП). Количественное содержание иммуноглобулинов А (ИгА), М (ИгМ) и Г (ИгГ), а также уровень лактата определяли по общепринятой методике [8, 9].

Согласно результатам первой серии исследований (табл. 1) по сравнению с контрольными показателями через 10 суток после введения аллоксана отмечалось повышение концентрации глюкозы в крови в 1.6 раза, количества лактата и холестерина - в 1.4 и 1.2 раза соответственно. Введение на этом фоне животным Ca^{2+} -дс РНК сопровождалось заметной тенденцией к нормализации этих показателей.

Таблица 1

Динамика биохимических показателей при экспериментальном аллоксановом диабете у животных и особенности нормализующего действия Ca^{2+} -дс РНК

Показатель, ммоль/л	Контроль (интактные животные), n = 20	Аллоксановый диабет, n = 12	Аллоксановый диабет + Ca -дс РНК, n = 10
Гликемия	5.37±0.21	8.56±0.29	6.29±0.73
Лактатемия	3.60±0.39	4.70±0.33	4.26±0.11
Креатининемия	80.9±3.47	111.3±9.8	91.5±5.6
Холестеринемия	172.0±0.19	2.05±0.31	1.85±0.15

Примечание: Р во всех случаях < 0.05.

Позднее проявление гиперхолестеринемии у крыс с АД, по всей вероятности, можно объяснить развитием компенсаторных пертурбаций, обусловленных аллоксаниндуцированным повреждением печени. Более выраженные изменения ферментных показателей крови отражены в табл.2.

Таблица 2

Динамика ферментативной активности крови при экспериментальном аллоксановом диабете у животных и при действии Ca^{2+} -дс РНК

Активность ферментов Е/л	Контроль (интактные животные), n = 20	Аллоксановый диабет, n = 12	Аллоксановый диабет + Ca -дс РНК, n = 10
АЛТ	67.3±10.1	80.0±13.2	6.3±1.2
АСТ	132.8 ±6.7	212.0±20.1	141.2±3.3
АСТ/АЛТ	1.97±0.17	2.6±0.81	2.02±0.13
КФК	237.21±22.1	197.0±12.4	221.6±12.3
ГГТП	24.1±0.92	39.15±4.56	28.4±2.3

Примечание: Р во всех случаях < 0.05.

Из этих данных становится очевидным, что к 11-м суткам с момента введения аллоксана появляются энзимологические признаки повреждения печени, существенно корригируемые Ca^{2+} -дс РНК, подтверждение чему имеется в литературе [10, 11].

В последующей серии наших исследований, посвященной изучению особенностей иммунологических срывов при СД, было установлено, что за исключением ИгА, содержание которого оказалось выше исходных данных и нормализовалось под действием Ca^{2+} -дс РНК (табл. 3), уровни остальных показателей гуморального иммунитета оставались в пределах своих физиологических значений.

Таблица 3

Особенности количественных изменений показателей гуморального иммунитета при экспериментальном аллоксановом диабете животных и при действии Ca^{2+} -дс РНК

Показатель, мг/мл	Контроль (интактные животные), n = 20	Аллоксановый диабет, n = 12	Аллоксановый диабет +Ca-дс РНК, n = 10
ИгА	1.6±0.23	0.96±0.14	1.37±0.18
ИгМ	0.61±0.31	0.59±0.22	0.63±0.11
ИгГ	6.4±1.02	6.1±0.51	6.34±0.63

Примечание: Р во всех случаях < 0,01.

Таким образом, благотворное действие Ca^{2+} -дс РНК при экспериментальном АД у белых крыс выражается в развитии нормогликемии, нормокреатинемии, повышении функциональной активности лангенгарсового аппарата и факторов гуморального иммунитета. Полученные результаты выявили принципиально новые механизмы молекулярно-биологических, биохимических и иммунологических сдвигов и иммуно- и биокорригирующего действия Ca^{2+} -дс РНК.

Институт молекулярной биологии НАН РА

Литература

1. Балаболкин М. И. Сахарный диабет. М. 1984.
2. Волчегорский И. А., Колесников О. Л., Цейликман В. Э. и др.- Проблемы эндокринологии. 1977. N4. С. 37-41.
3. Новиков В. И., Шостах В. А. - Проблемы эндокринологии. 1997. N3. С. 23-25.
4. Новиков В. И., Молотков О. В., Подченко А. П.- Проблемы эндокринологии. 1992. N2. С. 45-47.

5. Мельчинская Е. Н., Грамнацкий Н. И., Кириченко М. Л. - Терапевтический архив. 2000. N8. С. 57-58.
6. Земсков А. М., Караулов А. В., Земсков В. М. Комбинированная иммунокоррекция. М. 1994. 278 с.
7. Захарян Р. А., Месропян Н. П., Агабян А. С., Акопян И. И.- Экспериментальная онкология. 1985. N5. С. 35-37.
8. Фримель Г. Иммунологические методы. М. Медицина. 1987. 430 с.
9. Strom G.- Asta Physiol Scend. 1949. V 17. P. 440-451.
10. Волчегорский И. А., Цейликман В. Э., Колесников О. Л. и др. - Проблемы эндокринологии. 1995. Т. 41. N6. С. 38-42.
11. Gore D., Honeycutt D. et al. - Ann. Surg. 1991. V. 213. P. 568-574.

Ա. Ս. Աղաբալյան, ակադեմիկոս Կ. Գ. Ղարազյոզյան

**Ցածրամոլեկուլային ռիբոնուկլեինաթթվի մոդիֆիկացված ձևի կանոնավորող
ազդեցությունը փորձարարական ալոքսանային շաքարախտի ժամանակ
բիոքիմիական և իմունոլոգիական ցուցանիշների վրա**

Աշխատանքում ներկայացված է երկթել ՌՆԹ-ի կալցիումային նստվածքի ազդեցության ուսումնասիրումը ալոքսանային շաքարախտի զարգացման վրա: Ցույց է տրված, որ զարգացած ալոքսանային շաքարախտով առնետներին 200 մգ/կգ դոզայով երկթել ՌՆԹ-ի կալցիումային նստվածքի ներարկումը հանգեցնում է արյան բիոքիմիական ցուցանիշների նորմալացմանը, մի շարք ֆերմենտների ակտիվության ֆիզիոլոգիական մեծությունների վերականգնմանը:

Հաստատված է երկթել ՌՆԹ-ի կալցիումային նստվածքի ընդունակությունը կարգավորել փորձարարական կենդանիների մոտ, իմունոլոգիական փոփոխություններ, որոնք առաջացել են լյարդի ախտահարման հետևանքով:

УДК 577.15

А. Е. Арутюнян, Л. В. Саркисян, С. С. Алексанян, академик А. А. Галоян

Изменение активности щелочной и кислой фосфатаз под влиянием пролинбогатых полипептидов

(Представлено 24/XII 2001)

Из нейросекреторных гранул нейрогипофиза А. А. Галояном и сотр. в индивидуальном виде был выделен ряд новых полипептидов и расшифрована их первичная структура [1]. Эти соединения оказались С-конечными фрагментами предшественников нейрофизина-II, которые образуются внутри нейросекреторных гранул частичным протеолизом под влиянием протеолитических ферментов по ходу аксонального транспорта из гипоталамуса в нейрогипофиз и богаты пролином [2]. Пролинбогатые полипептиды (ПБП) активируют утилизацию глюкозы, превращение углеводов гликолитическим путем, а также биосинтез фосфолипидов и т.п. [3,4]. ПБП принимает активное участие в регуляции иммунной системы, и в частности иммунокомпетентных клеток организма.

В настоящем исследовании мы задались целью изучить активность щелочной и кислой фосфатаз в различных органах белых крыс под влиянием ПБП *in vitro*, учитывая исключительную важность процессов фосфорилирования и дефосфорилирования белков цитоплазмы иммунокомпетентных клеток.

Опыты проводили на почках, печени, сердце и мозге белых крыс-самцов линии Вистар массой 150-180 г. Животных декапитировали, на холоду быстро извлекали исследуемые органы, промывали охлажденным физиологическим раствором, взвешивали определенное количество ткани и на холоду гомогенизировали в дистиллированной воде микроизмельчителем типа Уоринга.

Активность щелочной и кислой фосфатаз в гомогенатах определяли по методу Боданского [5]. В качестве субстрата брали β -глицерофосфат Na в медиололовом буфере, pH 9.6 для щелочной фосфатазы и 4.6 - для кислой. Неорганический фосфор определяли по методу Лоури и Лопесса [6]. Разведение гомогената производили из расчета 1 г свежей ткани в 10 мл дистиллированной воды для печени, сердца и мозга и 20 мл - для почек. Реакционная смесь состояла из 1 мл гомогената, 5 мл субстрата буфер, 0.25 мл (40 γ) исследуемого вещества. После одночасовой инкубации при 37⁰C в пробы добавляли по 2 мл 40%-ной трихлоруксусной кислоты и в безбелковом фильтрате определяли неорганический фосфор, т.е. из фильтрата брали по 2 мл гомогената, добавляли 2 мл 2.5%-ного раствора молибдата аммония на серной кислоте, 1 мл 0.5%-ной аскорбиновой кислоты и доводили водой до 10 мл. После 5-минутной инкубации немедленно определяли активность фермента. Осаждение белков, фильтрацию и определение неорганического фосфора производили в холодных условиях. Пробы колориметрировали на ФЭК-М фильтром красным, кювет 0.5 см (длина волны 630 нм).

Активность фосфатазы выражали в мг неорганического фосфора, отщепившегося от β -глицерофосфата Na в течение одного часа инкубации при 37⁰C на 1 г сырой ткани.

Результаты, полученные при определении активности щелочной и кислой фосфатаз *in*

in vitro в почках, печени, сердце и мозге под влиянием препарата ПБП, представлены в таблице

Изменение активности кислой (КФ) и щелочной (ЩФ) фосфатаз под влиянием препарата ПБП в почках, печени, сердце и мозге белых крыс, мг Р/г сырой ткани

Орган	Норма	Препарат ПБП, 10^{-9} М	Разница, %
Почки			
КФ	49.75±5.27	62.75±10.5 P < 0.1	26
ЩФ	50.25±7.0	95.6±6.9 P < 0.01	90
Печень			
КФ	32.12±2	44.15±4.9 P < 0.05	37
ЩФ	13.0±2.43	20.0±3.9 P < 0.2	53
Сердце			
КФ	15.25±5.46	19.25±4.48 P < 0.5	26
ЩФ	22.95±2.4	27.7±4.9 P < 0.5	20
Мозг			
КФ	22.0±6.8	24.0±5.9 P < 0.05	9
ЩФ	37.5±6.9	26.5±4.9 P < 0.2	-30

Степень активации ПБП в исследуемых тканях оказалась различной. Активность щелочной фосфатазы резко повышается в почечной ткани (90%), несколько меньше (53.8%) - в печеночной. Сердечная ткань активируется только лишь на 20.7%. Однако в мозговой ткани щелочная фосфатаза ингибируется на 30%

Судя по полученным данным, ПБП понижает активность щелочной фосфатазы мозговой ткани белых крыс, несмотря на то обстоятельство, что последняя менее подвержена изменениям под воздействием различных реагентов, в том числе и препарата фрагмента β -цепи Hb-a и в кислой среде.

Институт биохимии им. Г. Х. Бунятына НАН РА

Литература

1. *Galoyan A. A.* Biochemistry of Novel cardioactive hormones and immunomodulators of the functional system neurosecretory hypothalamus-endocrine heart. Moscow. Nauka. 1997.
2. *Galoyan A. A.* -Signal molecules neurochemical Research. 2000. V. 25. N.9/10. P. 1343-1355.
3. *Kevorkian G. A., Kanayan A. S., Hayrapetyan R. L., Guevorkian A. G., Marukhyan G. L., Avanesyan S. A., Manukyan L. A., Voskanian L. H., Galoyan A. A.* In: "Biochemical and molecular-biological aspects of the brain Immune System" & Sept. 15-19. 2001. Yerevan-Tsakhadzor. P. 86-94.
4. *Ghazaryan P. A., Ghazaryan A. P., Galoyan A. A.* In: "Biochemical and molecular-biological aspects of the brain immune system". Sept. 15-19. 2001. Yerevan-Tsakhadzor. P. 115-126.

**Ա. Ե. Հարությունյան, Լ. Վ. Սարգսյան, Ս. Ս. Ալեքսանյան,
ակադեմիկոս Ա. Ա. Գալոյան**

**Հիմնային և թթվային ֆոսֆատազների ակտիվության փոփոխությունը
պրոլինոլ հարուստ պոլիպեպտիդների ազդեցության ներքո**

Հետազոտությունների արդյունքները ցույց են տալիս, որ պրոլինոլ հարուստ պոլիպեպտիդի (ՊՀՊ) ազդեցության ներքո (*in vitro*) սպիտակ առնետների օրգաններում հիմնային և թթվային ֆոսֆատազների ակտիվությունը ենթարկվում է նշանակալից փոփոխության: Երիկամներում, լյարդում և սրտամկանում նկատվում է նշված ֆերմենտների ակտիվության բարձրացում 20-50%: Երիկամների հիմնային ֆոսֆատազայի ակտիվությունը հասնում է 90%, մինչդեռ ուղեղի նույն ֆերմենտի ակտիվությունը ընկճվում է 30%:

Ստացված տվյալները վկայում են, որ ուղեղի պրոլինոլ հարուստ պոլիպեպտիդը մասնակցում է տարբեր օրգանների փոխանակության պրոցեսներում:

УДК 606.441: 601.018 616.98:578.8115

М. А. Каралян

Влияние персистенции герпесвируса II типа на естественные киллерные клетки у больных легочным туберкулезом

(Представленно академиком Э. Г. Африкяном 12/IV 2002)

Как известно, инфекция ВПГ II типа, передающаяся половым путем, поражает гениталии и мочеполовые органы, антитела к нему обнаруживаются у 40-60% населения [1]. Особенностью герпесвирусных (ГВ) инфекций являются рецидивы при разнообразных стрессах, снижающих иммунореактивность организма [2]. При ГВ-инфекциях возникает гуморальный и клеточный иммунитет, однако наличие антигерпетических антител не препятствует возникновению рецидивов, поскольку вирус распространяется от клетки к клетке, через цитоплазматические мостики, минуя внеклеточное пространство, при этом нарушен специфический клеточный иммунитет [3, 4]. Рецидивы ГВ-инфекций, в зависимости от степени нарушения клеточного иммунитета бывают различной частоты и тяжести. Они, как правило, возникают после физического и психологического стресса, на фоне инфекционных заболеваний, после хирургических вмешательств, воспаления нервного ганглия, где обитает вирус, на фоне интенсивной химиотерапии, у лиц с трансплантацией костного мозга, почек, у онкологических больных.

Итак, с одной стороны иммунодепрессия является фоном для рецидивов герпесвирусной инфекции, с другой стороны, активация вирусов и их лимфотропность усугубляет имеющуюся иммунодепрессию [5].

Известно, что наряду с наличием разнонаправленных изменений со стороны Т- и В-систем иммунитета при туберкулезе различных локализаций для всех больных туберкулезом характерно выраженное напряжение неспецифических факторов иммунитета, что свидетельствует о существенной роли неспецифических факторов резистентности в поддержании иммунного гомеостаза при данной патологии [6].

В Армении эпидемиологическая ситуация с ВПГ-II инфекций у больных туберкулезом различных локализаций до сих пор неизвестна, как и не изучено влияние рецидивов и персистенции герпесвирусной инфекции на иммунный статус больных туберкулезом.

Целью настоящей работы явилось изучение особенностей эпидемиологической ситуации, активности естественных киллерных клеток (ЕЕК), клинических проявлений ВПГ-II инфекции у больных с туберкулезом легких.

67 больной легочным туберкулезом (инфильтративная и фиброзно-кавернозная форма) в возрасте от 17 до 64 лет были обследованы с целью выявления инфекции ВПГ-II. Контролем явились практически здоровые лица (n = 29) без туберкулезной патологии в возрасте от 26 до 55 лет. Работа проводилась с помощью иммуноферментного анализа, являющегося одним из наиболее чувствительных методов диагностики вирусных инфекций [7, 8]. Изучались титры

антител к персистирующей инфекции ВПГ-II при различных сроках (IgG, IgM) и формах туберкулезного процесса у больных обоих полов.

Для определения количественных показателей клеток с естественной киллерной активностью были использованы моноклональные антитела к рецептору CD56+ (DynaBeads M-450, фирмы Dynal A. S. N-0212 Oslo Norway). С этой целью была исследована периферическая кровь у больных с диагнозом легочного туберкулеза до начала противотуберкулезной химиотерапии (n = 67), в качестве контроля использовалась кровь клинически здоровых доноров (n = 29).

Функциональную активность ЕКК изучали по цитотоксическому действию (ЦТД) в несенсибилизированных лимфоцитах *in vitro*. Индекс цитотоксичности ЕКК определяли по методу Гордиенко [9]. В качестве контроля использовалась кровь клинически здоровых доноров (n = 29). ЦТД ЕКК изучали при инкубации ЕКК в течение 4-х и 16-и часов в атмосфере CO₂

Изучение циркуляции антител к ВПГ-II (IgG) показало, что частота заболевания ВПГ-II у больных инфильтративным легочным туберкулезом (78.9%) примерно в два раза выше, чем у здоровых лиц (около 40%). Данные по фиброзно-кавернозному туберкулезу показывают еще более высокие цифры циркулирующих маркеров ВПГ-II инфекции - более 90% больных имели повышенную частоту выявления IgG. Исходя из этого можно предположить, что больные туберкулезом легких являются популяцией, предрасположенной к инфицированию и персистенции ВПГ-II.

Исследования индекса цитотоксичности у лиц с различной продолжительностью легочного туберкулеза выявили угнетение активности ЕКК, преимущественно наблюдаемое под действием рецидивирующей инфекции ВПГ-II.

Таблица 1

**Индекс цитотоксичности несенсибилизированных лимфоцитов
(ЕКК-активность)**

Группа	n	Индекс	цитотоксичности ЕКК, %
		4-часовая инкубация	16-часовая инкубация
Доноры без ВПГ-II	23	37.4±3.1	42.1±4.8
Лица без туберкулеза с рецидивом ВПГ-II	6	24.7±4.8	27.8±5.3
Больные легочным туберку- лезом без ВПГ-II (длительность инфекции до 1 года)	6	34.1±3.3	39.4±4.6
Больные легочным туберку- лезом без ВПГ-II (длительность инфекции до 10 лет)	7	29.8±4.4	32.8±3.2

Больные легочным туберкулезом без ВПГ-II (длительность инфекции более 10 лет)	3	29.1±6.3	35.3±5.6
Больные легочным туберкулезом (длительность инфекции до 1 года) с повышенным титром IgG	18	30.9±2.2	34.8±3.9
Больные легочным туберкулезом (длительность инфекции до 10 лет) с повышенным титром IgG	21	29.7±3.3	31.4±4.2
Больные легочным туберкулезом (длительность инфекции более 10 лет) с повышенным титром IgG	5	27.6±5.0	29.7±4.1
Больные легочным туберкулезом (с различной длительностью туберкулеза) с рецидивом ВПГ-II	7	18.1±2.4*	23.5±3.3*

Примечание. Достоверно по сравнению с контролем, * $p < 0.05$

Как видно из табл. 1, выраженная тенденция ($p < 0.1$) к снижению индекса цитотоксичности клеток с ЕКК активностью наблюдается в группе у пациентов с рецидивами ВПГ-II инфекции без туберкулезной патологии. При сопутствующей туберкулезной патологии снижение индекса цитотоксичности становится достоверным.

Проведенные исследования выявили иммуносупрессивное действие на естественную резистентность как туберкулезного процесса, так и герпесвирусной инфекции. Показано, что оба инфекционных процесса могут дополнять иммуносупрессию и при рецидивах ВПГ-II у больных с хроническим туберкулезом легких, цитотоксический индекс активности ЕКК снижается более чем в два раза. Однако главную роль в угнетении активности ЕКК играет рецидивирующая ВПГ-II инфекция. Это продемонстрировано результатами анализа в группе больных легочным туберкулезом без инфекции ВПГ-II с длительностью инфекции более 10 лет. Приведенные данные показали, что несмотря на длительное хроническое течение туберкулеза снижение индекса цитотоксичности незначительно и по абсолютным значениям даже менее выражено, чем у лиц с рецидивом ВПГ-II инфекции, но без туберкулезной патологии.

Исследование количественных изменений циркулирующих CD56+ клеток (табл 2) показало отсутствие достоверных изменений их числа во всех исследуемых группах. Однако выявлена выраженная тенденция ($p < 0.1$) в группе больных туберкулезом легких с рецидивами ВПГ-II

Таблица 2

Количественные изменения CD56+ клеток

Группа	n	Количество CD56 + клеток, тыс/мл
Доноры	23	58.4±7.1
Лица без туберкулеза с рецидивом ВПГ-II	6	44.3±9.8
Больные с легочным туберкулезом до 1 года	6	55.6±12.1
Больные с легочным туберкулезом свыше 10 лет	10	49.1±10.3
Больные с легочным туберкулезом до 1 года и ВПГ-II (ремиссия)	20	45.1±9.7
Больные легочным туберкулезом свыше 10 лет и ВПГ-II (ремиссия)	5	39.7±9.8
Больные легочным туберкулезом и ВПГ-II (рецидив)	7	33.9±7.5

Инфекция ВПГ-II имеет весьма широкое распространение среди больных легочным туберкулезом в Армении. Наличие вирусемии как важного этапа более злокачественного течения туберкулезной инфекции подтверждено достоверными данными снижения индекса цитотоксичности клеток с ЕКК активностью у больных с легочным туберкулезом вне зависимости от продолжительности процесса при сопутствующих рецидивах ВПГ-II. Выраженная тенденция к уменьшению количества CD56+ клеток говорит о снижении функциональной активности этого важного звена естественной резистентности. В пользу значительного вклада ВПГ-II инфекции в нарушение естественной резистентности говорит и значительное снижение исследуемых показателей у лиц без туберкулезной патологии, но с рецидивами ВПГ-II.

Итак, на основании полученных данных можно утверждать, что главным фактором в развивающемся дефиците естественного киллерного звена иммунного ответа в Армении у больных легочным туберкулезом является герпесвирусная инфекция II типа. Резкое уменьшение цитотоксического индекса ЕКК при ВПГ-II указывает, что герпесвирусная инфекция является основной причиной иммунодефицита. В то же время недостоверное снижение числа CD56+ клеток, наблюдаемое при рецидивах ВПГ-II инфекции, позволяет предполагать, что в основе этого процесса лежит главным образом хроническое течение туберкулеза.

Противотуберкулезной клинический диспансер МЗ РА

Литература

1. Шубладзе А. К., Маевская Т. М. Герпес. М. 1971. 237 с.
2. Barinski I. F.- Virol. Rev. 1993. V. 5 P. 1-21
3. IARC Working group. IARC monographs on the evaluation of carcinogenic risks to humans. V. 70. IARC. Lyon. France. 1997.
4. Lopez C., Roizman B., editors. Human herpesvirus infection. Pathogenesis, diagnosis and treatment. N.Y. Raven Press. 1986.
5. Kinghorn G. K. - J. Med. Virol. 1993. Suppl. 1. P. 33-8.
6. Raj Narain, Krishnamurthy M.S., Mayurnath S., Gopalan B.N.- Indian Journal of Tuberculosis. 1984. V. 31. P. 109-113.
7. Львов Н. Д., Никитина А. А., Свешников П. Г. и др.- Вопр. вирусологии. 1991. N. 4 С. 315-318.
8. Львов Н. Д., Мельниченко А. В., Львов Д. Н., Никитина А. А. - Вопр. вирусологии. 2000. N5 С. 7-13.
9. Гордиенко С. М. - Лабораторное дело. 1983. N9. С. 45-48.

Մ. Ա. Կարալյան

II տիպի հերպեսվիրուսի պերսիստենցիայի ազդեցությունը բնական քիլերային բջիջների վրա թոքային տուբերկուլյոզով հիվանդների մոտ

Մեր կողմից ցույց է տրվել, որ Հայաստանում հասարակ հերպես վիրուս II-ի (ՀՀՎ-II) ինֆեկցիան ունի լայն տարածում թոքային տուբերկուլյոզով հիվանդների մոտ: Իմուն պատասխանի բնական քիլերային (ԲՔ) օղակի զարգացող անբավարարության մեջ գլխավոր գործոնը հանդիսանում է ՀՀՎ-II: ՀՀՎ-II-ի ժամանակ ԲՔ բջիջների ցիտոտոքսիկ ինդեքսի կտրուկ նվազումը ցույց է տալիս, որ հերպեսվիրուսային ինֆեկցիան հանդիսանում է իմունային անբավարարության հիմնական պատճառը թոքային տուբերկուլյոզով հիվանդների մոտ: Միաժամանակ *CD56+* բջիջների քանակի ոչ հավաստի նվազումը, որը դիտվում է ՀՀՎ-II ինֆեկցիայի ռեցիդիվների ժամանակ, թույլ է տալիս ենթադրել, որ այս պրոցեսի հիմքում գլխավորապես ընկած է տուբերկուլյոզի քրոնիկ ընթացքը:

УДК 611.61.617.621

К. В. Казарян, И. Б. Меликсетян, В. Ц. Ванцян, А. С. Тиранян, Р. Р. Акопян

Функциональные особенности мочеочника морской свинки

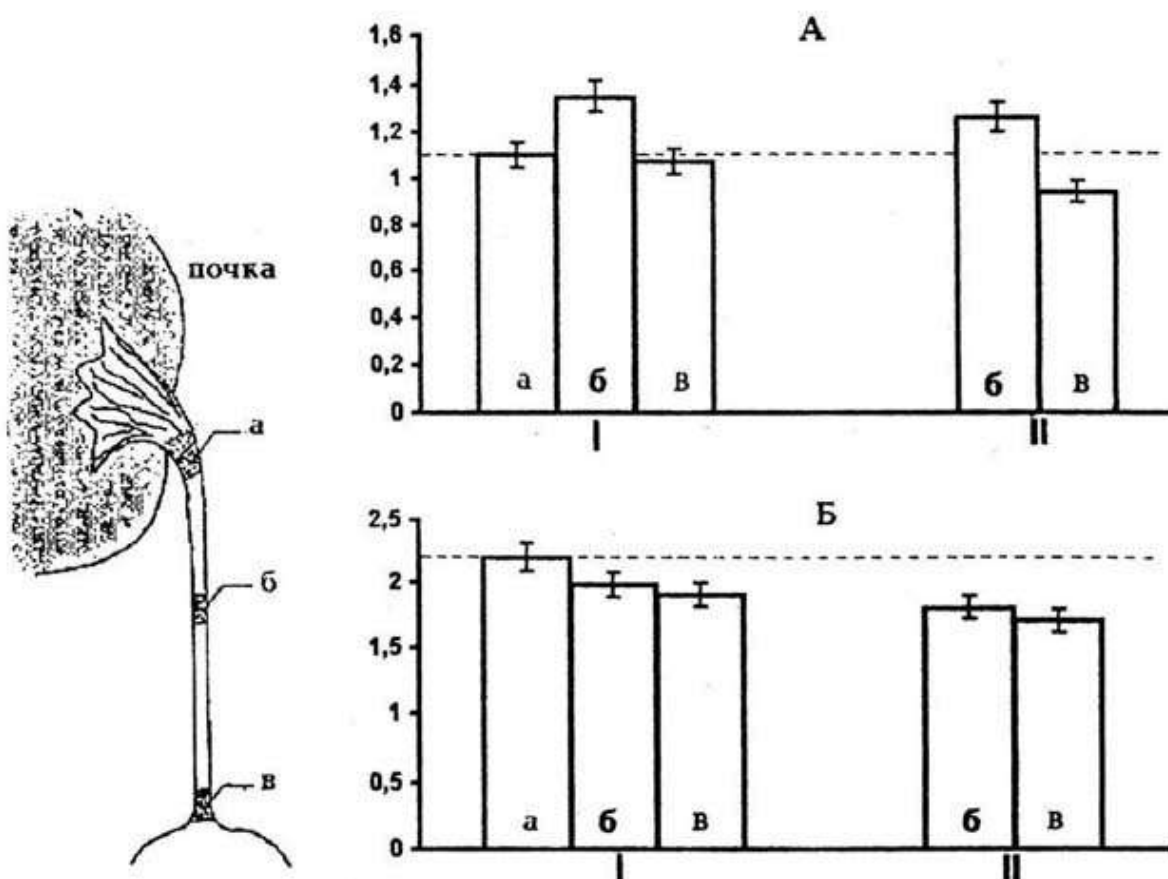
(Представленно академиком В. В. Фанарджяном 23/X 2001)

Известно, что каждая клетка мочеочника морской свинки в ответ на деполяризующий стимул может становиться источником распространяющегося потенциала действия [1-3]. Исследования спонтанной электрической активности различных участков гладкомышечной ткани органа выявило исходно ритмогенные зоны, локализованные в двух крайних областях мочеочника (пиелоуретеральное соустье, околопузырный участок) [4,5]. Вместе с тем показано, что основным пейсмекером, задающим функциональный автоматизм всему органу и обеспечивающим его перистальтическую деятельность, является верхний, околопочечный, ритмоводитель. Средняя же, исходно молчащая, область мочеочника характеризуется наличием латентных пейсмекеров, способных активизироваться в определенных экстремальных условиях (стимуляция физиологически активными веществами, нарушение проводимости) [6].

Вышеизложенное может косвенно свидетельствовать об определенных отличиях в клеточных структурах и мембранных свойствах трех исследуемых областей. В настоящее время отсутствуют морфологические работы относительно возможных структурных различий рассматриваемых зон мочеочника.

Целью настоящей работы является выявление дифференциации в ритмогенных свойствах трех отличных друг от друга областей мочеочника морской свинки путем комбинации электрофизиологических и морфологических исследований.

Работа выполнена в условиях *in situ* на морских свинках массой 350-500 г, наркотизированных нембуталом (45-50 мг/кг). Мочеочник денервировали путем перерезки корешков чревного и тазового нервов. Медленноволновые биопотенциалы пейсмекеров области мочеочника отводили серебряными шариковыми электродами, введенными в область пиелоуретерального соустья. Распространяющиеся спайковые разряды из околопочечного, среднего и околопузырного участков органа отводили биполярными электродами. Нарушение связи между различными областями мочеочника проводилось путем перерезки органа.



Анализ амплитуды и продолжительности спонтанной спайковой активности различных областей мочеточника: А - характеристики амплитуды потенциала действия; Б - характеристики продолжительности потенциала действия: I - проходящая активность вдоль мочеточника, II - автономный ритмогенез, а - нижняя часть пиелoureтерального соустья, б - средняя область, в - околопузырная область, пунктирная линия соответствует характеристикам области а. Амплитуда - мВ, продолжительность - с

Биоэлектрическая активность мочеточника регистрировалась на электроэнцефалографе. Записи отдельных экспериментов представляют собой данные регистрации на 8-10 животных.

Морфологические исследования гладкомышечной ткани мочеточника проводились гистохимическим методом выявления ортофосфатов [7,8]. Данный метод весьма перспективен не только в морфо-гистохимическом аспекте, но и в выявлении функционального состояния самих структур.

Анализ определенных ритмогенных свойств (амплитуда и продолжительность спайковой активности) каждой из исследуемых областей мочеточника морской свинки как при распространении спайка вдоль органа, так и изоляции каждого участка выявил дифференциацию в рассматриваемых показателях потенциала действия (рисунок). Ритмогенез околопочечной области зарегистрирован в виде спайковой активности из нижней части пиелoureтерального соустья (рисунок, область (б) на схематическом изображении почки с мочеточником).

Как показано на приведенной гистограмме, наибольшей амплитудой обладают потенциалы

действия среднего участка мочеточника. При этом данный показатель несколько занижен для результатов, зарегистрированных из независимых друг от друга областей (ср. рисунок, А. I, а и II, б, в).

В отличие от амплитудных характеристик спайковой активности для продолжительностей потенциалов действия отмечается несколько иная закономерность (рисунок, Б). Согласно рисунку по мере распространения волны к мочевому пузырю уменьшается продолжительность потенциала действия. Показано, что наибольшей длительностью характеризуются спайки основного околопочечного ритмоводителя (на 20-22% больше, чем в средней области, и на 23-24% - в околопузырной).

Наличие локализации как исходно спонтанных, так и латентных пейсмекерных областей вдоль мочеточника подтверждено морфологическими исследованиями. При анализе морфофункционального состояния всех трех оболочек стенки мочеточника выяснилось, что степень интенсивности окраски внутренней слизистой и наружной фиброэластической адвентициальной оболочек во всех исследуемых зонах мочеточника идентична. Вместе с тем значительные различия обнаружены в отношении мышечной оболочки. Наиболее интенсивно окрашиваются миогенные структуры мочеточника в околопочечной области. В зоне пузырного отдела органа наблюдается более слабая интенсивность окрашивания по сравнению с областью основного ритмоводителя пиелоуретерального соустья. В отличие от двух отмеченных крайних отделов мочеточника в средней его части миогенные элементы орашены местами или полностью отсутствуют.

Причина данного фактора как при морфологических, так и электрофизиологических исследованиях, на наш взгляд, связана с различными функциональными состояниями трех исследуемых областей мочеточника.

Таким образом, вышеописанные экспериментальные данные полностью подтверждают наличие различных физиологических состояний пейсмекерных клеточных структур в исходно активных и молчащих областях гладкомышечной ткани мочеточника.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели НАН РА

Литература

1. *Imaizumi J., Muraki T., Takeda M., Vatanabe M.*- J.Physiol. 1989. V. 411. P. 131-159.
2. *Meini S., Santicoli P., Maggi C. A.*- Naunyn-Schmiedeberg's Arch. Pharmacol. 1995. V. 351. P. 79-86.
3. *Shuba M. F.*- J.Physiol. 1977. V. 264. P. 837-851.
4. *Казарян К. В., Ванцян В. Ц.* - Физиол. журн. им. И. М. Сеченова. 1991. Т. 77. N10. С. 120-126.
5. *Казарян К. В., Тираян А. С., Маркосян С. А.*- Физиол. журн. им. И. М. Сеченова. 1998. Т. 84. N5-6. С. 553-555.
6. *Santicoli P., Maggi C. A.*- Pharmacol. Rev. 1998. V. 50. N4. P. 683-721.
7. *Меликсетян И. Б., Казарян К. В.* - Матер. V конф. молодых физиологов Закавказья. Баку. 1986. С. 63-64.
8. *Чилингарян А. М., Мартиросян Дж. А., Меликсетян И. Б.*- ДНАН Армении. 1987. Т. 85. N2. С. 83-86.

**Ք. Վ. Ղազարյան, Ի. Բ. Մելիքսեթյան, Վ. Ց. Վանցյան, Ա. Ս. Տիրայան,
Ռ. Ռ. Հակոբյան**

Ծովախոզուկի միզածորանի ֆունկցիոնալ առանձնահատկությունները

Ուսումնասիրվել է ծովախոզուկի միզածորանի երկու ծայրամասային և միջին հատվածների ինքնաբուխ սպայկային ակտիվությունների (ամպլիտուդա, գործողության պոտենցիալի տևողությունը) մեծությունների ցուցանիշները: Անց է կացվել անցողակ էլեկտրական ալիքի, ինչպես նաև ավտոնոմ ռիթմոգենեզի (օրգանի երեք հատվածների մեկը մյուսից մեկուսացման ժամանակ) բնութագրման անալիզ: Բացահայտվել է ուսումնասիրվող ցուցանիշների որոշակի դիֆերենցիացիա:

Անց է կացվել նաև օրգանի ուսումնասիրվող հատվածների մորֆոլոգիական անալիզ: Հայտնաբերվել է միզածորանի ակտիվ շրջանների և միջին լատենտ շրջանի բջջային կառուցվածքների միջև տարբեր ֆունկցիոնալ վիճակների առկայություն:

УДК 612.57

Р. А. Арутюнян, К. Р. Арутюнян, С. Ш. Мартиросян

Влияние метионин-энкефалина на терморегуляцию организма крыс

(Представленно член.-кор. НАН РА Л. Р. Манвеляном 23/XII 2001)

Влияние гипоталамических нейропептидов на гомеостатические показатели организма, в частности, на температурный гомеостаз, зависит от различных биотических и абиотических условий. Согласно литературе, опиоидные нейропептиды (метионин-энкефалин, лейцин-энкефалин, эндорфины и др.) могут как активировать, так и подавлять теплопродукцию в организме, вызывая различные термогенные реакции [1-5]. Мет-энкефалин модулирует образование медиатора термогенеза - интерлейкина-1, тормозит высвобождение дофамина и норадреналина из везикул симпатических нервных окончаний и подавляет секрецию тиреотропина [6], а также усиливает распад АТФ в мышечных клетках [7,8]. В настоящей работе исследовано влияние мет-энкефалина на активность отдельных компонентов (сократительный и несократительный) термогенеза и на тонус периферических кровеносных сосудов.

Методом длительной термографии регистрировались изменения температуры "ядра" (ободочная кишка и скелетная мускулатура) и "оболочки" (подкожные кровеносные сосуды) организма под действием 0.1 мл раствора метионин-энкефалина, содержащего 1 мкг чистого препарата на 100 г массы животного. Температурные изменения в "ядре" свидетельствовали об активности химических механизмов терморегуляции. Участие физических механизмов в регуляции температуры тела оценивалось по изменениям температуры периферической крови, измеряемой с кожи хвоста в области проксимального отдела хвостовой артерии. Для регистрации показателей использовались медно-константановые термодатчики диаметром 100 мкр. Термограммирование проводилось на 12-канальном потенциометре типа ЭПП-013-МЗ, подключенном к выходу фотоэлектрического умножителя Ф-116/2 с чувствительностью 0.013°C для регистрации температуры "ядра" и 0.13°C - "оболочки" организма и термокамеры. "Рабочие" спаи термопар с помощью инъекционной иглы вводили в мякоть бедренных мышц на глубину 1.5-2.0 см, а с помощью гибкой трубочки - в ободочную кишку на глубину 5-6 см. Для определения температуры периферической крови термодатчик прикрепляли к коже хвоста. "Свободные" спаи термопар помещались в ультратермостат типа У-10, где поддерживалась эталонная температура.

Каждый эксперимент проводился на трех крысах. В первые 30 мин регистрировали исходные температурные показатели животных, затем двум из них внутривенно вводили мет-энкефалин, а третьей - физиологический раствор в дозе 0.1 мл. Температурные показатели опытных крыс сравнивались с исходными данными, а также с данными контрольных животных и оценивались статистически. Эксперименты проводились в термонейтральных условиях окружающей среды ($21-22^{\circ}\text{C}$). К термокамере и к специальным кюветам животные

приучались заранее, что значительно уменьшало эмоциональные колебания температурных показателей. На 15 крысах проведено 25 экспериментов.

В результате экспериментов выявлено, что внутривенная инъекция метионин-энкефалина индуцировала у крыс достоверный гипотермический эффект с понижением температуры в ободочной кишке в среднем на 1.0°C , с колебаниями от 0.45 до 1.58°C , $P < 0.01$ (см. таблицу). Однако нейропептид либо не изменял, либо слабо повышал температуру в скелетных мышцах, колебания которой составили от 0.03 до 0.24°C , но оказались недостоверными.

**Изменения температуры показателей "ядра" и "оболочки" организма крыс
при внутривенном введении метионин-энкефалина**

Показатели	До введения мет- энкефалина	После введения мет- энкефалина				Значение Р
		15'	30'	45'	60'	
Температура ободочной кишки	38.46 ± 0.07	37.94 $\Delta T = -0.52$	37.77 $\Delta T = -0.69$	37.47 $\Delta T = -0.99$	37.47 ± 0.1 $\Delta T = 0.99$	< 0.01
Температура скелетных мышц	36.38 ± 0.17	36.41 $\Delta T = 0.03$	36.44 $\Delta T = 0.06$	36.47 $\Delta T = 0.09$	36.62 ± 0.16 $\Delta T = 0.24$	< 0.2
Температура кровеносных сосудов	27.2 ± 0.26	26.25 $\Delta T = -0.95$	26.1 $\Delta T = -1.1$	26.14 $\Delta T = -1.06$	25.7 ± 0.27 $\Delta T = -1.5$	< 0.01

Наиболее эффективно нейропептид блокировал бетаадренорецепторы периферических кровеносных сосудов, тем самым провоцируя их вазоконстрикцию. Благодаря этому теплоотдача с кожи хвоста уменьшалась, и температура "оболочки" оказалась ниже контроля на 1.5°C , с колебаниями ΔT от 0.6 до 2.3°C ($P < 0.01$).

Анализируя полученные результаты и сопоставляя их с данными других авторов, можно заключить, что метионин-энкефалин оказывает выраженное действие на температурный гомеостаз, поддерживая баланс теплообразования и теплоотдачи в организме животных. Механизм его действия сложен и многокомпонентен. Гипотермическое воздействие мет-энкефалина связано с торможением высвобождения дофамина и норадреналина и везикул симпатических нервных окончаний и с подавлением секреции тиреотропного гормона в организме [5], поэтому при его избытке в организме (доза $1 \text{ мкг}/100 \text{ г}$ массы животного) эффективность несократительного термогенеза в висцеральных органах резко понижается. Такое предположение согласуется также с результатами других авторов [6,7], которые

наблюдали энкефалиновое подавление амилолитических и протеолитических реакций в эффекторах несократительного термогенеза. С другой стороны, мет-энкефалин способен повышать тонус как гладкой, так и скелетной мускулатуры, однако в наших экспериментах изменения показателей оказались достоверными только для гладкой мускулатуры кожных кровеносных сосудов. Понижение теплообразования во внутренних органах компенсировалось увеличением теплопродукции за счет активации сократительных элементов скелетных мышц, однако слабое (на 0.28°C) превышение исходного температурного фона наблюдалось лишь через 60 мин после инъекции препарата. Подобный феномен объясняется проявлением "межсистемной" компенсации, когда подавление термогенеза в одних органах сопровождается активацией в других [9]. Однако в наших экспериментах энкефалиновая гипотермия развивалась по принципу компенсации "оболочка"- "ядро", при которой физические механизмы терморегуляции направлены на восстановление изменившейся температуры "ядра".

Таким образом, метионин-энкефалин оказывает гипотермическое воздействие на организм крыс, одновременно модулируя различные компоненты процессов термогенеза так, чтобы сохранить установочную температурную точку организма.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели НАН РА

Литература

1. *May T., Mittery J.*- Hormone Metabol. Res. 1979. V. 11. P. 30-33.
2. *Helone R. F.*- Physiology (1). 1975. V. 250. P. 29-30.
3. *Bloom F. et al.*- Science. 1976. V. 194. P. 630-632.
4. *Овсянников В. И., Гришин О. Ш.* В сб.: Симпозиум физиологии пептидов. Л. 1988. С. 145-146.
5. *Мурзенко П. П.* Взаимоотношение системы терморегуляции и иммунной системы при гипертермии, вызываемой пирогенами. Автореф. докт. дис. Минск. 1991. 41 с.
6. *Янский Л., Выбирал С.* В сб.: Нейропептиды и терморегуляция. Минск. Навука. 1990. С. 9-21.
7. *Мурзенко П. П.* В сб.: Нейропептиды и терморегуляция. Минск. Навука. 1990. С. 76-91.
8. *Якименко М. А.* В сб.: Руководство по физиологии. Физиология терморегуляции. Л. 1981. С. 223-232.
9. *Иванов К. П., Слоним А. Д.* Температурная компенсация. Л. Наука. 1980. 120 с.

Ռ. Ա. Հարությունյան, Ք. Ռ. Հարությունյան, Ս. Շ. Մարտիրոսյան

**Մեթինին-էնկեֆալինի ներերակային ազդեցությունը առնետների օրգանիզմի
ջերմակարգավորման վրա**

Ապացուցված է, որ մեթինին-էնկեֆալինը զգալիորեն իջեցնում է օրգանիզմի ոչ կծկողական ջերմազենեզը, որի հետևանքով ներքին օրգանների ջերմությունը իջնում է մինչև 1.58°C : Սակայն օրգանիզմի կծկողական ջերմազենեզը այս նյարդապեպտիդի ներերակային ներարկման դեպքում թեթևակի ակտիվանում է, որի հետևանքով կմախքային մկանների ջերմությունը բարձրանում է 0.24°C :

Եզրակացվում է, որ մեթինին-էնկեֆալինը ջերմակարգավորման տարբեր մեխանիզմների վրա թողնում է մոդուլյացնող (ձևափոխող) ազդեցություն:

УДК 612.826+612.812.89

Л. Б. Нерсисян, В. С. Еганова, Н. Л. Погосян, А. В. Аршакян, Р. В. Саруханян

**Электрофизиологическое исследование влияния медиального ядра
септума на активность бульбарных дыхательных
нейронов и симпатических нервов**

(Представлено академиком В. В. Фанарджяном 16/IV 2002)

Прозрачная перегородка (septum pellucidum) является важной подкорковой структурой лимбической системы, тесно связанной не только с гипоталамусом и амигдалой, но и с гиппокампом, базальными ганглиями, лимбической корой, таламусом, структурами среднего и продолговатого мозга [1-7]. В ней отчетливо выделяются вентральная, латеральная и медиальная ядерные структуры [8]. Медиальное ядро (MSN) занимает центральное место в септуме и в вентральном направлении переходит в ядро диагонального пучка. Имеющиеся в литературе малочисленные данные [9-16] о роли септальных структур в центральных механизмах регуляции кардиоваскулярной и дыхательной функций довольно противоречивы и касаются в основном параметров внешнего дыхания. Однако по изменению внешнего дыхания нельзя судить о функциональном состоянии различных групп респираторных нейронов и, следовательно, выявить нейронные механизмы регуляции активности бульбарного дыхательного центра септальными структурами лимбического мозга. Исходя из вышеизложенного, в настоящей работе с целью исследования септальных механизмов регуляции дыхательной и кардиоваскулярной функций изучены характер и особенности влияния MSN перегородки на активность функционально идентифицированных бульбарных дыхательных нейронов и постганглионарных симпатических нервов - нижнего сердечного и позвоночного, иннервирующих соответственно коронарные и соматические сосуды.

Эксперименты выполнены на взрослых кошках, наркотизированных смесью хлоралозы и нембутала (45 и 5-10 мг/кг соответственно, внутривенно). Голову животного жестко фиксировали в стереотаксическом приборе, с дорсальной стороны обнажали продолговатый мозг и исследовали область вентрального дыхательного ядра бульбарного дыхательного центра, где локализованы и инспираторные, и экспираторные нейроны. Импульсную активность одиночных дыхательных нейронов отводили экстраклеточно стеклянными микроэлектродами, заполненными 2 М раствором цитрата калия или 3 М раствором хлористого натрия (диаметр кончика 1-2 мкм). Потенциалы действия нейронов через катодный повторитель подавали на вход усилителя переменного тока японской установки "Nihon Kohden" и регистрировали на одном из каналов двухлучевого осциллографа. Для функциональной идентификации исследуемых дыхательных нейронов одновременно на втором канале осциллографа регистрировали внешнее дыхание животного при помощи угольного датчика, подключенного через мостовую схему, и усилителя постоянного тока. Параллельно с осциллографической регистрацией импульсную активность тестируемого

нейрона обрабатывали на анализаторе NTA-1024 (Венгрия) и записывали двухкоординатным самописцем в виде гистограмм частотного распределения импульсов в дыхательных залпах. В зависимости от разрядной активности нейрона временной интервал, в котором отсчитывалось количество импульсов, подбирался равным 200 или 500 мс (шаг анализа).

Для отведения тонической активности постганглионарных симпатических нервов удаляли I и II ребра с левой стороны грудной клетки вблизи позвоночника, экстраплеврально вскрывали звездчатый ганглий и отпрепаровывали нижнесердечную и позвоночную ветви. Концы перерезанных нервов помещали на биполярные серебряные отводящие электроды. Биопотенциалы нервов записывали на многоканальном электроэнцефалографе и одновременно при помощи электронного интегратора вели запись интегрированных потенциалов с шагом анализа 2.5 с. Частотное (50-100 Гц) раздражение MSN перегородки осуществляли через стереотаксически введенные биполярные константовые электроды (диаметр кончиков 40-50 мкм) с межполюсным расстоянием 0.5-0.8 мм. Стимуляцию производили прямоугольными толчками тока длительностью 0.3-0.5 мс и интенсивностью, равной пороговым значениям. Для контрольного измерения системного артериального давления вскрывали и канюлировали бедренную артерию. В конце опыта раздражаемую структуру электролитически разрушали и производили гистологический контроль. Полученные экспериментальные данные статистически обработаны.

В первой серии экспериментов исследованы реакции 226 нейронов вентрального дыхательного ядра продолговатого мозга (132 инспираторных, 94 экспираторных) на электрическую стимуляцию MSN перегородки. Изменения в характере импульсной активности дыхательных нейронов и дыхания животного при стимуляции MSN имели более низкий порог, чем сдвиги исходного уровня артериального давления, поэтому учитывались лишь те реакции, которые наблюдались сразу после нанесения порогового для дыхания раздражения, и не учитывались вторичные изменения, которые могли возникнуть в результате изменения гемодинамики. Эффекты считались истинными только при их обратимости и воспроизводимости.

Реактивными на раздражение MSN оказались 76.5% бульбарных дыхательных нейронов. От общего количества реактивных нейронов (173-101 инспираторных, 72 экспираторных) 56% дыхательных нейронов (97-57 инспираторных, 40 экспираторных) отвечали подавляющим типом реакций. При подавляющих реакциях наблюдалось статистически достоверное уменьшение средней частоты импульсов в инспираторных залпах на $57.2 \pm 5.6\%$, в экспираторных - на $54.3 \pm 6.2\%$ и удлинение межзалповых интервалов, т.е. уменьшение скорости возникновения дыхательных залпов. Пример подавляющих реакций инспираторного и экспираторного нейронов, наблюдаемых при стимуляции MSN, показан на рис. 1, где на представленных гистограммах отчетливо видно угнетение средней частоты импульсов в дыхательных залпах и увеличение межзалповых интервалов. Остальные 44% реактивных дыхательных нейронов на раздражение MSN отвечали возбуждающим типом реакций, что выражалось в статистически достоверном увеличении средней частоты импульсов в инспираторных залпах на $53.2 \pm 4.3\%$, в экспираторных - на $51.4 \pm 5.6\%$ и укорочении межзалповых интервалов, т.е. в увеличении скорости возникновения дыхательных залпов. Как при уменьшении, так и при увеличении средней частоты импульсов в дыхательных залпах под влиянием стимуляции MSN могли меняться длительность залпов и количество импульсов

в них без изменения характера распределения межимпульсных интервалов в залпе. Этот инвариантный показатель сохранялся стабильным, пока дыхание животного оставалось ритмичным.

Сравнение пороговых интенсивностей раздражения, вызывающих реакции инспираторных и экспираторных нейронов, показало, что порог для инспираторных единиц (особенно раннеинспираторных) более низкий, чем для экспираторных.

Описанные изменения в характере залповой активности тестируемых дыхательных нейронов под влиянием стимуляции MSN перегородки сопровождались соответствующими изменениями дыхания животного. Так, уменьшение скорости возникновения дыхательных залпов и средней частоты импульсов в них сопровождалось урежением дыхания, тогда как при изменении этих параметров в сторону увеличения, напротив, наблюдалось учащение дыхания.

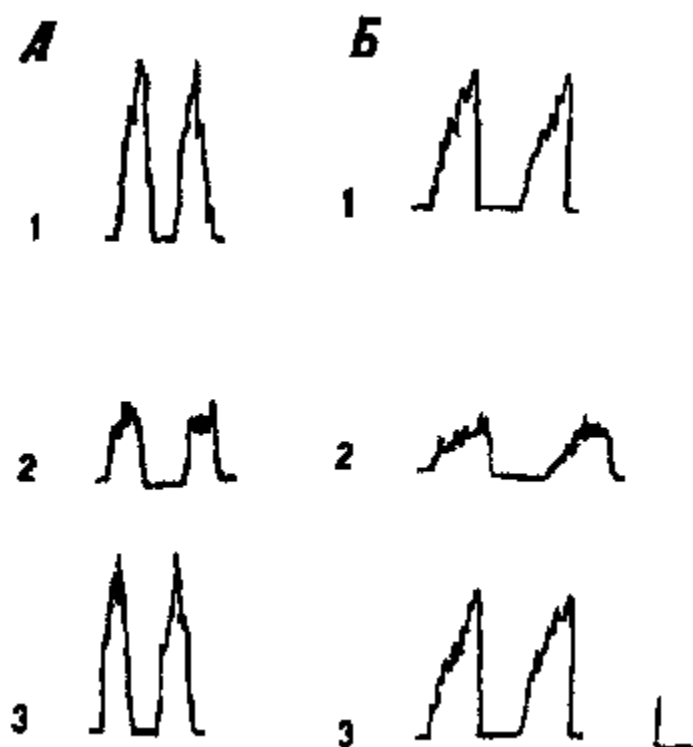


Рис.1. Реакции дыхательных нейронов на стимуляцию MSN перегородки. А - гистограммы импульсной активности инспираторного нейрона, Б - гистограммы импульсной активности экспираторного нейрона; 1 - до раздражения, 2 - на фоне раздражения, 3 - после выключения раздражения; по оси абсцисс - время, с, по оси ординат - количество импульсов в интервалах по 200 мс (шаг анализа), масштабы абсциссы и ординаты соответственно 2 с и 5 имп.

Во второй серии экспериментов исследовано влияние стимуляции MSN на тоническую

активность нижесердечного и позвоночного нервов, иннервирующих соответственно регионарные (коронарные) и соматические сосуды. Сравнительное исследование амплитудной характеристики биопотенциалов этих нервов показало, что амплитуда фоновой интегрированной активности нижнего сердечного нерва составляет в среднем 5.57 ± 0.37 мкВ/с, а позвоночного - 4.9 ± 0.35 мкВ/с. Анализ полученных данных показал, что при раздражении MSN перегородки наблюдалось однонаправленное статистически достоверное как угнетение, так и усиление интегрированной активности нижесердечного и позвоночного нервов с преобладанием подавляющих влияний (57%). На рис. 2 представлено однонаправленное подавляющее действие стимуляции MSN на биопотенциалы и интегрированную активность нижесердечного (рис. 2, 2,3) и позвоночного (рис. 2, 4,5) нервов.

Таким образом, результаты проведенных исследований свидетельствуют о том, что MSN перегородки оказывают выраженное модулирующее (как подавляющее, так и облегчающее) влияние на активность бульбарных дыхательных нейронов и симпатических нервов, обеспечивающих нейрогенный тонус коронарных и соматических сосудов, с преобладанием подавляющих влияний.

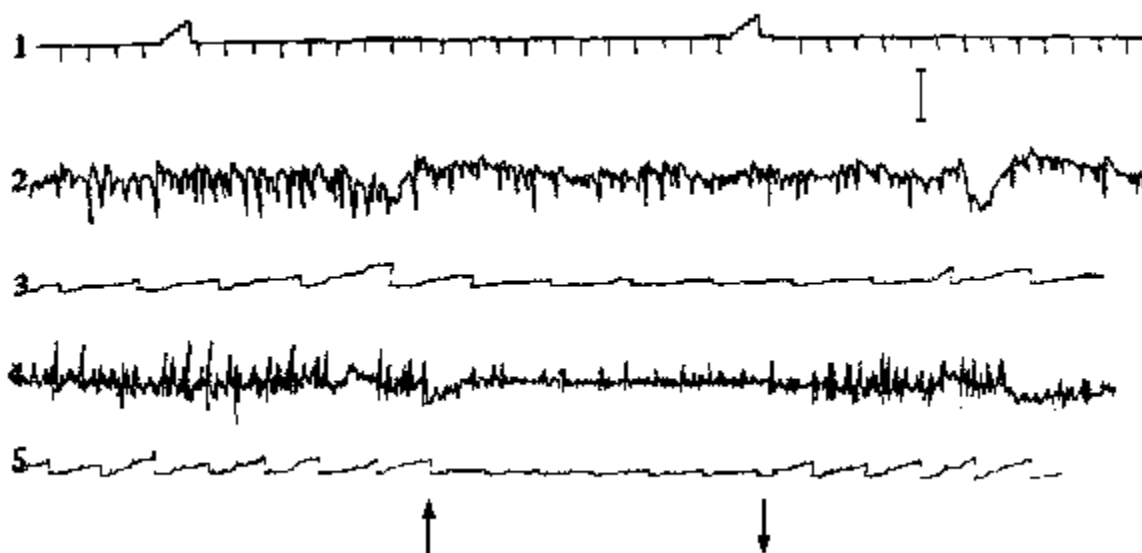


Рис. 2. Подавление биоэлектрической активности двух постганглионарных симпатических нервов при раздражении MSN перегородки. 1 - отметка времени, 2 - тоническая активность нижнего сердечного нерва, 3 - интегрированная активность того же нерва, 4 - тоническая активность позвоночного нерва, 5 - интегрированная активность того же нерва; стрелки: начало и конец раздражения, калибровка: 9 мкВ/с.

Подавляющее и облегчающее влияние септума может реализоваться как через септоамигдалогипоталамические проводящие пути, так и через систему прямых септобульбарных путей, обнаруженных в морфологических исследованиях, благодаря применению ауторадиографических и гистохимических методов исследования [4,5]. Наличие

прямых септобульбарных связей указывает на возможность и непосредственной септо-фугальной модуляции активности вегетативных центров продолговатого мозга без релейных переключений в структурах гипоталамуса и ростральных отделах ствола мозга.

Итак, выявленные в настоящей работе изменения активности бульбарных дыхательных нейронов и изученных симпатических нервов, наблюдаемые при стимуляции MSN перегородки, являются, вероятно, компонентами сложных интегрированных реакций, и поэтому мы полагаем, что исследованные нами септальные нейроны - это полиэффекторные нейроны интегративного типа, запускающие дыхательные, кардиоваскулярные и другие вегетативные и соматические проявления эмоционально-мотивационных реакций организма.

Институт физиологии НАН РА им. Л. А. Орбели

Литература

1. *Баклаваджян О. Г.* Нейронная организация амигдало-висцеральной рефлекторной дуги. Донецк. Дон. ГМУ. 1996. 117 с.
2. *Ивнев Б. Б.* Связи перегородки с лимбическими структурами головного мозга. Автореф. канд. дис. 1991. Донецк. 17 с.
3. *Коваль И. Н., Саркисов Г. Т., Гамбарян Л. С.* Септо-гиппокампальная система и организация поведения. Ереван. Изд-во АН АрмССР. 1986. 126 с.
4. *Holstege G., Meiners L., Tan K.* - Exp. Brain Res. 1978. N4. P. 529-547.
5. *Iansen S. A., Ciriello G.* - Soc. Neurosci. Abst. 1991. V. 17. P. 706.
6. *Martin L. J., Powers R. E., Dellovade T. L., Price L. D.* - Comp. Neurol. 1991. V. 309. N4. P. 445-485.
7. *Mizuno N., Takahashi O., Satoda T., Natsushima R.* - Neuroscience Letters. 1985. V. 53. N3. P. 327-330.
8. *Isaacson R. L.* The limbic system. N. Y. London. Plenum Press. 1976. 296p.
9. *Calaresu F. R., Ciriello J., Mogenson G. J.* - J. Physiol (London). 1976. V. 260. P. 515-530.
10. *Calaresu F. R., Mogenson G. J.* - Amer. J. Physiol. 1972. V. 223. P. 777-782.
11. *Covian M. R., Antunes-Rodriquer J., O'Flaherty J.* - J. Neurophysiol. 1964. V. 27. P. 394-407.
12. *Gelsema A. J., Calaresu F. R.* - Amer. J. Physiol. 1987. V. 252. P. 760-767.
13. *Giancola S. B., Rodes S., Ciriello J.* - Brain Res. 1993. V. 606. N1. P. 162-166.
14. *Henke P. G.* - A review. Neurosci. Hiobehav. Rev. 1982. V. 6. P. 381-390.
15. *Holdstock T. L.* - Psychonomic Sci. 1967. N9. P. 37-38.
16. *Loewy A. D.* - Prog. Brain Res. 1991. V. 87. P. 253-268.

**Լ. Բ. Ներսեսյան, Վ. Ս. Եզանովա, Ն. Լ. Պողոսյան, Ա. Վ. Արշակյան, Ռ. Վ.
Սարուխանյան**

**Միջնորմի միջին կորիզի ազդեցությունը կոճղեգային շնչառական նեյրոնների և
սիմպաթիկ նյարդերի ակտիվության վրա (Էլեկտրաֆիզիոլոգիական հետազոտություն)**

Սուր փորձերի պայմաններում կատոնների վրա ուսումնասիրվել է միջնորմի միջին կորիզի (MSN) ազդեցությունը երկայնաձիգ ուղեղի ֆունկցիոնալ տարբերակված շնչառական նեյրոնների իմպուլսային ակտիվության վրա, ինչպես նաև սրտի պսակաձև անոթները և առաջնային վերջույթները նյարդավորող սիմպաթիկ նյարդերի (ստոր-սրտային և կմախքային) տոնիկ ակտիվության վրա:

Բացահայտված է կոճղեգային շնչառական նեյրոնների 76.5% պատասխանելիությունը MNS-ի գրգռման դեպքում: Ընդ որում 56% ռեակտիվ նեյրոնները պատասխանում էին ընկճող տեսակի հակազդեցությամբ, ինչը արտահայտվում է շնչառության իմպուլսների միջին հաճախականության նվազմամբ և միջշնչառության ընդմիջումների երկարացմամբ: Մնացած 44% ռեակտիվ նեյրոնները պատասխանում էին գրգռող հակազդեցությամբ: MNS-ի գրգռումը միակողմանի ընկճող (57%) կամ դրդող (43%) ազդեցություն էր ունենում նաև հետազոտված սիմպաթիկ նյարդերի տոնիկ ակտիվության վրա: Հոդվածում քննարկվում են շնչառական և անոթաշարժ ակտիվության կարգավորման հնարավոր միջնորմային մեխանիզմները: