

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

LIII, № 4

1971

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Է. Կ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ, կենսաբանական գիտությունների բնական, Ա. Թ. ԲԱՐԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ՔԱԼԱՆՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Վ. Մ. ԽԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ (պատ. խմբագրի տեղակալ), Ս. Հ. ՄԻՐՉՈՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Ս. Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Օ. Մ. ՍԱՊՈՆԺՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Э. Г. АФРИКЯН, кандидат биологических наук, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР (зам. отв. редактора), С. А. МИРЗОЯН, чл.-корр. АН АрмССР, С. С. МКРТЧЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР.

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ ՈՒԹ Յ ՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ֆ. Ի. Լանդեր—Պոետրյագինի $\Pi^{(n)}$ տարածության մեջ տեղաշարժի օպերատորի իզոմորֆիկ լայնացումները	193
Ռ. Հ. Նազարյան—Որոշ իրական պարզ լիի խմբերի վերլուծումների մասին	199
Ռ. Ա. Դավթյան—Զափելի ֆունկցիաները ֆուրյեի ինտեգրալներով ներկայացման մասին	203
Դ. Հ. Մելիքյան—Ֆունկցիոնալ հավասարումների կայունության ինտեգրալային չափանիշ	208

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Յու. Ա. Նշանյան—Ռադադրյալ կիսահարթության առանցքառիմետրիկ խառը խնդրի մասին	211
--	-----

ՖԻԶԻԿԱ

Գ. Մ. Ովազյանց, Վ. Մ. Հաբուբյունյան, Ռ. Ս. Բաբոնյան— $p+n$ ստրուկտու- րայի վալտայերային ընթացքի վրա բացասական դիմադրության հատվածի ձևավո- րումը	218
---	-----

ԱՍՏՂԱԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ

Դ. Ա. Գուրգադյան, Է. Ա. Ղազարյան, Մ. Ն. Քրմոյան, Ռ. Ա. Նփրեմյան— $K=2$ հրթի- ռային աստղադիտարանը	224
---	-----

ԱՆՈՐԴԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

Վ. Մ. Բառալյան, Ժ. Մ. Առետամյան—Հիմնային ներկերով անտիմոնի էքստրակ- ցիայի մեխանիզմի մասին	231
--	-----

ՕԿՏՍԿԱՐ ՀԱՆԱԾՈՆԵՐ

Ո. Ա. Ձոնրաբյան—Նոր տվյալներ Ղափանի պղինձ-բազմամետաղային հանքավայրի ստրուկտուրային և մագմատիկ վերահսկման մասին	236
---	-----

ԿԵՈՓԵՄԻԱ

ԼԵ. Գ. Գևորգյան, Հ. Հ. Դերձորյան—Կայծքարի և ալյումինիումի վարքագիծը Ղափա- նի հանքային դաշտի ալկալահողային հրաբխային դիֆերենցիատների բյուրեղացման շամանակ	243
--	-----

ԲԻՈՖԻԶԻԿԱ

Գ. Լ. Դաբարյան, Ս. Ս. Հովնանիսյան—Հետադարձ կերպով կարգավորվող բիո- էլեմենտան շղթայի ռեակցիաների ինքնատատանման ռեժիմի հետազոտումը	245
---	-----

ԲԻՈԼՈԳԻԱ

Ա. Ա. Դավթյան, Մ. Վ. Սեալյան, Հ. Գ. Գևորգյան—Արյան մեջ գտնվող պսակաձև անթևերը լայնաթևող նյութերի անջատումը և նրանց որոշ հատկությունները	251
--	-----

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Стр.

Ф. И. Ландер—Расширения изометрических операторов сдвига в пространстве Понтрягина $P_2^{(\sigma)}$	193
Р. О. Назарян—О разложении некоторых простых вещественных групп Ли	199
Р. С. Давтян—О представлении измеримых функций интегралами Фурье	203
Д. О. Мелкумян—Интегральный признак устойчивости функциональных уравнений	209

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Ю. С. Ншанян—О смешанной осесимметричной задаче для составного полупространства	211
---	-----

ФИЗИКА

Г. М. Авакьянц, В. М. Арутюнян, Р. С. Барсегян—Формирование участка отрицательного сопротивления на вольтамперной характеристике p^+np^+ структур	218
---	-----

АСТРОНОМИЯ

Г. А. Гупзадян, Э. А. Казарян, М. Н. Крмоян, Р. А. Елремян—Ракетная астрофизическая обсерватория К-2	224
--	-----

НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

В. М. Тараян, Ж. М. Арстамян—К вопросу о химизме экстракции сурьмы основными красителями	231
--	-----

ПОЛЕЗНЫЕ ИСКОПАЕМЫЕ

С. А. Зограбян—Новые данные о структурном и магматическом контроле оруденения на Кафанском медно-полиметаллическом месторождении	236
--	-----

ГЕОХИМИЯ

Р. Г. Геворкян, Г. О. Григорян—О поведении кремния и алюминия при кристаллизации щелочно-земельных вулканических дифференциатов в Кафанском рудном поле (Армянская ССР)	243
---	-----

БИОФИЗИКА

Г. Л. Кантарджян, С. С. Оганесян—Исследование автоколебательного режима в биохимических цепных реакциях с обратной связью	248
---	-----

БИОХИМИЯ

А. А. Галоян, М. В. Оганян, Г. Г. Геворкян—Выделение и некоторые свойства находящихся в крови коронароактивных веществ	254
--	-----

УДК 517.948.35

МАТЕМАТИКА

Ф. И. Ландер

Расширения изометрических операторов сдвига в пространстве Понтрягина $\Pi^{(n)}$

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 12/V 1971)

1. Пусть $\Pi^{(n)}$ — n -мерное пространство Понтрягина ⁽¹⁾, $e_0, e_1, \dots, e_{n-1}$ — базис $\Pi^{(n)}$, V — оператор сдвига этого базиса: $Ve_k = e_{k+1}$, $k = 0, 1, \dots, n-2$, изометрический по отношению к индефинитной метрике (x, y) пространства $\Pi^{(n)}$. При этом матрица Грама базиса $\{e_k\}_{k=0}^{n-1}$ является тѐплицевой эрмитовой:

$$(e_i, e_j) = c_{i-j}, \quad i, j = 0, 1, \dots, n-1 \quad (2).$$

Введем обозначения (при $k = 0, 1, \dots, n-1$): $\Delta_k = |c_{i-j}|_{i,j=0}^k$ ($\Delta_{-1} = 1$); $A_{ij}(M_{ij})$ алгебраическое дополнение (минор) соответствующего элемента определителя Δ_{n-1} , $d_k(u_0, u_1, \dots, u_{n-1}) = A_{k0}u_0 + A_{k1}u_1 + \dots + A_{k,n-1}u_{n-1}$; $d_k(i) = d_k(1, i, \dots, i^{n-1})$ (так как $\Delta_{n-1} \neq 0$, то $d_k(i) \equiv 0$). Обозначим также

$$\Delta_n(\zeta, \bar{v}) = \begin{vmatrix} c_0 & c_{-1} & \dots & c_{-n+1} & \bar{v} \\ c_1 & c_0 & \dots & c_{-n+2} & c_{-n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n-1} & c_{n-2} & \dots & c_0 & c_{-1} \\ \zeta & c_{n-1} & \dots & c_1 & c_0 \end{vmatrix}. \quad (1)$$

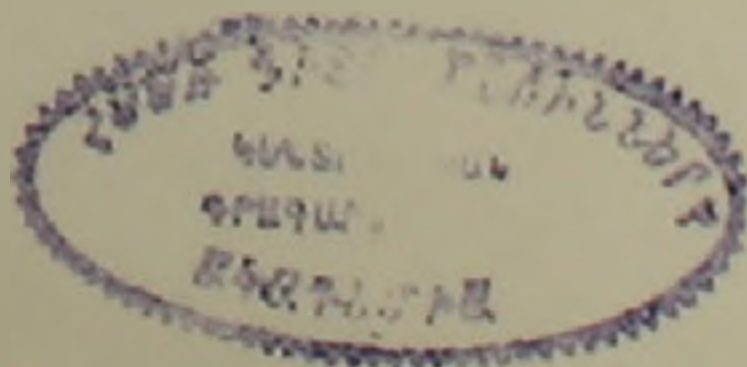
В ⁽²⁾ установлено следующее

Предложение. *Расширение U изометрического оператора V сдвига является унитарным оператором тогда и только тогда, когда $Ue_{n-1} = a_0e_0 + a_1e_1 + \dots + a_{n-1}e_{n-1}$, где числа $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$ являются решением системы*

$$c_{-k}a_0 + c_{-k+1}a_1 + \dots + c_{-k+n-1}a_{n-1} = c_{-k+n}, \quad k = 0, 1, \dots, n-1, \quad c_n = \zeta,$$

в которой ζ удовлетворяет уравнению $\Delta_n(\zeta, \bar{\zeta}) = 0$, определяющему на плоскости C^1 при $\Delta_{n-2} \neq 0$ — окружность, при $\Delta_{n-2} = 0$ — прямую линию. При этом

$$a_k(\zeta) = \Delta_{n-1}^{-1} d_k(\zeta, c_{n-1}, \dots, c_2, c_1). \quad (2)$$



Применяя детерминантное тождество Сильвестра ⁽³⁾ к определителю (1) и его минору M_{0k} (порядка $n-1$) и полагая $A_{0n} = 0$, $a_n(\zeta) = -1$, получаем (при $k = 0, 1, \dots, n$)

$$A_{k0} \Delta_n(\zeta, \bar{\nu}) = -\Delta_{n-1}^2 [\overline{a_{n-1}(\nu)} + \overline{a_0(\nu)} a_k(\zeta)], \quad (3)$$

откуда при $k = 0$ и $\nu = \bar{\zeta}$ вытекает (см. также ⁽⁴⁾)

$$\Delta_{n-2} \Delta_n(\zeta, \bar{\zeta}) = \Delta_{n-1}^2 [1 - |a_0(\zeta)|^2]. \quad (4)$$

При $\Delta_{n-2} = 0$ имеем $a_0(\zeta) = \text{const}$, $|a_0(\zeta)| = 1$, откуда и следует, что уравнение $\Delta_n(\zeta, \bar{\zeta}) = 0$ определяет (при $\Delta_{n-2} = 0$) прямую линию (ср. ⁽³⁾).

Расширения U оператора V , определенные равенством $Ue_{n-1} = a_0(\zeta)e_0 + a_1(\zeta)e_1 + \dots + a_{n-1}(\zeta)e_{n-1}$, будем обозначать через U_ζ , оговаривая там, где это необходимо, их унитарность (при $\Delta_n(\zeta, \bar{\zeta}) = 0$). Заметим, что при $\Delta_{n-2} = 0$ унитарные операторы U_ζ обладают любопытным свойством: если операторы U_{ζ_i} ($i = 1, 2, \dots, m$) унитарны и $\zeta_0 = (\zeta_1 + \dots + \zeta_m) m^{-1}$, то оператор $m^{-1}(U_{\zeta_1} + \dots + U_{\zeta_m}) = U_{\zeta_0}$ также унитарен, что приводит к равенству

$$m(U_{\zeta_1} + \dots + U_{\zeta_m})^{-1} = m^{-1}(U_{\zeta_1}^{-1} + \dots + U_{\zeta_m}^{-1}).$$

2. Обозначим (при $k = 1, 2, \dots, n$; $c_n = \zeta$)

$$\Delta_k(\lambda) = \begin{vmatrix} c_0 & c_{-1} & \dots & c_{-k+1} & 1 \\ c_1 & c_0 & \dots & c_{-k+2} & \lambda \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{k-1} & c_{k-2} & \dots & c_0 & \lambda^{k-1} \\ c_k & c_{k-1} & \dots & c_1 & \lambda^k \end{vmatrix}, \quad \Delta_0(\lambda) = c_0. \quad (5)$$

Характеристический многочлен оператора U_ζ имеет вид

$$\psi_\zeta(\lambda) = \lambda^n - a_{n-1}(\zeta)\lambda^{n-1} - \dots - a_1(\zeta)\lambda - a_0(\zeta) =$$

$$= \Delta_{n-1}^{-1} \Delta_n(\lambda) = \Delta_{n-1}^{-1} [C(\lambda) - \zeta B(\lambda)], \quad \text{где } C(\lambda) = \Delta_{n-1} \psi_0(\lambda),$$

$\zeta = c_n$, $B(\lambda) = \Delta_{n-1}^*(\lambda)$ (что легко проверить при помощи тождества $A_{ij} = \bar{A}_{n-1-i, n-1-j}$, справедливого для эрмитовых матриц, симметричных относительно побочной диагонали).

Все дальнейшие предложения о собственных числах операторов U_ζ являются также предложениями о нулях многочленов, ортогональных относительно последовательности $c_0, c_1, \dots, c_n$ (см. ^(4,5)), причем обычное ограничение $\Delta_k \neq 0$ ($k = 0, 1, \dots, n-2$) нами не налагается.

* Если $f(\lambda) = a_m \lambda^m + \dots + a_1 \lambda + a_0$ то по определению $f^*(\lambda) = \bar{a}_0 \lambda^m + \bar{a}_1 \lambda^{m-1} + \dots + \bar{a}_m$.

Применяя к определению $\Delta_n(\lambda)$ и его минору $A_{nn} = \Delta_{n-2}$ детерминантное тождество Сильвестра, получаем*

$$\Delta_{n-2} \Delta_n(\lambda) = \Delta_{n-1} [\lambda \Delta_{n-1}(\lambda) - c_0(c_n) \Delta_{n-1}^*(\lambda)]. \quad (6)$$

Из (3) следует

$$\Delta_{n-1}^*(\lambda) \Delta_n(\bar{\lambda}) = \Delta_{n-1}^2 [\psi_n^*(\lambda) + \overline{c_0(\lambda)} \psi_n(\lambda)]. \quad (7)$$

Заметим, что (6) можно получить из (7), и обратно.

3. Как и в (6), введем вектор h_λ , ортогональный к подпространству $R_V(\lambda) = (V - \lambda I) D_V$, где $D_V = \text{л.о. } \{e_k\}_{k=0}^{n-2}$. При нормировке $(h_\lambda, e_0) = 1$ имеем

$$h_\lambda = \Delta_{n-1}^{-1} [d_0(\bar{\lambda}) e_0 + d_1(\bar{\lambda}) e_1 + \dots + d_{n-1}(\bar{\lambda}) e_{n-1}],$$

$$(h_\lambda, h_\mu) = -\Delta_{n-1}^{-1} \Psi(\bar{\lambda}, \mu), \quad (h_\lambda, h_\lambda) = -\Delta_{n-1}^{-1} \Psi(\bar{\lambda}, \lambda),$$

где через $\Psi(\lambda, \mu)$ обозначен определитель (впервые, по-видимому, рассматривавшийся Кронекером (7), см. также (8-10))

$$\Psi(\lambda, \mu) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & \lambda & \dots & \lambda^{n-1} \\ 1 & c_0 & c_{-1} & \dots & c_{-n+1} \\ \mu & c_1 & c_0 & \dots & c_{-n+2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu^{n-1} & c_{n-1} & c_{n-2} & \dots & c_0 \end{vmatrix} = - \sum_{i,j=0}^{n-1} A_{ij} \lambda^i \mu^j. \quad (8)$$

Так как $\Delta_{n-1} \neq 0$, то $\Psi(\lambda_0, \lambda) \neq 0$ ни при каком λ_0 . Из тождества $A_{ij} = \bar{A}_{n-1-i, n-1-j}$ следует (см. также (10)).

$$\Psi(\lambda^{-1}, \mu^{-1}) = (\lambda\mu)^{1-n} \Psi(\mu, \lambda). \quad (9)$$

Имеет место

Лемма 1. Если U_λ унитарный оператор и $U_\lambda z_\lambda = \lambda z_\lambda$ ($z_\lambda \neq 0$), то $z_\lambda = h_\lambda (\lambda^* = \bar{\lambda}^{-1})$.

Поскольку $d_{n-1}(\lambda^{-1}) = \lambda^{1-n} B(\lambda)$, то справедлива

Лемма 2. Вектор $h_{\lambda_0}^*$ принадлежит D_V тогда и только тогда, когда $\Delta_{n-1}^*(\lambda_0) = B(\lambda_0) = 0$.

Следствие 1. Ни один из корней многочлена $\Delta_{n-1}^*(\lambda)$ не может быть собственным числом оператора U_λ .

Таким образом, многочлены $\Delta_n(\lambda)$ и $\Delta_{n-1}^*(\lambda)$ взаимно просты (при $\Delta_{n-1} \neq 0$)*.

Введем теперь дробно-рациональную функцию

$$\zeta(\lambda) = \frac{C(\lambda)}{B(\lambda)}$$

она не имеет устранимых особых точек и не может иметь более

* Доказательство тождества (6), приведенное в (4), в случае $\Delta_n = 0$ должно быть дополнено соображениями непрерывности.

$n-1$ полюсов. Имеет место

Теорема 1. Число λ_0 принадлежит $\sigma(U_-)$ (спектру U_-) тогда и только тогда, когда $B(\lambda_0) \neq 0$ и $\zeta_0 = \zeta(\lambda_0)$.

Многочлены $\Delta_n(\lambda)$ и $\Delta_{n-1}(\lambda)$ имеют общие корни тогда и только тогда, когда $\Delta_n(0) = 0$ ($\alpha_0(c_1) = 0$), при этом $\Delta_{n-2} \neq 0$ и $\Delta_n(\lambda) \equiv \Delta_{n-2}^{-1} \Delta_{n-1} \Delta_{n-1}(\lambda)$.

4. Пусть ξ_{n-1}, η_{n-1} соответствующие координаты векторов x, y в базисе $e_0, e_1, \dots, e_{n-1}$. Тогда

$$(U_- x, U_- y) - (x, y) = -\Delta_{n-1}^{-1} \xi_{n-1} \bar{\eta}_{n-1} \Delta_n(\zeta, \bar{\nu}).$$

Если $x = z_\lambda, y = z_\mu, U_- z_\lambda = \lambda z_\lambda, U_- z_\mu = \mu z_\mu$, то

$$(1 - \lambda \bar{\mu})(z_\lambda, z_\mu) = \Delta_{n-1}^{-1} \xi_{n-1} \bar{\eta}_{n-1} \Delta_n(\zeta, \bar{\nu}). \quad (11)$$

При $\lambda = \mu$ формула (11) переходит в формулу (4) из ⁽²⁾ (см. также ⁽³⁾). Из (11) вытекает

Теорема 2. а) Если $\lambda_0 \in \sigma(U_-), \lambda_0^* \in \sigma(U_-)$, то $\Delta_n(\zeta, \bar{\nu}) = 0$.
б) Если $\lambda_0 \in \sigma(U_-), \mu_0 \in \sigma(U_-)$ и $(z_{\lambda_0}, z_{\mu_0}) = 0$, то $\Delta_n(\zeta, \bar{\nu}) = 0$.

Из а) следует (при $\zeta = \nu$) вторая часть теоремы 2 из ⁽³⁾.

Из теоремы 2 заключаем, что $\Delta_n[\zeta(\lambda), \overline{\zeta(\lambda^*)}] \equiv 0$, откуда получаем:

$$\Delta_n[\zeta(\lambda), \overline{\zeta(\mu)}] = -\Delta_{n-1} \alpha_0[\zeta(\lambda)] \overline{[\zeta(\mu) - \zeta(\lambda^*)]}. \quad (12)$$

Следствие 2. Оператор $U_{(\lambda_0)}$ унитарен тогда и только тогда, когда $\zeta(\lambda_0) = \zeta(\lambda_0^*)$.

Из (11) и (12) выводим:

$$\Delta_{n-1}(\bar{\mu} - 1) \Psi(\bar{\mu}, \lambda) = B(\lambda) \overline{B(\mu)} \Delta_n[\zeta(\lambda), \overline{\zeta(\mu)}], \quad (13)$$

$$(1 - \bar{\lambda}\mu) \Psi(\bar{\lambda}, \mu) = \overline{\alpha_0[\zeta(\lambda)]} \overline{B(\lambda)} B(\mu) [\zeta(\mu) - \zeta(\lambda^*)]. \quad (14)$$

Так как $\alpha_0[\zeta(\lambda)] \Delta_{n-1}^*(\lambda) \equiv \lambda \Delta_{n-1}(\lambda)$, то

$$(\lambda - \mu) \Psi(\lambda^{-1}, \mu) \lambda^{n-1} = -B(\lambda) B(\mu) [\zeta(\lambda) - \zeta(\mu)]. \quad (15)$$

Обозначим $\Psi(\lambda^{-1}, \mu) \lambda^{n-1} = \Phi(\lambda, \mu)$, тогда

$$(\lambda - \mu) \Phi(\lambda, \mu) = -B(\lambda) B(\mu) [\zeta(\lambda) - \zeta(\mu)] \quad (15')$$

Следствие 3. Оператор $U_{(\lambda_0)}$ унитарен тогда и только тогда, когда выполняется (при $B(\lambda_0) \neq 0$) хотя бы одно из равенств:

$$\text{а) } |\lambda_0| = 1 \ (\lambda_0 = \lambda_0^*), \quad \text{б) } \Psi(\bar{\lambda}_0, \lambda_0) = 0 \ (\Phi(\lambda_0^*, \lambda_0) = 0).$$

Из (15') можно получить $\zeta'(\lambda) = -B^{-2}(\lambda) \Phi(\lambda, \lambda)$, в силу чего $\Phi(\lambda^*, \lambda) \neq 0$ ($\Psi(\bar{\lambda}, \lambda) \neq 0$) на единичной окружности (см. также ⁽⁴⁾).

* а) следует также из (7) и следствия 1.

Заменяя в (15') $\zeta(\lambda)$ на $C(\lambda)B^{-1}(\lambda)$, получаем (ср. с (8'))

$$(\lambda - \mu)\Phi(\lambda, \mu) = -\Delta_{n-1}[\varphi_-(\lambda)B(\mu) - \varphi_-(\mu)B(\lambda)], \quad (16)$$

откуда, в частности, вновь можно получить следствие 1.

Полагая в (16) $\mu = \lambda_0$, $\zeta = \zeta(\lambda_0)$, находим

$$\varphi_{-(\lambda_0)}(\lambda) = -\Delta_{n-1}^{-1}B^{-1}(\lambda_0)\Phi(\lambda_0, \lambda). \quad (17)$$

Следствие 4. Число λ_0 ($B(\lambda_0) \neq 0$) является кратным корнем многочлена $\varphi_{-(\lambda_0)}(\lambda)$ тогда и только тогда, когда

$$\Phi(\lambda_0, \lambda_0) = 0 \quad (h_{\lambda_0}^*, h_{\lambda_0}) = 0).$$

Следствие 5. Существует не более $2n-2$ значений λ (значений ζ), которые могут быть кратными корнями многочленов $\varphi_{\pm}(\lambda)$ (при которых многочлены $\varphi_{\pm}(\lambda)$ имеют кратные корни).

5. Алгебраическую кривую, определяемую уравнением $\Psi(\bar{\lambda}, \lambda) = 0$, обозначим L_0 (если матрица $\|c_{ij}\|_{i,j=0}^{n-1}$ дефинитна, то L_0 является пустым множеством). Из (9) следует, что L_0 симметрична относительно единичной окружности. Перефразируя следствие 3, получаем, что геометрическим местом собственных чисел унитарных операторов U является объединение единичной окружности и линии L_0 за вычетом (возможно лежащих на них) корней многочлена $B(\lambda)$.

Лемма 3. Если $\Delta_{n-2} \neq 0$ (и $\Delta_{n-1} \neq 0$), то среди корней многочлена $B(\lambda)$ нет симметричных относительно единичной окружности, в том числе на ней лежащих, и нет корней, лежащих на линии L_0 . Если же $\Delta_{n-2} = 0$, то множество (ненулевых) корней многочлена $B(\lambda)$ симметрично относительно единичной окружности, и все они лежат на ее объединении с линией L_0 .

Случай $n=1$ ($n=n-1$) выделяется своей простотой: имеет место

Лемма 4. Если $n=1$ ($n=n-1$), $B(\lambda_0) = 0$ ($\lambda_0 \neq 0$) и $\Delta_{n-2} = 0$, то $\Delta_{n-1}\Psi(\bar{\lambda}_0, \lambda_0) > 0$ (< 0), т. е. $\lambda_0 \in \overline{L_0}$.

6. Дадим следующие определения (ср. с (11)): унитарный оператор U в пространстве Π_n называется эллиптическим (параболическим, гиперболическим), если он имеет n -мерное положительное инвариантное подпространство (если $\sigma(U)$ целиком лежит на единичной окружности, но U не является эллиптическим; если U не является ни эллиптическим, ни параболическим оператором).

Можно привести (при $n > 2$) примеры операторов V , не допускающих эллиптических (эллиптических и параболических) расширений U . Что касается гиперболических расширений, то имеет место (для $n=1$ доказанная в (11)).

Теорема 3. Изометрический оператор V сдвига в пространстве $\Pi_n^{(n)}$ всегда допускает гиперболические расширения U . Множество соответствующих ζ открыто на линии, определяемой уравнением $\Delta_n(\zeta, \bar{\zeta}) = 0$. Граничные точки этого множества соответствуют параболическим U .

Доказательство этой теоремы приведено в ⁽¹²⁾. Иное доказательство можно получить рассуждением от противного: если при $|p| > 1$ будет $\Psi(\bar{\lambda}, \lambda) > 0 (< 0)$, то при $|p| = 1$ будет $\Psi(\bar{\lambda}, \lambda) \geq 0 (\leq 0)$. Но тогда собственные векторы унитарного оператора U_λ с простым спектром, лежащим на единичной окружности, образуют ортогональный базис, состоящий только из положительных или только из отрицательных векторов (см. следствия 4, 5), что приводит к положительности или отрицательности формы (x, y) .

В заключение заметим, что из формулы (11) и теоремы 2 следует, что число корней многочлена $\psi_\lambda(\rho)$, лежащих вне единичного круга постоянно для всех λ , удовлетворяющих неравенству $\Delta_\lambda(\zeta, \bar{\zeta}) > 0 (< 0)$, откуда немедленно вытекает теорема 2 из ⁽³⁾.

Автор пользуется случаем выразить глубокую благодарность Н. С. Нохвидову за руководство и постоянное внимание к работе.

Воронежский государственный
педагогический институт

Ն. Ի. ԼԱՆԴԵՐ

Պոնտրյագինի $\Pi_\lambda^{(n)}$ տարածության մեջ տեղաշարժի օպերատորի իզոմետրիկ լայնացումները

Ուսումնասիրվում են Պոնտրյագինի $\Pi_\lambda^{(n)}$ վերջավոր չափանի տարածության մեջ V իզոմետրիկ օպերատորի լայնացումները, ստացված են այդպիսի լայնացումների ունիտարության նոր հայտանիշներ, Ապացուցվում է, որ ցանկացած x -ի համար $1 < x < n$, այդպիսի օպերատորն ունի հիպերբոլիկ լայնացումներ, Միաժամանակ ստացված են օրթոգոնալ բազմանդամների վերաբերյալ մի շարք թեորեմների նոր ապացույցներ (համապատասխան մատուցի գլխավոր միտոնների վրա առանց սահմանափակումներ դնելու):

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ И. С. Нохвидов, М. Г. Крейн, Тр. Моск. матем. общ., 5, 169 (1956), 8, 413 (1959).
- ² И. С. Нохвидов, ДАН СССР, 173, № 5, 1002 (1967).
- ³ Ф. Р. Гантмахер, Теория матриц, М., 1967.
- ⁴ Я. Л. Геронимус, Уч. записки ХГУ, 35 (1948).
- ⁵ М. Г. Крейн, Теория функций, функц. анализ и их прилож., вып. 2, 131 (1966).
- ⁶ Ф. И. Ландер, Расширения операторов сдвига в пространстве Понтрягина, ДАН СССР, 199, № 3, 529 (1971).
- ⁷ L. Kronecker, Sitzungsber. Akad. Berlin, 1881.
- ⁸ G. Frobenius, Sitzungsber. der Königl. Preuss. Akad. der Wissenschaft., 16—31 (1912).
- ⁹ И. И. Ахузер, Классическая проблема моментов, М., 1961.
- ¹⁰ У. Гренандер, Г. Сеге, Теплицевы формы и их прилож., М., 1961.
- ¹¹ И. С. Нохвидов, ДАН СССР, 173, № 4, 758 (1967).
- ¹² Ф. И. Ландер, Об одном свойстве многочленов, ортогональных на единичной окружности, Сборник статей аспирантов ВГУ, вып. 1, 47—53 (1971).

МАТЕМАТИКА

УДК 519.46

Р. О. Назарян

О разложении некоторых простых вещественных групп Ли

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 20/V 1971)

Предполагается, что все рассматриваемые группы Ли и их подгруппы являются связными. Тройка (G, G', G'') , где G группа Ли, G' и G'' ее собственные подгруппы Ли, называется разложением, если $G = G'G''$, т. е. если каждый элемент $g \in G$ представляется в виде $g = g'g''$, где $g' \in G'$, $g'' \in G''$. Разложение $G = G'G''$ называется редуктивным, если G — редуктивная группа Ли, G' , G'' — редуктивные в G подгруппы Ли. Разложение называется максимальным, если G' , G'' максимальные подгруппы в G . В работе ⁽¹⁾ найдены все редуктивные и все максимальные разложения некомпактных простых вещественных групп Ли. В настоящей работе рассматриваются минимальные разложения, т. е. такие разложения $G = G'G''$, для которых не существует подгрупп $G_0' \subset G'$, $G_0'' \subset G''$ таких, что тройка (G, G_0', G_0'') является разложением и что $G_0' \neq G'$ или $G_0'' \neq G''$. Мы находим все минимальные разложения групп $SO(p, q)$, $SU(p, q)$, $Sp(p, q)$ и всех нормальных вещественных простых групп Ли. Знание всех максимальных и всех минимальных разложений этих групп дает возможность легко найти все их разложения. Для групп $SO(1, q)$, $SU(1, q)$, $Sp(1, q)$ это было сделано в работе ⁽¹⁾. Пусть $G = G'G''$ — разложение. Обозначим соответственно через $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{X}'$, $\mathfrak{X}''$ алгебры Ли, отвечающие группам G , G' , G'' . Тогда $\mathfrak{X} = \mathfrak{X}' + \mathfrak{X}''$ ⁽¹⁾. Мы будем описывать разложения групп Ли при помощи соответствующих разложений алгебр Ли.

Разложение $G = G'G''$ будем называть разложением без пересечения, если $\mathfrak{X}' \cap \mathfrak{X}'' = 0$. Такое разложение является минимальным. Примером разложения без пересечения является так называемое разложение Ивасава $G = KT$, где K — максимальная компактная в G подгруппа, а T — максимальная треугольная в G подгруппа ⁽²⁾.

Пусть $\mathfrak{X}$ — полупростая алгебра Ли над $\mathbb{R}$. Π — система простых корней этой алгебры Ли. $\Pi_1 \subset \Pi$ подсистема корней, не равных нулю на некомпактной части картановской подалгебры, $\mathfrak{u}_1$ — параболическая подалгебра в $\mathfrak{X}$, соответствующая подсистеме $\Gamma \subset \Pi_1$. Рассмотрим

$\Gamma = \emptyset$ и положим $u = m + n$, где $m \subset h_- + v$, причем m изоморфно проектируется на $h_- = c_-$. Тогда u — k -подалгебра т. е. $\mathfrak{X} = u + k_0$ и это есть разложение без пересечения. Назовем это разложение обобщенным разложением Инасана.

Теорема. Минимальные разложения групп $SO(p, q)$, $SU(p, q)$, $Sp(p, q)$ и нормальных вещественных простых групп Ли исчерпываются разложениями, перечисленными в таблицах 1, 2 а все остальные минимальные разложения имеют компактную $\mathfrak{X}''$. В таблице 1 даны все минимальные редуктивные разложения.

Таблица 1

$\mathfrak{X}$	$\mathfrak{X}'$	$\mathfrak{X}''$
$sl(2n, R)$	$sp(n, R)$	$sl(2n - 1, R)$
$su(2p, 2q)$	$sp(p, q)$	$so(2p - 1, 2q)$ $so(2p, 2q - 1)$
$su(n, n)$	$sp(n, R)$	$su(n - 1, n)$
$so(3, 4)$	G_2	$so(1, 4)$ $so(2, 3)$
$so(2p, 2q)$	$su(p, q)$	$so(2p - 1, 2q)$ $so(2p, 2q - 1)$
$so(n, n)$	$sl(n, R)$	$so(n - 1, n)$
$so(4p, 4q)$	$sp(p, q)$	$so(4p - 1, 4q)$ $so(4p, 4q - 1)$
$so(2n, 2n)$	$sp(n, R)$	$so(2n - 1, 2n)$
$so(8, 8)$	$so(7, 8)$	$so(1, 8)$ $so(4, 5)$
$so(4, 4)$	$so(3, 4)$	$so(1, 4)$ $so(2, 3)$

Метод нахождения минимальных разложения состоит в следующем. Пусть $G = G'G''$ — минимальное разложение группы G . Обозначим через K, K', K'' максимальные полупростые компактные подгруппы в G, G', G'' соответственно такие, что $K \supset K', K''$. Из работы (1) следует, что тройка (K, K', K'') является разложением. Пусть $\bar{G}', \bar{G}''$ — максимальные подгруппы в G , содержащие G', G'' соответственно, $\bar{K}', \bar{K}''$ — их максимальные полупростые компактные подгруппы. Все разложения компактных групп Ли подробно изучены в работе (2). Результаты ее позволяют явно найти все разложения $K = \bar{K}', \bar{K}''$, где

$K' \subset \bar{K}', K'' \subset \bar{K}'$. Подгруппы $\bar{G}, \bar{G}''$ описаны в работе (1). Ищем те подгруппы $G' \subset \bar{G}'$ и $G'' \subset \bar{G}''$, которые содержат соответственно K', K'' и из этих подгрупп выбираем те, которые дают минимальное разложение.

Таблица 2

$\mathfrak{X}$	$\mathfrak{X}'$	$\pi_1 \setminus \Gamma$	$\mathfrak{X}''$
$sl(2n, R)$	$sl(2n - 1, R) + n_r$	a_1	$sl(n, C)$ $sp\left(\frac{n}{2}, C\right)$ $su^*(2m) m = \frac{n}{2}$
$su(p, q)$ $0 < p \leq q, q > 1$	$sl(p, C) + n_r$	a_p, a_q	$su(1, q)$
$su(2p, 2q)$ $0 < p \leq q$	$su(2p - 1, 2q - 1) + n_r$	$a_1, a_{2p+2q-1}$	$sp(p, q)$
$so(p, q)$ $0 < p \leq q, q > 2$	$sl(p, R) + n_r$	a_p	$so(1, q)$
$so(2p, 2q)$ p или q нечет.	$so(2p - 1, 2q - 1) + n_r$	a_1	$su(p, q)$
$so(4p, 4q)$	$so(4p - 1, 4q - 1) + n_r$	a_1	$sp(p, q)$
$sp(2n, R)$	$sp(2n - 1, R) + n_r$	a_1	$sp(n, C)$
$sp(p, q)$	$su^*(2p) + n_r$	a_{2p}	$sp(1, q)$

Таблица 3

$\mathfrak{X}$	$\mathfrak{X}'$	$\pi_1 \setminus \Gamma$	$\mathfrak{X}''$
$so(p, q)$ $0 < p \leq q, q > 2$	$sl(p, R) + n_r$	a_p	$so(1, q)$
	$sl(p, R) + c_r^- + n_r$		$so(q)$
$su(p, q)$ $0 < p \leq q, q > 1$	$sl(p, C) + n_r$	a_p, a_q	$su(1, q)$
	$sl(p, C) + c_r^- + n_r$		$su(q)$
$sp(p, q)$ $0 < p \leq q$	$su^*(2p) + c_r^- + n_r$	a_{2p}	$sp(q)$

Следствие. Все разложения без пересечения групп $SO(p, q)$, $SU(p, q)$, $Sp(p, q)$ исчерпываются разложениями, перечисленными в табл. 3 и обобщенными разложениями Ивасава.

В заключение выражаю искреннюю благодарность А. Л. Оницику за постоянное внимание и руководство.

Ереванский государственный университет

Ռ. Հ. ՆԱԶԱՐՅԱՆ

Որոշ իրական պարզ լիի խմբերի վերլուծումների մասին

Հոդվածում դիտարկվում է $(SO(p, q), SU(p, q), Sp(p, q))$ խմբերի և լիի նորմալ իրական պարզ խմբերի վերլուծումները, Գտնված են այդ խմբերի բոլոր այն վերլուծումները, որոնք Իվասավայի վերլուծումների հետ միասին սպառում են մինիմալ ռեդուկտիվ և մնացած բոլոր մինիմալ վերլուծումները, Գտնված են նաև $SO(p, q)$, $SU(p, q)$, $Sp(p, q)$ խմբերի բոլոր առանց հատման վերլուծումները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. Л. Онищик, Матем. сб., т. 80 (122), 4, 553—599, (1969). ² С. Хелгасон, Дифференциальная геометрия и симметрические пространства, изд. «Мир», М., 1965. ³ А. Л. Онищик, Труды Моск. матем. об-ва, XI, 199—242 (1962).

МАТЕМАТИКА

УДК 517.512

Р. С. Давтян

О представлении измеримых функций интегралами Фурье

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талаляном 23/V 1971)

В 1939 году Д. Е. Меньшовым была доказана следующая теорема о представлении измеримых функций тригонометрическими рядами (¹).

Теорема I (Д. Е. Меньшов). Для любой почти везде конечной измеримой функции $f(x)$, определенной на $[-\pi, \pi]$, существует тригонометрический ряд

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx + b_k \sin kx, \quad (1)$$

который сходится к $f(x)$ почти всюду на $[-\pi, \pi]$.

В дальнейшем А. А. Талаляном была доказана теорема (см. (²), теорему 1), являющаяся усилением теоремы I.

Она формулируется следующим образом.

Теорема II (А. А. Талалян). Существует тригонометрический ряд (1), обладающий тем свойством, что для любой измеримой функции $f(x)$, конечной почти всюду на сегменте $[-\pi, \pi]$ или равной $+\infty$ или $-\infty$ на множестве положительной меры, из ряда (1) можно выделить подряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_{n_k} \cos n_k x + b_{n_k} \sin n_k x, \quad 0 \leq n_1 < n_2 < \dots,$$

который сходится к $f(x)$ почти всюду на том множестве, где $f(x)$ конечна и сходится к $f(x)$ по мере на том множестве, где $f(x)$ равна $+\infty$ или $-\infty$.

Заметим, что в доказательстве теоремы II существенно использована одна лемма Д. Е. Меньшова о свойствах интеграла Дирихле (см. (²), лемму 2), которая играет важную роль при доказательстве теоремы I. Однако теорема II, в отличие от теоремы I, доказывается без использования принципа локализации Римана для общих тригонометрических рядов и конструкции Д. Е. Меньшова построения нуль-

рядов. Это обстоятельство позволяет, используя метод доказательства теоремы II, доказать следующую теорему о представлении измеримых функций интегралами Фурье.

Теорема 1. Для любой почти везде конечной измеримой функции $F(x)$, определенной на $[0, \infty)$, существует непрерывная на $[0, \infty)$ функция $g(t)$ такая, что

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\lambda g(t) \cos xt dt = F(x) \quad (2)$$

почти для всех x , $x \in [0, \infty)$, причем

$$\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0 \quad (3)$$

и

$$\bigvee_0^p g \leq p \quad (p \in [0, \infty)). \quad (4)$$

Заметим, что аналогичная теорема при более слабой сходимости (сходимость по мере) интегралов (2) и без требования выполнения (4) была доказана (*), где вместо ядра $\cos xt$ рассмотрены более общие ядра.

Согласно теореме 1, оказывается, что при помощи сравнительно узкого класса функций $g(t)$, удовлетворяющих условиям (3) и (4), косинус-интегралами Фурье представляются все конечные измеримые функции, определенные на $[0, \infty)$. В связи с этим представляет интерес следующая задача.

Пусть $\varphi(p)$ неубывающая функция, заданная на $[0, \infty)$, и через B_φ обозначен класс непрерывных функций $g(t)$, удовлетворяющих (3) и условию

$$\bigvee_0^p g = O(\varphi(p)) \text{ при } p \rightarrow \infty$$

Для каких функций $\varphi(p)$ можно утверждать, что B_φ является классом представления конечных функций в смысле (2)?

Теорема 1 означает, что можно взять $\varphi(p) \equiv p$.

Используя конструкцию построения универсального тригонометрического ряда (см. (*)), устанавливается существование функции $\varphi(p)$, $\varphi(p) = O(p)$ при $p \rightarrow \infty$, для которой B_φ все же является классом представления (в указанном выше смысле) для всех конечных измеримых функций.

Кроме того, легко показать, что нельзя взять $\varphi(p) = O(1)$ при $p \rightarrow \infty$. Однако нам не удалось найти окончательных оценок для $\varphi(p)$.

В доказательстве теоремы 1 существенно используется одна лемма Д. Е. Меньшова о свойствах интеграла Дирихле (см. (*), лемму 1).

Лемма 1 (Д. Е. Меньшов). Пусть $[c, d]$ любой отрезок, r и $n > 8$ произвольные натуральные числа и

$$\delta = \frac{d-c}{\sqrt{r}}, \quad c_s = c + s\sqrt{\delta}, \quad a_s = c_s - \delta$$

$$(s = 0, 1, 2, \dots, r).$$

Тогда

$$\left| \sum_{s=1}^r \int_{a_s}^{c_s} \frac{\sin \rho(t-x)}{t-x} dt \right| < L$$

$$x \in \left[c + \frac{d-c}{\sqrt{r}}, d - \frac{d-c}{\sqrt{r}} \right], \quad \rho \in (-\infty, \infty)$$

где L — абсолютная константа*.

Исходя из этой леммы и применяя методы работы (2), доказываются сформулированные ниже леммы 1 и 2, при помощи которых устанавливается теорема 1.

Лемма 1. Для любых положительных чисел A и $\varepsilon < 1$ можно определить $\delta > 0$ такое, что какова бы ни была измеримая функция $f(x)$,

$$f(x) = 0, \quad \text{при } x \notin E, \quad E \subset [0, A]$$

и

$$|f(x)| \leq \delta, \quad x \in E$$

и каковы бы ни были положительные числа α, ε, B и γ , существуют измеримое множество R , отрезок $[q, s]$ и измеримая функция $g(x)$, $x \in [q, s]$, для которых выполняются следующие условия:

a) $s > q > \alpha$, $g(x)$ непрерывна на $[q, s]$ и $g(q) = g(s) = 0$,

$$|g(x)| < \varepsilon \quad (x \in [q, s]);$$

b) $R \subset E$, $\mu R > \mu E - \varepsilon$;

$$\left| \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_q^s g(t) \cos x t dt - f(x) \right| < \gamma \quad (x \in R);$$

$$\left| \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_q^s g(t) \cos x t dt \right| < \varepsilon \quad (x \in R, \rho \in [q, s]);$$

$$B + \bigvee_q^s g < \alpha \rho \quad (\rho \in [q, s]).$$

Лемма 2. Пусть $A > 1$ некоторое число, а $f(x)$ — почти везде конечная на $[0, A]$ измеримая функция, равная нулю вне некоторого множества $E \subset [0, A]$. Тогда для любых положительных чисел α, ε, B и $\delta < 1$ существуют измеримые множества R и Q , от-

* ρ не обязан быть целым.

резок $[q, s]$ и измеримая функция $g(x)$, $x \in [q, s]$, которые удовлетворяют условиям:

$$1) \quad s > q > \tau, \quad g(x) \text{ непрерывна на } [q, s] \text{ и } g(q) = g(s) = 0, \\ |g(x)| < \delta \quad (x \in [q, s]);$$

$$2) \quad P \subset E, \quad \mu P > \mu E - \delta,$$

$$3) \quad Q \subset [0, A] - E, \quad \mu Q > \mu\{[0, A] - E\} - \delta,$$

$$4) \quad \left| \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_q^s g(t) \cos xt dt - f(x) \right| < \delta \quad (x \in P),$$

$$5) \quad \left| \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_q^s g(t) \cos xt dt \right| < \delta \quad (x \in Q, \quad \rho \in [q, s]),$$

$$6) \quad B + \bigvee_q^s g \leq \alpha \rho \quad (\rho \in [q, s]).$$

В заключение автор выражает благодарность А. А. Талаляну за постановку задачи и оказанную помощь при ее решении.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Ռ. Ս. ԴԱՎԹՅԱՆ

Հափելի ֆունկցիաները Ֆուրյեի ինտեգրալներով ներկայացման մասին

Ներկա աշխատանքում ասպարցվում է հետևյալ թեորեմը:

Թեորեմ. $[0, \infty)$ -ում որոշված ցանկացած համարյա ամենուրեք վերջավոր չափելի $F(x)$ ֆունկցիայի համար գոյություն ունի $[0, \infty)$ -ում որոշված $g(t)$ աննդհատ ֆունկցիա այնպիսին, որ

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\lambda g(t) \cos xt dt = F(x)$$

$[0, \infty)$ -ին պատկանող համարյա բոլոր x -երի համար, ընդ որում՝

$$\lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0, \quad \text{և} \quad \bigvee_0^\infty g \leq \rho \quad (\rho \in [0, \infty)).$$

ЛИТЕРАТУРА — ЦИЦЦУПРЪЗПРЪ

¹ Д. Е. Меньшов, Матем. сб., 9 (51), (1941), 667—692. ² А. А. Талалян, Известия АН СССР, сер. матем., т. 27 (1963), 621—660. ³ Д. Е. Меньшов, Матем. сб., 8, (50) (1940), 493—518. ⁴ А. А. Талалян, Матем. сб., 53 (95), № 3 (1961), 287—312.

УДК 517.9

Д. О. Мелкумян

Интегральный признак устойчивости функциональных уравнений

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Ф. Т. Саркисяном 25/V 1971)

1. *Линейные дифференциальные уравнения.* Рассмотрим систему

$$\frac{dX}{dt} = AX, \quad (1)$$

где A — постоянная матрица с размером $n \times n$, X — вектор, t — время.

Для асимптотической устойчивости линейной однородной системы (1) необходимо и достаточно, чтобы все корни ее характеристического уравнения

$$P(\lambda) \equiv \det(A - \lambda E) = 0 \quad (2)$$

обладали отрицательными вещественными частями ($\text{Re } \lambda < 0$). Однако вычисление корней уравнения (2) представляет собой достаточно трудоемкую задачу, поэтому, устойчивость системы определяется при помощи специальных критериев. При высокой размерности системы (1) реализация на ЦВМ существующих критериев устойчивости Рауса и Гурвица (^{4,5}) также очень трудоемка.

Для рассмотренных систем справедлива

Теорема 1. *Для того, чтобы система (1) была асимптотически устойчива, необходимо и достаточно, чтобы*

$$\int_{-\infty}^{\infty} \text{Re} [P'(iz)/P(iz)] dz = n\pi. \quad (3)$$

Доказательство. Положим в (2) $\lambda = iz$ и рассмотрим действительную часть логарифмической производной от характеристического многочлена

$$f(z) = \text{Re} \left[\frac{P'(iz)}{P(iz)} \right] = \sum_{m=1}^n \frac{-x_m}{x_m^2 + (z - y_m)^2}, \quad (4)$$

где $\lambda_m = x_m + iy_m$ — корни уравнения (2). Так как для любого m

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{-x_m dz}{x_m^2 + (z - y_m)^2} = \begin{cases} +\pi, & \text{если } x_m < 0; \\ 0, & \text{если } x_m = 0; \\ -\pi, & \text{если } x_m > 0, \end{cases}$$

то доказательство теоремы становится очевидным. В силу сходимости интеграла (3) и четности подынтегральной функции (4), условие (3) можно привести к виду

$$\int_0^{\pi} \operatorname{Re} [P'(iz)/P(iz)] dz \approx n\pi. \quad (5)$$

Таким образом задача асимптотической устойчивости системы (1) сводится к вычислению определенного интеграла (5).

2. *Линейные разностные уравнения.* Аналогичный критерий существует для линейных разностных уравнений вида

$$X(n+1) = AX(n), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

Условие асимптотической устойчивости системы (6) заключается в том, чтобы все собственные значения матрицы A лежали внутри единичного круга (2).

Теорема 2. Для того, чтобы система (6) была асимптотически устойчива, необходимо и достаточно, чтобы

$$\int_0^{\pi} \operatorname{Re} [P'(e^{iz})/P(e^{iz})] dz = n\pi. \quad (7)$$

Еренин-В

Доказательство. Положим в (2) $\lambda = e^{iz}$ и рассмотрим действительную часть логарифмической производной от характеристического многочлена

$$f(z) \equiv \operatorname{Re} \left[\frac{P'(e^{iz})}{P(e^{iz})} \right] = \sum_{m=1}^n \frac{1 - R_m \cos(z - \varphi_m)}{1 + R_m^2 - 2R_m \cos(z - \varphi_m)}, \quad (8)$$

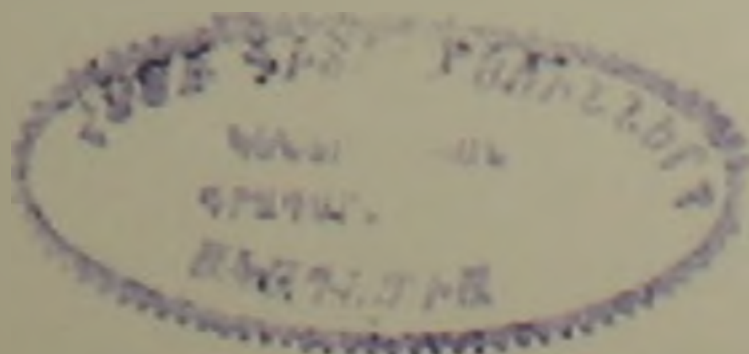
где $\lambda_m = R_m \operatorname{Exp}(i\varphi_m)$ — корни уравнения (2). Так как для любого m

$$\int_0^{\pi} \frac{1 - R_m \cos(z - \varphi_m)}{1 + R_m^2 - 2R_m \cos(z - \varphi_m)} dz = \begin{cases} \pi, & \text{если } R_m < 1; \\ \pi/2, & \text{если } R_m = 1; \\ 0, & \text{если } R_m > 1, \end{cases}$$

то доказательство теоремы становится очевидным.

Таким образом задача асимптотической устойчивости системы (6) также сводится к вычислению определенного интеграла (7).

Еренинский ИИИ математических машин



Ֆունկցիոնալ հավասարումների կայունության ինտեգրալային չափանիշ

Հաստատուն գործակիցներով դժային դիֆերենցիալ և տարրերույթային հավասարումների ասիմպտոտիկ կայունության որոշման համար առաջադրվում է ինտեգրալային չափանիշ, որը գոյություն ունեցողների (Ռաուս, Հուր-վից և այլն) նկատմամբ հարմար է հաշվիչ մեքենաներում իրագործման տեսակետից:

Դիտարկվող հավասարումների ասիմպտոտիկ կայունության խնդիրը բերվում է որոշյալ ինտեգրալի հաշվման:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Р. Белман, Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений, ИЛ, 1954. ² Р. Белман, Введение в теорию матриц, «Наука», М., 1969. ³ Б. П. Демидович, Лекции по математической теории устойчивости, «Наука», М., 1967. ⁴ Н. Г. Чеботарев, Н. Н. Мейман, Проблема Рауса-Гурвица для полиномов и целых функций. Труды мат. инст. АН СССР, 26 (1949). ⁵ Ф. Р. Гантмахер, Теория матриц, «Наука», М., 1967.

УДК 539.37

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Ю. С. Ншанян

О смешанной осесимметричной задаче для составного
полупространства

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 1/VII 1971)

В работе рассматривается осесимметричная контактная задача для полупространства с полусферическим углублением, в которое без сцепления вдавливается упругая полусфера из другого материала. Решение задачи сводится к квази вполне регулярной бесконечной системе линейных уравнений. Распределение напряжений в упругом теле в окрестности сферических полостей исследовалось в работах (¹⁻⁴ и др). Осесимметричное напряженное состояние сплошной полусферы рассматривается в работе (⁵).

1. Пусть на плоской поверхности упругой сферы заданы перемещения. На плоской поверхности полупространства напряжения будем считать отсутствующими. Упругая полусфера, находящаяся в полусферическом углублении полупространства, вдавливается осесимметричным образом и на поверхности контакта отсутствуют касательные напряжения. Задачу будем решать в сферической системе координат (ρ, θ, φ) , где координата θ отсчитывается от оси симметрии. Тогда граничные условия, условия сопряжения и осесимметричности будут иметь вид:

$$U_{\theta}^{(1)} = U(\rho), \quad U_{\rho}^{(1)} = 0 \quad \left(\theta = \frac{\pi}{2}, \quad 0 < \rho < R \right) \quad (1.1)$$

$$\sigma_{\theta}^{(2)} = \tau_{\rho\theta}^{(2)} = 0 \quad \left(\theta = \frac{\pi}{2}, \quad R < \rho < \infty \right)$$

$$U_{\rho}^{(1)} = U_{\rho}^{(2)}, \quad \sigma_{\rho}^{(1)} = \sigma_{\rho}^{(2)}, \quad \tau_{\theta\rho}^{(1)} = \tau_{\theta\rho}^{(2)} = 0 \quad \left(\rho = R, \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \right) \quad (1.2)$$

$$\tau_{\rho\theta}^{(i)}(\rho, 0) = 0 \quad U_{\theta}^{(i)}(\rho, 0) = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (1.3)$$

Здесь U_{ρ} и U_{θ} — радиальный и меридиональный компоненты перемещения, $U(\rho)$ — произвольная гладкая функция, σ_{ρ} , σ_{θ} — нормальные, а $\tau_{\rho\theta}$ — касательное напряжения. Величины, относящиеся к полусфере

отмечены индексом 1, а к полупространству — индексом 2. Переходим от координат ρ и θ к координатам

$$\xi = \cos \theta, \quad t = \ln \frac{\rho}{R} \quad (1.4)$$

и следуя работе (11) решение уравнений Ляме берем в виде

$$U_3^{(1)} = (1 - \xi^2)^{1/2} \left\{ \sum_{k=2,4,\dots} (A_k^{(1)} e^{\lambda_1 t} + B_k^{(1)} e^{\lambda_2 t}) P_k(\xi) + \right. \\ \left. + e^{t/2} \int_0^{\pi/2} [(A^{(1)}(\tau) W_3 - B^{(1)}(\tau) W_4 + C^{(1)}(\tau) P_{-\frac{1}{2}+t}(\xi)) \sin t\tau - \right. \\ \left. - (A^{(1)}(\tau) W_4 + B^{(1)}(\tau) W_3 - D^{(1)}(\tau) P_{-\frac{1}{2}+t}(\xi)) \cos t\tau] d\tau \right\}, \quad (1.5)$$

$$U_4^{(1)} = x^{(1)} e^{(3-2i)t} + \sum_{k=2,4,\dots} (\delta_{11} A_k^{(1)} e^{\lambda_1 t} + \delta_{12} B_k^{(1)} e^{\lambda_2 t}) P_k(\xi) - \\ - e^{\frac{1}{2}t} \int_0^{\pi/2} [(A^{(1)}(\tau) W_1 - B^{(1)}(\tau) W_2 - |D^{(1)}(\tau) h_1^{(1)} + C^{(1)}(\tau) g_1^{(1)}| P_{-\frac{1}{2}+t}(\xi)) \sin t\tau - \\ - (A^{(1)}(\tau) W_2 + B^{(1)}(\tau) W_1 - |C^{(1)}(\tau) h_1^{(1)} - D^{(1)}(\tau) g_1^{(1)}| P_{-\frac{1}{2}+t}(\xi)) \times \\ \times \cos t\tau] \left(\tau^2 + \frac{9}{4} \right) d\tau. \quad (1.6)$$

Здесь $x^{(1)}$, $A_k^{(1)}$, $B_k^{(1)}$, $A^{(1)}(\tau)$, $B^{(1)}(\tau)$, $C^{(1)}(\tau)$, $D^{(1)}(\tau)$ — неизвестные величины, подлежащие определению, $P_k(\xi)$ — полиномы Лежандра $P_{-\frac{1}{2}+t}(\xi)$ —

функции конуса, $P'_k(\xi) = \frac{dP_k}{d\xi}$, $W_l(\xi, \tau)$ — известные величины, со-

держащие функции конуса, введенные в работе (3) ($l = 1, 2, 3, 4$). В формулах (1.5) и (1.6) введены также следующие обозначения:

$$x_{11} = k - 1, \quad x_{12} = k + 1, \quad x_{21} = -(k + 2), \quad x_{22} = -k \\ \delta_{11} = -k \quad \delta_{12} = -(k + 1) \frac{(m_1 + 1)k - 2}{(m_1 + 1)k + 3m_1 + 5}, \quad m_i = \frac{\lambda_i}{\mu_i} \quad (i = 1, 2) \\ \delta_{21} = k + 1 \quad \delta_{22} = \frac{m_2(k + 1) + 3k + 1}{m_2(k - 2) + 3k - 4}$$

λ_i, μ_i — упругие постоянные Ляме.

2. Вычисляя при помощи выражений (1.5), (1.6) и обычных формул напряжения замечаем, что условия (1.3) удовлетворяются тождественно. Удовлетворяя условиям (1.1) и (1.2) и вводя новые неизвестные $H_k^{(l)}$ ($l = 1, \dots, 4$; $k = 2, 4, \dots$) следующими соотношениями

$$(k - 1) A_k^{(1)} + \frac{m_1 k (k + 2) + k^2 + 2k - 1}{m_1 (k + 3) + k + 5} B_k^{(1)} = \frac{H_k^{(1)}}{P_k(0)}, \\ -(k + 2) A_k^{(2)} - \frac{m_2 (k^2 - 1) + 3k^2 - 2}{m_2 (k - 2) + 3k - 4} B_k^{(2)} = \frac{H_k^{(2)}}{P_k(0)}, \\ \mu_2 k (k - 1) A_k^{(1)} - \mu_{12} (k + 1) \frac{(k + 1)(k + 2) + m_1 (k^2 - k - 3)}{m_1 (k + 3) + k + 5} B_k^{(1)} =$$

$$-(k+1)(k+2)A_k^{(2)} - k \frac{m_2(k^2 - k + 1) + k(3k+1)}{m_2(k-2) + 3k - 4} B_k^{(2)} = \frac{H_k^{(2)}}{P_k(0)},$$

$$\delta_{11} A_k^{(1)} + \delta_{12} B_k^{(1)} + \delta_{21} A_k^{(2)} + \delta_{22} B_k^{(2)} = \frac{H_k^{(1)}}{P_k(0)}, \quad (2.1)$$

где $\mu_{12} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$, мы после некоторых преобразований выразим через коэффициенты $H_k^{(j)}$ также и неизвестные функции $A^{(j)}, B^{(j)}, C^{(j)}, D^{(j)}$, $(j = 1, 2)$

$$A^{(j)}(\tau) = (2-j)\Delta_{31}^{(j)}\bar{U}(\tau) + \Delta_{41}^{(j)}f_1(\tau); \quad B^{(j)}(\tau) = (2-j)\Delta_{22}^{(j)}\bar{U}(\tau) + \Delta_{42}^{(j)}f_1(\tau); \quad (2.2)$$

$$C^{(j)}(\tau) = (2-j)\Delta_{23}^{(j)}\bar{U}(\tau) + \Delta_{43}^{(j)}f_1(\tau); \quad D^{(j)}(\tau) = (2-j)\Delta_{34}^{(j)}\bar{U}(\tau) + \Delta_{44}^{(j)}f_1(\tau). \quad (2.3)$$

Здесь для простоты принято

$$U(\rho) = -U_0 = \text{const}$$

и использованы следующие обозначения:

$$\bar{U}(\tau) = U_0 \left[\pi \left(\tau^2 + \frac{9}{4} \right) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(0) \right]^{-1},$$

$$W_{4+i}(\tau, \xi) = \xi W_{2+i} - W_i + (-1)^i (1 - \xi^2) W'_{2+i}$$

$$W_{i+6}(\tau, \xi) = 2 \left[\tau W'_{3-i} + (-1)^{i+1} \left(\tau^2 + \frac{9}{4} \right) W'_i \right] \quad (i = 1, 2)$$

$$W_{j,0} = W_j(0, \tau) [P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(0)]^{-1} \quad (j = 1, 2, 5, 6),$$

$$W_{j,0} = W_j(0, \tau) [P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(0)] \quad (j = 3, 4, 7, 8) \quad (2.4)$$

$$\Delta^{(j)}(\tau) = \begin{vmatrix} (-1)^{j+1} W_{4j-1,0}, & -W_{4j,0}, & (j-1)g_1^{(2)} + 2-j, & (j-1)h_3^{(2)} \\ (-1)^{j+1} W_{4j,0}, & -W_{4j-1,0}, & (1-j)h_3^{(2)}, & (j-1)g_1^{(2)} + j-2 \\ W_{4j-3,0}, & -W_{4j-2,0}, & (-1)^j g_{3j-2}^{(j)}, & (-1)^j h_{3j-2}^{(j)} \\ W_{4j-2,0}, & W_{4j-3,0}, & (-1)^j h_{3j-2}^{(j)}, & (-1)^{j+1} g_4^{(j)} \end{vmatrix} \quad (2.5)$$

($i = 1, 2$)

а $\Delta_{\rho,l}^{(j)}(\rho, l=1, 2, 3, 4; j=1, 2)$ являются отношениями соответствующих алгебраических дополнений к определителям (2.5)

$$f_1(\tau) \left(\tau^2 + \frac{9}{4} \right) P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(0) = -\alpha^{(1)} M_{\frac{1}{2}} - \sum_{\rho=2,4,\dots} \sum_{l=1}^4 [\delta_{11} M_{\rho-\frac{3}{2}} \Omega_{11} + \delta_{12} M_{\rho+\frac{1}{2}} \Omega_{12}] H_{\rho}^{(1)},$$

$$f_2(\tau) \left(\tau^2 + \frac{9}{4} \right) P_{-\frac{1}{2}, i} (0) = a^{(2)} M_{-\frac{3}{2}} + \\ + \sum_{p=2,4,\dots} \sum_{l=1}^4 \left[(p+1)^2 M_{-(p+\frac{1}{2})} \right] \Omega_{il} + \\ + p \frac{m_2(p^2 + 2p - 2) + 3p^2 + 2p + 3}{p(m_2 + 3) - 2(m_2 + 2)} M_{-(p+\frac{1}{2})} \Omega_{14} \Big| H_p^{(1)},$$

где

$$M_1 = -\frac{2}{\pi} \frac{v^2}{v^2 + \tau^2}, \quad h_4^{(2)} = \left(1 + \frac{5}{4} m_2 \right) h_1^{(2)} - \frac{1}{2} m_2 \tau g_1^{(2)}, \\ g_4^{(2)} = \left(\frac{5}{4} m_2 + 1 \right) g_1^{(2)} + \frac{1}{2} m_2 \tau h_1^{(2)} - \left(\tau^2 + \frac{1}{4} \right) \left(1 + \frac{1}{2} m_2 \right). \quad (2.6)$$

Через коэффициенты $H_k^{(j)}$ выражаются также постоянные $a^{(j)}$ ($j = 1, 2$)

$$a^{(j)} = a_0^{(j)} + \sum_{p=2,4,\dots} \sum_{l=1}^4 a_{pj}^{(l)} H_p^{(l)}, \quad (2.7)$$

где

$$a_0^{(j)} = \gamma_{1j} (\bar{U}_0^{(4)} - \bar{U}_0^{(3)}) - \gamma_{2j} (\mu_{12} g_0 \bar{U}_0^{(4)} - \bar{U}_0^{(3)}); \quad g_0 = \frac{3}{2} m_1 + 1 \\ P_p(0) a_{pj}^{(i)} = \delta_{11} \gamma_{p-\frac{3}{2}, i}^{(1)} \Omega_{11} + \delta_{12} \gamma_{p+\frac{1}{2}, i}^{(1)} \Omega_{12} + \\ + \beta_1 \gamma_{-(p+\frac{3}{2}), i}^{(2)} \Omega_{13} + \beta_2 \gamma_{-(p+\frac{3}{2}), i}^{(2)} \Omega_{14}, \\ \beta_1 = (p+1)^2, \quad \beta_2 = p \frac{m_2(p^2 + 2p - 2) + 3p^2 + 2p + 3}{p(m_2 + 3) - 2(m_2 + 2)}, \\ (i = 1, \dots, 4; j = 1, 2) \quad (2.8)$$

Ω_{iq} ($i, q = 1, \dots, 4$) определяются как отношения соответствующего алгебраического дополнения к определителю системы (2.1), аналогично как и γ_{ij} для определителя

$$\gamma = \begin{vmatrix} 1 + \mu_{12} g_0 - X_{0, -\frac{1}{2}}^{(1)} - Z_{0, \frac{1}{2}}^{(1)}, & -X_{0, -\frac{3}{2}}^{(1)} - Z_{0, -\frac{3}{2}}^{(1)} \\ g_0 \mu_{12} X_{0, \frac{1}{2}}^{(1)} - Z_{0, -\frac{1}{2}}^{(1)}, & 1 + g_0 \mu_{12} + \mu_{12} g_0 X_{0, -\frac{3}{2}}^{(2)} - Z_{0, -\frac{3}{2}}^{(2)} \end{vmatrix} \quad (2.9)$$

Причем здесь

$$\left\{ \begin{matrix} X_{k, \cdot}^{(j)} \\ -\bar{U}_k^{(k)} \end{matrix} \right\} = \int_0^{\tau} \left(\tau^2 + \frac{9}{4} \right) \left[W_{1, k} \begin{Bmatrix} \Delta_{41}^{(j)} \\ \Delta_{21}^{(j)} \end{Bmatrix} - W_{2, k} \begin{Bmatrix} \Delta_{42}^{(j)} \\ \Delta_{22}^{(j)} \end{Bmatrix} - \right. \\ \left. - N_{1, k} \begin{Bmatrix} h_1^{(j)} \Delta_{43}^{(j)} - g_2^{(j)} \Delta_{44}^{(j)} \\ h_1^{(j)} \Delta_{23}^{(j)} - g_2^{(j)} \Delta_{24}^{(j)} \end{Bmatrix} \right] \begin{Bmatrix} M_1(\tau) \\ \bar{U}(\tau) \end{Bmatrix} d\tau, \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned}
\left. \frac{Z_{k,j}^{(j)}}{\bar{U}_k^{(3)}} \right\} = & \int_0^{\infty} \left(\tau^2 + \frac{9}{4} \right) \left[\left(\frac{1}{2} W_{2,k} - \tau W_{1,k} \right) \left\{ \begin{array}{c} \Delta_{41}^{(j)} \\ \Delta_{21}^{(1)} \end{array} \right\} + \right. \\
& + \left. \left(\frac{1}{2} W_{1,k} + \tau W_{2,k} \right) \left\{ \begin{array}{c} \Delta_{42}^{(j)} \\ \Delta_{22}^{(1)} \end{array} \right\} + \right. \\
& + \left. N_{1,k} \left\{ \begin{array}{c} g_2^{(j)} \Delta_{43}^{(j)} - h_2^{(j)} \Delta_{41}^{(j)} \\ g_2^{(1)} \Delta_{23}^{(1)} - h_2^{(1)} \Delta_{21}^{(1)} \end{array} \right\} \right] \left[\begin{array}{c} P_{12} M_1(\tau) \\ \bar{U}(\tau) \end{array} \right] d\tau, \quad (2.11)
\end{aligned}$$

$$\gamma_{v,j}^{(i)} = \gamma_{1,j} (Z_{0,v}^{(i)} + Z_{0,v}^{(j)}) - \gamma_{2,j} (p_{12} g_0 Z_{0,v}^{(i)} - Z_{0,v}^{(j)}) \quad (i, j = 1, 2) \quad (2.12)$$

Где обозначено:

$$N_{1,k}(\tau) = \int_0^1 P_{-\frac{1}{2}+i\tau}(\xi) P_k(\xi) d\xi; \quad W_{j,k} = \int_0^1 W_j(\tau, \xi) P_k(\xi) d\xi \quad (j = 1, 2) \quad (2.13)$$

Наконец для определения неизвестных $H_k^{(i)}$ получим следующую совокупность бесконечных систем линейных уравнений

$$H_k^{(i)} = a_{k,0}^{(i)} + \sum_{p=2,4,\dots} \sum_{q=1}^4 a_{kp}^{(i,q)} H_p^{(q)} \quad (q, i = 1, \dots, 4) \quad (2.14)$$

Свободные члены этой совокупности определяются из соотношений

$$\frac{P_k(0)(2k+1)}{k(k+1)} a_{k,0}^{(j)} = (2-j) \bar{U}_k^{(j)} + (-1)^j x_0^{(j)} J_{k, \frac{1}{2}-2j} \quad (j = 1, 2)$$

$$P_k(0)(2k+1) a_{k,0}^{(3)} = \bar{U}_k^{(3)} - x_0^{(1)} Z_{k, \frac{1}{2}}^{(1)} - x_0^{(2)} Z_{k, -\frac{1}{2}}^{(2)}$$

$$P_k(0)(2k+1) a_{k,0}^{(4)} = \bar{U}_k^{(4)} + x_0^{(1)} X_{k, \frac{1}{2}}^{(1)} + x_0^{(2)} X_{k, -\frac{1}{2}}^{(2)} \quad (2.15)$$

Где введены обозначения:

$$\begin{aligned}
\left. \frac{J_{k,v}^{(j)}}{\bar{U}_k^{(1)}} \right\} = & \int_0^{\infty} \left[-W_{8,k} \left\{ \begin{array}{c} \Delta_{41}^{(j)} \\ \Delta_{21}^{(1)} \end{array} \right\} + W_{7,k} \left\{ \begin{array}{c} \Delta_{42}^{(j)} \\ \Delta_{22}^{(1)} \end{array} \right\} - \right. \\
& - \left. N_{2,k} \left\{ \begin{array}{c} h_3^{(j)} \Delta_{43}^{(j)} - g_3^{(j)} \Delta_{44}^{(j)} \\ h_3^{(1)} \Delta_{23}^{(1)} - g_3^{(1)} \Delta_{24}^{(1)} \end{array} \right\} \right] \left[\begin{array}{c} M_v(\tau) \\ \bar{U}(\tau) \end{array} \right] d\tau, \quad (2.16)
\end{aligned}$$

$$N_{2,k} = k(k+1)N_{1,k}; \quad W'_{q,k} = \int_0^1 (1-\xi^2) W'_q(\xi, \tau) P'_k(\xi) d\xi; \quad (q=7, 8) \quad (2.17)$$

Коэффициенты системы определяются выражениями:

$$\begin{aligned} a_{k,p}^{(1,q)} &= \left\{ \delta_{11}(p) [J_{k,p-\frac{3}{2}}^{(1)} + J_{k,\frac{1}{2}}^{(1)} \gamma_{1,p-\frac{1}{2}}^{(1)}] \Omega_{q1}(p) + \delta_{12}(p) [J_{k,p-\frac{1}{2}}^{(1)} + \right. \\ &\quad \left. + J_{k,\frac{1}{2}}^{(1)} \gamma_{1,p+\frac{1}{2}}^{(1)}] \Omega_{q2}(p) + J_{k,\frac{1}{2}}^{(1)} [\beta_1(p) \gamma_{1,-(p+\frac{1}{2})}^{(2)} \Omega_{q3}(p) + \right. \\ &\quad \left. + \beta_2(p) \gamma_{1,-(p+\frac{1}{2})}^{(2)} \Omega_{q4}(p)] \right\} \frac{2k+1}{k(k+1)P_k(0)} P_p^2(0), \\ a_{k,p}^{(2,q)} &= \left\{ J_{k,-\frac{3}{2}}^{(2)} a_{p2}^{(q)} + \beta_1(p) \Omega_{q3}(p) J_{k,-(p+\frac{1}{2})}^{(2)} + \right. \\ &\quad \left. + \beta_2(p) J_{k,-(p+\frac{1}{2})}^{(2)} \Omega_{q4}(p) \right\} \frac{2k+1}{k(k+1)P_k(0)} P_p^2(0), \\ a_{k,p}^{(3,q)} &= - \left\{ a_{p1}^{(q)} Z_{k,\frac{1}{2}}^{(1)} + a_{p2}^{(q)} Z_{k,-\frac{3}{2}}^{(2)} + \delta_{11}(p) \Omega_{q1}(p) Z_{k,p-\frac{3}{2}}^{(1)} + \right. \\ &\quad \left. + \delta_{12}(p) \Omega_{q2}(p) Z_{k,p-\frac{1}{2}}^{(1)} + \beta_1(p) \Omega_{q3}(p) Z_{k,-(p+\frac{1}{2})}^{(2)} + \right. \\ &\quad \left. + \beta_2(p) \Omega_{q4}(p) Z_{k,-(p+\frac{1}{2})}^{(2)} \right\} \frac{2k+1}{P_k(0)} P_p^2(0), \\ a_{k,p}^{(4,q)} &= \left\{ a_{p1}^{(q)} X_{k,\frac{1}{2}}^{(1)} + a_{p2}^{(q)} X_{k,-\frac{3}{2}}^{(2)} + \delta_{11}(p) \Omega_{q1}(p) X_{k,p-\frac{3}{2}}^{(1)} + \right. \\ &\quad \left. + \delta_{12}(p) \Omega_{q2}(p) X_{k,p+\frac{1}{2}}^{(1)} + \beta_1(p) X_{k,-(p+\frac{1}{2})}^{(2)} \Omega_{q3}(p) + \right. \\ &\quad \left. + \beta_2(p) X_{k,-(p+\frac{1}{2})}^{(2)} \Omega_{q4}(p) \right\} \frac{2k+1}{P_k(0)} P_p^2(0). \quad (k, p = 2, 4, \dots) \quad (2.18) \end{aligned}$$

Таким образом решение поставленной задачи свелось к решению совокупности бесконечных систем линейных уравнений (2.14).

3. Используя неравенство (1)

$$\left| \frac{P_{-\frac{1}{2}+n}^{\prime}(0)}{P_{-\frac{1}{2}+n}^{\prime}(0)} \right| < \frac{3}{2} \left(\tau^2 + \frac{1}{4} \right)^{1/2}, \quad (3.1)$$

а также значение интеграла

$$\int_0^{\infty} \frac{x^{\mu-1} dx}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)} = \frac{\pi}{2} \frac{\operatorname{cosec} \frac{\mu\pi}{2}}{a^2-b^2} (b^{\frac{\mu}{2}-1} - a^{\frac{\mu}{2}-1}) (0 < \operatorname{Re} \mu < 4) \quad (3.2)$$

после некоторых вычислений для коэффициентов $a_{k0}^{(i)}$, $a_{kp}^{(i)}$ можно получить следующие оценки (при $k > N$)

$$a_{k0}^{(i)} \sim O\left\{\frac{1}{k}\right\}; \quad a_{kp}^{(i,q)} \sim \begin{cases} \frac{1}{p(h+p)} & \text{при } i = 1, 3, 4 \\ \frac{1}{p(p+1)} - \frac{1}{2k+1} & \text{при } i = 2 \end{cases} \quad (q = 1, \dots, 4)$$

т. е. свободные члены систем ограничены сверху и для индексов стремящихся к бесконечности стремятся к нулю, а для суммы модулей коэффициентов систем имеет место оценка

$$\sum_{p=N+2}^{\infty} \left| \sum_{i,q=1}^4 a_{kp}^{(i,q)} \right| < \begin{cases} \infty & \text{при } k = 2, 4, \dots \\ 1 - \varepsilon & \text{при } k = N+2, N+4, \dots \end{cases} \quad (3.3)$$

Таким образом системы (2.14) оказываются квази-вполне регулярными и решение совокупности систем можно найти методом последовательных приближений.

Институт экономики и организации сельского хозяйства
МСХ Армянской ССР

ՅԵՐ. Ի. ՆՇԱՆՅԱՆ.

Ռադադրյալ կիսահարսության առանցքասիմետրիկ խառը խնդրի մասին

Աշխատանքում դիտարկված է կիսասփերիկ փորվածքով կիսատարածություն համար առանցքասիմետրիկ կոնտակտային մի խնդիր, երբ փորվածքում տեղավորված ուրիշ նյութից պատրաստված կիսասփերան մղվում է կիսատարածության մեջ:

Ենթադրվում է, որ կիսասփերայի վրա տված են տեղափոխությունները, իսկ կիսասփերայի և կիսատարածության հպման մակերևույթի վրա քաջակալում են շոշափող լարումները: Կիսատարածության հորիզոնական եզրն ազատ է լարումներից:

Խնդիրը բերված է գծային հավասարումների անվերջ սիստեմների լուծմանը:

Ցույց է տրվում, որ ստացված գծային հավասարումների անվերջ սիստեմները կվազիլիոզին ռեզուլյար են, ընդ որում ազատ անդամները սահմանափակ են և ձգտում են զրոյի, երբ ինդեքսը ձգտում է անվերջի:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Wang I. S., J. Appl. Mech. (Trans ASME), v. 32, 1965, № 3. ² Դ. Դ. Կանգետաձե, Труды Груз. политехнического ин-та, 1951, № 1/42; 1957, № 3/57. ³ В. Н. Довгорович, Ученые записки Белорусского ин-та ж/д транспорта, 1958, в. 2. ⁴ Eubanks R. A., J. Appl. Mech. v. 21, 1954, № 1. ⁵ Ю. Нуньян, Известия АН Арм. ССР «Механика», XXIII, № 5, 1970 г.

УДК 621.382.2

ФИЗИКА

Член-корреспондент АН Армянской ССР Г. М. Авакьянц, В. М. Арутюнян,
Р. С. Барсегян

Формирование участка отрицательного сопротивления на вольт-амперной характеристике p^+nn^+ структур

(Представлено 15/III 1971)

Проанализируем возможность возникновения участка отрицательного сопротивления S -типа на прямой ветви вольт-амперной характеристики p^+nn^+ структур. Крайние p^+ — и n^+ — слои считаются «короткими» и высоколегированными, падением напряжения на них пренебрегаем. Коэффициенты инжекции переходов считаем равными единице. Тогда вольт-амперная характеристика структуры полностью определяется процессами, происходящими в n -базе.

Вычитая уравнение непрерывности для дырочного тока из соответствующего уравнения для электронной составляющей тока, имеем

$$\frac{d^2}{dx^2}(n+p) + \frac{1}{kT} \cdot \frac{d}{dx} [e(n-p)E] = \frac{p-p_0}{D_p \tau_p} \cdot \frac{b+1}{b}. \quad (1)$$

Обозначения обычные. Оставим в выражении для напряженности электрического поля

$$E = \frac{J}{eu_p(bn+p)} - \frac{D_p \left(b \frac{dn}{dx} - \frac{dp}{dx} \right)}{u_p(bn+p)} = E_T + E_{\text{дифф}} \quad (2)$$

только член E_T , соответствующий токовому (дрейфовому) электрическому полю. С учетом того, что

$$\frac{d^2(n+p)}{dx^2} = \left(\frac{dn}{dp} + 1 \right) \frac{d^2p}{dx^2} + \left(\frac{dp}{dx} \right)^2 \frac{d^2n}{dp^2}, \quad (3)$$

$$\frac{d^2n}{dx^2} = \left(\frac{dp}{dx} \right)^2 \frac{d^2n}{dp^2} + \frac{d^2p}{dx^2} \cdot \frac{dn}{dp}, \quad (4)$$

получим из (1) уравнение:

$$\begin{aligned} & \frac{\frac{d}{dp}(np)}{bn+p} \cdot \frac{d^2p}{dx^2} + \left\{ \frac{p}{bn+p} \cdot \frac{d^2n}{dp^2} - \frac{u_p}{j(b+1)} \cdot \left(b \frac{dn}{dp} - 1 \right) \right. \\ & \left. + \frac{d}{dp} [e(n-p)E_1] \right\} \left(\frac{dp}{dx} \right)^2 + \frac{1}{kT(b+1)} \left\{ \frac{d}{dp} [e(n-p)E_1] \right\} \cdot \\ & \cdot \frac{dp}{dx} = \frac{p-p_1}{bD_p\tau_p} \end{aligned} \quad (5)$$

(5) отличается по виду от уравнения, приведенного в (1), а его коэффициенты имеют новый смысл. В частности, коэффициент при $\frac{1}{kT} \cdot \frac{dp}{dx}$ имеет размерность силы и представляет собой изменение результирующей силы, действующей на электронно-дырочную плазму со стороны токовой (дрейфовой) составляющей электрического поля, приходящейся на одну инжектированную дырку. В (1) коэффициент при $\frac{dp}{dx}$ имеет форму $\mu\bar{E}$, где μ называют биполярной подвижностью.

Из (5) можно сделать следующий вывод. Если мы рассматриваем процессы, имеющие место в „короткой“ базе в чисто диффузионном приближении, то (5) переписывается так:

$$\frac{\frac{d}{dp}(np)}{bn+p} \cdot \frac{d^2p}{dx^2} = \frac{p-p_1}{bD_p\tau_p} \quad (6)$$

Предполагается наличие в базе уровней прилипания для неосновных носителей (дырок). Тогда связь n с p дается из условия квазинейтральности и в виде:

$$n = p + N_k + \frac{p}{p+p_1} P \quad (7)$$

Здесь P — концентрация уровней прилипания.

Используя (7), преобразуем (6) к виду:

$$\frac{2p + N_k + \frac{p^2 + 2pp_1}{(p+p_1)^2} P}{(b+1)p + bN_k + \frac{bpP}{p+p_1}} \cdot \frac{d^2p}{dx^2} = \frac{p-p_1}{bD_p\tau_p} \quad (8)$$

Легко убедиться, что множитель при второй производной p по координате не растет с ростом тока и, следовательно, распределение концентрации дырок по координате мало отличается от того, что имеет место в полупроводнике без уровней прилипания. Поэтому, вопреки утверждению (2), заполнение последних не приводит к S-образности в диффузионном приближении. Это для частных случаев показано в (3).

В дрейфовом приближении задача о влиянии уровней прилипания рассматривалась в (4). Нетрудно убедиться, что в этом приближении наибольшим членом в левой части уравнения (5) является последний, изменение которого с током может привести к участку отрицательного сопротивления S -типа.

Из (7) можно получить в дрейфовом приближении следующее квадратное уравнение для p

$$p^2 + k(M - n_0)p + kp_1(N_g - n_0) = 0. \quad (9)$$

Здесь

$$n_0 = \frac{j}{eu_n E_1}; \quad k = \frac{b}{b+1}; \quad M = P + N_g + \frac{p_1}{k}. \quad (10)$$

Подстановка выражения для p из (9) в уравнение непрерывности позволяет получить соответствующие уравнения, а также установить конкретные виды зависимости E от плотности тока, координаты и параметров материала. Расчет характеристики, описывающей переход от одной квадратичной зависимости, соответствующей весьма слабому заполнению уровней прилипания, к другой квадратичной зависимости, описывающей вольт-амперную характеристику при заполненных уровнях прилипания (4), убеждает нас в существовании участка отрицательного сопротивления S -типа (5). Расчет был проведен методом разделения базы на 4 области: 1) Области $j \sim V^2$, в которой уровни прилипания заполнены

$$E_I = \sqrt{\frac{2jx}{eu_n u_p \tau_p M}}; \quad (11)$$

2) области, где

$$E_{II} = \sqrt{\left| (E_2)^{\frac{3}{2}} - \frac{3}{kMu_p \tau_p} \sqrt{\frac{kp_1 j}{eu_n}} (x_2 - x) \right|^2}; \quad (12)$$

3) довольно протяженной области локального отрицательного сопротивления

$$E_{III} = E_2 \exp \left| \frac{ebM(x - x_2)}{j \tau_p} \right|; \quad (13)$$

4) области нижней квадратичной зависимости

$$E_{IV} = \sqrt{\frac{2jx}{eu_n u_p \tau_p N_g}}. \quad (14)$$

Здесь E_2 и x_2 — величина напряженности электрического поля и координата на границе II и III областей (5).

Сшивая решения в областях между собой при условии непрерывности напряженности электрического поля на границах областей и нулевом граничном условии при $x = 0$, получаем с ростом тока продвижение низкоомных областей вглубь базы. Срыв наступает при вхо-

ждении трех первых областей в базу на четверть длины последней. Величину тока срыва можно найти численным путем из уравнения

$$B = \frac{(1 - 4B)(1 - B)}{(4 - B)(A - \ln B)} \quad (15)$$

Здесь A — некоторая функция от параметров материала и уровня прилипания ⁽⁵⁾.

$$B = \frac{I_{cp} \tau_p}{2ebMd}$$

Для напряжения срыва получим:

$$V_{cp} = \sqrt{\frac{3MB}{N_g}} \cdot \frac{d^2}{2u_p \tau_p} \quad (16)$$

В частности, для $P = 50 N_g$ и $\frac{P_1}{k} = N_g$ имеем:

$$I_{cp} \approx 2,2 \frac{ebN_g d}{\tau_p}, \quad V_{cp} \approx \frac{d^2}{2u_p \tau_p} \quad (17)$$

Заметим, что срыв характеризуется сравнительно малыми величинами I_{cp} и V_{cp} . Напомним, что величина тока, равная $\frac{ebN_g d}{\tau_p}$, характеризует в обычной теории двойной инжекции ⁽⁶⁾ (при отсутствии уровней прилипания) лишь начало высокого уровня инжекции (переход от закона Ома к квадратичной закономерности).

В. И. Стафеевым была выдвинута идея формирования S-образной характеристики за счет увеличения с ростом тока времени жизни неосновных носителей тока ⁽⁷⁾ (τ — механизм). В дальнейшем было показано ⁽⁸⁾, что увеличение τ_p не является единственной возможностью для получения S-образности. При этом было указано на два механизма возникновения S-образности у компенсированного полупроводника в условиях двойной инжекции за счет: 1) наличия в базе пустых ловушек (N_n — механизм) и 2) накопления и последующего рассасывания объемного заряда (Q-механизм). При анализе случая, когда глубокие уровни заметно смещены к потолку валентной зоны, была принята во внимание убывающая с током зависимость τ_p , приводящая к накоплению напряжения на базе и смене квадратичной закономерности (при постоянном τ_p) на $I \sim V^{\frac{3}{2}}$ ⁽⁹⁾. С учетом этого обстоятельства и механизмов, предложенных в ^(7, 8), были проведены расчеты, позволившие понять различные температурные зависимости напряжения и тока срыва ^(9, 10).

Новая сторона N_n — механизма была вскрыта в ⁽¹¹⁾, где отмечено, что формирование отрицательного сопротивления сопровождается ростом с током биполярной подвижности. В дальнейшем, кроме биполярной

было введено понятие эффективной подвижности (¹³). Если первая характеризует, наряду с другими параметрами, распределение концентрации носителей, то вторая отражает распределение электрического поля по базе. В (¹³) было показано, что эффективная подвижность может менять знак в зависимости от величины концентрации носителей. В последующем это же было отмечено и для биполярной подвижности (¹⁴). Однако практически оба вида подвижности не обладают достаточной наглядностью и носят формальный характер. S-образность может возникнуть и за счет других факторов, например, утечки (¹⁴) и др.

Одним из эффективных методов получения неравновесной электронно-дырочной плазмы в твердом теле является двойная инжекция носителей с использованием p^+nn^+ структуры (¹⁵). Сформированная у электродов плазма заполняет базу так, как это диктуется условием нейтральности и приложенным к структуре внешним напряжением. В частности, на электронно-дырочную плазму со стороны токового электрического поля у p^+ слоя действует отмеченная выше результирующая сила. Перенос вглубь базы плазмы (облака из свободных электронов и дырок, нейтрализующих связанный на неподвижных центрах заряд) определяется изменением результирующей силы, приходящимся на одну инжектированную дырку. Если оно растет с током, то плазма входит глубже в базу, распределение носителей становится более плоским. Причиной роста $\frac{d}{dp} |e(p - n) E_x|$ являются микропроцессы, связанные с наличием в базе различного рода центров. Например, присутствие, как отмечалось выше, незаполненных до инжекции ловушек способствует накоплению напряжения на базе, которое начинает падать, когда заканчивается задержка раскомпенсации или уменьшение времени жизни. Именно тогда и растет с током указанное изменение результирующей силы, способствующее протаскиванию носителей через полупроводник.

Институт радиофизики и электроники
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՌ ԳԱ րդրակից-անդամ Գ. Մ. ԱՎԱԿՅԱՆՑ, Վ. Մ. ՀԱՐՈՒՅՑՈՒՆՅԱՆ,
Բ. Ս. ԲԱՐՍԵՂՅԱՆ

p^+nn^+ ստրուկտուրայի վոլտ-ամպերային բնութագրի վրա բացասական դիմադրության հատվածի ձևավորումը

Ուսումնասիրվում է հաստատուն հոսանքի անցումը p^+nn^+ ստրուկտուրայում, որի n -հիմքում առկա են խոռոչների համար կալիտղական մակարդակներ:

Ցույց է տրված դիֆուզիոն մոտավորության դեպքում բացասական դիմադրության հատվածի բացակայությունը:

Կալիտղական մակարդակների գրավման հետ կապված, արդյունաբար ուժեղ փոփոխությունը հոսանքից կախված բերում է S -տիպի բացասական դիմա-

դրության հատվածի առաջացմանը երկար p - n -ն ստրուկտուրաների վրա-
ամպերային ընթացքի վրա: Այդ արդյունաբար ուժի փոփոխութիւնը այն
ուժն է, որով էլեկտրական դաշտը ազդում է էլեկտրոնա-խոռոչային պլազմա-
յի վրա, մեկ ներմուծված խոռոչի համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Կ Ր Ա Կ Ը Ն Ո Ւ Ք Յ Ո Ւ Ն

- 1 Р. Смит, Полупроводники, гл. 8, ИЛ, 1962. 2 А. Ю. Лейдсман, ФТП, т. 3, 1492 (1969). 3 Г. М. Авакьянц, А. У. Рахимов, «Известия АН Арм. ССР», Физика, т. 1, 164 (1966); т. 2, 105 (1967). 4 Г. М. Авакьянц, В. М. Арутюнян, «Изв. АН Арм. ССР», Физика, т. 3, 200 (1968); ФТП, т. 3, 964 (1969). 5 Г. М. Авакьянц, В. М. Арутюнян, Р. С. Барсегян, Материалы Всесоюзной конференции по физике полупроводниковых приборов и микроэлектронике, Тбилиси, 1971. 6 М. А. Lampert, A. Rose, Phys. Rev. 121, 26 (1961). 7 В. И. Стафеев, ФТП, т. 3, 2513 (1961); т. 5, 11 (1963). М. А. Lampert, Phys. Rev. 125, 126 (1962). Repts. Progr. Phys. 27, 319 (1964). 8 Г. М. Авакьянц, «Радиотехника и электроника», т. 10, 1880 (1965); «Известия АН Арм. ССР», Физика, т. 1, 248 (1966). 9 Г. М. Авакьянц, В. М. Арутюнян, ДАН Арм. ССР, т. 46, 228 (1968); «Известия АН Арм. ССР», Физика, т. 4, 318 (1969). 10 Г. М. Авакьянц, Ю. А. Абрамян, «Известия АН Арм. ССР», Физика, т. 4, 386 (1969). 11 В. А. Сабликов, И. Б. Павлюков, ДАН Узб. ССР, т. 9, 27 (1967); т. 4, 21 (1968); В. В. Осипов, В. И. Стафеев, ФТП, т. 1, 1795 (1967). 12 Ю. А. Абрамян, Автореферат, ЕРГУ, 1969. 13 В. А. Душкин, Л. П. Мулюкин, В. И. Мурыгин, В. И. Стафеев, ФТП, т. 4, 1761 (1970). 14 В. И. Стафеев, ФТП, т. 3, 185 (1961); Г. М. Авакьянц, «Радиотехника и электроника», т. 10, 1594 (1963); ДАН Арм. ССР, т. 50, 204 (1970); т. 51, 164 (1970). 15 Б. Анкер-Джонсон, Тр. IX Международной конференции по физике полупроводников, «Наука», М., 1970, стр. 859.

УДК 111.23

АСТРОНОМИЯ

Член-корреспондент АН Армянской ССР Г. А. Гурзadyн, Э. А. Казарян,
 М. Н. Крмоян, Р. А. Епремян

Ракетная астрофизическая обсерватория К-2

(Представлено 8/IV 1971)

3 октября 1970 г. в Советском Союзе был произведен запуск ракетной обсерватории, предназначенной для комплексного исследования Солнца в области далекого ультрафиолета и рентгеновских лучей. Настоящая статья посвящена описанию принципов работы и структуры этой обсерватории (условное название «К-2»).

Принцип работы обсерватории К-2. В основу работы ракетной обсерватории К-2 заложена идея использования инертной массы ракеты в качестве платформы первичной стабилизации, когда она стабилизирована и ориентирована в отношении небесных систем координат с очень плохой точностью — нескольких градусов дуги — на пассивном участке ее полета. Установленная в головной части ракеты обсерватория К-2, не отрываясь от нее, сама отрабатывает требуемую точность ориентации и стабилизации, в данном случае не хуже одной минуты дуги, в течение всего периода пассивного полета. Момент инерции подвижной части К-2 в среднем одинаков по всем осям и порядка одного кг м сек². Моменты инерции используемой ракеты с пустыми баками по отношению к ее поперечной и продольной осям порядка сотен кг м сек². При таком большом отношении моментов инерции ракеты и обсерватории, возмущения, возникающие вследствие отработки рассогласования положения обсерватории относительно небесных систем координат, практически не будут сказываться на поведении ракеты.

В стартовом положении обсерватория К-2 находится внутри сферического контейнера и наглухо закреплена на опорном кольце, находящемся в нижней части контейнера. Основная задача контейнера — спасение обсерватории со всеми приборами и кассетами с отснятыми фотопленками после выполнения программы астрономических наблюдений. С этой целью контейнеру придана достаточная жесткость и прочность, он оснащен нужными теплозащитными средствами и имеет парашютную систему.

Использованная для запусков К-2 ракета поднималась почти вертикально до высоты около 500 км. Из них 120 км относятся к активному участку траектории; работа К-2 по программе начинается с высоты

120 км. В конце активного участка движения ракеты поступает сигнал к открытию контейнера. Когда контейнер полностью открыт, специальная блокирующая система подключает электропитание к автономному программирующему устройству, к следящей системе и электродвигателям подвижных платформ К-2.

На нисходящей траектории полета, с целью своевременной подготовки операций по спасению обсерватории, ее работа прекращается на высоте 140 км. Затем поступает сигнал к закрытию контейнера и его отстрелу от ракеты. Далее происходит свободное падение контейнера и его торможение в плотных слоях атмосферы. После этого, на высоте нескольких километров раскрывается парашют, который и обеспечивает мягкую посадку контейнера с К-2 на Землю (со скоростью 8—9 м/сек).

Последовательность всех перечисленных этапов движения ракеты и состояния контейнера с К-2 показана на рис. 1. Общая продолжительность программной работы обсерватории на пассивном участке полета ракеты составляет около 570 сек.

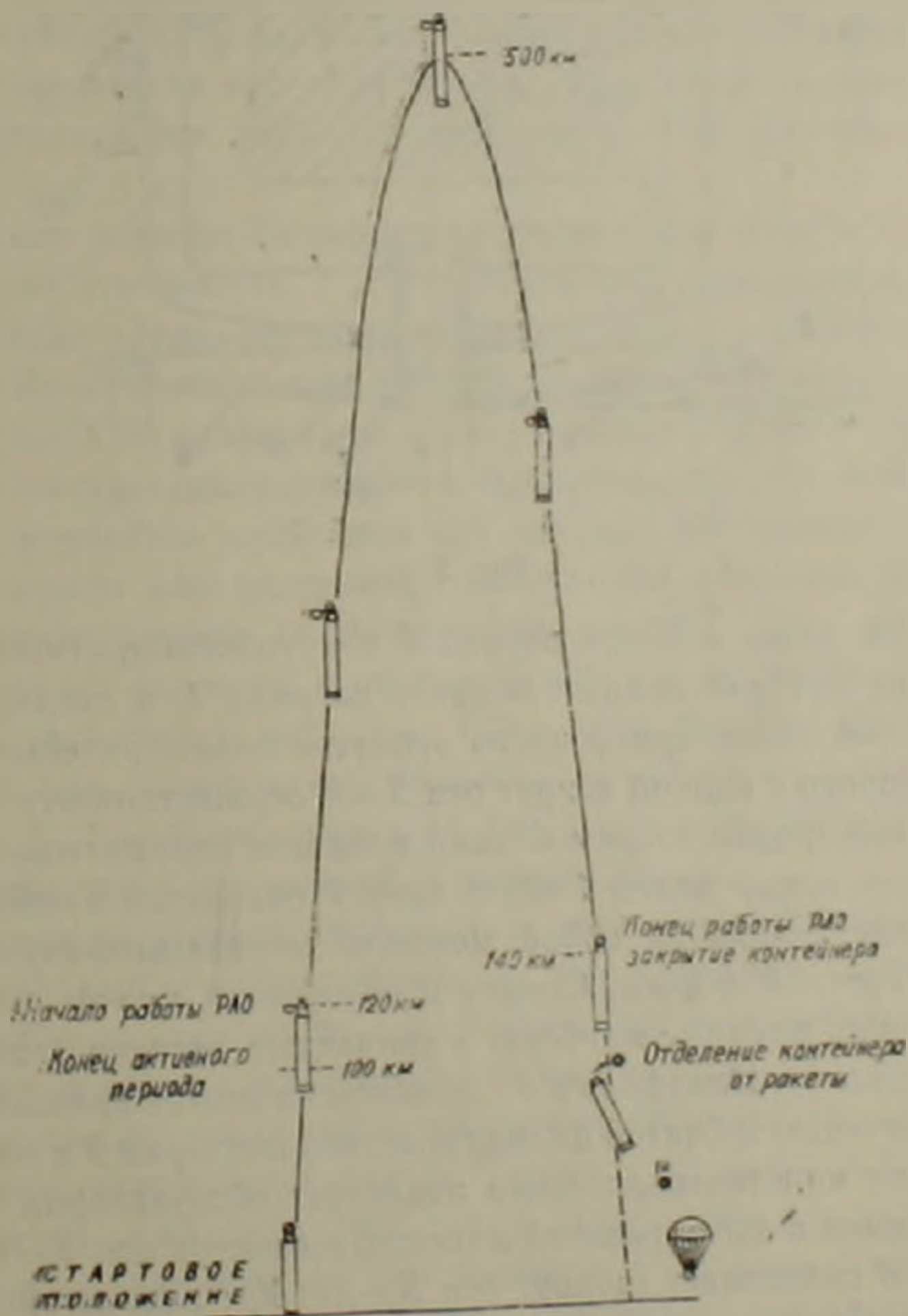


Рис. 1

Конструктивная схема обсерватории К-2. Основная конструктивная схема обсерватории К-2 показана на рис. 2. Сварная опорная рама 1 является основным несущим элементом, воспринимающим статические и динамические нагрузки обсерватории с учетом перегрузок (до 10 g) и вибраций. Рама 1 одновременно опирается по периметру на силовое кольцо 2 контейнера, к которому она закрепляется двенадцатью болтами В

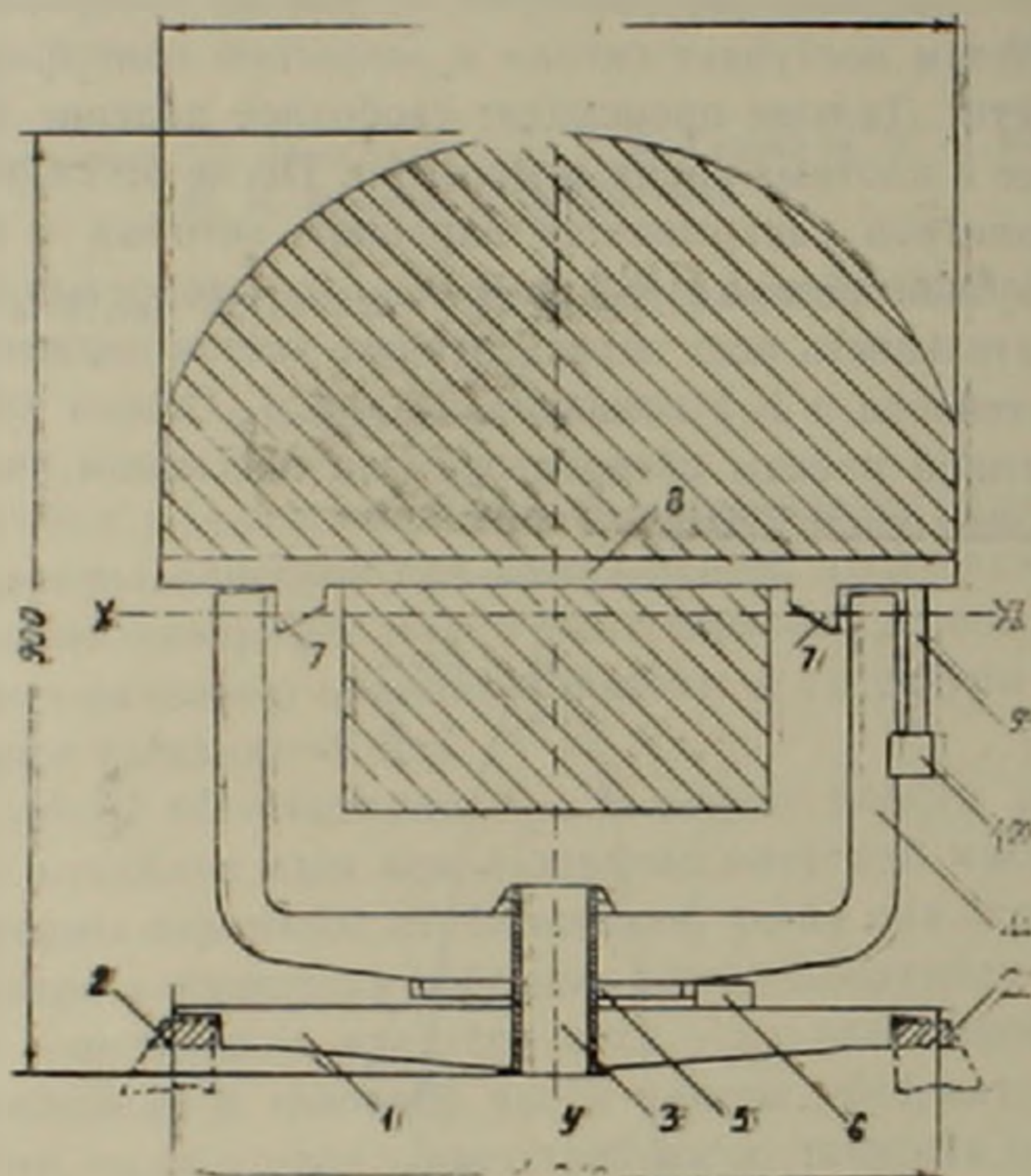


Рис. 2.

центре опорной рамы имеется втулка 3 с крупногабаритными шарикоподшипниками, которая опирается снизу на раму 1, а сверху связана с вилкой 4. К этой вилке прикреплено зубчатое цилиндрическое колесо 5, вращение которого с вилкой вокруг оси $X-X$ осуществляется с помощью редуктора с электродвигателем 6, закрепленным неподвижно на раме 1.

На верхние концы вилки 4 через лапы 7 опирается приборная платформа 8, представляющая собой мощную дюралюминиевую ажурную плиту почти круглой формы. Сверху и снизу этой платформы установлены неподвижно научные приборы и солнечные датчики (заштрихованная часть на рис. 2). Платформа 8 с приборами может вращаться вокруг оси $X-X$ с помощью зубчатой цилиндрической шестерни 9 и редуктора 10.

Выбранная кинетическая схема позволяет обсерватории К-2 осуществлять вращение в азимутальной плоскости (вокруг оси $Y-Y$) в пределах $0-360^\circ$ по склонению (вокруг оси $X-X$). К-2 рассчитана на захват и гидрирование Солнца, когда оно находится на $10-20^\circ$ выше математического горизонта.

Внешний контур объема, внутри которого расположены приборы, выбран таким образом, чтобы при всех положениях платформы 8 относительно оси $X-X$ ни один прибор не соприкасался с внутренней поверхностью контейнера. Непосредственно к колесу 5 и вилке 4 закрепляется горизонтальная платформа (не указанная на рис. 2), где устанавливается часть вспомогательных приборов (бортовой программник, электронные блоки следящей системы и т. д.). Некоторые из этих блоков закреплены прямо на стойках вилки 4.

Все электрические провода и жгуты, которые должны идти от К-2 к приборному отсеку ракеты, расположенному под контейнером, проходят через центральное отверстие 3, не мешая свободному вращению верхней части К-2 вокруг вертикальной оси.

Полный вес обсерватории К-2 около 200 кг, габаритные размеры 900 × 900 мм.

Система ориентации и стабилизации К-2 Была осуществлена двухрежимная стабилизация приборной платформы К-2: режим грубой стабилизации — с помощью самой ракеты, и режим точной стабилизации — с помощью автономной двухосной стабилизированной платформы К-2. В первом случае ракета как на активном, так и на пассивном участках полета стабилизируется грубо по всем плоскостям (рыскание, крен, тангаж).

В режиме точного слежения приборная платформа К-2 стабилизируется в двух плоскостях, т. е. по одной оси, проходящей через линию Земля—Солнце. Ориентация и стабилизация приборной платформы К-2 осуществляется электромеханической системой, которая обеспечивает: а) автоматическую ориентацию в направлении Солнца в пределах $\pm 30^\circ$; б) автоматическую стабилизацию с точностью не хуже $\pm 30''$.

Исполнительным элементом для каждой оси системе ориентации и слежения служит электропривод с двигателем постоянного тока с независимым возбуждением от постоянного магнита. Для обеспечения обратной связи по скорости в редуктор встроен тахогенератор с возбуждением от постоянных магнитов. Следящая система, предусмотренная для работы при относительно больших возмущениях, разработана совместно с А. Е. Бор-Раменским и Н. Платоновым по методу оптимального быстрогодействия с нелинейной обратной связью.

Индикатором углового положения для следящей системы служит двухкоординатный и двухступенчатый прецизионный датчик Солнца. Конструктивно он состоит из двух частей — грубого датчика или захватчика Солнца, и точного датчика или фотогида Солнца. Захватчик выполнен по принципу щелевых солнечных датчиков и при его небольших размерах обеспечивает поиск и захват Солнца в пределах $\pm 30^\circ$ как по азимуту, так и по склонению. Фотогид предназначен для точного гидирования; основным элементом в нем является длиннофокусный менисковый объектив ($F=2100$ мм), который строит на фокальной плоскости изображение Солнца диаметром около 20 мм и с достаточно резкими краями. Там же имеется маска со щелями, за которыми расположены светочув-

ствительные элементы. Основные параметры фотогида следующие: поле зрения $40'$, разрешающая способность $5''$, зона линейности $3',2$, крутизна 50 мв/мм , выходное сопротивление 500 ом .

Электрические системы. Все приборы и блоки электроники подсоединены к бортовой батарее напряжением 27 в . Ввиду того, что колебания тока в электрической сети больше, следящая система запитывается через стабилизатор, а остальные приборы подсоединены к бортовой сети непосредственно.

Программа работы обсерватории К-2 в полете осуществляется электромеханическим программно-временным механизмом, он начинает работу сразу же после включения электропитания в начале пассивного участка движения ракеты. Каждый из приборов подсоединен через дифференцирующую цепочку к отдельному диску программника.

На борту ракеты, поднимающей К-2, имеется радиотелеметрическая станция. Однако она используется не для передачи на Землю собственно научной информации от К-2, а для контроля за работой следящей системы и отдельных научных приборов.

Приборный состав и научная программа К-2. Обсерватория К-2 предназначена для изучения отдельных крупных частей Солнца — хромосферы, средней и дальней короны, активных областей на фотосфере — в ультрафиолетовых и рентгеновских лучах. Поэтому установленные на ее приборной платформе измерительные приборы являются преимущественно короткофокусного типа.

В один комплект К-2 входят следующие научные приборы:

1. Лайман-альфа камера новой системы (1 шт.) — для получения снимков хромосферы Солнца в линии Лайман-альфа водорода. Фокусное расстояние камеры — 500 мм , входное отверстие объектива — 70 мм .

2. Корональный щелевой спектрограф системы Роуленда (1 шт.) — для получения спектрограмм короны (и хромосферы) в диапазоне $500\text{—}1300 \text{ \AA}$ и со спектральным разрешением $0,1 \text{ \AA}$.

3. Хромосферный щелевой спектрограф системы Роуленда (1 шт.) — для получения спектрограмм хромосферы в области $700\text{—}1800 \text{ \AA}$ и со спектральным разрешением $0,1 \text{ \AA}$.

4. Внезатменный коронограф (1 шт.) — для получения прямых снимков солнечной короны в области длин волн $2000\text{—}3000 \text{ \AA}$ и до расстояний от края солнечного диска около 24 радиусов Солнца. Диаметр входного отверстия 16 мм , эквивалентное фокусное расстояние — 122 мм .

5. Гелиевый монохроматор (1 шт.) — для получения монохроматических изображений Солнца в линиях 304 HeII и 584 HeI . Диаметр входного отверстия — 50 мм . Фокусное расстояние монохроматора — 250 мм .

6. Камеры-обскуры (120 шт.) — для получения прямых снимков Солнца в области мягкого рентгена (короче $60 \text{ \AA}$). Фокусное расстояние камер — 150 мм , угловое разрешение — до одной минуты дуги.

7. Рентгеновский спектрограф косого падения (1 шт.) — для получе-

ния спектрограммы солнечной короны в интервале 10—150 Å, дисперсия спектрографа около 3 Å/мм. Все научные приборы работают фотографическим методом. Во избежание фрикционных повреждений фотоэмульсий, в большинстве из этих приборов реализован способ поперечного перемещения плоских кассет, позволяющий получение нескольких снимков на одном небольшом куске фотопленки.

Наладка, юстировка и подготовка научной аппаратуры к запуску, правильное ее размещение и крепление на приборной платформе, составляют солидную часть всей работы, связанной с созданием и эксплуатацией обсерватории К-2.

Необходимо подчеркнуть, что после приземления К-2 подавляющее большинство научных приборов, а солнечные датчики и электронные блоки полностью сохраняют свою работоспособность и, согласно результатам проведенного после спуска опробования, могут быть использованы повторно.

Разработка основных принципов работы ракетной обсерватории К-2, расчет и проектирование оптико-механических систем установленных на ней научных приборов и датчиков ориентации, а также комплексная разработка технического проекта обсерватории К-2 велись в Филнале Бюраканской астрофизической обсерватории по космическим исследованиям Академии наук Армянской ССР. Часть научных приборов, установленных на К-2, была изготовлена на Ленинградском оптико-механическом заводе. Изготовление механических частей стабилизированной платформы и вспомогательной аппаратуры, а также монтаж первых комплектов К-2 были осуществлены в основном Бюраканской оптико-механической лабораторией. Новые комплекты К-2 были изготовлены, собраны и наложены Ереванским СКБ «Астро» и Филналом БАО по космическим исследованиям.

Филнал БАО по космическим исследованиям
Академии наук Армянской ССР,
СКБ «Астро»

Հայկական ՍՍՀ ԿԱ քղապետ՝ Լ. Ա. ՎՈՐՔԱՅԱՆ,
Է. Ա. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Մ. Ն. ՔՐՄՈՅԱՆ, Ի. Ա. ԵՓՐԵՄՅԱՆ

К-2 Հրթիռային աստղադիտարանը

1970 թ. հոկտեմբերի 3-ին տեղի է ունեցել К-2 հրթիռային աստղադիտարանի արձակումը՝ Արեգակի կարմալիք ու ռենտգենյան ալիքներում ուսումնասիրման նպատակով:

Հոգվածը նվիրված է այդ աստղադիտարանի աշխատանքի սկզբունքների կառուցվածքի նկարագրմանը:

Հրթիռային աստղադիտարանի աշխատանքի հիմքում դրված է հրթիռի դանդաղվածը՝ որպես նախնական ու կուպիտ կայունացման հենարան օգտագործելու միտքը: Ընդգրիտ աստղադիտական կայանացումը իրականացվում է արդեն К-2 տեղակայքի ինքնուրույն կայունացման սխեմայի օգնությամբ, օգտագործելով Արեգակի ուղղությունն զգացող հատուկ լուսարեդուները ու

ԼաոաՎարող սարքեր: Ճշգրիտ կայունացումը իրականացվում է նրկու հարթությամբ, այն է՝ միայն նրկիր-Ռրեգակ դծի ուղղությամբ:

Հողվածում շարադրված են հռթիռային աստղադիտարանի կոնստրուկտիվ առանձնահատկությունները, կայունացման սխտեմի հիմնական ցուցանիշները, տեղեկություններ էլեկտրոնային սխտեմների մասին:

Բերված է հռթիռային աստղադիտարանի վրա տեղադրված դիտական ու չափողական սարքերի ցանկը և նրանց հիմնական ցուցանիշները:

Այդ սարքերը նախատեսված են Ռրեգակի գունդըրտի ու լուսուրդի ակտիվ տիրույթների ուսումնասիրության նպատակով:

Հոկտեմբերի 3-ի թոիչքի ընթացքում ստացված արդյունքները բերվում են այլ տեղերում:

УДК 542.61 + 543.70 + 546.86

НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Член-корреспондент АН Армянской ССР В. М. Тараян, Ж. М. Арстамян

К вопросу о химизме экстракции сурьмы основными красителями

(Представлено 30/IV 1971)

Взаимодействие хлоридного анионного комплекса сурьмы (V) с катионами различных основных красителей широко применяется для экстракционно-фотометрического определения микрограммовых количеств сурьмы. При этом почти все без исключения, авторы считают, что в образовании экстрагируемого ионного ассоциата принимает участие гексахлорантимонат-анион $[SbCl_6]^-$. Последний легко гидролизуется, а скорость гидролиза увеличивается с повышением концентрации кислоты в растворе (¹). Так константа скорости реакции: $[SbCl_6]^- \rightarrow [Sb(OH)Cl_5]^-$, наивысшее значение приобретает при 6,0 н. концентрации HCl ($K = 9,6 \cdot 10^{-3} \text{ мин}^{-1}$).

Авторы считают, что продукт гидролиза т. е. $[Sb(OH)Cl_5]^-$ -ион не-реакционноспособен по отношению к катиону основного красителя и рекомендуют проводить экстракцию при сравнительно низкой кислотности (2,0—3,8 М). Однако описанные в литературе экстракционно-фотометрические методы определения сурьмы (V) осуществляются не только при указанной кислотности, а в заметно широком ее интервале (²).

Одновременно, вопрос о составе извлекаемого в органическую фазу аниона сурьмы (V), в зависимости от кислотности водной фазы т. е. механизм экстракции сурьмы (V) из солянокислых растворов в присутствии основных красителей, практически не исследован.

Исходя из вышесказанного, при исследовании возможностей применения основного красителя метилового зеленого*, как реагента для экстракционно-фотометрического определения сурьмы была поставлена задача изучить влияние кислотности водной фазы на полноту экстракции, а также на состав экстрагируемого анионного комплекса сурьмы (V).

Результаты такого исследования позволили бы установить как область оптимальной кислотности, так и четче представить механизм экстракции исследуемого анионного комплекса в органическую фазу. Предварительными опытами был подобран экстрагент, который практически

* Краситель „Метилловый зеленый“, марки, Reanal*.

полностью экстрагировал образующееся трехкомпонентное соединение не извлекая при этом простую соль реагента. В качестве такого экстрагента из испытанных нами различных органических растворителей наиболее пригодным оказался бензол.

На рис. 1 дан спектр поглощения бензольного экстракта окрашенного соединения сурьмы (V).

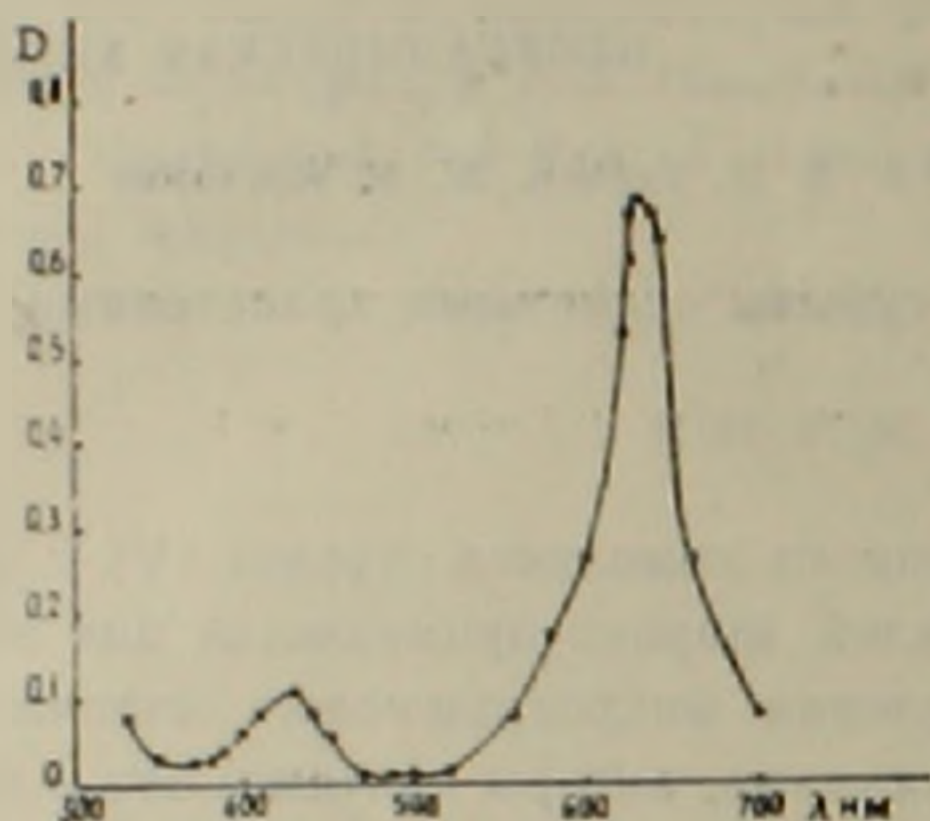


Рис. 1. Спектр поглощения бензольного экстракта ассоциата анионного комплекса сурьмы (V) с метиловым зеленым (водная фаза 0,3 н. HCl)

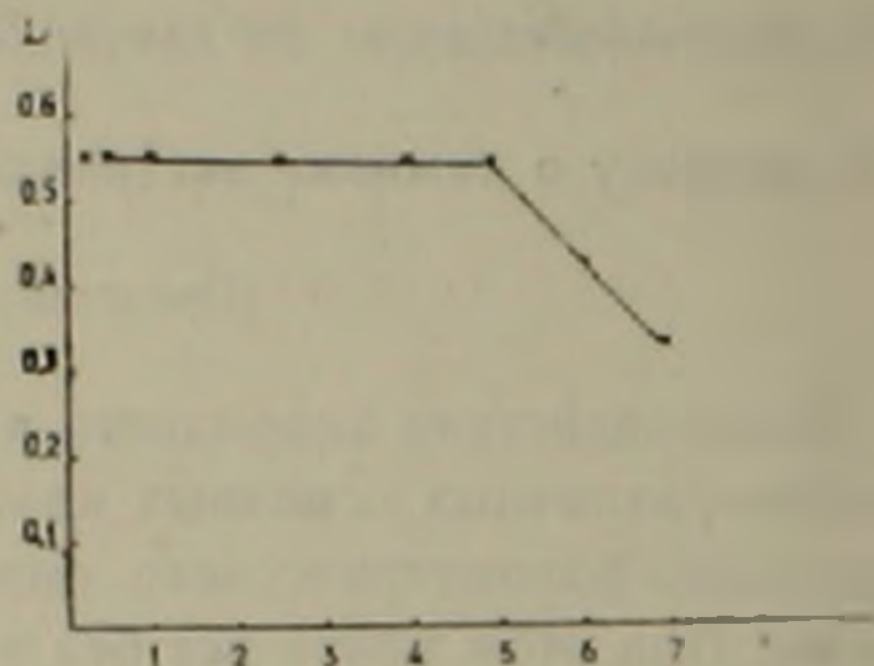


Рис. 2. Зависимость светопоглощения бензольных экстрактов ассоциата анионного комплекса сурьмы (V) с метиловым зеленым от кислотности водной фазы

Из приведенных данных следует, что максимум в спектре поглощения упомянутого экстракта наблюдается при 630 нм. Оптическая плотность «холостого» равна нулю. Соответствующими экспериментами было установлено, что ионный ассоциат сурьмы (V) с метиловым зеленым практически количественно экстрагируется однократной экстракцией в довольно широком интервале кислотности 0,3—5,0 н. HCl (рис. 2).

В этой связи возникла необходимость определить состав извлекаемого в органическую фазу анионного комплекса сурьмы (V) в зависимости от кислотности водной фазы и выяснить сохраняется ли этот состав постоянным в указанном широком интервале кислотности. С этой целью в бензольном экстракте определялось мольное отношение хлор-иона к сурьме.

Методика исследования заключалась в следующем. Количество извлеченной в органическую фазу сурьмы (V) определяли по предварительно заготовленному калибровочному графику. Для определения количества хлор-иона в извлекаемом в органическую фазу трехкомпонентном соединении несколько бензольных экстрактов (содержащих в сумме от 50 до 200 мкг сурьмы) объединялись и тщательно отделялись от остатков водной фазы. Затем объединенный экстракт выпаривали на водяной бане до объема в 5—7 мл, добавляли 10 мл азотной кислоты (1 : 5) и выпаривали до полного разложения реагента-красителя. Остаток разбавляли водой до 25—30 мл и выделяли сурьму цементацией на медной

спирали. В полученном описанным способом растворе концентрацию хлор-иона определяли амперометрическим титрованием раствором нитрата серебра*.

Результаты приведены в табл. 1.

Таблица 1

Влияние кислотности водной фазы на состав извлекаемого в органическую фазу анионного комплекса сурьмы

Кислотность водной фазы	Содержание сурьмы в экстракте, г-ион	Содержание хлор-иона в экстракте, г-ион	Отношение: $\text{Sb (V)}:\text{Cl}^-$	Состав анионного комплекса сурьмы
0,3н·HCl	$1,64 \cdot 10^{-6}$ $1,13 \cdot 10^{-6}$	$1,6 \cdot 10^{-6}$ $1,11 \cdot 10^{-6}$	1:1	$[\text{Sb(OH)}_5\text{Cl}]^-$
1,0н·HCl	$0,82 \cdot 10^{-6}$ $1,23 \cdot 10^{-6}$ $1,64 \cdot 10^{-6}$	$1,68 \cdot 10^{-6}$ $2,57 \cdot 10^{-6}$ $3,11 \cdot 10^{-6}$	1:2	$[\text{Sb(OH)}_4\text{Cl}_2]^-$
3,0н·HCl	$1,23 \cdot 10^{-6}$ $1,23 \cdot 10^{-6}$ $0,61 \cdot 10^{-6}$ $0,41 \cdot 10^{-6}$	$3,72 \cdot 10^{-6}$ $3,67 \cdot 10^{-6}$ $1,79 \cdot 10^{-6}$ $1,22 \cdot 10^{-6}$	1:3	$[\text{Sb(OH)}_3\text{Cl}_3]^-$
5,0н·HCl	$1,23 \cdot 10^{-6}$ $0,41 \cdot 10^{-6}$ $0,62 \cdot 10^{-6}$ $0,62 \cdot 10^{-6}$	$5,04 \cdot 10^{-6}$ $1,72 \cdot 10^{-6}$ $2,52 \cdot 10^{-6}$ $2,50 \cdot 10^{-6}$	1:4	$[\text{Sb(OH)}_2\text{Cl}_4]^-$
6,0н·HCl	$0,49 \cdot 10^{-6}$ $0,35 \cdot 10^{-6}$ $0,35 \cdot 10^{-6}$	$2,05 \cdot 10^{-6}$ $1,37 \cdot 10^{-6}$ $1,47 \cdot 10^{-6}$	1:4	$[\text{Sb(OH)}_2\text{Cl}_4]^-$

Дальнейшее повышение кислотности** водной фазы приводит к заметному снижению оптической плотности экстракта тройного соединения. По-видимому, в этих условиях катион красителя протонируясь переходит в двузарядную форму и тем самым нарушаются оптимальные условия экстракции.

Приведенные данные свидетельствуют о том, что даже при 6 н. по соляной кислоте водной фазе, извлекаемый красителем в органическую фазу анионный комплекс сурьмы (V), не является гексахлор-антимонат-ионом $[\text{SbCl}_6]^-$.

Согласно литературным данным все ионы сурьмы находятся в анионном состоянии и наиболее характерное координационное число сурьмы в ее анионных комплексах равно шести (3). Имеются данные и о том, что с уменьшением концентрации соляной кислоты происходит ступенчатый гидролиз комплексного иона $[\text{SbCl}_6]: \text{SbCl}_6^- + x\text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{SbCl}_{6-x}(\text{OH})_x + x\text{HCl}$ с образованием соединений общей формулы: $\text{Sb(OH)}_x\text{Cl}_{6-x}$, где $x=1-6$ (4-6).

* Предварительно было установлено, что в исследуемом интервале кислотности бензол не экстрагирует соляную кислоту или ее простую соль с катионом реагента.

** При снижении концентрации соляной кислоты (0,3 н.) экстракты мутнеют.

Измерением эффекта Мессбауэра было показано, что только в концентрированной соляной кислоте существует $[\text{SbCl}_6]^-$ -ион и уже в 11,0 М НСl в заметных количествах образуется первый продукт гидролиза: $[\text{Sb}(\text{OH})\text{Cl}_5]^-$. В 9 М НСl в основном существует $[\text{Sb}(\text{OH})\text{Cl}_5]^-$ -анион, а в 6 М НСl доминирует продукт гидролиза $[\text{Sb}(\text{OH})_2\text{Cl}_4]^-$ -ион и т. д. (7). Что действительно суммарный заряд образующихся гидроксокомплексных анионов сурьмы (V) равен единице, подтвержден нами определением соотношения катиона красителя (метилового зеленого) и аниона сурьмы, которое оказалось равным 1:1 и не изменяется с изменением кислотности водной фазы. Об этом свидетельствует и постоянная оптическая плотность экстракта трехкомпонентного соединения в изученном интервале кислотности (0,3—5,0 н. НСl—рис. 2).

Одновременно была поставлена задача изучить возможности экстракции сурьмы из растворов соляной кислоты различной концентрации, в отсутствие красителя. С этой целью в качестве экстрагента была применена изообъемная смесь бензола с этилацетатом. Последняя не экстрагирует соляную кислоту из водной фазы и создает возможность извлечения сурьмы при 0,3 н. НСl однократной, а из 1,0—3,0 н. НСl двухкратной экстракцией. С дальнейшим повышением кислотности, экстракция сурьмы (V) резко уменьшается и при 5,0 н. НСl сурьма (V) практически из водной фазы не экстрагируется. Далее соответствующими опытами т. е. вышеописанной методикой было нами показано, что даже в отсутствие красителя т. е. в виде соответствующих комплексных кислот при 0,3 н. НСl в органическую фазу извлекается $[\text{Sb}(\text{OH})_5\text{Cl}]^-$ -анион, при 1,0 н. НСl $[\text{Sb}(\text{OH})_4\text{Cl}_2]^-$, а из 3,0 н. по соляной кислоте водной фазы $[\text{Sb}(\text{OH})_3\text{Cl}_3]^-$ -анион.

Таким образом, как при экстрагировании бензолом в виде ионного ассоциата с катионом красителя, так и в отсутствие последнего, при извлечении указанной бинарной смесью (одним из компонентов которой является кислородсодержащий органический растворитель), составы извлекаемых гидроксокомплексов сурьмы (V) аналогичны.

Полученные нами результаты хорошо согласуются с имеющимися литературными данными, полученными спектрофотометрическим методом (4, 8), изучением экстракции (5, 8) и методом изотопного обмена (9). Согласно некоторым авторам, хорошая экстракция гидролизованных комплексов сурьмы (V) объясняется отсутствием у них дипольного момента, вследствие чего не наблюдается заметная гидратация не только $[\text{SbCl}_6]^-$, но и гидролизованных $[\text{SbCl}_{6-x}(\text{OH})_x]^-$ -ионов, причем происходит гидратация и сольватация только катионной части ионного ассоциата (7).

Возможность извлечения гидролизованных анионов сурьмы (V) различного состава в широком интервале кислотности показана нами на примере основного красителя — метилового зеленого.

Ереванский государственный
университет

Հիմնային ներկերով անտիմոնի էքստրակցիայի մեխանիզմի մասին

Հետազոտվել է օրգանական ֆազ անցնող անտիմոնի (V) անիոնային կոմպլեքսի բաղադրությունը՝ կախված ջրային ֆազի թթվությունից, այսինքն աղաթթվային լուծույթներից անտիմոնի (V) էքստրակցիայի մեխանիզմը՝ հիմնային ներկ մեթիլկանաչի ներկայությամբ:

Ցույց է տրվել, որ նույնիսկ ճՈ. բստ աղաթթվի ջրային ֆազում բենզոլով էքստրակցվող անտիմոնի անիոնային կոմպլեքսը չի հանդիսանում հերաքվող րանտիմոնատ իոն:

Հաստատվել է, որ ներկի բացակայությամբ, բինար խառնուրդով (բեն-
զոլ-էթիլացետատ) էքստրակցելիս՝ կախված ջրային ֆազի թթվությունից,
օրգանական ֆազ էն անցնում անտիմոնի անալոգ բաղադրությամբ հիդրօքսո-
կոմպլեքսները:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ R. Ramette, E. Sundell, Anal. Chim. Acta, 13, 455 (1955). ² Н. А. Блюм, Экстракционно-фотометрические методы анализа с применением основных красителей, Изд. „Наука“, М., 1970. ³ N. A. Bollner, J. Amer. Chem. Soc. 71, 3909 (1949). ⁴ Н. М. Neumann, J. Amer. Chem. Soc. 76, 2611 (1954). ⁵ Г. М. Дакар, Б. З. Нофа, А. Н. Несмеянов, Радиохимия, 5, 128 (1963). ⁶ Б. З. Нофа, Г. М. Дакар, Радиохимия, 6, 411 (1964). ⁷ В. А. Брюханов, Б. З. Нофа, С. Н. Семенов, Радиохимия, 11, 362 (1969). ⁸ Г. М. Дакар, Б. З. Нофа, Радиохимия, 7, 125 (1965). ⁹ N. A. Bollner, W. Golshi, J. Amer. Chem. Soc., 83, 85 (1961).

УДК 553.432

ПОЛЕЗНЫЕ ИСКОПАЕМЫЕ

С. А. Зограбян

Новые данные о структурном и магматическом контроле оруденения
 на Кафанском медно-полиметаллическом месторождении

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Г. Магакьяном 18/V 1971)

На протяжении последних десятилетий Кафанское месторождение являлось объектом детальных геологических изысканий. Благодаря исследованиям нескольких поколений геологов (1-7 и др.) в значительной степени выяснены многие вопросы геологического строения и условий образования месторождения. Им проделана большая работа и по расшифровке геологической структуры месторождения, хотя некоторые важные вопросы структурного контроля оруденения все еще остаются невыясненными, что, в свою очередь, затрудняет выбор правильного направления дальнейших поисково-разведочных работ.

Нерешенными остаются также вопросы генетической связи колчеданного оруденения с теми или иными магматическими образованиями.

При изучении структуры и условий формирования Ахтальского барит-полиметаллического месторождения, расположенного в одной, с Кафанским месторождением, структурно-металлогенической зоне, была обнаружена тесная пространственная связь рудных тел с широко развитыми на месторождении диабазовыми и габбро-диабазовыми дайками. Было установлено, что все промышленно интересные рудные тела локализованы на участках сопряжения указанных даек с экранирующей оруденение поверхностью контакта между рудовмещающими кварцевыми плагиопорфирами и порфиритами (8).

В дальнейшем нами была сделана попытка проверить возможное проявление этой закономерности и на других, соседних с Ахтальским, месторождениях Алавердского рудного района и, в первую очередь, на Шамлугском медноколчеданном месторождении. В результате ознакомления с месторождением у нас сложилось мнение о том, что рудные жилы здесь не только не выявляют пространственной приуроченности к структурам, вмещающим диабазовые дайки, а, наоборот, они чаще ориентируются вкрест простиранию последних.

При изучении структуры Кафанского месторождения оказалось, что и здесь рудные жилы, как правило, ориентируются вкрест простиранию

диабазовых даек. Многократные наблюдения подобных явлений на многих рудниках и горизонтах месторождения навели нас на мысль о наличии какой-то общей закономерности в подобных соотношениях рудных жил и даек. Дальнейшие исследования подтвердили правильность этого предположения.

Установленные закономерности пространственного размещения рудных тел на Кафанском месторождении дают основание предложить новую схему структурного и магматического контроля оруденения на месторождении и выдвинуть новые критерии для поисково-разведочных работ. Наши представления по этим вопросам сводятся к следующему.

На Кафанском месторождении рудные тела, представленные медно-колчеданьными и колчеданно-полиметаллическими жилами (иногда сопровождающимися штокверковым оруденением) распределены на площади месторождения неравномерно и группируются в отдельные участки (рудники), разобитые промежутками практически безрудных пород.

Указанные группы жил, а местами и единичные жилы в большинстве случаев пространственно тяготеют к выходам диабазовых даек и ориентируются вкрест их простиранию.

Наиболее типичная схема структуры рудоносного участка представляется следующим образом.

В центральной части участка залегает диабазовая дайка (или серия даек) обычно северо-восточного близмеридионального направления. Вкрест простиранию дайка (а иногда и под некоторым углом к ней) симметрично по обе ее стороны залегают убывающие в мощности и постепенно выклинивающиеся по мере удаления от дайки рудные жилы. В результате возникает древовидная структура участка (рис. 1, 2, 3, 4), внешне напоминающая отрастание веток от ствола дерева. Это сравнение, разумеется, не должно пониматься в прямом смысле слова. Пространственную связь между диабазовыми дайками и рудными жилами надо понимать как связь структурную, принимая, что дайки и рудные жилы тяготеют к сопряженной системе трещин, а точнее, рудные жилы локализируются в трещинах отрыва, оперяющих сколовые нарушения, вмещающие диабазовые дайки. Циркуляция же гидротермальных растворов по этим рудовмещающим структурам, естественно, происходила в восходящем направлении и не в сторону от дайки, а иногда и по направлению к ней (о чем свидетельствуют нередкие случаи экранирования дайками рудных жил и прожилков). Описанные соотношения рудных жил и диабазовых даек наблюдаются на многочисленных горизонтах рудников 1—2, 7—10, им. Комсомола, Нор-Барабатум и многих других. Для иллюстрации сказанного на рис. 1, 2, 3 и 4 даны выкопировки с геологических планов некоторых из указанных горизонтов. Таких иллюстраций можно было бы привести очень большое количество, однако, исходя из ограниченного объема краткого сообщения, ограничимся этими.

В ряде случаев наблюдается концентрация рудных жил по одну сторону от даек, в лежащем, либо всящем их боку (рудник им. Комсомола, гор. 813, 787, 746).

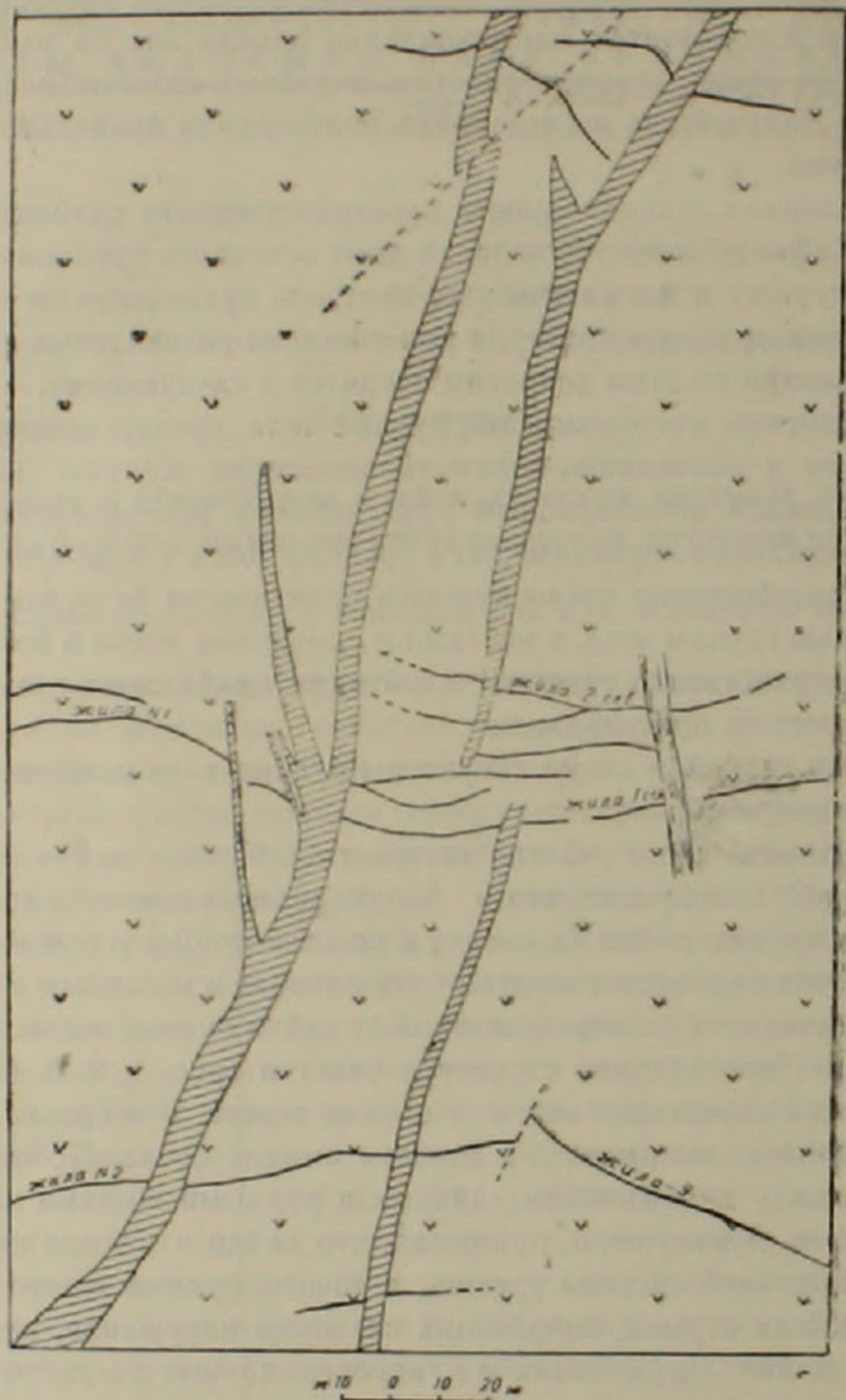
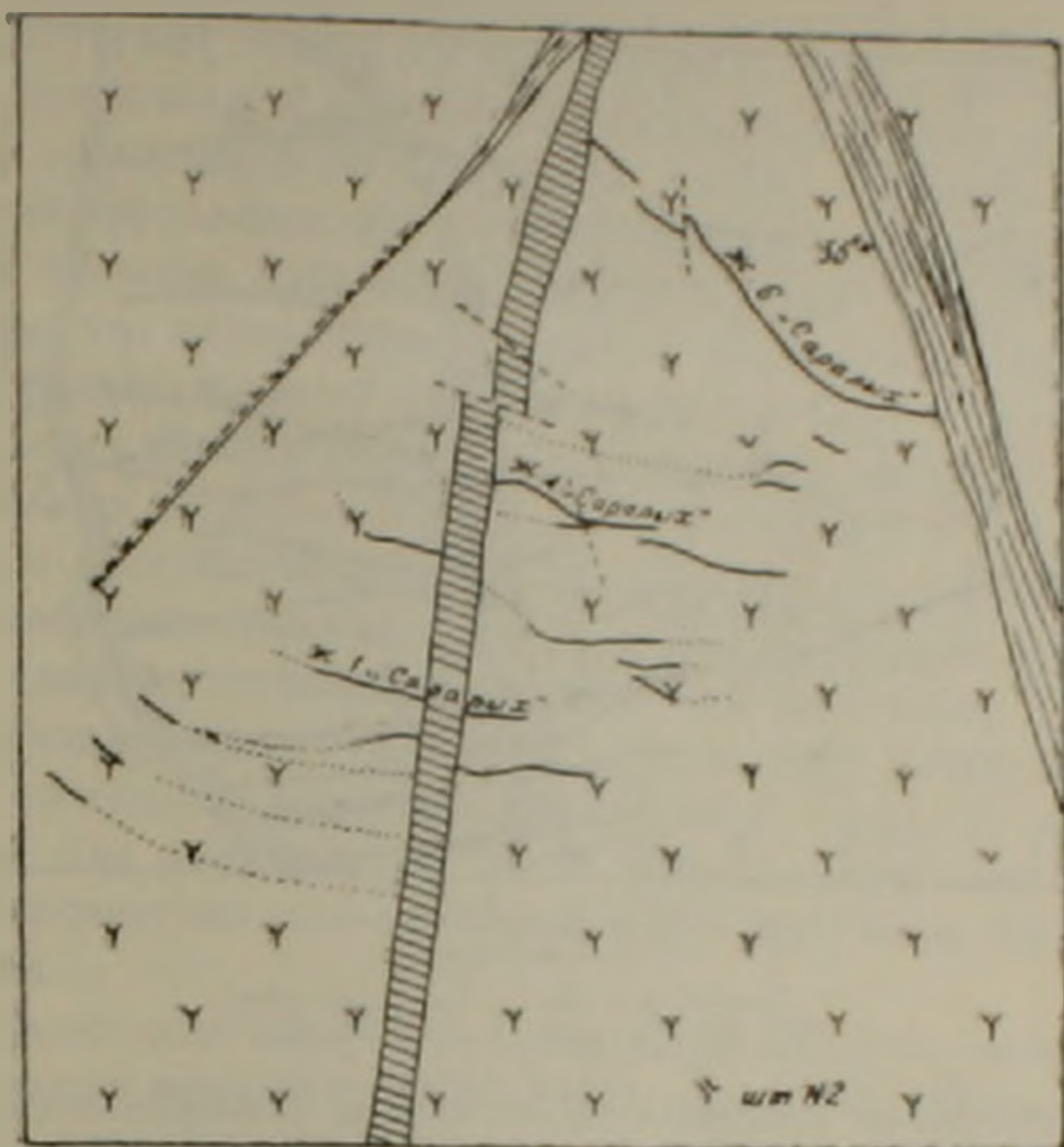


Рис. 1. Рудник 1—2, гор. 888 м. 1—плагиоклазовые порфириты и их туфобрекчии; 2—диабазовые дайки; 3—рудные жилы; 4—тектонические нарушения; 5—небольшие трещины

Сравнительно редки случаи сосредоточения колчеданных жил в блоке пород, заключенном между двумя параллельно залегающими диабазовыми дайками (рудник им. Комсомола, гор. 893, 862).

Не исключены случаи локализации в самих приальбандовых частях даек сульфидных жил и прожилков, часто дающих ответвления во вмещающие породы под косыми углами к дайке (шт. Саралых-2, ствол, рудник им. С. Шаумяна, гор. 840, жила № 3 и др.).



— 20 0 20 40 —

1 2 3 4 5

Рис. 2. Штольня «Саралых»-2, гор. 1009 м. 1—плагноклазовые порфиристы, 2—диабазовые дайки; 3—рудные жилы, 4—тектонические нарушения, 5—предполагаемые продолжения рудных жил



— 20 0 20 40 —

1 2 3 4 5

Рис. 3. Рудник 7—10, уч. Катар, гор. 1009 м. 1, 2—порфиристы и их туфобрекчии, 3—диабазовые дайки, 4—рудные жилы, 5—тектонические нарушения

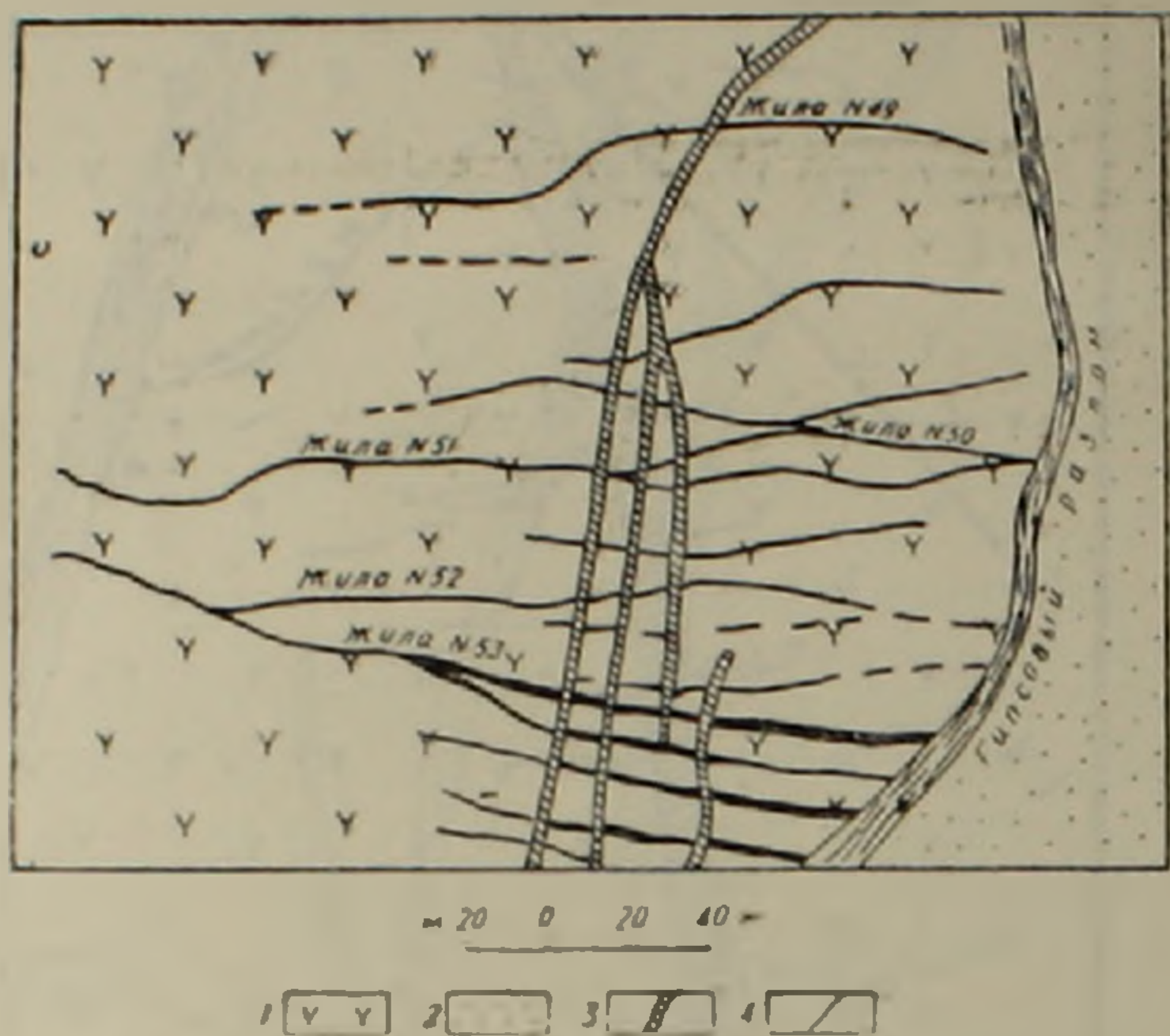


Рис. 4. Рудник им. Комсомола (6), гор. 813 м. 1—кварц-плагноклазовые порфиры. 2—огипсованные породы. 3—диабазовые дайки. 4—рудные жилы

Насколько тесна связь и закономерна отмеченная ориентировка рудных жил относительно даек, свидетельствуют и следующие факты.

Как известно, рудные жилы на Кафанском месторождении имеют в основном близширотное простирание, а контролирующие их дайки имеют северо-восточное, близмеридиональное простирание. Однако на некоторых участках дайки вблизи крупных тектонических нарушений меняют направление на близширотное, а тяготеющие к ним рудные жилы, наоборот, приобретают северо-западное, близмеридиональное, а иногда северо-восточное простирание, сохраняя, таким образом, ориентировку вкрест дайке (рудник 1—2, гор. 888, жилы 3^{сбм}, 4 сев., рудник Нор-Барабатум, гор. 780, жилы 2, 3, 4, 5, 8 и 11).

Таким образом, изучение фактов и явлений, которые первоначально, казалось бы, противоречили нашим представлениям о структурном контроле оруденения, привело к установлению новых закономерностей, подтверждающих эти же представления с иной, несколько неожиданной стороны.

Необходимо подчеркнуть, что полученные данные не отрицают рудоконтролирующей роли крупных разрывных нарушений широко развитых в рудном поле. Однако эти нарушения не играли роли рудоподводящих каналов (что принималось ранее некоторыми исследователями), а подготовили и создали тектонически благоприятные условия, способствовавшие внедрению диабазовых даек и формированию последовавших за ними рудных жил. Поэтому не случайно, что рудные жилы, тяго-

тея к участкам развития даек, больших количеств и максимальных мощностей достигают вблизи зон крупных разрывных нарушений.

Не исключены и естественны единичные случаи развития рудных жил вне зависимости от диабазовых даек и, наоборот, имеются случаи отсутствия оруденения вблизи некоторых диабазовых даек.

При изучении Ахтальского месторождения ⁽⁹⁾ было высказано мнение о том, что циркуляция рудоносных растворов вдоль даек основного состава свидетельствует о значительной глубине рудоносного магматического очага. Тесная связь рудных тел с дайками диабазового состава, выявляемая и на других колчеданных месторождениях Алаверди-Кафанской зоны дает основание с большей уверенностью предположить наличие парагенетической связи между этими образованиями¹ в смысле общности единого, глубоко залегающего, магматического очага.

Установленные закономерности позволяют выдвинуть диабазовые дайки в качестве важнейшего структурного и магматического поискового критерия для обнаружения новых слепых рудных тел, что открывает новые перспективы для расширения сырьевой базы Кафанского месторождения.

В заключение следует отметить, что положения, выдвигаемые в статье, являются новыми для месторождения, возможно не лишены некоторых противоречивых моментов и, естественно, нуждаются в дальнейшем более детальном изучении.

В будущем выяснение генетической связи указанных даек с теми или иными магматическими очагами, определение места и времени формирования их в истории тектонического развития складчатой зоны, несомненно прольет свет на проблему генезиса колчеданных месторождений Армении.

Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР

Ս. Ա. ԶՈՂԵԱՐՅԱՆ

Նոր տվյալներ Հափանի պղինձ-բազմամետաղային հանքավայրի
ստրուկտուրային և մագմատիկ վերահսկման մասին

Հափանի հանքավայրի պղինձկոլչեղանային և կոլչեղան-բազմամետաղային հանքամարմինների տարածական բաշխման օրինաչափությունների բացահայտման հիման վրա, առաջարկվում է հանքայնացման ստրուկտուրային և մագմատիկ վերահսկման նոր սխեմա: Համաձայն այս սխեմայի հանքամարմինները խմբավորված են առանձին տեղավայրերում (հանքերում):

¹ Взгляды, близкие к этим, в свое время были высказаны А. Эрном ⁽¹⁾, хотя в дальнейшем все исследователи Кафанского месторождения отрицали наличие какой-либо связи между диабазовыми дайками и колчеданным оруденением, а многие из них считали указанные дайки послерудными образованиями.

ունեն տարածական սերտ կապ դիարազային և դարրո-դիարազային երակներին հետ, տեղադրվում են այդ երակները ընդգրկող խախտումներին հարող ճեղքերում: Մերձհասարակածային տարածման պոկման ճեղքերին հարող հանքային երակները, տեղադրված են դայկաների նկատմամբ սիմետրիկ և և կողմնորոշված են ուղղահայաց նրանց տարածմանը (երբեմն որոշ անկյուն տակ): Հանքային երակների հզորությունները նվազում են դայկաներից հեռանալիս և աստիճանաբար մարում: Այս կապակցությամբ դիարազային և դարրո-դիարազային հյուսիս-արևելյան, մերձմիջորենականային ուղղության երակները առաջարկվում են դիտել որպես որոնողական կարևորագույն շափանիշ:

Հանքայնացման տարածական և հավանաբար, ժամանակային սերտ կապը դիարազային երակների հետ, որը դիտվում է Ալավերդի-Ղափան ստրուկտուր-մետալոգենիկ գոնայի որոշ կոլլեկանային հանքավայրերում, վկայում է նրանց պարադեննետիկ կապի դոյուսթյան մասին խորը տեղադրված մագմատիկ օջախի հետ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. Эрн. Отчет об исследовании Катар-Кавартского месторождения медных руд Зангезурского уезда Елисаветпольской губернии, Тифлис, 1910. ² М. П. Русаков, В. Г. Грушевой, «Разведка недр», № 19—20, 1934. ³ В. Н. Котлярь, «Известия АН СССР» (отделение мат. и естеств. наук), № 2 (1938). ⁴ Б. С. Вартапетян, «Советская геология», № 29, 1948. ⁵ А. Е. Кочарян, Комсомольский рудник Кафанского месторождения меди (на арм. яз.), Изд. АН АрмССР, 1948. ⁶ С. С. Ванюшин, Ю. А. Лейс, Э. Г. Малихасян, Кафанское медное месторождение, Изд. НТО Цветмет, 1957. ⁷ В. Т. Акопян, А. Г. Казарян, Г. Г. Шехян, «Известия АН СССР» (сер. геол.), № 5 (1969). ⁸ С. А. Зограбян, ДАН Арм. ССР, т. XL, № 1 (1965). ⁹ С. А. Зограбян, Особенности геологической структуры Ахтальского барит-полиметаллического месторождения и условия локализации рудных тел (автореферат канд. дисс.), 1967.

УДК 550.4

ГЕОХИМИЯ

Р. Г. Геворкян, Г. О. Григорян

О поведении кремния и алюминия при кристаллизации щелочно-
 земельных вулканических дифференциатов в Кафанском
 рудном поле (Армянская ССР)

(Представлено академиком АН Армянской ССР И. Г. Магакьяном 20/VI 1971)

Результаты исследования особенностей поведения кремния и алюминия в условиях колебаний давления, температуры и щелочности в расплавах связанных с юрским вулканизмом ⁽¹⁾ в Кафанском рудном поле могут восполнить наши представления о геохимических процессах, протекающих при становлении щелочно-земельной серии пород типа кварцевых порфиров и др., с которыми тесно ассоциируют медное и полиметаллическое оруденение.

Ранее установлена ⁽²⁾ существенная роль изменчивости давления паров воды и появление в связи с этим двух «баро-фаций» пород в соответствии с известным «геохимическим барометром Борхерта» ⁽³⁾. Колебаниям давления летучих компонентов в расплаве в свою очередь обязаны также последующие смещения уровней щелочности, температур кристаллизации и коэффициентов растворимости кремнезема.

Во всех этих многообразных и сложных процессах значительная роль отводится кремнию и алюминию. Ниже, на основе сопоставления данных петролого-геохимических исследований с результатами эксперимента оценены влияния давления, щелочности и температуры на поведение последних ⁽²⁻⁴⁾.

Кремний. Содержание кремнезема колеблется от 50,88% в авгитовом порфирите и 53,50% в кварцевом порфирите «барабатурского типа» до 73,96% — в кварц-порфире и 77,60% — в альбитофире (данные взяты из силикатных анализов по данным Г. О. Григоряна).

Петрографически кварц входит в структурную группу вкрапленников и частично основной массы, образуя в первой за частую прекрасно ограниченные крупные бипирамидальные слегка корродированные кристаллы ⁽⁵⁾, составляющие значительную долю особенно среди кварцевых порфиров. Условия образования бипирамидального кварца служили предметом специального обсуждения ⁽⁵⁾.

Исходя из возможности приложения к вулканической системе Кафана «геологического барометра Борхерта» ⁽²⁾, нами были оценены колебания давления для данного случая. Из результатов работы видно, что в период раскрыwania жерла или трещины вулкана резко падало давление водяных паров в камере и, наоборот, их закупорка вела к наращиванию давления. Соответственно это выражалось в появлении двух барофаций пород кварцевых порфиров и кварцпорфиров, альбитофиров.

О степени воздействия давления при образовании всей гаммы пород Кафанского района свидетельствуют также проявления резких колебаний отношений закиси железа и его окиси в соответствии с экспериментами ⁽³⁾ в системе $\text{FeO—Fe}_2\text{O}_3\text{—H}_2\text{O}$ и данными химического анализа.

В зависимости от давления меняется растворимость летучих компонентов расплава и его состав. Экспериментальные данные по растворимости летучих в расплавах свидетельствуют о том, что они более чувствительны к колебаниям давления, чем к изменениям температуры. Понижение температуры в целом приводит к повышению растворимости летучего вещества, а понижению давления отвечает обратный эффект.

Лаффит ⁽⁴⁾ также высказал предположение, что при геологической интерпретации растворимости, изученной в эксперименте ^(2, 5), основной упор следует делать на изменение растворимости в зависимости от давления, а не от температуры. В зависимости от смещения коэффициентов растворимости вполне подвижных компонентов от давления последует изменение кислотности-щелочности растворов, как это следует из экспериментов Мори и Хессельгессера ⁽⁶⁾ и теории ^(7, 8).

В этой ситуации главными конечными для системы параметрами в цепи указанных зависимостей остаются величина коэффициента растворимости и рН растворов. Это четко видно на рис. 1, где приведены за-

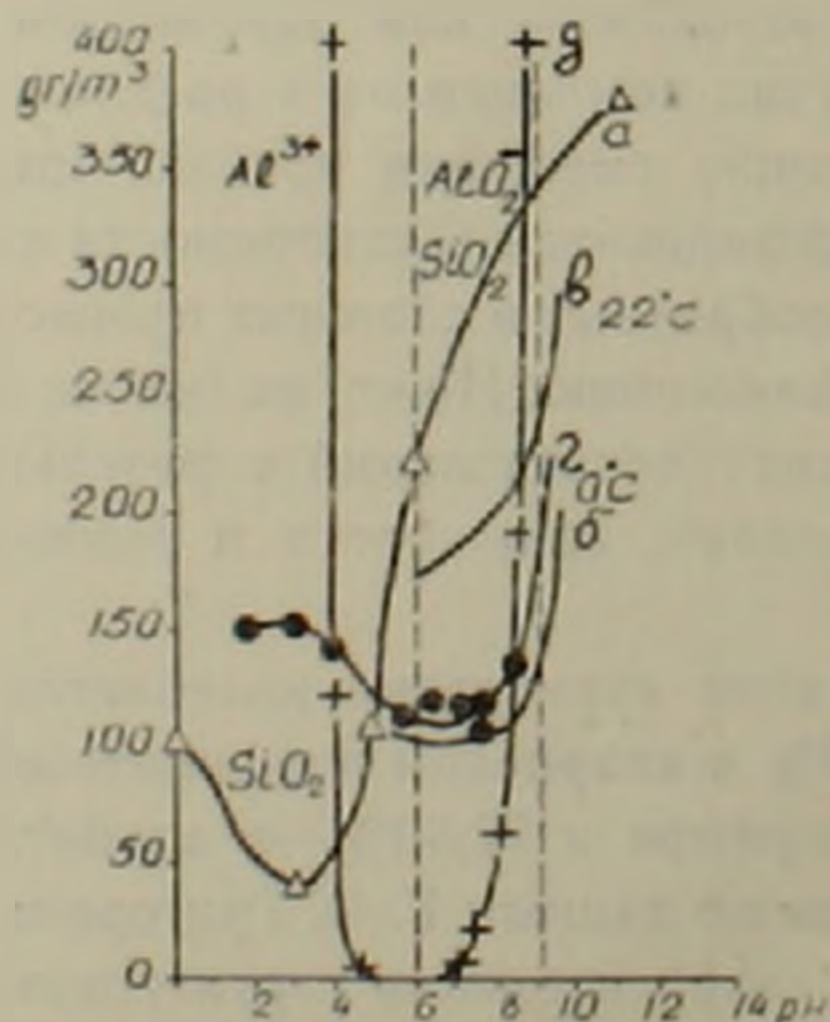


Рис. 1. Растворимость кремнезема и алюминия в зависимости от значений рН (по данным различных авторов ⁽²⁾). а—растворимость кремнезема по Корренсу; б—растворимость кремнезема по Окамото при 0°C; в—растворимость кремнезема при 22°C по Окамото; г—растворимость кремнезема по Александеру; д—растворимость алюминия по Брауну

зависимости эмпирических кривых растворимостей кремнезема и алюминия от pH. С этой точки зрения нами рассмотрены положения и формы соответствующих кривых для пород Кафанского района в равноценных координатах:

$\text{SiO}_2 - (\text{Na}_2\text{O} + \text{K}_2\text{O})$ и $\text{Al}_2\text{O}_3 - (\text{Na}_2\text{O} + \text{K}_2\text{O})$, вес. % (рис. 2, а, б).

Для кремнезема (рис. 2, а) в условиях постепенного термического охлаждения кривые растворимости будут повторять друг друга в узком интервале температур от ΔT_1 до ΔT_2 . Причем диапазон ΔT кристаллизации очевидно не превышает 100—200°C.

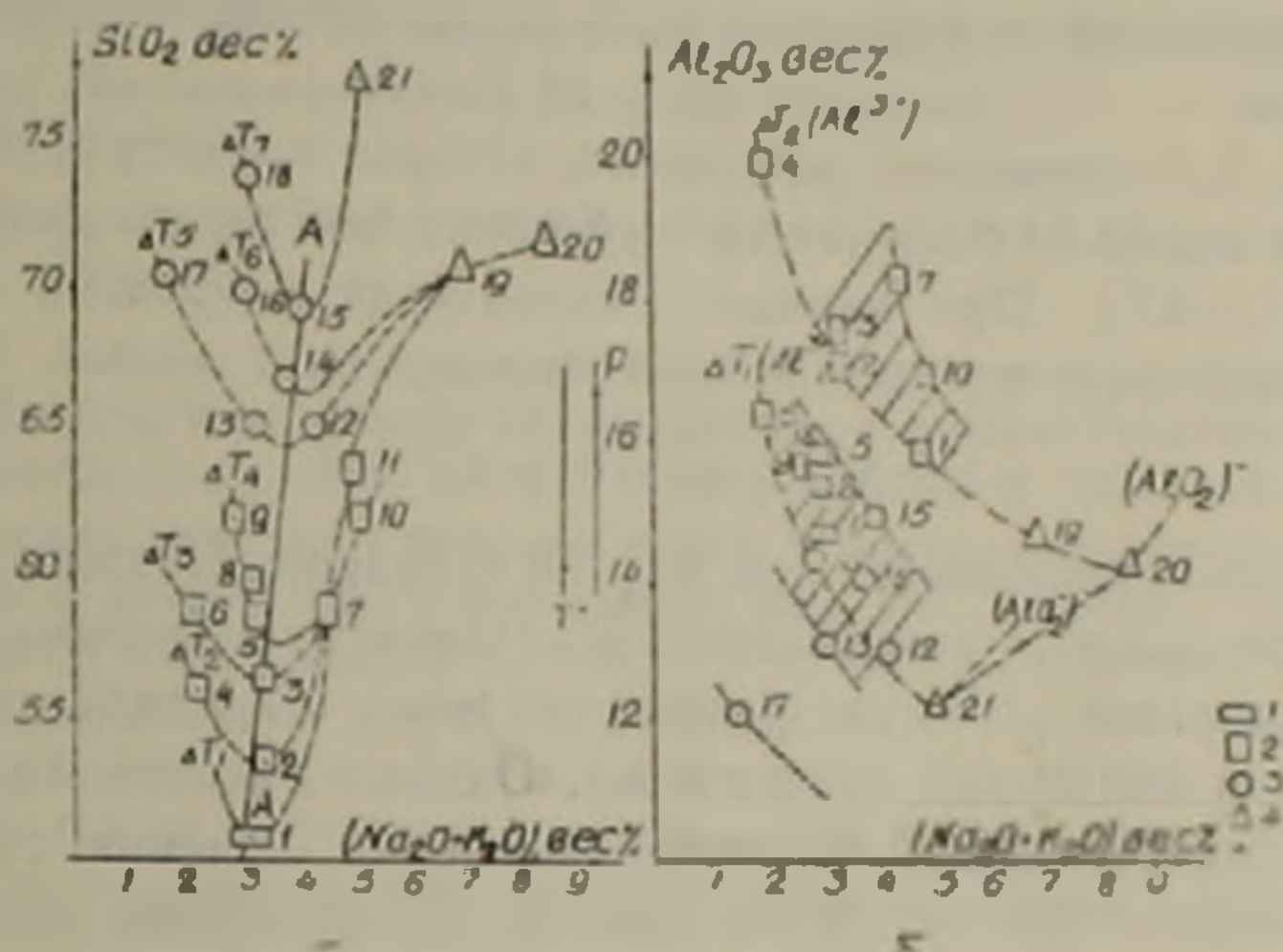


Рис. 2. Зависимости поведения кремнезема (а) и глинозема (б) от содержания щелочей в вулканических породах Кафанского рудного поля 1—порфирит; 2—кварцевый порфирит; 3—кварцпорфир; 4—альбитофир. Цифры—номера анализов по данным Г. О. Григоряна

Мори и Хассельгессер (6) показали, что растворимость щелочных силикатов в воде в условиях надкритических температур велика, однако она резко падает при понижении давления.

С этой точки зрения известное воздействие колебаний давления на растворимость кремнезема и уровень щелочности объясняет выпадение раннего бипирамидального кварца из водных растворов при его понижении и последующее корродирование кристаллов с возрастанием давления летучих в магматической камере. Отсюда следует, что наибольшие потери растворимости кремнезема необходимо ожидать в интервале наименьших значений щелочности пород (левые ветви изотерм $\Delta T_1 - \Delta T_2$). По всей вероятности к этому же уровню щелочности приурочивается и дискретное выпадение бипирамидального кварца даже в расплаве, не обладающем слишком высоким валовым содержанием кремнекислоты (например, кварцевые порфиры).

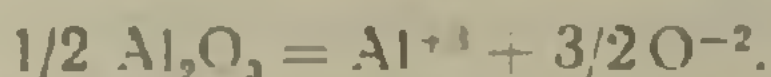
Следовательно, можно полагать наибольшее выпадение кристаллов раннего кварца в некоторой минимальной точке А изотермического сечения, за которой затем следует параллельное возрастание щелочности и содержания кремнекислоты, т. е. резко возрастает растворимость крем-

незема, сводящая на нет интенсивный процесс выпадения кристаллов кварца в раннюю стадию пониженных значений давления и коэффициентов растворимостей.

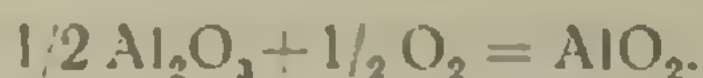
Алюминий. Влияние щелочности и температуры на поведение алюминия в соответствии с теорией Л. Л. Перчука ⁽⁸⁾ при кристаллизации щелочно-земельного расплава обсуждалось нами ранее ⁽⁹⁾. Анализ зависимости глиноземистости от щелочности и температуры кристаллизации пород Кафанского района также подтверждает закономерности, вскрытые теорией ⁽⁸⁾ и нами ^(9, 10).

В отличие от предыдущего случая, как мы видели, щелочность не является независимым параметром, а строго зависит от давления в камере вулкана.

На рис. 2, б приведена диаграмма, которая иллюстрирует характер зависимости пород от щелочности в условиях некоторого диапазона температур $\Delta T_1 - \Delta T_2$. При данных температурах и уровнях щелочности глинозем ионизирует в расплаве по основному типу:



Возрастание щелочности при ΔT_1 по «принципу Коржинского» ведет к повышению валовых коэффициентов активности глинозема и он осаждается из расплава в составе ранних основных и средних плагиоклазов (порфириды и кварцевые порфириды). Однако дальнейшее повышение щелочности, достигаемое вследствие увеличения давления, создает предпосылки для ионизации на уровне составов альбитофиоров уже по кислотному типу:



Аналогичная картина наблюдается при более низкой температуре ΔT_2 . В обоих случаях изменение температуры привело «изотермы» ΔT_1 и ΔT_2 к области более высокой щелочности и низких значений глиноземистости в точках e_1 и e_2 , приближающихся к «изоэлектрической точке» глинозема ⁽¹⁰⁾.

Показанное еще раз подтверждает возможность достижения глиноземом и другими амфолитами ⁽¹⁰⁾ в условиях нарастающего давления изоэлектрической точки в расплавах (магмах) и возможность смещения этих точек с изменением температуры.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Н. Ч. ЧԵԿՈՐՉԵԱՆ, Ն. Ն. ՆՐԻԳՈՐՅԱՆ

Կայծերի և ալյումինիումի վառագիծը Ղափանի հանքային դաշտի ալկալոսնդային հրաբխային դիֆերենցիատների բյուրեղացման ժամանակ

Հոգվածում լուսարանված է կայծերի և ալյումինիումի վառագիծը Ղափանի հանքային դաշտի ալկալոսնդային հրաբխային ապարների բյուրեղացման ժամանակ:

Կատարված ուսումնասիրությունները հեղինակներին հանգեցրեց այն եզրակացության, որ կայծրարի և ալյումինիումի վարքագիծն այդ բարդ պրոցեսներում պայմանավորված է ջրի գոլորշիների ճնշման փոփոխությամբ և դրա հետ կապված երկու տարբեր «բարո-ֆացիաների» առաջացմամբ:

Ցնդող կոմպոնենտների ճնշման փոփոխության հետ է կապված ալկալականության մակարդակի, շերմաստիճանի և լուծման դործակիցների փոփոխությունները:

Այդ (փաստերով) գործոններով է ղեկավարվում քիպիրամիդային քվարցի բյուրեղների նստեցումը և նրանց կոռոզիան:

Ալյումինիումի վարքագիծը նման է այն համապատասխան էֆեկտներին, որոնք առաջանում են, երբ նա անցնում է այսպես կոչված «իզոէլեկտրական կետի» միջով՝ համապատասխան Պերչուկի թեորիայի:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ А. П. Лебедев, Э. Г. Малхасян, Юрский вулканизм Армении, Изд. «Наука», 1965. ² Borchert, Der Wert gesteins- und lagerstättengenetischer Forschung für die Geologie und Rohstoffnutzung.—Ber. deutsch. Geol. Wiss., 13, 1, В., 1968. ³ Дж. К. Кеннеди, Равновесие между летучими и окислами железа в изверженных породах. Сб. Вопросы физико-химии в минералогии и петрографии, Изд. ИЛ, М., 1950. ⁴ Т. С. Ловеринг, Бюллетень ОНТИ ВИМС, вып. 15, М., 1962. ⁵ Э. Г. Малхасян, Записки Арм. отд. ВМО, № 1, 1959. ⁶ Дж. В. Мори, Дж. М. Хессельгессер, В сб. «Экспериментальные исследования в области петрографии и рудообразования», Изд. ИЛ, М., 1951. ⁷ В. В. Щербина, ДАН СССР, т. 173, № 5 (1967). ⁸ Л. Л. Перчук, «Геохимия», № 11, 1964. ⁹ Р. Г. Геворкян, ДАН СССР, т. 176, № 2 (1967). ¹⁰ Р. Г. Геворкян, «Геохимия», № 12, 1968.

УДК 577.3

БИОФИЗИКА

Г. Л. Кантарджян, С. С. Оганесян

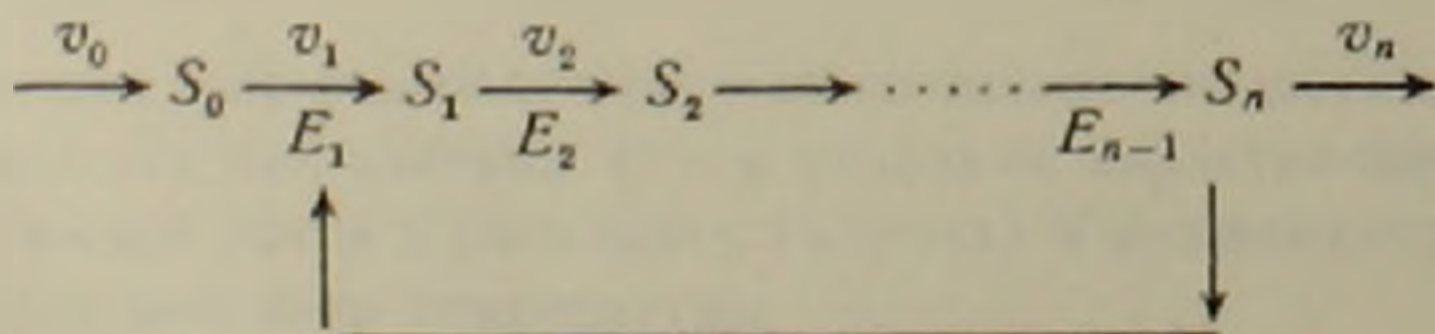
Исследование автоколебательного режима в биохимических цепных реакциях с обратной связью

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. Х. Бунятыном 1/III 1971)

Периодические изменения концентраций реагентов, участвующих в последовательных реакциях химических систем, наблюдаются, когда начальная реакция в системе регулируется обратной связью (¹⁻³). Аллостерическое регулирование конечным продуктом описано для многих биохимических систем (⁴).

Математическое исследование условий возникновения колебаний в системах биохимических реакций с обратной связью для случая, когда константы скоростей отдельных ферментативных реакций в цепи равны друг другу, было проведено Е. Е. Сельковым (⁵). Настоящая работа посвящена исследованию автоколебаний концентрации конечных продуктов в биохимической системе с обратной связью в случае, когда константы скоростей последовательных ферментативных реакций не равны.

С учетом сказанного рассмотрим систему цепей биохимических реакций с обратной связью



Субстрат S_0 через ряд промежуточных реакций превращается в конечный продукт S_n .

$E_1, E_2, \dots, E_n$ — катализаторы. Убыль субстрата восполняется со скоростью v_0 , а конечный продукт со скоростью v_n стекает в реакции, потребляющие S_n .

Если допустить, что скорость начальной реакции в цепи мало зависит от концентрации субстрата, то на основании закона сохранения и действия масс, систему (¹) запишем в системе дифференциальных уравнений в окрестности стационарного состояния

$$\left. \begin{aligned} \dot{s}_1 &= v_1 - k_1 s_1 \\ \dot{s}_2 &= k_1 s_1 - k_2 s_2 \\ &\dots \dots \dots \\ \dot{s}_l &= k_l s_{l-1} - k_l s_l \\ &\dots \dots \dots \\ \dot{s}_n &= k_{n-1} s_{n-1} - v_n \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где k_j — константы скоростей

$$(1 \leq j \leq n), \quad \dot{s}_j = \frac{\partial s_j}{\partial t}, \quad s_j = |s_j|, \quad v_1 = v_1(s_0, s_n, t) \neq 0$$

Введем обозначения

$$V_1 = \max v_1, \quad \mu_1 = \frac{v_1}{V_1}, \quad \mu_n = \frac{v_n}{V_1}, \quad x_j = \frac{k_j s_j}{V_1}$$

Деля обе части уравнений системы (2) на V_1 приводим ее к виду

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \mu_1 x_n - k_1 x_1 \\ \dot{x}_2 &= k_1 x_1 - k_2 x_2 \\ &\dots \dots \dots \\ \dot{x}_l &= k_l x_{l-1} - k_l x_l \\ &\dots \dots \dots \\ \dot{x}_n &= k_n x_{n-1} - k_n \mu_n \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Линеаризация уравнений (3) ведет к системе первого приближения

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= k_1 \gamma_1 x_n - k_1 x_1 \\ \dot{x}_2 &= k_2 x_1 - k_2 x_2 \\ &\dots \dots \dots \\ \dot{x}_l &= k_l x_{l-1} - k_l x_l \\ &\dots \dots \dots \\ \dot{x}_n &= k_n x_{n-1} - k_n \gamma_n x_n \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где

$$\gamma_1 = \left(\frac{\partial \mu_1}{\partial x_1} \right)_{x_n = x_n^0}, \quad \gamma_n = \left(\frac{\partial \mu_n}{\partial x_n} \right)_{x_n = x_n^0}$$

Будем считать, что γ_1 и γ_n принимают любые значения от $-\infty$ до $+\infty$. Система (4) имеет характеристическое уравнение.

$$\left| \begin{array}{cccccc} -k_1 - \lambda & 0 & 0 & \dots & k_1 \gamma_1 \\ k_2 & -k_2 - \lambda & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_3 & -k_3 - \lambda & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -k_n \gamma_n - \lambda \end{array} \right| = 0$$

которое приводится к виду

$$(-1)^n(-k_n \lambda_n - \lambda) \prod_{j=1}^{n-1} (-k_j - \lambda) + (-1)^{n+1} k_1 \lambda_1 \prod_{j=2}^n k_j = 0$$

или же

$$(k_n \lambda_n + \lambda) \prod_{j=1}^{n-1} (k_j + \lambda) - \lambda_1 \prod_{j=1}^n k_j = 0. \quad (5)$$

Смена динамических режимов системы при изменении параметров λ_1 и λ_n происходит при пересечении траектории точки (λ_1, λ_n) в плоскости этих параметров с построенными линиями кратных, мнимых, нулевых корней.

Характеристическое уравнение (5) при $n = 2$ имеет вид:

$$(k_2 \lambda_2 + \lambda)(k_1 + \lambda) - k_1 k_2 \lambda_1 = 0. \quad (6)$$

Для $n = 2$ построим линию кратных, нулевых, мнимых корней. Линия кратных корней

$$k_2^2 \lambda_2^2 + 2k_1 k_2 (\lambda_1 - \lambda_2) + k_1^2 = 0. \quad (7)$$

Линия нулевых корней

$$\lambda_1 = \lambda_2. \quad (8)$$

Линия мнимых корней

$$k_2 \lambda_2 - k_1 = 0. \quad (9)$$

Графики полученных уравнений показаны на рис. 1. Сплошная штриховка соответствует областям, в которых система (1) неустойчи-

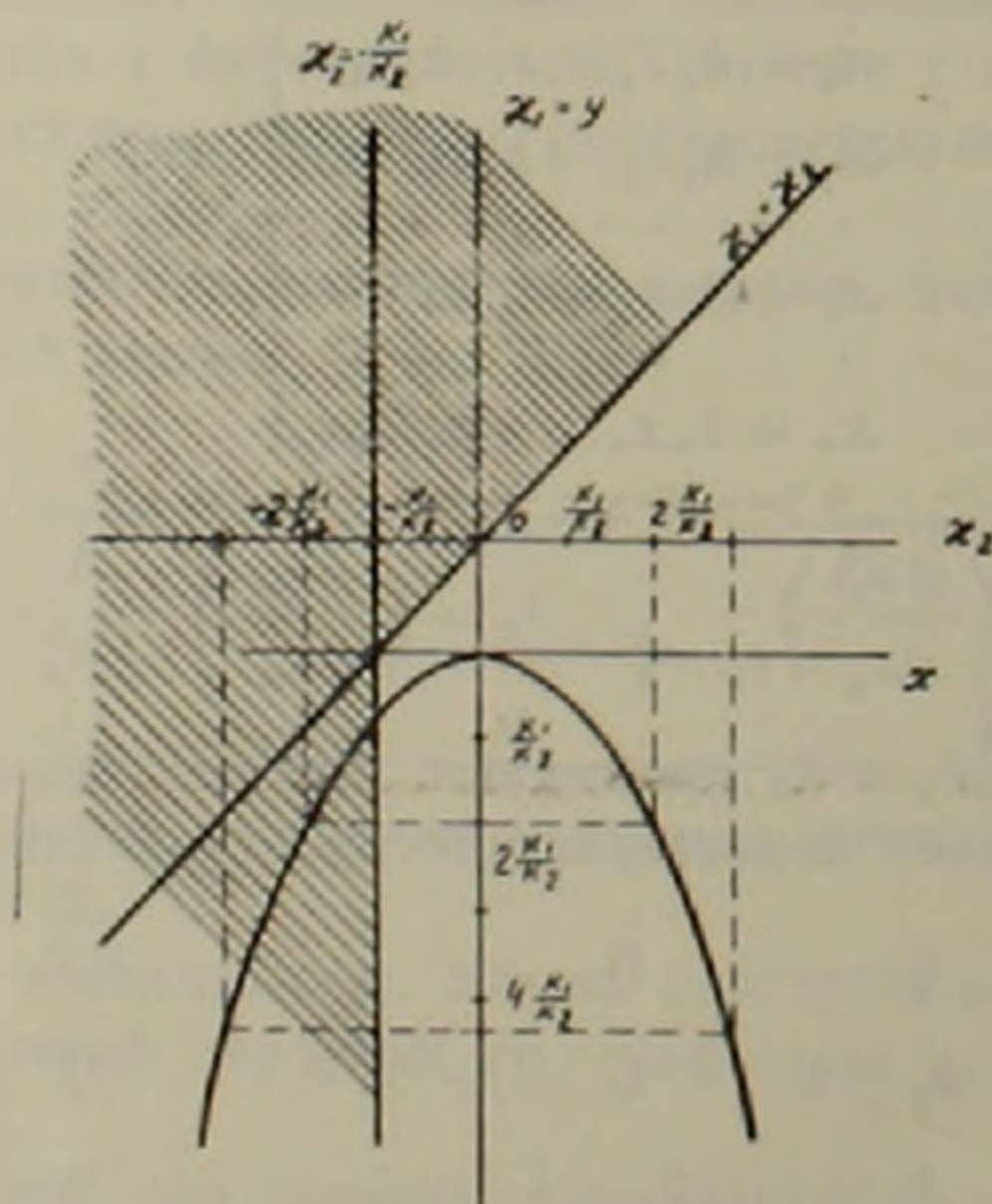


Рис. 1

ва при малых отклонениях от стационарного состояния. Область неустойчивости занимает большую часть параметрической плоскости.

Следовательно, система (1) может быть неустойчива в широком диапазоне вариаций параметров γ_1, γ_2 .

Область неустойчивости значительно увеличивается, если $k_2 \gg \dots \gg k_1$. Однако в экстремальных случаях константы скоростей не могут изменяться бесконечно, в пределе могут отличаться на один, полтора порядка.

Рассмотрим поведение системы при $n = 3$ для случая $k_2 = 10k_1$. Характеристическое уравнение будет:

$$(k_2 \gamma_2 + 1)(k_2 + 1)(k_1 + 1) - k_1 k_2 k_3 \gamma_1 = 0. \quad (10)$$

По виду корней характеристического уравнения (10) можно судить о характере движения системы (1) вблизи стационарных состояний. В случае, когда корни характеристического уравнения имеют вид $\lambda = \alpha \pm i\beta$ ($\alpha > 0$) линейная модель (4) неустойчива, а в системе (1) возникают автоколебания (?).

Вычислительные эксперименты, проведенные с помощью счетно-решающей машины „Напри-2“ показали, что система (1) неустойчива при $0,1 \leq k_2 \leq 0,9$.

График одного решения системы (4) при $n = 3$ показан на рис. 2. Из рис. 2 видно, что уже при малом возрастании времени, амплитуда колебаний резко увеличивается, что указывает на сильную неустойчивость системы.

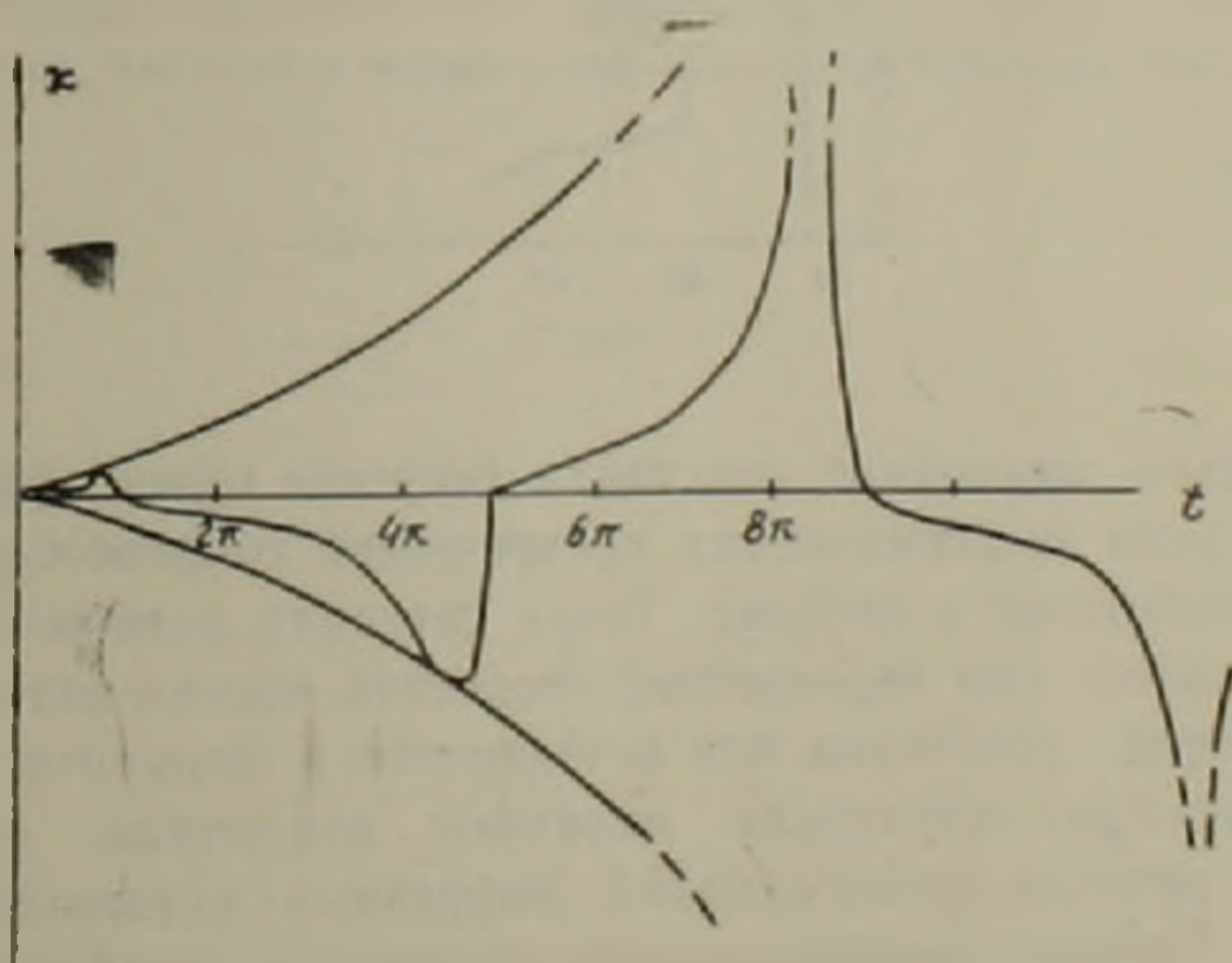


Рис. 2

В тех случаях, когда мнимые корни характеристического уравнения (10) имеют отрицательную действительную часть, система из неустойчивого состояния переходит в устойчивое. Вычислительные эксперименты показали, что в этом случае $0,3 \leq k_2 \leq 0,6$.

На рис. 3 дано изменение частоты колебания $\nu = \frac{\pi}{\text{Im } \lambda}$ относительно k_2 . В тех случаях, когда система (1) находится в неустойчи-

вом состоянии максимальная частота автоколебания $\nu \simeq 12,6$ при $k_j = 0,1$, минимальная при $k_j = 0,1$ $\nu \simeq 0,3$. Если система из неустойчивого состояния переходит в устойчивое, частота колебания падает с 9,5 до 3,6. Таким образом, исследование модели биохимической системы с обратной регуляцией для случая $k_i \neq k_j$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$) показывает, что существует широкий класс параметров, для которых система из неустойчивого состояния переходит в устойчивое.

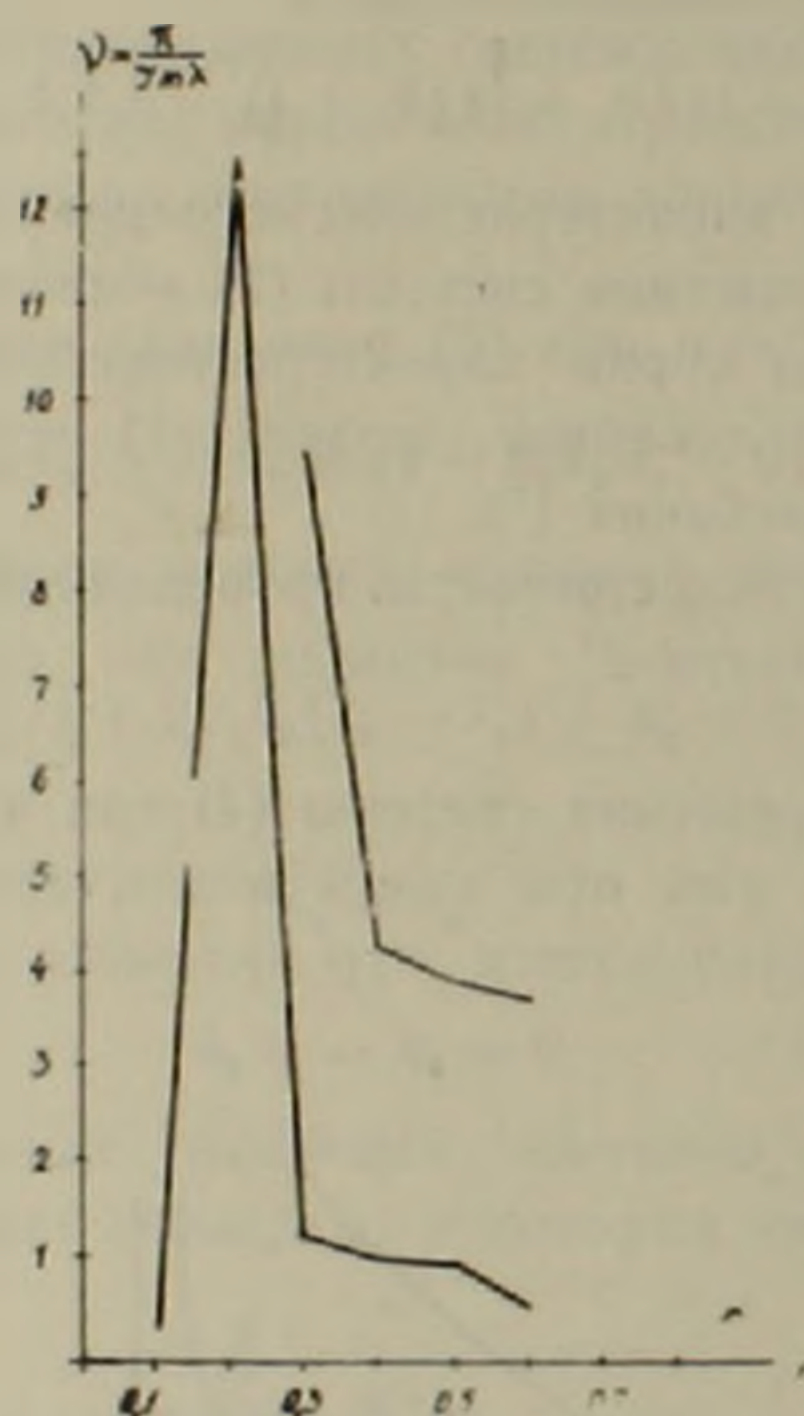


Рис. 3

Очевидно, изменение константы скорости одной ферментативной реакции в цепи биохимических превращений сопровождается усилением автоколебаний в системе. Такая ситуация возможна в патологических условиях при неравенстве скоростей последовательных реакций вследствие угнетения или активирования фермента. В результате этого происходит изменение величины амплитуды автоколебаний. Изменение режима автоколебаний выбранных показателей в системе с обратной связью продемонстрировано на примере увеличения амплитуды автоколебаний физико-химических показателей крови при экстремальных воздействиях на организм (⁵). Дальнейшая разработка этой проблемы может идти с учетом нелинейности (⁶), присущей подобным системам.

Институт кардиологии и сердечной хирургии
Министерства здравоохранения Армянской ССР

Հետադարձ կերպով կարգավորվող բիոֆիզիական շղթայի ու կենսական ինֆորմատիկայի ուսումնասիրման հետազոտումը

Հայտնի է, որ բիոֆիզիական շղթային պրոցեսների ակտիվությունը բնութագրվում է տատանողական ուժգնությամբ: Ցույց է տրված, որ վերջնական պրոդուկտների քանակական ինքնատատանումները կարող են փոխվել ախտաբանական պայմաններում շնորհիվ առանձին ֆերմենտային ու կենսական արագության անհավասարության: Վերջինը հնարավոր է շնորհիվ տարբեր ֆերմենտների արգելակման:

Ցույց է տրված, որ գոյություն ունի չափանիշների մի լայն դաս, որտեղ սխտեմը գտնվում է անկայուն վիճակում և ինքնատատանման ալիքների բարձրությունը աճում է: Կան նաև չափանիշների նեղ շրջանակ, որտեղ սխտեմը անկայուն վիճակից անցնում է կայուն վիճակի:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Е. Е. Сельков, Сб. Колебательные процессы в биологических и химических системах, Из-во «Наука», 1967.
- ² В. С. Гудвин, Временная организация клетки, Изд. «Мир», 1966.
- ³ А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин, Теория колебаний, Физматгиз, 1963.
- ⁴ Ф. Б. Штрауб, «Биохимия», Изд. АН Венгрии, 1965.
- ⁵ В. К. Ткач, Сб. Колебательные процессы в биологических и химических системах, Изд. «Наука», 1967.
- ⁶ Ю. М. Алонин, Е. Е. Сельков, Тезисы докладов Всесоюзной конференции молодых ученых, посвященной 100-летию со дня рождения В. И. Ленина, Пушкино-на-Оке, 16—20 ноября 1970.
- ⁷ Е. А. Барбашин, Введение в теорию устойчивости, Изд. «Наука», 1967.

УДК 577.15.07

БИОХИМИЯ

Член-корреспондент АН Армянской ССР А. А. Галоян, М. В. Оганян,
 Г. Г. Геворкян

Выделение и некоторые свойства находящихся в крови коронароактивных веществ

(Представлено 30/VI 1971)

Ранее нами было сообщено о выделении двух коронарорасширяющих нейрогормонов из гипоталамо-нейрогипофизарной системы животных (1-4). Было показано значение М-холинореактивных субстанций мозга в выделении из мозга коронарорасширяющих нейрогормонов. Нам удалось выделить коронарорасширяющие начала из крови в комплексе с белковыми фракциями сыворотки альбуминами и гамма-глобулинами (5). В настоящем исследовании мы задались целью выделить из крови, оттекающей из мозга животных, низкомолекулярные коронароактивные гормоны.

Опыты проводились на кошках, наркотизированных уретаном с хлоралозой (из расчета 1 г уретана и 0,1 г хлоралозы на 1 кг веса животного, внутрибрюшинно). Кровь брали из v. vertebralis животных. Кошкам внутрицистернально вводили гистамин (0,1 мг на 1 кг), брали кровь через 20 мин после инъекции гистамина. Кровь выдерживали 30 мин при 37°C для образования сгустка, затем отделяли сыворотку центрифугированием. Цельную сыворотку ставили на диализ против 2N уксусной кислоты на 24 часа при 4°C. Диализат лиофилизировали и подвергали гелевой фильтрации на колонках Сефадекс G10. 50 мг лиофилизированного порошка растворяли в 5 мл дистиллированной воды, центрифугировали, надосадочную жидкость наносили на колонку. Элюцию производили 0,067 М фосфатным буфером pH 7,4 со скоростью 10 мл/ч. Элюаты собирали по 5 мл. Оптическую плотность элюатов определяли на СФ-4А (280 мик). Биологическую активность фракций определяли по методу Моравитца и Цана (6). Содержимое высушенных элюатов разделяли хроматографией на бумаге FN-1 в системе бутанол:уксусная кислота:вода (4:1:5). Элюаты хроматографических фракций сушили и подвергали гидролизу с 6N HCl при 105°C в течение 24 часов.

На рис. 1 показан профиль элюции коронароактивных веществ из колонки. Биологическое испытание элюатов фракций показало, что коронарорасширяющие начала сосредоточены в пределах 2-го и 4-го пиков (указано стрелками).

При внутривенном введении кошкам элюата 2-го пика (5 мл), количество крови, оттекающей из венозных сосудов сердца, через 5 мин после введения препарата увеличивается на 40% ($\pm 2,3\%$). Этот эффект постепенно исчезает через 1,5—2 часа. Артериальное давление при этом в течение первых 15—20 минут опыта незначительно повышается и затем возвращается к исходному уровню.

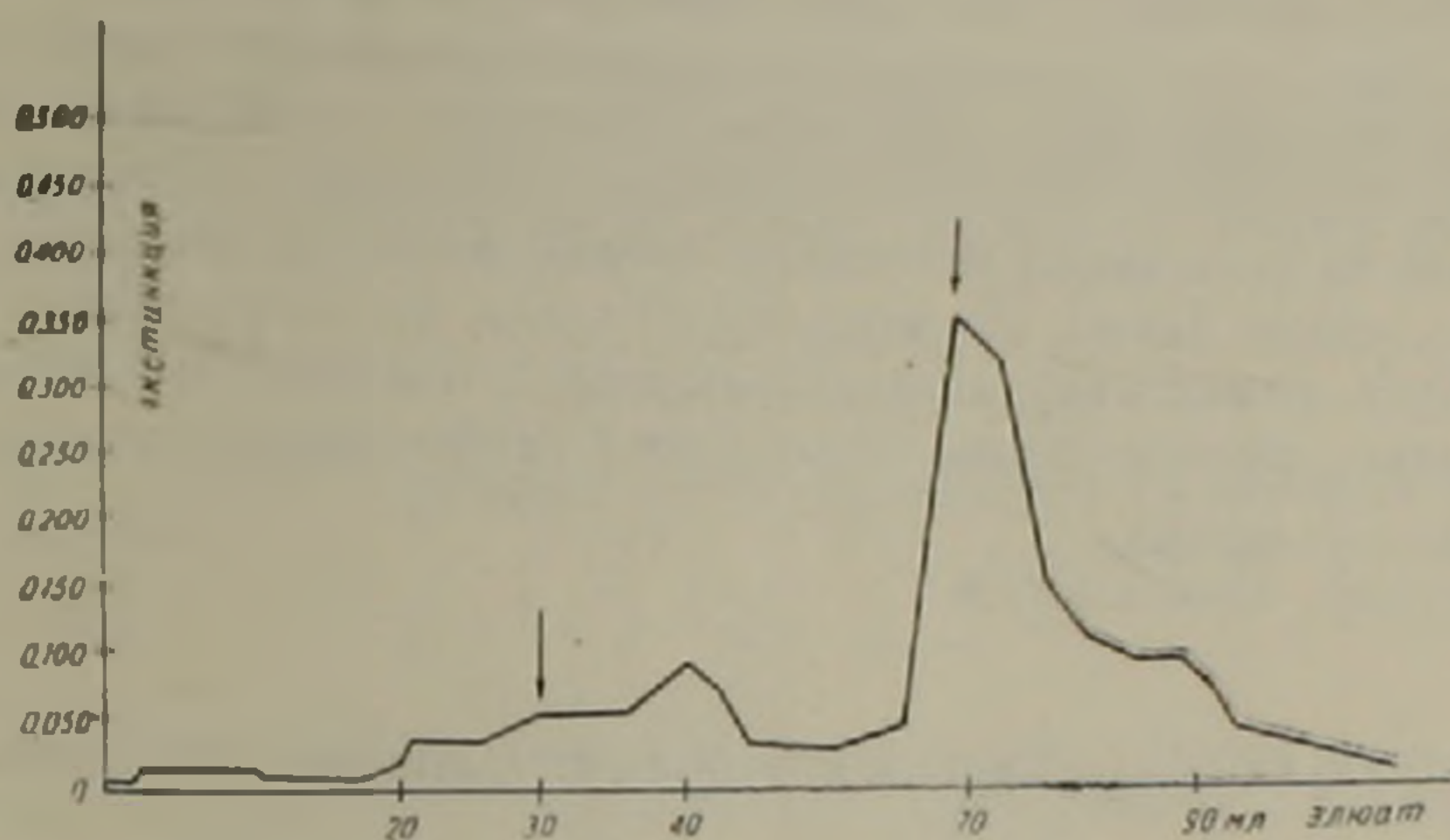


Рис. 1. Профиль элюции коронарорасширяющих соединений из колонки Сефадекс G-10. Буфер фосфатный, 0,067 М, рН 7,4. Скорость элюции 10 мл/час. На горизонтальной линии — количество элюатов в мл. На вертикальной линии — экстинкция.

При введении элюата 4-го пика (5 мл) количество крови, оттекающей из коронарного синуса сердца, увеличивается через 1 час на 100%. Этот эффект длится более 3-х часов. На протяжении опыта артериальное давление не подвергается заметным изменениям.

Элюат 4-го пика после разделения методом бумажной хроматографии обнаруживает два коронароактивных пятна. Элюат одного из них с коэффициентом распределения (R_f) 0,15 при внутривенном введении кошке увеличивает количество крови, оттекающей из венозных сосудов сердца, на 60% ($\pm 3,8\%$). Эффект длится около 1,5 часов.

Элюат другого пятна (R_f 0,35) при внутривенном введении кошке вызывает увеличение количества крови, оттекающей из венозных сосудов сердца на 130% ($\pm 3,3\%$). Эффект нарастает в течение 20 минут и длится около одного часа.

Элюаты хроматографических пятен, активных в отношении коронарного кровообращения, после кислотного гидролиза обнаруживают следующие свойства — гидролизат первого пятна (R_f 0,15) полностью сохраняет свое коронарорасширяющее действие. Гидролизат 2-го пятна (R_f 0,35), наоборот, не оказывает эффекта на коронарный отток у кошки, оставляя его без изменений.

Мы попытались обнаружить в крови после гистаминовой провокации также коронаросуживающие вещества. При гелевой фильтрации цельной сыворотки крови сефадексом G-200 мы обнаруживали коронаросуживаю-

щую фракцию, которая вызывает суживание коронарных сосудов на 10-й минуте после введения в течение более чем одного часа. Артериальное давление при этом не меняется.

Результаты наших исследований показывают, что в крови нормальных животных имеется два коронарорасширяющих вещества, количества которых увеличивается при провокации гипоталамо-гипофизарной системы гистамином. Эти вещества по своим коэффициентам распределения (R_f) на бумажной хроматограмме совпадают с веществами «К» и «С», выделенными из гипоталамуса. Однако для полной идентификации этих веществ необходимы дальнейшие физико-химические исследования.

Полученные данные свидетельствуют о том, что нейrogормоны гипоталамуса, по-видимому, паратипофизарным путем поступают в общую циркуляцию, достигая сердца в комплексе с сывороточными белками.

Институт биохимии
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԻԼ բոլորակից-անդամ Ա. Ա. ԴԱԼՈՅԱՆ, Մ. Վ. ՕԴԱՆՅԱՆ, Հ. Գ. ԴԵՎՈՐՅԱՆ

Արյան մեջ գտնվող պսակաձև անոթները լայնացնող նյութերի անջատումը
և նրանց որոշ հատկությունները

Մեր նախկին հետազոտությունները պարզել են, որ հիպոթալամո-նեյրո-հիպոֆիզար համակարգությունում սինթեզվում են երկու պսակաձև անոթները լայնացնող հորմոնները:

Ներկա հետազոտության նպատակն է պարզել նշված հորմոնների առկայությունն արյան մեջ:

Հետազոտությունների արդյունքները ցույց տվեցին, որ նորմալ կատուների արյունից ժելային ֆիլտրացիայի և թղթային քրոմատոգրաֆիայի եղանակներով կարելի է անջատել պսակաձև անոթները լայնացնող երկու նյութեր: Արյունում նշված նյութերի քանակությունն ավելանում է հիստամինային սյրովոկացիայից հետո:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱՎԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1 А. А. Галоян, ДАН Арм. ССР, т. 34, № 3, 109 (1962). 2 А. А. Галоян, Некоторые проблемы биохимии гипоталамической регуляции, изд. «Айастан», Ереван, 1965. 3 А. А. Галоян, Вопросы биохимии мозга, т. 3, 291, 1967. 4 А. А. Галоян, Тезисы докладов Всесоюзной конференции, посвященной 70-летию со дня рождения Х. С. Коштыянца, Ереван, 1971. 5 А. А. Галоян, Р. А. Александян, М. В. Азароян, Г. Г. Геворкян, ДАН Арм. ССР, т. 54, № 2, 82 (1967). 6 P. Morawitz, A. Zahn, Dt. Arch. Klin. med., 116, 364 (1914).

