

ՀԱՅԿԱՍՏԱՆԻ ՄԱՍԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
Д О К Л А Д Ы

LV № 2

1972

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Է. Գ. ԱՃԻՐԿՅԱՆ, կենսաբանական գիտությունների դոկտոր, Ա. Բ. ԲԱՐԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԿԱՆՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ, Վ. Մ. ԹԱՌԱՑՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՑՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԳԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ (պատ. խմբագրի տեղակալ), Ս. Հ. ՄԻՐԶՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ, Ս. Ս. ՄԻՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԽԱՐԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Օ. Մ. ՍԱԳՈՆՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ, Մ. Լ. ՅՈՐ-ՄԻՔԱՅԻՆՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Э. Г. АФРИКЯН, доктор биологических наук, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР (зам. отв. редактора), С. А. МИРЗОЯН, чл.-корр. АН АрмССР, С. С. МКРТЧЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИХАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР.

ՀԱՅԿԱՍՏԱՆԻ ՄԱՍԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻՆ ՀՐԱՏԱՐԱԿՆԻԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ

ԵՐԵՎԱՆ

ԲՈՎԱՆԴԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

ԻՐԱՔԵՄԱՏԻՎԱԼ

Ա. Գ. Լիւրանովիչ—Որոշ սինգուլյար իստեգրոգիֆերենցիալ համասարումների ին- գիտի մասին	65
Ն. Ք. Ենգիբարյան, Մ. Ա. Մնացականյան—Վիեննա-Հոպֆի գիտերես համասարումների լուծման մասին	70
Ա. Կ. Քասյանյան—Հեմանգրի բեզաներացած չարքերի զործակիցների գնահատականը և բացարձակ գոգամիաթյունը: Մնացորդի գնահատականը	75
Կ. Մ. Մուսսյան—Բազիսացվող և ուժեղ բազիսացվող գրաֆներ	81

ԱՌԱՋԻԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Ա. Մելիքով—Ուղղանիշ, վերջավոր երկարության ճեղքով կիսահարթության կենտրոնային խեղիւրդ	87
---	----

ՏԵՍԱԿԱՆ ՖԻԶԻԿԱ

Բ. Ա. Բաղդյան—Անցումային շառագայթումը պարբերական առարթութայիններով առձանի վրա	94
Ա. Չ. Իսսիֆյան—Հիմնարամագնետների գինամիկայի մասին որպէս Ազգացության թվանալի	98

ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ԲԻՄԻԱ

Ն. Մ. Ռեյլիյան, Ջ. Հ. Ճշմարտյան, Հ. Հ. Չալիկյան —Ամրեաթթվի կառուց- վածքի ազդեցութայինը չրային լուծույթում երանց պերսուլֆատով կառուցիտիկ օքսի- դացման կինետիկայի և մեխանիզմի վրա	103
---	-----

ԱԳՐՈՅԻՄԻԱ

Ա. Շ. Գալստյան—Հոգում մանգանի երկօքսիդի վերականգնման ուսկցիայի բնույթի մասին	109
---	-----

ԲՈՒՅՈՒՆԻ ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Վ. Հ. Ղազարյան, Ի. Ա. Ղազարյան—Քայսերի գնեհաւորի զարգացման պրոցեսնե- րում արմատների գերի նարքի շուրջը	110
--	-----

ՄԻՋԱՏԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ս. Մ. Յարլուկով-Կենտրոն—Կարծրաթև-զուակուրգեզների ետր տեսակներ ՍՍՀՄ-ից (Coleoptera, Coccinellidae)	116
--	-----

ԱԿԱՐԱՆՈՒՄ

Ա. Յ. Բաղդասարյան—Պիստակենտ, էրիֆիտիկ ազերը (Acarina, Eriophyoiden)	123
---	-----

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Стр.

С. Г. Рубанович—Об индексе некоторых сингулярных интегродифференциальных уравнений	65
Н. Б. Енгибарян, М. А. Минасян—К решению дискретных уравнений Винера-Хопфа	70
А. К. Таслакян—Оценка коэффициента и абсолютная сходимость обобщенных рядов Лежандра. Оценка остатка	75
К. М. Мосесян—Базисные и сильно базисные графы	83

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

С. А. Мелкумян—Контактная задача для полуплоскости с вертикальным конечным разрезом	87
---	----

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Р. А. Багян—Переходное излучение на периодически шероховатой поверхности	91
А. Г. Иосифьян—О динамике электромагнетона кванта Действия	98

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Н. М. Бейлерян, Дж. Чшхоритян, член-корреспондент АН Армянской ССР	
[О. А. Чалгьян]—О влиянии строения аминокислот на кинетику и механизм их каталитического окисления персульфатом калия в водных растворах	103

АГРОХИМИЯ

А. Ш. Галстян—О ферментативном восстановлении двуокиси марганца в почве	106
---	-----

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

В. О. Казарян, Н. А. Казарян—К вопросу о роли корней в процессах генеративного развития растений	110
--	-----

ЭНТОМОЛОГИЯ

С. М. Яблоков-Хмзоян—Новые виды жесткокрылых-кокцинеид из СССР (Coleoptera, Coccinellidae)	116
--	-----

АКАРОЛОГИЯ

А. Т. Багдасарян—Эррофидные клещи на фисташке (Acarina, Erythraulidae)	121
--	-----

УДК 517.43

МАТЕМАТИКА

С. Г. Рубанович

Об индексе некоторых сингулярных интегродифференциальных уравнений

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александряном 1 II 1972)

1. Пусть задан гладкий замкнутый контур l без самопересечений в плоскости комплексной переменной $z = x + iy$. Рассмотрим интегродифференциальное уравнение

$$\left(a(t_0)u(t_0) + \frac{b(t_0)}{\pi i} \int_l \frac{u(t)dt}{t-t_0} \right)' + c(t_0)u(t_0) + \frac{d(t_0)}{\pi i} \int_l \frac{u(t)dt}{t-t_0} + \int_l K(t, t_0)u(t)dt = f(t_0), \quad (1)$$

где функции $d(t)$, $c(t)$, $a(t)$, $b(t)$ — кусочно гладкие на контуре l , $K(t, t_0)$ — некоторое ядро Карлемана, $u(t)$ — искомая функция на контуре l , а интегралы понимаются в смысле главного значения по Коши. В случае, когда в каждой точке контура l выполнены условия

$$a(t) + b(t) \neq 0 \quad (2)$$

$$a(t) - b(t) \neq 0 \quad (3)$$

это будет уравнение нормального типа.

В этом случае уравнение (1) хорошо изучено (¹⁻³).

Если условие (2) или (3) не выполнено в некоторых изолированных точках, в окрестности которых выполняются некоторые условия регулярности функций $a(t)$ и $b(t)$, то уравнение (1) также хорошо изучено (³⁻⁶). Ниже рассматривается случай, когда на некотором интервале $l_1 \subset l$ выполняется условие

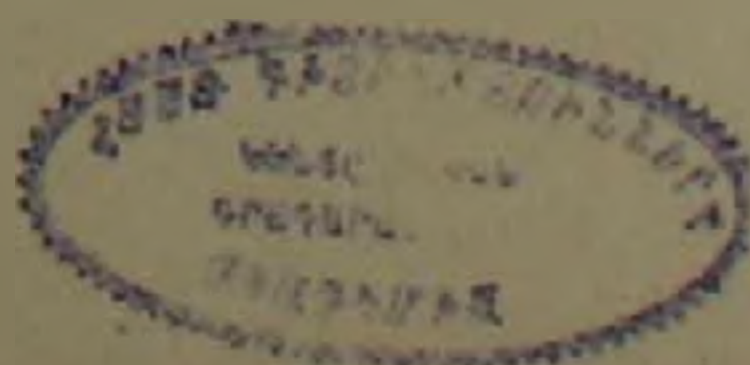
$$a(t) + b(t) \neq 0, \quad a(t) - b(t) = 0, \quad c(t) + d(t) \neq 0, \quad (4)$$

а на дополнительном интервале l_2 выполняется условие

$$a(t) + b(t) = 0, \quad a(t) - b(t) \neq 0, \quad c(t) + d(t) \neq 0. \quad (5)$$

В случае, когда (4) или (5) выполнено на всем контуре уравнение (1) также изучено (⁷).

Функции $a(t)$, $b(t)$, $c(t)$, $d(t)$, предполагаются достаточно гладкими на каждом из интервалов l_1 и l_2 (в отдельности). Введем обозначения:



$$u^+(t_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{u(t)dt}{t - t_0} + \frac{u(t_0)}{2}, \quad u^-(t_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{u(t)dt}{t - t_0} - \frac{u(t_0)}{2}.$$

Пространство $M(l_1, l_2)$ определим как множество всех функций $u(t)$ на контуре l , для которых конечна норма

$$\|u\|_{M(l_1, l_2)}^2 \equiv \|u\|_{L_2(l)}^2 + \int_{l_1} |u^{+'}(t)|^2 |dt| + \int_{l_2} |u^{-'}(t)|^2 |dt|,$$

где $\|u\|_{L_2(l)}^2 = \int_{\Gamma} |u(t)|^2 |dt|$, $u^{+'}$ и $u^{-'}$ есть обобщенные производные

от u^{+} и u^{-} по касательному направлению на контуре l .

В нашем случае уравнение (1) можно переписать в виде

$$Lu(t) = \begin{cases} u^{+'}(t) + \alpha(t)u(t), & t \in l_1 \\ u^{-'}(t) + \alpha(t)u(t), & t \in l_2 \end{cases} + Ku(t) = f(t), \quad (A)$$

где оператор K вполне непрерывен, как оператор, действующий из $M(l_1, l_2)$ в $L_2(l)$, а $\alpha(t)$ — гладкая функция на замыканиях интервалов l_1 и l_2 , нигде на контуре l не обращающаяся в нуль.

Доказывается, что образ оператора L , действующего из $M(l_1, l_2)$ в $L_2(l)$ замкнут, размерность ядра m и размерность коядра n оператора L конечны, и вычисляется индекс оператора L .

2. Обозначим через t_1 и t_2 начало и конец (по отношению к положительному направлению обхода контура l) интервала l_1 .

Лемма 1.

При выполнении условий

$$\begin{aligned} \arg \lim_{t, \Im t \rightarrow 1} \alpha(t) + \arg \lim_{t, \Im t \rightarrow 1} \alpha(t) &+ 2\varphi_1 + (2p_1 + 1)\pi \\ \arg \lim_{t, \Im t \rightarrow 1} \alpha(t) + \arg \lim_{t, \Im t \rightarrow 1} \alpha(t) &+ 2\varphi_2 + (2p_2 + 1)\pi \end{aligned} \quad (B)$$

ни для каких целых чисел p_1 и p_2 , где φ_i есть угол между положительным направлением касательной к точке t_i , $i = 1, 2$, и осью OX , для $u \in M(l_1, l_2)$ имеет место оценка

$$\|u\|_{M(l_1, l_2)} \leq \text{const} \|Lu\|_{L_2(l)} + \|K_0 u\|_{L_2(l)}, \quad (6)$$

где K_0 — есть некоторый вполне непрерывный оператор из $M(l_1, l_2)$ в $L_2(l)$.

Теорема 1.

Оператор L , как оператор, действующий из $M(l_1, l_2)$ в $L_2(l)$ имеет конечный индекс.

Пусть оператор T действует из банахова пространства B_1 в банахово пространство B_2 .

Тогда, если T имеет конечный индекс, то существует оператор P (регуляризатор), действующий из B_2 в B_1 , такой, что

$$TP = E + K_1, \quad PT = E - K_2, \quad \text{Ind } P = -\text{Ind } T,$$

где E — тождественный оператор, K_1 и K_2 — вполне непрерывные операторы.

Лемма 2.

Пусть функции $\alpha_1(t)$ и $\alpha_2(t)$ бесконечно дифференцируемы на замыканиях интервалов I_1 и I_2 и нигде на контуре l не равны нулю, а функция $\alpha_1(t) - \alpha_2(t)$ не тривиальна на всем контуре l и равна нулю на концах интервала I_1 .

Пусть L_1 — есть оператор вида (A) с коэффициентом $\alpha_1(t)$, а L_2 — с коэффициентом $\alpha_2(t)$. Тогда, если P_1 есть регуляризатор оператора L_1 , то

$$L_2 P_1 v(t) = \begin{cases} v'(t) - \frac{\alpha_2(t)}{\alpha_1(t)} v'(t), & t \in I_1 \\ -v'(t) + \frac{\alpha_2(t)}{\alpha_1(t)} v'(t), & t \in I_2 \end{cases} + K v(t),$$

где K — вполне непрерывный оператор из $M(I_1, I_2)$ в $L_2(l)$.

Эта лемма доказывается с помощью разбиения единицы и локального вычисления $L_2 P_1$. Так как индекс оператора в фигурных скобках легко вычисляется (*), то лемма 2 помогает свести вычисление индекса оператора L_2 к вычислению индекса оператора L_1 , коэффициент которого может иметь простой вид.

(Имеет место равенство $\text{Ind } L_2 P_1 = \text{Ind } L_2 + \text{Ind } P_1 = \text{Ind } L_2 - \text{Ind } L_1$ (**)).

Теперь рассмотрим оператор вида

$$L_c u(t) = \begin{cases} u'(t) + cu(t), & t \in I_1 \\ u'(t) + u(t), & t \in I_2 \end{cases} \quad (7)$$

Предположим, что l есть окружность радиуса $R > 0$

$$I_1 = -Ri, \quad I_2 = Re^{i\psi_1}, \quad -\frac{\pi}{2} < \psi_1 < \frac{\pi}{2}$$

и выполнены условия (B), то есть константа c не отрицательна и $\arg c + 2\psi_1 \neq 0$, где $-\pi < \arg c < \pi$.

Лемма 3.

$$\text{Ind } L_c = \begin{cases} 1, & \text{если } \arg c + 2\psi_1 > 0 \\ 0, & \text{если } \arg c + 2\psi_1 < 0. \end{cases}$$

Вернемся к произвольному контуру l .

Введем обозначения

$$\alpha_+(t_i) = \lim_{t \rightarrow t_i} \alpha(t), \quad \alpha_-(t_i) = \lim_{t \rightarrow t_i} \alpha(t), \quad i = 1, 2$$

φ_i , $i = 1, 2$ — углы между положительным направлением касательной

и точке t_i и осью OX , выбранное таким образом, что если точку касания непрерывно перемещать из точки t_1 в точку t_2 в положительном направлении вдоль контура L , z_1 перейдет в z_2 .

Заметим, что в зависимости от контура L разность $z_2 - z_1$ может быть сколько угодно большой.

Целые числа k_1 и k_2 определим из неравенств

$$-\pi < \arg z_+(t_i) + \arg z_-(t_i) + 2z_i + 2\pi k_i < \pi, \quad i = 1, 2$$

Теорема 2.

$$\begin{aligned} \operatorname{Ind} L = & \frac{\arg z_+(t_1) + \arg z_-(t_1) - \arg z_+(t_2) - \arg z_-(t_2)}{2\pi} + \\ & + k_1 - k_2 + \left| \frac{\ln z(t)}{2\pi i} \right|_{t_1} - \left| \frac{\ln z(t)}{2\pi i} \right|_{t_2}. \end{aligned}$$

Производя замену независимой переменной и функции, и применяя лемму 2, теорему 2 можно свести к лемме 3.

Ереванский политехнический
институт им. К. Маркса

II. 4. ՌԵԶՈՐԱՆՍԻՆԵՐ

Որոշ սինգուլյար ինանգրոդիֆերենցիալ համասարումների ինդեքսի մասին

Հաջվածում գիտարկվում է (1) համասարումը կամպլեքս հարթության ողորկ, ստանց ինքնահատման L կոնտուրի վրա, երբ տեղի ունեն (3), (4) պայմանները: Այդ դեպքում (1) համասարումը համարվեք է (A) համասարմանը: Երբ L օպերատորի $z(t)$ գործակիցը բաժանաչափ ողորկ է և բաժարարվում են (B) պայմանները, ապացուցվում է (1) համասարման նյութաբաժանը L_2 տարածությունում և հաջված է այդ համասարման ինդեքսը: Ինդեքսը հաշվելու համար օգտագործված է լեմմա 2-ը, որը հնարավորություն է տալիս համեմատելու տարրեր գործակիցների տնեցող օպերատորների ինդեքսները և անալիտիկ շարունակության մեթոդը: Ցույց է տրվում, որ ինդեքսը կարելի է հաշվել հետևյալ բանաձևով՝

$$\begin{aligned} \operatorname{Ind} L = & \frac{\arg z_+(t_1) + \arg z_-(t_1) - \arg z_+(t_2) - \arg z_-(t_2)}{2\pi} + \\ & + k_1 - k_2 + \left| \frac{\ln z(t)}{2\pi i} \right|_{t_1} - \left| \frac{\ln z(t)}{2\pi i} \right|_{t_2}. \end{aligned}$$

որտեղ՝

$$-\pi \leq \arg z_+(t_i) + \arg z_-(t_i) + 2z_i + 2\pi k_i < \pi, \quad i = 1, 2.$$

ЛИТЕРАТУРА — ТРЦЦЦЦЦЦЦЦЦЦ

- 1 Н. Н. Мусхелишвили, Сингулярные интегральные уравнения, Изд. «Наука», 1968
2 Н. Н. Векуа, Системы сингулярных интегральных уравнений, Изд. «Наука», 1970
3 Ф. Д. Гахов, Красовые задачи, М., 1963. 4 Н. Н. Векуа, Тр. Тбилисск. матем. института АН Груз. ССР, т. 18, стр. 307 (1951). 5 Б. В. Хведелидзе, Тр. Тбилисск. матем. института АН Груз. ССР, т. 23, стр. 3 (1957). 6 Л. А. Чикин, Уч. зап. Казанск. ун-та, т. 113, кн. 10 (1953). 7 И. Е. Тоомасян, Дифференциальные уравнения, т. 3, вып. 1, (1967). 8 С. Г. Михлин, Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения, Физ. мат. изд., 1962.

УДК 517—9

МАТЕМАТИКА

Н. Б. Енгибарян, М. А. Мнацаканян

К решению дискретных уравнений Винера-Хопфа

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 12/11 1972)

Бесконечные системы линейных алгебраических уравнений с тен-
 лиевыми матрицами вида

$$\sum_{j=0}^{\infty} c_{j-k} x_j = b_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

именуемые в литературе дискретными уравнениями Винера-Хопфа, изучались многими авторами. В работе М. Г. Крейна ⁽¹⁾ построена теория уравнений (1) на основе метода Винера-Хопфа. В книге Н. Ц. Гохберга и Н. А. Фельдмана ⁽²⁾ развиты проекционные методы их решения.

В настоящей заметке предлагается новый метод решения операторного уравнения вида (1). Метод исходит из принципа инвариантности Амбарцумяна, ранее успешно примененного к решению скалярных и операторных интегральных уравнений Винера-Хопфа ⁽³⁻⁵⁾.

1. Пусть E — комплексное банахово пространство и R — банахова алгебра с единицей I линейных непрерывных операторов, действующих в E . Пусть $b_k \in E$, $k = 0, 1, 2, \dots$ и $a_k \in R$, $k = 0, \pm 1, \dots$, причем

$$\{a_k\}_{k=0}^{\infty} \in l_1(R), \quad \text{т. е.} \quad \sum_{k=0}^{\infty} \|a_k\| < \infty,$$

$$\{b_k\}_0^{\infty} \in M, \quad \text{т. е.,} \quad \sup_k \|b_k\| < \infty.$$

Рассмотрим дискретное уравнение Винера-Хопфа второго рода

$$x_k - \sum_{j=0}^{\infty} a_{j-k} x_j = b_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

при $\|a\| < \|a_1\|$, где λ_1 — первое собственное число матрицы.

Введем оператор-функции

$$G_+(s) = (2\pi i)^{-1} \sum_{k=0}^{\infty} a_k s^k, \quad (3)$$

$$G_-(s) = (2\pi i)^{-1} \sum_{k=1}^{\infty} a_{-k} (-s)^{-k}, \quad (4)$$

голоморфные соответственно внутри и вне единичного круга $|s| < 1$ и непрерывные вплоть до его границы Γ . Согласно (3) — (4),

$$a_k = \int_{\Gamma} G_-(z) z^{k-1} dz, \quad k > 0, \quad (5)$$

$$a_{-k} = \int_{\Gamma} G_+(z) (-z)^{k-1} dz, \quad k > 0. \quad (6)$$

Наряду с уравнением (2) рассмотрим следующее вспомогательное уравнение

$$y_k(s) = i \sum_{j=0}^{\infty} a_{j-k} y_j(s) = (-s)^k I, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

относительно вектора $\|y_k(s)\|_{\infty}$; оператор-функции $y_k(s) \in R$, $|s| \leq 1$. Решение уравнения (2) выразится посредством $\|y_k\|$ следующим образом:

$$x_k = \lim_{r \rightarrow 1-0} \int_{\Gamma} y_k(s) B(rs) ds, \quad (8)$$

где

$$B(s) = (2\pi i)^{-1} \sum_{m=0}^{\infty} b_m (-s)^{m-1}. \quad (9)$$

В частности, если $\sum_{m=0}^{\infty} \|b_m\| < \infty$, формула (8) принимает вид

$$x_k = \int_{\Gamma} y_k(s) B(s) ds. \quad (10)$$

Займемся решением уравнения (7). Перепишем эту систему без первого уравнения, то есть, при $k = 1, 2, \dots$, в виде

$$y_{k+1}(s) = i \sum_{j=0}^{\infty} a_{j-k} y_{j+1}(s) = (-s) (-s)^k I + i a_{-k-1} y_0(s), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

Сравнивая (11) с (7), замечаем, что вектор $\|y_{k+1}\|_{\infty}$ удовлетворяет уравнению с той же матрицей, что и вектор $\|y_k\|_{\infty}$. С другой стороны, принимая во внимание (6), замечаем, что правую часть (11) можно представить в виде суперпозиции по s правой части (7). С учетом единственности решения (2) получаем следующее рекуррентное соотношение

$$y_{k+1}(s) = -s y_k(s) + \left| \int_{\Gamma} y_k(z) G_+(z) dz \right| y_0(s), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

позволяющее определить оператор-функции $y_k(s)$ по $y_0(s)$.

2. Займемся определением оператор-функции $y_0(s)$. Введем производящую функцию

$$W(p, s) = \sum_{k=0}^{\infty} y_k(s) p^{-k-1}, \quad (13)$$

голоморфную по s внутри и по p вне единичного круга.

Умножая (12) на p^{-k-1} и суммируя по k , получаем

$$p W(p, s) - y_0(s) = -s W'(p, s) + \left| \int_{\Gamma} W(p, \zeta) G_+(\zeta) d\zeta \right| y_0(s).$$

Отсюда

$$W(p, s) = \frac{\varphi_+(p) \varphi_-(s)}{p + s}, \quad (14)$$

где

$$\varphi_-(p) = I + \int_{\Gamma} W(p, \zeta) G_-(\zeta) d\zeta, \quad (15)$$

и для симметричности записи сделано переобозначение $\varphi_-(s) = y_0(s)$.

Оператор-функции φ_+ и φ_- голоморфны соответственно внутри и вне единичного круга и непрерывны вплоть до границы.

Функцию $\varphi_-(s)$ также можно выразить через $W(p, s)$. Подставляя в первое уравнение ($k=0$) системы (7) выражение (5) для u_k и меняя порядок суммирования и интегрирования, получаем

$$\varphi_-(s) = I + \int_{\Gamma} G_-(\zeta) W(\zeta, s) d\zeta. \quad (16)$$

В свою очередь, согласно (14), W выражается через φ_+ и φ_- . Подставляя это выражение в (15) и (16), приходим к следующей системе операторных уравнений относительно φ_+ и φ_- :

$$\begin{aligned} \varphi_+(s) &= I + \int_{\Gamma} \frac{1}{s + \zeta} G_-(\zeta) \varphi_-(\zeta) \varphi_+(s) d\zeta, \\ \varphi_-(s) &= I + \int_{\Gamma} \frac{1}{s + \zeta} \varphi_-(s) \varphi_+(\zeta) G_+(\zeta) d\zeta. \end{aligned} \quad (17)$$

Аналогичная система нелинейных уравнений была получена в (1) при решении интегральных уравнений Винера-Хонфа. Следуя методу, наложенному в (1), систему (17) можно свести к раздельным сингулярным уравнениям относительно

$$\tilde{\varphi}_+ = \varphi_+ G_-, \quad \tilde{\varphi}_- = G_+ \varphi_-.$$

Решение этих сингулярных уравнений в скалярном случае приводится в книге (2). Там же исследован случай, когда φ_+ и G_- — конечные матрицы.

3. После определения оператор-функций $\varphi_{\pm}(s)$, оператор-функции $u_k(s)$ могут быть найдены одним из следующих двух способов:

а) из рекуррентного соотношения (12). Напомним, что $y_0(s) = \varphi(s)$.

б) находится оператор-функция $W(p, s)$, (14), коэффициенты разложения которой по отрицательным степеням p суть $y_k(s)$. Как это следует из (13), $y_k(s)$ представляются в виде контурных интегралов

$$y_k(s) = (2\pi i)^{-1} \int_{\Gamma} W(p, s) p^k dp. \quad (18)$$

Заметим, что знание $\varphi(s)$ позволяет аналогичным образом решить также уравнение, транспонированное к (2).

4. В том частном случае, когда $|a_k|_0^-$ и $|b_k|_0^-$ действительные числа, причем проблема моментов на $[-1, 1]$ разрешима для последовательностей $|a_k|_0^-$, $|a_{-k}|_1^-$ и $|b_k|_0^-$, то есть, возможно представление

$$\begin{aligned} a_k &= \int_{-1}^1 s^k dz_1(x), \quad k \geq 0; & a_{-k} &= \int_{-1}^1 s^k dz_1(s), \quad k > 0; \\ b_k &= \int_{-1}^1 s^k d\omega(s), \quad k \geq 0; \end{aligned} \quad (19)$$

решение системы (2) сводится к решению следующей системы функциональных уравнений

$$\varphi_+(s) = I + \int_0^1 \frac{ss'}{1-ss'} \varphi_+(s) \varphi_-(s') dz_1(s'), \quad (20)$$

$$\varphi_-(s) = I + \int_0^1 \frac{1}{1-ss'} \varphi_-(s) \varphi_+(s') dz_1(s'). \quad (21)$$

Хотя уравнения (20), (21) могут быть решены в явном виде, целесообразно решать их численно, ограничиваясь при этом вещественными значениями аргументов.

Авторы выражают благодарность академику В. А. Амбарцумяну за ценные обсуждения.

Институт математики Академии наук Армянской ССР
Биранская астрофизическая обсерватория

Ե. Ր. ԵՄԻՐՅԱՆ, Մ. Ա. ՄԱՅԱՆՅԱՆ

Վրեն-Հոպֆի դիսկրետ հաճախությունների լուծման մասին

Հոդվածում առաջարկվում է Վրեն-Հոպֆի դիսկրետ օպերատորային հաճախությունների լուծման նոր մեթոդ հիմնված Համբարձումյանի ինվարիանտության սկզբունքի կիրառման վրա։ Այն թույլ է տալիս հաճախության լուծումը բերել որոշ ֆունկցիոնալ ֆունկցիոնալ հաճախությունների, որոնք հեշտությամբ լուծվում են թվորեն, իսկ որոշ մասնավոր դեպքերում՝ անալիտիկորեն։

ЛИТЕРАТУРА — ТРИЦЕНТИРИУМ

¹ М. Г. Крейн, УМН. т. 13, вып. 5. 3. 1958. ² И. Ц. Гохберг, И. А. Фельдман, Уравнения в свертках... М., 1971. ³ В. А. Амбарцумян, Научные труды, т. 1, Ереван, 1960. ⁴ В. В. Соболев, Перенос лучистой энергии, М., 1956. ⁵ Н. Б. Енсибарян, ДАН Арм. ССР, т. 1, IV, № 1 (1972). ⁶ И. И. Мусхелишвили, Сингулярные интегральные уравнения, М., 1968.

УДК 517.5

МАТЕМАТИКА

А. К. Таслакян

Оценка коэффициентов и абсолютная сходимость обобщенных рядов Лежандра. Оценка остатка

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Л. Шагиняном 18 II 1972)

В работе (1) установлено условие разложимости функций в ряд Фурье по квазиортонормам Лежандра, а именно

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(x),$$

где $x \in (0,1)$

$$P_n(x) = \frac{\sqrt{\gamma_n^* + \gamma_n'}}{2\pi i} \int_C \prod_{s=0}^{n-1} \frac{\xi + \gamma_s^* + 1}{\xi - \gamma_s^*} \frac{x\xi}{\xi - \gamma_n^*} d\xi; \quad a_n = \int_0^1 f(x) P_n(x) dx$$

$$0 \leq \gamma_0^* < \gamma_1^* < \dots < \gamma_n^* < \dots, \quad \gamma_s' = \gamma_s^* + 1, \quad \gamma_n^* = O(n),$$

а контур C здесь, и впредь в аналогичных случаях, охватывает окрестности нулей знаменателя подынтегральной функции.

В настоящей работе оценивается скорость коэффициента Фурье a_n , с которой он стремится к нулю, доказывается абсолютная сходимость обобщенных рядов Лежандра и получается оценка остатка.

Теорема 1. Пусть $f(x)$ -функция с ограниченным изменением на $[0,1]$, V — есть полное изменение функции $f(x)$ на $[0,1]$, и пусть a_n — коэффициент Фурье функции $f(x)$. Тогда

$$|a_n| < \frac{CV}{R_0}, \tag{1}$$

где R_0 есть единственный положительный корень уравнения

$$\ln \frac{1}{x} = 2 \sum_{s=0}^n \frac{\gamma_s^*}{R_0^2 + \gamma_s^{*2}},$$

который стремится к бесконечности с такой же быстротой, как и n , а C — абсолютная постоянная.

Доказательство. Так как $f(x)$ — есть функция с ограниченным изменением, то ее можно представить

$$f(x) = \varphi_1(x) - \varphi_2(x)$$

где $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$ — монотонные функции. Следовательно,

$$a_n = \int_0^1 f(x) P_n(x) dx = \int_0^1 \varphi_1(x) P_n(x) dx - \int_0^1 \varphi_2(x) P_n(x) dx = I_1 - I_2.$$

Имеем

$$P_n(x) = \frac{\sqrt{2\gamma_n^* + 1}}{2\pi i} \int_C \prod_{s=0}^{n-1} \frac{\xi + \gamma_s^* + 1}{\xi - \gamma_s^*} \cdot \frac{x^\xi}{\xi - \gamma_n^*} d\xi.$$

В качестве контура C целесообразно взять $\xi = R_1 e^{i\psi}$, где $R_1 = R_0 \sqrt{1 - \delta}$, δ ($0 < \delta < 1$) произвольное, но достаточно малое число.

Далее, используя теорему о среднем значении, получаем

$$I_1 = \varphi_1(1) \int_0^1 P_n(x) dx = -\varphi_1(1) \frac{\sqrt{2\gamma_n^* + 1}}{2\pi i} \int_C \prod_{s=0}^{n-1} \frac{\xi + \gamma_s^* + 1}{\xi - \gamma_s^*} \frac{x_1^{\xi+1} d\xi}{(\xi + 1)(\xi - \gamma_n^*)}.$$

Обозначим

$$\gamma_n^* + \frac{1}{2} = \gamma_n, \quad n = \ln \frac{1}{x}, \quad \text{тогда}$$

$$I_1 = -\varphi_1(1) \frac{\sqrt{2\gamma_n x_1}}{2\pi i} \int_C \prod_{s=0}^{n-1} \frac{\xi + \gamma_s}{\xi - \gamma_s} \frac{e^{-u\xi}}{\left(\xi + \frac{1}{2}\right)(\xi - \gamma_n)} d\xi.$$

В работе (2) доказано

$$x^\xi P_n(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{\gamma_n R_0}{(R_0^2 + \gamma_n^2) \psi''(1)}} \cos[\varphi(R_0) + \Theta] + o(1), \quad (2)$$

где

$$\psi''(1) = 4R_0^2 \sum_{s=0}^n \frac{\gamma_s}{(R_0^2 + \gamma_s^2)^2}, \quad |\psi''(1)| < M,$$

$$\varphi(R_0) = nR_0 - 2 \sum_{s=0}^n \arctg \frac{R_0}{\gamma_s}, \quad \Theta = \arctg \frac{in R_0}{\gamma_n + R_0}.$$

Следовательно

$$I_1 = -\varphi_1(1) \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{\gamma_n R_0}{(R_0^2 + \gamma_n^2) \psi''(1)}} \cdot \frac{\cos[\varphi(R_0) + \Theta]}{R_0} x_1 + o\left(\frac{1}{R_0}\right)$$

и окончательно

$$|I_1| < C \frac{|\varphi_1(1)|}{R_0}.$$

Таким же путем можно получить

$$|I_2| < C \frac{|\varphi_2(1)|}{R_0}.$$

откуда

$$|a_n| < \frac{CV}{R_0}.$$

Теорема доказана.

Теорема 2. Пусть $f(x)$ — функция с ограниченным изменением на $[0,1]$. V_1 — полное изменение функции $f(x)$ на $[0,1]$. Тогда

$$|a_n| < \frac{C_1 V_1}{R_0^2}. \quad (3)$$

Доказательство. Обозначим

$$I_n(t) = \int_0^t P_n(x) dx.$$

Имеем

$$a_n = \int_0^1 f(t) P_n(t) dt = \int_0^1 f(t) dI_n(t) = - \int_0^1 f(t) I_n(t) dt$$

так как

$$I_n(1) = I_n(0) = 0.$$

Поступая аналогично, как и выше, получим доказательство теоремы.

Следствие 1. Пусть $f^{(p)}(x)$ ($p > 1$) — функция с ограниченным изменением на $[0,1]$. V_p — полное изменение функции $f^{(p)}(x)$ на $[0,1]$.

Тогда

$$|a_n| < \frac{C_p V_p}{R_0^{p+1}}. \quad (3')$$

Теорема 3. Если $f(x)$ есть функции с ограниченным изменением на $[0,1]$, то ряд

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(x)$$

сходится абсолютно в промежутке $(0,1)$.

Доказательство. Имеем

$$a_n = \int_0^1 f(x) P_n(x) dx = - \int_0^1 f(x) I_n(x) dx.$$

С другой стороны, так как

$$|P_n(x)| < M_1, \quad x \in (0,1)$$

и используя (3), получаем

$$\sum_{n=p}^{\infty} |a_n P_n(x)| \leq C_2 \sum_{n=p}^{\infty} \frac{1}{R_0^2} < C_2 \sum_{n=p}^{\infty} \frac{1}{R_0^2} < \varepsilon.$$

так как $R_0 \rightarrow \infty$ с той же скоростью, что и n .

Теорема доказана.

Следствие 2. Если $f'(x) \in \text{Lip } \alpha$ ($\alpha > 1$), то ряд

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(x)$$

сходится абсолютно в промежутке $(0,1)$.

— Оценка остатка. Рассмотрим функцию. ⁽¹⁾

$$L_n(x) = \int_0^1 |K_n(x, t)| dt,$$

где ⁽¹⁾

$$K_n(x, t) = \frac{\sqrt{xt}}{2\pi i} \int_C \prod_{s=0}^n \frac{z + \gamma_s}{z - \gamma_s} x^z dz - \frac{1}{2\pi i} \int_C \prod_{s=0}^n \frac{z + \gamma_s}{z - \gamma_s} \frac{t^z dz}{z + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}},$$

Лемма. Для любых $x \in (0,1)$ и $t \in (0,1)$ верно

$$L_n(x) < C_2 \sqrt{R_0} \ln R_0 \quad (4)$$

Доказательство. В самом деле, пусть $x \in (0,1)$, тогда для достаточно малого h ($h = \frac{1}{\sqrt{R_0}}$) весь сегмент $[x-h, x+h]$ также принадлежит к $(0,1)$. Функцию $L_n(x)$ запишем в виде

$$\begin{aligned} L_n(x) &= \int_0^{x-h} |K_n(x, t)| dt + \int_{x-h}^{x+h} |K_n(x, t)| dt + \int_{x+h}^1 |K_n(x, t)| dt = \\ &= I_{n,1}(x) + I_{n,2}(x) + I_{n,3}(x). \end{aligned}$$

В работе ⁽¹⁾ доказано, если

$$|A_n(x)| = \int_0^{x-h} |K_n(x, t)| dt + \int_{x+h}^1 |K_n(x, t)| dt,$$

$$|B_n(x)| = \int_{x-h}^{x+h} |K_n(x, t)| dt,$$

то верно

$$|A_n(x)| < \frac{C_1}{\sqrt{R_0}}; \quad |B_n(x)| < C_2 \ln R_0$$

следовательно

$$|K_n(x, t)| < C_1 \sqrt{R_0}, \quad 0 \leq t \leq x-h, \quad x+h \leq t \leq 1,$$

$$|K_n(x, t)| < C_2 R_0 \ln R_0, \quad x-h \leq t \leq x+h.$$

и окончательно получим

$$L_n(x) < C_2 \sqrt{R_0} \ln R_0$$

Следствие 3. Если $|f(x)| < M$, то частная сумма ее обобщенного ряда Лежандра удовлетворяет

$$|S_n(x)| < MC_2 \sqrt{R_0} \ln R_0 \leq C_3 \sqrt{R_0} \ln R_0 \quad (5)$$

В самом деле, благодаря (4) имеем

$$|S_n(x)| \leq M \int_0^1 |K_n(x, t)| dt < MC_2 \sqrt{R_0} \ln R_0 \leq C_3 \sqrt{R_0} \ln R_0$$

Следствие 4. Если $f(x)$ есть функция с ограниченным изменением на $[0, 1]$, V — есть полное изменение на $[0, 1]$, то

$$|S_n(x)| < C_2 V \ln R_0 \quad (6)$$

В самом деле, имеем

$$S_n(x) = \int_0^1 \varphi_1(x) K_n(x, t) dt + \int_0^1 \varphi_2(x) K_n(x, t) dt = I_1(x) + I_2(x),$$

где

$$I_1(x) = \int_0^{1-h} \varphi_1(x) K_n(x, t) dt + \int_{x-h}^{x+h} \varphi_1(x) K_n(x, t) dt + \int_{x+h}^1 \varphi_1(x) K_n(x, t) dt$$

$$I_2(x) = \int_0^{1-h} \varphi_2(x) K_n(x, t) dt + \int_{x-h}^{x+h} \varphi_2(x) K_n(x, t) dt + \int_{x+h}^1 \varphi_2(x) K_n(x, t) dt.$$

В дальнейшем поступаем так, как в работе (1).

Теорема 4. Пусть $f(x)$ имеет производные до p -го порядка ($p \geq 1$) включительно, и пусть $|f^{(p)}(x)| \leq M_p$.

Тогда

$$|R_n(f, x)| < C_7 \frac{\ln R_0}{R_0^{p-2}} M_p. \quad (7)$$

Доказательство. Имеем

$$R_n(f, x) = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k P_k(x) = \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^m a_k P_k(x) = \lim_{m \rightarrow \infty} S_m(x) = S_n(x),$$

где

$$S_m(x) = \int_0^1 f(t) K_m(x, t) dt,$$

$$S_n(x) = \int_0^1 f(t) K_n(x, t) dt,$$

Интегрируя p раз по частям, получаем

$$S_m(x) = (-1)^p \int_0^1 f^{(p)}(t) I_{m,p}(x, t) dt,$$

где

$$I_{m,1}(x, t) = \int_0^1 K_m(x, u) du$$

$$\vdots$$

$$I_{m,p}(x, t) = \int_0^1 I_{m,p-1}(x, u) du.$$

Далее

$$|S_m(x)| \leq M_p \int_0^1 |I_{m,p}(x, t)| dt,$$

используя неравенство (1), получаем

$$\int_0^1 |I_{m,p}(x, t)| dt \leq C_2 \frac{\ln \bar{R}_0}{\bar{R}_0^{p-\frac{1}{2}}},$$

где $\bar{R}_0$ определяется так, как и R_0 .
Следовательно

$$|S_m(x)| < C_3 M_p \frac{\ln \bar{R}_0}{\bar{R}_0^{p-\frac{1}{2}}},$$

где $\bar{R}_0 = O(m)$. Значит $S_m(x) \rightarrow 0$, когда $m \rightarrow \infty$.

Такую же оценку можно получить и для $S_n(x)$, а именно

$$|S_n(x)| < C_2 \frac{\ln R_0}{R_0^{p-\frac{1}{2}}},$$

Окончательно получим

$$|R_n(f, x)| < C_1 \frac{\ln R_0}{R_0^{p-\frac{1}{2}}} M_p.$$

Теорема доказана.

Следствие 5. Если $f^{(p)}(x)$ есть функция с ограниченным изменением, и V_p ее полное изменение на $[0,1]$, то

8)

$$|R_n(f, x)| < C_5 \frac{\ln R_0}{R_0^{n+2}} V_p. \quad (8)$$

В самом деле, благодаря (6) и поступая аналогично как и выше, получим доказательство теоремы.

В заключение приношу благодарность Г. В. Бадаляну за постановку задачи и советы при выполнении.

Ереванский государственный университет

Ա. Կ. ՔԱՆԱԿՅԱՆ

Լեժանդրի բնդհանրացած չափերի զործակիցների գնահատականը և բացարձակ զուգամիտությունը: Մնացորդի գնահատականը

Աշխատանքում դնահատվում է

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(x), \quad P_n(x) = \frac{\sqrt{2\gamma_n^2 + 1}}{2\pi i} \int_C \prod_{k=0}^{n-1} \frac{\xi + \gamma_k^2 + 1}{\xi - \gamma_k^2} \frac{x^2 d\xi}{\xi - \gamma_n^2}$$

չափի a_n Ֆուրիեի զործակիցի զույգի ձգտելու արագությունը, ապացուցվում է այդ չափի բացարձակ զուգամիտությունը և ստացվում է մնացորդի գնահատականը:

Թեորեմ 1. Դիցուք $f(x)$ -ը $[0,1]$ -ում սահմանափակ փոփոխության ֆունկցիա է, V -ն $f(x)$ -ի լրիվ փոփոխությունն է $[0,1]$ -ում և դիցուք a_n -ը $f(x)$ ֆունկցիայի Ֆուրիեի զործակիցն է: Այդ դեպքում

$$|a_n| < \frac{CV}{R_0}$$

որտեղ՝ R_0 -ն

$$\ln \frac{1}{x} = 2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\gamma_k^2}{R_0^2 + \gamma_k^2}$$

նախատարժան միակ արժեքն է:

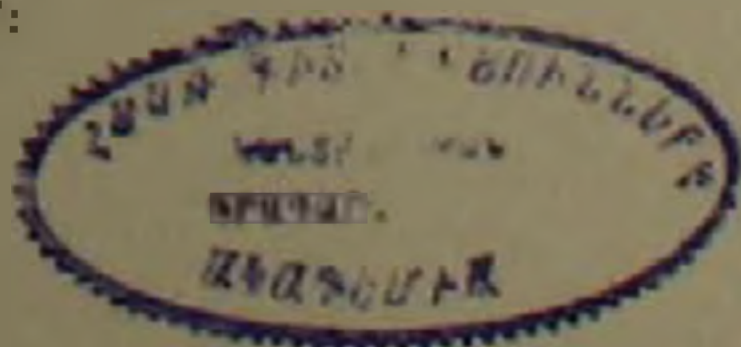
Թեորեմ 2. Դիցուք $f'(x)$ ֆունկցիան սահմանափակ փոփոխության ֆունկցիա է $[0,1]$ -ում, V_1 -ը $f'(x)$ ֆունկցիայի լրիվ փոփոխությունն է $[0,1]$ -ում: Այդ դեպքում

$$|a_n| < \frac{C_1 V_1}{R_0^2}$$

Թեորեմ 3. Եթե $f''(x)$ ֆունկցիան սահմանափակ փոփոխության ֆունկցիա է $[0,1]$ -ում, ապա՝

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(x)$$

չափը բացարձակ զուգամիտ է $(0,1)$ -ում:



Թեորեմ 4. Դիցուք $f(x)$ ֆունկցիան ունի ներառյալ մինչև p կարգի ածանցյալ ($p > 1$) և դիցուք

$$|f^{(p)}(x)| \leq M_p.$$

Այդ դեպքում՝

$$|R_n(f, x)| < C_7 \frac{\ln R_0}{R_0^{p-\frac{1}{2}}} M_p.$$

Ստացվում են նաև (1), (2), (3), (4) և (5) հավանաբանություններ

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. К. Таслакян, «Молодой научный работник ЕГУ», № 14, 1971. ² Г. В. Бадал, «Известия АН Арм. ССР», т. 13, № 3 (1960). ³ И. П. Натансон, Конструктивная теория функций, М.—Л., 1949.

УДК 519.1

МАТЕМАТИКА

К. М. Мосесян

Базлируемые и сильно базлируемые графы

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Н. Мергеляном 23 III 1972)

В настоящей статье мы придерживаемся терминологии, принятой в (1). Под словом „граф“ всюду будем понимать конечный связный граф без петель (параллельные ребра допускаются).

Неориентированный граф, который можно ориентировать так, чтобы он стал базисным графом некоторого орграфа (граф частично-го упорядочения) назовем базлируемым (сильно базлируемым), а соответствующую ориентацию — базлирующей (сильно базлирующей).

В монографии (2) поставлены следующие задачи: описать классы базлируемых (гл. 8, п. 4, проблема 1*) и сильно базлируемых (гл. 9, п. 1) графов.

В настоящей статье получена связь между понятиями базлируемости и сильной базлируемости. В частности, доказано, что для обыкновенных графов без треугольников эти понятия равносильны. Кроме того, получена нижняя оценка, в некотором смысле точная, для количества сильно базлирующих ориентаций.

Приведем некоторые определения.

Орграф $\vec{L} = (X, \vec{U})$ называется бисвязным, если для любых вершин a и b ($a, b \in X, a \neq b$) существует путь, идущий из a в b .

Подграф $\vec{L}' = (X', \vec{U}')$ орграфа $\vec{L} = (X, \vec{U})$ называется бикомпонентой, если он бисвязен и максимален относительно этого свойства.

Подграф $H = (Y, V)$ графа $L = (X, U)$ называется насыщенным, если он базлируем, и при всякой базлирующей ориентации превращается в бисвязный орграф.

Стягиванием подграфа $H = (Y, V)$ называется процесс, при котором все дуги из $H = (Y, V)$ опускаются, а вершины отождествляются.

Вершина $a \in X$ орграфа $\vec{L} = (X, \vec{U})$ инцидентная не более, чем двум дугам, называется антиузлом.

Бисвязный граф, который утрачивает это свойство после удаления любого ребра, называется минимально связным.

Через B обозначим класс базизируемых, а через S — класс сильно базизируемых графов.

Через $\Phi_n(L)$ ($\Phi_n^+(L)$) обозначим класс таких сильно базизирующих ориентаций графа $L = (X, U)$, при которых все дуги, инцидентные вершине a , исходят из нее (закончат в нее), а через Λ_p — класс графов, не имеющих циклов длины меньше, чем p .

Известны следующие результаты (см. соотв. [4-6]).

(1). Минимальный связный граф имеет, по крайней мере, два антиузла.

(2). Если граф $L' = (X', U')$, полученный из $L = (X, U) \in \Lambda_1$ удалением какой-нибудь вершины и степени $\rho(a) \leq 2$, является сильно базизируемым, то сильно базизируемым будет и граф $L = (X, U)$.

(3). $L = (X, U) \in S \iff \forall a \in X (\Phi_n^+(L) \neq \emptyset)$.

Можно показать, что имеют место следующие утверждения.

Лемма 1. Пусть $\vec{L} = (X, \vec{U})$ — одна из бикомпонент базизируемо-ориентированного графа $\vec{L} = (X, \vec{U})$. Тогда длина всякой цепи между вершинами $a, b \in X$, состоящей из ребер $U \cap U'$, не менее 4.

Лемма 2. Снятый бисвязный подграф $\vec{H} = (Y, \vec{V})$ базизируемо-ориентированного графа $\vec{L} = (X, \vec{U})$, получит базизируемо-ориентированный граф.

Из (1) следует

Лемма 3. Если все вершины графа $L = (X, U) \in B$ имеют степень $\rho(x) \geq 3$, то L не имеет бисвязной базизирующей ориентации.

В [4] доказано, что в классе Λ_1 для графов с числом ребер не более 20, свойства базизируемости и сильной базизируемости эквивалентны. Следующая теорема показывает, что в Λ_1 эта эквивалентность имеет место независимо от числа ребер.

Теорема 1. $S = B \cap \Lambda_1$.

Доказательство. Ясно, что $S \subseteq B \cap \Lambda_1$.

Соотношение

$$B \cap \Lambda_1 \subseteq S \quad (1)$$

докажем индукцией по числу ребер. Для однореберных графов (1) тривиально. Допустим, что оно верно для всех графов с числом ребер не более $m-1$, и пусть граф $L \in B \cap \Lambda_1$ содержит m ребер ($m \geq 2$).

а) $\exists a \in X \rho(a) \leq 2$.

Удаляя вершину a из графа $L = (X, U)$, получим граф $L' = (X - a, U') \in B \cap \Lambda_1$. Так как $m(L') \leq m-1$, то $L' \in S$ и, в силу (2), $L = (X, U) \in S$.

б) $\forall x \in X \rho(x) \geq 3$.

Придадим графу $L = (X, U)$ какую-нибудь базизирующую ориентацию. Если при этой ориентации нет орициклов, то она сильно бази-

рующая. Если же есть ориклы, то, стянув в точку $a \notin X$ одну из биоконнентов $H = (Y, V)$, получим (по лемме 2) базирuемо ориентированный граф $L'' = (X'', \bar{U}'')$ с $m(L'') < m - 1$.

По лемме 3 граф L'' не пустой, а по лемме 1, $L'' \in \Lambda_1$. Следовательно, по индуктивному предположению, $L'' \in S$ и $H \in S$. В силу (3) $\Phi''_a(X'') \neq \emptyset$. Пусть $\varphi(L'') \in \Phi''_a(L'')$, а $\Psi(H)$ какая-нибудь сильно базирuющая ориентация графа $H = (Y, V)$. Легко заметить, что ориентация $\gamma(L) = \varphi(L'') + \Psi(H)$ будет сильно базирuющей для графа $L = (X, U)$. Значит, $L = (X, U) \in S$. Теорема доказана.

Следствие. Граф содержит насыщенный подграф тогда и только тогда, когда он содержит треугольни или пару вершин, соединенную двумя ребрами.

Следующая теорема устанавливает связь между понятиями базирuемости и сильной базирuемости для графов из класса $\Lambda_2 \cup \Lambda_1$.

Теорема 2. Для базирuемости графа $L = (X, U)$ необходимо и достаточно, чтобы после стягивания всех максимальных насыщенных подграфов получился сильно базирuемый граф.

В работе (*) был доказан следующий результат.

(5): если для графа $L = (X, U) \in S$ существует сильно базирuющая ориентация, в которой длина наибольшего пути равна p , то существует не менее, чем $p + 1$ различных сильно базирuющих ориентаций.

Оказывается, что эта оценка точная только для двух графов, а для всех остальных можно ее удвоить. Именно, имеет место.

Теорема 3. Если граф $L = (X, U) \in S$, не являющийся цепью длины ≤ 2 , при какой-нибудь сильно базирuющей ориентации имеет путь длины p , то существует не менее $2(p + 1)$ различных сильно базирuющих ориентаций.

Доказательство. Рассмотрим сильно базирuющие ориентации.

$$\varphi_0(X_p^+, X_0^-); \quad \varphi_k(X_{p-k}^+, X_{p-k+1}^-) \quad k = 1, 2, \dots, p. \quad (6)$$

построенные в (*). Так как все ориентации системы (6) попарно различны, то попарно различны также их противоположные ориентации

$$\bar{\varphi}_0(X_p^+, X_0^-); \quad \bar{\varphi}_k(X_{p-k}^+, X_{p-k+1}^-), \quad k = 1, 2, \dots, p. \quad (7)$$

Можно показать, что для графов с хроматическим числом $\gamma \geq 3$ любые две ориентации, взятые соответственно из (6) и (7), различаются. Следовательно, для них теорема 3 верна. Легко заметить, что она верна также для деревьев.

Рассмотрим бихроматический граф, не являющийся деревом. Раскрасим его цветами 2, 3 и обозначим эту раскраску через $\Psi_1(2, 3)$. Очевидно, при $\Psi_1(2, 3)$ каждым цветом будут окрашены не меньшей мере две вершины. Раскрасив одну из вершин цвета 2 цветом 4, по-

лучим раскраску Ψ_2 (2, 3, 4), и раскрасив одну из вершин цвета 3 цветом 1, раскраску Ψ_3 (1, 2, 3).

Сильно базирующие ориентации φ_1 , φ_2 и φ_3 получаются соответственно из раскрасок Ψ_1 (2, 3), Ψ_2 (2, 3, 4) и Ψ_3 (1, 2, 3) путем ориентации ребер от вершин меньшего номера к вершинам большего номера. Легко заметить, что ориентации φ_1 , φ_2 , φ_3 , $\bar{\varphi}_1$, $\bar{\varphi}_2$, $\bar{\varphi}_3$ все различны. Теорема доказана.

Замечание. Известно (¹), что утверждение (5) верно и для бесконечных графов. Как видно из доказательства, теорема 3 также справедлива для бесконечных графов.

Следствие. Для сильно базируемого графа $L = (X, U)$, не являющегося ребром, существует не менее $2^{|L|}$ различных сильно базирующих ориентаций.

Это вытекает из теоремы Виталева (¹) и из теоремы 3.

Вычислительный центр Академии наук Армянской ССР и
Ереванского государственного университета.

Կ. Մ. ՄԱՍԻՍՅԱՆ

Բազիսացվող և ուժեղ բազիսացվող գրաֆներ

Ոչ կողմնորոշված գրաֆը կոչվում է բազիսացվող (ուժեղ բազիսացվող), եթե այն կտրելի է կողմնորոշման միջոցով դարձնել որևէ գրաֆի (մասնակի կտրիչավորման գրաֆի) բազիսային գրաֆ:

Որևի (²) մենագրությունում դրված են հետևյալ խնդիրները. նկարագրել բազիսացվող (գլ. 8, § 1, խնդիր 1^o) և ուժեղ բազիսացվող (գլ. 9, § 1) գրաֆների դասը:

Աշխատանքում կապ է հաստատվում բազիսացման և ուժեղ բազիսացման զաղափարների միջև: Ապացուցվում է, որ գրաֆի ուժեղ բազիսացման համար անհրաժեշտ է և բավարար, որ այն լինի բազիսացվող և չունենա չորսից փոքր երկարությամբ ցիկլ: Բացի դրանից գրաֆի ուժեղ բազիսային կողմնորոշումների բանակի համար ստացված է ներքին զնահատական, որը բոլոր գրաֆների համար՝ բացի 1 և 2 երկարությամբ շղթաներից, տալիս է 2 անգամ մեծ արդյունք, քան նախկինում հայտնի զնահատականը:

ЛИТЕРАТУРА — ЧРЕЗГРУБНИЧНО

- ¹ А. А. Зинков, Теория конечных графов, т. 1, изд. «Наука», Новосибирск, 1969.
² О. Оре, Теория графов, изд. «Наука», М., 1968. * К. Берг, Теория графов и ее применение, ИЛ, М., 1962. * К. М. Мосesian, ДАН Арм. ССР, т. LIV, № 2 (1972). * К. М. Мосesian, ДАН Арм. ССР, т. LIV, № 2 (1972). * К. М. Мосesian, ДАН Арм. ССР, т. LIV, № 1 (1972).

УДК 539—3

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

С. А. Мелкумян

Контактная задача для полуплоскости с вертикальным конечным
 разрезом

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР О. М. Сипонджяном 2/III 1972)

Рассматривается плоская контактная задача для упругой, изотропной полуплоскости, с разрезом конечной длины a вдоль оси y , начиная от горизонтальной границы.

На участке $2b$ границы полуплоскости приложен жесткий штамп с основанием произвольной формы, симметрично расположенный относительно оси разреза. Предполагается, что трение между штампом и полуплоскостью отсутствует. Для простоты принимается также, что граница полуплоскости вне штампа свободна от внешних усилий, а в разрезе действует только нормальное давление (рис. 1). Насколько известно, эта задача рассматривается впервые. Задача решена методом Фурье.

Решение задачи сводится к системе из двух «парных» интегральных уравнений. Эта система в свою очередь сводится к интегральному уравнению Фредгольма второго рода. Показано, что решение последнего уравнения может быть найдено методом последовательных приближений.

В частных случаях, когда $a = 0$ или $a = \infty$, соответственно получается контактная задача плоской теории упругости для полуплоскости без разреза и квадранта (1).

В силу симметрии граничных условий достаточно рассматривать только область квадранта ($0 \leq x < \infty$, $0 \leq y < \infty$), при этом граничные условия задачи будут иметь вид:

$$\tau_{xy}(x, 0) = 0 \quad (0 \leq x < \infty); \quad \tau_{xy}(0, y) = 0 \quad (0 \leq y < \infty)$$

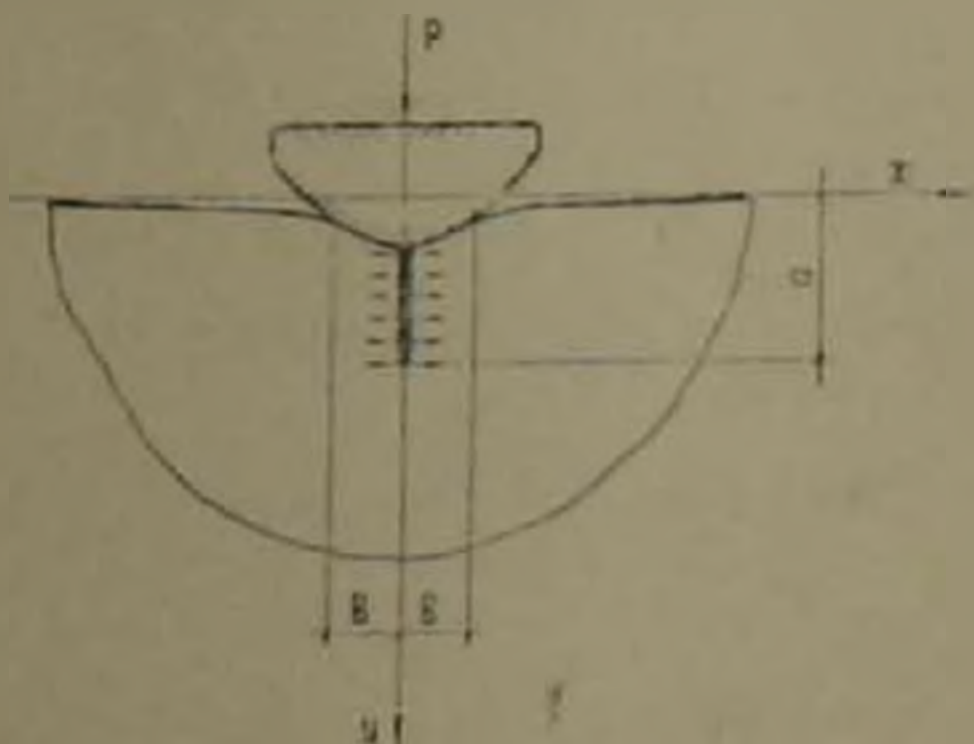


Рис. 1

$$\begin{aligned} v(x, 0) = f(x) \quad (0 < x < b); \quad v_y(x, 0) = 0 \quad (b < x < \infty) \\ v_x(0, y) = f(y) \quad (0 < y < a); \quad u(0, y) = 0 \quad (a < y < \infty) \end{aligned} \quad (1)$$

Бигармоническую функцию напряжения для решения рассматриваемой задачи берем в виде:

$$\begin{aligned} \Phi(x, y) = \int_0^\infty [A(\tau) + \tau x B(\tau)] e^{-\tau x} \cos(\tau y) d\tau + \\ + \int_0^\infty [C(\beta) + \beta y D(\beta)] e^{-\beta y} \sin(\beta x) d\beta \quad (0 < x < \infty; \quad 0 < y < \infty) \end{aligned} \quad (2)$$

Напряжения и перемещения определяются при помощи известных формул (2):

$$\begin{aligned} \sigma_x(x, y) = - \int_0^\infty \tau^2 [A(\tau) + \tau x B(\tau)] e^{-\tau x} \cos(\tau y) d\tau + \\ + \int_0^\infty \beta^2 [C(\beta) - 2D(\beta) + \beta y D(\beta)] e^{-\beta y} \sin(\beta x) d\beta, \\ \sigma_y(x, y) = \int_0^\infty \tau^2 [A(\tau) - 2B(\tau) + \tau x B(\tau)] e^{-\tau x} \cos(\tau y) d\tau - \\ - \int_0^\infty \beta^2 [C(\beta) + \beta y D(\beta)] e^{-\beta y} \sin(\beta x) d\beta, \\ \sigma_{xy}(x, y) = - \int_0^\infty \tau^2 [A(\tau) - B(\tau) + \tau x B(\tau)] e^{-\tau x} \sin(\tau y) d\tau + \\ + \int_0^\infty \beta^2 [C(\beta) - D(\beta) + \beta y D(\beta)] e^{-\beta y} \cos(\beta x) d\beta, \\ u(x, y) = \frac{1}{E} \left\{ \int_0^\infty \tau [A(\tau)(1+\nu) + B(\tau)(1-\nu) + \tau x B(\tau)(1+\nu)] e^{-\tau x} \cos(\tau y) d\tau - \right. \\ \left. - \int_0^\infty \beta [C(\beta)(1+\nu) - 2D(\beta) + \beta y D(\beta)(1+\nu)] e^{-\beta y} \cos(\beta x) d\beta \right\} - a_0 y + b_0, \\ v(x, y) = \frac{1}{E} \left\{ \int_0^\infty \tau [A(\tau)(1+\nu) - 2B(\tau) + \tau x B(\tau)(1+\nu)] e^{-\tau x} \sin(\tau y) d\tau + \right. \\ \left. + \int_0^\infty \beta [C(\beta)(1+\nu) + D(\beta)(1-\nu) + \beta y D(\beta)(1+\nu)] e^{-\beta y} \sin(\beta x) d\beta \right\} - a_0 x + c_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Закрепляя бесконечно удаленную точку, имеем

$$a_0 = b_0 = c_0 = 0. \quad (4)$$

Удовлетворяя граничным условиям (1), получаем

$$C(\beta) = D(\beta), \quad (5)$$

$$B(z) = A(z) - \frac{4}{\pi} \frac{1}{z} \int_0^\infty \frac{\xi^3 D(\xi)}{(z^2 + \xi^2)^2} d\xi, \quad (6)$$

$$\int_0^\infty \xi D(\xi) \sin(\xi x) d\xi = \frac{E}{2} f(x), \quad (0 < x < b) \quad (7)$$

$$\int_0^\infty \xi^3 D(\xi) \sin(\xi x) d\xi = \int_0^\infty z^2 [A(z) - 2B(z) + zx B(z)] e^{-xz} dz, \quad (b < x < \infty)$$

$$\int_0^\infty z^2 A(z) \cos(zy) dz = -f(y), \quad (0 < y < a) \quad (8)$$

$$\int_0^\infty z A(z) \cos(zy) dz = \int_0^\infty \xi^2 y e^{-\xi y} D(\xi) d\xi, \quad (a < y < \infty)$$

Подобные „парные“ уравнения рассматривались в работах (3–5) и в других.

Используя результаты работы (5), из (7) для функции $D(\beta)$ получаем

$$D(\beta) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\beta} \int_0^b \Psi(t) J_0(\beta t) dt + \frac{2}{\pi} \frac{1}{\beta} \int_b^\infty F(t) J_0(\beta t) dt, \quad (9)$$

где

$$\Psi(t) = \frac{d}{dt} \frac{E}{2} \int_0^t \frac{f(x) x dx}{t^2 - x^2}, \quad (10)$$

$$F(t) = t \int_0^\infty z^2 A(z) K_0(zt) dz - 2t \int_0^\infty z^2 B(z) K_0(zt) dz + t^2 \int_0^\infty z^4 B(z) K_1(zt) dz, \quad (11)$$

$K_i(zt)$ — функции Макдональда;

$J_\nu(\beta t)$ — функция Бесселя первого рода с действительным аргументом.

Выразим функцию $A(z)$ через функцию $D(\beta)$. Для этого умножим первое уравнение из (8) на $(r^2 - y^2)^{-1/2} dy$, проинтегрируем по y от нуля до r .

Умножая второе уравнение на $y(y^2 - r^2)^{-1/2} dy$ и интегрируя полученное равенство по y от r до бесконечности, потом дифференцируя по r , имеем:

$$\frac{\pi}{2} \int_0^a A(z) z J_0(zr) dz = r \varphi_1(r), \quad (0 < r < a) \quad (12)$$

$$\frac{\pi}{2} \int_0^\infty A(z) z J_0(zr) dz = r \varphi_2(r) \quad (a \leq r < \infty).$$

Используя формулу обращения для преобразования Ханкеля, из (12) получаем:

$$A(z) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{z} \int_0^a r \varphi_1(r) J_0(zr) dr - \frac{2}{\pi} \frac{1}{z} \int_a^\infty r \varphi_2(r) J_0(zr) dr, \quad (13)$$

где

$$\varphi_1(r) = - \int_0^r \frac{f(y) dy}{\sqrt{r^2 - y^2}}, \quad (14)$$

$$\varphi_2(r) = \int_0^\infty D(\beta) [\beta r K_1(\beta r) - K_0(\beta r)] d\beta. \quad (15)$$

Подставляя значения функции $\varphi_2(r)$ из (15) в (13) и учитывая (9), получаем

$$\begin{aligned} A(z) = & \frac{2}{\pi} \frac{1}{z} \int_0^a r \varphi_1(r) J_0(zr) dr + \frac{4}{\pi^2} \frac{1}{z} \int_0^b \Psi(t) dt \int_a^\infty \frac{r(r^2 - t^2)}{(r^2 + t^2)^2} J_0(zr) dr \\ & + \frac{4}{\pi^2} \frac{1}{z} \int_b^\infty F(t) dt \int_a^\infty \frac{r(r^2 - t^2)}{(r^2 + t^2)^2} J_0(zr) dr. \end{aligned} \quad (16)$$

При получении (13), (15) и (16) были учтены значения следующих интегралов (9)

$$\begin{aligned} \int_0^r \frac{\cos(zy) dy}{\sqrt{r^2 - y^2}} &= \frac{\pi}{2} J_0(zr); & \int_r^\infty \frac{y \cos(zy) dy}{\sqrt{y^2 - r^2}} &= -\frac{\pi}{2} r J_1(zr), \\ \int_0^\infty \frac{y^2 e^{-\beta y} dy}{\sqrt{r^2 - y^2}} &= r \left[r K_0(\beta r) + \frac{1}{\beta} K_1(\beta r) \right]; \\ \int_0^\infty \beta J_0(\beta r) K_0(\beta r) d\beta &= \frac{1}{r^2 + t^2}; & \int_0^\infty \beta J_0(\beta t) K_1(\beta r) d\beta &= \frac{2r}{(r^2 + t^2)^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

Подставляя значения $A(z)$ и $D(\beta)$ соответственно из (16) и (19) в (6), получаем

$$B(z) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{z} \int_0^a r \varphi_1(r) J_0(zr) dr +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{4}{\pi^2} \frac{1}{z} \int_a^b \Psi(t) \left| \int_a^\infty \frac{r(r^2 - t^2)}{(r^2 + t^2)^2} J_0(zt) dr + zt K_1(zt) - 2K_0(zt) \right| dz + \\
& + \frac{4}{\pi^2} \frac{1}{z} \int_b^\infty F(t) \left| \int_a^\infty \frac{r(r^2 - t^2)}{(r^2 + t^2)^2} J_0(zt) dr + zt K_1(zt) - 2K_0(zt) \right| dz. \quad (18)
\end{aligned}$$

Исключая теперь $A(z)$ и $B(z)$ из соотношений (11), (16) и (18), для определения функции $F(t)$ получаем интегральное уравнение Фредгольма второго рода

$$F(z) = \Omega(z) + \int_a^\infty F(t) K(z, t) dt, \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned}
\Omega(z) = & \frac{2}{\pi} z \int_0^a r \varepsilon_1(r) \frac{z^2 - r^2}{(z^2 + r^2)^2} dr + \frac{4}{\pi^2} z \int_0^b \Psi(t) \left| \frac{\ln t/z}{t^2 - z^2} - \right. \\
& \left. - \frac{1}{(z^2 + t^2)^2} \left| \frac{3z^2 + t^2}{2} \ln \frac{a^2 + z^2}{z^2} - \frac{a^2}{2} \frac{2z^2 + t^2 + a^2}{a^2 + z^2} \right| \right| dt, \quad (20)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K(z, t) = & \frac{4z}{\pi} \left| \frac{\ln t/z}{t^2 - z^2} - \frac{1}{(z^2 + t^2)^2} \left| \frac{3z^2 + t^2}{2} \ln \frac{a^2 + z^2}{z^2} - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{a^2}{2} \frac{2z^2 + t^2 + a^2}{a^2 + z^2} \right| \right| dt. \quad (21)
\end{aligned}$$

При получении формул (19), (20), (21) были использованы (17) и значения интегралов (*)

$$\begin{aligned}
\int_0^\infty z K_0(zt) K_0(zt) dz &= \frac{\ln t/z}{t^2 - z^2}, \\
\int_0^\infty z^2 K_1(zt) K_0(zt) dz &= \frac{z^2 - t^2 + 2t^2 \ln t/z}{t(t^2 - z^2)^2}, \\
\int_0^\infty z^4 K_1(zt) K_1(zt) dz &= 2 \frac{z^4 - t^4 - 4t^2 z^2 \ln z/t}{z t (z^2 - t^2)^3}, \\
\int_0^\infty \frac{9(z^2 - t^2)}{(z^2 + t^2)^2} J_0(zt) dz &= K_0(zt) - zt K_1(zt); \quad (22) \\
\int_0^a \frac{r(z^2 - t^2)(r^2 - t^2)}{(z^2 + r^2)^2} dr &= \frac{3z^2 + t^2}{2} \ln \frac{a^2 + z^2}{z^2} - \frac{a^2}{2} \frac{2z^2 + t^2 + a^2}{a^2 + z^2},
\end{aligned}$$

Покажем, что интегральное уравнение (19) можно решить методом последовательных приближений.

Нетрудно видеть, что

$$|K(z, t)| < \frac{4}{\pi^2} z \frac{\ln t/z}{t^2 - z^2},$$

$$\int_b^{\infty} |K(z, t)| dt < \int_0^{\infty} |K(z, t)| dt < \frac{4}{\pi^2} z \int_0^{\infty} \frac{\ln t/z}{t^2 - z^2} dt = \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{\ln t/z}{t(t/z - z/t)} dt.$$

Перейдем к новым переменным следующим образом: переменную интегрирования t заменим через $t = e^{\eta}$, а переменную (параметр) z заменим через $z = e^{\xi}$. После таких преобразований неравенство (24) примет вид:

$$\int_b^{\infty} |K(z, t)| dt < \int_0^{\infty} |K(z, t)| dt = \int_{-\infty}^{\infty} |K(\eta, \xi)| d\eta < \frac{2}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\eta - \xi) d(\eta - \xi)}{\operatorname{sh}(\eta - \xi)}.$$

Пользуясь значением интеграла (*)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\xi d\xi}{\operatorname{sh} \xi} = \frac{\pi^2}{2} \quad (25)$$

получаем

$$\int_b^{\infty} |K(z, t)| dt < 1.$$

Очевидно, что функция $\Omega(z)$ ограничена сверху и стремится к нулю когда $z \rightarrow \infty$.

Решая интегральное уравнение (19) методом последовательных приближений, получаем выражение функции $F(t)$. Далее, по формулам (18), (16), (19), (5) последовательно можно определить все искомые функции.

Напряжения и перемещения по известным формулам (3) будут определены в любой точке полуплоскости.

В заключение считаю своим приятным долгом выразить глубокую признательность моему научному руководителю В. С. Тонояну за постановку задачи и ценные указания в ходе ее решения.

Ереванский политехнический институт имени К. Маркса

Ուղղաձիգ, վերջավոր երկառության նեղուկ կիսահարթության
կոնտակտային խնդիր

Իտարկվում է հորիզոնական եզրից սկսած ուղղաձիգ վերջավոր երկառության ճեղք ունեցող առաձգական, իզոտրոպ կիսահարթության կոնտակտային խնդիրը: Կիսահարթության եզրին ճեղքում է ճեղքի առանցքի նկատմամբ համաչափ դասավորված, կամայական չիմքով կոշտ դրոշմը: Ոնթադրվում է, որ շփումը՝ դրոշմի և կիսահարթության միջև բացակայում է: Պարզության համար բնորոշված է, որ կիսահարթության եզրը դրոշմից դուրս ազատ է բարումներից, ինչպես նաև ճեղքի եզրերում ազդում են միայն նորմալ լարումներ:

Խնդիրը բերվում է «դույզ» ինտեգրալ հավասարումներից բաղկացած սխեմեմի, որի լուծումը հանգում է Ֆրեդհոլմի երկրորդ սեռի ինտեգրալ հավասարման լուծմանը:

Ցույց է տրված, որ վերջին հավասարումը կարելի է լուծել հաջորդական մոտավորությունների եղանակով:

ЛИТЕРАТУРА — ЦИТИРОВАННОЕ

- ¹ Б. Л. Абрамян, Изв. АН СССР, МТТ, № 1 (1969). ² С. П. Тимошенко, Теория упругости ОНТИ, М., 1937. ³ А. А. Баблюк, ПММ, т. 28, вып. 6 (1964). ⁴ I. N. Sneddon, Proc. Glasgow Math. Ass. vol. 4, 106-110, (1960). ⁵ В. С. Тонкоян, Известия АН Арм. ССР, Механика, т. XXI, № 3 (1968). ⁶ И. С. Грощакин, И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Физматгиз М., 1952.

УДК 538.3

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Р. А. Багдikian

Переходное излучение на периодически шероховатой границе

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микеляном 22/III 1972)

В работе ⁽¹⁾ было отмечено, что поляризация переходного излучения очень сильно зависит от качества полировки поверхности металла. Так как анализ переходного излучения при отклонении поверхности от идеально зеркальной сложен как с теоретической, так и с экспериментальной точки зрения, казалось рациональным дать простое теоретическое рассмотрение этой проблемы, основанной на теории возмущений.

Ниже предлагается приближенный метод расчета излучения на шероховатых поверхностях в предположении, что неровности периодические.

Пусть заряженная частица с постоянной скоростью $\vec{v}$ падает на неровную поверхность $z = f(x, y)$, которая является границей между двумя средами с электромагнитными постоянными ϵ_1 и ϵ_2 . Не нарушая общности, мы предполагаем, что скорость частицы лежит в плоскости (x, z) и составляет с осью z некоторый угол ψ .

Воспользуемся результатами работы ⁽²⁾, где были выведены формулы переходного излучения на границе раздела произвольной формы в предположении, что изменение диэлектрических свойств среды от слоя с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 к слою ϵ_2 мало. Для поля излучения на расстоянии R_0 от излучаемого объекта имеем

$$\vec{D}_-(R_0) = \frac{(\epsilon_2 - \epsilon_1)e^{ik_z R_0}}{4\pi i R_0} \left| \vec{k}' \right| \left| \vec{k}' \right| \int \frac{\vec{E}_w(x, y) e^{-ik'_x x - ik'_y y}}{\left(\frac{\omega - k_x v_x}{v_z} - k'_z \right)} \times \\ \times e^{i \left(\frac{\omega - k_x v_x}{v_z} - k'_z \right) f(x, y)} dx dy \quad (1)$$

где

$$\vec{E}_w(x, y) = \frac{ie}{2\pi^2 v_z} \int dk_x dk_y \frac{\left(\frac{\omega \vec{v}}{c^2} - \vec{k} \right)}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_0} e^{ik_x x + ik_y y};$$

$$\omega = k_x v_x + k_z v_z;$$

$$\vec{k} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \vec{n} - \text{волновой вектор излученного кванта.}$$

Пусть $z = f(x, y)$ функция, периодическая по отношению к обоим переменным x и y , с периодами, равными соответственно l_x и l_y .

Преобразуем (1) к виду

$$D_-(R_0) = \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)e^{ik_z R_0}}{4\pi i R_0} \left| \vec{k}' \right| k' \int \frac{\vec{E}_-(x, y)e^{-ik_x x - ik_y y}}{\left(\frac{\omega - k_x v_x}{v_z} - k_z \right)} \sum_{m, s = -\infty}^{+\infty} L_{ms} e^{im\rho x + isty} dx dy \quad (1')$$

где через L_{ms} обозначены коэффициенты разложения в двойной ряд Фурье функции

$$\exp \left\{ i \left(\frac{\omega - k_x v_x}{v_z} - k_z \right) f(x, y) \right\} = \sum_{m, s = -\infty}^{+\infty} L_{ms} \exp \{ i (m\rho x + sty) \},$$

$$\text{причем } \rho = \frac{2\pi}{l_x}, \quad t = \frac{2\pi}{l_y}.$$

Для энергии излучения в интервале частот $d\omega$ и интервале телесного угла $d\Omega$ получаем:

$$dI_{\omega, \vec{n}} = \frac{e^2 c |\varepsilon_2 - \varepsilon_1|^2}{4\pi^2 \varepsilon_0^2 v_z^2} d\Omega d\omega \sum_{m, s = -\infty}^{+\infty} \left| \frac{\left| \vec{k}' \right| \vec{k}', \left(\frac{\omega - v}{c^2} - \frac{\vec{k}}{\varepsilon_0} \right)}{\left(\frac{\omega - k_x v_x}{v_z} - k_z \right) \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 \right)} L_{ms} \right|^2, \quad (2)$$

$$\text{где } k_x = k'_x - m\rho, \quad k_y = k'_y - st.$$

Здесь возможны две поляризации: одна — электрический вектор, которой лежит в плоскости излучения (плоскость, содержащая вектор $\vec{k}'$ и нормаль к границе раздела), и вторая — электрический вектор, которой перпендикулярен к плоскости излучения. Поляризацию первого типа мы будем называть параллельной и приписывать индекс 1, а поляризацию второго типа — перпендикулярной и приписывать индекс 2. Таким образом для интенсивностей излучения от периодически шероховатых поверхностей имеем следующие выражения

$$dI_{\omega, \vec{n}} = \frac{e^2 |\varepsilon_2 - \varepsilon_1|^2 \beta_z^2}{4\pi^2 c \varepsilon_0^2 \sin^2 \Theta_2} d\Omega d\omega \sum_{m, s = -\infty}^{+\infty} \frac{|L_{ms}|^2}{|(1 - \beta_x \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_x)^2 - \beta_z^2 \varepsilon_0 \cos^2 \Theta_x - b + d|^2} \quad (3)$$

$$\left| \frac{\sin^2 \Theta_2 (1 - \beta_x \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_x - \beta_z \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_z - \beta_z^2 \varepsilon_0) + \beta_x \beta_z \varepsilon_0 \cos \Theta_x \cos \Theta_z + F}{1 - \beta_x \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_x - \beta_z \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_z + a} \right|^2.$$

$$dl_{\pm, k} = \frac{c^2 |\varepsilon_2 - \varepsilon_1|^2 \beta_z^4}{4\pi c_0^2 \sin^2 \Theta_z} d\Omega d\omega \sum_{m, l} \frac{|L_{ms}|^2}{|(1 - \beta_x \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_x)^2 - \beta_z^2 \varepsilon_0 \cos^2 \Theta_z + b - d|} \times \left| \frac{\beta_x \varepsilon_0 \cos \Theta_y - G}{1 - \beta_x \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_x - \beta_z \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_z + a} \right|^2, \quad (1)$$

где

$$a = A \frac{\beta_x c}{\omega};$$

$$b = \frac{\beta_z^2 c^2}{\omega^2} \left\{ A^2 \left(1 + \frac{\beta_x^2}{\beta_z^2} \right) - 2A \frac{\omega}{c} \left[\sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_x - \frac{\beta_x}{\beta_z^2} (1 - \beta_x \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_x) \right] \right\};$$

$$d = \frac{\beta_z^2 c^2}{\omega^2} \left(B^2 - 2B \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_y \right);$$

$$F = \frac{c}{\omega} \{ A (\beta_x \sin^2 \Theta_z + \beta_z \cos \Theta_z \cos \Theta_x) + B \beta_z \cos \Theta_z \cos \Theta_y \};$$

$$G = \frac{c}{\omega} (A \cos \Theta_y - B \cos \Theta_x);$$

$$A = mp; \quad B = st; \quad m, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\beta_x = \frac{v}{c} \sin \psi, \quad \beta_z = \frac{v}{c} \cos \psi;$$

$$\cos \Theta_x = \sin \Theta \cos \varphi, \quad \cos \Theta_y = \sin \Theta \sin \varphi, \quad \cos \Theta_z = \cos \Theta,$$

Θ — угол излучения.

Формулы (3), (4) значительно упрощаются, если излучение наблюдать в плоскости (x, z) и одну из сред считать вакуумом.

Рассмотрим конкретные примеры коэффициентов разложения L_{ms} , характеризующих вид поверхности. Ограничимся простейшим случаем одномерной неровности, предполагая, что z зависит только от x . Для синусоидальной поверхности $z = a \cos px$ имеем:

$$L_m = (-i)^m J_m(\rho),$$

где $J_m(\rho)$ — функция Бесселя порядка m , а ее аргумент

$$\rho = \frac{am}{\beta_z c} (1 - \beta_x \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_x - \beta_z \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_z). \quad (5)$$

При наложении на периодическую поверхность $z = f(x)$, характеризуемой коэффициентами L_m , волнистости $z_1 = a \cos \{px$ с периодом, в целое число раз p меньшим периода функции $f(x)$, мы получаем для коэффициентов поверхности $z + z_1$ следующее выражение

$$L_m = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-i)^k J_k(\rho) L_{m-k}.$$

Наконец, рассмотрим гофрированную поверхность

$$z = f(x) = a \left(1 + \frac{4x}{l} \right), \quad -\frac{l}{2} \leq x \leq 0;$$

$$z = f(x) = a \left(1 - \frac{4x}{l} \right), \quad 0 \leq x \leq \frac{l}{2}.$$

Для коэффициентов разложения этой поверхности получаем

$$L_m = \frac{i^{m+2} \rho}{\left(m - \frac{\pi}{2}\right)^2 - \rho^2} \sin\left(\frac{m\pi}{2} + \rho\right).$$

Для анализа формул (3) и (4) рассмотрим случай одномерной синусоидальной поверхности, когда $L_{ms} = J_m(\rho)$. Параметром, характеризующим шероховатость, является отношение амплитуды синусоиды к когерентной длине a/l_{coh} . При $a/l_{\text{coh}} \rightarrow 0$, формулы переходят в выражения для плоской границы $z = 0$.

Следует заметить, что если ρ мало, то заметные значения имеют только первые члены ряда, так как функция Бесселя имеет порядок величины ρ^m . Напротив, когда ρ велико, первые члены малы, между тем как ряд сходится медленнее. Для некоторых ρ в отдельных направлениях излучение исчезает. Отсюда можно сделать заключение, что глубокая волнистость при малом ρ имеет такой же эффект, что и мелкая при большом ρ .

В заключение приношу глубокую благодарность член-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляну за обсуждения.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Р. А. РАХУНИАН

Անցումային ճառագայթումը պարբերական անհարթությունների
սահմանի վրա

Աշխատանքում առաջարկված է անցումային ճառագայթման բաղադրիչները միջավայրը բաժանող պարբերական ձևի անհարթությունների վրա համաձայն լինելու պայմանի ընդհանուր դեպքում այն ենթադրություններ, որ միջավայրի դիէլեկտրիկական հաստատունների փոփոխումը մի շերտից էլ, դիէլեկտրիկական հաստատունով դիպի մյուսը էլ, դիէլեկտրիկական հաստատունով փոքր է: Որպես մասնավոր դեպքեր դիտարկված է ընդհանուր բաղադրիչների կիրառումը տարբեր ձևերի պարբերական մակերևույթների համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ F. R. Harutyunian, R. A. Hovhannissian, B. O. Rostomian, Phys. Lett., 37 A, 165, (1971); ² М. Л. Тер-Микаелян, Р. А. Багдасарян, ДАН Арм ССР, т. LV, №1 (1972).

УДК 53.01.45+517+338

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Академик АН Армянской ССР А. Г. Носифьян

О динамике электромагнетона как кванта действия

(Представлено 21/VII 1972)

В настоящем исследовании излагается теория электромагнетона как кванта Действия, который проявляется при взаимодействии с атомно-кристаллической решеткой пещественных масс либо как электрон в поле векторного потенциала $\vec{A}$, либо как флюксонид в поле векторного потенциала $\vec{K}$ в системе дуальных инверсно-сопряженных дифференциальных уравнений ⁽¹⁾ пространства «Q» и «Ф» в форме:

фазовое
пространство электрона

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0; \quad \text{div } \vec{D} = \rho_e \quad (3)$$

$$\vec{J} = \rho_e \vec{V} \cong Nq\vec{V} \quad (4)$$

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad (5)$$

$$m_e \frac{d\vec{V}_e}{dt} = q(\vec{E} + [\vec{V}_e \times \vec{B}]) \quad (6)$$

$$L_e = T_e - e\Phi_e + e(\vec{V}_e \vec{A})$$

фазовое
пространство флюксонида

$$\text{rot } \vec{E}^* = \vec{x} + \frac{\partial \vec{B}^*}{\partial t} \quad (1')$$

$$\text{rot } \vec{H}^* = -\frac{\partial \vec{D}^*}{\partial t} \quad (2')$$

$$\text{div } \vec{B}^* = \rho_i; \quad \text{div } \vec{D}^* = 0 \quad (3')$$

$$\vec{x} = \rho_i \vec{V}^* \cong N^* \vec{V}^* \quad (4')$$

$$\vec{D}^* = \text{rot } \vec{K} \quad (5')$$

$$m_i \frac{d\vec{V}_i}{dt} = z(\vec{H}^* - [\vec{D}^* \times \vec{V}_i^*]) \quad (6')$$

$$L_i = T_i - z\Phi_i + z(\vec{V}_i^* \vec{K})$$

Значения параметров электромагнитного поля и параметров, входящих в уравнение Лоренца и в лагранжианы, общеизвестны. Их значения в дуально-сопряженной системе обозначены звездочкой.

Вопрос о введении магнитного заряда был рассмотрен с других физических позиций рядом авторов ⁽²⁾. Основным источником многих трудностей в этих теориях является тот факт, что в них используются обычные уравнения Максвелла с двумя источниками. До сих пор не удалось на основе подобных теорий построить лагранжиан, приводящий к этим уравнениям. Кроме того, в квантовой теории возникает вопрос о наблюдаемости «сингулярной нити» векторного потенциала и некоторые другие вопросы. Подробное обсуждение этих проблем и трудностей теории с двумя источниками изложено в ⁽²⁾.

Предлагаемая нами система уравнений, по-видимому, сможет преодолеть эти трудности, поскольку дается новая физическая интерпретация магнитных и электрических источников. Теория становится лагранжевой, благодаря использованию двух векторных потенциалов и представлению о двух сопряженных фазовых пространствах. Наличие второго векторного потенциала в развиваемой здесь теории дает возможность получить условия квантования электрического заряда независимо от квантования магнитного заряда подобно условиям квантования магнитного потока в теории сверхпроводимости. Дальнейшее развитие излагаемой теории, связанное с процессом образования кванта Действия, предусматривает анализ электромагнитных явлений при деформациях и изменениях контуров интегрирования векторных потенциалов.

Рассматривая электродинамику движущихся сред, Максвелл (3) на основании анализа изменения магнитного потока $\Phi = \oint \vec{A} d\vec{l}_r$, обусловленного движением и деформацией контура интегрирования, заменил уравнение (1) уравнением:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \text{rot} [\vec{B} \times \vec{u}_r]; \\ \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } \Phi_r - [\vec{B} \times \vec{u}_r], \end{aligned} \quad (7)$$

где $\vec{u}_r$ — скорость деформации контура в точке действия векторного потенциала магнитного поля.

Максвелл предполагал, что контур интегрирования неподвижно связан с контуром движущихся тел, что обуславливает увлечение поля движущимися телами, как это имеет место во всех электромеханических системах в виде линейных двигателей и генераторов, когда цепь возбуждения и цепь нагрузки (контур интегрирования) двигаются поступательно или деформируются со скоростью $\vec{u}_r$ в абсолютном пространстве и времени континууме $(\vec{r}, t)$.

В соответствии с принципами, изложенными ранее (1), рассмотрим движущуюся среду и изменение электрического поля диполя (электрического потокосцепления) $q = \oint \vec{K} d\vec{l}_r$, обусловленного движением и деформацией контура. Заменим уравнение (2') с учетом (5') уравнением:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H}^* &= -\frac{\partial \vec{D}^*}{\partial t} + \text{rot} [\vec{u}_r \times \vec{D}^*]; \\ \vec{H}^* &= -\frac{\partial \vec{K}}{\partial t} - \text{grad } \Phi_r + [\vec{u}_r \times \vec{D}^*]. \end{aligned} \quad (8)$$

Подставляя (7) и (8) в уравнения (6,6'), характеризующие взаимодействие вещественных тел (частиц) с электромагнитным полем, имеем:

$$\begin{aligned} m_r \frac{d\vec{V}_r}{dt} &= q \left(-\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } \Phi_r - [\vec{B} \times \vec{u}_r] - [\vec{B} \times \vec{V}_r] \right); \\ m_r \frac{d\vec{V}_r}{dt} &= q \left(-\frac{\partial \vec{K}}{\partial t} - \text{grad } \Phi_r + [\vec{u}_r \times \vec{D}^*] + [\vec{V}_r \times \vec{D}^*] \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Интегрируя эти уравнения в пределах от 0 до t , определяющих времена нарастания скоростей $\vec{V}_r$, $\vec{u}_r$, $\vec{V}_r$, $\vec{u}_r$ от 0 до их значений в мо-

мент t в неподвижной системе отсчета, определяем выражения динамических импульсов в пространстве Q и Φ в форме:

$$m_e \vec{V}_e + q \vec{A} = e \left(- \int_0^t \text{grad } \Phi_e dt - \int_0^t [\vec{B} \times \vec{u}_e] dt - \int_0^t [\vec{B} \times \vec{V}_e] dt \right);$$

$$m_h \vec{V}_h + \tau \vec{K} = \tau \left(- \int_0^t \text{grad } \Phi_h dt - \int_0^t [\vec{D}^* \times \vec{u}_h] dt - \int_0^t [\vec{D}^* \times \vec{V}_h] dt \right) \quad (10)$$

При рассмотрении процессов взаимодействия электромагнитного поля с силовыми центрами кристаллической решетки идеального (без потерь) гармонического осциллятора, индуктивности L и емкости C , находящегося в условиях сверхпроводимости, приводятся, как указано в работе (1), две функции Шредингера Ψ_e, Ψ_e^* и Ψ_h, Ψ_h^* соответственно для электронов и флюксоидов. Учитывая возможность использования функций Шредингера в классическом смысле для явлений сверхпроводимости в форме связи плотности электрического заряда ρ_e и магнитного заряда ρ_h с Ψ_e, Ψ_h ,

$$\Psi_e = \sqrt{\rho_e(r)} \exp(iH_e(r)); \quad \Psi_h = \sqrt{\rho_h(r)} \exp(iH_h(r)), \quad (11)$$

можно получить значения динамических импульсов, используемых в математическом формализме квантовой электродинамики в виде:

$$m_e \vec{V}_e + q \vec{A} = \nabla H_e \hbar; \quad m_h \vec{V}_h + \tau \vec{K} = \nabla H_h \hbar; \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}. \quad (12)$$

где ∇H_e и ∇H_h — градиенты фазы функций Шредингера, имеющие классический физический смысл.

Отметим, что в общем случае система уравнений V, описывающая взаимодействие электромагнитного поля с веществом V, является нелинейной. Именно этой нелинейностью можно объяснить необратимость процессов излучения электромагнитной энергии из открытого LC колебательного контура.

В условиях сверхпроводимости идеальный гармонический осциллятор является линейной системой и обладает следующими свойствами:

а) квазистатическим состоянием, в котором максимален магнитный поток:

$$\Phi_0 = \left| \int \vec{A} d\vec{l} \right|_{\max}$$

с энергией

$$W = \frac{1}{2} \left| \int \vec{A} d\vec{l} \cdot \int \vec{j} ds \right|_{\max} = \frac{\Phi_0 I_{\max}}{2}, \quad (13)$$

где I — ток в L ;

б) квазистатическим состоянием, в котором максимален электрический заряд диполя C

$$q_c = \left| \int \vec{K} d\vec{l} \right|_{\max}$$

с энергией

$$W = \frac{1}{2} \left| \int \vec{K} d\vec{l} \cdot \int \vec{z} ds \right|_{\max} = \frac{q_0 V_{\max}}{2}, \quad (14)$$

где $V_{\max}$ — напряжение в C .

Умножая выражения динамических импульсов (12) на элементы контуров $d\vec{l}_1$ и $d\vec{l}_2$ в ортогональных фазовых пространствах «В» и «Ф» и интегрируя по замкнутым контурам векторные потенциалы, имеем:

$$\begin{aligned} \int m_1 \vec{V}_1 d\vec{l}_1 + q \int \vec{A} d\vec{l}_1 &= \hbar \int \vec{\nabla} \Phi_1 d\vec{l}_1; \\ \int m_2 \vec{V}_2 d\vec{l}_2 + z \int \vec{K} d\vec{l}_2 &= \hbar \int \vec{\nabla} \Phi_2 d\vec{l}_2. \end{aligned} \quad (15)$$

Применяя лагранжев принцип экстремума Действия (4)

$$\delta \Sigma \int m \vec{V} d\vec{l} = 0,$$

получаем с точностью до постоянной условия квантования «замороженного» магнитного потока в форме флюксонада через куперовскую пару электронов $q=2e$ и условия квантования электрического «замороженного» потока через флюксонид q :

$$q \int \vec{A} d\vec{l}_1 = 2\pi n \hbar; \quad z \int \vec{K} d\vec{l}_2 = 2\pi m \hbar, \quad n=1,2,\dots, \quad m=1,2,\dots \quad (16)$$

Как известно, электромагнитные процессы идеального сверхпроводникового осциллятора являются обратимыми, связанными с прямым и обратным преобразованием магнитного поля в электрическое и миграцией энергии в соответствии с выражениями (13) и (14). Для этих условий контуры интегрирования векторных потенциалов $\vec{A}$ и $\vec{K}$ являются неизменными и фиксированными. Изменение во времени этих потенциалов определяется дифференциальными уравнениями:

$$\ddot{\Phi} + \omega^2 \Phi = 0, \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad \ddot{q} + \omega^2 q = 0,$$

и следовательно,

$$\ddot{\vec{A}} + \omega^2 \vec{A} = 0; \quad \ddot{\vec{K}} + \omega^2 \vec{K} = 0,$$

где Φ — мгновенное значение магнитного потока;

q — мгновенное значение электрического заряда.

Если контур LC по своей геометрической конфигурации является открытым с излучением электромагнитной энергии, то система LC становится нелинейной и соответствующие контуры интегрирования векторных потенциалов $\vec{A}$ и $\vec{K}$ уже не могут быть неизменными и фиксированными. Их деформация — изменение во времени и пространстве вместе с потенциалами — должна отразить нелинейный процесс образования кванта Действия, связанный с квантованной поверхностью и квантованным объемом.

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы.

Введение в теорию электричества и магнетизма двух источников электромагнитного поля в форме электрона для электрического поля и флюксонада для магнитного поля, движение которых в двух сопряженных фазовых пространствах описывается двумя Лоренц-инвариантными системами уравнений электромагнитного поля, позволяет определить два сопряженных лагранжиана, характеризующих электрические процессы в соответствующих полях скалярного и векторного потенциалов электромагнитного поля.

Наличие системы двух лагранжианов дает основание формулировать принцип дуально-сопряженных уравнений (15), (16), в которых квант Действия проявляется себя как электромагнетон.

Электромagnetismу соответствуют две константы связи, характеризующие взаимодействие электромагнитного поля с веществом, особенно проявляющим себя в условиях сверхпроводимости: одна — в форме квантованного заряда электричества в поле векторного потенциала A магнитного поля, другая — в форме квантованного заряда магнетизма (флюксонада) в поле векторного потенциала K электрического поля.

Автор выражает глубокую благодарность участникам семинара лаборатории теоретической физики института за активное обсуждение представленной работы.

Всесомзний научно-исследовательский
институт электромеханики

Հայկական ՍՍՀ-ի ԷԼ ակադեմիկոս Ա. Ղ. ԻՍԽԱԿՅԱՆ

Էլեկտրամագնեստոնի դինամիկայի մասին ուրու Ազդեցության Բիւնտի

Աշխատանքում տրվում է մաղնիսական և էլեկտրական ազդեցութեան նոր ֆիզիկական մեկնաբանութիւն:

Շնորհիվ մագնիսական դաշտի վեկտոր-պոտենցիալի A և էլեկտրական դաշտի վեկտոր-պոտենցիալի K մտցմանը երկու համապատասխան հավասարումների սխտեմում, որոնք զրված են էլեկտրոնի տարածութիւնում « Q » և ֆլյուկսոնի տարածութիւնում « Φ », տեսութիւնը դառնում է լազրանժային: Այդ հավասարումների սխտեմները հանդիսանում են էլեկտրոդինամիկայի երկակի շրջադարձային համայութ հալստարումներ, որոնք շարադրված են (1)-ում:

Երկրորդ վեկտորային պոտենցիալի առկայութիւնն այստեղ պարզացվող տեսութիւն մէջ հնարավորութիւն է տալիս պայմաններ ստանալ էլեկտրական լիցքի քվանտացման համար, անկախ մաղնիսական լիցքի քվանտացումից, որը նման է մաղնիսական հոսքի քվանտացման պայմանին դեր ազդորդականութեան տեսութեան մէջ:

Շարադրվող տեսութեան հետագա զարգացումը, որը կապված է աղատ քվանտի Ազդեցության (ֆոտոնի) դոյացման հետ, նախատեսում է էլեկտրական Երևոյթների անալիզ A և K վեկտոր-պոտենցիալների ինտեգրման տիրոյթների դեֆորմացիաների և փոփոխութիւնների դեպքում:

Երկու լազրանժների մտցումը տեսութեան մէջ հիմը է առաջիկա ձեակերպելու Շրեդինգերի երկակի համայութ հավասարումների սկզբունքը, որոնց մէջ Ազդեցության քվանտն իրեն ցուցաբերում է ուրուս էլեկտրամագնեստոն: Էլեկտրամագնեստոնին համապատասխանում են կապի երկու հաստատութեան, որոնք բնութագրում են էլեկտրամագնիսական դաշտի և նյութի փոխազդեցութիւնը դեր ազդորդականութեան պայմաններում, մեկը՝ էլեկտրական լիցքի քվանտացման ձեով (էլեկտրոնի կուպերովյան դոյդ) A վեկտորական պոտենցիալի դաշտում, երկրորդը՝ մագնիսական դաշտի քվանտացման լիցքի ձեով (ֆլյուկսոնի) K վեկտորական պոտենցիալի դաշտում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

А. Г. Носицкий, ДАН Арм. ССР, т. LI, № 1, 1970; Монотонь Дирака, Сборник статей, изд-во «Мир», М., 1970; Д. А. Максвелл, Избранные сочинения по теории электромагнитного поля, ГИИЭЛ, М., 1954; Ж. Л. Дакронж, Вариационные принципы механики, ГИИЭЛ, 1960.

УДК 541. 128. 24

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

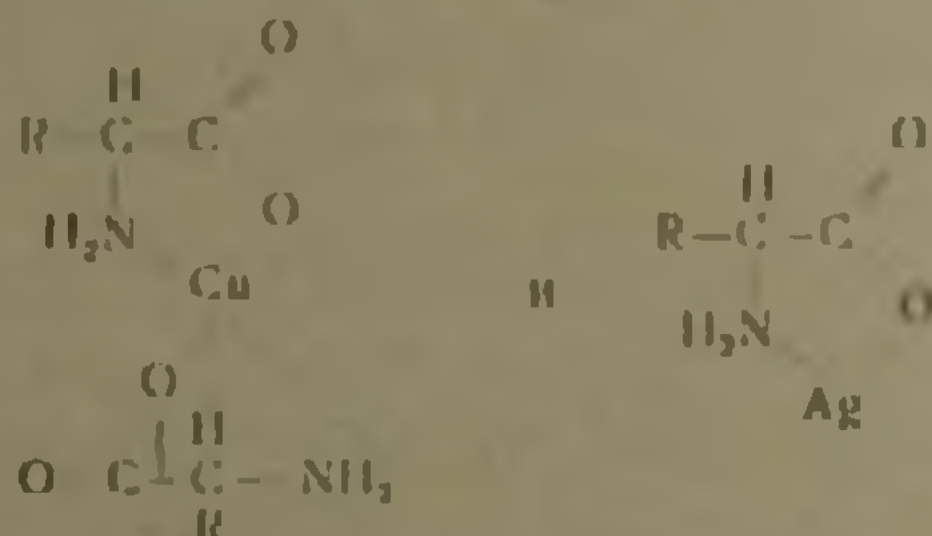
Н. М. Бейлерян, Дж. Г. Чшмаритян, член-корреспондент

АН Армянской ССР (О. А. Чалтыкян)

О влиянии строения аминокислот на кинетику и механизм их каталитического окисления персульфатом калия в водных растворах.

(Представлено 24/1 1971)

В работе (1) было показано, что аминокислоты в водных растворах персульфатом не окисляются. Аннион аминокислот окисляется очень медленно. Ионы Ag^+ и Cu^{2+} оказывают малое влияние на скорость окисления аминокислот. Однако в присутствии ионов Ag^+ и Cu^{2+} реакция $S_2O_8^{2-} - NH_2CH_2COO^-$ протекает с большой скоростью. На основании этих данных было высказано предположение, что при окислении персульфатом кинетически активным является комплекс хелатного типа:



где в работе (1) $R = H$.

Интересно было определить влияние положения первичной аминной группы и длины R в молекуле аминокислоты на скорость окисления соответствующего анниона персульфатом.

Все опыты поставлены при одних и тех же условиях в атмосфере гелия особой чистоты: $[K_2S_2O_8]_0 = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ М.л.}$, $[\text{аминокислота}]_0 = [KOH]_0 = 3 \cdot 10^{-2} \text{ М.л.}$, $[AgNO_3]_0 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ М.л.}$ и $t = 30^\circ \text{C}$. За скоростью расхождения персульфата следили иодометрически.

В табл. 1 приведены кинетические данные расхождения персульфата в присутствии α и β -аминов.

Аналогичные кинетические данные получены также при окислении α и β -аминомасляных кислот. Из этих данных следует, что только аннионы α -аминокислот образуют с ионом Ag^+ кинетически актив-

Таблица 1

Кинетические данные расщепления персульфата калия в присутствии α и β-аминокислот

Время в минутах	5	10	15	20	25	35	45	
Количество про- реагировавшего персульфата в молях/литр (X · 10 ⁴)	1.5	2.6	3.0	3.5	4.2	4.5	5.3	$\text{CH}_2 - \overset{\text{N}}{\underset{\text{NH}_2}{\text{C}}} - \text{COOH}$
	0.1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	$\text{CH}_2 - \overset{\text{H}}{\underset{\text{NH}_2}{\text{C}}} - \text{COOH}$

ные комплексы. Для изучения влияния длины алифатической цепи (R) на α-аминокислотах нами определялась скорость расщепления пер-

сульфата в присутствии Ag⁺ и анионов глицина ($\text{HC} - \overset{\text{H}}{\underset{\text{NH}_2}{\text{C}}} - \text{COO}^-$), α-ала-

нина ($\text{CH}_3 - \overset{\text{H}}{\underset{\text{NH}_2}{\text{C}}} - \text{COO}^-$), норваллина [$\text{CH}_3 - (\text{CH}_2)_2 - \overset{\text{H}}{\underset{\text{NH}_2}{\text{C}}} - \text{COO}^-$] и норлей-

цина [$\text{CH}_3(\text{CH}_2)_3 - \overset{\text{H}}{\underset{\text{NH}_2}{\text{C}}} - \text{COO}^-$].

Оказалось, что в присутствии ионов Ag⁺ и этих анионов персульфат распадается с одной и той же скоростью. Отсюда следует, что длина алифатической цепи не влияет на реакционную способность α-аминокислот.

Таким образом, реакционная способность в ряду исследованных нами аминокислот по отношению к катализированному ионами Ag⁺ окислению персульфатом определяется положением группы NH₂: кинетически активным является группировка: $-\overset{\text{H}}{\underset{\text{NH}_2}{\text{C}}} - \text{COO}^-$.

Предварительные данные по изучению влияния кислорода и ста-

бильного иминоксильного свободного радикала показали, что реакции $\text{S}_2\text{O}_8^{2-} + \text{R} - \overset{\text{H}}{\underset{\text{NH}_2}{\text{C}}} - \text{COO}^- + \text{Ag}^+$ радикально-цепные, хотя цепи короткие.

Хроматографическим анализом газообразных продуктов реакций обнаружен только углекислый газ. Это указывает на то, что анион α-аминокислот полностью декарбоксилируется.

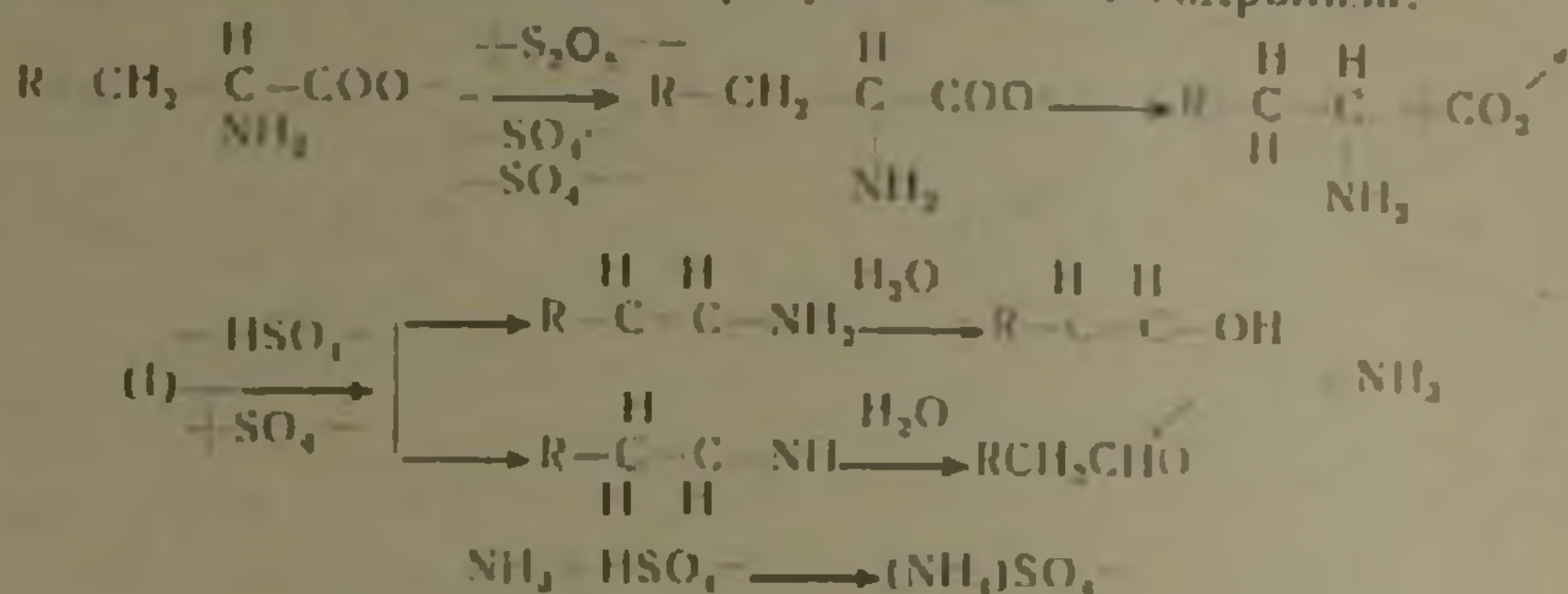
Чтобы установить природу полученных после декарбоксилирования продуктов реакции проводилось полярграфическое изучение реакционных растворов после полного расщепления персульфата. Оказалось, что одним из продуктов каталитического окисления аниона α-аминокислот является соответствующий альдегид (табл. 2).

Таблица 2

Взятая аминокис- лота	$\text{H} - \overset{\text{H}}{\underset{\text{NH}_2}{\text{C}}} - \text{COOH}$	$\text{CH}_3 - \overset{\text{H}}{\underset{\text{NH}_2}{\text{C}}} - \text{COOH}$	$\text{CH}_3(\text{CH}_2)_2 - \overset{\text{H}}{\underset{\text{NH}_2}{\text{C}}} - \text{COOH}$
образовавшийся альдегид	HCHO	CH ₃ CHO	CH ₃ (CH ₂) ₂ CHO

В продуктах реакции было обнаружено 10% формальдегида при окислении глицина и 53% ацетальдегида при окислении α-аланина.

По-видимому, промежуточно образуется соответствующий енамин или имин, а альдегид является результатом их гидролиза:



Следовательно, в результате каталитического окисления α-аминокислот персульфатом происходит гомолитический разрыв связей



Ереванский государственный
университет

Ն. Խ. ՌԵՅԵՐՅԱՆ, Զ. Հ. ՃԵՄԻՐՅԱՆ,

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ բարակից-տեղամ Զ. Հ. ՋԵՄԻՐՅԱՆ

Ամփնարքովի կառուցվածի ազդեցությունը չափելու լուծույթում եռանդ պերսուլֆատով կատալիտիկ օքսիդացման կինետիկայի և մեխանիզմի վրա

Սույն աշխատանքում մի քանի ռեֆերենսների պերսուլֆատով օքսիդացման օրինակի վրա ցույց է տրված, որ Ag^+ իոնի ներկայությամբ օքսիդացման

նկատմամբ կինետիկորեն ազդում է $\text{H}-\overset{\text{H}}{\underset{\text{NH}_2}{\text{C}}}-\text{COO}^-$ խմբավորումը:

Որոշելով պերսուլֆատի ծախսի արագությունը Ag^+ իոնի և զիջիների, ռադիկալների, նորմալների և նորմալների առկայության ներկայությամբ ցույց է տրված, որ ալիֆատիկ շղթայի ներկայությունը չի ազդում ռեֆերենսների առկայության վրա:

Վերջանյութների քրոմատոգրաֆիական և պոլյարոգրաֆիական ուսումնասիրություններից պարզվել է, որ գոյանում են առկայությունը զազ և ալիֆատիկ ենթադրված է, որ ալիֆատիկ ճեղքանք է միջանկյալ համապատասխան էնամինի կամ իմինի հիդրոլիզի: Այս տվյալներից հետևում է, որ Ag^+ իոնի ներկայությամբ պերսուլֆատով ռեֆերենսների առկայության օքսիդացման ճեղքանքով տեղի է ունենում

$\text{H}-\overset{\text{H}}{\underset{\text{NH}_2}{\text{C}}}-\text{COO}^-$ և $\text{H}-\overset{\text{H}}{\underset{\text{NH}_2}{\text{C}}}-\text{NH}_2$ կապերի ճեղքում:

Քրիստալի և իմինոքսիլային կայուն ազատ ռադիկալի ազդեցության ուսումնասիրությունից եզրակացվել է, որ հիշյալ ռեֆերենսները կարծիքով զարգացող ռադիկալային ռեֆերենսներ են:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Н. М. Бейдерян, О. А. Чалтыкян, Р. М. Ахунян, Д. Г. Чинариян, Уч. зап. ЕГУ № 3, 143 (1970).

УДК 631.16 577.15

АГРОХИМИЯ

А. III. Галстян

О ферментативном восстановлении двуокиси марганца в почве

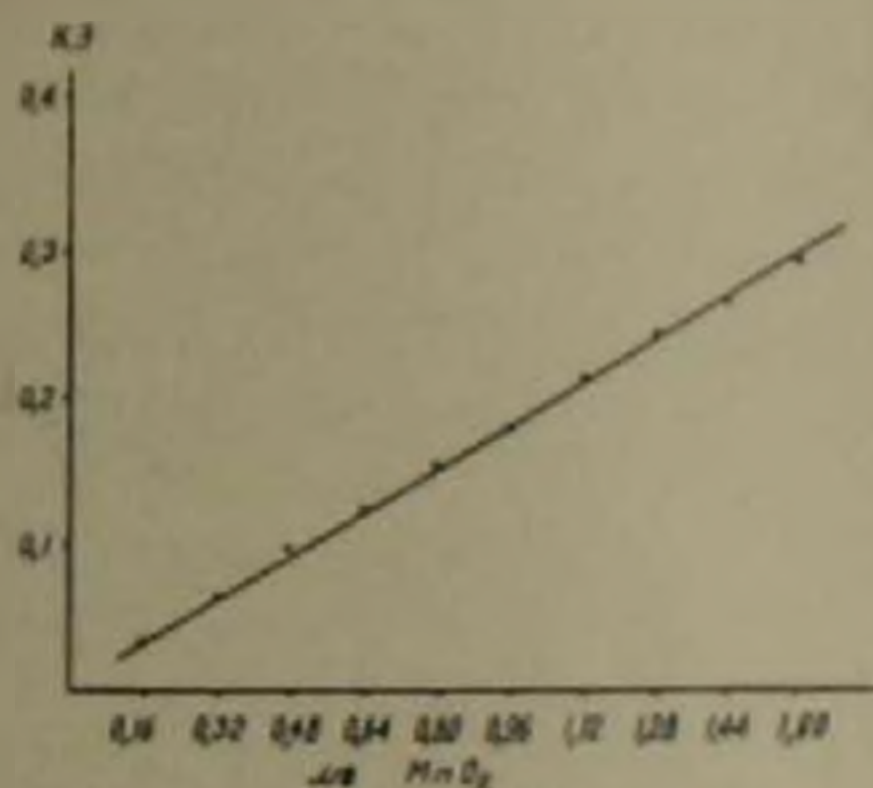
(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. С. Давтяном 1 II 1972)

Природа реакции восстановления двуокиси марганца в почве почти не изучена. Выяснение этого вопроса представляет определенный научный интерес, так как можно будет получить сведения о сущности процесса образования двухвалентного марганца в почве, являющегося основным источником питания растений этим элементом (1-3). Мы пытались установить возможное участие ферментов в этом процессе и разработать метод определения их активности.

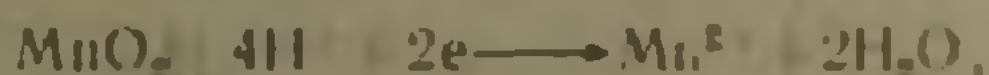
Обнаруженный в почве фермент относится к классу оксидоредуктаз; его систематическое название - Восстановленный НАД (Ф): MnO_2 -оксидоредуктаза (1, 6, 9) (4), рекомендуемое тривиальное название - MnO_2 -редуктаза (4). На основании изучения зависимости действия MnO_2 -редуктазы почвы от продолжительности инкубации, температуры, pH, количества навески, субстрата и донатора водорода предложен метод определения активности этого фермента, основанный на количественном учете восстановленного марганца персульфатным способом (4).

Навески (1 г) воздушно-сухой почвы, просеянной через сито с отверстиями диаметром в 0,25 мм, помещали в 100-миллилитровые колбы с притертыми стеклянными пробками, прибавляли 20 мг тонкодисперсной двуокиси марганца и 20 мг углекислого кальция. Тщательно перемешивали, затем добавляли 2 мл 1 %-ного раствора глюкозы в качестве донатора водорода. Воздух из колбы эвакуировали при разряжении 10-12 мм рт. ст. Колбы осторожно встряхивали и ставили в термостат при 30 на 48 часов. Контролем служили стерилизованная почва (13) на 3 часа), субстраты без почвы и почва с водой. После выдерживания почвы с субстратом восстановленный марганец экстрагировали 0,4 %-ным $Na_2SO_3 \cdot 7H_2O$ в нейтральном 1M растворе ацетата аммония. В колбу прибавляли 25 мл указанного раствора и взбалтывали в течение 30 мин. 5 мл фильтрата в фарфоровой чаше

ке выпаривали досуха. Сухой остаток обрабатывали концентрированной HNO_3 (1 мл) и пергидролем (2 мл) для окисления органического вещества и удаления хлора. Эту процедуру повторяли до получения белого осадка. Затем осадок растворяли в 0,5 мл концентрированной HNO_3 и дистиллированной водой переносили в 100-миллилитровые мерные колбы. К раствору добавляли по 0,5 мл концентрированных H_2SO_4 и H_3PO_4 , 1 мл 2 %-ного раствора AgNO_3 и 0,2 г персульфата аммония или калия. Колбы нагревали на электроплитке до появления первого пузырька. Прибавление персульфата повторяли до появления устойчивой розовой окраски. Колбы охлаждали до комнатной температуры, объем раствора дистиллированной водой доводили до метки и фотокolorиметрировали прибором ФЭК-М. Использовали 10 мм кюветы и зеленый светофильтр. Активность MnO_2 -редуктазы выражали в миллиграммах восстановленной MnO_2 на 10 г почвы. Количественный учет восстановленной двуокиси марганца был произведен с помощью калибровочного графика (рис. 1), полученного из стандартных растворов марганцовокислого калия. Для этого 10 мл 0,1 н. раствора KMnO_4 переносили в 100-миллилитровую мерную колбу и объем доводили водой до метки. 1 мл такого раствора содержит 0,11 мг марганца. Из этого раствора приготовили шкалу.



Опыты показали, что в анаэробных условиях в почве происходит восстановление двуокиси марганца до двухвалентного состояния:



Эта реакция в основном осуществляется каталитическим путем, где переносчиком водорода являются дегидрогеназы. Стерилизация почвы сухим жаром и прибавление ингибитора ионистого натрия полностью снимает действие ферментов, осуществляющих восстановление двуокиси марганца (табл. 1). При этом происходит инактивация дегидрогеназ почвы, в системе которых действует MnO_2 -редуктаза.

Для установления ферментативного характера реакции восстановления двуокиси марганца в почве было изучено влияние донаторов водорода и коферментов НАД (Ф) и ФАД (импортные препараты) на активность MnO_2 -редуктазы (табл. 2). В почве без прибавления субстрата происходит слабое восстановление двуокиси марганца. Здесь реакция осуществляется оксидоредуктазами, где донатором водорода является органическое вещество почвы ($\text{R}-\text{H}_2$). При прибавлении коферментов НАД (Ф) и ФАД (0,5 мг) и донаторов водорода глюкозы и лимонной кислоты (20 мг) наблюдается ускорение реакции вос-

Таблица 1

Влияние стерилизации и ингибирования на восстановление двуокиси марганца в почве

Варианты	Восстановления MnO_2 , мг на 10 г почвы	
	чернозем	каштановая
Почва + MnO_2 + глюкоза	23.0	17.0
Стерилизованная почва + MnO_2 + глюкоза	0.0	0.0
Почва + NaCN + MnO_2 + глюкоза	0.0	0.0
Контроль почва + H_2O	0.06*	0.00*

* (Mn^{2+}), мг

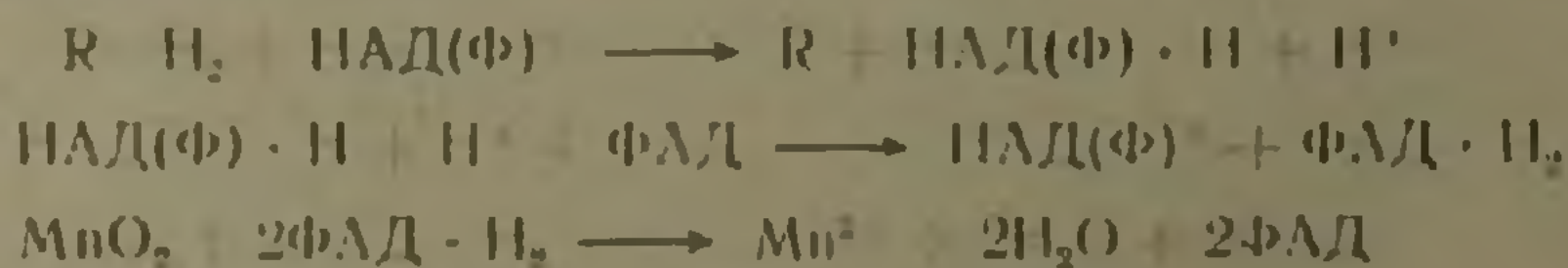
становления MnO_2 в почве, что указывает на ее ферментативный характер. Наибольший эффект получается при прибавлении кофермента

Таблица 2

Влияние коферментов и донаторов водорода на активность MnO_2 -редуктазы бурой почвы

Варианты	Коэффициент экстинкции	Активность, мг MnO_2 на 10 г почвы
Почва без субстратов	0.02	3.6
— + НАД + ФАД	0.03	5.1
— + глюкоза	0.07	12.0
— + лимонная кислота	0.06	10.0
— + НАД + глюкоза	0.12	20.0
— + НАД + ФАД + глюкоза	0.21	34.6

флавинадениндинуклеотида. По-видимому, MnO_2 -редуктаза относится к флавопротендам (²) и ФАД участвует при переносе водорода к кислороду двуокиси марганца:



Следовательно, кислород пиролюзита в почве может служить акцептором водорода при дыхании анаэробных микроорганизмов, в частности железо-марганцевых бактерий (²⁻³).

Активность MnO_2 -редуктазы в различных типах почв неодинакова (табл.3). Она сравнительно активна в почвах, богатых органи-

ческим веществом, где обнаруживается интенсивное действие дегидрогеназа (*). Оптимум pH действия MnO_2 -редуктазы находится в слабо-

Таблица 3

Активность MnO_2 -редуктазы различных типов почв

Почва	Гумус, %	pH, H ₂ O	Активность, мг MnO_2 на 10 г почвы
Лугово-черноземная	7.1	5.2	23.0
Чернозем выщелоченный	7.1	6.8	24.2
Капитановая карбонатная	3.1	7.6	17.0
Буряя полупустынная	2.2	8.2	12.3
Мелиорированный солончак	1.1	7.5	8.0

щелочном интервале pH 8,0—8,5. Тепловая инактивация фермента начинается при 60°.

Таким образом, в ферментной системе почвы обнаружено действие MnO_2 -редуктазы (Восстановленный НАД(Ф): MnO_2 -оксидоредуктаза, 1. 6. 99. . .), которая мобилизованный дегидрогеназами водород органических веществ передает кислороду двуокиси марганца, осуществляя реакцию ее восстановления. Следовательно, эта реакция имеет ферментативную природу. Разработан метод определения активности MnO_2 -редуктазы почвы, играющей важную роль в процессе мобилизации марганца для питания растений.

Институт почвоведения и агрохимии МСХ

Армянской ССР

Ա. Ե. ՊԱՆՍՅԱՆ

Հողում մանգանի երկօքսիդի վերականգնման ուակցիայի բնույթի մասին

Առաջադրված է, որ մանգանի երկօքսիդը հողում հիմնականում վերականգնվում է ֆերմենտների օգնությամբ, որոնց սիստեմում գործում է մանգանոնեդուկտազան։ Այս ֆերմենտը պատկանում է օքսիդառեդուկտազների դասին։ Նա դեհիդրոգենազների ընտանիքը փոխանցում է մանգանի երկօքսիդի թթվածինն և վերականգնում այն։ Ռեակցիայի հետևանքով հողում գոյանում է երկարժեք մանգան, որը մատչելի է բույսերի համար։ Սույն ուսումնասիրությունների հիման վրա մշակված է մանգան-երկօքսիդ-ռեդուկտազայի ակտիվության որոշման եղանակ։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1) В. В. Нейне, Биохимия почв, М., 1961. 2) Н. А. Власюк, Биологические элементы и жизнедеятельности растений, Киев, 1969. 3) Номенклатура ферментов, М., 1966. 4) Методические указания по определению микроэлементов в почвах и растениях, Изд. АН Латв. ССР, Рига, 1961. 5) А. Н. Цылакова, «Почвоведение», № 3, 1967. 6) Н. А. Дарачия, Т. Г. Рцхиладзе, Сообщения АН Груз. ССР, 41, № 3, 1966. 7) В. Н. Дуда, Л. В. Калакуцкий, Научные доклады высшей школы, № 1-2, 1964. 8) А. Ш. Галстян, ДАН СССР, т. 156, № 1 (1964).

УДК 223.103

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Член-корреспондент АН Армянской ССР В. О. Казарян, И. А. Казарян

К вопросу о роли корней в процессах генеративного
 развития растений

(Презентовано 22 I 1972)

Участие корней в синтезе хлорофилла (¹⁻²), разнообразных ферментов (¹⁻⁴), аминокислот (³⁻⁶), кининов (⁷) и других физиологически активных соединений свидетельствует об их важнейшей роли в общей жизнедеятельности, в том числе и в процессах генеративного развития растений. Вопреки этому имеются данные, показывающие, что у короткодневных видов фотопериодическая реакция и последующее за ней зацветание растений могут осуществляться независимо от наличия корней (⁸⁻⁹). Но, как известно, с удалением корней или изолированием листьев резко подавляется функциональная активность листьев (¹⁰) и вряд ли в этих условиях возможно длительное существование растений с проявлением даже фотопериодической реакции. При таком обстоятельстве один из возможных путей зацветания растений без корней, видимо, заключается в том, что многие короткодневные растения, в том числе и краснолистная перилла, проявляют повышенную способность формировать новые корни при их ежедневном удалении. Жизнедеятельность таких зачаточных корней оказывается достаточной для обеспечения прохождения фотопериодической реакции.

Для экспериментального подтверждения этого предположения нами в вегетационных сезонах 1968—69 г. были проведены некоторые опыты с короткодневной краснолистной периллой (*Perilla pankipensis* L.) и дурнишником (*Xanthium Strumarium* L.). В первом опыте мы попытались выяснить влияние общей мощности корней на скорость зацветания подопытных растений. С этой целью перед перенесением на короткодневные фотопериоды, у соответствующих групп растений, в каждой по 5, были оставлены 100, 75, 50 и 25 % корней. Затем их перенесли в условия водной культуры и короткодневных фотопериодов и в дальнейшем сохранялась та разница в мощности корней, которая была создана с начала опыта.

Результаты наблюдений за ходом зацветания опытных растений (табл. 1) наглядно показывают прежде всего неодинаковое поведение

ние периллы и дурнишника в отношении влияния мощности корней на сроки наступления бутонизации и цветения. Перилла ускоряет переход к генеративному развитию по мере сокращения массы корней.

Таблица 1

Влияние массы корней на генеративное развитие растений в условиях короткодневных фотопериодов

Варианты	Начало воздействия коротким днем	Начало бутонизации		Начало цветения	
		перилла	дурнишник	перилла	дурнишник
Контроль	2 VII	14 VII	12 VII	30 VII	19 VII
75% корней	2 VII	12 VII	12 VII	29 VII	19 VII
50% корней	2 VII	11 VII	12 VII	27 VII	19 VII
25% корней	2 VII	11 VII	12 VII	24 VII	19 VII

тогда как у дурнишника наблюдается запаздывание в бутонизации и цветении при уменьшении мощности корневой системы. Если исходить из результатов этого опыта мы вправе заключить, что корни периллы даже в некотором отношении препятствуют ускорению цветения, а последнее у дурнишника будто совершенно не зависит от наличия корней.

Ускорение наступления генеративной фазы у периллы при уменьшении массы корней, вероятно, следует объяснить как физиологической готовностью растений к восприятию фотопериодического воздействия, так и меньшим поступлением ассимилятов к слабо представленным корням и их использованием для дифференциации почек.

Решающее значение корней в процессах генеративного развития проявляется в более ранних периодах онтогенеза, когда растения еще не проявляют повышенную готовность к восприятию оптимальных для цветения фотопериодов. Регулярное удаление вновь формирующихся корней на этом этапе онтогенеза приводит к существенному понижению чувствительности растений к фотопериодическому воздействию (табл. 2).

Таблица 2

Влияние удаления корней до фотопериодического воздействия на бутонизацию и цветение дурнишника

Варианты	Начало воздействия коротким днем	Начало бутонизации	Начало цветения
К о н т р о л ь	19 VII	29 VII	5 VIII
Удаление корней за 10 дней до коротких фотопериодов	19 VII	1 VIII	10 VIII
Удаление корней за 15 дней до коротких фотопериодов	19 VII	6 VIII	18 VIII
Удаление корней за 20 дней до коротких фотопериодов	19 VII	10 VIII	Отмерли

Из приведенных в таблице данных следует, что удаление корней перед фотопериодическим воздействием вызывает задержку генеративного развития, и у последнего варианта даже не наблюдалось цветения: растения отмерли, не достигнув этой фазы (рис. 1). В данном



Рис. 1. Общее состояние подопытных растений дурнишника с корнями (I гр.) и без корней (II гр.)

случае жизнедеятельность корней следует рассматривать главным внутренним фактором подготовки растений к восприятию фотопериодического режима и закладки цветочных почек.

Регулярное удаление корней прежде всего оказывает резко отрицательное влияние на фотосинтез (табл. 3). Листья контрольных растений постепенно усиливали активность фотосинтеза по мере увеличения числа воздействующих оптимальных для цветения фотопериодов. Повышение фотосинтетической активности по мере подготовки растений к зацветанию обнаружено многими авторами еще раньше (11-14 и др.) На 15-й день активация этого процесса оказалась в 1,8 раза больше, чем на 5-й день фотопериодического воздействия. У растений же, корни которых ежедневно удалялись по мере появления, наблюдалось резкое подавление

фотосинтеза, что даже не обеспечивало нормальную их жизнедеятельность.

В последнем опыте мы пытались выяснить поведение растений краснолистной периллы, лишенных возможности формировать новые корни. На этот раз для предотвращения образования придаточных корней нижние зоны стеблей опытных растений, несущие 7 пар разнотельных листьев, были очищены от коры и погружены этими частями в питательный раствор. В условиях короткодневных фотопериодов состояние растений без корней резко ухудшилось: прекратился рост, листья начали увядать, в первую очередь, нижележащие, принимая бледно-зеленую окраску. У одной части растений (II гр.) на 12-й день уровень питательного раствора повысили с таким расчетом, чтобы нижний край кольцевого надреза соприкасался с раствором для стимулирования корнеобразования. Другая часть (III гр.) продолжала оставаться в прежнем состоянии.

Дальнейшее наблюдение за поведением опытных растений (табл. 4) показало, что молодые, энергично растущие растения для прохож-

Влияние удаления корней на пласт на фотопериодизм ($100\text{ CO}_2/\text{м}^2/\text{час}$)

Таблица 3

Контроль	После удаления корней		
	на 5-й день	на 10-й день	на 15-й день
К о н т р о л ь	9.85	10.50	17.35
С удаленными корнями	3.50	3.85	4.00

Бутонизация и цветение растений перлам в зависимости от представленности корней

Таблица 4

Варианты	Н а ч а л о		
	фотопериодический	бутонизация	цветение
К о н т р о л ь	28 VI	20 VII	29 VII
Растения с регенерирующими корнями	28 VI	25 VIII	8 IX
Растения без корней	28 VI	—	—

дения фотопериодической реакции нуждаются в нормально развитых корнях. При исключении их образования растения сохраняют жизнедеятельность, резко подавляются в росте и в дальнейшем отмирают не достигая даже фазы бутонизации. В том случае, когда временно функционируют корневые зачатки, растение опять-таки подавляется в росте, но переходит к генеративному развитию с большим опозданием (рис. 2).

Вышеприведенные данные наглядно показывают, прежде всего, что роль корней в процессах генеративного развития неравноценна в различные периоды онтогенеза растений. Нормально развитые растения, несущие множество развитых листьев, отличающихся высокой чувствительностью к фотопериодическому воздействию, могут воспринять эту реакцию и переходить к цветению при регулярном удале-



Рис. 2. Ослабление роста и задержка наступления бутонизации у растений красно-листной перламы при удалении корней (II гр.)

* Растения отмерли на 16-й день после воздействия оптимальных фотопериодов

нии вновь образованных придаточных корней. При этом даже удаление части корней играет положительную роль в ускорении бутонизации и цветения. Следовательно на данной фазе цветения значение корней в процессах генеративного развития отодвигается на второй план. Противоположно этому, на ранней фазе вегетативного развития растения, показывающие интенсивный рост без корней не проявляют способности к переходу генеративного развития. Для восприятия оптимальных фотопериодов и закладки цветочных почек на таких растениях следует сохранить хотя-бы зачатки придаточных корней. Последние, как показывают опыты, не в состоянии обеспечить даже минимальный рост, но стимулируют замедленное прохождение фотопериодической реакции листьями и формирование ограниченного числа бутонов и цветков.

Ботанический институт Академии
наук Армянской ССР

Հավական ՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ի. Ա. ՂԱԶԱՐՅԱՆ

Բույսերի գենետիկական գործադրման պրոցեսներում արմատների դերի նաեցի շուրջը

Հաստատված է արմատների ախտիվ մասնակցությունը բյուրոֆիլի, սպիրտակուցների, ամինաթթուների, ֆերմենտների և ֆիզիոլոգիական ախտիվ նյութերի սինթեզի պրոցեսներում, որոնք ապահովում են վերերկրյա օրգանների կենսագործունեությունը և աճը: Այդ է պատճառը, որ արմատազրկված բույսերն արագությամբ կոստեցնում են աճը և հավելյալ արմատներ չառաջանալու դեպքում մահանում են: Չնայած բույսերի կյանքում արմատների ախտիվ կարևոր դերի, կան տվյալներ այն մասին, որ կարճ օրվա բույսերը ծաղկում են նույնիսկ արմատները սխտեմատիկաբար հեռացնելու դեպքում:

Նշված հակասական տվյալների պարզարանման նպատակով մեր կողմից 1968—69 թթ. ընթացքում ղրվել են մի շարք փորձեր կարմրատերև տաբեր հասակի պերիլանների (*Perilla nankinensis* L.) և դուրնիչնիկի (*Xanthium strumarium* L.) վրա:

Փորձերը ղրվել են տարբեր վարիանտներով, որոնց արդյունքները պայք են տվել, որ հասուն բույսերն ունակ են ծաղկել համապատասխան լույսային ռեժիմի պայմաններում, նույնիսկ արմատների ամենօրյա հեռացման դեպքում: Ընդ որում պարզվել է, որ այդ գործում ղգալի դեր են կատարում նոր առաջացող սաղմնային թմրիկները, որոնք մինչև արմատային ելուստի վերածելը ապահովում են վերերկրյա օրգանները համապատասխան մետաբոլիտներով: Այն դեպքում, երբ բույսերը ղրկվում են արմատատներ կաղմելու ունակությունից, ոչ միայն չեն ծաղկում օպտիմալ ֆոտոպերիոդների պայմաններում, նույնիսկ չեն ապրում մինչև կոկոնակալման փուլը:

ЛИТЕРАТУРА — ЧРПЧЦПРРРРРР

1 Б. А. Рубин и В. Ф. Германова, ДАН СССР, 107, 5 (1956). 2 Б. А. Рубин и В. Ф. Германова, Успехи сов. биол., 45, 3 (1958). 3 Н. Ф. Курганов и Т. А. Шербакова, Почвенная энзимология, Минск, 1966. 4 В. S. Abert, New phytologist, 18, 2 (1945). 5 Н. Г. Потапов, О. Н. Соловьева и И. И. Иванченко, Тр. комиссии по ирригации АН СССР, 8, 1936. 6 Л. С. Литвинов, Изв. биол. и-та Пермск. гос. ун-та 5, 1937. 7 М. Х. Чойлахян, ДАН СССР, 72, 1 (1950). 8 М. Х. Чойлахян, ДАН СССР, 135, 1 (1960). 9 В. О. Казарян и Ж. М. Ахолова, Вопросы онтогенеза высших растений Тр. ин-та Ботаники АН Арм. ССР, 1971. 10 В. М. Катунский, Известия АН СССР, сер. биол. и. № 1, 1939. 11 M. O. Thomas and G. K. Hill, Plant physiol., 12, 1937. 12 В. О. Казарян, Стадийность развития и старения однолетних растений, Изд. АН Арм. ССР, 1952.

УДК 595.763.79

ЭНТОМОЛОГИЯ

С. М. Яблоков-Хинзориан

Новые виды жесткокрылых-кокцинелид из СССР (Coleoptera, Coccinellidae)

(Представлено в корр. АН Армянской ССР Э. А. Давтяном 21.XII.1971)

Статья содержит описание трех новых видов коровок из СССР.
1. *Coccinula oresitropa* Jablókoff-Khinzorian sp. nov.
Голотип, ♂: Казахская ССР, Каражантау, типчаковая каменистая степь у притока Су-Сингёла, 5/VIII 1937, Обухова, из колл. Фурьева в музее МГУ.

Верх оранжево-желтый с черным рисунком (рис. 1, а), состоя-



Рис. 1.

Coccinula oresitropa sp. nov.
голотип: а — вид сверху $\times 16$, б — верхний усик $\times 55$, в — коготки $\times 112$, г — сифон $\times 55$, д — тегмен снизу и сбоку $\times 56$, е — часть 3-го уростернита $\times 25$

шим из 2 прищитковых пятен у основания переднеспинки и 12 пятен на надкрыльях, в том числе пара крупных плечевых, одно общее, треугольное прищитковое, кауди расширенное, пара больших удлиненных срединных пятен не достигающих шва, между ними и боковым краем по одному маленькому латеральному пятну, не достигающему бокового края, одно большое общее ромбовидное пятно на шве у начала вершинного ската, по одному заднему латеральному пятну на его уровне, по маленькому вершинному пятну, не достигающему краев надкрылий. Переднегрудь желтая, средние и заднегрудь черно-бурые, их

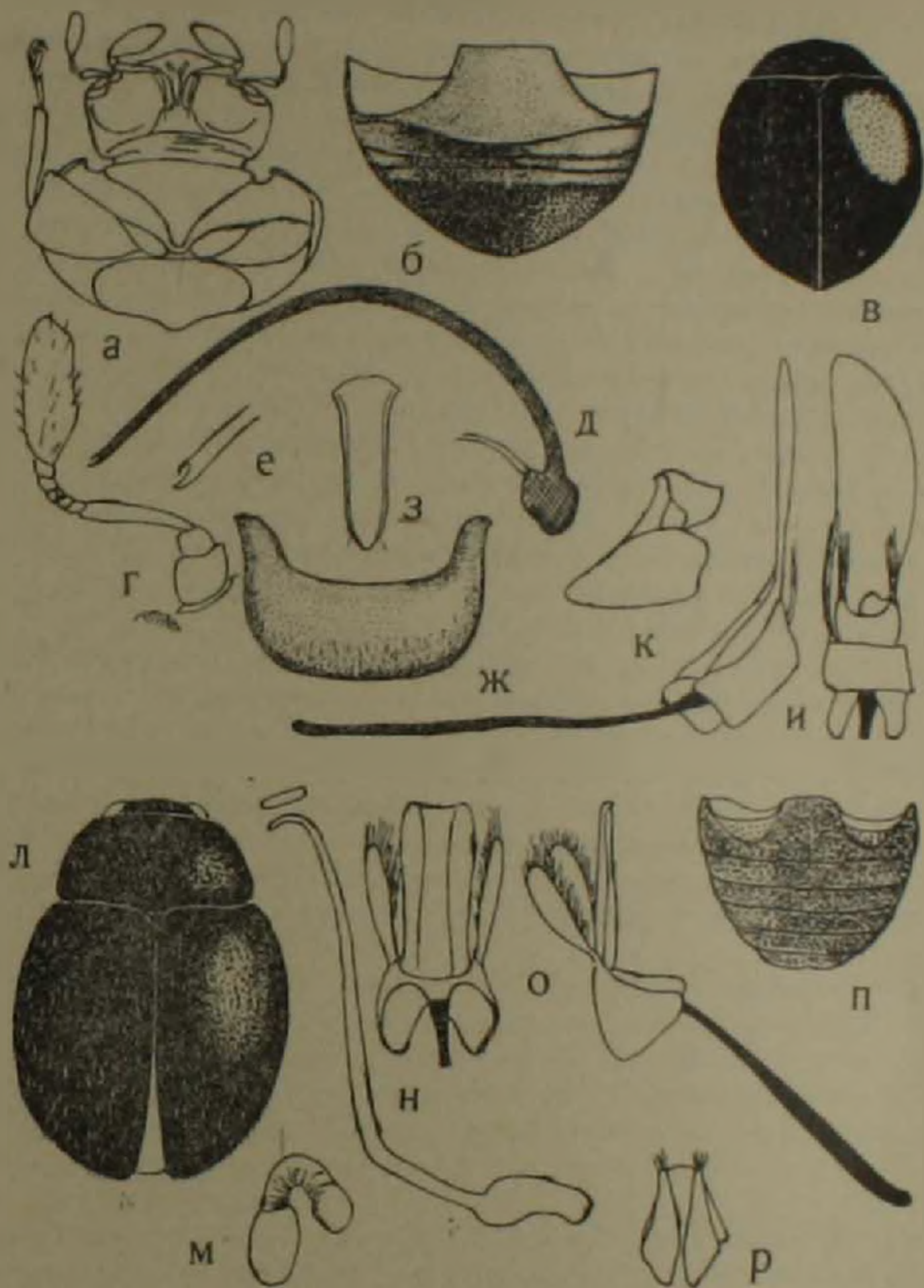


Рис. 2

а — к. *Setangium lygatum* Klnz. зр. пов. : голотип, о — голова и переднотрухь снизу $\times 32$; б — брюшко $\times 32$; в — общий вид $\times 16$; г — левый усик $\times 56$; д — сифон $\times 56$; е — г. и верхняя $\times 112$; ж — 9-й уротергит сверху $\times 56$; з — spiraculum costale $\times 56$; и — титмен сверху и снизу $\times 56$; к — переднотрухь с переднотрухьной сбюу $\times 22$; л — р. *Stetho ussuriensis* Klnz. зр. пов. : голотип, (а, м, о, н) и алаотип, ♀ (м, р) — общий вид $\times 32$; м — сперматека $\times 112$; н — сифон (сверху концы сифона при осмотре сверху) $\times 112$; о — титмен сверху и сбюу $\times 112$; п — брюшко $\times 32$; р — генитальные пластинки $\times 56$.

Эпиплевры и эпистерны беловатые, брюшко темное с желтым контуром. Ноги с перепутами одноцветно желтые. Длина 3,1 мм.

У ♂ лоб желтый с черной теменной полосой.

Усики едва длиннее ширины лба. Переднеспинка с равномерно закругленными боковыми краями, ее задние углы широко закруглены. Весь верх покрыт однородной мелкой густой, слегка вдавленной точечностью на гладком фоне. Выступ переднегруди узкий, без килей. Передний край среднегруди срезан прямо, без следа ямки. Бедренные линии брюшка цельные, кзади почти достигают заднего края их стернита, с переломом (рис. 1, е). Заднегрудь покрыта мелкой рассеянной точечностью на нежно шагреневанном фоне, на брюшке точечность много крупнее и гуще, в загибах бедренных линий расстояние между точками не больше их диаметра. Коготки на месте зубца с большой основной лопастью (рис. 1, ж).

У ♂ анзальный стернит с дугообразной вершинной вырезкой. Сифон с простой капсулой без основного зубца, к вершине загнут под почти прямым углом, кончается острием. Тегмен с вилкообразным трабесом, кончающимся 2 длинными отростками, его трубка такой же длины, как узкие параметры, сильно сплюснута с боков, кончается острым крючком, отогнутым кнаружи.

Этот своеобразный вид лишней раз свидетельствует об удивительном разнообразии и своеобразии фауны гор Средней Азии. Хотя он по всем основным признакам явно принадлежит к роду *Coccinula* Dobzh., он резко отличается от всех пяти прочих видов рода по рисунку надкрылий. В частности изолированное пришовное ромбовидное пятно у ската надкрылий неизвестно, не только у прочих видов рода, но и у всех палеарктических представителей трибы *Coccinellini* в целом. От прочих видов рода этот вид можно отличить следующим образом:

1 (2) Бедренные линии брюшка цельные и с переломом. Рисунок надкрылий состоит из черных пятен на светлом фоне, в том числе из 2 общих пятен вдоль шва, одним треугольным у щитка, расширенным кзади, и одним ромбовидным у ската. Переднеспинка желтая с 2 основными пятнами. Капсула без основного крючка. Сифон кончается большим сильно изогнутым крючком.

. . . . *C. oesitropa* sp. nov.

2 (1) Бедренные линии брюшка укорочены, часто с косой боковой ветвью. Рисунок надкрылий иного типа, общих пятен на шве не имеется, но сам шов часто зачернен и соединен с соседними черными пятнами (светлый шов имеется лишь у *elegantula* Wse., у которого темные пятна не черные, а бурые, капсула с основным крючком, рисунок надкрылий иного типа). Сифон кончается обычно коротким крючком, загнутым на четверть круга (исключение—*C. redemita* Wse.).

2. *Serangium lygaeum* Iablokoff-Khnzorian sp. nov.

Приморский край: голотип ♂—27-й км Лянчике, 25 VIII 1937, А. Мончалский; паратип—ст. Океанская близ Владивостока, ботанический сад, 19/VIII 1959, И. Кержнер. Оба типа в Зоологическом институте АН

С. СР. Нам также известен из ряда точек южного Приморья по сборам В. Кузнецова и личным, обычно встречается единичными особями на разных лиственных деревьях. По данным японских авторов виды этого рода питаются ложнощитовками из рода *Ceroplastes* и некоторыми *Aleurodidae*.

Тело черно или красно-бурое, снизу светлее, чем сверху, эпиплевры одного цвета с надкрыльями со светлой внутренней каймой, голова и конечности желто-бурые, волосистость светлая. Длина: около 2 мм. Рис. 2, а.

Голова (родовой признак) вытяжная и нормально лежит на груди. Лоб в 2 раза уже головы, рассеянно крупно и вдавлено точечный на почти гладком фоне, с единичными торчащими волосками. Усики (рис. 2, г) 9-члениковые, их 1-й членик крупный, едва длиннее ширины, 2-й в 2 раза уже 1-го, 3-й узкий и очень длинный, булава короче члеников 3—8, вместе взятых, одночлениковая, место прикрепления усиков окаймлено каймой. Последний членик челюстных щупиков очень большой, овальный. Переднеспинка в такой же скульптуре, как лоб, со слабо закругленным боковым краем (рис. 2, к), с окаймленным основанием, ее передние углы выступающие, задние очень широко закругленные. Щиток небольшой, треугольный. Надкрылья очень выпуклые, в такой же скульптуре, как лоб, их точечность довольно равномерная, расстояние между точками в 3—6 раз больше их диаметра, волосистость очень рассеянная, легко стирается, их эпиплевры с глубокими вдавлениями для вкладывания средних и задних бедер. Низ рассеянно точечный на почти гладком фоне, нигде не гиперпигментированный, очень крупный последний стернит брюшка (7-й уростернит) очень грубо и густо точечный (рис. 2, б). Выступ переднегруди без килей. Бедренные линии брюшка цельные, почти достигают заднего края их стернита, который извилистый, с широкой плоской срединной лопастью (рис. 2, б1). Ноги с характерными для этого рода очень широкими и плоскими бедрами, голени без зубцов. Ляпки 4-члениковые, с очень коротким 3-м члеником, коготки с острым зубчиком.

Сифон имеет форму равномерно изогнутой трубки до вершинной трети, за которой выпрямлен (рис. 2, д), у вершины с маленькой вырезкой (рис. 2, е), его кансула плоско лопастевидная. Тегмен (рис. 9, и) с очень длинным, узким, палочковидным трабесом, его основная часть короткая, трубка спаянута в совсем плоскую пластинку, кончающуюся асимметричным закруглением, у основания с боковой вырезкой, достигающей ее середины, парамеры слиты в общую пластинку, пригнутую к тегмену, с вырезанным передним краем, окаймленным двумя зубчиками, несущими по пучку длинных щетинок: сбоку, со стороны, обратной вырезке трубки, выступает маленький отросток, несущий пару длинных щетинок. *Spiculum gastrale* (рис. 2, з) очень широкий, 9-й тергит (рис. 2, ж) очень большой.

Этот вид — первый представитель трибы *Serangiini* и рода *Seran-*

gium Blackburn в СССР, представленного в Палеарктике еще 4 видами из Японии (если не считать cinctum Wse из южной Аравии). От *S. ruficollis* Kamuya с красной переднеспинкой и *gyukense* Kamuya легко отличается наличием точек на надкрыльях, от 2 прочих видов — шириной лба (которая у *punctum* Miyatake шире, а у *Japanicum* Chapin уже половины лба), от 1-го из них также светлой головой, от 2-го темными эпиплеврами, относительно более короткой булавой, от всех 4 видов — извилистым (а не прямолинейным) задним краем 3-го уростернита и по термену, так как у всех прочих видов вырезка у основания его трубки гораздо менее глубокая, вершина трубки сужена в более или менее острый зубец, параметры слиты лишь у основания, образуя по два отростка, по этому признаку новый вид можно рассматривать как наиболее эволюционированный из палеарктических видов рода.

3. *Stethorus* (*Allostethorus*) *amurensis* lablokoff-Khazorian sbgen. et sp. nov.

Хабаровский край: голотип, ♂ — рр М. Пера-Б. Эргель, междур. Амур. 31/V 1958, на нижней ветке дуба в лесопосадке дусице, Г. Зиновьев; аллотип там же, 29/VI 1958, в зарослях кустарниковых дубов, тот же сборщик. Оба типа в Зоологическом институте АН СССР.

Тело одноцветно черно-бурое, рот и конечности желтые, волоски светлые. Длина 1,5 мм. Рис. 2, л.

Лоб в 2 раза уже головы, почти в 4 раза уже переднеспинки, с несколькими вдавленными точками вдоль темени и по бокам на шагреневанном фоне. Переднеспинка в 1,7 раз шире длины, с тупыми и закругленными углами, ее боковой край спереди слабо изогнут,зади выпрямлен, основание двухвыемчатое, окаймленное, диск до бокового края густо волосистый, с густой, мелкой, равномерной и вдавленной точечностью на шагреневанном фоне, расстояние между точками в 2—3 раза больше их диаметра, волосистость приподнятая и закрученная. Щиток треугольный. Надкрылья едва длиннее общей ширины, густо точечные и волосистые на шагреневанном фоне, точки в 2 раза больше, чем на переднеспинке, отстоят друг от друга на 1,5—2 диаметра. Выступ переднегруди без килей. Бедренные линии брюшка целые (рис. 2, л), прерывчатые, заходят за середину их стернита. Весь низ грубо и густо точечный на шагреневанном фоне, в отгибах бедренных линий брюшка шагреневкаглаженная.

У ♂ 3-й уростернит с небольшой плоской вырезкой. Сифон трубчатый, у вершины с крючком (рис. 2, и), капсула мешковидная. Термен с длинным палочковидным трабесом (рис. 2, о), его трубка сплюснута в пластинку, вершинный край которой вырезан очень плоской дугой.

У ♀ 3-й уростернит плавно закруглен, сперматега (рис. 2, м) с длинным узелком, генитальные пластинки узко треугольные (рис. 2, р).

Широко распространенный род *Stethorus* Wse во многих странах используется в биологическом методе борьбы против тетранихондных клещей, в Палеарктике насчитывает 16 видов (включая фауну всего Китая, Тайвана и юга Аравии, но без северной Индии). Эти виды мало отличаются друг от друга габитуально, но резко по гениталиям, что позволяет разделить их на 2 подрода, согласно следующей таблицы:

- 1 (2) Сифон очень длинный, к вершине нитевидный, тегмен с очень длинной трубкой округлого сечения и длинными и узкими параметрами, вершина которых несет пучок из нескольких щетинок. Трабес короткий и изогнутый. Сперматека отсутствует (по крайней мере у всех видов, изученных в этом отношении) . . .

Подрод *Stethorus* s. str.

S. punctillum Weise, 1891 (тип рода), *gylvifrons* Muls., 1850, *wollastoni* Kapur, 1948, *aptus* Kapur, 1948, *tsutsusi* Nakane, 1959, *japonicus* Kamlya, 1959, *longisiphoncelus* Pang Schen-lui, 1966, *capitonensis* Pang Schen-lui, 1966, *loi* Sasayai, 1968.

- 2 (1) Сифон короткий и толстый, слабо изогнутый, тегмен с короткой, уплощенной лопастевидной трубкой, параметры широкие, с многочисленными щетинками, более или менее сконцентрированными у их вершины, трабес длинный, более или менее палочковидный. Сперматека имеется и нормального строения (по крайней мере у всех видов, изученных в этом отношении) . . .

Подрод *Allostethorus* shg. nov.

S. amurensis sp. nov. (тип), *pauperculus* Wse, 1895, *emarginatus* Miyatake, 1966, *yezoeasis* Miyatake, 1966, *parapauperculus* Pang Schen-lui 1966, *chengi* Sasayai, 1968, *hiroshimui* Sasayai, 1968.

- 3 (4) Трубка тегмена образует лопасть, суженную к вершине в острый или притупленный зубец . . . все указанные выше виды, кроме двух.

- 4 (3) Трубка тегмена сплюснута в пластижку, у вершины срезающую и более или менее вырезанную.

- 5 (6) Трубка тегмена с глубокой вершинной вырезкой. Трабес короче. Сифон короткий, у вершины слегка отогнут и расширен в экваториальной плоскости. У ♂ 8-й уростернит с глубокой треугольной вырезкой. Сперматека в форме равнобедренного У. Надкрылья заметно длиннее их общей ширины. Бедря темные. Точечность надкрылий двойная. Сев. Япония

S. (Allost.) emarginatus Miyat.

- 6 (5) Трубка тегмена с совсем плоской вершинной вырезкой. Трабес длиннее. Сифон длиннее, у вершины с резким загибом, без расширения. У ♂ 8-й уростернит с плоской вырезкой. Сперматека в форме У, одна ветвь которого (та, которая несет узелок) много длиннее другой. Надкрылья едва длиннее общей ширины. Бедря желтые. Точечность надкрылий однородная. Ам. р . . .

S. (Allost.) amurensis sp. nov.

До сих пор в СССР (и Армянской ССР) было известно лишь два вида этого рода (два первых нашего списка).

Зоологический институт
Академии наук Армянской ССР

Ա. Մ. ՅԱՐՈՍԼՈՎ-ԿՆՁՈՐՅԱՆ

Կարճաքև-զատկարգեղների նոր տեսակներ ՍՍՀՄ-ից (Coleoptera,
Coccinellidae)

Հոդվածը պարունակում է 3 նոր տեսակի զատկարգեղների նկարագրություն ՍՍՀՄ-ից. այդ թվում՝.

1. *Coccinula oresitropa* Khnz. sp. nov. գտնված է Ղազախստանում, Կարջանուռու լեռնաշղթայի քարքարոտ տափաստաններում:

2. *Serangium lygaeum* Khnz. sp. nov. Պրիմորյան մարզի Դա այդ սևոժողովին ներկայացուցիչն է ՍՍՀՄ-ում, սնվում է ըստ Լրևույթին կեղծ վահանակիրներով և համարվում է օգտակար:

3. *Stethorus (Allostethorus) amurensis* Khnz. sbgen. et sp. nov. Խաբարովյան մարզի Լեմուր գետի գետամիջում: Այս սևոժողովին տեսակները օգտագործվում են տեսարանի խոտի տղերի դեմ պայքարի բիոլոգիական մեթոդներում: Նկարագրված տեսակը սևոժողովին հայտնի 3-րդ տեսակն է ՍՍՀՄ-ում:

УДК 595.129.2

АКАРОЛОГИЯ

А. Т. Багдасарян

Эриофионидные клещи на фисташке (Acarina, Eriophyoidea)

(Получено в печать 11 Армянской ССР 3. X. Довышев 14.1.1972)

В Армении на фисташке (*Pistacia L.*) обнаружены 3 вида эриофионидных клещей, из которых два оказались новыми для науки. В настоящей статье приводится описание новых видов. В цикле их развития установлено наличие зимних самок, описание которых также приводится. Размеры даются в микронах. Типы новых видов находятся в коллекциях Зоологического института АН Арм. ССР.

Tegonotus gecki Bagdasarian, sp. n. (рис. 1, 2).

Протогинная самка (рис. 1). Тело веретеновидное, окраска беловатая, длина тела 155 (121–165), ширина 51 (11–55). Дорзальный щит обычно гладкий, но бывают и особи, у которых адмедианные и субмедианные линии слабо выражены; длина щитка 34 (30–37), ширина 40 (11–42). Лобный выступ дорзального щитка крупный, длина его 6 (6–8), ширина сверху (и посередине) 4 (3–5). На генитальном клапане 12 (12–13) продольных линий, длина клапана 8 (8–10), ширина 19 (19–20). На лапках ног подкоготковая щетинка имеется. Эмподий ног с 4 парами лучей. Спинные полукольца гистеросомы гладкие, по величине не равные; число их 17, из них 5 крупные (ширина их 7–13), 8 средней величины (ширина их 4–5) и 4 хвостовые мелкие (ширина их не больше 2). Между крупными полукольцами имеется по одному полукольцу средней величины, за исключением первых двух крупных полукольцев, между которыми всегда имеются 2 полукольца средней величины. За последним крупным полукольцом (ширина которого достигает до 7) идут подряд полукольца средней величины. Брюшные полукольца мелкие и покрыты округлыми микробугорками, число их 58 (52–60). От тазиков ног до латеральных щетинок число брюшных полукольцев 10 (9–10), от латеральных до вентральных щетинок I 11 (10–12), от вентральных I до вентральных II 15 (12–16), от вентральных II до вентральных III 18 (16–19), от вентральных III до каудальных щетинок 5. Между тазиками ног и генитальным отверстием имеется 3 брюшных

полукольца. Латеральные щетинки находятся на 19 (45—51), вентральные щетинки I на 38 (35—39), вентральные II на 23 (21—24), вентральные III на 5 брюшных полукольцах, считая сзади. Аксессуарные щетинки имеются, длина их 3—4.

Размеры. Длина хелицера 14 (13—16). Длина ног I 26 (23—26), голени I 6 (5—6), лапки I 6 (5—6), коготок I 6 (6—7). Длина ног II 24 (22—24), голени II 4,5 (4—5), лапки II 5 (5—5,5), коготок II 6 (6—7). Длина тазиковых щетинок ног: щетинка I 26 (26—30), II 10 (8—10), III 38 (35—40). Длина щетинок идносомы: s. dors. 11 (11—13) (расстояние между ними 30—35), s. gen. 21 (21—22) (расстояние между ними 12—14), s. lat. 17 (15—20), s. vent. I 55 (40—55), II 12 (10—13), III 22 (20—23), s. caud. 73 (65—75).

Дейтогинная самка (рис. 2). Тело черпеобразное, окраска беловатая, длина тела 130 (120—150), ширина 50 (51—60). Дорзальный щит прондосомы гладкий, длина его 32 (30—34). Лобный выступ щитка узкий, длина 5 (5—6), ширина сбоку (в середине) 1 (1—1,5). На лапках ног подкоготковая щетинка имеется. Эмподий ног с 4 парами лучей. Генитальный клапан с 12 (12—13) продольными линиями. Гистеросома почти равноконтурная, синальные полукольца гладкие, а брюшные покрыты микробугорками. Число синальных полуколец 41 (39—41), ширина их 2 (2,5—3). Число брюшных полуколец 55 (51—56), ширина их 1 (1—1,5). Число брюшных полуколец от тазиков ног до латеральных щетинок 8 (7—8), от латеральных до вентральных щетинок I 13 (12—13), от вентральных I до вентральных II 15 (13—15), от вентральных II до вентральных III 14 (13—16), от вентральных III до каудальных щетинок 5. Между тазиками ног и генитальным отверстием число брюшных полуколец 3. Считая сзади тела латеральные щетинки находятся на 47 (43—48), вентральные I на 34 (31—36), вентральные II на 19 (18—21), вентральные III на 5 брюшных полукольцах. Аксессуарные щетинки имеются.

Размеры. Длина хелицера 17 (16—20). Длина ног I 29 (28—29), голени I 6,5, лапки I 6,5, коготок I 7. Длина ног II 27 (26—27), голени II 5,5, лапки II 6, коготок II 7. Длина щетинок идносомы: s. dors. 19 (19—22), s. gen. 25 (19—25), s. vent. I 35 (35—40), s. vent. II 16 (15—17), s. vent. III 25 (25—27), s. caud. 85 (81—90), s. acces. 3.

Дейтогинная самка хорошо отличается от протогинной самки по форме тела, по числу и величине синальных полуколец гистеросомы, а также по величине лобного выступа, по длине дорзальных щетинок и по ряду других морфологических признаков.

Самец. Тело веретеновидное, наэскае; длина тела 130 (115—130), ширина 41 (31—40). Число синальных полуколец 16 (16—17), брюшных 51 (48—52).

Размеры. Длина хелицера 15 (13—15). Длина ног I 22 (22—23), ног II 21 (20—21). Длина щетинок идносомы: s. dors. 11—12 (расстояние между ними 22—25), s. gen. 17—18 (расстояние между

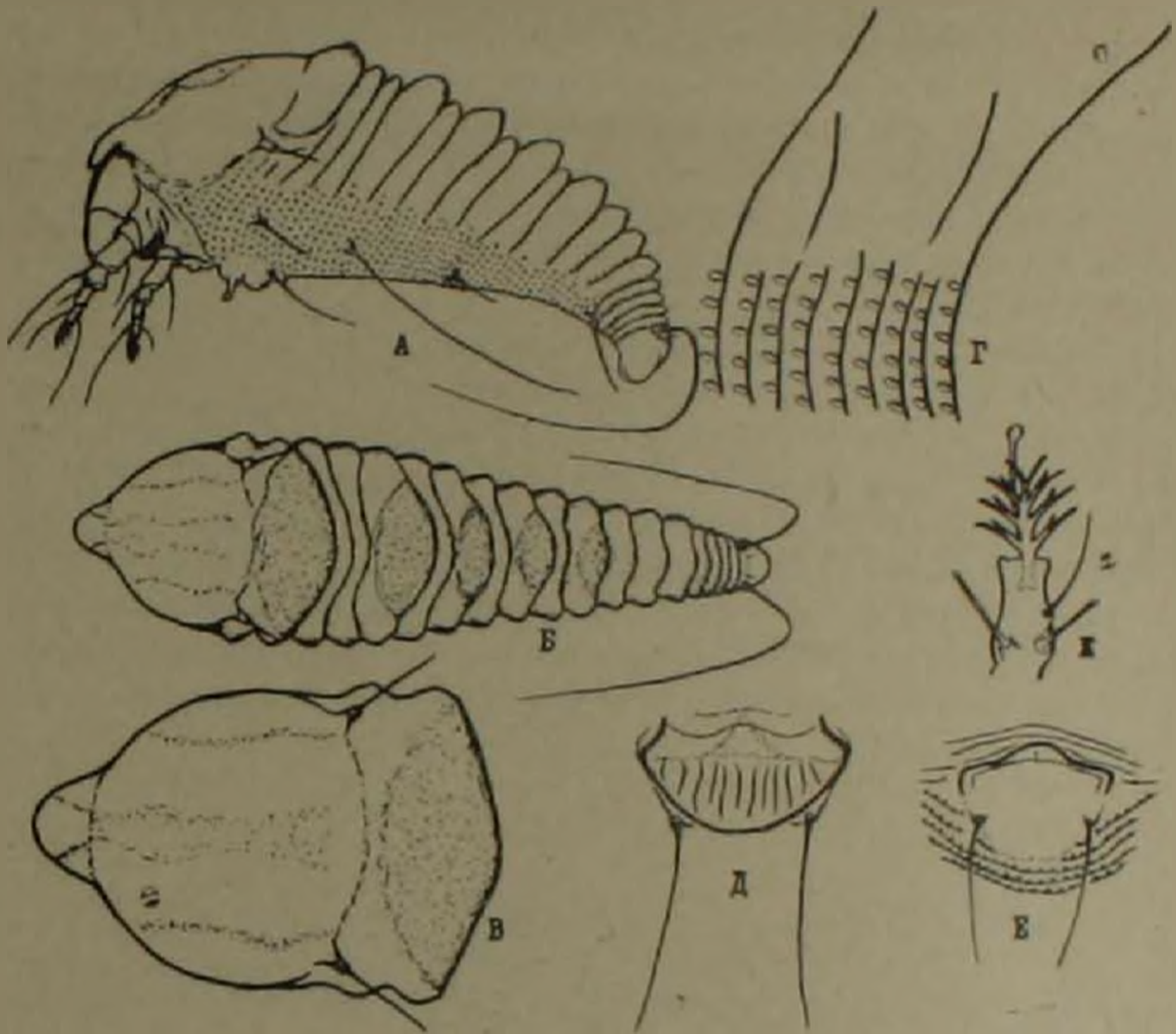


Рис. 1. *Tegenotus recki* Bagdasarian, sp. n.

А — протогинная самка сбоку; Б — протогинная самка со спинной стороны; В — дорзальный щит с щетинками; Г — спинные и брюшные полукожлы; Д — генитальный клапан самки; Е — генитальный клапан самца; Ж — лапка ноги с эпиподием

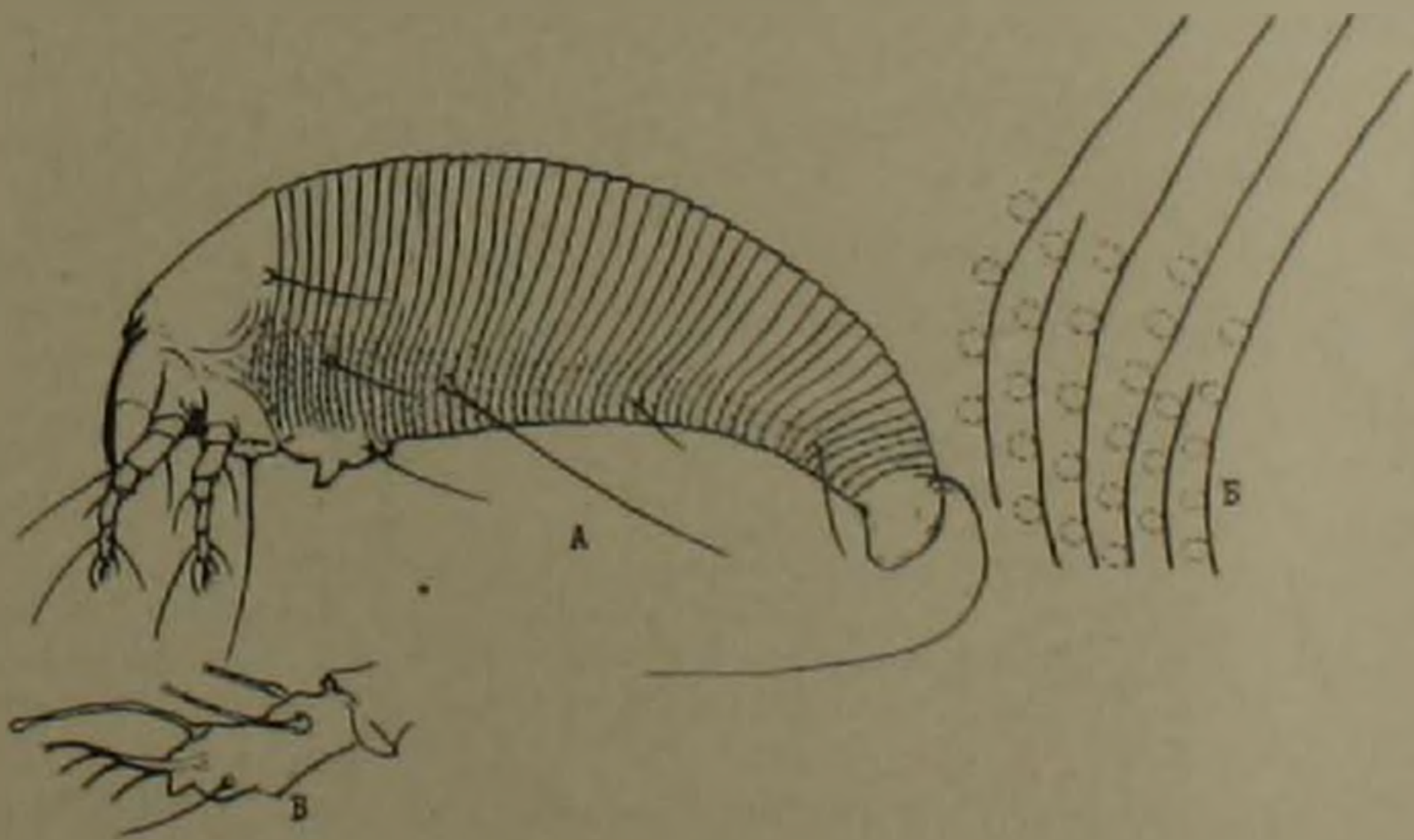


Рис. 2. *Tegenotus recki* Bagdasarian, sp. n.

А — дейтогинная самка сбоку; Б — спинные и брюшные полукожлы; В — лапка ноги с эпиподием

ними 10—12), s. lat. 20 (19—20), s. vent. I 45 (40—45), s. vent. II 10 (10—11), s. vent. III 20 (18—20), s. caud. 60 (61—65).

Какщ обитает на нижних сторонах листьев фисташки (*Pistacia mitica* Fisch. et Mey), в основном на центральной жилке. Зимует закрыто, главным образом, под щитовками (*Pistaciaspis pistacicola* Borchs.), живущими на почках фисташки. Иногда зимние самки встречаются в очень защищенных местах побегов. Под чешуйками почек зимние самки не обнаружены.

Собран из окрестностей ж.-д. ст. Айрум (18/V 1966, 13/VIII 1968, 13/VII 1970, 9/XI 1970) Ноемберянского района.

Голотип в препарате № 1196 (1) (13/VIII 1970), аллотип в препарате № 1192 (1) (13/VII 1970), паратипы в препаратах №№ 1192 (1, 2) (13/VII 1970), 672 (1, 2) (18/V 1966), 1196 (1, 2) (13/VIII 1968). Дейтогинные самки в препаратах №№ 1225 (9/X 1970), 1233 (1, 2, 3) (9/XI 1970).

Новый вид, *Tegonotus recki* Bagdasarian, sp. n., хорошо отличается от всех известных видов рода *Tegonotus* Nal. строением спинных гистеросомаальных полуколец. Возможно в дальнейшем будет выделен как новый род.

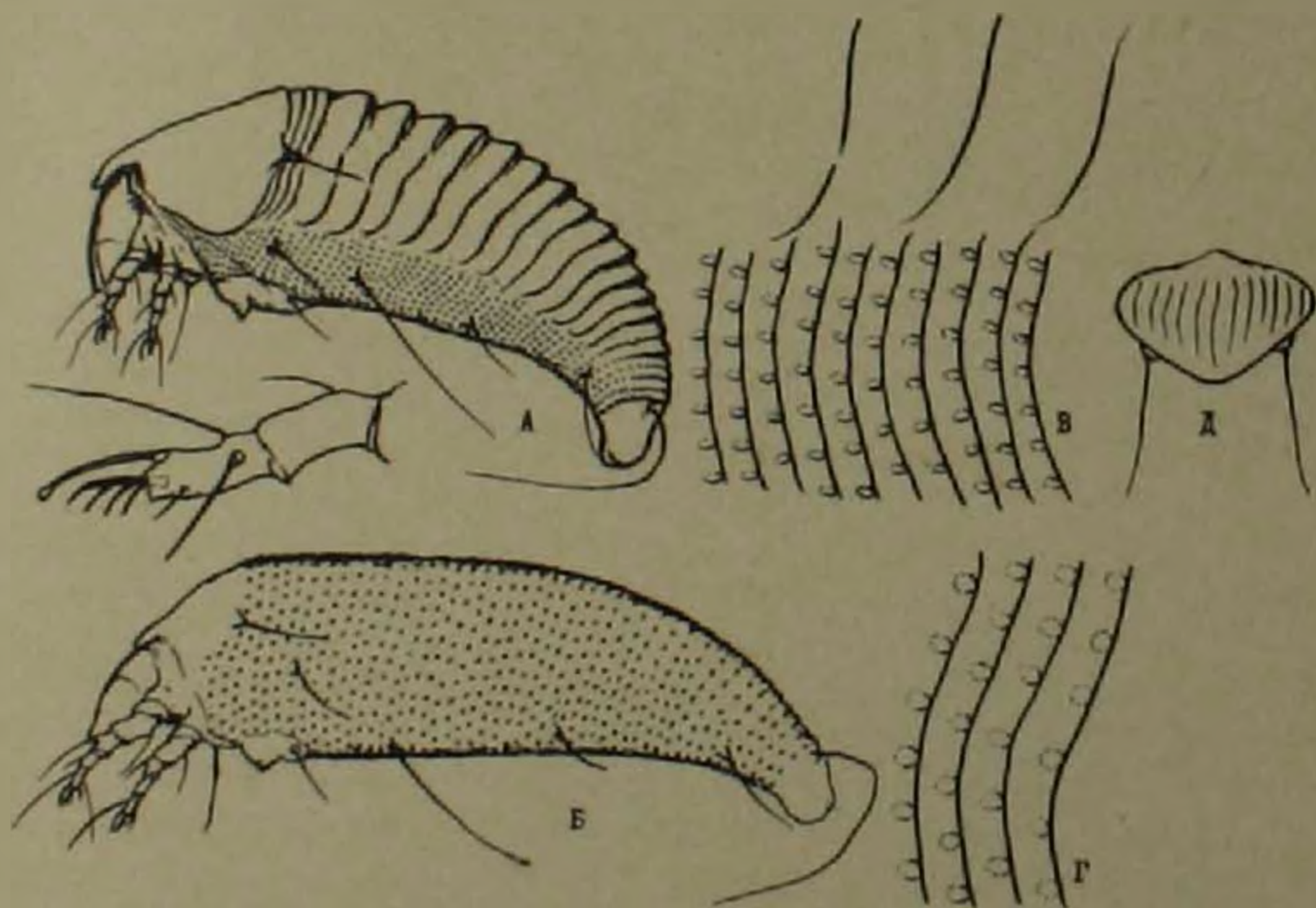


Рис. 3 *Heterotergum shevtchenkoi* Bagdasarian, sp. n.
 А — протогинная самка сбоку; Б — дейтогинная самка сбоку; В — спинные и брюшные полукольца протогинной самки; Г — спинные и брюшные полукольца дейтогинной самки; Д — генитальный клешня самки

Heterotergum shevtchenkoi Bagdasarian sp. n. (рис. 3)

Протогинная самка (рис. 3, А). Тело широковеретеновидное, длина тела 160 (130—170), ширина 55 (45—55). Дорзальный щит

проподосомы гладкий, длина щитка 32 (28—32). Лобный выступ щитка хорошо выражен, длина его 5 (5—7), ширина сбоку (в середине) 2,5 (2,5—3). На лапках ног подкоготков щетинка имеется. Эмподий ног с 4 парами лучей. На кланасе генитального отверстия линий не имеется. Спинные полукольца гистеросомы гладкие, крупные, за исключением 3 передних, 4 хвостовых, которые по сравнению с другими очень маленькие (ширина их 1,5—2). Спереди назад ширина крупных спинных полуколец заметно уменьшается: ширина самых крупных спинных полуколец 10, а самых мелких 4. Число спинных полуколец 22 (22—23). Брюшные полукольца мелкие (ширина их 1—1,5), покрыты округлыми микробугорками. Число брюшных полуколец гистеросомы 52 (49—52). От тазиков ног до латеральных щетинок число брюшных полуколец 8 (8—9), от латеральных до вентральных щетинок I 10 (9—10), от вентральных I до вентральных II 14 (12—14), от вентральных II до вентральных III 15 (14—15), от вентральных III до каудальных щетинок 5. Считая сзади тела латеральные щетинки находятся на 43 (42—44), вентральные щетинки I на 33 (32—33), II на 20 (19—20), III на 5 брюшных полукольцах. Аксессуарных щетинок не имеется.

Размеры. Длина хелицера 18 (16—18). Длина ног I 23 (22—23), голени I 5 (4—5), лапки I 5 (4,5—5), коготка 17. Длина ног II 20 (19—21), голени II 4 (3,5—4), лапки II 5 (4—5), коготка II 7. Длина щетинок идносомы: *s. dors.* 16 (14—16), *s. gen.* 15 (12—15), *s. lat.* 15 (10—15), *s. vent. I* 36 (30—36), II 15 (10—15), III 20 (15—20), *s. caud.* 50 (40—60).

Дейтогинная самка (рис. 3.Б). Тело узковеретеновидное, длина тела 140 (135—140), ширина 45 (40—45). Лобный выступ хорошо выражен; длина выступа (сбоку) 5 (5—6), ширина (в середине) 2,5 (2—2,5). На дорзальном щитке линий не имеется. Подкоготковая щетинка на лапках ног имеется. Эмподий ног с 4 парами лучей. Генитальный клапан с линиями, число их 11—12. Полукольца гистеросомы как со спинной, так и с брюшной стороны икры микробугорками. Число спинных полуколец 42 (41—43), брюшных 51 (49—52). От тазиков ног до латеральных щетинок 8 (8—9), от латеральных до вентральных щетинок I 9 (9—10), от вентральных I до вентральных II 14 (14—15), от вентральных II до вентральных III 15 (14—15), от вентральных III до каудальных щетинок 5 (5—6). Латеральные щетинки находятся на 43 (41—43), вентральные щетинки I на 34 (32—34), II на 20 (19—20), III на 5 (5—6) брюшных полукольцах, считая сзади тела. Аксессуарных щетинок не имеется.

Размеры. Длина хелицер 18 (17—19). Длина дорзального щитка 27 (27—28). Длина ног I 25 (24—26), ног II 22 (20—22). Длина щетинок идносомы: *s. dors.* 17 (17—20), *s. vent. I* 35 (31—36), II 10 (10—12), III 18 (15—18), *s. caud.* 50 (40—50).

Дейтогинная самка хорошо отличается от протогинной самки по

числу спинных полуколен и их бугорчатости, а также по величине дорзальных щетинок.

Обитает на нижней стороне листьев фисташки, главным образом в области центральной жилки. Зимует под чешуйками почек.

Собран из окрестностей с. Карчеван (23 VII 1970) и пос. Мегри (24 VII 1970) Мегринского района.

Голотип в препарате № 1201 (23 VII 1970), паратипы в препаратах № 1199 (24 VII 1970), 1201 (23 VII 1970). Дейтогининые самки в препарате № 1221 (23 IX 1970).

Новый вид по форме тела и по числу спинных полуколен похож на *Heterotergum gossypii* K., а по числу передних мелких спинных гистеросомальных полуколен на *Heterotergum wilsoni* K. Однако от обоих указанных видов наш вид хорошо отличается по строению эмподия (у *H. wilsoni* эмподий с 6-ю, а у *H. gossypii* с 5-ю парами лучей). Кроме эмподия, новый вид от *H. wilsoni* хорошо отличается числом спинных полуколен (их 14), а от *H. gossypii* числом мелких передних спинных полуколен.

Aceria stefani (Nal.)

Вызывает скручивание краев листа фисташки вверх.

Собран в окрестностях с. Карчеван (23 VII 1970) и пос. Мегри (24 VII 1970) Мегринского района.

Распространение: СССР (Кавказ), Италия, Канарские острова, Малая Азия

Зоологический институт
Академии наук Армянской ССР

и. с. РАՇԿԱՍԱՐՅԱՆ

Պիստակենու էրիոֆիտիդ սպեր
(Acarina, Eriophyesidae)

Հայաստանում պիստակենու (*Pistacia L.*) վրա էրիոֆիտիդ սպերից հայտնաբերվել է երեք տեսակ, որոնցից երկուսը նոր են գիտության համար և որոնց նկարագրությունը տրվում է ներկա հոդվածում: Երկու նոր տեսակի ցիկլում հայտնաբերվել են ձմեռային էգեր, որոնց նկարագրությունը նույնպես տրվում է այս հոդվածում:

Տզերի չափերը տրվում են միկրոններով:

Նկարագրվող տեսակների տիպերը պահվում են Հայկական ՍՍՀ ԳԱ Կենդանաբանական ինստիտուտի հավաքածուներում:

