

ՀԱՍՐ ԳԱ
Տեղեկագիր

Ֆ Ի Չ Ի Կ Ա
ФИЗИКА

1979

ԽՄԲԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈՒՆԳՐԱ

Ս. Ց. Ամատունի, Վ. Մ. Հարությունյան (պատասխանատու խմբագրի տեղակալ), Գ. Մ. Ղարիբյան (պատասխանատու խմբագիր), Է. Գ. Միրզաբեկյան, Մ. Ն. Մովսիսյան, Յու. Գ. Շահնազարյան (պատասխանատու թարգմանիչ), Է. Գ. Շարոյան, Գ. Ս. Սահակյան, Հ. Հ. Վարդապետյան

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

А. Ц. Амагюни, В. М. Арутюнян (заместитель ответственного редактора), Г. А. Вартапетян, Г. М. Гарибян (ответственный редактор), Э. Г. Мирзабекян, М. Е. Мовсисян, Г. С. Саакян, Э. Г. Шароян, Ю. Г. Шахназарян (ответственный секретарь)

Խմբագրության հասցեն՝ 375019, Երևան 19, Բարեկամության, 24 գ, հեռ. 56-08-31

Адрес редакции: 375019, Ереван-19, Барикамутян, 24 г., тел. 56—08—31

О ПЕРЕХОДНОМ ИЗЛУЧЕНИИ В ВОЛНОВОДЕ С ПОПЕРЕЧНЫМ НЕОДНОРОДНЫМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЗАПОЛНЕНИЕМ

К. А. БАРСУКОВ, Э. А. БЕГЛОЯН

Предложен метод решения задач об излучении заряда в волноводе с неоднородным диэлектрическим заполнением по поперечному сечению, в котором нет необходимости построения ортонормированных собственных функций поперечного сечения. Метод развит на примере переходного излучения, возникающего при пересечении токовой нити двухслойного плоского волновода перпендикулярно его оси. Найдены и исследованы выражения для полей и энергии излучения.

Теория переходного излучения источников, движущихся перпендикулярно к оси волновода с однородным диэлектрическим заполнением, детально исследована в работе [1]. Интенсивность переходного излучения при этом оказывается невысокой. Как и в случае аксиального пролета источника [2], интенсивность переходного излучения можно увеличить путем увеличения числа границ, пересекаемых источником. Точное решение подобных задач обладает рядом специфических особенностей, связанных с построением ортонормированных собственных функций поперечного сечения волновода. Собственные функции частично заполненных волноводов не всегда оказываются ортогональными и обобщение известных методов решения задач об излучении заряда в волноводе с однородным поперечным сечением невозможно.

В настоящей работе предлагается метод решения таких задач, который позволяет получить выражения для полей и энергии излучения без построения ортонормированной системы собственных функций.

Рассмотрим плоский волновод, ограниченный двумя идеально проводящими пластинами $y = 0$ и $y = b$ и заполненный кусочно-однородной диэлектрической средой с $\epsilon = \epsilon_1$ при $0 < y < y_0$ и $\epsilon = \epsilon_2$ при $y_0 < y < b$. Пусть по оси Oy со скоростью $v = \text{const}$ движется бесконечная токовая нить. Поскольку нить имеет H_x , H_y и E_z -составляющие полей, в волноводе возбуждаются TE -волны. Для решения поставленной задачи в качестве потенциала используем $E_{z, \omega}$ -составляющую электрического поля, удовлетворяющую уравнению

$$\frac{\partial^2 E_{z, \omega}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{z, \omega}}{\partial y^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon E_{z, \omega} = -\frac{2ij_0 \omega}{c^2 v} \delta(x) e^{-i \frac{\omega}{v} y}, \quad (1)$$

где j_0 — ток нити.

Разложим $E_{z, \omega}$ и $\delta(x)$ в интегралы Фурье по координате x :

$$E_{z, \omega} = \int_{-\infty}^{+\infty} C(x, y) e^{ix} dx, \quad \delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ix} dx. \quad (2)$$

Функция $C(x, y)$ определяется из уравнения, получающегося при подстановке (2) в (1):

$$\frac{\partial^2 C(x, y)}{\partial y^2} + h^2 C(x, y) = -\frac{ij_0 \omega}{\pi c^2 v} e^{-i \frac{\omega}{v} y}, \quad (3)$$

где

$$h^2 = \begin{cases} \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 - x^2 & \text{для } 0 < y < y_0 \\ \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 - x^2 & \text{для } y_0 < y < b. \end{cases}$$

Полное решение (3) есть сумма частного решения неоднородного уравнения

$$C^0(x, y) = -\frac{ij_0 \omega}{\pi c^2 v} \cdot \frac{e^{-i \frac{\omega}{v} y}}{h^2 - \frac{\omega^2}{v^2}} \quad (4)$$

и решения однородного уравнения, которое ищем в виде стоячих волн в каждом слое диэлектрика:

$$C'(x, y) = \begin{cases} Ae^{ih_1 y} + Be^{-ih_1 y} & \text{для } 0 < y < y_0 \\ Ce^{ih_2 y} + De^{-ih_2 y} & \text{для } y_0 < y < b. \end{cases} \quad (5)$$

Условие непрерывности полей на границе раздела диэлектрических сред и обращение их в нуль на стенках волновода приводят к следующей системе уравнений для определения неизвестных коэффициентов:

$$C(x, y_0 - 0) = C(x, y_0 + 0), \quad (6)$$

$$\frac{\partial C(x, y_0 - 0)}{\partial y} = \frac{\partial C(x, y_0 + 0)}{\partial y}, \quad C(x, y) \Big|_{y=0}^{y=b} = 0.$$

Разрешая эту систему относительно неизвестных A, B, C и D , после несложных вычислений для $C(x, y)$ получаем

$$C(x, y) = \begin{cases} C_1(x, y) & \text{для } 0 < y < y_0 \\ C_2(x, y) & \text{для } y_0 < y < b, \end{cases} \quad (7)$$

$$C_1(x, y) = K(x, y) + [(R'(x, y_0) - F'(x, y_0)) \sin h_2(b - y_0) - (R(x, y_0) - F(x, y_0)) h_2 \cos h_2(b - y_0)] \frac{\sin h_1 y}{\Delta},$$

$$C_2(x, y) = F(x, y) + [(R(x, y) - F(x, y)) h_1 \cos h_1 y_0 + (R'(x, y_0) - F'(x, y_0)) \sin h_1 y_0] \frac{\sin h_2(y - b)}{\Delta},$$

где

$$\Delta = h_1 \sin h_2(b - y_0) \cos h_1 y_0 + h_2 \cos h_2(b - y_0) \sin h_1 y_0.$$

$$R(x, y) = -\frac{2j_0 \omega}{\pi c^2 v} \frac{\sin\left(\frac{\omega}{v} - h_1\right) \frac{y}{2}}{h_1^2 - \frac{\omega^2}{v^2}} e^{-l\left(\frac{\omega}{v} + h_1\right) \frac{y}{2}},$$

$$F(x, y) = -\frac{2j_0 \omega}{\pi c^2 v} \frac{\sin\left(\frac{\omega}{v} - h_2\right) \frac{y-b}{2}}{h_2^2 - \frac{\omega^2}{v^2}} e^{-l\left(\frac{\omega}{v} + h_2\right) \frac{y-b}{2}} e^{-l \frac{\omega}{v} b}.$$

Как обычно, в задачах об излучении функция $C(x, y)$ обладает особенностями типа простых полюсов в точках, где $\Delta=0$. Первый интеграл в (2), для которого функция $C(x, y)$ является подынтегральной, оказывается недоопределенным. Доопределение такого рода интегралов производится с помощью условий излучения через требование отвода энергии излучения от источника, что приводит к выбору обхода полюсов для интегралов (2),

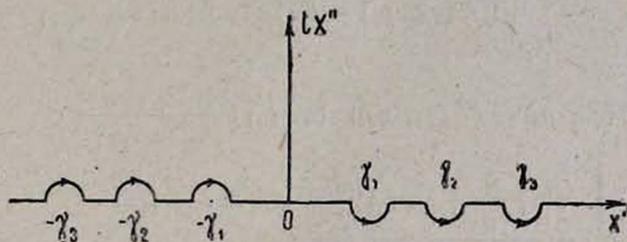


Рис. 1. Контур интегрирования в комплексной плоскости x для интегралов в (2). изображенному на рис. 1. Значения γ_n определяются из уравнения (см. также [1])

$$\frac{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 - \gamma_n^2}}{\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 - \gamma_n^2}} \operatorname{tg}\left((b-y_0) \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 - \gamma_n^2}\right) + \operatorname{tg}\left(y_0 \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 - \gamma_n^2}\right) = 0. \quad (8)$$

Таким образом, интеграл в (2) с помощью леммы Жордана может быть сведен к сумме вычетов в точках $\gamma_{n, l}$ и интегралам по разрезам функций $h_1(x) = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 - x^2}$ и $h_2(x) = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 - x^2}$. Заметим, что последние не дают вклада в поле излучения, так как они просто описывают ближнюю зону излучателя. Условие $x_n = \gamma_n$ определяет семейство значений постоянной распространения и одновременно моду волноводной волны.

Потери энергии единицы длины нити на переходное излучение определяются выражением

$$\frac{\partial W_n}{\partial z} = \frac{j_0}{v} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^b E_{z, \omega, n} e^{i \frac{\omega}{v} y} dy d\omega. \quad (9)$$

Отметим, что действительное значение интеграла (9) обусловлено лишь значениями $E_{z, \omega, n}$ в точках, являющихся корнями дисперсионного уравнения (8). Интегрирование в (2) по действительной оси x для прозрачного диэлектрика приводит к вещественным значениям $E_{z, \omega, n}$, которые не дают вклада в энергию излучения. С учетом сделанных замечаний для энергии переходного излучения единицы длины нити получаем

$$\frac{\partial W}{\partial z} = \sum_n \frac{\partial W_n}{\partial z} = \sum_n \left(\frac{\partial W_{n,1}}{\partial z} + \frac{\partial W_{n,2}}{\partial z} \right), \quad (10)$$

$$\frac{\partial W_{n,1}}{\partial z} = \frac{j_0}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} [(R'(\gamma_n, y_0) - F'(\gamma_n, y_0)) \sin \lambda_{n,2} (b - y_0) - (R(\gamma_n, y_0) - F(\gamma_n, y_0)) \lambda_{n,2} \cos \lambda_{n,2} (b - y_0)] \frac{T_{n,1} \omega d\omega}{\Delta'(x_n = \gamma_n)},$$

$$\frac{\partial W_{n,2}}{\partial z} = \frac{j_0}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} [(R(\gamma_n, y_0) - F(\gamma_n, y_0)) \lambda_{n,1} \cos \lambda_{n,1} y_0 + (R'(\gamma_n, y_0) - F'(\gamma_n, y_0)) \sin \lambda_{n,1} y_0] \frac{T_{n,2} \omega d\omega}{\Delta'(x_n = \gamma_n)},$$

$$T_{n,1} = i \left[\frac{\sin \left(\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,1} \right) \frac{y_0}{2}}{\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,1}} e^{-l \left(\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,1} \right) \frac{y_0}{2}} - \frac{\sin \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,1} \right) \frac{y_0}{2}}{\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,1}} e^{-l \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,1} \right) \frac{y_0}{2}} \right],$$

$$T_{n,2} = i \left[\frac{\sin \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,2} \right) \frac{b - y_0}{2}}{\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,2}} e^{-l \left(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n,2} \right) \frac{b - y_0}{2}} e^{i \lambda_{n,2} b} - \frac{\sin \left(\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,2} \right) \frac{b - y_0}{2}}{\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,2}} e^{-l \left(\frac{\omega}{v} + \lambda_{n,2} \right) \frac{b - y_0}{2}} e^{-i \lambda_{n,2} b} \right],$$

$$\lambda_{n,1,2} = k_{1,2}(x_n = \gamma_n).$$

Последние формулы по своему содержанию аналогичны соответствующим выражениям работы [1].

Дифференциальный спектр переходного излучения является непрерывной функцией безразмерного параметра $x = \frac{\omega}{v} b$ и степени заполнения

волновода $\delta = y_0/b$ (см. рис. 2). В спектре излучения отсутствуют частоты, удовлетворяющие одновременно условиям

$$\frac{\omega}{v} + \lambda_{n, 1, 2} = \pi s,$$

$$\frac{\omega}{v} - \lambda_{n, 1, 2} = \pi k, \quad s, k = 1, 2, 3, \dots$$

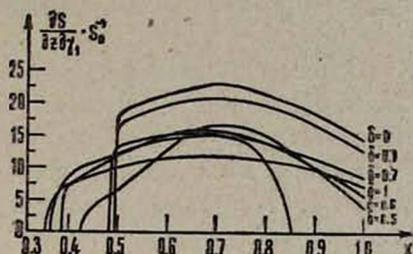


Рис. 2. Дифференциальный спектр энергии переходного излучения на основной моде волны $\frac{\partial S_1}{\partial x \partial \omega}$ в зависимости от $x = \frac{\omega}{c} b$, $\delta = y_0/b$ при $\varepsilon_1 = 2$,

$$\varepsilon_2 = 1, S_0 = \frac{4 j_0^2}{\omega^2 b}.$$

Эти «провалы» в спектре реализуются тогда, когда излучающая нить попадает в узлы стоячей волны как в первом, так и во втором слоях диэлектрика.

Диэлектрическая пластина в поперечном сечении волновода приводит к уменьшению энергии излучения по сравнению со случаем пустого волновода; более того, при $0,3 < \delta < 0,7$ в области частот, для которых возможно появление второй моды волны, энергия излучения на основной моде оказывается меньше, чем в волноводе с однородным диэлектрическим заполнением $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$. Это связано с перераспределением энергии излучения между первой и второй модами. В области частот, близких к критической, спектральная плотность энергии излучения стремится к нулю быстрее, чем на тех же частотах в случае однородного заполнения.

Наличие множителей

$$\frac{\sin\left(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n, 1}\right) \frac{y_0}{2}}{\frac{\omega}{v} - \lambda_{n, 1}}, \quad \frac{\sin\left(\frac{\omega}{v} - \lambda_{n, 2}\right) \frac{b - y_0}{2}}{\frac{\omega}{v} - \lambda_{n, 2}} \quad (11)$$

в подынтегральных выражениях (10) при достаточно больших значениях аргумента приводит к тому, что на фоне спектральной плотности переходного излучения возникают пики на частотах

$$\omega' = v \lambda_{n, 1}, \quad (12a)$$

$$\omega'' = v \lambda_{n, 2}. \quad (12б)$$

Появление этих пиков обусловлено возникновением излучения Вавилова—Черенкова, а выражения (12) описывают спектр этого излучения. Действительно, условие распространения волн с частотами, определяемыми (12), приводит к $\beta^2 \epsilon_1 \geq 1$ и $\beta^2 \epsilon_2 \geq 1$, а соотношения (12) есть не что иное, как равенство скорости нити и фазовой скорости сопутствующей волны:

$$v = \frac{\omega}{\lambda_{n,1}} = v_{\phi,1}, \quad v = \frac{\omega}{\lambda_{n,2}} = v_{\phi,2}$$

где $v_{\phi,1}$ — фазовая скорость волны в I-ой области, $v_{\phi,2}$ — во II-ой области.

Таким образом, возникающая здесь ситуация полностью аналогична физической картине возникновения излучения Вавилова—Черенкова в волноводе с однородным диэлектрическим заполнением по поперечному сечению [1]. Частоты ω' соответствуют излучению в области $0 < y < y_0$, частоты ω'' — в области $y_0 < y < b$. Наибольшая высота первого пика оказывается равной

$$\frac{\partial W_{n,1}}{\partial z \partial \omega} = \frac{j_0^2 \omega}{\pi c^2 v} \frac{y_0^2}{4} [\lambda_{n,2} \cos \lambda_{n,2} (b - y_0) - \sin \lambda_{n,2} (b - y_0)] \frac{1}{\Delta' (x_n = \gamma_n)},$$

а второго —

$$\frac{\partial W_{n,2}}{\partial z \partial \omega} = \frac{j_0^2 \omega}{\pi c^2 v} \frac{(b - y_0)^2}{4} [\lambda_{n,1} \cos \lambda_{n,1} y_0 - \sin \lambda_{n,1} y_0] \frac{1}{\Delta' (x_n = \gamma_n)}. \quad (13)$$

Нижняя граница черенковского спектра при $\epsilon_1 > \epsilon_2$ определяется выражением (12a), а при $\epsilon_1 < \epsilon_2$ — выражением (12б). Отметим, что на первой моде условие возникновения излучения Вавилова—Черенкова не выполняется.

Аналогично вышеизложенному можно рассмотреть возбуждение ТМ-волн в двухслойном волноводе. Это можно осуществить, если токовую нить заменить заряженной нитью, которая имеет H_z -, E_x -, E_y -компоненты полей. Опуская громоздкие математические выкладки, приведем окончательное выражение для энергии переходного излучения единицы длины заряженной нити:

$$\frac{\partial \dot{W}}{\partial z} = \sum_n \left(\frac{\partial \dot{W}_{n,1}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{W}_{n,2}}{\partial z} \right), \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{W}_{n,1}}{\partial z} = & 2\pi c \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\hat{\gamma}_n \hat{T}_{n,1}(\omega)}{\hat{\Delta}_n' (x_n = \hat{\gamma}_n)} \left[(\hat{R}(y_0) - \hat{F}(y_0)) \epsilon_1 \hat{\lambda}_{n,2} \sin \hat{\lambda}_{n,2} (y_0 + b) + \right. \\ & \left. + \left(\epsilon_1 \frac{\partial \hat{R}(y_0)}{\partial y} - \epsilon_2 \frac{\partial \hat{F}(y_0)}{\partial y} \right) \cos \hat{\lambda}_{n,2} (y_0 - b) \right] \frac{d\omega}{\omega} \quad \text{для } 0 \leq y \leq y_0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{W}_{n,2}}{\partial z} = & 2\pi c \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{i \hat{\gamma}_n \hat{T}_{n,2}(\omega)}{\hat{\Delta}_n' (x_n = \hat{\gamma}_n)} \left[(\hat{R}(y_0) - \hat{F}(y_0)) \epsilon_2 \hat{\lambda}_{n,1} \sin \hat{\lambda}_{n,1} y_0 + \right. \\ & \left. + \left(\epsilon_1 \frac{\partial \hat{R}(y_0)}{\partial y} - \epsilon_2 \frac{\partial \hat{F}(y_0)}{\partial y} \right) \cos \hat{\lambda}_{n,1} y_0 \right] \frac{d\omega}{\omega} \quad \text{для } y_0 < y < b, \end{aligned}$$

где τ — линейная плотность зарядов, $\hat{T}_{n,1}(\omega)$ и $\hat{T}_{n,2}(\omega)$ получаются из (10) посредством замен $\lambda_{n,1,2} \rightarrow \hat{\lambda}_{n,1,2}$, $\gamma_n \rightarrow \hat{\gamma}_n \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{1,2} - \lambda_{n,1,2}^2}$;

$\hat{\lambda}_{n,1,2}$ удовлетворяет дисперсионному уравнению

$$\hat{\Delta}_n = \varepsilon_1 \hat{\lambda}_{n,2} \sin \hat{\lambda}_{n,2} (b - y_0) \cos \hat{\lambda}_{n,1} y_0 + \varepsilon_2 \hat{\lambda}_{n,1} \sin \hat{\lambda}_{n,1} y_0 \cos \hat{\lambda}_{n,2} (b - y_0) = 0.$$

Выражение (14) аналогично выражению (10), и весь анализ, проделанный выше, справедлив и для случая заряженной нити.

Ереванский физический институт
Ленинградский электротехнический институт

Поступила 28.VI.1978

ЛИТЕРАТУРА

1. К. А. Барсуков, Э. Д. Газаян, Э. М. Лазиев. Изв. вузов, Радиофизика, 15, 586 (1975).
2. Э. А. Беглоян, Э. Д. Газаян, Э. М. Лазиев. Радиотехника и электроника, 31, 164 (1976).
3. Ю. В. Егоров. Частично заполненные прямоугольные волноводы, Изд. Советское радио, М., 1967.

ԸՆԴԱՅՆԱԿԱՆ ՈՉ ՀԱՄԱՍԵՆԻ ԳԻԷԼԵԿՏՐԻԿ ԼՅՎԱԾՈՒԹՅԱՄԲ ԱՂԻՔԱՍԱՐՆԵՐՈՒՄ ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅՐՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Կ. Ա. ԲԱՐՍՈՒԿՈՎ, Է. Ա. ԲԵԳԼՈՅԱՆ

Առաջարկվում է ոչ համասեռ ընդլայնական դիէլեկտրիկ լցվածությամբ ալիքատարներում լիցքերի միջոցով ստեղծվող անցումային ճառագայթման խնդիրների լուծման նոր մեթոդ: Այդ մեթոդը թույլ է տալիս ստանալ դաշտի և էներգիայի արտահայտությունները առանց ալիքատարի օրթոնորմավորված սեփական ֆունկցիաների կառուցման: Մեթոդը զարգացված է երկշերտանի հարթ ալիքատարի դեպքի համար: Գտնված և ուսումնասիրված են դաշտերի և էներգիայի արտահայտությունները:

ON THE TRANSITION RADIATION IN A WAVEGUIDE WITH TRANSVERSELY INHOMOGENEOUS DIELECTRIC FILLING

K. A. BARSUKOV, E. A. BEGLOYAN

A method is proposed for the solution of charge radiation problem in a waveguide with transversely inhomogeneous dielectric filling, which does without the construction of orthonormal eigenfunctions. The method was developed based on the example of transition radiation produced by a thread-current traversing a two-layered plane waveguide normal to its axis. The expressions for radiation fields and energy were found and examined.

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ КВАЗИЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УРОВНЕЙ

К. Х. СИМОНЯН

Рассмотрено асимптотическое поведение спектра квазиэнергии многоуровневой системы в сильном монохроматическом поле. В частности, подробно исследованы двух- и трехуровневые системы. Впервые получены формулы, описывающие поведение квазиэнергии в зависимости от напряженности поля при асимптотически больших значениях параметра интенсивности.

1. Общее рассмотрение

Рассмотрим многоуровневую систему, находящуюся в поле монохроматической волны. Описывающие ее уравнения имеют вид

$$i\dot{a}_\alpha(t) = \omega_\alpha \cdot a_\alpha(t) + \sum_{\beta \neq \alpha}^N V_{\alpha\beta} \cdot 2\cos \omega t \cdot a_\beta(t), \quad (1)$$

где $\hbar\omega_\alpha$ — спектр невозмущенной системы, $2\hbar V_{\alpha\beta}$ — матричные элементы взаимодействия. Запишем (1) в матричном виде

$$i\dot{\Phi}(t) = \hat{H}_0 \Phi(t) + 2\hat{V} \cos \omega t \cdot \Phi(t), \quad (2)$$

где

$$\Phi = \begin{pmatrix} \vdots \\ a_\alpha \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad \hat{H}_0 = \|\omega_\alpha \cdot \delta_{\alpha\beta}\|, \quad \hat{V} = \|V_{\alpha\beta} \cdot (1 - \delta_{\alpha\beta})\|.$$

Разлагая $\Phi(t)$ в ряд по собственным функциям оператора \hat{V}

$$\Phi(t) = \sum_{\beta=1}^N C'_\beta(t) \varphi_\beta,$$

из (2) для коэффициентов $C'_\beta(t)$ получаем уравнение

$$i\dot{C}'_\alpha = (\lambda_\alpha \cdot \cos \omega t + H_{0\alpha\alpha}) C'_\alpha + \sum_{\beta \neq \alpha} H_{0\alpha\beta} C'_\beta. \quad (3)$$

Здесь $H_{0\alpha\beta}$ — матричные элементы, вычисленные [с помощью функций (φ_β)], λ_α — собственные значения оператора \hat{V} .

Преобразованием амплитуд

$$C'_\alpha(t) = C_\alpha(t) \cdot \exp\left(-i \frac{\lambda_\alpha}{\omega} \sin \omega t\right)$$

уравнение (3) приводится к виду

$$i\dot{C}_\alpha(t) = H_{0\alpha\alpha} C_\alpha(t) + \sum_{\beta \neq \alpha}^N H_{0\alpha\beta} e^{-i \left(\frac{\lambda_\alpha - \lambda_\beta}{\omega}\right) \cdot \sin \omega t} C_\beta(t). \quad (4)$$

Преимущество этого представления [1] состоит в том, что даже при асимптотически сильных полях ($V_{\alpha\beta} \rightarrow \infty$) коэффициенты уравнения (4) остаются конечными*. Фурье-представление уравнения (4) имеет вид

$$C_{\alpha, n} = (E/\omega - n - \bar{\omega}_\alpha^{-1}) \sum_{\substack{\beta \\ \beta + \alpha \\ m}} \beta_{\alpha\beta} J_{n-m} \left(\frac{\lambda_\alpha - \lambda_\beta}{\omega} \right) \cdot C_{\beta, m}, \quad (5)$$

где E — спектр квазиэнергии системы (4), $\bar{\omega}_\alpha = H_{0\alpha\alpha}/\omega$, $\beta_{\alpha\beta} = H_{0\alpha\beta}/\omega$, $J_0(x)$ — функция Бесселя.

Систему уравнений (5) можно решить обычными приближенными методами. Однако с целью получения аналитических выражений (даже при точном резонансе $\bar{\omega}_\alpha = n$) и для повышения точности результатов воспользуемся развитым в работах [2, 3] методом Хилла, который для детерминанта системы (5) дает выражение

$$D(E) = 1 + i2\pi \sum_{\alpha=1}^N \frac{R_\alpha \exp(i2\pi \bar{\omega}_\alpha)}{\exp(i2\pi E/\omega) - \exp(i2\pi \bar{\omega}_\alpha)}, \quad (6)$$

где

$$R_\alpha = \lim_{E/\omega \rightarrow \bar{\omega}_\alpha} (E/\omega - \bar{\omega}_\alpha) D(E), \quad \sum_\alpha R_\alpha = 0,$$

т. е. для характеристической экспоненты $\exp(i2\pi E/\omega)$ получается уравнение N -степени.

Так как точное выражение для $D(E)$ получить невозможно, воспользуемся разложениями R_α в ряд по степеням $\beta_{\alpha\beta}$, справедливыми при $\beta_{\alpha\beta} \ll 1$ (сходимость рядов факториальная) и при любых значениях $(\lambda_\alpha - \lambda_\beta)/\omega$.

Рассмотрим случай резонанса. Пусть для уровней γ и δ имеет место условие $|\bar{\omega}_\gamma - \bar{\omega}_\delta - m| \ll 1$, $m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$. Тогда, как видно из (6),

$$R_\gamma \approx \varepsilon (\bar{\omega}_\gamma - \bar{\omega}_\delta - m)^{-1} + \varepsilon_1,$$

$$R_\delta \approx -\varepsilon (\bar{\omega}_\gamma - \bar{\omega}_\delta - m)^{-1} + \varepsilon_2$$

и $D(E)$ принимает вид

$$\begin{aligned} D(E) = & 1 + \varepsilon (2\pi)^2 [2 \sin(E/\omega - \bar{\omega}_\delta) \pi]^{-2} + \\ & + i2\pi (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \exp(i2\pi \bar{\omega}_\gamma) [\exp(i2\pi E/\omega) - \exp(i2\pi \bar{\omega}_\gamma)]^{-1} + \\ & + i2\pi \sum_{\alpha \neq \gamma, \delta} R_\alpha \exp(i2\pi \bar{\omega}_\alpha) [\exp(i2\pi E/\omega) - \exp(i2\pi \bar{\omega}_\alpha)]^{-1}, \end{aligned}$$

причем во всех остальных R_α можно положить $\bar{\omega}_\gamma = \bar{\omega}_\delta + m$. Сходимость разложений для ε , ε_1 , ε_2 также будет факториальной**.

* В случае, когда $\lambda_\beta = \lambda_\alpha$ ($\beta = 1, \dots, m$) (наличие вырождения), вместо функций (ε_β) надо брать такие их линейные комбинации, по которым недиагональные матричные элементы $H_{0\alpha\beta}$ обращаются в нуль.

** В работе [3] члены с ε_1 и ε_2 ошибочно были опущены.

Приведем выражение для R_α , ограничившись членами низшей степени по $\beta_{\alpha\beta}$:

$$R_\alpha \approx - \sum_{\beta \neq \alpha} (\beta_{\alpha\beta})^2 \frac{J_n((\lambda_\alpha - \lambda_\beta)/\omega)}{\omega_\alpha - \omega_\beta - m} \quad (7)$$

Определяя спектр квазиэнергии из уравнения $D(E) = 0$, можно вычислить средние значения различных физических величин в данном квазиэнергетическом состоянии [3, 4]. Проиллюстрируем применение данного метода на примере двух- и трехуровневой систем.

2. Двухуровневая система

Гамильтониан двухуровневой системы имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + 2 \hat{V} \cos \omega t,$$

где

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \omega_0 \end{pmatrix}, \quad \hat{V} = \begin{pmatrix} 0 & V_{12} \\ V_{21} & 0 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Соответствующие параметры есть

$$\beta_{12} = \beta_{21} = \frac{\omega_0}{2\omega} = \beta, \quad \alpha = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\omega} = \frac{2V}{\omega},$$

где

$$V = \sqrt{V_{12} V_{21}}.$$

Для квазиэнергии системы (8) с точностью до членов β^4 включительно получаем

$$E_{1,2} = \frac{\omega_0}{2} \pm \frac{\omega}{2\pi} \arccos \left\{ 1 - \beta^2 2\pi^2 \left[J_0^2 - \beta^2 \left(\frac{\pi^2}{3} J_0^4 + 2 J_0^2 \sum_{n \neq 0} \frac{J_n^2}{n^2} + 2 J_0 \sum_{n, m \neq 0} \frac{J_n J_m J_{n+m}}{nm} \right) \right] \right\}, \quad (9)$$

$$J = J(2\alpha).$$

Рассмотрим интересующий нас случай $\alpha \geq 0$. Имеем

$$E_{1,2} = \frac{\omega_0}{2} \pm \frac{\omega}{2\pi} \arccos \left\{ 1 - \left(\frac{\pi}{4\alpha} \right) \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 2 \cos(2\alpha - \pi/4) - \left(\frac{\pi}{4\alpha} \right)^{3/2} \left(\frac{\omega_0}{2\omega} \right)^2 \sin 2(2\alpha - \pi/4) + \left(\frac{\pi}{4\alpha} \right)^2 \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \left[\left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \left(\cos^4(2\alpha - \pi/4) - 2 \cos^2(2\alpha - \pi/4) \right) - \frac{1}{32} \sin^2(2\alpha - \pi/4) \right] \right\}. \quad (10)$$

Нижний знак в (10) соответствует той ветви квазиэнергии, которая обращается в нуль при $\alpha \rightarrow 0$ и которая при $\alpha = 1$ с небольшой погрешностью

сшивается с результатом работы [2]. Отметим также, что при $\alpha < 1$ из (9) получаются хорошо известные результаты [2, 5, 6].

Начиная с $\alpha \sim 2$ члены с β^3 несут существенны, и для ветвей квазиэнергии можно записать

$$E_{1,2} = \frac{\omega_0}{2} \pm \frac{\omega}{2\pi} \arccos \left[1 - \pi^2 \frac{\omega_0^2}{2\omega^2} J_0^2(2\alpha) \right] = \\ = \frac{\omega_0}{2} \pm \frac{\omega}{2\pi} \arcsin \left[\pi \frac{\omega_0}{2\omega} \sqrt{J_0^2(2\alpha)} \right]. \quad (11)$$

В связи с этим результатом отметим, что и в работе [7] можно было бы получить спектр квазиэнергии, несмотря на отсутствие информации о нем в найденной волновой функции. Действительно, используя формулу

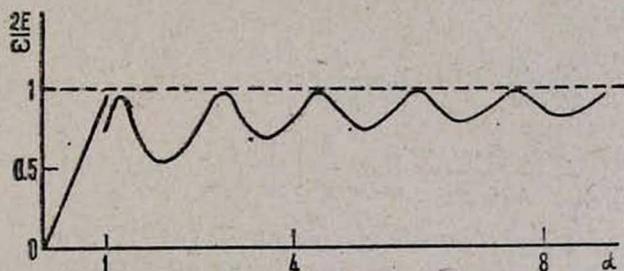
$$|\overline{\alpha_\alpha(t)}|^2 = \partial E_\alpha / \partial \omega_\alpha,$$

где $|\overline{\alpha_\alpha(t)}|^2$ — среднее по периоду T значение вероятности обнаружения системы в состоянии α [3, 4], из решения [7] легко получить

$$E_{1,2} = \frac{\omega_0}{2} \pm \frac{\omega_0}{2} \sqrt{J_0^2(2\alpha)},$$

что находится в согласии с (11) при $\omega = \omega_0$.

Таким образом, для квазиэнергии получается аналитическое выражение при любых значениях α (но $\omega_0/2\omega \leq 1$). На рисунке приведена зависимость $E_{-}/2\omega$ от α при $\omega = \omega_0$, определяемая формулой (10).



Как видим, функция, осциллируя, стремится к единице; прямая линия соответствует результату работы [1].

3. Трехуровневая система

Рассмотрим трехуровневую систему, для которой

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} \omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3 \end{pmatrix}, \quad \hat{V} = \begin{pmatrix} 0 & V_{12} & 0 \\ V_{21} & 0 & V_{23} \\ 0 & V_{32} & 0 \end{pmatrix}.$$

Введем параметры $\alpha_1 = 2V_1/\omega$ и $\alpha_2 = 2V_2/\omega$, характеризующие интенсивность полей: $V_1 = \sqrt{V_{12}V_{21}}$, $V_2 = \sqrt{V_{23}V_{32}}$. Условия $\beta_{\alpha\beta} \leq 1$ сводят-

ся к условиям $|\omega_1 - \omega_2|/2\omega$, $|\omega_2 - \omega_3|/2\omega$, $|\omega_1 - \omega_3|/2\omega \leq 1$. В случае, когда $\alpha_1^2(\omega_1 + \omega_2 - 2\omega_3)$ мало отличается от $\alpha_2^2(2\omega_1 - \omega_2 - \omega_3)$, уравнение $D(E) = 0$ имеет следующие решения:

$$E_{1,2} = \frac{1}{2} (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-1} [\alpha_1^2 (\omega_1 + \omega_2) + \alpha_2^2 (\omega_2 + \omega_3)] \pm$$

$$\pm \frac{\omega}{2\pi} \arccos \left\{ 1 - 2\pi^2 (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-2} \left[\alpha_1^2 \alpha_2^2 \left(\frac{\omega_1 - \omega_3}{\omega} \right)^2 J_0^2 (\sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}) + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \left(\alpha_1^2 \frac{\omega_1 - \omega_2}{2\omega} + \alpha_2^2 \frac{\omega_3 - \omega_2}{2\omega} \right)^2 J_0^2 (2 \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}) \right] \right\}, \quad (12)$$

$$E_3 = (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-1} (\alpha_1^2 \omega_3 + \alpha_2^2 \omega_1).$$

Отсюда ясно, что при $\alpha_2 = 0$ $E_{1,2}$ совпадает с (11) ($\omega_1 = 0$, $\omega_2 = \omega_0$), а $E_3 = \omega_3$, как и следовало ожидать.

Автор выражает благодарность А. О. Меликяну за постановку задачи и обсуждения, а также сотрудникам кафедры ядерной физики ЕГУ за внимание к работе.

Ереванский государственный
университет

Поступила 25.VI.1978

Приложение

При вычислении сумм, фигурирующих в R_z , можно воспользоваться соотношениями

$$\sum_{n \neq 0} \frac{J_n^2}{n^2} = -\pi \lim_{z \rightarrow 0} \frac{d}{dz} \left(\frac{J_z J_{-z}}{\sin \pi z} - \frac{J_0^2}{\pi z} \right), \quad (a)$$

$$\sum_{n, m \neq 0} \frac{J_n J_m J_{n+m}}{nm} = \lim_{z' \rightarrow 0} \frac{1}{z'} \left[\frac{d}{dz} J_{-z} J_{-z'} J_{z+z'} \right]_{z=0}. \quad (б)$$

Действительно, функция $J_z J_{-z}/\sin \pi z$ удовлетворяет всем требованиям теоремы о разложении функции на простейшие дроби [8], т. е.

$$\pi \frac{J_z J_{-z}}{\sin \pi z} = \sum_n \frac{J_n^2}{z - n},$$

откуда и следуют формулы (a) и (б).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. О. Меликян, К. Х. Симомян. Тезисы докладов IX Всесоюзной конференции по когерентной и нелинейной оптике, Ленинград, 1978, часть II, стр. 80.
2. А. О. Меликян. ЖЭТФ, 68, 1228 (1975).
3. А. О. Меликян. Квантовая электроника, 4, 429 (1977).
4. J. Shirley. Phys. Rev., 138B, 979 (1965).
5. М. А. Тер-Микосян, А. О. Меликян. ЖЭТФ, 58, 281 (1976).
6. N. D. Sen Gupta. J. Phys., 3A, 618 (1970).
7. N. K. Rahman. Phys. Lett., 54A, 8 (1975).
8. Э. Т. Уиттекер, Дж. Ватсон. Курс современного анализа, Физматгиз, 1963, т. I, II.

ԲՎԱԶԻԷՆԵՐԳԵՏԻԿ ՄԱԿԱՐԴԱԿՆԵՐԻ ԱՍԻՄՊՏՈՏԻԿ ՎԱՐՔԸ

Կ. Խ. ՍԻՄՈՆՅԱՆ

Ուժեղ մոնոխրոմատիկ դաշտում բազմամակարդակ սխեմայի քվազիէներգետիկ մակարդակները հետազոտվել են նոր եղանակով: Արդյունքների վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ նրանք չէին կարող ստացվել ստանդարտ ասիմպտոտիկ մեթոդներով: Արդյունքների ճշգրտության մեծացման համար միաժամանակ կիրառվել է նաև Հիլի մեթոդը: Մասնավորապես, մանրամասն ուսումնասիրվել են երկ- և եռամակարդակային սխեմաները: Դաշտի լարվածության պարամետրի ասիմպտոտիկ մեծ արժեքների դեպքում քվազիէներգետիկ վարքը նկարագրող բանաձևերը ստացվել են առաջին անգամ:

ASYMPTOTICAL BEHAVIOUR OF QUASI-ENERGY LEVELS

K. Kh. SIMONYAN

Quasi-energy states of a multilevel quantum system in an asymptotically strong monochromatic field are considered in a novel way. The analysis of the results shows that they could not be obtained by means of standard asymptotical methods. The Hill method is simultaneously used to increase the accuracy of the results. In particular, the two- and three-level systems are discussed in detail. The formulas describing the behaviour of quasi-energy states in the case of asymptotically large values of the field intensity parameter are obtained for the first time.

К ТЕОРИИ БЕЗЫЗЛУЧАТЕЛЬНОЙ РЕЛАКСАЦИИ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОННОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ В ПРИМЕСНЫХ КРИСТАЛЛАХ

Ф. П. САФАРЯН

Методом двухвременных температурных функций Грина получена общая формула, позволяющая в рамках единой теории электрон-фононного взаимодействия описать все наблюдаемые эффекты безызлучательной релаксации энергии электронного возбуждения (уширение спектральных линий, многофононные безызлучательные переходы, безызлучательная передача энергии между отдельными центрами и т. д.) в примесных диэлектрических кристаллах. Расчет вероятностей указанных безызлучательных переходов основан на детальном вычислении матричных элементов электрон-фононного взаимодействия, для чего построен гамильтониан для конкретных систем типа гранатов, активированных ионами группы редких земель. Для вероятности многофононного (в данном случае трехфононного) безызлучательного перехода энергии между уровнями ${}^4I_{11/2}$ и ${}^4I_{9/2}$ иона Nd^{3+} в ИАГ проведен численный расчет.

1. Введение

Электрон-фононное взаимодействие (ЭФВ), которое перемешивает различные электронные состояния примесных центров в кристаллах, является причиной безызлучательного перераспределения запаса энергии электронного возбуждения по колебательным степеням свободы решетки. Безызлучательные переходы (БП) проявляются в ряде эффектов (уширение спектральных линий, многофононные БП между уровнями примесного центра, передача энергии из одного центра в другие и т. д.), играющих первостепенную роль в процессе стимулированного излучения в активированных диэлектрических кристаллах. И не удивительно, что изучению этих явлений посвящено большое число теоретических и экспериментальных работ.

Феноменологическая теория многофононных БП (обзор основных работ имеется в [1]) основана на применении модельного гамильтониана электрон-фононной системы, полученного разложением потенциальной энергии электрон-ядерного взаимодействия по малым смещениям ядер из равновесных положений. Логическим заключением этой теории является то, что вероятность n -фононного БП возникает в n -м порядке теории возмущений и, следовательно, с увеличением n она быстро падает. Альтернативным является так называемый «адиабатический» подход, рассматривающий многофононные переходы в адиабатическом приближении [2—4]. Используемые в рамках адиабатической теории эффективные гамильтонианы зависят только от ядерных координат и для разных электронных состояний они пишутся по-разному. Однако поскольку гамильтониан ЭФВ является более общим, то результаты, полученные на его основе, можно упростить для частного случая адиабатического приближения. Вопрос о том, какие

из многофононных БП играют первостепенную роль в релаксационных процессах, происходящих в конкретных системах, можно решать путем конкретных вычислений. Например, в ряде работ (см., например, [5—9]) уширения и сдвиги спектральных линий примесных кристаллов хорошо объясняются одно- и двухфононными «неадиабатическими» БП. Что касается n -фононных процессов (когда $n > 2$), то они эффективно могут проявляться в БП, когда расстояния между уровнями больше, чем $2\hbar\omega_m$ (ω_m — максимальная частота колебаний решетки). Так, например, БП для двух переходов (${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{9/2}$ и ${}^4F_{5/2} \rightarrow {}^4F_{3/2}$) в ионе Nd^{3+} , играющие важную роль в кинетике стимулированного излучения кристалла ИАГ— Nd^{3+} , можно объяснить только трехфононными процессами. Во втором разделе настоящей статьи на основе метода двухвременных (температурных) функций Грина мы получим общую формулу для вероятности многофононных БП в примесных кристаллах*. В третьем разделе полученная формула будет использована для вычисления вероятности многофононных (в данном случае трехфононных) БП в канале ${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{9/2}$ кристалла ИАГ— Nd^{3+} . Численные расчеты основаны на применении гамильтониана ЭФВ для систем типа гранатов, активированных трехвалентными ионами группы редких земель (TR^{3+} -ионами).

2. Вероятность многофононных безызлучательных переходов в примесных кристаллах

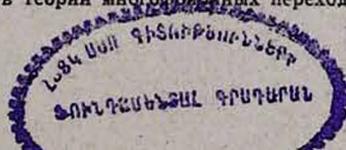
Со статистической точки зрения примесные кристаллы можно разделить на две слабо взаимодействующие подсистемы: 1) примесный ион, имеющий дискретный энергетический спектр; 2) кристаллическая решетка, имеющая сплошной спектр колебаний. Вторая подсистема, по существу, является термостатом для первой подсистемы. Оператор Гамильтона для такой системы записывается в следующем стандартном виде:

$$H = \sum_{\nu} \varepsilon_{\nu} a_{\nu}^{+} a_{\nu} + \sum_{\alpha} \hbar\omega_{\alpha} b_{\alpha}^{+} b_{\alpha} + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\nu, \nu'} \sum_{\alpha_1, \dots, \alpha_n} B_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{(n)}(\nu, \nu') a_{\nu}^{+} a_{\nu'} (b_{\alpha_1}^{+} + b_{\alpha_1}) \dots (b_{\alpha_n}^{+} + b_{\alpha_n}), \quad (1)$$

где первый член представляет собой энергию электронной подсистемы (ε_{ν} — собственные значения энергии электронов в состоянии ν , a_{ν}^{+} , a_{ν} — операторы рождения и уничтожения электронов), второй член — энергию фононной подсистемы ($\hbar\omega_{\alpha}$ — энергия фононов типа α , b_{α}^{+} , b_{α} — операторы рождения и уничтожения фононов), остальные члены представляют собой n -фононные вклады в энергию электрон-фононного взаимодействия.

Используя метод двухвременных температурных функций Грина, вычислим вероятность многофононных БП в примесном центре кристалла.

* Метод температурных функций Грина в теории многофононных переходов впервые использован в работах [4].



Волновую функцию основного электронного состояния системы в представлении чисел заполнения электронов (n_ν) и фононов (v_α) обозначим через $|\dots, v_\alpha, \dots, n_\nu, \dots\rangle$. Допустим, что в момент времени $t=0$ в системе возбуждается электрон в одночастичном состоянии λ . Тогда в момент времени t система переходит в новое состояние. Волновая функция этого состояния, очевидно, может быть получена из волновой функции основного состояния следующим образом:

$$|1\rangle = |\dots, n_\lambda + 1, \dots, v_\alpha, \dots\rangle = \frac{1}{\sqrt{n_\lambda + 1}} a_\lambda^+ |\dots, n_\lambda, \dots, v_\alpha, \dots\rangle. \quad (2)$$

Поскольку электронная подсистема взаимодействует с термостатом, то имеется конечная вероятность в другой момент времени t обнаружить систему в другом электронном состоянии μ . При этом закон сохранения энергии требует компенсации избытка электронной энергии (при $\epsilon_\lambda > \epsilon_\mu$) за счет энергии фононов, т. е. в системе должно возникнуть некоторое количество фононов, число которых (n) определяется соотношением $\epsilon_\lambda - \epsilon_\mu = \hbar(\omega_{\alpha_1} + \dots + \omega_{\alpha_n})$. Волновая функция системы во втором состоянии будет

$$|2\rangle = |\dots, n_\lambda, \dots, n_\mu + 1, \dots, v_{\alpha_1} + 1, \dots, v_{\alpha_n} + 1, \dots\rangle = \frac{a_\mu^+ b_{\alpha_1}^+ \dots b_{\alpha_n}^+ |\dots, n_\lambda, \dots, v_\alpha, \dots\rangle}{\sqrt{n_\mu + 1} \sqrt{v_{\alpha_1} + 1} \dots \sqrt{v_{\alpha_n} + 1}}. \quad (3)$$

Амплитуда вероятности перехода системы за время t из состояния $|1\rangle$ в состояние $|2\rangle$, очевидно, равна величине $\langle 2|1\rangle$, а вероятность перехода $\lambda \rightarrow \mu$, как следует из формул (2) и (3), есть

$$W_{\lambda \rightarrow \mu}^{(n)} = |\langle 2|1\rangle|^2 = \frac{|\langle a_\mu b_{\alpha_1} \dots b_{\alpha_n}(t) a_\lambda^+(0) \rangle|^2}{(1 + n_\lambda)(1 + n_\mu)(1 + v_{\alpha_1}) \dots (1 + v_{\alpha_n})}, \quad (4)$$

где под символом $\langle \dots \rangle$ подразумевается как квантовомеханическое, так и статистическое усреднения.

Входящую в формулу (4) временную корреляционную функцию типа $\langle a_\mu A(t) a_\lambda^+(0) \rangle$ (где $A = b_{\alpha_1} \dots b_{\alpha_n}$) можно связать с фурье-образом соответствующей двухвременной (температурной) функции Грина $\ll a_\lambda^+ A | a_\mu \gg_E$ с помощью известного соотношения [10]

$$\begin{aligned} \langle a_\mu A(t) a_\lambda^+(0) \rangle &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} [1 - n(E)] \exp(-iEt) \times \\ &\times \{ \ll a_\lambda^+ A | a_\mu \gg_{E+i\epsilon} - \ll a_\lambda^+ A | a_\mu \gg_{E-i\epsilon} \} dE, \\ n(E) &= [\exp(\beta\omega) + 1]^{-1}, \quad \beta = \hbar/kT. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, задача вычисления $W_{\lambda \rightarrow \mu}^{(n)}$ сводится к вычислению фурье-образа температурной функции Грина $\ll a_\lambda^+ A | a_\mu \gg_E$. Составле-

ние цепочки уравнений для этой функции и ее расщепление выполнено методом теории возмущений для температурных функций Грина, предложенным в [11]. Вычисления для функции $\langle\langle a_\lambda^+ b_{\alpha_1} \dots b_{\alpha_n} | \alpha_\mu \rangle\rangle_E$ в первом исчезающем приближении приводят к формуле

$$\langle\langle a_\lambda^+ b_{\alpha_1} \dots b_{\alpha_n} | \alpha_\mu \rangle\rangle_E = \frac{i/2\pi B_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{(n)}(\lambda, \mu) (1 + v_{\alpha_1}) \dots (1 + v_{\alpha_n})}{[E + \varepsilon_\lambda - \hbar(\omega_{\alpha_1} + \dots + \omega_{\alpha_n})] (E + \varepsilon_\mu)}, \quad (6)$$

где коэффициенты B^* связаны с коэффициентами B электрон-фононного гамильтониана (1) с помощью следующего соотношения*:

$$B_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{*(n)}(\lambda, \mu) = B_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{(n)}(\lambda, \mu) + \sum_{\nu_1 \dots \nu_{n-1}} \times \quad (7)$$

$$\times \frac{B_{\alpha_1}^{(1)}(\nu_1, \lambda_1) B_{\alpha_2}^{(1)}(\nu_1, \nu_2) \dots B_{\alpha_n}^{(1)}(\nu_{n-1}, \mu)}{[E + \varepsilon_{\nu_1} - \hbar(\omega_{\alpha_2} + \dots + \omega_{\alpha_n})] [E + \varepsilon_{\nu_2} - \hbar(\omega_{\alpha_3} + \dots + \omega_{\alpha_n})] \dots (E + \varepsilon_{\nu_{n-1}} - \hbar\omega_{\alpha_n})}$$

Интегрирование в формуле (5) (после подстановки в нее (6)) сильно упрощается, если в выражение (7) для коэффициентов ЭФВ подставить $E \approx \varepsilon_\mu - \varepsilon_\lambda - \hbar(\omega_{\alpha_1} + \dots + \omega_{\alpha_n})$. Это приближение вполне законно, поскольку оно означает, что мы ищем корреляционную функцию (5) в максимуме спектрального распределения функции Грина (6). Учитывая также, что физический интерес представляет вероятность в единицу времени $\omega = dW/dt$, для вероятности БП (после подстановки в нее результата интегрирования (5)) получаем выражение**

$$\omega_{\lambda \rightarrow \mu}^{(n)} = \frac{\pi}{\hbar} \sum_{\alpha_1 \dots \alpha_n} |B_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{*(n)}(\lambda, \mu)|^2 \times \quad (8)$$

$$\times (1 + v_{\alpha_1}) \dots (1 + v_{\alpha_n}) \delta(\Delta_{\lambda\mu} - \omega_{\alpha_1} - \dots - \omega_{\alpha_n}),$$

$$\text{где } \Delta_{\lambda\mu} = \frac{1}{\hbar} (\varepsilon_\lambda - \varepsilon_\mu).$$

Суммирование по колебательным состояниям в формуле (8) проводится с целью учета всех колебаний кристалла, участвующих в данном процессе БП. Формулу (8) мы получили для случая, когда БП сопровождается процессами рождения фононов ($\varepsilon_\lambda > \varepsilon_\mu$). В обратном случае ($\varepsilon_\lambda < \varepsilon_\mu$) или в случае, когда некоторое число фононов рождается, а другое число поглощается, соответствующую вероятность БП можно получить из формулы (8) заменой ω_α на $-\omega_\alpha$ и $1 + v_\alpha$ на v_α для поглощаемых фононов.

* Все «перекрестные» члены, зависящие от произведений коэффициентов $B^{(n)}$ различных порядков, считаются малыми.

** Выражение (8) при $n = 1, 2, 3$ получено в [12] прямым вычислением одноэлектронной функции Грина $\langle\langle a_\lambda^+ \rangle\rangle_E$. Известно, что мнимая часть массового оператора этой функции представляет собой затухание электронных элементарных возбуждений и, по существу, совпадает с (8).

Формула (8) содержит всю информацию о безызлучательных переходах, происходящих в многоатомной электронно-колебательной системе. В том виде, в каком она записана, ее можно трактовать как вероятность миграции энергии из уровня (донорного) λ на уровень (акцепторный) μ , если считать, что причиной перехода является электрон-фононное взаимодействие. Проводя суммирование в формуле (8) по всем конечным электронным состояниям μ , при $\mu \neq \lambda$ мы получаем формулы для вероятностей многофононных «неадиабатических» БП. Соответствующие формулы для «адиабатических» БП получаются из формулы (8) (записанной для случая, когда в процессе БП участвуют как рождающиеся, так и поглощаемые фононы) подстановкой $\mu = \lambda$. Формула (8) записана для общего случая n -фононного БП. Нетрудно видеть, что при $n = 1, 2$ на основе формулы (8) можно получить известные выражения для адиабатических [2—4] и неадиабатических [5—9] ширин электронных уровней.

Вопрос о том, какие переходы играют существенную роль в процессе релаксации, связан с особенностью энергетического спектра рассматриваемой системы. Если уровень λ расположен так, что между ним и ближайшим к нему уровнем μ выполняется условие $n\hbar\omega_D < |\varepsilon_\lambda - \varepsilon_\mu| < (n+1)\hbar\omega_D$ (ω_D — частота Дебая кристалла), то закон сохранения энергии, фигурирующий в (8), допускает в процессе БП участие одновременно рожденных (или поглощенных) n фононов, а также $n+1$ фононов, в числе которых есть как рожденные, так и поглощенные фононы. Однако возникает вопрос, при каком значении n ряд (8) можно прервать, ведь с увеличением n вероятность БП резко уменьшается. Ответ на этот вопрос очевиден: многофононные БП нельзя игнорировать до тех пор, пока их вероятность больше, чем вероятность излучательных переходов из рассматриваемых уровней.

3. Расчет вероятности безызлучательного перехода в канале

$${}^4I_{11/2} \rightarrow {}^4I_{9/2} \text{ кристалла ИАГ} - Nd^{3+}$$

Для дальнейших конкретных вычислений необходимо построить гамильтониан ЭФВ для рассматриваемой системы ИАГ— Nd^{3+} .

Для кристаллических систем, содержащих огромное число взаимодействующих частиц, вычисление коэффициентов ЭФВ в общем случае не представляется возможным. Однако для простых моделей, таких как, например, модель кристаллического поля точечных зарядов, где учитывается взаимодействие оптических электронов примеси только с близкорасположенными ионами в решетке (последние считаются точечными зарядами), такие вычисления можно осуществить. В [13] приведена методика построения гамильтониана ЭФВ для систем типа гранатов, активированных TR^{3+} ионами. В [9] отмечено его отличие от обычно используемых в литературе гамильтонианов ЭФВ. Для коэффициентов ЭФВ $B_{a_1 \dots a_n}^{(n)}(\lambda, \mu)$ в рассматриваемом случае кристалла ИАГ— Nd^{3+} в [13] получено выражение

$$B_{a_1 \dots a_n}^{(n)}(\lambda, \mu) = \left(\frac{\hbar}{2Mv_0^2} \right)^{n/2} \prod_{l=1}^n \sqrt{\omega_{x_l}} \langle \lambda | V^{(n)} | \mu \rangle \sin \delta_{x_l}, \quad (9)$$

где M — масса кристалла, v_0 — скорость, а $\hbar\omega_{k_i}$ — энергия акустических волн в кристалле, δ_{k_i} — случайная фаза нормальных кристаллических колебаний, \mathbf{k} — волновой вектор акустических волн.

Для входящей в (9) потенциальной функции $V^{(n)}$ получена формула*

$$V^{(n)} = (-1)^n \frac{8Ze^2r^2}{R_0^3} \sqrt{\frac{2\pi}{15}} \{ (Y_{2,1} - Y_{2,-1}) \Phi_1^{(n)} + \\ + i(Y_{2,2} - Y_{2,-2}) \Phi_2^{(n)} - i(Y_{2,1} + Y_{2,-1}) \Phi_3^{(n)} \}, \quad (10)$$

где Y_{ml} — сферические гармоники оптического электрона примеси, r — расстояние примесного электрона от ядра, R_0 — радиус первой координационной сферы, Z — эффективный заряд ионов этой сферы.

В формуле (10) введены также следующие обозначения:

$$\Phi_i^{(1)} = f_i^{(1)}, \quad \Phi_i^{(2)} = \frac{5}{6} f_i^{(2)} - \frac{1}{2} f_i^{(1)}, \\ \Phi_i^{(3)} = \frac{35}{54} f_i^{(3)} - \frac{5}{6} f_i^{(2)}, \\ \Phi_i^{(4)} = \frac{35}{72} f_i^{(4)} - \frac{35}{36} f_i^{(3)} + \frac{5}{24} f_i^{(2)}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (11)$$

где

$$f_i^{(2)} = 2(f_i^{(1)} + f_j^{(1)} f_k^{(1)}), \\ f_i^{(3)} = f_0^{(2)} f_i^{(1)} + f_i^{(2)} + f_j^{(1)} f_k^{(2)} + f_k^{(1)} f_j^{(2)}, \\ f_i^{(4)} = 2(f_0^{(2)} f_i^{(2)} + f_j^{(2)} f_k^{(2)}), \quad j \neq k, \\ f_0^{(2)} = 1 + (f_1^{(1)})^2 + (f_2^{(1)})^2 + (f_3^{(1)})^2, \quad (12) \\ f_1^{(1)} = \sin 2\theta \cos \varphi, \\ f_2^{(1)} = \sin^2 \theta \sin 2\varphi, \\ f_3^{(1)} = \sin 2\theta \sin \varphi.$$

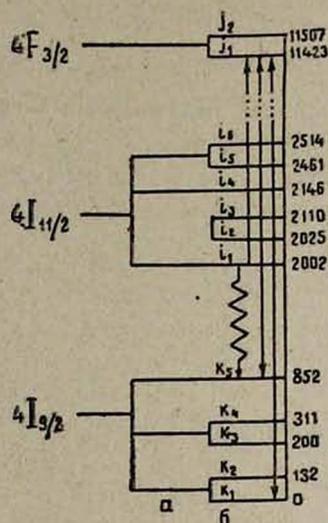
Отметим, что потенциальная функция (10) записана для фиксированного направления \mathbf{k} (θ, φ) звуковых волн. Для учета вкладов волн всех направлений в конечных результатах для вычисляемых физических величин необходимо произвести усреднение по углам θ и φ ($0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$).

Расположение штарковских состояний уровней ${}^4I_{11/2}$ и ${}^4I_{9/2}$ приведено на рисунке. В статическом кристаллическом поле лигандов основной уровень расщепляется на пять штарковских состояний (обозначенных через k_1, \dots, k_5), а уровень ${}^4I_{11/2}$ — на семь состояний (обозначенных через i_1, \dots, i_7) [14]. Из рисунка видно, что энергетическое расстояние между уровнями ${}^4I_{11/2}$ и ${}^4I_{9/2}$ ($\Delta_{i,k_s} = 1150 \text{ см}^{-1}$) допускает

* В разложении (10) по Y_{ml} мы ограничились только членами, зависящими от $m=2$; члены с $m=3, 4$ опущены по той причине, что, как показывают вычисления, их вклады в вероятность БП малы приблизительно на два порядка.

трехфононный переход ($n=3$), так как температура Дебая граната равна $T=750^\circ\text{K}=521\text{ см}^{-1}$.

Описывая колебания решетки в приближении Дебая, для вероятности трехфононного БП энергии из состояния i_1 (${}^4I_{11/2}$) в состояние k_5 (${}^4I_{9/2}$) на основе формул (8) и (9) легко записать выражение в виде



суммы двух членов, зависящих от коэффициентов ЭФВ соответственно первого и третьего порядка:

$$w_{i_1 \rightarrow k_5}^{(3)} = w_{i_1 \rightarrow k_5}^{(3)}(1) + w_{i_1 \rightarrow k_5}^{(3)}(2), \quad (13)$$

$$w_{i_1 \rightarrow k_5}^{(3)}(1) = \frac{\pi}{\hbar^5} \left(\frac{3\hbar}{4\pi^2 \rho v_0^3} \right)^3 \exp(\beta \Delta_{i_1 k_5}) \sum_{\nu_1, \nu_2} |\langle i_1 | V^{(1)} | \nu_1 \rangle \times \\ \times \langle \nu_1 | V^{(1)} | \nu_2 \rangle \langle \nu_2 | V^{(1)} | k_5 \rangle|^2 I_{i_1 k_5}^{(3)}(1), \quad (14)$$

$$w_{i_1 \rightarrow k_5}^{(3)}(2) = \frac{\pi}{\hbar} \left(\frac{3\hbar}{4\pi^2 \rho v_0^3} \right)^3 \exp(\beta \Delta_{i_1 k_5}) |\langle i_1 | V^{(3)} | k_5 \rangle|^2 I_{i_1 k_5}^{(3)}(2), \quad (15)$$

$$I_{i_1 k_5}^{(3)}(1) = \int_{\Delta_{i_1 k_5} - 2\omega_D}^{\omega_D} \frac{\omega_1^3 \omega_2^3 (\Delta_{i_1 k_5} - \omega_1 - \omega_2)^3 (\Delta_{\nu_1 i_1} + \Delta_{i_1 k_5} - \omega_2)^{-2} d\omega_1 d\omega_2}{\Delta_{i_1 k_5} - 2\omega_D (\Delta_{\nu_1 i_1} + \omega_1)^2 (e^{\beta \omega_1} - 1) (e^{\beta \omega_2} - 1) (e^{\beta (\Delta_{i_1 k_5} - \omega_1 - \omega_2)} - 1)}, \quad (16)$$

$$I_{i_1 k_5}^{(3)}(2) = \int_{\Delta_{i_1 k_5} - 2\omega_D}^{\omega_D} \frac{\omega_1^3 \omega_2^3 (\Delta_{i_1 k_5} - \omega_1 - \omega_2)^3 d\omega_1 d\omega_2}{(e^{\beta \omega_1} - 1) (e^{\beta \omega_2} - 1) (e^{\beta (\Delta_{i_1 k_5} - \omega_1 - \omega_2)} - 1)}, \quad (17)$$

где ρ — плотность кристалла.

Для вероятности обратного перехода k_5 (${}^4I_{9/2}$) \rightarrow i_1 (${}^4I_{11/2}$) получаем

$$w_{k_5 \rightarrow i_1}^{(3)} = \exp(-\beta \Delta_{i_1 k_5}) w_{i_1 \rightarrow k_5}^{(3)}. \quad (18)$$

Формулы (14) и (15) содержат внутримультиплетные и межмультиплетные матричные элементы оператора (10), вычисленные с помощью

волновых функций штарковских состояний уровней ${}^4J_{9/2}$ и ${}^4J_{11/2}$ иона Nd^{3+} в ИАГ. Эти волновые функции можно найти, диагонализировав матрицу статического кристаллического поля (параметры которой найдены в [15]) по базисным функциям $|LSJM_J\rangle \equiv |M_J\rangle$ свободного иона Nd^{3+} . Волновые функции для штарковских состояний уровней ${}^4J_{11/2}$ и ${}^4J_{9/2}$ приведены в [8, 9]. Здесь мы приводим волновые функции тех штарковских состояний, которые используются в наших вычислениях:

$$\begin{aligned} |k_5({}^4J_{9/2})\rangle &= 0,4392|\pm 9/2\rangle + 0,8565|\pm 1/2\rangle + 0,2715|\mp 7/2\rangle, \\ |i_1({}^4J_{11/2})\rangle &= -0,2253|\pm 1/2\rangle + 0,2249|\pm 9/2\rangle + 0,9479|\mp 7/2\rangle, \\ |i_2({}^4J_{11/2})\rangle &= 0,3888|\pm 11/2\rangle - 0,4070|\pm 3/2\rangle + 0,8352|\mp 5/2\rangle, \\ |i_3({}^4J_{11/2})\rangle &= 0,2731|\pm 1/2\rangle - 0,9129|\pm 9/2\rangle + 0,3032|\mp 7/2\rangle. \end{aligned} \quad (19)$$

Вычисление входящих в формулы (14) и (15) матричных элементов удобно провести методом эквивалентных операторов Стивенса. В представлении эквивалентных операторов (10) имеет вид

$$V^{(n)} = \frac{8Ze^2r^3}{R_0^3} \alpha [O_2^1 \Phi_1^{(n)} + Q_2^1 \Phi_2^{(n)} + Q_2^2 \Phi_3^{(n)}]. \quad (20)$$

Матричные элементы операторов O_m^n и Q_m^n по волновым функциям $|M_J\rangle$ табулированы в [16]. Значения коэффициента $\alpha = \alpha_j$ для уровней с $J = 11/2$ и $9/2$ вычислены в [8] ($\alpha_{9/2} = -6,4279 \cdot 10^{-3}$, $\alpha_{11/2} = -4,1171 \cdot 10^{-3}$), значение $\alpha = \alpha'$ для межмультиплетных переходов между состояниями ${}^4J_{9/2}$ и ${}^4J_{11/2}$ приведено в [16] ($\alpha' = 9,515 \cdot 10^{-3}$).

Для четных степеней функций $\Phi_i^{(n)}$ (11) усреднение по углам ϑ и φ приводит к следующим значениям: $[\overline{\Phi_1^{(1)}}]^2 = \frac{4}{15}$, $[\overline{\Phi_1^{(1)}}]^4 = \frac{16}{15}$, $[\overline{\Phi_1^{(1)}}]^6 = 0,107$, $[\overline{\Phi_1^{(3)}}]^2 = 1,44$. Кроме того, $\overline{\sin^2 \delta_x} = \frac{1}{2}$, $\overline{\sin^4 \delta_x} = \frac{3}{8}$, $\overline{\sin^6 \delta_x} = \frac{5}{16}$ в силу случайности фаз (δ_x) нормальных колебаний кристалла.

При низких температурах ($T < \frac{\hbar}{k} (\Delta_{i,k_s} - 2\omega_D) \approx 150^\circ\text{K}$) в знаменателях подинтегральных функций (16) и (17) можно пренебречь единицей по сравнению с экспонентой. Тогда интегралы легко вычисляются. Расчеты показали, что из всех интегралов типа (16) наибольшее значение имеет интеграл для промежуточных состояний $\nu_1 = i_2$ и $\nu_2 = i_1$. Для него получено значение: $\Gamma_{i_1 k_s}^{(3)}(1) = 1,09 \cdot 10^{16} \exp(-\beta \Delta_{i,k_s})$. Вычисление интеграла (17) при малых T привело к значению $\Gamma_{i_1 k_s}^{(3)}(2) = 1,64 \cdot 10^{15} \exp(-\beta \Delta_{i,k_s})$. Подставляя в формулы (14) и (15) также следующие значения входящих в них параметров (измеренных в единицах CGS): $v_0 = 5,58 \cdot 10^5$ ($v_l = 8,6 \cdot 10^5$, $v_t = 5,03 \cdot 10^5$ [17]), $\gamma = 4,56$, $R_0 = 2,37 \cdot 10^{-8}$, $r^2 = 1,001$ ат. ед. (вычислено по хартри-фоковским радиальным волновым функциям [18]), для вероятностей многофононных безызлучательных переходов между уровнями ${}^4J_{11/2}$ и ${}^4J_{9/2}$ получаем

$$w_{i_1 \rightarrow k_3}^{(3)}(1) = 2,7 \cdot 10^6 Z^3 \text{ сек}^{-1}, \quad w_{i_1 \rightarrow k_3}^{(3)}(2) = 0,51 \cdot 10^5 Z^2 \text{ сек}^{-1}, \quad (21)$$

$$w_{k_3 \rightarrow i_1}^{(3)}(m) = \exp\left(-\frac{\hbar \Delta_{k_3 i_1}}{kT}\right) \cdot w_{i_1 \rightarrow k_3}^{(3)}(m), \quad m = 1, 2, 3. \quad (22)$$

Эксперимент для $w_{i_1 \rightarrow k_3}$ дал значение $2 \cdot 10^6 \text{ сек}^{-1}$ [19]. Точное совпадение получается при значении $Z = 0,95 \text{ ат. ед.}$ для эффективного заряда ионов первой координационной сферы.

Из формулы (21) следует, что вероятность БП $w_{i_1 \rightarrow k_3}^{(3)}$ почти не зависит от температуры вплоть до значения $T \approx 150^\circ \text{К}$. В интервале $150^\circ < T < T_D$ она медленно растет с увеличением температуры (соответствующие интегралы вычислены на ЭВМ). При $T > T_D$ разлагая входящие в формулы (14) — (17) экспоненциальные функции в ряд, легко убедиться, что $w_{i_1 \rightarrow k_3}^{(3)} \sim T^2$. Что касается вероятности обратного перехода $w_{k_3 \rightarrow i_1}^{(3)}$, то, как следует из формулы (22), при низких температурах ($T < 150^\circ \text{К}$) хотя она увеличивается экспоненциально с ростом температуры, однако ее значение ничтожно мало. При высоких температурах ($T > T_D$), как следует из формулы (18), $w_{k_3 \rightarrow i_1}^{(3)} \sim T$.

Ереванский государственный
университет

Поступила 20.VI.1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Е. Перлин. УФН, 80, 553 (1963).
М. А. Криволаз. ФТТ, 6, 1707 (1964); ЖЭТФ, 48, 310 (1965).
2. С. И. Пекар, М. А. Криволаз. Тр. Ин-та физики АН УССР, 4, 37 (1953).
3. Huang Kun. Proc. Roy. Soc., A204, 406 (1950).
4. С. В. Тябликов, В. А. Москаленко. Уч. зап. Кишиневского ун-та, 55, 143 (1960);
Тр. Матем. ин-та им. Стеклова, 64, 267 (1961); ДАН СССР, 130, 851 (1961).
5. D. E. McCumber, M. D. Sturge. App. Phys., 34, 1682 (1963).
D. E. McCumber. J. Math. Phys., 5, 221 (1964); 5, 508 (1964).
6. K. Nishikawa, R. Barrie. Can. J. Phys., 41, 1135 (1963).
R. Barrie, R. Rystephanick. Can. J. Phys., 44, 109 (1966).
7. T. Kushida. Phys. Rev., 185, 500 (1969).
8. И. С. Андриеш и др. ФТТ, 14, 2967 (1972); Квантовая электроника, 2, 237 (1975).
9. Ф. П. Сафарян. ФТТ, 19, 1947 (1977); ФТТ, 20, 1550 (1978).
10. В. А. Бонч-Бруевич, С. В. Тябликов. Метод функций Грина в статистической механике, М., 1961.
11. С. В. Тябликов, В. А. Бонч-Бруевич. Теория возмущений для двухвременных температурных функций Грина, М., 1962.
12. Ф. П. Сафарян, А. Л. Крушинский. Изв. АН АрмССР, Физика, 5, 183 (1970).
13. Ф. П. Сафарян. Препринт ИФИ—76—44, Аштарак, 1977.
14. А. А. Каминский. Лазерные кристаллы, М., 1975.
15. I. A. Koningsstein, I. E. Geusic. Phys. Rev., 136A, 711 (1964).
16. С. А. Альтшуллер, Б. М. Козырев. ЭПР соединений элементов промежуточных групп, М., 1972.
17. E. G. Spenser et al. App. Phys., 34, 3059 (1963).
18. A. I. Freeman, R. E. Watson. Phys. Rev., 127, 2038 (1962).
19. Г. М. Зверев, Г. Я. Колодный, А. М. Онищенко. ЖЭТФ, 60, 920 (1971).

ԽԱՌՆՈՒՐԳԱՅԻՆ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ԳՐԳՈՄԱՆ ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ՈՉ-ՀԱՌԱԳԱՅՑՈՒՄՆԵՐԻ ՏՐՈՂՄԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ֆ. Պ. ՍԱՖԱՐՅԱՆ

Առաջարկված է մեթոդ խառնուրդային բյուրեղներում զրգուման էլեկտրոնային էներգիայի ոչ-նառադայիային տրոհման հավանականության հաշվման համար: Կոնկրետ հաշվումները կատարված են իտրիում-ալյումինիումի նոնաբարի բյուրեղի համար, որն աղտիվացված է Nd^{3+} իոններով: Ի տարբերություն գոյություն ունեցող կիսափորձնական մեթոդների, այստեղ բոլոր հաշվումները կատարվում են էլեկտրոն-ֆոնոնային մատրիցական էլեմենտների հաշվարկի հիման վրա, ընդ որում միջմակարդակային մատրիցական էլեմենտները հաշված են Ռակի դե-նիտոգիական գործակիցների մեթոդով, իսկ ներմակարդակային էլեմենտները՝ Ստեյվենսի համարժեք օպերատորների մեթոդով: Nd^{3+} իոնի ${}^4I_{11/2}$ և ${}^4I_{9/2}$ մակարդակների միջև ոչ-նառադայիային անցման հավանականության համար ստացվել է $\sim 2,7 \cdot 10^{+6}$ վրկ⁻¹ արժեքը, որը համընկնում է էքսպերիմենտալ արդյունքի հետ:

TO THE THEORY OF NONRADIATIVE RELAXATION OF ELECTRON EXCITATION ENERGY IN IMPURITY CRYSTALS

F. P. SAFARYAN

A method is presented for the calculation of the multiphonon nonradiative transition (RT) probabilities, which play an important role in stimulated radiation kinetics of YAG—Nd crystal. The calculations are based on the detailed determination of the electron-phonon interaction matrix elements. The method of Racah genealogical coefficients is used for the evaluation of intermultiplet matrix elements. The intramultiplet matrix elements are evaluated using the Stevens equivalent operators technique. The value of about $2,7 \cdot 10^6 \text{ sec}^{-1}$ for NRT probability between ${}^4I_{11/2}$ and ${}^4I_{9/2}$ levels has been obtained in agreement with the experimental result.

РАСЧЕТ ПОНДЕРОМОТОРНЫХ СИЛ В СВЕРХПРОВОДНИКАХ
ВТОРОГО РОДА

Р. М. АРУТЮНЯН, Г. М. АРУТЮНЯН

На основе полуфеноменологической теории сверхпроводимости рассчитаны пондеромоторные силы, действующие на вихревую решетку сверхпроводников второго рода.

Известно, что в сверхпроводниках с током или помещенных во внешнее магнитное поле возникают очень большие пондеромоторные силы. В идеальных сверхпроводниках второго рода в состоянии равновесия отличные от нуля пондеромоторные силы возникают вследствие электромагнитного взаимодействия экранирующих мейсснеровских токов как между собой, так и с вихревой решеткой. В жестких сверхпроводниках в так называемых «критических состояниях» кроме вышеуказанных поверхностных сил возникают также объемные пондеромоторные силы. Они появляются вследствие электромагнитного взаимодействия неравномерно распределенных вихревых нитей по объему образца.

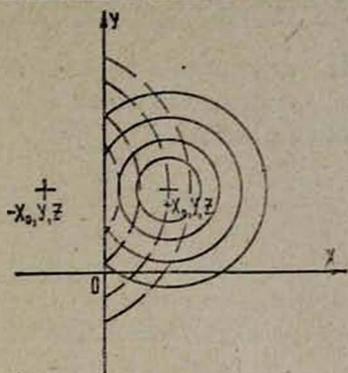
С точки зрения вышеизложенного вызывает определенный интерес вычисление пондеромоторной силы, действующей на отдельную вихревую нить сверхпроводника. Этот вопрос мы рассмотрим как в идеальных сверхпроводниках второго рода, так и в жестких материалах с гистерезисом магнитной индукции. В основном мы ограничимся плотностями нитей $n(x)$ в области $1/\lambda^2 \ll n(x) \ll 1/\xi^2$ и внешними магнитными полями G_0 такими, что $H_c \ll G_0 \ll H_{c2}$, где H_{c1} и H_{c2} — соответственно нижнее и верхнее критические поля [1, 2], а λ и ξ — лондоновская длина и длина корреляции.

Предположим, что сверхпроводник занимает полупространство $x \geq 0$. Внешнее магнитное поле G_0 направим по оси oz параллельно границе раздела сверхпроводника с вакуумом. Пондеромоторную силу вычислим с помощью известной формулы [3]

$$f = \frac{J}{c} [dl \cdot H], \quad (1)$$

где dl — элемент тока.

Распределение вихревых токов нити, расположенной у поверхности образца, с центром в точке (x_0, y, z) приведено на рисунке. Как известно [2, 4], у поверхности нить деформирована, и распределение токов в ней можно получить суперпозицией токов двух недеформированных нитей с центрами в точках (x_0, y, z) и $(-x_0, y, z)$. При этом нить с центром в точке $(-x_0, y, z)$ является изображением реальной нити образца. На рисунке она показана пунктирной линией. Пользуясь формулой (1), для силы, действующей на нить, получаем следующее выражение:



$$\begin{aligned}
 F(x_0) = & \frac{2}{c} \int_0^{x_0} j(r) dr \int_{x_0}^{r+x_0} \frac{H(x) \cdot (x-x_0)}{\sqrt{r^2 - (x-x_0)^2}} dx + \\
 & + \frac{2}{c} \int_0^{x_0} j(r) dr \int_{x_0-r}^{x_0} \frac{H(x) \cdot (x-x_0)}{\sqrt{r^2 - (x-x_0)^2}} dx + \\
 & + \frac{2}{c} \int_{x_0}^{+\infty} j(r) dr \int_{x_0}^{r+x_0} \frac{H(x) \cdot (x-x_0)}{\sqrt{r^2 - (x-x_0)^2}} dx + \\
 & + \frac{2}{c} \int_{x_0}^{+\infty} j(r) dr \int_0^{x_0} \frac{H(x) \cdot (x-x_0)}{\sqrt{r^2 - (x-x_0)^2}} dx - \\
 & - \frac{2}{c} \int_{x_0}^{+\infty} j(r) dr \int_0^{r-x_0} \frac{H(x) \cdot (x+x_0)}{\sqrt{r^2 - (x+x_0)^2}} dx.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $H(x)$ — поле, созданное всеми вихревыми нитями образца, их изображениями и внешним полем. Из симметрии задачи следует, что поле $H(x)$ направлено по оси oz и зависит только от координаты x . На этом основании сила $F(x_0)$ (2) имеет отличную от нуля составляющую только по оси oz и зависит только от координаты x . В (2) $j(r)$ — плотность токов нити, равная [1, 2]

$$j(r) = -\frac{\Phi_0}{2\pi\lambda^2} K_1(r/\lambda),$$

где K_1 — функция Ханкеля от мнимого аргумента, а $\Phi_0 = 2 \cdot 10^{-7}$ эс см² — квант магнитного потока. Последний интеграл в (2) представляет собой силу, действующую на токи изображения. Поле, созданное нитями, расположенными в плоскости $x = x_0$, с точностью до членов порядка $a e^{-2\pi|x-x_0|/a}/\lambda$ равно [4]

$$\frac{\Phi_0}{2a\lambda} e^{-|x-x_0|/\lambda}, \tag{3}$$

где $a(x)$ — период решетки; по порядку величины $\xi \ll a(x) \ll \lambda$.

Воспользовавшись (3) и перейдя для удобства от суммирования к интегрированию, для поля $H(x)$, созданного всеми нитями, их изображениями и внешним полем G_0 , можно получить

$$H(x_0) = \frac{\Phi_0}{2\lambda} \int_0^{x_0} n(x) e^{-(x_0-x)/\lambda} dx + \frac{\Phi_0}{2\lambda} \int_{x_0}^{+\infty} n(x) e^{-(x-x_0)/\lambda} dx - \frac{\Phi_0}{2\lambda} \int_0^{+\infty} n(x) e^{-(x+x_0)/\lambda} dx + G_0 e^{-x_0/\lambda}. \quad (4)$$

Здесь предполагается, что: 1) справедлив принцип суперпозиции полей и токов, созданных всеми нитями и внешним источником; 2) плотность нитей $n(x)$ меняется плавно на расстояниях, больших периода вихревой решетки $a(x)$. Следует отметить, что (4) справедливо как для идеальных, так и для жестких сверхпроводников.

Используя (4), после двукратного дифференцирования (2) находим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F(x_0)}{\partial x_0^2} - \frac{1}{\lambda^2} F(x_0) &= \frac{\Phi_0}{4\pi^2 \lambda^4} [Q_2(0) - G_0/2] \frac{\partial}{\partial x_0} \left[\int_{x_0}^{+\infty} K_1(r/\lambda) \sqrt{r^2 - x_0^2} dr \right] + \\ &+ \frac{1}{\lambda^2} \left\{ - \frac{\Phi_0^2}{4\pi^2 \lambda^3} \left[\int_0^{x_0} K_1(r/\lambda) dr \int_0^r n(t+x_0) \frac{t}{\sqrt{r^2 - t^2}} dt - \right. \right. \\ &- \int_0^{x_0} K_1(r/\lambda) dr \int_0^r n(x_0-t) \frac{t}{\sqrt{r^2 - t^2}} dt + \\ &+ \int_{x_0}^{+\infty} K_1(r/\lambda) dr \int_0^r \frac{t \cdot n(x_0+t)}{\sqrt{r^2 - t^2}} dt - \\ &- \int_{x_0}^{+\infty} K_1(r/\lambda) dr \int_0^{x_0} n(x_0-t) \frac{t}{\sqrt{r^2 - t^2}} dt + \\ &+ \left. \int_{x_0}^{+\infty} K_1(r/\lambda) dr \int_{x_0}^r \frac{t \cdot n(t-x_0)}{\sqrt{r^2 - t^2}} dt \right\} + \\ &+ \frac{2\Phi_0^2}{4\pi^2 \lambda^5} \left\{ \int_{x_0}^{+\infty} K_1(r/\lambda) dr \int_{x_0}^r n(t-x_0) \frac{tdt}{\sqrt{r^2 - t^2}} \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь введено обозначение

$$Q_2(0) = \frac{\Phi_0}{2\lambda} \int_0^{+\infty} n(x) e^{-x/\lambda} dx.$$

Из (4) следует, что

$$Q(0) - \frac{G_0}{2} = \lambda \left. \frac{\partial H}{\partial x_0} \right|_{x_0=0}.$$

Для дальнейшего изложения полезно отметить следующее. Силы (1) и (2) направлены в сторону возрастания магнитного поля и, соответственно, в сторону роста плотности нитей в образце. На этом основании, например, пондеромоторная сила, возникающая между двумя одинаково направленными нитями, притягивает нити друг к другу. С другой стороны, известно [2], что свободная энергия двух нитей состоит из энергий изолированных нитей и энергии взаимодействия, равной

$$\Phi_0 \cdot h_{12} / 4\pi, \quad (6)$$

где h_{12} — поле, созданное одним вихрем на острове другого. Член взаимодействия (6) для одинаково направленных нитей положителен и соответствует их отталкиванию. Аналогичным образом энергия нити во внешнем поле $G_0(x) > 0$, равная

$$\Phi_0 \cdot G_0(x) / 4\pi, \quad (6a)$$

также приводит к отталкиванию нити в сторону уменьшения $H(x)$.

Природа сил отталкивания, соответствующих (6) и (6a) и равных

$$-\Phi_0 \nabla h_{12} / 4\pi \text{ и } -\Phi_0 \nabla G_0(x) / 4\pi, \quad (7)$$

отличается от природы пондеромоторных сил (1) и (2). Во-первых, они противоположно направлены, во-вторых, они различны по величине. Например, для двух вихревых нитей пондеромоторная сила притяжения мала по сравнению с термодинамической силой отталкивания (7). Напомним, что в данном случае термодинамическая сила не совпадает с механической силой, действующей на вихрь. Это следует хотя бы из выражений (7), определяющих ее как градиент от неравновесной свободной энергии, а не просто от энергии. Следовательно, термодинамическая сила содержит в себе помимо механических воздействий на вихрь также статистические (энтропийные) факторы. В частности, для двух вихревых нитей термодинамическая сила, по-видимому, за счет энтропийного размешивания приводит к эффективному отталкиванию двух вихрей [2].

Что касается жестких сверхпроводников, то из-за неравномерного распределения нитей суммарная величина сил (7) в «критическом состоянии» отлична от нуля и компенсируется объемной силой сцепления центров «пиннинга». Далее для упрощения дифференциального уравнения (5) будет полезно вычислить с помощью (7) суммарную силу отталкивания g , с которой все нити образца, их изображения и внешний источник действуют на недеформированную нить, помещенную в точку $x_0 > 0$. Силу g вычислим следующим образом. Вначале определим суммарную силу Δg отталкивания, с которой нити, расположенные между плоскостями x и $x + \Delta x$, действуют на нить, расположенную в плоскости x_0 . Из симметрии задачи следует, что суммарная сила в точке (x, y, z) направлена перпендикулярно к оси нити и не зависит от координат y, z . Используя (7), для Δg найдем

$$\Delta g = \frac{\Phi_0^2}{8\pi\lambda^2} e^{-|x-x_0|/\lambda} n(x) \Delta x. \quad (8)$$

Интегрирование (8) по x для g дает

$$g = \frac{\Phi_0^2}{8\pi\lambda^2} \left\{ \int_0^{x_0} n(x) e^{-(x_0-x)/\lambda} dx - \int_{x_0}^{+\infty} n(x) e^{-(x-x_0)/\lambda} dx - \right. \\ \left. - \int_0^{+\infty} n(x) e^{-(x+x_0)/\lambda} dx \right\} - \frac{\Phi_0}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_0} G_0(x_0). \quad (9)$$

Нетрудно заметить, что выражение в фигурной скобке в (9) совпадает с первой фигурной скобкой в правой части (5).

Далее, из (4) и (9) имеем

$$\frac{8\pi\lambda^2}{\Phi_0^2} \left[g(x_0) + \frac{\Phi_0}{4\pi} \frac{\partial G_0(x_0)}{\partial x_0} \right] = -\frac{2\lambda^2}{\Phi_0} \frac{\partial}{\partial x_0} [H(x_0) - G_0(x_0)], \quad (10)$$

откуда получается соотношение

$$g(x_0) = -\frac{\Phi_0}{4\pi} \frac{\partial H(x_0)}{\partial x_0}. \quad (11)$$

Учитывая (5), (9)—(11), окончательно находим

$$\frac{\partial^2 F(x_0)}{\partial x_0^2} - \frac{1}{\lambda^2} F(x_0) = -\frac{1}{\lambda^2} \frac{\Phi_0}{4\pi} \frac{\partial H(x_0)}{\partial x_0} - \\ - \left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2} \frac{\partial H(x_0)}{\partial x_0} \Big|_{x_0=0} + \frac{\Phi_0 \cdot G_0}{4\pi\lambda^3} - \frac{\Phi_0^2}{4\pi\lambda^3} n(0) \right) e^{-x_0/\lambda}. \quad (12)$$

Наличие последнего члена в круглых скобках (12) соответствует предположению, что $n(x)$ (в последнем интеграле выражения (2)) у границы образца меняется слабо на расстояниях порядка λ .

Общее решение (12)

$$C_1 e^{x_0/\lambda} + C_2 e^{-x_0/\lambda}$$

тождественно обращается в нуль, так как согласно (2) $F(x_0=0)=0$, а при $x_0=+\infty$ поперечная сила конечна. Тогда из (12) для силы, действующей на отдельную вихревую нить, можно получить выражение

$$F(x_0) = \frac{\Phi_0}{8\pi\lambda} \left\{ \int_0^{x_0} \frac{\partial H}{\partial x} e^{-(x_0-x)/\lambda} dx + \int_{x_0}^{+\infty} \frac{\partial H}{\partial x} e^{-(x-x_0)/\lambda} dx - \right. \quad (13)$$

$$\left. - \int_0^{+\infty} \frac{\partial H}{\partial x} e^{-(x+x_0)/\lambda} dx \right\} + \frac{\Phi_0}{8\pi\lambda} \left(\frac{\partial H(x_0)}{\partial x_0} \Big|_{x_0=0} + \frac{G_0}{\lambda} - \frac{\Phi_0 n(0)}{\lambda} \right) x_0 e^{-x_0/\lambda}.$$

Выражение (13) справедливо как для идеальных, так и для жестких сверхпроводников с гистерезисом магнитной индукции. В идеальных веществах при $H_{c1} \ll G_0 \ll H_{c2}$ индукция $B(x) = H(x) = \text{const}$ при всех $0 \leq x_0 < +\infty$ (см., например, [2, 4]). С учетом этого из (13) получаем

$$F(x_0) = \left(-\frac{\Phi_0^2 n(0)}{8\pi\lambda^2} + \frac{G_0\Phi_0}{8\pi\lambda^2} \right) x_0 e^{-x_0/\lambda}. \quad (13a)$$

Умножая (13a) на $n(x)$, найдем пондеромоторную силу в 1 см³ вещества. Для сопоставления с ней вычислим термодинамическую силу отталкивания. С этой целью запишем свободную энергию вещества по аналогии с [2, 4]:

$$\Phi_s = \frac{\Phi_0}{4\pi} \int n(x) \left(G(x) + \frac{1}{2} h_2(x) - G_0 \right) dx + C. \quad (14)$$

Здесь C — аддитивная постоянная, $h_2(x)$ — поле, созданное всеми вихрями и их изображениями в точке x . Величина в круглых скобках верна с точностью до члена порядка H_{c1} . Так как $H_{c1} \ll G_0(x)$, $H_{c1} \ll H_0$, $h_2(x)$, то ее вкладом в (14) можно пренебречь.

Давление в системе, как и в [2], определим согласно формуле

$$p = - \left(\frac{\partial \Phi_s}{\partial V} \right)_{N = \text{const}}. \quad (15)$$

Обозначим через S основание объема (с единичной высотой), пересекаемого всеми нитями. Воспользовавшись условием $S \cdot n = N = \text{const}$ и перейдя от переменной S к $n(x)$, из (15) находим

$$p = \frac{\Phi_0 n^2(x)}{8\pi} \frac{\partial h_2(x)}{\partial n} = \frac{\Phi_0 \cdot n^2(x)}{8\pi} \frac{\partial B(x)}{\partial n(x)}. \quad (15a)$$

Сила определится из условия $f = -\partial p / \partial x$.

В отличие от [2], мы в (15) не перешли от переменной S к индукции $B(x)$, так как у поверхности $B(x) \neq \Phi_0 \cdot n(x)$. Для того, чтобы убедиться в этом, продифференцируем (4) два раза по переменной x_0 :

$$\lambda^2 \frac{\partial^2 B(x_0)}{\partial x_0^2} - B(x_0) = -\Phi_0 \cdot n(x_0). \quad (16)$$

Решив уравнение (16) с учетом (15a), при $x_0 \gg \lambda$ получим $B(x_0) = n(x_0) \cdot \Phi_0$. При $0 \leq x_0 \leq \lambda$ индукция $B(x)$ зависит как от $n(x)$, так и от переменной x , т. е. $B = B(x, n(x))$.

Решение упрощается в случае идеальных сверхпроводников второго рода. Подставляя $n(x)$ из (16) в (14), используя соотношение $G(x) + \frac{1}{2} h_2(x) = B(x)$ и варьируя Φ_s по $B(x)$, придем к уравнению

$$-\lambda^2 \frac{\partial^2 B}{\partial x_0^2} + B(x_0) - G_0 = 0. \quad (17)$$

Решение (17) при граничном условии $B(0) = G_0$ и конечном $B(+\infty)$ дает $B(x) = G_0 = n_0 \cdot \Phi_0$ при $0 \leq x_0 < +\infty$. Тогда из (15a) находим, что

термодинамическая сила всюду в объеме тождественно равна нулю. Таким же образом из (13а) следует, что пондеромоторная сила, действующая на нить в идеальных сверхпроводниках, равна нулю независимо от ее расположения в образце.

Таким образом, суммарная пондеромоторная сила, действующая в образце из идеального сверхпроводника второго рода, определяется только электромагнитным взаимодействием экранирующих мейсснеровских токов друг с другом. В неидеальных сверхпроводниках величину силы можно оценить в простом случае $\partial H/\partial x = \text{const}$. Тогда

$$F(x_0) = \frac{\Phi_0}{4\pi} \frac{\partial H(x_0)}{\partial x_0} + \frac{\Phi_0}{8\pi l} \left(\frac{\partial H(x_0)}{\partial x_0} \right) \Big|_{x=0} + \frac{G_0}{\lambda} - \frac{\Phi_0 n(0)}{\lambda} \Big) x_0 e^{-x_0/\lambda}. \quad (18)$$

Из (18) следует, что в объеме образца сила направлена в сторону увеличения $H(x_0)$. У поверхности вследствие того, что $G_0 \neq \Phi_0 \cdot n(0)$, направление силы определяется знаком круглой скобки.

Ереванский государственный
университет

Поступила 25.IV.1978

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Абрикосов. ЖЭТФ, 32, 1442 (1957).
2. П. Де Жен. Сверхпроводимость металлов и сплавов, Изд. Мир, М., 1968.
3. И. Е. Тамм. Основы теории электричества, ГИТТЛ, М., 1956.
4. В. В. Шмидт, Г. С. Мкртчян. УФН, 112, 459 (1974).

ՊՈՆԴԵՐՈՄՈՏՈՐ ՈՒՃԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿԸ ԵՐԿՐՈՐԴ ԿԱՐԳԻ
ԳԵՐՀԱՂՈՐԴԻՉՆԵՐՈՒՄ

Ռ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Գ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Գերհաղորդիչների կիսաֆենոմենոլոգիկ տեսության հիման վրա հաշվարկված են պոնդե-
րոմոտոր ուժերը, որոնք ազդում են երկրորդ կարգի գերհաղորդիչների մրրիկային ցանցի վրա:

THE CALCULATION OF PONDEROMOTIVE FORCES IN SECOND-TYPE SUPERCONDUCTORS

R. M. HARUTYUNYAN, G. M. HARUTYUNYAN

On the basis of semiphenomenological theory of superconductivity the pondero-
motive forces acting on the vortex lattice of second-type superconductors were cal-
culated.

КОРОТКОВОЛНОВАЯ АСИМПТОТИКА ПОЛЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ АНТЕННЫ

М. И. ИВАНЯН

С помощью приближения геометрической теории дифракции, приближения Кирхгофа и фокального разложения по функциям Бесселя построена равномерная асимптотика полного поля осесимметричной антенны, учитывающая краевые эффекты в приближении геометрической теории дифракции.

В работе [1] получена равномерная асимптотика поля, уточняющая при помощи геометрической теории дифракции выражения, полученные в приближении Кирхгофа [2] для параболической антенны, облучаемой электрическим диполем. Ось диполя ориентирована перпендикулярно к оси параболы.

В настоящей работе результаты [1] распространяются на произвольную осесимметричную антенну, облучаемую диполем, расположенным в произвольной точке ее оси.

В лучевом приближении полное поле антенны записывается в виде суммы геометрически отраженного от поверхности антенны поля ($E^{го}$) и краевого поля антенны, записанного в приближении геометрической теории дифракции ($E^{гта}$):

$$E = E^{го} + E^{гта}. \quad (1)$$

Асимптотика интегралов приближения Кирхгофа [2], рассчитанная методом стационарной фазы, представляет собой геометрически отраженное поле ($E^{го}$). Метод стационарной фазы не учитывает вклада краевых точек антенны (разрывность распределения токов на кромке). Чтобы выделить из приближения Кирхгофа ($E^{ПК}$) его геометрооптическую часть ($E^{го}$), следует вычесть из него вклад краевых точек ($E_{кр}^{АПК}$):

$$E^{го} = E^{ПК} - E_{кр}^{АПК}, \quad (2)$$

и полное поле антенны запишется в виде

$$E = E^{ПК} - E_{кр}^{АПК} + E^{гта}. \quad (3)$$

В (3) вклад краев в приближении Кирхгофа заменяется вкладом краев в приближении геометрической теории дифракции. Разность $\Delta E = E^{гта} - E_{кр}^{АПК}$ представляет собой поправку к приближению Кирхгофа, обусловленную учетом дифракции на кромке в приближении геометрической теории дифракции. Для нахождения поправки следует построить выражения для асимптотики краевого поля в приближении Кирхгофа ($E_{кр}^{АПК}$) и асимптотики краевого поля в приближении геометрической теории дифракции ($E^{гта}$).

В выражения для полей в приближении Кирхгофа для осесимметричных зеркал входят интегралы вида [2]

$$I = \int_0^{\psi_M} f(\psi) J_n(\beta) e^{i\alpha\psi} d\psi, \quad (4)$$

где

$$\beta = k\rho \sin \psi \sin \theta, \quad \alpha = k\rho (1 + \cos \psi \cos \theta),$$

$\rho(\psi)$ — уравнение образующей поверхности антенны, $J_n(\beta)$ — функция Бесселя, $n = 0, 1, 2$.

Подставляя в (4) асимптотику функции Бесселя, справедливую для больших аргументов,

$$J_n(\beta) = \sqrt{\frac{\pi}{2\beta}} \cos\left(k\beta - \frac{\pi}{2}n - \frac{\pi}{4}\right),$$

и учитывая, что $f(\psi)/\sqrt{\beta} \rightarrow 0$ при $\psi \rightarrow 0$, в нулевом приближении получаем

$$I = \sqrt{\frac{2}{\pi\beta(\psi_M)}} f(\psi_M) \left\{ \frac{e^{i\left[\left(\alpha+\beta\right)\psi_M - \frac{\pi}{2}n - \frac{\pi}{4}\right]}}{i(\alpha+\beta)'} + \frac{e^{i\left[\left(\alpha-\beta\right)\psi_M + \frac{\pi}{2}n + \frac{\pi}{4}\right]}}{i(\alpha-\beta)'} \right\}_{\psi=\psi_M}. \quad (5)$$

В (5) производная $(\alpha \pm \beta)'$ записывается в виде

$$(\alpha \pm \beta)' = 2\rho(\psi) \cos \frac{\psi \mp \theta}{2} \sin\left(\delta(\psi) - \frac{\psi}{2} \mp \frac{\theta}{2}\right) / \cos(\psi - \delta(\psi)), \quad (6)$$

где $\delta(\psi)$ — угол между осью зеркала и нормалью к его поверхности в точке ψ .

С учетом (5) выражение для асимптотики краевого поля в приближении Кирхгофа ($E_{кр}^{АПК}$) принимает вид

$$E_\theta = \frac{e^{i\alpha(\psi_M)}}{\sqrt{2\pi k\alpha \sin \theta}} \left(l^n e^{i\left(k\alpha \sin \theta - \frac{\pi}{4}\right)} + l^n e^{-i\left(k\alpha \sin \theta - \frac{\pi}{4}\right)} \right) \frac{e^{ikR}}{R} \cos \varphi, \quad (7)$$

$$E_\varphi = \frac{e^{i\alpha(\psi_M)}}{\sqrt{2\pi k\alpha \sin \theta}} \left(s^n e^{i\left(k\alpha \sin \theta - \frac{\pi}{4}\right)} + s^n e^{-i\left(k\alpha \sin \theta - \frac{\pi}{4}\right)} \right) \frac{e^{ikR}}{R} \sin \varphi.$$

Здесь

$$l^{n, n} = \frac{\cos(\delta \pm \theta) \cos \psi_M \sin \psi_M}{2 \cos \frac{\psi_M \pm \theta}{2} \sin\left(\delta - \frac{\psi_M}{2} \pm \frac{\theta}{2}\right)}, \quad (8)$$

$$s^{n, n} = -\frac{\cos(\psi_M - \delta) \sin \psi_M}{\cos \frac{\psi_M \pm \theta}{2} \sin\left(\delta - \frac{\psi_M}{2} \pm \frac{\theta}{2}\right)},$$

α — радиус раскрыва антенны, $\delta = \delta(\psi_M)$, индексы « n », « v » соответствуют лучам, исходящим из «нижней» и диаметрально противоположной ей «верхней» точек кромки антенны.

Поле в приближении геометрической теории дифракции [3] записывается следующим образом:

$$E_{\theta} = \frac{e^{i\alpha(\psi_M)}}{\sqrt{2\pi ka \sin \theta}} \left\{ L^{\text{II}} e^{i\left(ka \sin \theta - \frac{\pi}{4}\right)} + L^{\text{I}} e^{-i\left(ka \sin \theta - \frac{\pi}{4}\right)} \right\} \frac{e^{ikR}}{R} \cos \varphi, \quad (9)$$

$$E_{\varphi} = \frac{e^{i\alpha(\psi_M)}}{\sqrt{2\pi ka \sin \theta}} \left\{ S^{\text{II}} e^{i\left(ka \sin \theta - \frac{\pi}{4}\right)} + S^{\text{I}} e^{-i\left(ka \sin \theta - \frac{\pi}{4}\right)} \right\} \frac{e^{ikR}}{R} \sin \varphi.$$

Здесь

$$L^{\text{I, II}} = - \left(\frac{1}{\cos \frac{\psi_M \pm \theta}{2}} - \frac{1}{\sin \frac{2\delta - \psi_M \pm \theta}{2}} \right) \frac{\cos \psi_M \sin \psi_M}{2},$$

$$S^{\text{I, II}} = - \left(\frac{1}{\cos \frac{\psi_M \pm \theta}{2}} + \frac{1}{\sin \frac{2\delta - \psi_M \pm \theta}{2}} \right) \frac{\sin \psi_M}{2}.$$

Поправка ΔE запишется, таким образом, в виде

$$\Delta E_{\theta} = \frac{e^{i\alpha(\psi_M)}}{\sqrt{2\pi ka \sin \theta}} \left\{ \alpha^{\text{II}} e^{i\left(ka \sin \theta - \frac{\pi}{4}\right)} + \alpha^{\text{I}} e^{-i\left(ka \sin \theta - \frac{\pi}{4}\right)} \right\}, \quad (10)$$

$$\Delta E_{\varphi} = \frac{e^{i\alpha(\psi_M)}}{\sqrt{2\pi ka \sin \theta}} \left\{ \beta^{\text{II}} e^{i\left(ka \sin \theta - \frac{\pi}{4}\right)} + \beta^{\text{I}} e^{-i\left(ka \sin \theta - \frac{\pi}{4}\right)} \right\},$$

где

$$\alpha^{\text{I, II}} = L^{\text{I, II}} - l^{\text{I, II}}, \quad \beta^{\text{I, II}} = S^{\text{I, II}} - s^{\text{I, II}}.$$

Заметим, что выражения (8)–(10) переходят в соответствующие выражения работы [1] при $\delta = \psi_M/2$, что соответствует случаю осесимметричной параболы.

Следует отметить также, что как и в [1], функции $L^{\text{I}}, l^{\text{I}}, S^{\text{I}}$ и s^{I} имеют расходимость на границах света и тени падающего ($\theta = \pi - \psi_M$) и отраженного ($\theta = \psi_M - 2\delta$) полей, но функции α^{I} и β^{I} регулярны во всей области определения ($0 \leq \theta \leq \pi$).

Расходимость выражения для поправки ΔE при $\theta = 0$, обусловленная фокусировкой лучей на оси и неприменимостью на ней лучевых представлений, устраняется, как и в [1], с помощью асимптотической шивки (10) с фокальным разложением, предложенным в [4]:

$$\Delta E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \{A_n J_n(k\rho) - iB_n \rho J'_n(k\rho)\} e^{in\varphi}. \quad (11)$$

Это разложение позволяет описывать осесимметричные поля с азимутальной асимметрией типа $e^{in\varphi}$ с помощью функций Бесселя и их первых производных. Шивка производится в области применимости геометрической теории дифракции.

Повторяя рассуждения работы [1], можно получить равномерную асимптотику для диаграммы направленности, включающую в себя первые два члена разложения по волновому числу k . Диаграмма записывается в сферической системе координат θ, φ с полярной осью, совпадающей с осью диполя (облучателя):

$$F_{\theta} = -\sqrt{1 - (\sin \theta \cos \varphi)^2} \left[U + \frac{U'}{ik} + \left(V + \frac{V'}{ik} \right) \cos 2\varphi \right] + \frac{(\sin \theta \sin 2\varphi)^2 \left(V + \frac{V'}{ik} \right) + \sin 2\theta \cos^2 \varphi \left(W + \frac{W'}{ik} \right)}{2\sqrt{1 - (\sin \theta \cos \varphi)^2}} \quad (12a)$$

для основной поляризации и

$$F_{\varphi} = \frac{\sin 2\varphi}{\sqrt{1 - (\sin \theta \cos \varphi)^2}} \left[\left(V + \frac{V'}{ik} \right) \cos \theta - \frac{\sin \theta}{2} \left(W + \frac{W'}{ik} \right) \right] \quad (12b)$$

для кросс-поляризационной компоненты. Здесь

$$U = 2\pi \int_0^{\psi_M} \left(\cos \frac{\psi - \theta^*}{2} \cos \psi + \frac{1}{2} \sin \frac{\psi - \theta^*}{2} \sin \psi \right) L(\psi) J_0(\beta) e^{i\alpha} d\psi,$$

$$V = \pi \int_0^{\psi_M} \sin \frac{\psi - \theta^*}{2} \sin \psi L(\psi) J_2(\beta) e^{i\alpha} d\psi,$$

$$W = 2\pi \int_0^{\psi_M} \sin \frac{\psi - \theta^*}{2} \cos \psi L(\psi) J_1(\beta) e^{i\alpha} d\psi,$$

$$L(\psi) = \frac{\rho(\psi) \sin \psi}{\cos \frac{\psi + \theta^*}{2}}, \quad \theta^* = \psi - 2\delta(\psi),$$

$$U' = \frac{1}{2} [(U^n + U^s) J_0(ka \sin \theta) + i(U^n - U^s) J_1(ka \sin \theta)],$$

$$V' = \frac{1}{2} [(V^n + V^s) J_2(ka \sin \theta) - i(V^n - V^s) J_2'(ka \sin \theta)],$$

$$W' = \frac{1}{2} [i(W^n - W^s) J_1(ka \sin \theta) - (W^n + W^s) J_1'(ka \sin \theta)].$$

Результат (12) является обобщением результатов работы [1] для любого осесимметричного зеркала с уравнением образующей $\rho = \rho(\psi)$ и сводится к ним при $\rho = \rho/(1 + \cos \psi)$. В частности, для сферической антенны радиуса R с диполем, расположенным на ее оси на расстоянии l от центра сферы, диаграмма направленности дается выражениями (12) с подстановкой в них

$$\rho(\psi) = \sqrt{R^2 - l^2 \sin^2 \psi} - l \cos \psi, \quad \delta(\psi) = \psi - \arcsin \left(\frac{l}{R} \sin \psi \right).$$

Аналогично можно описать и поле излучения, например, параболической осесимметричной антенны с облучателем, смещенным вдоль оси. В случае дипольного облучателя, смещенного в сторону зеркала на расстояние l от фокуса, в (12) следует подставить

$$\rho(\psi) = \frac{\sqrt{\cos^2 \psi + \left(1 - \frac{2l}{p}\right) \sin^2 \psi} - \cos \psi}{\sin^2 \psi},$$

$$\delta(\psi) = \arctg \left(\sqrt{\cotg^2 \psi + \left(1 - \frac{2l}{p}\right)} - \cotg \psi \right).$$

Автор выражает признательность Э. Д. Газазяну и Б. Е. Кинберу за постановку задачи и обсуждения.

Поступила 24.V.1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Э. Д. Газазян, М. И. Иванян, Б. Е. Кинбер. Изв. АН АрмССР, Физика, 13, 87 (1978).
2. Б. Е. Кинбер. Радиотехника и электроника, 5, 720 (1960).
3. J. B. Keller. J. Appl. Phys., 28, 426 (1957).
4. Э. Д. Газазян, Б. Е. Кинбер. Изв. вузов, Радиофизика, 14, 1219 (1971).

ԱՌԱՆՑՔԱՅԻՆ ՀԱՄԱՉԱՓ ԱՆՏԵՆԱՅԻ ԴԱՇՏԻ ԿԱՐՃԱԼԻՔԱՅԻՆ ՄՈՏԱՎՈՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Մ. Ի. ԻՎԱՆՅԱՆ

Դիֆրակցիայի երկրաչափական տեսության, Կիրխոֆի մոտավորության և ըստ Բեսելի ֆունկցիաների ֆոկալ վերլուծության օգնությամբ կառուցված է առանցքային համաչափ անտենայի լրիվ դաշտի հավասարաչափ մոտավորությունը, որն հաշվի է առնում եզրային ջրումները դիֆրակցիայի երկրաչափական տեսության մոտավորությամբ:

SHORT-WAVE ASYMPTOTICS OF AXISYMMETRIC ANTENNA FIELD

M. I. IVANYAN

The uniform asymptotics of the total field of an axisymmetric antenna is obtained by means of geometrical theory of diffraction, Kirchoff approximation and Bessel function expansion, taking the account of end effects in the approximation of geometrical theory of diffraction.

КРИТЕРИИ ИНВЕРСИИ ЗНАКА НАПРЯЖЕНИЯ ОБРАТНО-СМЕЩЕННЫХ ПЕРЕХОДОВ МНОГОСЛОЙНЫХ СТРУКТУР

Г. С. КАРАЯН, А. А. ДЖЕРЕДЖЯН

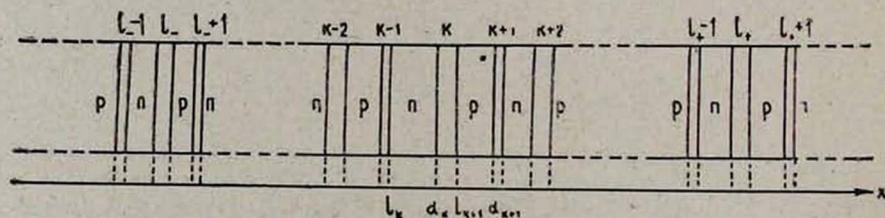
С учетом взаимодействия между несоседними переходами многослойной структуры в общем случае получен критерий инверсии знака напряжения на коллекторных переходах в статическом режиме.

В работах [1—3] показано, что описывающие электрофизические свойства полупроводниковых многослойных структур (МСС) результаты, полученные на основе модели многотранзисторной аналогии (МТА) [4, 5], нельзя применять для произвольной МСС.

Модель МТА перестает быть справедливой именно при малых напряжениях на коллекторных переходах и инверсии знака напряжения (ИЗН) на них. Поэтому вопрос исследования ИЗН обратносмещенных переходов МСС является актуальной задачей. Кроме того, ИЗН коллекторов имеет большое теоретическое и практическое значение по следующим причинам: во-первых, малость рассеиваемой на МСС мощности в открытом состоянии можно обеспечить только уменьшением остаточного напряжения, чего можно добиться инверсией напряжения коллекторов МСС; во-вторых, при наличии ИЗН на коллекторах МСС число эмиттеров увеличивается, так как после ИЗН коллектор работает как эмиттер; это может привести к новым возможностям образования участка с отрицательным дифференциальным сопротивлением на вольт-амперных характеристиках (ВАХ) других коллекторов и ИЗН на них; в третьих, определяет пределы применимости модели МТА.

Целью настоящей работы является исследование условий происхождения ИЗН на коллекторах.

Исследуем модель МСС, изображенной на рисунке. Рассмотрим k -й коллекторный переход в режиме малых напряжений (т. е. когда $V_k < 1$,



причем здесь, как и в работе [1], напряжения измеряются в единицах kT/e). Пусть четные индексы l_- и l_+ такие, что

$$l_- < k < l_+, V_{l_{\pm}} > 0, V_{l_{\pm}}(k, l_{\pm}) < 0.$$

Они определяют ту часть МСС, которая участвует в токопрохождении через k -й переход. Тогда, пренебрегая тепловой генерацией и ударной иони-

зацией носителей в k -ом переходе, для плотности тока через него на основе [1] можно написать

$$\hat{\alpha}_k J = \hat{I}_k x_k - \hat{\delta}_k, \quad (1)$$

где J — плотность тока, а остальные обозначения приведены в таблице и в работе [6]. Как видно из обозначений, в левую часть уравнения (1) входит также некоторая часть инжекционных токов несоседних переходов, заключенных между l_- и l_+ -переходами, а токи утечек входят в правую часть. Условием ИЗН k -го перехода является равенство $x_k = 0$, которое, как следует из (1), возможно, если только выполняется неравенство

$$\hat{\alpha}_k (l_{\pm}) < 0. \quad (2)$$

Поэтому условие (2) является необходимым для ИЗН на k -ом переходе. Покажем, что неравенство (2) является также и достаточным условием.

Рассмотрим два возможных случая: а) $\hat{\delta}_k \equiv 0$, б) $\hat{\delta}_k \neq 0$.

а) Методом математической индукции легко доказать, что

$$\bar{\mu}_k^{k+2} > 0, \quad \bar{\mu}_k^{k+2} < 1, \quad \mu_k^{k-2} + \mu_k^{k+2} < 1, \quad (3)$$

что физически означает, что ток инжекции носителей через эмиттер не может превосходить полный ток. Из (1)—(3) следует, что $x_k < 0$, откуда вытекает, что напряжение на k -ом переходе отрицательно.

б) В силу теорем 1 и 2 работы [1] легко показать, что из $\hat{\delta}_k \equiv 0$ вытекает следующее условие:

$$\frac{d}{dJ} \left(\frac{\hat{\delta}_k}{J} \right) < 0,$$

т. е. сумма $(\hat{\delta}_k + \hat{\alpha}_k J)$ с ростом тока убывает. При $J = 0$ она положительна и обращается в нуль при

$$J_{\text{инв}} = \frac{\hat{\delta}_k \text{ инв}}{|\hat{\alpha}_k|}. \quad (4)$$

А при $J > J_{\text{инв}}$ уже $x_k < 0$, т. е. напряжение на k -ом переходе отрицательно. Утверждение доказано. Следовательно, условие (2) является критерием ИЗН на k -ом коллекторном переходе МСС.

На основе системы уравнений (1), (2) работы [1] можно выразить $\hat{\delta}_k$ через J . Тогда равенство (4) будет уравнением относительно инверсионного значения тока $J_{\text{инв}}$.

Величина $\hat{\alpha}_k$ определяется рекуррентными соотношениями, начиная от индексов l_{\pm} до индексов k , что является математическим отражением учета эффекта взаимодействия (ЭВ) между несоседними переходами МСС. Это взаимодействие реализуется путем перетекания носителей заряда от одного перехода к другому, которое приводит к изменению объемных зарядов переходов и, следовательно, напряжения на них. Так как перераспре-

Величины	$\nu = l+2$	$\nu > l+2, \nu, l - \text{четные числа}$
$\bar{a}_\nu(l)$	$\nu = \alpha_\nu$	$(\alpha_\nu + \mu_\nu^{\nu-2} \bar{a}_{\nu-2})(1 - \mu_\nu^{\nu-2} \mu_{\nu-2}^{\nu-2})^{-1}$
$\bar{\delta}_\nu(l)$	δ_ν	$(\delta_\nu + \mu_\nu^{\nu-2} \bar{\delta}_{\nu-2})(1 - \mu_\nu^{\nu-2} \mu_{\nu-2}^{\nu-2})^{-1}$
$\bar{\mu}_\nu^{\nu+2}(l)$	$\mu_\nu^{\nu+2}$	$\mu_\nu^{\nu+2} (1 - \mu_\nu^{\nu-2} \mu_{\nu-2}^{\nu-2})^{-1}$
$\bar{\mu}_\nu^{\nu-2}(l)$	$\mu_\nu^{\nu-2}$	$\mu_\nu^{\nu-2} \mu_{\nu-2}^{\nu-4} (1 - \mu_\nu^{\nu-2} \mu_{\nu-2}^{\nu-2})^{-1}$
	$\nu = l-2$	$\nu < l-2$
$\bar{a}_\nu(l)$	α_ν	$(\alpha_\nu + \mu_\nu^{\nu+2} \bar{a}_{\nu+2})(1 - \mu_\nu^{\nu+2} \mu_{\nu+2}^{\nu+2})^{-1}$
$\bar{\delta}_\nu(l)$	δ_ν	$(\delta_\nu + \mu_\nu^{\nu+2} \bar{\delta}_{\nu+2})(1 - \mu_\nu^{\nu+2} \mu_{\nu+2}^{\nu+2})^{-1}$
$\bar{\mu}_\nu^{\nu-2}(l)$	$\mu_\nu^{\nu-2}$	$\mu_\nu^{\nu-2} (1 - \mu_\nu^{\nu+2} \mu_{\nu+2}^{\nu+2})^{-1}$
$\bar{\mu}_\nu^{\nu+2}$	$\mu_\nu^{\nu+2}$	$\mu_\nu^{\nu+2} \mu_{\nu+2}^{\nu+4} (1 - \mu_\nu^{\nu+2} \mu_{\nu+2}^{\nu+2})^{-1}$

 $l - \text{четное число}$

$$\theta_i^* = \theta_i - \beta_i^2 i_{i-1} - \beta_{i+1}^2 i_{i+1}, \quad x_i = 1 - \xi_i$$

$$\mu_i^{\nu+2} = \beta_{i+1} \beta_{i+2} i_{i+1} / \theta_i^*$$

$$\mu_i^{\nu-2} = \beta_{i-1} \beta_i i_{i-1} / \theta_i^*$$

$$\alpha_i = (1 - \beta_i - \beta_{i+1}) / \theta_i^*$$

$$\delta_i = \left(\beta_i i_{i-1} \delta_{i-1} \xi_{i-1}^{1/2} + \beta_{i+1} i_{i+1} \delta_{i+1} \xi_{i+1}^{1/2} + \frac{\beta_i V_{i-1}}{S r_{i-1}} + \frac{\beta_{i+1} V_{i+1}}{S r_{i+1}} \right) / \theta_i^*$$

 $k, l_{\pm} - \text{четные числа}, l_- < k < l_+$

$$\hat{\alpha}_k = \theta_k^* (\alpha_k + \mu_k^{k-2} \bar{\alpha}_{k-2}(l_-) + \mu_k^{k+2} \bar{\alpha}_{k+2}(l_+))$$

$$\hat{I}_k = \theta_k^* (1 - \mu_k^{k-2} \bar{\mu}_{k-2}^k(l_-) - \mu_k^{k+2} \bar{\mu}_{k+2}^k(l_+))$$

$$\hat{\delta}_k = \theta_k^* (\delta_k + \mu_k^{k-2} \bar{\delta}_{k-2}(l_-) + \mu_k^{k+2} \bar{\delta}_{k+2}(l_+))$$

$$\hat{\mu}_k^k = \theta_k^* (\mu_k^{k-2} \bar{\mu}_{k-2}^{k-4}(l_-) + \mu_k^{k+2} \bar{\mu}_{k+2}^{k+4}(l_+))$$

деление напряжения на переходах приводит к изменению эффективностей p - n -переходов, то в результате становится возможным значительное влияние некоторого перехода на работу другого, несоседнего с ним.

В токовых уравнениях работы [1] это описывается членом $\beta_k(1-\xi_k)$, который после ИЗН на k -ом переходе изменяет свой знак (т. е. изменяет свое направление часть тока, обусловленная этим членом). Именно в этом случае достаточно сильно взаимодействуют между собой переходы, расположенные по разные стороны k -го перехода [2, 3]. Поэтому индексы l_{\pm} , показывающие пределы ЭВ, определяются из условия отсутствия коллектора с положительным напряжением, находящегося между l_{\pm} и k -ым переходами. Заметим, что в общем случае индексы l_{\pm} являются скачкообразными функциями плотности тока, так как с ростом тока возможна ИЗН еще и на других коллекторах.

При исследовании ИЗН на k -ом переходе целесообразно рассматриваемый интервал токов разбить на такие подынтервалы, в каждом из которых индексы l_{\pm} постоянны относительно тока. Величина $\hat{\alpha}_k$ в каждом таком интервале имеет различные значения. Если $\hat{\alpha}_k > 0$, то с ростом тока величина $\hat{\alpha}_k(l_{\pm})$ может изменить свой знак и становится возможным ИЗН на k -ом переходе. Поэтому учет ЭВ несоседних переходов в смысле ИЗН на коллекторах приводит к качественному изменению физической картины: во-первых, происходит ИЗН на k -ом переходе, во-вторых, изменяется зависимость характерных токов ВАХ k -го перехода от коэффициента рекомбинации, в-третьих, изменяется режим работы этого коллектора, что, в свою очередь, влияет на работу других переходов. Наряду с этим некоторые характерные величины ВАХ МСС (особенно остаточное напряжение на нем) претерпевают сильное качественное изменение.

Критерий ИЗН на k -ом переходе, полученный на основе модели МТА, является частным случаем (2), когда $l_{\pm} = (k \pm 2)$, поэтому в общем случае его нельзя брать за основу при исследовании электрофизических свойств МСС.

Одновременное существование коллекторов с разными состояниями в МСС показывает наличие в ней некоторой асимметрии. При отсутствии последней ЭВ в МСС исчезает, и можно пользоваться МТА. Именно этим обосновывается, во-первых, отсутствие ИЗН на коллекторах симметричной структуры с большим числом слоев, названной Стафеевым супермногослойной [4], во-вторых, справедливость условия ИЗН на коллекторах шестислойных структур, полученного в [5].

Интересно отметить, что из условия (2) существования состояния с отрицательным напряжением на k -ом переходе вытекает также условие существования участка с ОДС (отрицательное дифференциальное сопротивление) на вольт-амперной характеристике этого же перехода. Действительно, если $\hat{\delta}_k \equiv 0$, то $V_k < 0$ и дифференциальное сопротивление $R_k < 0$ в рассматриваемом интервале токов. При $\hat{\delta}_k \neq 0$ из условия (2) следует также условие срыва напряжения V_k [2]:

$$\hat{\alpha}_k < m_k.$$

Физически это следует из того, что для ИЗН необходимо, чтобы объемный заряд k -го перехода был меньше, чем в случае $J=0$. Сказанное, в свою очередь, следует из того факта, что объемный заряд перехода уменьшается только при $R_k < 0$.

Так как в четырехслойной структуре имеется лишь один коллекторный переход, то критерий ИЗН [7, 8] $\beta_2 + \beta_3 > 1$ верен для произвольной четырехслойной структуры, что вытекает также из условия (2) при $L_- = 0$, $L_+ = 4$.

Выражаем глубокую благодарность проф. Г. М. Авакьянцу за руководство работой.

Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР

Поступила 21.II.1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. М. Авакьянц, Г. С. Караян, А. А. Джереджян. Изв. АН АрмССР, 9, 402 (1974).
2. А. А. Джереджян, Г. С. Караян. Изв. АН АрмССР, Физика, 12, 487 (1977).
3. Г. М. Авакьянц, Г. С. Караян, А. А. Джереджян. ДАН АрмССР, № 4, 206 (1974).
4. В. И. Стафеев. ФТП, 5, 408 (1971).
5. А. А. Лебедев. Физика электронно-дырочных переходов и полупроводниковых приборов, Изд. Наука, Л., 1969, стр. 291.
6. Г. М. Авакьянц, Г. С. Караян, А. А. Джереджян. Изв. АН АрмССР, Физика, 7, 435 (1972).
7. В. А. Кузьмин. Тиристоры малой и средней мощности, Изд. Советское радио, М., 1971.
8. Г. М. Авакьянц, Е. В. Лазарев. Изв. АН АрмССР, Физика, 3, 330 (1968).

ՔԱՉՄԱՇԵՐՏ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՆԵՐԻ ՀԱԿԱՌԱԿ ՇԵՂՎԱԾ ԱՆՑՈՒՄՆԵՐԻ ԼԱՐՄԱՆ ՆՇԱՆԻ ՇՐՋՄԱՆ ՉԱՓԱՆԻՇԸ

Հ. Ս. ԴԱՐԱՅԱՆ, Հ. Հ. ԶԵՐԵԶՅԱՆ

Տեսականորեն ուսումնասիրված է բազմաշերտ կառուցվածքների հակառակ շեղված անցումների լարման նշանի շրջման երևույթը, երբ տվյալ անցման վրա ազդում են մյուս անցումները: Ցույց է արված, որ անցումների փոխազդեցությունը օգնում է նրանց լարման նշանի շրջմանը:

THE CRITERION OF VOLTAGE SIGN INVERSION OF REVERSAL JUNCTIONS OF MULTILAYERS STRUCTURES

H. S. KARAYAN, H. H. JEREJYAN

Taking into account the interactions between multilayer non-neighbouring junctions the criterion of voltage sign inversion has been determined in general case in the static regime.

НЕОДНОРОДНОЕ УШИРЕНИЕ ЛИНИЙ ЭПР ИОНА Cr^{3+} В СИНТЕТИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ ИЗУМУДА

А. А. АХУМЯН, Р. М. МАРТИРОСЯН, М. О. МАНВЕЛЯН, Н. Г. ПОГОСЯН

Приводятся результаты экспериментального измерения ширины дублетных и междублетных линий ЭПР иона Cr^{3+} в изумруде. В предположении, что уширение обусловлено наличием в кристаллах напряжений, приводящих к деформации решетки, и разориентацией оптической оси, из экспериментальных значений ширины линии определены компоненты тензора деформаций $\Delta\epsilon_i$ и величина разориентации $\Delta\Theta$.

В настоящее время число парамагнитных кристаллов, применяемых в квантовых парамагнитных усилителях (КПУ), невелико в силу многих требований, предъявляемых к ним. Если в КПУ дециметрового и сантиметрового диапазонов широкое применение нашли рубин и рутил с примесями ионов Cr^{3+} и Fe^{3+} [1], то в миллиметровом диапазоне пока единственным кристаллом является рутил. Однако большая диэлектрическая проницаемость рутила приводит к определенным трудностям при разработке мазеров. В работах [2, 3] была показана возможность использования природных кристаллов андалузита в КПУ миллиметрового диапазона, однако вопрос синтеза качественных кристаллов андалузита пока не решен.

Кристалл берилла с примесью хрома (изумруд) имеет большое начальное расщепление ($2D = 53,6$ Гц) уровней энергии ионов Cr^{3+} и хорошие диэлектрические и релаксационные свойства, что делает его перспективным для применения в КПУ различных диапазонов, вплоть до коротких миллиметровых волн. Основные характеристики КПУ — коэффициент усиления и полоса пропускания — во многом определяются величиной ширины линии ЭПР и степенью ее неоднородного уширения. В настоящей работе приводятся результаты экспериментального и теоретического анализа неоднородного уширения линий ЭПР иона Cr^{3+} в берилле.

Кристаллы изумруда были выращены в Институте геологии и геофизики СО АН СССР методом «раствор в расплаве». Кристаллическая структура берилла ($Al_2Be_3Si_6O_{18}$) относится к гексагональной сингонии, а симметрия октаэдрического магнитного комплекса является тригональной. При этом ось Z системы координат, в которой записывается спин-гамильтониан, совпадает с осью симметрии шестого порядка — осью C . Спектр ЭПР иона Cr^{3+} в берилле описывается следующим аксиальным спин-гамильтонианом [1]:

$$\hat{H} = D \left(S_z^2 - \frac{5}{4} \right) + \beta (H_g S), \quad (1)$$

где $D = -26,8$ Гц, $g_{\perp} = 1,973$, $g_{\parallel} = 1,970$.

Энергетические уровни иона Cr^{3+} в перпендикулярной ориентации ($H \perp c$) приведены на рис. 1.

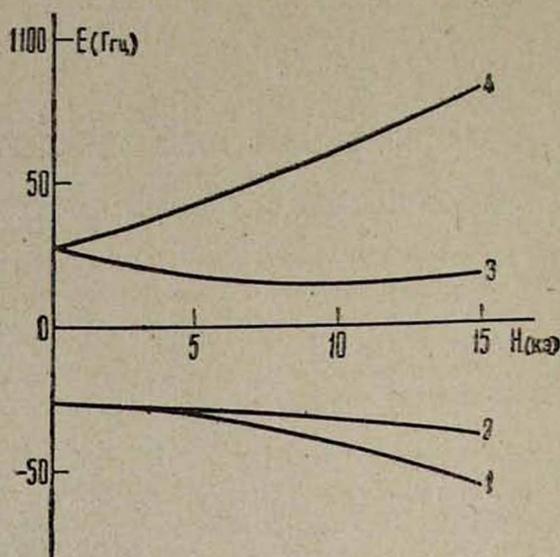


Рис. 1. Уровни энергии Cr^{3+} в изумруде при $\theta = 90^\circ$. Нумерация уровней 1, 2, 3, 4 соответствует чистым состояниям ($\theta = 0^\circ$): $-\frac{3}{2}, +\frac{3}{2}$,

$$-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}.$$

1. Результаты эксперимента

Измерения ширины линий проводились для всех переходов между уровнями иона Cr^{3+} . Ширина линии верхнего крамерсового дублета между уровнями 4 и 3 измерялась в образцах с концентрацией ионов Cr^{3+} от 0,005% до 2% по весу Cr_2O_3 на спектрометре РЭ-1302 на частоте 9,2 Гц. Более детальные измерения ширины линий для всех переходов проводились на образцах с концентрацией 0,2, 0,56 и 2%, и в дальнейшем все результаты приводятся для этих кристаллов. Вероятность индуцированного перехода между уровнями 1 и 2 крайне мала, и измерения проводились только для углов $\theta > 80^\circ$ на частоте 3 Гц, так как раствор уровней при этих ориентациях мал (см. рис. 1). При этих измерениях была использована четвертьволновая полосковая резонаторная система, описанная в работе [4].

Измерения ширины линий междублетных переходов проводились на частотах как меньших, так и больших величин начального расщепления (53,6 Гц), что позволило наблюдать линии всех междублетных переходов. Эти измерения осуществлялись при помощи специального спектрометра прямого усиления с фазочувствительным детектированием, работающего на частотах 48,2 Гц и 58,25 Гц. Измерения ширины линии перехода 4—3 в нулевой ориентации ($H \parallel c$) на частотах 3, 9,2, 22 и 37,5 Гц показали, что ширина линии в зависимости от частоты изменяется незначительно. Вращением кристалла в плоскости, перпендикулярной направлению опти-

ческой оси S , было установлено, что в пределах ошибок измерений ширина линии не зависит от азимутального угла φ . Погрешность измерений ширины линии перехода $4 \rightarrow 3$ составляла менее 1%, а для остальных переходов — не

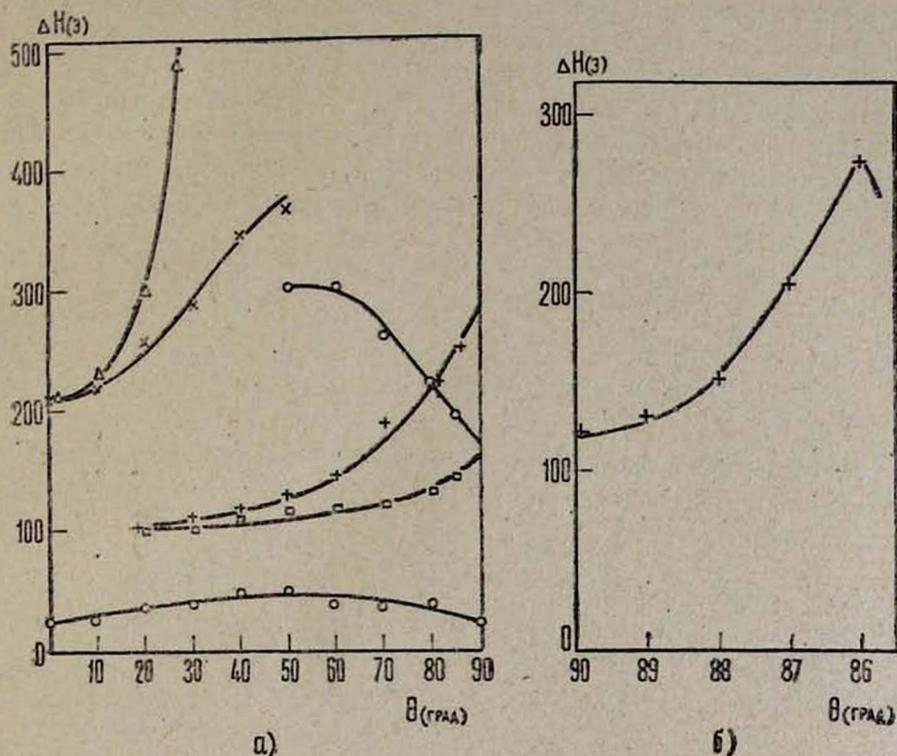


Рис. 2. а) Угловая зависимость ширины линий ЭПР на частотах Δ , + — 48,2 Гц; \times , \circ , \square — 58,25 Гц для переходов \circ , Δ — $2 \leftrightarrow 4$; \times — $1 \leftrightarrow 3$; + — $2 \leftrightarrow 3$; \square — $1 \leftrightarrow 4$; нижняя кривая — для перехода $4 \leftrightarrow 3$ на частоте 9,2 Гц. б) Угловая зависимость ширины линии ЭПР перехода $1 \rightarrow 2$ на частоте 3 Гц.

более 7%. На рис. 2а, б приведены результаты измерений угловой зависимости ширины линий для образца с концентрацией 0,2%.

2. Обсуждение результатов

Наблюдаемая ширина линии парамагнитного резонанса может быть обусловлена несколькими факторами. Обычно для ионов, сильно связанных с решеткой, наблюдаемая ширина линии является результатом неоднородного уширения, вызываемого наличием случайных деформаций или случайных электрических полей, связанных с дефектами решетки. Это объясняется тем, что сильно взаимодействующий с решеткой парамагнитный ион весьма чувствителен к малым искажениям в его окружении, которые могут создаваться дислокациями, вакансиями, заряженными примесями и другими дефектами, расположенными на некотором расстоянии от

иона. В результате резонансная частота каждого иона слегка смещается относительно ее значения для идеальной решетки и, таким образом, наблюдаемая форма резонансной линии определяется распределением локальных случайных деформаций. Источником неоднородного уширения может быть также неоднородность направления оси симметрии по объему кристалла (блочность или мозаичность образца).

В дальнейшем мы будем предполагать, что локальные напряжения, приводящие к деформации решетки, изотропны по объему кристалла, компоненты тензора деформации e статистически независимы, разброс оси симметрии и компоненты тензора деформации распределены по нормальному закону, т. е.

$$P(e_i) = [(2\pi)^{1/2} \Delta e_i]^{-1} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{e_i}{\Delta e_i}\right)^2\right\}, \quad (2)$$

$$P(\theta) = [(2\pi)^{1/2} \Delta \theta]^{-1} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{\theta - \theta_0}{\Delta \theta}\right)^2\right\}.$$

На основе принятых предположений ширину неоднородной линии можно записать в следующем виде:

$$\Delta H = 2 [(\Delta g)^2 + (\Delta H_0)^2 + (\Delta H_e)^2]^{1/2}, \quad (3)$$

где ΔH — ширина линии, Δg — полуширина однородной линии, ΔH_0 и ΔH_e — полуширины линии, обусловленные соответственно разориентацией и деформациями. Уширение линии, обусловленное мозаичностью кристалла, как известно [5], определяется следующим образом:

$$\Delta H_0 = \frac{\partial H}{\partial \theta} \Delta \theta. \quad (4)$$

ΔH_e может быть определено добавлением к основному спиновому гамильтониану (1) возмущающей части

$$\hat{H}' = \sum_{i,j} D'_{ij} S_i S_j. \quad (5)$$

D'_{ij} представляет собой возмущение тензора начального расщепления, S_i — спиновые операторы. Тензор D'_{ij} линейно связан с тензором деформаций e_{lm} [6] следующим образом:

$$D'_{ij} = \sum_{lm} G_{ijlm} e_{lm}, \quad i, j, l, m = (x, y, z), \quad (6)$$

где G_{ijlm} — тензор спин-решеточной связи.

Окончательно для возмущающего спинового гамильтониана получаем

$$\hat{H}' = \sum_{i,j,l,m} G_{ijlm} e_{lm} S_i S_j. \quad (7)$$

В первом порядке теории возмущений наличие деформаций приводит к сдвигу резонансного значения магнитного поля перехода между уровнями a и b на величину

$$h = \frac{\partial H}{\partial \nu} (\langle a | \hat{H}' | a \rangle - \langle b | \hat{H}' | b \rangle). \quad (8)$$

Сдвиг резонансного магнитного поля для заданных значений элементов тензора деформаций e_1, e_2, \dots, e_6 можно легко определить из (8), используя (7) и вид [7] тензора G_{ijkl} для изумруда:

$$h = \frac{\partial H}{\partial \nu} \left\{ \left[\frac{1}{2} (G_{11} - G_{12}) (e_1 - e_2) + G_{14} e_4 \right] \langle S_x^2 - S_y^2 \rangle + \right. \quad (9)$$

$$\left. + (G_{44} e_5 + G_{41} e_6) \langle S_x S_z + S_z S_x \rangle + \frac{3}{2} [G_{33} e_3 - (G_{11} + G_{12}) (e_1 + e_2)] \langle S_z^2 \rangle \right\},$$

где $\langle S_x^2 - S_y^2 \rangle$ — сокращенная запись выражения

$$\langle a | S_x^2 - S_y^2 | a \rangle - \langle b | S_x^2 - S_y^2 | b \rangle;$$

a и b — уровни энергии иона Cr^{3+} , между которыми наблюдается линия, тензоры G и e записаны в обозначениях Фойгта. Очевидно, что h будет иметь такое же распределение, что и элементы тензора деформаций. Поскольку второй момент распределения h является квадратом полуширины линии, обусловленной деформациями, для ΔH_e получаем

$$(\Delta H_e)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int h^2 P(e_1) \dots P(e_6) de_1 \dots de_6. \quad (10)$$

Учитывая симметрию кристалла и сделанные выше предположения о действующих напряжениях, для элементов тензора деформаций можно получить следующие соотношения:

$$\sqrt{2} \Delta e_1 = \sqrt{2} \Delta e_2 = \Delta e_6, \quad \Delta e_4 = \Delta e_5. \quad (11)$$

Интегрируя (10) и используя (11), находим

$$\begin{aligned} (\Delta H_e)^2 = & \left(\frac{\partial H}{\partial \nu} \right)^2 \left\{ \left[\frac{1}{2} (G_{11} - G_{12})^2 \langle S_x^2 - S_y^2 \rangle^2 + \frac{9}{2} (G_{11} + G_{12})^2 \langle S_z^2 \rangle^2 + \right. \right. \\ & + 2 G_{41}^2 \langle S_x S_z + S_z S_x \rangle^2 \left. \right] \Delta e_1^2 + \frac{9}{4} G_{33}^2 \langle S_z^2 \rangle^2 \Delta e_3^2 + \\ & + [G_{14}^2 \langle S_x^2 - S_y^2 \rangle^2 + G_{44}^2 \langle S_x S_z + S_z S_x \rangle^2] \Delta e_5^2 \left. \right\}. \quad (12) \end{aligned}$$

Известно, что мозаичность кристалла и наличие в нем деформаций не уширяют линию $3 \leftrightarrow 4$ при параллельной ориентации. Следовательно, Δg в уравнении (3) можно определить из измерений ширины линии этого перехода при $\Theta = 0^\circ$.

Из графиков, приведенных на рис. 3а, б, следует, что мозаичность кристалла наиболее сильно уширяет линию перехода $1 \leftrightarrow 2$ при ориентации, близкой к перпендикулярной, причем это уширение имеет сильную угловую зависимость. Величину разориентации $\Delta \Theta$ можно определить, используя

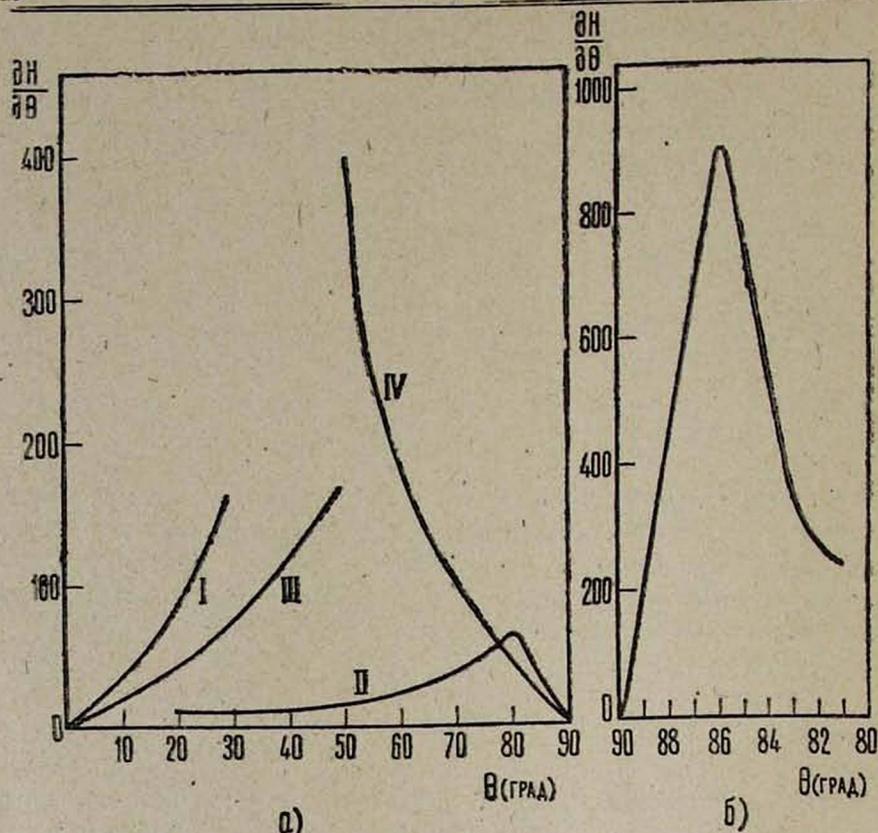


Рис. 3. а) Угловые зависимости $\frac{dN}{d\theta}$ для переходов I, IV — $2 \leftrightarrow 4$; III — $1 \leftrightarrow 3$; II — $2 \leftrightarrow 3$ на частотах I, II — 48,2 Гц; III, IV — 58,25 Гц. б) Угловая зависимость $\frac{dN}{d\theta}$ перехода $1 \leftrightarrow 2$ на частоте 3 Гц.

уравнение (4), вычисленные значения $\frac{dN}{d\theta}$, приведенные на рис. 3б, и экспериментальные значения для ширины линии перехода $1 \leftrightarrow 2$, приведенные на рис. 2б. Используя определенные выше значения Δg и $\Delta\theta$, нетрудно определить параметры Δe_1 , Δe_2 и Δe_3 , составляя систему уравнений (3) для различных междулетных переходов и ориентаций, где в левые части подставляются соответствующие экспериментальные значения для ширины линий, приведенные на рис. 2а. Выбор оптимальных значений параметров Δe_1 , Δe_2 и Δe_3 производился методом наименьших квадратов. Все найденные параметры для кристаллов с различной концентрацией ионов приведены в таблице. На рис. 2а, б сплошными линиями изображены расчи-

Таблица
Вычисленные значения компонент тензора деформаций Δe_i и разориентации $\Delta\theta$

$\text{Cr}_2\text{O}_3, \%$	$\Delta g, \text{э}$	$\Delta\theta, \text{град}$	$\Delta e_1 \cdot 10^4$	$\Delta e_2 \cdot 10^4$	$\Delta e_3 \cdot 10^4$
0,2	8,5	0,11	2,267	1,5	2,694
0,56	13	0,074	2,223	1,794	2,41
2	35	0,087	2,177	1,91	2,623

танные по формуле (3) с использованием соответствующих данных из таблицы ширины линий. Как видно из графиков, расчетные кривые хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Такие же деформации уширяют линию ЭПР иона Cr^{3+} в рубине на 80 э, что втрое меньше неоднородного уширения в изумруде. Существенное различие ширины линии иона Cr^{3+} в берилле и корунде объясняется тем, что константы спин-решеточной связи для ионов хрома в изумруде значительно больше тех же величин для рубина, т. е. ионы хрома в изумруде более чувствительны к деформациям решетки, нежели в рубине. Следовательно, к качеству изумруда как активного материала для КПУ должны быть предъявлены более высокие требования.

Институт радиопизики
и электроники АН АрмССР

Поступила 25.III.1978.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Б. Штейншлейгер, Г. С. Мисежников, П. С. Лифанов. Квантовые усилители СВЧ, Изд. Советское радио, М., 1977.
2. И. И. Еру, С. А. Песковацкий, А. Н. Чернец. Радиотехника и электроника, 13, 1049 (1968).
3. А. А. Ахумян, Р. М. Мартиросян, В. П. Шахпарян. Тезисы докладов II Всесоюзного семинара по радиоприемным устройствам СВЧ, Ереван, 1974, стр. 33.
4. Р. М. Мартиросян, А. М. Прохоров. Радиотехника и электроника, 9, 2094 (1964).
5. R. F. Wenzel, Y. W. Kim. Phys. Rev., 140A, 1592 (1965).
6. M. D. Sturge. J. Chem. Phys., 43, 1826 (1965).
7. В. Г. Бадалян, М. О. Манвелян, Р. М. Мартиросян. ФТТ, 20, 3599 (1978).

ԱՐԶԵՍՏՍԱԿԱՆ ԶՄՐՈՒԽՏԻ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ Cr^{3+} ԻՈՆԻ ԷՊՐ ԳՄԵՐԻ ԱՆՆԱՄԱՍԵՆԻ ԼԱՅՆԱՑՈՒՄԸ

Ա. Ա. ՀԱԽՈՒՄՅԱՆ, Ռ. Մ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ, Մ. Ն. ՄԱՆՎԵԼՅԱՆ, Ն. Գ. ՊՈԳՈՍՅԱՆ

Տրված են զմրուխտում Cr^{3+} իոնների բոլոր էներգետիկ մակարդակների միջև էլեկտրոնային պարամագնիսական ռեզոնանսային էՊՐ կլանման գծերի լայնությունների լայնման էրապերիմենտալ արդյունքները: Օգտվելով խճայնության և լարվածությունների մոդելից, որոշված են լարվածությունը բնութագրող պարամետրերը Cr^{3+} իոնների աեղաբաշխման և առանցքի ապառզղվածության համար:

INHOMOGENEOUS BROADENING OF EPR LINES OF Cr^{3+} IONS IN AN ARTIFICIAL EMERALD

A. A. AKHUMYAN, R. M. MARTIROSYAN, M. O. MANVELYAN,
N. G. POGOSYAN

The experimental data on the absorption linewidth of electron-paramagnetic resonance (EPR) of all the transitions between the energy levels of the Cr^{3+} ion in emerald are given. Using the strain and mosaic model, the parameters characterizing the strain at the Cr^{3+} sites and the axial misorientation have been determined.

АППАРАТУРА ДЛЯ РЕГИСТРАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ И ГАММА-КВАНТОВ (АРЭГак) НА ОСНОВЕ КРИСТАЛЛОВ *NaI(Tl)*

Р. О. АВАКЯН, А. Э. АВЕТИСЯН, Г. А. ВАРТАПЕТЯН, С. С. ДАНАГУЛЯН,
В. С. ЕГАНОВ, И. Х. КОСАКОВ, Г. О. МАРУКЯН, Р. М. МИРЗОЯН,
А. А. ОГАНЕСЯН, Ж. В. ПЕТРОСЯН, С. П. ТАРОЯН, Г. М. ЭЛБАКЯН

Приведены результаты исследования амплитудных и временных характеристик прямоугольного кристалла *NaI(Tl)* с размерами $130 \times 130 \times 300$ мм³ в широкой области энергий регистрируемых электронов, $E_e = (0,3 \div 1)$ Гэв, с помощью спектрометрических фотоэлектронных умножителей типа ФЭУ-82 и ФЭУ-110.

Для регистрации электронов и гамма-квантов высоких энергий в Ереванском физическом институте создается двухплечевая годоскопическая установка детекторов полного поглощения на основе кристаллов *NaI(Tl)*, соединенных на линии с ЭВМ. Эту установку предполагается использовать для определения энергии двух распадных гамма-квантов в реакциях фоторождения π^0 - и η^0 -мезонов поляризованными фотонами, а также угла между ними. Каждое плечо установки будет состоять из 16 кристаллов (4×4) *NaI(Tl)*. Область энергий регистрируемых гамма-квантов определяется кинематическими условиями и составляет $(0,3 \div 1)$ Гэв.

В настоящей работе приводятся данные по исследованию амплитудных и временных характеристик модуля системы. Измерения проводились на вторичном электронном пучке Ереванского ускорителя; характеристики пучка приведены в работе [1]. Модуль представляет собой кристалл прямоугольной формы с размерами $130 \times 130 \times 300$ мм³ и имеет окно с одной стороны.

Перед нами стояла задача получить одновременно быстрые совпадения и сигнал для амплитудного анализа при помощи спектрометрического фотоэлектронного умножителя в широкой области энергий регистрируемых электронов, $E_e = (0,3 \div 1)$ Гэв, так как ранее [2] для этой цели использовались два разных типа фотоумножителей, а именно: спектрометрический и временной. Были выбраны фотоумножители типа ФЭУ-82 и ФЭУ-110. При этом был произведен предварительный отбор фотоумножителей по наилучшему амплитудному разрешению. Блок-схема установки приведена на рис. 1. Падающий на фронтальную поверхность кристалла пучок электронов имел следующие размеры: 4 см по горизонтали и 18 см по вертикали. Напряжение на фотоумножителе подбиралось таким образом, чтобы он работал в линейной области при максимальной энергии падающих электронов.

Так как кристалл имел поперечные размеры 130×130 мм², а диаметр колбы обоих используемых фотоумножителей равнялся 80 мм, то были также проведены исследования с использованием световода, имеющего размеры $130 \times 130 \times 60$ мм³. Световод был изготовлен из органического стекла и прикреплялся к кристаллу при помощи силиконовой смазки.

На рис. 2 и 3 приведены результаты по измеренному энергетическому разрешению (FWHM) в зависимости от энергии электронов для обоих типов измерений.

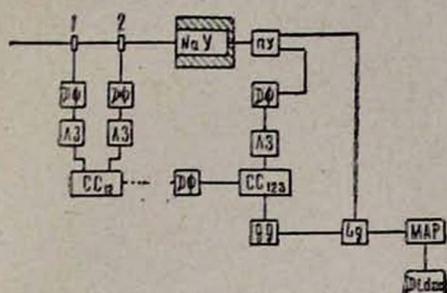


Рис. 1.

Рис. 1. Блок-схема установки: 1,2 — счетчики парного спектрометра, ПУ — предусилитель, gg — генератор ворот, Lg — линейные ворота, МАР — расширитель и усилитель, Didac — амплитудный анализатор, ДФ — дискриминатор-формирователь, СС — схемы совпадений.

Рис. 2. Зависимость полученного энергетического разрешения от энергии электронов при использовании ФЭУ-110: • — без световода, × — со световодом.

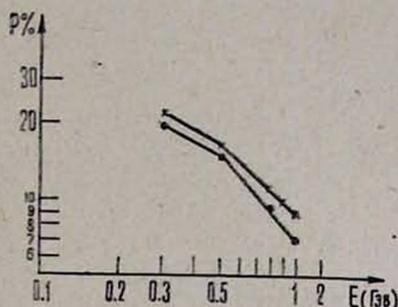


Рис. 2.

Для исследования временных характеристик регистрировались совпадения с сцинтилляционными счетчиками парного спектрометра, определяющего энергию электронов. Разрешающее время кривой задержанных совпадений составило $(10 \div 15)$ нсек для ФЭУ-110 и $(20 \div 25)$ нсек для ФЭУ-82. При этом изменение задержки, связанное с изменением энергии, составило $\pm 4,5$ нсек для ФЭУ-110 и ± 7 нсек — для ФЭУ-82 при работе без световода (рис. 4 и 5). Аналогичные уходы при использовании световода составили ± 9 нсек для ФЭУ-82 и порядка ± 28 нсек для ФЭУ-110.

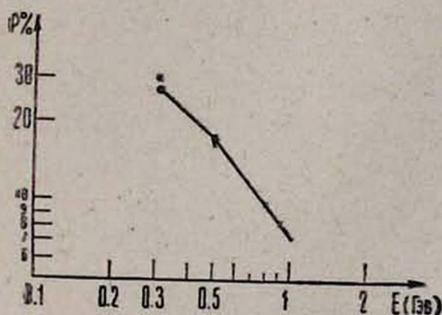


Рис. 3.

Рис. 3. Зависимость полученного энергетического разрешения от энергии электронов при использовании ФЭУ-82: • — без световода, × — со световодом.

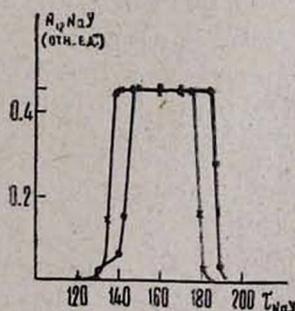


Рис. 4.

Рис. 4. Уход задержки, связанный с изменением энергии падающих электронов, при использовании ФЭУ-110 без световода: × — энергия $E_e = 300$ МэВ, • — энергия $E_e = 1$ ГэВ.

При укорачивании сигнала короткозамкнутым кабелем (clipping) различной длины удалось довести изменение задержки до ± 20 нсек.

На рис. 6 приведены результаты измерения зависимости энергетического разрешения от длительности импульса, управляющего линейными воротами. Измерения проводились на ФЭУ-82 без световода.

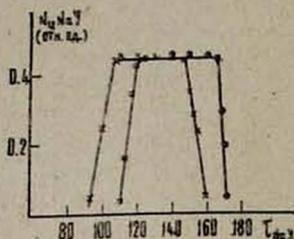


Рис. 5.

Рис. 5. Уход задержки, связанный с изменением энергии падающих электронов, при использовании ФЭУ-82 без световода: \times — энергия $E_e = 300$ Мэв, \bullet — энергия $E_e = 1$ Гэв.

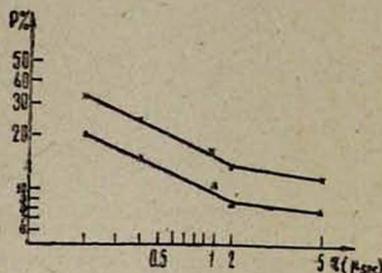


Рис. 6.

Рис. 6. Зависимость разрешения от ширины ворот гейтирующего генератора для ФЭУ-82 без световода: \times — энергия $E_e = 300$ Мэв, \blacktriangle — энергия $E_e = 1$ Гэв.

Из полученных результатов по энергетическому разрешению и из временных характеристик следует, что характеристики ФЭУ-110 при работе без световода лучше удовлетворяют нашим требованиям: имеют лучшее разрешение и меньшее изменение задержки при разных энергиях регистрируемых электронов.

Аналогичным образом были измерены временные характеристики всех 16 модулей, составляющих одно плечо установки. Изменение задержки составило $\pm (3 \div 5)$ нсек для разных ФЭУ-110 и $\pm (4 \div 7,5)$ нсек для разных ФЭУ-82 в измеренной энергетической области. Все модули использовались без световодов.

Откалиброванный на электронном пучке годоскоп, состоящий из 16 кристаллов $NaI(Tl)$, был использован для регистрации распадных гамма-квантов в реакции фоторождения ρ^0 -мезона.

Ереванский физический
институт

Поступила 28.VI.1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. О. Авакян и др. ПТЭ, 1, 46 (1976).
2. Р. О. Авакян и др. Научное сообщение ЕФИ-223(15)-77.

NaI(Tl) ՀԻՄՔՈՎ ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐ ԵՎ ԳԱՄՄԱ-ՔՎԱՆՏՆԵՐ ԳՐԱՆՅՈՂ
ՍԱՐՔԸ (APЭГaK)

Ռ. Հ. ԱՎԵԿՅԱՆ, Ա. Է. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ, Գ. Ա. ՎԱՐԹԱՊԵՏՅԱՆ, Ս. Ս. ԳԱՆԱԳՈՒՅԱՆ,
Վ. Ս. ԵԳԱՆՈՎ, Ի. Խ. ԿՈՍԱԿՈՎ, Ռ. Հ. ՄԱՐՈՒՔՅԱՆ, Ռ. Մ. ՄԻՐՉՈՅԱՆ,
Ա. Ա. ՀՈՎՀԱՆՆԵՍՅԱՆ, Ժ. Վ. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ, Ս. Պ. ԹԱՌՈՅԱՆ, Գ. Մ. ԷԼԲԱԿՅԱՆ

Բերված են $130 \times 130 \times 300$ մմ³ չափի ուղղանկյունաձև *NaI(Tl)* բյուրեղի ամպլիտուդա-
մանակալին բնութագրերի հետազոտությունների արդյունքները ՓՅՄ-82 և ՓՅՄ-110 ախյի
սպեկտրոմետրիկ հոտորազմապատկիչների օգնությամբ դրանցվող էլեկտրոնների էներգիայի
մեծ տիրույթում՝ $E_e = (0,3 \div 1)$ ԳէՎ:

EQUIPMENT FOR ELECTRONS AND GAMMA-QUANTA
(AREGaK) DETECTION BASED ON *NaI(Tl)* CRYSTALS

R. O. AVAKYAN, A. E. AVETISYAN, H. H. VARTAPETYAN,
S. S. DANAGULYAN, V. S. EGANOV, I. Kh. KOSAKOV,
H. H. MARUKYAN, R. M. MIRZOYAN, A. A. OGANESYAN,
Zh. V. PETROSYAN, S. P. TAROYAN, G. M. ELBAKYAN

The data are given on the investigation of the amplitude and time characte-
ristics of a rectangular $130 \times 130 \times 300$ mm³ *NaI(Tl)* crystal in a wide energy
range of detected electrons, $E = (0,3 \div 1)$ GeV, made with the help of ՓՅՄ-82 and
ՓՅՄ-110; spectrometric photomultipliers.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РЕНТГЕНОВСКИХ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ КАРТИН

Г. Р. ДРМЕЯН, Ф. О. ЭИРАМДЖЯН

Работа посвящена изучению природы возникновения муаровой картины, полученной от рентгеновского интерферометра. Экспериментально показано, что известное выражение для вычисления периода муаровой картины не всегда применимо для вычисления периода рентгеноинтерферометрического муара. Вычислены изменения периода муара вследствие температурного градиента на кристаллическом блоке интерферометра.

Введение

Известно [1—3], что при бомбардировке монокристаллов ионами аргона, неона, азота и углерода большой энергии (80 Кэв—3 Мэв) в них возникают радиационные нарушения, сводящиеся, в частности, к изменению межплоскостных расстояний. Как замечено авторами указанных работ, для участков кристалла, в которые внедрены ионы, имеет место объемное расширение. В [4] показано, что дилатационный муар обнаруживается в случае, когда одна из работающих частей кремниевого рентгеновского интерферометра бомбардируется ионами аргона. В [5] указывается, что подобный эффект, т. е. образование дилатации (изменение межплоскостных расстояний), возникает и при создании на кристаллической пластинке температурного градиента, который также ведет к структурным нарушениям кристалла. В связи с этим интересно исследовать влияние внешнего воздействия (температурного градиента) на степень возникающих при этом структурных несовершенств с помощью изменения периода дилатационных муаровых картин, получающихся при использовании рентгеновского интерферометра, состоящего из трех кристаллических пластинок типа использованных в [5].

Известно [6], что интерференционные картины, полученные от рентгеновских интерферометров, очень чувствительны к структурным нарушениям (дефектам) монокристаллов. Измеряя периоды интерференционных картин, можно с высокой точностью вычислить относительные деформации (дилатации) порядка 10^{-8} и малые повороты (ротации) порядка 10^{-3} секунд кристаллических решеток облучаемых участков интерферометра с помощью выражений [7].

$$\Delta d/d = d/\Lambda_{\parallel}, \quad (1)$$

$$\varphi = d/\Lambda_{\perp}, \quad (2)$$

где d — период решетки, φ — угол между дифракционными решетками, Λ_{\parallel} и Λ_{\perp} — периоды соответственно параллельного (дилатационного) муара и муара вращения (ротационного). Эти выражения используются для изучения поля деформаций, возникающих вокруг ростовой дислокации в кремниевом интерферометре [9], для определения показателя преломле-

ния различных веществ [10], абсолютных значений структурных факторов с очень высокой точностью [11], а также векторов Бюргера [12] и т. д.

Однако выражения (1) и (2) верны только для двухкристалльной системы [8] (при наложении двух кристаллов), т. е. когда рентгеновская волна последовательно дифрагирует в двух кристаллах, различающихся или периодами, или ориентацией (рис. 1). Но природа возникновения муаро-

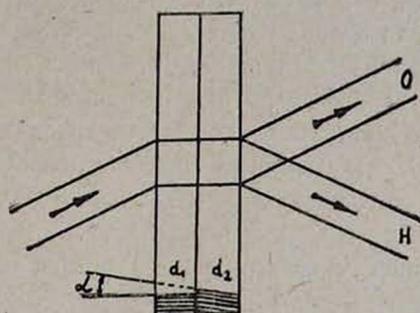


Рис. 1. Двухкристалльная система и ход рентгеновских лучей.

вой картины от рентгеновского интерферометра иная. Во-первых, в интерферометре облучаются не две области, а четыре (рис. 2), и, во-вторых, у входной поверхности последнего блока (блока-анализатора *A*) происходит наложение когерентных волн (явление интерференции). Следовательно, используя формулы (1) и (2) для вычисления относительных деформаций и поворотов кристаллических решеток, мы получаем их усредненные значения.

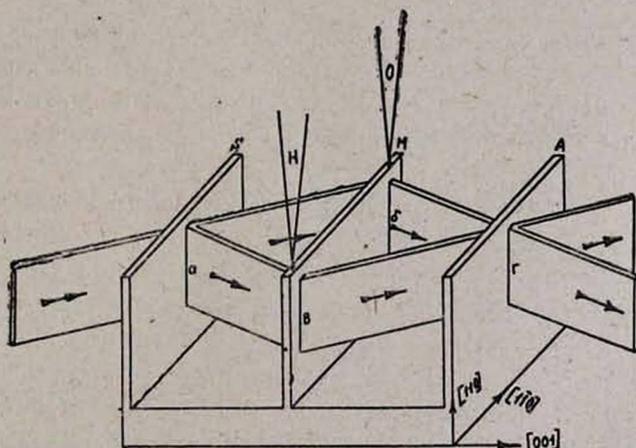


Рис. 2. Рентгеновский интерферометр по Лауэ. Ход рентгеновских лучей и расположение нагревателей.

Экспериментально было показано [13], что в образование муаровой картины разные компоненты (блоки) интерферометра дают различные

вклады. Если интерферометр изготовлен из абсолютно идеального кристалла, т. е. из монокристалла без внутренних напряжений (кристаллические решетки имеют одинаковые периоды и параллельны друг другу), то муаровые узоры не получаются, так как по всему сечению налагающихся пучков имеется одна и та же постоянная разность фаз. Теперь предположим, что три облученные области (a , b и v) имеют один и тот же период решетки d_0 , а четвертый (z) — период d (рис. 2). Тогда муаровые узоры получаются. При нагревании области z период муаровой картины изменяется (если $d < d_0$, то период муара увеличивается, а если $d > d_0$, то период муара уменьшается). Очевидно, что изменение муаровых картин (вследствие температурного градиента, приложенного на блок рентгеновского интерферометра) обусловлено лишь перераспределением внутренних напряжений в этом блоке. А если облучаемые (рабочие) области имеют разные периоды, то оценить механизм возникновения муара почти невозможно. До настоящего времени однозначно не объяснена природа возникновения рентгеновских интерференционных картин, полученных от рентгеновского интерферометра.

Целью настоящей работы является детальное исследование муаровых картин в зависимости от величины температурного градиента на зеркальном блоке интерферометра, а также использование рентгеновского интерферометра для изучения перераспределения напряжений, возникающих в зеркальном блоке интерферометра при его нагревании. При этом хотя муаровые топограммы являются своеобразными двумерными проекциями структурных нарушений блоков, они позволяют исследовать их (деформации) по всей глубине данного блока.

Экспериментальная часть

Эксперименты проводились на рентгенодифракционной камере КРС со сканирующим устройством (возвратно-поступательное движение). Использовалась рентгеновская трубка с медным анодом марки БСВ-11 и режимом работы 30 кВ и 20 мА, питающаяся от рентгеновской установки УРС-2.

Интерферометр был изготовлен из бездислокационного монокристалла кремния, ориентации которого показаны на рис. 2. Сначала сканированием снималась топограмма (муаровая картина) от всей рабочей части интерферометра (задаваемой пределом возвратно-поступательного движения интерферометра относительно неподвижного падающего пучка рентгеновского излучения), которая изображена на рис. 3. Затем снимались топограммы при нагревании зеркального блока интерферометра поочередно в точках O и H . Соответствующие топограммы приведены на рис. 4а и б. Как видно из этих топограмм, при увеличении тока нагревателя вид муаровых картин (расположение полос) почти не меняется, а периоды изменяются.

Нами исследованы изменения параллельного (дилатационного) муара в зависимости от температурного градиента, приложенного к облучаемым участкам зеркального блока интерферометра. Наши экспериментальные исследования показывают, что все интерферометры дают муаровые кар-

тины, а это доказывает, что между облучаемыми областями интерферометра всегда имеются и повороты, и разбросы межплоскостных расстояний. Следовательно, очень трудно оценить влияние внешнего фактора (облучения, температурного градиента, механического напряжения и т. д.) на

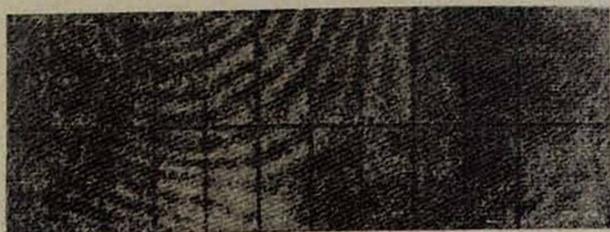


Рис. 3. Исходная муаровая картина, полученная от интерферометра по Лауэ (× 4).

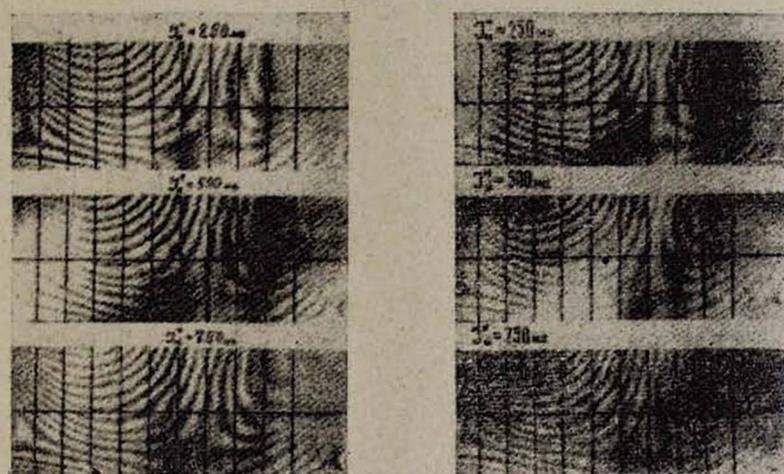


Рис. 4. а) Муаровые картины, полученные при нагревании интерферометра в области O (× 4); нагревается левая верхняя точка.
 б) Муаровые картины, полученные при нагревании интерферометра в области H (× 4); нагревается правая верхняя точка.

изменение муаровой картины. Известно, что причиной перераспределения напряжений в кристаллах может быть и его неравномерное нагревание. Известно также [5], что при нагревании пластинки в ней возникают напряжения, которые определяются выражением

$$\sigma = \frac{\alpha E T}{1 - \nu}, \quad (3)$$

где σ —внутреннее напряжение, T —температура, $\alpha = 2,64 \cdot 10^{-6}$ град⁻¹ — коэффициент линейного расширения кремния [14], E —модуль Юнга, $\nu = 0,262$ — коэффициент Пуассона. Имея в виду, что относительная де-

формация кристаллической решетки в направлении [110] приводит к изменению периода дилатационного муара, и учитывая (1), получаем

$$\alpha/E = \Delta d/d = d/\Delta l, \quad (4)$$

где Δd — абсолютное изменение периода отражающих плоскостей.

Из (3) и (4) находим

$$T = \frac{d(1-\nu)}{\alpha \Delta l}. \quad (5)$$

Как видно из (5), период дилатационной муаровой картины обратно пропорционален температуре.

Для объяснения влияния термического напряжения на изменение муаровой картины будем считать, что исходный муар (полученный без нагревания блоков интерферометра) обусловлен некоторой разностью температур между облучаемыми областями блоков интерферометра, т. е. предположим, что интерферометр изготовлен из идеального монокристалла, не дающего муара, а муар получается вследствие термического напряжения.

Для вычисления изменения периодов муара все топограммы разделены на две части (см. рис. 3, 4а, б) и определены периоды муаровых картин на границе раздела этих частей. По оси ординат (рис. 5) отложены значе-

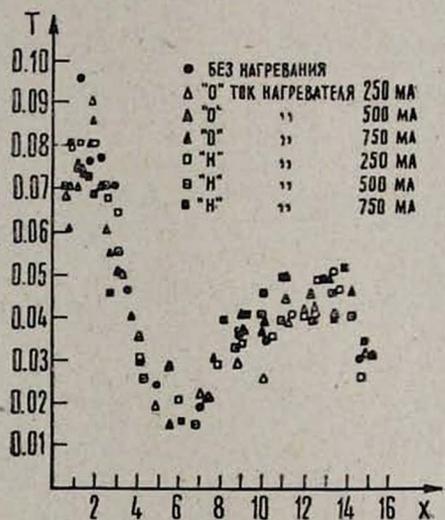


Рис. 5.

ния температур, а по оси абсцисс — расстояния (x) муара от левого края топограммы (от левого края зеркального блока). Как видно из графика, только для области $x = (0 \div 1,8 \text{ мм})$ имеется определенная закономерность изменения температуры в зависимости от тока нагревателя, причем с увеличением тока нагревателя температура в этой области уменьшается. Это является доказательством того, что муар в области $x = (0 \div 1,8 \text{ мм})$ зависит от разности периодов межплоскостных расстояний либо между облучаемыми участками зеркала и расщепителя, либо зеркала и анализатора, при-

чем период межплоскостных расстояний зеркального блока меньше периодов межплоскостных расстояний блока расщепителя или блока анализатора. Но для этой области сравнение экспериментальных данных показывает, что по сравнению с исходным муаром (муаром без нагревания интерферометра) температура понижается, когда нагревается зеркальный блок в области H , и, наоборот, температура повышается при нагревании области O . Для области $x = (2,5 \div 3 \text{ мм})$ при нагревании зеркального блока в областях O и H период муара увеличивается (на графике это соответствует уменьшению температуры). В остальных частях графика изменение температуры вследствие нагревания зеркального блока не подчиняется закономерности (5). Например, при нагревании зеркального блока в области O период муара на расстоянии $x = 10 \text{ мм}$ увеличивается при токе нагревателя 250 мА , а при токе 500 мА и 750 мА уменьшается, в то время как при нагревании области H при токах 250 мА , 500 мА и 750 мА период муара уменьшается (на графике это соответствует уменьшению температуры). На расстоянии $x = (13,5 \div 14 \text{ мм})$ повышению тока нагревателя соответствует увеличение периодов муара (уменьшение температуры на графике), а при токе нагревателя 750 мА в области H период муара почти не меняется (без нагревания — $0,0517 \text{ мм}$, с нагреванием — $0,0520 \text{ мм}$).

В ы в о д ы

Наши экспериментальные исследования позволяют сделать следующие выводы.

1. Выражение (5) неприменимо для вычисления температуры в кристаллической пластинке (блоке) интерферометра, так как оно получено с помощью выражения (1), которое верно только для двухкристалльной системы (при наложении двух кристаллов с отличающимися параметрами решеток). Независимо от распределения внутренних структурных искажений в блоках интерферометра применение выражения (5) всегда приводит к некоторой погрешности при определении распределения температуры в блоке интерферометра.

2. Часть муара, которая непрерывно меняется с изменением температуры, может быть использована для вычисления изменения температуры (изменения термического напряжения) в кристаллическом блоке интерферометра.

Армянский пед. институт им. Х. Абовяна
Ереванский государственный университет

Поступила 28.IV.1978

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. U. Bonse, M. Hart, G. H. Schuttke. Phys. Stat. Sol., 33, 361 (1969).
2. G. H. Schuttke, K. Brack. Z. Naturforsch., 28a, 654 (1973).
3. L. Gerward. Z. Physik, 259, 313 (1973).
4. L. Gerward, G. Christiansen, A. Lindgaard Andersen. Phys. Lett., 39A, 63 (1972).
5. С. Тимошенко. Теория упругости, М., 1976.
6. Ф. О. Эйраджян, П. А. Безирджян. Изв. АН АрмССР, Физика, 5, 453 (1970).

7. П. Хирш и др. Электронная микроскопия тонких кристаллов, М., 1968.
8. A. R. Lang. Nature, 220, 652 (1968).
9. G. Christiansen, L. Gerward, A. Lindegard Andersen. J. Appl. Cryst., 4, 370 (1971).
10. U. Bonse, H. Hellkötter. Z. Physik, 223, 345 (1969).
11. N. Kato, S. Tanemura, Phys. Rev. Lett., 19, 22 (1967).
12. M. Hart. Phil. Mag., 26, 821 (1972).
13. С. А. Аладжаджян, Ф. О. Эйрамджян, П. А. Безириания. Молодой научный сотрудник ЕГУ, № 18, 90 (1973); № 2, 76 (1974).
14. И. В. Салли, Э. С. Фалькевич. Производство полупроводникового кремния, М., 1970.

ՌԵՏԻԳՐԵՆՑԱՆ ԻՆՏԵՐՖԵՐԵՆՑԻՈՆ ՊԱՏԿԵՐՆԵՐԻ ՓՈՐՁՆԱԿԱՆ
ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆԸ

2. Ռ. ԿՐՄԵՅԱՆ, Ֆ. Շ. ԷՅՐԱՄԺՅԱՆ

Աշխատանքը նվիրված է ունեղենյան ինտերֆերոմետրից ստացված մուարի պատկերների ուսումնասիրությանը: Փորձնականորեն ցույց է տրված, որ մուարի պատկերների պարբերության հաշվման համար օգտագործվող հայտնի արտահայտությունը ինտերֆերոմետրի բյուրեղական բլոկի վրա կիրառված ջերմային գրադիենտի հետևանքով մուարի պարբերության փոփոխության հաշվման համար կիրառելի չէ:

EXPERIMENTAL STUDY OF X-RAY INTERFERENCE
PATTERNS

H. R. DRMEYAN, F. H. EIRAMDZHYAN

The nature of the formation of moire patterns obtained from X-ray interferometers was studied. It is shown, that the known expression for the calculation of moire pattern period is not always applicable to X-ray interferometer moire patterns. This has been verified by measuring the change in the pattern period due to the emperature gradient in the interferometer crystal block.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ПРИЕМЕ РЕШЕТКОЙ ФОТОДЕТЕКТОРОВ ИЗЛУЧЕНИЯ, ПРОШЕДШЕГО ТУРБУЛЕНТНУЮ АТМОСФЕРУ, КОТОРАЯ СОДЕРЖИТ РАССЕИВАЮЩУЮ ОБЛАСТЬ

Р. А. КАЗАРЯН, А. В. ОГАНЕСЯН

В [1, 2] приводятся распределение числа фотоэлектронов при приеме излучения, прошедшего турбулентную атмосферу, которая содержит рассеивающую область, и соответствующее оптимальное правило принятия решения о наличии оптического сигнала на входе фотодетектора, работающего в режиме счета фотоэлектронов. Оптимальное правило принятия решения о наличии сигнала в случае приема бинарномодулированной оптической интенсивности с априорными вероятностями передачи оптического импульса и пассивной паузы, соответственно равными p_1 и $(1-p_1)$, записывается в виде

$$n! \sum_{k=0}^n \left[\frac{N_s y_0}{N_B(1+N_s y_0)} \right]^{n-k} \frac{\exp \left[- \left(\frac{n-k-N_s y_0}{1-N_s y_0} \right)^2 \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{2} \right]}{k! \sqrt{(n-k+1)(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) N_s y_0 + (1+N_s y_0)^2}} \gg \frac{1-p_1}{p_1}, \quad (1)$$

где N_s и N_B — средние значения числа сигнальных и шумовых фотоэлектронов, σ_1^2 и σ_2^2 — параметры, характеризующие флуктуации интенсивности, обусловленные турбулентностью атмосферы, n — число фотоэлектронов на очередном интервале счета τ , а y_0 для каждого n и k определяется из уравнения

$$\frac{n-k-N_s y_0}{1+N_s y_0} - \frac{\ln y_0 + (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)/2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} = 0. \quad (2)$$

Рассмотрим прием излучения решеткой фотодетекторов, расстояние между которыми больше пространственного радиуса корреляции флуктуаций интенсивности принимаемого излучения. В этом случае флуктуации на отдельных фотодетекторах можно считать статистически независимыми. Учитывая (1) и выражение совместной плотности вероятности случайных независимых величин, представляемое как произведение плотностей вероятности этих величин [3], можно получить следующее оптимальное правило принятия решения о наличии излучения на входе решетки фотодетекторов:

$$\prod_{l=1}^D n_l! \sum_{k_l=0}^{n_l} \left[\frac{N_s y_0}{N_B(1+N_s y_0)} \right]^{n_l-k_l} \frac{\exp \left[- \left(\frac{n_l-k_l-N_s y_0}{1+N_s y_0} \right)^2 \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{2} \right]}{k_l! \sqrt{(n_l-k_l+1)(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) N_s y_0 + (1+N_s y_0)^2}} \gg \frac{1-p_1}{p_1}, \quad (3)$$

где D — число независимых фотодетекторов, n_i — число фотоэлектронов на выходе i -го фотодетектора на очередном интервале счета ($t, t+\tau$) (t — текущее время), а y_0 для каждого n_i и k_i определяется из (2).

В пренебрежении турбулентностью атмосферы и при учете плотности вероятности числа фотоэлектронов в этом случае [2] правило, аналогичное (3), можно записать в виде

$$\prod_{i=1}^D n_i! \left(\frac{N_s}{N_B}\right)^{n_i} \sum_{k_i=0}^{n_i} \frac{1}{k_i!} \left[\frac{N_s}{N_B(1+N_s)}\right]^{n_i-k_i+1} \geq \frac{1-p_1}{p_1}. \quad (4)$$

Естественно, что приемник, основанный на (4), будет оптимальным лишь при отсутствии флуктуаций интенсивности, обусловленных турбулентностью атмосферы.

Сравнение приемников, основанных на соотношениях (3) и (4), было осуществлено при помощи вероятностного цифрового моделирования оптической системы связи*. При передаче бинарных сигналов с $p_1 = 0,5$ на модели считались вероятности ошибочного приема для обоих приемников. В таблице приведены посчитанные на модели значения вероятностей ошибок для оптимального (\hat{P}_0) и неоптимального (\hat{P}_H) приемников для $N_B = 1$, $\sigma_1 = 1,5$, $\sigma_2 = 0,5$ и различных N_s и D . Точные границы, в которых с вероятностью 0,95 заключены истинные значения оцененных на модели вероятностей как P_0 и P_H , заключены в области $\pm 0,2 \hat{P}_0$, где \hat{P}_0 — значение оцененной вероятности при заданных N_s и D (в случае $N_s = 4$ и $D = 20$ точные границы есть $\pm 0,3 \hat{P}_0$). Как видно из приведенной таблицы, при заданном отношении N_s/N_B с увеличением

Таблица

N_s	D	\hat{P}_0	\hat{P}_H
1	5	0,2949	0,2979
	10	0,1999	0,1979
	20	0,1054	0,1054
4	5	0,1135	0,1341
	10	0,0495	0,0777
	20	0,0048	0,0144

D вероятность ошибки для обоих приемников уменьшается. При этом даже при незначительном увеличении отношения N_s/N_B по сравнению с единицей с увеличением числа фотодетекторов оптимальный прием-

* Вопрос моделирования флуктуаций интенсивности в данном случае сводится к моделированию независимых флуктуаций на входах отдельных фотодетекторов, что рассматривалось в [2]. Там же рассмотрено решение трансцендентного уравнения (2). Модель отдельных фотодетекторов решетки рассмотрена в [4].

ник, основанный на (3), обеспечивает в несколько раз меньшую вероятность ошибки, чем неоптимальный.

Институт физических исследований
АН АрмССР

Поступила 26.IV.1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. А. Казарян, А. В. Оганесян. Тезисы докладов XII Всесоюзной конференции по распространению радиоволн, Томск, 1978, т. 2.
2. А. В. Оганесян. Препринт ИФИ-78—68, Ереван, 1978.
3. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники, Изд. Советское радио, М., 1974, т. 1, 39.
4. А. В. Оганесян. Радиотехника, № 4, 1978.

ՅՐՈՂ ԾԱՎԱԼ ՊԱՐՈՒՆԵԿՈՂ ՏՈՒՐՐՈՒԼԵՆՏ ՄՔՆՈՒՈՐՏՈՎ ԱՆՑԱԾ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՕՊՏԻՄԱԼ ԸՆԴՈՒՆՈՒՄԸ ՖՈՏՈՂԵԴԵԿՆԵՐԻ ՑԱՆՑԻ ՄԻՋՈՑՈՎ

Ռ. Ա. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ա. Վ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

Ստացված է ֆոտոդեդեկտեկների ցանցի մուտքում օպտիկական ազդանշանի առկայությունը որոշող օպտիմալ կանոնը: Էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենայի վրա հավանական մոդելման միջոցով օպտիմալ ընդունիչը համեմատվում է ոչ օպտիմալի հետ: Մոդելման արդյունքներից հետևում է, որ ֆոտոդեդեկտեկների թվի ավելացման դեպքում օպտիմալ ընդունիչն ապահովում է զգալիորեն ավելի փոքր սխալի հավանականություն, քան ոչ օպտիմալը:

OPTIMAL RECEIVING BY MEANS OF ARRAY PHOTODETECTORS OF THE RADIATION TRAVERSING THE TURBULENT ATMOSPHERE WITH SCATTERING REGION

R. A. KAZARYAN, A. V. OGANESYAN

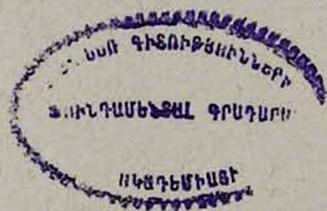
The optimal rule for the conclusion on the presence of an optical signal at the array of photodetectors is obtained. By means of computer simulation the optimal receiver is compared with non-optimal one. The simulation results indicate that as the number of detectors is increased, the optimal receiver provides essentially smaller error probability than the non-optimal one.

СОДЕРЖАНИЕ

К. А. Барсуков, Э. А. Беглоян. О переходном излучении в волноводе с поперечным неоднородным диэлектрическим заполнением	3
К. Х. Симонян. Асимптотическое поведение квазиэнергетических уровней	10
Ф. П. Сафарян. К теории безызлучательной релаксации энергии электронного возбуждения в примесных кристаллах	16
Р. М. Арутюнян, Г. М. Арутюнян. Расчет пондеромоторных сил в сверхпроводниках второго рода	26
М. И. Иванян. Коротковолновая асимптотика поля осесимметричной антенны	33
Г. С. Караян, А. А. Джереджян. Критерий инверсии знака напряжения обратнo-смещенных переходов многослойных структур	38
А. А. Ахумян, Р. М. Мартиросян, М. О. Манвелян, Н. Г. Погосян. Неоднородное уширение линий ЭПР иона Cr^{3+} в синтетических кристаллах изумруда	43
Р. О. Авакян, А. Э. Аветисян, Г. А. Вартапетян, С. С. Данагулян, В. С. Еганов, И. Х. Косаков, Г. О. Марукян, Р. М. Мирзоян, А. А. Оганесян, Ж. В. Петросян, С. П. Тароян, Г. М. Элбакян. Аппаратура для регистрации электронов и гамма-квантов (АРЭГаК) на основе кристаллов NaI(Tl)	50
Г. Р. Дрмеян, Ф. О. Эйрамджян. Экспериментальное исследование рентгеновских интерференционных картин	54

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Р. А. Казарян, А. В. Оганесян. Об оптимальном приеме решеткой фотодетекторов излучения, прошедшего турбулентную атмосферу, которая содержит рассеивающую область	61
--	----



Բ Ո Վ Ա Ն Գ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

Կ. Ա. Բարսեղով, Է. Ա. Բեղլոյան. Ընդլայնական, ոչ-համասեռ դիէլեկտրիկ լցվածութեամբ ալիքատարներում անցումային ճառագայթման մասին	3
Կ. Խ. Սիմոնյան. Քվադրէներգետիկ մակարդակների ասիմպտոտիկ վարքը	10
Յ. Պ. Սաֆարյան. Խառնուրդային բյուրեղներում էլեկտրոնային զրգուման էներգիայի ոչ-ճառագայթային արոհման տեսութեան վերաբերյալ	16
Ռ. Մ. Հարությունյան, Գ. Մ. Հարությունյան. Պոնդերոմետր ուժերի հաշվարկը երկրորդ կարգի գերհաղորդիչներում	26
Մ. Ի. Խվանյան. Առանցքային համաչափ անտենայի դաշտի կարճալիքային մոտավորութիւնը	33
Հ. Ս. Ղարայան, Հ. Հ. Ջերեջյան. Բազմաշերտ կառուցվածքների հակառակ շեղված անցումների լարման նշանի շրջման շափանիչը	38
Ա. Ա. Հախումյան, Ռ. Մ. Մաբտիրոսյան, Մ. Հ. Մանվելյան, Ն. Գ. Պողոսյան. Արհեստական զմրուխտի բյուրեղներում Cr^{3+} -իոնի էՊՌ գծերի անհամասեռ լայնացումը	43
Ռ. Հ. Ավագյան, Ա. Է. Ավետիսյան, Գ. Ա. Վարքապետյան, Ս. Ս. Դաւազոլյան, Վ. Ս. Եղանով, Ի. Խ. Կոսակով, Հ. Հ. Մարունյան, Ռ. Մ. Միրզոյան, Ա. Ա. Հովհաննեսյան, Ժ. Վ. Պետրոսյան, Ս. Պ. Թառոյան, Գ. Մ. Էլբակյան. $NaI(Tl)$ հիմքով էլեկտրոններ և դամբա-բվանտներ գրանցող սարք (APЭГaK)	50
Հ. Ռ. Դրմեյան, Յ. Հ. Էլրամշյան. Ռենտգենյան ինտերֆերենցիոն պատկերների փորձնական հետազոտութիւնները	54

ՀԱՄԱՌՈՏ ՀԱՂՈՐԴՈՒՄՆԵՐ

Ռ. Ա. Ղազարյան, Ա. Վ. Հովհաննիսյան. Յրող ծավալ պարունակող տուրբուլենտ միջուրտով անցած ճառագայթման օպտիմալ ընդունումը ֆոտոէնդոնիչների ցանցի միջոցով	61
--	----