

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՈՒ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

LII, № 4

1971

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ, կենսաբանական գիտությունների բեկնաձու, Լ. Բ. ԲԱՐԱՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ՔԱԼԱՆՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Վ. Մ. ՔԱՌԱՏՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ (պատ. խմբագրի տեղակալ), Ս. Հ. ՄԻՐՋՈՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Օ. Ս. ՄԿՐՏՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, շՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Ռ. Մ. ՍԱԳՈՆՋՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՔԱԵԼՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Э. Г. АФРИКЯН, кандидат биологических наук, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР (зам. отв. редактора), С. А. МИРЗОЯН, чл.-корр. АН АрмССР, С. С. МКРТЧЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР.

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ի Թ Յ Ո Ի Ն

ԽԱՔԻՄԱՏԻԿԱ

Ն. Ա. Միրզախանյան—Հիլբերտյան տարածության միավոր սֆերայի անվերջ չափանիշի
ամառապիկ խմբերը

192

ՈՍԵԱՆՈՒԿԱ

Ա. Կ. Մուսայելյան—Խարակտերիստիկ հավասարման երկու դույզ կոմպլեքս արմատ-
ների դեպքում շարժման կայունության մասին

195

Ա. Կ. Բազդոն—Միջավայրի ոչ գծային հավասարումների տեսքի որոշումը հարվա-
ժային ալիքների միացման կետի շրջակայքում

201

Ի. Մ. Կիրսիլոսյան—Արտաճին փոփոխական ազդեցությունների նկատմամբ մարմին-
ների հարմարվողականության թեորեմը նյութի կամայական ամրապնդման դեպքում

209

ՃԻՉԻԿԱ

Յ. Ս. Շառուրյունյան, Վ. Պ. Բիշինևսկի, Ա. Շ. Նուգաբյան, Գ. Ս. Խոզոբյան.

Ա. Ա. Ֆրանգյան—Ռեյատիվիստիկ էլեկտրոնների ոճգունանսային ճառագայթումը
պարբերական անհամասեռ միջավայրում

216

ՏԵՍԱԿԱՆ ՃԻՉԻԿԱ

Վ. Մ. Շառուրյունյան, Շ. Կ. Ավետիսյան—էլեկտրոնների անդրադարձումը հարթ
էլեկտրամագնիսական ալիքից միջավայրում

223

ԻՆՓՆՆԵՐԱՅԻՆ ՍԵՅՈՒՄՈՒԼՈՒԻՏ

Ս. Ս. Դաբրինյան—Գործիքային տվյալներով սեյսմիկ սանդղակի կազմի մեթոդի
մասին

224

ԼՐԿՐԱԲՈՒՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ի. Ե. Խաչատրյան—Հաճախակի ստալակտիտներ Հայկական ՍՍՀ Դյուսիս-արևմտյան
մասի զոլերիտային բազալտներում

231

ՊԵՏՐՈՒԹՅԱՆ

Ի. Տ. Պետրոսյան, Ա. Յու. Սերգեյ, Ն. Ն. Թովկով—Հայաստանի նորագույն հրա-
բխային ապարների բիմիական բազալտի բազալտի գնահատուցումը ըստ տեսակարար կշռի

236

ԿՆՈՒՄՈՒԿԱ

Ս. Ս. Արզումանյան, Լ. Յ. Խոսրոսյան—Նոր տվյալներ Հայկական ՍՍՀ ուլտրա-բազալտների
էլեկտրոդական մազնեխիտի մասին

243

ԻՐԱՆՈՒԿԱ

Ս. Ս. Հովհաննեսյան, Ի. Վ. Գյուլիսանյան—Սպիտակուցների կոնֆորմացիայի ինք-
նատառանումների թերմոդինամիկական ասպեկտների մասին

249

ԲՈՒՅՈՒՆԻ ՃԻՉԻՈՒԹՅԱՆ

Կ. Ս. Պետրոսյան—Յրտադարձությամբ խաղողի վազի լուկայ վնասվածությունների
նրանց վերականգնման ընդունված

256

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- Э. А. Мирзагаджи—Бесконечномерные гомотопические группы единичной сферы гильбертова пространства 193

МЕХАНИКА

- А. Г. Мусаэлян—К вопросу об устойчивости движения в случаях двух пар комплексных корней характеристического уравнения 196
- А. Г. Багдоев—Определение нелинейных уравнений движения среды в окрестности точки касания ударных волн 201
- Ч. М. Киракисян—Теорема о приспособляемости тел к переменным внешним воздействиям при произвольном упрочнении материала 209

ФИЗИКА

- Ф. Р. Арутюнян, В. П. Кишиневский, А. А. Назарян, Г. Б. Торгомян, А. А. Франгян—Резонансное излучение релятивистских электронов в периодических неоднородных средах 216

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

- В. М. Арутюнян, Г. К. Аветисян—Отражение электронов от плоскостей электромагнитной волны в среде 221

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

- С. С. Дирбинян—О методе составления сейсмической шкалы на инструментальной основе 224

ГЕОЛОГИЯ

- Э. Х. Хараян—Лавовые сталактиды в долеритовых базальтах северо-западной части Армянской ССР 231

ПЕТРОГРАФИЯ

- Г. Г. Прохоровой, А. Ю. Серге, И. И. Жуков—Об оценке химического состава новейших вулканогенных пород Армении по удельному весу 236

ГЕОХИМИЯ

- С. Б. Абовян, Л. Ф. Борщенко—Новые данные о вторичном магнетите из ультрабазитов Армянской ССР 243

БИОФИЗИКА

- С. С. Оганисян, Г. В. Гюльхандяни—О термодинамических аспектах автоколебаний конформации белков 246

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- К. С. Погосян—Локализованные повреждения морозами виноградного растения и характер его восстановления 251

УДК 513—83

МАТЕМАТИКА

Э. А. Мирзаханян

Бесконечномерные гомотопические группы единичной сферы
 гильбертова пространства

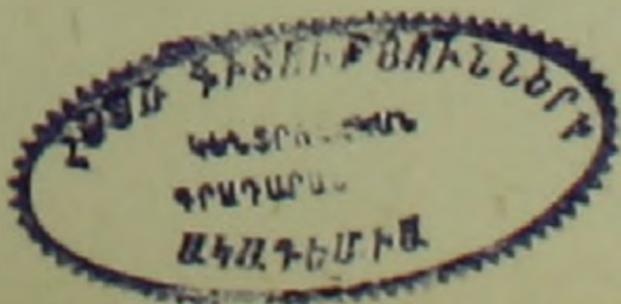
(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 14/1 1971)

В этой заметке рассматриваются бесконечномерные гомотопические группы *компактного типа*, т. е. группы, определяемые так же, как в заметке ⁽¹⁾ были определены группы $\Pi_q^c(X, x_0)$, но основанные на рассмотрении таких сферондов $f: H \rightarrow X$ множества $X \subseteq H$ в точке $x_0 \in X$, что для каждой отличной от x_0 точки $x \in X$ прообраз $f^{-1}(x)$ компактен и на этом прообразе терминальная производная отображения $T_{x_0}^{-q} \circ f$ (при $q \leq 0$) или, соответственно, отображения $f \circ S_q^c$ (при $q > 0$) положительна. Здесь через $S_q^c, T_q^c, q > 0$ обозначены линейные операторы в гильбертовом пространстве H с нормой 1, задаваемые в ортонормированном базисе $\varepsilon = \{e_1, e_2, \dots, e_n, \dots\}$ формулами; $S_q^c(e_i) = 0$ при $i = 1, 2, \dots, q$ и $S_q^c(e_{i+q}) = e_i$ при $i = 1, 2, \dots$, а $T_q^c(e_i) = e_{i+q}, i = 1, 2, \dots$. Аналогичные требования компактности предъявляются и к гомотопиям. Эти группы будут обозначаться через $\Pi_q^c(X, x_0)$ (базис ε предполагается фиксированным и потому в обозначении группы не указывается).

Целью заметки является полное вычисление гомотопической группы $\Pi_q^c(X, x_0)$ в случае, когда $X = S_l$ есть сфера дефекта l в гильбертовом пространстве H , т. е. единичная сфера в плоскости дефекта $l - 1$. Именно, мы покажем, что, как было намечено в заметке ⁽²⁾, справедлива следующая

Теорема. *Группа $\Pi_q^c(X, x_0)$ изоморфна стабилизировавшейся группе индекса $l - q$ конечномерных сфер, т. е. группе $\pi_{n+l-q}(S^n)$ при больших n .*

Расхождение в одну единицу по сравнению с формулировкой заметки ⁽²⁾ объясняется лишь различием в обозначениях (здесь сферонды определены как отображения $f: H \rightarrow H$ всего пространства H , т. е. подпространства дефекта *нуль*, в то время как там сферондами назывались отображения $f: P \rightarrow X$, где P — многогранник дефекта *один*).



Тем не менее, сформулированная здесь теорема *не является следствием* теоремы, указанной в заметке (2), несмотря на сходство формулировок. Объясняется это тем, что класс отображений K (см. (1)) не удовлетворяет третьему требованию, наложенному на класс отображений в заметке (2).

Наметим идею доказательства сформулированной теоремы. При этом мы ограничимся случаем $q \leq 0$ (при $q > 0$ рассуждения аналогичны).

Каждый рассматриваемый сферонд имеет вид $f: H \rightarrow H$, где $f(H) \subset S_1$, $f(H \setminus \Sigma) = x_0$, где Σ — единичный шар пространства H , т. е. $\Sigma = \{x \in H: |x| \leq 1\}$ и $f = S_1^{-q} \circ \varphi$, причем $\varphi \in K$ (мы сохраняем обозначения, принятые в заметке (1)). Пусть b — произвольная точка множества $S_1 \setminus \{x_0\}$. Тогда множество $M = f^{-1}(b)$ компактно, и потому к множеству M и отображению φ применимо предложение 2 заметки (4). Выберем L, U, h , как указано в этом предложении; мы можем при этом предполагать, что L есть плоскость, натянутая на первые n векторов базиса ε и что плоскость $S_1^{-q}(L)$ (натянутая на первые $n + q$ векторов базиса ε) пересекается с внутренностью единичного шара Σ . Для любой конечномерной плоскости $L^* \supset L$, содержащей точку $T_1^{-q}(b)$, мы определим отображение

$$\varphi^*: (\bar{U} \cap L^*) \rightarrow S_1 \cap S_1^{-q}(L^*), \quad (1)$$

положив $\varphi^*(a) = S_1^{-q}(\varphi(E_{a,h}(L^*)) \cap L^*)$, где $E_{a,h}(L^*)$ — шар радиуса h с центром a , ортогональный подпространству L^* . Иначе говоря, $E_{a,h}(L^*)$ есть множество всех точек $x \in H$, удовлетворяющих условиям $x - a \perp L^*$ и $|x - a| \leq h$. Легко видеть (в силу предложения 2 заметки (4)), что справедливо также равенство $\varphi^*(a) = f(E_{a,h}(L^*)) \cap S_1^{-q}(L^*)$. Если число n (определяющее плоскость L) достаточно велико, то граница открытого множества $U \cap L^*$ (расположенного в плоскости L^*) переходит при отображении φ^* в множество, не содержащее точки b (ср. предложение 3 заметки (4)).

Обозначим теперь через Q_b настолько малую окрестность точки b в сфере $S^* = S_1 \cap S_1^{-q}(L^*)$, что она не содержит образа границы множества $U \cap L^*$ при отображении φ^* . Далее, через $\omega: Q_b \rightarrow S^*$ обозначим отображение, растягивающее Q_b на всю сферу S^* (и переводящее всю границу множества $Q_b \subset S^*$ в одну точку $y_0 \in S^*$). Это отображение ω мы можем продолжить в отображение ω сферы S^* на себя, положив $\omega(S^* \setminus Q_b) = y_0$.

Теперь мы имеем возможность рассмотреть отображение $f^* = \omega \circ \varphi^*: (\bar{U} \cap L^*) \rightarrow S^*$, переводящее границу открытого множества $U \cap L^*$ в точку y_0 . Положив $f^*((\Sigma \cap L^*) \setminus (\bar{U} \cap L^*)) = y_0$, мы получаем непрерывное отображение $f^*: \Sigma \cap L^* \rightarrow S^*$, определяющее некоторый элемент $\tilde{\varepsilon}(b, L^*)$ гомотопической группы $\pi_k(S^*)$, где $k = \dim L^*$ (от выбора окрестности U элемент $\tilde{\varepsilon}(b, L^*)$ не зависит.)

Основным инструментом при завершении доказательства теоремы служит теперь следующая

Лемма. Если $L^{**} \supset L^*$ и $\dim L^{**} = 1 + \dim L^*$, то $\xi(b, L^{**}) = E(\xi(b, L^*))$, где $E: \pi_n(S^n) \rightarrow \pi_{n+1}(S^{n+1})$ — гомоморфизм надстройки Фрейденталя (*) (здесь через S^n обозначена сфера $S_1 \cap S_1^{-1}(L^{**})$, имеющая на единицу большую размерность, чем S^n т. е. $S^{**} = ES^n$).

Эта лемма доказывается при помощи деформации, которая каждое множество $\varphi(E_{n,n}(L^{**}))$, представляющее собой «искривленный шар», трансверсальный к плоскости L^{**} , превращает в шар, ортогональный этой плоскости. Эта деформация, производимая над отображением φ в окрестности U , приводит к деформации отображения φ^{**} (ср. (1)), а потому и отображения $f^{**} = \omega \circ \varphi^{**}$ в результате чего мы и получаем требуемую связь с надстройкой Фрейденталя.

После доказательства леммы, заключительная часть доказательства теоремы проводится стандартными методами теории гомотопий.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Է. Ա. ՄԻՐՉԱԿԱՆՅԱՆ

Հիլբերտյան տարածության միավոր սֆերայի անվերջ շափանի հոմոտոպիկ խմբերը

Հոդվածում դիտարկվում են անվերջ շափանի կոմպակտային տիպի $\Pi_q^c(X, x_0)$ հոմոտոպիկ խմբերը, որոնք կառուցվում են ճիշտ այնպես, ինչպես կառուցվում են $\Pi_q^c(X, x_0)$ խմբերը (1), բայց հիմնված են X բազմությունից x_0 կետում այնպիսի $f: H \rightarrow X$ սֆերոիդների դիտարկման վրա, որոնց համար $X \setminus \{x_0\}$ բազմություն յուրաքանչյուր x կետի $f^{-1}(x)$ լրիվ նախապատկերը կոմպակտ է և այդ նախապատկերի վրա $T_q^{-1} \circ f (q \leq 0)$ արտապատկերման կամ համապատասխանաբար $f \circ S_q^c (q > 0)$ արտապատկերման թերմինալ ածանցյալը խիստ դրական է: Հոդվածում լրիվ հաշվվում են $\Pi_q^c(X, x_0)$ հոմոտոպիկ խմբերը, երբ $X = S_1$ բազմությունը հանդիսանում է հիլբերտյան տարածություն l դեֆեկտի սֆերա: այսինքն $l-1$ դեֆեկտի հարթության միավոր սֆերա: Հոդվածի հիմնական նպատակը կայանում է հետևյալ թեորեմի ապացույցի մեջ.

Թեորեմ. $l-1$ դեֆեկտի S_1 սֆերայի q ինդեքսի $\Pi_q^c(S_1, x_0)$ հոմոտոպիկ խումբը իզոմորֆ է վերջավոր շափանի սֆերաների $l-q$ ինդեքսի կառուցված խմբին, այսինքն $\pi_{n+l-q}(S^n)$ խմբին մեծ n -երի դեպքում:

ЛИТЕРАТУРА — ՉՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 Э. А. Мирзаханян, ДАН Арм. ССР, LI, № 5 (1970). 2 Э. А. Мирзаханян, ДАН Арм. ССР, том XLIII, № 1 (1966). 3 В. Г. Болтянский, ДАН Арм. ССР, LI, № 3 (1970). 4 В. Г. Болтянский, Э. А. Мирзаханян, ДАН Арм. ССР, LI, № 4. (1970). 5 Ху Си-Цзян, Теория гомотопий, Изд. «Мир», М., 1964.

УДК 531.391.5

А. Г. Мусаелян

К вопросу об устойчивости движения в случаях двух пар комплексных корней характеристического уравнения

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР О. М. Свонджяном 8/II 1971)

Рассмотрим некоторую механическую систему, возмущенное движение которой описывается уравнением

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \mu_1 x_1 + \beta_1 y_1 + X_{10}^{(m_1)}(x_1, y_1, x_2, y_2) + \dots, \\ \dot{y}_1 &= \mu_1 y_1 - \beta_1 x_1 + Y_{10}^{(m_1)}(x_1, y_1, x_2, y_2) + \dots, \\ \dot{x}_2 &= \mu_2 x_2 + \beta_2 y_2 + X_{20}^{(m_2)}(x_1, y_1, x_2, y_2) + \dots, \\ \dot{y}_2 &= \mu_2 y_2 - \beta_2 x_2 + Y_{20}^{(m_2)}(x_1, y_1, x_2, y_2) + \dots, \end{aligned} \quad (1)$$

(где $S = 1, \dots, 4$)

Функции $X_{sj}^{(m_j)}$, $Y_{sj}^{(m_j)}$ ($j = 0, 1, 2, \dots$) голоморфные и разлагаются в некоторой области в ряды по степеням переменных, причем разложения начинаются членами не ниже второго порядка. Характеристическое уравнение имеет две пары комплексных корней вида $\lambda_{1,2} = \mu_1 \pm i\beta_1$ и $\lambda_{3,4} = \mu_2 \pm i\beta_2$, где μ_i и β_i — постоянные величины и причем μ_i в некотором смысле малы; m_i — целые числа и означают порядок форм.

Для решения данного вопроса ⁽¹⁾ используем прямой метод Ляпунова. При помощи новых переменных

$$\begin{aligned} x_1 &= \bar{x}_1 + U_1^{(m_1)}(x_2, y_2), \\ y_1 &= \bar{y}_1 + V_1^{(m_1)}(x_2, y_2), \\ x_2 &= \bar{x}_2 + U_2^{(m_2)}(x_1, y_1), \\ y_2 &= \bar{y}_2 + V_2^{(m_2)}(x_1, y_1), \end{aligned}$$

перейдем от системы (1) к аналогичной системе, но в которой правые части обращались бы в нуль при $x_1 = y_1 = 0$ для первых двух уравнений и при $x_2 = y_2 = 0$ — для вторых уравнений. Для отыскания не-

известных функций $U_1^{(m_1)}(x_2, y_2)$, $V_1^{(m_1)}(x_2, y_2)$, $U_2^{(m_2)}$ и $V_2^{(m_2)}$ получаем следующие уравнения:

$$\begin{aligned} & \mu_1 U_1^{(m_1)}(x_2, y_2) + \frac{\partial U_1^{(m_1)}(x_2, y_2)}{\partial x_2} [-\mu_2 x_2 - \beta_2 y_2] + \\ & + \frac{\partial U_1^{(m_1)}(x_2, y_2)}{\partial y_2} [-\mu_2 y_2 + \beta_2 x_2] = -\beta_1 V_1^{(m_1)}(x_2, y_2); \\ & \mu_1 V_1^{(m_1)}(x_2, y_2) + \frac{\partial V_1^{(m_1)}(x_2, y_2)}{\partial x_2} [-\mu_2 x_2 - \beta_2 y_2] + \\ & + \frac{\partial V_1^{(m_1)}(x_2, y_2)}{\partial y_2} [-\mu_2 y_2 + \beta_2 x_2] = \beta_1 U_1^{(m_1)}(x_2, y_2); \\ & \mu_2 U_2^{(m_2)}(x_1, y_1) + \frac{\partial U_2^{(m_2)}(x_1, y_1)}{\partial x_1} [-\mu_1 x_1 - \beta_1 y_1] + \\ & + \frac{\partial U_2^{(m_2)}(x_1, y_1)}{\partial y_1} [-\mu_1 y_1 + \beta_1 x_1] = -\beta_2 V_2^{(m_2)}(x_1, y_1); \\ & \mu_2 V_2^{(m_2)}(x_1, y_1) + \frac{\partial V_2^{(m_2)}(x_1, y_1)}{\partial x_1} [-\mu_1 x_1 - \beta_1 y_1] + \\ & + \frac{\partial V_2^{(m_2)}(x_1, y_1)}{\partial y_1} [-\mu_1 y_1 + \beta_1 x_1] = \beta_2 U_2^{(m_2)}(x_1, y_1) \dots \quad (2) \end{aligned}$$

Согласно теореме Ляпунова § 30 (*) искомые функции найдутся ненулевым и единственным образом при условии, что

$$n_1 \mu_1 + n_2 \mu_2 \neq 0,$$

где n_1 и n_2 — целые числа, а μ_1 и μ_2 — вещественные части корней уравнения $D(\lambda) = 0$. В результате мы вместо системы (1) получим

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \mu_1 x_1 + \beta_1 y_1 + X_{11}^{(m_1)}(x_1, y_1) + X_{13}^{(m_1)}(x_1, y_1, x_2, y_2) + \dots, \\ \dot{y}_1 &= \mu_1 y_1 - \beta_1 x_1 + Y_{11}^{(m_1)}(x_1, y_1) + Y_{13}^{(m_1)}(x_1, y_1, x_2, y_2) + \dots, \\ \dot{x}_2 &= \mu_2 x_2 + \beta_2 y_2 + X_{21}^{(m_2)}(x_1, y_1, x_2, y_2) + X_{23}^{(m_2)}(x_2, y_2) + \dots, \\ \dot{y}_2 &= \mu_2 y_2 - \beta_2 x_2 + Y_{21}^{(m_2)}(x_1, y_1, x_2, y_2) + Y_{23}^{(m_2)}(x_2, y_2) + \dots, \quad (3) \end{aligned}$$

где

$$Y_{11}^{(m_1)} = X_{11}^{(m_1)} = 0 \text{ при } x_1, y_1 = 0,$$

$$Y_{21}^{(m_2)} = X_{21}^{(m_2)} = 0 \text{ при } x_2 = y_2 = 0.$$

Далее исследование удобно вести в полярных координатах:

$$\begin{aligned} x_1 &= -r_1 \cos \theta_1; & x_2 &= -r_2 \cos \theta_2; \\ y_1 &= r_1 \sin \theta_1; & y_2 &= r_2 \sin \theta_2. \end{aligned}$$

г. е. рассмотрим систему:

$$\begin{aligned} \dot{r}_1 &= \nu_1 r_1 + \{ r_1^{m_1} R_{11}^{(m_1)}(\theta_1) + (r_1, r_2)^{m_1} R_{12}^{(m_1)}(\theta_1, \theta_2) \} + \dots, \\ \dot{\theta}_1 &= \beta_1 - \{ r_1^{m_1-1} Q_{11}^{(m_1)}(\theta_1) + (r_1, r_2)^{m_1-1} Q_{13}^{(m_1)}(\theta_1, \theta_2) \} + \dots, \\ \dot{r}_2 &= \nu_2 r_2 + \{ r_2^{m_2} R_{21}^{(m_2)}(\theta_2) + (r_1, r_2)^{m_2} R_{23}^{(m_2)}(\theta_1, \theta_2) \} + \dots, \\ \dot{\theta}_2 &= \beta_2 - \{ r_2^{m_2-1} Q_{21}^{(m_2)}(\theta_2) + (r_1, r_2)^{m_2-1} Q_{23}^{(m_2)}(\theta_1, \theta_2) \} + \dots, \end{aligned}$$

где $m_1 > 2$ и $m_2 > 2$

$$R_{11}^{(N)}(\theta_1) = -X_{11}^{(N)} \cos \theta_1 + Y_{11}^{(N)} \sin \theta_1,$$

$$Q_{11}^{(N)}(\theta_1) = X_{11}^{(N)} \sin \theta_1 + Y_{11}^{(N)} \cos \theta_1,$$

$$R_{21}^{(N)}(\theta_2) = -X_{21}^{(N)} \cos \theta_2 + Y_{21}^{(N)} \sin \theta_2,$$

$$Q_{21}^{(N)}(\theta_2) = X_{21}^{(N)} \sin \theta_2 + Y_{21}^{(N)} \cos \theta_2.$$

Рассмотрим новые переменные ρ_1 и ρ_2 вместо r_1 и r_2 согласно подстановке:

$$r_1 = \rho_1 + r_1^k r_2^k u_{10}^{(k,k)}(\theta_1, \theta_2), \quad (6)$$

$$r_2 = \rho_2 + r_1^k r_2^k u_{20}^{(k,k)}(\theta_1, \theta_2), \quad (7)$$

где u_{10} и u_{20} подлежат определению. Координаты ρ_1 и ρ_2 рассматриваются и как новые переменные, и как функции Ляпунова, а для этого необходимо, чтобы $\rho_1(r_1, r_2, \theta_1, \theta_2)$ и $\rho_2(r_1, r_2, \theta_1, \theta_2)$ были определенно-положительными для любых положительных значений r_1 и r_2 и для любых вещественных значений θ_1 и θ_2 . Неизвестные функции $u_{10}^{(k,k)}(\theta_1, \theta_2)$ и $u_{20}^{(k,k)}(\theta_1, \theta_2)$ выбираем так, чтобы удовлетворились следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \rho_1 \frac{\partial u_{10}^{(k,k)}(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1} + \rho_2 \frac{\partial u_{10}^{(k,k)}(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_2} &= R_{13}^{(k,k)}(\theta_1, \theta_2) - G_{10}^{(k,k)}, \\ \rho_1 \frac{\partial u_{20}^{(k,k)}(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1} + \rho_2 \frac{\partial u_{20}^{(k,k)}(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_2} &= R_{23}^{(k,k)}(\theta_1, \theta_2) - G_{20}^{(k,k)}. \end{aligned} \quad (8)$$

Так как функции $u_{10}^{(k,k)}(\theta_1, \theta_2)$ и $u_{20}^{(k,k)}(\theta_1, \theta_2)$ должны быть периодичны по θ_1 и θ_2 , то условия их периодичности по θ_1, θ_2 дает нам возможность определить постоянные $G_{10}^{(k,k)}$ и $G_{20}^{(k,k)}$

$$G_{10}^{(k,k)} = \frac{1}{4 \pi \rho_1 \rho_2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} R_{13}^{(k,k)}(\theta_1, \theta_2) d\theta_1 d\theta_2, \quad (9)$$

$$G_{20}^{(k,k)} = \frac{1}{4 \pi \rho_1 \rho_2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} R_{23}^{(k,k)}(\theta_1, \theta_2) d\theta_1 d\theta_2. \quad (10)$$

Теперь систему (4) запишем в виде:

$$\dot{\rho}_1 = \mu_1 \rho_1 + \rho_1^{k_1} \rho_2^{k_2} G_{10}^{(k_1, k_2)} + \rho_1^{q_1} \rho_2^{q_2} \bar{R}_1^{(q_1, q_2)}(\theta_1, \theta_2) + \dots, \quad (11)$$

$$\dot{\theta}_1 = \beta_1 - Q_1^{(k_1, k_2)}(\rho_1, \rho_2, \theta_1, \theta_2) + \dots,$$

$$\dot{\rho}_2 = \mu_2 \rho_2 + \rho_1^{k_1} \rho_2^{k_2} G_{20}^{(k_1, k_2)} + \rho_1^{q_1} \rho_2^{q_2} \bar{R}_2(\theta_1, \theta_2) + \dots,$$

$$\dot{\theta}_2 = \beta_2 - Q_2^{(k_1, k_2)}(\rho_1, \rho_2, \theta_1, \theta_2) + \dots, \quad \text{где } q_1 + q_2 > k_1 + k_2,$$

и исследуем ее на устойчивость. Ограничимся первым приближением

$$\dot{\rho}_1 = \mu_1 \rho_1 + \rho_1^{k_1} \rho_2^{k_2} G_{10}^{(k_1, k_2)} = L_1(\rho_1, \rho_2) = 0,$$

$$\dot{\rho}_2 = \mu_2 \rho_2 + \rho_1^{k_1} \rho_2^{k_2} G_{20}^{(k_1, k_2)} = L_2(\rho_1, \rho_2) = 0. \quad (12)$$

Применим предложения, что каждой паре нечетно-кратных вещественных неотрицательных корней системы (12) соответствует ограниченное решение системе (1). Мы можем определить $\rho_1 = \rho_{1j}(\rho_2)$ в виде k_1 различных зависимостей и $\rho_2 = \rho_{2j}(\rho_1)$ в виде k_2 различных зависимостей. Обозначим

$$\rho_1 = \rho_{1j}^* + \varepsilon_1 = \text{Const} \quad \text{и} \quad \rho_2 = \rho_{2j}^* + \varepsilon_2 = \text{Const},$$

где ρ_{1j}^* и ρ_{2j}^* корни уравнений $\dot{\rho}_1 = 0$ и $\dot{\rho}_2 = 0$, а положительные числа $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ удовлетворяют условиям

$$\varepsilon_1 < \rho_{1j}^{*(j+1)} - \rho_{1j}^{*(j)}; \quad \varepsilon_2 < \rho_{2j}^{*(j+1)} - \rho_{2j}^{*(j)}.$$

Посмотрим как пересекают интегральные кривые, определяемые следующей системой:

$$\dot{\rho}_1 = (-\varepsilon_1)^N A_1(\rho_{1j}^* + \varepsilon_1; \rho_{2j}^* + \varepsilon_2) + \dots,$$

$$\dot{\rho}_2 = (-\varepsilon_2)^M A_2(\rho_{1j}^* + \varepsilon_1; \rho_{2j}^* + \varepsilon_2) + \dots,$$

где M и N — нечетные числа, а $A_1(\rho_1, \rho_2)$ и $A_2(\rho_1, \rho_2)$ — сохраняют знак для всех значений $\rho_1 > 0$ и $\rho_2 > 0$.

При достаточно малых значениях ρ_1 и ρ_2 знак их производной определяется членами наименьшего порядка m_i , независимо от членов более высокого порядка. Тогда

$$\dot{\rho}_1 = (-\varepsilon_1)^N A_1 < 0; \quad \dot{\rho}_2 = (-\varepsilon_2)^M A_2 < 0,$$

где M и N — нечетные числа, и если

$$\left. \frac{d^{2k_i-1} L_i(\rho_1, \rho_2)}{d \rho_i^{2k_i-1}} \right|_{\rho_i = \rho_{ij}^*} < 0 \quad (13)$$

Следовательно, справедлива теорема:

если система (1) такова, что соответствующие этой системе уравнения $L_1(p_1, p_2) = 0$ и $L_2(p_1, p_2) = 0$ имеют действительные положительные корни $p_1 = p_{1j}$, $p_2 = p_{2j}$ нечетной кратности и выполняется условие (13), то невозмущенное движение устойчиво в смысле Г. В. Каменкова.

Ереванский политехнический институт

Ա. Վ. ԽՈՒՍԱՅԵԿՅԱՆ

Խարակտերիստիկ հավասարման երկու գույգ կոմպլեքս արմատների ղեկում շարժման կայունության մասին

Աշխատանքում դիտարկված է մի մեխանիկական սխեմա, որի զրգոված շարժումը տրվում է սովորական դիֆերենցիալ հավասարումների սխեմայի միջոցով: Այդ սխեմայի խարակտերիստիկ հավասարումն ունի երկու գույգ կոմպլեքս արմատներ: Սխեմայի բերված է զրգոված շարժման կայունության հետազոտման համար հարմար տեսքի: Հետազոտումը կատարվում է Ա. Մ. Լյապունովի ֆունկցիայի որոշման միջոցով: Վ. Գ. Կամենկովի մեթոդով ստացված է զրգոված շարժման կայունության (սեկայունության) պայմանները:

Հոդվածում p_1 կոորդինատները դիտվում են որպես նոր փոփոխականներ և որպես Լյապունովի ֆունկցիաներ, իսկ դրա համար պահանջվում է, որ p_1 -ի ցանկացած դրական և p_2 -ի ցանկացած իրական արժեքների համար այդ ֆունկցիաները լինեն որոշակի դրական:

p_1 -ի բավականաչափ փոքր արժեքների համար նրա ածանցյալների նշանները որոշվում են փոքրագույն կարգի անդամներով:

Ապացուցված է թեորեմ, որի համաձայն, եթե սխեմայի զրգոված շարժման դիֆերենցիալ հավասարումներն ունեն կենտապատիկ իրական դրական արմատներ և բավարարում են ստացված որոշակի պայմաններին, ապա զրգոված շարժումը կայուն է ըստ Վ. Վ. Կամենկովի:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1 Г. В. Каменков, Труды УДН им П. Лумумбы, т. 1, вып. 1, 1963. 2 А. М. Ляпунов, Общая задача об устойчивости движения, ОНТИ, 1935.

УДК 533.6

МЕХАНИКА

А. Г. Багдаjev

Определение нелинейных уравнений движения среды в окрестности точки касания ударных волн

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 12/11 1971)

Рассматривается плоская задача по определению движения сжимаемой среды в окрестности точки соединения слабой ударной волны AB рис. 1, с дифракционной или точечной волной BB_1 . Предполагается,

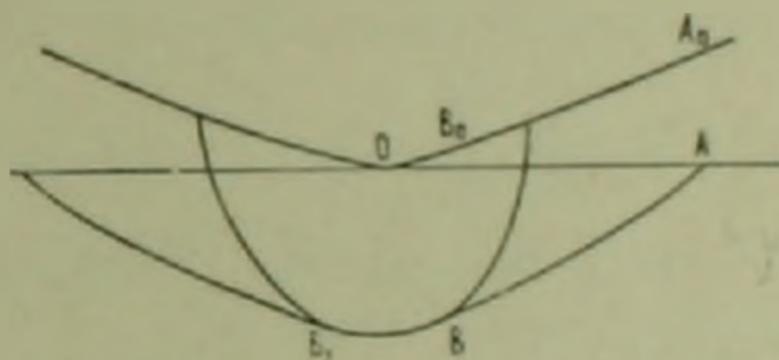


Рис. 1.

ется, что среда описывается системой нелинейных гиперболических уравнений

$$\bar{A}_1 \frac{\partial U}{\partial x} + \bar{A}_2 \frac{\partial U}{\partial y} + \bar{A}_3 \frac{\partial U}{\partial t} + \Phi = 0, \quad (1)$$

где t есть время, x, y — координаты точки, $U = \{U_i\}$ — вектор, компоненты которого дают параметры движения среды, $\bar{A}_{1,2,3}(U, x, y)$ — матрицы, $\Phi(U, x, y)$ — вектор. Вышеуказанная задача возникает при отражении ударных волн от препятствий, образующих в точке O угол, в задаче проникания твердых тел и ударных волн в жидкость (1,2). Возвращая ударные волны AB и A_1B_1 в начальное положение, можно заменить граничные условия на поверхности среды OA через условия, заданные за начальной волной OA_0B_0 , причем в точке O начальная волна образует угол.

Пусть невозмущенное движение среды впереди волны задается параметрами $V = \{V_i\}$, причем V есть заданная функция координат. Тогда позади волны можно полагать

$$U = V + u, \quad (2)$$

где $|u| \ll |V|$, $|u| \sim v$, $v \ll 1$, причем v дает интенсивность ударной волны. Подставляя (2) в (1) и учитывая, что V удовлетворяет (1), можно получить в первом порядке по v систему линейных уравнений. Решение линейной гиперболической системы уравнений в окрестности точки B найдено в (1, 2) через гипергеометрические функции.

Обозначая через τ время пробега волны вдоль луча от данной точки до волны BB_1 , через θ — углы нормали к волне BB_1 в ее начальном положении (при приближении к O), через k_1 — кривизну гиперболы, представляющей точечную волну с центром в точке (x, y) , вычисленную в O , через k_2 — кривизну OA_0B_0 в O , c_0 — скорость волны в O , можно найти уравнение волны AB вблизи B в виде (3):

$$\tau = \frac{(\theta - \theta_0)^2}{2c_0(k_1 - k_2)}. \quad (3)$$

θ_0 есть значение θ в B . Выражение (3) может быть найдено из геометрических рассуждений, с учетом равенства, связывающего θ с длиной дуги s_0 начальной волны OA_0 , отсчитываемой от O до точки пересечения луча, проходящего через точку (x, y) с OA_0 (3)

$$\frac{\theta_0 - \theta}{k_1 - k_2} = s_0. \quad (4)$$

Из (3) видно, что дифференциальное уравнение волны AB или характеристики в линейной задаче имеет вид:

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = -\frac{c_0}{2} \frac{d(k_1 - k_2)}{dt} \left(\frac{\partial \tau}{\partial \theta} \right)^2. \quad (5)$$

Дифференциальное уравнение характеристик в нелинейной задаче имеет вид (4):

$$-c_n \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)^2} = \frac{dF}{dt}, \quad (6)$$

где c_n есть скорость волны $F(x, y, t) = 0$ относительно частиц среды, v_n — скорость частицы по нормали к волне, производная $\frac{dF}{dt}$ от-

носится к частице, причем в координатах τ, θ , $\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{d\tau}{dt} \frac{\partial F}{\partial \tau} + \frac{d\theta}{dt} \frac{\partial F}{\partial \theta}$.

Можно обозначить через $H_1 = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\partial \tau}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tau}{\partial y} \right)^2}}$ скорость

волны в линейной задаче, причем $H_1 = c + V_n$. Учитывая, что

$H_1 \frac{dz}{dt}$ равно скорости частицы относительно невозмущенной волны

$z=0$, то есть $H_1 \frac{dz}{dt} = v_n - H_1$, записывая $v_n = V_n + w_1$, где V_n есть невозмущенное значение v_n , из формулы (4) для скорости характеристики в первом порядке по ν

$$c_n = c + \lambda w_1 \quad (7)$$

можно из (6), записанного в координатах z, θ, t , с учетом (5) получить дифференциальное уравнение нелинейных характеристик для системы уравнений (1) вблизи B в виде:

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{c_0}{2} \frac{d(k_1 - k_2)}{dt} \left(\frac{\partial z}{\partial t} \right)^2 = \frac{\lambda + 1}{H_1} w_1 \quad (8)$$

Соответствующее уравнение второго порядка, имеющее (8) в качестве характеристического уравнения, имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial z} - \frac{c_0}{2} \frac{d(k_1 - k_2)}{dt} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{\lambda + 1}{H_1} w_1 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - w_1 \frac{\partial \ln \varphi}{\partial t} = 0, \quad (9)$$

где в силу произвольности ψ и наличия порядков малости $z \sim (\theta - \theta_0)^2$,

$\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \ll \frac{\partial \psi}{\partial z}$, можно отождествить $\frac{\partial \psi}{\partial z}$ с нормальной скоростью воз-

мущенного движения и полагать $w_1 = \frac{\partial \psi}{\partial z}$, причем в (9) добавлено

слагаемое $w_1 \frac{\partial \ln \varphi}{\partial t}$, не влияющее на вид (8), в котором z дает значе-

ние w_1 в линейной одномерной по z задаче, которое находится по лучевой теории (2). Смысл производной $\frac{\partial \psi}{\partial \theta}$ можно видеть из про-

екции уравнений движения (1) на касательную к волне в основном порядке (в которых возможно предельное упрощение) (2), которое находится значительно легче, чем (9).

Можно также получить уравнение движения вблизи B непосредственно из (1), которое в основном порядке можно записать в виде

$$A_1 \frac{\partial u}{\partial x} + A_2 \frac{\partial u}{\partial y} + A_3 \frac{\partial u}{\partial t} = kP \frac{\partial P}{\partial z} - Tu, \quad (10)$$

где $A_{1,2,3}, T$ — матрицы, $k = \{k_i\}$ — вектор, являющиеся функциями координат, причем в нелинейных слагаемых по u в (1) все функции θ_i заменены через $u_i = P$ по условию совместности и все производные заменены на производные по основному направлению z .

Пусть $\Delta(z, \nu, \zeta, x, y) = 0$ есть дифференциальное уравнение ха-

рактеристической поверхности $f = 0$ для линейного оператора в левой части (10), $\xi = \frac{\partial f}{\partial x}$, $\eta = \frac{\partial f}{\partial y}$, $\zeta = \frac{\partial f}{\partial t}$.

Тогда уравнение бихарактеристик или лучей имеет вид (4), [5]

$$\frac{dx}{d\tau} = -\frac{\partial \Delta}{\partial \xi}, \quad \frac{dy}{d\tau} = -\frac{\partial \Delta}{\partial \eta}, \quad \frac{dt}{d\tau} = -\frac{\partial \Delta}{\partial \zeta}, \quad (11)$$

причем в силу однородности Δ по ξ, η, ζ

$$\Delta(\xi, \eta, \zeta) = (-\zeta)^n \Delta(\alpha, \beta, -1), \quad \alpha = \frac{\xi}{-\zeta}, \quad \beta = \frac{\eta}{-\zeta}. \quad (12)$$

Полагая еще $\zeta = -1$ вдоль волны $\Delta = 0$, можно найти $\alpha = \frac{\partial \tau}{\partial x}$,
 $\beta = \frac{\partial \tau}{\partial y}$,

$$\frac{dx}{d\tau} = \Delta_\alpha, \quad \frac{dy}{d\tau} = \Delta_\beta, \quad \frac{dt}{d\tau} = \Delta_\zeta, \quad \Delta_\zeta = \alpha \Delta_\alpha + \beta \Delta_\beta. \quad (13)$$

Систему уравнений (10) можно записать в переменных τ, θ, t , где $\tau = \text{const}$ дает уравнение волн BB_1 в линейной задаче, $\theta = \text{const}$ — уравнение соответствующих им лучей (13), причем по (11)

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} \Delta_\alpha + \frac{\partial \theta}{\partial y} \Delta_\beta = 0, \quad (14)$$

Полагая $p = \frac{\partial}{\partial x}$, $q = \frac{\partial}{\partial y}$, $s = \frac{\partial}{\partial t}$, причем

$$p = \alpha \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \theta}, \quad q = \beta \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial \theta}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \theta}, \quad s = \frac{\partial \tau}{\partial t} \frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial t},$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = -1 \quad (15)$$

можно представить $\Delta(p, q, s)$ по степеням $\frac{\partial}{\partial \theta} \ll \frac{\partial}{\partial \tau}$, $\frac{\partial}{\partial t} \ll \frac{\partial}{\partial \theta}$,

$$\Delta(p, q, s) = \left(\frac{\partial}{\partial \tau}\right)^{n-2} \left\{ \Delta_{\alpha\alpha} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)^2 + 2 \Delta_{\alpha\beta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} + \right.$$

$$\left. + \Delta_{\beta\beta} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right)^2 \right\} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + (\alpha \Delta_\alpha + \beta \Delta_\beta) \left(\frac{\partial^2}{\partial t \partial \tau} + \dots \right), \quad (16)$$

где не выписаны производные первого порядка.

Разрешая систему уравнений (10) относительно u , находящихся в ее левых частях, можно для $u_1 = P$ получить уравнение

$$\Delta(p, q, s)P + \dots = A_{1j}(p, q, s)k_j P \frac{\partial P}{\partial \tau}, \quad (17)$$

где Δ есть определитель (10), данный в (11), A_{1j} есть алгебраические дополнения элементов в Δ , содержащих коэффициенты при u_1 , и не выписаны производные низшего порядка.

Подставляя (16) в (17) и учитывая, что A_{1j} есть однородная функция p, q, s порядка $n-1$, можно получить приближенное уравнение

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left\{ \Delta_{xx} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 + 2 \Delta_{xy} \frac{\partial \theta}{\partial x} \frac{\partial \theta}{\partial y} + \Delta_{yy} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)^2 \right\} \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} + \\ & + (x\Delta_x + \beta\Delta_\beta) \left(\frac{\partial^2 P}{\partial t \partial \tau} - \frac{\partial P}{\partial \tau} \frac{d \ln \varphi}{dt} \right) = \frac{\partial}{\partial \tau} A_{1j}(x, \beta, -1) k_j P \frac{\partial P}{\partial \tau}, \quad (18) \end{aligned}$$

где взамен невыписанных слагаемых добавлено $\frac{\partial P}{\partial \tau} \frac{d \ln \varphi}{dt}$, учитывающее амплитуду φ волны в линейной одномерной по τ задаче.

Интересно, что формально указанное слагаемое в (18) можно получить, полагая $s = -\frac{\partial}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial t} - \frac{d \ln \varphi}{dt}$ и не учитывая влияния

$\frac{\partial}{\partial \tau}, \frac{\partial}{\partial \theta}, \frac{\partial}{\partial t}$ на коэффициенты при p, q, s в Δ . Полагая $P = \frac{\rho_0 a_0^2}{c_0} \frac{\partial \psi}{\partial \tau}$ и сравнивая (18) с (9), можно получить соотношения

$$A_{1j} k_j = -(\lambda + 1) \frac{1}{\rho_0 a_0^2} (x\Delta_x + \beta\Delta_\beta) \frac{c_0}{H_1} \quad (19)$$

и

$$\frac{\Delta_{xx} \Delta_\beta^2 - 2 \Delta_{xy} \Delta_x \Delta_\beta + \Delta_{yy} \Delta_x^2}{\Delta_\beta^2 (x\Delta_x + \beta\Delta_\beta)} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)^2 = -c_0 \frac{d(k_1 - k_2)}{dt}, \quad (20)$$

причем k_2 постоянна. Здесь ρ_0, a_0 начальные плотность и скорость звука в среде, которые введены для того, чтобы придать P смысл возмущенного значения давления за волной. Соотношение (19) позволяет выразить нелинейные слагаемые в (18) через значение λ в (7).

Равенство (20) проверено для однородной первоначально неподвижной среды, в которой (2)

$$k_1 - k_2 = -\frac{1}{\beta^2 t} (\beta - \alpha\beta')^2 c_0^2, \quad H_2 = -\frac{\beta^2 t}{(\beta - \alpha\beta')^2 c_0^2}, \quad c_0 = \frac{1}{1 - \alpha^2 + \beta^2}, \quad (21)$$

где $\beta(x)$ есть решение уравнения $\Delta(x, \beta) = 0$.

Кроме того, можно проверить (20) для непроводящей первоначально движущейся со скоростями V_x, V_y и начальной скоростью звука a_0 сжимаемой жидкости, в которой (2) имеет место

$$\frac{d(k_1 - k_2)}{dt} = -\frac{a_0}{H_2^2} \frac{H_1}{c_1}, \quad (22)$$

причем $H_2^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \theta}\right)^2$, и вдоль волны BV_1 , обозначая через

s длину ее дуги, отсчитываемую от B , можно с учетом (14) записать,

$$\frac{\partial \theta}{\partial s} = \frac{\partial \theta}{\partial x} \left(\sin \zeta_0 + \frac{\Delta_x}{\Delta_y} \cos \zeta_0 \right), \quad \text{где } \zeta_0 \text{ угол нормали к } BV_1 \text{ с } Ox,$$

$$\cos \zeta_0 = \frac{x}{\sqrt{x^2 + \beta^2}}, \quad \text{откуда } \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\partial \theta}{\partial s} \frac{\Delta_y \sqrt{x^2 + \beta^2}}{x\Delta_x + \beta\Delta_y}.$$

Поскольку $\frac{\partial \theta}{\partial s} = \frac{1}{H_2}$, из (22), (20) можно получить равенство

$$\frac{\Delta_{xx} \Delta_y^2 - 2 \Delta_{xy} \Delta_x \Delta_y + \Delta_{yy} \Delta_x^2}{(x\Delta_x + \beta\Delta_y)^2} (x^2 + \beta^2) = a_0 H_1, \quad H_1 = \frac{1}{\sqrt{x^2 + \beta^2}}.$$

Для движущейся жидкости [2] $\Delta = V_x x + V_y \beta + a_0 \sqrt{x^2 + \beta^2} - 1$, откуда вдоль волны $\Delta = 0$ получается справедливость (20).

В однородной сжимаемой первоначально неподвижной жидкости уравнения в окрестности точки B найдены в (°), в неоднородной жидкости — в (°). В первоначально движущейся жидкости одномерные по τ уравнения приведены в (°°), двумерные и трехмерные уравнения в (°°°). В электропроводящей однородной жидкости в плоской задаче уравнения вблизи B найдены в (°°), а в произвольной среде в (°°). Упрощенные уравнения в однородной среде могут быть получены также в окрестности особой точки A рис. 2, где кривизна волны в ли-

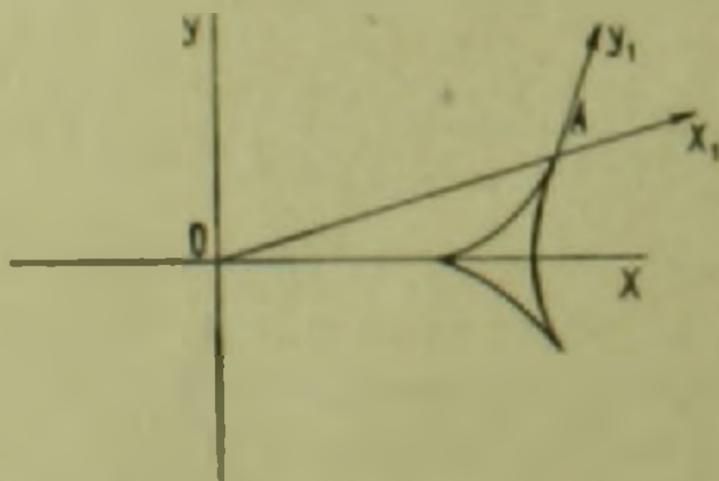


Рис. 2.

нейной задаче бесконечна и соответственно кривизна кривой $\beta(\alpha)$ равна нулю, причем линейное решение определяется переменными (°°)

$$x_1 = a_0 x + \beta_0 y - t, \quad y_1 = \frac{x + \beta_0 y}{t^{1/2}} K, \quad K = \left(\frac{2}{\beta_0}\right)^{1/2} (\beta_0 - x\beta_0')^{1/2}. \quad (23)$$

Здесь $\beta(\alpha)$ есть уравнение нормали к волне, $\Delta(x, \beta, -1) = 0$, на ав-

до координат x, y находится в точке O (рис. 2) возникновения волны, а значение z_0 в A дается равенством $\beta(z_0) = 0$.

Вводя операторы p, q, z и учитывая, что линейное решение вблизи A имеет вид ⁽¹¹⁾ $p = \frac{1}{t^{\frac{1}{3}}} \Phi(x_1, y_1)$, то есть $\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{3} \frac{p}{t}$.

можно получить из (23)

$$p = z_0 \frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{K}{t^{\frac{1}{3}}} \frac{\partial}{\partial y_1}, \quad q = \beta_0 \frac{\partial}{\partial x_1} + \beta_0' \frac{K}{t^{\frac{1}{3}}} \frac{\partial}{\partial y_1},$$

$$z = -\frac{\partial}{\partial x_1} - \frac{1}{3} \frac{y_1}{t} \frac{\partial}{\partial y_1} - \frac{1}{3t} \quad (24)$$

и упрощенное нелинейное уравнение получится из (10) в виде:

$$y_1 \frac{\partial^2 p}{\partial y_1 \partial x_1^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y_1^2} = -\frac{3t}{(\beta - z\beta')\Delta_1} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \left(A_{11} K_1 P \frac{\partial p}{\partial x_1} \right), \quad (25)$$

где в правой части можно подставить (19).

Уравнение (25) приводит к уравнению работы ⁽²⁾ в задаче об окрестности точки A (рис. 2) для медленной магнитозвуковой волны и годится для определения окрестности точки A с бесконечной кривизной волны в произвольной среде.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Ա. Չ. ՔԱՉՆԱԵԿ

Միջավայրի ոչ գծային հաճախարումների տեսի որոշումը
հարվածային ալիքների միացման կետի շրջակայքում

Դիտարկվում է սեղմելի միջավայրի շարժման պարամետրների որոշման խնդիրը կամայական տեսքի AB ալիքի և կետային BB_1 ալիքի համման կետի մոտ: Օգտագործելով AB ալիքի հաճախարումը գծային խնդրում ստացված են ոչ գծային խարակտերիստիկի գիծերենցիալ հաճախարումը և միջավայրի շարժման պարզեցրած ոչ գծային հաճախարումները: Նույն հաճախարումների այլ ևեր ստացված է ոչ գծային օպերատորների շարքի վերացման մեթոդով և կատարված է ստացված հաճախարումների համեմատությունը:

Ստացված են նաև պարզեցրած ոչ գծային հաճախարումները գանգազ մազնեատձայնային ալիքի հզակի կետերի շրջակայքում: որոշ ընդհանրացված են կամայական միջավայրի մեջ հզակի կետ ունեցող ալիքի համար:

ЛИТЕРАТУРА — ЦИТИРОВАНИЕ

- ¹ А. Г. Багдоев, «Известия АН Арм ССР», т. XXII, Механика, № 5 (1969).
² А. Г. Багдоев, «Известия АН Арм ССР», Механика, т. XXIV, № 1, 1971. ³ А. Г. Багдоев, ДАН Арм ССР, т. L, № 4 (1970). ⁴ A. Jeffrey, T. Taniuti, Non-linear wave propagation New York, 1964. ⁵ P. Курант, Уравнения, с частными производными, М., Мир, 1965. ⁶ О. С. Рыжов, С. А. Христианович, ПММ, т. 22, № 5 (1958). ⁷ А. Г. Багдоев, Ученые записки Ереванского университета, т. 107, № 1, 1968. ⁸ J. P. Guiraud, Comptes Rendus, t. 258, 1964. ⁹ О. С. Рыжов, ПМТФ, № 2, 1961. ¹⁰ Г. М. Шефтер, ПММ, т. 33, № 1, 1969. ¹¹ А. Г. Багдоев, «Известия АН Арм ССР», т. XXIII, Механика, № 2 (1970).

УДК 539.374

МЕХАНИКА

Р. М. Киракосян

Теорема о приспособляемости тел к переменным внешним воздействиям при произвольном упрочнении материала

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 22/II 1971)

Известные теоремы Мелана и Койтера о приспособляемости тел к переменным нагрузкам относятся к идеально-пластическим материалам. Для упрочняющихся материалов в силу появляющейся деформационной неоднородности пластических свойств нельзя ожидать существования теорем о приспособляемости в обычном смысле. Вопрос о приспособляемости при упрочнении материала, разумеется, должен ставиться вполне конкретно, с указанием конкретной программы изменения внешних воздействий, предшествующей наступлению приспособляемости.

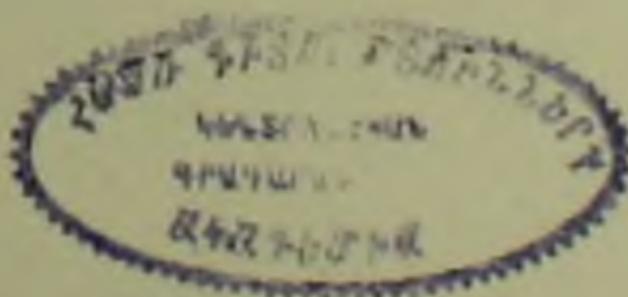
В настоящей работе конкретизируется понятие приспособляемости при упрочнении материала и, пользуясь общими теоремами теории упруго-пластических сред, доказывается соответствующая теорема о приспособляемости.

1. В прямоугольной декартовой системе координат x_i рассмотрим тело, находящееся под действием массовых сил X_i , поверхностных нагрузок P_i , приложенных на части поверхности S_p , и перемещений u_{i0} , заданных на остальной части поверхности тела S_u . Будем считать, что эти воздействия зависят от времени t , но скорости их изменения настолько малы, что можно пренебречь инерционными эффектами. Все деформации считаются малыми, пренебрегая при этом изменением геометрии тела, вызванным его деформированием. Материал тела предполагаем устойчивым, произвольно упрочняющимся с регулярной или сингулярной поверхностью текучести.

Соотношения между напряжениями σ_{ij} и деформациями ε_{ij} принимаем в виде (1)

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p = A_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl} + \sum_{\alpha} c_{\alpha} h_{\alpha} \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \sigma_{ij}} \dot{f}_{\alpha}, \quad (1.1)$$

где положительные функции упрочнения h_{α} не зависят от скоростей изменения напряжений,



$$C_1 = 0, \text{ если } f_0 < 0 \text{ или } \dot{f}_0 \equiv \frac{\partial f_0}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} < 0$$

и

$$C_1 = 1, \text{ если } f_0 = 0 \text{ и } \dot{f}_0 \geq 0.$$

Приняты известные обозначения: A_{ijkl} — тензор упругих коэффициентов, f_0 — функции текучести, симметричные относительно σ_{ij} и σ_{ji} , точка над символами означает дифференцированные по времени t соответствующих величин, суммирование производится по повторяющимся латинским индексам.

Пусть в момент времени $t = t_0$ в теле реализовано упруго-пластическое состояние

$$\sigma_{ij}^0 = \sigma_{ij}(t_0), \quad \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}(t_0) \quad (1.2)$$

отвечающее значениям внешних воздействий

$$X_i^0 = X_i(t_0), \quad P_i = P_i(t_0), \quad u_{i0}^0 = u_{i0}(t_0)$$

при данной истории их изменения.

Допустим, что в дальнейшем, в некотором интервале времени $t_0 \leq t \leq t_1$, воздействия на тело X_i , P_i и u_{i0} изменяются таким образом, что ни в одной точке тела не появляются новые пластические деформации. Тогда будем говорить, что тело из упрочняющегося материала (1.1), имеющее при $t = t_0$ упруго-пластическое состояние (1.2), приспособилось к дальнейшим изменениям внешних воздействий в данном интервале времени $t_0 \leq t \leq t_1$.

Термин „приспособляемость“ в дальнейшем будем понимать именно в этом смысле.

Достаточное условие приспособляемости тела при устойчивых упрочняющихся материалах с помощью постулата Друккера⁽¹⁾ можно представить в виде

$$\int_V \dot{\sigma}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dv = 0, \quad (t_0 \leq t \leq t_1), \quad (1.3)$$

где V — объем тела, $\dot{\sigma}_{ij}$ и $\dot{\varepsilon}_{ij}$ — действительные скорости изменения напряжений и пластических деформаций, отвечающие изменениям внешних воздействий X_i , P_i и u_{i0} .

Пусть $\dot{\sigma}_{ij}^{(e)}$ — распределение скоростей изменения напряжений в идеально-упругом теле, соответствующих тем же внешним воздействиям, а $\dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)}$ — скорости пластических деформаций, которые имели бы место, если действительные напряжения реального упруго-пластического тела, начиная с момента времени $t = t_0$, изменились бы скоростями $\dot{\sigma}_{ij}^{(e)}$. Тогда справедлива следующая теорема о приспособляемости.

Теорема. Для того, чтобы тело из упрочняющегося материала (1.1), имеющее при $t = t_0$ упруго-пластическое состояние (1.2), приспособилось к дальнейшим изменениям внешних воздействий X_i , P_i и u_{i0} в интервале времени $t_0 \leq t \leq t_1$, необходимо и достаточно, чтобы напряжения

$$\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \int_{t_0}^t \dot{\sigma}_{ij}^{(e)} dt, \quad t_0 \leq t \leq t_1 \quad (1.4)$$

ни в одной точке тела не вызывали бы новых пластических деформаций, т. е. удовлетворилось бы условие

$$\int_V \dot{\sigma}_{ij}^{(e)} \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)} dv = 0, \quad t_0 \leq t \leq t_1. \quad (1.5)$$

Необходимость условия (1.5) непосредственно вытекает из определения приспособляемости. Что касается его достаточности, то ее будем доказывать путем установления неравенства

$$\int_V \dot{\sigma}_{ij}^{(e)} \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)} dv > \int_V \dot{\sigma}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dv. \quad (1.6)$$

2. Согласно минимальному принципу для скоростей изменения напряжений ⁽¹⁾ абсолютный минимум выражения

$$\frac{1}{2} \int_V \dot{\sigma}_{ij}^* \dot{\varepsilon}_{ij}^* dv - \int_{S_u} \dot{\sigma}_{ij} n_j \dot{u}_{i0} ds, \quad (2.1)$$

определенного для всех статически возможных распределений скоростей изменения напряжений $\dot{\sigma}_{ij}^*$, отвечает действительному распределению скоростей изменения напряжений $\dot{\sigma}_{ij}$, являющемуся решением краевой задачи*. Через n_i обозначен единичный вектор внешней нормали к поверхности тела, скорости деформации $\dot{\varepsilon}_{ij}$ соответствуют статически возможным скоростям изменения напряжений $\dot{\sigma}_{ij}$ и для выбранных скоростей определяются из соотношений (1.1).

Очевидно, что действительное распределение скоростей изменения напряжений $\dot{\sigma}_{ij}^{(e)}$ в „упругом“ теле при тех же скоростях изменения внешних воздействий, является статически возможным для реального упруго-пластического тела.

Скорости деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)}$, соответствующие скоростям напряжений $\dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij}^{(e)}$, как уже отмечалось, определяются из соотношений (1.1) и, следовательно,

* Случай разрывных полей не рассматривается

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)} = A_{ijhk} \dot{\varepsilon}_{hk}^{(e)} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)} \quad (2.2)$$

Здесь $\dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)}$ — действительные скорости деформаций в идеально линейно-упругом теле при скоростях внешних воздействий \dot{X}_i , \dot{P}_i и \dot{u}_{i0}

Скорости изменения напряжений $\dot{\sigma}_{ij}^{(e)}$, вообще говоря, для реального упруго-пластического тела являются лишь статически возможными, а не действительными. Следовательно, согласно минимальному принципу для скоростей изменения напряжений реального упруго-пластического тела имеем

$$\frac{1}{2} \int_v \dot{\sigma}_{ij}^{(e)} \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)} dv - \int_{s_u} \dot{\sigma}_{ij}^{(e)} n_j \dot{u}_{i0} ds \geq \frac{1}{2} \int_v \dot{\sigma}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dv - \int_{s_u} \dot{\sigma}_{ij} n_j \dot{u}_{i0} ds, \quad (2.3)$$

где $\dot{\sigma}_{ij}$ и $\dot{\varepsilon}_{ij}$ действительные поля скоростей изменения напряжений и деформаций, т. е. решения краевой задачи в скоростях. Неравенство (2.3) переходит в равенство только тогда, когда статически возможные скорости $\dot{\sigma}_{ij}^{(e)}$ совпадают с действительными скоростями изменения напряжений $\dot{\sigma}_{ij}$, что имеет место, когда во всех точках реального упруго-пластического тела происходит деформирование без появления новых пластических деформаций.

Уравнение виртуальных работ (1)

$$\int_v \dot{\sigma}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dv = \int_v \dot{X}_i \dot{u}_i dv + \int_s \dot{P}_i \dot{u}_i ds \quad (2.4)$$

справедливо для любого распределения скоростей изменения напряжений $\dot{\sigma}_{ij}$, уравновешенного внешними нагрузками \dot{X}_i , \dot{P}_i и для любого поля скоростей перемещений \dot{u}_i с соответствующим ему распределением скоростей деформаций

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i})$$

(запятая перед индексом i означает частную производную по координате x_i). В уравнении виртуальных работ (2.4) поля скоростей $\dot{\sigma}_{ij}$ и $\dot{\varepsilon}_{ij}$, вообще говоря, не связаны между собой. Заметим, что разность скоростей изменения напряжений $[\dot{\sigma}_{ij}^{(e)} - \dot{\sigma}_{ij}]$ самоуравновешена и соответствует нулевым нагрузкам на s_p ; действительные скорости деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}$ совместны и соответствуют заданным на s_u скоростям \dot{u}_{i0} . Применяя уравнение виртуальных работ (2.4) для $[\dot{\sigma}_{ij}^{(e)} - \dot{\sigma}_{ij}]$ и $\dot{\varepsilon}_{ij}$, находим

$$\int_{s_u} [\dot{\sigma}_{ij}^{(e)} - \dot{\sigma}_{ij}] n_j \dot{u}_{i0} ds = \int_v [\dot{\sigma}_{ij}^{(e)} - \dot{\sigma}_{ij}] \dot{\varepsilon}_{ij} dv. \quad (2.5)$$

С помощью (2.2) и (2.5) неравенство (2.3) приводим к виду

$$\int_{\sigma} \dot{\sigma}_{ij}^{(e)} \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)} dv - J > 0, \quad (2.6)$$

где

$$J = \int_{\sigma} [2 \dot{\sigma}_{ij}^{(e)} \dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\sigma}_{ij}^{(e)} \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)} - \dot{\sigma}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}] dv. \quad (2.7)$$

Минимальный принцип для скоростей изменения напряжений для идеально линейно-упругого тела формулируется так же, как и для упруго-пластического тела, только с той разницей, что скорости деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}$, соответствующие возможным скоростям изменения напряжений $\dot{\sigma}_{ij}$, определяются из соотношений упругости

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = A_{ijkl} \dot{\sigma}_{kl}. \quad (2.8)$$

В качестве статически возможного поля скоростей изменения напряжений в рассмотренном „упругом“ теле можно принимать $\dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij}^{(e)}$, т. е. действительное поле скоростей изменения напряжений в реальном упруго-пластическом теле при тех же скоростях изменений внешних воздействий \dot{X}_i , \dot{P}_i и \dot{u}_{i0} . При этом роль действительных скоростей изменения напряжений и деформаций играют $\dot{\sigma}_{ij}^{(e)}$ и $\dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)}$ — решения „упругой“ задачи в скоростях.

Согласно минимальному принципу, для скоростей изменения напряжений „упругого“ тела при $\dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij}^{(e)}$ имеем

$$\frac{1}{2} \int_{\sigma} \dot{\sigma}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dv - \int_{s_u} \dot{\sigma}_{ij} n_j \dot{u}_{i0} ds > \frac{1}{2} \int_{\sigma} \dot{\sigma}_{ij}^{(e)} \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)} dv - \int_{s_u} \dot{\sigma}_{ij}^{(e)} n_j \dot{u}_{i0} ds. \quad (2.9)$$

Пользуясь уравнением виртуальных работ (2.4) для самоуравновешенных скоростей изменения напряжений $[\dot{\sigma}_{ij} - \dot{\sigma}_{ij}^{(e)}]$ и действительных скоростей деформаций „упругого“ тела $\dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)}$, имеем:

$$\int_{s_u} [\dot{\sigma}_{ij} - \dot{\sigma}_{ij}^{(e)}] n_j \dot{u}_{i0} ds = \int_{\sigma} [\dot{\sigma}_{ij} - \dot{\sigma}_{ij}^{(e)}] \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)} dv. \quad (2.10)$$

Учитывая (2.10), из (2.9) получаем

$$\int_{\sigma} [\dot{\sigma}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} + \dot{\sigma}_{ij}^{(e)} \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)} - 2 \dot{\sigma}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)}] dv > 0. \quad (2.11)$$

Так как (1)

$$\dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij}^{(e)} + \dot{p}_{ij},$$

где \dot{p}_{ij} — скорости остаточных напряжений, из (2.8) для $\dot{\varepsilon}_{ij}$ имеем

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = A_{ijkl} (\dot{\varepsilon}_{hk}^{(e)} + \dot{\gamma}_{hk}) = \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)} + \dot{\varepsilon}_{ij}^p. \quad (2.12)$$

Здесь через $\dot{\varepsilon}_{ij}^p$ обозначены скорости упругих деформаций, соответствующие скоростям изменения остаточных напряжений $\dot{\varepsilon}_i$.

Подставляя (2.12) в (2.11), находим:

$$\int_V [\dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)} \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)} + \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^p - \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)}] dv > 0. \quad (2.13)$$

Из уравнения виртуальных работ (2.4) для самоуравновешенных скоростей изменения напряжений $[\dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)}]$ и совместных скоростей деформаций $[\dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)}]$, которым отвечают скорости перемещений, равные нулю, на s_n , имеем

$$\int_V [\dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)}] [\dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)}] dv = 0. \quad (2.14)$$

Вычитая из (2.13) два раза (2.14) и имея в виду равенство (1)

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)} + \dot{\varepsilon}_{ij}^p + \dot{\varepsilon}_{ij},$$

получаем

$$J = \int_V \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} dv > 0. \quad (2.15)$$

Складывая (2.6) и (2.15) приходим к неравенству (1.6), чем и завершается доказательство сформулированной теоремы о приспособляемости.

В качестве примера применения этой теоремы может служить задача об упруго-пластическом осесимметричном изгибе круглой заземленной пластинки под действием конусообразно распределенной нагрузки, которая при постоянной равнодействующей устремляется к равномерной.

Попутно заметим, что из (2.15) следует неотрицательность интеграла J (2.7), который при фиксированных перемещениях на s_n с помощью уравнения виртуальных работ (2.4) приводится к виду

$$J = \int_V [\dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)} \dot{\varepsilon}_{ij}^{(e)}] dv = \int_V \dot{X}_i (\dot{u}_i - \dot{u}_i^{(e)}) dv + \int_{s_p} \dot{P}_i (\dot{u}_i - \dot{u}_i^{(e)}) ds > 0 \quad (2.18)$$

Это означает, что работа скоростей внешних нагрузок \dot{X}_i и \dot{P}_i или суммарная мощность деформаций для упруго-пластического материала не меньше, чем соответствующие величины для упругого материала.

Արտաժին փոփոխական ազդեցությունների նկատմամբ մարմինների
նախարվողականության բնորենը նյութի կամայական
ամրապնդման դեպքում

Փոփոխական բեռերին մարմինների հարմարվողականության Մեյանի և
Կոյտերի հայտնի թեորեմները վերաբերվում են իդեալական սլաստիկական
նյութերին:

Ամրապնդվող նյութերի համար սլաստիկական հատկությունների դեֆոր-
մացիոն անհամասեռության պատճառով հարմարվողականության թեորեմները
սովորական իմաստով չի կարելի ստասել:

Հարմարվողականության հարցը ամրապնդման դեպքում, քնականարար
պետք է դրվի լիովին որոշակի, նշելով արտարին ազդեցությունների փոփոխ-
ման կոնկրետ ծրագիրը մինչև հարմարվողականության սկսվելը:

Ներկա աշխատանքում կոնկրետացվում է հարմարվողականության դադա-
րար ամրապնդվող նյութի համար և, օգտվելով առաձգա-սլաստիկական մի-
ջավայրի ընդհանուր թեորեմներից, ապացուցվում հարմարվողականության
համասլաստասխան թեորեմը:

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Վ Ա Ն Ի Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ В. Т. Койтер, Общие теоремы теории упруго-пластических сред, Изд. ИЛ, М., 1961.

УДК 539.121.7

ФИЗИКА

Ф. Р. Арутюнян, В. П. Кишиневский, А. А. Назарян, Г. Б. Тургомян, А. А. Франгян

Резонансное излучение релятивистских электронов в периодических неоднородных средах

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 10/XI 1970)

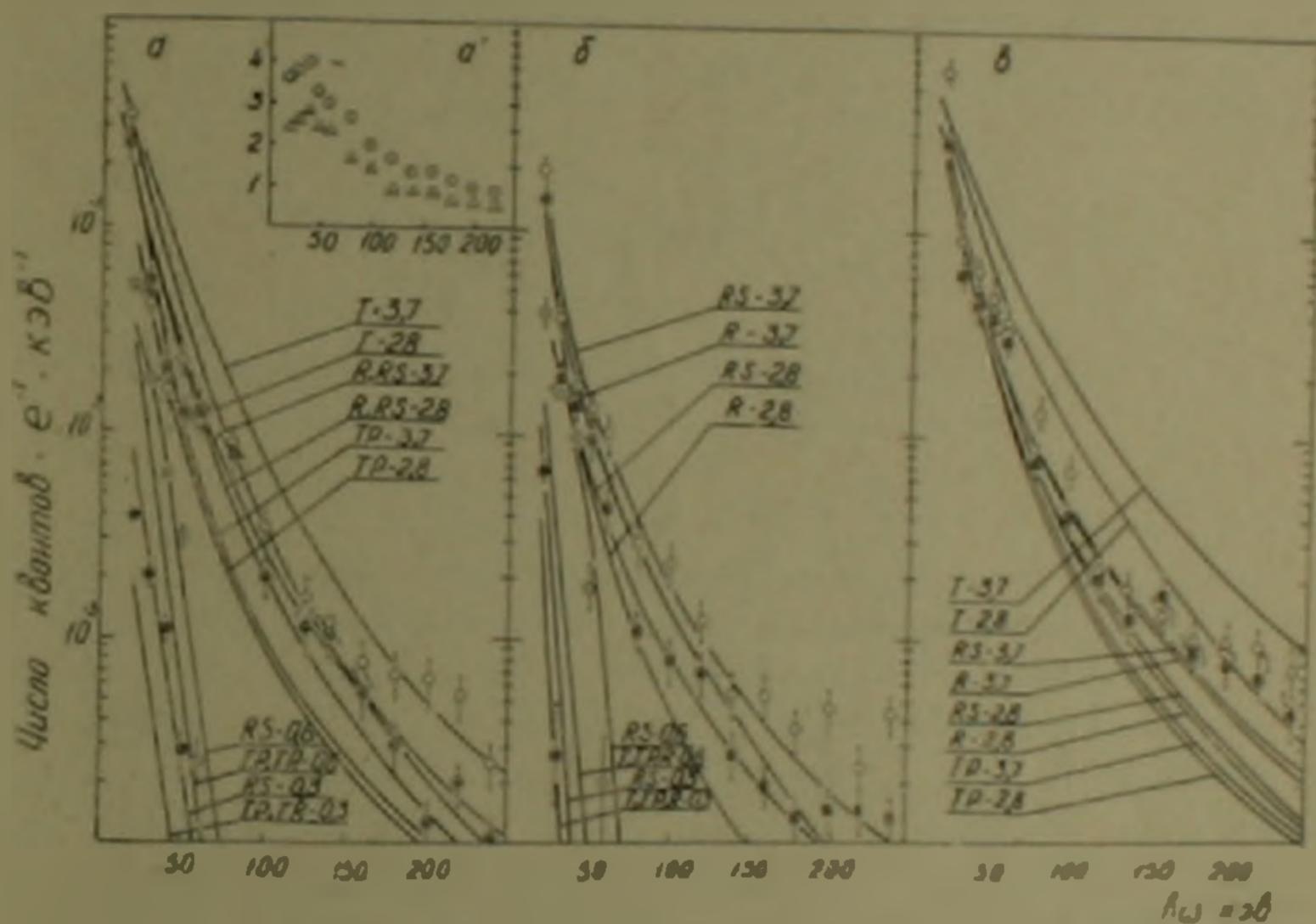
Переходное излучение, возникающее при пересечении заряженной частицей границы раздела двух сред, имеющих различные диэлектрические свойства, было предсказано в 1946 г. В. Л. Гинзбургом и Н. М. Франком (1). Ими же были получены основные формулы. В своей нобелевской лекции Н. М. Франк (2) отметил возможность усиления переходного излучения за счет суммирования на многих границах. Формулы для излучения, возникающего при прохождении релятивистских частиц через периодическую слоистую среду, были получены в работах (3-4). Это излучение было названо резонансным (4).

Экспериментально излучение в периодической слоистой среде впервые было обнаружено в 1963 (5-8), точнее, с помощью этого излучения детектировались μ -мезоны горизонтального потока космических лучей с энергией $\geq 7 \cdot 10^2$ Гэв. В дальнейшем исследования проводились с электронами на ускорителе ФИАН СССР (0,25—0,6 Гэв) (9-11). В настоящей работе приводятся результаты последних измерений для электронов с энергиями 2,8 и 3,7 Гэв, выполненных на синхрофазотроне ОИЯИ.

Исследовалось излучение электронов в различных слоистых средах, каждая из которых содержала n слоев плотного вещества толщиной l_1 , расположенных в воздухе на одинаковом расстоянии a_1 друг от друга. В качестве веществ использовалась бумага и органическая пленка. Для каждой среды проводились фоновые измерения. В этом случае вместо слоистой среды устанавливалась одна пластинка, толщина которой была эквивалентна толщине вещества слоистой среды. Разность числа квантов, излученных частицей в слоистой среде и эквивалентной пластинке, отождествляется с резонансным излучением.

Были измерены угловые распределения излучения. Экспериментальные спектры излучения электронов с энергиями 2,8 и 3,7 Гэв, проинтегрированные по углам, для нескольких сред приводятся на рис. 1. Эти спектры соответствуют непосредственному выходу из слоистой среды. На том

же рисунке приводятся данные для электронов с энергиями 0,3 и 0,6 ГэВ, полученные ранее (9-11). Экспериментальные спектры излучения сравниваются с теоретическими, вычисленными по формулам резонансного (R) (10), переходного для одной границы (T), (предельный случай формулы Гинзбурга-Франка для релятивистских частиц и частот, больше оптических), переходного в отдельной пластинке (TP) (12) и резонансного излучения с учетом влияния многократного рассеяния (RS) (13-14). Теоретические кривые приводятся с учетом поглощения излучения в слоистой среде.



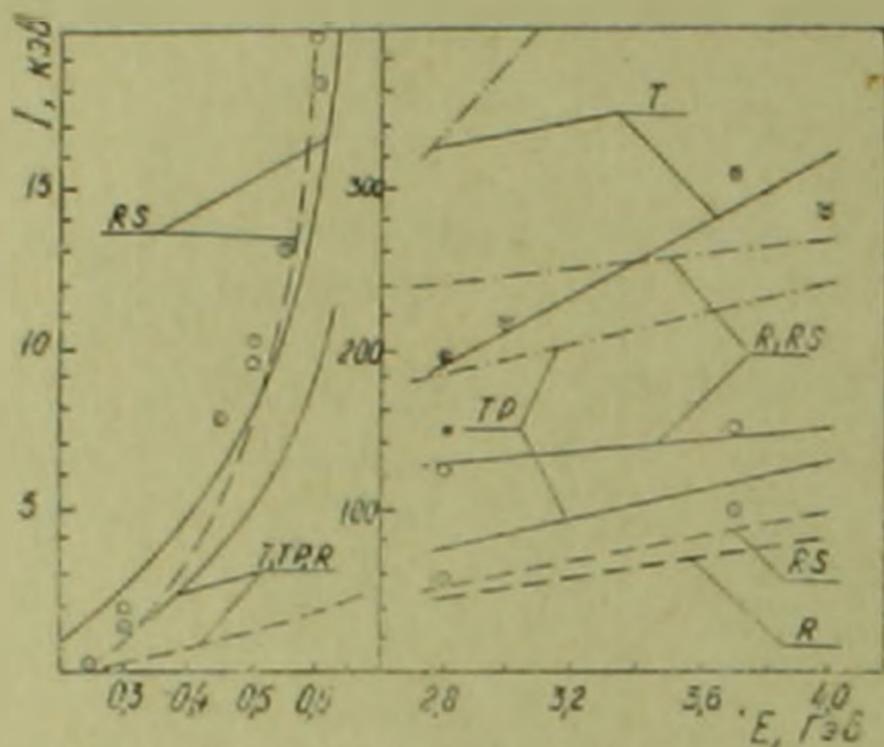
а - $L = 2,05 \cdot 10^3$ см (бумажо), $\alpha = 18,8$, $n = 1090$, $L = 50$ см, $\bullet - 0,3$ ГэВ, $\odot - 0,6$ ГэВ, $\oplus - 2,8$ ГэВ, $\circ - 3,7$ ГэВ; а' - $\alpha = 18,8$, $n = 2100$, $L = 116$ см, б - пенопласт, $L = 202$ см, $E = 2,8$ ГэВ; б - $L = 2,43 \cdot 10^3$ см (бумажо), $\alpha = 11,1$, $n = 500$, $L = 90$ см, $\bullet - 0,3$ ГэВ, $\oplus - 0,6$ ГэВ, $\oplus - 2,8$ ГэВ, $\circ - 3,7$ ГэВ; в - $L = 1,4 \cdot 10^3$ см (органическая пленка), $\alpha = 200$, $n = 960$, $L = 290$ см, $\bullet - 2,8$ ГэВ, $\circ - 3,7$ ГэВ.

Рис. 1.

Все данные показывают, что по исследованной области энергий экспериментальные данные наилучшим образом согласуются с кривыми, вычисленными по теории резонансного излучения с учетом влияния многократного рассеяния. Некоторый избыток экспериментального выхода над теоретическим в области 160—240 кэВ, по-видимому, связан с приближениями, допущенными в теории (10). Можно сделать вывод, что имеет место интерференция излучения от различных границ слоистой среды. Это подтверждается также данными рис. 1, а', где вместе со спектром излучения электронов в слоистой среде приводится спектр излучения в пенопласте (случайные неоднородности). Плотность пенопласта равна усредненной плотности слоистой среды ($0,012$ г/см³), а полная длина его

в 1,74 раза больше полной длины слоистой среды. Интенсивность полного излучения по спектральному интервалу 20—240 кэв в слоистой среде оказалась в 1,5 раза больше, чем соответствующая интенсивность излучения в пенопласте.

В области малых энергий 0,3—0,6 Гэв влияние многократного рассеяния на резонансное излучение является существенным и преимущественную часть излучения составляют кванты дополнительного тормоз-



\circ - $\epsilon_1 = 2,65 \cdot 10^3$ см (бумажго), $\alpha = 11,1$, $n = 300$, теория - пунктирные кривые; \circ - $\epsilon_1 = 2,65 \cdot 10^3$ см (бумажго), $\alpha = 16,6$, $n = 1050$, теория - сплошные кривые; \otimes - $\epsilon_1 = 1,6 \cdot 10^3$ см (органическая пленка), $\alpha = 200$, $n = 960$, теория - штрих-пунктирные кривые; \otimes - данные работы (15)

Рис. 2.

ного излучения электронов в слоистой среде (11). По данным настоящих измерений для электронов с энергиями 2,8 и 3,7 Гэв влияние многократного рассеяния ощущается только для слоистой среды, содержащей сравнительно толстые слои (рис. 1, б).

Для различных слоистых сред на рис. 2 приводятся зависимости полной энергии излучения в спектральном интервале 20—240 кэв от энергии электрона. Вблизи порога образования излучения (0,3—0,6 Гэв) полная интенсивность излучения резко растет с энергией электрона ($\approx E^3$). В области Гэв-ых энергий эта зависимость становится заметно слабее. Такую зависимость предсказывает именно теория резонансного излучения, тогда как теория переходного излучения по всей области энергий предсказывает линейную зависимость (12). Разумеется, в отдельных случаях (это зависит от параметров слоистой среды и энергии электронов) может наблюдаться линейная зависимость. Такую зависимость, например, получили недавно авторы (15). Две точки из данных (15) приводятся на рис. 2.

На основании всех данных можно сделать общий вывод, что теория резонансного излучения, учитывающая интерференцию излучения от раз-

личных границ и влияние многократного рассеяния, лучше описывает экспериментальные результаты. Она является более общей, в то время как теория переходного излучения может применяться в отдельных случаях.

В заключение авторы считают приятным долгом выразить благодарность руководству ЛВЭ ОИЯИ за предоставление возможности постановки экспериментов, сотрудникам ИЭЭО и отдела электроники ЛВЭ ОИЯИ, которые оказывали помощь на различных этапах работы, сотрудникам отдела ЭМВ ИФН АН Армянской ССР Г. А. Экимяну, Г. М. Айрапетяну за непосредственную помощь в работе.

Институт физических исследований Академии наук Армянской ССР

Յ. Ի. ՉԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Վ. Գ. ՔՐԵՆՆԵՎԻՔ, Ա. Հ. ՆԱԶԱՐՅԱՆ,
Գ. Բ. ԹՈՐԴՈՄՅԱՆ, Լ. Ա. ՅՐԱՆԴՅԱՆ

Ռելյատիվիստիկ էլեկտրոնների ռեզոնանսային ճառագայթումը
պարբերական անհամասեռ միջավայրերում

Ներկայացված են տարրեր շերտավոր միջավայրերով անցնող 2,8 և 3,7 Քէվ լներգիաներով էլեկտրոնների առաքած ճառագայթման փորձարարական չափումների հետադոտման արդյունքները: Հետադոտված են մինչև 250 կէվ էներգիաներով ճառագայթված ֆոտոնների էներգետիկ բաշխումը:

Փորձարարական տվյալները լավ համաձայնվում են ռեզոնանսային ճառագայթման տեսությունից (որտեղ հաշվի է առնված շերտավոր միջավայրում էլեկտրոնների բազմապատիկ ցրման ազդեցությունը) ըխող արդյունքների հետ: էլեկտրոնների ցածր էներգիայի տիրույթում (ճառագայթման առաջացման շեմի մոտ) բազմապատիկ ցրման ազդեցությունը հանգեցնում է ճառագայթման էներգիայի էական ավելացմանը: Իսկ բարձր էներգիայի տիրույթում ցրման ազդեցությունը աննշան է:

Պատասխան և պարբերական անհամասեռությունների միջավայրերում ստացված արդյունքների համեմատությունից երևում է, որ պարբերական անհամասեռ միջավայրերում առկա է ճառագայթման ինտերֆերենցիա տրանսմիտ սահմաններից և այդ պատճառով անցումային ճառագայթման բունածները կիրառելի չեն:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ЖЭТФ, 16, 15 (1946).
- 2 И. М. Франк, УФН, 68, 307 (1959).
- 3 М. Л. Тер-Микаелян, А. Д. Газазян, ЖЭТФ 39, 1693 (1960).
- 4 М. Л. Тер-Микаелян, «Известия АН Арм. ССР», т. 14, 103 (1961).
- 5 Ф. Р. Арутюнян, К. А. Испирян, А. Г. Оганесян, «Известия АН СССР», 28, 1864 (1964).
- 6 Ф. Р. Арутюнян, К. А. Испирян, А. Г. Оганесян, Труды XII Международной конференции по физике высоких энергий, стр. 933, Дубна, 1964.
- 7 Ф. Р. Арутюнян, К. А. Испирян, А. Г. Оганесян, «Известия АН СССР», 29, 1769 (1965).
- 8 Ф. Р. Арутюнян, К. А. Испирян, А. Г. Оганесян, А. А. Франгян, Письма в ЖЭТФ, 4, 277 (1966).
- 9 Ф. Р. Арутюнян, К. А. Испирян, А. Г. Оганесян, А. А. Франгян, ЖЭТФ, 4, 277 (1966).

ляя, ЖЭТФ, 52, 1121 (1967). ¹¹ Ф. Р. Арутюнян, ДАН Арм. ССР, т. 48, № 1, (1969).
¹² Г. М. Гарибян, ЖЭТФ, 33, 1403 (1957); ЖЭТФ, 37, 527 (1959). ¹³ М. Л. Тер-Мика-
елян, Письма в ЖЭТФ, 8, 109 (1968). ¹⁴ М. Л. Тер-Микаелян, Влияние среды на электрo-
магнитные процессы при высоких энергиях, Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1969.
¹⁵ С. Л. Уилл, Phys. Lett. 31 B, 603 (1970).

УДК 538.3

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

В. М. Арутюнян, Г. К. Аветисян

Отражение электронов от плоской электромагнитной волны в среде

(Представлено чл.-корр АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 25/1 1971)

Если электрон с начальной скоростью v движется вдоль направления распространения плоской электромагнитной волны в среде, то решая классические уравнения движения, находим

$$\frac{E}{E_0} = \frac{1}{n^2 - 1} \left\{ n^2 \left(1 - \frac{v}{cn} \right) \mp \sqrt{\left(1 - n \frac{v}{c} \right)^2 - (n^2 - 1) \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \xi^2} \right\},$$

$$E - cP_x/n = \text{const}, \quad \xi = \frac{e}{mc\omega} |\vec{E}|, \quad (1)$$

где E и P_x — полная энергия и импульс электрона в поле волны, E_0 — начальная энергия электрона, \vec{E} и ω — напряженность электрического поля и частота волны, n — показатель преломления среды (волна предполагается квазимонохроматической и дисперсией среды пренебрегается). В дальнейшем мы ограничимся случаем $n > 1$.

Характер движения электрона существенным образом зависит от начальных условий и значений параметра ξ . Если $\xi_{\text{max}} < \xi_{\text{кр}}$ (ξ_{max} — максимальное значение параметра ξ) и

$$\xi_{\text{кр}} = \left(1 - n \frac{v}{c} \right) / \sqrt{(n^2 - 1) \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)}, \quad (2)$$

то в выражении (1) необходимо брать верхний знак. Тогда после взаимодействия ($\xi \rightarrow 0$) $E = E_0$, и энергия электрона не меняется. Если же $\xi_{\text{max}} > \xi_{\text{кр}}$, то наступает своеобразная ситуация, когда электрон не в состоянии проникнуть в волну (при $\xi > \xi_{\text{кр}}$ корень в выражении (1) становится комплексной величиной). Поэтому до значения $\xi = \xi_{\text{кр}}$ в (1) имеет место верхний знак, а после значения $\xi = \xi_{\text{кр}}$ — нижний знак ($\xi = \xi_{\text{кр}}$ выступает в этом случае как точка поворота). При $\xi \rightarrow 0$

$$E = E_0 \left(1 + 2 \frac{1 - n \frac{v}{c}}{n^2 - 1} \right). \quad (3)$$

Если начальные условия таковы, что импульс волны догоняет электрон ($c/n > v$), то $E > E_0$ и электрон ускоряется. Если же электрон догоняет волну ($c/n < v$), то $E < E_0$ и электрон при взаимодействии с волной теряет энергию.

Физику указанного явления можно понять, если учесть, что при $\xi = \xi_{кр}$, как это следует из (1) продольная составляющая скорости электрона $v_z = c/n$. Такой электрон в среде может поглощать фотоны, в результате чего его энергия увеличивается и электрон отрывается от волны (обратный черенковский эффект).

Отражение электронов наиболее наглядно в системе покоя волны. В этой системе электрон налетает на волну, и, если имеет место условие $\xi > \xi_{кр}$, то происходит отражение электрона. Простые преобразования Лоренца позволяют легко получить (2) и (3), не решая уравнения движения. Квантовое рассмотрение не меняет основных результатов, поскольку пространственные размеры реальных импульсов всегда много больше комptonовской длины волны электрона.

Если начальный электрон покоится, то

$$\xi_{кр} = \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}}, \quad E = mc^2 \left(1 + \frac{2}{n^2 - 1} \right). \quad (4)$$

Значительное ускорение в этом случае имеет место при $n \rightarrow 1$. Однако для этого необходимо иметь сильное поле ($\xi \gg 1$). Если $n \gg 1$, то $\xi_{кр} \ll 1$ и $E_{кр}/mc^2 = 2/n^2 \ll 1$. Например, для $n = 10^2$, $E_{кр} = 100$ эв. В металлах и полупроводниках такое ускорение электронов может привести к ряду интересных эффектов.

Более благоприятная ситуация для отражения имеет место для релятивистских электронов в газах. Если $\frac{v}{c} = 1 - \varepsilon$, $n = 1 + \eta$ ($\varepsilon \ll 1$, $\eta \ll 1$), то

$$\xi_{кр} = \frac{|\varepsilon - \eta|}{2\sqrt{\varepsilon\eta}}, \quad \frac{E}{E_0} = \frac{\varepsilon}{\eta}. \quad (5)$$

Необходимо однако учитывать, что эффективное ускорение электронов ($\varepsilon > \eta$) или замедление ($\varepsilon < \eta$) происходит на фронте волны на расстоянии порядка

$$l \approx \frac{c\tau}{|\varepsilon - \eta|}. \quad (6)$$

С увеличением начальной энергии электрона l растет как $(E_0/mc^2)^2$, поэтому необходимо иметь ультракороткие импульсы. Например, для ускорения электронов с энергией $E_0 = 5$ Мэв до $E = 50$ мэв необходимо иметь $\xi \sim 1,6$ и $l \sim 10^2 c\tau$. Для уменьшения энергетических потерь электрона можно в качестве среды использовать газы при небольших давлениях, резонирующие на частоте света (область дисперсии).

Эффект можно реально наблюдать и при гораздо меньших по-

лях. Например, изменение энергии электрона на 1% возможно уже при $\xi_{кр} \sim 5 \cdot 10^{-3}$, что вполне доступно для наблюдения с использованием современной лазерной техники. Например, в резонансных газах электрон с энергией $E_0 = 5 \text{ Мэв}$ теряет энергию 50 кэв на расстоянии 100 см. По-видимому, эта энергия передается волне в виде вынужденного черенковского излучения. Так как электрон ультрарелятивистский ($v > c/n$), то даже незначительная доля энергии электрона, переданная волне, может значительно усилить ее.

Другое возможное применение эффекта — сепарирование частиц по скоростям. Попав в яму волны, черенковская частица оттуда выйти не может. Поле в этом случае будет определять область скоростей частиц, захваченных волной (формула (1)).

Авторы выражают благодарность чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляну, В. М. Галицкому, И. И. Гольдману за обсуждение и ценные замечания.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Վ. Ի. ՇԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Զ. Կ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ

Էլեկտրոնների անդրադարձումը հարթ էլեկտրամագնիսական ալիքից միջավայրում

Ուսումնասիրվում է էլեկտրոնների շարժումը հարթ էլեկտրամագնիսական ալիքի դաշտում, մեկից մեծ բեկման ցուցիչ ունեցող միջավայրում: Ցույց է տրվում, որ որոշ կրիտիկական արժեքից մեծ դաշտերի դեպքում էլեկտրոնները անդրադառնում են ալիքի ֆրոնտից, և եթե նրանց սկզբնական արագությունները փոքր են ալիքի ֆազային արագությունից, տեղի է ունենում էլեկտրոնների արագացում (կրիտիկական կետում տեղի է ունենում հակառակ շերտնկովյան էֆեկտ: որի հետևանքով էլեկտրոնի էներգիան մեծանում է և նա սովորվում է ալիքից): Հակառակ դեպքում էլեկտրոնները կորցնում են էներգիա, որը տրվում է ալիքին ստիպողական շերտնկովյան ճառագայթման ձևով: Իսկ այն էլեկտրոնները, որոնք բնկած կլինեն ալիքի հորում, նույն պայմանի դեպքում այնտեղից դուրս գալ չեն կարող, այսինքն տեղի է օւնենում էլեկտրոնների դավթում ալիքի կողմից:

УДК 55 034 + 699 — 841

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

С. С. Дарбинян

О методе составления сейсмической шкалы на инструментальной основе

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 8/1 1971)

В современной научной литературе справедливо отмечается приближенность сейсмических шкал, основанных на макросейсмических признаках (¹⁻⁵).

На данном этапе развития теории и практики инженерной сейсмологии вполне реальна проблема создания сейсмической шкалы на инструментальной основе.

Для перевода сейсмической шкалы на строгую количественную основу А. Г. Назаров (⁶) предложил перспективную идею. Им предлагается шкалу составить с помощью спектров реакций с использованием инструментальных данных о землетрясениях. Мы здесь остановимся на одном методе составления сейсмической шкалы с использованием акселерограмм землетрясений и предложим сейсмическую шкалу первого ний T .

Предположим, имеем n -ое количество акселерограмм или сейсмограмм прошлых землетрясений. Для этих акселерограмм с помощью ЭЦВМ решаем следующее дифференциальное уравнение колебания системы с одной степенью свободы при определенном значении коэффициента затухания α и разных значениях периода собственных колебаний T .

$$x'' + \frac{2\pi}{T} \alpha x' + \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x = -x_0''(t). \quad (1)$$

Решая уравнение (1) и определяя перемещение x_{\max} , находим максимальные значения ускорения по формуле

$$\ddot{x}_{\max} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 x_{\max}. \quad (2)$$

В результате получаем n спектров приведенного сейсмического ускорения. Далее полученные спектры группируем по их интенсивности, тем

самым группируя и использованные акселерограммы. В данную группу относим те спектры, которые по заданной степени точности более или менее близки друг к другу. В результате получаем отдельные группы, составленные из определенного количества спектров ускорений. Для этих групп в отдельности проводим нижнюю и верхнюю огибающие и тем самым получаем зоны, которым можем приписать соответствующие балльности. При достаточно точном решении задачи верхняя граница нижней зоны должна совпадать с нижней границей последующей зоны. Отметим, что между спектрами данной группы получится разброс из-за различия грунтовых условий, эпицентрального расстояния землетрясений и из-за других факторов, не играющих существенной роли при решении задачи в указанной постановке.

Для создания шкалы по приведенному здесь методу большое значение имеет количество использованных акселерограмм. Этот вопрос решается положительно, так как в настоящее время имеется достаточное количество акселерограмм сильных землетрясений, которые могут быть использованы для вычислений. Однако, если даже нет акселерограмм сильных землетрясений, то вопрос можно будет решить другим путем. Дело в том, что имеется большое количество записей слабых землетрясений. Принимая их как землетрясения одной группы, можно для них определить нижний и верхний пределы спектров, а затем с помощью принятого коэффициента (например, по подобию с существующей шкалой можно принимать знаменатель геометрической прогрессии равным двум) найти пределы спектров для сильных землетрясений, то есть получить разные зоны, определяющие интенсивность того или иного землетрясения.

Таким образом, имея определенные зоны, сразу после землетрясения табулируем акселерограмму или сейсмограмму, то есть задаемся функцией $x_0(t)$ и, решая (1), строим спектр для данной записи. После чего устанавливаем, в какую зону попадает полученный спектр и на основе этого определяем балльность данного землетрясения.

В начальной стадии составления сейсмической шкалы на инструментальной основе следует в максимальной мере использовать данные по сейсмическим шкалам на макросейсмической основе. Это необходимо для обеспечения преемственности между старой и новой шкалами. В противном случае информация по сильным и разрушительным землетрясениям, накопленная за сотни лет, окажется неиспользуемой.

Предложенный здесь метод нами был осуществлен с использованием 21 акселерограммы землетрясений, приведенных в работе С. В. Медведева (7)*. Эти акселерограммы табулировались, и тем самым правая часть уравнения (1) задавалась в табличной форме (8). После этого уравнение (1) решалось для 21 акселерограммы на ЭЦВМ «Раздан-2»

* Из (7) взяты горизонтальные составляющие акселерограмм землетрясений №№ 7-7, 8-6, 8-8, 7-24, 7-1, 7-11, 7-12, 7-14, 8-7, 7-15, 7-16, 7-22, 7-23, 7-25, 7-5, 7-6, 7-8, 7-9, 7-13, 7-17, 7-19, которые мы пронумеровали от 1 до 21 соответственно.

при коэффициенте затухания $\alpha=0,16$ (декремент затухания $\delta=0,5$) и для 15-и значений периода собственных колебаний. В результате были получены максимальные значения ускорений, скоростей и перемещений, на основании которых строились их спектры.

Из 21 спектра ускорений в одну группу отнеслись 12, численные значения которых приведены в табл. 1. Три спектра по величине ускорения резко отличались от остальных, поэтому они не вошли в эту группу, как землетрясения большей силы по сравнению с рассмотренными (действительно, они в (7) оценивались как восьмибалльные). Спектры землетрясений №№ 14 и 18 также нами не рассматривались, так как они по своим видам не были сходны с другими. Остальные четыре спектра исследовались отдельно. На них мы остановимся в дальнейшем.

Таким образом, рассмотрим одну группу кривых, составленную из 12 спектров (табл. 1).

Таблица 1

Значения максимальных ускорений для разных землетрясений, см/сек²

T	Номера землетрясений												Минимальные значения	Максимальные значения	Средние значения
	1	4	5	6	8	12	13	15	16	17	19	21			
0,05	116	79	95	108	86	91	98	51	55	71	77	102	51	116	86
0,1	141	113	114	138	106	114	124	94	66	104	95	85	66	141	108
0,15	232	166	193	152	127	145	128	101	79	119	112	102	79	232	138
0,2	221	193	175	298	174	160	192	124	106	169	183	178	106	298	181
0,25	238	202	121	213	102	177	183	94	103	170	172	169	94	238	162
0,3	201	191	172	173	138	142	97	105	86	173	123	127	86	201	144
0,4	167	152	134	113	150	118	61	76	57	127	131	88	57	167	115
0,6	130	105	75	114	80	82	70	45	27	88	102	64	27	130	82
0,8	48	56	35	55	83	65	32	35	23	49	87	50	23	87	52
1,0	26	48	38	38	67	46	40	26	11	44	31	41	11	67	38
1,25	16	46	15	22	47	42	24	16	7	31	37	27	7	47	28
1,5	18	35	9	20	31	28	24	15	6	33	25	22	6	35	22
2,0	12	19	6	19	14	20	17	8	4	39	19	14	4	39	16
2,5	9	14	5	20	10	14	12	12	3	20	23	11	3	23	13
3,0	9	13	4	15	7	13	10	11	3	17	17	9	3	17	11

На основании данных табл. 1 определялись их огибающие и средние значения. Как видно из рис. 1, границы этой зоны, построенные по огибающим и по среднему спектру мало отличаются друг от друга. Можно поэтому за основу принимать зону, полученную на основании среднего спектра. В этом случае границы зон сглаживаются и отдельные пики, полученные за счет характеристик отдельных землетрясений, отпадают.

Зону по среднему спектру построили с тем, чтобы ускорения увеличились в 2,5 раза, так как из данных табл. 1 видно, что огибающие друг от друга отличаются в среднем примерно во столько же раз.

Таким образом получаем зону для землетрясений интенсивностью 7 баллов. Этой зоне приписано 7 баллов с тем, чтобы полученная шкала была бы по возможности близка к существующей. После получения этой зоны с помощью коэффициента перехода, который принимается равным

двум, построены зоны для землетрясений других интенсивностей. В итоге была получена сейсмическая шкала в первом приближении, которая для 7—9 баллов показана на рис. 2. Здесь мы предполагаем, что с увеличением балльности коэффициент перехода должен уменьшаться.

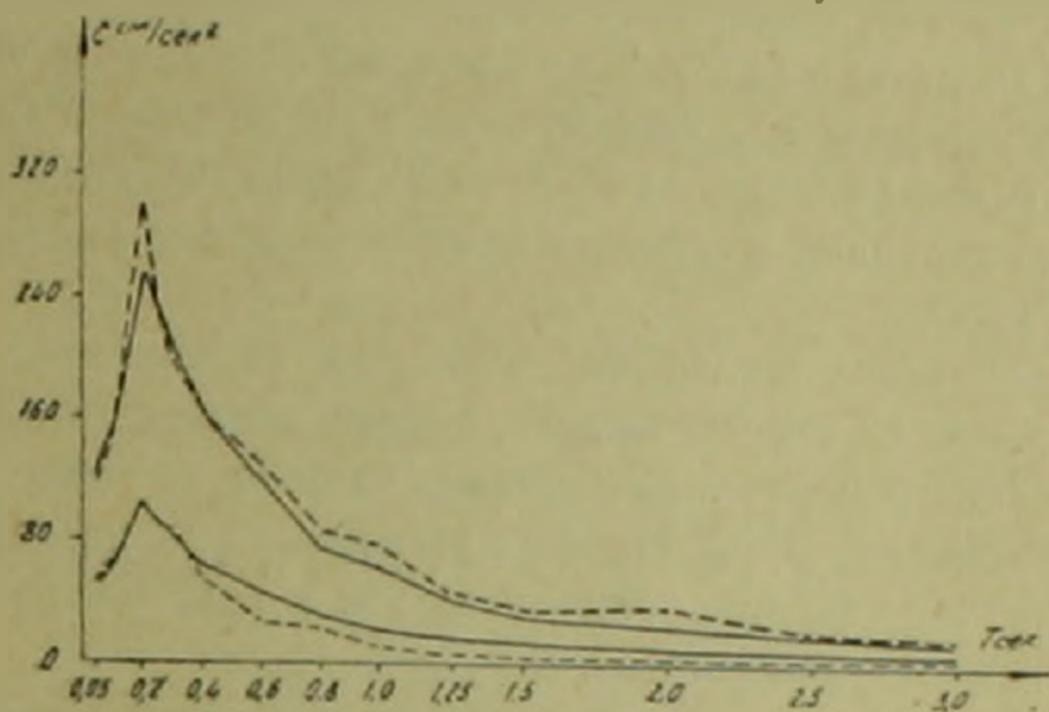


Рис. 1. Зона семибалльных землетрясений, полученная на основании 12-ти акселерограмм (— по средним значениям; — — — по огибающим)

Отметим, что при $T > 0.6$ сек минимальные и максимальные значения ускорений в табл. 1 отличаются намного больше, чем два с половиной раза, однако в этом случае мы принимали разброс также равным 2,5, ис-

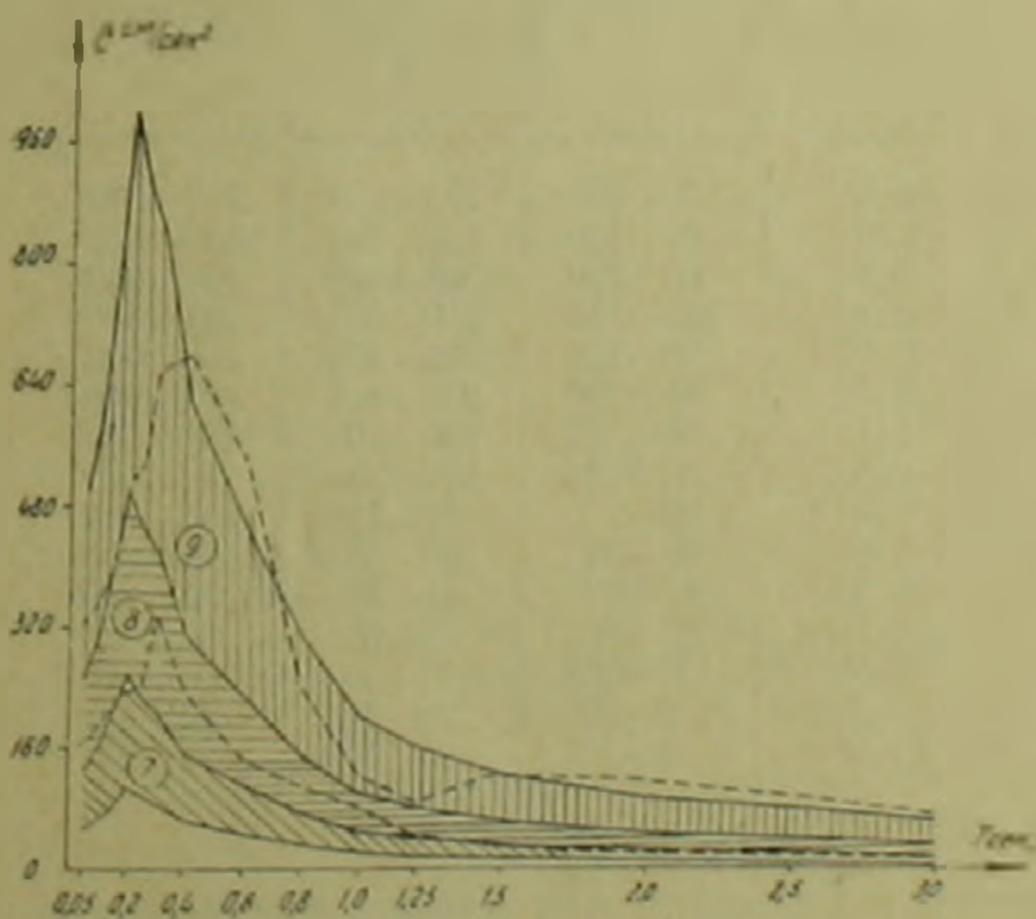


Рис. 2. Сейсмическая шкала, полученная по 12-ти акселерограммам землетрясений

ходя из того, что большие отклонения носят единичный характер. При составлении окончательной шкалы на это следует обратить внимание и использовать статистические методы обработки.

Если полученную сейсмическую шкалу представить в цифровом виде, то максимальные ускорения изменятся в пределах, приведенных в табл. 2, где они даны с незначительными округлениями с целью приближения к огибающим кривым.

Имея эту шкалу, можем определить спектр ускорений нового землетрясения, установить, в какую зону попадает этот спектр и оценить его балльность. У нас были и акселерограммы 8 и 9-балльных землетрясений. (В (7) они отмечены индексами 8—6, 8—8), спектры которых с достаточной точностью попадают в соответствующие зоны. На рис. 2 эти спектры показаны пунктиром.

Полученная здесь шкала, безусловно, в дальнейшем может быть уточнена, так как 12 акселерограмм, видимо, нельзя считать достаточным для создания окончательной шкалы, поэтому ее следует принимать в первом приближении. Считаем, что дальнейшее увеличение числа акселерограмм уточнит границы полученных зон и вряд ли даст качественные изменения в этих результатах.

Отметим, что шкалу для определения балльностей землетрясений можно построить и с помощью спектров скоростей или перемещений по аналогии со спектром ускорений.

Таблица 2

Пределы изменения максимальных ускорений
для разных балльностей, см/сек²

T	Балльность		
	7	8	9
0,05	50—125	125—250	250—500
0,1	60—150	150—300	300—600
0,15	80—200	200—400	400—800
0,2	100—250	250—500	500—1000
0,25	90—225	225—450	450—900
0,3	80—200	200—400	400—800
0,4	60—150	150—300	300—600
0,6	50—125	125—250	250—500
0,8	30—75	75—150	150—300
1,0	20—50	50—100	100—200
1,25	16—40	40—80	80—160
1,5	12—30	30—60	60—120
2,0	10—25	25—50	50—100
2,5	8—20	20—40	40—80
3,0	6—15	15—30	30—60

Исследования показывают, что, помимо спектральных характеристик землетрясений, большое значение имеет классификация акселерограмм землетрясений по их частотным характеристикам. При их использовании необходимо в одну группу собрать акселерограммы, имеющие более или менее близкие преобладающие периоды колебаний, в противном случае могут быть получены зоны большой ширины, то есть может иметь место искусственное увеличение шкалы. Мы считаем, что акселерограммы зем-

землетрясений, имеющие преобладающие периоды $T_0 \leq 0,5$ сек, необходимо рассматривать отдельно, а акселерограммы с преобладающими периодами $T_0 > 0,5$ сек — отдельно. При такой классификации для данной балльности вместо одной шкалы мы получим две: шкала для землетрясений с малыми периодами колебаний ($T_0 \leq 0,5$ сек) и шкала для длиннопериодных землетрясений ($T_0 > 0,5$). Предложенная здесь шкала (рис. 2) применима при землетрясениях, для которых $T_0 \leq 0,5$ сек, так как преобладающие периоды использованных акселерограмм имели примерно такие значения.

Таблица 3

Значения максимальных ускорений при длиннопериодных землетрясениях, см/сек²

Номера землетрясений	T														
	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0	1,25	1,5	2,0	2,5	3,0
7	88	98	98	127	172	161	156	124	171	179	104	52	30	17	10
10	54	57	64	69	73	83	92	132	125	136	62	57	38	31	27
11	71	89	99	101	103	111	96	118	124	135	90	82	76	35	23
20	44	76	65	53	57	59	92	83	77	91	68	52	36	35	28
Минимальное значение	44	57	64	53	57	59	92	83	77	91	62	52	30	17	10
Максимальное значение	88	98	99	127	172	161	156	132	171	179	104	82	76	35	28
Среднее значение	64	80	82	88	101	104	109	114	124	135	81	61	45	30	22

В числе использованных записей были также акселерограммы семибалльных длиннопериодных землетрясений, которые взяты из (') (№№ 7—12, 7—15, 7—16, 7—17). Для этих четырех землетрясений также определялись максимальные значения ускорений, приведенные в табл. 3.

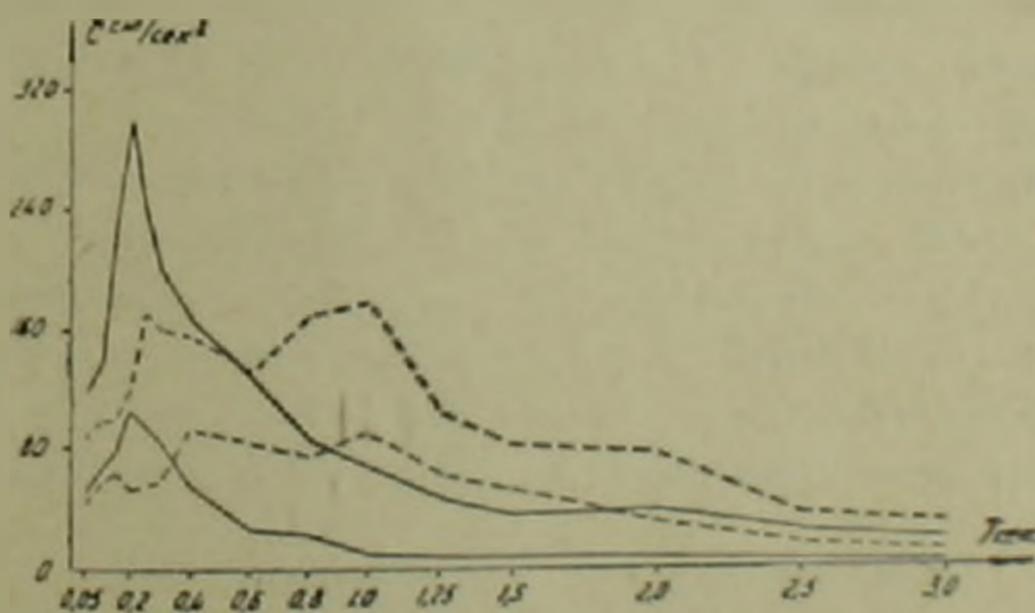


Рис. 3. Зоны для короткопериодных ($T_0 \leq 0,5$ сек, сплошная линия) и длиннопериодных ($T_0 > 0,5$ сек, пунктирная линия) семибалльных землетрясений

На основании этих данных по огибающим построена зона семибалльных землетрясений, которая показана на рис. 3. Сопоставление этой зоны с зоной, полученной на основании использованных 12-и акселерограмм с периодами $T_0 \leq 0,5$ сек показывает, что разница между ними заметная и поэтому, действительно, необходимо создание двух сейсмических шкал.

исходя из величин преобладающего периода землетрясений. Данные табл. 3 показывают, что при длиннопериодных землетрясениях разброс величин ускорений намного уменьшается. Эту таблицу грубо можно принять как шкалу семибалльных длиннопериодных землетрясений.

Для разработки окончательной шкалы необходимо провести статистическую обработку полученных результатов, то есть определить дисперсию, доверительные границы для данной зоны и т. д. Такой подход даст возможность более точно определить границы зон балльности в семибалльной шкале.

Ордена Трудового Красного Знамени
Институт геофизики и инженерной сейсмологии
Академии наук Армянской ССР

Ս. Ս. ԳԱՐԻՐՆՅԱՆ

Գործիքային տվյալներով սեյսմիկ սանդղակի կազման մերողի մասին

Առաջարկվում է սեյսմիկ սանդղակի մշակման համար հաշվարկի հիմքում վերցնել մեկ ադապտացիայի աստիճան ունեցող սիստեմում առաջացած մարսիմում արագացումների սպեկտրը՝ որոշակի մարման գործակցի ԳԿ-ը: Տրվում է խնդրի լուծման մեթոդիկան և այն իրականացվում է 12 երկրաշարժերի սկսելերոգրամների համար էլեկտրոնային հաշվիչ մեքենայի ուղեկցությամբ:

Կատարված հետազոտությունների հիման վրա առաջարկվում է նոր սեյսմիկ սանդղակ՝ առաջին մոտավորությամբ, որի տվյալները բերված են աղյուսակ 2-ում և ցույց են տրված նկ. 2-ում:

Հաշվումները ցույց են տալիս, որ նոր սանդղակ ստեղծելու ժամանակ պետք է փոքր և մեծ պարբերություն ունեցող երկրաշարժերի համար ունենալ առանձին-առանձին սանդղակներ: Այս դրույթը հաստատվում է շորս մեկ պարբերություն ($T_0 > 0.5$ վրկ) ունեցող երկրաշարժերի սկսելերոգրամների հիման վրա կատարված հաշվումներով: Այնուհետև ցույց է տրվում առաջարկվող մեթոդի առավելությունը գոյություն ունեցողների նկատմամբ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 А. Г. Назаров, «Известия АН Арм. ССР», физ.-мат., естеств. и техн. науки, т. VII, № 3 (1954).
- 2 А. Г. Назаров, Метод инженерного анализа сейсмических сил, Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1959.
- 3 С. В. Медведев, Карта сейсмического районирования территории СССР, Труды ИФЗ АН СССР, № 1 (168), 1958.
- 4 С. В. Медведев, Б. К. Каримов, В. А. Быховский, Сейсмические воздействия на здания и сооружения, Изд. литературы по строительству, М., 1968.
- 5 Шкала сейсмической интенсивности MSK, 1964, М., 1965.
- 6 А. Г. Назаров, «Известия АН Арм. ССР» (серия техн. наук), т. XXIII, № 1 (1970).
- 7 С. В. Медведев, Труды ИФЗ АН СССР, вып. 3, № 10 (177), 1960.
- 8 А. Г. Назаров, Р. О. Амасян, С. С. Дарбинян, ДАН Арм. ССР, т. XIVII, № 5 (1968).
- 9 С. С. Дарбинян, «Известия АН Арм. ССР» (серия техн. наук), т. XIX, № 3, (1966).

УДК 551.217

ГЕОЛОГИЯ

Э. Х. Харазян

Лавовые сталактиты в долеритовых базальтах северо-западной части Армянской ССР

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Габриеляном 5/II 1971 г.)

Лавовые сталактиты нами были обнаружены в верхнеплиоценовых долеритовых базальтах ущелий рр. Ахурян, Дзорагет и Дебед. Находятся они в микропещерках и небольших вертикальных камерах верхней пузыристой части потоков (рис. 1).

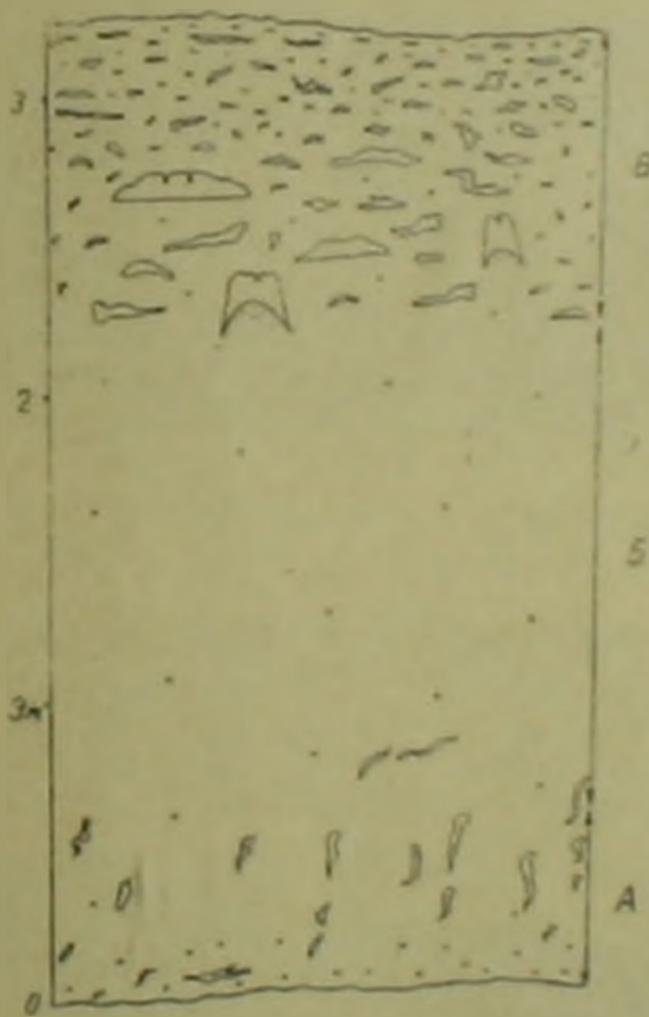


Рис. 1. Схематическое строение лавового потока долеритового базальта: А—нижняя мелкопористая часть с трубчатыми пустотами; Б—средняя массивная часть; В—верхняя пузыристая часть с микропещерками и вертикальными камерами

В потоках долеритовых базальтов микропещеры имеют очень большое распространение, они вытянуты параллельно простиранию и, фактически, представляют собой наиболее крупные его пузыри. Вертикальные камеры—явление более редкое и встречены только в некоторых пото-

ках средней части разреза бортов ущ. р. Ахурян, выше с. Амасия. Они имеют перпендикулярное к потоку положение; поперечное их сечение близкое. Наибольшие размеры микропещерок достигают: длина основания 50—60 см, высота 20—30 см; у вертикальных камер: диаметр основания 15—20 см, высота 25—30 см. Потолки более или менее сводчатые, с многочисленными выступами, а днища — ровные, плоские, редко (у вертикальных камер) слабо выпуклые, разбухшие и растресканные в виде хлебной корки.

Из небольших выступов сводчатой части некоторых названных полостей свисают миниатюрные каменные сосульки — лавовые сталактиты (рис. 2, 3). Размеры сталактитов достигают: длина 3—4,5 см, диаметр основания 1,5—2 см. Концы сталактитов, диаметром около 1 см, имеют вид отрывающейся капли.

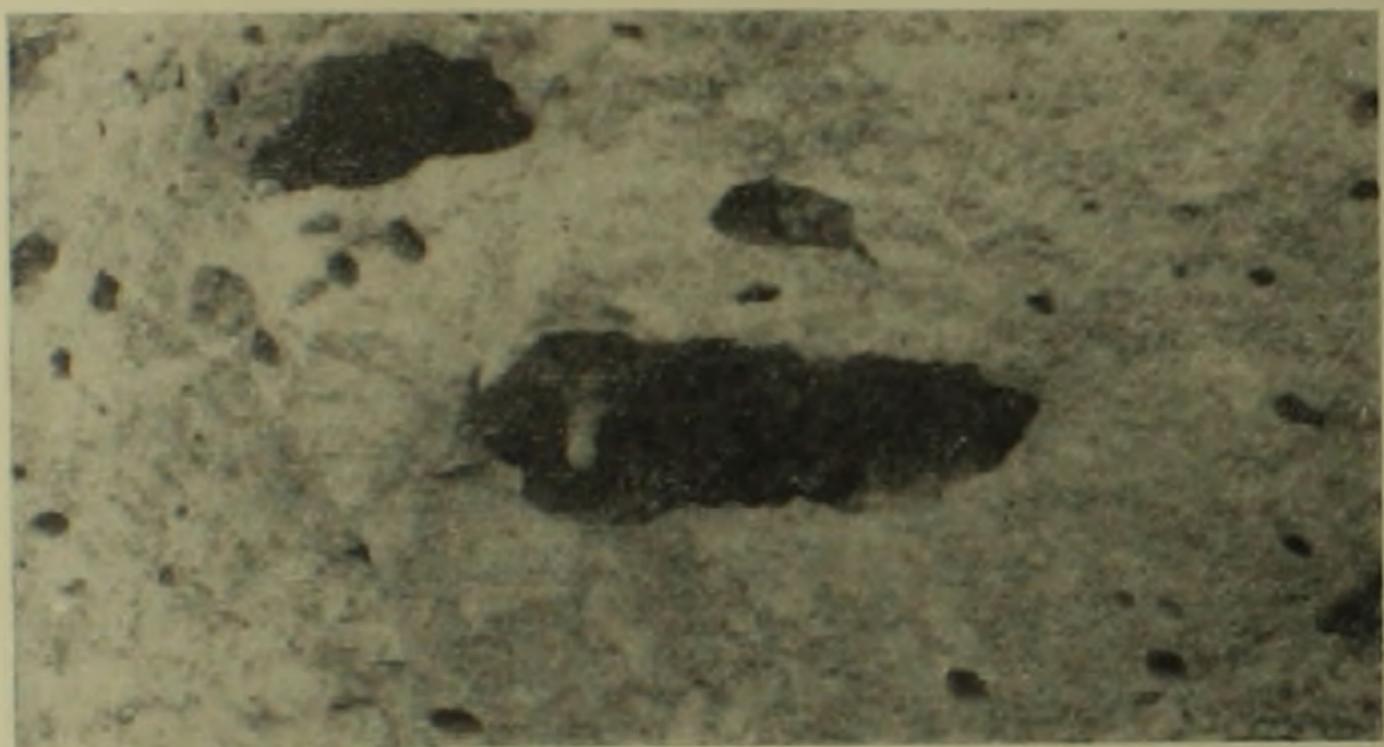


Рис. 2. Лавовый сталактит в 6-ом, снизу, потоке ущ. р. Ахурян, выше с. Амасия

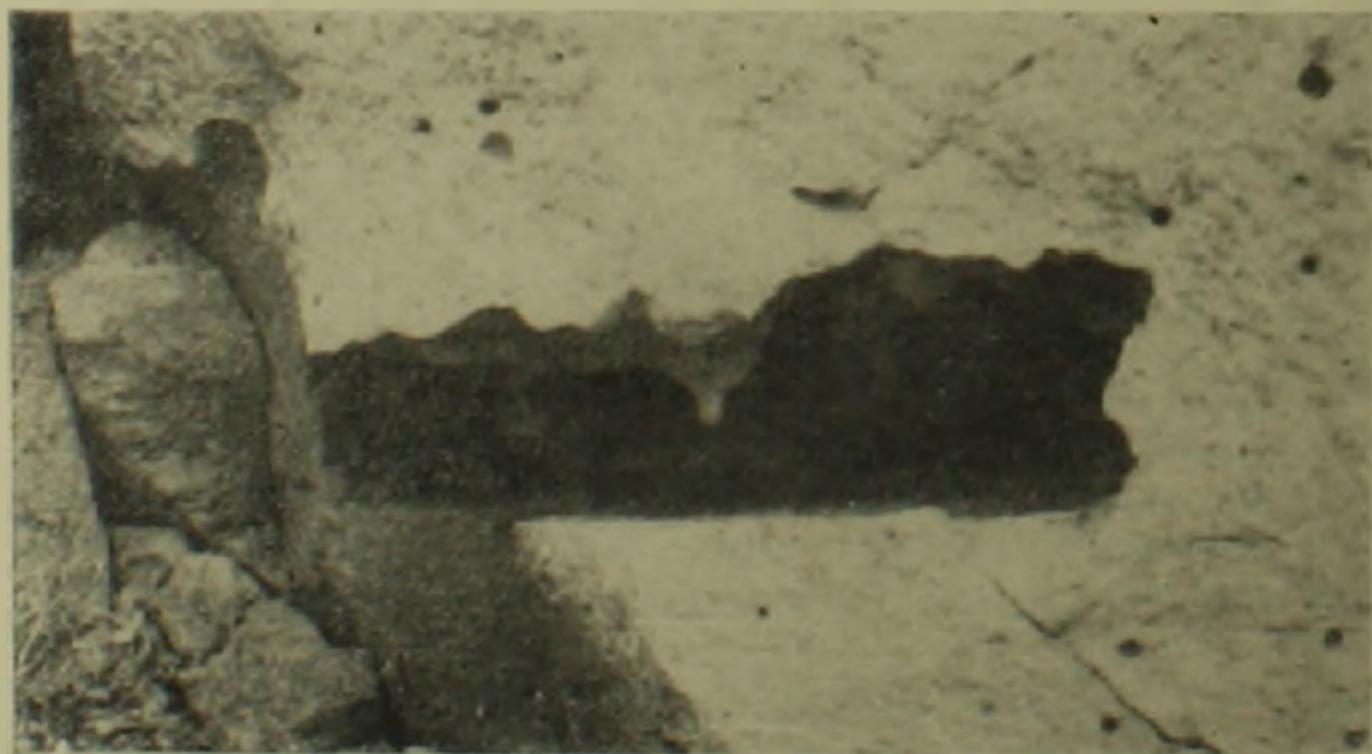


Рис. 3. Лавовые сталактиты в 22-ом, снизу, потоке ущ. р. Дебед, между сс. Айгеат и Олзун

Стенки камер ровные, сглаженные и покрыты тонкой (до 2 мм) смоляно-черной корочкой, отчетливо выделяющейся на общем сером фоне породы. Этим же веществом сложены и сталактиты. В центральных час-

гах днищ толщина смоляно-черной корки достигает 2—3 см. Здесь она как бы заливает первичную неровную поверхность светлой породы. Граница между ними очень четкая.

Под сталактитами, на днищах микропещерок и вертикальных камер иногда наблюдаются небольшие округлые, плоские выступы—следы сталагмитов. Высота последних не превышает 1,5 см, при ширине основания 2,5—3 см.

Значительные различия между смоляно-черной коркой и серой породой остальной части потока наблюдаются также под микроскопом. Их структура порфировая, вкрапленники у первой представлены только оливином, а у второй наряду с этим значительную роль играет и плагиоклаз. Основная масса серой породы полнокристаллическая—долеритовая; очень хорошо развиты призмочки плагиоклаза и изометричные зерна клинопироксена. У смоляно-черной корки основная масса гналошилитовая: игольчатые кристаллы плагиоклаза погружены в черном стекле, которое составляет почти 70% объема породы. Пироксеновые зерна полностью отсутствуют, из-за быстрого охлаждения они, вероятно, не успели выкристаллизоваться и остались в стекле.

На контакте двух зон наблюдаются частично оплавленные зерна плагиоклаза и клинопироксена.

Из вышеприведенного становится ясным, что здесь имело место вторичное оплавление стенок камер после их образования и полного затвердевания лавового потока.

Известно, что излившиеся основные лавы богаты ювенильными газами, в составе которых очень большую роль играют горючие смеси (H_2 , S_2 , CO и др.). При течении лавового потока эти газы все время высвобождаются и, соединяясь с кислородом воздуха, выделяют большое количество тепла; последнее перегревает расплав и длительное время поддерживает его высокую подвижность (текучесть). Кстати, так мы объясняем чрезвычайно большое простирание (до 100 км и более) сравнительно маломощных (5—6 м) потоков долеритовых базальтов Амасийского, Дзорагетско-Дебедского, а также Храмского, Машаверского и др. лавовых потоков.

Спустя некоторое время после излияния, поверхность лавового потока покрывается твердой корой, и оставшиеся газы, уже не сумевшие пробивать ее, образуют небольшие локальные скопления в верхней части потока. При продолжающемся медленном движении потока последние ориентируются по направлению его течения.

В момент полного затвердевания внутренней части лавового потока когда возникает первичная трещиноватость породы, по некоторым трещинкам воздух мгновенно проникает в указанные газовые камеры и воспламеняет горючую смесь. В результате, все еще горячие, раскаленные стенки с поверхности частично переплавляются, и полученный таким путем жидкий материал стекает вниз. Из выступов потолка он капает, образуя сталактиты. Скопившиеся на дне расплав заливает первичную неровную поверхность, выравнивая ее.

Из-за нестационарности источника тепла, расплавленная масса быстро затвердевает, не успевая полностью выкристаллизоваться.

Лавовые сталактитовидные образования в СССР впервые описаны Е. К. Устиевым (1), на примере базальтовых потоков четвертичного Анюйского вулкана. Сталактиты Армении, описанные автором впервые, отличаются от анюйских типов совершенностью форм. Кроме того, стеловатая корка стен камер анюйских базальтов сильно окислена до ярко-красного цвета. Исходя из последнего факта, при разборе вопроса об источнике тепла для вторичного переплавления, Е. К. Устиевым допускается значительная роль также экзотермических реакций окисления двухвалентного железа.

За рубежом лавовые сталактиты описаны в базальтовых потоках гавайских вулканов Килауеа и Мауна-Ики (2, 3).

Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР

Է. Կ. ԱՐԱՋՅԱՆ

Լավային ստալակտիտներ Հայկական ՄՄՀ հյուսիս-արեւմտյան մասի դոլերիտային բազալտներում

Լավային ստալակտիտները մեր կողմից հայտնաբերվել են Ախուրյան, Չորազետ և Դերեղ գետերի ափագանների վերինպլիոցենյան դոլերիտային բազալտներում: Այս քարացած «լավային լույաները» կախված են լավային հոսքերի վերին խիստ ծակոտկեն մասերում լայն տարածված միկրոքարայրերի և առավել հազվադեպ հանդիպող ուղղաձիգ փոքրիկ դատարկությունների առաստաղներից:

Ստալակտիտների չափերը շեն անցնում են երկարությունը՝ 3—4,5 սմ-ից հիմքի տրամագիծը՝ 1,5—2 սմ-ից և ծայրի տրամագիծը՝ 1 սմ-ից:

Մանրամասն բննարկելով ստալակտիտներ պարունակող լավային փշակների և հենց իրենց՝ ստալակտիտների կառուցվածքն ու միկրոսկոպիակա առանձնահատկությունները, մենք եկել ենք այն եզրակացությանը, որ ստալակտիտների առաջացումը կապված է լավային փշակների արդեն պնդացած պատերի մասնակի վերահալման հետ, երբ վերահալված դանդաղոր առաստաղի առանձին էություններից կաթկթում է դաժ:

Վերահալման մեխանիզմը պատկերացվում է հետևյալ կերպ:

Հայտնի է, որ արտավիժվող հիմքային կազմի լավաները շափաղան հարուստ են երկրի բնդերքից եկող գազերով, որոնց մեջ հսկայական տոկոս են կազմում այրվող խառնուրդները (H_2 , S_2 , CO և այլն): Լավային հոսքի շարժման ժամանակ այս գազերը անընդհատ անջատվում են և միանալով մթնոլորտի թթվածնի հետ բոցավառվում, առաջացնելով հսկայական ջերմություն: Վերջինս երկար ժամանակ պահպանում է լավայի բնդհամուր բարեջերմաստիճանը և թույլ է տալիս նրան հոսելու շատ մեծ տարածությունների վրա (հենց այս կերպ են առաջացել Ամասիայի, Չորազետ-Դերեղի, Խրամի, Մաշավերայի և Փոքր Կովկասի դոլերիտային բազալտներից կազմված մյուս

բայր լավային հոսքերը): Այն ժամանակ, երբ լավային հոսքի մակերեսը վերջապես պնդանում է և ծածկվում ամուր, անթափանց կեղևով, մնացած գազերը այլևս չեն կարողանում հեռանալ և հավաքվում են նրա վերին մասերում, առաջացնելով լավային դատարկություններ (փչակներ): Հոսքի ներքին մասերի լրիվ պնդացման ժամանակ, երբ նոր ձևավորված, դեռևս շիկացած ապարը սկզբնական ճեղքատման է հնթարկվում, առանձին ճեղքերով օդը ներխուժում է նշված գազային փչակները և բոցավառում այրվող խառնուրդը: Հետևանքը լինում է այն, որ փչակների պատերը բարակ կեղևով հալվում են և հալված նյութը սկսում է սոռսուտից ու պատերից կաթկթել ցած: Ջերմության աղբյուրի խիստ կարճատև լինելու հետևանքով կաթիլները անմիջապես սառչում են և առաջացնում ստալակտիտներ:

Նշված տիպի լավային ստալակտիտներ նկարագրված են նաև Հավայան կղզիների Կիլաուեա և Մաունա-Իկի շրաբուխների բաղալտային լավաներում:

Л И Т Е Р А Т У Р А—Գ Ր Ա Վ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- ¹ E. K. Yermeev. Анкүйский вулкан, Госгеолтехиздат, М., 1961. ² T. A. Jaggard, Origin and development of craters. The Geological Society of America, Memoir 21, 947. ³ K. Sapper, Vulkankunde, J. Engelhorn's Nachf. Stuttgart, 1927.

УДК 552.1.53

ПЕТРОГРАФИЯ

Г. Т. Продайвода, А. Ю. Серга, Н. Н. Жуков

Об оценке химического состава новейших вулканогенных пород
 Армении по удельному весу

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. С. Мкртчяном 24/II 1971)

Проведено экспериментальное изучение удельного веса и химического состава новейших вулканогенных пород Армении от липаритов до базальтов включительно. Полученные данные были обработаны на ЭВМ по программе парного и множественного регрессионного анализа.

Результаты парного корреляционного анализа приведены в табл. 1

Таблица

Парные коэффициенты корреляции между удельным весом и компонентами состава для вулканогенных образований Армении

Физический параметр	С о с т а в %								
	SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃ + FeO MgO	CaO	Na ₂ O	K ₂ O	С	В	Q
Удельный вес, δ , г/см ³	-0,96	0,75	0,94	0,95	-0,22	-0,84	0,86	0,95	-0,96

Как следует из приведенных данных, наибольшая и примерно равная между собой корреляционная зависимость наблюдается между удельным весом и следующими главными компонентами химического состава: SiO₂ ($r = -0,96$); CaO ($r = 0,96$) и суммой (Fe₂O₃ + FeO + MgO) ($r = 0,94$).

Корреляционная зависимость между удельным весом δ и SiO₂ изображенная на рис. 1. Как показал анализ, связь между удельным весом и SiO₂ очень тесная и относится к классу нормально корреляционных зависимостей (1, 2) и может быть выражена следующим уравнением регрессии:

$$\delta \approx (-0,0202 SiO_2 + 3,911) \pm 0,07 \text{ г/см}^3. \quad (1)$$

Природа корреляционной зависимости между удельным весом и SiO₂ станет понятна, если рассмотреть «долевое» участие в суммарном

влиянии на удельный вес отдельных компонент химического состава. Предварительный анализ показал, что для наших целей можно ограничиться рассмотрением регрессионных зависимостей лишь в линейной форме:

$$y = \sum_{i=1}^k a_i x_i + a_{i+1} + \Delta, \quad (2)$$

где a_i — коэффициенты в уравнении регрессии для i -го признака; a_{i+1} — свободный член; Δ — отклонение (со знаком) наблюдаемых значений от значений предписываемых этой связью.

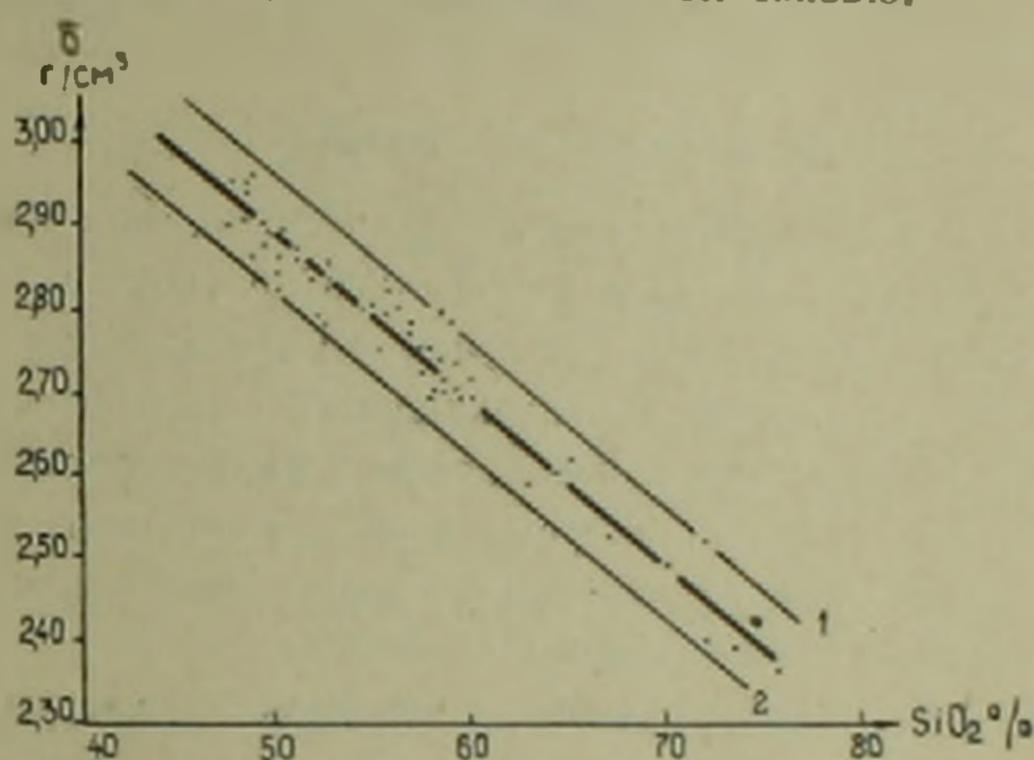


Рис. 1. Корреляционная зависимость между удельным весом и содержанием SiO_2 . 1, 2 — доверительные пределы прогнозируемых значений

Для оценки «долевого» участия отдельных показателей во множественной связи (2), необходимо учитывать вариабильность каждого показателя. Если уравнение (2) записать в виде:

$$y = \sum_{i=1}^k \beta_i \frac{x_i}{\sigma_i} + a_{i+1} + \Delta, \quad (3)$$

где $\beta_i = a_i \sigma_i$, а σ_i — стандартное отклонение признака x_i ; то величины $\frac{x_i}{\sigma_i}$ будут иметь одну и ту же дисперсию (равную единице). Это дает основание сравнивать долю участия фактора x_i по коэффициентам $\beta_i = a_i \sigma_i$.

Найденное уравнение множественной регрессии между удельным весом и компонентами химического состава, наиболее тесно связанными с удельным весом, имеет следующий вид (множественный коэффициент корреляции $R_{\text{мин}} = 0,97$):

$$\delta \approx -0,013 \text{ SiO}_2 + 0,0039 (\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{FeO} + \text{MgO}) + 0,013 \text{ CaO} + 3,38. \quad (5)$$

Для выявления «долевого» участия каждого компонента в суммарном влиянии на удельный вес, были использованы коэффициенты β_i

найденные из соотношения (4), которые оказались равными для $(\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{FeO} + \text{MgO}) - 0,163$, для $\text{SiO}_2 - 0,082$ и $\text{CaO} - 0,026$. Таким образом, влияние на удельный вес суммы тяжелых компонентов $(\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{FeO} + \text{MgO})$ вдвое больше SiO_2 и в шесть раз больше CaO , а влияние SiO_2 втрое больше CaO .

В результате проведенного парного и множественного корреляционного анализа (табл. 1) между числовыми характеристиками b , Q , c и удельным весом установлено, что наиболее тесная корреляционная связь наблюдается между удельным весом и числовыми характеристиками b ($r = 0,95$) и Q ($r = -0,95$), несколько ниже для C ($r = 0,86$). Множественное уравнение регрессии для важнейших числовых характеристик имеет вид ($R_{\text{чн}} = 0,97$):

$$z = 0,057 b + 0,018 c - 0,0058 Q + 2,58. \quad (6)$$

Коэффициенты «долевого» участия β_i в суммарном воздействии на удельный вес оказались равными: для $Q - 0,067$, $b - 0,037$ и $c - 0,026$. Иными словами, «долевое» участие в суммарном воздействии на удельный вес числовой характеристики Q , отражающей насыщенность породы кремнеземом, в 1,8 раза выше, чем числовой характеристики b , показателя относительного содержания фемических компонентов и 2,5 раза выше влияния числовой характеристики c , отражающей относительное число атомов кальция, входящих в алюмосиликаты.

Поскольку содержания главных компонент химического состава и изменения числовых характеристик не являются независимыми, так как атомы входят в состав минералов, и изменение их носит знакопеременный характер, то различая направленность в изменении SiO_2 , CaO и $(\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{FeO} + \text{MgO})$, а также b , Q приводит к тесной линейной корреляционной зависимости между указанными компонентами и удельным весом. Указанная особенность имеет важное практическое значение, поскольку позволяет по значениям удельного веса прогнозировать с заранее гарантированной точностью, не только содержание SiO_2 , но и содержание CaO , суммы $(\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{FeO} + \text{MgO})$, а также числовые характеристики b и Q .

Таблица 2

Уравнение регрессии между компонентами химического состава и удельным весом.

Уравнения регрессии SiO_2 , CaO , $(\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{FeO} + \text{MgO})$, b и Q по z	Доверительные пределы прогнозируемых значений при 5% уровне значимости
$\text{SiO}_2 = -46,37 z + 184,91$	$\pm 3,45 \%$
$\text{CaO} = 14,75 z - 34,10$	$\pm 1,27 \%$
$(\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{FeO} + \text{CaO}) = 30,16 z - 72,22$	$\pm 2,78 \%$
$b = 46,99 z - 112,85$	$\pm 4,03$
$Q = -83,88 z + 232,95$	$\pm 7,20$

Найденные регрессионные зависимости приведены в табл. 2 и могут использоваться для практических целей.

Киевский государственный университет
им. Т. Г. Шевченко

Գ. Տ. ՊՐՈՒԿԱՅՎՈՒՄ, Ա. ՅՈՒ. ՍԵՐՊԱ, Ն. Ն. ՓՈՒԿՈՎ

Հայաստանի կոտազույն հրաբխային ապարների բիմիական
բաղադրության գնահատականը ըստ տեսակաբառ կշռի

Կատարվել է Հայաստանի նորագույն հրաբխային ապարների տեսակաբար կշռի և բիմիական բաղադրության փորձարարական ուսումնասիրություն՝ փայտարիտներից բաղալուսները ներառյալ: Ստացված տվյալները մշակվել են էՆՄ միջոցով զուգահիշ և բազմարանակ ետրնթաց վերլուծման ծրագրով:

Տեսակարար կշռի ու բիմիական կազմի հիմնական բաղադրիչների և Զափարիցկու թվային բնութագրերի միջև եղած համահարաբերակցության կախման բնույթը արտահայտվում է ետրնթաց կախումներով: Ստացված ետրնթաց հավասարումները՝ կանխագուշակվող նշանակությունների ճշտության մատնանշմամբ, կարող են օգտագործվել գործնական նպատակների համար:

ЛИТЕРАТУРА — Կ Բ Ե Կ Ա Ն ՈՒ Ք Յ ՈՒ Ն

1 Б. В. Вахирев, «Прикладная геофизика», вып. 43, ст. 125, 1965. 2 Е. И. Пустомышник, Статистические методы анализа и обработки наблюдений, «Наука», М., 1968.

УДК 550.4

ГЕОХИМИЯ

С. Б. Абовян, Л. Ф. Борисенко

Новые данные о вторичном магнетите из ультрабазитов
Армянской ССР

(Представлено академиком АН Армянской ССР И. Г. Магакьяном 22/1 1971)

Специфические условия образования минералов оказывают существенное влияние на концентрацию в них элементов-примесей, что, например, характерно для магнетита и титаномагнетита эндогенных месторождений различных генетических типов (1-3). Еще отчетливее эту зависимость состава минералов от их генезиса можно увидеть на примере вторичного магнетита из серпентинизированных ультрабазитов.

Нами были изучены некоторые особенности распределения элементов-примесей во вторичном магнетите и характер его распространения в ультрабазитах Шоржинского, Жил-Сатанахачского, Каранман-Зодского и других массивов Армянской ССР. Среди ультраосновных пород указанных массивов наибольшее распространение имеют перидотиты (гарцбургиты и лерцолиты); ими занято около 90% всей площади ультрабазитов. Менее распространены дуниты (7%) и пироксениты (5%). Как правило, перидотиты и дуниты сильно серпентинизированы. Количество серпентина в них составляет не менее 40—50%. Часто встречаются участки сложенные почти одним серпентином: лизардитом, хризотилом, антигоритом, реже серпофитом.

Изученные ультрабазиты почти всегда содержат вторичный магнетит, количество которого зависит от степени серпентинизации этих пород (4). В частично серпентинизированных ультраосновных породах вторичного магнетита примерно в три раза меньше, чем в серпентинитах (табл. 1). Кроме того, на общее количество вторичного магнетита в породе влияет ее минеральный состав. Наибольшее среднее содержание вторичного магнетита характерно для серпентинитов, развивавшихся по дуниту (24300 г/т). В аногарцбургитовых и эполерцолитовых серпентинитах его содержания меньше и составляет 18400 и 15000 г/т соответственно.

Вторичный магнетит встречается в виде отдельных пылевидных выделений, или их скоплений неправильной формы, или тонких проводни-

ков, окружающих неполностью замещенные серпентином зерна оливина. Реже он располагается по спайности в пироксенах. Полученная рентгенограмма порошка (аналитик Р. Н. Александрова) показывает, что единственной фазой рудного минерала, выделенного из протолок серпентинитов или серпентинизированных дунитов и перидотитов, является магнетит.

Таблица 1

Количество вторичного магнетита в ультрабазитах, (г/т)

Породы	Число проб	Количество магнетита	% серпентинизации породы
Дунит серпентинизированный	4	8000	40—60
Аподунитовый серпентинит	5	24300	100
Гарцбургит серпентинизированный	6	6200	40—60
Апогарцбургитовый серпентинит	4	18400	100
Лерцолит серпентинизированный	4	5190	40—60
Аполерцолитовый серпентинит	2	15000	100

Согласно результатам количественных спектральных и химических анализов вторичный магнетит характеризуется относительно невысокими содержаниями Ti, V, Mn, Cu, Ga, Sc (табл. 2), значительно меньшими по сравнению с концентрациями этих же элементов в акцессорном титаномагнетите (первичном) из габбро тех же массивов. Наоборот, в распределении Cr, Ni, Co наблюдается обратная картина: их содержания во вторичном магнетите, в особенности из аподунитовых серпентинитов, значительно выше, чем в титаномагнетите из габбро. Характерно, что концентрации некоторых элементов-примесей во вторичном магнетите из серпентинизированных перидотитов и алоперидотитовых серпентинитов имеют промежуточные значения между их содержаниями во вторичном магнетите из дунитов и в титаномагнетите из габбро. Наиболее отчетливо это проявлено у Ti, V, Mn и менее четко у Cr и Co.

Как известно, при серпентинизации для большинства ультрабазитовых массивов характерны изохимические процессы, при которых концентрации главных породообразующих и второстепенных компонентов остаются без существенных изменений (5-6). При этом вторичный магнетит образуется за счет железа, содержащегося в оливине и пироксенах. Как показали наши исследования, редкие и малые элементы накапливаются в магнетите, главным образом, также за счет этих силикатов. Действительно, если провести сравнение концентрации элементов-примесей в оливине, пироксенах и вторичном магнетите из дунитов и перидотитов (табл. 2, 3), то довольно ясно видна зависимость содержаний Sc, Ti, V, Cr, Ni, Co, Mn, Ga в последнем минерале от петрографического состава пород, подвергшихся серпентинизации. Концентрации второстепенных элементов в магнетите серпентинизированных дунитов и перидотитов близки к их содержаниям в оливине и пироксенах этих же пород. Исключение составляет лишь Cr и Zn. Содержание Cr в оливине примерно равно 0,04—0,05%, цинка 0,004%, а в пироксенах обнаружено 0,4—

0,5% Cr и 0,003% Zn, тогда как во вторичном магнетите установлено 0,71—0,85% Cr и 0,05—0,06% Zn. Вероятно, в процессе серпентинизации часть хрома пошла в состав вторичного магнетита за счет замещения акцессорных хромшпиннелдов. Возможность такого замещения была показана на примере ультрабазитов Урала (9). Цинк же скорее всего частично был принесен вместе с серпентинизирующими растворами.

Более высокие концентрации Ti, V, Mn, Ga во вторичном магнетите из перидотитов по сравнению с магнетитом из дунитов обусловлены повышенными их концентрациями в подвергшихся замещению пироксенах. Так как ромбический пироксен в исследованных породах более распространен, чем моноклинный, то и средние содержания элементов-примесей во вторичном магнетите перидотитов ближе к их концентрациям в ортопироксенах. Так, ромбический пироксен перидотитов содержит в среднем 0,053% Ti, 0,015% V, 0,017% Mn, а среднее содержание этих же элементов во вторичном магнетите, выделенном из этих пород, соответственно составляет 0,047%; 0,013% и 0,22%. С другой стороны вторичный магнетит из апоперидотитовых серпентинитов содержит меньше Co, чем вторичный магнетит из аподунитовых серпентинитов. Это, в свою очередь, объясняется тем, что в пироксенах концентрации Co меньше, чем в оливинах (табл. 3). Таким образом, в процессе серпентинизации ультрабазитов главная масса редких и малых элементов, содержащихся во вторичном магнетите, унаследовалась из подвергшихся замещению железомagneзиальных силикатов и отчасти хромшпиннелдов.

Если теперь рассмотреть магнетит с учетом специфических особенностей его основного состава и структуры, то в первую очередь необходимо отметить, что этот минерал относится к типу инвертированных шпиннеллей и имеет структурную формулу



Большая часть рассмотренных редких и малых элементов имеет размеры ионов и заряды (10), позволяющие им в значительных количествах замещать Fe^{2+} или Fe^{3+} . Полученные искусственные соединения типа FeV_2O_4 , GaFeGaO_4 , GaZnGaO_4 и другие (11, 12), а также природные минералы с высокими концентрациями Zn (франклинит), Mn (якобит), Ni (треворит), Mg (магнезиоферрит), V (кульсонит), подтверждают реальность замещений такого рода. Кроме того повышенные содержания титана, ванадия, марганца, хрома были установлены в титаномагнетите из ультрабазитов и базитов многих массивов Урала (2, 7 и др.).

Однако, несмотря на широкие возможности для изоморфных замещений, концентрации элементов-примесей во вторичном магнетите из ультрабазитов Армянской ССР, как правило, не поднимаются выше их содержания в силикатах. Аналогичные данные были получены нами для вторичного магнетита из серпентинитов Баженовского массива (Урал), в котором оказалось 0,011—0,012% V, 0,13—0,16% Mn, 0,075% Cr, 0,16% Ni, 0,0003% Sc и 1,2—1,4% Mg. Приведенные примеры показывают, что

Таблица 2

Содержание элементов примесей в магнетите и титаномагнетите (вес. %))

Минерал и порода	Число проб	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Co	Ni	Cu	Zn	Ga
Вторичный магнетит из серпентинизированного дунита и аподунитового серпентинита	5	0,0003	0,019	0,008	0,85	0,08	0,048	0,19	0,006	0,049	Не обнаружено
Вторичный магнетит из серпентинизированного перидотита и апоперидотитового серпентинита	3	0,0007	0,047	0,013	0,71	0,22	0,012	—	0,006	0,058	Не обнаружено
Титаномагнетит (первичный) из габбро	6	0,0015	4,20	0,15	0,10	0,37	0,011	0,12	0,022	0,038	0,0026

Таблица 3

Содержание элементов-примесей в оливине и пироксенах (вес. %))

Минерал, порода	Число проб	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Co	Ni	Cu	Zn	Ga
Оливин из дунитов	4	Не обнаружено	0,012	—	0,049	0,13	0,035	0,30	0,006	0,0042	Не обнаружено
Оливин из перидотитов	1	Не обнаружено	—	—	0,042	0,10	0,042	0,56	0,0013	—	Не обнаружено
Ромбический пироксен из перидотитов	8	0,0006	0,053	0,013	0,43	0,17	0,016	0,12	0,0038	0,0029	Не обнаружено
Моноклинный пироксен из перидотитов	3	0,017*	0,29	0,039	0,70	0,08	0,005	0,058	0,0053	—	0,0001

* Среднее из 20 проб

характерные особенности состава и структуры магнетита не всегда широко используются в природных образованиях для различного рода изоморфных замещений. Другими словами, основной химический состав минерала и его структура являются хотя и важными, но далеко не единственными факторами, определяющими степень концентрации второстепенных элементов в минерале. Пример вторичного магнетита из серпентинизированных ультрабазитов показывает, что условия его образования относятся к одним из определяющих факторов, оказывающих существенное влияние на состав минерала. Вероятнее всего исследованный магнетит образовался без значительного дополнительного привноса большей части элементов-примесей (Ti, V, Cr, Ni, Co, Mn, Cu, Sc), а относительно низкие концентрации в нем большинства этих элементов целиком (или почти целиком) определялись особенностями первичного состава подвергшихся серпентинизации ультрабазитов.

Институт геологических наук АН Армянской ССР
 Институт минералогии, геохимии и кристаллохимии
 редких элементов МГ и АН СССР

Ս. Բ. ԱՐՈՎՅԱՆ, Լ. Յ. ԲՈՐԻՍՆԿՈ

Նոր տվյալներ հալկական ՍՍՀ ուլտրաբազիտների
 երկրորդական մագնետիտի մասին

Ուսումնասիրված են երկրորդական մագնետիտի մեջ էլեմենտ խառնուրդների տեղաբաշխման որոշ առանձնահատկությունները և նրա տարածման բնույթը Հալկական ՍՍՀ Շորժայի, Զիլ-Սատանախաչի, Կարախիման-Գոգի և այլ զանգվածների ուլտրաբազիտներում: Երկրորդական մագնետիտի քանակը կախված է ուլտրաբազիտների սերպենտինացման աստիճանից և սկզբնական միներալոգիական կազմից:

Ուսումնասիրված երկրորդական մագնետիտը բնութագրվում է Ti-ի, V-ի, Mn-ի, Cu-ի, Ga-ի, Sc-ի համեմատաբար ցածր և Cr-ի, Ni-ի, Co-ի ավելի բարձր պարունակությամբ՝ համեմատած նույն զանգվածների զարբերների մագնետիտում (սկզբնական) այդ նույն էլեմենտների կոնցենտրացիայի հետ: Վերահիշյալ էլեմենտների մեծ մասն ունի իոնների և լիցքերի շափեր, որը հնարավորություն է տալիս զգալի քանակով տեղակայել Fe^{2+} և Fe^{3+} մագնետիտում: Երկրորդական էլեմենտների կոնցենտրացման աստիճանը որոշվում է գլխավորապես միներալների ստրուկտուրայով և կազմով, որոնց քայքայման հաշվին առաջացել է երկրորդական մագնետիտը:

Պարզվում է, որ ուսումնասիրվող մագնետիտը գոյացել է առանց էլեմենտ-խառնուրդների (Ti, V, Cr, Ni, Co, Mn, Cu, Sc) մեծ մասի լրացուցիչ ներբերման, իսկ այդ էլեմենտների գերակշռող մասի հարաբերական ցածր պարունակությունը պայմանավորված է սերպենտինացված ուլտրաբազիտների սկզբնական կազմի առանձնահատկություններով:

ЛИТЕРАТУРА — ЧИТАТЕЛЬСТВО

- 1 И. А. Киселева, А. А. Митусев, Геология рудн. месторожд., т. 9, № 6, 1967. 2 Л. Ф. Борисенко, С. И. Лебедева, Г. Н. Сердобова, Геология рудн. месторожд., т. 10, № 4, 1968. 3 М. Т. Бояджиан, Г. М. Мкотчян, Геология рудн. месторожд., т. 11, № 2, 1969. 4 С. Б. Абовян, «Изв. АН Арм. ССР», Науки о Земле, т. 22, № 3, (1969). 5 Н. В. Бутырин, Дуниты Урала как сырье для огнеупорной промышленности, Тр. 2-го совещания по огнеупорным материалам, Изд. АН СССР, 1941. 6 Д. С. Штейнберг, Новые данные о серпентинизации дунитов и перидотитов Урала, Межд. геол. конгресс, XXI сессия, Проблема 13, Докл. Сов. геологов, Изд. АН СССР, 1960. 7 Л. Ф. Борисенко, Редкие и малые элементы в гипербазитах Урала, «Наука», 1966. 8 Д. С. Штейнберг, И. А. Малахов, Л. Д. Булкин, И. С. Чашухин, Итоги изучения серпентинизации ультрабазитов Урала, Тр. II-го Уральск. Петрогр. Совещ., т. II, 1969. 9 Л. Д. Булкин, Некоторые новые данные о поведении окислов железа при серпентинизации, Тр. II-го Уральск. Петрогр. Совещ., т. II, 1969. 10 J. Green, Bull. Geol. Soc. Amer., v. 70, 9, 1959. 11 M. Lensen, Ann. Chim., v 4, 1960. 12 А. Н. Винчелл, Г. Винчелл, Оптические свойства искусственных минералов, Изд. «Мир», 1967.

УДК 577.3

С. С. Оганесян, Г. В. Гюльханджян

О термодинамических аспектах автоколебаний конформации белков

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. А. Тер-Карпетяном 6/XII 1970)

Согласно (1,2) незатухающие автоколебания активности ферментов в растворе обуславливаются, в частности, ионными взаимодействиями полярных групп на поверхности макромолекулы. Теория Линдерштрем—Ланг и Шеллман (3) рассматривает условия, обеспечивающие легкие переходы макромолекул белка из одного конформационного состояния в другое без больших энергетических затрат, если эти конформации энергетически равноценны. В данном случае исключается необходимость оценки взаимодействия фермент—субстрат с позиции его значения для поддержания или запрещения автоколебаний.

Макромолекулы белков обладают двумя качествами, расширяющими возможность флуктуаций их структуры, а именно: а) возникновение деспирализации отдельных участков полипептидных цепей, которые в начальной стадии обратимы и б) малая величина изменения свободной энергии неспирализованной части макромолекулы. Переход отдельного участка из более упорядоченного состояния в менее упорядоченное характеризуется $\Delta F \sim 1 \text{ ккал/моль}$ (4). Отсюда очевидна возможность рассмотрения таких процессов с позиции термодинамики и статистической физики. С этой целью в качестве модели выбрано взаимодействие двух ионизированных групп на поверхности белка.

Рассматривается автоколебание энзиматической активности сократительных белков (актомиозина), хорошо выявляемое в водно-солевых средах с значением рН близким к физиологическому, т. е. рН 7 — рН 8, когда ионизированы —NH₂ и —SH группы. Радикал —NH₂ можно представить в виде диполя (обозначим как диполь А), а радикал —SH с более равномерным распределением зарядов — в виде малополярного радикала (обозначим Z). Дипольные моменты этих радикалов соответственно равны: для —NH₂ группы $\approx 2 \text{ Д}$, —SH $\approx 0,67 \text{ Д}$ (5).

В растворе белка диполи воды (диполи В) образуют сольватную оболочку вокруг диполя А и малополярного радикала Z. Допустимо, что в этих условиях сольватация радикала Z способствует отрыванию

от него протона с передачей на диполь A , что приводит к нейтрализации отрицательного конца последнего. Вследствие этого разрушается сольватная оболочка вокруг диполя A с образованием энергетически более выгодных связей диполей воды между собой. Из-за возникновения кулоновского притяжения A^+ к Z^- происходит изменение участка белка, заключенного между ними. Это приводит к обратной передаче протона — SHI группе (Z^-) и вновь повторяется цикл взаимодействия диполей A с диполями воды. Таким образом снова образуется сольватная оболочка, происходит отрыв протона от малополярного радикала, нейтрализация диполя A и создается вероятность периодического повторения всего процесса, в котором важную роль играет взаимодействие белка также с диполями воды.

В настоящей работе рассмотрена эта модель с целью качественной оценки изменения свободной энергии в двухдипольной системе в процессе автоколебания.

Пусть в системе N_A молекул (диполей) A и N_B молекул (диполей) сорта B . Тогда система есть жидкость с неоднородным распределением концентраций, а ее состояние является неравновесным. По общему правилу термодинамики необратимых процессов (*), термодинамические функции такого состояния совпадают с функциями аналогичного состояния, сделанного равновесным при помощи подходящего потенциала. Так как мгновенную картину распределения концентраций можно разложить в спектр Фурье, то целесообразно выбрать синусоидальный потенциал:

$$U_A = A \sin f x, \quad (1)$$

$$U_B = -B \sin f x,$$

где U_A и U_B — потенциальная энергия молекул сорта A и B соответственно, а f — волновое число.

Полная потенциальная энергия системы запишется в виде:

$$U = \sum_N \Phi_{ij} + \sum_{N_A} U_A + \sum_{N_B} U_B, \quad (2)$$

где Φ_{ij} — взаимный потенциал пары молекул. Конфигурационный интеграл системы в поле (1) равен (**)

$$Q^e = \int \cdots \int \exp \left[\left(- \sum_N \Phi_{ij} - \sum_{N_A} U_A - \sum_{N_B} U_B \right) / KT \right] d\vec{r}_1 \cdots d\vec{r}_N. \quad (3)$$

Следовательно раскладывая (3) в ряд по степеням A/KT и B/KT и ограничиваясь квадратичными членами можно прийти к более удобной для дальнейшего исследования форме, выраженной через коррелятивные функции. Решение для коррелятивных функций дается бесконечной цепочкой интегро-дифференциальных уравнений Боголюбова

(1), если имеется вид Φ_{11} . Мы здесь не будем искать явный вид Q^* , а оставим его выраженным через коррелятивные функции ν_{AA} , ν_{BB} , и ν_{AB} . Тогда

$$Q^* = Q_0 \left\{ 1 + \frac{N_A^2 A^2}{4V(KT)^2} \left[\frac{V}{N_A} + \frac{V}{N_B} + \int (\nu_{AA} + \nu_{BB} - 2\nu_{AB}) d\vec{r} \right] \left(1 - \frac{f^2 K^2}{6} \right) \right\}, \quad (4)$$

где

$$K^2 = \frac{\int \nu^2 r^2 d\vec{r}}{\int \nu d\vec{r} + \frac{V}{N_A} + \frac{V}{N_B}}, \quad \nu(\vec{r}) = \nu_{AA} + \nu_{BB} - 2\nu_{AB}. \quad (5)$$

Отсюда свободная энергия раствора в поле (1) равна:

$$F^* = F_0 - \frac{N_A^2 A^2}{4VKT} \left[\frac{V}{N_A} + \frac{V}{N_B} + \int \nu(\vec{r}) d\vec{r} \right] \left(1 - \frac{f^2 K^2}{6} \right), \quad (6)$$

где F_0 — свободная энергия однородного раствора. F^* включает в себя потенциальную энергию молекул в поле (1). Свободная энергия неоднородного раствора без поля отличается от F^* на величину этой потенциальной энергии U^* : т. е. $F = F^* - U^*$.

Зная пространственное распределение молекул каждой компоненты раствора можно найти U^* .

$$U^* = - \frac{3}{4} \frac{N_A^2 A^2}{VKT} \left[\frac{V}{N_A} + \frac{V}{N_B} + \int \nu(\vec{r}) d\vec{r} \right] \left(1 - \frac{f^2 K^2}{6} \right).$$

Тогда

$$F = F_0 + C_f^2 \frac{VKTN^4}{4N_A^3 N_B \left[\frac{V}{N_A} + \frac{V}{N_B} + \int \nu(\vec{r}) d\vec{r} \right] \left(1 - \frac{f^2 K^2}{6} \right)}. \quad (7)$$

C_f определяется из выражения концентрации

$$C = \bar{C} + C_f \sin fx, \quad (8)$$

где

$$\bar{C} = \frac{N_A}{N_A + N_B} = \frac{N_A}{N}.$$

Но с другой стороны мы имеем, что $C = C(t)$, причем эта функция $C(t)$ есть периодическая от t и в общем виде

$$C = \bar{C} + \sin \omega t \cdot \sin fx. \quad (9)$$

Покажем, что это допущение верно, т. е. для данной модели концентрация есть периодическая функция от времени. Пусть C_1 — концентрация диполей A , а C_2 — концентрация связанных молекул

воды, которые сольватированы на диполе А. Уравнение Вольтерра—Лотка для такой модели имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{c}_1 = -ac_1 - \beta c_1 c_2 \\ \dot{c}_2 = \alpha c_1 c_2 - bc_2 \end{cases} \quad (10)$$

Решение этой системы такое

$$C_1 = C_1^0 + C_1^0 \sin | \overline{ab} t,$$

где

$$C_1^0 = \frac{b}{\alpha}$$

Это указывает на правомочность допущения (9), отсюда вытекает, что

$$C_1 = \sin \omega t. \quad (11)$$

Таким образом, подставив (11) в (7) для F мы получаем:

$$F = F_0 + \frac{VKTN^1}{4N_A^2 N_B \left[\frac{V}{N_A} + \frac{V}{N_B} + \int v(\vec{r}) d\vec{r} \right] \left(1 - \frac{f^2 K^2}{6} \right)} \sin^2 \omega t.$$

Следовательно в рассматриваемой нами модели свободная энергия системы изменяется от времени синусоидально, что указывает на вероятность поддержания незатухающих колебаний с помощью выбранного механизма, как одного из частных. Полученная формула объясняет явление изменения амплитуды автоколебаний при замене растворителя и хорошо согласуется с данными эксперимента о влиянии малополярных растворителей. Так, амплитуда автоколебаний АТФ-азной активности и титра SH-групп актомиозина мышц уменьшается при внесении в раствор белка спиртов и других органических растворителей, а также в присутствии малых концентраций ацетилхолина (²), способных снижать реактивность SH-групп белков (*).

Лаборатория биофизики Института кардиологии
Министерства здравоохранения Армянской ССР

И. И. ՀԱՎՆԱՆՆԻՅԱՆ, Գ. Վ. ԳՅՈՒԼԱՆՆԻՅԱՆ

Ապիտակուցների կոնֆորմացիայի ինֆնատատանումների
բեմոդիեամիկական ասպեկտների մասին

Ապիտակուցների ջրային լուծույթներում նկատվում է նրանց ֆերմենտային ակտիվության ինֆնատատանումներ, որոնք մասնավորապես պայմանավորվում են մակրոմոլեկուլի մակերեսում տեղավորված իոնացված խմբերի ջրային փոխադրեցությամբ: Որպես մոդել մենք ընտրում ենք -NH₂ և -SH խմբերի փոխադրեցությունն իրար հետ և ջրի դիպոլների հետ լուծույթում: Գնահատվել են այս երկդիպոլային սիստեմի ազատ էներգիայի փոփոխություն-

ներքի Հաշվարկումները թույլ են տալիս եզրակացնել, որ սխառեմի ազատ Հներ-
գիան գտնվում է սինուսոիդալ կախման մեջ ժամանակից: Ստացված բանա-
ձևը բացատրում է մակրոմոլեկուլների կոնֆորմացիայի ինքնատատանման
ալիքի մեծության (ամպլիտուդայի) փոփոխումները օրգանական լուծիչների
կամ այլ նյութերի ազդեցության ներքո:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Չ Ր Կ Ը Ը Ն Ք Ե Ր Ե Ր Է

- ¹ С. Э. Шмоль, в сб. Молекулярная биофизика, изд. «Наука», М., 56, 1966.
² С. Э. Шмоль, Автореферат докторск. диссерт. М., 1970. ³ K. Lindqvist-Lang, J. Scheel-
Imal, in. «The Enzyme» N. Y., Vol. 1, 14 (1959). ⁴ М. В. Волькенштейн, Строение и
физические свойства молекул, изд. АН СССР, М., 1955. ⁵ М. А. Леонтович, Введе-
ние в термодинамику, ОГИЗ, М., 1951. ⁶ Н. З. Фашер, Статистическая теория жид-
костей, М., 1961. ⁷ Н. Н. Боголюбов, Проблемы динамической теории в статистичес-
кой физике, ОГИЗ, М., 1964. ⁸ С. С. Оганесян, Т. С. Заминян, В. П. Петросян,
Л. Х. Адибян, в сб. Биофизика мышечного сокращения, изд. «Наука», М., 1966.

УДК 6487+612.111.5

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

К. С. Погоян

Локализованные повреждения морозами виноградного растения
и характер его восстановления

(Представлено чл.-корр. АН СССР Н. И. Тумановым 13/1 1971)

Действие отрицательных температур на открыто-зимующие растения неравномерно и часто носит локализованный характер. Оно зависит от ряда факторов: особенностей сорта, рельефа, экспозиции склона, метеорологических условий местности.

Определенную роль имеет степень обогрева тканей в дневное время различных участков штамба и побегов ($1-1'$), а также окраска их наружной поверхности ($1-1''$). Гибель растений помимо повреждений от морозов может наступить и от зимнего иссушения, зависящего как от действий внешних условий (продолжительные ветры), так и от возможности передвижения воды в растениях (1, 6, 11, 18).



Рис. 1. Термоэлектрический аппарат для локализованного замораживания отдельных участков (5 см) штамба и побегов (сорт Фредония).

Выяснение степени устойчивости к морозам отдельных тканей виноградной лозы, взаимосвязь поврежденной и смежных с ней тканей, а

также восстановление таких кустов представляет значительный интерес.

С этой целью нами наряду с полевыми опытами были проведены специальные исследования (Институт Низких Температур, Япония) с применением локализованного замораживания термоэлектрическим, полупроводниковым аппаратом отдельных участков штамба и однолетних побегов виноградного куста. Этим прибором отдельные участки растения возможно заморозить до -35°C с точностью $\pm 0,3^{\circ}\text{C}$ при температуре окружающего воздуха до $+40^{\circ}\text{C}$ (рис. 1). Температура внутри охлажденной части, а также в смежных к ней частях (в зависимости от цели опыта) измерялась термопарами (медь-константан) диаметром 0,2 мм и регистрировалась самозаписывающим прибором. Использовались растения *Vitis Labrusca*: выращиваемые в вазонах трехлетние кусты сорта Делаваре и произрастающие в полевых условиях пятилетние растения сорта Фредония. У сорта Делаваре замораживались в одном случае три различных участка основного побега (обе стороны) при -22° , -24° и -26°C , в другом — при тех же температурах — только одна сторона охлаждающегося участка. У сорта Фредония замораживанию подвергался участок 4-летнего штамба (обе стороны). Дифференцированное определение степени повреждения всех тканей производилось спустя 4 месяца.

При анализе температурных кривых, полученных для охлаждаемых

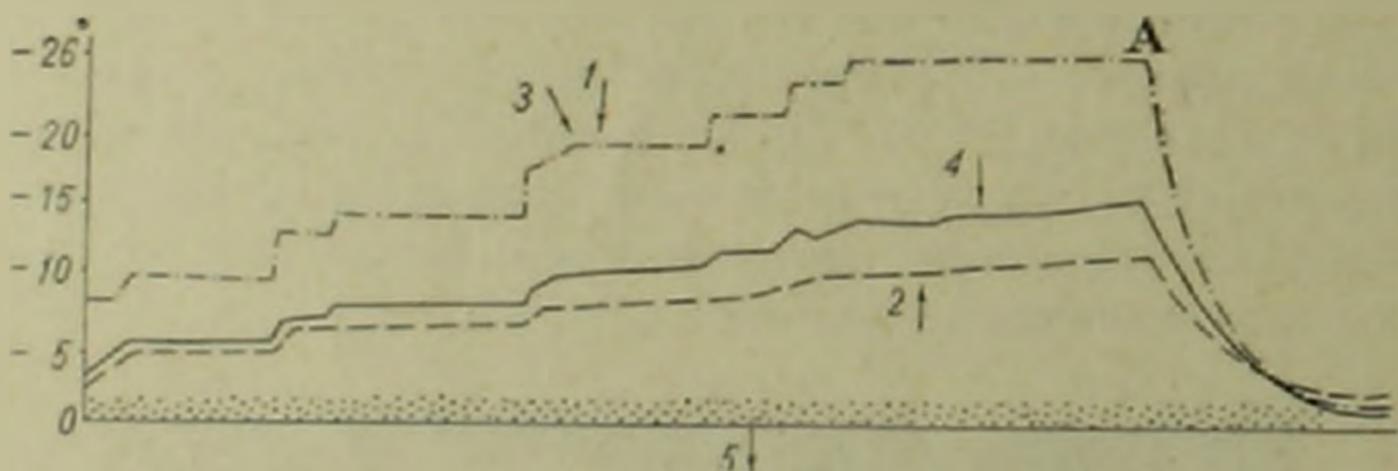


Рис. 2. Температура замороженного и смежных к нему участков побега (сорт Делаваре) 1—3 — температура замороженного участка (показания двух термопар); 2 — температура в смежном участке (1, 2 см); 4 — температура в смежном участке (0,7 см); 5 — температура окружающего воздуха (холодильная комната). А — Начало оттаивания

и смежных с ними участков следует учесть, что они отражают не только процесс замораживания и льдообразования, но и ряд других факторов: свойства окружающей среды, теплоемкость и теплопроводность тканей самих растений и термопар (1, 13). Эти данные показывают, что в процессе замораживания ткани проявляют некоторую теплопроводность. В смежных с охлажденным участком тканях побега температура значительно понижалась в зависимости от температуры замораживания локализованного участка, продолжительности ее действия и температуры окружающего воздуха (растения сорта Делаваре находились в холодильной камере с температурой -2°C).

При замораживании отдельных участков основного побега до -22° , -24° и -26°C (с продолжительностью по 2 часа) в прилегающих к ним

незамороженных частях температура понижалась пропорционально расстоянию между этими участками. На расстоянии 0,7 см от замороженной до -26°C зоны температура в тканях снизилась до $-13-15^{\circ}\text{C}$, а на 1,2 см до $-11-12^{\circ}\text{C}$ (рис. 2). В случае же замораживания подопытной части побега, с одной стороны, на противоположной (незамороженной стороне 0,7 см) за тот же промежуток времени температура понижалась значительно сильнее: при -20° она составляла $-12,5^{\circ}$, а при -26° была $-18-19^{\circ}\text{C}$. Можно полагать, что спад температуры и льдообразование происходят быстрее в поперечном направлении, чем в продольном.

Результаты наблюдений за ростом и развитием растения сорта Делаваре с локализованными замороженными участками (обе стороны) приводятся в табл. 1.

Таблица 1

Динамика роста 4-летнего растения винограда с замороженными участками основного побега, см

Дата	Расположение почек по длине побега												
	1	2	3	4	5	6*	7	8	9*	10*	11	12	13
26/III	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	Н	0	0	0	11
12/IV	10	15	Н	10	35	Н	30	25	Н	0	0	0	10
18/IV	12	22	12	20	51	В	16	38	2	0	0	0	12
1/V	14	26	15	45	98	В	100	80	3	0	0	0	27
12/V	14	28	17	64	128	В	131	97	В	0	0	0	40
22/V	14	28	20	85	143	В	154	120	В	0	0	0	43
4/VI	14	28	20	101	152	В	172	125	В	0	0	0	44
14/VI	14	28	20	122	158	В	185	132	В	0	0	0	48

* Под этими глазками междоузлия заморожены: № 6— 22°C ; № 9— 24°C ; № 10— 26°C .

Обозначения: Н—набухание; В—высохли; 0—не раскрылись.

Данные показывают, что локализованное действие отрицательных температур на отдельных участках основного побега повлияло на дружное распускание всех глазков и их дальнейший рост в период вегетации. Замороженный участок между 5 и 6 глазками (до -22°C) не подействовал отрицательно на ростовые процессы ниже и выше расположенных глазков (с 1 до 9). Исключение составил 6-й глазок, находящийся непосредственно около зоны замораживания. Нарушение синхронности ростовых процессов имело место в остальной части побега, где два участка были заморожены до -24° и -26°C . Несмотря на то, что все глазки этой зоны (с 9 по 13 глазок) были расположены на различном расстоянии от охлажденных участков и не подвергались действию критических для них температур, только последний (13-й глазок) раскрылся и продолжал рост.

Аналогичная закономерность наблюдалась и на другом опытном растении, где междоузлия между 5—6 и 12—13 глазками были заморожены до -26 и -24°C с одной стороны. Первые 5 глазков, считая снизу,

հարուստ ընթացքում դուրսհանալիս անընդհատ հաշվի են առնվել ցրտահարվող և նրանց հարակից հյուսվածքների ջերմաստիճանը $\pm 0,3$ աստիճան ձ. ճշտությամբ:

Խաղողի (*V. Labrusca*) մատերի հյուսվածքները, ձմռան ժամանակաշրջանում, դիմացկանության տեսակետից միմյանցից տարրերով են հետևյալ հաջորդականությամբ՝ րսիլեմա > կամրիում > ֆլոեմայի պարենխիմա > ֆլոեմայի ձառողայիներ > պահեստային բողբոջներ > պլիսալոր բողբոջ: Թույլ դիմացկանություն ունեցող սորտերի (*V. Vinifera*) մեծ մասի կամրիալ բջիջներն ավելի զգայուն են ցրտերի հանդեպ:

Ֆլոեմայի հյուսվածքները—24 աստիճան Ց և ավելի ցածր ջերմաստիճանների դեպքում ուժեղ վնասվել են, թեև կամրիալ բջիջների և րսիլեմայի հյուսվածքների որոշ մասը առողջ է մնացել:

Խաղողի այն բույսերը, որոնց բնի և մատերի առանձին մասերի վրա մահացել է ամբողջ ֆլոեման և կամրիումի 2/3-ը (—26 աստիճան Ց սառնցման դեպքում), շարունակել են իրենց կենսագործությունը, րսիլեմայի և պահպանված կամրիալ բջիջների վերականգնման պրոցեսների հաշվին: Մատերի երկարությամբ նկատվել են աճման օրինաչափությունների որոշ խախտումներ, որոնք բաց ենթյալ կարելի է բացատրել ամբողջ բույսի բենոալին ծայրամասերի նյութերի փոխանակման կոռելյատիվ կապերի խախտման միջոցով:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ե Լ Ե Ր Յ Ե Ր Ն

- 1 Н. Н. Туманов, Физиологияеткие основы зимостойкости культурных растений, 1940
2 М. А. Амбарцумян, Морозостойкость плодовых и винограда в условиях Араратской равнины, 1965. 3 М. А. Соловьева, Зимостойкость плодовых культур при разных условиях выращивания, 1967. 4 Н. Н. Кондо, Устойчивость виноградного растения к морозам, засухе и почвенному засолению 1970. 5 Р. С. Мкртчян, К. С. Погосян, Доклады ВАСХНИИ № 12, 1966. 6 А. Sakai, The Institute of Low Temperature Science, Ser. B, № 15, 1968. 7 А. Sakai, The Institute of Low Temperature Science, ser. B, № 15, 1968. 8 Nori Akahane, Report of the Hokkaido Prefectural Agricultural Experiment Station, № 1, 1961. 9 К. С. Погосян, А. Sakai, The Institute of Low Temperature Science, ser. B, № 27, 1969. 10 К. С. Погосян, Г. К. Широкая, Виноделие и виноградарство СССР № 7, 1965. 11 У. Х. Чандлер, Плодоводство, М., 1935. 12 А. Перк—Уч. зап. Тартуского университета. Тр. по ботанике, № 5, 1961. 13 О. А. Крижанов, Физиология растений № 15, 1968. 14 В. О. Казарян, Доклады Ереванского симпозиума по онтогенезу высших растений, 1966. 15 Е. А. Макаревская, Физиология регенерационных процессов у виноградной лозы, 1966.

