

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

LII

1971

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Է. Գ. ԱՆՐԻԿՅԱՆ, կենսաբանական գիտությունների բեկնաձու, Ա. Բ. ԲԱՐԱՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ՔԱՂԱՆՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ բզրակից-անդամ, Վ. Մ. ՔԱՌԱՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ բզրակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ բզրակից-անդամ (պատ. խմբագրի տեղակալ), Ս. Հ. ՄԻՐՉՈՑԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ բզրակից-անդամ, Ս. Ս. ՄԿՐՏՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, շՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի), Օ. Մ. ՍԱԳՈՆՉՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ բզրակից-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՔԱԵԼՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ բզրակից-անդամ:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Э. Г. АФРИКЯН, кандидат биологических наук, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР (зам. отв. редактора), С. А. МИРЗОЯН, чл.-корр. АН АрмССР, С. С. МКРТЧЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

էջ

Ն. Գ. Գալստյան — Իզոտրոպ մակերևութների մի դասի ինվարիանտ հագեցումը	3
Հ. Բ. Մաբանջյան — Ռեկուրսիվ ֆունկցիաների խմբակցությունների ցանցեր	7
Վ. Հ. Մխիբարյան — Շտիֆելի կոմպլեքս բազմաձևությունների մասին	10
Ա. Գ. Մաբկոսյան — Գրաֆների ղեկարտյան արտադրյալի ներքին կայունության թվի մասին	14
Յու. Ա. Նշանյան — Բաղադրյալ գեդի ուղղման հետ կապված երկու խնդիրների մասին	19

ՄԵՆԱՆԻԿԱ

Ն. Գ. Հախնազարյան, Ս. Ռ. Մեսչյան — Ջրահագեցված կավային բնահողի վիբրատորի հետազոտությունը	26
--	----

ՖԻԶԻԿԱ

Ռ. Ն. Մովսիսյան, Վ. Հ. Չալիկյան — Եռամակարդակ ատոմային սխեմեի փոխազդեցությունը ինտենսիվ էլեկտրամագնիսական ճառագայթման հետ	33
---	----

ԳՆՈՑԻԶԻԿԱ

Ա. Բ. Նեմիրովսկի — Արագացող անընդմեջ ակուստիկական կարուստի դեպքում կայունացման սխեմաների աշխատանքի զինամիկական ռեժիմի մասին	41
---	----

ԼԻԹՈՂՈԳԻԱ

Ս. Ա. Ամաևով — Ապարների ծակոտկենային տարածության հեղուկով հագեցվածության աստիճանի ազդեցությանը բաց ծակաոկենության որոշման ժամանակ	49
---	----

ՌԻՑԻՑԻԿԱ

Տ. Գ. Համբարձումյան, Ս. Մ. Մարտիրոսով — Մեմբրանային պոտենցիալների հավասարումը էլեկտրոգեն ակտիվ փոխադրման ժամանակ	52
--	----

ՔԻՄԻԱ

Մ. Ա. Տեր-Կարապետյան, Հ. Հ. Սեմերյան — Ophryoscolex ցեղի ինֆուզորիաների ածխաջրատային և մոնոսախարիդային կազմը	57
--	----

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

МАТЕМАТИКА

<i>Н. Г. Галстян</i> —Инвариантное оснащение изотропных поверхностей одного класса	3
<i>Г. Б. Маранджян</i> —Структуры блоков рекурсивных функций	7
<i>В. Г. Мхитарян</i> —О комплексных многообразиях Штифеля	10
<i>А. Г. Маркосян</i> —О числе внутренней устойчивости в декартовом произведении графов	14

МЕХАНИКА

<i>Ю. С. Ишанян</i> —О двух задачах, связанных с кручением составной сферы	19
<i>И. Г. Ахназарян, С. Р. Месчян</i> —Исследование виброползучести глинистого грунта	26

ФИЗИКА

<i>Р. Е. Мовсесян, В. О. Чалтыкян</i> —Взаимодействие трехуровневой атомной системы с интенсивным электромагнитным излучением	33
---	----

ГЕОФИЗИКА

<i>А. Б. Немировский</i> —О динамическом режиме работы системы стабилизации при скоростном непрерывном акустическом каротаже	41
--	----

ЛИТОЛОГИЯ

<i>С. А. Аманов</i> —О влиянии степени насыщения порового пространства пород жидкостью при определении открытой пористости	49
--	----

БИОФИЗИКА

<i>Т. Г. Амбарцумян, С. М. Мартirosов</i> —Уравнения мембранного потенциала при электрогенном активном транспорте катионов	52
--	----

БИОХИМИЯ

<i>М. А. Тер-Карапетян, Г. А. Семерджян</i> —Углеводные компоненты и моносахаридный состав инфузорий рода <i>Orphycoscolex</i>	57
--	----

УДК 513.7

МАТЕМАТИКА

Н. Г. Галстян

Инвариантное оснащение изотропных поверхностей одного класса

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талаляном 28/IX 1970)

В предыдущих статьях (1-3) автора указывается метод конкретного выбора вектора нормали и дается общий метод инвариантного оснащения для случая просто-регулярных и просто-нерегулярных изотропных гиперповерхностей, за исключением некоторых особых классов, требующих специального изучения. В работе (4), с помощью произвольных векторов n_a^* , производится оснащение V_m^p , вводятся версор, определяются компоненты вторых квадратичных форм, коэффициенты аффинной связности, тензор кривизны изотропной поверхности.

В данной работе автору удается указать метод инвариантного оснащения для случая просто-регулярных изотропных поверхностей V_m^p .

Формулы из работы (4) будут приведены с сохранением нумерации формул соответственно в виде (4. 1.5), (4. 2.1.) и т. д.

1. *Преобразование оснащения.* Как видно из формулы (4. 1.6), из $(n - m)$ векторов, нормальных к изотропной поверхности V_m^p , p вектора лежат на касательной гиперповерхности E_m к V_m^p и для оснащения V_m^p появилась необходимость взять произвольные P -вектора n_a^* , не лежащие на E_m , так, чтобы они с векторами n_a^* образовали базис оснащающего E_{n-m} .

Так как векторы n_a^* определяются однозначно, с точностью до автоморфизмов

$$\bar{n}_a^* = t_a^i n_i^* \quad \text{ранг } (t_a^i) = n - m - \quad (1.1)$$

при котором не меняются коэффициенты аффинной связности, контрвариантные компоненты метрического тензора и другие величины, то

* Предполагается, что $\alpha, \beta, \gamma, \rho, \sigma, \nu = 1, 2, \dots, n$;

$l, j, k, l, h \dots = 1, 2, \dots, m$.

$a, b, c, d \dots = 1, 2, \dots, p$; $q, r, s \dots = p+1, p+2, \dots$

$i, f, g = 1, 2, \dots, (n-m)$

мы будем рассматривать преобразование оснащения в самом общем случае

$$\begin{aligned}
 \text{а) } \bar{n}_a^a &= n_a^a; \\
 \text{б) } \bar{n}_a^a &= q_a^c n_c^a + t_a^i y_i^a; \quad \text{ранг } (q_a^c) = p. \\
 \text{в) } \bar{\mu}^a &= p_a^c \mu^a; \quad \text{ранг } (p_a^c) = p. \\
 \text{г) } \bar{\lambda}_a &= q_a^c \lambda_c + g_{ia} t_a^i. \\
 \text{д) } \bar{\mu}^i &= p_a^i \mu^a.
 \end{aligned}
 \tag{1.2}$$

Предположим, что при любом оснащении выполняются условия (4. 1.7), (4. 1.8б), (4. 1.8с), т. е. коэффициенты преобразования удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\begin{aligned}
 \text{а) } a_{a\beta} \bar{n}_a^a \bar{n}_c^b &= \sum_a l_a q_a^d q_c^d + 2q_c^d t_{c,d}^h t_a^h + \\
 &+ g_{ch} t_a^h t_c^h = \begin{cases} l_a, & a = c \\ 0, & a \neq c \end{cases}; \\
 \text{б) } a_{a\beta} \bar{n}_a^a \bar{\mu}^i &= p_a^c q_a^i = \delta_a^c.
 \end{aligned}
 \tag{1.3}$$

Ввиду того, что матрицы (p_a^c) и (q_c^b) невырожденные и являются взаимно обратными, имеем

$$p_a^d q_d^c = \delta_a^c. \tag{1.4}$$

Законы преобразований коэффициентов аффинной связности и тензоров вторых квадратичных форм имеют вид

$$\bar{\Gamma}_{ij}^l = \Gamma_{ij}^l - t_a^i p_a^c b_{ij}^c \tag{1.5}$$

$$\bar{b}_{ij}^a = b_{ij}^a; \tag{1.6}$$

$$\bar{b}_{ij}^a = p_a^c b_{ij}^c. \tag{1.7}$$

Закон преобразования основных тензоров запишется в виде

$$\bar{g}^{ij} = g^{ij} + 2p_a^i (t_a^h \lambda_{h\mu}^d \mu^j - \mu^{(i} t_a^{j)}); \tag{1.8}$$

$$\bar{c}^{ij} = g^{ij} - 2p_a^i (t_a^h \lambda_{h\mu}^d \mu^j - \mu^{(i} t_a^{j)}) + \sum_a p_a^i p_a^j \mu^k \mu^l. \tag{1.9}$$

2. *Инвариантное оснащение* V_m^1 . Рассмотрим изотропные поверхности, ранг метрического тензора которых равен $(m - 1)$. Оказывается, что в случаях таких поверхностей можно осуществлять инвариантное оснащение таким же способом, как и в случае изотропных гиперповерхностей (1).

Определение: изотропную поверхность V_m^1 будем называть а) регулярной, если $\text{ранг } (b_{ij}) = (m - 1)$, и б) нерегулярной, если $\text{ранг } (b_{ij}) = m - 1 - k, k > 0$.

Аналогичным образом определяются тензор b^{ij} , скаляры σ и ρ и производится конкретный выбор — „нормирование“ изотропного вектора нормали $\mu^a = \frac{1}{\sigma} \mu^a$.

С помощью скаляра ρ , который является инвариантом, однозначно, инвариантным образом определяется вектор n^a из уравнений

$$\text{а) } a_{\alpha\beta} n^\alpha y_\beta^i = \lambda_i; \quad \text{б) } a_{\alpha\beta} n^\alpha n^\beta = 0; \quad (2.1)$$

$$\text{в) } a_{\alpha\beta} n^\alpha n^\beta = l_\alpha, \text{ где } l_\alpha = \pm 1 \quad \lambda_i = \frac{\partial \rho}{\partial x^i} / \mu^i \frac{\partial \rho}{\partial x^i},$$

который с векторами n^a образует базис оснащающего E_{n-m} .

Укажем также и второй способ инвариантного оснащения. После конкретного выбора изотропного вектора нормали из уровней

$$\mu^a \mu^a = \tau \mu^a \quad (2.2)$$

следует, что τ является инвариантом. Имеет место следующая

Теорема 1: Если для случая просто-регулярных V_m^1 скаляр $\tau = 0$, то уравнения

$$\begin{aligned} \text{а) } a_{\alpha\beta} n^\alpha \mu^\beta y_\alpha^i &= 0; \\ \text{б) } a_{\alpha\beta} n^\alpha n^\beta &= 0; \\ \text{в) } a_{\alpha\beta} n^\alpha n^\beta &= 1; \\ \text{г) } a_{\alpha\beta} n^\alpha \mu^\beta &= 1. \end{aligned} \quad (2.3)$$

однозначно определяют вектор n^a , который с векторами μ^a образует базис оснащающего E_{n-m} .

Решить задачу инвариантного оснащения $V_m^p (p > 1)$ таким способом, как для V_m^1 , не удастся, так как

$$\mu^a b_{ij} \neq 0, \quad a \neq c$$

и скаляр τ — не является инвариантом.

В заключение автор выражает искреннюю благодарность профессору А. З. Петрову за ценные замечания.

Ереванский государственный
университет

Ն. Գ. ԳԱԼՍՏՅԱՆ

Իզոտրոպ մակերեւույթների մի դասի ինվարիանտ հագեցումը

Այս հոդվածը, ըստ էության, հանդիսանում է ⁽¹⁾ աշխատության շարունակությունը, որտեղ դիտարկվում էր սիմանյան V_n տարածության իզոտրոպ V_m^p մակերեւույթները, որոնց մետրիկական տենզորի ռանգը փոքր էր m -ից: V_m^p -ի ոչ ինվարիանտ հագեցման միջոցով որոշված էին մակածված կապակցության գործակիցները, երկրորդ տենզորները, ներմուծված էր վերսոր, որը կարևոր դեր է խաղում մակերեւույթների երկրաչափության մեջ:

Այս հոդվածում դիտարկվում է հագեցման ձևափոխությունը, Արտածվում է հիմնական տենզորների ձևափոխության օրենքը՝ հագեցման ձևափոխման ժամանակ և ուշվում է V_m^1 տարածության ինվարիանտ հագեցման երկու մեթոդ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Н. Г. Галстян, Сб. «Гравитация и теория относительности», вып. 4—5, изд. КГУ, 1968. ² Н. Г. Галстян, ДАН Арм. ССР, т. XLIX, № 4 (1969). ³ Н. Г. Галстян, ДАН Арм. ССР, т. L, № 3 (1970). ⁴ Н. Г. Галстян, ДАН Арм. ССР, т. L, № 5 (1970). ⁵ А. Е. Либер, Труды семинара по векторному и тензорному анализу, вып. 13, М., 407—446, 1968. ⁶ В. А. Атанасян, ДАН СССР, 98, 15, 701—704 (1954).

УДК 51.01:5185

Г. Б. Маранджян

Структуры блоков рекурсивных функций

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Таалалянцем 19/XI 1970)

В заметке исследуются некоторые теоретико-структурные свойства систем множеств одноместных частично-рекурсивных функций (ЧРФ), на которых определено некоторое отношение частичного порядка, связанное с определением сложности натурального числа относительно ЧРФ, введенным в (1).

Все термины и утверждения понимаются конструктивно (2,3), хотя из соображений краткости иногда будет опускаться прилагательное „конструктивный“. Так, например, будет использоваться термин „множество“ вместо термина „конструктивное множество“.

Введем предикат M следующим образом (4):

$$M(\alpha, \beta, c) = \forall x (\beta(x) \supset \exists y (\alpha(y) = \beta(x) \ \& \ \lambda(y) \leq \lambda(x) + c)),$$

где α и β — переменные, допустимыми значениями которых являются одноместные ЧРФ, x, y, c — переменные для натуральных чисел, символы \vdash и $=$ понимаются как в (3) и λ — примитивно-рекурсивная функция, такая, что

$$\lambda(x) = \lceil \log_2(x+1) \rceil.$$

Пусть A — некоторое множество одноместных ЧРФ и α — одноместная ЧРФ (не обязательно принадлежащая A). Определим множество E_A^α следующим образом:

$$E_A^\alpha = \{ \beta \mid \exists c M(\alpha, \beta, c) \ \& \ \exists d M(\beta, \alpha, d) \},$$

где символ $\{ \}$ используется в том смысле, в каком он введен в (3). Множество E_A^α будем называть блоком, определяемым в A функцией α . Нетрудно убедиться в том, что блок E_A^α , определяемый функцией α , состоит из ЧРФ, обладающих следующими двумя свойствами:

- 1) все ЧРФ, принадлежащие E_A^α , имеют одну и ту же область значений, совпадающую с областью значений функции α ;
- 2) для любой пары функций из E_A^α найдется такая константа c ,

что для любого натурального числа n , принадлежащего области значений функции α , сложности числа n относительно выбранных функций (в смысле определения сложности, данного в (1)), отличаются не более чем на c . Таким образом, функции, принадлежащие одному и тому же блоку, эквивалентны в том смысле, что они определяют один и тот же тип кодирования натуральных чисел.

Пусть A есть множество одноместных ЧРФ, α и β — ЧРФ. Введем обозначение $E_\alpha^A \leq E_\beta^A$ в качестве сокращения для следующего суждения: „ E_α^A и E_β^A непусты и выполнено условие $\exists cM(\alpha, \beta, c)$ “. $E_\alpha^A \leq E_\beta^A$ содержательно означает, что функции из E_α^A кодируют натуральные числа „не хуже“, чем функции из E_β^A .

Используя рассмотренные в (4) свойства предиката M , нетрудно убедиться в том, что введенное отношение \leq рефлексивно, транзитивно и антисимметрично. Введем обозначение A_E для множества таких блоков E_α^A , что $\alpha \in A$.

Теорема 1. *Каково бы ни было примитивно-рекурсивно замкнутое множество A одноместных ЧРФ, можно построить такую двуместную операцию inf_A , определенную на A_E , что система $\langle A_E, \leq, \text{inf}_A \rangle$ будет нижней полуструктурой, обладающей тем свойством, что по каждой финитной структуре S найдется такой правый отрезок множества A_E , в который изоморфно вложима структура S .*

Обозначим через \mathcal{C}^1 множество всех одноместных ЧРФ.

Теорема 2. *Существуют такие двуместные операции $\text{inf}_\mathcal{C}$ и $\text{sup}_\mathcal{C}$, определенные на \mathcal{C}_E^1 , что система $\langle \mathcal{C}_E^1, \leq, \text{inf}_\mathcal{C}, \text{sup}_\mathcal{C} \rangle$ оказывается дистрибутивной структурой, имеющей наибольший и наименьший элементы и какова бы ни была финитная дистрибутивная структура S , найдется такой правый и такой левый отрезки множества \mathcal{C}_E^1 , в каждый из которых изоморфно вложима структура S .*

Структуру будем называть плотно упорядоченной в широком смысле, если можно построить такую двуместную операцию int , определенную на носителе структуры, что выполнено следующее условие:

$$\forall xy (x < y \supset (x < \text{int}(x, y) \& \text{int}(x, y) < y)),$$

где x, y — переменные, допустимой областью значений которых является носитель структуры, а $<$ — отношение строгого порядка в структуре.

Обозначим через Q множество всех одноместных общерекурсивных функций, принимающих все натуральные значения.

Теорема 3. *Существуют такие двуместные операции sup_Q , inf_Q и int_Q , определенные на Q_E , что система $\langle Q_E, \leq, \text{sup}_Q, \text{inf}_Q, \text{int}_Q \rangle$ является дистрибутивной плотно упорядоченной в широком*

смысле структурой, не имеющей ни минимальных, ни максимальных элементов.

Обозначим через P множество всех одноместных примитивно-рекурсивных функций.

Теорема 4. Существует такая операция inf_P , что система $\langle P_E, \leq, \text{inf}_P \rangle$ — нижняя полуструктура, имеющая бесконечное множество максимальных элементов, но не имеющая минимальных элементов.

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР и
Ереванского государственного университета

Հ. Բ ՄԱՐԿՈՎՅԱՆ

Ռեկուրսիվ ֆունկցիաների խմբակցությունների ցանցեր

Հոդվածում ուսումնասիրվում են մասնակի ռեկուրսիվ ֆունկցիաների (ՄՌՖ) խմբակցությունների որոշ հանրահաշիվական հատկություններ, մասնակի ռեկուրսիվ ֆունկցիաների տվյալ դասի խմբակցություն կանխանենք տվյալ դասին պատկանող ՄՌՖ-ների ամեն մի բազմություն, որը կազմված է բոլոր այն և միայն այն ֆունկցիաներից, որոնք ունեն արժեքների միևնույն բազմություն և այդ բազմությանը պատկանող բոլոր թվերի բարդությունները նշված ֆունկցիաների նկատմամբ համընկնում են հաստատունի նշտությամբ, խմբակցությունների դասի վրա բնական եղանակով սահմանված է մասնակի կարգավորվածություն:

Ապացուցված է, որ ամեն մի պարզագույն-ռեկուրսիվ փակ ՄՌՖ-ների բազմության խմբակցությունները կազմում են ստորին կիսացանց, բոլոր ՄՌՖ-ների բազմության խմբակցությունները կազմում են այնպիսի բաշխական ցանց, որն ունի ամենամեծ և ամենափոքր տարրեր և ցանկացած վերջավոր բաշխական դանց կարհի է ներդնել այդ ցանցի և ձախ և աջ հատվածների մեջ:

Երրորդ թեորեմում ապացուցված է, որ բոլոր ամենուրեք որոշված ՄՌՖ-ների բազմության խմբակցությունների դասը կազմում է բաշխական խիտ ցանց, որը չունի նվազագույն և առավելագույն տարրեր:

Չորրորդ թեորեմում ապացուցված է, որ պարզագույն ռեկուրսիվ ֆունկցիաների բազմության խմբակցությունների դասը կազմում է ստորին կիսացանց, որն ունի առավելագույն տարրեր, բայց չունի նվազագույն տարրեր:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 А. И. Колмогоров, Проблемы передачи информации, т. 1, вып. 1, 3—11, М., 1965.
2 А. А. Марков, Труды Математического института им. В. А. Стеклова, т. LXVII, 8—14, М.—Л. (1962). 3 Н. А. Шанин, Труды Математического института им. В. А. Стеклова, т. LXVII, 15—294, М.—Л. (1962). 4 Г. Б. Маранджян, «Известия АН Арм. ССР», сер. математика, т. 4, № 1, 3—22 (1969).

УДК 519.46

В. Г. Мхитарян

О комплексных многообразиях Штифеля

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Александряном 24/XI 1970)

Во всей этой работе через $W_{n,k}$ обозначается комплексное многообразие Штифеля упорядоченных систем k ортонормированных векторов пространства n комплексных переменных C^n и через $SU(n)$ унимодулярная унитарная группа пространства C^n .

Известно, что $SU(n)/SU(n-m) = W_{n,m}$.

В работе А. Л. Онищика ⁽¹⁾ изучаются компактные группы Ли, транзитивные на многообразиях $W_{n,2}$, и доказывается, что многообразие $W_{2k+1,2}$ ($k > 0$) не разлагается в прямое произведение двух многообразий.

Группы Ли транзитивные на $W_{n,k}$ ($k > 2$) полностью не изучены, и в связи с этой задачей представляет интерес вопрос о разложимости этих многообразий в прямое произведение. В настоящей работе доказывается, что $W_{n,k}$ при $n \equiv 0 \pmod{24}$ не разлагается в прямое произведение однородных пространств. Будем обозначать через $H(M)$ алгебру когомологий многообразия M с вещественными коэффициентами.

Определение 1. — Пусть G связная компактная группа Ли, и U ее связная, замкнутая подгруппа. Пусть $i^* : H(G) \rightarrow H(U)$ гомоморфизм, порожденный вложением $i : U \rightarrow G$. Будем говорить, что подгруппа U вполне не гомологична нулю в G , если отображение i^* — эпиморфизм.

Пусть $M = G/U$ однородное пространство, где G связная компактная группа Ли, а U ее связная замкнутая подгруппа.

Из работы Ж. П. Серра ⁽²⁾ и из теоремы 3.2. работы А. Л. Онищика ⁽¹⁾ следует, что следующие условия эквивалентны:

1°. $rg H_{2k}(M) = 0$.

2°. $H(M)$ внешняя алгебра, порожденная элементами нечетных размерностей.

3°. Подгруппа U вполне не гомологична нулю в G .

Определение 2. Будем говорить, что многообразие M есть многообразие типа S , если имеет место одно из условий 1°, 2°, 3°.

Лемма 1. Пусть имеем $M = M_1 \times M_2$, где M , M_1 и M_2 однородные пространства компактных групп Ли. Если M — многообразие типа S , то M_1 и M_2 тоже многообразия типа S . Верно и обратное утверждение.

А. Л. Онищик в работе (1) ввел понятие ранга односвязного многообразия:

Определение 3. Будем обозначать через $r(M)$ и называть рангом односвязного многообразия M сумму рангов всех групп $\Pi_{2k-1}(M)$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) если эта сумма конечна. Отметим следующее очевидное свойство ранга: $r(M \times N) = r(M) + r(N)$ если $r(M)$ и $r(N)$ определены. Кроме того будет использоваться

Лемма 2. Пусть M компактное многообразие и пусть $M = M_1 \times M_2$. Если M не имеет p -кручения (p — простое число), то M_1 и M_2 тоже не имеют p -кручения. Верно и обратное утверждение.

Предложение 1. Комплексное многообразие Штифеля $W_{n,k}$ есть пространство ранга k и $\Pi_2(W_{n,k}) = 0$ ($n > 4$).

Определение 4. Пусть M произвольное многообразие. Будем говорить, что многообразие M является однородно неразложимым многообразием, если оно не разлагается в прямое произведение двух однородных пространств положительных размерностей.

Из леммы 2 работы (1) имеем, что если $M = G/U$ однородное пространство, где U собственная замкнутая подгруппа связной компактной группы Ли G , то $r(M) > 0$.

Следовательно, если $W_{n,k}$ разлагается в прямое произведение однородных пространств, то возможны 2 случая:

$$I. W_{n,k} = M_1 \times M_2 \times M_3$$

$$II. W_{n,k} = M \times N,$$

где M , M_i ($i = 1, 2, 3$) однородные пространства ранга 1, а N — однородно неразложимое однородное пространство ранга 2. Известно, что $W_{n,k}$ не имеет кручения и что

$$H(W_{n,k}) = H(S^{2n-1} \times S^{2n-3} \times \dots \times S^{2n-2k+1}) \quad (4).$$

Из лемм 1 и 2 и предложения 1 следует, что M_i ($i = 1, 2, 3$), M и N — многообразия типа S , не имеющих кручения, и что

$$\Pi_2(N) = \Pi_2(M) = \Pi_2(M_i) = 0 \quad (i = 1, 2, 3).$$

Известно, что многообразие $W'_{n,n-1} = SU(n)$ не разлагается в прямое произведение (5). Поэтому мы будем рассматривать только многообразия $W_{n,k}$ с $n > 4$.

Рассмотрим какие компактные однородные пространства ранга 1 могут участвовать в разложениях I и II.

В работе А. Л. Онищика ⁽¹⁾ с точностью до изоморфизма перечислены все компактные однородные пространства ранга 1. Разбор всевозможных случаев показывает, что имеет место следующее

Предложение 2. Из однородных пространств ранга 1 в разложениях $W_{n,3}$ в прямое произведение однородных пространств, могут участвовать только нечетномерные сферы.

Так как $H(W_{n,3}) = H(S^{2n-1} \times S^{2n-3} \times S^{2n-5})$ то ясно, что в однородных разложениях $W_{n,3}$ могут участвовать только сферы размерностей $2n-1, 2n-3, 2n-5$.

Ф. Сигрист в своих работах ^(6,7) вычислил гомотопические группы многообразий Штифеля вида $P_{2k+p}(W_{k+m,m})$ где

$$k = 0, 1, 2, 3, \dots, \text{ а } p = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.$$

При сравнении гомотопических групп многообразия $W_{n,3}$ с соответствующими гомотопическими группами сфер соответствующих размерностей, оказывается, что

$$\Pi_q(W_{n,3}) \neq \Pi_q(S^{2n-1}) \oplus \Pi_q(S^{2n-3}) \oplus \Pi_q(S^{2n-5})$$

для некоторых q .

Отсюда следует, что для $n > 4$

$$W_{n,3} \neq S^{2n-1} \times S^{2n-3} \times S^{2n-5}.$$

Получили, что $W_{n,3}$ не разлагается в прямое произведение трех однородных пространств ранга 1.

Из сравнения гомотопических групп следует также, что возможны лишь следующие разложения типа II.

$$\text{II (1). } W_{2k+6,3} = S^{4k+11} \times N_1$$

$$\text{II (2). } W_{2k+3,3} = S^{4k+1} \times N_2,$$

где N_1 и N_2 однородно неразложимые однородные пространства ранга 2.

Теперь рассмотрим, какие однородные пространства ранга 2 могут участвовать в разложениях $W_{n,3}$ в прямое произведение однородных пространств. В работе А. Л. Онищика ⁽¹⁾ перечислены все компактные однородные пространства ранга 2.

Разбор всевозможных случаев показывает, что имеет место следующее.

Предложение 3. Из однородных пространств ранга 2 в разложениях $W_{n,3}$ в прямое произведение однородных пространств может участвовать только $W_{n,2}$.

Дальнейшее сравнение соответствующих гомотопических групп показывает, что если $W_{n,3}$ разлагается в прямое произведение однородных пространств, то возможно лишь следующее разложение

$$W_{2m,3} = S^{4m-1} \times W_{2m-1,2}.$$

Резюмируя все результаты этой работы, мы можем утверждать, что имеет место следующая

Теорема. Если $n \not\equiv 0 \pmod{24}$, то комплексное многообразие Штифеля $W_{n,3}$ является однородно неразложимым.

В заключение автор приносит благодарность А. Л. Оницику за постановку задачи и постоянное внимание к работе.

Ереванский государственный университет

Վ. Ն. ՄԵԻՔԻԱՆ

Շտիֆելի կոմպլեքս բազմաձևությունների մասին

Գիտարկվում են $W_{n,3}$ Շտիֆելի կոմպլեքս բազմաձևությունները, իր այն խմբերը, որոնք տրանզիտիվ են $W_{n,3}$ -ի վրա, դեռևս լրիվ ուսումնասիրված չեն: Այդ պատճառով հետաքրքրություն է ներկայացնում այն հարցը, թե հնարավոր է արդյոք $W_{n,3}$ -ն վերլուծել ուղիղ արտադրյալի:

Ապացուցվում է, որ եթե $n \not\equiv 0 \pmod{24}$, ապա $W_{n,3}$ -ը չի կարող վերլուծվել համասեռ տարաձևությունների ուղիղ արտադրյալի:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. Л. Оницик, Матем. сб., 60 (102) 447—485 (1963) ² Ж. П. Серр, Расслоенные пространства, М., ИЛ, 1958, 124—162 ³ А. Л. Оницик, Матем. сб. 44 (86) 3—53 (1958) ⁴ А. Борель, Расслоенные пространства, М., ИЛ, 1958, 163—246. ⁵ А. Л. Оницик, Матем. сб., 83 (125), 407—428, (1970). ⁶ F. Sigrist, Comment. Math. Helv., vol. 43, fasc. 2, p. 121—131 (1968). ⁷ F. Sigrist, C. R. Acad. Sci. Paris, Serie A, t. 269, p. 1061—1062 (1969).

УДК 519.1

А. Г. Маркосян

О числе внутренней устойчивости в декартовом произведении графов

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. А. Шагиняном 1/XII 1970)

Понятие внутренне устойчивого множества и связанные с ним понятия ядра и числа внутренней устойчивости графа играют очень важную роль в многочисленных приложениях теории графов: в теории игр, в теории транспортных сетей, в теории информации и т. д. Особенно хочется отметить известную задачу теории информации⁽¹⁻³⁾, поставленную Шенноном, о богатстве кода, составленного символами данного алфавита, которая сводится к нахождению максимального внутренне устойчивого множества в декартовом произведении графов. Здесь важно знать число внутренней устойчивости в декартовом произведении графов, которое и определяет наибольшее число не путающихся между собой сигналов. Шеннон нашел достаточное условие, с помощью которого можно вычислить число внутренней устойчивости в декартовом произведении графов. Однако надо отметить, что практически проверить это условие для конкретного графа почти невозможно. В настоящей статье найдено легко проверяемое достаточное условие для вычисления числа внутренней устойчивости в декартовом произведении.

Пусть дан граф $G = (X, U) = (X, \Gamma)^*$.

Подмножество вершин $S \subset X$ называется внутренне устойчивым, если никакие две вершины S не смежны, т. е.

$$\Gamma S \cap S = \emptyset.$$

Числом внутренней устойчивости графа G называется

$$\alpha(G) = \max_S |S|,$$

где максимум берется по внутренне устойчивым множествам графа G .

Декартово произведение двух графов $G = (X, U)$ и $H = (Y, V)$ это граф $G \times H$, вершинами которого служат элементы множества $X \times Y$,

* Мы придерживаемся, в основном, терминологии и обозначений (4).

т. е. пары xu , где $x \in X$, $u \in U$ и две вершины xu и $x'u'$ смежны, если они удовлетворяют одному из следующих условий:

1. $x = x'$, $(y, y') \in V$;
2. $(x, x') \in U$, $y = y'$;
3. $(x, x') \in U$, $(y, y') \in V$.

Аналогичным образом можно определить декартово произведение $G_1 \times G_2 \times \dots \times G_n$ графов G_1, G_2, \dots, G_n и, в частности, когда $G_1 = G_2 = \dots = G_n = G$, получим $G^n = G \times G \times \dots \times G$.

Однозначное отображение α , переводящее множество $X_2 \subseteq X$ в себя называется **сохранным**, если

$$y \neq x, y \in \Gamma x \longrightarrow \alpha(y) \neq \alpha(x), \alpha(y) \in \Gamma \alpha(x).$$

Ясно, что это отображение сохраняет несмежность вершин.

Сохранное отображение называется **сжато-сохранным**, если

$\alpha(X_2) = \{\alpha(x) \mid x \in X_2\}$ — внутренне устойчивое множество.

Сжато-сохранное отображение называется **полным**, если $X_2 = X$.

Очевидно, что если α полное сжато-сохранное отображение, то $|\alpha(X)| = \alpha(G)$.

Шеннон доказал следующую теорему:

Если хотя бы для одного из графов G и H существует полное сжато-сохранное отображение α , то

$$\alpha(G \times H) = \alpha(G) \times \alpha(H).$$

Используя результат Шеннона, мы докажем теорему, которая даст возможность очень просто найти число внутренней устойчивости и множество внутренней устойчивости, содержащее наибольшее число элементов для одного класса декартова произведения графов.

Теорема 1. *Если граф $G = (X, U)$ не содержит простых циклов нечетной длины, большей или равной пяти, то для него существует полное сжато-сохранное отображение.*

Доказательство. Предположим обратное: пусть граф G не обладает циклами нечетной длины, большей или равной пяти, но для него не существует полного сжато-сохранного отображения.

Рассмотрим множество сжато-сохранных отображений. Пусть α_0 — такое сжато-сохранное отображение, которое определено на наибольшем числе вершин графа G . Другими словами, если X_2 — множество вершин, на которых определено отображение α , то $|X_2| \leq |X_{\alpha_0}|$ для любого отображения α . Ясно, что $X_2 \neq X$ для любого α , в противном случае α было бы полным сжато-сохранным отображением, и теорема была бы доказана. Следовательно, существует такая вершина $a \in X$, которая не принадлежит множеству X_2 . Обозначим через Σ_2 множество всех таких максимальных путей

$$\mu = [a = y_0^{\mu}, x_1^{\mu}, y_1^{\mu}, x_2^{\mu}, y_2^{\mu}, \dots],$$

где $x_1^{\mu}, x_2^{\mu}, \dots$ принадлежит $\sigma_0(X_{\mu})$, а $\sigma_0(y_i^{\mu}) = x_i^{\mu}$, $(y_i^{\mu}, y_{i+1}^{\mu}) \in U$. Максимальность пути здесь понимается в том смысле, что не существует пути, принадлежащего множеству Σ_{μ} и содержащего путь μ . Существование таких путей следует из того, что вершина a смежна хотя бы с одной вершиной из множества $\sigma_0(X_{\mu})$.

Заметим, что пути μ не могут кончаться вершиной x_k^{μ} , $\sigma_0(x_k^{\mu}) = x_k^{\mu}$, т. е. $x_k^{\mu} \in \sigma_0(X_{\mu})$. В противном случае, определив сжато-сохранное отображение σ_0^{\cdot} следующим образом

$$\sigma_0^{\cdot}(y_{k-1}^{\mu}) = x_k^{\mu} \text{ для всех } \mu,$$

$$\sigma_0^{\cdot}(x) = x, \text{ если } x \in X_{\mu}, x \neq y_{k-1}^{\mu},$$

мы получим новое множество путей $\Sigma_{\mu_0}^{\cdot}$, которое уже не содержит путей, оканчивающихся вершиной x_k^{μ} . Если еще существуют пути, конец которых принадлежит множеству $\sigma_0^{\cdot}(X_{\mu_0}^{\cdot})$, то повторив эту операцию несколько раз, в конце концов получим такое сжато-сохранное отображение σ_0^{\cdot} , для которого конец всех путей не принадлежит $\sigma_0^{\cdot}(X_{\mu_0}^{\cdot})$. Но тогда, выбирая для каждого x_i^{μ} однозначным образом некоторое определенное y_i^{μ} , можно определить следующее отображение σ_0^{\cdot} :

$$\sigma_0^{\cdot}(x) = y_i^{\mu}, \text{ если } \sigma_0(x) = x_i^{\mu}, i = 1, 2, \dots, \text{ для всех путей } \mu \in \Sigma_{\mu_0},$$

$\sigma_0^{\cdot}(x) = \sigma_0(x)$, если вершина x не принадлежит никакому из путей Σ_{μ_0} , т. е. $\sigma_0^{\cdot}(x) \neq x_i^{\mu}$, $\sigma_0^{\cdot}(a) = a$.

Очевидно что σ_0^{\cdot} будет однозначным отображением.

Пусть S_1 — множество всех вершин y_i^{μ} , а $S_2 = \sigma_0^{\cdot}(X_{\mu_0}^{\cdot}) \setminus \{S_1 \cup \{a\}\}$.

Покажем, что множество $\sigma_0^{\cdot} = S_1 \cup S_2 \cup \{a\}$ — внутренне устойчиво.

Во-первых, множество вершин S_2 не содержит в себе смежных вершин, в силу того, что множество $S_2 \subset \sigma_0(X_{\mu_0})$, а $\sigma_0(X_{\mu_0})$ внутренне устойчиво. S_2 не содержит смежных вершин с S_1 , так как $S_1 \cap S_2 = \emptyset$.

Во-вторых, множество S_1 внутренне устойчиво: если две вершины одного пути $y_i^{\mu}, y_j^{\mu} \in S_1$, то $(y_i^{\mu}, y_j^{\mu}) \in U$ в силу того, что в графе не существует простого цикла нечетной длины, а часть цикла от y_i^{μ} до y_j^{μ} — $\mu[y_i^{\mu}, y_j^{\mu}]$ — простой путь четной длины, отсюда простой цикл $\mu[y_i^{\mu}, y_j^{\mu}] \cup (y_i^{\mu}, y_j^{\mu})$ имеет нечетную длину, большую или равную 5.

Последнее вытекает из того, что в путях множества Σ_{μ_0} не существует дуг $(y_i^{\mu}, y_{i+1}^{\mu})$. Если $y_i^{\mu_1}, y_j^{\mu_2} \in S_2$, $\mu_1, \mu_2 \in \Sigma_{\mu_0}$, то опять $(y_i^{\mu_1}, y_j^{\mu_2}) \in U$, потому что, если x последняя общая вершина на путях μ_1 и μ_2 до вершины $y_i^{\mu_1}, y_j^{\mu_2}$, то часть путей $\mu_1[x, y_i^{\mu_1}]$ и $\mu_2[x, y_j^{\mu_2}]$ имеют длину одинаковой четности, независимо от того $x = x_k^{\mu_1}$ или $x = y_k^{\mu_2}$. Отсюда простой цикл $\mu_1[x, y_i^{\mu_1}] \cup (y_i^{\mu_1}, y_j^{\mu_2}) \cup \mu_2[x, y_j^{\mu_2}]$ опять имеет нечет-

ную длину, большую или равную 5. Получим, что σ_0 — сжато-сохранное отображение. Последнее вытекает из внутренней устойчивости $\sigma_0(X_{x_0})$ и из определения σ_0 . Но $X_{x_0} = X_1 \cup \{a\}$ и отсюда $|X_1| < |X_{x_0}|$, что противоречит определению сжато-сохранного отображения σ_0 . Теорема доказана.

Очевидно, что обратная теорема неверна.

Из теоремы 1 и из теоремы Шеннона вытекает.

Теорема 2. *Если хотя бы один из графов G и не содержит простых циклов нечетной длины, большей или равной 5, то $\alpha(G \times H) = \alpha(G) \cdot \alpha(H)$.*

Ясно, что теорема 2 верна и для декартова произведения графов G_1, G_2, \dots, G_n ; в частности, если

$$G_1 = G_2 = \dots = G_n = G, \text{ то } \alpha(G^n) = \alpha^n(G).$$

Последнее утверждение имеет важное применение в теории информации и дает возможность тривиальным образом найти самый богатый код, имеющий длину n . Для этого достаточно взять элементы множества

$$S_0 = S \times S \times \dots \times S,$$

где S — внутренне устойчивое множество в графе G , содержащее наибольшее число элементов. S_0 будет внутренне устойчивым множеством, содержащим наибольшее число элементов в декартовом произведении $G \times G \times \dots \times G = G^n$. Это следует из теоремы 2, так как $|S_0| = \alpha(G^n)$, а $|S| = \alpha(G)$. Следуя Шеннону, обозначим через

$$\theta(G) = \sup_n \sqrt[n]{\alpha(G^n)},$$

и назовем ее емкостью графа G .

Кстати, заметим, что для большинства графов, например, для простого цикла длины 5, определение $\theta(G)$ представляет собой очень трудную задачу.

Из теоремы 2 вытекает

Следствие. *Если граф G не содержит простых циклов нечетной длины > 5 , то $\theta(G) = \alpha(G)$.*

Очевидно, что теоремы 1, 2 и последнее следствие верны и тогда, когда граф, вообще, не содержит циклов нечетной длины.

Ереванский политехнический институт

Ա. Վ. ՄԱՐԿՈՍՅԱՆ

Գրաֆների դեկարտյան արտադրյալի ներքին կայունության բիլի մասին

Հոդվածում դրված է ներքին կայունության բիլը կենտ երկարության սիկլեր շարունակող գրաֆների դեկարտյան արտադրյալի համար: Ապացուցված է, որ ներքին կայունության բիլը արտադրյալ գրաֆի համար հավասար է

արտադրիչ գրաֆների ներքին կայունության թվերի արտադրյալին, հթե արտադրիչներից գոնե մեկը չի պարունակում կենտ երկարության ցիկլեր: Վերջին փաստը ունի շատ կարևոր կիրառություն ինֆորմացիայի տեսության մեջ՝ անցուղու թողունակությունը որոշելու ժամանակ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ К. Берж, Теория графов и ее применения, ИЛ, М., 1962 ² О. Орс, Теория графов, Изд. «Наука», М., 1968. ³ К. Шеннон, Работы по теории информации и кибернетике, Изд. ИЛ, М., 1963.

УДК 539.37

Ю. С. Ишанян

О двух задачах, связанных с кручением составной сферы

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 12/X 1970)

В работе рассматриваются две задачи кручения составной сферы, когда сфера скручивается произвольной осесимметричной нагрузкой. В первой задаче скручивается сфера, составленная из различных материалов и соединенных вдоль диаметральной поверхности. Решение этой задачи дается в замкнутом виде. Во второй задаче соединение двух полусфер из различных материалов ослаблено экваториальным кольцевым разрезом. Решение этой задачи сводится к решению интегрального уравнения Фредгольма второго рода. Простейший случай, когда сплошная сфера скручивается сосредоточенными моментами, рассматривается в работах (1-2). В постановке аналогичной нашей, задача кручения двухслойной полой полусферы исследуется в работе (3), а когда часть торца закреплена — в работах (4,5). Некоторым контактными задачам, связанным с кручением упругой сферы, посвящены работы (6,11).

1°. Задачу будем решать в координатной системе (ξ, t) при помощи функции перемещения $\Psi(t, \xi)$. Координаты t, ξ связаны со сферической системой (ρ, θ) (рис. 1) соотношениями

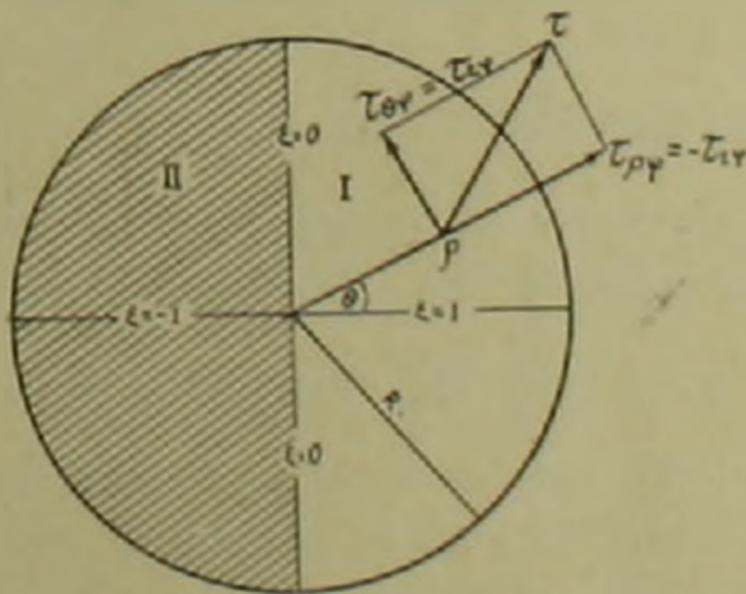


Рис. 1.

$$\xi = \cos \theta, t = \ln \frac{R}{\rho}; (R - \text{радиус сферы}) \tag{1.1}$$

Функция перемещения $\Psi(t, \xi)$, которая в области осевого сечения тела вращения удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - 3 \frac{\partial \Psi}{\partial t} + (1 - \xi^2) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} - 4\xi \frac{\partial \Psi}{\partial \xi} = 0, \quad (1.2)$$

связывается с перемещением и напряжениями следующими формулами:

$$\tau_{\xi\varphi} = G(1 - \xi^2) \frac{\partial \Psi}{\partial \xi}; \quad \tau_{t\xi} = G \sqrt{1 - \xi^2} \frac{\partial \Psi}{\partial t}; \quad (1.3)$$

$$v = R e^{-t} \sqrt{1 - \xi^2} \Psi(t, \xi).$$

Решая уравнение (1.2) методом разделения переменных, функцию $\Psi(t, \xi)$ представим в виде

$$\Psi(\xi, t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_{2k-1} e^{-\alpha_{k-1} t} P_{2k-1}(\xi) + \int_0^{\infty} B(\mu) P_{-\frac{1}{2}+i\mu}(\xi) T_{\mu}(t) d\mu, \quad (1.4)$$

где $T_{\mu}(t) = e^{\frac{3}{2}t} \left(\frac{3}{2} \sin \mu t - \mu \cos \mu t \right)$, $P_n(\xi)$ полиномы Лежандра

$$P_{-\frac{1}{2}+i\mu}(\xi) \text{ конические функции } P_n(\xi) = \frac{dP_n(\xi)}{d\xi}; \quad P_{-\frac{1}{2}+i\mu}(\xi) = \frac{dP_{-\frac{1}{2}+i\mu}(\xi)}{d(\xi)},$$

а A_{2k-1} и $B(\mu)$ неопределенные коэффициенты.

2°. Рассмотрим задачу кручения сферы радиуса R составленной из двух полусфер, изготовленных из различных материалов и соединенных вдоль плоскости $\xi = 0$, когда на сферической поверхности действуют крутящие напряжения (рис. 1). Пусть G_1 модуль сдвига первого материала, G_2 — второго. Для такой задачи граничные условия примут вид

$$\tau_{\xi\varphi}^{(1)}(0, \xi) = f_1(\xi) \quad (0 < \xi \leq 1); \quad \tau_{\xi\varphi}^{(2)}(0, \xi) = f_2(\xi) \quad (-1 \leq \xi < 0), \quad (2.1)$$

где f_1 и f_2 известные функции ξ . Должны иметь место также условия сопряжения на поверхности раздела материалов.

$$\tau_{\xi\varphi}^{(1)}|_{\xi=0} = \tau_{\xi\varphi}^{(2)}|_{\xi=0}; \quad v_1(t, 0) = v_2(t, 0) \quad (0 \leq t \leq \infty) \quad (2.2)$$

Здесь и далее значок (1) означает, что соответствующие величины относятся к правой области $0 < \xi \leq 1$, а (2) к левой — $-1 \leq \xi < 0$. Функцию перемещения $\Psi(t, \xi)$ ищем в виде

$$\Psi(t, \xi) = \begin{cases} \Psi_1(t, \xi) & \text{в области 1 } 0 < \xi \leq 1 \\ \Psi_2(t, \xi) & \text{в области 2 } -1 \leq \xi < 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Причем функции $\Psi_1(t, \xi)$ берем в виде (1, 4), где вместо коэффици-

ентов A_{2k-1} и $B(\mu)$ берем соответственно $A_{2k-1}^{(1)}$ и $B^{(1)}(\mu)$ в первой области и $A_{2k-1}^{(2)}$ и $B^{(2)}(\mu)$ во второй. Для касательных напряжений и перемещения v согласно (1.3) будем иметь:

$$\tau_{\xi\varphi}^{(i)} = G_l V \sqrt{1 - \xi^2} \left\{ - \sum_{k=1}^{\infty} 2(k-1) A_{2k-1}^{(i)} e^{-2(k-1)t} P_{2k-1}'(\xi) + \int_0^{\infty} B_{(\mu)}^{(i)} T_{\mu}(t) P_{-\frac{1}{2}+i\mu}'(\xi) d\mu \right\}, \quad (2.4)$$

$$\tau_{\xi\varphi}^{(i)} = G_l V \sqrt{1 - \xi^2} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} A_{2k-1}^{(i)} e^{-2(k-1)t} P_{2k-1}'(\xi) + \int_0^{\infty} B_{(\mu)}^{(i)} T_{\mu}(t) P_{-\frac{1}{2}+i\mu}'(\xi) d\mu \right\}, \quad (2.5)$$

$$v_i(t, \xi) = R e^{-t} V \sqrt{1 - \xi^2} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} A_{2k-1}^{(i)} e^{-2(k-1)t} P_{2k-1}'(\xi) + \int_0^{\infty} B_{(\mu)}^{(i)} P_{-\frac{1}{2}+i\mu}'(\xi) T_{\mu}(t) d\mu \right\}, \quad (i = 1, 2), \quad (2.6)$$

Далее учитывая соотношения

$$\int_0^1 (1 - \xi^2) P_{2k-1}'(\xi) P_{2m-1}'(\xi) d\xi = \int_{-1}^0 (1 - \xi^2) P_{2k-1}'(\xi) P_{2m-1}'(\xi) d\xi = \begin{cases} 0, & m \neq k \\ \frac{2k(2k-1)}{4k-1}, & m = k \end{cases} \quad (2.7)$$

и удовлетворяя граничным условиям (2.1) получаем

$$A_{2k-1}^{(i)} = - \frac{1}{2(k-1)} \frac{f_k^{(i)}}{G_l} \quad (i = 1, 2), \quad (2.8)$$

где обозначено

$$f_k^{(i)} = \frac{4k-1}{2k(2k-1)} \int_{\alpha_1}^{\beta_1} (1 - \xi^2)^{1/2} f_i(\xi) P_{2k-1}'(\xi) d\xi \quad (i = 1, 2) \quad (2.9)$$

$$(\alpha_1 = \beta_2 = 0; \quad \alpha_2 = -\beta_1 = 1).$$

Первому из условий сопряжения удовлетворяем, положив

$$B_{(\mu)}^{(1)} = m_0 B_{(\mu)}^{(2)}, \quad \text{где } m_0 = \frac{G_2}{G_1}. \quad (2.10)$$

Предполагая наличие второго из условий контакта приходим к равенству

$$\int_0^{\infty} B_{(\mu)}^{(2)} P_{-\frac{1}{2}+i\mu}^{(0)} T_{\mu}(t) d\mu = F(t) \quad (0 < t < \infty), \quad (2.11)$$

где

$$F(t) = \frac{1}{m_0 - 1} \sum_{k=1}^{\infty} [A_{2k-1}^{(2)} - A_{2k-1}^{(1)}] e^{-\alpha(k-1)t} P_{2k-1}^{(0)}. \quad (2.12)$$

Далее заметим, что для функции $T_{\mu}(t)$ имеет место тождество

$$\begin{aligned} f(z) = & \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{T_{\mu}(z)}{z^2 + \mu^2} d\mu - \int_0^{\infty} T_{\mu}(t) e^{-2\mu t} f(t) dt + \\ & + 2\alpha \int_0^{\infty} e^{-2\mu t} f(t) dt; \quad \left(\alpha = \frac{3}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.13)$$

подобное соотношение было получено в работе А. А. Баблюна ⁽¹¹⁾.

Покажем, что для функции $F(t)$ имеет место соотношение.

$$\int_0^{\infty} e^{-\mu t} F(t) dt = 0 \quad \text{или что идентично } F'(0) = 0 \quad (2.14)$$

Последнее, как легко видеть, вытекает из условия сопряжения (2.2) в точке $t=0, \xi=0$

Таким образом из (2.13) имеем

$$B_{(\mu)}^{(2)} = \frac{2}{\pi \left(\mu^2 + \frac{9}{4} \right) P_{-\frac{1}{2}+i\mu}^{(0)}} \cdot \int_0^{\infty} e^{-3t} F(t) T_{\mu}(t) dt \quad (2.15)$$

или

$$B^{(2)}(\mu) =$$

$$\frac{2\mu}{\pi (m_0 - 1) \left(\frac{9}{4} + \mu^2 \right) P_{-\frac{1}{2}+i\mu}^{(0)}} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{f_k^{(2)}}{G_2} - \frac{f_k^{(1)}}{G_1} \right] \frac{P_{2k-1}^{(0)}}{\left(2k - \frac{1}{2} \right)^2 + \mu^2}; \quad (2.16)$$

и окончательно

$$B^{(2)}(\mu) = \frac{2\mu}{\pi (m_0 - 1) \left(\frac{9}{4} + \mu^2 \right) P_{-\frac{1}{2}+i\mu}^{(0)}} \cdot \int_{-1}^1 \varphi(\xi) f(\xi) d\xi, \quad (2.17)$$

где

$$f(\xi) = \begin{cases} \frac{f_1}{G_1} & 0 < \xi \leq 1 \\ \frac{f_2}{G_2} & -1 \leq \xi < 0 \end{cases}; \quad \varphi(\xi) = (1 - \xi^2)^{1/2} \frac{P_{-\frac{1}{2} + i\mu}(\xi)}{P_{-\frac{1}{2} + i\mu}(0)} \quad \text{при } 0 < \xi \leq 1,$$

а на отрезок $-1 < \xi < 0$ продолжается нечетно.

Таким образом имея (2.17), (2.10), (2.8) и пользуясь соотношениями (2.4) — (2.8) можно определить напряжения $\tau_{\xi r}^{(i)}$ и $\tau_{\xi \varphi}^{(i)}$ перемещения v_i ($i = 1, 2$) в любой точке осевого сечения шара.

3°. Рассмотрим теперь задачу о кручении составной сплошной сферы при условии, что соединение из двух полусфер ослаблено кольцевым разрезом на плоскости $\xi = 0$, $0 \leq t < t_1$. Для такой задачи граничными условиями будут:

на сферической поверхности заданные касательные напряжения

$$\tau_{\xi r}^{(1)} = f_1(\xi) \quad (0 < \xi \leq 1); \quad \tau_{\xi r}^{(2)} = f_2(\xi) \quad (-1 \leq \xi < 0) \quad (3.1)$$

на поверхности разреза

$$\tau_{\xi r}^{(1)} = \tau_{\xi r}^{(2)} = 0 \quad (0 \leq t < t_1) \quad (3.2)$$

и наконец условиями сопряжения материалов будут

$$\tau_{\xi r}^{(1)} = \tau_{\xi r}^{(2)}; \quad v_1(t, \xi) = v_2(t, \xi) \quad (t_1 < t \leq \infty). \quad (3.3)$$

Как и в 2° функцию перемещения возьмем в виде (1.4). Удовлетворяя (3.1) для коэффициентов $A_{2k-1}^{(i)}$ получаем выражение

$$A_{2k-1}^{(i)} = -\frac{1}{2(k-1)} \frac{f_k^{(i)}}{G_i} \quad (i = 1, 2). \quad (3.4)$$

Здесь для $f_k^{(i)}$ и G_i использованы такие же обозначения как и в 2°. Первое из условий сопряжения удовлетворим, положив

$$B^{(1)}(\mu) = m_0 B^{(2)}(\mu), \quad \text{где } m_0 = \frac{G_2}{G_1} \quad (3.5)$$

далее из (3.2) и (3.3), получим

$$\int_0^{t_1} B^{(2)}(\mu) P_{-\frac{1}{2} + i\mu}^{(0)} T_\mu(t) d\mu = 0 \quad (0 \leq t < t_1) \quad (3.6)$$

$$\int_0^{t_1} B^{(2)}(\mu) P_{-\frac{1}{2} + i\mu}^{(0)} T_\mu(t) d\mu = F(t) \quad (t_1 < t < \infty), \quad (3.7)$$

где

$$F(t) = \frac{1}{m_0 - 1} \sum_{k=1}^{\infty} [A_{2k-1}^{(2)} - A_{2k-1}^{(1)}] e^{-\alpha(k-1)t} P_{2k-1}^{(0)}. \quad (3.8)$$

Системой (3, 6), (3,7) представляются парные интегральные уравнения. Для разрешения этих уравнений поступим следующим образом. Умножаем уравнение (3.6) на $e^{-\mu t}$ и полученное выражение интегрируем по t в пределах от нуля до t , а уравнение (3.7) дифференцируем по t , тогда система (3,6) — (3,7) представится в виде:

$$\int_0^{\infty} A(\mu) [1 + N(\mu)] \sin \mu t d\mu = 0 \quad (0 \leq t < t_1),$$

$$\int_0^{\infty} A(\mu) \sin \mu t d\mu = F_1(t) \quad (t_1 < t \leq \infty),$$
(3.9)

где использованы обозначения

$$A(\mu) = B^{(2)}(\mu) P_{-\frac{1}{2}+i\mu}^{(0)}\left(\mu^2 + \frac{9}{4}\right); \quad F_1(t) = e^{-\frac{3}{2}t} F'(t)$$

$$1 + N(\mu) = \left(\mu^2 + \frac{9}{4}\right)^{-2} \frac{P_{-\frac{1}{2}+i\mu}^{(0)}}{P_{-\frac{1}{2}+i\mu}^{(0)}}$$

Далее положим

$$\int_0^{\infty} A(\mu) N(\mu) \sin \mu t d\mu = G(t) \quad \text{и} \quad f(t) = \begin{cases} -G(t); & 0 \leq t < t_1 \\ F_1(t); & t_1 < t \leq \infty \end{cases} \quad (3.10)$$

откуда

$$A(\mu) = \Phi(\mu) - \frac{2}{\pi} \int_0^{t_1} G(t) \sin \mu t dt. \quad (3.11)$$

Здесь

$$\Phi(\mu) = \frac{2}{\pi} \int_{t_1}^{\infty} F_1(t) \sin \mu t dt.$$

и если положить

$$K(s, \mu) = k(s, \mu) N'(\mu), \quad \text{где} \quad k(s, \mu) = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin(\mu - s)t_1}{\mu - s} - \frac{\sin(\mu + s)t_1}{\mu + s} \right]. \quad (3.12)$$

то для определения $A(\mu)$ получим интегральное уравнение Фредгольма второго рода

$$A(\mu) = \Phi(\mu) - \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} A(s) K(s, \mu) ds. \quad (3.13)$$

Заметим, что ядро уравнения (3.13) суммируемо в L_2 , это с очевидностью вытекает из неравенства

$$|1 + N(\mu)| \leq \left| \frac{P'_{-\frac{1}{2}+i\mu}(0)}{P'_{-\frac{1}{2}+i\mu}(0)} \left(\mu^2 + \frac{9}{4} \right)^{-2} \right| < \frac{1}{3} \quad (3.14)$$

и полученного выражения для $k(s, \mu)$

Автор выражает признательность Б. Л. Абрамяну за постановку задачи и ценные указания в ходе ее решения.

Ереванский государственный университет

ՅՈՒ. Ս. ՆՇԱՆՅԱՆ

Բաղադրյալ գնդի ոլորման հետ կապված երկու խնդիրների մասին

Հոդվածում դիտարկվում են բաղադրյալ գնդի ոլորման հետ կապված երկու խնդիրներ: Ոլորումն իրագործվում է գնդի մակերևույթի վրա կիրառված կամայական առանցքասիմետրիկ բեռով:

Առաջին խնդրում ոլորվող պոնդր կազմված է երկու տարբեր կիսագնդերի միացումով: Խնդրի լուծումը տրվում է փակ տեսքով:

Երկրորդ խնդրում դիտարկվում է երկու կիսագնդերից կազմված բաղադրյալ գնդի ոլորումը: Երբ միացումը թուլացված է գնդի եզրից սկսվող տրամագծային օղակաձև ճնդրով:

Խնդրի լուծումը բերվում է զույգ ինտեգրալ հավասարումների Այդ հավասարումների լուծումը իր հերթին բերվում է Ֆրեդհոլմի երկրորդ սեռի ինտեգրալ հավասարման լուծմանը: Ցույց է տրվում, որ այդ հավասարման կորիզը գումարելի է L_2 -ում:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ C. Snell, *Mathematica*, vol., 1, № 8 (1957). ² A. Huber, *Quart. Appl. Math.* vol. 13 (1955). ³ Б. Л. Абрамян, Н. О. Гулканян, *Известия АН Арм. ССР*, сер. физ. мат. наук, т. XIV, № 6 (1961). ⁴ Б. Л. Абрамян, А. А. Баблоян, *ПММ*, т. XXVI (1962). ⁵ А. А. Баблоян, Н. О. Гулканян, *Известия АН Арм. ССР*, *Механика*, т. 19, № 5 (1966). ⁶ R. S. Srivastav, *Natalin Prem. J. Math. and Mech.* № 4, vol. 14 (1965). ⁷ А. А. Баблоян, Н. О. Гулканян, *Известия АН Армянской ССР*, *Механика*, т. 20, № 20 (1967). ⁸ А. А. Баблоян, *ДАН Арм. ССР*, т. 39, № 3 (1964). ⁹ А. А. Баблоян, *ПММ*, т. 28, в. № 6 (1964). ¹⁰ Н. Х. Арутюнян, Б. Л. Абрамян, А. А. Баблоян, *ПММ*, т. 28, в. 4 (1964). ¹¹ А. А. Баблоян, *ПММ*, т. 31, в. 4 (1967).

УДК 624.131.542:624.131.221

Н. Г. Ахназарян, С. Р. Месчян

Исследование виброползучести водонасыщенного глинистого грунта

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Арутюняном 13/X 1970)

Увеличение деформации материалов при вибрационных воздействиях установлено многочисленными исследованиями (1).

В этой статье приведены результаты исследования виброползучести водонасыщенных глинистых грунтов при их сжатии с уплотнением в условиях отсутствия бокового расширения. Эти исследования выполнены применительно к гидротехническим сооружениям, амплитуды колебаний которых изменяются в пределах: $a = 0,0005 - 0,0020$ м.и., а частоты колебаний: $\omega = 0,5 - 200$ гц.

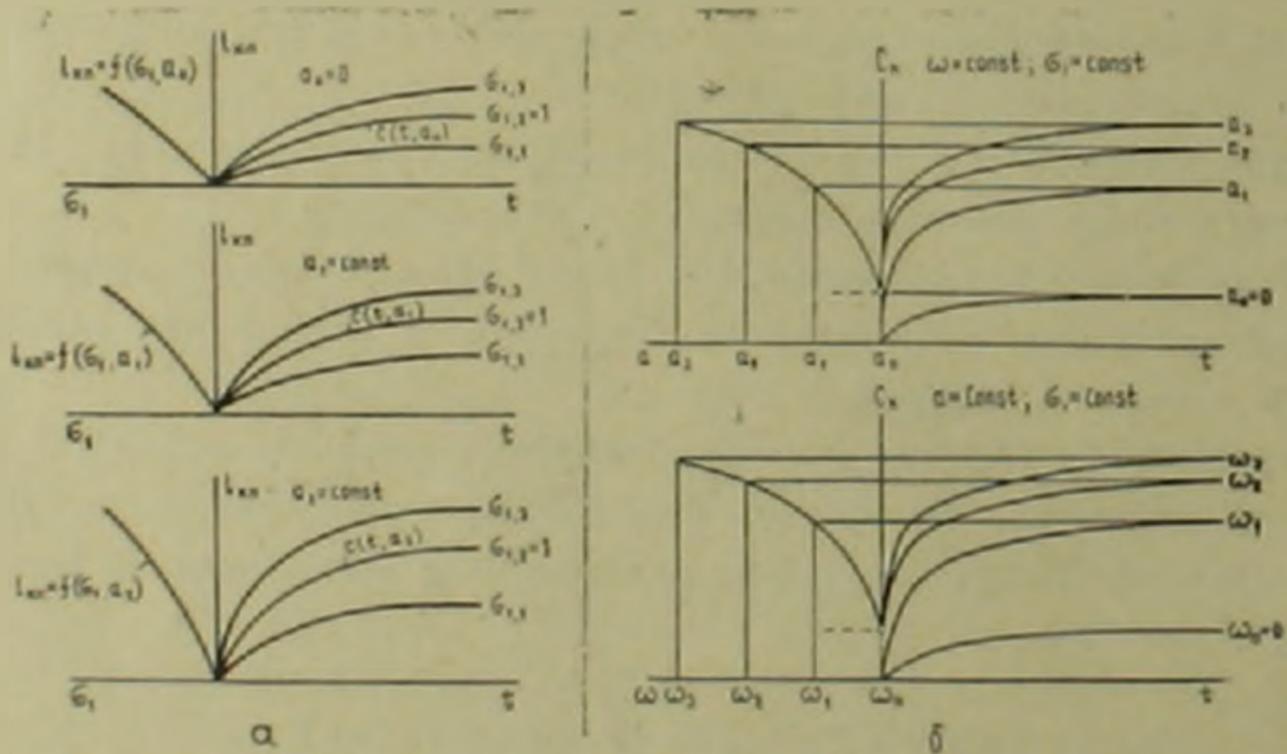


Рис. 1. а—семейства кривых виброползучести грунта и кривые деформация виброползучести ($\epsilon_{1п}$) — напряжение (σ_1) при различных значениях амплитуды колебаний (a); б—семейства кривых мер виброползучести при постоянной частоте ($\omega = \text{const}$) и амплитуде ($a = \text{const}$) колебаний. Кривые зависимости мера виброползучести (C_k) — амплитуда колебаний (a) и мера виброползучести (C_k) — частота колебаний (ω)

С точки зрения исследования ползучести (2) глинистых грунтов при вибрационных воздействиях — виброползучести, представляет

значительный теоретический и практический интерес определение влияния амплитуды (a) и частоты колебаний (ω) на ползучесть, путем экспериментального определения зависимостей меры ползучести $S_k(t)$ и функции напряжения $F(\sigma)$ от a и ω (3-6). В частности, для определения $S_k(t, a)$ и $F(\sigma, a)$ следует испытать на ползучесть несколько серий образцов-близнецов при различных постоянных значениях амплитуды колебаний и при одном постоянном значении частоты колебаний ($\omega = \text{Const}$). По результатам экспериментов следует построить семейства кривых виброползучести и ползучести ($a = 0, \omega = 0$) (рис. 1, а), кривые зависимости $l_{\text{кр}} = f(\sigma)$ для различных значений $a = \text{Const}$, а также семейства кривых мер виброползучести и ползучести (рис. 1, б). Из последнего графика можно установить зависимость меры ползучести $S_k(t)$ от величины амплитуды колебаний $S_k(t, a)$.

Аналогичным путем можно определить влияние частоты колебаний на ползучесть грунта (рис. 1, б).

Исследование виброползучести (виброуплотнение во времени) выполнено по методу О. А. Савинова (4). Уплотнение образцов грунта осуществлено на компрессионном приборе модели М-4 (7). Для создания вибрационных воздействий использована виброустановка вертикально-направленного действия.

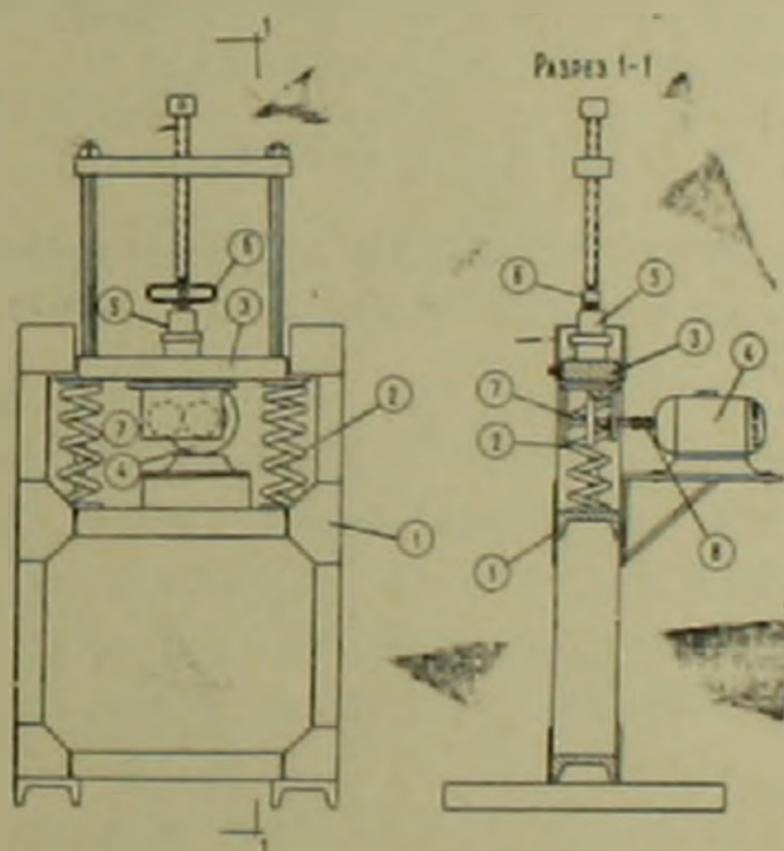


Рис. 2. Схема вибрационной установки: 1—рама; 2—пружина; 3—виброплощадка; 4—электродвигатель; 5—прибор с грунтом; 6—динамометр; 7—дебаланс; 8—резиновая муфта

Сконструированная нами вибрационная установка (рис. 2) состоит из рамы (1), двух пружин (2), на которых покоится вибрационная плита (3) со смонтированным под ней вибратором (7) и электродвигателем (4). Вибратор соединен с электродвигателем при помощи гибкой муфты (8). Нагрузка создается загрузочным винтом (9) и передается на образец через динамометр (6).

Вибратор направленного действия состоит из двух дебалансов с эксцентриситетом центров масс, вращающихся в различные стороны.

При горизонтальном расположении центров вращения создается вертикально-направленная вибрация. Изменение амплитуды колебаний осуществляется изменением масс дебалансов вибратора, а частоты колебаний — изменением числа оборотов электродвигателя.

Деформации виброползучести измеряются одним индикатором часового типа с точностью 0,002 или 0,001 мм при остановках виброустановки. Этим же индикатором измеряются амплитуды колебаний. Внешнее статическое давление поддерживается на заданном уровне с помощью загрузочного винта 9 (рис. 2).

Определение характеристик виброползучести сводится к установлению функций напряжений $F(\varepsilon, a, \omega = \text{Const})$, $F(\varepsilon, \omega, a = \text{Const})$ и мер виброползучести $C_k(t, a, \omega = \text{Const})$, $C_k(t, \omega, a = \text{Const})$ (*).

1. Для определения $F(\varepsilon, a)$ по кривым $l_{\text{кп}} = f(\varepsilon)$, определенным при различных значениях амплитуды колебаний $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ ($\omega = \text{Const}$) (рис. 1,а), следует установить вид функции $F(\varepsilon, a)$.

Для выражения связи между деформациями компрессионной виброползучести (ползучести) и напряжениями можно, в частности, пользоваться степенной зависимостью

$$l_{\text{кп}} = B \varepsilon^n, \quad (1)$$

тогда функцию напряжения с учетом изменяемости амплитуды колебаний можно представить в следующем виде:

$$F(\varepsilon, a) = \varepsilon^{n(a)}, \quad (2)$$

где $n(a)$ — зависящая от амплитуды колебаний функция.

Точно так же при переменной частоте колебаний ($a = \text{Const}$) будем иметь

$$F(\varepsilon, \omega) = \varepsilon^{n(\omega)}. \quad (3)$$

II. Влияние вибрационных воздействий на ползучесть грунтов при допущении о подобии кривых виброползучести, можно учесть при помощи функции виброползучести $F(a, \omega)$ (*). Тогда выражение меры компрессионной виброползучести можно представить в следующем виде:

$$C_k(t, a, \omega) = C_k(t) \cdot F(a, \omega), \quad (4)$$

где $C_k(t)$ — мера компрессионной ползучести, определенная при статическом приложении нагрузки ($a = 0, \omega = 0$); $F(a, \omega)$ — функция, характеризующая нелинейную зависимость между деформациями виброползучести, амплитудой и частотой колебаний.

В частном случае, когда $\omega = \text{Const}$, можно написать

$$C_k(t, a) = C_k(t) \cdot F_1(a), \quad (5)$$

где $F_1(a)$ — функция амплитуды колебаний, удовлетворяющая условию: $F_1(0) = 1$.

Выражение $C_k(t, a)$ определяется из семейства кривых мер ком-

прессионной виброползучести (рис. 1, б), определенных при различных значениях амплитуды колебаний $a = \text{Const}$. По кривым мер компрессионной виброползучести надо построить кривую $C_k = f(a)$, показанную на левой части графика рис. 1, б, и описать ее по одному из приведенных ниже выражений:

$$C_k(a) = d(1 - e^{-\tau a}) + C_k(a=0), \quad (6)$$

$$C_k(a) = B_1 a^n + C_k(a=0), \quad (7)$$

$$C_k(a) = \alpha a + \beta a^n + C_k(a=0), \quad (8)$$

где d , τ , B_1 , n , α и β — определяемые из опыта параметры. $C_k(a=0)$ — мера компрессионной ползучести при $a = 0$.

Выражение меры компрессионной ползучести определяется в результате описания кривой ползучести, полученной испытанием образцов при статическом приложении нагрузки ($a = 0$) (рис. 1, а).

Кривую ползучести при $a = 0$ можно описать по одному из приведенных ниже выражений (7):

$$C_k(t) = a + b \lg t, \quad (9)$$

$$C_k(t) = At^m, \quad (10)$$

$$C_k(t) = C(1 - e^{-\tau t}), \quad (11)$$

Функция амплитуды колебаний определяется из следующего соотношения:

$$F_1(a) = \frac{C_k(a)}{C_k(a=0)}, \quad (12)$$

где $C_k(a)$ — мера компрессионной виброползучести при заданной a ($\omega = \text{Const}$) в некоторый фиксированный момент времени t (рис. 2), определяемая выражениями (6) — (8); $C_k(a=0)$ — то же самое при $a = 0$.

Учитывая (6) — (8), из (12) получим:

$$F_1(a) = d_0(1 - e^{-\tau a}) + 1, \quad (13)$$

$$F_1(a) = a^n + 1, \quad (14)$$

$$F_1(a) = \alpha_0 a + \beta_0 a^n + 1, \quad (15)$$

где

$$d_0 = \frac{d}{C_k(a=0)}, \quad \alpha_0 = \frac{\alpha}{C_k(a=0)}, \quad \beta_0 = \frac{\beta}{C_k(a=0)}$$

d , α и β — параметры, входящие в (6) — (8).

Описание кривых $l_{\text{вн}} = f(\sigma)$, $l_{\text{вн}} = f(t)$, $C_k = f(a)$, а также определение функций $F(\sigma)$; $F_1(a)$ и их параметров выполняется методами, подробно изложенными в (7).

Аналогичным образом можно учесть и влияние частоты колебаний (ω) на ползучесть грунтов.

На рис. 3 приведены три семейства кривых виброползучести глинистого грунта нарушенного сложения, полученные испытанием трех серий образцов-близнецов при трех различных значениях амплитуды колебаний: $a = 0$, $2a = 0,0055$ и $0,0225$ м.м. Частота колебаний $\omega = 21$ гц, а максимальное ускорение $f \approx 0,02$ g (g — ускорение силы тяжести). При указанных значениях a и ω вибрационное воздействие

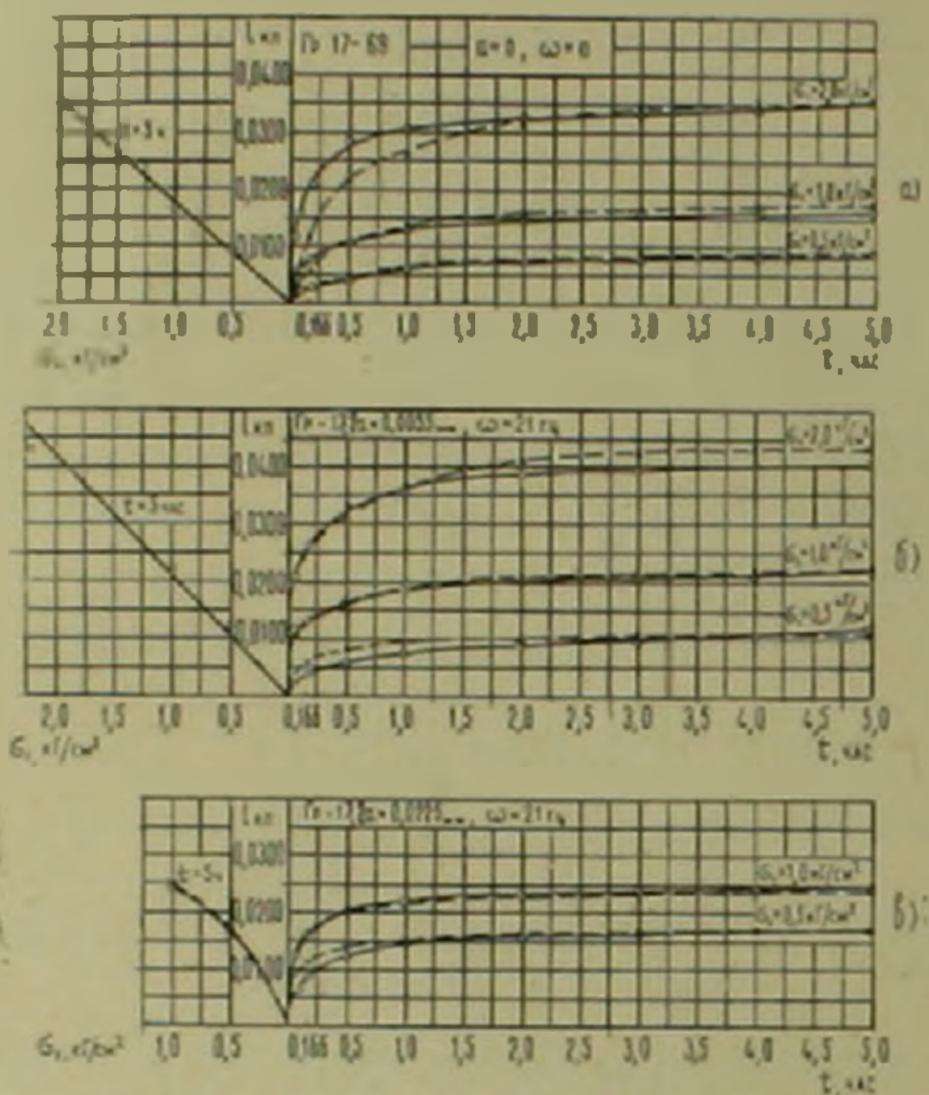


Рис. 3. Семейства кривых виброползучести и кривые деформация виброползучести ($I_{кп}$) — напряжение (σ) при различных значениях амплитуды колебаний ($2a$)

практически не влияло на величину статически приложенной нагрузки (показание динамометра). Изменение последней не превышало $0,1\%$, что давало основание напряжению считать постоянным.

На левых частях указанных графиков построены кривые зависимости $I_{кп} = f(\sigma)$. На рис. 4 приведены семейство кривых мер виброползучести и кривая зависимости $C_k = f(a)$.

Семейство кривых мер виброползучести (рис. 4) описано выражением (5). Входящая в это выражение мера обычной ползучести ($a = 0$) определена из следующего соотношения (7):

$$C_k(t) = C_1(1 - e^{-\gamma_1 t}) + (C_0 - C_1)[1 - e^{-\gamma_2(t-t_1)}], \quad (16)$$

где C_1 — деформация ползучести некоторого небольшого отрезка времени t_1 ; $C_0 = 0,018$; $C_1 = 0,013$; $\gamma_1 = 3,54$; $\gamma_2 = 0,86$.

Для определения зависимости $C_k - a$ использовано выражение вида (6), а функций амплитуды колебаний — выражение (13). $F_1(a)$ определена по соотношению (12).

Поскольку кривые виброползучести неподобны, выражение (6) представлено в следующем виде:

$$C_x(a) = d(t) |1 - e^{-\gamma a}| + C_x(t, a=0), \quad (6a)$$

а выражение функции амплитуды колебаний $F_1(a)$:

$$F_1(a) = d_0(t) |1 - e^{-\gamma a}| + 1, \quad (13a)$$

где $d(t)$ и $d_0(t)$ зависящие от времени функции:

$$d(t) = C_{a,0} + \frac{A}{B+t}, \quad (17)$$

$$d_0(t) = \frac{d(t)}{C(t, a=0)} = \frac{\left(C_{a,0} + \frac{A}{B+t} \right)}{C(t, a=0)}. \quad (18)$$

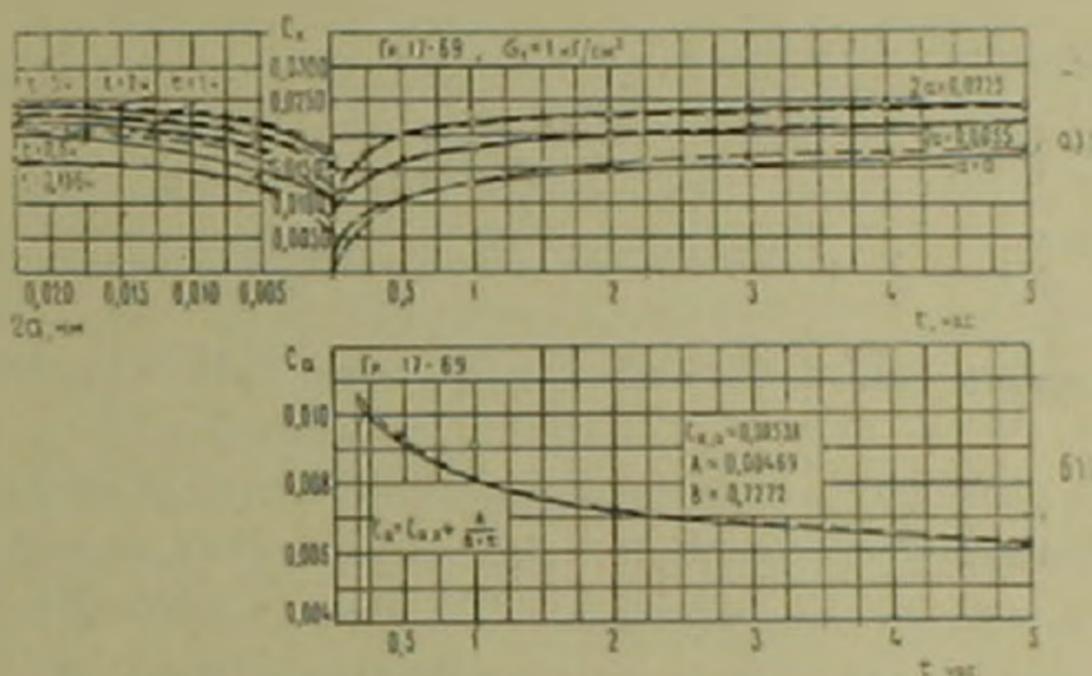


Рис. 4. а—семейства кривых мер виброползучести и кривых мера виброползучести (C_x) — амплитуда колебаний ($2a$); б — кривая изменемости коэффициента C_a во времени

График функции $d(t)$ приведен на рис. 4, б. На правой части графика рис. 4, а сплошными линиями показаны экспериментальные кривые зависимости $C_x = f(a)$ для различных t , а штриховыми линиями — их описание по выражению (6, а).

В рассматриваемом примере

$$C_x(a) = \left(0,00538 + \frac{0,00469}{0,7272 + t} \right) (1 - e^{-0,189 \cdot 2a}) + C_x(t, a=0), \quad (19)$$

$$F_1(a) = \frac{\left(0,00538 + \frac{0,00469}{0,7272 + t} \right)}{C_x(t, a=0)} (1 - e^{-0,189 \cdot 2a}) + 1, \quad (20)$$

где $C_x(t, a=0) = C_x(t)$ — мера обычной ползучести (16).

Семейство кривых виброползучести при $a=0$ и $2a=0,0055$ м.м., ввиду линейной виброползучести, описано выражением:

$$I_{\text{кр}}(t, a) = C_{\text{к}}(t, a) \cdot \sigma, \quad (21)$$

а при $2a = 0,0225$ м.м — выражением

$$I_{\text{кр}}(t, a) = C_{\text{к}}(t, a) \cdot F(\sigma, 2a = 0,0225), \quad (22)$$

где $I_{\text{к}}(t, a)$ — мера виброползучести при данной a (5); $F(\sigma, 2a = 0,0225)$ — функция напряжения при $2a = 0,0225$ м.м.

Зависимость $I_{\text{кр}} = f(\sigma, 2a = 0,0225)$ определена из выражения:

$$I_{\text{кр}} = C(1 - e^{-\gamma \cdot \sigma}) = 0,0325(1 - e^{-1,48 \cdot \sigma}), \quad (23)$$

а функция напряжения F (6):

$$F(\sigma, 2a = 0,0225) = \frac{I_{\text{кр}}}{I_{\text{кр}}(\sigma = 1)} = \frac{0,0325}{0,0250}(1 - e^{-1,48 \cdot \sigma}) = 1,3(1 - e^{-1,48 \cdot \sigma}). \quad (24)$$

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Ն. Գ. ՀԱԿԻԱԶԱՐՅԱՆ, ՈՒ Ռ. ՄԵՍԶՅԱՆ

Ջրահագեցված կավային բնահողի վիրրասողի հետազոտությունը

Հողվածում շարադրված է ջրահագեցված կավային բնահողի կմախքի սողքի վրա վիրրացիոն ազդեցության հաշվառման ուղիները՝ սողքի ժառանգականության տեսության շրջանակներում: Բերված է ջրահագեցված կավային բնահողի նմուշների փորձարկման արդյունքները արտաքին բևեռվածքի ստատիկ և վիրրացիոն ազդման պայմաններում, հաստատուն հաճախականություն և տարրեր մեծության հաստատուն ամպլիտուդների դեպքում:

Ցույց է տրված, որ տատանումների հաստատուն հաճախականությամբ ($\omega = 2$ հերց) և նրանց ամպլիտուդի $a = 0$ -ից $2a = 0,0225$ մմ փոփոխման սահմաններում բնահողի սողքը մեծանում է մոտ 30%-ով: Ցույց է տրված նաև, որ վիրրացիայի ազդեցությունը կարելի է հաշվի առնել բնահողի սողքի շափր, փորձից որոշված, վիրրացիոն գործակցով բաղմասպատկելով (5) և տարրեր հաստատուն ամպլիտուդներին համապատասխանող վիրրասողքի կորերի ընտանիքներից լարման $F(\sigma, a)$ ֆունկցիայի որոշման միջոցով:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 В. М. Бондаренко, Некоторые вопросы нелинейной теории железобетона, Изд. Харьковского университета, Х., 1968
- 2 Н. Х. Арутюнян, Некоторые вопросы теории ползучести, Гостехиздат, М.—Л., 1952
- 3 Д. Д. Баркан, Динамика оснований и фундаментов, Стройвоенмориздат, 1948
- 4 О. А. Савинов, Современные конструкции фундаментов под машины и их расчет, Стройиздат, Л.—М., 1964
- 5 П. Л. Иванов, Разжижение песчаных грунтов, Госэнергоиздат, М.—Л., 1963
- 6 П. Л. Иванов, Л. Ш. Горелик, Консолидация слоя трехфазного несвязного грунта с учетом виброползучести скелета, Тр. коорд. совещ. по гидротехнике, вып. 47, Энергия, 1969
- 7 С. Р. Мясчян, Ползучесть глинистых грунтов, Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1967.

УДК 538.587

ФИЗИКА

Р. Е. Мовсесян, В. О. Чалтыкян

Взаимодействие трехуровневой атомной системы с интенсивным электромагнитным излучением

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 10/IX 1970)

Трехуровневая модель атома, взаимодействующего с интенсивным излучением, резонансным одному из разрешенных переходов, может, с одной стороны, служить для теоретического описания экспериментов по наблюдению ВКР на электронных уровнях (¹⁻³), с другой стороны, она дает поправки к результатам, полученным при использовании резонансной двухуровневой модели (^{4,5}), обусловленные наличием нерезонансных переходов.

Рассмотрим атом с системой термов, изображенной на рисунке (рис. 1). Переход 2-3 будем считать запрещенным, а интенсивное

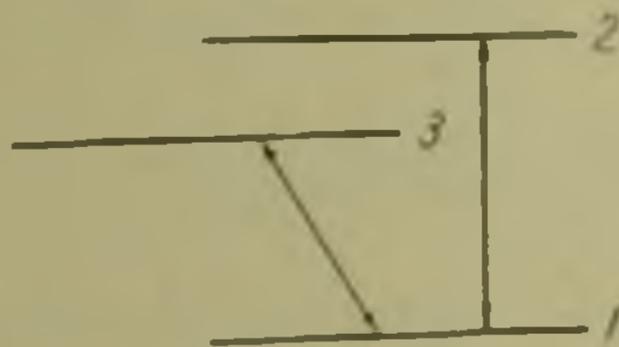


Рис. 1. Схема термов трехуровневого атома. Стрелками обозначены разрешенные переходы.

поле — резонансным переходу 1-2. При этом мы решим отдельно две задачи: рассеяние света на таком атоме при точном учете интенсивного поля (как это сделано для двухуровневого атома (⁴)), и прохождение слабого излучения через среду таких атомов в присутствии интенсивной монохроматической волны. Величиной, определяющей все процессы, будем считать расстройку резонанса и пренебрегать поэтому всеми релаксационными процессами (³). Рассмотрим взаимодействие атома с электромагнитной волной.

Решение уравнения Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left(H_0 - \frac{e}{mc} \vec{A} \vec{p} + \frac{e^2}{2mc^2} \vec{A}^2 \right) \Psi \quad (1)$$

Для трехуровневого атома в поле классической электромагнитной волны, описываемой векторным потенциалом $A(\vec{r}, t)$ ищем в виде

$$\Psi = \sum_{i=1,2,3} a_i(t) \psi_i e^{-\frac{iE_i t}{\hbar}}; \quad H_0 \psi_i = E_i \psi_i. \quad (2)$$

Тогда в резонансном приближении для амплитуд a_i получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{a}_1 &= \frac{iM_{21}A^*}{\hbar c} e^{-i\omega_2 t} a_2 + \frac{iM_{31}A^*}{\hbar c} e^{-i\omega_3 t} a_3, \\ \dot{a}_{2,3} &= \frac{iM_{2,3}^* A}{\hbar c} e^{i\omega_{2,3} t} a_1. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $M_{2,3}$ — матричные элементы переходов $1 \rightarrow 2$ и $1 \rightarrow 3$ невозмущенного атома (см. например ⁶), $\varepsilon_{2,3} = \frac{E_{2,3} - E_1}{\hbar} - \omega'$ — расстройки резонанса соответствующих переходов, A — медленно меняющаяся амплитуда векторного потенциала. Будем искать стационарные решения системы (3) в виде

$$a_1 = a_1 e^{i\lambda t}, \quad (4)$$

$$a_{2,3} = x_{2,3} e^{i(\lambda + \varepsilon_{2,3})t},$$

считая падающую волну монохроматической. Подставляя (4) в (3), получим:

$$x_{2,3} = \frac{M_{2,3}^* A}{\hbar c} \frac{a_1}{\lambda + \varepsilon_{2,3}}, \quad (5)$$

где λ — является решением кубического уравнения

$$\lambda(\lambda + \varepsilon_2)(\lambda + \varepsilon_3) - \frac{\varepsilon_2^2 \xi_2}{4} (\lambda + \varepsilon_3) - \frac{\varepsilon_3^2 \xi_3}{4} (\lambda + \varepsilon_2) = 0, \quad (6)$$

а $\xi_{2,3}$ — параметры интенсивности (⁵)

$$\sqrt{\xi_{2,3}} = \frac{2|M_{2,3}| |A|}{\varepsilon_{2,3} c \hbar}.$$

Формулы (4), (5) вместе с законом сохранения

$$\sum_{i=1,2,3} |x_i|^2 = 1 \quad (7)$$

дают три стационарные волновые функции (2), переходящие при $A \rightarrow 0$ в одно из трех стационарных состояний гамильтониана H_0 . Мы будем вычислять матричные элементы оператора

$$V^1 = F e^{-i\omega t} + F^* e^{i\omega t}, \quad F = -\vec{d}\vec{E}$$

между стационарными состояниями Ψ_i ($i = 1, 2, 3$). Оставляя лишь члены, сохраняющие энергию и учитывая, что переход 2--3 запрещен ($F_{23} = 0$), получим:

$$\begin{aligned} V_{ik} &= \int \Psi_i^* V \Psi_k d\vec{r} dt = \\ &= a_1^{(i)*} (a_2^{(k)} F_{12}^* + a_3^{(k)} F_{13}^*) 2\pi\delta(\omega - \omega' + \lambda^{(k)} - \lambda^{(i)}) + \\ &+ a_1^{(k)} (a_2^{(i)*} F_{21} + a_3^{(i)*} F_{31}) 2\pi\delta(\omega - \omega' - \lambda^{(k)} + \lambda^{(i)}); \end{aligned} \quad (8)$$

$$F_{21} = \int \Psi_2^* F \Psi_1 d\vec{r},$$

т. е. атом, переходя из k -го в l -ое стационарное состояние, излучает и поглощает соответственно на частотах

$$\omega = \omega' \mp \lambda^{(k)} \pm \lambda^{(l)}, \quad (9)$$

а поперечники этих процессов определяются соответствующими коэффициентами в (8).

Уравнение (6) решается точно, однако для того, чтобы величины $\lambda^{(i)}$ имели наглядный смысл, мы будем считать $\epsilon_2 \ll \epsilon_3$ и соответственно $\xi_2 \gg \xi_3$, и решим уравнение (6) по ξ_3 , приближенно, учитывая в $\lambda^{(3)}$ член порядка ξ_3 , чтобы избежать расходимости в $a_3^{(3)}$. Тогда корни $\lambda^{(i)}$ будут иметь вид:

$$\lambda^{(1), (2)} = \pm \frac{\epsilon_2}{2} (V \sqrt{1 + \xi_2} \mp 1), \quad (10)$$

$$\lambda^{(3)} = -\epsilon_3 \left(1 + \frac{\xi_3}{4} \frac{1}{1 + \epsilon_2^2 \xi_2 / 4 \epsilon_3 \Delta} \right),$$

где

$$\Delta = \frac{E_2 - E_3}{\hbar}.$$

Теперь с помощью выражения (8) мы выпишем поперечники некоторых процессов, имеющих место при переходах системы "атом + интенсивное классическое поле" из одного стационарного состояния в другое. Переходы $i = k$ приводят, очевидно, к релеевскому рассеянию, поперечник которого (например для перехода "1--1") равен

$$d\sigma_{\text{rel}} = \frac{1}{1 + \xi_2} \left| \frac{M_2^*(\vec{e}' \cdot \vec{d}_{12})}{\epsilon_2} + \frac{M_3^*(\vec{e}' \cdot \vec{d}_{13})}{2\omega_3} (1 \sqrt{1 + \xi_2} + 1) \right|^2 \frac{\omega'^2}{\hbar^2 c^4} d\omega', \quad (11)$$

где \vec{d}_{12} , \vec{d}_{13} — дипольные моменты переходов $1 \rightarrow 2$ и $1 \rightarrow 3$, \vec{e}' — вектор поляризации рассеянной волны, $d\omega'$ — элемент телесного угла и

$$\omega_{3, r} = \epsilon_3 \pm \frac{\epsilon_2}{2} (\sqrt{1 + \xi_2} \mp 1). \quad (12)$$

Выражение (11) в пределе двухуровневой системы ($M_3 \rightarrow 0$) переходит в формулу (23) работы (4).

Переход $1 \rightarrow 2$ ($i = 2, k = 1$) приводит к излучению и поглощению соответственно частот $\omega' \mp \epsilon_2 \sqrt{1 + \xi_2}$, совпадающих (при $\xi_2 = 0$) с частотами трехфотонного перехода и штарковски сдвинутого резонансного поглощения $1 \rightarrow 2$. Формула (8) дает поправки к поперечникам этих процессов (4), обусловленные переходом $1 \rightarrow 3$, малые при условии $\epsilon_2 \ll \epsilon_3$.

Интересно исследовать влияние резонансного переходу $1 \rightarrow 2$ поля на процессы, имеющие место при переходах $1 \rightarrow 3$ и $2 \rightarrow 3$.

При переходе $1 \rightarrow 3$ излучаются и поглощаются частоты $\omega' \pm \omega_3$ с поперечными сечениями

$$d\sigma(\omega' - \omega_3) = \left(1 + \frac{\epsilon_2^2 \xi_2}{4 \epsilon_3 \Delta}\right)^{-2} \frac{\xi_3 N'_{\omega' - \omega_3}}{2(1 + \xi_2 + \sqrt{1 + \xi_2})} \times$$

$$\times \left| \frac{M_2^* (\vec{e}' \cdot \vec{d}_{12})}{\epsilon_2} + \frac{M_3^* (\vec{e}' \cdot \vec{d}_{13})}{2 \omega_3} (\sqrt{1 + \xi_2} + 1) \right|^2 \frac{(\omega' - \omega_3)^3}{\omega' h^2 c^4} d\omega', \quad (13)$$

$$d\sigma(\omega' + \omega_3) = \left(1 + \frac{\epsilon_2^2 \xi_2}{4 \epsilon_3 \Delta}\right)^{-2} \left(\frac{\epsilon_2}{\Delta}\right)^2 \frac{\xi_2 \xi_3 N'_{\omega' + \omega_3}}{8(1 + \xi_2 - \sqrt{1 + \xi_2})} \times$$

$$\times \left| \frac{M_2 (\vec{e}' \cdot \vec{d}_{31})}{\epsilon_2} - \frac{M_3 (\vec{e}' \cdot \vec{d}_{31})}{\epsilon_3} \frac{4\Delta}{\epsilon_2 \xi_3} \left(1 + \frac{\epsilon_2^2 \xi_2}{4 \epsilon_3 \Delta}\right) \right|^2 \frac{(\omega' + \omega_3)^3}{\omega' h^2 c^4} d\omega'.$$

($N'_\omega = \frac{V |E'|^2}{2\pi h \omega}$ — число квантов частоты ω в рассеянном излучении,

M_2^* в дипольном приближении нужно заменить на $\omega' (\vec{e}' \cdot \vec{d}_{21})$). Как видим, при переходе $1 \rightarrow 3$ также имеет место трехфотонный процесс (действительно, при малых ξ_2 $\omega' - \omega_3 \approx 2\omega' - \omega_{31}$). При этом трехфотонное излучение $1 \rightarrow 3$ может идти частично через высшей уровень, поскольку выражение для энергии излучения на частоте $\omega' - \omega_3$ ($\sim |A|^2 d\sigma$) содержит при малых ξ_2 наряду с членом порядка ξ_2^2 также член порядка $\xi_2^2 \xi_3$, который в $\left(\frac{\xi_3}{\epsilon_2}\right)$ раз больше первого при $\epsilon_2 \ll \epsilon_3$.

Таким образом, наличие поля, резонансного переходу $1 \rightarrow 2$, сильно увеличивает излучение на частоте $\omega' - \omega_3$. Встреча формула (13) списывает поглощение на частоте перехода $1 \rightarrow 3$, штарковский сдвиг кото-

рого оказывается вдвое меньше сдвига частоты $\omega_{21}: \omega' + \omega_2 \approx \omega_{21} + \frac{\epsilon_2 \xi_2}{4}$, $\omega' + \epsilon_2 \sqrt{1 + \xi_2} \approx \omega_{21} + \frac{\epsilon_2 \xi_2}{2}$.

Переходы "2→3" вызывают процессы типа ВКР, поскольку невозмущенный переход 2→3 запрещен. Именно, происходит излучение и поглощение фотонов частот $\omega' \mp \omega_c$ соответственно. При малых ξ_2 это штатковски смещенные антистоксова $\omega' + \Delta + \frac{\epsilon_2 \xi_2}{4}$ и стоксова $\omega' - \Delta - \frac{\epsilon_2 \xi_2}{4}$ компоненты ВКР. В обратном переходе "3→2" излучается, очевидно, стоксова и поглощается антистоксова компоненты. Поперечники излучения и поглощения антистоксовой и стоксовой компонент получаются из (13) изменением знака радикала $\sqrt{1 + \xi_2}$ (и, очевидно, ω_3 на ω_c). При малых полях основные члены в этих поперечниках порядка, соответственно, ξ_3 и ξ_2 , что при сделанном предположении ($\xi_3 \ll \xi_2$) означает, что поглощение на стоксовой частоте идет в $\left(\frac{\xi_3}{\xi_2}\right)^2$ раз сильнее, чем излучение на антистоксовой. Возникновение поглощения на частоте $\omega' + \omega_c$ при переходе "2→3" происходит, вероятно, через некоторый нижний виртуальный уровень, поскольку оно проявляется вследствие наличия поля резонансного переходу 1→2 (при $\xi_2 \rightarrow 0$ поперечник стоксова поглощения обращается в нуль). Аналогично обстоит дело и с поглощением на антистоксовой частоте в случае перехода "3→2". Перейдем теперь к случаю среды трехуровневых атомов.

Взаимодействие резонансного излучения со средой трехуровневых атомов будем описывать обычными уравнениями для токов переходов и перенаселенностей, пренебрегая всеми релаксационными процессами

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + i\epsilon_{2,3}\right) \rho_{12,13} = \frac{M_{2,3}^* A}{\hbar c} \Delta_{21,31} \pm \frac{iM_{3,2}^* A}{\hbar c} \left(\frac{\rho_{23}^*}{\rho_{23}}\right), \quad (14)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - i\Delta\right) \rho_{23} = -\frac{iM_3^*}{\hbar c} A \rho_{12}^* - \frac{iM_2}{\hbar c} A^* \rho_{13},$$

$$\frac{\partial \Delta_{21}}{\partial t} = -\frac{4}{\hbar c} \operatorname{Re}(M_2 A^* \rho_{12}) - \frac{2}{\hbar c} \operatorname{Re}(M_3 A^* \rho_{13}),$$

$$\frac{\partial \Delta_{31}}{\partial t} = -\frac{2}{\hbar c} \operatorname{Re}(M_2 A^* \rho_{12}) - \frac{4}{\hbar c} \operatorname{Re}(M_3 A^* \rho_{13}).$$

Перенаселенность Δ_{23} однозначно определяется через Δ_{21} и Δ_{31} . Поскольку переход 2→3 запрещен, в уравнение для потенциала войдут лишь токи ρ_{12} и ρ_{13} . Из уравнений (14) при начальных условиях $\Delta_{ik}(-\infty) = \Delta_{ik}^0$, $\rho_{ik}(-\infty) = 0$ можно получить соотношение

$$\frac{1}{3} [\Delta_{21} \Delta_{31} - \Delta_{21}^2 - \Delta_{31}^2 - (\Delta_{21}^0 \Delta_{31}^0 - \Delta_{21}^{02} - \Delta_{31}^{02})] = |\rho_{12}|^2 + |\rho_{13}|^2 + |\rho_{23}|^2. \quad (15)$$

Мы будем следовать методу решения, изложенному ⁽⁵⁾ для двухуровневой среды. Для этого будем развивать теорию возмущений по матричному элементу M_3 перехода $1 \rightarrow 3$. Это приближение фактически означает $\xi_3 \ll \xi_2$ из-за резонанса внешнего поля с переходом $1 \rightarrow 2$ ($\epsilon_2 \ll \epsilon_3$). Именно, полагая в уравнениях (14) $M_3 = 0$, т. е. не учитывая переход $1 \rightarrow 3$, получим очевидную связь между перенаселенностями Δ_{21} и Δ_{31} : $\Delta_{31} = \Delta_{31}^0 + \frac{\Delta_{21} - \Delta_{21}^0}{2}$, используя которую вместе с соотношением (15), можем в уравнениях для токов переходить к случаю монохроматической волны, т. е. пренебречь производными последних $\left(\frac{\partial \rho_{ik}}{\partial t} \ll \epsilon_2 \rho_{ik} \right)$. При этом волна считается монохроматической в смысле $\Delta\omega \ll \epsilon_2$, где $\Delta\omega$ — ширина спектра падающего излучения ⁽⁵⁾. Тогда мы приходим к стационарным значениям токов и перенаселенностей в поле монохроматической волны $A = \text{const}$, которые в первом неисчезающем приближении по ξ_3 (как и во всех формулах ниже) имеют вид

$$\rho_{13}^{\text{ст}} = \frac{M_3^* A}{i\epsilon_3 c\hbar} \beta, \quad \rho_{23}^{\text{ст}} = \frac{M_2 M_3^* |A|^2}{ic^2 \hbar^2} \alpha, \quad \Delta_{31}^{\text{ст}} = \Delta_{31}^0 - \frac{\Delta_{21}^0}{2} \frac{\sqrt{1+\xi_2}-1}{\sqrt{1+\xi_2}}, \quad (16)$$

где

$$\beta = - \frac{\epsilon_3 \Delta}{\omega_3 \omega_c} \left(\Delta_{31}^0 + \frac{\Delta_{21}^0}{2} \frac{\omega_3}{\Delta} \frac{\sqrt{1+\xi_2}-1}{\sqrt{1+\xi_2}} \right), \quad (17)$$

$$\alpha = - \frac{\epsilon_3 \Delta}{\omega_3 \omega_c} \left(\Delta_{31}^0 - \Delta_{21}^0 \frac{\omega_3}{\epsilon_2 \sqrt{1+\xi_2}} \right)$$

($\rho_{12}^{\text{ст}}$ и $\Delta_{21}^{\text{ст}}$ совпадают с полученными ранее ⁽⁵⁾). Выражения (16) при использовании их в уравнении прохождения для амплитуды волны приводят к поправке порядка ξ_3 в выражении для показателя преломления ⁽⁵⁾:

$$n = 1 - \frac{2\pi}{\hbar\omega'^2} \left(\frac{|M_2|^2}{\epsilon_2} \frac{\Delta_{21}^0}{\sqrt{1+\xi_2}} + \frac{|M_3|^2}{\epsilon_3} \beta \right). \quad (18)$$

Рассмотрим теперь распространение в такой среде слабого излучения с непрерывным спектром в присутствии монохроматической интенсивной волны, движущейся навстречу. Для этого в уравнениях (14) положим

$$\rho_{12,13} = \rho_{12,13}^{\text{ст}} + \frac{M_{2,3}^*}{\hbar c} r_{2,3}(t), \quad \rho_{23} = \rho_{23}^{\text{ст}} + \frac{M_2 M_3^*}{\hbar^2 c^2} r_1(t), \quad (19)$$

$$A = A_1 e^{-ikx} + A_2(t) e^{ikx}$$

считая вторые слагаемые много меньше стационарных значений. Уравнения (14) для r_1 будем решать в линейном приближении по r_1 и A_2 . Тогда для r_2 и r_3 получим уравнения шестого порядка. Переходя в них и в уравнении распространения для амплитуды

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}\right) A_2 = \frac{2\pi}{\omega' \hbar c} \overline{(|M_{21}|^2 r_2 + |M_{31}|^2 r_3) e^{-i\omega x}} \quad (20)$$

(черта означает усреднение по пространственному периоду волны) к Фурье-представлению путем замены $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i(\omega' - \omega)$, получим уравнение распространения для спектральной составляющей

$$\frac{\partial A_2(\omega, x)}{\partial x} = - \left[\frac{i\omega}{c} n(\omega) + \frac{\alpha(\omega)}{2} \right] A_2(\omega, x), \quad (21)$$

где $\alpha(\omega)$ и $n(\omega)$ — нелинейные коэффициент поглощения и показатель преломления среды. Коэффициент поглощения имеет вид

$$\alpha(\omega) = \alpha_2^r + \alpha_2 + \alpha_3^r + \alpha_3 \quad (22)$$

при начальных условиях $\Delta_{21}^0 = \Delta_{31}^0$, и

$$\alpha(\omega) = \alpha_2^r + \alpha_2 + \alpha_{ac} + \alpha_c \quad (23)$$

при начальных условиях $\Delta_{31}^0 = 0$. Слагаемые α_2^r и α_2 , соответствующие усилению на частоте $\approx 2\omega' - \omega_{21}$ „трехфотонного перехода“ 1→2 и резонансному поглощению на частоте $\approx \omega_{21}$ атомного прехода 1→2 совпадают с коэффициентом поглощения ⁽²⁾ в случае среды двухуровневых атомов. Последние два члена в (22) имеют вид

$$\alpha_3^r = \frac{2\pi^2 |M_{21}|^2}{\omega' \hbar c} \Delta_{21}^0 \frac{\xi_3 (V\sqrt{1+\xi_2} - 1)}{4V\sqrt{1+\xi_2}} \delta(\omega' - \omega - \omega_3), \quad (24)$$

$$\alpha_3 = - \frac{2\pi^2 |M_{31}|^2}{\omega' \hbar c} \Delta_{21}^0 \frac{V\sqrt{1+\xi_2} + 1}{V\sqrt{1+\xi_2}} \delta(\omega' - \omega + \omega_3) \quad (25)$$

и описывают усиление ($\alpha_3^r < 0$ при $\Delta_{21}^0 < 0$) на частоте „трехфотонного“ перехода 1→3 и поглощение ($\alpha_3 > 0$) на частоте $\omega' + \omega_3 \approx \omega_{31}$. При малых ξ_2 α_3^r имеет порядок величины $\xi_2^2 \xi_3$, о чем говорилось ранее.

Третий и четвертый члены в выражении (23) описывают усиление (при $\Delta_{21}^0 > 0$) на частоте антистоксовой компоненты ВКР ($\omega' - \omega_c$) и поглощение на частоте стоксовой компоненты ($\omega' + \omega_c$) и имеют вид

$$\alpha_{ac} = - \frac{2\pi^2 |M_{31}|^2}{\omega' \hbar c} \Delta_{21}^0 \frac{\xi_3 (V\sqrt{1+\xi_2} + 1)}{4V\sqrt{1+\xi_2}} \delta(\omega' - \omega - \omega_c), \quad (26)$$

$$\alpha_c = \frac{2\pi^2 |M_{31}|^2}{\omega' \hbar c} \Delta_{21}^0 \frac{V\sqrt{1+\xi_2} - 1}{V\sqrt{1+\xi_2}} \delta(\omega' - \omega + \omega_c). \quad (27)$$

При малых ξ_2 испускание антистоксовой компоненты имеет порядок $|M_{21}|^2 \xi_2$, а поглощение стоксовой — $|M_{21}|^2 \xi_2$, т. е. первый процесс идет в $\left(\frac{\xi_2}{\xi_3}\right)^2$ раз слабее, что было видно также из выражений для соответствующих поперечников.

Связанные с особенностями в коэффициенте поглощения, возникают таковые и в показателе преломления. При этом, также как и в (2), вблизи частот, на которых происходит усиление, возникают области обратной дисперсии.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Ի. Խ. ՄՈՎՍԵՍՅԱՆ, Վ. Ն. ՉԱԼԹԻԿՅԱՆ

Եռամակարդակ ատոմային սիստեմի փոխազդեցությունը ինտենսիվ էլեկտրամագնիսական ճառագայթման հետ

Դիտարկված է ատոմի եռամակարդակ մոդել (մակարդակների սիստեմը g -ույց է տրված նկարի վրա): Անցումներից $2 \rightarrow 3$ -ը ենթադրվում է արգելված, և այդպիսի ատոմը փոխազդում է ինտենսիվ ճառագայթման հետ, որը ռեզոնանսի մեջ է ատոմային $1 \rightarrow 2$ անցման հետ:

Գտնված են եռամակարդակ ատոմ և կլասիկ ինտենսիվ մոնոքրոմատիկ դաշտի սիստեմի ստացիոնար վիճակները և հաշվված են այդ ստացիոնար վիճակների միջև անցումների ժամանակ տեղի ունեցող արձակման և կլանման պրոցեսների ընդլայնական կտրվածքները: Մասնավորապես դիտարկված է $1 \rightarrow 2$ անցմանը ռեզոնանս ինտենսիվ դաշտի ազդեցությունը $2 \rightarrow 3$ անցման ժամանակ առաջացող կոմբինացիոն ստիպողական ցրման պրոցեսների վրա:

Դիտարկված է անընդհատ սպեկտրով թույլ ճառագայթման անցումը եռամակարդակ ատոմներից բյուրեղացած ռեզոնանսային միջավայրում, երբ այդ ճառագայթմանը հակառակ ուղղությամբ տարածվում է $1 \rightarrow 2$ անցմանը ռեզոնանս ինտենսիվ մոնոքրոմատիկ ալիք: Այդ դեպքում ստացված են միջավայրի կլանման գործակցի արտահայտությունները տարբեր սկզբնական պայմանների համար, որոնք ելակիրություններ ունեն կոմբինացիոն հաճախականությունների վրա:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ М. Е. Мовсесян, Н. Н. Бадалян, В. А. Ирадян, ЖЭТФ. Письма, 6, 631, 1967.
² P. P. Sorokin, N. S. Shiren, J. R. Lankard, E. C. Hammond, T. G. Kazuyaka, Appl. Phys. Lett. 10, 44 (1967). ³ M. Rokni, S. Vatsiv, Phys. Lett., 24 A, 277 (1967). ⁴ М. Л. Тер-Микаелян, А. О. Меликян, ЖЭТФ, 53, 285 (1970). ⁵ В. М. Арутюнян, В. О. Чалтыкян, ЖЭТФ, 57, 1710 (1969); В. М. Арутюнян, Е. Г. Канцян, В. О. Чалтыкян, ЖЭТФ, 59, 195 (1970). ⁶ А. Л. Микаелян, М. Л. Тер-Микаелян, Ю. Г. Турков, Оптические генераторы на твердом теле, М., «Сов. радио», 1967.

УДК 550.834

ГЕОФИЗИКА

А. Б. Немировский

**О динамическом режиме работы систем стабилизации
 при скоростном непрерывном акустическом каротаже**

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 20/VII 1970)

В процессе преобразования импульсного информационного потока в аналоговую форму при СНАКАР с помощью схем типа измерителя скважности при изменении частоты повторения импульсов возникает неоднозначность результата измерения. Для ее устранения применяются системы стабилизации двух типов, работа которых в статическом режиме рассмотрена рядом авторов (1, 2). Однако при изучении реального геологического разреза аппаратура СНАКАР работает в большинстве случаев в динамическом режиме, к чему приводят перемещение зонда против пластов малой мощности, а также скачкообразные изменения частоты повторения импульсов. В настоящей работе исследуется влияние динамического режима на точность стабилизации при различных типах применяемых систем.

1. Система стабилизации первого типа (ССКЧ).

К ССКЧ будем относить любую систему устранения неоднозначности измерения при СНАКАР, основанную на применении схемы конденсаторного частотомера КЧ (3), независимо от его конкретного схемного решения.

Предполагаются выполненными следующие условия:

1. ССКЧ имеет обобщенную эквивалентную схему, представленную на рис. 1. Здесь K — ключ, замыкаемый с периодом T в течение длительности импульса t_n и размыкаемый на время $T - t_n$; U — напряжение источника питания КЧ; Φ — фильтр; H — инвертор; k_1, k_2 — множители соответствующих коэффициентов; Σ — сумматор; СВПС — схема выделения постоянной составляющей.

2. Следуя (3), считаем, что напряжение, подаваемое на вход системы стабилизации с СВПС, имеет трапециoidalную форму.

Рассмотрим процессы, возникающие на выходе КЧ при скачкообразном изменении частоты повторения импульсов с f_1 до f_2 . При этом на вход СВПС поступает последовательность импульсов ампли-

тудой U_m , длительностью t_n с периодом повторения T_2 . Согласно (4), при $\alpha T \ll 1$, напряжение на выходе СВПС меняется по закону:

$$U_{\text{СВПС}} = A^N (1 - ce^{-\alpha_1 T_2}), \quad (1)$$

где

$$c = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{\Delta T}{T_1}; \quad A^N \cong U_m \frac{t_n}{T_2} = U_n \frac{T_1}{T_2}.$$

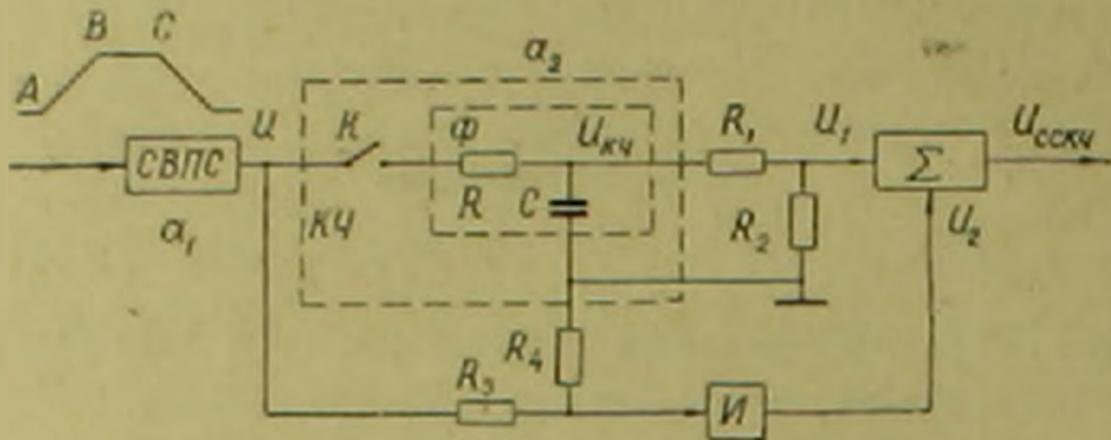


Рис. 1. Обобщенная эквивалентная схема системы стабилизации с использованием конденсаторного частотомера

Здесь c — относительная стабильность периода повторения, U_n — номинальное значение амплитуды напряжения на выходе СВПС при $T = T_1$.

Исследуем с помощью метода наложения переходные процессы, возникающие на выходе КЧ при изменении напряжения источника питания в соответствии с (1). Суммируя алгебраически реакции интегрирующей цепи на единичные скачки напряжения, сдвинутые соответствующим образом во времени с учетом амплитудной модуляции и начального напряжения на конденсаторе U_0 , получаем:

$$U_{\text{КЧ}} = A^N \left\{ \sum_{n=1}^N (1 - ce^{-(n-1)\alpha_1 T_2}) (1 - e^{-\alpha_2 (t - (n-1)T_2)}) - \sum_{n=1}^N (1 - ce^{-(n-1)\alpha_1 T_2}) (1 - e^{-\alpha_2 (t - t_n - (n-1)T_2)}) \right\} + U_0 e^{-\alpha_2 t}. \quad (2)$$

Здесь

$$U_0 \cong A^N (1 - c)^2 \frac{t_n}{T_2}; \quad t = (n - 1) T_2 + t_n,$$

где n — число импульсов на входе СВПС.

Выполняя суммирование в (2), получаем после преобразований:

$$U_{\text{КЧ}} \cong A^N \frac{t_n}{T_2} \left\{ 1 - \left| 1 - (1 - c)^2 + c \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} (1 - e^{-(\alpha_1 - \alpha_2) n T_2}) \right| e^{-\alpha_2 t} \right\} \quad (3)$$

Как следует из (3), в установившемся режиме, т. е. при $n = \infty$, напряжение на выходе делителя $R_3 - R_4$ конденсаторного частотомера равно:

$$U_2 \cong A^N \frac{t_n}{T_2} \frac{R_3}{R_3 + R_4} = k_2 U_n \frac{f^2}{f_n}, \quad \text{где } k_2 = \frac{R_3}{R_3 + R_4} t_n;$$

$$f_n = f_1; f = f_2$$

что совпадает с полученным в (1) результатом. Таким образом, теоретически ССКЧ переходит в установившийся режим через бесконечно большой промежуток времени с момента изменения частоты повторения импульсов.

Определим реальный интервал времени, необходимый для окончания переходных процессов с заданной точностью, которая должна соизмеряться с точностью работы ССКЧ. Из сказанного следует, что длительность работы системы в динамическом режиме определяется уравнениями (1), (3). Учитывая, что напряжения на выходе делителей $R_1 - R_2$ и $R_3 - R_4$ равны:

$$U_1 = U_{\text{свпс}} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = k_1 U_n \frac{f}{f_n} (1 - ce^{-n\alpha_1 T_1});$$

$$U_2 = U_{\text{кч}} \frac{R_3}{R_3 + R_4} = k_2 \frac{U_n}{f_n} f^2 \left\{ 1 - \left[1 - (1 - c)^2 + c \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} (1 - e^{-(\alpha_1 - \alpha_2)nT_1}) \right] e^{-n\alpha_2 T_1} \right\}$$

получим

$$U_{\text{ССКЧ}}|_{t^*} = U_1 - U_2 = \frac{U_n}{f_n} [k_1 f (1 - \Delta_1(t^*)) - k_2 f^2 (1 - \Delta_2(t^*))] \quad (4)$$

где

$$k_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}; \quad \Delta_1(t^*) = ce^{-n\alpha_1 T_1};$$

$$\Delta_2(t^*) = \left[1 - (1 - c)^2 + c \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \alpha_2} (1 - e^{-(\alpha_1 - \alpha_2)nT_1}) \right] e^{-n\alpha_2 T_1}; \quad t^* = nT_2.$$

т. е. стабилизирующее действие ССКЧ меняется во времени. При $t^* = \infty$ из (4) получаем известный (1) результат:

$$U_{\text{ССКЧ}}|_{t^* = \infty} = \frac{U_n}{f_n} (k_1 f - k_2 f^2).$$

Так как на практике в ряде случаев удобнее оперировать понятием относительной стабильности частоты повторения импульсов, заменим в (4) параметр c через $1 - \frac{f_n}{f}$. Принимая во внимание, что

при настройке ССКЧ коэффициенты k_1 и k_2 подбирают из условия выполнения для номинальной частоты работы системы соотношения

$$k_1 = 2k_2 f_n$$

получаем с учетом (4) следующее выражение для ошибки стабилизации ψ в установившемся режиме при скачкообразном изменении частоты $\pm \Delta f$:

$$b = 1 - \frac{U_{\text{ССКЧ}}(f_{\text{н}} \pm \Delta f)_{|f^* \rightarrow \infty}}{U_{\text{ССКЧ}}(f_{\text{н}})_{|f^* \rightarrow \infty}} = \left(\frac{\Delta f}{f_{\text{н}}}\right)^2. \quad (5)$$

Длительность работы ССКЧ в динамическом режиме определяем по степени заранее задаваемого ухудшения качества стабилизации $S > 1$ по сравнению с ψ :

$$\frac{U_{\text{ССКЧ}}(f_{\text{н}})_{|f^* \rightarrow \infty} - U_{\text{ССКЧ}}(f_{\text{н}} \pm \Delta f)_{|f^*}}{\psi U_{\text{ССКЧ}}(f_{\text{н}})_{|f^* \rightarrow \infty}} = S. \quad (6)$$

Подставляя (4), (5) в (6) и учитывая характер изменения $U_{\text{ССКЧ}}$ в течение переходного периода, получим следующие уравнения для определения длительности динамического режима t^* :

$$\text{при } b > 1 \quad \begin{cases} 1 < b < 2 + d; & d > 0; \\ 1 < b < \frac{2}{1 + |d|}; & d < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} |\xi(b, d)|e^{-a_1 t^*} - |\eta(b, d)|e^{-b a_1 t^*} = (S + 1)|d| \end{cases}$$

$$|\xi(b, d)|e^{-a_1 t^*} + |\eta(b, d)|e^{-b a_1 t^*} = \begin{cases} (S + 1)d & \left\{ \begin{array}{l} 2 + d < b < \frac{2}{1 - d}; & d > 0; \\ \frac{2}{1 + |d|} < b < 2 - |d|; & d < 0; \end{array} \right. \end{cases} \quad (7)$$

$$|\xi(b, d)|e^{-a_1 t^*} - |\eta(b, d)|e^{-b a_1 t^*} = (S - 1)|d| \quad \begin{cases} b > \frac{2}{1 - d}; & d > 0; \\ b > 2 - |d|; & d < 0; \end{cases}$$

где

$$\xi(b, d) = \frac{2 - b \pm |d|b}{1 - b}, \quad \eta(b, d) = \frac{2 - b \pm |d|}{1 - b}; \quad b = \frac{a_2}{a_1}; \quad d = \pm \frac{\Delta f}{f_{\text{н}}}$$

при $b < 1$

$$|\eta(b, d)|e^{-b a_1 t^*} - |\xi(b, d)|e^{-a_1 t^*} = (S + 1)|d|. \quad (8)$$

Рассмотрим влияние скорости перемещения акустического зонда в скважине на точность работы ССКЧ. При перемещении зонда против пласта малой мощности на вход Φ поступает последовательность амплитудно-модулированных импульсов, огибающая которых имеет трапециoidalную форму. Суммируя импульсные реакции фильтра, получаем для напряжения $U_{\text{КЧ}}^{(AB)}$ в области AB (рис. 1):

$$U_{\text{КЧ}}^{(AB)} = \sum_{n=1}^N [A + (n-1)\Delta A](1 - e^{-a_1(t - (n-1)T)}) - \sum_{n=1}^N [A + (n-1)\Delta A](1 - e^{-a_1(t - t_n - (n-1)T)}) + U_0^* e^{-a_1 t};$$

$$\Delta A = \frac{A_n - A}{N}; \quad U_0^* = A \frac{t_n}{T}, \quad (9)$$

где A , A_n , ΔA — амплитуда импульсов на входе Φ при перемещении зонда во вмещающей среде или пласте и приращение амплитуды на один импульс соответственно. Производя суммирование в (9), получаем после преобразований по формулам для геометрической и арифметико-геометрической прогрессий

$$U_{\text{КЧ}}^{(\text{AB})} = A_n \left\{ e^{-\alpha_1 t} (e^{\alpha_1 t_n} - 1) \sum_{n=1}^N \left[1 + (n-1) \frac{\Delta A}{A} \right] e^{\alpha_2 (n-1)T} + \frac{t_n}{T} e^{-\alpha_2 t} \right\} \cong \\ \cong \frac{t_n}{T} A_n \left[1 - \frac{\Delta A}{A_n} \frac{1 - e^{-N\alpha_2 T}}{\alpha_2 T} \right].$$

Напряжение $U_{\text{КЧ}}^{(\text{BC})}$, соответствующее воздействию на $R C$ — цепь M немодулированных импульсов, находим по формуле, аналогичной полученной нами в работе (4).

$$U_{\text{КЧ}}^{(\text{BC})} = A_n (1 - e^{-M\alpha_2 T}) \frac{t_n}{T} + U_{\text{КЧ}}^{(\text{AB})} e^{-\alpha_2 (N-1)T + t_n} \cong \\ \cong A_n \frac{t_n}{T} \left[1 - \frac{\Delta A}{A} \frac{(1 - e^{-N\alpha_2 T})}{\alpha_2 T} e^{-M\alpha_2 T} \right]. \quad (10)$$

Учитывая, что установившееся значение амплитуды A (A_n) обратно пропорционально скорости распространения упругих колебаний в соответствующей среде, полученное уравнение (10) можно записать в форме

$$U_{\text{КЧ}}^{(\text{BC})} \cong A_n \frac{t_n}{T} \left[1 - (1 - a) \frac{1 - e^{-N\alpha_2 T}}{N\alpha_2 T} e^{-M\alpha_2 T} \right], \quad \text{где } a = \frac{V_{\text{пл}}}{V_{\text{ст}}}.$$

Второе слагаемое, заключенное в квадратных скобках, представляет собой динамическую погрешность (ДП) установления напряжения на выходе КЧ:

$$\delta_{\text{КЧ}}^{(\text{BC})} = (1 - a) \frac{1 - e^{-N\alpha_2 T}}{N\alpha_2 T} e^{-M\alpha_2 T} = (1 - a) \rho (1 - e^{-\frac{1}{\rho}}) e^{-M\alpha_2 T}, \quad (11)$$

где ρ — обобщенный фактор динамической погрешности.

Уравнение (11) позволяет определить время, необходимое для начала работы ССКЧ в квазистатическом режиме при любом значении параметра ρ .

II. Система стабилизации второго типа (СУРЦ).

Эквивалентная схема системы стабилизации с управляемой разрядной цепью представлена на рис. 2. Предполагается, что на ключ K_1 подается информационный поток импульсов, длительность которых t^N равна измеряемому интервальному времени. Длительность коммутирующих импульсов, подаваемых на K_2 , равна τ_0 . Ключи K_1 и K_2 замыкаются синфазно. Выделим три фазы работы СУРЦ:

1. Заряд интегрирующей цепи $R - C$ от источника тока J_0 в течение t^N .

2. Разряд конденсатора C через сопротивление R в течение $\tau_0 - t^N$.

3. Запоминание напряжения, накопленного на емкости C , в течение $T - \tau_0$.

Рассмотрим динамический режим работы СУРЦ. При перемещении зонда, соответствующего участку AB (рис. 2), на ключ K_1 бу-

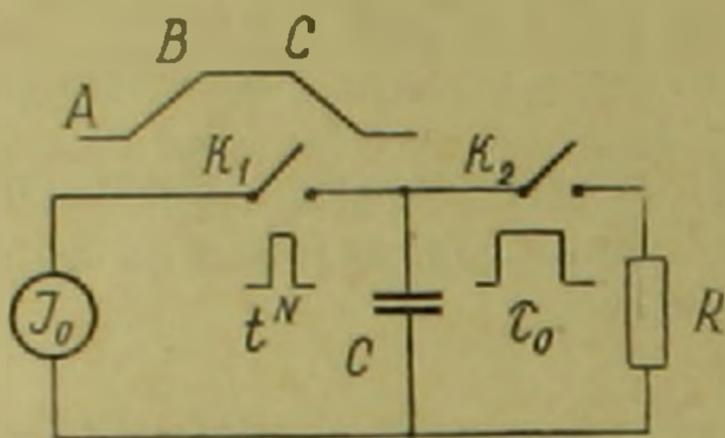


Рис. 2. Эквивалентная схема системы стабилизации с управляемой разрядной цепью интегратора

дут подаваться широтно-модулированные импульсы (*). Для исследования динамического режима работы СУРЦ применим метод индукции. Учитывая, что импульсная реакция RC -цепи при $J_0 R = 1$ с учетом начального напряжения на конденсаторе $U_0^{(AB)}$ равна

$$h(t) = 1 - e^{-\alpha t} + U_0^{(AB)} e^{-\alpha t}, \quad \text{где } \alpha = \frac{1}{RC}$$

получаем в момент окончания первого импульса t_0 :

$$U_p^{(1)} = 1 - e^{-\alpha t_0} + U_0^{(AB)} e^{-\alpha t_0}.$$

Напряжение в конце второй фазы:

$$U_p^{(2)} = U_p^{(1)} e^{-\alpha(\tau_0 - t_0)} = e^{-\alpha(\tau_0 - t_0)} - e^{-\alpha \tau_0} + U_0^{(AB)} e^{-\alpha \tau_0}.$$

Так как напряжение на емкости в течение третьей фазы не изменяется, то ее длительность при анализе не нужно учитывать.

Аналогичным образом, при воздействии второго импульса длительностью $t_0 + \Delta t$ имеем:

$$U_p^{(2)} = 1 + e^{-\alpha(\tau_0 + \Delta t)} - e^{-\alpha(\tau_0 + \Delta t)} (1 + e^{-\alpha \tau_0}) + U_0^{(AB)} e^{-\alpha \tau_0} e^{-\alpha(t_0 + \Delta t)}$$

$$U_p^{(2)} = e^{-\alpha(\tau_0 - t_0 - \Delta t)} + e^{-\alpha(2\tau_0 - t_0)} - e^{-\alpha \tau_0} - e^{-2\alpha \tau_0} + U_0^{(AB)} e^{-2\alpha \tau_0}.$$

Продолжая указанные операции дальше, для n -ого импульса получаем:

$$U_p^{(n)} = \sum_{k=1}^n e^{-(n-k)\alpha(\tau_0 + \Delta t)} - e^{-\alpha(t_0 + (n-1)\Delta t)} \sum_{k=1}^n e^{-(n-k)\alpha \tau_0} + U_0^{(AB)} e^{-(n-1)\alpha \tau_0} e^{-\alpha t^N}. \quad (12)$$

Здесь $t^N = t_0 + (n - 1) \Delta t$, где Δt — приращение длительности на один импульс при широтной модуляции.

Преобразуем уравнение (12) с учетом формул для геометрической прогрессии:

$$U_3^{(n)} = \frac{1 - e^{-n\alpha(\tau_0 + \Delta t)}}{1 - e^{-\alpha(\tau_0 + \Delta t)}} = \frac{1 - e^{-n\alpha\tau_0}}{1 - e^{-\alpha\tau_0}} e^{-\alpha t^N} + U_0^{(AB)} e^{-\alpha t^{**}}, \quad (13)$$

где

$$t^{**} = (n - 1) \tau_0 + t^N.$$

Сравнивая (13) с ранее полученным нами уравнением (4) для выходного напряжения $U_{\text{СВПС}}$, убеждаемся в их идентичности. В связи с этим величина ДП $\delta_{\text{СУРЦ}}^{(BC)}$ имеет форму, аналогичную $\delta_{\text{СВПС}}^{(BC)}$:

$$\delta_{\text{СУРЦ}}^{(BC)} = (1 - a) \frac{1}{N \alpha \tau_0} (1 - e^{-N\alpha\tau_0}) e^{-M\alpha\tau_0} = (1 - a) \rho_0 (1 - e^{-\frac{1}{\rho_0}}) e^{-M\alpha\tau_0}$$

где ρ_0 — обобщенный фактор динамической погрешности системы СУРЦ.

Из (13) следует, в частности, что при работе системы СУРЦ в установившемся режиме, когда $n \rightarrow \infty$, напряжение на выходе равно

$$U_3^{(\infty)} = \frac{1 - e^{-\alpha t^N}}{1 - e^{-\alpha\tau_0}}; \quad U_p^{(\infty)} = U_3^{(\infty)} e^{-\alpha(\tau_0 - t^N)},$$

т. е. результат измерения интервального времени действительно не зависит от частоты повторения импульсов. Коэффициент пульсаций $K_{\text{пСУРЦ}}$ на выходе системы стабилизации находим по формуле:

$$K_{\text{пСУРЦ}} = \frac{U_3^{(\infty)}}{U_p^{(\infty)}} = e^{\alpha(\tau_0 - t^N)}. \quad (15)$$

Сравним величины ДП на выходе СУРЦ и СВПС, не имеющей системы стабилизации. Из (11) и (15) следует, что при прочих равных условиях величина ДП зависит лишь от сомножителей $\alpha\tau_0$ и αT . В свою очередь, выбор этих сомножителей при конструировании аппаратуры СНАКАР производится из соображений получения на выходе РС — цели заданного уровня пульсаций. Для обеспечения равенства $K_{\text{пСУРЦ}}$ и $K_{\text{пСВПС}}$ необходимо выдерживать соотношение

$$\frac{1}{\tau_{\text{СУРЦ}}} (\tau_0 - t^N) = \beta = \frac{1}{\tau_{\text{СВПС}}} (T - t^N) \cong \frac{T}{\tau_{\text{СВПС}}}. \quad (16)$$

где $\tau_{\text{СУРЦ}}$ и $\tau_{\text{СВПС}}$ — постоянные времени СУРЦ и СВПС соответственно. Из (16) следует, что точное равенство ДП сравниваемых систем при одинаковых $K_{\text{п}}$ возможно лишь при $T = \tau_0$. Согласно принципу работы СУРЦ, для нормального функционирования системы стабилизации должно выдерживаться соотношение $\tau_{0 \min} > t_{\max}^N$, причем необходим коэффициент запаса K_2 , т. е. $\tau_{0 \min} = K_2 t_{\max}^N$.

В то же время из (15) следует, что наибольшие пульсации на выходе СУРЦ возникают, когда $t^N = t_{\min}^N$; при этом

$$\frac{t_{\min}^N}{t_{\max}^N} = a.$$

С учетом сказанного получаем

$$\frac{\delta_{\text{СВПС}}^{(BC)}}{\delta_{\text{СУРЦ}}^{(BC)}} = \frac{1 - e^{-N\beta}}{1 - e^{-N\epsilon\beta}} \gamma e^{-3N\beta(1-\gamma)}, \quad (17)$$

где

$$\gamma = 1 - \frac{1}{K_3 A}; \quad \epsilon = \frac{1}{\gamma}.$$

Допуская для большей надежности работы системы СУРЦ $K_3 = 1,1 - 1,3$ при $a = 5$, получаем $\gamma = 0,82 - 0,85$. При этих условиях, как следует из уравнения (17), динамические погрешности $\delta_{\text{СУРЦ}}^{(BC)}$ и $\delta_{\text{СВПС}}^{(BC)}$ практически одинаковы. Теоретически система стабилизации второго типа при работе в динамическом режиме имеет более высокую точность.

Из вышеизложенного следует, что с учетом динамических свойств и качества стабилизации при широком диапазоне изменения частоты повторения импульсов предпочтительнее применение системы стабилизации с управляемой разрядной цепью.

Институт геофизики и инженерной сейсмологии
Академии наук Армянской ССР

Ս. Ք. ՆԵՄԻՐՈՎՍԿԻ

Արագացող անընդմեջ ակուստիկական կարոտաժի դեպքում կայունացման սխեմաների աշխատանքի դինամիկական ուժեղման մասին

Ցույց է տրվում, որ դինամիկական ուժեղմում կայունացման սխեմաներ ղեկավարվող պարպման շղթայով նույնական է հաստատուն բաղադրիչի առանձնացման սխեմանին ծակոտկենություն չափման սխեմայում:

Դուրս է բերվում հավասարումը, որը հնարավորություն է տալիս կոնդեստորային հաճախականության չափիչի սխեմայի օգտագործմամբ կայունացման սխեմանի համար որոշել դինամիկական ուժեղման տևողությունը կրկնման հաճախականության թուլերածե փոփոխման դեպքում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 Г. Б. Горбовицкий, Диссертация, МГРИ, М., 1969.
- 2 А. А. Брагин, Р. Ф. Федоров, Аналоговые преобразователи импульсных потоков, Изд. «Атомиздат», М., 1969.
- 3 Л. А. Баранов, Г. С. Гершон, В. И. Дмитриев, А. Е. Княжинский, Конденсаторные преобразователи в автоматике и системах управления, Изд. «Энергия», М., 1969.
- 4 А. Б. Немировский, ДАН Арм. ССР, т. 48, № 1 (1969).

ЛИТОЛОГИЯ

УДК 539.217 1.553.981/.982(575.4)

С. А. Аманов

О влиянии степени насыщения порового пространства пород
жидкостью при определении открытой пористости

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. С. Мкртчяном 2/IX 1970)

Открытая пористость пород-коллекторов нефти и газа определяется обычно методом Преображенского, который при полном насыщении порового объема образца керосином является наиболее удобным и применяется для группы образцов пород. Иногда пористость определяется методом газонасыщения. Изучение пористости сильно сцементированных алеврито-песчаных пород проводится также с помощью газового порозиметра.

В методических пособиях отсутствуют единые указания о времени насыщения образцов пород при вакуумировании. О продолжительности насыщения пород под вакуумом существуют различные мнения, по которым полагается вакуумировать образцы 30⁽¹⁾, 40⁽²⁾ и 50—70 минут⁽³⁾. Обычно вакуумирование заметно ускоряет процесс освобождения воздуха из пород.

Прекращение выделения заземленного воздуха указывает на окончательное насыщение образцов пород жидкостью. Однако в многочисленных анализах установить время прекращения выделения пузырьков воздуха бывает невозможно, потому что продолжительность и степень насыщения порового пространства керосином тесно связаны с литологическими разностями пород, особенностями распределения в них поровых канальцев, их размерами и конфигурацией, которые должны быть учтены при определении открытой пористости пород.

Исследование продуктивных юрских и меловых отложений нефтегазоносных районов Туркмении показывает, что породы-коллекторы характеризуются сравнительно высокой плотностью. В нижнем мелу и верхней юре плотность пород в среднем 2,1 г/см³ (Центральные Каракумы) и 2,4 г/см³ (Юго-Восточные и Восточные Каракумы). Со стратиграфической глубиной плотность пород заметно возрастает. В этой связи исследования проводились с целью выяснения вопроса о времени и степени насыщения плотных разностей пород, влияющих на точность измерения емкостных свойств. Изучению подвергались образцы (свыше 200) песчаника, алевролита, известняка, доломита и др. В процессе ис-

следования образцы насыщались керосином. Насыщение под вакуумом сопровождалось неоднократным взвешиванием образцов после 25-, 50-минутного и далее 1,5-, 3-, 6-, 12-, 15-, 18-, и 24-часового насыщения до получения постоянного веса. Результаты показывают, что насыщение порового пространства плотных разностей пород продолжается до 24 часов. Полученные данные позволили построить график (рис. 1), от-

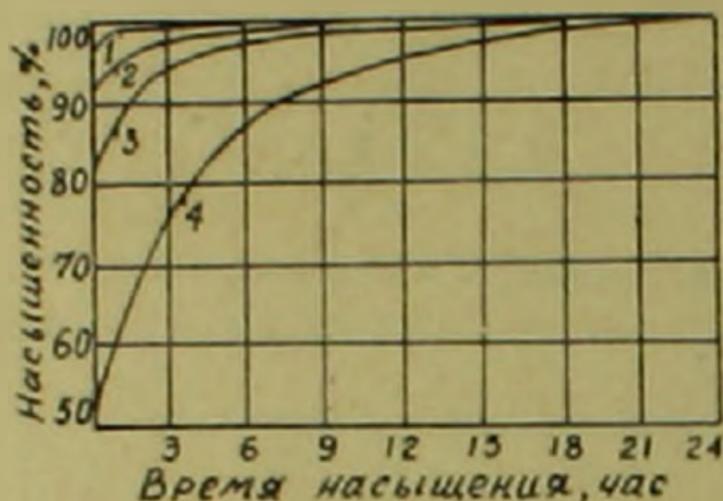


Рис. 1. График насыщения пород керосином в зависимости от продолжительности насыщения. Группа пород с пористостью: 1—20—25%; 2—10—15%; 3—5—10%; 4—0—5%

ражающий процесс насыщения пород в зависимости от пористости. Образцы пород в большей части насыщаются в начале исследования. При этом породы первой группы с пористостью 20—25% за 25 минут насыщаются 98%, а четвертой (пористость до 5%)—57%. Для полного насыщения пород II (пористость 10—15%) и III (пористость 5—10%) требуется соответственно 9 и 18-часовое время. Породы IV группы окончательно насыщаются за 24 часа.

Данные показывают, что время насыщения, указанное в методических пособиях (1-3) приемлемо для пород с пористостью выше 20%.

Институт геологии Управления геологии
Совета Министров Туркменской ССР

А. А. АСАДОВ

Исследованиями доказано, что в процессе насыщения пород керосином в зависимости от пористости образцы пород в большей части насыщаются в начале исследования. При этом породы первой группы с пористостью 20—25% за 25 минут насыщаются 98%, а четвертой (пористость до 5%)—57%. Для полного насыщения пород II (пористость 10—15%) и III (пористость 5—10%) требуется соответственно 9 и 18-часовое время. Породы IV группы окончательно насыщаются за 24 часа.

Հողվածում բերված է կենտրոնական և արևելյան թուրքմենիայի կավճի և յուրայի հասակի արդյունավետ նստվածքների կոլեկտորային ապարների փորձնական հետազոտությունների արդյունքները, 200-ից ավելի նմուշների օրինակով պարզված է, հոծ ապարների տարատեսակների հաղեցման ժամանակի հարցը և հազեցվածության աստիճանի ազդեցությունը բաց ծակոտկենության որոշման նշտության վրա:

1. Նշվում է, որ հոծ ապարների հաղեցման համար անհրաժեշտ է երկարատև ժամանակ:

2. Մակուտկենության շափումների ժամանակ անբավարար հաղեցվածությունը հանգեցնում է սխալներին:

3. Հոծ տերրիզեն և կարբոնատային ապարները անհրաժեշտ է հաղեցնել 18 ժամից ոչ պակաս:

4. Հաղեցվածության ճշգրիտ ժամանակի որոշումն ունի կարևոր նշանակություն ապարների ծավալային հատկությունների, նավթա-ջրաթափանցելիության և այլ հատկությունների հետադոտությունների ժամանակ:

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Վ Ա Ն Ո Ւ Բ Յ Ո Ւ Ն

- 1 В. Н. Кобранова, Физические свойства горных пород, Гостоптехиздат, 1952.
- 2 К. Г. Оркин, П. К. Кучинский, Физика нефтяного пласта, Гостоптехиздат, 1955.
- 3 М. К. Калинин, Методика исследования коллекторских свойств пород, Гостоптехиздат, 1963.

УДК 577.3

БИОФИЗИКА

Т. Г. Амбарцумян, С. М. Мартirosов

Уравнения мембранного потенциала при электрогенном активном транспорте катионов

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР В. О. Казаряном 4/IX 1970)

На нервных и мышечных клетках с высокой внутриклеточной концентрацией ионов натрия рядом авторов было показано, что в период активного транспорта катионов через поверхность мембраны натриевый насос способен генерировать дополнительную э. д. с. сверх обычного потенциала покоя (^{1,2}). Уравнения для описания мембранного потенциала в этот период основаны на модели, в которой предполагается, что за один транспортный цикл один ион натрия выводится из клетки с помощью переносчика и один ион калия входит в клетку по градиенту электрического поля (³). Однако известно, что сама транспортная система, локализованная в мембране, способна переносить как ионы натрия, так и ионы калия, причем в неэквивалентных количествах. По-видимому, указанная выше модель является лишь электрическим эквивалентом процесса.

В настоящей работе сделана попытка получить уравнения мембранного потенциала при электрогенном активном транспорте с учетом известного стехиометрического соотношения АТФ : Na⁺ : K = 1 : 3 : 2 (⁴).

Предполагается, что на внутренней стороне мембраны на одной из ступеней химического цикла, ведущего к гидролизу АТФ, образуется комплекс переносчика с ионами натрия. Комплекс диффундирует к наружной границе мембраны по градиенту химического потенциала. Здесь, взаимодействуя с ионами калия, комплекс меняет конформацию и одновременно обменивает ионы натрия на неэквивалентное количество ионов калия. Образовавшееся соединение возвращается к внутренней границе мембраны. Здесь ионы калия и ортофосфат высвобождаются в клетку, а фермент и переносчик переходят в исходное состояние, то есть заканчивается весь транспортный цикл, включающий АТФ-азную реакцию и перенос ионов. Затем процесс повторяется. На рис. 1 изображен только цикл диффузии и не

указан характер сопряжения между гидролизом АТФ и транспортом ионов. Считается, что в одном транспортном цикле происходит гидролиз одной молекулы АТФ и перенос 3Na^+ и 2K^+ . Сохранение макроскопической электронейтральности внутриклеточного содержимого осуществляется за счет „третьего“ иона калия, который поступает в клетку через обычные каналы диффузии по градиенту электрического поля, создаваемого насосом. Для упрощения расчетов прием также, что мембрана является идеальным катионитом.

Система, представленная на рис. 1, находится в стационарном состоянии, и через мембрану имеют место диффузионные потоки ионов калия, J_K , поток комплекса $X\text{Na}_3$, J_X поток комплекса $Y\text{K}_2$, J_Y .

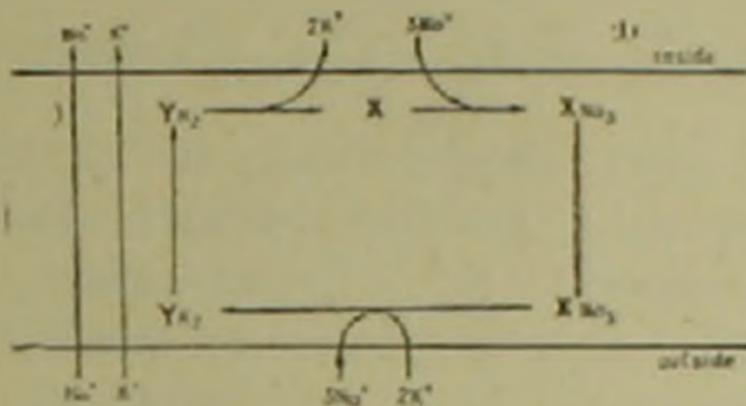


Рис. 1. Схема ионного обмена при активном транспорте катионов. Пояснение в тексте

Будем считать, что комплекс переносчика с ионами натрия является положительно заряженной частицей $X\text{Na}_3^+$, а комплекс $Y\text{K}_2$ — электронейтральный комплекс.

Запишем уравнения потоков:

$$J_K = -RTu_K \frac{dC_K}{dx} - Fu_K C_K \frac{d\varphi}{dx}; \quad (1)$$

$$J_X = -RTu_X \frac{dC_X}{dx} - Fu_X C_X \frac{d\varphi}{dx}; \quad (2)$$

$$J_Y = -D_Y \frac{dC_Y}{dx}, \quad (3)$$

где C — концентрации, u — подвижности, D — коэффициент диффузии, φ — электрический потенциал в точке x , R — газовая постоянная, T — абсолютная температура, F — число Фарадея.

Рассматривается стационарное состояние, устанавливающееся при разомкнутой цепи, когда суммарный ток через мембрану равен 0. Тогда:

$$J = F(J_K + J_X) = 0. \quad (4)$$

Подставляя уравнения (1) — (3) в (4) и после ряда преобразований, получаем:

$$\varphi_{im} - \varphi_{om} = \frac{RI}{F} \ln \frac{U_X(C_X)_0 + U_X(C_X)_i}{U_X(C_X)_i + U_X(C_X)_0}, \quad (5)$$

где $\varphi_{i,m}$; φ_m ; $(C)_i$ и $(C)_o$ — электрические потенциалы и концентрации на внутренней и наружной границах мембраны.

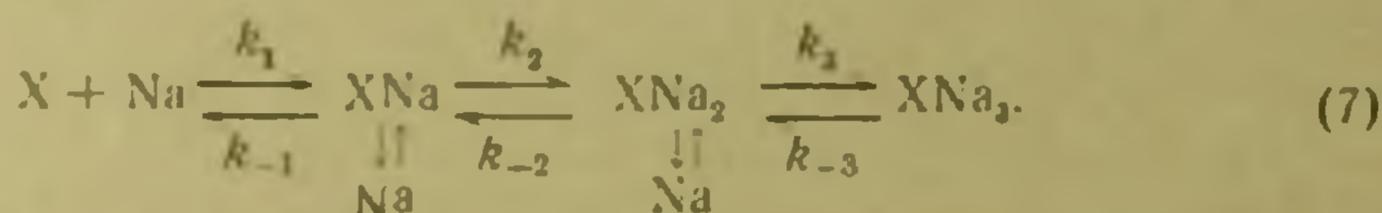
Для определения концентраций, стоящих в уравнении (5), сделаем ряд предположений.

Для рассматриваемого стационарного процесса можно принять квазиравновесное распределение ионов между границей мембраны и омывающей средой, и, следовательно, можно исходить из условия равенства электрохимических потенциалов в этих фазах. Это позволяет выразить концентрации ионов K^+ на границах мембраны через концентрации этих ионов в среде и в клетке:

$$(C_k)_i = z [C_k] \exp \left[-\frac{F}{RT} (\varphi_m - \varphi) \right], \quad (6)$$

где $(C_k)_i$ и $[C_k]$; φ_m и φ — концентрации K^+ и электрические потенциалы на данной границе мембраны и в омывающей ее среде соответственно, z — коэффициент фазового различия, определяющий разницу в поведении иона в двух различных фазах при стандартных условиях.

Второе допущение делается при нахождении концентрации комплекса XNa_3 на внутренней границе мембраны. Допустим, что внутренняя граница мембраны на очень небольшой толщине представляет собой достаточно хороший натриевый электрод и связывание переносчиком Na^+ происходит после перехода ионов натрия из клетки на эту границу. Затем три иона натрия соединяются с переносчиком путем следующей реакции:



где k и k_- — константы скорости прямой и обратной реакций.

Если процесс образования комплекса XNa_3 не лимитирован числом переносчиков X на внутренней границе мембраны и скорость реакции (7) определяется скоростью образования промежуточного соединения XNa_2 , т. е. $k_1 \ll k_2$ и k_3 , то

$$(C_x)_i = k (C_{Na})_i. \quad (8)$$

Подставляя в уравнение (8), вместо концентрации ионов натрия на внутренней границе мембраны $(C_{Na})_i$ ее значение, найденное по уравнению (6), получаем концентрацию комплекса XNa_3 на той же границе:

$$(C_x)_i = k z, [Na]_i \exp \left[-\frac{F}{RT} (\varphi_{i,m} - \varphi_i) \right], \quad (9)$$

где $[Na]_i$ — внутриклеточная концентрация натрия,

φ_i — электрический потенциал электролита клетки.

Третье предположение заключается в том, что на наружной гра-

հիման վրա ստացված է մեմբրանային պոտենցիալի հավասարում, որը թույլ է տալիս քանակական վերլուծության ենթարկել էքսպերիմենտալ տվյալները և կատարողն ապահով փոխադրման ժամանակ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ G. A. Kerkut, and R. C. Thomas, *Comp. biochem. Physiol.*, 14, 167 (1965).
² R. P. Kernan, *Nature*, 193, 986 (1962). ³ С. М. Мартыросян и Л. Г. Микаелян, „Биофизика“, 1, 104 (1970). ⁴ P. Y. Garrahan and I. M. Glyn, *J. Physiol.*, 192, 217 (1967). ⁵ R. D. Keynes and R. C. Swan, *J. Physiol.*, 147, 105 (1959).

УДК 576.8.098+576.858

Академик АН Армянской ССР М. А. Тер-Карапетян, Г. А. Семерджян

Углеводные компоненты и моносахаридный состав инфузорий рода *Ophryoscolex*

(Представлено 3/VIII 1970)

Метаболизм углеводов анаэробных инфузорий, обитателей преджелудков жвачных животных, является одной из наиболее важных, но еще недостаточно раскрытых сторон жизнедеятельности этих одноклеточных, принадлежащих к некоторым таксономическим группам типа Protozoa (1).

В связи с этим представляет интерес изучение природы углеводных компонентов клеток анаэробных инфузорий при разных физиологических состояниях и условиях питания различными источниками углерода.

Из углеводов анаэробных инфузорий преджелудков наиболее известен так называемый «паралликоген», изолированный из родов *Isotricha*, *Dasytricha*, приближающийся по своей природе скорее к амилопектину, чем к собственному гликогену (2). Детально изучена разветвленная структура инфузорного амилопектина, его чисто полиглюкзанная структура (3, 4) и до некоторой степени механизм его ферментативного распада и синтеза из неразветвленных цепей при помощи разветвляющего фермента (branching enzyme) (5).

Другие исследования были посвящены изучению суммарного содержания и моносахаридного состава углеводов двух фракций микроорганизмов, изолированных из рубца, и в которых, вероятно, преобладают инфузории (6). В гидролизатах этих фракций охарактеризованы, кроме глюкозы, являющейся преобладающим моносахаридом, некоторые количества арабинозы, ксилозы, рамнозы и рибозы.

Настоящая работа преследует цель — изучить количество и моносахаридный состав суммарных углеводов и полисахарида, выделенных из фракции малоресничных инфузорий, в которой преобладают (85%) представители рода *Ophryoscolex* (7, 8).

Объектом исследования служили малоресничные инфузории, изолированные из содержимого рубца овец через хронические рубцовые fistулы по ранее предложенной методике (7).

В биомассе инфузорий исследовались суммарные углеводы, а также полисахаридная фракция, экстрагируемая 40%-ным водным раствором КОН с последующим осаждением в 70%-ном (конечная концентрация) этиловом спирте (9).

Биомасса инфузорий и полисахаридная фракция подвергались кислотному гидролизу в 1 н НСІ в кипящей водяной бане до достижения постоянной концентрации редуцирующих веществ; последние определялись микрометодом феррицианида.

В нейтрализованных гидролизатах исследовались и определялись моносахариды методом бумажной хроматографии. Гидролизаты выпаривались досуха, остаток экстрагировался смесью бутанол—вода (5:1), последний выпаривался, его остаток растворялся в минимальном объеме дистиллированной воды, раствор наносился на бумагу в желаемом объеме. Этот прием позволял получать хроматограммы с четко разграниченными пятнами; при этом некоторая часть редуцирующих веществ оставалась неэкстрагируемой и, следовательно, не идентифицировалась.

1. *Кинетика гидролиза суммарных углеводов и полисахаридной фракции.* Биомасса инфузорий изолировалась из содержимого рубца, взятого у овец патошак. Гидролиз проводился непосредственно после изолирования. Гидролиз полисахаридной фракции проводился после осаждения и промывания без высушивания. Результаты гидролиза, выраженные по редуцирующим веществам (р. в.), приведены в табл. 1. Для сравнения параллельно проведен гидролиз гликогена из печени кролика (марки „Blomed“ Warszawa) и амилопектина (марки “Gee Lawson Chemicals“, London).

Кинетика гидролиза всех субстратов вычислялась по константе реакции первого порядка $-K = \frac{2,303}{t} \cdot \log \frac{a}{a-x}$, где t — продолжительность гидролиза, a — исходное, $a-x$ — расщепленное количество субстрата, а также периоду полураспада субстратов по формуле $t_{0,5} = \frac{0,693}{K}$.

Полученные данные показывают значительные расхождения в темпах гидролиза суммарных углеводов инфузорий и полисахаридной фракции, выделенной из той же биомассы.

Константы скорости гидролиза показывают для полисахаридной фракции инфузорий величины несколько ниже, а для целостной биомассы значительно ниже констант скорости гидролиза амилопектина и гликогена печени. Следовательно, по своей структуре полисахаридная фракция инфузорий в некоторой степени отличается от последних. Кроме того, фактическое постоянство константы K на протяжении всего времени гидролиза свидетельствует об однородности связей, лежащих в основе структуры полисахарида.

Для целостной биомассы низкие значения ее константы могут быть

объяснены не только большой стойкостью связей между мономерами или между моносахаридами и другими клеточными компонентами (нуклеиновые кислоты, белки и др.), но также «структурным» фактором, а именно, доступностью катализатора к глюкозидным связям, включенным в интактную биомассу.

Таблица 1

Гидролиз суммарных углеводов и полисахаридной фракции инфузорий рода *Ophryoscolex*

(данные редуцирующих веществ (р. в.) кроме 0 момента, умножались на коэффициент 0,9; период полураспада установлен путем экстраполяции на кривой динамики гидролиза)

Время гидролиза (мин.)	Целостная биомасса — гидролизат		Полисахариды инфузорий		Амилопектин		Гликоген печени кролика	
	р. в.	K	р. в.	K	р. в.	K	р. в.	K
0	2,2	—	0,060	—	0,70	—	1,30	—
5	—	—	0,38	0,024	20,5	0,033	23,0	0,056
10	—	—	0,69	0,036	38,5	0,059	44,5	0,067
15	—	—	0,90	0,035	48,1	0,056	51,7	0,056
20	6,3	0,021	0,99	0,026	55,8	0,053	60,7	0,057
25	—	—	1,15	0,030	60,7	0,052	68,4	0,057
30	—	—	1,35	0,033	63,9	0,044	68,4	—
35	—	—	1,51	0,035	65,2	0,043	75,3	0,051
40	7,7	0,015	1,63	0,036	70,2	0,046	81,4	0,039
45	—	—	1,90	0,051	70,2	—	81,4	—
50	—	—	1,90	—	70,2	—	84,6	0,057
55	—	—	2,10	—	75,1	0,042	84,6	0,052
60	9,1	0,014	2,10	—	75,1	—	89,5	—
65	—	—	—	—	83,2	—	89,5	—
70	—	—	—	—	83,2	—	—	—
80	9,9	0,013	—	—	—	—	—	—
100	12,0	0,017	—	—	—	—	—	—
120	12,0	—	—	—	—	—	—	—
140	12,8	0,016	—	—	—	—	—	—
160	14,0	—	—	—	—	—	—	—
180	14,0	—	—	—	—	—	—	—
t _{0,5} (мин.)	—	50	—	23	—	12	8	11

Достоверность гипотезы о том, что кинетика гидролиза полисахарида характерна для реакции первого порядка, показана на рис. 1, где сопоставление времени гидролиза (на ординате) с $\log (a-x)$ (на абсциссе) показывает прямолинейную закономерность в процессе расщепления наибольшей доли полисахарида.

2. Суммарные углеводы и фракция полисахаридов инфузорий в разные сроки пищеварения рубца. Исследованные пробы биомассы соответствуют клеткам, находящимся в разных фазах своего цикла роста. Результаты приведены в табл. 2 и на рис. 2.

Полученные данные показывают, что в разные сроки после скармливания содержание как суммы углеводов, так и полисахаридной фракции в биомассе инфузорий значительно варьирует.

Выделенная вышеуказанным методом полисахаридная фракция достигает около 20—30% от суммарных углеводов биомассы, а в течение

суток, когда клетки переходят от состояния голодания в упитанность, уровень полисахаридной фракции подвергается более резким измене-

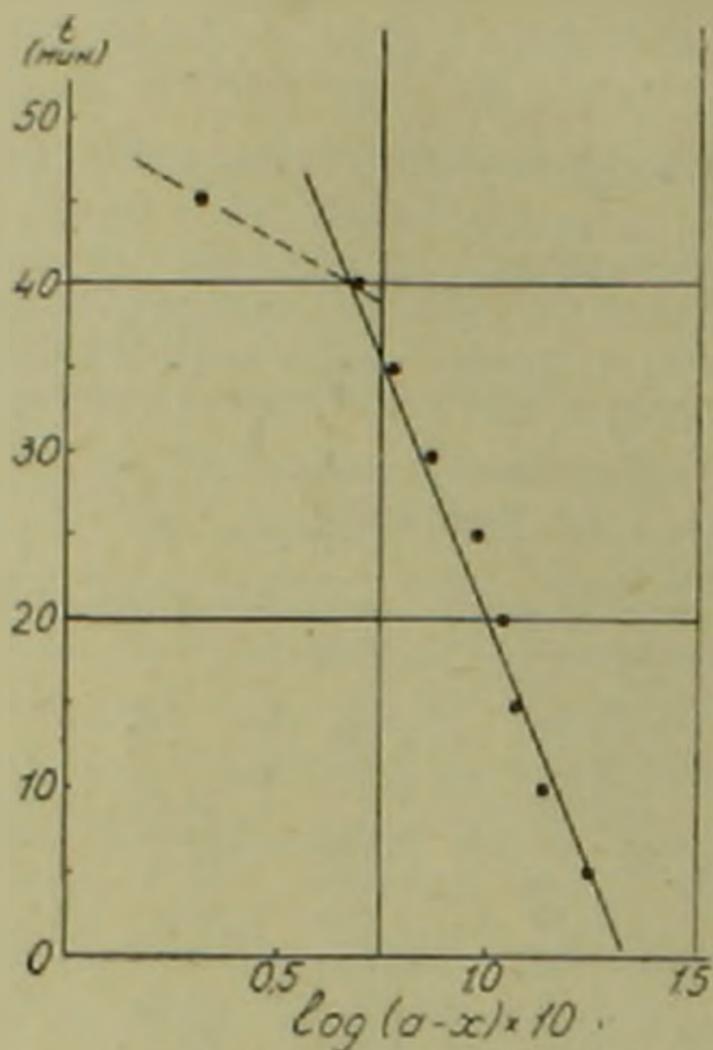


Рис. 1. Кинетика гидролиза полисахаридной фракции из инфузории рода *Ophryoscolex*

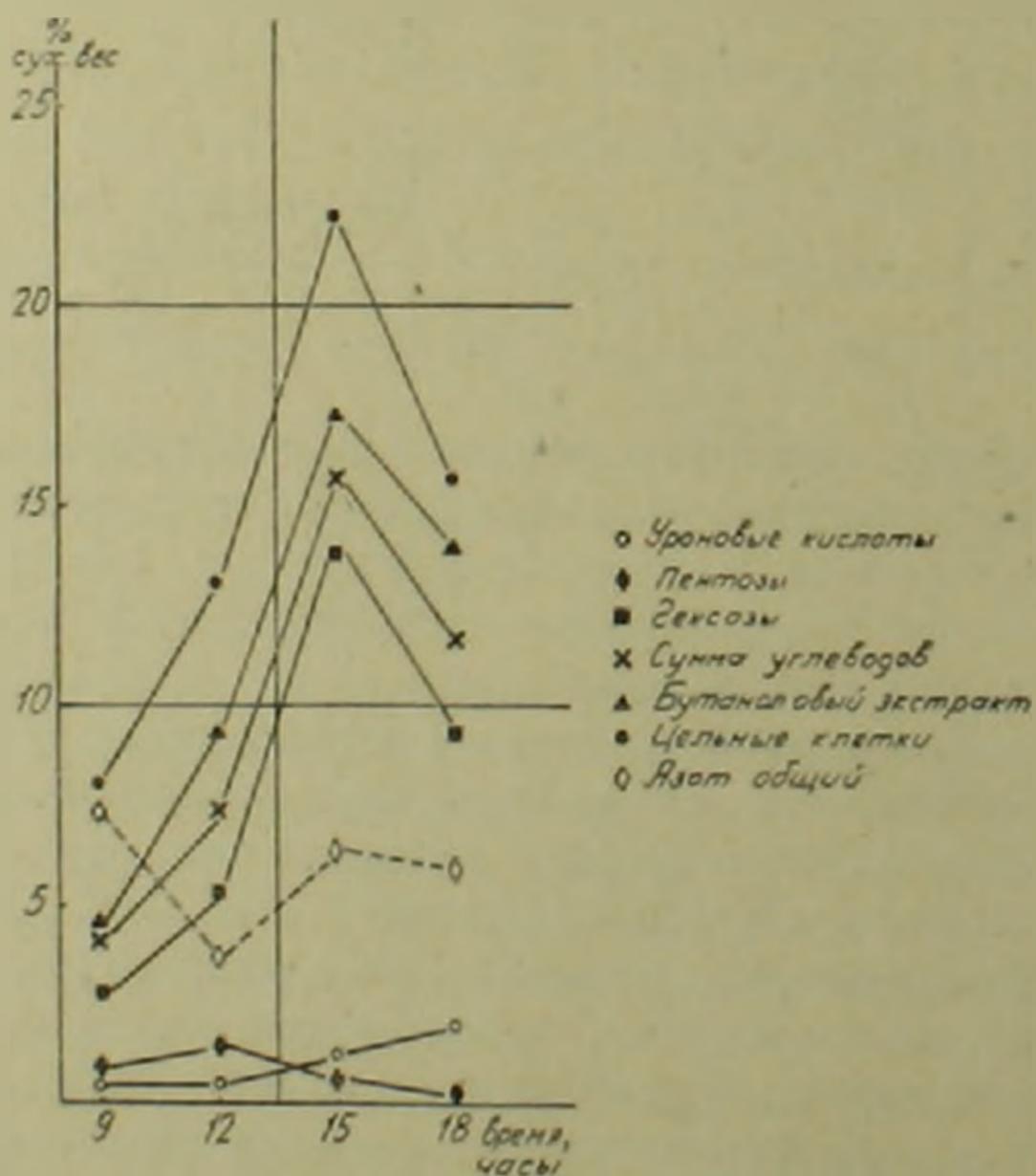


Рис. 2. Углеводы, урановые кислоты и общий азот в биомассе инфузорий, выделенные в разные сроки в течение суток

ниям, чем у суммарных углеводов; это хорошо согласуется с запасной ролью, приписываемой полисахариду.

Найденные между пробами инфузорий, выделенные в разные даты, расхождения в уровнях полисахарида и суммарных углеводов являются результатом значительных изменений скорее качества скармливаемого корма, чем видового состава выделенных инфузорий (проверенных микроскопически).

Таблица 2

Суммарные углеводы и фракция полисахаридов инфузорий, изолированных в разные сроки пищеварения рубца (в % от абсолютно сухой биомассы инфузорий)

Дата взятия пробы	Номера подопытных животных	Суммарные углеводы				Фракция полисахаридов			
		Натошак	часов после скармливания			Натошак	часов после скармливания		
			3	6	9		3	6	9
3/III 1965 г.	5	—	—	—	—	0,9	1,0	1,0	4,0*
12/I 1966 г.	5	7,3	10,1	16,4	19,1	—	—	—	—
10/II 1966 г.	5	12,4	8,6	15,1	15,3	—	—	—	—
22/I 1966 г.	6	8,8	10,6	22,6	16,0	—	—	—	—
24/II 1966 г.	6	8,8	8,9	18,5	30,6	0,68	0,3	5,8	8,1
10/III 1966 г.	6	6,3	12,7	15,4	18,8	0,7	1,9	2,5	5,3
5/IV 1967 г.	6	—	—	—	—	2,0	—	8,3	7,6
19/IV 1967 г.	6	—	—	—	—	0,3	0,3	9,5	9,5
5/V 1967 г.	6	—	—	—	—	0,8	4,1	7,1	5,0
15/XII 1967 г.	7	12,0	22,0	38,7	37,4	—	—	—	—
4/III 1968 г.	10	7,0	17,0	23,0	22,4	—	—	—	—
25/III 1968 г.	10	8,0	13,1	22,3	15,8	—	—	—	—
17/IV 1968 г.	10	7,9	12,6	17,5	18,4	—	—	—	—

* Образцы 12 час—2,0; 24 час. Натошак на следующее утро —1,2.

В начальные сроки после скармливания животного (0—6 час), когда благодаря поступлению питательных веществ начинается развитие инфузорий рубца, обнаружена обратная коррелятивность между суммарными углеводами и общим азотом, накопившимся в биомассе. Происходит заметное увеличение количества углеводов с одновременным понижением уровня азотистых соединений (рис. 2).

3. *Моносахариды суммарных углеводов и полисахаридной фракции.* Исследования проводились на инфузориях, изолированных из проб содержимого рубца, выделенных натошак и через 3, 6, 9 часов после скармливания. Ввиду того, что гидролизаты цельных клеток даже после тщательной нейтрализации давали на бумаге хроматограммы с не совсем четко ограниченными пятнами, гидролизаты выпаривались под вакуумом, сухой остаток экстрагировался бутанолом при 110—115° и в этом экстракте определялись как сумма редуцирующих веществ, так и отдельные моносахариды (возможно и олигосахариды) после хроматографирования на бумаге.

Полученные результаты приведены в табл. 3 и на рис. 3.

В гидролизатах цельных клеток инфузорий при помощи хромато-

графического анализа выявлено не менее 10 пятен, большинство которых считается моносахаридным, из них идентифицированы: глюкоза (Глю), преобладающая над всеми, ксилоза, арабиноза, рибоза, галактоза и рамноза и некоторые малоподвижные пятна, соответствующие, вероятно, уроновым кислотам и дисахаридам.

Таблица 3

Моносахариды суммарных углеводов и полисахаридной фракции инфузорий
(в % от абсолютно сухой биомассы инфузории)

Дата опыта	Исследуемый препарат или соединение	Время отбора проб			
		Натощак	часов после скармливания		
			3	6	9
25/III 1968 г.	Весь гидролизат	8,0	13,1	22,3	15,8
	Экстракт в бутаноле	4,5	9,4	17,4	14,0
	Олигосахариды, уроновые кислоты	0,58	0,54	1,3	2,0
	Глю+(гал)	2,8	5,4	13,9	9,3
	Пентозы	0,96	1,5	0,76	0,4
	Сумма	4,2	7,4	15,8	11,7
17/IV 1968 г.	Весь гидролизат	7,9	12,6	17,5	18,4
	Экстракт в бутаноле	4,4	7,1	10,2	12,3
	Олигосахариды—урочовые кислоты	0,4	1,4	2,0	2,6
	Глю+(гал)	1,93	2,6	7,5	7,5
	Пентозы	1,4	1,0	0,7	0,5
	Сумма	3,73	5,0	10,2	10,6

В гидролизатах полисахаридной фракции основным компонентом является глюкоза, но ей сопутствует значительное количество ксилозы и следы малоподвижных соединений, соответствующие также уроновым кислотам или олигосахаридам, являющимся не вполне гидролизованными осколками полисахаридов.

Примечателен тот факт, что моносахаридный состав суммарных углеводов и тем более полисахаридной фракции значительно меняется в инфузориях, выделенных в разные периоды рубцового пищеварения, представляющие клетки в разном физиологическом состоянии. Данные как качественного анализа, иллюстрированные на хроматограммах, так и количественного определения, показывают, что в гидролизатах цельных клеток доля пентоз достигает наибольшей величины в инфузориях, выделенных натощак, а во время пищеварения по мере развития инфузорных популяций постепенно уменьшается (1, 10, 7). Более наглядны изменения доли разных видов мономеров в гидролизатах полисахаридной фракции. В пробах, отобранных в разные сроки, в течение суток происходит резкое уменьшение ксилозы и коррелятивное с ней увеличение глюкозы и пятен, оцененных как уроновые соединения. Содержание

рибозы в гидролизатах цельных клеток легко объясняется гидролизом нуклеиновых кислот, а следы арабинозы — остатками растительных частиц в цитоплазме. Факт о высоком содержании ксилозы в гидролизатах цельных клеток, особенно полисахаридной фракции, вряд ли можно объяснить наличием упомянутых растительных частиц. В данном случае наиболее вероятной кажется гипотеза о накоплении в клетках или двух полисахаридов — одного гексозана, другого пентозана, сопутствующих друг другу в процессе их выделения, или же одного полисахарида смешанного типа.

Երևանский государственный
университет

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ Կենտրոնական Մ. Ա. ՏԵՐ-ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ, Է. Է. ՍԵՄԵՐՋՅԱՆ

Ophryoscolex ցեղի ինֆուզորիաների ամխաջրատային և մոնոսախարիդային կազմը

Հետազոտվել է Ophryoscolex ցեղի ինֆուզորիաների ամբողջական քիչ-չիների գոմարային ամխաջրերի, ինչպես նաև քիչներից անջատված պաշարային պոլիսախարիդի քանակությունը և մոնոսախարիդային կազմը:

Կատարված հետազոտություններից հետևում է՝

1. Ինֆուզոր պաշարային պոլիսախարիդի, ինչպես նաև համեմատության համար վերցված ճագարի լյարդի գլիկոգենի և ամիլոպեկտինի հիդրոլիզի արագության կոնստանտների միջև եղած տարբերությունները ցույց են տալիս, որ ինֆուզոր պոլիսախարիդը իրեն կառուցվածքով որոշ չափով տարբերվում է ճագարի լյարդի գլիկոգենից և ամիլոպեկտինից:

2. Հիդրոլիզի ընթացքում ճեղքման կոնստանտի հաստատուն լինելը ցույց է տալիս պոլիսախարիդի կառուցվածքի հիմքում ընկած կապերի միատեսակ լինելը:

3. Կենդանու կերակրումից հետո տարբեր ժամկետներում ինֆուզոր կենսազանգվածում գոմարային ամխաջրերի և պաշարային պոլիսախարիդի քանակությունը տատանվում է զգալի չափերով: Ընդ որում, ամխաջրերի քանակությունն ունի ցածր արժեքներ կենդանու ծոմ վիճակում և կերակրումից 3 ժամ հետո, իսկ բարձր՝ կերակրումից 6—9 ժամ հետո:

4. Ինֆուզորիաների ամբողջական քիչների հիդրոլիզատում հայտնաբերվել է գլյուկոզ (որի քանակությունը գերակշռում է բոլորին), արաբինոզ, ռիբոզ, գալակտոզ, ռամնոզ և մի քանի այլ հեուքեր, որոնք համապատասխանում են ուրոնական թթուներին ու դիսախարիդներին:

5. Պոլիսախարիդային ֆրակցիայի հիմնական բաղադրիչն է հանդիսանում գլյուկոզը, որին պարզապես է բավականին քանակությամբ քսիլոզ:

6. Առաջադրվել է հիպոթեզ, ըստ որի ինֆուզոր քիչներում որպես պաշարանյութ կուտակվում է կամ 2 պոլիսախարիդ՝ մեկը հեքսոզան, մյուսը պենտոզան և կամ խառը տիպի մեկ պոլիսախարիդ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԳՐԱՆԻՐՅԱԿ

- ¹ В. А. Догель, Ю. И. Полянский, Е. М. Хейсин, *Общая протозология*, М., 1962.
- ² F. M. Masson, A. E. Oxford, *J. Gen. Microbiol.* 5, 664 (1951). ³ G. Forsyth, E. L. Hirst, A. E. Oxford, *J. Chem. Soc.*, 2030 (1953). ⁴ G. Forsyth, E. L. Hirst, *J. Chem. Soc.* 2132 (1953). ⁵ D. L. Mould, J. S. Thomas, *Biochem. J.* 69 327, 1958. ⁶ P. J. Heald, *The British. J. Nutr.* 5, (1), 75, 84 (1951). ⁷ М. А. Тер-Карпетян, Т. Г. Арутюнян, Г. А. Семерджян, *„Биол. журн. Армении“*, т. 23, № 1 (1970). ⁸ М. А. Тер-Карпетян, Г. А. Семерджян, *ДАН Арм. ССР*, т. XI.IX, № 4 (1969). ⁹ В. С. Асатиани, *Методы биохимических исследований*, Медгиз, 1956. ¹⁰ М. А. Тер-Карпетян, Т. Г. Арутюнян, Г. А. Семерджян, *„Биол. журн. Армении“*, т. 19, № 5 (1966).