ՀՍՍՀ ԳԱ
Տեղեկագիր

ՖԻԶԻԿԱ
ФИЗИКА

1973

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 8, 3—11 (1973)

ИЗЛУЧЕНИЕ, ОБРАЗУЕМОЕ ЗАРЯДОМ ВБЛИЗИ БРЭГГОВСКИХ ЧАСТОТ В СТОПКЕ ПЛАСТИН

А. Л. АВАКЯН, Г. М. ГАРИБЯН, ЯН ШИ

Произведен анализ точных формул для переходного излучения, образованного в стопке пластин, вблизи брэгговских частот. Анализ производился в двух частных случаях: когда диэлектрическая постоянная пластины ε близка к единице, и когда она велика, но толщина каждой пластины мала. Доказано, что в обоих случаях имеются узкие и высокие максимумы, аналогичные найденным в непрерывной периодической среде методом двухволновой теории. Произведено сравнение формул, полученных для стопки и для непрерывной среды.

1. Введение

В работах [1, 2] была решена задача о возникновении рентгеновского переходного излучения при пролете ультрарелятивисткой заряженной частицы через кристалл произвольной толщины. При этом в [1] фактически рассматривалась среда с одномерной периодичностью вдоль направления движения заряда и задача была решена точно в модели среды, состоящей из бесконечно тонких и неподвижных атомных плоскостей. В [2] задача о пролете заряженной частицы через трехмерный кристалл была решена методом, аналогичным двухволновому приближению динамической теории дифракции свободных рентгеновских лучей [3, 4] с учетом конечных размеров атомов и их тепловых колебаний. В этих работах было найдено, что в достаточно толстом кристалле вследствие взаимодействия проходящей и брэгговски отраженной волн возникают узкие и высокие максимумы вблизи брэгговских частот.

В [5] рассматривалось образование переходного излучения в произвольной непрерывной периодической среде со слабой неоднородностью. Задача решалась приближенно, с помощью „двухволновой“ теории возмущений. В результате было найдено, что аналогичные максимумы имеют место и в этом случае.

Кроме того, в [5] было показано, что если в [2] перейти к одномерной решетке, а в [5] считать среднюю диэлектрическую постоянную близкой к единице, то результаты обоих расчетов совпадают.

Метод двухволнового приближения, примененный в [2, 5], предполагает, что плотность электронов вещества или диэлектрическая постоянная среды как функция координат разложима в ряд Фурье и этот ряд можно почленно дважды дифференцировать. Такому требованию не удовлетворяет, в частности, система, состоящая из периодически расположенных отдельных пластин (стопка). В такой системе диэлектрическая постоянная является разрывной функцией координат и поэтому соответствующий ряд Фурье нельзя почленно дифференцировать.

С другой стороны, задача об образовании переходного излучения в стопке была решена точно (см., напр. [6]), безкаких-либо приближений. Однако анализ полученных формул вблизи брэгговских частот специально не проводился. Представляется естественным, что узкие и высокие максимумы, аналогичные найденным в [1, 2, 5], должны иметь место и в случае стопки пластин.

В настоящей работе производится такой анализ. Поскольку интересно сравнить точные формулы для стопки с формулами, полученными в [1, 2, 5], анализ будет проводиться в двух частных случаях: когда диэлектричаская постоянная пластины ε близка к единице, и когда она велика, но толщина каждой пластины мала, так что средняя диэлектрическая постоянная по стопке близка к единице.

2. Формулы точного решения для стопки пластин вблизи брэгговских частот

Воспользуемся тем видом формул точного решения, которые приведены в [6] для задачи об образовании переходного излучения при пролете заряженной частицы через стопку пластин. Преобразуем эти формулы, рассматривая их вблизи брэгговских частот $\omega_B = \pi c h / z_0$, где h — положительное целое число, не равное нулю, z_0 — период стопки, c — скорость света.

Пусть стопка состоит из N пластин, каждая из которых имеет толщину a, а расстояние между двумя соседними пластинами равно b, причем $a + b = z_0$. Диэлектрическая постоянная пластин $\varepsilon \approx 1$.

Для величины, являющейся аргументом полиномов Чебышева, входящих в выражения для полей излучения (см. формулы (41) и (42) работы [6]), имеем

$$\zeta = \left[1 + \frac{(\varepsilon-1)^2}{16}\right] \cos\left[\lambda_0 z_0 + \frac{(\varepsilon-1)\,a\omega}{2c}\right] - \\ - \frac{(\varepsilon-1)^2}{16} \cos\left[\lambda_0 z_0 - \frac{(\varepsilon-1)\,a\omega}{2c} - 2a\lambda_0\right], \tag{1}$$

где $\lambda_0 = (\omega/c)\cos\vartheta$, ϑ — угол излучения.

При получении формулы (1) мы приняли во внимание, что $|\varepsilon - 1| \ll \ll 1$ и пренебрегли членами более высоких порядков малости.

Вблизи брэгговских частот, когда $\lambda_0 z_0 = h\pi(1 + \nu - \vartheta^2/2)$, $\nu = (\omega - \omega_B)/\omega_B$, $|\nu| \ll 1$, ζ можно представить в виде

$$\zeta = (-1)^h \cos y, \tag{2}$$

где $|y| \ll 1$. Разлагая обе части равенства по степеням малых величин ν, ϑ, $\varepsilon - 1$ и y, получаем, что

$$y = \frac{h\pi}{2}(\Delta_2 - \Delta_1), \tag{3}$$

где

$$\Delta_{1,2} = \frac{1}{2}\left[2\nu - \vartheta^2 \mp \sqrt{(2\nu - \vartheta^2 + g_0)^2 - g_h g_{\bar h}}\right], \tag{4}$$

$$g_0 = \frac{(\varepsilon-1)a}{z_0}, \qquad g_h = g_{\bar h} = g_0 \frac{\sin \lambda_0 a}{\lambda_0 a}. \tag{5}$$

Нетрудно видеть, что величины g_h и $g_{\bar h}$, определяемые формулой (5), представляют собой Фурье-компоненты диэлектрической постоянной среды, состоящей из стопки пластин, ибо

$$g_h = g_{\bar h} = \frac{1}{z_0} \int\limits_{-z_0/2}^{z_0/2} [\varepsilon(z) - 1] \exp[i2\pi hz/z_0]\, dz,$$

где $\varepsilon(z) = \varepsilon$ при $|z| \leqslant a/2$, и $\varepsilon(z) = 1$ при $a/2 < |z| \leqslant z_0/2$. Что касается g_0, то из приведенной формулы видно, что она связана со средней диэлектрической постоянной стопки: $g_0 = \bar\varepsilon - 1$.

Пользуясь формулами (2) и (3), для величин U_N и Q_N, входящих в формулы (41), (42) работы [6], получаем

$$U_N = (-1)^{hN} \frac{\sin[(N+1)h\pi(\Delta_2 - \Delta_1)/2]}{h\pi(\Delta_2 - \Delta_1)/2}, \tag{6}$$

$$Q_N = \frac{(-1)^{hN}}{2(\Delta_2 - \Delta_1)} Q \exp[i\omega z_0 N(\Delta_1 + \Delta_2)/2c], \tag{7}$$

где

$$Q = (2\Delta_2 + g_0)\exp[-i\omega l\Delta_2/c] - (2\Delta_1 + g_0)\exp[-i\omega l\Delta_1/c] \tag{8}$$

($l = Nz_0$). Для величин T, P', P'', N_1, N_2 и g из работы [6] имеем

$$T = h^2\pi^2(\Delta_2 - \Delta_1 - 2\nu - (1-\beta^2))(\Delta_2 - \Delta_1 + 2\nu + 1 - \beta^2)/4 = \frac{h^2\pi^2}{4}\tilde D_p, \tag{9}$$

$$P' = -i\left(1 + \frac{g_0 z_0}{4a}\right)\frac{c^2 g_0 z_0}{\omega^2 \tilde\eta_0} \exp[i(\omega/v - \lambda_0)a], \tag{10}$$

$$P'' = \frac{i g_0 g_h z_0^2 c^2 \exp[i\lambda a]}{a\omega^2 \tilde\eta_0\left(\tilde\eta_0 - \frac{g_0 z_0}{a}\right)}, \tag{11}$$

$$N_1 = (-1)^h \exp\left[-ih\pi\left(\nu - \frac{\vartheta^2}{2} + \frac{g_0}{2}\right)\right], \tag{12}$$

$$N_2 = \frac{i g_0 z_0}{2a} \sin\lambda_0 a \left[1 - \frac{g_0 z_0}{2a}\left(1 - \frac{\lambda_0 a \cos\lambda_0 a}{\sin\lambda_0 a}\right)\right] \exp[-i\lambda_0 b], \tag{13}$$

$$g = \frac{2 + g_0 z_0/2a}{\lambda_0}, \quad \tilde\eta_0 = 1 - \beta^2 + \vartheta^2, \tag{14}$$

где $\beta = v/c$, v — скорость заряженной частицы.

Подставляя выражения (6)—(14) в формулы (41), (42) работы [6], после некоторых вычислений получаем

$$E'_{N,t}(\vec{k},N) = -\frac{ei\varkappa(g_0 z_0/a)\, c^2 \exp[i(\omega/v-\lambda_0)\, l]}{2\pi^2\omega^2\tilde{\eta}_0\,(\tilde{\eta}_0 - g_0 z_0/a)\,Q}\times$$

$$\times\Big\{(g_0-\tilde{\eta}_0 a/z_0)(\exp[-i\omega l\Delta_2/c]-\exp[-i\omega l\,\Delta_1/c])-$$

$$-\frac{(g_0-\tilde{\eta}_0 a/z_0)(\tilde{\eta}_h-g_0)+g_h g_{\bar h}}{\tilde{D}_p}\Big[2(\Delta_2\exp[-i\omega l\Delta_2/c]-\Delta_1\exp[-i\omega l\Delta_1/c])+$$

$$+\tilde{\eta}_0(\exp[-i\omega l\Delta_2/c]-\exp[-i\omega l\Delta_1/c])-2(\Delta_2-\Delta_1)\times$$

$$\times\exp\left[-i\left(\frac{\omega}{v}-\lambda_0+\frac{\omega}{c}(\Delta_1+\Delta_2)\right)l\right]\Big]\Big\}, \qquad (15)$$

$$E''_{o,t}(\vec{k},N) = -\frac{ei\varkappa(g_0 z_0/a)\, g_h c^2}{2\pi^2\omega^2\,\tilde{\eta}_0(\tilde{\eta}_0 - g_0 z_0/a)Q}\times$$

$$\times\Big\{\exp[-i\omega l\Delta_2/c]-\exp[-i\omega l\Delta_1/c]-\frac{\tilde{\eta}_0(z_0-a)/z_0}{\tilde{D}_p}\times$$

$$\times\Big[2(\Delta_2\exp[-i\omega l\Delta_2/c]-\Delta_1\exp[-i\omega l\Delta_1/c])+\tilde{\eta}_h(\exp[-i\omega l\Delta_2/c]-$$

$$-\exp[-i\omega l\Delta_1/c])-2(\Delta_2-\Delta_1)\exp\left[i\left(\frac{\omega}{v}-\lambda_0\right)l\right]\Big]\Big\}, \qquad (16)$$

где $\tilde{\eta}_h = \vartheta^2-(1-\beta^2)-4\nu$.

Отметим еще раз, что при получении формул (15), (16) мы считали $|g_0 z_0/a| \ll 1$. При переходе к модели бесконечных тонких пластин с сохранением средней плазменной частоты последнее условие нарушается и мы должны иначе производить разложение, считая теперь малым $a/z_0 g_0$. Однако из-за того, что при таком разложении оказывается, что формулы (6)—(9) остаются прежними, выражения для $E'_{N,t}(\vec{k}N)$ и $E''_{o,t}(\vec{k}N)$ в модели бесконечно тонких пластин, обладающих большой диэлектрической постоянной, получаются такие, как если формально в формулах (15) и (16) устремить a к нулю.

3. Формулы динамической теории для одномерной периодической среды

Для сравнения приведем формулы в случае, когда заряженная частица проходит через среду, имеющую одномерную периодическую структуру вдоль направления движения частицы (оси z). Их можно получить из общих формул работы [2], если положить в них $K_{\perp h} = 0$.

При этом, поскольку $\vec{v}[\vec{k}\times\vec{k}_h]=0$, все электрические поля имеют только компоненты параллельной поляризации. Кроме того, реализуется только случай Брэгга с отражением почти точно назад, так как $2\vartheta_B=\pi$.

Имея все это в виду, из формул (26) и (25) работы [2] после замены индекса n на p и g_{oh} на $-g_{oh}$, а также пользуясь формулой (29) той же работы, для амплитуды поля излучения, испускаемого вперед по направлению движения заряда, получаем

$$E^{вак}=-\frac{8\pi^2 ei\varkappa c^2}{\omega^2 v\tilde{\eta}_0 Q}\Big\{g_0(\exp[-i\omega l\Delta_2/c]-\exp[-i\omega l\Delta_1/c])-$$

$$-\frac{g_0(\tilde{\eta}_h-g_0)+g_h g_{\bar h}}{\tilde{D}_p}\Big[2(\Delta_2\exp[-i\omega l\Delta_2/c]-\Delta_1\exp[-i\omega l\Delta_1/c])+$$

$$+\tilde{\eta}_0(\exp[-i\omega l\Delta_2/c]-\exp[-i\omega l\Delta_1/c])- \tag{17}$$

$$-2(\Delta_2-\Delta_1)\exp\Big[-i\Big(\frac{\omega}{v}-\lambda_0+\frac{\omega}{c}(\Delta_1+\Delta_2)\Big)l\Big]\Big]\Big\}\exp\Big[i\Big(\frac{\omega}{v}-\lambda_0\Big)l\Big].$$

Здесь $g_0=g_{00}=g_{hh}$, $g_h=g_{ho}$ и связаны с Фурье-компонентами диэлектрической постоянной среды, периодически зависящей от координаты z, l — общая толщина среды вдоль направления z, $\vec{\varkappa}$ — поперечная составляющая волнового вектора $\vec{k}$.

Для амплитуды поля излучения, испускаемого назад, из указанных формул работы [2] получаем

$$E_h^{вак}=\frac{8\pi^2 ei\varkappa g_h c^2}{\omega^2 v\tilde{\eta}_0 Q}\Big\{\exp[-i\omega l\Delta_2/c]-\exp[-i\omega l\Delta_1/c]-$$

$$-\frac{\tilde{\eta}_0}{\tilde{D}_p}\Big[2(\Delta_2\exp[-i\omega l\Delta_2/c]-\Delta_1\exp[-i\omega l\Delta_1/c])+\tilde{\eta}_h(\exp[-i\omega l\Delta_2/c]-$$

$$-\exp[-i\omega l\Delta_1/c])-2(\Delta_2-\Delta_1)\exp\Big[i\Big(\frac{\omega}{v}-\lambda_0\Big)l\Big]\Big]\Big\}. \tag{18}$$

Подчеркнем, что все вышеприведенные формулы справедливы для ультрарелятивистских частиц, таких, что $1-\beta^2\ll 1$, и для той области частот, когда средняя диэлектрическая постоянная близка к единице, т. е. $|g_0|\ll 1$.

Кроме того, следует иметь в виду, что из-за различной нормировки при разложении в интеграл Фурье при сравнении формул (17) и (18) с формулами (15) и (16) последние необходимо предварительно умножить на $(2\pi)^4/v$.

4. Обсуждение

Рассмотрим формулы (15) и (16). Будем считать, что величины g_0, g_h и $g_{\bar h}$ обладают небольшими мнимыми частями: $g_0 = g_0' + ig_0''$, $g_h = g_h' + ig_h''$ и $g_{\bar h} = g_{\bar h}' + ig_{\bar h}''$.

Тогда при $Re\tilde{D}_p = 0$ или

$$\nu = \nu_0 = \frac{1}{4}\left[\vartheta^2 - (1 - \beta^2) - g_0' - \frac{g_h' g_{\bar h}'}{1 - \beta^2 + \vartheta^2 - g_0'}\right] \tag{19}$$

амплитуды полей (15) и (16) будут велики. Другими словами, при $\nu = \nu_0$ имеется острый максимум излучения, аналогичный „динамическому максимуму“, найденному в [2].

Ширина $\Delta\nu$ этих максимумов определяется из условия $Re\tilde{D}_p = Im \times \tilde{D}_p$, откуда $\Delta\nu = |Im\,\{g_0 + g_h g_{\bar h}\,(\tilde{\eta}_0 - g_0)^{-1}\}|\Gamma/4$. Отношение амплитуд поля излучения, испускаемого вперед в максимуме и вне максимума (т. е. $|\nu - \nu_0| \gg \Delta\nu$), по порядку величины равно

$$\frac{\tilde{\eta}_0 g_h g_{\bar h}}{[(\tilde{\eta}_0 - g_0)^2 + g_h g_{\bar h}]\, g_0'' - (g_h' g_{\bar h}'' + g_{\bar h}' g_h'')(\tilde{\eta}_0 - g_0)}. \tag{20}$$

Это отношение максимально и имеет порядок g_0'/g_0'' при $\tilde{\eta} \sim |g_0|$. Если $\tilde{\eta}_0 \gg |g_0|$, указанное отношение имеет порядок $(g_0')^2/\tilde{\eta}_0 g_0''$, в то время как если $\tilde{\eta}_0 \ll |g_0|$, то оно порядка $\tilde{\eta}_0/g_0''$. При этом мы считали, что g_0, g_h и $g_{\bar h}$ — величины одного и того же порядка. Отсюда следует, что динамические максимумы наиболее ярко выражены в районе граничной частоты $\omega \sim \omega_{гр} = \omega_0/(1 - \beta^2)^{1/2}$, в то время как вдали от нее они постепенно исчезают, сливаясь с обычным переходным излучением.

Что касается амплитуды поля излучения, испускаемого назад в динамическом максимуме, то она по порядку величины примерно равна амплитуде поля излучения, испускаемого вперед в том же максимуме.

Сравним теперь формулы (15) и (16), полученные для стопки пластин, с формулами (17) и (18), полученными для непрерывной периодической среды. Вблизи динамических максимумов эти формулы различаются. А именно, когда $(\tilde{\eta}_h - g_0)\tilde{\eta}_0/|\tilde{D}_p| \gg 1$, формулы (15) и (17) отличаются фактором $g_0(z_0 - a)/a\tilde{\eta}_0 - g_0 z_0$. На тот же фактор отличаются и формулы (16) и (18) вблизи максимума $Re\tilde{D}_p = 0$.

Вместе с тем заметим, что вне максимумов, когда $|\nu - \nu_0| \gg \Delta\nu$, формулы (15) и (17) совпадают при $1 - \beta^2 \gg |g_0|$ и $1 - \beta^2 \ll |g_0|$. При еще больших отклонениях ν, таких, что $|\nu| \gg |g_0|, 1 - \beta^2$, формулы (15) и (17) совпадают полностью.

Несколько иное положение дела имеет место в случае излучения, испускаемого назад. Вне динамических максимумов формулы (16) и (18) совпадают только при $1-\beta^2 \ll |g_0|$. В случае же $1-\beta^2 \gg |g_0|$ формула (16) по порядку величины имеет дополнительный фактор $\tilde{g}_0/\eta_0$ по сравнению с формулой (18).

При этом необходимо еще иметь в виду, что величина g_h, а также $g_{\bar{h}}$, в рассматриваемых двух различных моделях сред по разному зависят от числа h, являющегося порядком отражения и равного отношению периода среды к половине длины волны излучения. При больших h эти величины могут значительно отличаться друг от друга.

Тот факт, что формулы (15) и (16) не совпадают в точности с формулами (17) и (18) в динамических максимумах, вполне естественен, так как возникновение динамических максимумов является тонким эффектом, на котором не может не сказаться конкретная структура среды.

Полное совпадение формул для излучения, испускаемого вперед, вдали от брэгговских частот, т. е. при $|\nu| \gg |g_0|, 1-\beta^2$, связано с тем, что в этом случае существенна только средняя диэлектрическая постоянная среды и поэтому конкретная структура среды не играет роли. Действительно, в этом можно убедиться, если преобразовать точную формулу для стопки пластин вдали от брэгговских частот. В этом случае получается известная формула (см., напр., формулу (5) работы [7]), выражающая интесивность переходного излучения через параметры пластин и стопки. Если считать, что длина волны излучения порядка периода стопки, то можно увидеть, что упомянутая формула переходит в формулу для интенсивности переходнего излучения, образуемого на одной пластине со средней диэлектрической постоянной. Что касается окрестности брэгговских частот вне динамических максимумов, то эта область является промежуточной между отмеченными двумя областями, поэтому совпадение формул имеет место почти везде за исключением случая $1-\beta^2 \sim |g_0|$.

В случае излучения, испускаемого назад, совпадение по порядку величин формул вблизи динамических максимумов в районе граничной частоты для одной и другой моделей среды связано с тем, что физическим механизмом, приводящим к возникновению таких максимумов, является брэгговское отражение, для которого существенно только наличие периодичности среды. Однако вдали от брэгговских частот механизмом образования излучения, испускаемого назад, является обычное отражение, для которого наличие резких или размытых границ существенно, и поэтому соответствующие формулы отличаются друг от друга.

Как было отмечено выше в связи с анализом выражения (20), динамические максимумы исчезают в области частот, больших граничной частоты. Этот факт имеет место не только для стопки пластин, но и в общем случае трехмерной периодической среды, как в этом можно убедиться из формул работы [2]. К этому результату можно придти также исходя из следующих наглядных соображений. Для этого вспомним, что в двухволновом приближении динамической теории для свободного излучения волновые векторы падающей и рассеянной волн должны находиться вблизи сферы Эвальда в слое с толщиной порядка $\omega|n-1|/c$, где n — эффективный показатель преломления, который в области рентгеновских частот весьма близок к единице. С другой стороны, в нашей задаче волновой вектор падающей волны в принципе всегда больше радиуса сферы Эвальда ω/c, так как компонента волнового вектора поля заряда в направлении его движения уже равна ω/v. Поэтому двухволновое приближение может реализоваться только в случае ультрарелятивистских частиц, когда разность $\omega/v-\omega/c$ меньше $\omega|n-1|/c$, или, другими словами, частота излучения должна быть порядка или меньше граничной частоты.

Ереванский физический институт Поступила 7.X.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. М. Гарибян, М. М. Мурадян, Ян Ши.* Изв. АН АрмССР, Физика, 7, 188 (1972).
2. *Г. М. Гарибян, Ян Ши.* ЖЭТФ, 63, 1198 (1972).
3. *W. H. Zachariasen.* Theory of X-ray Diffraction in Crystals, N. Y., 1967.
4. *B. W. Batterman.* Rev. Mod. Phys., 36, 681 (1964).
5. *Г. М. Гарибян, Ян Ши.* Науч. сообщ. Ереванского физического ин-та, ЕФИ-16 (73).
6. *В. А. Аракелян, Г. М. Гарибян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 4, 339 (1969).
7. *Г. М. Гарибян.* ЖЭТФ, 60, 39 (1971).

ԹԻԹԵՂՆԵՐԻ ՇԵՐՏՈՒՄ ԼԻՑՔԻ ԱՌԱՋԱՑՐԱԾ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ԲՐԵԳԻ ՀԱՃԱԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՄՈՏ

Ա. Լ. ԱՎԱԳՅԱՆ, Գ. Մ. ՂԱՐԻԲՅԱՆ, ՅԱՆ-ՇԻ

Կատարված է թիթեղների շերտում առաջացած անցումային ճառագայթման ճշգրիտ բանաձևերի վերլուծություն Բրեգի հաճախությունների մոտ։ Վերլուծությունը կատարված է երկու մասնավոր դեպքերի համար, երբ դիէլեկտրիկ հաստատունը մոտ է մեկին և երբ այն մեծ է, բայց յուրաքանչյուր թիթեղի հաստությունը փոքր է։ Ստացված է, որ երկու դեպքում էլ առաջանում են նեղ և բարձր մաքսիմումներ, ինչպիսիք գտնված էին անընդհատ պարբերական միջավայրում երկալիքային տեսության մեթոդով։ Կատարված է թիթեղների շերտի և անընդհատ միջավայրի համար ստացված բանաձևերի համեմատություն։

RADIATION GENERATED IN A STACK OF PLATES BY A CHARGE IN THE VICINITY OF BRAGG FREQUENCIES

A. L. AVAKIAN, G. M. GARIBIAN, C. YANG

The exact formulae for the transition radiation generated in a stack of plates in the vicinity of Bragg frequencies are analyzed. Two special cases have been considered: 1) the dielectric constant of the plate close to unity; 2) it is large, butthe

thicknesses of plates are small. In both cases narrow but high peaks have been proved to exist analogous to ones found in the continuous periodic medium by the method of two-wave theory.

The formulae for the stack and the continuous medium are compared.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 8, 12—19 (1973)

КОМПТОН-ЭФФЕКТ В СРЕДЕ ВБЛИЗИ ЧЕРЕНКОВСКОГО КОНУСА

Г. К. АВЕТИСЯН, С. Г. ОГАНЕСЯН

Рассматривается излучение заряженных частиц в поле плоской электромагнитной волны в среде с показателем преломления $n_0 > 1$ вблизи черенковского конуса. Показано, что даже в слабых полях вблизи некоторой критической точки происходит нелинейное рассеяние света. Найдено условие для многофотонного излучения частицы вблизи критической точки и черенковского конуса: необходимо, чтобы на каждой частоте излучалось много гармоник под разными углами.

Из-за эффекта отражения и захвата частицы волной Комптон-эффект в среде имеет место до некоторого критического значения поля. Выше этого значения излучение носит чисто тормозной характер и, следовательно, Комптон-эффект не имеет места.

1. В работах [1]—[2] было рассмотрено излучение релятивистского электрона в поле интенсивной электромагнитной волны в среде с показателем преломления $n > 1$. Из-за близости направления падающего излучения к черенковскому конусу в сечении рассеянного излучения появляется черенковский резонансный фактор, который приводит к нелинейному возрастанию сечения рассеяния света вблизи черенковского конуса. Однако такое рассмотрение оказывается неправильным из-за эффекта отражения и захвата частицы волной [3—7].

Оказывается, что в среде с показателем преломления $n_0 > 1$ при взаимодействии заряженной частицы с плоской электромагнитной волной, интенсивность которой превышает некоторое критическое значение, наступает своеобразная ситуация, когда „внешняя" (по отношению к волне) частица не в состоянии проникнуть в волну, а „внутренняя" — выйти из нее: происходит отражение и захват частицы волной. Причина этого явления обусловлена вынужденным черенковским поглощением и излучением: в критической точке продольная скорость частицы равняется фазовой скорости света, в результате чего она сразу поглощает из волны много черенковских фотонов. Такое многофотонное поглощение вблизи критической точки приводит к многофотонному излучению частицы на черенковском конусе даже в слабых полях, в отличие от случая вакуума, где сечения излучения гармоник обращаются в нуль при $\xi \ll 1$ [8]. Следовательно, теория возмущений в этом случае неприменима даже при слабых полях и резонансное поведение сечения рассеяния, полученное в [1—2], не имеет места.

В настоящей работе рассматривается Комптон-эффект в среде вблизи черенковского конуса при интенсивностях, близких к критическому. При $\xi = \xi_{кр}$ комптоновское излучение полностью является черенковским. Если интенсивность волны превышает критическое значение, то излучение носит чисто тормозной характер и не имеет места Комптон-эффект (частица отражается от фронта волны). Следовательно, ситуации, рассмотренные в [1 — 2], не имеют места при таких полях.

2. Интенсивность излучения заряженной частицы в среде в интервале частот $d\omega$ в телесный угол dO дается выражением

$$dI\omega = \frac{e^2 n(\omega)}{4\pi^2 c^3}\omega^2 d\omega dO \left| \int_{-\infty}^{+\infty} [\vec{\nu}\,\vec{v}] e^{i\vec{k}\vec{r}(t) - i\omega t} dt \right|^2, \quad (1)$$

где $n(\omega)$ — показатель преломления на частоте излучения ω, $\vec{\nu}$ — единичный вектор вдоль волнового вектора излучения, а $\vec{r}(t)$ — траектория частицы, которая в поле монохроматической волны циркулярной поляризации

$$E\nu = E_0 \cos\omega_0\left(t - n_0\frac{x}{c}\right), \; Ez = E_0 \sin\omega_0\left(t - n_0\frac{x}{c}\right) \quad (2)$$

имеет вид

$$x(t) = v_x t,$$

$$y(t) = -\frac{ecA_0}{W}\frac{1}{\omega_0\left(1 - n_0\frac{v_x}{c}\right)}\cos\omega_0\left(1 - n_0\frac{v_x}{c}\right)t, \quad (3)$$

$$z(t) = \frac{ecA_0}{W}\frac{1}{\omega_0\left(1 - n_0\frac{v_x}{c}\right)}\sin\omega_0\left(1 - n_0\frac{v_x}{c}\right)t.$$

Здесь ω_0 — частота основной волны, n_0 — показатель преломления на этой частоте, а E_0 и $A_0 = \frac{cE_0}{\omega_0}$ — амплитуды напряженности электрического поля и векторного потенциала волны. Продольная скорость v_x и полная энергия частицы W даются выражениями [3 — 7]

$$v_x = cn_0\frac{\left(1 - \frac{v_0}{cn_0}\right) - \sqrt{\left(1 - n_0\frac{v_0}{c}\right)^2 - (n_0^2 - 1)\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)\xi^2}}{n_0^2\left(1 - \frac{v_0}{cn_0}\right) - \sqrt{\left(1 - n_0\frac{v_0}{c}\right)^2 - (n_0^2 - 1)\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)\xi^2}}, \quad (4)$$

$$W = \frac{W_0}{n_0^2 - 1}\left\{n_0^2\left(1 - \frac{v_0}{cn_0}\right) - \sqrt{\left(1 - n_0\frac{v_0}{c}\right)^2 - (n_0^2 - 1)\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)\xi^2}\right\} \quad (5)$$

(начальная скорость частицы v_0 и направление распространения волны совпадают с осью x).

В (4) и (5) перед корнем нужно брать только знак „минус“, поскольку мы находимся ниже критической точки (еще раз отметим, что выше критической точки Комптон-эффект не имеет места):

$$\xi \leqslant \xi_{\text{кр}} = \frac{\left|1-n_0\dfrac{v_0}{c}\right|}{\sqrt{(n_0^2-1)\left(1-\dfrac{v_0^2}{c^2}\right)}}, \quad \xi = \frac{eE_0}{mc\omega_0}. \tag{6}$$

Подставляя (3—5) в (1) и производя вычисления, для спектральной плотности излучения получим следующую формулу:

$$dI\omega = \frac{e^2 n(\omega)}{2\pi c} \frac{\omega^2}{\omega_0\left(1-n_0\dfrac{v_x}{c}\right)} \left\{ \frac{\left[n(\omega)\dfrac{v_x}{c}-\cos\theta\right]^2}{n^2(\omega)\sin^2\theta} I_s^2(z) + \right.$$

$$\left. + \xi^2\left(\frac{mc^2}{W}\right)^2 I_s'^2(z) \right\} \delta\left[\frac{\omega\left[1-n(\omega)\dfrac{v_x}{c}\cos\theta\right]}{\omega_0\left(1-n_0\dfrac{v_x}{c}\right)} - s\right] d\omega dO, \tag{7}$$

где θ — угол между направлением излучения и осью x, а аргумент бесселевой функции есть

$$z = \xi \frac{mc^2}{W} \frac{\omega n(\omega)\sin\theta}{\omega_0\left(1-n_0\dfrac{v_x}{c}\right)}. \tag{8}$$

Входящая в (7) δ-функция определяет закон сохранения

$$\omega = \frac{s\omega_0\left(1-n_0\dfrac{v_x}{c}\right)}{1-n(\omega)\dfrac{v_x}{c}\cos\theta}. \tag{9}$$

Прежде всего рассмотрим предельные случаи $\xi=0$ и $\xi=\xi_{кр}$. Если в (7) устремить $\xi\to 0$, то интенсивность излучения будет отлична от нуля только для нулевой гармоники ($s=0$). В этом случае закон сохранения (9) дает условие черенковского излучения $1-n(\omega)\dfrac{v_x}{c}\cos\theta=0$ и формула (7) переходит в формулу Тамма — Франка. Во втором предельном случае, при $\xi=\xi_{кр}$, продольная скорость частицы $v_x=\dfrac{c}{n_0}$ и (9) допускает отличные от нуля частоты излучения либо для бесконечно большой гармоники ($s=\infty$), либо при $1-n(\omega)\dfrac{v_x}{c}\cos\theta=0$. Легко видеть, что во втором случае интенсивность излучения обращается в нуль. Таким образом, при $\xi=\xi_{кр}$ излучаются только гармоники $s=\infty$ и интенсивность отлична от нуля при условии $z=s$, которое дает

$$1 - \frac{\vec{k}\vec{v}_{кр}}{v} = 0,\ \vec{k} = \vec{\nu}\, n(\omega)\frac{\omega}{c},$$

и опять (7) переходит в формулу Тамма — Франка для частицы, движущейся со скоростью $v_{кр} > \frac{c}{n_0}$. В этом случае присутствует излучение и на основной частоте ω_0. Таким образом, только в предельных случаях $\xi = 0$ и $\xi = \xi_{кр}$ комптоновское излучение полностью является черенковским, а в этом промежутке излучение является некоторой комбинацией комптоновского и черенковского.

Нас интересует нелинейное рассеяние в слабых полях ($\xi \ll 1$) которое возникает в результате многофотонного поглощения вблизи критической точки (или черенковского конуса с падающим излучением) В формуле интенсивности излучения нелинейность возникает при $z \sim s$ Из (8) и (9) видно, что приближаясь к критической точке сколь угодно близко $\left(\xi \to \xi_{кр},\ v_x \to \frac{c}{n_0}\right)$ и черенковскому конусу $1 - n(\omega)\frac{v_x}{c}\cos\theta \simeq 0$, можно сделать z сколько угодно большим для больших гармоник. Найдем условия, при которых реально могут происходить многофотонные процессы в рассеянии.

Для этого представим (8) в явном виде, подставляя v_x и W из (4) и (5),

$$z = \frac{mc^2}{W_0}\,\frac{n(\omega)\,\omega\sin\theta}{\omega_0\left(1 - n_0\frac{v_0}{c}\right)\sqrt{1 - \xi^2/\xi_{кр}^2}}\,\xi. \qquad (10)$$

Входящую сюда величину $\sin\theta$ нужно определить из условия $\theta \simeq \theta_ч$, где $\theta_ч$ — черенковский угол. На основной частоте ω_0 $\theta_ч \ll 1$, а на других частотах ω он может быть и не малым, в зависимости от дисперсии, и, следовательно, условия нелинейности будут разные. Поэтому рассмотрим отдельно излучение на основной частоте ω_0.

В этом случае можно разлагать $\sin\theta$ и $\cos\theta$ в ряд по степеням θ; с помощью (4) для θ получаем

$$\theta^2 = 2(s-1)\frac{n_0^2 - 1}{n_0^2} \times$$

$$\times \frac{\sqrt{\left(1 - n_0\frac{v_0}{c}\right)^2 - (n_0^2 - 1)\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)\xi^2}}{\left(1 - \frac{v_0}{cn_0}\right) - \sqrt{\left(1 - n_0\frac{v_0}{c}\right)^2 - (n_0^2 - 1)\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)\xi^2}}. \qquad (11)$$

Теперь с учетом (11) z будет иметь вид

$$z = \frac{mc^2}{W_0}\sqrt{n_0^2 - 1}\sqrt{2(s-1)}\,\frac{\xi}{\sqrt[4]{\left(1 - n_0\frac{v_0}{c}\right)^2 - (n_0^2 - 1)\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)\xi^2}} \times$$

$$\times \frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{v_0}{cn_0}\right)-\left(1-n_0\frac{v_0}{c}\right)\sqrt{1-\frac{\xi^2}{\xi^2_{кр}}}}}. \tag{12}$$

Рассмотрим конкретные случаи. Для нерелятивистских частиц для условия $\xi \sim \xi_{кр} \ll 1$ нужно иметь $n_0 \gg 1$, что не выполняется для реально существующих сред. Поэтому рассмотрим релятивистский случай. При этом если $n_0^2 - 1 = 1$ и $v_0 = \frac{c}{n_0}(1-\mu)$, где $\mu \ll 1$, имеем

$$\theta \simeq \sqrt{s-1}\sqrt[4]{\mu^2 - \xi^2/2} \tag{13}$$

и

$$z \simeq \sqrt{s-1}\frac{\xi}{\sqrt[4]{\mu^2-\xi^2/2}}. \tag{14}$$

Условие нелинейности ($z \sim s$) дает

$$\xi \simeq \sqrt{2}\left[\mu - \frac{2(s-1)^2}{s^4}\mu^3\right], \tag{15}$$

а угол излучения соответствующих гармоник будет

$$\theta \simeq \frac{\sqrt{2(s-1)}}{s}\mu. \tag{16}$$

Нужно отметить, что если иметь пучок частиц, то (15) накладывает довольно жесткое ограничение на разброс пучка по скоростям (расходимость $\Delta\mu \sim \xi^3$). Это обусловлено малостью черенковского угла на основной частоте; как мы увидим ниже, оно не возникает на других частотах излучения.

В ультрарелятивистском случае, если $n_0 = 1 + \eta$ ($\eta \ll 1$), возможны два случая: $\mu \gg \eta$ и $\mu \ll \eta$. В первом случае $\xi_{кр} = \frac{1}{2}\sqrt{\mu/\eta} \gg 1$ и, следовательно, этот случай отпадает, поскольку для реальных лазерных полей $\xi \lesssim 1$. Рассмотрим второй случай. При $\mu \ll \eta$ $\xi_{кр} = \frac{1}{2}\frac{\mu}{\eta}$ и

$$\theta \simeq \sqrt{2(s-1)}\sqrt[4]{\mu^2 - 4\eta^2\xi^2}, \tag{17}$$

$$z \simeq 2\sqrt{(s-1)\eta}\frac{\xi}{\sqrt[4]{\mu^2-4\eta^2\xi^2}}. \tag{18}$$

Условие нелинейности в этом случае дает

$$\xi \simeq \frac{1}{2}\left[\frac{\mu}{\eta} - \frac{(s-1)^2}{s^4}\left(\frac{\mu}{\eta}\right)^3\right], \tag{19}$$

$$\theta \simeq \frac{\sqrt{s-1}}{s}\frac{\mu}{\eta}. \tag{20}$$

Как видно из (19), здесь также возникает жесткое ограничение на разброс пучка по скоростям.

Из условия $-1 \leqslant \cos\theta \leqslant 1$ получаем возможное число гармоник излучения на основной частоте ω_0

$$1 \leqslant s \leqslant \frac{1 + n_0 \dfrac{v_x}{c}}{1 - n_0 \dfrac{v_x}{c}},$$

которое в рассматриваемых случаях дает $1 \leqslant s \leqslant \dfrac{2}{\sqrt{\mu^2 - (n_0^2 - 1)(mc^2/E_0)^2\xi^2}}$

Поскольку $\mu \ll 1$, то имеется довольно широкий спектр по s. Нулевая гармоника $s = 0$, которая соответствует черенковскому излучению, на этой частоте излучаться не может, поскольку $v_x < c/n_0$. Первая гармоника ($s = 1$) излучается вперед ($\theta = 0$) и соответствует обычному линейному рассеянию. Отрицательные гармоники ($s = -1, -2, \cdots$) соответствуют аномальному рассеянию Комптона, найденному Франком [9].

Рассмотрим теперь излучение на других частотах $\omega \neq \omega_0$. Нулевая гармоника ($s = 0$) на этих частотах точно соответствует черенковскому излучению $\left(1 - n(\omega)\dfrac{v_x}{c}\cos\theta = 0\right)$, но интенсивность отличается от формулы Тамма — Франка из-за вращательного движения частицы внутри волны (влияние комптоновского излучения). Угол излучения в этом случае дается формулой

$$\cos\theta_ч \simeq \frac{n_0}{n(\omega)}\left[1 + \mu\sqrt{1 - \xi^2/\xi_{кр}^2}\right], \tag{21}$$

и в отличие от случая основной частоты уже не мал. Излучение той же частоты на других гармониках идет в области углов

$$\theta \simeq \theta_ч + \frac{n_0}{n(\omega)}\frac{s\omega_0}{\omega}\frac{\mu}{\sin\theta_ч}\sqrt{1 - \xi^2/\xi_{кр}^2} \tag{22}$$

в окрестности $\theta \sim \theta_ч$.

Условие нелинейности в этом случае дает

$$\xi \simeq \frac{W_0}{mc^2}\mu\frac{1}{\sqrt{(n_0^2 - 1) + n^2(\omega)\left(\dfrac{\omega}{s\omega_0}\right)^2 \sin^2\theta}} \tag{23}$$

и

$$\theta \approx \theta_ч + \frac{1}{\sin\theta_ч}\left[\cos\theta_ч - \frac{n_0}{n(\omega)}\right]\frac{s\omega_0}{\omega}. \tag{24}$$

В релятивистском случае при $n_0^2 - 1 = 1$ (23) определяет величину интенсивности, необходимую для многофотонного излучения, $\xi \sim \mu$, а

$$\theta \simeq \theta_ч + \frac{1}{\sin\theta_ч}\left[\cos\theta_ч - \frac{\sqrt{2}}{n(\omega)}\right]\frac{s\omega_0}{\omega}. \tag{25}$$

В ультрарелятивистском случае, если $n_0 = 1 + \eta$, это условие дает

$$\xi \simeq \frac{\mu}{\sqrt{2\eta}} \frac{s\omega_0}{n(\omega)\,\omega\,\sin\vartheta}\left[1 - \frac{\eta}{n^2(\omega)\sin^2\theta}\left(\frac{s\omega_0}{\omega}\right)^2\right] \tag{26}$$

и

$$\theta \simeq \theta_ч + \frac{1}{\sin\theta_ч}\left[\cos\theta_ч - \frac{1}{n(\omega)}\right]\frac{s\omega_0}{\omega}. \tag{27}$$

Как видно из (26), на частотах $\omega \neq \omega_0$ условие на разброс по скоростям частиц в случае пучка есть $\Delta\mu \sim \xi$ и малость ξ^3 (на частоте ω_0) здесь исчезает.

Из (9) получаем число гармоник излучения на этих частотах

$$\frac{\omega}{\omega_0}\left[1 - n(\omega)\frac{v_x}{c}\right] \Big/ \left(1 - n_0\frac{v_x}{c}\right) \leqslant s \leqslant \frac{\omega}{\omega_0}\left[1 + n(\omega)\frac{v_x}{c}\right] \Big/ \left(1 - n_0\frac{v_x}{c}\right).$$

В рассматриваемых случаях это условие дает

$$\frac{\omega}{\omega_0}\left[1 - \frac{n(\omega)}{n_0}\right] \Big/ \sqrt{\mu^2 - (n_0^2 - 1)\left(\frac{mc^2}{W_0}\right)^2} \leqslant s \leqslant$$

$$\leqslant \frac{\omega}{\omega_0}\left[1 + \frac{n(\omega)}{n_0}\right] \Big/ \sqrt{\mu^2 - (n_0^2 - 1)\left(\frac{mc^2}{W_0}\right)^2 \xi^2}.$$

Поскольку $\mu \ll 1$, опять имеется довольно широкий спектр по s.

Авторы выражают благодарность В. М. Арутюняну за постановку задачи и обсуждения.

Ереванский государственный университет Поступила 12.VII.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *R. M. More*. Phys. Rev. Lett., 16, 781 (1966).
2. *А. С. Дементьев* и др. ЖЭТФ, 62, 161 (1972).
3. *В. М. Арутюнян, Г. К. Аветисян*. Препринт ИФИ АН АрмССР, 01 (1971).
4. *В. М. Арутюнян, Г. К. Аветисян*. ДАН АрмССР, 52, 221 (1971).
5. *В. М. Арутюнян, Г. К. Аветисян*. Квантовая электроника, 7, 54 (1972).
6. *В. М. Арутюнян, Г. К. Аветисян*. Препринт ИФИ АН АрмССР, 03 (1971).
7. *В. М. Арутюнян, Г. К. Аветисян*. ЖЭТФ, 62, 1639 (1972).
8. *И. И. Гольдман*. ЖЭТФ, 46, 1412 (1964).
9. *И. М. Франк*. Ядерная физика, 7, 1100 (1968).

Հ. Կ. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ, Ս. Գ. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ

ԿՈՄՊՏՈՆ-ԷՖԵԿՏԸ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ ՉԵՐԵՆԿՈՎՅԱՆ ԿՈՆԻ ՄՈՏ

Դիտարկված է լիցքավորված մասնիկների ճառագայթումը հարթ էլեկտրամագնիսական ալիքի դաշտում մեկից մեծ բեկման ցուցիչ ունեցող միջավայրում չերենկովյան կոնի մոտ։ Նույնիսկ թույլ դաշտերում կրիտիկական կետի մոտ տեղի է ունենում լույսի ոչ-գծային ցրում։

Գտնված են բազմաֆոտոն ճառագայթման պայմանները կրիտիկական կետի և չերենկովյան կոնի մոտ. ամեն մի հաճախության վրա ճառագայթվում են շատ հարմոնիկաներ տարբեր անկյունների տակ։

Ալիքի կողմից մասնիկների անդրադարձման և զավթման էֆեկտի պատճառով միջավայրում Կոմպտոն-էֆեկտը տեղի ունի մինչև դաշտի կրիտիկական արժեքը։ Կրիտիկականից մեծ լարվածության ալիքի դաշտում ճառագայթումը կրում է միմիայն արգելակային բնույթ և, հետևաբար, տեղի չունի Կոմպտոն-էֆեկտը։

THE COMPTON EFFECT IN THE ENVIRONMENT IN THE REGION OF THE CHERENCKOV CONE

H. K. AVETISIAN, S. G. HOVANESSIAN

The radiation of charged particles in the field of plain electromagnetic wave in the environment with the inpex of refraction $n>1$ in the region of Cherenckov cone is discussed.

In the region of critical point a non-linear scattering of light takes place even in weak fields ($\xi \ll 1$). The conditions of polyphotonic radiation of the particle in the region of the critical point and Cherenckov cone are found: at each frequency a number of harmonics are radiated at different angles.

Because of the effect of refraction and capture of the particle by the wave, Compton effect in the environment takes place up to the critical value of the field ($\xi<\xi_{сч}$). When $\xi>\xi_{сч}$, the radiation has a pure bremsstrahlung character.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 8, 20—27 (1973)

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В ЗАКОРОЧЕННОМ ВОЛНОВОДЕ

К. А. БАРСУКОВ, Э. А. БЕГЛОЯН, Э. Д. ГАЗАЗЯН, Э. М. ЛАЗИЕВ

Рассмотрено излучение заряженной частицы, пересекающей закороченный волновод с диэлектрической пластинкой перпендикулярно его оси. Получены выражения для полей и интенсивностей в случае прямоугольного волновода. Показано, что в определенной части спектра излучение не выходит из пластины. Найдены условия интерференции волн от левой и правой границ пластины.

Излучение заряженной частицы, пролетающей перпендикулярно оси волновода, было рассмотрено в работах [1, 2], где предполагалось, что излучение распространяется как в левое, так и в правое полупространства. Так как результаты этих работ могут быть использованы для создания новых методов генерации микроволн, представляет интерес рассмотрение переходного излучения в волноводе, закороченном с одной стороны хорошо проводящим экраном.

Рассмотрим произвольный закороченный волновод, заполненный диэлектриком с кусочно-постоянной диэлектрической проницаемостью: ε_1 для $z<d$ и ε_2 для $z>d$. Волновод при $z=0$ закрыт идеально проводящей металлической стенкой (рис. 1). Частица заряда q пересекает волно-

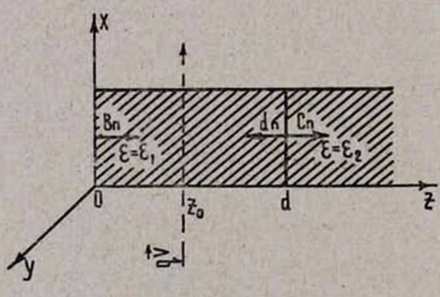


Рис. 1. Геометрия сечения волновода.

вод перпендикулярно его оси со скоростью $\vec{v}$ в точках $M_1(x_1, y_0, z_0)$ и $M_2(x_2, y_0\ z_0)$. Поля излучения ищем в виде разложения по собственным функциям первой и второй краевых задач для поперечного сечения волновода для ТМ- и ТЕ-волн соответственно

$$E_{wz} = \sum_n E_n(z)\psi_n(x, y), \tag{1}$$

$$H_{wz} = \sum_n H_n(z)\hat{\psi}_n(x, y).$$

В области I поля излучения имеют вид

$$E_n(z)_1 = \frac{q}{\varepsilon_1 v}\left(A_n e^{-i\gamma_n|z-z_0|}\operatorname{sign}(z-z_0) + b_n e^{-i\gamma_n z} + d_n e^{i\gamma_n z}\right), \tag{2}$$

$$H_n(z)_1 = \frac{iq}{c\gamma_n}\left(B_n e^{-i\hat{\gamma}_n|z-z_0|} + \hat{b}_n e^{-i\hat{\gamma}_n z} + \hat{d}_n e^{i\hat{\gamma}_n z}\right),$$

$$A_n = \int\limits_{x_1}^{x_2} e^{-i\frac{\omega}{v}\xi} \psi_n(\xi, y_0)\, d\xi, \quad B_n = -\int\limits_{x_1}^{x_2} e^{-i\frac{\omega}{v}\xi} \frac{\partial \hat{\psi}_n(\xi, y_0)}{\partial y_0}\, d\xi,$$

$$\gamma_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_1 - \lambda_n^2}, \quad \hat{\gamma}_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_1 - \hat{\lambda}_n^2},$$

где λ_n и $\hat{\lambda}_n$ — собственные значения первой и второй краевых задач.

В (2) первые члены определяют излучение в однородном волноводе (см. [1]), вторые и третьи—отраженные волны от левой и правой границ соответственно.

В области II для полей имеем

$$E_n(z)_2 = \frac{q}{\varepsilon_2 v} c_n e^{-i\Gamma_n z},$$
$$H_n(z)_2 = \frac{iq}{c\hat{\Gamma}_n} \hat{c}_n e^{-i\hat{\Gamma}_n z}, \tag{3}$$

где

$$\Gamma_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_2 - \lambda_n^2}, \quad \hat{\Gamma}_n = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_2 - \hat{\lambda}_n^2}.$$

Условия непрерывности полей для правой границы имеют вид

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon_1 E_n(z)_1 &= \varepsilon_2 E(z)_2 \\ \frac{\partial E_n(z)_1}{\partial z} &= \frac{\partial E_n(z)_2}{\partial z} \end{aligned}\right\} \text{ для ТМ-волн,} \quad \left.\begin{aligned} H_n(z)_1 &= H_n(z)_2 \\ \frac{\partial H_n(z)_1}{\partial z} &= \frac{\partial H_n(z)_2}{\partial z} \end{aligned}\right\} \text{ для ТЕ-волн.} \tag{4}$$

На левой границе условия непрерывности тангенциальной составляющей электрического поля и нормальной составляющей индукции магнитного поля записываются в виде

$$\frac{\partial E_n(z)_1}{\partial z} = 0 \text{ для ТМ-волн,} \quad H_n(z)_1 = 0 \text{ для ТЕ-волн.} \tag{5}$$

Из (2) — (5) для неизвестных коэффициентов имеем

$$d_n = \frac{2ip_n^- A_n e^{-i\gamma_n d} \sin \gamma_n z_0}{p_n^+ e^{i\gamma_n d} - p_n^- e^{-i\gamma_n d}},$$
$$b_n = \frac{p_n^- e^{-i\gamma_n(d-z_0)} - p_n^+ e^{i\gamma_n(d-z_0)}}{p_n^+ e^{i\gamma_n d} - p_n^- e^{-i\gamma_n d}} A_n, \tag{6}$$
$$c_n = \frac{4i\varepsilon_2\gamma_n A_n e^{i\Gamma_n d} \sin \gamma_n z_0}{p_n^+ e^{i\gamma_n d} - p_n^- e^{-i\gamma_n d}},$$

$$\hat{b}_n = -\frac{\hat{p}_n^- e^{-i\hat{\gamma}_n(d-z_0)} + \hat{p}_n^+ e^{i\hat{\gamma}_n(d-z_0)}}{\hat{p}_n^+ e^{i\hat{\gamma}_n d} + \hat{p}_n^- e^{-i\hat{\gamma}_n d}} B_n, \tag{7}$$

$$\hat{d}_n = \frac{2i\hat{p}_n^- B_n e^{-i\hat{\gamma}_n d} \sin\hat{\gamma}_n z_0}{\hat{p}_n^+ e^{i\hat{\gamma}_n d} + \hat{p}_n^- e^{-i\hat{\gamma}_n d}},$$

$$\hat{c}_n = \frac{4i\hat{\Gamma}_n B_n e^{-i\hat{\Gamma}_n d} \sin\hat{\gamma}_n z_0}{\hat{p}_n^+ e^{i\hat{\gamma}_n d} + \hat{p}_n^- e^{-i\hat{\gamma}_n d}},$$

где

$$\hat{p}_n^{\pm} = \varepsilon\gamma_n \pm \varepsilon_1\Gamma_n, \quad \hat{p}_n^{\pm} = \hat{\gamma}_n \pm \hat{\Gamma}_n.$$

Энергия излучения вычисляется по формуле

$$S = \sum_n S_n^{(TM)} + \sum_n S_n^{(TE)}, \tag{8}$$

где

$$S_n^{(TM)} = \lambda_n^{-2} \operatorname{Re} \int_0^\infty \varepsilon(\omega)\gamma_n |E_n(z)|^2 \omega d\omega,$$

$$S_n^{(TE)} = \hat{\lambda}_n^{-2} \operatorname{Re} \int_0^\infty |H_n(z)|^2 \omega d\omega.$$

В случае прямоугольного волновода с образующими $x=0$, $y=0$, $x=a$ и $y=b$, собственные функции которого есть

$$\psi_n = \psi_{n,m} = \frac{2}{\sqrt{ab}} \sin\frac{\pi m}{a} x \sin\frac{\pi n}{b} y,$$

$$\hat{\psi}_n = \hat{\psi}_{n,m} = \sqrt{\frac{\varepsilon_n\varepsilon_m}{ab}} \cos\frac{\pi m}{a} x \cos\frac{\pi n}{b} y, \tag{9}$$

$$\varepsilon_j = 2, \quad j \neq 0, \quad \varepsilon_0 = 1, \quad \lambda_n = \hat{\lambda}_n = \lambda_{n,m} = \pi\sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}},$$

для энергии излучения в области II имеем

$$S_{n,m}^{(TM)} = T_{n,m} \operatorname{Re} \int_0^\infty \frac{\varepsilon_2 \Gamma_{n,m} |\gamma_{n,m}|^2 \sin\gamma_{n,m} z_0 \sin\gamma_{n,m}^* z_0 \cdot e^{-2\,Im\Gamma_{n,m}(d-z+z_0)}}{|p_{n,m}^+ e^{i\gamma_{n,m} d} - p_{n,m}^- e^{-i\gamma_{n,m} d}|^2} \times$$

$$\times \frac{\sin^2\left(\frac{\omega}{v} - \frac{\pi m}{a}\right)\frac{a}{2}}{\left[\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 - \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2\right]^2} \omega d\omega,$$

$$S_{n,m}^{(TE)} = T'_{n,m} \int_0^\infty \frac{\Gamma_{n,m}^* \sin\gamma_{n,m} z_0 \sin\gamma_{n,m}^* z_0 e^{-2\,Im\,\Gamma_{n,m}(d-z+z_0)}}{|\hat{p}_{n,m}^+ e^{i\gamma_{n,m} d} + \hat{p}_{n,m}^- e^{-i\gamma_{n,m} d}|^2} \times$$

$$\times \frac{\sin^2\left(\frac{\omega}{v} - \frac{\pi m}{a}\right)\frac{a}{2}}{\left[\left(\frac{\omega}{v}\right)^2 - \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2\right]^2} \omega^3 d\omega, \tag{10}$$

где

$$T_{n,\,m}=\frac{64\,q^2\pi^2m^2\sin^2\frac{\pi n}{b}\,y_0}{v^2a^3b\,\lambda_{n,\,m}^2},$$

$$T'_{n,\,m}=\frac{32\,q^2\pi^2n^2\varepsilon_m\sin^2\frac{\pi n}{b}\,y_0}{v^2c^2ab^3\lambda_{n,\,m}^2}.$$

Рассмотрим два частных случая.

а) $\varepsilon_1\beta^2<1,\quad \varepsilon_2\beta^2>1.$

В этом случае $S_{n,\,m}^{(TM)}$ и $S_{n,\,m}^{(TE)}$ имеют следующий вид:

$$S_{n,\,m}^{(TM)}=T_{n,\,m}\left\{\int\limits_{\omega_1}^{\infty}\frac{\Gamma_{n,\,m}\gamma_{n,\,m}^2\varepsilon_2\sin^2\gamma_{n,\,m}z_0}{\varepsilon_2^2\gamma_{n,\,m}^2\sin^2\gamma_{n,\,m}d+\varepsilon_1^2\Gamma_{n,\,m}^2\cos^2\gamma_{n,\,m}d}\times\right.$$

$$\times\frac{\sin^2\left(\frac{\omega}{v}-\frac{\pi m}{a}\right)\frac{a}{2}}{\left[\left(\frac{\omega}{v}\right)^2-\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2\right]^2}\,\omega d\omega+$$

$$+\int\limits_{\omega_2}^{\omega_1}\frac{\varepsilon_2\Gamma_{n,\,m}|\gamma_{n,\,m}|^2\,\mathrm{sh}^2|\gamma_{n,\,m}|z_0}{\varepsilon_2^2|\gamma_{n,\,m}|^2\,\mathrm{sh}^2|\gamma_{n,\,m}|\,d+\varepsilon_1^2\Gamma_{n,\,m}^2\,\mathrm{ch}^2|\gamma_{n,\,m}|d}\times$$

$$\left.\times\frac{\sin^2\left(\frac{\omega}{v}-\frac{\pi m}{a}\right)\frac{a}{2}}{\left[\left(\frac{\omega}{v}\right)^2-\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2\right]^2}\,\omega d\omega\right\}, \tag{11}$$

$$S_{n,\,m}^{(TE)}=T'_{n,\,m}\left\{\int\limits_{\omega_1}^{\infty}\frac{\Gamma_{n,\,m}\sin^2\gamma_{n,\,m}z_0}{\gamma_{n,\,m}^2\cos^2\gamma_{n,\,m}d+\Gamma_{n,\,m}^2\sin^2\gamma_{n,\,m}d}\times\right.$$

$$\times\frac{\sin^2\left(\frac{\omega}{v}-\frac{\pi m}{a}\right)\frac{a}{2}}{\left[\left(\frac{\omega}{v}\right)^2-\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2\right]^2}\,\omega^3d\omega+$$

$$\left.+\int\limits_{\omega_2}^{\omega_1}\frac{\Gamma_{n,\,m}\,\mathrm{sh}^2|\gamma_{n,\,m}|z_0}{|\gamma_{n,\,m}|^2\,\mathrm{ch}^2|\gamma_{n,\,m}|d+\Gamma_{n,\,m}^2\,\mathrm{sh}^2|\gamma_{n,\,m}|d}\,\frac{\sin^2\left(\frac{\omega}{v}-\frac{\pi m}{a}\right)\frac{a}{2}}{\left[\left(\frac{\omega}{v}\right)^2-\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2\right]^2}\,\omega^3d\omega\right\},$$

где ω_1 — корень уравнения $\mathrm{Re}\,\gamma_{n,\,m}=0$,
ω_2 — корень уравнения $\mathrm{Re}\,\Gamma_{n,\,m}=0$.

В выражениях (11) можно условно разделить переходное и черенковское излучения. Так, первые интегралы в (11) описывают энергию переходного излучения, вторые—энергию „черенковского" излучения. образовавшегося во II-ой области. Действительно, в [1] показано, что условия $\frac{\omega}{v}-\frac{\pi m}{a}=0$ совместно с $\mathrm{Re}\,\gamma_{n,\,m}\neq 0$ определяют частоты черенковского излучения $\omega_{\text{чер}}$ в области $\omega_2<\omega_{\text{чер}}<\omega_1$. Из (11) видно, что в спектре излучения присутствие частот $\omega=\frac{\pi m}{a}v$ возможно лишь при значениях $a\geqslant\frac{\lambda_0}{2}\beta$, λ_0 — длина волны в свободном пространстве, $\beta=\frac{v}{c}$.

б) $\varepsilon_1\beta^2>1$, $\varepsilon_2\beta^2<1$.

В этом случае для частот ω', заключенных в интервале $\omega_1<\omega'<\omega_2$, условие распространения во II-ой области не выполняется. Поскольку частоты $\omega=\frac{\pi m}{a}v$, определяющие черенковский спектр, лежат именно в этой области частот, то излучение во II-ой области обусловлено только эффектом переходного излучения и имеет вид

$$S_{n,\,m}^{(TM)}=T_{n,\,m}\int\limits_{\omega_2}^{\infty}\frac{\Gamma_{n,\,m}\gamma_{n,\,m}^2\varepsilon_2\sin^2\gamma_{n,\,m}z_0}{\varepsilon_2^2\gamma_{n,\,m}^2\sin^2\gamma_{n,\,m}d+\varepsilon_1^2\Gamma_{n,\,m}^2\cos^2\gamma_{n,\,m}d}\times$$

$$\times\frac{\sin^2\left(\frac{\omega}{v}-\frac{\pi m}{a}\right)\frac{a}{2}}{\left[\left(\frac{\omega}{v}\right)^2-\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2\right]^2}\omega d\omega,$$

$$S_{n,\,m}^{(TE)}=T'_{n,\,m}\int\limits_{\omega_2}^{\infty}\frac{\Gamma_{n,\,m}\sin^2\gamma_{n,\,m}z_0}{\gamma_{n,\,m}^2\cos^2\gamma_{n,\,m}d+\Gamma_{n,\,m}^2\sin^2\gamma_{n,\,m}d}\times \tag{12}$$

$$\times\frac{\sin^2\left(\frac{\omega}{v}-\frac{\pi m}{a}\right)\frac{a}{2}}{\left[\left(\frac{\omega}{v}\right)^2-\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2\right]^2}\omega^3 d\omega.$$

„Запертое" излучение определяется как потери энергии частицы в области частот $\omega_1<\omega<\omega_2$ и равно

$$W_{n,\,m}^{(TM)}=T_{n,\,m}\,\mathrm{Re}\int\limits_{\omega_2}^{\omega_1}\gamma_{n,\,m}\sin\gamma_{n,\,m}z_0\,\varepsilon_1^{-1}\times$$

$$\times\left[\frac{\varepsilon_1\Gamma_{n,\,m}\cos\gamma_{n,\,m}(d-z_0)+i\varepsilon_2\gamma_{n,\,m}\sin\gamma_{n,\,m}(d-z_0)}{\varepsilon_1|\Gamma_{n,\,m}|\cos\gamma_{n,\,m}d+\varepsilon_2\gamma_{n,\,m}\sin\gamma_{n,\,m}d}\right|\times$$

$$\times \frac{\sin^2\left(\frac{\omega}{v}-\frac{\pi m}{a}\right)\frac{a}{2}}{\left[\left(\frac{\omega}{v}\right)^2-\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2\right]^2}\,\omega d\omega, \tag{13}$$

$$W_{n,m}^{(TE)} = T'_{n,m}\,\mathrm{Re}\int_{\omega_1}^{\omega_2}\frac{\sin\gamma_{n,m}z_0}{\gamma_{n,m}}\times$$

$$\times\left[\frac{i\gamma_{n,m}\cos\gamma_{n,m}(d-z_0)-\Gamma_{n,m}\sin\gamma_{n,m}(d-z_0)}{\gamma_{n,m}\cos\gamma_{n,m}d-|\Gamma_{n,m}|\sin\gamma_{n,m}d}\right]\times$$

$$\times\frac{\sin^2\left(\frac{\omega}{v}-\frac{\pi m}{a}\right)\frac{a}{2}}{\left[\left(\frac{\omega}{v}\right)^2-\left(\frac{\pi m}{a}\right)^2\right]^2}\,\omega^3 d\omega.$$

Подынтегральные выражения (13) имеют полюса, определяемые из уравнений

$$\begin{aligned}&\mathrm{tg}\,\gamma_{n,m}d=-\frac{\varepsilon_1|\Gamma_{n,m}|}{\varepsilon_2\gamma_{n,m}} &&\text{для ТМ-волн,}\\ &\mathrm{ctg}\,\gamma_{n,m}d=-\frac{|\Gamma_{n,m}|}{\gamma_{n,m}} &&\text{для ТЕ-волн.}\end{aligned} \tag{14}$$

Решение уравнений (14) можно провести графически. На рис. 2 приведены зависимости левых и правых частей (14) от безразмерного параметра $\gamma_{n,m}d$. Абсциссы точек пересечения определяют полюса подынтег-

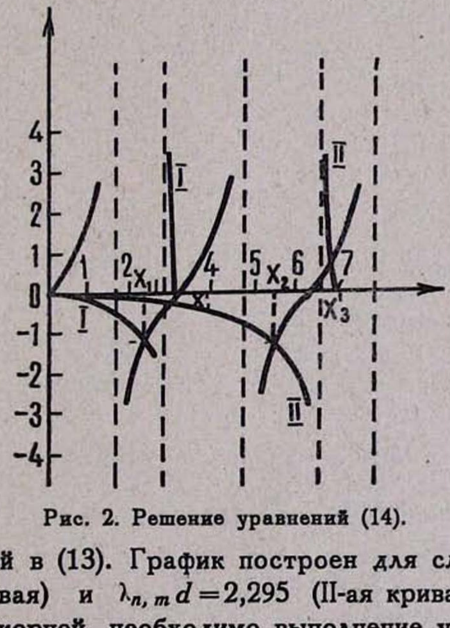


Рис. 2. Решение уравнений (14).

ральных выражений в (13). График построен для случая $\varepsilon_1=10$, $\varepsilon_2=1$, $\lambda_{n,m}d=1$ (I-ая кривая) и $\lambda_{n,m}d=2{,}295$ (II-ая кривая). Чтобы уравнение (14) имело k корней, необходимо выполнение условия

$$\frac{2k-1}{2}\pi<\lambda_{n,m}d\sqrt{\varepsilon-1}<\pi k.$$

Таким образом пластина вместе с прилегающей к ней частью волновода образуют открытый резонатор, собственные частоты которого определяются уравнениями (14).

В случае, когда $\gamma_{n,m} d \ll 1$ и $\Gamma_{n,m} \ll 1$, (12) имеет вид

$$S_{n,m}^{(TM)} = \frac{T_{n,m}}{4} \int_{\omega_2}^{\infty} \frac{\varepsilon_2 \gamma_{n,m}^2 \sin^2 \gamma_{n,m} z_0}{\varepsilon_1 \Gamma_{n,m}} \left[1 - \frac{\gamma_{n,m}^2}{\varepsilon_1^2 \Gamma_{n,m}^2} p_{n,m}^{+} p_{n,m}^{-} d^2 \right] \times$$

$$\times \frac{\sin^2 \left(\frac{\omega}{v} - \frac{\pi m}{a} \right) \frac{a}{2}}{\left[\left(\frac{\omega}{v} \right)^2 - \left(\frac{\pi m}{a} \right)^2 \right]^2} \omega d\omega,$$

$$S_{n,m}^{(TE)} = \frac{T_{n,m}^{1}}{4} \int_{\omega_2}^{\infty} \frac{\Gamma_{n,m} \sin^2 \gamma_{n,m} z_0}{\varepsilon_2^2 \gamma_{n,m}^2} \left[1 + \hat{p}_{n,m}^{+} \hat{p}_{n,m}^{-} d^2 \right] \frac{\sin^2 \left(\frac{\omega}{v} - \frac{\pi m}{a} \right) \frac{a}{2}}{\left[\left(\frac{\omega}{v} \right)^2 - \left(\frac{\pi m}{a} \right)^2 \right]^2} \omega^3 d\omega. \tag{15}$$

При $d = 0$ (15) переходят в выражения для потока энергии в случае однородного заполнения. Подынтегральные выражения в (15) состоят из двух членов, первый из которых определяет излучение в волноводе, заполненном однородным диэлектриком, а второй — добавку, связанную с малостью d и имеющую дипольный характер. Интегрирование производится в области частот, для которой выполняются условия малой толщины. Положив в (10) $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, для потока энергии имеем

$$S_{n,m}^{(TM)} = T \int_{\omega_2}^{\infty} \frac{\gamma_{n,m} \sin^2 \gamma_{n,m} z_0}{\varepsilon(\omega)} \frac{\sin^2 \left(\frac{\omega}{v} - \frac{\pi m}{a} \right) \frac{a}{2}}{\left[\left(\frac{\omega}{v} \right)^2 - \left(\frac{\pi m}{a} \right)^2 \right]^2} \omega d\omega,$$

$$S_{n,m}^{(TE)} = T'_{n,m} \int_{\omega_2}^{\infty} \frac{\sin^3 \gamma_{n,m} z_0}{\gamma_{n,m}^{-1}} \frac{\sin^2 \left(\frac{\omega}{v} - \frac{\pi m}{a} \right) \frac{a}{2}}{\left[\left(\frac{\omega}{v} \right)^2 - \left(\frac{\pi m}{a} \right)^2 \right]^2} \omega^3 d\omega. \tag{16}$$

Из (10) и (16) видно, что при $z_0 = \frac{\lambda_b}{2} s$ излучение равно нулю, а при $z_0 = \frac{\lambda_b}{4}(2n+1)$ излучение в правое полупространство в 4 раза больше, чем в случае пластины [2]; s, n—целые числа.

Ереванский физический институт,
Московский государственный
педагогический институт им. Ленина

ЛИТЕРАТУРА

1. *К. А. Барсуков, Э. Д. Газазян, Э. М. Лазиев.* Изв. вузов, Радиофизика, 15, 191 (1972).
2. *К. А. Барсуков, Э. А. Беглоян, Э. Д. Газазян, Э. А. Геворкян, Э. М. Лазиев.* Изв. АН АрмССР, Физика, 7, 397 (1972).

ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ԱԼԻՔԱՏԱՐՈՒՄ, ՈՐԻ ՄԻ ԿՈՂՄԸ ՓԱԿՎԱԾ Է ԻԴԵԱԼԱԿԱՆ ՀԱՂՈՐԴԻՉՈՎ

Կ. Ա. ԲԱՐՍՈՒԿՈՎ, Է. Ա. ԲԵՂԼՈՅԱՆ, Է. Դ. ԳԱԶԱԶՅԱՆ, Է. Մ. ԼԱԶԻԵՎ

Դիտարկված է լիցքավորված մասնիկի ճառագայթումը մի ծայրը իդեալական հաղորդիչով փակված (կարճված) ալիքատարը հատելիս, երբ ալիքատարում տեղադրված է դիէլեկտրիկ թիթեղ։

Ստացված են դաշտերի և ինտենսիվությունների արտահայտությունները ուղղանկյուն ալիքատարի դեպքում։ Ցույց է տրված, որ հաճախությունների որոշակի տիրույթում ճառագայթման էներգիայի մի մասը «փակվում» է թիթեղում։ Ստացված են ինտերֆերենցիայի պայմանները թիթեղի աջ և ձախ սահմաններից։

TRANSITION RADIATION IN SHORTED WAVEGUIDE

K. A. BARSUKOV, E. A. BEGLOIAN, E. D. GAZAZIAN, E. M. LAZIEV

Radiation generated by the particle traversing a shorted waveguide with dielectric plate is considered. The formulae for fields and intensities in the case of rectangular waveguide are given. It is shown that for particular band of the spectra the radiation does not leave the plate. The conditions for constructive and distructive interference of radiation from left and right boundaries of the plate are given.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 8, 28—32 (1973)

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ САМОФОКУСИРОВКЕ СВЕТА

Г. Г. АДОНЦ, В. О. ЧАЛТЫКЯН, Н. В. ШАХНАЗАРЯН

Рассмотрена задача о самофокусировке пучка эллиптически поляризованного излучения в резонансной среде двухуровневых атомов с моментами количества движения в основном и возбужденном состояниях, равными 1/2 и 3/2 соответственно. Получены и обсуждаются результаты, описывающие изменение диаметра пучка с расстоянием, а также изменение фронтов круговых компонент излучения и эллипса поляризации с расстоянием и по сечению.

При прохождении интенсивного излучения в двухуровневой резонансной среде происходят явления, отсутствующие в линейной оптике. По своему характеру эти явления разделяются на два класса: многофотонные явления и явления самовоздействия. При большой расстройке резонанса и пренебрежимо малом поглощении все явления самовоздействия связаны с нелинейностью показателя преломления. К числу явлений самовоздействия относятся, в частности, явления самофокусировки и самодефокусировки. Самофокусировка в парах калия впервые наблюдалась в работе [1]. Теоретический анализ нелинейных явлений в резонансной среде обычно основывается на скалярных уравнениях среды. Однако в нелинейном случае при учете поляризации интенсивного излучения возникают специфические явления.

Поляризационные явления рассмотрены в ряде работ. В работе [2] сформулированы уравнения резонансной среды с учетом поляризации волн на языке матрицы плотности; эти уравнения применены к некоторым конкретным случаям (газовые лазеры, спин-эхо, самоиндуцированная прозрачность и т. д.). В работе [3] решается непосредственно уравнение Шредингера, а затем вычисляется поляризуемость среды, входящая в уравнения Максвелла. Таким методом, который является более наглядным, в работе [3] вычислены энергетические сдвиги атомных уровней, изучены поляризационные свойства интенсивной монохроматической волны и влияние поляризации на дисперсионные характеристики среды.

В настоящей работе рассматривается задача о самофокусировке эллиптически поляризованного интенсивного излучения в резонансной среде двухуровневых атомов с моментами количества движения в основном и возбужденном состояниях $j_1 = 1/2$ и $j_2 = 3/2$ соответственно. Если излучение монохроматическое, в одномерном случае для сферических компонент $\overset{(\pm)}{A}$ медленно меняющейся амплитуды векторного потенциала, как показано в работе [3], оказывается возможным ввести показатели преломления $\overset{(\pm)}{n}$, зависящие от интенсивности следующим образом:

$$\overset{(+)}{n} = 1 + \frac{qc}{\omega_0}\left(\frac{3}{\sqrt{1+\xi_1}} + \frac{1}{\sqrt{1+\xi_2}}\right), \tag{1}$$

$$\overset{(-)}{n} = 1 + \frac{qc}{\omega_0}\left(\frac{1}{\sqrt{1+\xi_1}} + \frac{3}{\sqrt{1+\xi_2}}\right). \tag{2}$$

Здесь $\xi_{1,2}$ — параметры интенсивности, определяемые выражением

$$\xi_{1,2} = \frac{\omega_0^2 |d|^2}{6c^2 \hbar^2 \varepsilon^2} \left(3|\overset{(\pm)}{A}|^2 + |\overset{(\mp)}{A}|^2\right), \tag{3}$$

$\omega_0 = (E_2 - E_1)\hbar$ — частота перехода невозмущенного атома, $\varepsilon = \omega_0 - \omega$ — расстройка резонанса атомного перехода с излучением частоты ω, d — приведенный матричный элемент перехода атома; величина q в формулах (1), (2) равна $q = \dfrac{\pi |d|^2 \omega_0 n}{12 c\hbar}$, n — плотность атомов.

Для рассмотрения самофокусировки воспользуемся принятой техникой скалярной теории самофокусировки (см., например, [4], [5]) и выражениями (1), (2) для показателей преломления, в которых сохраним лишь члены порядка квадрата поля ($\sim \xi_{1,2}$). Тогда в приближении приосевых лучей получаются следущие уравнения для „диаметров пучков“ $f_\pm$ компонент $\overset{(\pm)}{A}(z, r)$ излучения (r — растояние от оси пучка):

$$\ddot{f}_+ = -\frac{1}{f_+^3} - \frac{3}{5}\,\alpha f_+/f_-^4, \tag{4}$$

$$\ddot{f}_- = -\frac{\alpha}{f_-^3} - \frac{3}{5}\,f_-/f_+^4. \tag{5}$$

Здесь штрихи означают производную по безразмерному расстоянию $x = z/R_+$; R_+ — расстояние самофокусировки, определяемое как $1/R_\pm^2 = (10c/\omega_0 a_+^2)\lambda q B_\pm$, $a_\pm$ — „диаметры пучков“ $\overset{(\mp)}{A}$ на входе, $\lambda = \omega_0^2 |d|^2/6c^2\hbar^2\varepsilon^2$, $B_\pm$ определяют интенсивности компонент $\overset{\pm}{A}$ на входе, а $\alpha = B_-/B_+$ определяет эллиптичность излучения на входе. В частном случае циркулярно-поляризованной волны имеем $\alpha = 0$ (правый круг), либо $\alpha = \infty$ (левый круг). В этом случае при прохождении циркулярность не меняется и самофокусировка происходит обычным образом, а уравнение (4) (либо (5)) решается аналитически и определяет длину самофокусировки $R_\pm^c$ из условия $f(z) = 0$. То же самое имеет место в случае линейно-поляризованной падающей волны. В этом случае $\alpha = 1$ и уравнения (4), (5) дают

$$f_+(z) = f_-(z) = (1 - z^2/R_+'^2)^{1/2}, \tag{6}$$

где $R'_+ \simeq 0{,}8 R^c_+$, т. е. линейно-поляризованная волна фокусируется раньше, чем составляющие ее циркулярно-поляризованные волны в отдельности. Таким образом, при прохождении сохраняется линейность поляризации; обе компоненты $\overset{(\pm)}{A}$ излучения фокусируются одинаковым образом и в одну точку.

Наиболее интересным является случай эллиптически поляризованного падающего излучения, поскольку его составляющие $\overset{(+)}{A}$ и $\overset{(-)}{A}$ проходят по-разному (см. (1), (2)), взаимно влияя друг на друга, в разультате картина фокусировки значительно меняется. Так как для произвольных α уравнения (4), (5) аналитически не решаются, приведем результаты машинных решений для значений параметра α, равных 0,1 и 0,5.

На рис. 1 представлены кривые изменения „диаметров" $f_{\pm}$ пучков с расстоянием. В обеих парах кривых верхняя относится к $f_{-}^{(x)}$, а нижняя—к $f_{+}^{(x)}$. Поскольку на входе интенсивность $\overset{(-)}{A}$-компоненты мень-

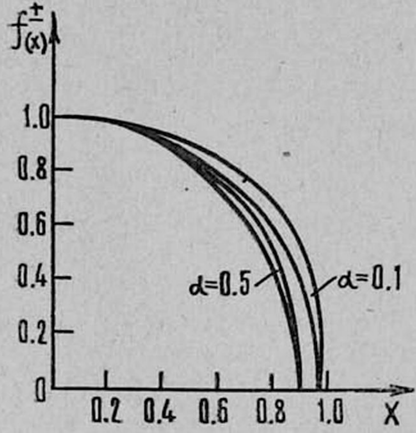


Рис. 1. Зависимость „диаметров пучков" $f_{\pm}$ от расстояния $x = \dfrac{z}{R_+}$ для различных значений α.

ше, то ее схлопывание происходит быстрее, но взаимодействие компонент $\overset{(+)}{A}$ и $\overset{(-)}{A}$ приводит к тому, что схлопывание происходит в одной точке.

На рис. 2 приведены фронты компонент $\overset{(+)}{A}$ и $\overset{(-)}{A}$ по сечению для различных значений x в случае $\alpha=0{,}5$. Видно, что фронты остаются параболами, причем фронт компоненты $\overset{(-)}{A}$ заостряется медленнее. Фронт всей волны, определяемый интенсивностью $y = (y_+ + y_-)/2$, также остается параболой.

Рис. 3 дает поведение эллипса поляризации при прохождении. Последний испытывает вращение (см., например, [3]) и деформируется как по длине, так и по сечению пучка. На рисунке приведены эллипсы при различных z и r. Отметим, что вращение и деформация эллипса

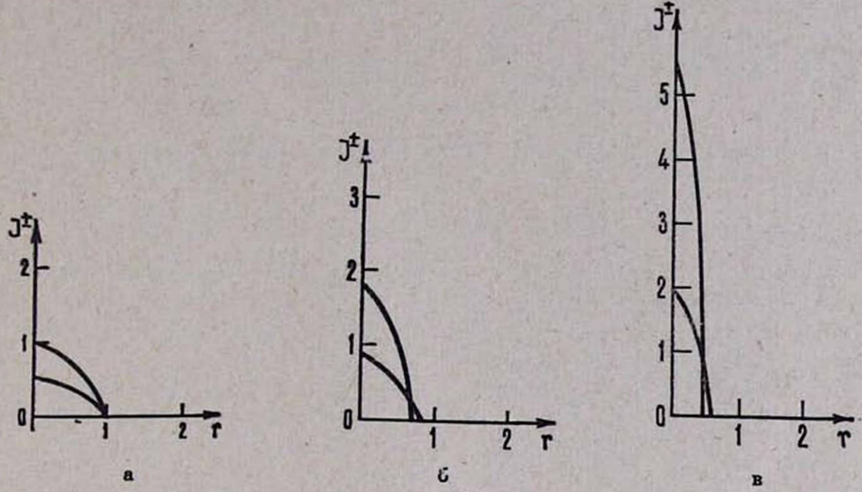


Рис. 2. Изменение фронтов компонент $\overset{(+)}{A}$ (верхняя кривая) и $\overset{(-)}{A}$ (нижняя кривая) по сечению при различных значениях x: а) $x = 0$, б) $x = 0{,}6$, в) $x = 0{,}8$. Кривые приведены для случая $\alpha = 0{,}5$.

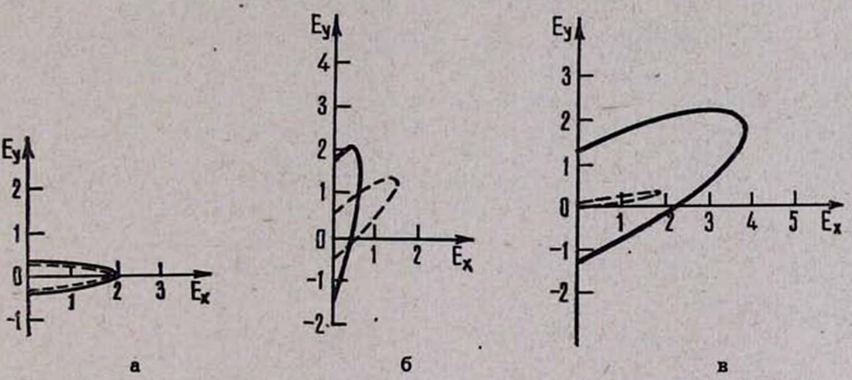


Рис. 3. Эллипс поляризации при различных значениях x и r: а) $x = 0$, б) $x = 0{,}4$, в) $x = 0{,}8$. Сплошные кривые соответствуют $r = 0$, пунктирные — $r = 0{,}4$. Все кривые представлены для случая $\alpha = 0{,}5$.

поляризации происходят очень быстро и хаотично, так что вблизи фокуса усредненное по сечению излучение фактически деполяризованно.

В заключение выражаем благодарность В. М. Арутюняну за постановку задачи и обсуждения.

Институт физических исследований
АН АрмССР
Ереванский государственный университет

Поступила 5.V.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *D. Grischkowsky*. Phys. Rev. Lett., 24, 866 (1970).
2. *А. И. Алексеев*. Докторская диссертация, М., 1969.
3. *В. М. Арутюнян, Э. Г. Канецян, В. О. Чалтыкян*. Препринт ИФИ-71-02, Ереван, 1971; ЖЭТФ, 62, 908 (1972).

4. *В. М. Арутюнян, К. В. Карменян, Р. Н. Нагдян, Ю. С. Чилингарян.* Оптика и спектроскопия, 29, 783 (1970).
5. *С. А. Ахманов, А. П. Сухоруков, Р. В. Хохлов.* УФН, 93, 19 (1967).

ԲԵՎԵՌԱՑՄԱՆ ԷՖԵԿՏՆԵՐԸ ԼՈՒՅՍԻ ԻՆՔՆԱՖՈԿՈՒՍԱՑՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ

Գ. Գ. ԱԴՈՆՑ, Վ. Հ. ՉԱԼԹԻԿՅԱՆ, Ն. Վ. ՇԱՀՆԱԶԱՐՅԱՆ

Դիտարկվում է էլիպտիկ բևեռացված լուսային փնջի ինքնաֆոկուսացման խնդիրը երկմակարդակ ատոմների ռեզոնանսային միջավայրում, ատոմների հիմնական և գրգռված վիճակների շարժման քանակի մոմենտները ենթադրվում են հավասար $^1/_2$ *և* $^3/_2$ *համապատասխանաբար։ Ստացված են և քննարկվում են կորեր, որոնք նկարագրում են փնջի տրամագծի փոփոխությունը ըստ միջավայրի երկարության, ինչպես նաև ճառագայթման շրջանային բաղադրիչների ճակատների և բևեռացման էլիպսի փոփոխությունները ըստ միջավայրի երկարության և ըստ փնջի կտրվածքի։*

THE POLARIZATION EFFECTS AT THE SELF-FOCUSING OF LIGHT

G. G. ADONTS, V. H. CHALTIKIAN, N. V. SHAKHNAZARIAN

The problem of the self-focusing of an elliptically polarized light beam in the resonant medium of two-level atoms having angular momenta of ground and excited states corresponding to 1/2 and 3/2 respectively is considered.

The dependences of the beam diameter, the change of profiles of radiation spherical components and the deformation of polarization ellipse on the medium length and the cross section of the beam are obtained and analyzed.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 8, 33—36 (1973)

УПРАВЛЯЕМАЯ ВТОРИЧНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ ЭМИССИЯ В ОБЛАСТИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

М. П. ЛОРИКЯН, Р. Л. КАВАЛОВ, Н. Н. ТРОФИМЧУК

В работе приведены экспериментальные результаты изучения явления управляемой вторичной электронной эмиссии из диэлектрических пленок KCl различной толщины и плотности при наличии в них электрического поля при прохождении через пленки пучка релятивистских электронов с энергией 50 *Мэв*. Напряжение на слой прикладывалось с помощью двух электродов: подложки и управляющей сетки, которые касались диэлектрического слоя. Показано, что при этом эмиссия возникает непосредственно после включения пучка (в пределах инерционности приборов) и коэффициент вторичной эмиссии сразу же принимает свое максимальное значечие при данном напряжении на сетке.

Интерес к исследованиям вторичной электронной эмиссии из рыхлых диэлектрических слоев в области высоких энергий заметно возрос в связи с возможностью использования этого явления для регистрации и измерения энергии ультрарелятивистских частиц [1—7].

В предыдущих наших работах [6, 7] сообщалось об управляемой аномальной вторичной эмиссии, возникающей в рыхлом диэлектрике при прохождении релятивистских электронов, когда на него подавалось электрическое поле с помощью электродов, соприкасающихся с поверхностями диэлектрического слоя.

В настоящей работе мы приводим результаты дальнейшего изучения этого явления. Подробное описание экспериментальной установки дается в работах [6,7]. Исследования проводились на пучке электронов от линейного ускорителя с энергией 50 *Мэв*, интесивность пучка была порядка 10^{-10} *а/см*^{2}.

Перед началом измерений эмиттеры испытывались под напряжением 550 *в* при выключенном пучке ускорителя. В цепи анода тока замечено не было.

На рис. 1 приведены зависимости коэффициента вторичной эмиссии σ от величины разности потенциалов на электродах эмиттера (вольт-эмиссионные характеристики) для слоев 2% плотности при двух значениях толщины пленки 100 *мк* и 170 *мк* (кривые 1 и 2 соответственно). Максимальное значение σ на кривых соответствует граничному V, выше которого в пленке возникает пробой. (При уменьшении напряжения после пробоя эмиссионные свойства эмиттера востанавливаются). Как следует из рисунка, для толстого слоя кривая сдвинута в сторону больших значений V. Это связано с тем, что при данной разности потенциалов напряженность поля внутри толстого слоя меньше, чем в тонком слое.

На том же рисунке приводятся результаты исследования для пленок плотностью 0,5% при двух значениях толщины: 120 *мк* (кривая

3) и 250 *мк* (кривая 4). Эти результаты показывают, что уменьшение плотности приводит к уменьшению σ_{max}, т. е. пробой пленки происходит при меньших значениях σ.

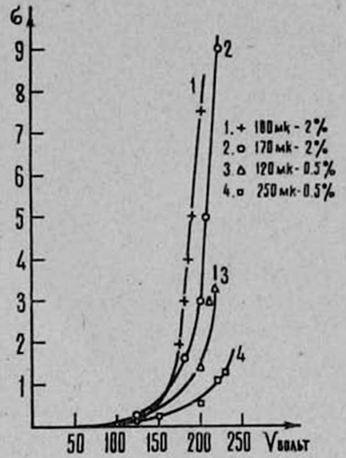


Рис. 1. Зависимость $\sigma = f(V)$ для слоев с касанием. Кривая 1 — толщина 100 *мк*, плотность 2%. Кривая 2—толщина 170 *мк*, плотность 2%. Кривая 3— толщина 120 *мк*, плотность 0,5%. Кривая 4—толщина 250 *мк*, плотность 0,5%.

Для лучшего понимания процесов вторичной электронной эмиссии при соприкосновении сетки с поверхностью эмиттера и в случае, когда сетка отстоит от поверхности, мы исследовали зависимость σ от времени облучения после включения пучка ускорителя для этих двух случаев. Очевидно, что при прохождении релятивистских электронов через диэлектрические пленки при любом значении V происходит зарядка поверхности диэлектрика. Если сетка отстоит от поверхности эмиттера, то при определенных условиях (ток пучка, время облучения, потенциал сетки) заряд на поверхности возрастает до величины, достаточной для аномальной эмиссии, и σ будет зависеть от этих условий. Если же сетка касается поверхности, то напряженность поля в слое будет определятся только потенциалом сетки. При определенных значениях тока пучка заряд на поверхности возрастает до величины, которая достаточна для образования аномальной эмиссии.

На рис. 2 эти зависимости даны опять же для пленки толщиной 170 *мк* в случае удаления управляющей сетки на расстояние 0,2 и 2 *мм*

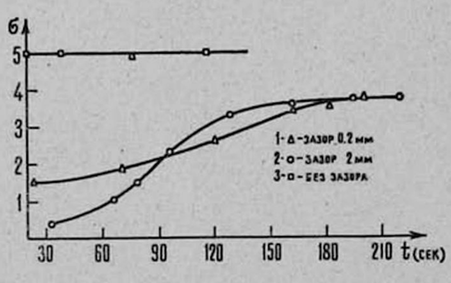


Рис. 2. Зависимость $\sigma = f(t)$ при фиксированном потенциале сетки V_c.

△ — зазор 0,2 *мм*, $V_c = 235$ *в*;

○ — зазор 2 *мм*, $V_c = 260$ *в*,

□ — без зазора, $V_c = 200$ *в*.

(кривые 1 и 2 соответственно). Когда величина зазора „поверхность слоя-сетка" равна 0,2 *мм*, в момент включения пучка возникает небольшая эмиссия, но величина σ меньше, чем максимально возможное значение σ для данного напряжения сетки V, и под действием пучка σ медленно растет до σ_{max}. В случае удаления сетки на 2 *мм* наблюдается такая же картина, но начальное значение σ еще меньше. Очевидно, что начальное значение σ обусловлено долей напряжения „подложка-сетка", приходящей на пленку, а дальнейшее возрастание его вызвано зарядкой поверхности пленки. Когда сетка соприкасается со слоем (кривая 3), эмиссия возникает непосредственно после включения пучка (в пределах инерционности наших приборов) и σ сразу же принимает свое максимальное значение при данном напряжении V на сетке, оставаясь затем постоянным во времени.

Если предположить, что сильный рост σ с V обусловлен лавинным размножением электронов в порах диэлектрического слоя подобно газовому разряду, то, следуя [8], можно написать

$$\ln \ln \sigma = \ln x + \ln A - 1{,}62\ (V_i/L_e)(1/E),$$

где σ — коэффициент вторичной эмиссии, x — толщина слоя, A — постоянная величина, включающая в себя параметры, характеризующие состояние вещества, V_i — ионизационный потенциал вещества, L_e — свободный пробег электронов в порах, E — напряженность электрического поля.

На рис. 3 приведена экспериментальная зависимость $\ln \ln \sigma$ от $1/E$ для пленок плотностью 2% и толщиной 100 и 170 *мк*. Ясно видно, что зависимость $\ln \ln \sigma$ от $1/E$ действительно представляет собой прямую линию, т. е. и в нашем случае имеется полное согласие с пред-

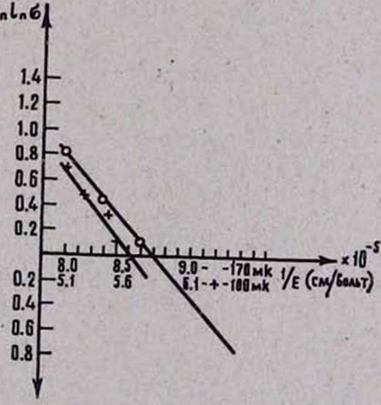


Рис. 3. $\ln \ln \sigma = f(1/E)$, где E — напряженность поля в слое. $\times$ — толщина 100 *мк*, $\bigcirc$ — толщина 170 *мк*. Плотность 2% от нормальной.

полагаемым механизмом о лавинном размножении вторичных электронов в порах слоя. Полученное эмпирическое соотношение между длиной свободного пробега L_e вторичных электронов и потенциалом ионизации вещества V_i ($L_e = 1{,}28\, V_i \cdot 10^{-5}$ *см*) позволяет оценить L_e в предположении, что для KCL $V_i = 10$ *ев*. Это значение $L_e = 1{,}28 \cdot 10^{-4}$ *см* на два порядка больше, чем для плотных слоев [9]. Если считать, что L_e линейно зависит от плотности вещества, то наши данные находятся в хорошем согласии с результатами работы [9].

К сожалению, использованная методика не позволяет исследовать такие важные характеристики эмиттеров, как инерционность и статистика, что дало бы возможность лучше изучить физику этого явления. Однако результаты этих работ показывают, что приближение сетки к поверхности слоя существенно меняет эмиссионные свойства эмиттера, а при соприкосновении сетки с поверхностью эмиссия возникает без зарядки поверхности и приобретает управляемый характер, т. е. изменение напряжения сетки влечет за собой быстрое изменение σ.

Ереванский физический институт Поступила 21.VII.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г, М. Гарибян.* ЖЭТФ, 37, 527 (1959).
2. *А. И. Алиханян* и др. ЖЭТФ, 44, 1122 (1963); ЖЭТФ, 46, 1212 (1964).
3. *G. L. Garwin, J. Edgecumbe.* SLAC—PUB—156 (1965).
4. *М. П. Лорикян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 2, 316 (1967); 1, 259 (1966); ПТЭ, 2, 29 (1968).
5. *Г. Г. Бахшян* и др. Изв. АН АрмССР, Физика, 2, 415 (1967).
6. *М. П. Лорикян* и др. Изв. АН АрмССР, Физика, 6, 297 (1971).
7. *М. П. Лорикян* и др. Изв. АН АрмССР, Физика, 7, 118 (1972).
8. *H. Jacobs, J. Freely, Frank A.* Braud. Phys. Rev., 88, 3, 492 (1952).
9. *J. Edgecumbe, E. L. Garwin.* J. Appl. Phys., 37, 2916 (c) (1966).

ՂԵԿԱՎԱՐՎՈՂ ԵՐԿՐՈՐԴԱՅԻՆ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ԷՄԻՍԻԱՆ ԲԱՐՁՐ ԷՆԵՐԳԻԱՆԵՐԻ ՏԻՐՈՒՅԹՈՒՄ

Մ. Պ. ԼՈՐԻԿՅԱՆ, Ռ. Լ. ԿԱՎԱԼՈՎ, Ն. Ն. ՏՐՈՖԻՄՉՈՒԿ

Աշխատանքում տրված են ղեկավարվող երկրորդային էլեկտրոնային էմիսիայի էքսպերիմենտալ ուսումնասիրության արդյունքները տարբեր հաստության և խտության KCl-ի դիէլեկտրիկ թաղանթներում՝ նրանց մեջ էլեկտրական դաշտի առկայության դեպքում և նրանց միջով 50 Մէվ էներգիա ունեցող ռելյատիվիստիկ էլեկտրոնները անցնելիս։ Ցույց է տրված, որ այդ դեպքում էմիսիան առաջանում է փնճի միացումից անմիջապես հետո (սարքերի իներցիոնության սահմաններում) և երկրորդային էմիսիայի գործակիցը անմիջապես ընդունում է իր մաքսիմալ արժեքը, ցանցի վրա տրված լարվածության տվյալ արժեքի դեպքում։

CONTROLLABLE SECONDARY ELECTRON EMISSION AT HIGH ENERGIES

M. P. LORIKIAN, R. L. KAVALOV, N. N. TROFIMTCHUK

In this work the results of experimental investigation of controllable secondary electron emission from *KCl* low density dielectric films of different thicknesses and densities in high electric field at the passage of 50 MeV electrons are given.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 8, 37—41 (1973)

РЕНТГЕНОГРАФИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТОНКОЙ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ АЛЮМИНИЯ ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ

Р. П. АКОПЯН, Ю. С. ТЕРМИНАСОВ

Рентгенографически изучены фрагментация блоков мозаики и развитие микроискажений при двух видах испытаний на ползучесть разнозернистых алюминиевых фольг. Делается предположение, что изменение субструктурных параметров при ползучести более чувствительно к приложенной нагрузке, чем к исходной структуре.

Субструктурные изменения, происходящие при ползучести металлов, подробно изучены посредством рентгенографических методов многими исследователями [1—4]. Однако анализ работ последних лет [5—11] показывает, что полного представления о характере развития субструктуры в процессе ползучести до сих пор нет. Кроме того, считается, что наилучшим методом определения реологических зависимостей являются испытания с постоянной нагрузкой или с постоянной долговечностью образцов [12]. При этом отсутствуют работы, охватывающие оба вида испытаний при различных исходных структурах.

Поэтому представляло интерес выяснить влияние различной зернистости исходных отожженных образцов на развитие субструктуры (фрагментацию кристаллических блоков и развитие микроискажений кристаллической решетки) в процессе высокотемпературной ползучести алюминия при двух указанных видах испытаний.

Материал и методика эксперимента

Образцы (99,99% Al) в форме двойной лопатки с размерами $70\times10\times0{,}2$ *мм*^{3} изготовлялись серийно (по 80—100 шт.) и отжигались в вакууме порядка 10^{-3} *мм рт. ст.* при 300, 400, 500 и 600°C в течение 2, 3, 4 и 5 часов соответственно. В результате подобных отжигов были получены структуры с размерами зерен 30, 50, 70 и 90 *мк*. Размеры зерен определялись с помощью металлмикроскопа как среднее значение на основе 1000 зерен для каждого образца. Растяжение образцов осуществлялось на специально сконструированной нами установке [13] при постоянной нагрузке (3,8 *кг* при изменении времени разрушения от 10 *мин* до 9 *ч*), при постоянном времени до разрушения (30 *мин* при изменении нагрузки от 3,3 до 5,5 *кг*).

Для определения характеристик мозаичной структуры (размеров блоков и микроискажений) в алюминии, подвергнутом растяжению при температуре 300°C, производилось его рентгенографирование при помощи дифрактометра УРС-50 ИМ. Съемка велась в фильтрованном медном излучении при следующем режиме работы трубки БСВ-6: напряжение — 35 *кв*, ток —2 *ма* для линии (200) и 5 *ма* для линии (400).

Величины кристаллических блоков и микроискажений определялись путем анализа физических уширений рентгеновских интерференционных линий (200) и (400). Физические уширения находились по экспериментальным значениям ширин интерференционных линий стандарта и образца, исправленных на дублетность K_α-серии [14].

Разделение эффектов II рода по паре линий (200)—(400) производилось с помощью аппроксимирующих функций в форме Гаусса и Коши. Значения субструктурных характеристик, полученные аналитически для этих граничных функций, усреднялись.

Для определения достигнутого упрочнения измерялась микротвердость образцов на приборе ПМТ-3 при нагрузке на индентор в 20 *г* по результатам 40 измерений. Время выдержки индентора — 15 *сек*.

Результаты эксперимента

На рис. 1—4 представлены зависимости размеров блоков мозаики и микроискажений от степени деформации при двух видах испытаний на ползучесть поликристаллического алюминия. При этом рис. 1 и 2 соответствуют первому виду испытания, а рис. 3 и 4 — второму виду испытания. Видно, что характер фрагментации кристаллических блоков и развития микроискажений в процессе ползучести алюминия принци-

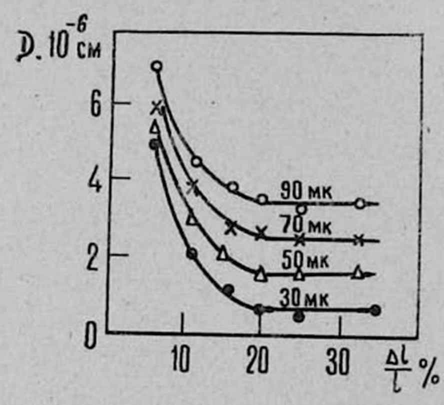


Рис. 1. Зависимости величины *D* от деформации при постоянной нагрузке.

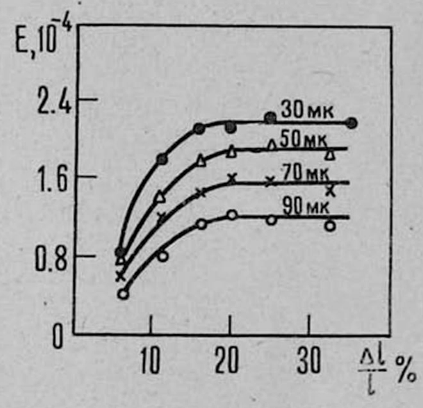


Рис. 2. Зависимости величины *E* от деформации при постоянной нагрузке.

пиально одинаков для образцов, имеющих различную исходную величину зерен. Существенное дробление кристаллических блоков и развитие микроискажений в них наблюдается на начальных стадиях деформации (до 12%). Дальнейшее же деформирование (до 16%) сопровождается незначительным развитием параметров мозаичной структуры.

Растяжение в пределах 16—36% вызывает стабилизацию параметров структуры. Для образцов с различной исходной зернистостью наблюдаются лишь качественные различия. Например, для образцов, имеющих размер зерен 90 *мк* (рис. 1, 2), растяжение алюминия на 20% приводит к дроблению блоков от $7 \cdot 10^{-6}$ *см* (после мгновенной деформации $\sim 7\%$) до $3{,}5\cdot10^{-6}$ *см* и развитию микроискажения от $0{,}4\cdot10^{-4}$ до уровня $1{,}4\cdot10^{-4}$. Для образцов же с размерами зерен 30 *мк* растяжение алюминия на 20% приводит к дроблению блоков от $4{,}4\cdot10^{-6}$ *см* (после мгновенной деформации $\sim 7\%$) до $0{,}7\cdot10^{-6}$*см* и развитию микроискажения от $0{,}8\cdot10^{-6}$ до $2{,}2\cdot10^{-4}$.

При испытаниях с постоянной нагрузкой с уменьшением размеров зерен усиливаются процессы фрагментации блоков мозаики и роста микроискажений в них, достигая величин $1{,}1\cdot10^{-6}$ *см* и $2{,}4\cdot10^{-4}$ соответственно.

Переход от первого вида испытания ко второму, т. е. к испытанию с постоянной скоростью ползучести, приводит к обратным зависимостям субструктурных характеристик от величины зерна: с уменьшением размеров зерен процессы фрагментации блоков мозаики и роста микроискажений в них протекают слабее. Для более мелких зерен кристаллические блоки уменьшаются до $3\cdot10^{-6}$ *см*, а микроискажения достигают величины $1{,}6\cdot10^{-4}$.

При одинаковых напряжениях и температурах, согласно [15], в мелкозернистом материале развитие субструктуры при деформации должно происходить легче, чем в крупнозернистом, что и наблюдается при первом виде испытания (рис 1, 2). Но большая фрагментация блоков в образцах с более крупными зернами по сравнению с мелкозернистыми при втором виде испытания (рис. 3, 4) позволяет предполагать,

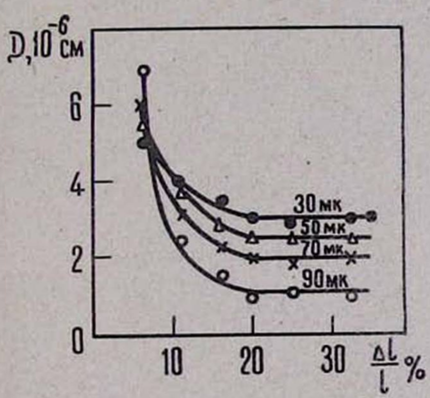


Рис. 3. Зависимости величины D от деформации при постоянном времени до разрушения.

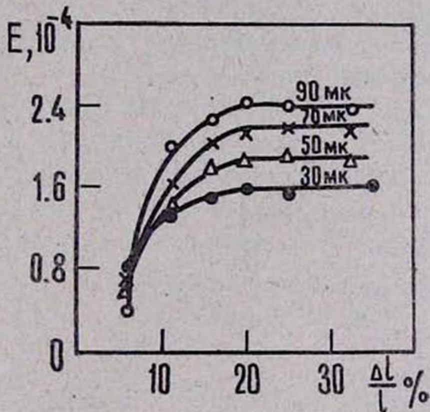


Рис. 4. Зависимости величины E от деформации при постоянном времени до разрушения.

что развитие субструктуры при высокотемпературной ползучести более чувствительно к напряжению, чем к исходной структуре. Данные по исследованию микротвердости (рис. 5, 6) подтверждают это предположение.

Полученные результаты хорошо согласуются с результатами других авторов [5, 11] по растяжению поликристаллического никеля при разных температурах.

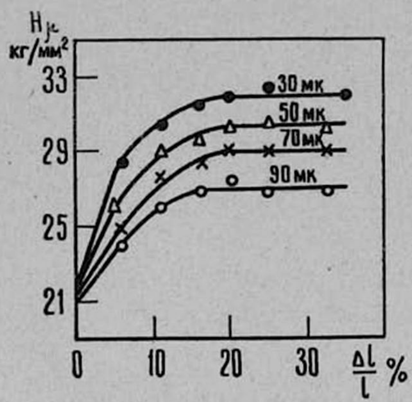


Рис. 5. Зависимости величины H_{μ} от деформации при постоянной нагрузке.

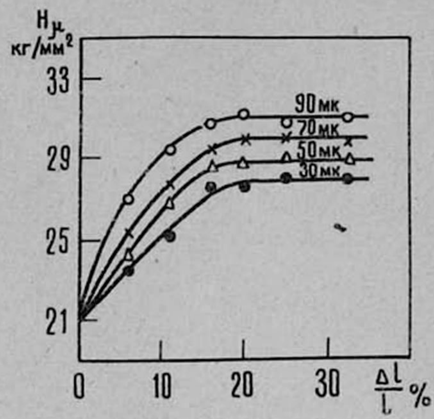


Рис. 6. Зависимости величины H_{μ} от степени деформации при постоянном времени до разрушения.

Выводы

I. При высокотемпературной ползучести алюминия наблюдаются незначительная фрагментация кристаллических блоков и небольшой рост микроискажений.

II. Установлено, что при высокотемпературной ползучести алюминия фрагментация блоков и развитие микроискажений, наблюдаемые в основном на начальных стадиях деформации, не очень чувствительны к величине зерна в исходных образцах.

III. Наблюдается общий характер зависимости размеров кристаллических блоков и микроискажений от степени деформации. При 16% деформации получаются структуры с самыми мелкими блоками и максимальными микроискажениями. Дальнейшее растяжение алюминия сопровождается стабилизацией этих величин.

Куйбышевский политехнический институт
им. В. В. Куйбышева

Поступила 5 V.1971

ЛИТЕРАТУРА

1. *W. A. Wood, W. A. Rachinger.* J. Inst. Metals, 75, 693 (1949).
2. *J. S. Servi, N. J. Grant.* AIME, 191, 917 (1951).
3. *O. D. Sherby, J. E. Goldberg, J. E. Dorn.* ASM, 46, 681 (1954).
4. *J. Weertman, P. Shahinian.* Trans. AIME, 206, 1223 (1956).
5. *Г. Я. Козырский, В. А. Коненко, П. Н. Окаинец.* Сб. Вопросы физики металлов и металловедения, Киев, 1959, стр. 3.
6. *Г. Я. Козырский, Г. Я. Петрунин.* Сб. Вопросы физики металлов и металловедения, 1962, стр. 14.
7. *С. М. Журков, В. И. Бетехтин, А. И. Петров, А. И. Слуцкер.* ФММ, 18, 270 (1964).
8. *С. М. Журков, В. И. Бетехтин, А. И. Петров.* ФММ, 23, 6 (1967).
9. *М. М. Мышляев.* ФТТ, 7, 591 (1965).
10. *В. А. Павлов, В. И. Шалаев, В. Т. Шматов.* ФММ, 22, 598 (1966).

11. *М. И. Бабичева, М. Д. Терминасова, Л. В. Тузов.* Изв. вузов, Физика, 2, 51 (1967).
12. *P. J. Wray.* J. Appl. Phys., 39, 5754 (1968).
13. *Р. П. Акопян, Ю. С. Терминасов.* Заводская лаборатория, 37, 1399 (1971).
14. Рентгенография в физическом металловедении. Под ред. Ю. А. Багаряцкого, Металлургиздат, 1961.
15. *В. М. Розенберг.* Ползучесть металлов, Изд. Металлургия, 1967.

ԱԼՅՈՒՄԻՆԻՈՒՄԻ ՆՈՒՐԲ ԲՅՈՒՐԵՂԱՅԻՆ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ՍՈՂՔԻ ԸՆԹԱՑՔՈՒՄ ՌԵՆՏԳԵՆԱԳՐԱՖԻԿ ԵՂԱՆԱԿՈՎ

Ռ. Փ. ՀԱԿՈԲՅԱՆ, Յու. Ս. ՏԵՐՄԻՆԱՍՈՎ

Ռենտգենագրաֆիկ եղանակով ուսումնասիրված է ալյումինիումի բազմաբյուրեղում տեղի ունեցող բլոկների մանրացումը և նրանցում առաջացող միկրոխանգարումները։

Ենթադրվում է, որ սուբստրուկտուրային պարամետրերի փոփոխությունը սողքի ժամանակ ավելի զգայուն է կիրառվող ուժի նկատմամբ, քան սկզբնական բյուրեղիկների մեծության նկատմամբ։

X-RADIOGRAPHICAL STUDY OF THIN CRYSTAL STRUCTURE AT ALUMINIUM CREEPAGE

R. P. AKOPIAN, Yu. A. TERMINASOV

X-radiographical study of aluminium foil mosaic block fragmentation and micro-distortion development at two types of creepage tests is carried out, the variation of substructure parameters of the creepage being assumed sensitive to the load applied rather than to crystal structure.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 8, 42—46 (1973)

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПОВЕДЕНИЯ ГРАНИЦ В МАГНИТНЫХ ПЛЕНКАХ С НЕОДНОРОДНЫМ ПОЛЕМ АНИЗОТРОПИИ

К. А. ЕГИЯН, Р. Г. МАРТИРОСЯН, В. В. КАРАПЕТЯН

Теоретически рассмотрено поведение границ в идеализированных пленках с неоднородным полем анизотропии. Предлагается модель сползания в больших полях в направлении трудной оси. Качественно рассчитывается кривая переключения смещением доменных границ.

В ряде последних работ по цилиндрическим магнитным пленкам (ЦМП) [1—3] указывается на наличие в них больших структурных неоднородностей, в частности, в [1] на основе проведенных структурных исследований делается вывод о значительном разбросе состава пленки в микрообластях с размерами в десятые доли микрона и меньше. На существенный разброс H_k в ЦМП, используемых в памяти с неразрушаемым считыванием, указывается в [2]. В [3] показано, что рост пленок на шероховатой подложке сопровождается выравниванием неровностей, следовательно, из-за наличия в электролите поверхностноактивных добавок осаждение имеет диффузно-адсорбционный характер с различными плотностями тока на впадинах и выступах, что также должно приводить к большому разбросу H_k. Таким образом, рассмотрение поведения границ в пленках с разбросом поля анизотропии (H_k) представляет определенный теоретический и практический интерес.

Нам известны лишь две работы, посвященные рассмотрению поведения границ в неоднородных по H_k пленках [4, 5]. В [4] рассматривается феноменологическая модель сползания доменных границ, в таких пленках в предположении, что форма и расположение границы меняются при приложении поля в трудном направлении (H_T). В работе не рассматриваются конкретные механизмы, приводящие к таким изменениям. В [5] показано, что в неоднородных пленках с границами Блоха при переходах Блох-Неель происходит существенное изменение поля смещения доменных границ, что приводит к сползанию.

В данной работе показывается, что смещение доменной границы в неоднородной пленке в поле H_T может иметь место не только при переходах Блох-Неель, но и без изменения типа границы. Вопрос рассматривается качественно на модели идеализированной пленки.

На рис. 1 приводится модель пленки с обозначениями направлений осей и ориентации границы. Для упрощения расчетов предполагается, что постоянная одноосной анизотропии (K) меняется только вдоль оси Y. В этой модели толщина пленки (d), намагниченность насыщения (M) и обменная постоянная (A) принимаются постоянными.

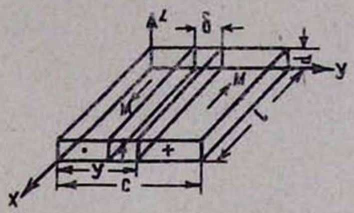


Рис. 1. Модель пленки.

Энергия системы при приложении поля в трудном направлении намагничивания H_T в общем виде равна

$$E = E_H + E_k + E_\delta, \qquad (1)$$

где E_H — энергия системы спинов в доменах в поле H_T,

E_k — энергия анизотропии в объеме доменов,

E_δ — энергия границы.

Учитывая, что в поле H_T намагниченность в смежных доменах поворачивается на угол φ, который определяется соотношением

$$\sin\varphi = \frac{H_T}{H_{k_0}}, \qquad (2)$$

(H_{k_0} — среднее значение анизотропии во всей пленке), а также то, что объем, занимаемый границей, не участвует в образовании этой энергии, E_H можно записать в виде

$$E_H = -MH_T \,\mathrm{ld}\,(c - \delta)\sin\varphi. \qquad (3)$$

Энергия анизотропии в доменах равна

$$E_k = K_0 \,\mathrm{ld}\, c \sin^2\varphi - \overline{K}\,\mathrm{ld}\,\delta \sin^2\varphi, \qquad (4)$$

где $\overline{K}$ — среднее значение K в пределах границы, определяемое формулой

$$\overline{K} = \frac{1}{\delta}\int\limits_{y-\delta}^{y} K(y)\,dy. \qquad (5)$$

Поскольку последующие рассуждения в основном носят качественный характер, в дальнейшем будем принимать, что $\overline{K}(y) = K(y)$.

Предполагается, что энергия границы является некоторой возрастающей функцией поля анизотропии, причем ширина границы не зависит от K. Поскольку расчеты носят качественный характер, последнее предположение, не меняя существа вопроса, позволяет существенно упростить выкладки. Заметим, что нами были проведены также расчеты, где использовалась сильная зависимость δ от K типа $\delta = \sqrt{\dfrac{A}{K}}$. Принципиальные результаты расчетов и в этом случае остаются такими же.

Итак,

$$E(\delta) = \gamma(K)\cos^2\varphi. \qquad (6)$$

Подставляя значения E_H, E_K и E_δ в (1), получим

$$E = -MH_T ld(c-\delta)\sin\varphi + K_0 ldc\sin^2\varphi - \\ - Kld\delta\sin^2\varphi + \gamma(K)\cos^2\varphi\, ld. \tag{7}$$

Для состояния системы с минимальной энергией необходимо, чтобы

$$\frac{\partial E}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} > 0, \tag{8}$$

что после соответствующих упрощений приводит к следующим выражениям:

$$\frac{dK}{dy}\left(\frac{\partial\gamma}{\partial K}\cos^2\varphi - \delta\sin^2\varphi\right) = 0. \tag{9}$$

$$\cos^2\varphi\left[\frac{\partial^2\gamma}{\partial K^2}\left(\frac{dK}{dy}\right)^2 + \frac{\partial\gamma}{\partial K}\frac{d^2K}{dy^2}\right] - \delta\sin^2\varphi\,\frac{d^2K}{dy^2} > 0, \tag{10}$$

Анализ (9) и (10) приводит к двум следующим условиям равновесного положения границы:

а) $$\frac{dK}{dy} = 0, \quad \frac{d^2K}{dy^2} > 0, \quad \mathrm{tg}^2\varphi < \frac{\partial\gamma}{\partial K}\frac{1}{\delta} = \mathrm{tg}^2\varphi_k, \tag{11}$$

б) $$\frac{dK}{dy} = 0, \quad \frac{d^2K}{dy^2} < 0, \quad \mathrm{tg}^2\varphi > \mathrm{tg}^2\varphi_k. \tag{12}$$

Таким образом, в малых полях H_T, пока $\varphi < \varphi_k$, граница располагается в области с минимальным K, а с ростом H_T, когда $\varphi > \varphi_k$, она должна смещаться в область с максимальным K.

Полученные данные можно использовать для расчета вида критической кривой переключения. Как известно, критическое поле смещения границ равно [6]

$$H_л = \frac{1}{2\,ldM_s\cos\varphi}\left(\frac{\partial E}{\partial y}\right)_{\max}. \tag{13}$$

Из (6) имеем

$$\left(\frac{\partial E}{\partial y}\right)_{\max} = ld\left(\frac{\partial\gamma}{\partial K}\cos^2\varphi - \delta\sin^2\varphi\right)\left(\frac{dK}{dy}\right)_{\max}, \tag{14}$$

откуда видно, что рост H_T, а следовательно, и φ приводит к уменьшению $\left(\frac{\partial E}{\partial y}\right)_{\max}$, так что при $\mathrm{tg}^2\varphi = \frac{1}{\delta}\frac{\partial\gamma}{\partial K}$ $H_л = 0$. При дальнейшем росте H_T и φ ($\varphi > \varphi_k$) выражение в скобках в уравнении (14) становится отрицательным, в связи с чем препятствовать смещению границ будут участки пленки, для которых $\frac{dK}{dy} < 0$. Таким образом, критическая кривая, определяемая неоднородностями H_k, будет иметь вид, представленный кривой 1 на рис. 2. Последняя существенно отличается от зависимости $H_л \sim \cos\varphi$, предложенной Мидделхуком [6] (кривая 2 рис. 2).

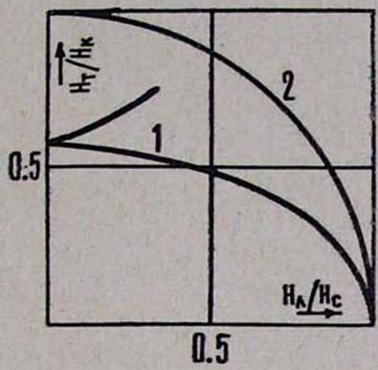


Рис. 2. Нормированные критические кривые от неоднородностей H_k (1), по Мидделхуку (2).

Значение H_T/H_k, при котором $H_л=0$, определяется величиной $\frac{1}{\delta}\frac{\partial\gamma}{\partial K}$, зависящей от конкретной структуры и ширины границы. Поскольку $\delta\neq 0$, то $\mathrm{tg}^2\varphi\neq\infty$ и, следовательно, значение H_T, при котором $H_л=0$, отлично от H_k. В частности, при машинном расчете для границы по формулам Мидделхука [6] получается значение $H_T=0{,}6\,H_k$.

Полученные данные позволяют качественно описать возможный механизм сползания доменных границ в области больших H_T. Действительно, если к пленке при наличии небольшого поля в легком направлении прикладывается переменное H_T, то согласно вышеприведенным расчетам граница сместится из области с K_{min} в область с K_{max}, если с увеличением H_T выполняется условие $\varphi>\varphi_k$, и задержится там, если поля находятся ниже критической кривой. Выключение H_T вновь сместит границу в область с K_{min} в направлении, определяемом $H_л$. Следовательно, смещение границы за один цикл будет определяться периодом неоднородностей H_k. Процесс этот будет повторяться с каждым циклом изменения поля в трудном направлении.

Авторы признательны Шишкову А. Г. за полезное обсуждение работы.

Поступила 10.V.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *I. R. Kench, S. B. Schuldt.* J. Appl. Phys., 41, 3338 (1970).
2. *R. E. Lund, H. N. Oredson, E. I. Torok.* J. Appl. Phys., 42, 1424 (1971).
3. *А. А. Едигарян, К. А. Егиян, А. Б. Какоян, Р. Г. Арутюнян, Г. А. Аланакян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 6, 34 (1971).
4. *W. Kayser, A. V. Pohm, R. L. Samuels.* IEEE Trans. Magn., 5, 236 (1969).
5. *T. Iwata.* Japan. J. Appl. Phys., 11, 186 (1972).
6. Тонкие ферромагнитные пленки. Под ред. Р. В. Телеснина, Изд. Мир, 1964.

ՍԱՀՄԱՆՆԵՐԻ ՎԱՐՔԻ ՈՐՈՇ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԸ ԱՆՀԱՄԱՍԵՌ ԱՆԻԶՈՏՐՈՊԻԱՅԻ ԴԱՇՏ ՈՒՆԵՑՈՂ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐՈՒՄ

Կ. Ա. ԵՂՅԱՆ, Ռ. Գ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ, Վ. Վ. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

Տեսականորեն ուսումնասիրված է սահմանների վարքը անհամասեռ անիզոտրոպիայի դաշտ ունեցող իդեալականացված թաղանթներում։ Առաջարկված է սողման մոդել դժվար առանցքի ուղղությամբ մեծ դաշտերի դեպքում։ Որակապես հաշված է դոմենների սահմանների շեղման դեպքի համար փոխանջատման կորը։

SOME FEATURES OF WALL BEHAVIOUR IN MAGNETIC FILMS WITH INHOMOGENEOUS ANISOTROPY FIELD

K. A. YEGIAN, R. G. MARTIROSIAN, V. V. KARAPETIAN

Theoretical discussion of wall behaviour in ideal films with an inhomogeneous anisotropy field is given. The model of wall creep along hard axis in large fields is proposed. Qualitative calculation for the switching curve at the shift of domain walls is made.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 8, 47—53 (1973)

РАССЕЯНИЕ НЕЛОКАЛИЗОВАННОГО ЭКСИТОНА НА ФОНОНАХ В ТОНКИХ КВАНТОВАННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЛЕНКАХ

Э. М. КАЗАРЯН, Г. Л. МАИЛЯН, Р. Л. ЭНФИАДЖЯН

В работе вычислено время релаксации нелокализованного экситона, обусловленное рассеянием на фононах в тонких квантованных полупроводниковых пленках. Рассмотрены случаи акустических и оптических фононов. Получены зависимости времени релаксации от энергии и толщины пленки для различных предельных значений отношения масс электрона и дырки.

В последнее время теоретически были изучены возможности образования экситонных состояний и их влияние на разные физические явления в тонких квантованных полупроводниковых пленках [1, 2]. Как было выяснено, в таких системах для образования экситонов, а также более сложных комплексов, осуществляются более благоприятные условия. Поэтому нам представляется своевременным более глубокое изучение свойств экситонов в тонких квантованных пленках. Особый интерес представляют вопросы кинетики в связи с общей проблемой генерации носителей тока, что может произойти, например, при столкновении экситонов с фононами, дефектами и т. д.

В данной работе для вышеуказанных систем исследуется рассеяние экситонов на акустических и оптических фононах. Аналогичная задача в случае массивных образцов была рассмотрена в ранней работе Лергана и Бардина [3], а в дальнейшем, более строго, в работах Ансельма и Фирсова [4, 5].

1. Вероятность перехода экситона при поглощении и испускании акустического и оптического фононов в тонкой квантованной пленке

Рассмотрим стандартную модель пленки: направим ось z перпендикулярно к плоскости пленки и будем считать, что в направлении оси z электрон находится в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками, а в плоскости (x, y) — в поле двумерной решетки. Тогда в предположении, что толщина пленки L меньше радиуса связанного экситонного состояния a_0 в массивном образце, волновую функцию основного состояния нелокализованного экситона можно представить (в приближении эффективной массы) в следующем виде [2]:

$$\Psi_{\text{экс}} = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(i\vec{K}_{\parallel} \vec{R}_{\parallel}) \sqrt{\frac{8}{\pi a_0^2}} \exp\left(-\frac{2\rho_{\parallel}}{a_0}\right) \sqrt{\frac{1}{l}} \cos\frac{\pi}{2l} z_1 \times$$
$$\times \sqrt{\frac{1}{l}} \cos\frac{\pi}{2l} z_2, \tag{1}$$

где z_1 и z_2 — соответственно координаты электрона и дырки, $\vec{K}_{\parallel}$ — двумерный вектор поступательного движения экситона, $\vec{R}_{\parallel}$ и $\vec{\rho}_{\parallel}$ — двумерные радиусы-векторы центра инерции экситона и положения электрона относительно дырки, $2l = L$ и S — толщина и площадь пленки.

Далее, интересуясь только такими столкновениями экситона с фононами, при которых не будет происходить внутреннего возбуждения или диссоциации экситона, положим (см. [4, 5]):

а) в случае акустического фонона

$$\gamma = \frac{9}{16} \frac{\varkappa^2 \hbar^2 \varepsilon}{и \mu e^4} \leqslant 1, \tag{2}$$

где $\mu = \dfrac{m_n m_p}{m_n + m_p}$ — приведенная масса электрона и дырки, $\varkappa$ — диэлектрическая постоянная, $\varepsilon = \dfrac{\hbar^2 K_{\parallel}^2}{2\,\mu_{экс}}$ — энергия поступательного движения экситона, $\mu_{экс} = m_n + m_p$;

б) в случае оптического фонона

$$\gamma = \frac{\varepsilon}{E_1 - \hbar\omega_0} \leqslant 1, \tag{3}$$

где E_1 — минимальная энергия возбуждения двумерного экситона, ω_0 — частота оптического фонона (будем считать, что она не зависит от волнового вектора).

Следуя работам [4] и [5], энергию взаимодействия экситона с фононами возьмем в следующем виде.

а) Для акустических фононов

$$U_s(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = C_1 \Delta(\vec{r}_1) - C_2 \Delta(\vec{r}_2), \tag{4}$$

где C_1 и C_2 постоянны. При этом, вообще говоря, $C_1 \neq C_2$, $\Delta(\vec{r}) = div U$ — — относительное сжатие, U — вектор смещения данной точки:

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\vec{q}, j} \vec{e}_{\vec{q}, j} \left(a_{\vec{q}, j}\, e^{i\vec{q}\vec{r}} + a^*_{\vec{q}, j}\, e^{-i\vec{q}\vec{r}}\right). \tag{5}$$

Здесь $\vec{e}_{\vec{q}, j}$ — вектор поляризации, $\vec{a}_{\vec{q}, j}$, $a^*_{\vec{q}, j}$ — нормальные координаты колебаний, N — число атомов основной области кристалла.

б) Для оптических фононов

$$U_{op}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = -e \sum_{\vec{q}, j} \varphi_{1; \vec{q}, j}(\vec{r}_1) + e \sum_{\vec{q}, j} \varphi_{2; \vec{q}, j}(\vec{r}_2), \tag{6}$$

где, например,

$$\varphi_{1; \vec{q}, j} = -\frac{2\pi i Z' e C_1' \vec{e}_{\vec{q}, j} (M_1 + M_2)^{1/2}}{\sqrt{M^* N}\, a^3 q} \left(a_{\vec{q}, j}\, e^{i\vec{q}\vec{r}_1} + a^*_{\vec{q}, j}\, e^{-i\vec{q}\vec{r}_1}\right). \tag{7}$$

Здесь Z' — кратность заряда ионов, M^* — приведенная масса ионов, C_1' — постоянная, учитывающая деформацию электронных оболочек при колебаниях ионов. Заметим, что размерным квантованием фононного спектра пренебрегаем, предполагая, что пленка находится на подложке с одинаковыми упругими свойствами.

Перейдем в [4] и [6] от переменных $\vec{r}_{1,\parallel}$ и $\vec{r}_{2,\parallel}$ к $\vec{\rho}_\parallel$ и $\vec{R}_\parallel$ по формулам

$$\vec{R} = \frac{m_n \vec{r}_{1,\parallel} + m_p \vec{r}_{2,\parallel}}{m_n + m_p}, \quad \vec{\rho}_\parallel = \vec{r}_{1,\parallel} - \vec{r}_{2,\parallel} \tag{8}$$

и вычислим матричный элемент перехода экситона из состояния $\vec{K}$ в состояние $\vec{K}'$

$$M_{\vec{K},\vec{K}'} = \int \Psi^*(\vec{K}', N'_{\vec{q}})\, U(\vec{R}_\parallel, \vec{\rho}_\parallel, z_1, z_2)\, \Psi(\vec{K}, N_{\vec{q}}) \times$$
$$\times\, da_{\vec{q}}\, d\vec{R}_\parallel\, d\vec{\rho}_\parallel\, dz_1 dz_2, \tag{9}$$

где $\Psi(\vec{K}, N_{\vec{q}})$ — невозмущенная волновая функция кристалла в целом

$$\Psi(\vec{K}, N_{\vec{q}}) = \Psi_{\text{экс}} \prod_{\vec{q}} \Psi_{N_{\vec{q}}}(a_{\vec{q}}), \tag{10}$$

а $\Psi_{N_{\vec{q}}}(a_{\vec{q}})$ — осцилляторные волновые функции нормальных колебаний.

а) В случае акустических фононов имеем

$$M^{\pm}_{\vec{K},\vec{K}'} = \frac{i}{\sqrt{N}} \frac{1}{q} \sqrt{\frac{\hbar}{2M\omega_{\vec{q}}}\left(N_{\vec{q}} + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\right)}\, \delta(\vec{K}_\parallel \mp \vec{q}_\parallel - \vec{K}'_\parallel)\, J_0, \tag{11}$$

где

$$J_0 = \frac{\sin q_z l}{q_z l} \frac{\pi^2}{(\pi^2 - q_z^2 l^2)} \left\{ \frac{C_1}{\left[1 + \left(\frac{a_0}{4} \frac{m_p}{m_n + m_p} q_\parallel\right)^2\right]^{3/2}} - \right.$$
$$\left. - \frac{C_2}{\left[1 + \left(\frac{a_0}{4} \frac{m_n}{m_n + m_p} q_\parallel\right)^2\right]^{3/2}} \right\}. \tag{12}$$

Здесь $\omega_{\vec{q}}$ — частота акустических фононов, $\omega_{\vec{q}} = v_0 q$, знаки $+$ и $-$ относятся соответственно к испусканию и поглощению акустических фононов.

б) В случае оптических фононов получаем

$$M^{\pm}_{\vec{K},\vec{K}'} = -\frac{2\pi i Z' e^2}{\sqrt{N}a^3}\sqrt{\frac{M_0}{M^*}}\frac{1}{q}\sqrt{\left(N_{\vec{q}}+\frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}\right)\frac{\hbar}{2M_0\omega_0}}\times$$
$$\times\delta(\vec{K}_{\parallel}-\vec{K}'_{\parallel}\mp\vec{q}_{\parallel})\,J'_0, \tag{13}$$

где ω_0 — частота оптической ветви колебаний (будем считать, что она не зависит от волнового вектора), $M_0 = M_1 + M_2$ — масса ячейки, J'_0 получается из J_0 заменой C_1 и C_2 соответственно на C'_1 и C'_2.

При этом вероятности переходов экситона, связанных с поглощением и испусканием, например, акустических фононов, выражаются через соответствующие матричные элементы известным соотношением

$$W^{\pm}_{\vec{K},\vec{K}'} = \frac{2\pi}{\hbar}|M^{\pm}_{\vec{K},\vec{K}'}|^2\,\delta(\varepsilon_{\vec{K}_{\parallel}}-\varepsilon_{\vec{K}'_{\parallel}}-\hbar v_0 q). \tag{14}$$

2. Время релаксации экситона

По определению время релаксации экситона τ выражается формулой

$$\frac{1}{\tau} = -\sum_{\vec{q}}\frac{\Delta K_x(\vec{q})}{K_x}\left(W^{+}_{\vec{K},\vec{K}'}+W^{-}_{\vec{K},\vec{K}'}\right), \tag{15}$$

где $\Delta K_x = K'_x - K_x$ — изменение составляющей волнового вектора экситона при столкновении.

Дальнейшее исследование удобно провести отдельно для акустических и оптических фононов.

а) Случай акустических фононов.

Учитывая, что при высоких тампературах

$$N_{\vec{q}} \approx N_{\vec{q}} + 1 \simeq \frac{k_0 T}{\hbar v_0 q},$$

после подстановки (14), (11) и (12) в (15) и интегрирования по углам получим

$$\frac{1}{\tau} = \frac{k_0 T(m_n+m_p)}{\rho\hbar^3 v_0^2\pi^2 K_{\parallel}}\int_0^{\infty}\frac{\sin q_z l}{q_z l}\frac{\pi^2}{(\pi^2-q_z^2 l^2)}dq_z\int_0^{2K_{\parallel}}\left(\frac{q_{\parallel}}{2K_{\parallel}}\right)^2\frac{dq_{\parallel}}{\sqrt{1-\frac{q_{\parallel}}{2K_{\parallel}}}}\times$$
$$\times\left\{\frac{C_1}{\left[1+\left(\frac{a_0}{4}\frac{m_p}{m_n+m_p}q_{\parallel}\right)^2\right]^{3/2}}-\frac{C_2}{\left[1+\left(\frac{a_0}{4}\frac{m_n}{m_n+m_p}q_{\parallel}\right)^2\right]^{3/2}}\right\}^2. \tag{16}$$

Рассмотрим случаи, когда величина

$$\frac{a_0}{4}\frac{m_{n,p}}{m_n+m_p}q_{\parallel} \simeq \frac{m_{n,p}}{\sqrt{m_n m_p}}\sqrt{\gamma}$$

много меньше еденицы, что, естественно, не противоречит условию применимости теории (2); тогда из (16) нетрудно получить

$$\frac{1}{\tau_0} = \frac{3}{4\,l}\,\frac{m_n + m_p}{\rho V_0^2 \hbar^3}\,k_0 T (C_1 - C_2)^2. \tag{17}$$

Легко видеть, что выражение (17) имеет тот же вид, что и для электрона (или дырки) в квантованных пленках [6], с той только разницей, что вместо $m_n\,(m_p)$ и $C_1\,(C_2)$ у нас фигурируют $\mu_{\text{экс}} = m_n + m_p$ и $C_1 - C_2$. Следует заметить, что в нашем случае τ не зависит от волнового вектора, в отличие от случая массивного образца, где при рассеянии экситона на акустических фононах $\frac{1}{\tau_{\text{мас}}} \sim |k|$. Это вполне понятно, так как отношение $\frac{\tau_{\text{пл}}}{\tau_{\text{мас}}}$ должно быть функцией безразмерной величины LK.

Интеграл (16) легко берется также в случае $m_n = m_p$. Тогда будем иметь

$$\frac{1}{\tau} = \frac{3}{2\,l}\,\frac{mk_0T}{\rho\hbar^3 V_0^2}\,\frac{1 + \frac{B^2}{4}}{(1 + B^2)^{5/2}}\,(C_1 - C_2)^2, \tag{18}$$

где

$$B^2 = \frac{a_0^2}{16}K_\parallel^2 = b\varepsilon, \quad b = \frac{a_0^2}{8}\,\frac{\mu_{\text{экс}}}{\hbar^2}. \tag{19}$$

Легко убедиться, что для выполнения критерия (2) необходимо, чтобы $\varepsilon \leqslant \frac{0{,}89}{b}$. Из (18) видно, что в рассматриваемом частном случае время релаксации экситона монотонно зависит от энергии. При малых значениях энергии ε численное значение τ определяется выражением (17), так что при максимальном значении $\varepsilon_{max} = 0{,}89/b$ численное значение τ в 4 раза больше.

В случае, когда $m_p^2 \gg m_n^2$, простые, но громоздкие вычисления дают

$$\frac{1}{\tau} = \frac{3}{4\,l}\,\frac{m_n + m_p}{\rho\hbar^3 V_0^2}\,C_1^2\,F(g,\ x,\ z), \tag{20}$$

где

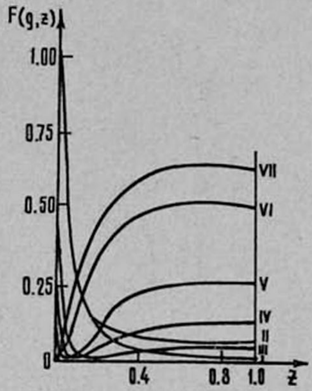
$$F(g,\ x,\ z) = \frac{1 + \frac{xz}{4}}{(1 + xz)^{5/2}} - \frac{8}{\pi}\,g\,\frac{D\left(\frac{xz}{1 + xz}\right)}{(1 + xz)^{3/2}} + g^2\left(1 - \frac{g}{4}\,\frac{z}{x}\right). \tag{21}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$g = \frac{C_2}{C_1}, \quad x = \frac{m_p}{m_n}, \quad z = \frac{a_0^2 K_\parallel^2}{4}\,\frac{m_n m_p}{\mu_{\text{экс}}}, \tag{22}$$

функция D есть полный эллиптический интеграл третьего рода [7].

На рисунке представлена зависимость $F(z)$ при $x = 9$ для различных значений g от нуля ($C_2 = 0$) до единицы ($C_2 = C_1$). Из полученных графиков видно, что во всех случаях, когда C_1 — порядка C_2 (кривые III, VI, V), в интервале энергий, удовлетворяющих условию (2), функция $F(z)$ имеет минимум, увеличивающий время релаксации по сравнению с τ_0 в 33—55 раз. С другой стороны, когда C_1 мало отличается от C_2 (кривая VI) и энергия экситона не очень мала, его



$x = 9$, I — $g = 0$ ($C_2 = 0$), II — $g = 0{,}09$, III — $g = 0{,}33$, IV — $g = 0{,}5$, V — $g = 0{,}66$, VI — $g = 0{,}91$, VII — $g = 1$ ($C_1 = C_2$).

время релаксации в несколько десятков раз меньше (максимум в 60 раз).

б) Случай оптических фононов.

Переходя к вычислению времени релаксации экситона, обусловленного взаимодействием экситона с оптическими колебаниями решетки, заметим, что практический интерес представляют низкие температуры ($k_0T \ll \hbar\omega_0$). Действительно, при высоких температурах ($k_0T \gg \hbar\omega_0$) нарушается необходимое условие проявления размерного квантования $k_0T \ll \Delta E_{\text{пл}} = \varepsilon_{s+1} - \varepsilon_s$, поскольку, как правило, $\hbar\omega_0$ и $\Delta E_{\text{пл}}$ — величины одного порядка (например, для $\mathrm{In}Sb$, где $\hbar\omega_0 \simeq 10^{-2}$ *эв*, для толщин $L \simeq 3\cdot 10^{-6}$ *см*, при которых наблюдалось размерное квантование [8]. $\Delta E_{\text{пл}}$ такого же порядка $\simeq 10^{-2}$ *эв*).

При низких температурах возможные значения волнового вектора $q_\perp$ для фононов, взаимодействующих с экситоном, лежат в узком интервале*

$$\sqrt{\frac{2\mu_{\text{экс}}\omega_0}{\hbar} + K_\parallel^2} - K_\parallel \leqslant q_\perp \leqslant \sqrt{\frac{2\mu_{\text{экс}}\omega_0}{\hbar} + K_\parallel^2} + K_\parallel. \tag{23}$$

Пользуясь последним обстоятельством и подставляя (12)—(14) в (15), после несложных выкладок получаем

$$\frac{1}{\tau} = \frac{\sqrt{2}\,\pi C_2'^2 Z'^2 c^4 \mu_{\text{экс}}^{1/2}}{M^* a^3 (\hbar\omega_0)^{3/2}} \frac{1}{l q_{cp}} e^{-\frac{\hbar\omega_0}{k_0T}} \cdot \varphi_0 \times$$

$$\times \left\{ \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{a_0}{4}\,\frac{m_p}{m_n + m_p} q_{cp}\right)^2\right]^{3/2}} - \frac{C_2'/C_1'}{\left[1 + \left(\frac{a_0}{4}\,\frac{m_n}{m_n + m_p} q_{cp}\right)^2\right]^{3/2}} \right\}^2, \tag{24}$$

---

* В этом случае необходимое условие отсутствия внутреннего возбуждения экситона принимает простой вид $\hbar\omega_0 < E_1$.

где

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2(\pi^2 + l^2 q_{cp}^2)} \left[2\pi^2 + 3 l^2 q_{cp}^2 - \frac{\pi^4}{q_{cp} l (\pi^2 + l^2 q_{cp}^2)} \right], \tag{25}$$

$$q_{cp} = \sqrt{\frac{2 \mu_{экс} \omega_0}{\hbar}}.$$

Как и следовало ожидать, в рассмотренном случае отношение времен релаксации экситона в пленке и в массивном образце есть функция безразмерной величины $q_{cp} L$.

В заключение авторы считают приятным долгом выразить признательность П. А. Безирганяну за постоянный интерес к работе.

Ереванский государственный
университет

Поступила 24.X.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *Э. М. Казарян, Р. Л. Энфиаджян.* ФТП, 5, 2002 (1971).
2. *Э. М. Казарян, Р. Л. Энфиаджян.* ФТП, 6, 1375 (1972).
3. *P. Leurgaus, J. Bardeen.* Phys. Rev., 87, 200 (1952).
4. *А. И. Ансельм, Ю. А. Фирсов.* ЖЭТФ, 28, 151 (1955).
5. *А. И. Ансельм, Ю. А. Фирсов.* ЖЭТФ, 30, 719 (1956).
6. *В. Я. Демиховский, Б. А. Тавгер.* ФТТ, 6, 960 (1964).
7. *Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш.* Специальные функции, Изд. Наука, М., 1968.
8. *О. Н. Филатов, И. А. Карпович.* ФТТ, 11, 1637 (1969).

ՉԼՈԿԱԼԻԶԱՑՎԱԾ ԷՔՍԻՏՈՆԻ ՑՐՈՒՄԸ ՖՈՆՈՆՆԵՐԻ ՎՐԱ ԲԱՐԱԿ ՔՎԱՆՏԱՑՎԱԾ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉԱՅԻՆ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐՈՒՄ

Է. Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Գ. Լ. ՄԱՅԻԼՅԱՆ, Ռ. Լ. ԷՆՖԻԱՋՅԱՆ

Աշխատանքում հաշված է չլոկալիզացված էքսիտոնի ռելակսացիայի ժամանակը՝ որը պայմանավորված է բարակ քվանտացված կիսահաղորդչային թաղանթներում ֆոնոնների վրա տեղի ունեցող ցրումով։ Քննարկված են ինչպես ձայնային, այնպես էլ օպտիկական ֆոնոնների դեպքերը։ Ստացված է ռելակսացիայի ժամանակի կախումը էներգիայից և թաղանթի հաստությունից էլեկտրոնի և խոռոչի մասսաների հարաբերության տարբեր սահմանային արժեքների համար։

THE SCATTERING OF NON-LOCALIZED EXITONS ON PHONONS IN THIN QUANTIZED SEMICONDUCTOR FILMS

E. M. KAZARIAN, G. L. MAYILIAN, R. L. ENFIADZHIAN

The relaxation time of the non-localized exiton in thin quantized semiconductor films is calculated. The cases of acoustic and optical phonons are considered. The relaxation time is obtained for the different limiting values of the electron and hole masses relation as a function of the energy and film thickness.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 8, 54—62 (1973)

РАСЧЕТ ВОЛЬТ-АМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ *p-n-p-n-p*-СТРУКТУРЫ

Г. М. АВАКЬЯНЦ, Г. С. КАРАЯН, А. А. ДЖЕРЕДЖЯН

Рассчитана вольт-амперная характеристика (ВАХ) *p-n-p-n-p*-структуры с резкими коллекторными переходами. Показано существование двух участков с ОС на ВАХ, которые разделены интервалом положительного дифференциального сопротивления (ПДС). Найдены экстремальные точки напряжения $V(J)$ на плоскости (V, J) в зависимости от начальных данных структуры.

Существующие работы по *p-n-p-n-p*-структурам носят в основном экспериментальный характер [1—3]. Теории пятислойных структур посвящена статья [4], в которой проведен анализ их дифференциальных сопротивлений.

Настоящая работа посвящена теоретическому исследованию характерных точек ВАХ *p-n-p-n-p*-структур.

Для простоты предположим, что коллекторные переходы резкие. При других типах коллекторных переходов процедура расчета не меняется. Следуя [5—7], принимаем $\alpha_{n2,4} = \alpha_{n01,2} \exp(E/E_{01,2})$ и $\alpha_{p2,4} = \alpha_{p01,2} \exp(E/E_{01,2})$, где α_{ni} и α_{pi} — коэффициенты ударной ионизации в i-ом коллекторном переходе соответственно для электронов и дырок; остальные обозначения приведены в работе [4].

При $\alpha_{n2,4} = \alpha_{p2,4}$, $r_2^{-1} = r_4^{-1} = J_2 = J_4 = 0$ из формулы (18) работы [4] можно найти $m_1(v_2)$ и $m_2(v_4)$:

$$m_{1,2} = \frac{1}{2} \alpha_{01,2} E_{01,2} S_{1,2}^2 \left[\exp\left(\frac{2}{S_{1,2} E_{01,2}} \sqrt{\frac{kT}{e} V_{2,4}} \right) - 1 \right], \qquad (1)$$

где

$$S_{1,2}^2 = \frac{\varepsilon}{4\pi} \left(\frac{1}{|\rho'_{1,2}|} + \frac{1}{|\rho''_{1,2}|} \right),$$

а ρ' и ρ'' — соответственно концентрации положительных и отрицательных зарядов примесей в переходе, где они разделяются технологической плоскостью.

Для удобства расчетов введем следующие обозначения:

$$V_{02,4} = \frac{e}{kT} S_{1,2}^2 E_{01,2}^2, \quad \varphi_{01} = \frac{e}{kT} \frac{\beta_3 E_{01}}{\alpha_{01}}, \quad \beta^* = 1 - \beta_2 - \beta_3,$$

$$\varphi_{02} = \frac{2}{\alpha_{01} E_{01} S_1^2}, \quad \varphi_{03} = \frac{e}{kT} \frac{\beta_4 E_{02}}{\alpha_{02}}, \quad \varphi_{04} = \frac{2}{\alpha_{02} E_{02} S_2^2},$$

$$q_1 = \frac{\delta_3}{2} + \frac{1}{\delta_3} \left(\frac{\theta_1 - \beta_2^2 i_1}{\beta_3 i_3} - \beta_3 - \beta_4 \right),$$

$$q_2 = \frac{\delta_3}{2} + \frac{1}{\delta_3} \left(\frac{\theta_2}{\beta_4 i_3} - \beta_3 - \beta_4 \right).$$

Используя формулу (1) и систему уравнений (15)—(18) из работы [4], находим напряжения коллекторных переходов при наличии в них лавинного умножения носителей:

$$V_2(J) = V_{02}\ln^2\{1+\varphi_{02}[\beta^* + i_1\delta_1\beta_2(2\lambda_1-\delta_1)/2J + i_3\delta_3\beta_3(\lambda_3-q_1)/J]\}, \quad (2)$$

$$V_4(J) = V_{04}\ln^2\{1+\varphi_{04}[1-\beta_4 i_3\delta_3(\lambda_3-q_2)/J-\beta_4]\}. \quad (3)$$

Формулы (2), (3) и формула (20) из [4] позволяют найти полную ВАХ структуры, а именно,

$$V(J) = \sum_{k=1}^{4} V_k(J). \quad (4)$$

Примем, что падения напряжения на базах структуры пренебрежимо малы по сравнению с падениями напряжения на переходах. Тогда (4) будет иметь вид

$$V(J) = 2\ln\left(\lambda_1-\frac{\delta_1}{2}\right)\left(\lambda_3-\frac{\delta_3}{2}\right) + V_{04}\ln^2\{1+\varphi_{04}[1-\beta_4+$$
$$+\beta_4 i_3\delta_3(\lambda_3-q_2)/J]\} + V_{02}\ln^2\{1+\varphi_{02}[\beta^*+\beta_2 i_1\delta_1(2\lambda_1-\delta_1)/2J+$$
$$+\beta_3 i_3\delta_3(\lambda_3-q_1)/J]\}. \quad (5)$$

Чтобы выяснить роль утечки в каждом из эмиттеров в формировании ОС на ВАХ структуры, рассмотрим два случая, а именно, когда $\delta_1=0$ и $\delta_3=0$.

1. При $\delta_1=0$ используя формулу (22) работы [4] и условие $R_2 = dV_2/dJ = 0$, для тока срыва второго перехода получим следующее уравнение:

$$\beta_3\delta_3/2\lambda_3 = 1-\beta_2-\beta_3+m_1,$$

решение которого имеет вид

$$J_{2\,\text{ср}} = 2i_3 p_1(p_1+q_1),$$

где

$$p_1 = (q_1^2+\beta_3+\beta_4-1-\delta_3^2/4)^{1/2}. \quad (6)$$

При получении (6) использовалась система (14)—(17) из [4]. Из (6) видно, что ток срыва $J_{2\,\text{ср}}$ в отличие от напряжения не зависит от барьера перехода, поэтому эта формула верна как для резкого, так и для любого типа переходов.

Соответствующее напряжение на этом переходе будет

$$V_{2\,\text{ср}} = V_{02}\ln^2\left|1+\varphi_{02}\left(\beta^*+\frac{1}{2}\frac{\beta_3\delta_3}{p_1-q_1}\right)\right|. \quad (7)$$

Аналогично можно найти ток и напряжение срыва для последнего коллекторного перехода:

$$J_{4\,\text{ср}} = 2i_3 p_2(p_2+q_2), \quad (8)$$

$$V_{4\,\text{ср}} = V_{04}\ln^2\left|1+\varphi_{04}\left(1-\beta_4+\frac{1}{2}\frac{\beta_4\delta_3}{p_2+q_2}\right)\right|, \quad (9)$$

где

$$p_2 = (q_2^2 + \beta_3 + \beta_4 - 1 - \delta_3^2/4)^{1/2}.$$

Из формул (6) и (8) видно, что при $\delta_3 \to 0$ токи срыва неограниченно увеличиваются (так как q_1, $q_2 \to \infty$), а это значит, что в нашем приближении на ВАХ участка с ОС не будет.

Выяснилось, что в случае $\beta^* > 0$ для формирования ОС на ВАХ необходимы два условия: лавинное умножение хотя бы в одном коллекторном переходе и утечка в соседнем эмиттерном переходе.

В формулах (6)—(9) напряжения и токи срыва коллекторных переходов зависят только от начальных параметров структуры.

Рассмотрим следующие возможные случаи:

A. $J_{2\,\text{ср}} < J_{4\,\text{ср}}$,
B. $J_{2\,\text{ср}} = J_{4\,\text{ср}}$,
C. $J_{2\,\text{ср}} > J_{4\,\text{ср}}$.

А. Будем считать, что умножение в четвертом переходе уже имеет место. Тогда $R_4(J_{2\,\text{ср}})$ должно быть мало. Малы также R_1 и R_3 в окрестности точки $J_{2\,\text{ср}}$, так как внешнее напряжение почти целиком приходится на второй и четвертый переходы.

В этих условиях, вплоть до точки срыва напряжения на втором коллекторном переходе, наибольшей будет величина R_2. Поэтому для нахождения $J_{\text{ср}}$ по порядку величины достаточно принять

$$\frac{dV}{dJ} \simeq \frac{dV_2}{dJ} = 0. \tag{10}$$

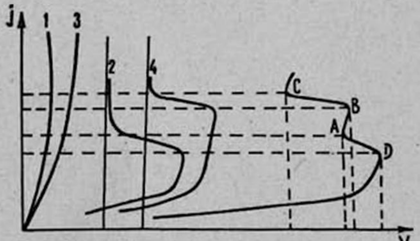
В силу (10) $J_{\text{ср}} \simeq J_{2\,\text{ср}}$, поэтому из формулы

$$V = \sum_{k=1}^{4} V_k(J) \tag{11}$$

можно найти $V_{\text{ср}}$. Оно имеет вид

$$V_{\text{ср}} \simeq V_{02} \ln^2 \left[1 + \varphi_{02} \left(\beta^* + \frac{1}{2} \frac{\beta_3 \delta_3}{p_1 + q_1} \right) \right] +$$
$$+ V_{04} \ln^2 \left\{ 1 + \varphi_{04} \left[1 - \beta_4 + \frac{1}{2 p_1} \frac{\beta_4 \delta_3}{p_1 + q_1} (p_1 + q_1 - q_2) \right] \right\}. \tag{12}$$

Найдем точку (V_{I}, J_{I}) (см. рисунок), которая является началом промежуточного положительного дифференциального сопротивления на



Качественные ВАХ *p-n*-переходов и структуры. Кривые 1÷4 соответствуют напряжениям $V_1 \div V_4$.
Точки: A — (V_{I}, J_{I}), B — (V_{II}, J_{II}), D — ($V_{\text{ср}}$, $J_{\text{ср}}$), C — ($V_{\min}$, $J_{\min}$).

ВАХ, считая, что $R_4(J_{\text{I}})$ в окрестности точки (V_{I}, J_{I}) мало. Поэтому для определения J_{I} надо решить уравнение

$$R \simeq R_1 + R_2 + R_3 = 0. \tag{13}$$

Так как

$$J_{2\,\text{ср}} > \max(i_1, i_3), \quad \delta_3^2/2 \gg \frac{\theta_1 - \beta_2^2 i_1}{\beta_3 i_3} - \beta_3 - \beta_4,$$

то из формул (25), (26) работы [4] имеем

$$R_1 \simeq \frac{1}{J},$$

$$R_3 \simeq \frac{2}{J_2(2 - z)}, \tag{14}$$

где $z = \frac{\delta_3 i_3}{J}(\lambda_3 - \delta_3/2)$ и при всех значениях тока меньше единицы. Подставляя (14) в (13), получим трансцендентное уравнение относительно тока, приближенное решение которого имеет вид

$$J_1 = i_3 \beta_3^2 a_1 (a_1 - 1), \tag{15}$$

$$a_1 = \frac{\varphi_{01} \ln(1 + \varphi_{02}\beta^*)}{4(1 + \beta^* \varphi_{02})}.$$

Выражение (15) показывает, что J_{I} квадратично зависит от коэффициента рекомбинации δ_3 в третьем эмиттерном переходе.

Напряжение V_{I}, найденное из формул (5) и (15), есть

$$V_{\text{I}} \simeq V_{02} \ln^2 \left[1 + \varphi_{02} \left(\beta^* + \frac{\beta_3}{a_1} \right) \right] +$$

$$+ V_{04} \ln^2 \left\{ 1 + \varphi_{04} \left[1 - \beta_4 + \frac{\beta_4}{a_1} - \frac{\beta_3 (2 q_2 - \delta_3)}{2 a_1 \delta_3 (a_1 - 1)} \right] \right\}. \tag{16}$$

Существование точки А (см. рисунок) на ВАХ означает, что после срыва напряжения во втором коллекторном переходе отрицательная величина R_2 по модулю уменьшается с ростом тока и в точке А сравнивается с монотонно-возрастающей суммой $(R_1 + R_3)$. С дальнейшим ростом тока величина $(R_1 + R_2 + R_3)$ становится положительной, т. е. на ВАХ структуры начинается участок положительного дифференциального сопротивления.

Дифференцируя (2) и (3), можно убедиться в том, что функции $V_2(J)$ и $V_4(J)$ имеют асимптотики, которые параллельны оси OJ, а величины R_2 и R_4 являются отрицательными. Для асимптотических значений $V_2(J)$ и $V_4(J)$ легко найти следующие формулы:

$$\begin{aligned} V_2(\infty) &= V_{02} \ln^2 (1 + \beta^* \varphi_{02}), \\ V_4(\infty) &= V_{04} \ln^2 [1 + \varphi_{04} (1 - \beta_4)]; \end{aligned} \tag{17}$$

$V_4(\infty)$ дает возможность найти крайнюю точку ПДС на ВАХ.

Аналогично расчету параметров ($J_{\rm I}$, $V_{\rm I}$) можно рассчитать также ($J_{\rm II}$, $V_{\rm II}$) (см. рисунок). В результате получим:

$$J_{\rm II} = 2\, i_3 p_2 (p_2 + q_2), \tag{18}$$

$$V_{\rm II} \simeq V_{02} \ln^2 \left\{ 1 + \varphi_{02} \left[\beta^* + \frac{\beta_3 \delta_3 (p_2 + q_2 - q_1)}{2\, p_2 (p_2 + q_2)} \right] \right\} + \\ + V_{04} \ln^2 \left[1 + \varphi_{04} \left(1 - \beta_4 + \frac{\beta_4 \delta_3}{2\,(p_2 + q_2)} \right) \right]. \tag{19}$$

Для нахождения остаточного тока и напряжения необходимо решить уравнение

$$R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 0. \tag{20}$$

Значения R_1, R_2 и R_3 даются формулой (14), а для R_4 (аналогично формуле (14)) имеем

$$-R_4 = \frac{\varphi_{03}\, z\,(1 - z) \ln [1 + \varphi_{04} (1 - \beta_4 + \beta_4 z)]}{J\,(2 - z)[1 + \varphi_{04} (1 - \beta_4 + \beta_4 z)]}. \tag{21}$$

Подставляя (14) и (21) в (20), получим алгебраическое уравнение относительно $J_{\min}$; приближенное решение этого уравнения можно представить в виде

$$J_{\min} = i_3\, \delta_3^2\, a_2\, (a_2 - 1), \tag{22}$$

где

$$a_2 = a_1 + \frac{\varphi_{03}}{4} \frac{\ln [1 + \varphi_{04} (1 - \beta_4)]}{1 + \varphi_{04} (1 - \beta_4)}.$$

Подставляя (22) в (5), получим

$$V_{\min} = V_{02} \ln^2 \left[1 + \varphi_{02} \left(\beta^* + \frac{\beta_3}{a_2} \right) \right] + V_{04} \ln^2 \left[1 + \varphi_{04} \left(1 - \beta_4 + \frac{\beta_4}{a_2} \right) \right]. \tag{23}$$

Формулы (15) и (18) описывают протяженность промежуточного ПДС по току ($J_{\rm II} - J_{\rm I}$), которая достигает максимального значения при

$$\delta_3 = \frac{\sqrt{\theta_2 / \beta_4 i_3 - 1}}{2 a_1 (a_1 - 1)},$$

а (16) и (19) описывают соответствующую протяженность по напряжению.

Заметим, что в рассматриваемом случае характерные токи (см. формулы (6), (18)) не зависят от типа перехода, но зависят от рекомбинационной утечки δ_3, а именно:

$$J_{\rm cp} \sim (\text{cons}\; t_1 + \delta_3),\;\; J_{\rm I} \sim \delta_3^2,\;\; J_{\rm II} \sim (\text{cons}\; t_2 + \delta_3),\;\; J_{\min} \sim \delta_3^2. \tag{24}$$

В. Ясно, что в этом случае промежуточного интервала ПДС не будет. Формулы (6), (9), (22) и (23), полученные в случае „А“, сохраняют свою силу, а $V_{\rm cp}$ упрощается, так как здесь $q_1 \simeq q_2$.

C. Этот вариант является полным аналогом варианта „A“, поэтому рассматривать его не будем.

2. До сих пор мы выясняли влияние утечки третьего перехода на ВАХ. Исследуем теперь влияние утечки первого перехода на ВАХ. С этой целью положим $\delta_3 = 0$.

На основе формулы (22) работы [4] уравнение $R_2=0$ принимает вид

$$\beta_2\delta_1/2\lambda_1 = \beta^* + m_1(V_2), \tag{25}$$

откуда с учетом системы (15)—(18) работы [4] находим

$$J_{\text{ср}} = 2i_1 p_3 (p_3 + q_3), \tag{26}$$

где

$$p_3^2 = q_3^2 - \delta_1^2/4 - 1 + \beta_2,$$

$$q_3 = \delta_1/2 + (\theta_1 - \beta_2^2\, i_1 - \beta_3^2\, i_3)/\beta_2 i_1 \delta_1.$$

Найдем напряжение срыва на втором переходе. Подставляя (26) в формулу (2), получим

$$V_{2\,\text{ср}} = V_{02} \ln^2 \left[1 + \varphi_{02}\left(\beta^* + \frac{1}{2}\;\frac{\beta_2\,\delta_1}{p_3 + q_3}\right)\right]. \tag{27}$$

При выводе (27) учли, что при $\delta_3 \to 0$ подлогарифмическую функцию в (2) можно привести к виду

$$1 + \varphi_{02}\,[\beta^* + \beta_2 i_1 \delta_1\,(\lambda_1 - q_3)/J]. \tag{28}$$

В работе [4] при $\beta^* > 0$ и $\delta_3 = 0$ показано (см. (17) из [4]), что четвертый переход не обладает S-образной ВАХ, несмотря на то, что в нем происходит интенсивная ударная ионизация. А это означает, что на ВАХ структуры промежуточный интервал с ПДС не должен быть, т. е. необходимым условием для существования ПДС является наличие утечки в среднем эмиттерном переходе. Таким образом, на ВАХ остаются только две характерные точки ($J_{\text{ср}}$, $V_{\text{ср}}$) и ($J_{\min}$, $V_{\min}$).

Как уже было сказано в предыдущем пункте, ток срыва прибора $J_{\text{ср}}$ можно принять равным $J_{2\,\text{ср}}$, т. е.

$$J_{\text{ср}} \simeq 2i_1 p_3 (p_3 + q_3). \tag{29}$$

Из (29) и (5) для напряжения срыва получим

$$V_{\text{ср}} \simeq V_{02} \ln^2 \left[1 + \varphi_{02}\left(\beta^* + \frac{1}{2}\;\frac{\beta_2\,\delta_1}{p_3 + q_3}\right)\right] +$$

$$+ V_{04} \ln^2 \left\{ 1 + \varphi_{04} \left[1 - \beta_4 - \frac{\theta_2 - \beta_3\beta_4 i_3 - \beta_4^2\, i_3}{2p_3\,(p_3 + q_3)} \right] \right\}. \tag{30}$$

С целью нахождения на ВАХ точки ($J_{\min}$, $V_{\min}$) учтем, что в четвертом переходе все время идет процесс лавинного размножения носителей, не приводящий, однако, к ОС, и поэтому изменение плотности тока не дает значительного изменения напряжения $V_4(J)$ на этом же переходе. Это значит, что в окрестности точки ($J_{\min}$, $V_{\min}$) с большой точностью можно пренебречь членом $R_4(J)$ по сравнению с членами R_1, R_2 и R_3. Тогда условие экстремальности функции $V(J)$ можно написать в виде

$$R\,(j) \simeq R_1 + R_2 + R_3 = 0. \tag{31}$$

Приближенное решение (31) имеет следующий вид:

$$J_{\min} = i_1\,\delta_1^2\,a_3\,(a_3 - 1), \tag{32}$$

где

$$a_3 = \frac{\varphi_{01}\beta_2 \ln(1 + \varphi_{02}\,\beta^*)}{4\beta_3\,(1 + \varphi_{02}\beta^*)}\,,$$

а соответствующее напряжение будет

$$V_{\min} \simeq V_{02} \ln^2 \left[1 + \varphi_{02}\left(\beta^* + \frac{\beta_2}{a_3}\right)\right] +$$

$$+ V_{04} \ln^2 \left\{ 1 + \varphi_{04}\left[1 - \beta_4 - \frac{\theta_2 - \beta_4^2\,i_3 - \beta_3\,\beta_4\,i_3}{i_1\,\delta_1^2\,a_3\,(a_3 - 1)}\right]\right\}. \tag{33}$$

Из (29) и (32) видно, что при

$$\delta_1^2 \gg 2\,(\theta_1 - \beta_2^2\,i_1 - \beta_3^2\,i_3 - \beta_3\beta_4\,i_3)/\beta_2 i_1$$

имеют место

$$J_{\text{ср}} \sim (\text{const} + \delta_1),\ J_{\min} \sim \delta_1^2,$$

откуда следует, что с ростом утечки δ_1 оба тока $J_{\text{ср}}$ и $J_{\min}$ возрастают, т. е. ВАХ структуры поднимается вверх на плоскости $(V,\ J)$. Следует отметить, что значения характерных токов не зависят от типа перехода, чего нельзя сказать о соответствующих напржениях, поэтому для ясности мы рассматривали резкие коллекторные переходы.

Напряжения $V_{\text{ср}}$ и $V_{\min}$ тоже возрастают с ростом коэффициента рекомбинации δ_1, так как $V_1(J_{\text{экс}})$ и $V_2(J_{\text{экс}})$ — возрастающие функции своих аргументов. Но так как $V \simeq V_2 + V_4$, то в силу слабой зависимости V_2 и V_4 от δ_1 напряжения $V_{\text{ср}}$ и $V_{\min}$ при изменении δ_1 практически остаются постоянными.

Итак, получается, что токовый интервал ОС сильно зависит от утечки δ_1, а интервал напряжения почти не меняется.

Легко убедиться (см. [4]), что наши предположения о выполнении соотношения Больцмана на эмиттерных переходах и условия низкого уровня инжекции справедливы.

На рисунке изображена (качественно) ВАХ *p-n-p-n-p*-структуры при $J_1 < J_{4\text{ср}}$. Кривая 5 соответствует полной ВАХ структуры.

Можно подобрать параметры структуры так, чтобы участок АВ исчез (напр., при $J_{2\,\text{ср}} = J_{4\,\text{ср}}$).

Так как $\beta^* > 0$ (а β_4 всегда меньше единицы), то явление инверсии знака смещения на коллекторных переходах должно отсутствовать, что и видно на рисунке (функции $V_2(J)$ и $V_4(J)$ не пересекают ось OJ).

При $\xi_1 = 1$ наши формулы переходят в формулы для двухколлекторной четырехслойной структуры, рассмотренной в работе [4].

Поэтому графики на рис. 2 работы [4] качественно совпадают с графиками рисунка настоящей статьи.

Приведем численные оценки характерных точек при $J_{\text{ср}} < J_{\text{I}} < J_{\text{II}} < J_{\min}$ (этот случай рассмотрен при $\delta_1 = 0$ в пункте „А").

Принимая $N_{a3}=10^{15}$ $см^{-3}$, $N_{g4}=10^{17}$ $см^{-3}$, $\delta_3 = 30$, $\beta_2 = 0{,}5$,

$$\beta_3 = 0{,}498,\ \alpha_{01} = \alpha_{02} = 10^3\ см^{-1},\ E_{01} = E_{02} = 10^4\ CGSE,\ \eta_4 = 4,$$

$$q_1 = q_2 = 15,\ p_1 = 4,\ p_2 = 8,\ i_3 \simeq 10^{-9}\ \frac{a}{см^2},$$

имеем

$$J_{\text{ср}} \simeq 150\ i_3,\ J_1 \simeq 240\ i_3,$$

$$J_{\text{II}} \simeq 470\ i_3,\ J_{\min} \simeq 2\cdot 10^4\ i_3.$$

Относительная протяженность промежуточного ПДС по току равна

$$(J_{\text{II}} - J_{\text{I}})/J_{\text{I}} \simeq 1.$$

При этих значениях параметров проверим неравенство

$$R_4(J_{\text{I}}) \ll R_3(J_{\text{I}}).$$

Из формул (14) и (15) видно, что его можно переписать так

$$10^{-4} \gg \frac{\theta_2(2a_1 - 1)/i_3 - \beta_4\delta_3(a_1 - 1)}{\delta_3^4\, a_1^3\, (a_1 - 1)^2}\left|\delta_3^2\, a_1(a_1 - 1) - \frac{\theta_2}{i_3} - \beta_4\delta_3^2(a_1 - 1)^2\right|.$$

Правая часть имеет порядок $0{,}5\cdot 10^{-5}$ и, следовательно, приведенное неравенство хорошо выполняется.

Механизм образования ОС на кривой 4 рисунка аналогичен механизму образования ОС на ВАХ, который предполагался в работе [4]. Действительно, с ростом тока число носителей, участвующих в ударной ионизации, увеличивается и это позволяет уменьшить напряжение, падающее на коллекторе, хотя сила тока при этом не только не будет уменьшаться, но даже будет возрастать.

При $\beta_2 + \beta_3 < 1$ ОС на ВАХ второго *p-n*-перехода возникает по той же причине.

Наличие промежуточного ПДС связано с асимметрией ВАХ двухколлекторных переходов.

Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР

Поступила 5.V.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Кремниевые вентили. Под ред. С. Б. Юдицкого, Изд. Энергия, М., 1968.
2. *И. В. Грехов* и др. Сборн. физика *p-n*-переходов, Рига, 1966, стр. 540.
3. *Ю. А. Евсеев, В. Е. Челнаков*. Сборн. Силовые полупроводниковые приборы. Изд. Информэлектро, М., 1969, стр. 163.
4. *Г. М. Авакьянц, Г. С. Караян, А. А. Джереджян*. Изв. АН АрмССР, Физика, 7, 44 (1972).
5. *Г. М. Авакьянц, Г. С. Караян, А. А. Джереджян*. Изв. АН АрмССР, Физика, 7 (1972).

6. *Г. М. Авакьянц, В. М. Арутюнян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 4, 71 (1969).
7. *J. B. Gunn.* Proc. Phys. Soc., 69B, 781 (1965); Progr. in semicond., 2, 213 (1957).

p-n-p-n-p-ԿԱՌՈՒՑՎԱԾԻ ՎՈԼՏ-ԱՄՊԵՐԱՅԻՆ ԲՆՈՒԹԱԳԾԻ ՀԱՇՎԱՐԿԸ

Գ. Մ. ԱՎԱԳՅԱՆՑ, Հ. Մ. ՂԱՐԱՅԱՆ, Հ. Հ. ՋԵՐԵՋՅԱՆ

Հաշված է կտրուկ կոլեկտորային անցումներով p-n-p-n-p-կառուցվածքի վոլտ-ամպերային բնութագիծը (ՎԱԲ)։ Ցույց է տրված ՎԱԲ-ի վրա բացասական դիֆերենցիալ դիմադրությամբ երկու տեղամասերի գոյությունը, որոնք բաժանված են մեկը մյուսից դրական դիֆերենցիալ դիմադրություն ունեցող ինտերվալով։ Կախված կառուցվածքի սկզբնական տվյալներից գտնված են (V, J) լարման էքստրեմալ կետերը (V, J) հարթության վրա։

CALCULATION OF VOLTAGE-CURRENT CHARACTERISTIC OF THE *p-n-p-n-p*-STRUCTURE

G. M. AVAKIANTS, H. S. KARAIAN, H. H. JFREJIAN

Voltage-current characteristic (VCC) of *p-n-p-n-p*-structure with a rough collector is calculated. The existance ot two regions with negative differential resistance separated by the interval of positive differential resistance is shown.

The extreme points $V(J)$ on the plane (V, J) are found as a function of inital parameters of the structure.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 8, 63—67 (1973)

О КОЛЕБАНИИ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОЙ СФЕРЫ ПРИ НАЛИЧИИ ТОРОИДАЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Р. С. ОГАНЕСЯН, М. Г. АБРАМЯН

В работе рассмотрен вопрос об устойчивости вращающейся жидкой сферы при наличии тороидального магнитного поля по отношению к поверхностным возмущениям типа $m = n = 2$.

Найдена частота колебания как функция магнитного поля и установлено, что сфера устойчива по отношению к рассматриваемым возмущениям.

В работе [1] нами было показано, что при наличии тороидального магнитного поля типа [2]

$$B_\varphi(r, \vartheta) = \gamma\rho r \sin\vartheta = B_0 \left(\frac{r}{R}\right) \sin\vartheta \tag{1}$$

($B_0 = \gamma\rho R$ — магнитное поле на экваторе) может существовать стационарно-вращающаяся фигура равновесия несжимаемой проводящей жидкости в виде сферы, если только выполняется условие

$$B_0 = \omega R \sqrt{2\pi\rho}. \tag{2}$$

Заметим, что это условие можно записать в несколько ином виде, а именно,

$$v = \sqrt{2}\, v_A,$$

где $v = \omega R$ есть линейная скорость вращения экватора, а $v_A = \dfrac{B_0}{\sqrt{4\pi\rho}}$ — скорость альвеновских волн, соответствующих магнитному полю на экваторе.

Рассмотрим теперь вопрос о малых колебаниях этой сферы по отношению к поверхностным возмущениям типа $m = n = 2$.

В присутствии магнитного поля (1) уравнение равновесия в общем виде есть [1]

$$\frac{p}{\rho} - V(x, y, z) - \left(\frac{\omega^2}{2} - \frac{B_0^2}{4\pi\rho R^2}\right)(x^2 + y^2) = \text{const}, \tag{3}$$

где предполагается, что вращение происходит вокруг оси z.

Имея в виду условие (2) и выражение для потенциала

$$V(x, y, z) = 2\pi G\rho R^2 - \frac{2}{3}\pi G\rho\,(x^2 + y^2 + z^2),$$

из уравнения (3) с учетом равенства нулю гидростатического давления на свободной поверхности фигуры находим

$$p = \frac{2}{3}\pi G\rho^2\,(R^2 - x^2 - y^2 - z^2). \tag{4}$$

Характер малых колебаний вокруг равновесного состояния фигуры можно определить из уравнения движения

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + 2[\vec{\omega}\,\vec{u}] = -\operatorname{grad}\Pi_1 - \frac{1}{4\pi\rho}[\vec{B}\operatorname{rot}\vec{B}], \tag{5}$$

где

$$\Pi_1 = \frac{p}{\rho} - \frac{\omega^2}{2}(x^2+y^2) + V(x, y, z),$$

и граничного условия на свободной возмущенной поверхности S

$$[p]_s = 0. \tag{6}$$

Поле скоростей $\vec{u}$ удовлетворяет условию несжимаемости и кроме этого делается предположение о его соленоидальности.

Параметры возмущенной конфигурации представим в виде

$$p = p_e + \delta p,\ V = V_e + \delta V,\ \vec{B} = \vec{B}_e + \delta\vec{B}, \tag{7}$$

где индекс „e" относится к равновесным значениям соответствующих параметров.

Введя вектор смещения

$$\vec{u} = \frac{\partial\vec{\xi}}{\partial t},\quad \vec{\xi} = \operatorname{grad}\psi,\ (\Delta^2\psi = 0),$$

легко доказать [3, 4], что при деформациях типа $m = n = 2$ имеет место

$$[\vec{B}\operatorname{rot}\vec{B}] = \operatorname{grad}\left\{B_e^2 - \vec{\xi}\operatorname{grad}\frac{B_e^2}{2}\right\}. \tag{8}$$

Тогда уравнение движения (5) и граничное условие (6) можно привести к виду [6, 3, 4]

$$\frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + 2[\vec{\omega}\,\vec{u}] = -\operatorname{grad}\Pi, \tag{9}$$

$$[\Phi + \rho\Pi]_{s_e} = 0, \tag{10}$$

где введены обозначения

$$\rho\Pi = \delta p - \rho\delta V - \vec{\xi}\operatorname{grad}\frac{B_e^2}{8\pi},$$

$$\Phi = \rho\delta V + \vec{\xi}\operatorname{grad}\left\{p_e + \frac{B_e^2}{8\pi}\right\}. \tag{11}$$

Итак, нам необходимо вычислить значения Φ и Π на поверхности равновесной фигуры (S_e). Для компонент $\vec{\xi}$ при $m = n = 2$ имеем

$$[\xi_r]_{s_e} = K_{22}P_2^2(\mu)\,e^{2i\varphi},\ [\xi_\theta]_{s_e} = H_{22}P_2^1(\mu)\,e^{2i\varphi}, \tag{12}$$

где

$$K_{22}=\frac{1}{8\pi}\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^{\pi}[\xi_r]_{S_e}\,e^{-2i\varphi}\sin\vartheta d\vartheta,$$

$$H_{22}=\frac{1}{4\pi}\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^{\pi}[\xi_\vartheta]_{S_e}\,e^{-2i\varphi}\cos\vartheta\, d\vartheta. \qquad (13)$$

Гравитационный эффект отклонений (12) можно представить как увеличение на $\rho[\xi_r]_{S_e}$ плотности поверхностного распределения массы относительно невозмущенной поверхности S_e. При этом для изменения гравитационного потенциала (как общее решение уравнения Лапласа) находим

$$\delta V=\begin{cases} c_{22}\dfrac{r^2}{R^2}P_2^2(\mu)\,e^{2i\varphi}, & r\leqslant R,\\ c_{22}\dfrac{R^3}{r^3}P_2^2(\mu)\,e^{2i\varphi}, & r\geqslant R.\end{cases} \qquad (14)$$

В отличие от работы [4] в решения этой задачи входят простые сферические функции вместо сфероидальных [9].

Используя граничное условие [5—7]

$$\left[\frac{\partial}{\partial r}\delta V\right]_{r=R+0}-\left[\frac{\partial}{\partial r}\delta V\right]_{r=R-0}=-4\pi G\rho[\xi_r]_{r=R},$$

для c_{22} получаем значение

$$c_{22}=\frac{4}{5}\pi G\rho R K_{22},$$

следовательно,

$$[\rho\delta V]_{S_e}=\frac{4}{5}\pi G\rho^2 R K_{22}P_2^2(\mu)\,e^{2i\varphi}. \qquad (15)$$

Далее, имея в виду (1), (4) и (12), находим:

$$\{\vec{\xi}\,\mathrm{grad}\,p_e\}_{S_e}=-\frac{4}{3}\pi G\rho^2 R K_{22}P_2^2(\mu)\,e^{2i\varphi}, \qquad (16)$$

$$\left\{\vec{\xi}\,\mathrm{grad}\frac{B_e^2}{8\pi}\right\}_{S_e}=\frac{B_0^2}{4\pi R}\left[\sin^2\vartheta+\frac{H_{22}}{K_{22}}\cos^2\vartheta\right]K_{22}P_2^2(\mu)\,e^{2i\varphi}. \qquad (17)$$

Складывая (15), (16) и (17), получаем искомое значение для $[\Phi]_{S_e}$.

Представляя скорость возмущений в виде $u(\vec{x},t)=u(\vec{x})\times\times\exp\{st\}$, по аналогии с работой [4] для функций $[\Pi]_{S_e}$, $[\xi_r]_{S_e}$ и $[\xi_\vartheta]_{S_e}$, получаем соответственно

$$[\Pi]_{S_e}=\frac{hR^2}{3}P_2^2(\mu)\,e^{2i\varphi}, \qquad (18)$$

$$[\xi_r]_{s_e} = -\frac{2hR\sin^2\vartheta}{s(s-2i\omega)}e^{2i\varphi},\quad [\xi_\vartheta]_{s_e} = -\frac{2hR\sin\vartheta\cos\vartheta}{s(s-2i\omega)}e^{2i\varphi}.$$

Подставляя компоненты $\vec{\xi}$ в (13) и произведя интегрирование, получаем значения неизвестных коэффициентов

$$K_{22} = H_{22} = -\frac{2hR}{3s(s-2i\omega)}. \tag{19}$$

В результате выражение (17) примет вид

$$\left[\vec{\xi}\,\mathrm{grad}\,\frac{B_\varphi^2}{8\pi}\right]_{s_e} = \frac{B_0^2}{4\pi R}K_{22}P_2^2(\mu)\,e^{2i\varphi}. \tag{20}$$

С учетом (15), (16) и (18)—(20) граничное условие (10) можно записать в следующем виде:

$$s(s-2i\omega) + 2\pi G\rho\left\{\frac{8}{15} - \frac{B_0^2}{4\pi^2 G\rho^2 R^2}\right\} = 0,$$

откуда получаем частоту поверхностных колебаний вращающейся сферы при наличии магнитного поля (1) с учетом (2)

$$s_{1,2} = i\left\{\frac{B_0}{R\sqrt{2\pi\rho}} \pm \sqrt{\frac{16}{15}\pi G\rho}\right\}. \tag{21}$$

Таким образом, вращающаяся проводящая жидкая сфера при наличии тороидального магнитного поля типа (1) устойчива по отношению к рассматриваемым поверхностным возмущениям. Как следует из (21), частота этих колебаний увеличивается с ростом магнитного поля. При $B_0 = 0$ ($\omega = 0$) формула (21) переходит в известную формулу Кельвина [8, 9] для частоты невращающейся жидкой сферы (магнитное поле отсутствует) при $n = m = 2$.

Ереванский государственный университет Поступила 27.IX.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *Р. С. Оганесян, М. Г. Абрамян.* Астрон. ж., 50, 3 (1973).
2. *I. W. Roxburgh, B. R. Durney.* M.N.R.A.S., 135, 329 (1967).
3. *Р. С. Оганесян, М. Г. Абрамян.* Астрофизика, 8, 525 (1972).
4. *Р. С. Оганесян, М. Г. Абрамян.* Изв. АН АрмССР, Физика, 7, 449 (1972).
5. *А. А. Власов.* ЖЭТФ, 27, 224 (1954).
6. *Р. С. Оганесян.* Астрон. ж., 33, 928 (1956).
7. *P. H. Roberts, Stewartson.* Ap. J., 137, 777 (1963).
8. *N. R. Lebovitz.* Ap. J., 134, 500 (1961).
9. *R. A. Lyttleton.* The Stability of Rotating Liquid Masses, Cambridge, 1953.

ՊՏՏՎՈՂ ՀԵՂՈՒԿ ԳՆԴԻ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԸ ԹՈՐՈԻԴԱԼ ՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ռ. Ս. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Մ. Գ. ԱԲՐԱՀԱՄՅԱՆ

Դիտարկված է պտտվող հեղուկ գնդի կայունությունը՝ m=n=2 *մակերևույթային գրգռումների նկատմամբ, թորոիդալ մագնիսական դաշտի առկայության դեպքում։*

Գտնված է տատանման հաճախությունը՝ որպես ֆունկցիա մագնիսական դաշտից և ցույց է տրված, որ գունդը դիտարկված գրգռումների նկատմամբ կայուն է։

ON THE OSCILLATION OF ROTATING LIQUID SPHERE IN THE PRESENCE OF TOROIDAL MAGNETIC FIELD

R. S. OGANESSIAN, M. G. ABRAHAMIAN

The stability of rotating liquid sphere in the presence of toroidal magnetic field with regard to suface perturbations of the type $n = m = 2$ is considered.

The frequency of the oscillation as a function of the magnetic field has been found and it has been established that the sphere is stable with regard to the perturbations considered.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 8, 68—72 (1973)

К ВОПРОСУ ОБ ИЗМЕРЕНИИ СМЕЩЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ОСИ АНТЕННЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ С ПОМОЩЬЮ ВНЕЗЕМНЫХ ИСТОЧНИКОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

А. М. АСЛАНЯН, А. Г. ГУЛЯН

Предложен метод определения зависимости смещения электрической оси антенны в угломестной плоскости от угла места с помощью внеземного источника радиоизлучения в предположении, что смещение электрической оси антенны в азимутальной плоскости известно и не зависит от угла места.

Во многих случаях вследствие ряда причин электрическая ось антенны не совпадает с геометрической.

В работе [1] подробно рассмотрен вопрос об измерении смещений электрической оси антенны в азимутальной и угломестной плоскостях (ΔA, Δh) радиоастрономическим методом.

Этот метод вкратце сводится к следующему. Выбирается эталонный космический источник радиоизлучения с известными экваториальными координатами (α, δ). Рассчитываются момент верхней кульминации ($t_{расч.}$) и азимутальные координаты (A, h), соответствующие этому моменту для данной точки Земли с географическими координатами φ и λ, где установлена антенна. В точке кульминации источник движется только в азимутальной плоскости. На выходном регистрирующем приборе приемного устройства записывается прохождение источника через диаграмму направленности антенны, направленной в расчетную точку, и одновременно наносятся метки точного времени t_N (рис. 1). Из записи определяется момент максимального сигнала—

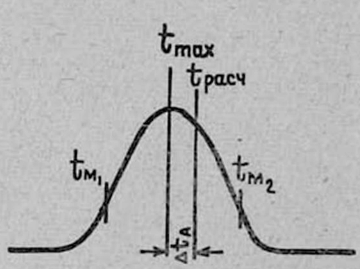


Рис. 1. Прохождение источника через диаграмму направленности антенны; t_{N_1}, t_{N_2} — метки времени, t_{max} — момент максимального сигнала, $t_{расч.}$ — расчетное время максимального сигнала.

t_{max}. Разность $\Delta t = t_{расч.} - t_{max}$ дает смещение во времени электрической оси антенны в горизонтальной плоскости. Формула, позволяющая определить поправку к показанию азимутальной шкалы, следующая

$$\Delta A = \frac{15 \cos \delta}{\cos h} \Delta t.$$

Если для выбранного источника выполняется условие $\delta > \varphi$, то источник имеет так называемые точки возврата (элонгации), где движение источника происходит только в угломестной плоскости. Аналогичные измерения, проведенные в этих точках, позволяют определить значение смещения электрической оси в угломестной плоскости — Δh. Формула, определяющая поправку к показанию угломестной шкалы, имеет вид

$$\Delta h = 15 \cos \delta \cdot \Delta t.$$

Если источник не имеет точек элонгации, то вопрос измерения Δh очень осложняется [1].

Нами предлагается метод измерения Δh остронаправленных антенн в любой точке траектории движения источника в предположении, что смещение электрической оси антенны в азимутальной плоскости известно и не зависит от угла места.

Направление движения источника в каждой точке его траектории определяется параллактическим углом q, который вычисляется из соотношения:

$$\operatorname{tg} q = \frac{\cos \varphi \sin t}{\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos t},$$

где t — часовой угол источника. В пределах диаграммы направленности остронаправленных антенн параллактический угол с большой точностью можно считать постоянным, т. е. траекторию движения источника можно считать прямой линией.

Рассмотрим случай, когда сечение диаграммы направленности есть эллипс с осями a и b, где $2a$ и $2b$ — ширины диаграммы направленности антенны соответственно в азимутальной и угломестной плоскостях. Пусть AA' — траектория движения источника. Допустим, что антенна направлена в некоторую произвольную точку O траектории, но вследствие смещений ΔA и Δh электрическая ось будет направлена в другую точку O_1 (рис. 2). Легко убедиться, что время максимального сигнала выходного индикатора приемного устройства будет соответствовать положению источника в точке M — в середине отрезка M_1M_2, где M_1 и M_2 — положения источника соответственно при входе в диаграмму и выходе из нее.

Из рис. 2 можно получить следующие соотношения:

$$Y_M = \frac{b^2(\Delta h + \Delta A \operatorname{tg} q)}{b^2 + a^2 \operatorname{tg}^2 q}, \quad \Delta h = Y_M - MQ, \; MQ = \Delta t \sin q,$$

откуда после простых преобразований для смещения электрической оси антенны в угломестной плоскости в единицах времени получаем выражение

$$\Delta h = \frac{\Delta A \cos q - \Delta t (\cos^2 q + k^2 \sin^2 q)}{k^2 \sin q}, \tag{2}$$

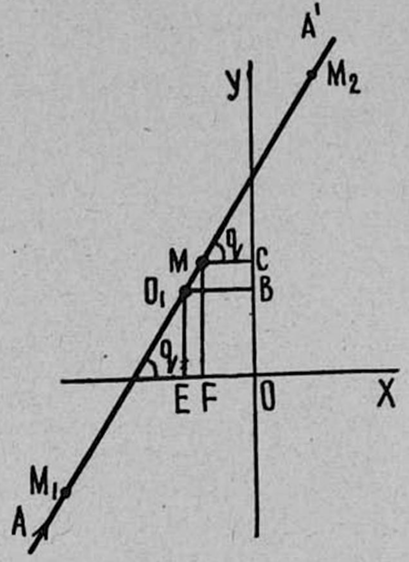


Рис. 2. К выводу формулы (2).

где ΔA — смещение электрической оси антенны в азимутальной плоскости (в единицах времени), Δt — разность между расчетным временем прохождения источника через точку O и временем максимального сигнала, определяемым из записи, а $k = \frac{a}{b}$.

Окончательная формула, позволяющая определить смещение Δh в угловых единицах, такова

$$\Delta h = \frac{\Delta A \cos q - \Delta t\,(\cos^2 q + k^2 \sin^2 q)}{k^2 \sin q} \cdot 15 \cos \delta. \tag{3}$$

Средняя квадратичная абсолютная ошибка в определении Δh вычисляется по формуле

$$\varepsilon_{\Delta h} = \left\{ \left(\frac{\cos q}{k^2 \sin q}\, \varepsilon_{\Delta A} \right)^2 + \left(\frac{\cos^2 q + k^2 \sin^2 q}{k^2 \sin q}\, \varepsilon_{\Delta t} \right)^2 + \right.$$
$$\left. + \left[\frac{\Delta t \cos q - \Delta A + (1 - k^2) \sin^2 q \cos q}{k^2 \sin^2 q}\, \varepsilon_q \right]^2 \right\}^{1/2} 15 \cos \delta, \tag{4}$$

где $\varepsilon_{\Delta A}$ и $\varepsilon_{\Delta t}$ — средние квадратичные абсолютные ошибки измерения ΔA и Δt, а $\varepsilon_q = \frac{q_1 - q_2}{2}$ (q_1 и q_2 — параллактические углы источника, соответствующие точкам M_1 и M_2).

В случае, когда сечение диаграммы направленности антенны есть окружность ($k = 1$), формулы (3) и (4) упрощаются и принимают вид:

$$\Delta h = \frac{\Delta A \cos q - \Delta t}{\sin q}\, 15 \cos \delta, \tag{5}$$

$$\varepsilon_{\Delta h} = \sqrt{\left(\frac{\cos q}{\sin q}\varepsilon_{\Delta A}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sin q}\varepsilon_{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t \cos q - \Delta A}{\sin^2 q}\varepsilon_q\right)^2} \cdot 15\cos\delta. \qquad (6)$$

Применение формул (3)—(6) имеет некоторое ограничение, а именно, с их помощью невозможно определить Δh в точках кульминации выбранных эталонных источников, так как в этих точках $q=0$ и формулы превращаются в бесконечность. Вблизи точек кульминации параллактический угол нельзя считать постоянным в пределах диаграммы направленности антенны и, кроме того, $\sin q$ мало отличается от нуля, из-за чего сильно возрастают ошибки при измерении Δh.

Анализ ошибок измерения Δh, проведенный для простоты по формуле (6) для разных значений φ и δ, показывает следующее.

1) При $h < h_{\text{в. к.}} - h(\theta)$ (где $h_{\text{в. к.}}$ — угол места источника в его верхней кульминации, а $h(\theta)$ — некоторый угол, значение которого зависит от ширины диаграммы направленности антенны θ) третьим членом подкоренного выражения (6) практически можно пренебречь относительно первых двух. Отметим, что с увеличением θ угол $h(\theta)$ увеличивается. В частности, при $\theta = 30$ угловым минутам $h(\theta) \approx 5°$.

2) Предложенный метод позволяет определить зависимость смещения Δh от угла места в пределах $0 \leqslant h \leqslant 90° - h(\theta)$.

3) Минимальная ошибка измерений Δh, которая получается при $\sin q = \pm 1$ (в точках элонгации источников), равна

$$\varepsilon_{\Delta h(\min)} = \varepsilon_{\Delta t}\ 15\cos\delta.$$

4) Если $\varphi \leqslant 45°$, то зависимость Δh от h можно определить с помощью одного эталонного источника. Если $\varphi > 45°$, то для определения этой зависимости необходимо выбрать два источника.

5) Для измерения зависимости Δh от h можно выбрать такие источники, чтобы максимальная ошибка измерения Δh не превышала $2{,}5 \cdot \varepsilon_{\Delta h(\min)}$.

Из формулы (4) видно, что все пункты справедливы и для случая $k \neq 1$ с той лишь разницей, что ошибки измерения Δh всюду умножаются на k^{-2}.

Подставляя $q = 0$ и $q = \pm 90°$ в выражение (2), можно получить в частных случаях смещения ΔA и Δh, когда измерения проводятся соответственно в точках кульминации и элонгации.

Авторы выражают благодарность Э. Г. Мирзабекяну за ценные замечания при обсуждении полученных результатов.

Институт радиофизики и электроники
АН АрмССР

Поступила 20.VII.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. Д. Кузьмин, А. Е. Саломонович.* Радиоастрономические методы измерения параметров антенн, М., 1962.
2. Астрономический календарь. Постоянная часть, М., 1962.

ԿՈՍՄԻԿԱԿԱՆ ՌԱԴԻՈԱՂԲՅՈՒՐՆԵՐԻ ՄԻՋՈՑՈՎ ԱՆՏԵՆՆԱՅԻ ԵՐԿՐԱՉԱՓԱԿԱՆ ԱՌԱՆՑՔԻ ՆԿԱՏՄԱՄԲ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԱՌԱՆՑՔԻ ՇԵՂՄԱՆ ՉԱՓՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ա. Մ. ԱՍԼԱՆՅԱՆ, Ա. Գ. ՂՈՒԼՅԱՆ

Ենթադրելով, որ անտեննայի էլեկտրական առանցքի շեղումը հորիզոնական հարթության մեջ հայտնի է և կախված չէ բարձրությունից, առաջարկված է մեթոդ՝ ուղղահայաց հարթության մեջ անտեննայի էլեկտրական առանցքի շեղման և տեղի անկյան միջև եղած կապը որոշելու համար, ընդ որում օգտագործվում է կոսմիկական ռադիոճառագայթման միայն մեկ աղբյուր։

ON THE MEASUREMENT OF THE DISPLACEMENT OF ANTENNA ELECTRICAL AXIS FROM GEOMETRICAL ONE BY COSMIC RADIOSOURCES

A. M. ASLANIAN, A. G. GULIAN

Assuming that the displacement of the antenna electrical axis in the horizontal plane is known and does not depend on the altitude, a method for definition of the dependence of antenna electrical axis displacement on the altitude in the vertical plane is proposed, by using only one radiosource.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 8, 73—75 (1973)

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СЕЧЕНИЯ НЕУПРУГОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НУКЛОНОВ С ЭНЕРГИЕЙ ~1,0 *Тэв* В ЖЕЛЕЗЕ

М. З. ЗАЗЯН, Э. А. МАМИДЖАНЯН, Р. М. МАРТИРОСОВ

Определение сечения неупругого взаимодействия нуклонов в железе является частью экспериментов, проводимых на г. Арагац на установке по изучению нуклонных взаимодействий [1] в легких, средних и тяжелых ядрах в области энергий $0{,}6 \div 10$ *Тэв*.

В данной работе приводятся предварительные результаты измерений.

1. Среди различных методов определения пробега неупругого взаимодействия в железе достаточно простым является метод определения $L_{\text{вз}}$ по отношению чисел взаимодействий в слоях железного поглотителя ионизационного калориметра одинаковой толщины, расположенных один над другим [2]. Это отношение равно

$$\frac{N_1}{N_2} = \exp\left(\frac{X}{L_{\text{вз}}}\right),$$

откуда

$$L_{\text{вз}} = \frac{X}{\ln \dfrac{N_1}{N_2}}, \tag{1}$$

$$\Delta L_{\text{вз}} = \frac{X}{\ln^2 \dfrac{N_1}{N_2}} \left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right)^{1/2},$$

где X — толщина слоя железа, N_1 и N_2 — числа взаимодействий в обоих железных слоях.

Учитывая конечную толщину медных стенок ионизационных камер X_{Cu} и наличие над первым слоем железного поглотителя 1 *см* свинца, формула (1) с 2% точностью может быть заменена другой

$$L_{\text{вз}} = \frac{X_{Fe}}{\ln \dfrac{N_1}{N_2} - \dfrac{X_{\text{Cu}}}{L_{\text{вз}}^{\text{Cu}}} - \dfrac{X_{\text{Pв}}}{L_{\text{вз}}^{\text{Pв}}}}. \tag{2}$$

Ошибка при этом равна

$$\Delta L_{\text{вз}} = \frac{X_{Fe}}{\left(\ln \dfrac{N_1}{N_2} - \dfrac{X_{\text{Cu}}}{L_{\text{вз}}^{\text{Cu}}} - \dfrac{X_{\text{Pв}}}{L_{\text{вз}}^{\text{Pв}}}\right)^2} \left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right)^{1/2}.$$

С учетом углового распределения падающих на установку нуклонов имеем

$$X_{\text{Cu}} = 11 \text{ г/см}^2, \quad X_{\text{Pв}} = 10{,}8 \text{ г/см}^2,$$

$$L_{\text{вз}}^{\text{Cu}} = 145 \text{ г/см}^2, \quad L_{\text{вз}}^{\text{Pв}} = 180 \text{ г/см}^2.$$

Величина X_{Fe} была выбрана равной толщине двух слоев поглотителя и вычислялось отношение суммарного числа взаимодействий в I и II слоях к числу взаимодействий в III и IV слоях. С учетом углового распределения регистрируемых частиц

$$X_{Fe} = 162 \ г/см^2.$$

События отбирались по энерговыделению. Требовалось, чтобы заданное энерговыделение ($\geqslant 6{,}0 \cdot 10^{11}$ *эв*) происходило в пяти слоях железа, что соответствует 400 $г/см^2$, независимо от того, на какой глубине произошло взаимодействие „первичного" нуклона.

По этим критериям за 3300 часов работы установки было отобрано 341 событие, зарегистрированное в первых четырех слоях.

Пробег взаимодействия в железе при этом оказался равным

$$L_{вз} = (146 \pm 17) \ г/см^2.$$

2. Определение пробега взаимодействия в железе по распределению точек взаимодействия также является распространенным методом, который подробно описан в работе [3].

Для определения $L_{вз}$ измеряется число взаимодействий в каждом из слоев железного поглотителя в калориметре. Число частиц, прошедших без взаимодействий слой X и генерированных в калориметре глубже этого слоя, определяется выражением

$$n(>X; >\varepsilon_{\min}) = \frac{A}{\gamma \varepsilon_{\min}^{\gamma}} \int\limits_{x}^{x_0} e^{-\frac{X}{L_{вз}}} \frac{dX}{L_{вз}} \cdot \int\limits_{0}^{\infty} \delta^{\gamma-1} W(\delta, X) d\delta,$$

где X — общая толщина железного поглотителя калориметра,
$\varepsilon_{\min}$ — порог регистрации энергии калориметром,
$L_{вз}$ — пробег взаимодействия в железе,
$W(\delta, X)$ — вероятность искажения в δ раз энергии частицы, испытавшей взаимодействие на глубине X,
γ — показатель дифференциального энергетического спектра частиц, равный на высотах гор ~ 3 [4].

Отношение

$$\frac{n(>X; >\varepsilon_{\min})}{n(>0; >\varepsilon_{\min})} = \frac{\int\limits_{x}^{x_0} <\delta^{\gamma-1}(X)> e^{-X/L_{вз}} \frac{dX}{L_{вз}}}{\int\limits_{0}^{x_0} <\delta^{\gamma-1}(X)> e^{-X/L_{вз}} \frac{dX}{L_{вз}}}$$

позволяет построить семейство теоретических кривых для различных пробегов взаимодействия. Величина $<\delta^{\gamma-1}(X)>$ вычислялась с помощью распределения $W(\delta, X)$ и тем самым учитывался недомер энергии за счет выхода ядерного каскада из калориметра.

Сравнение теоретического и экспериментального распределений точек взаимодействия показало, что пробег взаимодействия в железе, полученный этим методом, в пределах ошибок не противоречит значению $L_{вз}$, приведенному выше.

Полученное значение пробега взаимодействия соответствует следующей величине сечения неупругого взаимодействия нуклонов в железе:

$$\sigma_{Fe} = (640 \pm 74) \text{ мб},$$

которая в пределах ошибок совпадает с сечением неупругого взаимодействия адронов для меньших энергий [5].

Ереванский физический институт Поступила 20.VII.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *Э. А. Мамиджанян* и др. Изв. АН АрмССР, Физика, 7, 221 (1972).
2. *В. А. Собиняков.* Диссертация, НИИЯФ МГУ, 1969.
3. *Н. Л. Григоров* и др. Изв. АН СССР, серия физ., 28, 1793 (1964).
4. *N. L. Grigorov, V. A. Sobinyakov* et al. Can. Jour. of Physics, 46, 5686 (1968).
5. *Д. И. Гарибашвили.* Диссертация, Тбилисский государственный университет, 1971.

1,0 ՏէՎ ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ՆՈՒԿԼՈՆՆԵՐԻ ՈՉ ԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԿՏՐՎԱԾՔԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ ԵՐԿԱԹՈՒՄ

Մ. Զ. ԶԱԶՅԱՆ, Է. Ա. ՄԱՄԻՋԱՆՅԱՆ, Ռ. Մ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՈՎ

Չափվել է նուկլոնների փոխազդեցությունների վազքը երկաթում երկու անկախ եղանակներով 0,6 ÷ 10 ՏէՎ էներգիայի տիրույթում։

Վազքի արժեքը ստացվել է հավասար Lփոխ.=(146±17) գր/սմ², որը համապատասխանում է ոչ առաձգական փոխազդեցությունների կտրվածքի մեծությանը՝

$$\sigma_{in\ Fe} = (640 \pm 74) \text{ մբ}.$$

DETERMINATION OF INELASTIC INTERACTION CROSS SECTION OF NUCLEONS IN IRON IN 1 TEV ENERGY REGION

M. Z. ZAZIAN, E. A. MAMIDJANIAN, R. M. MARTIROSOV

The interaction path of nucleons in iron in the 0,6—10 Tev energy region was measured by two independent methods.

The obtained value of the path, L_{int}, is equal to (146 ± 17) g/sm^2. This value corresponds to the cross section of inelastic interactions

$$\sigma_{in\ Fe} = (640 \pm 74) \ mb.$$

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 8, 76—78 (1973)

ОБ ОДНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ УСИЛЕНИЯ ГИПЕРЗВУКА СВЕТОМ В УСЛОВИЯХ РАЗМЕРНОГО КВАНТОВАНИЯ

В. С. САРДАРЯН, А. О. АЗИЗЯН

В работе [1] было показано, что в поле сильной электромагнитной волны в собственных полупроводниках энергетический спектр электронов и дырок перестраивается: возникают запрещенный и разрешенные участки в валентной зоне и зоне проводимости. Импульс, при котором происходит разрыв в спектре, зависит от частоты сильной электромагнитной волны и ширины запрещенной зоны. При этом задача решается точно [2].

Цель настоящей работы заключается не в самом расчете спектра электронов, а скорее всего в применении идеи о перестройке спектра при генерации гиперзвуковых колебаний в среде с током.

Рассмотрение задачи в условиях размерного квантования показывает, что в спектре электронов и дырок пленки также возникают разрешенные и запрещенный участки; при этом оказывается, что ширина щели и разрешенного участка зависит не только от параметров электромагнитной волны, но и от толщины пленки d. Причина этого заключается в том, что волновые функции пленки не описывают состояний с определенным импульсом, так что учет фотонного импульса необходим (в работе [1] импульсом фотона пренебрегалось).

Расчет, проведенный аналогично [2], для величины щели дает выражение

$$2|V| = \frac{e}{\Omega} |E_{0\rho}\, v_{cv}\, F_l^s(k_z)|, \tag{1}$$

а для ширины разрешенной зоны —

$$\varepsilon_0 = \frac{\hbar\Omega}{2} - \frac{\Delta}{2} - \frac{\pi^2 \hbar^2 (l^2 + s^2)}{4m^* d^2} - |V|, \tag{2}$$

где Ω — частота электромагнитной волны, $E_{0\rho}$ — амплитуда волны в плоскости пленки,

$$v_{cv} = \frac{1}{m^*} \int u_c^* \hat{p}\, u_v\, d\rho,$$

l, s — номера пленочных подзон соответственно в валентной зоне и в зоне проводимости, k_z — фотонный импульс,

$$F_l^s(k_z) = - \frac{i\, 8\pi^2\, ls\, k_z d}{(l^2 - s^2)^2}, \quad l \neq s,$$

u_c, u_v — блоховские функции.

Выберем квантованную пленку в виде ступеньки с двумя разными толщинами d_1 и d_2. Используя соотношения (1) и (2), можно подобрать такую частоту Ω сильной электромагнитной волны, при которой в пленке с толщиной d_1 возникает щель в n-ой пленочной подзоне, а в пленке с толщиной d_2—в m-ой подзоне.

Представляет интерес случай, когда возбужденная подзона в пленке с толщиной d_1 оказывается ниже по энергии, чем невозбужденная подзона в пленке с толщиной d_2 (под возбужденной будем понимать подзону с большим номером). Так, например, при значениях

$$d_1 \sim 400\ \text{Å},\ d_2 \sim 300\ \text{Å},\ m^* \sim 5\cdot 10^{-29}\ г,\ E_{0\rho} \sim 10^4 \frac{в}{см},$$

$$|v_{cv}| \sim 3\cdot 10^8\ \frac{см}{сек},\ l_1 = 2,\ S_1 = 3,\ l_2 = 1,\ s_2 = 2$$

для величин ε_{01} и ε_{02} будем иметь $\varepsilon_{02} \sim 5{,}15\cdot 10^{-14}$, $\varepsilon_{01} \sim 4{,}7\cdot 10^{-14}$ *эрг*. Легко убедиться, что при распространении слабого гиперзвука с частотой $\omega \sim \frac{i}{\hbar}(\varepsilon_{01} - \varepsilon_{02})$ произойдет переход электронов из подзоны с меньшим номером в подзону с большим номером с испусканием фононов.

Волновое число излученного фонона будет величиной порядка

$$q \sim \frac{p_{01} - p_{02}}{\hbar} \sim \frac{\sqrt{2m^*\varepsilon_{01}} - \sqrt{2m^*\varepsilon_{02}}}{\hbar} \sim 10^5\ см^{-1},$$

что дает для скорости звука значение

$$v_s = (\varepsilon_{01} - \varepsilon_{02})\,[(2m\,\varepsilon_{01})^{1/2} - (2\,m^*\,\varepsilon_{02})^{1/2}]^{-1} \sim 10^6 \frac{см}{сек}.$$

Разумеется, цепь должна быть замкнутой, т. е. со стационарным током, с тем, чтобы из-за такого рода переходов не было накопления зарядов.

Поступила 11.VII.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. М. Галицкий, С. П. Горславский, В. Ф. Елесин.* ЖЭТФ, 57, 201 (1969).
2. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц.* Квантовая механика, Изд. Наука, 1963, стр. 173.

ՉԱՓԱՅԻՆ ՔՎԱՆՏԱՑՄԱՆ ՊԱՅՄԱՆՆԵՐՈՒՄ ԼՈՒՅՍԻ ՄԻՋՈՑՈՎ ԳԻՊԵՐՁԱՅՆԻ ՈՒԺԵՂԱՑՄԱՆ ՄԻ ՀՆԱՐԱՎՈՐՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Վ. Ս. ՍԱՐԴԱՐՅԱՆ, Հ. Հ. ԱՁԻՋՅԱՆ

Օգտագործելով էլեկտրամագնիսական դաշտում թիթեղի էլեկտրոնային սպեկտրում էներգետիկ ճեղքի կախվածությունը թիթեղի հաստությունից, դիտարկված է չափային քվանտացման պայմաններում գիպերձայնի ուժեղացման հնարավորությունը:

ON THE POSSIBILITY OF SUPERSONIC GAIN BY LIGHT UNDER TNE CONDITIONS OF SIZE QUANTIZATION

V. S. SARDARIAN, H. H. AZIZIAN

Using the dependence of the energy gap in the electron spestrum of the film in electromagnetic field on the film thickness the possibility of supersonic gain under the condition of size quantization is considered.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՀԱՄԱՌՈՏ ՀԱՂՈՐԴՈՒՄՆԵՐ

СОДЕРЖАНИЕ

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 03090. Подписано к печати 16/IV 1973 г. Тираж 630. Изд. 3843. Заказ 76.
Формат бумаги 70 × 108¹/₁₆. Печ. л. 5,25. Бум. л. 2,63.
Усл. печ. л. 7,35. Уч. изд. л. 5,5.

Типография Издательства АН Армянской ССР, Ереван, Барекамутян, 24.