

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

XLVI, № 4

1968

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Է. Գ. ԱՏՐԻԿՅԱՆ, կենսաբանական գիտու-
թյունների բեկնածու, Ա. Թ. ԲԱԲԱՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼ-
ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ, Վ. Մ.
ԹԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ,
Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ.
ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ
(պատ. խմբագրի տեղակալ), Ս. Հ. ՄԻՐՉՈ-
ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ, Ս. Ս.
ՄԿՐՏՉՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ.
ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ.
խմբագիր), Օ. Մ. ՍԱՊՈՆԺՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ
բոլորակից-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻԿԱԵԼՅԱՆ,
ՀՍՍՀ ԳԱ բոլորակից-անդամ:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Э. Г.
АФРИКЯН, кандидат биологических
наук, А. Т. БАБАЯН, чл.-корресп. АН
АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, чл.-корресп.
АН АрмССР (зам. отв. редактора), С. А.
МИРЗОЯН, чл.-корресп. АН АрмССР,
С. С. МКРТЧЯН, академик АН АрмССР,
А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР
(отв. редактор), О. М. САПОНДЖЯН,
чл.-корресп. АН АрмССР, А. А. ТАЛА-
ЛЯН, чл.-корресп. АН АрмССР, В. М.
ТАРАЯН, чл.-корресп. АН АрмССР, М. Л.
ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корресп. АН Арм
ССР.

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Հ. Բ. Ներսեսյան — Վոլտերայի տիպի ընդհանրացրած հավասարումների հատկությունների մասին 14

Մ. Գ. Կրեյն, Յ. Է. Մելիք-Աղամյան — Հանրագումարելի պոտենցիալով կանոնիկ դիֆերենցիալ հավասարումների Տ-մատրիցաների տեսության մասին 150

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Վ. Յ. Գնունի, Լ. Ա. Մովսիսյան — Գլանային թաղանթի մոմենտային վիճակի կայունության մասին 156

Հ. Մ. Հաբուսյան — Հարվածային ալիքի և սեպի փոխադրեցության մասին 160

ԻՆՃԵՆԵՐԱԿԱՆ ՍՆՅՍՄՈՂՈՒԹՅԱՆ

Ռ. Հ. Համասյան, Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Ա. Գ. Նազարով — Սեյսմոկայունության վիճակագրական թեորիայի շուրջը 168

ՖԻԶԻԿԱ

Ռ. Մ. Հաբուսյան — Գինգրուրգ-Լանդաուի հավասարումները գերհաղորդչում հոսանքի առկայության դեպքում 172

ԱՍՏՂԱԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ

Ջ. Բ. Հովհաննիսյան — Ոչ ջերմային ռադիոճառագայթում ունեցող մոլորակաձև միգամածությունների ռելյատիվիստական էլեկտրոնների էներգետիկ սպեկտրի մասին 176

ՕՐԳԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

Յ. Մ. Պաուլկին, Մ. Ա. Վորոնինա, Լ. Ն. Ամելեխինա, Ի. Ս. Պանիդի, Գ. Ա. Չուխաշյան — Պոլիֆենիլացեախլենների կատալիտիկ ակտիվությունը դիմեթիլվինիլկարբինոլի դեֆորատացման ռեակցիայում 17

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Վ. Ի. Իսազուլյանց, Վ. Ռ. Մելիքյան — α-բրոմըստիրոլի կոնդենսացումը պարաֆորմալդեհիդի հետ կատիոնիտ KY-2 ներկայությամբ 18

ԱԳՐՈՔԻՄԻԱ

Ա. Շ. Գալստյան, Լ. Խ. Խաչիկյան — Կարբոնատների ազդեցությունը հողի շնչառության ուժգնության վրա 18

ԵՐԿՐԱՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Ի. Կաբալետյան — Հայկական ՍՍՀ Փամրակի հանքային շրջանի Մաղկաշատի (Թաքարույի) ինտրուզիայի հասակի և հանքատարության մասին 19

ԲՈՒՅՍԵՐԻ ՖԻԶԻՈՂՈՒԹՅԱՆ

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ թղթակից-անդամ Վ. Հ. Ղազարյան, Մ. Գ. Գյոզալյան — Զմեկուսացված տերևների ջրապարունակության փոփոխությունը՝ կապված բույսի արմատաապահովվածության հետ 19

Ն. Լ. Քալաջյան, Հայկական ՍՍՀ ԳԱ թղթակից անդամ Մ. Բ. Չալախյան — Պալարաբակտերիաների կողմից արտադրվող ֆիզիոլոգիապես ակտիվ նյութերի մասին 20

ԿՆՆԴԱՆԻՆԵՐԻ ՄՈՐՖՈՂՈՒԹՅԱՆ

Ա. Բ. Մելիք-Մուսյան — Կատվի ուղեղիկի կեղևա-կորիզային պրոնկցիայի հարցի շուրջը 20

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- А. Б. Нерсисян*—О некоторых свойствах обобщенных уравнений типа Вольтерра 145
М. Г. Крейн, Ф. Э. Мелик-Адамян—К теории S-матриц канонических дифференциальных уравнений с суммируемым потенциалом 150

МЕХАНИКА

- В. Ц. Гнуци, Л. А. Мовсисян* — К устойчивости моментного состояния цилиндрической оболочки 156
Г. М. Арутюнян — О взаимодействии ударной волны с клином 160

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

- Р. О. Амаян, академик АН Армянской ССР А. Г. Назаров* — К стохастической теории сейсмостойкости 168

ФИЗИКА

- Р. М. Арутюнян*—Об уравнении Гинзбурга—Ландау при наличии тока в сверхпроводнике 172

АСТРОФИЗИКА

- Дж. Б. Оганесян* — О спектре релятивистских электронов в планетарных туманностях с нетепловым радиоизлучением 176

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- Я. М. Паушкин, М. А. Воронина, Л. Н. Амелехина, И. С. Паниди, Г. А. Чухаджян* — Каталитическая активность полифенилацетиленов в реакции дегидратации диметилвинилкарбинола 179
Академик АН Армянской ССР *В. И. Исагулянц, В. Р. Меликян* — Конденсация α -бромстирола с параформальдегидом на катионе КУ-2 183

АГРОХИМИЯ

- А. Ш. Галстян, Л. А. Хачикян* — Влияние карбонатов на интенсивность «дыхания» почвы 188

ГЕОЛОГИЯ

- А. И. Карапетян* — О возрасте и рудоносности Цахканишской (Такярлинской) интрузии Памбакского рудного района Армянской ССР 192

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- Член-корреспондент АН Армянской ССР *В. О. Казарян, М. Г. Гезальян* — Об оводненности неизолированных листьев и ее изменении в зависимости от корнеобеспеченности растений 195
Н. Л. Каладжян, член-корреспондент АН Армянской ССР М. Х. Чайлахян — О физиологически активных веществах, выделяемых клубеньковыми бактериями 200

МОРФОЛОГИЯ ЖИВОТНЫХ

- А. Б. Мелик-Мусьян* — К вопросу о корково-ядерных проекциях мозжечка кошки 205

УДК 517.948

МАТЕМАТИКА

А. Б. Нерсисян

О некоторых свойствах обобщенных уравнений
 типа Вольтерра

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашьяном 5/1 1968)

В работе (1) был выделен класс интегральных уравнений, являющихся естественным обобщением классического уравнения Вольтерра. В предлагаемой заметке для изучения этих уравнений вводится соответствующая символика, а также устанавливаются дальнейшие их свойства и указываются некоторые возможности применения полученных результатов.

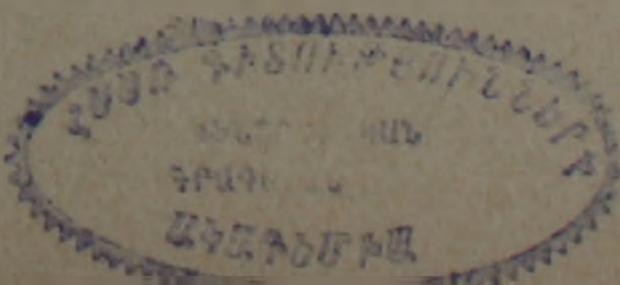
1°. Пусть D — произвольное открытое множество n -мерного евклидова пространства ($n \geq 1$). Следуя (1), назовем открытое множество $S \subset D \times D$ вольтерровским, если любое ядро $K(x, t) \in L_2(D \times D)$, тождественно равное нулю вне S , не имеет собственных значений. Особый интерес представляет случай, когда вместе с множеством S вольтерровским является и его дополнение $CS = D \times D - \bar{S}$, — в этом случае S будем называть максимальным вольтерровским множеством. Полная характеристика вольтерровских множеств дается теоремами 1 и 2 (1).

Пусть S некоторое (в дальнейшем зафиксированное) максимальное вольтерровское множество. Несколько отклоняясь от обозначений работы (1), условимся записывать $x \rightsquigarrow t$, если $(x, t) \in \bar{S}$ и $x \nrightarrow t$ — в противном случае*. Под обозначением

$$\int_i^x f(\tau) d\tau \quad (x, t \in D)$$

будем подразумевать n -мерный интеграл функции f , распространенный на часть области D , характеризуемую условием $t \rightsquigarrow \tau \rightsquigarrow x$, если $x \rightsquigarrow t$. Если же $x \nrightarrow t$, то в этом интеграле следует переставить „пре-

* Такая запись оправдывается тем обстоятельством, что, согласно теореме 2 (1), множество S индуцирует операцию упорядочения в множестве точек области D , удовлетворяющую следующим аксиомам: а) из $x \rightsquigarrow y$ ($x \neq y$) следует $y \nrightarrow x$, б) из $x \rightsquigarrow y \rightsquigarrow z$ следует $x \rightsquigarrow z$.



дела" и изменить знак на обратный. Обозначим теперь через x^0 и x^1 соответственно „наибольшую“ и „наименьшую“ точки множества D , т. е. будем считать, что для всех $x \in D$ $x^0 \leq x \leq x^1$ (при этом необязательно отождествлять точки x^0 и x^1 с некоторыми точками из D).

В указанных обозначениях обобщенное уравнение типа Вольтерра второго рода записывается в виде

$$y(x) = \lambda \int_{x^0}^x K(x, t) y(t) dt + f(x), \quad (1)$$

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in D, \quad K(x, t) \in L_2(S), \quad f(x) \in L_2(D).$$

Сопряженное уравнение записывается в виде

$$z(x) = \int_x^{x^1} \overline{K(t, x)} z(t) dt + f(x). \quad (1^*)$$

Уравнение Фредгольма второго рода в этих обозначениях запишется в виде (1) с точкой x^1 вместо переменного „верхнего предела“ x интеграла.

2°. Оказывается, что все основные результаты классической теории уравнений Вольтерра полностью сохраняют свою силу в случае уравнения (1), причем даже аналитическая запись формул формально не меняется. Последнее обстоятельство является следствием следующего легко проверяемого „правила Дирихле“ перестановки интегралов с переменными пределами

$$\int_i^x \int_i^{\tau} f(s, \tau) ds d\tau = \int_i^x \int_s^x f(s, \tau) d\tau ds \quad (2)$$

из которого, в частности, следует, что уравнения (1) и (1*) являются взаимно сопряженными.

Пусть теперь ядро уравнения (1) удовлетворяет оценке

$$|K(x, t)| \leq A(x) B(t), \quad x^0 \leq t \leq x \leq x^1, \quad (3)$$

где $A, B \in L_2(D)$. Тогда итерированные ядра будут удовлетворять оценке

$$\int_i^x \int_i^{\tau} |K_n(\tau, s)|^2 ds d\tau \leq \frac{1}{[(n-1)!]^2} \int_i^x A^2(\tau) \int_i^{\tau} B^2(s) \left[\int_s^{\tau} A(r) B(r) dr \right]^{2n-2} ds d\tau, \quad (4)$$

а решение уравнения (1) (почти всюду на D) — оценке

$$|y(x)| \leq |f(x)| + \\ + |\lambda| A(x) \int_{x^0}^x B(t) \exp \left\{ |\lambda| \int_i^x A(\tau) B(\tau) d\tau \right\} |f(t)| dt. \quad (5)$$

Указанные оценки можно доказать, пользуясь формулой

$$\int_i^x \varphi(s) \left(\int_i^s \varphi(\tau) d\tau \right)^{\alpha-1} \left(\int_s^x \varphi(\tau) d\tau \right)^{\beta-1} ds = \\ = \frac{\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)} \left(\int_i^x \varphi(\tau) d\tau \right)^{\alpha+\beta-1} \quad (\operatorname{Re} \alpha, \operatorname{Re} \beta > -1). \quad (6)$$

Заметим, что эта формула доказывается не так просто, как в классическом случае, так как интегрированием по частям нельзя воспользоваться.

Если не подвергать ядро $K \in L_2$ ограничению (3), то нормы интегрированных ядер, вообще говоря, стремятся к нулю медленнее, чем в оценке (4). Можно доказать, что в этом случае

$$\int_i^x \int_i^{\bar{\tau}} |K_n(\tau, s)|^2 ds d\tau \leq \frac{1}{n!} \left[\int_i^x \int_i^{\bar{\tau}} |K(\tau, s)|^2 ds d\tau \right]^n, \quad (7)$$

причем эту оценку (доказанную в классическом одномерном случае Ф. Трикоми (2)), вообще говоря, нельзя улучшить.

3°. Рассмотрим теперь следующее уравнение с интегралом Стильтьеса

$$y(x) = \lambda \int_{x^0}^x y(\tau) K(x, d\tau) + f(x), \quad x^0 \rightarrow x \rightarrow x^1, \quad (8)$$

где $K(x, E)$ — функция точки $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in D$ и аддитивная функция множества $E \subset D$.

Интегрирование, как и в (1), производится по области $x^0 \rightarrow \tau \rightarrow x$, т. е. функция $K(x, E)$ определена для тех значений аргумента, для которых $e \rightarrow x (e \in E)$.

Для определенности предположим, что интеграл в уравнении (8) непрерывен в \bar{D} для любой непрерывной в \bar{D} функции $y(x)$.

Нас интересуют случаи, когда уравнение (8) с произвольной непрерывной функцией f имеет единственное непрерывное решение, получаемое, к тому же, методом последовательных приближений. Простейшие примеры показывают, что ни одно из этих условий, вообще говоря, не выполняются. Оказывается, что для выполнения всех этих условий достаточно, чтобы ядро K удовлетворяло оценке

$$\theta = \inf_{x \rightarrow 1} \sup_{t \rightarrow x} \int_t^x |K(\tau, ds)| < |\lambda|^{-1}. \quad (9)$$

Интересно отметить, что это ограничение касается поведения ядра $K(x, E)$ лишь вблизи границы ∂S зафиксированного в п. 1° вольтерровского множества S (т. е. при тех значениях (x, E) , для которых множество точек вида (x, e) , $e \in E$, лежит вблизи ∂S). В ча-

стности, если функция $K(x, E)$ непрерывна на ∂S , то $\theta = 0$ и, таким образом, уравнение (8) обладает требуемыми свойствами при любом $\lambda \neq \infty$. В этом случае уравнение (8) обладает свойствами уравнений Вольтерра, хотя интегрирование в нем может производиться одновременно по многообразиям различных измерений (от нуль-мерных до n -мерных).

4°. Большинство классических задач для гиперболических и параболических уравнений путем соответствующего подбора ядра можно свести к уравнению вида (8) с $\theta = 0$. Однако результаты п. 3° можно применить к гораздо более общим дифференциально-функциональным уравнениям и, в частности, к уравнениям с отклоняющимся аргументом. В последнем случае особый интерес представляют по существу не исследованные пока задачи для уравнений с частными производными. Имеющиеся в этой области некоторые результаты И. М. Гуля (3) могут быть усилены применением критерия (9).

Гораздо большие возможности для применений представляет предложенная в работе (4) (§ 2) идея „выделения вольтерровской части“. Суть ее состоит в том, что в уравнении Фредгольма второго рода выбором подходящей максимальной вольтерровской области S интеграл представляется в виде суммы двух интегралов типа (1) и (1*) соответственно. Если при этом окажется, что в области $CS = D \times D - S$ ядро $K(x, t)$ достаточно „мало“, то это уравнение мы можем решить в два приема: сначала, приняв второй интеграл за известный, решим соответствующее уравнение типа Вольтерра, а потом, используя „малость“ ядра K на CS , решим полученное уравнение Фредгольма. Если, например, окажется, что в области S (т. е. в обозначениях п. 1°, при $x^0 \leq t \leq x$) удовлетворяется оценка (3), а в дополнительной области CS (т. е. при $x \leq t \leq x^1$) $|K(x, t)| \leq \varepsilon(x, t)$ ($\varepsilon(x, t) \equiv 0$ при $x \leq t$ и $\varepsilon(x, t) \in L_2(CS)$), то указанная схема осуществима, если норма функции

$$|\lambda| A(x) \int_{x_0}^x B(\tau) \exp \left\{ |\lambda| \int_{\tau}^x A(s) B(s) ds \right\} \varepsilon(\tau, t) dt \quad (10)$$

в $L_2(D \times D)$ меньше единицы. В противном случае этот процесс можно повторить уже применительно к преобразованному ядру, выбрав подходящее (вообще говоря, отличное от S) максимальное вольтерровское множество S' и т. д.

Этот же подход можно применить и при изучении уравнений с интегралами Стильеса.

5°. Как можно было заметить, вышеприведенные результаты, как и результаты работы (1), основывались на систематическом использовании понятия вольтерровского множества, индуцирующего соответствующее упорядочение. Конечномерность пространства нигде существенной роли не играла, поэтому указанные результаты, как и соот-

ветствующая символика, привлечением теории абстрактного интегрирования могут быть перенесены на случай абстрактных пространств.

Здесь необходимо отметить, что попытка построить теорию уравнений Вольтерра в абстрактных пространствах, по-видимому, впервые была предпринята В. М. Добровским⁽⁵⁾, который трактовал понятие уравнения Вольтерра с несколько иной, но более широкой, точки зрения.

В заключение отметим, что, подобно классическому случаю, результаты этой заметки могут быть перенесены на случай других классов ядер в уравнении (1) (изменится разве что оценка (7)), а также на случай нелинейных функциональных уравнений (см., например, (4)).

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР
Ереванский государственный университет

Հ. Բ. ՆԵՐՍԵՍՅԱՆ

Վոլտերայի տիպի ընդհանրացրած հավասարումների հատկությունների մասին

Աշխատանքի (1) արդյունքների հիման վրա գուրս են բերվում ընդհանրացրած Վոլտերայի տիպի ինտեգրալ հավասարումների որոշ հատկություններ: Մտցված են հարմար նշանակումներ, որոնք նպաստում են այն հանգամանքին, որ բանաձևերի արտաբեր տեսքը մնում է այնպիսին, ինչպիսին էր կլասիկ Վոլտերայի տիպի հավասարումների դեպքում:

Ուսումնասիրվում են նաև Ստիլտյեսի ինտեգրալներով հավասարումները: Այստեղ ստացված են պայմաններ, որոնք ապահովում են հաջորդական մոտավորությունների եղանակի գույքամիտությունը:

Նշվում են կիրառման հնարավորությունները: Մասնավորաբար, արդյունքները կարելի է օգտագործել շեղվող արգումենտով հավասարումների համար Կոշու խնդրի ուսումնասիրության մասանակ:

Հիմնավորվում է այսպես կոչված «Վոլտերայի մասի անջատման» եղանակը (4):

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ո Վ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ А. Б. Нерсисян, ДАН СССР, 155, № 5, 1006 (1964). ² Ф. Трикоми, Интегральные уравнения, М., 1960. ³ И. М. Гуль, УМН, 10, вып. 2, 153 (1955). ⁴ А. Б. Нерсисян, ДАН АрмССР, 36, № 4, 193 (1963). ⁵ В. М. Добровский, Мат. сб., 7 (49), № 1, 167 (1940).

УДК 517—948

МАТЕМАТИКА

М. Г. Крейн, Ф. Э. Мелик-Адамян

К теории S-матриц канонических дифференциальных уравнений с суммируемым потенциалом

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 14/II 1968)

1. Пусть

$$J = \begin{pmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & 0 \end{pmatrix} \quad (I_n \text{ — единичная матрица } n\text{-го порядка}),$$

$V(r)$ ($0 \leq r < \infty$) — эрмитова матрица-функция $2n$ -го порядка.

С помощью матриц-функций J и $V(r)$ можно написать каноническое дифференциальное уравнение с комплексным параметром λ :

$$J \frac{dY}{dr} = \lambda Y = V(r) Y \quad (1)$$

для $(2n \times n)$ -матрицы-функции $Y(r; \lambda)$ ($0 \leq r < \infty$).

В дальнейшем, если не оговорено противное, уравнение (1) рассматривается в предположении суммируемости потенциала

$$V(r) \quad (V(r) = V^*(r) \in L^1_{2n \times 2n} (0, \infty)^*).$$

При этом предположении уравнение (1) имеет одно и только одно решение $Y = X(r; \lambda)$, допускающее асимптотику:

$$X(r; \lambda) = \begin{pmatrix} I_n \\ -iI_n \end{pmatrix} e^{i\lambda r} S(\lambda) + \begin{pmatrix} I_n \\ iI_n \end{pmatrix} e^{-i\lambda r} + o(1) \quad (r \rightarrow \infty), \quad (2)$$

где $S(\lambda)$ ($-\infty < \lambda < \infty$) — некоторая унитарная матрица-функция n -го порядка. Последняя называется *S-матрицей* уравнения (1).

Как известно (см., например, (1)), с помощью простой подстановки, сохраняющей суммируемость потенциала и *S-матрицу* уравнения, каноническое дифференциальное уравнение (1) может быть преобразовано к уравнению с потенциалом $V(r)$, удовлетворяющим условию *J-эрмитовости*: $JV = -VJ$. Потенциал, удовлетворяющий этому условию, будем называть *нормализованным*.

* Через $L^p_{n \times m}(a, b)$ обозначается класс $(n \times m)$ -матриц функций с элементами из $L^p(a, b)$.

При условии вещественности потенциала $V(r) (\in L^1_{2n \times 2n}(0, \infty))$ существование решения $X(r; \lambda)$ уравнения (1) с асимптотикой (2), вместе с рядом структурных свойств S -матрицы $S(\lambda)$, было установлено в (2). В случае эрмитова суммируемого потенциала $V(r)$ (и даже для бесконечномерного канонического уравнения) существование решения $X(r; \lambda)$ с асимптотикой (2) было доказано в (1). Там же было показано, что матрица-функция определяемая асимптотическим соотношением (2), может быть также истолкована как матрица рассеяния в рамках нестационарной теории рассеяния.

Здесь в обобщении результатов статьи (2) устанавливается предложение, в некотором отношении окончательное.

Теорема 1. Пусть $S(\lambda)$ ($-\infty < \lambda < \infty$) — унитарная матрица n -го порядка: $S^*S = I_n$. Для того, чтобы она была S -матрицей некоторого канонического дифференциального уравнения (1) с суммируемым потенциалом $V(r)$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие два условия:

1) матрица-функция $S(\lambda)$ допускает представление

$$S(\lambda) = I_n - \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(t) e^{-i\lambda t} dt, \quad (3)$$

где $\Gamma \in L^1_{n \times n}(0, \infty)$.

2) Частные индексы матрицы-функции $S(\lambda)$ равны нулю. При выполнении этих условий существует единственное каноническое дифференциальное уравнение с нормализованным потенциалом $V \in L^1_{2n \times 2n}(0, \infty)$, имеющее данную матрицу-функцию $S(\lambda)$ своей S -матрицей.

Поясним смысл второго условия. Как показано в (3), если для некоторой матрицы-функции $S(\lambda)$ (не обязательно унитарной) выполняется условие 1) и $\det S(\lambda) \neq 0$ ($-\infty < \lambda < \infty$), то существует единственная правая факторизация матрицы-функции $S(\lambda)$:

$$S(\lambda) = S_-(\lambda) D(\lambda) S_+(\lambda) \quad (-\infty < \lambda < \infty) \quad (4)$$

такая, что

$$S_-(\lambda) = I_n - \int_0^{\infty} s_-(t) e^{-i\lambda t} dt \quad (s_- \in L^1_{n \times n}(0, \infty); \det S_-(\lambda) \neq 0) \\ \text{при } \operatorname{Im} \lambda \leq 0 \quad (5)$$

$$S_+(\lambda) = I_n + \int_0^{\infty} s_+(t) e^{i\lambda t} dt \quad (s_+ \in L^1_{n \times n}(0, \infty); \det S_+(\lambda) \neq 0 \text{ при } \operatorname{Im} \lambda \geq 0, \\ (6)$$

а $D(\lambda)$ — диагональная матрица:

$$D(\lambda) = \|\delta_{jk} \zeta_j^{x_j}\|_1^n \quad \left(\zeta_j = \frac{\lambda - i}{\lambda + i}; x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n - \text{целые числа} \right).$$

Числа λ_j ($j = 1, 2, \dots, n$) называются *частными индексами* (правыми) матрицы-функции $S(\lambda)$. Если для матрицы-функции $S(\lambda)$ выполняется условие 1) и она унитарна то $|\det S(\lambda)| = 1$, а поэтому в этом случае $S(\lambda)$ допускает факторизацию (4). Условие 2) теоремы 1 означает, что $D(\lambda) = I_n$, так что

$$S(\lambda) = S_-(\lambda) S_+(\lambda) \quad (-\infty < \lambda < \infty). \quad (7)$$

2. При доказательстве теоремы 1 попутно устанавливается факторизационная теорема, представляющая самостоятельный интерес.

Прежде чем ее сформулировать, условимся относительно следующего обозначения: если $\Gamma \in L_{n \times n}^1(0, \infty)$, то через Γ обозначается оператор, действующий в гильбертовом пространстве $L_{n \times 1}^2(0, \infty)$ * следующим образом:

$$(\Gamma f)(t) = \int_0^\infty \Gamma(t+s) f(s) ds \quad (f \in L_{n \times 1}^2(0, \infty)).$$

Через $\|\Gamma\|$ обозначается норма оператора Γ в гильбертовом пространстве $L_{n \times 1}^2(0, \infty)$.

Теорема 2. Для того, чтобы данная матрица-функция $\Gamma_0 \in L_{n \times n}^1(0, \infty)$ допускала продолжение $\Gamma \in L_{n \times n}^1(-\infty, \infty)$ ($\Gamma(t) = \Gamma_0(t)$ при $t \in [0, \infty)$), для которого матрица-функция $S(\lambda)$, определяемая равенством (3), была унитарна и имела частные индексы, равные нулю, необходимо и достаточно, чтобы $\|\Gamma_0\| < 1$. При выполнении этого условия требуемое продолжение $\Gamma (\in L_{n \times n}^1(-\infty, \infty))$ определяется единственным образом.

Укажем процедуру построения матрицы-функции $S(\lambda)$ по данному $\Gamma_0 \in L_{n \times n}^1(0, \infty)$. Оказывается, условие $\|\Gamma_0\| < 1$ обеспечивает существование в классе $L_{2n \times n}^1(0, \infty)$ единственного решения уравнения

$$\begin{pmatrix} g_-(t) \\ g_+(t) \end{pmatrix} + \int_0^\infty \begin{pmatrix} 0 & \Gamma(t+s) \\ \Gamma^*(t+s) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_-(s) \\ g_+(s) \end{pmatrix} ds = \begin{pmatrix} \Gamma(t) \\ \Gamma^*(t) \end{pmatrix} \quad (0 \leq t < \infty). \quad (9)$$

Положим

$$G_-(\lambda) = I_n - \int_0^\infty g_-(t) e^{-i\lambda t} dt \quad (\operatorname{Im} \lambda \leq 0);$$

$$G_+(\lambda) = I_n - \int_0^\infty g_+(t) e^{i\lambda t} dt \quad (\operatorname{Im} \lambda \geq 0). \quad (10)$$

* Скалярное произведение в $L_{n \times 1}^2(a, b)$ вводится обычным образом: если

$$f = \{f_j\}_1^n \in L_{n \times 1}^2(a, b), \quad g = \{g_j\}_1^n \in L_{n \times 1}^2(a, b), \quad \text{то } (f, g) = \sum_{j=1}^n \int_a^b f_j(s) \overline{g_j(s)} ds$$

Таким образом, $G_-(\lambda)$ ($G_+(\lambda)$) — матрица-функция n -го порядка, голоморфная внутри нижней (верхней) полуплоскости и непрерывная вплоть до границы. Далее обнаруживается, что и определители $\det G_{\pm}(\lambda) \neq 0$ в соответствующих (замкнутых) полуплоскостях. Поэтому матрица-функция

$$S(\lambda) = G_-(\lambda) G_+(\lambda) \quad (-\infty < \lambda < \infty) \quad (11)$$

унитарна и имеет частные индексы, равные нулю. После этого легко проверяется, что $S(\lambda)$ допускает представление (3), в котором $\Gamma \in L_{n \times n}^1(-\infty, \infty)$ есть требуемое продолжение данного $\Gamma_0 \in L_{n \times n}^1(0, \infty)$.

3. Можно указать две процедуры восстановления уравнения (1) с суммируемым потенциалом V по его S -матрице $S(\lambda)$. Одна из них (с которой мы и начнем) является переносом с некоторой переработкой на уравнение (1) процедуры, разработанной в (4) для случая векторного дифференциального уравнения 2-го порядка. Тут же укажем, что при других предположениях на потенциал V перенос этой процедуры на уравнение (1) был уже осуществлен в работах (5, 6). Вторая процедура является дальнейшим развитием процедуры, указанной в (2, 7).

Условимся для $\Gamma \in L_{n \times n}^1(0, \infty)$ через Γ_r ($0 \leq r < \infty$) обозначать оператор, действующий в гильбертовом пространстве $L_{n \times n}^2(0, \infty)$ по формуле

$$(\Gamma_r f)(t) = \int_0^{\infty} \Gamma(r+t+s) f(s) ds \quad (f \in L_{n \times 1}^2(0, \infty)).$$

Пусть унитарная матрица-функция $S(\lambda)$ удовлетворяет условиям 1), 2) теоремы 1. Образует для $r \geq 0$ с помощью матрицы-функции $\Gamma(t)$, взятой из представления (3), матричные интегральные уравнения:

$$(I - \Gamma_r \Gamma_r^*) \Phi_r(t) = \Gamma(r+t) \quad (0 \leq t < \infty) \quad (12)$$

$$(I - \Gamma_r^* \Gamma_r) \Psi_r(t) = \Gamma^*(r+t) \quad (0 \leq t < \infty). \quad (13)$$

На основании теоремы 2 можно утверждать, что в классе $L_{n \times n}^1(0, \infty)$ эти уравнения имеют единственные решения Φ_r, Ψ_r . С помощью их потенциал V уравнения (1) с S -матрицей, равной $S(\lambda)$, находится по формуле

$$V(r) = \begin{pmatrix} A(r) & B(r) \\ B(r) & -A(r) \end{pmatrix} \quad (0 \leq r < \infty), \quad (14)$$

где

$$A(r) = \frac{\Phi_r(r) - \Psi_r(r)}{2i}, \quad B(r) = \frac{\Phi_r(r) + \Psi_r(r)}{2i}.$$

4. Локально суммируемая матрица-функция n -го порядка $H(t) = H^*(t)$ ($-\infty < t < \infty$) называется здесь эрмитовой акселерантой (ср. (2, 8)). если векторное интегральное уравнение

$$\varphi(t) + \int_0^t H(t-s) \varphi(s) ds = 0 \quad (0 < t \leq r)$$

при любом $r > 0$ имеет единственное непрерывное решение $\varphi(t) \equiv 0$.

Для акселеранты при любом $r > 0$ существует резольвентное ядро $\Gamma_r(t, s)$, определяемое из уравнения

$$\Gamma_r(t, s) + \int_0^t H(t-u) \Gamma_r(u, s) du = H(t-s) \quad (0 \leq t, s \leq r) \quad (15)$$

как непрерывная вектор-функция от s со значениями из $L_{n \times n}^1(0, r)$. Можно придать точный смысл матрицам-функциям

$$A(r) = -2 \operatorname{Im} \Gamma_{2r}(0, 2r); \quad B(r) = 2 \operatorname{Re} \Gamma_{2r}(0, 2r), \quad (16)$$

которые при этом оказываются локально суммируемыми. После этого можно образовать каноническое дифференциальное уравнение (1) с потенциалом $V(r)$, определяемым по формуле (14).

Имеет место предложение, согласно которому каждое каноническое уравнение (1) с нормализованным потенциалом порождается указанным образом одной и только одной акселерантой (7, 2, 8). Это предложение может быть дополнено следующей теоремой.

Теорема 3. Для того, чтобы некоторая локально суммируемая матрица-функция $H(t) = H^(-t)$ ($-\infty < t < \infty$) была акселерантой некоторого канонического дифференциального уравнения (1) с суммируемым нормализованным потенциалом, необходимо и достаточно, чтобы она удовлетворяла следующим двум условиям:*

$$1) H(t) \in L_{n \times n}^1(-\infty, \infty) \text{ и } 2) \det(I_n + \int_{-\infty}^{\infty} H(t) e^{i\lambda t} dt) > 0 \quad (-\infty < \lambda < \infty).$$

Связь между акселерантой, порождающей уравнение (1), и S -матрицей этого уравнения устанавливается следующей теоремой.

Теорема 4. Пусть $S(i) = S_-(i) S_+(i)$ факторизация S -матрицы канонического дифференциального уравнения (1) с суммируемым нормализованным потенциалом V . Тогда имеет место равенство

$$S_+(i) S_+^*(i) = I_n + \int_{-\infty}^{\infty} H(t) e^{i\lambda t} dt = S_-^{-1}(i) S_-^{*-1}(i) \quad (-\infty < \lambda < \infty), \quad (17)$$

где $H(t)$ — акселеранта рассматриваемого уравнения (1).

Таким образом, вторая процедура восстановления канонического дифференциального уравнения (1) заключается в следующем. По формулам (9) и (10) производится факторизация матрицы $S(i)$ т. е. определяются $S_-(i) = G_-(i)$ и $S_+(i) = G_+^{-1}(i)$; затем из (17) находится эрмитова акселеранта $H(t)$, которая позволяет уже по формулам (15), (16) и (14) получить искомый потенциал V .

Отметим, что средний член в равенстве (17) есть не что иное, как $d\Sigma(i)/di$, где $\Sigma(i)$ — спектральная матрица-функция канонического дифференциального уравнения (1) (о спектральной матрице-функции уравнения (1) см. (8)).

Одесский инженерно-строительный институт
Ереванский государственный университет

Հանրազուգումարելի պոտենցիալով կանոնիկ դիֆերենցիալ հավասարումների
S-մատրիցների տեսության մասին

Հոդվածում առաջուցվում է անհրաժեշտ և բավարար պայմանը այն բանի, որ
պայմանով կարգի $S(\lambda)$ ունիտար մատրից-ֆունկցիան լինի $V(r)$ ($0 < r < \infty$) հանրազուգումարելի
պոտենցիալով որոշ (1) կանոնիկ հավասարման S-մատրից:

Միաժամանակ ստացված է անհրաժեշտ և բավարար պայման այն բանի, որ (3)
տեսքի $S(\lambda)$ ունիտար մատրից-ֆունկցան թույլատրի (7) տեսքի ֆակտորիզացիա:

Ստացված է նաև հանրազուգումարելի պոտենցիալով (1) տեսքի կանոնիկ դիֆերեն-
ցիալ հավասարումը ծնող արսելերանտի լրիվ բնութագրերը: Այն արտահայտվում է 4
թեորեմի 1) և 2) պայմանների տեսքով:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- ¹ В. М. Адамян, ДАН СССР, 178, № 1 (1968). ² М. Г. Крейн, ДАН СССР, 111, № 6 (1956). ³ И. Ц. Гохберг и М. Г. Крейн, УМН 13, вып. 2 (80) (1958). ⁴ З. С. Агранович и В. А. Марченко, Обратная задача теории рассеяния. Харьковский государственный университет, 1959. ⁵ М. Г. Гасымов и Б. М. Левитан, ДАН СССР, 167, № 5 (1966). ⁶ М. Г. Гасымов, ДАН СССР, 169, № 5 (1966). ⁷ М. Г. Крейн, ДАН СССР, 105, № 4 (1955). ⁸ Ф. Э. Мелик-Адамян, ДАН АрмССР, т. 45, № 4 (1967).

УДК 539.3

МЕХАНИКА

В. Ц. Гнуни, Л. А. Мовсисян

К устойчивости моментного состояния цилиндрической оболочки

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 4 II 1968)

Дается точное решение двух задач устойчивости упругой круговой цилиндрической оболочки: на одном из торцов оболочки действует равномерно распределенный изгибающий момент; оболочка нагружена внешним равномерным давлением на некоторой ее части.

Осесимметричное моментное начальное напряженное состояние характеризуется кольцевыми усилиями, которые представляются в виде ряда Фурье по косинусам, что допускает в дальнейшем свести определение критических параметров свободно опертой по торцам оболочки к отысканию собственных значений бесконечной матрицы.

1. Уравнения устойчивости цилиндрической оболочки берем в виде (1).

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{Eh} \Delta^2 \Phi + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} &= 0 \\ D \Delta^2 \omega - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - T^0 \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

где ω — прогиб, Φ — функция усилий, $T^0(x)$ — усилие докритического осесимметричного моментного состояния, E — модуль упругости, $D = Eh^3/12(1 - \nu^2)$, ν — коэффициент Пуассона, Δ — оператор Лапласа, h — толщина, R — радиус оболочки, x, y — соответственно координаты по образующей и по окружности.

Из уравнений докритического состояния имеем

$$T^0 = - \frac{Eh}{R} \omega'_0, \quad (1.2)$$

где прогиб докритического состояния ω_0 определяется из уравнения

$$\frac{d^4 \omega_0}{dx^4} + 4\beta^4 \omega_0 = \frac{q}{D}, \quad \beta^4 = \frac{3(1 - \nu^2)}{R^2 h^2}, \quad (1.3)$$

Представим решение уравнения (1.3) в виде (2)

$$w_0 = \sum_{k=0}^{\infty} f_k \cos \lambda_k x, \quad \lambda_k = \frac{k\pi}{l}. \quad (1.4)$$

Коэффициенты f_k считаются известными и в дальнейшем будут приведены их значения для конкретных случаев нагружения оболочки.

Ищем решение системы (1.1) в виде

$$\left. \begin{aligned} w &= \cos \mu_n y \sum_{m=1}^{\infty} a_m \sin \lambda_m x \\ \Phi &= \cos \mu_n y \sum_{m=1}^{\infty} b_m \sin \lambda_m x \end{aligned} \right\}, \quad \mu_n = \frac{n}{R}, \quad (1.5)$$

удовлетворяющее условиям свободного опирания торцов оболочки.

Подставляя (1.5) в систему (1.1), в силу (1.4), получим

$$\begin{aligned} (V_p - 2f_0 + f_{2p}) a_p - \sum_{m=1}^{p-1} (f_{p-m} - f_{p+m}) a_m - \\ - \sum_{m=p+1}^{\infty} (f_{m-p} - f_{m+p}) a_m = 0, \end{aligned} \quad (1.6)$$

где

$$V_p = \frac{2}{R\mu_n^2} \left[\frac{(\lambda_p^2 + \mu_n^2)^2}{4\beta^4} + \frac{\lambda_p^4}{(\lambda_p^2 + \mu_n^2)^2} \right].$$

Условием потери устойчивости оболочки является обращение в нуль детерминанта матрицы системы (1.6).

2. Пусть оболочка на торце $x = l$ нагружена равномерно распределенным изгибающим моментом M . Тогда граничные условия докритического состояния следующие

$$\left. \begin{aligned} w_0 = 0, \quad \frac{d^2 w_0}{dx^2} = 0 & \quad \text{при } x = 0 \\ w_0 = 0, \quad \frac{d^2 w_0}{dx^2} = -\frac{M}{D} & \quad \text{при } x = l \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

Решением уравнения (1.3), при условиях (2.1), будет

$$w_0 = \frac{M}{2D\beta^2 \operatorname{ch} \beta l} (\sin \beta l \cos \beta x \operatorname{sh} \beta x - \cos \beta l \sin \beta x \operatorname{ch} \beta x). \quad (2.2)$$

Для коэффициентов разложения (1.4), при $\beta l > 3$, имеем

$$f_0 = \frac{\bar{M}h}{4\beta l}, \quad f_k = \frac{(-1)^k \bar{M}h}{2\beta l} \frac{1 - \frac{\lambda_k^2}{2\beta^2}}{1 + \frac{\lambda_k^4}{4\beta^4}} \quad (2.3)$$

$$\bar{M} = \frac{M}{D\beta^2 h}.$$

В качестве примера рассмотрим оболочку со следующими характеристиками (2)

$$\frac{l}{R} = \frac{\pi}{10}; \quad \frac{h}{R} = 0,331 \cdot 10^{-2}; \quad \nu = 0,3; \quad \beta l = 7,025. \quad (2.4)$$

Расчеты показывают, что такая оболочка теряет устойчивость при $n = 23$ и соответствующий ей критический момент \bar{M}^* равен 5,6.

3. Рассмотрим цилиндрическую оболочку, нагруженную внешним равномерным давлением на некоторой ее части (фиг. 1):

$$q = \begin{cases} q_0 & \text{при } 0 \leq x < b \\ 0 & \text{при } b < x \leq l \end{cases} \quad (3.1)$$

Тогда решением (1.3), удовлетворяющем граничным условиям

$$w_0 = 0, \quad \frac{d^2 w_0}{dx^2} = 0 \quad \text{при } x = 0, \quad x = l$$

будет

$$w_0 = \frac{2q_0}{\pi D} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1 - \cos \lambda_m b}{m(\lambda_m^4 + 4\beta^4)} \sin \lambda_m x. \quad (3.2)$$

В этом случае коэффициенты f_k имеют вид

$$f_0 = \frac{2q_0}{\pi^2 D} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{[1 - (-1)^m] (1 - \cos \lambda_m b)}{m^2 (\lambda_m^4 + 4\beta^4)},$$

$$f_k = \frac{4q_0}{\pi^2 D} \sum_{\substack{m=1 \\ m+k}}^{\infty} \frac{[1 - (-1)^{k+m}] (1 - \cos \lambda_m b)}{(m^2 - k^2) (\lambda_m^4 + 4\beta^4)}. \quad (3.3)$$

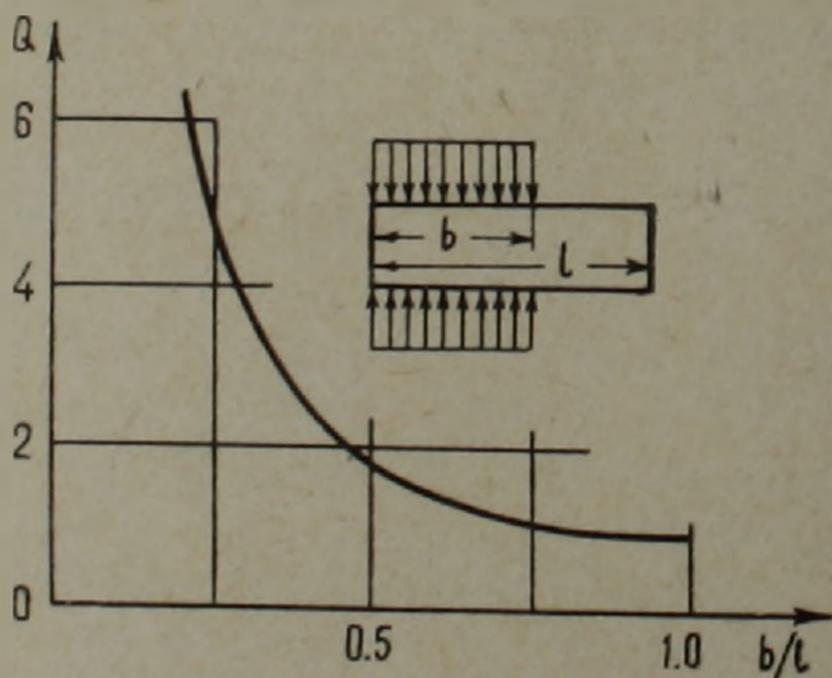


Рис. 1.

На рис. 1 приведена зависимость параметра критической нагрузки Q от отношения b/l , для оболочки с данными (2.4). Параметр Q — отношение критической нагрузки частично нагруженной оболочки к $q_0^* = 0,211 \frac{Eh^2}{R^2}$ — критической нагрузке полностью нагруженной

оболочки. Критические нагрузки в этом случае достигаются при $n = 19$.

Вычисления выполнены на ЭВЦМ „Наири“ В. Ширваняном, за что приносим ему благодарность.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Վ. Յ. ԳԵՈՒՆԻ, Լ. Ա. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ

Գլանային թաղանթի մոմենտային վիճակի կայունության մասին

Տրվում է ազատ հենված կլոր փակ գլանային թաղանթի կայունության խնդրի լուծումը ցանկացած առանցքասիմետրիկ ուժերի ազդեցության տակ: Կրիտիկ պարամետրերի որոշումը բերվում է (1. 6) անվերջ սիստեմի մատրիցի սեփական արժեքների գտնելուն:

Որպես օրինակ՝ դիտարկված է գլանային թաղանթի կայունությունը, երբ մի եզրում ազդում է հավասարաչափ բաշխված ծող մոմենտ և երբ գլանը գտնվում է արտաքին հավասարաչափ ճնշման տակ, որը կիրառված է թաղանթի մի ինչ որ մասում:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ե Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- ¹ А. С. Вольмир, Устойчивость упругих систем, Физматгиз, М., 1963.
² N. J. Hoff, J. of Applied Mechanics, vol. 24, № 3 (1957).

УДК 532.1

МЕХАНИКА

Г. М. Арутюнян

О взаимодействии ударной волны с клином

(Представлено академиком АН Армянской ССР, С. А. Амбарцумяном 12/II 1968)

1. *Случай неподвижного клина.* Пусть плоская ударная волна произвольной интенсивности распространяется по покоящейся среде, которая ограничена стенкой, поворачивающейся в некоторой точке (рис. 1) на малый угол δ . После прихода скачка в вершину угла ударная волна дифрагирует с образованием области неустановившегося течения (при $\delta < 0$, очевидно, будет иметь место маховское отражение). Эта автомодельная задача была впервые рассмотрена Лайтхиллом в работе ⁽¹⁾, где ему удалось достичь линеаризации уравнений движения и сформулировать граничные условия задачи. Однако эта работа не была доведена до конечных аналитических выражений. В ней приводятся лишь некоторые результаты численного расчета, и в этом смысле работу ⁽¹⁾ следует считать незавершенной. На это в свое время указывали Лудлов и Тинг ^(2, 3). Для решения этой задачи они применили иной метод и сумели в результате получить формулы для давления на стенке. Ниже будет показано, что трудности, связанные с применением метода работы ⁽¹⁾ преодолимы. Мы, в частности, покажем, что и на основании метода Лайтхилла можно получить аналитические формулы, причем не только для давления на стенке, но также и для давления на скачке и для формы самого скачка.

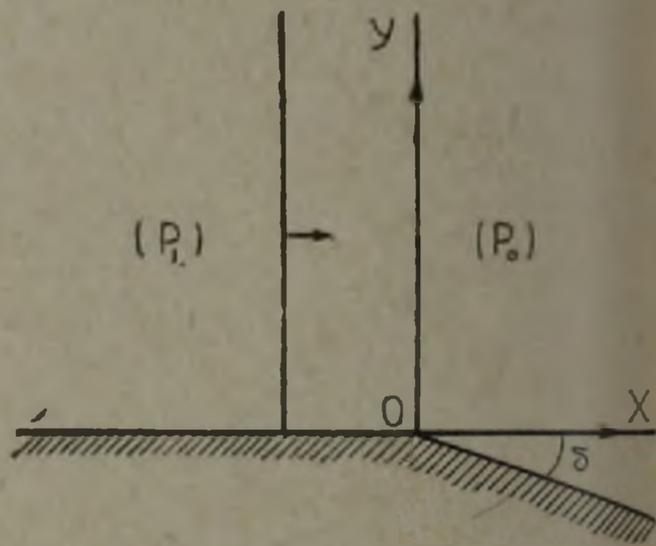


Рис. 1.

При дозвуковом потоке за набегающим скачком область неустановившегося течения имеет вид, представленный на рис. 2, а при сверхзвуковом — на рис. 3. Координаты x, y связаны с X, Y , соотношениями $x = (X - q_1 t) / a_1 t, y = Y / a_1 t$, где q_1 и a_1 — соответственно, скорости вещества и звука за набегающим скачком. Для области ABCA $x^2 + y^2 < 1, y > 0$ и $x < k$, где

$$k = \left[\left(M^2 + \frac{2}{\gamma - 1} \right) \left(\frac{2\gamma}{\gamma - 1} M^2 - 1 \right) \right]^{1/2},$$

$M = U/a_0$ — число Маха скачка, а γ — показатель адиабаты среды.

$E N A E$ — область стационарного течения Прандтля-Майера. При

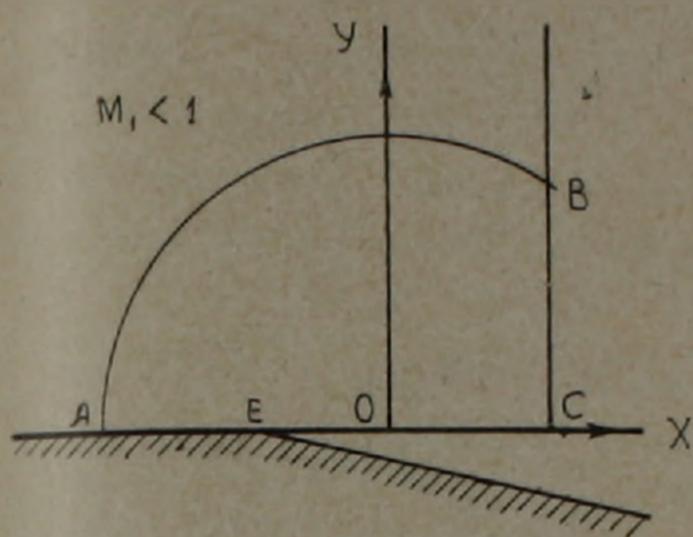


Рис. 2.

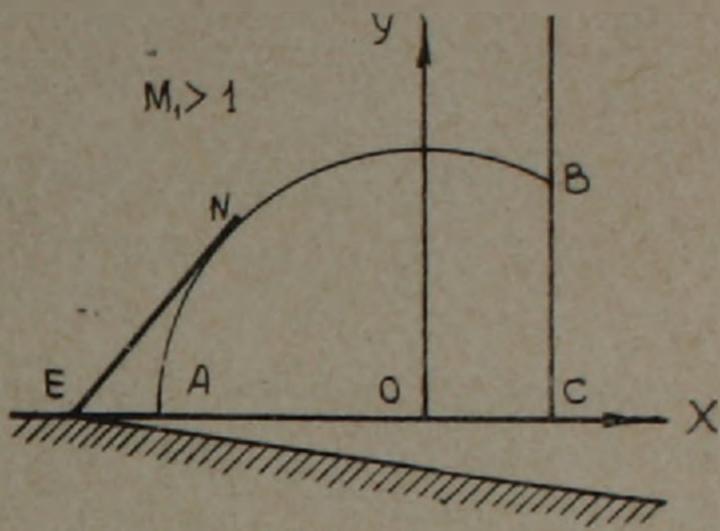


Рис. 3.

помощи последовательных преобразований 1) $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$,
2) $\theta_1 = \theta$, $\rho = [1 - (1 - r^2)^{1/2}]/r$, 3) $z = (k + ik') \{ i - [2k' / (\zeta - k - ik')] \}$ и
4) $z_1 = \frac{1}{2}(z^2 + z^{-2})$, где $k' = \sqrt{1 - k^2}$, а $\zeta = \rho \exp(i\theta_1)$, область ABCA

отображается в верхнюю полуплоскость комплексной плоскости $z_1 = x_1 + iy_1$. При этом скачку BC будет соответствовать часть действительной оси $z_1 > 1$, отрезку CA — участок действительной оси $-1 < z_1 < 1$, а дуге окружности AB — часть действительной оси $z_1 < -1$. В плоскости z_1 вершина угла E имеет координату $x_0 = -[(M_1 + k)^2 + (M_1^2 - 1)(1 - k^2)] / (M_1 k + 1)^2$, где $M_1 = q_1/a_1$ — число Маха потока за набегающим скачком.

В (1) показывается, что для $p = (p_2 - p_1)/q_1 a_1 \rho_1$, где p_2 — давление в области неустановившегося течения, а ρ_1 — плотность за набегающим скачком,

$$\frac{\partial p}{\partial y_1} + i \frac{\partial p}{\partial x_1} = \frac{\varepsilon \delta [D(z_1 - x_0) - 1]}{(z_1^2 - 1)^{1/2} (z_1 - x_0) [\alpha - i(z_1 - 1)^{1/2}] [\beta - i(z_1 - 1)^{1/2}]} \quad (1)$$

Входящие в (1) величины α , β , ε , D определяются соотношениями

$$\alpha = \sqrt{2} M (Mk + \sqrt{M^2 k^2 - 1}), \quad \beta = \sqrt{2} M / (Mk + \sqrt{M^2 k^2 - 1}),$$

$$\varepsilon = \frac{|\alpha + (1 - x_0)^{1/2}| |\beta + (1 - x_0)^{1/2}| |1 - x_0^2|^{1/2}}{\pi |1 - M_1^2|^{1/2}},$$

$$D = \left[\frac{\alpha + \beta + \mu}{\alpha \beta \mu} + \frac{(M_1 k + 1)^2}{2 B M_1 (M_1 + k)} \right] / \frac{(\alpha + \mu)(\beta + \mu)}{\alpha \beta},$$

где $\mu = \sqrt{2} (M_1 + k) / (M_1 k + 1)$, а $B = (\gamma + 1) (M_1^2 - 1) / 2 (\gamma - 1) \left(M^2 + \frac{2}{\gamma - 1} \right)$.

Следует заметить, что приведенные выше соотношения обобщены для случая произвольного γ , тогда как (1) γ с самого начала фиксируется и полагается равным 1,4.

Из (1) следует, что при $-1 < x_1 < 1$, $y_1 = 0$, т. е. на стенке,

$$\frac{\partial p}{\partial x_1} = - \frac{\varepsilon \delta [D(x_1 - x_0) - 1]}{(x_1 - x_0)(1 - x_1^2)^{1/2} [\alpha + (1 - x_1)^{1/2}][\beta + (1 - x_1)^{1/2}]} = F_1(x_1), \quad (2)$$

а при $1 < x_1 < \infty$, $y_1 = 0$, т. е. на скачке BC ,

$$\frac{\partial p}{\partial x_1} = \frac{\varepsilon \delta (\alpha + \beta)[D(x_1 - x_0) - 1]}{(x_1 - x_0)(\alpha^2 - 1 + x_1)(\beta^2 - 1 + x_1)(x_1 + 1)^{1/2}} = F_2(x_1). \quad (3)$$

Из (3) следует, что на скачке

$$p(x_1) = \int F_2(x_1) dx_1 + C_2. \quad (4)$$

Определив интеграл, входящий в (4), мы затем находим константу интегрирования (4). Она определяется из условия $p(\infty) = 0$, так как в точке B $p = 0$. Учитывая, что $-p/k = (p_1 - p_2)/(p_1 - p_0)$, мы в результате приходим к следующим формулам для давления на скачке:

$$\begin{aligned} \frac{p_1 - p_2}{\delta(p_1 - p_0)} = & k_1 \arccos \sqrt{\frac{1 + x_1}{\alpha^2 - 1 + x_1}} + k_2 \arccos \sqrt{\frac{1 + x_1}{\beta^2 - 1 + x_1}} - \\ & - k_3 \ln \frac{\sqrt{1 + x_1} - \sqrt{1 + x_0}}{\sqrt{1 + x_1} + \sqrt{1 + x_0}}, \text{ если } M_1 < 1; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{p_1 - p_2}{\delta(p_1 - p_0)} = & k_1 \arccos \sqrt{\frac{1 + x_1}{\alpha^2 - 1 + x_1}} + k_2 \arccos \sqrt{\frac{1 + x_1}{\beta^2 - 1 + x_1}} + \\ & + \frac{k_4}{\sqrt{1 + x_1}}, \text{ если } M_1 = 1; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{p_1 - p_2}{\delta(p_1 - p_0)} = & k_1 \arccos \sqrt{\frac{1 + x_1}{\alpha^2 - 1 + x_1}} + k_2 \arccos \sqrt{\frac{1 + x_1}{\beta^2 - 1 + x_1}} + \\ & + k_5 \arccos \sqrt{\frac{1 + x_1}{x_1 - x_0}}, \text{ если } M_1 > 1. \end{aligned} \quad (7)$$

Входящие в (5)–(7) коэффициенты k_1 – k_5 равны:

$$\begin{aligned} k_1 = \frac{2a_1\varepsilon}{k\sqrt{\alpha^2 - 2}}, \quad k_2 = \frac{2a_2\varepsilon}{k\sqrt{\beta^2 - 2}}, \quad k_3 = \frac{A_1\varepsilon(\alpha + \beta)}{k\sqrt{1 + x_0}}, \quad k_4 = \frac{2A_1\varepsilon(\alpha + \beta)}{k}, \\ k_5 = \frac{2A_1\varepsilon(\alpha + \beta)}{k\sqrt{-(1 + x_0)}}, \end{aligned}$$

а A_1 , a_1 и a_2 , в свою очередь, означают

$$\begin{aligned} A_1 = - \frac{1}{(\alpha^2 - 1 + x_0)(\beta^2 - 1 + x_0)}, \quad a_1 = \frac{D(\alpha^2 - 1 + x_0) + 1}{(\alpha - \beta)(1 - x_0 - \alpha^2)}, \\ a_2 = \frac{D(\beta^2 - 1 + x_0) + 1}{(\beta - \alpha)(1 - x_0 - \beta^2)}. \end{aligned}$$

В (5)–(7) обратный переход от x_1 к y ($0 < y < \sqrt{1 - k^2}$) производится при помощи соотношения $x_1 = (1 - k^2 + y^2)/(1 - k^2 - y^2)$.

Из (2) следует, что на стенке

$$p(x_1) = \int F_1(x_1) dx_1 + C_1 \quad (8)$$

Определив интеграл, входящий в (8), мы затем находим константу интегрирования (8). Здесь, однако, следует заметить, что при $M_1 < 1$, $-1 < x_0 < 1$ и интеграл, входящий в (8), расходится в точке $x_1 = x_0$. Поэтому при $M_1 < 1$ соотношение (8) исследовалось отдельно для участков $-1 < x_1 < x_0$ и $x_0 < x_1 < 1$. В первом случае константа интегрирования определялась из условия $p(-1) = 0$, так как в точке А $p = 0$, а во втором — из условия в точке С, т. е. на основании значения $p(1)$, определяемого из (5). При $M_1 = 1$ $x_0 = -1$ и в этой точке интеграл (8) расходится. Поэтому в этом случае константа интегрирования определялась из условия в точке С, т. е. на основании значения $p(1)$, определяемого из (6). При $M_1 > 1$ $x_0 < -1$ и в интервале $(-1, 1)$ интеграл (8) конечен. В этом случае константа интегрирования может быть определена двумя путями: либо из условия $p(-1) = -M_1 \delta (M_1^2 - 1)^{-1/2}$, т. е. на основании значения p в точке А, определяемого давлением Прандтля-Майера при малом δ , либо из условия в точке С, т. е. на основании значения $p(1)$, определяемого из (7). Необходимо заметить, что оба пути приходят к одному и тому же значению для C_1 . Окончательные формулы для давления на стенке таковы:

$$\begin{aligned} \frac{p_1 - p_2}{\delta(p_1 - p_0)} = & k_1 \arccos \frac{2 + \alpha \sqrt{1 - x_1}}{\sqrt{2}(\alpha + \sqrt{1 - x_1})} + k_2 \arccos \frac{2 + \beta \sqrt{1 - x_1}}{\sqrt{2}(\beta + \sqrt{1 - x_1})} + \\ & + k_6 \ln \frac{2 + \sqrt{(1 - x_0)(1 - x_1)} + \sqrt{(1 + x_0)(1 + x_1)}}{\sqrt{2}(\sqrt{1 - x_0} + \sqrt{1 - x_1})} - \\ & - k_7 \ln \frac{2 - \sqrt{(1 - x_0)(1 - x_1)} + \sqrt{(1 + x_0)(1 + x_1)}}{\sqrt{2}(\sqrt{1 - x_1} - \sqrt{1 - x_0})}, \end{aligned}$$

если $M_1 < 1$ и $-1 < x_1 < x_0$; (9)

$$\begin{aligned} \frac{p_1 - p_2}{\delta(p_1 - p_0)} = & k_1 \arccos \frac{2 + \alpha \sqrt{1 - x_1}}{\sqrt{2}(\alpha + \sqrt{1 - x_1})} + k_2 \arccos \frac{2 + \beta \sqrt{1 - x_1}}{\sqrt{2}(\beta + \sqrt{1 - x_1})} + \\ & + k_6 \ln \frac{\sqrt{1 - x_0} (2 + \sqrt{(1 - x_0)(1 - x_1)} + \sqrt{(1 + x_0)(1 + x_1)})}{\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{1 + x_0})(\sqrt{1 - x_0} + \sqrt{1 + x_1})} - \\ & - k_7 \ln \frac{\sqrt{1 - x_0} (2 - \sqrt{(1 - x_0)(1 - x_1)} + \sqrt{(1 + x_0)(1 + x_1)})}{\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{1 + x_0})(\sqrt{1 - x_0} - \sqrt{1 - x_1})} - \\ & - k_8, \text{ если } M_1 < 1 \text{ и } x_0 < x_1 < 1 \end{aligned}$$

(10)

$$\frac{p_1 - p_2}{\delta(p_1 - p_0)} = k_1 \arccos \frac{2 + \alpha \sqrt{1 - x_1}}{\sqrt{2}(\alpha + \sqrt{1 - x_1})} + k_2 \arccos \frac{2 + \beta \sqrt{1 - x_1}}{\sqrt{2}(\beta + \sqrt{1 - x_1})} +$$

$$+k_9 \left(\sqrt{\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1-x_1}}{\sqrt{2}+\sqrt{1-x_1}}} - 1 \right) + k_{10} \left(1 - \sqrt{\frac{\sqrt{2}+\sqrt{1-x_1}}{\sqrt{2}-\sqrt{1-x_1}}} \right) +$$

$$\mp \frac{k_4}{\sqrt{2}}, \text{ если } M_1 = 1; \quad (11)$$

$$\frac{p_1 - p_2}{\delta(p_1 - p_0)} = k_1 \arccos \frac{2 + \alpha \sqrt{1-x_1}}{\sqrt{2}(\alpha + \sqrt{1-x_1})} + k_2 \arccos \frac{2 + \beta \sqrt{1-x_1}}{\sqrt{2}(\beta + \sqrt{1-x_1})} -$$

$$- ik_8 \arccos \frac{2 + \sqrt{(1-x_0)(1-x_1)}}{\sqrt{2}(\sqrt{1-x_0} + \sqrt{1-x_1})} - ik_7 \arccos \frac{\sqrt{(1-x_0)(1-x_1)} - 2}{\sqrt{2}(\sqrt{1-x_0} - \sqrt{1-x_1})} +$$

$$+ \frac{\pi M_1}{2k \sqrt{M_1^2 - 1}}, \text{ если } M_1 > 1. \quad (12)$$

Коэффициенты $k_6 - k_{10}$, входящие в (9)–(12), равны:

$$k_6 = \frac{2a_3 \delta}{k \sqrt{1+x_0}}, \quad k_7 = \frac{2a_4 \varepsilon}{k \sqrt{1+x_0}}, \quad k_8 = k_3 \ln \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1+x_0}}{\sqrt{2} + \sqrt{1+x_0}},$$

$$k_9 = \frac{\sqrt{2} a_3 \varepsilon}{k}, \quad k_{10} = \frac{\sqrt{2} a_4 \varepsilon}{k},$$

а a_3 и a_4 , в свою очередь, означают

$$a_3 = \frac{1}{2 \sqrt{1-x_0} (\alpha - \sqrt{1-x_0}) (\beta - \sqrt{1-x_0})},$$

$$a_4 = \frac{1}{2 \sqrt{1-x_0} (\alpha + \sqrt{1-x_0}) (\beta + \sqrt{1-x_0})}.$$

В (9)–(12) обратный переход от x_1 к x ($-1 < x < k$) производится при помощи соотношения $x_1 = 1 - [2(k-x)^2 / (1-kx)^2]$. Данные расчетов, полученных с помощью формул (9)–(12), в точности совпадают с данными численных расчетов работы (1). Кроме того было установлено, что при больших значениях p_1/p_0 величина $(p_1 - p_2) / \delta(p_1 - p_0)$ существенно зависит от γ .

Рассмотрим теперь вопрос о форме скачка ВС. Ниже точки В ($k, \sqrt{1-k^2}$) он на самом деле будет искривлен и на участке $0 < y < \sqrt{1-k^2}$ его уравнение следует записывать в виде $x = k + f(y)$, где $f(y)$ — некоторая функция, малая вместе с $f'(y)$. В (1) показывается, что на скачке

$$\frac{B}{y} \frac{\partial p}{\partial y} = -f''(y). \quad (13)$$

Так как $y = y(x_1)$ ($1 < x_1 < \infty$), то $f'(y)$ и $f''(y)$ также будут некоторыми функциями x_1 . Обозначив их соответственно $\varphi_1(x_1)$ и $\varphi_2(x_1)$ и используя (13) и (3), легко показать, что

$$\varphi_1(x_1) = \int \varphi_2(x_1) y'(x_1) dx_1 + C_3 = -B \int \frac{F_2(x_1)}{y(x_1)} dx_1 + C_3, \quad (14)$$

$$f(y(x_1)) = \int \varphi_1(x_1) y'(x_1) dx_1 + C_4. \quad (15)$$

Определив интегралы в (14) и (15), мы затем находим соответствующие им константы интегрирования. Так как в точке B $f'(y) = 0$, то константа C_3 находится из условия $\varphi_1(\infty) = 0$. Константа C_4 находится из условия $f(y(\infty)) = 0$, так как в точке B и $f(y) = 0$.

В итоге мы приходим к следующим окончательным формулам для формы скачка

$$f(y(x_1)) = \lambda_1 \left(\sqrt{\frac{x_1-1}{x_1+1}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x_1-1}{1-x_0}} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1-x_0}{1+x_0}} \ln \frac{\sqrt{1+x_1} - \sqrt{1+x_0}}{\sqrt{1+x_1} + \sqrt{1+x_0}} \right) + \lambda_2 \left(\sqrt{\frac{x_1-1}{x_1+1}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x_1-1}}{\alpha} - \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2-2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x_1+1}{\alpha^2-2}} \right) + \lambda_3 \left(\sqrt{\frac{x_1-1}{x_1+1}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x_1-1}}{\beta} - \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2-2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x_1+1}{\beta^2-2}} \right) + C_3 \sqrt{\frac{(1-k^2)(x_1-1)}{x_1+1}} + C_4, \text{ если } M_1 < 1; \quad (16)$$

$$f_1(y(x_1)) = \lambda_1 \left(\sqrt{\frac{2}{x_1+1}} + \sqrt{\frac{x_1-1}{x_1+1}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x_1-1}{2}} \right) + \lambda_2 \left(\sqrt{\frac{x_1-1}{x_1+1}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x_1-1}}{\alpha} - \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2-2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x_1+1}{\alpha^2-2}} \right) + \lambda_3 \left(\sqrt{\frac{x_1-1}{x_1+1}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x_1-1}}{\beta} - \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2-2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x_1+1}{\beta^2-2}} \right) + C_3 \sqrt{\frac{(1-k^2)(x_1-1)}{x_1+1}} + C_4, \text{ если } M_1 = 1 \quad (17)$$

$$f(y(x_1)) = \lambda_1 \left(\sqrt{\frac{x_1-1}{x_1+1}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x_1-1}{1-x_0}} - \sqrt{\frac{x_0-1}{x_0+1}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1+x_1}{-(1+x_0)}} \right) + \lambda_2 \left(\sqrt{\frac{x_1-1}{x_1+1}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x_1-1}}{\alpha} - \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2-2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x_1+1}{\alpha^2-2}} \right) + \lambda_3 \left(\sqrt{\frac{x_1-1}{x_1+1}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x_1-1}}{\beta} - \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2-2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x_1+1}{\beta^2-2}} \right) + C_3 \sqrt{\frac{(1-k^2)(x_1-1)}{x_1+1}} + C_4, \text{ если } M_1 > 1. \quad (18)$$

Входящие в (16)–(17) константы C_3 и C_4 и коэффициенты λ_1 – λ_3 равны:

$$C_3 = -\pi x \left(\frac{A_1}{\sqrt{1-x_0}} + \frac{A_2}{\alpha} + \frac{A_3}{\beta} \right);$$

$$C_4 = -\sqrt{1-k^2} \left\{ C_3 + \pi x \left[\frac{A_1}{\sqrt{1-x_0}} + \frac{A_2}{\alpha} \left(1 - \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2-2}} \right) + \frac{A_3}{\beta} \left(1 - \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2-2}} \right) \right] \right\}, \text{ если } M_1 \leq 1;$$

$$C_4 = -\sqrt{1-k^2} \left\{ C_3 + \pi x \left[\frac{A_1}{\sqrt{1-x_0}} \left(1 - \sqrt{\frac{x_0-1}{x_0+1}} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{A_2}{\alpha} \left(1 - \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2-2}} \right) + \frac{A_3}{\beta} \left(1 - \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2-2}} \right) \right] \right\}, \text{ если } M_1 > 1; \\ \lambda_1 = \frac{2A_1 x \sqrt{1-k^2}}{\sqrt{1-x_0}}, \quad \lambda_2 = \frac{2A_2 x \sqrt{1-k^2}}{\alpha}, \quad \lambda_3 = \frac{2A_3 x \sqrt{1-k^2}}{\beta},$$

где x , A_2 и A_3 ,

в свою очередь, означают:

$$x = -\frac{B\varepsilon\delta(\alpha+\beta)}{\sqrt{1-k^2}}, \quad A_2 = \frac{a_1}{\alpha+\beta}, \quad A_3 = \frac{a_2}{\alpha+\beta}.$$

В (16)–(18) переход от x_1 к y производится так же, как и в соотношениях (5)–(7). Расчеты показали, что при $\delta > 0$ слабые скачки являются выпуклыми по отношению к покоящейся среде, тогда как сильные имеют точку перегиба, причем выше этой точки они выпуклые, а ниже — вогнутые. При $\delta < 0$ наблюдается обратная картина.

2. *Случай движущегося клина.* Рассмотрим (рис. 4) движение клина со сверхзвуковой скоростью V под ненулевым углом атаки

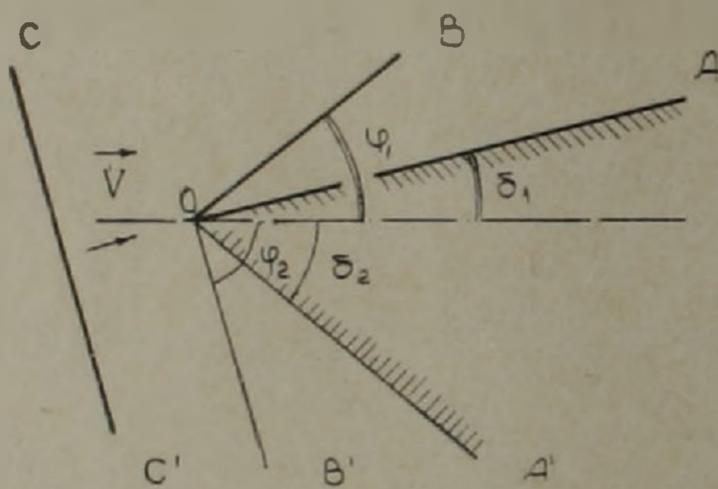


Рис. 4.

($\delta_1 \neq \delta_2$) и предположим, что на нее спереди набегают плоская ударная волна. Течение, которое при этом возникает около движущегося тела, весьма сложно. Можно, однако, показать, что если одновременно

$$1) \quad \delta_1 = \left(\alpha_0 - \frac{\pi}{2} \right) + \\ + \arctg \left\{ \frac{M^2 (\gamma + 1) \operatorname{ctg} \alpha_0 \pm [M^4 (\gamma + 1)^2 \operatorname{ctg}^2 \alpha_0 - 8M^2 (\gamma - 1) - 16]^{1/2}}{2M^2 (\gamma - 1) + 4} \right\}, \quad (19)$$

где $M = V/a_0$ (a_0 — скорость звука в невозмущенной среде), а $\alpha_0 = 2 \arctg [(\gamma + 1)/(3 - \gamma)]^{1/2}$, 2) интенсивность набегающего скачка равна интенсивности присоединенного скачка уплотнения OB и 3) поверхность набегающего скачка нормальна верхней поверхности клина OA , то у верхней поверхности клина возникнет такая картина течения, которая была описана в работе (1). Она представляет из себя область однородного течения, где давление таково, каким оно было бы при нормальном отражении набегающего скачка от жесткой стенки.

Очевидно, что картина течения у нижней поверхности клина при этом останется очень сложной. Однако и здесь можно достичь существенного упрощения задачи. Это, в частности, будет иметь место, если набегающий на клин скачок окажется еще и параллельным присоединенному скачку уплотнения OB' , т. е. будет иметь место их лобовое столкновение. Можно показать, что это произойдет, если

$$\varphi_2 = \frac{\pi}{2} - \delta_1, \quad (20)$$

И, так как, с другой стороны φ_2 и δ_2 связаны между собой формулой

$$\operatorname{tg} \delta_2 = \left[\operatorname{tg} \varphi_2 \left(\frac{\gamma+1}{2} \frac{M^2}{M^2 \sin^2 \varphi_2 - 1} - 1 \right) \right]^{-1} \quad (21)$$

для косоугольного скачка уплотнения, то из (20) и (21) окончательно получаем

$$\operatorname{tg} \delta_2 = \left[\operatorname{ctg} \delta_1 \left(\frac{\gamma+1}{2} \frac{M^2}{M^2 \cos^2 \delta_1 - 1} - 1 \right) \right]^{-1}. \quad (22)$$

Рассмотрим значение δ_2 при $M \rightarrow \infty$. Из (19) следует, что при $M \rightarrow \infty$ $\delta_1 \rightarrow \alpha_0/2$. Учитывая это, из (22) получим

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \delta_2 = \frac{\alpha_0}{2} = \lim_{M \rightarrow \infty} \delta_1. \quad (23)$$

Зависимость δ_1 и δ_2 от M при $\gamma = 1,4$ представлена на рис. 5. (Заметим, что при $\gamma = 1,4$ $\alpha_0/2 = 39^\circ$).

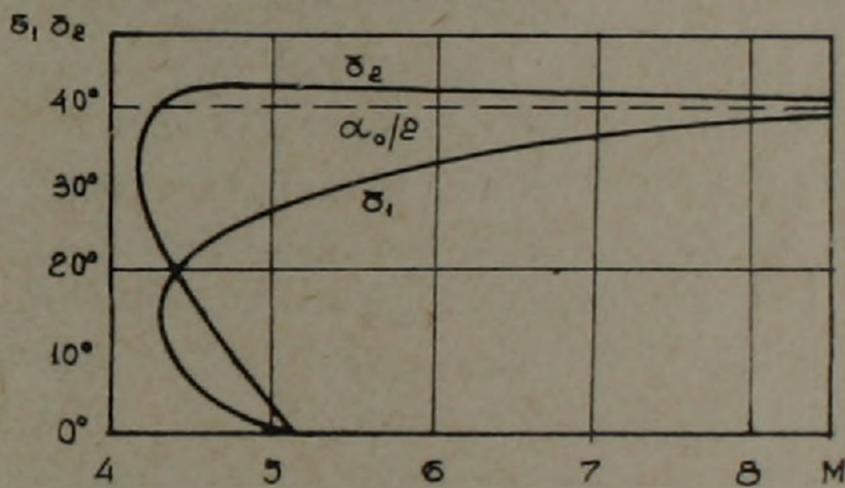


Рис. 5.

В заключение автор благодарит А. Г. Багдоева, К. Е. Губкина, А. И. Голубинского, Ю. А. Демьянова и А. С. Компанейца за интерес к работе и обсуждение полученных результатов.

Հ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Հարվածային ալիքի և սեպի փոխազդեցության մասին

Պիտարկվում է ուժեղ հարվածային ալիքի դիֆրակցիայի խնդիրը բարակ սեպի մոտ:

Լայտիլի կողմից ստացված լուծումը բերվում է պարզ տեսքի:

Ուսումնասիրվում է հաստատունների ստացման մեթոդը: Ստացված են հարվածային ալիքի և սեպի վրա ձեռման բանաձևեր: Այնուհետև ուսումնասիրվում է հարվածային ալիքի և շարժվող սեպի փոխազդեցությունը:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Ք Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ ՈՒ Ն

¹ Lighthill, Diffraction of blasts, Proc. Roy. Soc. № 1055 (1949). ² Ting and Ludloff, Aerodynamics of blasts, IAS, 19 (1952). ³ Ludloff, On Aerodynamics of blasts, Adv. Appl. Mech, 3 (1953). ⁴ А. И. Голубинский, ПММ, вып. 4, 1964.

УДК 550.34

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

Р. О. Амасян, академик АН Армянской ССР А. Г. Назаров

К стохастической теории сейсмостойкости

(Представлена 5/X 1967)

На возможность развития стохастической теории сейсмостойкости впервые указал Хаузнер, давший ее упрощенную трактовку (1).

В современной стадии развития этой теории выделяются два явно выраженных направления.

Авторы, развивающие первое направление, при рассмотрении сейсмического воздействия на сооружения, основываются на предположении о его стационарности (2-5). Более того, часто исходят из положения, что каждое землетрясение, при его достаточной продолжительности, уже несет в себе полную статистическую информацию. В этом случае рассматриваются отдельные землетрясения и заменяют усреднение случайной функции по множеству реализаций, усреднением во времени. Тем самым колебаниям почвы приписываются кроме свойства стационарности, также и свойство эргодичности. С точки зрения некоторых авторов это допущение неоправданно (6,7).

Для интерпретации землетрясения как эргодического процесса необходимо, чтобы его длительность была не ниже определенной величины. Действительно, если при обработке акселерограмм землетрясений для автокорреляционной функции второго порядка взять выражение:

$$K(\tau) = K_0 e^{-\alpha|\tau|} \cos \beta\tau,$$

где $K(\tau)$ — корреляционная функция,

β — преобладающая частота при землетрясениях,

α — величина, характеризующая степень корреляции, то, необходимая длительность времени T для того, чтобы иметь право осреднять ординаты случайной функции по времени, определяется по формуле (8)

$$T \geq 20 \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{\alpha}{\alpha^2 + \beta^2} \right).$$

Учитывая, что обработка акселерограмм землетрясений для па-

раметров α и β дает значения $\alpha=0,3-0,7 \text{ сек}^{-1}$, $\beta=10-40 \text{ сек}^{-1}$, то при их средних значениях получим $T \sim 60 \text{ сек}$. Как известно, подавляющее большинство землетрясений не имеет такой продолжительности, во всяком случае в их разрушительной части.

Более эффективным в стохастической теории сейсмостойкости является второе направление, основанное на представлении сейсмического воздействия в виде нестационарного случайного процесса^(8,9). Это направление имеет перед предыдущим то важное преимущество, что здесь вероятностные характеристики сейсмического воздействия определяются уже не характеристикой единичного землетрясения, а характеристикой совокупностей землетрясений с одинаковыми интегральными признаками.

Однако здесь появляются серьезные трудности, связанные с осложнением математического аппарата случайных функций. Достаточно отметить, что для сейсмических воздействий, представленных в виде нестационарного случайного процесса, имеются решения задачи лишь в линейной постановке и только для тех сооружений, расчетная схема которых может быть сведена к системе с конечным числом степеней свободы. Между тем представляет большой интерес изучение поведения сооружений за пределами упругости, в частности при упруго-пластических деформациях. Кроме того, как при стационарном, так и при нестационарном представлении сейсмического воздействия, полученные решения не выходят из рамок корреляционной теории.

Исходя из вышесказанного, считаем нецелесообразным вероятностные характеристики колебаний почвы перерабатывать в вероятностные характеристики воздействия землетрясений на сооружения на основе дифференциальных уравнений, описывающих динамическое состояние сооружения при землетрясении, как это принято в стохастических теориях сейсмостойкости. Здесь предлагается другой подход к решению рассматриваемой задачи*.

Сильные и разрушительные землетрясения очень редко происходят в одном и том же населенном пункте. Поэтому во всех случаях целесообразно каждое разрушительное землетрясение в отдельности рассматривать как детерминированный процесс.

По кинематическим данным этого землетрясения (скажем, по акселерограмме или сейсмограмме), вычисляются напряженное или деформированное состояние сооружения, или же какие-либо другие величины, например, изгибающие моменты и поперечные силы.

Для изучаемого сооружения такая же операция повторяется и по записям других разрушительных землетрясений. После того как для этого сооружения накопится достаточно большое количество реализаций землетрясения, можно совершенно элементарным путем определить для искомых силовых, напряженных или деформационных характеристик среднее значение, средне-квардатичные отклонения и прочие вероятностные

* Этот путь был впервые указан А. Г. Назаровым на Всесоюзном совещании по сейсмостойкому строительству в Алма-Ате в сентябре 1967 г.

стные характеристики, все более уточняющиеся по мере накопления материала.

Как видно из изложенного, при таком подходе к решению задачи не возникают никакие специальные осложнения при всякого рода нелинейных закономерностях деформации, и, в частности, при упругопластических деформациях. Преимущество такого способа решения задачи заключается также в том, что при этом не происходит никакой потери информации, неизбежной при других методах стохастической теории.

Действительно, появляется возможность полного анализа поведения сооружения для каждого землетрясения в отдельности, а также по любой группе землетрясений, что представляет большую научную ценность. По мере же накопления фактического материала по поведению данного сооружения при различных землетрясениях, возникает возможность получения все более точных данных с позиций теории вероятностей.

Следует отметить в заключение, что М. Г. Корф⁽¹⁰⁾ еще в 1960 г. была произведена статистическая обработка полученных С. В. Медведевым спектров действия 14 землетрясений. Это равносильно стохастическому расчету сооружений, имеющих одну степень свободы, в пределах упругих деформаций. Однако во всех этих спектрах ординаты, отвечающие периоду свободных колебаний маятника $T=0,25$ сек ею приняты за единицу в соответствии с инструментальным способом оценки балльности, предложенной С. В. Медведевым. Преобразование это наложило специфические особенности на методику статистической обработки спектров. При предлагаемом нами способе следует считать все ординаты спектров действия равноценными.

Институт геофизики и инженерной сейсмологии
Академии наук Армянской ССР

Ի. Հ. ՀԱՄԱՍՅԱՆ, Հայկական ՍՍՀ ԳԱ Ակադեմիկոս Ա. Գ. ՆԱԶԱՐԱՎ

Սեյսմոկայունության վիճակագրական թեորիայի շուրջը

Նույն բնակավայրում կործանիչ երկրաշարժեր լինում են շատ հազվադեպ:

Գիտարկելով ամեն մի կործանիչ երկրաշարժ որպես ոչ պատահական պրոցես, նրա կինեմատիկական տվյալներից որոշվում են կոնստրուկցիայի դեֆորմացիոն կամ լարվածային վիճակը: Ուսումնասիրման ենթարկվող կոնստրուկցիայի համար նույն օպերացիան կրկնվում է նաև ուրիշ երկրաշարժերի համար: Այն բանից հետո, երբ կհավաքվեն բավական թվով երկրաշարժեր, կարելի կլինի էլեմենտար ձևով որոշել դեֆորմացիոն կամ լարվածային վիճակը պատկերող հատկանիշների միջին արժեքը, միջին բառակուսային արժեքը և այլ վիճակագրական բնութագրեր:

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ի Ք Յ Ո Ի Ն

¹ G. W. Housner, Bull. Seis. Sos. America, Vol. 37, 1 (1947). ² И. И. Гольденблат, О возможности построения стохастической теории сейсмостойкости, В сб. Методы расчета зданий и сооружений на сейсмостойкость, Госстройиздат, 1958. ³ М. Ф. Барштейн, «Строительная механика и расчет сооружений», № 2, 1960. ⁴ И. И. Гольденблат,

- 4 Н. А. Николаенко, Расчет конструкций на действие сейсмических и импульсных сил. Госстройиздат, 1961. 5 E. Roseblueth, Some Applications of Probability Theory in Asismic Design. Proceedings of World Conference on earthquake Engineering, San-Fransisco, 1956.
- 6 Ю. И. Романов, «Строительная механика и расчет сооружений», № 5, 1963
- 7 В. В. Болотин, Статистические методы в строительной механике, Стройиздат, 1965.
- 8 В. В. Солодовников и др., Вычислительная техника в применении к статистическим исследованиям в автоматике, Гос. Научнотехническое изд. машиностр. лит., М., 1963.
- 9 А. М. Жаров, «Строительная механика и расчет сооружений», № 6, 1964. 10 М. Г. Корф, Оценка инженерных характеристик землетрясения методом математической статистики. Тр. ИФЗ, № 10 (177), АН СССР, М., 1960.

УДК 537.312.62

ФИЗИКА

Р. М. Арутюнян

Об уравнениях Гинзбурга—Ландау при наличии тока в сверхпроводнике

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. С. Саакяном 2/XII 1967)

Как известно, вблизи критической температуры $T_{кр}$ ($T - T_{кр} \ll T_{кр}$), плотность свободной энергии сверхпроводника равна ⁽¹⁾:

$$F_s = F_{n_0} - \alpha \psi \psi^* + \frac{1}{2} \beta \psi^2 \psi^{*2} + \frac{B^2}{8\pi} + \frac{1}{2m} \left| -i\hbar \vec{\nabla} \psi - \frac{e}{c} \vec{A} \psi \right|^2, \quad (1)$$

где F_{n_0} — свободная энергия в нормальном состоянии при отсутствии тока и внешнего магнитного поля, ψ — величина, пропорциональная щели сверхпроводника, α и β — коэффициенты, зависящие от температуры, \vec{A} — вектор-потенциал, а m и e — соответственно масса и заряд пары. Варьированием свободной энергии по ψ^* и \vec{A} Гинзбургом и Ландау получены следующие уравнения ⁽¹⁾:

$$\frac{1}{2m} \left(-i\hbar \vec{\nabla} - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 \psi - \alpha \psi + \beta \psi^2 \psi^* = 0, \quad (2)$$

$$\text{rot rot } \vec{A} = \vec{j} = -\frac{ie\hbar}{2m} (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*) - \frac{e^2}{mc} \vec{A} \psi \psi^*. \quad (3)$$

Рассмотрим сверхпроводник в присутствии тока, при заданной величине магнитного поля H_1 , обусловленного током на поверхности. Аналогично случаю во внешнем магнитном поле ⁽²⁾, при отклонении системы от равновесного состояния, энергетический баланс имеет вид

$$\Delta E = \Delta Q - \frac{c}{4\pi} \Delta t \int [\vec{E} \vec{H}] d\vec{z}, \quad (4)$$

где ΔE — изменения энергии сверхпроводника, ΔQ — тепло, подводимое к нему, а интегральный член — электромагнитная энергия, втекающая в сверхпроводник. Так как источники магнитного поля — токи с постоянной плотностью j_0 находятся в сверхпроводнике, то любое состояние с неравномерным распределением токов соответствует наложению на источники индуцированных токов. Поэтому в отличие от

сверхпроводника во внешнем магнитном поле \vec{H}_0 (2) при наличии тока необходимо учесть и работу, совершаемую индуцированными электрическими полями \vec{E} над источниками j_0 (3). Действительно, из соотношения (4) нетрудно получить:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \Delta Q - \frac{c}{4\pi} \Delta t \int \operatorname{div} [\vec{E}\vec{H}] dv = \Delta Q - \frac{c}{4\pi} \Delta t \int (\vec{H} \operatorname{rot} \vec{E} - \vec{E} \operatorname{rot} \vec{H}) dv = \\ &= \Delta Q + \frac{c}{4\pi} \int \vec{H} \operatorname{rot} \vec{B} dv + \Delta t \int \vec{E} \vec{j}_0 dv. \end{aligned}$$

где \vec{H} и \vec{B} — напряженность и индукция магнитного поля, удовлетворяющие уравнениям электродинамики:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}_0, \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}.$$

Пользуясь соотношением $\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{d\vec{A}}{dt}$ и учитывая, что $\Delta Q \leq T \Delta S$ (где ΔS — изменение энтропии системы), найдем, что при $T = \text{const}$ и $j_0 = \text{const}$ в равновесии должно быть минимальным выражение:

$$\Phi_s = E - ST - \int \left(\frac{\vec{H}\vec{B}}{4\pi} - \frac{1}{c} \vec{j}_0 \vec{A} \right) dv, \quad (5)$$

где $E - ST = F$ свободная энергия, определяемая формулой (1). При $j_0 = 0$, т. е. когда источники поля находятся вне сверхпроводника, получается известное выражение для свободной энергии Φ_s во внешнем магнитном поле \vec{H}_0 (2). Варьированием Φ_s (5) по ψ^* и \vec{A} независимо друг от друга получаются уравнения Гинзбурга—Ландау (2), (3). Однако согласно первоначальной постановке задачи нам необходимо искать экстремум функционала (5) при дополнительном условии постоянства магнитного поля \vec{H}_1 на поверхности. Это условие можно выразить в виде:

$$\vec{H}_1 = -\frac{1}{c} \int \frac{[\vec{j}\vec{R}]}{R^3} dv, \quad (6)$$

где \vec{R} — расстояние от элемента объема сверхпроводника до произвольно выбранной точки начала координат на поверхности.

Если учесть, что плотность тока \vec{j} функционально зависит от волновой функции ψ и вектор потенциала \vec{A} , то становится очевидным, что необходимо варьировать по ψ^* и \vec{A} не Φ_s (5), а функционал (4):

$$\Phi'_s = \Phi_s - \frac{\vec{\lambda}}{c} \int \frac{[\vec{j} \vec{R}]}{R^3} dv, \quad (6a)$$

где $\vec{\lambda}$ — постоянный вектор. С помощью (1), (3) и (5) выражение для Φ'_s (6a) в приведенных единицах (1) примет вид:

$$\begin{aligned} \Phi'_s = & \frac{H_{\text{KM}}^2}{4\pi} \int \left\{ \vec{B}^2 - 2\vec{H}\vec{B} + 2\vec{j}_0\vec{A} - \psi\psi^* + \frac{1}{2} \psi^2\psi^{*2} + \right. \\ & \left. + \left(-\frac{i}{\chi} \vec{\nabla}\psi - \vec{A}\psi \right) \left(\frac{i}{\chi} \vec{\nabla}\psi - \vec{A}\psi^* \right) \right\} dv - \\ & - \frac{\vec{\lambda}' H_{\text{KM}}^2}{4\pi} \int \left\{ \left[\frac{i}{2\chi} (\psi^* \vec{\nabla}\psi - \psi \vec{\nabla}\psi^*) + \vec{A}\psi\psi^* \right] \times \vec{R} \right\} \frac{dv}{R^3} + \int F_{n_0} dv, \quad (7) \end{aligned}$$

где H_{KM} — критическое поле для массивного образца, а

$$\lambda' = \frac{\sqrt{2} \lambda}{H_{\text{KM}} \delta_0^3}.$$

В выражениях (5) и (7) надо иметь в виду факт замкнутости токов. Варьируя (7) по ψ^* и \vec{A} получаем уравнения:

$$\left(\frac{i}{\chi} \vec{\nabla} + \vec{A} \right)^2 \psi + \frac{\vec{\lambda}}{R^3} \left\{ \vec{R} \times \left(\frac{i}{\chi} \vec{\nabla} + \vec{A} \right) \right\} \psi - \psi + \psi^2\psi^* = 0, \quad (8)$$

$$-\text{rot rot } \vec{A} = \frac{i}{2\chi} (\psi^* \vec{\nabla}\psi - \psi \vec{\nabla}\psi^*) + \vec{A}\psi\psi^* - \frac{\vec{\lambda} \times \vec{R}}{R^3} \psi\psi^*. \quad (9)$$

Сравнение уравнений (8) и (9) с (2) и (3) (в приведенных единицах) показывает, что при нашей постановке задачи появляются члены с пропорциональным множителем λ . Как следует из (8) и (9), вклад этих членов существенен вблизи поверхности сверхпроводника, так как при $R \gg 1$ ими можно пренебречь. В простейшем случае равномерного распределения тока с плотностью $j = j_0$ условие (6) заменяется выражением для тока (3):

$$\vec{j}_0 = -\frac{ie\hbar}{2m} (\psi^* \vec{\nabla}\psi - \psi \vec{\nabla}\psi^*) - \frac{e^2}{mc} \vec{A}\psi\psi^*. \quad (10)$$

Подставляя значение \vec{A} из (10) в функцию (5), получим (в приведенных единицах (1)):

$$\begin{aligned} \Phi_s = & \int F_{n_0} dv + \frac{H_{\text{KM}}^2}{4\pi} \int \left\{ -\vec{H}^2 - \psi\psi^* + \frac{1}{2} \psi^2\psi^{*2} - \frac{j_0^2}{\psi\psi^*} + \frac{1}{\chi^2} \vec{\nabla}\psi \vec{\nabla}\psi^* + \right. \\ & \left. + \frac{1}{4\chi^2} \frac{(\psi^* \vec{\nabla}\psi - \psi \vec{\nabla}\psi^*)^2}{\psi\psi^*} - \frac{i}{\chi} \vec{j}_0 \frac{(\psi^* \vec{\nabla}\psi - \psi \vec{\nabla}\psi^*)}{\psi\psi^*} \right\} dv, \quad (11) \end{aligned}$$

где x — параметр теории (1). Итак, в этом случае приходим к вариационной задаче без дополнительного условия.

Варьируя Φ_s (10) по ψ^* , находим:

$$-\psi + \psi^2 \psi^* + \frac{j_0^2}{\psi \psi^{*2}} - \frac{1}{2x^2} \frac{\psi^* \nabla^2 \psi + \psi \nabla^2 \psi^*}{\psi^*} + \frac{1}{4x^2} \frac{(\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*)^2}{\psi \psi^{*2}} = 0. \quad (12)$$

Учитывая, что в общем случае ψ функция комплексная

$$\psi(r) = f(r) \exp[i\varphi(r)],$$

из (11) получим:

$$-f(r) + f^3(r) + \frac{j_0^2}{f^3(r)} = \frac{1}{x^2} \nabla^2 f(r). \quad (13)$$

Нетрудно убедиться, что то же самое уравнение для модуля волновой функции $f(r)$ получится при подстановке значения \bar{A} из выражения тока (10) в уравнение (2).

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Ռ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Գինգբուրգ—Լանդաուի հավասարումները գերհաղորդչում հոսանքի առկայության դեպքում

Ֆենոմենոլոգիական տեսության շրջանակներում քննարկվում են Գինգբուրգ-Լանդաուի հավասարումներն այն դեպքում, երբ գերհաղորդչի միջով հոսանք է անցնում: Տույց է տրված, որ հոսանքի առկայության դեպքում գերհաղորդչի ազատ էներգիան չի կարելի վարիացիայի ենթարկել՝ դիտարկելով ալիքային ֆունկցիան և վեկտոր-պոտենցիալը իրարից անկախ: Հաշվի առնելով այդ հանգամանքը, ազատ էներգիայի մինիմումի սկզբունքից հանգում ենք այն բանին, որ Գինգբուրգ-Լանդաուի հավասարումներում առաջանում են լազրանթի արտադրիչին համեմատական անդամներ: Այդ անդամները կարևոր են զանգվածային գերհաղորդչներում մակերևույթի անմիջական մոտեցրում: Լոնդոնյան թափանցելիության խորությանը գերազանցող հեռավորությունների վրա այդ լրացուցիչ անդամները կարելի է արձամարտել:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն ՈՒ Թ Յ ՈՒ Ն

¹ В. Л. Гинзбург, Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, 20, 1064 (1950). ² В. Л. Гинзбург, ЖЭТФ, 34, 113 (1958). ³ Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред, Гостехиздат, § 30, 1957. ⁴ В. И. Смирнов, Курс высшей математики, Гостехиздат, М., § 68, 1957.

УДК 523.164

АСТРОНОМИЯ

Дж. Б. Оганесян

О спектре релятивистских электронов в планетарных туманностях с нетепловым радиоизлучением

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Г. А. Гурзадяном 20/VII 1967)

Изучение опубликованных данных ⁽¹⁻⁶⁾ по радиоизлучению планетарных туманностей показывает, что по крайней мере для пяти туманностей, список которых приведен в табл. 1, спектральный индекс отличается от того, что мы имеем в случае теплового радиоизлучения.

Предполагая, что нетепловое радиоизлучение для указанных пяти туманностей имеет синхротронное происхождение, т. е. что распределение интенсивности по частоте представлено по формуле

$$J_{\nu} \sim \nu^{\frac{1-\gamma}{2}}$$

были найдены наблюдаемые значения $\gamma_{\text{набл.}}$, приведенные во втором столбце таблицы.

В действительности, однако, радиоизлучение планетарной туманности имеет также тепловую составляющую, интенсивность которой зависит в основном от электронной концентрации в туманности. Пользуясь известными формулами для вычисления интенсивности теплового излучения, мы можем найти исправленное распределение радиоизлучения по частоте путем вычета расчетной интенсивности от наблюдаемой

Таблица 1

Значения параметра γ спектра релятивистских электронов для ряда планетарных туманностей

Туманность	$\gamma_{\text{набл.}}$	$n_e \text{ см}^{-3}$	$\gamma_{\text{испр.}}$
NGC 3242	2.0 (1.7)	$5.2 \times 10^{+3}$	5.0 (3.6)
NGC 6153	4.4	5.7	8.5
NGC 6445	3.0	6.4	5.1
NGC 6781	3.4	0.9	4.1
А 48	2.3	—	—

интенсивности радиоизлучения. При этом принимается, что на волне 11 см радиоизлучение имеет полностью тепловое происхождение (см. рис. 1, где толстые линии суть наблюдаемое распределение радиоизлучения, а тонкие — исправленное). Найденные таким путем исправленные значения $\gamma_{испр.}$ приведены в последнем столбце табл. 1.

Найденные значения $\gamma_{испр.}$ очень велики — порядка четырех-пяти по сравнению со значениями γ , для других известных радиоисточников, для которых γ , как правило, меньше трех. Отсюда приходится сделать заключение, что нетепловое радиоизлучение у планетарных туманностей по своему распределению резко отличается от нетеплового радиоизлучения известных до сих пор нам источников.

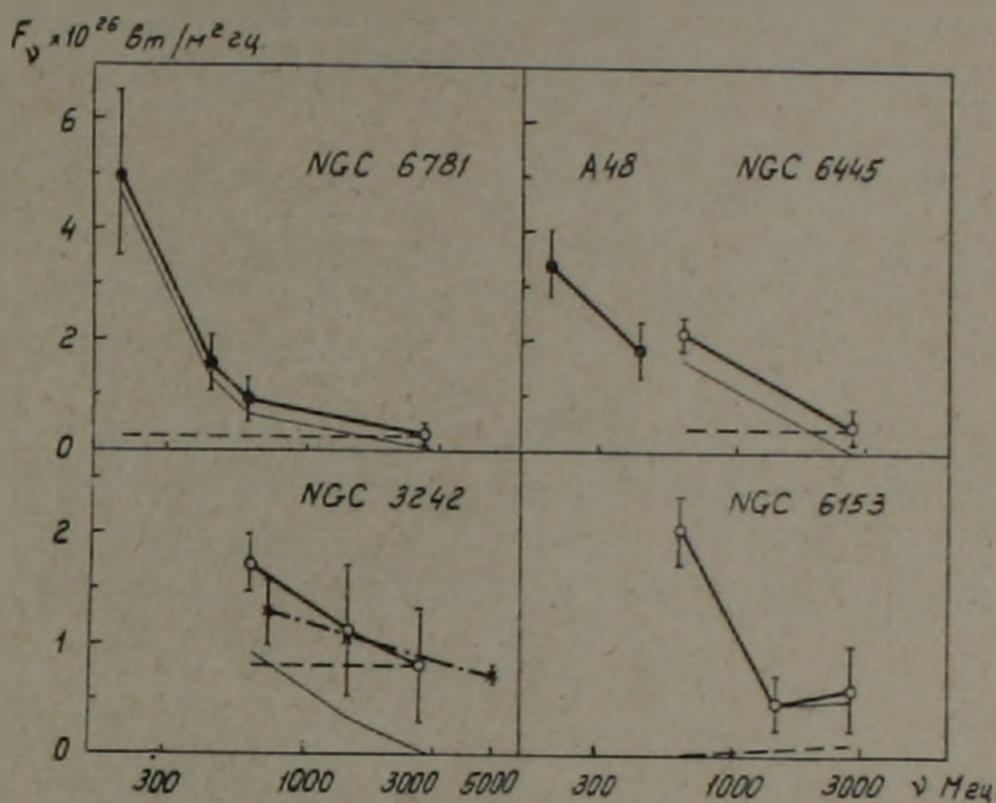


Рис. 1.

Спектры планетарных туманностей с нетепловым радиоизлучением. Жирные линии и пунктир с точкой — наблюдаемый спектр (кружочки по (3), точки — по (4), крестики — по (6)); пунктирные линии — спектр теплового радиоизлучения; тонкие линии — спектр нетеплового излучения.

Если допустить, что нетепловое радиоизлучение у планетарных туманностей имеет синхротронное происхождение, то очень высокие значения параметра γ для них должно означать, что условия генерации и существования релятивистских электронов в них резко отличается от тех, которые имеются в обычных источниках нетеплового радиоизлучения.

Филиал БАО по космическим исследованиям
Академии наук Армянской ССР

Ոչ ջերմային ռադիոճառագայթում ունեցող մոլորակաձև միգամածությունների ռելյատիվիստական էլեկտրոնների էներգետիկ սպեկտրի մասին

Քառասուններկու մոլորակաձև միգամածությունների ռադիոդիտումների վերլուծությունը ցույց է տվել, որ առնվազը դրանցից հինգի ռադիոճառագայթումն ունի ոչ ջերմային բնույթ: Ենթադրելով, որ ռադիոճառագայթման ոչ ջերմային բաղադրիչն ունի սինխրոտրոն ծագում, որովհետև են ռելյատիվիստական էլեկտրոնների էներգետիկ սպեկտրի պարամետրների γ -ի մեծությունները այդ հինգ միգամածությունների համար: Նրանք ստացվել են մեծ երեքից և հավասար չորսի-հինգի: Մինչդեռ ոչ ջերմային ծագում ունեցող հայտնի ռադիոաղբյուրների համար γ փոքր կամ հավասար է երեքի: Այս հանգամանքը առանձնահատուկ վիճակի մեջ է դնում մոլորակաձև միգամածություններին՝ նրանցում ռելյատիվիստական էլեկտրոնների առաջացման ու զոյություն տեսակետից:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Դ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ C. R. Lynds, Publ. Nat. Rad. Astron. Obs. 1, 5 (1961) ² T. K. Menon and Y. Terzian, Ap. J. 141, 745 (1965). ³ O. B. Slee and D. W. Orchiston, Austr. J. Phys., 18, 187 (1965). ⁴ Y. Terzian, Ap. J. 144, 657, (1966). ⁵ Ю. Н. Паруйский, Теория звездных спектров, М., 1966. ⁶ M. A. Kaftan-Kassim, Ap. J., 145, 658 (1966).

УДК 542.934.7+547.36

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

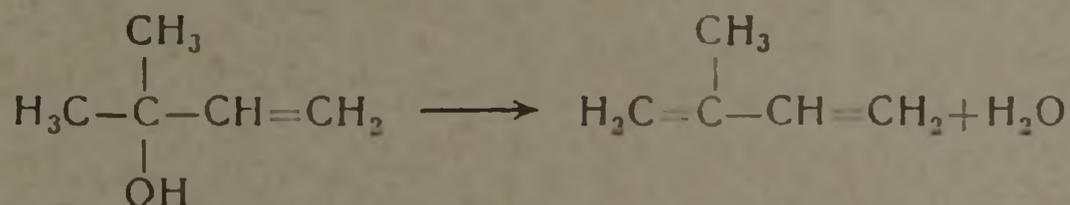
Я. М. Паушкин, М. А. Воронина, Л. Н. Амелехина,
 И. С. Паниди, Г. А. Чухаджян

Каталитическая активность полифенилацетиленов в реакции дегидратации диметилвинилкарбинола

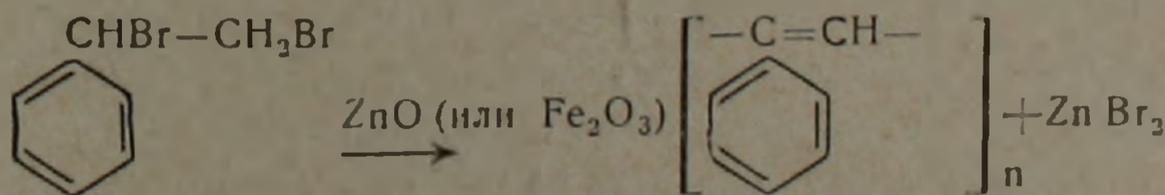
(Представлено академиком АН Армянской ССР В. И. Исагулянцем 29/XI 1967)

В предыдущей работе некоторых из нас ⁽¹⁾ было показано, что ряд полимерных полупроводников обладает каталитической активностью по отношению к реакциям дегидратации-дегидрирования изопропилового спирта. Механизм катализа на подобных материалах пока не установлен, хотя в некоторых случаях наблюдалась корреляция каталитической активности полимеров с их электрофизическими и магнитными характеристиками.

В данной работе изучалась дегидратация диметилвинилкарбинола



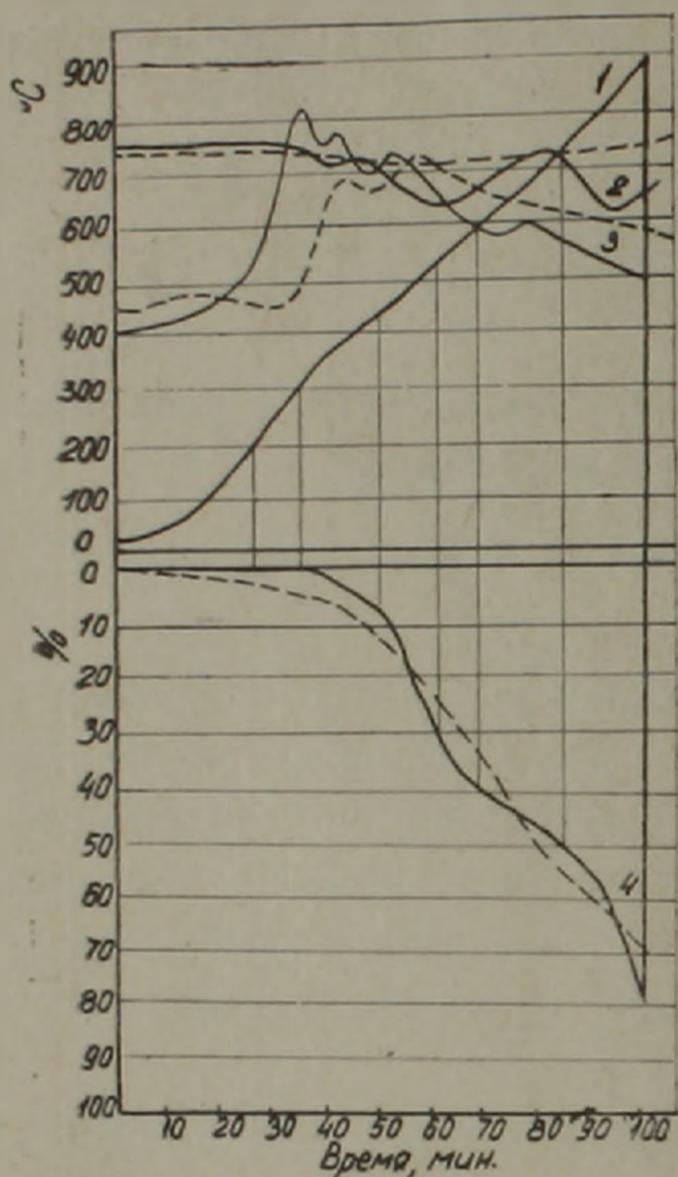
В качестве катализаторов были исследованы образцы полифенилацетилена, которые характеризуются парамагнетизмом с числом неспаренных электронов 10^{18} — 10^{19} спин на 1 г. Они были получены по реакции дегидрогалогидполимеризации из α , β -дибромметилбензола по общему уравнению



Подробная методика получения полифенилацетиленов этим методом приведена в работе ⁽²⁾. Полифенилацетилены, полученные в присутствии указанных окислов, неплавки, нерастворимы, не содержат минеральных примесей (отсутствие зольности). Соотношение С:Н равно 17,2, что характерно для полифенилацетилена. Полимеры термостабильны в исследуемом интервале температур, о чем свидетельствуют термограммы, (рис. 1). Полимеры 1 и 2, полученные в

присутствии ZnO , теряют 5% своего веса при 330° ; полимеры 3 и 4, полученные в присутствии Fe_2O_3 , теряют при 330° всего 0,5% своего веса. Это дает возможность применять их в катализе при температурах $200-300^\circ C$.

Полимеры полифенилацетилена, полученные термо- и инициированной полимеризацией, являются легкоплавкими и не могут быть использованы при этих температурах (3, 4).



1—потери веса; 2—изменения температуры; 3—изменения энтальпии; 4—скорости потери веса. Сплошная линия относится к полимерам, полученным в присутствии Fe_2O_3 . Пунктирная — в присутствии ZnO .

Дегидратация диметилвинилкарбинола на полифенилацетиленах, активированном угле „БАУ“ (5) и стеклянной насадке (6) приведены в табл. 1. Из приведенных данных видно, что полученные полимеры обладают различной каталитической активностью. Каталитическая активность полимеров, полученных в присутствии Fe_2O_3 , выше при 260° , чем для полимеров, полученных в присутствии ZnO . С повышением температуры реакции дегидратации от 180° до 300° каталитическая активность полимеров растет, но не в одинаковой степени. Так при температуре 180° выход изопрена на полимере 1 составляет 6,9% при конверсии 7,0%, а на полимере 3 эти величины равны 43,8% и 45,1%, в то время как при температуре 300° выход изопрена на полимере 1 равен 68,5% при конверсии 68,6%, а на полимере 3 соответственно 64,3% и 67,6%, причем полимер 3 проявляет высокую каталитическую активность при всех изучаемых температурах.

Дегидратация диметилвинилкарбинола проводилась на проточной установке. Реактор обогревался электропечью. Дозирующее устройство позволяло подавать малые, строго определенные, количества спирта. Объем реакционного пространства составлял 2 см^3 , что позволяло проводить работу с небольшими количествами вещества, исследуемого в качестве катализатора. Жидкие продукты реакции собирались в приемник, охлаждаемый смесью сухого льда и ацетона, а газообразные — в газометре. Реакция проводилась с 77-процентной азеатропной смесью диметилвинилкарбинола и воды при температурах 180° , 220° , 260° , 300° и объемной скорости подачи $1,0\text{ час}^{-1}$. Продукты реакции анализировались на хроматографе с детектором по теплопроводности отдельно жидкая и газообразная части.

Результаты исследования по де-

Дегидратация диметилвинилкарбинола на полифенилацетилене, полученных в присутствии окислов, видимо, связана с их парамагнитными свойствами. Активированный уголь или стеклянная насадка дегидратации спирта не ведут.

Таблица 1

Каталитические и электрофизические свойства полифенилацетиленов, активированного угля и стеклянной насадки

№ обр.	Электрофизические свойства			Температура реакции °С	Результаты дегидратации диметилвинилкарбинола, % вес		
	ЭПР, 1/г	$\sigma_{500.m}^{-1} \text{ см}^{-1}$	$\mu^2/\text{г}$		конверсия	выход изопрена	выход изопрена на превращенный
1	$3,4 \cdot 10^{19}$	$0,67 \cdot 10^{-11}$	192	180	7,0	6,9	98,4
				220	8,4	8,3	98,5
				260	29	28,8	99,5
				300	68,6	68,5	99,8
2*	$2,0 \cdot 10^{19}$	10^{-12}		180	6,4	6,3	99,2
				220	10,0	9,9	99,4
				260	26,7	26,6	99,6
				300	60,7	60,6	99,8
3**	$5,8 \cdot 10^{18}$	10^{-12}	74	180	45,1	43,8	96,9
				220	48,2	46,8	97,1
				260	52,8	51,7	97,9
				300	67,6	64,3	99,5
4	$8,4 \cdot 10^{18}$	10^{-12}	240	180	20,8	12,5	60,0
				220	16,3	15,3	94,0
				260	78,1	72,2	92,0
				300	38,8	29,6	76,2
5	10^{17}	1,4	550	180	4,75	4,73	99,9
				220	4,84	4,83	99,9
				260	4,99	4,96	99,7
				300	4,95	4,92	99,9
6	—	—	1	300	1,5	1,48	99,0

* Получен в токе аргона.

** Соотношение мономер: окись 1:2.

Таким образом, показана возможность дегидратации диметилвинилкарбинола на полимерах фенилацетилена, причем при невысоких температурах дегидратация спирта может проходить с большой конверсией в отличие от стеклянной насадки и активированного угля.

Յ. Մ. ՊԱՌԻՇԿԻՆ, Մ. Ա. ՎՈՐՈՆԻՆԱ, Լ. Ն. ԱՄԵԼԵՆԻՆԱ, Ի. Ս. ՊԱՆԻՒԻ, Գ. Ա. ՉՈՒՆԱԶՅԱՆ

Պոլիֆենիլացետիլենների կատալիտիկ ակտիվությունը դիմեթիլվինիլկարբինոլի դեհիդրատացման ռեակցիայում

Ուսումնասիրվել է դեհիդրատացիայի ակտիվությունը ճանապարհով ստացված պոլիֆենիլացետիլենների կատալիտիկ ակտիվությունը դիմեթիլվինիլկարբինոլի դեհիդրատացման ռեակցիայում 180, 220, 260, 300°-ում:

Համեմատության համար նշված կարբինոլի դեհիդրատացումը տարվել է նաև ակտիվացրած ածուխի ներկայությամբ նույն ջերմաստիճաններում:

Ստացված տվյալները ցույց են տալիս, որ պոլիֆենիլացետիլենը հանդիսանում է լավ կա-
տարիքատոր դեհիդրատացման ռեակցիաներ տանելու համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ը Ն Ո Ւ Ք Յ Ո Ւ Ն

1 Я. М. Паушкин, Л. М. Бутова, Ю. Я. Марков, Сб. полупроводниковые полимеры с сопряженными связями, ЦНИИТЭнефтехим, стр. 138, М., 1966. 2 Я. М. Паушкин, Т. П. Вишнякова, С. А. Низова, А. Ф. Лунин и др., Сб. Полупроводниковые полимеры с сопряженными связями ЦНИИТЭнефтехим, стр. 52, М., 1966. 3 А. М. Берлин, М. И. Черкашин, О. Г. Сельская, В. Е. Лиманов, Высокомол. соед. 1, 1817, 1959. 4 И. М. Баркалов, А. А. Берлин, В. И. Гольданский, Б. Г. Дзантиев, Высокомол. соед. 2, 1103, 1960.

УДК 542.953+547.281.3+547.539.3

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Академик АН Армянской ССР В. И. Исагулянц, В. Р. Меликян

Конденсация α -бромстирола с параформаль-дегидом
 на катионите КУ-2

(Представлено 22/1 1968)

В литературе имеются указания, что α -бромстирол не реагирует с формальдегидом, вследствие стерического влияния атома Вг на двойную связь олефина (1, 2).

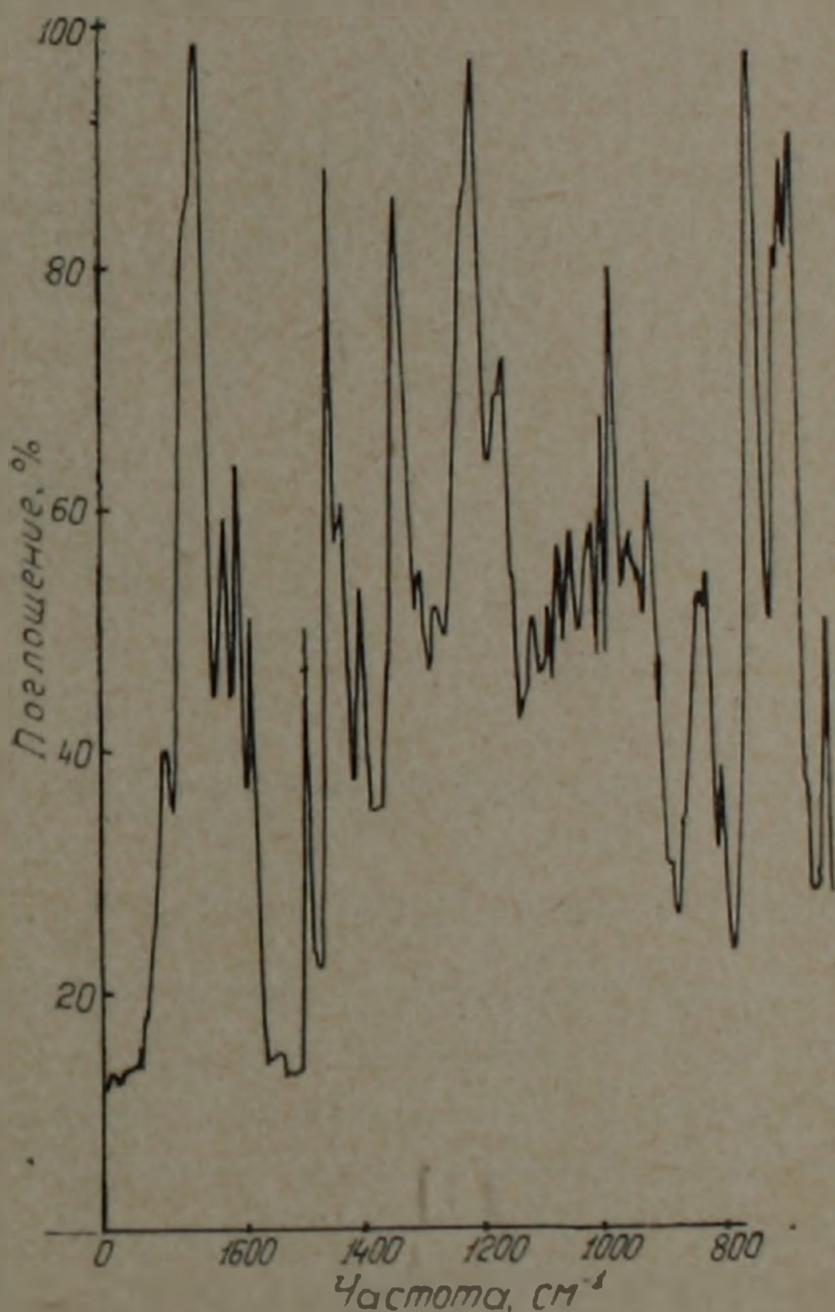


Рис. 1. ИК-спектр β -фенил β -пропионового альдегида.

Нами показано, что α -бромстирол взаимодействует с формальдегидом и дает различные продукты конденсации в зависимости от условий проведения реакции.

Исходный α -бромстирол (1) синтезирован по известной методике кипячением дибромстирола со спиртовым раствором NaOH (1). Свежеперегнаный α -бромстирол имел т. кип. 72—73/5, n_D^{20} 1,5875, d_4^{20} 1,4106.

В колбу, снабженную мешалкой, обратным холодильником, термометром вносились α -бромстирол, катионообменная смола КУ-2 (СОЕ 4,76 мг экв/г, влажность 2%) в количестве 50% на загружаемое сырье и р-диоксан в качестве растворителя. Реакция проводилась при температуре кипения растворителя в течение 10 час. По окончании опыта продукты реакции охлаждались до комнатной температуры и отделялись от катализатора фильтрованием. Фильтрат подвергался отгонке от растворителя под пониженным давлением, а затем — в вакууме.

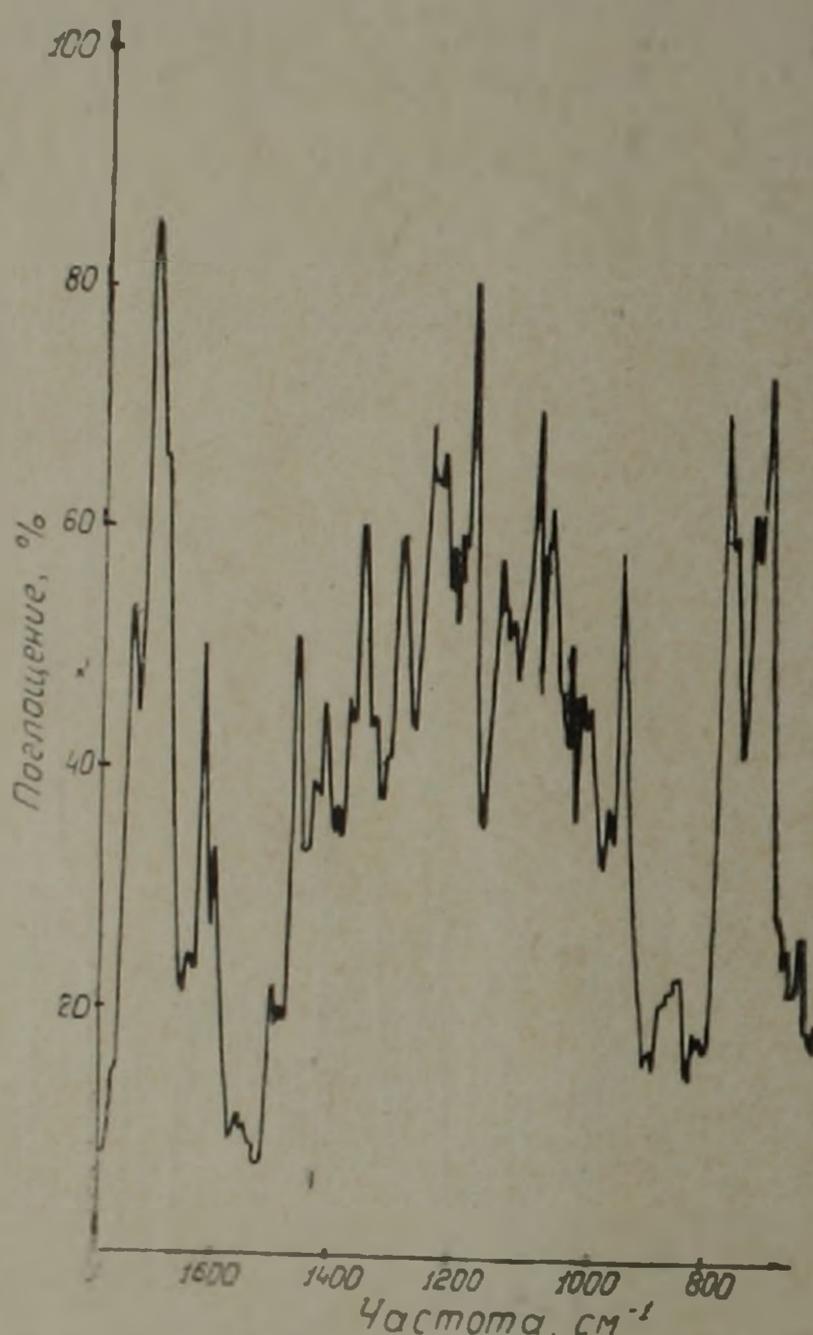


Рис. 2. ИК-спектр α -бромкоричного спирта.

При молярном соотношении олефин: формальдегид=1:2 были получены β -бром, β -фенил, пропионовый альдегид (II) и α -бром коричный спирт (III); с избытком же формальдегида (молярном соотношении 1:5) в качестве основного продукта реакции — 4-фенил-4-бром-1,3-диоксан (IV). Физико-химические свойства синтезированных соединений представлены в табл. 1.

β -бром, β -фенил пропионовый альдегид (II) дает реакцию серебряного зеркала, т. пл. семикарбазона 131—132°C.

ИК-спектры синтезированных соединений снимались на двухлучевом спектрофотометре ИК-14 в области 2000—700 см^{-1} .

В целом спектры (II) (рис. 1) и (III) (рис. 2) идентичны. Основное отличие этих спектров обусловлено наличием двойной связи, которая в ИК-спектре (II) характеризуется полосами поглощения 1630 см^{-1} и 990—980 см^{-1} . Полосу в области 1700 см^{-1} в спектре (II) следует отне-

Таблица 1

Физико-химические свойства синтезированных соединений

Соединение	Выход, % теоретического	Т. кип. / м.м рт. ст.	n_D^{20}	d_4^{20}	MRD		Элементарный состав, %						Гидр. числа, %	
					Найдено	Вычислено	найдено			вычислено			Найдено	Вычислено
							C	H	Br	Cr	H	Br		
II	27,6	120—122/8	1.5582	1.4429	47,6	47,995	51,20	4,36	36,7	50,72	4,25	37,5	—	—
III	29,3	143—144/8	1.5855	1.4623	48,6	49,078	51,13	4,32	36,9	50,72	4,25	37,5	7,03	7,98
IV	50,6	140,5—141 при 6	1.5723	1.4692	54,3	53,846	50,09	4,61	32,32	49,3	4,52	32,9	—	—

сти к колебаниям связи $\begin{matrix} \text{O} \\ \parallel \\ \text{C} \\ \backslash \\ \text{H} \end{matrix}$ (3). На рис. 3 приведен ИК-спектр (IV). В области $1250-950 \text{ см}^{-1}$ наблюдается серия полос, характерных для 1,3-диоксанов (4).

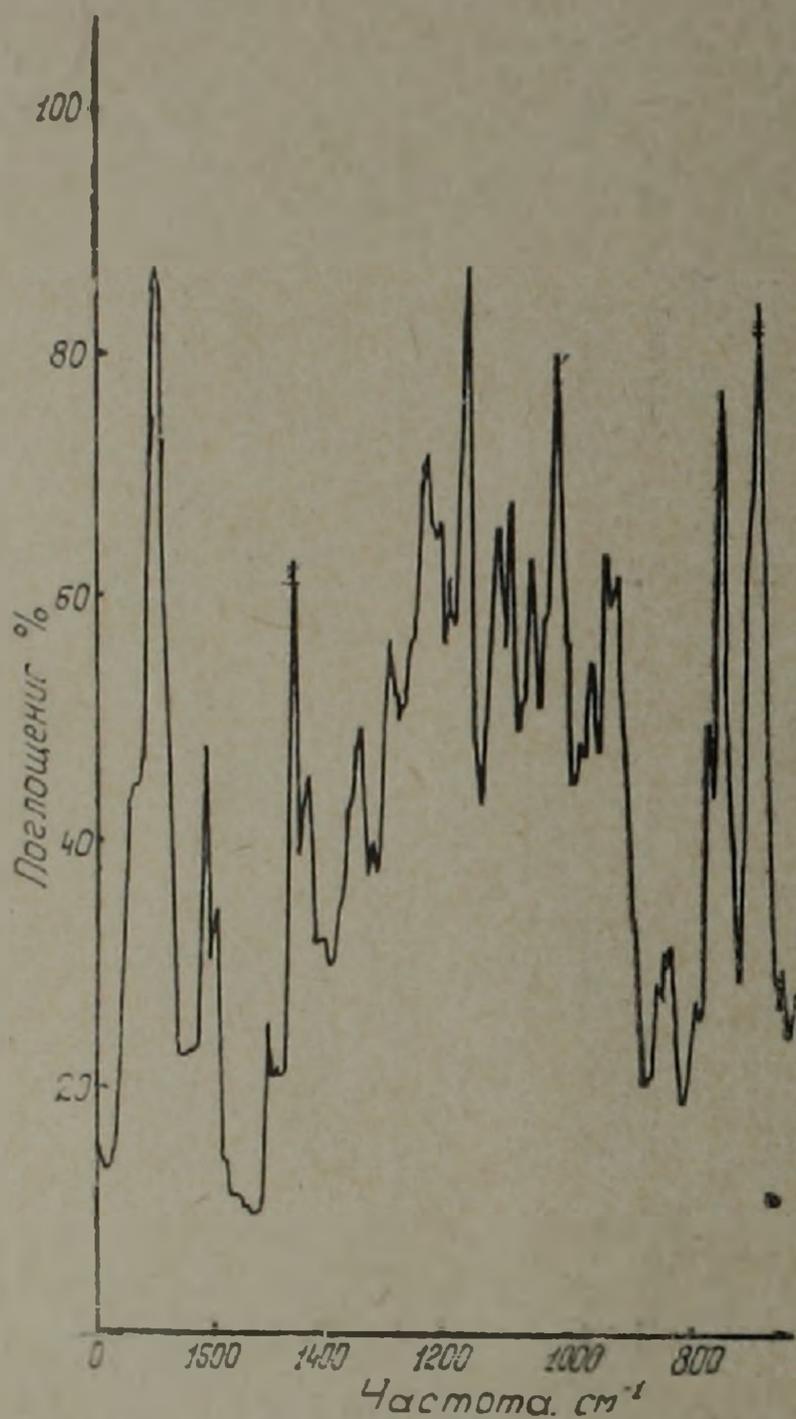
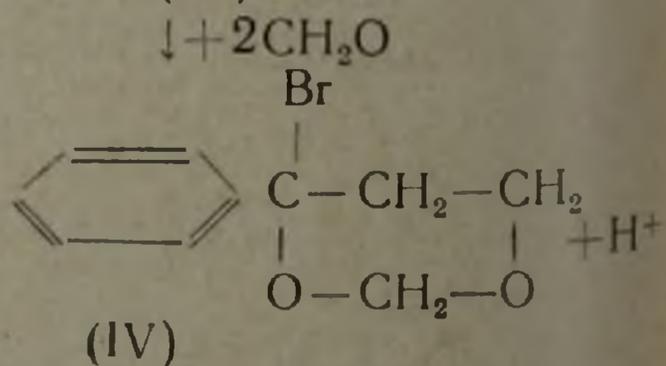
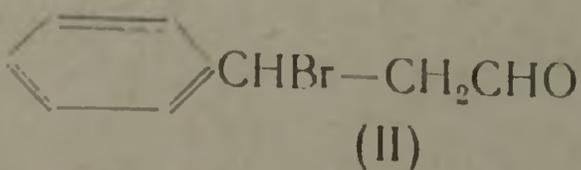
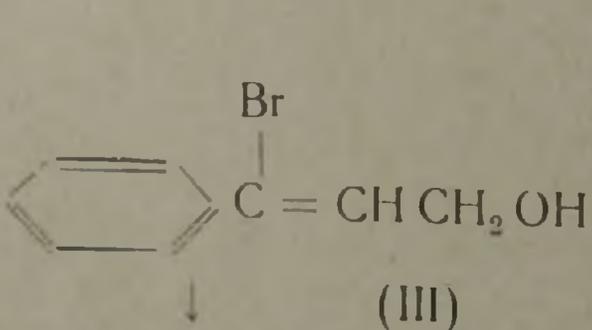
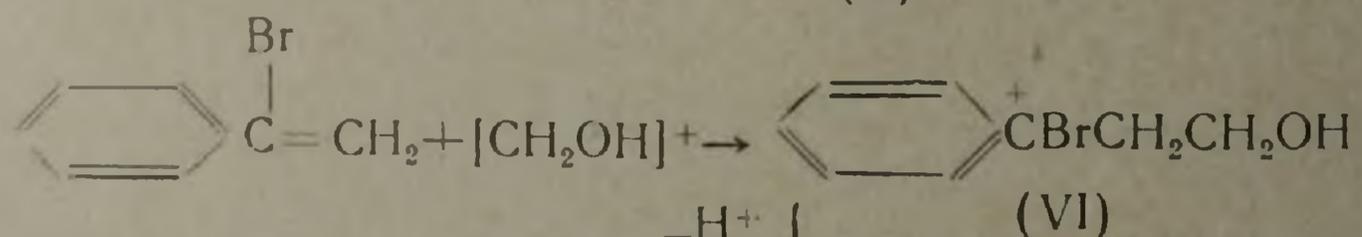
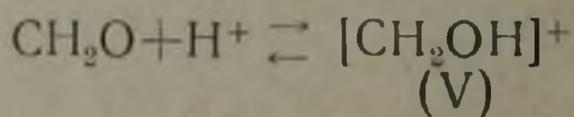


Рис. 3. ИК-спектр 4-фенил-4-бром-1,3 диоксана.



Предлагаемый механизм протекания изучаемой реакции согласуется с принятыми в настоящее время многими авторами представлениями о карбоний-ионном механизме реакции Принса (5-8). ●

Полагают, что реакция протекает через образование промежуточно-го карбониевого иона (VI), который образуется в результате электрофильного присоединения к поляризованной углерод-углеродной двойной связи оксиметилкарбониевого катиона (V), возникающего на начальной стадии из молекулы формальдегида под действием протона кислого катализатора. Согласно правилу Гофмана (9), происходит стабилизация карбониевого иона (VI) путем отрыва протона, в результате чего образуется ненасыщенный спирт (III), который в кислой среде изомеризуется во (II).

При проведении реакции в среде избытка формальдегида (VI) присоединяет вторую молекулу формальдегида с образованием (IV) и отщеплением протона.

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս Վ. Ի. ԻՍԱԴՈՒԼՅԱՆՑ, Վ. Ռ. ՄԵԼԻՔՅԱՆ

α -բրոմստիրոլի կոնդենսացումը պարաֆորմալդեհիդի հետ կատիոնիտ *ky-2*-ի ներկայությամբ

Աշխատանքում ցույց է տրված, որ կատիոնիտ *ky*-ի ներկայությամբ α -բրոմստիրոլը միանում է ֆորմալդեհիդի հետ առաջնորդելով, նայած ոնակցիայի պայմաններին β -բրոմ. β -ֆենիլ պրոպիոնալդեհիդ, α -բրոմդարչնաթթու, կամ 4-ֆենիլ-4-բրոմ-1,3-դիօքսան: Սինթեզված միացությունները բնորոշված են ֆիզիկոքիմիական հատկանիշներով և ինֆրակարմիր սպեկտրոսկոպիայի տվյալներով:

Առաջարկված է ուսումնասիրված ոնակցիայի մեխանիզմ, որը հիմնված է միջանկյալ կարբ-կատիոնի առաջացման վրա:

Л И Т Е Р А Т У Р А—Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ Beets, Drukker, Rec. trav. Chim. 72, 247 (1953). ² А. Араи, „Юки госэй кагаку“, 21, № 5, 329 (1963). ³ Л. Беллами, Инфракрасные спектры сложных молекул, ИЛ, 1963. ⁴ R. Le Goff, G. Parc, M. Davidson, M. Hellin, Bull. soc. chim. 236 (1964). ⁵ E. Arandale, L. A. Mikeska, Chem. Revs., 51, 505, (1952). ⁶ C. C. Price, Mechanisms of Reactions of Carbon-Carbon Double bonds, (1963). ⁷ V. Franzen, H. Krauch, Chem. Ztg., 79, 335 (1955). ⁸ М. И. Фарберов, ДАН СССР, 110, № 6, 1005 (1956). ⁹ О. А. Рунтос, Теоретические основы органической химии, изд. МГУ, 1954.

УДК 631:46.581:12

АГРОХИМИЯ

А. Ш. Галстян, Л. А. Хачикян

Влияние карбонатов на интенсивность «дыхания» почвы

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. О. Гулкяном 19/1 1968)

Выделение CO_2 с поверхности почвы в атмосферу является результатом сопряженно протекающих процессов, где решающая роль принадлежит биологическим факторам. Определение дыхания почвы позволяет характеризовать активность биологических процессов почв (1, 2). При исследовании биологической активности почвы необходимо выяснить те факторы, которые влияют на ее интенсивность. Одним из факторов, значительно влияющих на интенсивность дыхания почвы, является карбонатность. В настоящей работе мы пытались выяснить некоторые вопросы в этом направлении. Исследования проводились с образцами, взятыми с пахотных слоев некоторых типов почв Армении. Интенсивность дыхания почвы определялась в колбе с трубкой наполненной натронной известью (2). Микробиологические исследования проводились по методике, принятой в лаборатории почвенных микроорганизмов Института микробиологии АН СССР.

Таблица 1

Интенсивность дыхания почв в зависимости от содержания карбонатов

Почва, угодье и пункт взятия образца	Гумус, %	Карбонатность, CO_2 , %	pH водной суспензии	Дыхание, мг CO_2 на 100 г почвы за сутки
Полупустынная орошаемая, хлопок. Октемберян	1,3	8,0	8,1	20,9
Полупустынная орошаемая, хлопок. Эчмиадзин	1,6	Нет	8,0	11,3
Горно-каштановая, пар. с. Брнакот	2,9	5,1	8,3	17,6
Горно-каштановая, пар. с. Салвард	2,6	Нет	7,5	7,0
Горно-темно-каштановая, оз. пшеница. с. Хндзореск	3,5	4,2	8,3	22,0
Горный чернозем, выщелоченный. оз. пшеница. Горис	7,8	Нет	6,7	6,0
Солончак, содовый. Октемберян	0,4	9,1	10,1	49,5

Исследования показали, что продуцирование углекислого газа из карбонатных почв сравнительно больше, чем из бескарбонатных (табл. 1).

Это в основном зависит от количества и разновидностей населяющих почву микроорганизмов, интенсивности их жизнедеятельности, физико-химических свойств и состава карбонатов. Например, содовый солончак выделяет больше углекислоты, чем другие почвы. Это обусловлено наличием в почве карбонатов и бикарбонатов натрия и калия. Как известно, в результате жизнедеятельности микроорганизмов, в частности бактерий, происходит образование карбоната кальция (³ ⁴), с другой стороны, карбонаты способствуют интенсивному развитию определенных групп микроорганизмов (⁵ ⁶).

Для выяснения влияния карбонатов на интенсивность дыхания почвы и микрофлору в лабораторных условиях были проведены специальные опыты. К бурой бескарбонатной почве и выщелоченному чернозему в эквивалентных количествах прибавляли углекислые соли кальция, магния, натрия и калия. В стеклянных кристаллизаторах почву тщательно перемешивали с карбонатами, смачивали водой до 60% полной влагоемкости и ставили в термостат при температуре 30°C на 15 дней. Затем определяли микрофлору, карбонатность, рН, растворимое органическое вещество и интенсивность дыхания почв.

Таблица 2

Влияние карбонатов на интенсивность дыхания почвы
(CO₂ в мг на 100 г почвы за сутки)

С о л и	Количество добавленной соли, г на 100 г почвы	Бурая, бескарбонатная	Чернозем, выщелоченный
Без добавления	—	6,0	4,4
CaCO ₃	2,00	10,0	8,0
MgCO ₃	1,69	25,3	15,4
Na ₂ CO ₃	2,12	45,1	31,4
K ₂ CO ₃	2,76	80,3	40,3

Опыты показали, что карбонаты повышают интенсивность дыхания почв, причем карбонаты щелочных металлов сравнительно больше, чем щелочноземельных. Карбонаты повышают рН среды, растворимость органического вещества и действие дегидрогеназных ферментов (⁷). Все это приводит к повышению выделения углекислого газа из почвы (табл. 2).

Карбонаты стимулируют развитие микроорганизмов (табл. 3), при этом определенное значение имеют их физико-химические и физиологические свойства. В случае растворимых карбонатов (натрия и калия) общее количество микроорганизмов на МПА достигает до 24,4 млн на 1 г почвы, такая закономерность наблюдается и на КАА. Углекислый кальций также активизирует микрофлору, но значительно меньше, чем другие соли.

Карбонаты положительно действуют не только на общее количество микроорганизмов, но и на отдельные физиологические группы (табл. 4). Углекислые соли увеличивают количество олигонитрофилов, споровых и неспоровых бактерий, грибов и актиномицетов. Из споровых бактерий особенно интенсивно развиваются *Bac. mesentericus*, *Bac. megaterium*, из актиномицетов — *Act. albus*, *Act. griseus* и др.

Таблица 3

Влияние карбонатов на общее количество микроорганизмов почвы
(в млн на 1 г почвы)

Соли	На мясо-пептонном агаре		На крахмало-аммиачном агаре		Олигонитрофилы на модифицированном агаре Эшби	
	бурая	чернозем	бурая	чернозем	бурая	чернозем
Без добавления	4,7	3,3	7,5	3,9	1,6	3,9
CaCO ₃	8,8	9,2	9,2	14,3	4,1	10,2
MgCO ₃	18,3	10,0	10,0	19,7	10,3	7,3
Na ₂ CO ₃	24,4	17,0	16,9	16,3	25,9	13,9
K ₂ CO ₃	9,2	11,4	11,9	15,5	7,4	10,1

Таблица 4

Влияние карбонатов на количество отдельных физиологических групп микроорганизмов (в млн на 1 г почвы)

Соли	Бактерии на мясо-пептонном агаре				Грибы на сусло-агаре		Актиномицеты на крахмало-аммиачном агаре		Азотобактер на агаре Эшби, бурая	Аммонификаторы на пептонной воде		Нитрификаторы на среде Виноградского	
	споровые		неспоровые		бурая	чернозем	бурая	чернозем		бурая	чернозем	бурая	чернозем
	бурая	чернозем	бурая	чернозем									
Без добавления	4,1	1,3	0,6	2,0	0,02	0,03	0,5	0,8	0,04	0,1	0,3	0,03	0,03
CaCO ₃	6,6	3,1	2,2	6,1	0,06	0,03	1,5	1,4	0,25	1,4	1,2	0,09	0,13
MgCO ₃	15,3	2,9	3,0	7,1	0,05	0,04	1,4	1,1	0,10	1,4	1,4	0,09	0,14
Na ₂ CO ₃	13,7	4,0	8,7	12,9	0,05	0,08	1,1	1,6	0,21	1,4	1,3	1,14	0,13
K ₂ CO ₃	6,1	6,5	3,0	4,9	0,06	0,03	0,7	1,6	0,12	0,8	1,2	0,03	0,12

Староорошаемые полупустынные почвы более богаты видовым составом грибной микрофлоры (*Mucor*, *Trichoderma*, *Aspergillus*), которая весьма энергично активизируется под влиянием прибавленных карбонатов, поэтому продуцирование CO₂ из бурой почвы больше, чем из чернозема. Карбонаты, особенно CaCO₃, способствуют росту азотобактера в бурой почве, а в выщелоченном черноземе азотобактер не обнаружен (8,9). Карбонаты усиливают процессы аммонификации, нитрификации и денитрификации.

Таким образом, карбонатность почвы является одним из факторов, повышающих жизнедеятельность некоторых групп микроорганизмов и микробиологических процессов, приводящих к усилению интенсивности дыхания почвы. Интенсивность дыхания карбонатных почв сравнительно выше, чем бескарбонатных.

Институт почвоведения и агрохимии
МСХ Армянской ССР

Ա. Շ. ԳԱԼՍՏՅԱՆ, Լ. Ա. ԽԱԶԻԿՅԱՆ

Կարբոնատների ազդեցությունը հողի շնչառության ուժգնության վրա

Ուսումնասիրվել է կարբոնատների ազդեցությունը հողի շնչառության ուժգնության և միկրոֆլորայի վրա: Պարզվել է, որ կարբոնատները բարձրացնում են հողի շնչառության ուժգնությունը, ընդ որում այդպիսի մետաղների կարբոնատներն ավելի ուժգին, քան հողալկալիներինը: Վերջինս արդյունք է նրա, որ կարբոնատները բարձրացնում են միջավայրի pH-ը, օրգանական նյութերի լուծելիությունը, դեհիդրոգենազների ակտիվությունը և մանրենների կենսագործունեությունը: Կարբոնատները դրականապես են ազդում ոչ միայն մանրենների ընդհանուր քանակության, այլև առանձին ֆիզիոլոգիական խմբերի վրա: Ածխածնի վայրի ազդերը ավելացնում են օլիգոնիտրոֆիլների, սպորավոր և անսպոր բակտերիաների, սնկերի և ճառագայթասնկերի քանակությունը հողում, որով և նպաստում են հողի շնչառության ուժեղացմանը:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

1 Б. Н. Макаров, Б. Н. Мацкевич, «Почвоведение», № 6, 1958. 2 А. Ш. Галстян, Сообщение Лаборатории агрохимии АН Армянской ССР, № 2, 1959. 3 Н. А. Красильников, Микробиология, т. 18, вып. 2, 1949. 4 Г. К. Габриелян, А. П. Петросян, С. Ф. Матевосян, «Известия АН АрмССР» (биолог. науки), т. 18, № 7 (1965). 5 В. И. Собельникова, Известия Молдавского филиала АН СССР, № 6 (72) (1960). 6 И. Тосков, И. Цирков, А. Маневский, Научные труды Высш. Сельскостоп Ин-та «В. Каларов», Пловдив, т. 15, № 2, 1966. 7 А. Ш. Галстян, ДАН СССР, т. 156, № 1 (1964). 8 А. В. Киракосян, П. А. Зубиетян, Р. С. Каримян, Вопросы сельскохозяйственной и промышленной микробиологии, вып. 2, 1955. 9 А. К. Паносян, Р. Ш. Арутюнян, Ш. А. Тараян, Вопросы сельскохозяйственной и промышленной микробиологии, вып. 2 (8), 1955.

УДК 553.061.12/553.411.1.2.9

А. И. Карапетян

О возрасте и рудоносности Цахкашатской (Такярлинской) интрузии Памбакского рудного района Армянской ССР

(Представлено академиком АН Армянской ССР И. Г. Магакьяном 27/XI 1967)

Несмотря на многолетние исследования большого коллектива геологов, проведенные в пределах Памбакского рудного района, многие вопросы магматизма и эндогенной металлогении его остаются еще невыясненными. К числу наиболее важных, но еще нерешенных вопросов относится вопрос о возрасте Цахкашатской (Такярлинской) интрузии. По мнению ряда исследователей внедрение как Цахкашатской, так и соседних Анкаванской и Ахавнадзорской интрузий происходило в верхнеэоценовое⁽¹⁾ или миоценовое^(2,3) время. Другие, возраст Цахкашатской интрузии определяют как дотуронский⁽⁴⁾, а Ахавнадзорской — верхнеэоценовый^(4,5). Такое расхождение взглядов исследователей значительно осложняет решение вопросов о генетической связи оруденения (золоторудного, полиметаллического и др.), развитого в пределах самого Цахкашатского интрузивного массива. Таким образом, выяснение возраста Цахкашатской интрузии имеет важное значение не только для уточнения схемы развития интрузивного магматизма Памбака, но и для решения вопросов эндогенной металлогении. Исходя из всего этого, нами параллельно с детальным минералого-геохимическим исследованием руд, проведенным за последние десять лет в пределах Памбакского рудного района, большое внимание было уделено и вопросам магматизма. В результате этих исследований выяснилось, что Цахкашатская интрузия, расположенная между селениями Меградзор и Уляшик, состоит из двух, разновозрастных частей. Более древняя представлена кварцевыми диоритами и слагает всю южную часть массива. Характеризуется она исключительно однородным составом, а на флангах, как и плагиограниты, иногда постепенно переходит в метаморфические сланцы. Возраст кварцевых диоритов определяется как дотуронский на основании наличия многочисленных галек их, диаметром до 40—50 см, в базальных конгломератах фаунистически охарактеризованного турона, развитого непосредственно у самого массива

Цахкашатской интрузии (^{1,5}). По данным радиологических исследований (⁶) возраст кварцевых диоритов определяется как верхнемеловой (79 ± 3 мл. лет), что по-видимому следует считать заниженным в результате наложенных процессов. В пользу такого предположения свидетельствуют также следующие факты:

1) абсолютный возраст свежих кварцевых диоритов Анкаванской интрузии, являющейся по существу продолжением Цахкашатской, составляет 112 ± 6 мл. лет (⁶);

2) в пределах развития кварцевых диоритов интенсивно проявлена магматическая деятельность кайнозойского возраста, что, по-видимому, и привело к значительному улетучиванию радиогенного аргона.

Восточную и северную части Цахкашатской интрузии слагают монцониты, кварцевые сиениты, сиенит-порфиры, монцо-диориты и другие породы, которые интродуцированы в вулканогенную толщу верхнего эоцена. Эти породы, слагающие различные части массива, рассматривались как единый магматический комплекс (^{1,2,5}), что и привело к отмеченным выше расхождениям взглядов. Нашими исследованиями выяснено, что контакт кварцевых диоритов с перечисленными выше породами тектонический, он имеет близширотное простирание и на поверхности хорошо прослеживается до селения Каракала, где и соединяется с Сарикаинским и Уляшикским разломами. По этому разлому, протягивающемуся к востоку до селения Ахавнадзор, породы верхнего эоцена приведены в соприкосновение с палеозойскими метаморфическими сланцами и пространственно тесно связанными с ними кварцевыми диоритами и лейкократовыми плагиогранитами палеозойского возраста (^{1,2}).

Таким образом, вопрос возраста Цахкашатской интрузии, вызывавший столь оживленные дискуссии среди исследователей, можно считать решенным. Она формировалась в результате двух этапов (мезозойского и кайнозойского) магматической деятельности Памбакского рудного района. В настоящее время получен большой фактический материал, свидетельствующий о различной рудоносности каждого из этих этапов магматизма. В частности, мы предполагаем, что полиметаллическое (с золотом) оруденение правобережных участков Меградзорского рудного поля (участки Кабахлу, Зар и др.) является более древним, связанным с кварцевыми диоритами, а золото-теллурические и весь комплекс ассоциирующих с ними руд собственно меградзорского месторождения (Шакарсарский участок и его фланги)—более молодыми, генетически связанными с монцонитами, кварцевыми сиенитами и сиенит-порфирами послеверхнеэоценового возраста.

Институт геологических наук Академии наук
Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ Փամբակի հանգային շրջանի Մաղկաշատի (Թափաբլույի) ինտրուզիայի հասակի և հանճատաբուրյան մասին

Հողվածի վերնագրում նշված ինտրուզիան պատկանում է Փամբակի հանքային շրջանում հայտնի այն ինտրուզիաների թվին, որոնց հասակային հարցը տարբեր ուսումնասիրողների կողմից տարբեր լուծում է ստացել: Հեղինակների մի խմբի կարծիքով Մաղկաշատի ինտրուզիան ունի վերին էոցենյան հասակ, քանի որ հարևան Աղավնաձորի մասսիվը կազմել է նույնատիպ ապարները կտրում են վերին էոցենի հրաբխածին հաստվածքը: Ուրիշները ելնելով տուրոնի հիմքային կոնգլոմերատներում քվարցային դիորիտների գլաբարների առկայությունից, ինտրուզիայի հասակը որոշում են որպես մինչտուրոնյան:

Այս հարցի ճիշտ լուծումը խիստ կարևոր նշանակություն ունի ոչ միայն Փամբակի հանքային շրջանի մադամատիվի այլ նաև մետաղածնության հարցերը պարզաբանելու համար:

Հեղինակի կողմից կատարված ուսումնասիրությունների շնորհիվ պարզվել է, որ Մաղկաշատի ինտրուզիան կազմված է երկու տարբեր հասակի ինտրուզիվ սուսջացումներից: Նրանցից առաջինը մինչտուրոնյան հասակի քվարցային դիորիտներն են, որոնք տեկտոնական կոնտակտ են առաջացնում մոնցոնիտների, քվարցային սիենիտների, սիենիտ-պորֆիրների և նման տիպի այլ ապարների հետ: Վերջիններիս ներդրումը տեղի է ունեցել վերին էոցենի հասակի հրաբխածին ապարներից հետո: Իրա հետ միասին հեղինակի կողմից ստացվել են բազմաթիվ փաստեր, որոնք վկայում են առանձնացվող այդ ինտրուզիվ ապարներից յուրաքանչյուրի առանձին-առանձին վերցրած հանքատարածության մասին:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ В. Н. Котляр, Памбак, Ереван, 1958, ² К. Н. Паффенгольц, Геология Армении, Ереван, 1948. ³ Н. Г. Магакьян и С. С. Мкртчян, Известия АН АрмССР, сер. геол. и геогр. наук т. X, № 4 (1957). ⁴ А. Т. Асланян, Региональная геология Армении, Ереван, 1958, ⁵ Г. П. Багдасарян, Геология Армянской ССР, т. III, Ереван, 1966. ⁶ Г. П. Багдасарян, Абсолютное датирование тектоно-магматических циклов и этапов оруденения, М., 1966.

УДК 581.1.032

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Член-корреспондент АН Армянской ССР В. О. Казарян,
М. Г. Гезалян**Об оводненности неизолированных листьев и ее изменении
в зависимости от корнеобеспеченности растений**

(Представлено 24/XII 1967)

Одним из главных внутренних факторов, определяющих уровень общей жизнедеятельности растений, является активность функциональной корреляции между различными органами. Именно этим объясняется возрастающее внимание исследователей на функциональную взаимосвязь различных органов (¹⁻⁵ и др.). Указанные коррелятивные взаимоотношения в существенной степени инактивируются при возникновении водного дефицита почвы и уменьшении тем самым оводненности листьев. С этой точки зрения приобретает существенное теоретическое значение исследование динамики оводненности, в первую очередь, неизолированных листьев для понимания как особенности их водного режима, так и уровня функциональной корреляции между листьями, как органа транспирации и корнями—как органа засасывания и передачи к ним воды. Решение подобных вопросов до последнего времени в значительной степени затруднялось из-за отсутствия соответствующих методов. С конструированием нового прибора (⁶), стало возможным проведение подобных исследований, а в настоящее время оно еще больше облегчилось в связи с разработкой полупроводникового варианта, прибора, обладающего рядом преимуществ (⁷).

С помощью нового прибора нами исследовалась оводненность неизолированных листьев некоторых травянистых и кустарниковых растений с попыткой одновременно выяснить влияние различной их корнеобеспеченности на водный режим листьев.

В первом опыте в качестве объекта была взята гречиха (*Fagopyrum sagittatum*), выращенная в вазонах. Выяснилось, что после помещения листьев этого растения в датчик аппарата и прекращения транспирации наблюдается энергичное накопление воды (рис. 1). Спустя 5 мин скорость насыщения заметно падает и устанавливается равновесное состояние, которое, видимо, нельзя считать предельно насыщенным, так как хотя исключается транспирация из данного листа, соседние продолжают нормальное испарение, что и препятствует дальнейшему по-

ступлению воды в испытуемый лист. Это предположение нами установлено в следующем опыте, проведенном с подсолнечником сорта «Гигант—549».

Одни и те же листья верхнего яруса примерно месячного возраста поочередно помещались в датчик и регистрировалось содержание воды в них. Листья после определенного насыщения срезывались под водой и оставлялись срезанными концами в нее. Наблюдения за ходом дальнейшего изменения оводненности листьев привело к установлению новой волны накопления воды в них вплоть до полного исчезновения водного дефицита. На рис. 2 изображены две фазы насыщений подопытных ли-

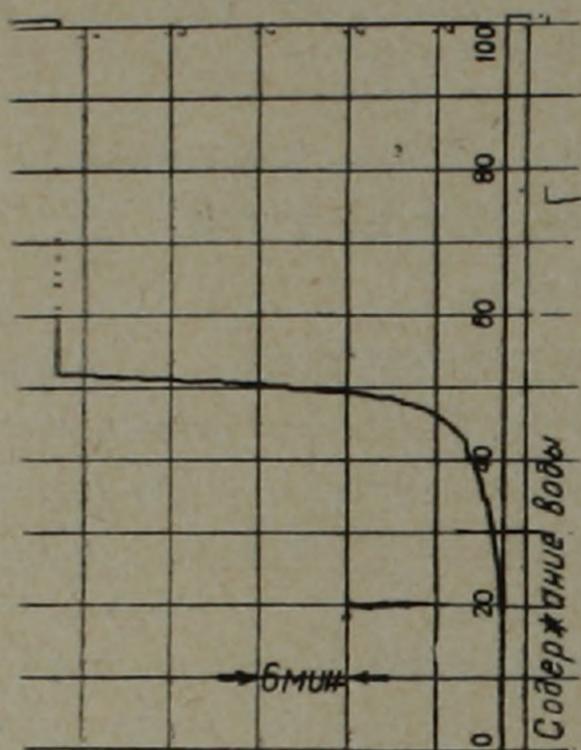


Рис. 1. Потенциограмма изменения содержания воды в листе гречихи.

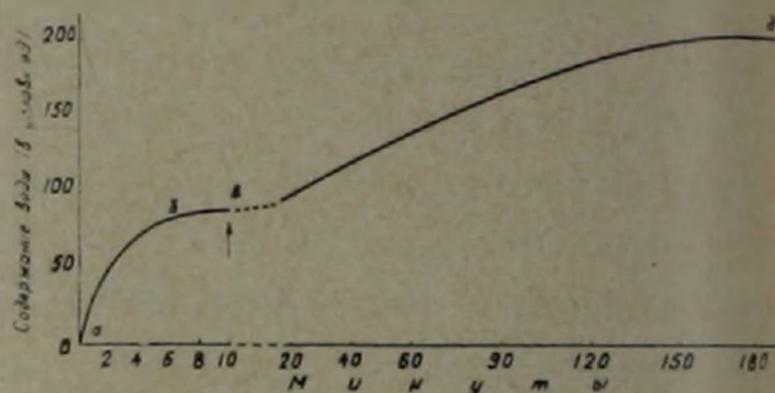


Рис. 2. Динамика содержания воды в листьях подсолнечника до (ав) и после (вд) изоляции их и погружения в воду. (Стрелка указывает момент срезания).

стьев водой: на материнском растении (отрезок ав) и после изоляции и погружения их черешком в воду (отрезок вд). При этом накопление воды в листе после его изоляции оказалось больше и осуществлялось к тому же за более растянутый срок (140 мин). Для разграничения этих двух фаз насыщения мы считаем, что следует отличать водный дефицит неизолированных и изолированных листьев. В первом случае мы имеем дело с «естественным водным дефицитом», а во втором — «истинным водным дефицитом». Естественный соответствует тому недостатку воды, который восполняется в неизолированном листе до наступления равновесного состояния. После срезания и потери коррелятивной связи с остальными листьями появляется возможность дальнейшего накопления воды листом до полного его насыщения. Теперь уже проявляется, так называемый, «истинный» водный дефицит. Если уровень естественного водного дефицита обусловлен главным образом сопряженной связью данного листа с остальными, нормально транспирирующими, то истинный водный дефицит обнаруживается при устранении влияния на данный лист как всех других листьев, так и неспособности корневой системы нормально обеспечить их водой. Аналогичные данные получены и в отношении листьев дурнишника (*Xanthium strumarium*) и др. растений.

Разница в естественном и истинном водных дефицитах листьев определяется рядом внутренних и внешних факторов: содержанием воды в почве, насыщенностью атмосферы парами воды, интенсивностью освещения, температуры воздуха, онтогенетической продвинутостью данного растения и возраста листа, мощностью активных корней и т. д. Из этого следует, что все факторы внутреннего и внешнего характера, способствующие уменьшению транспирации и интенсификации подачи воды к листьям должны привести к уменьшению величины естественного и истинного водного дефицитов. В этом отношении весьма существенным является соотношение массы листьев и активных корней, т. е. степень корнеобеспеченности листьев. При высокой корнеобеспеченности, как показали данные В. О. Казаряна (⁴), повышается не только оводненность листьев, но и интенсивность основных процессов их жизнедеятельности. Исходя из этого положения, мы допустили, что должно быть неодинаковым и насыщение листьев водой при изменении корне-листового соотношения. Это положение было установлено в опытах с кустарниковым растением пузыреплодника (*Physocarpus opulifolium*). Сначала произведено определение динамики оводненности

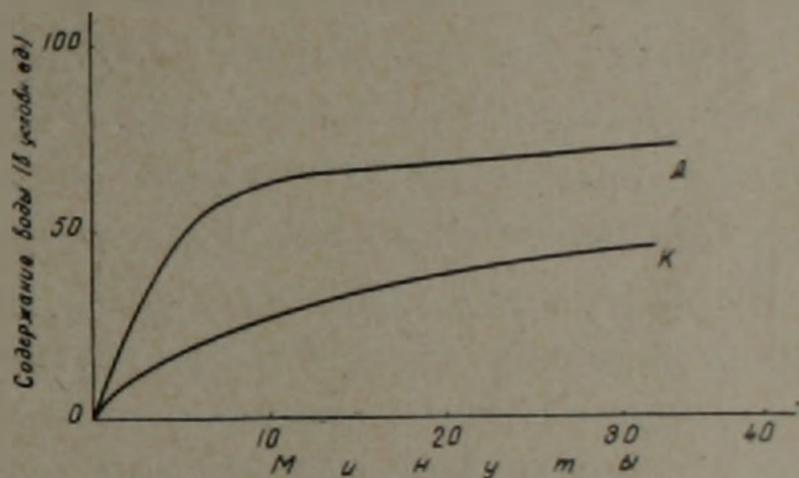


Рис. 3. Динамика оводненности неизоллированных листьев пузыреплодника. К — листья контрольной оси; Д — листья дефолированной оси.

ряда верхних листьев одной из центральных осей куста. Затем удалялись все листья нижних ярусов, с оставлением лишь подопытных верхушечных, и спустя 40 мин исследовалась оводненность тех же листьев. Уменьшение числа листьев на осях пузыреплодника приводит к существенному увеличению естественного водного дефицита неизоллированных листьев, которые энергично насыщаются в датчике (рис. 3). Однако, спустя 5—7 мин скорость накопления воды в листьях заметно падает и кривая насыщения принимает более пологий характер, а через 10—15 мин она идет параллельно оси времени. Это обстоятельство свидетельствует о прекращении дальнейшего нарастания содержания воды. У контрольных осей, на которых целиком были сохранены листья, скорость накопления воды в последних уменьшается значительно медленнее (К) и ее накопление продолжается в течение сравнительно длительного времени. Следовательно, при одной и той же мощности активных корней и их поглотительной способности, уменьшение числа листьев приводит не к увеличению содержания воды в них, а наоборот, к уменьшению.

Причины этого кажущегося противоречия, видимо следует искать в различиях интенсивности транспирации листьев в зависимости от числа их на материнских осях пузыреплодника. При малом числе листьев усиливается транспирация и, следовательно, уменьшается содержание свободной воды в них, тогда как при сохранении на осях всех листьев подавляется транспирация и увеличивается содержание воды. В действительности, проведенные нами исследования по выявлению активности транспирации листьев в зависимости от их числа на осях дали весьма интересные данные. Выяснилось, что потеря воды с 1 г листьев, взятых от контрольных осей, за одну мин, составляет 12,17 мг, а у опытных — 18,26 мг, т. е. транспирация повышается более чем на 50%. Именно благодаря энергичной транспирации опытных осей значительно увеличивается водный дефицит их листьев. Положительное влияние удаления части листьев у плодовых в результате обрезки на активацию физиологических процессов и улучшение водного режима отмечается и в работах других авторов (8-10 и др.).

Изменение оводненности листьев в связи с повышением корнеобеспеченности растений наглядно проявляется в опытах с кустарниковыми растениями полыни (*Artemisia procera*) и снежноплодника (*Symphoricarpos albus*). Опыт заключался в том, что из двух одинаковых по возрасту старых кустов один оставлялся в качестве контроля, другой окучивался таким образом, чтобы весь куст оставить под почвой, за исключением верхушки осей, высотой 5—6 см. Спустя 3—4 месяца эти терминальные побеги достигли таких же размеров, как и старые оси контрольных кустов. Благодаря образованию массы придаточных корней у этих молодых кустов на каждый лист приходилось в три с лишним раза больше активных корней (4). Эти листья вместе с тем показали весьма повышенную транспирацию (в 1,4 раза больше) и, следовательно, отличались большим естественным водным дефицитом (рис. 4). Насыщение

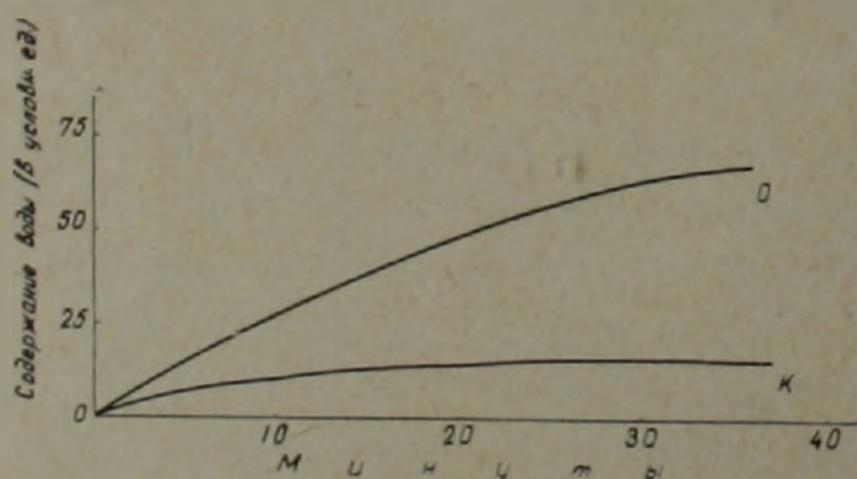


Рис. 4. Динамика оводненности листьев окученного (О) и контрольного (К) растений полыни.

листьев контрольных кустов (К) в датчике осуществлялось за 13—15 мин, тогда как в листьях кустов с большой корневой массой (О) накопление воды продолжалось более 40 мин. Высокая ксероморфность листьев контрольных кустов привела к повышению водоудерживающей способности и уменьшению естественного водного дефицита. Эти листья, по данным одного из авторов настоящего сообщения (4) показали в 2,6 раза меньше фотосинтетическую активность. В противоположность этому листья окученных энергично растущих кустов отличались мезофильной

структурой, весьма пониженной водоудерживающей способностью и повышенным водным дефицитом. В данном случае величина естественного водного дефицита листьев прямо пропорциональна их корнеобеспеченности и транспирации, т. е. чем интенсивнее подача к листьям воды, тем и больше их транспирация и естественный водный дефицит. Аналогичные данные приводятся и другими авторами (11-12).

Все эти данные приводят нас к следующим выводам.

1. С помощью полупроводникового прибора возможно с большой точностью и быстротой определить «естественный» и «истинный» водные дефициты листьев.

2. Естественный водный дефицит соответствует тому недостатку воды, который восполняется в прекращающей транспирацию неизолированном листе до состояния максимума его содержания. Истинный же водный дефицит свойственен изолированному листу. Он больше естественного, так как насыщение листа водой продолжается до полной влагоемкости.

3. Величина естественного водного дефицита листьев зависит в первую очередь от их корнеобеспеченности. При высокой корнеобеспеченности и, следовательно, усиленной подачи к листьям воды, интенсифицируется транспирация и увеличивается естественный водный дефицит.

Ботанический институт
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ ԳԱ ԲՊՐԱԿԻԳ-ԱՆՊՈՒՄ Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Մ. Գ. ԳՅՈՁԱԼՅԱՆ

Զմեկուսացված տերևների ջրապարունակության փոփոխությունը կապված բույսի արմատաապահովվածության հետ

Հեղինակների կողմից առաջարկված կիսահաղորդիչային գործիչի օգնությամբ հնարավորություն է ստեղծվել տարրերելու բույսերի տերևների ջրային «բնական» և «իրական» դեֆիցիտների բնական է համարվում ջրի այն պահասը, որը հագեցվում է բույսից շանջատված տերևը, երբ կասեցվում է ջրի գոլորշիացումը նրանից, իսկ իրական այն պակասը, որը հագեցվում է բույսից անջատված և կոֆունով ջրի մեջ խորասուզված տերևը նույն պայմաններում: Զմեկուսացված տերևների ջրային բնական դեֆիցիտը վերանում է հիմնականում մի քանի րոպեների ընթացքում. մինչդեռ իրական դեֆիցիտի վերացումը տեղի է ունենում ավելի երկար ժամանակում:

Ստացված արդյունքները միաժամանակ ցույց են տալիս, որ շմեկուսացված տերևների բնական ջրային դեֆիցիտի մեծությունը և նրա հագեցման արագությունը հիմնականում կապված են տվյալ բույսի արմատաապահովվածության հետ: Երբ ամեն մի տերևի վրա ընկնում է ակտիվ արմատների ավելի մեծ մասում, բարձրանում է տերևների տրանսպիրացիայի ակտիվությունը և հետևաբար նրա բնական ջրային դեֆիցիտը:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Վ Ա Ն Ո Ւ Ք Յ Ո Ւ Ն

- 1 А. Л. Курсанов, Тимирязевские чтения, вып. XX, Изд. АН СССР, М., 1960.
- 2 В. О. Казарян, Сб. Общие закономерности роста и развития растений, Изд. «Минтип», Вильнюс, 1965.
- 3 В. О. Казарян, ДАН АрмССР, т. 41, № 2 (1965).
- 4 В. О. Казарян, Доклады Ереванского симпозиума по онтогенезу высших растений, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1966.
- 5 Н. С. Петин, Сб. Биологические основы орошаемого земледелия, Изд. «Наука», М., 1966.
- 6 М. Г. Гёзалян, ДАН Арм ССР, т. 42, № 4, (1966).
- 7 В. О. Казарян, М. Г. Гёзалян и Ж. Г. Гёзалян, Физисл. раст. т 15, вып. 6 (1968).
- 8 И. А. Коломец Сад и огород, 12, 1957.
- 9 В. О. Казарян, Физиологические основы онтогенеза растений, Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1959.
- 10 В. О. Казарян, ДАН АрмССР, т. 33, № 5 (1961).
- 11 А. М. Алексеев, Водный режим растений и влияние на него засухи, Татгосиздат, Казань, 1948.
- 12 М. Д. Кушниренко, Водный режим и засухоустойчивость плодовых растений, Кишинев, 1967.

УДК 576.8.06:581.192.7

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Н. Л. Каладжян, член-корреспондент АН Армянской ССР М. Х. Чайлахян

О физиологически активных веществах, выделяемых клубеньковыми бактериями

(Представлено 26/XII 1967)

Микроорганизмы играют большую роль в деле повышения плодородия почвы, так как в течение своей жизнедеятельности продуцируют многочисленные и различные вещества, влияющие на протекание определенных физиологических процессов у высших растений. Изучение физиологически активных веществ, продуцируемых микроорганизмами, позволяет с новой точки зрения приблизиться к изучению проблемы взаимоотношения между микроорганизмами и высшими растениями.

Среди физиологически активных веществ большой интерес представляют гиббереллины и ауксины. Из них в метаболитах микроорганизмов впервые были обнаружены ауксины, которые явились довольно широко распространенными метаболитами для разных групп микроорганизмов (1-4 и др.). Сравнительно меньше распространены в метаболитах различных микроорганизмов гиббереллины.

В работе, проведенной нами (5), было показано, что в культуральных жидкостях клубеньковых бактерий, помимо ауксинов (2, 4, 6), имеются гиббереллиноподобные вещества или природные гиббереллины. При этом ауксины определялись по методу прироста колеоптилей пшеницы (7) и по интенсивности корнеобразования черенков фасоли (8), а гиббереллины по методам прироста отрезков листьев кукурузы и проростков карликового гороха сорта „Пионер“ (9, 10). Таким образом были отобраны 10 штаммов клубеньковых бактерий, в культуральных жидкостях которых были найдены вещества, обладающие ауксиновой и гиббереллиновой активностью.

В настоящей работе было продолжено изучение этих веществ с помощью хроматографического анализа, дающего возможность ближе подойти к их идентификации.

Свежие 3-4 дневные культуры клубеньковых бактерий 10 исследованных ранее штаммов выращивались в средах бобового экстракта с 1% сахарозой и 0,001% триптофаном в течение шести

суток, а затем эти среды подвергались хроматографическому разделению на бумаге. Растворители в хроматографических камерах были взяты щелочные, для гиббереллинов: изопропил спирт—вода (35:14), для ауксинов: бутиловый спирт—аммиак—вода (41,5:1,5:7). Хроматография производилась для гиббереллинов на хроматографической бумаге „Ленинградская средняя“, а для ауксинов на хроматографической бумаге „Ленинградская медленная“ № 2.

Для обнаружения ауксинов полосы хроматографической бумаги обрабатывались раствором Сальковского. После обработки на ультрафиолетовом свете проявлялись пятна в зонах с Rf 0,05, 0,10 и 0,95. Полосы хроматографической бумаги по расстоянию между стартом и фронтом разделяли на 7 зон, элюировали эти зоны 2-процентными растворами сахарозы и в них определялось содержание ауксинов по методу прироста колеоптилей пшеницы сорта „Арташати-42“. Полученные данные приводятся в табл. 1.

Таблица 1

Содержание природных ауксинов в культуральных жидкостях клубеньковых бактерий

Штаммы	Длина колеоптилей пшеницы в мм по зонам с Rf						
	0—0,14	0,14—0,28	0,28—0,42	0,42—0,56	0,56—0,70	0,70—0,84	0,84—1

1-ый опыт

Контроль, сахароза	108	—	—	—	—	—	—
Бета-индолилуксусная кислота	—	—	—	133	—	—	—
Конские бобы 141	98	92	106	96	110	110	97
Конские бобы 142	105	89	105	121	105	109	97
Клевер 91	75	77	95	115	110	97	79
Клевер 93	95	91	100	102	98	112	93
Фасоль 11	98	99	105	118	100	95	105
Люцерна 43	90	92	86	86	102	92	81
Люцерна 1	82	80	101	100	100	90	85

2-ой опыт

Контроль, сахароза	74	—	—	—	—	—	—
Бета-индолилуксусная кислота	—	—	—	121	—	—	—
Вика 118	91	85	84	104	83	87	73
Горох 71	89	89	84	93	74	84	73
Горох 69	82	84	69	94	83	82	60

Данные табл. 1 показывают, что в культуральных жидкостях некоторых штаммов: конские бобы 142, клевер 91, фасоль 11, вика 118, горох 69 и горох 71 имеется гетероауксин или бета-индолилуксусная кислота, поскольку именно в зоне с Rf 0,42—0,56, которая совпадает с Rf метчика бета-индолилуксусной кислоты, у этих штаммов получают существенные приросты сравнительно с контролем—чистым раствором сахарозы. Так, при контрольном приросте колеоптилей 108 мм у этих штаммов на Rf 0,42—0,56 получают прирост

121, 115, 118 м.м, при приросте в контроле 74 получают 104, 94, 93 м.м. В зонах с другими Rf по большей части наблюдается задержка прироста coleoptилей пшеницы, что указывает на наличие в элюатах ингибиторов роста. Исключение составляет культуральная жидкость штамма вика 118, во всех элюатах которой выявляются вещества, стимулирующие рост coleoptилей.

В культуральных жидкостях остальных штаммов: клевер 93, люцерна 1, люцерна 43, бета-индолилуксусная кислота не обнаруживалась и в элюатах всех зон преобладают ингибиторы. На рис. 1 приводятся гистограммы для культуральных жидкостей штаммов: Конские бобы 142, фасоль 11, клевер 91, вика 118 и клевер 93, указывающую на наличие бета-индолилуксусной кислоты и ингибиторов в зонах с разным Rf.

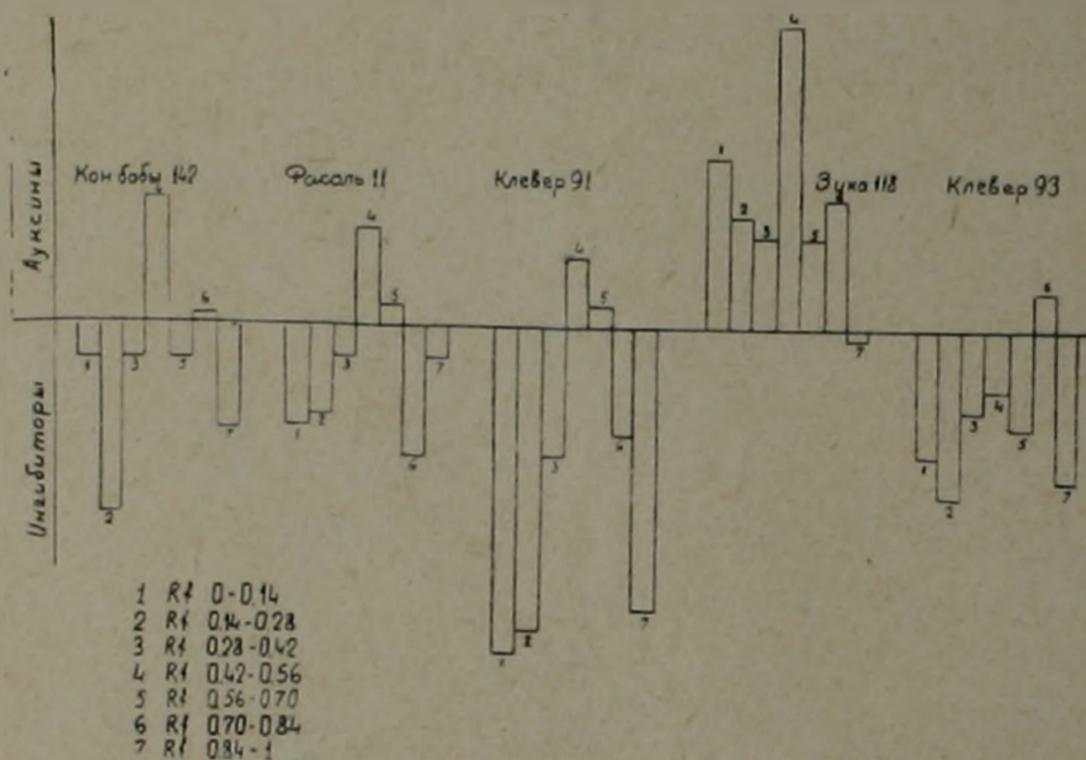


Рис. 1. Гистограммы содержания ауксинов и ингибиторов в культуральных жидкостях клубеньковых бактерий. Гистограммы составлены по приросту coleoptилей пшеницы на элюатах из семи зон хроматограмм. Четвертая зона с Rf 0,42—0,56 соответствует зоне расположения гетероауксина или бета-индолилуксусной кислоты.

Для выявления гиббереллинов полосы хроматографической бумаги обрабатывались 5-процентной H_2SO_4 и на ультрафиолетовом (УФ) свете ясно обнаруживались пятна, их положение и окрашивание в поле хроматограммы. Выяснилось, что из испытываемых 10 штаммов у девяти на хроматографических бумагах на ультрафиолетовом свете видны 4 пятна в зонах с Rf 0,5—0,62, 0,61—0,68, 0,7—0,84, 0,89—0,96, а у штамма вика 118 еще одно пятно с Rf 0,98. Из них наилучшее окрашивание (ярко зеленое) дают пятно с Rf 0,61—0,68 и 0,89—0,96. Пятна на зонах с Rf 0,61—0,68 по своему положению и характеру совпадают с Rf в зоне метчика-гиббереллина A_2 , а пятна в зоне с 0,89—0,96 совпадают с зоной метчика-гиббереллина A_1 .

Зоны хроматограмм, начиная с Rf 0,5—0,6, элюировали и элюаты испытывались по методу прироста карликового гороха (10). В этом методе сделаны некоторые изменения: во-первых, был взят другой

сорт карликового гороха „Сквирский Де Грасс“, во-вторых, семена гороха помещались не в элюат, а в 8-процентный водный агар, с которым смешивался элюат, что предохраняет семена от гниения и обеспечивает нормальный рост проростков гороха. Полученные данные приводятся в табл. 2.

Таблица 2

Содержание природных гиббереллинов в культуральных жидкостях клубеньковых бактерий

Штаммы	Длина проростков гороха в мм по зонам				
	0,5—0,62	0,61—0,68	0,7—0,84	0,89—0,96	0,98—1
Контроль, вода	41				
Гиббереллин А ₃ 0,01%	—	—	—	88	—
Клевер 93	46	56	48	60,5	—
Конские бобы 141	49	56,5	53	62	—
Горох 69	53	60	51,5	59	—
Фасоль 11	54	56	52,5	61	—
Клевер 91	61,5	66	60	62,5	—
Люцерна 43	—	55	52	56	—
Люцерна 1	51	59	60	66	—
Горох 71	—	54	55	61	—
Конские бобы 142	51	59	58	68	—
Вика 118	58	65	59	60	59

Данные табл. 2 показывают, что элюаты всех испытываемых штаммов из всех зон, в которых на ультрафиолетовом свете проявлялись пятна, обладают гиббереллиновой активностью, но наивысшая стимуляция роста проростков гороха была получена в случае элюатов из

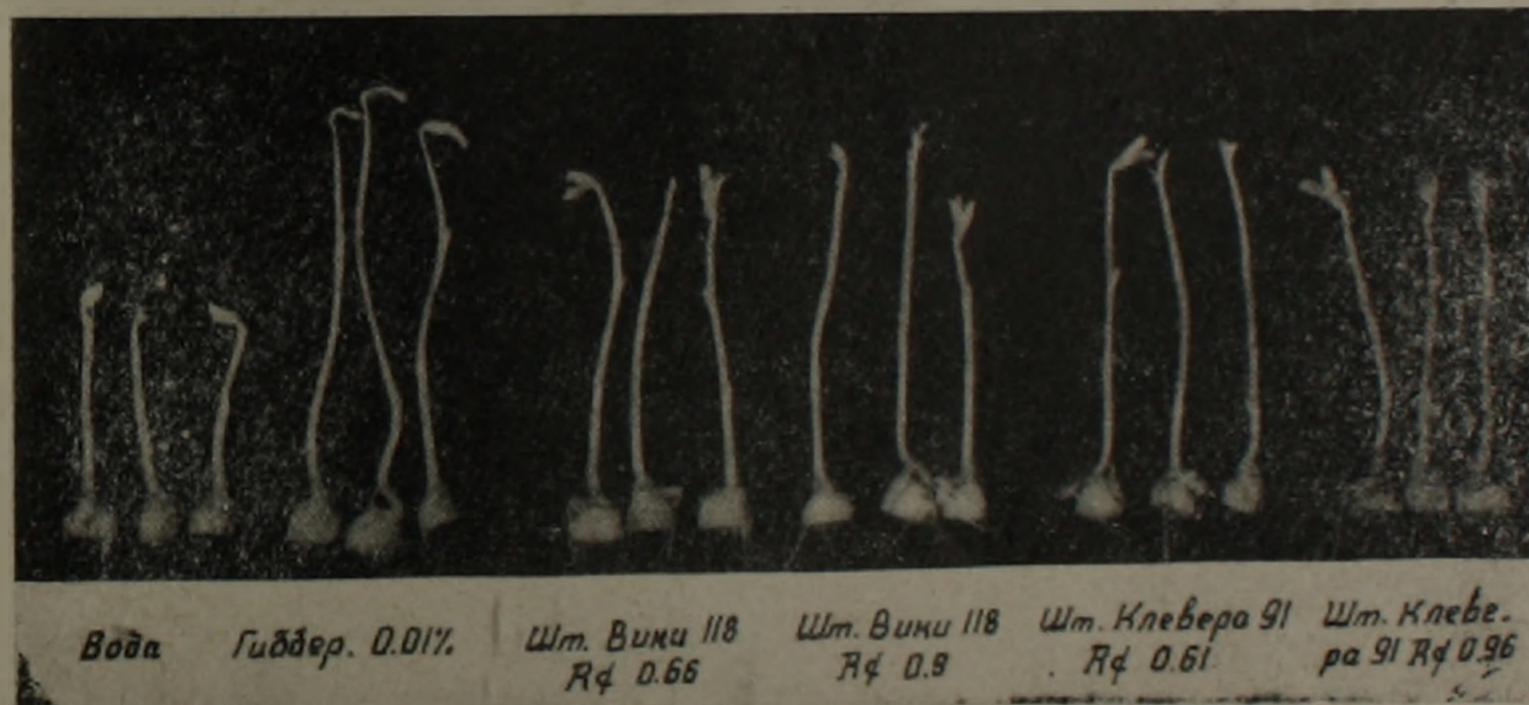


Рис. 2. Рост проростков гороха на элюатах из зон хроматограмм с Rf 0,61, 0,66, 0,90 и 0,96, полученных из культуральных жидкостей клубеньковых бактерий штаммов вика 118 и клевер 91.

зон с Rf 0,61—0,68 совпадавшая с гиббереллином А₂ и 0,89—0,96 совпадавшая с гиббереллином А₃. Это видно также на рис 2, где приводятся результаты опытов по влиянию различных элюатов на прирост проростков гороха.

Պալարարակտերիաների կողմից արտադրվող ֆիզիոլոգիապես ակտիվ նյութերի մասին

Փորձարկման են ենթարկվել պալարարակտերիաների՝ բակլայի, ոլոռի, լոբու, ապուլտի, Լրեքնուկի և վիկայի 10 շտամներ, նրանցում ֆիզիոլոգիապես ակտիվ նյութերի- գիրերեկինները և աուքսինների հայտնաբերման նպատակով: Ֆիզիոլոգիապես ակտիվ այդ նյութերի հայտնաբերումը կատարվել է թղթյա քրոմատոգրաֆիայի միջոցով:

Աուքսինների հայտնաբերման համար քրոմատոգրաֆիական թուղթը բաժանվել է 7 հավասար զոնաների և նրանցից ստացված էլյուատների վրա դրվել է բիոպրոբա ըստ ցորենի կուլեոպտիլների աճման մեթոդի:

Գիրերեկինների հայտնաբերման համար քրոմատոգրաֆիական թղթի վրա ուլտրամանիշակագույն ճառագայթների տակ երևացող բծերի համապատասխան զոնաներից պատրաստվել են էլյուատներ և բիոպրոբա դրվել ըստ ոլոռի ծիլերի աճման մեթոդի:

Աշխատանքից պարզվել է, որ 1. Բակլայի, ոլոռի, լոբու, Լրեքնուկի և վիկայի պալարարակտերիաների որոշ շտամներ արտադրում են գետերոաուքսին կամ բետա-ինդոլիլքացախաթթու: 2. Պալարարակտերիաների փորձարկված բոլոր 10 շտամներն էլ իրենց արտաթորանքներում պարունակում են գիրերեկին:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- 1 *Е. Ф. Березова, А. Н. Наумова, Е. А. Разницына*, ДАН СССР, т. 18, № 6, стр. 357—362 (1938).
- 2 *Н. А. Красильников*, Микроорганизмы почвы и высшие растения, Изд. АН СССР, 1956.
- 3 *Е. А. Разницына* ДАН СССР, т. 18, № 6, стр. 353 (1938).
- 4 *Н. К. Chen* Nature, 142, 753—754 (1938).
- 5 *М. Х. Чайлахян, А. А. Меграбян, Н. А. Карапетян и Н. Л. Каладжян*, ДАН Арм ССР, т. XV, № 5, стр. 307—314 (1965).
- 6 *С. Е. Georgi, А. Е. Beguin*, Nature Lond, 143, 25 (1938).
- 7 *А. Н. Бояркин*, ДАН СССР, 59, № 9, 1651—1652 (1948).
- 8 *Р. Х. Турецкая*, ДАН СССР, 57, № 3, 295—298 (1947).
- 9 *А. Н. Бояркин и М. И. Дмитриева*, Физиология растений 6, вып. 6, 741—747, 1959.
- 10 *В. Н. Ложникова, Л. П. Хлопенкова и М. Х. Чайлахян*, «Агрехимия», № 10, 1967.

УДК 591

МОРФОЛОГИЯ ЖИВОТНЫХ

А. Б. Мелик-Мусьян

К вопросу о корково-ядерных проекциях мозжечка кошки

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. К. Карапетяном 3/1 1968)

Настоящая работа ставила целью изучение корково-ядерных проекций у кошек. В работе была использована методика Наута (1-2), позволяющая изучать дегенерацию терминальных волокон. У кошек под нембуталовым наркозом (40 мл на 1 кг веса внутривентрально) производилось хирургическое вмешательство, заключающееся в частичной краниотомии, после которой повреждались лепестки переднего и заднего червя мозжечка.

На 9-ый день кошки забивались под нембуталовым наркозом путем прижизненной перфузии 10-процентного раствора нейтрального формалина. Мозг вскрывался, удалялся мозжечок, который фиксировался в часто сменяемом 10-процентном нейтральном формалине в течение 6—8 недель. Опыты проведены на 10 кошках, из коих с повреждением заднего червя 1 случай, с повреждением переднего червя—8 случаев и с повреждением простой дольки—1 случай. Срезы готовились на замораживающем микротоме после заливки мозжечка в желатину, толщина срезов—30 мк.

Наблюдения показали, что дегенерирующие волокна различного калибра идут из коры мозжечка в направлении ядер. Полученные данные могут быть разделены на 4 группы, согласно нанесенному повреждению. Они соответствуют медиальному краю паравермальной зоны переднего червя (3 случая), латеральному краю той же области (5 случаев), простой дольке заднего червя—один случай и VIII дольке заднего червя—один случай.

Повреждения, нанесенные на кору заднего и переднего червя, вызывают дегенерацию нервных волокон, идущих из коры мозжечка в мозжечковые ядра. Нами исследовался, в основном, передний червь, т. е. передняя доля мозжечка. Наблюдения показали, что экстирпация коры мозжечка вызывает различную степень дегенерации и распространенность процесса, в зависимости от локализации и обширности нанесенной травмы. При повреждении коры латерального края паравермальной зоны переднего червя возникает дегенерация нервных волокон только на

ипсилатеральной стороне, т. е. при этом видна дегенерация в промежуточном и зубчатом ядре той стороны, где была нанесена травма. В процессе также участвует гомолатеральное наружное вестибулярное ядро.

Эгер (3-5) считает, что латеральная кора связана не только с промежуточным и зубчатым ядрами, а затрагивает всю гомолатеральную сторону т. е. также фасцигальное ядро. Вальберг и Янсен (6) пришли к заключению, что при такой локализации травмы страдает только промежуточное ядро той же стороны.

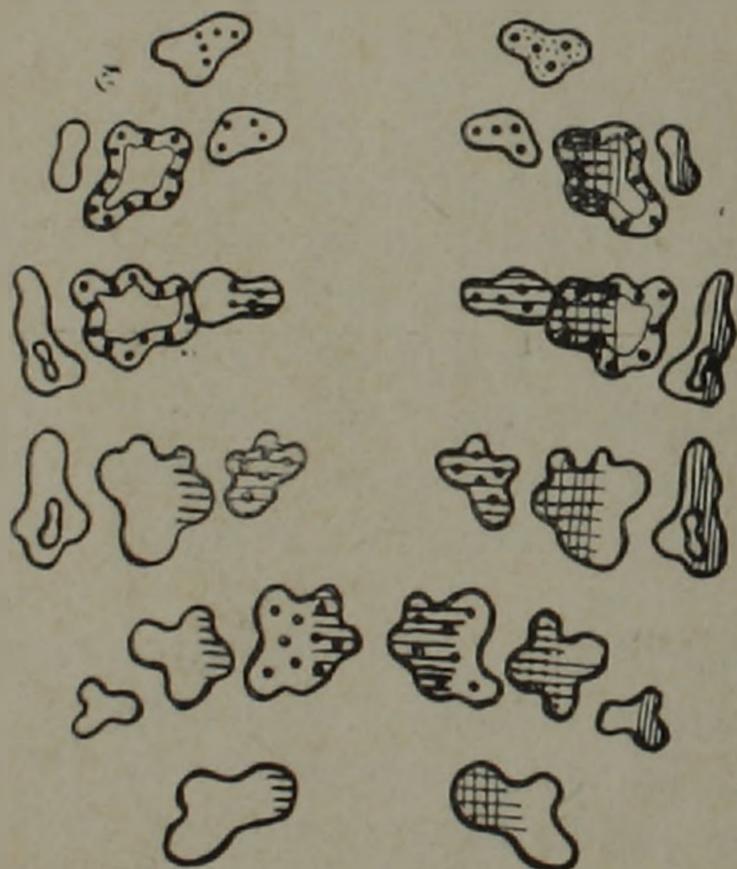
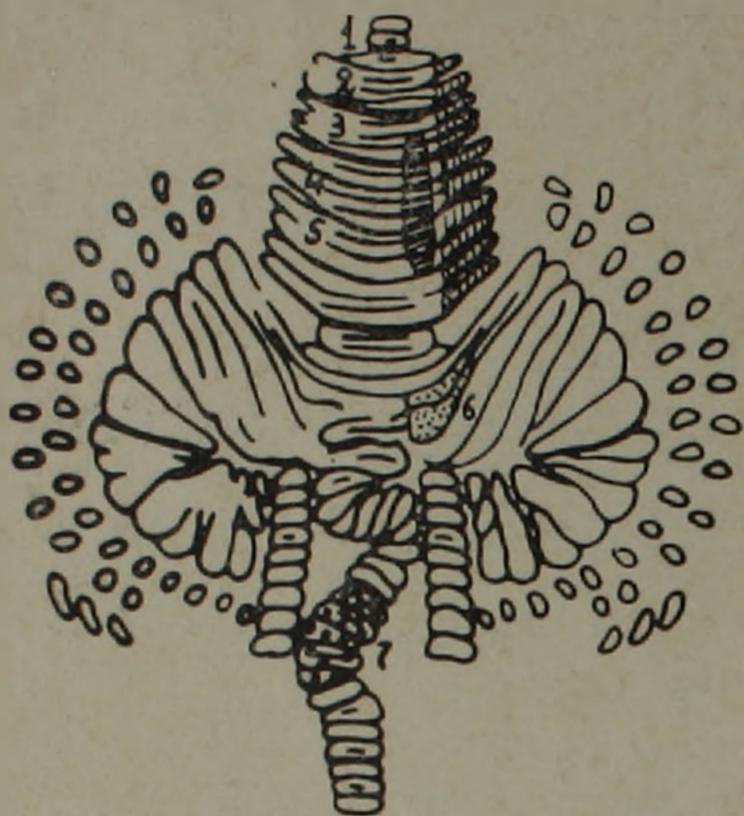


Рис. 1. Схема проекций дегенерирующих волокон из коры мозжечка в ядра при различных повреждениях коры лепестков заднего и переднего червя. 1—5—лепестки первой, второй, третьей, четвертой и пятой долек переднего червя; 6—лепестки простой долики; 7—лепестки VIII долики заднего червя.

Наши исследования показали, что при удалении более медиальной части коры паравермальной зоны дегенерация прослеживается во всех трех ядрах ипсилатеральной стороны с одновременным, но слабее выраженным процессом дегенерации фасцигального и промежуточного ядра противоположной половины мозжечка. Повреждение только простой долики в наших экспериментах вызывало поражение в фасцигальном и больше промежуточном ядре справа (рис. 1).

Разная локализация повреждения в простой долике дает по Эгеру различную картину. Так, при повреждении наружных лепестков простой долики им отмечается дегенерация в промежуточном и зубчатом ядрах. Если же травмированы более медиально расположенные лепестки, то дегенерация затрагивает уже промежуточное и фасцигальное ядра только ипсилатеральной стороны. В наших опытах комбинированное повреждение латерального края паравермальной зоны переднего червя простой долики ведет к возникновению дегенерации всех трех ядер на стороне травмы.

Форд и Рассел (7) при тех же условиях опыта описали дегенерацию на стороне повреждения только в промежуточном и зубчатом ядрах. Наши опыты по повреждению медиальной части паравермальной

зоны с травмой простой долилки вызывали дегенерацию нервных волокон как справа, так и слева, ограничиваясь поражением фасстигиального и промежуточного ядер контралатеральной стороны.

Определенный интерес представляют дегенерирующие изменения нервных волокон, возникающие при экстирпации заднего червя (VIII доляка). Полное удаление коры VIII долилки вызывает поражение обеих фасстигиальных и частично промежуточных ядер справа и слева. Дегенерация интенсивнее выражена в самой толще мозжечка, в центральной

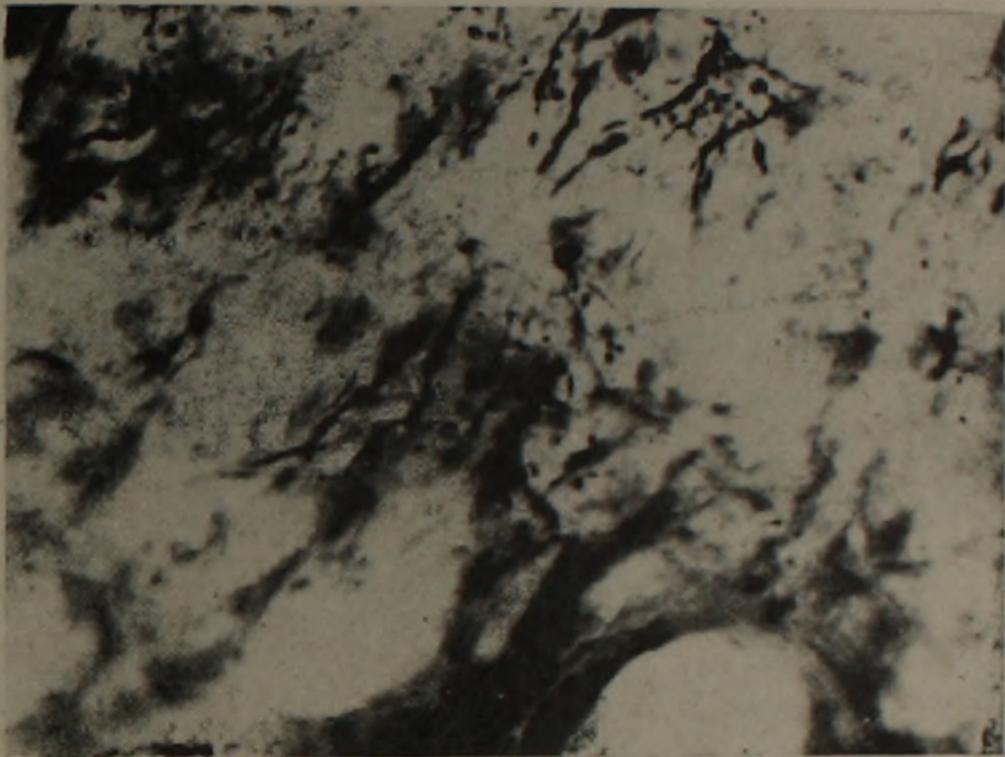


Рис. 2. Дегенерация в зубчатом ядре. Увеличение 800 раз.

части его, хотя прослеживается от рострального до каудального конца. Очевидно, что в результатах опытов строго сказывается локализация повреждений как по протяженности, так и по глубине нанесенной травмы. Следовательно при повреждении коры мозжечка дегенеративный процесс начинается от коры, идет в направлении ядер, локализуясь не только в них, но проецируется далеко за пределы их до наружного вестибулярного ядра. В этом отношении наши данные подтверждаются литературными (3-5). Сами нервные волокна, идущие из коры в ядра претерпевают различные стадии дегенерации от обширных варикозностей до полной фрагментации нервных волокон (рис. 2). Такая картина патологического процесса типична для всех ядер мозжечка: фасстигиального, промежуточного и зубчатого.

Ա. Բ. ՄԵԼԻՔ-ՄՈՒՍՅԱՆ

Կատվի ուղեղիկի կեղևա-կորիզային պրոեկցիայի հարցի շուրջը

Կատուների մոտ ուսումնասիրվել են ուղեղիկի կորիզները կեղևի վնասվածքների ժամանակ: Վիրահատումից 9 օր հետո կենդանին սպանվել է ներերակային 10% շեզոք ֆորմալինի միջոցով նեմրոտայի նարկոզի տակ: Ուղեղիկը հեռացվել է և ֆիքսվել 10% շեզոք ֆորմալինի մեջ 6-8 շաբաթ, որից հետո թածկապատվել է ժելատինով և պատրաստվել են բարակ կտրվածքներ 30 միկրոն հաստությամբ: Կտրվածքները ներկվել են ըստ Նաուտայի: Փորձերը ցույց են տվել, որ

դեզններատիվ փոփոխությունները տեղի են ունենում ներվային թելիկների մեջ, որոնք գնում են կեղևից դեպի ուղեղիկի կորիզները և կենտրոնանում են ոչ միայն կորիզների մեջ, այլև տարածվում են նրանցից հեռու, հասնելով արտաքին վեստիբուլյար կորիզին: Տեղի ունեցած դեզններատիվ փոփոխությունները տարբեր են թե տարածման, թե ինտենսիվության տեսակետից և կախված են վնասվածքի տեղադրումից և խորությունից: Ուղեղիկի լատերալ կողմի պարավերմալ զոնայի առջևի ճիճվիկի վնասվածքների ժամանակ դեզններատիվ փոփոխությունները տարածվում են նույն կողմի n. interpositus-ի և n. dentatus-ի վրա: Նույն շրջանի մեղիալ վնասվածքները առաջացնում են դեզններատիվ փոփոխություններ և ձախից, և աջից, ավելի արտահայտված այլ կողմի վրա: Դեզններատիվ փոփոխությունները արտահայտվում են ներվային թելիկների բայրայումով:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- ¹ W. I. H. Nauta, New Research Techniques of Neuroanatomy Springfield, p. A-26, 1957. ² W. I. H. Nauta, P. A. Cygax, Stain technology, 1954, 29:91, № 4 (1954). ³ R. Eager, R. Barrant, The Journal of Comparative Neurology, 126:487 (1966). ⁴ R. Eager, The Journal of Comparative Neurology, 120:81 (1963). ⁵ R. Eager, The Journal of Comparative Neurology, 126:551 (1966). ⁶ Walberg, J. Jansen, Journal Anat. Inst. Univ. of Oslo J. Hirnforsch, 6/6, 338—354 (1964). ⁷ Ford, G. Russel, Tex. Rep. Biol. Med. 22/3, 492 (1964).

