ՀՍՍՀ ԳԱ

Տեղեկագիր

ՖԻԶԻԿԱ
ФИЗИКА

1975

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 10, 155—160 (1975)

О НЕЙТРАЛЬНЫХ СЛАБЫХ ТОКАХ В БЕЗНЕЙТРИННЫХ ЛЕПТОННЫХ РЕАКЦИЯХ

А. Г. СЕДРАКЯН

В связи с экспериментальным наблюдением реакций $\tilde{\nu}_\mu e^- \to \tilde{\nu}_\mu e^-$, $\begin{pmatrix}\nu_\mu \\ - \\ \nu_\mu\end{pmatrix} + N \to \begin{pmatrix}\nu_\mu \\ - \\ \nu_\mu\end{pmatrix} +$ *адроны*, которые указывают на существование нейтрального слабого тока, изучены предсказания модели Вайнберга для рассеяния электрона на электроне. Получены поправка к дифференциальному сечению электромагнитного рассеяния и средняя поляризация рассеянной частицы и проанализированы условия, при которых эти эффекты могут быть обнаружены.

1. В связи с экспериментальным наблюдением безмюонных реакций [1]

$$\tilde{\nu}_\mu e^- \to \tilde{\nu}_\mu e^-, \quad \begin{pmatrix}\nu_\mu \\ - \\ \nu_\mu\end{pmatrix} + N \to \begin{pmatrix}\nu_\mu \\ - \\ \nu_\mu\end{pmatrix} + \textit{адроны} \tag{1}$$

возрос интерес к вопросу о существовании нейтральных слабых токов и к единым моделям слабых и электромагнитных взаимодействий, содержащим нейтральный Z°-бозон [2]. Наблюдение реакций (1) нельзя еще считать полным доказательством существования нейтрального слабого тока. Существуют схемы четырехфермионного слабого взаимодействия без нейтральных токов [3], которые допускают реакции (1). Окончательное доказательство существования нейтрального слабого тока можно получить на основе изучения лептонных реакций

$$\begin{aligned} &e^+ e^- \to \mu^+ \mu^-, \\ &e^+ e^- \to e^+ e^-, \end{aligned} \tag{2}$$

$$e^- e^- \to e^- e^-. \tag{3}$$

Эффекты слабого взаимодействия в этих реакциях предсказываются едиными теориями электромагнитных и слабых взаимодействий, содержащими промежуточный Z°-бозон. Экспериментальное обнаружение и исследование эффектов слабого взаимодействия в реакциях (2) и (3) было бы не только доводом в пользу моделей с нейтральным Z°-бозоном, но и проверкой параметров этих теорий.

2. Существование нейтрального слабого тока в реакциях $e^+ e^- \to \mu^+ \mu^-$ и $e^+ e^- \to e^+ e^-$ проявляется в трех эффектах:

а) поправка к электромагнитному сечению,

б) асимметрия дифференциального сечения относительно $\theta = \pi/2$,

в) средняя поляризация конечных частиц.

Зависимость этих эффектов от угла Вайнберга приведена на рис. 1. Эти эффекты при энергиях 3—5 *Гэв* составляют $\sim 1\%$ и становятся существенными при высоких энергиях. Но при высоких энергиях становятся существенными также эффекты слабого взаимодействия в реакции $e^+ e^- \to$ *адроны* и в связи с тем, что при высоких энергиях трудно отличить адроны от мезонов, экспериментальное исследование этих эффектов в реакциях (2)

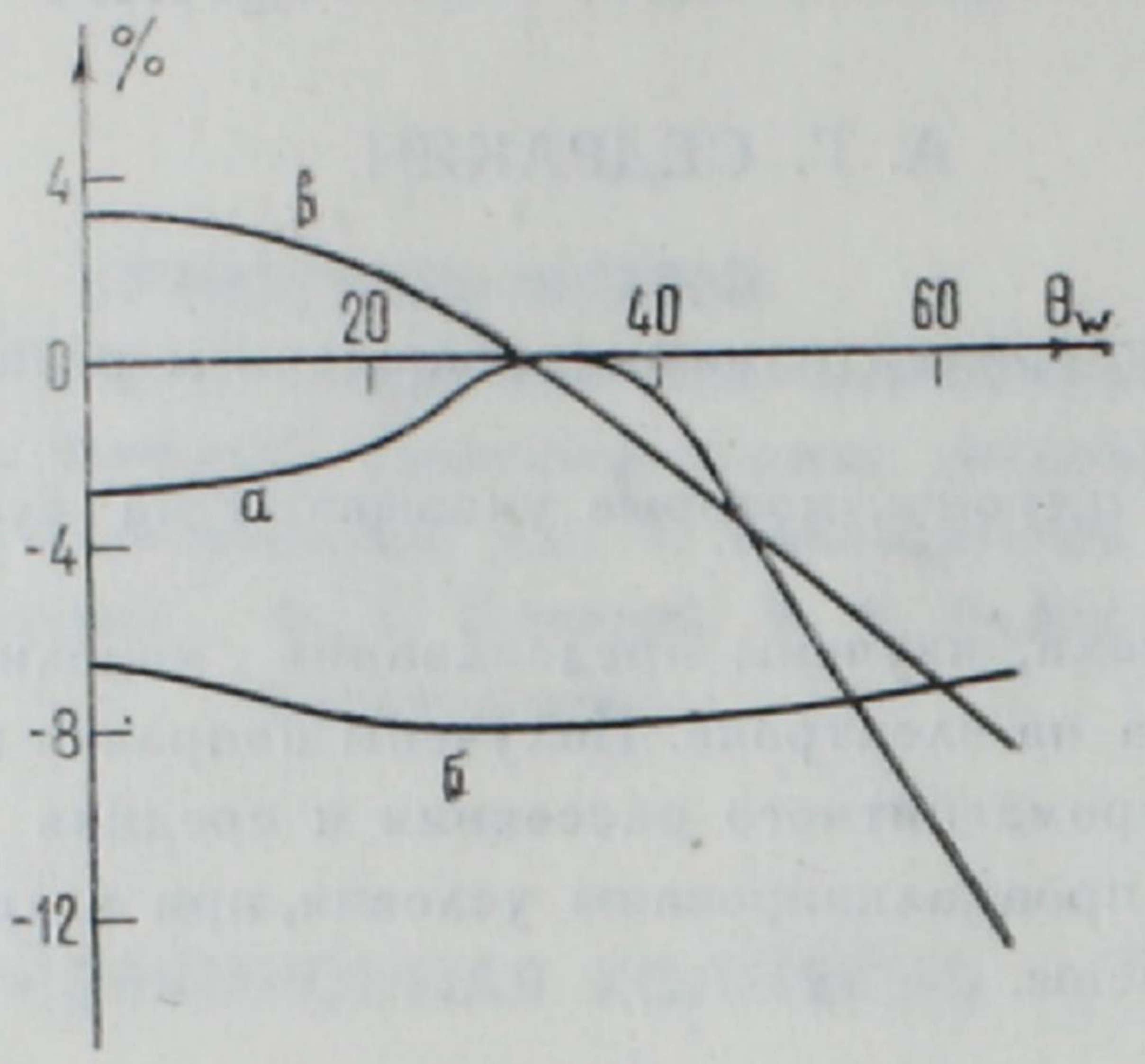


Рис. 1. Зависимость эффектов слабого взаимодействия от угла Вайнберга в реакции $e^+ e^- \to \mu^+ \mu^-$ при $E = 20$ *Гэв*: *а*) поправка к дифференциальному сечению, *б*) асимметрия процесса относительно $\theta = 90°$, *в*) средняя поляризация конечной частицы.

и (3) затруднительно. Предсказания для реакций $e^+ e^- \to \mu^+ \mu^-$ и $e^+ e^- \to$ $\to e^+ e^-$ содержатся в работах [4—9].

3. В настоящей работе рассматриваются эффекты слабого взаимодействия в реакции $e^- e^- \to e^- e^-$.

Лагранжиан взаимодействия записывается в виде

$$L_{\rm int} = i\, \bar{u}_e \gamma_\alpha u_e A_\alpha + i\, \bar{u}_e (g_V + g_A \gamma_5) \gamma_\alpha u_e Z^0_\alpha. \tag{4}$$

В модели Вайнберга параметры g_V и g_A определены следующим образом:

$$g_V = \frac{3e}{4} \operatorname{tg} \theta_W - \frac{e}{4 \operatorname{tg} \theta_W}, \quad g_A = \frac{e}{4} \left(\operatorname{tg} \theta_W + \frac{1}{\operatorname{tg} \theta_W} \right), \tag{5}$$

где θ_W — угол Вайнберга.

Экспериментальное и теоретическое рассмотрение реакции $\nu_e e^- \to \nu_e e^-$ для угла Вайнберга дает оценку $\sin^2 \theta_W \leqslant 0{,}35$ [10, 11]. Исследование полулептонных реакций в рамках модели Вайнберга (независимо от вида адронного слабого тока) дает $\sin^2 \theta_W \geqslant 0{,}3$ [12, 13]. В настоящей работе для оценки эффектов использована величина $\sin^2 \theta_W = 0{,}32$.

Направим импульс одного из начальных электронов по оси z, а его вектор поляризации по оси y. Так как энергия электронов велика, то массой их можно пренебречь и в с. ц. м. для 4-импульсов начальных электронов можно записать

$$p_1 = (O,\ O,\ E,\ iE), \qquad p'_1 = (O,\ O,\ -E,\ iE),$$

для 4-импульсов конечных электронов имеем

$$p_2 = (E \sin\theta \sin\varphi, \quad E \sin\theta \cos\varphi, \quad E \cos\theta, \quad iE),$$
$$p'_2 = (-E \sin\theta \sin\varphi, \quad -E \sin\theta \cos\varphi, \quad -E \cos\theta, \quad iE).$$

Мы рассматриваем случай поперечно поляризованных начальных электронов и записываем 4-векторы поляризации в виде

$$s_1 = (O,\ s_1,\ O,\ O), \quad s_1' = (O,\ s_2,\ O,\ O).$$

Для продольно поляризованных конечных электронов 4-векторы поляризации имеют вид

$$s_2 = \frac{h_1}{m_e}\, p_2, \quad s_2' = \frac{h_2}{m_e}\, p_2',$$

где h_1 и h_2 — их спиральности.

Рассмотрение процесса $e^- e^- \to e^- e^-$ мы проводим на основе диаграмм Фейнмана, изображенных на рис. 2.

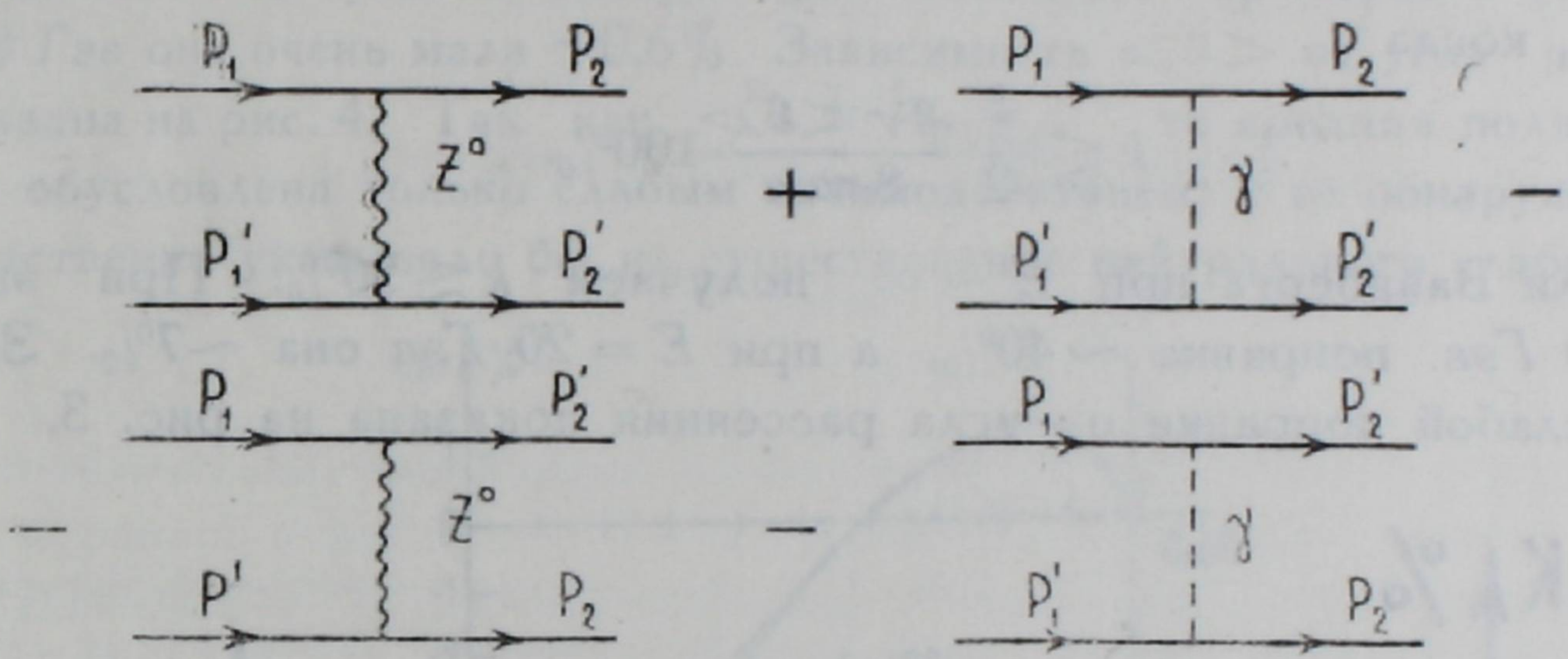


Рис. 2.

Матричный элемент этого процесса имеет вид

$$M = \frac{e^2 (\bar{u}_2 \gamma_\alpha u_1)(\bar{u}_2' \gamma_\alpha u_1')}{(p_2 - p_1)^2} - \frac{e^2 (\bar{u}_2' \gamma_\alpha u_1)(\bar{u}_2 \gamma_\alpha u_1)}{(p_2' - p_1)^2} + \tag{6}$$

$$+ \frac{(\bar{u}_2 \Gamma_\alpha u_1)(\bar{u}_2' \Gamma_\alpha u_1')}{(p_2 - p_1)^2 + m_z^2} - \frac{(\bar{u}_2' \Gamma_\alpha u_1)(\bar{u}_2 \Gamma_\alpha u_1')}{(p_2' - p_1)^2 + m_z^2},$$

где $\Gamma_\alpha = (g_V + g_A \gamma_5)\gamma_\alpha$.

Для дифференциального сечения с поляризованными начальными и конечными частицами получаем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4E^2}\Bigg\{ (1 - h_1 h_2)\left[\frac{1+z^2}{(1-z^2)^2} + s_1 s_2 \frac{\cos 2\varphi}{4}\right] +$$

$$+ \frac{(1 + h_1 h_2)(g_V^2 + g_A^2)}{8\pi\alpha(1-z^2)(a^2 - z^2)}\left[2a + (a-1)z^2 + a(1+z^2)z^2 + 4az^2\right] +$$

$$+ \frac{(1 - h_1 h_2)(g_V^2 - g_A^2)}{8\pi\alpha(1-z^2)(a^2 - z^2)}\left[4a(1+z^2) - s_1 s_2 \cos 2\varphi\,(a - z^2)(1 - z^2)\right] +$$

$$+ \frac{(1 + h_1 h_2)}{4(1-z^2)^2}(5 + 2z^2 + z^4) + \frac{(h_1 + h_2)\, g_V g_A}{4\pi\alpha(1-z^2)(a^2 - z^2)}(az^4 + 6az^2 + 4z^2 - 3a)\Bigg\},$$

где

$$z = \cos\theta, \quad a = 1 + \frac{m_z^2}{2E^2}. \tag{7}$$

Существование Z°-бозона проявляется в двух эффектах.

а. Поправка к сечению электромагнитного рассеяния электронов, обусловленная слабым взаимодействием. Величина поправки k (отношение интерференционных членов в сечении к сечению электромагнитного рассеяния) ограничена сверху. Из сравнения членов типа

$$\frac{1}{(1-z^2)^2} \quad \text{и} \quad \frac{g_V^2+g_A^2}{8\pi\alpha}\,\frac{2\,a}{(1-z^2)(a^2-z^2)}$$

видно, что вклад слабой поправки наиболее существенно проявляется при $\theta = 90^{\circ}$, когда

$$k \lesssim \frac{5}{2}\,\frac{g_V^2+g_A^2}{8\pi\alpha\, a}\cdot 100\%. \tag{8}$$

В модели Вайнберга при $E \to \infty$ получаем $k \lesssim 50\%$. При энергии $E = 100$ *Гэв* поправка $\sim 40\%$, а при $E = 20$ *Гэв* она $\sim 7\%$. Зависимость слабой поправки от угла рассеяния показана на рис. 3.

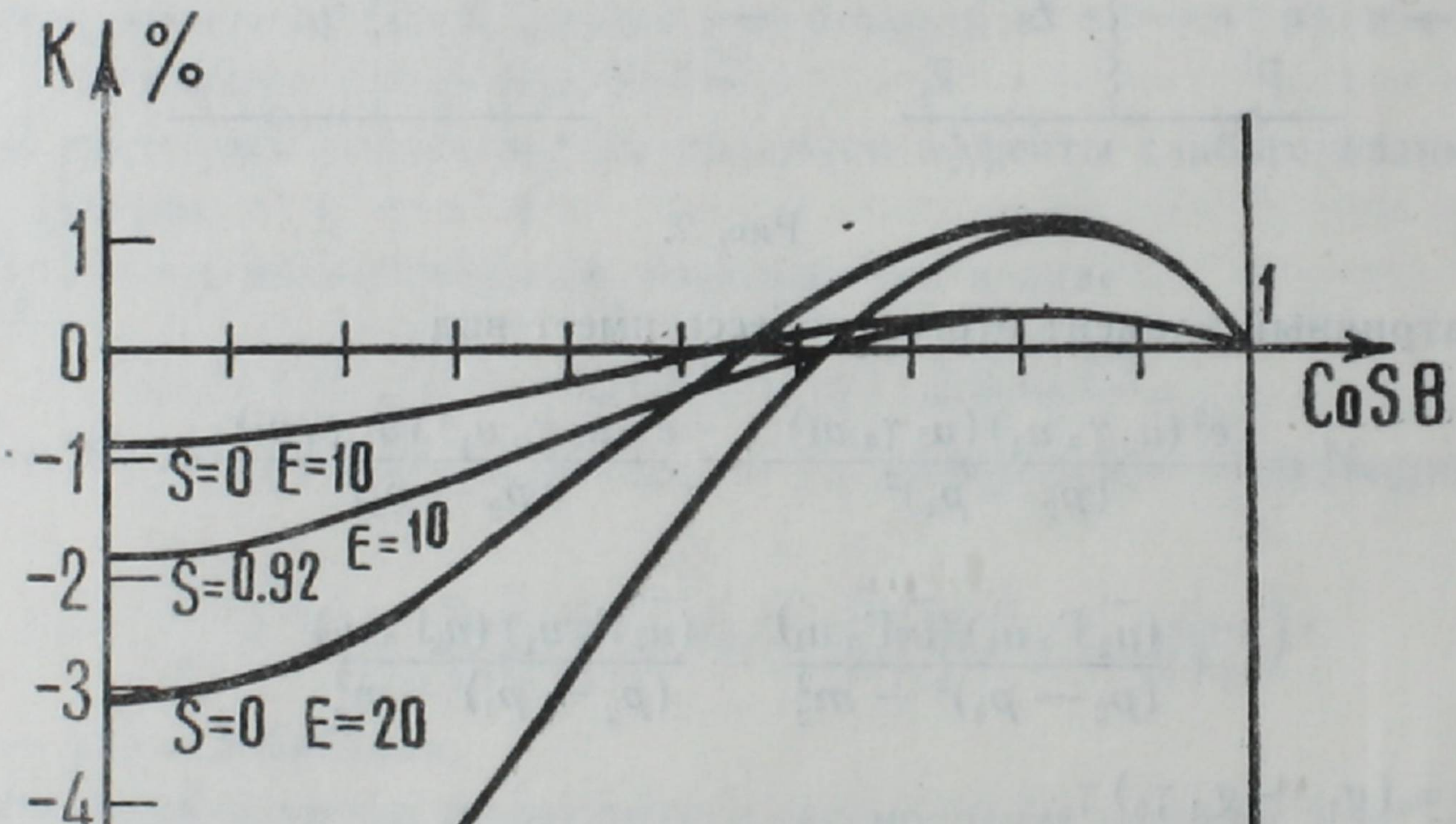


Рис. 3. Зависимость поправки к дифференциальному сечению электромагнитного рассеяния от угла рассеяния θ при энергиях 10 и 20 *Гэв* и поляризациях 0 и 0,92.

б. Возникновение средней поляризации рассеянной частицы, которая есть

$$\langle h \rangle = \frac{\sum\limits_{h_2} d\sigma (h_1 = 1) - \sum\limits_{h_1} d\sigma (h_1 = -1)}{\sum\limits_{h_1 h_2} d\sigma} =$$

$$= \frac{g_V\, g_A\, \alpha (az^4 + 6\, az^2 + 4\, z^2 - 3\, a)}{8\pi (1 - z^2)(a^2 - z^2) \sum\limits_{h_1 h_2} d\sigma/d\Omega}. \tag{9}$$

Для нее можно получить ограничение

$$\langle h \rangle \lesssim \frac{g_V\, g_A}{8\, \pi \alpha\, a} \cdot 100\%. \tag{10}$$

При $E = 100$ *Гэв* средняя поляризация составляет примерно 5%, а при $E = 20$ *Гэв* она очень мала $\sim 0{,}6\%$. Зависимость $\langle h \rangle$ от угла рассеяния θ показана на рис. 4. Так как $\langle h \rangle \sim g_V g_A$, то средняя поляризация $\langle h \rangle$ обусловлена только слабым взаимодействием, и ее обнаружение непосредственно указывало бы на существование нейтрального слабого тока.

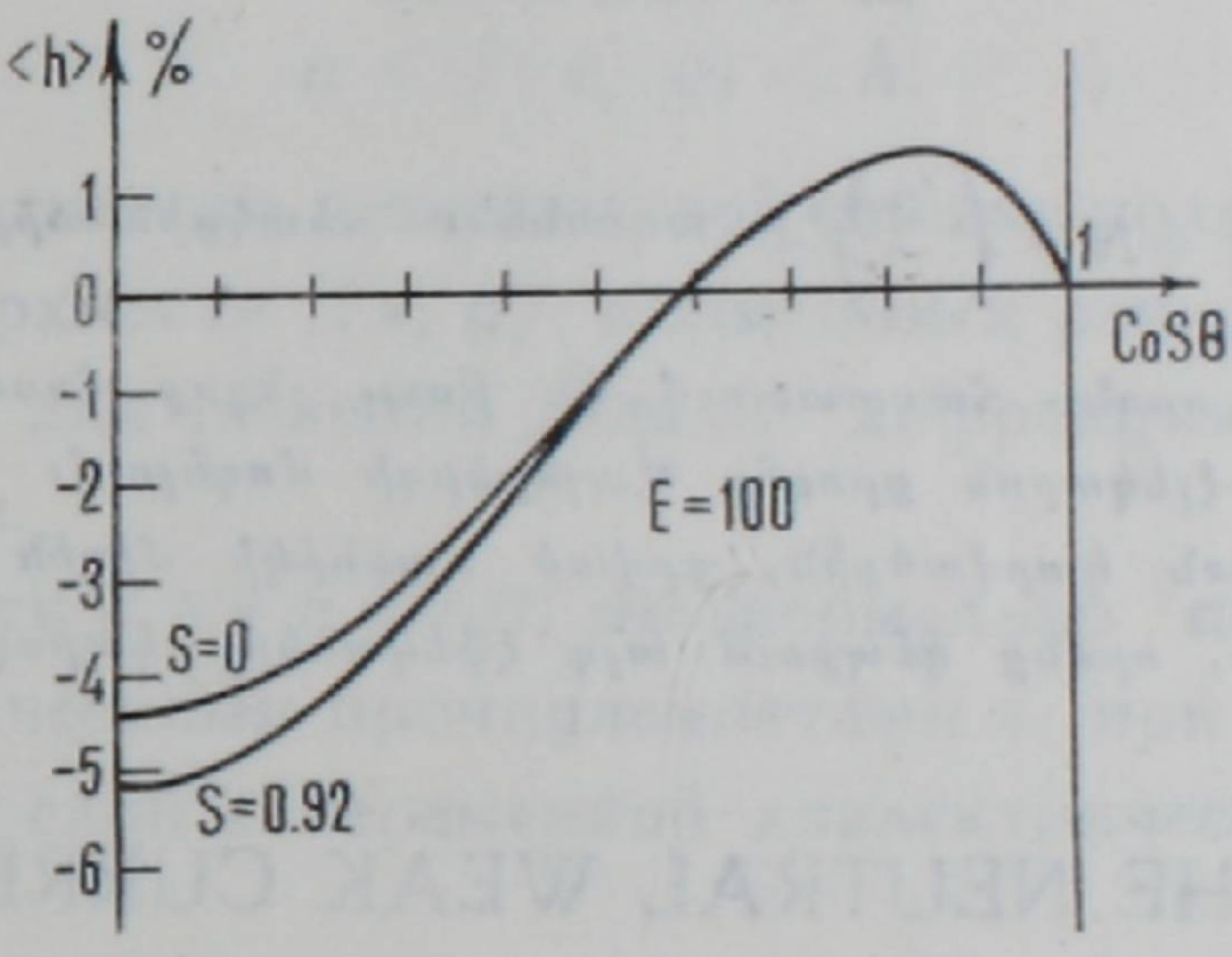


Рис. 4. Зависимость средней поляризации конечной частицы от угла рассеяния θ при $E = 100$ *Гэв*.

Отметим, что учет массы электрона дает эффект порядка m_e^2/E^2, фотонные диаграммы высших порядков (α^2) существенны при низких энергиях [7—9], а чисто слабая поправка в сечении составляет величину порядка нескольких процентов. Приведенные оценки для поправки к сечению позволяют надеяться обнаружить эффект слабого взаимодействия уже при энергиях $E = 15$ *Гэв*. Для обнаружения поляризационных эффектов нужны энергии порядка 100 *Гэв*.

Обнаружение отмеченных нами эффектов в реакциях

$$e^+ e^- \to \mu^+ \mu^-, \quad e^+ e^- \to e^+ e^-, \quad e^- e^- \to e^- e^-$$

однозначно указывало бы на существование Z°-бозона и нейтрального слабого тока. Предсказания, связанные со слабым нейтральным током, при относительно низких энергиях экспериментально выгоднее проверять в реакциях (2), а при высоких энергиях—в реакции (3).

Автор благодарен А. Н. Заславскому за постановку задачи и С. Г. Матиняну за полезное обсуждение.

Ереванский государственный
университет

Поступила 5.VI.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *L. E. I. Hasert* et al. Phys. Lett., 46B, 121 (1973); 46B, 138 (1973).
2. *S. Weinberg*. Phys. Rev. Lett., 19, 1264 (1967); Phys. Rev., D5, 1412 (1972).
3. *Б. Понтекорво*. Письма ЖЭТФ, 19, 233 (1974).
4. *J. Godine, A. Hankey*. Phys. Rev., D6, 3301 (1972).
5. *A. Love*. Nuovo Cim. Lett., 5, 113 (1972).
6. *W. K. Cung, A. K. Mann, E. A. Paschos*. Phys. Lett., 41B, 355 (1972).
7. *R. W. Brown* et al. Phys. Lett., 43B, 403 (1973).
8. *P. A. Dicus*. Phys. Rev., D8, 890 (1973).
9. *R. Budny*. Phys. Lett., 45B, 340 (1973).
10. *H. H. Chen, B. W. Lee*. Phys. Rev., D5, 1874 (1972).
11. *H. S. Gurr, F. Reines, H. W. Sobel*. Phys. Rev. Lett., 28, 1406 (1972).
12. *E. A. Paschos, L. Wolfenstein*. Phys. Rev., D7, 91 (1973).
13. *A. Pais, S. B. Treiman*. Phys. Rev., D6, 2700 (1972).

ԹՈՒՅԼ ՉԵԶՈՔ ՀՈՍԱՆՔՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ա. Գ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ

$\bar{\nu}_\mu e^- \to \tilde{\nu}_\mu e^-$, $\begin{pmatrix}\nu_\mu\\ - \\ \nu_\mu\end{pmatrix} + N \to \begin{pmatrix}\nu_\mu\\ - \\ \nu_\mu\end{pmatrix} +$ ադրոններ *ռեակցիաների փորձնական հայտնաբերման կապակցությամբ, որոնք հաստատում են թույլ չեզոք հոսանքների գոյությունը, ուսումնասիրվել է էլեկտրոն-էլեկտրոն ցրումը Վայնբերգի մոդելում։ Ստացված է ուղղումը էլեկտրամագնիսական ցրման կտրվածքին, ցրված մասնիկի միջին բևեռացումը և քննարկված են այն պայմանները, որոնց դեպքում այդ էֆեկտները կարող են հայտնաբերվել։*

ON THE NEUTRAL WEAK CURRENTS

A. G. SEDRAKYAN

Connected with the experimental indications of the existence of the neutral weak current in reactions $\bar{\nu}_\mu e^- \to \bar{\nu}_\mu e^-$, $\begin{pmatrix}\nu_\mu\\ \sim \\ \nu_\mu\end{pmatrix} + N \to \begin{pmatrix}\nu_\mu\\ - \\ \nu_\mu\end{pmatrix}$—hadrons, the predictions of Weinberg's model for electron-electron scattering are studied. The correction to the differential cross-section and the average polarization of the scattered particle are obtained. These effects at high energy would serve as direct evidences of the existence of the neutral weak current.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 10, 161—170 (1975

ИЗЛУЧЕНИЕ ТОЧЕЧНОГО ЗАРЯДА, ДВИЖУЩЕГОСЯ ВДОЛЬ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ГОФРИРОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

О. С. МЕРГЕЛЯН

В приближении теории возмущений решена задача дифракции поля равномерно движущегося вблизи диэлектрической неоднородности заряда. Исследована природа излучения, его спектральный состав и вычислены потери энергии.

Пусть точечный заряд e равномерно движется со скоростью $v = v_y$, имея координаты

$$x = 0, \quad y = vt, \quad z = 0, \tag{1}$$

и поверхность $z = f(x, y)$ разделяет среды с диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2, причем

$$a \leqslant f(x, y) \leqslant h. \tag{2}$$

Чтобы избежать практически невозможной сшивки полей и волновых векторов на неровной поверхности $f(x, y)$, применим к решению задачи метод, использованный в [1] для решения задачи дифракции на периодически-неровной поверхности.

Проведя плоскости $z=a$ и $z=h$, мы формально выделяем из изотропных сред с диэлектрическими проницаемостями ε_1 при $z<a$ и ε_2 при $z>h$ плоско-параллельный слой с переменной диэлектрической проницаемостью

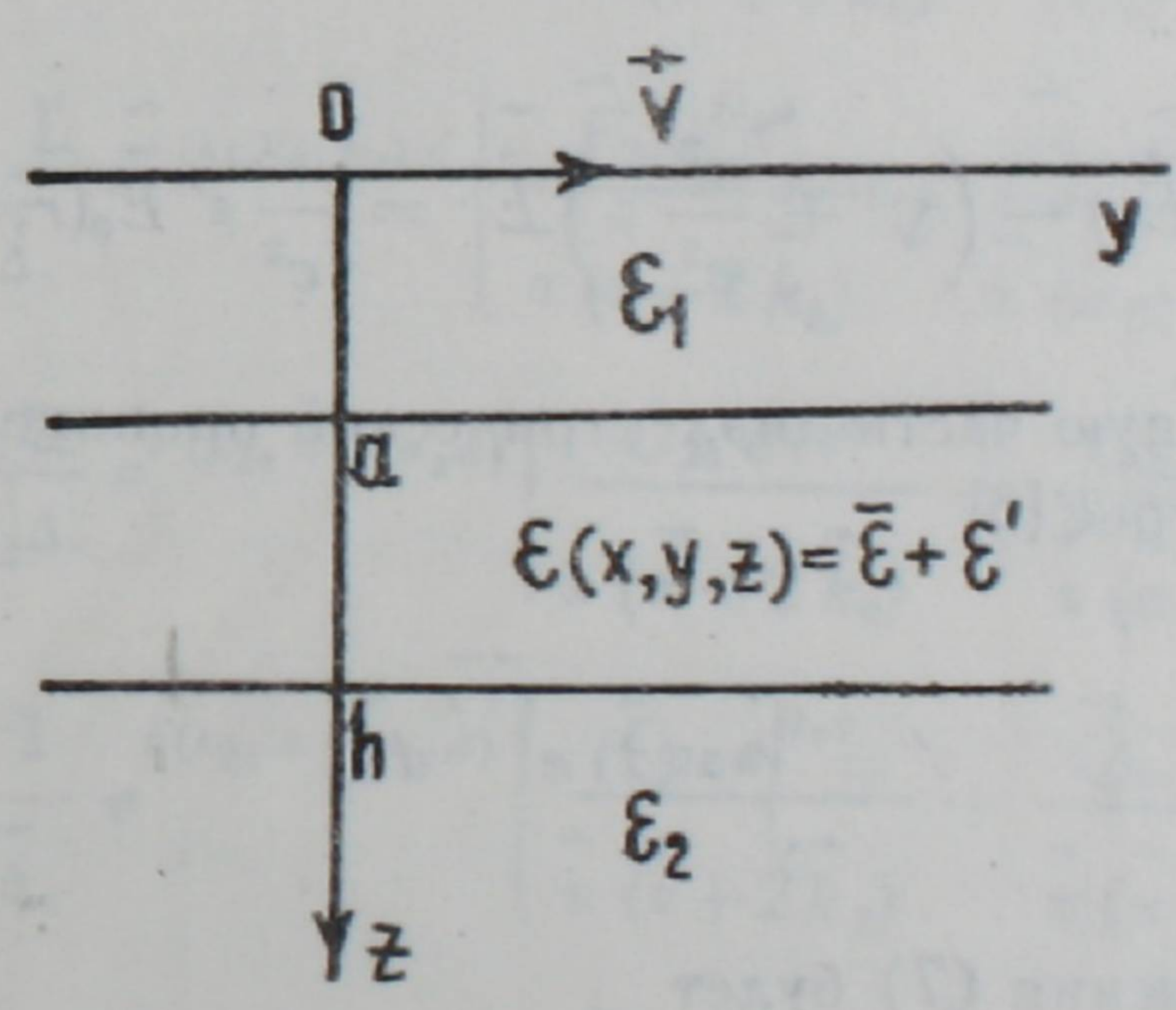


Рис. 1.

$\varepsilon(x, y, z)$ (рис. 1). Представим ее в виде суммы средней диэлектрической проницаемости $\bar{\varepsilon}$ и переменной поправки $\varepsilon'(x, y, z)$

$$\bar{\varepsilon}(x, y, z) = \bar{\varepsilon} + \varepsilon'(x, y, z), \quad |\varepsilon'| \ll |\bar{\varepsilon}|. \tag{3}$$

В нулевом приближении мы считаем $\varepsilon'=0$.

Тогда решение внутри слоя (a, h) имеет вид [2]

$$\tilde{\vec{E}}_0(\vec{r},\ t) = \int dk_x d\omega\, e^{i\left(k_x x + \frac{\omega}{v} y - \omega t\right)} \left(\vec{E}_2 e^{i\lambda_0 z} + \vec{E}_3 e^{-i\lambda_0 z}\right), \tag{4}$$

где

$$E_{2z} = 2\varepsilon_1\lambda_1(\bar{\varepsilon}\lambda_2 + \varepsilon_2\lambda_0)\,\Delta^{-1} e^{i(\lambda_1 a - \lambda_0 h)} E_{0z},$$

$$H_{2z} = 2\lambda_1(\lambda_2 + \lambda_0)\,\tilde{\Delta}^{-1} e^{i(\lambda_1 a - \lambda_0 h)} H_{0z}, \tag{5}$$

$$\vec{E}_0 = -\frac{e}{2\pi v\varepsilon_1\lambda_1}\left(\frac{\omega \vec{v}}{v^2} s_1^2 - \vec{e}_z\lambda_1 - \vec{e}_x k_x\right).$$

В формулах (5) приняты обозначения

$$\lambda_{0,\,1,\,2} = \left(\frac{\omega^2}{v^2} s^2_{0,\,1,\,2} - k_x^2\right)^{1/2},$$

$$s_0^2 = \beta^2\bar{\varepsilon} - 1, \quad s^2_{1,\,2} = \beta^2\varepsilon_{1,\,2} - 1, \quad \beta = \frac{v}{c},$$

$$\Delta = (\varepsilon_1\lambda_0 + \bar{\varepsilon}\lambda_1)(\varepsilon_2\lambda_0 + \bar{\varepsilon}\lambda_2)\, e^{-i\lambda_0 d} - (\varepsilon_1\lambda_0 - \bar{\varepsilon}\lambda_1)(\varepsilon_2\lambda_0 - \bar{\varepsilon}\lambda_2)\, e^{i\lambda_0 d} \tag{6}$$

$$\tilde{\Delta} = (\lambda_0 + \lambda_1)(\lambda_0 + \lambda_2)\, e^{-i\lambda_0 d} - (\lambda_0 - \lambda_1)(\lambda_0 - \lambda_2)\, e^{i\lambda_0 d},$$

$$d = h - a.$$

Поля $\vec{E}_3$ получаются из $\vec{E}_2$ изменением знака у λ_0.

Поправочное поле $\tilde{\vec{E}}'(\vec{r},\ t)$ в нашем приближении удовлетворяет уравнению

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla}\tilde{\vec{E}}') - \left(\nabla^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\bar{\varepsilon}\right)\tilde{\vec{E}}' = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon'\,\tilde{\vec{E}}_0(\vec{r},\ t). \tag{7}$$

Представим переменную часть диэлектрической проницаемости слоя $\varepsilon'(\vec{r})$ в виде интеграла Фурье [3]

$$\varepsilon' = \int \sigma(\vec{\alpha})\, e^{i\vec{\alpha}\vec{r}}\, d\vec{\alpha}. \tag{8}$$

Решением уравнения (7) будет

$$\tilde{\vec{E}}'(\vec{r},t) = \int dk_x\, d\omega\, e^{i(\vec{x}_\alpha\vec{r} - \omega t)}\Big\{\vec{E}_{2\alpha} e^{i(\lambda_0 + \alpha_z)z} + \tag{9}$$

$$+ \vec{E}_{3\alpha} e^{i(-\lambda_0 + \alpha_z)z} + \tilde{\vec{E}}_{2\alpha} e^{i\lambda_\alpha z} + \tilde{\vec{E}}_{3\alpha} e^{-i\lambda_\alpha z}\Big\},$$

где

$$\vec{\varkappa}_\alpha = \vec{e}_x(k_x + \alpha_x) + \vec{e}_y\left(\frac{\omega}{v} + \alpha_y\right),$$

$$\lambda_\alpha = \left[\frac{\omega^2}{c^2}\bar{\varepsilon} - \varkappa_\alpha^2\right]^{1/2}, \quad \vec{k}_{2,\,3} = \vec{e}\,k_x + \frac{\omega}{c}\vec{e}_y \pm \vec{e}_z\lambda_0, \tag{10}$$

$$\vec{E}_{2,\,3\alpha} = \frac{\sigma(\vec{\alpha})}{\bar{\varepsilon}}\,\frac{\frac{\omega^2}{c^2}\bar{\varepsilon}\,\vec{E}_{2,\,3} - (\vec{k}_{2,\,3} + \vec{\alpha})\,(\vec{\alpha}\vec{E}_{2,\,3})}{\vec{\alpha}\,(\vec{\alpha} + 2\,\vec{k}_{2,\,3})}\,.$$

Амплитуды $\tilde{\vec{E}}_{2,\,3\alpha}$ определяются из граничных условий для поправочных полей.

Поправочные поля в областях $z<a$ и $z>h$ ищем в виде

$$\vec{E}'_{1,\,2}(\vec{r},\ t) = \int dk_x\, d\omega\, d\vec{\alpha}\,\vec{E}_{1,\,2\alpha}\, e^{i\left(\vec{\varkappa}_\alpha\vec{\rho} \mp \lambda_{1,\,2\alpha}z - \omega t\right)},$$

$$\vec{H}'_{1,\,2}(\vec{r},\ t) = \int dk_x\, d\omega\, d\vec{\alpha}\,\vec{H}_{1,\,2\alpha}\, e^{i\left(\vec{\varkappa}_1\vec{\rho} \mp \lambda_{1,\,2\alpha}z - \omega t\right)}, \tag{11}$$

$$\lambda_{1,\,2\alpha} = \left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{1,\,2} - \varkappa_\alpha^2\right)^{1/2}, \quad \vec{\rho} = \vec{e}_x x + \vec{e}_y y.$$

Из граничных условий на плоскостях $z=a$ и $z=h$ имеем

$$E_{1\alpha,\,z} = \frac{1}{\varepsilon_1\Delta_\alpha}\, e^{i(\lambda_{1\alpha} + \alpha_z)\,a}\left\{\frac{F_{2\alpha}\,e^{i\lambda_0 a}}{\vec{\alpha}\,(\vec{\alpha} + 2\,\vec{k}_2)} + \frac{F_{3\alpha}\,e^{-i\lambda_0 a}}{\vec{\alpha}\,(\vec{\alpha} + 2\,\vec{k}_3)}\right\},$$

$$H_{1\alpha,\,z} = \frac{1}{\tilde{\Delta}_\alpha}\, e^{i(\lambda_{1\alpha} + \alpha_z)\,a}\left\{\frac{\tilde{F}_{2\alpha}\,e^{i\lambda_0 a}}{\vec{\alpha}\,(\vec{\alpha} + 2\,\vec{k}_2)} + \frac{\tilde{F}_{3\alpha}\,e^{-i\lambda_0 a}}{\vec{\alpha}\,(\vec{\alpha} + 2\,\vec{k}_3)}\right\},$$

$$E_{2\alpha,\,z} = \frac{1}{\varepsilon_2\Delta_\alpha}\, e^{i(\lambda_{2\alpha}h + \alpha_z a)}\left\{\frac{Q_{2\alpha}\,e^{i\lambda_0 a}}{\vec{\alpha}\,(\vec{\alpha} + 2\,\vec{k}_2)} + \frac{Q_{3\alpha}\,e^{-i\lambda_0 a}}{\vec{\alpha}\,(\vec{\alpha} + 2\,\vec{k}_3)}\right\}, \tag{12}$$

$$H_{2\alpha,\,z} = \frac{1}{\tilde{\Delta}_\alpha}\, e^{i(\lambda_{2\alpha}h + \alpha_z a)}\left\{\frac{\tilde{Q}_{2\alpha}\,e^{i\lambda_0 a}}{\vec{\alpha}\,(\vec{\alpha} + 2\,\vec{k}_2)} + \frac{\tilde{Q}_{3\alpha}\,e^{-i\lambda_0 a}}{\vec{\alpha}\,(\vec{\alpha} + 2\,\vec{k}_3)}\right\},$$

где

$$\Delta_\alpha = \left(\lambda_\alpha + \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_1}\lambda_{1\alpha}\right)\left(\lambda_\alpha + \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_2}\lambda_{2\alpha}\right)e^{-i\lambda_\alpha d} -$$

$$-\left(\lambda_\alpha - \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_1}\lambda_{1\alpha}\right)\left(\lambda_\alpha - \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_2}\lambda_{2\alpha}\right)e^{i\lambda_\alpha d},$$

$$F_{2\alpha} = \left\{-\,2\,\xi_{\alpha\lambda_\alpha}\, e^{i(\lambda_0 + \alpha_z)d} + \xi_\alpha^+\left(\lambda_\alpha + \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_2}\lambda_{2\alpha}\right)e^{-i\lambda_\alpha d} +\right.$$

$$\left. +\,\xi_\alpha^-\left(\lambda_\alpha - \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_2}\lambda_{2\alpha}\right)e^{i\lambda_\alpha d}\right\}\sigma(\vec{\alpha}),$$

$$\overline{F}_{2\alpha} = \frac{\omega}{c}\,\sigma(\vec{\alpha})\,[\vec{k}_2 + \vec{\alpha},\ \vec{E}_2]_z \{ -2\lambda_\alpha (\lambda_{2\alpha} - \lambda_0 - \alpha_z)\, e^{i(\lambda_0 + \alpha_z)d} +$$

$$+ (\lambda_{2\alpha} + \lambda_\alpha)(\lambda_\alpha - \lambda_0 - \alpha_z)\, e^{-i\lambda_\alpha d} - (\lambda_\alpha - \lambda_{2\alpha})(\lambda_\alpha + \lambda_0 + \alpha_z)\, e^{i\lambda_\alpha d} \},$$

$$Q_{2\alpha} = \sigma(\vec{\alpha}) \Big\{ 2\lambda_\alpha \xi'_\alpha - e^{i(\lambda_0 + \alpha_z)d} \Big[\xi^-_\alpha \left(\lambda_\alpha + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\lambda_{1\alpha} \right) e^{-i\lambda_\alpha d} +$$

$$+ \xi^+_\alpha \left(\lambda_\alpha - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\lambda_{1\alpha} \right) e^{i\lambda_\alpha d} \Big]\Big\},$$

$$\overline{Q}_{2\alpha} = \frac{\omega}{c}\,\sigma(\vec{\alpha})\,[\vec{k}_2 + \vec{\alpha},\ \vec{E}_2]_z \{ -2\lambda_\alpha (\lambda_{1\alpha} + \lambda_0 + \alpha_z) +$$

$$+ e^{i(\lambda_0 + \alpha_z)d} [(\lambda_\alpha + \lambda_{1\alpha})(\lambda_\alpha + \lambda_0 + \alpha_z)\, e^{-i\lambda_\alpha d} -$$

$$- (\lambda_\alpha + \lambda_{2\alpha})(\lambda_\alpha - \lambda_0 - \alpha_z)\, e^{i\lambda_\alpha d}]\}, \tag{13}$$

$$\xi_\alpha = \vec{\alpha}\vec{E}_{2t} \left[\lambda^2_\alpha - \frac{\overline{\varepsilon}}{\varepsilon_2}(\lambda_0 + \alpha_z) \right] +$$

$$+ E_{2z} \left[\frac{\overline{\varepsilon}}{\varepsilon_2}\lambda_{2\alpha} k^2_{2\alpha} - (\lambda_0 + \alpha_z)\frac{\omega^2}{c^2}\overline{\varepsilon} \right],$$

$$\vec{E}_{2t} = \vec{E}_2 - \hat{e}_z E_{2z},\quad k^2_{2\alpha} = (\vec{k}_2 + \vec{\alpha})^2;$$

$\overline{\Delta}_\alpha$ получается из Δ_α, если положить $\overline{\varepsilon} = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$, ξ'_α получается из ξ_α заменой $\frac{1}{\varepsilon_2}\lambda_{2\alpha} \to -\frac{1}{\varepsilon_1}\lambda_{1\alpha}$, а $\xi^\pm_\alpha$ — из ξ_α заменой $\frac{1}{\varepsilon_2}\lambda_{2\alpha} \to \pm\lambda_\alpha$. Величины с индексами 3 получаются из соответствующих величин с индексами 2 изменением знака у λ_0. Выражения (11)—(13) описывают поля в областях $z<0$ и $z>h$.

Для дальнейшего исследования полей необходимо конкретизировать характер неоднородности. Рассмотрим некоторые простейшие случаи.

1. Движение источника над бесконечной по x и y периодически-неровной поверхностью.

Диэлектрическая проницаемость слоя (a, h) в этом случае может быть представлена в виде ряда Фурье по векторам обратной решетки $\vec{\tau}$, в которых роль периода по z играет высота слоя d. Тогда

$$\sigma(\vec{\alpha}) = \sum_\tau a_\tau \delta(\vec{\alpha} - \vec{\tau}),\quad \vec{\tau} = \frac{2\pi}{l_1} n\vec{e}_x + \frac{2\pi}{l_2} m\vec{e}_y + \frac{2\pi}{d} p\vec{e}_z,\quad \overline{\varepsilon} = a_0. \tag{14}$$

Интегрирование по k_x в цилиндрических системах координат

$$\begin{aligned} &\rho\sin\Phi = x,\quad \rho\cos\Phi = -z \quad \text{при } z<0,\\ &\rho\sin\Phi = x,\quad \rho\cos\Phi = (z-h) \quad \text{при } z>h, \end{aligned} \tag{15}$$

которое проводится методом стационарной фазы, сводится к подстановке в подынтегральные выражения значений

$$(k_{x\tau})_{1,\,2} = \frac{\omega}{v}\, s_{1,\,2\tau} - \tau_x,$$

$$s_{1,\,2\tau} = \left\{\beta^2 \varepsilon_{1,\,2} - \left(1 + \frac{\vec{\tau}\vec{v}}{\omega}\right)^2\right\}^{1/2} \tag{16}$$

и умножению их на множитель

$$\left(-\frac{2\pi i\omega\, s_{1,\,2\tau}}{v\rho}\right)^{1/2} \cos\Phi. \tag{17}$$

В результате для полей излучения в областях $z<0$ и $z>h$ имеем

$$\vec{E}_{1,\,2}(\vec{r},\ t) = \sum_{\tau=0} \int \sqrt{\frac{-2\pi i\omega\, s_{1,\,2\tau}}{v\rho}}\, \vec{E}^{\circ}_{1,\,2\tau} \cos\Phi \times$$

$$\times \exp\left[i\frac{\omega}{v}\, s_{1,\,2\tau}\rho + i\left(\frac{\omega}{v} + \frac{\vec{\tau}\vec{v}}{v}\right)y - i\omega t\right] d\omega, \tag{18}$$

$$\vec{H}'_{1,\,2}(\vec{r},\ t) = \sum_{\tau=0} \int \sqrt{\frac{-2\pi i\omega\, s_{1,\,2\tau}}{v\rho}}\, \vec{H}^{\circ}_{1,\,2\tau} \cos\Phi \times$$

$$\times \exp\left[i\frac{\omega}{v}\, s_{1,\,2\tau}\rho + i\left(\frac{\omega}{v} + \frac{\vec{\tau}\vec{v}}{v}\right)y - i\omega t\right] d\omega,$$

$$\vec{\alpha} = \vec{\tau},\ \ \vec{E}^{\circ}_{1,\,2\tau} = \vec{E}_{1,\,2\alpha}(\vec{\alpha} = \vec{\tau},\ \ k_x = (k_{x\tau})_{1,\,2}).$$

Излучение имеет место при $s^2_{1,\,2\tau} > 0$, что приводит к следующему угловому распределению высших гармоник излучения.

а) При $\beta^2\varepsilon_{1,\,2} < 1$ излучение имеет место на гармониках $m \leqslant -$ и спектр излучения определяется обычными неравенствами [1—3]

$$\frac{2\pi v|m|}{l_2(1+\beta\sqrt{\varepsilon_{1,\,2}})} \leqslant \omega \leqslant \frac{2\pi v\,|m|}{l_2(1-\beta\sqrt{\varepsilon_{1,\,2}})}\,. \tag{19}$$

Из (19) видно, что для частот

$$\omega \leqslant \frac{2\pi v}{l_2(1+\beta\sqrt{\varepsilon_{1,\,2}})} \tag{20}$$

поверхность ведет себя как плоская.

б) При выполнении условия

$$\beta\sqrt{\varepsilon_{1,\,2}} > 1 \tag{21}$$

спектральный интервал определяется выражениями

$$\omega \geqslant \frac{2\pi m v}{l_2(\beta\sqrt{\varepsilon_{1,\,2}} - 1)}\,,\ \ m \geqslant 1,$$

$$\omega \geqslant \frac{2\pi|m|\,v}{l_2(\beta\sqrt{\varepsilon_{1,\,2}} + 1)}\,,\ \ \ m \leqslant -1, \tag{22}$$

а угол $(\vec{k}, \vec{v})$ определяется формулой

$$\cos\vartheta_m = \frac{1}{\beta\sqrt{\varepsilon_{1,2}}} + \frac{\lambda m}{l_2}, \quad \lambda = \frac{2\pi c}{\omega\sqrt{\varepsilon_{1,2}}}. \tag{23}$$

Отметим некоторые особенности излучения при сверхсветовых скоростях источника.

Для области $z < 0$ при $\beta\sqrt{\varepsilon_1} > 1$ под углами Φ, удовлетворяющими условию

$$\sin^2\Phi < \frac{s_{10}^2}{s_{1m}^2}, \tag{24}$$

распространяется дифрагированное на неровностях излучение Вавилова-Черенкова, в то время, как в области

$$\sin^2\Phi > \frac{s_{10}^2}{s_{1m}^2} \tag{25}$$

мы имеем дело с дифракционным излучением, интенсивность которого зависит от a как $\exp\left[-2\frac{|\omega|}{v}\gamma_{1m}a\right]$, где

$$\gamma_{1m} = \sqrt{s_{10}^2 - s_{1m}^2\sin^2\Phi}. \tag{26}$$

Формулы (18) для полей излучения справедливы для любой периодически-неровной поверхности (при соответствующих ограничениях на ε_1, ε_2 и $\vec{l}$, на которых мы остановимся ниже). Если поверхность одномерно-неровная $(n=0)$, то свойства поверхности входят в коэффициенты a_τ, которые для поверхности $z = f(y)$ определяются так

$$a_{mp} = \frac{i(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{2\pi pl}\int_0^l e^{-i2\pi\left[\frac{my}{l} + \frac{Pf(y)}{d}\right]}dy. \tag{27}$$

В частности, для ступенчатой поверхности (рис. 2)

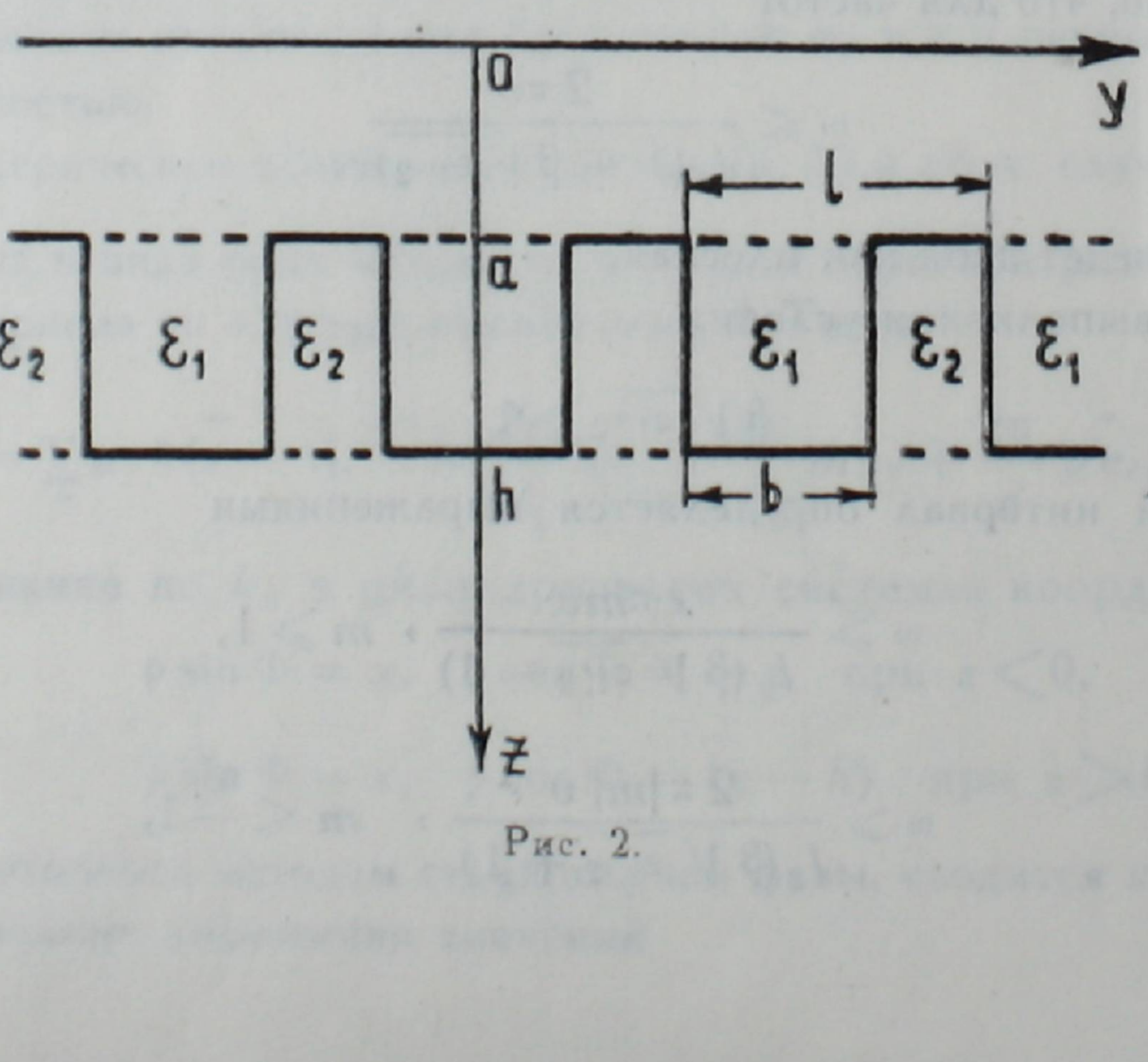


Рис. 2.

$$a_{mp} = a_{m_0} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{m} \sin\left(\frac{\pi bm}{l}\right), \quad a_0 = \frac{\varepsilon_1 b + \varepsilon_2 (l-b)}{l}. \tag{28}$$

Для синусоиды

$$z = \frac{d}{2} \sin\left(\frac{2\pi y}{l}\right) + a \tag{29}$$

имеем

$$a_{mp} = i \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{2\pi p} J_m(-\pi p). \tag{30}$$

Для пилообразной поверхности

$$z = k\left\{ y - \left[\frac{y}{l}\right] l \right\} + a \tag{31}$$

$$a_{mp} = \begin{cases} i \dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2\pi m} \left(1 - e^{-i \frac{2\pi m}{d}}\right), & m \neq 0, \quad p = 0, \\ 0 \qquad , & m \neq 0, \quad p \neq 0. \end{cases} \tag{32}$$

Средняя диэлектрическая проницаемость в этих случаях равна

$$a_{00} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}. \tag{33}$$

2. Применим используемый метод для расчета излучения источника, пролетающего над ограниченной неоднородностью.

Пусть к плоскости $z=h$, отделяющей среды с диэлектрическими проницаемостями ε_1 $(z<h)$ и ε_2 $(z>h)$, примыкает диэлектрическое тело с проницаемостью ε_3 (рис. 3). Для простоты будем считать, что тело имеет бес-

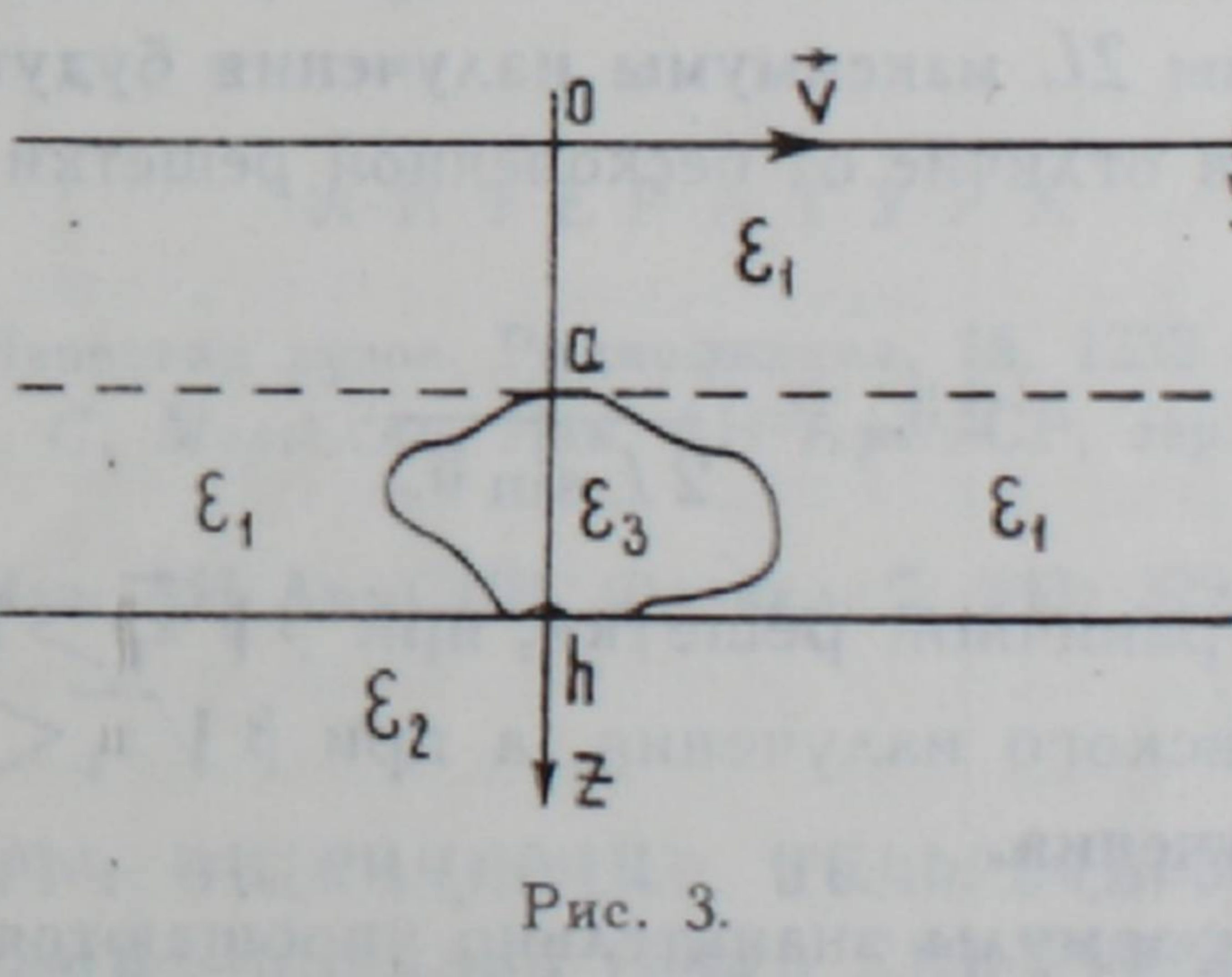


Рис. 3.

конечные размеры вдоль x. При $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ мы имеем случай рассеяния на ограниченно-неровной поверхности, а при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ — рассеяние на теле с диэлектрической проницаемостью ε_3, находящемся в среде с $\varepsilon = \varepsilon_1$.

Рассеянное поле описывается формулами (11) — (13), в которых $\vec{\alpha} = \vec{\alpha}(\alpha_y, \alpha_z)$, $\alpha_x = 0$.

Введя сферическую систему координат R, ϑ, φ

$$y = R\cos\vartheta, \quad z = R\sin\vartheta\cos\varphi, \quad x = R\sin\vartheta\sin\varphi \tag{34}$$

и интегрируя по α_y, α_z и k_x, получим

$$\vec{E}'_{1,2}(\vec{r},\ t) = \frac{2\pi^2}{Rc}\sin\vartheta\sin\varphi\int\vec{C}_{1,2}(\omega)\,e^{i\left[\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_{1,2}}R-\omega t\right]}d\omega, \tag{35}$$

где

$$C_{1z}(\omega) = \frac{e^{i(\lambda_{1\alpha}+\lambda_\alpha)a}}{\varepsilon_1\Delta_{0\alpha}\lambda_\alpha}(F^0_{2\alpha}+F^0_{3\alpha}), \tag{36}$$

а индекс о означает, что в соответствующие величины подставлены значения

$$\alpha_y = -\frac{\omega}{v}(1-\beta\cos\vartheta\sqrt{\varepsilon_{1,2}}),\quad (\alpha_z)_{1,2} = \lambda_\alpha \mp \lambda_0,$$

$$k_x = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_{1,2}}\sin\vartheta\sin\varphi$$

(знак минус—в первом слагаемом, а плюс—во втором в фигурных скобках (12)).

Аналогично для $C_{2z}(\omega)$ имеем

$$C_{2z}(\omega) = \frac{e^{i(\lambda_{2\alpha}h+\lambda_\alpha a)}}{\varepsilon_2\Delta_{0\alpha}\lambda_\alpha}(Q^0_{2\alpha}+Q^0_{3\alpha}). \tag{37}$$

Свойства излучения в значительной степени определяются коэффициентом

$$\sigma(\vec{\alpha}_0) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_S[\varepsilon_3(y,\ z)-\varepsilon_1]\,e^{-i\vec{\alpha}_0\vec{r}}\,dydz, \tag{38}$$

где S — сечение рассеивателя в плоскости $(y,\ z)$. В частности, для ограниченной решетки длины $2L$ максимумы излучения будут наблюдаться под углами (23), однако в отличие от бесконечной решетки их угловая ширина есть

$$\Delta\vartheta_m = \frac{\lambda}{2L\sin\vartheta_m}. \tag{39}$$

Как и в случае безграничной решетки, при $\beta\sqrt{\varepsilon_1}>1$ мы имеем дело с дифракцией черенковского излучения, а при $\beta\sqrt{\varepsilon_1}<1$—с генерацией дифракционного излучения.

В случае $\varepsilon_1=\varepsilon_2$ формулы значительно упрощаются, так как можно обойтись без сшивки полей на гранях $z=a$ и $z=h$. В этом случае рассеянное поле имеет вид

$$\vec{E}' = -\frac{\pi}{Rv}\int\frac{\sigma(\vec{\alpha}_0)}{\lambda\varepsilon_1^2}\vec{A}(\omega)\,e^{i\lambda a+i\left(\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_1}R-\omega t\right)}d\omega, \tag{40}$$

где

$$\lambda = \frac{\omega}{v}[(\beta^2\varepsilon_1-1)-\beta^2\varepsilon_1\sin^2\vartheta\cos^2\varphi]^{1/2},$$

$$\vec{A}(\omega) = [\vec{k}'[\vec{k}'\vec{A}_0]],$$
$$\vec{A}_0 = e\left[\frac{\omega \vec{v}}{v^2}(1-\beta^2\varepsilon_1) + \hat{e}_z\lambda + \hat{e}_x\frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_1}\sin\vartheta\cos\varphi\right]. \tag{41}$$

В формулах (40) — (41) $\vec{k}'$ — волновой вектор излученной волны, $\sigma(\alpha_0)$ определяется согласно (38), где

$$\alpha_{0y} = -\frac{\omega}{v}(1-\beta\sqrt{\varepsilon_1}\cos\vartheta),$$
$$\alpha_{0z} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_1}\sin\vartheta\cos\varphi - \lambda, \tag{42}$$

а a — расстояние от рассеивателя до траектории источника.

Из (40)—(41) видно, что при $\beta\sqrt{\varepsilon_1} > 1$ в угловом интервале

$$\sin^2\vartheta\cos^2\varphi < 1 - \frac{1}{\beta^2\varepsilon_1} \tag{43}$$

наблюдается дифрагированное излучение Вавилова-Черенкова, в то время, как под углами

$$\sin^2\vartheta\cos^2\varphi > 1 - \frac{1}{\beta^2\varepsilon_1} \tag{44}$$

излучается дифракционное излучение, появляющееся вследствие рассеяния поля заряда на неоднородности.

Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР

Поступила 18.II.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *О. С. Мергелян.* Известия вузов, Радиофизика, 15, 1233 (1972).
2. *Г. М. Гарибян, О. С. Мергелян.* Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат. наук, 13, 123 (1960).
3. *О. С. Мергелян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 7, 243; 329 (1972).

ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿ ԾԱԼՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԻ ԵՐԿԱՅՆՔՈՎ ՇԱՐԺՎՈՂ ԿԵՏԱՅԻՆ ԼԻՑՔԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ

Հ. Ս. ՄԵՐԳԵԼՅԱՆ

Գրգռումների տեսության մոտավորությամբ լուծված է դիէլեկտրիկ անհամասեռության մոտակայքում հավասարաչափ շարժվող լիցքի դիֆրակցիայի խնդիրը։ Հետազոտված է ճառագայթման բնույթը, նրա սպեկտրալ բաղադրությունը և հաշված են էներգիայի կորուստները։

RADIATION FROM A POINT CHARGE MOVING ALONG THE DIELECTRIC CORRUGATED SURFACE

H. S. MERGELYAN

In perturbation theory approximation the problem of the diffraction of a charge field moving uniformly near the dielectric inhomogeneity has been solved. The nature of the radiation and its spectral composition have been studied and the energy losses were calculated as well.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 10, 171—179 (1975)

МАГНИТООПТИЧЕСКАЯ И ЕСТЕСТВЕННАЯ ОПТИЧЕСКАЯ АКТИВНОСТЬ СРЕД СО СПИРАЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ

О. С. ЕРИЦЯН

Рассмотрено распространение электромагнитной волны в среде со спиральной структурой при наличии магнитного поля, направленного вдоль оси спиральности. В приближении теории возмущений найдены соотношения между амплитудами фурье-компонент, при этом в нулевом приближении учтены не две волны (двухволновая теория), а три, что приводит, в частности, к существенному изменению вращательной способности. Получены выражения, описывающие оптический круговой дихроизм рассматриваемых сред, а также приведены некоторые результаты, относящиеся к точному решению дисперсионного уравнения и учету слоистости.

1. Холестерические жидкие кристаллы, представляющие собой среду со спиральной структурой, привлекают внимание исследователей [1—4]. Интересные особенности проявляются в области когерентного отражения, которое, естественно, рассматривается в двухволновом приближении [2]. Точное решение волнового уравнения при распространении света в холестерическом жидком кристалле вдоль оси спиральности в отсутствии магнитного поля найдено в [3] (где, однако, не изучен рассматриваемый ниже оптический круговой дихроизм).

Заметим, что спиральной структурой обладают не только холестерические жидкие кристаллы (такую пространственную структуру имеет, например, кристаллический кварц [5], хотя для проявления спиральности необходимо также наличие определенной анизотропии диэлектрической проницаемости; см. также [6]).

Разлагая поле на фурье-компоненты, из волнового уравнения периодически-неоднородных спиральных сред получаем бесконечную цепочку уравнений (относительно амплитуд фурье-компонент), в которой компоненты амплитуд не разделяются. В одноволновой и двухволновой теории в нулевом приближении берутся, как обычно, одна и две волны соответственно. Увеличение числа волн, учитываемых в нулевом приближении, приводит, естественно, к значениям волнового вектора, более близким к собственным значениям указанной бесконечной цепочки уравнений. Такое уточнение значения волнового вектора оказывается существенным, например, при определении объемного поворота плоскости поляризации (см. пункт 4), являющегося накапливающимся эффектом.

В пункте 2 в приближении одноволновой теории возмущений рассмотрено распространение электромагнитной волны в среде со спиральной структурой при наличии магнитного поля, направленного вдоль оси спиральности. В пункте 3 приведены основные результаты, получающиеся при учете трех волн в нулевом приближении. Для простоты рассмотрен только случай, когда волна распространяется вдоль оси спиральности. В пункте 4 рассмотрены оптическая активность и круговой дихроизм в отсутствии магнитного поля, а также определен вклад магнитного поля во вращательную способность. В заключение приведены некоторые результаты, относящиеся к спиральным средам, обладающим слоистостью. Примером таких сред могут служить холестерические жидкие кристаллы в гиперзвуковом поле [4a].

2. Материальные уравнения для сред со спиральной структурой при наличии магнитного поля, направленного вдоль оси спиральности, имеют следующий вид:

$$D_x = [C_0 + f_0(e^{i\frac{4\pi}{\sigma}z} + e^{-i\frac{4\pi}{\sigma}z})]E_x + if_0(e^{i\frac{4\pi}{\sigma}z} - e^{-i\frac{4\pi}{\sigma}z})E_y - igE_y,$$

$$D_y = [C_0 - f_0(e^{i\frac{4\pi}{\sigma}z} + e^{-i\frac{4\pi}{\sigma}z})]E_y + if_0(e^{i\frac{4\pi}{\sigma}z} - e^{-i\frac{4\pi}{\sigma}z})E_x + igE_x, \quad (1)$$

$$D_z = \varepsilon_{0z}E_z.$$

Эти уравнения являются естественным обобщением материальных уравнений для сред со спиральной структурой (см. [2, 3, 7]) на случай наличия магнитного поля. В (1) введены следующие обозначения: $C_0 = \frac{\varepsilon_{0x} + \varepsilon_{0y}}{2}$, $f_0 = \frac{\varepsilon_{0x} - \varepsilon_{0y}}{4}$, ε_{0x}, ε_{0y}, ε_{0z} — главные значения тензора диэлектрической проницаемости, g—проекция вектора гирации на ось z, направленную вдоль оси спиральности, σ—шаг спирали; внешнее магнитное поле направлено вдоль оси z.

Рассмотрим распространение монохроматической волны частоты ω в среде, описываемой уравнениями (1).

Представим поле $\vec{E}_\omega(\vec{r}, t)$ в виде

$$\vec{E}_\omega(\vec{r}, t) = \vec{E}_{0\omega}\, e^{i(\vec{k}_0\vec{r} - \omega t)} + \sum_{s\neq 0} \vec{E}_{s\omega}\, e^{i(\vec{k}_s\vec{r} - \omega t)} \quad (2)$$

(индекс ω, указывающий частоту, в дальнейшем будем опускать).

Подставив (2) в волновое уравнение

$$\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{E} - \nabla^2\vec{E} = -\frac{\omega^2}{c^2}\vec{D} \quad (3)$$

и пользуясь соотношениями (1), получим

$$k_x(k_x E_{sx} + k_y E_{sy} + k_{sz}E_{sz}) - k_s^2 E_{sx} =$$

$$= -\frac{\omega^2}{c^2}[C_0 E_{sx} + if_0(E_{s-1x} + iE_{s-1y}) - if_0(E_{s+1x} - iE_{s+1y}) - ig E_{sy}],$$

$$k_y(k_x E_{sx} + k_y E_{sy} + k_{sz}E_{sz}) - k_s^2 E_{sy} =$$

$$= -\frac{\omega^2}{c^2}[C_0 E_{sy} + if_0(E_{s-1x} + iE_{s-1y}) - if_0(E_{s+1x} - iE_{s+1y}) + ig E_{sx}], \quad (4)$$

$$k_{sz}(k_x E_{sx} + k_y E_{sy} + k_{sz}E_{sz}) - k_y^2 E_{sz} = -\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{0z}E_{sz},$$

где

$$k_{sx} = k_{0x}, \quad k_{sy} = k_{0y}, \quad k_{sz} = k_{0z} + s\frac{4\pi}{\sigma}.$$

В одноволновом приближении для k_0 получаем следующие значения (при $k_y = 0$):

$$k_0^{\pm 2} = \frac{\omega^2}{c^2} C_0 + \frac{\varepsilon_{0z} - C_0}{2\,\varepsilon_{0z}} k_x^2 \pm \eta^{1/2},$$

$$\eta = \left(\frac{C_0 - \varepsilon_{0z}}{2\,\varepsilon_{0z}}\right)^2 k_x^4 - \frac{\omega^2}{c^2}\frac{g^2}{\varepsilon_{0x}} k_x^2 + \frac{\omega^4}{c^4} g^2. \tag{5}$$

В соответствии с расщеплением плоско поляризованной волны на две эллиптически поляризованные волны, следующим из (5), вместо k_{sz} будем иметь пару величин k_{sz}^+ и k_{sz}^-, соответствующих волнам с правой и левой поляризацией, амплитуды которых обозначим через $\vec{E}_s^+$ и $\vec{E}_s^-$. При этом имеем

$$k_{sz}^{\pm} = k_{0z}^{\pm} + s\frac{4\pi}{\sigma}, \quad k_{0z}^{\pm 2} = k_0^{\pm 2} - k_x^2. \tag{6}$$

Условием применимости одноволновой теории возмущений является малость амплитуд $E_{-1}^{\pm}$ и $E_{+1}^{\pm}$ по сравнению с $E_0^{\pm}$, которая следует непосредственно из (4).

3. Учтем теперь в нулевом приближении волны $\vec{E}_0$, $\vec{E}_{-1}$ и $\vec{E}_{+1}$. Для простоты рассмотрим случай, когда $k_x = k_y = 0$. Сохраняя в (4) амплитуды $\vec{E}_0$, $\vec{E}_{-1}$ и $\vec{E}_{+1}$, получаем систему однородных уравнений относительно компонент этих амплитуд. Условие существования нетривиального решения при $k_x = k_y = 0$ приводит к дисперсионному уравнению, распадающемуся на следующие два уравнения:

$$\left[\frac{\omega^2}{c^2}(C_0 - g) - k_0^2\right]\left[\frac{\omega^2}{c^2}(C_0 + g) - k_{-1}^2\right] - 4\frac{\omega^4}{c^4} f_0^2 = 0, \tag{7}$$

$$\left[\frac{\omega^2}{c^2}(C_0 + g) - k_0^2\right]\left[\frac{\omega^2}{c^2}(C_0 - g) - k_{+1}^2\right] - 4\frac{\omega^4}{c^4} f_0^2 = 0. \tag{8}$$

Уравнение (7) приводит к соотношениям

$$E_{0x} - i E_{oy} = 0, \quad \vec{E}_{+1} = 0, \quad E_{-1y} = i E_{-1x},$$

$$E_{-1x} = -\frac{\omega^2}{c^2} f_0 (E_{0x} + iE_{0y}) \left[\frac{\omega^2}{c^2}(C_0 + g) - k_{-1}^2\right]^{-1}, \tag{9а}$$

а уравнение (8) — к соотношениям

$$E_{0x} + iE_{0y} = 0, \ \vec{E}_{-1} = 0, \quad E_{+1y} = -i E_{+1x}, \tag{9б}$$

$$E_{+1x} = -\frac{\omega^2}{c^2} f_0 (E_{0x} - i E_{0y}) \left[\frac{\omega^2}{c^2} (C_0 - g) - k^2_{+1} \right]^{-1}.$$

Таким образом, уравнения (7) и (8) представляют собой дисперсионные уравнения для двух циркулярно поляризованных волн, распространяющихся в среде.

Найдем решения уравнений (7) и (8) при $g=0$. Подставляя $k_0 = k_0' + \frac{2\pi}{\sigma}$ и $k_0 = k_0'' - \frac{2\pi}{\sigma}$ соответственно в (7) и (8), получаем биквадратные уравнения относительно k_0' и k_0'', каждое из которых имеет по четыре корня для k_0. Требованию малого отличия k_0 от $\frac{\omega}{c}\sqrt{C_0}$ при малых значениях $f_0 C_0^{-1}$ удовлетворяют следующие корни:

$$k_0 = \frac{2\pi}{\sigma} \pm \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} C_0 + \frac{4\pi^2}{\sigma^2} - 2\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} C_0 \frac{4\pi^2}{\sigma^2} + \frac{\omega^4}{c^4} f_0^2}} \tag{10а}$$

и

$$k_0 = -\frac{2\pi}{\sigma} + \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} C_0 + \frac{4\pi^2}{\sigma^2} + 2\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} C_0 \frac{4\pi^2}{\sigma^2} + \frac{\omega^4}{c^4} f_0^2}}; \tag{10б}$$

при этом верхний знак в (10a) должен быть выбран для частот, удовлетворяющих условию $\frac{\omega}{c} \geqslant \frac{2\pi}{\sigma} (C_0 + 2|f_0|)^{-\frac{1}{2}}$, а нижний знак — для остальной области частот.

В области

$$\frac{2\pi}{\sigma} (C_0 + 2|f_0|)^{-\frac{1}{2}} \leqslant \frac{\omega}{c} \leqslant \frac{2\pi}{\sigma} (C_0 - 2|f_0|)^{-\frac{1}{2}} \tag{11}$$

величина k_0, определяемая из (10a), становится комплексной. Для волны, распространяющейся в положительном направлении оси z, имеем $k_{0z} = k_0$, $\mathrm{Im}\, k_{0z} = \mathrm{Im}\, k_0$. Вышеуказанным выбором верхнего и нижнего знаков в (10a) обеспечивается затухание (а не неограниченное возрастание) амплитуды волны с комплексным значением z-компоненты волнового вектора.

4. Рассмотрим теперь естественную оптическую активность и круговой дихроизм. Обозначим правые части (10a) и (10$б$) соответственно через k_0^+ и k_0^-. Амплитуды соответствующих волн обозначим через $\vec{E}_0^+$ и $\vec{E}_0^-$. Как было указано выше, имеют место соотношения

$$E_{0x}^+ - i E_{0y}^+ = 0, \quad E_{0x}^- + i E_{0y}^- = 0.$$

Поворот плоскости поляризации результирующей волны

$$\vec{E}_0^+ e^{i(k_{0z}^+ z - \omega t)} + \vec{E}_0^- e^{i(k_{0z}^- z - \omega t)}$$

определяется, как известно, разностью $\Delta k_z = k_{0z}^+ - k_{0z}^-$ (и имеет смысл, конечно, если E_0^+ и E_0^- не сильно отличаются друг от друга).

При соблюдении условий

$$\frac{\omega^4}{c^4} f_0^2 \ll \frac{\omega^2}{c^2} C_0 \frac{4\pi^2}{\sigma^2}$$

и

$$\frac{\omega^4}{c^4} f_0^2 \ll \left(\frac{\omega^2}{c^2} C_0 - \frac{4\pi^2}{\sigma^2}\right)^2,$$

находя приближенные значения корней, получаем выражение

$$\Delta k_z = -\frac{\omega^4}{c^4} f_0^2 \left[\left(\frac{\omega^2}{c^2} C_0 - \frac{4\pi^2}{\sigma^2}\right) \frac{2\pi}{\sigma}\right]^{-1}, \tag{12}$$

которое совпадает с результатом, полученным в [3].

Из формул (10*а*) и (10*б*) следует наличие оптического кругового дихроизма. Действительно, как указано выше, в области, определяемой неравенствами (11), k_0^+ становится комплексной, что приводит к затуханию волны $\vec{E}_0^+(z, t)$. Таким образом, в этой области одна из циркулярно поляризованных волн распространяется с затуханием в среде, а другая — без затухания, что находится в соответствии с наблюдаемым на эксперименте [4] круговым дихроизмом. Следует отметить, что затухание одной из циркулярно поляризованных волн не связано с истинным поглощением (оно связано с отражением от периодических неоднородностей спиральной среды), хотя ход кривой дисперсии вращения внешне напоминает дихроизм, обусловленный различным поглощением право- и лево-поляризованных волн [4, 9].

Вблизи границ области частот, определяемой неравенствами (11), величина k_0^+ может быть представлена в виде

$$k_0^+ = \frac{2\pi}{\sigma}\left(1 \pm \sqrt{\nu^2 - f_0^2 C_0^{-2}}\right), \tag{13}$$

где

$$\nu = \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}, \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{\sigma} \frac{c}{\sqrt{C_0}}, \quad |\nu| \ll 1.$$

Разложение (13) справедливо, если ν не является величиной низшего порядка малости по отношению к $f_0 C_0^{-1}$. В соответствии с вышеуказанным выбором знаков в (13) должен быть выбран нижний знак, если $\nu \leqslant -|f_0 C_0^{-1}|$, и верхний знак, если $\nu \geqslant -|f_0 C_0^{-1}|$. Формулой (13) определяется также частотная зависимость мнимой части k_0^+ (при $\nu^2 < f_0^2 C_0^{-2}$), т. е. круговой дихроизм.

Заметим, что в двухволновом приближении для k_0^+ получаем значение, совпадающее с правой частью (10*а*), а для k_0^- вместо (10*б*) получаем $k_0^- = \frac{\omega}{c}\sqrt{C_0}$. Поэтому разность Δk, вычисленная в двухволновом приближении, будет значительно отличаться от разности, вычисленной на основании формул (10*а*) и (10*б*), так как правая часть (10*б*) значительно отличается от $\frac{\omega}{c}\sqrt{C_0}$. Так, при $\frac{\omega}{c}\sqrt{C_0}\approx\frac{2\pi}{\sigma}$ получаем $|k_0^- - \frac{\omega}{c}\sqrt{C_0}|\approx$ $\approx\frac{2\pi}{\sigma}f_0^2 C_0^{-2}$.

Относительно холестерических жидких кристаллов в оптической области заметим следующее. Из-за малости параметра g по сравнению с C_0 и f_0 ветви дисперсионного уравнения незначительно смещаются при наличии магнитного поля и поэтому, как нетрудно убедиться, изменение разности $k_0^+ - k_0^-$, возникающее в результате включения магнитного поля, незначительно. Следовательно, доминирующим воздействием магнитного поля на вращательную способность является не возникновение добавочной магнитной активности, а изменение параметров среды [8], в частности, параметра σ, приводящее к изменению Δk.

Из-за малости параметра g по сравнению с C_0 и f_0 корни уравнений (7) и (8) при $g\neq 0$ будут мало отличаться от корней при $g=0$. Обозначим корни уравнений (7) и (8) при $g\neq 0$ через $k_0^+(g)$ и $k_0^-(g)$ и представим их в следующем виде:

$$k_0^+(g)=k_0^+ + \delta k_0^+, \tag{14а}$$

$$k_0^-(g)=k_0^- + \delta k_0^-. \tag{14б}$$

Подставляя (14а) и (14б) соответственно в (10а) и (10б) и сохраняя первую степень параметра $g\,C_0^{-1}$ и величин $\frac{c}{\omega}\delta k_0^+$ и $\frac{c}{\omega}\delta k_0^-$, получаем следующие выражения для δk_0^+ и δk_0^-:

$$\delta k_0^+ = \frac{\frac{1}{2}\frac{\omega^2}{c^2}g\left(k_{-1}^{+2}-k_0^{+2}\right)}{k_{-1}^+\left(\frac{\omega^2}{c^2}C_0-k_0^{+2}\right)+k_0^+\left(\frac{\omega^2}{c^2}C_0-k_{-1}^{+2}\right)},$$

$$\delta k_0^- = \frac{-\frac{1}{2}\frac{\omega^2}{c^2}g\left(k_{+1}^{-2}-k_0^{-2}\right)}{k_{+1}^-\left(\frac{\omega^2}{c^2}C_0-k_0^{-2}\right)+k_0^-\left(\frac{\omega^2}{c^2}C_0-k_{+1}^{-2}\right)}, \tag{15}$$

где

$$k_{\mp1}^+ = k_0^+ \mp \frac{4\pi}{\sigma},\quad k_{\mp1}^- = k_0^- \mp \frac{4\pi}{\sigma}.$$

Разностью $\delta k_0^+ - \delta k_0^-$ обусловлена добавочная оптическая активность, вызванная магнитным полем. Для холестерических жидких кристаллов, далеко от области (11), считая $g\,C_0^{-1}\sim 10^{-5}$, $f_0 C_0^{-1}\sim 10^{-2}$, получаем $\delta k_0^+ - \delta k_0^- \sim 10^{-3}\,\Delta k$.

В заключение приведем некоторые результаты, относящиеся к случаю наличия слоистости в среде со спиральной структурой. Слоистость будем учитывать на основании точного решения волнового уравнения в отсутствии слоистости следующим образом (в [3] оно получено другим путем). Введем систему координат x', y', z' так, чтобы оси z и z' совпадали, а оси x' и y' совпадали с главными направлениями тензора диэлектрической проницаемости. Перейдя в волновом уравнении к компонентам, отнесенным к осям x', y', получаем следующее дисперсионное уравнение (при распространении волн вдоль оси z):

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{0x} - k^2 - a^2\right)\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{0y} - k^2 - a^2\right) - 4a^2k^2 = 0, \tag{16}$$

где $a = \frac{2\pi}{\sigma}$, $k = \frac{2\pi}{\lambda'}$, λ' — период поля в системе x', y', z'.

Точное решение волнового уравнения имеет вид

$$\vec{E}'(z, t) = \sum_{m=1}^{4} \vec{E}'_m e^{i(k_m z - \omega t)}, \tag{17}$$

где k_m — корни биквадратного уравнения (16). Знак штрих означает, что компоненты отнесены к осям x', y'.

Пусть теперь в среде имеется также слоистость. При этом ε_{0x}, ε_{0y} и a будут зависеть от координат. В простейшем случае заменим их величинами ε_x, ε_y и a', где

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{0x} + \varepsilon_{1x}\cos bz, \quad \varepsilon_y = \varepsilon_{0y} + \varepsilon_{1y}\cos bz, \quad a' = a_0 + a_1 \cos bz. \tag{18}$$

Из-за наличия слоистости каждая из нормальных волн в (17) будет возбуждать пространственные гармоники. Если учитывать их в двухволновом приближении, то сами величины k_m претерпят изменение. Обозначим их новые значения через $k_{m,0}$; для s-ой гармоники будем иметь $k_{m,s} = k_{m,0} + sb$.

Учитывая в волновом уравнении волны с $k_{m,0}$ и $k_{m,-1}$, получаем следующее уравнение для $k_{m,0}$:

$$\Delta_{m,0}\Delta_{m,-1} + \varphi_m = 0, \tag{19}$$

где $\Delta_{m,0}$ и $\Delta_{m,-1}$ получаются из левой части (16) соответственно заменой $k \to k_{m,0}$, $k \to k_{m,-1}$ и $\varepsilon_{0x,y} \to \bar{\varepsilon}_{0x,y} = \varepsilon_{0x,y} - \frac{a_1^2}{4}\frac{c^2}{\omega^2}$,

$$\begin{aligned}\varphi_m = & -\alpha_y^2\beta_{m,0x}\beta_{m,-1x} - \alpha_x^2\beta_{m,0y}\beta_{m,-1y} - 8\alpha_x\alpha_y k_{m,0}k_{m,-1} + \\ & + \alpha_x^2\alpha_y^2 + a_1^4\left(k_{m,0} - \frac{b}{2}\right)^4 - a_1^2\left(k_{m,0} - \frac{b}{2}\right)^2[\beta_{m,0x}\beta_{m,-1y} + \\ & + \beta_{m,-1x}\beta_{m,0y} + \alpha_x\alpha_y] - a_1\left(k_{m,0} - \frac{b}{2}\right)[4\beta_{m,0x}\alpha_x a_0 k_{m,-1} + \\ & + 4\beta_{m,-1y}\alpha_y a_0 k_{m,0} + 2\beta_{m,-1x}\alpha_x a_0 k_{m,0} + 2\beta_{m,0y}\alpha_y a_0 k_{m,-1}],\end{aligned} \tag{20}$$

$$\alpha_{x,y} = \frac{\omega^2}{c^2}\frac{\varepsilon_{1x,y}}{2} - a_0 a_1, \quad \beta_{m,0x,y} = \frac{\omega^2}{c^2}\bar{\varepsilon}_{0x,y} - k_{m,0}^2 - a_0^2, \quad \beta_{m,-1x,y} =$$

$$= \frac{\omega^2}{c^2}\bar{\varepsilon}_{0x,y} - k_{m,-1}^2 - a_0^2.$$

Эти соотношения соответствуют прямым волнам в (17); для обратных волн надо заменить $k_{m,\,-1}$ на $k_{m,\,+1}$.

Вследствие наличия слоистости появляются две новые частоты $\omega_{\alpha,\,\beta}$ брэгговского отражения, которые на основе более простых выражений одноволновой теории могут быть оценены по формуле

$$\frac{\omega_{\alpha,\,\beta}}{c}\sqrt{\frac{\varepsilon_{0x}+\varepsilon_{0y}}{2}}=\left|a_0\pm\frac{b}{2}\right|. \tag{21}$$

Если $b<2a_0$, то обе новые частоты относятся к одной ветви дисперсионного уравнения, а если $b>2a_0$, то одна из новых частот относится к одной ветви, а другая—ко второй.

Наличие слоистости приводит также к смещению границ дихроичной области (11). Это смещение и появление новых частот брэгговского отражения, в принципе, может быть использовано для модуляции (в том числе — поляризационной, так как разным ветвям дисперсионного уравнения соответствуют волны с различными поляризациями) света.

Выражаю глубокую благодарность О. С. Мергеляну за обсуждение результатов.

Ереванский государственный
университет

Поступила 5.III.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Матэриалы I конференции по жидким кристаллам, Иваново, 1972; Тезисы II научной конференции по жидким кристаллам, Иваново, 1973; *И. Г. Чистяков.* Жидкие кристаллы, Изд. Наука, М., 1966.
2. *В. А. Беляков, В. Е. Дмитриенко.* ФТТ, 15, 2427 (1973).
3. *Е. И. Кац.* ЖЭТФ, 59, 1854 (1970).
4. *А. П. Капустин.* Электрооптические и акустические свойства жидких кристаллов, М., 1973.
4a. *J. Bacri.* Compt. Rend., 270B, 1589 (1970).
5. *А. В. Шубников.* Кварц и его применение, М.—Л., 1940.
6. *С. В. Тябликов.* Методы квантовой теории магнетизма, М., 1965; *И. Е. Дзялошинский.* ЖЭТФ, 46, 1420 (1964).
7. *О. С. Ерицян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 9, 31 (1974).
8. *P. Pincus.* J. Appl. Phys., 41, 974 (1970).
9. *Л. Веллюз, М. Легран, М. Грожан.* Оптический круговой дихроизм, М., 1967.

ՊԱՐՈՒՐԱՅԻՆ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔ ՈՒՆԵՑՈՂ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐԻ ՄԱԳՆԻՍԱՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ԵՎ ԲՆԱԿԱՆ ՕՊՏԻԿԱԿԱՆ ԱԿՏԻՎՈՒԹՅՈՒՆԸ

Հ. Ս. ԵՐԻՑՅԱՆ

Քննարկված է էլեկտրամագնիսական ալիքի տարածումը պարուրային կառուցվածք ունեցող միջավայրում, պարուրայնության առանցքին զուգահեռ մագնիսական դաշտի առկայությամբ։ Գրգռումների տեսության մոտավորությամբ ստացված են ամպլիտուդային առնչություններ Ֆուրյե-կոմպոնենտների համար, ընդ որում զրոյական մոտավորությամբ հաշվի է առնված ոչ թե երկու ալիք (երկալիքային տեսություն), այլ երեքը, որը հանգեցնում *է, մասնավորապես, պտտման ընդունակության էական փոփոխության: Ուսումնասիրված է քննարկվող միջավայրերի օպտիկական շրջանային դիքրոիզմը: Վերջում բերված են արդյունքներ դիսպերսիոն հավասարման ճշգրիտ լուծման և շերտավորության հաշվառման վերաբերյալ:*

MAGNETO-OPTICAL AND NATURAL OPTICAL ACTIVITY OF HELICOIDAL MEDIA

H. S. ERITSYAN

The propagation of an electromagnetic wave in the helicoidal medium in the presence of a magnetic field parallel to the optical axis is considered. In the perturbation theory approximation the relationships between the amplitudes of wave components are found: in zero-order approximation the consideration of three waves leads particularly to the essential change of the formula describing the rotation ability. The expressions describing the optical circular dichroism are obtained and some results concerning the exact solution of the dispersion equation and the medium lamination are given.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 10, 180—184 (1975

НЕСИММЕТРИЧНЫЕ ВОЛНЫ В КОЛЬЦЕВОМ ВОЛНОВОДЕ, ПОМЕЩЕННОМ В АНИЗОТРОПНУЮ СРЕДУ

В. А. БАРЕГАМЯН

Металлический волновод, состоящий из трубок определенной длины, периодически расположенных на одной оси, погружен в анизотропную среду. Снутри волновод заполнен изотропным диэлектриком. Получены выражения полей и дисперсионное уравнение несимметричных волн, которое исследуется в частных случаях.

В анизотропную среду погружен кольцевой волновод, состоящий из идеально проводящих металлических трубок длиной $l—d$ и радиусом c. Они расположены периодически (с периодом l) на одной оси, которая совпадает с осью z (в работе используется цилиндрическая система координат r, φ, z). Внешнее пространство волновода имеет следующие электрические характеристики: $\varepsilon_{rr} = \varepsilon_{\varphi\varphi} = \varepsilon_0$, $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_e$, а магнитная проницаемость μ равна единице:

Предположим, что волновод заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε_2. Как будет видно из дальнейшего, несимметричные волны не разделяются, что затрудняет решение по сравнению со случаем симметричных волн. Такие системы интересны тем, что они используются в замедляющих приборах, в лампах особой конструкции, а в последние годы—в дифракционных генераторах миллиметрового и субмиллиметрового диапазона.

В символической форме компоненты электромагнитного поля запишем в виде

$$f(r, \varphi, z, t) = \sum_n f_n(r)\, e^{i(\gamma_n z + \xi\varphi)}\, e^{-i\omega t}.$$

Как и в работе [1], продольный коэффициент распространения есть $\gamma_n = \beta_0 + \frac{2\pi n}{l}$, где l — период волновода, n — номер пространственной гармоники.

По аналогии с [1] решение внутри волновода ищем в виде

$$E_{nz1} = a_n \Gamma_{n2}^2 J_\xi(\Gamma_{n2} r),$$
$$H_{nz1} = b_n \Gamma_{n2}^2 J_\xi(\Gamma_{n2} r). \tag{1}$$

Вне волновода решение ищем в виде

$$E_{nz2} = a_n \Gamma_{n0}^2 H_\xi^{(1)}(\Gamma_{ne} r),$$
$$H_{nz2} = d_n \Gamma_{n0}^2 H_\xi^{(1)}(\Gamma_{n0} r). \tag{2}$$

Суммарное поле внутри волновода в изотропной среде запишем следующим образом:

$$E_{z1} = e^{i\xi\varphi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \Gamma_{n2}^2 J_\xi(\Gamma_{n2} r) e^{i\gamma_n z},$$

$$E_{\varphi 1} = e^{i\xi\varphi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[-\frac{\xi\gamma_n}{r} c_n J_\xi(\Gamma_{n2} r) - ik_0 \Gamma_{n2} d_n J_\xi^1(\Gamma_{n2} r) \right] e^{i\gamma_n z},$$

$$E_{r1} = e^{i\xi\varphi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[-\frac{\xi k_0}{r} d_n J_\xi(\Gamma_{n2} r) + i\gamma_n \Gamma_{n2} c_n J_\xi^1(\Gamma_{n2} r) \right] e^{i\gamma_n z},$$

$$H_{z2} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n \Gamma_{n2}^2 J_\xi(\Gamma_{n2} r) e^{i\gamma_n z} e^{i\xi\varphi},$$

$$H_{\varphi 1} = e^{i\xi\varphi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[-\frac{\xi\gamma_n}{r} d_n J_\xi(\Gamma_{n2} r) + i\varepsilon_2 \Gamma_{n2} c_n J_\xi^1(\Gamma_{n2} r) \right] e^{i\gamma_n z},$$

$$H_{r1} = e^{i\xi\varphi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{\xi\varepsilon_2 k_0}{r} c_n J_\xi(\Gamma_{n2} r) + i\gamma_n \Gamma_{n2} d_n J_\xi^1(\Gamma_{n2} r) \right] e^{i\gamma_n z}.$$

Поле в анизотропной среде имеет вид

$$E_{z2} = e^{i\xi\varphi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Gamma_{n0}^2 a_n H_\xi^{(1)}(\Gamma_{ne} r) e^{i\gamma_n z},$$

$$E_{\varphi 2} = e^{i\xi\varphi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[-\frac{\xi\gamma_n}{r} a_n H_\xi^{(1)}(\Gamma_{ne} r) - ik_0 \Gamma_{n0} b_n H_\xi^{(1)'}(\Gamma_{n0} r) \right] e^{i\gamma_n z},$$

$$E_{r2} = e^{i\xi\varphi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[-\frac{\xi k_0}{r} b_n H_\xi^{(1)}(\Gamma_{n0} r) + i\gamma_n \Gamma_{ne} a_n H_\xi^{(1)'}(\Gamma_{ne} r) \right] e^{i\gamma_n z}, \quad (3)$$

$$H_{z2} = e^{i\xi\varphi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Gamma_{n0}^2 b_n H_\xi^{(1)}(\Gamma_{n0} r) e^{i\gamma_n z},$$

$$H_{\varphi 2} = e^{i\xi\varphi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[-\frac{\xi\gamma_n}{r} b_n H_\xi(\Gamma_{n0} r) + i\varepsilon_0 k_0 \Gamma_{ne} a_n H_\xi^{(1)'}(\Gamma_{ne} r) \right] e^{i\gamma_n z},$$

$$H_{r2} = e^{i\xi\varphi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{\xi\varepsilon_0 k_0}{r} a_n H_\xi(\Gamma_{ne} r) + i\gamma_n \Gamma_{n0} b_n H_\xi^{(1)'}(\Gamma_{n0} r) \right] e^{i\gamma_n z}.$$

Для упрощения записи введем следующие безразмерные параметры:

$$\theta_n = \frac{l}{2\pi} \Gamma_{n2} J_\xi(\Gamma_{n2} a) a_n, \quad T_n = \frac{l}{2\pi} \Gamma_{n2} J_\xi'(\Gamma_{n2} a) b_n,$$

$$\xi_n^E = \frac{|\nu + n|}{\nu + n} \frac{1}{t_n} (\varepsilon_2 + \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_e}) \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \varkappa^2}{(\nu + n)^2} - 1},$$

$$\xi_n^H = \frac{1}{2} \frac{|\nu + n|}{\nu + n} \left[\frac{1}{f_\xi(\Gamma_{n2} a)} \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \varkappa^2}{(\nu + n)^2} - 1} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{F_\xi(\Gamma_{n0} a)} \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \varkappa^2}{(\nu + n)^2} - 1} \right],$$

$$t_n = \varepsilon_2 f_\xi(\Gamma_{n2} a) - \varepsilon_0 \frac{\Gamma_{ne}\Gamma_{n2}}{\Gamma_{n0}^2} F_\xi(\Gamma_{ne} a) + \xi^2 \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_0}{a^2} \frac{\gamma_n^2}{\Gamma_{n_0}^3 \Gamma_{n_2}} \frac{1}{F_\xi(\Gamma_{n0} a)},$$

$$N_n = \frac{i\gamma_n}{k_0 a}\left[\frac{2}{\Gamma_{n2} f_\xi(\Gamma_{n2} a)} - \frac{1}{\Gamma_{n0} F_\xi(\Gamma_{n0} a)}\right], \quad f_\xi(z) = \frac{J'_\xi(z)}{J_\xi(z)}, \tag{4}$$

$$K_N = \frac{ik_0}{2a} \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_0}{\varepsilon_2 + \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_e}} \frac{\gamma_n}{\Gamma_{n0}\Gamma_{n2}^2} \frac{1}{F_\xi(\Gamma_{n0} a)}, \quad F_\xi(z) = \frac{H_\xi^{(1)'}(z)}{H_\xi^{(1)}(z)},$$

$$Z_n = (\nu + n)\,\mathrm{tn}\,\theta_n, \quad X_n = (\nu + n)\, T_n, \quad \nu_n = \frac{\beta_0 l}{2\pi}, \quad \varkappa = \frac{k_0 l}{2\pi},$$

$$\varkappa_n^{E,H} = 1 - \frac{|n|}{n} \xi_n^{E,H}, \quad M_n = \frac{i}{k_0 a} \frac{1}{\varepsilon_2 + \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_e}} \frac{\gamma_n^2}{\Gamma_{n0}^2}.$$

Наложение граничных условий к суммарному полю приводит к следующим связям между неизвестными коэффициентами a_n, b_n, c_n и d_n:

$$c_n = \frac{\Gamma_{n2}^2}{\Gamma_{n0}^2} \frac{J_\xi(\Gamma_{n2} a)}{H_\xi^{(1)}(\Gamma_{ne} a)} a_n,$$

$$d_n = \frac{\Gamma_{n2}}{\Gamma_{n0}} \frac{J'_\xi(\Gamma_{n2} a)}{H_\xi(\Gamma_{n0} a)} b_n + \xi \frac{i\gamma_n}{ak_0} \frac{\Gamma_{n2}^2 - \Gamma_{n0}^2}{\Gamma_{n0}^3} \frac{J_\xi(\Gamma_{n2} a)}{H_\xi(\Gamma_{n0} a)} a_n. \tag{5}$$

Таким образом, необходимо определить две группы неизвестных коэффициентов a_n и b_n (z_n и x_n). Кроме связи (5) между коэффициентами граничные условия дают две системы уравнений относительно неизвестных коэффициентов a_n и b_n (z_n и x_n). В отличие от случая симметричных волн эти уравнения связаны между собой. Для решения одной из этих систем полагаем, что другая группа коэффициентов, входящих в нее, задана.

Системы уравнений относительно z_n и x_n, как показано в работе [2], можно решить методом Римана-Гильберта, впервые разработанным авторами работы [1]. Опуская выкладки, приведем окончательный вид уравнений. Для волн типа E имеем

$$Z_m \widetilde{R}_\sigma + \xi N_m X_m \widetilde{R}_\sigma = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n|}{n} \varkappa_n^E Z_n \widetilde{K}_m^n +$$

$$+ \xi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n|}{n} N_n X_n \widetilde{K}_m^n \quad (m = 0; \ \pm 1; \ \pm 2; \cdots), \tag{6}$$

а для волн типа H уравнение есть

$$X_m \widetilde{R}_\sigma - \xi M_m \xi_m^E Z_m \widetilde{R}_\sigma = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n|}{n} \varkappa_n^H X_n \widetilde{K}_m^n -$$

$$- \xi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n|}{n} M_n \xi_n^E Z_n \widetilde{K}_m^n - \xi \sum_{n=-\infty}^{\infty} K_n \xi_n^E Z_n \widetilde{K}_m^n. \tag{7}$$

Коэффициенты $\widetilde{R}_\sigma$ и $\widetilde{K}_m^n$, приведенные в работе [3], в уравнениях (6) зависят от аргумента $u = -\cos\frac{\pi d}{l}$, а в (7) — от $u = \cos\frac{\pi d}{l}$. Как следует из систем уравнений (6) и (7), при $\xi \neq 0$ несимметричные волны не разделяются на поперечные магнитные и поперечные электрические волны и имеют гибридный характер.

Однородные системы (6) и (7) образуют полную систему уравнений относительно неизвестных x_n и z_n. Эта однородная система будет иметь решения, отличные от нуля, если определитель общей системы равен нулю. Это уравнение дает возможные значения коэффициента распространения вдоль кольцевого волновода, погруженного в анизотропную среду. Общее поле внутри и вне волновода определяется суперпозицией всех этих собственных волн.

Рассмотрим некоторые частные случаи.

1. Когда длина волны больше периода волновода ($\varkappa \ll 1$), можно пренебречь пространственными гармониками, возникшими за счет периодичности волновода, и для основной гармоники получим следующее дисперсионное уравнение:

$$\left(1 - \xi_0^H \nu \ln\frac{1+u}{2}\right)\left(1 - \xi_0^E \nu \ln\frac{1-u}{2}\right) = -\xi^2 N_0 \xi_0^E \left(k_0 \nu \ln\frac{1+u}{2} - M_0\right), \tag{8}$$

откуда можно получить дисперсионное уравнение для изотропного диэлектрического стержня, находящегося в безграничной анизотропной среде, и дисперсионное уравнение для сплошного волновода.

При отсутствии волновода ширину щели следует положить равной периоду волновода, т. е. $l=d$ ($u=-1$). В этом случае имеем дисперсионное уравнение для изотропного диэлектрического стержня

$$\xi_0^H = \xi^2 k_0 N_0 \xi_0^E. \tag{9}$$

2. Когда аргументы функций Бесселя и Ханкеля большие, т. е. $\Gamma a| \gg 1$, и $\xi \neq 0$, то имеем

$$f_\xi(z) = -i + 0\left(\frac{\xi}{z}\right), \quad F_\xi(z) = i + 0\left(\frac{\xi}{z}\right).$$

Этот случай соответствует коротким длинам волн. Для световодов всегда имеет место такое приближение. Если положить $F_\xi(z) = i$ и $f_\xi(z) = -i$, то в выражениях (4), кроме θ_n и T_n, функции Бесселя и Ханкеля не будут фигурировать. Это значит, что граница $r=a$ меньше будет влиять на распространение волн, чем в случае длинных волн. Системы (6) и (7) являются хорошими сходящимися системами, так как коэффициенты ξ_n^H и ξ_n^E стремятся к нулю как $\frac{1}{n^2}$ при $n \to \infty$. Вклад в общее поле высших пространственных гармоник падает с увеличением номера гармоники. Поэтому вместо бесконечных систем (6) и (7) можно брать усеченные системы уравнений, которые дают хорошее приближение для решения задач.

3. Когда аргументы функций Бесселя и Ханкеля малы, т. е. $|\Gamma a| \ll 1$, и $\xi \neq 0$, то имеем

$$f_{\xi}(z) = \frac{\xi}{z}, \quad F_{\xi}(z) = -\frac{\xi}{z}.$$

Это соответствует длинноволновому приближению относительно радиуса волновода. В этом случае детерминант общей системы (6) и (7) дает более простое дисперсионное уравнение, которое можно решить на ЭВМ и получить искомые возможные значения коэффициентов распространения.

В заключение заметим, что при $\xi = 0$ получаются результаты, приведенные в работе [2].

Ереванский государственный
университет

Поступила 20.VI.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *З. С. Агранович, В. П. Шестопалов.* ЖТФ, 34, 1950 (1964).
2. *В. А. Барегамян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 7, 97 (1972).
3. *В. А. Барегамян.* Сб. Радиотехника, Изд. ХГУ, 1967, вып. 4.

ՈՉ ՍԻՄԵՏՐԻԿ ԱԼԻՔՆԵՐԸ ԱՆԻԶՈՏՐՈՊ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ ՏԵՂԱՎՈՐՎԱԾ ՕՂԱԿԱՅԻՆ ԱԼԻՔԱՏԱՐՈՒՄ

Վ. Ա. ԲԱՐԵՂԱՄՅԱՆ

Միևնույն առանցքի վրա պարբերաբար դասավորված որոշակի երկարություն ունեցող խողովակներից կազմված օղակային ալիքատարն ընկղմված է անիզոտրոպ միջավայրի մեջ։ Ենթադրվում է, որ ալիքատարը կազմված է իդեալական հաղորդիչներից, իսկ անիզոտրոպ միջավայրը բնութագրվում է անկյունագծային տեսքի դիէլեկտրիկ թափանցելիության տենզորով։ Ալիքատարը լցված է իզոտրոպ դիէլեկտրիկով։ Ստացված են արտահայտություններ դաշտերի համար, ինչպես նաև ոչ սիմետրիկ ալիքների դիսպերսիոն հավասարումը։ Այդ հավասարումը ուսումնասիրված է երկարալիք և կարճալիք մոտավորություններով։

NON-SYMMETRIC WAVES IN CIRCULAR WAVEGUIDE IMMERSED IN ANISOTROPIC MEDIUM

V. A. BAREGAMYAN

The fields and the dispersion equation of non-symmetric waves in the circular waveguide loaded with an isotropic dielectric are obtained. The dispersion equation is investigated in the long-wavelength as well as in the short-wavelength approximation.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 10, 185—188 (1975)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФАЗОВОЙ ПРОТЯЖЕННОСТИ СГУСТКОВ ЭЛЕКТРОНОВ УСКОРЕННОГО ПУЧКА ЛИНЕЙНОГО УСКОРИТЕЛЯ

Э. М. ЛАЗИЕВ, Г. Г. ОКСУЗЯН

Описана методика определения фазовой протяженности сгустков по интенсивности излучения первых десяти гармоник частоты ускоряющего поля. Электронный пучок пролетает через набор прямоугольных волноводов и в каждом из них возбуждает основную моду на частоте одной из гармоник. По экспериментально измеренным значениям мощности излучения и расчетной номограмме определяется фазовая длина сгустка.

Если заряженная частица с зарядом q пересекает волновод прямоугольного сечения перпендикулярно к его оси, то потери энергии частицы на излучение TE_{mn}-волны равны [1]

$$S_{mn} = \frac{8\, q^2 \varepsilon_m \pi^2 n^2 \sin^2 (\pi n y_0/b)}{a b^3 c^2 v^2 \lambda_{mn}^2} \operatorname{Re} \int\limits_{c\lambda_{mn}}^{\infty} \frac{\sin^2 \left(\frac{\pi m}{a} - \frac{\omega}{v}\right) \frac{a}{2}}{\left|\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{v}\right)^2\right|^2 \gamma_{mn}} \omega^3 d\omega, \tag{1}$$

где v — скорость частицы, $\varepsilon_m = 2$ для $m \neq 0$ $(\varepsilon_0 = 1)$, m и n — целые числа, определяющие моду волны в волноводе, y_0 — координата пересечения частицей широкой стенки волновода b, a — узкая (по оси x) стенка, $\lambda_{mn} = \pi (m^2/a^2 + n^2/b^2)^{1/2}$, $\gamma_{mn} = (\varepsilon\omega^2/c^2 - \lambda_{mn}^2)^{1/2}$.

Поперечные размеры волновода и диэлектрическую проницаемость заполнения можно выбрать такими, чтобы в волноводе не могло возникнуть черенковское излучение [1]; тогда (1) будет определять только потери на переходное излучение.

Обычно электронный пучок в линейном ускорителе группируется в сгустки конечной протяженности, следующие с частотой ускоряющего поля. В [2] показано, что для сгустка, имеющего форму цилиндра с высотой $2d_0$ (вдоль направления движения), радиусом r_0 и плотностью заряда q_0 формфактор может быть учтен заменой в (1)

$$q \to \frac{2\, q_0 r_0 J_1\left(\frac{\omega}{v} s r_0\right)}{\frac{\omega^2}{v^2} s} \left(\sin \frac{\omega}{v} d_0\right), \tag{2}$$

где $s = (1 - \beta^2)$.

Излучение совокупности M таких сгустков, расположенных на расстоянии $2l$ друг от друга, равно

$$S^{(M)} = S^{(1)} \frac{\sin^2 \frac{M\omega}{v} l}{\sin^2 \frac{\omega l}{v}},$$

где $S^{(1)}$ вычисляется по формуле (1) с учетом (2). Если число M достаточно велико, то в спектре излучения будут только частоты, кратные частоте группирования сгустков.

Пропустив пучок через набор прямоугольных волноводов, поперечные размеры которых выбраны таким образом, чтобы k-ая гармоника тока пучка возбуждала основную моду в k-ом волноводе, а $(k-1)$-ая гармоника была бы запредельной в нем, можем определить относительную мощность излучения k-ой гармоники

$$\frac{P_k}{P_1} = \frac{U^2_{k-1}(\varkappa)}{k^2} \frac{R_k}{R_1}, \tag{3}$$

где P_k — мощность и R_k — сопротивление излучения k-ой гармоники [3], U_k — полином Чебышева, $\varkappa = \cos \theta/2$, $\theta = 2 \frac{\omega}{v} d_0$ — фазовый угол сгустка. Значения R_k/R_1, рассчитанные по формуле (1), для выбранных размеров волноводов приведены в таблице.

Таблица

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R_k/R_1	1,000	1,023	1,061	1,133	3,422	1,776	2,219	2,095	2,709	3,027

Блок-схема экспериментальной установки приведена на рис. 1. Электронный пучок, ускоренный линейным ускорителем 1, поворачивается магнитным анализатором 3 на угол 90° и через коллиматор 4 ($\varnothing$ —2 *мм*) попадает в контрольный волновод 5. Последний служит для измерения величины тока пучка на входе второго коллиматора 14 (см. [4]). После дополнительной коллимации в 14 пучок пролетает через набор волноводов 15. Величина тока, прошедшего через волноводы, измеряется цилиндром Фарадея 17. Измерение мощности излучения в волноводе осуществляется предварительно откалиброванными детекторными секциями 8. Для того, чтобы исключить ошибки, связанные с излучением $(k+1)$-ой и т. д. гармоник в k-ом волноводе, при лабораторных испытаниях детекторных секций настройка последних осуществлялась совместно с одно- или двухзвенными режекторными фильтрами.

Исследовалась зависимость P_k/P_1 от фазовой длины сгустков. Фазовая длина сгустков изменялась посредством сдвига фаз между ускоряющими полями секций линейного ускорителя.

По формуле (3) была рассчитана зависимость P_k/P_1 от θ и построена номограмма для определения величины фазвоого угла в пределах от 0 до 100° (рис. 2). Пользоваться этой номограммой просто. Измеренные значения P_k/P_1 наносятся на соответствующие оси. Фазовый угол является точкой пересечения оси θ с прямой, проходящей через точки P_k/P_1.

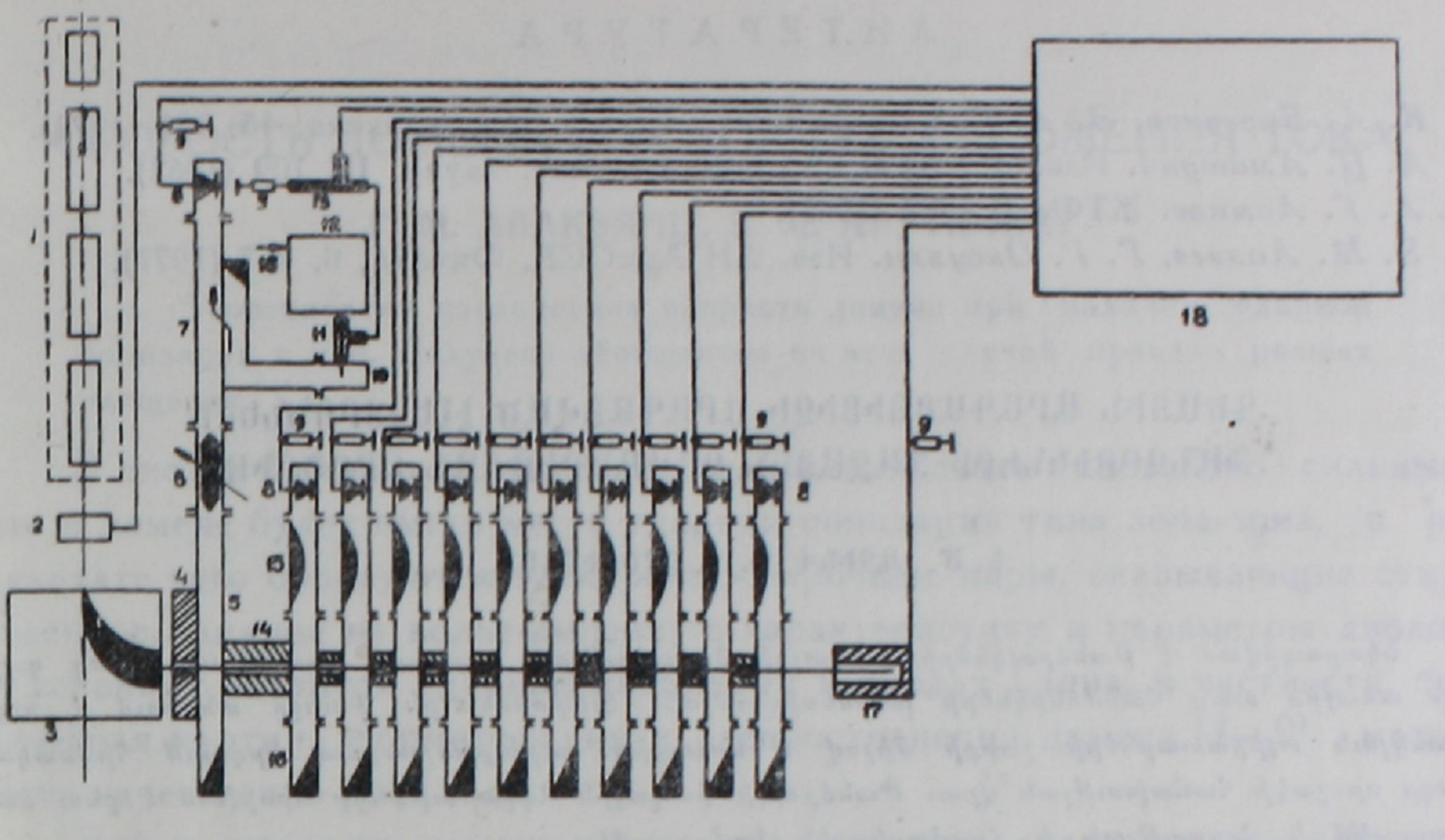


Рис. 1. Блок-схема установки: 1 — линейный ускоритель; 2 — резонатор, датчик интенсивности прямого пучка; 3 — заворачивающий магнит; 4, 14 — коллиматоры; 5 — контрольный излучатель; 6 — аттенюатор; 7 — направленный ответвитель для подачи тест-сигнала; 8 — детекторная секция; 9 — сопротивление нагрузки; 10 — коаксиально-волноводный переход; 11 — тройник; 12 — генератор тест-сигнала; 13 — коаксиальная детекторная секция; 15 — калиброванные аттенюаторы; 16 — волноводные согласованные нагрузки; 17 — цилиндр Фарадея; 18 — блок синхронизации и регистрации сигналов.

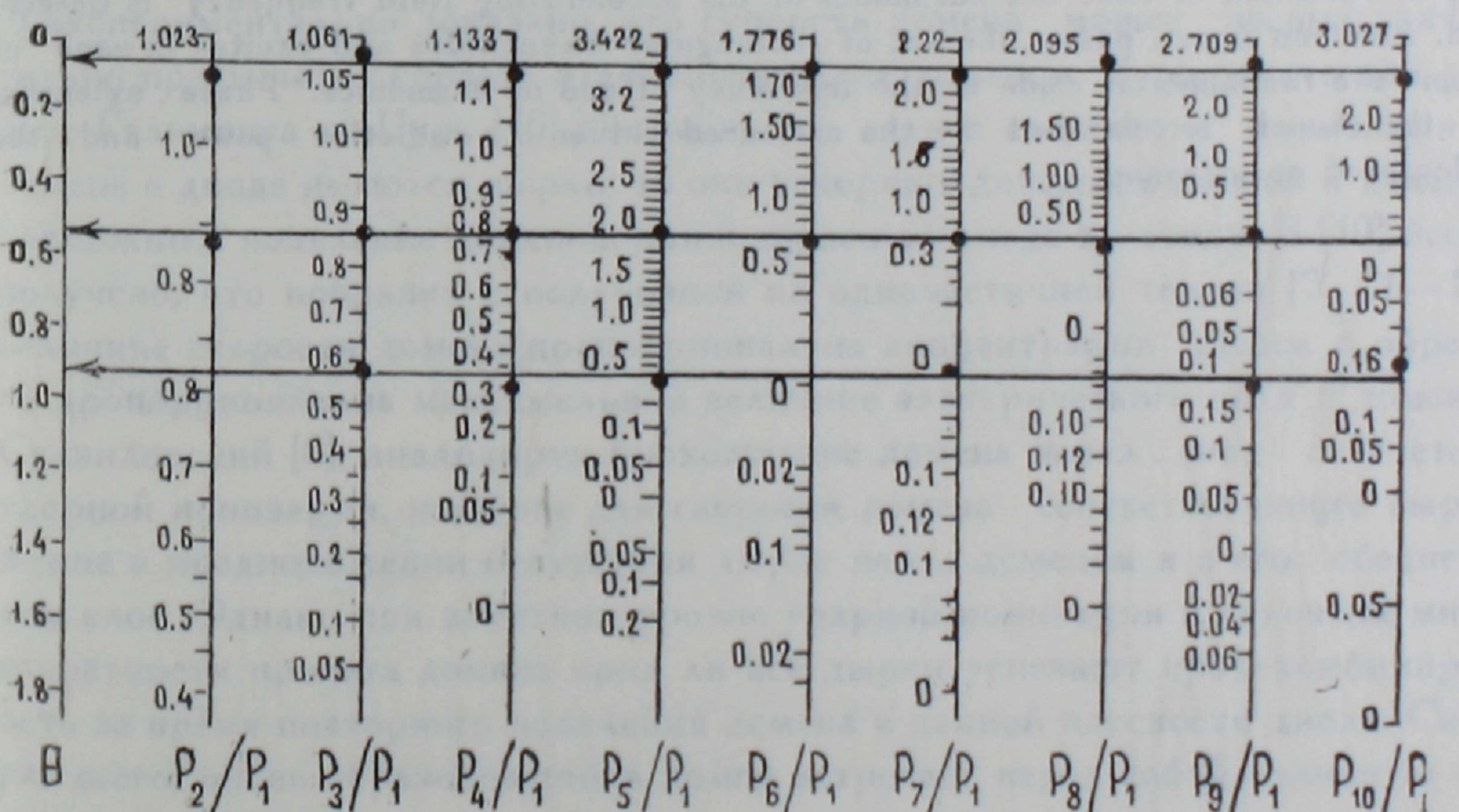


Рис. 2. Номограмма.

Максимальная измеренная фазовая длина сгустка не превышала 50°. Попытки увеличить ее за счет изменения сдвига фаз приводили к срыву ускорения. Минимальный фазовый угол, который удалось достаточно надежно измерить, был равен $\sim 5°$. В последнем случае начинали сильно сказываться нестабильности питающих напряжений.

Ереванский физический институт

Поступила 23.V.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *К. А. Барсуков, Э. Д. Газазян, Э. М. Лазиев.* Радиофизика, 15, 191 (1972).
2. *А. Ц. Аматуни.* Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат. науки, 15, 109 (1962).
3. *Л. Г. Ломизе.* ЖТФ, 31, 302 (1961).
4. *Э. М. Лазиев, Г. Г. Оксузян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 6, 467 (1971).

ԳԾԱՅԻՆ ԱՐԱԳԱՑՈՒՑԻՉԻ ԱՐԱԳԱՑՎԱԾ ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ԹԱՆՁՐՈՒԿՆԵՐԻ ՖԱԶԱՅԻՆ ՁԳՎԱԾՈՒԹՅԱՆ ՈՐՈՇՈՒՄԸ

Է. Մ. ԼԱԶԻԵՎ, Գ. Գ. ՕՔՍՈՒԶՅԱՆ

Նկարագրված է թանձրուկների ֆազային ձգվածության որոշումը ըստ արագացնող դաշտի առաջին տաս հարմոնիկների ինտենսիվության։ Էլեկտրոնային փունջը անցնում է ուղղանկյուն ալիքատարների շարքի միջով և նրանցից յուրաքանչյուրում գրգռում հիմնական մոդը որոշակի հաճախության վրա։ Թանձրուկի ֆազային ձգվածությունը որոշվում է ըստ ճառագայթման հզորության և հաշվարկային նոմոգրամի։

DETERMINATION OF PHASE EXTENSION OF ELECTRON BUNCHES IN LINEAR ACCELERATOR

E. M. LAZIEV, G. G. OXUZYAN

The procedure of the determination of phase extension of bunches by the intensity of radiation of first ten harmonics of the accelerating field frequency is described. Electron bunch passes the set of rectangular waveguides and excites in each of them the fundamental mode at the frequency of one of harmonics. Phase extension of the bunch is obtained by the measured values of radiation power and the calculated nomogramm.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 10, 189—195 (1975)

СКОРОСТЬ ДОМЕНА В УСЛОВИЯХ УМНОЖЕНИЯ ТОКА

Г. М. АВАКЬЯНЦ, В. М. АРУТЮНЯН

Теоретически исследована скорость домена при наличии ударной ионизации в нем. Получено обобщенное на этот случай правило равных площадей.

В диодах Ганна электрическое поле может стать настолько сильным, что в домене будет иметь место ударная ионизация типа зона-зона, в результате чего образуются электронно-дырочные пары, оказывающие существенное влияние на вольт-амперную характеристику и параметры диодов. В условиях развитой ударной ионизации в диодах Ганна, в частности, физическая картина формирования и распространения домена [1—9] может быть качественно иной.

Знание скорости домена имеет первостепенное значение при анализе работы многочисленных функциональных устройств микроэлектроники, использующих приборы, основанные на эффекте переноса электронов, ибо это дает возможность определения рабочей частоты приборов и отклонений от нее в результате различных внешних воздействий (температуры, света, магнитного поля и т. д.). В частности, в литературе имеются экспериментальные данные [1, 3, 4, 8, 9] о росте скорости домена v_D в условиях наличия в нем ударной ионизации в зависимости от тока через диод. Например, в [8, 9] экспериментально доказано, что скорость домена может весьма значительно превышать скорость электронов перед доменом. В теоретической работе Гельмонта и Шура [10] показано, что если в отсутствие ионизации в домене в диоде имеются дырки, то они ускоряют движение домена и делают возможным появление доменов, движущихся от анода к катоду. В [10] было получено, что поправка к полученной из одночастичной теории [7, 11—13] величине скорости домена пропорциональна концентрации дырок и обратно пропорциональна максимальной величине электрического поля в домене. Судзиловский [8], анализируя прохождение домена через диод с учетом ударной ионизации, получил для скорости домена соответствующее выражение в предположении отсутствия дырок перед доменом и в его обедненном слое. Однако при заметном уровне ударной ионизации в условиях многократности пролета домена вряд ли все дырки успевают прорекомбинировать за время повторного появления домена в данной плоскости диода. Скорее всего, вновь образовавшийся домен встречает перед собой отличную от нуля концентрацию дырок, наличие которых существенно меняет картину прохождения домена через образец.

В работе [15] нами были вычислены концентрации дырок перед доменом и в его вершине, а также распределение электронов и дырок в обедненном слое. В настоящей работе эти результаты используются при анализе выражения для скорости домена. Кроме того, получено обобщенное на случай ударной ионизации правило равных площадей, отсутствующее в литературе.

В пренебрежении диффузионным током неосновных носителей заряда (дырок) уравнение для полного тока имеет вид

$$J = en\, v_n(E) + ep\, v_p(E) + eD_n \frac{dn}{dx} + \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t}. \tag{1}$$

Физическая причина, по которой можно пренебречь диффузией дырок, состоит в гораздо меньшей подвижности и температуре дырок, чем у электронов. В (1) использованы обычные обозначения, а последний член представляет собой ток смещения.

Положив $y = x - v_D t$, из уравнения (1) можно получить

$$-D_n \frac{\partial n}{\partial y} = n\,[v_n(E) - v_D] - n_0\, v_{nE1} + p\,[v_p(E) + v_D] - p_0\, v_{pE1} - v_D N_g, \tag{2}$$

где n_0 и p_0 — объемные (вне домена) концентрации дырок и электронов. Разделив (2) на уравнение Пуассона

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e}{\varepsilon}(p + N_g - n), \tag{3}$$

имеем

$$-\frac{4\pi e}{\varepsilon} D_n \frac{\partial n}{\partial E} = \frac{1}{p + N_g - n} \{p\,[v_p(E) + v_D] + n\,[v_n(E) - v_D] - - n_0\, v_{nE1} - p_0\, v_{pE1} - v_D N_g\}. \tag{4}$$

Проведем интегрирование (4) в пределах от граничного значения напряженности электрического поля в домене E_1 до максимального значения E_m. Уравнение (4) справедливо для обеих частей домена (по обе стороны от его вершины). Величины, относящиеся к той части, где преобладает заряд основных носителей (обогащенному слою), снабдим индексом «1», а относящиеся к обедненному слою—индексом «2». Тогда для обогащенного слоя из (4) можно получить

$$\Phi_1 + [n_0 v_{nE1} + p_0 v_{pE1} + N_g v_D] \int\limits_{E_1}^{E_m} \frac{dE}{p_1} - \int\limits_{E_1}^{E_m} \frac{n_1}{p_1} [v_p(E) + v_D]\, dE = 0, \tag{5}$$

где

$$\Phi_1 = -\frac{4\pi e}{\varepsilon} D_n \left[\int\limits_{n_0}^{n_{\text{вер.}}} \frac{p_1}{n_1} dn_1 - n_{\text{вер.}} + n_0 + N_g \ln \frac{n_{\text{вер.}}}{n_0} \right] - - \int\limits_{E_1}^{E_m} [v_n(E) - v_D]\, dE. \tag{6}$$

Аналогично, для обедненного слоя имеем

$$\Phi_2 + [n_0 v_{nE_1} + p_0 v_{pE_1} + N_g v_D] \int\limits_{E_1}^{E_m} \frac{dE}{p_2} - \int\limits_{E_1}^{E} \frac{n_2 dE}{p_2} [v_p(E) + v_D]\, dE = 0, \quad (7)$$

$$\Phi_2 = \frac{4\pi e}{\varepsilon} D_n \left| n_{\text{вер}} - n_0 - N_g \ln \frac{n_{\text{вер.}}}{n_0} - \int\limits_{n_0}^{n_{\text{вер.}}} \frac{p_2}{n_2}\, dn_2 \right| - \int\limits_{E_1}^{E_m} [v_n(E) - v_D]\, dE. \quad (8)$$

Если ввести обозначения

$$\Phi = \frac{4\pi e}{\varepsilon} D_n \left[n_{\text{вер.}} - n_0 - N_g \ln \frac{n_{\text{вер.}}}{n_0} \right] - \int\limits_{E_1}^{E_m} [v_n(E) - v_D]\, dE, \quad (9)$$

$$\varphi_1 = -\frac{4\pi e}{\varepsilon} D_n \int\limits_{n_0}^{n_{\text{вер.}}} \frac{p_1}{n_1}\, dn_1, \quad \varphi_2 = -\frac{4\pi e}{\varepsilon} D_n \int\limits_{n_0}^{n_{\text{вер.}}} \frac{p_2}{n_2}\, dn_2, \quad (10)$$

то

$$\Phi_1 = \Phi + \varphi_1, \quad \Phi_2 = \Phi + \varphi_2.$$

Для сокращения записи обозначим

$$K_1 = \int\limits_{E_1}^{E_m} \frac{dE}{n_1}, \quad K_3 = \int\limits_{E_1}^{E_m} \frac{dE}{n_2}, \quad (11)$$

$$K_2 = -\varphi_1 + \int\limits_{E_1}^{E_m} \frac{p_1}{n_1} (v_p + v_D)\, dE, \quad (12)$$

$$K_4 = -\varphi_2 + \int\limits_{E_1}^{E_m} \frac{p_2}{n_2} (v_p + v_D)\, dE. \quad (13)$$

Тогда из (5) — (10) получим

$$\Phi = \frac{K_2 K_3 - K_1 K_4}{K_3 - K_1}, \quad (14)$$

$$p_0 v_{pE_1} + n_0 v_{nE_1} + N_g v_D = \frac{K_4 - K_2}{K_3 - K_1}. \quad (15)$$

Из (14) и (15) следуют два важных результата — выражение для скорости домена в условиях умножения

$$v_D = \frac{1}{N_g} \left[v_{nE1} n_0 + v_{pE1} p_0 - \frac{K_4 - K_2}{K_3 - K_1} \right] \quad (16)$$

и обобщенное на этот случай правило площадей, введенное в теорию доменов сильного электрического поля [11, 12],

$$\int\limits_{E_1}^{E_m} (v_n - v_D)\, dE = \frac{4\pi e}{\varepsilon} D_n \left[n_{\text{вер.}} - n_0 - N_g \ln \frac{n_{\text{вер.}}}{n_0} \right] - \frac{K_2 K_3 - K_1 K_4}{K_3 - K_1}. \quad (17)$$

Для анализа выражения (16) сделаем некоторые упрощения. Ограничимся случаем прямоугольного домена, т. е. пренебрежем процессами, имеющими место в очень узком обогащенном слое. Так как $n_1 \gg n_2$, из (12) и (13) следует, что

$$K_1 < K_3, \quad K_2 < K_4. \tag{18}$$

Тогда из (16) имеем

$$v_D = \frac{v_{nE1}\, n_0 + v_{pE1}\, p_0}{n_D + \dfrac{K_4}{v_D K_3}} = \frac{J}{n_D + \dfrac{K_4}{v_D K_3}}, \tag{19}$$

где J — полный поток.

Учитывая, что $v_D > v_p$, и приняв, что в K_4 второй интеграл заметно меньше 1, получим

$$\frac{J}{v_D} = N_g + \int\limits_{E_1}^{E_m} \frac{p_2}{n_2}\, dE \left[\int\limits_{E_1}^{E_m} \frac{dE}{n_2} \right]^{-1}. \tag{20}$$

Ниже мы опускаем индексы при n и p, однако будем помнить, что рассматриваются процессы в обедненном слое домена.

Ранее нами [13] были получены выражения для концентраций дырок и электронов в обедненном слое

$$p(x) = \frac{v_{pE1}\,(J - v_{nE1}\, N_g)}{v_p\,(v_{nE1} + v_{pE1})} + \frac{v_{nE1}\,(J + v_{pE1}\, N_g)\, j(x)}{(v_{nE1} + v_{pE1})\,(v_p\, j + v_n)}, \tag{21}$$

$$n(x) = \frac{v_{nE1}\,(J + v_{pE1}\, N_g)}{(v_p\, j + v_n)\,(v_{nE1} + v_{pE1})} \exp\left(\int\limits_0^x \frac{\alpha\, dx}{v_n - v_D} \right). \tag{22}$$

Здесь

$$j = \int\limits_0^{L_D} \frac{\alpha\, dx}{v_p + v_D} \exp\left(\int\limits_0^x \frac{\alpha\, dx}{v_n - v_D} \right), \tag{23}$$

$j(x)$ — тот же интеграл j, но с нижним пределом x, v_p и v_n — дрейфовые скорости дырок и электронов в слое умножения. Они принимаются постоянными (насыщенными) в этом слое.

В условиях слабого умножения величину

$$A(x) = \exp \int\limits_0^x \frac{\alpha\, dx}{v_n - v_D} \tag{24}$$

можно считать близкой к единице, и тогда с достаточно хорошей точностью $n(x)$ в большей части домена можно заменить на $n_{\text{вер. 1}}$ (множитель при $A(x)$ в (22)). В этом случае

$$\frac{p(x)}{n(x)} = \frac{v_{pE1}\,(J - v_{nE1}\, N_g)\,(v_p\, j + v_n)}{v_p\, v_{nE1}\,(J + v_{pE1}\, N_g)\, A(x)} + \frac{j(x)}{A(x)} \tag{25}$$

и из (20) получаем

$$\frac{J}{v_D} = N_g + \frac{v_{pE1}\,(J - v_{nE1}\,N_g)}{v_p\,(v_{nE1} + v_{pE1})} + \frac{v_{nE1}\,(J + v_{pE1}\,N_g)\,B(E_m,\,E_1)}{(v_p\,j + v_n)\,(v_{nE1} + v_{pE1})}, \qquad (26)$$

где

$$B(E_m,\,E_1) = \int\limits_{E_1}^{E_m} \frac{j\,(x)}{A\,(x)}\,dE \left| \int \frac{dE}{A\,(x)} \right|^{-1}. \qquad (27)$$

Отсюда скорость домена равна

$$v_D = J\left\{N_g + \frac{v_{pE1}\,(J - v_{nE1}\,N_g)}{v_p\,(v_{nE1} + v_{pE1})} + \right. \\ \left. + \frac{v_{nE1}\,(J + v_{pE1}\,N_g)}{(v_p\,j + v_n)\,(v_{nE1} + v_{pE1})}\,B\,(E_m,\,E_1)\right\}^{-1}. \qquad (28)$$

Если в B положить $A = \text{const}$, а $j\,(x)$ устремить к j, то получим

$$v_D = J\left\{N_g\left[1 + \frac{v_{pE1}}{v_p}\,\frac{J/v_{nE1}\,N_g - 1}{v_{pE1}/v_{nE1} + 1}\right] + \frac{v_{nE1}\,(J + v_{pE1}\,N_g)\,j}{(v_p\,j + v_n)(v_{nE1} + v_{pE1})}\right\}^{-1}. \qquad (29)$$

Когда умножение слабое или вовсе отсутствует ($j = 0$, $J = J_0 = \text{const}$), из формул (28) и (29) скорость домена, как и следовало ожидать, равна

$$v_D = v_{nE1}, \qquad (30)$$

что находится в согласии с результатами одночастичной теории [7, 11, 12, 14].

Подставим в (29) результаты, полученные при выводе вольт-амперной характеристики диода Ганна [15], а именно

$$\frac{J}{v_{nE1}\,N_g} - 1 = \left(1 + \frac{v_{nE1}}{v_{pE1}}\right)\frac{\beta}{\gamma + \eta + \beta}\left[1 - \left(1 + \frac{v_{nE1}}{v_{pE1}}\right)\frac{\beta}{\gamma + \eta + \beta}\right]^{-1}, \qquad (31)$$

где γ — коэффициент инжекции дырок, $\eta = L^*/v_{pE1}\,\tau_p$, $\beta = \dfrac{j_1}{1 + j_2}$, причем $j_2 = \dfrac{v_n}{v_p}\,j$, $j_1 = \displaystyle\int\limits_0^{L_D} \frac{\alpha}{v_n}\,A\,(x)\,dx$, $L^* = L - L_D$ — разность между длинами образца и домена, τ_p — время жизни дырок.

Тогда

$$v_D = J\left\{N_g\left[1 + \frac{\dfrac{v_{nE1}\,\beta}{v_p\,(\gamma + \eta + \beta)}}{1 - \left(1 + \dfrac{v_{nE1}}{v_{pE1}}\right)\dfrac{\beta}{\gamma + \eta + \beta}}\right] + \right. \\ \left. + \frac{j}{j_1}\,\beta\,\frac{v_{nE1}}{v_p}\,\frac{J + v_{pE1}\,N_g}{v_{nE1} + v_{pE1}}\right\}^{-1}. \qquad (32)$$

Таким образом, из (28), (29) и (32) можно сделать вывод, что при умножении скорость домена начинает расти со значения v_{nE1} вначале пропорционально среднему по времени току через диод, затем, при сильном умножении, возможно ослабление этого линейного роста v_D с J. Иными словами, наличие дырок ведет к ускорению движения домена по сравнению с одночастичным случаем, причем чем больше дырок, тем быстрее движется домен (см. также [10, 16]). В работе [1], действительно, экспериментально наблюдался почти линейный рост скорости домена с током. Аналогичные результаты получены в [4].

Заметим, что в формуле (17) членом, содержащим интегралы K_i, в случае прямоугольного домена можно пренебречь. Тогда условие устойчивости (19) принимает вид

$$\int_{E_1}^{E_m} [v_n(E) - v_D]\, dE = \frac{4\pi e}{\varepsilon} D_n \left[[n_{\text{вер.}} - n_0 + N_g \ln \frac{n_0}{n_{\text{вер.}}} \right]. \tag{33}$$

Ясно, что в условиях умножения $n_{\text{вер.}} \neq n_0$ (см. [15]) и, следовательно, правая часть (33) с умножением будет расти по модулю. Напротив, левая часть имеет определенный предел, следующий из микроскопической зависимости v_n от E и зависимости v_D от концентрации дырок. Таким образом, равенство (33) не может выполняться при сколь угодно сильном умножении. На умножение накладывается также ограничение, вытекающее из выражения для вольт-амперной характеристики диода [15]. Это значит, что с ростом умножения домен должен разрушиться, причем это разрушение может выразиться в образовании ряда мелких доменов, в искажении формы домена и т. д. В рамках настоящей теории уточнить характер разрушения не представляется возможным. Причиной, ведущей к разрушению домена, могут быть усиливающиеся с развитием умножения тока диффузионные процессы. Таким же образом, согласно (33), не может неограниченно возрастать скорость домена, так как существует определенное ограничение на величину умножения, учитываемого в (32) через β, j, j_1 и J. Очевидным пределом, ограничивающим сверху скорость домена, является пороговое для начала эффекта Ганна значение v_n. При достижении этого значения возможно образование второго домена, хотя еще первый домен не вошел в анод [4].

В заключение заметим, что уравнения (16), (17) и (31) вместе с уравнениями

$$E_m - E_1 = \frac{4\pi e}{\varepsilon} \int_{L_D}^{0} [p(x) - n(x) + N_g]\, dx, \tag{34}$$

$$V_g = \frac{4\pi e}{\varepsilon} \int_{L_D}^{0} \left\{ \int_{0}^{x} [p(x') - n(x') + N_g]\, dx' \right\} dx, \tag{35}$$

$$V = V_\text{т} + V_g = E_1 L^* + V_g \tag{36}$$

составляют основную систему уравнений, из которых можно определить шесть неизвестных параметров, характеризующих диоды Ганна в режиме умножения тока. Этими параметрами являются ширина домена L_D, максимальное поле в домене E_m, поле E_1 на границе домена с объемом, скорость домена v_D, напряжение на домене V_g и ток через диод.

Обычно уравнения (34) и (35) приводятся в предположении, что зарядом подвижных носителей в домене можно пренебречь по сравнению с зарядом мелких доноров N_g. Предполагается, что домен имеет форму прямоугольного треугольника и поэтому длина той части его, где $n > N_g$, считается практически много меньше, чем правая часть (34).

Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР

Поступила 26.II.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *J. S. Heeks.* IEEE Trans., ED—13, 68 (1966); *J. S. Heeks, A. D. Woode.* IEEE Trans., ED—14, 512 (1967).
2. *S. G. Liu.* Appl. Phys. Lett., 9, 79 (1966); *K. K. N. Chang, S. G. Liu, H. J. Prager.* Appl. Phys. Lett., 8, 196 (1966).
3. *P. D. Southgate.* J. Appl. Phys., 38, 4589 (1967); 43, 1038 (1972).
4. *Э. Д. Прохоров, В. А. Шалаев.* Полупроводниковая техника и микроэлектроника, Наукова думка, Киев, 1973, вып. 9, стр. 3.
5. *М. С. Шур.* Эффект Ганна, Изд. Энергия, Л., 1971.
6. *М. Е. Левинштейн, М. С. Шур.* ФТП, 5, 1791 (1971).
7. *В. А. Бонч-Бруевич, И. П. Звягин, А. Г. Миронов.* Доменная электрическая неустойчивость в полупроводниках, Изд. Наука, М., 1972.
8. *В. Ю. Судзиловский.* Кандидатская диссертация, МИФИ, 1974.
9. *П. А. Бородовский.* ФТП, 6, 2347 (1972); 7, 1338 (1973).
10. *Б. Л. Гельмонт, М. С. Шур.* ЖЭТФ, 60, 2296 (1971).
11. *P. N. Butcher, W. Fawsett, C. Hilsum.* Brit. J. Appl. Phys., 17, 841 (1966).
12. *P. N. Butcher, W. Fawsett.* Brit. J. Appl. Phys., 17, 1425 (1966).
13. *Г. М. Авакьянц, В. М. Арутюнян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 10, 115 (1975).
14. *А. Ф. Волков, Ш. М. Коган.* УФН, 96, 633 (1968).
15. *В. Ю. Судзиловский.* ФТП, 7, 563 (1973).

ԴՈՄԵՆԻ ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆԸ ՀՈՍԱՆՔԻ ԲԱԶՄԱՊԱՏԿՄԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ

Գ. Մ. ԱՎԱԳՅԱՆՑ, Վ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Տեսականորեն հետազոտված է դոմենի արագությունը, երբ նրանում տեղի է ունենում հարվածային իոնիզացիա։ Այդ դեպքի համար ստացված է հավասար մակերեսների ընդհանրացված օրենքը։

VELOCITY OF DOMAIN UNDER CURRENT MULTIPLICATION CONDITIONS

G. M. AVAKYANTS, V. M. HARUTUNYAN

The velocity of strong electric field domain was theoretically studied under the condition of impact ionization in the domain. The generalized equal area rule for the case of impact ionization is given.

Изв. АН Армянской ССР, Физика 10, 196—200 (1975)

ДЕТЕКТОР ЯДЕР ОТДАЧИ, ОСТАНАВЛИВАЮЩИХСЯ В ГАЗЕ ИСКРОВОЙ КАМЕРЫ

А. С. АЛЕКСАНЯН, Л. А. ЖИРОВА, В. А. ИВАНОВ,
Ф. Ф. КАЮМОВ*, Г. Г. МКРТЧЯН, Р. Н. ПИХТЕЛЕВ

Описывается детектор, состоящий из сочетания дрейфовой и широкозазорной искровых камер, предназначенный для регистрации ядер отдачи, останавливающихся в газе искровой камеры. Показано, что при введении соответствующей дискриминации детектор позволяет в интенсивных пучках электронов и γ-квантов надежно регистрировать ядра отдачи.

Наблюдение ядер отдачи в актах взаимодействия элементарных частиц позволяет более надежно разделять каналы реакций, определять точку взаимодействия, пробег ядра отдачи и угол его вылета.

При попытке создать детектор ядер отдачи возникают естественные трудности:

1) детектирование короткопробежных частиц,

2) определение энергии ядра отдачи,

3) наличие большого фона в пучках высокой интенсивности ($\sim 10^8 \div 10^9$ *частиц/сек*),

4) выделение сигнала от детектора ядер отдачи для включения его в логическую схему.

Экспериментальному исследованию этих вопросов посвящена настоящая работа, в которой используется широкозазорная искровая камера с помещенной в ее объем дрейфовой камерой.

Авторами работы [1] было предложено применение искровой камеры для регистрации α-частиц, останавливающихся в газе камеры, с использованием для ее запуска газовой сцинтилляции. Однако такой способ не нашел практического применения, так как для уменьшения загрузок камеры в интенсивных пучках необходимо уменьшить время памяти до $2 \div 3$ *мксек* путем введения в объем камеры электроотрицательных газов, которые гасят сцинтилляции, а также из-за трудностей светосбора с больших объемов.

В работе [2] для получения мастерного импульса от α-частиц внутрь объема искровой камеры впервые был помещен детектор α-частиц в виде тонкого слоя (~ 30 *мкм*) люминофора (ZnS), напыленного на один из электродов камеры, и показана возможность работы искровой камеры на прямых пучках высокой интенсивности ($\sim 10^9$ *экв.* γ/*сек*). Но такой прибор не дает возможности измерять пробег регистрируемых частиц.

В работе [3] был предложен новый вариант получения мастерного импульса от α-частиц и регистрации их в широкозазорной искровой камере с помощью многопроволочной пропорциональной камеры. Такой метод позволяет регистрировать остановки α-частиц в газе камеры и измерять их энер-

---

* Сотрудник Физического института им. П. Н. Лебедева Академии наук СССР.

гию по пробегу. В работе были исследованы смеси $He^4 + CO_2\,(3 \div 14\%) + H_2O\,(0{,}1 \div 0{,}4\%)$.

В настоящей работе для увеличения прозрачности и α/β-соотношения в качестве детектора α-частиц использована дрейфовая камера [4]. Расстояние между рабочими плоскостями дрейфовой камеры—6—7 *мм*. Ядра отдачи детектируются искровой камерой (см. рис. 1). Прозрачность дрей-

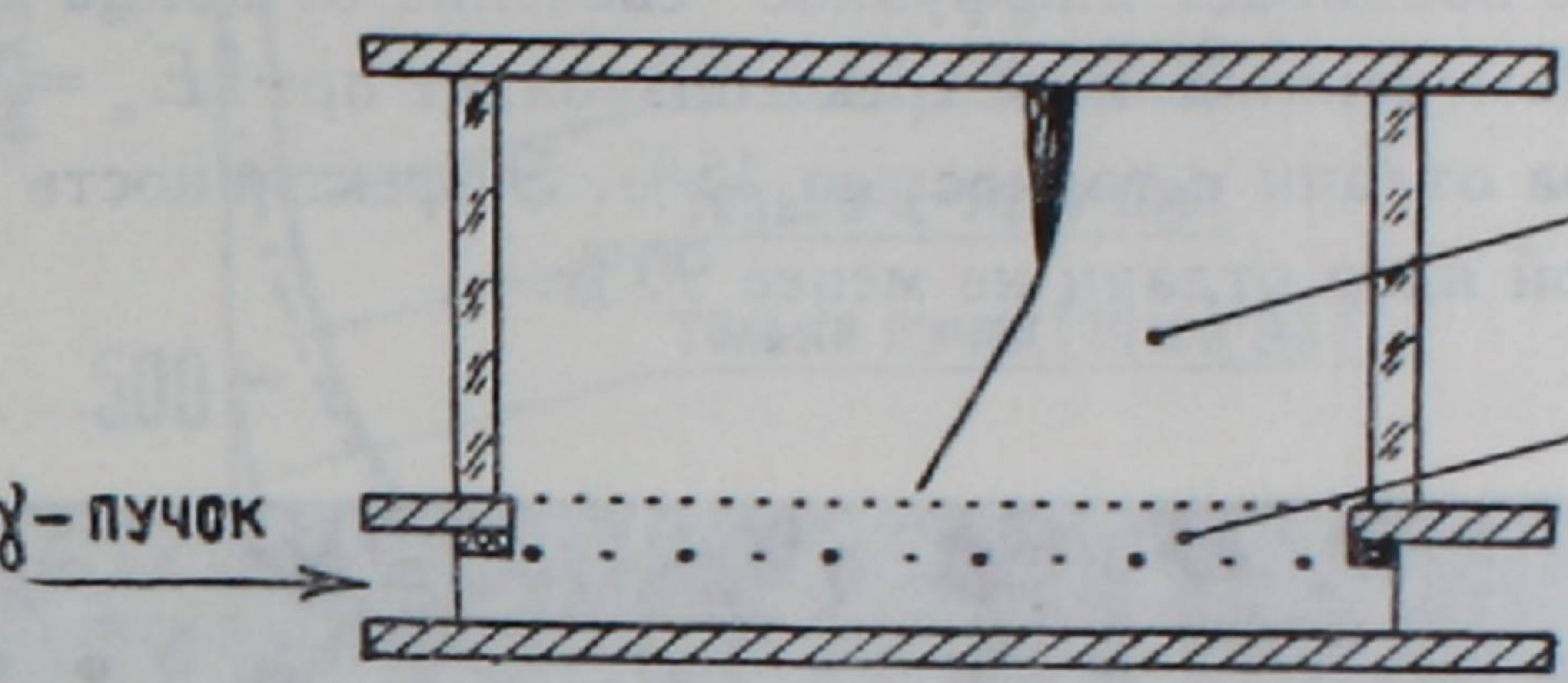


Рис. 1. Конструкция детектора ядер отдачи: 1 — объем искровой камеры, 2 — дрейфовая камера.

фовой камеры для α-частиц—95%. Рабочая смесь детектора выбиралась из условий регистрации малоэнергичных ядер отдачи, надежной работы искровой камеры и возможности добавки электроотрицательных газов в малых количествах. Как и в работе [3], нами был выбран He^4 с различными добавками, который может служить мишенью для широкого круга задач в реакциях фоторождения [5]. Были исследованы различные смеси: $He^4\,(100\%)$, $He^4 + CH_4\,(0{,}5—5\%)$, $He^4 + CO_2\,(0{,}5 — 10\%)$, а также He^4+фреон-12 (0,1—2%). При работе на чистом гелии время памяти искровой камеры составляет 80—100 *мксек*, а для дрейфовой камеры получается слишком «узкая» рабочая область по напряжению, что требует высокой стабилизации источника питания (рис. 2). Незначительные добавки мета-

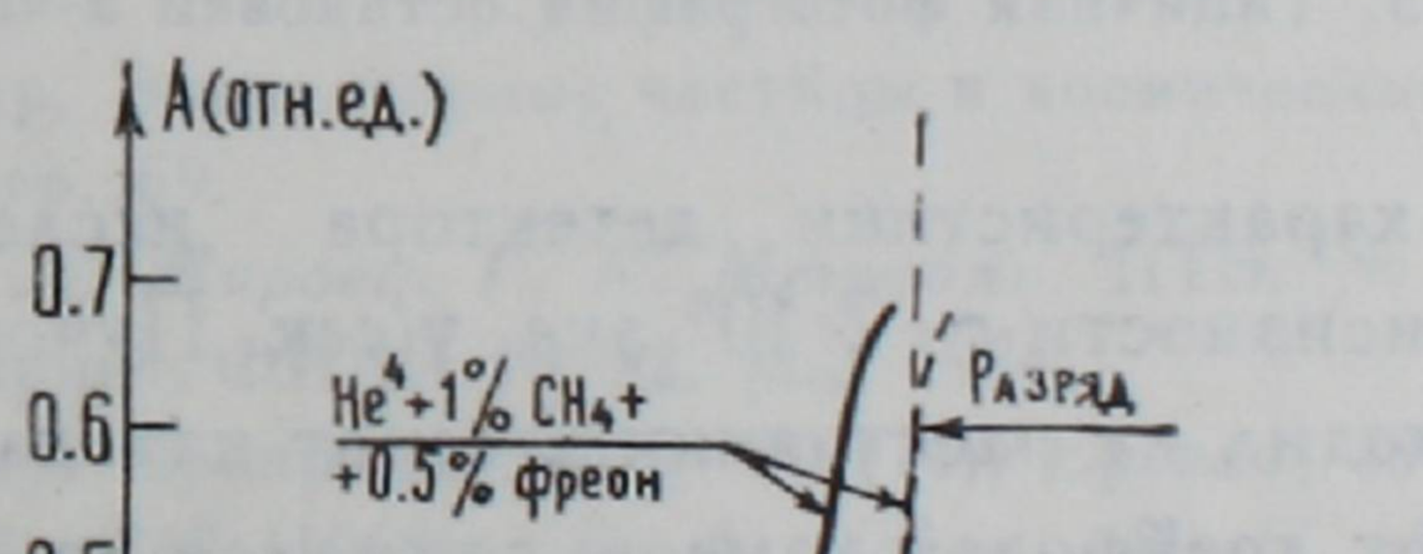


Рис. 2. Зависимость амплитуды импульса от напряжения на сигнальных проволочках дрейфовой камеры для α-частиц и электронов в чистом гелии и в гелии с добавками ($1\%\ CH_4 + 0{,}5\%$ фреона).

на и фреона резко улучшают рабочие характеристики дрейфовой камеры и уменьшают время памяти искровой камеры. Для смеси $He^4 + CH_4$ (1%)+фреон-12 (0,5%) получено отношение амплитуд $\alpha/\beta \sim 30$, амплитуда сигнала от α-частиц~ 3 *мв*, а время памяти искровой камеры~ 3 *мксек*.

На рис. 3 представлена фотография остановки α-частицы в газе искровой камеры от источника P^{239} ($E_\alpha = 5{,}2$ *Мэв*). При регистрации остановок в искровой камере возникает диффузное свечение от конца трека до верхнего электрода. Измерение длины трека позволяет при $E_\alpha = 3$ *Мэв* определить энергию ядра отдачи с точностью 15%. Эффективность регистрации дрейфовой камерой ядер отдачи не менее 90%.

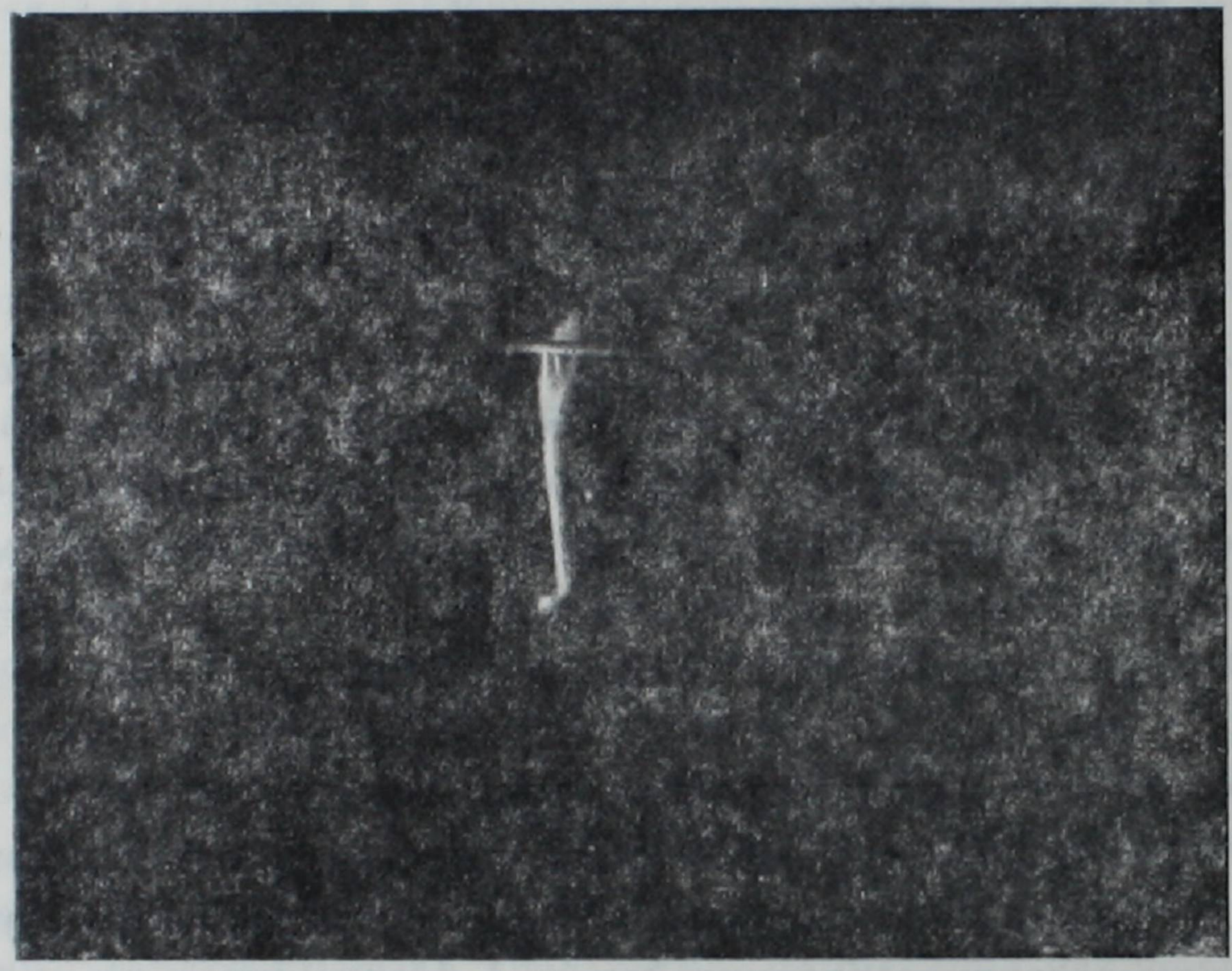


Рис. 3. Типичная фотография остановки α-частицы.

Загрузочные характеристики детектора исследовались на пучке γ-квантов при интенсивности $\sim 2 \cdot 10^8$ *экв.* γ/*сек*. Пучок с поперечным сечением 6×8 *мм*^{2} проходил на расстоянии 2 *см* от катода дрейфовой камеры. Спектр импульсов от дрейфовой камеры снимался на амплитудном анализаторе. α-частицы от неколлимированного источника P^{239} проходили слой майлара толщиной 20 *мкм* и попадали в чувствительный объем дрейфовой камеры. Результаты измерений приведены на рис. 4. Для увеличения загрузок перед детектором на пути пучка помещалась пластина из алюминия толщиной 10 *мм*, что давало $\sim 10^7$ электронно-позитронных пар в *сек*.

Из рис. 4 видно, что при выбранных условиях амплитуды от частиц с минимальной ионизацией находятся, в основном, в области шумов предусилителя. При соответствующем пороге регистрации можно полностью подавлять фон от первичного пучка и регистрировать только ядра отдачи.

Уменьшение давления в рабочем объеме детектора позволит увеличить соотношение α/β и пробег ядер отдачи, что даст возможность детектировать ядра отдачи с кинетической энергией $0{,}2 \div 0{,}3$ *Мэв*.

Нами изготовлен также вариант прибора, в котором нижний электрод искровой камеры является катодом дрейфовой камеры, а пучок проходит через чувствительный объем дрейфовой камеры (рис. 1).

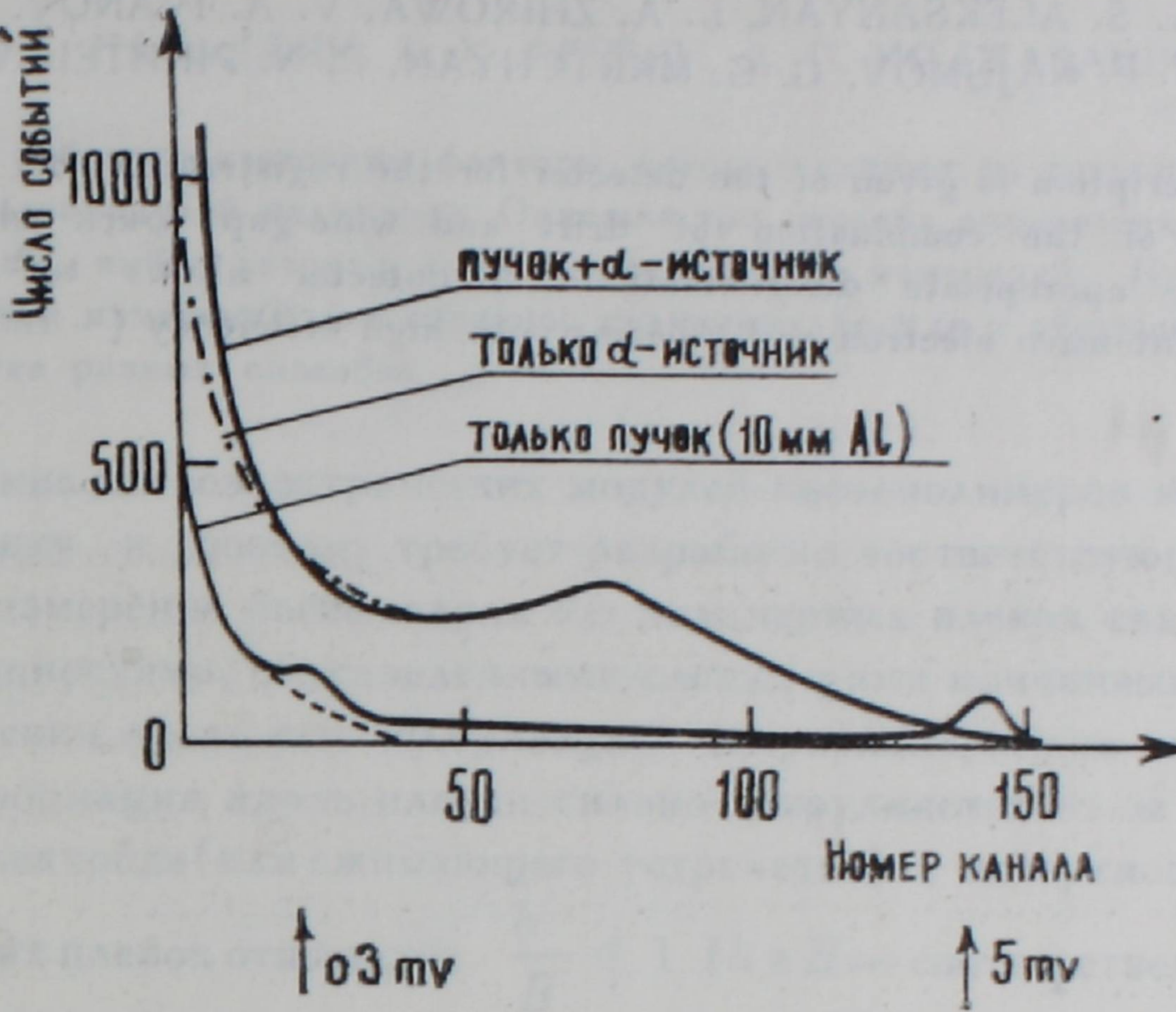


Рис. 4. Спектр импульсов от дрейфовой камеры при экспонировании на прямом пучке γ-квантов.

В заключение авторы считают своим долгом поблагодарить В. М. Харитонова и В. М. Кукарева за полезные обсуждения.

Ереванский физический
институт

Поступила 4.IX.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. С. Алексанян* и др. Элементарные частицы и космические лучи, МИФИ, Атомиздат, М., 1966, стр. 69.
2. *Р. Н. Пихтелев, Л. А. Жирова, Г. К. Меграбян.* ПТЭ, № 5, 36 (1974).
3. *Ф. Ф. Каюмов.* Препринт ФИАН № 52, М., 1974.
4. *Р. А. Астабекян* и др. Препринт ЕФИ—60 (74), Ереван, 1974.
5. *В. А. Царев.* ЯФ, 10, 367 (1969); *В. А. Царев, М. И. Дайон, Ю. А. Раков,* Препринт ФИАН № 170, М., 1971.

ԿԱՅԾԱՅԻՆ ԽՑԻԿԻ ԳԱԶԻ ՄԵՋ ԱՐԳԵԼԱԿՎՈՂ ՀԵՏՀԱՐՎԱԾԻ ՄԻՋՈՒԿՆԵՐԻ ԳՐԱՆՑԻՉ

Հ. Ս. ԱԼԵՔՍԱՆՅԱՆ, Լ. Ա. ԺԻՐՈՎԱ, Վ. Ս. ԻՎԱՆՈՎ, Ֆ. Ֆ. ԿԱՅՈՒՄՈՎ, Գ. Գ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Ռ. Ն. ՊԻԽՏԵԼԵՎ

Նկարագրված է գրանցիչ, կազմված դրեյֆային և լայնաձեղք կայծային խցիկների համադրումից, որը նախատեսված է կայծային խցիկի գազի մեջ արգելակվող հետհարվածի միջուկների գրանցման համար։ Ցույց է տրված, որ համապատասխան դիսկրիմինացիայի դեպքում գրանցիչը թույլ է տալիս վստահորեն գրանցել հետհարվածի միջուկները էլեկտրոնների և γ-քվանտների ինտենսիվ ֆոնային հոսքում։

DETECTOR OF RECOIL NUCLEI STOPPING IN SPARK CHAMBER GAS

A. S. ALEKSANYAN, L. A. ZHIROWA, V. A. IVANOV.
F. F. KAJUMOV, G. G. MKRTCHYAN, R. N. PIKHTELEV

The description is given of the detector for the registration of recoil nuclei which consists of the combination of drift and wide-gap spark chambers. It is shown that at appropriate discrimination the detector allows to identify recoil nuclei in the intensive electron and γ-beams with high efficiency ($\sim 100\%$).

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 10, 201—205 (1975)

СПОСОБЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПЬЕЗОМОДУЛЯ ПОЛИМЕРОВ

Х. Б. ПАЧАДЖЯН, А. К. ЯГУБЯН, А. П. КОДЖАБАШЯН

В работе исследованы факторы, которые влияют на точность измерения пьезомодулей полимеров. Описаны три способа определения пьезомодуля d_{31}, выбор которых связан с условиями измерений. Приведены результаты измерений для образцов поливинилхлорида и обсуждены преимущества разных способов.

Измерение пьезоэлектрических модулей пьезополимеров имеет некоторую специфику и поэтому требует разработки соответствующих методов. Например, измерение пьезомодуля d_{33} полимерных пленок связано с большими погрешностями, обусловленными следующими причинами. При сжатии пьезопленки вдоль оси поляризации (перпендикулярно к плоскости пленки) деформация вдоль пленки сильно затрудняется из-за трения поверхности электрода (или сжимающего устройства) с поверхностью пленки. Обычно у этих пленок отношение $\frac{h}{B} \ll 1$ (h и B — соответственно толщина и диаметр образца), что приводит к меньшей деформации при данном усилии, т. е. не выполняется закон Гука: $\frac{P}{M} = \frac{\Delta l}{l}$, где l — длина образца, Δl — абсолютное укорочение, P — механическое напряжение, M — модуль упругости. Поэтому измерение d_{33} можно осуществлять для толстых образцов [1] и обычно не применяется для тонких пленочных пьезополимерных образцов.

Пьезосвойства полимеров характеризуются также пьезомодулем d_{31} [1—3], методика измерения которого дает возможность избежать вышеуказанных трудностей. При измерении d_{31} образец прямоугольной формы вытягивается перпендикулярно оси поляризации и, следовательно, поверхность пленки свободно деформируется. Надо указать, что при измерении пьезомодулей применяется уравнение прямого пьезоэффекта

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} + d\vec{T}. \tag{1}$$

Здесь $\vec{D}$ — вектор электрической индукции, ε — диэлектрическая проницаемость (в общем случае является тензором второго ранга), $\vec{E}$ — вектор напряженности электрического поля, d—пьезоэлектрический модуль (в общем случае является тензором третьего ранга), $\vec{T}$ — механическое напряжение (в общем случае является тензором второго ранга).

В наших измерениях входное сопротивление $R \gg 10^6$ *ом*, а величина RC (C — общая емкость системы) больше 2 *сек*, так что при возникновении пьезополяризации, индуцированной на электродах, заряд практически не может стекать за время изменения нагрузки и поэтому $\vec{D}=0$. Учитывая это, а также опуская знак «минус» (он указывает лишь знак пьезозаряда), для любой компоненты $\vec{E}$ из (1) можно написать

$$\varepsilon E_i = d_{ij} T_j. \tag{2}$$

Настоящая работа посвящена измерению d_{31} пьезополимерных образцов, которые готовились по методике, описанной нами ранее [4]. Они имели длину $2 \div 6$ *см*, ширину $0{,}9 \div 1{,}6$ *см* и толщину $0{,}2 \div 0{,}4$ *мм* в зависимости от условий измерений. С двух сторон образцы были покрыты токопроводящими слоями для снятия полезного сигнала.

Измерения d_{31} проводились тремя способами.

I. Образец прихватывается двумя концами специальными держателями и подвешивается вертикально. На нижний держатель подвешивается определенный груз. При разгрузке вытянутый образец сжимается, и появившийся пьезозаряд заряжает параллельно включенный к образцу эталонный конденсатор до определенного потенциала V, измеряемого электрометром типа ЭД-05 М. Формула для расчета пьезомодуля d_{31} получается из (2) с учетом того, что $E_3 = \frac{\sigma}{\varepsilon}$ (σ — плотность пьезозаряда)

$$d_{31} = \frac{\sigma}{T_1} = \frac{CV/S}{F/S_1} = \frac{CVS_1}{FS} = \frac{CVbh}{FbL} = \frac{CVh}{FL}, \tag{3}$$

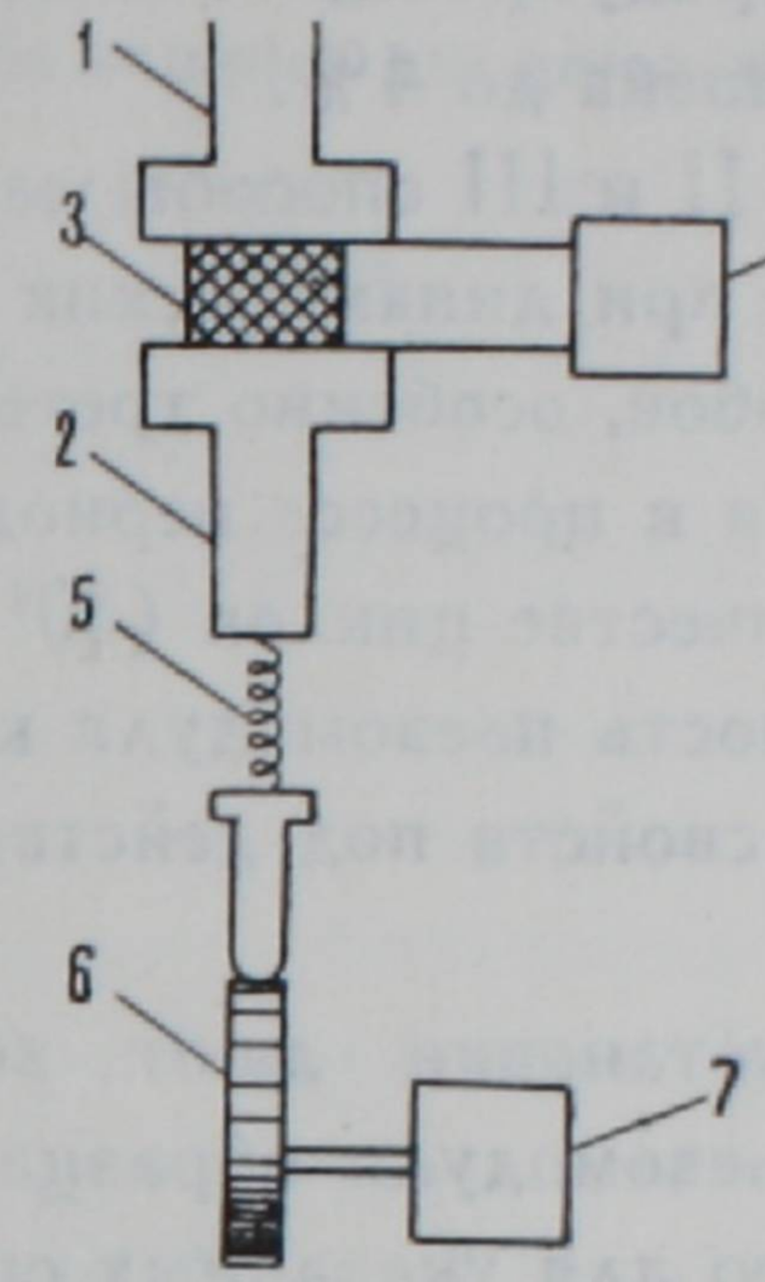
где F — вес груза (сила, приложенная перпендикулярно к оси поляризации), S — площадь электродов испытуемой части образца, L — длина испытуемой части образца, b — ширина образца, а $C = C_{\text{обр.}} + C_{\text{эт.}} + C_{\text{мон}}$ ($C_{\text{обр.}}$ — емкость образца, $C_{\text{эт.}}$ — емкость эталонного конденсатора, $C_{\text{мон.}}$ — емкость монтажа). Пьезозаряд можно измерять также чувствительным запоминающим осциллографом с большим входным сопротивлением.

II. В этом способе образец также прихватывается держателями с двух концов. Периодическое вытягивание образца производится посредством эксцентрического устройства, работающего с частотой $\sim 0{,}1$ *гц* (см. рисунок). Это устройство дает возможность плавно изменять амплитуду колебаний от 0 до 5 *см* в зависимости от условий эксперимента. Соединенный последовательно с образцом пружинный динамометр измеряет механическое напряжение на образце. Параллельно с образцом включается эталонный конденсатор емкостью от 5000—30000 *пф* (в зависимости от входного сопротивления измерительного прибора и величины пьезозаряда). Пьезонапряжение измеряется электрометрическим усилителем.

III. Этот способ аналогичен второму и отличается от него лишь тем, что частота приложения силы ~ 5 *гц*.

В отличие от [2, 3], где методика измерения силы сложная и может привести к некоторым ошибкам, в нашей методике оно осуществляется просто и сравнительно точно.

Механическое напряжение в нашем способе определяется четырьмя тензодатчиками, приклеенными к стальной пластинке и измеряющими ее деформацию. Тензодатчики включены в мостовую схему и питаются от стабильного источника напряжения. Предварительно деформация пластинки градуируется. Пьезонапряжение измеряется осциллографом типа CI-19Б, зашунтированным эталонной емкостью 2—3 *мкф.* Для большей компактности и тензо- и пьезо-напряжения можно измерять одновременно на двухлучевом осциллографе.



1 — верхний держатель, 2 — нижний держатель, 3 — исследуемый образец, 4— вольтметр, 5— пружинный динамометр, 6—эксцентрик, 7— электромотор.

Во всех трех описанных способах для точного измерения заряда большое значение имеет отношение $\frac{\tau}{RC}$, где τ — время изменения механического напряжения. В наших измерениях это отношение составляло величину порядка $10^{-1}-10^{-2}$, что, как показали опыты, было достаточно для довольно точного измерения пьезозаряда.

Для наглядного сравнения этих способов приведем результаты измерений пьезомодуля d_{31} для четырех образцов поливинилхлорида (см. табл.).

Таблица

Способ	№ образцов			
	1	2	3	4
	d_{31} (10^{-8} $CGSE$)	d_{31} (10^{-8} $CGSE$)	d_{31} (10^{-8} $CGSE$)	d_{31} (10^{-8} $CGSE$)
I	$2{,}76\pm0{,}13$	$4{,}12\pm0{,}21$	$2{,}01\pm0{,}10$	$3{,}68\pm0{,}18$
II	$2{,}72\pm0{,}18$	$4{,}28\pm0{,}28$	$2{,}10\pm0{,}12$	$3{,}82\pm0{,}22$
III	$2{,}77\pm0{,}13$	$4{,}25\pm0{,}22$	$2{,}00\pm0{,}08$	$3{,}62\pm0{,}20$

Анализируя преимущества и недостатки описанных способов, надо отметить следующее:

I способ имеет сравнительно малую погрешность (5%), осуществляется просто и процесс измерения не является трудоемким;

II способ имеет меньшую точность (7%), но менее трудоемок (по сравнению с III способом) как в смысле создания установки, так и в отношении процесса измерения;

III способ имеет такую же точность, что и первый, но намного более трудоемкий; при тщательной градуировке стальной пластинки точность этого метода может быть повышена до 4%.

Надо отметить также, что II и III способы дают возможность исследовать зависимость пьезомодуля при динамических напряжениях разных величин. При помощи этих способов, особенно третьего, можно вести непрерывные измерения пьезомодуля в процессе периодического механического воздействия при большом количестве циклов (10^4 и выше). Это дает возможность определить стабильность пьезомодуля к подобным воздействиям (старение пьезоэлектрических свойств под действием механических усилий разных величин и частот).

Все три описанные выше установки дают возможность снять также температурные зависимости пьезомодуля образца.

Надо отметить одну общую для указанных способов особенность при измерении d_{31}: отношение $\frac{l}{b}$ для образцов должно быть $\geqslant 2$. Только при этом сохраняется условие одностороннего сжатия образца и измеряется истинное значение пьезомодуля.

Горисские лаборатории Вычислительного центра
АН АрмССР

Поступила 6.VIII 1974

ЛИТЕРАТУРА

1 *Х. Б. Пачаджян.* Автореферат канд. диссертации, ЕГУ, 1967.
2. *J. Cohen, S. Edelman.* J. Appl. Phys., 42, 3072 (1971).
3. *J. Cohen, S. Edelman.* J. Appl. Phys., 42, 893 (1971).
4. *Х. Б. Пачаджян.* Электричество, 10, 73 (1967).

ՊՈԼԻՄԵՐՆԵՐԻ ՊՅԵԶՈՄՈԴՈՒԼԻ ՉԱՓՄԱՆ ԵՂԱՆԱԿՆԵՐԸ

Խ. Բ. ՓԱՉԱՋՅԱՆ, Հ. Կ. ՅԱՂՈՒԲՅԱՆ, Հ. Պ. ՂՈՋԱԲԱՇՅԱՆ

Աշխատանքում հետազոտված են պոլիմերների պյեզոմոդուլի չափման ճշտության վրա ազդող գործոնները: Նկարագրված են d_{31} *պյեզոմոդուլի չափման երեք եղանակներ: Նրանց ընտրությունը կապված է չափման պայմանների հետ: Բերված են պոլիվինիլքլորիդի նմուշների այդ եղանակներով կատարված չափման արդյունքները և քննարկված են տարբեր եղանակների առավելությունները:*

METHODS OF THE MEASUREMENT OF POLYMERS PIEZOMODULE

Kh. B. PACHADZHYAN, A. K. YAGUBYAN, A. P. KHODZHABASCHYAN

The factors that influence the measurement accuracy of polymers piezomodules are investigated. Three methods for the determination of piezomodule d^{31} are described, the choice of each method being connected with conditions of measurement. The data for polyvinylchloride samples are given and the advantages of different methods are discussed.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 10, 206—216 (1975)

О ВЛИЯНИИ РЕЛАКСАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ НА НЕРАВНОВЕСНУЮ ДЕФОРМАЦИЮ КРИСТАЛЛОВ

Э. А. МЕЛОЯН, Е. К. НАИМИ, С. М. ХЗАРДЖЯН

В работе дается вывод полной системы уравнений многокомпонентной сплошной среды, на основе которой исследуются возможные причины, приводящие к диссипации упругой энергии в кристаллах. Подробно рассматривается вопрос о влиянии точечной группы симметрии кристаллов на число независимых феноменологических коэффициентов, характеризующих данный эффект, и приводятся матричные таблицы этих коэффициентов для всех кристаллических классов.

Одной из важных задач физики твердого тела является установление причин и закономерностей диссипации энергии в кристаллах. Причиной диссипации энергии могут быть различные неравновесные (релаксационные) процессы, возбуждаемые в данной среде. Затухание упругих и электромагнитных волн в кристаллах представляет собой пример проявления диссипации энергии. Измеряя на опыте затухание волны и варьируя ее частоту и длину, можно получить информацию о характерных временах этих релаксационных процессов и выявить спектр внутренних структурных параметров [1]. В зависимости от структуры системы различные неравновесные процессы могут быть взаимосвязаны. Эту взаимную связь в линейном приближении можно установить, используя аппарат термодинамики неравновесных процессов [2, 3].

В настоящей работе исследуется влияние различных релаксационных процессов на неравновесную деформацию кристаллов и выявляются причины, которые могут привести к диссипации упругой энергии. При выводе полной системы уравнений многокомпонентной сплошной среды предполагается, как это принято в термодинамике неравновесных процессов, что условия локального термодинамического равновесия выполнены.

Для вывода основных уравнений необходимо найти выражение для производства энтропии Γ или диссипативную функцию кристалла Ψ. Связь между этими величинами дается общим соотношением

$$\Psi = T\Gamma = \sum_i J_i X_i \geqslant 0, \tag{1}$$

где T — абсолютная температура, J_i и X_i — соответственно обобщенные потоки и обобщенные силы, причем эти величины могут иметь любую тензорную размерность.

Феноменологические уравнения, связывающие J^i и X_i, в линейном приближении имеют вид

$$J_i = \sum_j L_{ij} X_j, \tag{2}$$

где L_{ij} — так называемые феноменологические или кинетические коэффициенты. В общем случае L_{ij} — операторы.

Обратимся к уравнениям термодинамики неравновесных процессов [2, 3]. Основное уравнение термодинамики неравновесных процессов запишем в виде*

$$T\frac{\partial s}{\partial t}=\frac{\partial u}{\partial t}-\hat{\sigma}:\frac{\partial\hat{\varepsilon}^0}{\partial t}-\sum_{k=1}^{n}\mu_k\frac{\partial c_k}{\partial t}, \tag{3}$$

где s — плотность энтропии, u — плотность внутренней энергии, $\hat{\sigma}$ — симметричный тензор напряжений, $\hat{\varepsilon}^0$ — равновесная часть тензора деформации, μ_k и c_k — химический потенциал и число молей частиц k-го сорта в единице объема.

Второй закон термодинамики в дифференциальной форме имеет вид

$$\frac{\partial s}{\partial t}=-\vec{\nabla}\cdot\vec{j}_s+\Gamma, \tag{4}$$

где $\vec{j}_s=s\vec{v}$ — плотность потока энтропии, $\vec{v}$ — скорость центра масс.

Производство энтропии Γ можно определить из уравнений (3) и (4), если будут известны величины $\frac{\partial c_k}{\partial t}$ и $\frac{\partial u}{\partial t}$.

Уравнение, определяющее изменение числа молей в единице объема, запишем в виде

$$\frac{\partial c_k}{\partial t}=-\vec{\nabla}\cdot c_k\vec{v}_k+\sum_{l=1}^{r}\alpha_{kl}j_l. \tag{5}$$

Здесь $\vec{v}_k$ — средняя скорость частиц k-го сорта, $\alpha_{kl}j_l$ представляет собой количество молей частиц k-го сорта, образующихся в единице объема за единицу времени в l-той химической реакции, j_l — скорость этой реакции, α_{kl} — стехиометрические коэффициенты.

Изменение плотности внутренней энергии $\frac{\partial u}{\partial t}$ будем искать, воспользовавшись законом сохранения импульса

$$\rho\frac{d\vec{v}}{dt}=\vec{\nabla}\cdot\hat{\sigma}+\sum_{k=1}^{n}c_k\vec{F}_k, \tag{6}$$

причем

$$\rho\vec{v}=\sum_{k=1}^{n}\rho_k\vec{v}_k, \tag{7}$$

где ρ — плотность вещества, ρ_k — плотность k-той компоненты, $\vec{F}_k$ — дальнодействующая сила, действующая на один моль k-той компоненты.

Умножая уравнение (6) скалярно на $\vec{v}$ и учитывая закон сохранения массы

---

* В (3) и далее точки между тензорными величинами обозначают их скалярное произведение. Число точек определяется рангом соответствующих тензоров.

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = -\vec{\nabla}\cdot\rho\vec{v}, \tag{8}$$

для скорости изменения плотности кинетической энергии найдем

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho\vec{v}^2}{2}\right) = -\vec{\nabla}\cdot\left(\vec{v}\,\frac{\rho\vec{v}^2}{2} - \hat{\sigma}\cdot\vec{v}\right) - \hat{\sigma}:\vec{\nabla}\vec{v} + \sum_{k=1}^{n} c_k\vec{F}_k\cdot\vec{v}. \tag{9}$$

В дальнейшем будем считать дальнодействующие силы потенциальными и положим

$$\vec{F}_k = -m_k\vec{\nabla}\varphi_k, \quad \text{причем} \quad \frac{\partial\varphi_k}{\partial t} = 0, \tag{10}$$

где m_k — масса одного моля k-той компоненты, φ_k — потенциал дальнодействующих сил $\vec{F}_k$. Изменением потенциальной энергии вследствие химических реакций пренебрежем, т. е. будем считать, что имеет место равенство

$$\sum_{k=1}^{n} \alpha_{kl}\, m_k\,\varphi_k = 0. \tag{11}$$

Введем, кроме того, плотность молярного диффузионного потока

$$\vec{j}_k = c_k\,(\vec{v}_k - \vec{v}_*), \tag{12}$$

где $\vec{v}_*$ — некоторая характерная скорость, относительно которой рассматривается скорость перемешивания.

Используя соотношения (5), (8), (10)—(12), запишем уравнение для скорости изменения плотности потенциальной энергии в виде

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} = -\vec{\nabla}\cdot\left[\rho\varphi\vec{v} + \sum_{k=1}^{n} m_k\varphi_k\vec{j}_k + \sum_{k=1}^{n} m_k\varphi_k c_k(\vec{v}_* - \vec{v})\right] -$$

$$-\sum_{k=1}^{n} c_k\vec{F}_k\cdot\vec{v} - \sum_{k=1}^{n}\vec{j}_k\cdot\vec{F}_k - \sum_{k=1}^{n} c_k\vec{F}_k\cdot(\vec{v}_* - \vec{v}), \tag{13}$$

где

$$\rho\varphi = \sum_{k=1}^{n}\rho_k\varphi_k. \tag{14}$$

Уравнение (13) совместно с уравнением (9) определяет закон изменения плотности механической энергии $\frac{\rho\vec{v}^2}{2} + \rho\varphi$ со временем. Поскольку в правые части этих уравнений входят члены, соответствующие источникам, механическая энергия не сохраняется.

При наличии электромагнитного поля и поля радиации необходимо еще учесть баланс этих видов энергии. Уравнение баланса энергии электромагнитного поля $w_{E,\,B}$ представим в следующем виде:

$$\frac{\partial w_{E,B}}{\partial t} = -\frac{c}{4\pi}\vec{\nabla}\cdot\left[\vec{E}\vec{H}\right] + \vec{M}'\cdot\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} - \vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{P}'}{\partial t}. \tag{15}$$

Здесь

$$w_{E,B} = \frac{1}{8\pi}\left(\hat{\mu}:\vec{B}\vec{B} + \hat{\varepsilon}:\vec{E}\vec{E}\right), \tag{16}$$

$$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi\vec{M}, \quad \vec{M} = \vec{M}^0 + \vec{M}', \tag{17}$$

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P}, \quad \vec{P} = \vec{P}^0 + \vec{P}', \tag{18}$$

$$\hat{\mu} = \hat{\delta} - \hat{\varkappa}, \quad \hat{\varepsilon} = \hat{\delta} + \hat{\alpha} \tag{19}$$

и по определению

$$\vec{M}^0 = \hat{\varkappa}\cdot\vec{B}, \quad \vec{P}^0 = \hat{\alpha}\cdot\vec{E}. \tag{20}$$

В (15)—(20) $\vec{M}^0$ и $\vec{P}^0$ — соответственно равновесная намагниченность и поляризация, $\vec{M}'$ и $\vec{P}'$ — их неравновесные части, $\hat{\delta}$ — единичный тензор. Остальные обозначения общепринятые.

Уравнение баланса лучистой энергии w имеет вид [4]

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\vec{\nabla}\cdot\vec{s} - \sum_{h=1}^{\gamma} a_h + \sum_{h=1}^{\gamma} b_h, \tag{21}$$

где $\vec{s}$ — поток лучистой энергии,

$$a_h = \frac{1}{\Delta\nu_h}\int_{\nu_h}^{\nu_h+\Delta\nu_h} a_\nu f_a(\nu, T)\, d\nu, \tag{22}$$

$$b_h = \frac{1}{\Delta\nu_h}\int_{\nu_h}^{\nu_h+\Delta\nu_h} b_\nu f_b(\nu, T)\, d\nu. \tag{23}$$

В (21)—(23) a_ν и b_ν — спектральные плотности лучистой энергии, поглощаемой и испускаемой в единицу времени, $f_a(\nu, T)$ и $f_b(\nu, T)$ — спектральные функции распределения поглощательной и излучательной способности вещества, h — номер полосы поглощения (испускания), $\Delta\nu_h$ — ширина h-той полосы поглощения (испускания). Предполагается, что ширины полос поглощения и испускания совпадают.

Для полной энергии единицы объема

$$u_{\text{полн.}} = \rho\frac{v^2}{2} + \rho\varphi + u + w_{E,B} + w \tag{24}$$

имеет место закон сохранения энергии

$$\frac{\partial u_{\text{полн.}}}{\partial t} = -\vec{\nabla}\cdot\vec{j}_{\text{полн.}}, \tag{25}$$

где

$$\vec{j}_{\text{полн.}} = (u_{\text{полн.}} - w_{E,\,B} - w)\,\vec{v} - \hat{\sigma}\cdot\vec{v} + + \sum_{k=1}^{n} m_k \psi_k \vec{j}_k^{\,0} + \vec{j}_q^{\,0} + \vec{s} + \frac{c}{4\pi}\left[\vec{E}\vec{H}\right] \tag{26}$$

есть поток полной энергии. В (26) $\vec{j}_k^{\,0}$ — молярный поток относительно центра масс, возникающий вследствие диффузии различных компонент в поле дальнодействующих сил,

$$\vec{j}_k^{\,0} = c_k\left(\vec{v}_k - \vec{v}\right), \tag{27}$$

а $\vec{j}_q^{\,0}$ — тепловой поток.

Из уравнений (24)—(27) с учетом (9), (13), (15) и (21) для скорости изменения плотности внутренней энергии найдем

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \hat{\sigma}:\frac{\partial \hat{\varepsilon}^0}{\partial t} + \hat{\sigma}:\frac{\partial \hat{\varepsilon}'}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n} \vec{j}_k\cdot\vec{F}_k + \sum_{k=1}^{n} c_k\vec{F}_k\cdot\left(\vec{v}_* - \vec{v}\right) - - \vec{\nabla}\cdot\vec{j}_q + \vec{E}\cdot\frac{\partial \vec{P}'}{\partial t} - \vec{M}'\cdot\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \sum_{h=1}^{\gamma} (a_h - b_h), \tag{28}$$

где

$$\vec{j}_q = \vec{j}_q^{\,0} + u\vec{v}. \tag{29}$$

Кроме того, в (28) произведено разделение тензора деформации $\hat{\varepsilon}$ на равновесную $\hat{\varepsilon}^0$ и неравновесную $\hat{\varepsilon}'$ части так, что

$$\hat{\sigma}:\vec{\nabla}\vec{v} \equiv \hat{\sigma}:\frac{\partial \hat{\varepsilon}}{\partial t} = \hat{\sigma}:\frac{\partial \hat{\varepsilon}^0}{\partial t} + \hat{\sigma}:\frac{\partial \hat{\varepsilon}'}{\partial t}. \tag{30}$$

Подставляя (5) и (28) в (3), после преобразований получим

$$\frac{\partial s}{\partial t} = -\vec{\nabla}\cdot\frac{\vec{j}_q}{T} + \vec{\nabla}\cdot\sum_{k=1}^{n}\frac{\mu_k c_k \vec{v}_k}{T} + \frac{1}{T}\hat{\sigma}:\frac{\partial \hat{\varepsilon}'}{\partial t} + \frac{1}{T}\sum_{k=1}^{n}\vec{j}_k\cdot\vec{F}_k + + \frac{1}{T}\sum_{k=1}^{n} c_k\vec{F}_k\cdot\left(\vec{v}_* - \vec{v}\right) - \sum_{k=1}^{n} c_k\vec{v}_k\cdot\vec{\nabla}\frac{\mu_k}{T} - \frac{1}{T}\sum_{l=1}^{r} A_l\, j_l - - \frac{\vec{j}_q}{T^2}\cdot\vec{\nabla}T + \frac{1}{T}\left(\vec{E}\cdot\frac{\partial \vec{P}'}{\partial t} - \vec{M}'\cdot\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) + \frac{1}{T}\sum_{h=1}^{\gamma}(a_h - b_h), \tag{31}$$

где через $A_l = \sum\limits_{k=1}^{n} \alpha_{kl}\,\mu_k$ обозначено сродство l-той химической реакции.

Сравнивая (31) с (4), найдем поток и производство энтропии

$$\vec{i}_s = \frac{\vec{j}_q}{T} - \frac{1}{T}\sum_{k=1}^{n}\mu_k c_k \vec{v}_k, \tag{32}$$

$$\Gamma = \frac{1}{T}\,\hat{\sigma}:\frac{\partial\hat{\varepsilon}'}{\partial t} + \frac{1}{T}\sum_{k=1}^{n}\vec{j}_k\cdot\vec{F}_k + \frac{1}{T}\sum_{k=1}^{n}c_k F_k\cdot\left(\vec{v}_*-\vec{v}\right) -$$

$$-\sum_{k=1}^{n}c_k\vec{v}_k\cdot\vec{\nabla}\frac{\mu_k}{T} - \frac{1}{T}\sum_{l=1}^{r}A_l\,j_l - \frac{\vec{j}_q}{T^2}\cdot\vec{\nabla}T + \tag{33}$$

$$+\frac{1}{T}\left(\vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{P}'}{\partial t} - \vec{M}'\cdot\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right) + \frac{1}{T}\sum_{h=1}^{\gamma}(a_h-b_h).$$

За исключением последнего члена в выражении для Γ все остальные удовлетворяют условию билинейности формы (1). Для того, чтобы представить последний член в соответствующей форме, сделаем относительно a_h и b_h следующие допущения:

$$a_h = 4\pi\alpha_h\langle I_h\rangle, \tag{34}$$

$$b_h = 4\pi\alpha_h B_h(T), \tag{35}$$

где α_h — коэффициент поглощения в h-той полосе, I_h — интенсивность излучения, $B_h(T)$ — функция Планка. Усреднение в (34) производится по телесному углу от 0 до 4π.

Вводя обозначение $\vec{f} = \sum\limits_{k=1}^{n} c_k\vec{F}_k$ и подставляя (34)—(35) в (33), запишем, согласно (1), выражение для диссипативной функции

$$\Psi = \hat{\sigma}:\frac{\partial\hat{\varepsilon}'}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n}\vec{j}_k\cdot\left(\vec{F}_k - T\vec{\nabla}\frac{\mu_k}{T}\right) + \vec{f}\cdot\left(\vec{v}_*-\vec{v}\right) -$$

$$-\sum_{k=1}^{n}c_k\vec{v}_*\cdot T\vec{\nabla}\frac{\mu_k}{T} - \sum_{l=1}^{r}A_l\,j_l - \vec{j}_q\cdot\frac{\vec{\nabla}T}{T} + \tag{36}$$

$$+\vec{E}\cdot\frac{\partial\vec{P}'}{\partial t} - \vec{M}'\cdot\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} + \sum_{h=1}^{\gamma}4\pi\alpha_h\left[\langle I_h\rangle - B_h(T)\right]$$

и принимая во внимание принцип симметрии Кюри, выпишем все феноменологические уравнения вида (2)*

$$\frac{\partial\varepsilon'_{ij}}{\partial t} = L_{ijfd}^{(\dot{\hat{\varepsilon}}';\dot{\hat{\varepsilon}}'')}\sigma_{fd} + \sum_{k=1}^{n}L_{ijf}^{(\dot{\hat{\varepsilon}}';k)}\left(F_f^{(k)} - T\nabla_f\frac{\mu^{(k)}}{T}\right) + L_{ijf}^{(\dot{\hat{\varepsilon}}';\vec{v}_*-\vec{v})}f_f -$$

$$-\sum_{k=1}^{n}L_{ijf}^{(\dot{\hat{\varepsilon}}';c_k)}T\nabla_f\frac{\mu^{(k)}}{T} - \sum_{l=1}^{r}L_{ij}^{(\dot{\hat{\varepsilon}}';l)}A^{(l)} - L_{ijf}^{(\dot{\hat{\varepsilon}}';q)}\frac{\nabla_f T}{T} + \tag{37}$$

$$+L_{ijf}^{(\dot{\hat{\varepsilon}}';\dot{\vec{P}}')}E_f - L_{ijf}^{(\dot{\hat{\varepsilon}}';\vec{M}')}\frac{\partial B_f}{\partial t} + \sum_{h=1}^{\gamma}4\pi L_{ij}^{(\dot{\hat{\varepsilon}}';h)}\left[\langle I_h\rangle - B_h(T)\right],$$

* В уравнениях (37)—(39) по дважды повторяющимся нижним индексам производится суммирование от 1 до 3.

$$j_i^{(m)}=L_{ijf}^{(m;\dot{\hat{\varepsilon}}')}\sigma_{jf}+\sum_{\kappa=1}^{n}L_{ij}^{(m;\kappa)}\left(F_j^{(\kappa)}-T\nabla_j\frac{\mu^{(\kappa)}}{T}\right)+L_{ij}^{(m;\vec{v}_*-\vec{v})}f_j-$$

$$-\sum_{\kappa=1}^{n}L_{ij}^{(m;c_\kappa)}T\nabla_j\frac{\mu^{(\kappa)}}{T}-\sum_{l=1}^{r}L_i^{(m;l)}A^{(l)}-L_{ij}^{(m;q)}\frac{\nabla_jT}{T}+L_{ij}^{(m;\dot{\vec{P}}')}E_j-$$

$$-L_{ij}^{(m;\vec{M}')}\frac{\partial B_j}{\partial t}+\sum_{h=1}^{\gamma}4\pi L_i^{(m;h)}\left[\langle I_h\rangle-B_h(T)\right], \tag{38}$$

$$(m=1,2,\ldots,6),$$

$$j^{(m)}=L_{ij}^{(m;\dot{\hat{\varepsilon}}')}\sigma_{ij}+\sum_{\kappa=1}^{n}L_i^{(m;\kappa)}\left(F_i^{(\kappa)}-T\nabla_i\frac{\mu^{(\kappa)}}{T}\right)+L_i^{(m;\vec{v}_*-\vec{v})}f_i-$$

$$-\sum_{\kappa=1}^{n}L_i^{(m;c_\kappa)}T\nabla_i\frac{\mu^{(\kappa)}}{T}-\sum_{l=1}^{r}L^{(m;l)}A^{(l)}-L_i^{(m;q)}\frac{\nabla_iT}{T}+L_i^{(m;\dot{\vec{P}}')}E_i-$$

$$-L_i^{(m;\vec{M}')}\frac{\partial B_i}{\partial t}+\sum_{h=1}^{\gamma}4\pi L^{(m;h)}\left[\langle I_h\rangle-B_h(T)\right], \tag{39}$$

$$(m=1,2).$$

Уравнение (38) представляет собой компактную запись шести уравнений в компонентах для векторных потоков $\vec{j}^{(1)}=\vec{j}^{(k)}$, $\vec{j}^{(2)}=\vec{v}_*-\vec{v}$, $\vec{j}^{(3)}=c_k\vec{v}_*$, $\vec{j}^{(4)}=\vec{j}^{(q)}$, $\vec{j}^{(5)}=\dfrac{\partial\vec{P}'}{\partial t}$ и $\vec{j}^{(6)}=\vec{M}'$. Аналогично, уравнение (39) есть компактная запись двух уравнений для скалярных потоков $j^{(1)}=j^{(l)}$ и $j^{(2)}=\alpha^{(h)}$.

Уравнения (37)—(39) являются результатом инвариантности соотношений, связывающих термодинамические потоки и силы, относительно вращения и отражения системы координат. Точечная группа симметрии системы (при равновесии) накладывает на возможные значения феноменологических коэффициентов определенные ограничения. Инвариантность уравнений движения отдельных частиц, из которых состоит система, относительно обращения времени накладывает новые условия; при этом феноменологические коэффициенты должны удовлетворять соотношениям Онзагера—Казимира. Сами же коэффициенты определяются или из эксперимента, или теоретически исходя из конкретной молекулярной модели среды.

Таблица 1. Матрицы тензора $L_{ijfd}^{(\dot{\varepsilon}';\dot{\varepsilon}'')}$.

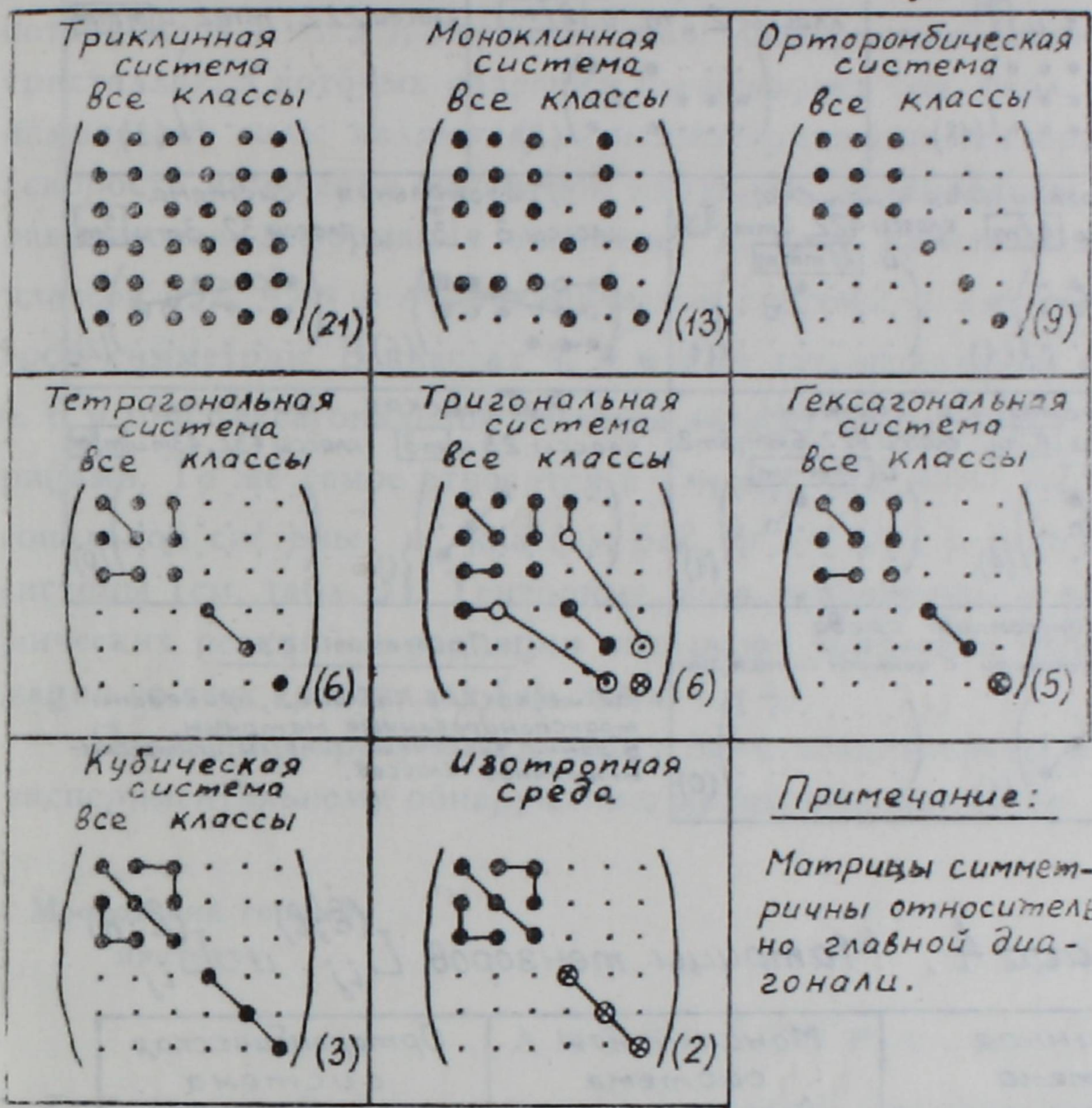


Таблица 2. Матрицы тензоров $L_{ijf}^{(\dot{\varepsilon}';K)}$, $L_{ijf}^{(\dot{\varepsilon}';\vec{v}_0-\vec{v})}$, $L_{ijf}^{(\dot{\varepsilon}';c_\alpha)}$, $L_{ijf}^{(\dot{\varepsilon}';q)}$ и $L_{ijf}^{(\dot{\varepsilon}';\vec{P})}$

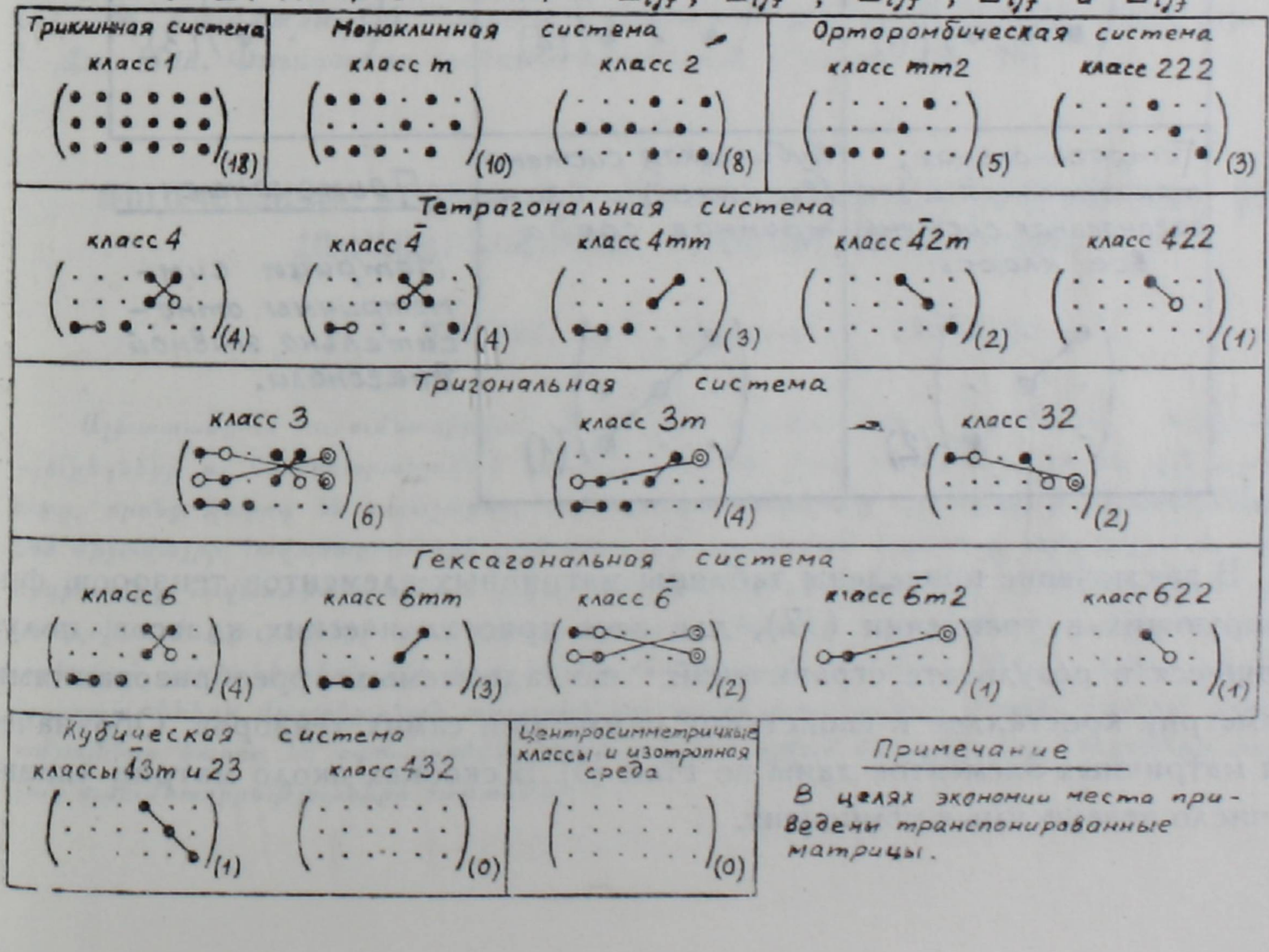
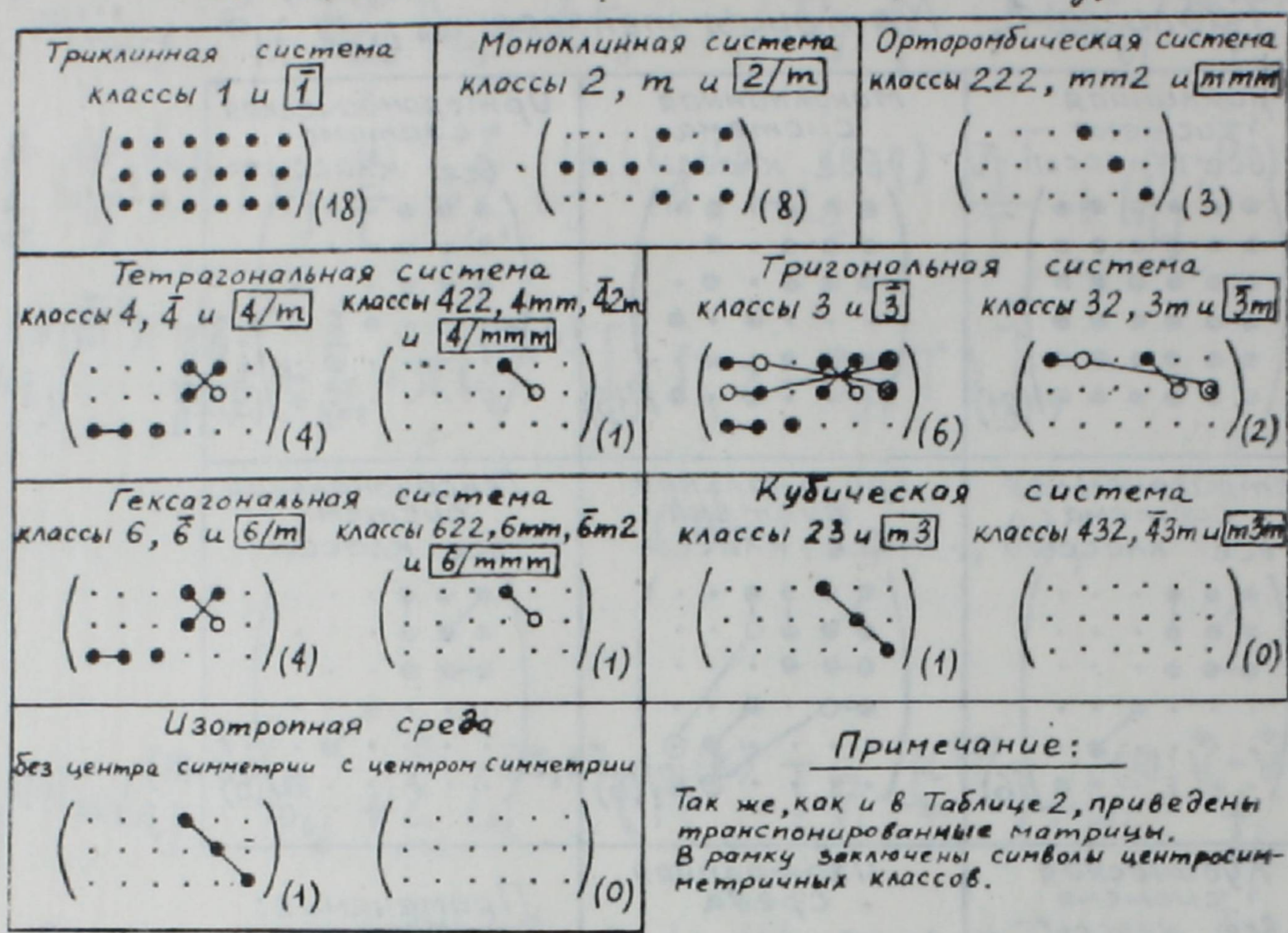


Таблица 3. Матрицы тензора $L_{ijf}^{(\dot{\hat{\varepsilon}}';\vec{m}')}$.



Примечание:

Так же, как и в Таблице 2, приведены транспонированные матрицы. В рамку заключены символы центросимметричных классов.

Таблица 4. Матрицы тензоров $L_{ij}^{(\dot{\hat{\varepsilon}}';l)}$ и $L_{ij}^{(\dot{\hat{\varepsilon}}';h)}$.

Примечание:

Матрицы симметричны относительно главной диагонали.

В заключение приведены таблицы матричных элементов тензоров, фигурирующих в уравнении (37), для всех кристаллических классов, получающиеся в результате ограничений, накладываемых преобразованиями симметрии кристаллов и свойствами симметрии самих тензоров. Обозначения матричных элементов даны по Наю [5]. В скобках около матриц указано число независимых компонент.

Из рассмотрения приведенных таблиц можно сделать следующие выводы. При наличии термодинамических сил с тензорной размерностью равной единице (градиенты температуры, химического и электрического потенциалов и т. д.), неравновесная деформация возникает лишь в тех кристаллах, в которых разрешен пьезоэффект (см. табл. 2). Если термодинамические силы являются антисимметричными тензорами второго ранга (скорость изменения магнитной индукции, кориолисовы силы и т. д.), неравновесная деформация возникает во всех кристаллах, за исключением классов 432, $\bar{4}3m$ и $m3m$ кубической системы и изотропной среды с центром симметрии. В классах 4, $\bar{4}$ и $4/m$ тетрагональной системы и классах 6, $\bar{6}$ и $6/m$ гексагональной системы эффект описывается одинаковыми матрицами. То же самое относится к классам 422, $4mm$, $\bar{4}2m$ и $4/mmm$ тетрагональной системы и классам 622, $6mm$, $\bar{6}m2$ и $6/mmm$ гексагональной системы (см. табл. 3). Тензорные поля напряжений и скалярные поля химических реакций и радиации вызывают появление неравновесной деформации во всех кристаллах (см. табл. 1 и 4).

Полученные результаты могут быть использованы в исследованиях по экспериментальному обнаружению названных эффектов.

Московский горный
институт

Поступила 18.III.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Е. К. Наими.* Анизотропия внутреннего трения реальных кристаллов, Кандидатская диссертация, МГУ, 1971.
2. *С. де Гроот, П. Мазур.* Неравновесная термодинамика, Изд. Мир, М., 1964.
3. *Р. Хаазе.* Термодинамика необратимых процессов, Изд. ИЛ, М., 1967.
4. *С. М. Хзарджян.* Сб. Вопросы технической физики, ВЗМИ, М., 1969, стр. 108.
5. *Дж. Най.* Физические свойства кристаллов, Изд. ИЛ, М., 1967.

ՌԵԼԱԿՍԱՑԻՈՆ ՊՐՈՑԵՍՆԵՐԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐԻ ՈՉ ՀԱՎԱՍԱՐԱԿՇՌՎԱԾ ԴԵՖՈՐՄԱՑԻԱՆԵՐԻ ՎՐԱ

Է. Ա. ՄԵԼՈՅԱՆ, Ե. Կ. ՆԱԻՄԻ, Ս. Մ. ԽԶԱՐՋՅԱՆ

Աշխատանքում ուսումնասիրված է տարբեր ռելակսացիոն պրոցեսների ազդեցությունը բյուրեղների ոչ հավասարակշռված դեֆորմացիաների վրա, բացահայտված են այն պատճառները, որոնք կարող են առաջացնել առաձգական էներգիայի դիսիպացիա։ Բազմակոմպոնենտ միջավայրի հավասարումների լրիվ սիստեմի արտածման ժամանակ ենթադրվում է, որ թերմոդինամիկ հավասարակշռության լոկալ պայմանները բավարարված են։ Մանրամասն ուսումնասիրված է բյուրեղների սիմետրիայի կետային խմբերի ազդեցությունը անկախ ֆենոմենոլոգիական գործակիցների թվի վրա, որոնք բնութագրում են տվյալ էֆեկտը, և բերված են այդ հաստատունների մատրիցական աղյուսակները բոլոր բյուրեղական դասերի համար։ Ստացված տվյալները կարող են օգտագործվել աշխատանքում նշված մի քանի նոր էֆեկտների փորձնական ուսումնասիրությունների ժամանակ։

ON THE INFLUENCE OF RELAXATION PROCESSES ON NONEQUILIBRIUM DEFORMATION OF CRYSTALS

E. A. MELOYAN, E. K. NAIMI, S. M. KHZARDZHYAN

In this paper the complete set of equations of multicomponent continuous medium is derived, on the basis of which the causes leading to the dissipation of elastic energy in crystals are investigated. The influence of point groups of crystal symmetry on the number of independent phenomenological coefficients characteristic for a given effect is discussed in details. These data could be used in the experimental search of effects listed in the paper. The tables of these coefficients for all the crystal classes are given in matrix form.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 10, 217—219 (1975(

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

О ПРИНЦИПЕ МИНИМАЛЬНОЙ СИНГУЛЯРНОСТИ

С. Г. ХАРАТЯН

Поскольку поля и токи в квантовой теории поля являются обобщенными функциями, то одновременные произведения, коммутаторы или антикоммутаторы этих величин требуют доопределения посредством предельного перехода к равным временам. Одновременные коммутаторы в случае целого спина или антикоммутаторы в случае полуцелого спина, как правило, оказываются сингулярными и характер этой сингулярности, как было показано в [1], зависит от способа предельного перехода. Как отмечалось в [2—4], наиболее важным представляется вопрос о характере сингулярности одновременного коммутатора или антикоммутатора гейзенбергова поля $A(x)$ и тока $j(x)$.

В работе [3] был постулирован принцип минимальной сингулярности, утверждающий, что одновременной коммутатор или антикоммутатор имеет наименьшую допустимую сингулярность с точки зрения трансформационных свойств полей. Для скалярных полей он обращается в нуль, а для спинорных полей—сингулярен как $\delta(\vec{x}-\vec{y})$. В [2] из аксиом Леманна-Симанзика-Циммермана (ЛСЦ) и предположения о справедливости канонических коммутационных соотношений для поля $A(x)$ было доказано, что либо $[A(x),\ j(y)]|_{x_0=y_0}=0$, либо $[A(x),\ j(y)]|_{x_0=y_0}\sim\delta(\vec{x}-\vec{y})$.

Нами будет показано, что принцип минимальной сингулярности выделяет некоторый подкласс класса Борхерса поля $A(x)$. Как показано в [5], все неприводимые члены класса Борхерса эквивалентны в подходе ЛСЦ и если для некоторых из них принцип минимальной сингулярности не выполняется, то это означает, что этот принцип является дополнительным постулатом относительно аксиом ЛСЦ, выделяющим допустимые экстраполяции за массовую поверхность.

Мы ограничимся рассмотрением коммутатора, соответствующего скалярному полю, поскольку, как будет видно из дальнейшего, случай спинорных и тензорных полей вполне аналогичен.

В [2] принцип минимальной сингулярности формально записывался так

$$[A(x),\ j(y)]|_{x_0=y_0}\sim\delta(\vec{x}-\vec{y}).$$

Распишем это соотношение

$$\underset{n\to\infty}{f_n}(x_0-y_0)\,[A(x),\ j(y)]\sim\delta(\vec{x}-\vec{y}),$$

$$f_n(x_0-y_0) \underset{n\to\infty}{\to} \delta(x_0-y_0).$$

Константа пропорциональности, как отмечалось в [2], может и расходиться. Поле $A_n(x)=A(x)+K_x^n A(x)$ локально относительно поля $A(x)$ и, как легко видеть, из асимптотического условия ЛСЦ для поля $A(x)$ следует справедливость асимптотического условия ЛСЦ для поля $A_n(x)$ и совпадение асимптотических полей. Поля $A(x)$ и $A_n(x)$ принадлежат одному классу Борхерса. Неприводимость поля $A_n(x)$ является элементарным следствием неприводимости поля $A(x)$. В подходе ЛСЦ поля $A(x)$ и $A_n(x)$ вполне эквивалентны. В рамках аксиом ЛСЦ поля и токи связаны следующим соотношением:

$$K_x A(x)=j(x), \quad K_x A_n(x)=j_n(x),$$
$$j_n(x)=j(x)+K_x^n j(x).$$

Покажем, что для $A_n(x)$ и $j_n(x)$ принцип минимальной сингулярности не выполняется, даже если он выполняется для $A(x)$ и $j(x)$. Имеем

$$f_k(x_0-y_0)[A_n(x),\ j_n(y)]=f_k(x_0-y_0)[A(x),\ j(y)]+$$
$$+f_k(x_0-y_0)K_x^n[A(x),\ j(y)]+f_k(x_0-y_0)K_y^n[A(x),\ j(y)]+$$
$$+f_k(x_0-y_0)K_x^n K_y^n[A(x),\ j(y)].$$

Если раскрыть клейнианы, то в сумму войдут члены вида

$$f_k(x_0-y_0)\frac{\partial^{2n}}{\partial x_\alpha^{2n}}[A(x),\ j(y)].$$

Поскольку выражение $\underset{k\to\infty}{f_k}(x_0-y_0)[A(x),\ j(y)]$ не менее сингулярно, чем $\delta(\vec{x}-\vec{y})$, то $\underset{k\to\infty}{f_k}(x_0-y_0)\ \frac{\partial^{2n}}{\partial x_\alpha^{2n}}[A(x),\ j(y)]$ не менее сингулярно, чем $\frac{\partial^{2n}}{\partial x_\alpha^{2n}}\delta(\vec{x}-\vec{y})$. Следовательно, в одновременном коммутаторе мы получим члены более сингулярные, чем δ-функция. В членах с временными производными эти производные естественно перебросить на $f_k(x_0-y_0)$, что приведет к изменению константы пропорциональности. Таким образом, нами показано, что для $A_n(x)$ и $j_n(y)$ принцип минимальной сингулярности не выполняется при любом выборе $f_k(x_0-y_0)$.

Очевидно, что предыдущее рассмотрение является содержательным лишь в случае, когда $j(x)=K_x A(x)\neq 0$, т. е. когда поле $A(x)$ не является свободным.

Наше предыдущее рассмотрение было основано на неоднозначности в выборе локальных величин. Известно, что унитарное продолжение S-матрицы за массовую поверхность, вообще говоря, неединственно. Покажем, что классу Борхерса эрмитова гейзенбергова тока $j(x)$, который образован варьированием унитарной вне массовой поверхности S-мартицы по асимптотическому полю $\varphi(x)$, принадлежит эрмиров ток $j_\lambda(x)$, который не может быть получен варьированием по полю $\varphi(x)$ никакого унитарного продолжения за массвоую поверхность S. Это значит, что неоднозначность в классе Борхерса шире, чем неоднозначность в унитарном продолжении S-матрицы за массовую поверхность.

Рассмотрим ток $j_\lambda(x) = j(x) + \lambda K_x j(x)$, $\lambda = \bar{\lambda}$. Ток $j_\lambda(x)$, очевидно, принадлежит классу Борхерса тока $j(x)$, $j_\lambda(x)$ неприводим, если неприводим $j(x)$, и $j_\lambda(x)$ эрмитов, если эрмитов $j(x)$. Как доказано в [4], если ток получен варьированием S-матрицы, унитарной вне массовой поверхности, то он необходимо должен удовлетворять условию разрешимости. Для тока $j(x)$ условие разрешимости имеет вид

$$\frac{\delta j(x)}{\delta \varphi(y)} - \frac{\delta j(y)}{\delta \varphi(x)} = i\,[\,j(x),\ j(y)].$$

Легко видеть, что если условие разрешимости справедливо для $j(x)$, то оно не может быть справедливым для $j_\lambda(x)$ хотя бы при некоторых λ. Это следует из того, что левая часть условия разрешимости линейна по λ, а правая зависит квадратично от λ.

Институт математики
АН АрмССР

Поступила 12.VII.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *H. Lehmann, K. Pohlmeyer.* Preprint Desy 70/26, 1970.
. *В. Я. Файнберг.* Международная зимняя школа теоретической физики при ОИЯИ, Дубна, 1964.
3. *В. Я. Файнберг.* ЖЭТФ, 47, 2289 (1964).
4. *Б. Л. Воронов.* Кандидатская диссертация, ФИАН, 1970.
5. *H. J. Borchers.* Nuovo Cim., 19, 787 (1960).
6. *Н. Н. Боголюбов, Б. В. Медведев, М. К. Поливанов.* Вопросы теории дисперсионных соотношений, Физматгиз, М., 1958.

ՄԻՆԻՄԱԼ ՍԻՆԳՈՒԼՅԱՐՈՒԹՅԱՆ ՍԿԶԲՈՒՆՔԻ ՄԱՍԻՆ

Ս. Հ. ԽԱՐԱՏՅԱՆ

Աշխատանքում ցույց է տրված, որ Բորխերսի դասի տարբեր ներկայացուցիչներ բավարարում են, ընդհանուր առմամբ, ժամանակի միևնույն պահի համար գրված տարբեր կոմուտացիոն առնչությունների, որտեղից հետևում է, որ մինիմալ սինգուլյարության սկզբունքը կախված չէ Լեման-Սիմանզիկ-Ցիմերմանի աքսիոմներից: Ցույց է տրվում նաև, որ Բորխերսի դասի դիտարկված անդամները չեն համապատասխանում զանգվածային մակերևույթից դուրս ունիտար էքստրապոլյացիային:

ON THE PRINCIPLE OF MINIMAL SINGULARITY

S. G. KHARATYAN

Different members of Borchers' class are shown to satisfy different equal time commutation relations whence follows that the principle of minimal singularity is independent as regards Lemann—Symanzik—Zimmerman axioms. It is also shown that the considered members of Borchers' class don't correspond to the unitary extrapolation beyond the mass shell.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 10, 220—223 (1975)

ВЛИЯНИЕ СВЕТА НА ВАХ S-ПРИБОРОВ С ПРИМЕСЬЮ НИКЕЛЯ

Г. М. АВАКЬЯНЦ, Р. С. БАРСЕГЯН, С. В. МИНАСЯН

Влияние света на свойства S-диодов из кремния с примесями золота, серы, цинка и кадмия изучены в [1—4]. Нами исследовалось действие монохроматического света на свойства S-диодов, изготовленных из кремния с примесью никеля с помощью сплавной, микросплавной и диффузионной технологий. Технология изготовления диодных структур подробно изложена в [5—8]. В качестве источника света использовались лампа накаливания и светодиод из арсенида галлия типа АЛ 107 А. Диоды освещались как со стороны базы (освещался непосредственно p-n-переход), так и со стороны p^+- и n^+-контактов. На рис. 1 приведено семейство ВАХ сплавных диодов при освещении разными световыми потоками. Освещение снижает

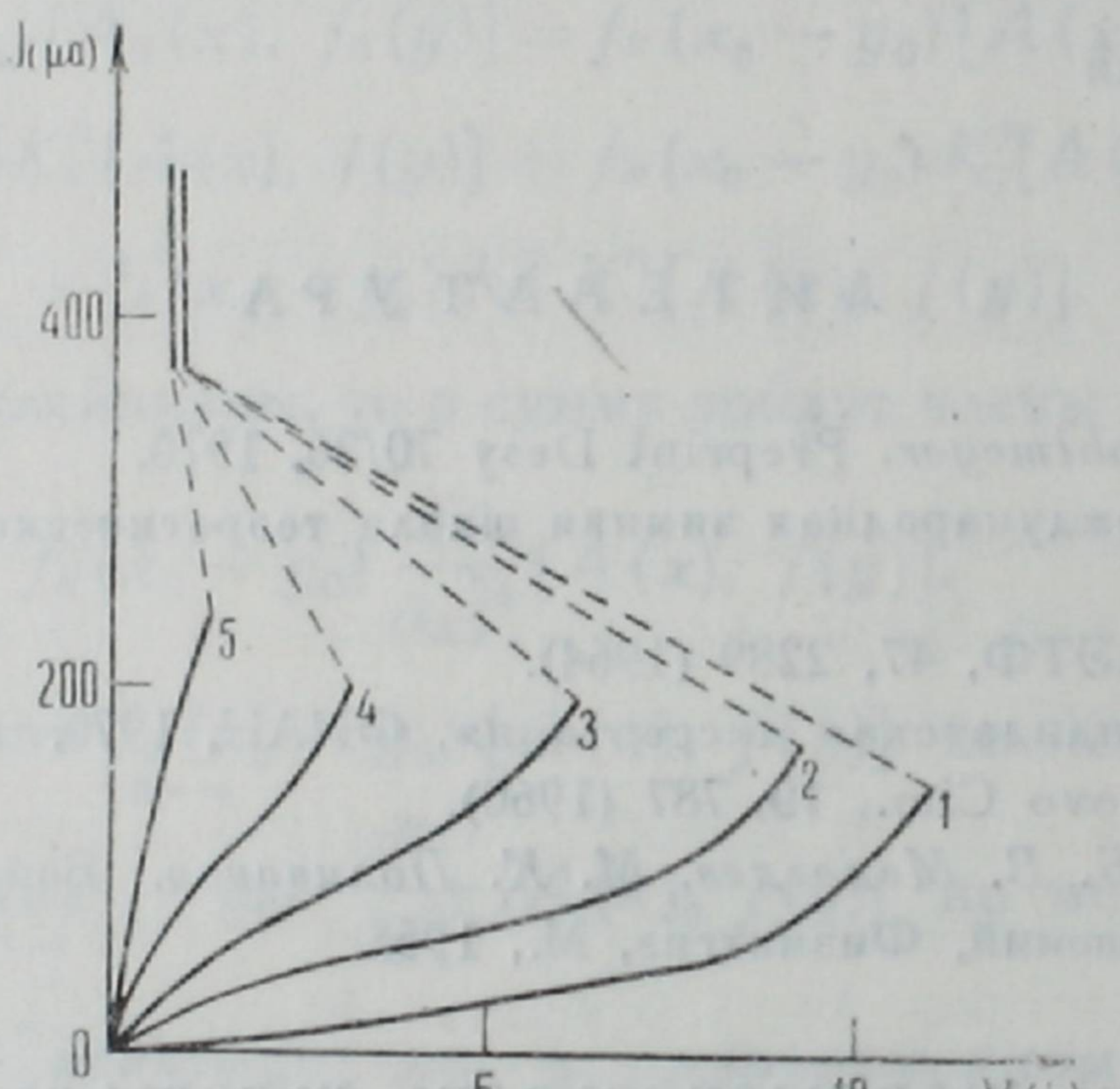


Рис. 1. Семейство ВАХ при различных световых потоках: 1 — темновая; 2—1,3 *млм*; 3 — 2,5 *млм*; 4 — 4,6 *млм*; 5 — 6,3 *млм*.

напряжение срыва и увеличивает ток срыва. Токи после срыва практически не изменяются. С увеличением интенсивности света у всех приборов наблюдалось уменьшение остаточного напряжения.

Интегральная фоточувствительность сплавных диодов при освещении базы при комнатной температуре составляла $K \approx 80 \ \frac{ма}{лм}$, а при освещении со стороны n^+-**контакта** — $K \approx 100 \frac{ма}{лм}$. У микросплавных приборов $K \approx 130-150 \ \frac{ма}{лм}$. С понижением температуры интегральная чувствительность резко возрастает ($K \approx 300—350 \ \frac{ма}{лм}$ при $-20^\circ \div -50^\circ$C). Повышение чувствительности при освещении со стороны n-контакта связано с малой глубиной залегания n^+-n-перехода и высоким сопротивлением базы в этой области. Этим объясняется также высокая чувствительность микросплавных приборов. Чувствительность сильно возрастает при увеличении смещения. Особенно быстро она возрастает вблизи напряжения срыва. Высокая фоточувствительность обусловлена инжекционным усилением, т. е усилением фототока инжекцией носителей из прямосмещенного p-n-перехода. Такое усиление, естественно, возрастает с ростом инжекционного тока, что и объясняет сильную зависимость чувствительности от прямого смещения [9].

Подбором величины нагрузочного сопротивления и напряжения питания можно совершить переключение светом из закрытого состояния в открытое. Обратное переключение (выключение) происходит при снятии светового сигнала.

Инерционность переключения изучалась при облучении приборов импульсом света. Эксперименты показали, что время включения под действием света (время перехода из высокоомного состояния в низкоомное) практически не зависит от интенсивности светового сигнала, как и при включении электрическим сигналом, и составляет от 0,1 до 0,15 *мксек*, а время восстановления ~4—5 *мксек*.

В работе [6] при измерении времени восстановления диодов с помощью сдвоенных электрических импульсов с регулируемой задержкой наблюдалось влияние первого импульса на второй. Такое влияние наблюдается, если первый импульс является световым, а второй — электрическим. Аналогичная картина наблюдается также в статическом режиме работы диода. В режиме генератора тока, если диод находится в точке A (рис. 2) на ВАХ.

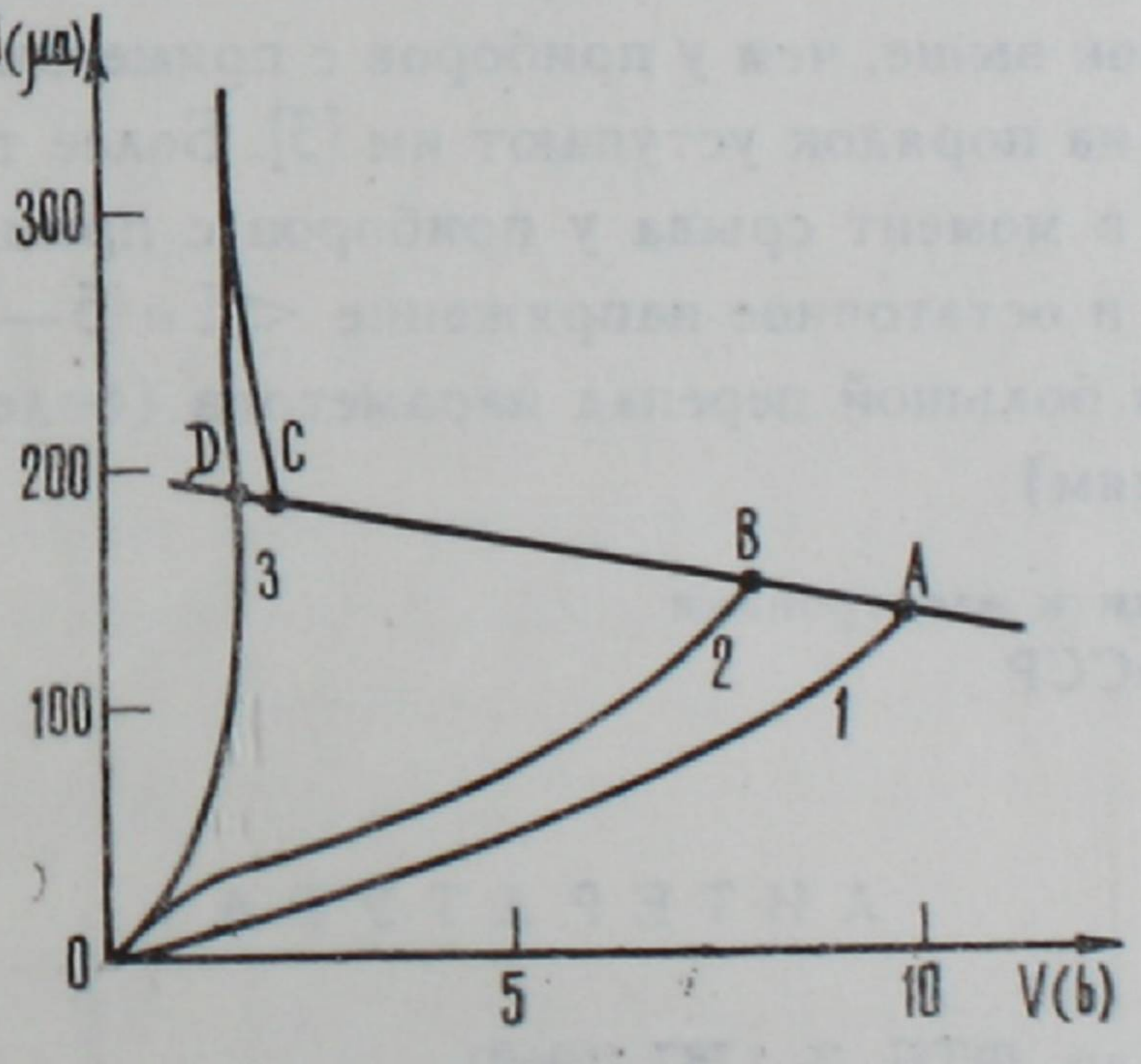


Рис. 2. К объяснению переключения диода световым сигналом. Кривые 1—3 соответствуют определенным токам, проходящим через светодиод: 1—0; 2—2 *ма*; 3—10 *ма*.

при направлении пучка света малой интенсивности (I_1) на диод он переключается в точку C. Такое переключение происходит за счет уменьшения напряжения срыва и увеличения тока срыва под действием освещенности. При дальнейшем увеличения светового потока ($I_2 > I_1$) диод возвращается в свое низкопроводящее состояние (точка B). Если теперь еще увеличить интенсивность света ($I_3 > I_2$), то диод из точки B перейдет в точку D и при дальнейшем увеличении светового потока будет оставаться в этой точке. Если же в точке C на диод сразу направить свет большой интенсивности $I_3 > I_2 > I_1$, то имеет место переход $C \rightarrow D$. При снятии светового потока происходит обратный переход $D \rightarrow A$. Переход из C в B при воздействии света I_2, как нам кажется, можно объяснить следующим образом. Свет нарушает устойчивость в точке C характеристики, но интенсивность света I_2 недостаточна для перевода диода в точку D и он возвращается в точку B. Физической причиной подобного перехода могут быть различные процессы захвата носителей с увеличением действия света. При дальнейшем увеличении интенсивности света диод может переходить из точки B в точку D.

Проводились также опыты следующего характера. Если с помощью электрического сигнала диод перевести в точку C на статической ВАХ, то под действием света малой интенсивности диод переходит в точку B, и с дальнейшим увеличением светового потока диод из точки B переходит в точку D.

Таким образом, только увеличением светового сигнала, подаваемого на диод, можно совершить переключение как из низкопроводящего состояния в высокопроводящее, так и наоборот. Следует отметить, что вышеуказанные переходы можно осуществить только в приборах, у которых остаточный ток растет незначительно с увеличением освещенности.

В результате проведенных исследований выяснилась возможность создания бистабильных переключателей, полностью управляемых как белым, так и монохроматическим светом, с временами включения до 10^{-7} *сек*, что более чем на порядок выше, чем у приборов с примесью цинка, хотя по чувствительности они на порядок уступают им [3]. Более того, благодаря тому, что величина тока в момент срыва у приборов с примесью никеля обычно равна 20—100 *мка* и остаточное напряжение < 1 *в* [5—7], при переключении светом достигается большой перепад параметров (более чем на порядок по токам и напряжениям).

Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР

Поступила 5.VII.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *М. Е. Алексеев* и др. ФТП, 3, 1787 (1969).
2. *А. А. Лебедев, А. Т. Мамадалимов, Н. А. Султанов.* ФТП, 5, 22 (1971).
3. *Г. М. Авакьянц* и др. Микроэлектроника, 3, 49 (1974).
4. *Г. М. Авакьянц, Р. С. Барсегян, А. А. Степанов.* ДАН АрмССР, 19, 233 (1970); 1, 79 (1970).
5. *Г. М. Авакьянц, С. В. Минасян, О. А. Оганесян.* ДАН АрмССР, 51, 20 (1970).
6. *Г. М. Авакьянц, С. В. Минасян.* ДАН АрмССР, 54, 217 (1972).
7. *Г. М. Авакьянц, С. В. Минасян, В. А. Погосян.* Микроэлектроника, 1, 250 (1972).
8. *Г. М. Авакьянц, Р. С. Барсегян, С. В. Минасян.* ДАН АрмССР (в печати).
9. *Б. М. Гарин, В. И. Стафеев.* ФТП, 6, 78 (1972).

ԼՈՒՅՍԻ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՆԻԿԵԼԻ ԽԱՌՆՈՒՐԴ ՊԱՐՈՒՆԱԿՈՂ S-ՍԱՐՔԵՐԻ ՎՈԼՏ-ԱՄՊԵՐԱՅԻՆ ԲՆՈՒԹԱԳԾԻ ՎՐԱ

Գ. Մ. ԱՎԱԳՅԱՆՑ, Ռ. Ս. ԲԱՐՍԵՂՅԱՆ, Ս. Վ. ՄԻՆԱՍՅԱՆ

Հետազոտված է լույսի ազդեցությունը նիկելի խառնուրդ պարունակող սիլիցիումից պատրաստված S-սարքերի վոլտ-ամպերային բնութագծի վրա։ Ցույց է տրված, որ հնարավոր է ստեղծել երկու կայուն վիճակ ունեցող և լույսով ղեկավարվող փոխանջատիչներ, որոնց միացման ժամանակը հասնում է 10^{-7} վրկ, իսկ անջատման ժամանակը՝ 4—5 մկվրկ է։ Պարզված է նաև, որ միայն լուսային ազդանշանի ինտենսիվության փոփոխությամբ կարելի է կատարել անցում ինչպես ցածր հաղորդականության վիճակից բարձր հաղորդականության վիճակ, այնպես էլ հակառակը։

THE INFLUENCE OF LIGHT ON CV-CHARACTERISTICS OF NICKEL DOPED *S*-DEVICES

G. M. AVAKYANTS, R. S. BARSEGYAN, S. V. MINASYAN

The feasibility of the construction of bistable light-controllable switches with the switching-on/off period up to 0.1 mcsec/(4—5) mcsec is shown. The switching from both the low-conduction state to the high-conduction one and vice versa is found to be possible only by the variation of light intensity.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 10, 224—226 (1975)

ВЛИЯНИЕ ОБЛУЧЕНИЯ МАЛЫМИ ДОЗАМИ ЭЛЕКТРОНОВ С ЭНЕРГИЕЙ 50 *Мэв* НА ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ КРЕМНИЯ *n*-ТИПА

Г. Н. ЕРИЦЯН, Ф. К. КАРАПЕТЯН, Р. А. МЕЛКОНЯН, В. А. СААКЯН

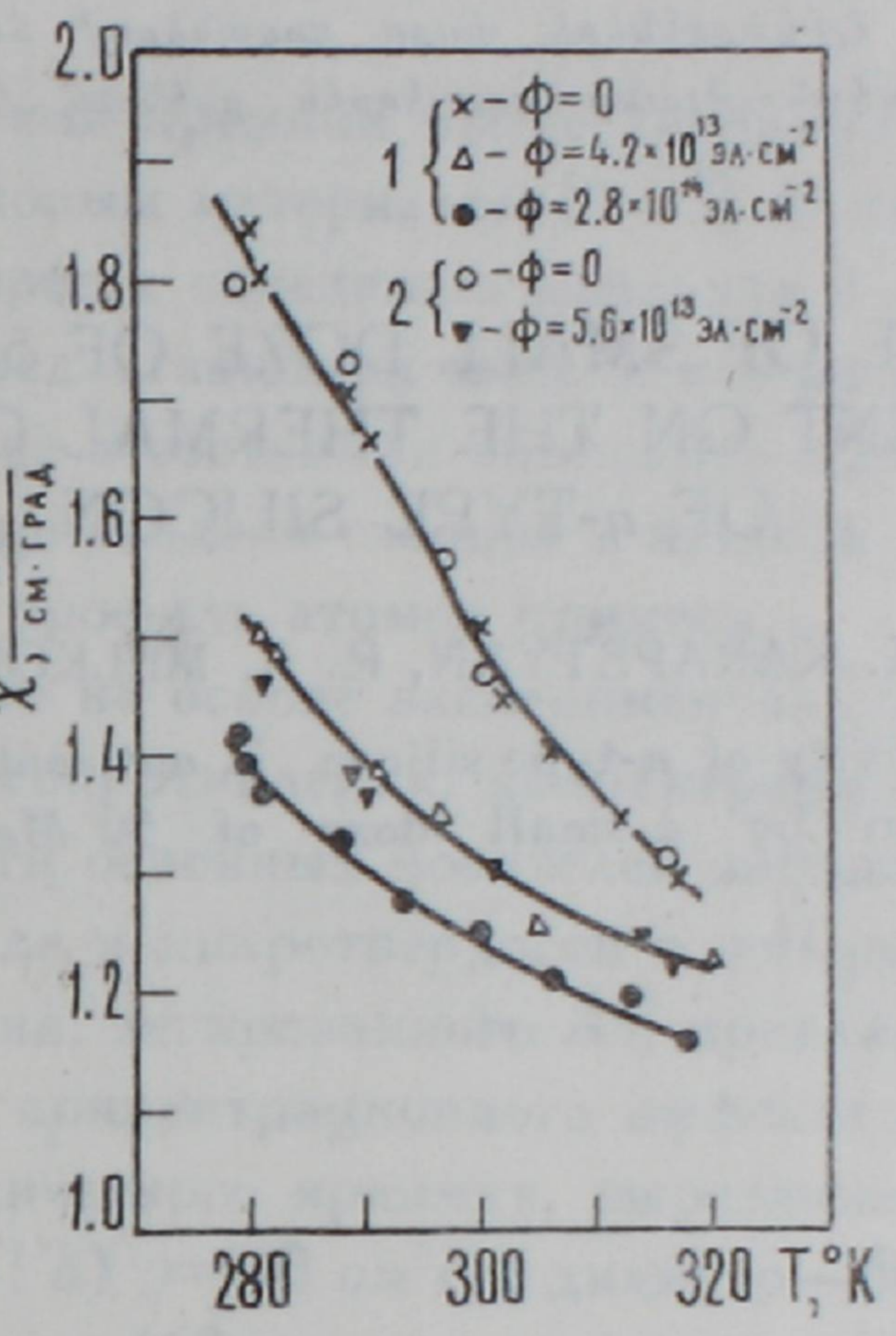
Облучение полупроводников быстрыми частицами (электроны, протоны, нейтроны), а также γ-лучами приводит к ряду эффектов [1]. Частицы сравнительно малой энергии (ниже 1 *Мэв*), как правило, создают в облучаемом материале дефекты преимущественно точечного типа (типа дефектов Френкеля), которые проявляются в том, что изменяют концентрацию и подвижность носителей тока. Радиационные дефекты влияют и на теплопроводность полупроводников, уменьшая, а при некоторых условиях даже увеличивая ее.

Насколько нам известно, в литературе нет данных по исследованию влияния облучения электронами с энергией выше 5 *Мэв* на теплопроводность полупроводников. Имеющиеся данные показывают, что теплопроводность кремния не изменяется под влиянием облучения дозой электронов меньше 10^{17} *эл/см*^{2} при температурах, близких к комнатной [2—3].

Целью настоящей работы было изучение влияния облучения электронами с энергией 50 *Мэв* на теплопроводность кремния вблизи комнатных температур. Доза облучения специально выбиралась маленькой, чтобы концентрация образовавшихся точечных дефектов также была небольшой.

Для измерения теплопроводности были изготовлены четыре образца кремния *n*-типа (два образца с удельным сопротивлением 8 *ом см* и два— 35 *ом см*). Они имели вид прямоугольного параллелепипеда с размерами $15\times10\times10$ *мм*^{3}, вырезанного из слитка в направлении $<111>$. Поток тепла создавался при помощи плоской печи с сечением 1 *см*^{2} и толщиной 0,5 *мм*. Нагреватель помещался между двумя образцами и питался от аккумулятора. Таким образом, поток был направлен по $<111>$. Температура на определенных сечениях в двух образцах измерялась при помощи медь-константановых термопар. Вся установка, в которой использован абсолютный метод измерения теплопроводности, описана в работе [4]. Оценка возможных погрешностей установки в интервале температур от 80 до 350°К не превышает $\pm3\%$.

Из литературных данных известно [5], что теплопроводность кремния при температурах, близких к комнатной, заметно изменяется только при больших дозах облучения электронами с энергией ниже 5 *Мэв* (10^{18} *эл/см*^{2}). В нашей работе наблюдалось довольно большое изменение теплопроводности кремния и при дозах $5\cdot10^{13}$ *эл/см*^{2} с энергией 50 *Мэв*. Например, при $T=280$°К это изменение (уменьшение) составляет более 20% от общей теплопроводности. С увеличением дозы облучения изменение заметно растет и простирается в сторону высоких температур (см. рисунок). Из полученных данных можно сделать вывод, что высокоэнергетичные электроны сильно влияют на саму решетку. Эти результаты, по-видимому, невозможно объяснить точечными дефектами. Образованные в ходе облучения разупорядоченные области имеют, вероятно, довольно большие размеры,



Температурная зависимость теплопроводности кремния *n*-типа, облученного быстрыми электронами.

так что фононный спектр в самой области отличается от спектра матрицы. Это обстоятельство приводит к дополнительному рассеянию фононов и уменьшению теплопроводности. Некоторую роль могут играть также границы разупорядоченных областей, являющиеся побочным источником рассеяния фононов, если они правильным образом не вписываются в матрицу.

Для выяснения конкретных механизмов рассеяния фононов и роли разупорядоченных областей в изменении теплоэлектрических свойств кремния необходимы дальнейшие исследования и при низких температурах в сочетании с оптическими свойствами. Работы в этом направлении продолжаются.

Ереванский физический институт Поступила 15.XI.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Р. Ф. Коноплева, В. П. Литвинов, Н. А. Ухин.* Особенности радиационного повреждения полупроводников частицами высоких энергий, Атомиздат, М., 1971.
2. *F. L. Vook.* Phys. Rev., 140, 2014 (1965).
3. *M. Vandevyver, H. J. Albany.* Phys. Lett., A25, 115 (1967).
4. *Е. Д. Девяткова* и др. ФТТ, 2, 738 (1960).
5. *F. L. Vook.* Phys. Rev., 140, 605 (1965).

50 ՄէՎ ԷՆԵՐԳԻԱՅՈՎ ՕԺՏՎԱԾ ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ՓՈՔՐ ԴՈԶԱՆԵՐՈՎ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ *n*-ՏԻՊԻ ՍԻԼԻՑԻՈՒՄԻ ՋԵՐՄԱՀԱՂՈՐԴԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ

Հ. Ն. ԵՐԻՑՅԱՆ, Ֆ. Կ. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ, Ռ. Ա. ՄԵԼՔՈՆՅԱՆ, Վ. Հ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ

50 ՄէՎ էներգիայով էլեկտրոնների՝ փոքր դոզաներով ճառագայթումից հետո n-տիպի սիլիցիումի ջերմահաղորդականությունը զգալիորեն ընկնում է սենյակային ջերմաստիճանի մոտակայքում։

THE INFLUENCE OF SMALL DOZE OF 50 *Mev* ELECTRON BOMBARDMENT ON THE THERMAL CONDUCTIVITY OF *n*-TYPE SILICON

H. N. YERITSYAN, F. K. KARAPETYAN, R. A. MELKONYAN, V. H. SAHAKYAN

The thermal conductivity of *n*-type silicon is noticeably reduced after the bombardment of the specimen by a small doze of 50 *Mev* electrons at nearly room temperature.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 10, 227—229 (1975)

КОНЦЕНТРАЦИОННЫЙ ЭФФЕКТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МЫШЬЯКА В КРЕМНИИ

И. Н. МАГДЕН, Н. А. КАЛЬНЕВ

Монокристаллический кремний является наиболее интенсивно исследуемым полупроводниковым материалом [1—3]. В последнее время значительно повысился интерес к поведению мышьяка в монокристаллах кремния [4, 5]. При этом предлагавшиеся модели его распределения в рамках диффузионной теории не в состоянии объяснить обнаруженные динамические эффекты на границе раздела твердой и жидкой фаз, которые определяют концентрационный профиль атомов примеси.

В настоящей работе на основе экспериментального исследования распределения удельного сопротивления, концентрации легирующей примеси, холловской подвижности основных носителей заряда, времени жизни неосновных носителей заряда и микротвердости в поперечном сечении высокоомных образцов кремния, легированного *As*, предлагается возможный механизм возникновения концентрационного эффекта грани. Исследовались образцы монокристаллического кремния, вырезанные из слитков со следующими параметрами: *а*) $\rho=10$ *ом см*, диаметр—80 *мм*; *б*) $\rho=120$ *ом см*, диаметр — 48 *мм*; *в*) $\rho=160$ *ом см*, диаметр — 72 *мм*; *г*) $\rho=200$ *ом см*, диаметр — 50 *мм*. Следует отметить, что кремний, легированный мышьяком, выращенный по методу Чохральского, с удельным сопротивлением 150 *ом см* и диаметром монокристаллического слитка 48—80 *мм* из-за ряда технологических трудностей до настоящего времени промышленностью не был получен.

Постановка эксперимента при проведении исследований была такова, чтобы исключить влияние состояния поверхности и воздействие температурных полей на исходные образцы. Характерные для исследуемых слитков распределения основных электрофизических параметров по сечению монокристалла кремния, легированного As, приведены на рисунке. Перейдем к обсуждению результатов. Как видно из характера кривой квазиравномерного распределения удельного сопротивления, и особенно это проявляется для *Si* с концентрацией примеси $n=4\cdot 10^{13}$ $см^{-3}$, создается впечатление, как это и отмечалось ранее для монокристаллического кремния малого диаметра [6], что при низкой степени легирования донорная примесь *As* не проявляет способности к преимущественной сегрегации в пределах грани (111). Этот факт свидетельствует о стремлении температурного градиента к нулю в области границы раздела фаз кристаллизовавшееся вещество—расплав, что приводит к исключению из общего потока переносимой примеси составляющей, обусловленной действием эффекта Соре, как это наблюдалось в [7], и определяемой выражением

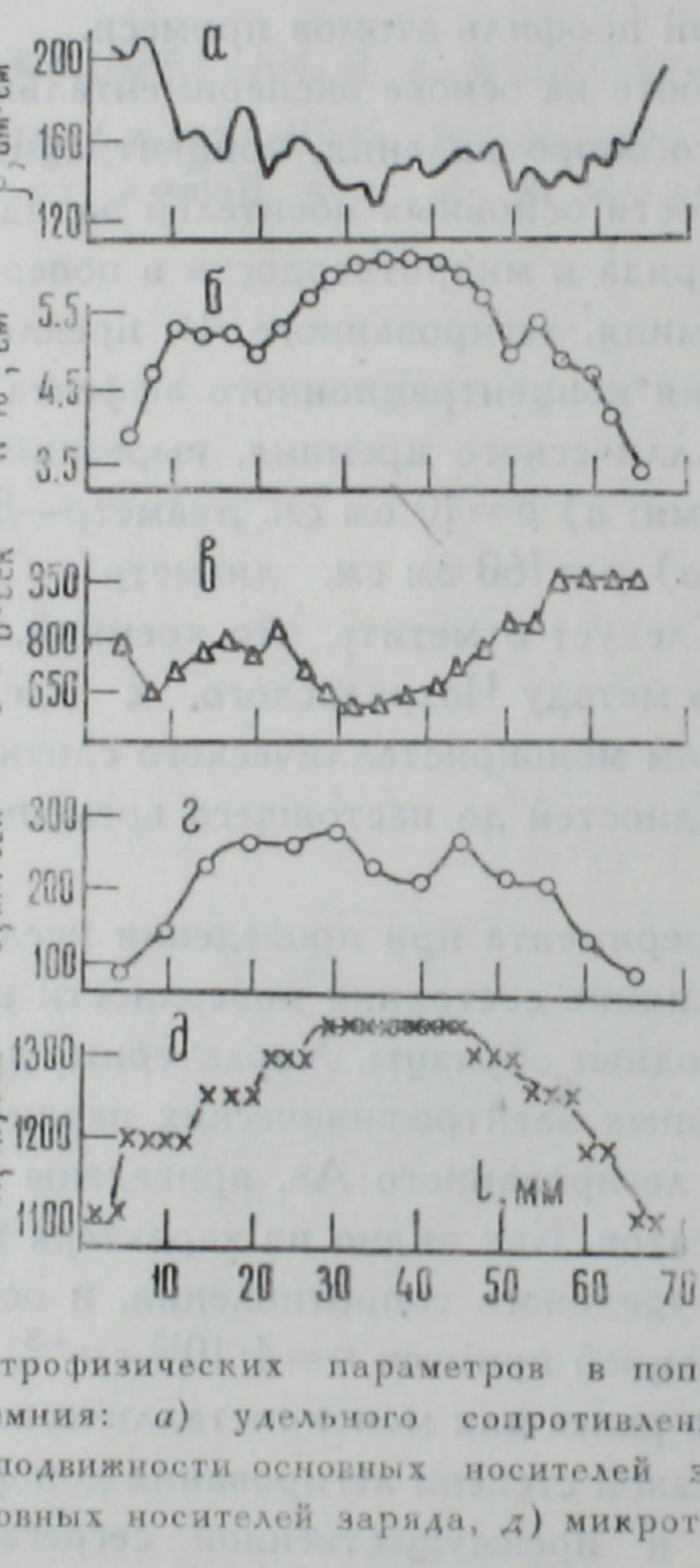
$$j = -D\frac{Q^*N}{RT^2}(\mathrm{grad}\ T).$$

Здесь T — абсолютная температура на границе раздела фаз,

N — концентрация растворенного мышьяка в кремнии,

Q^*— теплота переноса.

При такой постановке вопроса задача определения концентрационного профиля As в кремнии значительно упрощается и решается в рамках модифицированной модели диффузии по вакансиям с двумя уровнями и образованием внутреннего электрического поля, вызванного наличием только примесного градиента. Приближенность вышеуказанного классического подхода становится очевидной, если рассмотреть аномальный характер кривой распределения концентрации (рис., *б*) и имеющей почти вид зеркального отображения кривой распределения подвижности основных носителей заряда (рис., *в*).



Распределение электрофизических параметров в поперечном сечении монокристалла кремния: *а*) удельного сопротивления, *б*) концентрации примеси, *в*) подвижности основных носителей заряда, *г*) времени жизни неосновных носителей заряда, *д*) микротвердости.

Колоколообразный вид распределения примеси в центральной части монокристалла с довольно резким переходом через минимальное значение и асимметричными максимумами в периферийной области слитка свидетельствует об образовании в объеме вещества при его выращивании температурной неоднородности, которая приводит к гомогенной пластической деформации кремния и даже при почти абсолютном совпадении тетраэдрических ковалентных радиусов ионов мышьяка ($r_0 = 1,18$ Å.) и кремния ($r_0 =$

$= 1{,}173$ Å) в монокристалле возникают значительные внутренние напряжения, что дополнительно подтверждается наличием соответствующего максимума в распределении микротвердости в поперечном сечении (рис., *д*).

Действие температурного градиента, по-видимому, не распространяется на примеси, образующие в *Si* глубокие уровни, которые ответственны за распределение времени жизни неосновных носителей заряда. На рис., *г* показано, что время жизни дырок у кремния, легированного *As*, большое и характер распределения его в объеме довольно монотонный.

Оценивая динамические процессы, протекающие в поперечном сечении кристалла, можно заключить, что на границе раздела твердой и жидкой фаз возникают два встречно направленных потока *As*, различных по своей природе, причем доминирующим является термодиффузионный механизм переноса примеси, что приводит к резкому проявлению эффекта грани как в отношении концентрации *As*, так и подвижности носителей.

Теоретический анализ сравнительной роли концентрационной диффузии и эффекта Соре с учетом временной зависимости протекания процесса представляется крайне желательным и может быть выполнен в случае определения численного значения теплоты переноса мышьяка в кремнии.

Одесский государственный
университет

Поступила 30.V.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. М. Авакьянц* и др. ФТП, 5, 809 (1971).
2. *Н. А. Кальнев, И. Н. Магден.* Изв. АН АрмССР, Физика, 9, 532 (1974).
3. *Ю. А. Евсеев, И. Н. Магден, В. Е. Челноков.* ФТП, 4, 1432 (1970).
4. *F. N. Schwettmann.* Appl. Phys. Lett., 22, 570 (1973).
5. *R. B. Fair, G. R. Weber.* J. Appl. Phys., 44, 280 (1973).
6. *М. Г. Мильвидский, О. Г. Столяров, А. В. Беркова.* ФТТ, 6, 3259 (1964).
7. *И. Н. Магден, Ю. А. Евсеев, В. Е. Челноков.* ФТП, 7, 858 (1973).

ԿՐԵՄՆԻՈՒՄԻ ՄԵՋ ԶԱՌԻԿԻ ԲԱՇԽՄԱՆ ԿՈՆՑԵՆՏՐԱՑԻՈՆ ԷՖԵԿՏ

Ի. Ն. ՄԱԳԴԵՆ, Ն. Ա. ԿԱԼՆԵՎ

Զառիկով լեգիրացված կրեմնիումի բարձրօհմ մոնոբյուրեղներում հայտնաբերված է նիստի կոնցենտրացիոն էֆեկտ։

CONCENTRATION EFFECT OF THE DISTRIBUTION OF ARSENIC IN SILICON

I. N. MAGDEN, N. A. KALNEV

A pronounced concentration face effect in high-resistance arsenic doped silicon monocrystals was observed. On the basis of experimental investigation of the resistivity distribution, the concentration of admixture, the Hall mobility of majority charge carriers and the lifetime of minority carriers, the possible mechanism of the occurence of this effect is proposed.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 10, 230—232 (1975)

АНИЗОТРОПИЯ ПЬЕЗОТЕРМОЭДС В АРСЕНИДЕ ГАЛЛИЯ ПРИ УВЛЕЧЕНИИ ФОНОНОВ ЭЛЕКТРОНАМИ

И. Ф. СВИРИДОВ, В. А. ПРЕСНОВ

Изучение термоэдс в деформированных полупроводниках n-типа позволяет извлечь некоторую информацию, характеризующую каждый экстремум в отдельности, а также оценить вклады различных механизмов рассеяния в кинетические коэффициенты.

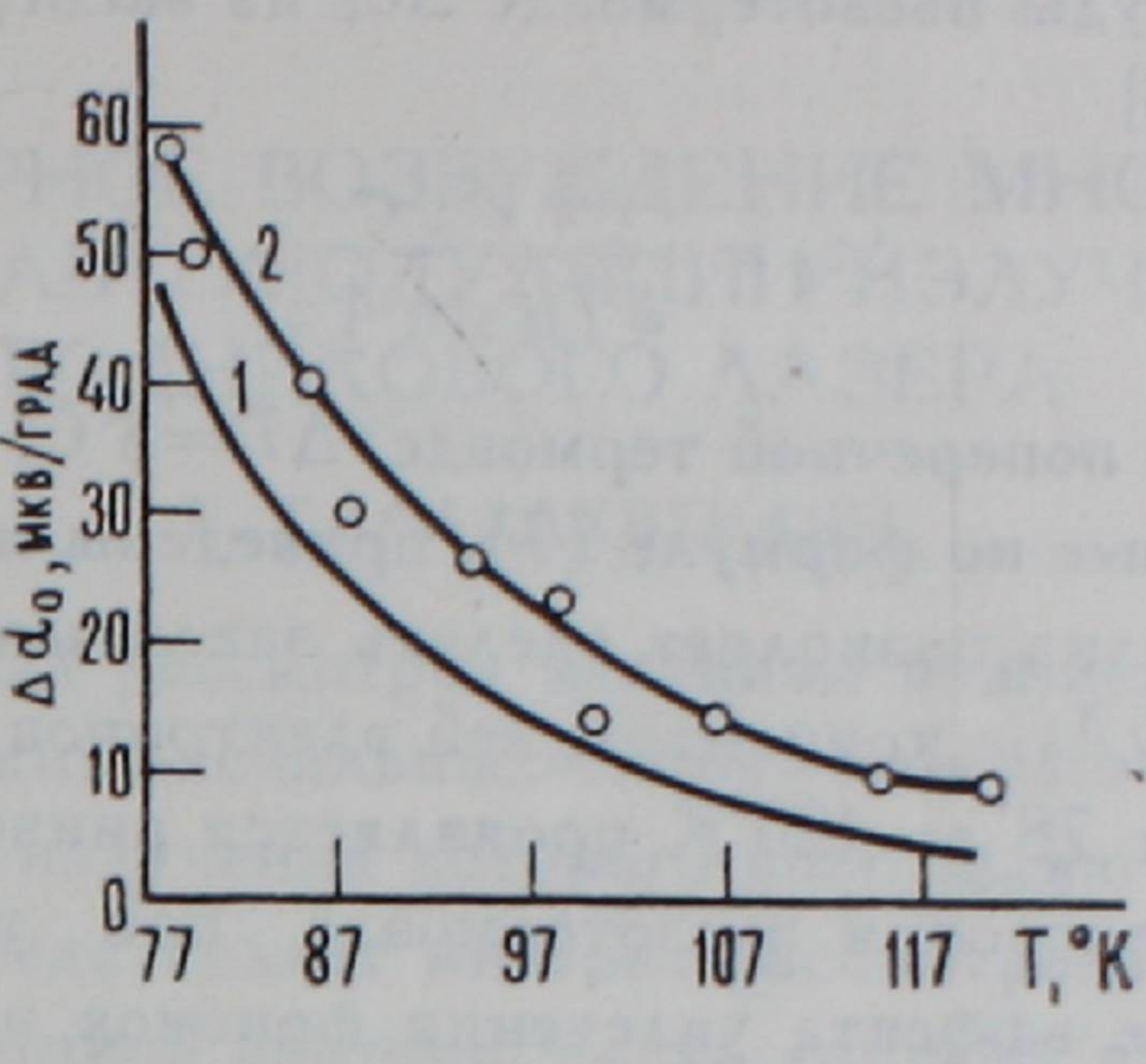
Теория анизотропного рассеяния развита в работах [1, 2]. Однако указанная теория касается лишь классических полупроводников, в частности, германия и кремния. В литературе мы не встречали ни теоретических, ни экспериментальных работ по аналогичным вопросам для случая арсенида галлия.

Настоящая работа посвящена экспериментальному изучению анизотропии пьезотермоэдс при увлечении фононов электронами с привлечением теории анизотропного рассеяния [1, 2].

Объектом исследований были образцы арсенида галлия n-типа проводимости. Параметры исходного материала при комнатной температуре были следующими: концентрация электронов—$1{,}5 \cdot 10^{14}$ *см*$^{-3}$, подвижность электронов—6750 *см*^{2}/ *в сек.* Образцы, изготовленные в форме прямоугольных параллелепипедов с размерами a, b, c, находящимися в соотношении 10:1:1, подвергались одностороннему сжатию вдоль оси ОХ при наложении теплового потока вдоль ОУ. Изучение анизотропии пьезотермоэдс при увлечении фононов электронами в указанных образцах проведено на основе исследования продольной пьезотермоэдс, когда градиент температуры и деформирующее усилие совпадали с кристаллографическими осями [100], [010] и [001]. Анизотропия пьезотермоэдс исследовалась в случае, когда направление деформирующего усилия P лежало в плоскости (001) и составляло угол φ с направлением $\langle 100 \rangle$.

Измерение поперечной пьезотермоэдс проводилось на установке, аналогичной ранее описанной в работе [3]. Для предотвращения возникновения термоэлектрических вихревых токов и искажения вследствие этого результатов измерений нами были приняты специальные меры в соответствии с рекомендациями работы [4].

На рисунке приведены экспериментальные результаты температурной зависимости анизотропии пьезотермоэдс для образцов арсенида галлия n-типа проводимости. Из рисунка видно, что анизотропия пьезотермоэдс возрастает с понижением температуры. С повышением температуры влияние фононного увлечения уменьшается. Таким образом, полученные нами экспериментальные зависимости пьезотермоэдс от температуры, по-видимому, качественно можно объяснить проявлением описанного выше эффекта. Действительно, быстрое увеличение пьезотермоэдс при низкой температуре можно связать с возрастанием роли увлечения фононов электронами



Температурная зависимость анизотропии пьезотермоэдс в образцах арсенида галлия: 1 — кривая, рассчитанная по формуле (2); 2 — экспериментальная кривая.

Для количественного анализа полученных результатов воспользуемся теорией [1, 2, 5], согласно которой выражение для анизотропии пьезотермоэдс $\Delta\alpha = \alpha_\perp - \alpha_\parallel$ можно записать в плоскости (001)

$$\Delta\alpha = \Delta\alpha_0 \cos 2\varphi, \tag{1}$$

$$\Delta\alpha_0 = \Delta\alpha_0^{э} + \Delta\alpha_0^{ф}, \tag{2}$$

$$\Delta\alpha_0^{э} = \frac{k_0}{e} \frac{C_2 P}{k_0 (S_{11} - S_{12}) T} \frac{1-K}{(1+2K)}, \tag{3}$$

$$\Delta\alpha_0^{ф} = 3(\alpha_\perp - \alpha_\parallel) \frac{C_2 P}{(S_{11} - S_{12}) k_0 T} \frac{K}{(1+2K)^2}, \tag{4}$$

$$\alpha_\perp = \frac{b^{(1)} + b^{(2)} + U_\perp (K\alpha^{(1)} N^{(1)} + \alpha^{(2)} N^{(2)} r_\perp)}{\sigma_0^{(1)} + \sigma_0^{(2)} + U_\perp (KN^{(1)} + N^{(2)} r_\perp)}, \tag{5}$$

$$\alpha_\parallel = \frac{b^{(1)} + b^{(2)} + U_\parallel (\alpha^{(1)} N^{(1)} + \alpha^{(2)} N^{(2)} r_\parallel)}{\sigma_0^{(1)} + \sigma_0^{(2)} + U_\parallel (N^{(2)} r_\parallel + N^{(1)})}, \tag{6}$$

где $r_\perp$, $r_\parallel$ — геометрические факторы, которые легко вычисляются для $GaAs$ [5], $\alpha^{(ij)}$ и $N^{(ij)}$ — соответственно термоэдс и число электронов в i-группе минимумов $U_\parallel$ — компонента подвижности, $b^{(ij)}$, $\sigma_0^{(ij)}$ — довольно громоздкие выражения, аналогичные полученным в работах [6, 7], $\Delta\alpha_0^{э}$ и $\Delta\alpha_0^{ф}$ — пьезотермоэдс электронов и фононов, C_2 — константа потенциала «сдвиговой» деформации, S_{11} и S_{12} — упругие модули, k_0 — постоянная Больцмана, e — заряд электрона, T — температура (°К), $K = \frac{m_\parallel \tau_\perp}{m_\perp \tau_\parallel}$ — фактор анизотропии электропроводности, $\tau_\parallel$ и $\tau_\perp$ — компоненты тензора времени релаксации электронов, $m_\parallel$ и $m_\perp$ — продольная и поперечная эффективные массы электронов.

Выражение (1) рассчитывалось на ЭВМ М220-М с точностью до 10^{-7}. Сравнение соотношения (2) с экспериментом показано на рисунке, кривая 1.

Значение амплитуды пьезотермоэдс $\Delta\alpha_0$ из эксперимента определялось по формуле работы [8]

$$\Delta\alpha_0 = \frac{4\,V_\perp\,c}{\Delta T a \sin 4\varphi}, \tag{7}$$

где $V_\perp$ — напряжение поперечной термоэдс, $\Delta T = 8°C$, $a/c = 10$, $\varphi = 25°$. Значения $\Delta\alpha_0$, рассчитанные по формуле (7), приведены на рисунке, кривая 2.

Проведенный анализ позволяет сделать заключение, что в деформированных образцах $n\text{-}GaAs$ с концентрацией электронов $1{,}5 \cdot 10^{14}\ см^{-3}$ в интервале температур от 78 до 120°К проявляется анизотропия пьезотермоэдс. Возрастание анизотропии пьезотермоэдс при низких температурах объясняется на основе эффекта увлечения фононов электронами. Расчеты, проведенные на основе теории анизотропного рассеяния, согласуются с экспериментом.

Одесский государственный
университет

Поступила 20.VI.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. Г. Самойлович* и др. ФТТ, 3, 2939 (1961).
2. *А. Г. Самойлович* и др. ФТТ, 3, 3285 (1961).
3. *Л. И. Анатычук, В. Д. Искра, П. П. Попович.* ФТП, 3, 1458 (1969).
4. *А. Г. Самойлович, И. Л. Коренблит.* ФТТ, 3, 2054 (1961).
5. *J. R. Drabble.* J. Electronics Control., 5, 362 (1958).
6. *Э. Нормантас, Г. Е. Пикус.* ФТТ, 4, 2692 (1962).
7. *Г. Л. Бир, Э. Нормантас, Г. Е. Пикус.* ФТТ, 4, 1180 (1962).
8. *Л. И. Анатычук, В. Д. Искра.* ФТП, 1, 1269 (1967).

ՊՅԵԶՈԹԵՐՄԱԷԼԵԿՏՐԱՇԱՐԺ ՈՒԺԻ ԱՆԻԶՈՏՐՈՊԻԱՆ ՀԱԼԻՈՒՄԻ ԱՐՍԵՆԻԴՈՒՄ ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ԿՈՂՄԻՑ ՖՈՆՈՆՆԵՐԻ ՏԱՐՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ

Ի. Ֆ. ՍՎԻՐԻԴՈՎ, Վ. Ա. ՊՐԵՍՆՈՎ

Հետազոտված է էլեկտրոնների կողմից ֆոնոնների տարման էֆեկտի ազդեցությունը n-GaAs-*ի պյեզոթերմաէլեկտրաշարժ ուժի անիզոտրոպիայի մեծության վրա։*

ANISOTROPY OF PIEZOTHERMOELECTROMOTIVE FORCE IN GALLIUM ARSENIDE AT THE PHONON PULLING BY ELECTRONS

I. F. SVIRIDOV, V. A. PRESNOV

The effect of phonon pulling by electrons on the value of piezothermo e. m. f. anisotropy for $n-GaAs$ is investigated. The calculations are based on the theory of anisotropic scattering. Experimental study of the anisotropy of piezothermo e. m. f. was carried out for $n-GaAs$ samples in the temperature range 78—120°K using the transversal piesothermoelectromotive force.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 10, 233–235 (1975)

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ МНОГОМОДОВОЙ ГЕНЕРАЦИИ ПРИ АВТОМОДУЛЯЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ЛАЗЕРА

Р. Г. АЛЛАХВЕРДЯН

В работах [1, 2] был рассмотрен механизм возникновения одновременной генерации нескольких аксиальных типов колебаний в полупроводниковом лазере, пульсации излучения которого возбуждаются внешней модуляцией тока накачки. Представляет интерес рассмотреть явление многомодовой генерации в автономной системе, когда «пички» возникают вследствие нелинейных потерь излучения из активной области. Мы будем пользоваться моделью нелинейных потерь, в которой время жизни фотона в резонаторе зависит от суммарной интенсивности излучения. Эта модель по своему физическому смыслу эквивалентна ПКГ с нелинейным показателем преломления активной среды. Однако возникающая в процессе генерации поперечная неоднородность активной среды учитывается не непосредственно, а эффективно, путем введения нелинейного времени жизни фотона в резонаторе.

Для изучения условий возбуждения многомодовой генерации достаточно провести анализ возбуждения трех мод с основной модой, настроенной на центр линии усиления. Динамику многомодовой генерации можно описать системой уравнений

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{x' - x}{\tau_0} - x m_0 - 2(x - \beta) m_1, \\ \dot{m}_0 &= -\left(\frac{1}{\tau_p} + \Delta\right) m_0 + x m_0 + s, \\ \dot{m}_1 &= -\left(\frac{1}{\tau_p} + \Delta\right) m_1 + (x - \beta) m_0 + s. \end{aligned} \qquad (1)$$

Здесь m_0 — интенсивность основной моды, m_1 — интенсивность соседних боковых мод, x — число активных частиц, x' — число частиц, накачиваемых в активную область, τ_p — время жизни фотона в резонаторе, τ_0 — время спонтанной рекомбинации, β — разница в коэффициентах усиления типов колебаний. В уравнения для интенсивностей мод добавлен член, описывающий спонтанное излучение в моду s, Δ — зависящее от интенсивности поля относительное изменение потерь. Для простоты положим

$$\Delta = \alpha (m_0 + 2 m_1) + \delta (m_0 + 2 m_1)^2.$$

Анализ устойчивости стационарного решения уравнений (1) показывает, что при условии

$$\alpha - \frac{x'}{\eta m_0} - 2\delta \frac{\eta}{\tau} > 0$$

в системе возбуждаются пульсации излучения.

Если перейти к переменным

$$\theta = \omega_k t,\ v = \sqrt{\frac{\tau}{\tau_p \eta}(x-1)},\quad u_0 = \frac{m_0}{\overline{m}_0},\ u_1 = \frac{m_1}{\overline{m}_0},$$

где $\overline{m}_0 = (x'-1)\frac{\tau_p}{\tau} = \frac{\eta\tau_p}{\tau}$ — стационарная интенсивность поля в одномодовом лазере, η — превышение накачки над порогом генерации, $\omega_k = \left(\frac{\eta}{\tau}\right)^{1/2}$, $\tau = \frac{\tau_0}{\tau_p}$, $\varepsilon = \frac{1}{\omega_k \tau} \sim 10^{-1} \div 10^{-2}$, то система уравнений примет вид

$$\dot{v} = 1 - u_0 - 2u_1 + \mu f_2 = 1 - u_0 - 2u_1 - \varepsilon v - \varepsilon\eta v u_0 + 2\beta\varepsilon v u_1,$$

$$\dot{u}_0 = v u_0 + \mu f_0 = v u_0 + \alpha\eta\varepsilon(u_0 + 2u_1) - \frac{\varepsilon\delta\eta^2}{\tau}(u_0 + 2u_1)^2 + \frac{\varepsilon s \tau^2}{\eta}, \tag{3}$$

$$\dot{u}_1 = v u_1 + \mu f_1 = v u_0 + \alpha\varepsilon\eta(u_0 + 2u_1)\frac{\varepsilon\delta\eta^2}{\tau}(u_0 + 2u_1) - \beta\varepsilon\tau u_1 + \frac{\varepsilon s \tau^2}{\eta}.$$

В правые части (3) формально введен малый параметр μ, чтобы показать малость функций f_i. Поэтому при достаточно малом μ решение системы (2) будет близко к решению порождающей системы

$$\dot{v} = 1 - \Phi,\quad \dot{\Phi} = v\Phi, \tag{4}$$

где $\Phi = u_0 + 2u_1$.

Система (4) консервативна и обладает двумя однозначными аналитическими интегралами движения

$$\frac{1}{2}v^2 - \ln\Phi + \Phi = C,\quad \frac{u_0}{u_1} = \gamma. \tag{5}$$

На фазовой плоскости $(\Phi, \dot{\Phi})$ уравнения (4) определяют замкнутые траектории, соответствующие известному уравнению предельного цикла [3]

$$\ddot{\Phi} - \frac{\dot{\Phi}^2}{\Phi} + \Phi(\Phi - 1) = 0. \tag{6}$$

Уравнения для определения постоянных C и γ имеют следующий вид:

$$(\alpha\eta - 1 - \eta)\overline{\frac{\dot{\Phi}^2}{\Phi}} + \frac{2\delta\eta}{\tau}\overline{\dot{\Phi}^2} - \frac{3s\tau^2}{\eta}\overline{\frac{\dot{\Phi}^2}{\Phi}} = 0, \tag{7}$$

$$\frac{s\tau}{\eta}(1-\gamma)(1+2\gamma)\overline{\frac{1}{\Phi}} - \beta\gamma = 0. \tag{8}$$

При $s \to 0$ уравнение (7) переходит в уравнение для определения C, полученное в работе [3], в которой исследовалось возбуждение пульсаций интенсивности излучения в одномодовом лазере. Постоянная C неявно определяет глубину модуляции интегральной по спектру интенсивности излучения:

$$\Phi_{\max} = \frac{C}{2},\quad \Phi_{\min} = \exp(-C/2). \tag{9}$$

При $C \gg 1$ осуществляется режим пульсаций излучения с глубокой модуляцией.

Интенсивности основной и боковых мод определяются через интегральную по спектру интенсивность поля $\Phi(t)$ выражениями

$$U_0(t) = \frac{\Phi(t)}{1+2\gamma}, \quad u_1(t) = \frac{\gamma}{1+2\gamma}\Phi(t), \tag{10}$$

а усредненные за период пульсаций T_0 интенсивности мод соответственно равны $\bar{u}_0 = \frac{1}{1+2\gamma}$ и $\bar{u}_1 = \frac{\gamma}{1+2\gamma}$. Поскольку для определения γ получилось такое же уравнение, как и в работах [1, 2], все выводы, сделанные в [1, 2], оказываются справедливыми и в данном случае. Следовательно, при автомодуляции излучения за счет нелинейных потерь в режиме пульсаций с глубокой модуляцией спектр генерации будет многомодовым уже при небольших превышениях порога генерации. То обстоятельство, что уравнение (8) для определения γ совпало с соответствующим уравнением [1, 2], является математическим выражением того физически ясного факта, что для возникновения многомодовой генерации важен не способ возбуждения нестационарности режима генерации, а лишь существование незатухающих пульсаций излучения в совокупности с действием спонтанного шума. Причина возникновения пульсаций определяет лишь глубину модуляции излучения при данном уровне накачки, т. е. определяет постоянную C.

Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР

Поступила 26.VIII.1974

ЛИТЕРАТУРА

1. *Р. Г. Аллахвердян, В. Н. Морозов, А. Р. Сучков.* Краткие сообщения по физике, 1, № 6 (1971).
2. *Р. Г. Аллахвердян, В. Н. Морозов, А. Р. Сучков.* Квантовая электроника, 1, № 1, 102 (1974).
3. *Э. М. Беленков, В. Н. Морозов, А. Н. Ораевский.* Труды ФИАН, 52, 237 (1970).

ԲԱԶՄԱՄՈԴԱՅԻՆ ԳԵՆԵՐԱՑՄԱՆ ՈՉ ՍՏԱՑԻՈՆԱՐ ԳՐԳՌՈՒՄԸ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉԱՅԻՆ ԼԱԶԵՐԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԱՎՏՈՄՈԴՈՒԼԱՑՄԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ռ. Գ. ԱԼԼԱՀՎԵՐԴՅԱՆ

Աշխատանքում դիտարկվում է կիսահաղորդչային գեներացման շեմի մոտ մի քանի աքսիալ տիպի տատանումների գրգռման նոր մեխանիզմ։

NONSTATIONARY EXCITATION OF MULTIMODE GENERATION AT THE AUTOMODULATION OF LASER RADIATION

R. G. ALLAKHVERDYAN

New mechanism of the generation of several axial type oscillations in semiconductor lasers near the generation threshold is considered.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՀԱՄԱՌՈՏ ՀԱՂՈՐԴՈՒՄՆԵՐ

СОДЕРЖАНИЕ

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 03945. Подписано к печати 14/VII 1975 г. Тираж 665. Изд. 4287. Заказ 366.
Формат бумаги $70\times108^1/_{16}$. Печ. л. 5,5. Бум. л. 2,75.
Усл. печ. л. 7,7. Уч. изд. листов 5,6.

Типография Издательства АН Армянской ССР, Ереван, Барекамутян, 24.