

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

XLIX, № 3

1969

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ, կենսաբանական գիտությունների բեկեաժու, Ա. Թ. ԲԱՐԱՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ԴԱՋԱՐՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ (պատ. խմբագրի տեղակալ), Ս. Հ. ՄԻՐՉՈՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Ս. Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, շՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Ռ. Մ. ՍԱՊՈՆԺՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, շՍՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Э. Г. АФРИКЯН, кандидат биологических наук, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР (зам. отв. редактора), С. А. МИРЗОЯН, чл.-корр. АН АрмССР, С. С. МКРТЧЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛИАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, Н. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР.

Ր Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

- Ե. Ա. Լարիօնով — Ոչ բեզուլյար ինդեֆինիտ մետրիկայով տարածություններում գործող գծային օպերատորների մասին 113
- Ա. Տ. Նֆիմով — Շղթաների տեսության մեջ Հանժեննի թևոցների կիրառման մասին 118

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

- Լ. Ա. Մովսիսյան — Առաձգական հեծանի կայունության մասին երկայնական հարվածի դեպքում 124

ՖԻԶԻԿԱ

- Կ. Ա. Ասյանյան, Ի. Վ. Բազդասարյան, Վ. Ի. Նիկիտին — Պոլիթրոտպրենի բյուրեղացման պրոցեսի կախվածությունը մոլեկուլյար կշռից և ճյուղավորվածության աստիճանից 1

ԱՍՏՐՈՆՈՄԻԱ

- Ի. Ս. Վարդանյան, Ն. Բ. Նեղիբաբյան — Ճառագայթման տեղափոխման որոշ ոչ գծային խեղդերներ 135

ԿԵՆՔԻՄԻԱ

- Լ. Փ. Յաչվիլի — Ունթար-Սարիգյուղի մանգանի հանքանյութերում թալիումի հայտնաբերման մասին 141
- Վ. Հ. Պառուհիկյան — Հանքանյութերում և միներալներում էլեմենտների պարունակությունների նորմալ բաշխման մի քանի դեպքերի մասին 143

ԻՈՒՑՍՆԵՐԻ ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

- Ն. Պ. Բեզլարյան, Հ. Ղ. Արզումանյան — Գիրերելյաթթվի ուղղակի ազդեցությունը և հետազդեցությունը *Dicenthus cinensis* L. վրա 148
- Ի. Ա. Ուլյարովա — Ցիտոքրոմոքսիդազա և սուկցինդեհիդրոգենազա ֆերմենտների ակտիվության փոփոխությունը խաղողի վազի զարգացման տարեկան փուլում 155

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

МАТЕМАТИКА

- Е. А. Ларионов*—О линейных операторах, действующих в пространствах с
регулярной индефинитной метрикой 113
- А. В. Гфимов*—Об одном применении теоремы Ланжевена в теории цепей 118

МЕХАНИКА

- Л. А. Мовсисян*—Об устойчивости упругой балки при продольном ударе 124

ФИЗИКА

- К. А. Асланян, Р. В. Багдасарян, В. Н. Иикитин*—Зависимость процесса кри-
сталлизации полихлоропрена от молекулярного веса и степени разветвленности 131

АСТРОФИЗИКА

- Р. С. Варданян, Н. Б. Енгибарян*—Некоторые нелинейные задачи переноса
излучения 135

ГЕОХИМИЯ

- Л. П. Яшвили*—О нахождении таллия в рудах Селкар-Саригюхского место-
рождения марганца 141
- В. О. Пароникян*—О некоторых случаях нормального распределения содер-
жаний элементов в рудах и минералах 143

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- И. П. Бегларян, А. Г. Арзуманян*—Прямое действие и последствие гибели
переловой кислоты на *Dianthus chinensis* L. 148
- И. А. Складова*—Изменение активности ферментов—цитохромоксидазы и
сукцинатдегидрогеназы в годичном цикле развития виноградного растения 155

УДК 517.9

МАТЕМАТИКА

Е. А. Ларионов

О линейных операторах, действующих в пространствах с нерегулярной индефинитной метрикой

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александрияном 28/II 1969)

Пусть h гильбертово пространство, снабженное наряду с обычным скалярным произведением (x, y) индефинитным скалярным произведением $[x, y] = (Wx, y)$, где W — ограниченный обратимый самосопряженный оператор в h . Рассмотрим спектральное разложение оператора W

$$W = \int_m^M \lambda dE_\lambda \quad (E_{\lambda=0} = E_\lambda, E_m = 0, E_M = I) \quad (1)$$

и положим

$$P_+ = \int_{+0}^M dE_\lambda, \quad P_- = \int_m^0 dE_\lambda.$$

Число $k = \min \{ \dim P_+, \dim P_- \}$ называется рангом индефинитности пространства h .

Введем в h новое дефинитное скалярное произведение

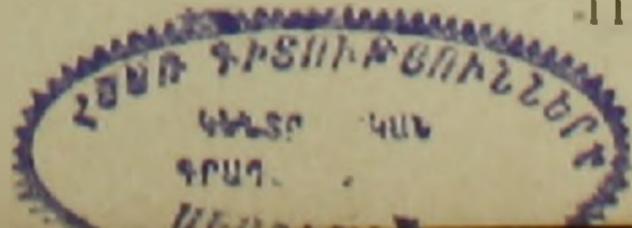
$$(x, y)_1 = (WP_+x, y) - (WP_-x, y). \quad (2)$$

Если наряду с оператором W и обратный к нему оператор W^{-1} является ограниченным, то метрика $[x, y] = (Wx, y)$ называется регулярной или понтрягинской.

Из (2) следует, что

$$[x, y] = (P_+x, y)_1 - (P_-x, y)_1. \quad (3)$$

Пусть $\hat{h}, \hat{h}_+, \hat{h}_-$ — пополнение подпространств $h, h_+ = P_+h$ и $h_- = P_-h$ по норме $\|x\|_1 = (x, x)_1^{1/2}$, а \hat{P}_+ и \hat{P}_- — взаимно-дополнительные ортопроекторы из \hat{h} на \hat{h}_+ и \hat{h}_- соответственно. При пополнении h по норме $\|x\|_1$ метрика $[x, y]$ индуцирует на \hat{h} метрику $[x, y]_1$, причем



$$[x, y]_1 = (Jx, y)_1, \quad (4)$$

где $J = P_+ - P_-$.

Через R обозначим кольцо всех линейных ограниченных операторов в h , через γ_∞ его идеал, состоящий из всех вполне непрерывных операторов.

Если W и $W^{-1} \in R$, то нормы $\|x\|_h$ и $\|x\| = (x, x)^{\frac{1}{2}}$ топологически эквивалентны и $\hat{h} \equiv h$, $\hat{h}_\pm \equiv h_\pm$. С другой стороны для всех $x, y \in h$

$$[x, y] = [x, y]_1. \quad (5)$$

Итак, в случае $W, W^{-1} \in R$ индефинитная W -метрика $[x, y]$ представляется в виде

$$[x, y] = (Jx, y)_1, \quad (6)$$

где $J = P_+ - P_-$.

В последнем случае h называется J -пространством, а если $k < \infty$ пространством Понтрягина и обозначается Π_k . В общем случае h назовем W -пространством. Понятия $W(J)$ -сопряженного, $W(J)$ -эрмитового, $W(J)$ -самосопряженного (W -с. с., J -с. с.), $W(J)$ -изометрического, $W(J)$ -унитарного операторов в W -пространстве h вводится обычным образом. Если A W -с. с. оператор, а U W -унитарный оператор в h , то по определению

$$A = W^{-1} A^* W, \quad (7)$$

$$U^* W U = W, \quad (8)$$

где A^* (U^*) оператор, сопряженный с оператором A (U) относительно формы (x, y) .

Известная теорема Л. С. Понтрягина утверждает ⁽¹⁾, что любой J -самосопряженный оператор A , действующий в пространстве Π_k , обладает k -мерным J -неотрицательным инвариантным подпространством L_k . Поскольку пространство L_k конечномерно, то J -самосопряженный оператор в Π_k обладает по крайней мере одним J -неотрицательным нетривиальным собственным вектором и, следовательно, его дискретный спектр не пуст.

Основная цель этой работы — доказательство следующего утверждения.

Теорема 1. *Любой W -с. с. (W -унитарный) оператор $A(U)$, действующий в пространстве h_k , обладает по крайней мере одним нетривиальным собственным вектором. Сначала остановимся на вспомогательных предложениях.*

Лемма 1. *W — унитарный оператор U , действующий в h , ограничен вместе с обратным по норме $\|x\|$.*

В самом деле, оператор U отображает взаимно-однозначно h на себя, причем

$$[Ux, Uy] = [x, y], \quad (9)$$

а потому

$$U^0 U = U U^0 = I. \quad (10)$$

Из (10) следует, что $U^{-1} = U^0$. Легко видеть, что оператор U^0 замкнут по норме $\|x\|$, а потому по теореме Банаха ограничен по этой норме вместе с операторами U^{-1} и U .

Лемма 2. Если $A \in R$ и W -эрмитов, то оператор A ограничен и по норме $\|x\|_1$.

Действительно, из (4)—(6) получим соотношение

$$(x, y)_1 = [Jx, y]_1 = [Jx, y] = (WJx, y),$$

из которого следует, что оператор WJ положителен. Кроме того, $WJ \in R$, а потому $(^2)$ WJ — эрмитовый оператор A из R ограничен и по норме $\|x\|_1$. В частности, если $A \in \gamma_\infty$, то $(^2)$ оператор JA вполне непрерывен и по норме $\|x\|_1$. Так как $A = J(JA)$, то $\|A\|_1 < \infty$.

Следствие 1. W -унитарный оператор U , действующий в пространстве h , ограничен вместе с обратным по норме $\|x\|_1$.

Обозначим через \hat{U} расширение по непрерывности оператора U на все \hat{h} , а через $\rho(U)$ ($\rho(\hat{U})$) и $\sigma(U)$ ($\sigma(\hat{U})$) резольвентное множество и спектр оператора U (\hat{U}).

Лемма 3. Если $\lambda \in \rho(U)$, то $\lambda \in \rho(\hat{U})$.

Пусть $\lambda \in \rho(U)$. Тогда оператор $R_\lambda = (U - \lambda I)^{-1}$ задан на всем h и ограничен по норме $\|x\|$. В силу леммы 2 R_λ ограничен и по норме $\|x\|_1$.

Обозначим через \hat{R}_λ расширение по непрерывности оператора R_λ на все \hat{h} . Поскольку $R_\lambda (U - \lambda I) = I$, то $\hat{R}_\lambda = (\hat{U} - \lambda \hat{I})^{-1}$.

Следствие 2. Если $\lambda \in \sigma(\hat{U})$, то $\lambda \in \sigma(U)$.

Если точки ξ и $\bar{\xi}$ комплексной плоскости не являются собственными значениями W -с. с. оператора A , то существует преобразование Кэли этого оператора

$$U = (A - \bar{\xi}I)(A - \xi I)^{-1}. \quad (11)$$

Непосредственно проверяется, что U есть W -изометрический оператор в h .

Пусть λ и μ различные собственные значения W -с. с. оператора A , лежащие в верхней или нижней полуплоскости, а x_0 и y_0 соответствующие им собственные векторы A .

Тогда

$$|x_0, y_0| = \lambda^{-1} [Ax_0, y_0] = \lambda^{-1} [x_0, Ay_0] = \lambda^{-1} [\lambda x_0, \mu y_0] = \lambda^{-1} \mu |x_0, y_0|.$$

Поскольку $\lambda^{-1} \mu \neq 1$, то $|x_0, y_0| = 0$. Имеют место

Лемма 4. Остаточный спектр $\sigma_r(A)$ W -с. с. оператора A , действующего в h_k , пуст.

Лемма 5. W -с. с. оператор A , действующий в h_k , допускает расширение до J -самосопряженного оператора \hat{A} , действующего в P_k .

Из леммы 4 вытекает

Следствие 3. Дискретные спектры $\sigma_p(\hat{A})$ и $\sigma_p(A)$ операторов \hat{A} и A , действующих соответственно в Π_k и h_k , совпадают.

Легко доказываемся

Лемма 6. Дискретные спектры $\sigma_p(\hat{U})$ и $\sigma_p(U)$ операторов \hat{U} и U , действующих соответственно в Π_k и h_k , совпадают.

Доказательство теоремы 1. Пусть $\hat{A}(\hat{U})$ расширение оператора $A(U)$ до J -самосопряженного (J -унитарного) оператора, действующего в Π_k . По теореме Л. С. Понтрягина⁽¹⁾ $\sigma_p(\hat{A}) \neq \emptyset$ ($\sigma_p(\hat{U}) \neq \emptyset$), а потому $\sigma_p(A) \neq \emptyset$ ($\sigma_p(U) \neq \emptyset$) и, следовательно, оператор $A(U)$ имеет по крайней мере один собственный вектор $\{0\} \neq x_0 \in h_k$.

На основе доказанных лемм легко получаются

Теорема 2. Если J -самосопряженный (J -унитарный) оператор $\hat{A}(\hat{U})$, действующий в Π_k , обладает k -мерным J -положительным инвариантным подпространством L_k , то W -с.с. (W -унитарный) оператор $A(U)$ имеет по крайней мере одно k -мерное W -положительное инвариантное подпространство из h_k .

Теорема 3. Если весь спектр $\sigma(\hat{A}/L_k)$ ($\sigma(\hat{U}/L_k)$) сужения оператора $\hat{A}(\hat{U})$ на инвариантное относительно $\hat{A}(\hat{U})$ k -мерное J -нейтральное подпространство L_k лежит вне вещественной оси, то L_k является W -нейтральным k -мерным инвариантным относительно $A(U)$ подпространством из h_k .

Пусть $P_n(\lambda)$ минимальный характеристический многочлен оператора $\hat{A}(\hat{U})$ на инвариантном k -мерном J -неотрицательном подпространстве. Тогда⁽³⁾

$$|P_n^2(\hat{A})x, x| \leq 0, \quad x \in D(A^m), \quad (|P_n^2(\hat{U})x, x| \leq 0, \quad x \in \Pi_k), \quad (12)$$

где m — степень $P_n(\lambda)$.

Исходя из (12) и формулы (11) доказываемся

Теорема 4. Спектр $\sigma(U)$ W -унитарного оператора, действующего в h_k , симметричен относительно единичной окружности и может иметь вне или внутри ее не более k собственных значений конечной алгебраической кратности.

Теорема 5. Спектр $\sigma(A)$ W -с.с. оператора A , действующего в h_k , симметричен относительно вещественной оси и может иметь не более $2k$ не вещественных собственных значений конечной алгебраической кратности.

Приведем одно приложение.

Рассмотрим в h уравнение

$$Wx = Hx, \quad -\infty < t < \infty. \quad (13)$$

где H — самосопряженный, а W — обратимый самосопряженный операторы в h , причем W задает в h индефинитную метрику конечного ранга.

Следует заметить, что уравнение вида (13) с ограниченными самосопряженными операторами W , W^{-1} и H впервые исследовал еще в начале 40-х годов С. Л. Соболев в связи с динамическими задачами устойчивости волчка, наполненного вязкой жидкостью (¹). Под решением $x(t)$ уравнения (13) подразумевается решение в обычном смысле.

Оператор $A = W^{-1}H$ является W -с. с. в h_k и на основе изложенного выше получаются

Теорема 6. Оператор $A_1 = iW^{-1}H$ порождает сильно непрерывную группу W -унитарных операторов $U(t) = e^{A_1 t}$, $-\infty < t < \infty$.

Теорема 7. Для любого x_0 из h уравнение (13) имеет единственное решение $x(t) = U(t)x_0$, $-\infty < t < \infty$, $x(0) = x_0$.

Центральный экономико-математический институт

Ե. Ա. ԼԱՐԻՈՆՈՎ

**Ոչ ռեզուլյար ինդեֆինիտ մետրիկայով տարածություններում գործող
գծային օպերատորների մասին**

Աշխատանքում հետազոտվում են ինդեֆինիտ սկալյար արտադրյալի $[x, y] = (Wx, y)$ նկատմամբ ինքնահամալուծ և ունիտար օպերատորներ:

W -օպերատորը ենթադրվում է սահմանափակ ինքնահամալուծ և հակադարձելի:

Ապացուցվում է, որ եթե W օպերատորը և տարածության մեջ տալիս է վերջավոր ռանգի ինդեֆինիտ մետրիկա, ապա ցանկացած W - ինքնահամալուծ կամ W - ունիտար օպերատորներ ունեն ոչ տրիվիալ սեփական վեկտորներ:

Բերվում է և տարածության մեջ մի հավասարման լուծելիության վերաբերյալ կիրառություն:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Կ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Ք Յ Ո Ւ Ն

- ¹ Л. С. Понтрягин, Известия АН СССР, сер. математ., 8, 243—280 (1944). ² М. Г. Крейн, Сборник института матем. АН УССР, 9, 104—129 (1947). ³ Н. С. Иохвидов, М. Г. Крейн. Труды Москов. матем. об-ва 1, 5 (1956); 367—432 11, 8 (1959), 413—496.
⁴ С. Л. Соболев, ПМТФ, 3, 1960.

УДК 517.53 : 512.83

МАТЕМАТИКА

А. В. Ефимов

Об одном применении теоремы Ланжевена в теории цепей

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 21/IV 1969)

В этой заметке показано, что известные характеристические свойства проходной матрицы и матрицы сопротивления (проводимости) (см., напр., (1, 2)), линейного пассивного *CLMR*—многополюсника являются логическими следствиями простой (но важной) теоремы, доказанной Ланжевеном. Доказательство проводится для проходной матрицы, существование которой предполагается.

Пусть дан линейный пассивный $4n$ -полюсник N (рис. 1). Перейдем от напряжений и токов в ветвях к их лапласовым преобразо-

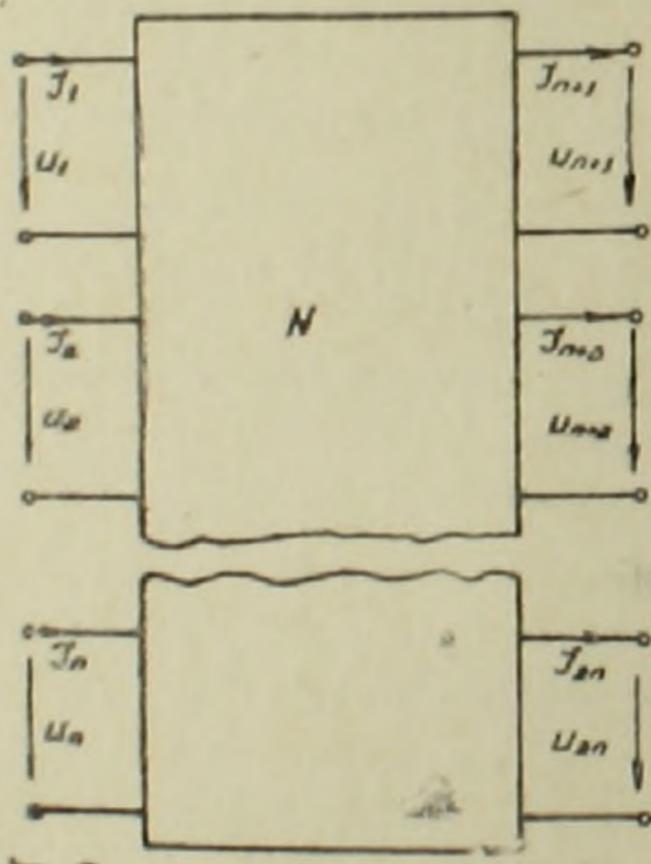


Рис. 1

ваниям. Через

$$U_k = U_k(i), I_k = I_k(i),$$

$$U_{n+k} = U_{n+k}(i), I_{n+k} = I_{n+k}(i) \quad (k = 1, 2, \dots, n),$$

обозначим соответственно лапласовы преобразования напряжений и токов на входе и на выходе, а через $v_p(i), i_p(i)$ ($p = 1, 2, \dots, q$)— лапласовы преобразования напряжений и токов во внутренних ветвях. Исходя из законов Кирхгофа и соотношений между напряжениями и токами во внутренних ветвях обычным образом составим систему

линейных уравнений (с действительными коэффициентами), из которой можно, по предположению, получить соотношение

$$\begin{bmatrix} U_I \\ I_I \end{bmatrix} = w(\lambda) \begin{bmatrix} U_{II} \\ I_{II} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Здесь U_I — n -мерный вектор-колонна с компонентами U_1, \dots, U_n (векторы I_I, U_{II}, I_{II} образуются аналогично), $w(\lambda)$ -матрица порядка $2n$ (обратная проходной матрице), которую мы будем тоже называть проходной. Из того, что коэффициенты упомянутой системы уравнений — действительные числа, а также из способа получения соотношения (1) вытекает, что матрица $w(\lambda)$ является рациональной функцией от λ и обладает свойством

$$\overline{w(\lambda)} \equiv w(\lambda). \quad (1)$$

Теорема Ланжевена заключается (применительно к проходному многополюснику) в следующих двух равенствах

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n (\overline{U}_k \cdot I_k + U_k \cdot \overline{I}_k) - \sum_{k=1}^n (\overline{U}_{n+k} \cdot I_{n+k} + U_{n+k} \cdot \overline{I}_{n+k}) = \\ = \sum_{p=1}^q (\overline{v_p(\lambda)} \cdot i_p(\lambda) + v_p(\lambda) \cdot \overline{i_p(\lambda)}), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n i(\overline{U}_k \cdot I_k - U_k \cdot \overline{I}_k) - \sum_{k=1}^n i(\overline{U}_{n+k} \cdot I_{n+k} - U_{n+k} \cdot \overline{I}_{n+k}) = \\ = \sum_{p=1}^q i(\overline{v_p(\lambda)} i_p(\lambda) - v_p(\lambda) \cdot \overline{i_p(\lambda)}). \end{aligned} \quad (3)$$

Если, для удобства, выражение вида $\overline{U}_k I_k + U_k \cdot \overline{I}_k$ назвать активной энергией, а выражение вида $i(\overline{U}_k I_k - U_k \cdot \overline{I}_k)$ — реактивной энергией, то эта теорема может быть сформулирована так:

Суммарная активная (реактивная) энергия, поступающая в многополюсник извне, равна суммарной активной (реактивной) энергии, расходуемой во внутренних ветвях многополюсника.

В такой, по существу, формулировке теорема Ланжевена приведена в (3) (и доказана для комплексных напряжений и токов при синусоидальном режиме).

Необходимо, однако, отметить, что это теорема является следствием законов Кирхгофа и доказательство ее не опирается на какие-либо энергетические соображения. Она верна для самых абстрактных систем, в которых постулированы законы Кирхгофа, напр., для графов. В этом, по-видимому, и заключается ее важность.

Введем в рассмотрение матрицы

$$J_1 = \begin{bmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{bmatrix}, \quad J_2 = \begin{bmatrix} 0 & iI \\ -iI & 0 \end{bmatrix},$$

блоки которых имеют порядок n . Нетрудно проверить, что равенства (2), (3) можно записать в виде

$$[U_{11}^*, J_{11}^*][w^*(\lambda) \cdot J_1 w(\lambda) - J_1] \begin{bmatrix} U_{11} \\ I_{11} \end{bmatrix} = \sum_{p=1}^q (\overline{v_p(\lambda)} \cdot i_p(\lambda) + v_p(\lambda) \overline{i_p(\lambda)}), \quad (2)$$

$$[U_{11}^*, J_{11}^*][w^*(\lambda) J_2 w(\lambda) - J_2] \begin{bmatrix} U_{11} \\ I_{11} \end{bmatrix} = \sum_{p=1}^q i(\overline{v_p(\lambda)} \cdot i_p(\lambda) - v_p(\lambda) \overline{i_p(\lambda)}). \quad (3')$$

Подсчитаем теперь суммы в правых частях равенств (2'), (3'). По предположению во внутренних ветвях многополюсника N имеются лишь активные сопротивления, конденсаторы, катушки (возможно индуктивно связанные друг с другом) и идеальные трансформаторы. Рассмотрим каждую из этих возможностей.

а) Активное сопротивление R .

Соотношение между напряжением и током

$$v(\lambda) = R \cdot i(\lambda).$$

$$\overline{v(\lambda)} \cdot i(\lambda) + v(\lambda) \cdot \overline{i(\lambda)} = 2R |i(\lambda)|^2,$$

$$i[\overline{v(\lambda)} \cdot i(\lambda) - v(\lambda) \cdot \overline{i(\lambda)}] = 0.$$

б) Конденсатор с емкостью C .

Соотношение между напряжением и током

$$i(\lambda) = \lambda C v(\lambda).$$

$$\overline{v(\lambda)} \cdot i(\lambda) + v(\lambda) \cdot \overline{i(\lambda)} = (\lambda + \overline{\lambda}) C |v(\lambda)|^2,$$

$$i[\overline{v(\lambda)} \cdot i(\lambda) - v(\lambda) \cdot \overline{i(\lambda)}] = i(\lambda - \overline{\lambda}) C |v(\lambda)|^2.$$

в) Катушка с индуктивностью L .

Соотношение между напряжением и током

$$v(\lambda) = \lambda \cdot L \cdot i(\lambda).$$

$$\overline{v(\lambda)} \cdot i(\lambda) + v(\lambda) \cdot \overline{i(\lambda)} = (\overline{\lambda} + \lambda) \cdot L \cdot |i(\lambda)|^2,$$

$$i(\overline{v(\lambda)} \cdot i(\lambda) - v(\lambda) \cdot \overline{i(\lambda)}) = i(\overline{\lambda} - \lambda) \cdot L \cdot |i(\lambda)|^2.$$

д) Система индуктивно связанных между собой катушек с индуктивностями $L_1 = M_{11}, \dots, L_s = M_{ss}$ и взаимными индуктивностями $M_{kl} (k, l = 1, 2, \dots, s; k \neq l)$. Соотношения между напряжениями и токами

$$v_k(\lambda) = \lambda \cdot \sum_{l=1}^s M_{kl} \cdot i_l(\lambda), \quad k = 1, 2, \dots, s.$$

$$\sum_{k=1}^s [\overline{v_k(\lambda)} \cdot i_k(\lambda) + v_k(\lambda) \cdot \overline{i_k(\lambda)}] =$$

$$\begin{aligned}
&= (\bar{\lambda} + \lambda) \sum_{k,l=1}^s M_{kl} \cdot i_k(\lambda) \cdot \overline{i_l(\lambda)} = (\bar{\lambda} + \lambda) i^*(\lambda) M i(\lambda), \\
&\quad \sum_{k=1}^s i \left[\overline{v_k(\lambda)} \cdot i_k(\lambda) - v_k(\lambda) \cdot \overline{i_k(\lambda)} \right] = \\
&= i(\bar{\lambda} - \lambda) \cdot \sum_{k,l=1}^s M_{kl} \cdot i_k(\lambda) \cdot \overline{i_l(\lambda)} = i(\bar{\lambda} - \lambda) i^*(\lambda) M i(\lambda).
\end{aligned}$$

Здесь $i^*(\lambda) = (i_1(\lambda), i_2(\lambda), \dots, i_s(\lambda))$. Отметим, что (см., напр., (*)) матрица $M = [M_{kl}]$ симметрическая и неотрицательная.

е) Идеальный трансформатор.

Пусть

$$\begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & T^{-1} \end{bmatrix}$$

передаточная матрица трансформатора (T — вещественная матрица порядка m) через

$$v(\lambda) = \begin{bmatrix} v_1(\lambda) \\ v_2(\lambda) \\ \vdots \\ v_m(\lambda) \end{bmatrix}, \quad i(\lambda) = \begin{bmatrix} i_1(\lambda) \\ i_2(\lambda) \\ \vdots \\ i_m(\lambda) \end{bmatrix}, \quad \tilde{v}(\lambda) = \begin{bmatrix} \tilde{v}_1(\lambda) \\ \tilde{v}_2(\lambda) \\ \vdots \\ \tilde{v}_m(\lambda) \end{bmatrix}, \quad \tilde{i}(\lambda) = \begin{bmatrix} \tilde{i}_1(\lambda) \\ \tilde{i}_2(\lambda) \\ \vdots \\ \tilde{i}_m(\lambda) \end{bmatrix}$$

обозначим соответственно напряжения и токи на входе и выходе трансформатора. Соотношение между напряжениями и токами

$$\begin{bmatrix} \tilde{v}(\lambda) \\ \tilde{i}(\lambda) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T & 0 \\ 0 & T^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(\lambda) \\ i(\lambda) \end{bmatrix}.$$

Нетрудно проверить, что

$$\tilde{v}^*(\lambda) \cdot \tilde{i}(\lambda) \pm \tilde{i}^*(\lambda) \cdot \tilde{v}(\lambda) = v^*(\lambda) \cdot i(\lambda) \pm i^*(\lambda) \cdot v(\lambda).$$

Поэтому наличие в многополюснике N идеальных трансформаторов не отражается на значениях правых частей равенств (2'), (3'). Можно сказать, что идеальный трансформатор не потребляет ни активной, ни реактивной энергии.

Поскольку во внутренних ветвях многополюсника, в общем случае, имеется несколько элементов каждого из перечисленных видов, равенства (2'), (3') можно записать (в понятных обозначениях) в следующем виде

$$\begin{aligned}
&[U_{II}^*, I_{II}^*] \{ w^*(\lambda) J_1 w(\lambda) - J_1 \} \begin{bmatrix} U_{II} \\ J_{II} \end{bmatrix} = \\
&= 2 \sum_{j=1}^r R_j |i_j(\lambda)|^2 + (\bar{\lambda} + \lambda) \left[\sum_{j=1}^c c_j |v_j(\lambda)|^2 + \sum_{j=1}^m i_j^*(\lambda) M_j i_j(\lambda) \right], \quad (4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& [U_{II}^*, I_{II}^*] [\omega^*(\lambda) J_2 \omega(\lambda) - J_2] \begin{bmatrix} U_{II} \\ J_{II} \end{bmatrix} = \\
& = i(\bar{\lambda} - \lambda) \left[- \sum_{j=1}^c c_j |v_j(\lambda)|^2 + \sum_{j=1}^m i_j^*(\lambda) M_j v_j(\lambda) \right] \quad (5)
\end{aligned}$$

(здесь изолированные катушки рассматриваются как частный случай системы индуктивно связанных катушек).

В качестве простых следствий соотношений (4), (5) и свойства (1) получаются перечисленные ниже теоремы.

Теорема 1. *Прходная матрица $\omega(\lambda)$ линейного пассивного многополюсника обладает свойствами*

$$\overline{\omega(\lambda)} \equiv \omega(\lambda), \quad (I)$$

$$\omega^*(\lambda) J_1 \omega(\lambda) - J_1 > 0 \quad (\operatorname{Re} \lambda \geq 0), \quad (II)$$

$$\omega'(\lambda) J_2 \omega(\lambda) \equiv J_2. \quad (III)$$

Рассуждениями, вполне аналогичными приведенным выше, может быть установлена

Теорема 1'. *Матрица сопротивления (проводимости) $z(\lambda)$ линейного пассивного многополюсника обладает свойствами*

$$\overline{z(\lambda)} \equiv z(\lambda), \quad (I')$$

$$z^*(\lambda) + z(\lambda) \geq 0 \quad (\operatorname{Re} \lambda > 0), \quad (II')$$

$$z'(\lambda) \equiv z(\lambda). \quad (III')$$

Теорема 2. *Если линейный пассивный многополюсник — реактивный (то есть не содержит активных сопротивлений), то его переходная матрица обладает дополнительным свойством*

$$\omega^*(\lambda) J_1 \omega(\lambda) - J_1 \equiv 0 \quad (\operatorname{Re} \lambda = 0).$$

Теорема 3. *Если линейный пассивный многополюсник не содержит конденсаторов, то его проходная матрица обладает дополнительным свойством*

$$\omega^*(\lambda) J_2 \omega(\lambda) - J_2 \begin{cases} > 0 & (\operatorname{Im} \lambda > 0) \\ \leq 0 & (\operatorname{Im} \lambda < 0) \end{cases}.$$

Аналогичная теорема может быть сформулирована для многополюсников, не содержащих индуктивностей.

В заключение отметим еще следующее неравенство, вытекающее из соотношений (4), (5)

$$\frac{\omega^*(\lambda) J_1 \omega(\lambda) - J_1}{\lambda + \bar{\lambda}} \pm \frac{\omega^*(\lambda) J_2 \omega(\lambda) - J_2}{i(\bar{\lambda} - \lambda)} > 0.$$

Его же можно получить как логическое следствие свойств (I), (II), (III) проходной матрицы. Аналогичное неравенство имеет место также для матрицы сопротивления (проводимости).

Одесский педагогический институт

Շղրաների տեսության մեջ կանոնների բնութեմի մի կիրառման մասին

Գծային պասիվ *CLMR*-բաղմարևեոի անցումային մատրիցայի (ինչպես նաև դիմադրու-
թյան, հաղորդականության մատրիցայի) բնութագրիչ հատկությունները կարելի է ստանալ կլ-
կելով կանոնների թեորեմից: Գրա հետ միասին կական է, որ շեն օգտագործվում որևիցէ կներ-
գետիկ դատողություններ: Նշված հատկությունները հանդիսանում են կիրխհոֆի օրենքների
բրամարանական հետնանքները:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ի Թ Ի Յ Ի Լ Ե

- 1 W. Cauer, Theorie der linearen Wechselstromschaltungen, Berlin, 1954
- 2 A. Г. Руткас, Некоторые применения теории несамосопряженных операторов к электрическим цепям (автореферат кандидатской диссертации), Харьков, 1963. 3 П. Л. Калантаров и Л. Р. Нейман, Теория цепей переменного тока, Госэнергоиздат, 1959.
- 4 Л. Р. Нейман, П. Л. Калантаров, Физические основы электротехники и теории цепей постоянного тока, Госэнергоиздат, 1954.

УДК 539.3

МЕХАНИКА

Л. А. Мовсисян

Об устойчивости упругой балки при продольном ударе

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 26/V 1969)

Обычно, при рассмотрении устойчивости балки, принимается, что сжимающая сила одинакова по ее длине. И это имеет определенную основу, так как упругая волна сжатия по длине распространяется с довольно большой скоростью (например, для стали порядка $5 \frac{\text{км}}{\text{сек}}$).

Такое предположение может привести к верным результатам при сравнительно малых скоростях нагружения стержня. В задачах продольного удара, как показывают многочисленные эксперименты, балка теряет устойчивость локально. И здесь нужно определить критическую длину потери устойчивости при заданной скорости удара.

В настоящей работе рассматривается устойчивость при продольном ударе, с учетом неоднородности сжимающей силы по длине балки. Дается способ определения собственных частот и критических сил частично сжатых стержней (уравнение с разрывным коэффициентом). Изменение сжимающей силы по длине, как нам известно из опубликованных работ, учитывалось только в (1), но там скорее определяется не критическая длина, а исследуется возрастание начального прогиба.

1. Пусть имеется упругая колонна, один край которой заделан, а второй — свободен (по отношению к продольному перемещению). По свободному концу колонны производится удар жесткой массой M со скоростью c . За начало времени берется момент соприкосновения ударяющего тела с колонной.

Уравнения продольного движения, краевые и начальные условия данной задачи будут соответственно

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad a^2 = \frac{Eg}{\gamma}, \quad (1.1)$$

$$a l \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right)_{x=0} = -a^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=0}, \quad u_{x=l} = 0, \quad (1.2)$$

где $a = \frac{M}{m}$, m — масса колонны,

$$u_{t=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{t=0} = 0 \quad \text{при } 0 < x \leq l, \quad (1.3)$$

$$u_{t=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)_{t=0} = -c \quad \text{при } x = 0.$$

Задача эта известная и приводится, например, в (2), так что можно пользоваться готовыми результатами. В частности, сжимающая сила определяется формулой

$$P = EF \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (1.4)$$

где для моментов времени $t \leq \frac{l}{a}$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{c}{a} \exp\left(\frac{x - at}{al}\right), \quad (1.5)$$

где $\frac{l}{a} < t \leq \frac{2l}{a}$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{c}{a} \left[\exp\left(\frac{x - at}{al}\right) + \exp\left(\frac{2l - x - at}{al}\right) \right] \quad (1.6)$$

и т. д.

Таким образом, сжимающую силу в каждой точке стержня и в каждый момент движения можно считать известной.

Уравнение возмущенного движения балки будет

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + EF \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\gamma F}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \quad (1.7)$$

Граничными условиями для (1.7) будем принимать условия свободно-го опирания. В уравнении (1.7) коэффициент $\frac{\partial u}{\partial x}$ определяется по (1.5),

(1.6) и т. д.

Нашей целью является вот что. В начальный момент времени балке сообщается возмущение, которое вызывает возмущенное движение, определяемое уравнением (1.7). Пользуясь определением устойчивости движения для конечных моментов времени (3), определить устойчивое или нет возмущение, и если неустойчивое, то определить интервал времени, в котором движение было устойчивым.

Для этого рассмотрим одну вспомогательную задачу, которая, помимо того, что представляет, безусловно, самостоятельный интерес, но и в основном дает путь к решению поставленной задачи.

2. Рассмотрим колебания частично сжатой балки, края которой шарнирно оперты. Пусть часть балки $0 \leq x \leq b$ ($b < l$) сжата силой P , тогда в уравнении колебания (1.7)

$$EF \frac{\partial u}{\partial x} = \begin{cases} P, & 0 \leq x \leq b \\ 0, & b < x \leq l. \end{cases} \quad (2.1)$$

Для решения этой задачи обычно поступают следующим образом. Рассматриваются две балки: загруженную и не загруженную соответственно длинами b и $l - b$. В сечении $x = b$ ставятся условия сопряжения, которые вместе с краевыми условиями дают однородную систему для определения постоянных интегрирования. Из условия разрешимости этой системы определяются собственные частоты.

Здесь мы поступим иначе. Представим (2.1) в виде ряда

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq b, & P \\ b < x \leq l, & 0 \end{cases} = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \cos \lambda_k x, \quad \lambda_k = \frac{k\pi}{l}, \quad (2.2)$$

$$a_0 = \frac{Pb}{l}, \quad a_m = \frac{2P}{k\pi} \sin \lambda_k b \quad (k = 1, 2, \dots).$$

Подставим (2.2) в (1.7) и найдем его решение в виде:

$$w = e^{i\omega t} \sum_{k=1}^{\infty} f_k \sin \lambda_k x. \quad (2.3)$$

Тогда после некоторых преобразований для постоянных f_k получим следующую систему бесконечных уравнений

$$\begin{aligned} & \left(2EI\lambda_k^4 - 2i_k^2 a_0 - i_k^2 a_{2k} - 2 \frac{\gamma F}{g} \omega^2 \right) f_k - i_k \sum_{q=1}^{k-1} (a_{k+q} + \\ & + a_{k-q}) i_q f_q - i_k \sum_{q=k+1}^{\infty} (a_{k+q} + a_{q-k}) i_q f_q = 0. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Частоты балки будут определяться из условия разрешимости системы (2.4), т. е.

$$\begin{vmatrix} \Omega_1 & -i_1 i_2 (a_1 + a_3) & -i_1 i_3 (a_2 + a_4) \cdots \\ -i_1 i_2 (a_1 + a_3) & \Omega_2 & -i_2 i_3 (a_1 + a_5) \cdots \\ -i_1 i_3 (a_2 + a_4) & -i_2 i_3 (a_1 + a_5) & \Omega_3 \cdots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0, \quad (2.5)$$

где $\Omega_k = 2EI\lambda_k^4 - 2i_k^2 a_0 - i_k^2 a_{2k} - 2 \frac{\gamma F}{g} \omega^2$.

Из (2.5) в частности получаются частоты как свободной ($a_i = 0, i = 0, 1, \dots$), так и сжатой по всей длине ($a_0 = P, a_i = 0, i = 1, 2, \dots$) балок.

Определитель (2.5) принадлежит к классу нормальных определителей. В самом деле, достаточно обозначить в (2.4) $i_k^2 f_k = \varphi_k$. Тогда обе суммы в (2.4) оказываются имеют порядок $O(\ln q/q)$, следовательно, существуют $\sum_{l=1}^{\infty} |c_{lk}|$ и $\sum_{l,k=1}^{\infty} |c_{lk}| \left(\varphi_k = \sum_{l=1}^{\infty} c_{lk} \varphi_l \right)$. Поэтому ча-

стоты из (2.5) можно определить итерационным методом, который сходится.

Из (2.4) или (2.5) можно также получить значения критической силы. Как известно (5), при сжимающей силе, равной критической, частота балки становится равной нулю. Поэтому, принимая $\omega = 0$, можно из (2.5) определить критическую силу. Для этого достаточно в (2.5) оставить только диагональные члены и определить главную гармонику, т. е. ту гармонику из (2.3), которая наиболее близка к настоящей форме потери устойчивости. Потом можно брать конечный определитель, среди членов которого есть и главная гармоника. Как показывает исследование, главной гармоникой является первый член ряда (2.3), и даже такое одночленное приближение дает достаточно хороший результат.

Ниже приводится таблица для $P_{кр}/P_3$ ($P_3 = EI\lambda_1^2$) при некоторых значениях отношения b/l . В первой строке приведены $P_{кр}/P_3$ при одночленном приближении, а во второй — при двухчленном.

b/l	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$P_{кр}/P_3$	5,167	2,845	2,215	2,026	2	1,975	1,822	1,541	1,24	1
	4,212	2,434	2,002	1,898	1,894	1,835	1,668	1,449	1,219	1

Как видно из таблицы, значения $P_{кр}/P_3$ при различных приближениях не очень отличаются. Например, для $b/l = 0,5$ они отличаются друг от друга порядка 6%.

Понятно, что подобным же образом можно решить задачу колебаний или устойчивости для балки, которая на различных участках сжата по разному.

3. Теперь возвратимся к нашей первоначальной задаче, решение которой также будем искать по методу, изложенному в п. 2. Сжимающую силу, которая определяется по (1.4)—(1.6), представим в виде ряда (2.2). Не нарушая общности, только ради простоты (потому что, как следует из дальнейшего изложения, все можно было делать без этого предположения), примем, что отношение веса ударяющего тела к весу стержня стремится к бесконечности, т. е. $a \rightarrow \infty$. Тогда для сжимающей силы при первом прохождении волны из (1.4) и (1.5) будем иметь

$$P = \begin{cases} EF \frac{c}{a}, & 0 \leq x \leq at \\ 0 & at < x \leq l. \end{cases} \quad (3.1)$$

Предположим, что балка теряет устойчивость при первом прохождении волны. Мы получим в дальнейшем условие, при соблюдении которого это может происходить, а если этого нет, то дадим ход решению задачи после первого отражения волны и т. д.

Итак, разлагая (3.1) в ряд типа (2.2), имеем:

$$EF \frac{\partial u}{\partial x} = \sum_{k=0}^{\infty} a_k(t) \cos \lambda_k x,$$

$$a_0 = EF \frac{c}{a} \cdot \frac{at}{l}, \quad a_k = 2EF \frac{c}{ak\pi} \sin \lambda_k at. \quad (3.2)$$

Ищем решение (1.7) в виде

$$w = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(t) \sin \lambda_k x. \quad (3.3)$$

Подставляя (3.2) и (3.3) в (1.7), для $f_k(t)$ получим следующую бесконечную систему дифференциальных уравнений:

$$2 \frac{\gamma F}{g} \frac{d^2 f_k}{dt^2} + [2EJ \lambda_k^4 - \lambda_k^2 (2a_0 + a_{2k})] f_k -$$

$$- \lambda_k \sum_{q=1}^{k-1} (a_{q+k} + a_{k-q}) \lambda_q f_q - \lambda_k \sum_{k=q+1}^{\infty} (a_{q+k} + a_{q-k}) \lambda_q f_q = 0. \quad (3.4)$$

Коэффициенты $f_k(t)$ уравнений (3.4) как функции времени в момент возмущения ($t=0$) — положительные функции, в дальнейшем убывая, они переходят через нуль и становятся отрицательными. До тех пор, пока эти коэффициенты положительны, $f_k(t)$ имеют колебательный характер. Естественно, по аналогии с предыдущей задачей, тот момент, когда „мгновенная частота“ становится равной нулю, считать критическим ($t_{кр}$), так как после этого момента $f_k(t)$ возрастают в экспоненциальном порядке. Тогда движение балки в интервале времени $[0, t_{кр}]$ можно считать устойчивым, после чего оно становится неустойчивым. Понятно, что при этом критическая длина определится следующей формулой

$$l_{кр} = at_{кр}. \quad (3.5)$$

Из сказанного следует, что для определения критического момента имеем равенство

$$\begin{vmatrix} 2EJ \lambda_1^3 - \lambda_1 [2a_0(t_{кр}) + a_2(t_{кр})] & -\lambda_2 [a_1(t_{кр}) + a_3(t_{кр})] & \dots \\ -\lambda_1 [a_1(t_{кр}) + a_3(t_{кр})] & 2EJ \lambda_2^3 - \lambda_2 [2a_0(t_{кр}) + a_4(t_{кр})] & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0. \quad (3.6)$$

Из (3.6) можно получить также условие для потери устойчивости при первом прохождении волны

$$\frac{c}{a} \geq \frac{\pi^2}{l^2} \cdot \frac{J}{F}. \quad (3.7)$$

На рис. 1 приведены некоторые кривые для отношений $\frac{c}{a}$ в зависимости $l_{кр}/l$ при некоторых значениях $\frac{\pi^2 J}{l^2 F}$, определенные из (3.6) во втором приближении.

После того, как наступает критический момент сжатия, часть стержня теряет устойчивость, происходит большой изгиб этой части, и в дальнейшем волна сжатия не передается на оставшуюся часть. Этим и объясняются результаты экспериментов, которые дают локальную потерю устойчивости в задачах продольного удара.

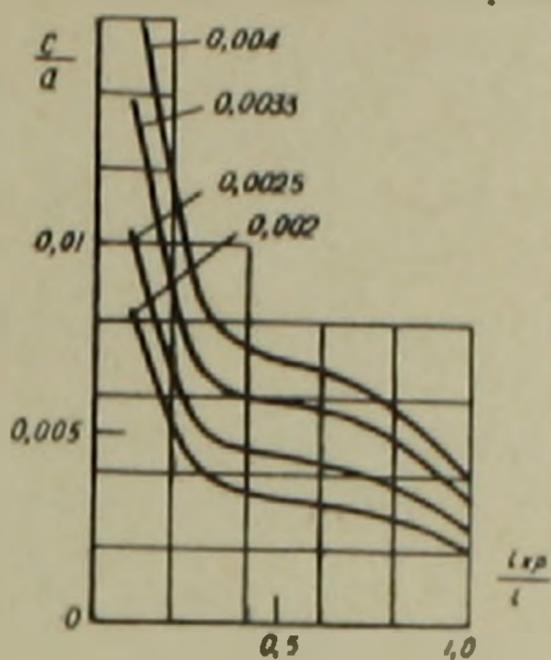


Рис. 1

Если не соблюдается условие (3.7), т. е. балка при первом прохождении не теряет устойчивости, то для интервала времени $\frac{l}{a} \ll t \leq \frac{2l}{a}$, как видно из (1.4) и (1.6), в отраженной части сжимающей силой будет $2EF \frac{c}{a}$, а в остальной — $EF \frac{c}{a}$, т. е.

$$P = \begin{cases} 2EF \frac{c}{a} & 0 \leq x' \leq at' \\ EF \frac{c}{a} & at' < x' \leq l \end{cases} \quad (3.8)$$

здесь t' и x' — новое время ($t' = t - \frac{l}{a}$) и новая координата ($x' = l - x$).

Представив (3.8) в виде ряда (3.2), для коэффициентов разложения будем иметь

$$a_0 = EF \frac{c}{a} \left(1 + \frac{at'}{l}\right), \quad a_k = EF \frac{c}{a} \frac{2}{k\pi} \sin \lambda_k at'. \quad (3.9)$$

Критический момент потери устойчивости опять будет определяться из (3.6), где уже a_k надо взять из (3.9).

И вообще надо учесть, что после n -того отражения в отраженной части сжимающей силой будет $(n+1)EF \frac{c}{a}$, а в неотраженной — $nEF \frac{c}{a}$ и ход решения каждый раз аналогичен вышеприведенным.

Առաձգական հեծանի կայունության մասին երկայնական հարվածի դեպքում

Ուսումնասիրվում է հեծանի կայունությունը, որի մի կողմում տեղի է ունենում հարված առաձգական մարմնով, կայունության (1.7) հավաւարման մեջ հաշվի է առնվում սեղմող ուժի անհամասեռությունը ըստ հեծանի երկարության:

Տրվում է եղանակ հեծանի կրիտիկ ուժի կամ հաճախականությունների որոշման համար, երբ նա սեղմված է միայն ինչ-որ մասում: Այդ եղանակն էլ օգտագործվում է դրված խնդրի լուծման համար: Չափված է հեծանի կայունությունը կորցնելու կրիտիկ երկարությունը:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Կ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

1 А. С. Вольмир, И. Г. Кильдибеков, ДАН СССР, т. 167, № 4 (1966). 2 И. А. Кильчевский, Теория соударения твердых тел, Гостехиздат, М.—Л., 1949. 3 Г. В. Камеков, ПММ, т. 17, в. 5, 1953. 4 Л. В. Канторович и В. И. Крылов, Приближенные методы высшего анализа, Гостехиздат, 1952. 5 А. С. Вольмир, Устойчивость упругих систем, Физматгиз, М., 1963.

УДК 539—199

ФИЗИКА

К. А. Асланян, Р. В. Багдасарян, В. Н. Никитин

Зависимость процесса кристаллизации полихлоропрена
 от молекулярного веса и степени разветвленности

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. М. Авакьянцем 4/IV 1969)

Специфические физико-механические особенности синтетических полимеров определяются способностью их молекул к надмолекулярной организации, т. е. к образованию кристаллических структур. В литературе имеется ряд работ (1, 2), посвященных изучению молекулярно-весовой зависимости степени кристалличности линейных полимеров. Следует, однако, думать, что механизм кристаллизации разветвленных молекул может быть существенно иным.

В настоящей работе предпринята попытка изучения зависимости кристаллизации разветвленных молекул полихлоропрена от их молекулярного веса.

Полимеризация хлоропрена проводилась эмульсионным методом при 40°C в атмосфере воздуха, таким образом, чтобы получить полимер полидисперсным и с высоким средним молекулярным весом.

Разделение каучука на фракции проводилось при $20 \pm 0,05^\circ\text{C}$ из 1%-ного раствора в бензоле методом дробного осаждения. Было получено 16 фракций, из коих первая не исследовалась. Молекулярный вес фракций определялся по характеристической вязкости (3). Разветвленность, число узлов ветвлений (m), число мономерных единиц в одной ветви (n) оценивались по соотношениям, данным в работе (4).

Полученные результаты для фракций полихлоропрена представлены в табл. 1.

Кристаллизация полихлоропрена исследовалась методом ИК спектров поглощения. Образцы изготовлялись в виде пленок толщиной в 25—40 мк. Было установлено, что процесс кристаллизации полихлоропрена достигает насыщения при хранении пленок при температуре 20—25°C в течение 15 суток. Все фракции полихлоропрена до измерений выдерживались в этом режиме. Измерения проводились на ИК спектрофотометре Хильгер Н-800. Температура плавления определялась по перегибу кривых зависимости оптической плотности «кристаллической»

полосы 780 см^{-1} от температуры. Точность определения температуры составляла $\pm 2^\circ\text{C}$.

Поляризационные микрофотографии сняты на микроскопе МБИ-6. Зависимость степени кристалличности полихлоропрена от молекулярного веса представлена на рис. 1.

Таблица 1

Результаты измерений молекулярных характеристик фракций полихлоропрена

№ фракции	$M \cdot 10^3$	m	n	$T_{пл.}$
1	1651	12	781	—
2	1394	12	659	30
3	1349	12	638	—
4	832	9	494	31
5	667	7	502	31,5
6	523	9	311	—
7	466	9	212	32
8	355	6	308	34
9	321	9	189	—
10	285	6	247	36
11	204	6	177	41
12	153	6	133	44
13	130	7	98	—
14	94	6	81	55
15	52	4	65	59
16	20	4	25	—

Зависимость степени кристалличности от молекулярного веса носит более сложный характер, чем изменение температуры плавления (табл. 1). Сравнение полученных данных с молекулярными характери-

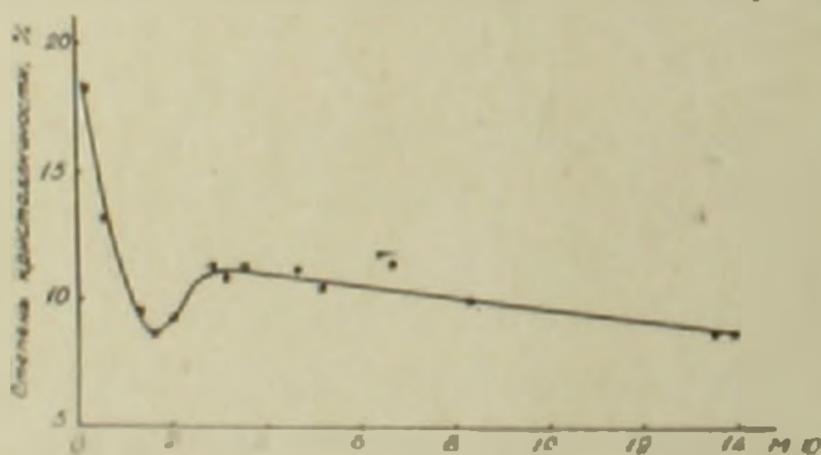


Рис. 1. Зависимость степени кристалличности от молекулярного веса полихлоропрена

стиками полихлоропрена позволяет высказать следующие представления, объясняющие наблюдаемые факты.

1. Область низких молекулярных весов (от $20 \cdot 10^3$ до $153 \cdot 10^3$). Наблюдается резкое падение степени кристалличности от 17,4 до 8,7% (рис. 1) и понижение температуры плавления на 15°C (табл. 1). Нерегулярности цепей, вызванные формой ветвлений, очевидно, служат источниками дефектов в кристаллитах. С ростом молекулярного веса растет число дефектов и соответственно понижается степень кристалличности и температура плавления. При этом должна расти поверхность раздела фаз, что сопровождается повышением избыточной состав-

ляющей свободной энергии плавления, что также должно сказываться на понижении $T_{пл}$.

2. Область средних молекулярных весов (от $153 \cdot 10^3$ до $355 \cdot 10^3$). Степень кристалличности растет от 8,7 до 11,5%, температура плавления продолжает падать (от 44 до 34°C). Эта область характеризуется неизменностью числа ветвлений, с одновременным резким увеличением их длины. Удлиненные ветвления как бы увеличивают «эффективный исключенный объем» макромолекулы и тем самым сильно затрудняют регулярную упаковку главных цепей. С другой стороны, несложные вычисления показывают, что ветвления становятся сопоставимыми по размерам с молекулами низкомолекулярных фракций, следовательно сами приобретают способность к участию в образовании кристаллитов. Тогда, естественно, предположить, что увеличение степени кристалличности происходит за счет ветвлений. Но, очевидно, что эти кристаллиты менее совершенны, чем образованные целыми молекулами, из-за неоднородности ветвлений. Кроме того, они должны быть меньше по размерам, следовательно растет поверхность раздела между фазами. Дефектность кристаллитов и увеличение поверхностной свободной энергии очевидно определяют дальнейший монотонный спад $T_{пл}$.

3. Область высоких молекулярных весов (от $355 \cdot 10^3$ до $1651 \cdot 10^3$). Степень кристалличности весьма медленно падает от 11,3 до 8,5%, температура плавления падает на 3° и остается в дальнейшем постоянной. При этом растет число ветвлений и их средняя длина. Следует отметить, что появление очень длинных боковых цепей может сопровождаться «вторичным ветвлением», т. е. сами ветви становятся разветвленными. Такой процесс, очевидно, будет препятствовать кристаллизации полимера и одновременно вызывать в кристаллитах новые дефекты. Должна при этом также расти неоднородность боковых цепей. Все это должно сопровождаться понижением степени кристалличности и незначительным спадом $T_{пл}$. В пользу «вторичного ветвления» возможно свидетельствует неизменность числа ветвлений в области средних молекулярных весов. Разветвленность начинает расти как только размеры боковых цепей становятся сопоставимыми с размерами молекул низкомолекулярных фракций.

Проведенное обсуждение экспериментальных результатов позволяет сделать определенные заключения о механизме кристаллизации разветвленных макромолекул. Кристаллизация может идти как за счет упаковки главной цепи, так и ее ветвлений. При этом для низкомолекулярных фракций существенен первый эффект. Мы склонны полагать, что на этом этапе отдельные молекулы практически целиком входят в состав кристаллита. Поскольку ветвления малы и дефекты слабо выражены, получаются отдельные кристаллиты достаточно больших размеров. Молекулы при упаковке ведут себя почти также как и линейные, того же молекулярного веса. Ветвления ответственны за дефекты. Поведение высокомолекулярных образцов принципиально иное. Упаковка главной цепи в кристаллиты затруднена, кристаллизация обеспечивает

ся в основном упаковкой достаточно длинных ветвлений. Функция ветвлений, как мы видим, изменяется. Ветвления одной и той же молекулы могут участвовать в образовании разных кристаллитов. Тогда в результате кристаллизации должны получаться небольшие кристаллиты неправильной формы (в силу неоднородности ветвлений), связанные друг с другом «перемычками». Распределение кристаллитов по всему

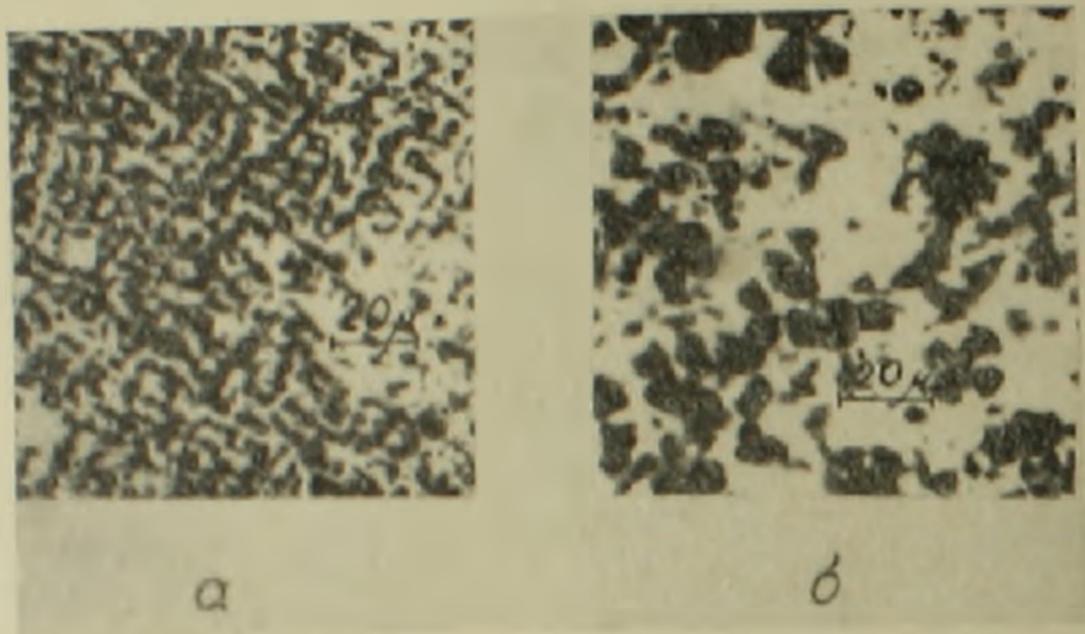


Рис. 2. Поляризационные микрофотографии поверхности пленок полихлоропрена. Толщина пленки 50 мк. а — фракция III с $M_n = 1349 \cdot 10^3$; б — фракция XII с $M_n = 153 \cdot 10^3$

объему образца должно быть более равномерным. Действительно, сравнение поляризационных микрофотографий дающих общую картину внутренней структуры образцов разных молекулярных весов подтверждают изложенные соображения (рис. 2, а и б).

Всесоюзный научно-исследовательский
и проектный институт полимерных
продуктов (ВНИИПОЛИМЕР)

Կ. Ա. ԱՍԿԱՆՅԱՆ, Ռ. Վ. ԲԱԳԴԱՍԱՐՅԱՆ, Վ. Ն. ՆԻՒԻՏԻՆ

Պոլիբլոբոպրենի բյուրեղացման պրոցեսի կախվածությունը մոլեկուլյար կշռից և նյութավորվածության աստիճանից

Ստումնասիրված է պոլիբլոբոպրենի նյութավորված մոլեկուլների բյուրեղանոթյունը՝ կախված մոլեկուլյար կշռից:

Ստացված տվյալների համաձայն մոլեկուլյար կշռի աճման հետ փոխվում է բյուրեղիկների բնույթը: Բյուրեղիկները, որոնք առաջանում են առանձին մակրոմոլեկուլների ծերացումից՝ փոխվում են բյուրեղների նյութավորվածությունից առաջացած:

Առաջարկված է նյութավորված մոլեկուլների բյուրեղացման մեխանիզմը:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐՈՒԿՈՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ B. Chlaug and P. S. Flory J. Am. Chem. Soc. 19, 2857 (1961). ² L. Mandelkern, J. Polymer. Sci., 15, 129 (1956). ³ A. B. Геворкян, P. B. Багдасарян, Л. Г. Мецкоян, Арм. хим. ж., т. 19, № 4, 245 (1966). ⁴ B. H. Limm, R. W. Klbb, J. Polymer. Sci., 37, 19 (1959).

УДК 523.035.2

АСТРОФИЗИКА

Р. С. Варданян, Н. Б. Енгибарян

Некоторые нелинейные задачи переноса излучения

(Представлено чл. корр. АН Армянской ССР Г. С. Саакяном 24/VI 1968)

Некоторые нелинейные задачи полихроматического рассеяния света в плоско-параллельном слое рассмотрены в работах (1-2). В них изучены модели сред, состоящих из атомов с тремя уровнями, причем переходы $1 \leftrightarrow 2$ считались запрещенными. В отличие от работы (1), в которой было принято, что переизлучение кванта в каждой из линий происходит без перераспределения по частотам, в (2) считалось, что рассеяние света происходит с полным перераспределением по частотам. Метод самосогласованных оптических глубин В. А. Амбарцумяна (3,4) позволяет линеаризовать соответствующие уравнения переноса в обеих задачах. Следует отметить, что задача (2) была рассмотрена при некоторых специальных предположениях — не учитывались переходы между состояниями под действием электронных ударов, считалось, что коэффициенты поглощения в линиях $1 \leftrightarrow 3$ и $2 \leftrightarrow 3$ имеют один и тот же вид. Оказывается, что применение метода с. о. г. позволяет решить задачу при отказе от этих предположений, чему будет посвящен §1 данной статьи. В §2 будем рассматривать модель среды, состоящей из атомов с двумя уровнями при наличии внутренних источников.

§ 1. *Полихроматическое рассеяние в плоско-параллельном слое.* Пусть плоско-параллельный изотермический слой с геометрической толщиной z_0 и температурой T_e равномерно заполнен атомами одного типа с тремя уровнями, причем переход $1 \leftrightarrow 2$ считается запрещенным (как с излучением, так и без излучения).

Обозначим через n и n_e число атомов и электронов в 1 см^3 соответственно, через n_i число атомов в 1 см^3 , находящихся в i -ом состоянии.

Пусть среда сверху ($z = 0$) освещается излучениями, интенсивности которых описываются функциями $I_i^0(\nu, \eta)$ ($i = 1, 2$) (соответствующим переходам $i \leftrightarrow 3$). Тогда в каждой внутренней точке создается определенное поле излучения и распределение атомов по уровням.

Уравнение переноса для i -ой спектральной линии имеет вид

$$\eta \frac{dI_i}{dz} = - \left(n_i - \frac{g_i}{g_3} n_3 \right) k_i I_i + \frac{\Lambda_{3i} h\nu p_i}{4\pi} n_3 \quad (1)$$

с условиями

$$I_i(0, \nu, \eta) = I_i^0(\nu, \eta) \text{ при } \eta > 0 \text{ и } I_i(z_0, \nu, \eta) = 0, \text{ при } \eta < 0, \quad (2)$$

где $I_i = I_{i \leftrightarrow 3}(z, \nu, \eta)$ — интенсивность излучения, соответствующего переходу ($i \leftrightarrow 3$); $k_i = k_i(\nu)$ — коэффициент поглощения из i -ого уровня на третий уровень, рассчитанный на один атом; g_i — статистический вес i -го уровня ($i = 1, 2, 3$)

$$p_i = p_i(\nu) = \frac{k_i(\nu)}{\int_0^\infty k_i(\nu) d\nu} \quad (3)$$

Условия стационарности числа атомов в i -том состоянии имеют вид:

$$n_i (B_{i3} p_i + a_{i3}) = n_3 (A_{3i} + B_{3i} p_i + a_{3i}). \quad (4)$$

Имеем также

$$n_1 + n_2 + n_3 = n = \text{const}, \quad (5)$$

B_{i3} , B_{3i} , A_{3i} — эйнштейновские коэффициенты переходов, $a_{i3} = n_e q_{i3}$ и $a_{3i} = n_e q_{3i}$ — коэффициенты электронных ударов первого и второго родов.

$$p_i(z) = \frac{2\pi}{B_{i3}} \int_0^\infty d\nu \frac{k_i(\nu)}{h\nu} \int_{-1}^1 I_i(z, \nu, \eta) d\eta. \quad (6)$$

Согласно методу с. о. г. перейдем к новым аргументам посредством следующих соотношений:

$$dy_i = k_i^0 \left(n_i - \frac{g_i}{g_3} n_3 \right) dz, \quad (7)$$

где $k_i^0 = k_i(\nu_c^0)$ — коэффициент поглощения в центре соответствующей линии. Тогда уравнения (1) примут вид:

$$\eta \frac{d\bar{I}_i}{dy_i} = - \frac{k_i}{k_i^0} \bar{I}_i + \frac{A_{3i} p_i h\nu}{4\pi k_i^0} \cdot \frac{n_3}{n_i - \frac{g_i}{g_3} n_3}, \quad (8)$$

где $\bar{I}_i(y_i) = I_i(z)$,
с условиями

$$\bar{I}_i(0, \nu, \eta) = I_i^0(\nu, \eta) \text{ при } \eta > 0 \text{ и } \bar{I}_i(y_i^0, \nu, \eta) = 0 \text{ при } \eta < 0, \quad (9)$$

где величины y_i^0 пока неизвестны.

Определяя из условия стационарности (6) выражение $\frac{n_3}{n_i - \frac{g_i}{g_3} n_3}$ и подставляя в (8), получим следующее уравнение:

$$\eta \frac{d\bar{I}_l}{dy_l} = -\frac{k_l}{k_l^0} \bar{I}_l + \frac{A_{3l} \rho_l h\nu}{4\pi k_l^0} \cdot \frac{B_{13} \bar{\rho}_l + a_{13}}{A_{3l} + a_{3l} - \frac{g_l}{g_3} a_{13}} \quad (l = 1, 2), \quad (10)$$

где $\bar{\rho}_l(y_l) = \rho_l(z)$.

Эти уравнения эквивалентны следующим интегральным уравнениям относительно функций $\bar{\rho}_l$

$$\bar{\rho}_l(y_l) = \rho_l^0 + \frac{a_{13}}{B_{13}} + \frac{\lambda_l}{2} \int_0^{y_l^0} \bar{\rho}_l(y_l) K_l(|y_l' - y_l''|) dy_l', \quad (11)$$

где

$$\rho_l^0(y_l) = \bar{\rho}_l(y_l) + \frac{a_{13}}{B_{13}}, \quad (12)$$

$$\lambda_l = \frac{A_{3l}}{A_{3l} + a_{3l} - \frac{g_l}{g_3} a_{13}}, \quad (13)$$

$$\rho_l^0(y_l) = \frac{2\pi h\nu_l^0}{c} \int_{-\infty}^{\infty} a_l(x) dx \int_0^1 N_l^0(x, \eta) e^{-\frac{a_l(x) y_l}{\eta}} d\eta + \frac{a_{13}}{B_{13}},$$

а ядра K_l имеют вид:

$$K_l(\tau) = \frac{1}{\int_0^{\infty} k_l(\nu) d\nu} \int_0^{\infty} a_l^2(x) E_1[a_l(x)\tau] dx, \quad (14)$$

где

$$x = \frac{\nu - \nu_l^0}{\Delta\nu_l}; \quad a_l(x) = \frac{k_l}{k_l^0}, \quad N_l^0(x, \eta) = \frac{\Gamma_l^0(\nu, \eta)}{h\nu} \quad (15)$$

($\Gamma_l^0(x)$ — контур коэффициента поглощения).

Займемся определением величин y_l^0 . Из (7₁) и (7₂) имеем:

$$\frac{dy_1}{dy_2} = \frac{k_1^0 \left(\frac{n_1}{n_3} - \frac{g_1}{g_3} \right)}{k_2^0 \left(\frac{n_2}{n_3} - \frac{g_2}{g_3} \right)}, \quad (16)$$

Подставляя выражения для $\frac{n_l}{n_3}$ из (4) в (16), получим:

$$\frac{dy_1}{dy_2} = \frac{k_1^0 [(A_{31} + a_{31}) g_3 - a_{13} g_1] [B_{23} \rho_2 + a_{23}]}{k_2^0 [(A_{32} + a_{32}) g_3 - a_{23} g_2] [B_{13} \rho_1 + a_{13}]} \quad (17)$$

С другой стороны,

$$dz = \frac{dy_1}{k_1^0 \left(n_1 - \frac{g_1 n_3}{g_3} \right)} = \frac{n_1 + n_2 + n_3}{nk_1^0 \left(n_1 - \frac{g_1 n_3}{g_3} \right)} dy_1 =$$

$$= \frac{B_{31} \rho_1 + A_{31} + a_{31} + (B_{23} \rho_2 + A_{32} + a_{32}) \frac{B_{13} \rho_1 + a_{13}}{B_{23} \rho_2 + a_{23}}}{(A_{31} + a_{31}) g_3 - a_{13} g_1} g_3 dy_1 +$$

$$+ \frac{B_{13} \rho_1 + a_{13}}{(A_{31} + a_{31}) g_3 - a_{13} g_1} g_3 dy_1. \quad (18)$$

Или, пользуясь (17), получим:

$$dz = \frac{(B_{32} + B_{23}) \rho_2 + (A_{32} + a_{32} + a_{23})}{(A_{32} + a_{32}) g_3 - a_{23} g_2} g_3 dy_2 +$$

$$+ \frac{k_2^0}{k_1^0} \cdot \frac{B_{31} \rho_1 + A_{31} + a_{31}}{(A_{31} + a_{31}) g_3 - a_{13} g_1} g_3 dy_1. \quad (19)$$

Интегрируя обе части соотношения (19) по z от 0 до z_0 , получим:

$$z_0 = \frac{(B_{32} + B_{23}) Q_2(y_2^0) + (A_{32} + a_{32} + a_{23}) y_2^0}{(A_{32} + a_{32}) g_3 - a_{23} g_2} g_3 +$$

$$+ \frac{k_2^0}{k_1^0} \frac{B_{31} Q_1(y_1^0) + (A_{31} + a_{31}) y_1^0}{(A_{31} + a_{31}) g_3 - a_{13} g_1} g_3, \quad (20)$$

где

$$Q_i(y_i^0) = \int_0^{y_i^0} \bar{\rho}_i(y_i, y_i^0) dy_i. \quad (21)$$

Аналогично получим:

$$z_0 = \frac{(B_{31} + B_{13}) Q_1(y_1^0) + (A_{31} + a_{31} + a_{13}) y_1^0}{(A_{31} + a_{31}) g_3 - a_{13} g_1} g_3 +$$

$$+ \frac{k_1^0}{k_2^0} \frac{B_{32} Q_2(y_2^0) + (A_{32} + a_{32}) y_2^0}{(A_{32} + a_{32}) g_3 - a_{23} g_2} g_3. \quad (22)$$

Соотношения (21, 22) дают возможность определить величины реальных оптических толщин среды в каждой из линий — y_1^0 и y_2^0 .

Отметим, что, как и в статье В. Ю. Теребижа⁽²⁾, величины $Q_i(y_i^0)$ выражаются через функции X и Y , являющиеся обобщениями известных функций Амбарцумяна φ и ψ на случай полного перераспределения по частотам. Через эти функции выражаются также интенсивности диффузно-отраженного и проходящего излучений.

§ 2. *Рассеяние в спектральной линии при наличии внутренних источников.* Будем рассматривать нелинейную задачу переноса излучения в плоско-параллельном слое с геометрической толщиной z_0 .

равномерно заполненном атомами с двумя уровнями и источниками с интенсивностью $\varepsilon_\nu \frac{h\nu}{4\pi}$. При предположении о полном перераспределении излучения по частотам при рассеянии получается следующее уравнение переноса

$$\eta \frac{dI_\nu}{dz} = -k_\nu I_\nu \left(n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 \right) + \frac{A_{21} k_\nu h\nu}{4\pi \int_0^\infty k_\nu d\nu} - n_2 + \varepsilon_\nu \frac{h\nu}{4\pi} \quad (23)$$

с условиями:

$$I_\nu(0, \eta) = I_\nu^0(\eta) = h\nu N_0(x, \eta) \text{ при } \eta > 0 \text{ и } I_\nu(z_m, \eta) = 0 \text{ при } \eta < 0. \quad (24)$$

Условие стационарности дает

$$n_1 (B_{12} \rho + a_{12}) = n_2 (B_{21} \rho + A_{21} + a_{21}) \quad (25)$$

и

$$n_1 + n_2 = n = \text{const}, \quad (26)$$

где

$$\rho = \frac{2\pi}{B_{12}} \int_0^\infty d\nu \frac{k_\nu}{h\nu} \int_{-1}^1 I_\nu(z, \eta) d\eta. \quad (27)$$

Переходя к новому аргументу τ посредством соотношения

$$d\tau = k_0 \left(n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 \right) dz \quad (28)$$

и пользуясь соотношениями (25), (26) и условиями (24), для функции

$$\bar{\rho}(\tau) = \rho(z) + \frac{a_{12}}{B_{12}}$$

получается следующее линейное уравнение:

$$\bar{\rho}(\tau, \tau_0) = \rho_0(\tau) + \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} K_1(|\tau - \tau'|) \bar{\rho}(\tau', \tau_0) d\tau', \quad (29)$$

где

$$\rho_0(\tau) = \left[\frac{a_{12}}{B_{12}} + \frac{1}{k_0 n} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\varepsilon}(x) dx \right] + \frac{2\pi}{B_{12}} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x) dx \int_0^1 \times \\ \times N_0(x, \eta) e^{-\frac{\alpha(x)\tau}{\eta}} d\eta - \frac{1}{2k_0 n} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\varepsilon}(x) dx \int_0^1 \left[e^{-\frac{\alpha(x)\tau}{\eta}} + e^{-\frac{\alpha(x)(\tau_0 - \tau)}{\eta}} \right] d\eta, \quad (30)$$

а ядро $K_1(\tau)$ имеет вид

$$K_1(\tau) = A \int_{-\infty}^{\infty} \left[\alpha^2(x) + \frac{\left(1 + \frac{g_1}{g_2}\right) \alpha(x)}{k_0 n A A_{21}} \bar{\varepsilon}(x) \right] E_1[\alpha(x)\tau] dx; \quad (31)$$

x , $\alpha(x)$, A , λ имеют прежний смысл, $\bar{\varepsilon}(x) = \varepsilon_\nu$.

Для определения τ_0 нужно пользоваться соотношением

$$z_0 = \frac{1}{k_0 n} \tau_0 + \frac{B_{12} \left(1 + \frac{g_1}{g_2}\right)}{A_{21} k_0 n} \lambda \int_0^{\tau_0} \bar{\rho}(\tau, \tau_0) d\tau. \quad (32)$$

Пусть функция $P(\tau, t, \tau_0)$ удовлетворяет уравнению (29) со свободным членом $\frac{\lambda}{4\pi} e^{-\frac{\tau}{t}}$. Так как $P_0(\tau)$ представляет собой сумму постоянной и суперпозиции экспонент, то $\bar{\rho}(\tau, \tau_0)$ и $\int_0^{\tau_0} \bar{\rho}(\tau, \tau_0) d\tau$ будут соответствующими суперпозициями по t функций P и

$$\int_0^{\tau_0} P(\tau, t, \tau_0) d\tau, \quad (z \leq \infty).$$

Обозначим через X_1 и Y_1 функции аналогичные функциям X и Y (см. (5)) при

$$G(t) = 2A \int_{x(t)}^{\infty} \left[x^2(y) + a(y) \frac{\epsilon(y) + \epsilon(-y)}{2} \frac{\left(1 + \frac{g_1}{g_2}\right)}{k_0 n A A_{21}} \right] dy, \quad (33)$$

причем $x(t) = 0$ при $t \leq 1$ и $a|x(t)| = \frac{1}{t}$ при $t > 1$. С помощью соответствующих формул работы В. В. Иванова (5) можно значение интеграла $\int_0^{\tau_0} P(\tau, z, \tau_0) d\tau$ и интенсивности излучений, выходящих из обеих границ слоя, выразить через функции X_1 и Y_1 .

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР
Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Ի. Ս. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ, Ն. Բ. ՆԵՒԻՐԱՐՅԱՆ

Ճառագայթման տեղափոխման որոշ ոչ գծային խնդիրներ

Հոդվածում դիտարկվում են հարթ զուգահեռ շերտում ճառագայթման տեղափոխման երկու ոչ գծային խնդիրներ: § 1-ում դիտարկվում է եռամակարդակ ատոմներից կազմված իզոթերմիկ շերտի մոդելը, եթե 1—2 անցումները արգելված են: § 2-ում ընդունվում է, որ միջավայրը կազմված է երկմակարդակ ատոմներից և հավասարաչափ բաշխված աղբյուրներից: Երկու խնդիրներում էլ համարվում է, որ լույսի սրումը կատարվում է բոլոր հաճախականությունների լրիվ վերաբաշխմամբ: Վ. Հ. Համբարձումյանի՝ ինքնաօժանոք հետազոտության օգտակար և խորությամբ մեթոդի կիրառման շնորհիվ այդ խնդիրներին համապատասխանող տեղափոխման հավասարումները լուծված են:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Կ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

1 Н. Б. Енгибарян, Астрофизика, т. 1, 297 (1965). 2 В. Ю. Теребеиж, Астрофизика, т. 3, 281 (1967). 3 В. А. Амбарцумян, ДАН Арм. ССР, т. 39, 159 (1964). 4 В. А. Амбарцумян, Сб. «Теория звездных спектров», Наука, М., 1966. 5 В. В. Иванов, Астрон. ж., т. 40, вып. 2, 257 (1963).

УДК 550.4

Л. П. Яшвили

О нахождении таллия в рудах Севкар-Саригюхского
 месторождения марганца

(Представлено академиком АН Армянской ССР И. Г. Магакьяном 31/III 1969)

В процессе проведения минерало-геохимических исследований по Севкар-Саригюхскому месторождению марганца наше внимание привлекло повышенное содержание таллия в марганцевых рудах.

Марганцевые руды данного месторождения приурочены к вулканогенно-осадочной толще верхнего мела. Рудовмещающая толща сложена главным образом известковистыми туфопесчаниками, туфобрекчиями и порфиритами.

Морфологически оруденение представлено жилами, гнездами и линзами среди вулканогенно-осадочных пород и контролируется зонами, ослабленными тектоническими нарушениями.

Руды, главным образом, сложены минералами группы псиломелана (собственно псиломелан, криптомелан, голландит), пиролюзитом и манганитом. Жильными минералами являются кварц, халцедон, барит и карбонаты.

Повышенное содержание таллия связано в основном с минералами группы псиломелана, которые образуют почковидные выделения концентрически зонального строения среди нерудной массы. Часто между почками псиломеланов развивается пиролюзит.

По данным химического анализа, в обогащенной марганцевой руде содержание таллия колеблется от 0,006% до 0,1%. Содержание же таллия в чисто отобранных псиломеланах достигает до 0,5—0,6%. Анализ выполнен на кафедре аналитической химии Ереванского государственного университета, В. Ж. Арцруни, экстракционно-фотометрическим методом и проверялся разными основными красителями.

Чисто отобранные псиломеланы, по данным полуколичественных спектральных анализов, выполненных в Спектральной лаборатории Института геологических наук АН Арм. ССР, содержат: Ва—3,2%; Тl—1,0%; Си и As—0,42%; V—0,1%; Sr—0,056%; Со—0,032%; Мо—0,024%; Ti—0,0042%; Ni—0,0032%; Cr—0,00032%; Ве—0,0001%.

По данным химического анализа той же фракции, выполненного в Химической лаборатории Института геологических наук Арм. ССР, имеем: MnO —53,4%; MnO_2 —12,2%; BaO —6,41%; Fe_2O_3 —4,02%; K_2O —2,7%; H_2O^+ —2,42%; H_2O^- —0,92%; Si_2O —0,79%; Tl —0,6%; Na_2O —0,4%.

Как известно, таллий ввиду сходства основных кристаллохимических свойств, может изоморфно замещать калий. В данном случае мы имеем пример именно такого замещения — в криптомеланах ($KMn^{II}Mn^{IV}O_{16} \cdot 2H_2O$) калий замещается таллием.

С другой стороны, есть основания полагать, что в рудах Севкар-Саригюхского месторождения может быть обнаружен самостоятельный таллиевый минерал группы псиломелана, тем более что в природе широко известны бариевые, калиевые, свинцовые, литиевые псиломеланы. Не исключено, что могут быть обнаружены также таллиевые псиломеланы.

Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР

Լ. Փ. ՅԱՇՎԻԼԻ

Սևքար-Սարիգյուղի մանգանի կանխանյութերում քալիումի հայտնաբերման մասին

Միներալ-գեոքիմիական հետազոտությունների ընթացքում Սևքար-Սարիգյուղի մանգանի հանքավայրում, որը հարում է վերին կավճի հրաբխա-նստվածքային շերտախմբին, հայտնաբերվել են թալիումի բարձր պարունակությունների հիմնականում կապված պսիլոմելանի խմբի միներալների (րուն պսիլոմելան, կրիպտոմելան, հոլանդիտ) երիկամաձև անջատումների հետ:

Հարստացված քիմիական անալիզների հիման վրա մանգանային հանքաքարում թալիումի պարունակությունը տատանվում է 0,1-ից մինչև 0,006%, թալիումի պարունակությունը մաքուր անջատված պսիլոմելաններում հասնում է մինչև 0,5—0,6%:

Այս տվյալները թույլ են տալիս ենթադրել, որ մենք ունենք կրիպտոմելաններում ($KMn^{II}Mn^{IV}O_{16} \cdot 2H_2O$) կալիումը թալիումով իզոմորֆ տեղակալման օրինակ: Մյուս կողմից հիմնականում ենթադրելու, որ Սևքար-Սարիգյուղի մանգանի հանքանյութերում կարող է հայտնաբերվել պսիլոմելանի խմբի թալիումի ինքնուրույն միներալը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Геохимия, минералогия и генетические типы месторождений редких элементов, т. 1, II, Изд. Наука, М., 1964. 2. П. Рамдор, Рудные минералы и их сростания, Изд. ИЛ, М., 1962. 3. P. Ramdohr, Die Manganerze, Symposium sobre yacimientos de manganese, т. 1, Mexico, 1956.

УДК 550.4 : 519

ГЕОХИМИЯ

В. О. Пароникян

О некоторых случаях нормального распределения
содержаний элементов в рудах и минералах

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Г. Магакьяном 16/IV 1969)

Условия проявления нормального закона распределения в геологических образованиях рассматриваются А. Б. Вистелиусом^(1, 2). Согласно его модели в породах локальное распределение нормальное, или же распределение нормальное с различными параметрами в разных точках исследуемого объекта.

Как показывают наши исследования проявление нормального закона имеет определенное генетическое значение, поскольку он устанавливается в тех геологических образованиях, которые связаны с локальными процессами, протекающими в достаточно узких термодинамических и физико-химических условиях. Между тем, распределение даже в ограниченно малом участке пород и руд может значительно отличаться от нормального закона в силу наложения в нем множества локальных процессов.

Следует однако, отметить, что выделение совокупностей, которые удовлетворили бы вышеуказанным условиям, в большинстве гидротермальных месторождений представляет трудную задачу. Руда в них, обычно, является конечным продуктом многих стадий минерализации, каждая из которых характеризуется определенными физико-химическими показателями. Кроме того, практически почти невозможно произвести опробование только тех участков месторождений, которые были бы непосредственно связаны с рудообразующими процессами. В контуры рудных тел включается огромная масса вмещающих пород, а в процессе опробования от пробы к пробе резко меняется соотношение руда: порода. В таких случаях, разумеется, функция распределения лишена генетического значения, поскольку в ней вложены факторы, не имеющие прямого отношения к рудогенезу*.

В наиболее чистом виде первичные рассеяния или концентрации элементов можно ожидать в магматических породах или же собственно

* Здесь искусственно возрастает частота встречаемости низких содержаний, в результате чего в большинстве гидротермальных месторождений наблюдается распределение с преимущественно положительной асимметрией⁽³⁾.

но магматических месторождениях; этим же условиям удовлетворяет распределение изоморфных элементов-примесей в минералах руд и пород, связанных с определенными процессами.

Проверка гипотезы нормального распределения содержаний элементов произведена по критерию χ^2 Пирсона. Из-за ограниченности объема статьи здесь приводятся только лишь вычисленные значения главных параметров распределения (табл. 1) элементов в рудах и некоторых минералах месторождений Армянской ССР.

К собственно магматической (гистеромагматической) генетической группе относится Сваранцское титаномагнетитовое месторождение (¹). Рудные тела (оливиниты) дайкообразной и линзообразной формы приурочены к габброидному комплексу пород третичного возраста. В ходе разведочных работ достаточно детально были опробованы как рудные тела, так и рудовмещающие габбро, что позволяет определить функцию распределения растворимого железа (связанного, главным образом, с магнетитом и титаномагнетитом) в этих образованиях. Как видно из приведенных данных (табл. 1), распределение частот содержаний железа не противоречит нормальному закону как в рудах, так и в рудовмещающих габбро рассматриваемого месторождения*.

Из изоморфных элементов-примесей здесь рассматривается распределение селена и рения в главных рудообразующих сульфидах Каджаранского и Кафанского месторождений, а также акцессорных редкоземельных элементов в апатите железорудного месторождения**.

Следует отметить, что определение функций распределения указанных элементов в минералах произведено как для одной стадии минерализации, так и для месторождения в целом, сформировавшегося, как правило, в течение нескольких стадий минерализации. При этом, функция распределения, которая характеризует закон распределения элемента в минерале одной парагенетической ассоциации, принимает совершенно иной вид, когда минерал рассматривается вне зависимости от парагенезиса. Как пример не изоморфного или же частично изоморфного элемента изучены также функции распределения теллура в главных сульфидах вышеупомянутых месторождений.

Селен по многим физико-химическим показателям очень близко стоит к сере. Во многих месторождениях, как показывает аналитический материал, селен без особого предпочтения изоморфно входит в решет-

* Месторождения железа, которые связаны с гидротермально метасоматическими процессами (например, месторождение Кохб Алавердского рудного района) характеризуются значительным асимметричным распределением частот содержаний, аналогично гидротермальным месторождениям других элементов. Таким же образом распределение железа в рудах Капутанского месторождения близко к логнормальному, что указывает на возможность участия пневмолито-гидротермальных процессов в формировании этого месторождения.

** С этой целью использованы данные химических анализов Г. О. Пиджяна, К. А. Карамяна, А. С. Фармазяна, Р. Н. Зарьяна и автора, а также данные количественного спектрального анализа Г. М. Мкртчяна и Л. Б. Сарухяна по редкоземельным элементам в апатитах.

ки сульфидов замещая серу ($S_0^{2-} \rightarrow S^{2-}$). Этот изоморфизм согласно экспериментальным работам (5) в некоторых системах (например, PbS и $PbSe$) почти неорганичен. Как следует из табл. 1 распределение селена в мономинеральном халькопирите из пирит-халькопиритовой стадии Кафана и кварц-халькопиритовой стадии Каджарана не противоречит нормальному закону. С этим же законом хорошо согласуются эмпирические данные по содержанию селена в молибдените кварц-молибденитовой стадии минерализации Каджаранского месторождения (табл. 1).

Одним из главных концентраторов рения в рудах медно-молибденовых месторождений Армянской ССР является молибденит (6, 7). В гидротермальных процессах рений, как и молибден, выступает в четырехвалентной форме, ионный радиус которого очень близок к молибдену (по В. М. Гольдшмидту—тождественны).

Изоструктурны также дисульфиды рения и молибдена (8), а экспериментально установлен неограниченный изоморфизм между ними (9). Большими химическими и кристаллохимическими сходствами рения и молибдена обусловлены довольно широкие границы изоморфного вхождения рения в природные молибдениты.

Аналогично селену распределение частот содержания рения в молибдените кварц-молибденитовой стадии минерализации хорошо аппроксимируется с нормальной функцией распределения (табл. 1).

Трехвалентные элементы редкоземельной группы в структуре апатита замещают двухвалентный кальций. В исследуемых апатитах акцессорные редкоземельные элементы представлены полностью с преобладанием цериевой группы, причем на долю $La + Ce$ приходится около 60—70% от суммы редких земель (10). Как следует из приведенных данных распределение главных элементов цериевой группы—лантана и церия, а также суммы редкоземельных элементов (ΣTR) в апатитах не противоречит нормальной функции распределения.

В отличие от предыдущих элементов содержание теллура в сульфидах контролируется двумя факторами—собственными минералами и изоморфной примесью. Собственные минералы теллура в сульфидах устанавливаются при незначительных его содержаниях. В соответствии с этим распределение теллура, в отличие от селена, характеризуется значительной асимметрией и коэффициентом вариации. Исследования показывают на хорошую сходимость между эмпирическими частотами содержаний теллура и теоретическими вероятностями, вычисленными из показательной и логнормальной функций в молибдените, пирите и халькопирите как одной стадии минерализации, так и месторождения в целом.

Таким образом, нормальное или же приближенно-нормальное распределение является характерным достаточно устойчивым признаком руд, пород и минералов (при значении коэффициента вариации до 30—40%). Оно присуще для локальных и однородных процессов и в этом отношении может иметь определенное генетическое значение. С увеличе-

Таблица 1

Месторождение	Элемент	Название минерала, руды, породы и стадии минерализации	Параметры распределения							
			число анализов, n	эмпирическое средн., \bar{x}	среднее квадратичное отклонение, s	коэффициент вариации, % V	число классов статистического ряда, k	степень свободы, f	вычисленные значения, χ^2	теоретические значения χ^2 , при уровне значимости = 5%
Сваранцское	Fe	Титаномагнетитовая руда	7,44	20,0%	4,0	20	11	8	20	20,1*
		Рудовмещающие габбро	347	7,85%	2,0	25	10	7	11,7	14,07
Кафанское	Se	Халькопирит из пирит-халькопиритовой стадии минерализации	39	137 г/т	50,0	36	5	1	1,52	3,84
Каджаранское	Se	Халькопирит из кварц-халькопиритовой стадии минерализации	44	230 г/т	70	30	8	2	5,51	5,99
		Молибденит из кварц-молибденитовой стадии минерализации	72	268 г/т	150	56	7	3	2,78	7,82
	Re	Молибденит из кварц-молибденитовой стадии минерализации	67	311 г/т	100	32	10	4	3,57	9,49
	ΣTR	Апатит	129	2,8	0,6	21	5	2	5,16	5,99
	Ce	.	129	1,52	0,38	25	8	5	4,8	11,07
	La	.	129	0,68	0,18	26	8	5	10,4	11,7

* Теоретическое значение χ^2 для титаномагнетитовых руд Сваранцского месторождения соответствует уровню значимости — 1%.

УДК 581--167

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Н. П. Бегларян, А. Г. Арзуманян

Прямое действие и последствие гибберелловой кислоты
на *Dianthus cinensis* L.

(Представлено академиком М. Х. Чайлахяном 4/IV 1969)

О высокой физиологической активности гиббереллинов и больших перспективах их использования в цветоводстве свидетельствует множество фактов, полученных при изучении различных сторон их физиологического действия на самых разнообразных декоративных растениях (1-5).

Вопросу о том, как сказывается влияние гибберелловой кислоты (ГК) на последующих поколениях посвящено мало работ (6-9).

Настоящая работа имела целью у *Dianthus cinensis* L. изучить прямое влияние гиббереллина, на данное поколение растений и проследить за его последствием.

Материалом для исследований послужили разные виды высших растений в основном декоративно цветочные.

Опыты проводились методом предпосевной обработки семян ГК. Была использована 0,02% ГК с экспозицией 2 ч. с целью проверки установленной нами на других ранее испытанных декоративных видах (*Ipomoea purpurea* L., *Cosmos bipinnatus* Cav.) эффективности этой концентрации ГК. Опыты проводились в условиях закрытого грунта (оранжерея в двух повторностях в течение 1966—1969 гг. Исследовались процессы роста и развития, а также морфологические особенности растений. Изучалось влияние ГК на прорастание семян, на прохождение фенофаз и продолжительность вегетационного периода, на динамику роста, а также на декоративные качества: высоту и диаметр стеблей, величину, форму и окраску листьев и цветков, как в год обработки, так и в семенных поколениях обработанных растений.

1. Влияние ГК на прорастание семян. Результаты всхожести семян показаны на рис. 1. Кривые изображенные на рисунке свидетельствуют о стимулирующем действии 0,02% ГК на всхожесть семян *Dianthus cinensis* L. Обработанные ГК семена взошли раньше контроля и в значительно большем количестве они проросли более ускоренном темпе. 100%-ная прорастаемость у них наступила на 4 дня раньше контроля.

2. Влияние ГК на прохождение фенофаз. Результаты фенологи-

ческих наблюдений также свидетельствуют о стимулирующем воздействии ГК на *Dianthus cinensis* L. При определении сроков бутонизации и цветения обнаружена большая разница между исходной формой и

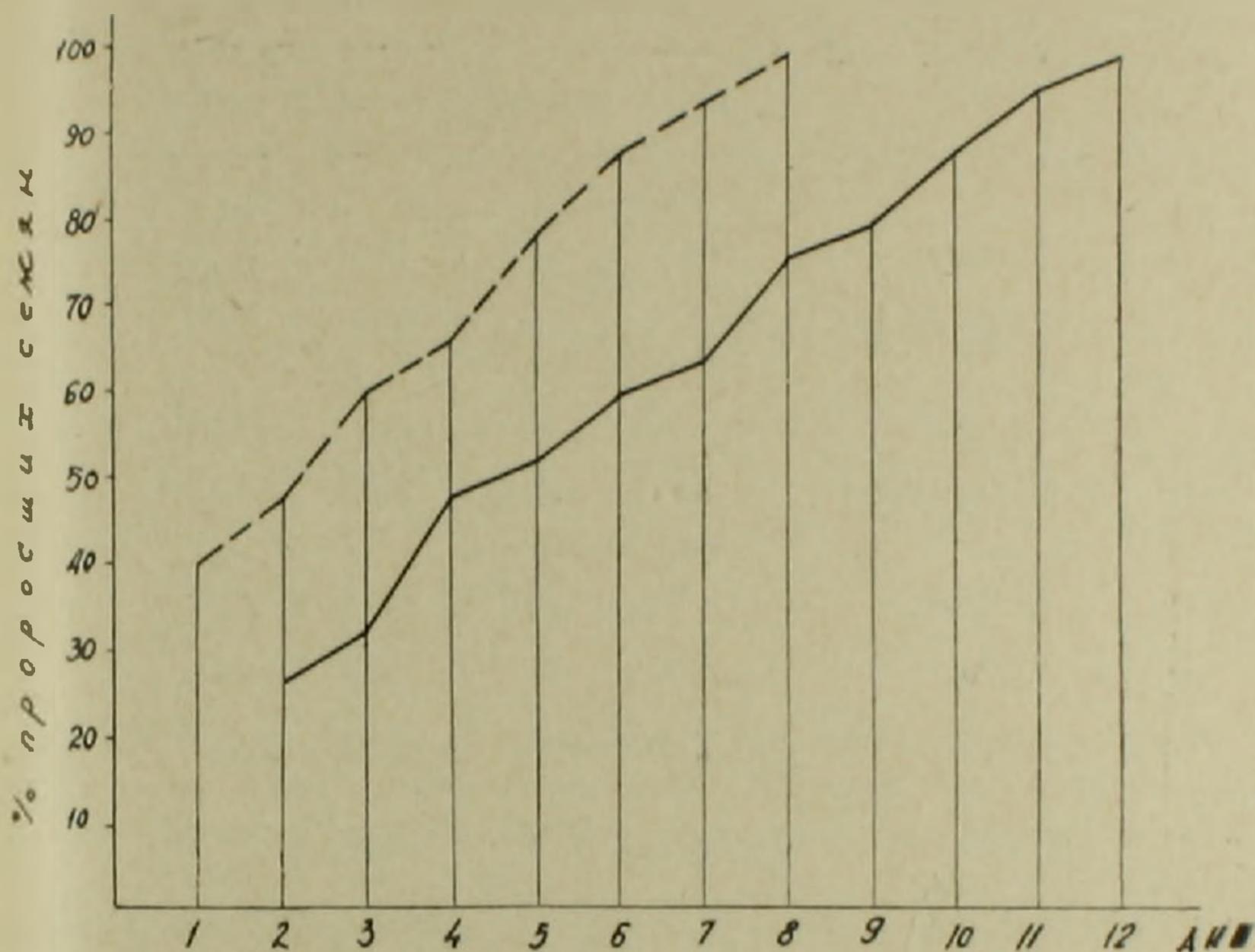


Рис. 1. Влияние 0,02% ГК на прорастание семян *Dianthus cinensis* L.

подопытными растениями. Эти данные приведены в табл. 1. Они показывают, что начиная с первого года опыта обработанные ГК растения опередили контроль как в начале, так и в массовой бутонизации, а также в цветении.

В M_1 у подопытных растений бутонизация наступила на 8 дней раньше контроля, а в период массовой бутонизации эта разница несколько сгладилась, но у обработанных ГК растений бутонизация началась на 2 дня раньше. В M_1 обратная картина наблюдалась в цветении. Подопытные растения стали цвести позже контроля (на один день), но в массовом цветении они опередили контроль на 6 дней. Стимулирующее воздействие ГК не только сохранилось в последующих поколениях, но в некотором отношении проявилось даже сильнее. Так например, в M_2 в период массовой бутонизации разница по сравнению с результатами M_1 , вместо 2-х дней стала 8. Цветение началось не позже контроля как в M_1 , а на 3 дня раньше.

Заслуживает внимания факт продолжительности вегетационного периода *Dianthus cinensis* L. под воздействием 0,02% ГК. Поскольку опыты проводились в условиях закрытого грунта (в оранжерее) наряду с изучением семенных поколений обработанных ГК растений, мы имели возможность провести наблюдения также на материнских организмах.

Таблица 1

Результаты фенологических наблюдений у *Dianthus cinensis* L.
под воздействием ГК С М₁—М₄

Варианты опыта	Бутонизация		Цветение	
	начало	массовое	начало	массовое
1966 год М ₁				
Контроль	9/V	4/VI	19/V	20/VI
0,02% ГК	1/V	2/VI	20/V	14/VI
1967 год М ₂				
Контроль	5/VI	6/VII	13/VI	15/VII
0,02% ГК	30/V	28/VI	10/VI	7/VII
1968 год М ₃				
Контроль	4/III	30/III	14/III	12/IV
0,02% ГК	1/III	28/III	12/III	9/IV

Результаты показали, что у большинства обработанных ГК растений вегетация кончается не за год, как у контрольных растений, согласно их природе (однолетники), а продолжается в течение нескольких лет.

В настоящее время еще продолжают цвести некоторые растения, посеянные в 1966 г. Такое явление по-видимому результат интенсификации синтеза эндогенных ростовых веществ под воздействием ГК извне. Этот факт заслуживает особого внимания, поскольку продолжительность цветения обуславливает высокие качества декоративных растений.

3. *Динамика роста под воздействием ГК.* При изучении динамики роста с начала до конца вегетации обнаружено стимулирующее воздействие ГК на высоту и диаметр стеблей, на количество боковых побегов. Это явление более наглядно проявилось в семенных поколениях. Результаты стимулирующего действия ГК на *Dianthus cinensis* L. показаны в рис. 2. Как видно из рисунка подопытные растения на всех стадиях развития с М₁—М₄ опередили контроль. Обработанные ГК растения несмотря на конституциональную мощь отличались прямостойкостью и в отличие от контроля держались без опор.

В результате увеличения количества цветоносов (рис. 2) на обработанных растениях закономерно увеличивалось и количество цветков. Они отличались обильным и продолжительным цветением.

Таким образом при изучении влияния ГК на ранее испытанных нами декоративных видах *Ipomoea purpurea* L., *Cosmos bipinnatus* Cav. установленная эффективная 0,02% концентрация ГК оказала положительное стимулирующее действие и на *Dianthus cinensis* L. В этом случае также это воздействие в поколениях не сглаживалось, а проявилось более отчетливо.

Для декоративных видов как известно важное практическое значение приобретают их многие морфологические особенности (величина, форма листьев и цветков), а также окраска цветков. В этом отношении

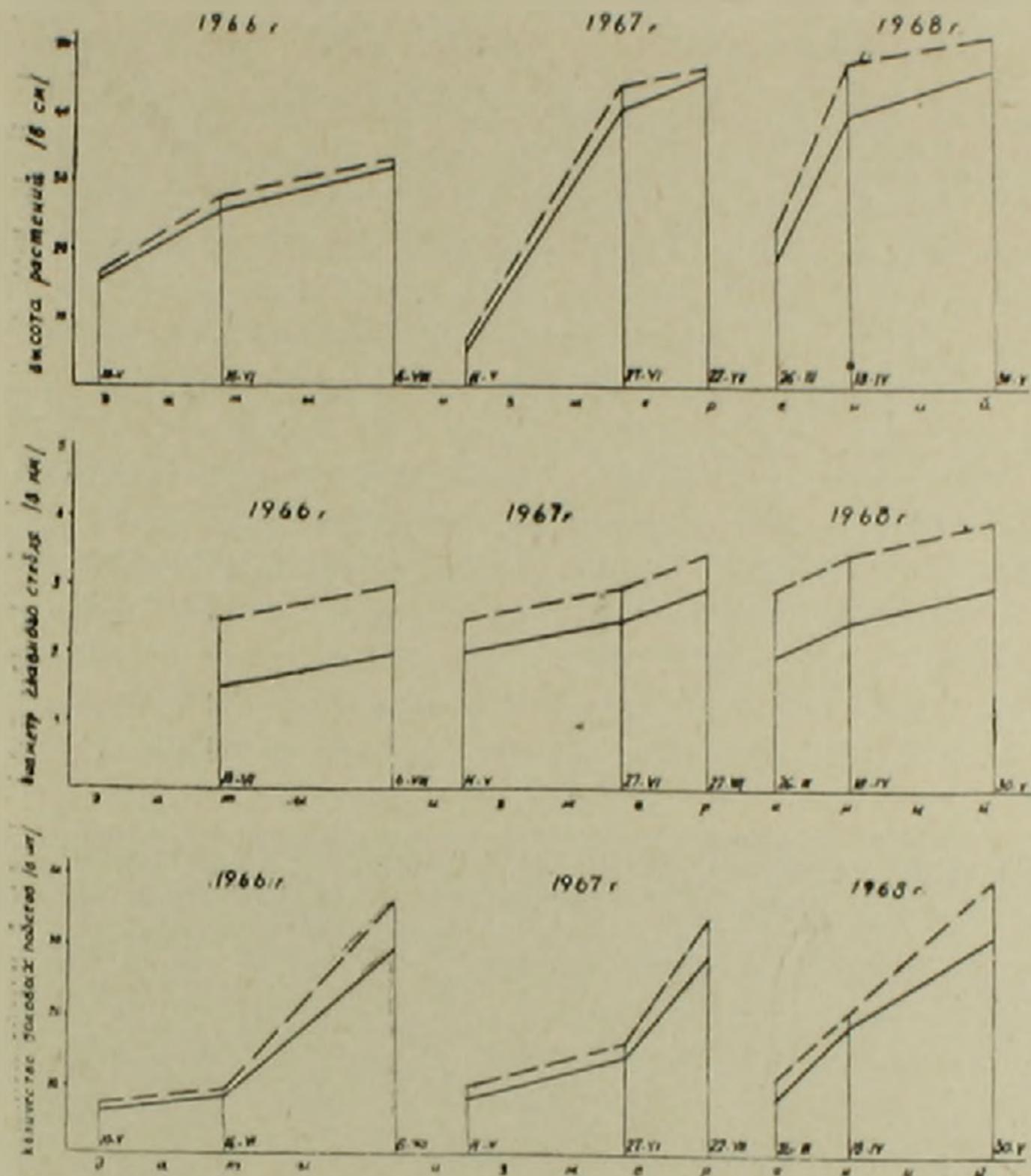


Рис. 2. Динамика роста *Dianthus cinensis* L. под воздействием ГК с M_1 — M_4 1-ый ряд — данные высоты растений; 2-й ряд — данные диаметра стебля; 3-й ряд — данные количества боковых побегов
 ——— контроль; - - - - ГК

влияние ГК на *Dianthus cinensis* L. также положительно табл. 2. Как видно из данных таблицы под воздействием ГК, начиная с M_1 , наблюдается большое разнообразие в типе цветка по форме и окраске и оно усиливается в поколениях. В M_3 обнаружено 16 новых типов по окраске цветка, среди которых многие очень эффективны в декоративном отношении и могут послужить ценным материалом для селекционных целей. Необходимо подчеркивать, что кроме разнообразия окраски цветков у обработанных ГК растений больше также экземпляров с махровыми цветками.

У испытанного вида в семенных поколениях обработанных растений наблюдалось также изменение формы пластинок лепестков: сильно выраженная зубчатость их верхних краев, иногда доходящая до бахромчатости, и появление большого количества бородковидных отрост-

Разнообразие в типе цветков под воздействием ГК у *Dianthus cinensis* L., с M₁—M₃

Варианты опыта	1966 год (M ₁)			1967 год M ₂			1968 год (M ₃)		
	количество растений	процент растений с махровыми цветками	процент тигров по окраске	количество растений	процент растений с махровыми растениями	процент тигров по окраске	количество растений	процент растений с махровыми цветками	процент тигров по окраске
Контроль	40	60±7,7	45±7,8	144	45,1±4,1	15,9±3,03	78	79,4±4,5	25,6±4,9
0,02% ГК	27	55,5±9,5	81,4±7,6	143	66,4±3,9	20,9±3,3	66	96,9±2,1	54,5±6,1

ков на лепестках. Эти свойства придавали цветкам *Dianthus cinensis* L. необычный вид, не лишенный декоративной ценности.

Наши исследования выявили также большое разнообразие в форме листьев. Характерные для *Dianthus cinensis* L. ланцетовидные (6—15 мм шир.) заостренные листья приобрели узкую (от 2—4 мм шир.) удлиненную, или наоборот короткую очень широкую (до 20 мм) с тупыми, иногда с загнутыми концами формы. Редко, но наблюдалась также

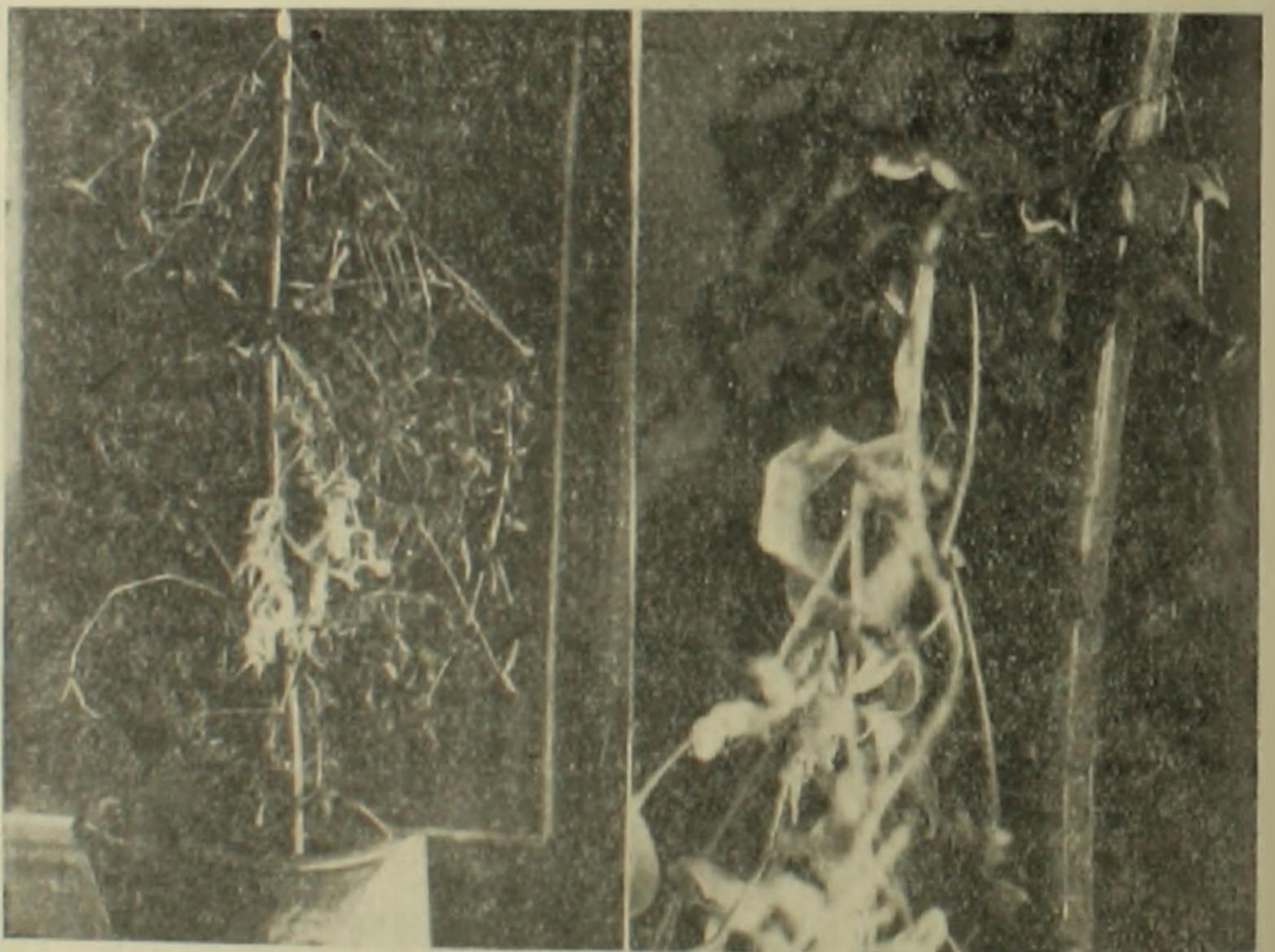


Рис. 3. Химерное растение *Dianthus cinensis* L., выделенное под воздействием ГК в M₂. Слева — лишенный хлорофилла побег на химерном растении. Справа — химерный побег с лишенной хлорофилла и нормальной половинками

гофрированность, скрюченность листьев. Представляет также практический интерес изменчивость в окраске листьев декоративных видов.

Особое значение приобретают жизнеспособные хлоровильные мутации типов: пятнистости, пестроты, полосатости и т. д.

В наших опытах в M_3 под воздействием ГК были обнаружены растения с нарушением хлорофильного аппарата: полосатость, пятнистость листьев.

Самый интересный факт, констатированный нами в M_3 , это получение химерного растения с побегом полностью лишенным хлорофилла. На этом же растении рядом с этим побегом был обнаружен химерный побег с химерными листьями: половина этого побега и листьев на нем была лишена хлорофилла, а другая половина была нормальной (рис. 3).

На абсолютно лишенном хлорофилла побеге формировался цветок, но стерильный. В семенном поколении из цветков нормальных побегов химерного растения все растения оказались слабыми, хилыми, со светло-зеленой окраской и они не дошли до полного развития. Как видим этот факт соматической мутации в M_3 обработанных ГК растений еще раз свидетельствует в пользу генетической активности ГК, по-видимому осуществляемой через активизацию синтеза эндогенных ростовых веществ.

Таким образом установленные нами факты положительного действия ГК на *Dianthus cinensis* L. не только в год обработки семян, но и в семенных поколениях подтверждают наличие у этого вещества не только физиологической, но и генетической активности. Сочетание положительных результатов физиологического и генетического действия ГК у декоративных растений в данном случае у *Dianthus cinensis* L. гарантирует возможность использования ГК методом предпосевной обработки семян в селекции цветоводства.

В процессе исследований мы пользовались консультациями академика М. А. Чайлахяна за что ему приносим глубокую благодарность.

Ереванский государственный университет

Ն. Պ. ԲԵՐԵԼՅԱՆ, Հ. Ղ. ԱՐՁՈՒՄԱՆՅԱՆ

Գիրերելաթթվի ուղղակի ազդեցությունը և հետազոտությունը *Dianthus cinensis* L. վրա

Սերմերի նախացանքային մշակման մեթոդով ուսումնասիրվել է գիրերելաթթվի ազդեցությունը *Dianthus cinensis* L. աճման և ծաղկման վրա մի շարք սերունդներում:

Հաստատվել է օդտազործված մեթոդի էֆեկտիվությունը և 0,02% գիրերելաթթվի դրական երկարատև ազդեցությունը:

Նրեր սերունդների ընթացքում տարված ուսումնասիրությունների արդյունքները վկայում են գիրերելաթթվի դեներտիկական ակտիվության մասին և թույլ են տալիս ենթադրելու, որ գիրերելաթթուն օրգանիզմի դեներտիկ վրա ազդում է դրսից ստացված նրա լրացուցիչ քանակի ազդեցության տակ՝ էնդոգեն աճման նյութերի սինթեզի ակտիվացման ճանապարհով:

Այսպիսով ուսումնասիրվող տեսակի կամ սորտի համար գիրերելաթթվի օպտիմալ խնամության և ազդման ժամկետների ճիշտ որոշումից հետո դրական արդյունք կարելի է սպասել ոչ միայն ազդման տարում այլև սերունդներում:

Գիրերելիաթթվի ֆիզիոլոգիական և գենետիկական ակտիվության *Dianthus cinensis* L. վրա թողած դրական արդյունքները հաստատում են հեղինակի կողմից այլ դեկորատիվ ծաղկա-տեսակների վրա ստացված տվյալները և երաշխավորում են ծաղկարուծության սելեկցիայում գիրերելիի որպես էֆեկտիվ գործոնի կիրառման հնարավորությունը:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ ՈՒ Ն

- ¹ В. Ф. Верзилов, А. С. Каспарян, В кн.: Гиббереллины и их действие на растения. Изд. АН СССР, 1963. ² Т. Г. Тамберг, Труды по прикладной ботанике, генетике и селекции, Всесоюзный институт растениеводства, т. 35, вып. 2, 1963. ³ М. Х. Чуйлахян и В. Г. Кочанков, «Известия АН СССР», серия биолог., 1, 1961. ⁴ М. Baullenne-Walrand, Archives de l'Inst. de Botanique, Vol. 28, 1951, '62, Liège, ci. 1154, 1962. ⁵ S. C. Chakravarti, J. W. Loshali, Pyton, Vol. 13, Fasc. 2, p. 119, 1959. ⁶ Ю. Л. Гужов, Респуб. межвед. сборник, АН УССР, серия «Физиология растений», вып. 1, 1965. ⁷ Е. И. Ратнер, С. А. Самойлова, В книге: Гиббереллины и их действие на растения, изд. АН СССР, ст. 180, 1963. ⁸ R. K. Soost, Bot. Gaz., 121, № 2, 1959. ⁹ N. H. Nickerson, Amer. J. Bot., Vol. 47, № 10, 1960.

УДК 581.19+577.15+576.72

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

И. А. Склярова

Изменение активности ферментов — цитохромоксидазы
 и сукциндегидрогеназы в годичном цикле развития
 виноградного растения

(Представлено академиком М. Х. Чайлахяном 6/IV 1969)

В живых клетках непрерывно совершаются процессы окисления с участием кислорода воздуха. Однако подвергающиеся окислению вещества, как правило, не реагируют с кислородом непосредственно: процесс окисления осуществляется через посредство ферментов.

Данных об изменении активности окислительно-восстановительных ферментов в годичном цикле развития виноградного растения не имеется. Исходя из этого, нами гистохимически определена активность и локализация в тканях побега ферментов — цитохромоксидазы и сукциндегидрогеназы в годичном цикле развития виноградной лозы.

Объектами изучения были выбраны: Воскеат — широко распространенный местный слабоморозостойкий сорт. Гибрид 846/5 — (сеянец Маленгра × F₁ Гарандмак × (Берландиери × Рупестрис-31)) морозостойкий, выведенный отделом селекции Института ВВиП.

Определение локализации и активности ферментов осуществлялось с помощью гистохимической методики (1, 2). Изменение активности ферментов в тканях побега учитывалось по интенсивности окраски тканей, возникающей в процессе гистохимических реакций, выраженной в условных единицах по пятибалльной системе.

Прежде чем говорить об изменениях активности ферментов в годичном цикле развития виноградной лозы, остановимся на их локализации в тканях побега винограда.

Наиболее интенсивную реакцию на ферменты дают флоэма, радиальная паренхима и сердцевинные лучи флоэмы (рис. 1).

У сорта Воскеат высокий уровень активности цитохромоксидазы в радиальной паренхиме и сердцевинных лучах флоэмы сохраняется, постепенно снижаясь до середины августа (рис. 2). В августе-сентябре активность фермента круто падает, в октябре достигая нуля. Отсутствие реакции на цитохромоксидазу наблюдалось у этого сорта до начала ноября. В ноябре-декабре отмечается резкий скачок активности цито-

хромоксидазы с резким же падением в середине декабря. С января активность постепенно возрастает, достигая своего максимума в апреле-мае.

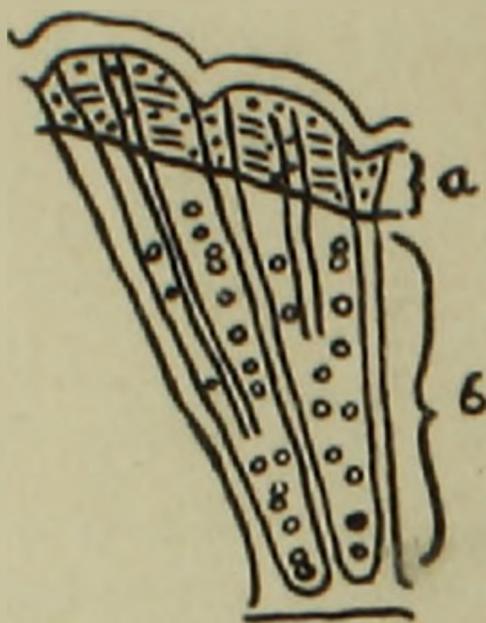


Рис. 1. Локализация ферментов — цитохромоксидазы и сукциндегидрогеназы в годичном цикле развития однолетнего побега виноградного растения.
а — флоэма, б — ксилема

У гибрида 846/5 (рис. 2) активность цитохромоксидазы начинает снижаться в сердцевинных лучах и радиальной паренхиме практически одновременно с сортом Воскеат, но падает она сильнее. Так что активность фермента доходит до нуля не в октябре, как у сорта Воскеат, а уже во второй половине августа, т. е. почти на полтора месяца раньше. В конце ноября у морозостойкой формы наблюдается внезапный подъем активности цитохромоксидазы, но значительно менее резкий, чем у неморозостойкой. Следующее за этим пиком снижение активности здесь более продолжительно, чем у сорта Воскеат. В самой флоэме цитохромоксидазная активность у обеих форм изменяется более плавно, чем в сердцевинных лучах и радиальной паренхиме.

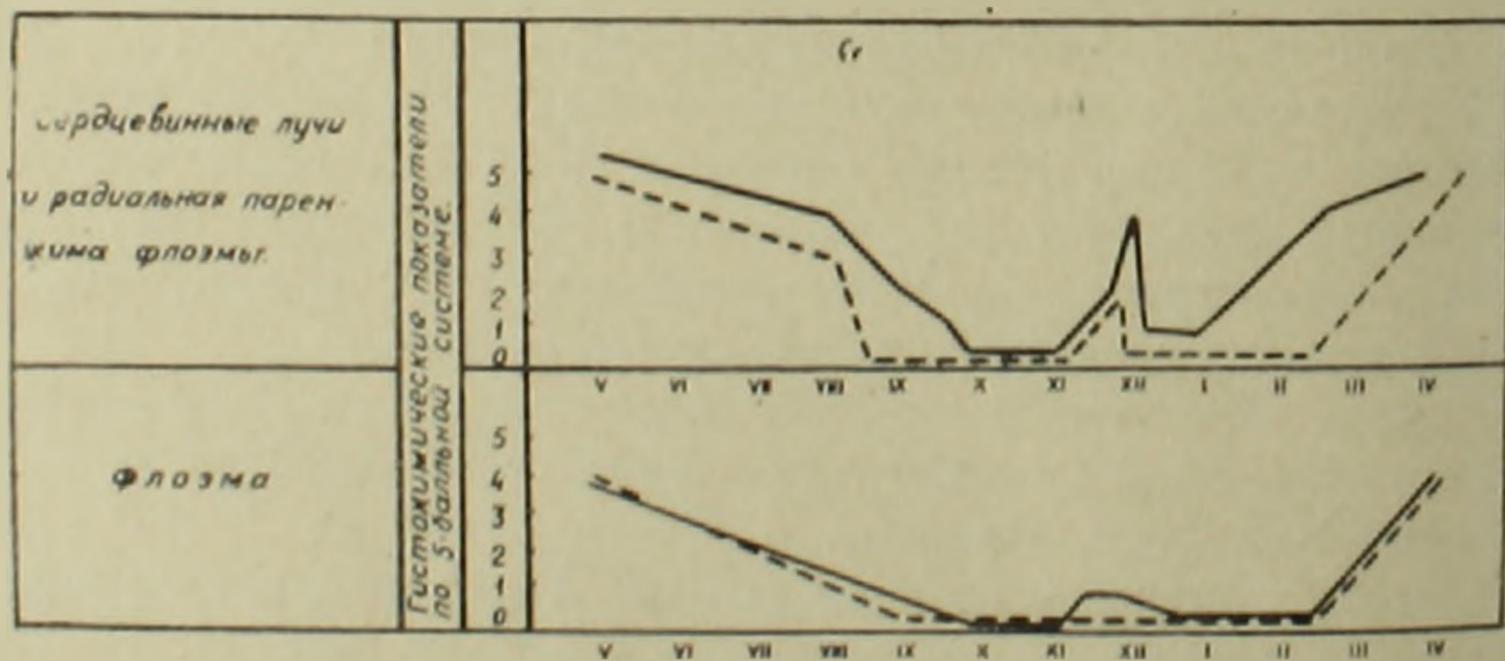


Рис. 2. Активность цитохромоксидазы в годичном цикле развития однолетнего побега виноградного растения.
— Воскеат; — — гибрид 846,5

При сравнении кривых цитохромоксидазной активности (рис. 2) с изменениями интенсивности дыхания (рис. 3, по данным К. С. Погосяна (3)) выясняется, что ход кривых близко совпадает: и дыхание и актив-

ность цитохромоксидазы являются минимальными в осенне-зимний период. Весенне-летнему подъему дыхания сопутствует повышение активности цитохромоксидазы. Таким образом, обнаруживается тесная зависимость поведения цитохромоксидазы от температурных условий.

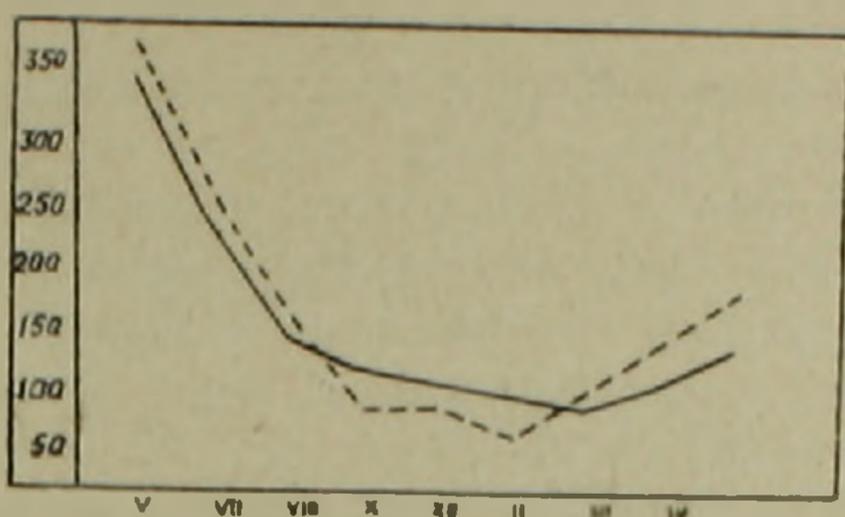


Рис. 3. Кривая дыхания в годичном цикле развития однолетнего побега виноградного растения.
— Воскеат; — — гибрид 846/5

Локализация сукциндегидрогеназы, как было указано выше, совпадает с локализацией цитохромоксидазы, что вполне естественно, поскольку оба фермента объединены в единую окислительную систему. Но динамика активности сукциндегидрогеназы в осенне-зимний период диаметрально противоположна цитохромоксидазе: в осенне-зимний период уровень активности фермента, судя по гистохимическим показателям почти не снижается (рис. 4).

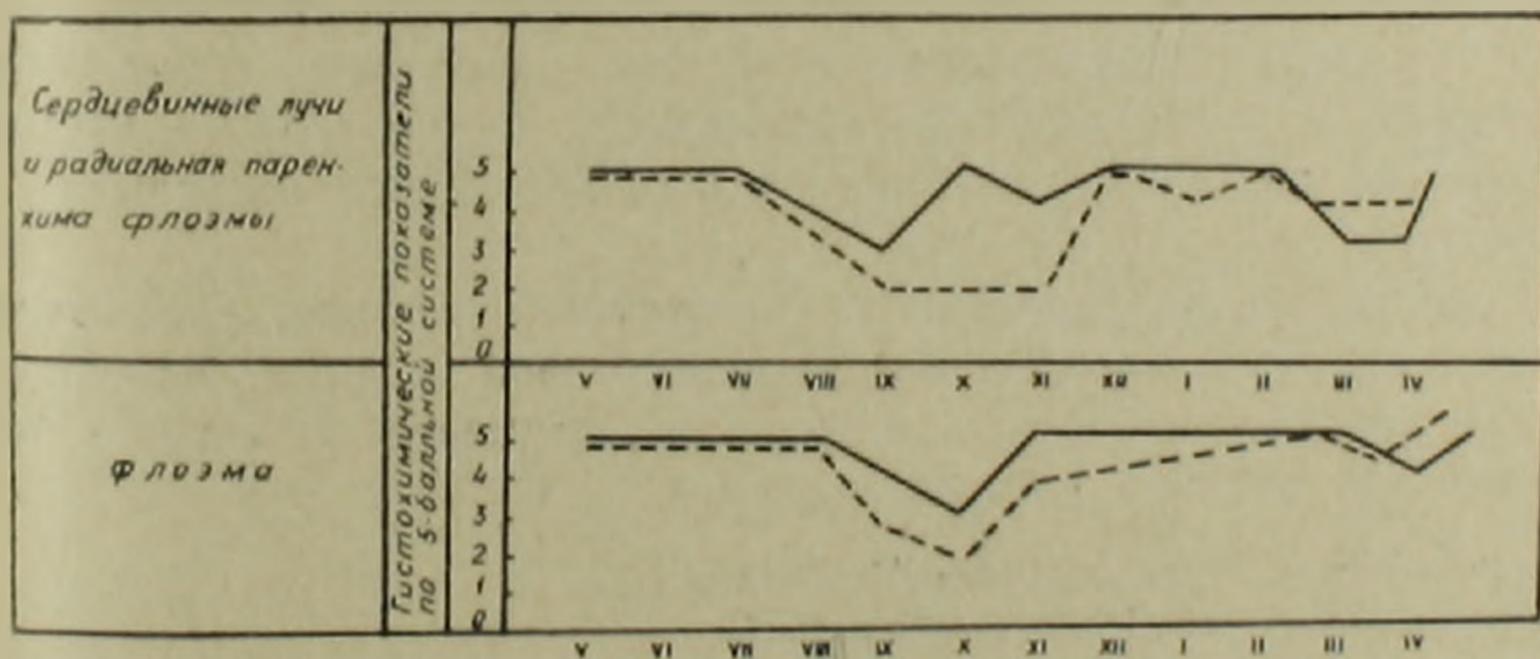


Рис. 4. Активность сукциндегидрогеназы в годичном цикле развития однолетнего побега виноградного растения.
— Воскеат; — — гибрид 846/5

У сорта Воскеат высокий уровень активности сукциндегидрогеназы сохраняется в радиальной паренхиме и сердцевидных лучах флоэмы на всем протяжении годичного цикла с небольшим понижением в сентябре, ноябре и марте (рис. 4).

У морозостойкого гибрида 846/5 понижение активности фермента в этих тканях в сентябре более глубокое и более продолжительное. В ноябре снова наблюдается подъем активности сукциндегидрогеназы и далее активность ее сохраняется на высоком уровне.

Сукциндегидрогеназная активность в самой флоэме у обеих форм (рис. 4) в мае-июле высокая, в августе отмечается небольшое понижение, причем у гибрида 846/5 оно более глубокое, в октябре снова подъем с максимумом в ноябре. С ноября активность фермента сохраняется на высоком уровне.

Несовпадение в годичном цикле данных по дыханию (рис. 3) и по поведению цитохромоксидазы, с одной стороны (рис. 2), и сукциндегидрогеназы, с другой (рис. 4), может быть объяснено двояким путем. По-видимому в период осенне-зимнего покоя в побегах винограда происходит перестройка системы дыхания, причем, роль терминальной оксидазы вместо цитохромоксидазы берет на себя, в качестве флавинового фермента, сукциндегидрогеназа.

Более вероятна возможность, что высокая активность сукциндегидрогеназы в тот период, когда цитохромоксидазы подавлена, объясняется проще. Инактивирование цитохромоксидазы влечет за собой прекращение процесса дегидрирования дыхательного субстрата в силу того, что цитохромоксидазная система перестает функционировать как акцептор водорода, вследствие чего транспорт отщепляемых от субстрата электронов блокируется. В результате сукциндегидрогеназа, хотя и не функционирует, но сохраняется в состоянии потенциальной активности. При проведении гистохимической реакции на сукциндегидрогеназу в инкубационную смесь вводится соль тетразолия, способная служить акцептором водорода. Благодаря этому содержащаяся в клетках сукциндегидрогеназа в этих условиях начинает проявлять свою активность в обход цитохромоксидазной системы, направляя свою восстановливающую деятельность на введенный в клетки реактив, который, переходя из окисленного состояния в восстановленное, превращается в формазаны.

Ярко выраженной зависимости между активностью сукциндегидрогеназы и степенью морозостойкости виноградной лозы, по нашим данным, не наблюдается. Однако активность фермента у гибрида 846/5 все-таки, как правило, несколько ниже.

Армянский научно-исследовательский институт
виноградарства, виноделия и плодоводства

Ի. Ա. ՍԿԵԱՐՈՎԱ

Ցիտոքրոմօքսիդազա և սուկցինդեհիդրոգենազա ֆերմենտների ակտիվության փոփոխությունը խաղողի վաղի զարգացման տարեկան փուլում

Ուսումնասիրվել է ցիտոքրոմօքսիդազա և սուկցինդեհիդրոգենազա ֆերմենտների ակտիվության խաղողի թույլ ցրտադիմացկանությամբ Ոսկենատ սորտում և ցրտադիմացկուն 846/5 հիբրիդում նրանց զարգացման տարեկան փուլում:

Նկատվել է, որ ցիտոքրոմօքսիդազայի ակտիվությունը կախված չէր մաստիճանային պարամետրներից փոփոխվում է, չէր մաստիճանի իջեցման հետևանքով ընկնում է նրա ակտիվությունը: Գրտադիմացկուն ձևի մոտ այդ անկումը նկատվում է համեմատաբար ավելի վաղ:

Աշխատանքի և ձմռան ժամանակաշրջանում խաղողի մատերում տեղի է ունենում շնչառական սխա-
ռմի վերականգնում, որի ֆունկցիան ցիտոքրոմօքսիդազայի փոխարեն կատարում է սուլֆին-
գիդրոզենազան:

Մեր ուսումնասիրության տվյալներով խաղողի վազի ցրտադիմացկանության և սուլֆինգի-
դրոզենազայի միջև կապ չի նկատվել:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ У. Дженсен, Ботаническая гистохимия, М., 1965. ² G. Comol, Microscopic Histochemistry, 1952. Chicago. ³ Н. А. Склярова, К. С. Погосян, ДАН АрмССР, т. XLV, 5, 1967.

