

Զ Ե Կ ՈՒ Յ Յ Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

LV № 1

1972

Խմբագրական կոլեգիա

Է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ, կենսաբանական գիտությունների դոկտոր, Ա. Բ. ԲԱՐԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քրեակիր-անդամ, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քրեակիր-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՑՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քրեակիր-անդամ (պատ. խմբագրի տեղակալ), Ս. Հ. ՄԻՐՉՈՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քրեակիր-անդամ Ս. Ս. ՄԿՐՏՈՑՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՂԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ-խմբագիր), Օ. Մ. ՍԱԳՈՆՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քրեակիր-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԺԱՅԻԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քրեակիր-անդամ:

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Э. Г. АФРИКЯН, доктор биологических наук, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР (зам. отв. редактора), С. А. МИРЗОЯН, чл.-корр. АН АрмССР, С. С. МКРТЧЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР.

Ր Ո Վ Ա Ն Ի Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

ԵԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Յ. Ա. Թալալյան — Հաարի սխառմի էնթաթոսեմների մասին	3
Հ. Մ. Միֆայելյան — Լոկալ վերջավոր խմբերի Q-կուրաերյան էնթաթմբերի մասին	7
Գ. Ո. Յեյտին, Ա. Ա. Չուրաբյան — Ասույթների գառակաւ հալվի տրամաբանական տրամաւածների երկարության որոշ գեաւատագանները	10
Ն. Հ. Սիւեան — Օրթոգոնալ շարքերի գծային մեթոդով գումարման մասին [ԼՐՍ 1]. (0 < j < 1)	15

ՀԻՊԵՐԳԻՆԱՄԻԿԱ

Ո. Մ. Իսաեան — Հիպերգինամիկայում որոշ մակերեւութային ազդեցութիւնների մասին	17
--	----

ԱՌԱՐԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ս. Ռ. Սաբայան — Իրկու երկայնական գլանաձև շրջանային խոռոհներով թույլացված կլոր - գալաձև կարվածքով մագի ուղղումը	22
--	----

ՆԻՋԻԿԱ

Ս. Ա. Մեաղականյան — Գարամազնիսական ուղղանկարի գծի լայնացումը ֆերիտ-գրանաւորում ազդագրաւ ազդերի էլեմենտների փոքր հաճկականութեով	29
--	----

ՏԵՍԱԿԱՆ ՆԻՋԻԿԱ

Մ. Լ. Տէր-Միֆայելյան, Բ. Ա. Բաղյան — Կամավոր ձևի սահմանով լիցքավորված մասնիկի աւցման դեպքում առաւադաւ աւցումային հառադայթման տեսության վերաբերւայ	52
---	----

ԱՍՏՐՈՆՈՄԻԿԱ

Ս. Վ. Հովսեփյան — Փախազդեցության եւրգործութիւնը պտտվող եւյարոնային աստ-ղերի կայունության և բարախումների վրա	36
---	----

ՈՐԳԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

Ս. Թ. Բարայան, Գ. Թ. Մաւախրասյան, Ա. Խ. Գյուլնազարյան — Ամոնիումային ա-ղերի սինթէզ գիւնի. աճիւնի և շրմի գոթազւմամբ	42
--	----

ՆԻՋԻԿԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

Հ. Հ. Չալիկյան Ս. Ա. Հովորյան, Ն. Մ. Ռեյլերյան, Ռ. Հ. Չալիկյան — Թէնզոի-սկորթիզով աճիւնսպիրտների - քսիզացման կիսեռիկայի և միաւնիզմի վրա բնէզայական թթվի և պիրիտի՝ որպէս խմբի ազդեցության ուսումնասիրութիւնը թեմիյումինեւցեն-ցիաւի և դաւաւհով	46
--	----

ՔԻՄԻԱԿԱՆ ՏԵԽՆՈՒԳԻԱ

Վ. Ի. Լուցենկո — Խառնուրդների աւհամասնության աստիւանի բնութագրումը մէկ հառակաւիչի փոփոխման դեպքում	51
--	----

ՇԻՆԱՐԱՐԱԿԱՆ ՆՅՈՒԹԵՐ

Ձ. Ա. Հաքապոբյան, Ի. Հ. Գաւրիէլյան — Սորուն ելութերի ժակոտկենության ուսում-նասիրման նոր մեթոդներ	57
--	----

ՄԻԿՐՈՐԵՍԻՈՂՈՅԻԱ

Ս. Գ. Ավաղյան — էլէկտրաֆիզիկական և գաւաւկով մշակված գինու միկրոօրգանիզմ-ները ուսումնասիրութիւնները էլէկտրոնային մաւրադիտակի ազնությամբ	61
--	----

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Ф. А. Талалян—О подсистемах системы Хаара	3
Г. С. Микаелян—О Q -хартеровых подгруппах локально конечных групп	7
Г. С. Цейтин, А. А. Чубарян—Некоторые оценки длин логических выводов в классическом исчислении высказываний	10
Н. О. Симанян—О суммируемости ортогональных рядов линейными методами в метрике $L_p[0,1]$, $(0 < p < 1)$	13

ГИДРОДИНАМИКА

С. М. Исакян—О некоторых поверхностных эффектах в гидродинамике	17
---	----

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

С. Р. Сароян—Кручение бруса круглого кольцевого сечения, ослабленного двумя продольными цилиндрическими круговыми полостями	22
---	----

ФИЗИКА

С. А. Минацканян—Уширение линии парамагнитного резонанса в ферритах-гранатах с малыми присадками редкоземельных элементов	29
---	----

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

М. Л. Тер-Миктелян, Р. А. Багиян—К теории переходного излучения при прохождении заряженной частицы через границу раздела произвольной формы	32
---	----

АСТРОФИЗИКА

А. В. Овсепян—Влияние взаимодействия на устойчивость и пульсации вращающихся нейтронных звезд	36
---	----

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. Т. Бабаян, Г. Т. Мартиросян, А. Х. Гюльмазарян—Синтез аммониевых солей взаимодействием диена, брома и амина	42
--	----

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

<u>О. А. Чалтыкян</u> С. А. Акопян, Н. М. Бейлерян, Р. О. Чалтыкян—Изучение влияния бензойной кислоты и пиридина на кинетику и механизм окисления алкиламинспиртов перекисью бензола методом хемилюминесценции	46
--	----

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

В. И. Луценко—Характеристика степени неоднородности смесей по изменчивости одного признака	51
--	----

СТРОИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Э. А. Ацагорцян, И. Г. Габриелян—Новые методы исследования пористости ступенчатых материалов	57
--	----

МИКРОБИОЛОГИЯ

Б. П. Авакян—Электронно-микроскопическое исследование микроорганизмов вин, обработанных электрофизическим способом	61
--	----

УДК 517.5

МАТЕМАТИКА

Ф. А. Таалаян

О подсистемах системы Хаара

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Даваншяном 25/1 1972)

Введение. Известна следующая теорема П. Л. Ульянова ⁽¹⁾ и А. М. Олевского ⁽²⁾.

Теорема. По любой полной ортогональной системе существует ряд из L_2 , который после некоторой перестановки расходится почти всюду.

В связи с этим представляет интерес описать те подсистемы конкретных полных ортогональных систем, которые обладают свойством, выраженным приведенной теоремой. В настоящей заметке этот вопрос исследуется для системы Хаара. Соответствующая теорема доказывается в параграфе 1. В параграфе 2 доказывается, что указанным свойством обладают почти все подсистемы системы Хаара.

1. Если $\chi_n(x)$ — функции Хаара, то обозначим

$$\Delta_n = \{x \in [0,1] : \chi_n(x) \neq 0\}.$$

Теорема 1. Для того, чтобы по подсистеме $\{\chi_{n_k}(x)\}$ системы Хаара существовал ряд из L_2 , расходящийся почти всюду после некоторой перестановки, необходимо и достаточно, чтобы

$$m(\limsup_{k \rightarrow \infty} \Delta_{n_k}) = 1. \quad (1.1)$$

Доказательство. Необходимость очевидна. Докажем достаточность. Пусть выполняется (1.1). Тогда

$$m\left(\bigcup_{k=1}^{\infty} \Delta_{n_k}\right) = 1, \quad l = 1, 2, \dots \quad (1.2)$$

Пусть $\varepsilon_p > 0$ и $\sum \varepsilon_p < \infty$. Возьмем последовательность $k_0 = 0 < k_1 < k_2 < \dots$ так, чтобы выполнялись неравенства

$$m\left(\bigcup_{l=k_{p-1}+1}^{k_p} \Delta_{n_l}\right) > 1 - \varepsilon_p, \quad p = 1, 2, \dots \quad (1.3)$$

Можно предполагать, что при любом p интервалы $\Delta_{n_{k_{p-1}+1}}, \dots, \Delta_{n_{k_p}}$ попарно не пересекаются, так как в противном случае из пересекающихся интервалов мы возьмем наибольший и неравенства (1.3) опять будут выполняться.

Из (1.3) следует

$$m\left(\bigcup_{q=1}^{\infty} \bigcap_{p=q}^{\infty} \bigcup_{i=k_{p-1}+1}^{k_p} \Delta_{n_i}\right) = 1, \quad (1.4)$$

Теперь возьмем ряд

$$\sum_{p=1}^{\infty} \sum_{i=k_{p-1}+1}^{k_p} \frac{1}{p} \sqrt{m(\Delta_{n_i})} \chi_{n_i}(x). \quad (1.5)$$

Из того, что при любом p интервалы $\Delta_{n_{k_{p-1}+1}}, \dots, \Delta_{n_{k_p}}$ попарно не пересекаются, следует, что ряд (1.5) принадлежит L_2 . С другой стороны, ряд

$$\sum_{p=1}^{\infty} \sum_{i=k_{p-1}+1}^{k_p} \left| \frac{1}{p} \sqrt{m(\Delta_{n_i})} \chi_{n_i}(x) \right|$$

расходится на множестве

$$\bigcup_{p=1}^{\infty} \bigcap_{q=p}^{\infty} \bigcup_{i=k_{q-1}+1}^{k_q} \Delta_{n_i}$$

имеющем полную меру.

По теореме Е. М. Никишина и П. Л. Ульязова ⁽²⁾ члены ряда (1.5) можно переставить так, чтобы вновь полученный ряд расходился почти всюду. Теорема 1 доказана.

2. Рассмотрим меру μ на множестве S всех подпоследовательностей последовательности натуральных чисел N , введенную следующим образом (4).

Заданной подпоследовательности $s = \{n_i\}$ сопоставим число $T(s) = 0, z_1 z_2 z_3 \dots$, где $z_{n_i} = 1$ и $z_j = 0$, если $j \neq n_i$. Это соответствие между всеми подпоследовательностями N и точками из $(0,1]$ взаимно-однозначно. Будем считать измеримыми те подмножества $E \subset S$, для которых $T(E)$ измеримо по Лебегу, и при этом положим $\mu(E) = m(T(E))$, где m — мера Лебега.

Лемма. Пусть $E_n \subset [0,1]$ — последовательность измеримых множеств. Тогда для почти всех $s = \{n_i\}$ из S имеет место

$$m(\limsup_{i \rightarrow \infty} E_{n_i}) = m(\limsup_{n \rightarrow \infty} E_n) \quad (2.1)$$

Доказательство. Определим на $[0,1]$ функции $z_k(t)$, $k = 1, 2, \dots$ из условий

$$1) \quad t = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{z_k(t)}{2^k};$$

2) $z_k(t)$ принимает значения 0 и 1, причем значение 1 принимает при бесконечно многих k .

Обозначим

$$A_n = \{t \in (0,1] : z_n(t) = 1\}.$$

Рассмотрим ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \chi_{E_n}(x) z_n(t), \quad (2.2)$$

где χ_E — характеристическая функция множества E .

Для любого $x \in \limsup_{n \rightarrow \infty} E_n$ последовательность $\chi_{E_n}(x)$ содержит бесконечно много единиц. Если обозначить номера этих единиц через $n_i(x)$, то будем иметь

$$\sum_{n=1}^{\infty} \chi_{E_n}(x) z_n(t) = \infty \quad \text{при } t \in \limsup_{i \rightarrow \infty} A_{n_i(x)} \quad (2.3)$$

Множества A_n независимы и $m(A_n) = \frac{1}{2}$, $n = 1, 2, \dots$. Поэтому, согласно лемме Бореля-Кантелли,

$$m\left(\limsup_{i \rightarrow \infty} A_{n_i(x)}\right) = 1 \quad (2.4)$$

для любого $x \in \limsup_{n \rightarrow \infty} E_n$.

Из (2.3) и (2.4) следует, что для любого $x \in \limsup_{n \rightarrow \infty} E_n$ ряд (2.2) расходится почти всюду по $t \in [0,1]$. Тогда из теоремы Фубини следует, что для почти всех $t \in [0,1]$ ряд (2.2) расходится по x почти всюду на $\limsup_{n \rightarrow \infty} E_n$. Это, как легко видеть, равносильно утверждению леммы.

Из леммы и теоремы 1 следует

Теорема 2. По почти всем подсистемам системы Хаара существуют ряды из I_2 , расходящиеся почти всюду после некоторой перестановки.

Ереванский государственный
университет

Յ. Ա. ՔԱԼԱՅԱՆ

Հաադի սիստեմի ենթասիստեմների մասին

Պ. Լ. Ուլյանովը ⁽¹⁾ և Լ. Մ. Յուզսկին ⁽²⁾ ապացուցել են, որ բոլոր ամեն մի լրիվ օրթոգոնալ սիստեմի գոյություն ունի Հ₂-ից շարք, որը ինչ-որ տեղափոխությունից հետո տարամիտում է համարյա ամենուրեք:

Ներկա աշխատանքում նկարագրվում է Հաարի սխտեմի այն ենթասխտեմների դասը, որոնք օժտված են լրիվ սխտեմների նշված հատկությամբ։ Ապացուցվում է նաև, որ այդ հատկությամբ օժտված են Հաարի սխտեմի համարյա բոլոր ենթասխտեմները։

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ П. Л. Улянов, УМН, 16, № 3, 61—142 (1961). ² А. М. Олевский, ДАН СССР, 138, № 3, 545—548 (1961). ³ Е. М. Никитин и П. Л. Улянов, УМН, 22, № 3, 240—242 (1967). ⁴ van Kampen, Amer. J. Math. 62, 417—448 (1940).

УДК 5194.45

МАТЕМАТИКА

Г. С. Микаелян

О Q -картеровых подгруппах локально конечных групп

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александряном 31 I 1972)

В заметке вводится понятие Q -картеровой подгруппы и приводятся три теоремы о существовании и сопряженности Q -картеровых подгрупп локально конечных групп.

Пусть Σ — некоторый абстрактный класс групп. Следуя Холлу Ф. обозначим через $s\Sigma$ — класс подгрупп Σ — групп, $q\Sigma$ — класс гомоморфных образов Σ — групп, $e\Sigma$ — класс расширений Σ — групп при помощи Σ — групп, $l\Sigma$ — класс групп, обладающих локальными системами из Σ — групп.

Класс групп называется силовским ⁽¹⁾, если $\Theta\Sigma \subseteq \Sigma$, где $\Theta = s, q, e, l$.

Система силовских классов $Q = \langle \Sigma_p | p \in M \rangle$ называется расщепляемой ⁽¹⁾, если для всяких $\alpha, \beta \in M$ справедливо $\Sigma_\alpha \cap \Sigma_\beta = E$, где E — силовский класс, состоящий только из единичной группы. В дальнейшем всюду под Q понимается расщепляемая система силовских классов $\langle \Sigma_p | p \in M \rangle$.

Подгруппу K некоторой группы G назовем Q -картеровой, если она:

- 1) Q — разложима (см. ⁽¹⁾);
- 2) максимальна в G как Q — разложимая подгруппа;
- 3) совпадает со своим нормализатором в G .

В работе ⁽²⁾ Стонехеве́р рассмотрел совпадающие со своими нормализаторами, максимальные локально-нильпотентные подгруппы периодических групп. Эти подгруппы будут Q -картеровыми, если для всякого $p \in M$ вместо класса Σ_p взять класс всех локально конечных p — групп, где p — простое число и различным p соответствуют различные p .

Скажем, что в группе G справедлива CQ — теорема, если для всякого $p \in M$ в G имеет место сопряженность силовских Σ_p — подгрупп. В частности, если Q взят указанным выше образом, то в каждой

конечной группе выполняется CQ -теорема. В каждой конечной разрешимой группе справедлива CQ -теорема, если для всякого π вместо класса Σ_π взять класс всех Π_π -групп, где Π_π некоторое множество простых чисел и при $\pi, \pi' \in M, \pi \neq \pi'$ справедливо $\Pi_\pi \cap \Pi_{\pi'} = \emptyset$.

Лемма. В локально конечной группе G с Q -разложимой нормальной подгруппой H конечного индекса из справедливости CQ -теоремы во всех конечных подгруппах следует справедливость CQ -теоремы и в самой группе G .

Доказательство. Обозначим через H_π силовскую Σ_π -подгруппу группы H . H_π характеристична в H и, следовательно, нормальна в G . Пусть A_π и B_π любые две силовские Σ_π -подгруппы группы G . Тогда

$$A_\pi \cap H = B_\pi \cap H = H_\pi.$$

Следовательно,

$$A_\pi H/H \cong A_\pi/H_\pi, \quad B_\pi H/H \cong B_\pi/H_\pi.$$

Ввиду конечности группы G/H конечны и подгруппы $A_\pi/H_\pi, B_\pi/H_\pi$. Тогда из локальной конечности G следует, что $A_\pi = AH_\pi, B_\pi = BH_\pi, C = [A_\pi, B_\pi] = [A, B]H_\pi$, где $A, B, [A, B]$ — конечны.

Пусть A' и B' силовские Σ_π -подгруппы группы $[A, B]$, содержащие соответственно A и B . Тогда

$$g^{-1}A'g = B' \tag{1}$$

для некоторого $g \in [A, B]$. Покажем, что

$$g^{-1}A_\pi g = B_\pi.$$

Пусть $a_\pi \in A_\pi$. Тогда $a_\pi = ah$, где $a \in A, h \in H_\pi$. Отсюда, так как $a \in A'$, то по (1) $g^{-1}ag \in B'$ или

$$g^{-1}a_\pi g = (g^{-1}ag)(g^{-1}hg) \in B'H_\pi.$$

Но очевидно, что $B'H_\pi \in \Sigma_\pi$ и, так как $B \subseteq B'$, то

$$B'H_\pi = BH_\pi = B_\pi,$$

т. е. элемент $g^{-1}a_\pi g$ содержится в B_π и тем самым лемма доказана.

Теорема 1. Локально конечная группа, в каждой конечной подгруппе которой справедлива CQ -теорема и которая является расширением Q -разложимой группы при помощи конечной Q -разложимой группы, обладает Q -картеровой подгруппой.

Теорема 2. Пусть в каждой конечной подгруппе локально конечной группы G справедлива CQ -теорема. Тогда, если в G существует Q -разложимая нормальная подгруппа H конечного индекса, то из существования в группе G/H Q -картеровых подгрупп следует существование таких подгрупп в группе G .

Следуя Б. И. Плоткину, через $R(G)$ обозначим локально нильпотентный радикал группы G . Имея в виду то, что периодическая ло-

кально нильпотентная группа разлагается в прямое произведение своих силовских p -подгрупп, из теоремы 2 получим такое следствие:

Следствие 1. Пусть G локально конечная, $G/R(G)$ — конечная группы. Тогда из существования в $G/R(G)$ картеровых (см. (3)) подгрупп, следует существование в G максимальных, совпадающих со своими нормализаторами, локально нильпотентных подгрупп.

В теореме 2.1 работы (2) аналогичный результат сформулирован при наличии еще и требования локальной разрешимости на G . Так как существуют простые картеровые подгруппы, то следствие 1 немного усиливает упомянутое утверждение указанной теоремы.

Назовем группу G QN -группой, если для каждого $x \in M$ всякая ее Σ_x -подгруппа является N -группой (см. (4)). Если для всех $x \in M$ вместе Σ_x взять класс p_x -групп, где p_x — простое число, то каждая конечная группа будет QN -группой.

Теорема 3. Пусть в каждой конечной подгруппе локально конечной группы G справедлива CQ -теорема. Тогда, если G обладает такой Q -разложимой нормальной подгруппой H , что G/H конечная QN -группа, то из сопряженности в группе G/H Q -картеровых подгрупп следует сопряженность таких подгрупп в группе G .

Следствие 2. Пусть G — локально конечная, $G/R(G)$ — конечная группы. Тогда из сопряженности в $G/R(G)$ картеровых подгрупп следует сопряженность в G максимальных, совпадающих со своими нормализаторами, локально нильпотентных подгрупп.

В упомянутой теореме 2.1 из (2) и этот результат получен при наличии локальной разрешимости группы G . Следовательно и здесь можно было сделать то замечание, которое было сделано по поводу следствия 1.

Специальная научная редакция
армянской советской энциклопедии
Академии наук Армянской ССР

2. Մ. ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ

Լոկալ վերջավոր խմբերի Q -կարտերյան ենթախմբերի մասին

Հոդվածում մտցվում է Q -կարտերյան ենթախմբի գաղափարը, Բերվում են որոշ թեորեմներ վերջավոր ինդեքսով Q -ռադիկալ ունեցող լոկալ վերջավոր խմբերում Q -կարտերյան ենթախմբերի գոյության և համալուծության վերաբերյալ: Մասնավորաբար այդ թեորեմներից Ստոնեհեյվերի (*) աշխատանքի հիմնական արդյունքն ստացվում է ավելի թույլ պայմանների առկայությամբ:

ЛИТЕРАТУРА — ՀՐԱՇԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Б. И. Плоткин, Тр. уральск. электромех. ин-та инж. ж. д. трансп., вып. 2, 7—14, 1959. 2. S. E. Stonehewer, Abnormal subgroups of a class of periodic locally soluble groups, Proc. London Math. Soc. 14, 1964, 520—536. 3. М. И. Каргаполов, К. И. Мерзляков, Теория групп, т. II, 1969. 4. А. Г. Курош, Теория групп, Издание 3, М., 1967.

УДК 51

МАТЕМАТИКА

Г. С. Цейтин, А. А. Чубарян

Некоторые оценки длин логических выводов в классическом исчислении высказываний

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талалайном 6 III 1972)

В этой статье рассматривается задача сравнения числа шагов выводов в двух различных модификациях классического исчисления высказываний. Первая из этих форм основана на рассмотрении десяти схем аксиом, правила сокращения посылки и правила силлогизма. Вторая форма исчисления высказываний основана на рассмотрении десяти конкретных аксиом, причем к вышеназванным правилам вывода в этом случае прибавляется правило подстановки.

Определяются функции Шеннона для сравнения минимальной длины логического вывода формулы в одной из указанных форм с минимальной длиной вывода той же формулы в другой форме исчисления высказываний. Оценки, полученные для вышеназванных функций, указывают на то, что длины логических выводов во второй форме исчисления высказываний оказываются, как правило, существенно короче длин логических выводов тех же формул в первой форме исчисления высказываний.

Приведем аксиомы и правила вывода двух рассматриваемых форм исчисления высказываний.

Мы будем пользоваться общепринятыми определениями пропозициональной переменной и пропозициональной формулы ((1) § 25).

В первой из рассматриваемых форм исчисления высказываний (обозначаемой ниже через Σ_1), аксиомами являются любые формулы, получаемые из нижеследующих схем аксиом посредством замены метиперменных A, B, C произвольными пропозициональными формулами:

- 1) $A \supset (B \supset A)$
- 2) $(A \supset B) \supset ((A \supset (B \supset C)) \supset (A \supset C))$;
- 3) $A \supset (B \supset A \& B)$;
- 4) $A \& B \supset A$;
- 5) $A \& B \supset B$;
- 6) $A \supset A \vee B$;
- 7) $B \supset A \vee B$;

$$8) (A \supset C) \supset ((B \supset C) \supset (A \vee B \supset C));$$

$$9) (A \supset B) \supset ((A \supset \neg B) \supset \neg A);$$

$$10) \neg\neg A \supset A.$$

Правила вывода системы Σ_1 вводятся следующим образом:

- 1) любая аксиома Σ_1 выводима в Σ_1 ;
- 2) если формулы Φ и $\Phi \supset \Psi$ выводимы в Σ_1 , то формула Ψ выводима в Σ_1 (правило сокращения посылки);
- 3) если формулы $\Phi \supset \Psi$ и $\Psi \supset X$ выводимы в Σ_1 , то формула $\Phi \supset X$ выводима в Σ_1 (правило силлогизма).

Правило 3), очевидно, не является необходимым для характеристики класса формул, выводимых в Σ_1 ; оно введено в исчисление из технических соображений.

Во второй форме исчисления высказываний (обозначаемой ниже через Σ_2), аксиомами являются десять формул, получаемых посредством замены в приведенных выше схемах 1—10 метаварiableных A, B, C пропозициональными переменными $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$.

Правилами вывода системы Σ_2 являются три правила вывода системы Σ_1 и, кроме того, правило подстановки, формулируемое следующим образом: пусть Φ — формула, содержащая некоторую пропозициональную переменную $\bar{F}$; тогда, если Φ выводима в Σ_2 , то формула, полученная из Φ заменой всех вхождений переменной $\bar{F}$ какой-либо формулой F , также выводима в Σ_2 .

Непустую конечную последовательность формул $T_1, T_2, \dots, T_n$ будем называть выводом последней формулы T_n , если каждая из формул $T_i (1 \leq i \leq n)$ или является аксиомой, или получается из каких-либо предшествующих ей формул с помощью одного из правил вывода, имеющихся в данной форме исчисления высказываний. В дальнейшем буква W будет использоваться в роли переменной, допустимыми значениями которой являются всевозможные выводы в системе Σ_1 и в системе Σ_2 . Утверждение о том, что W является выводом формулы F в системе Σ_i будем обозначать в дальнейшем через $W \vdash F$ (здесь $i=1$ или $i=2$).

Сложность вывода W определим как количество формул в выводе и обозначим через $L(W)$.

Сложностью пропозициональной формулы F по выводимости в системе Σ_i назовём минимальную из сложностей всевозможных выводов формулы F в системе Σ_i :

$$L^i(F) = \min_{W \vdash F} L(W)$$

Определим две относительные функции Шеннона:

$$III^{1,2}(n) = \max_{\bar{L}^2(F) \leq n} \bar{L}^1(F)$$

II

$$III^{2,1}(n) = \max_{\bar{L}^2(F) \leq n} \bar{L}^1(F).$$

Имеют место следующие теоремы:

Теорема 1:

$$III^{1,2}(n) \leq 2n + 22.$$

Теорема 2:

$$\frac{1}{4} 2^{\frac{n}{2}} \leq III^{1,1}(n) \leq \frac{3}{\sqrt{2}} 2^{\frac{n}{2}}.$$

Теорема 1 и верхняя оценка теоремы 2 доказываются посредством построения выводов формул в одной из сравниваемых систем исчисления высказываний, исходя из выводов тех же формул в другой системе.

Для получения нижней оценки теоремы 2 доказывается, что для любого $k > 0$ формулу $\underbrace{\bar{A} \supset (\bar{B} \supset (\bar{B} \supset \dots \supset (\bar{B} \supset \bar{A}) \dots))}_{2^k \text{ раз}}$ можно вывести

в системе Σ_1 со сложностью, не превышающей $2k + 1$, в то время, как сложность той же формулы по выводимости в системе Σ_1 не менее, чем 2^{k-1} .

Ереванский государственный
университет

Դ. Ս. ՅԵՅՏԻՆ, Ա. Ա. ԶՈՒՐԱՐՅԱՆ

Ասույթների դասական հաշվի տրամաբանական արտածումների երկարության որոշ գնահատականներ

Հոդվածում համեմատվում են ասույթների դասական հաշվի 2 ձևեր՝ ըստ տրամաբանական արտածումների երկարության: Այդ ձևերից մեկը հիմնված է արսիոմների սխեմների, նախադրյալի կրճատման կանոնի և սխեմիզմի կանոնի վրա: Ասույթների հաշվի մյուս ձևը հիմնված է կոնկրետ արսիոմների վրա, իսկ արտածման կանոններին ազդելուց է նաև տեղադրման կանոնը:

Սահմանվում են Շենոնի 2 հարաբերական ֆունկցիաներ, որոնք թույլ են տալիս համեմատել կամայական բանաձևերի արտածման մինիմալ երկարություններն ասույթների հաշվի վերահսկյալ 2 ձևերում:

Այդ ֆունկցիաների համար ստացված գնահատականներից կարելի է եզրակացնել, որ տրամաբանական արտածումների երկարություններն ասույթների հաշվի երկրորդ ձևում զգալի չափով ազելի կարճ են քան առաջին ձևում:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱՇԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. S. C. Kleene, Introduction to metamathematics, N. 1 1952 (Русский перевод: Клини С. К., Введение в метаматематику, ИЛ, М., 1957).

Посредством часто встречающегося в литературе обозначения $\asymp$ это утверждение может быть записано в виде $III^{1,1}(n) \asymp 2^{\frac{n}{2}}$.

УДК 517.5

МАТЕМАТИКА

Н. О. Синанян

О суммируемости ортогональных рядов линейными методами
в метрике $L_p[0,1]$, $0 < p < 1$

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талаляном 15/III 1972)

Пусть

$$T = \| a_{mk} \| \quad (1)$$

—линейный регулярный метод суммирования, то есть матрица (1) удовлетворяет условиям

$$\sum_{k=1}^{\infty} |a_{mk}| < H, \quad \text{где } H \text{ не зависит от } m, \quad (2)$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} a_{mk} = 0 \quad \text{для каждого } k = 1, 2, \dots, \quad (3)$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{\infty} a_{mk} = 1 \quad (4)$$

Пусть далее

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_n(x) \quad (5)$$

есть ряд почти везде конечных функций, определенных на отрезке $[a, b]$ и

$$S_n(x) = \sum_{k=1}^n u_k(x) \quad (6)$$

— его частные суммы.

Обозначим через

$$A_m(x, T) = \sum_{k=1}^{\infty} a_{mk} S_k(x), \quad m = 1, 2, \dots \quad (7)$$

T —средние ряда (5), определяемые матрицей (1).

Пусть $\{\varphi_n(x)\}$ —полная в $L_2[0,1]$ ортонормированная система.

В работе (1) А. А. Талаляном была доказана возможность представления функции $f(x)$, из класса $L_p[0,1]$ ($0 < p < 1$) рядами по системе $\{\varphi_n(x)\}$ в метрике $L_p[0,1]$.

Естественно рассмотреть следующий вопрос

Существует ли ряд по системе $\{\varphi_n(x)\}$, последовательность T -средних которого, определяемая матрицей (1), сходится к заданной функции $f(x) \in L_p[0,1]$ в метрике $L_p[0,1]$.

Оказывается, что это имеет место, если матрица (1) удовлетворяет условию

$$\sum_{k=1}^{\infty} |a_{mk}|^p < +\infty \quad \text{для каждого} \quad m=1, 2, \dots \quad (8)$$

А именно, справедлива

Теорема 1.

Пусть $\{\varphi_n(x)\}$ — полная в $L_2[0,1]$ ортонормированная система, $T = \|a_{mk}\|$ — линейный регулярный метод суммирования, который удовлетворяет условию (8).

Тогда для произвольной функции $f(x) \in L_p[0,1]$ ($0 < p < 1$) существует ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k \varphi_k(x),$$

последовательность

$$A_n(x, T) \quad n=1, 2, \dots$$

T -средних которого сходится к $f(x)$ в метрике $L_p[0,1]$, т. е.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 |A_n(x, T) - f(x)|^p dx = 0.$$

Далее доказываются следующие теоремы:

Теорема 2.

Пусть $\{\varphi_n(x)\}$ — полная в $L_2[0,1]$ ортонормированная система. Существуют ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k \varphi_k(x) \quad (9)$$

и

$$T = \|a_{mk}\|$$

— линейный регулярный метод суммирования, где

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \max_k |a_{mk}| = 0 \quad (10)$$

удовлетворяющие условиям

$$1) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \left| \sum_{k=1}^n c_k \varphi_k(x) \right|^p dx = 0 \quad \text{где} \quad 0 < p < 1$$

2) Последовательность $\{A_n(x, T)\}_{n=1}^{\infty}$ не сходится к нулю в метрике $L_p[0,1]$ и по мере.

Теорема 3.

Пусть

$$T = \| a_{mk} \|$$

— линейный регулярный метод суммирования, который удовлетворяет условию (10).

Существует полная в $L_2[0,1]$ ортонормированная система $\{\varphi_k(x)\}$ и ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k \varphi_k(x)$$

который удовлетворяет условиям 1) и 2) теоремы 2.

Теоремы 2 и 3 не допускают усиления в том смысле, что если задан произвольный $T = \| a_{mk} \|$ — линейный регулярный метод суммирования, который удовлетворяет условию (10), и произвольная полная ортонормированная система в $L_2[0,1]$, нельзя утверждать, что существует ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k \varphi_k(x)$$

который удовлетворяет условиям 1) и 2) теоремы 2.

Приведем такой пример.

Рассмотрим

$$T = \| a_{mk} \| \quad (11)$$

— линейный регулярный метод суммирования, где a_{mk} ($m = 1, 2, \dots$, $k = 1, 2, \dots$) определяются следующим образом

$$a_{1k} = \begin{cases} 1 & \text{при } k=1 \\ 0 & \text{при } k \neq 1 \end{cases}$$

$$a_{2k} = \begin{cases} 1 & \text{при } k=2 \\ 0 & \text{при } k \neq 2 \end{cases}$$

$$a_{nk} = \begin{cases} \frac{1}{2^{n-2}} & \text{при } 2^{n-2} + 1 \leq k \leq 2^{n-1} \quad n=3, 4, \dots \\ 0 & \text{при остальных } k \end{cases}$$

Доказывается, что если ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k \varphi_k(x) \quad (12)$$

по системе Хаара сходится в метрике $L_p[0,1]$ к функции $f(x) \in L_p[0,1]$, то последовательность T -средних ряда (12), определяемая матрицей (11), тоже сходится к $f(x)$ в метрике $L_p[0,1]$.

Далее доказывается следующее утверждение.

Ряды

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k \varphi_k(x)$$

по системе Хаара и последовательности

$$A_n(x, T) \quad n=1, 2, \dots$$

7-средних этих рядов, определенных матрицей (11), сходятся почти всюду (по мере) на отрезке $[0,1]$ одновременно к одной и той же функции.

В основе доказательства теорем 1, 2 и 3 лежит следующая лемма (1).

Лемма Пусть $\{\varphi_n(x)\}$ — полная в $L_2[0,1]$ ортонормированная система $\Phi(x) \in L_p[0,1]$, $0 < p < 1$ и p_0 — фиктивное число $0 < p_0 < p$.

Тогда для всякого натурального N и положительного $\eta > 0$ существует полином по системе $\{\varphi_n(x)\}$ вида

$$H(x) = \sum_{k=N}^m a_k \varphi_k(x), \quad m > N$$

который удовлетворяет условиям

$$2) \int_0^1 |H(x) - \Phi(x)|^q dx < \eta, \quad p_0 \leq q \leq p$$

$$3) \int_0^1 \left| \sum_{k=N}^n a_k \varphi_k(x) \right|^q dx \leq \eta + \int_0^1 |\Phi(x)|^q dx$$

$$(N \leq n \leq m, \quad p_0 \leq q \leq p)$$

Институт математики
Академии наук Армянской ССР

Ն. Հ. ՍԻՆԱՆՅԱՆ

Որոշագրված շարքերի զծային մեթոդով գումարման մասին $L_p[0,1]$ ($0 < p < 1$) մետրիկայով

Ամեն մի $f(x) \in L_p[0,1]$ ($0 < p < 1$) ֆունկցիայի համար և ամեն մի զծային ռեզուլյար գումարման մեթոդի համար, որը բավարարում է հետևյալ պայմանին $\sum_{k=1}^{\infty} |a_{mk}|^p < +\infty$, $m=1, 2, \dots$ կամայական լրիվ օրթոնորմալ սխտեմով կառուցվում է շարք, որի միջինների հաջորդականությունը $L_p[0,1]$ ($0 < p < 1$) մետրիկայով գումարվում է $f(x)$ ֆունկցիային:

Ամեն մի լրիվ $\{\varphi_n(x)\}$ օրթոնորմալ սխտեմի համար կառուցվում է զծային ռեզուլյար գումարման մեթոդ, որի համար $\lim_{m \rightarrow \infty} \max_k |a_{mk}| = 0$, և շարք ըստ $\{\varphi_n(x)\}$ սխտեմի, որոնք բավարարում են հետևյալ պայմաններին

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \left| \sum_{k=1}^n c_k \varphi_k(x) \right|^p dx = 0$$

2) շարքի միջինները չեն գույամիտում 0-ին ըստ $L_p[0,1]$ ($0 < p < 1$) մետրիկայի և ըստ չափի:

Ամեն մի զծային ռեզուլյար գումարման մեթոդի համար կառուցվում է լրիվ օրթոնորմալ սխտեմ, որով գրվում է շարք, որը բավարարում է վերը նշված 1) և 2) պայմաններին:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. А. А. Талалян, Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungaricae, Tom 21 (1-2), pp. 1-9 (1970).

УДК 534.88

ГИДРОДИНАМИКА

С. М. Исаакян

О некоторых поверхностных эффектах в гидродинамике

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 21/XII 1971)

Кинофиксация траектории падения шарика по оси цилиндрической трубы, заполненной вязкой жидкостью показала ее извилистый характер. Пространственная киносъемка этой траектории ⁽¹⁾ при падении шарика по оси призматического сосуда с прозрачными стенками показала ее пространственный характер (рис. 1).

Было показано, что извилистость траектории падения шарика, в противовес существующему мнению ⁽²⁾, имеет место и при глубоких ламинарных режимах ($Re = 0,001$) падения шарика ⁽³⁾ (рис. 2).

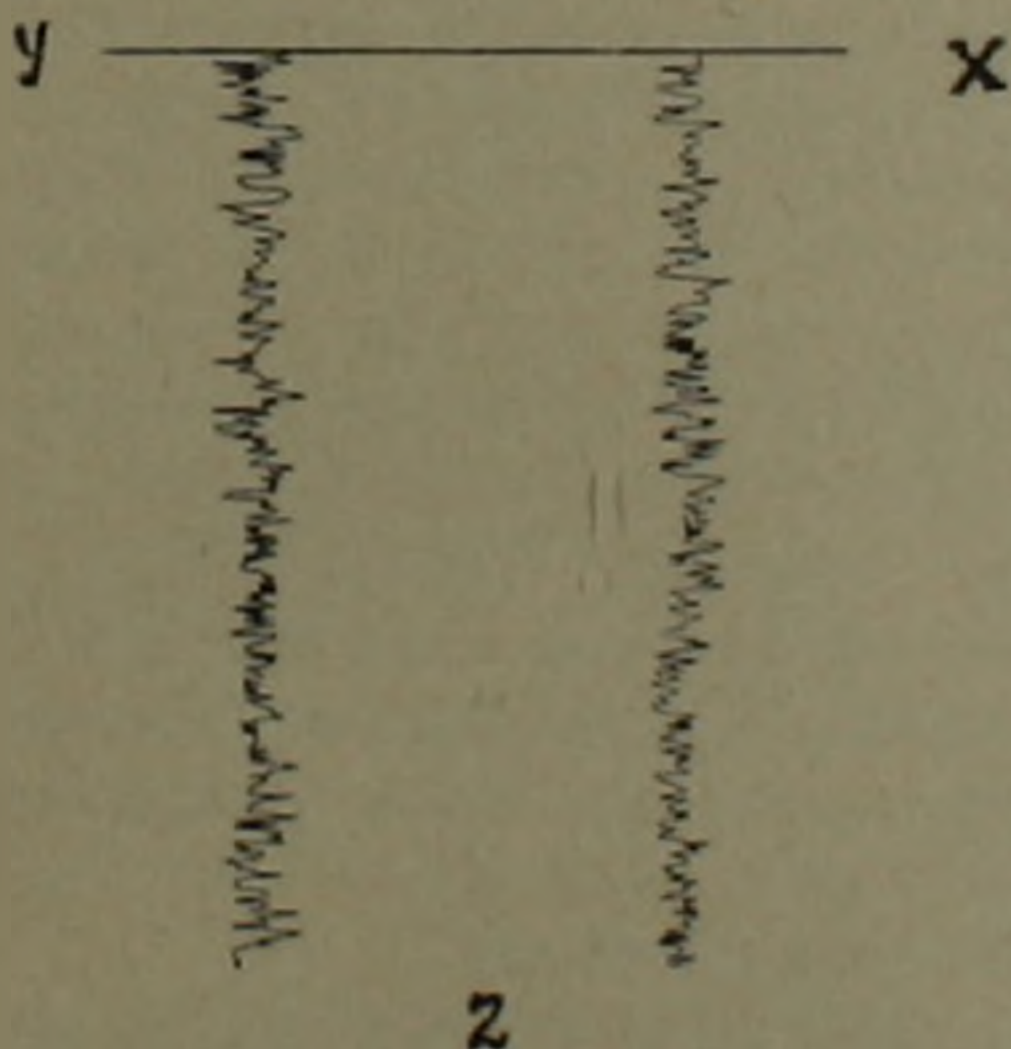


Рис. 1. Траектория падения шарика в вязкой среде в двух ортогональных проекциях, зафиксированная пространственным кино.

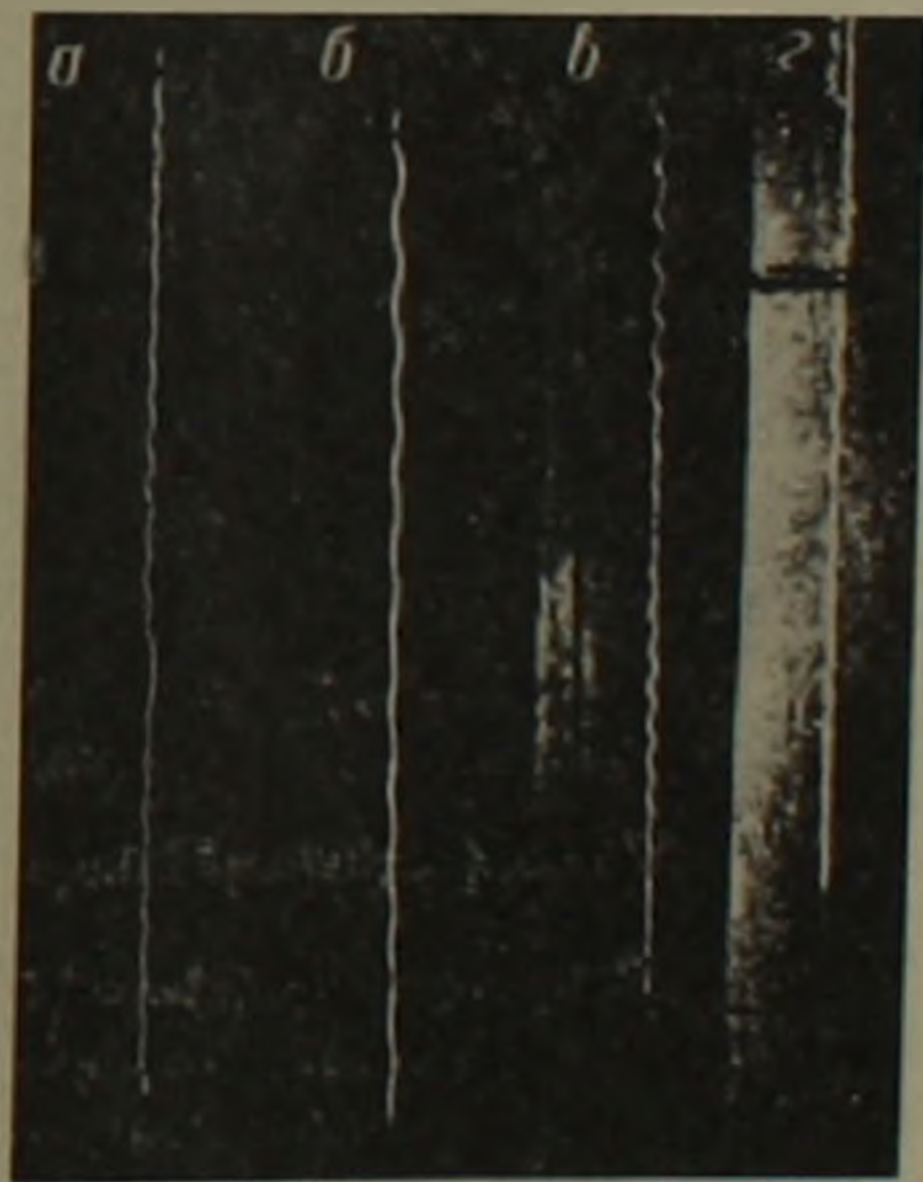
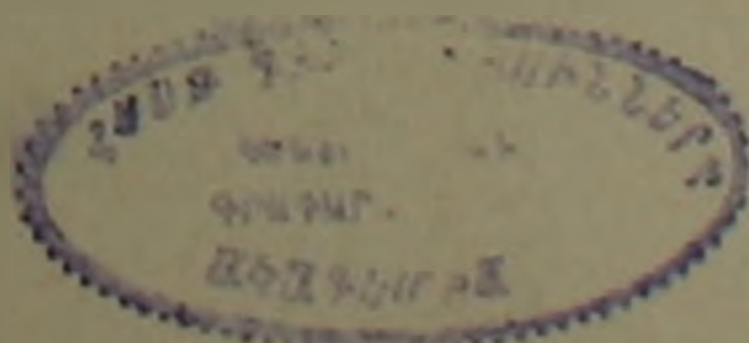


Рис. 2. Фотозапись траектории падения шарика в охлажденном глицерине:
а) $d = 2 \text{ мм}$, $Re = 0,011$; б) $d = 2 \text{ мм}$, $Re = 0,021$;
в) $d = 3,15 \text{ мм}$, $Re = 0,039$; г) $d = 3,15 \text{ мм}$, $Re = 0,08$.

С помощью фотофиксации около 1600 траекторий падения стальных шариков ($d = 2—8,8 \text{ мм}$) по оси цилиндрических и призматичес-



ких сосудов с поперечными размерами 80—150 мм и длиной 0,7—7,0 м, заполненных водноглицериновыми растворами разной концентрации (0—100 %), при изменении температуры среды $t = 10—40^\circ\text{C}$ было установлено, что независимо от числа Рейнольдса ($Re = 0,001—6600$) падение шарика осуществляется преимущественно извилистой траекторией (¹).

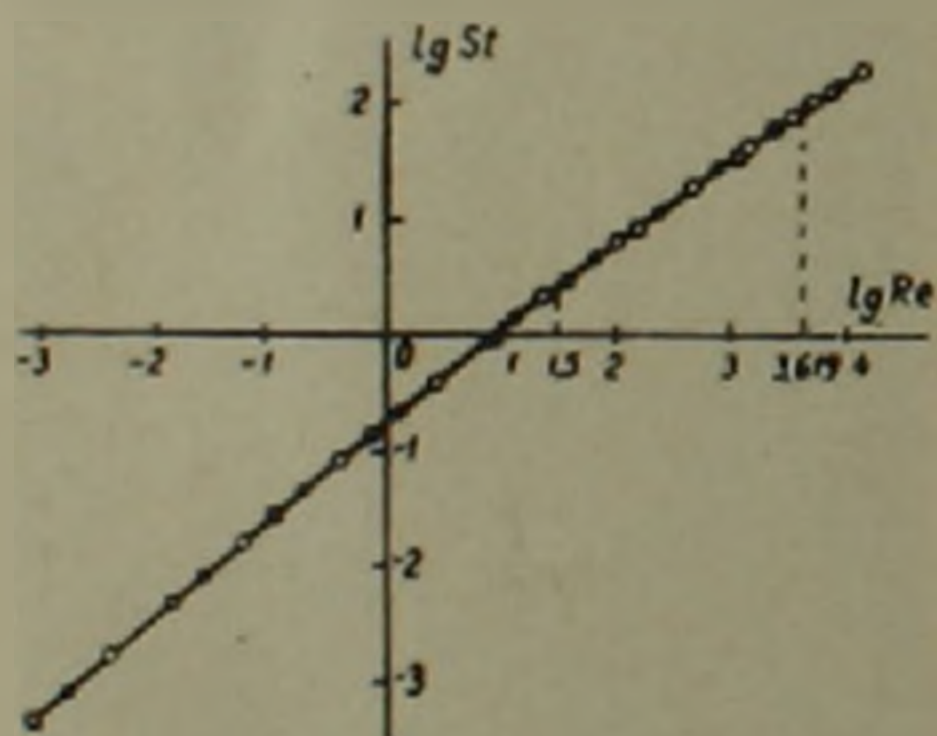
Сопоставление полученного экспериментального материала о колебании твердых шаров в жидкости (¹) с результатом, полученным Рэлеем (¹) для капли жидкости, колеблющейся в газообразной среде привело к выводу о качественной идентичности рассматриваемых явлений.

Имея в виду, что, согласно Рэлею колебание капли жидкости в газе обуславливается колебанием граничной молекулярной пленки с натяжением T , нами была выдвинута гипотеза о существовании аналогичной пленки и на поверхности контакта жидкости с твердым шаром.

Для количественной проверки вышеуказанной гипотезы необходимы были данные о молекулярном натяжении на контакте жидких и твердых тел. С целью его косвенной оценки была использована теория гидродинамического подобия, с помощью которой была установлена полная моделируемость колебательного падения шарообразных тел в вязкой среде критериальной зависимостью числа Струхала, $St =$

$\frac{v}{Nr}$, от числа Рейнольдса, $Re = \frac{vr}{\nu}$. Она с большой точностью была

построена для капли воды, падающей в воздухе (рис. 3), где v —ско-



рость падения капли, определенная по кривой Лященко (⁶), r —радиус шарика, ν —кинематический коэффициент вязкости среды; N —частота основного колебания ($n=2$) шарообразной капли воды в воздухе, определяемая формулой Рэлея:

$$N_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{n(n^2-1)(n+2)T}{[(n+1)\rho_0 + n\rho]r^3}}. \quad (1)$$

Здесь T —поверхностное натяжение; ρ_0 и ρ —плотности материалов шарика и среды; $n=2, 3, 4, \dots$ —порядок гармоник.

Рис. 3. График зависимости $St = f(Re)$ для: нисе; ρ_0 и ρ —плотности материалов шарика и среды; $n=2, 3, 4, \dots$ —порядок гармоник.
 ●—возяных шариков, падающих в воздухе;
 ○—стальных шариков, падающих в воде;
 ○—кварцевых шариков, падающих в воде

Путем исключения скорости падения шарика v по формуле Стокса (в области ее применимости) из зависимости $St = f(Re)$ было определено молекулярное натяжение на контакте материалов шарика и среды в виде зависимости

$$T = 28,2 (3\rho_0 + 2\rho) \sqrt{\frac{\nu^3(\rho_0 - \rho)}{\rho}}. \quad (2)$$

Приложение формул (1) и (2) к построению кривой $St=f(Re)$ для стальных шариков, падающих в воде и для кварцевых шариков, падающих в воде привело к полному слиянию этих кривых с кривой, построенной для капли воды в воздухе.

Значение T для стальных шариков, находящихся в воде было проверено с помощью сопоставления вышеуказанных экспериментальных частот колебания с их теоретическими значениями, вычисленными по формуле Рэлея при $n=2-35$ (рис. 4).

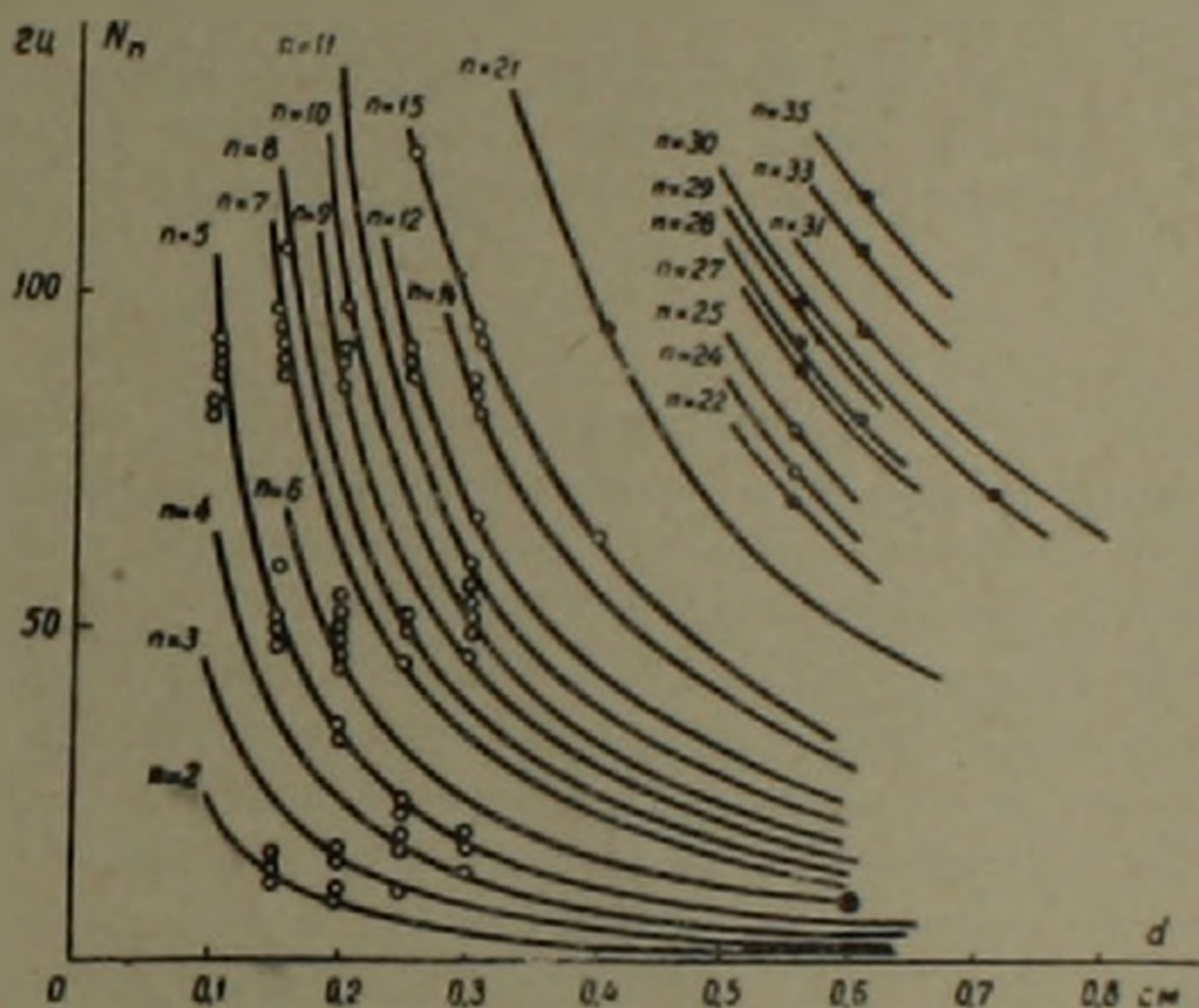


Рис. 4. График сопоставления теоретических частот колебания стальных шариков в воде при $n=2-35$ с их экспериментальными значениями

Рис. 4 показывает вполне удовлетворительное согласие между ними. Знаменательно, что минимальность частоты колебания, соответствующей $n=2$ не нарушена ни одной экспериментальной точкой.

Натяжение T , полученное для стальных шариков, находящихся в воде было применено к вычислению частот колебания воды в стальной цилиндрической трубе по формуле Рэлея

$$N_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{n(n^2-1)T}{\rho R^3}}, \quad (3)$$

полученной для колебания цилиндрического ствола жидкости, находящегося в газе, где R — радиус поперечного сечения цилиндра.

Частоты, вычисленные по формуле (3) для труб с диаметрами: 0,6; 0,69; 1,21; 1,8 см при $n=2, 3, 4 \dots$ вместе с зафиксированными на экспериментах (7) частотами колебания давления потока воды на стенках стальных цилиндрических труб указанных диаметров приведены в табл. 1.

Таблица 1

$D, \text{ см}$	0.6		0.69		1.21		1.80	
	теоретическая	экспериментальная	теоретическая	экспериментальная	теоретическая	экспериментальная	теоретическая	экспериментальная
N_2	5.30	5.34	3.25	3.18	1.42	1.56	0.78	0.73
N_3	10.55	10.30	6.46	5.67	2.83	2.32	1.55	1.64
N_4	16.70	16.80	10.20	10.15	4.47	4.66	2.46	2.47
N_5	23.60	24.00	14.45	13.90	6.35	6.40	3.48	—
N_6	31.20	—	19.20	19.00	8.40	8.44	4.60	4.85
N_7	39.50	39.50	24.20	24.20	10.60	10.30	5.82	6.00
N_8	48.30	48.30	29.60	29.40	13.00	13.10	7.13	—
N_9	57.80	—	35.40	—	15.50	15.50	8.50	—
N_{10}	67.50	—	41.41	—	18.10	17.60	9.55	10.30
N_{11}					21.00	21.20	11.50	11.60
N_{12}					24.00	24.20	13.20	13.10

Как видно из таблицы, согласие между опытом и формулой (3) вполне удовлетворительное. При этом, минимальные значения частот, полученные однозначно, при $n=2$, для всех четырех труб совпадают с минимальными значениями опытных частот.

Значение поверхностного натяжения на контакте кварцевых шариков с водой было проверено с помощью резонансного выделения из полидисперсного песка частиц расчетного диаметра. Знаменательно, что мощность импульсов вибратора оказалась прямо пропорциональной секунднему количеству выделенных частиц расчетного диаметра. При удалении же со смеси всех частиц расчетного диаметра оказалось, что вибрация не действует на процесс сепарации.

Таким образом, молекулярная пленка с натяжением T на поверхности контакта твердого шарика с жидкой средой и потока жидкости в твердых цилиндрических стенках вместе с колеблющимися массами определяют частоты колебания шарика в жидкости и жидкости в трубе.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

В. В. ХУАՀԱՆՅԱՆ

Հիդրոդինամիկայում ուղղ մակերևութային ազդեցությունների մասին

Ի տարբերություն գոյություն ունեցող կարծիքի ⁽¹⁾ հեղինակի փորձերով ցույց է տրված, որ անկախ շարժման ուժից ($Re=0.001-6600$) ⁽²⁾ կարծր գնդիկների անկումը հեղուկ միջավայրում տեղի է ունենում ղերազանցապես պտուտակային հետագծով (նկ. նկ. 1, 2):

Ցույց է տրված նաև ⁽³⁾, որ պտուտակազծի երկրաչափական բնութագիրը համապատասխանում է կայուն մրրկային սխեմաների բնութագրին, որտեղից բխեցրած է դիտվող տատանումների մրրկային ծագումը: Ցույց է տրված

հեղուկ միջավայրում կարծր գնդիկի և կարծր պատերով խողովակում գլանա-
կան շիթի տատանման հաճախականությունների նմանությունը օդում՝ կաթիլի
և շիթի տատանման հաճախականություններին, որոնք բնորոշվում են Ռեյնոլդսի
(1) և (3) բանաձևերով:

Այս թեզի թանախական ստուգման նպատակով օգտագործելով հիդրոդինա-
միկական նմանության տեսությունը ստացված է $St = f(Re)$ կրիտերիալ
առնչությունը, որտեղից որոշված է հեղուկի մակերևութային լարվածությունը
կարծր պատերի վրա ((2) բանաձև), որը ճիշտ է նաև հեղուկ-գազ գուգակցու-
թյան համար:

Հեղինակի կողմից արձանագրված հաճախականությունները հեղուկի մեջ
գնդիկի և խողովակում գլանական շիթի տատանումների դեպքում բավարար
կերպով համընկնում են Ռեյնոլդսի բանաձևերով հաշված նրանց արժեքների հետ.
որի մասին են վկայում նկ. 4-ն ու տեքստում բերած աղյուսակը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ С. М. Исаакян, «Известия АН Арм. ССР», сер. физ.-мат. естеств. и техн. н., т. 8, № 2, (1955). ² Г. Биркгоф, Э. Саронгонелло, Струн, следы и каверны, 1961.
³ С. М. Исаакян, А. М. Гаспарян, «Известия АН Арм. ССР», сер. техн. н., т. 18, № 6, (1965). ⁴ С. М. Исаакян, «Известия АН Арм. ССР», сер. техн. н., т. 23, № 4, (1970).
⁵ Дж. Стретт (Лорд Рэлея), Теория звука, т. 2, стр. 363, (1944). ⁶ Справочник химика, т. 1, стр. 1011, (1963). ⁷ С. М. Исаакян, ДАН Арм. ССР, т. 50, № 1, (1970).

УДК 539.30

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

С. Р. Сароян

Кручение бруса круглого кольцевого сечения, ослабленного двумя продольными цилиндрическими круговыми полостями

(Представлено чл. корр. АН Армянской ССР О. М. Сапонджяном 31 I 1972)

1. Пусть необходимо определить напряженное состояние в скручиваемом изотропном брус, поперечное сечение которого представляет собой четырехсвязную область S , ограниченную окружностями L_1 , L_2 , L_3 и L_4 , радиусов соответственно R_1 , R_2 , R_3 и R_4 . Окружности L_1 и L_4 концентрические, с центром в начале координат, а L_2 и L_3 нецентральные с абсциссами центров, равными a в направлении положительной и отрицательной оси x соответственно.

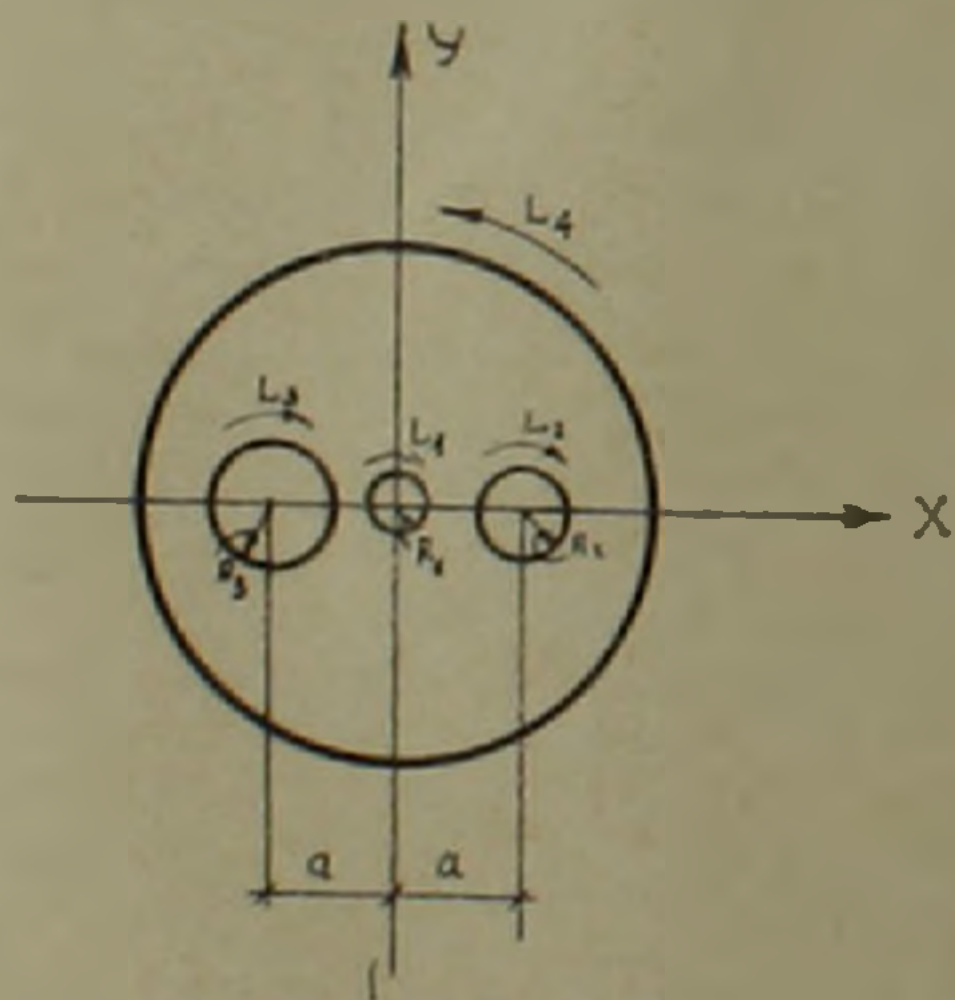


Рис. 1

Обход кривых L_j ($j=1, 2, 3, 4$) совершается в положительном направлении относительно области S , т. е. при обходе контуров L_j область S остается слева.

Решение поставленной задачи сводится к определению функции $F(z)$ комплексного переменного $z = x + iy$, регулярной в четырехсвязной области S и удовлетворяющей следующим граничным условиям

$$F(t) + \overline{F(\bar{t})} = 0 \quad \text{на } L_4 \quad (1.1)$$

$$F(t) + \overline{F(\bar{t})} = t\bar{t} + c_3 \quad \text{на } L_3 \quad (1.2)$$

$$F(t) + \overline{F(\bar{t})} = t\bar{t} + c_2 \quad \text{на } L_2 \quad (1.3)$$

$$F(t) + \overline{F(\bar{t})} = c_1 \quad \text{на } L_1 \quad (1.4)$$

где t — абсцисс точки контура L_j ($j=1, 2, 3, 4$).

Следуя методу, предложенному Д. Н. Шерманом (¹), введем на контурах L_2 и L_3 вспомогательные чисто мнимые функции $\omega(t)$ и $g(t)$ из следующих условий

$$F(t) - \overline{F(\bar{t})} = 2\omega(t) \quad \text{на } L_2 \quad (1.5)$$

$$F(t) - \overline{F(\bar{t})} = 2g(t) \quad \text{на } L_3 \quad (1.6)$$

Складывая (1.3) и (1.5), а также (1.2) и (1.6) соответственно получаем

$$F(t) = \omega(t) + \frac{1}{2} \bar{t} + \frac{C_2}{2} \quad \text{на } L_2 \quad (1.7)$$

$$F(t) = g(t) + \frac{1}{2} \bar{t} + \frac{C_3}{2} \quad \text{на } L_3 \quad (1.8)$$

Заменяя $\omega(t_0)$ и $g(t_0)$ разностью предельных значений интегралов типа Коши, соответственно для (1.7) и (1.8) получаем:

$$F(t_0) = \lim_{\substack{z \rightarrow t_0 \\ \text{извне } L_2, L_3}} \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2 \cup L_3} \frac{\omega(t) dt}{t-z} - \frac{aR_2}{t_0-a} = - \lim_{\substack{z \rightarrow t_0 \\ \text{изнутри } L_2, L_3}} \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2 \cup L_3} \frac{\omega(t) dt}{t-z} + \frac{aR_2}{2} \cdot \frac{t_0-a}{R_2} + C_2^1 \quad (1.9)$$

$$F(t_0) = \lim_{\substack{z \rightarrow t_0 \\ \text{извне } L_2, L_3}} \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2 \cup L_3} \frac{g(t) dt}{t-z} + \frac{aR_3}{2} \cdot \frac{R_3}{t_0+a} = - \lim_{\substack{z \rightarrow t_0 \\ \text{изнутри } L_2, L_3}} \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2 \cup L_3} \frac{g(t) dt}{t-z} - \frac{aR_3}{2} \times \\ \times \frac{t_0+a}{R_3} + C_3^1 \quad (1.10)$$

Здесь t_0 — аффикс точки контура L_i ($i=2, 3$), $C_2^1 = 0,5(R_2^2 + a^2 + C_2)$, $C_3^1 = 0,5(R_3^2 + a^2 + C_3)$.

Введем в четырехсвязной области S новую регулярную функцию $\varphi(z)$ по формуле

$$\varphi(z) = F(z) - \frac{1}{2\pi i} \int_{L_3} \frac{g(t) dt}{t-z} - \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\omega(t) dt}{t-z} + \frac{aR_2}{2} \cdot \frac{R_2}{z+a} - \frac{aR_3}{2} \cdot \frac{R_3}{z-a} \quad (1.11)$$

На контуре L_2 функция $\varphi(z)$ совпадает с правой частью (1.9), а на контуре L_3 — с правой частью (1.10), которые аналитически продолжимы во внутренность контуров L_2 и L_3 соответственно.

Следовательно, $\varphi(z)$ будет регулярна в кольце, ограниченном контурами L_2 и L_3 . Внутри L_2 и L_3 функция $\varphi(z)$ задается формулами:

$$\varphi(z) = - \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\omega(t) dt}{t-z} - \frac{1}{2\pi i} \int_{L_3} \frac{g(t) dt}{t-z} + \frac{aR_2}{2} \cdot \frac{R_2}{z+a} + \frac{aR_3}{2} \cdot \frac{z-a}{R_3} + C_2^1 \quad \text{внутри } L_2$$

$$\varphi(z) = - \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\omega(t) dt}{t-z} - \frac{1}{2\pi i} \int_{L_3} \frac{g(t) dt}{t-z} - \frac{aR_2}{2} \cdot \frac{z+a}{R_2} - \frac{aR_3}{2} \cdot \frac{R_3}{z-a} + C_3^1 \quad \text{внутри } L_3$$

Вспомогательные функции $\omega(t)$ и $g(t)$ будем искать в виде ряда Фурье:

$$w(t) = z_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left| \left(\frac{t-a}{R_2} \right)^k - \left(\frac{R_2}{t-a} \right)^k \right| z_k, \quad (1.12)$$

$$g(t) = \beta_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left| \left(\frac{t+a}{R_2} \right)^k - \left(\frac{R_2}{t+a} \right)^k \right| \beta_k. \quad (1.13)$$

Вычисляя интегралы, фигурирующие в правой части (1.11), с учетом (1.12) и (1.13), после несложных преобразований получаем

$$\varphi(z) = F(z) + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k^{(0)} \left(\frac{R_3}{z+a} \right)^k + \sum_{k=1}^{\infty} z_k^{(0)} \left(\frac{R_2}{z-a} \right)^k, \quad (1.14)$$

где

$$z_1^{(0)} = z_1 - \frac{aR_2}{2}, \quad \beta_1^{(0)} = \beta_1 + \frac{aR_3}{2}, \quad z_k^{(0)} = z_k, \quad \beta_k^{(0)} = \beta_k, \quad (k=2, 3, 4, \dots)$$

Представляя суммы, фигурирующие в правой части (1.14), в виде рядов по степеням переменной z и подставляя полученные из (1.14) после небольших преобразований выражения функции $\varphi(z)$ в (1.1) и (1.4), получаем граничные условия для функции $\varphi(z)$:

$$\varphi(t) + \overline{\varphi(t)} = \sum_{v=1}^{\infty} \left| \left(\frac{t}{R_4} \right)^v + \left(\frac{R_4}{t} \right)^v \right| [(-1)^v \eta_v + \delta_v] \left(\frac{a}{R_4} \right)^v \quad \text{на } L_4 \quad (1.15)$$

$$\varphi(t) + \overline{\varphi(t)} = \sum_{v=1}^{\infty} \left| \left(\frac{t}{R_1} \right)^v + \left(\frac{R_1}{t} \right)^v \right| (\rho_v + \gamma_v) \left(\frac{R_1}{a} \right)^v + C_1 \quad \text{на } L_1, \quad (1.16)$$

где

$$\eta_v = \sum_{k=1}^v (-1)^k \left(\frac{R_3}{a} \right)^k C_{v-1}^{k-1} \beta_k, \quad \delta_v = \sum_{k=1}^v \left(\frac{R_2}{a} \right)^k C_{v-1}^{k-1} z_k$$

$$\rho_v = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^v \left(\frac{R_3}{a} \right)^k C_{k+v-1}^v \beta_k, \quad \gamma_v = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \left(\frac{R_2}{a} \right)^k C_{k+v-1}^v z_k$$

Из полученных граничных условий (1.15) и (1.16) определится регулярная в кольце функция $\varphi(z)$ и постоянная C_1 . Будем искать функцию $\varphi(z)$ в виде:

$$\varphi(z) = A_0 + \sum_{v=1}^{\infty} \left[A_v \left(\frac{z}{R_4} \right)^v + B_v \left(\frac{R_1}{z} \right)^v \right] \quad (1.17)$$

Подставляя (1.17) в условия (1.15) и (1.16) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях t , получаем уравнения для определения коэффициентов A_v , B_v , A_0 . Решая эти уравнения и подставляя полученные при этом значения постоянных A_v , B_v , A_0 в (1.17), получаем

$$\begin{aligned} \varphi(z) = & \sum_{v=1}^{\infty} \left(\frac{z}{R_4}\right)^v \sum_{k=1}^{\infty} p_{kv} \left[(-1)^{v+k} \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^k \alpha_k^{(v)} + \beta_k^{(0)} \right] + \\ & + \sum_{v=1}^{\infty} \left(\frac{R_1}{z}\right)^v \sum_{k=1}^{\infty} s_{kv} \left[(-1)^{v+k} \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^k \alpha_k^{(0)} + \beta_k^{(v)} \right] \end{aligned} \quad (1.18)$$

где

$$\begin{aligned} p_{kv} = & \frac{(-1)^v \left(\frac{a}{R_4}\right)^v}{1 - \left(\frac{R_1}{R_4}\right)^{2v}} \left[(-1)^k C_{v-1}^{k-1} - \left(\frac{R_1}{a}\right)^{2v} C_{k+v-1}^v \right] \left(\frac{R_3}{a}\right)^k \\ s_{kv} = & \frac{(-1)^v \left(\frac{R_1}{a}\right)^v}{1 - \left(\frac{R_1}{R_4}\right)^{2v}} \left[(-1)^{k+1} C_{v-1}^{k-1} \left(\frac{a}{R_4}\right)^{2v} + C_{k+v-1}^v \right] \left(\frac{R_2}{a}\right)^k \end{aligned} \quad (1.19)$$

С учетом (1.18) из (1.14) получим:

$$\begin{aligned} F(z) = & \sum_{v=1}^{\infty} \left(\frac{z}{R_4}\right)^v \sum_{k=1}^{\infty} p_{kv} \left[(-1)^{v+k} \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^k \alpha_k^{(v)} + \beta_k^{(0)} \right] + \\ & + \sum_{v=1}^{\infty} \left(\frac{R_1}{z}\right)^v \sum_{k=1}^{\infty} s_{kv} \left[(-1)^{v+k} \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^k \alpha_k^{(0)} + \beta_k^{(v)} \right] - \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k^{(0)} \left(\frac{R_3}{z+a}\right)^k - \\ & - \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k^{(0)} \left(\frac{R_2}{z-a}\right)^k. \end{aligned} \quad (1.20)$$

Для определения коэффициентов α_k и β_k вспомогательных функций $\omega(t)$ и $g(t)$ обратимся к условиям (1.5) и (1.6). В левых частях (1.5) и (1.6) фигурируют значения функции $F(z)$, взятые соответственно на L_2 и L_3 .

Беря эти значения $F(z)$ из (1.20) и преобразуя их относительно центров окружностей L_2 и L_3 , подставляем в (1.5) и (1.6) соответственно.

Приравнявая в первом из получившихся результатов коэффициенты при одинаковых степенях $(t-a)/R_2$, а во втором — коэффициенты при

одинаковых степенях $(l-a)/R_1$, с учетом (1.12) и (1.13), получаем совокупность двух бесконечных систем линейных алгебраических уравнений относительно $\alpha_k^{(n)}$, $\beta_k^{(n)}$.

$$\begin{aligned}\alpha_n^{(0)} &= \sum_{k=1}^{\infty} \Theta_k^{(n)} \alpha_k^{(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} [\alpha_k^{(n)} - \omega_k^{(n)}] \beta_k^{(0)} - \varepsilon_n a R_2 \\ \beta_n^{(0)} &= \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+n} \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^{k+n} \Theta_k^{(n)} \beta_k^{(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+n} \left(\frac{R_3}{R_2}\right)^{k+n} \left[\alpha_k^{(n)} \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^{2k} - \right. \\ &\quad \left. - \omega_k^{(n)} \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^{2n} \right] \alpha_k^{(0)} + \varepsilon_n a R_3 \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (1.21)\end{aligned}$$

где $\varepsilon_1=1$, $\varepsilon_n=0$ ($n=2, 3, 4, \dots$)

$$\Theta_k^{(n)} = (-1)^k \left(\frac{R_2}{a}\right)^n \left(\frac{R_2}{R_3}\right)^k \sum_{v=1}^{\infty} (-1)^v \left[\left(\frac{a}{R_1}\right)^v C_{v+n-1}^n p_{kv} + (-1)^n \left(\frac{R_1}{a}\right)^v C_{v+n-1}^n s_{kv} \right],$$

$$\alpha_k^{(n)} = \left(\frac{R_2}{a}\right)^n \sum_{v=1}^{\infty} \left[\left(\frac{a}{R_1}\right)^v C_{v+n-1}^n p_{kv} + (-1)^n \left(\frac{R_1}{a}\right)^v C_{v+n-1}^n s_{kv} \right],$$

$$\omega_k^{(n)} = (-1)^n \left(\frac{R_3}{2a}\right)^k \left(\frac{R_2}{2a}\right)^n C_{k+n-1}^n.$$

При решении укороченной системы уравнений проверка точности удовлетворения контурных условий (1.2) и (1.3), согласно (2), производится по формулам:

$$\delta_1 = \frac{|F(t) + \overline{F(t)}| - \bar{t}t}{\bar{t}t} 100\% \quad \text{на } L_1 \quad (1.22)$$

$$\delta_2 = \frac{|F(t) + \overline{F(t)} - C_2| - \bar{t}t}{\bar{t}t} 100\% \quad \text{на } L_1 \quad (1.23)$$

Отметим, что функция $F(z)$, определенная из (1.14) с учетом (1.8), точно удовлетворяет краевым условиям (1.1), (1.4).

2. Как известно, жесткость при кручении определяется по формуле

$$D = \mu \iint (x^2 + y^2) dx dy + \mu \iint \left(x \frac{\partial \varphi}{\partial y} - y \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) dx dy. \quad (2.1)$$

Переходя по формуле Грина в (2.1) к контурным интегралам и произведя интегрирование, после несложных преобразований получаем:

$$D = \mu I_0 G,$$

где $I_0 = \frac{\pi R_1^4}{2}$ — полярный момент инерции круга радиуса R_1 .

$$G = 1 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^4 - 2\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \left(\frac{a}{R_2}\right)^2 - \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^4 - \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^4 - 2\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \left(\frac{a}{R_1}\right)^2 +$$

$$+ \frac{aR_1(2z_1^{(0)} - aR_1)}{R_1^3} - \frac{aR_2(2z_1^{(0)} + aR_1)}{R_2^3} \quad (2.3)$$

Составляющие T_j^i и T_j^j полного напряжения в точках грани области вдоль нормали и касательной к ним определяются по формуле:

$$T_j^{(j)} - iT_j^{(i)} = i\pi \frac{M}{D} [F'(t) - \bar{t}] e^{i\theta} \quad (j = 1, 2, 3, 4). \quad (2.4)$$

где M — скручивающий момент, D — жесткость бруса при кручении.

С учетом (1.20) из (2.4) получены формулы напряжений $T_j^{(i)}$ и $T_j^{(j)}$, которые здесь опущены для краткости.

Рассмотрим числовой пример, в котором примем $R_1 = 0.25R_2$, $R_2 = R_3 = 0.125R_1$, $a = 0.5R_1$. Условие $R_2 = R_3$ приводит к тому, что совокупность бесконечных систем (1.21) вырождается в одну бесконечную систему с неизвестными $a_j^{(0)}$. В числовом примере эта система укорочена до 12 уравнения. Вычислены составляющие полного напряжения $T_j^{(i)}$, $T_j^{(j)}$, жесткость, а также величина ξ_1 , характеризующая точность удовлетворения граничного условия на контуре L_2 . Результаты вычислений сведены в табл. 1.

Таблица 1

α	$T_2^{(2)} \frac{aR_2^2}{M}$	$T_3^{(3)} \frac{aR_2R_3}{M}$	$\xi_1 \%$
0°	0.018467	0.067153	$-0.71 \cdot 10^{-6}$
30°	-0.001467	0.055484	$-0.74 \cdot 10^{-6}$
60°	0.000199	0.047245	$-0.42 \cdot 10^{-4}$
90°	0.001966	0.047174	$-0.03 \cdot 10^{-4}$
120°	0.003388	0.047245	$-0.69 \cdot 10^{-6}$
150°	0.014618	0.055484	$-1.77 \cdot 10^{-4}$
180°	0.009484	0.067153	$-1.99 \cdot 10^{-6}$

$$D = 400.240 \cdot 10^3 K_2^2$$

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

У. А. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

Իրկու երկայնական զլանաձև շրջանային խողովակներով թուլացված
կլոր սղակաձև կտրվածքով ձողի ոլորումը

Աշխատության մեջ դիտարկված է կլոր սղակաձև կտրվածքով ձողի
ոլորումը Ձողը թուլացված է երկու ուղիղ համառահոր երկայնական զլանաձև
շրջանային խողովակներով: Դիտարկվող ձողի լայնական կտրվածքն իրենից
ներկայացնում է մի քառակուսի տիրույթ:

Դիտարկվող խնդրի լուծումը Դ. Ի. Շերմանի առաջարկած օժանդակ մաթուր կեղծ ֆունկցիաների մոծման եղանակի օգնությամբ բերված է երկու անվերջ գծային հանրահաշվական հավասարումների սխեմաների համախմբությամբ կառուցմանը և լուծմանը:

Դիտարկված է թվային օրինակ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Н. И. Мусхелишвили, Некоторые основные задачи математической теории упругости, Изд. АН СССР, М., 1954. ² Д. И. Шерман, ДАН СССР, т. 63, № 5, (1948). ³ Д. И. Шерман, Труды международного симпозиума, Тбилиси, 19—23, сент. 1963 г. изд. «Наука», М., 1965.

УДК — 538.245

ФИЗИКА

С. А. Мнацаканян

Уширение линии парамагнитного резонанса в ферритах-гранатах с малыми присадками редкоземельных элементов

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микассяном 13/XII 1971)

Введение небольших примесей ионов редкоземельных (р. з.) элементов в феррит-гранат иттрия (и. ф. г.) приводит к появлению дополнительного канала передачи энергии магнитной системы ионов железа в решетку кристалла. Этот процесс происходит следующим образом (см. например ⁽¹⁾) — ионы р. з. элементов R^{3+} создают большие локальные магнитные поля $H_{\text{лок}}$ ($\sim 10^4$ э) в месте расположения ионов Fe^{3+} . В свою очередь R^{3+} быстро релаксируют в решетку, что приводит к быстрой флуктуации $H_{\text{лок}}$, которая индуцирует переходы между состояниями железных спинов. Полагая, что ионы R^{3+} взаимодействуют только с ближайшими ионами Fe^{3+} мы должны были получить небольшой эффект, так как ионы Fe^{3+} , находящиеся вне сферы действия $H_{\text{лок}}$ оставались бы невозмущенными. Однако, практически, большой спиновый обмен между ионами железа приводит к тому, что все они релаксируют одинаково.

Наличие такого механизма передачи энергии магнитной системы спинов железной подрешетки в решетку кристалла приводит к уширению линии парамагнитного резонанса (ЭПР), пропорциональному концентрации р. з. ионов. Ширина линии ЭПР ферритов-гранатов с присадками ионов р. з. элементов может быть представлена следующим образом:

$$\Delta H \sim \frac{1}{\tau_1} + \frac{n}{\tau_2}, \quad (1)$$

где $\frac{1}{\tau_1}$ — ширина линии ЭПР чистого и. ф. г., $\frac{n}{\tau_2}$ — дополнительное уширение резонансной линии, обусловленное р. з. ионами, n — концентрация р. з. ионов в кристалле, τ_2 — время, за которое энергия спиновой системы ионов Fe^{3+} через ионы R^{3+} передается решетке. $\tau_2 = \tau_2' + \tau_2''$, где τ_2' — время спин-спинового взаимодействия между ионами

R^{3+} и Fe^{3+} , и τ_2 — время спин-решеточной релаксации ионов R^{3+} . При высоких температурах $\tau_2 \ll \tau_1$ и поэтому дополнительное уширение линии целиком определяется временем спин-спинового взаимодействия

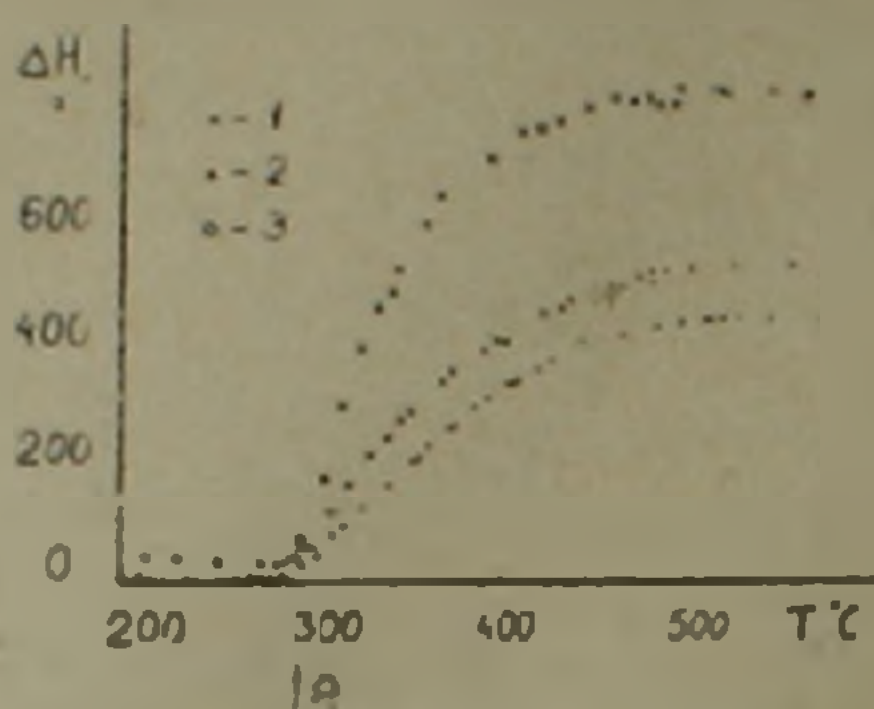


Рис. 1. Температурная зависимость ширины линии ЭПР ферритов-гранатов в окрестности точки Кюри.

1 — и. ф. г.; 2 — и. ф. г. с примесью 1 ат. % эрбия; 3 — 5 ат. % эрбия

между ионами R^{3+} и Fe^{3+} .

На рис. 1. показаны результаты измерения ширины линии резонансного поглощения чистого и. ф. г. ($Y_3Fe_5O_{12}$) и и. ф. г. в котором 1 и 5 атомных процентов иттрия замещены ионами эрбия. При приближении к температуре Кюри (Θ) начинается резкий рост ширины линии ЭПР — ΔH , который продолжается и выше Θ . При температурах примерно на 200° превышающих Θ зависимость ΔH от T выходит на плато и при дальнейшем увеличении температуры мало меняется. Введе-

ние в решетку и. ф. г. небольших примесей ионов эрбия приводит к увеличению значения ΔH на 85 ± 5 эрстед на 1 атомный процент примеси. (Берутся значения ΔH на плато). Аналогичные измерения с 0.5 процентной присадкой ионов самария показали увеличение ΔH на 160 ± 30 э на 1 ат. % примеси. Последняя ошибка обусловлена в основном неточностью определения процентного содержания самария в иттриевом гранате. Поскольку уширение линии ЭПР, как это мы предположили выше, определяется спин-спиновым взаимодействием и спин иона эрбия равен $3/2$, а спин самария — $5/2$, то полученные результаты удовлетворительно описываются в рамках предложенной модели. В заключение автор выражает благодарность Э. Г. Шарояну за полезные обсуждения.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Ս. Ա. ՄԱՃԱԿԱՆՅԱՆ

Պարամագնիսական ռեզոնանսի զծի լայնացումը ֆերիտ-գրանատներում
հազվագյուտ հողերի էլեմենտների փոքր հավելանյութերով

Տվյալ աշխատանքում դիտարկվել են հազվագյուտ հողերի փոքր խառնուրդ պարունակող իտրիումի ֆերիտ-գրանատների էլեկտրոնային պարամագնիսական ռեզոնանսի (էՊՌ) զծի լայնացումը, որը պայմանավորված է երկաթի սպինների սիստեմի մագնիսական էներգիայի ուղարկողությամբ հազվագյուտ հողերի (հ. հ.) իոնների միջոցով:

Ցույց է տրվել, որ լրացուցիչ լայնացումը պետք է լինի համեմատական հ. հ. իոնների կոնցենտրացիային բյուրեղի ցանցում և պայմանավորված է երկաթի և հ. հ. իոնների միջև եղած սպին-սպինային փոխազդեցությամբ:

Փորձարարական հետազոտությունները ցույց են տվել, որ իտրիումի ֆերիտ-գրանատի ցանցի մեջ Eu^{2+} իոնների ներմուծումը հանգեցնում է էՊՄ գծի լայնացմանը 85 ± 5 էրստեդ խառնուրդի ամեն մի ատոմական % -ին ընկած: Իսկ Sm^{2+} իոնի ներմուծումը հանգեցնում է գծի լայնացմանը 160 ± 30 էրստեդ խառնուրդի ամեն մի ատոմական տոկոսին ընկած: Այդ տարբերության պատճառն երկաթի և Eu^{2+} և Sm^{2+} միջև եղած սպին-սպինային փոխազդեցության տարբերության մեջ է, որն իր հերթին պայմանավորված է այդ էլեմենտների սպինների մեծության տարբերությամբ:

Փորձարարական արդյունքները ստանում են զոհացուցիչ բացատրություն առաջարկված մոդելի շրջանակներում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. А. Керрингтон, Э. Мак-Лендан, Магнитный резонанс и его применение в химии, изд. „Мир“, М., 1970.

УДК 5383

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Член-корреспондент АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаелян, Р. А. Багнян

К теории переходного излучения при прохождении заряженной частицы через границу раздела произвольной формы

(Представлено 23/1 1972)

При выводе формул переходного излучения обычно предполагается, что граница перехода является резкой. В действительности всегда имеется некоторый переходный слой, и только в том случае, если толщина этого слоя меньше когерентной длины, формулы не претерпевают существенных изменений (¹⁻³). Однако в указанных работах задачи решены при некоторых конкретных предположениях. В действительности, как это следует из экспериментов (⁴), существенное значение при сравнении теории с экспериментальными данными имеет чистота обработки поверхности, из-за которой появляется излучение, вклад которого (особенно при скользящем падении) может в некоторых случаях даже превышать переходное излучение. В связи с этим необходимо дать полуколичественную оценку излучения на шероховатой поверхности.

Для рассмотрения такого типа задач в настоящей заметке предлагается вывод формул переходного излучения на границе раздела произвольной формы $z=f(x, y)$ в предположении, что изменение диэлектрических свойств среды от слоя с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 к слою ϵ_2 будет мало, т. е.

$$\left| \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \right| \ll 1.$$

Значения ϵ_1 и ϵ_2 соответствуют значениям в первой и во второй среде. Вблизи границы имеются небольшие флуктуации ϵ . Проводится сравнение результатов теории возмущений с точными расчетами.

Для расчета излучения используем обычную теорию рассеяния света, заменяя в последней падающую электромагнитную волну суперпозицией электромагнитных волн, образующих поле движущейся частицы.

Исходя из макроскопических уравнений Максвелла и считая, что небольшие изменения диэлектрической постоянной сред при переходе частицы через границу мало сказываются на величине поля движущейся частицы, используя теорию возмущений, находим рассеянные поля $\vec{H}_-$ и $\vec{E}_-$, связанные с флуктуациями диэлектрической постоянной ε'

$$\varepsilon(r, \omega) = \varepsilon_0(\omega) + \varepsilon'(r, \omega), \quad (1)$$

причем $\varepsilon' \ll \varepsilon_0$.

Выражение для индукции рассеянного поля имеет вид (2):

$$\vec{D}_-(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi} \left| \vec{k}' \right| \left| \vec{k}' \right| \left[\vec{k}', \int \frac{\vec{E}_{\omega 0}(\vec{r}_1)}{|\vec{r} - \vec{r}_1|} \varepsilon'(\vec{r}_1) e^{i\vec{k}' \cdot (\vec{r} - \vec{r}_1)} dV_{\vec{r}_1} \right] \quad (2)$$

где $\vec{k}' = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} \vec{n}$ — волновой вектор излученного кванта, а $\vec{E}_{\omega 0}(\vec{r}_1)$ определяется следующим выражением

$$\vec{E}_{\omega 0}(\vec{r}_1) = \frac{ie}{2\pi^2} \iiint dk_x dk_y dk_z \frac{\left(\frac{\omega v}{c^2} - \frac{k}{\varepsilon_0} \right) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_1}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0} \quad (3)$$

с $\omega = \vec{k} \cdot \vec{v}$.

Для удобства в (3) выделим множитель, зависящий от переменной z (скорость частицы v направлена по оси z):

$$\vec{E}_{\omega 0}(\vec{r}_1) = e^{i \frac{\omega}{v} z_1} \frac{ie}{2\pi^2 v} \int dk_x dk_y \frac{\left(\frac{\omega v}{c^2} - \frac{k}{\varepsilon_0} \right) e^{i(k_x x_1 + k_y y_1)}}{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0} = e^{i \frac{\omega}{v} z_1} \vec{E}_-(x_1, y_1). \quad (4)$$

Выражение для поля излучения на расстоянии R_0 от излучаемого объекта в случае произвольной границы раздела $z = f(x_1, y_1)$ имеет вид:

$$\vec{D}_-(R_0) = -\frac{e}{4\pi R_0} \left| \vec{k}' \right| \left| \vec{k}' \right| \left[\vec{k}', \int \vec{E}_-(x_1, y_1) e^{i(\frac{\omega}{v} - k_z') z_1} \varepsilon'(\vec{r}_1) e^{-i(k_x' x_1 + k_y' y_1)} dV_{\vec{r}_1} \right] \quad (5)$$

Частными случаями выражения (5) являются формулы переходного излучения на одной и двух границах раздела. В случае одной границы раздела в (5) проводим интегрирование по z_1 , считая, что

$$\varepsilon'(\vec{r}_1, \omega) = \begin{cases} \varepsilon_1 - \varepsilon_0, & \text{при } -\infty < z_1 < z = f(x_1, y_1) \\ \varepsilon_2 - \varepsilon_0, & \text{при } z = f(x_1, y_1) < z_1 < +\infty. \end{cases}$$

Для нормального влета, т. е. когда скорость частицы направлена перпендикулярно границе раздела двух сред (плоскость $z = f(x_1, y_1) = 0$) имеем

$$D(R_0) = -\frac{i(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)e^{ik'R_0}}{4\pi R_0\left(\frac{\omega}{v} - k_z\right)} \left| \vec{k}' \left| \vec{k}' \cdot \int \vec{E}_\omega(x_1, y_1) e^{-i(k_1 x_1 + k_2 y_1)} dx_1 dy_1 \right| \right|,$$

а для энергии излучения в интервале частот $d\omega$ и интервале телесного угла $d\Omega$ получаем следующее выражение:

$$I_{\omega, \vec{n}} = \frac{v^2 e^2 \sin^2 \Theta}{4\pi^2 c^3 \varepsilon_0^{3/2}} d\Omega d\omega \left| \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)(1 - \beta^2 \varepsilon_0 - \beta \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta)}{(1 - \beta^2 \varepsilon_0 \cos^2 \Theta)(1 - \beta \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta)} \right|^2 \quad (6)$$

где $\beta = \frac{v}{c}$.

Оказывается, что в приближении теории возмущений можно выписывать только одну формулу (6), которая определяет излучение как в переднюю, так и в заднюю полусферу, а угол Θ отсчитывается от нормали к поверхности и изменяется от 0 до π .

При наклонном влете, т. е. когда поверхность раздела задана в виде $z = x \operatorname{tg} \varphi$, или когда скорость частицы лежит в плоскости (x, z) и составляет с осью z некоторый угол ψ , возможны две поляризации: одна — электрический вектор которой лежит в плоскости излучения (плоскость, содержащая вектор $\vec{k}'$ и нормаль к границе раздела), и вторая — электрический вектор которой перпендикулярен к плоскости излучения. Поляризацию первого типа мы будем называть параллельной и приписывать индекс $\parallel$, поляризацию второго типа перпендикулярной и приписывать индекс $\perp$. Таким образом, для интенсивностей излучения в случае наклонного влета имеем:

$$dI_{\omega, \vec{n}}^{\parallel} = \frac{e^2 \beta^2 |\varepsilon_2 - \varepsilon_1|^2 d\omega d\Omega}{4\pi^2 c \varepsilon_0^2 \sin^2 \Theta_z |1 - \beta_x \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_x|^2 - \beta_z^2 \varepsilon_0 \cos^2 \Theta_z|^2} \times \left| \frac{(1 - \beta_x \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_x - \beta_z \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_z - \beta_z^2 \varepsilon_0) \sin^2 \Theta_z + \beta_x \beta_z \varepsilon_0 \cos \Theta_x \cos \Theta_z}{1 - \beta_x \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_x - \beta_z \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_z} \right|^2 \quad (7)$$

$$dI_{\omega, \vec{n}}^{\perp} = \frac{e^2 \beta_z^2 \beta_x^2 \cos^2 \Theta_x \sqrt{\varepsilon_0} |\varepsilon_2 - \varepsilon_1|^2 d\omega d\Omega}{4\pi^2 c |1 - \beta_x \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_x|^2 - \beta_z^2 \varepsilon_0 \cos^2 \Theta_z|^2 \sin^2 \Theta_z} \times |1 - \beta_x \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_x - \beta_z \sqrt{\varepsilon_0} \cos \Theta_z|^2, \quad (8)$$

где $\beta_z = \beta \cos \psi$, $\beta_x = \beta \sin \psi$,
 $\cos \Theta_x = \sin \Theta \cos \varphi$,
 $\cos \Theta_y = \sin \Theta \sin \varphi$,
 $\cos \Theta_z = \cos \Theta$

причем через φ обозначен угол между осью x в плоскости раздела и проекцией вектора $\vec{k}'$ на эту плоскость (³).

Наконец приведем формулы для интенсивности излучения в случае пластинки с толщиной a .

Вместо обычных громоздких формул имеем

$$dI_{\perp, \pm} = dI_{\perp, \pm}^{(6)} |1 - e^{i\sqrt{\epsilon_2 - \epsilon_1} \cos \theta_2 a}|^2$$

для нормального влета, и

$$dI_{\perp, \pm} = dI_{\perp, \pm}^{(7), (8)} |1 - e^{i\sqrt{\epsilon_2 - \epsilon_1} \cos \theta_2 a - i\epsilon_2 \sqrt{\epsilon_2 \cos \theta_2 - \epsilon_1 \cos \theta_1} a}|^2 \quad (10)$$

— для наклонного влета.

Полученные формулы совпадают с обычными, при разложении последних по $(\epsilon_2 - \epsilon_1)$ и при выполнении условия $\cos^2 \theta > \left| \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + \epsilon_1} \right|$.

В конце отметим, что вышешложенный метод позволяет качественно оценить излучение на шероховатой поверхности.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ լրագրից-անդամ Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, Բ. Ա. ԲԱՂՅԱՆ

Կամավոր ձևի սահմանով լիցքավորված մասնիկի անցման դեպքում
առաջացող անցումային ճառագայթման տեսության վերաբերյալ

Աշխատանքում առաջարկված է անցումային ճառագայթման բանա-
ձևերի ստացումը միջավայրը բաժանող կամավոր ձևի սահմանի դեպ-
քում, արված $Z = f(x, y)$ բանաձևով, այն ենթադրությամբ, որ միջավայրի
դիէլեկտրիկական հատկությունների փոփոխումը մի շերտից z_1 դիէլեկտրիկա-
կան հաստատունով դեպի մյուսը z_2 դիէլեկտրիկական հաստատունով փոքր է:

Որպես մասնավոր դեպքեր գրգռումների տեսության մոտավորությամբ
ստացված են անցումային ճառագայթման բանաձևերը միջավայրը բաժանող
մեկ և երկու սահմանների դեպքում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Մ. Լ. Եր-Միկաելյան, Известия Арм. ССР, серия физ. мат. наук, т. 14, № 2, 103 (1961). ² А. Ц. Амагунի, Н. А. Корхмациян, ЖЭТФ, т. 39, 1011, (1960). ³ В. Н. Цытович, ЖТФ, т. 31, 766 (1961). ⁴ F. R. Harutunian, R. I. Oganesian, B. Rostomian Phys. Letters, 37A, 163 (1971). ⁵ Մ. Լ. Եր-Միկաելյան, Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях, Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1969.

УДК 523877

АСТРОФИЗИКА

А. В. Овсепян

Влияние взаимодействия на устойчивость и пульсации вращающихся нейтронных звезд

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. С. Салкяном 2/XII 1971)

1. В работах (1-3) исследовалась проблема устойчивости и пульсаций вращающихся нейтронных звезд, причем исследование было проведено для модели идеального газа. Однако в области плотностей $\rho > 3 \cdot 10^{14}$ г/см³, когда среднее расстояние между частицами достигает порядка их кернов, взаимодействие между нейтронами становится весьма существенным и сильно влияет на параметры конфигураций (3,4). Поэтому представляет интерес рассмотреть влияние ядерного взаимодействия между нейтронами на устойчивость и пульсации вращающихся нейтронных звезд.

В настоящей работе получены результаты для массы, частоты радиальных пульсаций, размеров звезд, дефекта массы и др. для вращающихся нейтронных конфигураций с учетом взаимодействия между нейтронами. Приводятся значения всех основных видов энергий звезды, что позволяет судить о влиянии того или иного эффекта на равновесие и устойчивость. Расчеты проведены энергетическим методом (1,2).

2. Уравнения равновесия и устойчивости, полученные из условия минимума полной энергии звезды (5,6), имеют вид:

$$\left(\frac{\partial E}{\partial \rho_c^{1/2}} \right)_{S, M, K} = 0 \quad (1)$$

$$(\rho_c^{3/2}/I_0) \left(\frac{\partial^2 E}{\partial (\rho_c^{1/2})^2} \right)_{S, M, K} = \omega^2 \quad (2)$$

где E — полная энергия звезды, S — энтропия, M — масса, K — момент вращения, I_0 — момент инерции относительно центра $I_0 = 4\pi \int \rho r^4 dr$, $\rho = m_n n$, n_0 — плотность числа нейтронов в центре конфигурации, ω — основная частота радиальных пульсаций. Подробное изложение

энергетического метода в применении к нейтронным звездам можно найти в (1,2).

Для полной энергии звезды имеем:

$$E = E_n + E_{nn} + E_G + E_{\text{вр1}} + E_{\text{вр2}} + E_{\text{отс1}} + E_{\text{отс2}}, \quad (3)$$

где E_n — полная энергия вырожденного идеального нейтронного газа, E_{nn} — энергия взаимодействия нейтронов, E_G — ньютоновская гравитационная энергия, $E_{\text{вр1,2}}$ — энергия вращения и ее релятивистская поправка, $E_{\text{отс1,2}}$ — первая и вторая поправки (ОТО) к полной энергии звезды. Конкретный вид для энергий можно найти в работах (1,2). Как видно из выражения энергии, эффект ОТО учтен с достаточной точностью, а также учитывается релятивизм вращения (членом $\sim \Omega^4$ и др., где Ω — угловая скорость твердотельного вращения).

В окрестностях точки потери устойчивости, где центральная плотность порядка 10^{15} г/см³, взаимодействие между нейтронами имеет характер отталкивания. Здесь для энергии взаимодействия барионов на единицу массы в случае модели взаимодействия (3), имеем

$$E_{nn} = 0,2x - 1,282x^2 + 1,676x^3, \quad (4)$$

где $x = \frac{p_f}{m_e c}$, p_f — граничный импульс Ферми для электронов, m_e — масса электрона. Выражение энергии записано в системе единиц Оппенгеймера—Волкова $c = G = 1$.

Для применения энергетического метода необходимо знать закон распределения вещества — функцию $\bar{\epsilon}(\nu) = \epsilon(\nu)/\rho_c$, где ϵ — плотность частиц, $\nu = m(r)/M$, $m(r)$ — накопленная масса, r — текущий радиус, M — полная масса звезды.

Для нахождения функции $\bar{\epsilon}(\nu)$ необходимо бывает решать соответствующую дифференциальную задачу (уравнения Толмена—Оппенгеймера—Волкова). Однако, как выяснилось на опыте многих работ, в частности (1,2) функция распределения мало зависит от тех или иных поправок и в основном определяется гравитацией и уравнением состояния. Для решения данной задачи применялась функция распределения, соответствующая идеальному нейтронному газу, однако результаты для невращающихся конфигураций хорошо согласуются с результатами точных расчетов, что позволяет рассчитывать также вращающиеся конфигурации.

3. В табл. 1 приводятся основные параметры звезд для случая с максимальным вращением без истечения и для невращающихся звезд. Для вращающихся звезд приведены значения энергий. Как видно из таблицы, энергия взаимодействия с увеличением плотности растет намного быстрее, чем энергия идеальных нейтронов, следовательно с возрастанием плотности относительное влияние взаимодействия становится больше. Из сравнения энергий $E_{\text{отс1}}$ и $E_{\text{отс2}}$ видно, что при больших плотностях эффекты ОТО становятся более существенными.

Таблица 1

Основные параметры холодных нейтронных звезд с учетом взаимодействия

	χ_c	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3
Вращающиеся конфигурации $\Omega = \Omega_{\max}$	ρ_c	0.336	0.656	1.134	1.801	2.688	3.827	5.250	6.988	9.072	11.534
	$M_0/M_\odot$	0.3702	0.8256	1.3552	1.7438	1.8826	1.7979	1.5772	1.3044	1.0360	0.8006
	$M/M_\odot$	0.3663	0.7962	1.2683	1.5927	1.7029	1.6426	1.4860	1.2927	1.0990	0.9228
	$E_{\text{нейтр}} \cdot 10^{-51}$	0.1090	0.3508	0.9503	2.0654	3.6440	5.4221	7.0749	8.3569	9.1574	9.4840
	$E_{\text{эл}} \cdot 10^{-51}$	0.469	1.943	2.933	0.1580	9.7920	25.098	40.808	59.435	72.473	81.081
	$-E_{\text{грав}} \cdot 10^{-51}$	0.1978	0.9412	2.5400	4.5817	5.9490	6.1988	5.5369	4.4382	3.2976	2.3250
	$E_{\text{вп1}} \cdot 10^{-51}$	0.0256	0.1217	0.3338	0.5927	0.7696	0.8019	0.7163	0.5741	0.4265	0.3008
	$E_{\text{вп2}} \cdot 10^{-51}$	0.0374	0.2169	0.8299	2.2365	4.4944	7.1243	9.3858	10.734	11.034	10.465
	$-E_{\text{отол}} \cdot 10^{-51}$	0.0072	0.0525	0.2516	0.8083	1.8952	3.5510	5.7059	8.2573	11.114	14.209
	$-E_{\text{отол}} \cdot 10^{-51}$	0.0064	0.0718	0.5938	3.1804	11.298	28.824	57.060	93.173	131.45	165.95
	$\tau_p \cdot 10^3$	0.6947	0.5271	0.4487	0.4488	2.8856	—	—	—	—	—
	$R_{\text{вн}}$	15.27	15.97	15.69	14.63	13.11	11.48	9.90	8.45	7.17	6.08
$\Omega = 0$	$\Delta M/M_0$	0.0107	0.0356	0.0641	0.0866	0.0954	0.0864	0.0578	0.0089	0.0608	0.1526
	$M \cdot 10^{-51}$	0.3702	0.8256	1.3552	1.7438	1.8826	1.7979	1.5772	1.3044	1.036	0.8006
	$\tau_p \cdot 10^3$	0.6304	0.4764	0.4022	0.3899	0.6551	—	—	—	—	—
	$M/M_\odot$	0.2490	0.570	0.967	1.291	1.452	1.455	1.353	1.202	—	—
	$\Delta M/M_0$	0.0075	0.0303	0.0584	0.0835	0.0969	0.0929	0.0687	0.0230	—	—
	$N \cdot 10^{-51}$	0.249	0.57	0.967	1.291	1.452	1.455	1.353	1.202	—	—
	$R_{\text{вн}}$	13.402	14.239	14.290	13.607	12.442	11.052	9.6250	8.2760	—	—

Примечание: $\chi_c = R_f / m c$, R_f — граничный импульс нейтронов в центре звезды, ρ_c — плотность вещества в центре, $M_0 = m_n N$ где N — полное число частиц, M — полная масса, τ_p — период пульсаций, $\Delta M/M_0$ — дефект массы.

чем вращение. Относительный дефект массы $\Delta M/M$, где $\Delta M = \frac{1}{c^2} \sum E_i$, может служить критерием устойчивости. $\Delta M/M$ в зависимости от числа частиц сначала возрастает, что соответствует устойчивым конфигурациям, затем возвращается с изломом в точке потери устойчивости и становится отрицательным. Отрицательный дефект массы при учете взаимодействия становится по модулю больше.

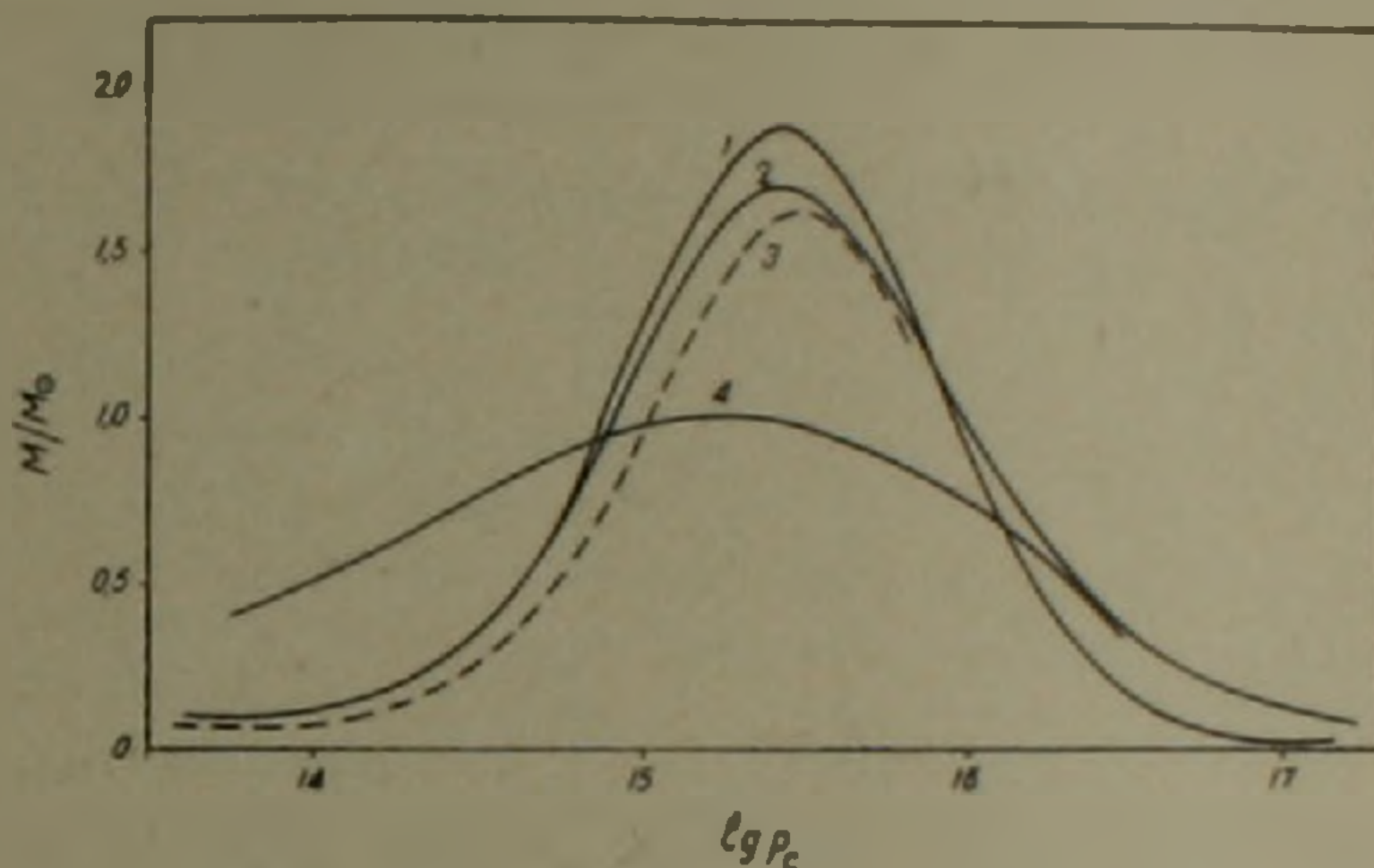


Рис. 1. Зависимость массы равновесных конфигураций от центральной плотности ρ_c , г/см³. 1 — зависимость $m_n N$ от плотности, где m_n — масса нейтрона, N — полное число частиц с учетом взаимодействия и $\Omega = \Omega_{\text{max}}$; 2 — $M(\rho_c)$ — полная масса с учетом взаимодействия и $\Omega = \Omega_{\text{max}}$; 3 — полная масса с $\Omega = 0$; 4 — полная масса без учета взаимодействия с $\Omega = \Omega_{\text{max}}$.

На рис. 1 показаны кривые зависимости массы от центральной плотности для различных случаев. Из сравнения кривых 1 и 4 можно заметить, что учет взаимодействия приводит к увеличению массы равновесных конфигураций вблизи максимума на 70%, что обусловлено отталкиванием нейтронов в области плотностей $\rho > 10^{13}$ г/см³. Полученные значения массы хорошо согласуются с работами (2,4), что еще раз свидетельствует о применимости энергетического метода в данной области плотностей.

На кривой 4 видно, что точка потери устойчивости лежит за максимумом кривой, это обусловлено некоторой стабилизирующей ролью вращения по отношению к коллапсу. При учете взаимодействия точка потери устойчивости практически совпадает с максимумом кривой. Это можно объяснить тем, что вообще спад кривой $M(\rho_c)$ и потеря устойчивости обусловлены в основном действием эффектов ОТС, которые сильно возрастают с увеличением плотности и массы (табл. 1), а вклад вращения зависит от плотности слабее и поэтому при больших плотностях относительная роль вращения становится

меньше. Таким образом, вращение при учете взаимодействия не приводит к каким-либо изменениям в смысле центральной плотности в точке потери устойчивости, но приводит к увеличению критической массы на 7% (кривые 2 и 3).

Для максимума массы невращающихся конфигураций получается значение $1.60 M_{\odot}$, дифференциальные расчеты дают $1.55 M_{\odot}$, а для значения центральной плотности получается полное совпадение, что говорит о хорошем выборе функции распределения.

На рис. 2 показаны зависимости периодов радиальных пульса-

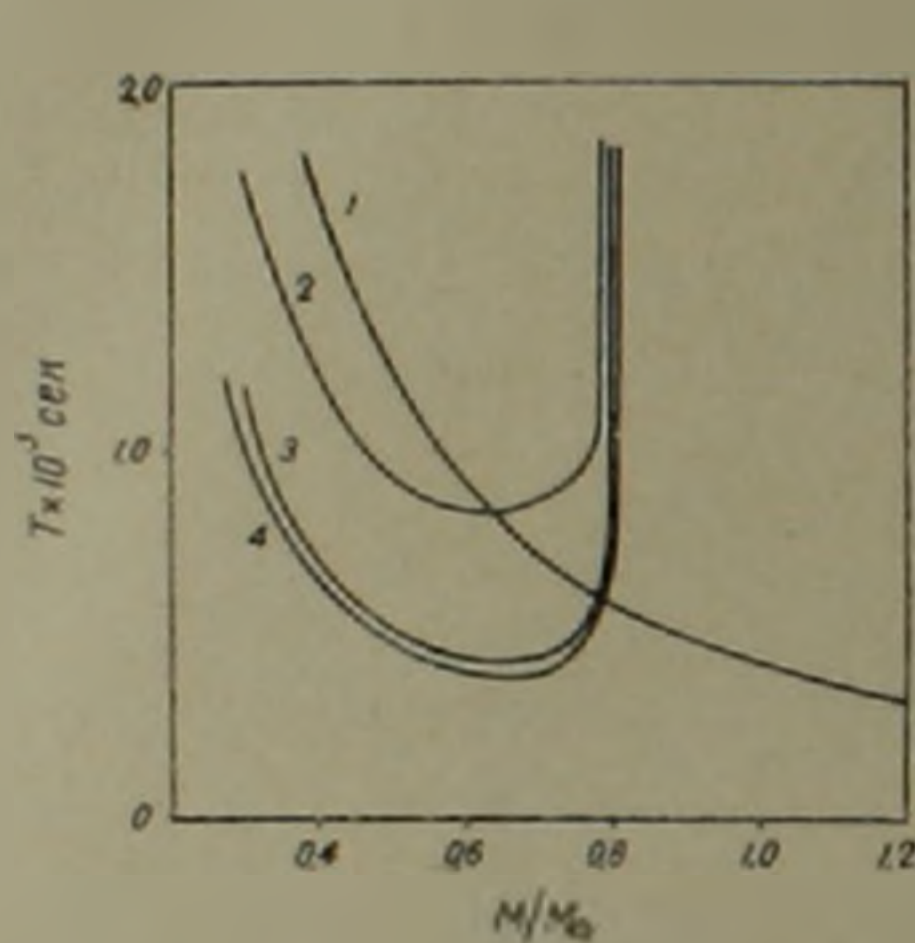


Рис. 2. Зависимость периодов вращения и радиальных пульсаций T от массы (T в секундах). 1—период вращения с $\Omega = \Omega_{\max}$; 2—период пульсаций без учета взаимодействия с $\Omega = \Omega_{\max}$; 3—период пульсаций с учетом взаимодействия $\Omega = 0$; 4—период пульсаций с учетом взаимодействия $\Omega = \Omega_{\max}$.

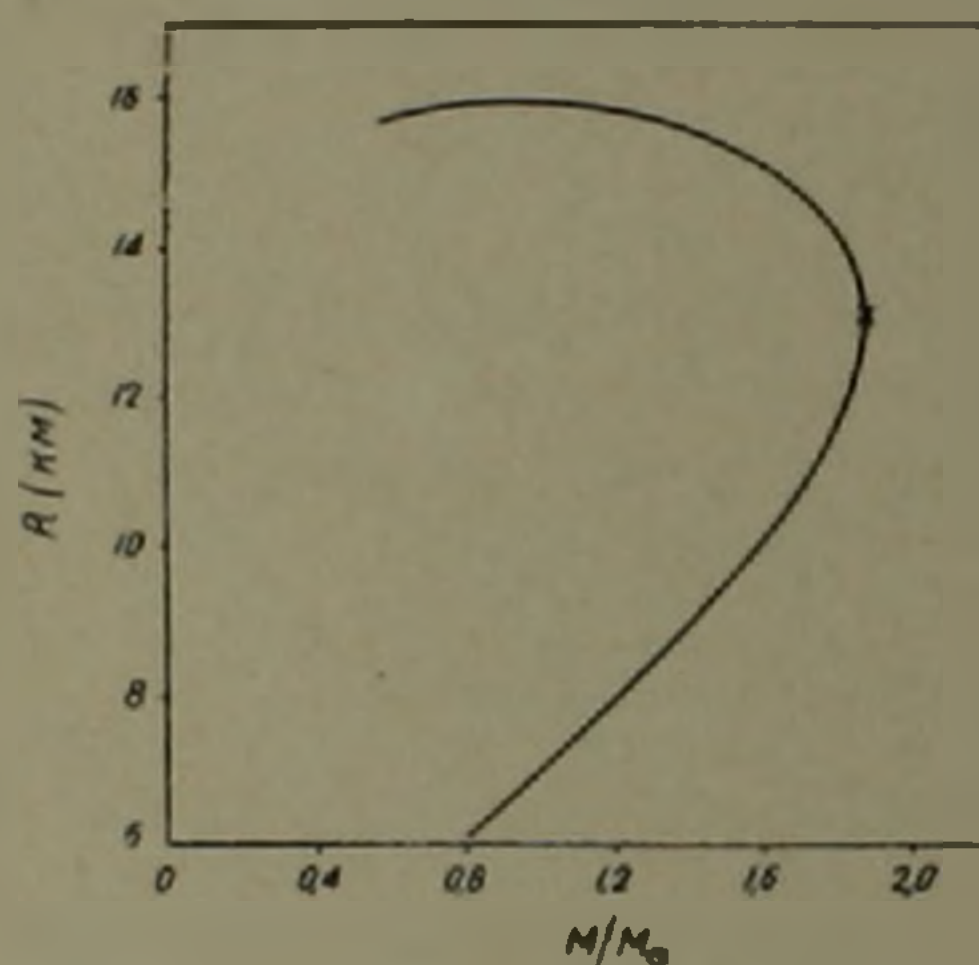


Рис. 3. Зависимость радиуса равновесной конфигурации R_{eq} от массы (крестом обозначена точка потери устойчивости)

ций и вращения от плотности. Как видно из рисунка, учет взаимодействия приводит к уменьшению периода пульсаций почти вдвое, это говорит о большой упругости сил ядерного взаимодействия нейтронов. Из сравнения кривых 3 и 4 видно, что вращение практически не меняет периода пульсаций. Таким образом, минимальный период пульсаций нейтронных звезд можно принять равным $0.39 \cdot 10^{-3}$ сек.

На рис. 3 показана зависимость радиуса конфигураций от их массы. Крестиком обозначена точка потери устойчивости.

Из полученных результатов, и учитывая результаты ⁽¹²⁾ можно сделать вывод, что в области плотностей $\rho > 10^{15}$ г/см³ наиболее существенны эффекты ОТО первого порядка, затем выбор уравнения состояния, то есть правильный учет ядерного взаимодействия и только после эффектов ОТО второго порядка идут эффекты вращения.

В заключение выражаю благодарность Ю. Л. Вартаияну за ру-

ководство работой, чл.-корр. АН Арм. ССР Г. С. Саакяну и всем участникам семинара кафедры теоретической физики за обсуждения, а также Г. С. Аджяну за помощь в работе.

Ереванский государственный
университет

Ա. Վ. ՇՈՎՍԵՓՅԱՆ

Փոխազդեցության ներգործությունը պտտվող նեյտրոնային աստղերի կայունության և բաբախումների վրա

Աշխատանքում նպատակ է դրված ուսումնասիրել նեյտրոնների միջուկային փոխազդեցության ներգործությունը պտտվող նեյտրոնային աստղերի հավասարակշռության և կայունության պայմանների վրա:

Կիրառված է էներգետիկ մեթոդը. հավասարակշռության և կայունության հավասարումները ստացված են աստղի լրիվ էներգիայի մինիմումի պայմանից: Փոխազդեցությունը հաշվի առնելու համար լրիվ էներգիային ավելացրած է փոխազդեցության էներգիան բազմանդամի տեսքով:

Ստացված արդյունքներից հետևում է, որ փոխազդեցությունը հաշվի առնելիս պտույտի դերը փոքրանում է:

Նեյտրոնային աստղերի պտտման և ռադիալ տատանումների մինիմալ պարբերության համար ստացված է $3 \cdot 10^{-3}$ վրկ. հետևաբար, եթե բաբախումների համար դիտվեն դրանից փոքր պարբերություններ, ապա դրանք դժվար կլինի բացատրել նեյտրոնային աստղերի տատանումներով կամ պտույտով:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Ю. Л. Вартанян, А. В. Овсепян, Г. С. Аджян, «Астрофизика», т. 7, 563 (1971).
² Ю. Л. Вартанян, А. В. Овсепян, Г. С. Аджян, Астрон. ж., т. 49, в.3, (1972). ³ Г. С. Саакян, Ю. Л. Вартанян, Астрон. ж., т. 11, 391 (1964). ⁴ S. Tsuruta, A. G. Cameron, W. Canad, J. Phys., 44, 1895 (1966). ⁵ Ю. Л. Вартанян, А. В. Овсепян, «Астрофизика», т. 6, 601 (1970). ⁶ Я. Б. Зельдович, В. Ф. Дьяченко, В. С. Имшенник, В. В. Палеишник, «Астрофизика», т. 4, 159 (1968). ⁷ G. S. Saakian, Ju. L. Vartanian Nuovo Cim., 30, 82 (1963).

УДК 542.951.8—542.958—547.82

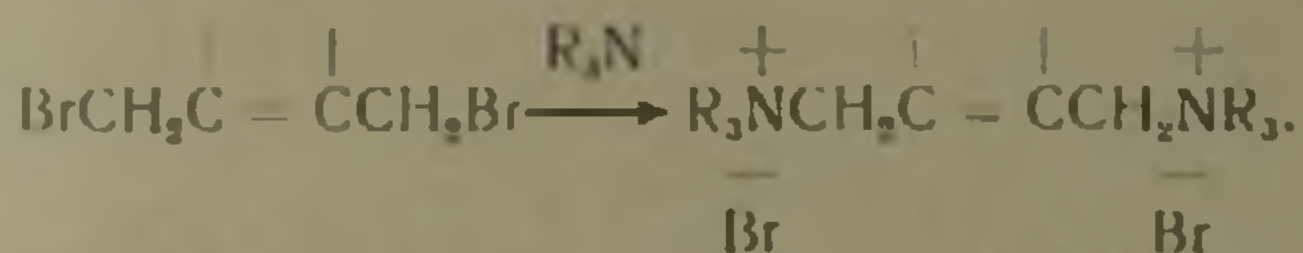
ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Академик АН Армянской ССР А. Т. Бабаян, Г. Т. Мартirosян,
А. Х. Гюльназарян

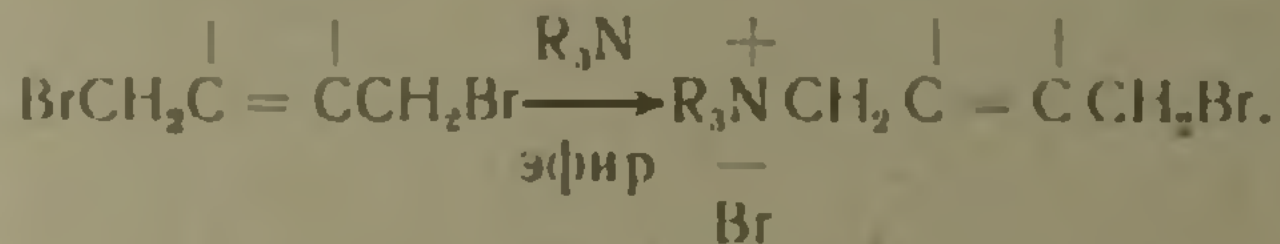
Синтез аммониевых солей взаимодействием диена, брома и амина

(Представлено 17.11.1972)

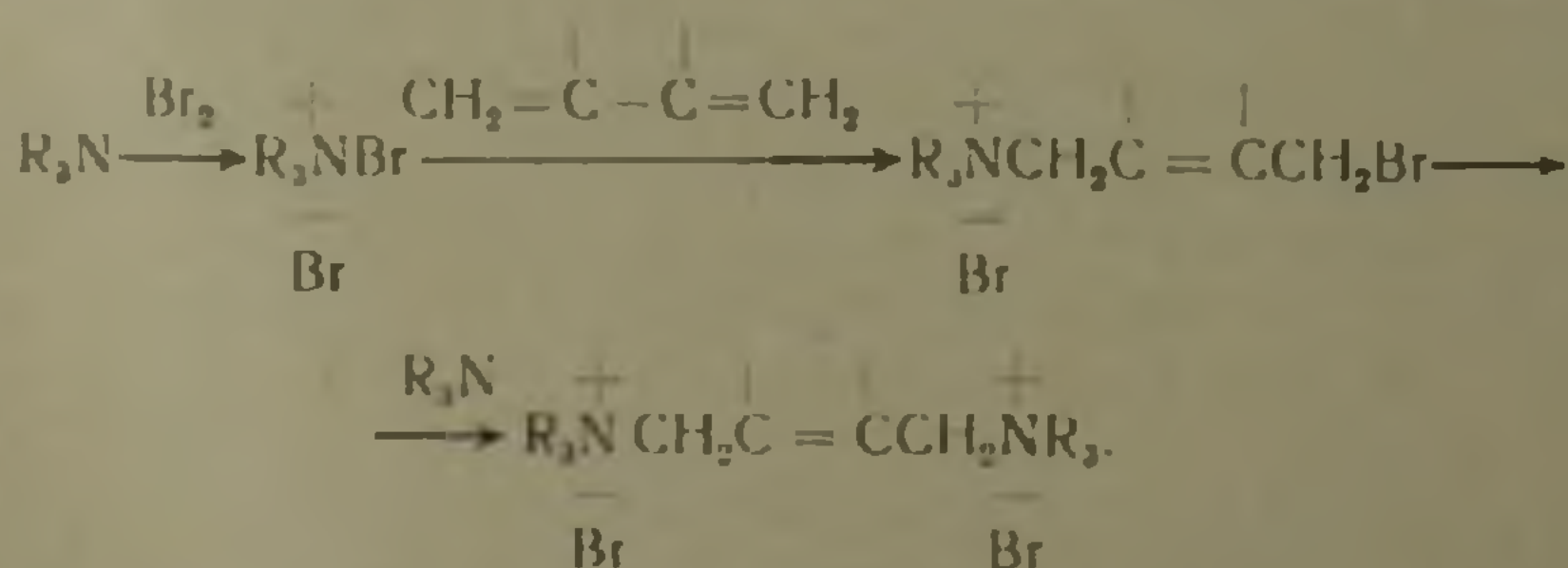
Синтез 1,4-диаммонийбутенов-2 легко осуществляется взаимодействием дибромидов 1,3-диенов с третичными аминами:



При проведении реакции в растворителях, нерастворяющих аммониевые соли, получаются с хорошими выходами моноаммониевые соли (1):



Следовало ожидать осуществления аналогичных синтезов путем взаимодействия бромаммоний бромидов с 1,3-диенами



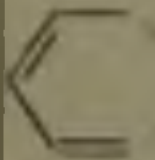
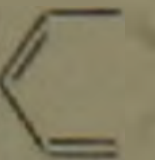
В качестве аминов, гладко образующих бромаммоний бромиды, были избраны триметиламин, диметилбензиламин, диметиланилин и пиридин. В качестве диенов использовались бутадиев, изопрен, пиперилев и хлоропрен.

В первых опытах предварительно готовился бромаммоний бромид и затем только добавлялся диен.

Выходы аммониевых солей оказались невысокими и не превышали 25–30% теоретического. Несколько выше выходы при предварительном изготовлении дибромидов с последующим добавлением аммиака (60–62%).

Таблица 1.

Результаты 2-х часового взаимодействия эквимолекулярных количеств диена, аммиака и брома

Исходные		Продукты реакции	Температура реакции, °C	Выход, %	Т. пл. °C
диен	амин				
Бутадиен	$(\text{CH}_3)_2\text{NCH}_2\text{C}_6\text{H}_5$	$\text{CH}_3\text{C}_6\text{H}_5$ $(\text{CH}_3)_2\text{N}^+\text{Br}^-$ $\text{CH}_2\text{CH}=\text{CHCH}_2\text{Br}$	30	65	150–151
	Пиридин	 $\text{N}^+\text{CH}_2\text{CH}=\text{CHCH}_2\text{Br}$ Br^-	40	82	76
Изопреен	$(\text{CH}_3)_2\text{NCH}_2\text{C}_6\text{H}_5$	$\text{CH}_3\text{C}_6\text{H}_5$ $(\text{CH}_3)_2\text{N}^+\text{Br}^-$ $\text{CH}_2\text{CH}=\text{C}(\text{CH}_3)\text{CH}_2\text{Br}$	30	71	96
	Пиридин	 $\text{N}^+\text{CH}_2\text{CH}=\text{C}(\text{CH}_3)\text{CH}_2\text{Br}$ Br^-	40	80	97
Пиперидин	$(\text{CH}_3)_2\text{NCH}_2\text{C}_6\text{H}_5$	$\text{CH}_3\text{C}_6\text{H}_5$ $(\text{CH}_3)_2\text{N}^+\text{Br}^-$ $\text{CH}_2\text{CH}=\text{CHCH}(\text{CH}_3)\text{CH}_2\text{Br}$	30	85	120
	Пиридин	 $\text{N}^+\text{CH}_2\text{CH}=\text{CHCH}(\text{CH}_3)\text{CH}_2\text{Br}$ Br^-	40	75	Вязкое
Хлоропреен	Пиридин	 $\text{N}^+\text{CH}_2\text{CH}=\text{CClCH}_2\text{Br}$ Br^-	40	87	147–148

Наилучшие выходы были получены при добавлении брома к смеси аммиака и диена (70–85%).

В табл. 1 приведены результаты взаимодействия эквимолекулярных количеств диена, аммиака и брома. Во всех случаях с хорошими выходами получают моночетвертичные аммониевые соли (65–87%). Как видно из данных табл. 2, в случае диметилбензиламина и диме-

Таблица 2.

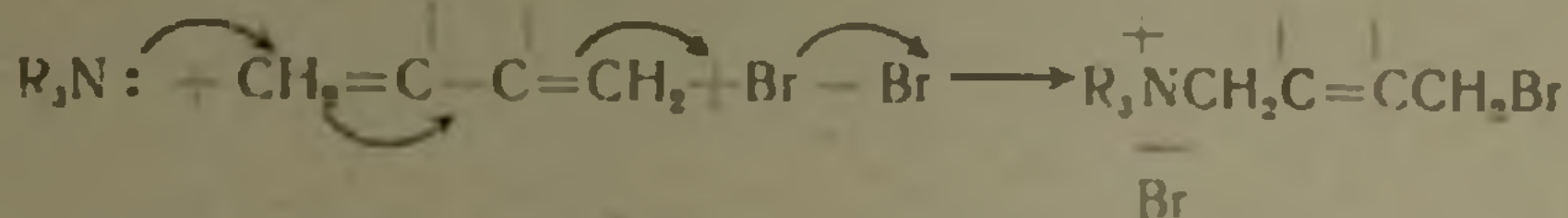
Результаты 2-х часового взаимодействия эквимолекулярных количеств диена и брома и трехкратного количества аммиака

Исходные		Продукты реакции	Температура реакции, °С	Выход, %	Т. пл. °С
диен	амин				
Бутадиен	$(\text{CH}_3)_2\text{NCH}_2\text{C}_6\text{H}_5$	$\begin{array}{c} \text{CH}_3\text{C}_6\text{H}_5 \\ \\ (\text{CH}_3)_2\text{N}^+ \\ \\ \text{Br}^- \end{array} \text{CH}_2\text{CH}=\text{CHCH}_2\text{Br}$	-30	77	150-51
	Пиридин	$\begin{array}{c} \text{C}_5\text{H}_5\text{N}^+ \\ \\ \text{Br}^- \end{array} \text{CH}_2\text{CH}=\text{CHCH}_2\text{N}^+ \text{C}_5\text{H}_5\text{Br}^-$	-40	70	151
Изопрен	Триметиламин	$\begin{array}{c} (\text{CH}_3)_3\text{N}^+ \\ \\ \text{Br}^- \end{array} \text{CH}_2\text{CH}=\text{C}(\text{CH}_3)\text{CH}_2\text{N}^+(\text{CH}_3)_3\text{Br}^-$	-40	78	163
	$(\text{CH}_3)_2\text{NCH}_2\text{C}_6\text{H}_5$	$\begin{array}{c} \text{CH}_3\text{C}_6\text{H}_5 \\ \\ (\text{CH}_3)_2\text{N}^+ \\ \\ \text{Br}^- \end{array} \text{CH}_2\text{CH}=\text{C}(\text{CH}_3)\text{CH}_2\text{Br}$	-30	66	96
	$(\text{CH}_3)_2\text{NC}_6\text{H}_5$	$\begin{array}{c} \text{C}_6\text{H}_5 \\ \\ (\text{CH}_3)_2\text{N}^+ \\ \\ \text{Br}^- \end{array} \text{CH}_2\text{CH}=\text{C}(\text{CH}_3)\text{CH}_2\text{Br}$	-25	86	72
	Пиридин	$\begin{array}{c} \text{C}_5\text{H}_5\text{N}^+ \\ \\ \text{Br}^- \end{array} \text{CH}_2\text{CH}=\text{C}(\text{CH}_3)\text{CH}_2\text{N}^+ \text{C}_5\text{H}_5\text{Br}^-$	-40	81	Вязкое
Пиперидин	$(\text{CH}_3)_2\text{NCH}_2\text{C}_6\text{H}_5$	$\begin{array}{c} \text{CH}_3\text{C}_6\text{H}_5 \\ \\ (\text{CH}_3)_2\text{N}^+ \\ \\ \text{Br}^- \end{array} \text{CH}_2\text{CH}=\text{CHCH}(\text{CH}_3)\text{Br}$	-30	83	120
	Пиридин	$\begin{array}{c} \text{C}_5\text{H}_5\text{N}^+ \\ \\ \text{Br}^- \end{array} \text{CH}_2\text{CH}=\text{CHCH}(\text{CH}_3)\text{N}^+ \text{C}_5\text{H}_5\text{Br}^-$	-40	75	136
Хлоропрен	$(\text{CH}_3)_2\text{NC}_6\text{H}_5$	$\begin{array}{c} \text{C}_6\text{H}_5 \\ \\ (\text{CH}_3)_2\text{N}^+ \\ \\ \text{Br}^- \end{array} \text{CH}_2\text{CH}=\text{CClCH}_2\text{Br}$	-25	70	135

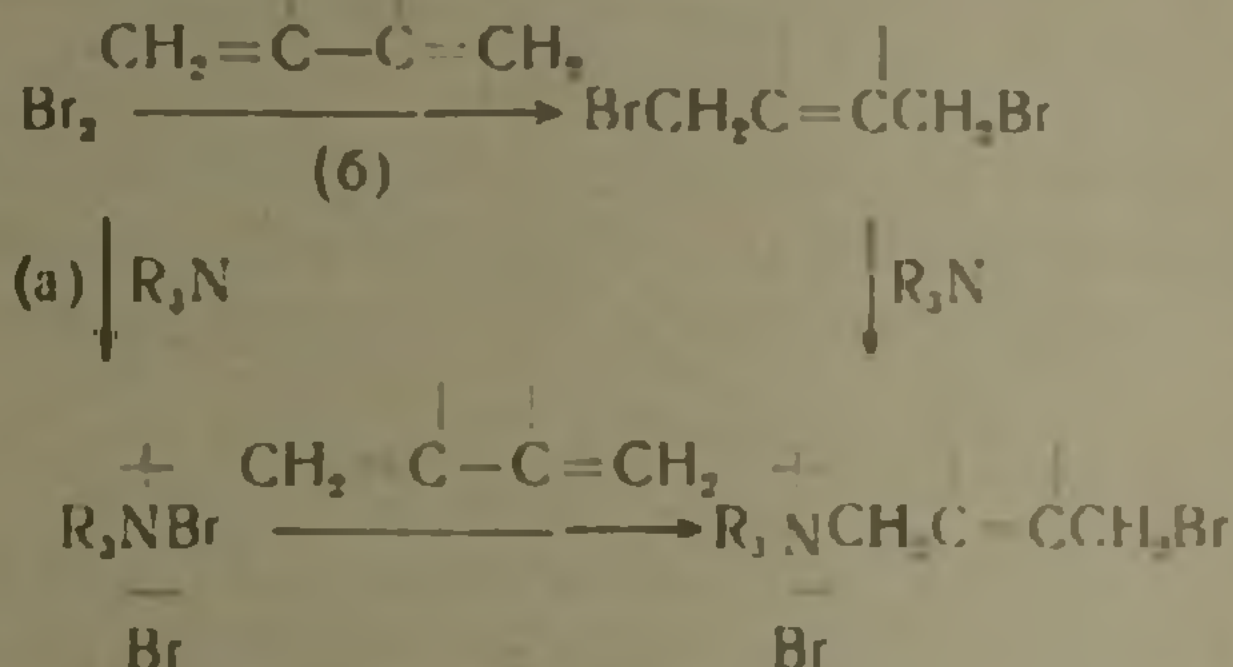
тиланилина проведение реакции в избытке последних не приводит к ожидаемому результату, а именно к образованию дичетвертичной аммониевой соли. Причина оказалась очень простой — в этих аминах образовавшиеся моноаммониевые соли не растворяются. Достаточно

при этой же низкой температуре добавления к реакционной смеси спирта, чтоб образовалась дичетвертичная соль.

Взаимодействие брома со смесью диена и амина может происходить синхронно:



или двустадийно — через предварительное образование бромаммоний бромида(а) или дибромида диена(б):



Мы отдаем предпочтение пути (а), хотя пока что не располагаем достаточно убедительными экспериментальными данными.

Таким образом разработан синтез бромистых солей 1-триалкиламмоний-4-бромбутенов-2 и 1,4-ди-(триалкиламмоний)-бутенов-2 путем взаимодействия брома со смесью 1,3-диена и третичного амина.

Институт органической химии
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Ա. Բ. ԲԱՐՍԷՍՅԱՆ, Վ. Բ. ԽԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ,
Ա. Խ. ԳՅՈՒՆԱԶԱՐՅԱՆ

Ամոնիումային աղերի սինթեզ դիենի, ամինի և բրոմի փոխազդմամբ

Առաջարկված է 1-տրիալկիլամոնիում-4-բրոմբուեն-2-ների և 1,4-դի-(տրիալկիլամոնիում) բուեն-2-ների բրոմական աղերի սինթեզ՝ բրոմը և բորոգային ամինի և 1,3-դիենի խառնուրդի հետ —10° —20°-ում փոխազդման մեջ մտցնելու միջոցով:

Արդյունքները քերված են 1 և 2 աղյուսակներում: Այս եղանակով աշխատելիս պետք է սահմանափակվել այն ամիններով, որոնք բրոմի հետ առաջացնում են կայուն բրոմամոնիում բրոմիդներ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. А. Т. Бабиян, Г. Т. Мартirosян, А. Х. Гюльмазарян, Дж. В. Григорян, Э. М. Аракелян и Н. М. Давтян, Арм. хим. ж. 25, 123 (1972).

УДК 541.127+542.943+547.233

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Член-корреспондент АН Армянской ССР О. А. Чалтыкян, С. А. Акопян,
Н. М. Бейлерян, Р. О. ЧалтыкянИзучение влияния бензойной кислоты и пиридина на кинетику и
механизм окисления алкиламиноспиртов перекисью
бензоила методом хемилюминесценции

(Представлено 25/VI 1971)

При исследовании кинетики реакций перекисей с аминсоединениями было обнаружено, что кислоты оказывают различное действие на эти реакции. При взаимодействии алифатических и ароматических аминов с перекисями, кислоты в основном замедляют реакции (1-3). В случае реакций бензиламинов с ПБ в органических средах кислоты ускоряют реакцию (2, 4-7).

Что касается реакций алкиламиноспиртов с перекисями, то о влиянии кислот на эти реакции как в водной, так и в органических средах в литературе ничего не упоминается. Однако известно, что основания ускоряют реакции перекисей с аминами вообще и с аминспиртами (в водных растворах) в частности (2, 3, 8-11).

В связи с исследованием кинетики реакций перекиси бензоила (ПБ) с алкиламиноспиртами методом хемилюминесценции возникла необходимость изучить также влияние кислоты и основания на эти реакции тем же методом.

Поскольку при реакции ПБ с аминсоединениями в качестве стабильного продукта образуется бензойная кислота (БК), то мы изучили влияние именно БК на скорость реакции ПБ с этилдиэтанол-, диэтилэтанол-, этилэтанол- и диметилэтанолaminaми.

При реакциях всех четырех аминспиртов с ПБ константы скорости реакций (при 30°C), рассчитанные по уравнению

$$k = \frac{2,3}{[A]_0 t} \lg \frac{I_0}{I}$$

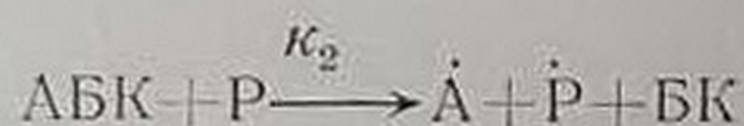
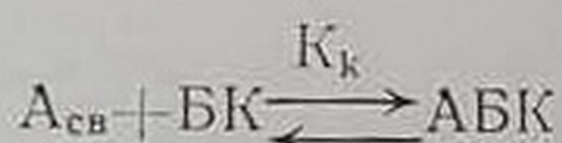
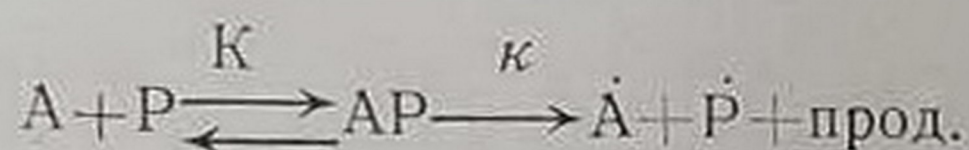
[(A_0) исходная концентрация аминспирта при $[A_0] \gg (ПБ)_0$, время в минутах, I_0 и I начальные и текущие интенсивности ХЛ], прямолинейно возрастают с концентрацией БК (рис. 1).

Такое влияние кислоты можно было объяснить следующим рассуждением. Известно, что аминокислоты, особенно в органических средах, образуют внутри и межмолекулярные водородные связи (12—15).

Поскольку кислоты взаимодействуют, естественно предположить, что молекула кислоты разрушает внутри и межмолекулярные водородные связи в молекулах третичных аминокислот.

Соединение с освобожденным от водородной связи атомом азота должно легче образовывать амин-перекисный комплекс, через который и происходит окисление молекулы аминокислоты перекисью.

Влияние кислоты можно схематически представить следующим образом (р-символ молекулы ПБ)



$$[A]_0 = [A]_{\text{св.}} + [ABK] \text{ вследствие чего}$$

$$[ABK] = [A]_0 - [A]_{\text{св.}} = \frac{K_k [A]_0 [BK]}{1 + K_k [BK]}$$

$$W = \kappa [A]_{\text{св.}} [P] + \kappa_2 [ABK] [P]$$

$$[A]_0 [P] \left(\frac{\kappa + \kappa_2 K_k [BK]}{1 + K_k [BK]} \right) = \kappa_{\text{эф}} [A]_0 [P]$$

$$I = \eta W = \kappa_{\text{эф}} [A]_0 [P] = \kappa_{\text{эф}} [A]_0 [P] \cdot e^{k_{\text{эф}} [A]_0 \cdot t}$$

$$I = I_0 e^{-k_{\text{эф}} [A]_0 \cdot t}$$

$$\frac{2,3}{t [A]_0} \lg \frac{I_0}{I} = \kappa_{\text{эф}} = \frac{\kappa + \kappa_2 \cdot K_k [BK]}{1 + K_k [BK]}$$

при условии $K_k [BK] \ll 1$ (растворимость бензойной кислоты ограничена и K_k по всей вероятности, невелика).

$$\kappa_{\text{эф}} = \kappa + \kappa_2 K_k [BK].$$

Это уравнение удовлетворяет экспериментальным данным (рис. 1)

Нами изучено влияние пиридина, как основания, на скорость исследуемых реакций. Выбор пиридина вызван тем, что в изучаемых условиях пиридин не вызывает аналитически измеряемый распад перекиси. Оказалось, что пиридин увеличивает скорость реакций упомянутых четырех аминокислот с ПБ, при этом эмпирически выполняется прямо пропорциональная зависимость между эффективной константой скорости реакций и концентрацией пиридина (рис. 2).

Ускоряющее действие пиридина можно объяснить из следующих соображений. Известно (^{2, 4-5}), что реакция перекисей с аминами протекает с отрывом протона у α -углеродного водорода в молекуле амина. Это значит, во-первых, что пиридин, как основание, в прин-

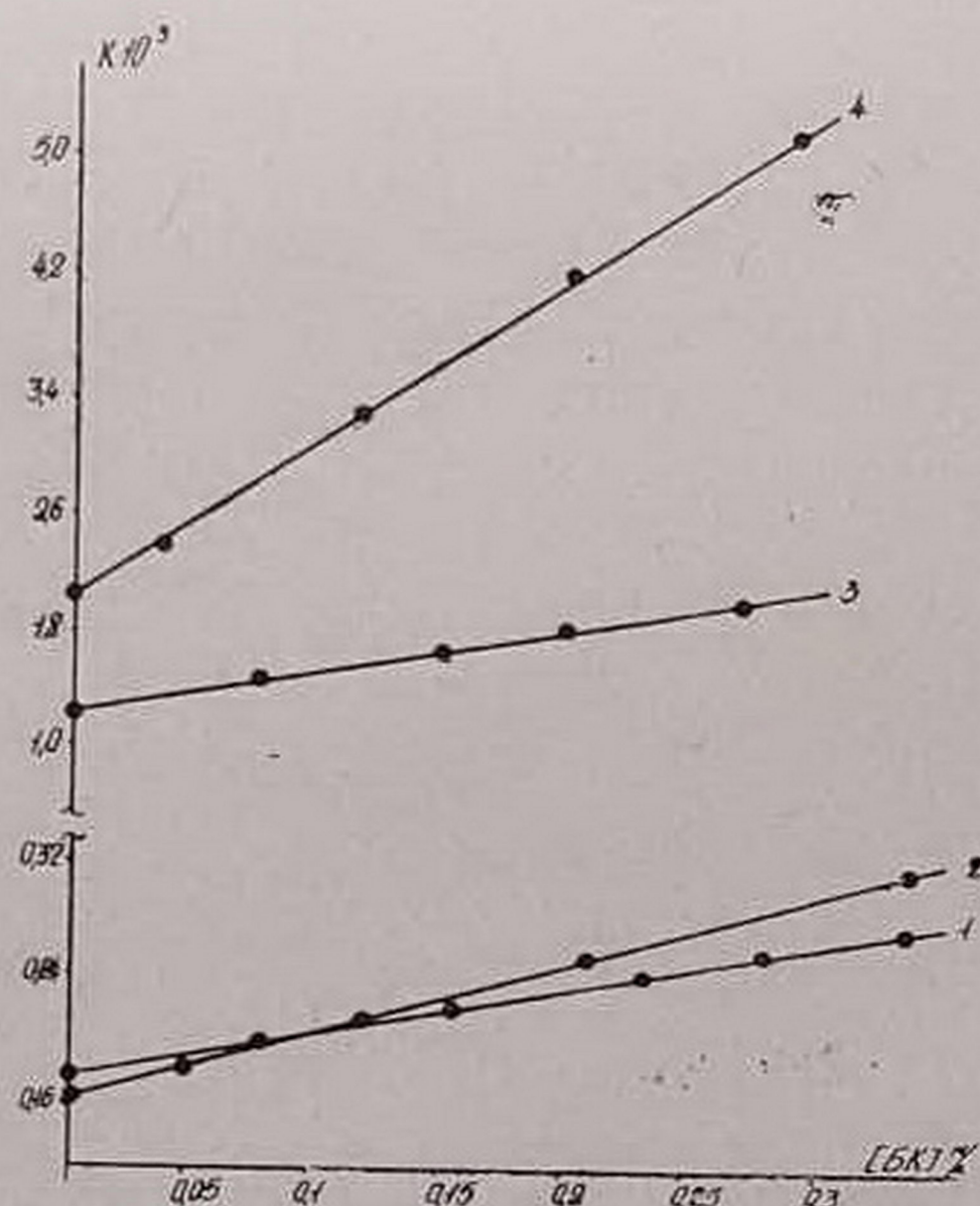


Рис. 1. Зависимость эффективной константы скорости реакции от концентрации бензойной кислоты. 1—ПБ=0,054 моль/л, этилэтаноламин=1,97 моль/л, $t=30^{\circ}\text{C}$; 2—ПБ=0,04 моль/л, диэтилэтаноламин=1,454 моль/л, $t=30^{\circ}\text{C}$; 3—ПБ=0,0154 моль/л, диметилэтаноламин=0,8 моль/л, $t=25^{\circ}\text{C}$; 4—ПБ=0,008 моль/л, этилдиэтаноламин=0,3 моль/л, $t=25^{\circ}\text{C}$

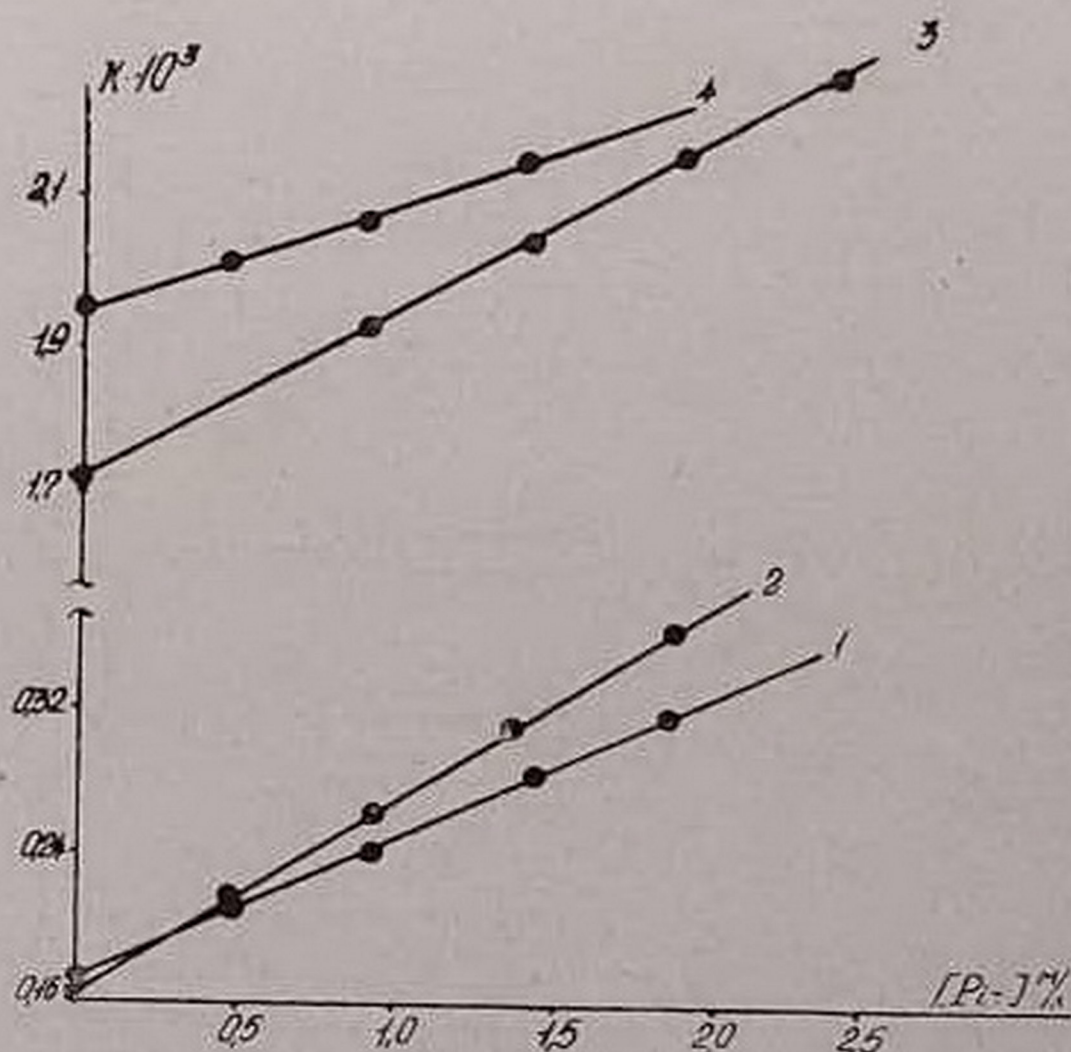


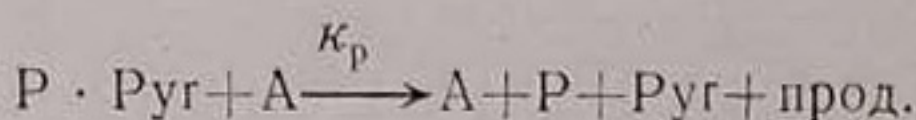
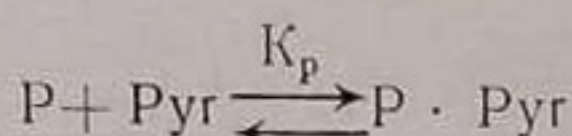
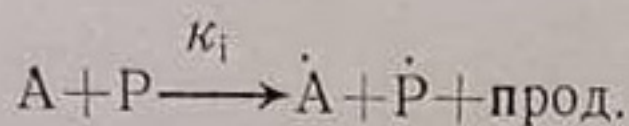
Рис. 2. Зависимость эффективной константы скорости реакций от концентрации пиридина. 1—ПБ=0,054 моль/л этилэтаноламин $t=2,76$ моль/л, $t=30^{\circ}\text{C}$; 2—ПБ=0,054 моль/л, диэтилэтаноламин=1,454 моль/л, $t=30^{\circ}\text{C}$; 3—ПБ=0,0154 моль/л диметилэтаноламин=0,08 моль/л, $t=25^{\circ}\text{C}$; 4—ПБ=0,008 моль/л, этилдиэтаноламин=0,3 моль/л, $t=25^{\circ}\text{C}$

ципе может облегчить процесс протонизации и тем самым ускорять реакцию; во-вторых, пиридин может разрушать упомянутые меж- и внутримолекулярные комплексы аминоспиртов и тем также увеличивать скорость реакций.

Но очень важными для дальнейших наших рассуждений являются следующие факты. Влияние пиридина не зависит от концентрации аминоспирта, но заметно ослабевает при больших концентрациях перекиси. Кроме того, известны реакции (²), где имеется запределование в корреляционной зависимости константы скорости от концентрации пиридина. Эти данные вынудили нас предположить, что имеет место комплексообразование между пиридином и перекисью бензоила и что этот комплекс реагирует с амином быстрее, чем сама молекула перекиси. Образование такого комплекса может происходить благодаря наличию частичного положительного заряда на перекисной связи в молекуле ПБ и неподеленной электронной пары

в молекуле пиридина. Это значит, что эффект такого комплексообразования может играть заметную роль при реакции с перекисью бензоила аминов, обладающих слабыми основными свойствами (конкуренция пиридина с аминами при комплексообразовании с ПБ).

Схематически влияние пиридина на эффективную константу скорости и изучаемых реакций с учетом возможности образования комплекса между пиридином и перекисью можно представить следующим образом:



$$W = \kappa[A]_0[P]_{\text{рав}} + \kappa_p K_p [A]_0 [P]_{\text{рав}} [\text{Pyр}]$$

$$I = \eta W = I_0 e^{-\kappa_{\text{эфф}} [A]_0 \cdot t}$$

$$\frac{2,3}{[A]_0 t} \lg \frac{I_0}{I} = \kappa_{\text{эфф}} = \kappa_i + \kappa_p K_p [\text{Pyр}]$$

$$\kappa_{\text{эфф}} = \kappa_i + \kappa_p K_p [\text{Pyр}]$$

Последнее уравнение выражает экспериментально найденную прямолинейную зависимость эффективной константы скорости реакции от концентрации пиридина (рис. 2.).

Ереванский государственный университет

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ քիմիկոս-անդամ Հ. Հ. ՉԱԼԹԻԿՅԱՆ, Ս. Ա. ՀԱԿՈԹՅԱՆ
Ն. Մ. ԲԵՅԼԵՐՅԱՆ, Ռ. Հ. ՉԱԼԹԻԿՅԱՆ

Բենզոիլպերօքսիդով ամինոսպիրտների օքսիդացման կինետիկայի և մեխանիզմի վրա բենզոյական քրվի և պիրիդինի՝ որպես հիմքի ազդեցության ուսումնասիրությունը ֆեմիլյումինեցենցիայի եղանակով

Յուշց է տրված, որ գոյություն ունի ուղղագծային կախում բենզոիլպերօքսիդով ամինոսպիրտների օքսիդացման արագության հաստատունների և բենզոյական թթվի և պիրիդինի կոնցենտրացիաների միջև: Ենթադրվում է, որ թթուն քանդում է ջրածնական կապերը ամինոսպիրտների ներ- և միջմոլեկուլյար ասոցիատներում և ազոտի էլեկտրոնային շերտը ազատում է կրանայումից: Պիրիդինը բենզոիլպերօքսիդի հետ առաջացնում է կոմպլեքս, որը ամինոսպիրտների հետ ռեակցիայում է ավելի մեծ արագության հաստատունով քան բենզոիլպերօքսիդի մոլեկուլը:

- ¹ О. А. Чалтыкян, Е. Н. Атанасян, Н. М. Бейлерян, Г. А. Мармарян, Журн. физ. хим., т. 33, 36 (1956).
- ² Н. М. Бейлерян, О. А. Чалтыкян, С. А. Акопян, Ученые зап. ЕГУ, № 3, 102 (1968).
- ³ М. Г. Геворкян, Н. М. Бейлерян, О. А. Чалтыкян, Учебные зап. ЕГУ, № 2, 54 (1969).
- ⁴ Н. М. Бейлерян, Ф. О. Карапетян, О. А. Чалтыкян ДАН Арм. ССР, т. 43, № 3, 143 (1966).
- ⁵ Н. М. Бейлерян, Ф. О. Карапетян, О. А. Чалтыкян, Арм. хим. журн., т. 19, 828 (1966).
- ⁶ Н. М. Бейлерян, Ф. О. Карапетян, О. А. Чалтыкян, ДАН Арм. ССР, т. 43, № 2, 108 (1966).
- ⁷ Н. М. Бейлерян, С. А. Акопян, Ф. О. Карапетян, Ш. А. Маргарян, О. А. Чалтыкян, Ученые зап. ЕГУ, № 3 195 (1968).
- ⁸ О. А. Чалтыкян, Н. М. Бейлерян, «Известия АН Арм. ССР», естеств. науки, т. 13, 387 (1960).
- ⁹ О. А. Чалтыкян, Н. М. Бейлерян, «Известия АН Арм. ССР», естеств. науки, т. 14, 7 (1961).
- ¹⁰ Н. М. Бейлерян, Р. П. Меликсетян, О. А. Чалтыкян, Ученые зап. ЕГУ, № 1, 92 (1969).
- ¹¹ О. А. Чалтыкян, Н. М. Бейлерян, Т. Т. Гукасян, К. А. Касакян, ДАН Арм. ССР, т. 45, № 2, 67 (1967).
- ¹² Н. М. Бейлерян, Т. Т. Гукасян, С. А. Акопян, О. А. Чалтыкян, ДАН Арм. ССР, т. 45, № 5, 210 (1967).
- ¹³ М. Зайцева, С. Вогатков, Е. Черкасова, Журн. общ. хим., т. 31, 3353, 3360 и 3366 (1960).
- ¹⁴ T. Zeguers, Huyskens, L. Lamberts, P. Huyskens, J. de Chimie physique, № 6, 521 (1962).

УДК 622.7:519.28

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

В. И. Луцевко

Характеристика степени неоднородности смесей по изменчивости
 одного признака

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. С. Мкртчяном 26 XI 1971)

Целью работы является определение двух предельных состояний смесей — однородного и совершенно неоднородного, а также характеристика степени неоднородности промежуточных состояний по изменчивости одного исследуемого признака.

Особенность применяемого с этой целью метода состоит в том, что вопрос о степени неоднородности смесей рассматривается с позиции разделительного процесса. В качестве модели принята такая смесь, в которой изучается одно свойство, или один признак. Примером может служить механическая смесь двух компонентов: один из них является полезным компонентом, в количестве P , другой — дополняющим остатком в количестве N . Изучаемым признаком является содержание полезного компонента в различных частях смеси (в частности, в пробах, взятых из смеси). Среднее содержание полезного компонента в смеси выражается в долях единицы $\frac{P}{P+N} = 1$. Таким образом, область существования смесей ограничена замкнутым отрезком $[0,1]$.

Исходя из постулируемой общности характеристик разделительного процесса и состояния неоднородности объекта, для оценки степени неоднородности смеси по изменчивости исследуемого признака нами принят набор показателей, используемых обычно для оценки разделительного процесса (¹). Пусть Q есть полный запас смеси, состоящий из P и N , P есть полный запас полезного компонента в Q , ΔQ_k есть выделенная любым образом из Q k -тая часть смеси и ΔP_k есть запас полезного компонента в k -той части. Эти показатели являются натуральными весовыми количествами.

Результат выделения k -той части из полного запаса смеси может быть охарактеризован относительными количествами:

$\frac{\Delta Q_k}{Q} = \gamma_k$ — доля k -той части смеси в полном запаса смеси, т. е. вы-

ход k -той части; по Матерону-весовая функция (²);

$\frac{\Delta F_k}{\Delta Q_k} = \beta_k$ — содержание полезного компонента в k -той части; смеси по Матерону — пространственная переменная;

$\frac{\Delta P_k}{P} = z_k$ доля k -той части полезного компонента в полном его запасе, т. е. извлечение полезного компонента в k -тую часть. Этот показатель не имеет аналога в математической статистике.

Запишем уравнение связи между указанными показателями:

$$z_k = \frac{\Delta P_k}{P} = \frac{\beta_k \Delta Q_k}{P} = \frac{\beta_k \Delta Q_k}{zQ} = \frac{\beta_k}{z} \gamma_k. \quad (1)$$

Приведенные показатели сформулированы в детерминированном аспекте. Однако, вероятностный характер неоднородности диктует необходимость рассмотрения этих же показателей в вероятностном аспекте. Действительно, результаты смешивания двух компонентов, или в обратной задаче — результаты разделения смеси на исходные компоненты подвержены колебаниям и в общем случае не могут быть заданы аналитически — они получаются опытным путем.

Поскольку в принятой модели исследуется изменчивость содержания полезного компонента в различных частях смеси, то в вероятностном аспекте случайной переменной величиной будет служить содержание полезного компонента, которое в общем случае может принимать значения из замкнутого отрезка $[0,1]$. Тогда показатели γ и z приобретают смысл вероятностей. При этом плотность γ -вероятностей $\gamma(\beta)$ выражает распределение запаса-смеси по β , а плотность z -вероятностей $z(\beta)$ выражает распределение запаса полезного компонента по β . Уравнение связи в отличие от (1) запишем в следующем виде:

$$z(\beta) = \frac{\beta}{\gamma_1} \gamma(\beta), \quad (2)$$

где γ_1 есть математическое ожидание γ — распределения случайной переменной величины β , которое по определению есть начальный момент первого порядка (²)

$$M_1(\beta) = \int_0^1 \beta \gamma(\beta) d\beta = \gamma_1. \quad (3)$$

По физическому смыслу γ_1 выражает среднее содержание полезного компонента в полном запасе смеси $\frac{P}{Q} = z$.

Математическое ожидание z — распределения случайной переменной величины β будет

$$M_z(\beta) = \int_0^1 \beta z(\beta) d\beta = \frac{1}{\gamma_1} \int_0^1 \beta^2 \gamma(\beta) d\beta = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}, \quad (4)$$

где ν_2 есть начальный момент второго порядка γ — распределения случайной переменной величины β .

Для $\gamma(\beta)$ и $z(\beta)$ принята нормировка

$$\int_0^1 \gamma(\beta) d\beta = \int_0^1 z(\beta) d\beta = 1. \quad (5)$$

Наличие указанного набора детерминированных и вероятностных показателей позволяет дать определение: I — нижнего предела неоднородности (т. е. однородного состояния смеси), II — верхнего предела неоднородности (т. е. совершенно неоднородного состояния смеси) и III — промежуточного между ними неоднородного состояния смеси

I. Смесь однородна, если значение β -признака в каждой ее части равно среднему значению этого признака в полном запасе смеси

$$\beta_k = \bar{\beta} \text{ в каждом } k. \quad (6)$$

Отсюда следует

$$\frac{\Delta P_k}{\Delta Q_k} = \frac{P}{Q},$$

откуда

$$z_k = \frac{\Delta P_k}{P} = \frac{\Delta Q_k}{Q} = \gamma_k,$$

т. е. в однородной смеси детерминированные показатели z и γ тождественно равны

$$z_k = \gamma_k,$$

откуда

$$z_k - \gamma_k = 0.$$

(7)

По физическому смыслу это отвечает идеальному смешиванию исходных компонентов.

В вероятностном аспекте это означает, что случайная переменная величина β не имеет флуктуаций вокруг ее среднего значения и, следовательно, дисперсия ее равна нулю.

$$D_\gamma(\beta) = \nu_2 - \nu_1^2 = 0,$$

откуда

$$\nu_2 = \nu_1^2. \quad (8)$$

С точки зрения непрерывного изменения случайной переменной величины β этот случай означает, что плотности γ и z — вероятностей вырождаются в δ -функцию в точке $\beta = \nu_1$.

II. По физическому смыслу, предельная неоднородность смеси означает полное разделение ее на исходные компоненты, когда смесь вырождается в однородное состояние каждого компонента в отдельности.

Полное разделение означает в детерминированном аспекте, что полезный компонент выделен из смеси в чистом виде и без потерь, т. е. β — критическое = 1 и $\bar{\beta}$ — критическое = 1.

Тогда из (1) следует

$$\gamma_{\beta p} = \gamma_1 \text{ при } \beta_{\beta p} = 1 \text{ и } \gamma_{\beta p} = 1. \quad (9)$$

Следовательно, предельная неоднородность смеси характеризуется предельной разностью показателей

$$\gamma_{\beta p} - \gamma_{\beta p} = 1 - \gamma_1. \quad (10)$$

Таким образом, каждая смесь имеет свой собственный верхний предел неоднородности, в зависимости от среднего значения β -признака.

Вероятностный вид этого предела не очевиден и требует особого рассмотрения.

III. Смесь неоднородна, если существует хотя бы одна ее часть, значение β -признака в которой не равно ее среднему значению в полной запасе смеси

$$\beta_1 \neq \bar{\beta}. \quad (11)$$

В вероятностном аспекте это означает, что случайная переменная величина β имеет отклонение от своего среднего значения и, следовательно, дисперсия ее больше нуля

$$D_{\beta}(\beta) = \sigma_{\beta}^2 - \sigma_{\beta}^2 > 0.$$

В общем случае

$$\sigma_{\beta}^2 - \sigma_{\beta}^2 > 0,$$

откуда

$$\sigma_{\beta}^2 > \sigma_{\beta}^2$$

или

$$\frac{\sigma_{\beta}^2}{\sigma_{\beta}^2} > 1. \quad (12)$$

Из (12), (3) и (4) следует

$$M_{\beta}(\beta) > M_{\beta}(\beta) \text{ при } 0 < \beta < 1. \quad (13)$$

Из (2) следует

$$\beta(\beta) = \gamma(\beta) \text{ в точке } \beta = \gamma_1 \quad (14)$$

причем, по физическому смыслу

$$\beta(\beta) = 0 \text{ в точке } \beta = 0. \quad (15)$$

Из (13) следует, что в случае неоднородной смеси графики плотностей β - и γ -распределений не совмещаются. Очевидно, их несовместимость при данном γ_1 , тем больше, чем больше степень неоднородности смеси по изменчивости β -признака, так как указанная несовместимость является следствием неравенства

$$\beta(\beta) \neq \gamma(\beta) \text{ для всех } \beta \neq \gamma_1. \quad (16)$$

Целесообразность рассмотренной трактовки подтверждается тем, что на этой основе может быть предложен критерий степени неоднородности смеси следующего вида

$$v^2 = \frac{M_2(\beta) - M_1(\beta)^2}{M_1(\beta)} = \frac{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2}{\bar{x}} = \frac{D_1(\beta)}{[M_1(\beta)]^2} = \frac{\sum x_i^2}{\bar{x}^2} - 1. \quad (17)$$

По структуре v^2 -критерий соответствует применяемому в статистике коэффициенту вариации, который используется в качестве формальной оценки изменчивости признака (⁴)

$$v = \frac{s}{\bar{x}}.$$

Наша трактовка степени неоднородности смеси позволила показать физический смысл v^2 -критерия, как нормированной разности математических ожиданий 1- и 2-плотностей распределения случайной переменной величины β . Геометрически v^2 -критерий выражается отрезком $\left| \bar{x}_1 - \frac{\sum x_i^2}{\bar{x}} \right|$, откладываемым на числовом отрезке $[0,1]$ и измеряемым в единицах $\bar{x}_1$.

Предельная величина пробы (существенно влияющая на степень неоднородности) или предельное количество частей, на которое разбивается смесь, определяется исходя из требований исследования. Применительно к геологическим объектам Д. А. Родионовым разработана в последнее время совокупность статистических методов для разграничения объекта на части по комплексу признаков (⁵). Теория, охватывающая проблему оценки среднего значения признака в геологическом объекте, разработана Ж. Матероном (⁶). Рассматриваемая в цитируемых работах „статистическая однородность“ объекта означает с нашей позиции, что определенные совокупности частей данного объекта имеют одинаковую степень неоднородности, т. е. равные значения v^2 -критерия.

Армянский научно-исследовательский и проектный
институт цветной металлургии

Վ. Ի. ԼՈՐԵՆՏԻԱՆ

Խառնուրդների անհամասեռության աստիճանի բնութագրումը մեկ
հատկանիշի վաճառքային գնալուով

Ծիլեկով բաժանման պրոցեսի բնութագրման (պատճառ) է խառնուրդի համասեռության վիճակի (հետեւանք) ընդհանրությունը, առաջարկվում է խառնուրդի համասեռության աստիճանի որոշման նոր մեթոդում:

Սրա էությունը կայանում է, չէ՞ր բնութագրերի համագրման միեւնոյն փոփոխական մեծության (β-հատկանիշ) հավանականությունների բաշխման մեջ, որտեղ γ-ն դա β հատկանիշի ետխնական գրգռած հավանականություն

բաշխումն է. իսկ $\varepsilon = \frac{\beta}{\gamma_1}$ ձիւնույն երեւոյթի հազանականութիւնների բաշխումն է՝ ածանցված γ -ից:

Խառնուրդների անհամասեռության աստիճանի չափանիշն որոշվում է որպէս մաթեմատիկական սպասումների՝ μ և γ բաշխումների նորմալորված տարրերութիւն:

$$v^2 = \frac{M_2(\beta) - M_1(\beta)}{M_1(\beta)} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} - 1$$

որտեղ՝ γ_1 և γ_2 -ը պատահական փոփոխական β մեծության առաջին և երկրորդ կարգի սկզբնական մոմենտներ են:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԴԱՆԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Л. А. Борский, И. Н. Плаксин, Критерии оптимизации разделительных процессов, Изд. «Наука», М., 1967. ² Ж. Матерон, Основы прикладной геостатистики, Изд. «Мир», М., 1968. ³ Б. В. Гнеденко, Курс теории вероятностей Изд. «Наука», М., 1969. ⁴ Р. Л. Миллер, Дж. С. Кан, Статистический анализ в геологических науках, Изд. «Мир», М., 1965. ⁵ Д. А. Родионов, Статистические методы разграничения геологических объектов по комплексу признаков, Изд. «Недра», М., 1965.

УДК 620.18:542.3

СТРОИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

З. А. Ацагорцян, Н. Г. Габриэлян

Новые методы исследования пористости сыпучих
материалов

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 22/XI 1971)

Многие сыпучие материалы, преимущественно вулканического происхождения, обладают значительной пористостью. Эта пористость носит двоякий характер — межзерновая пористость (которую называют также пустотностью) и внутризерновая пористость, т. е. пористость отдельных зерен сыпучего материала. Последняя, в свою очередь, делится на открытую пористость и закрытую, состоящую из замкнутых пор.

До последнего времени пористость сыпучих материалов определяли суммарно, пользуясь величинами плотности и объемной насыпной массы материала. Однако этой характеристики совершенно недостаточно для оценки технических свойств сыпучего материала.

Для надлежащей характеристики пористых сыпучих материалов необходимо определение пористости их зерен, что может быть выполнено при наличии методики определения объемной массы зерен. Первая попытка разработки такой методики опубликована ранее (¹).

В настоящее время нами разработаны другие способы, дающие возможность сравнительно легко и с достаточной точностью определять объемную массу зерен любых сыпучих материалов, в том числе и порошкообразных, причем количество испытываемой пробы может быть весьма небольшим. Это имеет важное значение в ряде случаев, как, например, при исследовании грунта луны и других небесных тел. Объемную массу зерен плотных сыпучих материалов обычно определяют путем измерения их удельного объема при погружении в жидкость. Такое определение невозможно для пористых сыпучих материалов, поскольку при этом жидкость проникает в поры зерен. Для установления объема впитанной зернами жидкости необходимо определить объем внезерновой жидкости. Этого можно достигнуть путем ее удаления или косвенного измерения.

В опубликованном ранее методе внезерновую жидкость удаляют путем постепенного подсушивания.

В излагаемых в настоящей статье методах удаление внезерновой жидкости осуществляют путем вытеснения более тяжелой жидкостью или путем смачивания ею сухого материала; косвенное же ее измерение выполняют разбавлением ею солевого раствора определенной концентрации.

Ниже приводим краткое описание разработанных новых методов.

Метод 1 — „Всплывания керосина“. Испытуемый пористый сыпучий материал предварительно насыщают под вакуумом керосином или другой легкой жидкостью, не смешивающейся с водой. Объемную массу зерен определяют пикнометрически. При этом излишек насыщающего пробу керосина при взбалтывании всплывает в пикнометре над водой, в порах же зерен керосин удерживается капиллярными силами. Объемную массу зерен (γ_0) определяют по формуле:

$$\gamma_0 = \frac{g_1}{g_1 + g_2 + g_3 + g_4} \quad (1)$$

где g_1 — масса испытуемой пробы материала,

g_2 — масса воды в объеме пикнометра,

g_3 — масса содержимого пикнометра, включающего пробу материала, насыщенного керосином, воду до метки и всплывший над водой керосин,

g_4 — масса использованного в опыте керосина.

Знаменатель в формуле (1) представляет собой объем пробы материала, хотя он для удобства выражен в массе воды, определяемой взвешиванием.

Пример. Пробу туфового песка с размерами зерен 1,2—0,6 мм насытили керосином под вакуумом с определением количества использованного керосина. Затем насыщенный песок залили водой до метки пикнометра и взвесили содержимое пикнометра, включающее всплывший над водой керосин. Имея также массу воды в объеме использованного пикнометра, вычислили объемную массу зерен туфового песка по формуле (1): $\gamma_0 = 1,65 \text{ г/см}^3$.

Способ оказался нетрудоемким и вполне воспроизводимым.

Метод 2 — „Солевого раствора“. Испытуемый пористый сыпучий материал предварительно насыщают водой под вакуумом, а затем добавляют водный раствор какой-либо соли, быстро перемешивают и определяют изменение концентрации раствора, по которой рассчитывают количество воды, впитанной зернами пробы.

При этом исходят из того, что поглощенная зернами вода удерживается в порах капиллярными силами и не смешивается с солевым раствором, а диффузией соли за короткий срок процедуры можно пренебречь. Это положение проверено нами экспериментально.

Объемную массу зерен (γ_0) вычисляют по формуле:

$$\gamma_0 = \frac{1}{\frac{1}{g_1} \left[g_2 - g_3 \left(\frac{c_1}{c_2} - 1 \right) \right] + \frac{1}{\gamma}}, \quad (2)$$

где g_1 — масса испытуемой пробы материала,
 g_2 — масса прилитой к материалу воды,
 g_3 — масса прилитого солевого раствора,
 c_1 — концентрация исходного раствора,
 c_2 — концентрация разбавленного раствора,
 γ — плотность испытуемого материала.

В формуле (2) выражение в квадратных скобках представляет собой объем пор в пробе материала, хотя для удобства и выражен массой поглощенной пробой воды, определяемой взвешиванием.

Пример. Определили объемную массу того же туфового песка, что и в первом примере. Песок насытили водой под вакуумом с определением количества прилитой воды. Затем добавили определенное количество раствора хлористого натрия известной концентрации и определили концентрацию разбавленного раствора. По этим данным рассчитали объемную массу зерен туфового песка, пользуясь формулой (2): $\gamma_0 = 1,65 \text{ г/см}^3$. Как видно, результат определения совпал с предыдущим.

Метод 3 — „Промокания“. Испытуемый пористый сыпучий материал предварительно насыщают под вакуумом медленноиспаряющейся жидкостью (например, керосином), а внезерновую жидкость удаляют путем смешивания насыщенного материала с сухим сыпучим материалом смежной (более крупной или мелкой) фракции с последующим его отсевом. Объемную массу зерен испытуемого материала (γ_0) определяют по формуле:

$$\gamma_0 = \frac{1}{\frac{k}{g \cdot \gamma_k} + \frac{1}{\gamma}}, \quad (3)$$

где k — масса керосина, впитанного пробой испытуемого материала,
 g — масса испытуемой пробы материала,
 γ_k — плотность керосина,
 γ — плотность испытуемого материала.

Пример. Такой же туфовый песок насытили керосином под вакуумом. Керосин из внезернового пространства удаляли путем смешения насыщенного туфового песка с нормальным вольским песком более мелкой фракции (0,6—0,3 мм). Последний добавляли постепенно до того, пока новая порция нормального песка уже не смачивалась керосином, что хорошо заметно по его цвету. Затем нормальный песок отсеяли от туфового и путем взвешивания определили количество керосина, впитанного зернами туфового песка. Имея плотность туфового песка, а также керосина, примененного в опыте, вычислили объемную массу зерен туфового песка по формуле (3): $\gamma_0 = 1,64 \text{ г/см}^3$. Совпадение хорошее.

Здесь и в предыдущем способе предполагается, что при насыщении материала под вакуумом все поры целиком заполняются жидкостью. Если же материал имеет сколько-нибудь заметное количество замкнутых пор, не заполняемых при насыщении под вакуумом, то необходимо произвести дополнительное пикнометрическое определение объемной массы зерен после их насыщения.

Определив тем или иным способом объемную массу зерен (γ_0) пористого сыпучего материала и зная его плотность (γ), нетрудно вычислить среднюю пористость зерен в % по формуле:

$$p = \left(1 - \frac{\gamma_0}{\gamma} \right) \cdot 100.$$

Замкнутая пористость может быть определена как разность между общей пористостью зерен и объемом поглощенной зернами жидкости:

Научно-исследовательский институт
камня и силикатов Министерства
промышленности строительных материалов СССР

Ջ. Ա. ՀԱՅԱԿՈՐԾՅԱՆ, Ի. Հ. ԴԱՐՐԻՆԷԼՅԱՆ

Սորուն նյութերի ծակոտկենությունը ուսումնասիրման նոր մեթոդներ

Հեղինակները մշակել են ծակոտկեն սորուն նյութերի հատիկների ծավալային պանզվածի որոշման երեք նոր մեթոդներ, որոնք հնարավորություն են տալիս հաշվարկել նրանց ներհատիկային ծակոտկենությունը, ինչպես և միջհատիկային դատարկամիջությունը: Մեթոդները հիմնված են հետևյալ սկզբունքների վրա. ա) նավթով հագեցված նյութից նավթի ավելցուկի արտազատում՝ ջրի երեսին բարձրանալու հետևանքով. բ) ջրով հագեցած նյութի վրա լցվող աղային լուծույթի թանձրության փոփոխության գրանցում. գ) հեղուկով հագեցած նյութի խառնում ավելի խոշորահատիկ կամ ավելի մանրահատիկ չոր նյութի հետ, որը հետո անջատվում է մաղելու միջոցով:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

3. А. Ацагорцян, ДАН Арм. ССР, т. XLVIII, № 3, (1969).

УДК 576.809.51:663.2

МИКРОБИОЛОГИЯ

Б. П. Авакян

Электронно-микроскопическое исследование микроорганизмов
вин, обработанных электрофизическим способом

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. К. Пахсяном 9 X 1971)

Нами был предложен способ стерилизации вина (¹) в установке с применением ультрафиолетовых лучей и ультразвуковых волн.

Подробные исследования стерилизованного вина с помощью специальных микроскопов свидетельствуют о больших морфолого-физиологических изменениях микробных клеток. Степень угнетения микроорганизмов регулировалась дозами радиации и вибрации.

Обработка микроорганизмов физическими агентами приводит к заметным цитоморфологическим изменениям клеток (²). С помощью фазово-контрастного микроскопа определено, что в обработанных физическими агентами клетках, цитоплазма становится зернистой, наблюдается образование вакуолей. На клеточной стенке обнаруживаются выросты, трещины.

Использование люминисцентного микроскопа (МЛ-2) дало возможность установить, что цитоплазма, обработанных физическими агентами клеток, люминисцировала зеленым, в них отчетливо выявлялись ядра, правда несколько смещенные к одному из концов клетки.

Обнаруженные морфологические изменения микроорганизмов в ряде случаев внешне были трудно различимы, так как образующиеся на клетке незаметные повреждения находятся за пределами разрешающей способности светового микроскопа, и естественно, мелкие детали нарушения оболочки клеточной стенки в некоторых случаях вообще ускользают от наблюдения. Для установления полной картины изменений нами проведены исследования изменений клетки электронным микроскопом (Чешский настольный электронный микроскоп типа BS-242—Д). В результате сопоставительных изучений микроорганизмов, обработанных в камере воздействия методом холодной стерилизации и их исходных форм, установлено, что дрожжи *Saccharomyces vini* (штамм Агавиатун 2), подвергнутые обработке в камере воздействия сильно изменяются (рис. 1). Во многих участках оболочка у них повреждалась и наблюдался выход содержимого клетки. На обо-

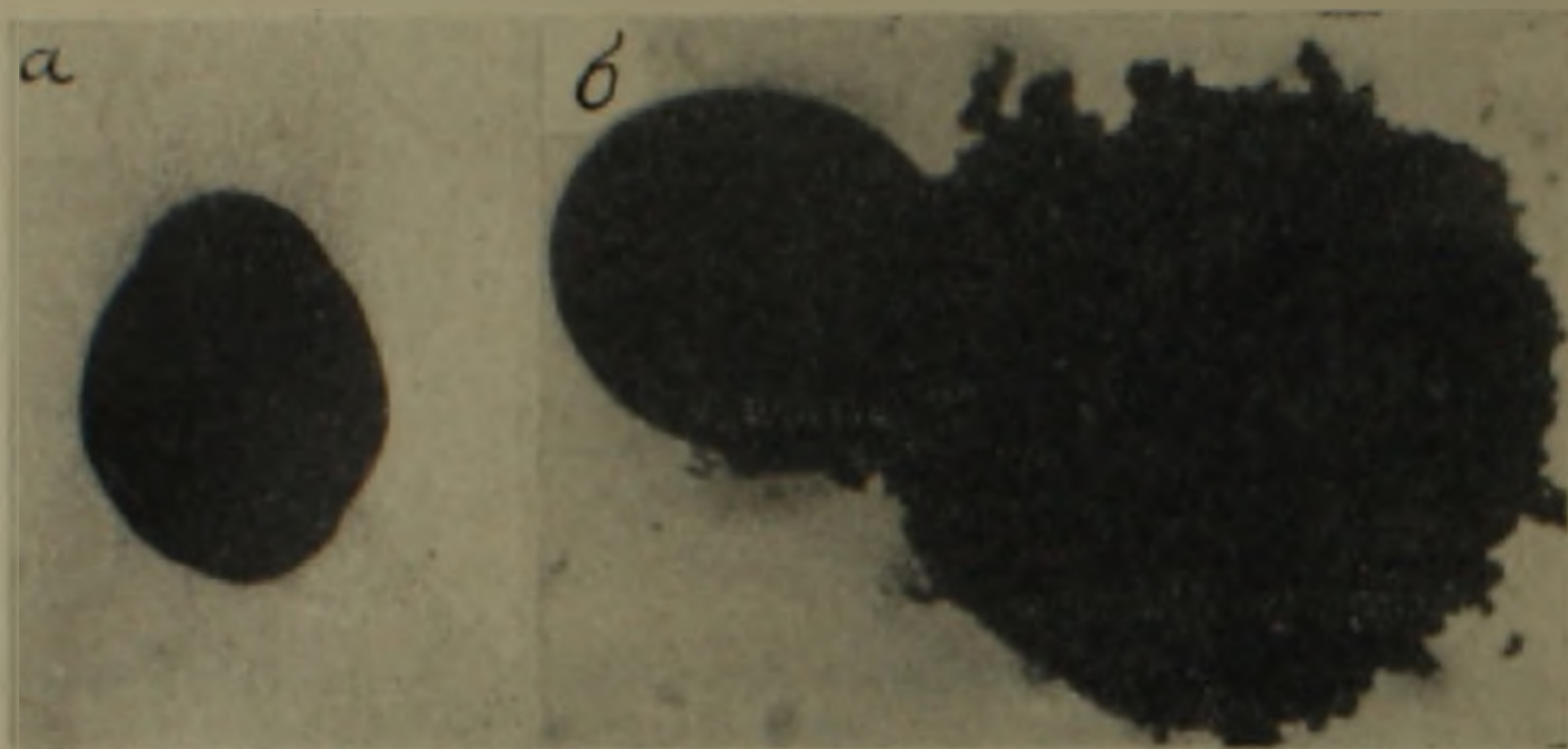


Рис. 1 Электронная микроскопия дрожжей *Sacch. vini* (штамм Агапатун 2). а—контроль (Ув. 12,8 тыс. $\times$); б—после воздействия физическими агентами (Ув. 15 тыс. $\times$)

лочке отдельных участков клетки видна сильная комковатость. Некоторые клетки увеличивались в размере. Исходная культура этих дрожжей была округлой формы с ровными краями и неповрежденной оболочкой. У зернистых дрожжей *Saccharomyces vini* (штамм 7), обработанных в камере воздействия, клеточная стенка на различных участках частично разрушена, просматривается сжатие протоплазмы. На поверхности культуры наблюдается скопление комков плотного вещества. Обработанная в камере воздействия культура диких дрожжей *Hanseniaspora arisulata*, по сравнению с другими видами дрожжей, сильно изменяет форму и размер. Изучения показывают, что этот вид воздействия приводит к уменьшению плотности клеток, наступающему в результате ее лизиса. Исследования диких дрожжей *Saccharomycodes ludwigii* показали, что исходная культура (рис. 2), лимбовидной формы с плотной протоплазмой и неповрежденной оболочкой. После обработки дрожжи сильно разбухали. В клетках наблюдалось уплотнение протоплазмы, а оболочка становилась волнистой с шероховатостями.

Наблюдаемые изменения различных родов и видов дрожжей, по-видимому можно отнести к различной устойчивости клеток к этому виду воздействия.

Изучение исходных и обработанных уксуснокислых и молочнокислых бактерий показало, что уксуснокислые бактерии после обработки сильно удлиняются. Оболочка у них принимает волнистую форму с отдельными выростами и углублениями на клеточной стенке, что не характерно для контрольной культуры.

В случае анализа полученных данных по молочнокислым бактериям установлено, что исходная культура характеризуется гладкой поверхностью, оболочка у нее без повреждений. Обработанные бакте-

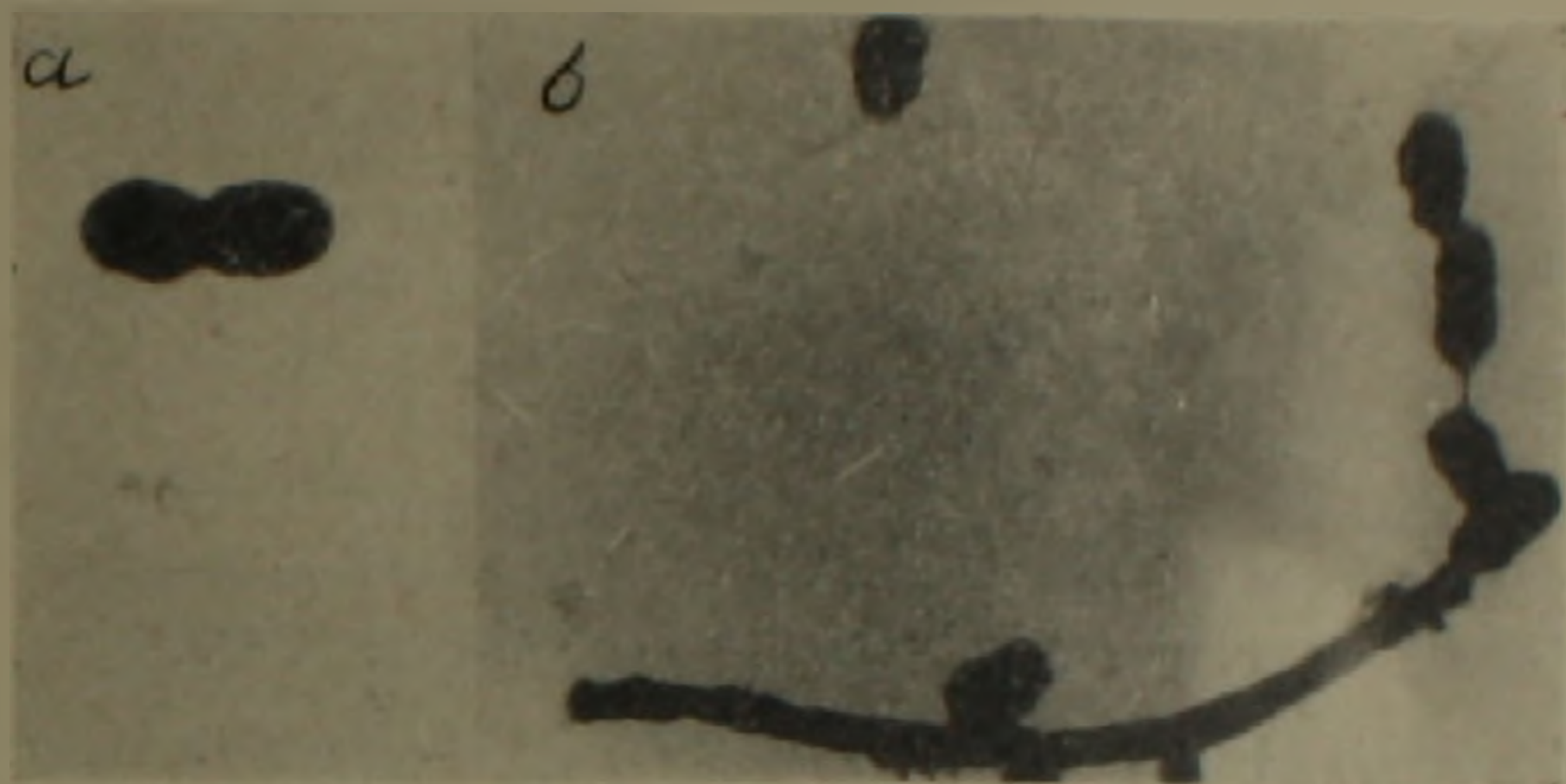


Рис. 2 Электронная микроскопия дрожжей *Saccharomyces ludwigii* (штамм 211)
Ув. 15 тыс. х.
а — контроль, б — после обработки физическими агентами



Рис. 3 Электронная микроскопия уксуснокислых бактерий (*A. aceti* штамм 3)
а — контроль. Ув. 15 тыс. х.; б — после обработки физическими агентами Ув. 12,8 тыс. х.

рии подверглись существенным изменениям: размер клеток увеличился, клеточная стенка сильно повредилась.

Таким образом, электронно-микроскопическое исследование микробных клеток, обработанных в камере воздействия одновременно ультрафиолетовыми лучами и ультразвуковыми волнами, показало, что при стерилизации вина холодным способом в потоке наступают глубокие морфологические изменения микробных клеток. При этом установлена реакция микроорганизмов к агентам воздействия и выявлена специфика наступающих повреждений структуры клетки.

Зарегистрировано повреждение клеточной стенки, сжатие протоплазмы клетки и образование комковатости на оболочке клеток, приводящие к нарушению функциональных систем микроорганизмов.

участвующих в процессах обмена веществ, и что тем самым приводит к гибели микробных клеток.

Армянский институт
виноградарства,
виноделия и плодоводства

Р. 9. 11419311

Էլեկտրաֆիզիկական Եղանակով մշակված գինու միկրօբզանիզմների
ուսումնասիրությունները էլեկտրոնային մանրադիտակի օգնությամբ

Ընդ որում, կատարված ուսումնասիրություններն ցույց են տվել, որ գինին էլեկտրաֆիզիկական մշակման ենթարկելուց հետո, նրանում պարունակվող միկրոօրգանիզմների թաղանթի վրա առաջանում են մանր ճեղքվածքներ, որոնք հասարակ մանրադիտակով անտեսանելի չեն: Լկյո իսկ պատճառով վերահիշյալ մշակումից հետո միկրոօրգանիզմների հետ ունեցած փոփոխությունների հետազոտումը կատարել ենք էլեկտրոնային մանրադիտակով:

Պարզվել է, էլեկտրաֆիզիկական մշակումը դինու ըջիջներում առաջ է բերում մորֆոլոգիական որոշակի փոփոխություններ. ըջջի թաղանթի վրա առաջանում են մանր ճեղքվածքներ, որտեղից տեղի է ունենում պրոտոպլազմայի ելք, իսկ ըջջի որոշ մասերում նկատվում է նաև, որ տեսադաշտում ըջիջները ձևափոխված են, իսկ նրանց չափսերը համեմատաբար ավելացել են:

Հետադոտությունները ցույց են տվել, որ ստուգելու՝ պարունակվող շաքարասնկերը (*S. vini*) գնդաձև են, չվնասված թաղանթով:

Շաքարասնկերի մյուս տեսակի (*S. ludwigii*) րջիջներում տեղի ունեցած փոփոխությունները ավելի արտահայտված են:

Հառագայթման և տառաւնումների ազդեցութիւնների տակ բացախաթթվա-
յին բակտերիաները դարձել են զիզդազաձև, իսկ բակտերիալ բջիջները
նկատելի չափով մեծացել են և նրանց վրա նկատվում են ելուստները

Այսպիսով կարելի է եզրակացնել, որ դինին սառը աժլացման ենթարկելու զեպքում միկրոօրգանիզմները կրում են մորֆոլոգիական խորր փոփոխությունները. նրանց բջիջը փոխում է նախնական ձևը, պրոտոպլազման սեղմվում է իսկ թաղանթի զգալի մասերում առաջանում են ճեղքվածքներ:

Ստացված տվյալները վկայում են այն մասին, որ գինին էլեկտրաֆիզիկա-
կան մշակման ենթարկելու դեպքում պարունակվող միկրոօրգանիզմների
բջջիների ֆունկցիոնալ հատկությունները խիստ փոփոխվում են, որը նպաս-
տում է նրանց մահացմանը:

ЛИТЕРАТУРА — ЦИФРОВЫЙ ОБЪЕКТ

Б. П. Авакян, ДАН Армении, т. XVII, № 2, (1968). * Б. П. Авакян, Прикладная биохимия и микробиология, т. V, вып. 5 601—606, (1969). * Б. П. Авакян, М. П. Мала-
тьян, Биологический журнал Армении, т. XXII, № 6, 38—44 (1969).