

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCE OF ARMENIA

ISSN 0321-1339

ՉԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ
REPORTS

Տիպնադրվել է 1944 թ.: Լույս է տեսնում տարին 4 անգամ

Основан в 1944 г. Выходит 4 раза в год

Founded in 1944. Published quarterly

Գլխավոր խմբագիր՝ ակադեմիկոս Վ. Ս. ԶԱԲԱՐՅԱՆ

Խմբագրական խորհուրդ՝ ակադեմիկոս Է. Գ. ԱՖՐԻԿՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ. Ե. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ. Ա. ԲՐՈՒՏՅԱՆ, ակադեմիկոս Է. Ս. ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ, ակադեմիկոս Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ակադեմիկոս Ս. Ա. ՀԱՍԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս Է. Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Կ. Գ. ՂԱՐԱԳՅՈՋՅԱՆ, ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Լ. Ռ. ՄԱՆՎԵԼՅԱՆ (գլխ. խմբագրի տեղակալ), ակադեմիկոս Ռ. Մ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ, ակադեմիկոս Յու. Հ. ՇՈՒԲՈՒՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Դ. Մ. ՍԵՂՈՎՅԱՆ, Գ.Ա.ԱԲՐԱՀԱՄՅԱՆ (պալմ. քարտուղար)

Главный редактор академик В. С. ЗАХАРЯН

Редакционная коллегия: академик С. А. АМБАРЦУМЯН, академик Э. Г. АФРИКЯН, академик Г. Е. БАГДАСАРЯН, академик Г. А. БРУТЯН, академик Э. С. ГАБРИЕЛЯН, академик Э. М. КАЗАРЯН, академик К. Г. КАРАГЕЗЯН, чл.-кор. НАН РА Л. Р. МАНВЕЛЯН (зам. главного редактора), академик Р. М. МАРТИРОСЯН, академик Д. М. СЕДРАКЯН, академик А. А. ТАЛАЛЯН, академик Ю. Г. ШУКУРЯН, Г. А. АБРАМЯН (отв. секретарь)

Editor-in-chief academician V. S. ZAKARYAN

Editorial Board: academician S. A. AMBARTSUMIAN, academician E. G. AFRIKIAN, academician G. E. BAGDASARIAN, academician G. A. BRUTIAN, academician E. S. GABRIELIAN, academician K. G. KARAGEUZYAN, academician E. M. KAZARYAN, corresponding member of NAS RA L. R. MANVELYAN (associate editor), academician R. M. MARTIROSYAN, academician D. M. SEDRAKIAN, academician Yu. H. SHOUKOURIAN, academician A. A. TALALIAN, G. A. ABRAHAMYAN (executive secretary)

Խմբագրություն հասցեն՝ 0019 Երևան 19, Մարշալ Բաղրամյանի պող. 24գ

Адрес редакции: 0019, Ереван 19, просп. Маршала Баграмяна 24г

Communication links: address — 24g Marshal Bagramian Ave., Yerevan, 0019, Armenia

Phone: (37410) 56-80-67

URL: <http://elib.sci.am>

e-mail: rnas@sci.am

© НАН РА. Президиум 2010

© Издательство "Гитутюн"

НАН РА 2010

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Մ. Ջրբաշյան – Ֆունկցիաների բիօթոգոնալ համակարգեր կիսահարթության A² տարածություններում 203

Գ. Ա. Բարսեղյան – Որոշ արդյունքներ ինտեգրալ երկրաչափությունում, հանրահաշվական երկրաչափությունում և իրական անալիզում 210

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Վ. Պ. Գաբրիելյան – Խորանարդային անկյունագծային հավասարումը 2 բնութագրիչի վերջավոր դաշտում 220

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Լ. Ա. Մովսիսյան – Սեյսմապաշտպանության համակցված մի եղանակի մասին (II մաս)..... 228

Մ. Ա. Համբարձումյան, Ս. Վ. Մարգարյան – Սալում մագնիսաառաձգական ալիքների տարածման խնդիրներում Կիրիսեռֆի վարկածի կիրառելիությունը..... 235

Ռ. Մ. Կիրակոսյան – Օրթոտրոպ սալ-շերտի խնդիրներ՝ մակերեւութային շոշափող բեռների ազդեցության տակ 241

Վ. Ռ. Բարսեղյան – Գծային դինամիկ համակարգերի դեկավարումը ժամանակի միջանկյալ պահերին ֆազային վեկտորի կոորդինատների մասերի վրա դրված սահմանափակումներով..... 251

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Է. Խ. Գրիգորյան, Կ.Լ. Աղայան – Ալիքների դիֆրակցիայի խնդիրներում ասիմպտոտիկ բանաձևերի ստացման նոր մեթոդի մասին..... 261

ԵՐԿՐԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Մ. Ա. Մաթյան – Հայաստանի օֆիոլիթային զոնաների միներալգենիան..... 272

ՄԱՆՌԷԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Կ. Օ. Հովնանյան, Հ. Հ. Դավթյան, Ք. Ա. Մարգարյան, Ա. Հ. Թոշունյան – Որոշ վիրուսների, մանրէների և նախակենդանիների բջիջների նանոկառուցվածքները՝ էլեկտրոնային մանրադիտարկում և ձևաչափական վերլուծություն..... 277

ԿԵՆՍԱԶԻՄԻԱ

Կ. Գ. Ղարազյոզյան, Գ. Ա.Հովեյան, Գ. Ա. Գևորգյան, Ա. Գ. Հովեյան – Սպիտակ առնետների հեպատոցիտների քրոմատինի ֆոսֆոլիպիդների բաղադրության փոփոխության մասին վազոտոմիայի, սոլարեկտոմիայի եւ դրանց զուգակցման պայմաններում 285

ՎԻՐՈՒՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ժ. Ի. Հակոբյան, Մ. Գ. Գազարյան, Տ. Հ. Մարկոսյան – Հավերի նյութասպան հիվանդության կանխարգելման մեթոդ 291

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Լ. Գ. Սիմոնյան, Վ. Յ. Վանցյան, Ք. Վ. Ղազարյան – Ջերմային գործոնի ազդեցությունը միզածորանի տարբեր հատվածների ինքնաբուխ էլեկտրական ակտիվության վրա առնետի մոտ..... 295

Լ. Ռ. Մանվելյան, Տ. Ռ. Պետրոսյան, Օ. Վ. Գևորգյան – Կեղև-ողնուղեղային ռադիո վնասումից հետո նյարդային հյուսվածքի պլաստիկության վրա ազդող որոշ գործոնների մասին 302

ՏՐԱՄԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Հ. Ժ. Քոչարյան – «Տրամաբանական քառակուսուց» «տրամաբանական շրջանագիծ»..... 308

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

А. М. Джрбашян – Биортогональные системы функций в пространствах A^2 в полуплоскости 203

Г. А. Барсегян – Некоторые результаты в интегральной геометрии, алгебраической геометрии и вещественном анализе 210

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

В. П. Габриелян – Кубическое диагональное уравнение над конечным полем характеристики 2 ... 220

МЕХАНИКА

Л. А. Мовсисян – Об одном комбинированном способе сейсмозащиты (часть II)..... 228

Амбарцумян С. А., Саркисян С. В. – О применимости гипотезы Кирхгофа при исследовании задач распространения магнитоупругих волн в пластинке 235

Р. М. Киракосян – Задачи ортотропных пластинок-полос при действии касательных поверхностных нагрузок 241

В. Р. Барсегян – Управление линейными динамическими системами с ограничениями на значения частей координат фазового вектора в промежуточные моменты времени 251

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Э. Х. Григорян, К. Л. Агаян – О новом методе определения асимптотических формул в задачах дифракции волн 261

ГЕОЛОГИЯ

М. А. Сатян – К минерогенезу офиолитовых зон Армении 272

МИКРОБИОЛОГИЯ

К. О. Овнянян, А. Г. Давтян, К. А. Саргсян, А. А. Трчунян – Наноструктуры некоторых вирусов, клеток бактерий и простейших: электронная микроскопия и морфометрический анализ 277

БИОХИМИЯ

К. Г. Карагезян, Г. А. Овсян, Г. А. Геворкян, А. Г. Овсян – Изменения состава фосфолипидов хроматина гепатоцитов белых крыс в условиях ваготомии, солэрэктомии и их сочетания 285

ВИРУСОЛОГИЯ

Ж. И. Акопян, М. Г. Газарянц, Т. А. Маркосян – Новый подход к профилактике болезни Ньюкасла кур 291

ФИЗИОЛОГИЯ

Л. Г. Симонян, В. Ц. Ванцян, К. В. Казарян – Влияние температурного фактора на спонтанную электрическую активность разных областей мочеочника крысы 295

Л. Р. Манвелян, Т. Р. Петросян, О. В. Геворкян – О некоторых факторах, влияющих на пластичность нервной ткани после травмы кортико-спинального тракта 302

ЛОГИКА

Г. И. Кочарян – От «логического квадрата» к «логической окружности» 308

C O N T E N T S

MATHEMATICS

A. M. Jerbashian – Biorthogonal Systems of Functions in A^2 Spaces over the Half-Plane 203

G. A. Barsegian – Miscellanea in integral geometry, algebraic geometry and real analysis 210

APPLIED MATHEMATICS

V. P. Gabrielyan – Cubical Diagonal Equation over Finite Fields of Characteristic 2 220

MECHANICS

L. A. Movsisyan – On One Combined Method of Seismoprotection (Part II)..... 228

S. A. Ambartsumian, S. V. Sarkisyan – On the Application of Kirchhoff's Hypothesis at the Consideration of Problems for Magneto-elastic Waves Propagation in the Plates 235

R. M. Kirakosyan – The Problems of Orthotropic Plate-Layer under the Action of Tangential Surface Loading 241

V. R. Barseghyan – Controlling of Linear Dynamic Systems with Restrictions on Values of Parts of Coordinates of a Phase Vector in the Intermediate Moments of Time 251

ELASTICITY THEORY

E. Kh. Grigoryan, K. L. Aghayan – On New Methods of Asymptotic Formulas Determination in Waves Diffraction Problems..... 261

GEOLOGY

M. A. Satian – On Minerageny of Armenian Ofiolites Zones 272

MICROBIOLOGY

K. O. Hovnanyan, H. H. Davtyan, Ch. A. Sargsyan, A. A. Trchounian – Nanostructures of Some Viruses, Bacterial and Protozoa Cells: Electronic Microscopy and Morphometric Analysis..... 277

BIOCHEMISTRY

K. G. Karageuzyan, G. A. Hoveyan, G. A. Kevorkian, A. G. Hoveyan – The Phospholipid Composition Changes in White Rats Hepatocyte Chromatin under Conditions of Vagotomy, Solarectomy and Their Combination 285

VIRUSOLOGY

J. I. Akopian, M. G. Gazaryants, T. H. Markosyan – The New Approach to the Prevention of the Newcastle Disease of Poultry 291

PHYSIOLOGY

L. G. Simonyan, V. Ts. Vantsyan, K. V. Kazaryan – Effect of Temperature on Spontaneous Electrical Activity of Different Areas of the Rat Ureter 295

L. R. Manvelyan, T. R. Petrosyan, O. V. Gevorkyan – About Certain Factors that Influence to the Plasticity of Nervous Tissue after the Trauma of Corticospinal Tract..... 302

LOGICA

H. J. Kocharyani – From "the Logical Square" to "the Logical Circle"..... 308

УДК 517.53

А. М. Джрбашян

Биортогональные системы функций в пространствах A_{ω}^2 в полуплоскости

(Представлено академиком В.С. Захаряном 24/II 2010)

Ключевые слова: биортогональные системы, полнота, базис, интерполяция

1. Наиболее общие банаховы пространства $A_{\omega,\gamma}^p$ ($1 \leq p < +\infty$, $-\infty < \gamma \leq 2$) введены в работе [1] как множества тех голоморфных в верхней полуплоскости $G^+ = \{z : \operatorname{Im} z > 0\}$ функций $f(z)$, которые при достаточно малых $\rho > 0$ удовлетворяют неванлинновскому условию

$$\liminf_{R \rightarrow +\infty} \frac{1}{R} \int_{\beta}^{\pi-\beta} \log^+ |f(Re^{i\vartheta})| \left(\sin \frac{\pi(\vartheta - \beta)}{\pi - 2\beta} \right)^{1-\pi/\kappa} d\vartheta = 0, \quad (1)$$

где $\beta = \arcsin \rho/R = \pi/2 - \kappa$ и, одновременно,

$$\|f\|_{p,\omega,\gamma}^p = \iint_{G^+} |f(z)|^p \frac{d\mu_{\omega}(z)}{(1+|z|)^{\gamma}} < +\infty, \quad (2)$$

где $d\mu_{\omega}(x+iy) = dx d\omega(2y)$, а $\omega(t) \in \Omega_{\alpha}$ ($-1 \leq \alpha < +\infty$), т.е. функция $\omega(t)$ задана на $[0, +\infty)$ и такова, что

- (i) $\omega(t) \nearrow$ (не убывает) в $(0, +\infty)$, $\omega(0) = \omega(+0)$ и существует последовательность $\delta_k \downarrow 0$ такая, что $\omega(\delta_k) \downarrow$ (строго убывает);
- (ii) $\omega(t) \asymp t^{1+\alpha}$ при $\Delta_0 \leq t < +\infty$ и некотором $\Delta_0 \geq 0$.

Здесь $f(t) \asymp g(t)$ означает, что $m_1 f(t) \leq g(t) \leq m_2 f(t)$, где $m_{1,2} > 0$ – постоянные.

Замечание 1. $A_{\omega,\gamma}^p = (i+z)^{\gamma/p} A_{\omega,0}^p$.

Замечание 2. При $\omega(t) = t^{1+\alpha}$ ($\alpha > -1$), $\gamma = 0$ и $p \geq 1$ пространство $A_{\omega,\gamma}^p$ совпадает с хорошо известным пространством A_α^p в полуплоскости (см. [2-4]). В таком случае (1) следует из (2), и это верно также, когда $\omega(t)$ непрерывно дифференцируема в $(0, +\infty)$ и такова, что $\omega'(t) \geq Mt^\alpha$ ($\alpha > -1$) для почти всех $t > 0$, где $M > 0$ — постоянная. Однако в общем случае (1) не следует из (2), даже когда $\gamma = 0$.

Ниже мы будем рассматривать пространства $A_{\omega,\gamma}^2$ с $\gamma = 0$, которые будем кратко обозначать A_ω^2 . Эти пространства — гильбертовы, и норма в них порождается скалярным произведением

$$(f, g)_\omega = \iint_{G^+} f(z) \overline{g(z)} d\mu_\omega(z).$$

Результаты данной статьи получены с применением следующей теоремы, объединяющей утверждения леммы 5.1 и теоремы 5.3 работы [5], которая продолжает исследование, начатое в [1].

Теорема 1. Пусть $\tilde{\omega}(t) \in \Omega_\alpha$ ($-1 \leq \alpha < +\infty$), $\tilde{\omega}(0) = 0$, и пусть $\omega(x)$ — квадрат Волтерра функции $\tilde{\omega}(x)$, т.е.

$$\omega(x) = \int_0^x \tilde{\omega}(x-t) d\tilde{\omega}(t), \quad 0 < x < +\infty, \quad \omega(0) = 0.$$

Тогда $\omega(x) \in \Omega_{1+2\alpha}$ и

$$[I_{\tilde{\omega}}(x)]^2 = \left[\int_0^{+\infty} e^{-xt} d\tilde{\omega}(t) \right]^2 = \int_0^{+\infty} e^{-xt} d\omega(t) = I_\omega(x), \quad 0 < x < +\infty.$$

Кроме того, A_ω^2 совпадает со множеством функций, представимых в виде

$$f(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t) C_{\tilde{\omega}}(z-t) dt, \quad z \in G^+, \quad \varphi \in L^2(-\infty, +\infty), \quad (3)$$

где $C_{\tilde{\omega}}(z)$ — ядро М. М. Джрбашяна для полуплоскости:

$$C_{\tilde{\omega}}(z) = \int_0^{+\infty} e^{izt} \frac{dt}{I_{\tilde{\omega}}(t)}, \quad z \in G^+.$$

Для любого $f(z) \in A_\omega^2$ функция $L_{\tilde{\omega}} f(z) = \varphi_0(z)$ — единственная из H^2 , с граничными значениями которой верно (3). При этом $\|\varphi_0\|_{H^2} = \|f\|_{A_{\omega,0}^2}$ и $\varphi - \varphi_0 \perp H^2$ для любой функции $\varphi \in L^2(-\infty, +\infty)$, с которой (3) справедливо. Оператор

$$L_{\tilde{\omega}} f(z) = \int_0^{+\infty} f(z+i\sigma) d\tilde{\omega}(\sigma), \quad z \in G^+,$$

изометрично отображает $A_\omega^2 \longrightarrow H^2$, а интеграл (3) задает обратную изометрию $L_{\tilde{\omega}}^{-1} : H^2 \longrightarrow A_\omega^2$.

2. Изометрия между пространством Харди H^2 и пространствами A_ω^2 в верхней полуплоскости G^+ , данная в явном виде интегрального оператора в теореме 1, позволяет перенести любой известный в H^2 результат аддитивного характера в подобный же результат в пространствах A_ω^2 . В частности, при $p = 2$ результаты М. М. Джрбашяна [6-8], относящиеся к биортogonalным системам функций и интерполяции в H^p ($1 < p < +\infty$), могут быть переведены в такие же результаты в пространствах A_ω^2 , которые приведены в нижеследующих утверждениях.

Рассмотрим сравнительно простой случай узлов кратности 1, т.е. всюду ниже будем полагать, что $\{z_k\}_1^\infty$ является последовательностью попарно различных чисел из G^+ . Говорят, что $\{z_k\}_1^\infty \in \Delta$, если последовательность $\{z_k\}_1^\infty$ равномерно разделена, т.е.

$$\inf_{k \geq 1} \prod_{j=1, j \neq k} \left| \frac{z_j - z_k}{z_j - \bar{z}_k} \right| = \delta > 0. \quad (4)$$

Введем в рассмотрение произведение Бляшке с нулями $\{z_k\}_1^\infty$:

$$B(z) = \prod_{k=1}^{\infty} \frac{z - z_k}{z - \bar{z}_k} \frac{|1 + z_k^2|}{1 + z_k^2},$$

которое сходится и представляет функцию, голоморфную всюду в конечной комплексной плоскости, кроме замыкания множества $\{\bar{z}_k\}_1^\infty$, тогда и только тогда, когда

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} z_k}{1 + |z_k|^2} < +\infty. \quad (5)$$

Отметим, что (5) следует из (4).

Всюду ниже будем полагать, что функции $\omega(x)$ и $\tilde{\omega}(x)$ таковы, как в теореме 1. Тогда неравенство (3.21) работы [7] преобразуется к следующему виду.

Предложение 1. Если $\{z_k\}_1^\infty \in \Delta$, то для любой функции $f(z) \in A_\omega^2$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{Im} z_k |L_{\tilde{\omega}} f(z_k)|^2 \leq C \|f\|_{2,\omega}^2,$$

где $C > 0$ — постоянная, не зависящая от $f(z)$.

Прежде чем привести ряд утверждений об аппроксимации и интерполяции в A_ω^2 , отметим, что функции

$$r_k(z) = \frac{1}{z - \bar{z}_k}, \quad \Omega_k(z) = \frac{B(z)}{z - z_k}, \quad k = 1, 2, \dots,$$

принадлежат H^2 в G^+ . Тем самым, все функции

$$L_{\bar{\omega}}^{-1} r_k(z) = r_{k,\bar{\omega}}(z) \quad \text{и} \quad L_{\bar{\omega}}^{-1} \Omega_k(z) = \Omega_{k,\bar{\omega}}(z), \quad k = 1, 2, \dots,$$

принадлежат $A_{\bar{\omega}}^2$, и можно проверить, что

$$r_{k,\bar{\omega}}(z) = C_{\bar{\omega}}(z - \bar{z}_k).$$

Теорема Г и некоторые другие результаты из [6] преобразуются в

Предложение 2. Если последовательность $\{z_k\}_1^\infty$ не удовлетворяет условию Бляшке, т.е. ряд (5) расходится, то обе системы

$$\{C_{\bar{\omega}}(z - \bar{z}_k)\}_1^\infty \quad \text{и} \quad \{\Omega_{k,\bar{\omega}}(z)\}_1^\infty$$

полны в $A_{\bar{\omega}}^2$.

Некоторые изменения в условиях (1.16) и (1.17) в [6] (или (2.2) и (2.3) в [7]) ведут к введению подмножества $A_{\bar{\omega}}^2\{z_k\}$ функций из $f(z) \in A_{\bar{\omega}}^2$, для которых существуют $g(z) \in H^2$ такие, что граничные значения функции $g(-z)B(z)$ при подходе из $G^- = \{z : \text{Im } z < 0\}$ совпадают с граничными значениями $L_{\bar{\omega}}f(z)$ ($\in H^2$) почти для всех $-\infty < x < +\infty$. Ясно, что $A_{\bar{\omega}}^2\{z_k\}$ может быть рассмотрено лишь при выполнении условия (5).

Ввиду теоремы 2 работы [8] справедливо

Предложение 3. Системы $\{C_{\bar{\omega}}(z - \bar{z}_k), \Omega_{k,\bar{\omega}}(z)\}_1^\infty$ биортогональны в $A_{\bar{\omega}}^2$, т.е.

$$(C_{\bar{\omega}}(z - \bar{z}_k), \Omega_{\nu,\bar{\omega}}(z))_{\omega} = \iint_{G^+} C_{\bar{\omega}}(z - \bar{z}_k) \overline{\Omega_{\nu,\bar{\omega}}(z)} d\mu_{\omega}(z) = \begin{cases} 1 & \text{если } \nu = k, \\ 0 & \text{если } \nu \neq k. \end{cases}$$

Ввиду лемм Б и 1.1 из [6] имеет место

Предложение 4. Пусть $f(z) \in A_{\bar{\omega}}^2$ — любая функция. Тогда:

1°. $f(z)$ принадлежит $A_{\bar{\omega}}^2\{z_k\}$ в том и только том случае, когда

$$\Psi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{L_{\bar{\omega}}f(t)}{B(t)} \frac{dt}{t - z} \equiv 0, \quad z \in G^+,$$

где $L_{\bar{\omega}}f(t)$ и $B(t)$ граничные значения функций из H^2 ;

2°. имеет место ортогональное разложение

$$f(z) = F(z) + R(z), \quad z \in G^+, \quad \|f\|_{2,\omega}^2 = \|F\|_{2,\omega}^2 + \|R\|_{2,\omega}^2,$$

где $F(z) \in A_{\bar{\omega}}^2\{z_k\}$ и $R(z) = L_{\bar{\omega}}^{-1}[B(z)\Psi(z)] \in A_{\bar{\omega}}^2$.

В силу теорем 4.1 и 5.2 из [7] справедливо

Предложение 5. Каждая из систем $\{C_{\bar{\omega}}(z - \bar{z}_k)\}_1^\infty$ и $\{\Omega_{k,\bar{\omega}}(z)\}_1^\infty$ является базисом в $A_\omega^2\{z_k\}$ тогда и только тогда, когда $\{z_k\}_1^\infty \in \Delta$.

В силу формул (4.29), (4.31) и формулы разложения в конце доказательства теоремы 5.2 в [7] имеет место

Предложение 6. Если $\{z_k\}_1^\infty \in \Delta$, то любая функция $f(z) \in A_\omega^2\{z_k\}$ представима в G^+ обоими рядами

$$f(z) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k(f) C_{\bar{\omega}}(z - \bar{z}_k) = \sum_{k=1}^{\infty} L_{\bar{\omega}} f(z_k) \Omega_{k,\bar{\omega}}(z), \quad c_k(f) = i(f, \Omega_{k,\bar{\omega}})_\omega,$$

которые сходятся в A_ω^2 и, следовательно, равномерно внутри G^+ .

Ввиду теоремы 4.2 работы [7] верно

Предложение 7. Если $\{z_k\}_1^\infty \in \Delta$, то любая функция $f(z) \in A_\omega^2$ представима в виде суммы

$$f(z) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k(f) C_{\bar{\omega}}(z - \bar{z}_k) + \varphi(z),$$

где ряд сходится в A_ω^2 , равномерно внутри G^+ , а

$$\varphi(z) = L_{\bar{\omega}}^{-1} [B(z)\Psi(z)] \in A_\omega^2, \quad \Psi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{L_{\bar{\omega}} f(t)}{B(t)} \frac{dt}{t-z} \in H^2.$$

Ввиду теорем 5.1 и 5.2 из [7] имеет место

Предложение 8. Пусть $\{z_k\}_1^\infty$ — последовательность попарно различных точек в G^+ . Тогда справедливы следующие утверждения:

1°. Если $\{z_k\}_1^\infty \in \Delta$ и $\{w_k\}_1^\infty$ — последовательность чисел, удовлетворяющая условию

$$A = \sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{Im} z_k |w_k|^2 < +\infty,$$

то существует единственная функция $f_0(z) \in A_\omega^2\{z_k\}$ такая, что

$$L_{\bar{\omega}} f_0(z_k) = w_k, \quad k = 1, 2, \dots, \quad \text{and} \quad \|f_0\|_{A_\omega^2} \leq C_\delta A,$$

где $C_\delta > 0$ — постоянная, зависящая лишь от δ из (4). Эта функция разлагается в ряд

$$f_0(z) = \sum_{k=1}^{\infty} w_k \Omega_{k,\bar{\omega}}(z), \quad z \in G^+,$$

который сходится в A_ω^2 и равномерно внутри G^+ .

2°. Обратно, если множество всех последовательностей $\{(Im z_k)^{1/2} f(z_k)\}_1^\infty$, где $f(z) \in A_\omega^2$, совпадает с пространством l^2 последовательностей комплексных чисел, модули которых суммируемы с квадратом, то $\{z_k\}_1^\infty \in \Delta$.

Институт математики НАН РА

E-mail: armen_jerbashian@yahoo.com

А. М. Джрбашян

Биортогональные системы функций в пространствах A_ω^2 в полуплоскости

С применением найденного ранее в явном виде интегрального оператора изометрии между пространством Харди H^2 и пространствами A_ω^2 в верхней полуплоскости G^+ результаты М. М. Джрбашяна о биортогональных системах функций и интерполяции в H^2 переведены в подобные же утверждения в A_ω^2 .

Ա. Մ. Ջրբաշյան

Ֆունկցիաների բիօրթոգոնալ համակարգեր կիսահարթության A_ω^2 փարածություններում

G^+ վերին կիսահարթության մեջ Հարդիի H^2 եւ կշռային A_ω^2 փարածությունների միջեւ գործող, ինպեզրալ օպերատորի բացահայտ արտահայտությունը օգտագործելով իզոմետրիայի միջոցով H^2 -ում ֆունկցիաների բիօրթոգոնալ համակարգերին ու ինպերպոլյացիային վերաբերող Ա. Մ. Ջրբաշյանի արդյունքները փոխակերպված են նմանափափ արդյունքների A_ω^2 փարածություններում:

A. M. Jerbashian

Biorthogonal Systems of Functions in A_ω^2 Spaces over the Half-Plane

An isometry between the Hardy space H^2 and the spaces A_ω^2 over the upper half-plane G^+ , which has an explicit form of integral operator is used to convert M. M. Djrbashian's results on biorthogonal systems of rational functions and interpolation in H^2 into similar statements in A_ω^2 .

Литература

1. *Jerbashian A. M.* In: *Operator Theory: Advances and Applications*. Birkhauser Verlag Basel/Switzerland. 2005. V. 158. P. 141-158.
2. *Coifman R. R., Rochberg R.* *Asterisque*. 1980. V. 77. P. 12-67.
3. *Ricci F., Taibleson M.* *Annali Scuola Normale Superiore*. Pisa, Classe di Scienze, Ser. 4. 1983. V. 10. N 1. P. 1-54.
4. *Джрбашян М. М., Джрбашян А. Э.* - *ДАН СССР*. 1985. Т. 285. N 3. С. 547-550.
5. *Jerbashian A. M., Jerbashian V. A.* - *CMFT: Computational Methods and Function Theory*. 2007. V. 7. N 2. P. 205-238.
6. *Джрбашян М. М.* - *Мат. сборник*. 1981. Т. 114(156). N 1. С. 1-70.
7. *Джрбашян М. М.* - *Изв. АН СССР. Сер. мат.* 1978. Т. 42. N 6. С. 1322-1384.
8. *Джрбашян М. М.* - *Мат. сборник*, 1974. Т. 95(137). N 3(11). С. 418-444.

MATHEMATICS

30D99, 30D35, 26B99, 14B99, 35R99

G. A. Barsegian

Miscellanea in Integral Geometry, Algebraic Geometry and Real Analysis

(Submitted by academician V.S. Zakaryan 21/VI 2010)

Keywords: *Curves, algebraic plane curves, real functions, Gamma-lines, Nevanlinna theory, Hilbert Problem 16*

Three identities for the integrals along curves. We give first three mutually connected identities for the integrals $\int_{\Gamma} K dl$ for "good" curves Γ and function K on Γ . One of them generalizes the key identity in integral geometry, the Crofton's formula, which we obtain taking $K \equiv 1$. The identities are very simple but we have not seen them anywhere.

To obtain these results we make use, in fact, some reasonings we applied in 1970s to study Gamma-lines of meromorphic functions, see [1], also [2] and [3]. Much later we recognized that a part of these reasonings is almost identical with the key method in integral geometry. Then our task was simply to present these reasonings in terms of integral geometry, what we do below.

1.1. Two identities related to the integrals along curves. The notations of the previous sections have been used but for the reader interested only in this chapter we repeat the notations.

Let $\bar{X}(\theta)$ be the oriented straight line passing through zero and having direction θ , that is $\bar{X}(\theta) := \{(x, y) | \theta := \arctan(y/x)\}$. We will use notation $X(\theta)$ for the coordinate on $\bar{X}(\theta)$. Denote by $J_{X(\theta)}$ the straight line composing the angle $\theta + \pi/2$ with x -axis and passing through the point on $\bar{X}(\theta)$ with the coordinate $X(\theta)$.

In what follows curve means an oriented plane curve. Let Γ be a curve with continuous tangent and finite length. Thus we can define the acute angle δ that composes the tangent to Γ with x -axis. Denote by $N(\Gamma \cap J_{X(\theta)})$ the number of elements of the set $\Gamma \cap J_{X(\theta)}$. Observe that either these element are points (denote

them by $(X(\theta), Y_i(\theta))$ or these elements are common parts of Γ and $J_{X(\theta)}$, which should be then some intervals on $\Gamma \cap J_{X(\theta)}$. We prescribe to the points $(X(\theta), Y_i(\theta))$ the weight $\omega_i(X(\theta)) = K(X(\theta), Y_i(\theta)) \cos(\delta(X(\theta), Y_i(\theta)) - \theta)$ and prescribe to the intervals (on which $\cos(\delta(X(\theta), Y_i(\theta)) - \theta) = 0$) the weight $\omega_i(X(\theta)) = 0$. Thus we are able to define the following weight function $W_{\Gamma, K}(X(\theta))$ of variable $X(\theta)$:

$$W_{\Gamma, K}(X(\theta)) := \left\{ \sum_{i=1}^{N(\Gamma \cap J_{X(\theta)})} \omega_i(X(\theta)) \right\}.$$

Denote by $\Gamma \perp \bar{X}(\theta)$ the (ordinary) orthogonal projection of Γ on $\bar{X}(\theta)$

All the integrals that are used in this chapter are in the sense of Lebesgue.

Identity 1.1. *For any Γ with continuous tangent and finite length and any continuous function K on Γ we have*

$$\int_{\Gamma} K dl = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \int_{\Gamma \perp \bar{X}(\theta)} W_{\Gamma, K}(X(\theta)) dX(\theta) d\theta.$$

We obtain also a similar identity which make use of the projections on the straight lines $\bar{X} := X(0)$ and $\bar{Y} := \bar{X}(\pi/2)$ (instead of integration in θ).

Identity 1.2. *For any Γ with continuous tangent and finite length and any continuous function K on Γ we have*

$$\int_{\Gamma} K dl = \int_{\Gamma \perp \bar{X}(0)} W_{J_{X(0)}}(\Gamma, K) dX(0) + \int_{\Gamma \perp \bar{X}(\pi/2)} W_{J_{X(\pi/2)}}(\Gamma, K) dX(\pi/2).$$

1.2. An identity generalizing the key identity in integral geometry. Due to the key Crofton's identity in integral geometry we have for the above defined curve:

$$l(\Gamma) = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \int_{\Gamma \perp \bar{X}(\theta)} N(\Gamma \cap J_{X(\theta)}) dX(\theta) d\theta,$$

see [12], formula (3.17).

Now we prescribe to the elements of the set $\Gamma \cap J_{X(\theta)}$ the weight $\omega_i^*(X(\theta)) = K(X(\theta), Y_i(\theta))$ when these elements are points and prescribe the weight $\omega_i^*(X(\theta)) = 0$ if these elements are common parts of Γ and $J_{X(\theta)}$. We define a new weight function $W_{\Gamma, K}^*(X(\theta))$ of the variable $X(\theta)$ defined on $\Gamma \perp \bar{X}(\theta)$:

$$W_{\Gamma, K}^*(X(\theta)) := \left\{ \sum_{i=1}^{N(\Gamma \cap J_{X(\theta)})} \omega_i^*(X(\theta)) \right\}.$$

Identity 1.3. *For any Γ with continuous tangent and finite length and any continuous function K on Γ we have*

$$\int_{\Gamma} K dl = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} \int_{\Gamma \perp \bar{X}(\theta)} W_{\Gamma, K}^*(X(\theta)) dX(\theta) d\theta.$$

Notice that for $K \equiv 1$ Identity 1.3 implies the Crofton's identity.

2. Some identities and inequalities connecting the length and curvature of curves. As above we assume that $\Gamma \in C^2$ is an oriented curve so that we can define the tangential angle β , respectively curvature $k(l)$ at any point $l \in \Gamma$, and can define the magnitude $C(\Gamma) := \int_{\Gamma} |k(l)| dl$ called usually *absolute integral curvature* of Γ . The magnitude $C(\Gamma)$ plays a crucial role in many pure and applied studies.

The problems we consider are closely connected with the known Fary's inequality (see [6] also book [12], formula (3.26)) which asserts that *for any closed curve* $\Gamma^* \in C^2$ we have $l(\Gamma^*) \leq \frac{1}{2} \text{diam} \Gamma^* C(\Gamma^*)$. This inequality bore a lot of generalizations for very different objects in geometry (see Internet). The inequality is sharp, but only when Γ^* are circumferences.

In this section we consider the following problems. Are there similar inequalities for the closed curves that are sharp for rather large classes of curves? What can be said about non closed case? And much more interesting seemingly problem: are there some identities where the length and the curvature of a given curve occur simultaneously?

2.1. An improvement and a complement of the Fary's inequality. Clearly for a given curve we cannot have an identity determined merely by the length and curvature: some additional notions are needed for that. We utilize the following notion of *rotational length* of Γ , that is $\Delta(\Gamma) := \frac{1}{2} \int_0^\pi l(\Gamma \perp \bar{X}(\theta)) d\theta$.

Inequality 2.1. *For any closed curve $\Gamma^* \in C^2$ we have*

$$l(\Gamma^*) \leq \frac{1}{2} \text{diam} \Gamma^* C(\Gamma^*) + 2\Delta(\Gamma^*) - \pi \text{diam} \Gamma^*.$$

This inequality implies the Fary's inequality since $2\Delta(\Gamma^*) - \pi \text{diam} \Gamma^* \leq 0$. Sharpness. Due to the Identity 2.1 below Inequality 2.1 is sharp for any closed convex curve. This shows that Inequality 2.1 improves Fary's inequality essentially.

Inequality 2.2. *For any non closed curve $\Gamma \in C^2$ we have*

$$l(\Gamma) \leq \frac{1}{2} \text{diam} \Gamma C(\Gamma) + \Delta(\Gamma).$$

Sharpness. This is rather rough inequality which meantime is sharp for any segment. During the proofs we establish more sharp inequality.

2.1. Identities for closed and non closed curves. Saying convex curve Γ we mean that the intersection of Γ with any straight line consists of at most two elements which can be as points as well as segments.

An important observation. It is enough to obtain an identity where occurs the absolute integral curvature for convex curves. Indeed, since Γ (closed or non closed) can be represented as a union $\cup_i \Gamma_i$ of convex (non closed) sub curves Γ_i we have $C(\Gamma) = \sum_i C(\Gamma_i)$ so that we can apply similar identity to Γ_i and then sum up.

Identity 2.1. For any convex closed curve $\Gamma^* \in C^2$ we have

$$l(\Gamma^*) = \frac{1}{2} \text{diam} \Gamma^* [C(\Gamma^*) - 2\pi] + 2\Delta(\Gamma^*).$$

Let a and b be the endpoints of a given convex non closed curve $\bar{\Gamma} \in C^2$ and I be a segment connected a and b . We can consider the union $\bar{\Gamma} \cup I$ as a curve and notice that $\bar{\Gamma} \cup I$ can be considered as an oriented closed convex curve γ . The curve γ has, in general case, two jumps of the tangential angles at the points a and b ; we denote these jumps respectively by α and β . (This is true also when $\bar{\Gamma}$ is a segment. Then γ is the curve which passes this segment twice in opposite directions; respectively $\alpha = \beta = \pi$).

Identity 2.2. For any convex non closed curve $\Gamma \in C^2$ we have

$$l(\Gamma) = \frac{1}{2} \text{diam} \Gamma [C(\Gamma) + \alpha + \beta - 2\pi] + 2\Delta(\Gamma) - l(I).$$

Clearly Identities A and B can be considered also as representation of the curvature in "linear terms".

Due to the above observation we obtain

Identity 2.3 (for arbitrary $\Gamma \in C^2$). With the above defined $C(\Gamma_i)$ we have $C(\Gamma) = \sum_i C(\Gamma_i)$.

On the geometry of real functions. 3.0. Synopsis. In what follows we denote by D the domain whose boundary ∂D is a piecewise smooth curve of finite length. Denote by $\bar{\Omega}$ the closure of Ω . Assume that $u(x, y) \in C^1(\bar{D})$ ($\in C^2(\bar{D})$) and $|\text{grad} u| \neq 0$ in $\bar{D}$. Similar functions we denote by $u(x, y) \in \bar{C}^1(\bar{D})$ ($\in \bar{C}^2(\bar{D})$) and in discussion we will refer them as *bad functions* (*good functions*). The level set $\gamma(A)$ of similar functions, that is the set $\gamma(A) := \{(x, y) \in \bar{D} : u(x, y) = A\}$, $A \in R$ consists of smooth curves.

In this section we study the geometry of the level set. Particularly we give bounds for: the integral $\int_{\gamma(A)} K dl$; the length $L(\bar{D}, A, u)$; the absolute integral curvature $T(\bar{D}, A, u) = \int_{\gamma(A)} |k| dl$, where $|k|$ is the curvature of $\gamma(A)$; the cardinality $C^0(\bar{D}, A, u)$ of Hilbert's ovals, that is the number of maximal closed connected components of $\gamma(A) \cap \bar{D}$; the cardinality $C_d(\bar{D}, A, u)$ in general case, that is the number of maximal connected components of $\gamma(A) \cap \bar{D}$ (both closed and non closed) which intersect $d \subset D$.

The results are connected with the integral geometry, Gamma-lines, Nevanlinna theory, Hilbert problem 16, applied topics, admit different modifications and make use of various characteristics. Moreover, in some cases we have a long lists of preceding studies. Respectively a usual presentation starting with the references and historical comments would not be optimal in this case. This is why we prefer to give first a summary of the result related to different concepts in terms of one of the characteristics. This should show demonstrably the interrelations.

Let $\bar{X}(\theta)$ be the oriented straight line passing through zero and having direction θ , that is $\bar{X}(\theta) := \{(x, y) | \theta := \arctan(y/x)\}$. Denote by $J_{X(\theta)}$ the oriented straight line composing the angle $\theta + \pi/2$ with x -axis and passing through the point on $\bar{X}(\theta)$ with the coordinate $X(\theta)$. We will use notation $X(\theta)$ for the coordinate on $\bar{X}(\theta)$ and $Y(\theta)$ for the coordinate on $J_{X(\theta)}$. Denote by $(X(\theta))$ the orthogonal projection of D on axis $\bar{X}(\theta)$.

For a given interval ω notation $\text{Var}_{\omega} f$ stands for the variation of function f on ω . Denoting by β the angle formed by gradient vector of u and by positive direction of x -axis we can define now the following *rotational variational characteristic* $V_{\text{Rot}}(D, K, u)$:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \int_{(X(\theta))} \text{Var}_{J_{X(\theta)}}(K \sin(\beta - \theta)) dX(\theta) d\theta.$$

Clearly, when we consider the above concepts for a given function u and different values, say $A_1, A_2, \dots, A_q$, the outcomes can be quite different but they can be also somehow interrelated. The last situation we will refer as Nevanlinna type phenomena since his known deficiency relation is of this type: $\sum_{\nu} \delta(a_{\nu}) \leq 2$.

We give below several sharp inequalities in terms of $V_{\text{Rot}}(D, K, u)$ related to the above concepts and to a given value (level) A . For each concept we present then corresponding Nevanlinna type phenomenon dealing with $A_1, A_2, \dots, A_q$.

3.1. Inequalities for a given A .

Inequality 3.1 (the integral). For any function $u(x, y) \in \bar{C}^1(\bar{D})$, any continuous function $K(x, y)$ in $\bar{D}$ and any $A \in R$ we have

$$\int_{\gamma(A)} K dl \leq V_{\text{Rot}}(D, K, u) + \frac{2}{\pi} \int_{\partial D} |K| dl.$$

Inequality 3.2 (the length). For any function $u(x, y) \in \bar{C}^1(\bar{D})$ and any $A \in R$ we have

$$L(\bar{D}, A, u) \leq V_{\text{Rot}}(D, 1, u) + \frac{2}{\pi} \int_{\partial D} dl.$$

Inequality 3.3 (the absolute integral curvature). For any function $u(x, y) \in \bar{C}^2(\bar{D})$ and any $A \in R$ we have

$$T(\bar{D}, A, u) \leq V_{\text{Rot}}(D, |k|, u) + \frac{2}{\pi} \int_{\partial D} |k| dl,$$

where $k(x, y)$ stands for the curvature of $\gamma(A^*)$, $A^* = u(x, y)$.

Inequality 3.4 (the cardinality of the Hilbert's ovals). For any function $u(x, y) \in \bar{C}^2(\bar{D})$ and any $A \in R$ we have

$$C^0(\bar{D}, A, u) \leq \frac{1}{2\pi} V_{\text{Rot}}(D, |k|, u) + \frac{1}{\pi^2} \int_{\partial D} |k| dl.$$

Inequality 3.5 (the cardinality in general case). For any function $u(x, y) \in \bar{C}^2(\bar{D})$, any domain $d \subset D$ with $\Delta := \text{dist}(\partial d, \partial D) > 0$ and any $A \in R$ we have

$$C_d(\bar{D}, A, u) \leq \frac{1}{2\pi} V_{\text{Rot}}(D, |k|, u) + \frac{1}{2\Delta} V_{\text{Rot}}(D, 1, u) + \frac{1}{\pi} \int_{\partial D} \left(\frac{|k|}{\pi} + \frac{1}{\Delta} \right) |dl|.$$

3.2. Nevanlinna type phenomena for $A_1, A_2, \dots, A_q$. The following results are analogs of the second main theorem for Gamma-lines (which in turn is an analog of the Nevanlinna second fundamental theorem).

Inequality 3.6 (the integral). For any function $u(x, y) \in C^1(\bar{D})$, any continuous function $K(x, y)$ in $\bar{D}$, any continuous function $\omega(t) > 0$ on R and any real values $A_1 < A_2 < \dots < A_q$, $1 < q < \infty$, we have

$$\sum_{\nu=1}^q \int_{\gamma(A_\nu)} K dl \leq V_{\text{Rot}}^*(D, K, u),$$

where

$$V_{\text{Rot}}^*(D, K, u) := V_{\text{Rot}}(D, K, u) + \frac{4}{\pi\rho} \int \int_D |K| |\text{grad } u| \omega(u) d\sigma + \frac{2}{\pi} \int_{\partial D} |K| dl,$$

$$\rho = \min_{\nu} \int_{A_\nu}^{A_{\nu+1}} \omega(t) dt.$$

Inequality 3.7 (the length). Under the same assumptions we have

$$\sum_{\nu=1}^q L(\bar{D}, A_\nu, u) \leq V_{\text{Rot}}^*(D, 1, u).$$

Inequality 3.8 (the absolute integral curvature). Assuming, in addition that $u(x, y) \in \bar{C}^2(\bar{D})$ we have

$$\sum_{\nu=1}^q T(\bar{D}, A_\nu, u) \leq V_{\text{Rot}}^*(D, |k|, u).$$

Inequality 3.9 (the cardinality of the Hilbert's ovals). Under the same assumptions we have

$$\sum_{\nu=1}^q C^0(\bar{D}, A_\nu, u) \leq \frac{1}{2\pi} V_{\text{Rot}}^*(D, |k|, u).$$

Inequality 3.10 (the cardinality in general case). Under the same assumptions we have

$$\sum_{\nu=1}^q C_d(\bar{D}, A_\nu, u) \leq \frac{1}{2\pi} V_{\text{Rot}}^*(D, |k|, u) + \frac{1}{\Delta} V_{\text{Rot}}^*(D, 1, u).$$

3.3. Deficiency relations. The above Nevanlinna type results admit corresponding deficiency relation. We will give just one of the versions related to the length.

Assume that a given domain D can be exhausted by $D_n \subset D$, $n \rightarrow \infty$ and $(V_{\text{Rot}}(D_n, 1, u) / V_{\text{Rot}}^*(D_n, 1, u)) \rightarrow 1$. Then defining the deficiency $\delta(A)$ of a given value (level) A as $\liminf_{n \rightarrow \infty} (L(D_n, A_\nu, u) / V_{\text{Rot}}(D_n, 1, u))$ we obtain from Inequality 3.7 the following

Deficiency relation for real functions:

$$\sum_{\nu=1}^q \delta(A_\nu) \leq 1.$$

Following Nevanlinna we may ask about examples of functions which have prescribed deficiencies for the prescribed values A_ν . We give a complete solution of this problem.

3.4. Further modifications. Each above inequality admits two modification which make use of two other characteristics (instead of rotational variational characteristics). We have not enough space to present these modifications. However, we should mention that one of these modifications (a modified version of Inequality 3.2) improves Theorem 1.1 in [4] by G. Sukiasyan.

The cardinality and integral curvature for the polynomials. Let $P(x, y)$ be a polynomial. The cardinality of the level set $\gamma(R^2, A, P) := \{(x, y) \in R^2 \setminus \infty : P(x, y) = A\}$ is of a special interest since it was widely studied in the frame of the Hilbert problem 16 [7]: "to study the number, form and positions of connected components" of the polynomials.

Related studies have a long history. Traditionally the above mentioned number "cardinality" was studied in terms of Euler's characteristics and Betty's numbers for the polynomials $P(x, y)$; see the initial, key result by Petrovskii [10], and then by Petrovskii and Oleynik [11], Thom [13], Milnor [8].

Much later the cardinality started to play an important role in computations (complexity theory by Smale). Smale and his co-authors return in [5] to the "natural or deterministic" definition of the cardinality, more convenient (visible) than the Euler's characteristics and Betty's numbers. Notice that for a given regular value A (means $|\text{grad} u(x, y)| \neq 0$ on $\gamma(R^2, A, P)$) the set $\gamma(R^2, A, P)$ consists of isolated smooth curves (without intersection points in $R^2 \setminus \infty$) so that we can determine the maximal connected components count $\gamma_i \in \gamma(R^2, A, P)$, $i = 1, 2, \dots, C(A, P) \leq \infty$ and similarly we can determine maximal closed connected components (Hilbert's ovals) o_j , $j = 1, 2, \dots, C^0(A, P)$. In these terms they prove for any regular value A the following key inequality ([5], p.303)

$$C^0(A, P) \leq \frac{1}{2}n(P)(n(P) - 1), \quad (*)$$

where $n(P)$ is the degree of P and derive from here for arbitrary A ([5], p.307¹)

$$C(A, P) \leq n(P)(2n(P) - 1). \quad (**)$$

Notice that (*) generalizes known Harnak's inequality which is a bit stronger but relates to the irreducible polynomials merely.

Inequality 4.1. *For any $P(x, y)$ and any regular value A we have*

$$C^0(A, P) \leq \frac{1}{2}n(P)n'(P).$$

where $n'(P) := \min[n(P'_x), n(P'_y)]$.

Inequality 4.2. *For any $P(x, y)$ and any regular value A we have*

$$C(A, P) \leq \frac{1}{2}n(P)n'(P) + \pi n(P).$$

Clearly Inequality 4.1 implies (*). Moreover, when $n'(P)$ is essentially smaller than $n(P)$ Inequality 4.1 gives much more better bounds than in (*) and Inequality 4.2 gives much more better bounds than in (**).

One can easily see that Inequalities 3.5 gives far going generalization of (*) (and consequently preceding studies by Petrovskii-Oleynik-Thom-Milnor) and in addition Inequality 3.10 connects these studies with Nevanlinna type results and deficiencies.

Clearly the absolute integral curvature $T(A, P)$ of $\gamma_{R^2}(A, P)$ is a concept closely connected with this ring of problems. Surprisingly this concept has not been studied for the polynomials. We prove

Inequality 4.3. *For any $P(x, y)$ and any regular value A we have*

$$T(A, P) \leq \frac{\pi}{2} [5n^2(P) - (6 - \pi)n(P)].$$

Institute of Mathematics of NAS RA

¹On page 315 in [5] the authors assert that (*) is due to Petrovskii-Oleynik-Thom-Milnor and of course this is so substantially. However it should be stressed that (*) does not covers all the particularities we find in the mentioned works. On the other hand it seems that some details in the proofs of (*) are due to the authors of the book thus (*) should not be considered simply as an exposition.

G. Barsegian

Miscellanea in Integral Geometry, Algebraic Geometry and Real Analysis

Generalisations of some key results in integral geometry, Hilbert problem 16, Nevanlinna and Gamma-lines theories are announced.

Г. А. Барсегян

Некоторые результаты в интегральной геометрии, алгебраической геометрии и вещественном анализе

Анонсируются обобщения некоторых ключевых результатов в интегральной геометрии, в 16-й проблеме Гильберта, в теориях Неванлинны и Гамма-линий.

Գ. Ա. Բարսեղյան

Որոշ արդյունքներ ինտեգրալ երկրաչափությունում, հանրահաշվական երկրաչափությունում եւ իրական անալիզում

Բերվում են ինտեգրալ երկրաչափությունում, Հիլբերտի 16-րդ պրոբլեմում, Նեւանլին-
լայի եւ Գամմա-գծերի տեսություններում որոշ հիմնական արդյունքների ընդհանրացում:

References

1. *Barsegian G.* - Dokl. Acad. Nauk SSSR. 1978. V. 238. N 4. P. 777-780.
2. *Barsegian G.* Gamma-lines: on the geometry of real and complex functions. Taylor and Francis. London. New York. 2002.
3. *Barsegian G.* - In: Value distribution and related topics, ed. G. Barsegian, I. Laine and C. C. Yang; Kluwer, Series: Advances in Complex Analysis and its Applications. 2004.
4. *Barsegian G. and Sukiasyan G.* - In: Topics in Analysis and Applications: the NATO Advanced Research Workshop, August 2002, Yerevan, ed. G. Barsegian, H. Begehr, Kluwer, Series: NATO Science Publications. 2004.
5. *Blum L., Cucker F., Shub M., Smale S.* In: Complexity and real computation. Springer. New York. 1997.
6. *Fary I.* - Bull. Soc. Math France. 1949. V. 77. P. 128-138.
7. *Hilbert D.* - Archif sur Math. und Phys. Series III. 1901. V. 11. P. 44-63, 213-237
8. *Milnor J.* - Proc. Amer. Math Soc. 1964. V. 15. P. 275-280.

9. *Nevanlinna R.* Eindeutige analytische Funktionen. Springer Verlag in Berlin. 1936.
10. *Petrovskii I. G.* - Ann. of Math. 1938. V. 39. N 2. P. 189-209.
11. *Petrovskii I. G. and Oleynik O. A.* - Izv. Acad. Nauk USSR. 1949. V.13. P. 389-402.
12. *Santaló L.* Integral geometry and geometric probability. London. Addison-Wesley. 1979.
13. *Thom T.* - Sur l'homologie des variétés algébriques réelles, Differential and combinatorial topology, A symposium in honour of Marston Morse. Princeton: Princeton Univ Press. 1965. P. 255-265.

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 512.62; 519.711

В. П. Габриелян

Кубическое диагональное уравнение над конечным полем
характеристики 2

(Представлено академиком Ю.Г. Шукурзяном 18/II 2010)

Ключевые слова: *конечное поле, подмножество конечного поля, размерность смежного класса, линеаризированные покрытия, длина или сложность покрытия*

Пусть F_{q^n} – конечное поле из q^n элементов [1] (q – степень простого числа). Рассмотрим это поле как n -мерное линейное пространство над полем F_q и представим его в следующем виде: $F_{q^n} \equiv \{(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) | \alpha_i \in F_q, i = 1, 2, \dots, n\}$. Далее, если L – линейное подпространство в F_{q^n} и $\alpha \in F_{q^n}$, то множество $\alpha + L = \{\alpha + x | x \in L\}$ называется смежным классом (сдвигом) линейного подпространства L , размерность которого определяется как $\dim L$. Согласно эквивалентному определению подмножество $H \subseteq F_{q^n}$ является смежным классом, если для любых $h_1, h_2, \dots, h_m \in H$ и $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m \in F_q$ таких, что $\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$, сумма $\sum_{i=1}^m \lambda_i h_i$ (аффинная комбинация векторов $h_1, h_2, \dots, h_m$) лежит в H . Легко проверить, что существует взаимно однозначное соответствие между множеством m -мерных смежных классов в F_{q^n} и множеством классов эквивалентности всех систем линейных уравнений ранга $n - m$ относительно n неизвестных над полем F_q .

Определение 1. Пусть $N \subseteq F_{q^n}$. Если $H_1, H_2, \dots, H_s$ суть смежные классы в N и $H_1 \cup H_2 \cup \dots \cup H_s = N$, тогда совокупность смежных классов $\{H_1, H_2, \dots, H_s\}$

называется *линеаризированным покрытием* множества N . Количество смежных классов в покрытии называется его длиной.

Проблема минимального покрытия множества решений полиномиального уравнения над конечным полем смежными классами линейных подпространств впервые исследована в работах [2,3] для простого поля F_q .

Некоторые метрические характеристики линеаризированных покрытий подмножеств конечного поля исследованы в [4]. Задача линеаризированного покрытия симметрических подмножеств конечного поля решена в [5], а для множеств решений квадратичных и некоторых уравнений более высших степеней над конечным полем – в работах [6-9].

В настоящей работе задача минимального линеаризированного покрытия исследована для множества решений уравнения $x_1^3 + x_2^3 + \dots + x_n^3 = b$ над конечным полем F_q характеристики 2. Когда $q = 2$, указанное уравнение, учитывая равенство $\alpha^3 = \alpha$ для всех $\alpha \in F_2$, принимает следующий вид: $x_1 + x_2 + \dots + x_n = b$, для которого исследуемая задача имеет тривиальное решение.

Над конечным полем F_q , где $q \geq 4$ и $q \equiv 0 \pmod{2}$, рассмотрим уравнение

$$x_1^3 + x_2^3 + \dots + x_n^3 = b. \quad (1)$$

Множество решений уравнения (1) обозначим через N , а длину минимального линеаризированного покрытия множества N – через $L(q, n)$. Ясно, что $N \subseteq F_q^n$.

Теорема 1. Если $q = 4$, то длина $L(q, n)$ кратчайшего линеаризированного покрытия множества решений уравнения (1) удовлетворяет следующим неравенствам:

$$2q^{n/2-1} + 1 \leq L(q, n) \leq 2q^{n/2} - 1, \text{ при } n \equiv 0 \pmod{2} \text{ и } b = 0,$$

$$l(q, n) = 2(q^{n/2} - 1), \text{ при } n \equiv 0 \pmod{2} \text{ и } b = 1,$$

$$2q^{(n-1)/2} - 1 \leq L(q, n) \leq 2q^{(n-1)/2+1} - 2q + 1, \text{ при } n \equiv 1 \pmod{2} \text{ и } b = 0,$$

$$2q^{(n-1)/2} + 1 \leq L(q, n) \leq 2q^{(n-1)/2+1} - 2q + 3, \text{ при } n \equiv 1 \pmod{2} \text{ и } b = 1.$$

Теорема 2. Если $q > 4$ и $q \equiv 0 \pmod{2}$, то длина $L(q, n)$ кратчайшего линеаризированного покрытия множества решений уравнения (1) удовлетворяет следующим неравенствам:

$$\bullet \quad L(q, n) \leq \begin{cases} (q^{n/2} - 1)q + 1, & \text{при } n \equiv 0 \pmod{2} \text{ и } b = 0, \\ (q^{n/2} - 1)q, & \text{при } n \equiv 0 \pmod{2} \text{ и } b \neq 0, \\ (q^{(n-1)/2} - 1)q^2 + 3, & \text{при } n \equiv 1 \pmod{2}. \end{cases}$$

• Когда $q \equiv 1 \pmod{3}$, то

$$L(q, n) \geq \begin{cases} q^{n/2-1} - \frac{(q-1)(4^{n/2}-1)}{3q} + 1, & \text{при } n \equiv 0 \pmod{2} \text{ и } b = 0, \\ q^{n/2} - \frac{(q-1)(4^{n/2}-1)}{3} - 1, & \text{при } n \equiv 0 \pmod{2} \text{ и } b \neq 0, \\ q^{(n-1)/2} - \frac{(q-1)(4^{(n-1)/2}-1)}{3} - 1, & \text{при } n \equiv 1 \pmod{2} \text{ и } b = \beta^3, \beta \in F_q, \\ q^{(n-1)/2+1} - \frac{q(q-1)(4^{(n-1)/2}-1)}{3} - q, & \text{при } n \equiv 1 \pmod{2} \text{ и } b \neq \beta^3, \forall \beta \in F_q. \end{cases}$$

• Когда $q \not\equiv 1 \pmod{3}$, то

$$L(q, n) \geq \begin{cases} q^{n/2-1}, & \text{при } n \equiv 0 \pmod{2} \text{ и } b = 0, \\ q^{n/2}, & \text{при } n \equiv 0 \pmod{2} \text{ и } b \neq 0, \\ q^{(n-1)/2}, & \text{при } n \equiv 1 \pmod{2} \text{ и } b = \beta^3, \beta \in F_q, \\ q^{(n-1)/2+1}, & \text{при } n \equiv 1 \pmod{2} \text{ и } b \neq \beta^3, \forall \beta \in F_q. \end{cases}$$

Доказательство теорем. *Верхняя оценка теоремы 1.* Порядок ненулевых элементов поля F_q в мультипликативной группе $F_q^* \equiv F_q \setminus \{0\}$ равен 3, когда $q = 4$, т. е. $\alpha^3 \in F_2 = \{0, 1\}$ для всех $\alpha \in F_4$. Это значит, что если $b \neq 0$ и $b \neq 1$, то уравнение (1) в поле F_4 не имеет решений. Следовательно, мы предполагаем, что $b = 0$ или $b = 1$. Пусть $n = 2k + 1$. Тогда уравнение (1) можно записать в виде

$$(x_1 + x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + \dots + (x_{2k-1} + x_{2k})(x_{2k-1}^2 + x_{2k-1}x_{2k} + x_{2k}^2) + x_{2k+1}^3 = b. \quad (2)$$

Для каждого ненулевого вектора $(\alpha_1, \dots, \alpha_k) \in F_q^k$ и каждого $\beta \in F_q$ построим систему

$$\begin{cases} x_{2i-1} + x_{2i} = \alpha_i, & i = 1, 2, \dots, k, \\ x_{2k+1} = \beta, \\ \sum_{i=1}^k (\alpha_i x_{2i}^2 + \alpha_i^2 x_{2i}) = b + \beta^3 + \sum_{i=1}^k \alpha_i^3. \end{cases} \quad (3)$$

Если $b = 0$, то к системам (3) добавляем одну линейную систему вида

$$\begin{cases} x_{2i-1} + x_{2i} = 0, & i = 1, 2, \dots, k, \\ x_{2k+1} = \beta. \end{cases} \quad (4)$$

Если же $b = 1$, то добавляем ровно три системы вида (4). Последнее уравнение системы (3) можно переписать в следующем виде:

$$(\alpha_1^2 x_2 + \dots + \alpha_k^2 x_{2k})^2 + \alpha_1^2 x_2 + \dots + \alpha_k^2 x_{2k} = b + \beta^3 + \sum_{i=1}^k \alpha_i^3,$$

так как $q = 4$ и $\alpha^q = \alpha$, $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$ для всех $\alpha, \beta \in F_q$.

Многочлен $y^2 + y + a$, где $a \in F_2$, приводим в кольце $F_q[y]$ [1], и поскольку $b + \beta^3 + \sum_{i=1}^k \alpha_i^3 \in F_2$, то существуют элементы $\gamma_1, \gamma_2 \in F_q$ такие, что $\gamma_1 \neq \gamma_2$ и $\gamma_1^2 + \gamma_1 = \gamma_2^2 + \gamma_2 = b + \beta^3 + \sum_{i=1}^k \alpha_i^3$. Поэтому из каждой системы (3) мы строим линейные системы

$$\begin{cases} x_{2i-1} + x_{2i} = \alpha_i, i = 1, 2, \dots, k, \\ x_{2k+1} = \beta, \\ \sum_{i=1}^k \alpha_i^2 x_{2i} = \gamma_1 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x_{2i-1} + x_{2i} = \alpha_i, i = 1, 2, \dots, k, \\ x_{2k+1} = \beta, \\ \sum_{i=1}^k \alpha_i^2 x_{2i} = \gamma_2. \end{cases} \quad (5)$$

Множества решений систем типа (4) и (5) попарно не пересекаются. Объединение этих множеств (смежных классов) в точности совпадает с множеством N , следовательно, является непересекающимся линеаризированным покрытием множества N , которое назовем *каноническим*. Очевидно, что длина канонического покрытия равна

$$\begin{cases} 2(q^k - 1)q + 1, & \text{при } n = 2k + 1 \text{ и } b = 0, \\ 2(q^k - 1)q + 3, & \text{при } n = 2k + 1 \text{ и } b = 1 \end{cases}$$

и является верхней оценкой для $L(q, n)$.

Нетрудно проверить, что

$$|N| = \begin{cases} 2(q^k - 1)qq^{k-1} + q^k, & \text{при } n = 2k + 1 \text{ и } b = 0, \\ 2(q^k - 1)qq^{k-1} + 3q^k, & \text{при } n = 2k + 1 \text{ и } b = 1. \end{cases}$$

Пусть теперь $n = 2k$. В этом случае линейные системы типа (4) и (5) (канонического покрытия) не содержат уравнения $x_{2k-1} = \beta$, а система типа (4) строится только тогда, когда $b = 0$. Поэтому длина канонического покрытия равна

$$\begin{cases} 2q^k - 1, & \text{при } n = 2k \text{ и } b = 0, \\ 2(q^k - 1), & \text{при } n = 2k \text{ и } b = 1, \end{cases}$$

а мощность множества N равна $\begin{cases} 2(q^k - 1)q^{k-1} + q^k, & \text{при } n = 2k \text{ и } b = 0, \\ 2(q^k - 1)q^{k-1}, & \text{при } n = 2k \text{ и } b = 1. \end{cases}$

Верхняя оценка теоремы 2. Предположим $n \equiv 0 \pmod{2}$. В этом случае уравнение (1) можно написать следующим образом:

$$(x_1 + x_2)(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) + \dots + (x_{n-1} + x_n)(x_{n-1}^2 + x_{n-1}x_n + x_n^2) = b.$$

Для каждого ненулевого вектора $(\alpha_1, \dots, \alpha_{n/2}) \in F_q^{n/2}$ составляем систему

$$\begin{cases} x_{2i-1} + x_{2i} = \alpha_i, & i = 1, 2, \dots, n/2, \\ \sum_{i=1}^{n/2} (\alpha_i x_{2i}^2 + \alpha_i^2 x_{2i}) = b + \sum_{i=1}^{n/2} \alpha_i^3. \end{cases} \quad (6)$$

Когда $b = 0$, к системам (6) добавляем систему

$$x_{2i-1} + x_{2i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n/2. \quad (7)$$

Для последнего уравнения системы (6) справедлива также следующая запись:

$$\left(\alpha_1^{q/2} x_2 + \dots + \alpha_{n/2}^{q/2} x_n \right)^2 + \alpha_1^2 x_2 + \dots + \alpha_{n/2}^2 x_n = b + \sum_{i=1}^{n/2} \alpha_i^3.$$

Тогда для произвольного элемента $\gamma \in F_q$ рассмотрим линейную систему

$$\begin{cases} x_{2i-1} + x_{2i} = \alpha_i, & i = 1, 2, \dots, n/2, \\ \sum_{i=1}^{n/2} \alpha_i^{q/2} x_{2i} = \gamma, \\ \sum_{i=1}^{n/2} \alpha_i^2 x_{2i} = b + \gamma^2 + \sum_{i=1}^{n/2} \alpha_i^3. \end{cases} \quad (8)$$

Ненулевые векторы $(\alpha_1^{q/2}, \dots, \alpha_{n/2}^{q/2})$ и $(\alpha_1^2, \dots, \alpha_{n/2}^2)$ линейно зависимы тогда и только тогда, когда ненулевые координаты вектора $(\alpha_1, \dots, \alpha_{n/2})$ равны, при условии $\text{НОД}(q-1, q/2-2) = 1$. Если же $\text{НОД}(q-1, q/2-2) = 3$, то эти векторы линейно зависимы в том и только том случае, когда для любых различных ненулевых координат α_i и α_j вектора $(\alpha_1, \dots, \alpha_{n/2})$ порядок элемента $\alpha_i \alpha_j^{-1}$ в группе $F_q^* \equiv F_q \setminus \{0\}$ равен 3.

Количество ненулевых векторов $(\alpha_1, \dots, \alpha_{n/2}) \in F_q^{n/2}$, для которых векторы $(\alpha_1^{q/2}, \dots, \alpha_{n/2}^{q/2})$ и $(\alpha_1^2, \dots, \alpha_{n/2}^2)$ линейно зависимы, равно $\sum_{i=1}^{n/2} C_{n/2}^i (q-1) = (q-1)(2^{n/2} - 1)$ при $\text{НОД}(q-1, q/2-2) = 1$ и $\sum_{i=1}^{n/2} C_{n/2}^i (q-1)3^{i-1} = (q-1)(4^{n/2} - 1)/3$ при $\text{НОД}(q-1, q/2-2) = 3$.

Система (8), когда векторы $(\alpha_1^{q/2}, \dots, \alpha_{n/2}^{q/2})$ и $(\alpha_1^2, \dots, \alpha_{n/2}^2)$ линейно зависимы, совместна тогда и только тогда, когда многочлен $x^2 + \alpha_j^{2-q/2} x + b + \sum_{i=1}^{n/2} \alpha_i^3 \in F_q[x]$ приводим над полем F_q для всех элементов $\alpha_j \neq 0, 1 \leq j \leq n/2$.

Смежные классы, соответствующие системам (7) и (8), не пересекаются и образуют непересекающееся линейаризованное покрытие множества решений уравнения (1) в поле F_{q^n} . Это покрытие называется *каноническим*.

Очевидно, что длина канонического покрытия не больше, чем величина

$$\begin{cases} (q^{n/2} - 1)q + 1, & \text{при } n \equiv 0 \pmod{2} \text{ и } b = 0, \\ (q^{n/2} - 1)q, & \text{при } n \equiv 0 \pmod{2} \text{ и } b \neq 0. \end{cases}$$

Последнее является верхней оценкой сложности $L(q, n)$ — минимального линейризованного покрытия множества решений уравнения (1) при $n \equiv 0 \pmod{2}$.

Как в случае $n \equiv 0 \pmod{2}$, так и при $n \equiv 1 \pmod{2}$ аналогично строится каноническое линейризованное покрытие множества решений уравнения (1) (единственное отличие в том, что системы (6), (7) и (8) содержат одно добавочное уравнение), длина которого не превосходит величины $(q^{(n-1)/2} - 1)q^2 + 3$, так что

$$L(q, n) \leq (q^{(n-1)/2} - 1)q^2 + 3 \text{ при } n \equiv 1 \pmod{2}.$$

Далее, если $q \not\equiv 1 \pmod{3}$, то для каждого элемента $\alpha \in F_q$ существует единственный элемент $\beta \in F_q$ такой, что $\beta^3 = \alpha$. Следовательно, когда $q \not\equiv 1 \pmod{3}$, то мощность множества N — всех решений уравнения (1) равна $|N| = q^{n-1}$.

Пусть теперь $q \equiv 1 \pmod{3}$. Нетрудно проверить, что

$$|N| \geq \begin{cases} \left[q^{n/2} - \frac{(q-1)(4^{n/2}-1)}{3} - 1 \right] q^{n/2-1} + q^{n/2}, & \text{при } n \equiv 0 \pmod{2} \text{ и } b = 0, \\ \left[q^{n/2} - \frac{(q-1)(4^{n/2}-1)}{3} - 1 \right] q^{n/2-1}, & \text{при } n \equiv 0 \pmod{2} \text{ и } b \neq 0, \\ \left[q^{(n-1)/2} - \frac{(q-1)(4^{(n-1)/2}-1)}{3} - 1 \right] q^{(n-1)/2}, & \text{при } n \equiv 1 \pmod{2}. \end{cases}$$

Нижние оценки теорем.

Лемма 1. Пусть H является смежным классом в множестве N . Тогда

- если $q = 4$, то $\dim H \leq \begin{cases} n/2, & \text{когда } n \equiv 0 \pmod{2} \text{ и } b = 0, \\ n/2 - 1, & \text{когда } n \equiv 0 \pmod{2} \text{ и } b = 1, \\ (n-1)/2, & \text{когда } n \equiv 1 \pmod{2} \text{ и } b = 0, \\ (n-1)/2, & \text{когда } n \equiv 1 \pmod{2} \text{ и } b = 1; \end{cases}$
- если $q > 4$, то $\dim H \leq \begin{cases} n/2, & \text{когда } n \equiv 0 \pmod{2} \text{ и } b = 0, \\ n/2 - 1, & \text{когда } n \equiv 0 \pmod{2} \text{ и } b \neq 0, \\ (n-1)/2, & \text{когда } n \equiv 1 \pmod{2} \text{ и } b = \beta^3, \beta \in F_q, \\ (n-1)/2 - 1, & \text{когда } n \equiv 1 \pmod{2} \text{ и } b \neq \beta^3, \forall \beta \in F_q. \end{cases}$

Отметим, что максимальные значения размерностей смежных классов в множестве N достижимы на смежных классах канонического покрытия. Имея максимально возможную размерность смежного класса H в множестве N , с

помощью формулы $L(q, n) \geq \frac{|N|}{q^{\max \dim H}}$ получаем нижние оценки, отмеченные в теоремах.

Ереванский государственный университет

В. П. Габриелян

Кубическое диагональное уравнение над конечным полем характеристики 2

Для уравнения $x_1^3 + x_2^3 + \dots + x_n^3 = b$ над конечным полем F_q характеристики 2 получена оценка минимального покрытия смежными классами линейных подпространств.

Վ. Պ. Գաբրիելյան

Խորանարդային անկյունագծային հավասարումը 2 բնութագրիչի վերջավոր դաշտում

Գնահատված է 2 բնութագրիչի F_q վերջավոր դաշտի վրա $x_1^3 + x_2^3 + \dots + x_n^3 = b$ հավասարման լուծումների բազմության գծային ենթատարածությունների հարակից դասերով կարճագույն ծածկույթի երկարությունը:

V. P. Gabrielyan

Cubical Diagonal Equation over Finite Fields of Characteristic 2

The complexity of the minimal covering with cosets of linear subspaces is estimated for the set of solutions of the equation $x_1^3 + x_2^3 + \dots + x_n^3 = b$ over finite fields of characteristic 2.

Литература

1. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. В 2-х томах. М. Мир. 1988.
2. Алексанян А. А. – ДАН СССР. 1989. Т. 304. №4.

3. *Алексян А. А.* Дизъюнктивные нормальные формы над линейными функциями. Теория и приложения. Ереван. Изд. ЕГУ. 1990.
4. *Габриелян В.* – Препринт НАН РА. 04-0603. Ереван. 2004.
5. *Alexanian A., Gabrielyan V.* – Algebra, Geometry & Their Applications, Seminar Proceedings. 2004. V. 3-4. Yerevan State University. P. 110-124.
6. *Алексян А. А., Серобян Р. К.* – ДАН Армении. 1992. Т. 93. №1. С. 6-10.
7. *Aleksanyan A., Papikian M.* – The Electronic Journal of Combinatorics. 2001. V. 8. R22. P. 1-9.
8. *Габриелян В.* – Препринт НАН РА. 04-0602. Ереван. 2004.
9. *Габриелян В. П.* - ДНАН РА. 2006. Т. 106. №2. С. 101-107.

УДК 539.3:624.04

Л. А. Мовсисян

Об одном комбинированном способе сейсмозащиты (часть II)

(Представлено академиком Л.А. Агаловяном 17/XI 2009)

Ключевые слова: вязкоупругое основание, случайная функция, математическое ожидание, дисперсия

В первой части исследования [1] изучены вопросы изменения частоты системы (модель сооружения) при наличии многослойного основания и оптимальное управление ее движением с помощью внешних активных сил, при воздействии сейсмических сил. В настоящей работе эти вопросы рассматриваются в случае, когда один из материалов основания обладает свойством вязкости и сейсмическая сила носит случайный характер и заданы ее статистические данные.

1. Будем считать, что один из материалов основания обладает свойством вязкости, конкретно, подчиняется закону Фохта. Тогда при выводе формул, аналогичных (1.3) и (1.4)^{*}, один из коэффициентов упругости должен быть заменен оператором, в частности, вместо G_2 должны брать $\tilde{G}_2 u = G_2 \left(1 + \mu \frac{\partial}{\partial t}\right) u$. Аналог уравнения (2.3) получим в следующих предположениях. Во-первых, так как коэффициент, характеризующий вязкость μ , число малое (можно сделать безразмерным), то принимается, что

$$\left[G_2 \left(1 + \mu \frac{\partial}{\partial t}\right) \right] u^{-1} = G_2^{-1} \left(1 - \mu \frac{\partial}{\partial t}\right) u. \quad (1.1)$$

Во-вторых, только ради краткости (уменьшения количества параметров) движением металлической части основания по сравнению с движением резиновой части (со

^{*} Здесь и в дальнейшем нумерация формул, если не относится к данной статье, взята из [1].

свойством вязкости) пренебрегается. Дело в том, что модули сдвига каучука и металла отличаются на порядок $2 \cdot 10^3$. Тогда вместо (2.3) будем иметь

$$\alpha p \operatorname{tg} p = 1 + i\beta p. \quad (1.2)$$

Здесь

$$\alpha = \frac{GH_2}{G_2 l}, \quad p = \frac{\omega l}{a}, \quad a^2 = \frac{G}{\rho}, \quad \beta = \mu \frac{a}{l}.$$

Обычно принимается, что $2\pi\mu\omega = \psi$, где ψ – количество поглощенной энергии за один цикл колебания, постоянно для данного материала.

Комплексные корни уравнения (1.2) $p = p_1 + ip_2$ дают значения величин частот свободных колебаний и коэффициентов затухания

$$\omega = \omega_1 + i\omega_2, \quad \omega_1 = \frac{a}{l} p_1, \quad \omega_2 = \frac{a}{l} p_2. \quad (1.3)$$

Для случая, когда движение стержня характеризуется изгибом, вместо (2.7) будем иметь

$$\alpha p^3 (chp \sin p + shp \cos p) = (1 + i\beta p^2)(1 + chp \cos p). \quad (1.4)$$

Здесь

$$\alpha = \frac{EJH_2}{G_2 Fl^3}, \quad p^4 = \frac{\rho F}{EJ} \omega^2 l^4, \quad \beta = \mu \frac{1}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{\rho F}}.$$

При этом частоты и коэффициенты затухания определяются соответственно

$$\omega_1 = a \sqrt{\frac{J}{F} \frac{p_1^2}{l^2}}, \quad \omega_2 = 2a \sqrt{\frac{J}{F} \frac{p_1 p_2}{l^2}}, \quad a^2 = \frac{E}{\rho}. \quad (1.5)$$

Заметим, что обычно коэффициент μ , характеризующий вязкость материала основания, малое число. Его влияние на колебательное движение уже рассматриваемого объекта невелико.

Покажем это для первого случая (1.2), когда движение стержня моделируется дискретными системами (впрочем, эти предположения не обязательные).

При сведении движения к системе одной степени свободы уравнение движения будет

$$m\ddot{x} + \tilde{k}x = 0, \quad (1.6)$$

где оператор $\tilde{k}$ определяется

$$\tilde{k}x = \frac{GG_2}{GH_2 + lG_1} \left[1 + \mu \left(1 - \frac{lG_2}{GH + lG_2} \right) \frac{\partial}{\partial t} \right] x. \quad (1.7)$$

Отсюда видно, что собственные частоты систем с учетом затухания или без учета (что приводится в [1]) будут незначительно отличаться. При свободных колебаниях интервал затухания для системы будет больше, чем в отдельности для основания.

2. Система уравнений движения исследуемого объекта имеет такой же вид, как (3.1), только C_{ij} надо заменить операторами

$$x_i = \sum_{j=1}^n \tilde{C}_{ij} [m_j (\ddot{x}_j - \ddot{x}_0) - F_j] \quad (2.1)$$

или

$$m_i (\ddot{x}_i - \ddot{x}_0) = \sum_{j=1}^n \tilde{a}_{ij} x_j + F_i. \quad (2.2)$$

Получаемая при этом система будет содержать первые производные от x_i , но с различными коэффициентами для различных i и j .

Например, для $\tilde{a}_{ij}$ имеем (без наличия материала с G_1)

$$\tilde{a}_{ij} = \begin{cases} \frac{6EJG_2F}{C_1} \left(1 + \mu \frac{6EJH_2}{C_1} \frac{\partial}{\partial t} \right) & i \neq j, \\ \frac{3EJG_2F}{C_2} \left(1 + \mu \frac{3EJH_2}{C_2} \frac{\partial}{\partial t} \right) & i = j, \end{cases} \quad (2.3)$$

$$C_1 = 6EJH_2 + j^2 a^3 (3j - i) FG_2$$

$$C_2 = 3EJH_2 + j^3 a^3 FG_2$$

Системы (2.1) или (2.2) привести к каноническому виду не удастся, поэтому целесообразнее ввести из определенных соображений, например, запаса прочности,

некоторый приведенный коэффициент $\bar{\mu} \left(\tilde{C}_{ij} = C_{ij} \left(1 - \bar{\mu} \frac{\partial}{\partial t} \right) \right)$, характеризующий вязкость.

При таком приближении вместо (3.6) будем иметь

$$\ddot{y}_k + \omega_k^2 y_k + \bar{\mu} \omega_k^2 \dot{y}_k = \Phi_k = \frac{\sum_{j=1}^n C_{jk} (F_k - m_j \ddot{x}_0)}{\sum_{j=1}^n m_j C_{jk}^2}. \quad (2.4)$$

Таким образом, определяются формы колебаний и суммарная сила в точках сосредоточенных сил:

$$\begin{aligned}
y_n &= \frac{1}{\omega_k} \int_0^t e^{-\frac{\bar{\mu}}{2} \omega_k^2 (t-\tau)} \Phi_k(\tau) \sin \omega'_k (t-\tau) d\tau, \\
S_i &= m_k \sum_{j=1}^n C_{ji} \omega'_i \eta_{ki}^* F_j \int_0^t (m_j \ddot{x}_0 - F_j) e^{-\frac{\bar{\mu}}{2} \omega_k^2 (t-\tau)} \sin \omega'_k (t-\tau) d\tau + \\
&+ \sum_{j=1}^n C_{ij} \eta_{ki}^* F_j, \quad \eta_{ki} = \frac{C_{ki}}{\sum_{q=1}^n C_{qi}^2 m_q}.
\end{aligned} \tag{2.5}$$

При вычислении S_k помимо приведенной правой части в (3.5) появляется слагаемое от $\bar{\mu}$, но, как правило, оно отбрасывается как малое [2].

В предположении $\bar{\mu} \ll 1$ (что обычно имеет место) можно принять $\omega'_k = \omega_k$.

Задачи оптимального управления движением ставятся точно таким образом, как в [1,3]. Если внешнее воздействие имеет случайный характер (сейсмическая сила) и заданы его вероятностные характеристики (математическое ожидание, дисперсия, корреляционная функция), то характеристики множителей Лагранжа будут выражаться через них. Следовательно, оптимальные управляющие силы также будут выражаться через них.

Проиллюстрируем это для системы с одной степенью свободы. Так как нас интересует ход решения, примеры берутся самые простые.

3. Если движение стержня моделировать как систему с одной степенью свободы, где и приложена внешняя сосредоточенная сила F , то уравнением движения будет

$$\begin{aligned}
M(\ddot{x} + \ddot{x}_0) + \bar{k}x &= F, \\
\bar{k} &= k \left(1 + \bar{\mu} \frac{\partial}{\partial t} \right), \quad k = \frac{3EJFG_2}{C_3}, \quad \bar{\mu} = \frac{3EJH_2}{C_3}, \\
C_3 &= 3EJH_2 + G_2Fl_1^3,
\end{aligned} \tag{3.1}$$

l_1 — точка приложения сосредоточенной массы (для жестко заделанной балки $l = 0.63l$).

Решение уравнения (3.1) дает ($x = \dot{x} = 0$ при $t = 0$)

$$\begin{aligned}
x(t) &= \frac{1}{M\omega} \int_0^t e^{-n(t-\tau)} (F - M\ddot{x}_0) \sin \omega(t-\tau) d\tau, \\
S &= M(\ddot{x} + \ddot{x}_0) = F + \omega \int_0^t e^{-n(t-\tau)} (M\ddot{x}_0 - F) \sin \omega(t-\tau) dt.
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Здесь $2n = \frac{k}{M} \bar{\mu} = \bar{\mu} \omega^2$, $\omega^2 = \frac{k}{M}$.

Соответственно с вероятностными данными относительно $\ddot{x}_0$ определяются и данные относительно множителей Лагранжа и управляющей функции.

Например, пусть случайное ускорение имеет вид

$$\ddot{x}_0 = Ae^{-at}, \quad (3.3)$$

где коэффициент A подчиняется закону распределения Рэлея [4], т.е. функция плотности

$$f(A) = \begin{cases} \frac{A}{\sigma^2} e^{-\frac{A^2}{2\sigma^2}}, & t \geq 0, \\ 0 & , t < 0. \end{cases} \quad (3.4)$$

Тогда математическое ожидание, дисперсия и корреляционная функция будут

$$\begin{aligned} m_{\ddot{x}_0} &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma e^{-2t}, \quad D_{\ddot{x}_0} = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \sigma^2 e^{-2at}, \\ K_{\ddot{x}_0} &= \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \sigma^2 e^{-at} e^{-at'}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

При определении характеристик оптимальной силы в формулах (3.2) должны быть расставлены соответствующие величины из (3.5).

Для того чтобы в момент $t = T$ суммарная сила равнялась нулю ($S(t = T) = 0$), определим необходимую активную силу [1]

$$F = -\frac{\lambda}{2} e^{nt} \sin \omega(T - t). \quad (3.6)$$

Для краткости записи здесь и в дальнейшем для T выбрано $\omega T = \pi$.

Множитель λ при этом

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{M_1}{M_2}, \quad M_1 = \xi \frac{\omega}{\omega^2 - (n - a)^2} \left[e^{(n-a)T} + 1 \right], \\ M_2 &= \frac{1}{4n} \frac{\omega^2}{n^2 + \omega^2} (e^{2nT} - 1). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Для математического ожидания $\lambda(m_\lambda)$ вместо ξ должны брать $m_{\ddot{x}_0}$ из 3.5, а D_λ вместо $\xi D_{\ddot{x}_0}$ из (3.5).

Если сейсмическая сила производится в виде удара

$$\ddot{x}_0 = P\delta(t) \quad (3.8)$$

и при этом P подчиняется нормальному закону распределения с $m_p = p$ и $D_p = \sigma^2$, то в параметре λ из (3.7)

$$M_1 = \xi \omega M e^{-nT_1} \sin \omega T_1 \quad (0 < T_1 < T) \quad (3.9)$$

и в m_λ вместо ξ должны брать p , а $D_\lambda = \sigma^2$.

Второй тип задачи: в момент $t = T$ перемещение x и скорость $\dot{x}$ должны быть равны нулю. Тогда управляющая функция имеет вид

$$2F + e^{nT} (\lambda_1 \cos \omega t + \lambda_2 \sin \omega t) = 0. \quad (3.10)$$

Если предположить, что $\ddot{x}$ имеет вид (3.8), то условия $x(T) = \dot{x}(T) = 0$ дают

$$\lambda_1 = \frac{1}{C_4} (nA_1 + \omega A_2), \quad \lambda_2 = \frac{1}{C_4} \left[\left(\omega + \frac{2n^2}{\omega} \right) A_1 + nA_2 \right]$$

$$C_4 = \frac{1}{8} \frac{\omega (e^{2nT} - 1)}{n(n^2 + \omega^2)}, \quad A_1 = \xi M e^{nT_1} \sin \omega T_1, \quad (3.11)$$

$$A_2 = \xi M e^{nT_1} \cos \omega T_1.$$

Если предположить, что P подчиняется равномерному распределению ($P_1 \leq P \leq P_2$), то вероятностные данные λ_i из (3.10) и (3.11) соответственно для математического ожидания и дисперсии получим, положив $\xi = \frac{P_1 + P_2}{2}$ в первом случае и $\xi = \frac{(P_2 - P_1)^2}{12}$ во втором.

Институт механики НАН РА

Л. А. Мовсисян

Об одном комбинированном способе сейсмозащиты (часть II)

Рассматривается случай, когда один из материалов основания обладает вязкоупругим свойством и внешние воздействия имеют случайный характер.

Լ. Ա. Մովսիսյան

Սեյսմապաշտպանության համակցված մի եղանակի մասին (II մաս)

Դիտարկվում է այն դեպքը, երբ հիմքի նյութերից մեկը օժտված է առաձգա-
մածուցիկությամբ, եւ արտաքին ազդեցություններն ունեն պատահական բնույթ:

L. A. Movsisyan

On One Combined Method of Seismoprotection (part II)

The case, where one of the fundament materials has viscoelastic behaviour and external
forces have stoexastic character is investigated.

Литература

1. *Мовсисян Л.А.* –ДНАН РА. 2009. N2. С. 137-144.
2. *Хачиян Э.Е.* Сейсмические воздействия на высотные здания и сооружения
Ереван. Айастан. 1973. 327 с.
3. *Мовсисян Л.А., Габриелян М.С.* В сб.: Вопросы оптимального управления.
устойчивости и прочности механических систем. Ереван. Изд-во ЕГУ. 1997. С. 67-71.
4. *Светлицкий В.А.* Случайные колебания механических систем. М. Маши-
ностроение. 1976. 215 с.

УДК 539.3

Академик С. А. Амбарцумян, С. В. Саркисян

О применимости гипотезы Кирхгофа при исследовании задач распространения магнитоупругих волн в пластинке

(Представлено 9/XII 2009)

Ключевые слова: магнитоупругая пластинка, распространение волн, симметричные и антисимметричные колебания

Вопросам распространения магнитоупругих волн посвящены многочисленные обзоры и работы. В настоящей статье на основе точного подхода и на основе гипотезы Кирхгофа исследована задача распространения магнитоупругих волн в идеально-проводящей пластинке. Приведены сравнения полученных результатов с точными решениями.

1. Рассмотрим упругую бесконечную изотропную идеально-проводящую пластинку толщиной $2h$, заключенную между плоскостями $z = \pm h$, свободными от напряжений. Пластинка находится во внешнем постоянном магнитном поле $\vec{H}_0(0, H, 0)$ и граничит с вакуумом. Пусть в этой пластинке распространяется периодическая волна с фазовой скоростью a . Уравнение движения в перемещениях при наличии внешнего магнитного поля для идеально-проводящей пластинки имеет вид [1, 2]:

$$c_t^2 \Delta \vec{u} + (c_l^2 - c_t^2) \text{grad} \text{div} \vec{u} + \vec{F} = \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}, \quad (1.1)$$

где $\vec{F} = \frac{\mu_0}{4\pi\rho} (\text{rot} \text{rot}(\vec{u} \times \vec{H}_0)) \times \vec{H}_0$, $\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, $\vec{u}(u_1, u_2, u_3)$ – вектор перемещения, c_l и c_t – скорость распространения продольной и поперечной волны в бесконечном изотропном пространстве, ρ и μ_0 – плотность и коэффициент магнитной проницаемости пластинки.

Ниже будем рассматривать плоскую задачу; перемещения u_1 и u_3 будут независимы от переменной y , а $u_2 \equiv 0$. Представляя перемещения

$u_1(x, z, t)$ и $u_3(x, z, t)$ при помощи продольного $f_1(x, z, t)$ и поперечного $f_2(x, z, t)$ потенциалов [1] из уравнения движения (1.1) получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_1}{\partial z^2} - \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 f_1}{\partial t^2} &= 0, \\ \frac{\partial^2 f_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_2}{\partial z^2} - \frac{1}{c_2^2} \frac{\partial^2 f_2}{\partial t^2} &= 0, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где $c_1^2 = c_t^2 + v^2$, $c_2^2 = c_t^2$, $v = \sqrt{\frac{\mu_0 H^2}{4\pi\rho}}$ — скорость Альфвена.

Решение уравнения (1.2) можно представить в виде:

$$\begin{aligned} f_1(x, z, t) &= (A_1 \operatorname{sh} v_1 z + A_2 \operatorname{ch} v_1 z) \cdot \exp ik(x - at), \\ f_2(x, z, t) &= (B_1 \operatorname{sh} v_2 z + B_2 \operatorname{ch} v_2 z) \cdot \exp ik(x - at), \\ v_\alpha^2 &= k^2 \left(1 - \frac{a^2}{c_\alpha^2} \right) \quad (\alpha = 1, 2), \end{aligned} \quad (1.3)$$

A_1, A_2, B_1 и B_2 — неизвестные постоянные.

Наряду с уравнениями (1.1) следует рассматривать линеаризованные уравнения электродинамики для внешней области (вакуум), которые для данной задачи сводятся к следующим уравнениям [2,3]:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \cdot (h_2^\pm; e_1^\pm) = 0. \quad (1.4)$$

Здесь c — электродинамическая постоянная, h_2 и e_1 компоненты индуцированного электромагнитного поля.

Решения уравнений (1.4) запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} h_2^+ &= C_1 \exp(-v_3 z + ik(x - at)); \quad e_1^+ = C_2 \exp(-v_3 z + ik(x - at)) \quad (z \geq h), \\ h_2^- &= C_3 \exp(v_3 z + ik(x - at)); \quad e_1^- = C_4 \exp(v_3 z + ik(x - at)) \quad (z \leq -h), \end{aligned} \quad (1.5)$$

где $v_3^2 = k^2 \left(1 - \frac{a^2}{c^2} \right)$, C_i — неизвестные постоянные.

На плоскостях $z = \pm h$ имеем следующие поверхностные условия:

$$\sigma_{13} = 0; \quad \sigma_{33} + T_{33} = T_{33}^\pm; \quad e_1 = e_1^\pm \quad (z = \pm h). \quad (1.6)$$

Здесь σ_{13}, σ_{33} — компоненты тензора напряжений,

$$T_{33} = -\frac{\mu_0}{4\pi} h_2 H, \quad T_{33}^\pm = -\frac{1}{4\pi} h_2^\pm H,$$

а h_2 и e_1 для идеально-проводящей пластинки определяются следующими формулами [3]:

$$h_2 = -H \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_3}{\partial z} \right); \quad e_1 = \frac{\mu_0 H}{c} \frac{\partial u_3}{\partial t}. \quad (1.7)$$

Подставляя (1.3) и (1.5) в граничные условия (1.6), с использованием зависимостей напряжений от поперечного и продольного потенциалов [1] и формул (1.7) получим систему шести линейных однородных уравнений относительно искомых постоянных A_1, A_2, B_1, B_2, C_2 и C_4 . Приравнивание определителя этой системы уравнений к нулю приводит к характеристическому уравнению, из которого при заданных значениях ρ, k и λ, μ (коэффициенты Ляме) можно найти фазовую скорость a .

Упростим задачу, рассмотрев две системы частных решений:

$$\begin{aligned} f_{11} &= A_2 \operatorname{ch} v_1 z \cdot \exp ik(x - at), \\ f_{21} &= B_1 \operatorname{sh} v_2 z \cdot \exp ik(x - at), \end{aligned} \quad (1.8)$$

и

$$\begin{aligned} f_{12} &= A_1 \operatorname{sh} v_1 z \cdot \exp ik(x - at), \\ f_{22} &= B_2 \operatorname{ch} v_2 z \cdot \exp ik(x - at). \end{aligned} \quad (1.9)$$

Нетрудно заметить, что решение (1.8) соответствует симметричному, а (1.9) — антисимметричному виду колебаний, и следовательно, достаточно учесть граничные условия только при $z = h$ [1].

Удовлетворяя в (1.8) граничным условиям (1.6) при $z = h$, из условия существования нетривиального решения системы линейных однородных уравнений получим следующее характеристическое уравнение [5]:

$$\begin{aligned} (1 + \beta_2^2)^2 \operatorname{cth} v_1 h - 4\beta_1 \beta_2 \operatorname{cth} v_2 h - \frac{v^2 a^2 \beta_1}{c^2 c_2^2 \beta_3} (\beta_2^2 - 1) &= 0, \\ \beta_\alpha &= v_\alpha k^{-1} (\alpha = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (1.10)$$

В случае антисимметричных колебаний из (1.6), с учетом (1.9), будем иметь следующее характеристическое уравнение:

$$(1 + \beta_2^2)^2 \operatorname{th} v_1 h - 4\beta_1 \beta_2 \operatorname{th} v_2 h - \frac{v^2 a^2 \beta_1}{c^2 c_2^2 \beta_3} (\beta_2^2 - 1) = 0. \quad (1.11)$$

Из уравнений (1.10) и (1.11) в случае, когда длина волны $l = 2\pi k^{-1}$ мала по сравнению с толщиной пластинки, получим характеристическое уравнение для поверхностных магнитоупругих волн Рэлея [5]

$$(2 - a^2 c_2^{-2})^2 - 4\sqrt{(1 - a^2 c_1^{-2})(1 - a^2 c_2^{-2})} + v^2 a^4 c^{-2} c_2^{-4} \cdot \sqrt{1 - a^2 c_1^{-2}} = 0.$$

В предельном случае, когда длина волны велика по сравнению с толщиной пластинки, заменяя в уравнении (1.10) гиперболические тангенсы их аргументами (при конечном значении a) и учитывая, что $a^2 c^{-2} \leq 1$ для фазовой скорости симметричных колебаний, получим [5]

$$a^2 = \left(\frac{1 - 2v}{1 - v} \right) v^2 + \frac{4c_t^2}{c_1^2} (c_1^2 - c_t^2). \quad (1.12)$$

Разлагая в уравнении (1.11) гиперболические тангенсы в ряд и сохраняя при этом три члена ряда ($a \ll c_t$), после некоторых преобразований для фазовой скорости антисимметричных колебаний будем иметь

$$a^2 = \frac{4}{3}c_t^2(kh)^2 \left(1 - \frac{c_t^2}{c_l^2} + \frac{v^2}{4c_t^2} \left(\frac{1-2v}{1-v} \right)^2 \right) \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2kh} \right). \quad (1.13)$$

Уравнение (1.13) определяет значение фазовой скорости волн изгиба. Заметим, что в этом случае мы имеем дело с дисперсией волны. В общем случае фазовую скорость a требуется определить из уравнений (1.10) и (1.11), откуда следует, что имеет место дисперсия.

2. Рассмотрим эту же задачу на основе следующих предположений [4]:
а) гипотеза Кирхгофа, согласно которой принимается, что

$$u_1 = u(x, t) - z \frac{\partial w}{\partial x}, \quad u_3 = w(x, t); \quad (2.1)$$

б) гипотеза Кирхгофа в предположении, что деформация $\varepsilon_{33} \neq 0$
 $\left(\varepsilon_{33} = -\frac{v}{1-v} \varepsilon_{11} \right).$

Осредняя по толщине пластины уравнения движения в напряжениях так, как это делается в теории пластин [1, 4], получим уравнения движения тонкой пластинки в перемещениях срединной плоскости:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-v^2}{2Eh} \int_{-h}^h \rho k_1 dz = \frac{\rho(1-v^2)}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (2.2)$$

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{H}{4\pi} (h_2^+ - h_2^-) = \int_{-h}^h \rho k_3 dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^h z \rho k_1 dz. \quad (2.3)$$

Здесь $D = \frac{2Eh^3}{3(1-v^2)}$, $h_2^\pm$ — значения компонент индуцированного магнитного поля на плоскостях $z = \pm h$,

$$\rho k_1 = \frac{\mu_0 H^2}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x} (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}), \quad \rho k_3 = \frac{\mu_0 H^2}{4\pi} \frac{\partial}{\partial z} (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}).$$

Представляя решение уравнений (2.2) и (2.3) в виде $q_0 \cdot \exp ik(x - at)$ ($q_0 = \text{const}$) и учитывая решение уравнений электродинамики для внешней области (1.5), граничные условия (1.6) и соотношения (2.1) для определения фазовых скоростей продольных и поперечных колебаний, будем иметь:

$$a^2 = \gamma v^2 + \frac{4c_t^2}{c_l^2} (c_l^2 - c_t^2), \quad (2.4)$$

$$a^2 = \frac{4}{3}c_t^2(kh)^2 \left(1 - \frac{c_t^2}{c_l^2} + \gamma \frac{v^2}{4c_t^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2kh} \right), \quad (2.5)$$

где $\gamma = \begin{cases} 1, & \text{случай а);} \\ \frac{1-2\nu}{1-\nu}, & \text{случай б).} \end{cases}$

Приведем сравнения выражений фазовых скоростей, полученных на основе точного решения и на основе гипотезы Кирхгофа. Сравнивая формулы (1.12) и (2.4), (1.13) и (2.5), замечаем, что скорость Альфвена, выражающая влияние внешнего магнитного поля ($v^2 \ll c_t^2$), входит с разными множителями. Фазовые скорости симметричных колебаний идеально-проводящей пластинки в продольном магнитном поле, полученные на основе точного решения и на основе гипотезы Кирхгофа с учетом, что деформация $\varepsilon_{33} \neq 0$, совпадают. Для антисимметричных колебаний получаем, что при отсутствии магнитного поля значения фазовых скоростей, выведенные на основе точного решения и на основе гипотезы Кирхгофа (случай а) и б)), тоже совпадают. При наличии же магнитного поля скорость Альфвена входит с разными множителями: точное решение — $\left(\frac{1-2\nu}{1-\nu}\right)^2$, при наличии гипотезы Кирхгофа (случай б)) — $\left(\frac{1-2\nu}{1-\nu}\right)$. Из формул (1.13) и (2.5) получаем зависимость относительной погрешности фазовых скоростей от магнитного поля и коэффициента Пуассона: $f(\beta, \nu) = \frac{2\beta\nu(1-2\nu)}{1-\nu+2\beta(1-2\nu)^2}$, $\beta = \frac{v^2}{4c_t^2}$. Для слоя из несжимаемого материала фазовые скорости совпадают. Если $\nu = \frac{1}{4}$, то получаем, что относительная погрешность зависит от магнитного поля следующим образом: $\frac{\beta}{3+2\beta}$.

Отметим также, что если в выражениях фазовых скоростей принять $I = 0$, то получим фазовые скорости симметричных и антисимметричных форм колебаний упругого слоя [1]. В [6] на основе точного пространственного подхода изучены колебания пластинки в продольном магнитном поле, а в [7] уточняются результаты, полученные в [6] и показывается применимость гипотезы Кирхгофа. Таким образом, гипотеза Кирхгофа приемлема при исследовании задач распространения магнитоупругих волн в проводящей пластинке.

Ереванский государственный университет

Академик С. А. Амбарцумян, С. В. Саркисян

О применимости гипотезы Кирхгофа при исследовании задач распространения магнитоупругих волн в пластинке

Исследуется вопрос применимости гипотезы Кирхгофа при рассмотрении задач

распространения магнитоупругих волн в пластинках.

Ակադեմիկոս Ս. Ա. Նամբարձումյան, Ս. Վ. Սարգսյան

Սալում մագնիսաառաձգական ալիքների փարածման խնդիրներում Կիրխոֆի վարկածի կիրառելիությունը

Հերազոտված է Կիրխոֆի վարկածի կիրառելիությունը սալում մագնիսաառաձգական ալիքների փարածման խնդիրները դիտարկելիս:

Academician S. A. Ambartsumian, S. V. Sarkisyan

On the Application of Kirchhoff's Hypothesis at the Consideration of Problems for Magneto-Elastic Waves Propagation in the Plates

The issue of Kirchhoff's hypothesis application is investigated at the consideration of problems for magneto-elastic waves propagation in the plates.

Литература

1. *Новацкий В.* Теория упругости. М. Мир, 1975, 872 с.
2. *Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В.* Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. М. Наука. 1977. 272 с.
3. *Амбарцумян С.А., Белубекян М.В.* Колебания и устойчивость токонесущих пластин. Ереван. Изд-во НАН Армении. 1992. 124 с.
4. *Амбарцумян С.А.* Теория анизотропных пластин. М. Наука. 1987. 360 с.
5. *Саркисян С.В.* - Труды 14-й Всесоюзной конференции по теории пластин и оболочек. Кутаиси. 1987. Т. 2. С. 400 - 405.
6. *Багдоев А.Г., Варганян А.В., Варганян С.В., Кукуджанов В.Н.* - МТТ. 2007. N5. С. 146-157.
7. *Варганян А.В.* - ДНАН РА. 2009. N2. Т. 109. С. 145-153.

УДК 539.3

Р. М. Киракосян

Задачи ортотропных пластинок-полос
при действии касательных поверхностных нагрузок

(Представлено академиком Л.А. Агаловяном 11/II 2010)

Ключевые слова: *пластинка-полоса, поправочные коэффициенты, касательные напряжения, поперечные сдвиги, форма распределения*

Сдвиговая теория первого порядка [1] влияние поперечных сдвигов учитывает с помощью перерезывающих сил. Поэтому в случае самоуравновешенных поперечных касательных напряжений, когда перерезывающие силы равны нулю, эта теория поправки к классическим значениям расчетных величин пластинки не дает. Теория же, рассмотренная в [2], влияние поперечных сдвигов учитывает в связи с характером изменения поперечных касательных напряжений по толщине пластинки. В силу этого она приводит к поправкам и в случае равенства нулю перерезывающих сил.

В настоящей статье в рамках теории [2] получаются аналитически замкнутые решения четырех задач ортотропных пластинок-полос, несущих касательные поверхностные нагрузки.

1. В сдвиговой теории первого порядка [1] для цилиндрического изгиба пластинки принимается

$$u_x = z\varphi(x), \quad u_z = w(x). \quad (1.1)$$

Здесь x – планарная, z – поперечная координаты, u_x, u_z – перемещения, φ – угол поворота нормального элемента пластинки в плоскости xOz .

В работе [2] с применением теоремы виртуальных работ получены выражения поправочных коэффициентов, которые позволяют влияние поперечных сдвигов учитывать в связи с характером изменения поперечных касательных напряжений по толщине пластинки. В задачах цилиндрического изгиба получается соотношение

$$Q_x = \frac{5}{6} B_{ss} h \left(\varphi + \frac{dw}{dx} \right) + \frac{X_1 h}{6}, \quad (1.2)$$

где Q_x – перерезывающая сила, B_{ss} – модуль сдвига материала в плоскости xOz , h – толщина пластинки. Величина X_1 выражается через проекции касательных поверхностных нагрузок $X^\pm$ формулой [3]

$$X_1 = \frac{X^+ - X^-}{2}. \quad (1.3)$$

Знаки „+” и „-” относятся к поверхностям $z = \pm h/2$ соответственно.

Изгибающий момент цилиндрически изгибаемой пластинки имеет вид

$$M_x = D_{11} \frac{d\varphi}{dx} \quad \left(D_{11} = \frac{B_{11} h^3}{12} \right), \quad (1.4)$$

B_{11} выражается через механические параметры материала известной формулой [3].

Из уравнений равновесия дифференциального элемента срединной плоскости пластинки получается разрешающая система дифференциальных уравнений, которая в случае цилиндрического изгиба принимает вид [2]

$$\begin{aligned} B_{ss} \left(\frac{d\varphi}{dx} + \frac{d^2 w}{dx^2} \right) &= -\frac{1}{5} \frac{dX_1}{dx}, \\ D_{11} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} - \frac{5}{6} B_{ss} h \left(\varphi + \frac{dw}{dx} \right) &= -\frac{5}{6} X_1 h. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Наиболее часто встречающиеся краевые условия при цилиндрическом изгибе пластин принимают вид:

а) жестко заделанный край

$$w = 0, \quad \varphi = 0, \quad (u_x = 0); \quad (1.6)$$

б) шарнирно опертый край

$$w = 0, \quad \frac{d\varphi}{dx} = 0, \quad (M_x = 0); \quad (1.7)$$

в) свободный край

$$5B_{ss} \left(\varphi + \frac{dw}{dx} \right) + X_1 = 0, \quad (Q_x = 0), \quad \frac{d\varphi}{dx} = 0, \quad (M_x = 0). \quad (1.8)$$

В рамках теории [1] вместо системы (1.5) имеем

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi}{dx} + \frac{d^2 w}{dx^2} &= 0, \\ D_{11} \frac{d^2 \varphi}{dx^2} - B_{ss} h \left(\varphi + \frac{dw}{dx} \right) &= -X_1 h. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Из краевых условий отличается только первое условие свободного края (1.8), которое имеет вид

$$\varphi + \frac{dw}{dx} = 0 \quad (Q_x = 0). \quad (1.10)$$

Следует отметить, что в статически определимых задачах вместо системы разрешающих уравнений достаточно использовать выражения перерезывающей силы и изгибающего момента с соответствующими краевыми условиями. Так будем поступать при решении ниже рассматриваемых первых трех задач.

2. Пластика-полоса закреплена вдоль края $x = 0$ и свободна при $x = l$. Она несет равномерно распределенные касательные поверхностные нагрузки $X^+ = -\tau$, $X^- = \tau$ (рис.1). Задача статически определима. Из условий статики следует

$$Q_x \equiv 0, \quad M_x = -\tau h(l - x). \quad (2.1)$$

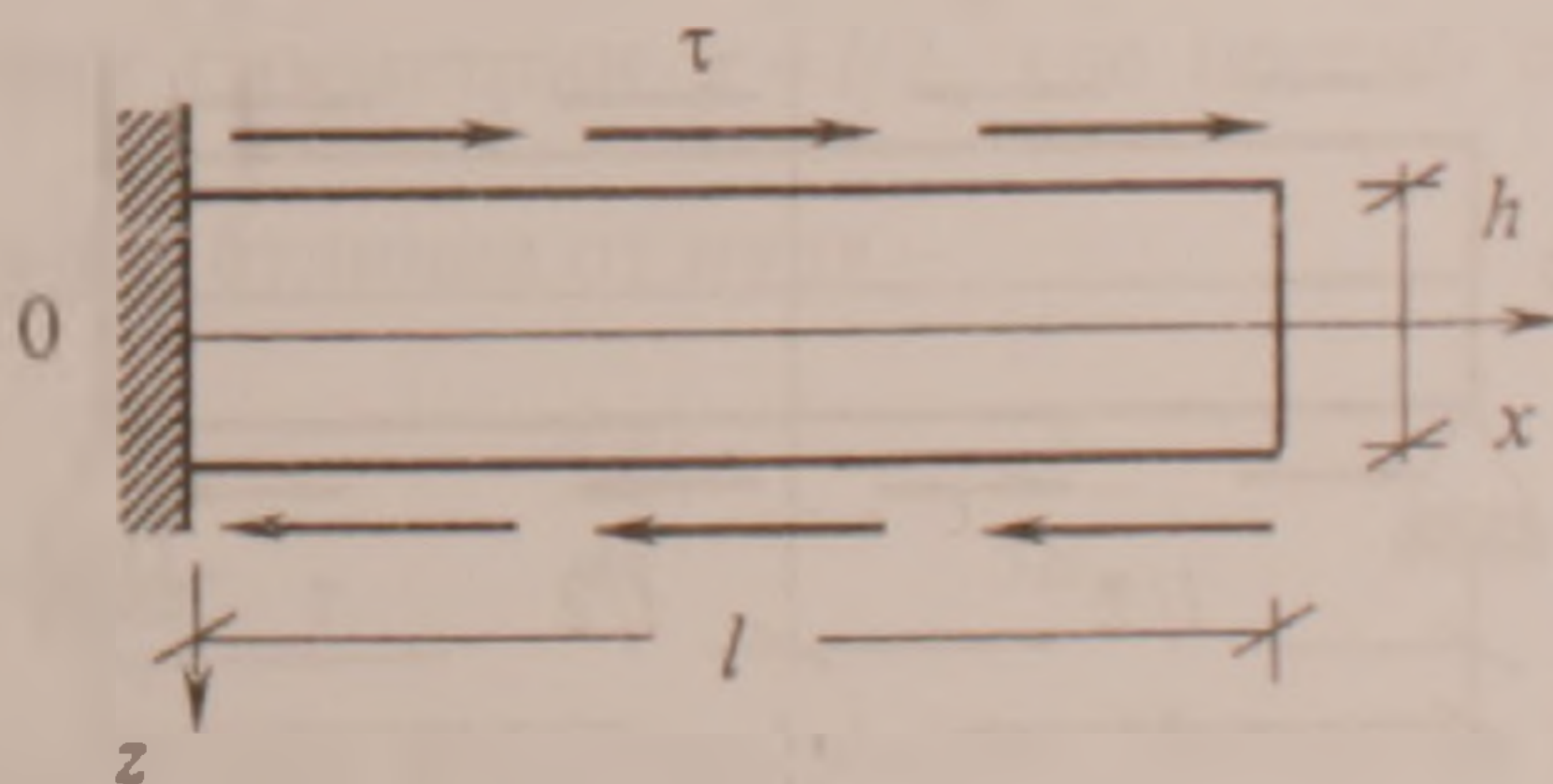


Рис. 1

Имея в виду, что $X_1 = -\tau$, с учетом (2.1) из (1.2) и (1.4) получим

$$\frac{dw}{dx} = \frac{\tau}{5B_{ss}} - \varphi, \quad \frac{d\varphi}{dx} = -\frac{\tau h}{D_{11}}(l-x). \quad (2.2)$$

Из этих уравнений при краевых условиях

$$w|_{x=0} = 0, \quad \varphi|_{x=0} = 0 \quad (2.3)$$

находим

$$\varphi = -\frac{\tau h x}{2D_{11}}(2l-x), \quad w = \frac{\tau h}{6D_{11}}x^2(3l-x) + \frac{\tau x}{5B_{ss}}. \quad (2.4)$$

Для наибольшего прогиба получим

$$w_0 = w|_{x=l} = \frac{\tau h l^3}{3D_{11}} \left(1 + \frac{1}{20} \frac{B_{11}}{B_{ss}} \frac{h^2}{l^2} \right). \quad (2.5)$$

Относительная поправка к наибольшему прогибу составляет

$$\alpha = \frac{\Delta w_0}{w_0^{kv}} = \frac{1}{20} \frac{B_{11}}{B_{ss}} \frac{h^2}{l^2}. \quad (2.6)$$

Здесь Δw_0 – абсолютная поправка наибольшего прогиба, w_0^{kv} – наибольший прогиб по классической теории пластин.

3. Пластика-полоса шарнирно опёрта вдоль краев $x=0$ и $x=l$ (рис. 2). Она несёт равномерно распределённые касательные поверхностные нагрузки, симметричные относительно сечения $x=l/2$:

$$X^+ = \begin{cases} -\tau, & 0 \leq x < \frac{l}{2} \\ \tau, & \frac{l}{2} < x \leq l \end{cases}, \quad X^- = \begin{cases} \tau, & 0 \leq x < \frac{l}{2} \\ -\tau, & \frac{l}{2} < x \leq l \end{cases}. \quad (3.1)$$

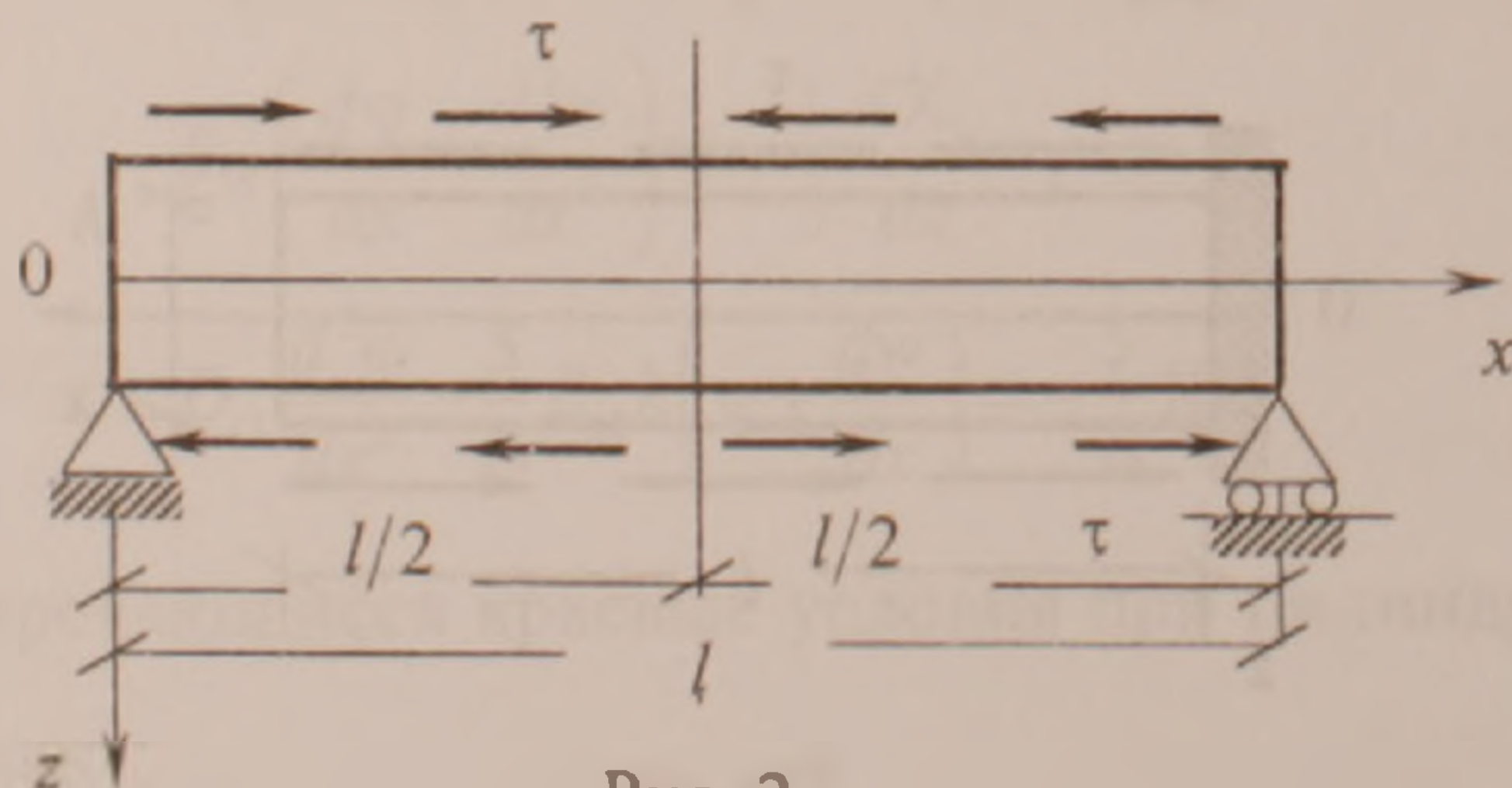


Рис. 2

Параметр нагрузки X , будет

$$X_1 = \begin{cases} -\tau, & 0 \leq x < \frac{l}{2} \\ \tau, & \frac{l}{2} < x \leq l \end{cases} \quad (3.2)$$

Из-за симметрии рассмотрим лишь одну половину пластинки-полосы, например,

участок $0 \leq x < \frac{l}{2}$. Из условий статики следует

$$Q_x \equiv 0, \quad M_x = \tau h x, \quad 0 \leq x < \frac{l}{2}. \quad (3.3)$$

С учетом (3.3) из (1.2) и (1.4) получим

$$\frac{dw}{dx} = \frac{\tau}{5B_{55}} - \varphi, \quad \frac{d\varphi}{dx} = \frac{\tau h x}{D_{11}}. \quad (3.4)$$

Интегрировав эти уравнения и удовлетворив условиям

$$w|_{x=0} = 0, \quad \varphi|_{x=l/2} = 0, \quad (3.5)$$

находим

$$\varphi = -\frac{\tau h}{8D_{11}}(l^2 - 4x^2), \quad w = \frac{\tau h x}{24D_{11}}(3l^2 - 4x^2) + \frac{\tau x}{5B_{55}}. \quad (3.6)$$

Для наибольшего прогиба получим

$$w_0 = w|_{x=l/2} = \frac{\tau h l^3}{24D_{11}} \left(1 + \frac{1}{5} \frac{B_{11}}{B_{55}} \frac{h^2}{l^2} \right). \quad (3.7)$$

Относительная поправка к наибольшему прогибу составляет

$$\alpha = \frac{1}{5} \frac{B_{11}}{B_{55}} \frac{h^2}{l^2}. \quad (3.8)$$

Заметим, что в сечении симметрии $x = l/2$, где прогиб принимает наибольшее значение, функция dw/dx отлична от нуля –

$$\left. \frac{dw}{dx} \right|_{x=l/2-0} = \frac{\tau}{5B_{55}}. \quad (3.9)$$

Это левостороннее значение функции dw/dx . Нетрудно убедиться, что в силу симметрии правостороннее значение dw/dx будет

$$\left. \frac{dw}{dx} \right|_{x=l/2+0} = -\frac{\tau}{5B_{55}}. \quad (3.10)$$

Таким образом, в сечении $x = l/2$ функция dw/dx имеет разрыв. Величина этого разрыва составляет

$$\left. \frac{dw}{dx} \right|_{x=l/2+0} - \left. \frac{dw}{dx} \right|_{x=l/2-0} = -\frac{2\tau}{5B_{ss}}. \quad (3.11)$$

4. Пластика-полоса шарнирно опёрта вдоль краев $x=0$, $x=l$ и несёт линейно-переменные касательные поверхностные нагрузки, симметричные относительно сечения $x=l/2$ (рис. 3).

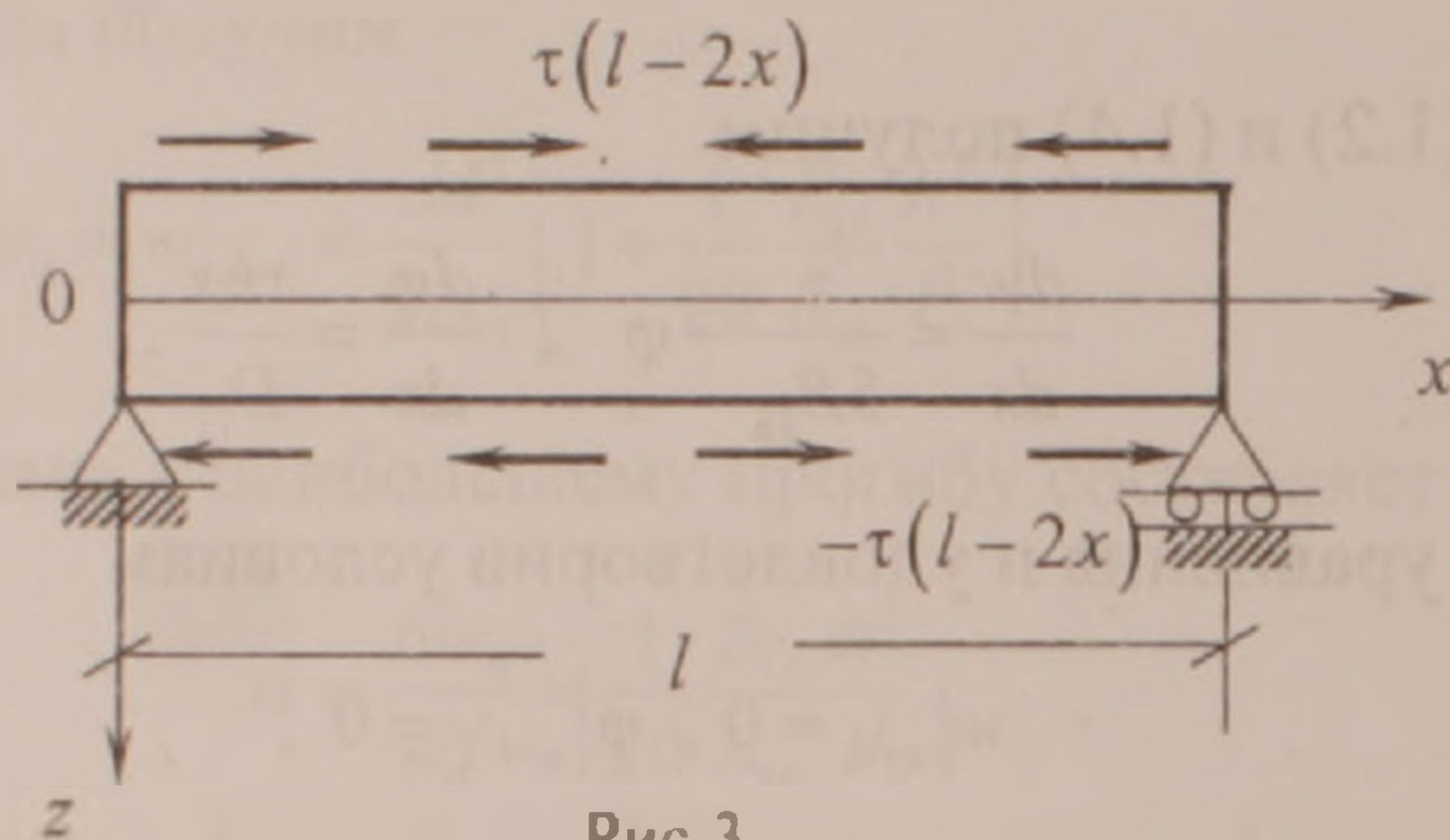


Рис.3

Параметр X_1 имеет вид

$$X_1 = -\tau(l-2x). \quad (4.1)$$

Из условий статики имеем

$$Q_1 \equiv 0, \quad M_1 = \int_0^x \tau h(l-2x) dx = \tau h x(l-x). \quad (4.2)$$

С учетом (4.1) и (4.2) из (1.2) и (1.4) получим

$$\frac{dw}{dx} = \frac{\tau(l-2x)}{5B_{ss}} - \varphi, \quad \frac{d\varphi}{dx} = \frac{\tau h x}{D_{11}}(l-x). \quad (4.3)$$

Интегрировав уравнения (4.3) и удовлетворив краевым условиям

$$w \Big|_{x=0}^{x=l} = 0, \quad \frac{d\varphi}{dx} \Big|_{x=0}^{x=l} = 0, \quad \left(M_1 \Big|_{x=0}^{x=l} = 0 \right), \quad (4.4)$$

находим

$$\varphi = -\frac{\tau h}{12D_{11}}(l^3 - 6lx^2 + 4x^3), \quad w = \frac{\tau h x}{12D_{11}}(l^3 - 2lx^2 + x^3) + \frac{\tau x(l-x)}{5B_{ss}}. \quad (4.5)$$

Наибольший прогиб будет

$$w_0 = w \Big|_{x=l/2} = \frac{5\tau h l^4}{192D_{11}} \left(1 + \frac{4}{25} \frac{B_{11}}{B_{ss}} \frac{h^2}{l^2} \right). \quad (4.6)$$

Относительная поправка наибольшего прогиба составляет

$$\alpha = \frac{4}{25} \frac{B_{11}}{B_{55}} \frac{h^2}{l^2}. \quad (4.7)$$

В сечении симметрии $x = l/2$, где прогиб принимает максимальное значение, имеют место равенства

$$\varphi = \frac{dw}{dx} = 0. \quad (4.8)$$

В рассмотренных трех задачах, из-за отсутствия перерезывающей силы, теория [1] поправки не дает.

5. Пластика-полоса закреплена вдоль края $x = 0$ и шарнирно оперта вдоль края $x = l$. Она несет равномерно распределенные касательные поверхностные нагрузки (рис.4). Параметр нагрузки X_1 имеет значение

$$X_1 = \tau. \quad (5.1)$$

Задача статически неопределима, в силу чего для ее решения неизбежно надо иметь дело с разрешающей системой уравнений (1.5). При (5.1) эта система приводится к виду

$$\frac{dw}{dx} = C_1 - \varphi, \quad \frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{5\tau h}{6D_{11}} + \frac{5}{6} \frac{B_{55}}{D_{11}} \cdot C_1. \quad (5.2)$$

Здесь C_1 – постоянная, которая появляется в результате интегрирования первого уравнения системы (1.5).

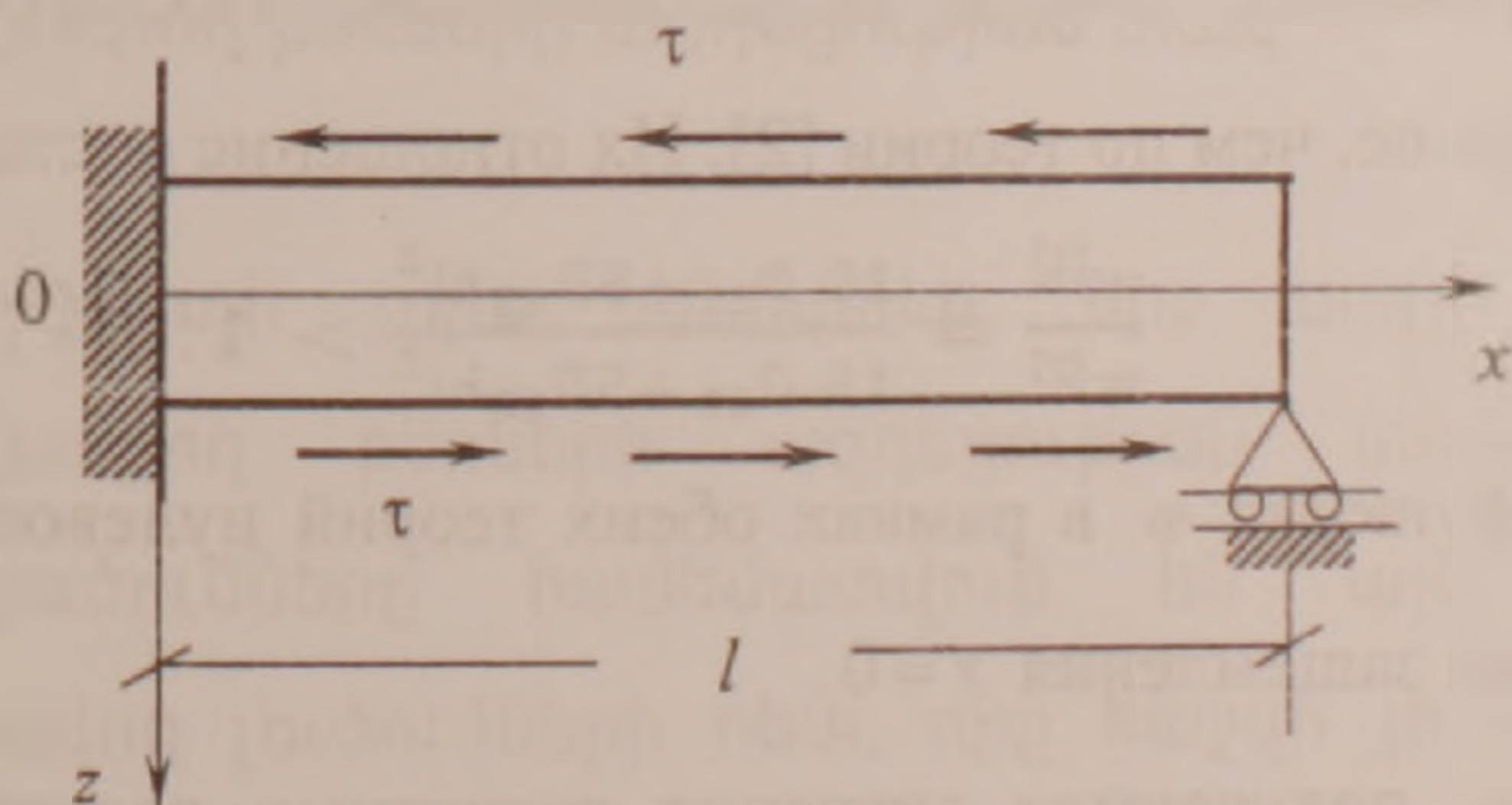


Рис. 4

Крайевые условия имеют вид

$$\begin{aligned} w|_{x=0} = 0, \quad \varphi|_{x=0} = 0, \quad (u_x|_{x=0} = 0), \\ w|_{x=l} = 0, \quad \frac{d\varphi}{dx}|_{x=l} = 0, \quad (M_x|_{x=l} = 0). \end{aligned} \quad (5.3)$$

Интегрировав уравнения (5.2) и удовлетворив условиям (5.3), получим

$$\varphi = \frac{15\tau h x(2l-x)}{2(18D_{11} + 5B_{55}hl^2)}, \quad Q_x = \frac{\tau h(3D_{11} + 5B_{55}hl^2)}{18D_{11} + 5B_{55}hl^2},$$

$$M_x = \frac{15\tau h D_{11}(l-x)}{18D_{11} + 5B_{55}hl^2}, \quad w = \frac{5\tau h x(2l^2 - 3lx + x^2)}{2(18D_{11} + 5B_{55}hl^2)}.$$
(5.4)

Наибольший прогиб получается в сечении

$$X_0 = l \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$$
(5.5)

и имеет значение

$$w_0 = w|_{x=X_0} = 0,962 \frac{\tau h l^3}{18D + 5B_{55}hl^2}.$$
(5.6)

Не вдаваясь в подробности, приведем решение этой задачи в рамках теории [1]:

$$\varphi = \frac{3\tau h x(2l-x)}{2(3D_{11} + B_{55}hl^2)}, \quad Q_x = \frac{B_{55}\tau h^2 l^2}{3D_{11} + B_{55}hl^2},$$

$$M_x = \frac{3\tau h D_{11}(l-x)}{3D_{11} + B_{55}hl^2}, \quad w = \frac{\tau h x(2l^2 - 3lx + x^2)}{2(3D_{11} + B_{55}hl^2)}.$$
(5.7)

Наибольший прогиб также получается в сечении (5.5). Он имеет значение

$$w_0 = w|_{x=X_0} = 0,192 \frac{\tau h l^3}{3D_{11} + B_{55}hl^2}.$$
(5.8)

Сравнивая выражения (5.4) и (5.7), замечаем, что прогибы по теории [1] получаются больше, чем по теории [2]. Их отношение составляет

$$\frac{w^{[1]}}{w^{[2]}} = \frac{18D_{11} + 5B_{55}hl^2}{15D_{11} + 5B_{55}hl^2} > 1.$$
(5.9)

Отметим, что функция φ в рамках обеих теорий нулевое значение принимает только в сечении защемления $x = 0$.

При $B_{55} \rightarrow \infty$ получаются значения расчетных величин, соответствующие классической теории Кирхгофа, которые, как и следовало ожидать, по теориям [1] и [2] совпадают. Они имеют вид

$$\varphi \equiv 0, \quad Q_x = \tau h, \quad M_x \equiv 0, \quad w \equiv 0.$$
(5.10)

В заключение отметим, что во всех рассмотренных в настоящей статье случаях параметр нагрузки

$$X_2 = X^+ + X^- = 0.$$

В силу этого вопрос рассмотрения плоских задач отпадает.

Институт механики НАН РА

Р. М. Киракосян

Задачи ортотропных пластинок-полос при действии касательных поверхностных нагрузок

Решаются четыре задачи изгиба пластинки-полосы при действии касательных поверхностных нагрузок. Полученные аналитически замкнутые решения сравниваются с соответствующими решениями теории, которая не учитывает влияния изменения поперечных касательных напряжений по толщине пластинки. Делаются количественные и качественные заключения.

Ռ. Մ. Կիրակոսյան

Օրթոտրոպ սալ-շերտի խնդիրներ՝ մակերելութային շոշափող բեռների ազդեցության տակ

Լուծվում են սալ-շերտի չորս խնդիրներ, երբ սալը գտնվում է մակերելութային շոշափող բեռների ազդեցության տակ: Ստացած անալիտիկ փակ լուծումները համեմատվում են այն տեսության շրջանակներում ստացվող լուծումների հետ, որը հաշվի չի առնում սալի հաստությամբ ընդլայնական շոշափող լարումների փոփոխման վարքի ազդեցությունը: Կատարվում են քանակական եւ որակական եզրակացություններ:

R. M. Kirakosyan

**The Problems of Orthotropic Plate-Layer under
the Action of Thangential Surface Loading**

The four problems of orthotropic plate-layer under action of thangential surface loading is considered. The found analitical closed solutions was compared with solutions which corresponded to the theory[1].The quantitative and qualitative conclusions are made.

Литература

1. *Васильев В.В.* - Изв.РАН. Механика твердого тела. 1998. N3. С. 46-58.
2. *Киракосян Р.М.* - Прикладная механика. 2008. Т. 44. N4. С. 107-119.
3. *Амбарцумян С.А.* Теория анизотропных пластин. М. Наука. 1987. 360 с.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

УДК 519.3

Э. Х. Григорян¹, К. Л. Агаян²

О новом методе определения асимптотических формул в задачах
дифракции волн

(Представлено академиком Г.Е. Багдасаряном 11/XII 2009)

Ключевые слова: волновое поле, дифракция, функциональное уравнение, факторизация, асимптотика

Строгие аналитические методы решения краевых задач занимают особое место в математической физике. Метод факторизации успешно используется для нахождения точных решений многочисленных важных и интересных задач электродинамики, акустики и теории упругих волн. Решения этих задач зачастую выражаются интегралами типа Фурье, которые за исключением немногих частных случаев в конечном виде не вычисляются. Однако волновое поле в дальней зоне, которое, как правило, и представляет наибольший интерес, особенно в задачах дифракции со связанными полями, можно выразить в более простом виде, если применить для приближенного вычисления этих интегралов асимптотические методы.

В предлагаемой работе на примере решения задачи о дифракции сдвиговой плоской волны на краю полубесконечной трещины в упругой плоскости демонстрируется новый подход к определению этих асимптотических формул. В отличие от хорошо известных традиционных методов решения подобных задач [1-3] здесь решение задачи сводится к краевой задаче типа Римана на действительной оси [5-10]. Для исследования полученного в виде интеграла Фурье решения разрезы в комплексной плоскости проводятся по координатным осям, и в итоге решение задачи представляется при помощи регулярных интегралов на разрезах.

Далее асимптотические формулы, в обход общепринятого метода переклада [1-4], определяются интегрированием по частям интегралов, представляющих волновое поле.

1. Рассмотрим упругую плоскость, содержащую полубесконечную трещину по отрицательной полуоси Ox декартовой системы координат Oxy .

Исследуем распределение волнового поля, предполагая, что из бесконечности падает сдвиговая плоская волна

$$u_z^{(\infty)}(x, y, t) = w_\infty(x, y)e^{-i\omega t} = e^{-ik(x \cos \beta + y \sin \beta + ct)}, \quad (1.1)$$

где $w_\infty(x, y)$ — амплитуда, $\beta (0 < \beta < \pi/2)$ — угол скольжения падающей упругой волны с осью Ox , k — волновое число, $c = \omega/k = \sqrt{\mu/\rho}$ — скорость распространения сдвиговых упругих волн, μ — модуль сдвига, ρ — плотность среды, ω — частота колебаний, t — время.

Представляя единственное, отличное от нуля, упругое перемещение в виде

$$u_z(x, y, t) = w(x, y)e^{-i\omega t}, \quad (1.2)$$

решение задачи при помощи действительного преобразования Фурье можно свести к следующему функциональному уравнению (краевая задача типа Римана) на действительной оси:

$$\mu^{-1}\bar{\Phi}_+(\sigma) + \gamma(\sigma)\bar{\psi}_-(\sigma) = -2\pi i k \sin \beta \cdot \delta(\sigma - k \cos \beta), \quad (1.3)$$

$$\bar{f}(\sigma) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{i\sigma x} dx, \quad \gamma(\sigma) = \sqrt{\sigma^2 - k^2}, \quad (1.4)$$

где $\delta(x)$ — известная функция Дирака, $\bar{\Phi}_+(\sigma)$ и $\bar{\psi}_-(\sigma)$ — трансформанты Фурье неизвестных функций $\Phi_+(x)$ и $\psi_-(x)$, которые связаны с амплитудой $w(x, y)$ зависимостями

$$\begin{aligned} w(x, +0) - w(x, -0) &= 2\psi_-(x), & -\infty < x < \infty, \\ \left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{y=+0} &= \left. \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{y=-0} = \mu^{-1}\phi_+(x), & -\infty < x < \infty, \end{aligned} \quad (1.5)$$

представляющими граничные и контактные условия на линии $y = 0$. При этом $\phi_+(x) = 0$ при $x < 0$ и $\psi_-(x) = 0$ при $x > 0$.

Функция из (1.4) $\sqrt{\sigma^2 - k^2} > 0$ при $|\sigma| > k$ и $\sqrt{\sigma^2 - k^2} = -i\sqrt{k^2 - \sigma^2}$, т.е. действительная ось, обходит точки ветвления функции $\sqrt{\sigma^2 - k^2}$ $\sigma = -k$ сверху, а $\sigma = k$ снизу, тем самым обеспечивая условие уходящей волны [1].

Решение функционального уравнения (1.3) при помощи известного представления

$$2\pi i \delta(\sigma - k \cos \beta) = \frac{1}{\sigma - k \cos \beta - i0} - \frac{1}{\sigma - k \cos \beta + i0} \quad (1.6)$$

дается в следующем виде:

$$\bar{\Psi}_-(\sigma) = -\frac{D}{\sqrt{\sigma - k}(\sigma - k \cos \beta - i0)}; \quad D = \sqrt{2k} \sin \beta/2, \quad (1.7)$$

а решение задачи — в виде

$$w(x, y) = \mp \frac{D}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\gamma|y|} e^{-i\sigma x} d\sigma}{\sqrt{\sigma - k}(\sigma - k \cos \beta - i0)} + w_{\infty}(x, y), \quad (1.8)$$

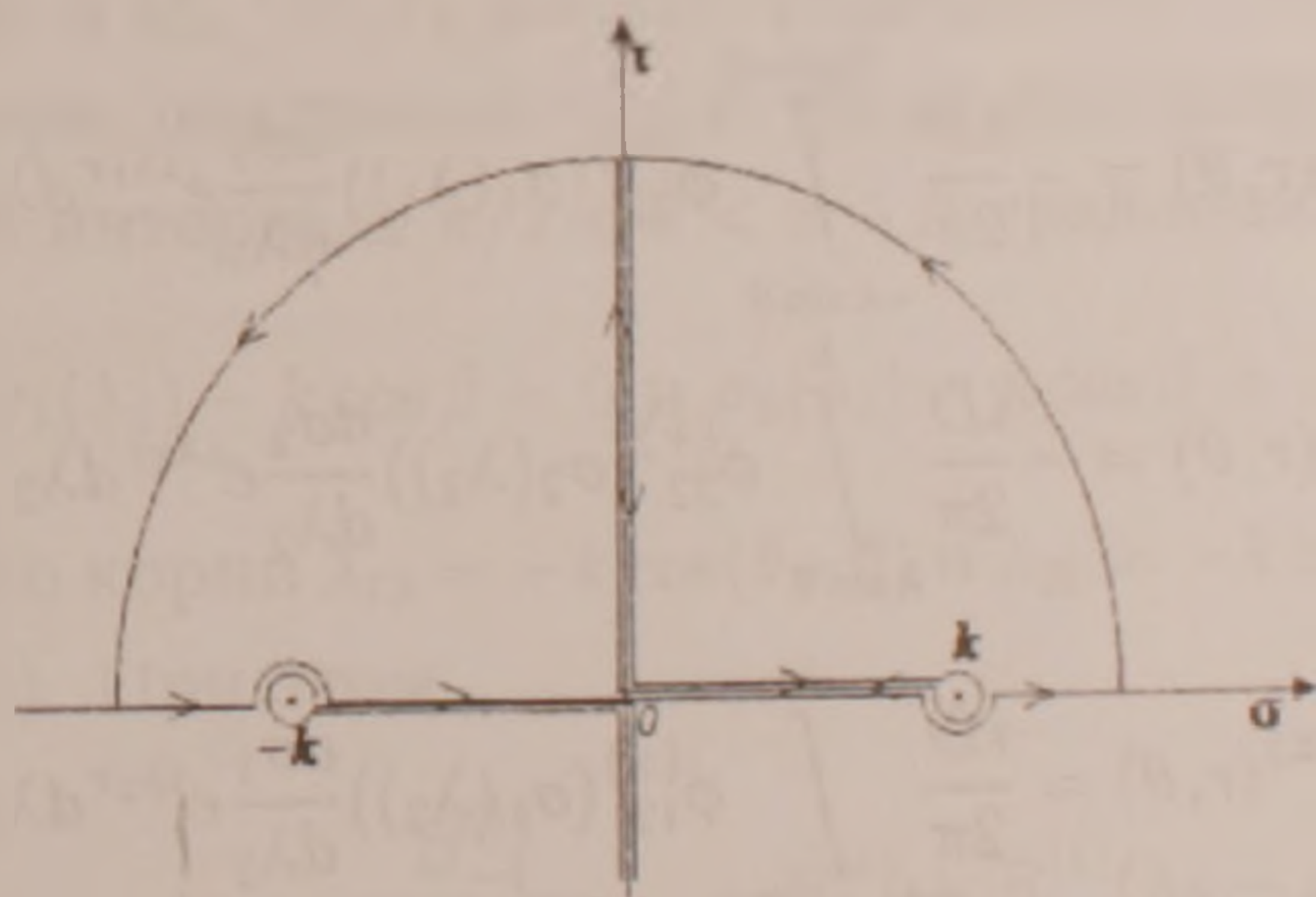
где $w_{\infty}(x, y)$ дается формулой (1.1).

Имея в виду (1.6), решение (1.8) можно представить еще и в виде

$$w(x, y) = \mp \frac{D}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{\sigma + k} e^{-\gamma|y|} e^{-i\sigma x}}{\gamma(\sigma - k \cos \beta + i0)} d\sigma \pm e^{-ikx \cos \beta + ik|y| \sin \beta} + w_{\infty}(x, y). \quad (1.9)$$

Отметим, что в формулах (1.8) и (1.9) для $y \geq 0$ следует брать верхние знаки, а для $y \leq 0$ — нижние.

2. Перейдем к исследованию распределения волнового поля упругих перемещений. Для детального исследования интегральных составляющих, входящих в (1.8) и (1.9), переходим в комплексную плоскость, разрезанную указанным на рисунке образом, и преобразуем интегралы при помощи контурного интегрирования. В связи с особенностями аналитического продолжения подынтегральных функций в комплексную плоскость и последующего использования леммы Жордана очевидно, что при $x < 0$ контур интегрирования следует замкнуть в верхней полуплоскости и пользоваться формулой (1.9), а при $x > 0$ — в нижней полуплоскости и использовать формулу (1.8).



Рассмотрим сначала область $\Omega_{21}(x < 0, y \geq 0)$. Тогда из (1.9) получим

$$w(x, y) = -\frac{D}{2\pi} \int_0^{\infty} \phi_1(\tau) [e^{-i\sqrt{k^2 + \tau^2}y} + e^{i\sqrt{k^2 + \tau^2}y}] e^{-\tau|x|} d\tau - \\ - \frac{iD}{2\pi} \int_0^k \frac{e^{-i\sqrt{k^2 - \sigma^2}y} + e^{i\sqrt{k^2 - \sigma^2}y}}{\gamma(\sigma - k \cos \beta + i0)} e^{-i\sigma x} d\sigma + w_{\infty}(x, y) + w_{отр}(x, y), \quad (2.1)$$

$$\phi_1(\tau) = e^{i\varphi_1/2}(\sqrt{k^2 + \tau^2}(i\tau - k \cos \beta)), \quad \operatorname{tg} \varphi_1 = \tau/k, \quad w_{omp}(x, y) = e^{-ikx \cos \beta + iky \sin \beta} \quad (2.2)$$

Здесь $w_{omp}(x, y)$ — амплитуда упругой волны, отраженной от свободной поверхности трещины.

Следует отметить, что в связи с наличием в интеграле с бесконечным пределом (2.1) экспоненциально убывающего множителя, с вычислительной точки зрения формула (2.1) более удобна для анализа ближнего поля, чем исходный интеграл (1.9) по вещественной оси [4].

Для определения дальнего поля в выражении (2.1) переходим к полярным координатам

$$x = r \cos \theta, \quad y = r \sin \theta, \quad \pi/2 < \theta < \pi \quad (2.3)$$

и делаем замену переменных интегрирования [5-10]:

$$\begin{aligned} \lambda_1(\sigma) &= \sigma |\cos \theta| - \sqrt{k^2 - \sigma^2} \sin \theta; \\ \lambda_2(\sigma) &= \sigma |\cos \theta| + \sqrt{k^2 - \sigma^2} \sin \theta. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Тогда, имея в виду, что $\lambda'_2(\sigma) > 0$ при $0 < \sigma < k|\cos \theta|$, $\lambda'_2(\sigma) < 0$ при $k|\cos \theta| < \sigma < k$, а $\lambda'_1(\sigma) > 0$ при $0 < \sigma < k$, перемещение $w(x, y)$ в области $\Omega_{21}(x < 0, y \geq 0)$ можно представить в следующем виде:

А) при $\pi - \beta < \theta < \pi$ ($\cos(\pi - \theta) > \cos \beta$)

$$w(r, \theta) = \sum_{j=1}^3 Q_j(r, \theta) + Q_4^{(+)}(r, \theta) + w_{omp}(r, \theta) + w_{\infty}(r, \theta), \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} Q_1(r, \theta) &= -\frac{D}{2\pi} \int_0^{\infty} \phi_1(\tau) [e^{-r\lambda_1} + e^{-r\lambda_2}] d\tau, \\ Q_2(r, \theta) &= -\frac{iD}{2\pi} \int_{-k \sin \theta}^{k|\cos \theta|} \phi_{22}^{(+)}(\sigma_1(\lambda_1)) \frac{d\sigma_1}{d\lambda_1} e^{i\lambda_1 r} d\lambda_1. \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} Q_3(r, \theta) &= -\frac{iD}{2\pi} \int_{k \sin \theta}^k \phi_{22}^{(+)}(\sigma_2(\lambda_2)) \frac{d\sigma_2}{d\lambda_2} e^{i\lambda_2 r} d\lambda_2, \\ Q_4^{(\pm)}(r, \theta) &= \frac{iD}{2\pi} \int_{k|\cos \theta|}^k \phi_{12}^{(\pm)}(\sigma_1(\lambda_2)) \frac{d\sigma_1}{d\lambda_2} e^{i\lambda_2 r} d\lambda_2, \end{aligned} \quad (2.7)$$

$$w_{omp}(r, \theta) = e^{-ikr \cos(\theta + \beta)}, \quad w_{\infty}(r, \theta) = e^{-ikr \cos(\theta - \beta)}, \quad (2.8)$$

$$\phi_{mn}^{(\pm)}(\sigma_m(\lambda_n)) = 1/\sqrt{k - \sigma_m(\lambda_n)(\sigma_m(\lambda_n) - k \cos \beta \pm i0)}, \quad m, n = \overline{1, 2},$$

$$\sigma_1(\lambda_j) = \lambda_j |\cos \theta| + \sqrt{k^2 - \lambda_j^2} \sin \theta, \quad j = 1, 2,$$

$$\sigma_2(\lambda_2) = \lambda_2 |\cos \theta| - \sqrt{k^2 - \lambda_2^2} \sin \theta,$$

$$n_1(\tau) = \tau |\cos \theta| + i\sqrt{k^2 + \tau^2} \sin \theta, n_2 = \tau |\cos \theta| - i\sqrt{k^2 + \tau^2} \sin \theta. \quad (2.9)$$

$$\frac{d\sigma_1}{d\lambda_2} = -\frac{\sqrt{k^2 - \sigma_1^2}}{\sqrt{k^2 - \lambda_2^2}}, \quad \frac{d\sigma_2}{d\lambda_j} = \frac{\sqrt{k^2 - \sigma_j^2}}{\sqrt{k^2 - \lambda_j^2}}, \quad (j = 1, 2). \quad (2.10)$$

Отметим, что при $\pi - \beta < \theta < \pi$ уравнения

$$\sigma_1(\lambda_1) - k \cos \beta = 0 \quad \text{и} \quad \sigma_2(\lambda_2) - k \cos \beta = 0 \quad (2.11)$$

имеют соответственно корни $\lambda_{11} = -k \cos(\theta - \beta)$, $\lambda_{22} = -k \cos(\theta + \beta)$, принадлежащие соответственно интервалам $(-k \sin \theta, k |\cos \theta|)$ и $(k \sin \theta, k)$. При этом имеют место разложения

$$\frac{1}{\sigma_1(\lambda_1) - k \cos \beta + i0} = \frac{C_{-1}^{(1)}}{\lambda_1 - \lambda_{11} + i0} + C_0^{(1)} + C_1^{(1)}(\lambda_2 - \lambda_{11}) + \dots$$

$$\frac{1}{\sigma_2(\lambda_2) - k \cos \beta + i0} = \frac{C_{-1}^{(2)}}{\lambda_2 - \lambda_{22} + i0} + C_0^{(2)} + C_1^{(2)}(\lambda_2 - \lambda_{22}) + \dots, \quad (2.12)$$

где $C_0^{(1)}, C_1^{(1)}, \dots, C_0^{(2)}, C_1^{(2)}, \dots$ постоянные, а

$$C_{-1}^{(1)} = ((d\sigma_1/d\lambda_1)|_{\lambda_1=\lambda_{11}})^{-1} = \sin(\theta - \beta)/\sin \beta,$$

$$C_{-1}^{(2)} = ((d\sigma_2/d\lambda_2)|_{\lambda_2=\lambda_{22}})^{-1} = -\sin(\theta + \beta)/\sin \beta; \quad (2.13)$$

Б) при $\pi/2 < \theta < \pi - \beta$ ($\cos(\pi - \theta) < \cos \beta$)

$$w(r, \theta) = \sum_{j=1}^3 Q_j(r, \theta) + Q_4^{(-)}(r, \theta) + w_\infty(r, \theta), \quad (2.14)$$

где $Q_j(r, \theta)$ ($j = 1, 2, 3$), и $Q_4^{(-)}(r, \theta)$ даются формулами (2.6) и (2.7).

Отметим, что при получении (2.14) было использовано представление (1.6). В этом случае в интервале $\pi/2 < \theta < \pi - \beta$ уравнения

$$\sigma_1(\lambda_2) - k \cos \beta = 0 \quad \text{и} \quad \sigma_2(\lambda_2) - k \cos \beta = 0 \quad (2.15)$$

имеют соответственно корни $\lambda_{12} = -k \cos(\theta + \beta)$ и $\lambda_{22} = -k \cos(\theta + \beta)$ в интервалах $(k |\cos \theta|, k)$ и $(k \sin \theta, k)$. При этом

$$\frac{1}{\sigma_1(\lambda_2) - k \cos \beta - i0} = \frac{B_{-1}^{(1)}}{\lambda_2 - \lambda_{12} + i0} + B_0^{(1)} + B_1^{(1)}(\lambda_2 - \lambda_{12}) + \dots, \quad (2.16)$$

$$\frac{1}{\sigma_2(\lambda_2) - k \cos \beta + i0} = \frac{B_{-1}^{(2)}}{\lambda_2 - \lambda_{22} + i0} + B_0^{(2)} + B_1^{(2)}(\lambda_2 - \lambda_{12}) + \dots,$$

где $B_0^{(1)}, B_1^{(1)}, \dots, B_0^{(2)}, B_1^{(2)}, \dots$ — постоянные, а

$$B_{-1}^{(1)} = (|d\sigma_1/d\lambda_2|_{\lambda_2=\lambda_{12}})^{-1} = \sin(\theta + \beta)/\sin \beta,$$

$$B_{-1}^{(2)} = ((d\sigma_2/d\lambda_2)|_{\lambda_2=\lambda_{22}})^{-1} = -\sin(\theta + \beta)/\sin(2\theta + \beta); \quad (2.17)$$

В) на луче $\theta = \pi - \beta$ ($\cos(\pi - \theta) = \cos \beta$) из (2.1) получим

$$w_{\pi-\beta}(r) \equiv w(r, \pi - \beta) = \sum_{j=1}^2 Q_j(r, \pi - \beta) + Q_5(r) + w_{\text{отп}}(r, \pi - \beta) + w_{\infty}(r, \pi - \beta), \quad (2.18)$$

$$Q_5(r) = \frac{iD}{2\pi} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{k \sin \beta}^{k-\varepsilon} \phi_5^{(2)}(\sigma_2) e^{i\lambda_2 r} d\lambda_2 + \int_{k-\varepsilon}^{k \cos \beta} \phi_5^{(1)}(\sigma_1) e^{i\lambda_2 r} d\lambda_2 + \right. \\ \left. + \int_{C'_\varepsilon} \phi_5^{(2)}(\sigma_2(\zeta)) e^{i\zeta r} d\zeta + \int_{C''_\varepsilon} \phi_5^{(1)}(\sigma_1(\zeta)) e^{i\zeta r} d\zeta \right\}, \quad (2.19)$$

$$\phi_5^{(j)}(\sigma_j(\lambda_2)) = [\phi_{j2}^+(\sigma_j(\lambda_2))]_{\theta=\pi-\beta} = \\ = \frac{\sqrt{k + \sigma_j(\lambda_2)}}{[(k + \lambda_2) \sin \beta + (-1)^j \sqrt{k^2 - \lambda_2^2} \cos \beta](k - \lambda_2)}, \quad j = 1, 2, \quad (2.20)$$

где ϕ_{j2}^+ дается формулой (2.9), а C'_ε и C''_ε полуокружности радиуса ε , с центром в точке $\alpha = k$, обходимые по часовой стрелке.

Отметим, что при получении (2.18)-(2.20) имелось в виду, что при $\theta = \pi - \beta$

$$\sigma_j(\lambda_2) - k \cos \theta = (-1)^{j+1} \sqrt{k - \lambda_2} [\sqrt{k + \lambda_2} \sin \beta + (-1)^j \sqrt{k - \lambda_2} \cos \beta], \quad j = 1, 2.$$

Таким образом, дифрагированное поле упругого перемещения в области $\Omega_{21}(x < 0, y \geq 0)$ определяется формулами (2.5), (2.14) и (2.18) в зависимости от значения θ , которые, как было отмечено выше, удобны для вычисления ближнего поля.

Перейдем к определению асимптотических формул для $w(x, y)$ в рассматриваемой области $\Omega_{21}(x < 0, y \geq 0)$. Эти формулы будут получены из интегралов, входящих в (2.5), (2.14) и (2.18), интегрированием по частям [8, 10].

Рассмотрим сначала сектор $\pi - \beta < \theta \leq \pi$, где перемещение дается (2.5), и введем обозначение

$$T_j^k(\sigma_j(\lambda_2)) = (-1)^j \frac{b_{-1}}{\sqrt{k - \lambda_2}} + b_0 + (-1)^j b_1 \sqrt{k - \lambda_2} + b_2(k - \lambda_2), \quad j = 1, 2, \quad (2.21)$$

где b_0, b_1, b_2 — постоянные, а

$$b_{-1} = \frac{\sin(\theta/2)}{k(|\cos \theta| - \cos \beta)}. \quad (2.22)$$

Тогда, имея в виду (2.8)-(2.10), нетрудно убедиться, что

$$\phi_{j2}^+(\sigma_j(\lambda_2)) - T_j^k(\sigma_j(\lambda_2)) = O((k - \lambda_2)^{3/2}). \quad (2.23)$$

Интегрируя по частям, из (2.6) получим

$$Q_1(r, \theta) = \frac{D}{2\pi r} \frac{e^{-ikr \sin \theta} + e^{ikr \sin \theta}}{k^{3/2} \cos \beta |\cos \theta|} - \frac{D}{2\pi r} \int_0^\infty \left\{ \frac{d}{d\tau} \left[\frac{\phi_1}{n'_1} \right] e^{-n_1 \tau} + \frac{d}{d\tau} \left[\frac{\phi_1}{n'_2} \right] e^{-n_2 \tau} \right\} d\tau, \quad (2.24)$$

$$Q_2(r, \theta) = -\frac{D}{2\pi r} \frac{e^{-ikr \sin \theta}}{k^{3/2} \cos \beta |\cos \theta|} + \frac{D}{2\pi r} \int_{-k \sin \theta}^{k |\cos \theta|} \frac{d}{d\lambda_1} \left[\phi_{21}^{(+)}(\sigma_1) \frac{d\sigma_1}{d\lambda_1} \right] e^{i\lambda_1 r} d\lambda_1.$$

Интегралы же из (2.7), как следует из (2.10), непосредственно интегрировать по частям невозможно.

Для этого представим их в виде

$$Q_3(r, \theta) + Q_4^{(+)}(r, \theta) = -\frac{iD}{2\pi} \left\{ \int_{k \sin \theta}^k \left[\phi_{22}^{(+)}(\sigma_2(\lambda_2)) \frac{d\sigma_2}{d\lambda_2} - T_2^k(\sigma_2(\lambda_2)) \right] e^{i\lambda_2 r} d\lambda_2 - \right. \\ \left. - \int_{k |\cos \theta|}^k \left[\phi_{12}^{(+)}(\sigma_1) \frac{d\sigma_1}{d\lambda_2} - T_1^k(\sigma_1(\lambda_2)) \right] e^{i\lambda_2 r} d\lambda_2 + \int_{-\infty}^{k |\cos \theta|} T_1^k(\sigma_1(\lambda_2)) e^{i\lambda_2 r} d\lambda_2 - \right. \\ \left. - \int_{-\infty}^{k \sin \theta} T_2^k(\sigma_2(\lambda_2)) e^{i\lambda_2 r} d\lambda_2 \right\} - \frac{iD}{2\pi} q(r), \quad (2.25)$$

где $T_j^k(\sigma_j(\lambda_2))$ дается формулой (2.21), а

$$q(r) = 2\sqrt{\pi} e^{i(kr - \pi/4)} / r^{1/2}. \quad (2.26)$$

Имея в виду (2.23), очевидно, что в (2.25) интегралы уже допускают двукратное интегрирование по частям.

Интегрируя по частям в (2.25) один раз, получим:

$$Q_3(r, \theta) + Q_4^{(+)}(r, \theta) = -\frac{D}{2\pi r} \frac{e^{-ikr \sin \theta}}{k^{3/2} \cos \beta |\cos \theta|} + \quad (2.27)$$

$$+ \frac{D}{2\pi r} \int_{k \sin \theta}^k \frac{d}{d\lambda_2} \left[\phi_{22}^{(+)}(\sigma_2) \frac{d\sigma_2}{d\lambda_2} - T_2^k(\sigma_2(\lambda_2)) \right] e^{i\lambda_2 r} d\lambda_2 -$$

$$- \frac{D}{2\pi r} \int_{k |\cos \theta|}^k \frac{d}{d\lambda_2} \left[\phi_{12}^{(+)}(\sigma_1) \frac{d\sigma_1}{d\lambda_2} + T_1^k(\sigma_1(\lambda_2)) \right] e^{i\lambda_2 r} d\lambda_2 + \frac{D}{2\pi r} \int_{-\infty}^{k |\cos \theta|} \frac{d}{d\lambda_2} T_1^k(\sigma_1(\lambda_2)) e^{i\lambda_2 r} d\lambda_2 -$$

$$- \frac{D}{2\pi r} \int_{-\infty}^{k \sin \theta} \frac{d}{d\lambda_2} T_2^k(\sigma_2(\lambda_2)) e^{i\lambda_2 r} d\lambda_2 \left\} - \frac{iD}{2\pi} q(r).$$

Подставляя теперь (2.24) и (2.27) в (2.5), заметим, что внеинтегральные члены, появляющиеся в процессе интегрирования по частям, сокращаются. С другой стороны, имея в виду очевидное равенство

$$\int_a^b \frac{e^{i\lambda r} d\lambda}{\lambda - \lambda_0 + i0} = - \int_{-\infty}^a \frac{e^{i\lambda r} d\lambda}{\lambda - \lambda_0} - \int_b^{\infty} \frac{e^{i\lambda r} d\lambda}{\lambda - \lambda_0} = O(r^{-1}) \text{ при } r \rightarrow \infty, \quad (2.28)$$

где $a < \lambda_0 < b$, можно утверждать, что в полученном выражении интегральные составляющие будут иметь порядок $O(r^{-2})$ при $r \rightarrow \infty$, в чем нетрудно убедиться повторным интегрированием по частям. В итоге получим следующую асимптотическую формулу для волнового поля в секторе $\pi - \beta < \theta \leq \pi$:

$$w(r, \theta) = e^{-ikr \cos(\theta - \beta)} + e^{-ikr \cos(\theta + \beta)} + \frac{2i \sin(\beta/2) \sin(\theta/2)}{\cos \theta + \cos \beta} \cdot \frac{e^{i(kr - \pi/4)}}{(2\pi kr)^{1/2}} + O((kr)^{-3/2}), r \rightarrow \infty. \quad (2.29)$$

Таким образом, волновое поле в дальних зонах сектора $\pi - \beta < \theta \leq \pi$ дается формулой (2.29) и представляется в виде суммы падающей, отраженной и дифрагированных волн.

Отметим, что (2.29) точно совпадает с известным результатом из [1,3].

Для сектора $\pi/2 < \theta < \pi - \beta$, аналогично рассуждая, из (2.14) получим асимптотическую формулу в виде

$$w(r, \theta) = e^{-ikr \cos(\theta - \beta)} + \frac{2i \sin(\beta/2) \sin(\theta/2)}{\cos \theta + \cos \beta} \cdot \frac{e^{i(kr - \pi/4)}}{(2\pi kr)^{1/2}} + O((kr)^{-3/2}), \text{ при } r \rightarrow \infty. \quad (2.30)$$

Перейдем к лучу $\theta = \pi - \beta$, определяющему границу тени отраженного поля. Из (2.29) и (2.30) видно, что эти простые формулы перестают выполняться при $\theta \approx \pi - \beta$. Для определения волнового поля в окрестности луча обратимся к (2.19) и представим ее в виде:

$$\begin{aligned} Q_5(r) = & \frac{iD}{2\pi} \left\{ \int_{k \sin \beta}^k \left[\phi_5^{(2)}(\sigma_2 \lambda_2) - \frac{B_0}{k - \lambda_2} + \frac{B_1}{\sqrt{k - \lambda_2}} \right] e^{i\lambda_2 r} d\lambda_2 + \right. \\ & + \int_{-\infty}^{k \cos \beta} \left[\frac{B_0}{k - \lambda_2} + \frac{B_1}{\sqrt{k - \lambda_2}} \right] e^{i\lambda_2 r} d\lambda_2 - \int_{k \cos \beta}^k \left[\phi_5^{(1)}(\sigma_1(\lambda_2)) - \frac{B_0}{k - \lambda_2} - \frac{B_1}{\sqrt{k - \lambda_2}} \right] e^{i\lambda_2 r} d\lambda_2 - \\ & \left. - \int_{-\infty}^{k \sin \beta} \left[\frac{B_0}{k - \lambda_2} - \frac{B_1}{\sqrt{k - \lambda_2}} \right] e^{i\lambda_2 r} d\lambda_2 \right\} - \frac{iDB_1}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{i(kr - \pi/4)}}{r^{1/2}} - \frac{1}{2} e^{ikr}, \quad (2.31) \end{aligned}$$

где B_0 и B_1 постоянные.

Отметим, что при выводе (2.31) имелось в виду, что

$$\frac{iD}{2\pi} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\int_{C'_\varepsilon} \phi_5^{(2)}(\sigma_1(\zeta)) e^{i\zeta r} d\zeta + \int_{C''_\varepsilon} \phi_5^{(1)}(\sigma_1(\zeta)) e^{i\zeta r} d\zeta \right) = -\frac{1}{2} e^{ikr}.$$

Подставляя (2.31) в (2.18) и учитывая сделанные выше замечания о порядке убывания соответствующих интегралов, получим асимптотическую формулу при $\theta = \pi - \beta$ в виде

$$w_{\pi-\beta}(r) = \frac{1}{2} e^{ikr} + e^{ikr \cos(2\beta)} + O((kr)^{-1/2}), \text{ при } r \rightarrow \infty. \quad (2.32)$$

3. Распределение волнового поля в дальних зонах для остальных областей упругой плоскости определится совершенно аналогичным пункту 2 способом.

В области $\Omega_{22}(x < 0, y \leq 0)$ из (1.9) получим

$$w(x, y) = \frac{D}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{\sqrt{\sigma^2 - k^2} y} e^{-y\sigma x} d\sigma}{\sqrt{\sigma - k}(\sigma - k \cos \beta + i0)}, \quad (3.1)$$

т.е. в области Ω_{22} волновое поле представляется только дифрагированным полем (3.1)

Из (3.1) можно получить аналогичные формулам (2.5), (2.14) и (2.18) выражения, определяющие распределение волнового поля при соответствующих значениях θ , в области Ω_{22} . Из этих выражений получим следующие асимптотические формулы:

В секторе $-\pi \leq \theta < -(\pi - \beta)$, т.е. в тени,

$$w(r, \theta) = \frac{2i \sin(\beta/2) \sin(\theta/2)}{\cos \theta + \cos \beta} \cdot \frac{e^{i(kr - \pi/4)}}{(2\pi kr)^{1/2}} + O((kr)^{-3/2}), \text{ при } r \rightarrow \infty. \quad (3.2)$$

При $\theta = -(\pi - \beta)$, т.е. на границе тени падающего поля, получим асимптотическую формулу

$$w_{\beta-\pi}(r) = 0.5e^{ikr} + O((kr)^{-1/2}), \text{ при } r \rightarrow \infty. \quad (3.3)$$

В секторе $-(\pi - \beta) < \theta \leq -\pi/2$ имеем

$$w(r, \theta) = e^{-ikr \cos(\theta - \beta)} + \frac{2i \sin(\beta/2) \sin(\theta/2)}{\cos \theta + \cos \beta} \cdot \frac{e^{i(kr - \pi/4)}}{(2\pi kr)^{1/2}} + O((kr)^{-3/2}), \text{ при } r \rightarrow \infty. \quad (3.4)$$

Исходя из представления (1.8) нетрудно получить, что в области $r > 0$ распределение волнового поля в дальних зонах представляется формулой (3.4) при $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$.

В заключение следует еще раз отметить, что полученные здесь асимптотические формулы точно совпадают с известными результатами из [1.3].

которые были получены традиционным путем — методом перевала [11]. Здесь, на наш взгляд, эти формулы получены более доступным путем — с помощью интегрирования по частям интегралов, представляющих волновое поле.

¹ Ереванский государственный университет

² Институт механики НАН РА

e-mail: karo-aga@mechins.sci.am

Э. Х. Григорян, К. А. Агаян

О новом методе определения асимптотических формул в задачах дифракции волн

На примере решения задачи о дифракции сдвиговой плоской волны на краю полубесконечной трещины в упругой плоскости демонстрируется новый подход к определению асимптотических формул. В отличие от хорошо известных традиционных методов решения подобных задач решение задачи сводится к краевой задаче типа Римана на действительной оси. Для исследования полученного в виде интеграла Фурье решения разрезы в комплексной плоскости проводятся по координатным осям, и в итоге решение задачи представляется при помощи регулярных интегралов на разрезах. Асимптотические формулы, в обход общепринятого метода перевала, определяются интегрированием по частям интегралов, представляющих волновое поле.

Է. Խ. Գրիգորյան, Կ. Ա. Աղայան

Ալիքների դիֆրակցիայի խնդիրներում ասիմպտոտիկ բանաձևերի ստացման նոր մեթոդի մասին

Առաձգական հարթության մեջ կիսաանվերջ ճաքի եզրում սահմանափակ ալիքի դիֆրակցիայի խնդրի լուծման օրինակի վրա ցուցադրվում է նոր մոտեցում ասիմպտոտիկ բանաձևերի ստացման համար: Ի տարբերություն նման խնդիրների լուծման հայտնի ավանդական մեթոդների [1-3] այսօրվա խնդրի լուծումը բերվում է իրական առանցքի վրա Ռիմանի եզրային խնդրի փափ հավասարման [5-10]: Ֆուրյեի ինտեգրալների տեսքով ստացված լուծման հեղուկության համար կոմպլեքս հարթության մեջ ճեղքերը տարվում են կոորդինատային առանցքներով, եւ արդյունքում խնդրի լուծումը ներկայացվում է նշված ճեղքերի վրա ռեգուլյար ինտեգրալների օգնությամբ: Շրջանցելով համընդհանուր ընդունված պերեվալի եղանակը [1-4], ասիմպտոտիկ բանաձևերը ստացվում են ալիքային դաշտը ներկայացնող ինտեգրալները մասերով ինտեգրելով:

On New Methods of Asymptotic Formulas Determination in Waves Diffraction Problems

A new approach to the determination of asymptotic formulas is demonstrated by solving the problem on shear plane wave diffraction in elastic plane at semi-infinite crack edge. As opposed to the well-known traditional methods, the solving of problems like these [1-3] is deducted to Riemann-type boundary problem for real axis [5-10]. In order to investigate the solution obtained in the form of Fourier integrals, the sections are drawn across the coordinate axis in complex plane, and as a result, the problem solution is represented in form of regular integrals in sections. The asymptotic formulas are determined by the integration by parts of integrals representing wave field, in contrast to the steepest descend method.

Литература

1. Нобл Б. Метод Винера-Хопфа. М. Мир. 1962. 294 с.
2. Вайнштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации. М. Сов. радио. 1966. 432 с.
3. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. М. Мир. 1974. 324 с.
4. Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. Киев. Наукова думка. 1981. 284 с.
5. Агаян К.Л., Григорян Э.Х., Джилавян С.А. - Изв. НАН РА. Механика. 2003. Т. 56. №4. С. 3-17.
6. Агаян К.Л., Григорян Э.Х. В сб.: Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. Ереван. 2005. С. 19-23.
7. Григорян Э.Х., Джилавян С.А. - Изв. НАН РА. Механика. 2005. Т. 58. №1. С. 38-50.
8. Григорян Э.Х., Агаян К.Л. - Изв. НАН РА. Механика. 2007. Т. 60. №3. С. 23-37.
9. Восканян А.Р., Григорян Э.Х. - Изв. НАН РА. Механика. 2007. Т. 60. №2. С. 16-28.
10. Григорян Э.Х., Синанян С.С. - Изв. НАН РА. Механика. 2009. Т. 62. №1. С. 40-51.
11. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. М. Наука. 1967. 300 с.

УДК 553.1

М. А. Сатиан

К минерагении офиолитовых зон Армении

(Представлено академиком С.В. Григоряном 23/III 2010)

Ключевые слова: *офиолит, силицит, лампрофир, серпентинит, карбонатит, корунг*

Некоторые ранее не используемые виды природных минеральных веществ с развитием промышленности, науки и техники становятся все более востребованными. Среди них немалое место принадлежит новым видам минерального сырья комплексного применения. По результатам литологического изучения пород в офиолитовых зонах Армении рассмотрены некоторые из новых видов сырья, представляющие несомненный интерес на современном этапе.

Металлоносные (марганцевисто-железистые) силициты. Сырье для извлечения кремнезема и марганца, попутно — окислов железа и малых элементов. Наиболее крупные скопления в юрской — меловой кремнисто-вулканогенной формации на средних отметках Севанского хребта [1,2], имеют протяженность выходов не менее 9 км при суммарной мощности металлоносных силицитов до 300 м, средняя — до 150 м. Структура пород органогенная (радиолярии и др.) или органогенно-микрозернистая. Состав — мелкозернистый кварц (75-85%), окислы марганца — от 1-до 6%, среднее содержание марганца (по 20 анализам) — 1.68%, никеля — 138, хрома — 24, меди — 122 г/т. Наряду с окислами марганца определяются окислы железа до 7 %, среднее содержание суммарного железа — 3.4%. По лабораторным результатам после спекания и растворения 1 кг породы извлекается аморфного кремнезема 750 г, окислов марганца — 40 г, окислов железа — 100 г, остальная часть — глинозем и малые элементы. Положительные результаты выделения указанных полезных компонентов

получены в автоклавах при взаимодействии с NaOH. Геологические запасы металлоносных силицитов (при открытой разработке на южных склонах хребта) по предварительным оценкам до 9 млн. т. Меньшие, но заслуживающие оценки концентрации металлоносных силицитов обнаружены на Базумском хребте (в долинах р. Арчидзор и Черная), мелкие выходы — в Ведийской (бас. р. Веди) и Зангезурской офиолитовых зонах.

Железистые силициты выявлены в бас. р. Черная Базумского хр. [1,2], выход имеет длину до 40 м, при ширине 20 м, на глубину не прослежен. Относительно мелкие выходы этих пород откартированы на склоне р. Черная, меньшего размера тела известны на других участках. Как и марганцевистые силициты, это образования разгрузки глубинных гидротерм на дне мезозойского бассейна. По периферии их нередко обнаруживаются окисные марганцевые руды. Минеральный состав — микро-мелкозернистый кварц (68%), окислы железа (до 30%). Породы могут быть использованы как тонкие абразивы, стойкие пигменты, в поделках.

Серпентиниты. Офиолитовые зоны Армении включают крупные запасы серпентинизированных ультрабазитов в Амасия-Севанской зоне (Севанский, Базумский хр. и др.). Интерес к серпентинитам возрос как к источнику магния с попутным извлечением кремнезема [3]. Другая перспективная область — применение серпентинитовой крошки — для релаксации нейтронного излучения в атомных реакторах нового типа. Очевидна целесообразность использования для экранирования в других объектах для защиты от излучения нейтронов. Замеры релаксации излучения нейтронов в серпентинитовой крошке из ряда месторождений РА дали положительные результаты.

Не менее примечательно депрессивное воздействие на клетки растений и животных препарата на основе серпентинита (Нор ути-2S) при контактовом и дистанционном (полевым) воздействии. В Онкологическом научном центре Министерства Здравоохранения РА получены положительные результаты в терапии гинекологических новообразований [4,5]. Лито-минералотерапия на основе природных минералов исследуется и все шире применяется в ряде стран (Белорусь, Россия и др.).

Магнезиальные карбонатиты. Линзы и реже штоки карбонатитов выявлены в Ведийской зоне, в бас. р. Веди [1,6]. В Дерматологическом центре Министерства Здравоохранения РА препаратом Нор ути-1С терапия проверена на 110 больных с различными кожными заболеваниями путем аппликации порошка совместно с другими патентованными средствами; выявлено усиление терапии до 40% излечения [5]. Биоактивность карбонатита очевидна и при контактном, и при дистанционном (полевым) воздействии. Обнаружен также выраженный гемостатический эффект [5]. Некоторые

разности магнезиальных карбонатитов пригодны как поделочные камни. Небольшие проявления в карбонатитах концентраций фосфора и редких земель выявлены в бас. р. Веди.

Сырье для получения цветного стекла. Туфы щелочных лампрофиров, являющихся сырьем для получения цветного стекла и керамики, выявлены в бас. р. Веди [4]. В смеси с радиоляритами (повышение кремнистости) положительные результаты получены при полупромышленных испытаниях.

Сырье отличается повышенным содержанием щелочей и пониженным — глинозема, что ценно в стекловарении. Цветное стекло — от черного до светло-зеленовато-серого пригодно для бытовых и художественных изделий. На основе сырья возможно получение керамики. Запасы геологические — десятки млн. тонн, могут обеспечить потребность в цветном стекле винных и консервных заводов Араратской долины при доработке технологии механической формовки.

Положительные результаты получены также при использовании радиоляритов в производстве бытовой и художественной стекольной продукции. Наибольшие концентрации их выявлены на Севанском хр., относительно меньшие — на Базумском хр., а также в бас. р. Ахурян [1,2].

Поделочные и драгоценные камни. В кальциокарбонатитах в краевых блоках трубки взрыва щелочных лампрофиров Ерахской антиклинали [5] выявлены мелкие, до 3 мм, ярко-зеленые кристаллы хром-диопсида, содержание варьирует значительно, в среднем не менее 3%; минералы группы корунда (рубин, сапфир, лейкосапфир в ассоциации с муассанитом) размерностью менее 0.5 мм, при суммарном содержании до 5-8 карат на тонну.

Тонкие абразивы. Сланцеватые глинистые силициты с рассеянными мелкими (до 0.3 мм) кристаллами гидрограната относятся к тонким абразивам типа "катикула". Выявлены на средних и верхних отметках долины р. Саринар Севанского хр., по левобережью р. Черная Базумского хр. [2].

В меланже Ерахской антиклинали обнаружены значительные запасы кварц-кварцит-вулканомиктовых алевролитов, которые обладают качеством тонких абразивов.

Институт геологических наук НАН РА

М. А. Сатиан

К минерагении офиолитовых зон Армении

Некоторые ранее не используемые виды природных минеральных веществ с развитием промышленности, науки и техники становятся все более востребованными. По результатам литологического изучения пород в офиолитовых зонах Армении рассмотрены некоторые из новых видов сырья, представляющие несомненный интерес на современном этапе.

Մ. Ա. Սաթյան

Հայաստանի օֆիոլիթային զոնաների միներալների

Արդյունաբերության, գիտության եւ փեխնիկայի զարգացմանը զուգահեռ նոր փեսակի միներալային բնական հումքի կիրառությունը դառնում է պահանջված: Հայաստանի օֆիոլիթային զոնաներում հայտնաբերվել են նոր փեսակի միներալային հումքի այնպիսի փեսակներ, ինչպիսիք են մեփաղածին սիլիցիդները, ալկալային լամպրոֆիրային փոֆերը, բարձր աբրազիվների նոր փեսակը, կենսաակտիվ բարձր մագնեզիալ սերպենտինիտները եւ մագնեզիալ կարբոնատիտները:

M. A. Satian

On Minerageny of Armenian Ophiolites Zones

With development of industry, science, and techniques, new kind of mineral natural raw material becomes demanded. In Armenian ophiolites zones are revealed: metalliferous silicites (silica raw material, manganese, etc.), alkali-lamprophyre tuffs (raw material of dark art and household glass, chrome-diopside crystals, also corundum group minerals), new kind of thin abrasives, bioactive high-Mg rocks, serpentinites and Mg-carbonatites for application in therapy.

Литература

1. Сатиан М.А. Офиолитовые прогибы Мезотетиса. Изд. АН АрмССР. 1984. 195 с.
2. Сатиан М.А. Кремнистые породы фанерозоя территории АрмССР. Изд АН АрмССР. 1987. 186 с.
3. Зулумян Н.О., Оганесян Э.Б., Оганесян З.Г. и др. - ДНАН Армении. 2002.

Т. 102. N3. С. 238-242.

4. Сатиан М.А., Степанян Ж.О. и др. Лампрофировые трубки взрыва мезозоя Ведийской зоны (Армения). Ереван. Наири. 2005. 148 с.

5. Сатиан М.А., Хангельдян А.Г., Даниелян Э.Е. и др. - Медицинская наука Армении. 2006. Т. XLVI. N3. С. 98-102

6. Сатиан М.А. Варданян А.В., Варданян В.А. - Изв. НАН РА. Науки о Земле. 1999. N2-3. С. 14-21.

МИКРОБИОЛОГИЯ

УДК 576.8

К. О. Овнанян¹, А. Г. Давтян^{1,2}, К. А. Саргсян¹,
член-корреспондент НАН РА А. А. Трчунян²

Наноструктуры некоторых вирусов, клеток бактерий и простейших:
электронная микроскопия и морфометрический анализ

(Представлено 29/III 2010)

Ключевые слова: биологические наноструктуры, вирусы, бактерии и простейшие, электронная микроскопия, лазерная дифрактометрия

В настоящее время в области нанотехнологии, нанобиологии и наномедицины известно много нановеществ и наночастиц, которые по своим физическим, химическим и биологическим свойствам, а также особенностям биобезопасности кардинально отличаются от исходных макромолекулярных образований [1]. Несмотря на интенсивные исследования последних лет в области нанобиологии и наномедицины [2,3], данные об изменениях в различных биологических системах и микробных популяциях [4,5], липосомах [6] и новых вредоносных свойствах наноматериалов и наночастиц [1,2,7], вопросы природы и свойств наночастиц и, в частности, наноструктур вирусов, бактерий и простейших остаются недостаточно изученными. Это диктует новые подходы, связанные с разработкой способов идентификации и анализа наноструктур биологического происхождения, в сравнении с молекулярными и надмолекулярными структурами вирусов, клеток бактерий и эукариот, а также простейших.

Электронномикроскопические исследования вирусов и микроорганизмов в сочетании с современными методами количественного анализа с программным обеспечением дают возможность систематизировать разновидности наноструктур [7,8], играющих важную роль в морфогенезе вирусов и различных клеток.

Представленная работа посвящена ультраструктурному морфометрическому анализу наноструктур некоторых вирусов, клеток бактерий и простейших, которые по своим линейным размерам сопоставимы с наночастицами органической и неорганической природы. В работе приведены данные о наночастицах различной структуры, образующихся в результате воздействия физических, химических и биоорганических факторов на эти объекты.

Материалы и методы. В качестве объектов исследования использованы некоторые ротавирусы, вирусы-симбионты энтамеб, условнопатогенные и патогенные штаммы *Escherichia coli*, *Shigella flexnerii*, спирохеты *Borrelia causasica*, *Treponema pallida*, *Leptospira Pomona*, паразитические и свободноживущие виды простейших: *Entamoeba histolytica*, *Entamoeba moshkovskii* и некоторые простейшие *Leishmania hertigi*, *Lambliа intestinalis*, *Tetrahymena pyriformis*. Из физических и химических факторов использованы γ -ионизирующее излучение и антибиотики с различными спектрами действия.

Просвечивающая электронная микроскопия (ПЭМ) объектов проведена с помощью методов негативного контрастирования, криосрезов и ультратонких срезов, описанных ранее [9]. Морфометрический анализ проведен с использованием программного обеспечения "Видео-Тест, 5-Структура, нанотехнология". Лазерная дифрактометрия рибонуклеопротеидных спиралей и хроматоидных телец — рибонуклеопротеидных агрегатов клеток проведена в Институте кристаллографии РАН.

Результаты и обсуждение. *Наноструктуры в вирусах.* Электронномикроскопические исследования позволили обнаружить поверхностные структуры ротавирусов и установить размеры 132 капсомеров двух групп с диаметром около 70 и 4 нм, соответственно (рис. 1,а). Эти результаты сравнимы с идентичными структурами у большинства вирусов [10], в том числе бактериофагов, наблюдаемыми в лизогенных бактериях и в цистах энтамеб [9]. Результаты позволяют считать, что вирусы различных семейств по своим морфометрическим данным (от мелких вирусов диаметром в 20 нм до гигантских диаметром в 500 нм) соответствуют нанообъектам.

Выделены также вирусы-симбионты паразитических и свободноживущих энтамеб *Ent. histolytica* и *Ent. invadens* (рис. 1,б), схожие с рабдовирусами [9]. Эти вирусы расположены в цитоплазме как розеткообразно, так и в контакте с мембранными структурами. Такой контакт нагляден после протистоцидного действия полиенового антибиотика [13], когда видно расположение более 20 частиц вирусов-симбионтов вокруг фагосомальной мембраны аутофагальной вакуоли.

У вирусов-симбионтов энтамеб *Ent. moshkovskii* после действия γ -излучения были выявлены ранее неизвестные структуры в виде электрон-

ноплотных гранул с различным диаметром – от 5 до 35 нм (рис. 1,в). После облучения морфометрические показатели вирусов-симбионтов на ультратонких срезах приравнивались в длине в пределах 160 нм, диаметр – 94 нм, общая площадь – 11036 нм². Наночастицы "О₂" на ультратонких срезах просматривались под оболочкой при выходе из нуклеокапсида, причем диаметр большой гранулы "О₁" составляет 35 нм, площадь – 885 нм², а диаметр маленькой "О₂" – 8 нм, площадь – 45 нм². Выход электронноплотных гранул напоминает апоптический феномен после летального ионизирующего воздействия на эндосимбионты. Гранулы, на наш взгляд, являются вироцидным маркером. Следует заметить, что подобные структуры в виде гранул были предложены для использования в качестве маркера при идентификации энтамеб [9]. Полученные ультраструктурные изменения вирусов-симбионтов связаны с их патологическими проявлениями под воздействием физических и биоактивных факторов, что, на наш взгляд, имеет условный характер.



Рис. 1. а. ПЭМ. Капсомеры ротавируса (негативное контрастирование), масштаб 35 нм; б. ПЭМ. Вирус-симбионт *Ent. histolytica* (негативное контрастирование). Морфометрический анализ с программным обеспечением "Видео-Тест, 5-Структура, нанотехнология"; в. ПЭМ. Вирусы-симбионты *Ent. moshkovskii* после действия γ -излучения. Наночастица "О₁" под оболочкой вируса-симбионта. Ультратонкий срез, масштаб 35 нм.

Наноструктуры в клетках бактерий. Из клеточных структур бактерий для диверсификации могут быть использованы полые трубчатые фимбрии *E. coli* (рис. 2,а), сократительные фибриллы спирохет (диаметр 20-25 нм) и их наноконтакты с базальными гранулами или дисковидными блефоропластами (диаметр 20-40 нм). Для этой же цели ранее были описаны жгутики бактерий [14].

В более поздних стадиях культивирования среди особей *Sh. flexnerii* обнаружены клеточные структуры с диаметром 20-50 нм (рис. 2,б), что по

морфометрическим показателям соответствует нанобактериям [13]. Следует заметить, что подобные тельца были описаны и при действии субтормозящих доз антибиотиков с различными спектрами действия на сальмонеллы [15].



Рис. 2. а. ПЭМ. Фимбрии энтеропатогенного *E. coli* (негативное контрастирование), масштаб 40 нм; б. ПЭМ. Элементарные тельца *Sh. flexnerii*. Ультратонкий срез, масштаб 40 нм.

Наноструктуры в клетках простейших. С помощью электронного микроскопа определены α - и β -типы гликогеновых частиц в цитоплазме вегетативных форм *Ent. histolytica*, в том числе и их гематофагах и цистах. α -гранулы гликогена имеют размеры в диаметре до 200 нм, β -гранулы — до 30 нм. Более того, в цитоплазме изученных энтамеб диффузно расположены гранулы рибосом, полисом, их спиралевидные палочкообразные структуры, которые в зависимости от морфогенеза и режима культивации могут агрегироваться в виде кристаллов, идентичных с хроматидными тельцами (рис. 3,а). Диаметр отдельных рибосом в 18-25 нм соответствует морфометрическим параметрам рибосом эукариотических клеток. Лазерная дифрактометрия отдельных спиралевидных, а также кристаллических агрегатов рибонуклеопротеидных структур показала, что расстояние между центрами спиралей равно 40-42 нм (рис. 3,б).

В зоне уроида установлены также актиновые сократительные микрофиламенты толщиной в 7 нм, выполняющие как сократительные, так и каркасные функции. Последнюю функцию имеют и микротрубочки некоторых простейших (*Leishmania hertigi*, *Lamblia intestinalis*, *Tetrahymena pyriformis*) в виде полых цилиндров с диаметром в 22-25 нм.

В цитоплазме гематофагов *Ent. histolytica* выявлены необычные трубчатые образования с диаметром в 200 нм, с внутренним диаметром в 100 нм и толщиной стенок в 50 нм (рис. 4,а). По строению и содержимому они могут быть причислены к двигательному аппарату простейшего, участвующему в образовании псевдоподии клетки. Кроме того, в изученных видах энтамеб идентифицированы микротрубочки веретена деления с внутриядерной

локализацией и центры их организации – ЦОМТ (рис. 4,б): диаметр таких микротрубочек, которые имеют строение полого цилиндра, равняется 20-25 нм. Просвет микротрубочек имеет ширину около 15 нм, а толщина стенки – 5 нм (рис. 4,б).

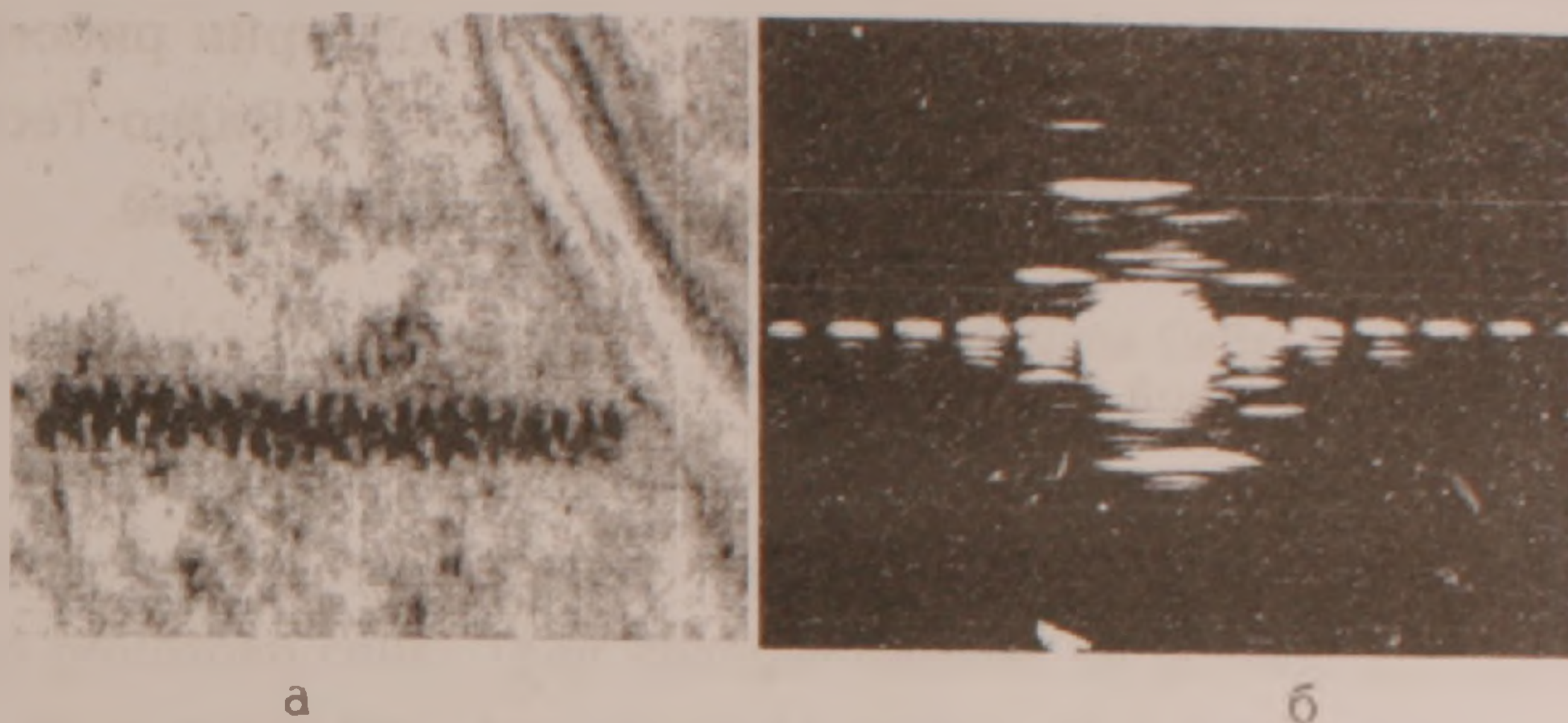


Рис. 3. а. ПЭМ.Спиралевидная рибонуклеопротеидная структура в цитоплазме гематофага *Ent. histolytica*. Ультратонкий срез, масштаб 90 нм; б. Лазерная дифрактометрия спиралевидного рибонуклеопротеидного образования в гематофаге *Ent. histolytica*.

Из внутриядерных наноструктур представляют интерес обнаруженные нами кольцевидные структуры длиной 30-50 нм, по своей тонкой организации напоминающие плазмидные ДНК (рис. 4,в).

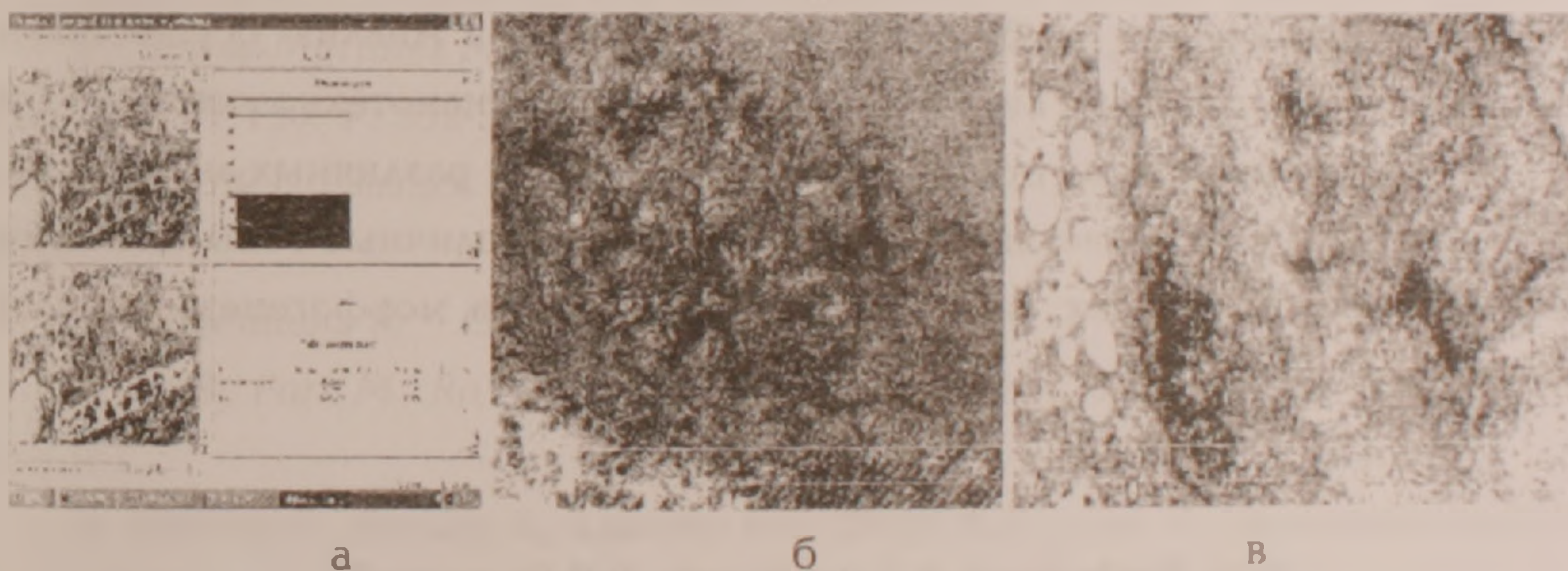


Рис. 4. а. Внутрицитоплазматическая цилиндрическая трубочка: структура гематофага *Ent. hystolytica*. Компьютерный анализ изображений по программе. Ультратонкий срез, масштаб 100 нм; б. Внутриядерные кольцевые структуры ДНК *Ent. hystolytica*. Ультратонкий срез, масштаб 20 нм; в. Внутриядерные микротрубочки веретена и ЦОМТ *Ent. hystolytica*. Ультратонкий срез, масштаб 75 нм.

Таким образом, предпринятый анализ структур наносопоставимых частиц вирусов, клеток бактерий и эукариотических простейших позволил не только их обнаружить, но и в некоторой степени систематизировать и диверсифицировать, что, возможно, будет способствовать индикации ныне

неизвестных патогенов. В таком случае есть необходимость четкой систематизации биологических наноструктур, что позволит использовать их в биологии и медицине при решении различных задач в норме и патологии.

Выражаем благодарность члену-корреспонденту РАН проф. Н.А. Киселеву за содействие в проведении лазерной дифрактометрии рибонуклеопротеидных структур, а также старшему менеджеру ООО "Видео-Тест", Санкт-Петербург, Россия, Н.А.Пряткину за программное обеспечение.

¹Институт молекулярной биологии НАН РА

²Ереванский государственный университет

К. О. Овнанян, Н. Г. Давтян, К. А.Саргсян, член-корреспондент НАН РА А. А. Трчунян

Наноструктуры некоторых вирусов, клеток бактерий и простейших: электронная микроскопия и морфометрический анализ

Проведен электронномикроскопический и морфометрический анализ наноструктур некоторых вирусов, клеток бактерий и простейших. Изучены их изменения при действии физических и биоактивных факторов. Анализ осуществлен с использованием программы "Видео-Тест, 5-Структура, нанотехнология". Такие структуры проявляются после γ -облучения и при действии различных антибиотиков. Полученные результаты позволяют систематизировать различные типы биологических наноструктур, играющих, возможно, важную роль в морфогенезе вирусов и клеток.

Կ.Օ. Նովնանյան, Ն.Գ. Դավթյան, Զ.Ա.Սարգսյան,

ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Ա.Ն. Թոշունյան

Որոշ վիրուսների, մանրէների եւ նախակենդանիների բջիջների նանոկառուցվածքները, էլեկտրոնային մանրադիփարկում եւ ձեւաչափական վերլուծություն

Անց է կացվել որոշ վիրուսների, մանրէների եւ նախակենդանիների բջիջների նանոկառուցվածքների էլեկտրոնամանրադիփարկային եւ ձեւաչափական վերլուծություն եւ ուսումնասիրվել են դրանց ֆիզիկական ու կենսաակտիվ գործոնների ներգործությամբ փոփոխությունները: Այդ վերլուծությունը կատարվել է «Վիդեո-թեստ-5-կառուցվածք, նանոտեխնոլոգիա» ծրագրային ապահովմամբ: Այդպիսի կառուցվածքները ի հայտ են գալիս նաեւ γ -ճառագայթման եւ հակաբիոտիկների ազդեցությամբ: Ստացված արդյունքները հնարավորություն

են փալիս դասակարգել փարբեր փեսակի կենսաբանական նանոկառուցվածքները, որոնք, հնարավոր է, կարելի էր են կապարում վիրուսների եւ ուսումնասիրված բջիջների մորֆոլոգիաները:

K. O. Hovnanyan, H. H. Davtyan, Ch. A. Sargsyan,
Corresponding Member of NAS RA A. A. Trchounian

Nanostructures of Some Viruses, Bacterial and Protozoa Cells: Electronic Microscopy and Morphometric Analysis

The electromicroscopic and morphometric analysis of nanostructures of some viruses, bacterial and protozoan cells. Their changes initiated by physical and bio-active factors are studied. The analysis have been carried by "Video-Test-5-Structure, nanotechnology" software. Such structures have been also detected after γ -radiation and antibiotics action. The results obtained permit to differentiate the biological nanostructures of different types and their role in morphogenesis of studied cells.

Литература

1. Кобаяси Н. Введение в нанотехнологию. М. Бином. 2008. 184 с.
2. Santos-Martinez M.C., Radomski A., Corrigan O.I., Radomski M.W. - Br. J. Pharmacol. 2007. V.150. P. 552-558.
3. Suh W.H., Suslick K.S., Stucky G.D., Suh Y.H. - Prog. Neurobiol. 2009. V. 87. P. 133-170.
4. Hugenholtz P. - Genome Biol. 2002. V. 3. P.3.
5. Lu S., Park M., Ro H.S., Lee D.S., Park W., Jeon C.O. - J. Microbiol. 2006. V. 44. P. 155-161.
6. Panwar P., Pandey B., Lakhera P.C., Singh K.P. - Int. J. Nanomedicine 2010. V. 5. P. 101-108.
7. Liang X.J., Chen C., Zhao Y., Jia L., Wang P.C. - Curr. Drug Metab. 2008. V. 9. P. 697-709.
8. Hovnanyan K.O., Trchounian A.A. In Bacterial Membranes. Ultrastructure, Bioelectrochemistry, Bioenergetics and Biophysics (Ed. A.A. Trchounian). Research Signpost, Trivandrum, India. 2009. P. 1-21.
9. Овнанян К.О. - ДНАН Армении. 2008. Т. 108. N 4 С. 356-361.
10. Авакян А.А., Быковский А.Ф. Атлас анатомии и патогенеза вирусов человека и животных. М. Медицина. 1970.. 269 с.
11. Fong C.K., Gross P.A., Hsiung G.D., Swack N.S. - J. Clin. Microbiol. 1975. V. 1. P. 24-32.

12. Маргелис Л. Роль симбиоза в эволюции клетки. М. Мир. 1982. 456 с.
13. Овнанян К.О., Любимова Л.К., Иванова Л.Н., Сухарева-Немакова Н.Н. Антибиотики, 1987. N 12. С. 903-906.
14. Овнанян К.О., Трчунян А.А. - ДНАН Армении. 2009. Т. 109. N1. С. 78-85.
15. Торджян И.Х., Овнанян К.О., Гукасян Г.Б. - Эксперимент. и клин медицина. 1982. Т. 22. С. 418-421.

УДК 547.953 + 616.36

Academician K.G. Karageuzyan¹, G.A. Hoveyan², G.A. Kevorkian²,
A.G. Hoveyan³

The Phospholipid Composition Changes in White Rats Hepatocyte Chromatin under Conditions of Vagotomy, Solarectomy and Their Combination

(Submitted 5/V 2010)

Keywords: *vagotomy, solarectomy, chromatin, phospholipids, phosphoinositides, sphingomyelins, phosphatidylcholine, phosphoinositidic cycle*

Investigation of molecular-cellular mechanisms of regulation of vegetative nervous system (VNS) adaptation function with the purpose of revealing of organism's various systems functioning have significant importance in the complex of leading problems in modern biomedical science [1,2]. The study of molecular mechanisms of VNS (n. vagus as parasympathic and pl. solaris as sympathetic) peripheral parts action on normal functioning of subcellular structures and cells in whole is of a special interest. From this point of view the investigation of VNS regulatory role in structural organization and functional activity of hepatocytes chromatin becomes very actual.

The purpose of this study was the revealing of qualitative and quantitative changes of hepatocytes chromatin phospholipids (PL) and phosphoinositides (PI) after 7 days of subdiaphragmal bilateral vagotomy (incision of n. vagus), solarectomy (removal of pl. solaris), and their combination.

Experiments were carried out on 70 white male rats. Subdiaphragmal bilateral vagotomy, solarectomy and their combination were performed under light ether anesthesia. Rats were decapitated 7 days after surgical manipulations under anesthesia, too. The nuclei from cells of perfused liver were purified by Blobel and Potter [3]; extraction of chromatin from isolated nuclei was done by Umansky et al [4] and their PL concentration was carried out by Kargaplov [5], protein was

determined by Lowry [6], fractionation of chromatin PL have been organized by Bergelson method of thin-layer chromatography on plates with silicagel "L" [7]. Poly-PI of chromatin were extracted from the residues obtained after the extraction of PL through selective acidic extraction. Fractioning of PI was performed by microthinlayer chromatography on plates with silicagel KCK impregnated with potassium oxalate. The quantitative identification of PL and PI was performed by Ames through their mineralization and subsequent determination of the inorganic phosphorus content in them [8]. The results were treated by Student's method and SPSS 12.0 program.

Table 1

Peculiarities of quantitative changes of phospholipids (mkg of lipid phosphorus/mg protein) in hepatocyte chromatin under the conditions of vagotomy, solarectomy and their combination (absolute values $M \pm m$, % deflection from control, $n = 8$)

Phospholipids	Control	Vagotomy	% defl	Solarectomy	% defl	Combina- tion	% defl
Sphingomye- lins	11.23 $\pm$ 0.3	8.80 $\pm$ 0.27 $p < 0.001$	-21.6	6.82 $\pm$ 0.26 $p < 0.001$	-39.6	5.37 $\pm$ 0.27 $p < 0.001$	-52.2
Phosphoinositi- des	9.38 $\pm$ 0.28	11.5 $\pm$ 0.2 $p < 0.001$	+22.0	6.7 $\pm$ 0.26 $p < 0.001$	-28.6	10.5 $\pm$ 0.2 $p < 0.01$	+12.0
Phosphatidyl- cholines	24.8 $\pm$ 0.3	20.7 $\pm$ 0.2 $p < 0.001$	-16.5	21.5 $\pm$ 0.3 $p < 0.001$	+15.6	17.5 $\pm$ 0.21 $p < 0.001$	+14.3
Phosphatidyle- thanolamines	15.9 $\pm$ 0.3	10.5 $\pm$ 0.26 $p < 0.001$	-33.8	11.32 $\pm$ 0.23 $p < 0.001$	-28.6	10.13 $\pm$ 0.2 $p < 0.001$	-36.1
Cardiolipins	4.52 $\pm$ 0.24	4.30 $\pm$ 0.23	-4.8	3.6 $\pm$ 0.23 $p < 0.02$	-20.3	5.36 $\pm$ 0.4 $p < 0.02$	+18.5
Phosphatidic acids	4.82 $\pm$ 0.21	4.35 $\pm$ 0.24	-9.0	4.01 $\pm$ 0.21 $p < 0.001$	-16.8	4.93 $\pm$ 0.24	+2.3
Sum of neutral phospholipids (SNPL)	51.9 $\pm$ 0.3	40.0 $\pm$ 0.7 $p < 0.001$	-23.0	39.7 $\pm$ 0.6 $p < 0.001$	-23.7	33.0 $\pm$ 0.5 $p < 0.001$	-36.4
Sum of acidic phospholipids (SAPL)	18.7 $\pm$ 0.4	20.1 $\pm$ 0.6 $p < 0.1$	+7.4	14.3 $\pm$ 0.5 $p < 0.001$	-23.6	20.8 $\pm$ 0.5 $p < 0.01$	+11.1
Total phospho- lipids	70.7 $\pm$ 0.7	60.1 $\pm$ 1.1 $p < 0.001$	-15.0	53.9 $\pm$ 1.09 $p < 0.001$	-23.7	53.8 $\pm$ 0.9 $p < 0.001$	-23.8
SNPL / SAPL	2.8 $\pm$ 0.1	1.99 $\pm$ 0.04 $p < 0.001$	-28.6	2.79 $\pm$ 0.1	0.0	1.59 $\pm$ 0.03 $p < 0.001$	-43.01

The results obtained (Table 1) testify the reliable decrease of total PL of hepatocytes chromatin in conditions of vagotomy approximately by 15%, solarectomy

– 23.7%, and their combination - 23.8%. This highlights the possible depression of chromatin matrix activity through the changes in hydrophobic interactions between DNA and histones, as well as influence on conformation of proteins and protein-protein interactions with the decrease of accessibility of RNA-polymerases to the promoter region of gene [9,10].

The decrease of absolute and relative contents of sphingomyelins (SM) is conditioned by depression of chromatin matrix activity, RNA-polymerases I and II, and changes of quantitative correlation between free and bonded forms of enzyme in all cases mentioned [11]. The decrease in content of phosphatidylcholines (PC) and phosphatidylethanolamines (PE) in chromatin of hepatocytes at extreme conditions is of special interest, which bears multidirected character and is more highlighted in the cases of combination of vagotomy and solarectomy. In this respect the disorders in the functional activity of PC cycle and processes of signal transduction [12,13], have the special significance.

From the other hand it is very important to notice the changes in contents of cardiolipins (CL) and phosphatidic acids (PA) resulting the changes in the ratio of neutral and acidic PL, which is more expressed in conditions of vagotomy (decrease by 28.6 %) and its combination with solarectomy (decrease by 43.01%).

The changes in the content of total and individual PL testify the disturbances in structural organization and functional activity of hepatocytes chromatin [1,9]. In this case their own role might have the changes in contents of PI, particularly decrease by 28.6% at solarectomy, increase by 22.0% at vagotomy, and increase by 12.0% at their combination. This might be related to the compensatory perturbation in hepatocytes chromatin.

The investigation of qualitative and quantitative changes of PI have shown the following (Table 2).

The decrease of tri-PI is more expressed at solarectomy on the background of relatively stable concentration of di-PI. The quantitative displacements in the content of mono-PI are more expressed. While their concentration is increased in the conditions of vagotomy and its combination with solarectomy (approximately 53.6% and 43.5% relatively), in conditions of solarectomy we have determined decrease of their content approximately by 37%.

These data testify serious disturbances in the functioning of PI cycle and signal transduction [13,14]. The proof of noticed is the changes in the ratios of individual PI bearing different character and more expressed in conditions of solarectomy (Table 3). The data given in the table 3 figure out possible disturbances of enzymatic systems regulating PI metabolism, particularly tri-PI/di-PI (decrease by 40.1% at solarectomy), di-PI/mono-PI (decrease by 52.1% at solarectomy), tri-PI/mono-PI (decrease by 41.5% at vagotomy, and 49.2% at its combination with

solarectomy).

Table 2

Changes in content of mono- and poly-Phosphoinositides (mkg of lipid phosphorus/mg.protein) in hepatocytes chromatin under the conditions of vagotomy, solarectomy, and their combination (absolute values $M \pm m$, % deflection by control, $n = 8$)

PI	Control	Vagotomy	% defl	Solarectomy	% defl	Combination	% defl
Mono-PI (3)P	3.97 ± 0.35	6.10 ± 0.03 $p < 0.001$	-53.6	2.50 ± 0.02 $p < 0.001$	-37.0	5.70 ± 0.02 $p < 0.001$	+43.5
Di-PI (3,5)P ₂	2.83 ± 0.02	3.00 ± 0.7 $p < 0.05$	+6.0	2.75 ± 0.02 $p < 0.02$	-4.1	2.90 ± 0.02	+2.4
Tri-PI (3,4,5)P ₃	2.57 ± 0.02	2.35 ± 0.0036 $p < 0.001$	-8.56	1.48 ± 0.02 $p < 0.001$	-42.41	1.91 ± 0.007 $p < 0.001$	-25.6
Sum of PI	9.2 ± 0.17	11.49 ± 0.07 $p < 0.001$	+24.9	6.71 ± 0.13 $p < 0.001$	-27.1	10.5 ± 0.04 $p < 0.001$	+13.9

Summarizing all data obtained, we can state about the deep displacements in the structural organization and functional activity of genetic apparatus of liver cells at investigated extreme states of organism.

Table 3

Changes of ratios of individual Phosphoinositides in conditions of vagotomy, solarectomy, and their combination ($M \pm m$, % deflection by control, $n = 8$)

Ratio	Control	Vagotomy	% defl	Solarectomy	% defl	Combination	% defl
Tri-PI/ di-PI	0.91 ± 0.008	0.78 ± 0.017 $p < 0.001$	-13.3	0.545 ± 0.008 $p < 0.001$	-40.1	0.65 ± 0.03 $p < 0.001$	-28.5
Tri-PI/ mono-PI	0.65 ± 0.007	0.38 ± 0.003 $p < 0.001$	-41.5	0.59 ± 0.01 $p < 0.001$	-9.2	0.33 ± 0.002 $p < 0.001$	-49.2
Di-PI/ mono-PI	0.71 ± 0.01	0.49 ± 0.01 $p < 0.001$	-30.9	1.08 ± 0.01 $p < 0.001$	+52.1	0.51 ± 0.003 $p < 0.001$	-28.1

Thus, the results obtained once more verify the reality of Orbeli's biological conceptions about the adaptational-trophical action of peripheral parts of VNS on subcellular structures, cells, organs and organism in whole[15].

Our acknowledgements to Dr. Badalyan M.A. for active participation in carried out investigations.

¹ Scientific- technological centre of organic and pharmaceutical chemistry, National Academy of Sciences, RA

² Buniatian Institute of Biochemistry, National Academy of Sciences, RA

³ Yerevan State Medical University after M. Heratsi, RA

Academician K. G. Karageuzyan, G. A. Hoveyan, G. A. Kevorkian, A. G. Hoveyan

The Phospholipid Composition Changes in White Rats Hepatocyte Chromatin under Conditions of Vagotomy, Solarectomy and Their Combination

There are shown the changes in the qualitative and quantitative composition of phospholipids, including phosphoinositides, in white rats hepatocyte chromatin under conditions of vagotomy, solarectomy and their combination, testifying serious disturbances in structural organization and functional activity, also in the functioning of phosphoinositidic cycle of signal transduction of hepatocyte chromatin.

Академик К. Г. Карагеузян, Г. А. Овеян, Г. А. Геворкян, А. Г. Овеян

Изменения состава фосфолипидов хроматина гепатоцитов белых крыс в условиях ваготомии, солярэктомии и их сочетания

Показаны изменения качественного и количественного состава фосфолипидов (в том числе фосфоинозитидов) хроматина гепатоцитов белых крыс в условиях ваготомии, солярэктомии и их сочетания, свидетельствующие о серьезных расстройствах в структурной организации и функциональной активности, а также функционировании фосфоинозитидного цикла сигнальной трансдукции хроматина гепатоцитов.

Ակադեմիկոս Կ. Գ. Ղարաբյոզյան, Գ. Ա. Նովեյան, Գ. Ա. Գևորգյան, Ա. Գ. Նովեյան

Սպիրակ առնեքների հեպատոցիտների քրոմատինի ֆոսֆոլիպիդների բաղադրության փոփոխությունները վագոտոմիայի, սոլարեկտոմիայի եւ դրանց զուգակցման պայմաններում

Ցույց են տրված սպիրակ առնեքների հեպատոցիտների քրոմատինի ֆոսֆոլիպիդների ներառյալ ֆոսֆոինոզիտիդների որակական եւ քանակական կազմի փոփոխությունները վագոտոմիայի, սոլարեկտոմիայի եւ դրանց զուգակցման պայմաններում՝ վկայելով հեպատոցիտների քրոմատինի կառուցվածքային կազմակերպման եւ ֆունկցիոնալ ակտիվության, ինչպես նաեւ ազդանշանային տրանսդուկցիայի ֆոսֆոինոզիտիդային օղակի լուրջ տեղաշարժերի մասին:

References

1. Badalyan M.A., Hoveyan G.A. et al. - Neurochemistry (Russia). 2002. V. 19. N1. P. 70-74.

2. Hoveyan G.A. - Neurochemistry (Russia). 2002. V. 19. N1. P. 66-69.
3. Blobel G., Potter V.R. - Science. 1966. V. 154. P. 1662-1665.
4. Umansky S.R., Kovalev J.Y. et al. - Bioch. Bioph. Acta. 1975. V. 383. N3. P. 242-248.
5. Kargapolov A.V. - Biochemistry (USSR). 1981. V. 46. N4. P. 691-698.
6. Lowry O.H., Rosenbrough N.J. et al. - J. Biol. Chem. 1951. V. 193. P. 265-275.
7. Bergelson L.D., Djatlovickaja E.V. et al. - In: Biochemistry of Lipids. M. Science. 1981. P. 183-184.
8. Ames B.N. - Meth. Enzymol. 1966. V. 8. P. 115-118.
9. Alesenko A.B., Burlakova E.B., Pantaz E.A. - Biochemistry (USSR). 1984. V. 49. N4. P. 621-628.
10. Manzoli F.A., Muchmore J.H., Capitani S. et al. - Mol. and Cell. Biochem. 1976. V. 10. N3. P. 153-160.
11. Alesenko A.B. - Biochemistry (Russia). 1998. V. 63. N1. P. 75-82.
12. Karageuzyan K.G., Tadevosyan Y.V. et al. - Dokl. AN SSSR. 1986. V. 286. N2. P. 465-467.
13. Stevan L., Pelech A., Vence E. - Trends Biochem. Sci. 1989. V. 14. N1. P. 28-30.
14. Martin T.E. - Annu Res Cell Des Biol. 1998. V. 14. P. 231-234.
15. Orbeli L.A. Sympathetic System and Vital Functions. In: Lectures on the Neuronal Systems Physiology. 1974. 353 p.

ВИРУСОЛОГИЯ

УДК 619:578.832.577.2

Член-корреспондент НАН РА Ж. И. Акопян¹, М. Г. Газарянц¹,
Т. А. Маркосян²

Новый подход к профилактике болезни Ньюкасла кур

(Представлено 10/III 2010)

Ключевые слова: *Са-модифицированный препарат нуклеината, болезнь Ньюкасла кур*

Широкое применение живых вирусных вакцин обусловлено их способностью быстро создавать у птиц иммунитет и возможностью введения вакцин путем выпаивания с водой или аэрозолью [1]. Методы активной профилактики, предложенные для болезни Ньюкасла, основаны на применении инаktivированных вакцин или их сочетания, в зависимости от эпизоотической ситуации и типа птицефабрики [2]. Однако как лизогенные вакцинные штаммы, так и лентогенные наряду с положительными свойствами обладают и рядом недостатков. Вакцины из мезогенных штаммов наиболее иммуногенны, но обладают остаточной вирулентностью. Мезогенный вирус может вызывать нежелательные респираторные, а иногда и нервные явления. В связи с выраженной реактогенностью их нельзя вводить цыплятам до 30 — 60-дневного возраста. Применяемая вакцина штамма "Н" влияет на яйценоскость, а при гиповитаминозе, пуллорозе, кокцидозе, ларинготрахсите, бронхите ее применение сопровождается большим отходом птицы [3]. Лентогенные вакцинные штаммы ("В", "Ла-Сота" и др.), как естественно ослабленные, так и аттенуированные лабораторными методами, менее патогенны, чем мезогенные, и получили наиболее широкое применение в современном птицеводстве. Однако при аэрозольном методе вакцинации штамм "В" обладает недостаточной иммуногенностью, хотя не вызывает поствакцинальных осложнений и обеспечивает невосприимчивость к заражению у 70-75% обработанных птиц [4].

Цель настоящей работы заключалась в попытке создания эффективного способа профилактики болезни Ньюкасла кур любого возраста, дающего высокий процент невосприимчивости к заражению, не вызывающего осложнений и не действующего на яйценоскость.

Птицам одновременно вводили две капли вакцины штамма "Ла-Сота" серии N142, изготовленной на Ставропольской биофабрике, в ноздри, и Са-модифицированный препарат нуклеината натрия внутримышечно в дозе 10 мг/кг веса. Концентрация хлористого кальция в растворе нуклеиновой кислоты равнялась 125 ммоль. Исследование сывороток крови птиц по определению титров антител проводили с помощью реакции задержки гемагглютинации [5].

Было проведено три больших опыта. Подопытные птицы были разделены на три группы по 100 голов в каждой; контрольная группа составила 50 голов. Первая группа получала препарат нуклеината натрия в кальциевой форме по 10 мг/кг веса внутримышечно одновременно с вакциной. Вторая группа получала препарат по 10 мг/кг веса на третий день после введения вакцины. Третья группа получала только вакцину по обычной схеме. Контрольная группа не получала ни вакцины, ни препарата Са-нуклеината. По истечении 10 дней после вакцинации у всех экспериментальных групп брали кровь для определения титра антител в сыворотке.

Результаты опытов показали, что в первой группе птиц, получивших нуклеинат Са одновременно с вакциной, отмечалось выраженное нарастание титра антител, значение которого достигало 1:1024. У второй группы, где нуклеинат Са вводили на третий день после вакцины, максимальное значение титра антител составляло 1:256. В третьей экспериментальной группе, получавшей только вакцину, титр антител варьировал в пределах разведения сыворотки от 1:4 до 1:64. Эти данные позволяют предположить, что модифицированный препарат нуклеината натрия, введенный птицам одновременно с вакцинированием, значительно усиливает действие применяемой вакцины.

Согласно принятой инструкции через 15 дней после вакцинации было проведено контрольное заражение подопытных птиц всех четырех групп эпизоотическим штаммом "Г" вируса болезни Ньюкасла. Вирус вводили внутримышечно по 0.2 мл и наблюдали за выживаемостью птиц. Результаты экспериментов суммированы в таблице.

Из представленных в таблице данных видно, что в контрольной группе отмечается 100%-ная гибель подопытных птиц. В третьей группе, получившей только вакцину, падеж составлял 20%, что соответствует примерному падежу вакцинированной птицы в птицеводческих хозяйствах. Несколько ниже

был падеж птицы во второй группе. Самый низкий падеж наблюдался в первой группе, в которой применялось совместное использование вакцины с нуклеинатом натрия.

Сравнительная характеристика применения сочетанного с вакциной препарата нуклеината натрия, обработанного ионами Са, при болезни Ньюкасла птиц

N	Количество голов	Время введения препарата Са-нуклеината	Титр антител	Кол-во павших птиц	% падежа птиц
1	100	Одновременно с вакциной	1024 ± 0.08	10	9
2	100	После вакцины	256 ± 0.11	14	15
3	100	Только вакцина	64 ± 0.07	20	20
4	50	Контроль	-	50	100

Таким образом, предлагаемый способ профилактики болезни Ньюкасла кур значительно повышает их невосприимчивость к заболеванию.

¹ Институт молекулярной биологии НАН РА

² Научный центр ветеринарии и животноводства МСХ РА

Член-корреспондент НАН РА Ж. И. Акопян, М. Г. Газарянц, Т. А. Маркосян

Новый подход к профилактике болезни Ньюкасла кур

Предлагается новый подход к профилактике болезни Ньюкасла кур, заключающийся в сочетании с традиционной вакциной вводимого внутримышечно химически модифицированного нуклеината натрия.

ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Ժ. Ի. Նակորյան, Մ. Գ. Գազարյանց, Տ. Ն. Մարկոսյան

Նավերի նյութասլյան հիվանդության կանխարգելման մեթոդ

Առաջարկվում է հավերի նյութասլյան հիվանդության կանխարգելման նոր մեթոդ. որի դեպքում ավանդաբար օգտագործվող պարվաստումը զուգակցվում է նաբրիումի նուկլեինաթի քիմիականորեն փոփոխված պարաստուկի ներմկանային ներարկման հեթ:

The New Approach to the Prevention of the Newcastle Disease of Poultry

New method for the prevention of the Newcastle disease of poultry is presented. It allows using the traditional vaccination together with intramuscular injection of the modified form of the sodium nucleinat preparation.

Литература

1. Старов С.К. - Материалы Межд. научной конф. "Актуальные проблемы инфекционной патологии животных". Владимир. 2003. С. 289.
2. Гусева Е.В., Сатина Г.А. В кн.: Вирусные болезни кур. Современные аспекты ветер. патологии животных. Владимир. 1998. С. 128.
3. Ирза В.Н. - Материалы межправительственного совещания по сотруд. в области ветеринарии. М. 2003. С. 17.
4. Рогин Ю.В., Руденко Т.В., Смоленский В.Н. - Вестник ветеринарии. 1998. N1. С. 66.
5. Swayne D.E., Senne D.A., Beard C.W. Isolation of Avian Pathogens. Pennsylvania, USA, 1998. P. 160.

УДК 612.821.6 – 612.823.3

Член - корреспондент НАН РА Л. Р. Манвелян, Т. Р. Петросян,

О. В. Геворкян

**О некоторых факторах, влияющих на пластичность нервной
ткани после травмы кортико-спинального тракта**

(Представлено 18/VI 2010)

Ключевые слова: *пластичность, кортикоспинальный тракт,
инструментальный рефлекс*

Координация сложных двигательных актов у млекопитающих, в том числе и движения автоматизированного поведения, такие как дыхание, ходьба, бег, выработанные сложные манипуляции пальцами, находится на достаточно высоком уровне.

Известно, что цепи двигательных мотонейронов, осуществляющие движения конечностей, локализованы в спинном мозге, а определенные моторные зоны коры мозга контролируют всю двигательную систему организма [1]. Однако для осуществления огромных разновидностей локомоторных актов необходимо помимо корковых областей также и включение подкорковых моторных систем, вместе с обратными афферентными путями. В повседневной жизни у человека часто наблюдаются травмы структур центральной нервной системы (ЦНС), участвующих в моторном контроле организма, что приводит к нарушению движений и инвалидности. При больших травмах движения могут быть парализованы надолго и полностью, а после относительно малых травм

возможно восстановление нарушенных функций в разной степени. У взрослых млекопитающих после повреждений нейроны ЦНС проявляют весьма ограниченную способность к регенерации, тогда как у новорожденных эта возможность сохраняется еще некоторое время после рождения. Исследованиями нейрофизиологов в последнее десятилетие выявлены механизмы, обуславливающие дегенеративные и деструктивные изменения в нервной системе взрослых особей, а также тормозящие рост аксонов факторы, содержащиеся в самой нервной ткани ЦНС, в миелине олигодендроцитов [2,3]. Показано, что после травмы структур ЦНС окончательное повреждение более обширно, чем участок механического повреждения, и там происходит ряд реактивных процессов, названных вторичным повреждением [4]. Эта вторая стадия травмы включает сосудистые изменения, эксцитотоксичные явления, воспаление и рубцевание [5]. Для предотвращения отмеченных отрицательных явлений, а также быстрого восстановления движений необходимы каждодневные интенсивные тренировки, вместе с правильно выбранной терапевтической стратегией. В настоящее время с этой целью используются нейропротекторы и параллельно ведется поиск новых средств.

В настоящей работе изучены влияние бактериального меланина на восстановительные процессы в ЦНС крыс после односторонней пирамидотомии, а также роль предоперационной выработки инструментального рефлекса балансирования в этих процессах.

Материалы и методы. В качестве нейропротектора был использован бактериальный меланин (БМ), полученный биотехнологическим методом [6]. Водный раствор БМ в концентрации 6 мг/мл оказался весьма эффективным для предотвращения вторичного повреждения после нейротравм некоторых образований ЦНС, участвующих в организации движений.

Эксперименты проведены на белых нелинейных крысах-самцах с массой тела 200-240 г. У крыс двух групп (n=6 в каждой) предварительно вырабатывали инструментальный условный рефлекс (ИУР) балансирования на вращающемся (9 об/мин) горизонтальном бруске с диаметром 2 см и длиной 30 см [7]. Каждый тест длился 250 с, в день тестировали десять раз, а интервал для отдыха между

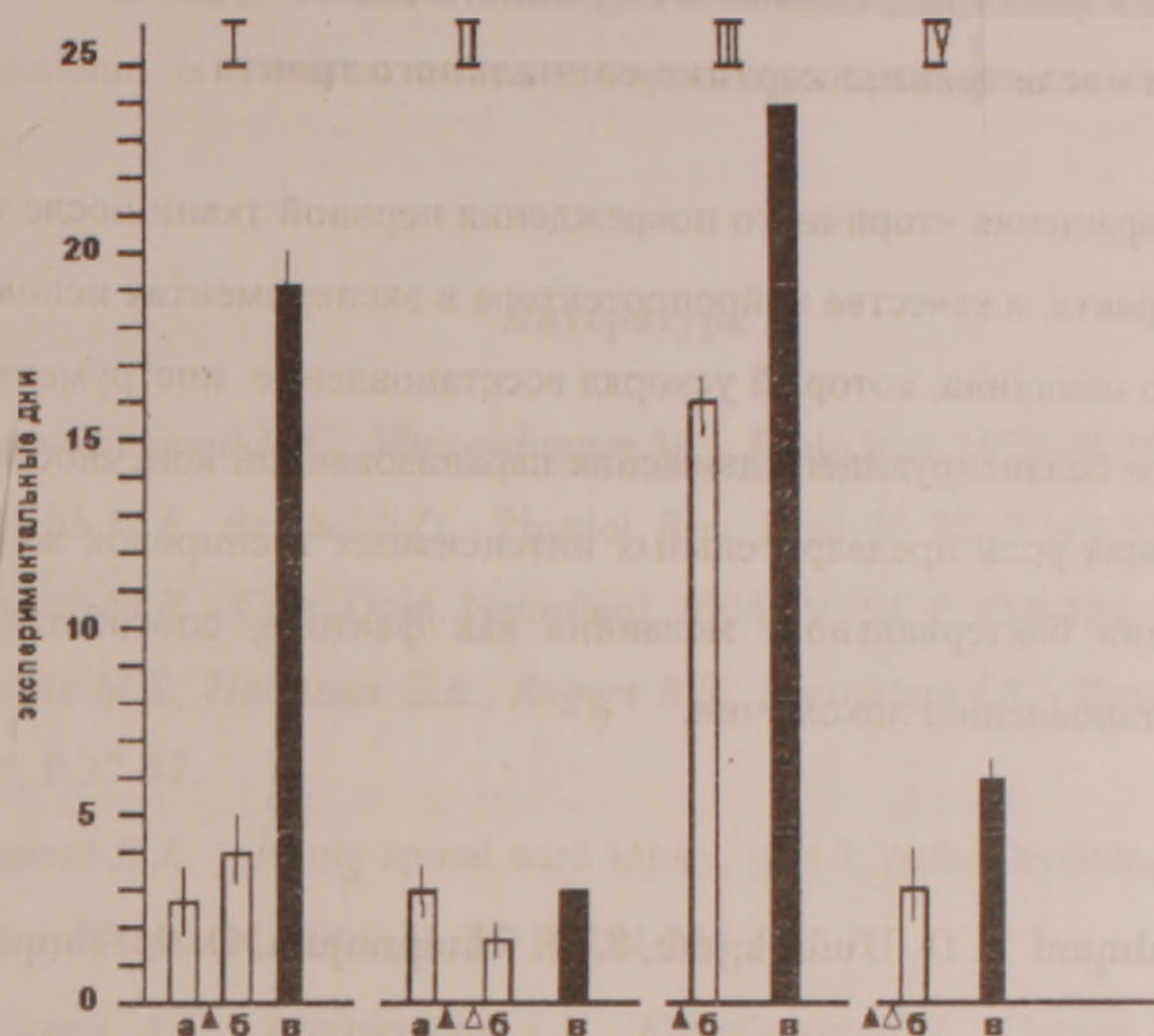
ними составлял 60 с. Унилатеральную поперечную перерезку бульбарной пирамиды проводили под нембуталовым наркозом (40 мг/кг, в/б). На следующий день после травмы одной группе обученных балансированию крыс в/м вводили раствор БМ в концентрации 6 мг/мл, из расчета 170 мг/кг. Вторая группа служила контролем для первой.

Крысы следующих двух групп (n=6 в каждой) оперировались без предварительной выработки ИУР. На другой день после операции одной группе также вводили раствор БМ, а другая служила контролем для нее. Через день после травмы и введения раствора БМ, когда относительно восстанавливался неврологический статус, приступали к тестированию ИУР у животных всех групп (как контрольных, так и получавших БМ) до окончательного упрочнения ИУР и восстановления балансирующего движения задней, парализованной после травмы конечности.

Результаты и обсуждение. Результаты экспериментов обобщены в виде гистограмм (разделы I-IV), приведенных на рисунке. Как видно из гистограмм, имеется значительная разница между сроками выработки ИУР до операции и после нее у крыс контрольной группы (I,а,б). Но время восстановления движения балансирующей конечности после травмы и возобновления тестирования ИУР у крыс контрольной группы наступает в шесть раз позже по сравнению с выработкой ИУР у нормальных животных (ср. I, б,в).

После в/м введения раствора БМ на следующий день после травмы у крыс экспериментальной группы срок постоперационной выработки ИУР и восстановления балансирующего движения конечности во много раз сокращается (ср. I, б,в и II, б,в). Аналогичная картина наблюдается у предварительно нетренированных животных, как в случае выработки ИУР (III,б и IV,б), так и при восстановлении балансирующего движения (ср. III,в и IV,в). При сравнении результатов серий I и II (с предварительной выработкой ИУР) с результатами серий III и IV (без предварительной тренировки) видно, что в последнем случае восстановительные процессы значительно отстают от таковых у предварительно тренированных животных. БМ, способствуя сохранности нервных элементов, наряду с нейропротекторным влиянием улучшает трофику

нервных тканей, усиливает васкуляризацию и предотвращает образование рубца [8].



Гистограммы обобщенных результатов экспериментов.

I–IV – гистограммы выработки ИУР (а), восстановления ИУР (б) и движения задней балансирующей конечности после бульбарной пирамидотомии (в), без введения БМ (I и III) и с введением БМ (II и IV). По вертикали – число экспериментальных дней, по горизонтали – результаты испытаний. Темные треугольники под осью абсцисс показывают время пирамидотомии, светлые – момент введения раствора БМ.

Предтравматическая тренированность экспериментальных животных оказывает выраженное влияние на процесс восстановления движений. Последнее нашло подтверждение в работах клиницистов, где показана роль специальных и интенсивных тренировок в восстановлении локомоции [9, 10].

Институт физиологии им. Л.А. Орбели НАН РА

**О некоторых факторах, влияющих на пластичность нервной
ткани после травмы кортико-спинального тракта**

С целью предотвращения вторичного повреждения нервной ткани после травмы кортико-спинального тракта в качестве нейропротектора в экспериментах использован раствор бактериального меланина, который ускорял восстановление инструментально-го условного рефлекса и балансирующего движения парализованной конечности крыс. Установлена благотворная роль предварительных интенсивных тренировок животных до операции и введения бактериального меланина как фактора, способствующего функциональному восстановлению локомоции.

ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Լ. Ռ. Մանվելյան, Տ. Ռ. Պետրոսյան, Օ. Վ. Գևորգյան

**Կեղև-ոդոնտոդեղային ուղու վնասումից հետո նյարդային հյուսվածքի
պլաստիկության վրա ազդող որոշ գործոնների մասին**

Կեղև-ոդոնտոդեղային ուղու վնասումից հետո, նյարդային հյուսվածքի երկրորդային վնասումը կանխելու նպատակով, որպես նյարդապաշտպանիչ միջոց այս փորձերում օգտագործվել է մանրէական մեկանինի լուծույթ, որը արագացրել է առնետների գործիքային պայմանական ռեֆլեքսի և անշարժացած վերջույթի հավասարակշռության շարժումների վերականգնումը: Այդ կապակցությամբ ընդգծվում է մինչ վիրահատելը և մեկանինի ներարկումը, նախնական ինտենսիվ մարզումների, որպես լոկոմոցիայի ֆունկցիոնալ վերականգնմանը նպաստող կարևոր գործոնի, բարենպաստ դերը:

Corresponding member of NAS RA L. R. Manvelyan, T. R. Petrosyan, O.V. Gevorkyan

**About Certain Factors that Influence to the Plasticity of Nervous Tissue after the
Trauma of Corticospinal Tract**

Solution of bacterial melanin was applied as a neuroprotector to prevent the secondary damage of the nervous tissue after the lesions of the corticospinal tract, accelerating recovery

of instrumental conditioned reflex and balancing movements of paralyzed limb in rats. Beneficial role of initial intensive training of animals before the operation and injections of bacterial melanin is obvious and is a supporting factor for the functional recovery of locomotion.

Литература

1. *Hepp-Raymond M.C., Wiesendanger M.* - Brain Res. 1972. V 36, P.117-131.
2. *Schwab M.E., Bartholdi D.* - Physiol. Rev. 1996. V. 76, P.319-370.
3. *Schwab M.E.* - Curr. Opin. Neurobiol. 2004. V. 14. P. 118-124.
4. *Beattie M.S., Hermann G.E., Rogers R.S., Bresnahan I.S.* - Prog. Brain Res. 2002. V. 137. P.37-47.
5. *Dumont R.J.* Acute spinal cord injury, part I: pathophysiologic mechanisms- Clin. Neuropharmacol. 2001. V. 24. P. 254-264.
6. *Овсепян А.С., Агаджанян А.Е., Карабеков Б.П., Сагиян А.С., Чахалян А.Х., Келешян С.К., Чил-Акопян Л.А., Оганесян Г.Т., Микаелян Н.Э., Аветисян С.В.* Патент РА №1385, А2. 2003.
7. *Kennedy P.R., Humphry D.R.* - J. Neurosci. Res. 1987. V. 5. P. 39-62.
8. *Манвелян Л.Р., Геворкян О.В., Петросян Т.Р.* - Журн. Эвол. Биохим. и Физиол. 2008. Т.44. №3. С. 268-273.
9. *Bareyre F.M., Kerschensteiner M., Rainteau O., Mettenleiter T.C., Weinmann O., Schwab M.E.* - Nat. Neurosci. 2004. V 7. P. 269-277.
10. *Zhou L. A., Shine H.D.* - J. Neurosci Res. 2003. V. 74. P. 221-226.

ՏՐԱՄԱՔԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ն. Ժ. Քոչարյան

«Տրամաբանական քառակուսուց» «տրամաբանական շրջանագիծ»

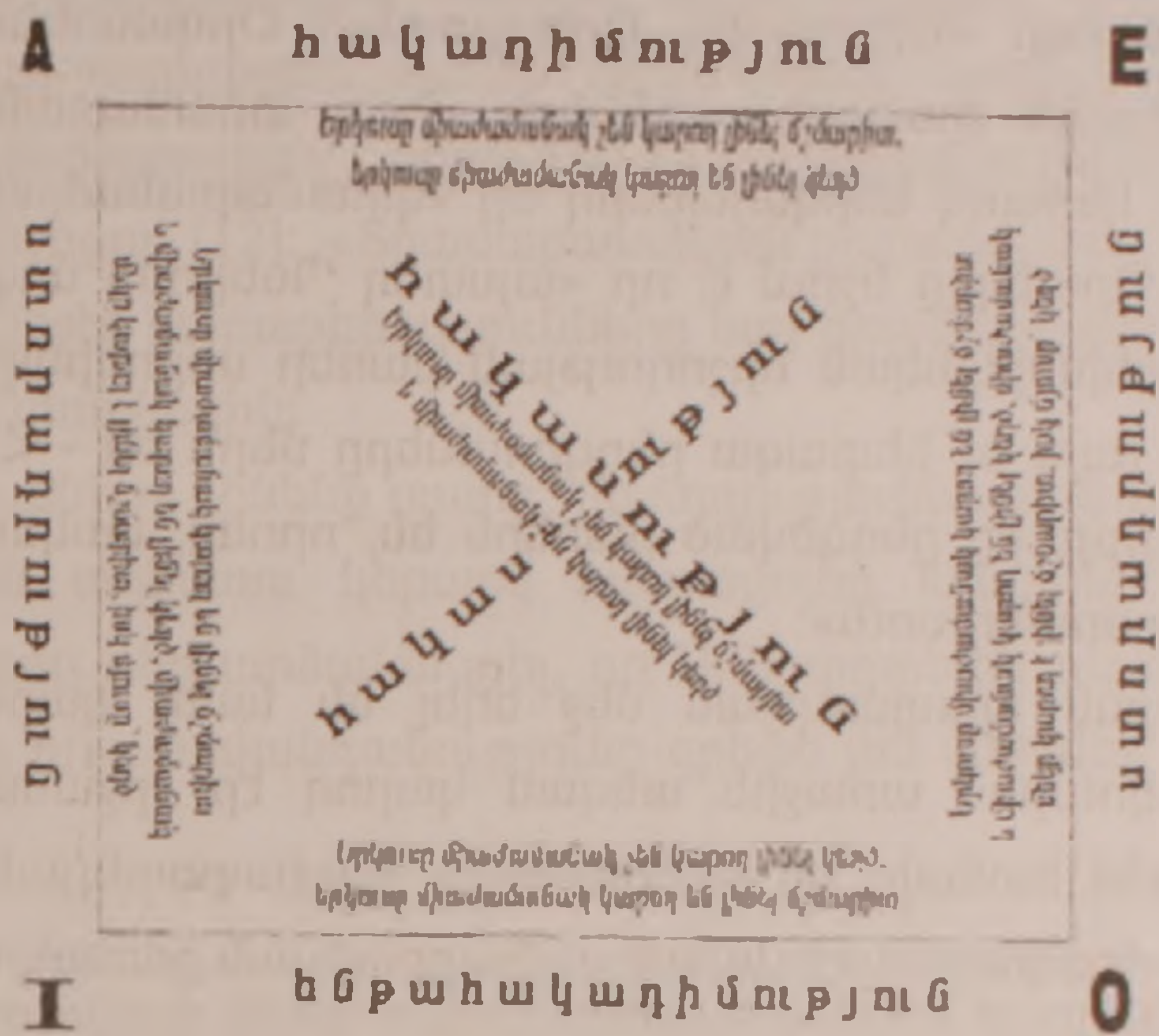
(Ներկայացված է ակադեմիկոս Ս.Ա. Համբարձումյանի կողմից 30/VIII 2010)

Առանցքային բառեր. *տրամաբանական քառակուսի, տրամաբանական եռանկյունի, տրամաբանական շրջանագիծ*

Ավանդական տրամաբանությանը նվիրված միջնադարյան շատ տրակտատներում, նոր ժամանակների եւ ժամանակակից գրեթե բոլոր դասագրքերում պարզ դատողությունների միջեւ տրամաբանական հարաբերությունները լուսաբանվում են նաեւ այսպես կոչված «տրամաբանական քառակուսու» կամ «հակադրությունների քառակուսու» միջոցով: Վերջին տարիներին մի առանձին հետաքրքրություն է նկատվում «տրամաբանական քառակուսու» նկատմամբ: Հրապարակվում են «տրամաբանական քառակուսուն» առնչվող աշխատություններ, կազմակերպվում գիտաժողովներ: 2007 թ. Մոնթրո /Շվեյցարիա/, իսկ 2010 թ. Կորպե /Կորսիկա/ քաղաքներում տեղի են ունեցել համապատասխանաբար համաշխարհային առաջին եւ երկրորդ համաժողովները՝ նվիրված «հակադրությունների քառակուսուն» [1, 2]: Ի դեպ, «Համընդհանուր տրամաբանություն» (Շվեյցարիա) պարբերականի խմբագրությունը 2008 թ. 2-րդ հատորի առաջին համարը ամբողջությամբ նվիրել է «տրամաբանական քառակուսուն» առնչվող խնդիրներին [3]:

Ինչպես հայտնի է, «տրամաբանական քառակուսին» ստեղծվել է միեւնույն սուբյեկտն ու պրեդիկատն ունեցող ընդհանուր հաստատական (A), ընդհանուր ժխտական (E), մասնավոր հաստատական (I) եւ մասնավոր ժխտական (O) դատողությունների միջեւ տրամաբանական հարաբերությունները հեշտությամբ ընկալելու եւ դյուրին մտապահելու նպատակով (գծ. 1): Դրա միջոցով ակնառու կերպով ներկայացվում են պարզ դատողությունների միջեւ հակադիմության (երկու դատողություններ միաժամանակ չեն կարող լինել ճշմարիտ, բայց միաժամանակ կարող են լինել կեղծ), ենթահակադիմության (երկու դատողություններ միաժամանակ չեն կարող լինել կեղծ, բայց միաժամանակ կարող են լինել ճշմարիտ), հակասության (երկու դատողություններ միաժամանակ չեն կարող լինել ճշմարիտ եւ միաժամանակ

չեն կարող լինել կեղծ) եւ սպորադիքայան (երկու դափողություններ միաժամանակ կարող են լինել ճշմարիտ եւ միաժամանակ կարող են լինել կեղծ, միաժամանակ մեկը կարող է լինել ճշմարիտ, իսկ մյուսը՝ կեղծ):



Գծ. 1. Տրամաբանական քառակուսի

Տրամաբանության պատմության մեջ դեռեւս վիճարկելի է այն հարցը, թե պարզ դափողությունների միջեւ տրամաբանական հարաբերությունները առաջին անգամ ում կողմից են ներկայացվել «տրամաբանական քառակուսու» միջոցով: Կան տեսակետներ, ըստ որոնց՝ այդ քառակուսին հորինել է Բոեցիուսը (Ք.հ. 480-526 թթ.): Որոշ մասնագետներ առաջնությունը տալիս են Ապուլեյոս Մադավրացուն (Ք.հ. 124-180 թթ.), թեւ կան նաեւ վերապահումներ, որ Ապուլեյոսը կարող էր այդ պատկերը ընդօրինակած լինել իրեն նախորդող այլ հեղինակներից, օրինակ՝ պերիպատետիկներից [4]: Մասնագետների մի մասն էլ գտնում է, որ առաջինը եղել է XI դ. բյուզանդացի մտածող Միխայիլ Պսելլոսը, շարքերը նույնիսկ այդ պատկերը համարում են «Պսելլոսի քառակուսի»: Այս կապակցությամբ անհրաժեշտ է նշել, որ թե՛ Բոեցիուսը եւ թե՛ Ապուլեյոսը, որոնք գործել են մի քանի դար ավելի վաղ, քան Մ.Պսելլոսը, իրենց աշխատություններում ներկայացրել են «տրամաբանական քառակուսին» [5, 6]: Ինչ վերաբերում է առաջնությունը Մ.Պսելլոսին վերագրելուն, ապա պետք է նշել, որ Ն.Կոնդակովի «Տրամաբանական բառարան-տեղեկատուի» համապատասխան բառահոդվածում նշված է, որ այն ենթադրել է Կ.Պրանտը [7]: Ն.Ստյաժկինը նույնպես նշում է, որ ըստ Կ.Պրանտի՝ «տրամաբանական քառակուսին» տրամաբանության մեջ ներմուծել է Մ.Պսելլոսը [8], եւ հղում է Կ.Պրանտի «Միխայիլ Պսելլոս եւ Պեդրոս Իսպանացի» աշխատությունը: Մենք Կ.Պրանտի այդ աշխատությունում նման վկայություն չենք գտել եւ չէինք էլ կարող գտնել, քանի որ Կ.Պրանտի «Տրամաբանության պատմությունը Արեւմուտքում» գրքի Ա հատորի՝ Ապուլեյոսին, Ամմոնիոսին, Կապելլային եւ Բոեցիոսին նվիրված բաժինները գրեթե ողողված են այդ հեղինակների գործերից մեջբերումներով,

որոնցում առկա են նաեւ նրանց ներկայացրած «փրամաբանական քառակուսու» կատարները [9]: Հագիվ յե աջքի առաջ ունենալով այդ պատկերները՝ Կ.Պրանփլը նման ենթադրություն աներ: Նույն աշխատության Բ հատորի՝ Մ.Պսելլոսին նվիրված բաժնում կա Մ.Պսելլոսի «Մինոպսիս Արիստոփանի Օրգանոնի» աշխատությունից մեջբերված՝ մոդալային դափողությունների միջեւ փրամաբանական հարաբերություններն ակնառու կերպով ներկայացնող մի «փրամաբանական քառակուսի», որի կապակցությամբ Կ.Պրանփլը նշում է, որ «այսպես Պսելլոսի մոտ *առաջին անգամ* հանդես են գալիս փելսոֆիկական հիշողության բառեր սիլլոգիստիկայում կիրառվող բառերի նման» [10] (այս եւ հետագա ընդգծումները մերն են - Հ.Բ.): Կոսրծում ենք՝ թյուրիմացության աղբյուրը ընդգծված բառերն են, որոնք, սակայն, չեն վերաբերում «փրամաբանական քառակուսուն»:

Տրամաբանության պատմության մեջ եղել են նաեւ կարծիքներ, որ «փրամաբանական քառակուսին» առաջին անգամ կարող էր շրջանառության մեջ դնել Արիստոփանը, եւ այժմ հաճախ են գործածվում «արիստոփանյան փրամաբանական քառակուսի» եւ/կամ «հակադրությունների արիստոփանյան քառակուսի» արտահայտությունները:

Արիստոփանի «Մեկնության մասին» աշխատության 10-րդ գլխում կարդում ենք «Այսպիսով ստացվում է չորս [ասույթ]: Ասվածը մենք ըմբռնում ենք զուգահեռումներից՝ «մարդը արդարացի է», դրա ժխտումը՝ «մարդը արդարացի չէ», «մարդը անարդարացի է», դրա ժխտումը՝ «մարդը անարդարացի չէ»: Քանի որ չորս ասույթներն էլ անորոշ են, չորսն էլ միասին կարող են լինել ճշմարիտ: Այսպես «է»-ն եւ «չէ»-ն հարադրվում են «արդարացի»-ին եւ «անարդարացի»-ին: Այդ ասույթները *դասավորված են* այնպես, ինչպես ցույց է տրվել «Վերլուծականներում»: Դիշտ այդպես էլ նաեւ այն դեպքում, երբ անվան մասին հաստատումը ընդհանուր է, օրինակ՝ «յուրաքանչյուր մարդ արդարացի է», դրա ժխտումը՝ «ոչ յուրաքանչյուր մարդ է արդարացի», «յուրաքանչյուր մարդ անարդարացի է», դրա ժխտումը՝ «ոչ յուրաքանչյուր մարդ է անարդարացի», միայն այն փարբերությամբ, որ *սակյունագծով* [հակադիր] ասույթները չեն կարող միասին հավասարապես լինել ճշմարիտ, թեեւ դա երբեմն հնարավոր է» [11]: Ընդգծված բառերն անիմաստ են տվյալ տեքստում, եթե նշված աղբյուրում գծապատկերն առկա չէ: Ըստ երեւույթին հետագայում ինչ-որ մի պատահականությամբ այդ գծապատկերը դուրս է մնացել ձեռագիրն արտագրող գրչի կողմից, եւ հենց այդ տեքստն է շարունակաբար արտագրվելով, հասել միջնադար ու ծառայել որպես բնագիր:

Տրամաբանությանը նվիրված հայ միջնադարյան որոշ երկերում նույնպես առկա է «փրամաբանական քառակուսին»: Դրա միջոցով պարզ դափողությունների միջեւ փրամաբանական հարաբերությունները ներկայացրել են Վահրամ Բաբունին, Միմեոն Զուղայեցին:

Հին եւ միջնադարյան շատ հեղինակներ «փրամաբանական քառակուսին» օգտագործել են նաեւ մոդալային եւ այսպես կոչված «մեկնաբանություն պահանջող» /առանձնացնող ու բացառող/ դափողությունների միջեւ փրամաբանական հարաբերու-

թյունները ակնառու կերպով ներկայացնելու համար [8]:

Անհրաժեշտ է նշել, որ մոդալային դափողությունների համար հայ իրականության մեջ «տրամաբանական քառակուսու» պատկեր առաջադրվել է դեռևս VI դարի առաջին կեսին: Արիստոփելի «Մեկնության մասին» աշխատության անանուն թարգմանիչը գրել է նաև այդ աշխատության մասին մեկնություն, որտեղ, քննելով մոդալային դափողությունները, ներկայացրել է դրանց միջև հարաբերությունները «տրամաբանական քառակուսու» միջոցով [12]: «Տրամաբանական քառակուսու» միջոցով մոդալային դափողությունների միջև հարաբերությունները հայ իրականության մեջ ներկայացրել է նաև Հովհաննես Ռոտմենցին:

Եթե ընդհանրացնելու լինենք պարզ դափողությունների միջև տրամաբանական հարաբերություններն ակնառու կերպով արտացոլող պատկերների ներկայացման ընթացքը, ապա կարող ենք արձանագրել, որ Արիստոփելից սկսած մինչև XX դարի սկիզբը պատկերը եւ դրա բովանդակությունը գրեթե չեն փոխվել:

* * *

Պարզ դափողությունների միջև հարաբերություններին եւ դրանց ակնառու ներկայացմանը նոր մոտեցում ցուցաբերեց Ն.Վասիլեւը՝ Կազանի համալսարանում 1910 թ. կարդացած փորձնական դասախոսության ժամանակ առաջ քաշելով «տրամաբանական եռանկյունու» գաղափարը [13]:

Ըստ Ն.Վասիլեւի՝ դափողությունները բաժանվում են հասկացությունների /կանոնների/ մասին դափողությունների եւ փաստերի մասին դափողությունների: Մասնավոր դափողությունը կարող է լինել անորոշ թվային /փաստի մասին/ («Մի քանի փաստական S-եր P են»), անորոշ («Որոշ /հնարավոր է եւ բոլոր/ S-եր P են»), որն ավելի շուտ հոգեբանական, քան տրամաբանական ձեւ է, փաստի մասին դափողությունից անցում հասկացության մասին դափողության, եւ հասկացության /կանոնի/ մասին («Որոշ /ոչ բոլոր/ S-եր P են»):

Ն.Վասիլեւը գտնում է, որ տրամաբանական քառակուսին պիտանի չէ հասկացության /կանոնի/ մասին դափողություններ պարունակող զույգերի միջև տրամաբանական հարաբերությունները ներկայացնելու համար: Օրինակ՝ «Բոլոր S-երը P են» եւ «Միայն որոշ S-երն են P» («Ոչ մի S P չէ» եւ «Միայն որոշ S-երը P չեն») դափողությունների միջև բացառվում է ստորադրության հարաբերությունը, քանի որ երկուսը միաժամանակ ճշմարիտ լինել չեն կարող, իսկ «Բոլոր S-երը P են» եւ «Միայն որոշ S-երը P չեն» («Ոչ մի S P չէ» եւ «Միայն որոշ S-երն են P») դափողությունների միջև բացառվում է հակասության հարաբերությունը, քանի որ հնարավոր է, որ երկուսը միաժամանակ կեղծ լինեն, եւ ճշմարիտ լինի «Ոչ մի S P չէ» («Բոլոր S-երը P են») դափողությունը:

Քննելով հասկացության /կանոնի/ մասին մասնավոր դափողությունները՝ Ն.Վասիլեւը գալիս է այն եզրակացության, որ «Որոշ (ոչ բոլոր) S-եր P են» դափողությունն ունի նաև լոեյայն իմաստ՝ «Որոշ (մնացած) S-եր P չեն», այսինքն՝ դրանք անմիջական

մտահանգում (էդուկցիա) են մեկը մյուսից եւ ոչ թե երկու, այլ մեկ դատողություն են՝ «S-երից որոշները P են, իսկ որոշները P չեն» կամ «Բոլոր S-երը կա՛մ P են, կա՛մ P չեն»: Ըստ Ն.Վասիլեւի՝ վերջին բացառող դիսյունկտիվ դատողությունն իր քովանդակությամբ միանգամայն համարժեք է մասնավոր հաստատական եւ մասնավոր ժխտական դատողություններին, եւ այդ ձեւը «տրամաբանորեն կատարյալ է մասնավոր ձեւից, քանի որ դրանում մասնավոր դատողության միտքը միանգամայն բացահայտված է, միանգամայն պարզաբանված»: Նման դատողությունը համարելով ակցիդենտալ կամ այսպես կոչված մասնավոր, քանի որ այն իրականում ընդհանուր է («Յուրաքանչյուր S կա՛մ P է, կա՛մ ոչ P»), Ն.Վասիլեւը այն նշանակում է M տառով եւ ներկայացնում A, E, M դատողությունների միջեւ տրամաբանական հարաբերություններն արտացոլող «տրամաբանական եռանկյունին» (գծ. 2):



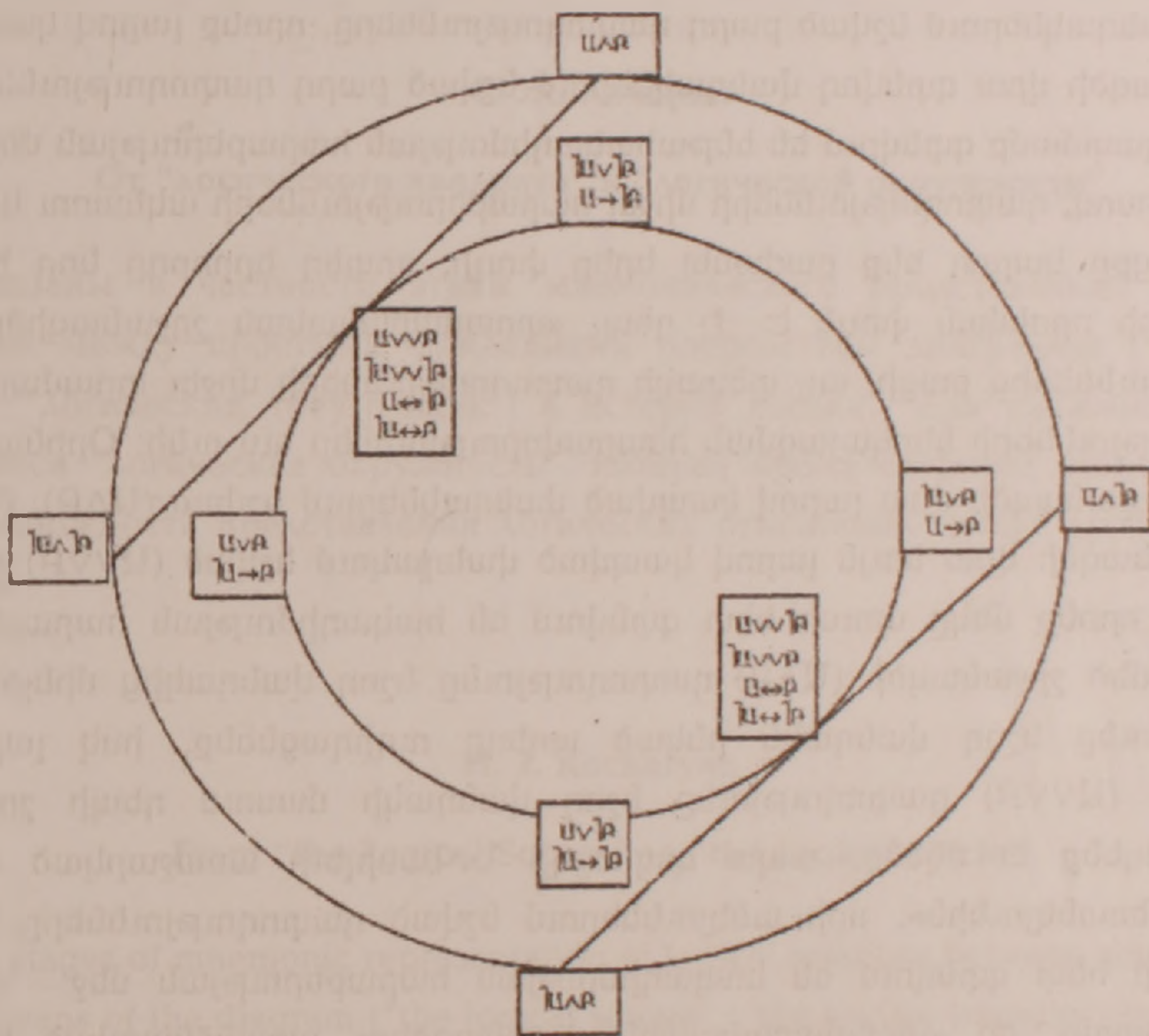
Գծ. 2. Տրամաբանական եռանկյունի

A, E, M դատողությունները միմյանց նկատմամբ գտնվում են հակադիմության հարաբերության մեջ. երկուսը միաժամանակ չեն կարող լինել ճշմարիտ, երկուսը միաժամանակ կարող են լինել կեղծ /այդ դեպքում ճշմարիտ է երրորդը/:

Պեպոք է նշել, որ վերջին շրջանում աճել է հետաքրքրությունը ոչ միայն «տրամաբանական քառակուսու», այլեւ ընդհանրապես դատողությունների միջեւ տրամաբանական հարաբերություններն ակնառու կերպով ներկայացնելու նկատմամբ: Այս կամ այն հարցի կապակցությամբ երեւան են գալիս դատողությունների միջեւ տրամաբանական հարաբերություններն ակնառու կերպով ներկայացնող երկրաչափական տարբեր մարմիններ (ուղղանկյուն, բազմանկյուն, խորանարդ եւ այլն) [1, 2], որոնց հիմքում, անշուշտ, ընկած է «տրամաբանական քառակուսին»: Ի դեպ, ներկայացվող պատկերներում գրեթե բացակայում է բարդ դատողությունների միջեւ տրամաբանական

հարաբերությունների արտացոլումը կամ էլ հափվածաբար եւ մի քանի գծապարկերնե-
րով ներկայացվում են հիմնականում միացյալ (կոնյունկտիվ), միացնող բաժանարար
(դիսյունկտիվ) կամ պայմանական (իմպլիկատիվ) դափողությունների միջեւ կամ էլ
որեւէ մեկի փարափեսակությունների միջեւ փրամաբանական հարաբերությունները
անփեսելով բացառող բաժանարար (բացառող դիսյունկտիվ), առանձնացնող պայմա-
նական (առանձնացնող իմպլիկատիվ) դափողությունները [14, 15]:

Մենք, քննելով բարդ դափողությունների միջեւ տրամաբանական հարաբերությունների համակարգը [16], միացյալ ($\wedge$), միացնող բաժանարար ($\vee$), բացառող բաժանարար ($\vee$), պայմանական ($\rightarrow$) եւ առանձնացնող պայմանական ($\leftarrow$) դափողությունների միջեւ հակադիմության, ենթահակադիմության, հակասության, սփորադրության եւ նաեւ համարժեքության հարաբերություններն ակնառու կերպով մի գծապատկերով ներկայացնելու համար առաջարկում ենք այսպես կոչված «տրամաբանական շրջանագիծը» (գծ. 3), որտեղ՝



Գծ. 3. Տրամաբանական շրջանագիծ

ա/ վանդակներում նշված են հիշատակված բարդ դափողությունները՝ իրենց կազմի պարզ դափողությունների որակական տարբեր բնութագրերի բոլոր համակցություններով. բ/ միեւնույն վանդակում նշված երկու կամ ավելի թվաքանակով բարդ դափողությունները միմյանց նկատմամբ գտնվում են համարժեքության հարաբերության մեջ. գ/ մեծ շրջանագծի վրա (որն անվանում ենք «հակադիմության շրջանագիծ») նշված բարդ դափողությունները միմյանց նկատմամբ գտնվում են հակադիմության հարաբերության մեջ. դ/ մեծ շրջանագծի վրա նշված յուրաքանչյուր

բարդ դափողություն փոքր շրջանագծի վրա (որն անվանում ենք «ենթահակադիմության շրջանագիծ») գտնվող՝ անմիջապես իր դիմացի վանդակում նշված բարդ դափողությունների հետ գտնվում է հակասության հարաբերության մեջ, իր հետ լարով կապված վանդակում նշված բարդ դափողությունների հետ գտնվում է հակադիմության հարաբերության մեջ, իսկ անմիջապես ոչ իր դիմացի եւ իր հետ լարով չկապված մյուս բոլոր վանդակներում նշված բարդ դափողությունների հետ գտնվում է ստորադրության հարաբերության մեջ. ե/ մեծ շրջանագծի լարի եւ փոքր շրջանագծի շփման կետում գտնվող վանդակներում նշված բարդ դափողությունների խմբերը միմյանց նկատմամբ գտնվում են հակասության հարաբերությունների մեջ, փոքր շրջանագծի վրա իրենց հարեւանությամբ գտնվող վանդակներում նշված բարդ դափողությունների հետ գտնվում են ստորադրության, իսկ ոչ անմիջական հարեւանությամբ գտնվող վանդակներում նշված բարդ դափողությունների հետ գտնվում են ենթահակադիմության հարաբերության մեջ. գ/ փոքր շրջանագծի վրա գտնվող վանդակներում նշված բարդ դափողությունները, որոնք լարով կապված չեն մեծ շրջանագծի վրա գտնվող վանդակներում նշված բարդ դափողությունների հետ, միմյանց նկատմամբ գտնվում են ենթահակադիմության հարաբերության մեջ:

Այսպիսով, դափողությունների միջեւ հարաբերությունների ակնառու ներկայացման ընթացքը կարող ենք բաժանել երեք փուլի, որտեղ երրորդը նոր հնարավորությունների որոնման փուլն է: Ի դեպ, «տրամաբանական շրջանագիծը», բարդ դափողություններից բացի, այլ տեսակի դափողությունների միջեւ տրամաբանական հարաբերությունների ներկայացման հնարավորություններ եւս ունի: Օրինակ՝ վերցնենք մեծ շրջանագծի վրա լարով կապված վանդակներում նշված (ԱԸԲ), (ԴԱԴԲ) եւ փոքր շրջանագծի վրա նույն լարով կապված վանդակում նշված (ԱՎՎԲ) դափողությունները, որոնք մեկը մյուսի հետ գտնվում են հակադիմության հարաբերության մեջ: Եթե մեծ շրջանագծի (ԱԸԲ) դափողությունը նշող վանդակից մինչեւ (ԴԱԴԲ) դափողությունը նշող վանդակն ընկած աղեղը ուղիղացնենք, իսկ լարը փոքր շրջանագծի (ԱՎՎԲ) դափողությունը նշող վանդակի մասում դեպի շրջանագծի կենտրոն ձգենք եւ ճկենք, ապա կստացվի Ն.Վասիլեւի առաջարկած «տրամաբանական եռանկյունին». որի անկյուններում նշված դափողությունները նույնպես մեկը մյուսի հետ գտնվում են հակադիմության հարաբերության մեջ՝ միայն մի տարբերությամբ, որ «տրամաբանական շրջանագծից» առանձնացված եռանկյան անկյուններում նշված դափողությունները բալդ են, իսկ «տրամաբանական եռանկյան» երկու անկյուններում նշված դափողությունները՝ պարզ: Հետաքրքիր է, որ «տրամաբանական եռանկյան» երրորդ՝ «Յուրաքանչյուր S կամ P է, կամ ոչ P» դափողությունը եւ «տրամաբանական շրջանագծում» առանձնացված եռանկյան (ԱՎՎԲ) դափողությունը միեւնույն կառուցվածքն ունեն, երկուսն էլ բացառող բաժանարար դափողություններ են:

Ն. Ժ. Քոչարյան

«Տրամաբանական քառակուսուց» «տրամաբանական շրջանագիծ»

Ցույց են տրվում մասնավորապես պարզ դափողությունների միջև տրամաբանական հարաբերությունները գծապատկերի միջոցով ակնառու կերպով ներկայացնելու փուլերը /«տրամաբանական քառակուսի», «տրամաբանական եռանկյունի»/ տրամաբանության պատմության մեջ, եւ բարդ դափողությունների համար առաջարկվում է տրամաբանական շրջանագիծը, որը, բարդ դափողություններից բացի, այլ տեսակի դափողությունների միջև տրամաբանական հարաբերությունների ներկայացման հնարավորություններ եւս ունի:

Г. Ж. Кочарян

От "логического квадрата" к "логической окружности"

Показаны в частности этапы мнемонического представления логических отношений между простыми суждениями посредством диаграммы ("логический квадрат", "логический треугольник") в истории логики. Для сложных суждений предлагается "логическая окружность", которая кроме сложных суждений имеет также возможность представления логических отношений между другими видами суждений.

H. J. Kocharyan

From "the Logical Square" to "the Logical Circle"

The stages of mnemonic representation of logical relations between simple propositions by means of the diagram ("the logical square", "the logical triangle") in a history of logic are shown in particular. For compound propositions "the logical circle" is offered, which except compound propositions has also an opportunity of representation of logic relations between other kinds of propositions.

Գրականություն

1. Hand Book of the First World Congress on the Square of Opposition (Edited by J.-Y. Béziau and G. Payette), Montreux, Switzerland, June 1-3. 2007. IV + 66 p.

2. Hand Book of the Second World Congress on the Square of Opposition (Edited by J.-Y. Béziau and K. Gan-Krzywoszyńska), Corte, Corsica, June 17-20. 2010. 47 p.
3. Logica Universalis. 2008. V. 2. N 1. 188 p.
4. Тоноян Л.Г. О логическом трактате Апулея. В сб.: Я. (А.Слинин) и МЫ: к 70-летию профессора Ярослава Анатольевича Слинина, СПб. Санкт-Петербургское философское общество. 2002. С. 519-527.
5. Бозций А.М.Т.С. Введение в категорические силлогизмы. - Вопросы философии. 1999. N 1. С. 145-171.
6. Apulée, *De la Doctrine de Platon*. - Petrone, Apulée, Aulu-Gelle, Oeuvres complètes avec la traduction en Français, Paris, J.J.Dubochet et Co. 1843. P. 173-185.
7. Кондаков Н.И. Логический словарь-справочник. М. Наука. 1975. 720 с.
8. Стяжкин Н.И. Формирование математической логики. М. Наука. 1967. 598 с.
9. Prantl C. Geschichte der Logik im Abendlande, B. 1. 1855. Leipzig. Verlag von S.Hirzel. 734 p.
10. Prantl C. Geschichte der Logik im Abendlande, B. 2. 1861. Leipzig. Verlag von S.Hirzel 426 p.
11. Аристотель. Об истолковании. Соч. т. 2, М. Мысль, 1978. С. 91-116.
12. Պերիարմենիաս Արիստոփելի, թարգմանեալ եւ մեկնեալ ի Դաւթ. - Կորիւն վարդապետի, Մամբրէի Վերժանողի եւ Դաւթի Անյաղթի Մալենագրութիւնք, Վենետիկ - Ս.Ղազար. 1833, էջ 487-553:
13. Васильев Н.А. О частных суждениях, о треугольнике противоположностей, о законе исключенного четвертого. - Ученые записки Императорского Казанского университета, год 77, кн. 10, октябрь, 1910. С. 1-47.
14. Sion A. Future logic: categorical and conditional deduction and induction of the natural, temporal, extensional and logical modalities, Geneva. 1996. 466 p.
15. Bairan B.P. An introduction to syllogistic logic with selected history, theories and readings in western ethics. Makati Sity, Katha Pub. 2005. 544 p.
16. Քոչարյան ՆՃ. Բարդ դափողությունների միջեւ տրամաբանական հարաբերությունները եւ դրանց առանձնահատկությունները - Լրաբեր հասարակական գիտությունների. 2010. թիվ 1-2, էջ 207-225:

МЕХАНИКА

УДК 519.7

В. Р. Барсегян

Управление линейными динамическими системами с ограничениями
на значения частей координат фазового вектора в промежуточные
моменты времени

(Представлено академиком Л.А. Агаловяном 23/III 2010)

Ключевые слова: управление, динамические системы, части координат, фазовые ограничения, критерии качества

1. Проблемы управления по части координат фазового вектора объекта естественным образом возникают в ряде важных для приложений задач [1-5]. Управление по отношению к части координат фазового вектора объекта предполагает меньшее воздействие на систему, чем управление по всем ее фазовым переменным, и может в значительной степени сохранить естественную динамику этой системы.

Рассмотрим управляемый процесс, описываемый системой

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u + f(t), \quad (1.1)$$

где $x \in R^n$, $A(t)$ — $(n \times n)$, $B(t)$ — $(n \times r)$ -мерные матрицы, элементы которых являются измеримыми ограниченными функциями при $t_0 \leq t \leq T$ (t_0 и T — заданные моменты времени), $u(t)$ — r -мерный вектор-столбец управляющих воздействий, компоненты которых считаются измеримыми ограниченными функциями, $f(t)$ — n -мерный вектор внешних воздействий (может быть измеримой ограниченной функцией).

Пусть заданы начальное

$$x(t_0) = x_0, \quad (1.2)$$

конечное

$$x(T) = x_T \quad (1.3)$$

состояния системы (1.1) и в некоторые фиксированные промежуточные моменты времени

$$0 \leq t_0 < t_1 < \dots < t_m < t_{m+1} = T$$

заданы некоторые или все значения координат фазового вектора $x(t_k)$:

$$x_{i_1}(t_k), \dots, x_{i_k}(t_k), \quad (i_k \leq n, k = 1, \dots, m), \quad (1.4)$$

а остальные (при $i_k < n$) $n - i_k$ фазовые координаты в промежуточные моменты времени могут принимать любые значения (т.е. свободны).

Вообще для ряда прикладных задач (при управлении манипуляционными роботами, летательными аппаратами и т.п.) можно предполагать, что в промежуточные моменты времени значения части координат фазового вектора принадлежат некоторым компактным множествам:

$$x_{i_1}(t_k) \in X_{i_1}^{(k)}, \dots, x_{i_k}(t_k) \in X_{i_k}^{(k)}; \quad (i_k \leq n, k = 1, \dots, m). \quad (1.5)$$

Предполагается, что все заданные значения (1.4) и (1.3) принадлежат области достижимости системы (1.1).

Для $x(t)$ решения системы (1.1) условия (1.4) (или (1.5)) являются фазовыми ограничениями по отношению к части фазовых переменных [6,7].

Решение некоторых навигационных задач приводится к построению программы полета аппарата через несколько заранее заданных значений части фазового вектора, и если (1.1) описывает некоторый технологический процесс, то в качестве примера может служить требование прохождения процесса с приобретением нескольких качеств [5].

Предположим, что система (1.1) при фазовых ограничениях (1.2), (1.3) и (1.4) (или (1.5)) на промежутке времени $[t_0, T]$ является вполне управляемой [2, 7]. Это означает, что на промежутке времени $[t_0, T]$ можно выбрать управляющее воздействие $u(t)$ и соответствующее движение $x(t) = x(t, u(t))$, удовлетворяющие системе (1.1) и условиям (1.2), (1.3) и (1.4) (или (1.5)).

Рассмотрим следующие задачи.

Задача 1. Требуется найти условия, при которых существует программное управляющее воздействие $u = u(t)$ и программное движение $x = x(t)$, удовлетворяющие системе (1.1) и условиям (1.2), (1.3) и (1.4) (или (1.5)), а также построить их.

Пусть для отбора оптимальных решений на промежутке времени $[t_0, T]$ задан критерий качества $\mathfrak{K}[u]$, который может иметь смысл нормы некоторого нормированного пространства.

Задачу оптимального управления можно сформулировать следующим образом

Задача 2. Требуется найти оптимальное управляющее воздействие $u^0(t)$, $t \in [t_0, T]$, переводящее систему (1.1) из состояния (1.2) через промежуточные состояния (1.4) (или через состояния (1.5)) в конечное состояние (1.3) и имеющее наименьшее возможное значение критерия качества $\Phi[u^0]$.

2. Для решения поставленных задач условия (1.2), (1.3) и (1.4) представим в виде

$$G_k x(t_k) = a_k \quad (k = 0, 1, \dots, m+1), \quad (2.1)$$

где G_k — $(j_k \times n)$ -мерные матрицы, элементы которых являются вещественными числами, a_k — i_k -мерный вектор, элементы которого являются частью или всеми координатами фазового вектора $x(t_k)$. В общем случае элементы вектора a_k могут быть линейными комбинациями координат фазового вектора $x_j(t_k) (j \leq i_k)$.

В (2.1) при $k = 0$ и $k = m+1$ обозначены $i_0 = i_{m+1} = n$, $G_0 = G_{m+1} = E$ — $n \times n$ -мерная единичная матрица, а следовательно $x(t_0) = a_0$, $x(T) = a_{m+1}$. Если, например, в момент времени t_1 задано только значение $x_1(t_1)$, а остальные координаты фазового вектора $x(t_1)$ свободны, тогда $i_1 = 1$ и $G_1 = (1, 0, \dots, 0)$.

При фазовом ограничении (1.5) условие, аналогичное (2.1), будет

$$G_k x(t_k) \in X^{(k)} \quad (k = 1, \dots, m) \quad (2.2)$$

и, не нарушая общности, будем предполагать, что значения фазовых координат $x_{i_1}(t_k), \dots, x_{i_k}(t_k)$ зафиксированы и принадлежат $X_{i_1}^{(k)}, \dots, X_{i_k}^{(k)}$ ($i_k \leq n$, $k = 1, \dots, m$) соответственно.

Напишем решение уравнения (1.1) следующим образом:

$$x(t) = X[t, t_0]x(t_0) + \int_{t_0}^t H[t, \tau]u(\tau)d\tau + \int_{t_0}^t X[t, \tau]f(\tau)d\tau, \quad (2.3)$$

где $H[t, \tau] = X[t, \tau]B(\tau)$, а через $X[t, \tau]$ обозначена нормированная фундаментальная матрица решения однородной части уравнения (1.1).

Предполагая, что искомые управляющие воздействия известны, для моментов времени $t = t_k$ из формулы (2.3) будем иметь

$$x(t_k) = X[t_k, t_0]x(t_0) + \int_{t_0}^{t_k} H[t_k, \tau]u(\tau)d\tau + \int_{t_0}^{t_k} X[t_k, \tau]f(\tau)d\tau.$$

Подставляя значения $x(t_k)$ в (2.1), получим следующие интегральные соотношения:

$$\int_{t_0}^{t_k} G_k H[t_k, t]u(t)dt = \eta(t_0, t_k) \quad (k = 1, \dots, m+1), \quad (2.4)$$

где

$$\eta(t_0, t_k) = a_k - G_k \left(X[t_k, t_0]x(t_0) + \int_{t_0}^{t_k} X[t_k, t]f(t)dt \right). \quad (2.5)$$

Как было принято в работе [7], здесь вместо $H[t_k, t]$ введем функции $H_k[t]$ следующим образом:

$$H_k[t] = \begin{cases} H[t_k, t] & \text{при } t_0 \leq t \leq t_k, \\ 0 & \text{при } t_k \leq t \leq t_{m+1} + T \quad (k = 1, \dots, m+1). \end{cases} \quad (2.6)$$

Элементы матрицы $H_k[t]$ — измеримые ограниченные функции на промежутке времени $[t_0, T]$.

Соотношение (2.4) при помощи введенной в (2.6) функции $H_k[t]$ запишется так:

$$\int_{t_0}^T G_k H_k[t] u(t) dt = \eta(t_0, t_k) \quad (k = 1, \dots, m+1). \quad (2.7)$$

Отметим, что в (2.7) число интегральных соотношений равно $\sum_{k=1}^{m+1} i_k$.

Введем следующую блочную (размерность каждого блока $G_k H_k[t] = (i_k \times r)$) матрицу:

$$H[t] = \begin{pmatrix} G_1 H_1[t] \\ \vdots \\ G_{m+1} H_{m+1}[t] \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

с размерностью $\sum_{k=1}^{m+1} i_k \times r$. Тогда интегральные условия (2.7) при помощи введенной матрицы (2.8) можно представить в виде

$$\int_{t_0}^T H[t] u(t) dt = \eta(t_0, \dots, T), \quad (2.9)$$

где вектор $\eta(t_0, \dots, T)$ — $\sum_{k=1}^{m+1} i_k$ -мерный блочный вектор-столбец с блоками $\eta(t_0, t_k)$ ($k = 1, \dots, m+1$).

Теперь на основе вышеприведенного функцию $u(t)$, удовлетворяющую интегральному соотношению (2.9), ищем в виде [4]

$$u(t) = H^T[t]C + V(t), \quad (2.10)$$

где $H^T[t]$ транспонированная матрица, C — постоянный вектор, подлежащий определению, $V(t)$ — некоторая вектор-функция (может быть измеримая ограниченная функция на промежутке времени $[t_0, T]$) и такая, что

$$\int_{t_0}^T H[t] V(t) dt = 0. \quad (2.11)$$

Равенство (2.11) выражает условие ортогональности вектор-функций $V(t)$ ко всем строкам (блокам) матрицы $H[t]$.

Подставляя (2.10) в (2.9) получим

$$Q(t_0, \dots, T)C = \eta(t_0, \dots, T), \quad (2.12)$$

где

$$Q(t_0, \dots, T) = \int_{t_0}^T H[t]H^T[t]dt. \quad (2.13)$$

(2.12) является системой $\sum_{k=1}^{m+1} i_k$ алгебраических уравнений относительно неизвестных $C_j \left(j = 1, \dots, \sum_{k=1}^{m+1} i_k \right)$.

Уравнение (2.12) имеет решение, если $\det Q \neq 0$ либо ранг матрицы Q совпадает с рангом расширенной матрицы $\{Q, \eta\}$.

Решение уравнения (2.12) будет

$$C = Q^{-1}\eta, \quad (2.14)$$

следовательно, из (2.10) имеем

$$u(t) = H^T[t]Q^{-1}\eta + V(t). \quad (2.15)$$

Таким образом, решение задачи 1 можно сформулировать в виде следующей теоремы, аналогичной теореме, доказанной в [4].

Теорема. Для того чтобы существовало программное управление (2.10) и соответствующее ему решение системы (1.1), удовлетворяющее условиям (2.1), необходимо и достаточно, чтобы матрица (2.13) была неособой или чтобы ранги матрицы Q и $\{Q, \eta\}$ совпадали между собой.

Учитывая обозначения (2.8) и (2.6), при $V(t) = 0$ (2.15) представится в следующем виде:

[illegible]

Подставляя (2.16) в (2.3) и для промежуточных моментов времени t_k учитывая непрерывность движения, получим программное движение системы (1.1) на промежутке времени $[t_0, T]$, удовлетворяющее условиям (2.1).

Отметим, что при фазовом ограничении (1.5) (или (2.2)) программное управление $u(t)$ имеет вид (2.16), соответствующее движение $x(t)$ будет

зависеть от точек $x_{i_1}(t_k), \dots, x_{i_k}(t_k)$, ($i_k \leq n$, $k = 1, \dots, m$) и, следовательно, при разных значениях этих точек, удовлетворяющих условиям (1.5) (или (2.2)), получим все возможные решения.

Для решения задачи 2 заметим следующее. При заданном критерии качества $\mathfrak{x}[u]$ задачу оптимального управления с интегральными условиями (2.9) можно рассматривать как задачу условного экстремума из вариационного исчисления, где надлежит определить минимум функционала $\mathfrak{x}[u]$, при условиях (2.9). Однако, как видно из (2.6), подынтегральные функции в (2.9) являются разрывными, поэтому классические теоремы вариационного исчисления не применимы для исследования этой задачи [2].

Левой частью условия (2.9) является линейная операция, порожденная функцией $u(t)$ на промежутке времени $[t_0, T]$.

Следовательно, если функционал $\mathfrak{x}[u]$ является нормой некоторого линейного нормированного пространства, то решение задачи 2 следует искать с помощью проблемы моментов; тогда оптимальное управляющее воздействие $u^0(t)$, $t \in [t_0, T]$, минимизирующее функционал $\mathfrak{x}[u]$ и удовлетворяющее условию (2.9) будет решением задачи 2.

Таким образом, задача 2 приводится к проблеме моментов, решение которой известно из [2].

При фазовом ограничении (1.5) (или (2.2)) будем предполагать, что зафиксированы некоторые значения частей координат фазового вектора, удовлетворяющего этим ограничениям, следовательно, построенное оптимальное управляющее воздействие и соответствующее значение критерия качества будут зависеть от значения частей координат фазового вектора (1.4), т. е.

$$u^0(t) = (t, \{x_{i_1}(t_k), \dots, x_{i_k}(t_k)\}, k = 1, \dots, m),$$

$$\mathfrak{x}[u^0] = \mathfrak{x}[u^0(\{x_{i_1}(t_k), \dots, x_{i_k}(t_k)\}, k = 1, \dots, m)]. \quad (2.17)$$

Поэтому имеется возможность с помощью минимизации (2.17) с условием (1.5) (или (2.2)) найти оптимальные значения частей координат фазового вектора, удовлетворяющего ограничениям (1.5) (или (2.2)).

3. В качестве иллюстрации задачи 1 рассмотрим задачу управления материальной точкой, движущейся в вертикальной плоскости под действием реактивной силы и силы тяжести. Тогда ее движение можно записать векторным уравнением

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{P} + \bar{f}, \quad (3.1)$$

где $m = m_0 + m_1(t)$, $m_0 = \text{const}$, $m_1(t)$ — реактивная масса точки, $\bar{f}$ — реактивная сила, $\bar{P} = m\bar{g}$. Будем считать реактивную силу управляющим воздействием.

Уравнение движения (3.1) представим в нормальной форме

$$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = u_1, \dot{x}_3 = x_4, \dot{x}_4 = u_2 - g. \quad (3.2)$$

Пусть $t_0 = 0$, $T = 3$. Начальное и конечное состояние фазового вектора $x = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ выберем $x(0) = \{0, 0, 0, 0\}$, $x(3) = \{3, 2, 2, 1\}$.

Пусть заданы промежуточные моменты времени $t_1 = 1$, $t_2 = 2$ и значения части координат фазового вектора

$$x_1(1) = 1, \quad x_1(2) = 2,$$

$$x_2(1) = 1, \quad x_3(2) = 1.$$

Проведя необходимые вычисления, согласно (2.16) для управляющих воздействий будем иметь следующие выражения:

$$u(t) = \begin{pmatrix} 4 - 6t \\ \frac{7}{12} + g - \frac{t}{8} \end{pmatrix} \text{ при } t \in [0, 1),$$

$$u(t) = \begin{pmatrix} 2 - \frac{3}{2}t \\ \frac{7}{12} + g - \frac{t}{8} \end{pmatrix} \text{ при } t \in [1, 2),$$

$$u(t) = \begin{pmatrix} -10 + \frac{9}{2}t \\ \frac{4}{3} + g - \frac{t}{2} \end{pmatrix} \text{ при } t \in [2, 3]$$

Если найденные выражения для управления $u(t)$ подставить в (3.2) и на каждом промежутке времени проинтегрировать эти уравнения при начальном и промежуточном значениях, заданных для фазового вектора, получим движение объекта в следующем виде:

$$x(t) = \begin{pmatrix} (2-t)t^2 \\ (4-3t)t \\ \frac{1}{48}(14-t)t^2 \\ \frac{1}{48}(28-3t)t \end{pmatrix} \text{ при } t \in [0, 1).$$

$$x(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}(2-t)(-1+t)^2 + 1 \\ -\frac{1}{4} + \frac{1}{4}(8-3t)t \\ -\frac{1}{4} + \frac{25}{48}t + \frac{1}{48}(12-t)(-1+t)^2 \\ \frac{1}{48}(28-3t)t \end{pmatrix} \text{ при } t \in [1, 2).$$

$$x(t) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} + \frac{3}{4}t + \frac{1}{4}(t-2)^2(3t-8) \\ \frac{47}{4} - 10t + \frac{9}{4}t^2 \\ -\frac{5}{6} + \frac{11}{12}t + \frac{1}{12}(4-t)(t-2)^2 \\ -\frac{3}{4} + \frac{4}{3}t - \frac{t^2}{4} \end{pmatrix} \quad \text{при } t \in [2, 3].$$

Таким образом, для системы (3.2) с заданными начальными, конечными значениями фазового вектора и промежуточными значениями для части координат получены явные виды программного управления и программного движения.

Для иллюстрации задачи 2 рассмотрим линейную управляемую систему

$$\dot{x}_1 = x_1 + u_1, \quad \dot{x}_2 = u_2. \quad (3.3)$$

Пусть $t_0 = 0$, $T = 3$. Начальное и конечное состояния фазового вектора $r = \{x_1, x_2\}$ выберем

$$\begin{aligned} x_1(0) &= 0, & x_1(3) &= 3, \\ x_2(0) &= 0, & x_2(3) &= 2, \end{aligned}$$

Пусть заданы промежуточные моменты времени $t_1 = 1$, $t_2 = 2$ и значения части координат фазового вектора

$$x_1(1) = 1, \quad x_2(2) = 1.$$

Критерий качества имеет вид

$$J[u] = \left(\int_{t_0}^T (u_1^2 + u_2^2) dt \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.4)$$

Следовательно, согласно (2.1) будем иметь

$$G_1 = (1, 0), \quad G_2 = (0, 1).$$

Для системы (3.3)

$$H[t_k, t] = \begin{pmatrix} 1 & t_k - t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (k = 1, 2, 3).$$

Согласно (2.5) и (2.8)

$$\begin{aligned} \eta(0, 1) &= 1, & G_1 H[t_1, t] &= (1, t_1 - t), \\ \eta(0, 2) &= 1, & G_2 H[t_2, t] &= (0, 1), \\ \eta(0, 3) &= \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, & G_3 H[t_3, t] &= \begin{pmatrix} 1 & t_3 - t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad H[t] = \begin{pmatrix} 1 & t_1 - t \\ 0 & 1 \\ 1 & t_3 - t \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вводя обозначения

$$\begin{aligned}
 h_{11}(t_1, t) &= \begin{cases} 1 & \text{при } t \in [t_0, t_1), \\ 0 & \text{при } t \in [t_1, T], \end{cases} & h_{12}(t_1, t) &= \begin{cases} t_1 - t & \text{при } t \in [t_0, t_1), \\ 0 & \text{при } t \in [t_1, T], \end{cases} \\
 h_{22}(t_1, t) &= \begin{cases} 1 & \text{при } t \in [t_0, t_1), \\ 0 & \text{при } t \in [t_1, T], \end{cases} & h_{31}(T, t) = h_{42}(T, t) &= 1 \quad \text{при } t \in [t_0, T), \\
 & & h_{32}(T, t) &= T - t \quad \text{при } t \in [t_0, T].
 \end{aligned}$$

согласно (2.9) будем иметь интегральные соотношения

$$\begin{aligned}
 \int_{t_0}^T [h_{11}(t_1, t)u_1 + h_{12}(t_1, t)u_2]dt &= 1, & \int_{t_0}^T h_{22}(t_2, t)u_2dt &= 1, \\
 \int_{t_0}^T [h_{31}(T, t)u_1 + h_{32}(T, t)u_2]dt &= 3, & \int_{t_0}^T h_{42}(T, t)u_2dt &= 2.
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Решая задачу (3.4) и (3.5) как проблему моментов для оптимальных управляющих воздействий, получим

$$\begin{aligned}
 u_1^0(t) &= \begin{cases} \frac{504}{793} & \text{при } t \in [t_0, t_1), \\ -\frac{114}{793} & \text{при } t \in [t_1, T], \end{cases} \\
 u_2^0(t) &= \begin{cases} -\frac{2}{793}(-373 + 252t) & \text{при } t \in [t_0, t_1), \\ \frac{2}{793}(64 + 57t) & \text{при } t \in [t_1, t_2), \\ \frac{2}{793}(254 + 57t) & \text{при } t \in [t_2, T]. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Подставляя значения $u_1^0(t)$, $u_2^0(t)$ в (3.3) и проинтегрировав, получим оптимальное движение, а из (3.4) можно получить минимальное значение функционала $\mathfrak{x}[u^0]$.

Ереванский государственный университет

В. Р. Барсегян

Управление линейными динамическими системами с ограничениями на значения частей координат фазового вектора в промежуточные моменты времени

Рассматриваются задачи управления линейными динамическими системами с ограничениями на значения разных частей координат фазового вектора в промежуточные моменты времени и оптимального управления с критерием качества, заданным на весь промежуток времени. Построен явный вид управляющего воздействия для задачи управления и предложен метод решения задачи оптимального управления. Приведены решения конкретных задач.

Գծային դինամիկ համակարգերի ղեկավարումը ժամանակի միջանկյալ պահերին ֆազային վեկտորի կոորդինատների մասերի վրա դրված սահմանափակումներով

Աշխատանքում դիտարկված են ժամանակի միջանկյալ պահերին ֆազային վեկտորի կոորդինատների փարբեր մասերի վրա դրված սահմանափակումներով գծային դինամիկ համակարգերի ղեկավարման եւ ժամանակի ամբողջ հատվածի վրա փրված որակի հայտանիշով օպտիմալ ղեկավարման խնդիրներ: Ղեկավարման խնդրի համար կառուցված է ղեկավարող ազդեցությունը, եւ առաջարկված է օպտիմալ ղեկավարման խնդրի լուծման եղանակ: Բերված են կոնկրետ խնդիրների լուծումներ:

V. R. Barseghyan

Controlling of Linear Dynamic Systems with Restrictions on Values of Parts of Coordinates of a Phase Vector in the Intermediate Moments of Time

The problems of controlling of linear dynamic systems with restrictions on values of different parts of coordinates of a phase vector in the intermediate moments of time and the problems of optimal controlling with quality, set on all time interval, are considered in the paper. The controlling influence for a problem of controlling is constructed and a method of the solving the problem of optimal control is offered. There are also presented examples of solving some controlling.

Литература

1. Понтрягин Л.С. и др. Математическая теория оптимальных процессов. М. физматиз. 1961.
2. Красовский Н.Н. Теория управления движением, М. Наука. 1968. 476 с.
3. Воротников В.И., Румянцев В.В. Устойчивость и управление по части координат фазового вектора динамических систем: теория, методы и приложения М. Научный мир. 2001. 320 с.
4. Зубов В.И. Лекции по теории управления. М. Наука. 1975. 496 с.
5. Верещагин И. Ф. Методы исследования режимов полета аппарата переменной массы. 2. Механика программного движения аппарата. Пермь. 1972. 294 с.
6. Габриелян М.С. - Уч. записки ЕГУ. 1973. Вып. 3. С. 35-40.
7. Барсегян В.Р. - Изв. НАН РА. Механика. 1999. Т. 52. N 2. С. 56-62.

ФИЗИОЛОГИЯ

УДК 612.73+612.468

Л. Г. Симонян, В. Ц. Ванцян, К. В. Казарян

**Влияние температурного фактора на спонтанную электрическую
активность разных областей мочеточника крысы**

(Представлено чл.-кор. НАН РА Л. Р. Манвеляном 19/V 2010)

Ключевые слова: мочеточник, спонтанная активность, околопузырная область, околопочечная область, температура, медленные волны

Как известно, температурный фактор оказывает определенное влияние на показатели спонтанной электрической активности, контрактуры либо релаксации гладкомышечных образований [1-3]. Так, повышение температуры от 37 до 41⁰ С уменьшает способность мышц релаксировать и влияет в целом на их реактивность [4]. Более того, различные гладкомышечные клетки по-разному реагируют на температурный фактор [5].

Еще в ранних исследованиях С.А.Бакунца [1] было показано влияние изменения температуры на течение возбuditельно-сократительных процессов верхних мочевыводящих путей. Охлаждение мочеточников даже в пределах 2-3⁰ С ниже величины температурного оптимума оказывает угнетающее влияние на электрическую активность. И наоборот, повышение температуры стимулирует функцию мочеточников: учащается ритмогенез, улучшается проводимость.

Электрофизиологическими исследованиями гладкомышечной ткани мочеточника кошки и крысы показано наличие обоих типов спонтанной активности в его противоположных концах: медленноволновых колебаний мембранного потенциала в виде синусоидальных волн и быстрых спайковых потенциалов в виде потенциалов действия [6,7]. При этом именно пейсмекерная спайковая активность околопочечной области обеспечивает возникновение распространяющейся волны до самого мочевого пузыря.

Топографическое изучение мочеточника по всей его длине помимо пейсмекерных зон, локализованных в области пиелоуретерального соустья и околопочечном отделе, выявило наличие латентных пейсмекеров и в средней части органа, активирующихся при определенных экстремальных условиях [8,9].

В настоящей работе проводилось исследование влияния локального нагревания различных пейсмекерных областей мочеточника крысы с целью изучения сдвигов в показателях как их активности, так и всего органа в целом.

Работа выполнена в условиях *in situ* на крысах массой 250-300 г, наркотизированных нембуталом (50-55 мг/кг). Мочеточник денервировали путем перерезки корешков чревного и тазового нервов. Медленноволновые биопотенциалы околопочечной области мочеточника отводили серебряными шариковыми монополярными электродами, помещенными в область пиелоуретерального соустья через паренхиму почки. Распространяющиеся спайковые разряды отводили биполярными электродами. Медленноволновую активность околопузырной зоны регистрировали введением шарикового серебряного электрода через мочевой пузырь в область соединения мочеточника с мочевым пузырем.

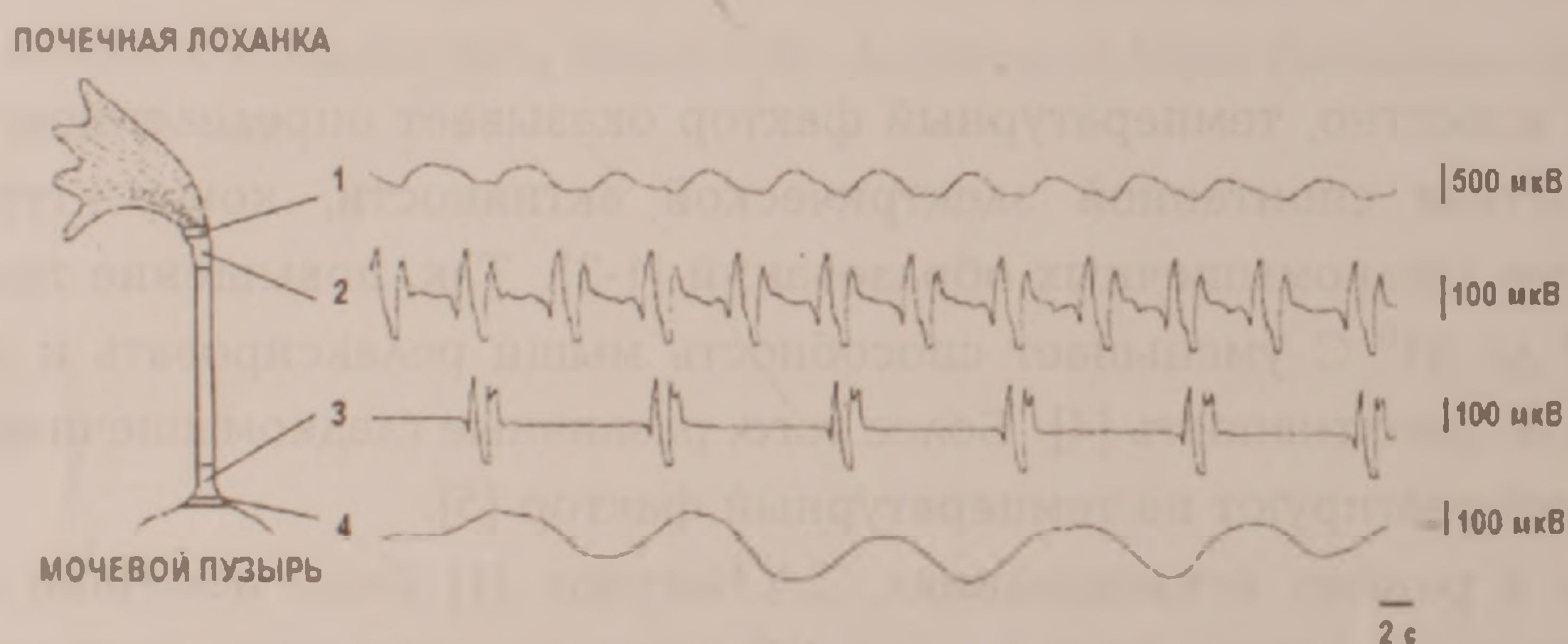


Рис. 1. Схематическое изображение почки с мочеточником и начальной областью мочевого пузыря крысы с представленными типами активностей, зарегистрированных из соответствующих областей: 1 - медленноволновая активность области пиелоуретерального соустья; 2 - спайковая активность области, непосредственно прилегающей к пиелоуретеральному соустью; 3 - спайковая активность области, непосредственно прилегающей к соустью соединения мочеточника с мочевым пузырем; 4 - медленноволновая активность зоны соединения мочеточника с мочевым пузырем.

С целью изучения влияния температурного фактора каждая из четырех представленных на рис.1 областей мочеточника локально нагревалась. Исследуемый отдел органа помещался в желобообразное углубление плексигласовой камеры, через которую пропускалась обогреваемая жидкость

с температурой от 38 до 41⁰ С. В норме температура тела животных соответствовала 36.5⁰ С. Нагревание циркулирующего потока воды проводилось с помощью термостата. Перепад температуры жидкости до камеры с исследуемой областью мочеточника соответствовал 1⁰ С. В каждом эксперименте изучалось влияние определенной температуры.

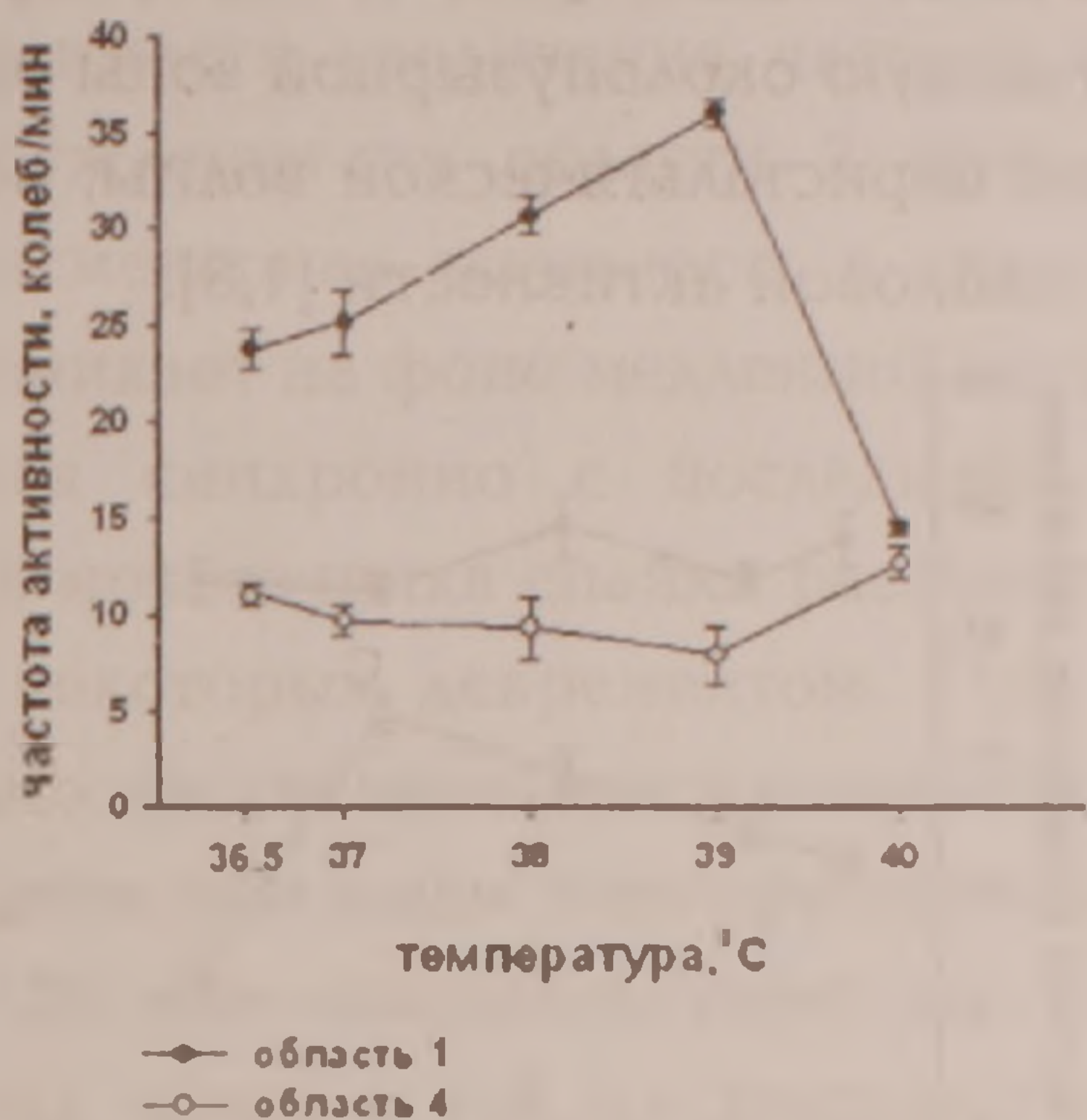


Рис. 2. Влияние повышения температуры околопочечной области мочеточника на частоту медленноволновой активности данной зоны и околопузырного отдела органа. Обозначение областей соответствует рис. 1.

Биоэлектрическую активность мочеточника регистрировали на 8-канальном электроэнцефалографе (EEG-8 S, Hungary). Приведенные записи отдельных экспериментов представляют собой данные регистрации на 9-10 животных.

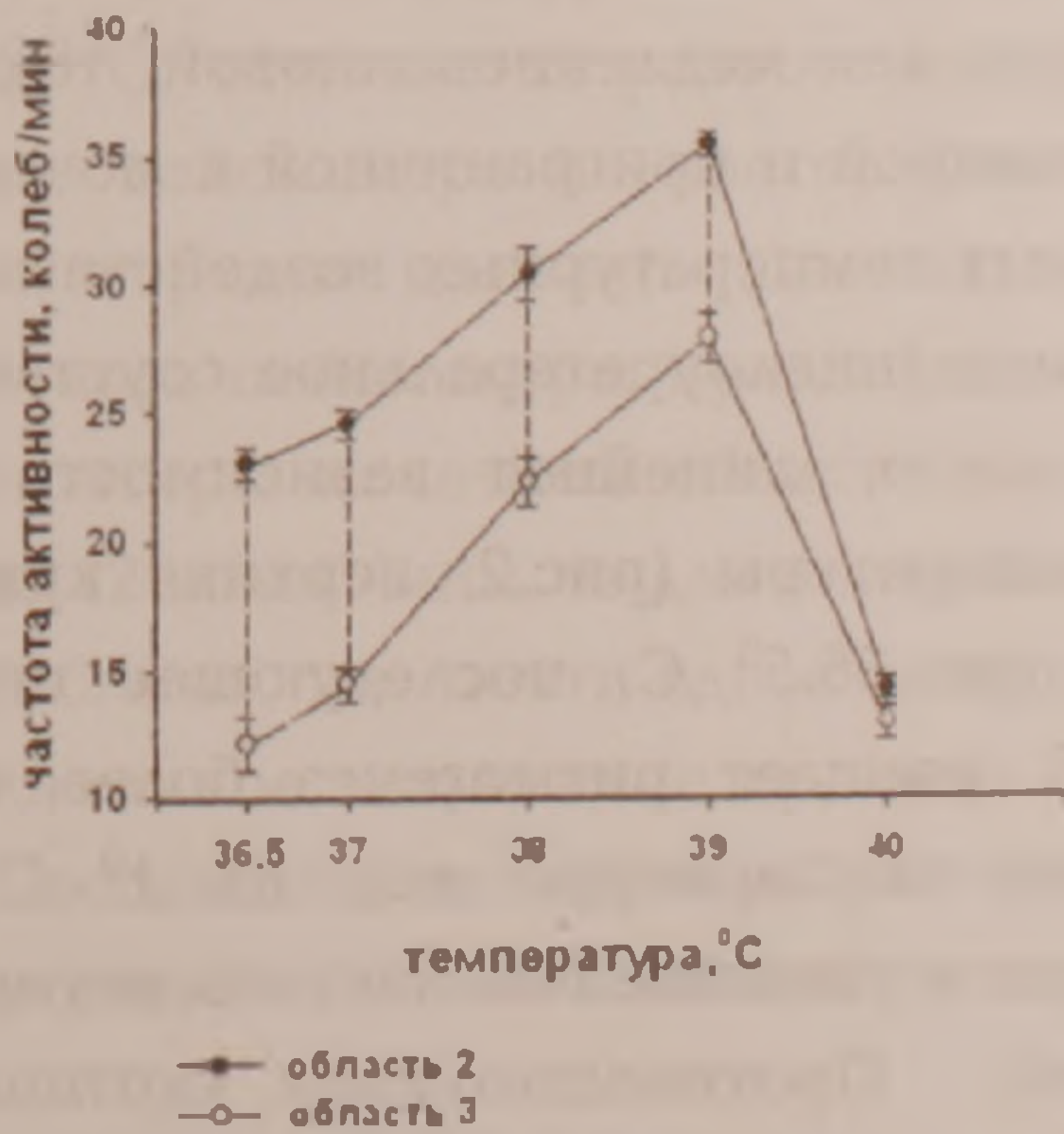


Рис. 3. Влияние повышения температуры околопочечной области мочеточника на частоту спайковой активности данной зоны и околопузырного отдела органа. Обозначение областей соответствует рис. 1.

На рис. 1 схематически представлена почка с мочеточником и типами активности, зарегистрированными из соответствующих областей. Как видно из рисунка, медленноволновая активность при нормальных условиях регистрируется из двух крайних зон мочеточника. При этом частота ритмогенеза околопочечного отдела (рис. 1, обл 1) характеризуется частотой, вдвое превосходящей таковую околопузырной зоны органа, что и определяет полярность направления перистальтической волны, возникающей на основе распространяющейся спайковой активности [1,8].

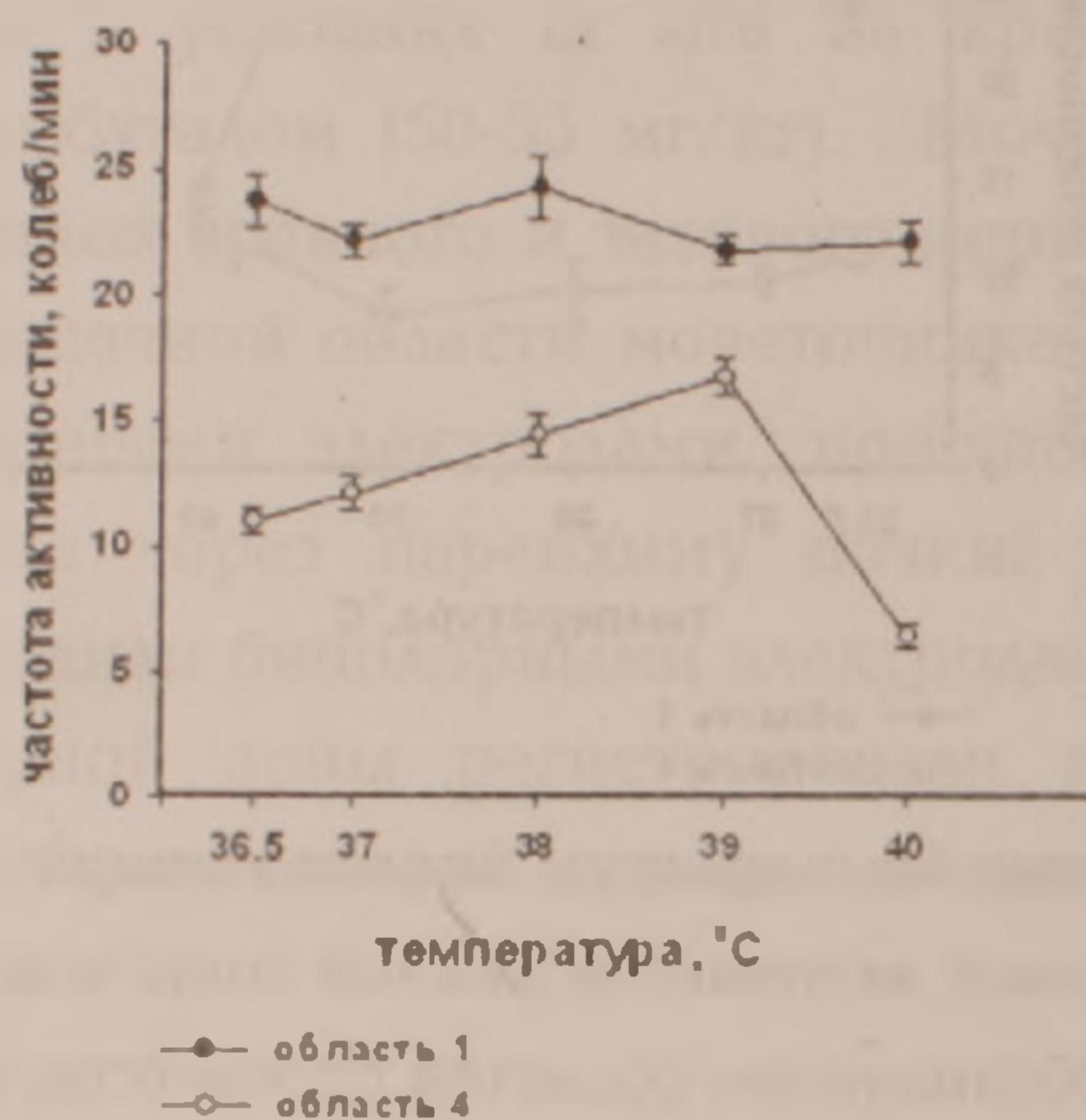


Рис. 4. Влияние повышения температуры околопузырной области мочеточника на частоту медленноволновой активности данной зоны и околопочечного отдела органа. Обозначение областей соответствует рис. 1.

В первой серии экспериментов проведен анализ изменений электрофизиологических свойств как медленноволновой, так и быстрой спайковой активности из околопочечной и приграничной к мочевому пузырю областей при различных локальных температурных воздействиях на основную ритмогенную зону мочеточника (пиелоуретеральное соустье). При этих условиях наблюдается, скорее всего, линейная зависимость частоты ритмогенеза данной области от температуры (рис.2, верхняя кривая). За норму принимается активность при 36.5° С, последующее ступенчатое повышение температуры до 39° С учащает ритмогенез более чем до 35 колеб/мин. Дальнейшее увеличение температуры еще на 1° С приводит к резкому подавлению автоматизма и уменьшению частоты активности более чем вдвое (рис.2, верхняя кривая). Противоположная картина прослеживается для медленноволновой активности околопузырной области. Увеличение частоты ритмогенеза пиелоуретерального соустья при повышении температуры до 39° С несколько подавляет волновую активность околопузырного отдела мочеточника (почти на 27%), и отмечается небольшое учащение данного

автоматизма при последующем увеличении температуры околопочечного отдела до 40°C .

Таким образом, медленная пейсмеркерная активность дистальной зоны органа способна активироваться при подавлении основного почечного ритмоводителя.

Аналогичная зависимость увеличения частоты прослеживается и для спайковой волны возбуждения из области 2 (рис. 1). Действительно, быстрая спайковая пейсмеркерная активность в виде потенциалов действия, как известно [1,8,9], возникает на фоне медленной волны пиелоуретерального соустья и генерируется синхронно с последними. Зарождающиеся в проксимальной области мочеточника спайки распространяются вдоль органа до мочевого пузыря с некоторым декрементом. При локальном нагревании области верхнего пейсмеркера увеличивается количество распространяющихся спайковых волн. При этом чем выше температура обогревания, тем меньше декремент затухания. Об этом свидетельствует рис. 3: разница в величинах частот, соответствующих одной и той же температуре, по мере нагревания уменьшается (рис. 3, пунктирные линии). При 40°C отмечается резкое уменьшение частоты спайков, регистрируемых для той и другой областей мочеточника.

В следующей серии экспериментов изучалось влияние локального нагревания автономной ритмогенной зоны в приграничном к мочевому пузырю участке мочеточника на спонтанную активность двух его крайних областей. Наблюдается линейная зависимость увеличения частоты данного ритмогенеза от возрастания температуры в исследуемых нами пределах (до 39°C), и далее, при 40°C , отмечается резкое уменьшение этой величины. Ритмогенез же верхнего пейсмеркера не претерпевает особых изменений в этих условиях (рис. 4, верхняя кривая). Данная зависимость аналогична таковой для околопочечного пейсмеркера, представленной на рис. 2. Однако если увеличение температуры почечной области учащает генез медленных волн этой зоны почти на 12 колеб/мин, то для нижней области этот показатель не превосходит 6-7 колеб/мин, т.е. почти вдвое меньше.

Таким образом, локальное нагревание крайних пейсмеркерных областей мочеточника вызывает активацию автономных ритмоводителей, расположенных в этих областях, улучшается также проводимость распространяющихся волн вдоль органа.

Институт физиологии им. Л.А.Орбели НАН РА

**Влияние температурного фактора на спонтанную электрическую активность
разных областей мочеточника крысы**

Изучается влияние локального повышения температуры как околопочечного, так и околопузырного отделов мочеточника на медленноволновую и спайковую пейсмекерные активности исследуемых областей. Показана активация обоих типов активностей, а также улучшение проводимости распространяющейся волны возбуждения в этих условиях.

Լ. Գ. Միմոնյան, Վ. Ց. Վանցյան, Զ. Վ. Ղազարյան

**Ջերմային գործոնի ազդեցությունը միզաձորանի տարրեր հաղվածների ինքնաբուխ
էլեկտրական ակտիվության վրա առնների մոպ**

Ներկայացված են տվյալներ միզաձորանի հարերիկամային եւ հարմիզապարկային հաղվածների ջերմության լոկալ բարձրացման ազդեցությունը հեփազոտվող հաղվածների դանդաղալիքային եւ սպայկային պեյսմեկերային ակտիվությունների վրա: Ցույց է տրված երկու տիպի ակտիվությունների խթանում, ինչպես նաեւ գրգռող ալիքի տարածման բարելավում տվյալ պայմաններում:

L. G. Simonyan, V. Ts. Vantsyan, K. V. Kazaryan

**Effect of Temperature on Spontaneous Electrical Activity of Different Areas of the Rat
Ureter**

It is represented the effect of local temperature rise of perirenal and peribladder ureteral zones on slow wave and spike burst pacemaker activity of the studied areas. The activation of both types of activities, as well as improving the conductivity of the propagating wave of excitation in these conditions has been shown.

Литература

1. Бакунц С.А. Вопросы физиологии мочеточников. М. Наука.
2. El-Sharkawy T.Y. - Am. J. Physiol. 1975. V. 229. N 5. P. 1268-1276.
3. Gonzalez O., Santacana G.E. - PR Health Sci J. 2001. Sept. V. 20. N. 3. P. 237-
4. Massett M.P., Lewis S.J., Bates J.N., Kregel K.C. - J. Appl. Physiol. 1998. Aug

V. 85. N. 2. P. 701-708.

5. *Burduga T.V., Wray S. J.* - Gen. Physiol. 2002. V.119. N. 1. P. 93-104.

6. *Казарян К.В., Ванцян В.Ц., Тураян А.С., Акопян Р.Р.* - Росс. физиол. журн. им. И.М.Сеченова. 2000. Т. 86. N 12. С. 1656-1661.

7. *Казарян К.В. Ванцян В.Ц., Тураян А.С., Акопян Р.Р.* - Росс. физиол. журн. им. И.М.Сеченова. 2007. Т.13. N 7. С. 799-805.

8. *Santicioli P., Maggi C.A.* - Pharmacol. Rev. 1998. V.50. N. 4. P. 683-721.

9. *Казарян К.В., Ванцян В.Ц., Тураян А.С., Акопян Р.Р.* - Росс. физиол. журн. им. И.М.Сеченова. 2001. Т. 87. N 7. С. 953-959.

10. *Lang R.J., Takano H., Davidson M.E., Suzuki H. and Klemm M.F.* - The Journal of Urology. 2001. V. 166. P. 329-334.