ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCE OF ARMENIA

ISSN 0321-1339

ՉԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ
REPORTS

2001

Ереван Երևան Yerevan

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA
ДОКЛАДЫ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ REPORTS

Том 101 2001 № 3

Հիմնադրվել է 1944 թ.: Լույս է տևանում տարին 4 անգամ

Основан в 1944 г. Выходит 4 раза в год

Founded in 1944. Published quarterly

Գլխավոր խմբագիր՝ ակադեմիկոս Ս. Ա. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ

Խմբագրական խորհուրդ՝ Գ.Ա. ԱՐԶՈՒՄԱՆՅԱՆ (պատ. քարտուղար), ակադեմիկոս Է.Գ. ԱՖՐԻԿՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ.Ե. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ.Ա. ԲՐՈՒՏՅԱՆ, ակադեմիկոս Է.Ս. ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ.Ա. ԳԱԼՈՅԱՆ, ակադեմիկոս Վ.Վ. ԴՈՎԼԱԹՅԱՆ (գլխ. խմբագրի տեղակալ), ակադեմիկոս Ա.Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ակադեմիկոս Վ.Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Կ.Գ. ՂԱՐԱԳԵՈՉՅԱՆ, ակադեմիկոս Յու.Հ. ՇՈՒՔՈՒՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Ֆ.Տ. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, ակադեմիկոս Դ.Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, ակադեմիկոս Վ.Բ. ՖԱՆԱՐՋՅԱՆ:

Главный редактор академик С. А. АМБАРЦУМЯН

Редакционная коллегия: Г.А. АРЗУМАНЯН (отв. секретарь), академик Э.Г. АФРИКЯН, академик Г.Е. БАГДАСАРЯН, академик Г.А. БРУТЯН, академик Э.С. ГАБРИЕЛЯН, академик Г.А. ГАЛОЯН, академик В.В. ДОВЛАТЯН (зам. главного редактора), академик В.О. КАЗАРЯН, академик К.Г. КАРАГЕЗЯН, академик Ф.Т. САРКИСЯН, академик Д.М. СЕДРАКЯН, академик А.А. ТАЛАЛЯН, академик В.В. ФАНАРДЖЯН, академик Ю.Г. ШУКУРЯН.

Editor-in-chief academician S. A. AMBARTSUMIAN

Editorial Board: academician G.E. AFRIKIAN, G.A. ARZUMANYAN (executive secretary), academician G.E. BAGDASARIAN, academician G.A. BRUTIAN, academician V.V. DOVLATIAN (vice-editor-in-chief), academician V.V. FANARDJIAN, academician E.S. GABRIELIAN, academician G.A. GALOYAN, academician K.G. KARAGEUZYAN, academician V.H. KAZARIAN, academician F.T. SARGSSIAN, academician D.M. SEDRAKIAN, academician Yu.H. SHOUKOURIAN, academician A.A. TALALIAN.

Խմբագրության հասցեն 375019 Երևան 19, Մարշալ Բաղրամյանի պող. 24գ
Հեռ. 52-44-61 *Խմբագրության վարիչ* Գ. Ա. Աբրահամյան
Адрес редакции: 375019, Ереван 19, просп. Маршала Баграмяна 24г
Тел. 52-44-61 *Зав. редакцией* Г. А. Абрамян
Communication links: address – 24g Marshal Bagramian Ave., Yerevan, 375019, Armenia
Phone-(3741) 52-44-61

© НАН РА. Президиум. 2001

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ս. Լ. Համբարյան – Անսահմանափակ ճշտությամբ բաժանման ալգորիթմ..... 203

Կ. Լ. Ավետիսյան – Սահմանափակ պրոյեկտորներ խառը նորմով հարմոնիկ տարածությունների վրա..... 211

Ռ. Ա. Բաղիյան – Բեռնշտեյն-Հաուսդորֆի տիպի քվազիբազմանդամների զուգամիտությունը անսահմանափակ ֆունկցիաների վերաբերյալ..... 216

ՀԱՇՎՈՂԱԿԱՆ ՏԵԽՆԻԿԱ

Գ. Վ. Բերբերյան – Անհավաք բազմությունների պատկանելիության աստիճանի որոշումը հիդրոգեներատորների ջերմային ախտորոշման համակարգում որոշումներ ընդունելու համար..... 222

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Ի. Մ. Կարախանյան – Հեռավոր դաշտում հարմոնիկ ալիքի դիֆրակցիան առածգական կիսաանվերջ ներդիրի վրա..... 230

ԱՌԱՁԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ռ. Մ. Գևորգյան, Ե. Գ. Վիրաբյան – Անսեղմելի նյութից շրջանային օղակաձև սալի առածգականության տեսության եզրային խնդիրների ասիմպտոտիկական լուծումները..... 237

ՖԻԶԻԿԱ

Ա. Մ. Իշխանյան – Պոլյարիտոնային խնդրի լուծում անընդհատ սահմանի համար..... 245

ԷԼԵԿՏՐԱՏԵԽՆԻԿԱ

Գ. Լ. Արեշյան – Ավտոնոմ սինխրոն գեներատորի դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգը՝ արտահայտված հոսքակցումների միջոցով..... 252

ՋՐԱՅԻՆ ՌԵՍՈՒՐՍՆԵՐ

Է. Բ. Բարսեղյան – Հայաստանի Հանրապետության տարածքի ջրամբարներից ֆիլտրացիոն կորուստների գնահատման հիդրոերկրաբանական պայմանների սխեմատիզացիայի մի քանի հարցեր..... 259

ԿԵՆՍԱՔԻՄԻԱ

Լ. Ա. Սիմոնյան, Ա. Ա. Սիմոնյան, Կ. Գ. Ղարագյոզյան, Ի. Հ. Բատիկյան – Էներգետիկ փոխանակության առանձնահատկությունները միտոքոնդրիումներում փորձարարական միոկարդիտի դեպքում..... 265

Ա. Ջ. Փեփոյան – Salmonella derby ՈւՄ-զգայուն շտամմների բջջապատերի կառուցվածքային փոփոխությունները և ածը՝ կախված միջավայրի բթվայնությունից..... 273

Ա. Ա. Գալոյան, Վ. Ա. Շախլամով, Լ. Ի. Կոնդակովա, Վ. Ի. Ալտուխովա, Գ. Պ. Պոլյակովա – Հիպոթալամուսի նոր պոլիպեպտիդի ազդեցության վերլուծությունը առնետի հասսերյան հանգույցի նևրիոմային ուռուցքային բջիջների մորֆոլոգիայի և միտոտիկ ակտիվության վրա (էլեկտրոնային և միկրոսկոպիական հետազոտություններ)..... 279

ԲԺՇԿԱԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ

Կ. Գ. Ադամյան, Մ. Գ. Աղաջանյան – Ֆունկցիոնալ փորձերի կիրառումը ստատիկ գործունեության նկատմամբ սիրտ-անոթային համակարգի հարմարվողականության գնահատման համար..... 287

Լ. Գ. Գիմոյան – Ուղեղային ինսուլտի կլինիկա-համաճարակաբանական բնութագիրը Հայաստանում 1985-1999 թթ..... 292

ԿԱՋՄԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Վ. Ի. Պողոսյան, Ծ. Լ. Հարությունյան, Թ. Մ. Ագլինցյան, Մ. Ա. Դանիելյան, Վ. Բ. Ֆանարջյան – Գորտի ողնուղեղի տարբեր սեգմենտների վրա պրոյեկցվող անդաստակային կորիզների նեյրոնների տարածական բաշխումը..... 298

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

С.Л. Амбарян – Алгоритм деления с неограниченной точностью..... 203

К.Л. Аветисян – Ограниченные проекторы на гармонических пространствах со смешанной нормой..... 211

Р.А. Багиян – О сходимости квазиполиномов типа Бернштейна-Хаусдорфа к неограниченным функциям..... 216

ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Г.В. Берберян – Определение принадлежности нечетких подмножеств для принятия решений в системе тепловой диагностики гидрогенераторов..... 222

МЕХАНИКА

И.М. Караханян – Дифракция гармонической волны на упругом полубесконечном включении в дальнем поле..... 230

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Р.С. Геворкян, Е.Г. Вирабян – Асимптотические решения краевых задач теории упругости для круговой кольцевой пластины из несжимаемого материала..... 237

ФИЗИКА

А.М. Ишханян – Решение поляритонной задачи для плавной границы..... 245

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Г.Л. Арешян – Система дифференциальных уравнений автономного синхронного генератора, представленная через потокосцепления..... 252

ВОДНЫЕ РЕСУРСЫ

Э.Б. Барсегян – Некоторые вопросы схематизации гидрогеологических условий для оценки фильтрации из водохранилищ Республики Армения..... 259

БИОХИМИЯ

Л.А. Симонян, А.А. Симонян, К.Г. Карагезян, И.Г. Батикян– Особенности энергетического обмена в митохондриях при экспериментальном миокардите..... 265

А.З. Пепоян – Структурные изменения клеточных стенок и рост УФ-чувствительных штаммов Salmonella derby в зависимости от кислотности среды..... 273

А.А. Галоян, В.А. Шахламов, Л.И. Кондакова, В.И. Алтухова, Г.П. Полякова – Влияние нового нейросекреторного пролин-богатого полипептида гипоталамуса на морфологию и митотическую активность опухолевых клеток неврином Гассерова узла крысы (электронно-микроскопические исследования)..... 279

МЕДИЦИНА

К.Г. Адамян, М.Г. Агаджанян – Применение функциональных проб для оценки адаптации сердечно-сосудистой системы к статической деятельности..... 287

Л.Г. Гимоян – Клинико-эпидемиологическая характеристика мозгового инсульта в Армении за 1985-1999 гг..... 292

МОРФОЛОГИЯ

В.И. Погосян, Ц.Л. Арутюнян, Т.С. Аглинцян, М.А. Даниелян, В.В. Фанарджян – Пространственное распределение нейронов вестибулярных ядер, проецирующихся к различным сегментам спинного мозга лягушки..... 298

CONTENTS

MATHEMATICS

S. L. Hambarian – Division algorithm the unlimited accuracy 203

K. L. Avetisyan – Bounded projections on harmonic mixed norm spaces 211

R. A. Baghiyan – About a convergence of Bernstein-Hausdorf type quasipolinomials to unbounded function 216

MEASURING TECHNOLOGY

G. V. Berberyan – Determination of the degree of belonging of fuzzy sets used for decision making in hydrogenerators thermal diagnostics system 222

MECHANICS

I. M. Karakhanyan – Diffraction of harmonic wave on elastic semi infinite inclusion in far field 230

THEORY OF ELASTICITY

R. S. Gevorgyan, Ye. G. Virabyan – Asimptotic solutions of boundary problems of elasticity theory for a circular ring plate of an incompressible material 237

PHYSICS

A. M. Ishkhanyan – Analytic treatment of the polariton problem for a smooth interface 245

ELECTROTECHNICS

G. L. Areshian – A system of differential equations of autonomous synchronous generator introdused through flux linkages 252

WATER RESOURCES

E. B. Barsegyan – Some problems of a schematization a hydro-geological condition for an evaluation of a filtration from reservoirs of Republic of Armenia 259

BIOCHEMISTRY

L. A. Simonyan, A. A. Simonyan, K. G. Karageuzyan, I. H. Batikyan – Peculiarities of energetic metabolism in mitochondrias at experimental myocardit 265

A. Z. Pepoyan – Cell walls structural changes and growth in Salmonella derby cells depending from medium acidity 273

A. A. Galoyan, V. A. Schachlamov, L. J. Kondakova, V. J. Altuchova, G. P. Polyakova – Effect of a new hypothalamic neurosecretory proline-rich polypeptide on morphology and mitotic activity of tumos cells of nevrioma of rat Hasser node (electron-microscopic investigations) 279

MEDICINE

K. G. Adamyan, M. G. Aghajanyan – Functional tests in evaluation of cardio-vascular adaptation to static loads 287

L. G. Gimoyan – The clinico-epidemiological characteristics of stroke incidents in Armenia in the period of 1985-1999 292

MORPHOLOGY

V. I. Pogossian, Ts. L. Harutunyan, T. S. Aglintsyan, M. H. Danielyan, V. V. Fanardjian – Spatial distribution the vestibular niclei neurons projecting to the different spinal cord segments in the frog 298

УДК 511

С. Л. Амбарян

Алгоритм деления с неограниченной точностью

(Представлено академиком В.С.Закаряном 18/I 2001)

Точность выполнения арифметических операций на вычислительных системах / персональных компьютерах имеет чрезвычайно важное значение. Можно привести множество примеров, когда данная разрядная сетка не обеспечивает требуемую точность решения поставленной задачи. Кроме того, некоторые исследователи науки и техники (теория чисел, криптография, комбинаторика, теория бесконечных рядов, дифференциальные уравнения, интегральное исчисление, атомная физика, разные направления механики, астрономия и др.) в своих исследованиях, требующих высокой точности, просто лишены возможности непосредственно использовать большие преимущества персональных компьютеров из-за ограничений разрядной сетки. Поэтому в связи с широким распространением и усовершенствованием персональных компьютеров разработка эффективных алгоритмов и программно-аппаратных средств реализации арифметики многократной точности (кратко а.м.т.) имеет хорошую перспективу [1-3].

Вопросы арифметики однократной, двойной и многократной точности исследованы многими авторами, проблемы, история и библиография, посвященные им, великолепно изложены в [1]. А. Шенхаге и Ф. Штрассен разработали изящный алгоритм, который умножение (деление) двух n-разрядных чисел выполняет за 0 (n log n log log n) шагов [2].

Представление цифр-чисел в *а.м.т.* можно осуществить по-разному. Нами принят следующий подход.

a. Машинное слово процессора вычислительной системы / персонального компьютера состоит из четного числа двоичных разрядов, равного 2(k + 1) (см. рис.1.), один из которых выделен для знака целого числа с фиксированной точкой (точка фиксирована после младшего разряда).

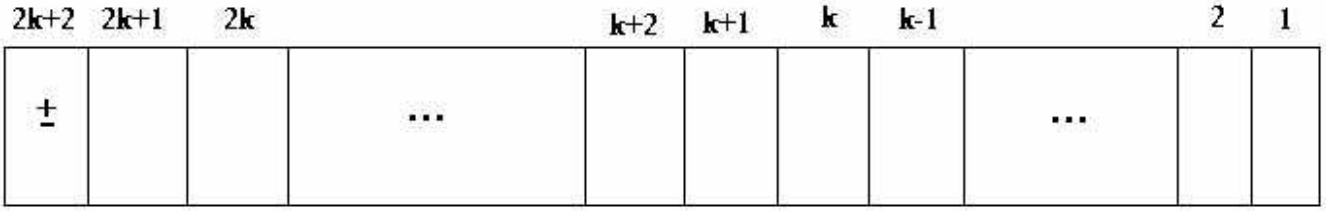


Рис. 1.

b. Основанием системы счисления p выбрано целое число из отрезка $[2, 2^k]$.

c. Каждая цифра *а.м.т.* представлена в одном полуслове как целое положительное число.

d. Числа *а.м.т.* представлены как числа с плавающей точкой. Первое полуслово выделено для знака числа, второе полуслово - для порядка числа и, наконец, начиная с третьего полуслова в последовательных адресах оперативной памяти представлены цифры числа (дробная часть) *а.м.т.* (см. рис. 2.).

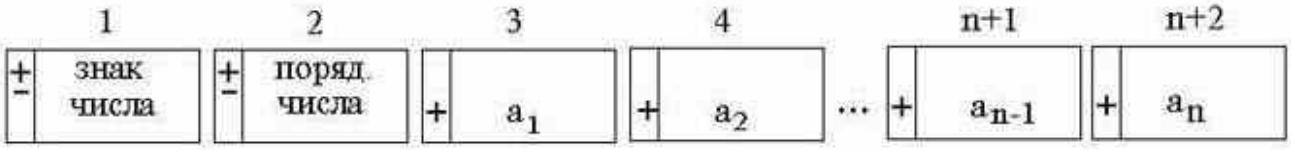


Рис. 2.

Ограничение пункта b равносильно тому, что в одном машинном слове «свободно» помещается двузначное число а. м. т. При соблюдении данного ограничения максимальное число, которое может получиться в результате арифметических операций однократной точности в одном машинном слове, не менее чем $2p^2 - 1$, т.е. $2p^2 - 1 \le \max u \le 2 \cdot 2^{2k} - 1$.

Дадим определение допустимых арифметических операций однократной точности.

Определение. *Арифметическую операцию с однократной точностью будем называть* ***допустимой****, если исходные, промежуточные и окончательные результаты не превышают* $2 \cdot 2^{2k} - 1$.

Пусть даны два n-разрядных положительных целых числа a и b по основанию p.

$$a = a_1 a_2 \dots a_n,\ a_1 \ne 0 \ \text{ и } b = b_1 b_2 \dots b_n,\ b_1 \ne 0;$$
$$A_k = p \cdot A_{k-1} + a_k,\ A_0 = 0 \ \text{ и } B_k = p \cdot B_{k-1} + b_k,\ B_0 = 0;\ k = 1,2, \dots,n. \tag{1}$$

Рассмотрим операцию деления над числами неограниченной (произвольно высокой) точности в *а. м. т.*

Определим число c как

$$c = a / b = = q_0, c_1, c_2 \dots c_n;\ \ q_0 = [a / b] = [A_n / B_n];$$
$$\text{где } 0 \le a_k, b_k, c_k < p;\ \ k = 1,2,\dots,n.$$

При $A_k > B_k$ рассмотрим представление A_k через B_k в форме

$$A_k = q_k \cdot B_k + r_k,\ \ 0 \le r_k < B_k,\ \ 1 \le q_k < p;\ k = 1,2,\dots,n. \tag{2}$$

При $A_k < B_k$ рассмотрим представление A_{k+1} через B_k в форме

$$A_{k+1} = q_k \cdot B_k + r_k,\ \ 0 \le r_k < B_k,\ \ 1 \le q_k < p;\ k \ge 2. \tag{2a}$$

В представлении (2) r_k и r_{k-1} связаны между собой рекуррентным соотношением

$$r_k = pr_{k-1} + a_k - q_k b_k + p(q_{k-1} - q_k)B_{k-1},$$
$$\text{где } q_k \le q_{k-1},\ \ k = 1,2,\dots,n. \tag{3}$$

При $q_k \ne q_{k-1}$ (т.е. $q_{k-1} = q_k + 1$, может быть кроме k = 2) будем иметь

$$r_k = pr_{k-1} + a_k - q_k b_k + pB_{k-1};\ k = 2,3,\dots,n. \tag{3a}$$

При $q_k = q_{k-1} = q$ (см. теорему 4) получим

$$r_k = pr_{k-1} + a_k - qb_k;\ k = 3,4,\ldots,n. \qquad (3b)$$

Требуется при помощи допустимых арифметических операций эффективно (быстро) определить значение q_0.

В этих обозначениях справедлива следующая лемма.

Лемма 1. $q - 1 \le q_0 \le q$.

Доказательство. $c = a / b = a_1a_2,a_3\ldots a_n / b_1b_2,b_3\ldots b_n =$

$$= (A_2 + x) / (B_2 + y) = q + (r + x - qy) / (B_2 + y), \text{ где } q = q_2,\ r = r_2 \text{ и } 0 < x, y < 1.$$

Очевидно, что $|(r + x - qy) / (B_2 + y)| < 1$, действительно, это следует из следующих цепочек неравенств:

$$0 \le r + x - qy \le r + x \le B_2 - 1 + x \le B_2 + y,$$

$$0 \ge r + x - qy \ge - qy \ge -q > - B_2 \ge -B_2 - y.$$

Таким образом,

$$q_0 = \begin{cases} q, & \text{если } r + x - qy \ge 0, \\ q - 1, & \text{если } r + x - qy < 0. \end{cases}$$

Следствие 1. *Если* $q = 0$, *то* $q_0 = 0$;

если $q \le r$, *то* $q_0 = q$.

Согласно следствию, если $r \ge q$, то $q_0 = q$, и поэтому предположим, что $0 \le r < q$. Обозначим через m то минимальное значение k, для которого в (3b) имеет место одно из следующих неравенств:

$$r_m < 0 \ \text{ либо } \ r_m \ge q,$$

тогда справедлива следующая теорема.

Теорема 1(основная теорема). *Если* $r_m < 0$, *то* $q_0 = q - 1$, *или*

если $r_m \ge q$, *то* $q_0 = q$.

Доказательство. Пусть $0 \le r_i < q$, $i = 2,3,\ldots, m - 1$, и для m имеет место условие теоремы, т.е.

$$r_m < 0 \ \text{ либо } \ r_m \ge q.$$

В результате поочередной подстановки значений r_i, $i = 3,4,\ldots,m - 1$, в рекуррентное соотношение (3b) получим

$$0 \le A_{m-2} - q \cdot B_{m-2} + a_{m-1} - qb_{m-1} < q, \ \text{т.е. } 0 \le A_{m-1} - q \cdot B_{m-1} < q.$$

Рассмотрим случай, когда $r_m < 0$; тогда

$$p(A_{m-1} - q \cdot B_{m-1}) + a_m - qb_m < 0,$$

$$A_m - q \cdot B_m \le -1,\ (A_m + 1) / B_m \le q.$$

Из последнего неравенства и леммы 1 следует, что $q_0 = q - 1$.

Пусть теперь $r_m \ge q$, тогда

$$p(A_{m-1} - q \cdot B_{m-1}) + a_m - qb_m \ge q,$$

$$A_m - q(B_m + 1) \ge 0,\ A_m / (B_m + 1) \ge q.$$

из последнего неравенства и леммы 1 следует, что $q_0 = q$. Теорема доказана.

Если не существует такое m, т.е. $0 \le r_i < q$ для всех i = 2,3,…, n, то справедливо следующее следствие.

Следствие 2. $a / b = q + r_n / b,\ 0 \le r_n < q$.

Теперь подробно рассмотрим случай $A_2 < B_2$. Так как имеет место неравенство $p^2 \le A_3 \le p^3 - p - 1$, то необходимо разработать алгоритм, который с помощью допустимых арифметических операций позволяет эффективно определить значения неполного частного $q = q_2$ и остатка $r = r_2$.

Элементарные преобразования приводят к формуле

$$q_2 = q_1 - (q_1 b_2 + r_2 - (pr_1 + a_3)) / B_2,$$

$$q_2 = q_1 -]q_1 b_2 - (pr_1 + a_3)[/B_2, \tag{4}$$

$$\Delta A = q_1 b_2 - (pr_1 + a_3) \text{ через } B_2 \text{ в форме}$$

$$\Delta A = \Delta q + \Delta r / B_2,\ 0 \le \Delta r < B_2,\ -1 \le \Delta q \le p-1. \tag{5}$$

Следует заметить, что $q_1 b_2 \le (2p - 2)(p - 1) < 2p^2 - 1$.

Тогда справедлива следующая теорема.

Теорема 2 (первая теорема о частном и об остатке). *При* $A_2 < B_2$ *значения неполного частного и остатка в (2а) определяются формулами:*

$$q = q_1 - \Delta q \ \textit{и}\ r = 0,\ \textit{при}\ \Delta r = 0;\ \textit{или} \tag{6}$$

$$q = q_1 - (\Delta q + 1) \ \textit{и}\ r = B_2 - \Delta r,\ \textit{при}\ \Delta r \ne 0. \tag{7}$$

Правильность формул (6) и (7) следует из (4) и (5).

Аналог следствия 1 здесь звучит так: если $q_2 = 1$, то $q_0 = 1$ и если $q_2 = p$, то $q_0 = p - 1$.

Доказанная теорема занимает ключевое место при разработке алгоритмов операции деления в *а.м.т.*

В *а.м.т.* в алгоритме операции деления [1] после определения неполного частного q_0 с точностью единицы ($q - 1 \le q_0 \le q$) вычисляется разность

$$a_t = a_\tau - qb,$$

где $a_t(a_\tau)$ - текущее (предыдущее) значение делимого, и при $a_t < 0$ производится компенсирующее сложение в *а.м.т.*

$$a_t = a_\tau + b,\ 0 < a_t < b.$$

Ниже следует лемма, согласно которой компенсирующее сложение в алгоритме операций деления может отсутствовать.

Лемма 2 (о компенсирующем сложении). *Если неполное частное определено с точностью единицы, то* i-*ый разряд частного с выражается формулой:*

$$c_i = q,\ \text{если } a_\tau > 0 \ \text{и } a_t \ge 0,$$

$$c_i = q - 1,\ \text{если } a_\tau > 0 \ \text{и } a_t < 0,$$

$$c_i = p + q,\ \text{если } a_\tau < 0 \ \text{и } a_t \ge 0,$$

$$c_i = p + q - 1,\ \text{если } a_\tau < 0 \ \text{и } a_t < 0;\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Доказательство. Первые два случая очевидны, докажем третий случай, откуда следует и четвертый.

Пусть $a_t = a_\tau - qb < 0$, тогда определение следующей цифры частного достигается при помощи представления

$$p\, a_t / b = q + r / b,\ 0 \le r < b,\ -p < q \le -1,$$

так как $p(a_t + b) / b = p + pa_t / b = p + q + r / b$, откуда и следует утверждение леммы.

Замечание. Отметим, что здесь можно обойтись без использования отрицательных неполных частных ($q < 0$ при $a < 0$), положив $a = -a$ после операции $a = a - qb$.

Пусть, например, ω первоначально принимает значение, равное нулю ($\omega = 0$). Далее ω принимает значение, равное единице ($\omega = 1$), если результат операции $a = a - qb$ окажется отрицательным ($a < 0$), то ω сохраняет это значение до тех пор, пока a заново не станет отрицательным, тогда ω принимает значение, равное нулю ($\omega = 0$) и т.д. Тогда

$$c_i = q,\ \text{если } a \ge 0 \ \text{и } \omega = 0,$$

$$c_i = q - 1,\ \text{если } a < 0 \ \text{и } \omega = 0,$$

$$c_i = p - q - 1,\ \text{если } a \ge 0 \ \text{и } \omega = 1,$$

$$c_i = p - q,\ \text{если } a < 0 \ \text{и } \omega = 1;\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Согласно основной теореме и первой теореме о неполном частном и об остатке опишем *алгоритм операции деления в а.м.т.*

Описание алгоритма операции деления. Работа алгоритма операции деления начинается с проверки на нуль делимого a ($a_1 = 0$ или $a_1 \ne 0$) и делителя b ($b_1 = 0$ или $b_1 \ne 0$). Первоначально положим показатель результата $e(c) = e(a) - e(b)$. В дальнейшем показатель делителя b $e(b) = 0$. При $A_2 \ge B_2$ установить показатель делимого $e(a) = 0$ и уточнить значение $e(c) = e(c) + 1$, а при $A_2 < B_2$ установить показатель делимого $e(a) = 1$.

Алгоритм операции деления неотрицательных целых чисел а.м.т. состоит из следующих шагов.

Шаг 1. Пр. «Опр. e(c), e(a) = 0/1, e(b) = 0»;

2. i = 1;

3. $(q,r) = A_{2+e(a)} / B_2$;

4. Если $r \ge q$, то идти к 17;

5. Пр. «Уточнение значения q»;

6. Если $r \geq 0$, то идти к 17;
7. $q = q - 1$;
8. $m = k - (3 + e(a))$;
9. Пр. «$c_i = q$, $c_{i+j} = p - 1$; $j = 1,2,\ldots,m$»;
10. Если $m = 0$, то идти к 15;
11. $q = q + 1$;
12. $a = a - qb$;
13. $e(a) = e(a) + m$;
14. $a = a + b$; идти к 16;
15. $a = a - qb$;
16. $e(a) = e(a) + 1$; идти к 3;
17. $c_i = q$;
18. $a = a - qb$;
19. Пр. «Опр. e(a) и $c_{i+j} = 0$, $j = 1,2,\ldots e(a)$».
20. $i = i + 1$, если $i \leq n$, то идти к 3.
21. End.

Помимо того, что описанный алгоритм исключает компенсирующее сложение (при $a - qb < 0$) [1], он имеет и другие преимущества. Перейдем к строгому изложению некоторых из них.

Теорема 3. *Если для некоторого* $i = 1,2,\ldots,n$ *и некоторого* $k = m + 3 + e(a) \geq 3$ *в (3b) имеет место одно из следующих неравенств:* $r_m < 0$ *либо* $r_m \geq q$, *тогда:*

Случай 1. Если $r_k < 0$, *то* $c_i = q - 1$ *и за этой цифрой следует не менее т цифр* $c_{i+j} = p - 1$; $j = 1,2,\ldots,m$.

Случай 2. Если $r_k \geq q$, *то* $c_i = q$ *и за этой цифрой следует не менее т цифр* $c_{i+j} = 0$; $j = 1,2,\ldots,m$.

Доказательство.

Случай 1. Пусть $r_k < 0$, тогда $0 \leq r_{k-1} < q_{k-1} = q$ и $q_k = q - 1$;

$$c = a / b > A_k / (B_k + 1) = (q_k B_k + r_k) / (B_k + 1) = q_k + (r_k - q_k) / (B_k + 1) =$$

$$= q_k + (pr_{k-1} + a_k - q_k b_k + pB_{k-1} - q_k) / (B_k + 1) \geq$$

$$\geq q_k + (pB_{k-1} - q_k(b_k + 1)) / (B_k + 1) = q_k + 1 - (q_k + 1)(b_k + 1) / (B_k + 1) \geq$$

$$\geq q_k + 1 - (q_k + 1) / (B_{k-1} + 1) = q - q / (B_{k-1} + 1) \geq q - q / (p^{m+1+e(a)} + 1) \geq$$

$$\geq q - q/(p^{m+1} + 1); \quad c > (q - 1) + 1 - q / (p^{m+1}+1),$$

откуда следует утверждение теоремы по первой части.

При $m = 0$ из последнего неравенства следует, что

$$c > (q - 1) + 1 - (p - 1) / (p + 1) = (q - 1) + 2 / (p + 1),$$

т.е. $c_i = q - 1$ и за ним следует цифра $c_{i+1} \geq 1$.

Случай 2. Пусть теперь $r_k \geq 0$, тогда $0 \leq r_{k-1} < q_{k-1} = q$ и $q_k = q$;

$$c = a / b < (A_k + 1) / B_k = (q_k B_k + r_k + 1) / B_k = q_k + (r_k + 1) / B_k =$$

$$= q_k + (pr_{k-1} + a_k - q_k b_k + 1) / B_k \leq q_k + (pr_{k-1} - q_k b_k + 1) / B_k \leq$$

$$\le q_k + (pr_{k-1} + a_k + 1) / B_k \le q_k + pq_{k-1} / B_k \le q_k + q_{k-1} / B_k =$$

$$= q + q / B_k \le q + q / p^{m+1+e(a)} \le q + q / p^{m+1} \le q + (p - 1)/p^{m+1};$$

$$c < q + (p - 1) / p^{m+1};$$

откуда следует утверждение теоремы по второй части.

При $m = 0$ из последнего неравенства следует, что

$$c < q + (p - 1) / p,$$

т.е. $c_i = q$ и за ним следует цифра $c_{i+1} \le p - 2$.

Теорема полностью доказана.

Теорема 4 (вторая теорема о частном и об остатке). *Если для некоторого* $k \ge 3$ *(в (3b)) имеет место неравенство* $0 \le r_k < q_k$, *то* $0 \le r_{k-1} < q_{k-1}$ *и* $q_{k-1} = q_k$.

Доказательство. Прежде всего докажем, что $q_{k-1} = q_k = q$. Если $q_{k-1} \ne q_k$, то из (3a) следует, что

$$a_k = q_k b_k + r_k - p(r_{k-1} + B_{k-1}) \le q_k b_k + q_k - p(r_{k-1} + B_{k-1}) \le$$

$$\le q_k(b_k + 1) - p(r_{k-1} + B_{k-1}) \le p(q_k - r_{k-1} - B_{k-1}) \le 0, \text{ т.е. } a_k < 0,$$

что противоречит определению a_k.

Предположим, что утверждение теоремы неверно и $r_{k-1} < 0$, тогда

$$a_k = q_k b_k + r_k - pr_{k-1}, \text{ так как}$$

$$qb_k + r_k \ge 0, \text{ то } a_k \ge -pr_{k-1} \ge p,$$

что противоречит определению a_k.

Пусть теперь $r_{k-1} \ge q$, тогда

$$a_k = q_k b_k + r_k - pr_{k-1} = -(p(r_{k-1} - q) + (p - b_k)q - r_k), \text{ так как}$$

$$p(r_{k-1} - q) \ge 0 \text{ и } (p - b_k)q - r_k \ge 0, \text{ то } a_k < 0,$$

что противоречит определению a_k. Теорема доказана.

Ереванский научно-исследовательский
институт математических машин

Литература

1. *Кнут Д.* Искусство программирования для ЭВМ. Получисленные алгоритмы. М.: Мир, 1977.
2. *Schonhage A., Strassen V.* Computing, Archiv für elektronisches Rechnen, 7 (1971), Fasc. 3-4.
3. *Амбарян С. Л.* Эффективные алгоритмы выполнения арифметических операций в арифметике с многократной точностью. Пакет программ а.м.т. (ПП-АМТ) в среде Visual C++. Ереванский научно-исследовательский институт математических машин (ЕрНИИММ), Ереван, 1998.

Ս. Լ. Համբարյան

Անսահմանափակ ճշտությամբ բաժանման ալգորիթմ

Թվաբանական գործողությունների կատարումը հաշվողական համակարգերում/ անհատական համակարգիչներում իրականացվում է որոշակի թվով թվանշաններ ունեցող թվերի հետ, որի հետևանքով՝ ընդհանուր դեպքում, բացառվում է տվյալ խնդրի լուծման ճշտության ապահովումը:

Բազմապատիկ ճշտությամբ թվաբանությունում թվի թվանշանների քանակի վրա, գործնականում, սահմանափակում չի դրվում:

Աշխատանքում հետազոտված է բազմապատիկ ճշտությամբ թվաբանությունում բաժանման գործողության կատարման խնդիրը:

Ապացուցված են մի շարք թեորեմներ, որոնք հնարավորություն են տալիս մշակել բավականաչափ արդյունավետ ու պարզ կառուցվածք ունեցող բաժանման գործողության կատարման ալգորիթմ:

Ա. Շենխագենի և Ֆ. Շտրասսենի բաժանման՝ բազմապատկման միջոցով հայտնի ալգորիթմը, ներկա պահին ունի լավագույն գնահատականը. 0 (n log n log log n), սակայն իրականացման համար պահանջվում է ավելի բարդ կառուցվածք:

УДК 517. 57

К. Л. Аветисян

Ограниченные проекторы на гармонических пространствах со смешанной нормой

(Представлено академиком Н.У Аракеляном 23/II 2001)

1. В настоящей заметке рассмотрены известные пространства $h(p,q,\alpha)$ гармонических в полупространстве функций со смешанной нормой. Анонсированы некоторые результаты, относящиеся к интегральным представлениям и ограниченным проекторам в указанных пространствах.

Пусть $\mathbf{R}^n$ - n-мерное евклидово пространство, и пусть $x = (x_1,..., x_n) \in \mathbf{R}^n$, $|x|^2 = x_1^2 + \ldots + x_n^2$, $dx = dx_1 \ldots dx_n$. Обозначим через $\mathbf{R}_+^{n+1}$ верхнее полупространство пространства $\mathbf{R}^{n+1}$, т.е. $\mathbf{R}_+^{n+1} = \mathbf{R}^n \times (0,\infty)$. Точки этого полупространства будем представлять как $(x,y) = (x_1,..., x_n, y)$, $x \in \mathbf{R}^n$, $y > 0$. Иногда удобно будет обозначать $x_0 = y$.

Для измеримой в $\mathbf{R}_+^{n+1}$ функции $f(x,y)$ положим

$$M_p(f;y) = \|f\|_{L^p(\mathbf{R}^n,\, dx)}, \qquad y > 0, \quad 0 < p \le \infty.$$

Пространство Харди $h^p(\mathbf{R}_+^{n+1})$ в верхнем полупространстве $\mathbf{R}_+^{n+1}$ состоит из всех (комплекснозначных) гармонических функций $u(x,y)$ в $\mathbf{R}_+^{n+1}$, для которых

$$\|u\|_{h^p} = \sup_{y > 0} M_p(u;y) < +\infty.$$

Введем в рассмотрение квазинормированное пространство $L(p,q,\alpha)$ $(0 < p,q \le \infty,\ \alpha > 0)$, состоящее из тех измеримых в $\mathbf{R}_+^{n+1}$ функций $f(x,y)$, для которых конечна квазинорма (норма при $1 \le p,q \le \infty$)

$$\|f\|_{p,q,\alpha} = \begin{cases} \left(\int_0^{+\infty} y^{\alpha q - 1} M_p^{\,q}(f;y)\, dy \right)^{1/q}, & 0 < q < \infty, \\ \left(\operatorname*{ess\,sup}_{y > 0} \right) y^{\alpha} M_p(f;y), & q = \infty. \end{cases}$$

Пусть $h(p,q,\alpha)$ - гармоническое подпространство пространства $L(p,q,\alpha)$. Гармонические пространства $h(p,q,\alpha)$ со смешанной нормой в полупространстве исследованы несколькими авторами. Среди них отметим М. Тейблсона [1], Т. Флетта [2,3], Буй Хюи Ки [4], Ф. Ричи и М. Тейблсона [5], А. Э. Джрбашяна [6]. При $p = q < \infty$ пространства $h(p,q,\alpha)$ иногда называют весовыми пространствами Бергмана, хотя сам Бергман [7,8] начиная с 1929 г. изучал лишь функции, интегрируемые с квадратом без веса, т.е. гильбертово пространство $h(2,2,1/2)$. В работах М. М. Джрбашяна [9,10] введены весовые классы $h(p,p,\alpha)$ $(1 \le p < \infty)$ и получены их интегральные представления для функций, голоморфных в единичном круге. Тем не менее, ряд важных свойств классов $h(p,q,\alpha)$, относящихся к вопросам вложения и дробного интегродифференцирования, ранее установлен Харди и Литтлвудом [11,12].

2. Для функции $f(x,y)$, измеримой и комплекснозначной в $\mathbf{R}_+^{n+1}$, введем в рассмотрение оператор дробного интегродифференцирования Римана-Лиувилля (называемый также потенциалом Рисса):

$$D^{-\alpha}f(x,y) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{+\infty} \sigma^{\alpha-1} f(x,y+\sigma)\,d\sigma,$$

$$D^0 f = f, \quad D^{\alpha}f(x,y) = (-1)^m D^{-(m-\alpha)} \frac{\partial^m}{\partial y^m} f(x,y),$$

где $\alpha > 0$, а m- целое, $m - 1 < \alpha \le m$.

В верхнем полупространстве $\mathbf{R}_+^{n+1}$ ядро Пуассона $P \equiv P_0$ и сопряженные ядра Пуассона P_j $(1 \le j \le n)$ определяются формулами

$$P_j(x,y) = k_n \frac{x_j}{(|x|^2 + y^2)^{(n+1)/2}}, \qquad k_n = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\pi^{(n+1)/2}}, \qquad 0 \le j \le n.$$

Символы $C(\alpha,\beta,...)$, c_α и т.п. обозначают различные положительные постоянные, зависящие только от указанных индексов α, β,.... Пусть $\mathbf{Z}_+^{n+1}$- множество всех мультииндексов $\lambda = (\lambda_1,..., \lambda_n, \lambda_{n+1})$ с неотрицательными координатами $\lambda_j \in \mathbf{Z}_+$ и пусть $|\lambda| = \lambda_1 + \ldots + \lambda_n + \lambda_{n+1}$ и

$$\partial^\lambda = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}\right)^{\lambda_1} \ldots \left(\frac{\partial}{\partial x_n}\right)^{\lambda_n} \left(\frac{\partial}{\partial y}\right)^{\lambda_{n+1}}.$$

3. Следующая лемма о производных ядер Пуассона доказывается прямой оценкой.

Лемма 1. *Если* $\alpha > 0$, $\lambda \in \mathbf{Z}_+^{n+1}$, $[n/(n+\alpha)] < p \le \infty$, то для каждого j, $0 \le j \le n$, справедливы оценки

$$|D^{\alpha}P_j(x,y)| \le C(\alpha,n)\frac{1}{(|x|+y)^{\alpha+n}}, \qquad x \in \mathbf{R}^n,\ y > 0,$$

$$|\partial^{\lambda}P_j(x,y)| \le C(\lambda,n)\frac{1}{(|x|+y)^{|\lambda|+n}}, \qquad x \in \mathbf{R}^n,\ y > 0,$$

$$M_p(D^{\alpha}P_j;y) \le C(\alpha,n,p)\frac{1}{y^{\alpha+n-n/p}}, \qquad y > 0,$$

$$M_p(\partial^{\lambda}P_j;y) \le C(\lambda,n,p)\frac{1}{y^{|\lambda|+n-n/p}}, \qquad y > 0.$$

Лемма 2. *При* $0 < p \le p_0 \le \infty$, $0 < q \le q_0 \le \infty$, $\alpha + n/p = \alpha_0 + n/p_0$ *имеют место следующие непрерывные вложения*

$$h(p,q,\alpha) \subset h(p_0,q_0,\alpha_0),$$

$$\|u\|_{p_0,q_0,\alpha_0} \le C\,\|u\|_{p,q,\alpha},$$

где $C = C(p,q,\alpha,p_0,q_0,n)$. *Более того, если* $u(x,y) \in h(p,q,\alpha)$ с $q < \infty$, то

$$y^{\alpha}M_p(u;y) = o(1) \quad \textit{при} \quad y \to +0 \quad \textit{и} \quad y \to +\infty.$$

В полуплоскости (т.е. при $n = 1$) лемма 2 доказана Ричи и Тейблсоном [5]. Вложение $h(p,q,\alpha) \subset h(p,\infty,\alpha)$ из леммы 2 приводит к следующему полезному свойству классов $h(p,q,\alpha)$.

Лемма 3. *Пусть* $u(x,y) \in h(p,q,\alpha)$ $(0 < p,q \le \infty,\ \alpha > 0)$, $u_{\eta}(x,y) = u(x,y+\eta)$. *Тогда квазинорма* $\|u_{\eta}\|_{p,q,\alpha}$ *"почти" возрастает по* $\eta \ge 0$, *т.е.*

$$\|u_{\eta_1}\|_{p,q,\alpha} \le C(p,q,\alpha,n)\,\|u_{\eta_2}\|_{p,q,\alpha}, \qquad \eta_1 > \eta_2 \ge 0.$$

4. Для функции $u(x,y)$, гармонической в $\mathbf{R}^{n+1}_{+}$ и удовлетворяющей условию

$$u(x,y) = O\left(\frac{1}{y^{\delta}}\right), \quad y \to +\infty, \quad \delta > 0,$$

преобразования Рисса определяются как

$$u_j(x,y) = (R_j u)(x,y) = -\int_y^{+\infty} \frac{\partial u(x,\eta)}{\partial x_j}\,d\eta, \qquad 1 \le j \le n.$$

Вектор-функция $F = (u_0,u_1,\ldots,u_n)$, $u = u_0$, является системой Рисса сопряженных гармонических

функций (см., например, [13]), т.е. функции u_j удовлетворяют обобщенным уравнениям Коши-Римана

$$\sum_{j=0}^{n} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, \qquad \frac{\partial u_j}{\partial x_k} = \frac{\partial u_k}{\partial x_j}, \qquad 0 \le j,k \le n. \tag{1}$$

Эти уравнения равносильны существованию гармонической в $\mathbf{R}_+^{n+1}$ функции f такой, что $F = \nabla f$. Заметим, что в случае $n = 1$ уравнения (1) переходят в обычные уравнения Коши-Римана. При этом функция $F = u_0 + iu_1$ голоморфна относительно переменной $z = x_1 + ix_0$.

Теорема 1. *Пусть* $\alpha > 0$ *и* $u \equiv u_0 \in h(p,q,\alpha)$. *Пусть также выполнены условия* $0 < p,q \le \infty$, $\beta > \max\{\alpha + n / p - n, \alpha\}$ *либо условия* $p = 1$, $0 < q \le 1$, $\beta \ge \alpha$. *Тогда имеют место следующие интегральные представления* $(0 \le j \le n)$

$$u_j(x,y) = \frac{2^\beta}{\Gamma(\beta)} \iint_{\mathbf{R}_+^{n+1}} u(\xi,\eta)\, D^\beta P_j(x - \xi, y + \eta)\, \eta^{\beta-1} d\xi d\eta, \qquad x \in \mathbf{R}^n,\ y > 0. \tag{2}$$

Как видим, дробные производные ядра Пуассона и сопряженных ядер Пуассона обладают воспроизводящим свойством. Указанное свойство для ядра $D^\beta P_0$ было впервые замечено М.М. Джрбашяном ([14], с. 596) применительно к функциям, голоморфным и гармоническим в замыкании единичного круга.

Для $j = 0$ и целых β представление (2) было доказано Ричи и Тейблсоном [5] при $n = 1$ и А.Э. Джрбашяном [6] при $n \ge 1$ и $p = q < \infty$.

5. Определим семейство операторов $(\alpha > 0, \quad 0 \le j \le n)$

$$T_{\alpha,j}(f)(x,y) = \frac{2^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \iint_{\mathbf{R}_+^{n+1}} f(\xi,\eta)\, D^\alpha P_j(x - \xi, y + \eta)\, \eta^{\alpha-1} d\xi d\eta.$$

В следующей теореме рассмотрен вопрос о гармонической проекции, осуществляемой этими операторами.

Теорема 2. *Если* $1 \le p,q \le \infty$, $\beta > \alpha > 0$, $0 \le j \le n$, *то оператор* $T_{\beta,j}$ *является ограниченным проектором из* $L(p,q,\alpha)$ *на* $h(p,q,\alpha)$, *т.е.*

$$\|T_{\beta,j} f\|_{p,q,\alpha} \le C \|f\|_{p,q,\alpha} \qquad \forall\, f \in L(p,q,\alpha).$$

Для $j = 0$, $1 \le p = q < \infty$ и целых β теорема 2 доказана в [6].

Далее, естественно встает вопрос об ограниченности оператора гармонического сопряжения (т.е. преобразований Рисса R_j) в пространствах $h(p,q,\alpha)$. Поскольку представление (2) можно переписать в виде $u_j = T_{\beta,j}(u)$, то из теорем 1 и 2 немедленно вытекает

Следствие. *При* $1 \le p,q \le \infty$, $\alpha > 0$ *преобразования Рисса* R_j $(1 \le j \le n)$ *ограниченны на* $h(p,q,\alpha)$, *т.е.*

$$\|u_j\|_{p,q,\alpha} \le C\|u\|_{p,q,\alpha} \qquad \forall\, u \in h(p,q,\alpha).$$

На самом деле преобразования Рисса ограниченны на $h(p,q,\alpha)$ при всех $0 < p,q \le \infty$. Однако доказательство этого факта требует привлечения дополнительных рассуждений.

Ереванский государственный университет
Институт математики НАН Армении

Литература

1. *Taibleson M. J.*-Math. Mech. 1964. V. 13. P. 407-479.
2. *Flett T. M.* - Proc. London Math. Soc. 1970. V. 20. P. 249-275.
3. *Flett T. M.* - Proc. London Math. Soc. 1970. V. 20. P. 749-768.
4. *Bui Huy Qui* - Hiroshima Math. J. 1979. V. 9. P. 245-295.
5. *Ricci F., Taibleson M.* - Annali Scuola Nor. Sup.-Pisa, Ser. IV. 1983 V. 10. P. 1-54.
6. *Джрбашян А. Э.* - Изв. АН Арм ССР. Математика. 1987. Т. 22. N. 4. С. 386-398.
7. *Bergman S.* - Math. Zeit. 1929. V. 29. P. 641-677.
8. *Bergman S.* The kernel function and conformal mapping. Math. Surveys, No. 5. N.Y. 1950.
9. *Джрбашян М. М.* - ДАН АрмССР, 1945. Т. 3. No. 1. С. 3-9.
10. *Джрбашян М. М.* - Сообщ. Ин-та математики и механики АН Арм ССР. 1948. Вып. 2. С. 3-40.
11. *Hardy G. H., Littlewood J. E.* - Math. Zeit. 1932. V. 34. P. 403-439.
12. *Hardy G. H., Littlewood J. E.* - Quart. J. Math. (Oxford). 1941. V. 12. P. 221-256.
13. *Стейн И., Вейс Г.* Введение в гармонический анализ на евклидовых пространствах. М. Мир. 1973.
14. *Джрбашян М. М.* Интегральные преобразования и представления функций в комплексной области. М. Наука. 1966.

Կ. Լ. Ավետիսյան

Սահմանափակ պրոյեկտորներ խառը նորմով հարմոնիկ տարածությունների վրա

Հոդվածում դիտարկված են վերին կիսատարածությունում հարմոնիկ ֆունկցիաների խառը նորմով $h(p,q,\alpha)$ $(0 < p,\ q \le \infty,\ \alpha > 0)$ հայտնի տարածությունները: Բոլոր p-երի և q-երի $(0 < p,\ q \le \infty)$ համար ստացված են այդ տարածությունների ինտեգրալ ներկայացումներ, որոնք Ռիչի-Թեյբլսոնի, Մ.Մ. Ջրբաշյանի և Ա.Է. Ջրբաշյանի նմանօրինակ ներկայացումների ընդհանրացում են հանդիսանում: Բացի այդ, ցույց է տրված, որ խառը նորմով $h(p,q,\alpha)$-ֆունկցիաների հարմոնիկ համալուծները Կոշի-Ռիմանի ընդհանրացված պայմանների իմաստով նույնպես թույլ են տալիս նման ինտեգրալ ներկայացումներ:

Այնուհետև սահմանված է հարմոնիկ պրոյեկտորների մի ընտանիք, որոնք սահմանափակ են գործում $L(p,q,\alpha)$-ից $h(p,q,\alpha)$-ի վրա $(1 \le p,\ q \le \alpha)$: Որպես հետևանք ստացվում է, որ հարմոնիկ համալուծման օպերատորը (Ռիսի ձևափոխությունը) սահմանափակ է $h(p,q,\alpha)$ դասերում:

УДК 517.53

Р.А. Багиян

О сходимости квазиполиномов типа Бернштейна - Хаусдорфа к неограниченным функциям

(Представлено академиком В.С.Закаряном 26/IV 2001)

1. Пусть $\{\lambda_i\}$ - произвольная неубывающая последовательность действительных чисел, удовлетворяющая условиям

$$0 = \lambda_0 < \lambda_1 \le \lambda_2 \le \ldots \le \lambda_n \le \ldots, \quad \lim_{n\to\infty} \lambda_n = +\infty,$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n} = +\infty. \tag{1}$$

В работе автора [1] для произвольной непрерывной на $[0,+\infty)$ функции $f(x)$ введены квазиполиномы типа Бернштейна - Хаусдорфа

$$\sum_{k=0}^{n} f(\sigma_{n,k})\omega_{n,k}(x), \tag{2}$$

$$\omega_{n,k}(x) = \frac{\prod_{j=k+1}^{n} \lambda_j}{2\pi i} \int_C \frac{e^{x\xi}\, d\xi}{\prod_{j=k}^{n} (\xi + \lambda_j)}, \tag{3}$$

где $\sigma_{n,k} = \sum_{j=k+1}^{n} \frac{1}{\lambda_j}$ -узлы интерполяции, а контур C охватывает все особенности подынтегральной функции. Была установлена равномерная сходимость квазиполиномов типа (2) к произвольной непрерывной на $[0,+\infty]$ функции $f(x)$, а также дано обобщение теоремы Вороновской [2]. Эти квазиполиномы существенно использованы при решении проблемы моментов [3]. Заметим, что при $\lambda_j = j$, $e^{-x} = t$ из квазиполиномов (2) получаются классические полиномы С.Н.Бернштейна

$$\sum_{k=0}^{n} f(\frac{k}{n}) C_n^k t^k (1-t)^{n-k}, \quad 0 \le t \le 1.$$

При решении аппроксимационной задачи сначала были построены квазиполиномы типа Бернштейна - Хаусдорфа для функции $e^{-\lambda x}$ $\lambda > 0$, $x \in [0,+\infty]$, имеющие вид

$$B_n[e^{-\lambda x}] = \sum_{k=0}^{n} \left\{ \prod_{j=k+1}^{n} \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_j} \right) \right\} \omega_{n,k}(x), \tag{4}$$

и установлена их сходимость к функции $e^{-\lambda x}$. Далее доказана лемма, утверждающая, что при условии (1) на последовательность $\{\lambda_j\}$

$$\lim_{n \to \infty} \sum_{k=0}^{n} \left\{ \prod_{j=k+1}^{n} \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_j} \right) - e^{-\lambda \sigma_{n,k}} \right\} \omega_{n,k}(x) = 0$$

и с использованием теоремы Вейерштрасса осуществлен переход к произвольной непрерывной функции f(x).

Целью данной работы является доказательство равномерной сходимости квазиполиномов типа Бернштейна - Хаусдорфа (4) для функции $e^{\lambda x}$

$$B_n[\, e^{\lambda x}] = \sum_{k=0}^{n} \left\{ \prod_{j=k+1}^{n} \left(1 + \frac{\lambda}{\lambda_j} \right) \right\} \omega_{n,k}(x) \tag{5}$$

к функции $e^{\lambda x}$ ($\lambda > 0$), которая не ограничена в промежутке $[0,+\infty)$. Доказательство разобьем на несколько этапов.

2. Для любой последовательности $\{\lambda_n\}$ и λ имеет место следующее тождество [3]:

$$\frac{1}{\xi - \lambda} = \sum_{k=0}^{n} \frac{\prod_{j=k+1}^{n} (\lambda_j + \lambda)}{\prod_{j=k}^{n} (\xi + \lambda_j)} + \rho_n(\xi, \lambda),$$

где

$$\rho_n(\xi,\lambda) = \frac{\prod_{j=0}^{n}(\lambda_j + \lambda)}{(\xi - \lambda)\prod_{j=0}^{n}(\xi + \lambda_j)}.$$

Если обе части этого тождества умножить на $[1/(2\pi i)]e^{x\xi}d\xi$ и проинтегрировать по контуру C, содержащему все особенности подынтегральной функции, то придем к следующему важному соотношению при $\lambda > 0$ и $\lambda_j \geq 0$:

$$e^{\lambda x} = \sum_{k=0}^{n} \left\{ \prod_{j=k+1}^{n} \left(1 + \frac{\lambda}{\lambda_j} \right) \right\} \omega_{n,k}(x) + r_n(x;\lambda), \tag{6}$$

где

$$r_n(x;\lambda) = \frac{\prod_{j=0}^{n}(\lambda_j + \lambda)}{2\pi i} \int_C \frac{e^{x\xi}d\xi}{(\xi - \lambda)\prod_{j=0}^{n}(\xi + \lambda_j)}, \tag{7}$$

а контур C охватывает особенности подынтегральной функции в точках λ и $-\lambda_j$, $j = 0, 1, 2, \ldots, n$.

Требуется доказать, что

$$\lim_{n\to\infty} r_n(x;\lambda) = 0 \tag{8}$$

равномерно по x в промежутке $[0,A]$ при всяком $A > 0$.

В выражении (7) для $r_n(x;\lambda)$ произведем подстановку $\xi - 2\lambda = \xi_1$, обозначим $\lambda_j + 2\lambda = \mu_j$, $j = 0, 1, 2, \ldots, n$ и заметим, что

$$\mu_0 = 2\lambda, \quad \lim_{j\to\infty} \mu_j = +\infty, \quad \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_j} = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_j + 2\lambda} = +\infty.$$

Тогда

$$r_n(x;\lambda) = \frac{\prod_{j=0}^{n}(\mu_j - \lambda)}{2\pi i}\int_{C_1}\frac{e^{2\lambda x}e^{x\xi_1}d\xi_1}{(\xi_1+\lambda)\prod_{j=0}^{n}(\xi_1+\mu_j)} =$$

$$\left[\prod_{j=0}^{n}\left(1-\frac{\lambda}{\mu_j}\right)\right]\frac{e^{2\lambda x}}{2\pi i}\int_{C_1}\frac{e^{x\xi_1}d\xi_1}{(\xi_1+\lambda)\prod_{j=0}^{n}\left(1+\frac{\xi_1}{\mu_j}\right)}.$$

Контур C_1, охватывающий особенности подынтегральной функции в точках $\xi_1 = -\lambda$, $\xi_1 = -\mu_j$, j = 0,1,2,…,n ($\mu_0 = 2\lambda$), заменим на прямую $(-\delta - i\infty, -\delta + i\infty)$, где $0 < \delta < [(\lambda)/2]$. Тогда

$$r_n(x;\lambda) = P_n(\lambda)\cdot Q_n(x;\lambda),$$

где

$$P_n(\lambda) = \prod_{j=0}^{n}\left(1-\frac{\lambda}{\mu_j}\right)$$

$$Q_n(x;\lambda) = \frac{e^{2\lambda x}}{2\pi i}\int_{\delta-i\infty}^{\delta+i\infty}\frac{e^{x\xi}d\xi}{(\xi+\lambda)\prod_{j=0}^{n}\left(1+\frac{\xi}{\mu_i}\right)}.$$

Далее устанавливаются следующие оценки:

$$\text{а)}\ \left|P_n(\lambda)\right| < e^{-\lambda\sum_{j=0}^{n}\frac{1}{\mu_j}},$$

$$\text{б)}\ |Q_n(x;\lambda)| < B(\lambda,\delta,x)\,e^{2\delta\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{\mu_j}},$$

где $B(\lambda;\delta,x)$ - постоянная, не зависящая от n. Итак, будем иметь

$$|r_n(x;\lambda)| = |P_n(\lambda) \cdot Q_n(x;\lambda)| <$$

$$< e^{-\lambda\sum_{j=0}^{n}\frac{1}{\mu_j}} B(\lambda,\delta,x)\, e^{2\delta\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{\mu_j}} < B^*(\lambda;\delta,x)\, e^{-(\lambda-2\delta)\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{\mu_j}}.$$

Так как $\delta < [(\lambda)/2]$, то при $n \to \infty$ за счет расходимости ряда $\sum_{j=1}^{\infty}\frac{1}{\mu_j}$ получим

$$\lim_{n\to\infty} r_n(x;\lambda) = 0.$$

Таким образом доказана следующая

Теорема. *Если последовательность* $\{\lambda_j\}$ *удовлетворяет условиям (I), то квазиполиномы типа Бернштейна - Хаусдорфа* $B_n[e^{\lambda x}]$, *определяемые формулами (5), равномерно сходятся к неограниченной функции* $e^{\lambda x}$, $\lambda > 0$, *т.е.*

$$\lim_{n\to\infty} B_n[e^{\lambda x}] = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \left\{ \prod_{j=k+1}^{n} \left(1 + \frac{\lambda}{\lambda_j} \right) \right\} \omega_{n,k}(x) = e^{\lambda x}$$

равномерно по $x \in [0,A]$ *при всяком* $A > 0$.

3. Рассмотрим теперь частные случаи. Приняв в соотношении (6) $\lambda_j = j$, $e^{-x} = t$, $0 < t \le 1$, получим

$$\frac{1}{t^{\lambda}} = \sum_{k=0}^{n} \left\{ \prod_{j=k+1}^{n} \left(1 + \frac{\lambda}{j} \right) \right\} C_n^{\,k} t^k (1-t)^{n-k} + r_n(-\ln t;\, \lambda),\ \lambda > 0,$$

где

$$r_n^*(t;\lambda) = r_n(-\ln t, \lambda) = \frac{\prod_{j=0}^{n}(j+\lambda)}{2\pi i} \int_C \frac{t^{-\xi}\, d\xi}{(\xi-\lambda)\prod_{j=0}^{n}(\xi+j)}.$$

В силу доказанной теоремы

$$\lim_{n\to\infty} r_n^*(t;\lambda) = \lim_{n\to\infty} r_n(-\ln t, \lambda) = 0,\ \ 0 < t \le 1,\ \lambda > 0.$$

и имеем сходимость аналогов полиномов С.Н.Бернштейна

$$\sum_{k=0}^{n} \left\{ \prod_{j=k+1}^{n} \left(1 + \frac{\lambda}{j} \right) \right\} C_n^{\,k} t^k (1-t)^{n-k},\ \ \lambda > 0 \qquad (9)$$

к неограниченной функции $[1/(t^{\lambda})]$ равномерно в промежутке $\delta \le t \le 1$ при всяком $\delta > 0$. Интересен случай $\lambda = 1$. Тогда

$$r_n^*(t;1) = \frac{\prod_{j=0}^{n}(j+1)}{2\pi i}\int_C \frac{t^{-\xi}d\xi}{(\xi-1)\prod_{j=0}^{n}(\xi+j)}$$

и полиномы (9) будут иметь вид

$$\sum_{k=0}^{n}\left\{\prod_{j=k+1}^{n}\left(1+\frac{1}{j}\right)\right\}C_n^k t^k(1-t)^{n-k} =$$

$$= \sum_{k=0}^{n}\frac{1}{\frac{k+1}{n+1}}C_n^k t^k(1-t)^{n-k};$$

они аппроксимируют функцию $[1/t]$ равномерно в промежутке $\delta \le t \le 1$, $\forall\delta > 0$. Кстати, в этом частном случае сходимость можно доказать проще. Действительно, в выражении $r_n^*(t;1)$ сделаем замену переменной $\xi - 1 = \xi_1$, $d\xi = d\xi_1$. Тогда

$$r_n^*(t;1) = \frac{\prod_{j=0}^{n}(j+1)}{2\pi i}\int_{C_1}\frac{t^{-(\xi_1+1)}d\xi_1}{\xi_1\prod_{j=0}^{n}(\xi_1+1+j)} =$$

$$= \frac{n!t^{-1}}{2\pi i}\int_{C_1}\frac{t^{-\xi_1}d\xi_1}{\xi_1\prod_{k=1}^{n+1}(\xi_1+k)},$$

где контур C_1 охватывает особенности подынтегральной функции в точках $\xi_1 = 0, -1, -2, \ldots -(n+1)$. Известно, что

$$(1-t)^n = \frac{n!}{2\pi i} \int\limits_{C_1} \frac{t^{-\xi_1} d\xi_1}{\xi_1 \prod\limits_{k=1}^{n} (\xi_1 + k)}.$$

Следовательно,

$$r_n^*(t;1) = \frac{t^{-1}(n+1)!}{(n+1)2\pi i} \int\limits_{C_1} \frac{t^{-\xi_1} d\xi_1}{\xi_1 \prod\limits_{k=1}^{n+1} (\xi_1 + k)} = \frac{t^{-1}(1-t)^{n+1}}{n+1}.$$

Отсюда при $t \in [\delta;1]$, $\delta > 0$

$$\lim_{n\to\infty} r_n^*(t;1) = \lim_{n\to\infty} \frac{t^{-1}(1-t)^{n+1}}{n+1} = 0,$$

что и требовалось.

Государственный инженерный университет Армении

Литература

1. *Багиян Р.А.* - ДАН АрмССР. 1975. Т.61. N3. С.129-136.
2. *Багиян Р.А.* - ДАН Армении. 1995. Т.96. N2-4. С.15-19.
3. *Багиян Р.А.* - Изв. АН АрмССР. Математика. 1991. Т.26. N1. С. 324-342.

Ռ.Ա. Բաղիյան

Բեռնշտեյն - Հաուսդորֆի տիպի քվազիբազմանդամների զուգամիտությունը անսահմանափակ ֆունկցիաների վերաբերյալ

Հեղինակի աշխատանքներից մեկում կառուցվել են Բեռնշտեյն - Հաուսդորֆի տիպի քվազիբազմանդամներ և ցույց է տրվել նրանց հավասարաչափ զուգամիտությունը կամայական անընդհատ ֆունկցիային $[0,+\infty]$ փակ միջակայքում: Այդ քվազիբազմանդամներն օգտագործվել են ընդհանրացված մոմենտների պրոբլեմի լուծման ժամանակ և ստացվել է Վորոնովսկայայի թեորեմի ընդհանրացումը:

Ներկա հոդվածում ցույց է տրվում այդ քվազիբազմանդամների հավասարաչափ զուգամիտությունն որոշակի անսահմանափակ ֆունկցիաներին կիսափակ $[0,+\infty]$ միջակայքում: Ապացուցված թեորեմից մասնավորապես ստացվում է Բերնշտեյնի դասական բազմանդամների հավասարաչափ զուգամիտությունը անսահմանափակ $[1/(t^{\alpha})]$ $(\alpha > 0)$ ֆունկցիային $(0,1]$ կիսահատվածում:

УДК 621.2.08

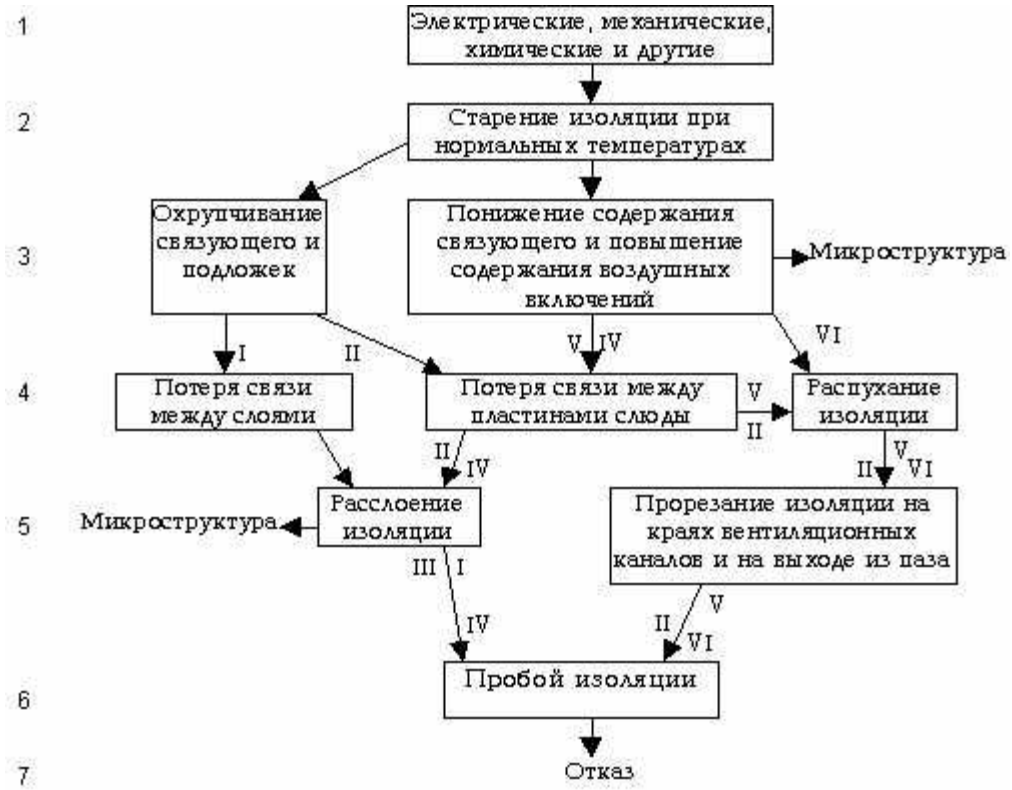
Г.В. Берберян

Определение принадлежности нечетких подмножеств для принятия решений в системе тепловой диагностики гидрогенераторов

(Представлено академиком Г.А.Арешяном 3/IV 2001)

Система тепловой диагностики гидрогенераторов включает в себя контроль температуры различных конструктивных элементов и прежде всего обмотки и зубцовой зоны статора, тепловое состояние которых обусловлено действием основных электромагнитных нагрузок и в целом определяет надежность и долговечность их эксплуатации [1].

Даже при номинальном значении указанных нагрузок, не говоря уже о случаях их аномальных превышений в течение любых интервалов времени, в том числе и кратких, возникают и начинают прогрессировать различные необратимые процессы, и в первую очередь термическое старение изоляции обмотки и межлистовой изоляции стали зубцовой зоны статора. Такие процессы развиваются с течением времени непрерывно, вызывая соответствующее ухудшение электрических свойств изоляционных материалов из-за снижения их механических характеристик и химического состава. При этом в разные периоды времени они протекают с различной интенсивностью при сохранении общей тенденции к постепенному ускорению. Процесс ухудшения электрических свойств указанных видов изоляции из-за действия перечисленных причин можно во времени обозначить его началом, отнесенным к исходному нормальному состоянию, в котором совершенно отсутствуют какие-либо разрушения и недопустимые композиционные изменения, и концом, приписываемым состоянию, соответствующему полному разрушению изоляции, абсолютно исключающему функционирование данного конструктивного узла. Таким образом, в интервале времени, ограниченном обозначенными исходным и конечным состояниями изоляции, возникает множество других промежуточных состояний, еще допускающих нормальное функционирование контролируемых узлов с определенным ресурсом безаварийной работы. Теоретически количество промежуточных состояний, каждое из которых может быть определено лингвистически с помощью множества качественных характеристик, стремится к бесконечности, причем переход этих состояний из одного в другое, от исходного к конечному происходит через так называемые "размытые", т.е. нечетко очерченные, границы. Разумеется, говорить о бесконечном множестве состояний не имеет смысла, поскольку для целей диагностики реализация соответствующей информационно-измерительной системы, служащей для контроля указанных состояний, невозможна. Для выхода из затруднительного положения и реализации подобных систем, например, тепловой диагностики статора гидрогенератора, можно воспользоваться экспертными характеристиками градаций указанных состояний, количество которых сводится к разумному минимуму, обусловленному практикой эксплуатации. В качестве примера рассмотрим экспертную классификационную схему возникновения и развития дефектов изоляции статорной обмотки во времени в условиях воздействия нормальных температур, приведенную на рисунке [1].



Здесь изображены временные уровни развития дефектов при нормальных тепловых условиях, начинающихся от ключевого дефекта (уровень 1) и заканчивающихся отказом (уровень 7). При этом события и факты, чередующиеся во времени в виде хронологической последовательности, располагаются на разных уровнях, возрастающее запаздывание которых относительно друг друга отмечено возрастанием номера уровня (числа 1-7). На первом временном уровне в рамке указаны причины возникновения такого ключевого дефекта, как старение изоляции, соответствующего уровню 2. В прямоугольниках других уровней указаны события, являющиеся причинами или следствиями возникновения и развития дефектов, причем все или некоторые из них могут быть использованы в качестве признаков дефектов в случае возможности их выявления с помощью осмотров, наблюдений или испытаний. Стрелки, не замыкающиеся на других прямоугольниках, указывают на события, не входящие в последующие причинно-следственные цепочки развития дефектов и являющиеся только признаками. Однако даже при таком четком разделении на уровни отдельные виды дефектов на одном и том же или разных уровнях определены лингвистическим описанием, эквивалентным его количественной оценке, но лишенным определенной меры с использованием таких нечетких определений градаций, как, например, слабое, весьма заметное, сильное, почти полное охрупчивание и т.д. [2].

С точки зрения теории нечетных множеств такую меру количественной оценки устанавливают с помощью некоторого числа α, называемого степенью принадлежности и принимающего в закрытом интервале [0,1] любые значения. При этом 0 означает полное отсутствие дефекта, а 1 - присутствие полностью развитого дефекта, что определяется также на основе экспертных оценок. Приняв каждый вид дефекта в качестве признака оценки состояния изоляции и не затрагивая пока вопроса измерения соответствующих им величин, обозначим эти величины через A, B, C, D, E, количественные оценки которых представим в виде степеней принадлежности к вышеуказанному интервалу. Тогда эти величины можно рассмотреть как элементы некоторого конечного множества $X=\{ x_1, x_2, x_3,\ldots, x_n\}$, имеющие различные степени принадлежности, фиксированные в отдельных подобластях указанной замкнутой области. Из этого конечного множества можно составить различные нечеткие подмножества A_0 размера n, элементы которых

могут иметь различные степени принадлежности a_i, где i = 1,2,…,n, так что $A_0(x_i) = a_i$ однозначно определит данное нечеткое множество, если для всех значений i будут заданы определенные фиксированные значения a_i. Задача состоит в определении a_i для произвольного A_0 на основе наблюдений, используемых для расчета вероятностных оценок набора некоторых четких множеств уровня α, обозначаемых как A_α. Последние означают такие четкие подмножества множества x, степень принадлежности всех элементов которых не менее чем α, т.е. $A_\alpha = \{x|A(x) \geq \alpha, x \in X\}$, причем предполагается, что если $\alpha_1 > \alpha_2$, то $A_{\alpha_1} \supset A_{\alpha_2}$. Кроме того, в силу запаздывания различных уровней относительно друг друга во времени значения α для различных сочетаний событий можно считать пропорциональными вероятности наступления совместных событий. При этом исходят из одинаковой вероятности наступления различных отдельных событий, принадлежащих тому или иному уровню при фиксированном количестве последних. Это значит, что при сочетании, состоящем из одного события A, характеризующего уровень 2, при их фиксированном количестве, равном 5, вероятность наступления этого события равна 1/5, а вероятность наступления совместных событий, определяемых сочетанием одного события 2-го уровня и одного из событий 3-го уровня, равна $(1/5) \cdot (1/5) = 1/25$ и т.д. Поэтому подобласть степени принадлежности отдельного события A определится верхней частью замкнутой области [0,1]. Более конкретно, это утверждение справедливо в зависимости от экспертной оценки общего количества дискретных градаций области [0,1] с одинаковым шагом и от количества частных подобластей в ее верхней части, в которых могут оказаться вероятные значения степеней принадлежности этого события (также на основании экспертной оценки).

Пусть число градаций (или выборок) M = 25, тогда множество подобластей S с одинаковым шагом в области [0,1] определится как S = [1;0.96;0.92;0.88;…;0.04], и на основании экспертной оценки значения α для события A могут приобрести значения 1,0.96 и 0.92, т.е. $A_{1.0} = \{A\}$, $A_{0.96} = \{A\}$ и $A_{0.92} = \{A\}$. Для наступления совместного события, состоящего из событий A и B, уровневые множества A_α определятся на основе вышеуказанной оценки, допустим, значениями α из 4 подобластей, расположенных левее предыдущих подобластей, т.е. подобласти 0.92, начиная со значения 0.88 до значения 0.76 и т.д. Следует указать только, что состав сочетаний событий полностью определяется переходами от одного уровня к более высоким, обозначенным стрелками, а количество различных значений α, как и прежде, на основе экспертных оценок. В связи с изложенным и в соответствии со схемой, представленной на рисунке, возможны следующие количества элементов уровневых множеств A_α : k = 1,2,3,4 и 5. При этом можно допустить одну из экспертных оценок, при которых, помимо уже отмеченных для первых двух сочетаний, можно указать аналогичные сдвиги для остальных сочетаний. Опять же допустим, что к ним будут отнесены: 6 следующих сдвинутых влево подобластей для сочетания из 3, еще 6 подобластей, следующих влево от предыдущих 6, для сочетания из 4 и такое же количество, тоже сдвинутое влево относительно предыдущих подобластей для сочетания из 5 элементов. Таким образом, получается 25 уровневых множеств:

$A_{1.0}=\{A\}$, $A_{0.96}=\{A\}$, $A_{0.92}=\{A\}$,

$A_{0.88}=\{B,A\}$, $A_{0.84}=\{B,A\}$, $A_{0.8}=\{B,A\}$, $A_{0.76}=\{B,A\}$,

$A_{0.72}=\{C,B,A\}$, $A_{0.68}=\{C,B,A\}$, $A_{0.64}=\{C,B,A\}$, $A_{0.6}=\{C,B,A\}$,

$A_{0.56}=\{C,B,A\}$, $A_{0.52}=\{C,B,A\}$,

$A_{0.48}=\{D,C,B,A\}$, $A_{0.44}=\{D,C,B,A\}$, $A_{0.4}=\{D,C,B,A\}$,$A_{0.36}=\{D,C,B,A\}$,

$A_{0.32}$={D,C,B,A}, $A_{0.28}$={D,C,B,A},

$A_{0.24}$={E,D,C,B,A}, $A_{0.2}$={E,D,C,B,A}, $A_{0.16}$={E,D,C,B,A},

$A_{0.12}$={E,D,C,B,A}, $A_{0.08}$={E,D,C,B,A}, $A_{0.04}$={E,D,C,B,A}.

Далее, придерживаясь методики, изложенной в [2], следует подсчитать сумму T_i, представляющих отношения количеств, сопутствующих появлению событий E, D, C, B, A к соответствующему количеству элементов того сочетания, в котором появляется данное событие, т.е.:

$$T_A=1.0+1.0+1.0+4*1/2+6*1/3+6*1/4+6*1/5=9.7,$$

$$T_B=4*1/2+6*1/3+6*1/4+6*1/5=6.7,$$

$$T_C=6*1/3+6*1/4+6*1/5=4.7,$$

$$T_D=6*1/4+6*1/5=2.7,$$

$$T_E=6*1/5=1.2.$$

На основе этих значений T_i можно определить оценки вероятностей каждого из вышеперечисленных событий при данной выборке M = 25:

$$P(A)=T_A/M=9.7/25=0.338,$$

$$P(B)=T_B/M=6.7/25=0.268,$$

$$P(C)=T_C/M=4.7/25=0.188,$$

$$P(D)=T_D/M=2.7/25=0.108,$$

$$P(E)=T_E/M=1.2/25=0.048.$$

Теперь расположим полученные значения вероятностей в возрастающем порядке:

$$P(E)=0.048,\ P(D)=0.108,\ P(C)=0.188,\ P(B)=0.268,\ P(A)=0.338.$$

И, наконец, пользуясь системой выражений (1)[2],

$$\begin{cases} \alpha_1=nP(x_1),\ \alpha_2=(n-1)P(x_2)+P(x_1), \\ \alpha_3=(n-2)P(x_3)+P(x_2)+P(x_1), \\ \alpha_4=(n-3)P(x_4)+P(x_3)+P(x_2)+P(x_1), \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha_m=(n-m+1)P(x_m) + \sum_{i=1}^{m-1} P(x_i), \\ \alpha_{n-1}=2P(x_{n-1}) + \sum_{i=1}^{n-2} P(x_i), \\ \alpha_n = \sum_{i=1}^{n-1} P(x_i)+(n-n+1)P(x_{n-1}) = \sum_{i=1}^{n} P(x_i), \end{cases} \quad (1)$$

где α_m - степень принадлежности элемента x_m нечеткому множеству A_0,

n - общее число элементов множества X,

m - порядковый номер данного элемента в ряду расчетных значений вероятностей, позволяющих определить значение α, соответствующее одному из указанных элементов A, B, C, D или E, можно определить коэффициент принадлежности тех или иных величин к соответствующим подобластям замкнутого промежутка [0,1].

Подстановка полученных значений вероятностей в (1) приводит к следующему результату:

$\alpha_1 = \alpha_E =$ nP(E)=5*0.048=0.240,

$\alpha_2 = \alpha_D =$ (n–1)P(D)+P(E)=4*0.108+0.048=0.48,

$\alpha_3 = \alpha_C =$ (n–2)P(C)+P(D)+P(E)=3*0.188+0.108+0.048=0.72,

$\alpha_4 = \alpha_B =$ (n–3)P(B)+P(C)+P(D)+P(A)=2*0.268+0.188+0.108+
+0.048=0.88,

$\alpha_5 = \alpha_A =$ P(A)+P(B)+P(C)+P(D)+P(E)=0.338+0.268+0.188+
+0.108+0.048=0.95.

Легко заметить, что полученный результат соответствует статическому состоянию распределения степеней принадлежности событий A, B, C, D, E, исходя из случайного распределения уровневых множеств. Естественно предположить, что при другой длительности, например, при ее увеличении, произойдет изменение в распределении степеней принадлежности с переходом определенного количества предыдущих совокупностей в следующие, например, уменьшится количество уровневых множеств для события A и на столько же увеличится количество уровневых множеств для события {A, B} и т.д. Этот процесс, очевидно, будет продолжаться до тех пор, пока не исчезнут все предыдущие уровневые множества и останутся лишь все те, которые соответствуют событию {A, B, C, D, E}. Но в этом случае количество благоприятствующих появлению события {A, B, C, D, E} случаев будет равно общему количеству уровневых множеств M = 25, а значения T для отдельных событий A, B, C, D, E будут одинаковы и равны:

$$T=T_A=T_B=T_C=T_D=T_E=25*1/5=5,$$

в то время как соответствующие им вероятности станут также равны и приобретут значения:

$$P(A)=P(B)=P(C)=P(D)=P(E)=T/M=5/25=1/5$$

при любом значении M.

Поэтому, пользуясь системой выражений (1), можно записать

$$\alpha_E = nP(E)=5*1/5=1,$$

$$\alpha_D = (n-1)P(D)+P(E)=4*1/5+1/5=1,$$

$$\alpha_C = (n-2)P(C)+P(D)+P(E)=3*1/5+1/5+1/5=1,$$

$$\alpha_B = (n-3)P(B)+P(C)+P(D)+P(A)=2*1/5+1/5+1/5+1/5=1,$$

$$\alpha_A = (n-3)P(A)+P(B)+P(C)+P(D)+P(E)=$$

$$=1*1/5+1/5+1/5+1/5+1/5=1.$$

Таким образом, прямые расчеты показывают справедливость выдвинутых предположений относительно динамики развития изменений в состоянии объекта, в котором в силу принятой градации уровневых множеств в состоянии, соответствующем полному пробою изоляции, степень принадлежности оказалась наибольшей, т.е. равной единице.

Отсюда можно сделать вывод о том, что по результатам измерений и их обработке по приведенному алгоритму можно не только дать оценку ресурсу нормальной эксплуатации объекта, но и скорости изменения этого ресурса, а следовательно, предсказать возникновение вероятного отказа во времени.

Государственный инженерный университет Армении

Литература

1. Обнаружение дефектов гидрогенераторов. Под ред. Л.Г. Мамиконянца и Ю.М. Элькинда. М. Энергоиздат. 1985. 232 с.

2. Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения. Под ред. Р. Ягера. М. Радио и связь. 1986. 406 с.

Գ.Վ. Բերբերյան

Անհավաք բազմությունների պատկանելիության աստիճանի որոշումը հիդրոգեներատորների ջերմային ախտորոշման համակարգում որոշումներ ընդունելու համար

Հիդրոգեներատորների զանազան արատների՝ ընդ որում և ջերմային, նույնականացումը և տեղայնացումը դրանց զարգացման ընթացքի վաղ փուլում ունի չափազանց կարևոր նշանակություն հսկվող օբյեկտում հնարավոր վթարային իրադրությունների առաջացումը ժամանակին կանխելու համար: Հոդվածում շարադրած վերլուծությունը, որն առնչվում է նշված խնդրի տեսական և գործնական տեսանկյուններին, հիմնված է անհավաք բազմությունների գաղափարի և փորձնական եղանակով ստացված չափվող մեծությունների հավանականական գնահատականների մշակման արդյունքների վրա:

УДК 539.3

И.М. Караханян

Дифракция гармонической волны на упругом полубесконечном включении в дальнем поле

(Представлено академиком В.С. Саркисяном 4/V 2001)

Работа посвящена изучению задачи напряженно-деформируемого состояния упругого пространства, содержащего упругое полубесконечное включение и связанного с дифракцией гармонической волны. Получены асимптотические формулы для смещения и напряжения упругого пространства, удобные для анализа в дальнем поле. Отметим, что накопленные в настоящее время результаты в решениях граничных задач динамической теории упругости весьма многочисленны.

Достаточно полно изучены законы распространения упругих волн в сложных средах, позволяющие рассматривать дифракцию волн на внутренних и поверхностных неоднородностях. В основном динамические задачи теории упругости для ограниченных тел или тел, содержащих различного рода неоднородности (включения, трещины и т.п.), сводятся к решению смешанных задач математической физики, изучение которых связано с достаточно большими трудностями.

Одной из причин этого является сложность постановки краевых задач динамической теории упругости для ограниченных тел. С другой стороны, трудности возникают в связи с спецификой ядер интегральных уравнений смешанных задач, из-за наличия сильно осциллирующих составляющих ядра с сохранением свойств сингулярности или других локальных особенностей. Сложность решения динамических задач диктуется также наличием анизотропии, неоднородностей, угловых точек в упругой среде и т.д. (см [1-7]).

Интерес к этим задачам особенно возрос в последнее время, в связи с большой ролью в ряде практических вопросов (колебания упругих сред, вызванных вибрирующими источниками, сейсмология, акустикоэлектроника, физическая акустика, вибрационная сейсморазведка, глубинное зондирование земной коры и т.д.).

Одним из важных методов решения смешанных задач динамической теории упругости является метод факторизации, в основе которого лежит факторизация функций и матриц-функций (см. [8-10]). Одновременно отметим, что задача факторизации является трудной и не всегда разрешимой, о причинах чего говорилось выше.

Предположим, что упругое включение является достаточно тонким и находится в упругом полупространстве, упругие свойства которого не совпадают с соответствующими упругими свойствами пространства. Здесь рассматривается граничная задача, где граничное условие типа скачка на упругом включении возникает при дифракции антиплоской гармонической волны в упругом пространстве, которое находится в антиплоском состоянии (см. [11, 12]).

Граничная задача, рассматриваемая здесь после отделения временного множителя $e^{-i\omega t}$, преобразуется в следующую граничную задачу (1)-(5).

Рассматривается решение стационарного уравнения Гельмгольца:

$$\Delta v + k^2 v = \delta(x - x_0)\delta(y - y_0), \tag{1}$$

где $y_0 > 0$, $|y| > 0$, $k = \Re(k) + i\Im(k)$ с $\Re(k) > 0$, $\Im(k) > 0$, которое удовлетворяет следующим граничным условиям:

при $x < 0$ на включении, условие типа скачка

$$\begin{cases} v(x,+0) = \nu v(x,-0) \\ \dfrac{\partial v(x,+0)}{\partial y} = \mu \dfrac{\partial v(x,-0)}{\partial y}, \end{cases} \tag{2}$$

где $\nu \cong 1 - i[(G_1\beta_1 k\delta)/(G_2)]$, $\mu \cong 1 - i[(G_2\beta_2{}^2 k\delta)/(G_1\beta_1)]$. Здесь $\beta_j{}^2 = ([(c_0)/(c_j)])^2 - 1$, $c_j{}^2 = [(G_J)/(\rho_j)]$, а ρ_j и G_j, (j = 1,2) - плотность и модуль сдвига упругого пространства и включения, δ - толщина включения, c_0 - скорость линейного источника;

при x > 0 условие непрерывности

$$\begin{cases} v(x,+0) = v(x,-0) \\ \dfrac{\partial v(x,+0)}{\partial y} = \dfrac{\partial v(x,-0)}{\partial y}, \end{cases} \tag{3}$$

кроме того потребуем на бесконечности выполнение условия типа Зоммерфельда:

$$\lim_{r\to\infty} \sqrt{r}\left(\frac{\partial v}{\partial r} - ikv\right) = 0, \tag{4}$$

а также в начале координат около края включения - условия

$$\lim_{x\to+0} v(x,+0) = O(x^{\eta}), \tag{5}$$

где $0 < \Re(\eta) \le [1/2]$.

Как было показано в работе [12], разрешимость граничной задачи (1)-(5) приведена к разрешимости матричного уравнения Винера - Хопфа:

$$\vec{v}_+(\alpha) = L(\alpha)\,\vec{v}_-(\alpha) + \vec{m}(\alpha), \tag{6}$$

что эквивалентно факторизации матриц-функций $L(\alpha) = SN(\alpha)$, где

$$S = \begin{bmatrix} \dfrac{1+\nu}{2}, & 0 \\ 0, & \dfrac{1+\mu}{2} \end{bmatrix}, \quad N(\alpha) = \begin{bmatrix} 1, & \dfrac{1-\nu}{1+\nu}\dfrac{1}{ik(\alpha)} \\ \dfrac{1-\mu}{1+\mu} ik(\alpha), & 1 \end{bmatrix}.$$

Здесь $\kappa(\alpha)$ - специально выбранная ветвь данной двузначной функции.

Ввиду того, что матрица-функция $N(\alpha)$ есть f-циркулянт с $f(\alpha) = [((1+\nu)(1-\mu))/((1-\nu)(1+\mu))](i\kappa(\alpha))^2$ и алгебра матриц-функций f-циркулянтов есть комплексная коммутативная банахова алгебра, то, как было показано в [12], в полосе $|\Im(\alpha)| < \Im(k)$ она допускает факторизацию

$$N(\alpha) = N_+(\alpha)N_-(\alpha), \tag{7}$$

где $N_-(\alpha) = N_+(-\alpha)$ и $N_+(\alpha)$, $N_-(\alpha)$ - обратимые аналитические матриц-функции соответственно в полуплоскостях $\Im(\alpha) > -\Im(k)$ и $\Im(\alpha) < \Im(k)$. Это позволяет представить решение граничной задачи в виде

$$v(x,y) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\infty+id}^{\infty+id} K_+(\alpha)e^{-i\alpha x-\gamma(\alpha)y}d\alpha + \dfrac{1}{4i}H_0^{(1)}(\kappa R) + \\ + \chi_{отр}\dfrac{1}{4i}H_0^{(1)}(\kappa R') \ \text{ при } y > 0 \\ \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\infty+id}^{\infty+id} K_-(\alpha)e^{-i\alpha x+\gamma(\alpha)y}d\alpha + \chi_{пр}\dfrac{1}{4i}H_0^{(1)}(\kappa R) \ \text{ при } y < 0, \end{cases} \tag{8}$$

где $\gamma(\alpha) = -i\kappa(\alpha)$, $d > 0$, $r = \sqrt{x^2+y^2}$, $R = \sqrt{(x-x_0)^2+(y-y_0)^2}$, $R' = \sqrt{(x-x_0)^2+(y+y_0)^2}$. Здесь $K_+(\alpha)$, $K_-(\alpha)$ - заданные функции, $H_0^{(1)}(*)$ - соответствующая функция Ханкеля, а

$$\begin{cases} \chi_{отр} \cong \dfrac{ik\delta[\,c_1^2(c_0^2-c_2^2)G_2^2 - c_2^2(c_0^2-c_1^2)G_1^2]}{2G_1G_2c_1\ \sqrt{c_0^2-c_1^2}\,c_2^2 - ik\delta[\,c_1^2(c_0^2-c_2^2)G_2^2 - c_2^2(c_0^2-c_1^2)G_1^2]} \\ \chi_{пр} \cong \dfrac{2c_1\ \sqrt{c_0^2-c_1^2}\,c_2^2G_1^2G_2^2}{2G_1G_2c_1\ \sqrt{c_0^2-c_1^2}\,c_2^2 - ik\delta[c_1^2(c_0^2-c_2^2)G_2^2 - c_2^2(c_0^2-c_1^2)G_1^2]}. \end{cases} \tag{9}$$

Полученное выражение для смещений $v(x,y)$ позволяет вычислить их во всем пространстве. Однако прямое вычисление этих интегралов при больших значениях параметров kr, kR, kR′ затрудняется наличием быстро осциллирующих функций в подынтегральных выражениях (8). Поэтому при таких значениях параметров kr, kR и kR′ целесообразно получить асимптотические

формулы, удобные для анализа дальнего поля. Для получения асимптотических формул здесь многократно используется метод перевала для компонент, входящих в решение v(x,y) граничной задачи. Для упрощения выкладок методом перевала мы везде ниже будем рассматривать отсутствие демпфирования, т.е. $\Im(k) = 0$.

Полагая $x_0 = r_0\cos\varphi_0$, $y_0 = r_0\sin\varphi_0$, $0 < \varphi_0 < \pi$ и $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$, $-\pi < \varphi < \pi$, а $s = k\cos(\xi)$, $0 < \Re(\xi) < \pi$, мы видим, что функции $M_1^+(\alpha)$, $M_2^+(\alpha)$, входящие в $K_+(\alpha)$, $K_-(\alpha)$ из (8), имеют седловую точку $\xi = \varphi_0$ с простым полюсом $k\cos(\xi) = \alpha$. Применяя метод перевала с учетом полюса (см. [8] или [13-15]) к функциям $M_i^+(\alpha)$ $(i = 1,2)$, когда $kr_0 \to \infty$, где $r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$, получаем

$$M_i^+(\alpha) \cong \frac{M^{<i>}}{k\cos\varphi_0 - \alpha} + \Omega^{<i>}(\alpha, \varphi_0)e^{i\alpha x_0 - \gamma(\alpha)y_0}. \qquad (10)$$

Здесь величины $M^{<i>}$ и функции $\Omega^{<i>}(\alpha, \varphi_0)$ заданы.

Подставляя асимптотические значения функций $M_i^+(\alpha)$ $(i = 1,2)$ в представление для смещения v(x,y) и применяя опять метод перевала в отдельности по трем параметрам kR', kR, kr, где:

а) $x - x_0 = R'\cos\psi'$, $y + y_0 = R\sin\psi'$, $0 < \psi' < \pi$, $\alpha = k\cos(\xi)$, $0 < \Re(\xi) < \pi$, с седловой точкой $\xi = \pi - \psi'$, когда $kR' \to \infty$;

б) $x - x_0 = R\cos\psi$, $y + y_0 = -R\sin\psi$, $0 < \psi < \pi$, $\alpha = k\cos(\xi)$, $0 < \Re(\xi) < \pi$, с седловой точкой $\xi = \pi - \psi$, когда $kR \to \infty$;

в) и два раза по параметру kr, где при $0 < \varphi < \pi$ седловая точка есть $\xi = \pi - \varphi$, а при $-\pi < \varphi < 0$ седловая точка есть $\xi = \pi + \varphi$, когда $kr \to \infty$, получим следующие асимптотические представления для смещения v(x,y) и напряжения $\sigma_y(x,y) = G_1[(\partial v(x,y))/(\partial y)]$ в дальнем поле:

$$v(r\cos\varphi, r\sin\varphi) \cong \begin{cases} \chi_{отр}\dfrac{1}{4i}H_0^{(1)}(kR')L(\varphi_0,\psi') + \\ \quad + \dfrac{1}{4i}H_0^{(1)}(kR) + G^{<1>}(\pi-\varphi)H_0^{(1)}(kr), \\ \quad \text{при } 0 < \varphi < \pi, \text{ когда} \\ kr \to \infty,\ kR \to \infty,\ kR' \to \infty, \\ \chi_{пр}\dfrac{1}{4i}H_0^{(1)}(kR)L(\varphi_0,\psi) + \\ \quad + \dfrac{1}{4i}H_0^{(1)}(kR)\{1 - L(\varphi_0,\psi)\} + G^{<2>}(\pi+\varphi)H_0^{(1)}(kr), \\ \quad \text{при } -\pi < \varphi < 0\ , \text{ когда} \\ kr \to \infty,\ kR \to \infty,\ kR' \to \infty, \end{cases} \qquad (11)$$

где $L(\varphi_0,*) = 1 - H(\cos\varphi_0 + \cos(*))$, $H(\bullet)$ - функция Хевисайда, а $G^{<1>}(\pi-\varphi)$, $G^{<2>}(\pi+\varphi)$ - заданные функции и

$$\sigma_y(r\cos\varphi,\, r\sin\varphi) \cong \begin{cases} \chi_{отр}\dfrac{1}{4i}H_0^{(1)}(kR')\left[A^{<1>}(\varphi_0,\psi') + \dfrac{B^{<1>}(\varphi_0,\psi')}{R'}\right] + \\ + \dfrac{1}{4i}H_0^{(1)}(kR)\left[C^{<1>}(\varphi) + \dfrac{D^{<1>}(\varphi)}{R}\right] + , \\ + \dfrac{1}{4i}H_0^{(1)}(kr)\left[E^{<1>}(\varphi_0,\varphi) + \dfrac{F^{<1>}(\varphi_0,\varphi)}{r}\right] \\ \text{при } 0 < \varphi < \pi, \text{ когда} \\ kr \to \infty,\ kR \to \infty,\ kR' \to \infty, \\ \chi_{пр}\dfrac{1}{4i}H_0^{(1)}(kR)\left[A^{<2>}(\varphi_0,\psi) + \dfrac{B^{<2>}(\varphi_0,\psi)}{R}\right] + \\ + \dfrac{1}{4i}H_0^{(1)}(kR)\left[C^{<2>}(\varphi,\psi) + \dfrac{D^{<2>}(\varphi,\psi)}{R}\right] + , \\ + \dfrac{1}{4i}H_0^{(1)}(kr)\left[E^{<2>}(\varphi_0,\varphi) + \dfrac{F^{<2>}(\varphi_0,\varphi)}{r}\right] \\ \text{при } -\pi < \varphi < 0 \text{ , когда} \\ kr \to \infty,\ kR \to \infty,\ kR' \to \infty, \end{cases} \tag{12}$$

где функции $A^{<i>}$, $B^{<i>}$, $C^{<i>}$, $D^{<i>}$, $E^{<i>}$, $F^{<i>}$, также заданы.

Из представления (11) решения нашей граничной задачи следует, что значение v(x,y) в точке (x,y) есть:

при $y > 0$ - сумма следующих трех слагаемых:

а) член $[1/4i]H_0^{(1)}(kR)$ соответствует падающей упругой волне от линейного источника (x_0,y_0);

б) член $\chi_{отр}[1/4i]H_0^{(1)}(kR')L(\varphi_0,\psi')$ соответствует отраженной упругой волне (или от точки $(x_0,-y_0)$) с коэффициентом отражения $\chi_{отр}$, заданным соотношением (9);

в) член $G^{<1>}(\pi-\varphi)H_0^{(1)}(kr)$ соответствует упругой волне из начала координат около ребра включения;

при $y < 0$ - сумма следующих трех слагаемых:

а) член $[1/4i]H_0^{(1)}(kR)\{1-L(\varphi_0,\psi')\}$ соответствует падающей упругой волне от линейного источника (x_0,y_0);

б) член χпр$[1/4i]H_0^{(1)}(kR)L(\varphi_0,\psi)$ соответствует прошедшей упругой волне от линейного источника (x_0,y_0) с коэффициентом прохождения $\chi_{пр}$, заданным соотношением (9);

в) член $G^{<2>}(\pi+\varphi)H_0^{(1)}(kr)$ соответствует упругой волне из начала координат около ребра включения. Аналогичные рассуждение исходя из (12) можно провести и для напряжения.

Автор приносит глубокую благодарность своему научному руководителю академику В.С. Саркисяну за ценные советы и обсуждения.

Ереванский государственный университет

Литература

1. *Ворович И.И., Александров В.М., Бабешко Б.А.* Неклассические смешанные задачи теории упругости. М. Наука. 1974. 455 с.

2. *Гринченко В.Т., Мелешко В.В.* Гармонические колебания и волны в упругих телах. Киев. Наукова думка. 1981. 238 с.

3. *Саркисян В.С.* Контактные задачи для полуплоскостей и полос с упругими накладками. Ереван. Изд. ЕГУ. 1983. 256 с.

4. *Ворович И.И., Бабешко В.А., Пряхина О.Д.* Динамика массивных тел и резонансные явления в деформируемых средах. М. Научный мир. 1999. 246 с.

5. *Ворович И.И., Бабешко В.А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для некласических областей. М. Наука. 1979. 320 с.

6. *Морарь Г.А.* Метод разрывных решений в механике деформируемых тел. Кишинев. Штиинца. 1984. 130 с.

7. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М. Наука. 1979. 271 с.

8. *Нобл Б.* Метод Винера-Хопфа. М. ИЛ. 1962. 279 с.

9. *Бабешко В.А.* Обобщенный метод факторизации в пространственно-динамических смешанных задачах теории упругости. М. Наука. 1984. 254 с.

10. *Litwinchuk G.S., Spitkowski I.M.* Factorization of matrix-funktion. Akademie-Verlag. Berlin. 1987. 372 p.

11. *Саркисян В.С., Караханян И.М.* Тезисы конф. 6-го Всерос. совещания-семинара по инженерно-физическим проблемам новой техники (с участием стран СНГ). М. МГТУ им Н.Э.Баумана. 2001. С. 54-55.

12. *Саркисян В.С., Караханян И.М.* - Уч.зап. ЕГУ. 2001. N 2.

13. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Методы теории функций комплексной переменной. М. Наука. 1973. 736 с.

14. *Ватсон Г.Н.* Теория бесселевых функций. Ч. I. М. ИЛ. 1949. 798 с.

15. *Евграфов М.А.* Асимптотические оценки и целые функции. М. Наука. 1979. 320 с.

Ի.Մ. Կարախանյան

Հեռավոր դաշտում հարմոնիկ ալիքի դիֆրակցիան առաձգական կիսաանվերջ ներդիրի վրա

Աշխատանքը նվիրված է կիսաանվերջ առաձգական ներդիրով առաձգական տարածության լարվածադեֆորմացիոն վիճակի ուսումնասիրությանը՝ հարմոնիկ ալիքի դիֆրակցիայի խնդրում: Ստացված են տեղափոխման և լարումների համար ասիմպտոտիկ բանաձևեր (հեռավոր դաշտում):

УДК 539.3

Р. С. Геворкян, Е. Г. Вирабян

Асимптотические решения краевых задач теории упругости для круговой кольцевой пластины из несжимаемого материала

(Представлено академиком Л. А. Агаловяном 29/I 2001)

Путем асимптотического интегрирования уравнений пространственной задачи теории упругости в цилиндрических координатах, с учетом несжимаемости материала, найдены решения внутренней задачи для круговых кольцевых пластин, когда на ее лицевых поверхностях заданы кинематические или смешанные условия. В качестве приложения приведены решения ряда прикладных задач.

1. Имеем круглую кольцевую пластину, занимающую область $\Omega=\{ r, \varphi, z: R_0 \le r \le R,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,\ -h \le z \le h,\ h << R_0,\ h << R-R_0\}$ (рис. 1). Требуется определить напряженно-деформированное состояние пластины, если она из несжимаемого материала, а на ее лицевых поверхностях заданы кинематические

$$u_j(r, \varphi, z = \pm h) = u_j^{\pm}(r, \varphi), \quad j = r, \varphi, z \tag{1.1}$$

или смешанные граничные условия

$$\begin{gathered} u_j(r, \varphi, z = -h) = u_j^{-}(r, \varphi), \quad j = r, \varphi, z\ , \\ u_z(r, \varphi, z = h) = u_z^{+}(r, \varphi)\ , \quad \sigma_{jz}(r, \varphi, z = h) = \sigma_{jz}^{+}(r, \varphi), \quad j = r, \varphi. \end{gathered} \tag{1.2}$$

Условия на боковой поверхности пластины пока не конкретизируются, о них будет сказано позже. Влияние температурного поля учитывается по модели Дюгамеля - Неймана.

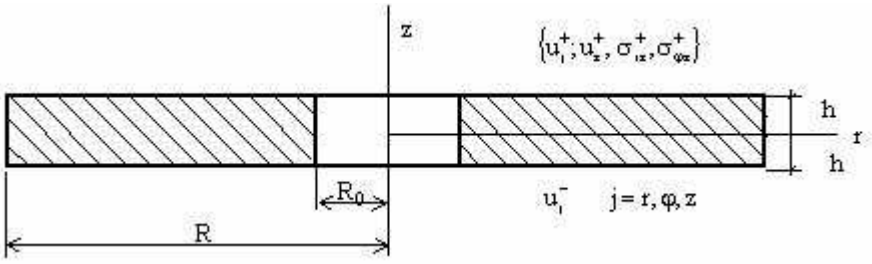


Рис. 1.

В уравнениях пространственной задачи термоупругости в цилиндрических координатах с учетом несжимаемости материала ($\nu = 1/2$, $E = 3G$) перейдем к безразмерным координатам и перемещениям по формулам [1-3]

$$\xi = r / R\,, \quad \eta = \varphi, \quad \zeta = z / h = z\varepsilon^{-1} / R\,, \quad \varepsilon = h / R\,,$$
$$u = u_r / R\,, \quad v = u_\varphi / R\,, \quad w = u_z / R. \tag{1.3}$$

Получим

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi}\frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial \eta} + \varepsilon^{-1}\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial \zeta} + \frac{1}{\xi}(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}) = 0\,,$$

$$\frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi}\frac{\partial \sigma_{\varphi\varphi}}{\partial \eta} + \varepsilon^{-1}\frac{\partial \sigma_{\varphi z}}{\partial \zeta} + \frac{2\sigma_{r\varphi}}{\xi} = 0\,, \quad \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi}\frac{\partial \sigma_{\varphi z}}{\partial \eta} + \varepsilon^{-1}\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial \zeta} + \frac{\sigma_{rz}}{\xi} = 0\,,$$

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{3}{2G}(2\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{zz}) + \alpha\theta, \quad \frac{1}{\xi}\frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{1}{\xi}u = \frac{3}{2G}[2\sigma_{zz} - \sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}] + \alpha\theta,$$

$$\varepsilon^{-1}\frac{\partial w}{\partial \zeta} = \frac{3}{2G}(2\sigma_{zz} - \sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{rr}) + \alpha\theta, \quad \frac{1}{\xi}\frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{\partial v}{\partial \xi} - \frac{1}{\xi}v = \frac{1}{G}\sigma_{r\varphi}\,, \tag{1.4}$$

$$\frac{\partial w}{\partial \xi} + \varepsilon^{-1}\frac{\partial u}{\partial \zeta} = \frac{1}{G}\sigma_{rz}\,, \quad \frac{1}{\xi}\frac{\partial w}{\partial \eta} + \varepsilon^{-1}\frac{\partial v}{\partial \zeta} = \frac{1}{G}\sigma_{\varphi z}\,,$$

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi}u + \frac{1}{\xi}\frac{\partial v}{\partial \eta} + \varepsilon^{-1}\frac{\partial w}{\partial \zeta} = 3\alpha\theta \text{ – условие несжимаемости,}$$

где G - модуль сдвига несжимаемого материала, θ - температурная функция.

Система уравнений (1.4) сингулярно возмущена малым параметром ε. Ее решение складывается из решения внутренней задачи, доминирующего внутри пластины, и решения типа пограничного слоя, локализованного вблизи боковой поверхности [4, 5]. Считая, что вклад температурного поля порядка вклада поверхностных воздействий, функцию θ, выражающую изменение температуры пластины, представим в виде разложения

$$\theta = \varepsilon^{s-1}\theta^{(s)}(\xi, \eta, \zeta), \quad s = \overline{0, S}\,. \tag{1.5}$$

Решение внутренней задачи ищем в виде [1-5]

$$Q = \varepsilon^{K_Q + s}Q^{(s)}(\xi, \eta, \zeta), \quad s = \overline{0, S}\,, \tag{1.6}$$

где K_Q характеризует асимптотический порядок соответствующей искомой величины Q. Его значение обусловлено системой уравнений (1.4) и граничными условиями (1.1), (1.2).

Подставив (1.5), (1.6) в систему (1.4) и приравняв коэффициенты при одинаковых степенях ε в левых и правых частях каждого уравнения, можно убедиться, что получение непротиворечивой системы уравнений относительно коэффициентов разложения (1.6) обеспечивается только при значениях

$$K_{\sigma_{rr}} = K_{\sigma_{\varphi\varphi}} = K_{\sigma_{zz}} = -3\,, \quad K_w = 0\,,$$
$$K_{\sigma_{r\varphi}} = K_{\sigma_{rz}} = K_{\sigma_{\varphi z}} = -2\,, \quad K_u = K_v = -1\,. \tag{1.7}$$

Решив полученную непротиворечивую систему, приходим к рекуррентным формулам относительно компонентов тензора напряжений и вектора перемещения. Возвратившись к размерным координатам и перемещениям, полученным расчетным формулам можно придать простой прикладной вид:

$$Q = Q^{(s)}(r, \varphi, z), \quad s = \overline{0, S}\,,$$

$$\sigma_{zz}^{(s)} = \sigma_{zz0}^{(s)} + \sigma_{zz*}^{(s)} \qquad (r, \varphi, z), \qquad \sigma_{rr0}^{(s)} = \sigma_{\varphi\varphi 0}^{(s)} = \sigma_{zz0}^{(s)},$$

$$\sigma_{rz}^{(s)} = \sigma_{rz0}^{(s)} - z\frac{\partial \sigma_{zz0}^{(s)}}{\partial r} + \sigma_{rz*}^{(s)}, \qquad \sigma_{\varphi z}^{(s)} = \sigma_{\varphi z0}^{(s)} - \frac{z}{r}\frac{\partial \sigma_{zz0}^{(s)}}{\partial \varphi} + \sigma_{\varphi z*}^{(s)},$$

$$\sigma_{r\varphi}^{(s)} = G\left(\frac{1}{r}\frac{\partial u_r^{(s-1)}}{\partial \varphi} + \frac{\partial u_\varphi^{(s-1)}}{\partial r} - \frac{1}{r}u_\varphi^{(s-1)}\right),$$

$$u_r^{(s)} = u_{r0}^{(s)} + \frac{1}{2G}\left(2z\sigma_{rz0}^{(s)} - z^2\frac{\partial \sigma_{zz0}^{(s)}}{\partial r}\right) + u_{r*}^{(s)},$$

$$u_\varphi^{(s)} = u_{\varphi 0}^{(s)} + \frac{1}{2G}\left(2z\sigma_{\varphi z0}^{(s)} - \frac{z^2}{r}\frac{\partial \sigma_{zz0}^{(s)}}{\partial \varphi}\right) + u_{\varphi *}^{(s)}, \tag{1.8}$$

$$u_z^{(s)} = u_{z0}^{(s)} + u_{z*}^{(s)} - z\left(\frac{\partial u_{r0}^{(s)}}{\partial r} + \frac{1}{r}u_{r0}^{(s)} + \frac{1}{r}\frac{\partial u_{\varphi 0}^{(s)}}{\partial \varphi}\right) -$$

$$-\frac{z^2}{2G}\left(\frac{\partial \sigma_{rz0}^{(s)}}{\partial r} + \frac{1}{r}\sigma_{rz0}^{(s)} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_{\varphi z0}^{(s)}}{\partial \varphi} - \frac{z}{3}\frac{\partial^2 \sigma_{zz0}^{(s)}}{\partial r^2} - \frac{z}{3r}\frac{\partial \sigma_{zz0}^{(s)}}{\partial r} - \frac{z}{3r^2}\frac{\partial^2 \sigma_{zz0}^{(s)}}{\partial \varphi^2}\right),$$

$$\sigma_{zz*}^{(s)} = -\int_0^z \left(\frac{\partial \sigma_{rz}^{(s-2)}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_{\varphi z}^{(s-2)}}{\partial \varphi} + \frac{1}{r}\sigma_{rz}^{(s-2)}\right) dz\,,$$

$$\sigma_{rr*}^{(s)} = \sigma_{zz*}^{(s)} + 4G\frac{\partial u_r^{(s-2)}}{\partial r} + \frac{2G}{r}\left(\frac{\partial u_\varphi^{(s-2)}}{\partial \varphi} + u_r^{(s-2)}\right),$$

$$\sigma^{(s)}_{\varphi\varphi*} = \sigma^{(s)}_{zz*} + \frac{4G}{r}\left(\frac{\partial u_\varphi^{(s-2)}}{\partial\varphi} + u_r^{(s-2)} \right) + 2G\frac{\partial u_r^{(s-2)}}{\partial r},$$

$$\sigma^{(s)}_{rz*} = -\int_0^z \left[\frac{\partial\sigma^{(s)}_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\sigma^{(s-1)}_{r\varphi}}{\partial\varphi} + \frac{1}{r}\left(\sigma^{(s)}_{rr} - \sigma^{(s)}_{\varphi\varphi*}\right) \right] dz,$$

$$\sigma^{(s)}_{\varphi z*} = -\int_0^z \left(\frac{\partial\sigma^{(s-1)}_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial\sigma^{(s)}_{\varphi\varphi*}}{\partial\varphi} + \frac{2\sigma^{(s-1)}_{r\varphi}}{r} \right) dz,$$

$$u^{(s)}_{r*} = \int_0^z \left(\frac{1}{G}\sigma^{(s)}_{rz*} - \frac{\partial u_z^{(s-2)}}{\partial r} \right) dz, \quad u^{(s)}_{\varphi*} = \int_0^z \left(\frac{1}{G}\sigma^{(s)}_{\varphi z*} - \frac{1}{r}\frac{\partial u_z^{(s-2)}}{\partial\varphi} \right) dz,$$

$$u^{(s)}_{z*} = \int_0^z \left(3\alpha\theta - \frac{\partial u^{(s)}_{r*}}{\partial r} - \frac{1}{r}\frac{\partial u^{(s)}_{\varphi*}}{\partial\varphi} - \frac{1}{r}u^{(s)}_{r*} \right) dz,$$

где $\sigma^{(s)}_{jz0}$, $u^{(s)}_{j0}$, j = r, φ, z, неизвестные пока функции интегрирования, которые будут определены из условий на лицевых поверхностях z = ±h.

Удовлетворив кинематическим граничным условиям (1.1), получим

$$\sigma^{(s)}_{jz0} = \frac{G}{2h}U_j^{(s)}, \quad j = r, \varphi,$$

$$U_j^{(s)} = u_j^{+(s)} - u_j^{-(s)} - u^{(s)}_{j*}(z = h) + u^{(s)}_{j*}(z = -h), \quad j = r, \varphi, z,$$

$$u^{(s)}_{r0} = \frac{h^2}{2G}\frac{\partial\sigma^{(s)}_{zz0}}{\partial r} + \frac{1}{2}\overline{U}^{(s)}_r, \qquad u^{(s)}_{\varphi 0} = \frac{h^2}{2G}\frac{\partial\sigma^{(s)}_{zz0}}{r\partial\varphi} + \frac{1}{2}\overline{U}^{(s)}_\varphi, \tag{1.9}$$

$$\overline{U}^{(s)}_j = u_j^{+(s)} + u_j^{-(s)} - u^{(s)}_{j*}(z = h) - u^{(s)}_{j*}(z = -h), \quad j = r, \varphi, z,$$

$$u^{(s)}_{z0} = \frac{1}{2}\overline{U}^{(s)}_z + \frac{h}{4}\left(\frac{\partial}{\partial r}U_r^{(s)} + \frac{1}{r}U_r^{(s)} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\varphi}U_\varphi^{(s)} \right),$$

$$u_j^{\pm(0)} = u_j^{\pm}; \quad u_j^{\pm(s)} = 0, \quad s \neq 0, \quad j = r, \varphi, z,$$

где $\sigma_{zz0}^{(s)}$ решение уравнения

$$\nabla^2 \sigma_{zz0}^{(s)} = W^{(s)},$$

$$W^{(s)} = -\frac{3G}{2h^3}\left[U_z^{(s)} + h\left(\frac{\partial}{\partial r} \bar{U}_r^{(s)} + \frac{1}{r} \bar{U}_r^{(s)} \right) + \frac{h}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \bar{U}_\varphi^{(s)} \right], \tag{1.10}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - \text{оператор Лапласа.}$$

Общее решение уравнения (1.10) не содержит необходимого количества произвольных функций интегрирования, чтобы поточечно удовлетворить граничным условиям на боковых поверхностях $r = R_0$, $r = R$ пластины. Это косвенно подтверждает сингулярную возмущенность исходной краевой задачи. Решением внутренней задачи условиям на боковых поверхностях можно удовлетворить интегрально. Если боковые поверхности свободны от нагрузок, то такими интегральными условиями будут

$$\sum_{s=0}^{S} \int_{-h}^{h} \sigma_{rr}^{(s)}(r = a, \varphi) dz = 0, \quad a = R_0, R. \tag{1.11}$$

Определив $\sigma_{zz0}^{(s)}$, по формулам (1.8)-(1.11) можно определить остальные величины.

Когда на лицевых поверхностях заданы смешанные условия (1.2), функции интегрирования определяются по формулам

$$\sigma_{rz0}^{(s)} = \sigma_{rz}^{+(s)} + h\frac{\partial \sigma_{zz0}^{(s)}}{\partial r} - \sigma_{rz*}^{(s)}(z = h), \qquad \sigma_{\varphi z0}^{(s)} = \sigma_{\varphi z}^{+(s)} + \frac{h}{r}\frac{\partial \sigma_{zz0}^{(s)}}{\partial \varphi} - \sigma_{\varphi z*}^{(s)}(z = h),$$

$$u_{r0}^{(s)} = u_r^{-(s)} + \frac{h}{G}\sigma_{rz}^{+(s)} + \frac{3h^2}{2G}\frac{\partial \sigma_{zz0}^{(s)}}{\partial r} - u_{r*}^{(s)}(z = -h),$$

$$u_{\varphi 0}^{(s)} = u_\varphi^{-(s)} + \frac{h}{G}\sigma_{\varphi z}^{+(s)} + \frac{3h^2}{2Gr}\frac{\partial \sigma_{zz0}^{(s)}}{\partial \varphi} - u_{\varphi *}^{(s)}(z = -h), \tag{1.12}$$

$$u_{z0}^{(s)} = \frac{1}{2}\bar{U}_z^{(s)} + \frac{h^2}{2G}\left(\frac{\partial \sigma_{rz}^{+(s)}}{\partial r} + \frac{1}{r}\sigma_{rz}^{+(s)} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_{\varphi z}^{+(s)}}{\partial \varphi} \right) -$$

$$-\frac{h^2}{2G}\left(\frac{\partial\sigma^{(s)}_{rz*}(z=h)}{\partial r}+\frac{1}{r}\sigma^{(s)}_{rz*}(z=h)+\frac{1}{r}\frac{\partial\sigma^{(s)}_{\varphi z*}(z=h)}{\partial\varphi}\right)+\frac{h^3}{2G}\nabla^2\sigma^{(s)}_{zz0},$$

$\sigma_{zz}^{+(0)}=\sigma_{zz}^{+}:\quad \sigma_{zz}^{+(s)}=0\,.\quad s\neq 0\,.\quad (r,\varphi)\,.$

где $\sigma^{(s)}_{zz0}$ решение уравнения

$$\nabla^2\sigma^{(s)}_{zz0}=V^{(s)},$$

$$V^{(s)}=-\frac{3G}{4h^2}\left(\frac{1}{2h}U^{(s)}_z-\frac{\partial(u_r^{-(s)}-u^{(s)}_{r*}(z=-h))}{\partial r}+\right.$$

$$\left.+\frac{u_r^{-(s)}-u^{(s)}_{r*}(z=-h)}{r}+\frac{\partial(u_\varphi^{-(s)}-u^{(s)}_{\varphi*}(z=-h))}{r\partial\varphi}\right)- \qquad (1.13)$$

$$-\frac{3}{4h}\left(\frac{\partial(\sigma_{rz}^{+(s)}-\sigma^{(s)}_{rz*}(z=h))}{\partial r}+\right.$$

$$\left.+\frac{\sigma_{rz}^{+(s)}-\sigma^{(s)}_{rz*}(z=h)}{r}+\frac{\partial(\sigma_{\varphi z}^{+(s)}-\sigma^{(s)}_{\varphi z*}(z=h))}{r\partial\varphi}\right),$$

которое должно быть таким, чтобы удовлетворялись интегральные условия (1.11).

2. В качестве приложения выведенных формул приведем решения некоторых прикладных задач:

а) Лицевым поверхностям пластины сообщены постоянные нормальные и тангенциальные перемещения

$$u_j(r,\varphi,z=\pm h)=u_j^{\pm}=\text{const}\,,\quad j=r,\varphi,z\,. \qquad (2.1)$$

Ограничившись первым шагом итерации, без учета влияния температурного поля, получим

$$\sigma_{zz}=\sigma_{\varphi\varphi}=\sigma_{rr}=\sigma,\quad \sigma_{r\varphi}=0\,,$$

$$\sigma_{rz}=\frac{G}{2h}\left(u_r^{+}-u_r^{-}\right)-z\frac{\partial\sigma}{\partial r},\quad \sigma_{\varphi z}=\frac{G}{2h}\left(u_\varphi^{+}-u_\varphi^{-}\right)-\frac{z}{r}\frac{\partial\sigma}{\partial\varphi},$$

$$u_r=\frac{(h+z)u_r^{+}+(h-z)u_r^{-}}{2h}+\frac{h^2-z^2}{2G}\frac{\partial\sigma}{\partial r}, \qquad (2.2)$$

$$u_z=\frac{1}{2}(u_z^{+}+u_z^{-})+\frac{z(3h^2-z^2)}{4h^3}(u_z^{+}-u_z^{-})+\frac{h^2-z^2}{4hr}\left[u_r^{+}-u_r^{-}+\frac{z}{h}(u_r^{+}+u_r^{-})\right],$$

где σ решение уравнения (1.10), удовлетворяющее условиям (1.11), которое имеет вид

$$\sigma = \sum_{k=0}^{\infty} \left(A_k r^{\lambda_k} + B_k r^{-\lambda_k} + \frac{1}{\pi\lambda_k} W \right) \sin\lambda_k\varphi,$$

$$A_k = \frac{W(R_0)R^{-\lambda_k} - W(R)R_0^{-\lambda_k}}{R^{\lambda_k}R_0^{-\lambda_k} - R^{-\lambda_k}R_0^{\lambda_k}} \frac{1}{\pi\lambda_k}, \quad \lambda_k = \frac{2k+1}{4}, \tag{2.3}$$

$$B_k = \frac{W(R)R^{\lambda_k} - W(R_0)R^{\lambda_k}}{R^{\lambda_k}R_0^{-\lambda_k} - R^{-\lambda_k}R_0^{\lambda_k}} \frac{1}{\pi\lambda_k}, \quad W = -\frac{3Gr^2}{2h^3}\left(\frac{u_z^+ - u_z^-}{4} + \frac{h}{r}(u_r^+ + u_r^-) \right).$$

б) Одна лицевая поверхность кольцевой пластины жестко закреплена, а к противоположной поверхности приложена касательная нагрузка, пропорциональная r

$$u_j = (z = -h) = 0, \ j = r,\varphi,z, \ \sigma_{zz}(z = h) = \sigma_{rz}(z = h) = 0, \ \sigma_{\varphi z}(z = h) = \tau r. \tag{2.4}$$

Задача моделирует кручение кольцевой пластины относительно оси симметрии (рис. 2).

Рис. 2.

Интерация обрывается на исходном приближении и приводит к математически точному решению

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{zz} = \sigma_{rz} = \sigma_{r\varphi} = 0, \quad \sigma_{\varphi z} = \tau r, \quad u_\varphi = \frac{z+h}{G}\tau r, \quad u_r = u_z = 0. \tag{2.5}$$

Заметим, что при граничных условиях (2.4) компоненты тензора напряжений не вызывают изменения объема кольцевой пластины независимо от значения коэффициента Пуассона ν. Исходя из этого тождественно удовлетворяется не только условие несжимаемости, но и уравнение (1.10), которое является следствием полученной для тел из несжимаемых материалов асимптотики (1.7). Поэтому замкнутое решение (2.5) можно получить также из решений смешанных задач для тел из сжимаемых материалов.

в) На лицевой поверхности z= – h пластины заданы постоянные компоненты вектора перемещения, а на противоположной - смешанные условия

$$u_j(z=-h)=u_j^-=\text{const}\,,\quad j=r,\varphi,z\,,$$
$$u_z(z=h)=u_z^+=\text{const}\,,\quad \sigma_{zj}(z=h)=\sigma_{jz}^+=\text{const}\,,\quad j=r,\varphi. \tag{2.6}$$

Для компонентов тензора напряжений и вектора перемещения, с точностью $O(\varepsilon)$, имеем

$$\sigma_{zz}=\sigma_{\varphi\varphi}=\sigma_{rr}=\sigma,\quad \sigma_{r\varphi}=0\,,$$
$$\sigma_{rz}=\sigma_{rz}^+ +(h-z)\frac{\partial\sigma}{\partial r}\qquad \sigma_{\varphi z}=\sigma_{\varphi z}^+ +\frac{h-z}{r}\frac{\partial\sigma}{\partial\varphi}\,,$$
$$u_r=u_r^- +\frac{z+h}{G}\sigma_{rz}^+ +\frac{(h+z)(3h-z)}{2G}\frac{\partial\sigma}{\partial r}\,,$$
$$u_\varphi=u_\varphi^- +\frac{z+h}{G}\sigma_{\varphi z}^+ +\frac{(h+z)(3h-z)}{2Gr}\frac{\partial\sigma}{\partial\varphi}\,, \tag{2.7}$$
$$u_z=\frac{u_z^+ +u_z^-}{2}+\frac{8zh^2+(h^2-z^2)(z-3h)}{16h^3}(u_z^+ -u_z^-)+$$
$$+\frac{(h^2-z^2)(z-3h)}{8h^2 r}u_r^- +\frac{(h^2-z^2)(h+z)}{8Ghr}\sigma_{rz}^+\,,$$

где σ имеет вид (2.3) с той разницей, что W следует принимать

$$W=-\frac{3Gr^2}{4h^2}\left(\frac{u_z^+ -u_z^-}{8h}+\frac{u_r^-}{r}\right)-\frac{3r}{4h}\sigma_{rz}^+\,. \tag{2.8}$$

Приведенные примеры моделируют, в частности, работу эластомерных сейсмоизоляторов [6]. Из выведенных рекуррентных формул и рассмотренных примеров следует, что в отличие от прямоугольных для круглых пластин интерационный процесс, как правило, не обрывается и не приводит к математически точному решению краевых задач, даже при постоянных внешних воздействиях. Однако выведенные рекуррентные формулы позволяют найти решение с заранее заданной асимптотической точностью. Тем же методом можно получить также решения более сложных задач, в частности, решения для слоистых круговых пластин с отверстием.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность академику Л. А. Агаловяну за советы.

Институт механики НАН Армении
Армянская сельскохозяйственная академия

Литература

1. *Агаловян Л. А., Геворкян Р. С.* В сб.: Тр. IV Всесоюзн. симпозиума по механике конструкций из композиционных материалов. Новосибирск. Наука, 1984. С. 105-110.

2. *Агаловян Л. А.* Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек. М. Наука, 1997. 414 с.

3. *Агаловян Л. А., Геворкян Р. С., Саакян А. В.* - ДНАН Армении. 1997. Т. 97. № 3. С. 13-18.

4. Агаловян *Л. А.* - Изв. АН АрмССР. Механика. 1973. № 2. Т. 26. С. 27-43.

5. *Геворкян Р. С.* - Изв. АН АрмССР. Механика. 1984. № 6. Т. 37. С. 3-15.

6. *Kelly J. M.* - Report № UCB/EERC-94/03. March. 1994. 59 p.

Ռ. Ս. Գևորգյան, Ե. Գ. Վիրաբյան

Անսեղմելի նյութից շրջանային օղակաձև սալի առաձգականության տեսության եզրային խնդիրների ասիմպտոտիկական լուծումները

Անսեղմելի գլանային մարմնի առաձգականության տեսության եռաչափ եզրային խնդրի հավասարումների ասիմպտոտիկական ինտեգրման միջոցով արտածված են ռեկուրենտ բանաձևեր շրջանային օղակաձև սալի լարումների տենզորի և տեղափոխման վեկտորի բաղադրիչների որոշման համար, երբ սալի դիմային մակերևույթների վրա տրվում են կինեմատիկական կամ խառը եզրային պայմաններ: Ցույց են տրված կոորդինատական առանցքի ուղղությամբ փոփոխելիության և նյութի անսեղմելիության ազդեցություններն ասիմպտոտիկական պրոցեսի վրա: Բերված են արտածված բանաձևերի կիրառությունները լուսաբանող օրինակներ:

УДК 539.182

А. М. Ишханян

Решение поляритонной задачи для плавной границы

(Представлено академиком Р. А. Казаряном 12/II 2001)

Поверхностные поляритоны определяются как локализованные электромагнитные волны, распространяющиеся вдоль границ раздела различных сред [1,2]. Классическим примером является плазмонный поляритон, возникающий на границе раздела металл-диэлектрик [1]. Другими важными примерами являются экситонный [2], магнонный [3] и фононный [4] поляритоны. С точки зрения физики конденсированных сред поверхностные волны обусловлены динамикой соответствующих квазичастиц - плазмонов, экситонов, магнонов, фононов и т. д. Однако с точки зрения электродинамики сплошных сред, когда длина волны и расстояние распада волны много больше, чем межатомные расстояния, подобные локализованные волны могут быть рассмотрены феноменологически, макроскопическими уравнениями Максвелла, через соответствующие диэлектрические постоянные среды.

В согласии со сказанным под поляритонной задачей в широком смысле понимается вопрос о существовании локализованных решений уравнений Максвелла для различных видов пространственных вариаций (комплексных) тензоров (диэлектрической и/или магнитной) проницаемостей [2].

Под термином "граница" при этом следует понимать двумерные области пространства - поверхности, в окрестности которых происходит существенное изменение упомянутых тензоров.

В случае линейных сред (когда $D=\varepsilon E$, $B=\mu H$ и $j=\sigma E$), свободных от сторонних зарядов, макроскопические уравнения Максвелла для периодических во времени процессов сводятся к следующей симметричной относительно перестановки пар (ε, E) и (μ, H) системе двух связанных уравнений [5]:

$$\Delta E + \operatorname{grad}\left(\frac{\nabla\tilde{\varepsilon}}{\tilde{\varepsilon}}E\right) + \frac{\omega^2}{c^2}\mu\tilde{\varepsilon}E = -\frac{\nabla\mu}{\mu}\times \operatorname{rot}E, \tag{1}$$

$$\Delta H + \operatorname{grad}\left(\frac{\nabla\mu}{\mu}H\right) + \frac{\omega^2}{c^2}\mu\tilde{\varepsilon}H = -\frac{\nabla\tilde{\varepsilon}}{\tilde{\varepsilon}}\times \operatorname{rot}H, \tag{2}$$

где комплексная диэлектрическая проницаемость $\tilde{\varepsilon}$ определяется как $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - i[(4\pi\sigma)/(\omega)]$.

Следует подчеркнуть, что если только одна из проницаемостей испытывает пространственную вариацию, то, как легко заметить, во-первых, система (1), (2) расщепляется, т. е. одно из полей E, H может быть определено независимо, а во-вторых, указанная симметрия относительно перестановки $(\tilde{\varepsilon}, E) \leftrightarrow (\mu, H)$ нарушается.

Эти очевидные наблюдения влекут за собой фундаментальную разницу в поведении волн с различной поляризацией. Математически это выражается в том, что в указанных условиях уравнения для TE и TM мод существенно отличаются.

Например, если среда локально изотропна и $\tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}(z')$, $\mu=\text{const}$, то уравнение для TM электромагнитной волны будет содержать дополнительный член, пропорциональный логарифмической производной диэлектрической проницаемости:

$$\text{TE мода,} \quad \vec{E} = (0, E_y, 0): \quad \Delta E_y + \frac{\omega^2}{c^2}\mu\,\tilde{\varepsilon}\,E_y = 0\,, \tag{3}$$

$$\text{TM moda,} \quad \vec{H} = (0, H_y, 0): \quad \Delta H_y - \frac{1}{\tilde{\varepsilon}}\frac{\partial\tilde{\varepsilon}}{\partial z'}\frac{\partial H_y}{\partial z'} + \frac{\omega^2}{c^2}\mu\tilde{\varepsilon}H_y = 0. \tag{4}$$

Несмотря на кажущуюся простоту, наличие этого члена, как нетрудно установить, действительно способно привнести в задачу дополнительную сингулярность в областях, где $\tilde{\varepsilon}(z')$ пересекает ноль. Именно благодаря этой сингулярности становится возможным существование волн, локализованных в окрестности одной-единственной границы, т. е. существование поляритонов!

Ввиду сингулярности указанного члена, обычным подходом в теории поляритонов (и, вообще, TM или смешанных волноводных мод) является приближение резкой границы (бесконечно тонкого переходного слоя), когда второй член в уравнении (4) отбрасывается, а его учет проводится лишь косвенно, через граничные условия.

Заметим, что при отбрасывании этого члена уравнение (4) становится идентичным уравнению (3), которое сводится к виду, аналогичному одномерному стационарному уравнению Шредингера. Для последнего, как известно, существует хорошо развитый аппарат специальных функций, опирающийся на гипергеометрический тип уравнений, имеющих не более трех особых точек. При сохранении же члена $\sim \partial(\ln\tilde{\varepsilon})/\partial z'$ естественно ожидать либо увеличения числа особых точек, либо увеличения ранга сингулярности этих точек. Теория подобных уравнений до последнего времени была развита черезвычайно слабо. Единственными уравнениями, теория которых благодаря интенсивным усилиям, предпринятым в последнее десятилетие, в настоящий момент доведена до достаточного для практики уровня, являются пять уравнений класса Гойна (см. [6] и многочисленные ссылки там). Это наблюдение вселяет надежду добиться успеха при трактовке поляритонной задачи для плавной границы через функции Гойна.

В настоящей работе мы впервые предпринимаем подобную попытку. Мы проводим математически строгий учет сингулярного члена непосредственно в уравнении (4) для модельного профиля вариации диэлектрической проницаемости по закону гиперболического тангенса.

Как мы убедимся, задача при этом сводится к каноническому виду общего уравнения Гойна, имеющему четыре простые особые точки. Мы строим решение исходной задачи в виде степенного ряда, а также приближенное решение через неполные бета-функции. Далее мы выводим приближенное дисперсионное соотношение для поляритона, имеющее правильную асимптотику в пределе резкой границы.

Рассмотрим решения уравнения (4) для TM моды, представляющие собой волны, бегущие вдоль границы, скажем, в направлении x-координаты: $H_y = H(z')e^{ik_x x}$. Уравнение $H(z')$ при этом примет вид

$$H_{z'z'} - \frac{U_{z'}}{U}H_{z'} + (\lambda - U)H = 0\,. \tag{5}$$

(здесь и далее буквенный индекс обозначает дифференцирование по соответствующей переменной), где для унификации записи введены обозначения

$$\lambda = -k_x^2 , \quad U = -\frac{\omega^2}{c^2}\mu\tilde{\varepsilon}(z'). \tag{6}$$

Следуя методу [7], преобразуем уравнение (5), сохранив его линейность, заменой зависимой и независимой переменных:

$$H = \varphi(z)u(z) , \quad z' = \int \frac{dz}{\rho(z)} . \tag{7}$$

В результате получаем уравнение

$$u_{zz} = \left(2\frac{\varphi_z}{\varphi} + \frac{\rho_z}{\rho} - \frac{U_z}{U} \right) u_z + \left[\frac{\varphi_{zz}}{\varphi} + \frac{\varphi_z}{\varphi}\left(\frac{\rho_z}{\rho} - \frac{U_z}{U} \right) + \frac{\lambda - U}{\rho^2} \right] u = 0 . \tag{8}$$

Потребуем, чтобы данное уравнение совпадало с канонической формой общего уравнения Гойна [6]:

$$u_{zz} + \left(\frac{\gamma}{z} + \frac{-\delta}{1-z} - \frac{\varepsilon}{z-\alpha} \right) u_z + \frac{-\alpha\beta z + q}{z(1-z)(z-\alpha)} u = 0 , \tag{9}$$

где $1 + \alpha + \beta = \gamma + \delta + \varepsilon$.

Для этого, очевидно, должно быть:

$$2\frac{\varphi_z}{\varphi} + \frac{\rho_z}{\rho} - \frac{U_z}{U} = \frac{\gamma}{z} + \frac{-\delta}{1-z} - \frac{\varepsilon}{z-\alpha} , \tag{10}$$

$$\left(\frac{\varphi_z}{\varphi} \right)_z + \frac{\varphi_z}{\varphi}\left(\frac{\varphi_z}{\varphi} + \frac{\rho_z}{\rho} - \frac{U_z}{U} \right) + \frac{\lambda - U}{\rho^2} = \frac{-\alpha\beta z + q}{z(1-z)(z-\alpha)} u . \tag{11}$$

Анализ структуры этих уравнений показывает, что следует искать величины ρ, φ и U в следующем виде:

$$\varphi = z^{\alpha_1}(1-z)^{-\alpha_2}(z-\alpha)^{\alpha_3} , \tag{12}$$

$$\rho = \frac{1}{\tau} z^{n_1}(1-z)^{n_2}(z-\alpha)^{n_3} , \tag{13}$$

$$U = U_0 z^{k_1}(1 - z)^{k_2}(z - \alpha)^{k_3}\,, \tag{14}$$

где τ и U_0 - произвольные постоянные.

Тогда из уравнения (10) однозначно определяются параметры γ, δ, ε:

$$\gamma = 2\alpha_1 + n_1 - k_1\,, \quad \delta = -2\alpha_2 + n_2 - k_2\,, \quad \varepsilon = 2\alpha_3 + n_3 - k_3 \tag{15}$$

Наличие же независимого внешнего параметра λ (спектральный параметр) в уравнении (11) вынуждает наложить на ρ и U дополнительные связи:

$$\frac{\lambda\tau^2}{\rho^2} \sim \frac{p_1}{z^2} + \frac{p_2}{(1-z)^2} + \frac{p_3}{(z-\alpha)^2} + \frac{q_1}{z(1-z)} + \frac{q_2}{z(z-\alpha)} + \frac{q_3}{(1-z)(z-\alpha)}\,, \tag{16}$$

$$U = z^{2n_1}(1-z)^{2n_2}(z-\alpha)^{2n_3}\times$$
$$\times\left(\frac{U_1}{z^2} + \frac{U_2}{(1-z)^2} + \frac{U_3}{(z-\alpha)^2} + \frac{V_1}{z(1-z)} + \frac{V_2}{z(z-\alpha)} + \frac{V_3}{(1-z)(z-\alpha)}\right). \tag{17}$$

Тогда соответственно определяются параметры $\alpha_{1,\,2,\,3}$, q, α, β:

$$\begin{gathered}
\alpha_1(\alpha_1 + n_1 - k_1 - 1) + (\lambda p_1 - U_1)\tau^2 = 0\,,\\
\alpha_2(\alpha_2 + n_2 - k_2 + 1) + (\lambda p_2 - U_2)\tau^2 = 0\,,\\
\alpha_3(\alpha_3 + n_3 - k_3 - 1) + (\lambda p_3 - U_3)\tau^2 = 0\,,\\
q = -\alpha[\alpha_1(\alpha_2 - n_2 - k_2) + \alpha_2(\alpha_1 + n_1 - k_1) + (\lambda p_1 - V_1)\tau^2] +\\
+[\alpha_1(\alpha_3 + n_3 - k_3) + \alpha_3(\alpha_1 + n_1 - k_1) + (\lambda q_2 - V_2)\tau^2]\,,\\
-\alpha\beta = [\alpha_1(\alpha_2 - n_2 - k_2) + \alpha_2(\alpha_1 + n_1 - k_1) + (\lambda q_1 - V_1)\tau^2] -\\
-[\alpha_1(\alpha_3 + n_3 - k_3) + \alpha_3(\alpha_1 + n_1 - k_1) + (\lambda q_2 - V_2)\tau^2] +\\
+[\alpha_2(\alpha_3 + n_3 - k_3) + \alpha_3(\alpha_2 + n_2 - k_2) + (\lambda q_3 - V_3)\tau^2]\,.
\end{gathered} \tag{18}$$

Нетрудно увидеть, что дополнительные связи (16), (17) и уравнения (12), (13), (14) совместны лишь при определенных $n_{1,\,2,\,3}$ и $k_{1,\,2,\,3}$. Среди допустимых наборов значений этих параметров оказываются лишь единичные, которые приводят к физически интересным видам профилей диэлектрической проницаемости. В первую очередь таковыми являются наборы $(n_1, n_2, n_3)=(1, 1, 0)$ и $(k_1, k_2, k_3)=(0, 0, 1)$.

Как нетрудно проверить, тогда получается

$$U = U_1 + (U_2 - U_1)z\,, \tag{19}$$

$$z = \frac{1}{1+e^{-}(z'-z'_0)/tau}\,. \tag{20}$$

Преобразование (20) отображает действительную ось z' на отрезок $z \in [0, 1]$. При этом профиль диэлектрической проницаемости определяет скачок по закону гиперболического тангенса:

$$\tilde{\varepsilon} \equiv -\frac{c^2}{\omega^2\mu}U = -\frac{c^2}{\omega^2\mu}\left(\frac{U_1+U_2}{2} + \frac{U_2-U_1}{2}\,\mathrm{th}\,\frac{z'-z'_0}{2\tau}\right). \tag{21}$$

Как видим, ширина переходного слоя определяется параметром τ. Параметры задачи теперь явно определяются спектральным параметром следующим образом:

$$\gamma = 1+2\alpha_1\,, \quad \delta = 1-2\alpha_2\,, \quad \varepsilon = -1\,, \tag{23}$$

$$\alpha = \beta = \alpha_1-\alpha_2\,, \quad q=\alpha[(\alpha_1-\alpha_2)^2+(\alpha_1-\alpha_2)]-\alpha_1\,. \tag{24}$$

Решение уравнения Гойна (9) можно построить в виде степенного ряда:

$$u = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n\,. \tag{25}$$

Для коэффициентов ряда получается трехчленное рекуррентное соотношение

$$\begin{gathered} a_n n[\alpha(n-1)+\alpha\gamma]-a_{n-1}[1+a)(n-1)(n-2)+(\gamma(1+a)+a\delta+ \\ +\varepsilon)(n-1)+q]+a_{n-2}[(n-2)(n-3)+(\gamma+\delta+\varepsilon)(n-2)+\alpha\beta) = 0\,, \quad n \ge 0\,, \\ a_{-2} = a_{-1} = 0\,,\ a_0 = 1\,,\ a_1 = q/a\gamma, \end{gathered} \tag{26}$$

анализ которого показывает, что для $|\alpha| < 1$ ряд (25) сходится, вообще говоря, только на отрезке $z \in [0, |\alpha|]$.

Решение же на отрезке $z \in [|\alpha|, 1]$ можно построить аналитическим продолжением, произведя замену $z \to 1-z$. Согласно теории Пуанкаре-Перрона относительно расширенной сходимости [6], существует значение спектрального параметра λ, при котором ряд (25) сходится всюду на отрезке $z \in [0, 1]$. Это значение находится из следующего соотношения, заданного в виде бесконечной дроби:

$$\tilde{Q}_1 = \frac{R_1 P_2}{Q_2 +} \frac{R_2 P_3}{Q_3 +} \frac{R_3 P_4}{Q_4 +} \cdots, \tag{27}$$

где R_n, $\tilde{Q}_n$, P_n - суть коэффициенты рекуррентного соотношения (26) при a_n, a_{n-1} и a_{n-2} соответственно. Однако можно строго показать, что, к сожалению, данное значение λ не представляет собой собственное значение, так как решение, соответствующее этому значению, не ограничено при z=1.

Однако можно указать простое приближенное решение исходной задачи, справедливое при малых толщинах переходного слоя. Это решение нетрудно получить, если заметить, что параметры q и $\alpha\beta$ в уравнении Гойна (9) квадратично малы по τ. Тогда, переходя к нормальной форме уравнения (9), можно убедиться, что последний член уравнения Гойна мал и, следовательно, может быть отброшен. В этом случае решение уравнения (9) выписывается в замкнутом виде, через неполные бета-функции:

$$u = C_1[B_z(1-2\alpha_1, 2\alpha_2) - aB_z(-2\alpha_1, 2\alpha_2)] + C_2 , \tag{28}$$

где должно быть выбрано $\mathrm{Re}[\alpha_1] < 0$, $\mathrm{Re}[\alpha_2] > 0$.

Для удовлетворения граничного условия u(z=0)=0 полагаем C_2=0. Значение же u(z) при z=1 выражается через гамма-функции:

$$u(1) = C_1 \left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2} - a \right) \frac{\Gamma(-2\alpha_1)\Gamma(2\alpha_2)}{\Gamma(2(\alpha_2 - \alpha_1))} . \tag{29}$$

Следовательно, для достижения последнего граничного условия u(z=1)=0 должно быть

$$(1-a)\alpha_1 + a\alpha_2 = 0 . \tag{30}$$

Как нетрудно убедиться, последнее условие приводит к формуле для волнового числа поляритона, справедливой в пределе бесконечно тонкого переходного слоя:

$$k_x^2 = \frac{\omega^2 \mu}{c^2} \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} . \tag{31}$$

Таким образом, мы показали, что задача о поляритоне для плавной границы с профилем диэлектрической проницаемости, изменяющимся по закону гиперболического тангенса, сводится к каноническому виду общего уравнения Гойна, имеющему четыре простые особые точки. Мы вывели дисперсионное соотношение для волнового числа поляритона и показали, что оно имеет правильную асимптотику в пределе резкой границы, т. е. когда переходный слой считается бесконечно тонким.

Примечательно, что ряд других профилей также может быть изучен с помощью уравнения Гойна. В частности, один из подобных профилей описывает трехслойную структуру, представляющую большой практический интерес [1,2].

Работа была выполнена при поддержке грантов ISTC No. A-215, RA No. 98-740 и Армянского национального фонда науки и образования (ANSEF).

Инженерный центр НАН Армении

Литература

1. *Raether H.* Surface Plasmons. Berlin. Springer-Verlag. 1998; Maradudin A. A. In: Surface Polaritons. Edited by V. M. Agranovich and D. L. Mills, N. Y. North-Holland. 1982; Yang F., Sambles J. R., Bradberry G. W. - Phys. Rev. B. 1991. V. 44. P. 5855.

2. *Yang F., Sambles J. R., Bradberry G. W.* - Phys. Rev. Lett, V. 64, 559 (1990); A. Brillante, Pockrand I., Philpott M. R., Swalen J. D. - Chem. Phys. Lett. 1978. V. 57. P. 395.

3. *Hickernell R. K., Sarid D.* - Opt. Lett. 1987. V. 12. P. 570.

4. *Brion J. J., Wallis R. F., Harststein A., Burstein E.* - Phys. Rev. Lett. 1972. V. 28. P. 1455. Brion J. J., Wallis R. F., Harststein A., Burstein E. - Surf. Sci., 1973. V. 34, P. 73 ; Chiu K. W., Quinn J. J., - Phys. Rev. B. 1972. V. 5. P. 4707. Lenac Z., Tomas M. S. - J. Phys. C. 1983. V. 16. P. 4273.

5. *Колесников П. М.* Введение в нелинейную электродинамику: Минск. Наука и техника. 1971.

6. *Ronveaux A.,* Heun's Differential Equations. London, Oxford University Press. 1995.

7. *Ishkhanyan A. M.* - J. Phys. A. 1997. V. 30. P. 450; *Ishkhanyan A. M.* - Optics Communications, 2000. V. 176. P. 155. *Ishkhanyan A. M.* - J. Phys. A. 2000. V. 33. P. 5539.

Ա. Մ. Իշխանյան

Պոլյարիտոնային խնդրի լուծում անընդհատ սահմանի համար

Ուսումնասիրված է մակերևութային պոլյարիտոնի խնդիրը երկու կիսաանսահման միջավայրի բաժանման ոչ կտրուկ սահմանի համար, երբ դիէլեկտրական թափանցելիությունը փոխվում է հիպերբոլական տանգենսի օրենքով: Ցույց է տրված, որ տվյալ խնդրի լուծումն արտահայտվում է Հոյնի ֆունկցիաներով: Կառուցված է Հոյնի հավասարման լուծումը աստիճանային շարքի տեսքով: Պոլյարիտոնի ալիքային թվի համար դուրս է բերված դիսպերսիոն հավասարում, որն անսահման բարակ անցումնային շերտի հայտնի սահմանում ունի ճիշտ ասիմպտոտ:

УДК 621.313.322.01

Академик Г.Л. Арешян

Система дифференциальных уравнений автономного синхронного генератора, представленная через потокосцепления

(Представлено 15/V 2001)

Построение решений дифференциальных уравнений автономно работающего синхронного генератора (СГ) при набросе нагрузки в [1] производилось на основе уравнений, записанных через напряжения и токи. С точки зрения объема и скорости вычислений на компьютерах, а также точности расчетов переходных процессов определенный интерес представляет построение решений системы дифференциальных уравнений СГ, записанной через напряжения и потокосцепления, а не через токи. В настоящей статье получена такая система операторных уравнений для приращений потокосцеплений для случая наброса дополнительной нагрузки $Z_2 = pL_2 + r_2$ на автономно работающий с нагрузкой $Z_1 = pL_1 + r_1$ синхронный генератор.

Эту систему получим на основе системы, записанной через напряжения и токи [1]:

для цепей СГ

$$\left.\begin{aligned} -U_d = r_s i_d + \frac{d\Psi_d}{dt} + \omega_0 \Psi_q; \qquad -U_q = r_s i_q + \frac{d\Psi_q}{dt} - \omega_0 \Psi_d; \\ U_f = r_f i_f + \frac{d\Psi_f}{dt}; \quad 0 = r_D i_D + \frac{d\Psi_D}{dt}; \quad 0 = r_Q i_Q + \frac{d\Psi_Q}{dt}; \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

для цепей нагрузки Z_1 и Z_2

$$\left.\begin{aligned} U_d = r_1 i_{d1} + \frac{d\Psi_{d1}}{dt} + \omega_0 \Psi_{q1}; \qquad U_q = r_1 i_{q1} + \frac{d\Psi_{q1}}{dt} - \omega_0 \Psi_{d1}; \\ U_d = r_2 i_{d2} + \frac{d\Psi_{d2}}{dt} + \omega_0 \Psi_{q2}; \qquad U_q = r_2 i_{q2} + \frac{d\Psi_{q2}}{dt} - \omega_0 \Psi_{d2}, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

где потокосцепления равны

$$\left.\begin{aligned} &\Psi_d = L_d i_d + M_d i_f + M_d i_D; \quad \Psi_q = L_q i_q + M_q i_Q; \\ &\Psi_f = L_f i_f + M_d i_d + M_d i_D; \quad \Psi_D = L_D i_D + M_d i_d + M_d i_f; \\ &\Psi_Q = L_Q i_Q + M_q i_q; \qquad \Psi_{d1} = L_1 i_{d1}; \ \Psi_{q1} = L_1 i_{q1}; \\ &\Psi_{d2} = L_2 i_{d2}; \qquad \Psi_{q2} = L_2 i_{q2} \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

На основе (3) получаем

$$\left.\begin{aligned}
&i_d=\frac{\Psi_d}{L_{11}}-\frac{\Psi_f}{L_{21}}-\frac{\Psi_D}{L_{31}};\qquad i_f=-\frac{\Psi_d}{L_{12}}+\frac{\Psi_f}{L_{22}}-\frac{\Psi_D}{L_{32}};\\
&i_D=-\frac{\Psi_d}{L_{13}}-\frac{\Psi_f}{L_{23}}+\frac{\Psi_D}{L_{33}};\quad i_q=\frac{\Psi_q}{L_{44}}-\frac{\Psi_Q}{L_{54}};\quad i_Q=-\frac{\Psi_q}{L_{45}}+\frac{\Psi_Q}{L_{55}};\\
&i_{d1}=\frac{\Psi_{d1}}{L_1};\quad i_{q1}=\frac{\Psi_{q1}}{L_1};\quad i_{d2}=\frac{\Psi_{d2}}{L_2};\quad i_{q2}=\frac{\Psi_{q2}}{L_2},
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

где обозначено

$$\left.\begin{aligned}
&L_{11}=\frac{D}{A_{11}};\quad L_{21}=\frac{D}{A_{21}};\quad L_{31}=\frac{D}{A_{31}};\quad L_{12}=\frac{D}{A_{12}};\quad L_{22}=\frac{D}{A_{22}};\\
&L_{32}=\frac{D}{A_{32}};\quad L_{13}=\frac{D}{A_{13}};\quad L_{23}=\frac{D}{A_{23}};\quad L_{33}=\frac{D}{A_{33}};
\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

$$D=L_dL_fL_D+2M_d^3-L_fM_d^2-L_DM_d^2-L_dM_d^2 \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned}
&A_{11}=L_fL_D\sigma_{fD};\quad A_{12}=L_DM_d\sigma_D;\quad A_{13}=L_fM_d\sigma_f;\\
&A_{21}=A_{12};\qquad A_{22}=L_dL_D\sigma_{dD};\quad A_{23}=L_dM_d\sigma_d;\\
&A_{31}=A_{13};\qquad A_{32}=A_{23};\qquad A_{33}=L_dL_f\sigma_{df};
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

$$L_{44}=\sigma_{qQ}L_q;\quad L_{55}=\sigma_{qQ}L_Q;\quad L_{45}=L_{54}=\sigma_{qQ}L_qL_QM_q^{-1}. \tag{8}$$

В свою очередь коэффициенты рассеяния равны

$$\left.\begin{aligned}
&\sigma_{df}=1-M_d^2L_d^{-1}L_f^{-1};\quad \sigma_{dD}=1-M_d^2L_d^{-1}L_D^{-1};\quad \sigma_{fD}=1-M_d^2L_f^{-1}L_D^{-1};\\
&\sigma_{qQ}=1-M_q^2L_q^{-1}L_Q^{-1};\quad \sigma_d=1-M_dL_d^{-1};\quad \sigma_f=1-M_dL_f^{-1};\quad \sigma_D=1-M_dL_D^{-1}.
\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Подставляя выражения токов по уравнению (4) в системы (1) и (2), получаем основные выражения через потокосцепления:

для генератора

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d\Psi_d}{dt} &= -U_d - \omega_{sd}\Psi_d - \omega_0\Psi_q + \omega_{sf}\Psi_f + \omega_{sD}\Psi_D;\\
\frac{d\Psi_q}{dt} &= -U_q + \omega_0\Psi_d - \omega_{sq}\Psi_q + \omega_{sQ}\Psi_Q;\\
\frac{d\Psi_f}{dt} &= U_f + \omega_{fd}\Psi_d - \omega_{ff}\Psi_f + \omega_{fD}\Psi_D;\\
\frac{d\Psi_D}{dt} &= \omega_{Dd}\Psi_d + \omega_{Df}\Psi_f - \omega_{DD}\Psi_D;\\
\frac{d\Psi_Q}{dt} &= \omega_{Qq}\Psi_q - \omega_{QQ}\Psi_Q;
\end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

для нагрузки Z_1

$$\frac{d\Psi_{d1}}{dt} = U_d - \omega_1\Psi_{d1} - \omega_0\Psi_{q1}; \quad \frac{d\Psi_{q1}}{dt} = U_q + \omega_0\Psi_{d1} - \omega_2\Psi_{q1}; \qquad (11)$$

для нагрузки Z_2

$$\frac{d\Psi_{d2}}{dt} = U_d - \omega_2\Psi_{d2} - \omega_0\Psi_{q2}; \quad \frac{d\Psi_{q2}}{dt} = U_q + \omega_0\Psi_{d2} - \omega_2\Psi_{q2}. \qquad (12)$$

Частоты, входящие в уравнения, равны

$$\left.\begin{aligned}
&\omega_{sd}=r_s L_{11}^{-1}; \quad \omega_{sf}=r_s L_{21}^{-1}; \quad \omega_{sD}=r_s L_{31}^{-1};\\
&\omega_{sq}=r_s L_{44}^{-1}; \quad \omega_{sQ}=r_s L_{54}^{-1}; \quad \omega_{fd}=r_f L_{12}^{-1};\\
&\omega_{ff}=r_f L_{22}^{-1}; \quad \omega_{fD}=r_f L_{32}^{-1}; \quad \omega_{Dd}=r_D L_{13}^{-1};\\
&\omega_{Df}=r_D L_{23}^{-1}; \quad \omega_{DD}=r_D L_{33}^{-1}; \quad \omega_{Qq}=r_Q L_{45}^{-1};\\
&\omega_{QQ}=r_Q L_{55}^{-1}; \quad \omega_1=r_1 L_1^{-1}; \quad \omega_2=r_2 L_2^{-1}.
\end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Представим систему уравнений (10)-(12) в операторном виде для приращений напряжений и потокосцеплений. Приращения определяем относительно многомерной точки

$$U_d^0, U_q^0, U_f^0, \Psi_d^0, \Psi_q^0, \Psi_f^0, \Psi_D^0, \Psi_Q^0, \Psi_{d1}^0, \Psi_{q1}^0, \Psi_{d2}^0, \Psi_{q2}^0 \qquad (14)$$

в виде

$$\left.\begin{array}{l} U_j(t) = U_j^0+\Delta U_j(t), \quad \Psi_i(t) = \Psi_i^0+\Delta\Psi_i(t), \\ (j = d, q, f; \qquad\qquad i = d, q, f, D, Q, d1, q1, d2, q2). \end{array}\right\} \tag{15}$$

Обозначив преобразование Лапласа приращений той же буквой (без Δ)

$$L\{\Delta U_j(t)\}=U_j(p); \quad L\{\Delta\Psi_i(t)\}=\Psi_i(p),$$

получаем следующую систему операторных уравнений:

для цепей генератора

$$\left.\begin{array}{l} (p+\omega_{sd})\Psi_d+\omega_0\Psi_q-\omega_{sf}\Psi_f-\omega_{sD}\Psi_D=-U_d+p^{-1}B_d^0; \\ -\omega_0\Psi_d+(p+\omega_{sq})\Psi_q-\omega_{sQ}\Psi_Q=-U_q+p^{-1}B_q^0; \\ -\omega_{fd}\Psi_d+(p+\omega_{ff})\Psi_f-\omega_{fD}\Psi_D=U_f+p^{-1}B_f^0; \\ -\omega_{Dd}\Psi_d-\omega_{Df}\Psi_f+(p+\omega_{DD})\Psi_D=p^{-1}B_D^0; \\ -\omega_{Qq}\Psi_q+(p+\omega_{QQ})\Psi_Q=p^{-1}B_Q^0; \end{array}\right\} \tag{16}$$

для нагрузки Z_1

$$(p+\omega_1)\Psi_{d1} + \omega_0\Psi_{q1} = U_d + p^{-1}B_{d1}^0; \ -\omega_0\Psi_{d1} + (p+\omega_1)\Psi_{q1} = U_q + p^{-1}B_{q1}^0; \tag{17}$$

для нагрузки Z_2

$$(p+\omega_2)\Psi_{d2} + \omega_0\Psi_{q2} = U_d + p^{-1}B_{d2}^0; \ -\omega_0\Psi_{d2} + (p+\omega_2)\Psi_{q2} = U_q + p^{-1}B_{q2}^0. \tag{18}$$

Постоянные начальных значений в уравнениях (16)-(18) равны

$$\left.\begin{array}{l} B_d^0=-U_d^0-\omega_{sd}\Psi_d^0-\omega_0\Psi_q^0+\omega_{sf}\Psi_f^0+\omega_{sD}\Psi_D^0; \\ B_q^0=-U_q^0+\omega_0\Psi_d^0-\omega_{sq}\Psi_q^0+\omega_{sQ}\Psi_Q^0; \\ B_f^0=U_f^0+\omega_{fd}\Psi_d^0-\omega_{ff}\Psi_f^0+\omega_{fD}\Psi_D^0; \\ B_D^0=\omega_{Dd}\Psi_d^0+\omega_{Df}\Psi_f^0-\omega_{DD}\Psi_D^0; \\ B_Q^0=\omega_{Qq}\Psi_q^0-\omega_{QQ}\Psi_Q^0; \\ B_{d1}^0=U_d^0-\omega_1\Psi_{d1}^0-\omega_0\Psi_{q1}^0; \\ B_{q1}^0=U_q^0+\omega_0\Psi_{d1}^0-\omega_1\Psi_{q1}^0; \\ B_{d2}^0=U_d^0-\omega_2\Psi_{d2}^0-\omega_0\Psi_{q2}^0; \\ B_{q2}^0=U_q^0+\omega_0\Psi_{d2}^0-\omega_2\Psi_{q2}^0. \end{array}\right\} \tag{19}$$

Преобразуем систему (16), исключив вначале Ψ_D и Ψ_Q, а потом Ψ_f,

$$\left.\begin{aligned}\Psi_D &= \frac{\omega_{Dd}}{p+\omega_{DD}}\Psi_d + \frac{\omega_{Df}}{p+\omega_{DD}}\Psi_f + \frac{B_D{}^0}{p(p+\omega_{DD})};\\ \Psi_Q &= \frac{\omega_{Qq}}{p+\omega_{QQ}}\Psi_q + \frac{B_Q{}^0}{p(p+\omega_{QQ})}.\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Подставив эти выражение в уравнение (16), получаем

$$\left.\begin{aligned}&(p+\omega'_{sd})\Psi_d+\omega_0\Psi_q-\omega'_{sf}\Psi_f = -U_d+B'_d;\\ &-\omega_0\Psi_d+(p+\omega'_{sq})\Psi_q = -U_q+B'_q;\\ &-\omega'_{fd}\Psi_d+(p+\omega'_{ff})\Psi_f = U_f+B'_f.\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

В уравнении (21) одним верхним штрихом обозначены переходные операторные частоты, которые равны

$$\left.\begin{aligned}&\omega_{sd}{}'(p) = \omega_{sd} - \frac{\omega_{sD}\omega_{Dd}}{p+\omega_{DD}};\quad \omega_{fd}{}'(p) = \omega_{fd} + \frac{\omega_{fD}\omega_{Dd}}{p+\omega_{DD}};\\ &\omega_{sf}{}'(p) = \omega_{sf} + \frac{\omega_{sD}\omega_{Df}}{p+\omega_{DD}};\quad \omega_{ff}{}'(p) = \omega_{ff} - \frac{\omega_{fD}\omega_{Df}}{p+\omega_{DD}};\\ &\omega_{sq}{}'(p) = \omega_{sq} - \frac{\omega_{sQ}\omega_{Qq}}{p+\omega_{QQ}}.\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Переходные операторные выражения начальных значений в уравнении (21) равны

$$\left.\begin{aligned}&B_d{}'(p) = \frac{B_d{}^0}{p} + \frac{\omega_{sD}}{p(p+\omega_{DD})}\cdot B_D{}^0;\quad B_q{}'(p) = \frac{B_q{}^0}{p} + \frac{\omega_{sQ}}{p(p+\omega_{QQ})}\cdot B_Q{}^0;\\ &B_f{}'(p) = \frac{B_f{}^0}{p} + \frac{\omega_{fD}}{p(p+\omega_{DD})}\cdot B_D{}^0.\end{aligned}\right\} \tag{23}$$

Используя последнее уравнение системы (21), имеем

$$\Psi_f = \frac{\omega_{fd}'}{p+\omega_{ff}'}\Psi_d + \frac{U_f}{p+\omega_{ff}'} + \frac{B_f'}{p+\omega_{ff}'}. \qquad (24)$$

Подставляем (24) в первое уравнение системы (21). Получаем совместно со вторым уравнением

$$\left.\begin{aligned}(p+\omega_{sd}'')\Psi_d + \omega_0\Psi_q &= -U_d + U_f' + B_d'';\\ -\omega_0\Psi_d + (p+\omega_{sq}')\Psi_q &= -U_q + B_q',\end{aligned}\right\} \qquad (25)$$

где сверхпереходная операторная частота равна

$$\omega_{sd}''(p) = \omega_{sd}' - \frac{\omega_{sf}'\omega_{fd}'}{p+\omega_{ff}'}. \qquad (26)$$

Сверхпереходное операторное выражение начальных значений равно

$$B_d''(p) = B_d' + \frac{\omega_{sf}'}{p+\omega_{ff}'}\cdot B_f'. \qquad (27)$$

Переходное операторное приращение напряжения возбуждения равно

$$U_f'(p) = \frac{\omega_{sf}'}{p+\omega_{ff}'}\cdot U_f(p). \qquad (28)$$

При исключении потокосцеплений Ψ_D, Ψ_Q и Ψ_f уравнения для цепей нагрузок не меняются и остаются в виде уравнений (17) и (18).

Для решения системы (17), (18) и (25) необходимо получить еще уравнения, связывающие Ψ_d с Ψ_{d1} и Ψ_{d2}, а также Ψ_q с Ψ_{q1} и Ψ_{q2}.

Когда СГ начинает работать с двумя нагрузками, имеем условия для токов генератора и нагрузок

$$i_d(t) = i_{d1}(t) + i_{d2}(t);\ i_q(t) = i_{q1}(t) + i_{q2}(t). \qquad (29)$$

Записывая эти уравнения через потокосцепления, переходя к приращениям, исключая Ψ_d, Ψ_f Ψ_Q, получаем еще два уравнения:

$$\frac{\Psi_d}{L_{11}''} - \frac{\Psi_{d1}}{L_1} - \frac{\Psi_{d2}}{L_2} = C_d'' + \frac{1}{L_{21}'}\cdot\frac{U_f}{p+\omega_{ff}'};\ \frac{\Psi_q}{L_{44}'} - \frac{\Psi_{q1}}{L_1} - \frac{\Psi_2}{L_2} = C_q', \qquad (30)$$

где обозначено

$$C_d^0 = -\frac{\Psi_d^0}{L_{11}} + \frac{\Psi_f^0}{L_{21}} + \frac{\Psi_D^0}{L_{31}} + \frac{\Psi_{d1}^0}{L_1} + \frac{\Psi_{d2}^0}{L_2};$$

$$C_q^0 = -\frac{\Psi_q^0}{L_{44}} + \frac{\Psi_Q^0}{L_{54}} + \frac{\Psi_{q1}^0}{L_1} + \frac{\Psi_{q2}^0}{L_2};$$

$$\frac{1}{L_{11}'} = \frac{1}{L_{11}} - \frac{1}{L_{31}} \cdot \frac{\omega_{Dd}}{p+\omega_{DD}}; \qquad \frac{1}{L_{21}'} = \frac{1}{L_{21}} + \frac{1}{L_{31}} \cdot \frac{\omega_{Df}}{p+\omega_{DD}};$$

$$C_d' = \frac{C_d^0}{p} + \frac{1}{L_{31}} \cdot \frac{B_D^0}{p(p+\omega_{DD})};$$

$$\frac{1}{L_{11}''} = \frac{1}{L_{11}'} - \frac{1}{L_{21}'} \cdot \frac{\omega_{fd}'}{p+\omega_{ff}'}; \qquad C_d'' = C_d' + \frac{1}{L_{21}'} \cdot \frac{B_f'}{p+\omega_{ff}'};$$

$$\frac{1}{L_{44}'} = \frac{1}{L_{44}} - \frac{1}{L_{54}} \cdot \frac{\omega_{Qq}}{p+\omega_{QQ}}; \qquad C_q'' = \frac{C_q^0}{p} + \frac{1}{L_{54}} \cdot \frac{B_Q^0}{p+\omega_{QQ}}.$$

Полная система дифференциальных уравнений автономного синхронного генератора, работающего с нагрузками, записанная через приращения потокосцеплений в операторной форме, дается уравнениями: для цепей СГ уравнение (25), для цепей нагрузки $Z_1 = pL_1 + r_1$ уравнения (17), для цепей подключаемой нагрузки $Z_2 = pL_2 + r_2$ уравнения (18), для условий по токам уравнение (30).

Система содержит восемь независимых уравнений для восьми переменных

$$U_d; U_q; \Psi_d; \Psi_q; \Psi_{d1}; \Psi_{q1}; \Psi_{d2}; \Psi_{q2}. \qquad (31)$$

Остальные три переменные Ψ_f, Ψ_D, Ψ_Q определяются на основании уравнений (20) и (21) после того, как становятся известными Ψ_d и Ψ_q. Величина форсировки $U_f(p)$ должна быть задана. Окончательные выражения для определения переменных уравнения (31) были получены решением матричных уравнений и здесь не приводятся. В заключение отметим, что такая система, полученная впервые, представляет теоретический интерес и используется для аналитических расчетов переходных процессов в СГ при набросе нагрузки.

Государственный инженерный университет Армении

Литература

1. *Арешян Г. Л.* - Электричество. 1998. N10.

Ակադեմիկոս Գ.Լ.Արեշյան

Ավտոնոմ սինխրոն գեներատորի դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգը՝ արտահայտված հոսքակցումների միջոցով

Ստացված է բեռնավորված ավտոնոմ աշխատող սինխրոն գեներատորի հոսքակցումների աճերի համար գծայնացված գործարկու հավասարումների համակարգը լրացական բեռը միացնելու դեպքում:

Քննարկվել է դեմպֆերային վանդակներով սինխրոն գեներատորը գրգռման ուժեղացման դեպքում: 11 փոփոխական պարունակող համակարգը վերածվել է 8 փոփոխական պարունակող համակարգի Ψ_f, Ψ_D, Ψ_Q հոսքակցումների հաջորդական բացառումով:

Ստացված բանաձևերը ունեն որոշակի հետաքրքրություն սինխրոն գեներատորների տեսության համար:

ՈՒԴԴ 551.444:556.33

Է.Բ.Բաբսեղյան

Հայաստանի Հանրապետության տարածքի ջրամբարներից ֆիլտրացիոն կորուստների գնահատման հիդրոերկրաբանական պայմանների սխեմատիզացիայի մի քանի հարցեր

(Ներկայացված է ակադեմիկոս Ֆ.Տ. Սարգսյանի կողմից 7/II 2001)

Հայաստանի Հանրապետության տարածքում շահագործվող ջրամբարների համար ֆիլտրացիոն կորուստները կազմում են նրանց ջրային հաշվեկշռի հիմնական բաղադրիչներից մեկը:

Համաձայն հիդրոերկրաբանության և ստորերկրյա հիդրավլիկայի դասական սկզբունքների ջրամբարներից տեղի ունեցող ֆիլտրացիոն կորուստները (որը պետք է տարբերել տվյալ գետահունում մնացող, ներքին բյեֆի ազդեցությամբ տեղի ունեցող ֆիլտրացիոն ծախսերից) ստորերկրյա ջրերի բեռնաթափման քանակությունների տարբերությունն է մինչև ջրամբար լցնելը և ջրամբարը լցնելուց հետո: Այսինքն, երբ մինչև ջրամբարը լցնելը ստորերկրյա ջրերը բեռնաթափվում են գետահովտում Q_1 ընդհանուր ծախսով, պարզ է, որ ջրամբարը լցնելուց հետո Q_2 ծախսը կփոքրանա բեռնաթափվող հոսքի ճնշման գրադիենտի փոքրացման հետևանքով, և նման պայմաններում կորուստները կբնութագրվեն $Q_{կոր} = Q_1 - Q_2$ հավասարմամբ: Նման սխեման հայտնի է որպես «ֆիլտրացիա դիմակայմամբ»: Մյուս դեպքում, երբ գետն է սնուցում ստորերկրյա ջրերին ($-Q_1$) ծախսով, իսկ ջրամբարը լցնելուց հետո դառնում է ($-Q_2$), ընդհանուր կորուստները $Q_{կոր} = -Q_1 - (-Q_2) = Q_2 - Q_1$ կունենան զգալի մեծություններ ջրամբարի ստեղծած ճնշման միջոցով, ստորերկրյա ջրերի ճնշման գրադիենտի կտրուկ մեծացման հետևանքով: Այս դեպքում ֆիլտրացիան տեղի է ունենում «էջքով» [1]: Նշենք, որ քանակական հաշվարկները կատարելու համար, սխեմատիզացված երկրաբանական և ջրաերկրաբանական պայմաններին համապատասխան, գոյություն ունեն բազմապիսի դիֆերենցիալ հավասարումներ, որոնց սահմանային պայմանների ընտրությամբ կարելի է հասնել ֆիլտրացիոն կորուստների կանխատեսման բավական ճիշտ արդյունքների [1,2]:

Հիդրոերկրաբանական պայմանների սխեմատիզացիան և սահմանային պայմանների ընտրությունը պետք է ունենան հիմնավորված և հստակ կառուցվածքաերկրաբանական և ջրաերկրաբանական իմաստ:

Հանրապետության տարածքն իր երկրաբանական զարգացման փուլերով ունի որոշակի առանձնահատկություններ, որով այն տարբերվում է նույնատիպ ալպիական ծալքավորման մյուս ռեգիոններից: Նոր ալպիական օրոգեն փուլում, սկսած վերին միոցենից-հոլոցեն ձևավորվել են Հանրապետության տարածքի զգալի մասի ջրաերկրա-բանական առանձնահատուկ պայմաններ, որոնք հիմնականում կապված են էֆֆուզիվ

հրաբխային գործունեության հետ: Այդ ժամանակահատվածի համար հատկանշական է մեծամասսամբ ծածկոցային բնույթի, արտավիժված լավաներով լցված ռելիեֆի բացասական ձևերի՝ գետահովիտների ու նրանց վտակների առկայությունը, որոնք ձևավորել են այսպես կոչված պալեոհուները [3]:

Այսպիսով ջրամբարը, որպես տեխնոգեն անհրաժեշտ միջոցառում, անկասկած իր ազդեցությունն ունի, ինչպես գետահովտի այն մասի վրա, որտեղ այն ստեղծվում է, այնպես էլ նրան հարակից տարածքների վրա և հիմնովին փոփոխում է առաջին հերթին տարածքի ջրաերկրաբանական պայմանները:

Հանրապետության տարածքի ջրամբարները ըստ հիմնական հիդրոտեխնիկական բնութագրիչների համակարգված և դասակարգված են Գ.Ս. Գաբայանի և Հ.Վ. Թոքմաջյանի կողմից [4]:

Հաշվի առնելով հանրապետության տարածքի երկրաբանական և ջրաերկրաբանական առանձնահատկությունները, ըստ ֆիլտրացիոն կորուստների բնույթի ջրամբարները կարելի է բաժանել երեք հիմնական խմբերի.

1. Ջրամբաներ, որոնք ստեղծվում են պլիո-պլեյստոցենյան էֆֆուզիվ հրաբխային պրովինցիաներում և ջրաերկրաբանական տեսակետից առնչություն ունեն թաղված հին հուների հետ:

Այդպիսի ջրամբարների տիպիկ օրինակ են հանդիսանում Ապարանի, Ախուրյանի, Կապսի ջրամբարները: Նշված ջրամբարներից դեպի պալեոհուներ կատարվող ֆիլտրացիոն կորուստները՝ Ապարանի ջրամբարում՝ ջրամբարի աջ եզրով, Ախուրյանի ջրամբարի պատվարին հարակցող դեպի ձախ եզրը,Կապսի ջրամբարի դեպի աջ պատվարին հարակցող եզրը, ֆիլտրացիոն կորուստները տեղի կունենան իջեցման կորերով, որոնք դասական սխեմայով պետք է դիտել որպես «հարևան» հովիտներ: Սահմանային պայմանները նշված սխեմաների դեպքում պետք է ընտրել $H = h_u = const$, որտեղ h_u-պալեոհունում ստորերկրյա ջրի մակարդակն է հաշվարկային ընդհանուր համակարգում:

Նշված ջրամբարներում՝ Ապարանի ջրամբարի ձախ ափից, Ախուրյանի՝ աջ ափից, Կապսի՝ ձախ ափից ստորերկրյա ջրերը բեռնաթափվել են գետահուներում և պարզ է, որ ջրամբարը լցնելուց հետո նշված տեղամասերում տեղի կունենա ֆիլտրացիա դիմակայմամբ: Կորուստները կլինեն ինչպես ստորերկրյա ջրերի բեռնաթափման ծախսի քանակական պակասեցման, դիմակայման հետևանքով, գրունտային ջրերի ճնշման գրադիենտի փոքրացման, այնպես էլ աէրացիայի զոնայի գրունտների հագեցման վրա, որոնց մի մասը ենթակա է վերադառնալու նույն գետահովիտ ջրամբարի դատարկման ժամանակ:

Հիմնավոր սխեմատիզացված հիդրոերկրաբանակն պայմանների առկայության դեպքում նման սխեմայի հաշվարկների սահմանային պայմանները կլինեն. որոշակի հեռավորության վրա ստորերկրյա ջրերի այն նիշը, որն իր մեծությամբ հավսար է ջրամբարի ջրի նիշին, ստորերկրյա ջրերի կայունացված շարժման պայմաններում և $H_k = f(R),\ R = \sqrt{\pi}at$ ՝ ոչ կայունացված շարժման պայմաններում, որտեղ H_k-սահմանային ճնշումն է, R-ազդեցության հեռավորությունն է, a-գրունտների նիշահաղորդականությունն է t-ժամանակը:

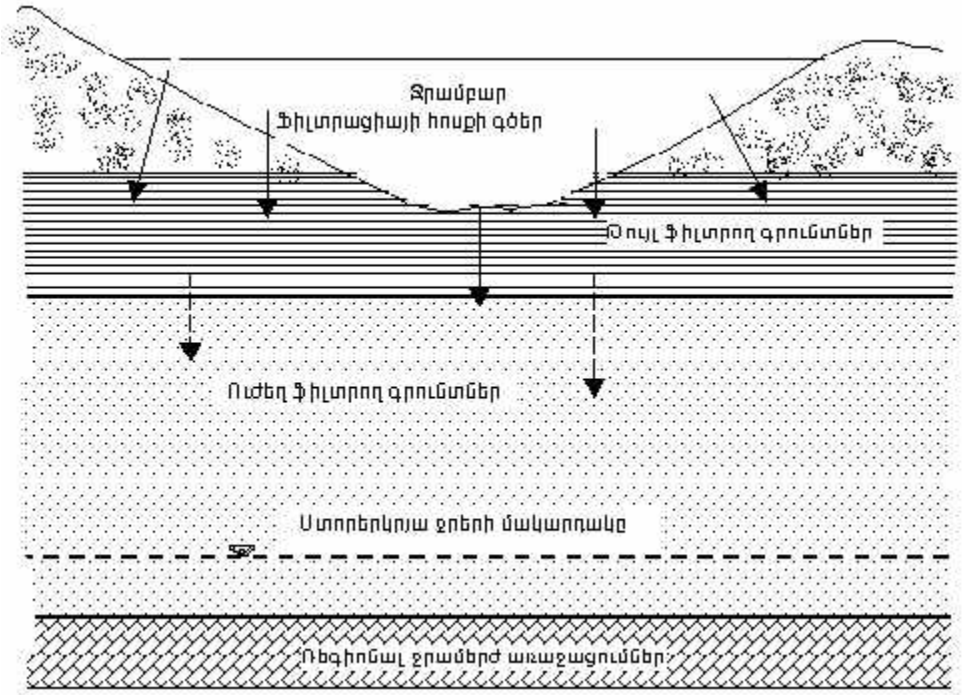
Ապարանի ջրամբարի արդյունավետությունը կախված է դեպի Պալեոքասախ աջակողմյան ցեմենտացիոն վարագույրի կառուցման էֆեկտիվությունից՝ մի բան, որի իրացումը մի քանի մետր/օր-ից մինչև հազար և ավելին մետր/օր ֆիլտրացիայի գործակից ունեցող ճեղքավոր անդեզիտա-բազալտների համար, որի ճեղքերով, արդեն մի քանի տասնյակ տարի է, ինչ մեծ գրադիենտներով ֆիլտրացիա է տեղի ունենում իր բոլոր հետևանքներով, ըստ էության տեխնոլոգիապես և տնտեսապես առ այսօր շատ դժվար է: Ապարանի ջրամբարից ֆիլտրացիայի գնահատման հարցը քննարկվել է նախկին ԽՍՀՄ-ի ո'չ մեկ՝ տարբեր մակարդակի գերատեսչությունների կողմից կազմված հանձնաժողովների կողմից, որոնց եզրակացություններից ուշագրավ է համամիութենական «Հիդրոնախագիծ» ինստիտուտի մասնագետների եզրակացությունը, ըստ որի կասկածանքի տակ էր վերցվում ընտրված ջրամերժ շերտը և հնարավոր է համարվում ցամաքուրդման ավելի ցածրադիր հորիզոնի առկայությունը: Մեր կարծիքով գրունտային ջրերն իրենց մակերևույթով ունեն նույն թեքությունը, ինչ որ հարաբերական ջրամերժ շերտինն է, իսկ Պալեոքասախի և նրա թաղված վտակների ցամաքուրդման հնարավորությունները, որոնց ուղղությամբ շարժվում են ստորերկրյա ջրերը, կասկածանքից վեր է: Ոչ պակաս ուշադրության է արժանի (որը չի գրավել հանձնաժողովներից ոչ մեկի ուշադրությունը) ջրամբարի թասում հետպլիոցենյան ծածկոցային շերտերի տակ թաղված խորքային բեկվածքը, որը երկրաբաններին հայտնի է Կարանլուգյան խորքային բեկվածք անվամբ [4], և Ապարանի ջրամբարի տարածքում այն երևակայում է տրավերտինների ելքերով:

2. Մինչ պլիոպլեյստոցենյան հասակի ապարների տարածման շրջաններում տեղադրված ջրամբարներ:

Այդպիսի ջրամբարների տիպիկ օրինակներ են Ազատի, Ջողազի, Տոլորսի, Հախումի, Թավուշի, Այգեձորի, Դավիթ-Բեկի և այլ ջրամբարները: Նման ջրամբարների հատկանշական կողմն այն է, որ մինչպլիոցենյան ապարների հողմնահարման կեղևի սահմաններում տեղի ունեցող ֆիլտրացիայից, որոնց բնույթը հիմնականում գրունտների հագեցման վրա ծախսվող կորուստներ են, այլ անոմալ կորուստները, որոնք կազդեն ջրամբարի ընդհանուր ջրային հաշվեկշռի վրա, մեծ դեր չեն խաղում: Նման ջրամբարների համար պարզաբանված չեն և քիչ են ուսումնասիրված խզումնային դիսլոկացիաների դերը ջրամբարներից կատարվող ֆիլտրացիաների գործում: Նշենք նաև, որ առաջին խմբի ջրամբարները պալեոհուներից դուրս ֆիլտրում են երկրորդ խմբի ջրամբարների սխեմայով: Ապարանի ջրամբարի ձախ ափից Կապսի կիսակառույց ջրամբարը պետք է որ ապահով լինի ձախ ափից և այլն: Նշենք նաև, որ Ազատի ջրամբարից պատվարի ներքին բյեֆում տեղի ունեցող և երևացող ֆիլտրացիոն ելքը կապված է պատվարի աջ ուսում հիմնատակի խզումնային դիսլոկացիայի հետ, որտեղ նախատեսված էր նախագծով երեք շարքով ցեմենտացիա: Երկրորդ խմբի ջրամբարների մյուս կարևոր հատկանիշն այն է, որ նրանց մեծ մասի մոտ պատվարների տարածքում գոյություն ունեն նույնպես թաղված հին հուներ, որոնք, ի տարբերություն առաջին խմբի ջրամբարների, լցված են կավավազային, ավազակավային, ավազային առաջացումներով: Հախումի, Թավուշի, Այգեձորի ջրամբարների պատվարներին կից այդ թաղված հուները նախագծերում դիտարկված են որպես բնական

պատվարներ, որոնց գրունտների հատկությունները գնահատող ցուցանիշները որոշակի միջոցառումներով համապատասխանեցվել են տեխնիկական գործող նորմաներին:

3. «Կախված» ջրամբարներ, որոնց տարածքներում ստորերկրյա ջրերն այնքան խորն են տեղադրված, որ ջրամբարի վրա ազդեցություն չեն թողնում: «Կախված» ջրամբարները տարածված են նշված երկու խմբերի ջրամբարների տարածքներում: Առաջին ամենաորոշիչ հատկանիշն այն է, որ ջրամբարից ֆիլտրացիան տեղի է ունենում ուղղահայաց ուղղությամբ [5], երբեմն, երբ ներքին շերտի թափանցելիությունը մեծանում է ըստ խորության արդեն կիրառելի չի դառնում անխզելիության օրենքը, և նրանից բխող ֆիլտրացիայի դիֆերենցիալ հավասարումների կիրառելիությունը: Ամբողջ հանրապետության տարածքում նման ջրամբարների տիպիկ օրինակ են հանդիսանում մի քանի տասնյակ մեծ ու փոքր ջրամբարներ, հատկապես Արագածի, Գեղամա, Վայոց Ձորի և այլ լեռների ստորոտներում, իսկ ամենատիպիկ ներկայացուցիչը կհանդիսանա (նեռկայումս կիսակառույց) Եղվարդի ջրամբարը:



«Կախված» ջրամբարի ֆիլտրացիայի սխեման

Նման ուղղաձիգ ֆիլտրացիայի պայմանների համար Պ. Յա. Պոլուբարինովա-Կոչինան [2] տվել է լուծումներ, որոնք կարելի է կիրառել մեր նշած սխեմայի համար: Լուծումներ են եղել նաև Ն.Ն. Բինդեմանի [1] կողմից, այսպես կոչված «չոր» ձորակներում ստեղծված ջրամբարներից ֆիլտրացիայի գնահատման համար: Նման ջրամբարներից ֆիլտրացիայի կանխատեսման համար, գործնական մասնագետների մի մասն օգտագործում է Դարսիի օրենքը, մյուս մասը՝ջրանցքներից կատարվող ֆիլտրացիայի գնահատման մոդելը և այլն:

Մեր կարծիքով նման ջրամբարների ֆիլտրացիոն կորուստների գնահատման և հակաֆիլտրացիոն միջոցառումների մշակման չափանիշը պետք է կապել կավային գրունտների ֆիլտրացիոն հատկությունների գնահատման «սկզբնական գրադիենտների» հետ, մի բան, որը գրունտների մեխանիկայի ասպարեզի հարցերի լուծման համար լայն կիրառում ունի, իսկ ջրաերկրաբանական ֆիլտրացիոն հաշվարկների համար ընդունվում է միայն առանձին մասնագետների կողմից, չնայած այստեղ նույնպես հիմնահարցեր կան կապիլյար երևույթների հետ կապված:

Եզրակացություններ.

1. Հայաստանի Հանրապետության տարածքի բարդ երկրաբանական պայմանները, իրենց նույնքան բարդ ջրաերկրաբանական առանձնահատկություններով որոշակի պահանջներ են ներկայացնում ջրամբարների նախագծման, շինարարության և շահագործման համար: Ափսոսանքով պետք է նշել, որ այսօր շահագործվող ոչ մի ջրամբար չունի ֆիլտրացիայի գնահատման պյեզոմետրական ցանց, չկան ջրամբարի հիմնավոր ջրային հաշվեկշիռներ, որոնք գիտականորեն վերլուծվեն և արվեն գիտականորեն հիմնավորված կոնկրետ առաջարկություններ:

2. Երրորդ խմբի «կախված» ջրամբարները կարիք ունեն մանրակրկիտ ուսումնասիրությունների: Հակաֆիլտրացիոն միջոցառումներից հեռանակարային պետք է համարել «սկզբնական գրադիենտի» կիրառման հնարավորությունները:

Ջրային հիմնահարցերի և հիդրոտեխնիկայի ինստիտուտ

Э.Б. Барсегян

Некоторые вопросы схематизации гидрогеологических условий для оценки фильтрации из водохранилищ Республики Армения

В статье проводится классификация водохранилищ Республики Армения с точки зрения истории развития плио-плейстоцена, когда формировался нынешний рельеф. По гидрогеологическим и геоморфологическим условиям они делятся на три группы:

1. Водохранилища, расположенные на территориях развития плио-плейстоценового вулканизма, соседствующих с палеодолинами, погребенными под лавами. Фильтрация в них протекает по кривым спада, направленным в сторону палеодолин, которые при расчетах следует рассматривать как открытую соседнюю долину.

2. Водохранилища, расположенные вне территории развития плио-плейстоценового вулканизма, т. е. на территориях развития доплиоценовых образований. Фильтрация происходит по грунтам коры выветривания. Проблемы здесь связаны с разрывными нарушениями и палеодолинами, заполненными песчано-глинистым материалом.

3. Водохранилища, расположенные одновременно как на территориях развития плио-плейстоценового вулканизма, так и за их пределами. Подземные воды залегают здесь на большой глубине, и фильтрация происходит вертикально, без подпора и образования "бугорка". Это в основном небольшие водоемы; их рентабельность зависит от верхнего водоудерживающего слоя, ниже которого залегают весьма сильнофильтрующие грунты, в которых фильтрация происходит капельно-струйчато, не подчиняясь закону неразрывности движения жидкости.

Рекомендуются мероприятия, необходимые для эксплуатации водохранилищ.

Գրականություն

1. *Абрамов С.К., Биндеман Н.Н., Бочевер Ф.М., Веригин Н.Н.* Влияние водохранилищ на гидрогеологические условия прилегающих территорий. М. Госстройиздат. 1960. 319 с.
2. *Полубаринова-Кочина П.Я.* Теория движения грунтовых вод. М. Наука. 1977. 664 с. 3.
3. Геология Армянской ССР. Т.8. Гидрогеология. Ереван. Изд. АН Арм ССР. 1974. 578 с.
4. *Գաբրայան Գ.Ս., Թոքմաջյան Հ.Վ.* Հայաստանի ջրամբարների համակարգումը և դասակարգումը ըստ նրանց հիմնական բնութագրերի, Երևան, Ագրոպրես, 1996, 10 էջ:

УДК 577.15.04+577.3+591.39

Л.А.Симонян, А.А.Симонян, академик К.Г.Карагезян, И.Г.Батикян

Особенности энергетического обмена в митохондриях при экспериментальном миокардите

(Представлено 10/IV 2001)

Имеющиеся в литературе данные о влиянии гормонов надпочечников на дыхание, сопряженное с фосфорилированием, немногочисленны и зачастую противоречивы [1-4]. Адреналэктомия в митохондриях больших полушарий головного мозга кроликов сопровождается понижением сопряженности дыхания с фосфорилированием только на 6-8-е сутки [5] и достоверным понижением коэффициента Р/О по сравнению с нормой, что объясняется низкой концентрацией гормона в крови в постоперационном периоде [1,6]. Особый интерес представляет исследование тканевого изменения процесса энергообеспечения кардиомиоцитов при теофиллин-адреналовом поражении, что является одним из важных звеньев патогенеза инфаркта миокарда.

Целью настоящей работы явилось изучение особенностей процессов поглощения кислорода и окислительного фосфорилирования в митохондриях сердца и активности Mg^{2+}- и HCO^{-}_{3}-АТРаз при теофиллин-адреналовом поражении миокарда. Одновременно изучали также сдвиги энергетического обмена в митохондриях мозга и печени в сочетании с исследованием характера воздействия α-токоферола и нуклеината натрия в представленной нами экспериментальной модели.

Опыты ставили на беспородных белых крысах-самцах массой 120-140 г. Миокардит воспроизводили однократным внутримышечным введением 1%-ного раствора теофиллина в течение 1.5 мин из расчета 20 мг/кг массы. Через 2 мин после инъекции теофиллина медленно (в течение 3 мин) вводили 0.2 мл 0.1%-ного раствора адреналина гидрохлорида. За 1 ч до его инъекции вводили α-токоферол и нуклеинат натрия в количестве 2 и 25 мг на 1 кг веса. Животных забивали через день под легким эфирным наркозом.

Миокардиальную ткань гомогенизировали в 0.44 М сахарозе с 1 мМ ЭДТА, pH 7.4. Субклеточные фракции кардиомиоцитов выделяли методом дифференциального центрифугирования. Ядерную и митохондриальную фракции изолировали соответственно при 2500 и 12000 g в течение 15 мин. Ткани мозга и печени гомогенизировали в растворе 0.25 М сахарозы с 0.01 М трис-HCl буфером, pH 7.4. Ядерную фракцию печени и мозга осаждали при 600 и 800, а митохондрии - при 9000 и 16000 g соответственно в течение 15 мин.

Таблица 1.

Интенсивность дыхания и окислительного фосфорилирования в митохондриях сердца крыс при теофиллин-адреналовом миокардите (ΔO и ΔP в мкатомах/мг белка/45 мин). M±m

Условия опыта	ΔO	ΔP	P/O
Контроль	5.09±0.17	3.60±0.12	0.72±0.03
	(6)	(6)	(6)
Теофиллин+адреналин	2.93±0.38	3.74±0.70	1.27±0.19

	(12)	(12)	(12)
	p < 0.001		
Теофиллин+адреналин+α-токоферол	3.20±0.60	3.03±0.16	0.94±0.35
	(6)	(6)	(6)
	p < 0.010	p < 0.005	
Теофиллин+адреналин+нуклеинат	4.04±0.40	3.35±0.23	0.87±0.06
натрия	(9)	(9)	(9)
	p < 0.050	p < 0.200	
Теофиллин+адреналин+α-токоферол +	4.87±0.17	3.64±0.12	0.75±0.02
нуклеинат натрия	(6)	(6)	(6)

Поглощение кислорода митохондриями определяли манометрическим методом в инкубационной среде, содержащей (в мкмолях): субстрат окисления - скуцинат - 40, фосфат калия - 40, KCl - 100, $MgCl_2$ - 10, глюкозу - 150, АТР - 3 и 0.75 мг кристаллической гексокиназы, в течение 45 мин при 26°С, pH 7.4. Уменьшение количества неорганического фосфата в инкубационной среде служило показателем интенсивности течения процесса фосфорилирования в данной биологической системе. Активность HCO_3^--АТРазы определяли в среде, содержащей 1 мМ $MgCl_2$, 2 мМ АТР и 60 мМ $NaHCO_3$, Mg^{2+}-зависимый гидролиз АТР - в присутствии 1 мМ $MgCl_2$, pH 7.4. Об активности АТРазы судили по изменению содержания неорганического фосфата в реакционной среде, количество которого определяли по Лоури и сотр. [7] в модификации Скулачева [8].

Полученные результаты рассчитывали на 1 мг белка [9], их достоверность определяли методом вариационной статистики по t-критерию Стъюдента-Фишера [10].

Результаты опытов, приведенные в табл. 1, показывают, что теофиллин-адреналовое повреждение сердца характеризуется почти 2-кратным подавлением поглощения кислорода в митохондриях кардиомиоцитов по сравнению с контролем, без изменения процесса эстерификации фосфата при соответственно наблюдающемся увеличении коэффициента окисления и фосфорилирования. Применение α-токоферола на фоне теофиллин-адреналового повреждения приводит к незначительному усилению дыхания, не способствуя в то же время повышению эстерификации фосфата. При введении нуклеината натрия констатируется заметное усиление дыхания в митохондриях, не достигающее, однако, контрольных величин.

Таблица 2.

Интенсивность дыхания и окислительного фосфорилирования в митохондриях мозга крыс при теофиллин-адреналовом миокардите (ΔO и ΔP в мкатомах/мг белка/45 мин). M±m

Условия опыта	ΔO	ΔP	P/O
Контроль	2.94±0.50	1.87±0.40	0.61±0.04
	(10)	(10)	(10)
Теофиллин+адреналин	1.11±0.23	0.70±0.12	0.60±0.09
	(12)	(12)	(12)
	p=0.050	p < 0.010	

Теофиллин+адреналин+токоферол	1.72±0.06 (10)	1.40±0.11 (10)	0.86±0.04 (10)
	p < 0.025	p < 0.200	
Теофиллин+адреналин+нуклеинат натрия	2.13±0.17 (9)	1.42±0.13 (9)	0.66±0.01 (9)
	p < 0.100	p < 0.200	
Теофиллин+адреналин+α-токоферол + нуклеинат натрия	1.99±0.34 (6)	1.61±0.23 (6)	0.83±0.03 (6)
	p < 0.100	p < 0.500	

Комплексное введение α-токоферола и нуклеината натрия способствует почти полному восстановлению уровня как поглощенного кислорода, так и эстерификации неорганического фосфата.

Как показывают полученные результаты, α-токоферол и нуклеинат натрия в отдельности не оказывают нормализующего влияния на подавленный теофиллином-адреналином процесс окислительного фосфорилирования, в то время как их комплексное введение способствует восстановлению этих процессов в кардиомиоцитах.

Таблица 3.

Интенсивность дыхания и окислительного фосфорилирования в митохондриях печени крыс при теофиллин-адреналовом миокардите (ΔO и ΔP в мкатомах/мг белка/45 мин). M±m

Условия опыта	ΔO	ΔP	P/O
Контроль	1.69±0.18 (11)	0.95±0.16 (11)	0.54±0.17 (11)
Теофиллин +адреналин	1.34±0.7 (12)	0.31±0.08 (12)	0.22±0.03 (12)
	p=0.500	p < 0.010	p < 0.100
Теофиллин +адреналин+α-токоферол	1.08±0.14 (11)	0.38±0.10* (11)	–
	p < 0.050		
Теофиллин +адреналин+ нуклеинат натрия	1.45±0.10 (9)	0.06±0.01* (9)	–
	p < 0.200		
Теофиллин +адреналин+α-токоферол + нуклеинат натрия	1.71±0.22 (6)	0.28±0.09* (6)	–

* Количество свободного фосфата.

Согласно данным табл. 2, интересные сдвиги обнаруживаются в интактных митохондриях мозга в условиях теофиллин-адреналового повреждения миокарда по части нарушений процесса окислительного фосфорилирования, выражающихся в виде статистически достоверного

подавления как дыхания, так и эстерификации фосфата. Хотя и при этом токоферол значительно восстанавливает уровень этих процессов, однако продолжает статистически достоверно отставать от исходных величин. При инъекции животным нуклеината натрия, в отличие от действия теофиллина-адреналина, наблюдается значительная нормализация исследуемых показателей. Однако ни α-токоферол, ни нуклеинат натрия, ни их комплексное введение не снимают ингибирующий эффект теофиллина-адреналина на процессы дыхания и эстерификации неорганического фосфата.

В табл. 3 отражены результаты, показывающие подавление процесса эстерификации неорганического фосфата в митохондриях печени с соответствующим уменьшением величины Р/О под действием теофиллина-адреналина. α-токоферол и нуклеинат натрия в отдельности не восстанавливают эти процессы, а при их комплексном введении поглощение кислорода повышается до нормы, однако эстерификация неорганического фосфата оказывается существенно заторможенной, что свидетельствует о повышении уровня свободного окисления.

На основании результатов проведенных исследований определенный интерес представляют данные об активности Mg^{2+}- и HCO_3^--зависимых АТРаз, отраженные в табл. 4. Высокий уровень активности этих ферментов в митохондриях миокарда, в отличие от таковых в печени и мозге, под влиянием теофиллина-адреналина статистически достоверно подавляется, за исключением активности HCO_3^--АТРазы в митохондриях сердечной мышцы. α-токоферол и нуклеинат натрия в отдельности, а также при их сочетанном введении, не снижают подавляющий эффект теофиллина-адреналина на активность исследуемых АТРаз.

Таким образом, можно заключить, что в изолированных митохондриях кардиомиоцитов при теофиллин-адреналовом поражении имеют место глубокие перестройки в реакциях энергетического метаболизма. Несмотря на отмечающееся резкое замедление процесса поглощения кислорода митохондриями, эстерификация фосфата в них не претерпевает заметных изменений. Последнее можно рассматривать как первичный этап формирования компенсаторно-приспособительной реакции кардиомиоцитов, сопровождающейся набуханием митохондрий, разворачиванием их крист, увеличением энергообразующих поверхностей этих органоидов и последующим процессом синтеза АТР [11,12]. Для сбережения запаса имеющихся макроэргов подключается и механизм подавления АТРазной активности. Следовательно, при миокардите нормальное образование макроэргов сочетается с недостаточной их утилизацией, которая может быть обусловлена понижением активности фермента АТРазы, вызывающего распад АТР в мышце сердца. Изменение нормального хода окислительного обмена, по-видимому, связано также с угнетением ряда дегидрогеназ.

Отмеченные нарушения в известной степени компенсируются активацией анаэробных процессов утилизации гликогена и заметным истощением его запасов в пораженных участках миокарда [13,14]. Замедление поступления кислорода и блокирование процессов окисления жирных кислот приводят к активации реакций анаэробного гликолиза в миокарде, что, однако, не может осуществить эффективное обеспечение энергией сократительной функции ткани. С отмеченных позиций небезынтересна регуляторная роль эндогенного α-токоферола как естественного антиоксиданта в тканевых метаболических процессах. Это особенно отчетливо прослеживается в реакциях окислительного фосфорилирования, восстановления окисленного цитохрома с, нормализации активности НАДН-цитохром-с-редуктазы, где он выступает как бы в роли промежуточного соединения, располагающегося в системе электронного транспорта, по всей вероятности, между цитохромами b и с. Согласно нашим наблюдениям, при теофиллин-адреналовом миокардите вводимый α-токоферол оказывается мощным стимулятором дыхания, несмотря на отмеченное при этом подавление процесса эстерификации фосфата. Совместное же введение α-токоферола и нуклеината натрия полностью восстанавливает до контрольного уровня как поглощение кислорода, так и эстерификацию фосфата, свидетельствуя тем самым о существовании определенного синергизма в действии этих двух важнейших факторов реакций

тканевого метаболизма.

Таблица 4.

Динамика Mg^{2+} и HCO_3^- - АТРаз в митохондриях при теофиллин-адреналовом миокардите (ΔP в мкатомах/мг белка/30 мин). M±m

Условия опыта	Сердце		Мозг		Печень	
	Mg^{2+}	HCO_3^-	Mg^{2+}	HCO_3^-	Mg^{2+}	HCO_3^-
Контроль	23.5±0.54 (6)	32.2±0.50 (6)	5.72±0.37 (9)	7.06±0.60 (9)	5.40±0.31 (9)	6.85±0.62 (9)
Теофиллин +адреналин	17.6±0.24 p <0.001 (9)	34.81±4.36 (9)	3.31±0.19 p <0.001 (9)	4.84±0.20 p <0.010 (9)	3.50±0.37 p <0.005 (9)	5.15±0.47 p <0.05 (9)
Теофиллин +адреналин+ α-токоферол	8.14±0.13 p <0.001 (6)	9.78±0.16 p <0.001 (6)	3.82±0.13 p <0.001 (9)	4.88±0.09 p <0.005 (9)	3.92±0.14 p <0.005 (9)	5.35±0.17 p <0.05 (9)
Теофиллин +адреналин+ нуклеинат натрия	7.42±0.37 p <0.001 (9)	8.95±0.43 p <0.001 (9)	4.02±0.22 p <0.001 (9)	5.41±0.20 p <0.025 (9)	1.95±0.11 p <0.001 (9)	2.72±0.11 p <0.001 (9)
Теофиллин +адреналин+ α-токоферол + нуклеинат натрия	6.36±0.02 p <0.001 (6)	8.28±0.02 p <0.001 (6)	2.83±0.44 p <0.005 (6)	3.60±0.34 p <0.005 (6)	4.07±0.05 p <0.001 (6)	5.79±0.26 p <0.100 (6)

Под влиянием вводимого теофиллина и адреналина определенные перестройки в энергетическом обмене обнаруживаются также в митохондриях мозга и печени. В первых происходит заметное равномерно выраженое подавление процессов окисления и фосфорилирования без значительных сдвигов величины P/O. В тех же условиях эксперимента, в отличие от отмеченных выше изменений в митохондриях мозга, в одноименных субклеточных образованиях печени зафиксировано заметное подавление процесса эстерификации фосфата, не поддающееся коррекции под действием α-токоферола и нуклеината натрия.

Институт биохимии им. Г.Х.Бунятяна НАН РА

Литература

1. *Какушкина В.А.* - Матер. Второго съезда Белорусск.физиол. о-ва им. И.П. Павлова. 1966. С.161.
2. *Смирнов М.И., Плохой Б.И., Пушкина Л.А.* - Вопр. мед. химии. 1963. Т.9. N 5. С.495.
3. *Kerppola W.* - Endocrinology. 1960. V.67. P.252.
4. *Strickland E., Harden F.* - Arch. Biochem. Biophys. 1963. V.100. P.110.
5. *Клименко К.С.* В сб.: Митохондрии. Биохимия и ультраструктура. М. Наука. 1973. С.84-86.
6. *Якобсон Г.С., Панов А.В.* - Изв. АН СССР. Сер. биол. 1971. N 1. С.26.
7. *Lowry O.H., Lopez J.A.* - J. Biol. Chem. 1946. V.16. N 2. P.421.
8. *Скулачев В.П.* Соотношение окисления и фосфорилирования в дыхательной цепи. М. Изд.

АН СССР. 1962. 154 с.

9. *Lowry O.H., Rosebrough N.J., Farr A.L., Randall R.J.* - J. Biol. Chem. 1951. V.193. P.265-275.

10. *Бессмертный Б.С.* Математическая статистика в клинической и экспериментальной медицине. М. Медицина. 1967. 303 с.

11. *Фролов В.А., Богданов Е.В., Казанская Т.А.* Сердечный цикл. М. Изд. МГУ. 1981.

12. *Пауков В.С., Фролов В.А.* Элементы теории патологии сердца. М. Медицина. 1982. 267 с.

13. *Меерсон Ф.З., Павлова В.И., Якубов В.С. и др.* - Кардиология. 1978. Т.18. N 3. С.52-59.

14. *Юськович А.К., Серова И.В., Вахляев В.Д., Марголис Л.Б. и др.* - Кардиология. 1989. N 2. С.61-64.

Լ.Ա.Սիմոնյան, Ա.Ա.Սիմոնյան, ակադեմիկոս Կ.Գ.Ղարագյոզյան, Ի.Հ.Բատիկյան

Էներգետիկ փոխանակության առանձնահատկությունները միտոքոնդրիումներում փորձարարական միոկարդիտի դեպքում

Թեոֆիլին-ադրենալինային փորձարարական միոկարդիտի դեպքում հետազոտվել են սրտամկանից, ուղեղից և լյարդից անջատված միտոքենդրիումներում շնչառության, օքսիդացիոն ֆոսֆորիլացման տեղաշարժերը և Mg^{2+}-, HCO_3^--կախյալ ԱՏՖազների ակտիվության փոփոխությունները, ինչպես նաև α-տոկոֆերոլի և նատրիում-նուկլեինատի ներգործությունն ուսումնասիրված ռեակցիաների վրա; նշված փորձի պայմաններում: Ցույց է տրվել, որ սրտամկանից անջատված միտոքոնդրիումներում թթվածնի կլանումը զգալիորեն ճնշվում է, սակայն ֆոսֆատի էսթերիֆիկացումը նշանակալի փոփոխությունների չի ենթարկվում: Ներարկված α-տոկոֆերոլը զգալիորեն խթանում է կարդիոմիոցիտներում թթվածնի կլանումը, չընկճելով ֆոսֆատի էսթերիֆիկացումը: α-տոկոֆերոլի և նուկլեինատ-նատրիումի համատեղ ներարկումը ամբողջությամբ վերականգնում է թթվածնի կլանումը և ֆոսֆատի էսթերիֆիկացումը, ցուցադրելով այդ երկու գործոնների կարևորագույն դերը հյուսվածքային փոխանակային ռեակցիաներում: Թեոֆիլինի և ադրենալինի ներգործությամբ որոշակի տեղաշարժեր են դիտվում նաև ուղեղից և լյարդից անջատված միտոքոնդրիումներում:

УДК 577.12

А.З. Пепоян

Структурные изменения клеточных стенок и рост УФ-чувствительных штаммов Salmonella derby в зависимости от кислотности среды

(Представлено академиком К.Г. Карагезяном 30/IV 2001)

Возможная взаимосвязь между структурой мембран и физиологией клетки является одной из важнейших проблем молекулярной биологии. Известно, что для нормального метаболического статуса бактериальных клеток необходим сравнительно устойчивый уровень цитоплазматического pH, в основном регулирующийся с помощью H^+-связанных транспортных систем [1-3]. Известно также, что переход культуры из логарифмической фазы роста в стационарную в бактериальных суспензиях определяется главным образом их межклеточными взаимодействиями [4-6] и для достижения стационарной фазы роста бактерий играют роль также изменение кислотности среды культивирования и ее обновление метаболитами. По имеющимся данным, присутствие в клетках R-плазмиды может оказывать существенное влияние на рост, размножение и сохранение бактериальных клеток *S. derby* [7].

Целью настоящей работы явилось изучение влияния кислотности среды на выживаемость клеток и структурной организации клеточных стенок штаммов *S. derby* в зависимости от УФ-чувствительности и отсутствия в них R-плазмиды.

В опытах использовали условно-патогенный УФ-чувствительный штамм *S. derby* K89 и его УФ-резистентный бесплазмидный вариант *S. derby* K82. В качестве питательных сред для выращивания бактериальных культур брали минимальную среду роста бактериальных культур M–9 [8] и 2%-ный мясопептонный агар.

Таблица 1

Влияние *pH* среды культивирования на рост и размножение клеток *S. derby*

Штаммы	Выживаемость, %					
	pH среды культивирования					
	5.02	5.5	6.5	7	7.5	8
S. derby K89, лог. фаза	32	64.38	79	82.94	100	90
S. derby K89	100	62	61.2	59.4	55.3	40
S. derby K82, лог. фаза	44.06	73	89.27	97.74	100	70.06
S. derby K82	77	98	100	94.7	74.5	50.91

Таблица 2

Относительная скорость роста клеток *S. derby* в зависимости от кислотности среды

Инкубационный период, ч	**Относительная скорость роста**, μ (бесплазмидные клетки)					
	pH среды культивирования					
	5.02	5.5	6.5	7	7.5	8
3.5	1.3	1.58	1.52	1.52	1.51	1.107
5	5.2	2.26	2.25	2.25	2.01	1.72
6.5	1.3	1.84	1.63	1.57	1.33	1.32
Ночная культура	28	14.21	11.42	10.8	7.03	4.29
Инкубационный период, ч	**Относительная скорость роста**, μ (плазмидные клетки)					
	pH среды культивирования					
	5.02	5.5	6.5	7	7.5	8
3.5	4	6.52	5.4	4.8	4.8	4.8
5	3	1.65	1.57	1.8	1.3	1.3
6.5	1.46	1.38	1.54	1.06	1.23	1.18
Ночная культура	75	37.2	24.81	20.72	15.64	12.77

Таблица 3

Относительный рост кислотности среды ночных клеток *S. derby*

Первоначальный *pH* среды культивирования	**Относительная скорость роста**, μ	
	S. derby K89	*S. derby K82*
4.9	1.19	1.04
7.1	1.17	1.03

Штаммы *S. derby* выращивали при аэробных условиях с разными pH (от 5.02 до 8.0) среды культивирования. Концентрацию клеток устанавливали в определенные моменты (2, 3.5, 5, 6.5 ч) инкубационного времени с помощью ФЭК при длине волны 540 нм (светофильтр N 6) с кюветами толщиной 10 мм. В качестве основного экспериментального метода для изучения структуры мембранных суспензий служил метод дифракции рентгеновских лучей под малыми и большими углами [9]. Выделение клеточных стенок из штаммов *S. derby* проводилось известным способом [10] с соответствующей обработкой [7]. Данные о влиянии pH среды на рост и размножение клеток *S. derby* приведены в табл. 1-3. Из табл. 1 явствует, что для клеток *S. derby*, как плазмидных, так и бесплазмидных, в логарифмической фазе роста оптимальный pH наблюдается при значениях от 7.0 до 7.5. Изменение pH среды культивирования обоих штаммов не влияет на время достижения стационарной фазы (табл. 2). Показано, что переход плазмидных клеток *S. derby* K89 из логарифмической в стационарную фазу роста завершается через 2.5-3.0 ч после инкубации, а переход бесплазмидных клеток *S. derby* K82 - в 1.5 раза позже. Максимальная скорость роста наблюдается для клеток *S. derby*, находящихся в инкубационной среде со

сравнительно низкими значениями pH окружающей среды.

В табл. 1 показана зависимость роста ночных клеток *S. derby* от первоначальных значений pH инкубационной среды. Как видно из таблицы, после перехода клеток в стационарную фазу наблюдается изменение интенсивности роста в зависимости от pH среды со сдвигом в кислую сторону (максимум роста для ночных бесплазмидных клеток наблюдается при pH 6.5, а для плазмидных клеток при pH 5.02). В табл. 2 приведены данные по определению изменений относительных скоростей роста pH среды культивирования при росте плазмидных и бесплазмидных клеток *S. derby*. Как явствует из данных табл. 3, при росте штаммов *S. derby* происходит изменение кислотности инкубационной среды, что, по всей вероятности, может являться одним из факторов контролирования процесов выживаемости бактерий.

Учитывая, что на рентгенограммах появление рефлекса с межплоскостным расстоянием $4.3A^0$ во время рентгенографического анализа характеризует состояние углеводородных цепочек молекул фосфолипидов в мембране, мы исследовали физикохимическое состояние углеводородных цепочек фосфолипидов клеточных стенок при дифракции рентгеновских лучей под большими углами. При $4.3A^0$ рефлексы для клеток *S. derby* отсутствуют. Это, по всей вероятности, объясняется жидким состоянием фосфолипидов мембран обоих типов клеток *S. derby*. В случае мембран плазмидных клеток (pH 7) при 8 и $11A^0$ возникают два четко выраженных рефлекса, имеющих форму окружности. Для мембранных суспензий, полученных из бесплазмидных клеток, во всех исследуемых значениях pH (pH 2–10), а также для мембран плазмидных клеток в сильно кислой и щелочной среде указанные рефлексы отсутствуют.

Ранее нами было показанно [11, 12], что основными фосфолипидами клеточных стенок S. derby являются фосфатидилхолины (ФХ) (с длиной полярных головок $11A^0$) и фосфатидилэтаноламины (ФЭ) (с длиной полярных головок $8A^0$). По всей вероятности, в случае плазмидных клеток S. derby K89 имеем дело с эквидистантным расположением полярных групп молекул ФЭ и ФХ на поверхности мембран, что может стать причиной возникновения рефлексов при 8 и $11A^0$ в рентгенограммах из суспензии мембран плазмидных клеток.

Как явствует из проведенных экспериментов, при нейтральных значениях суспензии мембраны имеют более упорядоченное внутримембранное состояние. С другой стороны, увеличение гидрофильности молекул фосфолипида или мембран должно привести к увеличению взаимодействия мембран с водой и в конечном счете - к увеличению количества молекул воды в мембранном пространстве, вызывая увеличение межплоскостного расстояния малоугловых рефлексов.

Действительно, как в кислой (pH 2.5), так и щелочной (pH 10.9) среде имеет место увеличение межплоскостных расстояний малоугловых рефлексов при рентгенографических исследованиях, что указывает на увеличение толщины межмембранной водной прослойки.

Интересно сравнить результаты рентгеновских исследований с данными по изучению влияния кислотности на выживаемость плазмидных и бесплазмидных клеток *S. derby*.

Как отмечалось выше, мембраны клеток *S. derby* находятся в наиболее упорядоченном состоянии при pH 7–7.5. Изменение кислотности среды, по-видимому, влияет на гидрофильно-гидрофобные взаимодействия молекул фосфолипидов в мембранах, способствуя изменению межклеточных взаимоотношений. С другой стороны, изменение внутримембранных состояний (табл.3) имеет решающее значение в регуляции активности мембранных протеинов, а также для метаболического статуса клетки в целом.

Таким образом, направленность кинетики влияния pH окружающей среды как для плазмидных, так и бесплазмидных клеток *S. derby* одинакова. Однако отсутствие R-плазмиды воздействует на кинетические параметры роста и размножения, приводя к замедлению метаболизма бесплазмидных штаммов *S. derby*.

Обнаружена корреляция между отсутствием в клетках R-плазмиды и кинетическими параметрами роста и размножения клеток УФ-чувствительных и УФ-резистентных штаммов *S. derby* и выявлена роль R-плазмиды в формировании структурной организации клеток *S. derby*.

Изменение кинетических параметров роста и размножения при изменении кислотности среды, по всей вероятности, обусловлено также изменением гидрофильно-гидрофобных взаимоотношений в мембранах *S. derby.*

Институт молекулярной биологии НАН РА

Литература

1. *Kakinuma Y.* - Biol. Reviews. 1998. Dec. P.1021-1045.
2. *Mugikura S., Ntashikawa M., Igarashi K., Kobayasi H.* - J. Biochem. 1990. V.108, P.89-91.
3. *Trchounian A., Ohanjanayan E., Zakaryan E.* - Memb. Cell. Biol. 1998. V.12 N 1, P. 67-78.
4. *Конев С.В., Янгевская Т.К., Гализо Н.В.* - Биофизика, 1991. Т.36. С.185-189.
5. *Конев С.В., Мажуль В.М.* Межклеточные контакты. Минск. Наука и техника. 1977. 290 с.
6. *Хюльзер Д., Цемпель Т., Ройс Б., Зур Д., Шеровская Ю.Ю. и др.* - Биологические мембраны. 1994. Т.II. С.50-61.
7. *Балаян М.А.* Некоторые структурнофункциональные особенности мембран радиорезистентных бесплазмидных клеток Salmonella derby. Канд. дис. 1998, Ереван. 110 с.
8. *Willets N.S.* - Mol. Cen. Genet. 1970. V.108. P.365-373.
9. *Minasyants M.Kh., Badalyan G.G.* - Crystall. Reports. 1997. V.42. P.502-505.
10. *Inoye O.H., Pardce M.B.* - J. Biol. Chem. 1973. V.245. N 3 P.58.
11. *Balayan M.A., Vardevanyan P.O., Pepoyan A.Z. et. al.* - Memb. Cell. Biol. 1998. V.11. N 5. P.623-629.
12. *Пепоян А.З., Овсепян Л.Н., Погосян А.Ю., Овеян Г.А. и др* - Биохимия. 1993. Т.58. С.1880-1885.

Ա.Զ. Փեփոյան

Salmonella derby ՈւՄ- զգայուն շտամմների բջջապատերի կառուցվածքային փոփոխությունները և աճը՝ կախված միջավայրի թթվայնությունից

Ուսումնասիրվել է *Salmonella derby* ՈւՄ-զգայուն բջիջների աճը և բջջապատերի կառուցվածքային փոփոխությունները՝ կախված միջավայրի թթվայնությունից և R-պլազմիդի բացակայությունից: Ցույց է տրվել, որ կախված միջավայրի *pH*-ից *S. derby* պլազմիդակիր և անպլազմիդ բջիջների աճման կինետիկական պարամետրերը փոփոխվում են՝ ենթարկվելով միևնույն կինետիկական օրենքների: Բացահայտվել է *S. derby* բջիջների բջջապատերի կառուցվածքային առանձնահատկությունների կախվածությունը միջավայրի թթվայնությունից:

УДК 577.1527277:612.8.015

Академик А.А. Галоян, В.А. Шахламов, Л.И. Кондакова, В.И. Алтухова, Г.П. Полякова

Анализ влияния нового нейросекреторного пролин-богатого полипептида гипоталамуса на морфологию и митотическую активность опухолевых клеток неврином Гассерова узла крысы (электронно-микроскопические исследования)

(Представлено 15/V 2001)

Накоплен большой экспериментальный материал, свидетельствующий о нейропротекторных и иммуномодуляторных свойствах вновь открытых и выделенных из нейросекреторных гранул гипоталамуса пролин-богатых полипептидов (ПБП), действующих на иммунокомпетентные клетки крови и нейроны спинного мозга [1-5]. Опыты, однако, свидетельствуют, что ПБП заметно, дозозависимо ингибирует пролиферативную активность опухолевых лимфоцитов человека (Jurkat cell) (in vitro) [6], а также оказывает разрушительное влияние на ультраструктуру опухолевых клеток фибробластов - L_{929} [7]. Недавно удалось показать, что ПБП обладает вирулицидной активностью в отношении вируса энцефаломиокардита [8].

Данные анализа ультраструктуры в монослойной культуре L_{929} свидетельствуют, что ПБП в концентрации 10^{-5}М подвергает разрушению опухолевые клетки, действуя на их ультраструктуру. Разрушению подвергаются как зрелые, так и незрелые опухолевые клетки. Прежде всего гибнет энергетическая система клеток (митохондрии). Одновременно страдает и плазмалемма (явление микроплазматоза). Усиливается синтез белков цитоплазмы (моно- и полисомы). Спустя 24 ч после воздействия пептида in vitro происходит разрушение клетки, которое для зрелых опухолевых клеток происходит путем фрагментации ядра и цитоплазмы, а для незрелых - внезапного разрушения ядер (кариопикноз, кариорексис и кариолизис). Всюду в препаратах при большой концентрации пептида (5×10^{-5}М) встречаются разрушенные мембраны и фрагментированные цитоплазматические отростки.

Представляло значительный интерес изучить влияние ПБП на нервные клетки в условиях in vitro. С этой целью мы исследовали влияние ПБП на морфологию, ультраструктуру и митотическую активность клеток невриномы Гассерового узла крыс.

Моделью для исследования послужила уникальная клеточная линия невриномы Гассерова узла крысы (НГУК-1), полученная и поддерживаемая в Лаборатории экспериментальной нейроонкологии НИИ морфологии человека РАМН [9].

Эта культура нашла широкое применение в биотехнологии, используется для диагностики бешенства, для определения глиотоксичности сыворотки крови неврологических больных и титрования интерферона, а в последнее время служит адекватной моделью для изучения и диагностики прионовых инфекционных болезней [10].

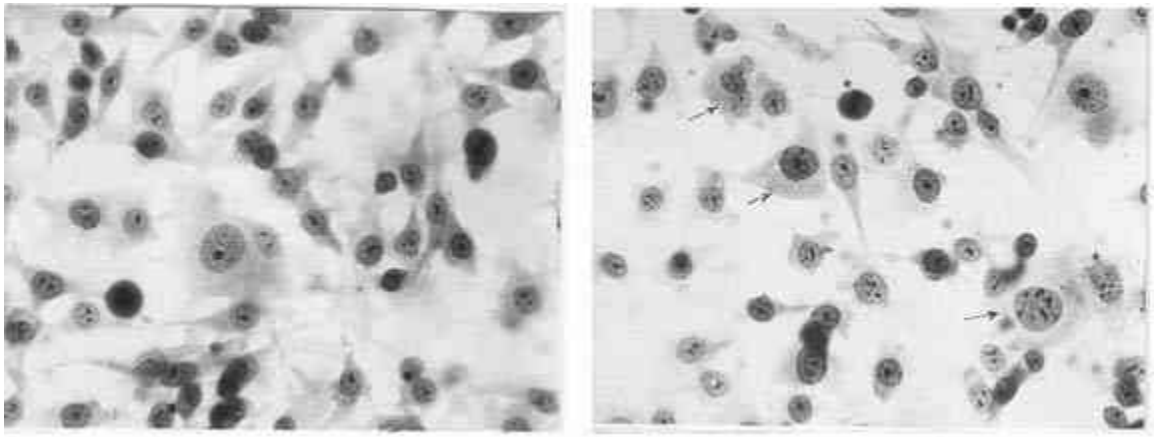
Культуру клеток выращивали на среде RPMI фирмы "Flow" (85%) с добавлением эмбриональной сыворотки коров (15%) и гентамицина (100 ед./мл). Морфологию и митотический режим клеточной линии НГУК-1 изучали в контроле и в присутствии нового нейропептида ПБП в концентрации 5×10^{-3}М через 24 ч. Стекла фиксировали в жидкости Карнуа, окрашивали гематоксилином Коуля - эозином. Учет показателей митотического режима проводили по методическим указаниям И.А. Алова с соавт. [11].

Для электронно-микроскопического исследования использовали нейропептид в двух

концентрациях - 5×10^{-3} и 5×10^{-5}М. Клетки с флаконов смывали раствором Версена, суспендировали в ростовой среде, центрифугировали в течение 3 мин при 1500 об./мин. Осадок фиксировали 2.5%-ным глютаральдегидом на 0.1М какодилатном буфере при pH 7.4 в течение 30 мин, отмывали в 0.1М какодилатном буфере, дополнительно фиксировали 2%-ным раствором четырехокиси осмия на том же буфере в течение 1 ч, отмывали в буфере, обезвоживали в растворах ацетона восходящей концентрации, заливали в смесь ЭПОНа с аралдитом.

Ультратонкие срезы получали на ультратоме LKB (Швеция), контрастировали препаратами свинца по Рейнольдсу и просматривали в электронном микроскопе JEM-100B.

Полученные светооптические данные показали, что в присутствии нейропептида митотический режим клеточной линии НГУК-1, находящейся в логарифмической фазе роста, превышает контрольные значения в 1.6 раза. Гигантские клетки в эксперименте всречаются в 1.3 раза чаще, чем в интактных культурах. Однако индекс патологических митозов не увеличен, а, наоборот, понижен в 1.6 раза по сравнению с контролем. Преобладания какой-либо определенной формы патологии деления не наблюдается. Цитоморфологическая картина культуры в присутствии нейропептида не отличается от интактной (рис. 1, а).



а б

Рис.1

Анализ митотического режима клеточной линии НГУК-1 в присутствии нейропептида ПБП позволяет сделать вывод о некоторой стимуляции пролиферативной активности культуры данным препаратом на фоне снижения числа патологических митозов и незначительного увеличения количества

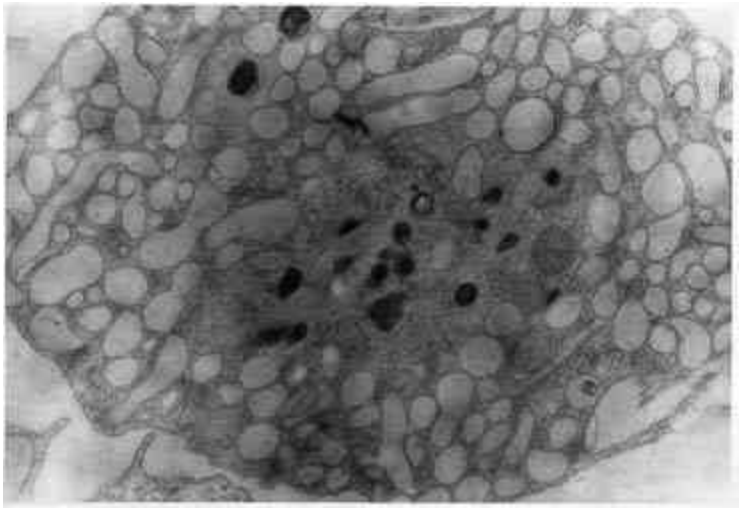


Рис.2

При электронно-микроскопическом исследовании НГУК-1 в присутствии ПБП в концентрации 5×10^{-3}М через 24 ч наблюдали клетки с ячеистой структурой цитоплазмы вследствие расширенных полостей гладкого эндоплазматического ретикулума (рис. 2). В контроле таких изменений не отмечается (рис. 3).

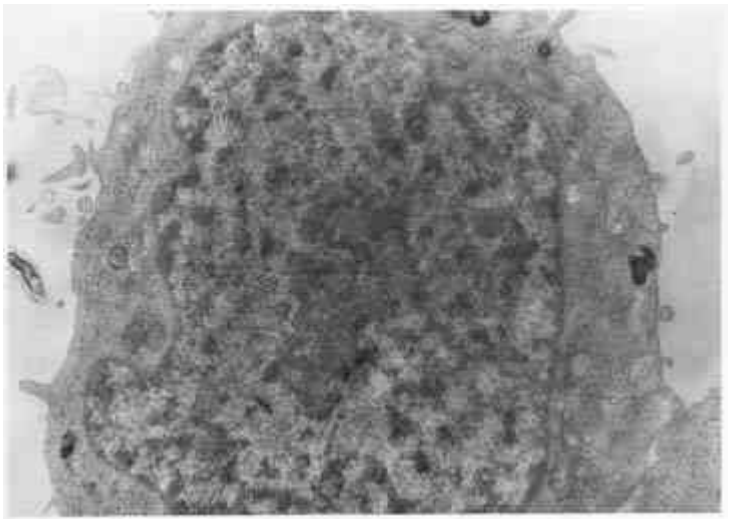


Рис.3

При концентрации пептида ПБП 5×10^{-5}М в культуре на ультратонких срезах выявлены фрагменты разрушенных электронноплотных ядер, окруженных мембранами, что указывает на наличие начальных стадий апоптоза опухолевых клеток (рис. 4).

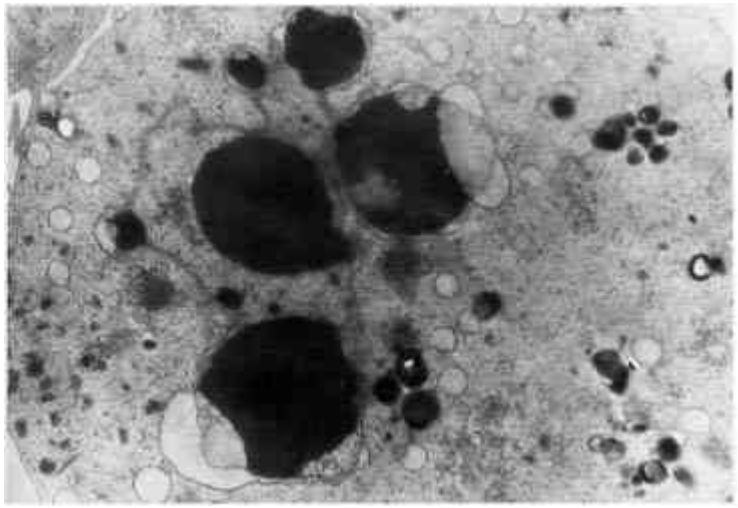


Рис.4

Таким образом, в условиях in vitro ПБП в концентрациях 5×10^{-3}–10^{-7}М оказывает подавляющее влияние на фибробласты L_{929} Jurkat клеток и на клетки невриномы Гассерова узла крысы.

Электронно-микроскопические исследования выявляют признаки ячеистой структуры цитоплазмы вследствие расширения полостей гладкого эндоплазматического ретикулума. Фрагменты разрушенных электронноплотных ядер, окруженных мембранами, указывают на наличие начальных стадий апоптоза этих опухолевых нервных клеток (НГУК-1). В случае с

опухолевыми клетками фибробластов (L_{929}) ПБП в концентрации 5×10^{-5}М изменяет ультраструктуру как зрелых, так и незрелых опухолевых клеток. Для зрелых клеток эти изменения заключаются в резком расширении агранулярной цитоплазматической сети, фрагментации ядра и цитоплазмы, разрушении внутренних мембран набухших митохондрий.

Что же касается незрелых клеток, то они подвергаются другому виду изменений - в ультраструктуре появляются пикнотические ядра, ядра с кариорексисом и кариолизисом, резко выражен микроплазматоз. Ультрамикроскопические данные показывают разрушение типа апоптоза как в нервных опухолевых, так и опухолевых клетках фибробластов (L_{929}). При этом наблюдается подавление митотической активности клеток L_{929}. Хотя мы не проводили электронно-микроскопических исследований опухолевых клеток Т-лимфоцитов человека (Jurkat cells) при воздействии ПБП в культуре клеток, однако мы констатировали дозозависимое угнетающее влияние ПБП на пролиферацию этих клеток, что согласуется с данными по влиянию ПБП на культуру опухолевых клеток фибробластов (L_{929}) in vitro. Вместе с тем ПБП потенцирует ИЛ-2 зависимые функции лимфоцитов человека в культуре.

Ранее мы показали, что ПБП в концентрации 5×10^{-5}М подавляет КонА стимулируемую реакцию бласт-трансформации тонзилярных лимфоцитов человека в культуре, хотя сам КонА стимулирует бласт-трансформацию. Интерлейкин-2 также стимулирует бласт-трансформацию лимфоцитов, но в отличие от КонА при сочетании ИЛ-2 с ПБП значительно увеличивает содержание бласт-трансформированных клеток. Такая же картина наблюдается при изучении влияния ПБП на активность лимфокин-активированных киллеров, а также на антигензависимую Т-клеточную цитотоксичность при наличии экзогенного интерлейкина-2. Таким образом, ПБП потенцирует ИЛ-2 зависимые функции лимфоцитов человека в культуре. Более того, ПБП стимулирует образование антител против ряда микроорганизмов в условиях как in vitro, так и in vivo [5].

Наши опыты по изучению влияния ПБП на лимфоциты периферической крови человека различного возраста и пола, на ИЛ-2 индуцируемую клеточную пролиферацию мононуклеарных клеток показали, что Т-клеточные ответы на фитогемагглютинин при добавлении ПБП в культуру клеток происходит следующим образом: низкоотвечающие доноры реагируют усилением пролиферационного ответа, тогда как у лиц с высоким уровнем Т-клеточной пролиферации на ФГА тестируемый пептид в той или иной мере угнетает ответ на клеточный митоген. В нормальных лимфоцитах человека ПБП не вызывает патологических морфологических или функциональных сдвигов, а скорее оказывает модулирующее действие на лимфоциты цельной крови. Мы показали, что при перерезке спинного мозга и воздействии змеиного яда, когда происходят дегенеративно-некротические процессы нейронов, ПБП восстанавливает не только функцию нейронов (электрическая активность), но и всю морфологическую картину как интер-, так и мотонейронов [2,3].

Хотя трудно делать определенные выводы о механизме влияния ПБП на ультраструктуру различных видов клеток, однако полученные данные свидетельствуют о наибольшем сходстве с действием ПБП на указанные виды опухолевых клеток. В настоящее время А.А. Галояном и сотр. проводятся широкие биохимические, нейроиммунохимические и генетические исследования для выяснения роли ligand-gated каскадной системы в опухолевых лимфоцитах и нейронах, приводящих к апатотическим сдвигам этих клеток. В этом отношении большой интерес вызывало влияние ПБП на активность каспаз. Объектом была культура нейробластомы N2A, обладающая нейроноподобными свойствами. Опыты показали, что ПБП в концентрации 10^{-9}М оказывает разнонаправленное влияние на активность каспаз (2, 6, 3 и 9 нейробластомы N2A в культуре). ПБП подавляет эффекторные ферменты каспаз 3 и 9, значительно активируя каспазы 2 и 6, совершенно не действуя на активность каспаз 8. Причем ПБП не меняет активность влияния указанных каспаз на недифференцированные нейробластомы. После дифференцировки этих клеток бутиратом ПБП воздействует на их активность [12].

Возникает два вопроса: 1) чем отличаются генетически и биохимически дифференцированная и недифференцированная нейробластомы, 2) почему ПБП оказывает нейропротекторное влияние на клетки спинного мозга, но разрушает опухолевые клетки (НГУК-1) и фибробласты L_{929}?

По-видимому, ПБП может оказывать влияние на жизнедеятельность различных лимфоцитов и других клеток на различных уровнях их дифференцировки и функционального состояния, о чем свидетельствуют данные о влиянии ПБП на активность лимфоцитов крови разных доноров [6]. ПБП обладает также свойствами NGF, оказывая влияние как на нейроны, так и на глиальные клетки и стимулируя образование GFAP в глиальных клетках и интерлейкинов в астроцитах. Зачастую трансформированные клеточные линии, так же как малиглинизирующие клетки, изолированные из опухолей, являются более чуствительными к проапоптотическим стимулам, чем нормальные клетки [13].

Проведенные исследования позволили нам сделать следующие выводы:

1. Нейропептид ПБП в концентрации $5–10^{-9}$М через 24 ч не вызывает изменений морфологии клеточной культуры НГУК-1 на светооптическом уровне.
2. ПБП оказывает слабовыраженный митогенный эффект на НГУК-1, не провоцируя дополнительных форм патологических митозов, характерных для данной опухолевой линии.
3. ПБП вызывает сравнительно небольшое увеличение числа гигантских клеток в культуре НГУК-1, что свидетельствует о нарушении цитотомии.
4. Нейропептид в концентрации $5–10^{-3}$ и $5–10^{-5}$М оказывает цитотоксическое действие на отдельные опухолевые клетки, что проявляется в виде картин клеточной деструкции и апоптоза (электронно-микроскопическое исследование).

Институт биохимии им. Г.Х. Бунятяна НАН РА
Институт морфологии человека РАМН

Литература

1. *Galoyan A.A.* Biochemistry of Novel Cardioactive Hormones and Immunomodulators of the Functional System Neurosecretory Hypothalamus - Endocrine Heart. M. Nauka publishers. 1977. P. 240.
2. *Galoyan A.A., Kipriyan T.K., Sarkissian J.S., Sarkissian E.J., Grigorian Y.Kh., Andreasian A.S., Chavushyan E.A.* - Neurochemical Research. 2000. V. 25. N. 6. P. 791-800.
3. *Galoyan A.A., Sarkissian J.S., Kipriyan T.K., Sarkissian E.J., Grigorian Y.Kh., Sulkhanyan R.M., Khachatrian T.S.* - Neurochemical Research. 2000. V. 25. N. 12. P. 1567-1578.
4. *Galoyan A.A.* - Neurochemical Research. 2000. V. 25. N. 9/10. P. 1343-1355.
5. *Априкян В.С., Галоян А.А.* -Мед. наука Армении, 1999. Т. 39. N 2. С. 23-29.
6. *Галоян А.А., Шахламов В.А., Агаджанов М.И., Ваградян А.Г., Богданова В.В.* -Нейрохимия, 2001. т. 18. N 3.
7. *Галоян А.А., Шахламов В.А., Багданов В.В., Малайцев Т.С.* -Мед. наука Армении, 1/2001.
8. *Галоян А.А., Камалян Л.А., Гаспарян М.Г.* -ДНАН Армении, 2000. Т. 100. N 3. С. 276-282.
9. *Авцын А.П., Кондакова Л.И., Халанский А.С., Полякова Г.П., Чудиновская Н.В.* -Цитология, 1989. Т.31. N1. С. 97-101.
10. *Завалишин И.А., Ройхель В.М., Кондакова Л.И. и др.* -Ж. неврологии и психиатрии., 1998. Т.98. N5. С. 20-25.
11. *Алов И.А., Аспиз М.Е., Казанцева И.А.* -М. 1973. С. 14.
12. *Galoyan A.A., Tezio N., Berg M., Marks N.* - Нейрохимия 2000. Т. 17. N 3. С. 185-188.
13. *Fujimo Keiji, Iwasaki Chizn, Kawaguchi Haruma, Yasugi Etsuko, Oshima Mieko.* - FEBS Letters. 1999. V. 446. P. 113-116.

Ակադեմիկոս Ա.Ա. Գալոյան, Վ.Ա. Շախլամով, Լ.Ի. Կոնդակովա,
Վ.Ի. Ալտուխովա, Գ.Պ. Պոլյակովա

Հիպոթալամուսի նոր պռոլին-հարուստ պոլիպեպտիդի ազդեցության վերլուծությունը առնետի Հասսերյան հանգույցի նևրիոմայի ուռուցքային բջիջների մորֆոլոգիայի և միտոտիկ ակտիվության վրա (էլեկտրոնային և միկրոսկոպիական հետազոտություններ)

Նախկինում մեր աշխատանքների արդյունքները ցույց են տվել, որ Ա.Ա. Գալոյանի և իր աշակերտների կողմից հայտնաբերված հիպոթալամուսի նեյրոսեկրետոր բջիջներից անջատված նոր, պռոլին-հարուստ պոլիպեպտիդը (ՊՀՊ) ունի ոչ միայն հզոր իմմունոտրոպ ազդեցություն իմմունոկոմպետենտ բջիջների վրա, այլև զգալիորեն ճնշում է մարդու ուռուցքային T-լիմֆոցիտների պռոլիֆերացիան, ապոպտոզի մեխանիզմով ոչնչացնում է ուռուցքային ֆիբրոբլաստային բջիջները *L*$_{929}$ (in vitro). Սույն աշխատանքի արդյունքները ցույց տվեցին, որ in vitro պայմաններում ՊՀՊ-ի $5 \cdot 10^{-5}$ - $5 \cdot 10^{-3}$Մ խիստ կերպով ճնշում է առնետի Հասսերյան հանգույցի նևրիոմայի (ուռուցքային բջիջների) միտոտիկ ակտիվությունը: Էլեկտրոնային-միկրոսկոպիական հետազոտությունները վկայում են, որ ՊՀՊ-ն քայքայում է բջիջների կորիզները, որը վկայում է ուռուցքային բջիջների ապոպտոզի հասունացման մասին: ՊՀՊ-ն ցույց է տալիս խիստ ցիտոտոքսիկ էֆֆեկտ նշված բջիջների նկատմամբ, առաջացնելով բջիջների դեստրուկցիա:

УДК 61.616.07:577

Академик К.Г.Адамян, М.Г.Агаджанян

Применение функциональных проб для оценки адаптации сердечно-сосудистой системы к статической деятельности

(Представлено 25/V 2001)

Адаптационные возможности организма являются одним из фундаментальных свойств живой системы и находятся в центре внимания многих исследователей [1,2]. В этой связи изучение сложного процесса приспособляемости сердечно-сосудистой системы к повышенным запросам организма в условиях нормы и патологии является одной из основных задач современных функционально-диагностических исследований [3,4].

В спорте с его стрессорным воздействием на молодой здоровый организм эти вопросы особенно интересны. Необходимым условием углубленного изучения и оценки функционального состояния сердца спортсменов является применение нагрузочных проб, дающих представление о срочной адаптации к физическим нагрузкам. Ведь спортсмен приходит к уровню долговременной адаптации через длинную цепь срочных адаптационных реакций.

В настоящем исследовании проведено изучение влияния статической нагрузки на организм с помощью проб с изометрической нагрузкой и с натуживанием.

Группа исследуемых состояла из 47 спортсменов 18-23 лет, занимающихся тяжелоатлетическим спортом (Т/А), и 20 контрольных лиц того же возраста, не занимающихся спортом. Проба с изометрической нагрузкой заключалась в сжатии кистевого динамометра левой рукой в течение 3 мин с силой в 50% от предельной. Проба с натуживанием производилась по общепринятой методике, заключающейся в 20-секундном натуживании. Производилось эхокардиографическое (ЭхоКГ) исследование до и после проб с изучением конечно-диастолического (КДО) и конечно-систолического (КСО) объемов, ударного объема (УО), минутного объема сердца (МОС), фракции

Эхокардиографические показатели при пробах с изометрической нагрузкой и натуживанием *(*M±m*)*

Группа	Показатель					
	КДО, мл	КСО, мл	УО, мл	МОС, мл	ФВ, %	ОПСС, дин.с.см$^{-5}$
Изометрическая нагрузка						
Т/А, до	97.42 ±1.54	37.45 ±1.56	62.38 ±2.36	4430.2 ±126.8	63.02 ±2.35	1823.3 ±45.5
после	101.39* ±1.21	30.15* ±1.62	70.84* ±2.15	6358.5* ±139.5	70.72* ±2.51	1543.1* ±24.6
Контроль, до	110.20 ±1.92	41.38 ±2.23	69.25 ±2.11	5037.3 ±291.2	62.55 ±1.12	1376.2 ±55.2
после	113.42 ±2.13	49.55* ±2.16	62.53* ±2.4	6634.4* ±188.6	55.03* ±1.08	1567.5* ±62.7
Натуживание						
Т/А, до	105.34 ±2.62	38.04 ±0.66	63.75 ±1.91	4338.4 ±136.84	60.83 ±0.58	
в конце	70.03* ±2.86	26.63* ±1.55	39.41* ±2.84	4431.1 ±291.20	55.19* ±2.24	
после	108.54 ±3.30	38.04 ±0.19	69.09* ±2.07	5093.6* ±139.85	64.65* ±0.55	

* Достоверность по отношению к данным до проб.

выброса (ФВ), общего периферического сосудистого сопротивления (ОПСС) и показателя соотношения скоростей раннего и позднего наполнения Е/А.

При выполнении пробы с изометрической нагрузкой как в группе спортсменов, так и в контрольной группе отмечается увеличение МОС и КДО, однако рост этих показателей выражен в большой степени в группе спортсменов (см. таблицу). В контрольной группе отмечается также увеличение КСО и ОПСС в отличие от группы тяжелоатлетов, где эти величины, наоборот, уменьшаются. Снижению ФВ и УО в контрольной группе протибостоит увеличение этих показателей в группе спортсменов, у которых улучшается и диастолическое наполнение.

Таким образом, при выполнении изометрической нагрузки у спортсменов увеличение МОС происходит преимущественно за счет возрастания УО, в отличие от контрольной группы, где на фоне снижения УО отмечается резкое учащение частоты сердечных сокращений. Увеличение ФВ у спортсменов сочетается с уменьшением КСО и понижением ОПСС. Подъем АД при статической нагрузке обычно сопровождается некоторым повышением ОПСС, особенно у больных. Однако у тяжелоатлетов ОПСС снижается, что напоминает реакцию на динамическую нагрузку. У спортсменов, в отличие от контрольной группы, происходит улучшение диастолической функции, выражающееся в увеличении допплер-ЭхоКГ-показателя трансмитрального кровотока Е/А (1.70±0.05 до 1.88±0.07 и 1.60±1.03 до 1.63±1.1 соответственно).

По мнению Фишмана и соавт. [5], величина ОПСС при статической нагрузке зависит от взаимодействия двух факторов. Перфузия изометрически сокращенной скелетной мускулатуры зависит от баланса между локальными метаболическими изменениями, вызывающими релаксацию сосудов, и степенью повышения внутримышечного давления, которое, в свою очередь, блокирует кровоток. По их мнению, эффект мышечной компрессии на сопротивление сосудов намного меньше метаболической реакции. В работающих мышцах скапливаются сильные вазодилятаторы, и их влияние, ведущее к снижению ОПСС, может быть весьма весомым в зависимости от объема мышечной массы, вовлеченной в изометрическое напряжение. Необходимо отметить, что афферентные волокна, имеющие нервные окончания в соединительнотканных оболочках мышц, с большой чувствительностью отражают метаболические изменения. В этом вопросе, по нашему мнению, имеет значение и порог чувствительности к этой афферентации в зависимости от степени тренированности организма. Тем не менее, величина ОПСС в покое у тяжелоатлетов выше, чем в контрольной группе, что является следствием долговременной адаптации к изометрическому напряжению.

Статической деятельности присуще и состояние натуживания, являющееся составным элементом спортивной деятельности при занятиях рядом видов спорта. Интересно отметить, что проба с натуживанием была предложена еще в 1704 г. итальянским врачом Антонио Вальсальвой для диагностики ушных заболеваний. При выполнении этой пробы в реакции сердечно-сосудистой системы отмечается несколько фаз. В начале натуживания передающееся грудной аорте повышение внутригрудного давления вызывает подъем АД, а затем уменьшение венозного возврата и падение АД, что, в свою очередь, вызывает рефлекторное учащение сердечных сокращений и сужение периферических сосудов. При окончании пробы происходит резкое падение внутригрудного давления с последующим возрастанием УО, МОС и АД и замедлением сердечных сокращений.

ЭхоКГ- данные при пробе с натуживанием ярко демонстрируют реакцию сердца. Как следует из таблицы, в конце натуживания все исследуемые параметры ниже исходных. После натуживания идет восстановление с превышением исходных значений со стороны КДО, УО и ФВ. При этом несмотря на значительное уменьшение УО при натуживании МОС у тяжелоатлетов остается на исходном уровне, даже несколько превышая его, а затем увеличивается больше исходного уже после окончания натуживания.

Резкие колебания внутригрудного давления имеют как отрицательную, так и положительную стороны. Так, натуживание у больных может вызвать нарушение мозгового кровообращения и обструкцию выносящего тракта левого желудочка при выраженной гипертрофии. Однако у спортсменов реакции сердечно-сосудистой системы при натуживании

происходят более плавно, не вызывая никаких отрицательных воздействий. Положительные стороны натуживания, по мнению некоторых авторов [6], состоят в следующем. Вследствие повышения внутригрудного давления уменьшается градиент давления для изгнания крови из левого желудочка, в результате чего снижается и постнагрузка, что, уменьшая стимулы для развития гипертрофии левого желудочка, препятствует этому процессу. Авторы считают, что при наличии повышения АД и гипертрофии левого желудочка включение коротких маневров Вальсальвы может уменьшить трансмуральное давление в левом желудочке, что будет препятствовать дальнейшему развитию имеющейся гипертрофии.

Таким образом, хорошо дозируемые силовые упражнения с кратковременным натуживанием следует рассматривать как ценное средство стимуляции приспособительных сдвигов сердечно-сосудистой системы, тем более если учесть, что статические (изометрические) нагрузки сопровождают как бытовую, так и трудовую деятельность человека. В последние годы вырос интерес к упражнениям в изометрическом режиме в массовой физической культуре. Изометрические нагрузки наряду с динамическими с успехом применяются при ряде заболеваний сердечно-сосудистой системы, и даже есть попытка их применения на стационарном этапе лечения больных острым инфарктом миокарда. Они оказывают благоприятное нормализующее и тонизирующее воздействие на различные функции человеческого организма и могут широко применяться и в профилактических целях. Применение же проб с изометрической нагрузкой и с натуживанием может дать ценную информацию о функциональном состоянии как здорового, так и больного организма.

Институт кардиологии МЗ РА
Армянский государственный институт физической культуры

Литература

1. *Агаджанян Н.А.* Материалы VIII междунар. симп."Эколого-физиологические проблемы адаптации". М. 1998. С.2-6.

2. *Меерсон Ф.З., Пшенникова М.Г.* Адаптация к стрессорным ситуациям и физическим нагрузкам. М. Медицина. 1988. С. 19-21.

3. *Адамян К.Г., Оганесян Л.С.* Современные методы функциональных исследований сердечно-сосудистой системы. Ереван. 1990.

4. *Мартынов А.И., Степура О.Б.* - Рос. мед. журн. 1998. N 2. С. 49-54.

5. *Fishman E.Z., Embon P., Pines A. Tenenbaum A. et al.* - Am. J. Cardiol., 1997. Feb.1. V.79 (3). P.355-359.

6. *Haykowsky M.J., Gillis R., Quinney A. et al.* - Am.J. Cardiol. 1993. V. 72. P. 1045-1054.

Ակադեմիկոս Կ.Գ. Ադամյան, Մ.Գ. Աղաջանյան

Ֆունկցիոնալ փորձերի կիրառումը ստատիկ գործունեության Նկատմամբ սիրտ-անոթային համակարգի հարմարվողականության գնահատման համար

Ուսումնասիրված է ստատիկ գործունեության ազդեցությունը մարզիկների և չմարզվող մարդկանց օրգանիզմի վրա: Որպես ֆունկցիոնալ փորձեր կիրառվել են իզոմետրիկ բեռնվածություն և լարում՝ շունչը պահելով հանդերձ:

Ցույց է տրված, որ չափավորված, կարճատև լարումով ուժային վարժությունները կարող են հանդիսանալ կարևոր միջոց ստատիկ բեռնվածությունների նկատմամբ սիրտ-անոթային համակարգի հարմարվողականության խթանման համար:

УДК 616.8

Л.Г. Гимоян

Клинико-эпидемиологическая характеристика мозгового инсульта в Армении за 1985 - 1999 гг.

(Представлено академиком К.Г.Карагезяном 10/VII 2001)

За последние годы появилось много работ по эпидемиологии мозгового инсульта (МИ) [1, 2]. Это не случайно. Бремя инсульта огромно как для развитых, так и развивающихся стран. МИ прочно занимает третье место в причинах смерти во всем мире и первое в инвалидизации. Успехи терапии на сегодняшний день скромны, поэтому основное внимание ученых сосредоточено на профилактике МИ. Тем более что профилактические мероприятия, проведенные в государственном масштабе в высокоразвитых странах, дали значительное снижение (30–50%) смертности [3]. Но эти мероприятия эффективны только при досконального изучении структуры инсульта в разных популяциях, так как факторы риска различны не только при разных сердечно-сосудистых заболеваниях, но и при разных видах инсульта. К примеру, в 60-е гг. Япония занимала первое место в мире по смертности от МИ и последнее от инфаркта миокарда. Контроль артериальной гипертензии (АГ) дал быстрое уменьшение числа инсультов в Финляндии, так как в этой популяции половину всех МИ составляли геморрагические инсульты (ГИ).

АГ считается основным фактором риска как ГИ, так и ишемического инсульта (ИИ), а ее сочетание с другими факторами риска в несколько раз увеличивает вероятность развития и неблагоприятного течения заболевания, поэтому сейчас часто говорят о суммарном или глобальном риске. Выводятся J- и U-образные кривые зависимости риска развития МИ от величины систолического и диастолического артериального давления, уровня глюкозы, фибриногена и липидов крови, потребления соли, алкоголя, никотина, жесткости воды, качества пищи, массы тела, географической широты и т. п. [3].

В Армении конца 80-х - начала 90-х гг. история провела жестокий эксперимент на надежность и выживаемость одного небольшого народа в предельно короткий исторический период [6]. Республика была ареной действия многих психологических и биологических стресс-факторов (землетрясение, Карабахский конфликт, военные действия, Сумгаит, проживание в неотапливаемых и неосвещенных помещениях, беженцы, резкое ухудшение социально-экономического положения большинства населения). Целью настоящей работы является выявление клинико-эпидемиологических особенностей МИ, развившегося в условиях действия длительного перманентного биопсихосоциального стресса. За основные вехи в исследовании взяты: 1985-1987 гг. как годы, предшествовавшие катаклизмам, 1989 г. - год наибольшего воздействия такого стресса, как землетрясение, 1992-1994 гг. - разгар экономического кризиса с социально-световой депривацией, 1999 г. - последствия длительного психоэмоционального стресса.

Таблица 1

	1987	1989	1993	1999
Впервые выявленная заболеваемость ЦВЗ (абсолютные числа)	2387	4368	4310	3941
Из них:				
Субарахноидальное кровоизлияние		206	531	179
Кровоизлияние в мозг		145	463	554
Ишемический инсульт		286	965	952
Острое нарушение мозгового кровообращения (характер МИ не установлен)		363	605	1016
Транзиторные ишемические атаки		570	553	588
Дисциркуляторная энцефалопатия		2798	1193	652
Распространенность ЦВЗ (абсолютные числа)	11214	16437	16540	13896
Смертность от ЦВЗ (абсолютные числа)	2561	2905	4073	3497
Коэффициент впервые выявленной ЦВЗ	98.4	179.4	131.7	108.4
Коэффициент распространенности ЦВЗ	462.2	673.4	647.3	486.4
Коэффициент смертности от ЦВЗ	76.1	83.43	109.14	92.01
Больничная летальность при всех видах МИ	27.3%	27.1%	43.1%	15.8%
Соотношение ГИ и ИИ	1 : 8	1 : 4	1 : 5	1 : 9
Больничная летальность при ГИ	92.3%	76.1%	83.3%	66.6%
Больничная летальность при ИИ	19.4%	11.9%	33.3%	9.4%

При оценке эпидемиологической ситуации обычно учитываются впервые выявленная заболеваемость, распространенность, смертность. При клиническом обследовании - тяжесть течения, бассейн поражения, характер, локализация, структура, исходы, летальность МИ. Так как работа имеет клинико-эпидемиологическую направленность, для удобства сравнения все эти данные сведены в одну таблицу. Данные о численности населения подлежат уточнению, поэтому указаны и абсолютные числа, и коэффициенты, рассчитанные на 100 тыс. населения. Как принято в международной статистике, смертность от ЦВЗ и смертность от МИ считались синонимами. Летальность - число смертельных исходов (в %) от общего числа заболевших.

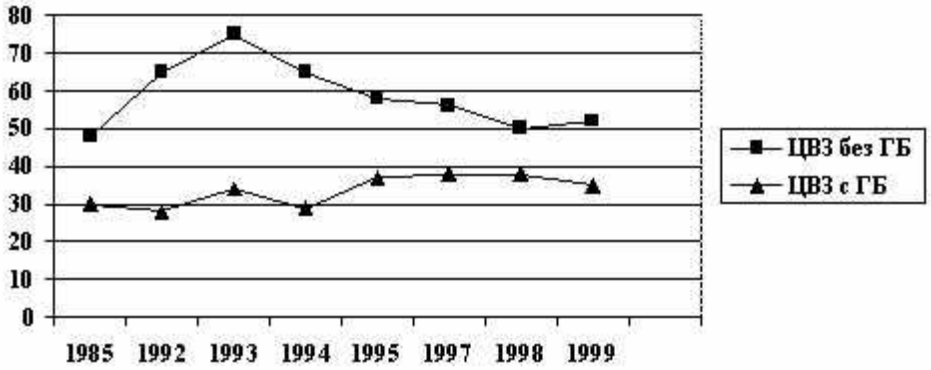


Рис.1 Динамика коэффициента смертности от ЦВЗ с ГБ и без ГБ за 1985-1999 гг.

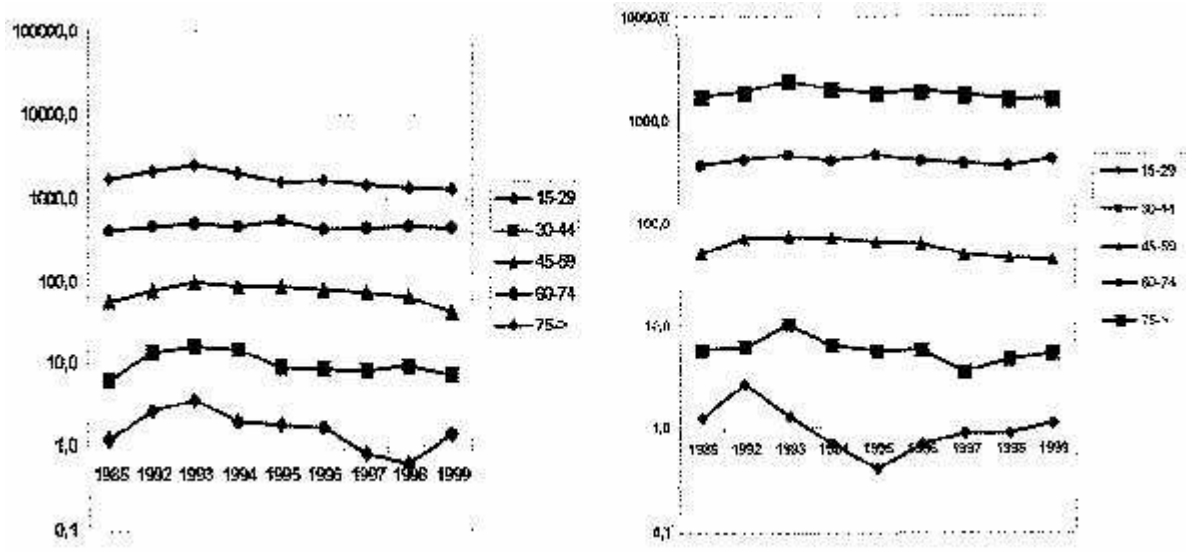
Таблица 2

Год	Пол	Смертность	40-49	50-59	60-69	70-79	80→
1985	Мужчины	ЦВЗ с ГБ	2.0	11.2	49.3	130.7	601.4
		ЦВЗ без ГБ	2.0	15.5	82.7	326.7	1614.9
	Женщины	ЦВЗ с ГБ	4.3	13.7	71.1	174.4	741.8
		ЦВЗ без ГБ	3.0	5.4	67.7	185.6	1358.8
1993	Мужчины	ЦВЗ с ГБ	8.0	24.6	73.4	89.2	791.1
		ЦВЗ без ГБ	15.4	19.5	123.2	392.6	2379.7
	Женщины	ЦВЗ с ГБ	11.5	25.5	56.8	67.9	745.0
		ЦВЗ без ГБ	6.2	12.9	73.2	312.3	2443.0
1999	Мужчины	ЦВЗ с ГБ	8.3	44.7	131.6	297.5	329.3
		ЦВЗ без ГБ	11.9	42.2	202.3	516.9	1095.8
	Женщины	ЦВЗ с ГБ	3.8	32.2	142.9	406.5	635.7
		ЦВЗ без ГБ	8.7	33.6	153.2	492.2	1378

Анализ приведенных данных свидетельствует о том, что воздействие такой катастрофы, как Спитакское землетрясение, почти вдвое увеличило впервые выявленную ЦВЗ. Анализ статистических данных [4] показывает, что рост ЦВЗ опережал рост таких «стрессовых» психосоматических заболеваний, как бронхиальная астма, язва желудка и 12 - перстной кишки, язвенный колит, ишемическая болезнь сердца и др. Рост ЦВЗ в 1989 г. сопровождался резким ростом (в 2.5 раза) заболеваемости гипертонической болезнью (ГБ) и почти двукратным ростом числа ГИ. Больничная летальность от МИ в 1989 г. была ниже как при ГИ, так и при ИИ. Известно, что стресс имеет три стадии: тревоги, мобилизации и истощения. Снижение летальности в 1989 г., скорее всего можно объяснить именно мобилизацией защитных сил организма и усилением толерантности.

Анализ ситуации 1992-1994 гг. показывает почти трехкратное увеличение заболеваемости всеми видами МИ (см. табл. 1), сопровождавшееся значительным ростом смертности и летальности. Анализ смертности от ЦВЗ с ГБ и без ГБ показывает резкий рост смертности от

ЦВЗ без ГБ (см. рис.1). У мужчин 40-49 лет этот показатель вырос в 7.7 раза (см. табл. 2).



а б

Рис 2. Динамика возрастного коэффициента смертности от МИ в РА за 1985-1999 гг.: а- мужчины, б- женщины.

Вероятно, комплексное воздействие биопсихосоциальных факторов в большей степени способствовало развитию атеросклероза, чем ГБ, и здесь сыграли роль такие факторы, как гиподинамия (человек был буквально прикован к источнику тепла и света), изменение рациона питания (консервы, пища быстрого приготовления), увеличение потребления алкоголя и сигарет, зачастую плохого качества, пессимистическое настроение. О росте распространенности атеросклероза и его проявлениях в более молодом возрасте говорят как данные клинического обследования, так и патанатомические протоколы.

На рис. 2 отображена динамика возрастных показателей смертности у мужчин и женщин.

Летальность в 1992-1994 гг. была высокой при всех видах инсульта. Клиническое течение МИ этого периода часто утяжелялось соматическими осложнениями, такими как инфаркт миокарда, повторный инсульт, тромбэмболия легочной артерии, тяжелая пневмония, трофические расстройства, постинсультная депрессия. По всей вероятности, это говорит о снижении иммунного статуса организма, что можно объяснить как переходом стресса в стадию истощения, так и присоединением биологических стресс-факторов и особой ролью атеросклероза в аутоиммунных процессах [5]. В последнее время несколько снизилась больничная летальность, однако заболеваемость инсультом, а особенно его формами, осложненными тяжелой гипертонией, продолжает расти. Это говорит о необходимости срочного осуществления комплекса профилактических мер, из которых наиважнейшая - контроль артериального давления и адекватное лечение ГБ. Тем более что международный опыт свидетельствует об эффективности этих мер и необходимости лечения даже мягких форм ГБ, особенно в условиях повышенного суммарного риска.

Ереванский государственный медицинский
университет им. М. Гераци
Вторая клиническая больница г. Еревана

Литература

1. *Верещагин Н.В., Варакин Ю.Я.* - Журн. невр. и псих. им. Корсакова. 2001. Приложение. Вып. 1. С. 34-40.

2. *Sarti C., Rastenyte D., Cepaitis Z., Tuomilehto F.* - Stroke. 2000. № 7 P. 1588-1600.

3. *Де Фритас Г.Р., Богуславский Дж.* - Журн. невр. и псих. им. Корсакова. 2001. Приложение. Вып. 1. С. 7 -17.

4. Здоровье и здравоохранение. Армения. Статистический сборник. Ереван. 1999.

5. *Скворцова В.И, Шерстнев В.В., Грудин М.А.* - Журн. невр. и псих. им. Корсакова. 2001 г. Приложение. Вып. 1. С. 46 -55.

Լ.Գ. Գիմոյան

Ուղեղային ինսուլտի կլինիկա-համաճարակաբանական բնութագիրը Հայաստանում 1985-1999 թթ.

Հոդվածում վերլուծման են ենթարկվում 1985-1999 թթ. ժամանակահատվածում Հայաստանում ուղեղային ինսուլտով հիվանդացության, մահացության և հիվանդանոցային մահացության առանձնահատկությունները:

Հիվանդացության աճին 1989 թ. ուղեկցել է հիպերտոնիկ հիվանդության և ինսուլտի հեմոռագիկ ձևերի հիվանդացության աճը, բայց մահացությունը չի մեծացել, իսկ հիվանդանոցային մահացությունը եղել է ավելի ցածր քան նախորդ տարիներին:

Հիվանդացության աճը 1992-1994 թթ. ուղեկցվել է առանց հիպերտոնիկ հիվանդության ուղեղային ինսուլտից մահացության և ծանր հետինսուլտային բարդությունների հետևանքով հիվանդանոցային մահացության աճով:

Ուղեղային ինսուլտով հիվանդացությունը 1999 թ. շարունակել է մնալ բարձր, շատացել է հիպերտոնիկ հիվանդության ծանր ձևերով համակցված ինսուլտների թիվը: Մահացությունը փոքր ինչ նվազել է:

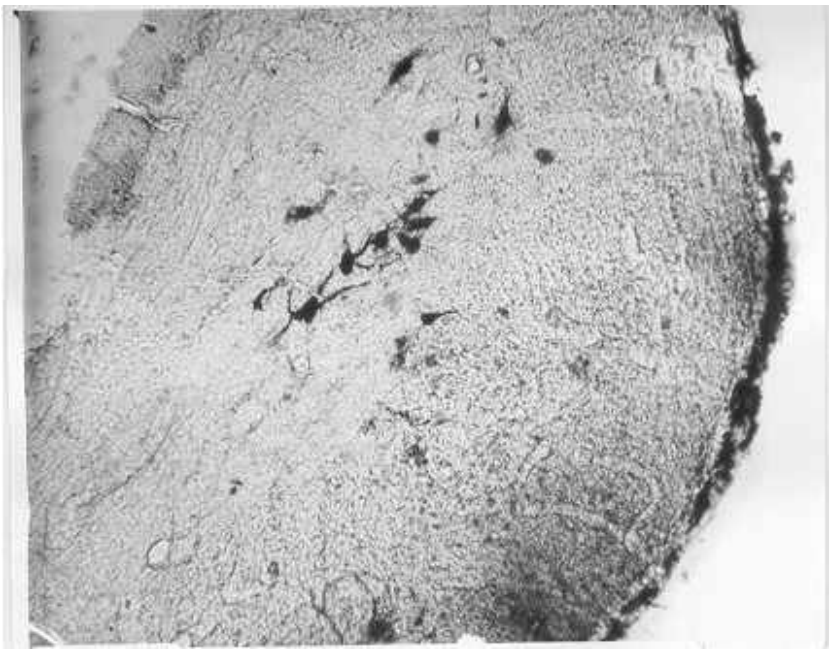
УДК 597.82:612.886

В.И.Погосян, Ц.Л.Арутюнян, Т.С.Аглинцян, М.А.Даниелян,
академик В.В.Фанарджян

Пространственное распределение нейронов вестибулярных ядер, проецирующихся к различным сегментам спинного мозга лягушки

(Представлено 6/VI 2001)

Двигательные структуры у бесхвостых подвержены значительной модификации в связи с изменением среды их обитания (частичный или полный переход на сушу) и с развитием четырехконечностного тела [1-3]. Нахождение бесхвостых на раннем этапе эволюционного развития определяет наименьшую дифференциацию их вестибуломозжечковых областей по сравнению с другими четвероногими [4]. На этом этапе вестибулярный ядерный комплекс (ВЯК) уже представляет центральную структуру, оказывающую регулирующее влияние на моторные центры [5,6]. Устройство и топография индивидуальных ядер в ВЯК у бесхвостых и млекопитающих имеют много общих черт. У лягушки также выделены верхнее (ВВЯ), латеральное (ЛВЯ), нисходящее (НВЯ) и медиальное (МВЯ) вестибулярные ядра [7-9]. Вестибулоспинальный тракт у лягушки представляет выраженную нисходящую систему спинного мозга. Он в основном нисходит ипсилатерально [7]. Частичный перекрест волокон происходит на уровне продолговатого и спинного мозга [4]. Мало известно об особенностях пространственной организации эфферентных нейронов, дающих начало вестибулоспинальным волокнам. На жабах Bufo bufo L. с использованием ретроградного аксонного транспорта пероксидазы хрена (ПХ) [10] установлено,что в пределах вентрального вестибулярного ядра ростральо расположенные клетки, главным образом сконцентрированные в дорсомедиальной позиции, проецируются в шейный отдел спинного мозга; каудально расположенные клетки с преимущественной локализацией в вентролатеральной части проецируются к более нижним сегментам спинного мозга. На основании вышеотмеченного было сделано заключение, что у жаб имеется соматотопическая организация вестибулоспинальной проекции. В других морфологических работах, выполненных на бесхвостых, сообщались лишь фрагментарные сведения о пространственном распределении нейронов, являющихся источниками вестибулоспинальных волокон [8,11].



Микрофотография меченых нейронов и волокон в вестибулярном ядерном комплексе лягушки в результате микроионофоретического введения пероксидазы хрена в спинной мозг. Увеличение: об. 10 х, ок. 8 х.

Целью настоящей работы было посредством локальных микроионофоретических инъекций пероксидазы хрена в различные отделы спинного мозга лягушки подробно исследовать траектории ретроградно меченных ферментом волоконных систем и топографию распределения в ВЯК нейронов - источников вестибулоспинальных волокон.

Опыты были проведены на 21 взрослой озерной лягушке (Rana ridibunda), которые глубоко наркотизировались раствором MS-222 (50 мг/кг) (3-aminobenzoic acid ethyl ester; Sigma, США). В шейный, грудной и поясничный отделы спинного мозга вводилась стеклянная микропипетка с диаметром кончика 10-20 мкм, заполненная 10%-ным раствором пероксидазы хрена (Horseradish Peroxidase, Sigma VI, США). Для микрофоретического введения фермента использовался импульсный ток (четыре серии прямоугольных толчков положительной полярности, 2-4 нА, длительность толчка 200 мс, частота в серии 2,5/с, длительность серий по 2 мин и перерывы по 5 мин). После окончания инъекции фермента микропипетка оставалась в ткани в течение 5-10 мин. Через 12-14 дней после инъекции фермента проводились повторная наркотизация животного и перфузия фиксатором. Мозг разрезался на блоки, из которых изготовлялись срезы толщиной 75 мкм, окрашенные по методу Мезулама [12]. Для идентификации мозговых структур, в частности вестибулярных ядер, использовались атласы и карты мозга лягушки [8,9,11]. Микрофорез пероксидазы хрена проводился локально в вентро-медиальном отделе спинного мозга с диаметром зоны инъекции, не превышающей 200 мкм, что охватывало лишь одну половину спинного мозга. Ретроградно маркированные волокна и нейроны обнаруживались в пределах вестибулярных ядер ромбенцефалона. Диаметр сомы нейронов колебался в пределах 8.0-37.5 мкм, в среднем составляя 20.1±6.3 мкм; n=76. (рисунок). Нейроны, меченные при введении фермента в поясничные сегменты спинного мозга (VIII-X пары спинномозговых нервов, поясничное утолщение), оценивались как вестибулолюмбальные нейроны и обозначались L клетками. Нейроны, подверженные ретроградной окраске при введении фермента в шейные сегменты спинного мозга(II пара спинномозговых нервов, шейное утолщение), определялись как вестибуло-цервикальные клетки (С нейроны). Вестибулоторакальными нейронами (Т нейронами) обозначались клетки, ретроградно меченные при введении пероксидазы хрена в грудной отдел спинного мозга. Инъекция фермента в шейные сегменты спинного мозга была осуществлена у 4 лягушек, в грудные сегменты - у 12 лягушек и в

поясничные сегменты - у 5 лягушек. Проводился анализ фронтальных планов срезов ствола мозга и спинного мозга. У исследованных лягушек были получены однозначные результаты. В табл. 1, 2 приведены наиболее характерные результаты, полученные у трех лягушек, которым ПХ была введена в шейный, грудной и поясничный отделы спинного мозга, соответственно. Выявлено, что меченные пероксидазой хрена клетки в вестибулярных ядрах с ипсилатеральной стороны в подавляющем большинстве распределялись в ЛВЯ. В меньшем количестве они определялись в НВЯ и очень мало в МВЯ (см. табл. 1). В ЛВЯ наибольшее число эфферентных нейронов было представлено L клетками. Основная масса клеток располагалась в каудальной трети ЛВЯ. Распределение маркированных нейронов в вентральной и дорсальной половинах было относительно равномерным. В НВЯ более многочисленными были С и L нейроны, число которых более чем в два раза превышало Т клетки. В ростральной трети ядра преобладали С нейроны, в каудальной трети - L нейроны. Имелось небольшое превалирование количества нейронов в вентральной половине ядра над таковым в его дорсальной половине. Малочисленность в этом

Таблица 1

Количественное распределение С, Т и L вестибулоспинальных нейронов в вестибулярных ядрах при лягушек при введении энзима в ипсилатеральную половину шейного (лягушка №1), грудного (лягушка №2) и поясничного (лягушка №3) отделов спинного мозга

Лягушка №	1	2	3
Вестибулоспинальные нейроны	С **нейроны**	Т **нейроны**	L **нейроны**
Общее число нейронов	44	34	71
Латеральное вестибулярное ядро	21	26	53
Ростральная часть	4	7	14
Средняя часть	3	3	11
Каудальная часть	14	16	28
Дорсальная половина	12	12	26
Вентральная половина	9	14	27
Нисходящее вестибулярное ядро	19	8	18
Ростральная часть	15	1	7
Средняя часть	2	1	1
Каудальная часть	2	6	10
Дорсальная половина	9	1	7
Вентральная половина	10	7	11
Медиальное вестибулярное ядро	4	0	0
Ростральная часть	3	0	0
Средняя часть	0	0	0
Каудальная часть	1	0	0
Дорсальная половина	1	0	0
Вентральная половина	3	0	0

Таблица 2

Количественное распределение С, Т и L вестибулоспинальных нейронов в вестибулярных ядрах тех же лягушек, что и в табл. 1, при введении энзима в контралатеральную половину шейного (лягушка №1), грудного (лягушка №2) и поясничного (лягушка №3) отделов спинного мозга

Лягушка №	1	2	3
Вестибулоспинальные нейроны	С **нейроны**	Т **нейроны**	L **нейроны**
Общее число нейронов	16	3	15
Латеральное вестибулярное ядро	12	1	8
Ростральная часть	1	1	0
Средняя часть	0	0	2
Каудальная часть	11	0	6
Дорсальная половина	2	0	5
Вентральная половина	10	1	3
Нисходящее вестибулярное ядро	4	2	4
Ростральная часть	2	1	0
Средняя часть	1	0	0
Каудальная часть	1	1	4
Дорсальная половина	2	1	1
Вентральная половина	2	1	3
Медиальное вестибулярное ядро	0	0	3
Ростральная часть	0	0	0
Средняя часть	0	0	0
Каудальная часть	0	0	3
Дорсальная половина	0	0	1
Вентральная половина	0	0	2

ядре клеток, меченных ПХ, в целом затрудняет сколько-нибудь обоснованный вывод в пользу его соматотопической организации. В МВЯ было обнаружено только несколько С нейронов.

Сходная картина пространственного распределения вестибулоспинальных нейронов у тех же лягушек обнаруживалась на контралатеральной стороне ВЯК при введении энзима в ипсилатеральный спинной мозг (табл. 2). Нейроны на контралатеральной стороне выявлялись в намного меньшем количестве по сравнению с ипсилатеральной стороной. Однако, как и в ипсилатеральном ВЯК, они в основном располагались в ЛВЯ, меньше в НВЯ и очень мало в МВЯ.

Таким образом, следует считать, что вестибулоспинальные тракты у лягушки формируются за счет нейронов ЛВЯ, хотя некоторое участие в этом принимает также НВЯ и в меньшей степени МВЯ. Наряду с этим не наблюдается каких-либо признаков соматотопического распределения С, L и Т нейронов, не отмечается их топографическое разграничение в вестибулярных ядрах лягушки. Отмеченное согласуется с результатами электрофизиологического исследования пространственного распределения вестибулоспинальных нейронов лягушки Rana ridibunda. Было установлено, что вестибулоспинальные нейроны преимущественно локализованы в ЛВЯ (58.6% из общего числа зарегистрированных нейронов). Меньше они обнаруживаются в НВЯ (30.7%) и в малом количестве определяются в МВЯ (10%). Это относится как к С, так и к L нейронам. Наряду с этим было показано, что нейроны ВЯК как источники вестибулоспинальных волокон, проецирующихся к шейным и поясничным сегментам спинного мозга, распределены раздельно или более часто мелкими группами в ВЯК, что приводит к лоскутоподобной соматотопии, а не к формированию четко разграниченных полей [13,14].

Институт физиологии им Л.А.Орбели НАН РА

Литература

1. *Larsell O.* The Comparative Anatomy and Histology of the Cerebellum from Myxinoids through Birds. Minneapolis. University of Minnesota Press. 1967.

2. *Montgomery N.M.* - Brain Behav. Evol. 1988.V. 31. P. 82-95.

3. *Ten-Donkelaar H.J., De Boer-Van Huizen R., Schouten F.T.M., Eggen S.J.H.* - Neuroscience. 1981. V.6. P. 2297-2312.

4. *Kappers A.C.U., Huber G.C., Grosby E.C.* The comparative anatomy of the nervous system of vertebrates, including man. V.1, N. Y. Hafner Publ.Comp. 1960.

5. *Maeda M., Magherini P.C., Precht W.* - J. Neurophysiol. 1977. V.40. P. 225-244.

6. *Magherini P.C., Precht W., Richter A.* - Pflugers Arch. 1974.V.348.P. 211-223.

7. *Fuller P.M.* - Brain Behav. Evol. 1974. V.10. P.157-169.

8. *Kuruvilla A., Sitko S., Schwartz I.R., Honrubia V.* - Laryngoscope.1985.V. 95. P. 692-707.

9. *Matesz C.* - Neuroscience 1979. V.4. P.2061-2071.

10. *D'Ascanio P., Corvaja N.* - Arch. ital. Biol. 1981. V.119. P. 139-150.

11. *Ten Donkellar H.J.* Anurans In: The Central Nervous System of Vertebrates.Eds. R.Nieuwenhuys, H.J. Ten Donkellar, C. Nicholson. Springer.1997. V. 2. P.1151-1314.

12. *Mesulam M.M.* - J. Histochem. and Cytochem. 1978. V.26. P.106-117.

13. *Fanardjian V.V., Manvelyan l.R., Zakarian V.L., Pogossian V.I., Nasoyan A.M.* - Neuroscience. 1999,V. 94, P. 845-857.

14. *Fanardjian V.V., Manvelyan L.R., Nasoyan A.M.* - Neuroscience. 2001. V.104. P.853-862.

Վ.Ի.Պողոսյան, Ծ.Լ.Հարությունյան, Թ.Ս.Ագլինցյան, Մ.Ա.Դանիելյան,
ակադեմիկոս Վ.Բ.Ֆանարջյան

Գորտի ողնուղեղի տարբեր սեգմենտների վրա պրոյեկցվող անդաստակային կորիզների նեյրոնների տարածական բաշխումը

Լճային գորտերի մոտ ողնուղեղի տարբեր բաժիններ պերօքսիդազա խրենի տեղական միկրոֆորետիկ ներարկումների միջոցով ռետրոգրադ նշված ֆերմենտների օգնությամբ ուսումնասիրվել է թելային համակարգերի հետագիծն ու բաշխման տոպոգրաֆիան անդաստակային կորիզների նեյրոններում՝ անդաստակողնուղեղային թելերի աղբյուրներում: Ցույց է տրվել, որ գորտի անդաստակողնուղեղային տրակտի ձևավորումը ընթանում է ի հաշիվ կողմնային անդաստակային կորիզի նեյրոնների, չնայած նրան, որ դրանում որոշ մասնակցություն է ունենում նաև վարընթաց անդաստակային կորիզն ու, առավել պակաս չափով, միջային անդաստակային կորիզը: Դրա հետ մեկտեղ, չի նկատվում տարածքային սոմատոտոպիկ բաշխում անդաստակային կորիզի նեյրոնների, որոնք պրոյեկցվում են ողնուղեղի պարանոցային, կրծքային և գոտկային սեգմենտների վրա: