

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

XLVIII, № 4

1969

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Է. Գ. ԱՅԲԻԿՅԱՆ, կենսաբանական գիտությունների բեկնաձու. Ս. Թ. ԲԱՐԱՅԱՆ, շՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, շՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, շՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՇՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, շՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ (պատ. խմբագրի տեղակալ), Ս. Հ. ՄԻՐՉՈՅԱՆ, շՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Ս. Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, շՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, շՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Ս. Մ. ՍԱԳՈՆՉՅԱՆ, շՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ, շՍՀ ԳԱ րդրակից-անդամ:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Э. Г. АФРИКЯН, кандидат биологических наук, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР (зам. отв. редактора), С. А. МИРЗОЯН, чл.-корр. АН АрмССР, С. С. МКРТЧЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР.

Բ ՈՎ Ա Ն Դ Ա Կ ՈՒ Թ Յ ՈՒ Ն

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

- Հ. Բ. Մառանշյան — Ռեկուրսիվ ֆունկցիաների ստորակարգություններ և առիմպուտորիկ օպտիմալություն 193

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

- Ա. Ա. Համբարձումյան, Ա. Ա. Խաչատրյան — Տարամոդուլ նյութի առաձգականության տեսության հարցի վերաբերյալ 193

ՖԻԶԻԿԱ

- Վ. Մ. Հառուրյունյան, Տու. Պ. Մալախյան, Ա. Հ. Մելիքյան — Միջավայրում էլեկտրամագնիսական ալիքների ինտենսիվության համար ինտերֆերենցիան հաշվի առնող հավասարումները 203
- Գ. Մ. Ալվակյանց — Դեներացիոն-ոնկոմբինացիոն ալիքները կիսահաղորդիչներում 205

ԱՍՏՐՈՆՈՄԻԱ

- Յու. Կ. Մելիք-Ալավերդյան — Ռադիոգալակտիկաների միջուկների օպտիկական սպեկտրների էմիսիոն գծերի մասին 212

ՊԵՏՐՈԳՐԱՖԻԱ

- Կ. Գ. Շիրինյան — Հայաստանի նորագույն (պլիո-պլեյստոցենյան) հրաբխային ապարների պետրոքիմիական ալյուտեսակությունների մասին 215

ԳԵՆԵՏԻԿԱ

- Լ. Ա. Աբաբաթյան — Բջիջների վրա հետերոտուքսիսի հետճառագայթահարման ադդեցության կախվածությունը ճառագայթման զոդայից 220

ԲԻՈԲԻՄԻԱ

- Ժ. Ա. Գևորգյան — Երիկամի կեղևում L-ամինաթթուների տրանսպորտի հարցի շուրջը 224
- Հ. Խ. Բունյաթյան, Ա. Ս. Հովնանիսյան, Ժ. Ա. Գևորգյան — Երիկամային հյուսվածքում L-ամինաթթուների դեամինացման մեխանիզմի շուրջը 229

ԲՈՒՅՍՆԵՐԻ ՍԻՍՏԵՄԱՏԻԿԱ

- Յա. Ի. Մուլիշյանյան — Դիտության համար նոր տանձենու երեք տեսակներ հարավային Անդրկովկասից Species novae Pyri in Transcaucasia inventae 234

ԲՈՒՅՍՆԵՐԻ ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

- Է. Ս. Հավունջյան, Հ. Հ. Հառուրյունյան — Աճման կարգավորիչների ադդեցության տակ ծխախոտի մեկուսացված տերևներում րլորոֆիլային պիգմենտների քայքայման թափի թուլացումը 235
- Մ. Մ. Սարգիսովա, Ա. Ս. Մելիքյան — Խաղողի վաղի շվերում և արմատներում աճման էնզոգեն կարգավորիչների փոփոխության մասին 242

ՄԻՋԱՏԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- Ա. Մ. Յարլոկով-Խենձորյան — Կարծրաթևերից կոկցինելիդների (Col. atera, Coccinellidae) երկու նոր տեսակ կովկասից 247

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

- Զ. Ա. Վաղրամյան — Սոմատիկ հիպոթալամիկ պոտենցիալները կատվի լիմբիկ 251

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- Г. Б. Маранджян—Иерархии рекурсивных функций и асимптотическая оптимальность 193

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- С. А. Амбарцумян, А. А. Хачатрян—К вопросу теории упругости разномодульного материала 198

ФИЗИКА

- В. М. Арутюнян, Ю. П. Малакян, А. О. Меликян—Усредненные уравнения для интенсивности в среде, учитывающие интерференцию 203
Г. М. Авакьянц—Генерационно-рекомбинационные волны в полупроводниках 208

АСТРОФИЗИКА

- Ю. К. Мелик-Алавердян—Об эмиссионных линиях в оптических спектрах ядер радиогалактик 212

ПЕТРОГРАФИЯ

- К. Г. Ширинян—О петрохимических неоднородностях новейших (плио-плейстоценовых) вулканитов Армянской ССР 215

ГЕНЕТИКА

- Л. А. Араратян—Зависимость пострадиационного действия гетероауксина на клетки от дозы облучения 220

БИОХИМИЯ

- Ж. С. Геворкян—К вопросу транспорта L-аминокислот в корковом слое почечной ткани 224
Г. Х. Бунятян, А. С. Огинесян, Ж. С. Геворкян—К механизму деаминирования L-аминокислот в почечной ткани 229

СИСТЕМАТИКА РАСТЕНИЙ

- Я. И. Мулкиджанян—Новые для науки виды груши из южного Закавказья
Species novae Pyri in Transcaucasia inventae 234

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- Э. С. Авунджян, Г. А. Арутюнян—Ослабление интенсивности разрушения хлорофильных пигментов в изолированных листьях табака под влиянием регуляторов роста 238
М. М. Саркисова, А. С. Мелконян—Об изменении содержания эндогенных регуляторов роста в побегах и корнях виноградной лозы в течение вегетации 242

ЭНТОМОЛОГИЯ

- С. М. Яблоков-Хизорян—Два новых вида жесткокрылых-кокциnellид с Кавказа (Coleoptera, Coccinellidae) 247

ФИЗИОЛОГИЯ

- Э. А. Ваграмян—Соматические вызванные потенциалы лимбической коры кошки 251

МАТЕМАТИКА

УДК 51.01:518.5

Г. Б. Маранджян

Иерархии рекурсивных функций и асимптотическая оптимальность

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талаляном 22/1 1969)

1. Понятие сложности натурального числа (НЧ) относительно частично-рекурсивной функции (ЧРФ) и понятие асимптотически оптимальной функции (АОФ) были введены А. Н. Колмогоровым ⁽¹⁾. Некоторые свойства функций, являющихся АОФ для множества $\mathcal{C}^1$ одноместных ЧРФ и сложностей НЧ относительно них исследованы в ⁽²⁾.

Язык ЧРФ позволяет охватить средства и возможности любых алгорифмических языков и поэтому рассмотрение кодирования НЧ при помощи этого языка вполне естественно. Вместе с тем, иногда предпочтительнее употреблять для кодирования языки, сравнительно бедные по своим выразительным возможностям. Наиболее характерной особенностью таких языков является то, что оказывается возможным построение таких АОФ для них, что сложности НЧ относительно этих АОФ вычислимы (с помощью функций, изобразимых, вообще говоря, в более богатых языках; напомним, что для сложностей НЧ относительно АОФ для $\mathcal{C}^1$ принципиально невозможно даже построение удовлетворительных верхних и нижних вычислимых оценок ⁽³⁾, теоремы 7—9). Это обстоятельство, в свою очередь, открывает возможности для аналитического исследования функциональных соотношений между НЧ и их сложностями при конструктивном понимании термина „функция“.

В настоящей заметке исследуются некоторые свойства АОФ, а также сложностей НЧ относительно них, для одной иерархии множеств обще-рекурсивных функций, отличающихся друг от друга богатством выразительных возможностей. Все термины и утверждения трактуются конструктивно ⁽³⁾.

2. Введем некоторые обозначения, используемые на протяжении остальной части статьи. Буквами x, y, a, b, c будут обозначаться переменные для натуральных чисел $0, 1, 2, 3, \dots$. Строчными греческими буквами φ, ψ, ξ будут обозначаться переменные для обще-рекурсивных функций. Символы $[\]$, μ , $\approx$ будут использоваться в том

смысле, в каком они используются в (4). Обозначения O' , $\leq_0$, S_a используются как в (5). Если A есть одноместная ЧРФ, а x — натуральное число, то выражение $!A(x)$ читается так: „имеет смысл $A(x)$ “ см. (3), стр. 293). Через l обозначена одноместная (элементарная по Кальмару (6)) функция, такая, что $l(x) = \lfloor \log_2(x+1) \rfloor$ (см. (1)).

Пусть φ есть одноместная обще-рекурсивная функция (ОРФ). Введем одноместную ЧРФ K_φ следующим образом: $K_\varphi(x) \cong l(\mu y(\varphi(y) = x))$. Пусть x есть натуральное число. Тогда, если $!K_\varphi(x)$, то число $K_\varphi(x)$ называем *сложностью* натурального числа x относительно функции φ . Такое определение несколько отличается от определения сложности в (1). Если φ есть ОРФ и x принадлежит области значений функции φ , то сложность при новом определении совпадает со сложностью при первоначальном определении. Если же x не принадлежит области значений функции φ , то сложность числа x относительно φ при новом определении оказывается неопределенной (в (1) в последнем случае принимается $K_\varphi(x) = +\infty$)).

Пусть φ и ψ есть одноместные ОРФ и c есть натуральное число. Тогда $M(\varphi, \psi, c)$ будет использоваться для сокращенной записи следующего высказывания:

$$\forall x \exists y (\varphi(y) = \psi(x) \& l(y) \leq l(x) + c).$$

Пусть L^1 есть конструктивное множество одноместных ОРФ. Если одноместная ОРФ φ такова, что $\forall \psi (\psi \in L^1 \supset \exists c M(\varphi, \psi, c))$, то говорим, что φ есть *асимптотически оптимальная функция* для L^1 (ср. с (1, 2)).

3. В работе (7) построена иерархия конструктивных множеств S_a ОРФ, связанная с некоторой системой обозначений для конструктивных трансфинитных чисел. Рассмотрим некоторые свойства этой иерархии, представляющие интерес с точки зрения кодирования натуральных чисел с помощью функций, принадлежащих множествам, занимающим различное положение в указанной иерархии. Через S_a^1 будем обозначать конструктивное множество одноместных функций из S_a , где a есть натуральное число, являющееся обозначением для трансфинитного числа в упомянутой системе обозначений для конструктивных трансфинитных чисел.

Согласно Основной теореме из (1), множество $\mathcal{C}^1$ одноместных ЧРФ содержит АОФ для $\mathcal{C}^1$. В теоремах 1 и 2 дается ответ на аналогичный вопрос для множеств S_a^1 обще-рекурсивных функций.

Теорема 1. *Каковы бы ни были $a \in O'$ и $b \in O'$ такие, что $a <_0 b$, существует функция φ , являющаяся АОФ для S_a^1 , такая, что $\varphi \in S_b^1$.*

Лемма 1. *Для каждого $a \in O'$, если φ есть АОФ для S_a^1 , то не существует функции $\psi \in S_a^1$, мажорирующей функцию φ .*

Теорема 2. *Каково бы ни было $a \in O'$, не существует функции φ такой, что $\varphi \in S_a^1$ и φ есть АОФ для S_a^1 .*

Доказательство теоремы 2 основывается на лемме 1.

Лемма 2. Пусть $a \in O'$ и φ есть АОФ для S_a^1 . Не может существовать функции ψ , принадлежащей S_a^1 , такой, что $\forall x (K_{\varphi}(\psi(x)) \geq x)$.

Таким образом, ни при каком $a \in O'$ множество S_a^1 не может содержать функции, которая по каждому натуральному числу x могла бы вычислять число, сложность которого относительно функции, являющейся АОФ для S_a^1 , была бы больше x . Явления аналогичного рода иногда объединяют термином „эффект Яблонского“. С этим же явлением связаны теоремы 3 и 7 в (2). В теореме 3 этот результат будет значительно усилен.

Пусть L^1 есть конструктивное множество одноместных ОРФ. Будем говорить, что функция $\varphi \in L^1$ — прогнозируема, если $\varphi \in L^1$ и существует функция ψ такая, что $\psi \in L^1$ и выполнено следующее условие: $\forall x (x < \psi(x) \supset \exists y (\varphi(y) = \varphi(\psi(x))))$. Примерами L^1 -прогнозируемых функций могут служить введенная выше функция I , (а также n -кратная итерация ее), любая неповторяющаяся функция из L^1 , любая функция из L^1 , обращение которой (в смысле работы (7)) принадлежит L^1 и т. д. Следующая теорема устанавливает, что в рассматриваемых нами языках для кодирования натуральных чисел имеет место явление, более сильное, чем эффект Яблонского.

Теорема 3. Каковы бы ни были $a \in O'$, функция φ , являющаяся АОФ для S_a^1 и S_a^1 — прогнозируемая функция ψ , не может существовать функции $\xi \in S_a^1$ такой, что $\forall x (K_{\varphi}(\xi(x)) \geq \psi(x))$.

Есть некоторая аналогия между этим результатом и результатом, сформулированным в теореме 8 из (2).

Будем применять обозначение $\varphi \sim \psi$ в качестве сокращения для суждения $\exists c (M(\varphi, \psi, c) \& M!(\psi, \varphi, c))$. Нетрудно видеть, что отношение $\sim$ рефлексивно, транзитивно и симметрично, т. е. является отношением эквивалентности.

Пусть φ , ψ и ξ — это одноместные ОРФ, такие, что $\varphi(x) = \xi(\psi(x))$. Тогда функцию φ будем обозначать через $\xi \circ \psi$.

Теорема 4. Каковы бы ни были $a \in O'$ и функция φ , являющаяся АОФ для S_a^1 , существуют ОРФ ψ и ξ такие, что выполняются следующие соотношения: 1) $\psi \sim \varphi$; 2) $\xi \sim \varphi$; 3) $\varphi \sim \xi \circ \psi$.

Докажем теперь следующую теорему, аналогичную теореме 3 из (2).

Теорема 5. Каковы бы ни были $a \in O'$, ОРФ φ , являющаяся АОФ для S_a^1 и функция $\psi \in S_a^1$, существует константа c такая, что выполняется следующее соотношение $\forall x (K_{\varphi}(\psi(x)) \leq K_{\varphi}(x) + c)$.

Теорема 6. Каковы бы ни были $a \in O'$, функция φ , являющаяся АОФ для S_a^1 и функция $\psi \in S_a^1$, оценивающая сверху сложность натуральных чисел относительно функции φ , если существует функция $\xi \in S_a^1$ такая, что $\forall x (\psi(\xi(x)) + x > x)$, то существует

бесконечная конструктивная последовательность функций $\psi_0, \psi_1, \psi_2, \psi_3, \dots$ из C_a^1 таких, что выполняются следующие условия:

- 1) $\forall x y z (y < z \supset (K_{\tau}(x) \leq \psi_z(x) \& \psi_z(x) \leq \psi_y(x) \& \psi_y(x) \leq \psi(x)))$,
- 2) если $y < z$, то для бесконечного множества значений аргумента x имеет место строгое неравенство: $\psi_z(x) < \psi_y(x)$.

Теорема, аналогичная данной, была уже доказана (см. (2), следствие 1 теоремы 9), для функций, асимптотически оптимальных для $\mathcal{C}^1$.

Теорема 7. Если $a \in O'$, $b \in O'$ и $a <_{ob}$, то C_b^1 содержит рекурсивную перестановку, асимптотически оптимальную для C_a^1 .

Заметим, что если φ есть АОФ для $\mathcal{C}^1$, то φ не может принимать каждое из своих значений в точности один раз.

Доказательство теоремы 7 базируется на следующей лемме.

Лемма 3. Существует примитивно-рекурсивный оператор F , который каждую одноместную ОРФ φ перерабатывает в рекурсивную перестановку $\psi = F(\varphi)$, такую, что имеет место $M(\psi, \varphi, 1)$.

Если ЧРФ A и B являются АОФ для $\mathcal{C}^1$, то, как доказано (1), для них имеет место отношение $A \sim B$. Как показывает следующая теорема, этот результат не переносится на обще-рекурсивные АОФ, более того, существуют „несравнимые“ АОФ, то есть такие φ и ψ , что обе функции являются АОФ для одного и того же множества функций и выполняется условие $\forall c (\neg M(\varphi, \psi, c) \& \neg M(\psi, \varphi, c))$.

Теорема 8. Пусть L^1 есть конструктивное множество одноместных ОРФ. Если существует ОРФ φ , являющаяся АОФ для L^1 , то существуют ОРФ ψ_1 и ψ_2 , асимптотически оптимальные для L^1 , такие, что $\forall c (\neg M(\psi_1, \psi_2, c) \& \neg M(\psi_2, \psi_1, c))$.

Следствие. Пусть $a \in O'$, $b \in O'$ и $a <_{ob}$. Тогда C_b^1 содержит несравнимые функции ψ_1 и ψ_2 , являющиеся АОФ для C_a^1 .

Теорема 9. Если $a \in O'$, $b \in O'$ и $a <_{ob}$, $\varphi \in C_b^1$ и φ есть АОФ для C_a^1 , то $K_{\sigma} \in C_b^1$ и $K_{\tau} \in C_a^1$.

Можно показать, что теоремы 1—9, следствия из них и леммы 1—3 остаются справедливыми и для иерархии субпримитивно-рекурсивных функций Гжегорчика, если во всех формулировках заменить все вхождения „ $a \in O'$ “ на „ $a \geq 3$ “, „ $a <_{ob}$ “, на „ $a < b$ “, „ C_a^1 “ на „ E_a^1 “, где E_a^1 есть множество одноместных функций из множества E_a^1 упомянутой иерархии.

В заключение автор приносит глубокую благодарность И. Д. Заславскому, под руководством которого выполнена настоящая работа.

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР

Հ. Ք. ՄԱՐԱՆՋՅԱՆ

Ռեկուրսիվ ֆունկցիաների ստորակարգություններ և ասիմպտոտիկ օպտիմալություն

Հոդվածում ուսումնասիրված են ընդհանուր ռեկուրսիվ ասիմպտոտիկ օպտիմալ ֆունկցիաների և նրանց նկատմամբ բնական թվերի բարդությունների որոշ հատկությունները:

Իրտարկվող ֆունկցիաները պատկանում են ունկուրսիվ ֆունկցիաների որոշ դասերին, որոնք կազմում են մի կոնստրուկտիվ տրանսֆինիտ ստորակարգություն։ Ստացված արդյունքները համեմատված են մասնակի ունկուրսիվ ասիմպտոտիկ օպտիմալ ֆունկցիաների և նրանց նկատմամբ բնական թվերի բարդությունների համար (2) հոդվածում ստացված արդյունքների հետ։

Л И Т Е Р А Т У Р А — Դ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Մ Յ Ո Ւ Ն

¹ *А. И. Колмогоров*, Три подхода к определению понятия „количество информации“, Проблемы передачи информации, т. 1, вып. 1, 3—11, М., 1965. ² *Г. Б. Маранджян*, „Известия АН АрмССР“ сер., Математика, т. 4, вып. 1 (1969). ³ *Н. А. Шанин*, Труды Математического института им. В. А. Стеклова, LII, 226—311, М.—Л., 1958. ⁴ *С. К. Клини*, Введение в метаматематику, ИИЛ, М., 1957. ⁵ *S. C. Kleene*, Extension of an effectively generated class of functions, Colloquium Mathematicum, vol. VI, 67—78, 1958. ⁶ *L. Kalmár*, Egyszerű pe'lda eldönthetetlen aritmetikai proble'ma'ra, Matematikai e's Fizikai Lapok, 50, 1—23, 1943. ⁷ *J. Robinson*, General recursive functions. Proc. Amer. Math. Soc., 1, № 6 (for 1950, publ. 1951), 703—718. ⁸ *A. Grzegorzcyk*, Some classes of recursive functions; Rozprawy Matematyczne, IV, Warszawa, 1—46, 1953.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

УДК 539.30

Академик АН Армянской ССР С. А. Амбарцумян, А. А. Хачатрян

К вопросу теории упругости разномодульного материала

(Представлено 24/1 1969)

В работе доказывается, что для разномодульного материала, при наличии полученных авторами ранее связей между напряжениями и деформациями, элементарная работа внутренних сил является полным дифференциалом.

1. Для разномодульного упругого изотропного материала физические законы, связывающие напряжения с деформациями, имеют вид ⁽¹⁻³⁾:

$$\begin{aligned} e_{xx} &= a_{11}\varepsilon_x + a_{12}(\varepsilon_y + \varepsilon_z) + (a_{22} - a_{11})m_1^2\sigma_\beta, \\ e_{yy} &= a_{11}\varepsilon_y + a_{12}(\varepsilon_x + \varepsilon_z) + (a_{22} - a_{11})m_2^2\sigma_\beta, \\ e_{zz} &= a_{11}\varepsilon_z + a_{12}(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + (a_{22} - a_{11})m_3^2\sigma_\beta, \\ e_{xy} &= 2(a_{11} - a_{12})\tau_{xy} + 2(a_{22} - a_{11})m_1m_2\sigma_\beta, \\ e_{xz} &= 2(a_{11} - a_{12})\tau_{xz} + 2(a_{22} - a_{11})m_1m_3\sigma_\beta, \\ e_{yz} &= 2(a_{11} - a_{12})\tau_{yz} + 2(a_{22} - a_{11})m_2m_3\sigma_\beta, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где наряду с известными обозначениями имеем также σ_β — одно из главных напряжений в данной точке, имеющее отличный от других главных напряжений (σ_α , σ_γ) знак; m_i — направляющие косинусы главного направления напряжений и деформаций β .

В зависимости от знаков главных напряжений для коэффициентов упругости a_{ik} имеем:

при $\sigma_\beta < 0, \sigma_\alpha > 0, \sigma_\gamma > 0$ $a_{11} = \frac{1}{E^+}, a_{22} = \frac{1}{E^-};$

при $\varepsilon_\beta > 0, \varepsilon_\alpha < 0, \varepsilon_\gamma < 0$ $a_{11} = \frac{1}{E^-}, a_{22} = \frac{1}{E^+}$

и для обоих случаев $a_{12} = -\nu^+/E^+ = -\nu^-/E^-$, где E^+ , ν^+ и E^- , ν^- — модуль упругости и коэффициент Пуассона при растяжении и сжатии соответственно.

Относительное расположение главных направлений α, β, γ с осями координат x, y, z в данной точке определяется при помощи де-

вяти направляющих косинусов (см. схему), связанных между собой следующими зависимостями:

	α	β	γ
x	l_1	m_1	n_1
y	l_2	m_2	n_2
z	l_3	m_3	n_3

$$\begin{aligned}
 l_i^2 + m_i^2 + n_i^2 &= 1 \quad (i = 1, 2, 3), \\
 l_1 m_1 + l_2 m_2 + l_3 m_3 &= 0 \quad (lmn).
 \end{aligned}
 \tag{1.2}$$

Формулы преобразования компонентов деформации и напряжения в данной точке при переходе от одной системы координат к другой, связанные между собой схемой (1.2), при условии, что α, β, γ — главные направления напряжений и деформаций, имеют вид:

$$\begin{aligned}
 e_{x,x} &= l_1^2 e_{\alpha\alpha} + m_1^2 e_{\beta\beta} + n_1^2 e_{\gamma\gamma}, \\
 e_{yz} &= 2(l_2 l_3 e_{\alpha\alpha} + m_2 m_3 e_{\beta\beta} + n_2 n_3 e_{\gamma\gamma}), \\
 \sigma_x &= l_1^2 \sigma_\alpha + m_1^2 \sigma_\beta + n_1^2 \sigma_\gamma, \\
 \tau_{yz} &= l_2 l_3 \sigma_\alpha + m_2 m_3 \sigma_\beta + n_2 n_3 \sigma_\gamma
 \end{aligned}
 \tag{1.3}$$

(xyz, 123)

или

$$\begin{aligned}
 e_{\alpha\alpha} &= l_1^2 e_{x,x} + l_2^2 e_{y,y} + l_3^2 e_{z,z} + l_1 l_2 e_{x,y} + l_1 l_3 e_{x,z} + l_2 l_3 e_{y,z}, \\
 e_{\beta\gamma} &= 2(m_1 n_1 e_{x,x} + m_2 n_2 e_{y,y} + m_3 n_3 e_{z,z}) + (m_1 n_2 + m_2 n_1) e_{x,y} + \\
 &+ (m_1 n_3 + m_3 n_1) e_{x,z} + (m_2 n_3 + m_3 n_2) e_{y,z} = 0, \\
 \sigma_\alpha &= l_1^2 \sigma_x + l_2^2 \sigma_y + l_3^2 \sigma_z + 2(l_1 l_2 \tau_{xy} + l_1 l_3 \tau_{xz} + l_2 l_3 \tau_{yz}), \\
 \tau_{\beta\gamma} &= m_1 n_1 \sigma_x + m_2 n_2 \sigma_y + m_3 n_3 \sigma_z + (m_1 n_2 + m_2 n_1) \tau_{xy} + \\
 &+ (m_1 n_3 + m_3 n_1) \tau_{xz} + (m_2 n_3 + m_3 n_2) \tau_{yz} = 0
 \end{aligned}
 \tag{1.4}$$

($\alpha\beta\gamma$, lmn).

Законы упругости (1.1) в главных направлениях напряжений и деформаций запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned}
 e_{\alpha\alpha} &= a_{11} \sigma_\alpha + a_{12} (\sigma_\beta + \sigma_\gamma), \\
 e_{\beta\beta} &= a_{22} \sigma_\beta + a_{12} (\sigma_\alpha + \sigma_\gamma), \\
 e_{\gamma\gamma} &= a_{11} \sigma_\gamma + a_{12} (\sigma_\alpha + \sigma_\beta).
 \end{aligned}
 \tag{1.5}$$

Приведем также выражения для напряжений через компоненты деформации

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= 2A e_{x,x} + B\theta - B_3 (B + 2A m_1^2) \sigma_\beta, \quad \tau_{xy} = A (e_{xy} - 2B_3 m_1 m_2 \sigma_\beta), \\
 \sigma_y &= 2A e_{y,y} + B\theta - B_3 (B + 2A m_2^2) \sigma_\beta, \quad \tau_{xz} = A (e_{xz} - 2B_3 m_1 m_3 \sigma_\beta), \\
 \sigma_z &= 2A e_{z,z} + B\theta - B_3 (B + 2A m_3^2) \sigma_\beta, \quad \tau_{yz} = A (e_{yz} - 2B_3 m_2 m_3 \sigma_\beta),
 \end{aligned}
 \tag{1.6}$$

где

$$A = \frac{1}{2(a_{11} - a_{12})}, \quad B = \frac{a_{12}}{(a_{11} - a_{12})(a_{11} + 2a_{12})}, \quad B_3 = a_{22} - a_{11},
 \tag{1.7}$$

$$\theta = e_{x,x} + e_{y,y} + e_{z,z} = e_{\alpha\alpha} + e_{\beta\beta} + e_{\gamma\gamma}.$$

Главное напряжение σ_β через деформации выражается следующим образом:

$$\sigma_\beta = \frac{(a_{11} + 2a_{12}) e_{\beta\beta} - a_{12}\theta}{a_{11}a_{22} + a_{12}a_{33} - 2a_{12}^2} = \frac{2Ae_{\beta\beta} + B\theta}{1 + B_3(2A + B)}. \quad (1.8)$$

Выражения для напряжений в главных направлениях напряжений и деформаций будут:

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha &= A_{11}e_{\alpha\alpha} + A_{12}e_{\beta\beta} + A_{13}e_{\gamma\gamma}, \\ \sigma_\beta &= A_{12}e_{\alpha\alpha} + A_{22}e_{\beta\beta} + A_{13}e_{\gamma\gamma}, \\ \sigma_\gamma &= A_{13}e_{\alpha\alpha} + A_{12}e_{\beta\beta} + A_{11}e_{\gamma\gamma}, \end{aligned} \quad (1.9)$$

где

$$A_{11} = \frac{1}{\Delta} (a_{11}a_{22} - a_{12}^2), \quad A_{22} = \frac{1}{\Delta} (a_{11}^2 - a_{12}^2), \quad A_{12} = -\frac{a_{12}}{\Delta} (a_{11} - a_{12}), \quad (1.10)$$

$$A_{13} = -\frac{a_{12}}{\Delta} (a_{22} - a_{12}), \quad \Delta = (a_{11} - a_{12})(a_{11}a_{22} + a_{12}a_{33} - 2a_{12}^2).$$

2. Относительно рассматриваемого здесь материала принимается, что в пределах малых деформаций он является упругим. Предполагаем, что в процессе деформации работа внутренних сил U полностью переходит в потенциальную энергию деформации W , и наоборот, т. е.

$$U = W. \quad (2.1)$$

Для рассматриваемого материала, с энергетической точки зрения, весьма важно выяснить вопрос: является ли элементарная работа внутренних сил полным дифференциалом; так как только после положительного ответа на этот вопрос можно говорить о существовании потенциала упругих сил, или то же самое, что внутренние упругие силы имеют потенциал.

Удельная элементарная работа внутренних сил есть

$$\delta U = \sigma_x \delta e_{xx} + \sigma_y \delta e_{yy} + \sigma_z \delta e_{zz} + \tau_{xy} \delta e_{xy} + \tau_{xz} \delta e_{xz} + \tau_{yz} \delta e_{yz}. \quad (2.2)$$

Докажем, что, при приведенных выше зависимостях между напряжениями и деформациями, выражение (2.2) является полным дифференциалом.

Подставляя значения напряжений (1.6), с учетом (1.8), в (2.2), получим

$$\begin{aligned} \delta U &= A\delta [e_{xx}^2 + e_{yy}^2 + e_{zz}^2 + \frac{1}{2}(e_{xy}^2 + e_{xz}^2 + e_{yz}^2)] + \frac{1}{2}B(1 - BC)\delta\theta^2 - \\ &- 2ABC[e_{\beta\beta}\delta\theta + \theta(m_1^2\delta e_{xx} + m_2^2\delta e_{yy} + m_3^2\delta e_{zz} + m_1m_2\delta e_{xy} + m_1m_3\delta e_{xz} + \\ &+ m_2m_3\delta e_{yz})] - 4A^2Ce_{\beta\beta}(m_1^2\delta e_{xx} + m_2^2\delta e_{yy} + m_3^2\delta e_{zz} + m_1m_2\delta e_{xy} + \\ &+ m_1m_3\delta e_{xz} + m_2m_3\delta e_{yz}), \end{aligned} \quad (2.3)$$

где

$$C = \frac{B_3}{1 + B_3(2A + B)} = \frac{(a_{22} - a_{11})(a_{11}^2 + a_{11}a_{12} - 2a_{12}^2)}{a_{11}a_{22} + a_{11}a_{33} - 2a_{12}^2}. \quad (2.4)$$

Из (2.3) легко заметить, что выражение (2.2) будет полным дифференциалом, если последняя скобка в (2.3) будет представлять собой вариацию $e_{\beta\beta}$:

$$m_1^2 \delta e_{xx} + m_2^2 \delta e_{yy} + m_3^2 \delta e_{zz} + m_1 m_2 \delta e_{xy} + m_1 m_3 \delta e_{xz} + m_2 m_3 \delta e_{yz} = \delta e_{\beta\beta}. \quad (2.5)$$

Равенство (2.5) будет справедливым только в том случае, если для частных производных $e_{\beta\beta}$ по компонентам деформации имеют место следующие формулы:

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_{\beta\beta}}{\partial e_{xx}} &= m_1^2, & \frac{\partial e_{\beta\beta}}{\partial e_{yy}} &= m_2^2, & \frac{\partial e_{\beta\beta}}{\partial e_{zz}} &= m_3^2, \\ \frac{\partial e_{\beta\beta}}{\partial e_{xy}} &= m_1 m_2, & \frac{\partial e_{\beta\beta}}{\partial e_{xz}} &= m_1 m_3, & \frac{\partial e_{\beta\beta}}{\partial e_{yz}} &= m_2 m_3. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Приведем доказательство справедливости этих формул.

Вычислив частную производную $e_{\beta\beta}$ (1.4) по e_{xx} , получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_{\beta\beta}}{\partial e_{xx}} &= m_1^2 + \left[2m_1 \frac{\partial m_1}{\partial e_{xx}} e_{xx} + 2m_2 \frac{\partial m_2}{\partial e_{xx}} e_{yy} + 2m_3 \frac{\partial m_3}{\partial e_{xx}} e_{zz} + \right. \\ &+ \left(m_1 \frac{\partial m_2}{\partial e_{xx}} + m_2 \frac{\partial m_1}{\partial e_{xx}} \right) e_{xy} + \left(m_1 \frac{\partial m_3}{\partial e_{xx}} + m_3 \frac{\partial m_1}{\partial e_{xx}} \right) e_{xz} + \\ &\left. + \left(m_2 \frac{\partial m_3}{\partial e_{xx}} + m_3 \frac{\partial m_2}{\partial e_{xx}} \right) e_{yz} \right]. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Покажем теперь, что в (2.7) выражение, заключенное в квадратных скобках, равно нулю. Для этого продифференцируем тождество

$$m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 = 1 \quad (2.8)$$

по e_{xx} и, исходя из (1.2), рассмотрим следующую линейную однородную систему относительно m_1, m_2, m_3 :

$$m_1 \frac{\partial m_1}{\partial e_{xx}} + m_2 \frac{\partial m_2}{\partial e_{xx}} + m_3 \frac{\partial m_3}{\partial e_{xx}} = 0, \quad (2.9)$$

$$m_1 l_1 + m_2 l_2 + m_3 l_3 = 0, \quad m_1 n_1 + m_2 n_2 + m_3 n_3 = 0.$$

Из (2.8) видно, что m_1, m_2 и m_3 не могут обращаться в нуль одновременно. Поэтому для удовлетворения системы (2.9) достаточно, чтобы ее определитель был равен нулю:

$$\frac{\partial m_i}{\partial e_{xx}} = al_i + bn_i \quad (i = 1, 2, 3). \quad (2.11)$$

Подставляя теперь (2.11) в (2.7), замечаем, что выражение в квадратных скобках (2.7) действительно обращается в нуль в силу формул (1.4), где $e_{\alpha\beta} = e_{\beta\alpha} = 0$. Таким образом доказана справедливость первой из формул (2.6). Аналогичным образом доказывается справедливость и остальных формул (2.6).

Теперь, имея в виду формулы (2.6), нетрудно убедиться в справедливости равенства (2.5) и тем самым можно считать доказанным, что выражение (2.2) действительно является полным дифференциалом.

Из приведенных выше результатов и на основании (2.1) можно найти следующие выражения для удельной потенциальной энергии деформации

$$W = \frac{1}{2} (2A + B) (e_{xx}^2 + e_{yy}^2 + e_{zz}^2) + B (e_{xx}e_{yy} + e_{xx}e_{zz} + e_{yy}e_{zz}) + \\ + \frac{1}{2} A (e_{xy}^2 + e_{xz}^2 + e_{yz}^2) - \frac{1}{2} C (2A e_{\beta\beta} + B\theta)^2, \quad (2.12)$$

или

$$W = \frac{1}{2} a_{11} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) + a_{12} (\sigma_x\sigma_y + \sigma_x\sigma_z + \sigma_y\sigma_z) + \\ + (a_{11} - a_{12}) (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) + \frac{1}{2} (a_{22} - a_{11}) \sigma_{\beta}^2, \quad (2.13)$$

или, наконец,

$$W = \frac{1}{2} (\sigma_x e_{xx} + \sigma_y e_{yy} + \sigma_z e_{zz} + \tau_{xy} e_{xy} + \tau_{xz} e_{xz} + \tau_{yz} e_{yz}). \quad (2.14)$$

Отметим, что формулы (2.12) — (2.14) для удельной потенциальной энергии деформации приведены в работе (3), где они были получены несколько по-иному.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Ս. Ա. ՀԱՄԲԱՐՇՈՒՄՅԱՆ, Ա. Ա. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ

Տարամոդուլ նյութի առաձգականության տեսության հարցի վերաբերյալ

Աշխատանքում ապացուցված է, որ տարամոդուլ նյութի համար հեղինակների կողմից առաջադրված առաձգականության օրենքների առկայության դեպքում ներքին ուժերի կատարած էլեմենտար աշխատանքը իրենից ներկայացնում է լրիվ դիֆերենցիալ։ Դա հիմք է հանդիսանում ասելու այն մասին, որ ներքին առաձգական ուժերը ունեն պոտենցիալ։

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Վ Ա Ն ՈՒ Թ Յ ՈՒ Ն

¹ С. А. Амбарцумян, А. А. Хачатрян, Инж. ж., МТТ, 2, 1966. ² С. А. Амбарцумян, «Известия АН АрмССР», Механика, 2 (1966). ³ С. А. Амбарцумян, А. А. Хачатрян, Инж. ж., МТТ, 6 (1966).

ФИЗИКА

УДК 535

В. М. Арутюнян, Ю. П. Малакян, А. О. Меликян

Усредненные уравнения для интенсивности электромагнитных волн в среде, учитывающие интерференцию

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 23/XII 1968)

В настоящей работе рассмотрены процессы излучения электромагнитных волн в одномерном резонаторе с активным веществом на основе уравнений, учитывающих интерференцию ^(1,2). В случае, когда коэффициенты отражения зеркал резонатора близки к единице, можно пользоваться приближением, развитым в ⁽³⁾, где аналогичная задача решена без учета влияния интерференции волн. Суть этого приближения заключается в том, что интенсивности считаются линейными функциями пространственной координаты. В предельном случае закрытого резонатора, согласно точному решению при однородных начальных условиях интенсивность постоянна вдоль резонатора ⁽⁴⁾. Как мы увидим, учет интерференции вносит местами весьма существенные поправки в результаты теории баланса.

Надо отметить, что уравнения, аналогичные полученным в ⁽¹⁾, использованы в ⁽⁵⁾, однако в такой форме их применимость представляется нам ограниченной.

Выпишем исходную систему уравнений

$$\pm \frac{\partial a_{1,2}}{\partial x} - \frac{1}{v} \frac{\partial a_{1,2}}{\partial t} + \frac{\beta}{2} a_{1,2} = \sigma \left(\frac{1}{2} - i \frac{\varepsilon}{\Gamma} \right) (\Delta_0 a_{1,2} + \Delta_{1,-1} a_{1,2}), \quad (1)$$

$$\Delta_m = -\Delta(0, x) \gamma(t, x) l_m(4\sigma |z(t, x)|) e^{imarg z(t, x)} +$$

$$+ (-1)^m n \left(\omega - \frac{1}{\tau} \right) \gamma(t, x) \int_0^t \frac{dt'}{\gamma(t', x)} l_m[4\sigma |z(t, x) - z(t', x)|] \times$$

$$\times e^{imarg [z(t, x) - z(t', x)]} \quad m = -1, 0, 1, \quad (2)$$

$$\gamma(t, x) = \exp \left\{ - \left(\omega +$$

Обозначения следующие: $\sigma = \sigma_0 \Gamma^2 (4\varepsilon^2 + \Gamma^2)^{-1}$, где ε — расстройка, σ_0 — поперечник в резонансе, Γ — константа релаксации, $\Delta(0, x)$ — начальная перенаселенность, n — плотность активных атомов, τ — время спонтанного перехода, w — мощность подкачки, a_1 и a_2 — амплитуды волн, бегущих вправо и влево, нормированные на интенсивность, $I_m(x)$ — функция Бесселя мнимого аргумента, β — постоянная поглощения.

Согласно сделанным предположениям, мы должны отнести систему (1) к точкам $x=0$ и $x=L$, где L — длина резонатора, и положить

$$J_{1,2}(t, L) = J_{1,2}(t, 0) + \left. \frac{\partial J_{1,2}(t, x)}{\partial x} \right|_{x=0} L. \quad (3)$$

Учтем также граничные условия

$$a_1(t, 0) = \xi \sqrt{r_1} a_2(t, 0), \quad a_2(t, L) = \xi \sqrt{r_2} a_1(t, L) e^{2ikL}, \\ \xi^2 = 1. \quad (4)$$

После этого можно перейти к уравнениям для $J_{1,2}$ и фаз, причем достаточно иметь уравнение для одной из интенсивностей. Рассмотрим

сначала режим накопления $\left(w = \frac{1}{\tau} = 0\right)$. В этом случае после введения обозначения

$$u_1(t) = 4\sigma \int_0^t J_2(t', 0) dt' \quad (5)$$

и однократного интегрирования по t (при $r_1 = 1$) уравнение для u_1 примет вид:

$$\frac{du_1}{dt} = 4\sigma J_2(0, 0) + \frac{2\sigma\Delta(0)v}{1+r_2} \left\{ 1 - e^{-\frac{1}{2}(1+r_2)u_1} I_0(\sqrt{r_2}u_1) \right\} - \\ - \left(\frac{v}{L} \frac{1-r_2}{1+r_2} + v\beta \right) u_1. \quad (6)$$

Считая, что $4\sigma J_2(0, 0) \ll 2\sigma\Delta(0)$, из условия $\left. \frac{du_1}{dt} \right|_{t \rightarrow \infty} = 0$ получаем уравнение для энергии, излученной за время генерации через левую границу

$$u_1(\infty) \left\{ 1 - I_0(\sqrt{r_2}u_1(\infty)) \exp \left[-\frac{1+r_2}{2} u_1(\infty) \right] \right\}^{-1} = \alpha, \quad (7)$$

где

$$\alpha = 2\sigma\Delta(0) \left[\frac{1-r_2}{L} + (1+r_2)\beta \right]^{-1}.$$

В приближении баланса энергия определяется следующим уравнением:

$$u_1^B(\infty) \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{1+r_2}{2} u_1^B(\infty) \right] \right\}^{-1} = \alpha. \quad (8)$$

Можно получить уравнения для энергии, излученной через правую границу. На рис. 1 приведена зависимость функций $\frac{u_1(\infty)}{u_1^B(\infty)}$ и

$\frac{u_2(\infty)}{u_2^B(\infty)}$ от α .

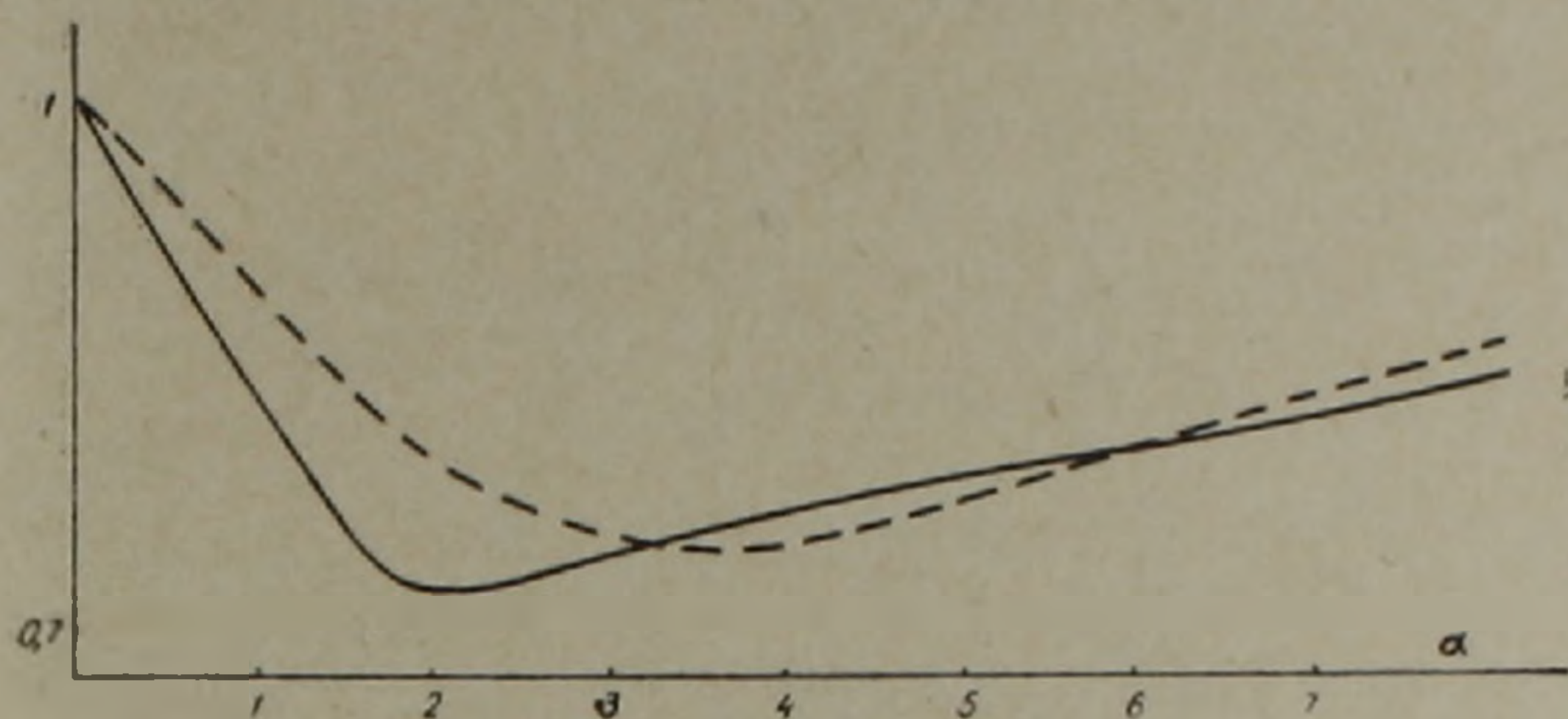


Рис. 1. Сплошная кривая соответствует $\frac{u_1(\infty)}{u_1^B(\infty)}$; прерывистая $\frac{u_2(\infty)}{u_2^B(\infty)}$.

Перейдем к рассмотрению стационарного режима. В этом случае интенсивности не зависят от времени. Используя известные формулы для интегралов от бесселевых функций и вводя обозначения:

$$\rho = 2 \left(1 + r_2 + \frac{1 - r_2}{L\beta} \right), \quad x = \frac{8\sigma}{w + \frac{1}{\tau}} J_2, \quad \lambda = \frac{2\pi n}{\beta} \frac{w\tau - 1}{w\tau + 1} \quad (9)$$

имеем уравнение (для $r_1 = 1$)

$$x^3 (1 - r_2)^3 + 8x^2 [1 + r_2 - \lambda\rho^{-1} (1 - r_2)^2] + + 16x [\lambda^2 \rho^{-2} (1 - r_2)^2 - 4\lambda\rho^{-1} (1 + r_2) + 1] + + 128\lambda^2 \rho^{-2} (1 + r_2) - 128\lambda\rho^{-1} = 0. \quad (10)$$

Учитывая граничные условия, найдем спектр мод

$$\omega = \omega_0 \frac{\pi n \Gamma - \frac{1}{2} \omega_0 \ln r_2 + \omega_0 \beta L}{-\frac{1}{2} \omega_0 \ln r_2 + \Gamma \omega_0 L v^{-1} + \omega_0 \beta L} \quad (11)$$

$$n = 0, \pm 1, \dots$$

Аналогичное выражение получено в (6) без учета β . На рис. 2 приведено распределение интенсивности по частотам, полученное численным решением уравнения (10) при следующих значениях параметров $\beta = 0,03 \text{ см}^{-1}$, $L = 10 \text{ см}$, $\sigma_0 = 2,5 \cdot 10^{-20} \text{ см}^2$, $\Gamma = 3 \cdot 10^{12} \text{ сек}^{-1}$,

$n = 10^{10} \text{ см}^{-3}$, $\tau = 3 \cdot 10^{-3} \text{ сек}$, вдали от порога генерации для $r_2 = 0,8$ и $r_2 = 1$, причем, как отмечалось выше, при $r_2 = 1$ получено точное

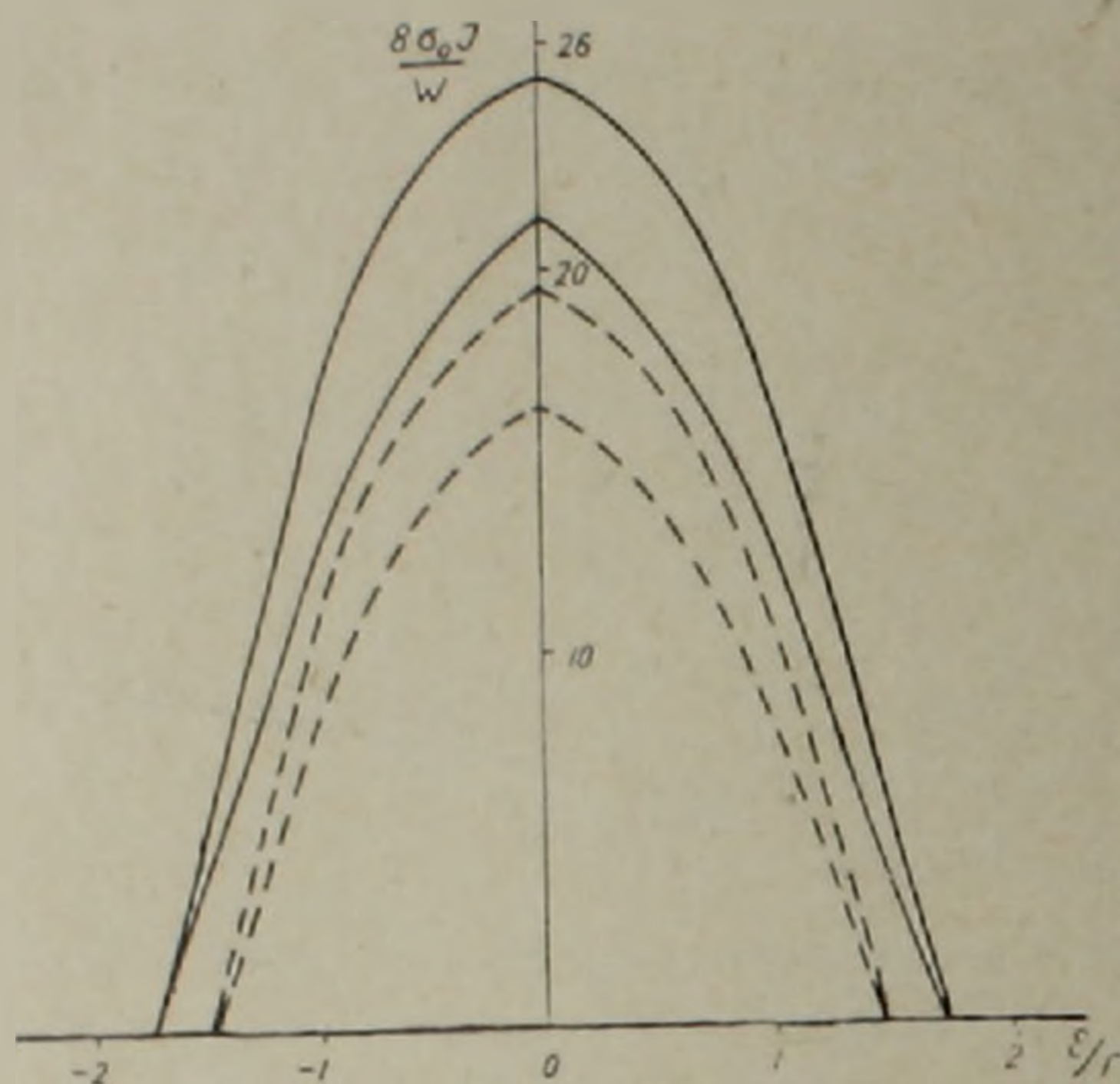


Рис. 2. Сплошные кривые — $r_2 = 1$; прерывистые — $r_2 = 0,8$. В обоих случаях уравнения баланса дают большее значение интенсивности

решение. Для сравнения приведены кривые, полученные из уравнений баланса. Далее, из условия генерации $J_2 > 0$ получаем границы спектра

$$|\omega - \omega_0| = \frac{\Gamma}{2} \sqrt{\frac{\sigma_0 n}{\beta} \frac{\omega\tau - 1}{\omega\tau + 1} \frac{1 + r_2}{1 + r_2 + (1 - r_2) L\beta} - 1}, \quad (12)$$

а также пороговое значение подкачки

$$\omega_n = \frac{1}{\tau} \frac{(\sigma_0 L n + L\beta)(1 + r_2) + 1 - r_2}{(\sigma_0 L n - L\beta)(1 + r_2) + 1 + r_2}. \quad (13)$$

Рассмотрим теперь малые отклонения от стационарности. Будем считать, что нестационарные добавки к амплитудам имеют вид:

$$b_{1,2} = \exp(i\varphi_{1,2} + \delta t) p_{1,2}. \quad (14)$$

Зависимость p от x легко исключается, и поскольку $b_{1,2}$ удовлетворяют тем же граничным условиям, что и $a_{1,2}$, можно положить $p = p_1 = p_2 = \text{const}$. Линеаризуя исходные уравнения относительно p , получим уравнение для величины δ , которое решаем в приближении $\delta(\omega + \tau^{-1})^{-1} \gg 1$

$$\begin{aligned} \delta = & -\frac{\lambda}{2} \sigma \omega (1 + 4r_2 + r_2^2) \left(\omega + \frac{1}{\tau} \right)^{-1} \times \\ & \times \left[\frac{\lambda}{2} (1 + r_2) - 1 - r_2 - (1 - r_2) \frac{1}{L\beta} \right]^{-1} \pm i \sqrt{\tau \omega \beta \left[\frac{\lambda}{2} - \frac{1 - r_2}{L\beta (1 + r_2)} - 1 \right]}. \end{aligned} \quad (15)$$

Из уравнений баланса получим:

$$\pm i \sqrt{v\omega\beta \left| \frac{\lambda}{2} - \frac{1-r_2}{L\beta(1+r_2)} - 1 \right|} . \quad (16)$$

Таким образом, процесс приближения к стационарному режиму сопровождается осцилляциями интенсивности с частотой порядка 10^6 сек^{-1} при вышеуказанных значениях параметров. Фазовые соотношения влияют только на величину действительной части δ . На рис. 3 приве-

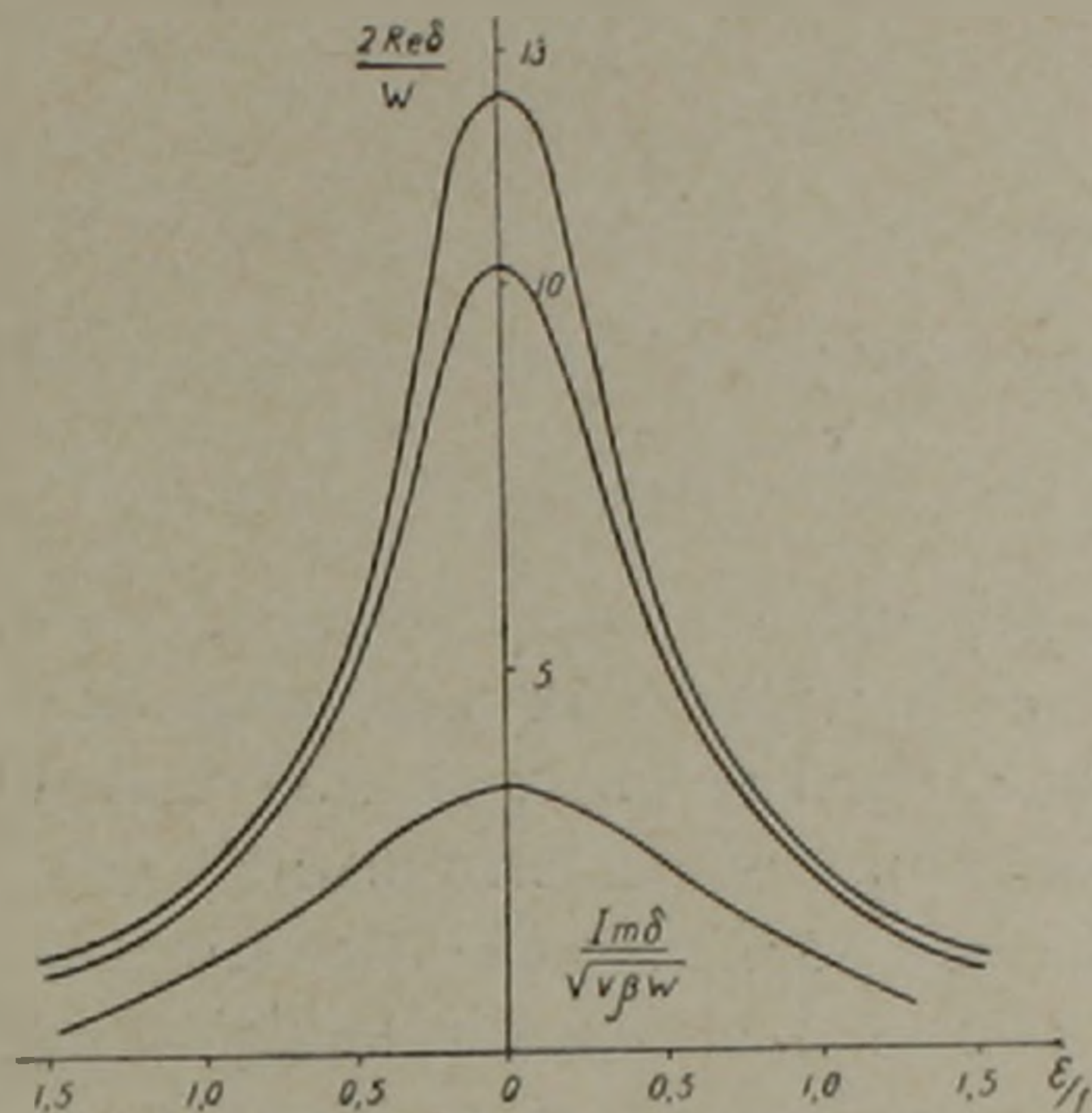


Рис. 3. $r_2 = 0.8$. Интерференция волн приводит к увеличению $Re\delta$ и не изменяет $Im\delta$

дены кривые для $Im\delta$ и $Re\delta$. Скорость стремления к стационарному режиму значительно больше у центральных мод, чем боковых. Как и следовало ожидать, уменьшение r_2 ведет к уменьшению частоты осцилляций и постоянной затухания.

В заключение выражаем благодарность член-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляну за обсуждения.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Վ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Յու. Պ. ՄԱԼԱԲՅԱՆ, Ա. Հ. ՄԵԼԻԲՅԱՆ

Միջավայրում էլեկտրամագնիսական ալիքների ինտենսիվության համար ինտերֆերենցիան հաշվի առնող հավասարումները

Դիտարկված են լույսի առաքման պրոցեսները ակտիվ նյութ պարունակող փակ ռեզոնատորում ալն մոտավորությամբ, երբ ռեզոնատորի հայելիների անդրադարձման գործակիցները մոտ են մեկին: Ստացված են Ստատց-դե-Մարսի հավասարումների տիպի հավասարումներ, որոնք հաշվի են առնում ալիքների ինտերֆերենցիան: Հետազոտված է էներգիտիկ լրիվ ելքը և համեմատված է բալանսի տեսության արդյունքների հետ: Ստացիոնար ռեժիմի համար ստացված է մոդաների սպեկտրը և ինտենսիվության բաշխումը: Պարզված է

УДК 537.311.33

Член-корреспондент АН Армянской ССР Г. М. Авакьянц

Генерационно-рекомбинационные волны в полупроводниках

(Представлено 24/I 1969)

Рассмотрим однородный полупроводник, легированный мелкими донорными примесями и глубокими акцепторными. В таком полупроводнике имеется значительная компенсация вследствие захвата электронов из зоны проводимости акцепторными уровнями.

Наличие связанного заряда как положительного, так и отрицательного создает условия для возникновения электрической неустойчивости, состоящей в колебаниях тока и напряжения, при прохождении через полупроводник постоянного тока.

Такого рода неустойчивости рассматривались в (1-4). В (1-3) авторы ограничились изучением так называемых рекомбинационных волн, разбив их на медленные и быстрые.

Нам представляется, что правильнее делить возникающие неустойчивости на катодные и анодные волны, подразумевая в первом случае волны распространяющиеся от катода к аноду, а во втором случае — бегущие в обратном направлении.

В отличие от (1-3) мы наряду с рекомбинационными процессами в полной мере учитываем и генерационные.

Проведя выкладки без каких-либо ограничений, кроме принятия условия квазинейтральности, для частоты возникающей волны и критической напряженности электрического поля в полупроводнике, с которой начинает возбуждаться эта волна, получаем следующее выражение:

$$\Omega = \frac{\sqrt{\varepsilon y}}{1+y} \frac{(x + \nu_n) c_n - (x + \nu_p) c_p}{x + \nu_n + \nu_p},$$

$$\varepsilon = \frac{a(y+b)(1+y)^2}{y(1+c+cy)},$$

где

$$a = a_1(1+c),$$

$$a_1 = \frac{(x + \nu_n + \nu_p)(x + c_n \nu_n + c_p \nu_p)}{(c_n \nu_p - c_p \nu_n)[c_p(x + \nu_p) - c_n(x + \nu_n)]},$$

$$b = \frac{\$$

$$c = \frac{(c_n - c_p)(x + v_n + v_p)}{(c_D - c_n)x + c_p v_p - c_n v_n}.$$

Далее

$$\Omega = \frac{\omega}{x + v_n + v_p},$$

$$\varepsilon = \frac{\mu^2 E_0^2}{(x + v_n + v_p) D},$$

$$L = \sqrt{\frac{D}{x + v_n + v_p}},$$

$$y = k^2 L^2, \quad D = \frac{T}{e} \mu,$$

$$c_p = \frac{p_0}{p_0 + n_0}, \quad c_n = \frac{n_0}{p_0 + n_0},$$

$$\mu = \frac{(n_0 + p_0) \mu_n \mu_p}{n_0 \mu_n + p_0 \mu_p},$$

$$\beta_n = \frac{n_0 + n_1}{N(1 - f_0)}, \quad \beta_p = \frac{p_0 + p_1}{N f_0},$$

$$x = \langle \tau_p v_p \rangle (p_0 + p_1) + \langle \tau_n v_n \rangle (n_0 + n_1),$$

$$v_p = \langle \tau_p v_p \rangle N f_0, \quad v_n = \langle \tau_n v_n \rangle N (1 - f_0).$$

Здесь E_0 — стационарная напряженность электрического поля, p_0 и n_0 — стационарные концентрации дырок и электронов в полупроводнике, N — концентрация акцепторных уровней, f_0 — доля заряженных акцепторных уровней. T — температура в эргах, τ_p и τ_n — сечения захвата дырок и электронов на глубокий уровень, v_p и v_n — тепловые скорости p и n — носителей, значек $\langle \rangle$ — усреднение по всем скоростям, p_1 и n_1 — концентрации свободных дырок и электронов, когда уровень Ферми совпадает с глубоким уровнем, ω — циклическая частота, k — волновое число.

Условие квазинейтральности в нашем случае имеет вид:

$$n_0 = p_0 - \delta_0 N_g + \frac{(p_0 + \theta n_1) N}{p_0 + p_1 + \theta (n_0 + n_1)}, \quad (1')$$

где

$$\theta = \frac{\langle \tau_n v_n \rangle}{\langle \tau_p v_p \rangle},$$

$$\delta_0 = \frac{N - N_g}{N_g},$$

N_g — концентрация мелких доноров.

</

Отсюда сразу же следует интересный вывод, что катодные волны ($k < 0$) могут существовать лишь при $\delta_0 > 0$.

Пусть глубокий уровень расположен вблизи потолка валентной зоны и пусть выполняются неравенства (в дальнейшем всюду считаем, что $p_0 < n_0$):

$$p_1, n_0 < N, N_g, p_1 > p_0, p_0 > \theta (n_0 + n_1), \theta \ll 1, \delta_0 \ll 1,$$

тогда условие существования катодных волн определяется неравенством:

$$(N - N_g) N > n_0^2, \quad (3)$$

а частота их равна:

$$\omega = -k_p E_0 \frac{p_1}{n_0} \frac{N(N - N_g) - n_0^2}{N^2}. \quad (4)$$

Пусть, теперь, уровень расположен примерно посередине запрещенной зоны.

В этом случае можно принять неравенства:

$$p_0, p_1 < \theta n_0, p_0 \gg \theta n_1, \theta \ll 1,$$

тогда условие существования катодных волн принимает вид:

$$(N - N_g) p_0 > \theta n_0^2, \quad (5)$$

причем частота этих волн определяется соотношением:

$$\omega = -k_p E_0 \frac{(N - N_g) p_0 - \theta n_0^2}{n_0 N}. \quad (6)$$

Наконец, рассмотрим случай, когда уровень близок к дну зоны проводимости. Принимаем возможные в этом случае неравенства $\theta \gg 1$ и $\nu_n \gg \nu_p$ и получаем:

$$\omega = k_p E_0 \frac{\left(1 + \frac{n_0}{n_0 + n_1}\right) n_1 N - \delta N_g (n_0 + n_1)}{n_0 \left| \frac{n_1}{n_0 + n_1} N + n_0 + n_1 \right|}, \quad (7)$$

Очевидно, что при $\delta_0 < 0$ мы имеем здесь дело только с анодными волнами ($k > 0$). При $\delta_0 > 0$ анодные волны возможны, если только числитель (7) положительный.

Существование анодных волн связано также с выполнением неравенства:

$$\theta p_0 n_1 > n_0^2, \quad (8)$$

при $\theta n_0 > p_1$. Из (7) видно, что ано

УДК 523.164

Ю. К. Мелик-Алавердян

Об эмиссионных линиях в оптических спектрах ядер радиогалактик

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 4/XI 1968)

Как известно, для ядер радиогалактик характерна интенсивная эмиссия в линиях водорода и запрещенных линиях ряда других элементов (¹). Интенсивность этого излучения может быть огромной. Например, в радиогалактике Лебедь А примерно половина энергии всего оптического спектра излучается в линиях. При этом, как показывают расчеты, время рекомбинации светящегося в ядрах газа оказывается существенно меньше возраста радиогалактики. Это означает, что, хотя эта эмиссия, вероятно, и связана с радиовспышкой галактики, однако и в дальнейшем, после вспышки, в ядре радиогалактики продолжает действовать какой-то механизм ионизации и возбуждения газа. Было предложено несколько возможных механизмов, но все они встречаются со значительными трудностями. По-видимому, состояние ионизации и возбуждения газа в ядрах радиогалактик является одной из форм проявления активности галактических ядер, — процесса, представление о котором было выдвинуто и разработано ранее (^{2, 3}).

Вопрос о причине активности галактических ядер остается в настоящее время нерешенным. Непонятно, в частности, происхождение энергии, которая идет на возбуждение оптической эмиссии ядер галактик. Однако имеющийся в настоящее время наблюдательный материал позволяет сделать некоторые важные выводы относительно характера зависимости от времени энерговыделения в эмиссионных ядрах, а также оценить продолжительность этой стадии активности, проявляющейся в оптической эмиссии.

Предположим, что количество энергии, выделяющейся в ядре радиогалактики в единицу времени зависит только от времени t , прошедшего с момента радиовспышки. Зависимость от времени интенсивности эмиссии может быть сложнее простой пропорциональности количеству выделяющейся энергии, так как здесь сказывается ряд факторов, определяющих, в конечном счете, коэффициент полезного действия процесса. Например, большое значение имеют полная масса

свет

lg I . Как видно на этой диаграмме, зависимость $\lg I_{\max}$ от M_r может быть хорошо представлена экспонентой, что соответствует, согласно приведенным выше формулам, следующей зависимости:

$$I_{\max} \sim e^{-\frac{M_r}{T}} \quad (4)$$

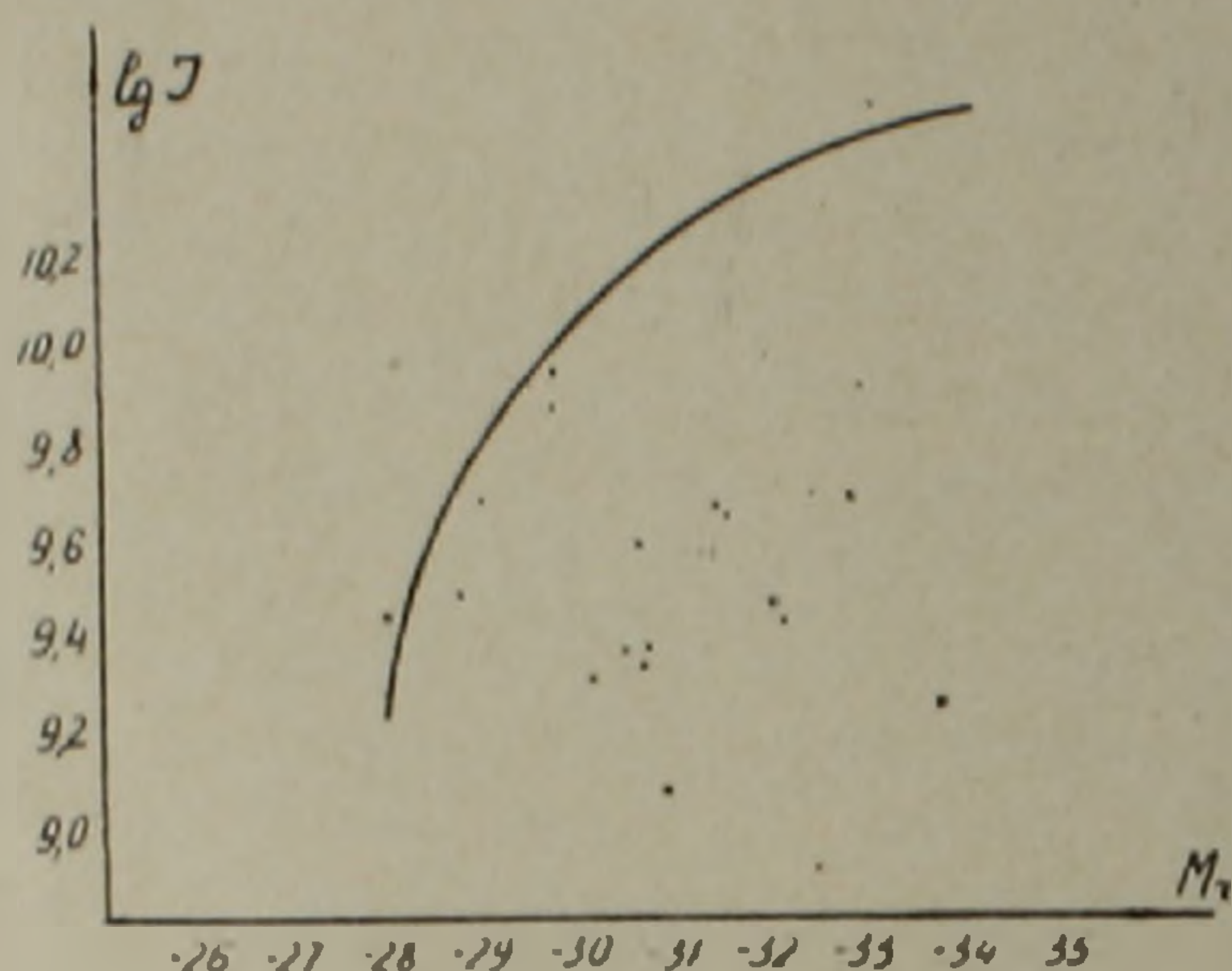


Рис. 1

Для постоянной T получается значение

$$T \simeq 1,0 \cdot 10^5 \text{ лет.} \quad (5)$$

Зависимость (4) при значении (5) постоянной T приводится на рис. 1.

В заключение приношу благодарность академику В. А. Амбарцумяну за руководство.

Бюраканская астрофизическая обсерватория
Академии наук Армянской ССР

Յու. Կ. ՄԵԼԻԿ-ԱԼԱՎԵՐԴՅԱՆ

Ռադիոգալակտիկաների միջուկների օպտիկական սպեկտրների
էմիսիոն գծերի մասին

(1) աշխատության տվյալների հիման վրա ստացվում է, որ գոյություն ունի միջուկների գծերում էմիսիայի ինտենսիվության մաքսիմալ արժեքի կախում ռադիոգալակտիկաների ռադիոնապայթման հզորությունից: Պարզվում է, որ որոշ ենթադրությունների դեպքում ստացված կախումը համապատասխանում է միջուկների ակտիվության էքսպոնենցիալ նվազմանը ըստ նրանց տարիքի:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ի Լ Լ Ո Ւ Ր Յ Ո Ւ Ն

¹ M. Schmidt, Aph. J. 141, 1, 1965. ² В. А. Амбарцумян, „Научные труды“ т. 2, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1960. ³ В. А. Амбарцумян, „Проблемы эволюции Вселенной“, Изд. АН АрмССР, Ереван,

ПЕТРОГРАФИЯ

К. Г. Ширинян

О петрохимических неоднородностях новейших
 (плио-плейстоценовых) вулканитов Армянской ССР

(Представлено академиком АН Армянской ССР И. Г. Магакьяном 14/II 1969)

Вулканизм проявляется в зависимости от строения земной коры по-разному.

Разнообразие состава и форм вулканизма в определенной мере является отражением гетерогенностей состава и строения земной коры.

В условиях блоково-глыбового строения территории Армении выявляется сложная причинная связь между тектогенезом, с одной стороны, типами вулканических проявлений и составом вулканитов, с другой: выявляется петрографическая и минералого-геохимическая специализация вулканических комплексов в пределах отдельных структур.

Фациально-петрографический анализ вулканических образований Армении позволяет нам выделить две главные петрографические области. Первая из них, названная нами Западной петрографической областью, в структурном отношении является частью Меридионального поперечного поднятия проводимого (1,2 и др.) по линии Арагат—Арагац—Мокрые горы к палеозойско-докембрийскому ядру главного Кавказского хребта. В пределах Армении в эту региональную структуру целиком входят Арагацское и Джавахетское вулканические нагорья.

Вторая из них, выделяемая нами под названием Восточной петрографической области, протягивается в С. З.—Ю. В. направлении от Гегамского вулканического нагорья на западе к Сюникскому на востоке. В тектоническом отношении она расположена в пределах Мисхано-Зангезурской антиклинальной зоны.

По составу вулканитов основные различия Восточной и Западной областей сводятся к следующему: Восточная область представлена породами андезито-базальт-андезитовой серии. Кислые вулканические образования в этой зоне почти полностью отсутствуют. В Западной области наряду с вулканитами андезито-базальт-андезитовой серии большим распространением пользуются также

<

Каковы же отличительные признаки однотипных лав Сюникской вулкано-структурной подзоны? Пироксеновые лавы этой области представлены латито-андезито-базальтами и латито-андезитами, отличительными признаками которых, по сравнению с вулканитами Гегамской подзоны являются также отсутствие в их нормативном составе свободного кремнезема и повышенная щелочность.

Вышеуказанные особенности характерны также для роговообманковых андезито-базальтов, а что касается роговообманковых андезитов, то последние более щелочные, чем лавы Арагаца и Гегамы и соответствуют в целом плагиотрахитам.

В общем вулканиты Сюникской вулкано-структурной подзоны являются наиболее щелочными среди однотипных лав Армянского вулканического пояса. Щелочной индекс, т. е. сумма нормативного калий-натриевого полевого шпата в некоторых плагиотрахитах достигает до 76%, а в среднем для всех андезитов этой же области составляет 64%, причем характерный для вулканитов Армении натриевый облик пород в пределах Сюникской структуры выражен наиболее резко.

Как общую закономерность следует отметить убывание кислотности и увеличение щелочности вулканитов при переходе от северо-западных структур к юго-восточным.

Из вышесказанного фактического материала становится очевидным, что вулканиты каждой из крупных или относительно небольших структур (блоков) характеризуются определенными специфическими петрохимическими особенностями.

Выявленные, в вулканитах, петрохимические особенности свидетельствуют о первичных неоднородностях сред магмообразования и о сложных обменных реакциях (ассимиляция) первичных магм с вмещающими боковыми породами.

Если формы проявления вулканизма являются индикаторами тектонических режимов, то вариации петрохимических особенностей вулканитов свидетельствуют о гетерогенностях сред магмообразования и земной коры.

При мантийном вулканизме, примером которого служат сквозько-ровые трещинные излияния оливиновых базальтов Западной зоны, петрохимические вариации могут быть объяснены первичными физическими или геохимическими неоднородностями сред магмообразования.

При коровом вулканизме на специализацию вулканических продуктов в значительной степени влияет состав пород тех участков коры, с которыми взаимодействуют первичные магматические расплавы.

Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР

Հայաստանի նորագույն (պլիո-պլեյստոցենյան) հրաբխային ապարների պետրոֆիմիական ալլատեսակությունների մասին

Դրսևորվում է Հայաստանի նորագույն հրաբխային ապարների պետրոգրաֆիական և մի-
կրալա-գեոքիմիական առանձնահատկությունների կասյր հարաբերաբար ինքնուրույն՝ քլոկա-
զանգվածային ստրուկտուրաների հետ:

Նորագույն հրաբխային գոտին ստորաբաժանվում է երկու գլխավոր ստրուկտուրային զո-
նաների՝ Արևմտյան և Արևելյան, որոնցից յուրաքանչյուրն իրեն հերթին բաժանվում է առանձին՝
համեմատաբար ինքնուրույն զանգվածների կամ ենթազոնաների:

Գլխավոր ստրուկտուրային զոնաներից յուրաքանչյուրը դրսևորվում է հրաբխային երևույթ-
ների և հրաբխածին ապարների՝ իրեն հատուկ առանձնահատկություններով:

Ինչպես գլխավոր, այնպես էլ երկրորդային զոնաների միևնույն կարգի ապարները յուր-
օրինակ են իրենց պետրոքիմիական առանձնահատկություններով:

Երկրաբանական առանձին զանգվածների (զոնաների) հետ կապված պետրոքիմիական ալ-
լատեսակությունները վկայում են մագմածին միջավայրի և նրանց շրջափակող ապարների հե-
տերոգենության մասին, ինչպես մանթիայի, այնպես էլ երկրակեղևի սահմաններում:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Կ Ի Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ В. Е. Хаин, «Сов. геология» сб. 39, 1949. ² А. А. Габриелян, Основные вопросы
тектоники Армении, Изд. АН АрмССР, 1959. ³ К. Г. Ширинян, «Известия АН АрмССР»,
Науки о Земле, т. XX, 5—6, 1967. ⁴ Э. Х. Харазян, «Известия АН АрмССР», Науки о
Земле, т. XXI, 5, 1968. ⁵ Р. Иванов, «Известия на геологический Институт «Страшимир
Димитров», книга XI, 1962. ⁶ А. Rittmann, Bull. volcanolog. ser. II, t. XIX, 1958. ⁷ Н.
Kuno, K. Jamasaki, G. Lida, K. Nagashima, Japan Geolog. and Geogr, 1957. ⁸ Хими-
ческие составы изверженных и метаморфических горных пород АрмССР, Изд. АН
АрмССР, Ереван, 1962.

вает достаточно для реализации тех изменений в клетках облученных семян, в которых принимает участие ИУК, если не запаздывает ее поступление в клетки.

Ранее были описаны случаи, когда наблюдалось изменение защитного действия протектора на выживаемость животных ⁽⁹⁾ или клеток костного мозга ⁽¹⁰⁾ в зависимости от дозы облучения. Увеличение дозы вызывало увеличение уровня защиты. Авторы указанных работ объясняют это явление тем, что при снижении дозы облучения проявляются токсические свойства протектора, и защита маскируется ⁽⁹⁾. Или же по мере снижения дозы облучения относительная величина защищенных клеток, по сравнению с оставшимися и без того неповрежденными, уменьшается, что также мешает проявлению свойств протектора ⁽¹⁰⁾. Иначе говоря, в цитируемых работах анализируется пострадиационное состояние популяции клеток или целого организма в зависимости от действия протектора.

Таблица 2

Зависимость степени поражения клеток от длительности времени между облучением и замачиванием семян в ИУК и воде

Вариант	Время после облучения до замачивания	Число		Процент анафаз с абберациями
		анафаз	анафаз с абберациями	
5 кр—вода	24 часа	274	119	43,4±2,9
5 кр+ИУК	24 часа	119	61	51,2±4,5
10 кр—вода	10 минут	186	170	91,0±2,0
10 кр+ИУК	10 минут	262	237	90,0±1,8
10 кр—вода	24 часа	Семена не проросли		
10 кр+ИУК	24 часа	Семена не проросли		

Явление, обсуждаемое нами, было выявлено тестом нарушений хромосом и можно объяснить тем известным фактом, что увеличение дозы облучения вызывает также увеличение времени, в течение которого реализуются изменения, вызванные облучением ⁽¹⁴⁾. С этим явлением мы и сталкиваемся в описанном выше опыте. Облучение семян *A. fistulosum* L. дозой 10 кр вызывает в них повреждения, требующие для своей стабилизации большего времени, чем это происходит при более низких дозах. Поэтому замачивание семян сразу после облучения создает возможность для участия раствора ИУК в пострадиационных процессах восстановления повреждений хромосом, что способствует частичному оздоровлению клеточной популяции.

Институт экспериментальной биологии
Академии наук Армянской ССР

Բջիջների վրա հետերոաուֆսինի հետ ճառագայթահալման ազդեցության կախվածությունը ճառագայթման դոզայից

Քրոմոսոմների կազմության վերակառուցումների անափազային վերլուծության մեթոդով հայտնաբերված է, որ հետերոաուֆսինի հետճառագայթման էֆեկտը կախված է ճառագայթման տարբեր դոզաներից:

Allium fistulosum L. տեսակի սերմերը 2,5, 5,7,5, 10 կո դոզաներով ճառագայթահարելու և այնուհետև հետերոաուֆսինի լուծույթներով թրջելու դեպքում պարզվել է, որ վնասված քրոմոսոմներ պարունակող բջիջների տոկոսի պակասում նկատվել է միայն 10 կո դոզայով ճառագայթահարված տարբերակում: Պաշտպանության մակարդակն է 33,3%, դոզայի իջեցման լեֆիցիենտը՝ 1,3:

Պարզված է նաև, որ հետերոաուֆսինի էֆեկտը որոշակի կախված է սերմերի ճառագայթահարման և թրջման միջև ընկած ժամանակամիջոցից: Թրջման ուշացումը խոչընդոտում է պրո-սեկտորի պաշտպանական գործունեությունը:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- 1 П. Александер, В кн. Радиационная защита и восстановление, Атомиздат, М., 9—48, 1964.
- 2 З. М. Бак, В кн. Материалы международной конференции по мирному использованию атомной энергии, т. 11, Женева, 406—408, 1955.
- 3 Д. Барнс и Д. Лаутит, В кн. Материалы Международной конференции по мирному использованию атомной энергии, т. 11, Женева, 424—427, 1955.
- 4 Н. В. Лучник, Н. А. Порядкова, Л. С. Царапкин, Н. В. Тимофеев-Ресовский, В сб. Восстановительные процессы при радиационных поражениях, 5—15, Атомиздат, М., 1964.
- 5 Н. П. Дубинин, Радиационная генетика, Атомиздат, М., 1961.
- 6 Н. В. Лучник, Радиобиология, 8, вып. 3, 408—417, 1968.
- 7 К. Mikaelson, In: Radiobiology Symposium (Ed. Bacq and Alexander). London, 332, 1954.
- 8 Л. С. Царапкин, В кн. Первичные механизмы биологического действия ионизирующих излучений, Труды Московского общ-ва испытателей природы, т. 7, 213—217, 1963.
- 9 В. И. Сусликов, Радиобиология (Информа

Մի այլ սերիայի փորձերը ցույց են տվել, որ ցածր ջերմային պայմաններում (20°) ավելի
առաջադիմաբարձր դեամինացնող ֆերմենտը, իսկ բարձր ջերմային պայմաններում
օրնիտինը դեամինացնող ֆերմենտը:
Այս տվյալները ցույց են տալիս, որ երկամային հյուսվածքում L-գլյուտամինաթթուն,
առաջադիմաթթուն և L-օրնիտինը դեամինացվում են տարբեր ֆերմենտային սիստեմներով:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Դ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

1. Գ. Խ. Бунятян, А. С. Оганесян и Ж. С. Геворкян, ДАН СССР, 177, 951 (1967).
2. Գ. Խ. Бунятян и С. Г. Мовсесян, Вопр биохимии мозга, 2, 5, Ереван, 1966.

այնուհետև միջին մասերում, իսկ ամենից քիչ՝ ստորին մասում: Խաղողի կանաչ շվերում նրանց քանակը համեմատաբար ավելի պակաս է, քան փայտապած մատերում:

Արմատներում էնդոգեն աուքսինները ի հայտ են գալիս հյուսիսաչարժության ժամանակաշրջանում, այնուհետև ամռան ընթացքում նրանց քանակն զգալիորեն պակասում է հասնելով նվազագույնի, իսկ վաղի հանգստի շրջանում նորից ավելանում է:

Խաղողի շվերի և ակտիվ արմատների աճեցողության ընթացքում ի հայտ են բերված աուքսին-ինհիբիտորային խոխանակության տարրերություններ: Խաղողի շվերի աճեցողությունը տեղի է ունենում աուքսինների մեծ գերակշռությամբ ինհիբիտորների նկատմամբ այն դեպքում երբ արմատների աճին նպաստում են ինհիբիտորների գերակշռությունը աուքսինների աննշան քանակության կամ նույնիսկ լրիվ բացակայության նկատմամբ:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Կ Դ Ա Կ Ա Ս ՈՒԹ Յ ՈՒՆ

¹ Г. Зединг, Ростовые вещества растений, Изд. Иностран. лит., М., 1955. ² В. И. Кефели, Р. Х. Турецкая, Агрохимия, 1, 119—131, 1965. ³ В. И. Кефели, Р. Х. Турецкая, Физиология растений, т. 14, в. 5, 796—803, 1967. ⁴ Р. Х. Турецкая, В. И. Кефели, Методы определения регуляторов роста и гербицидов, Изд. «Наука», М., 1966. ⁵ Н. Г. Холодный, Избранные труды, 2, 1956. ⁶ P. Larsen, AM., Bot. 34, 7, 1947. ⁷ F. W. Went and K. V. Thimann, Phytohormones, New York, 1937. ⁸ K. V. Thimann, The Hormones, New York 1, 5, 1948.

Этот вид принадлежит к той группе рода *Lithophilus* Froel., которая имеет резко выступающую плечевую кайму. По форме сердцевидной переднеспинки, окраске и размерам тела его можно сравнить лишь с *L. araxidis* Reitt., *connatus* Panz. и *tauricus* Sem. От этих трех видов легко отличается гораздо более широким валиком переднеспинки, точечность которой гораздо мельче и более рассеянная, более блестящими и овальными надкрыльями, с более разнородной и менее густой точечностью на диске и более выступающей плечевой каймой, а также по гениталиям самца.

Вид посвящается К. В. Арнольди, его обнаружившему.

Зоологический институт Академии наук
Армянской ССР

Ս. Մ. ՅԱՐԼՈՒՆՎ-ԽՆԶՈՐՅԱՆ

Կարծրաքեղից կոկցինելիդների (Coleoptera, Coccinellidae) երկու նոր տեսակ Կովկասից

Հոգվածում տրվում է կոկցինելիդների 2 նոր տեսակի նկարագրությունը Կովկասից:

1. *Scymnus* (*Pullus*) *araraticus* Khnz. sp. nov. գտնված է Երևանի շրջակայքում (Ջրվեժ) և Զանգեզուրում (սոսու ծառաստանում), հրեի տեղական լիկարիատն է *S. pallidivestis* Muls. տեսակի, որը հայտնի է Միջերկրաքից և ՍՍՀՄ-ի հարավ-եվրոպական մասից:

2. *Lithophilus* *arnoldii* Khnz. sp. nov. ընդամենը մեկ արու գտնված է Կուրանում, ԴՄԾՄԲ-ում (Գորյաչի Կլյուչ) պրոֆ. Կ. Վ. Առնոլդիի կողմից, որին նվիրվում է տեսակը:

