ՀՍՍՀ ԳԱ
Տեղեկագիր

ՖԻԶԻԿԱ
ФИЗИКА

1972

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 7, 165—172 (1972)

БЕТА-АСИММЕТРИЯ ПРИ ПОЛЯРИЗАЦИИ ЯДЕР МЕТОДОМ ГОРТЕРА—РОУЗА

В. А. ДЖРБАШЯН

Получены формулы, наиболее общие из имеющихся, для степени поляризации, через которую выражается бета-асимметрия.

Для частного случая Co^{60} теория сравнивается с экспериментом Ву и др. [1], наблюдавших, фактически, зависимость асимметрии от температуры. Формулы для f_1, ответственные с точностью до постоянного множителя за описание этой зависимости, согласуются с результатами эксперимента.

I. Введение

Первыми экспериментами, доказавшими нарушение пространственной четности в слабых взаимодействиях, были эксперименты Ву и др. [1], наблюдавших асимметрию „вверх—вниз" при β-распаде поляризованных ядер Co^{60}, и Ледермана и др. [2], обнаруживших продольную поляризацию μ-мезонов, возникающих при распаде π-мезонов.

Эти эффекты могут быть описаны как корреляции спина и импульса типа σp, меняющие знак при пространственной инверсии.

Таким образом, в количественное описание эффектов, наряду с величинами, связанными сугубо с природой слабого взаимодействия, входит степень поляризации.

Механизм, объясняющий величину остаточной поляризации μ^--мезонов, наблюденную в работе [2]*, был предложен нами [4] в 1958 г.

В эксперименте [1] главной трудностью [5] было создание ориентации ядерных спинов. С этой целью применялся метод поляризации ядер, основанный на использовании их взаимодействия с электронными оболочками парамагнитных ионов. Магнитное поле порядка нескольких сотен эрстед, достаточное для преодоления дезориентирующего эффекта теплового движения при температуре $T \sim 0{,}01°$K, накладывалось на кристалл $2\,Ce\,(NO_3)_3 3\,Mg\,(NO_3)_2\,24\,H_2O$, содержащий радиоактивные ядра Co^{60}. Степень поляризации f_1 ядер Co^{60} рассчитывалась в [6] по наблюдавшейся анизотропии ε распределения γ-лучей, сопутствующих β-распаду.

Общая теория углового распределения излучения ядер, поляризованных методом Гортера—Роуза, развита в работе [7]. На этой основе в работе [8] рассмотрена анизотропия γ-излучения. В настоящей статье рассматривается асимметрия β-электронов. Полученные выражения для f_1, наряду с результатами работы [8], дают возможность анализировать трудности теоретического характера, имевшие место при расчете [1, 6] эксперимента Ву и др., и показать, что последний согласуется с $V-A$ теорией вдоль всей кривой асимметрии.

* А также в аналогичных работах, осуществленных позже [3].

Угловое распределение испущенных при β-распаде электронов получится в общем случае, если в формулу для W, приведенную в [7, 8], подставить значения параметров излучения $C_{\nu\tau}(L'L\pi x)$, подсчитанных Альдером и др. [9] для β-распада с учетом возможности несохранения четности.

В результате для углового распределения β-частиц получается формула вида

$$W(\theta) = \xi\,(1 + \alpha\cos\theta). \tag{1}$$

Здесь θ — угол между направлениями поляризации ядра и вылета электрона. Для гамов-теллеровского перехода, каковым является, в частности, β^--распад Co^{60}, коэффициент асимметрии есть

$$\alpha = f_1(I,\ T)\,\lambda_{II'}\frac{v_e}{c}A\,(1-b). \tag{2}$$

Степень поляризации $f_1(I,\ T)$ является функцией от температуры T. Она в первом и втором приближениях рассматривается в параграфах II и III.

Величина $\lambda_{II'}$, зависящая от начального I и конечного I' спинов распадающегося ядра, равна

$$\lambda_{II'} = \begin{cases} 1 & \text{для } I' = I-1 \\ 1/(I+1) & \text{для } I' = I \\ -I(I+1) & \text{для } I' = I+1. \end{cases} \tag{3}$$

В множителе A выражения (2) представлены константы связи слабого взаимодействия C_i и C_i', введенные* Ли и Янгом [10],

$$A = \frac{2\,Re\,(C_T C_T'^{*} - C_A C_A'^{*}) - \dfrac{Ze^2}{\hbar cp}\,2\,\mathrm{Im}\,(C_T C_A'^{*} + C_T' C_A^{*})}{|C_T|^2 + |C_T'|^2 + |C_A|^2 + |C_A'|^2}. \tag{4}$$

Величина b в выражении (2) есть поправка на рассеяние назад.

В параграфе IV теория сравнивается с экспериментом Ву и др., рассмотренным в [1, 6].

II. Первое приближение

Для вычисления степени поляризации (степени ориентации первого порядка) $f_1(I,\ T)$ будем пользоваться результатами работ [7, 8, 13]. Если пренебречь поперечной частью взаимодействия в гамильтониане (3) работы [8], то выражение для f_1 сведется к формуле (9) работы [13] при $k=1$.

В нашем рассмотрении как нулевое приближение $f_1^{(0)}(I,\ \varphi)$, где $\varphi = AS/kT$, примем частный случай этой формулы, получающийся при

* Отклонения от теорий Ли, Янга [10] и Фейнмана, Гелл—Манна [11], наблюденные в распадах K^0-мезонов и в асимптотике процессов рассеяния, не затрагивают [12] рассматриваемую область малых энергий.

предположении $\exp(-g\beta H/kT) \ll 1$. Формула для $f_1^{(0)}(I, \varphi)$ приведена в выражении (6) той же работы.

В этом параграфе рассмотрим f_1 в следующем, втором приближении теории возмущений.

Согласно формуле (1) работы [13]

$$f_1 = \frac{\sum\limits_m m a_m}{I \sum\limits_m a_m}, \tag{5}$$

где в качестве заселенностей нужно подставить выражение [8]

$$a_m = \left\{1 + \delta \left\{m - m^2 - \frac{2}{\alpha\tau\left(\operatorname{cth}\frac{\varphi}{2} - 1\right)}\left[I(I+1) - \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. - m \operatorname{cth}\frac{\varphi}{2} - m^2\right]\right\}\right\} \exp m\varphi \exp[-\alpha S\tau + \delta I(I+1)]; \tag{6}$$

здесь

$$\delta = B^2 S / 2 g\beta H k T, \quad \alpha = g\beta H, \quad \tau = -1/kT.$$

Суммируя по значениям проекции спина ядра в числителе выражения (5)

$$\frac{1}{I}\sum_m m a_m = f_1^{(0)} + \delta\left\{\left(\operatorname{cth}\frac{\varphi}{2} + 1\right)\left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\alpha\tau}\right) f_1^{(0)} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{3}{2} I f_2^{(0)}\right] - I(I+1) f_1^{(0)}\right\}\left[\operatorname{sh}\left(I + \frac{1}{2}\right)\varphi / \operatorname{sh}\frac{\varphi}{2}\right] \times$$

$$\times \exp[-\alpha S\tau + \delta I(I+1)] \tag{7}$$

и в знаменателе [8]

$$\sum_m a_m = \left\{1 - \delta\left[I(I+1) - \left(\operatorname{cth}\frac{\varphi}{2} + 1\right) I f_1^{(0)}\right]\right\} \times$$

$$\times \left[\operatorname{sh}\left(I + \frac{1}{2}\right)\varphi / \operatorname{sh}\frac{\varphi}{2}\right] \exp[-\alpha S\tau + \delta I(I+1)], \tag{8}$$

найдем

$$f_1 = f_1^{(0)} + \delta\left(\operatorname{cth}\frac{\varphi}{2} + 1\right)\left[\left(\frac{1}{2} - I f_1^{(0)} + \frac{1}{\alpha\tau}\right) f_1^{(0)} + \frac{3}{2} I f_2^{(0)}\right]. \tag{9}$$

Это выражение объединяет как частные случаи известные формулы:

1) при $B/g\beta H \to 0$, $f_1 = f_1^{(0)}$, формула, график которой использован при интерпретации опыта Ву [1, 6];

2) при $\varphi \ll 1$, $f_1 = \frac{I+1}{3}\left[\varphi + \delta\left(1 + \frac{1}{\alpha\tau}\right)\right]$, это есть формула, полученная Роузом и др. [14].

Выражение (9) имеет симметричный вид. Все члены в добавке к нулевому приближению $f_1^{(0)}$ содержат в качестве множителей $\delta\left(\operatorname{cth}\frac{\varphi}{2}+1\right)$ и степень ориентации некоторого порядка.

III. Второе приближение

В параграфе III работы [8], в частности, вычислены заселенности ядерных уровней в третьем приближении теории возмущений с учетом специфики возможного большого спина. Результат приведен в выражении (21). Подставляя это выражение в соотношение (5) настоящей работы, степень ориентации первого порядка можем представить в той же форме, в какой в работе [8] представлены степени ориентации второго и четвертого порядков:

$$f_1 = f_1^{(0)}(\varphi) + \delta\,(y+1)\,\frac{N_1(\varphi)}{D(\varphi)}\,. \tag{10}$$

Здесь $f_1^{(0)}$ есть упомянутое в параграфе II нулевое приближение, $y = \operatorname{cth}\frac{\varphi}{2}$,

$$\begin{aligned} D(\varphi) = 1 - \delta I\left[2-(y+1)f_1^{(0)}\right] - \frac{A}{\alpha}\,\delta I\left\{-2(I-1+S)+\right.\\ \left.+(y+1)\left[\left(S-\frac{1}{2}\right)f_1^{(0)}+\frac{3}{2}\,If_2^{(0)}\right]\right\}+\delta^2 I\times\\ \times\left\{2I+(y+1)\left[-\left(2I-\frac{1}{2}\right)f_1^{(0)}+\frac{3}{2}\,yIf_2^{(0)}\right]\right\}, \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} N_1(\varphi) = \left(\frac{1}{2}-If_1^{(0)}+\frac{1}{\alpha\tau}\right)f_1^{(0)}+\frac{3}{2}\,If_2^{(0)}-\frac{A}{\alpha}\times\\ \times\left\{\left[I(I+1)-\frac{1}{2}(2-S)-\left(S-\frac{1}{2}\right)If_1^{(0)}-\right.\right.\\ \left.\left.-\frac{3}{2}\,I^2f_2^{(0)}\right]f_1^{(0)}+\left(-y+\frac{1}{2}\,S\right)3If_2^{(0)}\right\}+\\ +\delta\left\{I(I-1)\left[\left(\frac{1}{2}-If_1^{(0)}\right)f_1^{(0)}+\frac{3}{2}\,If_2^{(0)}\right]+\right.\\ +\left\{\left[I(I+1)-\frac{1}{2}\right]\left(-\frac{1}{2}+If_1^{(0)}\right)-\frac{3}{2}\,y\,I^2f_2^{(0)}\right\}f_1^{(0)}+\\ \left.+\frac{3}{2}\left[\frac{1}{2}\,y-\frac{5}{7}\,I(I+1)+\frac{3}{7}\right]If_2^{(0)}-\frac{5}{4}\,I^3f_4^{(0)}\right\}. \end{aligned} \tag{12}$$

Из соотношений (10), (11) и (12) следует, что упомянутые в параграфе II свойства f_1 сохраняются во втором приближении для числителя добавки.

IV. Сравнение с экспериментом

В этом параграфе мы применим развитую выше теорию к эксперименту Ву и др. [15].

Для перехода в ядре Co^{60} $I=5$, $\lambda_{54}=1$. В согласии с данными по $\beta-\nu$ корреляции, если принять еще, что гамов-теллеровское взаимодействие определяется аксиально-векторным членом и подставить, согласно Ву [1, 6], для средней скорости электронов $v_e/c=0{,}6$, то из (2) и (4) для коэффициента асимметрии получим

$$\alpha = 0{,}6\,(1-b)\,f_1 A, \tag{13}$$

$$A = -\frac{2\,Re\,(C_A C_A'^{*})}{|C_A|^2+|C_A'|^2}\,. \tag{14}$$

Из (13) и (14), согласно рассуждениям Ву, подробно изложенным ею в главе 24 книги [6], имея результаты измерений β-асимметрии и γ-анизотропии, приведенные на рис. 1, можно получить сведения о константах связи C_A и C_A'.

Для нахождения поляризации f_1 из γ-анизотропии использовались* графики функций, обозначенных в [8, 13] как функции нулевого приближения $f_2^{(0)}(5, \varphi)$ и $f_1^{(0)}(5, \varphi)$.

Если экстраполировать данные по ε, то для момента, обозначенного на рис. 1 как $t=0$, можно найти значение, равное примерно 0,35. Этому, согласно формуле (7) и таблице работы [8], соответствует $f_1^{(0)}=0{,}68$ (у Ву 0,65).

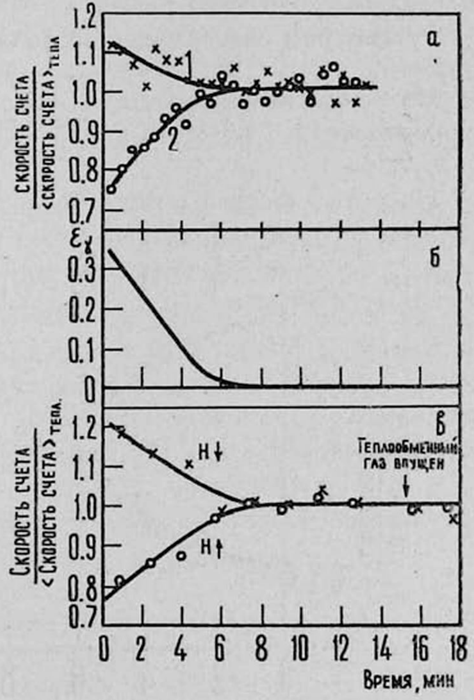


Рис. 1. Результаты измерения β-асимметрии и γ-анизотропии в эксперименте с поляризованным Co^{60} [1, 6]. а, б — γ-анизотропия, в — β-асимметрия.

Экспериментальные кривые для данных по β-асимметрии, экстраполированные авторами эксперимента, также приведены на рис. 1. Для момента $t=0$ из этих кривых следует значение $\alpha=-0{,}25$. Если наряду с этими величинами в формулу (13) подставить $b=0{,}36$, что близко к значению поправки на рассеяние назад, приведенному Ву (30—35%), то, учитывая (14), будем иметь

$$A=-1,\; C_A=C_A'. \tag{15}$$

* См. гл. 19Б книги [6].

Последнее равенство в (15), полученное Ву, означает, что в лептонном токе строго осуществляется $V-A$ вариант. Это утверждение с 20%-ой точностью [6, 16] согласуется с результатами измерений продольной поляризации электронов и позитронов и отношения K-захвата к испусканию позитронов.

Однако нетрудно убедиться, что трактовка Ву в количественном отношении не совсем корректна. Величины A и C'_A/C_A принимают значения (15) лишь для одной левой точки кривой асимметрии. Между тем их значения должны быть одними и теми же для всех точек.

Как следует из рис. 1, на эксперименте фактически была наблюдена зависимость асимметрии от температуры. Эта зависимость входит неявным образом, через время. Зависимость температуры от времени можно найти, используя формулы для γ-анизотропии и измерения последней, приведенные на рис. 1.

Подставляя найденное в аргумент вычисленного f_1, получим ход поляризации как функцию от времени.

Учитывая (1) и (13), теперь можно провести сравнение с экспериментальными точками рис. 1.

Рассмотрим сначала случай больших внешних полей $H \gtrsim 1000$ эрстед.

Из результатов работы [8] следует, что в этом случае можно воспользоваться функциями [8, 13] нулевого приближения $f_k^{(0)}$, $k = 1, 2, 4$.

На рис. 2 жирная кривая представляет β-асимметрию для рассматриваемого случая. Характерной особенностью этой кривой, отли-

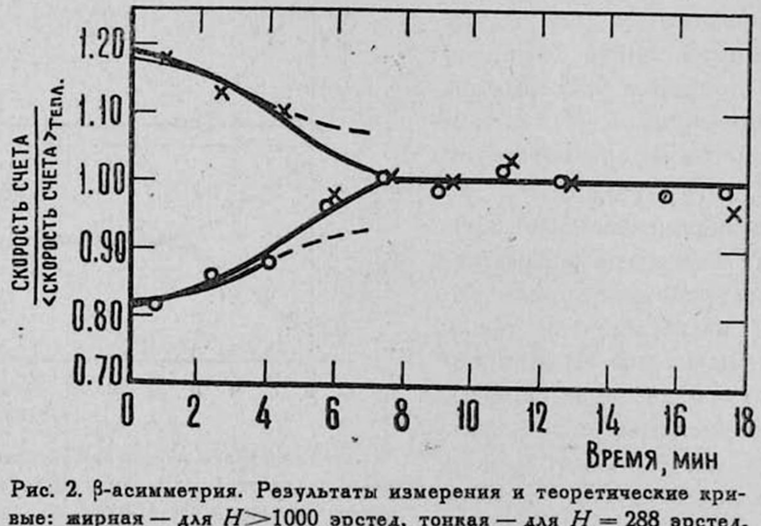


Рис. 2. β-асимметрия. Результаты измерения и теоретические кривые: жирная — для $H \gtrsim 1000$ эрстед, тонкая — для $H = 288$ эрстед.

чающей ее от экспериментальной кривой рис. 1, является то, что при низких температурах, соответствующих малым временам, асимметрия, аналогично поведению f_k, проявляет тенденцию к насыщению. Для начальной точки $T = 0{,}014°\mathrm{K}$, $f_1 = 0{,}68$, $\alpha = -0{,}19$ (вместо $-0{,}25$).

Если в формулы (13) и (14) подставить еще согласно Ву $b=1/3$, то для отношения C_A'/C_A получатся два значения 2,47 и 0,41 вместо (15). Если в формулы (13) и (14) подставить $C_A'/C_A=1$, то получится $b=53\%$.

Теперь рассмотрим β-асимметрию, когда внешние поля порядка нескольких сот эрстед, в соответствии с условиями эксперимента. Для таких полей необходимо пользоваться формулами параграфов III настоящей статьи и работы [8].

При $H=288$ эрстед теоретическая кривая β-асимметрии изображена на рис. 2 тонкой линией. С целью найти зависимость температуры от времени использована кривая C_2, приведенная на рисунке работы [8]. Из этих рисунков следует, что там, где γ-анизотропия не согласуется с экспериментом (при температурах $T>0{,}018°$К, соответствующих временам $t>4$ *мин*), в силу неправомерности подхода при не низких температурах, β-асимметрия не согласуется также. Эта часть кривой на рис. 2 изображена пунктиром.

Для начальной точки $T=0{,}007°$К, $f_1=0{,}78$, $\alpha=-0{,}18$. Некоторое увеличение значения f_1 связано с тем обстоятельством, что с уменьшением H поляризация убывает медленнее, чем выстроение. Вместе с уменьшением $|\alpha|$ это приводит согласно (13) к еще большему уменьшению $|A|$, т. е. к еще большему ухудшению согласия с утверждением Ву (15). Для $b=1/3$ C_A'/C_A равно 3,16 или 0,32. Для $C_A'=C_A$ должно быть $b=62\%$.

Если в соответствии с [1, 6] принять, что начальная точка рисунков 1 и 2 соответствует $T=0{,}01°$К, то наблюдаемая в этой точке γ-анизотропия получится (см. [8]) при $H\sim430$ эрстед. Согласно формулам (10), (11) и (12) это приведет к значению $f_1=0{,}72$. Для $b=1/3$ C_A'/C_A получится равным 2,66 или 0,38. Для $C_A'=C_A$ $b=56\%$.

Таким образом, вместо кажущегося согласия (15) получается значительное расхождение с $V-A$ теорией. Оно устраняется, когда вместо приведенного Ву значения 0,6 [1, 6] для средней скорости электронов v_e/c используется значение 0,48, полученное при учете возмущения кулоновским полем ядер. Наряду с этим, подставляя в согласии с Ву $b=35\%$, для C_A'/C_A и A будем иметь

при $H\sim$ 430 эрстед 0,56 или 1,80 и $-0{,}85$

при $H\gtrsim1000$ эрстед 0,63 или 1,59 и $-0{,}90$.

Резюмируя, можно сказать, что в нашем подходе, в отличие от подхода Ву [6]:

1) формулы (1) и (2) претендуют на удовлетворение со всеми экспериментальными точками, а не только с начальной точкой рисунков 1 и 2,

2) согласие с экспериментальными точками получается лучшее.

Для величины A (14) получается значение, близкое к предсказываемому $V-A$ вариантом лептонного тока слабого взаимодействия.

Ереванский физический институт Поступила 6.I.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *C. S. Wu, E. Ambler* et al., Phys. Rev., 105, 1413 (1957).
2. *R. L. Garwin, L. M. Ledermen, M. Weinrich*, Phys. Rev., 105, 1415 (1957).
3. *А. О. Вайсенберг*, Мю-мезон. М., 1964.
4. *В. А. Джрбашян*, ЖЭТФ, 36, 277 (1959).
5. *А. И. Алиханов*, Слабые взаимодействия, М., 1960.
6. Альфа-, бета- и гамма-спектроскопия, под ред. К. Зигбана, М., 1969.
7. *V. A. Djrbashian*, Nucl. Phys., A103, 177 (1967).
8. *В. А. Джрбашян*, Изв. АН АрмССР, Физика, 6, 439 (1971).
9. *K. Alder, B. Stech, A. Winther*, Phys. Rev., 107, 728 (1957).
10. *T. D. Lee, C. N. Yang*, Phys. Rev., 104, 254 (1956).
11. *R. Feynman, M. Gell-Mann*, Phys. Rev., 109, 193 (1958).
12. *Е. П. Шабалин*, ЯФ, 13, 411 (1971).
13. *В. А. Джрбашян*, Изв. АН АрмССР, Физика, 6, 433 (1971).
14. *A. Simon, M. F. Rose J, M. Jauch*, Phys. Rev., 84, 1155 (1951).
15. *V. A. Djrbashian*, Abstracts of contributions submitted to the XVth International Conference on High Energy Physics, Kiev, 419 (1970).
16. *M. T. Burgy* et al., Phys. Rev., 120, 1829 (1960).

ԲԵՏԱ-ԱՍԻՄԵՏՐԻԱՆ ԳՈՐՏԵՐ-ՌՈՈՒԶԻ ՄԵԹՈԴՈՎ ՄԻՋՈՒԿՆԵՐԸ ԲԵՎԵՌԱՑՆԵԼԻՍ

Վ. Հ. ՋՐԲԱՇՅԱՆ

Ստացված են գոյություն ունեցողներից ամենից ավելի ընդհանուր բանաձևեր f_1 *բևեռացման աստիճանի համար, որի միջոցով արտահայտվում է բետա—ասիմետրիան։*

Co^{60} *միջուկի մասնավոր դեպքի համար տեսությունը համեմատվում է Վուի և ուրիշների* [1] *էքսպերիմենտի հետ, որտեղ փաստորեն դիտվել է ասիմետրիայի կախումը ջերմաստիճանից։*

f_1*-ի համար բանաձևերը, որոնք հաստատուն գործակցի ճշտությամբ պատասխանատու են այդ կախումը նկարագրելու համար, համապատասխանում են էքսպերիմենտի արդյունքներին։*

BETA-ASYMMETRY IN THE CASE OF POLARIZATION OF NUCLEI BY GORTER-ROSE METHOD

V. A. DJRBASHIAN

The most general formulae of existing ones are obtained for the degree of polarization f_1 by which the beta-asymmetry is expressed.

The theory is compared with the Wu et al. [1] experiment, where the dependence of asymmetry on the temperature has been observed, in fact, for the particular case of Co^{60}.

The formulae for f_1 which are responsible to within the constant factor for the description of this dependence agree with the results of experiment.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 7, 173—177 (1972)

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУХ ВОЛН В РЕЗОНАНСНОЙ СРЕДЕ С УЧЕТОМ РЕЛАКСАЦИЙ

Н. В. ШАХНАЗАРОВА

Исследовано прохождение слабого немонохроматического излучения через резонансную среду в присутствии сильного монохроматического поля с учетом поперечной и продольной релаксаций. Рассмотрен случай малых релаксаций. Для времен релаксаций, сравнимых с характерными временами, численными методами получены кривые зависимости коэффициентов усиления от частоты при различных значениях параметра интенсивности для фталоцианина ванадия. Учет релаксаций приводит к появлению порога для усиления трехфотонной и атомной частот.

Процессы взаимодействия двух волн (сильной и слабой) в резонансных средах достаточно подробно изучены в случае, когда времена релаксации много больше всех характерных времен [1]. Данные экспериментов по изучению нелинейных явлений в парах щелочных металлов, где ширина резонансной линии достаточно мала, находятся в согласии с теорией (см., напр. [2, 3]).

Однако в жидкостях и твердых телах ширины линий могут быть соизмеримы с расстройкой и их учет в теоретических расчетах уже необходим. В настоящей работе учтены как поперечная, так и продольная релаксации.

Исходим из обычных квазиклассических уравнений, описывающих прохождение излучения через резонансную среду (см., напр. [4]),

$$
\begin{gathered}
-\frac{\partial A_1}{\partial x}+\frac{1}{c}\frac{\partial A_1}{\partial t}=\frac{2\pi i}{\omega}M\overline{e^{+ikx}\rho},\\
\frac{\partial A_2}{\partial x}+\frac{1}{c}\frac{\partial A_2}{\partial t}=\frac{2\pi i}{\omega}M\overline{e^{-ikx}\rho},\\
\frac{\partial\rho}{\partial t}+(i\varepsilon+1/\tau_1)\rho=-\frac{i\Delta}{\hbar c}\left[A_1e^{ikx}M^*+A_2e^{-ikx}M^*\right],\\
\frac{\partial\Delta}{\partial t}+\frac{\Delta+n_0}{\tau_2}=\frac{2i\rho^*M^*}{\hbar c}\left[A_1e^{ikx}+A_2e^{-ikx}\right]+k.c.,
\end{gathered}
\tag{1}
$$

где A_1 — векторный потенциал монохроматической волны, распространяющейся в отрицательном направлении оси x. A_2—векторный потенциал слабой волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси x. ρ, Δ, M и ε определяются как в [4], τ_1 и τ_2 — соответственно времена поперечной и продольной релаксации.

Ищем решение системы (1) следующим образом: пусть сначала в среде есть только сильная монохроматическая волна A_1; ищем стационарные решения системы, т. е. считаем $\frac{\partial\rho_1}{\partial t}=\frac{\partial\Delta_1}{\partial t}=0$, тогда

$$\rho_1 = -\frac{i\Delta_1 M^*}{\hbar c\,(i\varepsilon + 1/\tau_1)} A_1 e^{ikx}, \tag{2}$$

$$\Delta_1 = -\frac{\Delta_0}{1+\xi}. \tag{3}$$

Здесь Δ_0 — начальная плотность инверсной населенности, $\xi = \frac{\tau_2}{\tau_1} \times \frac{4|M|^2|A_1|^2}{\hbar^2 c^2 (\varepsilon^2 + 1/\tau_1^2)}$ — безразмерный параметр интенсивности, отличающийся от ξ, определенного в [1], множителем τ_2/τ_1.

Теперь пусть $A_2 \neq 0$ и $A_2 \ll A_1$. Решения системы (1) представим в виде

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 \quad \text{и} \quad \Delta = \Delta_1 + \Delta_2, \tag{4}$$

где ρ_1 и Δ_1 это решения системы (1) при $A_2 = 0$, а ρ_2 и Δ_2 — величины того же порядка малости, что и A_2. Подставляя (4) в (1) и учитывая (2) и (3), получим для ρ_2 и Δ_2 уравнения, которые после линеаризации относительно величин A_2, ρ_2 и Δ_2 принимают следующий вид:

$$\begin{gathered}
\frac{\partial\rho_2}{\partial t} + (i\varepsilon + 1/\tau_1)\,\rho_2 = -\frac{i\Delta_1 M^*}{\hbar c} A_2 e^{-ikx} - \frac{i\Delta_2 M^*}{\hbar c} A_1 e^{ikx}, \\
\frac{\partial\rho_2^*}{\partial t} + (-i\varepsilon + 1/\tau_1)\,\rho_2^* = \frac{i\Delta_1 M}{\hbar c} A_2^* e^{ikx} + \frac{i\Delta_2 M}{\hbar c} A_1^* e^{-ikx}, \\
\frac{\partial\Delta_2}{\partial t} + \frac{\Delta_2}{\tau_2} = \frac{2iM^*}{\hbar c}\left[\rho_1^* A_2 e^{-ikx} + \rho_2^* A_1 e^{ikx}\right] + k.c.
\end{gathered} \tag{5}$$

Исключая Δ_2 и ρ_2^* и усредняя по пространственному периоду волны, находим уравнение для ρ_2. Решение этого уравнения и уравнения для A_2 из системы (1) ищем в виде

$$\rho_2(t) = \rho_2(0)\, e^{i\lambda t}, \quad A_2(t) = A_2(0)\, e^{i\lambda t}, \tag{6}$$

где $\lambda = \omega' - \omega$ (ω' и ω соответственно частоты сильной и слабой волн). Подставляя (6) в уравнение для A_2, получаем

$$\frac{\partial A_2}{\partial x} + i\frac{\lambda}{c} A_2 = -p\,\frac{f_1(\lambda)}{f_2(\lambda)} A_2, \tag{7}$$

где

$$\begin{gathered}
f_1(\lambda) = \lambda^2 + i\lambda\left[(i\varepsilon + 1/\tau_1)(1+\xi/2) - 2/\tau_1 - 1/\tau_2\right] + 1/\tau_2\,(i\varepsilon + 1/\tau_1), \\
f_2(\lambda) = i\lambda^3 + \lambda^2(2/\tau_1 + 1/\tau_2) - i\lambda\left[2/\tau_1\tau_2 + (\varepsilon^2 + 1/\tau_1^2)\left(1 + \frac{\tau_1}{\tau_2}\xi\right)\right] - \\
- 1/\tau_2\,(\varepsilon^2 + 1/\tau_1^2)(1+\xi)
\end{gathered} \tag{8}$$

и

$$p = \frac{2\pi\Delta_0 |M|^2}{\hbar\omega c\,(1+\xi)}.$$

Коэффициент усиления

$$k = -2p \frac{\mathrm{Re}\,(f_1 \cdot f_2^*)}{|f_2|^2}. \tag{9}$$

Рассмотрим сначала случай малых релаксаций $1/\tau_1$, $1/\tau_2 \ll \varepsilon \sqrt{1 + \frac{\tau_1}{\tau_2}\xi}$. Пусть $\tau_1 = \tau_2 = \tau$ и $\tau \to \infty$, коэффициент усиления имеет δ-образные особенности на двух частотах

$$k = -\frac{\pi p}{(1+\xi)^{1/2}} [(\sqrt{1+\xi} - 1 - \xi/2)\,\delta(\lambda - \varepsilon\sqrt{1+\xi}) +$$
$$+ (\sqrt{1+\xi} + 1 + \xi/2)\,\delta(\lambda + \varepsilon\sqrt{1+\xi})]. \tag{10}$$

Как видно из (10), на трехфотонной частоте $\lambda_1 = \varepsilon\sqrt{1+\xi}$ имеется усиление, а на атомной $\lambda_2 = -\varepsilon\sqrt{1+\xi}$ — поглощение. То есть физическая картина та же, что и в [1], но отличается от k в [1] лишним множителем $\sqrt{1+\xi}$ в знаменателе, в результате чего $k \to 0$ при $\xi \gg 1$. Это отличие обусловлено тем, что для сильной волны решена чисто стационарная задача (см. формулы (2) и (3)).

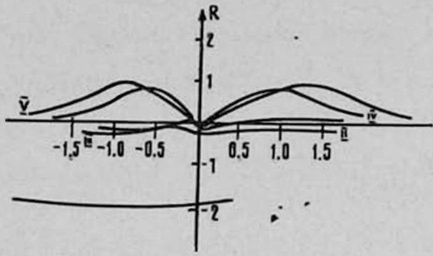
Пусть теперь выполняется условие $1/\tau_2 \ll 1/\tau_1 \ll \varepsilon$ (как, например, в парах щелочных металлов). Как и в первом случае, имеется поглощение на атомной и усиление на трехфотонной частотах. Если $\xi \sim 1$, то $\frac{\tau_1}{\tau_2}\xi \ll 1$ и

$$k = \frac{\pi p}{(1+\xi)} \frac{\tau_2}{\tau_1} [\xi\delta(\lambda - \varepsilon) - (4+\xi)\,\delta(\lambda + \varepsilon)]. \tag{11}$$

Если же $\frac{\tau_1}{\tau_2}\xi \sim 1$, то $\xi \gg 1$ и

$$k = \frac{\pi p \xi \left(1 + \frac{\tau_1}{2\tau_2}\xi\right)}{\sqrt{1 + \frac{\tau_1}{\tau_2}\xi}} \left[\delta\left(\lambda - \varepsilon\sqrt{1 + \frac{\tau_1}{\tau_2}\xi}\right) - \delta\left(\lambda + \varepsilon\sqrt{1 + \frac{\tau_1 \xi}{\tau_2}}\right)\right]. \tag{12}$$

Наконец, рассмотрим случай $1/\tau_1$, $1/\tau_2 \sim \varepsilon$. Наличие релаксаций приводит к появлению порога для усиления трехфотонной и атомной частот. На вычислительной машине получены кривые зависимости коэффициентов усиления от частоты при различных значениях параметра ξ для фталоцианина ванадия, у которого $\tau_1 = 0{,}8 \cdot 10^{-13}$ *сек* и $\tau_2 = 1.8 \times 10^{-10}$ *сек* [5], а $\varepsilon = 0{,}75 \cdot 10^{13}$ 1/*сек*. На рисунке представлены эти кривые. I соответствует случаю с $\xi = 0$. Имеется только поглощение на атомной частоте, II кривая — при $\xi = 1{,}5$, что соответствует энергии сильной волны $W = 0{,}04$ *дж*. III — при $\xi = 2$ и $W = 0{,}05$ *дж*, уже имеется усиление как трехфотонной, так и атомной частот. Последнее обусловлено тем, что длительность импульса много больше релаксации и атомы успевают спонтанно вернуться в основное состояние с излучением фотона. IV — при $\xi = 18$, т. е. $W = 0{,}5$, максимумы сильно раздвигаются. V кривая соответствует $\xi = 75$ и энергии падающего излучения в 1 *дж*.



Из рисунка видно, что с ростом ξ максимумы коэффициентов усиления раздвигаются, что может облегчить наблюдение этих максимумов на эксперименте.

В заключение приношу благодарность В. М. Арутюняну за внимание к работе и за полезные обсуждения.

Институт физических исследований
АН АрмССР

Поступила 6.XII.1971

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. М. Арутюнян, Е. Г. Канецян, В. О. Чалтыкян*, ЖЭТФ, 59, 195 (1970).
2. *В. М. Арутюнян, Н. Н. Бадалян, В. А. Ирадян, М. Е. Мовсесян*, ЖЭТФ 58, 40 (1970), ДАН АрмССР, 49, 28 (1969).
3. *Н. Н. Бадалян, В. А. Ирадян, М. Е. Мовсесян*, ЖЭТФ, письма, 8, 518 (1968).
4. *А. Л. Микаэлян, М. Л. Тер-Микаелян, Ю. Г. Турков*, Оптические генераторы на твердом теле, Изд. Сов. радио (1967).
5. *М. Л. Тер-Микаелян, Ю. С. Чилингарян* и др., Ученые записки ЕГУ, 104, 99 (1967).

ԵՐԿՈՒ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՓՈԽԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՌԵԶՈՆԱՆՍԱՅԻՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Ն. Վ. ՇԱՀՆԱԶԱՐՈՎԱ

Քննարկված է թույլ ոչ մոնոխրոմատիկ ճառագայթման անցումը ռեզոնանսային միջավայրով՝ ուժեղ մոնոխրոմատիկ դաշտի ներկայությամբ, երբ հաշվի է առնված լայնական և երկայնական ռելակսացիաները։ Դիտարկված է փոքր ռելակսացիաների դեպքը։ Մեծ ռելակսացիաների դեպքում թվային մեթոդներով ստացված են հաճախությունից կախված ուժեղացման գործակցի կորերը ինտենսիվության պարամետրի տարբեր արժեքների համար։ Վանադիումի ֆտալոցիանինի համար ռելակսացիաների հաշվառումը բերում է երկֆոտոնային և ատոմային հաճախությունների ուժեղացման չեմի առաջացմանը։

AN INTERACTION OF TWO WAVES IN THE RESONANT MEDIUM

N. V. SHAKHNASAROWA

The passing of weak nonmonochromatic radiation through a resonant medium in the presence of strong monochromatic field is discussed when the transverse and longitudinal relaxations are considered.

The case of short relaxation times is considered.

In the case of long relaxation times the frequency-dependent gain curves are obtained for vanadium phtalocianine by numerical methods at various values of intensity parameters.

The consideration of relaxations leads to the appearance of a threshold for the amplifications of three photon and atomic frequencies.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 7, 178—187 (1972)

ФУНКЦИЯ ГРИНА УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА В СЛОИСТЫХ СРЕДАХ

М. Р. МАГОМЕДОВ, М. М. МУРАДЯН

В работе методом функции Грина получены решения уравнений Максвелла в диспергирующих слоистых средах для произвольного распределения внешних источников поля. Отдельно рассмотрен наиболее важный для приложений частный случай — периодические слоистые среды с произвольной периодичностью. Все результаты представлены в виде, удобном для применений. В качестве примера рассмотрен перпендикулярный пролет равномерно движущейся заряженной частицы через слоистую среду и через периодическую слоистую структуру с произвольной периодичностью.

Задача о построении решений уравнений Максвелла в диспергирующих средах с плоской границей раздела для произвольного распределения источников поля впервые была рассмотрена в работах [1, 2]. Авторы, однако, ограничились рассмотрением случая, когда плотность тока нормальна к границе раздела сред. Позже в работе [3] эти решения были обобщены на случай произвольного движения заряженных частиц. Аналогичная задача для двух диспергирующих сред со сферической границей раздела была решена в работе [4]. Вычислению полей излучения произвольно движущейся заряженной частицы в слоистых средах с плоскими границами раздела посвящены работы [5, 6], где задача решается методом изображений. Сложными и растянутыми вычислениями автором были получены выражения для полей в волновой зоне. Громоздкость полученных выражений затрудняет их использование в конкретных случаях.

В настоящей работе методом функции Грина получены точные решения уравнений Максвелла в слоистых средах для произвольно движущихся заряженных частиц. Все результаты представлены в виде, удобном для применений.

1. Функция Грина для векторного волнового уравнения

Электромагнитные поля, создаваемые произвольным распределением внешних источников в среде с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega)$, определяются уравнениями

$$\Delta \mathbf{A} - \frac{\hat{\varepsilon}}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c}\mathbf{J}(\mathbf{r}, t),$$

$$\Delta \Phi - \frac{\hat{\varepsilon}}{c^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{\hat{\varepsilon}}\rho(\mathbf{r}, t), \qquad (1)$$

$$E = -\operatorname{grad}\Phi - \frac{1}{c}\frac{\partial A}{\partial t}, \quad H = \operatorname{rot} A,$$

где на потенциалы наложено условие Лоренца

$$\operatorname{div} A + \frac{\hat{\varepsilon}}{c}\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0, \tag{2}$$

позволяющее исключить из рассмотрения скалярный потенциал Ф. Поэтому в дальнейшем мы будем интересоваться только уравнением для вектор-потенциала А. Разлагая А в интеграл Фурье по времени, будем иметь

$$(\Delta + k^2)\, A(r, \omega) = -\frac{4\pi}{c} J(r, \omega), \tag{3}$$

где

$$A(r, \omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} A(r, t)\, e^{i\omega t}\, dt, \quad k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(\omega).$$

Запаздывающее решение уравнения (3), удовлетворяющее нулевым граничным условиям на бесконечности, как известно, записывается в виде

$$A_i(r, \omega) = \frac{1}{c}\int J_l(r', \omega)\, G_{il}(r|r'|k)\, dr', \tag{4}$$

где по i идет суммирование, а $G_{il}(r|r'|k)$ являются компонентами тензорной функции Грина, удовлетворяющими уравнению

$$(\Delta + k^2)\, G_{il} = -4\pi\delta_{il}\cdot\delta(r - r'). \tag{5}$$

Здесь δ_{il} есть символ Кронекера. Решение этого уравнения является симметричным тензором и удовлетворяет условию взаимности

$$G_{il}(r|r'|k) = G_{li}(r'|r|k). \tag{6}$$

В случае одной бесконечной изотропной среды тензор G кратен единичному и с учетом запаздывания его можно записать следующим образом:

$$G_{il}(r|r'|k) = \delta_{il}\frac{e^{ikR}}{R} = \frac{i}{2\pi}\delta_{il}\int e^{i\varkappa q + i\lambda|z - z'|}\frac{d\varkappa}{\lambda}, \tag{7}$$

где $R = |r - r'|$, $\varkappa$, q — компоненты k, $r - r'$ в плоскости xy, $\lambda = +\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(\omega) - \varkappa^2}$, $I_m\lambda > 0$. В случае слоистых сред с неоднородностью вдоль оси z функцию G будем искать в виде

$$G_{il}(r|r'|k) = \frac{i}{2\pi}\int e^{i\varkappa q}\, g_{il}(z, z')\, d\varkappa, \tag{8}$$

где тензор $g_{il}(z, z')$, как показано в работе [3], представляет собой матрицу

$$g(z, z') = \begin{vmatrix} g_\perp + (g_\parallel - g_\perp)\dfrac{k_x^2}{\varkappa^2} & (g_\parallel - g_\perp)\dfrac{k_x k_y}{\varkappa^2} & 0 \\ (g_\parallel - g_\perp)\dfrac{k_x k_y}{\varkappa^2} & g_\perp + (g_\parallel - g_\perp)\dfrac{k_y^2}{\varkappa^2} & 0 \\ 0 & 0 & g_\parallel \end{vmatrix} \tag{9}$$

Здесь $g_\perp$, $g_\parallel$ — некоторые функции от z и z', симметричные по этим переменным.

Подставляя (8) в (4), имеем

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega) = A_\perp(\mathbf{r}, \omega) + \mathbf{A}_\parallel(\mathbf{r}, \omega),$$

$$\mathbf{A}_\perp = \frac{i}{2\pi c}\int d\mathbf{r}' \int d\vec{\varkappa}\, e^{i\varkappa q} \frac{[\varkappa[\mathbf{J}_t(\mathbf{r}', \omega)\varkappa]]}{\varkappa^2} g_\perp(z, z'), \tag{10}$$

$$\mathbf{A}_\parallel = \frac{i}{2\pi c}\int d\mathbf{r} \int d\varkappa e^{i\xi q}\left(\mathbf{J}(\mathbf{r}', t) - \frac{[\varkappa[\mathbf{J}_t(\mathbf{r}', \omega)\varkappa]]}{\varkappa^2}\right) g_\parallel(z, z').$$

Здесь $\mathbf{J}_t(\mathbf{r}, \omega)$ — компонента $\mathbf{J}(\mathbf{r}, \omega)$ в плоскости xy. Таким образом, для определения тензора G_{il} в случае слоистых сред необходимо построить два скаляра $g_\perp$ и $g_\parallel$.

2. Построение функций $g_\perp(z, z')$ и $g_\parallel(z, z')$ в слоистых средах

Пусть имеется слоистая среда, состоящая из $N+2$ плоских слоев с различными диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_k(\omega)$ и толщинами a_k, где $k = 0, 1 \cdots N+1$ и $a_0 = a_{N+1} = \infty$. Направим ось z по нормали к границам раздела сред в направлении возрастания нумерации и поместим начало координат на первой границе. Координаты границ обозначим через b_k, причем, $a_k \equiv b_k - b_{k-1}$, $b_{-1} = -\infty$, $b_0 = 0$, $b_{N+1} = \infty$.

Для построения $g_\perp$ и $g_\parallel$ воспользуемся методом, изложенным в [3]. Пусть источник и наблюдатель находятся в m-ой полосе, т. е. $b_{m-1} < z', z < b_m$.

При этом функция Грина G должна иметь сингулярность типа $1/R$ при $\mathbf{r} \to \mathbf{r}'$. Из формулы (7) очевидно, что такое поведение G обеспечивается выражением

$$f_m(z') f_k(z) \frac{e^{i\lambda_k |z-z'|}}{\lambda_k} \delta_{mk}, \quad \lambda_k = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_k - \varkappa^2}, \tag{11}$$

для $g_\perp$ и $g_\parallel$. Здесь через $f_m(x)$ обозначена функция, которая равна единице в m-ом слое и нулю вне этого слоя, δ_{mk} — символ Кронекера.

Чтобы определить $g_\perp$ и $g_\parallel$ во всем пространстве и учесть граничные эффекты, добавим к (11) общее выражение

$$f_m(z')\, f_k(z)\left\{\frac{e^{-i\lambda_k z - i\lambda_m z'}}{\lambda_k} R_{mk} + \frac{e^{i\lambda_k z - i\lambda_m z'}}{\lambda_k} B_{mk} + \frac{e^{i\lambda_k z + i\lambda_m z'}}{\lambda_k} R^{+}_{mk} + \frac{e^{-i\lambda_k z + i\lambda_m z'}}{\lambda_k} B^{+}_{mk}\right\}, \qquad (12)$$

построенное из произведений экспонент $e^{\pm i\lambda_k z}$ и $e^{\pm i\lambda_m z'}$ со всевозможными знаками фаз. Очевидно, что при подстановке этого выражения в (8) мы получим выражение, не имеющее сингулярностей при $\mathbf{r} \to \mathbf{r}'$. Здесь R_{mk}, B_{mk}, R^{+}_{mk}, B^{+}_{mk} — неизвестные постоянные.

Для получения $g_{\perp}$ и $g_{\parallel}$ при всех z и z' (а не только при $b_{m-1} < z' < b_m$, $b_{k-1} < z < b_k$) необходимо просуммировать выражения (11) и (12) по всем m и k от 0 до $N+1$.

Окончательно имеем

$$g_{\perp}(z, z') = \sum_{m=0}^{N+1}\sum_{k=0}^{N+1} f_m(z')\, f_k(z)\left\{\frac{e^{i\lambda_k |z-z'|}}{\lambda_k}\delta_{mk} + \frac{e^{-i\lambda_k z - i\lambda_m z'}}{\lambda_k} R_{mk}(1) + \frac{e^{i\lambda_k z - i\lambda_m z'}}{\lambda_k} B_{mk}(1) + \frac{e^{i\lambda_k z + i\lambda_m z'}}{\lambda_k} R^{+}_{mk}(1) + \frac{e^{-i\lambda_k z + i\lambda_m z'}}{\lambda_k} B^{+}_{mk}(1)\right\}. \qquad (13)$$

Что касается $g_{\parallel}$, то для упрощения дальнейшего изложения напишем его в несколько ином виде

$$\begin{aligned} g_{\parallel}(z, z') = \sum_{m=0}^{N+1}\sum_{k=0}^{N+1} f_m(z')\, f_k(z) \Bigg\{ &\frac{e^{i\lambda_k |z-z'|}}{\lambda_k}\delta_{mk} + \\ &+ \frac{e^{-i\lambda_k z - i\lambda_m z'}}{\lambda_k}\, \frac{\varkappa^2 J_z(-\lambda_m) - \lambda_m \varkappa \mathbf{J}(-\lambda_m)}{\varkappa^2 J_z(-\lambda_m) + \lambda_k \varkappa \mathbf{J}(-\lambda_m)} R_{mk}(2) + \\ &+ \frac{e^{i\lambda_k z - i\lambda_m z'}}{\lambda_k}\, \frac{\varkappa^2 J_z(-\lambda_m) - \lambda_m \varkappa \mathbf{J}(-\lambda_m)}{\varkappa^2 J_z(-\lambda_m) - \lambda_k \varkappa \mathbf{J}(-\lambda_m)} B_{mk}(2) + \\ &+ \frac{e^{i\lambda_k z + i\lambda_m z'}}{\lambda_k}\, \frac{\varkappa^2 J_z(\lambda_m) + \lambda_m \varkappa \mathbf{J}(\lambda_m)}{\varkappa^2 J_z(\lambda_m) - \lambda_k \varkappa \mathbf{J}(\lambda_m)} R^{+}_{mk}(2) + \\ &+ \frac{e^{-i\lambda_k z + i\lambda_m z'}}{\lambda_k}\, \frac{\varkappa^2 J_z(\lambda_m) + \lambda_m \varkappa \mathbf{J}(\lambda_m)}{\varkappa^2 J_z(\lambda_m) + \lambda_k \varkappa \mathbf{J}(\lambda_m)} B^{+}_{mk}(2)\Bigg\}, \end{aligned} \qquad (14)$$

где

$$\mathbf{J}(\pm\lambda_m) = \int f_m(z')\, \mathbf{J}(\vec{r}', \omega)\, e^{-i\vec{\varkappa}\vec{\rho}' \pm i\lambda_m z'}\, d\vec{r}'. \qquad (15)$$

Неопределенные коэффициенты $R_{mk}(\alpha)$, $B_{mk}(\alpha)$, $R^{+}_{mk}(\alpha)$, $B^{+}_{mk}(\alpha)$, где $\alpha = 1, 2$, входящие в выражения (13) и (14), определяются из условия непрерывности тангенциальных составляющих полей $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ на границах раздела сред. Эти условия должны выполняться при любом фиксированном m одновременно на всех границах для пар $R_{mk}(\alpha)$, $B_{mk}(\alpha)$ и $R^{+}_{mk}(\alpha)$, $B^{+}_{mk}(\alpha)$ в отдельности, поскольку они входят в (13) и (14) как коэффициенты при независимых функциях $e^{-i\lambda_m z'}$ и $e^{i\lambda_m z'}$. Из условия присутствия на бесконечности только расходящихся волн (принцип излучения) получаем граничные значения этих коэффициентов

$$R_{m\,N+1}(\alpha) = B_{m0}(\alpha) = R^{+}_{m0}(\alpha) = B^{+}_{m\,N+1} = 0. \tag{16}$$

Подставляя выражения (13) и (14) в (10) и приравнивая граничные значения тангенциальных составляющих полей E и H слева от границы b_k их значениям справа, можно получить уравнения, которые, совместно с условиями (16), полностью определяют все неизвестные коэффициенты. Для определения $R_{mk}(\alpha)$ и $B_{mk}(\alpha)$ имеем уравнения

$$p_{k+1,\,k}(\alpha)\,A_{k+1}(\alpha) = S^{k}(\alpha)\,A_k(\alpha) + C_k(\alpha)\,\delta_{mk}, \tag{17}$$

где

$$A_k(\alpha) = \begin{pmatrix} e^{-i\lambda_k b_k} R_{mk}(\alpha) \\ e^{i\lambda_k b_k} B_{mk}(\alpha) \end{pmatrix}, \quad S^{k} = \begin{pmatrix} e^{-i\varphi_{k+1}} & r_{k+1,\,k}(\alpha)\, e^{-i\varphi_{k+1}} \\ r_{k+1,\,k}(\alpha)\, e^{i\varphi_{k+1}} & e^{i\varphi_{k+1}} \end{pmatrix},$$

$$r_{k+1,\,k}(1) = \frac{\lambda_{k+1} - \lambda_k}{\lambda_{k+1} + \lambda_k}, \quad r_{k+1,\,k}(2) = \frac{\varepsilon_k \lambda_{k+1} - \varepsilon_{k+1}\lambda_k}{\varepsilon_k \lambda_{k+1} + \varepsilon_{k+1}\lambda_k},$$

$$p_{k+1,\,k}(1) = \frac{2\lambda_k}{\lambda_{k+1} + \lambda_k}, \quad p_{k+1,\,k}(2) = \frac{2\varepsilon_k \lambda_k}{\varepsilon_k \lambda_{k+1} + \varepsilon_{k+1}\lambda_k}, \tag{18}$$

$$C_k(\alpha) = \begin{pmatrix} r_{k+1,\,k}(\alpha)\, e^{-i\varphi_{k+1}} \\ e^{i\varphi_{k+1}} \end{pmatrix} e^{i\lambda_k b_k}, \quad \varphi_k = \lambda_k a_k,$$

$$k = 0,\ 1, \cdots N, \quad m \text{ — фиксированное число.}$$

Решение двучленных матричных рекуррентных соотношений (17) можно представить в виде

$$\left.\begin{aligned} R_{mk}(\alpha) &= -\frac{S^{N+1,\,m}_{-1,\,1}(\alpha)\, S^{k,\,0}_{-1,\,-1}(\alpha)}{S^{N+1,\,0}_{-1,\,-1}(\alpha)} \prod_{j=k}^{m-1} p_{j+1,\,j}(\alpha)\, e^{i\lambda_m b_m + i\lambda_k b_k} \\ B_{mk}(\alpha) &= -\frac{S^{N+1,\,m}_{-1,\,1}(\alpha)\, S^{k,\,0}_{1,\,-1}(\alpha)}{S^{N+1,\,0}_{-1,\,-1}(\alpha)} \prod_{j=k}^{m-1} p_{j+1,\,j}(\alpha)\, e^{i\lambda_m b_m - i\lambda_k b_k} \end{aligned}\right\} k \leqslant m, \tag{19}$$

$$\left.\begin{aligned} R_{mk}(\alpha) &= -\frac{S^{N+1,\,k}_{-1,\,-1}(\alpha)\, S^{m,\,0}_{-1,\,-1}(\alpha)}{S^{N+1,\,0}_{-1,\,-1}(\alpha)} \prod_{j=m}^{k-1} p_{j,\,j+1}(\alpha)\, e^{i\lambda_m b_m + i\lambda_k b_k} \\ B_{mk}(\alpha) &= \frac{S^{N+1,\,k}_{-1,\,-1}(\alpha)\, S^{m,\,0}_{-1,\,-1}(\alpha)}{S^{N+1,\,0}_{-1,\,-1}(\alpha)} \prod_{j=m}^{k-1} p_{j,\,j+1}(\alpha)\, e^{i\lambda_m b_m - i\lambda_k b_k} \end{aligned}\right\} k \geqslant m+1,$$

где

$$S^{k,\,m}(\alpha) = S^{k-1}(\alpha)\, S^{k-2}(\alpha) \cdots S^{m}(\alpha), \quad S^{m+1,\,m}(\alpha) = S^{m}(\alpha)$$

и по определению $S^{m,\,m}(\alpha) = I$, I — единичная матрица,

$$\prod_{j=l}^{m} x_j = 1 \text{ при } m < l, \quad S = \begin{pmatrix} S_{-1,-1} & S_{-1,1} \\ S_{1,-1} & S_{1,1} \end{pmatrix}.$$

Аналогичным образом для $R^+_{mk}(\alpha)$ и $B^+_{mk}(\alpha)$ получаем выражения

$$\left.\begin{aligned} R^+_{mk}(\alpha) &= \frac{S^{N+1,\,m}_{-1,\,-1}(\alpha)\, S^{k,\,0}_{-1,\,1}(\alpha)}{S^{N+1,\,0}_{-1,\,-1}(\alpha)} \prod_{j=k}^{m-1} p_{j+1,\,j}(\alpha)\, e^{-i\lambda_m b_m - i\lambda_k b_k} \\ B^+_{mk}(\alpha) &= \frac{S^{N+1,\,m}_{-1,\,-1}(\alpha)\, S^{k,\,0}_{-1,\,-1}(\alpha)}{S^{N+1,\,0}_{-1,\,-1}(\alpha)} \prod_{j=k}^{m-1} p_{j+1,\,j}(\alpha)\, e^{-i\lambda_m b_m + i\lambda_k b_k} \end{aligned}\right\} k \leqslant m-1,$$

$$(20)$$

$$\left.\begin{aligned} R^+_{mk}(\alpha) &= \frac{S^{N+1,\,k}_{-1,\,-1}(\alpha)\, S^{m,\,0}_{1,\,-1}(\alpha)}{S^{N+1,\,0}_{-1,\,-1}(\alpha)} \prod_{j=m}^{k-1} p_{j,\,j+1}(\alpha)\, e^{-i\lambda_m b_m - i\lambda_k b_k} \\ B^+_{mk}(\alpha) &= -\frac{S^{N+1,\,k}_{-1,\,1}(\alpha)\, S^{m,\,0}_{1,\,-1}(\alpha)}{S^{N+1,\,0}_{-1,\,-1}(\alpha)} \prod_{j=m}^{k-1} p_{j,\,j+1}(\alpha)\, e^{-i\lambda_m b_m + i\lambda_k b_k} \end{aligned}\right\} k \geqslant m.$$

Как легко видеть из формул (19) и (20), между всеми коэффициентами существуют соотношения

$$R_{mk}(1) = \frac{\lambda_k}{\lambda_m} R_{km}(1), \quad R^+_{mk}(1) = \frac{\lambda_k}{\lambda_m} R^+_{km}(1),$$

$$B_{mk}(1) = \frac{\lambda_k}{\lambda_m} B^+_{km}(1), \quad B_{mk}(2) = \frac{\varepsilon_k \lambda_k}{\varepsilon_m \lambda_m} B^+_{km}(2), \tag{21}$$

$$R_{mk}(2) = \frac{\varepsilon_k \lambda_k}{\varepsilon_m \lambda_m} R_{km}(2), \quad R^+_{mk}(2) = \frac{\varepsilon_k \lambda_k}{\varepsilon_m \lambda_m} R^+_{km}(2),$$

которые являются непосредственным следствием симметричности функций (13) и (14) относительно переменных z и z' и могли быть написаны заранее исходя из этого факта.

Перейдем теперь к вычислению элементов матрицы

$$S^{k,\,m}(\alpha) = S^{k-1}(\alpha)\, S^{k-2}(\alpha) \cdots S^{m}(\alpha)$$

при $k \geqslant m$. Из определения (18) матрицы $S^k(\alpha)$ легко видеть, что ее элементы могут быть представлены в виде

$$S^{j}_{l_{j+1},\, l_j}(\alpha) = e^{il_{j+1}\varphi_{j+1}} [(1 - r_{j+1,\,j}(\alpha))\, \delta_{l_j,\, l_{j+1}} + r_{j+1,\,j}(\alpha)],$$

где $l_{j+1}, l_j = \pm 1$.

Поэтому для элементов $S^{k,\,m}(\alpha)$ имеем результат

$$S^{k,\,m}_{l_k,\, l_m}(\alpha) = \sum_{(l)=-1}^{1} \prod_{j=m}^{k-1} e^{il_{j+1}\varphi_{j+1}} [(1 - r_{j+1,\,j}(\alpha))\, \delta_{l_j l_{j+1}} + r_{j+1,\,j}(\alpha)], \tag{22}$$

где (l) означает совокупность всех повторяющихся индексов l_i, $i \neq k, m$. Чтобы завершить рассмотрение общих вопросов, приведем здесь полезные для применений представления функции $f_k(z)$, входящей в (13) и (14),

$$f_k(z) = \vartheta(z-b_{k-1})\,\vartheta(b_k - z) = \vartheta(z-b_{k-1}) - \vartheta(z-b_k) =$$

$$= \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i(z-b_{k-1})\tau} - e^{i(z-b_k)\tau}}{\tau - i\delta}\, d\tau,$$

где $\vartheta(x)$ равна единице при $x>0$ и нулю при $x<0$, а δ стремится к нулю, оставаясь положительной. Полученные в этом резделе результаты полностью решают задачу о построении функции Грина в слоистых средах.

Рассмотрим теперь отдельно наиболее важный для приложений частный случай — периодические слоистые среды.

Пусть имеется периодическая слоистая среда, состоящая из q пластин, расположенных на одинаковых расстояниях друг от друга, причем, каждая пластина состоит из $p-1$ слоев с различными ε_j и a_j, где $j = 1, 2, \cdots, p-1$. Обозначим расстояние между пластинами через a_p и пусть $\varepsilon_{kp} = \varepsilon_0$, $k = 0, 1, 2, \cdots, q$. При этом $N+1 = pq$.

Поскольку при таком выборе структуры слоистой среды имеют место соотношения

$$\varepsilon_k = \varepsilon_{k-\left[\frac{k}{p}\right]p}, \quad S^k(\alpha) = S^{k-\left[\frac{k}{p}\right]p}(\alpha),$$

где $k = 0, 1, \cdot\cdot, N+1$, а $\left[\dfrac{k}{p}\right]$ означает целую часть числа $\dfrac{k}{p}$, то для матрицы $S^{k,m}$ получаем выражение

$$S^{k,m}(\alpha) = S^{k-\left[\frac{k}{p}\right]p,\,0}(\alpha)\,(S^{p,0}(\alpha))^n\, S^{p,\,m-\left[\frac{m-1}{p}\right]p}(\alpha),$$

$$n = \left[\frac{k}{p}\right] - \left[\frac{m-1}{p}\right] - 1. \tag{23}$$

Используя теорему об n-ой степени унимодулярной матрицы (см., напр. [7], стр. 92) имеем

$$S^{k,m}(\alpha) = \Delta^n(\alpha)\, S^{k-\left[\frac{k}{p}\right]p,\,0}(\alpha)\left(\frac{S^{p,0}(\alpha)}{\Delta(\alpha)}\,U_{n-1}(x) - U_{n-2}(x)\right)\times$$

$$\times S^{p,\,m-\left[\frac{m-1}{p}\right]p}(\alpha). \tag{24}$$

Здесь $U_n(x)$ означает полином Чебышева второго рода,

$$x = \frac{1}{2\Delta(\alpha)}\left(S^{p,0}_{-1,-1}(\alpha) + S^{p,0}_{1,1}(\alpha)\right),\quad \Delta(\alpha) = \prod_{j=0}^{p-1} p_{j,\,j+1}(\alpha).$$

В заключение в качестве примера найдем поля, создаваемые заряженной частицей, движущейся с постоянной скоростью v через N-слойную пластину по нормали к границам раздела. Поставляя в

(10) $J_z(r, t) = ev\delta(x)\delta(y)\delta(z - vt)$, $J_t(r, t) = 0$ и произведя элементарные преобразования, для вектор-потенциала в k-ом слое получим

$$\mathbf{A}_{\parallel k}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{A}_k^{\circ}(\mathbf{r}, \omega) + \mathbf{A}_k'(\mathbf{r}, \omega) + \mathbf{A}_k''(\mathbf{r}, \omega),$$

$$\mathbf{A}_{\perp}(\mathbf{r}, \omega) = 0,$$

где

$$\mathbf{A}^{\circ}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{e}{2\pi^2 c}\int \frac{e^{i\varkappa\rho + i\frac{\omega}{v}z}}{\Lambda_k}\, d\varkappa,$$

$$\mathbf{A}_k'(\mathbf{r}, \omega) = \frac{e}{4\pi^2 c}\frac{\omega}{v}\int \frac{e^{i\varkappa\rho + i\lambda_k(z-b_k)}}{\lambda_k S_{-1,\,-1}^{N+1,\,0}(2)}\left(S_{1,\,-1}^{k,\,0}(2)\,A_k^N - S_{-1,\,-1}^{N+1,\,k}(2)\,D_0^{k-1}\right) d\vec{\varkappa},$$

$$\mathbf{A}_k''(\mathbf{r}, \omega) = \frac{e}{4\pi^2 c}\frac{\omega}{v}\int \frac{e^{i\vec{\varkappa}\vec{\rho} - i\lambda_k(z-b_k)}}{\lambda_k S_{-1,\,-1}^{N+1,\,0}(2)}\left(S_{-1,\,-1}^{k,\,0}(2)\,A_k^N + S_{-1,\,1}^{N+1,\,k}(2)\,D_0^{k-1}\right) d\vec{\varkappa}, \tag{25}$$

$$D_0^{k-1} = \sum_{m=0}^{k-1}\lambda_m \prod_{j=m}^{k-1} p_{j,\,j+1}(2)\, e^{i\frac{\omega}{v}b_m}\left(S_{-1,\,-1}^{m,\,0}(2)\,\gamma_{m,\,m+1}^{-} + S_{1,\,-1}^{m,\,0}(2)\,\gamma_{m,\,m+1}^{+}\right),$$

$$A_k^N = \sum_{m=k}^{N}\lambda_{m+1}\prod_{j=k}^{m} p_{j+1,\,j}(2)\, e^{i\frac{\omega}{v}b_m}\left(S_{-1,\,-1}^{N+1,\,m+1}(2)\,\gamma_{m+1,m}^{+}\, e^{-i\varphi_{m+1}} - \right.$$

$$\left. - S_{-1,\,1}^{N+1,\,m+1}(2)\,\gamma_{m+1,\,m}^{-}\, e^{i\varphi_{m+1}}\right),$$

$$\gamma_{k,\,m}^{\pm} = \frac{-\dfrac{1}{\lambda_k} \pm \dfrac{v}{\omega}}{\Lambda_k} + \frac{\dfrac{\varepsilon_k}{\lambda_k\varepsilon_m} \mp \dfrac{v}{\omega}}{\Lambda_m}, \quad \Lambda_k = \frac{\omega^2}{v^2} - \lambda_k^2.$$

Эти выражения с точностью до обозначений совпадают с соответствующими формулами, полученными в работе [8].

В случае периодических сред, подставляя в (25) значения матричных элементов из формулы (24), получим для A' и A'' в слоях с $\varepsilon_{lq} = \varepsilon_0$, $l = 0, 1, \cdots q$ выражения

$$A_{\parallel l}'(\mathbf{r}, \omega) = \frac{e}{4\pi^2 c}\frac{\omega}{v}\int d\vec{\varkappa}\,\frac{e^{i\vec{\varkappa}\vec{\rho} + i\lambda_0(z - lb_p)}}{\lambda_0 M_q S_{-1,\,-1}^{p,\,0}(2)} \times$$

$$\times\left\{\frac{S_{1,\,-1}^{p,\,0}(2)\,A_0^{p-1}}{\Delta(2)}\left[M_{q-l}\sum_{m=0}^{l-1} U_{m-1}(x)\, e^{i\frac{\omega}{v}mb_p} + \right.\right.$$

$$\left. + U_{l-1}(x)\sum_{m=l}^{q-1} M_{q-m}\, e^{i\frac{\omega}{v}mb_p}\right] - D_0^{p-1}\left[M_{q-l}\sum_{m=0}^{l-1} M_{m+1}\, e^{i\frac{\omega}{v}mb_p} - \right.$$

$$\left.\left. - \frac{S_{-1\,1}^{p,\,0}(2)\,S_{1,\,-1}^{p,\,0}(2)}{\Delta^2(2)}\,U_{l-1}(x)\sum_{m=l+1}^{q-1} U_{q-1-m}(x)\, e^{i\frac{\omega}{v}(m-1)b_p}\right]\right\}, \tag{26}$$

$$A^{*}_{\parallel l}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{e}{4\pi^2 c}\frac{\omega}{v}\int d\varkappa \frac{e^{i\varkappa\rho - i\lambda_0(z - lb_p)}}{\lambda_0 M_q S^{p,\,0}_{-1,\,-1}(2)}\left\{\frac{S^{p,\,0}_{-1,\,1}(2)\,D_0^{p-1}}{\Delta(2)}\times\right.$$

$$\times\left[U_{q-1-l}(x)\sum_{m=0}^{l-1} M_{m+1}\, e^{i\frac{\omega}{v} mb_p} + M_l \sum_{m=l+1}^{q-1} U_{q-1-m}(x)\, e^{i\frac{\omega}{v}(m-1)b_p}\right] +$$

$$+ A_0^{p-1}\left[M_l \sum_{m=l}^{q-1} M_{q-m}\, e^{i\frac{\omega}{v} mb_p} - \frac{S^{p,\,0}_{-1,\,1}(2)\, S^{p,\,0}_{1,\,-1}(2)}{\Delta^2(2)}\times\right.$$

$$\left.\left.\times\, U_{q-l-1}(x)\sum_{m=1}^{l-1} U_{m-1}(x)\, e^{i\frac{\omega}{v} mb_p}\right]\right\},$$

где

$$M_k = \frac{S^{p,\,0}_{-1,\,-1}(2)}{\Delta(2)}\, U_{k-1}(x) - U_{k-2}(x),$$

$$b_p = \sum_{j=1}^{p} a_j.$$

При $p = 2$, $\varepsilon_0 = 1$ выражения (26) с точностью до обозначений совпадают с результатами работы [9].

Авторы выражают глубокую признательность Г. М. Гарибяну за полезные советы и обсуждения, а также С. С. Элбакяну за дискуссии.

Ереванский физический институт Поступила 5.II.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. М. Гарибян, М. Р. Магомедов*, ДАН АрмССР, 36, 77 (1963).
2. *М. Р. Магомедов*, ДАН АрмССР, 36, 157 (1963).
3. *М. Р. Магомедов*, Изв. АН АрмССР, Физика, 2, 170 (1967).
4. *М. Р. Магомедов*, Изв. АН АрмССР, Физика, 4, 271 (1969).
5. *В. Е. Пафомов*, Препринт ФИАН, № 31, 1966.
6. *В. Е. Пафомов*, Изв. вузов, Радиофизика, 10, 240 (1967).
7. *М. Борн, Э. Вольф*, Основы оптики, Изд. Наука, 1970.
8. *Г. М. Гарибян, М. М. Мурадян*, Изв. АН АрмССР, Физика, 3, 104 (1968).
9. *В. А. Аракелян, Г. М. Гарибян*, Изв. АН АрмССР, Физика, 4, 339 (1969).

ՇԵՐՏԱՎՈՐ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ ՄԱՔՍՎԵԼԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԳՐԻՆԻ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆ

Մ. Ռ. ՄԱԳՈՄԵԴՈՎ, Մ. Մ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ

Աշխատանքում Գրինի ֆունկցիաների մեթոդով ստացված է Մաքսվելի հավասարումների լուծումը դիսպերսվող շերտավոր միջավայրերում դաշտերի արտաքին աղբյուրների կամավոր բաշխման դեպքում։

CREEN FUNCTION FOR THE MAXWELL EQUATIONS IN A LAMINATED MEDIA

M. R. MAGOMEDOV, M. M. MURADIAN

The solution of Maxwell equations in a laminated media for arbitrarily distributed external sources is obtained by Green function method. The case of periodical laminated media is considered in detail as the most important for applications. All the results are represented in a form convenient for application. As an example we calculated fields, produced in the normal passage of a uniformly moving charged particle through the laminated media as well as the periodical laminated media of an arbitrary periodicity.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 7, 188—199 (1972)

ИЗЛУЧЕНИЕ РАВНОМЕРНО ДВИЖУЩЕЙСЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В КРИСТАЛЛЕ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ТОЛЩИНЫ

Г. М. ГАРИБЯН, М. М. МУРАДЯН, ЯН ШИ

Получено решение основного интегрального уравнения микроскопической теории, определяющего поле излучения, образуемого равномерно движущейся заряженной частицей в кристалле произвольной толщины. Показано, что в модели точечных и неподвижных атомов решение в центральном пятне излучения формально совпадает с решением, следующим из макроскопической теории, кроме частот, удовлетворяющих условию Брэгга. Вблизи этих частот имеет место резкое отклонение интенсивностей излучений как вперед так и назад от формул макроскопической теории, не учитывающей кристаллической структуры вещества. Эти отклонения в основном сводятся к появлению весьма узких и высоких максимумов, аналогичных тем, которые появляются вблизи частот Брэгга в динамической теории рассеяния свободных рентгеновских лучей. Полученное решение учитывает также поглощение излучения в самом кристалле.

1. Введение

В работе [1] было получено основное интегральное уравнение для поля излучения, образуемого равномерно движущейся заряженной частицей в кристаллической пластине. Затем методом итераций было найдено и исследовано его решение, когда пластина является достаточно тонкой. В настоящей работе мы найдем решение этого уравнения для кристалла произвольной толщины.

Когда кристаллическая пластинка имеет бесконечные размеры в направлениях, перпендикулярных движению частицы, и конечный размер в продольном направлении, упомянутое интегральное уравнение для поперечной составляющей Фурье-компоненты рассеянного поля (уравнение (16) из [1] в случае, когда главным процессом является томсоновское рассеяние) имеет вид

$$E^{l}_{\text{рас}}(\vec{\varkappa}, k_z) = \frac{-\omega_0^2 z_0}{2\pi c^2 (k_z^2 - \lambda_0^2)} \sum_h \int\limits_{-\infty}^{+\infty} T_h \sum e^{i(k_z' - k_z) z_n} \times$$

$$\times (\delta^{lj} - k^l k^j c^2/\omega^2) [E^{j}_{\text{рас.}}(\vec{\varkappa}_h, k_z') + E^{j}_{\text{зар}}(\vec{\varkappa}_h, k_z')] dk_z', \tag{1}$$

где

$$\vec{\varkappa}_h = \vec{\varkappa} + \vec{\chi}_h, \quad T_h = \exp[-M(\sqrt{\chi_h^2 + (k_z' - k_z)^2})] f(\sqrt{\chi_h^2 + (k_z' - k_z)^2})/Z$$

и, кроме того, для краткости опущен аргумент ω в Фурье-компонентах полей, тогда как все остальные обозначения совпадают с соответствующими обозначениями работы [1].

В дальнейшем мы будем интересоваться центральным пятном „лауэграммы" кристалла, т. е. полагаем $\varkappa \ll \chi_1$.

Прежде всего заметим, что вклады от слагаемых $E^j_{\text{зар}}(\varkappa_h, k'_z)$ с $\chi_h \neq 0$ в формуле (1) малы по сравнению со вкладом от слагаемого $h=0$, т. е. $\chi_h = 0$. Действительно, поскольку $\chi_h \sim 2\pi|h|/a$, где a порядка постоянной решетки, а для центрального пятна излучения $\varkappa \sim \omega(1-\beta^2)^{1/2}/c$, т. е. при $h \neq 0$ величина $\chi_h \gg \varkappa$ и $|\vec{\varkappa} + \vec{\chi}_h|^2 \gg \omega^2/v^2 - \omega^2/c^2$, то из-за своего большого знаменателя $(\vec{\varkappa} + \vec{\chi}_h)^2 + \frac{\omega^2}{v^2} - \frac{\omega^2}{c^2}$ слагаемые $E^j_{\text{зар}}(\vec{\varkappa}_h, k'_z)$ с $h \neq 0$ будут малы. Кроме того, эти слагаемые будут экспоненциально убывать с ростом $|h|$ из-за наличия фактора T_h.

Несколько сложнее обстоит дело с учетом слагаемых, содержащих $E_{\text{рас}}(\varkappa_h, k'_z)$ с $\chi_h \neq 0$ в уравнении (1). Вообще говоря, мы должны были бы помимо уравнения (1) еще написать интегральные уравнения для величин $E_{\text{рас}}(\varkappa_h, k'_z)$, аналогичные уравнению (1), и совместно решить полученную систему уравнений. Однако следует заметить, что вдали от частот, удовлетворяющих условию диффракции Брэгга с $\chi_h \neq 0$, вклады от $E_{\text{рас}}(\varkappa_h, k_z)$ будут незначительны [2]. Поэтому если ограничиться решением одного интегрального уравнения (1) с $h=0$, то оно даст правильный ответ везде, кроме указанных брэгговских частот. Что же касается брэгговских отражений почти точно назад, соответствующих $\chi_h = 0$ и $\omega = k\pi c/z_0$ (k — целое число, z_0 — расстояние между атомными плоскостями), то они будут правильно описаны таким уравнением, поскольку интеграл по k'_z охватывает и волновые векторы отраженных волн.

Далее, поскольку мы интересуемся центральным пятном излучения, то можно с хорошей точностью пренебречь членом $k^l k^j c^2/\omega^2$ в уравнении (1), учитывающим непоперечность поля. Если к тому же ограничить наше рассмотрение моделью кристалла, состоящего из точечных и неподвижных атомов ($T_h = 1$), то с учетом всего вышесказанного уравнение (1) запишется в виде

$$E^l_{\text{рас}}(\vec{\varkappa}, k_z) = -\frac{\omega_0^2 z_0}{2\pi c^2 (k_z^2 - \lambda_0^2)} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \sum_n e^{i(k'_z - k_z) z_n} [E^l_{\text{рас}}(\vec{\varkappa}, k'_z) + E^l_{\text{зар}}(\vec{\varkappa}, k'_z)]\, dk'_z. \tag{2}$$

Таким образом, задача свелась к решению неоднородного интегрального уравнения Фредгольма второго рода.

2. Решение интегрального уравнения

В дальнейшем нам будет удобно пользоваться полным полем $E(\varkappa, k_z) = E_{\text{рас}}(\varkappa, k_z) + E_{\text{зар}}(\varkappa, k_z)$, для которого уравнение (2) примет вид

$$E(\vec{\varkappa}, k_z) = -\frac{\omega_0^2 z_0}{c^2 (k_z^2 - \lambda_0^2)} \sum_{n=1}^{N} E_n e^{-ik_z z_n} + E_{\text{зар}}(\varkappa, k_z), \tag{3}$$

где

$$E_n = (2\pi)^{-1} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} E(\vec{\varkappa},\ k_z)\, e^{ik_z z_n}\, dk_z, \tag{4}$$

$z_n = (n-1)\, z_0$, N — число атомных плоскостей в кристаллической пластине. В последних формулах мы опустили векторный индекс l у Фурье-компонент полей.

Умножив обе части уравнения (3) на $(2\pi)^{-1}$ exp $(ik_z z_m)$ и проинтегрировав по k_z, получим для поперечных компонент

$$E_m + \sum_{n=1}^{N} L_{mn} E_n = a_m, \tag{5}$$

где

$$a_m = (2\pi)^{-1} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} E_{\text{зар}}(\varkappa,\ k_z)\, e^{ik_z z_m} dk_z = g e^{i\omega z_m/v}, \tag{6}$$

$$L_{mn} = \frac{\alpha\lambda_0}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ik_z (z_m - z_n)}}{k_z^2 - \lambda_0^2}\, dk_z = \frac{\alpha i}{2}\, e^{i\lambda_0 |z_m - z_n|},$$

$$g = -\frac{4\pi e i\varkappa}{\left(\frac{\omega^2}{v^2} - \lambda_0^2\right) v}, \quad \alpha = \frac{\omega_0^2 z_0}{\lambda_0 c^2}. \tag{7}$$

Несобственный интеграл в формуле (7) мы вычислили, сместив полюс $k_z = \lambda_0$ в верхнюю полуплоскость комплексных значений k_z, а полюс $k_z = -\lambda_0$ в нижнюю полуплоскость (для $\omega > 0$). Такое смещение полюсов соответствует введению небольшого затухания в величину λ_0.

Таким образом, благодаря вырожденности ядра интегрального уравнения (2), оно свелось к системе линейных неоднородных алгебраических уравнений (5) относительно величин E_n. Найдя эти величины, с помощью уравнения (3) можно определить $E(\varkappa,\ k_z)$.

Для решения системы уравнений (5) введем новые величины A_m и B_m, являющиеся линейными комбинациями искомых величин E_n,

$$A_m = \sum_{n=1}^{m} E_n \exp\left[-i\lambda_0 (z_m - z_n)\right],\ B_m = \sum_{n=1}^{m} E_n \exp\left[i\lambda_0 (z_m - z_n)\right]. \tag{8}$$

Подставим в уравнения (5) значения L_{mn} из (7) и разобьем сумму по n на две: от $n = 1$ до $m - 1$ и от m до N. Дополним вторую сумму до полной суммы, начинающейся с $n = 1$, и вычтем добавленную часть. Принимая во внимание величины, определенные формулами (8), получим

$$E_m = b_m + \frac{i\alpha}{2} A_{m-1}\, e^{-i\lambda_0 z_0} - \frac{i\alpha}{2} B_{m-1}\, e^{i\lambda_0 z_0}, \tag{9}$$

где

$$b_m = a_m - \frac{i\alpha}{2} A_N e^{-i\lambda_0(z_m - z_N)}. \tag{10}$$

Имея в виду определение (8) величин A_m и B_m, выразим их через A_{m-1}, B_{m-1} и E_m. Воспользовавшись далее формулой (9), можно получить рекуррентные соотношения для A_m и B_m, которые удобно записать в матричном виде

$$C_m = S \cdot C_{m-1} + D_m, \tag{11}$$

где

$$C_m = \begin{pmatrix} A_m \\ B_m \end{pmatrix}, \; D_m = \begin{pmatrix} b_m \\ b_m \end{pmatrix},$$

$$S = \begin{pmatrix} \left(1+\frac{i\alpha}{2}\right) e^{-i\lambda_0 z_0}, & -\frac{i\alpha}{2} e^{i\lambda_0 z_0} \\ \frac{i\alpha}{2} e^{-i\lambda_0 z_0}, & \left(1-\frac{i\alpha}{2}\right) e^{i\lambda_0 z_0} \end{pmatrix}. \tag{12}$$

Заметим, что $\operatorname{Det} S = 1$.

Последовательно применим рекуррентное соотношение (11) для $m = 2, 3 \cdots k$ и в результате получим [3]

$$C_k = \sum_{n=1}^{k} S^{k-n} \cdot D_n. \tag{13}$$

При написании формулы (13) было принято во внимание, что в силу формул (8) и (10) $C_1 = D_1$.

Воспользовавшись теоремой о степени унимодулярной матрицы [4], имеем

$$S^k = \begin{pmatrix} \left(1+\frac{i\alpha}{2}\right) e^{-i\lambda_0 z_0} U_{k-1} - U_{k-2}, & -\frac{i\alpha}{2} e^{i\lambda_0 z_0} U_{k-1} \\ \frac{i\alpha}{2} e^{-i\lambda_0 z_0} U_{k-1}, & \left(1-\frac{i\alpha}{2}\right) e^{i\lambda_0 z_0} U_{k-1} - U_{k-2} \end{pmatrix}, \tag{14}$$

где $U_k = U_k(x)$ — полиномы Чебышева второго рода, $x = \cos \lambda_0 z_0 + (\alpha/2) \sin \lambda_0 z_0$,

Полагая в формуле (13) $k = N$ и воспользовавшись (14), получим два линейных неоднородных алгебраических уравнения относительно A_N и B_N:

$$\begin{gathered} \left[1 + \frac{i\alpha}{2} P_1\right] A_N = g P_2, \\ \frac{i\alpha}{2} P_3 A_N + B_N = g P_4, \end{gathered} \tag{15}$$

где

$$P_1 = e^{i\lambda_0 z_N} \sum_{k=1}^{N} (U_{N-k} - e^{i\lambda_0 z_0} U_{N-k-1}) e^{-i\lambda_0 z_k},$$

$$P_2 = \sum_{k=1}^{N} (U_{N-k} - e^{i\lambda_0 z_0} U_{N-k-1}) e^{i\frac{\omega}{v} z_k}, \tag{16}$$

а величины P_3 и P_4 получаются соответственно из P_1 и P_2 заменой $\exp(i\lambda_0 z_0)$ на $\exp(-i\lambda_0 z_0)$.

Из уравнений (15) сразу получаем явные выражения для величин A_N и B_N:

$$\begin{gathered} A_N = gP_2 \Big/ \left(1 + \frac{i\alpha}{2} P_1\right), \\ B_N = g\left[P_4 + \frac{i\alpha}{2}(P_1P_4 - P_2P_3)\right] \Big/ \left(1 + \frac{i\alpha}{2} P_1\right). \end{gathered} \tag{17}$$

Зная A_N, нетрудно с помощью формулы (13) найти A_m и B_m для произвольного m. Подставляя A_m и B_m в (9) и затем в (3), мы можем получить решение исходного интегрального уравнения (2).

3. Поля излучения

В конечном счете нас интересуют не Фурье-компоненты полей, а сами поля излучения

$$E_{\text{рас}}(\vec{r}, t) = (2\pi)^{-3} \int_{-\infty}^{+\infty} E_{\text{рас}}(z) \exp[i(\vec{\varkappa}\vec{\rho} - \omega t)]\, d\vec{\varkappa}\, d\omega, \tag{18}$$

где

$$E_{\text{рас}}(z) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} E_{\text{рас}}(\vec{\varkappa}, k_z) \exp(ik_z z)\, dk_z. \tag{19}$$

Умножив формулу (2) на $(2\pi)^{-1}\exp(ik_z \cdot z)$ и проинтегрировав по k_z, получаем для поперечной компоненты поля

$$E_{\text{рас}}(z) = -\frac{\alpha i}{2} \sum_{n=1}^{N} \exp[i\lambda_0 |z - z_n|] \cdot E_n. \tag{20}$$

В частности, для поля за пластиной $(z > z_N)$ имеем

$$E_{\text{рас}}(z) = -\frac{\alpha i}{2} \exp(i\lambda_0 z) \cdot B_N \exp(-i\lambda_0 z_N), \tag{21}$$

а для поля до пластины $(z < z_1)$

$$E_{\text{рас}}(z) = -\frac{\alpha i}{2} \exp(-i\lambda_0 z)\, A_N \exp(i\lambda_0 z_N). \tag{22}$$

Рассмотрим теперь подробнее поля излучения за кристаллической пластиной в направлении движения частицы.

Прежде всего заметим, что в случае выполнения условия

$$\lambda_0 z_0 = k\pi \qquad (k \text{ — целое число}) \tag{23}$$

ход решения значительно упрощается. Действительно, в этом случае формула (7) примет вид

$$L_{mn}=\frac{\alpha i}{2}\exp\left[i\,(m-n)\,k\pi\right]. \tag{24}$$

Тогда уравнения (5) запишутся в виде

$$E_m+\frac{\alpha i}{2}\,e^{-i\,(N-m)\,k\pi}\,B_N=a_m, \tag{25}$$

где $B_N=\sum\limits_{n=1}^{N}E_n\exp\left[i\,(N-n)\,k\pi\right]$. Умножив обе части равенства (25) на $\exp\left[i\,(N-m)\,k\pi\right]$ и просуммировав по m от 1 до N, получим

$$B_N=\sum_{m=1}^{N}a_m\exp\left[i\,(N-m)\,k\pi\right]/(1+i\alpha N/2). \tag{26}$$

С учетом формул (6) и (21) имеем в рассматриваемом случае

$$E_{\text{рас}}(z)=-\frac{\alpha i}{2}\,g e^{i\lambda_0 z+i\,(N-1)\,b/2}\cdot\frac{\sin N\dfrac{b}{2}}{\sin\dfrac{b}{2}}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{i\alpha N}{2}}, \tag{27}$$

где $b=\left(\dfrac{\omega}{v}-\lambda_0\right)z_0$.

Условие (23) можно записать в виде $n\pi c/\omega=z_0\cos\vartheta$ (где ϑ — угол между направлением излучения и осью z). Если ввести обычно используемый угол рассеяния $2\theta=\pi-2\vartheta$, то видно, что это условие есть не что иное, как условие Брэгга для отражения рассеянных волн назад.

В общем случае для явного вычисления величины B_N по формуле (17) необходимо найти соответствующие суммы (16). Для этого воспользуемся известным представлением для полиномов Чебышева второго рода [5]

$$U_n(x)=\frac{\sin\left[(n+1)\arccos x\right]}{(1-x^2)^{1/2}}. \tag{28}$$

Поскольку $x=\cos\lambda_0 z_0+(\alpha\sin\lambda_0 z_0)/2$, а $|\alpha|\ll 1$, то функцию $\arccos x$ можно разложить в ряд по степеням α и ограничиться наинизшими членами, если

$$|\alpha\cdot\operatorname{ctg}\lambda_0 z_0|\ll 1. \tag{29}$$

В противном случае мы должны воспользоваться для функции $\arccos x$ другим приближенным выражением. Нетрудно видеть, что это происходит тогда, когда мы находимся вблизи частот Брэгга, удовлетворяющих условию (23).

Рассмотрим сначала случай, когда выполняется условие (29), т. е. вдали от частот Брэгга. В этом случае имеем

$$U_n(x) \approx \frac{\sin\left[(n+1)(\lambda_0 z_0 - \alpha/2)\right]}{\sin \lambda_0 z_0}. \tag{30}$$

При написании последней формулы мы считали, что

$$N\alpha^2 \ll 1. \tag{31}$$

Нетрудно видеть, что в интересующей нас области рентгеновских частот, это условие хорошо выполняется вплоть до кристаллов толщиной в 1 метр.

Вычислим суммы (16) с учетом формулы (30) и подставим их в (17). Затем с помощью формулы (21) найдем, что

$$E_{\text{рас}}(z) = -\frac{\alpha i}{2} g e^{i\lambda_0 z + iN(b-\alpha/2)/2} \frac{\sin\left[\frac{N}{2}\left(b + \frac{\alpha}{2}\right)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}\left(b + \frac{\alpha}{2}\right)\right]}. \tag{32}$$

Подставив (32) в (18), можно получить выражение для полной излученной энергии, которое, однако, не будет учитывать поглощения излучения в самом кристалле. Из формул (7)—(9) работы [1] (при написании этих формул была предположена вещественность соответствующих волновых функций невозмущенной системы; см. например [2], стр. 108) следует, что учет поглощения рентгеновского излучения эффективно сводится к тому, что величина ω_0^2 должна быть заменена комплексной величиной $\omega_0^2 - 2ic\omega\mu$, где μ — коэффициент поглощения вещества по амплитуде поля в $см^{-1}$. С учетом этого обстоятельства получаем следующее выражение для числа квантов

$$N_{\text{кв}} = \frac{4}{137\pi} \times$$

$$\times \int \frac{\left[\omega_0^4 + (2c\omega\mu)^2\right] e^{-\mu l} \left\{\operatorname{ch} l\mu - \cos\left[l\omega\left(1-\beta^2+\vartheta^2+\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right)/2c\right]\right\} \vartheta^3 \, d\vartheta \, d\omega}{\omega^5 (1-\beta^2+\vartheta^2)^2 \left[(1-\beta^2+\vartheta^2+\omega_0^2/\omega^2)^2 + (2c\mu/\omega)^2\right]}. \tag{33}$$

В этой формуле везде вместо $\omega_0^2/\cos\vartheta$ мы написали просто ω_0^2. Такая замена вполне оправдана, ибо угол $\vartheta \sim (1-\beta^2)^{1/2} \ll 1$, а там, где величина $\omega_0^2/\cos\vartheta$ находится в аргументе косинуса, можно воспользоваться этим приближением, если $l\omega_0^2(1-\beta^2)/8\omega c \ll 1$, что обычно выполняется в практически интересных случаях.

Сразу отметим, что полученная формула (33) для числа квантов в центральном пятне в точности совпадает с соответствующей формулой для переходного излучения на одной пластине, полученной в рамках макроскопической теории [6, 7]. Если $l\omega_0^2/2\omega c \ll 1$ (при этом обязательно $l\mu \ll 1$, так как в рассматриваемой области частот $2\omega c\mu/\omega_0^2 < 1$ [8]), то формула (33), как нетрудно видеть, с точностью до членов высших порядков малости совпадает с формулой (30) из [1], полученной методом итераций для тонких кристаллических пластин.

Теперь рассмотрим частоты, находящиеся вблизи частот Брэгга (23). Для этого положим

$$\lambda_0 z_0 = k\pi - \delta, \tag{34}$$

где $|\delta| \ll 1$. Тогда имеем

$$x = (-1)^k \left(\cos \delta - \frac{\alpha}{2} \sin \delta\right), \tag{35}$$

откуда получаем

$$U_n(x) = (-1)^{nk} \frac{\sin (n+1) y}{y}, \tag{36}$$

где

$$y = \sqrt{\alpha \delta + \delta^3}. \tag{37}$$

При получении формулы (36) мы ввели функцию $\cos y = \cos \delta - (\alpha/2) \sin \delta$ и разложили обе части равенства в ряд по степеням y и δ. Полученное уравнение решалось методом итераций относительно y и были оставлены главные члены, поскольку y, δ, α по модулю много меньше единицы. Оценивая отброшенные члены, мы приходим к выводу, что формула (36) имеет место при выполнении условия

$$\left|\frac{N\alpha^2\delta^2}{\sqrt{\alpha\delta + \delta^2}}\right| \ll 1.$$

Указанное условие слабее условия (31) как в случае $|\alpha| \ll |\delta| \ll 1$, так и в случае $|\delta| \ll |\alpha|$. В случае же $\delta = -\alpha'$ (где было положено $\alpha = \alpha' + i\alpha''$) это условие снова является более слабым чем (31), если учесть, что $|\alpha''/\alpha'| \sim 10^{-3}$ в интересующей нас области частот.

Для однозначного определения введенной выше величины $y = y' + iy''$ условимся считать $y'' < 0$. Тогда простой анализ показывает, что поскольку δ — величина действительная, а $\alpha'' < 0$, то $y'\delta \geqslant 0$.

Заметим сразу, что при $|\delta| \gg |\alpha|$ имеем $y = \delta + \alpha/2$. Учитывая формулу (34), нетрудно убедится, что в этом случае формулы (36) и (30) совпадают. Следовательно, число испущенных квантов выражается той же формулой (33), которая имела место вдали от частот Брэгга.

Используя формулу (36), можно явно вычислить суммы (16). Получим

$$P_{1,3} = \frac{e^{-i(N-1)\delta}}{2iy} \left\{ \frac{y \pm \delta}{y - \delta} e^{iNy} \left(1 - e^{-iN(y-\delta)}\right) - \frac{y \mp \delta}{y + \delta} e^{-iNy} \left(1 - e^{iN(y+\delta)}\right) \right\},$$

$$P_{2,4} = \frac{(-1)^{n(N-1)}}{-2iy} \left\{ \frac{(y \pm \delta) e^{iNy} \left(1 - e^{iN(b-y-\delta)}\right)}{b - y - \delta} + \right.$$

$$\left. + \frac{(y \mp \delta) e^{-iNy} \left(1 - e^{iN(b+y-\delta)}\right)}{b + y - \delta} \right\}. \tag{38}$$

При $\delta \to 0$ получаем

$$P_1 = P_3 = N,$$

$$P_2 = P_4 = i(-1)^{k(N-1)} (1 - e^{iNb})/b.$$

Тогда с помощью формул (17) и (21) легко получить выражение (27).

Из формул (38) видно, что при некотором конечном значении δ действительная часть одного из знаменателей выражений $P_{2,4}$ обращается в нуль и при этом поле излучения достигает максимума. Это происходит при выполнении равенства

$$b - y' - \delta = 0 \tag{39}$$

или, если учесть определение величины y, при

$$\delta = \delta_0 \equiv \frac{b^2}{2b + \alpha'} . \tag{40}$$

Кстати заметим, что уравнение $b + y' - \delta = 0$ не имеет решения.

Вблизи значения δ_0 сохраним в выражениях для $P_{2,4}$ только слагаемое со знаменателем $b - y - \delta$. Затем подставляя (38) в (17) и (21), получаем для излучения, испускаемого вперед по движению заряда,

$$E_{\text{рас}}(z) = \frac{\alpha^2 g \delta_0^2}{b} e^{i\lambda_0 z + iN\delta_0} \times$$

$$\times \frac{1 - e^{-iN[(\delta - \delta_0) + iy_0'']}}{[(\delta - \delta_0) + iy_0''][- b^2 e^{iN(b - \delta_0 + iy_0'')} + (b - 2\delta_0)^2 e^{-iN(b - \delta_0 + iy_0'')}]} , \tag{41}$$

где y_0'' — значение y'' при $\delta = \delta_0$. Пользуясь формулами (40) и (37), получаем, что

$$y_0'' = - \frac{\alpha'' b}{2(\alpha' + b)} . \tag{42}$$

Формула (41) дает острый максимум модуля величины $E_{\text{рас}}(z)$ при $\delta = \delta_0$ с шириной $\sim y_0''$. Значение $E_{\text{рас}}(z)$ в самом максимуме существенно зависит от величины $|Ny_0''|$. В случае $|Ny_0''| \ll 1$ имеем

$$E_{\text{рас}}(z) \Big|_{\delta = \delta_0} = \frac{- iNg\alpha^2 \delta_0^2 e^{i\lambda_0 z + iN\delta_0}}{b[b^2 e^{iN(b - \delta_0)} - (b - 2\delta_0)^2 e^{-iN(b - \delta_0)}]} . \tag{43}$$

Если же $|Ny_0''| \gg 1$, то значение $E_{\text{рас}}(z)$ согласно формуле (41) экспоненциально мало. Однако это связано с тем, что при выводе формулы (41) мы отбросили в $P_{2,4}$ слагаемые со знаменателем $b + y - \delta$, которые при $|Ny_0''| \gg 1$ вносят главный вклад в $E_{\text{рас}}(z)$. Учитывая это обстоятельство и сохраняя указанные слагаемые, при $|Ny_0''| \gg 1$ из формул (38), (17) и (21) получаем

$$E_{\text{рас}}(z) = - \alpha g \delta \frac{e^{i\lambda_0 z + iNb}}{(y + \delta)(b + y - \delta)} . \tag{44}$$

Рассмотрим теперь излучение, испускаемое назад, т. е. противоположно направлению движения заряда. Обычно для ультрарелятивистских частиц излучение, испускаемое назад, мало [9]. В самом деле, вдали от частот Брэгга при помощи формулы (30) нетрудно получить, что $|P_2| \ll |P_4|$ и $|F_1| \ll |P_3|$. Отсюда и из (17) видно, что $|A_N| \ll |B_N|$, т. е. излучение назад много меньше излучения вперед.

Однако совершенно иначе обстоит дело вблизи частот Брэгга. Подставляя формулы (38) в (17) и (22), получаем для поля излучения назад

$$E_{\text{рас}}(z) = \frac{ag\delta e^{-i\lambda_0 z + iNy}(y+\delta)(1-e^{iN(b-y-\delta)})}{(b-y-\delta)[(y+\delta)^2 e^{iNy} - (y-\delta)^2 e^{-iNy}]}. \tag{45}$$

Из формулы (45) видно, что модуль величины $E_{\text{рас}}(z)$ имеет острый максимум при том же значении $\delta = \delta_0$, что и определяемом формулой (40). Ширина максимума имеет порядок $y_0^{"}$, как и в случае излучения вперед. Что касается значения $E_{\text{рас}}(z)$ в максимуме, то при $|Ny_0^{"}| \ll 1$

$$E_{\text{рас}}(z)\Big|_{\delta=\delta_0} = \frac{-iNga\delta_0 b\, e^{-i\lambda_0 z + iN(b-\delta_0)}}{b^2 e^{iN(b-\delta_0)} - (b-2\delta_0)^2 e^{-iN(b-\delta_0)}}, \tag{46}$$

а при $|Ny_0^{"}| \gg 1$

$$E_{\text{рас}}(z)\Big|_{\delta=\delta_0} = \frac{iga b\, e^{-i\lambda_0 z}}{y_0^{"}(2b+a)}. \tag{47}$$

Любопытно заметить, что острые максимумы в излучениях как вперед, так и назад, возникают не точно при „кинематической" частоте Брэгга, определяемой условием $\lambda_0 z_0 = k\pi$ (k — целое число), а при частоте, смещенной от нее в меньшую сторону на величину $\Delta\omega = \delta_0 k\pi c/z_0$, где δ_0 определяется формулой (40). Такая ситуация типична для динамической теории рассеяния рентгеновского излучения (см. напр. [10]). Частоту, определяемую условием $\lambda_0 z_0 = k\pi - \delta_0$, так же, как и в теории диффракции свободного рентгеновского излучения, естественно назвать „динамической" частотой Брэгга. Однако следует заметить, что динамическая частота Брэгга для излучения, возникающего при прохождении ультрарелятивистской заряженной частицы через кристалл, зависит также от энергии частицы.

Величина поля излучения при динамической частоте Брэгга как вперед, так и назад, для не очень толстого кристалла ($Ny_0^{"} < 1$), как видно из формул (43) и (46), имеет одинаковый знаменатель $b^2 \exp[iN(b-\delta_0)] - (b-2\delta_0)^2 \exp[-iN\cdot(b-\delta_0)]$, модуль которого имеет вид

$$[b^4 + (b-2\delta_0)^4 - 2b^2(b-2\delta_0)^2 \cos 2N(b-\delta_0)]^{1/2},$$

т. е. периодически зависит от числа N или толщины кристаллической пластины $l = Nz_0$. Период этой зависимости равен $\pi/(b-\delta_0)$ или $\pi(2b+a')/b(b+a')$.

Что касается ширины максимума при динамической частоте Брэгга, то как было указано выше, относительная ширина имеет порядок y_0'', а абсолютная ширина в частотном спектре имеет порядок $y_0''k\pi c/z_0$, т. е. весьма мала. Однако это относится к спектру при данном угле излучения ϑ. Если же рассматривать частотный спектр, проинтегрированный по всем углам ϑ в центральном пятне (от нуля до величины ϑ_{max} порядка $(1-\beta^2)^{1/2}$), то ширина максимума в таком интегральном частотном спектре уже определяется величиной, большей из двух: $y_0''k\pi c/z_0$ и $(1-\beta^2)\,k\pi c/z_0$. Это следует из того, что сама динамическая частота Брэгга (между прочим, как и кинематическая), при которой имеет место максимум, зависит от угла ϑ и имеет относительный разброс порядка ϑ^2_{max}.

Следует еще раз указать, что все результаты, полученные выше, относятся к модели кристалла, состоящего из точечных и неподвижных атомов. В модели кристалла, состоящего из реальных атомов, имеющих конечные размеры, основные качественные черты сохраняются, но количественные соотношения могут быть несколько иными.

В заключение отметим, что метод интегрального уравнения (1), примененный в настоящей работе, если можно найти в явном виде его решение, имеет то преимущество, что не требует выделения „сильных волн" и сшивки полей на границах. С другой стороны, рассеяние свободного рентгеновского излучения в кристаллах описывается динамической теорией (см. напр. [2, 10]), использующей сшивку полей на границах и приближение двух сильных волн. К решению задачи, рассматриваемой в данной статье, можно подойти, используя и это приближение.

Авторы выражают свою признательность А. Ц. Аматуни и М. Р. Магомедову за обсуждения в процессе выполнения работы, Ю. М. Кагану и А. М. Афанасьеву за весьма полезные советы и за ознакомление с результатами своих расчетов до их опубликования.

Ереванский физический институт

Поступила 24.II.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *Г. М. Гарибян, Ян Ши*, ЖЭТФ, 61, 930 (1971).
2. *Р. Джеймс*, Оптические принципы дифракции рентгеновских лучей, М., 1950.
3. *М. Р. Магомедов, М. М. Мурадян*, Изв. АН АрмССР, Физика, 7, 178 (1972).
4. *F. Abeles*, Ann. de Physique, 5, 596, 706 (1950); см. также *М. Борн, Э. Вольф*, Основы оптики, М., 1970 (стр. 92).
5. *Д. С. Кузнецов*, Специальные функции, М., 1965, стр. 209.
6. *В. Е. Пафомов*, ЖЭТФ, 33, 1074 (1957); *Г. М. Гарибян, Г. А. Чаликян*, ЖЭТФ, 35, 1282 (1958).
7. *Г. М. Гарибян*, Изв. АН АрмССР, Физика, 6, 3 (1971).
8. *О. И. Лейпунский, Б. В. Новожилов, В. Н. Сахаров*, Распространение гамма-квантов в веществе, М., 1960.
9. *Г. М. Гарибян*, Труды международной конференции по аппаратуре в физике высоких энергий, Дубна, том 2, стр. 509.

10 *W. H. Zachariasen*, Theory of X-Ray Diffraction in Crystals, New York (1967).

ՀԱՎԱՍԱՐԱՉԱՓ ՇԱՐԺՎՈՂ ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԻ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԸ ԿԱՄԱՎՈՐ ՀԱՍՏՈՒԹՅԱՆ ԲՅՈՒՐԵՂՈՒՄ

Գ. Մ. ՂԱՐԻԲՅԱՆ, Մ. Մ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ, ՅԱՆ ՇԻ

Ստացված է միկրոսկոպիկ տեսության հիմնական ինտեգրալ հավասարման լուծումը, որը որոշում է կամավոր հաստության բյուրեղում հավասարաչափ շարժվող լիցքավորված մասնիկի ճառագայթման դաշտը։ Ցույց է տրված, որ կետային անշարժ ատոմների մոդելի դեպքում լուծումը ճառագայթման կենտրոնական բծում համընկնում է մակրոսկոպիկ տեսությունից հետևող լուծման հետ, բացի այն հաճախությունների, որոնք բավարարում են Բրեգգի պայմանին։ Այդ հաճախությունների շրջակայքում ինտենսիվության բանաձևերը առաջ և հետ ճառագայթման համար խիստ տարբերվում են բյուրեղային կառուցվածքը հաշվի չառնող մակրոսկոպիկ տեսության բանաձևերից։ Տարբերությունը կայանում է նրանում, որ Բրեգգի հաճախությունների շըրջակայքում առաջանում են բարձր և նեղ մաքսիմումներ, ինչպիսիք կան ազատ ռենտգենյան ճառագայթների ցրման դինամիկ տեսության մեջ։ Ստացված լուծման մեջ հաշվի է առնված ճառագայթման կլանումը բյուրեղում։

THE RADIATION OF UNIFORMLY MOVING CHARGED PARTICLE IN A CRYSTAL OF ARBITRARY THICKNESS

G. M. GARIBIAN, M. M. MURADIAN, C. YANG

The solution of the fundamental integral equation of microscopic theory defining a radiation field generated by charge particle at its uniform motion through a crystal of arbitrary thickness is obtained. The solution in the model of fixed point-atoms is shown to formally coincide in a central spot of the radiation with that resulting from the macroscopic theory excepting the frequencics obeying Bragg condition. In the vicinity of these frequencies very narrow and high maxima appear, analogous to those that appear near by the Bragg frequencies in the dynamical theory of a scattering of free X-rays. The solution obtained takes also account of the radiation absorption in a crystal.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 7, 200—205 (1972)

О ВОЗБУЖДЕНИИ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА ДВИЖУЩИМСЯ ИСТОЧНИКОМ

К. А. БАРСУКОВ, В. Н. КАДАНЦЕВ

Рассматривается возбуждение черенковских магнитогидродинамических волн в цилиндрическом волноводе произвольного сечения, заполненном магнитогидродинамической средой, движущимся сгустком заряженных частиц, обладающим массой, электрическим и магнитным дипольным моментом.

Получены выражения для малых возмущений параметров среды и для компонент электромагнитного поля, возбуждаемого в волноводе. Определены полные потери энергии на излучение источников при их движении внутри волновода.

Черенковская генерация магнитогидродинамических волн движущимися источниками в неограниченных, хорошо проводящих средах, помещенных в магнитное поле, рассматривалось в ряде работ [1, 2, 3]. Однако в связи с развитием экспериментальной и технической магнитогидродинамики возникает необходимость исследования соответствующих вопросов для ограниченных сред.

Ниже рассматривается вопрос о возбуждении черенковских магнитогидродинамических волн в цилиндрическом волноводе произвольного сечения, заполненном магнитогидродинамической средой, движущимся сгустком заряженных частиц, обладающим электрическим и магнитным дипольными моментами и источником массы.

Пусть цилиндрический волновод произвольного сечения с осью параллельной оси z заполнен сжимаемой невязкой идеально проводящей жидкостью, и параллельно оси волновода наложено постоянное внешнее магнитное поле. Вдоль оси волновода движется точечный источник, обладающий зарядом g_0, магнитным и электрическим моментами m_0 и p_0, массой Q_0.

Система линейных уравнений магнитной гидродинамики, описывающая малые возмущения в сжимаемой невязкой идеально проводящей среде в отсутствии гравитационных сил [4] при наличии сторонних силовых источников в уравнении движения и источников массы Q, имеет вид

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \operatorname{grad} p = \frac{1}{4\pi} \operatorname{rot} \vec{h} \times \vec{H}_0 - \frac{1}{c} \vec{j} \times \vec{H}_0,$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} \vec{v} = Q, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{h}}{\partial t} = \operatorname{rot} (\vec{v} \times \vec{H}_0),$$

$$\mathrm{gra}p\mathrm{d} = c_T^2 \operatorname{grad} \rho,$$

где ρ_0 и $\vec{H}_0$ — невозмущенные значения плотности и магнитного поля в среде, p, ρ, $\vec{v}$, $\vec{h}$ — малые отклонения от равновесных значений давления, плотности, скорости и магнитного поля, c_T — гидродинамическая скорость звука, $\vec{j}$ и Q — плотность стороннего электрического тока и распределения инжектируемой массы соответтственно. Из системы уравнений (1) получим уравнение для вектора скорости

$$\frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2} = c_T^2 \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{v} + c_A^2 (\operatorname{rot} \operatorname{rot} (\vec{v} \times \vec{e}_z) \times \vec{e}_z) -$$

$$- \frac{1}{\rho_0 c} \left(\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} \times \vec{H}_0 \right) - \frac{c_T^2}{\rho_0} \operatorname{grad} Q, \tag{2}$$

где $\vec{c}_A = \frac{\vec{H}_0}{\sqrt{4\pi\rho_0}}$ — скорость волны Альфвена, $\vec{e}_z$ — единичный вектор оси z. Ток $\vec{j}$ движущегося сгустка зарядов запишем в виде

$$\vec{j} = g\vec{v}_0 + c \operatorname{rot} \vec{M} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}, \tag{3}$$

где v_0 — скорость источника.

Полагая, что все величины зависят от времени как $e^{-i\omega t}$, получим следующие выражения для Фурье-компонент плотностей заряда g, магнитного и электрического моментов M и P:

$$g_\omega = \frac{g_0}{2\pi v_0} e^{i \frac{\omega}{v_0} z} \delta(x - x_0) \delta(y - y_0),$$

$$\vec{M}_\omega = \frac{\vec{m}_0}{2\pi v_0} e^{i \frac{\omega}{v_0} z} \delta(x - x_0) \delta(y - y_0), \tag{4}$$

$$\vec{P}_\omega = \frac{\vec{P}}{2\pi v_0} e^{i \frac{\omega}{v_0} z} \delta(x - x_0) \delta(y - y_0),$$

и аналогично для Q_ω:

$$Q_\omega = \frac{Q_0}{2\pi v_0} e^{i \frac{\omega}{v_0} z} \delta(x - x_0) \delta(y - y_0). \tag{5}$$

Очевидно, что искомые величины p, ρ, $\vec{v}$, $\vec{h}$ и т. д. зависят от z также как и источники (4) и (5) посредством множителя $\exp\left\{i \frac{\omega}{v_0} z\right\}$.

Введем потенциал, как это было сделано в [5]:

$$u = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = \nabla_\perp \vec{v}_\perp. \tag{6}$$

Из уравнения (2), с учетом (4)—(5), после некоторых преобразований получим следующее уравнение для u_ω:

$$\Delta_\perp u_\omega + \left(\frac{\omega}{v_0}\right)^2 \mu^2 u_\omega = f_\omega, \tag{7}$$

где

$$\mu^2 = \frac{(1 - M_A^2)(1 - M_T^2)}{(M_A^2 + M_T^2 - 1)}, \tag{8}$$

$$f_\omega = \frac{M_A^2}{v_0^2 (M_A^2 + M_T^2 - 1)} \left\{ (M_T^2 - 1)\nabla_\perp \vec{F}_\omega - \frac{i v_0}{\omega} \Delta_\perp F_{z\omega} \right\}, \tag{9}$$

$$\vec{F}_\omega = -\frac{i\omega}{c\rho_0}\left(\vec{j} \times \vec{H}_0\right) + \frac{c_T^2}{\rho_0} \operatorname{grad} Q_\omega, \tag{10}$$

и, кроме того, введены обозначения

$$\Delta_\perp = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \quad \nabla_\perp = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y},$$

$$M_A = \frac{v_0}{v_A} = \frac{v_0}{c_A}, \quad M_T = \frac{v_0}{v_T} = \frac{v_0}{c_T}.$$

v_A и v_T — фазовые скорости альфвеновской волны, распространяющейся параллельно полю, и звуковой волны (при $\vec{H}_0 = 0$) соответственно. В отсутствии вязких и джоулевых потерь $v_A = c_A$ и $v_T = c_T$. Если же проводимость среды конечна или появляется вязкость, то в результате диссипативных процессов колебания затухают. В этом случае к первому и третьему уравнениям (1) добавляются диссипативные члены [4], приводящие к дисперсии фазовых скоростей v_A и v_T, которые теперь становятся комплексными величинами, мнимые части которых определяют фазовые сдвиги скоростей v_A и v_T по отношению к возмущениям магнитного поля $\vec{h}$ и плотности ρ.

На границе волновода нормальные составляющие скорости среды равны нулю. Это условие для u имеет следующий вид:

$$\left.\frac{\partial u}{\partial \vec{\nu}}\right|_\Sigma = \left.\frac{\partial u_\omega}{\partial \vec{\nu}}\right|_\Sigma = 0, \tag{11}$$

где Σ — граница волновода и $\vec{\nu}$ — ее нормаль.

Соотношения (7) и (8) определяют хорошо известную вторую краевую задачу для уравнения Гельмгольца [6]. Пусть $\{\psi_n\}$ и $\{\lambda_n\}$ — известные нам системы собственных функций и собственных значений этой краевой задачи. Тогда решение (7) будем искать в виде

$$u_\omega = \sum_n u_{\omega n} \psi_n(x, y). \tag{12}$$

Подставляя (12) в (7) и разлагая правую часть (7) по системе функций $\{\psi_n\}$, получим

$$u_{\omega n} = \frac{f_{\omega n}}{\left(\frac{\omega}{v_0}\right)^2 \mu^2 - \lambda_n^2}, \tag{13}$$

где $f_{\omega n} = \iint f_\omega \psi_n (x, y)\, ds$ и интегрирование ведется по площади поперечного сечения волновода. Особенность знаменателя в (13) типа простого полюса позволяет найти потенциал по его Фурье-представлению. В самом деле, рассматривая интеграл по частоте как контурный, с обходом полюса в (13), диктуемым условиями излучения, получим после интегрирования следующее выражение для потенциала u:

$$u = \sum_n u_n \psi_n (x, y),$$

где u_n имеет вид

$$u_n = \frac{i}{4\rho} \frac{M_A^2}{(1 - M_A^2)} e^{i \frac{\omega_n}{v_0}(z - vt)} \left\{ \frac{\vec{H}_0}{v_0^2} \times \left[\frac{\omega_n v_0}{c} (\vec{p}_0 \times \vec{\nabla}_\perp \psi_n) + i\lambda_n^2 \vec{m}_{0z} \psi_n - \right.\right. \tag{14}$$

$$\left.\left. - \omega_n (\vec{m}_0 \times \vec{\nabla}_\perp \psi_n) \right] - \frac{v_0 \lambda_n^2 Q_0 \psi_n}{(1 - M_T^2)\omega_n} \right\}_{\substack{x = x_0 \\ y = y_0}}.$$

Величина ω_n, входящая в (14), определяется из следующего выражения для частот излучения:

$$\omega_n = \lambda_n v_0 \sqrt{\frac{M_A^2 + M_T^2 - 1}{(1 - M_A^2)(1 - M_T^2)}}. \tag{15}$$

Как видно из (15), спектр излучения — дискретный и зависит от λ_n. Условие действительности частот излучения приводит к неравенству

$$\frac{M_A^2 + M_T^2 - 1}{(1 - M_A^2)(1 - M_T^2)} > 0, \tag{16}$$

которое является условием черенковской генерации магнитогидродинамических волн. На рисунке, в плоскости чисел M_A^2 и M_T^2, заштрихованы области, в которых выполняется неравенство (16). При этом области „1" и „2" являются областями излучения медленной и быстрой волн соответственно.

Соотношение (14) позволяет найти значения величин $\vec{h}$, $\vec{v}$, ρ, p, которые определяются с помощью u_n следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} h_z &= -iH_0 \sum_n \frac{u_n}{\omega_n} \psi_n (x, y) \\ \vec{h}_\perp &= \frac{H_0 v_0}{\mu^2} \sum_n \frac{u_n}{\omega_n^2} \vec{\nabla}_\perp \psi_n (x, y) \end{aligned}\right\}, \tag{17}$$

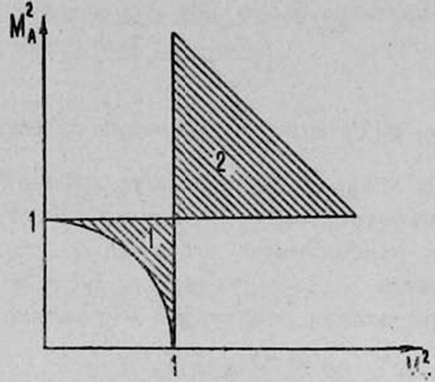


Рис.

$$\left.\begin{aligned} v_z &= \frac{iv_0}{(1-M_T^2)}\sum_n \frac{u_n}{\omega_n}\,\psi_n(x,\,y) \\ \vec{v}_\perp &= -\frac{v_0^2}{\mu^2}\sum_n \frac{u_n}{\omega_n^2}\,\vec{\nabla}_\perp\,\psi_n(x,\,y) \end{aligned}\right\}, \tag{18}$$

$$\rho = \frac{p}{c_T^2} = \frac{i\rho_0 M_T^2}{(1-M_T^2)}\sum_n \frac{u_n}{\omega_n}\,\psi_n(x,\,y). \tag{19}$$

Мощность черенковских магнитогидродинамических волн, излучаемых движущимся источником, может быть рассчитана с помощью выражения для потока энергии

$$\vec{g} = p\vec{v} + \frac{c}{4\pi}\,\vec{\varepsilon}\times\vec{h}, \tag{20}$$

где $\vec{\varepsilon}$ — возбуждаемое источником электрическое поле,

$$\vec{\varepsilon} = -\frac{1}{c}\,\overleftarrow{v}\times\vec{H}_0.$$

Значение полного потока мощности через сечение волновода получим, проинтегрировав продольную составляющую g_z по площади поперечного сечения волновода s,

$$\left(-\frac{dW}{dt}\right) = -\iint_s (\vec{g}\cdot\vec{e}_z)\,ds =$$

$$= \frac{\rho_0 v^3}{2(1-M_T^2)^2}\sum_n \frac{|u_n|^2}{\omega_n^2}\left\{\frac{(M_A^2+M_T^2-1)^2}{(M_A^2-1)^2}\left(\frac{c_A\lambda_n}{\omega_n}\right)^2 - 1\right\}. \tag{21}$$

Следует отметить, что расходимости в выражении (21) при

$$v_0 = c_T,\ v_0 = c_A,\ v_0 = c_A c_T\,(c_A^2 + c_T^2)^{-1/2} \tag{22}$$

устраняются при учете вязких и джоулевых потерь.

Действительно, наличие вязкости и конечной проводимости приводит к тому, что v_A, v_T (а, следовательно, M_A, M_T) становятся комплексными и при выполнении условий (22) выражения (14), (21) принимают конечные значения.

Поступила 25.X.1971

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. И. Морозов*, Физика плазмы и проблемы управляемых термоядерных реакций, IV, Изд. АН СССР, 1958.
2. *В. П. Докучаев*, ЖЭТФ, 53, 723 (1967).
3. *В. П. Докучаев*, ЖЭТФ, 43, 587 (1965).
4. *С. И. Сыроватский*, УФН, 62, 247 (1957).
5. *К. А. Барсуков, В. Н. Каданцев, Л. Г. Нарышкина*, Материалы к научной конференции преподавателей математических кафедр педагогических институтов Сибири (12—15 мая 1969 года), Новокузнецк, 1969.
6. *А. Н. Тихонов* и *А. А. Самарский*, Уравнения математической физики, М., 1953.

ՄԱԳՆԻՏՈՀԻԴՐՈԴԻՆԱՄԻԿ ԱԼԻՔԱՏԱՐԻ ԳՐԳՌՈՒՄԸ ՇԱՐԺՎՈՂ ԱՂԲՅՈՒՐՈՎ

Կ. Ա. ԲԱՐՍՈՒԿՈՎ, Վ. Ն. ԿԱԴԱՆՑԵՎ

Դիտարկված է մագնիտոհիդրոդինամիկ միջավայրով լցված կամավոր կտրվածք ունեցող ցիլինդրիկ ալիքատարում չերենկովյան մագնիտոհիդրոդինամիկ ալիքների գրգռումը՝ ղանգված, էլեկտրական և մագնիսական դիպոլային մոմենտ ունեցող մասնիկների շարժվող թանձրուկով։

ON THE EXCITATION OF MAGNETOHYDRODYNAMIC WAVEGUIDE BY A MOVING SOURCE

K. A. BARSUKOV, V. N. KADANTSEV

The problem of Cerenkov magnetohydrodynamic wave generation in a cylindrical waveguide of arbitrary section filled with magnetohydrodynamic medium is solved in linear approximation. A bunch of charged particles moving along the waveguide axis in taken as a perturbance point mass source, possessing the electric and magnetic dipole moments.

The energy losses due to the Cerenkov radiation of magnetohydrodynamic waves are determined.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 7, 206—209 (1972)

О ВЛИЯНИИ НЕЛИНЕЙНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ НА КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКА В ПЬЕЗОПОЛУПРОВОДНИКАХ

Н. П. ИСПИРЯН

В работе рассмотрено влияние слабой нелинейной поляризации на коэффициент усиления ультразвука в пьезополупроводниках.

Показано, что с увеличением напряженности поляризующего поля коэффициент усиления уменьшается, вместе с тем уменьшается и частота максимального усиления.

В связи с большими перспективами применения эффекта усиления ультразвука с дрейфовым потоком электронов вопросы теории электроакустических взаимодействий приобрели большой практический и теоретический интерес.

Однако вопрос о влиянии нелинейной поляризации полупроводниковой среды на конвективную неустойчивость (пространственное нарастание амплитуды колебаний) остается нерассмотренным, хотя, как известно [1—3], типичные полупроводники обладают аномально большой нелинейной поляризуемостью.

Целью настоящей работы является учет влияния нелинейности в поляризации на коэффициент усиления ультразвука. При этом рассматривается область слабой нелинейности, в которой поляризуемость можно представить в виде

$$\chi = \chi_0 + \gamma E_p, \tag{1}$$

или то же самое, что

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + 4\pi\gamma E_p, \tag{2}$$

где

$$\varepsilon_0 = 1 + 4\pi\chi_0.$$

ε_0 и χ_0—соответственно диэлектрическая проницаемость и поляризуемость пьезополупроводника в полях, при которых еще не возникает нелинейность, E_p — напряженность поляризующего поля.

Основные уравнения задачи следующие:

$$T = cS - eE, \tag{3}$$

$$D = eS + \varepsilon E, \tag{4}$$

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial T}{\partial x}, \tag{5}$$

$$\frac{\partial D}{\partial x} = -4\pi q n, \tag{6}$$

$$\frac{\partial j}{\partial x} = q \frac{\partial n}{\partial t}, \tag{7}$$

$$j = q(n_0 + n)\mu E + qD_n \frac{\partial n}{\partial x}. \tag{8}$$

Здесь c, e, ε, T, S—соответственно тензоры упругих, пьезоэлектрических постоянных, диэлектрической проницаемости, напряжений и деформации; D, E, j — электрическая индукция, напряженность электрического поля и плотность тока; D_n — коэффициент диффузии, q—заряд и μ — подвижность электронов; ρ — плотность материала, n_0—равновесная концентрация электронов проводимости, а n — отклонение от нее, вызванное звуковой волной. Для простоты индексы у соответствующих тензоров опущены. Пусть

$$\begin{aligned} E &= E_0 + E_1 \exp[-i(\omega t - kx)], \\ D &= D_0 + D_1 \exp[-i(\omega t - kx)], \end{aligned} \tag{9}$$

где индексы 0 и 1 относятся соответственно к величинам при отсутствии и присутствии ультразвуковой волны.

Будем считать, что переменное электрическое поле E_1, генерированное самой звуковой волной и сопровождающее ее, мало по сравнению с полем, приложенным извне, а неравновесная концентрация электронов n, „созданная" звуковым возмущением, меньше основной—равновесной концентрации n_0.

Следовательно, в уравнении (8)

$$nE_1 \ll n_0 E_0 \text{ и } nE_1 \ll n_0 E_1,$$

т. е. можно пренебречь членами, содержащими произведение двух амплитуд. Из уравнений (2)—(8) с учетом этих приближений, уравнений (9) и $S = \dfrac{\partial u}{\partial x}$, где u — смещение частиц среды (в продольной волне) [4], получим

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c' \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \tag{10}$$

где

$$c' = c\left[1 + \frac{\dfrac{e^2}{\varepsilon_0 c}\left(\delta + i\dfrac{\omega}{\omega_D}\right)}{\delta\theta + i\left(\theta\dfrac{\omega}{\omega_D} + \dfrac{\omega_c}{\omega}\right)}\right], \tag{11}$$

$$\begin{aligned} \omega_c &\equiv \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon_0}, \quad \omega_D \equiv \frac{v_0^2}{D_n}, \\ \delta &\equiv 1 - \frac{v_d}{v_0}, \quad \theta \equiv 1 + \frac{4\pi\gamma}{\varepsilon_0} E_p. \end{aligned} \tag{12}$$

σ — удельная проводимость пьезополупроводника, v_0 — скорость ультразвука, v_d — дрейфовая скорость электронов, γ — коэффициент линейной зависимости поляризуемости от поля.

Коэффициент пространственного нарастания амплитуды волны выражается через комплексную постоянную упругости следующим образом:

$$\alpha = \omega\rho^{1/2}\,\mathrm{Im}\left[(c')^{-1/2}\right].$$

С учетом (11) для α получим

$$\alpha = \omega\left(\frac{\rho}{c}\right)^{1/2}\frac{e^2}{2\varepsilon_0 c}\cdot\frac{\dfrac{\omega_c}{\delta\theta^2\omega}}{1+\dfrac{\omega_c^2}{\delta^2\theta^2\omega^2}\left(1+\theta\,\dfrac{\omega^2}{\omega_c\omega_D}\right)^2}. \tag{13}$$

Коэффициент $|\alpha|$ как функция от частоты при частоте звуковой волны

$$\omega = \left(\frac{\omega_c\omega_D}{\theta}\right)^{1/2} \tag{14}$$

имеет максимум, равный

$$|\alpha|_{\max} = \frac{1}{v_0}\,\frac{e^2}{2\varepsilon_0 c}\,\frac{(\omega_c\omega_D)^{1/2}}{4\theta^{3/2}}. \tag{15}$$

Из (14) и (15) видно, что $|\alpha|_{\max}$ уменьшается с увеличением θ, вместе с тем уменьшается и частота максимального усиления.

В заключение, принимая $\gamma \approx 1/3\cdot 10^6$ *см/в* [1—3], приведем некоторые приближенные оценки (см. таблицу),

Таблица

E_p; $\frac{в}{см}$	10^4	10^5	$3\cdot 10^5$	$6\cdot 10^5$	10^6
$\left\lvert\frac{\Delta\alpha}{\alpha_0}\right\rvert$; %	0	5	13,3	24	35

где $\left|\frac{\Delta\alpha}{\alpha_0}\right|$ — относительное изменение максимального усиления, α_0 — значение выражения (15) при $\theta = 1$ (или $E_p \leqslant 10^4$ *в/см*).

По-видимому, экспериментально можно обнаружить вышеуказанный эффект нелинейности, освещая пьезополупроводник лазерным пучком с напряженностью поля $E_p \sim 10^5$ *в/см*.

Автор считает своим приятным долгом выразить благодарность своему научному руководителю доктору физико-математических наук В. С. Сардаряну за постановку задачи.

Ереванский политехнический институт

Поступила 29.XII 1971

ՊՅԵԶՈԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴԻՉՆԵՐՈՒՄ ՈՒԼՏՐԱՁԱՅՆԻ ՈՒԺԵՂԱՑՄԱՆ ԳՈՐԾԱԿՑԻ ՎՐԱ ՈՉ ԳԾԱՅԻՆ ԲԵՎԵՌԱՑՄԱՆ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ն. Պ. ԻՍՊԻՐՅԱՆ

Աշխատանքում քննարկված է պյեզոկիսահաղորդիչներում ուլտրաձայնի ուժեղացման գործակցի վրա թույլ ոչ գծային բևեռացման ազդեցությունը։

Ցույց է տրված, որ ուլտրաձայնի ուժեղացման գործակիցը փոքրանում է բևեռացնող դաշտի լարվածության մեծացումից, փոքրանում է նաև մաքսիմալ ուժեղացման հաճախականությունը։

EFFECT OF NON-LINEAR POLARIZATION ON ULTRA-SOUND AMPLIFICATION FACTOR IN PIEZOSEMICONDUCTORS

N. P. ISPIRIAN

The effect of slight nonlinear polarization on ultra-sound oscillation amplification factor in piezosemiconductors is considered.

The growth of the intensity of polarization field is shown to reduce the amplification factor and maximum amplification frequency.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 7, 210—214 (1972)

РАЗМЕРНО-КВАНТОВАННЫЙ СПЕКТР И ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛЕ СИЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Г. М. АРУТЮНЯН, А. О. АЗИЗЯН

В настоящей работе рассматривается взаимодействие электромагнитного поля с электронами в условиях размерного квантования. Задача допускает точное решение.

Получены точные волновые функции вблизи резонанса. Показано, что энергетический спектр электронов в электромагнитном поле перестраивается.

Вычислены продольные и поперечные времена релаксаций электронов на фононах.

Как известно [1], для описания электронов в пленке в отсутствии взаимодействия может быть выбрана модель одномерной потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками. Удобно выбрать ось z по нормали к пленке и задавать положение $\vec{r}$ электрона его радиус-вектором в плоскости пленки $\vec{\rho}$ и координатой z. Будем пользоваться методом эффективной массы. Тогда собственные функции и собственные значения одноэлектронного уравнения Шреднигера в невозмущенной задаче имеют вид

$$\varphi_{\vec{k},n}(\vec{r}) = \varphi_{\vec{k},n}(\vec{\rho}, r) = \left(\frac{2}{V}\right)^{1/2} e^{i\vec{k}\vec{\rho}} \sin\frac{\pi n z}{d}, \tag{1}$$

$$E_{\vec{k},n} = \frac{\hbar^2}{2m^*}\left(\vec{k}^2 + \frac{\pi^2 n^2}{d^2}\right), \tag{2}$$

где $\vec{k}$ — волновой вектор электрона в плоскости пленки, n — целое число, квантующее энергию движения электрона по оси z, d — толщина пленки, V — ее объем, m^* — эффективная масса электронов в пленке. В условиях размерного квантования квантуются поперечный квазиимпульс и энергия электронов, продольная же энергия не квантуется.

Пусть теперь на пленку, у которой заполнен один пленочный уровень, падает линейно-поляризованная по оси z электромагнитная волна с частотой Ω, близкой к разности поперечных энергий второго и первого уровней, так что

$$\hbar\omega_0 = \hbar(\Omega + \varepsilon) = \frac{3\pi^2\hbar^2}{2m^* d^2}, \tag{3}$$

где ε — расстройка резонанса.

При $d = 10^{-6}$ *см*, $m^* = 0{,}01\, m_0 \approx 10^{-29}$ *г* (m_0 — масса свободного электрона), $\hbar\omega_0 \approx 0{,}9$ *эв*, что соответствует частоте падающего излучения $\Omega = 10^{14}$ *сек*$^{-1}$.

Выбирая напряженность электрического вектора в волне в виде $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin \Omega t$ и воспользовавшись соотношением $\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$, для гамильтониана пленочной системы в поле излучения (4) будем иметь

$$H = H_0 + \frac{ie\hbar E_0}{m^*\Omega} \cos \Omega t \frac{\partial}{\partial z}, \tag{4}$$

где H_0 — гамильтониан невозмущенной пленочной системы.

Вблизи резонанса в (4) мы пренебрегаем членом, пропорциональным $|\vec{A}|^2$, как это сделано в [2].

По определению

$$\left.\begin{aligned} H_0 \varphi_{\vec{k},1} &= E_{\vec{k},1} \varphi_{\vec{k},1} \\ H_0 \varphi_{\vec{k},2} &= E_{\vec{k},2} \varphi_{\vec{k},2} \end{aligned}\right\}. \tag{5}$$

Решение уравнения Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi \tag{6}$$

будем искать в виде [3]

$$\psi = a(t)\, \varphi_{\vec{k},1}\, e^{-\frac{i}{\hbar} E_{\vec{k},1} t} + b(t)\, \varphi_{\vec{k},2}\, e^{-\frac{i}{\hbar} E_{\vec{k},2} t + i\varepsilon t}. \tag{7}$$

Подставляя (7) в (6), воспользовавшись (5) и приближением резонанса $\varepsilon/\omega_0 \ll 1$, будем иметь

$$\begin{aligned} \frac{\partial a(t)}{\partial t} &= -\alpha_0 b(t), \\ \frac{\partial b(t)}{\partial t} + i\varepsilon b(t) &= \alpha_0 a(t), \end{aligned} \tag{8}$$

где

$$\alpha_0 = \frac{4}{3} \frac{eE_0}{m^* d \Omega}.$$

Система (8) допускает решение типа $e^{-\frac{i}{\hbar}\lambda t}$, где возможные значения λ есть

$$\lambda_{1,2} = \frac{\hbar\varepsilon}{2}(1 \mp \sqrt{1+\xi}), \tag{9}$$

а безразмерный параметр интенсивности определяется соотношением

$$\xi = \frac{4\alpha_0^2}{\varepsilon^2} = \left(\frac{8}{3} \frac{eE_0}{m^* d \Omega \varepsilon}\right)^2. \tag{10}$$

Как видно из (10), даже при относительно слабых полях и фиксированной расстройке параметр ξ может оказаться довольно большим из-за малости толщины пленки и эффективной массы квазичастицы.

Например, для $\varepsilon = 10^{12}$ *сек*$^{-1}$, что соответствует энергии расстройки 0,01 *эв*, $\xi \sim 1$ уже для полей $E_0 \sim 10$ *в/см*.

Соотношения (9) и (10) определяют сдвиги энергий пленочных уровней. Наличие электромагнитного поля приводит к „перепутыванию" пленочных состояний аналогично с двухуровневым атомом [3].

При выключении поля ($\xi \to 0$) $\lambda_1 \to 0$, а $\lambda_2 \to \hbar\varepsilon$, поэтому λ_1 соответствует сдвигу пленочного уровня с $n = 1$, а λ_2 с $n = 2$.

Приведем значения энергий пленочных уровней в поле электромагнитной волны:

$$\left.\begin{aligned} E'_{\vec{k},1} &= E_{\vec{k},1} + \lambda_1 = E_{\vec{k},1} + \frac{\hbar\varepsilon}{2}\left(1 - \sqrt{1+\xi}\right), \\ E'_{\vec{k},2} &= E_{\vec{k},2} + \lambda_2 - \hbar\varepsilon = E_{\vec{k},2} - \frac{\hbar\varepsilon}{2}\left(1 - \sqrt{1+\xi}\right). \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Как видно из (11), в присутствии электромагнитного поля энергетический спектр перестраивается.

При $\lambda = \lambda_{1,2}$ из (8) следует

$$\begin{aligned} \psi_{\vec{k},1} &= c\left\{\varphi_{\vec{k},1} e^{-\frac{i}{\hbar}E_{\vec{k},1}t} - \frac{i\sqrt{\xi}}{1+\sqrt{1+\xi}}\varphi_{\vec{k},2} e^{-\frac{i}{\hbar}E_{\vec{k},2}t + i\varepsilon t}\right\} e^{-\frac{i}{\hbar}\lambda_1 t}, \\ \psi_{\vec{k},2} &= c\left\{-\frac{i\sqrt{\xi}}{1+\sqrt{1+\xi}}\varphi_{\vec{k},1} = e^{-\frac{s}{\hbar}E_{\vec{k},1}t} + \varphi_{\vec{k},2} e^{-\frac{i}{\hbar}E_{\vec{k},2}t + i\varepsilon t}\right\} e^{-\frac{i}{\hbar}\lambda_2 t}, \end{aligned} \tag{12}$$

где

$$|c|^2 = \frac{1+\sqrt{1+\xi}}{2\sqrt{1+\xi}} \tag{13}$$

определяется из условия нормировки волновых функций.

Нетрудно убедиться, что при $\xi \to 0$ волновые функции (12) и энергии (11) принимают свои невозмущенные значения (1) и (2).

Воспользовавшись (12), вычислим вероятность продольного рассеяния электронов на фононах (фононы в пленках считаем теми же, что и в массивном образце). Матричный элемент рассеяния, вычисленный методом деформационного потенциала, равен

$$M_{\vec{k},\vec{k}'} = \int \psi^*_{\vec{k}',1} \operatorname{div} \vec{U} \psi_{\vec{k},1}\, dV, \tag{14}$$

где $\vec{k}' = \vec{k} + \vec{q}$ ($\vec{q}$ — проекция волнового вектора на плоскость пленки), а $\vec{U}$ — вектор смещения в акустической волне.

Вектор $\vec{U}$ выбираем в виде плоской волны, нормируя ее так, чтобы энергия колебания с данным волновым вектором q равнялась $k_0 T$.

Тогда для вероятности продольного рассеяния будем иметь

$$W_{11}(\vec{k}, \vec{k}') = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{E_1^2 k_0 T}{\rho_0 V v_0^2} \frac{1}{1+\xi} \times$$

$$\times \left\{ \left[\alpha^2 (1+\sqrt{1+\xi})^2 + 2\alpha\beta\xi + \beta^2 \left(\frac{\xi}{1+\sqrt{1+\xi}} \right)^2 \right] \sin^2 \frac{q_z d}{2} \delta\left(E_{\vec{k}+\vec{q}} - E_{\vec{k}} - \hbar\omega_{\vec{q}}\right) + \right. \tag{15}$$

$$\left. + \xi\gamma^2 \cos^2 \frac{q_z d}{2} \left[\delta(E_{\vec{k}+\vec{q}} - E_{\vec{k}} - \hbar\omega_{\vec{q}} - \hbar\Omega) + \delta(E_{\vec{k}+\vec{q}} - E_{\vec{k}} - \hbar\omega_{\vec{q}} + \hbar\Omega) \right] \right\}.$$

Здесь E_1—константа электрон-фононного взаимодействия, ρ_0— плотность кристалла, v_0 — скорость продольных волн, а коэффициенты α, β, γ соответственно равны

$$\left.\begin{aligned} \alpha = \frac{4\pi^3}{q_z d(4\pi^2 - q_z^2 d^2)}, \quad \beta = \frac{16\pi^2}{q_z d(16\pi^2 - q_z^2 d^2)}, \\ \gamma = \frac{8\pi^2}{(9\pi^2 - q_z^2 d^2)(q_z^2 d^2 - \pi^2)}. \end{aligned}\right\}. \tag{16}$$

Суммируя (15) по $\vec{q}$ и q_z, для продольной релаксации на первом пленочном уровне получаем

$$\frac{1}{\tau_{11}} = \frac{1}{\tau_0} \frac{2}{1+\xi} \left[\frac{3}{4}(1+\sqrt{1+\xi})^2 + \left(1 + \frac{5}{18\pi^2}\right)\xi + \frac{3}{8}\left(\frac{\xi}{1+\sqrt{1+\xi}}\right)^2 \right]. \tag{17}$$

Здесь

$$\frac{1}{\tau_0} = \frac{E_1^2 k_0 T m^*}{d\rho_0 \hbar^3 v_0^2}.$$

Для электронов второго пленочного уровня аналогичным образом находим

$$\frac{1}{\tau_{22}} = \frac{1}{\tau_0} \frac{2}{1+\xi} \left[\frac{3}{8}(1+\sqrt{1+\xi})^2 + \left(1 + \frac{5}{18\pi^3}\right)\xi + \frac{3}{4}\left(\frac{\xi}{1+\sqrt{1+\xi}}\right)^2 \right]. \tag{18}$$

Выражение для поперечных релаксаций рассеяния электронов на фононах имеет следующий вид:

$$\frac{1}{\tau_{21}} = \frac{1}{\tau_{12}} = \frac{1}{\tau_0} \frac{2}{1+\xi} \left\{ \left[(1+\sqrt{1+\xi})^2 + 2\xi + \left(\frac{\xi}{1+\sqrt{1+\xi}}\right)^2 \right] \frac{5}{18\pi^2} + \frac{\xi}{8} \right\}. \tag{19}$$

Заметим, что формулы (15, 17—19) верны для достаточно высоких температур и получены в случае $\vec{k} = 0$. Однако при $0 < k < \frac{\pi}{d}$ результаты заметно не изменятся [5].

При увеличении интенсивности электромагнитного поля (параметр ξ) вероятность продольного рассеяния на первом пленочном уровне уменьшается и увеличивается на втором, а вероятность поперечного рассеяния растет.

Как и следовало ожидать, при $\xi \to \infty$ времена релаксаций стремятся к определенным значениям (насыщение).

При выключении внешнего электромагнитного поля ($\xi \to 0$) формулы (15—19) переходят в соответствующие выражения, полученные в работах [4, 5].

В заключение авторы выражают благодарность В. С. Сардаряну за постановку задачи и М. Л. Тер-Микаеляну за обсуждения и ценные замечания.

Институт физических исследований
АН АрмССР

Поступила 2.III.1972

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. Б. Сандомирский*, ЖЭТФ, 52, вып. 1 (1967).
2. *Н. Г. Басов, А. З. Грасюк* и др., ЖЭТФ, 50, вып. 3 (1966).
3. *М. Л. Тер-Микаелян, А. О. Меликян*, ЖЭТФ, 58, 281 (1970).
4. *В. Я. Демиховский* и *Б. А. Тавгер*, ФТТ, 6, вып. 3—4 (1964).
5. *Л. В. Иогансен*, ЖЭТФ, 50, вып. 3 (1966).

ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ՉԱՓԱՅԻՆ ՔՎԱՆՏԱՑՎԱԾ ՍՊԵԿՏՐԸ ԵՎ ԱԼԻՔԱՅԻՆ ՖՈՒՆԿՑԻԱՆԵՐԸ ՈՒԺԵՂ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ

Գ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, Հ. Հ. ԱԶԻԶՅԱՆ

Աշխատանքում դիտարկված է ուժեղ էլեկտրամագնիսական դաշտի փոխազդեցությունը էլեկտրոնների հետ չափերի քվանտացման պայմաններում։ Խնդիրը թույլատրում է ճշգրիտ լուծում։

Գտնված են ճշգրիտ ալիքային ֆունկցիաները ռեզոնանսի մոտ։

Ցույց է տրված, որ էլեկտրոնների էներգետիկ սպեկտրը էլեկտրամագնիսական դաշտում վերադասավորվում է։

Հաշված են ֆոնոնների վրա էլեկտրոնների լայնական և երկայնական ռելաքսացիոն ժամանակները։

THE DIMENSION-QUANTIZED SPECTRUM AND ELECTRON WAVE FUNCTIONS IN THE FIELD OF STRONG ELECTROMAGNETIC WAVE

G. M. HARUTUNIAN, A. O. AZIZYAN

The interaction of an electromagnetic field with electrons under dimensional quantization conditions is considered in the present paper.

The problem allows for an exact solutio n.

The exact wave functions near resonance are derived. It is shown that energetic spectrum of electrons in electromagnetic field rearranges. Longitudinal and transversal relaxation times of electrons on phonons are calculated.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 7, 215—220 (1972)

К ВОПРОСУ О ЗАВИСИМОСТИ МУАРОВЫХ КАРТИН ОТ ДЛИНЫ ВОЛНЫ

Ф. О. ЭЙРАМДЖЯН, П. А. БЕЗИРГАНЯН

Показано, что рентгено-интерферометрические муаровые узоры зависят от длины волны.

Как известно, элементарная теория [1—3] муаровых картин показывает, что эти узоры возникают при наложении двух кристаллов, различающихся параметром или ориентировкой. Если кристалл рассматривать как штриховую дифракционную решетку, штрихи которой параллельны плоскостям решетки, находящимся в вульф-брегговском отражающем положении, то при наложении двух кристаллов с небольшой разницей в ориентации для периода муаровых узоров, получается

$$D=\frac{d}{\alpha}, \tag{1}$$

где d — межплоскостное расстояние отражающих плоскостей,
α — угол между отражающими плоскостями этих двух кристаллов,
D — период муаровых полос.

При наложении двух строго параллельных кристаллов с несколько отличающимися периодами d_1 и d_2 также возникают муаровые узоры с периодом

$$D=\frac{d_1 d_2}{d_1-d_2}. \tag{2}$$

Если налагаемые кристаллы отличаются друг от друга как параметром, так и ориентировкой, то период муаровых картин определяется выражением

$$D=d_1\left[\frac{(d_1-d_2)^2}{d_2^2}+\alpha^2\right]^{-\frac{1}{2}}. \tag{3}$$

Известно также, что муаровые полосы вращения получаются параллельными плоскости падения (перпендикулярно штрихам дифракционной решетки), полосы параллельного муара перпендикулярны плоскости падения (параллельно штрихам решетки).

Далее, в случае, когда одновременно d_1-d_2 и α отличны от нуля, получаются контуры (полосы), которые с дифракционным вектором составляют угол

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{d_1-d_2}{d_2\alpha}\right). \tag{4}$$

Как видно из (1)—(4), период муаровых картин и наклон их полос не зависят от длины волны, т. е. с изменением длины волны муаровые узоры не меняются.

Рентгеновские муаровые картины, полученные в работе [4], также не зависят от длины волны.

Однако наши экспериментальные исследования показали, что муаровые картины, полученные с помощью рентгеновских интерферометров, зависят от длины волны.

Поэтому целью излагаемой работы является исследование характера зависимости муаровых узоров, полученных рентгеновским интерферометром, от длины волны.

§ 1. Зависимость муаровых картин от места расположения зоны облучения на расщепителе рентгеновского интерферометра

Как уже сказано, обычно муаровые картины возникают, когда налагаются друг на друга два кристалла, несколько различающихся параметром или ориентировкой. Однако характер возникновения муаровых картин в рентгеновских интерферометрах (Ш-образный интерферометр по Лауэ) (рис. 1) несколько иной. Здесь муаровые узоры возникают наложением в анализаторе (A) двух лучей (а и б), возникших в расщепителе (S) расщеплением первичного пучка и отраженных в различных участках зеркала 1 и 2.

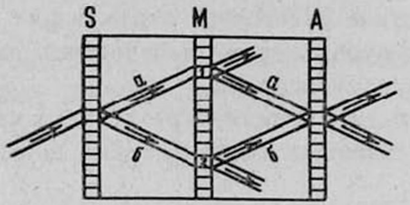


Рис. 1. Ход лучей в интерферометре.

Конечно, муаровые узоры не получились бы, если кристаллические решетки всех трех блоков имели бы строго одинаковые ориентировки и межплоскостные расстояния. Возникновение этих узоров свидетельствует о том, что из-за разориентировки ($\alpha \neq 0$) и деформации ($d_1 \neq d_2$) кристаллических решеток блоков интерферометра возникли разности фаз между лучами (а) и (б).

Нетрудно убедиться в том, что муаровые узоры главным образом обусловлены разориентировками и изменениями межплоскостных расстояний различных частей зеркала (среднего блока) друг относительно друга.

Действительно, ведь, строго говоря, каждая пара лучей пучков (а) и (б), расположенных в одной и той же плоскости, перпендикулярной к блокам интерферометра (горизонтальная плоскость), выходит из одной точки (или из небольшого объема) и сходится в одну точку или в небольшой объем) анализатора; следовательно, муаровые узоры не могут быть обусловлены разориентировками или изменениями межплоскостных расстояний различных частей расщепителя (или анализатора) друг относительно друга. С другой стороны, пучки (а) и (б) отражаются от частей зеркала 1 и 2, расположенных достаточно далеко друг от друга. И, следовательно, вероятность того, что решетки этих участков достаточно разориентированы и имеется разброс межплоскостных расстояний, вследствие чего возникают муаровые узоры, может быть значительной.

То, что муаровые картины обусловлены главным образом зеркалом, мы убедились и экспериментальными исследованиями. Опыт показывает, что одни и те же механические воздействия, проводимые на блоках интерферометра, изменяют муаровые картины только в том случае, если они произведены на зеркале, однако на этом вопросе мы здесь не будем останавливаться.

Наша цель—показать—экспериментально, что когда падающий пучок меняет свое место на расщепителе S, то узоры муаровой картины меняются. Для этой цели был установлен рентгеновский интерферометр по Лауэ в камере Ланга-Миускова и произведена сканировка по схеме, показанной на рис. 2. При неподвижном пучке и диафрагме, сканируются интерферометр с пленкой. Полученная муаровая картина приведена на рис. 3.

Как видно из этого рисунка, в направлении сканировки муаровая картина непрерывно меняется почти от точки к точке.

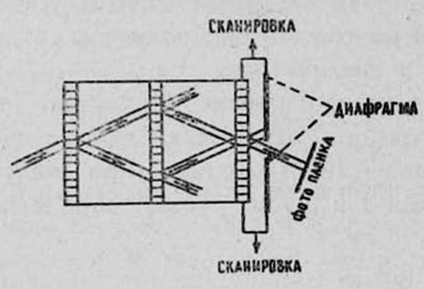
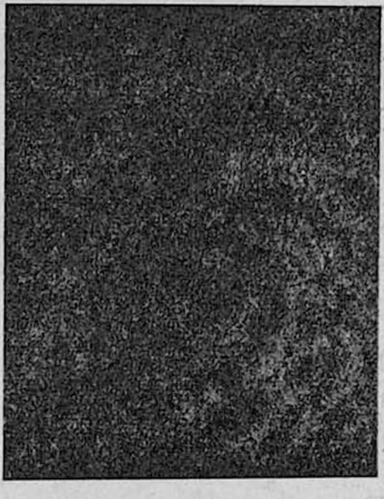


Рис. 2. Схема сканирования интерферометра.



Рас. 3. Муаровая картина при сканировании интерферометра.

Итак, мы пришли к выводу, что муаровые узоры, полученные от рентгеновского интерферометра, изменяются с изменением места падения первичного пучка на расщепитель S.

§ 2. Зависимость муаровых картин, полученных рентгеновским интерферометром, от длины волны

Для исследования зависимости муаровых картин от длины волны нами были получены муаровые картины от одного и того же участка расщепителя (S) и анализатора (A) данного интерферометра с излучениями CuK_α. NiK_α, CoK_α, FeK_α. Для получения снимков от за-данного участка расщепителя и, следовательно, анализатора, интерферометр был установлен на камере так, чтобы облучающий участок на расщепителе находился на оси вращения лимба камеры. Эти картины приведены на рис. 4.

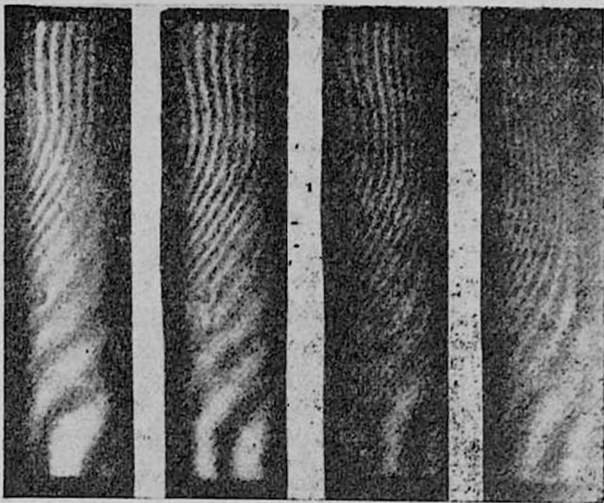


Рис. 4. Муаровые картины при излучении с различными длинами волн.

Как видно из этих рисунков, муаровые картины этих излучений отличаются друг от друга, несмотря на то, что они получены от одних и тех же участков расщепителя и анализатора.

Однако нетрудно убедиться в том, что причина различия этих картин не в длине волны, а в том, что при различных длинах волн облучаются различные участки зеркала. Действительно, при излучении CuK_α расстояние между участками 1 и 2 (см. рис. 1) определяется выражением

$$L_1 = 2\,l\,\mathrm{tg}\,\theta_1,$$

где

$$\theta_1 = \arcsin\left[\frac{\lambda_{CuK_\alpha}}{2d}\right],$$

l — расстояние между блоками интерферометра.

А при излучении NiK_α для этого расстояния получим

$$L_2 = 2\,l\,\mathrm{tg}\,\theta_2.$$

Ясно, что $L_2 > L_1$, так как $\lambda_{NiK_\alpha} > \lambda_{CuK_\alpha}$ и $\theta_2 > \theta_1$. Следовательно, при излучении NiK_α облучаются более удаленные участки зеркала, и поэтому периоды муаровых картин, полученных разными излучениями, различаются.

Так как интерферометр был изготовлен из почти идеального кристалла (плотность дислокации $\rho \approx 10-20$ *см*$^{-2}$), то $d_1 \approx d_2 \approx d_{220}$, и из (2) следует

$$D = \frac{d^2}{\Delta d},$$

откуда для относительного разброса ($\Delta d = d_1 - d_2$) получим

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{d}{D}.$$

В таблице приведены результаты для разных излучений

Таблица

Излучения	$\frac{\Delta d}{d} \cdot 10^7$
CuK_α	7,28
NiK_α	7,81
CoK_α	9,26
FeK_α	10,93

Мы могли бы убедиться в независимости муаровых картин от длины волны, если бы при облучении одних и тех же участков зеркала волнами различных длин получили бы одинаковые муаровые картины.

Для реализации такого опыта мы должны исходить из следующего соображения.

Допустим имеем два излучения с длинами волн λ_1 и λ_2 и с помощью интерферометра получаем муаровые картины, тогда имеют место условия

$$2d \sin\theta_1 = n_1\lambda_1,$$

$$2d \sin\theta_2 = n_2\lambda_2.$$

В этих двух случаях одни и те же участки зеркала будут облучаться в том случае, если $\theta_1 = \theta_2$, откуда $n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2$, т. е.

$$\lambda_1 = \frac{n_2}{n_1}\lambda_2. \qquad (5)$$

Следовательно, если мы найдем два излучения, удовлетворяющих условию (5), то тогда облучились бы одни и те же участки зеркала интерферометра, и, таким образом, этот опыт однозначно решил бы вопрос зависимости муаровых картин от длины волны.

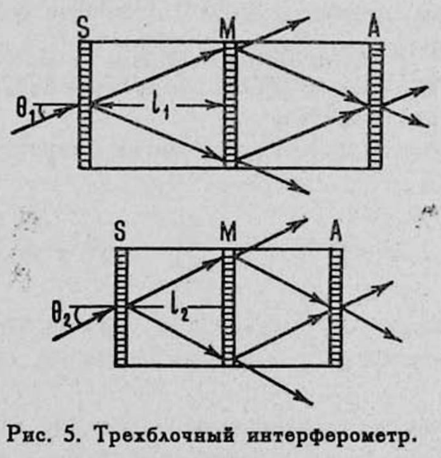


Рис. 5. Трехблочный интерферометр.

Однако, по-видимому, условие (5) практически трудно осуществить (или вообще неосуществимо) из-за конечного числа набора трубок с различными анодами. Во избежание этого, можно изготовить трехблочный интерферометр с подвижными блоками так, чтобы имело место условие (рис. 5)

$$l_1 \operatorname{tg} \theta_1 = l_2 \operatorname{tg} \theta_2.$$

Тогда при любом излучении облучаются те же области интерферометра.

Ереванский государственный
университет

Поступила 25.X.1971

ЛИТЕРАТУРА

1. *Р. Дичберн*, Физическая оптика, М., 1965.
2. *С. Амеликс*, Методы прямого наблюдения дислокации, М., 1968.
3. *П. Хирш* и др., Электронная микроскопия тонких кристаллов, М., 1968.
4. *A. Lang*, Nature, 220, 16 (1968).

ԱԼԻՔԻ ԵՐԿԱՐՈՒԹՅՈՒՆԻՑ ՄՈՒԱՐԻ ՊԱՏԿԵՐՆԵՐԻ ԿԱԽՄԱՆ ՀԱՐՑԻ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Ֆ. Հ. ԷՅՐԱՄՋՅԱՆ, Պ. Հ. ԲԵԶԻՐԳԱՆՅԱՆ

Ցույց է տրված, որ ռենտգենյան ինտերֆերոմետրից ստացված մուարի պատկերները կախված են ալիքի երկարությունից, քանի որ ալիքի տարբեր երկարությունների դեպքում ճառագայթվում են բլոկ-հայելու տարբեր մասերը։

A NOTE ON THE DEPENDENCE OF MOIRE PATTERNS ON THE WAVE-LENGTH

F. H. EIRAMGIAN and P. H. BEZIRGANIAN

Moire patterns obtained by an X-ray interferometer are shown to depend on the wave length, as for different wave-lengths different parts of the block-mirror are irradiated.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 7, 221—228 (1972)

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ ПО ИЗУЧЕНИЮ НЕУПРУГИХ ЯДЕРНЫХ ПРОЦЕССОВ НУКЛОНОВ ПРИ ЭНЕРГИЯХ $5\cdot10^{11}-2\cdot10^{13}$ *эв* И АНАЛИЗ ЕЕ РАБОТЫ НА ВЫСОТЕ 3250 *м* НАД УРОВНЕМ МОРЯ

Э. А. МАМИДЖАНЯН, М. О. АЗАРЯН, Р. А. БАДАЛЯН,
Р. М, МАРТИРОСОВ, М. М. МУРАДЯН

Описывается установка по изучению неупругих ядерных взаимодействий нуклонов в углероде и железе при энергиях $5\cdot10^{11}-2\cdot10^{13}$ *эв*.

Она сконструирована на базе большого ионизационного калориметра на г. Арагац в сочетании с годоскопической системой, предназначенной для идентификации сорта космических адронов.

Приводится анализ параметров годоскопической системы за 1000 часов работы установки.

Показано, что предлагаемый метод определения сорта ядерно-активных частиц является простым и достаточно надежным.

В настоящей статье приводится описание установки, состоящей из ионизационного калориметра и годоскопической системы счетчиков Гейгера.

Электронные схемы были разработаны в МГУ. Монтажные и наладочные работы проводились совместно двумя группами (МГУ и Ереванский физический институт) на высокогорной станции Арагац. Предварительная эксплуатация установки (>1000 часов измерений) и излагаемый ниже анализ надежности работы годоскопической системы установки проведены в Ереванском физическом институте.

Установка позволяет выделять нуклоны с энергией $5\cdot10^{11}-2\cdot10^{13}$ *эв* и изучать характеристики неупругих ядерных взаимодействий нуклонов с веществом.

Калориметр, измеряющий энергию адрона с большой точностью (дисперсия измерения $\sigma=\langle(\ln E-\ln E_0)^2\rangle=0{,}22$), подробно описан в ряде работ (напр. [1]). Схематический вид всей установки приводится на рис. 1.

При измерении энергии E_1, выделенной адроном в калориметре, необходимо пользоваться формулой

$$E_1=0{,}76\cdot10^8\,(J_{\mathrm{IV}}+J_{\mathrm{VI}})+1{,}52\cdot10^8\,(J_{\mathrm{III}}+J_{\mathrm{V}}+\sum_{i=\mathrm{VII}}^{\mathrm{XII}}J_i)+5\cdot10^8\cdot J_{\mathrm{XII}},$$

где J_i — суммарный толчок в i-ом ряду камер, выраженный в числе релятивистских частиц, прошедших по диаметру камер, а E_i' выражено в *эв*.

Расположенные над калориметром два ряда ионизационных камер со свинцовыми фильтрами служат для определения энергии электронно-фотонной (э—ф) компоненты:

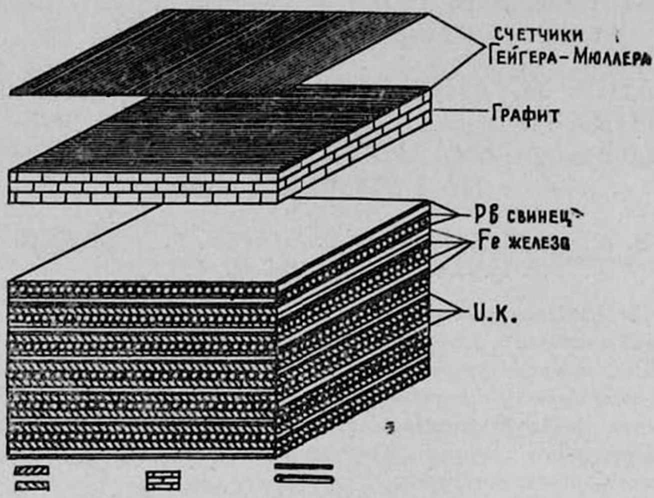


Рис. 1. Схематический вид установки.

$$E_2 = 1{,}78 \cdot 10^8 \cdot J_{\text{I, II}},$$

где $J_{\text{I, II}}$ — максимальный толчок в одном из верхних (I и II) рядов камер.

Находящийся выше графитовый фильтр толщиной 60 *г/см*^{2} служит мишенью, в которой происходят ядерные взаимодействия адрона. Генерированные при этом π_0-мезоны и дают начало э—ф каскадам.

Таким образом, полная энергия адрона $E_0 = E_1 + E_2$.

Два ряда серийно выпускаемых газоразрядных счетчиков СИ-5Г (верхний, I, ряд—420 счетчиков, по 10 в каждой коробке; нижний, II, —360 счетчиков, 36 коробок), расположенных над мишенью и перекрывающих площадь калориметра, составляют годоскопическую систему, предназначенную для регистрации ливневого сопровождения *я—а* частиц, выделения одиночных адронов и для идентификации их сорта.

Регистрация событий происходит всякий раз, когда энерговыделение в калориметре превышает пороговую величину и годоскоп фиксирует прохождение одиночных или с малым ливневым сопровождением (главным образом электронов) *я—а* частиц ($\leqslant 4$ частиц сопровождения на всей площади I ряда годоскопа).

12 рядов ионизационных камер позволяют достаточно точно определить координаты ядерно-каскадного ливня, вызванного частицей. Естественно, для анализа взаимодействий используются случаи, когда ионизация в калориметре образует ствол.

Критерий отбора адронов был следующий: ядерный ливень вызван нейтроном, если в коробке, соответствующей прохождению оси ливня, и двух смежных с нею не срабатывает ни один счетчик в обоих рядах. Частица считается заряженной, если в указанных коробках обоих рядов имеются сработавшие счетчики. При таком критерии из-за посторонних разрядов в счетчиках и просчете мы теряем события. Статистический анализ характеристик годоскопа, приведенный ниже, позволяет достаточно точно определить процент потерянных по этому критерию событий.

Блок-схема установки приведена на рис. 2.

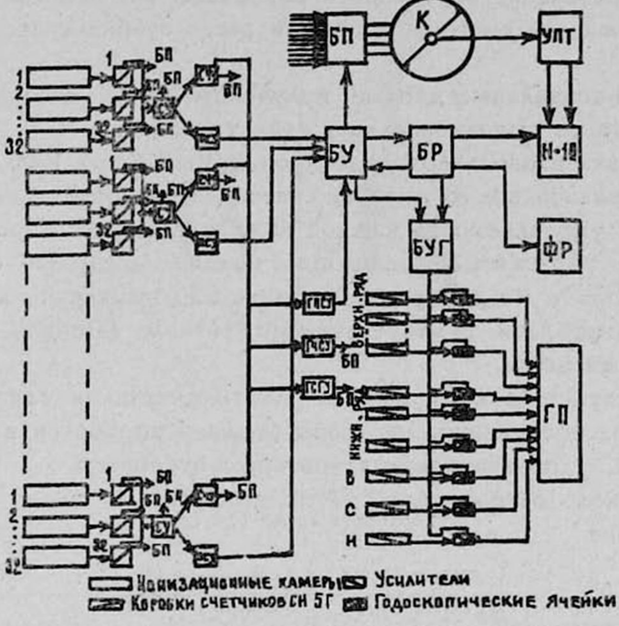


Рис. 2. Блок-схема установки.

Необходимыми для регистрации событий являются условия:

а) суммарная ионизация в любых двух рядах камер должна превосходить пороговую величину в 300 рел. частиц;

б) суммарная ионизация всех 12 рядов камер должна превосходить величину в 5000 рел. частиц;

в) события должны быть одиночными, либо иметь малоплотное воздушное сопровождение.

При выполнении указанных требований блок управления установки вырабатывает главный мастерный импульс, который запускает блок памяти (БП), блок регистрации (БР) и блок управления годоскопом (БУГ).

БУГ вырабатывает и подает управляющий импульс на годоскопические ячейки всех счетчиковых коробок. Каждая ячейка соединена с неоновой лампочкой фотографируемой годоскопической панели системы регистрации. Система регистрации негативная.

Основными требованиями, предъявляемыми к годоскопу, являются:

а) управляемость системы, т. е. не поджигание фотографируемой неоновой лампочки при пролете заряженного адрона через соответствующую коробку счетчиков (назовем это одиночным срабатыванием) и отсутствие срабатывания (т. е. поджигание лампочки) при пролете нейтрона или же отсутствии частицы вообще.

б) высокая эффективность ($\sim 100\%$) регистрации одиночных частиц;

в) точное знание вероятности случайных разрядов в счетчиках;

г) надежность системы и прежде всего стабильность параметров во времени.

Экспериментальные данные, полученные нами, вполне определенно указывают на выполнение всех этих требований.

Установка в описанном виде проработала более 1000 часов. Ежедневно проверялись все 78 коробок счетчиков по скорости счета и форме импульсов и управляемость каждой годоскопической коробки. Коробка считалась управляемой, если при подаче двадцати стандартных сигналов с БУГ-а на данную ячейку соответствующая лампочка ни разу не поджигалась. В отсутствие же сигнала лампочка все время (20 раз) поджигалась.

Для статистического анализа работы счетчиков годоскопа были построены распределения числа сработавших коробочек в обоих рядах для событий, удовлетворяющих критерию отбора.

Если число срабатываний N представить в виде нормального распределения

$$f(N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{<N^2> - <N>^2}} \cdot e^{-\frac{(N - <N>)^2}{2(<N^2> - <N>^2)}},$$

то более 60% всех экспериментальных точек ложится в доверительный интервал $<N> \pm \sqrt{<N>}$ для обоих рядов. При этом $<N> = 48$ для I ряда и 97 для второго ряда.

Было построено и дифференциальное распределение частоты срабатывания N. Эта зависимость $n(N)$ в виде гистограммы приведена на рис. 3 (а, б) для верхнего и нижнего рядов. Можно показать, что она достаточно хорошо описывается в обоих случаях гауссовским распределением с $<N> = 48$ и 97.

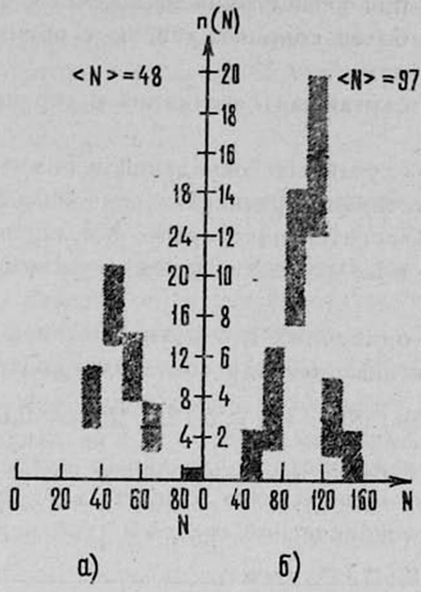
Для регистрации тройных совпадений, вызываемых пролетом релятивистских мюонов через установку, в калориметре, на разных глубинах, расположены три коробочки счетчиков, аналогичных счетчикам годоскопа.

Измерения методикой тройных совпадений проводились систематически (по 50 точек ежедневно). В статье используются данные по 1000 случаям.

При 100% эффективности и отсутствии случайных совпадений в счетчиках мы бы имели 1000 случаев с одиночным срабатыванием в обоих рядах. В таблице 1 приводятся экспериментальные данные.

Как видно из таблицы, годоскопическая система характерна почти 100% эффективностью регистрации частиц:

$$\varepsilon_{\text{эксп.}} = 97{,}5 \pm 3{,}3\%.$$



ис. 3. Гистограммы распределения сработавших годоскопических коробок по рабочим событиям для верхнего а) и нижнего б) рядов годоскопа.

Таблица 1

(В процентах к 1000 случаев)

Число случаев с одиночным срабатыванием в I ряду	Число случаев с одиночным срабатыванием во II ряду	Число случаев с одиночным срабатыванием в обоих рядах
40,1±2,4	46,0±2,6	21,0±1,8
Число случаев с отсутствием срабатывания в I ряду	Число случаев с отсутствием срабатывания во II ряду	Число случаев с отсутствием срабатывания в обоих рядах
16,4±1,3	14,8±1,2	2,5±0,5

Если запускать калориметр m раз посторонним импульсом от специального генератора стандартных сигналов (имитируя тем самым главный мастерный импульс БУ), то при достаточно большом m распределение и число срабатываний в годоскопической системе позволяет экспериментально довольно точно определить вероятность случайных разрядов в годоскопической системе, вызванных посторонними событиями.

Анализ случайных совпадений для $m = 1500$ дал следующие результаты:

а) вероятность случайных разрядов по обоим рядам составляет 69,7±3,3% (76,5±3,7% по методике тройных совпадений). Это означает, например, что при регистрации заряженных адронов $\sim 70\%$ всех событий с одним и более сопровождением в обоих рядах фактически являются одиночными;

б) вероятность случайных совпадений в верхнем ряду составляет $54{,}8\%$;

в) вероятность случайных совпадений в нижнем ряду составляет 44% (довольно существенная разница в величинах вероятности в обоих рядах годоскопа объясняется некоторым поглощением ливневого сопровождения в ~ 10 *г/см*^{2} вещества между верхним и нижним рядами счетчиков);

г) вероятность одиночных и с разной степенью кратности случайных совпадений в нижнем ряду составляет соответственно

$$W_1^{\mathrm{II}} = 0{,}31, \quad W_2^{\mathrm{II}} = 0{,}12, \quad W_{>2}^{\mathrm{II}} = 0{,}05.$$

Одинаковые характеристики случайных совпадений, измеренных нами в разное время эксперимента, свидетельствуют о стабильном характере работы годоскопической системы (таблица 2).

Таблица 2

	500 случаев	500 случаев три месяца спустя
Число случаев, когда в I ряду нет срабатывания (I—0) (независимо от II ряда)	199	234
Число случаев, когда во II ряду нет срабатывания (II—0) (независимо от I ряда)	271	280
Число случаев, когда в обоих рядах нет срабатывания (I—0, II—0)	137	157
Число случаев, когда I—0, II>0	62	74
Число случаев, когда I—0, II>1	15	13
Число случаев, когда I—0, II>2	3	4
Число случаев, когда II—0, I>0	134	120
Число случаев, когда II—0, I>1	46	33
Число случаев, когда II—0, I>2	7	6

При идентификации событий по годоскопической системе следует учесть возможность попадания в счетчики годоскопа рассеянных заряженных частиц малых энергий через боковую поверхность установки, а также возможность обратного тока заряженных ливневых частиц, зародившихся при взаимодействии „первичного“ адрона с ядром мишени-углерода.

Построив распределение срабатываний всех коробок по случайным и рабочим событиям, можно убедиться, что боковой эффект не играет сколько-нибудь значительной роли — крайние коробки не отличаются большим срабатыванием.

Количественная оценка этого эффекта показывает: из 1500 случайных событий наблюдалось 679 случаев с отсутствием срабатывания в верхнем ряду, из которых лишь в 245 случаях отмечалось срабатывание в нижнем ряду. Следовательно, эффект рассеяния боковых электронов может сказаться лишь в

$$W_{\text{бок.}} \sim \frac{245}{679} = 36\% \text{ всех случаев.}$$

Можно оценить и обратный ток ливневых заряженных частиц для II ряда (для первого ряда он практически отсутствует, так как между обоими рядами около 10 *г/см*^{2} вещества).

Для этого по пленкам было обработано $N_0^{\mathrm{I}} = 123$ рабочих событий, удовлетворяющих системе отбора. При этом требовалось, чтобы в верхнем ряду не было ни одного срабатывания. Очевидно, что указанные события являются одиночными нейтронами с $\sim 15\%$ примесью одиночных заряженных $\pi - a$ частиц, „бесследно" проскочивших верхний ряд. При этом в каком-то проценте событий срабатывания в нижнем ряду были вызваны взаимодействиями нейтронов с малой неупругостью в веществе между обоими рядами.

Доля событий δ, где сказывается обратный ток частиц, будет равна

$$\delta = \frac{N_0^{\mathrm{I}} \cdot \varepsilon_{\mathrm{I}} - N_0^{\mathrm{II}} \cdot \varepsilon_{\mathrm{II}} - N_1^{\mathrm{II}} \cdot W_1^{\mathrm{II}} - N_2^{\mathrm{II}} \cdot W_2^{\mathrm{II}} - N_{>2}^{\mathrm{II}} \cdot W_{>2}^{\mathrm{II}} - N_{>0}^{\mathrm{II}} \cdot W_{\text{бок}}}{N_0^{\mathrm{I}} \cdot \varepsilon_{\mathrm{I}}},$$

где ε_{I} — эффективность регистрации частиц в I ряду—равна $1 - 0{,}16 = 0{,}84$ (см. табл. 1); $\varepsilon_{\mathrm{II}}$ — эффективность регистрации частиц во II ряду—равна $1 - 0{,}15 = 0{,}85$; $N_1^{\mathrm{II}} = 34$; $N_1^{\mathrm{II}} = 32$; $N_{>2}^{\mathrm{II}} = 30$ — числа событий, когда во II ряду одно, два и более двух срабатываний, соответственно;

$$N_{>0}^{\mathrm{II}} = N_1^{\mathrm{II}} + N_2^{\mathrm{II}} + N_{>2}^{\mathrm{II}} = 96.$$

Используя также величины W, приведенные выше, получаем $\delta \leqslant 0{,}27$.

Фактическая поправка на обратный ток еще меньше, так как система антисовпадений (АС) отбирала случаи, когда в I ряду число сработавших коробок $\leqslant 4$. Естественно, при этом в нижнем ряду может срабатывать и большее число счетчиков, так как никакого ограничения в этом ряду нет. Эксперимент показывает, что при отсутствии системы АС и в верхнем ряду величины $\langle N \rangle$ в обоих рядах в пределах статистических ошибок одинаковы. Это указывает на то, что обратный ток ливневых заряженных частиц, если и существует, то очень мал.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность В. Я. Шестоперову за прочтение рукописи и ряд замечаний.

Поступила 13.XI.1971

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. А. Собиняков*, Диссертация. НИИЯФ, МГУ, 1968.

5.10 —2.10 ԷՎ ԷՆԵՐԳԻԱՆԵՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ ՆՈՒԿԼՈՆՆԵՐԻ ՈՉ ԱՌԱՁԳԱԿԱՆ ՄԻՋՈՒԿԱՅԻՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՄԱՆ ՀԱՄԱՐ ՆԱԽԱՏԵՍՎԱԾ ԿԱՅԱՆՔԻ ՆԿԱՐԱԴՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ԵՎ ՆՐԱ ԱՇԽԱՏԱՆՔԻ ՎԵՐԼՈՒԾՈՒԹՅՈՒՆԸ ԾՈՎԻ ՄԱԿԵՐԵՎՈՒՅԹԻՑ 3250 Մ. ԲԱՐՁՐՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ

Է. Ա. ՄԱՄԻՋԱՆՅԱՆ, Մ. Հ. ԱԶԱՐՅԱՆ, Ռ. Ա. ԲԱԴԱԼՅԱՆ, Ռ. Մ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՈՎ,
Մ. Մ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ

Նկարագրվում է կայանքում ածխածնի ու երկաթի նուկլոնների ոչ առաձգական միջուկային փոխազդեցությունների ուսումնասիրությունը 5.10^{11}—2.10^{13} էներգիաների դեպքում։

Կայանքը ստեղծված է Արագածի իոնիզացիոն մեծ կալորիմետրի հիման վրա, զուգակցված հոդոսկոպիկ սիստեմի հետ, որը նախատեսված է տիեզերական ադրոնների տեսակի իդենտիֆիկացման համար։

Բերված է հոդոսկոպիկ սիստեմի պարամետրերի վերլուծությունը, կայանքի 1000 ժ. աշխատանքի համար։

Ցույց է տրված, որ միջուկային ակտիվ մասնիկների տեսակի որոշման առաջարկված եղանակը հանդիսանում է հասարակ ու բավարար հուսալի։

AN EQUIPMENT TO STUDY NUCLEAR INTERACTIONS OF NUCLEONS IN $5\cdot10^{11}$—$2\cdot10^{13}$ eV ENERGY REGION WHICH CONSISTS OF AN IONIZATION CALORIMETFR AND HODOSCOPIC SYSTEM

E. A. MAMIDJANIAN, M. O. AZARIAN, R. A. BADALIAN,
R. M. MARTIROSOV, M. M. MURADIAN

An equipment for an investigation of strong interactions of nucleons in the $5\cdot10^{11}$—$2\cdot10^{13}$ eV energy region is described.

The equipment consists of an ionization calorimeter and hodoscopic system for identification of the charge of hadrons.

The detailed analysis of parameters of hodoscopic system is given.

On the basis of preliminary running of apparatus (for more than 1000 hours this equipment is concluded to provide an effective way of studying the nuclear intearactions of nucleons.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

СОДЕРЖАНИЕ