

ՀՍՍՐ ԳԱ  
Տեղեկագիր

ՖԻԶՄԱԿ  
ФИЗИКА

1975

#### ԽՐԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈՒՅԻՆ

Ա. Յ. Ամառունի, Վ. Մ. Հարությունյան (պատասխանատու խմբագրի տեղակալ), Գ. Մ. Ղարիբյան (պատասխանատու խմբագիր), Է. Գ. Միրզաբեկյան, Մ. Ե. Մովսիսյան, Յու. Գ. Շահնազարյան (պատասխանատու քարտուղար), Է. Գ. Շարոյան, Գ. Ս. Սահակյան, Հ. Հ. Վարդապետյան:

#### РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

А. Ц. Амагунни, В. М. Арутюнян (заместитель ответственного редактора), Г. А. Вартапетян, Г. М. Гарибян (ответственный редактор), Э. Г. Мирзабекян, М. Е. Мовсисян, Г. С. Саакян, Э. Г. Шароян, Ю. Г. Шахназарян (ответственный секретарь).

КОМПТОН-ЭФФЕКТ В СРЕДЕ В ПРИСУТСТВИИ  
МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Г. К. АВETИСЯН

Рассматривается излучение заряженной частицы в поле монохроматической волны в среде при наличии продольного магнитного поля. Из-за реального многофотонного поглощения частицы вблизи резонанса происходит нелинейное рассеяние даже слабой волны в среде как с показателем преломления  $n_0 > 1$ , так и с  $n_0 < 1$ . Найдены условия для излучения высоких гармоник основной частоты волны (на каждой частоте излучается много гармоник под разными углами).

В работе [1] был получен новый резонансный эффект в среде, заключающийся в следующем: при движении частицы в поле электромагнитной волны в присутствии продольного магнитного поля существует критическая интенсивность волны, выше которой импульс частицы нелинейно возрастает даже в чрезвычайно слабых полях (в частности, после прохождения волны частица остается ускоренной).

Причиной этого эффекта является многофотонное поглощение частицы в резонансе, который в среде становится реальным в отличие от случая вакуума (в среде с  $n_0 > 1$  резонанс может наступить, когда циклотронная частота частицы меньше частоты света, а в среде с  $n_0 < 1$  — при обратном соотношении).

Такое многофотонное поглощение приводит к многофотонному излучению частицы вблизи резонанса в сколь угодно слабом поле волны. Когда циклотронная частота частицы равна частоте света (с учетом доплеровского смещения), наступает другая нелинейность: в сколь угодно слабом поле волны поперечный импульс частицы становится пропорциональным одной третьей степени интенсивности волны. Это также приводит к нелинейному рассеянию слабой волны.

Рассмотрим теперь нелинейное комптоновское рассеяние в среде в присутствии магнитного поля. Продольное магнитное поле не меняет траекторию частицы в поле монохроматической волны циркулярной поляризации (меняются скорость и радиус вращения). Поэтому формула для интенсивности излучения будет совпадать с аналогичной формулой комптоновского рассеяния [2]

$$dI_{\omega'} = \frac{e^2 n(\omega')}{2\pi c} \frac{\omega'^2}{\omega_0 \left(1 - n_0 \frac{v_x}{c}\right)} \left\{ \left[ n(\omega') \frac{v_x}{c} - \cos \theta \right]^2 J_s^2(z) / n^2(\omega') \sin^2 \theta + \right. \\ \left. + \xi^2 \left( \frac{mc^2}{W} \right)^2 J_s'^2(z) \right\} \delta \left[ \omega' \left( 1 - n(\omega') \frac{v_x}{c} \cos \theta \right) \times \right. \\ \left. \times \left( \omega_0 \left( 1 - n_0 \frac{v_x}{c} \right) - s \right)^{-1} \right] d\omega' dO, \quad (1)$$

где аргумент бесселевой функции в этом случае имеет вид

$$z = \frac{n(\omega')}{\sqrt{n_0^2 - 1}} \frac{\omega'}{\omega_0} \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \sin \theta. \quad (2)$$

Здесь предположено, что волна распространяется по оси  $x$ , вдоль которой имеется постоянное однородное магнитное поле  $\vec{B}_0$  (начальная скорость частицы также направлена по  $x$ :  $v_0 = v_{0x}$ ),  $\omega_0$  и  $\omega'$  — соответственно частоты падающей и рассеянной волн,  $\theta$  — угол рассеяния.

Входящие в (1) продольная скорость частицы  $v_x$  и энергия  $W$  даются выражениями [1]

$$v_x = cn_0 \frac{\left(1 - \frac{v_0}{cn_0}\right) - \sqrt{\left(1 - n_0 \frac{v_0}{c}\right)^2 - (n_0^2 - 1) \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right) P_{\perp}^2 / m^2 c^2}}{n_0^2 \left(1 - \frac{v_0}{cn_0}\right) - \sqrt{\left(1 - n_0 \frac{v_0}{c}\right)^2 - (n_0^2 - 1) \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right) P_{\perp}^2 / m^2 c^2}}, \quad (3)$$

$$W = \frac{W_0}{n_0^2 - 1} \left\{ n_0^2 \left(1 - \frac{v_0}{cn_0}\right) - \sqrt{\left(1 - n_0 \frac{v_0}{c}\right)^2 - (n_0^2 - 1) \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right) P_{\perp}^2 / m^2 c^2} \right\}, \quad (4)$$

где поперечный импульс  $P_{\perp}$  (в абсолютных единицах) определяется из уравнения

$$\beta \left(1 - \frac{\Omega}{\sqrt{1 + \beta^2}}\right) = X, \quad \Omega = \frac{ecB_0}{W_0}, \quad (5)$$

$\beta = P_{\perp} / mca$ ,  $X = \xi / a$ ,  $\xi = \frac{eE_0}{mc\omega_0}$  — релятивистски-инвариантный параметр

интенсивности волны,  $a = \left|1 - n_0 \frac{v_0}{c}\right| / \sqrt{|n_0^2 - 1| (1 - v_0^2 / c^2)}$  — значение

$\xi$ , при котором происходит „отражение“ или захват частицы волной в случае  $B_0 = 0$  [3].

Найдем условия, при которых реально наступают нелинейности в комптоновском рассеянии вблизи резонанса. Для этого представим в явном виде аргумент бесселевой функции  $z$ , используя закон сохранения ( $\delta$ -функцию в (1)) и подставляя критическое значение  $\beta$  [1]

$$\beta_{кр.} = [1 - (\Omega/\omega)^{2/3}]^{1/2}, \quad X_{кр.} = [1 - (\Omega/\omega)^{2/3}]^{3/2}, \quad (6)$$

где  $\omega = \omega_0 \left(1 - n_0 \frac{v_0}{c}\right)$ .

Тогда получим

$$z = s \frac{n(\omega')}{\sqrt{n_0^2 - 1}} \frac{\sqrt{1 - (\Omega/\omega)^{2/3}}}{(\Omega/\omega)^{1/3}} \frac{1 - n_0 \frac{v_x}{c}}{1 - n(\omega') \frac{v_x}{c} \cos \theta} \sin \theta. \quad (7)$$

Входящий сюда угол  $\theta$  определяется из закона сохранения и в рассматриваемом случае имеет вид

$$\cos \theta = \frac{n_0^2 \left(1 - \frac{v_0}{cn_0}\right) - \left[1 + s \frac{\omega_0}{\omega'} (n_0^2 - 1)\right] \left|1 - n_0 \frac{v_0}{c}\right| (\Omega/\omega)^{1/3}}{n_0 n(\omega') \left[\left(1 - \frac{v_0}{cn_0}\right) - \left|1 - n_0 \frac{v_0}{c}\right| (\Omega/\omega)^{1/3}\right]}. \quad (8)$$

С учетом этого  $z$  примет вид

$$z = \frac{n(\omega')}{\sqrt{n_0^2 - 1}} \frac{\omega' \sqrt{1 - (\Omega/\omega)^{2/3}}}{\omega_0 (\Omega/\omega)^{1/3}} \times \\ \times \left\{ 1 - \frac{\left[ n_0^2 \left(1 - \frac{v_0}{cn_0}\right) - \left(1 + s \frac{\omega_0}{\omega'} (n_0^2 - 1)\right) \left|1 - n_0 \frac{v_0}{c}\right| \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^{1/3} \right]^2}{n_0^2 n^2(\omega') \left[\left(1 - \frac{v_0}{cn_0}\right) - \left|1 - n_0 \frac{v_0}{c}\right| \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^{1/3}\right]^2} \right\}^{1/2}. \quad (9)$$

Интенсивность волны, необходимая для многофотонного поглощения частицы (а, следовательно, и излучения), есть

$$\xi \gtrsim \xi_{кр.} = \frac{\left|1 - n_0 \frac{v_0}{c}\right|}{\sqrt{|n_0^2 - 1|(1 - v_0^2/c^2)}} [1 - (\Omega/\omega)^{2/3}]^{3/2}. \quad (10)$$

Нелинейности в излучении будут наступать, когда аргумент бесселевой функции  $z \sim 1$ .

Рассмотрим конкретные случаи. Для нерелятивистских частиц, если  $n_0^2 - 1 \simeq 1$  и  $\Omega/\omega = 1 - \delta$ ,  $\delta \ll 1$ , это условие дает

$$\delta \simeq \frac{3}{4} \frac{1}{s^2 n^2(\omega')} \left\{ 1 + \sqrt{1 + 8 s^4 n^2(\omega') \left(1 - s \frac{\omega_0}{\omega'}\right)^2} \right\}. \quad (11)$$

Критическая интенсивность волны при этом есть

$$\xi_{кр.} \simeq \left(\frac{2}{3} \delta\right)^{3/2}. \quad (12)$$

Из закона сохранения (8) следует, что при выполнении условий (11) и (12) на каждой частоте  $\omega'$  излучается  $s$  гармоник под углами

$$\cos \theta \simeq \frac{3}{2} \frac{1}{n(\omega')} \frac{1}{\delta} \left(1 - s \frac{\omega_0}{\omega'}\right), \quad (13)$$

откуда получаем возможное число гармоник на рассеянной частоте  $\omega'$

$$s \lesssim \frac{\omega'}{\omega_0} \left[1 - \frac{2}{3} \delta n(\omega')\right]. \quad (14)$$

Как видно из (14), на основной частоте  $\omega_0$  излучается только первая гармоника в направлении вперед. Нулевая гармоника на этой частоте излучаться не может, так как этому соответствует черенковское условие

$1 - n_0 \frac{v_x}{c} \cos \theta = 0$ , которое не может выполняться, поскольку в присутствии магнитного поля  $v_x < c/n_0$  при любой конечной интенсивности волны. Гармоника  $s = 0$  может излучаться на частотах, для которых выполняется черенковское условие  $1 - n(\omega') \frac{v_x}{c} \cos \theta = 0$  или же

$$\cos \theta = \frac{1}{n_0 n(\omega')} \frac{n_0^2 \left(1 - \frac{v_0}{cn_0}\right) - \left|1 - n_0 \frac{v_0}{c}\right| (\Omega/\omega)^{1/3}}{\left(1 - \frac{v_0}{cn_0}\right) - \left|1 - n_0 \frac{v_0}{c}\right| (\Omega/\omega)^{1/3}}. \quad (15)$$

В рассматриваемом случае это равносильно условию  $n(\omega') \geq 3/\sqrt{2}\delta \gg 1$ , которое не выполняется для реально существующих сред. Излучение гармоник  $s > 1$  возможно здесь на частотах выше оптического диапазона.

В нерелятивистском случае, когда  $n_0 = 1 + \varepsilon$ ,  $\varepsilon \ll 1$ , возможное число гармоник будет

$$s \leq \frac{\omega'}{\omega_0} \left[ 1 + \frac{\delta}{6\varepsilon} (1 + n(\omega')) \right]. \quad (16)$$

Здесь возможны два случая. Если  $\delta \lesssim \varepsilon$ , то опять получается первый случай ( $s \leq \omega'/\omega_0$ ). Если же  $\varepsilon \ll \delta$ , то  $s \leq \frac{\delta}{6\varepsilon} \frac{\omega'}{\omega_0} \frac{1}{n(\omega')}$ . Это довольно

широкий спектр по  $s$ . Нулевая гармоника в этом случае может излучаться на частотах, для которых  $n(\omega') \geq 1 + 6\varepsilon/\delta$ .

Условие для излучения остальных гармоник ( $z \sim 1$ ) в этом случае имеет вид

$$\delta \simeq 6 \frac{\varepsilon}{n^2(\omega') - 1} \left[ s \frac{\omega_0}{\omega'} - 1 - \frac{1}{4s^2} \right] \left\{ \sqrt{1 + 4 \frac{n^2(\omega') - 1}{\left[ s \frac{\omega_0}{\omega'} - 1 - \frac{1}{4s^2} \right]^2}} - 1 \right\}, \quad (17)$$

а критическая интенсивность волны есть

$$\xi_{кр.} \simeq \frac{2}{5} \frac{\delta^{3/2}}{\varepsilon^{1/2}}. \quad (18)$$

На основной частоте  $\omega_0$   $\delta \sim \frac{10\varepsilon}{s-1}$  (для не слишком больших  $s$ ) и если

$\varepsilon \sim 10^{-4}$ , то  $s \lesssim 1/\sqrt{3\varepsilon} \sim 10^2$ . Например, для  $s = 2$   $\delta \sim 10^{-3}$  (с такой точностью нужно приближаться к резонансу для излучения второй гармоники), а  $\xi_{кр.} \sim 1$ .

Таким образом, в нерелятивистском случае для нелинейного рассеяния света необходимы очень сильные поля, которые будут ионизировать среду. Поэтому этот случай реально можно использовать только в плазме ( $n_0 < 1$ ), где справедливы все результаты при условии  $\Omega > \omega$  ( $\Omega/\omega = 1 + \delta$ ). Отметим также, что для выполнения резонанса в оптической области в этом случае

требуются гигантские магнитные поля ( $\sim 10^8$  гс), которые в настоящее время достигнуты только в импульсном режиме.

Можно достичь выполнения резонанса с оптическим излучением слабыми магнитными полями для начальных черенковских частиц. В этом случае уменьшается также критическая интенсивность волны, необходимая для многофотонного излучения частицы. С физической точки зрения интересен именно этот случай рассеяния. Найдем условия для нелинейного рассеяния света в этом случае.

Для начальных черенковских частиц, если  $1 - n_0 \frac{v_0}{c} = \mu \ll 1$ , нелинейности могут наступать при  $n_0 = 1 + \epsilon$ . В этом случае условие  $z \sim 1$  дает

$$\delta \simeq \frac{3\epsilon}{s^2 [n^2(\omega') - 1 + \mu s \omega_0 / \omega']} \quad (19)$$

Критическая интенсивность волны при этом есть

$$\xi_{кр.} \simeq \frac{\left(\frac{2}{3}\delta\right)^{3/2} \mu}{2\sqrt{\epsilon(\epsilon + \mu)}}, \quad (20)$$

а возможное число гармоник на частоте излучения  $\omega'$  определяется условием

$$s \leq \frac{\omega'}{\omega_0} [n(\omega') + 1] \frac{1}{\mu}. \quad (21)$$

Угол излучения  $s$ -ой гармоники есть

$$\cos \theta \simeq \frac{1}{n(\omega')} (1 - \mu s \omega_0 / \omega'). \quad (22)$$

Оценим излучение на основной частоте. При  $\epsilon \sim \mu \sim 10^{-3}$  для гармоники  $s \sim 5$  на основной частоте  $\omega_0$   $\delta \simeq 3/s^3 \sim 2 \cdot 10^{-2}$ . При этом  $\xi_{кр.} \simeq \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3}\delta\right)^{3/2} \sim 2 \cdot 10^{-4}$ , а число гармоник  $s \lesssim 2 \cdot 10^3$ . Максимальная

интенсивность излучается на второй гармонике ( $z = s$ ). Первая гармоника излучается под углом  $\theta_1 = 0^\circ$ , вторая —  $\theta_2 \simeq 6^\circ$ , третья —  $\theta_3 \simeq 4^\circ$ . Как видно, здесь улучшаются условия для различия отдельных гармоник по сравнению с комптоновским рассеянием [2], где углы соответствующих гармоник мало отличаются друг от друга и направлены по узкому конусу вблизи  $\theta = 0^\circ$ .

Нулевая гармоника в этом случае может излучаться на частотах, для которых  $n(\omega') \geq (6\epsilon + \mu\delta)/(1 - 6\epsilon\mu)$ . Это условие выполняется почти во всей области оптических частот ( $n(\omega') > 1$ ).

Если вначале частица догоняет волну ( $v_0 > c/n_0$ ), то эффект имеет место при обратной поляризации волны ( $\omega_0 \rightarrow -\omega_0$ ) и все результаты остаются в силе, если  $\mu \rightarrow -\mu$ . В этом случае имеется черенковское

излучение и на основной частоте  $\omega_0$ . При  $\vec{B} = 0$  излучение полностью переходит в комптоновское, а при  $\xi = 0$  получается формула Тамма—Франка [2].

До сих пор мы исследовали нелинейное рассеяние света вблизи резонанса при условии  $\Omega < \omega$  (в среде с  $n_0 > 1$ ). Рассмотрим теперь случай нелинейного рассеяния слабой волны ( $\xi \ll 1$ ), частота которой в лабораторной системе точно равна циклотронной частоте частицы ( $\omega = \Omega$ ).

В этом случае поперечный импульс частицы дается формулой [2]

$$\beta \simeq \alpha^{2/3} (2\xi)^{1/3}, \quad (23)$$

с учетом которой  $z$  имеет вид

$$z = s \frac{n(\omega')}{\sqrt{n_0^2 - 1}} \alpha^{2/3} (2\xi)^{1/3} \left[ 1 + \frac{1}{2^{1/3}} \alpha^{4/3} \xi^{2/3} \right] \frac{1 - n_0 \frac{v_x}{c}}{1 - n(\omega') \frac{v_x}{c} \cos \theta} \sin \theta. \quad (24)$$

В нерелятивистском случае, когда  $n_0^2 - 1 \simeq 1$ , нелинейности в рассеянии возникнут при интенсивности

$$\xi \simeq \frac{1}{4 \sqrt{2} s^3 n^3(\omega')} \left\{ 1 + \sqrt{1 + 8 s^4 n^2(\omega') \left(1 - s \frac{\omega_0}{\omega'}\right)^2} \right\}^{3/2}. \quad (25)$$

Угол излучения соответствующих гармоник при этом есть

$$\cos \theta \simeq \frac{1}{2^{1/6} n(\omega')} \frac{1 - s \frac{\omega_0}{\omega'}}{\xi^{2/3}}, \quad (26)$$

откуда получаем возможное число гармоник на частоте излучения

$$s \leq \frac{\omega'}{\omega_0} (1 + 2^{1/6} n(\omega') \xi^{2/3}). \quad (27)$$

Как и при рассеянии вблизи резонанса, в этом случае гармоники  $s > 1$  могут излучаться только на частотах много больше оптических.

Более мягкие условия в нерелятивистском случае получаются для  $n_0 = 1 + \varepsilon$ . В этом случае нелинейное рассеяние происходит уже при интенсивности волны

$$\xi \simeq \frac{\sqrt{\varepsilon}}{2^{3/2} s^3 n^3(\omega')} \left\{ 1 + \sqrt{1 + 2^{10/3} s^4 n^2(\omega') \varepsilon^{8/3} \left(1 - s \frac{\omega_0}{\omega'}\right)^2} \right\}^{3/2}, \quad (28)$$

$s$ -ая гармоника излучается под углом

$$\cos \theta \simeq \frac{2^{7/3} \varepsilon^{5/3}}{n(\omega')} \frac{1 - s \frac{\omega_0}{\omega'}}{\xi^{2/3}}, \quad (29)$$

а возможное число гармоник определяется соотношением

$$s \leq \frac{\omega'}{\omega_0} \left\{ 1 + \frac{n(\omega') \xi^{2/3}}{2^{1/3} \varepsilon^{5/3}} \right\}. \quad (30)$$

Если  $\beta^2 \ll \epsilon$ , то  $s \simeq \omega'/\omega_0$  и получается первый случай. Если же  $\beta^2 \gg \epsilon$ , то  $s \gg 1$  (для этого нужно, чтобы  $\xi \gg \epsilon^{5/3}$ ). Например, при  $\epsilon \sim 10^{-4}$  на основной частоте  $\omega_0$  будут излучаться гармоники  $s \lesssim 10$  при  $\xi \sim 3 \cdot 10^{-6}$ . Нулевая гармоника на этой частоте излучаться не может (так как  $v_0 < c/n_0$ ; она может излучаться на частотах, для которых  $n(\omega') \geq \frac{2^{7/3} \epsilon^{5/3}}{\xi^{2/3}} \left(1 - s \frac{\omega_0}{\omega'}\right)$ ), первая гармоника излучается под углом  $\theta_1 = 90^\circ$ , вторая — под углом  $\theta_2 \simeq 89,5^\circ$ , третья — под углом  $\theta_3 \simeq 89^\circ$  и т. д. Однако, как и в рассмотренном выше случае, для выполнения условия  $\omega = \Omega$  необходимо очень сильное магнитное поле.

Рассмотрим теперь релятивистский случай. Для начальных черенковских частиц, если  $\mu = 1 - n_0 \frac{v_0}{c} \ll 1$  и  $n_0 = 1 + \epsilon$ , условие для нелинейного рассеяния имеет вид

$$s \frac{n(\omega')}{\sqrt{2\epsilon}} \frac{\alpha^{2/3} (2\xi)^{1/3}}{1 - \frac{1}{2^{1/3}} \alpha^{4/3} \xi^{2/3}} \left\{ 1 - \frac{4\epsilon^2 (1 - \mu s \omega_0/\omega')^2}{\left[2\epsilon + \frac{1}{2^{1/3}} \mu \alpha^{4/3} \xi^{2/3}\right]^2} \right\}^{1/2} \sim 1. \quad (31)$$

Здесь возможны два случая.

1. Если  $\xi \ll 2^4 \left(\frac{\epsilon}{\mu}\right)^{5/2}$ ,  $\epsilon \ll \mu$ , то это условие выполняется при значении

$$\xi \simeq \frac{(2\epsilon)^{5/2}}{s^3 n^3(\omega')} \frac{1}{\mu} \frac{1}{[1 - (1 - \mu s \omega_0/\omega')^2]^{3/2}}. \quad (32)$$

Углы излучения гармоник в этом случае будут

$$\cos \theta \simeq \frac{1}{n(\omega')} (1 - \mu s \omega_0/\omega'), \quad (33)$$

а возможное их число есть

$$s \leq \frac{\omega'}{\omega_0} \frac{1}{\mu} (1 + n(\omega')). \quad (34)$$

Если, например,  $\mu \sim 10^{-3}$ ,  $\epsilon \sim 10^{-5}$ , то для излучения гармоники  $s \sim 5$  на основной частоте необходимо  $\xi \sim 10^{-7}$ . Первая гармоника излучается под углом  $\theta_1 \simeq 2,5^\circ$ , вторая —  $\theta_2 \simeq 3,5^\circ$ , третья —  $\theta_3 \simeq 5^\circ$  и т. д. Нулевая гармоника соответствует черенковскому излучению, которое отлично от нуля на таких частотах, для которых

$$n(\omega') \geq 2^{8/3} \epsilon^{5/3} / (2^{8/3} \epsilon^{5/3} + \mu^{5/3} \xi^{2/3}) \sim 1.$$

2. Если  $\epsilon \gg \mu$  (скорость частицы определяется средой), то из (31) следует условие для нелинейного рассеяния

$$\xi \simeq \left(\frac{\omega'}{\omega_0}\right)^{3/2} \frac{2^{5/2}}{s^{9/2} n^3(\omega')} \frac{1}{(2 - \mu s \omega_0/\omega')^{3/2}} \left(\frac{\epsilon}{\mu}\right)^{7/2}. \quad (35)$$

Как нетрудно видеть, этот случай не очень выгоден, требуются большие поля. Если, например,  $\epsilon \sim 10 \mu$ , то для излучения гармоники  $s \sim 5$  на основной частоте  $\omega_0$  необходимо  $\xi \sim 5$ .

Если вначале частица догоняет волну, то все сказанное остается в силе, если  $\mu \rightarrow -\mu$  (в этом случае эффект имеет место при обратной поляризации волны:  $\omega_0 \rightarrow -\omega_0$  или же  $\vec{B}_0 \rightarrow -\vec{B}_0$ ). В этом случае имеется черенковское излучение и на основной частоте волны.

Отметим также, что здесь мы рассматривали только случай  $n_0 > 1$ . Все результаты имеют место и в плазме ( $n_0 < 1$ ) при обратном направлении электрического поля волны. Практически удобен именно этот случай, поскольку здесь исчезает вопрос ионизации среды при больших интенсивностях волны.

Выражаю благодарность В. М. Арутюняну за обсуждение результатов и постоянный интерес к работе.

Ереванский государственный  
университет

Поступила 20.II.1974

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. М. Арутюнян, Г. К. Аветисян. Препринт ЕГУ, 72-04; Изв. АН АрмССР, Физика, 9, 110 (1974).
2. Г. К. Аветисян, С. Г. Оганесян. Препринт ЕГУ, 72-02; Изв. АН АрмССР, Физика, 8, 12 (1973).
3. В. М. Арутюнян, Г. К. Аветисян. ДАН АрмССР, 52, 5, 4 (1971); Квантовая электроника, 7, 1042 (1972); Препринт ИФИ, 71-01, 71-03.

ԿՈՄՊՏՈՆ-ԷՖԵԿՏԸ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ, ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՄԲ

#### Հ. Կ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ

Ուսումնասիրվում է լիցքավորված մասնիկի ճառագայթումը միջավայրում մոնոքրոմատիկ ալիքի դաշտում, հաստատուն երկայնական մագնիսական դաշտի առկայությամբ: Ռեալ բազմաֆոտոն կլանման շնորհիվ ցիկլոտրոնային ռեզոնանսի մոտ տեղի է ունենում նույնիսկ թույլ ալիքի ոչ-զծային ցրում ինչպես մեկից մեծ բեկման ցուցիչ ունեցող միջավայրերում, այնպես էլ մեկից փոքր: Գտնված են հիմնական հաճախության բարձր հարմոնիկների ճառագայթման համար անհրաժեշտ պայմանները (ամեն մի հաճախության վրա ճառագայթվում են մեծ թվով հարմոնիկներ տարբեր անկյունների տակ):

### COMPTON-EFFECT IN MEDIUM IN THE PRESENCE OF MAGNETIC FIELD

H. K. AVETISSYAN

The radiation from charged particles in the field of monochromatic wave in a medium is considered in the presence of longitudinal magnetic field. The non-linear scattering of waves is shown to take place in the media with both refractive index  $n_0 > 1$  and  $n_0 < 1$  due to the multiphoton absorption of the particle near the resonance. The conditions are found for the radiation of high-order harmonics of the basic wave frequency (at each frequency there are many harmonics radiated at different angles).

# ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ ПРИ ПЕРЕСЕЧЕНИИ СФЕРИЧЕСКОЙ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА СРЕД

М. Р. МАГОМЕДОВ

Рассмотрено переходное излучение, образуемое при пролете ультррелятивистской заряженной частицы через сферический диэлектрик. Точная формула для интенсивности излучения проанализирована в длинноволновом и коротковолновом приближениях для диэлектриков малых и больших оптических плотностей. Полученные формулы допускают простую физическую интерпретацию.

В работе рассматривается переходное излучение заряженной частицы при ее пролете через диэлектрическую сферу произвольной оптической плотности. Рентгеновское переходное излучение на сфере малой оптической плотности было рассмотрено в работе [1], где задача решалась методом теории возмущений.

В настоящей работе выводится точная формула для интенсивности переходного излучения при пролете заряженной частицы через центр сферического диэлектрика и проводится анализ этого выражения в длинноволновом и коротковолновом приближениях.

## 1. Общая формула для интенсивности переходного излучения, образованного на диэлектрической сфере

Пусть равномерно движущаяся заряженная частица проходит через центр сферы с радиусом  $a$  и диэлектрической проницаемостью  $\epsilon(\omega)$  в момент времени  $t=0$ . Фурье-компонента плотности тока в сферической системе координат при этом равна

$$\vec{j}(r, \omega) = \vec{e}_r \frac{e^2}{(2\pi)^2 r^2} \left[ e^{i \frac{\omega}{v} r} \delta(\cos \vartheta - 1) - e^{-i \frac{\omega}{v} r} \delta(\cos \vartheta + 1) \right],$$

где  $\vec{e}_r$  — единичный вектор в направлении  $\vec{r}$ ,  $v$  — скорость частицы,  $e$  — ее заряд.

Подставляя это выражение в общие формулы для полей излучения при наличии сферической границы раздела между диэлектриками и произвольном движении зарядов [2], легко можно получить формулу для интенсивности излучения

$$\frac{dE}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2 c} \left| \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1) \frac{dP_l(\cos \vartheta)}{d\vartheta} (I_1 + \alpha_E I_2 + \tilde{\beta}_E I_3) \right|^2, \quad (1)$$

где  $P_l(\cos \vartheta)$  — полиномы Лежандра,  $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$ ,

$$I_1 = \int_a^{\infty} \frac{j_l\left(\frac{\omega}{c} r\right)}{r} \sin\left(\frac{\omega}{v} r - \frac{\pi}{2} l\right) dr, \quad I_2 = \int_a^{\infty} \frac{h_l\left(\frac{\omega}{c} r\right)}{r} \sin\left(\frac{\omega}{v} r - \frac{\pi}{2} l\right) dr,$$

$$I_3 = \int_0^a \frac{j_l \left( \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon} r \right)}{r} \sin \left( \frac{\omega}{v} r - \frac{\pi}{2} l \right) dr. \quad (2)$$

Здесь  $j_l(x)$  и  $h_l(x)$  — сферические функции Бесселя и Ганкеля:

$$j_l(x) = \left( \frac{\pi}{2x} \right)^{1/2} J_{l+1/2}(x), \quad h_l(x) \equiv h_l^{(1)}(x) = \left( \frac{\pi}{2x} \right)^{1/2} H_{l+1/2}(x).$$

В (1)  $\alpha_E$  является коэффициентом отражения от поверхности сферы, а  $\tilde{\beta}_E$  — коэффициентом прохождения. Они даются формулами [2]

$$\alpha_E = \frac{j_l(x) [x j_l(\bar{x})]' - \varepsilon j_l(\bar{x}) [x j_l(x)]'}{\varepsilon j_l(\bar{x}) [x h_l(x)]' - h_l(x) [x j_l(\bar{x})]'}, \quad (3)$$

$$\tilde{\beta}_E = \frac{i}{x} \frac{1}{\varepsilon j_l(\bar{x}) [x h_l(x)]' - h_l(x) [x j_l(\bar{x})]'}, \quad (4)$$

$$x = \frac{\omega}{c} a, \quad \bar{x} = \sqrt{\varepsilon} \frac{\omega}{c} a, \quad [x f(x)]' = \frac{d}{dx} [x f(x)].$$

Как видно из формулы (1), интенсивность переходного излучения, образованного на диэлектрической сфере, определяется тремя независимыми параметрами:  $x$ ,  $\varepsilon$ ,  $\beta = v/c$ . Без каких-либо ограничений, накладываемых на эти величины, выражение (1) невозможно упростить. Если параметр  $x$  велик или мал, или если  $\varepsilon$  и  $\beta$  близки к единице, то формула (1) значительно упрощается. Ниже будут рассмотрены эти предельные случаи.

## 2. Образование переходного излучения на сфере малого радиуса и не слишком большой оптической плотности

Если радиус сферы мал по сравнению с длиной излучаемой волны, то  $x \ll 1$  и в формулах (2)–(4) вместо функций  $j_l(x)$  и  $h_l(x)$  можно использовать первые члены их разложения вблизи точки  $x = 0$ :

$$j_l(x) \approx \frac{x^l}{(2l+1)!!}, \quad h_l(x) \approx -i \frac{(2l-1)!!}{x^{l+1}}, \quad (5)$$

где  $(2l+1)!! = (2l+1)(2l-1) \cdots 5 \cdot 3 \cdot 1$ . Чтобы для функций  $j_l(x)$  и  $h_l(x)$  можно было брать первые члены их разложения вблизи нуля, необходимо допустить, что  $\varepsilon$  не слишком велико, т. е.  $\bar{x} = \sqrt{\varepsilon} x \ll 1$ .

Подставляя разложения типа (5) в (3) и (4), имеем

$$\alpha_E \approx \frac{(l+1)x^{2l+1}}{i(2l+1)!!(2l-1)!!} \frac{1-\varepsilon}{l\varepsilon+l+1},$$

$$\tilde{\beta}_E \approx \frac{2l+1}{l\varepsilon+l+1} \left( \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \right)^l. \quad (6)$$

Интегралы  $I_2$  и  $I_3$  вычисляются непосредственной подстановкой в них разложений (5). Разложение  $j_l(x)$  вблизи нуля невозможно, разумеется, подставить в интеграл  $I_1$ , поскольку интегрирование идет в пределах от  $a$  до  $\infty$ . Можно, однако, показать, что этот интеграл, взятый

в пределах от 0 до  $\infty$ , обращается в нуль, если значения параметра  $\beta$  меньше единицы. Физически это означает, что равномерно и прямолинейно движущаяся в вакууме заряженная частица не излучает. Поэтому

$$I_1 = \int_a^{\infty} \frac{j_l\left(\frac{\omega}{c}r\right)}{r} \sin\left(\frac{\omega}{v}r - \frac{\pi}{2}l\right) dr = - \int_0^a \frac{j_l\left(\frac{\omega}{c}r\right)}{r} \sin\left(\frac{\omega}{v}r - \frac{\pi}{2}l\right) dr.$$

При  $l=2$  и  $1 - \beta^2 \ll 1$  получаем (первый член ряда (1) обращается в нуль)

$$I_1 = \frac{x^3}{45}, \quad I_2 = i \frac{3}{2} \frac{1}{x^2}, \quad I_3 = -\varepsilon \frac{x^3}{45},$$

$$\alpha_E = \frac{x^5}{15i} \frac{1 - \varepsilon}{2\varepsilon + 3}, \quad \tilde{\beta}_E = \frac{5}{\varepsilon} \frac{1}{2\varepsilon + 3}.$$

Подставляя эти выражения в формулу (1), имеем

$$\frac{dE}{d\omega d\Omega} = \left(\frac{5}{6}\right)^2 \frac{e^2}{\pi^2 c} x^6 \left| \frac{1 - \varepsilon}{2\varepsilon + 3} \right|^2 \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta \quad (7)$$

при условии, что  $x \ll 1$ ,  $\beta \approx 1$ ,  $x\sqrt{\varepsilon} \ll 1$ .

Интегрируя (7) по углам  $\vartheta$  и  $\varphi$ , для спектрального распределения излученной энергии получаем выражение

$$\frac{dE}{d\omega} = \frac{10}{27} \frac{e^2}{\pi c} x^6 \left| \frac{1 - \varepsilon}{2\varepsilon + 3} \right|^2. \quad (8)$$

В случае, когда диэлектрическая проницаемость сферы определяется простым выражением

$$\varepsilon = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \quad \omega_0^2 = \frac{4\pi N_0 e^2}{m},$$

формулу (8) можно переписать в виде

$$\frac{1}{\hbar\omega} \frac{dE}{d\omega} = \frac{2\alpha}{15\pi c^2} N^2 r_0^2 \omega, \quad (9)$$

где  $N = \frac{4\pi}{3} a^3 N_0$  — число электронов в сфере,  $r_0 = \frac{e^2}{mc^2}$  — классический радиус электрона,  $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$  — постоянная тонкой структуры.

### 3. Излучение, образованное на сфере малого радиуса и большой оптической плотности

Рассмотрим теперь переходное излучение, образованное на сфере малого радиуса  $x \ll 1$  и большой оптической плотности  $|\varepsilon| \rightarrow \infty$ . При этом

$$\alpha_E = - \frac{[xj_l(x)]'}{[xh_l(x)]'}, \quad \tilde{\beta}_E = 0.$$

При  $l = 2$  и  $1 - \beta^2 \ll 1$  имеем

$$I_1 = \frac{x^3}{45}, \quad I_2 = i \frac{3}{2} \frac{1}{x^2}, \quad \alpha_E = i \frac{x^5}{30}.$$

После подстановки этих выражений в (1) получим

$$\frac{dE}{d\omega d\Omega} = \frac{1}{4} \left( \frac{5}{6} \right)^2 \frac{e^2}{\pi^2 c} x^6 \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta, \quad (10)$$

или, интегрируя по углам,

$$\frac{dE}{d\omega} = \frac{5}{54} \frac{e^2}{\pi c} x^6. \quad (11)$$

Следует отметить, что формулы (10) и (11) отличаются от результатов предыдущего пункта (7) и (8) только тем, что сделан предельный переход  $\rightarrow \infty$ . Необходимо, однако, подчеркнуть, что предела при  $\varepsilon \rightarrow \infty$  не существует, если  $\varepsilon$  — вещественная величина (см., напр., [3]). Это связано с тем, что при фиксированном  $x$  знаменатели в (3) и (4) при увеличении  $\varepsilon$  могут проходить через нуль. Этого не происходит, если величина  $\varepsilon$  комплексна и стремится к бесконечности благодаря большой проводимости сферы. При наличии проводимости  $\varepsilon \rightarrow \varepsilon + \frac{4\pi}{\omega} i\sigma$ . Устремляя здесь  $\sigma$  к бесконечности, имеем  $\varepsilon \rightarrow i\infty$ . Именно в этом смысле и понимается указанный выше предельный переход.

#### 4. Переходное излучение на сфере большого радиуса и малой оптической плотности

Если радиус сферы велик по сравнению с длиной излучаемой волны, то мы находимся в области, близкой к геометрической оптике. В приближении геометрической оптики (что соответствует квазиклассическому приближению в квантовой механике) функция  $h_l(x)$  имеет вид [3]

$$x h_l(x) \approx \frac{1}{\sqrt{\cos \gamma}} e^{i \left( \Gamma x - \frac{\pi}{4} \right)}, \quad (12)$$

где

$$\sin \gamma = \frac{l + 1/2}{x}, \quad \Gamma = \cos \gamma + \left( \gamma - \frac{\pi}{2} \right) \sin \gamma, \quad x \gg 1.$$

Функция  $x j_l(x)$  равна реальной части этого выражения. Подставляя разложения типа (12) в (3) и (4), имеем

$$2 \alpha_E + 1 = e^{2i(\bar{\Gamma}x - \Gamma x)} \frac{1 + ir e^{-2i\bar{\Gamma}x}}{1 - ir e^{2i\bar{\Gamma}x}}, \quad (13)$$

$$\bar{\beta}_E = p e^{i(\bar{\Gamma}x - \Gamma x)} \frac{1}{1 - ir e^{2i\bar{\Gamma}x}},$$

где  $r$  — коэффициент отражения Френеля,  $p$  — коэффициент прохождения:

$$r = \frac{\sqrt{\varepsilon} \cos \gamma - \cos \gamma'}{\sqrt{\varepsilon} \cos \gamma + \cos \gamma'}, \quad p = \frac{2 \sqrt{\cos \gamma \cos \gamma'}}{\sqrt{\varepsilon} \cos \gamma + \cos \gamma'}, \quad (14)$$

$$\sin \gamma' = \frac{l + 1/2}{x}, \quad \bar{\Gamma} = \cos \gamma' + \left( \gamma' - \frac{\pi}{2} \right) \sin \gamma'.$$

Если оптическая плотность сферы мала, т. е.  $|\varepsilon - 1| \ll 1$ , то можно положить  $r = 0$ ,  $p = 1$ . При этом имеем

$$2 \alpha_E = e^{2i\delta} - 1, \quad \bar{\beta}_E = e^{i\delta}, \quad (15)$$

где  $\delta = \bar{\Gamma} \bar{x} - \Gamma x$  является фазой рассеяния луча, падающего под углом  $\gamma$  по отношению к нормали к поверхности сферы. При  $x \gg 1$  основной вклад в сумму (1) вносят достаточно большие  $l$ . Поэтому суммирование по  $l$  можно заменить интегрированием. Предположим также, что  $1 - \beta^2 \ll 1$  и угол излучения мал ( $\vartheta \ll 1$ ). Заменяя полиномы Лежандра функцией Бесселя нулевого порядка

$$P_l(\cos \vartheta) \approx J_0((l + 1/2) \vartheta)$$

и используя (12), имеем

$$\sum (2l + 1) \frac{dP_l}{d\vartheta} \alpha_E I_2 = \frac{x}{2} \left( e^{2ix(\sqrt{\varepsilon}-1)} - 1 \right) \frac{\partial}{\partial \vartheta} \int_1^\infty dy \frac{e^{-i\rho y}}{y^2} A(y), \quad (16)$$

где

$$\rho = \frac{\omega}{2v} a(1 - \beta^2), \quad (17)$$

$$A(y) = \int_0^1 e^{i \frac{x}{2y} z^2} J_0(x\vartheta z) z dz.$$

Этот интеграл выражается через функции Ломмеля двух переменных. Можно показать, что он равен (см., напр., [4])

$$A(y) = i \frac{y}{x} e^{-i \frac{x\vartheta^2}{2} y} - \frac{y}{x} e^{i \frac{x}{2y}} \left( V_1 \left( \frac{x}{y}, x\vartheta \right) + i V_0 \left( \frac{x}{y}, x\vartheta \right) \right), \quad (18)$$

где  $V_n(u, z)$  есть функция Ломмеля

$$V_n(u, z) = \sum_{l=0}^{\infty} (-1)^l \left( \frac{z}{u} \right)^{n+2l} J_{n+2l}(z).$$

Чтобы иметь для интенсивности излучения замкнутое выражение, мы предположим, что выполняется условие

$$x \sqrt{1 - \beta^2} \gg 1. \quad (19)$$

При выполнении этого условия в (18) можно пренебречь членами, содержащими функции Ломмеля. Остающийся интеграл легко вычисляется

после дифференцирования по  $\theta$ . В результате получим, что выражение (16) равно

$$-i \frac{x}{2} (1 - \beta^2 + \theta^2) - i \theta \frac{e}{1 - \beta^2 + \theta^2} \left( e^{2ix(\sqrt{\epsilon}-1)} - 1 \right).$$

Другие члены в (1) вычисляются аналогичным образом. Окончательно имеем следующий результат для интенсивности излучения:

$$\frac{dE}{d\omega d\Omega} = \frac{4e^2}{\pi^2 c} \theta^2 \left| \frac{1}{1 - \beta^2 + \theta^2} - \frac{1}{1 - \beta^2 + \theta^2 + \omega_0^2/\omega^2} \right|^2 \sin^2 \frac{\omega a}{2v} \left( 1 - \beta^2 + \theta^2 + \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right). \quad (20)$$

При получении этого выражения мы положили  $\epsilon = 1 - \omega_0^2/\omega^2$ . Формула (20) совпадает с формулой для интенсивности переходного излучения, образованного в пластине вещества с толщиной, равной диаметру сферы [5]. Это и не удивительно, поскольку условие (19) означает, что поперечный размер поля частицы намного меньше радиуса сферы. Поэтому сфера «воспринимается» частицей как пластина.

Автор выражает благодарность Г. М. Гарибяну и С. С. Элбакяну за обсуждение полученных результатов.

Ереванский физический  
институт

Поступила 1.XI.1974

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Г. Г. Бахсян, Г. М. Гарибян, Ян Ши. *Астрофизика*, 9, 371 (1973).
2. М. Р. Магомедов. *Изв. АН АрмССР, Физика*, 4, 271 (1969).
3. Р. Ньютон. *Теория рассеяния волн и частиц*, Изд. Мир, М., 1969, гл. 2.
4. М. Борн, Э. Вольф. *Основы оптики*, Изд. Наука, 1970.
5. Г. М. Гарибян. *ДАН АрмССР*, 33, 105 (1961); *Изв. АН СССР, сер. физ.*, 36, 754 (1962).

#### ԼԻՅՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ՄԻՋԱՎԱՅՐԵՐԻ ԲԱԺԱՆՄԱՆ ՍՖԵՐԻԿ ՍԱՀՄԱՆԸ ԱՆՅՆԵԼԻՍ

Մ. Ռ. ՄԱԳՈՄԵԴՈՎ

\*Իրտարկված է սֆերիկ դիէլեկտրիկի միջով անցնող ուլտրառելյատիվիստիկ լիցքավորված մասնիկի անցումային ճառագայթումը: Ճառագայթման ինտենսիվության համար ստացված էշգրիտ բանաձևը հետազոտված է երկարալիքային և կարճալիքային մոտավորություններում փոքր և մեծ օպտիկական խտություն ունեցող դիէլեկտրիկի համար: Ստացված բանաձևերը ունեն պարզ ֆիզիկական բացատրություն:

#### RADIATION FROM CHARGED PARTICLE CROSSING A SPHERICAL INTERFACE

M. R. MAGOMEDOV

The transition radiation generated by an ultrarelativistic charged particle at its flight through spherical dielectric is considered. The exact formula for the intensity of the radiation is obtained. The cases of dielectric spheres with small and large optical densities are investigated.

# ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ГИРОТРОПНЫХ И АНИЗОТРОПНЫХ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

О. С. МЕРГЕЛЯН, А. Р. МКРТЧЯН

Получены приближенные дисперсионные соотношения для электромагнитных волн, распространяющихся в гиротропной и анизотропной периодически-неоднородной среде. Для волн, проходящих через тонкую анизотропную пластинку, получены выражения для амплитуд и углового распределения максимумов рассеянного излучения. Результат обобщен на случай ограниченного в пространстве анизотропного тела.

Законы распространения электромагнитных волн в безграничных гиротропных и анизотропных средах довольно хорошо изучены (см., напр., [1—2]). В настоящей работе в приближении теории возмущений исследовано влияние пространственных неоднородностей на характер распространения электромагнитных волн в анизотропных и гиротропных средах, а также решена задача рассеяния плоской электромагнитной волны на ограниченном анизотропном диэлектрике переменной плотности.

## 1. Волны в безграничных средах

Пусть диэлектрическая проницаемость среды определяется тензором  $\varepsilon_{ik}(z) = \varepsilon_{ik}(z+l)$ , а сам тензор имеет вид

$$\varepsilon_{ik}(z) = \begin{pmatrix} \varepsilon & -ig & 0 \\ ig & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Представим его в виде ряда Фурье

$$\varepsilon_{ik}(z) = \sum_n \varepsilon_{ik,n} e^{i \frac{2\pi n}{l} z}, \quad \varepsilon_{ik,n} = \begin{pmatrix} \varepsilon_n & -ig_n & 0 \\ ig_n & \varepsilon_n & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{3n} \end{pmatrix} \quad (2)$$

и обозначим переменную часть  $\varepsilon_{ik}(z)$  через  $\varepsilon'_{ik}(z)$

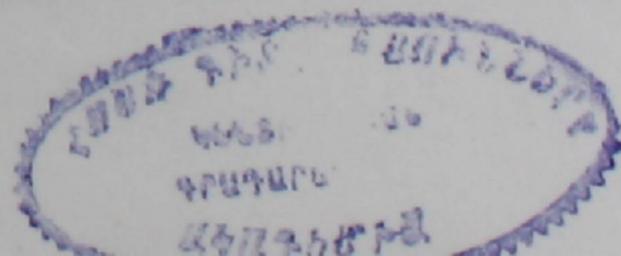
$$\varepsilon'_{ik}(z) = \sum_{n \neq 0} \varepsilon_{ik,n} e^{i \frac{2\pi n}{l} z}. \quad (3)$$

Считая  $|\varepsilon'_{ik}| \ll |\varepsilon_{ik,0}|$ , представим поле  $\vec{E}$  и индукцию  $\vec{D}$  в виде

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}', \quad \vec{D} = \vec{D}_0 + \vec{D}', \quad (4)$$

$$D'_i \simeq \varepsilon_{ik,0} E'_k + \varepsilon'_{ik} E_{k,0},$$

где  $\vec{E}_0$  — поле волны, имеющей место при  $\varepsilon'_{ik} = 0$ , а  $\vec{E}'$  — поправка, вызванная наличием неоднородности.



Записав  $\vec{E}_0(r, t)$  в виде

$$\vec{E}_0(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{k}, \omega) \exp[i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)], \quad (5)$$

для определения  $\vec{E}$  имеем уравнение

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}(\vec{\nabla}\vec{E}) - \left(\nabla^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0\right)\vec{E} - i\frac{\omega^2}{c^2}\left[\vec{g}_0\vec{E}'\right] - \frac{\omega^2}{c^2}(\varepsilon_{30} - \varepsilon_0)E_z\hat{e}_z = \\ = \frac{\omega^2}{c^2} \sum_{n \neq 0} \left\{ \varepsilon_{3n}\vec{E}_0 + \hat{e}_z(\varepsilon_{3n} - \varepsilon_n)E_{0z} + i\left[\vec{g}_n\vec{E}_0\right] \right\} e^{i(\vec{k}_n\vec{z} - \omega t)}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\vec{k}_n = \vec{k} + \hat{e}_z \frac{2\pi n}{l}.$$

Решением уравнения (6) является сумма

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t), \quad (7)$$

$$\vec{E}_{1,2}(\vec{r}, t) = \sum_{n \neq 0} \vec{A}_{1,2n} \exp[i(\vec{k}_{1,2n}\vec{r} - \omega t)].$$

Поле  $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$  является вынужденным решением уравнения (6) и представляет собой рассеянное на неоднородностях поле основной гармоники  $\vec{E}_0(\vec{r}, t)$ . Его волновой вектор определяется как  $\vec{k}_{1n} = \vec{k} + \hat{e}_z \frac{2\pi n}{l}$ ,

причем  $\vec{k}$  удовлетворяет обычному дисперсионному уравнению для гиротропной анизотропной среды

$$\begin{aligned} \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0\right) \left[ \frac{\varepsilon_{30}}{\varepsilon_0} \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0\right) + \chi^2 \left(1 - \frac{\varepsilon_{30}}{\varepsilon_0}\right) \right] + \\ + \frac{g_0^2}{\varepsilon_0^2} \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 \left(\chi^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{30}\right) = 0, \quad \vec{k} = \vec{k}(\chi, k_z). \end{aligned} \quad (8)$$

Амплитуды  $\vec{A}_{1n}$  определяются правой частью уравнения (6). Поле  $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$  является свободным решением уравнения (6), и амплитуды его гармоник  $\vec{A}_{2n}$  определяются граничными и начальными условиями.

Из условия существования этого решения для  $\vec{k}_{2n}$  получается дисперсионное уравнение

$$\left(k_{2n}^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0\right) \left(\chi_{2n}^2 + \frac{\varepsilon_{30}}{\varepsilon_0} k_{2z,n}^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{30}\right) + \frac{g_0^2}{\varepsilon_0^2} \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 \left(\chi_{2n}^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_{30}\right) = 0. \quad (9)$$

Рассмотрим его для двух крайних случаев, когда  $\varepsilon_{30} \approx \varepsilon_0$  (существует только гиротропия) и  $g_0 \approx 0$  (существует только анизотропия).

В первом случае имеем (при  $g_0/\varepsilon_0 \ll 1$ )

$$k_{2n}^2 \approx \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0 \pm \frac{g_0}{\varepsilon_0} \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0} k_{2z,n}, \quad (10)$$

где знаки  $\pm$  соответствуют волнам правой и левой поляризации.

Во втором случае получаются дисперсионные уравнения для высших гармоник обыкновенных и необыкновенных волн в анизотропных периодически-неоднородных средах

$$\begin{aligned} & \left( k_{2n}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0 \right) = 0, \\ & \left( k_{2n}^2 + \frac{\varepsilon_{30}}{\varepsilon_0} k_{2z,n}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{30} \right) = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

## 2. Рассеяние электромагнитных волн на ограниченном неоднородном диэлектрическом теле при наличии гиротропии и анизотропии

Пусть плоская электромагнитная волна падает на грань  $z = -d$  плоскопараллельной пластинки  $(-d, d)$  из анизотропного гиротропного диэлектрика, имеющего кристаллическую структуру. Диэлектрическая проницаемость диэлектрика имеет вид

$$\varepsilon_{ik}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} = \varepsilon_{ik}(x + l_1, y + l_2, z + l_3). \quad (12)$$

Записав поле падающей волны как

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_\omega \exp[i(\vec{k} \vec{r} - \omega t)], \quad (13)$$

разложим  $\varepsilon_{ik}(x, y, z)$  в ряд по векторам обратной решетки  $\vec{\tau}$

$$\varepsilon_{ik}(x, y, z) = \varepsilon_{ik,0} + \sum_{\vec{\tau} \neq 0} a_{ik,\tau} e^{i\vec{\tau} \vec{r}}, \quad (14)$$

$$\vec{\tau} = 2\pi \left( \frac{n}{l_1} \hat{e}_x + \frac{m}{l_2} \hat{e}_y + \frac{p}{l_3} \hat{e}_z \right) = \vec{b} + \tau_z \hat{e}_z.$$

Обозначив рассеянное поле через  $\vec{E}'$ , для его определения имеем уравнение

$$\begin{aligned} & \left[ \nabla(\nabla \vec{E}') - \left( \nabla^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \right) \vec{E}' \right]_i = \\ & = \frac{\omega^2}{c^2} \sum_{\vec{\tau}} \int (\sigma_{\tau})_{ik} E_k e^{i[\vec{x}_b \vec{\tau} + (k_z + \alpha)z - \omega t]} d\alpha, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_{ik,0} &= \frac{\varepsilon_{ik,0} - \delta_{ik}}{\pi} \frac{\sin(\alpha d)}{\alpha}, \\ \sigma_{ik,\tau} &= \frac{a_{ik,\tau}}{\pi} \frac{\sin[(\alpha - \tau_z) d]}{\alpha - \tau_z}, \quad \tau \neq 0, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\vec{x}_b = \vec{x} + \vec{b},$$

$\delta_{ik}$  — символ Кронекера.

Поле  $\vec{E}'(\vec{r}, t)$  имеет вид

$$\vec{E}'(\vec{r}, t) = \sum_{\tau} \int \frac{\vec{A}_{\tau}(\alpha)}{(k_z + \alpha)^2 - \lambda_b^2} e^{i[(k_z + \alpha)z + \vec{x}_b \vec{\rho} - \omega t]} d\alpha, \quad (17)$$

где

$$\lambda_b^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \chi_b^2,$$

$$A_{\tau, i} = \frac{\omega^2}{c^2} \sigma_{\tau, ik} E_k - \tilde{k}_i (\tilde{k}_l \sigma_{\tau, ik} E_k), \quad (18)$$

$$\vec{k} = \vec{e}_z(k_z + \alpha) + \vec{x}_b.$$

После интегрирования по  $\alpha$  для рассеянных назад и вперед волн мы получим следующее выражение:

$$\vec{E}'_{1,2} = \sum_{\tau} \frac{(\pm i\pi) \vec{A}(\alpha_{1,2})}{\lambda_b} e^{i[\pm \lambda_b z + \vec{x}_b \vec{\rho} - \omega t]}, \quad (19)$$

$$\alpha_{1,2} = -k_z \mp \lambda_b.$$

Индексы 1, 2 относятся к полям в областях  $z < d$  и  $z > d$ . Коэффициенты  $\sigma_{\tau, ik}$  определяют влияние анизотропии и гиротропии среды на свойства рассеянного излучения, а также угловое распределение его интенсивности.

### 3. Рассеяние электромагнитных волн на ограниченном в пространстве кристаллическом теле

Пусть диэлектрик, характеризующийся тензором диэлектрической проницаемости (12), занимает объем  $V$  и на нем рассеивается волна (13). Представив  $\varepsilon_{ik}$  в виде (12), для поля рассеянной волны получим

$$E'_i = \sum_{\tau} \int \frac{F_{i\tau}}{\alpha(\alpha + 2k)} e^{i(\vec{k}_\alpha \vec{r} - \omega t)} d\alpha, \quad (20)$$

$$F_{i\tau} = \frac{\omega^2}{c^2} \sigma_{\tau, ik} E_k - k_{\alpha, i} (k_{\alpha, l} \sigma_{\tau, ik} E_k),$$

$$\vec{k}_\alpha = \vec{k} + \vec{\alpha},$$

где  $\sigma_{\tau, ik}$  определяется из преобразований

$$\sigma_{0, ik} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_V (\varepsilon_{ik, 0} - \delta_{ik}) e^{-i\vec{\alpha} \vec{r}} d\vec{r}, \quad (21)$$

$$\sigma_{\tau, ik} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_V a_{ik, \tau} e^{i(\vec{\tau} - \vec{\alpha}) \vec{r}} d\vec{r}.$$

Интегрирование по  $\vec{\alpha}$  дает нам следующие значения рассеянных полей на больших расстояниях от рассеивающего тела:

$$E_i = \frac{2\pi^2}{R} \sum_{\tau} \sigma_{\tau, ik}(\alpha_0) e^{i\left(\frac{\omega}{c}R - \omega t\right)} F_{i\tau}(\alpha_0), \quad (22)$$

где

$$x = R \sin \theta \cos \varphi, \quad y = R \sin \theta \sin \varphi, \quad z = R \cos \theta, \quad (23)$$

$$\vec{\alpha}_0 = \vec{k}' - \vec{k}.$$

Конкретизируя свойства  $\epsilon_{ik}(x, y, z)$ , размеры и форму тела, из (21)—(22) можно получить все свойства излучения, рассеянного на рассматриваемых телах (например, можно получить свойства коротковолнового излучения, рассеянного на кристаллах [2], исследовать дифракцию на анизотропных преломляющих решетках и т. д.).

Поступила 13.II.1974

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург. Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии, ГИФМЛ, 1965.
2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, М., 1957.

### ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍՏԱԿԱՆ ԱԼԻՔՆԵՐԸ ՈՉ ՀԱՄԱՍԵՌ ՀԻՐՈՏՐՈՊ ԵՎ ԱՆԻՉՈՏՐՈՊ ՄԻՉԱՎԱՅՐԵՐՈՒՄ

Հ. Ս. ՄԵՐԳԵԼՅԱՆ, Ա. Ռ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ

Ստացված են մոտավոր դիսպերսիոն արտահայտություններ էլեկտրամագնիսական ալիքների համար, որոնք տարածվում են ոչ համասեռ հիրոտրոպ և անիզոտրոպ միջավայրերում: Բարակ թիթեղով անցնող ալիքների ամպլիտուդների և անկյունային բաշխման համար ստացված են համապատասխան արտահայտություններ: Աստացված եզրակացությունները ընդհանրացված են անիզոտրոպ միջավայրի համար, որը ունի վերջավոր չափսեր:

### ELECTROMAGNETIC WAVES IN GIROTROPIC AND ANISOTROPIC INHOMOGENEOUS MEDIA

H. S. MERGELYAN, A. R. MKRTCHYAN

Approximate dispersion relations for electromagnetic waves, propagating in girotropic and a periodically-inhomogeneous anisotropic medium are obtained. For waves, passing through thin anisotropic plate, expressions for amplitudes and the angular distribution of the maxima of scattered radiation are obtained. The result is generalized for the case of nonisotropic substance limited in space.

## ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ ТАНГЕНЦИАЛЬНОГО РАЗРЫВА СКОРОСТЕЙ ДВУХ ДВИЖУЩИХСЯ ДИЭЛЕКТРИКОВ

С. Н. СТОЛЯРОВ

В работе с помощью уравнений Максвелла-Минковского получены формулы для амплитуд, частот и волновых векторов волн, возникающих при отражении и преломлении волн на границе раздела двух движущихся в плоскости этой границы с различными скоростями диэлектриков и, в частности, потоков плазмы. Указано на наличие отражения при равной концентрации электронов в потоках плазмы и на явление поворота плоскости поляризации отраженных и преломленных волн, которое оказывается линейным по скорости потока плазмы.

В работе рассматривается задача об отражении плоских монохроматических электромагнитных волн вида  $\vec{E}_j \exp i(\vec{k}_j \vec{r} - \omega_j t)$  на границе тангенциального разрыва скоростей двух различных движущихся сред. Здесь и далее индексы  $j = 0, 1$  и  $2$  относятся соответственно к падающей на границу, отраженной от нее и преломленной на ней волнам, а величины  $\vec{E}_j$ ,  $\omega_j$  и  $\vec{k}_j$  — их амплитуды, частоты и волновые векторы. В ионосфере такое отражение может происходить на границе раздела двух плазменных потоков с разной (или одинаковой) концентрацией частиц.

Аналогичные задачи для тангенциального разрыва движущегося диэлектрика с вакуумом или покоящимся диэлектриком при произвольной ориентации плоскости падения и скорости движения среды были рассмотрены в работах [1–3], а для неоднородно движущейся плазмы (однонаправленный поток), когда скорость движения среды лежит в плоскости падения, — в работах [4–6]. Ниже проводится расчет для общего случая с помощью аппарата электродинамики движущихся сред [7], который при нерелятивистских скоростях соответствует обычному гидродинамическому расчету.

Пусть плоскость  $(x, y)$  разделяет две движущиеся параллельно ей со скоростями  $\vec{u}_{1,2} = (u_x)_{1,2} \vec{e}_x + (u_y)_{1,2} \vec{e}_y$  среды с диэлектрическими  $\epsilon_{1,2}$  и магнитными  $\mu_{1,2}$  проницаемостями, измеренными в системе их покоя, где  $\vec{e}_x, y, z$  — единичные векторы. Из первой среды на эту границу падает волна  $\vec{E}_{\text{пад.}} = \vec{E}_0 \exp i(\vec{k}_0 \vec{r} - \omega_0 t)$  с волновым вектором  $\vec{k}_0 = k_{0x} \vec{e}_x + k_{0z} \vec{e}_z$ , расположенным в плоскости  $(x, z)$  с осью  $z$ , нормальной к границе раздела. Используя уравнения Максвелла, уравнения связи Минковского и граничные условия (см. [7]), аналогично [2] можно показать, что направления распространения всех волн остаются в одной плоскости  $(x, z)$ , а компоненты  $k_{jx}$  волновых векторов

вдоль границы раздела для всех волн и их частоты равны друг другу, т. е.  $k_{0x} = k_{1x} = k_{2x}$  и  $\omega_0 = \omega_1 = \omega_2 = \omega$ . Компоненты амплитуд  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  отраженной и преломленной волн определяются из системы уравнений

$$\begin{aligned} E_{2x} &= \sum_{i=0,1} E_{ix}, \quad a_2 E_{2x} + c_2 E_{2y} = \sum_{i=0,1} (a_i E_{ix} + c_i E_{iy}), \\ E_{2y} &= \sum_{i=0,1} E_{iy}, \quad c_2 E_{2x} + b_2 E_{2y} = \sum_{i=0,1} (c_i E_{ix} + b_i E_{iy}), \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} a_j &= (\mu_j n_{jz})^{-1} (\varepsilon_j \mu_j + \alpha_j \beta_{jy}^2 \gamma_j^2), \quad c_j = \alpha_j \beta_{jy} (n_x - \beta_{jx}) \gamma_j^2 (\mu_j n_{jz})^{-1}, \\ b_j &= (\mu_j n_{jz})^{-1} [n_{jz}^2 - \alpha_j \beta_{jy}^2 \gamma_j^2 (1 - n_x^2)], \quad \alpha_j = \varepsilon_j \mu_j - 1, \quad \vec{n}_j = c \vec{k}_j / \omega \end{aligned}$$

и для удобства записи принято  $\mu_0 \equiv \mu_1$ ,  $\varepsilon_0 \equiv \varepsilon_1$ ,  $\alpha_0 \equiv \alpha_1$ ,  $\beta_0 \equiv \beta_1$ ,  $\gamma_0 \equiv \gamma_1$  и  $n_x = ck_{0x}/\omega$ ;  $\vec{\beta}_j = \vec{u}_j/c$ ,  $\gamma_j^{-2} = 1 - \beta_j^2$  ( $j = 0, 1, 2$ ).

Компоненты  $E_{jz}$  определяются через  $(E_j)_{x,y}$  с помощью условия поперечности волн [2]

$$\alpha_j (1 - \vec{\beta}_j \vec{n}_j) \gamma_j^2 (\vec{\beta}_j \vec{E}_j) + (\vec{n}_j \vec{E}_j) = 0, \quad (2)$$

а векторы  $\vec{n}_j = c \vec{k}_j / \omega$  удовлетворяют дисперсионным уравнениям [2]

$$\vec{n}_j^2 = 1 + \alpha_j \gamma_j^2 (1 - \vec{\beta}_j \vec{n}_j)^2, \quad (3)$$

так что  $n_{1z} = -n_{0z}$ , т. е. угол падения равен углу отражения.

Из системы (1) получаем ( $m = 1, 2$ )

$$E_{mx} = (\Delta_{mx}^{(x)} E_{0x} + \Delta_{mx}^{(y)} E_{0y}) \Delta_0^{-1}, \quad E_{my} = (\Delta_{my}^{(x)} E_{0x} + \Delta_{my}^{(y)} E_{0y}) \Delta_0^{-1}, \quad (4)$$

где

$$\Delta_0 = (a_2 - a_1)(b_2 - b_1) - (c_2 - c_1)^2, \quad \Delta_{1x}^{(x)} = (c_2 - c_1)(c_2 - c_0) - (b_2 - b_1)(a_2 - a_0),$$

$$\Delta_{2x}^{(x)} = \Delta_0 + \Delta_{1x}^{(x)}, \quad \Delta_{1x}^{(y)} = \Delta_{2x}^{(y)} = (c_2 - c_1)(b_2 - b_0) - (b_2 - b_1)(c_2 - c_0),$$

а остальные величины  $\Delta_{1y}^{(y)}$ ,  $\Delta_{2y}^{(y)}$  и  $\Delta_{1y}^{(x)} = \Delta_{2y}^{(x)}$  получаются соответственно из  $\Delta_{1x}^{(x)}$ ,  $\Delta_{2x}^{(x)}$  и  $\Delta_{1x}^{(y)} = \Delta_{2x}^{(y)}$  заменой в них  $a_j$  на  $b_j$  и наоборот; так, например,  $\Delta_{1y}^{(y)} = (c_2 - c_1)(c_2 - c_0) - (a_2 - a_1)(b_2 - b_0)$  и т. п.

Если для простоты положить  $E_{0x} = 0$ , то из формул (4) видно, что  $E_{1x} \neq 0$ , т. е. при отражении волн от тангенциального разрыва происходит поворот плоскости поляризации. Угол поворота пропорционален относительной скорости движения диэлектриков. Он равен нулю при нормальном падении ( $k_{0x} = 0$ ) и возрастает с увеличением угла падения  $\theta_0$ .

Оказывается, что в случае, когда диэлектриками является холодная электронная плазма, волны отражаются от границы раздела двух потоков плазмы даже в том случае, когда концентрация  $N$  частиц в системе покоя каждого потока одинакова. Это связано с различной структурой поля в плазмах равной концентрации, но движущихся с разными скоростями (см.

формулу (2) и ссылку [5]). На аналогичное явление на границе движущейся и покоящейся плазмы было указано в работах [4—6].

Для нерелятивистских потоков холодной плазмы (гидродинамическое приближение)

$$\mu_1 = \mu_2 = 1, \quad \varepsilon_i = 1 - 4\pi e^2 N_i / m\omega^2 \quad (i = 1, 2)$$

и при  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon = 1 - 4\pi e^2 N / m\omega^2$  из формул (2)—(4) с точностью до членов порядка  $\beta_j$  следует

$$E_{1x} \simeq \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} (\beta_{1y} - \beta_{2y}) n_x E_{0y}, \quad E_{1y} \simeq - \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} (\beta_{1x} - \beta_{2x}) \frac{n_x}{n_{0z}} E_{0y},$$

$$E_{1z} \simeq \frac{n_x}{n_{0z}} E_{1x}, \quad n_{2z} \simeq n_{0z} + (\varepsilon - 1) n_x (\beta_{1x} - \beta_{2x}).$$

Отсюда видно, что амплитудный коэффициент отражения  $r = |E_1/E_0|^2$  пропорционален относительной скорости перемещения двух потоков плазмы, углу падения  $\theta_0$  ( $\text{tg } \theta_0 = n_x/n_{0z}$ ), концентрации электронов  $N$  и обратно пропорционален квадрату частоты падающей электромагнитной волны.

Полученные формулы указывают на то, что поворот плоскости поляризации в отраженной ( $E_{1x} \neq 0$ ) и преломленной ( $E_{2x} \neq 0$ ) волнах происходит только при  $\beta_{jy} \neq 0$ , т. е. когда отличны от нуля компоненты скоростей движения среды в направлении поляризации падающей волны ( $E_{0y} \neq 0$ ). Это обусловлено тем, что движущаяся среда обладает анизотропными свойствами в направлении поляризации падающей волны.

Поступила 8.IV.1974

#### ЛИТЕРАТУРА

1. О. С. Мерелян. ДАН АрмССР, 34, 65 (1962).
2. С. Н. Столяров. ЖТФ, 33, 565 (1963).
3. С. Н. Столяров. Доклад на 8-ой Международной конференции по явлениям в ионизованных газах, Вена, 1967.
4. В. Г. Гавриленко, Г. А. Лупанов. Изв. вузов, Радиофизика, 13, 1350 (1970).
5. В. Г. Гавриленко, Г. А. Лупанов, Н. С. Степанов. ЖТФ, 41, 534 (1971).
6. В. Г. Гавриленко, Г. А. Лупанов, Н. С. Степанов. Изв. вузов, Радиофизика, 13, 700 (1970).
7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, ГИТТЛ, М., 1957.

ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԱՆԻՔՆԵՐԻ ԲԵԿՈՒՄԸ ՊԼԱՉՄԱՅԻ ԵՐԿՈՒ ՇԵՐՏԱՎՈՐ ՀՈՍՔԵՐԻ ՍԱՀՄԱՆԻ ՎՐԱ

Ս. Ն. ՍՏՈՂԱՐՈՎ

Աշխատանքում Մաթալիլլ-Մինկովսկու հավասարումների օգնությամբ ստացված են բանաձևեր տարրեր արագությամբ շարժվող երկու դիէլեկտրիկների կամ, մասնավորապես, պլազմայի երկու հոսքի սահմանին բեկված և անդրադարձած ալիքների ամպլիտուդների, հաճախությունների և ալիքային վեկտորների համար:

## REFLECTION AND REFRACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES ON THE BOUNDARY OF TANGENTIAL JUMP OF VELOCITIES OF TWO MOVING DIELECTRICS

S. N. STOLYAROV

Formulae for the amplitudes, frequencies and the wave vectors of electromagnetic waves reflected and refracted from the boundary of two moving dielectrics, e. g. two plasma fluxes, were obtained by means of Maxwell-Minkowski equations. The reflection of waves at equal concentrations of electrons in plasma fluxes and the effect of rotation of polarization plane of reflected and refracted waves are pointed out.

# ОТРАЖЕНИЕ И ПРОХОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ И НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

К. А. БАРСУКОВ, Н. А. ЗВОННИКОВ

В работе рассматривается отражение и прохождение плоской электромагнитной волны, падающей на полубесконечный диэлектрик. Предполагается, что диэлектрическая проницаемость последнего модулируется по закону бегущей волны. Вычислены амплитуды отраженных и прошедших волн в случаях, когда направление распространения волны, модулирующей проницаемость, перпендикулярно и параллельно плоскости раздела. Показано, что мощность отраженных от модулированной среды волн может значительно превышать мощность падающего поля. Найдено выражение для коэффициента усиления по мощности.

Известно, что взаимодействие мощных волн накачки с электромагнитной волной относительно малой интенсивности в средах в линейном приближении можно описать модуляцией диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon(z, t) = \varepsilon_0 [1 + m \cos k_0(z - ut)], \quad (1)$$

где  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость среды в отсутствие модуляции ( $m=0$ ),  $k_0 u$  и  $k_0$  — частота и волновое число волны накачки, которая по своей природе не обязательно электромагнитная.

В настоящей работе, следуя методу [1], рассмотрено падение плоской волны  $TE$  на полупространство в случаях, когда направление распространения модуляции перпендикулярно и параллельно границе модулированной по закону (1) среды.

1. Пусть диэлектрик модулирован по закону (1) и занимает в вакууме полупространство  $z > 0$ . На диэлектрик со стороны  $z < 0$  падает плоская монохроматическая волна частоты  $\omega_0$  под углом  $\varphi$  к поверхности. Поперечные компоненты электрического и магнитного полей падающей волны для  $TE$ -поляризации запишутся в виде

$$\begin{aligned} E_y(x, z, t) &= e^{i(p_0 z + \lambda_0 x - \omega_0 t)}, \\ H_x(x, z, t) &= Y_0 e^{i(p_0 z + \lambda_0 x - \omega_0 t)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$p_0 = \frac{\omega_0}{c} \cos \varphi, \quad \lambda_0 = \frac{\omega_0}{c} \sin \varphi, \quad Y_0 = -\frac{p_0 c}{\omega_0}.$$

Магнитную проницаемость во всем пространстве положим равной единице.

В параметрически модулированной по закону (1) среде, в которой векторы поля связаны соотношениями  $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ ,  $\vec{B} = \vec{H}$ ,  $TE$ -поле можно выразить через скалярную функцию  $M$  [1]

$$\vec{E} = \frac{1}{c\varepsilon} \operatorname{rot} \left( \varepsilon \frac{\partial M}{\partial t} \vec{e}_z \right), \quad \vec{H} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left( \varepsilon \frac{\partial M}{\partial t} \vec{e}_z \right) - \vec{\nabla} \operatorname{div} M \vec{e}_z, \quad (3)$$

где  $\vec{e}_z$  — единичный вектор в направлении распространения модуляции среды. Для функции  $M$  получается уравнение с разделяющимися переменными, сводящееся к уравнению Хилла. В работе [2] найдено аналитическое выражение для  $M$ , которое упрощается при малых значениях параметра  $l$  ( $l = m\beta^2/(1 - \beta^2)$ ,  $\beta = u\sqrt{\varepsilon_0}/c$ ) и с точностью до членов порядка  $l^2$  записывается в виде

$$M = e^{i(\lambda_0 x + p_0 z - \omega_0 t)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_n e^{ink_0(z-ut)}, \quad (4)$$

где

$$p_0 = \frac{\gamma}{u} - \frac{\gamma}{bu\sqrt{1-l^2}} + \frac{k_0 u}{2}, \quad \omega_0 = -\frac{\gamma}{b\sqrt{1-l^2}} + \frac{k_0 u \mu}{2}, \quad b = 1 - \beta^2.$$

В найденном приближении  $V_n$  пропорциональны  $l^{|n|}$  и равны нулю при  $|n| > 2$ , а остальные задаются соотношениями

$$V_0 = d_{-1} a_1^{-1} + d_0 + d_1 a_1^1, \quad V_{\pm 1} = d_{\pm 1} + d_0 a_{\pm 1}^0, \quad V_{\pm 2} = d_{\pm 1} a_{\pm 1}^{\pm 1},$$

$$d_{\pm 1} = \frac{\theta_1 d_0}{(\mu \pm 2)^2 - \theta_0}, \quad a_{\pm 1}^0 = \pm \frac{l}{2} \frac{\omega_0}{k_0 u}, \quad (5)$$

$$a_{\pm 1}^1 = \pm \frac{l}{2 k_0 u} (\omega_0 + k_0 u), \quad a_{\pm 1}^{-1} = \pm \frac{l}{2 k_0 u} (\omega_0 - k_0 u).$$

Произвольная постоянная  $d_0$  выбирается из условия нормировки  $V_0=1$ .

Величины  $\mu$ ,  $\gamma$  и  $\lambda$  (а вместе с ними  $p_0$ ,  $\omega_0$ ,  $\lambda$ ) связаны дисперсионным уравнением

$$\mu^2 = \theta_0 + \frac{\theta_1^2}{(\mu - 2)^2 - \theta_0} + \frac{\theta_1^2}{(\mu + 2)^2 - \theta_0}, \quad (6)$$

где

$$\theta_0 = 4 \left[ \frac{\gamma^2}{k_0^2 u^2 b^2 (1-l^2)} - \frac{\gamma^2 + \lambda^2 u^2}{k_0^2 u^2 b \sqrt{1-l^2}} \right],$$

$$\theta_1 = \frac{2(\gamma^2 + \lambda^2 u^2) l}{k_0^2 u^2 b}.$$

Как известно из теории уравнения Хилла, если  $\mu$  является решением уравнения (6), то решением является также и  $\mu + 2m$ , где  $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , что приводит к связи между волновыми числами и частотой. Для фиксированного значения  $\lambda_0$  имеется бесконечное множество решений  $p_0^m$  и следовательно, в силу принципа суперпозиции выражение (4) можно записать в виде

$$M = e^{-i\lambda_0 x} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{n-m}^m e^{i(p_n^m z - \omega_n t)}, \quad (7)$$

где  $p_n^m = p_0^m + k_0 n$ ,  $\omega_n = \omega_0 + k_0 n u$ , причем в нашем случае должны быть взяты только те значения  $p_0^m$ , которые соответствуют волнам с поло-

жительной групповой скоростью. Необходимые нам  $E_y^T$  и  $H_x^T$  — составляющие поля в модулированной среде — согласно (3) и (7) равны

$$E_y^T = e^{i\lambda_0 x} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{n-m}^m \frac{\omega_n}{\omega_m} e^{i(p_n^m z - \omega_n t)}, \quad (8)$$

$$H_x^T = e^{i\lambda_0 x} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{n-m}^m \frac{\omega_n}{\omega_m} Y_n^m e^{i(p_n^m z - \omega_n t)},$$

где

$$Y_n^m = -\frac{p_n^m c}{\omega_n}.$$

Отраженное поле запишем также в виде ряда

$$E_y^R(x, z, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{i(\lambda_0 x - p_n z - \omega_n t)}, \quad (9)$$

$$H_x^R(x, z, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n Y_n e^{i(\lambda_0 x - p_n z - \omega_n t)},$$

где

$$Y_n = -\frac{p_n c}{\omega_n}, \quad p_n = \sqrt{\left(\frac{\omega_n}{c}\right)^2 - \lambda_0^2}.$$

Неизвестные коэффициенты  $c_m$ ,  $b_n$  определяются из граничных условий на поверхности  $z = 0$

$$E_y(x, 0, t) + E_y^R(x, 0, t) = E_y^T(x, 0, t),$$

$$H_x(x, 0, t) + H_x^R(x, 0, t) = H_x^T(x, 0, t).$$

Подстановка (2), (8) и (9) в последние выражения приводит к следующей бесконечной системе уравнений относительно неизвестных коэффициентов:

$$\frac{\omega_n}{\omega_m} V_{n-m}^m (1 + \bar{Y}_n^m) c_m = 2 \delta_{0n}, \quad (10)$$

$$\frac{\omega_n}{\omega_m} V_{n-m}^m (1 - \bar{Y}_n^m) c_m = 2 b_n, \quad (11)$$

причем  $\bar{Y}_n^m = Y_n^m / Y_n$ ,  $\delta_{0n}$  — символ Кронекера и по повторяющимся индексам производится суммирование. При решении бесконечной системы уравнений следует учесть, что элементы матрицы  $V_{n-m}^m$  пропорциональны малому параметру  $l^{n-m}$ . Поэтому в соответствующем приближении можно ограничиться решением обрезанной конечной системы (10). Заметим также, что для нахождения обратной матрицы  $\frac{\omega_n}{\omega_m} V_{n-m}^m (1 + \bar{Y}_n^m)$  с такими свойствами можно при малых  $l$  воспользоваться представлением Ноймана [3].

Ниже мы ограничимся рассмотрением только первого приближения по  $l$ . Отличные от нуля в этом приближении  $c_m$ ,  $b_n$  имеют следующий вид:

$$c_0 = \frac{2}{1 + \bar{Y}_0^0}, \quad c_{\pm 1} = -\frac{2(1 + \bar{Y}_{\pm 1}^0) V_{\pm 1}^0 \omega_{\pm 1}}{(1 + \bar{Y}_0^0)(1 + \bar{Y}_{\pm 1}^0) \omega_0}, \quad (12)$$

$$b_0 = \frac{1 - \bar{Y}_0^0}{1 + \bar{Y}_0^0}, \quad b_{\pm 1} = -c_{\pm 1} \frac{\bar{Y}_{\pm 1}^{\pm 1} - \bar{Y}_{\pm 1}^0}{1 + \bar{Y}_{\pm 1}^0}. \quad (13)$$

Для определения  $\bar{Y}_n^m$  и  $V_{\pm 1}^0$  следует решить дисперсионное уравнение (6). Если отбросить в нем члены порядка  $l^2$ , получим

$$(p_0^m + mk_0)^2 = \frac{\varepsilon_0}{c^2} (\omega_0 + mk_0 u)^2 - \lambda_0^2,$$

$$\bar{Y}_n^m = \frac{\sqrt{\varepsilon_0 (x_0 + m\beta)^2 - x_0^2 \sin^2 \varphi} + \sqrt{\varepsilon_0 (n - m)}}{\sqrt{(x_0 + n\beta)^2 - x_0^2 \sin^2 \varphi}},$$

$$V_{\pm 1}^0 = \frac{x_0^2 l}{2\beta^2 \sqrt{\varepsilon_0}} \left[ \frac{\varepsilon_0 (\beta - 1)^2 + \beta^2 \sin^2 \varphi}{\sqrt{\varepsilon_0} b \pm 2x_0 (\sqrt{\varepsilon_0} - \sin^2 \varphi - \beta \sqrt{\varepsilon_0})} \pm \frac{\beta \sqrt{\varepsilon_0}}{x_0} \right],$$

где

$$x_0 = \frac{\omega_0 \beta}{k_0 u}.$$

Последние выражения с помощью формул (12) и (13) позволяют найти амплитуды отраженных и прошедших в среду волн. Отношение мощностей отраженной и падающей волн на частоте  $\omega_n = \omega_0 + k_0 u n$  равно

$$P_n^R = |b_n|^2 \frac{Y_n}{Y_0}. \quad \text{Так как} \quad Y_n = -\frac{\sqrt{(x_0 + \beta n)^2 - x_0^2 \sin^2 \varphi}}{x_0 + \beta n},$$

некоторые гармоники при  $\beta_n < 0$  могут распространяться в виде поверхностных волн.

Выпишем здесь амплитуды (12) и (13) для случая нормального падения, когда  $\varphi = 0$

$$c_0 = \frac{2}{1 + \sqrt{\varepsilon_0}}, \quad c_{\pm 1} = -\frac{m [x_0 (1 + \sqrt{\varepsilon_0}) \pm (\beta + \sqrt{\varepsilon_0})] (x_0 \pm \beta)}{(1 + \sqrt{\varepsilon_0})^2 (1 - \beta) (1 + \beta \pm 2x_0)}, \quad (14)$$

$$b_0 = \frac{1 - \sqrt{\varepsilon_0}}{1 + \sqrt{\varepsilon_0}}, \quad b_{\pm 1} = \mp \frac{m \sqrt{\varepsilon_0} (x_0 \pm \beta)}{(1 + \sqrt{\varepsilon_0})^2 (1 + \beta \pm 2x_0)}.$$

При  $x_0 = (1 + \beta)/2$  величины  $c_{-1}$  и  $b_{-1}$  теряют смысл (за исключением выражения для  $c_{-1}$  при  $\varepsilon_0 = 1$ ). Это соответствует интенсивному обмену энергией между падающей волной и волной накачки. Для определения амплитуд поля в этом случае необходимо привлечь второе приближение в дисперсионном уравнении (6). Вычисления дают следующие значения:

$$|b_{-1}| = \left| \frac{4 \sqrt{\varepsilon_0}}{(1 + \sqrt{\varepsilon_0})^2} \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \right|, \quad (15)$$

$$|c_{-1}| = \left| \frac{2(1 - \sqrt{\varepsilon_0})}{(1 + \sqrt{\varepsilon_0})^2} \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} \right|. \quad (16)$$

Формулами (15) и (16) вместо (14) следует пользоваться, когда

$$\left| \frac{2x_0}{1 + \beta} - 1 \right| \lesssim \left| \frac{m}{4\sqrt{1 - \beta^2}} \right|.$$

Коэффициент усиления по мощности для отраженной гармоники согласно (15) равен

$$P_{-1}^R = |b_{-1}|^2 = \left| \frac{16\varepsilon_0}{(1 + \sqrt{\varepsilon_0})^4} \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right|. \quad (17)$$

Таким образом, когда скорость модуляции направлена к плоскости раздела, отношение мощностей отраженного и падающего полей на частоте  $\omega_{-1} = \omega_0 - k_0 u$  вблизи  $\omega_0 = (1 + \beta) ck_0/2 \sqrt{\varepsilon_0}$  может намного превышать единицу.

Отметим, что рассмотренная задача решалась в работе [4] методом разностных уравнений. Имеющиеся в этой работе результаты расчета на ЭВМ амплитуд отраженных и прошедших в среду волн для  $m=0,2$ ,  $\beta=0,3$  отличаются от значений, получаемых по формулам (14)—(16), менее чем на  $l = m\beta^2/(1 - \beta^2) \simeq 2 \cdot 10^{-2}$ .

2. Пусть теперь диэлектрик с меняющейся по закону (1) диэлектрической проницаемостью занимает пространство  $x > 0$ . Поперечные компоненты поля падающей волны под углом  $\varphi$  относительно нормали к поверхности с частотой  $\omega_0$  запишем в виде

$$E_y(x, z, t) = e^{i(\lambda_0 x + p_0 z - \omega_0 t)}, \quad (18)$$

$$H_z(x, z, t) = Y_0 e^{i(\lambda_0 x + p_0 z - \omega_0 t)},$$

где

$$\lambda_0 = \frac{\omega_0}{c} \cos \varphi, \quad p_0 = \frac{\omega_0}{c} \sin \varphi, \quad Y_0 = \frac{\lambda_0 c}{\omega_0}.$$

Поле в модулированной среде имеет вид

$$E_y^T = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{i\lambda^m x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{n-m}^m \frac{\omega_n}{\omega_m} e^{i(p_n z - \omega_n t)}, \quad (19)$$

$$H_z^T = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m e^{i\lambda^m x} \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{n-m}^m \frac{\omega_n}{\omega_m} Y_n^m e^{i(p_n z - \omega_n t)},$$

где

$$\omega_n = \omega_0 + nk_0 u, \quad p_n = \frac{\omega_0}{c} \sin \varphi + nk_0, \quad Y_n^m = \frac{\lambda^m c}{\omega_n},$$

$\lambda^m$  — корни дисперсионного уравнения (6) для фиксированных значений  $p_0$ . В первом приближении по  $l$

$$(\lambda^m)^2 = \frac{\varepsilon_0}{c^2} (\omega_0 + mk_0 u)^2 - (p_0 + mk_0)^2.$$

Отраженное поле также запишем в виде суммы гармоник

$$E_y^R = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{i(-\lambda_n x + p_n z - \omega_n t)}, \quad (20)$$

$$H_y^R = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n Y_n e^{i(-\lambda_n x + p_n z - \omega_n t)},$$

где

$$\lambda_n = \sqrt{\left(\frac{\omega_n}{c}\right)^2 - p_n^2}, \quad Y_n = \frac{\lambda_n c}{\omega_n}.$$

Подставляя выражения (18)—(20) для полей в граничные условия

$$E_y(0, z, t) + E_y^R(0, z, t) = E_y^I(0, z, t),$$

$$H_z(0, z, t) + H_z^R(0, z, t) = H_z^I(0, z, t),$$

получим уравнения для неизвестных коэффициентов  $c_m$ ,  $b_n$ . Вид уравнений для них и их решения те же, что и в предыдущем случае: (12) и (13). Однако, как легко показать, в первом приближении по  $l$   $\bar{Y}^m = Y_n^m/Y_n$  и  $V_{\pm 1}^0$  выражаются несколько иначе

$$Y_n^m = \frac{\sqrt{\varepsilon_0 (x_0 + \beta m)^2 - (x_0 \sin \varphi + m \sqrt{\varepsilon_0})^2}}{\sqrt{(x_0 + n\beta)^2 - (x_0 \sin \varphi + n \sqrt{\varepsilon_0})^2}}, \quad (21)$$

$$V_{\pm 1}^0 = \frac{m x_0 (x_0 \pm \beta)}{2 \left[ b \pm 2 x_0 \left( \frac{\sin \varphi}{\sqrt{\varepsilon_0}} - \beta \right) \right]}, \quad (22)$$

где опять  $x_0 = \omega_0 \beta / k_0 u$ . Условие обращения знаменателя последнего выражения в нуль есть, по существу, условие Брэгга

$$\left( \text{при } \beta = 0 \quad \frac{2 x_0 \sin \varphi}{\sqrt{\varepsilon_0}} = 1, \text{ т. е. } 2 \frac{\Lambda}{\lambda} \sin \varphi = 1 \right),$$

при котором передача энергии волны накачки рассеиваемой волне оказывается наиболее эффективной. Амплитуды отраженных и прошедших в среду волн в этом случае можно найти, если учесть второе приближение по  $l$  в дисперсионном уравнении.

Отношение мощностей отраженной и падающей волн оказывается равным

$$P_n^R = |b_n|^2 \frac{Y_n}{Y_0} = |b_n|^2 \frac{\sqrt{(x_0 + n\beta)^2 - (x_0 \sin \varphi + n \sqrt{\varepsilon_0})^2}}{(x_0 + n\beta) \cos \varphi}.$$

Как и в предыдущем случае, некоторые гармоники могут распространяться в виде поверхностных волн (мнимые значения  $\lambda_n$ ).

В заключение необходимо отметить, что задача об отражении и прохождении волн на границе модулированной среды, когда направление рас-

пространения модуляции параллельно плоскости раздела, рассматривалась неоднократно [5] применительно к оптико-акустическим взаимодействиям. Область применимости полученных нами результатов значительно шире и включает в себя, в частности, случай модуляции среды лучом лазера.

Отметим также, что как в первой, так и во второй разобранных нами задачах несложно получить следующее приближение по  $l$  и найти  $b_{\pm 2}$ ,  $c_{\pm 2}$ , а принимая во внимание результаты работы [2], — рассмотреть падение волн  $TM$ .

Ленинградский электротехнический  
институт

Поступила 7.V.1974

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. К. А. Барсуков. Радиотехника и электроника, 9, 1173 (1964).
2. К. А. Барсуков, Э. А. Геворкян, Н. А. Звонников. Радиотехника и электроника (в печати).
3. Р. Курант, Д. Гильберт. Методы математической физики, Гостехиздат, М.—Л., 1951.
4. S. T. Peng, E. S. Cassedy. Proc. Symp. on Modern Optics, Brooklyn, N.—Y., Politechnic Press, MRI-17, 1967, pp 299—342.
5. М. Борн, Э. Волф. Основы оптики. Изд. Наука, М., 1973.

#### ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԵՒԱԿԱՆ ԱՆՏՐԱԳՄԱՐՁՈՒՄԸ ԱՆՀԱՄԱՍԵՌ ԵՎ ՈՉ ՍՏԱՑԻՈՆԱՐ ԿԻՍԱՍԱՀՄԱՆԱՓՈՒԿ ՄԻՋԱՎԱՅՐԻ ՍԱՀՄԱՆԻՑ

Կ. Ա. ԲԱՐՍՈՒԿՈՎ, Ն. Ա. ԶՎՈՆՆԻԿՈՎ

Դիտարկվում է կիսասահմանափակ դիէլեկտրիկի վրա ընկնող հարթ էլեկտրամագնիսական ալիքների անդրադարձումն ու տարածումը: Ենթադրվում է, որ դիէլեկտրիկի դիէլեկտրիկ թափանցելիությունը մոդուլացվում է վաղող ալիքի օրենքով: Որոշված են անդրադարձվող և տարածվող ալիքների ամպլիտուդները, երբ դիէլեկտրիկ թափանցելիությունը մոդուլացնող ալիքը տարածվում է երկու միջավայրերը սահմանազատող հարթությանը ուղղահայաց և զուգահեռ ուղղություններով: Ցույց է տրված, որ մոդուլացված միջավայրից անդրադարձած ալիքների հզորությունը կարող է զգալիորեն գերազանցել ընկնող ալիքների հզորությունը: Բերված է բանաձև հզորության ուժեղացման գործակցի համար:

#### REFLECTION AND PROPAGATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES AT THE BOUNDARY OF SEMI-INFINITE NONSTATIONARY AND NONUNIFORM MEDIUM

K. A. BARSUKOV, N. A. ZVONNIKOV

The reflection and propagation of plane electromagnetic wave at its oblique incidence at semi-infinite dielectric is considered. It is assumed, that the permittivity of a dielectric medium is modulated in an wave-like manner in time and space. The amplitudes of reflected and propagating waves in the cases of plane boundaries perpendicular or paralleled to the axis of modulation of the medium are obtained.

## ОБ ОТСУТСТВИИ ЭФФЕКТА ПЛОТНОСТИ В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ

В. А. АРАКЕЛЯН

В работе рассмотрены условия, при которых в каждой из двух тонких пластин, находящихся на некотором расстоянии друг от друга, ионизационные потери будут происходить независимо.

В работе [1] теоретически было установлено и в дальнейшем экспериментально подтверждено [2, 3] отсутствие эффекта плотности Ферми в тонкой пленке вещества. Согласно работе [1], ионизационные потери в тонкой пленке вещества растут логарифмически с ростом энергии релятивистского заряда и не насыщаются. Однако эти потери малы по абсолютной величине и детектирование частиц высоких энергий путем их измерения представляется весьма затруднительным.

Большой интерес представляет вопрос об ионизационных потерях в структурах с большим числом тонких пластин. В работах [4, 5] рассмотрены потери энергии заряда в пластинке, состоящей из двух и из трех слоев различных веществ, и показано, что в каждом слое ионизационные потери протекают без эффекта плотности только тогда, когда области собственных частот этих слоев находятся далеко друг от друга. В работе [6] рассмотрено прохождение заряженных частиц через стопку, состоящую из произвольного числа одинаковых пластин, разделенных вакуумом, и получена формула ионизационных потерь в стопке в виде интеграла. Пользуясь этой формулой, мы в настоящем сообщении рассмотрим те условия, при которых эффект плотности отсутствует в случае двух тонких и одинаковых пластин, находящихся на некотором расстоянии друг от друга.

Разложим подынтегральное выражение формулы (26) работы [6] при  $N=2$  в ряд по толщине пластин. После некоторых преобразований получим следующее выражение для линейного члена этого ряда:

$$W(a, 2) = 2 \frac{ie^2 a}{\pi v^2} \int_0^{x_0 + \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^3 \omega dxd\omega (1 - \varepsilon)^2 \left( \Lambda - \frac{\omega^2}{c^2} \beta^2 \right)}{\varepsilon \Lambda_0^2 \Lambda}, \quad (1)$$

где  $a$  — толщина каждой пластины,  $x_0$  — величина, которая определяется пределом применимости макроскопического рассмотрения,  $\Lambda_0 = k^2 - \omega^2/c^2$ ,  $\Lambda = k^2 - \omega^2\varepsilon/c^2$ ,  $k^2 = \omega^2/v^2 + x^2$ .

Как видно из формулы (1), линейный по  $a$  член разложения потерь в стопке из двух пластин не зависит от расстояния  $b$  между пластинами и вдвое больше, чем соответствующий член для одной пластины, т. е.

$$W(a, 2) = 2 W(a, 1). \quad (2)$$

Так как потери  $W(a, 1)$  вместе с потерями, обязанными полю заряда частицы [7], имеют логарифмическую зависимость от энергии первичного

заряда (см., напр., [8] и [4]), то из формулы (2) следует, что для двух пластин такая зависимость не нарушается.

Для законности удержания только двух членов в разложении потерь по толщине пластины необходимо потребовать малость квадратичного члена ( $W(a^2, 2)$ ) по сравнению с линейным ( $W(a, 2)$ ). Квадратичный член по  $a$  разложения имеет вид

$$W(a^2, 2) = W' + \Delta, \quad (3)$$

где

$$W' = -\frac{e^2 a^2}{\pi v^2} \int_0^{z_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^3 \omega \lambda_0 d\lambda d\omega (1 - \varepsilon)^2 \left| 1 + \left( \frac{\omega}{v} \frac{1 - \beta^2}{\varepsilon \lambda_0} \right)^2 \right|}{\Lambda_0^2}, \quad (4)$$

$$\Delta = -\frac{e^2 a^2}{2 \pi v^2} \int_0^{z_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^3 \omega \lambda_0 d\lambda d\omega (1 - \varepsilon)^2}{\Lambda_0^2} \times \\ \times \left\{ e^{i \left( \lambda_0 + \frac{\omega}{v} \right) b} \left| 1 + \frac{\omega}{v} \frac{1 - \beta^2}{\varepsilon \lambda_0} \right|^2 + e^{i \left( \lambda_0 - \frac{\omega}{v} \right) b} \left| 1 - \frac{\omega}{v} \frac{1 - \beta^2}{\varepsilon \lambda_0} \right|^2 \right\}. \quad (5)$$

Из формулы (5) следует, что если

$$\left| \lambda_0 - \frac{\omega}{v} \right| b \gg 1, \quad (6)$$

то подынтегральное выражение в  $\Delta$  сильно осциллирует и вкладом  $\Delta$  в величину  $W(a^2, 2)$  можно пренебречь. В результате имеем

$$W(a^2, 2) = W' = 2 W(a^2, 1), \quad (7)$$

где  $W(a^2, 1)$  задается формулой (3) работы [8].

Из формул (2) и (7) следует, что если расстояние  $b$  между пластинками намного превышает длину зоны формирования излучения, то в каждой из них потери растут логарифмически и на толщину каждой пластинки накладывается то же условие, что и в случае изолированной пластинки.

Однако требование (6), как мы увидим ниже, является завышенным. Считая скорость  $v$  первичного заряда близкой к скорости света  $c$ , формулу (5) можно записать в следующем виде:

$$\Delta = \Delta_1 - 2 \Delta_2, \quad (8)$$

где

$$\Delta_1 = -\frac{e^2 a^2}{\pi v^2} \int_0^{z_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^3 \omega \lambda_0 d\lambda d\omega (1 - \varepsilon)^2 e^{i \lambda_0 b}}{\left[ x^2 + \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \beta^2) \right]^2}, \quad (9)$$

$$\Delta_2 = -\frac{e^2 a^2}{\pi v^2} \int_0^{z_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^3 \omega \lambda_0 d\lambda d\omega (1 - \varepsilon)^2 e^{i \lambda_0 b} \sin^2 \frac{\omega b}{2v}}{\left[ x^2 + \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \beta^2) \right]^2}. \quad (10)$$

Для вычисления величины  $\Delta_1$  применим обычный метод интегрирования Ландау [7], т. е. замкнем путь интегрирования по действительной оси  $\omega$  верхней полуокружностью бесконечно большого радиуса. Неоднозначность подынтегральной функции, возникающую из-за корня  $\omega_0 = \sqrt{\omega^2/c^2 - \kappa^2}$ , исключаем с помощью разреза вдоль действительной оси  $\omega$  от  $-\infty$  до  $-c\kappa$  и от  $+c\kappa$  до  $+\infty$  и интегрирование производим по верхнему берегу этого разреза.

В результате интегрирования получаем

$$\Delta_1 = \frac{e^2 a^2}{2 v^3} \int_0^{\frac{v z_0}{1-\beta^2}} \omega^2 [1 - \varepsilon(i\omega)]^2 \left[ 1 - \frac{\omega b}{2v} (1 - \beta^2) \right] e^{-\frac{\omega b}{v}}. \quad (11)$$

Величина  $\Delta_1$  быстро убывает при

$$b \gg \frac{v}{\omega_s}, \quad (12)$$

где  $\omega_s$  — та минимальная частота, соответствующий которой квант еще может ионизовать атом данной среды.

Что касается величины  $\Delta_2$ , то она отличается от  $\Delta_1$  подынтегральным положительным множителем  $\sin^2 \frac{\omega b}{2v}$ , мажорируя который единицей получим

$$|\Delta| \sim |\Delta_1|. \quad (13)$$

Но поскольку  $\Delta_1$  быстро убывает при условии (12), то из (3) и (13) следует, что уравнение (3) опять переходит в уравнение (7).

Таким образом, в стопке из двух тонких пластин ионизационные потери растут логарифмически, если расстояние между пластинами удовлетворяет условию (12), а толщина каждой из них ограничена условием, при котором отсутствует эффект плотности на изолированной пластине.

Автор выражает благодарность Г. М. Гарибяну за обсуждение результатов и постоянное внимание к работе.

Институт радиофизики и электроники  
АН АрмССР

Поступила 28.VI.1974

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г. М. Гарибян. ЖЭТФ, 37, 527 (1959).
2. А. И. Алиханян и др. ЖЭТФ, 44, 1122 (1963); 46, 1212 (1964).
3. Л. С. Л-Юан. УФН, 86, 715 (1965).
4. Г. М. Гарибян, М. М. Мурадян. Изв. АН АрмССР, Физика, 1, 310 (1966).
5. М. М. Мурадян. Изв. АН АрмССР, Физика, 2, 343 (1967).
6. В. А. Аракелян, Г. М. Гарибян, Э. А. Нальян. Изв. АН АрмССР, Физика, 5, 287 (1969).
7. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред, ГИТТЛ, М., 1957.
8. Г. М. Гарибян, М. П. Лорикян. ДАН АрмССР, 40, 21 (1965).

ՇԵՐՏԱՎՈՐ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ ԽՏՈՒԹՅԱՆ ԷՖԵԿՏԻ ԲԱՑԱԿԱՅՈՒԹՅԱՆ  
ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Վ. Հ. ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ

*Գիտարկված են այն պայմանները, որոնց առկայության դեպքում երկու բարակ և միատեսակ  
թիթեղներից յուրաքանչյուրի մեջ իոնիզացիոն կորուստները կընթանան անկախ կերպով:*

ON THE ABSENCE OF DENSITY EFFECT IN  
LAYERED MEDIUM

V. A. ARAKELYAN

The condition on the spacing between two thin plates is obtained under which the ionization losses in each plate are independent and grow logarithmically with the energy of incident charge.

## РЕЗОНАНСНАЯ НЕРЕГУЛЯРНОСТЬ В П-ВОЛНОВОДЕ

Г. И. МАРИНОСЯН

Рассматривается узкая поперечная щель в цельном металлическом гребне П-волновода. Получено интегральное уравнение для магнитного тока на поверхности щели, на основе которого получено вариационное выражение для эквивалентного сопротивления щели. Показано, что нерегулярность обладает резонансным свойством.

Пусть в цельном металлическом гребне П-волновода (рис. 1) имеется одиночная, узкая поперечная щель. Распространяющаяся в волноводе волна основного вида с поперечными компонентами  $\vec{E}_1^{\text{пад.}}$  и  $\vec{H}_1^{\text{пад.}}$  возбуждает на поверхности щели  $S_0$  некоторое касательное электрическое поле  $\vec{E}_\tau(s)$ . Для узких щелей ( $kw \ll 1$ ) компонента электрического поля, перпендикулярная к кромке, значительно больше продольной и

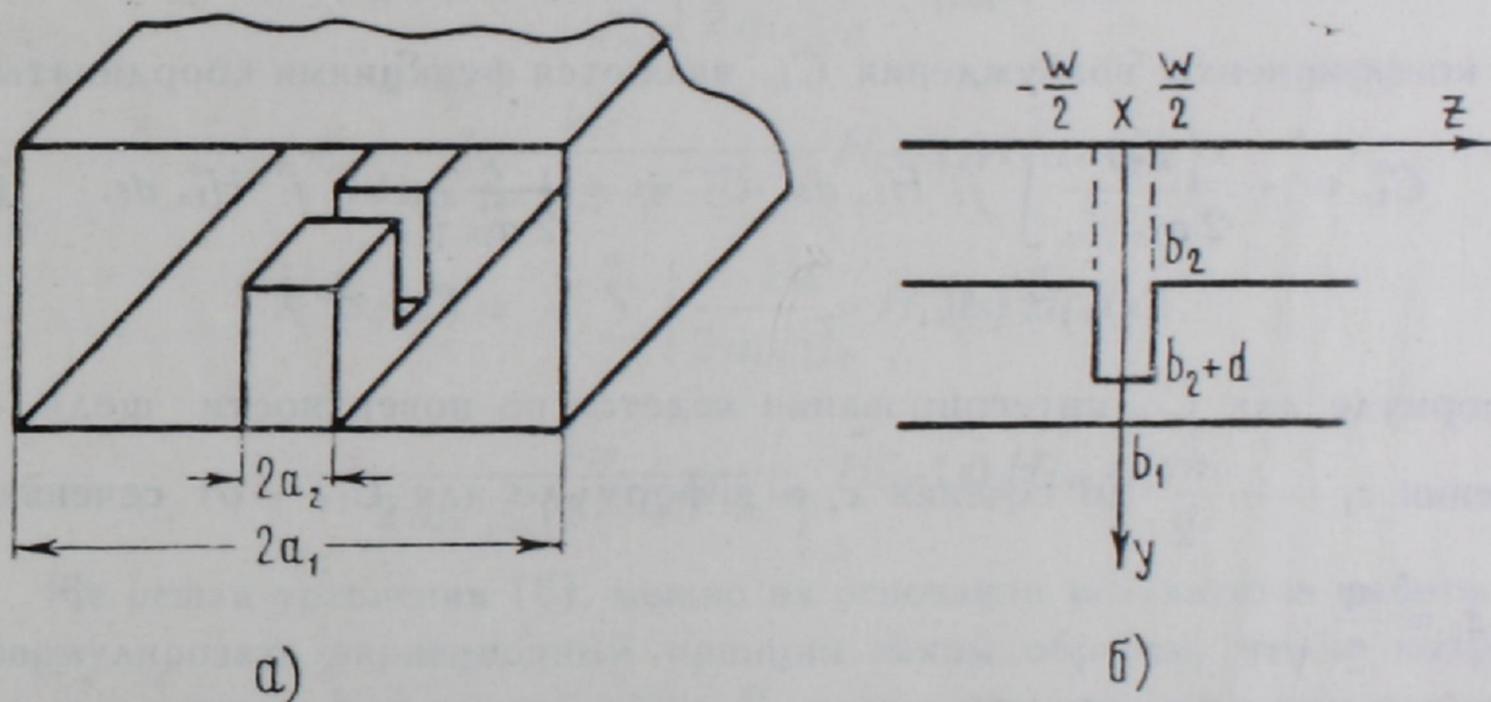


Рис. 1.

только ее следует учитывать. Считая, что на поверхности  $S_0$  задан магнитный ток  $\vec{j}_1^m = [\vec{n}_1 \vec{E}_\tau]$  ( $\vec{n}_1$  — вектор внешней нормали к поверхности волновода), для поперечных компонент поля, отраженного от нерегулярности, запишем выражения

$$\vec{E}_1^{\text{отр.}} = \sum_{n=1}^{\infty} R_n \vec{E}_{1n}^-, \quad \vec{H}_1^{\text{отр.}} = \sum_{n=1}^{\infty} R_n \vec{H}_{1n}^-. \quad (1)$$

Здесь  $\vec{E}_{1n}^-$  и  $\vec{H}_{1n}^-$  — собственные волны П-волновода, распространяющиеся в направлении отрицательных значений  $z$ . Индекс  $n$  характеризует все возбужденные виды волн. Коэффициент отражения  $R_n$  представляет собой коэффициент возбуждения током  $\vec{j}_1^m$  волны  $n$ -типа в волноводе и определяется по формуле [1]

$$R_n = \pm \frac{k_{1n}^2}{2 a_{1n} \gamma_{1n}^2} \int_{S_0} \vec{j}_1^m \vec{H}_{1n}^+ ds, \quad (2)$$

где  $\vec{H}_{1n}^+$  — магнитное поле волны, распространяющейся в направлении положительных значений  $z$ ,  $k_{1n}$  — собственное число волны  $n$ -типа,  $\gamma_{1n}$  — ее постоянная распространения. Здесь и в дальнейшем верхний знак относится к магнитным волнам, нижний — к электрическим. Коэффициент  $a_{1n}$  принимает следующие значения:

$$a_{1n} = \begin{cases} \frac{j\omega\mu}{\gamma_{1n}} & \text{для } H\text{-волн,} \\ \frac{j\omega\varepsilon}{\gamma_{1n}} & \text{для } E\text{-волн.} \end{cases}$$

Получим уравнение для определения тока  $\vec{j}_1^m$ . В зоне возбуждения П-волновода поле определяется выражением

$$\vec{H}_1 = \sum_{n=1}^{\infty} (C_{1n}^+ \vec{H}_{1n}^+ + C_{1n}^- \vec{H}_{1n}^-), \quad (3)$$

где коэффициенты возбуждения  $C_{1n}$  являются функциями координаты  $z$

$$C_{1n}^+ = \pm \frac{k_{1n}^2}{2 a_{1n} \gamma_{1n}^2} \int_{\left(-\frac{w}{2}, z\right)} \vec{j}_1^m \vec{H}_{1n}^- ds, \quad C_{1n}^- = \pm \frac{k_{1n}^2}{2 a_{1n} \gamma_{1n}^2} \int_{\left(z, \frac{w}{2}\right)} \vec{j}_1^m \vec{H}_{1n}^+ ds. \quad (4)$$

В формуле для  $C_{1n}^+$  интегрирование ведется по поверхности щели от сечения  $z_1 = -\frac{w}{2}$  до сечения  $z$ , а в формуле для  $C_{1n}^-$  — от сечения  $z$  до  $z_2 = \frac{w}{2}$ .

Резонатор в гребне П-волновода будем рассматривать как участок прямоугольного волновода с поперечными размерами  $2a_2$  и  $d$  и длиной  $w$ . В зоне возбуждения резонатора поле записывается в виде

$$\vec{H}_2 = \sum_{n=1}^{\infty} (C_{2n}^+ \vec{H}_{2nr}^+ + C_{2n}^- \vec{H}_{2nr}^-), \quad (5)$$

где через  $\vec{H}_{2nr}^+ = \vec{H}_{2n}^+ + \vec{H}_{2n}^- e^{-\gamma_{2n} w}$  обозначено поле  $n$ -той волны в резонаторе, набегающей на металлическую стенку  $z_2 = \frac{w}{2}$  и отражающейся от нее.

Соответственно через  $\vec{H}_{2nr}^- = \vec{H}_{2n}^- + \vec{H}_{2n}^+ e^{-\gamma_{2n} w}$  обозначено поле той же волны, распространяющейся в обратном направлении и отражающейся от стенки  $z_1 = -\frac{w}{2}$ . Коэффициенты возбуждения определяются по формулам

$$C_{2n}^+ = \mp \frac{k_{2n}^2}{2 a_{2n} \gamma_{2n}^2 [1 - e^{-2\gamma_{2n} w}]} \int_{(-\frac{w}{2}, z)} \vec{j}_1^m \vec{H}_{2nr}^- ds, \quad (6)$$

$$C_{2n}^- = \mp \frac{k_{2n}^2}{2 a_{2n} \gamma_{2n}^2 [1 - e^{-2\gamma_{2n} w}]} \int_{(z, \frac{w}{2})} \vec{j}_1^m \vec{H}_{2nr}^+ ds.$$

Учитывая граничное условие

$$\vec{H}_1^{\text{нал.}} + \vec{H}_1 = \vec{H}_2, \quad (7)$$

нетрудно получить интегральное уравнение для тока  $\vec{j}_1^m$

$$\int_{(-\frac{w}{2}, z)} \vec{j}_1^m(s') K_1(s, s') ds' + \int_{(z, \frac{w}{2})} \vec{j}_1^m(s') K_2(s, s') ds' = \vec{H}_1^{\text{нал.}}(s), \quad (8)$$

где  $K_1$  и  $K_2$  составляют ядро уравнения и имеют вид

$$K_1(s, s') = \mp \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{k_{1n}^2}{2 a_{1n} \gamma_{1n}^2} \vec{H}_{1n}^+(s) \vec{H}_{1n}^-(s') + \frac{k_{2n}^2}{2 a_{2n} \gamma_{2n}^2 [1 - e^{-2\gamma_{2n} w}]} \vec{H}_{2nr}^+(s) \vec{H}_{2nr}^-(s') \right\},$$

$$K_2(s, s') = \mp \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{k_{1n}^2}{2 a_{1n} \gamma_{1n}^2} \vec{H}_{1n}^-(s) \vec{H}_{1n}^+(s') + \frac{k_{2n}^2}{2 a_{2n} \gamma_{2n}^2 [1 - e^{-2\gamma_{2n} w}]} \vec{H}_{2nr}^-(s) \vec{H}_{2nr}^+(s') \right\}.$$

Не решая уравнения (8), можно на основании результатов работы [2] сформулировать вариационный принцип таким образом, чтобы коэффициент отражения по основной волне  $R_1$  являлся бы стационарным функционалом от величины магнитного поля на поверхности щели, а именно

$$R_1 = \frac{\frac{k_{11}^2}{2 a_{11} \gamma_{11}^2} \left( \int_{s_0} \vec{j}_1^m(s) \vec{H}_1^{\text{нал.}}(s) ds \right)^2}{\int_{s_0} \vec{j}_1^m(s) \left\{ \int_{(-\frac{w}{2}, z)} \vec{j}_1^m(s') K_1(s, s') ds' + \int_{(z, \frac{w}{2})} \vec{j}_1^m(s') K_2(s, s') ds' \right\} ds}. \quad (9)$$

Подстановка в функционал (9) приближенных значений тока с отклонением порядка  $\delta$  от истинных величин вызывает, согласно [2], ошибку в определении  $R_1$  порядка  $\delta^2$ . Поэтому нет необходимости искать точное решение уравнения (8), а достаточно ограничиться его приближенным значением.

Касательное электрическое поле  $\vec{E}_\tau$  зададим в таком виде

$$\vec{E}_z = \begin{cases} z^0 & \text{при } y = b_2 \\ \frac{\sin k_0 (b_2 + d - y)}{\sin k_0 d} z^0 & \text{при } x = a_2, \end{cases} \quad (10)$$

где  $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$  — волновое число в воздухе.

Можно показать, что поперечная щель в П-волноводе эквивалентна последовательно включенному в линию сопротивлению. Воспользовавшись выражениями для полей в прямоугольном волноводе и П-волноводе [3], а также выражением (10), и учитывая, что для распространяющейся волны в П-волноводе  $\gamma_{11} = j\gamma'_{11}$ , окончательно для эквивалентного сопротивления щели получим следующее выражение:

$$Z = 2jD_{11}^2 M_1^2 \frac{1 - \cos \gamma'_{11} w}{\gamma'_{11} k_{11}^2} \left[ \frac{\gamma'_{11} w - \sin \gamma'_{11} w}{k_{11}^2 \gamma'_{11}} D_{11}^2 M_1^2 + \right. \\ \left. + \sum_{v=2}^{\infty} \frac{w\gamma_{1v} + e^{-\gamma_{1v} w} - 1}{k_{1v}^2 \gamma_{1v}} D_{1v}^2 M_v^2 - k_0^2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{w\gamma_{1p} + e^{-\gamma_{1p} w} - 1}{k_{1p}^2 \gamma_{1p}^3} D_{1p}^2 N_p^2 + \right. \\ \left. + w \sum_{\substack{m=1, 3, 5, \dots \\ n=0, 1, 2, \dots}} \frac{D_{mn}^2 P_n^2}{k_{mn}^2} - k_0^2 w \sum_{\substack{m=1, 3, 5, \dots \\ n=1, 2, 3, \dots}} \frac{D_{mn}^2 Q_{mn}^2}{k_{mn}^2} \right]^{-1}. \quad (11)$$

В знаменателе выражения (11) суммирование производится по антисимметричным магнитным и симметричным электрическим волнам волновода, причем первые две суммы обусловлены волнами в П-волноводе, последние две — волнами в резонаторе. Величины  $M_v$ ,  $N_p$ ,  $P_n$  и  $Q_{mn}$  рассчитываются по формулам

$$M_v = \sum_{m=0}^{\infty} A_{mv} (-1)^{m+1} \sin r_{mv} a_2 + \sum_{n=0}^{\infty} C_{nv} \left( \frac{n\pi}{b_1} \right) \cos S_{nv} (a_1 - a_2) R,$$

$$N_p = \sum_{m=1}^{\infty} B_{mp} (-1)^m \left( \frac{m\pi}{b_2} \right) \frac{\sin r_{mp} a_2}{r_{mp}} + \sum_{n=1}^{\infty} C_{np} S_{np} \cos S_{np} (a_1 - a_2) R,$$

$$P_n = \frac{\left( \frac{n\pi}{d} \right)^2}{\left( \frac{n\pi}{d} \right)^2 - k_0^2} - 1, \quad Q_{mn} = \frac{\left( \frac{m\pi}{2a_2} \right) \left( \frac{n\pi}{d} \right)}{\left( \frac{n\pi}{d} \right)^2 - k_0^2} + 2 \frac{na_2}{md},$$

$$R = \frac{k_0^2}{k_0^2 - \left( \frac{n\pi}{d} \right)^2} \sin \frac{n\pi}{b_1} (b_2 + d) - \frac{\sin \left( \frac{n\pi b_2}{b_1} - k_0 d \right)}{\frac{n\pi}{b_1} + k_0} + \frac{\sin \left( \frac{n\pi b_2}{b_1} + k_0 d \right)}{\frac{n\pi}{b_1} - k_0},$$

$$D_{mn}^2 = \frac{(2 - \delta_{0n})}{2a_2 d}, \quad \delta_{0n} = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}, \quad k_{mn}^2 = \left( \frac{m\pi}{2a_2} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{d} \right)^2.$$

Для остальных величин расчетные формулы приведены в работе [3].

Для П-волновода с поперечными размерами  $a_1 = 1,31$  см,  $a_2 = 0,204$  см,  $b_1 = 1,18$  см и  $b_2 = 0,49$  см для разных значений  $d$  и  $\omega$  были рассчитаны зависимости величин вносимого затухания  $L = 10 \lg \left( 1 + \frac{Z^2}{4} \right) \text{ дБ}$  от частоты.

На рис. 2 (кривая а) приведена эта зависимость при  $d = 6,8$  мм и  $\omega = 1,5$  мм. Резонанс наблюдается на частотах, когда длина щели  $d$  оказывается примерно равной четверти длины волны в свободном пространстве. Там же приведена аналогичная зависимость (кривая б) для плоскопараллельной закороченной ленточной линии с длиной  $d$ , шириной  $2a_2$  и высотой  $\omega$ .

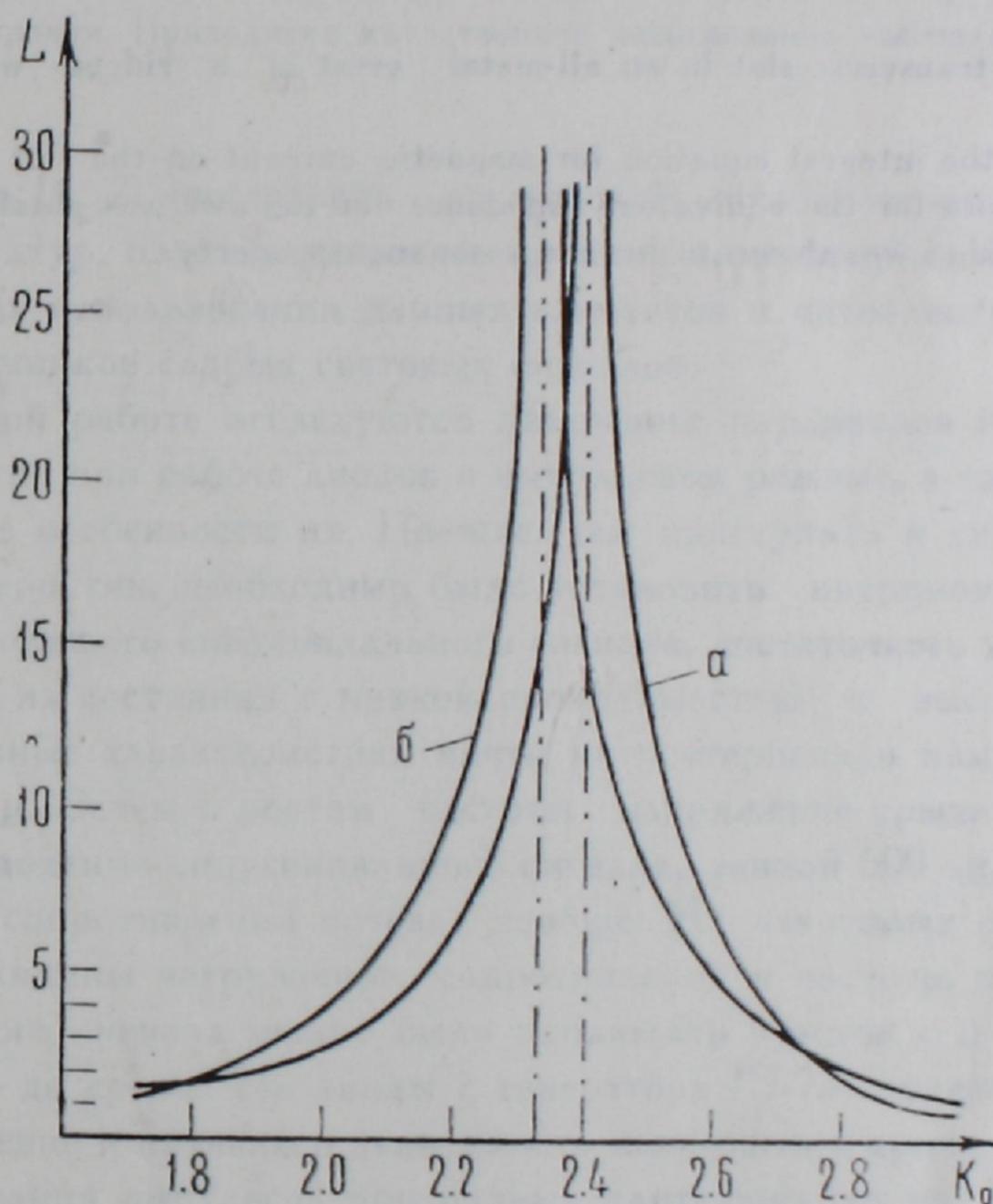


Рис. 2.

Незначительное отличие резонансных частот обусловлено влиянием краевых емкостей. Однако в целом подобное приближение оказывается достаточно хорошим и может быть полезно при расчете П-волноводных частотных фильтров.

Институт радиофизики и электроники  
АН АрмССР

Поступила 10.III.1974

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Вайнштейн. Электромагнитные волны, Изд. Советское радио, М., 1957.
2. Я. Н. Фельд. Радиотехника и электроника, 7, 53 (1962).
3. Г. И. Мариносян. Изв. АН АрмССР, Физика, 9, 469 (1974).

## ՌԵԶՈՆԱՆՍԱՅԻՆ ԱՆԿԱՆՈՆՈՒԹՅՈՒՆ Մ-ՏԻՊԻ ԱՂԻՔԱՍԱՐՈՒՄ

Գ. Ի. ՄԱՐԻՆՈՍՅԱՆ

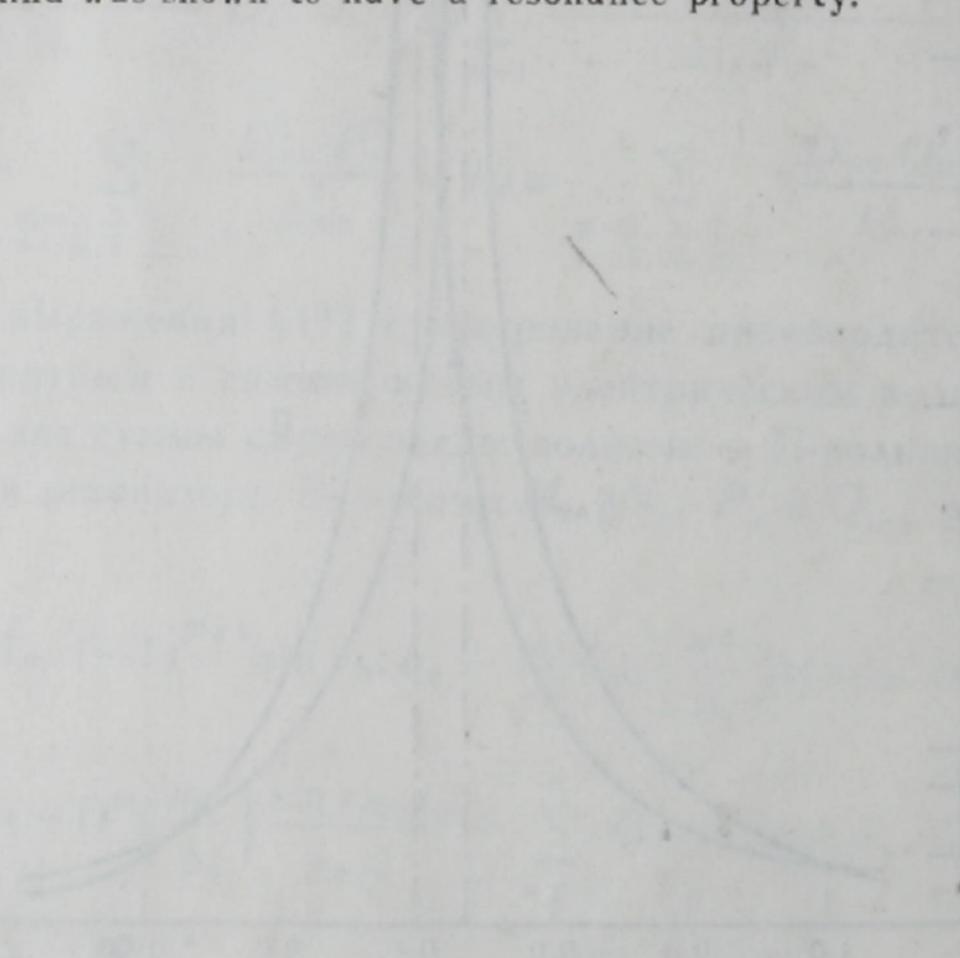
Դիտարկվում է նեղ լայնակի ճեղքը Ս-տիպի ալիքատարի ամբողջամետաղական սանրի ներսում: Ճեղքի մակերևույթի վրա մագնիսական հոսանքի համար ստացված է ինտեգրալային հավասարում, որի հիման վրա ստացված է վարիացիոն արտահայտություն ճեղքի համարժեք դիմադրության համար: Ցույց է տրված, որ անկանոնությունը ունի ռեզոնանսային հատկություն:

## RESONANCE IRREGULARITY IN RIDGED WAVEGUIDE

G. I. MARINOSYAN

A narrow transverse slot in an all-metal crest of a ridged waveguide was considered.

Based on the integral equation for magnetic current on the slot surface, the variational formula for the equivalent impedance of the slot was obtained. The irregularity of this kind was shown to have a resonance property.



ИМПУЛЬСНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ  $p$ - $n$ - $n^+$ -ДИОДОВ ИЗ КРЕМНИЯ, КОМПЕНСИРОВАННОГО ЦИНКОМ

Г. М. АВАКЬЯНЦ, З. Н. АДАМЯН, В. М. АРУТЮНЯН

Исследуются параметры вольт-амперных характеристик  $p$ - $n$ - $n^+$ -структур из кремния, компенсированного цинком, в импульсном режиме. Проведены измерения напряжений и токов срыва в зависимости от длительности подаваемых прямоугольных импульсов, от температуры и светового воздействия. При подаче импульсов напряжения, меньших напряжения срыва, наблюдался длинновременной спад импульсного тока (1,5 мсек и более), который связывается с захватом носителей на глубокие уровни. Приводится качественное истолкование наблюдаемых процессов.

Ранее в [1, 2] сообщалось о высокой чувствительности к свету  $p$ - $n$ - $n^+$ -структур, изготовленных из кремния компенсированного цинком, и перспективах использования данных элементов в оптоэлектронике и в качестве приемников слабых световых сигналов.

В данной работе исследуются изменения параметров вольт-амперных характеристик при работе диодов в импульсном режиме, а также некоторые характерные особенности их. Прежде, чем приступить к снятию импульсных характеристик, необходимо было установить инерционность диодов. В режиме большого синусоидального сигнала, достаточного для переключения диодов из состояния с низкой проводимостью в высокопроводящее, вольт-амперные характеристики почти не претерпевали изменений до частот  $\sim 150$  гц. Затем с ростом частоты напряжение срыва падало, и при частоте следования синусоидального сигнала, равной 600 гц, участок отрицательного сопротивления исчезал вообще. На некоторых образцах путем подбора величины нагрузочного сопротивления и частоты подаваемого синусоидального сигнала можно было наблюдать участок с  $N$ -образной проводимостью до срыва. На диоды с генератора Г5-7А подавалось импульсное напряжение и изучалась зависимость напряжений срыва диодов от частоты следования импульсов при разных длительностях их. Как и следовало ожидать, максимальная инерционность диодов имеет место при подаче длинных импульсов (2000 мсек). Изменение амплитуды и формы импульсов наблюдалось уже при частоте следования, равной 17—20 гц.

При воздействии на диод короткими импульсами (3 мсек) напряжение срыва начинало уменьшаться с  $\sim 3$  кгц. В дальнейшем, для того, чтобы обеспечивалось восстановление первоначального состояния диодов при любых длительностях импульсов, частота следования во всех последующих измерениях поддерживалась постоянной, равной 10 гц. Времена восстановления, измеренные методом сдвоенных импульсов, — порядка 30—35 мсек [2]. Заметим, что всюду в работе изменения, которые претерпевают токи и напряжения, на несколько порядков больше, чем ошибки эксперимента,

связанные с погрешностями измерений на осциллографе С1-18 и с неидеальной прямоугольностью импульсов генератора Г5-7А.

Из рис. 1 видно, что с увеличением длительности подаваемых импульсов напряжения срыва диодов резко падают. Для сравнения приводится аналогичная зависимость, снятая для кремниевых  $S$ -диодов с примесью кадмия (рис. 1, кривая 3). В темноте (кривая 1) напряжения срыва диодов

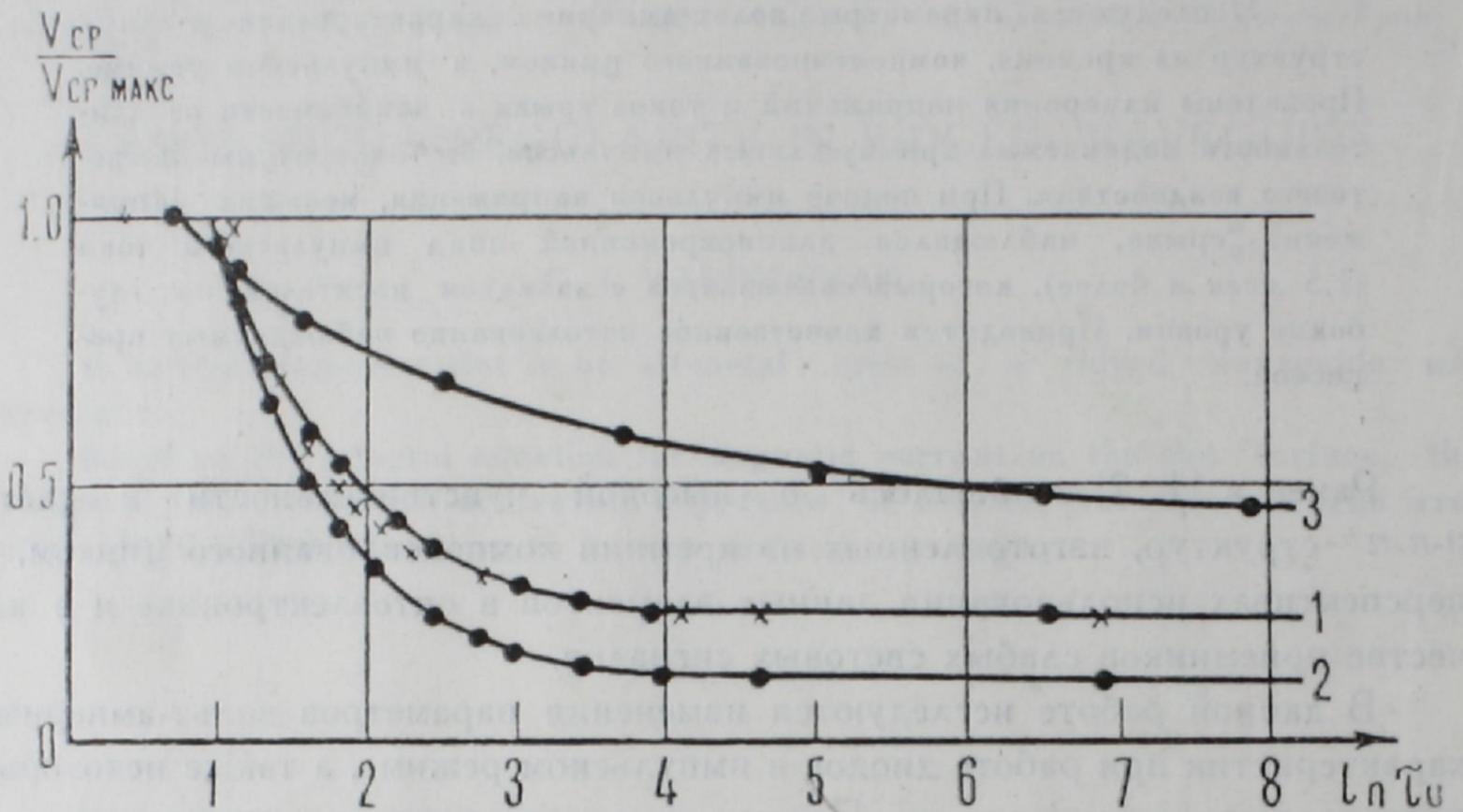


Рис. 1. Полулогарифмическая зависимость напряжения срыва (в относительных единицах) от длительности подаваемых импульсов. Кривые: 1 — темновая, 2 — при 0,3 мкм, 3 — для диодов из  $Si < Cd >$ .

с примесью цинка падают медленнее, чем при свете (кривая 2). Так, темновое напряжение срыва, соответствующее режиму коротких импульсов, с увеличением длительности импульсов уменьшается в 3,5 раза, в то время, как при освещении диодов световым потоком в 0,6 мкм напряжение срыва уменьшается в 7,6 раза. Аналогичная падающая зависимость имеет место и для токов срыва. Диоды с примесью кадмия практически нечувствительны к свету. Темновой спад напряжения срыва при комнатной температуре описывается эмпирической формулой

$$V_{ср.} = V_0 \frac{\ln \left( \frac{t}{\tau_0} + \frac{\tau}{\tau_0} \right)}{\ln \frac{\tau}{\tau_0}},$$

где  $V_0$  — установившееся значение напряжения срыва,  $\tau$  — длительность импульсов,  $\tau_0$  и  $t$  — нормировочные постоянные.

Крестиками на рис. 1 отмечены рассчитанные по формуле точки. Здесь следует оговориться, что указанная выше формула справедлива только для диапазона длительностей импульсов, начинаемого с трех и более мксек. Импульсы длительностью меньше трех мксек не приводят к полному срыву диодов.

Известно [3, 4], что на прямой ветви вольт-амперной характеристики S-диодов из кремния, компенсированного цинком, наблюдаются колебания тока. Такие синусоидальные и близкие к ним колебания присущи и изготовленным нами диодам. Они начинаются со смещений, равных  $(0,5—0,8) V_{ср.}$ . При слабых световых потоках  $(0,3—0,6 \text{ мЛМ})$  колебания начинаются позже  $(0,8—0,9) V_{ср.}$ , а при световом потоке  $\sim 0,9 \text{ мЛМ}$  колебания вовсе исчезают. В режиме генератора тока включение света приводит к исчезновению колебаний. В действительности же при малых световых потоках колебания существуют, только они находятся выше по токам. Частота колебаний у разных диодов разная и находится в пределах  $20 \text{ Гц}—10 \text{ кГц}$ .

Стационарное значение напряжения срыва не всегда совпадает с установившимся при подаче длинных импульсов  $(V_0)$ . Установлено, что стационарное напряжение срыва больше, чем импульсное при длительности импульсов, равной  $2 \text{ мсек}$ , у тех диодов, у которых частоты вышеуказанных колебаний низкие  $(20—40 \text{ Гц})$ . В остальных случаях стационарное значение напряжения срыва либо меньше, либо равно установившемуся импульсному значению.

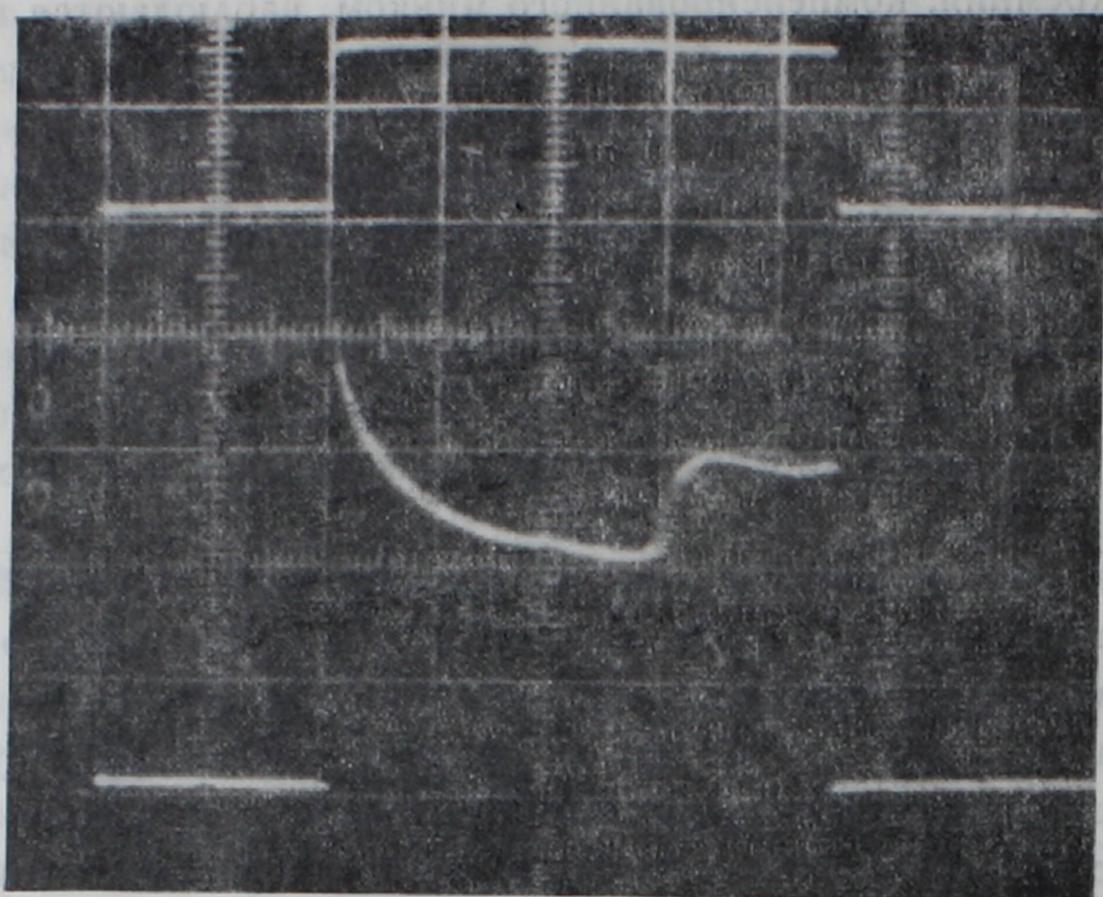
Измерения зависимостей напряжений и токов срыва от длительности импульсов проводились в диапазоне температур  $173—300^\circ\text{К}$ . Выяснилось, что при работе в режиме коротких импульсов  $(\tau_{и} = 3 \text{ мкс})$  диоды гораздо более термостабильны, чем в стационарном режиме. Изменение напряжения срыва в импульсном режиме в указанном диапазоне температур относительно значения  $V_{ср.}$  при  $300^\circ\text{К}$  составляет  $26\%$ , в то время, как в стационарном режиме это изменение достигает  $77—80\%$ . Этот факт представляется важным, так как в стационарном режиме токи срыва слабо изменяются, а остаточные токи и напряжения диодов не зависят от температуры. Изменения претерпевают только напряжения срыва [1, 5].

В режиме генератора напряжения, как и в [6, 7], наблюдается рост и спад тока (рис. 2, 3, нижние кривые). С увеличением смещения спад растет по времени и току, а сам пик сдвигается вправо. Начиная со смещений  $\sim 0,4 V_{ср.}$  спустя  $1,5 \text{ мсек}$  после начала импульса наблюдается рост тока с дальнейшим медленным спадом его (рис. 2а).

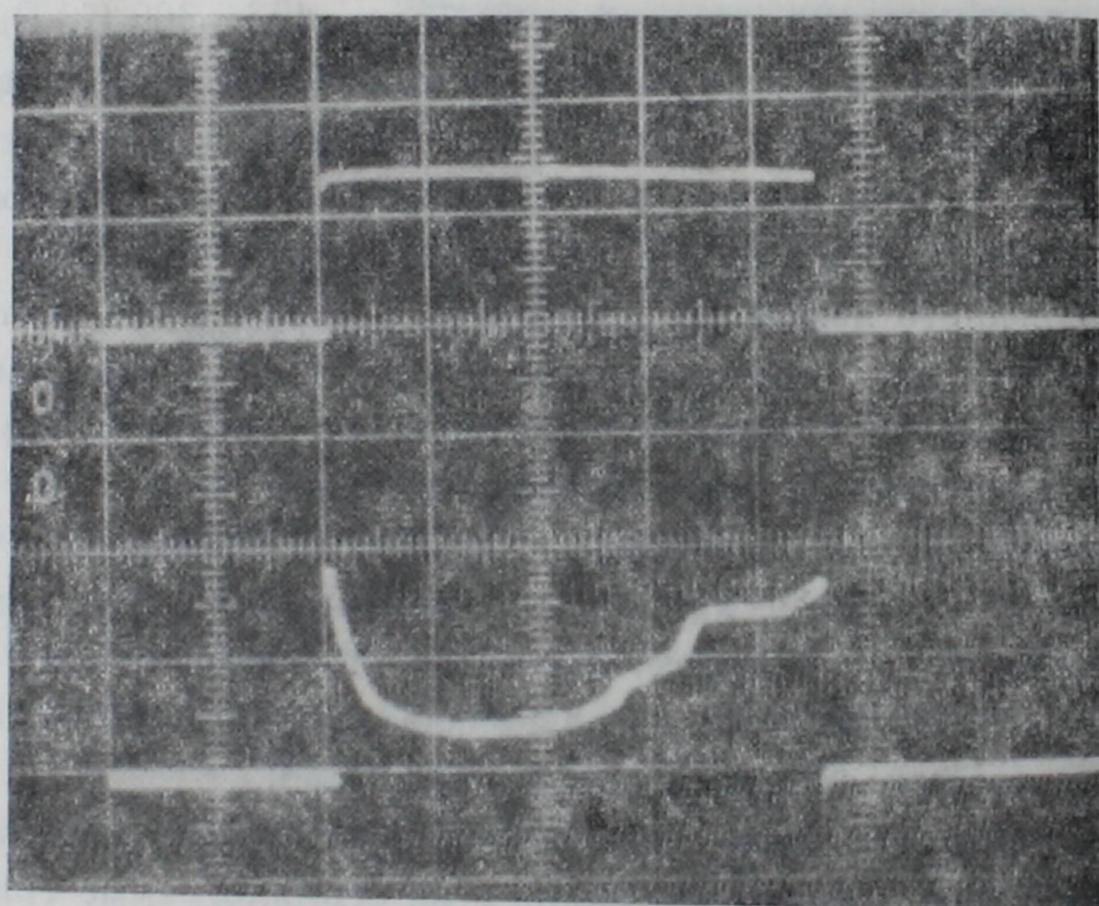
С ростом смещения точка, соответствующая началу увеличения тока, сдвигается влево (рис. 2б, г). Это видно и на осциллограмме (рис. 3а), где представлены токи и напряжения после срыва. С включением слабого светового потока  $\sim 0,3 \text{ мЛМ}$  излом в кривой импульса тока исчезает, пик смещается вправо, а средний уровень токов растет (рис. 3б, средняя кривая).

Форма импульса тока от диода к диоду может несколько отличаться. Разнообразие кривых тока объясняется различными длинами баз и качеством тылового контакта. Но для всех диодов характерны большие времена спада от  $200 \text{ мксек}$  до  $2 \text{ мсек}$  и более.

Разность между установившимся и максимальным токами с понижением температуры растет и достигает  $1—1,5 \text{ ма}$ . Время спада тока с понижением температуры также растет. Действие параллельно подключенной емкости начинает проявляться со значений порядка единиц микрофард.



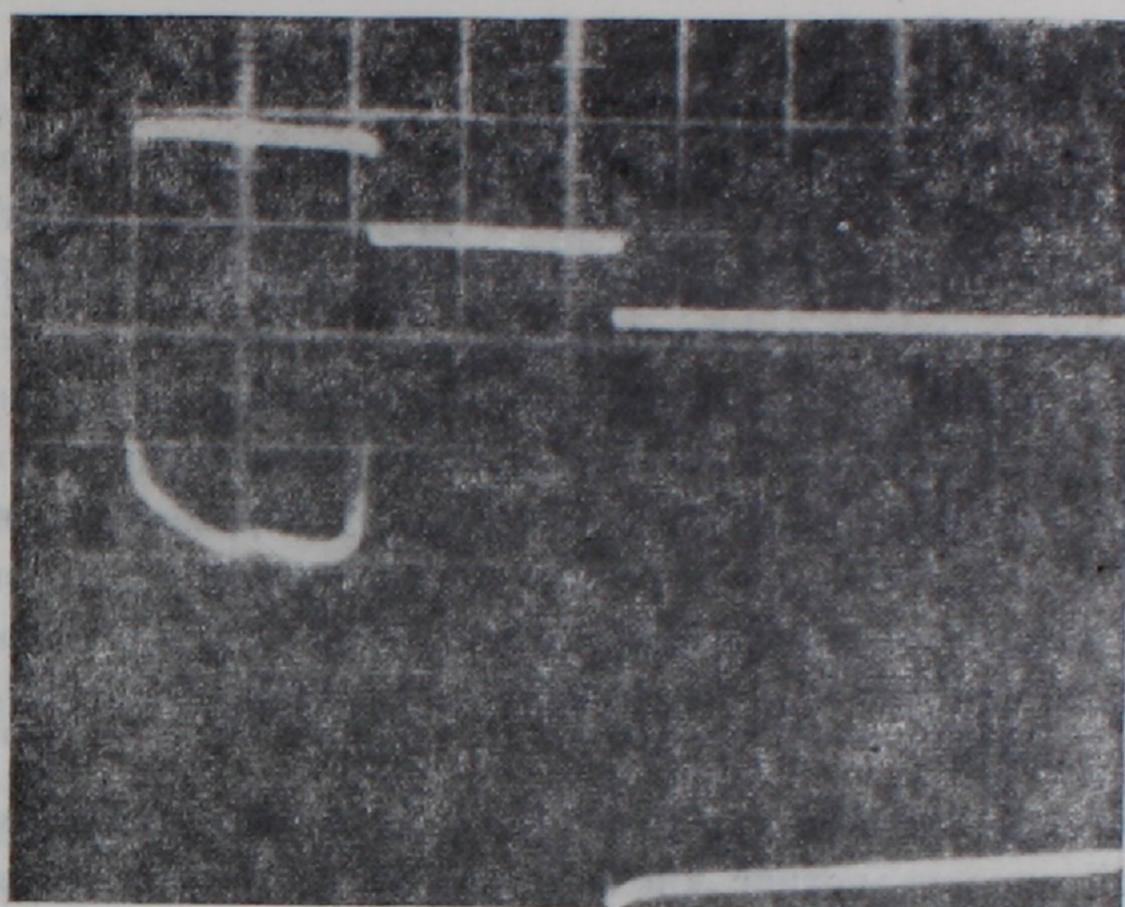
а



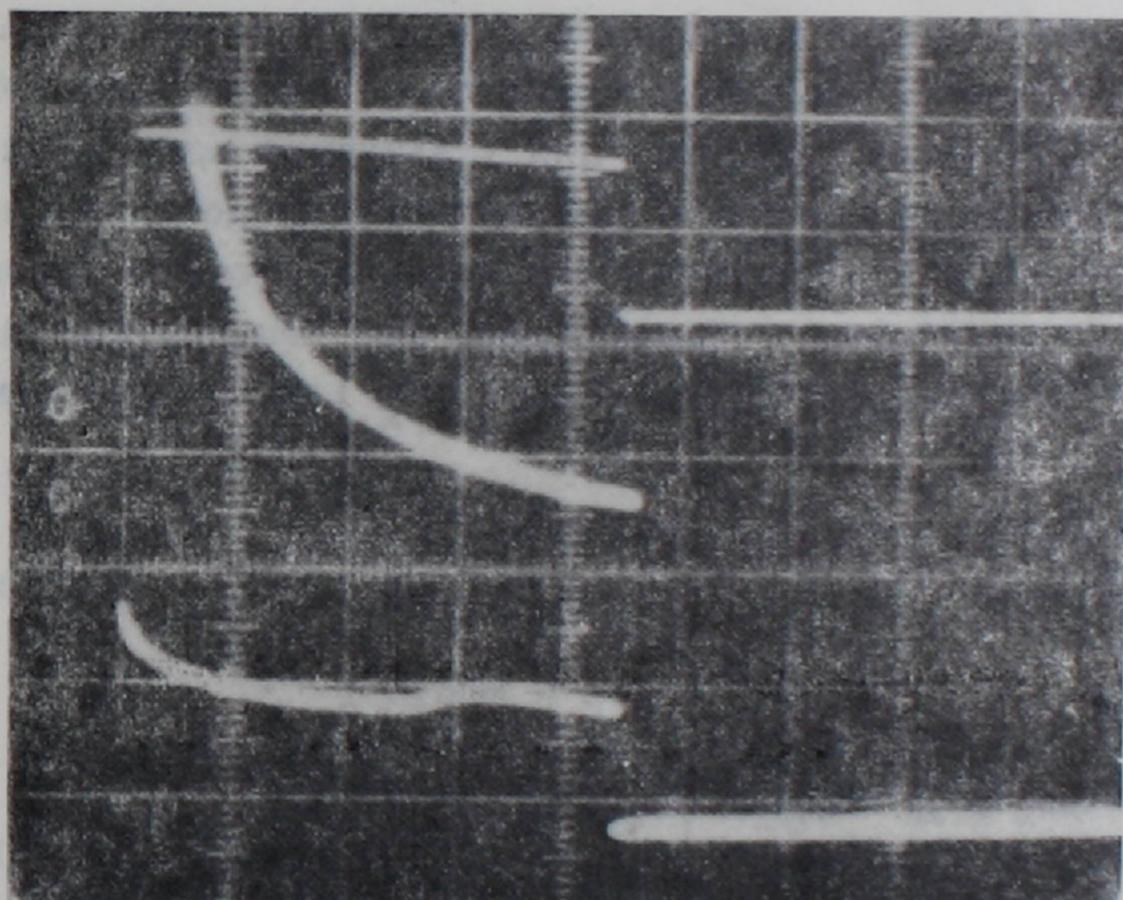
б

Рис. 2. Осциллограммы импульсов напряжения (верхние кривые) и токов (нижние). Масштаб по горизонтали: 1 дел. — 0,5 мсек; а) масштаб по  $V$ : 1 дел. — 5 в, по  $J$ : 1 дел. — 0,04 ма; б) масштаб по  $V$ : 1 дел. — 12 в, по  $J$ : 1 дел. — 0,2 ма.

В работе [7] утверждается, что время спада тока диодов, изготовленных из кремния, компенсированного  $Ag$ ,  $Au$ ,  $Ni$ ,  $Co$  и  $Cd$  (из материалов, время жизни в которых отличается друг от друга более чем на порядок), примерно одинаково (10 мсек) и появление максимума тока объясняется уменьшением биполярной дрейфовой подвижности во времени по мере установления стационарного заполнения глубоких уровней. Результаты на-



а



б

Рис. 3. Осциллограммы импульсов напряжения (верхние кривые) и токов (нижние и средняя на б). Масштаб по горизонтали: 1 дел. — 0,5  $\mu$ с; а) масштаб по  $V$ : 1 дел. — 12 в, по  $J$ : 1 дел. — 0,12  $\mu$ а; б) масштаб по  $V$ : 1 дел. — 5 в, по  $J$ : 1 дел. — 0,12  $\mu$ а.

ших измерений свидетельствуют о том, что для диодов из кремния с примесью цинка спад тока со временем существенно длиннее (на три порядка), чем спад тока у диодов из кремния с другими примесями.

Мы считаем, что спад тока в нашем случае связан с захватом носителей на уровни [6], а большие времена — следствие малых сечений захвата электронов на однократно ионизированный атом цинка ( $10^{-18} - 10^{-20}$   $\text{см}^2$  [8, 9]).

В рамках развитой в [10] теории становится понятным поведение импульсного тока со временем (рис. 2). Вначале, при умеренном уровне ин-

жекции  $p < p_3 \equiv \frac{p_1 \theta_2}{a \theta_1}$  и время жизни дырок в базе постоянно. Спад тока в этом случае — экспоненциальный. В течение последующего времени в базе накапливается достаточное количество дырок, чтобы в большей части последней выполнялось бы условие  $p > p_3$ . Тогда в этой части времени жизни  $\tau_p$  и  $\tau_n$  не являются уже постоянными величинами, более того, они уменьшаются с ростом накопления дырок и электронов, что приводит к изменению зависимости спада тока со временем (экспоненциальная зависимость сменяется на обратно пропорциональную). Кроме того, в изменение закономерности спада тока со временем определенный вклад вносят зависимости сечения захвата электронов на однократно отрицательно заряженные акцепторные центры [8] и подвижности электронов от напряженности электрического поля.

В дальнейшем, начиная с  $V = 0,4 V_{\text{ср}}$  (согласно опытным данным), на импульсной характеристике диода появляется новый участок с весьма слабым наклоном. Переход к этому участку сопровождается небольшим возрастанием тока, что, по всей вероятности, связано с перезарядкой верхнего акцепторного уровня и забросом электронов из него в зону проводимости. Далее с ростом приложенного импульса напряжения в базе, согласно модели [10], создаются условия для увеличения времени жизни дырок вблизи  $p$ - $n$ -перехода и область с увеличенным временем жизни входит в базу, что приводит к полной раскомпенсации акцепторных уровней и формированию отрицательного сопротивления. На импульсной характеристике свидетельством этого является резкий рост импульсного тока в момент срыва (рис. 2б, 3а).

Институт радиофизики и электроники  
АН АрмССР

Поступила 10.II.1974

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Г. М. Авакьянц и др. Микроэлектроника, 3, 49 (1974).
2. A. T. Maher, B. G. Streetman, N. Holonyak, Jr. IEEE Trans., ED-16, 963 (1969).
3. M. M. Blouke et al. Sol. St. Electronics, 13, 337 (1970).
4. Л. М. Капитонова и др. ФТП, 6, 1779 (1972).
5. Г. М. Авакьянц и др. ДАН АрмССР, 52, 76 (1971).
6. И. Р. Альтман. Автореферат канд. диссертации, ЕГУ, Ереван, 1968.
7. В. К. Григорьев и др. ФТП, 4, 973 (1970).
8. Б. В. Корнилов. Сб. Физика электронно-дырочных переходов и полупроводниковых приборов, Изд. Наука, 1969, стр. 319.
9. A. F. Sklensky, R. H. Bube. Phys. Rev., 6, 1328 (1972).
10. З. Н. Адамян, В. М. Арутюнян. Изв. АН АрмССР, Физика, 9, 484 (1974).

ՅԻՆԿՈՎ ԿՈՄՊԵՆՍԱՑՎԱԾ ՍԻՆՏԻՈՒՄԱՅԻՆ S-ԵՐԿԷԼԵԿՏՐՈՆԵՐԻ  
ԻՄՊՈՒԼՍԱՅԻՆ ԲՆՈՒԹԱԳԾԵՐԸ

Գ. Մ. ԱՎԱԳՅԱՆՑ, Զ. Ն. ԱԳԱՄՅԱՆ, Վ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Հետազոտված են ջինկով կոմպենսացված սինտիումային  $p$ - $n$ - $n^+$  ստրուկտուրաների վառ-  
ամպերային բնութագրերի սլարամետրերը իմպուլսային սեծիմում: Ուղղանկյուն իմպուլսների

տևողությունից, ջերմաստիճանից և լույսի ազդեցությունից կախված կատարված են խզման լարման և հոսանքի շափումներ: Երբ իմպուլսի լարումը փոքր է խզման լարումից, դիտվում է իմպուլսային հոսանքի երկարատև անկում (1,5 և ավելի միկրովարկյան), որը բացատրվում է հոսանքակիրների գրավումով խորը մակարդակների վրա, ընդ որում հոսանքի ժամանակային էքսպոնենցիալ անկումը փոխարինվում է հակադարձ համեմատականի: Բերվում է դիտվող երկվույթների որակական մեկնաբանությունը:

## PULSE RESPONSE OF ZINC COMPENSATED SILICON S-DIODES

G. M. AVAKYANTS, Z. N. ADAMYAN, V. M. HARUTUNYAN

The parameters of VC characteristics of  $p-n-n^+$ -zinc compensated silicon-structures are studied in pulsed conditions. The breakdown voltage and current were measured as functions of the duration of rectangular pulses applied, the temperature and the illumination effects as well. The slow fall-off of pulsed current at the application of voltage pulses lesser than the breakdown voltage was observed. The qualitative interpretation of observed phenomena is proposed.

## ШИРОКОПОЛОСНЫЙ ОДНОДИОДНЫЙ ДВУХКОНТУРНЫЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ УСИЛИТЕЛЬ НЕСИММЕТРИЧНОЙ МИКРОПОЛОСКОВОЙ КОНСТРУКЦИИ

В. Е. КАРАПЕТЯН, К. С. МОСОЯН, А. К. МУРОЯН, А. И. СМОЛИН

Рассмотрены конструкция и эквивалентная схема однодиодного двухконтурного параметрического усилителя 3-х сантиметровой диапозона на несимметричных микрополосковых линиях. Приведены некоторые расчетные соотношения и экспериментальные данные по основным параметрам усилителя. Получены следующие результаты: коэффициент усиления по мощности  $-10 \div -11$  дб, коэффициент шума  $\sim 1,4$ , полоса пропускания по уровню 3 дб  $\sim 10\%$ .

### В в е д е н и е

Применение гибридно-интегральных схем ПУ позволяет максимально уменьшить паразитные параметры корпуса диода и облегчить задачу построения широкополосных развязывающих цепей. Но здесь при  $f_n \gg f_n - f_x$ , где  $f_x$  — частота холостого колебания,  $f_n$  — частота колебаний накачки, увеличивается требуемая мощность накачки, так как фильтрующие и трансформирующие цепи, которые нужны в тракте накачки, выполняются на микрополосках с большими погонными потерями [1].

Целью настоящей работы является исследование однодиодного двухконтурного ПУ несимметричной микрополосковой конструкции, где можно реализовать полосы пропускания, близкие к полосам пропускания известных балансных параметрических усилителей, при малой потребляемой мощности накачки.

### Описание конструкции и расчет эквивалентной схемы

На рис. 1 и 2 изображены конструкция и эквивалентная схема широкополосного маломощного однодиодного ПУ несимметричной микрополосковой конструкции.

На одной поверхности диэлектрической подложки (1) методом вакуумного напыления нанесены структурные элементы сигнальной и холостой цепей. На обратной поверхности (11) осуществлена сплошная металлизация кроме окна под диодом (7), которое служит резонансной диафрагмой для подачи мощности накачки. На фланец (10) накладывается диэлектрическая подложка так, чтобы резонансная диафрагма включалась в волновод, запердельный для холостой частоты, волны  $H_{10}$  (9) с плавным переходом. В усилителе холостой контур образуется последовательным резонатором, состоящим из емкости обратно-смещенного диода (2) и индуктивности контактной иглы (3), с резонансной частотой  $\omega_d$ , развязывающими последовательными резонансными контурами (2а) и (2б) с резонансной частотой  $\omega_{ш}$  и сосредоточенным реактивным сопротивлением

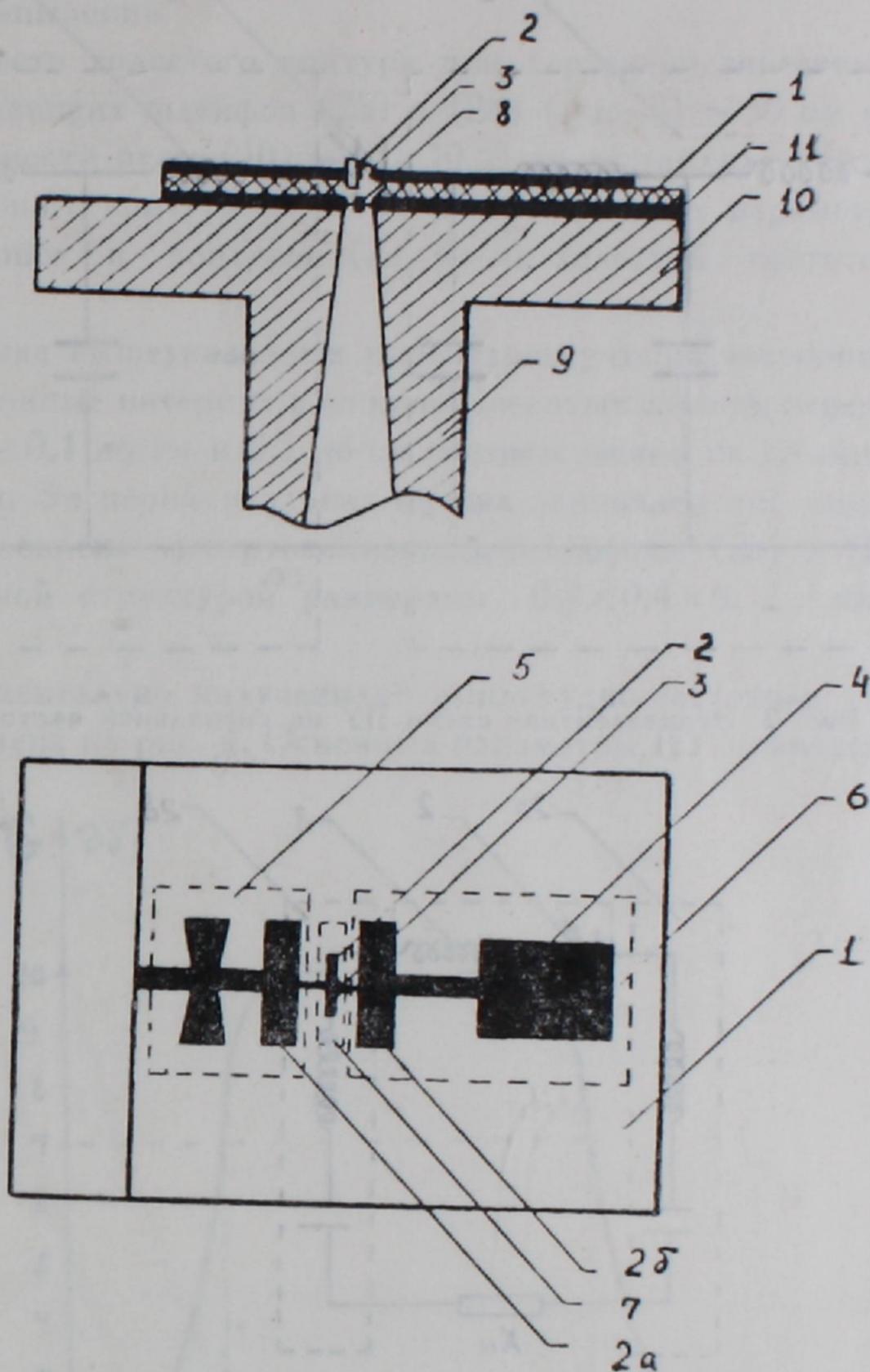


Рис. 1. Конструкция параметрического усилителя: 1 — диэлектрическая подложка, 2 — бескорпусный параметрический диод, 3 — контактная игла, 4 — блокирующая емкость, 5 — фильтр нижних частот, 6 — эквивалентная индуктивность для компенсации реактивного сопротивления обратно-смещенного параметрического диода, 7 — неметаллизированное окно, 8 — сосредоточенное реактивное сопротивление, 9 — волновод накачки с плавным переходом, 10 — фланец, 11 — заземленная плоскость.

$X_H$  (8), включенным в волновод (9) в плоскость резонансной диафрагмы (рис. 3).

Для развязки холостого контура от блокирующей емкости (4) требуется, чтобы

$$X_H(\omega_{ш}) = 0 \quad \text{при } \omega_d = \omega_{ш},$$

$$X_H(\omega_{ш}) + X_C(\omega_{ш}) + X_L(\omega_{ш}) = 0 \quad \text{при } \omega_d \neq \omega_{ш},$$

где  $X_C$  — емкостное сопротивление диода (2),  $X_L$  — индуктивное сопротивление иглы (3).

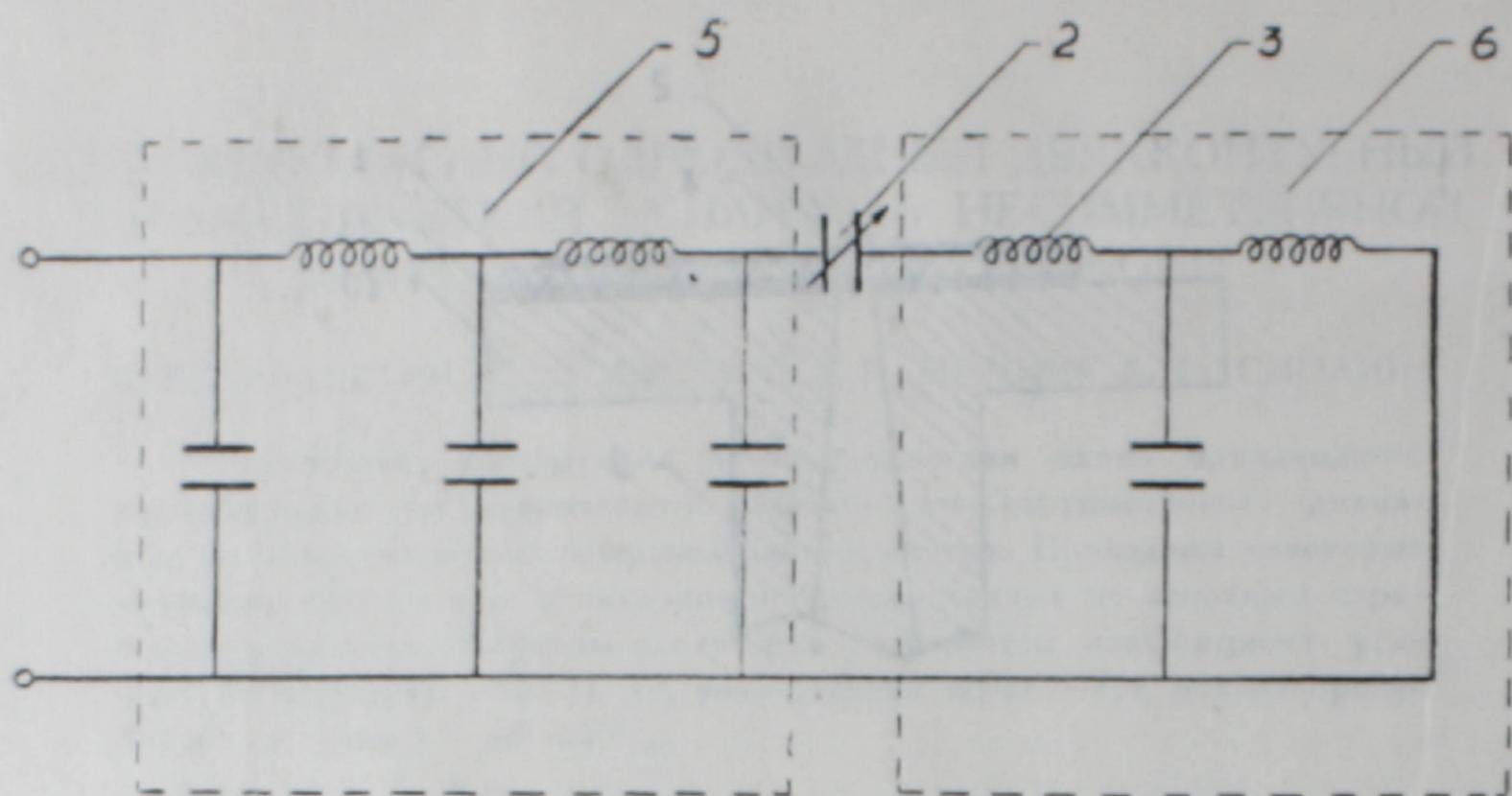


Рис. 2. Эквивалентная схема ПУ на сигнальной частоте.

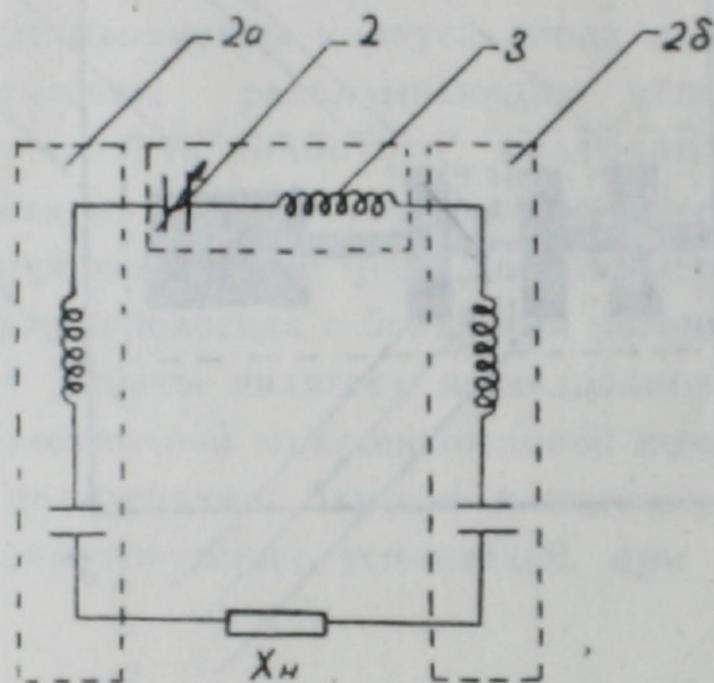


Рис. 3. Эквивалентная схема холостого контура ПУ.

Для того, чтобы обеспечить минимальную добротность холостого контура, нужно обеспечить минимальную крутизну контуров (2а), (2б) и (8). Чтобы одновременно обеспечить минимальную добротность сигнального контура, эквивалентные емкостные составляющие, которые представляют собой сопротивления контуров (2а) и (2б) на сигнальной частоте, вводятся соответственно в структуру фильтра (5) нижних частот и в индуктивность (6).

### Экспериментальные результаты

Экспериментально исследован макет ПУ 3-х сантиметрового диапазона с накачкой в 8 мм диапазоне. В ПУ использованы бескорпусные диодные структуры из арсенида галлия ( $GaAs$ ) с барьером Шоттки емкостью  $\sim 0,3$  пф при нулевом смещении и  $\tau_g \approx 0,7$  псек. Структурные эле-

менты ПУ выполнены на сапфировой подложке толщиной 0,5 мм методом вакуумного напыления.

Добротность холостого контура при характеристическом сопротивлении развязывающих шлейфов (2а) и (2б) (рис. 3)  $\sim 50$  ом и реализованной индуктивности иглы (10)  $\sim 0,1 \cdot 10^{-9}$  гн составляла  $Q_x = 24$ . Добротность сигнального контура с учетом распределенных параметров микрополосковой линии и контуров (2а, б) на холостой частоте составляла  $Q_c = 2$ .

При оценке вышеуказанных параметров учтены экспериментально измеренные погонные потери  $\alpha$  в микрополосковых линиях передачи, которые составляли  $\sim 0,1$  дб/см и  $0,5$  дб/см соответственно на сигнальной и холостой частотах. Экспериментальная оценка эквивалентной емкости корпуса, которая обусловлена четвертьволновыми шлейфами (2а) и (2б) и бескорпусной диодной структурой размерами  $0,4 \times 0,4 \times 0,12$  мм<sup>3</sup>, составляла  $\sim 0,02$  пф.

Экспериментально полученная амплитудно-частотная характеристика ПУ приведена на рис. 4. Основные параметры ПУ приведены в таблице.

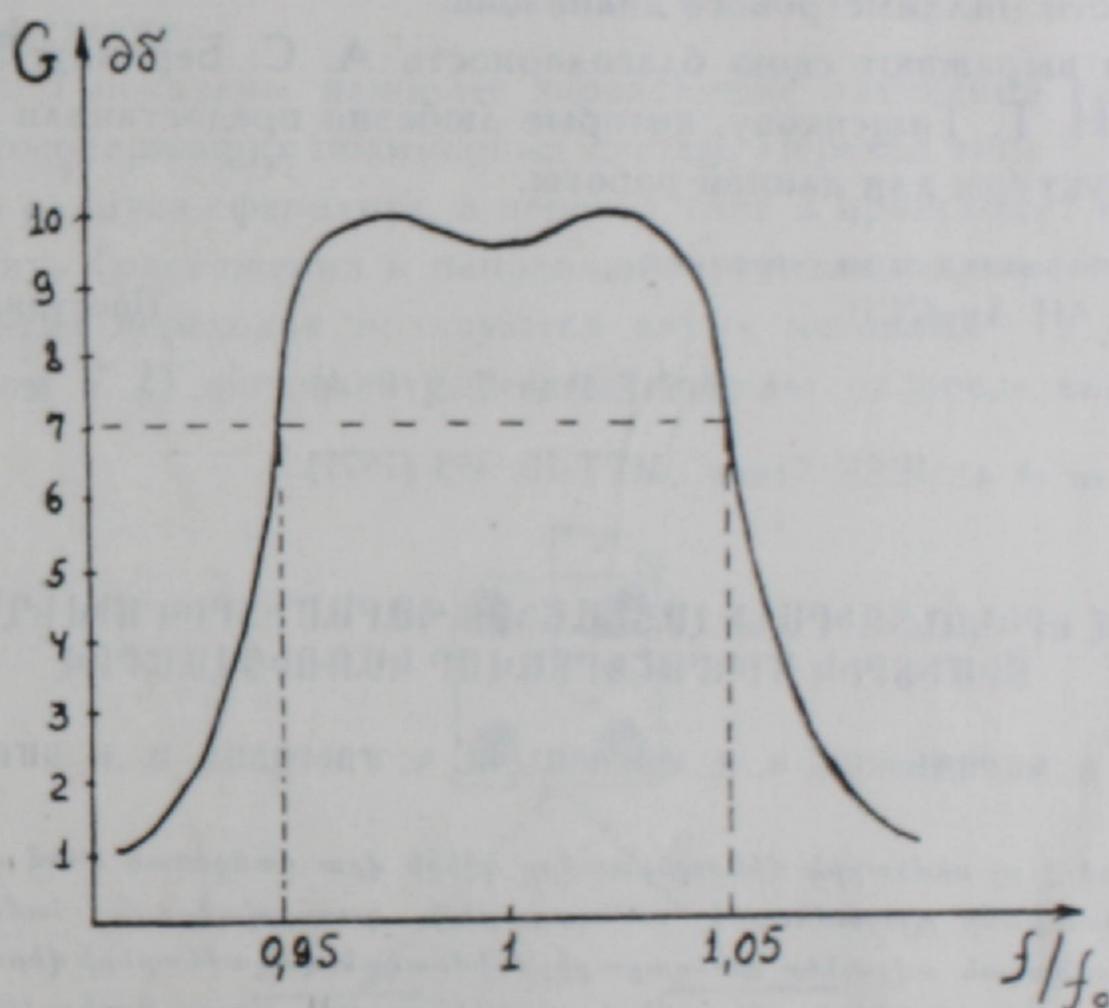


Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика ПУ.

Таблица	
Коэффициент усиления по мощности	10÷11 дб
Неравномерность усиления	$\pm 0,5$ дб
Полоса пропускания по уровню 3 дб	$\sim 10\%$
Коэффициент шума	1,4
Отношение $f_x/f_c$	$\sim 4$
Мощность накачки	40 мвт
Входная мощность насыщения	$10^{-5}$ вт
Потери в волноводно-микрополосковом переходе	0,07 дб
Потери в циркуляторе на центральной частоте	0,25 дб
Потери в фильтре нижних частот	0,2 дб

### З а к л ю ч е н и е

Вышеприведенные экспериментальные результаты показывают, что предложенная схема однодиодного параметрического усилителя несимметричной микрополосковой конструкции обеспечивает полосу пропускания, близкую к полосам пропускания, реализуемым в известных балансных параметрических усилителях волноводной конструкции, одновременно обеспечивая малый коэффициент шума.

Применение данной конструкции двухконтурного ПУ в диапазоне усиливаемых частот (5 ÷ 20) см может обеспечить полосу пропускания 15 ÷ 20%. В данной конструкции очень легко решить вопрос повышения частоты накачки для уменьшения эквивалентной входной шумовой температуры.

Необходимо также отметить, что вышеуказанный волноводно-несимметричный микрополосковый переход, использованный для подачи мощности накачки на диод, можно успешно использовать для создания параметрических усилителей и смесителей микрополосковой конструкции коротковолновой части миллиметрового диапазона.

Авторы выражают свою благодарность А. С. Берлину, М. Е. Лисогорскому и Н. Т. Тищенко, которые любезно предоставили полупроводниковые структуры для данной работы.

Институт радиофизики и электроники  
АН АрмССР

Поступила 29.XII.1973

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. H. C. Okean et al. IEEE Trans., MTT-19, 493 (1971).

### ՄԵԿ ԴԻՈԴՈՎ ԵՐԿԿՈՆՏՈՒՐԱՆԻ ԼԱՅՆԱՇԵՐՏ ՊԱՐԱՄԵՏՐԻԿ ՈՒԺԵՂԱՑՈՒՑԻԶԻՉ՝ ՈՉ ՍԻՄԵՏՐԻԿ ՄԻԿՐՈՇՐԻՍԱՎՈՐ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՈՎ

Վ. Ե. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ, Կ. Ս. ՄՈՍՈՅԱՆ, Ա. Կ. ՄՈՒՐՈՅԱՆ, Ա. Ի. ՍՄՈԼԻՆ

Դիտարկված է ոչ սիմետրիկ միկրոշերտավոր գծերի վրա ստեղծված 3-սմ դիտապազոնի մեկ դիոդով երկկոնտուրանի պարամետրիկ ուժեղացուցիչի կառուցվածքը և համարժեք սխեման: Բերված են փորձնական տվյալներ ուժեղացուցիչի հիմնական պարամետրերի վերաբերյալ: Ստացված են հետևյալ արդյունքները՝ ուժեղացման գործակիցը ըստ հզորության—10 ÷ 11 դբ, աղմուկի գործակիցը ~ 1,4, խողարկման շերտը 3 դբ մակարդակի վրա ~ 10%:

### THE WIDEBAND ONE-DIODE NONDEGENERATE MICROSTRIP PARAMETRIC AMPLIFIER

V. E. KARAPETYAN, K. S. MOSOYAN, A. K. MUROYAN, A. I. SMOLIN

The X-band one-diode nondegenerate microstrip parametric amplifier is considered. The experimental data on the performance factors of the amplifier are given.

## НЕГОНИОМЕТРИЧЕСКАЯ РЕГИСТРАЦИЯ МАЛОУГЛОВОГО РАССЕЯНИЯ ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА

Х. Г. АЙВАЗЯН, В. Г. БАРАНОВ, С. Я. ФРЕНКЕЛЬ

Сконструирован прибор, позволяющий исследовать почти все разновидности МРПС при кристаллизации и деформации сферолитосодержащих полимерных систем. С помощью этого прибора проведено исследование кристаллизации кордного поликапамида и деформации ПЭНД.

Наиболее сложные картины малоуглового рассеяния поляризованного света (МРПС) наблюдаются при исследовании полимерных аморфно-кристаллических систем, которые дают дифрактограммы с набором достаточно четких дискретных рефлексов [1]. Значительный интерес представляет получение всех характеристик МРПС при быстром изменении картин рассеяния непосредственно в процессе кристаллизации или ориентации исследуемых систем.

На рис. 1 показаны наиболее характерные изменения картин МРПС от сферолитосодержащих полимерных систем. Переход типа I соответствует увеличению радиуса сферолита, а переход типа 2 происходит при деформации сферолита (растяжении в направлении, указанном стрелкой). Для регистрации этих переходов пользуются двумя методами: 1) фотографическим методом и 2) фотоэлектрической записью распределения интенсивности.

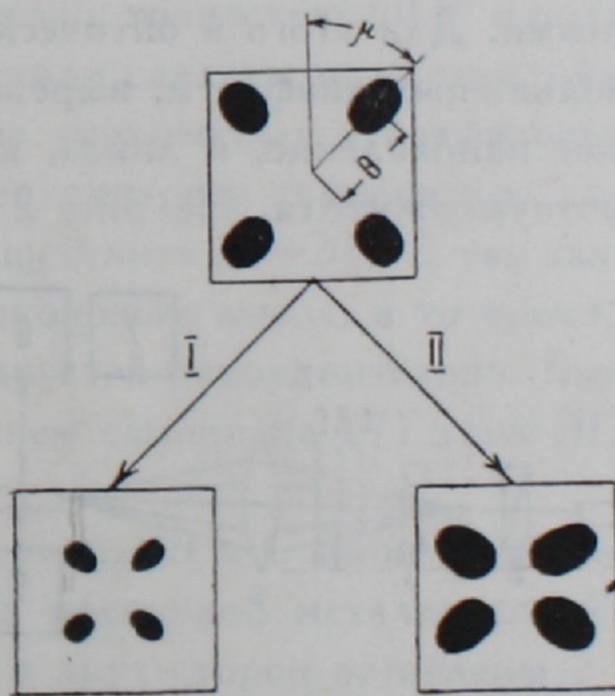


Рис. 1. Типичная картина МРПС от полимерной системы, содержащей сферолиты, и ее изменения: I — при увеличении радиуса сферолита; II — при деформации сферолита (растяжении в направлении, указанном стрелкой).

При использовании фотографических методов картина рассеяния фиксируется на плоскопараллельной фотопленке или фотопластинке и на основе анализа распределения почернения судят о распределении интенсивности рассеяния по углам. Съемка дифрактограмм этим способом может производиться достаточно быстро (с применением кинокамер), однако процесс

определения оптических плотностей (почернения) довольно трудоемок и далеко не однозначен, что не позволяет достаточно точно определять абсолютные значения интенсивностей рассеяния и их изменение. Поэтому, как правило, этот метод используется только для определения положения максимумов интенсивности рассеяния. Описания конкретных установок для фотографической регистрации рассеяния света можно найти в работах [1—4].

Наиболее распространенным способом фотоэлектрической регистрации является сканирование индикатрисы рассеяния поворотом фотоэлемента или умножителя со щелевой или круглой диафрагмой относительно центра, в котором расположен исследуемый образец. Поворот регистрирующего устройства осуществляется крайне медленно для обеспечения постоянной скорости, а показания снимаются либо с гальванометра, либо записываются на самописец [5—7]. Кроме того, использование щелевой диафрагмы в случае сложных распределений интенсивности рассеяния по углам приводит обычно к значительным ошибкам [8]. Такой способ позволяет определять точные значения величины и распределения интенсивности по углам лишь для статических картин рассеяния. К его очевидным принципиальным недостаткам относится невозможность регистрации быстро изменяющихся картин рассеяния со сложным распределением интенсивности по углам.

Мы использовали относительно простой способ регистрации полного распределения интенсивности рассеянного под малыми углами света для быстро изменяющейся дифракционной картины, позволяющий исследуемому объекту (поскольку он может быть и жидким) и регистрирующему блоку оставаться неподвижными. Для этого в оптическую схему вводится набор вращающихся и неподвижных диафрагм, вырезающих из дифракционной картины определенное направление, и линза, которая фокусирует это направление на катод фотоумножителя. На рис. 2 представлено схематич-

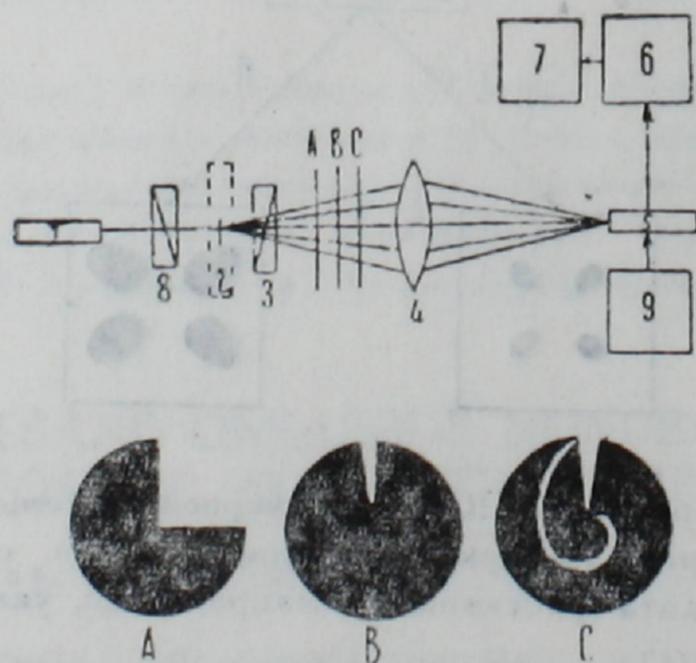


Рис. 2. Принципиальная схема установки для фотоэлектрической регистрации МРПС с помощью вращающихся диафрагм.

ческое изображение способа регистрации с набором диафрагм и блок-схема прибора. В качестве источника света (1) может быть использована любая

система, дающая хорошо коллимированный и, если необходимо, плоско поляризованный пучок света (напр., газовый лазер). Нами взят переделанный осветитель типа ОИ-19 с коллимирующей системой: точечной диафрагмой, присовой диафрагмой и поляроидом [8]. Далее помещается образец (2) в кювете или термостате. Рассеянный луч проходит (если это необходимо) через анализатор (поляроид 3) и затем попадает на систему диафрагм А, В, С и линзу (4), которая и фокусирует все лучи на катод фотоумножителя (5). Соответствующий сигнал после усилителя (6) идет на записывающее или показывающее устройство (7): осциллограф, ЭПП-09 или стрелочный прибор. Для питания ФЭУ взят электронный стабилизатор (9).

Образцы изготовлялись переплавлением гранул поликаприда между покровными стеклами ( $16 \times 16$  мм<sup>2</sup>) с зазором 40 мкм. При кристаллизации образец помещался в съемную термостатируемую ячейку, которая с двух сторон имела отверстия для прохождения света (термостатирование воздушное). Для плавления образца была сделана специальная печка в виде стеклянного цилиндра диаметром 4 см и длиной 30 см, внутрь которого был вмонтирован нагревательный элемент в керамической трубке. Температура печки регулировалась при помощи ЭПВ-2 и термопары, вмонтированной в нагревательный центр печи (точность регулировки составляла  $\pm 5^\circ$ ). Точное воздушное термостатирование ячейки производится иначе. Для этой цели взят геплеровский термостат типа У 10, который заправлен силиконовым маслом. Точность термостатирования такого термостата около  $\pm 0,5^\circ$ . В этот термостат помещена длинная медная спиралевидная труба, проходя через которую воздух нагревается до температуры силиконового масла с точностью  $\pm 0,5^\circ$  и подается при помощи крана к ячейке. Стеклянные детали сделаны из термостойкого стекла типа пирекс. В качестве смазки крана употребляется графитовый порошок, так как для плавления образцов предусмотрена температура до  $+300^\circ\text{C}$ . Точное термостатирование можно осуществить до  $\sim 200^\circ\text{C}$ , так как оно лимитировано температурой кипения силиконового масла, в то время, как использование более высококипящих жидкостей затруднительно. Быстрое действие прибора ограничено использованием самописца (7) типа ЭПП-09 со временем пробега каретки 1 сек.

Вращающиеся диафрагмы В и С вмонтированы в единый общий блок следующим образом. Из массивной металлической болванки выточен цилиндр, внутри которого с двух сторон вставлены 2 подшипника с внутренним диаметром отверстий 86 мм. В эти отверстия вдеты металлические цилиндры, с одной стороны которых имеются зубчатые колеса. Внутри вставлены легкие алюминиевые полые цилиндры, к торцевым стенкам которых приклеиваются диафрагмы В и С из черной бумаги. Металлические цилиндры вращаются с разными скоростями, сообщаемыми зубчатым колесам двумя моторами с разными редукциями. Блок установлен на специальном столике, который жестко крепится на оптической скамье ОСК-2. Конденсорные линзы (4) и ФЭУ (5) смонтированы вместе. Скрепленные между собой внутри конического экрана и цилиндра, сделанных из почернен-

ного листового железа, они механически крепятся к блоку вращающихся диафрагм.

Для фотоэлектрической регистрации нами опробованы два варианта блок-схемы, приведенной на рис. 2. В первом варианте использованы: ФЭУ-35 (5), усилитель типа VI-2 (6), самописец типа ЭПП-09 и высоковольтный электронный стабилизатор напряжения типа ВС-22 (9). Во втором, более надежном, варианте использован заводской блок от фотометрической насадки типа ФМЭ-1, в котором для уменьшения постоянной времени усилителя был отключен конденсатор, шунтирующий правую сетку лампы 6Н1П. Это позволило в качестве регистрирующего прибора использовать ЭПП-09 с временем пробега каретки 1 сек, которым ограничивается быстродействие прибора в данном варианте.

Как следует из рис. 2, диафрагма *A* вырезает один квадрант дифракционной картины, которая, как правило, симметрична. При исследовании деформации пленок вырезалась половина окружности. Диафрагма *B*, как и *A*, представляет собой тонкий непрозрачный диск с вырезанным сектором. В диафрагме *C* помимо такого же выреза, как и в диафрагме *B*, имеется дополнительный вырез в форме спирали Архимеда, что создает при повороте на определенный угол  $\varphi$  линейное перемещение  $r = a\varphi$  вдоль радиуса, где  $a = \text{const}$ .

Для проверки работы установки были проведены наблюдения изменений МРПС при регистрации перехода типа 1 (рис. 1). Диафрагма *B* устанавливалась неподвижно в положении  $M = 45^\circ$ , а диафрагма *C* вращалась со скоростью 0,143 об/сек. На рис. 3 приведены изменения МРПС при

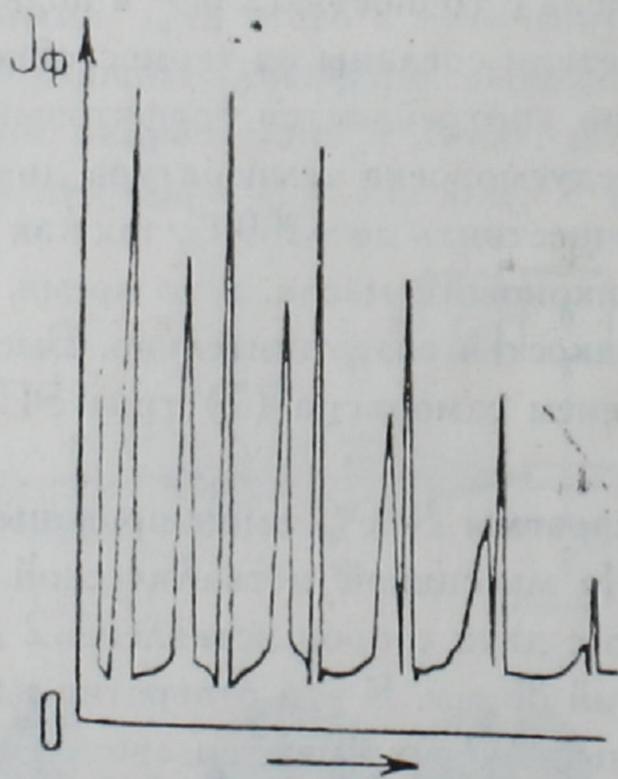


Рис. 3. Фотоэлектрическая запись при кристаллизации кордного поликаприама.

кристаллизации пленки толщиной 40 мкм кордного поликаприама при температуре  $140^\circ\text{C}$ , в результате которой наблюдается смещение максимума распределения интенсивности (импульс малой амплитуды) от временной метки (острый, большой импульс). Последняя получается при совпа-

дении щелей на диафрагмах  $B$  и  $C$ . Скорость протяжки бумажной ленты ЭПП-09 в обоих случаях равнялась 4800 мм/час.

Во втором варианте (ср. рис. 1) диафрагма  $A$  представляла полукруг. Диафрагма  $B$  вращалась со скоростью 0,00833 об/сек, а диафрагма  $C$  (без секторального выреза и со сплошной спиралью Архимеда) — со скоростью 0,286 об/сек. Измерения проводились в статическом режиме. На рис. 4а

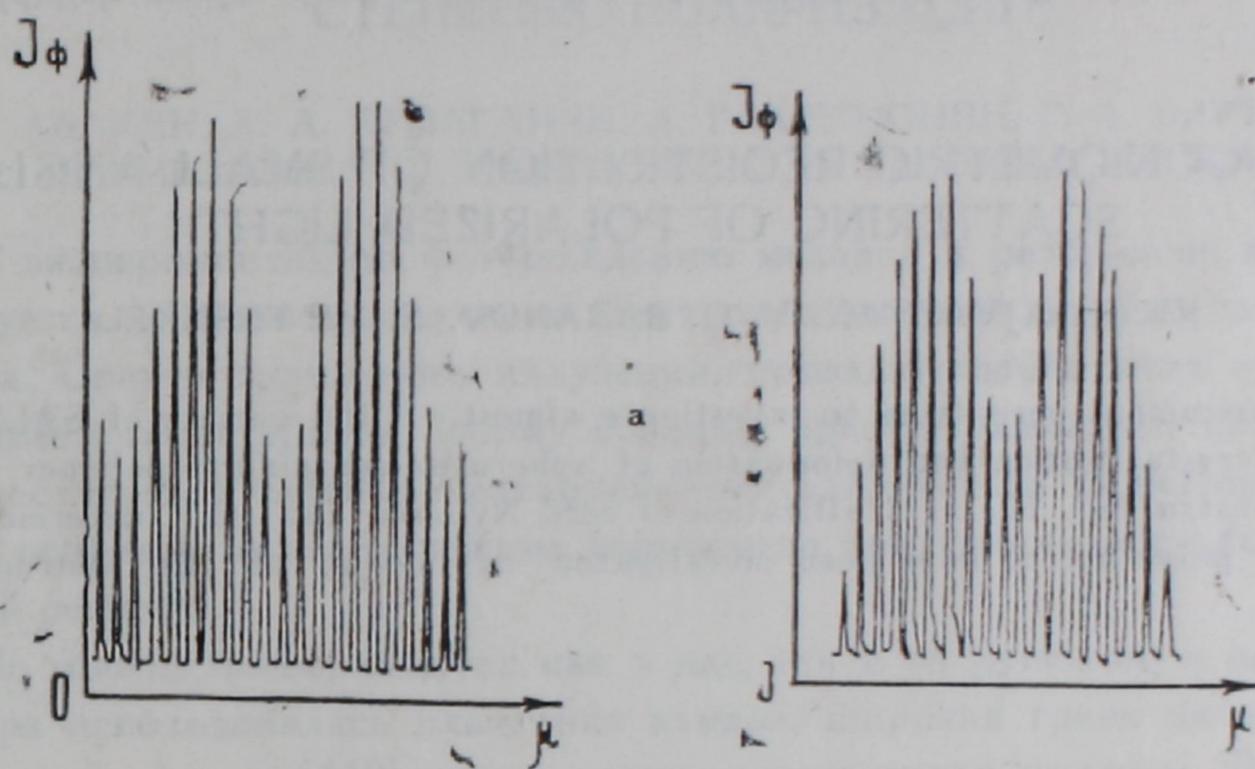


Рис. 4. Распределение интенсивностей МРПС недеформированной пленки ПЭНД (а) и при 20% деформации (б).

приведено распределение интенсивностей недеформированной пленки ПЭНД, а на рис. 4б — фотоэлектрическая запись МРПС при 20% деформации ( $\lambda_s = 1,2$ ).

Институт высокомолекулярных соединений,  
Ленинград

Поступила 15.X.1973

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С. Я. Френкель, Т. И. Волков, В. Г. Баранов, Л. Г. Шалтыко. Высокомолек. соед., 7, 854 (1965).
2. M. B. Rhodes, D. A. Keedy, R. S. Stein. J. Polymer Sci., 62, 573 (1962).
3. Т. И. Волков, В. Г. Баранов. Сб. Новое в методах исследования полимеров, М., Изд. Мир, 1968, стр. 7.
4. Х. Г. Айвазян, А. Г. Бояджян, В. Г. Баранов, С. Я. Френкель. Изв. АН АрмССР, Физика, 6, 492 (1971).
5. Т. И. Волков, В. Г. Баранов, С. Я. Френкель. Тезисы докладов межвузовской научной конференции, Самарканд, 1964, стр. 12.
6. В. Г. Баранов, Т. И. Волков, А. А. Шепелевский. Высокомолек. соед., 9, 1976 (1967).
7. A. E. M. Keijzers, J. J. van Aartsen, W. Prins. J. Appl. Phys., 36, 2874 (1965).
8. Г. Е. Новикова, О. Н. Трапезникова. Оптика и спектроскопия, 3, 631 (1967).

ԲԵՎԵՌԱՅՎԱԾ ԼՈՒՅՍԻ ՓՈՔՐ ԱՆԿՅՈՒՆՆԵՐԻ ՏԱԿ ՑՐՄԱՆ ՈՉ ԳՈՆԻՈՄԵՏՐԻԿ  
ԳՐԱՆՑՈՒՄԸ

Խ. Գ. ԱՅՎԱԶՅԱՆ, Վ. Գ. ԲԱՌԱՆՈՎ, Ս. ՅԱ. ՖՐԵՆԿԵԼ

Կառուցված է մի փորձասարք, որը հնարավորություն է տալիս ուսումնասիրել բևեռացված լույսի գրեթե բոլոր տեսակի փոքր անկյան տակ ցրման պրոցեսները սֆերուլիտներ պարունակող պոլիմերային սիստեմների դեֆորմացիայի և բյուրեղացման ժամանակ: Այդ սարքի միջոցով ուսումնասիրված է կորդային պոլիկապրամիդի բյուրեղացումը և ցածր ճնշման պոլիէթիլենի դեֆորմացիան:

NON-GONIOMETRIC REGISTRATION OF SMALL-ANGLE  
SCATTERING OF POLARIZED LIGHT

Kh. G. AJVAZIAN, V. G. BARANOV, S. Ya. FRENKEL

An instrument permitting to investigate almost all the variety of SALS observed at the crystallization and deformation of spherulite-containing polymer systems has been constructed. The crystallization of cord Nylon-6 and the deformation of high density polyethylene have been investigated by means of the instrument in question.

ПОЛУЧЕНИЕ ФОТОННЫХ ПУЧКОВ СО ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫМИ ВЕКТОРАМИ ПОЛЯРИЗАЦИИ ОДИНАКОВОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ И С ОДИНАКОВОЙ СТЕПЕНЬЮ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Р. О. АВАКЯН, А. А. АРМАГАНЯН, Л. Г. АРУТЮНЯН, Г. А. ВАРТАПЕТЯН, Р. М. МИРЗОЯН, Р. Ц. САРКИСЯН, С. П. ТАРОЯН, Г. М. ЭЛБАКЯН

В экспериментах по фоторождению мезонов и резонансов широко используется тормозное излучение электронов высокой энергии на кристалле алмаза. Спектр тормозного излучения, используемый в этих экспериментах, имеет характерную форму с одним ярко выраженным пиком [1—4]. Это достигается такой ориентацией кристаллического радиатора, при которой основной вклад в сечение тормозного излучения дает один узел обратной решетки.

Во многих экспериментах как у нас, так и за рубежом, в качестве радиатора использовалась пластинка алмаза, широкая грань которой совпадала с плоскостью [110], а две другие грани имели индексы [001] и [110] (рис. 1). При работе с такой ориентацией основной вклад в интенсивность тормозного излучения дает либо узел [022], либо узел [040], причем, по-

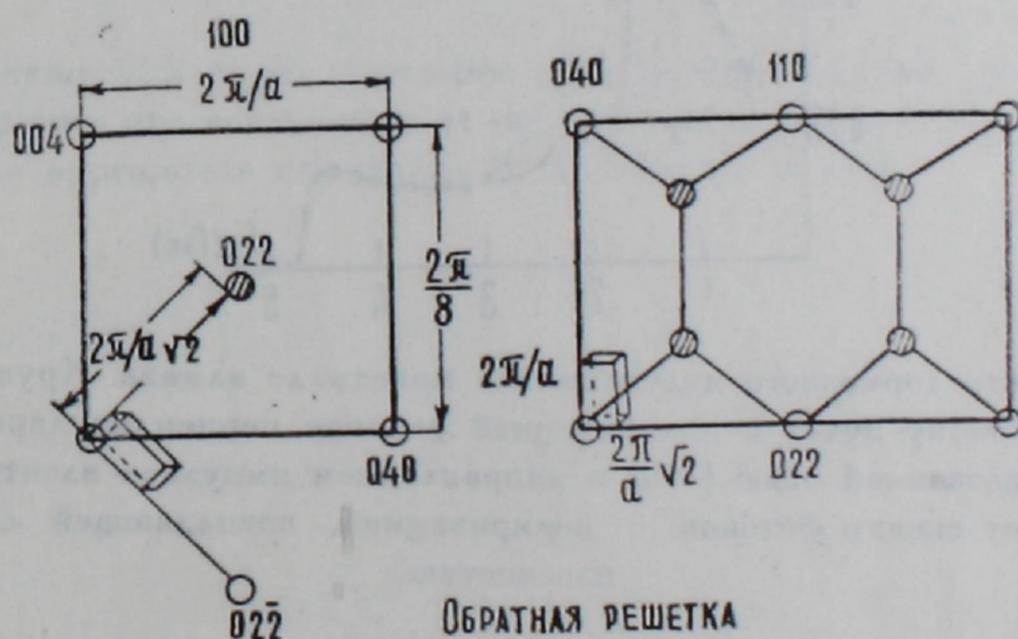


Рис. 1. Плоскость обратной решетки алмаза, перпендикулярная к оси [100].

скольку векторы этих узлов отличаются в 2 раза, вклад их в сечение различен.

Для исследования асимметрии в реакциях фоторождения необходимо иметь два пучка фотонов со взаимно перпендикулярными векторами поляризации одинаковой интенсивности и с одинаковой степенью поляризации. Обычно для достижения этой цели использовались либо два сменных кристалла алмаза ориентации [110], повернутые друг относительно друга вдоль пучка на 90°, либо использовался один кристалл алмаза с ориентацией

[110], если гониометрическое устройство могло поворачивать его относительно оси пучка на  $90^\circ$ . В обоих случаях кроме экспериментальных неудобств появляется необходимость введения определенных поправок в экспериментальные результаты.

Представляет интерес нахождение такой ориентации кристалла, при которой небольшим изменением углов ориентации относительно первичного электронного пучка возможен поворот вектора поляризации пучка  $\gamma$ -квантов на  $90^\circ$  без изменения степени поляризации, интенсивности и формы спектра. Такая возможность осуществляется выбором ориентации, при которой широкая грань совпадает с одной из базисных плоскостей кристаллической решетки, а две остальные грани пластинки перпендикулярны к осям  $[110]$  и  $[\bar{1}\bar{1}0]$ . Тогда основной вклад в сечение тормозного излучения даст либо узел  $[022]$ , либо узел  $[0\bar{2}\bar{2}]$ .

Нами исследовалось тормозное излучение электронов с энергией  $4,5$  Гэв на такой пластинке алмаза толщиной  $100$  мкм при угле коллимации  $0,16$  мрад при двух различных ориентациях, при которых основной вклад в сечение тормозного излучения дают узлы  $[022]$  или  $[0\bar{2}\bar{2}]$ . На рис. 2 при-

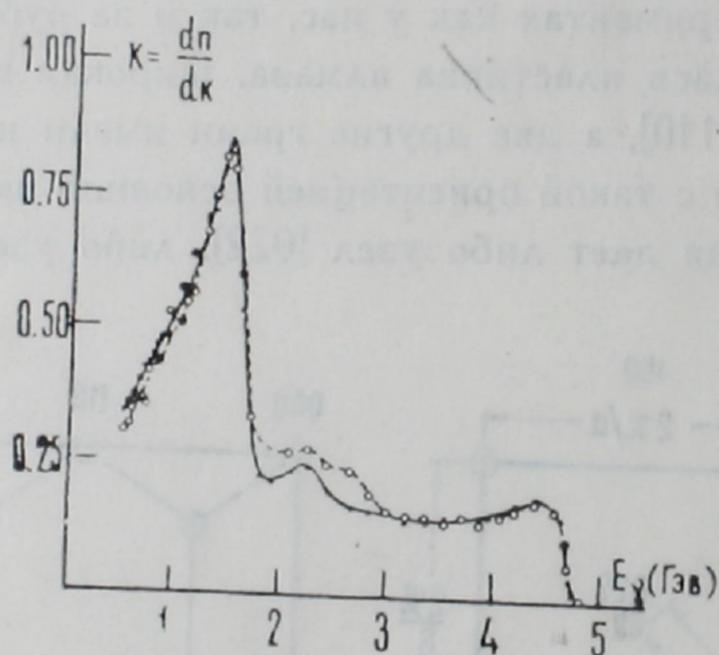


Рис. 2. Спектр тормозного излучения на кристалле алмаза. Кружки соответствуют фотонному пучку с поляризацией фотонов, перпендикулярной к плоскости, образованной осью  $[100]$  и направлением импульса электрона; точки представляют спектр фотонов с поляризацией, совпадающей с указанной плоскостью.

водятся спектры тормозного излучения для этих двух случаев (белые кружки и черные точки). Углы поворота кристалла вокруг горизонтальной и вертикальной осей составляли соответственно  $1,28$  мрад и  $50$  мрад для первой ориентации и  $50$  мрад и  $1,28$  мрад для другой. Как видно из рисунка, полученные два пучка фотонов со взаимно перпендикулярными векторами поляризации имеют одинаковую форму спектра и одинаковую интенсивность.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. М. А. Тер-Микаелян. ЖЭТФ, 25, 296 (1953).
2. Н. Überall. Phys. Rev., 103, 1055 (1956).
3. G. Bologna et al. Nuovo Cim., 42, 1905 (1966).
4. Р. О. Авакян и др. Материалы Международной конференции по аппаратуре в физике высоких энергий, Дубна, т. II, 746 (1971).

ՄԻԵՎՆՈՒՅՆ ԲԵՎԵՌԱՑՄԱՆ ԱՍՏԻՃԱՆՈՎ ԵՎ ՄԻԵՎՆՈՒՅՆ ԻՆՏԵՆՍԻՎՈՒԹՅԱՆ  
ՓՈԽՈՒՂՂԱՀԱՅԱՑ ԲԵՎԵՌԱՑՄԱՆ ՎԵԿՏՈՐՆԵՐՈՎ ՖՈՏՈՆԱՅԻՆ ՓՆՁԵՐԻ  
ՍՏԱՑՈՒՄԸ

Ռ. Ն. ԱՎԱԳՅԱՆ, Ա. Ա. ԱՐՄԱՂԱՆՅԱՆ, Լ. Գ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Հ. Ա. ՎԱՐԳԱՊԵՏՅԱՆ,  
Ռ. Մ. ՄԻՐԶՈՅԱՆ, Ռ. Ց. ՍԱՐԳՍՅԱՆ, Ս. Պ. ԹԱՌՈՅԱՆ, Գ. Մ. ԷԼԲԱԿՅԱՆ

*Նրևանի էլեկտրոնային արագացուցիչում ստացված են փոխուղղահայաց ուղղություններով բևեռացված, միևնույն ինտենսիվությամբ ֆոտոնային փնջեր, օգտագործելով հատուկ ձևով կողմնորոշված ադամանդի մեկ բյուրեղ:*

CONSTRUCTION OF EQUIINTENSITY PHOTON  
BEAMS WITH THE SAME DEGREE OF POLARIZATION  
IN PERPENDICULAR PLANES

R. O. AVAKYAN, A. A. ARMAGANYAN, L. G. ARUTUNYAN,  
G. A. VARTAPETYAN, R. M. MIRZOYAN, R. Ts. SARKISYAN,  
S. P. TAROYAN, G. M. ELBAKYAN

Photon beams with equal intensities and the same degree of polarization in perpendicular planes are constructed at the Yerevan electron accelerator. Beams were polarized by the appropriate orientation of a diamond crystal.

## ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ МАГНИТНОЙ ВОСПРИИМЧИВОСТИ ФТОРИДОВ Sc, Ga, Y, In и La

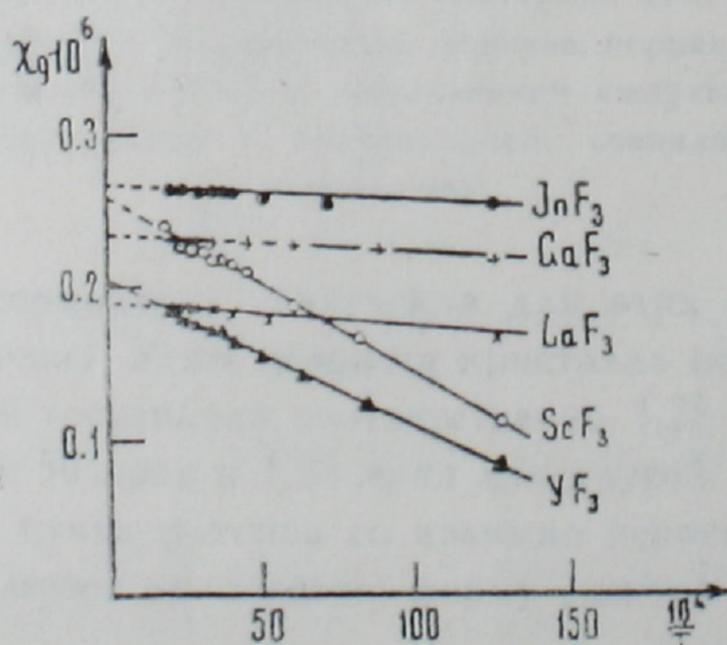
Ф. С. КАРАПЕТЯН, В. Е. АДАМЯН, Г. М. АВETИСЯН

Целью настоящей работы является исследование температурной зависимости магнитной восприимчивости малоизученных фторидов Sc, Ga, Y, In и La. Образцы были изготовлены в ИОНХ АН СССР методом высокотемпературного синтеза. Чистые металлы (марки ЧДА) несколько раз проплавлились в атмосфере газообразного фтористого водорода. Плавка производилась в печи с индукционным нагревом в графитовых тиглях.

Известно [1], что фториды элементов III группы периодической системы имеют, в основном, ионный характер химической связи и гомодесмическую решетку. Фториды Sc, Y и La имеют структуру, родственную структуре перовскита (структурный тип  $ReO_3$ ), основанную на трехмерном бесконечном каркасе из анионных октаэдров, в центрах которых находятся катионы. В зависимости от размеров катиона решетка претерпевает различные деформации. Так,  $LaF_3$  имеет искаженную структуру перовскита, известную под названием тисонита. Решетка  $ScF_3$  ромбоэдрически деформирована. В этом структурном типе, но с ромбической деформацией, кристаллизуется фторид иттрия. Никаких данных о структурах фторидов галлия и индия мы не имеем.

Измерения температурной зависимости магнитной восприимчивости в интервале температур 77—500°K производились методом Фарадея на весах с полуавтоматической компенсацией действующей силы, со стабилизацией температуры и магнитного поля (8—12 кэ), в атмосфере газообразного гелия на мелко растертых образцах весом 40—50 мг. Подобная установка описана в работе [2].

Зависимость удельной восприимчивости от обратной температуры приведена на рисунке, из которого видно, что у фторидов La, In и Ga



Зависимость удельной магнитной восприимчивости от обратной температуры для фторидов Sc, Ga, Y, In и La.

есть слабая, а у  $Y$  и  $Sc$  более сильная температурная зависимость магнитной восприимчивости. Электронные оболочки всех ионов, входящих в состав этих соединений, лишены магнитного момента, поскольку оболочки замкнуты, и эти соединения должны были быть диамагнитными. Диамагнитная восприимчивость этих веществ аддитивно складывается из восприимчивостей отдельных ионов и не должна зависеть от температуры:

$$\chi_d = \chi_{d+} + \chi_{d-},$$

где  $\chi_{d+}$  и  $\chi_{d-}$  — вклады в магнитную восприимчивость, вносимые анионами и катионами.

Благодаря электрическим силам взаимодействия в кристалле ионы взаимно деформируются, в результате чего симметрия электронных оболочек снижается. Это приводит к возникновению не зависящего от температуры ван-Флековского парамагнетизма  $\chi_p$ , накладывающегося на Ланжевеновский диамагнетизм  $\chi_d$ .

Существование температурной зависимости магнитной восприимчивости у исследуемых фторидов связано, по-видимому, с неизбежным наличием в них парамагнитных примесей, для восприимчивости которых, вероятнее всего, выполняется закон Кюри  $\chi_{пр} = \frac{C}{T}$ .

Таким образом, учитывая вышеизложенное, восприимчивость соединения можно представить в следующем виде:

$$\chi = \chi_{d+} + \chi_{d-} + \chi_p + \chi_{пр}.$$

Для исключения из магнитной восприимчивости вещества вклада, вносимого парамагнитными примесями, была построена зависимость восприимчивости от обратной температуры, которая экстраполировалась до бесконечно высоких температур (см. рисунок). При этом для молярной магнитной восприимчивости соединения можем написать

$$\chi_{\mu} = \chi_{d+} + \chi_{d-} + \chi_p \quad (\chi_{пр} = 0 \text{ при } T \rightarrow \infty).$$

Полученные таким путем значения удельной восприимчивости  $\chi_g$  этих соединений приведены в таблице. Там же приведены значения моляр-

Таблица

	$\chi_g \cdot 10^6 [\text{см}^3 \cdot \text{г}^{-1}]$	$\chi_{\mu} = \mu \chi_g$	$\chi_d \cdot 10^6 [\text{см}^3 \cdot \text{мол}^{-1}]$	$\chi_p \cdot 10^6$	Ионные радиусы катионов $r$ (Å)
$\text{LaF}_3$	0,190	37,22	53,0	15,78	0,82
$\text{YF}_3$	0,203	29,62	45,0	15,38	0,64
$\text{ScF}_3$	0,259	26,50	39,0	12,50	0,43
$\text{GaF}_3$	0,233	29,53	41,0	11,47	0,23
$\text{InF}_3$	0,266	45,70	52,0	6,30	0,48

ной восприимчивости ( $\chi_{\mu} = \mu \chi_g$ ). По сумме диамагнитных восприимчивостей отдельных ионов рассчитана магнитная восприимчивость соединений  $\chi_d$  (значения  $\chi_{d+}$  и  $\chi_{d-}$  взяты из [3]) и на основе  $\chi_{\mu}$  и  $\chi_d$  опреде-

лены  $\chi_p$  (см. таблицу). Сопоставляя значения ван-флековского парамагнетизма и ионных радиусов катионов (значения ионных радиусов катионов взяты из таблицы Уэберга и Кромера [4]), видим, что при предполагаемой одинаковой структуре чем больше радиус катиона, тем больше деформация ионов (больше отклонение от сферической симметрии), что приводит к увеличению ван-флековской части магнитной восприимчивости и указывает на зарождение связи между ионами. Отклонение от этой закономерности для фторида индия связано, по-видимому, либо с сильной ковалентной ординарной связью, либо с отличной от рассматриваемых фторидов структурой фторида In.

Ереванский государственный университет

Поступила 27.V.1974

#### ЛИТЕРАТУРА

1. И. Нарай-Сабо. Неорганическая кристаллохимия, Будапешт, 1969.
2. В. Е. Адамян, А. В. Голубков, Г. М. Лаинов, В. Н. Федоров. ФТТ, 7, 3372 (1965).
3. П. Селвуд. Магнетохимия. ИЛ, М., 1958.
4. В. И. Лебедев. Ионно-атомные радиусы и их значение для геохимии и химии, Ленинград, 1969.

#### Sc-, Ga-, Y-, In- և La-

#### ՖՏՈՒՐԻԴՆԵՐԻ ՄԱԳՆԵՍԱԿԱՆ ԸՆԿԱՎՈՒԹՅԱՆ ՉԵՐՄԱՍՏԻՃԱՆԱՅԻՆ ԿԱԽՈՒՄԸ

Ֆ. Ս. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ, Վ. Ե. ԱԴԱՄՅԱՆ, Գ. Մ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ

Ուսումնասիրված է Sc-, Ga-, Y-, In- և La-ֆտորիդների մագնիսական ընկալության կախումը ջերմաստիճանից 77—500°K ջերմաստիճանային միջակայքում: Ցույց է տրված, որ այդ միացությունները դիամագնետիկներ են և գնահատված է նրանց վան-Ֆլեկյան պարամագնիսական ընկալության արժեքը:

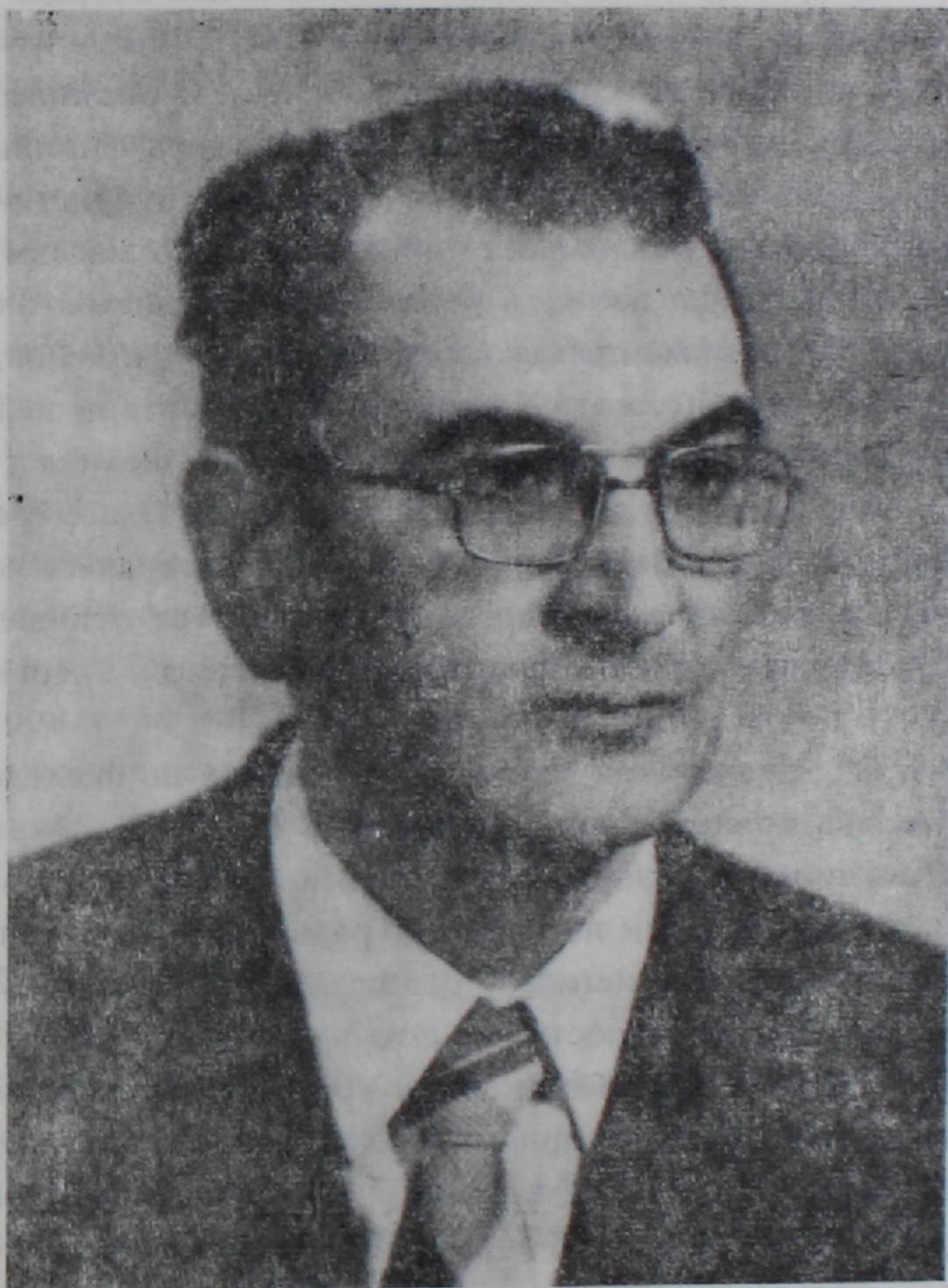
#### THE TEMPERATURE DEPENDENCE OF MAGNETIC SUSCEPTIBILITIES OF THE Sc, Ga, Y, In AND La FLUORIDES

F. S. KARAPETYAN, W. E. ADAMYAN,  
G. M. AVETISYAN

The temperature dependence of magnetic susceptibilities of Sc, Ga, Y, In and La fluorides in the temperature range 77—500°K is investigated. All these compounds are shown to be diamagnetic. The Van-Vleck paramagnetism of this compounds was calculated.

## К ПЯТИДЕСЯТИЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ АКАДЕМИКА АН АРМЯНСКОЙ ССР ГРИГОРИЯ МАРКАРОВИЧА ГАРИБЯНА

Григорий Маркарович Гарибян родился в декабре 1924 года в г. Тбилиси в семье врача. Среднее образование получил в г. Баку. Учился на физико-математическом факультете Ереванского государственного университета, а затем на физическом факультете Московского государственного уни-



верситета, который окончил в 1948 году. В том же году поступил в аспирантуру Физического института Академии наук Арм. ССР. Аспирантуру проходил в Москве под руководством крупнейшего советского физика-теоретика академика И. Я. Померанчука.

Первые работы Г. М. Гарибяна (1952 год) посвящены квантовой электродинамике. Им было детально исследовано тормозное излучение электрона и рождение пар фотоном в поле электрона (позитрона). Эти исследования неоднократно обсуждались в литературе и вошли в монографии и обзоры.

После окончания аспирантуры в 1952 году Г. М. Гарибян возвращается в Физический институт Академии наук Арм. ССР и с тех пор свою научную деятельность связывает с этим институтом.

Основной проблематикой института в те годы было исследование космических лучей и элементарных частиц и Г. М. Гарибян активно подключается к этому направлению работ. Им совместно с И. И. Гольдманом была решена интересная задача о предсказании энергетического спектра пи-мезонов космического излучения в атмосфере на разных высотах, используя экспериментальные данные о продуктах его распада—мю-мезонах. Г. М. Гарибян одним из первых обратил внимание на эффективность исследований элементарных частиц во встречных пучках и дал теорию ряда аннигиляционных явлений во встречных электрон-позитронных пучках в опубликованной еще в 1957 году совместной с Л. М. Африкяном работе.

Одна из основных задач, с которой сталкивались физики, изучающие космические лучи,— измерение энергии крайне-релятивистских заряженных частиц, возможность разделения таких частиц по массам — побудили Г. М. Гарибяна пристально изучить различные механизмы электромагнитных потерь энергии заряженных частиц при их прохождении через вещество. Хорошо известно, что ионизационные потери перестают зависеть от энергии частицы, если их энергия достаточно велика (эффект плотности Ферми). При больших энергиях (более 100 Гэв) измерение энергии с помощью эффекта Черенкова становится практически невозможным в силу того, что излучение Вавилова-Черенкова зависит от отношения скорости частицы к скорости света, а это отношение при высоких энергиях практически не меняется и почти равно единице.

В 1959 году Г. М. Гарибян опубликовал работу по исследованию ионизационных потерь в тонких пленках вещества. Им было показано, что при определенных толщинах пленки, меньших некоторого критического значения, эффект плотности Ферми не успевает развиться за время пролета частицы через пленку и ионизационные потери в этом случае будут логарифмически зависеть от энергии частицы. Это явление впоследствии было экспериментально наблюждено объединенной группой ереванских и харьковских физиков на Харьковском линейном электронном ускорителе.

В это же время интерес Г. М. Гарибяна привлекла опубликованная в 1946 г. работа В. Л. Гинзбурга и И. М. Франка, в которой теоретически предсказывалось существование нового вида излучения — переходного, возникающего при пролете с постоянной скоростью заряженной частицей границы двух сред. Разработав новый метод расчета этого излучения, Г. М. Гарибян рассмотрел случай, когда частица является крайне релятивистской. В отличие от работы В. Л. Гинзбурга и И. М. Франка им был также рассмотрен помимо оптического и рентгеновский участок спектра переходного излучения. Оказалось, что при этих условиях интенсивность переходного излучения прямо пропорциональна энергии частицы. Этот эффект представлялся вначале, как было отмечено впоследствии И. М. Франком, «в какой-то мере парадоксальным». Он открыл совершенно новую и уникальную

возможность измерения энергии сверхбыстрых частиц и их идентификации.

Последующие годы были годами бурного развития теории переходного излучения в работах Г. М. Гарибяна, его многочисленных учеников и последователей. В Армении возникло новое направление — теория переходного излучения, признанное как в нашей стране, так и далеко за ее пределами. Некоторые из упомянутых работ легли в основу докторской диссертации Г. М. Гарибяна, защищенной им в 1961 г. в Институте теоретической и экспериментальной физики в Москве. Работы Г. М. Гарибяна и его сотрудников стимулировали развитие и экспериментальных исследований переходного излучения, которые особенно интенсивно развернулись в Ереванском физическом институте после запуска электронного ускорителя в 1967 году. Несколько экспериментальных групп под руководством А. И. Алиханяна, М. П. Лорикяна, А. Г. Оганесяна выполнили большой объем работ по проверке предсказаний теории Г. М. Гарибяна и разработке новых типов детекторов заряженных частиц сверхвысоких энергий. Эти исследования стимулировали аналогичные эксперименты в США — в Брукхевенской национальной лаборатории (группа проф. Л. Юаня), на Стэнфордском электронном ускорителе, на станциях космических лучей университетов штатов Мериленд и Колорадо. В Европе — в Италии, Англии, Швейцарии — также впоследствии началось экспериментальное исследование переходного излучения.

В настоящее время общепризнано, что детекторы частиц сверхвысоких энергий, основанные на измерении переходного излучения, должны сыграть большую роль в изучении взаимодействий элементарных частиц на новых больших ускорителях и в космических лучах.

В последующие годы Г. М. Гарибян в сотрудничестве с Ян Ши, М. М. Мурадяном и другими продолжает развивать теорию переходного излучения в плане учета микроскопической структуры вещества, через которое проходит заряженная частица. В частности, учет кристаллической структуры, потребовавшей создания нового метода расчета, привел к обнаружению дополнительных интересных свойств переходного излучения, которые еще ждут своей экспериментальной проверки. Учет микроскопических свойств вещества позволил получить формулы для переходного излучения на отдельных атомах вещества. Эти результаты оказались необходимым учитывать при объяснении такого астрофизического явления, как свечение неба в рентгеновских лучах.

Здесь, пожалуй, уместно упомянуть раннюю работу Г. М. Гарибяна и И. И. Гольдмана (1954 год), также посвященную астрофизике — вычислению степени поляризации излучения релятивистских электронов, движущихся в магнитных полях туманностей и звезд, которая способствовала объяснению и интерпретации экспериментальных данных, полученных в Бюраканской астрофизической обсерватории и других обсерваториях мира.

Параллельно с работами по теории переходного излучения Г. М. Гарибян продолжил исследования потерь энергии заряженных частиц в тонких слоях вещества. Так, в 1965—1967 гг. им совместно с Г. Г. Бахсяном была

создана качественная теория мониторов вторичной эмиссии, объяснившая многие особенности этих детекторов заряженных частиц. Эти работы стимулировали проведение экспериментов по проверке предсказаний теории на немецком электронном ускорителе в Гамбурге.

Г. М. Гарибян — автор более 100 научных работ, он неоднократно представлял советскую науку на Международных конференциях по физике высоких энергий, выступая с обзорными докладами.

Интенсивную научную работу Г. М. Гарибян сочетает с преподавательской деятельностью, с 1948 года читая лекции в Ереванском государственном университете. По мнению его многочисленных студентов, многие из которых давно стали известными учеными, его лекции отличались глубиной, детальной методической разработкой и всегда пользовались большой популярностью.

Научно-организационная деятельность Г. М. Гарибяна началась почти сразу после защиты им кандидатской диссертации. Он долгие годы был ученым секретарем Физического института АН Арм. ССР, заместителем директора Института по научной части, руководителем сектора и лаборатории. В последние годы он возглавляет также теоретический отдел Института радиофизики и электроники АН Арм. ССР и много сделал для становления и развития этого молодого института, подготовки кадров теоретиков.

В 1963 году Г. М. Гарибян был избран членом-корреспондентом АН Армянской ССР, в 1971 г. — академиком. В 1974 г. он избирается членом Президиума и академиком-секретарем Отделения физико-математических наук АН. Долгие годы Г. М. Гарибян возглавляет редакцию журнала «Известия Академии наук Армянской ССР, Физика». В 1971 г. он был награжден орденом Трудового Красного Знамени.

Как бы ни был загружен Г. М. Гарибян различными обязанностями, он всегда находит время для занятий наукой и общения со своими сотрудниками. Быстро загорающийся и увлекающийся в работе, Г. М. Гарибян в своих оценках событий и людей всегда объективен, так как его отличает стремление глубоко проникать в стоящие перед ним задачи — будь то задачи научные или организационные. Свой юбилей Г. М. Гарибян встречает в расцвете духовных сил, полный новых творческих замыслов и идей.

Поздравляя Григория Маркаровича Гарибяна с пятидесятилетием со дня рождения, его коллеги и друзья от души желают ему доброго здоровья и новых успехов в науке, научно-организационной и общественной деятельности.

С. А. АМБАРЦУМЯН  
Э. Г. МИРЗАБЕКЯН  
А. Ц. АМАТУНИ  
С. Г. МАТИНЯН

## СОДЕРЖАНИЕ

<i>Г. К. Аветисян.</i> Комpton-эффект в среде в присутствии магнитного поля . . . . .	3
<i>М. Р. Магомедов.</i> Излучение заряженной частицы при пересечении сферической границы раздела сред . . . . .	11
<i>О. С. Мергелян, А. Р. Мкртчян.</i> Электромагнитные волны в гиротропных и анизотропных неоднородных средах . . . . .	17
<i>С. Н. Столяров.</i> Отражение и преломление электромагнитных волн на границе тангенциального разрыва скоростей двух движущихся диэлектриков . . . . .	22
<i>К. А. Барсуков, Н. А. Звонников.</i> Отражение и прохождение электромагнитных волн на границе полубесконечной нестационарной и неоднородной среды . . . . .	26
<i>В. А. Аракелян.</i> Об отсутствии эффекта плотности в слоистой среде . . . . .	33
<i>Г. И. Мариносян.</i> Резонансная нерегулярность в П-волноводе . . . . .	37
<i>Г. М. Авакьянц, З. Н. Адамян, В. М. Арутюнян.</i> Импульсные характеристики S-диодов из кремния, компенсированного цинком . . . . .	43
<i>В. Е. Карапетян, К. С. Мосоян, А. К. Муроян, А. И. Смолин.</i> Широкополосный однодиодный двухконтурный параметрический усилитель несимметричной микрополосковой конструкции . . . . .	50
<i>Х. Г. Айвазян, В. Г. Баранов, С. Я. Френкель.</i> Негониометрическая регистрация малоуглового рассеяния поляризованного света . . . . .	55

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

<i>Р. О. Авакян, А. А. Армаганян, Л. Г. Арутюнян, Г. А. Вартапетян, Р. М. Мирзоян, Р. Ц. Саркисян, С. П. Тароян, Г. М. Элбакян.</i> Получение фотонных пучков со взаимно перпендикулярными векторами поляризации одинаковой интенсивности и с одинаковой степенью поляризации . . . . .	61
<i>Ф. С. Карапетян, В. Е. Адамян, Г. М. Аветисян.</i> Температурная зависимость магнитной восприимчивости фторидов Sc, Ga, Y, In и La . . . . .	64
К пятидесятилетию со дня рождения Г. М. Гарибяна . . . . .	67

**ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ**

Հ. Կ. Ավետիսյան. Կոմպոտոն-էֆեկտը միջավայրում, մագնիսական դաշտի առկայությամբ . . . . . 3

Մ. Ռ. Մազումեդով. Լիցքավորված մասնիկի ճառագայթումը միջավայրերի սֆերիկ սահմանը հատելիս . . . . . 11

Հ. Ս. Մերգելյան, Ա. Ռ. Մկրտչյան. էլեկտրամագնիսական ալիքները ոչ համասեռ հիրոտրոպ և անհոտրոպ միջավայրերում . . . . . 17

Ս. Ն. Ստոլյարով. էլեկտրամագնիսական ալիքների բեկումը պլազմայի երկու շերտավոր հոսքերի սահմանի վրա . . . . . 22

Կ. Ա. Բաբունով, Ն. Ա. Զվոննիկով. էլեկտրամագնիսական ալիքների անդրադարձումն ու տարածումը անհամասեռ և ոչ ստացիոնար կիսասահմանափակ միջավայրերի սահմանից . . . . . 26

Վ. Հ. Առաքելյան. Շերտավոր միջավայրերում խտության էֆեկտի բացակայության վերաբերյալ. . . . . 33

Գ. Հ. Մարինոսյան. Ռեզոնանսային անկանոնություն II-տիպի ալիքատարում . . . . . 37

Գ. Մ. Ավագյանց, Զ. Ն. Ադամյան, Վ. Մ. Հաբուբյունյան. Յինկով կոմպենսացված սիլիցիումային S-երկէլեկտրոդների իմպուլսային բնութագծերը . . . . . 43

Վ. Ե. Կաբապետյան, Կ. Ս. Մոսոյան, Ա. Կ. Մուրոյան, Ա. Ի. Սմոլին. Մեկ դիոդով երկկոնտուրանի լայնաշերտ պարամետրիկ ուժեղացուցիչ՝ ոչ սիմետրիկ միկրոշերտավոր կառուցվածքով. . . . . 50

Խ. Գ. Ալվազյան, Վ. Գ. Բառանով, Ս. Յա. Ֆրենկել. Բևեռացված լույսի փոքր անկյունների տակ ցրման ոչ գոնիոմետրիկ գրանցումը . . . . . 55

**ՀԱՄԱՌՈՑ ՀԱՂՈՐԳՈՒՄՆԵՐ**

Ռ. Հ. Ավագյան, Ա. Ա. Աբմադանյան, Լ. Գ. Հաբուբյունյան, Հ. Ա. Վառդապետյան, Ռ. Մ. Միրզոյան, Ռ. Յ. Սարգսյան, Ս. Պ. Թառոյան, Գ. Մ. Էլրակյան. Միևնույն բևեռացման աստիճանով և միևնույն ինտենսիվության փոխուղղահայաց բևեռացման վեկտորներով ֆոտոնային փնջերի ստացումը . . . . . 61

Յ. Ս. Կաբապետյան, Վ. Ե. Ադամյան, Գ. Մ. Ավետիսյան. Sc-, Ga-, Y-, In- և La- ֆտորիդների մագնիսական ընկալության ջերմաստիճանային կախումը . . . . . 64

Գ. Մ. Ղաբիբյանի ծննդյան 50-ամյակի առթիվ . . . . . 67

