

ԱՍՏՂԱՖԻԶԻԿԱ

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 45

ФЕВРАЛЬ, 2002

ВЫПУСК 1

МНОГОЦВЕТНАЯ ФОТОМЕТРИЯ КАРЛИКОВОЙ НОВОЙ
ТИПА SU URSAE MAJORIS V1504 CYGNI

Е.П.Павленко, О.И.Дудка 5

РЕЗУЛЬТАТЫ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ
MWC 342

Я.Н.Чхиквадзе, В.О.Кахиани, Э.Б.Джаниашвили 15

ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТ ЗВЕЗДНЫХ ВСПЫШЕК
ДЛЯ СЛАБЫХ ЗВЕЗД СКОПЛЕНИЯ ПЛЕЯДЫ

Эльма С.Парсамян 23

ОБ ИЗМЕНЕНИИ ЧАСТОТЫ ВСПЫШЕК ВСПЫХИВАЮЩИХ
ЗВЕЗД. III. ВСПЫХИВАЮЩИЕ ЗВЕЗДЫ АССОЦИАЦИИ
ОРИОНА

А.А.Акопян, Л.А.Саргсян 29

ПОЛЯРИМЕТРИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗВЕЗД С ИНФРА-
КРАСНЫМ ИЗБЫТКОМ ИЗЛУЧЕНИЯ

М.А.Ерицян, Р.Х.Оганесян, Е.Р.Оганесян 35

ИОНИЗАЦИЯ И ОХЛАЖДЕНИЕ ГОРЯЧЕЙ ПЛАЗМЫ С
ФЛУКТУАЦИЯМИ ТЕМПЕРАТУРЫ

А.Ф.Холтыгин, В.Ф.Братцев, В.И.Очкур 45

ВОЛНОВЫЕ ПУЧКИ В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ В
ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А.Г.Багдоев, Д.М.Седракян 63

(Продолжение на 4-й стр. обложки)

Выходит с 1965г.
на русском и английском языках

Խմբագրական կոլեգիա

Գլխավոր խմբագիր՝ Դ.Մ.Սեդրակյան (Հայաստան)

Գլխավոր խմբագրի տեղակալներ՝ Վ.Գ.Գորբաչևի (Ռուսաստան), Է.Ե.Խաչիկյան (Հայաստան)

Պատասխանատու քարտուղար՝ Ա.Տ.Քալլոդյան (Հայաստան)

Գ.Ս.Բիսնովատի-Կոգան (Ռուսաստան), Ա.Ա.Բոյարչուկ (Ռուսաստան), Վ.Պ.Գրինին (Ռուսաստան-Ուկրաինա), Վ.Վ.Իվանով (Ռուսաստան), Ի.Գ.Վարաշենսկի (Ռուսաստան), Դ.Կունտ (Ֆրանսիա), Ա.Գ.Նիկողոսյան (Հայաստան), Ա.Մ.Չերնազշչուկ (Ռուսաստան), Է.Ս.Պարսամյան (Հայաստան), Գ.Ն.Սալուկվաձե (Վրաստան), Ե.Թերզյան (ԱՄՆ):

Редакционная коллегия

Главный редактор: Д.М.Седракян (Армения)

Заместители главного редактора: В.Г.Горбачкий (Россия), Э.Е.Хачикийн (Армения)

Ответственный секретарь: А.Т.Каллодьян (Армения)

Г.С.Бисноватый-Коган (Россия), А.А.Боярчук (Россия), В.П.Гринин (Россия-Украина), В.В.Иванов (Россия), И.Д.Караченцев (Россия), Д.Кунт (Франция), А.Г.Никогосян (Армения), Э.С.Парсамян (Армения), Г.Н.Салуквадзе (Грузия), Е.Терзян (США), А.М.Черепашук (Россия)

"АСТРОФИЗИКА" - научный журнал, издаваемый Национальной академией наук Республики Армения. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой. Журнал предназначен для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

"ԱՍՏՐՈՖԻԶԻԿԱ"-ն գիտական հանդես է, որը հրատարակում է Հայաստանի Հանրապետության Գիտությունների Ազգային Ակադեմիան: Հանդեսը տպագրում է ինքնատիպ հոդվածներ աստղերի ֆիզիկայի, միգամածությունների և միջաստղային միջավայրի ֆիզիկայի, աստղաբաշխության և արտագալակտիկական աստղագիտության, ինչպես նաև աստղաֆիզիկայի սահմանակից բնագավառների գծով: Հանդեսը նախատեսված է գիտական աշխատակիցների, ասպիրանտների և բարձր կուրսերի ուսանողների համար:

Адрес редакции: Республика Армения, Ереван 19, пр. Маршала Баграмяна 24
Редакция ж. "Астрофизика", тел. 56 81 38
e-mail: astrofiz @ sci.am

УДК: 524.316.082:520.6

МНОГОЦВЕТНАЯ ФОТОМЕТРИЯ КАРЛИКОВОЙ НОВОЙ ТИПА SU URSAE MAJORIS V1504 CYGNI

Е.П.ПАВЛЕНКО¹, О.И.ДУДКА²

Поступила 20 октября 2001

Принята к печати 3 декабря 2001

На основании многочисленных наблюдений карликовой новой V1504 Cyg, выполнявшихся с 1988г. по 2001г. в Крымской астрофизической обсерватории и в Крымской лаборатории ГАИШ в полосах стандартной фотометрической системы *BVR*, получены характеристики блеска и показателей цвета для сверхвспышки и нормальных вспышек звезды. V1504 Cyg более голубая в максимуме вспышки, чем в минимуме, причем восходящая ветвь вспышки характеризуется более "красными" показателями цвета, чем нисходящая. Детальный анализ поведения двух вспышек согласуется с моделью Смака (А), в которой вспышка вызывается температурной нестабильностью, возникающей вначале во внешних частях аккреционного диска вокруг компактного компонента двойной системы и распространяющейся ко внутренним. Характеристики другой вспышки согласуются с моделью Смака (В), когда нестабильность первоначально возникает во внутренних частях диска. Предполагено, что для V1504 Cyg характерны вспышки именно типа А, и редки вспышки типа В.

1. *Введение.* Переменность V1504 Cyg (КЗП 4693) впервые была открыта Белявским в 1936г [1]. Цесевич и Драгомирецкая в 1973г. [2], а затем Грокер в 1978г. [3] обнаружили, что поведение звезды носит взрывной характер. В 1981г. Курочкин [4] предположил, что есть основания отнести объект к двойной системе - карликовой новой. Райков и Юценко в 1988г. [5], исследуя поведение звезды по фотопластинкам, полученным на 45-см рефлекторе наблюдательной станции Маяки Одесской астрономической обсерватории с привлечением архивных пластинок, предложили классифицировать V1504 Cyg как карликовую новую типа SU UMa. Карликовые новые - это тесные двойные системы, в которых менее массивный компонент является звездой позднего спектрального класса. Он заполняет свою полость Роша и теряет вещество на более массивный компонент - через аккреционный диск, если компонент не обладает магнитным полем, или непосредственно на один или оба магнитные полюса, если компактный компонент является сильно замагниченным объектом. Системы типа SU UMa демонстрируют ярко-выраженные вспышки 2-х типов: так называемые "нормальные", происходящие относительно часто, и более редкие "сверхвспышки" (подробнее об этом можно прочесть в обзоре Уорнера [6]). Сверхвспышки сопровождаются периодическими колебаниями яркости - "сверхгорбами".

Ульянихина и Шугаров [7] подтвердили существование двух типов вспышек, измерив яркость этой звезды по архивным фотопластинкам фототеки

ГАИШ. Согласно их измерениям, а также данным Райкова и Ющенко, у V1504 Cyg интервал между появлением нормальных вспышек колеблется от 6 до 11 суток, а сверхвспышки появляются примерно раз в 100 суток. И, наконец, во время сверхвспышки 1993г. Ногами и Масуда [8] открыли 0.07 - дневные сверхгорбы, тем самым окончательно доказав принадлежность этой карликовой новой классу SU UMa.

Райков и Ющенко первыми исследовали также изменения показателя цвета $B - V$ у V1504 Cyg и обнаружили, что вблизи максимума $B - V$ составляет $0^m.1 - 0^m.4$, а при $B = 16^m$ он достигает 1^m .

Известно, что карликовые новые в течение вспышки - очень голубые объекты ($B - V = -0^m.1 - 0^m.3$) [10], в спокойном состоянии их показатель цвета $B - V$ (для разных звезд) распределен в очень широком диапазоне от $-0^m.3$ до $1^m.3$. Некоторые карликовые новые в ходе вспышек описывают так называемые "петли", т.е., возрастание яркости характеризуется более "красными" показателями цвета, чем ее ослабление (см., например, [9,10]).

Настоящая работа посвящена исследованию эволюции показателей цвета V1504 Cyg в течение одной сверхвспышки 1996г., в нескольких нормальных вспышках и в спокойном состоянии в 1988-2001гг.

2. Наблюдения. В данной работе представлены наблюдения V1504 Cyg 1988-2001гг. в полосах стандартной фотометрической системы Джонсона и Моргана BVR , проводившиеся нами в разные годы на различных телескопах Крымской астрофизической обсерватории (КрАО) и Крымской лаборатории ГАИШ. Наблюдения в КрАО выполнялись: 1) с 1988г. по 1996г. - в полосах BVR на телевизионном комплексе менискового телескопа Максудова МТМ-500 с регистрацией изображений на фотопленку КН-2 и с последующими измерениями их яркости на микрофотометре МФ-2 с постоянной диафрагмой. Подробно методика телевизионных наблюдений и обработки дана в [11]; 2) в 2000г. - на 38-см телескопе К-380 КрАО в полосах V и R с помощью ПЗС-матрицы SBIG ST-7; 3) в 2001г. - на телескопах К-380 КрАО и Цейсс-600 ГАИШ, также в полосах V и R с использованием той же ПЗС-матрицы ST7. Методика обработки ПЗС - изображений описана в [12]. Во время пребывания V1504 в ярком состоянии ($V = 13^m.5 - 14^m.5$), регистрация изображений осуществлялась с экспозицией 1-2 мин, а в слабом ($V \sim 17^m - 18^m$) - с экспозицией 3-4 мин. Точность регистрации, вычислявшаяся как среднеквадратическая ошибка разности блеска звезды сравнения и контрольной звезды, зависела от использовавшегося светоприемника и способа регистрации изображения. В зависимости от яркости объекта, телевизионные наблюдения обеспечивали точность единичного измерения от $0^m.08$ до $0^m.2$ в полосах BVR , а ПЗС - наблюдения - от $0^m.01$ до $0^m.1$ в полосе R и от $0^m.01$ до $0^m.2$ - в полосе V , где ПЗС имел меньшую чувствительность. Поскольку наблюдения в разных цветовых полосах выполнялись не одновременно, а последовательно, показатель

цвета вычислялся как разность блеска в двух соответствующих полосах, моменты наблюдений для которых отстояли, как правило, на 1–4 мин. При быстрых колебаниях яркости полученные показатели цвета могли несколько отличаться от истинных.

На рис.1 приведена поисковая карта V1504 Cyg с указанием переменной звезды и звезды сравнения, направления на север и масштаба. Для вычисления звездных величин переменной в полосах *BVR*, мы использовали звездные величины звезды с сравнения, измеренные С.Ю.Шугаровым фотоэлектрическим методом: $B = 16^m.26$, $V = 15^m.32$, $R = 14^m.65$. Перевод инструментальных звездных величин к стандартным для полос *BVR* проводился с помощью коэффициентов редукции [12,13].

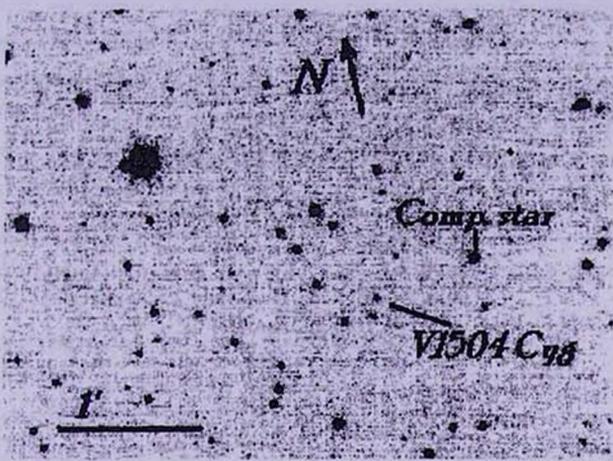


Рис.1. Поисковая карта для V1504 Cyg.

3. *Анализ цветовых изменений.* На рис.2 представлена полученная нами кривая блеска V1504 Cyg по наблюдениям в 2001г., включающая одну сверхвспышку и 7 хорошо "прописанных" нормальных вспышек. Первая половина ряда представлена наблюдениями в полосе *R*, вторая

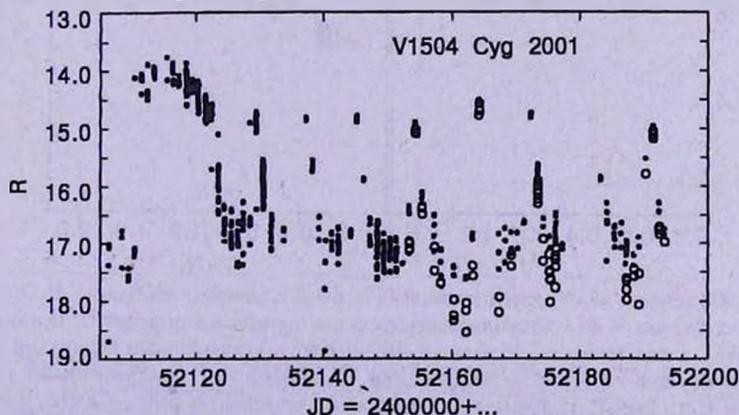


Рис.2. Кривая блеска V1504 Cyg в 2001г. в полосе *R* (заполненные кружки) и в полосе *V* (открытые кружки).

- в полосах V и R . В нормальной вспышке $V1504$ Суг достигала 14^m в полосе R , а в спокойном состоянии в этой полосе ее яркость колебалась между $16^m.7$ и $17^m.5$, т.е., амплитуда вспышек составляла в среднем около $2^m.5$. Показатель цвета $V-R$ при этом изменялся от $\sim 0^m$ в максимум вспышки до $\sim 1^m$ в спокойном состоянии. Исключением является наблюдавшаяся однажды аномально большая величина $V-R = 2^m.2$ в минимуме блеска.

На рис.3 приведены изменения показателей цвета $B-V$ и $V-R$ с изменением яркости $V1504$ Суг в V . Результат представлен по нескольким вспышкам, происходившим в разное время с 1988г. по 2001г., и по одной сверхвспышке 1996г. Данные по изменениям $B-V$ получены только на телевизионном комплексе, а по $V-R$ - как на телевизионном комплексе, так и с помощью ПЗС-камеры. Видно, что они неплохо согласуются друг с другом. В обеих полосах звезда показывает значительное покраснение по мере угасания нормальной вспышки. В максимуме нормальной вспышки имеет в среднем следующие характеристики: $V = 14^m.6$, $B-V = -0^m.1$, $V-R = 0^m$. В минимуме $V = 18^m.2$, отмечаются большие

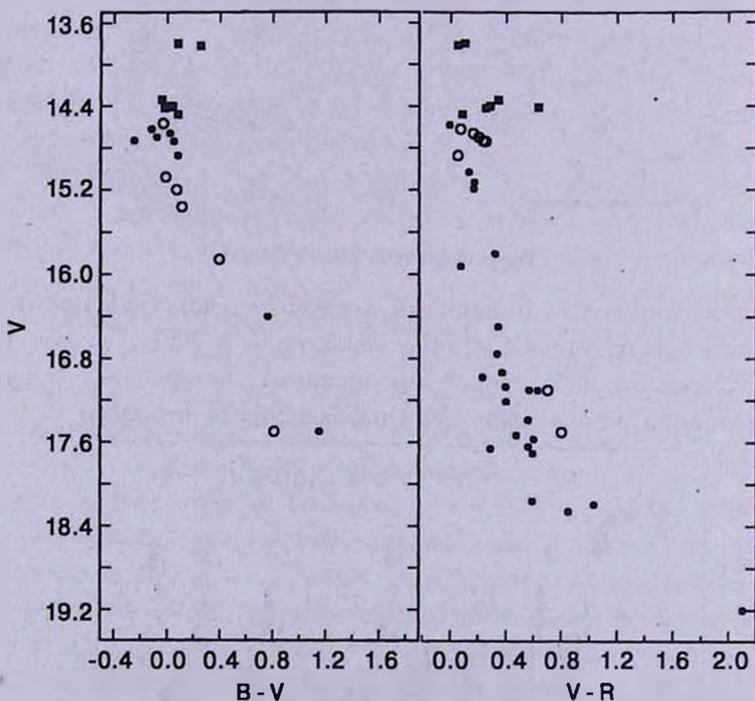


Рис.3. Изменение показателей цвета $B-V$ и $V-R$ с изменением блеска V . Открытыми кружками на графике $V, B-V$ показана зависимость для нормальных вспышек по телевизионным данным 1988г., заполненными - по данным 1996-1997гг., а заполненными квадратами показана зависимость для сверхвспышки по данным 1996г. На графике $V, V-R$ заполненными кружками обозначены ПЗС-данные, полученные в нормальных вспышках в 2000г. и 2001г., открытыми - телевизионные данные 1996-1997гг., заполненными квадратами - телевизионные данные для сверхвспышки 1996г.

изменения $V-R$: от $0^m.6$ до $2^m.1$. Они во много раз превосходят ошибки измерений и, очевидно, отражают истинные изменения физических процессов в двойной системе. Отметим, что рекордное покраснение звезды зарегистрировано нами при $V=19^m.2$, и такое событие наблюдалось только один раз. Кривая зависимости $V-R$ от V для большинства измерений "заканчивается" на $V=18^m.2$, для которого средняя величина $V-R=0^m.8$. Из-за низкой яркости звезды в спокойном состоянии в полосе B мы не смогли оценить показатель цвета $B-V$ в "глубоком" минимуме. В "неглубоком" минимуме для $V=17^m.6$, $B-V=1^m.0$.

Из рисунка видно, что во сверхвспышке яркость V1504 Cyg изменяется в пределах от $V=13^m.8$ до $V=14^m.4$. Показатель цвета $B-V$ показывает незначительные колебания в пределах $0^m-0^m.2$, в то время как $V-R$ изменяется в более широких пределах от 0^m до $0^m.6$.

4. *Обсуждение.* Проведенный нами анализ поведения показателей цвета V1504 Cyg выявил схожесть покраснения системы по мере угасания вспышки (и наоборот) с известными данными по другим карликовым новым. Обнаружено также, что величины $B-V$ и $V-R$ в максимуме вспышек и в спокойном состоянии V1504 Cyg соответствуют экстремальным значениям этих величин для других карликовых новых [9]. В работе Товмасыана и др. [14] отмечается аномально большой показатель $V-R \sim 2^m$ для DO Dra в минимуме блеска, подобный V1504 Cyg.

Рассеяние величин показателей цвета $V-R$ вдоль траектории его ослабления вызвано, очевидно, тем, что характеристики индивидуальных вспышек несколько отличаются друг от друга. Нам удалось детально проследить поведение V1504 Cyg на диаграмме $V, V-R$ для двух нормальных

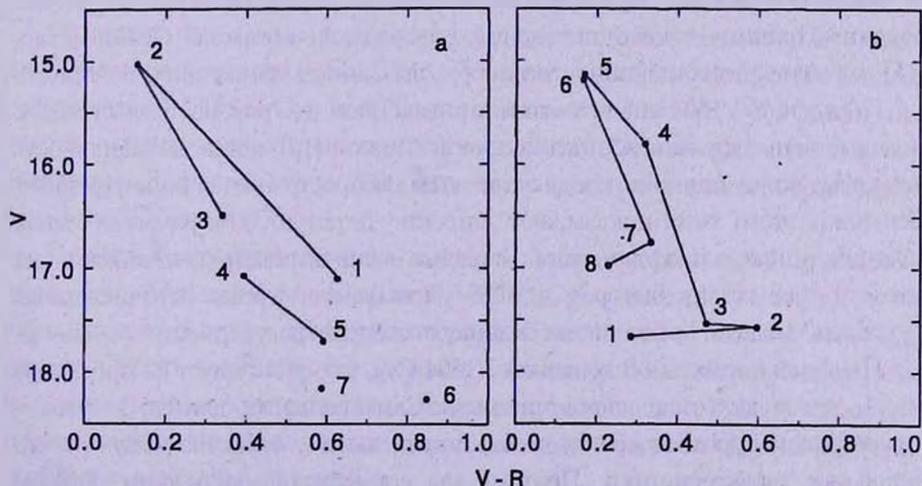


Рис.4. "Петлеобразное" изменение показателя цвета $V-R$ в течение цикла двух нормальных вспышек 2001г.: а) - для 4-й вспышки (отсчитывая от конца сверхвспышки), б) - для последней вспышки. Линиями соединены данные, полученные с временным интервалом не более суток. Точки оцифрованы в хронологическом порядке.

вспышек: для 4-ой, если отсчитывать с момента окончания сверхвспышки, и для последней (см. рис.2). Результат представлен на рис.4. Видно, что в обоих случаях вспышки выписывают петли, а именно: V1504 Суг на восходящей ветви оказывается более красной, чем на нисходящей. Однако в характере этих двух петель видно и различие: петля, приведенная в верхней части рисунка, - более широкая. Обе петли неплохо совпадают в диапазоне $V = 15^m - 16^m$, но для яркости слабее $V = 16^m$ их поведение очень сильно отличается. Вторая петля на фазе, близкой к окончанию вспышки, даже делает излом в сторону "более голубых" $V - R$ (см. точки 7 и 8 на рис.4b). Для первой петли также характерен гораздо больший ее наклон к оси показателя цвета, чем для второй.

Известно, что в минимуме блеска (т.е. между вспышками) вклад в видимое излучение карликовой новы вносят аккреционный диск, горячее пятно или горячая линия на нем, пограничный слой между диском и белым карликом, сам белый карлик и вторичный компонент позднего спектрального класса [10,15]. Большие вариации показателей цвета в минимуме могут быть вызваны переменным вкладом этих компонентов. Например, зарегистрированная нами однажды большая величина $V - R$, вероятно, соответствует огромному (и определяющему) вкладу вторичного компонента за счет уменьшения размеров и, следовательно, яркости диска.

В максимуме же блеска излучение аккреционного диска является доминирующим. Согласно давно сложившимся представлениям, вспышки карликовых новых вызываются внезапным появлением аккреционного диска из-за возросшей аккреции на белый карлик: вещество, теряемое вторичным компонентом, накапливается в диске в спокойном состоянии и, достигнув некоей критической величины, аккрецируется на белый карлик. Причина такого поведения содержится, согласно Осаки и др. [16], в тепловой неустойчивости дисков (вызванной ионизацией водорода).

Поведение V1504 во вспышке, приведенной на рис.4а, согласуется с моделью вспышки типа А, предложенной Смаком [10], когда неустойчивость возникает во внешних частях диска и затем распространяется во внутренние. Вспышки этого типа показывают широкие петли на диаграмме звездная величина - цвет, а профиль самой вспышки очень асимметричен: возрастание яркости происходит быстрее, чем ее уменьшение. Кроме перечисленных факторов, модель предполагает высокую степень регулярности вспышек.

Профиль нормальной вспышки V1504 Суг, как это следует из просмотра рис.2, также является асимметричным. Сама вспышка длится 3 суток - это слишком короткое время, чтобы по отдельному событию получить его детальные характеристики. Поэтому мы совместили наилучшим образом профили всех семи вспышек и полученный средний профиль представили на рис.5. Для такой "средней" вспышки возрастание блеска в R происходит со скоростью $1^m.7$ в сутки, а падение - со скоростью $1^m.1$ в сутки.

Профили отдельных вспышек несколько отличаются от среднего. Вспышка, показывающая относительно широкую петлю, совпадает со "средней". Однако другая рассматриваемая нами вспышка имеет более симметричный профиль (она показана открытыми кружками). Этот факт вместе с двумя другими - гораздо меньшей шириной петли и меньшим наклоном к оси $V-R$ говорит о соответствии второй вспышки типу B , для которого тепловая нестабильность, согласно Смаку, возникает первоначально во внутренних частях диска и затем распространяется во внешние.

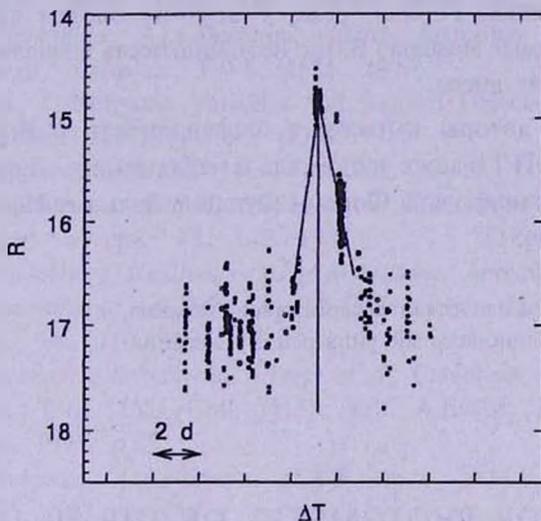


Рис.5. Профиль "средней" нормальной вспышки, полученный совмещением семи отдельных вспышек. Пунктирная линия проведена через максимум вспышки, ею также схематично обозначены восходящая и нисходящая ветви. Открытыми кружками дана более симметричная вспышка. Отметим большие колебания яркости до начала и после окончания вспышки.

Отметим, что высокая регулярность появления вспышек - это одно из свойств двойных типа $SU\ UMa$. Действительно, как следует из наших наблюдений, $V1504\ Cyg$ в 2001г. вспыхивала каждые 8-10 дней, но иногда регулярность вспышек у нее нарушается (это мы уже отметили во введении). Добавим, что в 2000г. интервал между вспышками колебался от 6.5 до 12 дней [17].

Поскольку средний профиль звезды асимметричный, можно предположить, что большинство вспышек $V1504\ Cyg$ относится к типу A , и лишь гораздо редкие - более симметричные относятся к типу B . Очевидна необходимость дальнейших цветовых наблюдений звезды для выявления частоты встречаемости вспышек обоих типов и исследования особенностей переключения нестабильности в диске с одного типа на другой в одной и той же двойной системе.

5. Выводы. В результате многолетних наблюдений карликовой новой $V1504\ Cyg$ мы пришли к следующим выводам:

- во сверхвспышке V1504 Cyg, имеет следующие характеристики: $V = 13^m.8-14^m.4$, $B - V = 0^m-0^m.2$, $V - R = 0^m-0^m.6$ (по данным 1996г.); - средняя нормальная вспышка имеет в максимуме блеска $V = 14^m.6$, $B - V = -0^m.1$, $V - R = 0^m$, в минимуме - $V = 18^m.2$, $V - R = 0^m.6-2^m.1$; ее блеск возрастает со скоростью $1^m.7$ в сутки, а падает со скоростью $1^m.1$ в сутки;

- на восходящей ветви вспышка обычно краснее, чем на нисходящей;
- характеристики средней нормальной вспышки соответствуют модели типа А Смака, для которой вспышка начинается с нестабильности во внешних частях диска. Гораздо реже у этой же звезды встречаются вспышки, описываемые моделью В, где нестабильность вначале возникает во внутренних частях диска.

В заключение авторы выражают благодарность С.В.Антипину, С.Ю.Шугарову и В.П.Тарашук за помощь в наблюдениях. Данная работа была частично финансирована Фондом Фундаментальных Исследований Украины (02/07/00451).

¹ Крымская астрофизическая обсерватория, Украина

² Харьковский Национальный университет, Украина

MULTICOLOR PHOTOMETRY OF THE SU URSA MAJORIS TYPE DWARF NOVA V1504 CYGNI

Е.Р.ПАВЛЕНКО¹, О.И.ДУДКА²

BVR photometry of the SU UMa type dwarf nova V1504 Cyg has been carried out in the Crimean Astrophysical Observatory and the Crimean Laboratory of the Sternberg Astronomical Institute in 1988-2001. We found that the outbursts of V1504 Cyg on the $V - R$, V diagram display a loops: during the ascending branch the star is redder than those during the descending one. Some of the outbursts (we suggested that most of them) are consistent with Smak's model of Type A, when the outburst is caused by thermal instability in the outer parts of the accretion disk, another outbursts-by model of Type B, with the onset of instability in the inner parts.

ЛИТЕРАТУРА

1. С.Беляевский, Перемен. звезды, 5, 36, 1936.
2. В.П.Цесевич, Б.А.Драгомирецкая, "Звезды типа RW Возничего", Наукова думка, Киев, 1973.
3. D.A.Grocker, JAAVSO, 7, 2, 1978-1979.
4. Н.Е.Курочкин, Астрон. циркуляр, 1169, 3, 1981.
5. А.А.Райков, А.В.Ющенко, Перемен. звезды, 22, 853, 1988.
6. В.Warner, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 162, 189, 1973.
7. О.А.Улжанikhина, S.Yu.Shugarov, Astron. Astrophys. Trans., 9, 43, 1995.
8. D.Nogami, S.Masuda, IBVS, 4532, 1997.
9. M.Hack, Cataclysmic Variables and Related Objects, Eds. M.Hack, C. la Does, NASA SP-507, 1993, p.769.
10. J.Smak, Acta Astron., 34, 161, 1984.
11. А.Н.Абраменко, В.В.Прокофьева, Н.И.Бондарь и др., Изв. Крым. астрофиз. обсерв., 78, 182, 1988.
12. Е.П.Павленко, С.Ю.Шугаров, Н.А.Катышева, Астрофизика, 43, 567, 2000.
13. В.В.Прокофьева, В.В.Бочков, Е.П.Павленко, Изв. Крым. астрофиз. обсерв., 88, 110, 1993.
14. G.Tovmasian, J.Echevarria, E.Perez et al., Cataclysmic Variables and Related Objects, Proc. IAU Coll. N158, Eds. A.Evans, J.H.Wood, Dordrecht: Kluwer, 1996, p.79.
15. Д.В.Бусикало, А.А.Боярчук, О.А.Кузнецов, В.М.Чечеткин, Астрон. ж., 74, 880, 1997.
16. Y.Osaki, Publ. Astron. Soc. Pacif., 108, 30, 1996.
17. Е.П.Павленко, L.Cook, Т.Р.Ирсманбетова, А.Вакланов, О.Дудка, The Physics of Cataclysmic Variables and Related Objects, ASP Conference Series, Eds. B.T.Gansicke, K.Beuermann, K.Reinsch, 2002 (in press).

УДК: 524.3:520.34

РЕЗУЛЬТАТЫ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ MWC 342

Я.Н.ЧХИКВАДЗЕ, В.О.КАХИАНИ, Э.Б.ДЖАНИАШВИЛИ

Поступила 9 августа 2001

Принята к печати 23 ноября 2001

Представлены результаты фотоэлектрических наблюдений MWC 342 в системе Стремгрена. Полученные кривые блеска показывают сравнительно быстрый подъем яркости за 3-4 дня и затем его падение со вторичным минимумом и максимумом в течение 12-13 дней. Отметим, что в 1989г., с падением блеска, звезда становится голубее в пашеновском континууме и краснее в ультрафиолете. А в 1993 г. по мере падения блеска звезда становилась голубее в ультрафиолете, а в пашеновском континууме цвет звезды практически оставался неизменным. Рассмотрены два возможных механизма вариаций блеска MWC 342: переменная мощность излучения газовой оболочки и затмение околозвездной пылевой средой. Качественные оценки показали, что каждый из вышеуказанных механизмов в отдельности не может объяснить набор наблюдаемых характеристик MWC 342.

1. *Введение.* В тридцатые годы объект MWC 342 был включен в каталог звезд с эмиссионными линиями [1]. Позже было установлено, что линии излучения водорода являются двойными, а линии FeII имеют контуры типа P Cуг [2]. Кроме того, наблюдения показали, что профили эмиссионных линий подвержены изменениям [3]. Согласно [4], MWC 342 характеризуется избыточным ИК-излучением. Бергнер и др. [5] считают, что MWC 342 можно отнести к классу Ae/Be звезд Хербига. Ими же было установлено, что блеск и степень поляризации меняются периодически. Также было обнаружено, что с уменьшением блеска в оптической части спектра излучение в ИК-области возрастало. По мнению Бергнера и др. [5], периодичность блеска и поляризации связана с процессами в околозвездной пылевой среде MWC 342. Такого же мнения придерживается Мельников [6]. Он установил, что в течение 1988-94гг. средний блеск звезды был подвержен многолетним изменениям. Кроме того, были отмечены медленные вариации блеска длительностью 70-120 суток, на которые накладывались более короткие колебания с периодом от 15 до 45 суток [6].

2. *Наблюдения.* Фотоэлектрические наблюдения MWC 342 в системе Стремгрена проводились в период август - сентябрь 1989г. и август - октябрь 1993г., на 125-см рефлекторе Абастуманской астрофизической обсерватории. Стандартом служила звезда HD 194205 ($V=9^m.04$, $B-V=0^m.53$, $U-B=-0^m.32$). В 1993г. систематически наблюдалась контрольная звезда. Ошибка измерения в ультрафиолете не превышала $0^m.03$, а в

остальных фильтрах - не более $0^m.01$. Результаты наблюдений представлены в таблицах 1 и 2. В 1989г. наблюдения велись одноканальным фотометром, а в 1993г. - с использованием двухканального фотометра [7].

На рис.1 представлены результаты наблюдений MWC 342 в 1989г. Крестиками обозначены данные Бергнера и др. [5]. (Заметим, что характерные детали, наблюдаемые в полосе u реальны, так как они повторяются в U , B , R полосах). Изменения в полосах u , b , v протекают синхронно, тогда как в полосе u та или иная деталь появляется на 1-3 дня позже, чем в других полосах, и средний уровень блеска в первой части на $0^m.1$ слабее, чем в остальных участках. Сводная кривая блеска представлена на рис.1 (II часть). (Светлые кружки - I часть кривой блеска, которая сдвинута вправо на 30^d).

Полученную кривую можно охарактеризовать так:

1. От минимума до максимума за 3-4 дня происходит быстрый подъем блеска.

2. Далее следует медленный спад до вторичного минимума, и после небольшого подъема блеска наступает резкий спад до минимума. Этот участок кривой блеска имеет продолжительность 12-13 дней.

Такой же период ($P \sim 15-16^d$) фиксируется в изменениях индекса β

Таблица 1

РЕЗУЛЬТАТЫ $ubvuv$ -ФОТОМЕТРИИ MWC 342 В 1989г.

JD2447000+	N	Δm_u	Δm_b	Δm_v	Δm_u	$\Delta \beta_u$	$\Delta \beta_v$
745.51	4	1.731	2.219	2.605	2.506	1.364	1.982
747.54	4	1.625	2.097	2.451	2.442	1.327	1.867
748.56	4	1.588	2.065	2.456	2.419	1.339	1.852
751.49	6	1.712	2.175	2.548	2.574	1.414	1.952
754.48	5	1.721	2.160	2.546	2.474	1.329	1.955
755.53	3	1.669	2.140	2.494	2.487	1.273	1.910
756.47	4	1.702	2.157	2.526	2.559	1.357	1.937
757.56	4	1.842	2.30	2.664	2.607	1.435	2.065
762.57	6	1.813	2.275	2.635	2.634	1.443	2.048
773.62	3	1.80	2.250	2.590	2.500	1.390	2.020
774.63	1	1.85	2.28	2.61	2.50	1.47	2.06
775.52	4	1.708	2.183	2.562	2.432	1.419	1.986
777.51	4	1.621	2.107	2.472	2.330	1.374	1.895
779.50	7	1.634	2.106	2.480	2.310	1.355	1.907
784.45	5	1.648	2.126	2.494	2.263	1.374	1.894
785.50	2	1.660	2.15	2.46	2.26	1.32	1.92
790.45	5	1.660	2.130	2.491	2.317	1.328	1.903
791.55	3	1.661	2.142	2.511	2.346	1.390	1.924
792.65	4	1.659	2.133	2.510	2.411	1.379	1.909
793.60	6	1.652	2.120	2.511	2.402	1.356	1.930
794.65	5	1.693	2.168	2.540	2.427	1.395	1.94
796.55	5	1.665	2.144	2.514	2.393	1.340	1.910

Δm - разность зв. величин (переменная - стандарт).

$\Delta \beta_u$ и $\Delta \beta_v$ - разность зв. величин в узком и широком фильтрах H_u .

Таблица 2

РЕЗУЛЬТАТЫ *ubnyb*-ФОТОМЕТРИИ МВС 342 В 1993г.

JD2449000+	N	Δm_1	Δm_2	Δm_3	Δm_4	$\Delta \beta_1$	$\Delta \beta_2$
181.44	21	1.347	1.611	1.833	1.367	1.317	1.479
182.40	11	1.341	1.631	1.889	1.406	1.305	1.473
183.34	11	1.342	1.615	1.893	1.442	1.284	1.465
190.32	10	1.416	1.723	1.991	1.437	1.555	1.392
191.37	12	1.353	1.668	1.927	1.458	1.312	1.485
		0.930	0.983	1.690	2.550	0.930	0.930
203.34	5	1.517	1.830	2.106	1.544	1.460	1.666
		0.918	1.018	1.710	2.466	0.951	0.944
204.35	5	1.570	1.900	2.110	1.610	1.410	1.640
205.35	8	1.500	1.838	2.110	1.610	1.410	1.640
		0.900	0.990	1.660	2.650	0.970	0.990
210.36	16	1.279	1.603	1.871	1.547	1.278	1.448
		0.911	1.020	1.722	2.597	0.960	0.960
214.38	20	1.494	1.841	2.110	1.737	1.475	1.653
		0.951	1.043	1.755	2.617	1.025	0.990
217.34	10	1.451	1.773	2.045	1.612	1.405	1.590
		0.930	1.043	1.740	2.556	0.960	0.960
220.28	21	1.648	1.977	2.232	1.720	1.537	1.762
		0.963	1.074	1.768	2.612	0.999	1.001
222.27	16	1.481	1.809	2.056	1.552	1.405	1.612
		0.948	1.047	1.751	2.589	0.996	0.978
223.29	10	1.407	1.725	1.999	1.547	1.320	1.540
		0.950	1.058	1.751	2.669	0.990	0.993
224.28	6	1.310	1.640	1.905	1.527	1.306	1.469
		0.950	1.038	1.728	2.601	1.000	0.991
229.32	4	1.445	1.763	2.008	1.657	1.405	1.570
		0.963	1.064	1.751	2.540	1.014	0.994
230.32	4	1.497	1.832	2.086	1.562	1.435	1.614
		0.978	1.080	1.776	2.637	1.028	0.998
237.29	6	1.504	1.838	2.082	1.655	1.472	1.654
		0.982	1.099	1.786	2.630	1.022	1.037
241.34	6	1.481	1.812	2.070	1.649	1.447	1.632
		0.992	1.113	1.816	2.703	1.035	1.010
242.27	6	1.536	1.845	2.140	1.688	1.503	1.687
		1.037	1.127	1.860	2.678	1.080	1.069
243.28	6	1.499	1.823	2.109	1.599	1.437	1.637
		0.993	1.100	1.800	2.613	1.035	1.004
247.27	6	1.424	1.770	2.058	1.626	1.428	1.599
		1.008	1.093	1.826	2.649	1.071	1.038
248.24	6	1.367	1.687	1.964	1.547	1.340	1.520
		1.001	1.094	1.824	2.688	1.034	1.020
249.27	15	1.393	1.718	2.010	1.639	1.370	1.555
		1.039	1.144	1.860	2.713	1.104	1.066
255.24	6	1.482	1.826	2.124	1.621	1.434	1.647
		1.005	1.101	1.825	2.662	1.075	1.027
256.29	6	1.485	1.804	2.072	1.630	1.477	1.643
		1.022	1.123	1.855	2.662	1.072	1.063

Обозначения те же, что и в табл.1.

Для каждой эпохи во второй строке представлены наблюдения контрольной звезды.



(рис.1). При этом минимальное значение индекса β наблюдается, когда блеск звезды в полосе u минимален и наоборот. Необычной является вариация показателя цвета $u - b$. Аналогично происходило изменение индекса бальмеровского скачка. Эти изменения происходят с периодом $\sim 40^d$. Менее уверенно такой же период можно зафиксировать в изменениях показателя цвета $b - u$, но они происходят в противофазе.

Таким образом, налицо медленная вариация блеска с продолжительностью порядка 40^d , на которую накладываются более быстрые изменения с периодом 15^d , что хорошо согласуется с выводами Мельникова [6].

Кривая блеска в 1993г. представлена на рис.2. В каждом из 4-х участков можно отметить наличие максимумов. Кроме того, во II и III участках четко видны минимумы. Все указанные экстремальные точки, за исключением IV участка, отстают друг от друга на 16 дней. Сводная кривая показана во II участке (светлые кружки - данные I и III участков, сдвинутых на 16^d). Нетрудно заметить, что кривые блеска 1993г. и 1989г. функционально подобны. Максимум IV участка отстает от аналогичной точки III участка на 22-24 дня. Наличие точек между ними позволяет сделать два предположения:

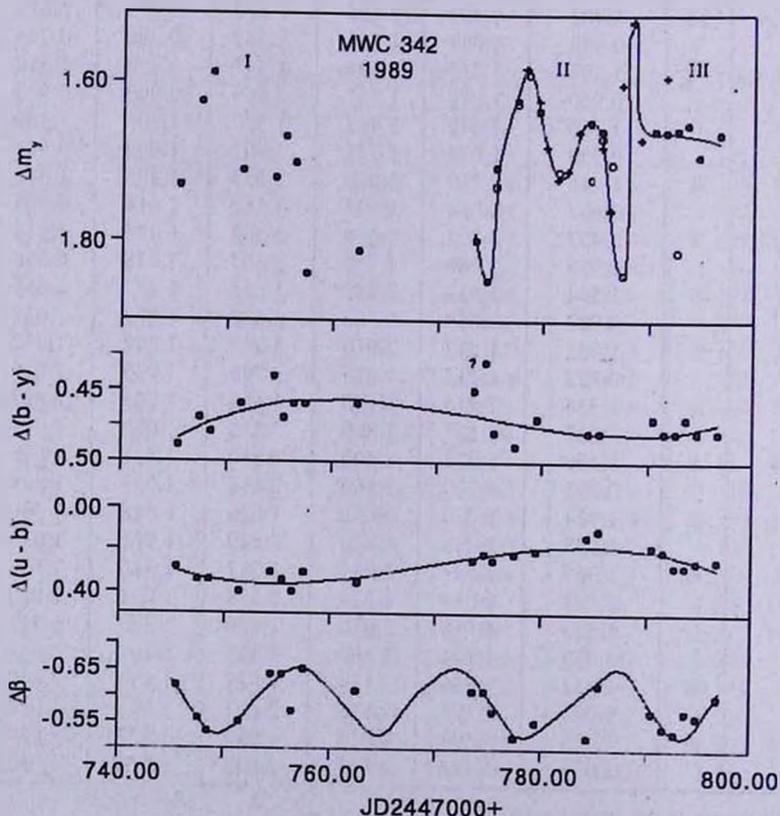


Рис.1. Изменения блеска, показателей цвета и индекса β MWC 342 в 1989г.

1. Если в III участке процесс протекал с периодом 16 дней, то около JD 2449238-40 должен наблюдаться максимум, и последующий цикл с минимумом около JD 2449245 протекал бы с длительностью 10-11 суток.

2. Продолжительность цикла между максимумами III и IV составляет около 24-26 суток. По крайней мере, после 2 или 3 циклов с одинаковыми периодами следует цикл с другим значением периода.

На рис.2 представлены $\Delta(b-y)$ изменения. Значимость этих вариаций проверялась по F-критерию. Расчеты показали, что для уровня доверия $\alpha = 0.90$ изменения показателя цвета $b-y$ переменной звезды не отличаются значимо от вариации $b-y$ контрольной звезды. Между тем, изменения индекса бальмеровского скачка реальны: по мере падения блеска индекс s уменьшается. Из рис.3 следует, что с уменьшением блеска индекс β уменьшается.

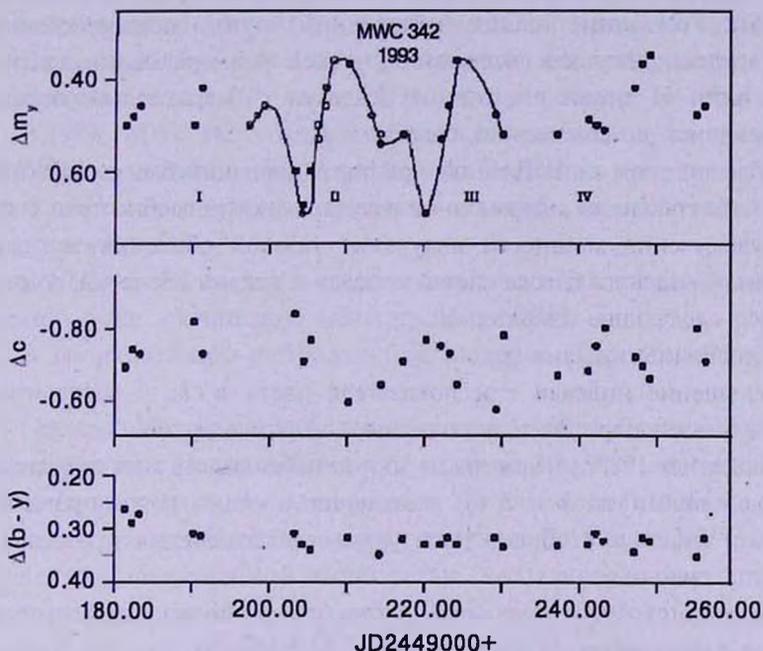


Рис.2. Изменения блеска, индекса s и показателей цвета MWC 342 в 1993г.

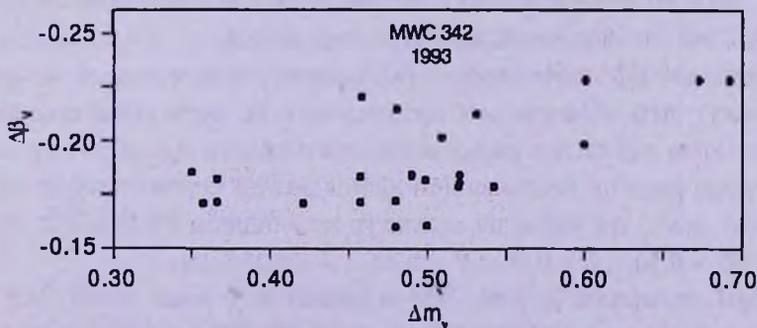


Рис.3. Зависимость индекса β от блеска MWC 342 в 1993г.

В 1993г. MWC 342 была немного ярче, чем в 1989г. Кроме того, в 1993г. показатели цвета MWC 342 были значительно меньше, чем в 1989г. Амплитуда изменения MWC 342 в 1993г. в ультрафиолете была порядка $0^m.23$, а в остальных полосах - $0^m.33$.

3. *Обсуждение.* Следует напомнить, что MWC 342 обладает мощной излучающей газовой оболочкой: согласно [3], эквивалентная ширина эмиссионной линии $H\alpha$ порядка $-200\text{\AA} + -300\text{\AA}$, а по оценкам Бергнера и др. [5] относительная доля газового излучения в полосе V составляет около 30%.

Наблюдаемые изменения профиля эмиссионных линий [3] и величины бальмеровского скачка [8] свидетельствуют о том, что, как поле скоростей в газовой оболочке, так и ее излучательная способность подвержены изменениям. Результаты наших наблюдений служат подтверждением сказанного, поскольку как величина индекса β (мера эквивалентной ширины линии H_β), так и величина индекса c (мера бальмеровского скачка) менялись с изменением блеска.

Предположим, что единственной причиной вариаций блеска MWC 342 является газовая оболочка с переменной излучательной способностью. Тогда, по мере увеличения мощности излучения газовой оболочки, т.е. при возрастании суммарного блеска системы звезда + газовая оболочка, должны наблюдаться следующие явления:

1. Уменьшение индекса β ;
2. Уменьшение индекса c и показателя цвета $u - b$;
3. Рост показателя цвета в пашеновском континууме.

В наблюдениях 1989г., несмотря на то, что наблюдалась антикорреляция между изменениями $u - b$ и $b - u$, изменения $u - b$ не коррелировали с изменениями индекса β . Более того, указанные изменения протекали с различными периодами.

В наблюдениях 1993г., по мере роста блеска, индекс β возрастал, а индекс c уменьшался.

Из сказанного следует, что предположение о переменной мощности излучения газовой оболочки как единственного механизма изменения блеска MWC 342 не подтверждается наблюдениями.

Бергнер и др. [5] и Мельников [6] считают, что вариации блеска MWC 342 могут быть обусловлены процессами в околозвездной пылевой среде. Основанием для такого заключения служат оценки амплитуд падения блеска, которые растут с уменьшением длины волны. Однако заслуживает внимания тот факт, что значения амплитуд не слишком отличаются друг от друга ($\Delta U = 0.50$, $\Delta B = 0.48$, $\Delta V = 0.45$, $\Delta R = 0.39$) [5].

Выше мы говорили о том, что изменения блеска MWC 342 в ультрафиолете не синхронизированы с изменениями блеска в пашеновском

континууме. Это подтверждается данными Бергнера и др. [5]. Анализируя данные [5], мы нашли, что моменты максимумов блеска в ультрафиолетовой и видимой областях спектра не совпадают.

Полученные нами в 1989г. и 1993г. кривые блеска по своему характеру не противоречат, но и не являются явным доказательством предположения, что околозвездная пылевая среда является основной причиной изменения блеска. Тем более, что в указанные сезоны наблюдений не фиксируется общая тенденция покраснения звезды, о которой говорится в работах [5,6].

4. *Выводы.* В первую очередь констатируем наличие циклических вариаций блеска в 1989г. и 1993г. с периодом 16 дней. Очень важно то, что кривые блеска в обоих случаях функционально подобны: сравнительно быстрый подъем от минимума в течение 3-4 дней и затем падение блеска со вторичным минимумом и максимумом в течение 12 суток.

Если в наблюдениях 1989г. фиксируется медленная вариация блеска с периодом около 40^d , то в 1993г. ее присутствие не отмечается.

В 1989г. MWC 342 с падением блеска становится голубее в пашеновском континууме и краснее в ультрафиолете. В 1993г. с падением блеска b - u и v - i показатели цвета практически не менялись, но в ультрафиолете звезда оставалась голубее.

В 1993г. блеск звезды в среднем был ярче и показатели цвета по всему спектру были значительно меньше, чем в 1989г.

В обоих сезонах наблюдений с падением блеска звезды индекс β уменьшался.

Согласно Мельникову [6], период циклической вариации блеска меняется из года в год. Наши наблюдения показывают, что изменение периода имеет место в сравнительно коротком (около месяца) интервале времени.

Рассмотрены возможные механизмы вариаций блеска MWC 342: газовая оболочка с переменной мощностью излучения и затмение звезды околозвездной пылевой оболочкой. Качественные оценки показали, что каждый из этих механизмов в отдельности не может объяснить набор наблюдаемых фотометрических свойств звезды.

Таким образом, исходя из вышеуказанных трудностей в интерпретации природы MWC 342, необходимы дальнейшие детальные исследования на основе синхронных фотометрических, спектральных и поляриметрических наблюдений.

RESULTS OF PHOTOELECTRIC OBSERVATIONS MWC 342

J.N.ЧХКНИКВАДЗЕ, V.O.КАКХИАНИ, Е.В.ДЖАНИАШВИЛИ

We represent results of photoelectric observations MWC 342 in Strömgen photometric system. Observed light curves show fast increasing of brightness during 3-4 days and slow fading with secondary minima and maxima during 12-13 days. In 1989 during light fading MWC 342 became bluer in Paschen continuum and redder in the ultraviolet. In 1993 as brightness of star faded it became bluer in the ultraviolet and color indexes in the Paschen continuum practically were unchangable. Two possible light variations mechanisms have been investigated: gaseous envelope with variable power of radiation and obscuration by circumstellar dust clouds. Qualitative estimations have shown that each of the above mentioned mechanisms by itself can not explain the set of observed characteristics of MWC 342.

ЛИТЕРАТУРА

1. *R.W.Merrill, C.G.Burvell*, *Astrophys. J.*, **78**, 87, 1933.
2. *T.P.Swings, O.Struve*, *Astrophys. J.*, **97**, 104, 1943.
3. *C.Chavarría*, *Astron. Astrophys.*, **101**, 105, 1981.
4. *D.A.Allen*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **161**, 145, 1973.
5. *Ю.К.Бергнер, А.С.Мирошниченко, И.С.Судник, Р.В.Юдин, Н.Ю.Ютинов, А.А.Кривов, А.Н.Соколов, К.С.Курятов, Д.Б.Муканов*, *Астрофизика*, **32**, 203, 1990.
6. *С.Ю.Мельников*, *Письма в Астрон. ж.*, **23**, 918, 1997.
7. *В.О.Кахיאни*, *Бюлл. Абастуманской астрофиз. обсерв.*, **55**, 213, 1982.
8. *А.С.Мирошниченко*, *Частное сообщение*.

УДК: 524.4

ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТ ЗВЕЗДНЫХ ВСПЫШЕК ДЛЯ СЛАБЫХ ЗВЕЗД СКОПЛЕНИЯ ПЛЕЯДЫ

ЭЛЬМА С.ПАРСАМЯН

Поступила 20 июля 2001

Показано, что для вывода функции распределения средней частоты звездных вспышек в случае, когда число пронаблюденных вспышек в агрегатах немного, для подтверждения хронологии "первых вспышек", можно использовать хронологию "третьих вспышек". Дано конкретное решение для слабых звезд скопления Плеяды.

Для характеристики звездного агрегата (ассоциации и скопления), в котором есть вспыхивающие звезды, кроме знания общего числа вспыхивающих звезд, следует знать и распределение их по частотам. Определение частоты вспышек отдельных звезд в агрегате непосредственно из наблюдений связано с многолетними наблюдениями. Амбарцумян [1] предложил статистический метод решения данной задачи, с использованием хронологии открытий "первых" вспышек и хронологии подтверждения, т.е. распределения по времени "вторых" вспышек. Этим методом им была определена в первом приближении функция распределения средних частот вспышек для скопления Плеяды. Из-за недостаточности количества известных вспыхивающих звезд в других агрегатах, функция распределения частоты звездных вспышек определена еще для ассоциации Ориона [2].

В некоторых случаях, когда количество вспышек небольшое, как будет показано ниже, можно воспользоваться хронологией "третьих" вспышек. Попытаемся определить функцию распределения частот звездных вспышек для звезд с $m \geq 19^m.5$ в Плеядах. Число таких вспышек, по имеющимся у нас данным, всего лишь 265.

Для определения функции распределения частот вспышек Амбарцумяном [1] получена формула:

$$n_1(t)/n_1(0) = \frac{1}{V} \int_0^{\infty} e^{-vt} v f(v) dv, \quad (1)$$

где $n_1(t)$ - число вспышек, происшедших в единицу времени t , а $n_1(0)$ - в начальный период наблюдений ($t=0$), таким образом левая часть уравнения (1) означает долю "первых" вспышек $n_1(t)$ среди всех вспышек, происходящих в единицу времени, и может быть найдена из наблюдений. Здесь t - это время, прошедшее с начала регистрации. Построим для этой выборки зависимость $n_1(t)/n_1(0)$ от z , где $z = n_1(0)t$ приближенно равняется номеру

последней в промежутке $(0, t)$ наблюдаемой вспышки. На рис.1, кружочками обозначены $n_1(t)/n_1(0)$, полученные из наблюдений, а сплошная кривая - интерполяция из этих наблюдательных данных, проведенная от руки.

Функция $n_1(t)/n_1(0)$, которую необходимо знать для нахождения из (1) функции распределения частот ($f(v)$), может быть найдена как прямо из хронологии первых вспышек, как это отмечено выше, так и из формулы (16) [1]:

$$n_1(t) = n_1(0) - \int_0^t \frac{n_2(u)}{u} du, \quad (2)$$

где значение функции $n_1(t)$ выражено через статистику моментов "вторых" вспышек - $n_2(t)$, которые независимы от первых вспышек. Путем численного интегрирования определим значения $n_1(t)/n_1(0)$ для нашей выборки, нанесем их в виде крестиков на рис.1.

Как видно из приведенного графика, определение $n_1(t)/n_1(0)$ посредством $n_2(t)$ значительно отличается от $n_1(t)/n_1(0)$, полученных из наблюдений.

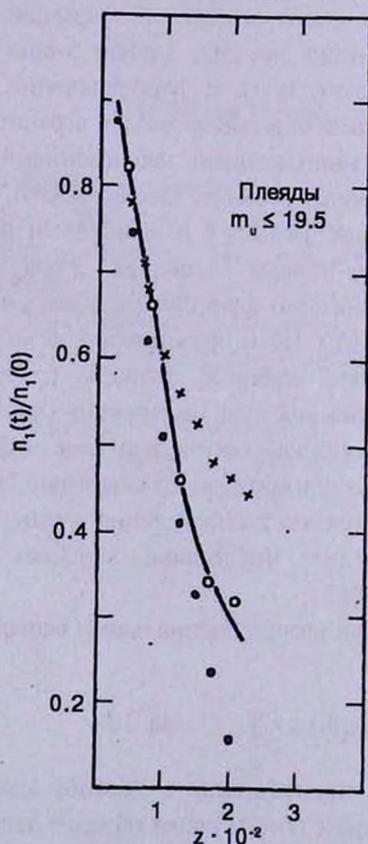


Рис.1. Зависимость $n_1(t)/n_1(0)$ от z . Кружочками обозначены значения, полученные из наблюдений; сплошная кривая - интерполяция, основанная на этих значениях; крестики - значения, полученные из хронологии подтверждений по "вторым" вспышкам; точки - значения, полученные из хронологии подтверждений по "третьим" вспышкам.

В таком случае попытаемся провести хронологию подтверждения по "третьим" вспышкам. Ожидаемое число звезд N_2 , у которых за время t наблюдались как первая, так и вторая вспышки, согласно Амбарцумяну [1], выражается формулой:

$$N_2 = N \int_0^{\infty} f(v) (1 - e^{-vt} - e^{-vt} vt) dv. \quad (3)$$

Ожидаемое число звезд N_3 , у которых за время t произошли три вспышки, выражается формулой:

$$N_3 = N \int_0^{\infty} f(v) \left[1 - e^{-vt} - e^{-vt} vt - e^{-vt} \frac{(vt)^2}{2} \right] dv \quad (4)$$

или

$$N_3 = N_2 - \frac{N}{2} \int_0^{\infty} f(v) e^{-vt} (vt)^2 dv. \quad (5)$$

Рассмотрим выражение:

$$\frac{d}{dt} \int_0^{\infty} f(v) e^{-vt} v dv = \int_0^{\infty} f(v) e^{-vt} (-v) v dv = -\frac{1}{t^2} \int_0^{\infty} f(v) e^{-vt} (vt)^2 dv \quad (6)$$

или

$$\int_0^{\infty} f(v) e^{-vt} (vt)^2 dv = -t^2 \frac{d}{dt} \frac{1}{t} \int_0^{\infty} f(v) e^{-vt} (vt) dv = t^2 \frac{d}{dt} \frac{1}{t} \frac{N_2 - N_1}{N}. \quad (7)$$

Подставим формулу (7) в (5):

$$N_3 = N_2 - \frac{1}{2} t^2 \frac{d}{dt} \left(\frac{N_2 - N_1}{t} \right). \quad (8)$$

Легко проверить, что

$$N_2 - N_1 = -t \frac{dN_1}{dt}.$$

Тогда (8) можно написать в виде:

$$N_3 = N_1(t) - t \frac{dN_1(t)}{dt} + \frac{t^2}{2} \frac{d^2 N_1(t)}{dt^2}. \quad (9)$$

Перейдем в (9) от N_k к n_k , согласно

$$\frac{dN_k}{dt} = n_k(t).$$

Дифференцируя (9) по t :

$$n_3(t) = \frac{t^2}{2} \frac{d^2 n_1(t)}{dt^2}, \quad \frac{d^2 n_1(t)}{dt^2} = \frac{2}{t^2} n_3(t). \quad (10)$$

Интегрируя выражение (10) один раз, получим:

$$\frac{dn_1(t)}{dt} = 2 \int_0^t \frac{n_3(u) du}{u^2} + c_1. \quad (11)$$

Интегрируя (11), получим:

$$n_1(t) = c_0 + c_1 t + 2 \int_0^t dx \int_0^x \frac{n_3(u) du}{u^2}. \quad (12)$$

Переставляя порядок интегрирования в (12), получаем:

$$\int_0^t dx \int_0^x \frac{n_3(u) du}{u^2} = \int_0^t \frac{n_3(u) du}{u^2} \int_0^x dx = \int_0^t \frac{n_3(u)}{u^2} (t-u) du = t \int_0^t \frac{n_3(u) du}{u^2} - \int_0^t \frac{n_3(u) du}{u} \quad (13)$$

или

$$n_1(t) = c_0 + c_1 t + 2t \int_0^t \frac{n_3(u) du}{u^2} - 2 \int_0^t \frac{n_3(u) du}{u} \quad (14)$$

При $t \rightarrow 0$, $c_0 = n_1(0)$ имеем:

$$\left. \frac{dn_1(t)}{dt} \right|_{t=0} = c_1, \quad (15)$$

следовательно, окончательно для $n_1(t)$ имеем:

$$n_1(t) = n_1(0) + n_1'(0)t + 2t \int_0^t \frac{n_3(u) du}{u^2} - 2 \int_0^t \frac{n_3(u) du}{u} \quad (16)$$

Вычислим значения $n_1(t)$ через $n_3(t)$ и нанесем эти значения в виде точек на рис.1.

Из рис.1 видно, что значения $n_1(t)$, вычисленные посредством "третьих" вспышек по формуле (16), хорошо совпадают с наблюдениями.

Для скопления Плеяды по данным о всех вспышках ($N = 822$, $t = 2625$ часов) Амбарцумян [1] нашел, что $n_1(t)/n_1(0)$ можно представить интерполяционной формулой:

$$\frac{n_1(t)}{n_1(0)} = \frac{1}{(1 + \alpha t)^{2/3}}, \quad (17)$$

и тогда решение уравнения (1) можно представить в виде:

$$f(v) = ce^{-vs} v^{-4/3}, \quad (18)$$

где параметр s имеет размерность времени и равен 385 часам.

В случае нашей выборки по полученным значениям $n_1(t)$ (16) можно вычислить параметр s , который оказался равным 533 часам.

Для проверки правильности полученной функции распределения частот для слабых звезд скопления можно, следуя Амбарцумяну [1], сосчитать значения отношений математических ожиданий числа звезд, вспыхивающих за время наблюдений k раз - m_k , сравнить с n_k , полученными из наблюдений. Окончательно это отношение можно представить в виде:

$$\frac{m_{k+1}}{m_k} = \frac{k-1/3}{k+1} \cdot \frac{t}{t+s}, \quad (19)$$

где t - суммарное время наблюдений скопления.

В табл.1 приведены значения n_k из наблюдений, а также вычисленные значения m_k при данном значении параметра s (во всех случаях принято $m_1 = 76$).

Как видно из приведенных в табл.1 значений n_k и m_k , наблюдения хорошо совпадают с вычислениями.

Таблица 1

ВЫЧИСЛЕННЫЕ ЗНАЧЕНИЯ m_k ПРИ ДАННОМ s

k	n_k	m_k
1	76	(76)
2	22	21
3	17	10
4	6	5.2
5	3	3
6	3	2

Таким образом, хотя из-за малочисленности наблюдений флюктуации оказывают сильное влияние на число пронаблюденных вспышек, для определения функции распределения частоты вспышек можно использовать и хронологию подтверждений по "третьим" вспышкам.

Автор приносит благодарность М.А. Мнацаканяну за полезную дискуссию при выполнении работы.

Бюраканская астрофизическая обсерватория
им. В.А. Амбарцумяна, Армения

THE DERIVATION OF THE FREQUENCY-FUNCTION OF STELLAR FLARES FOR THE FAINT STARS IN PLEIADES CLUSTER

ELMA S. PARSAMIAN

It is shown, that for derivation of the frequency-function of stellar flares in the case when observed number of flares in aggregate not so much, for the confirmations of the "first flares" the chronology of "thirth flares" may be used. A concrete solution is found for the faint stars of Pleiades cluster.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Амбарцумян, *Астрофизика*, 14, 367, 1978.
2. Э.С. Парсамян, *Астрофизика*, 16, 477, 1980.

УДК: 524.338.6

ОБ ИЗМЕНЕНИИ ЧАСТОТЫ ВСПЫШЕК ВСПЫХИВАЮЩИХ ЗВЕЗД. III. ВСПЫХИВАЮЩИЕ ЗВЕЗДЫ АССОЦИАЦИИ ОРИОНА

А.А.АКОПЯН, Л.А.САРГСЯН

Поступила 22 июня 2001

Принята к печати 23 ноября 2001

Рассмотрен вопрос о возможном изменении частоты вспышек вспыхивающих звезд ассоциации Ориона. Показано, что из выбранных 23 звезд, показавших по 4 и более вспышек, у 13 можно заподозрить изменение частоты вспышек на уровне значимости 0.1.

1. *Введение.* В предыдущих работах [1,2], привлекая методы, разработанные в современной теории обнаружения изменения свойств стохастических сигналов и динамических систем, был предложен способ обнаружения изменения частоты вспышек вспыхивающих звезд.

В данной работе исследуется вопрос о возможных изменениях вспышечной активности вспыхивающих звезд ассоциации Ориона. Вопрос о переменной вспышечной активности вспыхивающих звезд звездных систем рассматривался неоднократно [3-5]. В работе Парсамян и Эндрюса [3] из списка вспыхивающих звезд ассоциации Ориона для дальнейшего исследования были выбраны звезды, показавшие по 5 и более вспышек. Весь наблюдательный период времени был разбит на две части, и по наблюдаемой частоте вспышек в первом интервале вычислялось теоретически ожидаемое число вспышек во втором интервале и его дисперсия. Если теоретически ожидаемое число вспышек во втором интервале значительно отличалось от соответствующего наблюдаемого, то данная звезда подозревалась в переменной вспышечной активности.

В работе Мирзояна и Оганян [5], для обнаружения возможной цикличности вспышечной активности вспыхивающих звезд скопления Плеяды, весь наблюдательный период времени был разбит на две примерно равные части и были вычислены теоретические отношения числа вспыхивающих звезд, показавших по k вспышек в каждом интервале, к числу звезд, показавших по $2k$ вспышек за весь период. Сравнение теоретических и наблюдаемых отношений показало, что для всех значений k теоретически ожидаемые значения больше соответствующих наблюдаемых. Согласно авторам [5], это согласуется с предположением о цикличности вспышечной активности вспыхивающих звезд скопления Плеяды.

Применение метода, предложенного в [1], к вспышкающим звездам скоплений и ассоциаций может привести к существенно новым результатам. В работе [2] мы применили его для обнаружения возможного изменения частоты вспышек вспышкающих звезд скопления Плеяды. Из выбранных 75 звезд, показавших по 5 и более вспышек, у 33 заподозрено изменение частоты вспышек на уровне значимости 0.1. У наиболее часто вспыхнувших звезд (Т91 и Т377), кроме основного момента изменения частоты, были обнаружены также статистически значимые вторичные моменты изменения.

В основе всех способов - обнаружение отклонения наблюдательных данных от теоретического пуассоновского распределения. В настоящее время нет достаточных оснований отказаться от предположения о случайном характере распределения вспышек. Поэтому в [1,2] был рассмотрен вопрос: является ли последовательность вспышек стационарным пуассоновским процессом или кусочно-стационарным пуассоновским процессом, при котором в отдельных интервалах времени наблюдений параметр пуассоновского распределения (частота вспышек) имеет разные значения?

Этот же подход использован и в данной работе при рассмотрении вопроса о переменной вспышечной активности вспышкающих звезд ассоциации Ориона. Детальное описание метода приводится в предыдущих работах [1,2].

2. Обработка данных и результаты. При выполнении работы [2] использовался электронный вариант каталога вспышкающих звезд скопления Плеяды, имеющийся в Астрономическом центре данных Страсбурга. К сожалению, аналогичного каталога для вспышкающих звезд ассоциации Ориона не оказалось. Поэтому мы создали электронный вариант каталога вспышкающих звезд ассоциации Ориона на основе каталога Нацвлишвили [6], дополнив его новыми данными из работ [7-10], в которых на основе ревизии наблюдательного материала, полученного в Тонантцинтле и в Бюракане, опубликованы списки новых вспышкающих звезд и вспышек. В результате в каталоге приводятся данные о 552 вспышкающих звездах и 815 вспышек. Более детальное описание каталога выходит за рамки данной работы.

Особенностью астрономических наблюдений является то, что невозможно получить длинный ряд непрерывных наземных наблюдений. Поэтому введем "условное время", состоящее из последовательно "склеенных" отрезков наблюдений, и расположим все вспышки в хронологическом порядке. Тогда отношение момента условного времени вспышки (t) к общему времени наблюдений (T) можно принять равным отношению порядкового номера вспышки (m) к общему числу вспышек (M):

$$\frac{t}{T} = \frac{m}{M}.$$

Такой способ представления отношения момента условного времени вспышки к общему времени наблюдений был предложен Амбарцумяном [11]. Соответствие между условным временем (номером вспышки) и

реальной датой наблюдения вспышки можно установить с помощью функции распределения дат зарегистрированных вспышек (рис.1). Для ассоциации Ориона общее время наблюдений составляет $T = 1679$ часов [4].

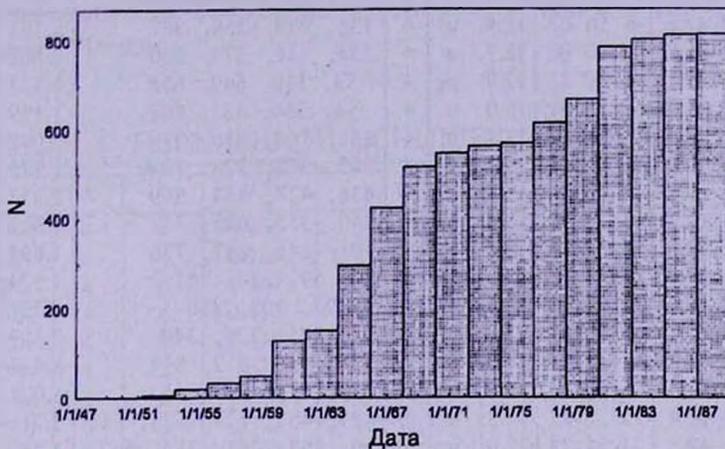


Рис.1. Распределение дат вспышек вспыхивающих звезд ассоциации Ориона.

Для дальнейшей обработки из каталога вспыхивающих звезд были отобраны все звезды (23), показавшие по четыре и более вспышек (табл.1). Для всех этих звезд были вычислены статистики Λ , Λ_2 [1,2]. В первом столбце табл.1 приводится название звезды, во втором и третьем - экваториальные координаты на 2000г., в четвертом - визуальная звездная величина, в пятом - количество вспышек, в шестом - порядковые номера вспышек, в седьмом и восьмом - вычисленные значения Λ , Λ_2 .

Звезда подозревается в переменной вспышечной активности, если для данного числа вспышек значения Λ , Λ_2 превышали соответствующие пороговые величины $c(\alpha)$ [2].

В табл.2 приведен список звезд, у которых обнаружено изменение вспышечной активности на уровне значимости 0.1. В первом столбце приводится название звезды, во втором - общее число зарегистрированных вспышек, в третьем - число вспышек до момента изменения частоты, в четвертом τ/T - отношение момента изменения к общей продолжительности наблюдений, в пятом и шестом - оценки частоты вспышек до и после изменения частоты вспышек, в седьмом - вероятность наблюдаемого распределения вспышек по интервалам времени τ и $(T - \tau)$ при предположении о постоянной частоте:

$$p = \frac{\tau^k (T - \tau)^{n-k}}{T^n} \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Из полученных результатов следует, что у около 50% вспыхивающих звезд ассоциации Ориона, показавших по 4 и более вспышек, наблюдается значимое изменение частоты вспышек, что, возможно, свидетельствует о переменной вспышечной активности этих звезд. Отметим, что, примерно,

ЗВЕЗДЫ, ПОКАЗАВШИЕ ПО 4 И БОЛЕЕ ВСПЫШЕК

N	α	δ	m	n	Номера вспышек	Λ	Λ_2	
T122	5 27 47.6	-6 50 07	18.9	u	4	135, 278, 359, 367	3.191	2.199
T124	5 30 05.8	-4 23 00	18.7	u	4	234, 336, 370, 800	1.802	1.148
T8	5 32 30.1	-3 59 28	17.9	pg	4	73, 110, 649, 653	1.523	1.461
T17	5 33 25.0	-4 03 31	18.0	u	4	74, 364, 432, 607	1.179	1.021
T24	5 33 50.8	-7 01 15	17.9	u	4	152, 164, 216, 576	2.042	1.941
T177	5 33 58.3	-6 36 16	19.7	u	4	305, 308, 378, 794	1.875	1.497
T206	5 34 02.9	-5 36 57	15.4	u	4	416, 428, 454, 569	2.857	2.042
T143	5 34 29.0	-6 38 51	18.1	u	4	240, 555, 605, 757	1.562	1.724
T153	5 35 02.9	-6 05 25	18.1	u	4	198, 246, 247, 776	1.693	1.788
T85	5 36 09.4	-5 46 27	17.3	u	4	24, 59, 238, 241	4.874	2.817
T97	5 36 37.0	-5 04 41	18.5	u	4	3, 93, 108, 250	4.727	2.773
T102	5 36 53.1	-4 59 48	17.3	u	4	91, 125, 206, 340	3.497	2.331
B32	5 38 03.8	-4 16 43	18.6	u	4	146, 518, 812, 814	8.444	1.985
B3	5 42 45.9	-5 49 50	16.0	u	4	185, 459, 465, 643	1.031	1.253
T194	5 33 22.4	-5 32 33	17.5	u	5	427, 457, 623, 624, 646	3.711	2.621
T66	5 35 49.5	-4 24 39	17.0	u	5	12, 123, 281, 384, 562	1.858	1.644
T219	5 34 45.7	-6 21 40	16.8	u	6	307, 320, 440, 592, 604, 754	2.836	2.261
T154	5 35 01.9	-6 30 12	18.2	u	6	165, 225, 645, 719, 740, 780	2.918	2.748
T88	5 36 10.0	-5 22 05	18.4	u	6	7, 26, 173, 289, 316, 401	4.255	3.048
T100	5 36 49.6	-5 04 10	18.1	u	6	95, 126, 151, 175, 188, 782	4.893	3.616
T83	5 36 05.1	-6 25 25	17.4	u	7	158, 237, 323, 388, 447, 711, 767	1.509	1.357
T78	5 35 58.8	-6 02 40	18.6	u	8	2, 58, 114, 124, 139, 160, 236, 270	8.838	5.351
T176	5 42 56.2	-7 18 10	16.4	u	23	131, 189, 251, 274, 287, 301, 311, 353, 413, 452, 476, 494, 521, 549, 580, 583, 586, 610, 612, 613, 614, 748, 751	4.031	5.083

такой же процент имеем и для вспыхивающих звезд скопления Плеяды. Среди заподозренных в переменной вспышечной активности звезд есть 4 звезды (T78, T154, T176, T219) из аналогичного списка Парсамян и Эндрюса (T78, T176, скорее всего, не принадлежат системе вспыхивающих звезд ассоциации Ориона [4]).

Рассмотрим вопрос о возможной продолжительности периода цикличности вспышечной активности у заподозренных звезд. Очевидно, что она не может быть значительно больше периода наблюдений (30 лет). С другой стороны, она не может быть значительно меньше того же периода, поскольку в этом случае, к тому же при наличии малого количества зарегистрированных у каждой звезды вспышек, предложенный метод не эффективен и не позволяет обнаружить цикличное поведение.

Таким образом, можно сказать, что у заподозренных в переменной вспышечной активности звезд период цикличности, примерно, одного порядка с периодом наблюдений, т.е., примерно, 20-30 лет для вспыхивающих звезд ассоциации Ориона и 10-20 для вспыхивающих звезд скопления Плеяды.

Таблица 2

ЗВЕЗДЫ С ПЕРЕМЕННОЙ ВСПЫШЕЧНОЙ АКТИВНОСТЬЮ

N	n	k _s	τ/T	ν_1 (yr ⁻¹)	ν_2 (yr ⁻¹)	P
T122	4	4	0.450	5.291E-3	<1.083E-3	0.041
T85	4	4	0.296	8.057E-3	<8.457E-4	0.008
T97	4	4	0.307	7.767E-3	<8.591E-4	8.854E-3
T102	4	4	0.417	5.711E-3	<1.022E-3	0.03
T206	4	0	0.510	<1.167E-3	4.866E-3	0.057
B32	4	2	0.635	1.196E-3	0.324	8.07E-5
T194	5	0	0.524	<1.137E-3	6.255E-3	0.024
T219	6	0	0.377	<1.581E-3	5.733E-3	0.059
T154	6	2	0.791	1.505E-3	0.011	0.018
T88	6	6	0.492	7.263E-3	<1.172E-3	0.014
T100	6	5	0.231	0.013	7.742E-4	3.015E-3
T78	8	8	0.331	0.014	<8.907E-4	1.451E-4
T176	23	0	0.161	<3.705E-3	0.016	0.018

3. *Заключение.* В данной работе рассмотрен вопрос о возможном изменении частоты вспышек у вспыхивающих звезд ассоциации Ориона. На основе каталога [6] и работ [7-10] был составлен новый электронный вариант каталога вспыхивающих звезд ассоциации Ориона. Используя данные каталога и методику обнаружения частоты вспышек, разработанную в [1,2], показано, что из выбранных 23 звезд, показавших по 4 и более вспышек, у 13 можно заподозрить изменение частоты вспышек на уровне значимости 0.1.

Полученные результаты свидетельствуют в пользу предположения о кусочно-стационарном пуассоновском характере временной последовательности вспышек. С физической точки зрения это означает, что вспыхивающие звезды, по-видимому, обладают переменной вспышечной активностью.

Бюраканская астрофизическая обсерватория
им. В.А.Амбарцумяна, Армения

ON THE FLARE STARS FLARES FREQUENCY
CHANGING. III. FLARE STARS OF ORION ASSOCIATION

А.А.АКОПИАН, Л.А.САРГСЯН

The possibility of Orion association flare stars flares frequency changing is considered. It is shown that 13 flare stars out of 23 with four or more flares possibly have variable flare frequency (singnificance level 0.1).

ЛИТЕРАТУРА

1. А.А.Акопян, *Астрофизика*, **42**, 555, 1999.
2. А.А.Акопян, *Астрофизика*, **44**, 131, 2001.
3. В.А.Амбарцумян, Л.В.Мирзоян, Э.С.Парсамян, О.С.Чавушян, Л.К.Ерастова, *Астрофизика*, **7**, 319, 1971.
4. E.S.Parsamian, A.D.Andrews, *Irish. Astron. J.*, **23(2)**, 183, 1996.
5. Л.В.Мирзоян, Г.Б.Оганян, *Астрофизика*, **13**, 561, 1977.
6. Р.Ш.Нацвлишвили, *Астрофизика*, **34**, 107, 1991.
7. E.Chavira, E.S.Parsamian, *Rev. Mex. A. A.*, **22**, 15, 1991.
8. E.S.Parsamian, E.Chavira, G.Gonzalez, *Rev. Mex. A. A.* **25**, 71, 1993.
9. N.D.Melikian, M. Della Valle, *IBVS.*, No2929, 1986.
10. E.S.Parsamian, *IBVS*, No3498, 1990.
11. В.А.Амбарцумян, *Астрофизика*, **14**, 367, 1978.

УДК: 524.3-6

ПОЛЯРИМЕТРИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗВЕЗД С ИНФРАКРАСНЫМ ИЗБЫТКОМ ИЗЛУЧЕНИЯ

М.А.ЕРИЦЯН, Р.Х.ОГАНЕСЯН, Е.Р.ОГАНЕСЯН

Поступила 16 мая 2001

Принята к печати 29 ноября 2001

Представлены результаты поляриметрических и ИК (IRAS) - наблюдений для 24 В - А - F звезд. У 11 звезд из 24 наблюдается собственная поляризация света. Степень поляризации остальных 13 звезд находится в пределах ошибок измерений. Построены также диаграммы цвет-цвет. Из сопоставления степени поляризации с показателем цвета на диаграммах цвет-цвет видно, что из вышеуказанных 13 звезд 8, вероятно, являются звездами "типа Веги", а 5 являются газопылевыми и/или оболочечнодисковыми звездами. Показано, что 6 звезд из вышеуказанных 11, имеющих собственную поляризацию, по-видимому, являются газопылевыми оболочечными и/или оболочечнодисковыми звездами, а 5 из них (учитывая также N 24) - звездами "типа Веги". Показано также, что ИК-излучение 10 звезд соответствует степенному распределению $F_{\lambda} \sim \nu^{-\alpha}$. Этот факт можно объяснить как свободно-свободными переходами электронов, так и тепловым излучением пылинок, находящихся в околозвездных газопылевых оболочках (дисках).

1. *Введение.* Как известно, собственная поляризация света звезды чаще всего объясняется рассеянием света в газопылевой материи, окружающей звезду. Известно также, что газопылевые оболочки существуют как вокруг звезд поздних типов F-M [1-9], так и вокруг звезд ранних типов O-B-A [10,11, 19-21], поэтому у таких звезд наблюдается собственная поляризация. Это звезды типа Вольфа-Райе и Ве звезды с протяженной атмосферой [10-12], красные гиганты с постоянно истекающей атмосферой [6-9], симбиотические звезды [9,10,14] и тесные двойные [13,14], а также звезды типа Ae/Be Хербига [15] и другие звезды, окруженные газопылевой материей [16].

Рассеяние света в плазменных оболочках - это, в основном, томпсоновское рассеяние на электронах [1,2], в неионизованных - релеевское рассеяние на атомах, молекулах и мелких пылинках [1,17].

Установлено, что параметры собственной поляризации света звезд со временем подвергаются сильным изменениям, связанным с температурными изменениями поверхности звезды [1,5,17]. Обычно у указанных выше звезд наблюдается инфракрасный избыток излучения [7,16,18-20].

Исходя из вышеизложенных фактов, с 1999г. в программу поляриметрических наблюдений были включены около 210 В-А-F звезд с ИКИИ из [16,21], большинство которых показывает нестационарность.

В 2000г. была опубликована первая статья [7], где представлены результаты исследования для 12 В-А-F звезд с ИКИИ.

Из исследований [16,22-24], выполненных на основании IRAS данных на длинах волн 12, 25, 60 и 100 мкм, известно, что многие звезды спектральных классов O-B-A-F и всех классов светимостей окружены газопылевыми оболочками и/или дисками. Из этих работ следует, что ИК спектры таких звезд состоят из двух компонентов: спектра фотосферного излучения звезды и спектра избыточного излучения околозвездной составляющей (газопылевой материи). При этом, избыточное ИК-излучение может быть как сильным, так и слабым, в зависимости от массы околозвездной материи. ИК исследования типичных Ве звезд [25], находящихся на близких от нас расстояниях (50-75 пк) показали, что ИК-избыток излучения обусловлен излучением ионизованного газа, где происходят свободно-свободные переходы электронов. Их ИК-показатели цвета на двухцветных диаграммах [12]-[60], [12]-[25] и [25]-[60], [12]-[25], согласно [25], занимают очень компактную область. С другой стороны, на этих же диаграммах указанные показатели цвета других звезд типа Ве и Ae расположены вне этой компактной области. Согласно [16,22], такие звезды, кроме газовых оболочек, имеют и пылевые.

Из работ [16,22,26 и 27] следует, что в число звезд с ИК-излучением входят звезды разной физической природы, поэтому поляриметрические исследования таких звезд весьма желательны, поскольку о существовании околозвездных газопылевых облаков можно судить и по поляриметрическим наблюдениям оптического диапазона.

В настоящей работе приведены результаты исследования 24 В-А-F звезд, основанного как на результатах полученных по поляриметрическим наблюдениям в *U*, *B*, *V* и *R* цветах, так и по ИК (IRAS) наблюдениям этих звезд на 12, 25 и 60 мкм.

2. *Поляриметрические наблюдения.* Наблюдения проводились с 25 июля по 30 августа 2000г. с помощью электрополяриметра, установленного на 0.5 метровом телескопе системы Кассегрена (АЗТ-14А) Бюраканской обсерватории в *U*, *B*, *V*, *R* цветах. За указанный период были исследованы 24 В-А-F звезды, список которых с порядковым и HD-номерами, а также спектральные классы приведены в табл.1. Среди этих звезд были нормальные

Таблица 1

СПИСОК ИССЛЕДУЕМЫХ ЗВЕЗД

N	HD	Спектр	N	HD	Спектр	N	HD	Спектр
1	17463	F5 Ib	9	178596	F0 III	17	195593	F5 Ia
2	125162	A0 Vpsh	10	179218	B9 e	18	196740	B5 IV
3	149630	B9 V	11	184961	B9IVpSi?	19	206773	B0 Vnnc
4	158352	A8 Vsh	12	187203	F8 Ib	20	208682	B2 Vesh
5	163506	F2 Ibe	13	190073	A0IVepsh	21	216411	B Ia
6	170576	F2 Ibp	14	193911	B8IIInesh	22	217891	B6 Ve
7	172028	B2 V	15	195324	A1 Ib	23	220057	B2 IV/V
8	175427	A0	16	195556	B2 IV	24	220819	A06II, F0-F2

звезды с линиями поглощения, а также звезды с эмиссионными линиями. Ошибки измерений параметров поляризации составляют $\sigma_p = 0.1\%$ и $\sigma_\theta = 3^\circ$.

Из 24 звезд, у 11 наблюдается поляризация света. На рис.1 приведена зависимость степени поляризации (P) от длины волны (λ). Как видно из рис.1 существует явная зависимость P от λ , которая показывает, что наблюдаемая поляризация собственная.

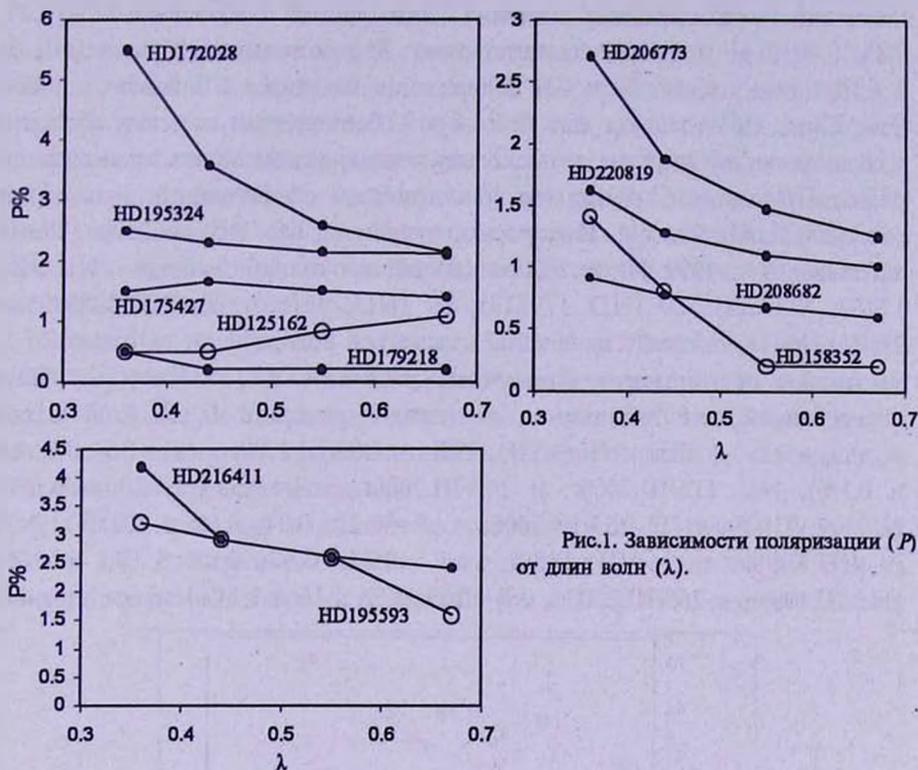


Рис.1. Зависимости поляризации (P) от длин волн (λ).

3. *IRAS* показатели цвета и двухцветные диаграммы. Для определения *IRAS* показателей цвета для 23 звезд ИК-поток (в Ян) на длинах волн 12, 25 и 60 мкм, а также их звездные величины в V цветах и показатели цвета $B - V$ были взяты из [16,29,30], а для - HD 220057 [16,28] (является ядром диффузной туманности NGC 7635), *IRAS* звездные величины $[\lambda] = [12], [25], [60]$ определены по формулам, приведенным в [7]. По звездным величинам $V, [12], [25]$ и $[60]$ были вычислены показатели цвета $V-[12], [12]-[25]$ и $[12]-[60]$.

На рис.2-4 приведены двухцветные диаграммы, соответственно, для следующих пар показателей цвета: $V - [12]$ от $B - V, [12]-[25]$ от $V - [12]$ и $[12]-[60]$ от $[12]-[25]$. На этих рисунках треугольниками представлены вышеуказанные пары показателей цвета для 19 звезд, выбранных в качестве стандартных. При этом *IRAS* потоки для 17 звезд сравнения были взяты из [23], для звезды HD 16908 - из [29], а для - HD 34921- из [20].

4. *Обсуждение.* Из результатов наблюдений обнаружено, что из 24 звезд 11 имеют собственную поляризацию. При этом, для 5 звезд (N4, 7, 17, 19 и 21) наблюдается довольно сильная зависимость P от λ . Максимальные разности поляризации ΔP для каждой из этих звезд соответственно составляют 1.37, 3.35, 1.64, 1.46, и 1.78%. Для 6-и звезд - N2, 8, 10, 15, 20 и 24 изменения степени поляризации сравнительно небольшие: максимальные значения разностей ΔP составляют 0.58, 0.24, 0.45, 0.40, 0.31 и 0.62%, соответственно. Для остальных 13 звезд (N1, 3, 5, 6, 9, 11-14, 16, 18, 22 и 23) поляризация находится в пределах ошибок измерения. Но этот факт еще не говорит об отсутствии пылевых оболочек - облаков вокруг этих звезд, поскольку деполяризация может произойти по разным причинам, например, по причине сферической симметрии газопылевых облаков. Интересно отметить, что по данным наших наблюдений в 1999 [7] и 2000гг. (настоящая статья) 5 звезд - N1 (HD 17463, SU Cas), 10 (HD 179218), 19 (HD 206773), 20 (HD 208682) и 21 (HD 216411) показали изменение параметров поляризации не только от λ , но также от времени. При этом, разности ΔP , соответствующие определенной дате наблюдения для каждой звезды в U , B , V , R цветах составляют: для звезд N1 (9.VIII.1999г. и 30.VIII.2000г., $\Delta P = 0.5, 0.1, 0.1$ и 0.1%), N10 (3.VIII.2000г. и 24.VIII.2000г., $\Delta P = 0.5, 0.1, 0.1$ и 0.1%), N19 (9.VIII.1999г. и 26.VIII.2000г., $\Delta P = 2.21, 0.31, 0.02$ и 0.27%), N20 (9.VIII.1999г. и 26.VIII.2000г., $\Delta P = 0.71, 0.57, 0.48$ и 0.3%) и N21 (14.VIII.1999г. и 26.VIII.2000г., $\Delta P = 0.63, 0.52, 1.16$ и 1.24%) соответственно.

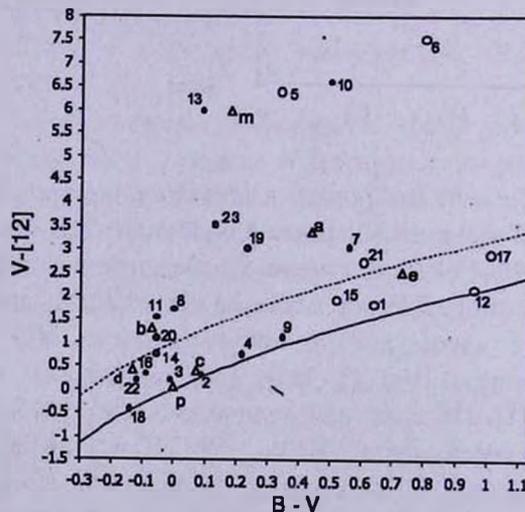


Рис.2. Показатели цвета ($V-[12]$) и ($B-V$) на диаграмме цвет-цвет. Сверхгиганты (1 - 2) отмечены кружками, карлики (3 - 5) - точками. Для сравнения приведены те же показатели цвета для 8-и звезд, которые отмечены треугольниками. Сплошная линия представляет зависимость $V-[12]$ от $B-V$ фотосферного излучения нормальных звезд, соответствующее уравнению (1) из работы [2]. Звезды над пунктирной линией, параллельной сплошной, на длине 12 мкм имеют большую ИК-эмиссию.

На рис.2 приведена диаграмма цвет-цвет $V-[12] - B - V$ для 23 звезд. Сплошная линия на этой диаграмме представляет зависимость $V-[12]$ от $B - V$, соответствующую эмпирическому уравнению (1) из работы [16]. Пунктирная линия, которая проведена параллельно сплошной линии, отстоит от последней на 1^m и разделяет те звезды, для которых $V-[12]$ больше одной звездной величины, считая от сплошной кривой [16].

Из этого рисунка видно, что 12 звезд (N1-4, 9, 12, 14-18 и 22) расположены ниже пунктирной линии, где величины $\Delta(V-[12]) = 1^m$. Из них у 8 звезд (N1, 3, 9, 12, 14, 16, 18, 22) поляризация находится в пределах ошибок измерения ($P = 0.1\%$), а 4 звезды (N2, 4, 15, 17) показали собственную поляризацию. В этом интервале расположены также следующие звезды сравнения: Vega = p(HD 172167), c(HD 9672), d(HD 16908) и e(HD 20041). При этом, звезды N2, 12, 18 и Vega = p находятся на сплошной линии. Все указанные звезды, вероятно, являются дисковыми звездами "типа Веги".

Остальные 11 звезд (N5-8, 10, 11, 13, 19-21 и 23) и звезды сравнения a(HD 3191), b(HD 4180) и m(HD 62623), имеющие сравнительно большие $V-[12]$ показатели цвета, расположенные выше пунктирной линии, возможно, являются звездами с газопылевыми оболочками и/или оболочечнодисковыми звездами.

На рис.3 показана двухцветная диаграмма $[12]-[25] - V-[12]$ для 23 звезд В-А-Ф спектральных классов, откуда видно, что звезды N1-3 и 12 находятся рядом со звездами сравнения p и l(HD 60606), в нижней части

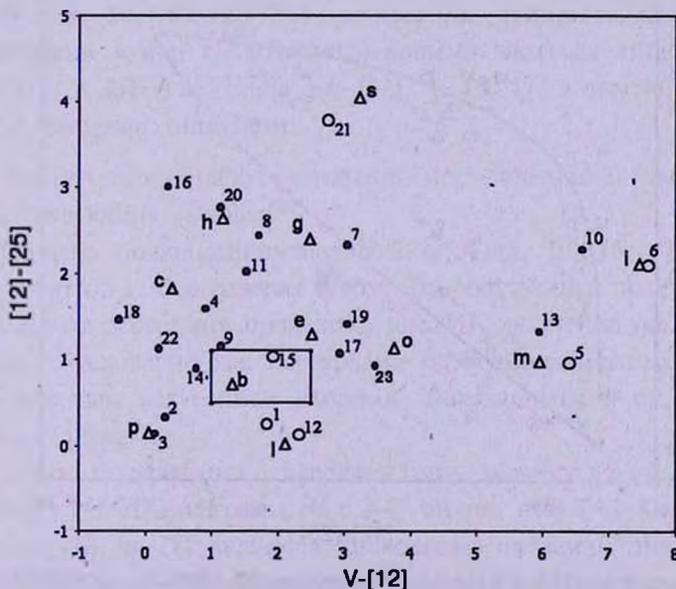


Рис.3. Диаграмма цвет-цвет для показателей цвета $[12]-[25]$ от $V-[12]$. Обозначения для карликов и сверхгигантов, а также для звезд сравнения такие же, как на рис.2. Квадрат указывает на местоположения тех Ве-звезд, ИК-эмиссия которых, в основном, обусловлена только газовой составляющей.

этой диаграммы в полосах $[12] - [25] \leq 0.5$ и $V - [12] \leq 2.5$. Звезды же N4, 14, 16, 18, и 22, находятся в полосе $V - [12] \leq 1$, вдоль $[12] - [25]$. Вероятно, эти звезды являются дисковыми звездами "типа Веги" (с, $h = \beta$ Pic).

Звезды N9, 15, 17, 19 и 23 по местоположению находятся в соседстве со звездами сравнения b, e и o(51 Oph), поэтому, не исключено, что эти звезды являются оболочечнодисковыми звездами.

Звезды же N5, 6, 10 и 13 и звезды сравнения m и i(HD 259431) по местоположению находятся рядом, поэтому, возможно, эти звезды являются звездами с газопылевыми оболочками.

Звезды N7, 8, 11, 20 и 21 по расположению, соответственно, находящиеся рядом со звездами сравнения g(HD 34921), h и s(HD 20898), возможно, являются оболочечнодисковыми и/или дисковыми звездами.

На рис.4 приведена диаграмма цвет-цвет $[12] - [60] - [12] - [25]$ для 23 звезд В-А-F типов. Сплошная линия на диаграмме изображает суммарное излучение, состоящее из двух компонентов - от фотосферного ИК-излучения (на IRAS длинах волн 12, 25, 60 и 100 мкм) нормальной звезды с температурой 10000 К и наложенного на него ИК-излучения, исходящего из более холодных составляющих. Холодные составляющие излучают как черное тело, их цветовые температуры находятся в пределах от 2000 до 30° К [16].

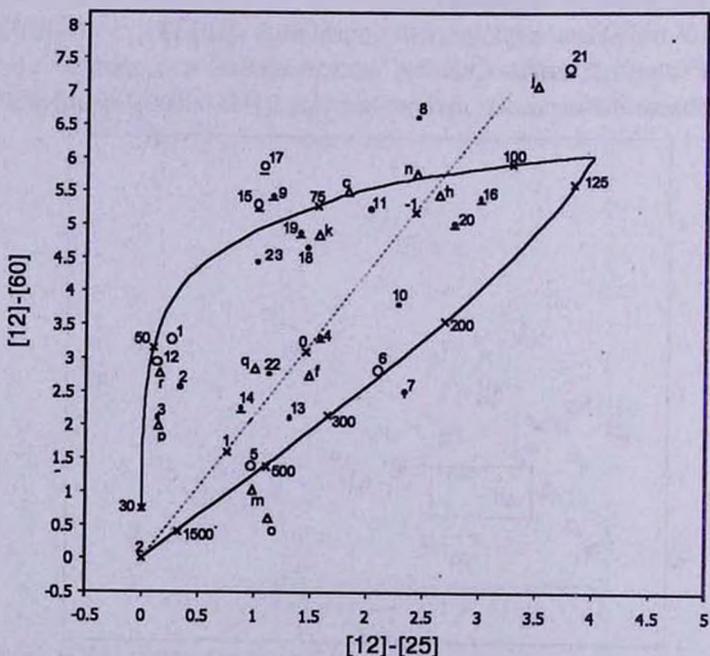


Рис.4. Распределение 23 В-А-F звезд на IRAS двухцветной диаграмме по показателям цветов $[12] - [60]$ и $[12] - [25]$. Сплошная линия соответствует излучению черного тела, имеющего температуру 10000° К, с которым суммируется излучение более холодного компонента, температуры которого обозначены крестиками. Пунктирная линия соответствует распределению F_v^α , где некоторые из значений α отмечены. Остальные обозначения такие же, что и на рис.2.

Пунктирная линия соответствует степенному распределению энергии, согласно $F_{\lambda} \sim \nu^{\alpha}$, при фиксированных значениях α . Некоторые значения α отмечены на рис.4. Вдоль этой линии, в основном, расположены звезды, ИК-избыток излучения которых обусловлен как пылевыми частицами, так и свободно-свободными переходами электронов [31]. При этом надо отметить, что вблизи пунктирной линии расположены звезды N4, 5, 10, 11, 13, 14, 16, 20, 21, 22 и звезды сравнения f(HD 22298), h, j(HD 51479), m, n (HD 96042), q(HD 193237 = P Cyg) и, возможно o (51 Oph). Кроме N16 (B2 IV), 21(B1 Ia), h(A5 V) и j(B7 V), эти звезды, в основном, являются Be-Ae и Fe звездами. Не исключено, что звезды N16, 21, h и j, согласно [29], не являются ИК Be-Ae звездами. По-видимому, ИК-излучения этих звезд обусловлены как тепловым переизлучением пылинок, так и излучением свободно-свободных переходов электронов, находящихся в их околос звездных газопылевых оболочках (дисках).

Из рис.4 видно, что звезды "типа Веги", в основном, расположены поблизости от сплошной линии чернотельного излучения. Интересно отметить, что у звезд N1, 3, 5, 6, 9, 11-13, 16, 18 и 23 не наблюдается собственная поляризация, а у N2, 7, 8, 15, 17 и 19 имеется собственная поляризация. Около этой линии расположены и звезды сравнения p, r(α Ps A, HD 216956), s, k(HD 57821), h и n. Среди указанных звезд, возможно, имеются как дисковые, так и оболочечно-дисковые звезды.

Что же касается звезд N2, 4, 7, 8, 10, 15, 17, 19, 20, 21 и 24, имеющих собственную поляризацию околос звездного характера, то 6 из них (N7, 8, 10, 19, 20 21), возможно, являются газопылевыми оболочечными и/или оболочечно-дисковыми звездами типа f, h(39060), j(HD 51479) и k(HD 57821), а 5 - (N2, 4, 15, 17, в том числе и N 24) являются звездами типа Веги.

4. Заключение. Анализ результатов исследования 24 звезд позволяет сделать следующие выводы:

1. Степень поляризации звезд N2, 4, 7, 8, 10, 15, 17, 19, 20, 21 и 24 зависит от λ . Это говорит о том, что собственная поляризация этих звезд имеет околос звездное происхождение. ИК-излучение указанных звезд, вероятно, обусловлено как переходами свободно-свободных электронов, так и тепловым излучением пылинок, находящихся в их газопылевых оболочках (дисках).

2. Степень поляризации остальных 13 звезд находится в пределах ошибок измерений. Из ИК-диаграмм (рис.2-4) видно, что 8 из них (N1, 3, 9, 12, 14, 16, 18, и 22) являются дисковыми звездами "типа Веги", а 5 звезд - (N5, 6, 11, 13, 23) являются оболочечно-дисковыми звездами.

3. Звезды N4, 5, 10, 11, 13, 14, 16, 20-22, а также звезды сравнения f, h, g, m, q, возможно, и o, расположенные вблизи и вдоль пунктирной

линии степенного распределения $F \sim \nu^{\alpha}$, в основном, являются Ве -Ае-Fe shell звездами. ИК-эмиссия этих звезд обусловлена как переходами свободно-свободных электронов, так и тепловым излучением пылинок.

Авторы выражают благодарность академику Э.Е.Хачикяну за обсуждение результатов, а также рецензенту за внимательное прочтение, рукописи и полезные замечания.

Бюраканская астрофизическая обсерватория
им. В.А.Амбарцумяна, Армения

THE POLARIMETRIC INVESTIGATION OF THE INFRARED EXCESS STARS

M.H.ERITSYAN, R.Kh.HOVHANNESIAN, E.R.HOVHANNESIAN

The results of the polarimetric and IR (IRAS) observations of 24 B-A-F stars are presented. The self-polarization is observed for 11 stars out of 24. The polarization degree of the rest 13 stars are within the limits of errors. The colour-colour diagrams are constructed too. By the comparison of the polarization degree and the colour indices, it is shown that the 8 stars from above mentioned 13 stars are probably the Vega type stars, but the other 5 are gas-dust and/or disk-shell stars. It is shown that the 6 of 11 stars with a self polarization, probably are gas-dust shell and/or disk-shell stars, but 5 of them (including N24 also) are Vega type stars. It is shown that IR radiation of 10 stars corresponds to $F \sim \nu^{\alpha}$ power law spectrum.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.З.Долгинов, Ю.Н.Гнедин, Н.А.Силантьев, Распространение и поляризация излучения в космической среде, Наука, М., 1979, с.150; 364.
2. J.-L.Ieroу, Advances in Astron. Astrophys., 4, 127-167, 2000.
3. Н.М.Шаховской, Астрон. ж., 40, 1055, 1963.
4. K.Serkowski, Astrophys. J., 144, 857, 1966.
5. Т.Д.Полякова, Астрофизика, 16, 491, 1980.
6. Г.В.Абрамян, Сообщ. Бюраканской обс., 52, 24, 1980.
7. Р.Х.Оганесян, М.А.Ерицян, Астрофизика, 43, 353, 2000.

8. *E.Brandi, L.G.Garcia, V.Pirola et al.*, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **145**, 197, 2000.
9. *М.А.Ерицян*, *Астрофизика*, **44**, N4, 2001.
10. *Н.М.Шаховской*, *Астрон. ж.*, **41**, 1042, 1964.
11. *G.V.Coyne, T.Gehrels*, *Astron. J.*, **72**, 887, 1967.
12. *K.Serkowski*, *Astrophys. J.*, **160**, 1083, 1970.
13. *I.Appenzeller, W.A.Hiltner*, *Astrophys. J.*, **149**, 353, 1967.
14. *S.Rucinski*, *Acta Astron.*, **16**, 127, 1966; **17**, 207, 1967.
15. *В.С.Шевченко*, "Ac/Be звезды Хербига", Ташкент, изд. ФАН, Узб. ССР, 1989, с.178; 187.
16. *R.D.Oudmajer, W.E.C.J. van der Veen, L.B.F.M.Waters et al.*, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **96**, 625, 1992.
17. *Н.М.Шаховской*, *Изв. Крымской АО*, **39**, 11, 1969.
18. *Р.Х.Оганесян, Р.А.Епремян, А.А.Карапетян*, *Астрофизика*, **38**, 341, 1995.
19. *Р.Х.Оганесян, Р.А.Епремян*, *Астрофизика*, **41**, 409, 1998.
20. *Р.Х.Оганесян, Е.Р.Оганесян*, *Астрофизика*, **44**, 559, 2001.
21. *D.A.Allen*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **161**, 145, 1973.
22. *Н. Н. Aumann*, *Pub. Astron. Soc.*, **97**, 885, 1985.
23. *J.Cote*, *Astron. Astrophys.*, **181**, 77, 1987.
24. *К.-P.Cheng, F.C.Bruhweiler, Y.Komdo, C.A.Grady*, *Astrophys. J. Lett.*, **396**, L83, 1992.
25. *L.B.F.M.Waters, J.Cote, T.R.Geballe*, *Astron. Astrophys.*, **203**, 348, 1988.
26. *D. van Buren, R.McGray*, *Astrophys. J. Lett.*, **329**, L93, 1988.
27. *W.E.C.J. van der Veen, L.B.F.M.Waters, N.R.Trams, H.E.Matthews*, *Astron. Astrophys.*, **285**, 551, 1994.
28. *Г.М.Товмасян, Р.Х.Оганесян, Р.А.Епремян, Д.Югенен, А.С.Викторенко, А.А.Серебров*, *Астрон. ж.*, **68**, 942, 1991.
29. *R.J.Sylvester, C.J.Skinner, M.J.Barlow, V.Mannings*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **279**, 915, 1996.
30. *K.Malfait, E.Bogaert, C.Waelknes*, *Astron. Astrophys.*, **331**, 211, 1998.
31. *L.B.F.M.Waters*, *Astron. Astrophys.*, **162**, 121, 1986.

УДК: 52-47:52-629:524.31:524.52

ИОНИЗАЦИЯ И ОХЛАЖДЕНИЕ ГОРЯЧЕЙ ПЛАЗМЫ С ФЛУКТУАЦИЯМИ ТЕМПЕРАТУРЫ

А.Ф.ХОЛТЫГИН¹, В.Ф.БРАТЦЕВ², В.И.ОЧКУР³

Поступила 10 июня 2001

Принята к печати 23 октября 2001

Рассчитаны функции охлаждения стационарной плазмы в широком интервале температур от $5 \cdot 10^4$ К до 10^8 К как для плазмы с солнечным содержанием элементов, так и для плазмы с аномальным химическим составом, характерным для звезд типа Вольфа-Райе. Изложены задачи проекта HILYS, нацеленного на вычисление сечений и скоростей возбуждения электронным ударом атомов и ионов с зарядом $Z \leq 26$ и главными квантовыми числами электронов $n \leq 10$, необходимыми для расчета ионизационного и теплового состояния плазмы и разработки методов вычисления спектра плазмы в оптическом, УФ и рентгеновском диапазонах. Излагаются результаты расчета сечений и эффективных сил столкновений, полученные в рамках проекта. Изучено влияние флуктуаций температуры ($\delta T/T \leq 0.16$) на относительные содержания ионов и полную функцию охлаждения. Показано, что в присутствии таких флуктуаций существенно возрастает интервал температур, в котором содержания ионов заданной степени ионизации не пренебрежимо малы, а функция охлаждения может значительно отличаться от рассчитанной для однотемпературной плазмы. Исследован вклад диэлектронной рекомбинации в полную функцию охлаждения, который оказался значимым только для плазмы с высокими содержаниями тяжелых элементов. Проанализирован рентгеновский спектр яркого сверхгиганта ζ Pup.

1. *Введение.* Задача расчета ионизационного и теплового состояния горячего газа ($T \leq 10^8$ К) низкой плотности $n_e \leq 10^{12}$ см⁻³ является одной из важнейших в астрофизике и была предметом многочисленных исследований (см., например [1-7]). Особую актуальность эта задача приобрела в последние годы в связи с запуском рентгеновских спутников Chandra и XMM и получением большого числа высококачественных рентгеновских спектров звезд, галактик и других объектов [8-10], рентгеновское излучение которых формируется в оптически тонкой разреженной плазме с $T \geq 10^6$ К.

Ионизационное состояние такого газа контролируется процессами ударной ионизации, фото и диэлектронной рекомбинации и определяется значением электронной температуры рассматриваемой области плазмы. В то же время полное число атомов какого-либо элемента в определенной стадии ионизации зависит от распределения электронной температуры во всем объеме газа. При анализе свечения газа, состояние которого контролируется ударными процессами, обычно рассматривается либо однокомпонентная плазма заданной электронной температуры, либо излучающая плазма предполагается состоящей из нескольких компонент разной температуры [7,8].

В то же время анализ свечения газовых туманностей с малыми температурными флуктуациями [11] показывает, что интенсивности линий

даже при небольших значениях отношения ($\delta T/T$) - могут измениться в 2-3 и более раз. Для плазмы, состояние которой контролируется ударными процессами, роль температурных флуктуаций может быть еще более существенной, так как для такой плазмы температурные флуктуации приводят не только к изменению полных потоков в линиях по сравнению с однородной средой, но и к существенному изменению ионизационного состояния среды ввиду сильной температурной зависимости скоростей ударной ионизации. По этой причине представляется весьма важной задача исследования влияния температурных флуктуаций на ионизационное состояние плазмы и ее функцию высвечивания. Решению этой задачи и посвящена настоящая статья.

Основным механизмом формирования излучения в линиях большого числа астрофизических объектов - планетарных и диффузных туманностей, корон Солнца и звезд, межзвездной и межгалактической среды - является возбуждение атомов и ионов электронным ударом. Для расчета интенсивностей линий в спектрах этих объектов требуется знание сечений и скоростей возбуждения электронным ударом уровней атомов и ионов, как в низко ($n = 2 - 3$), так и в высоколежащие ($n = 4 - 10$) состояния в широком интервале электронных температур ($10^4 - 10^8$ K).

Однако для многих ионов элементов, представляющих астрофизический интерес, и особенно для многозарядных ионов, а также для переходов на уровни с главными квантовыми числами $n > 2 - 3$ необходимые сечения возбуждения либо не рассчитаны, либо имеют недостаточную точность. Для нахождения необходимых при расчете спектра астрофизических объектов низкой плотности предлагается выполнение проекта HILYS (High Lying States) [12,13], нацеленного на получение атомных параметров переходов в возбужденные ($n \leq 10$) состояния астрофизически важных атомов и их ионов. В рамках указанного проекта планируется также проведение расчетов спектра выходящего излучения горячей плазмы, состояние которой контролируется столкновениями, с температурой от $5 \cdot 10^3$ K до 10^8 K во всех спектральных диапазонах.

В настоящей статье представлены результаты исследования свечения горячей плазмы с флуктуациями температуры и расчета сечений и скоростей возбуждения атомов и ионов электронным ударом. В разделе 2 обсуждаются методы вычисления сечений возбуждения атомных мишеней электронным ударом и представлены результаты расчета сечений и скоростей возбуждения. Процедура расчета ионизационного состояния оптически тонкой плазмы описана в разделе 3. В пункте 3.1 представлены результаты расчета относительных содержаний ионов, а в пункте 3.2 - функции высвечивания горячей плазмы (однородной и с флуктуациями температуры). Влияние вариаций химического состава на функцию высвечивания рассмотрено в пункте 3.3. В пункте 3.4 дан анализ рентеновского спектра звезды ζ Pup.

2. *Методы вычисления характеристик процесса рассеяния электронов атомами.* В настоящее время разработаны методы получения всех характеристик процесса рассеяния электронов на атомных мишенях с высокой точностью. Это прежде всего методы R-матрицы [14] и сходящейся сильной связи (ССС) [15], использующие большие базисы псевдофункций. Однако эти методы требуют использования огромных вычислительных ресурсов, поэтому до сих пор вычисления эффективно проделывались лишь для одно и двухэлектронных атомов и ионов. Так для реализации предлагаемого нами проекта NILYS в полном объеме требуется получение большого числа сечений для различных атомов и ионов, в том числе и многоэлектронных, то целесообразно использовать более простые методы, дающие приемлемую для астрофизических приложений точность и применимые не только к простым, но и сложным атомам и ионам. В качестве основного метода расчета нами выбран метод искаженных волн (DW), позволяющий получить необходимую точность для большинства из интересующих нас атомных систем (ионов с зарядами атомного остатка больше 3-4).

2.1. *Волновые функции связанных и свободных электронов.* Волновые функции атомной мишени строятся как антисимметричные комбинации одноэлектронных волновых функций, которые, в свою очередь, находятся или как собственные функции одноэлектронного уравнения Шредингера с подходящим потенциалом центрального поля, или как решения уравнений Хартри-Фока. В первом случае легко достигается как ортогональность волновых функций начального и конечного состояний мишени рассматриваемого перехода, так и их ортогональность к волновым функциям свободного электрона. Во втором случае для достижения ортогональности связанных и свободных атомных состояний необходимо их искусственно ортогонализировать.

2.2. *Первое борновское приближение искаженных волн (DWB1).* Потенциал, в котором находится свободный электрон, можно представить в виде

$$V = V_1(r_0) + V_2(r_0, X), \quad (1)$$

где r_0 - координаты свободного электрона, а X - набор координат электронов мишени (атома или иона). Волновые функции свободного электрона ψ_{k_0} могут быть получены из решения соответствующего уравнения Шредингера:

$$(K_0 + V_1)\psi_{k_0}^\pm(r) = 0. \quad (2)$$

В приближении DW волновая функция системы атом плюс свободный электрон $\Phi_a(r_0, X)$ может быть представлена как

$$\Phi_a^\pm(r_0, X) = \psi_{k_a}^\pm(r_0)\phi_a(X). \quad (3)$$

Здесь $\phi_a(X)$ - функция мишени в состоянии a . Это выражение может быть подставлено в стандартное выражение для амплитуды рассеяния $a \rightarrow b$, где

индексами a и b обозначены начальное и конечное состояние соответственно:

$$f_{ba}(k_b, k_a) = -\frac{1}{2\pi} \langle k_b \phi_b | V | \Phi_a^+ \rangle, \quad (4)$$

однако более подходящее приближение (см. [16,17]) может быть получено при помощи "двухпотенциальной формулы" Гелл-Манна и Гольдбергера, что дает

$$2\pi \cdot f_{ba}^{dir}(k_b, k_a) = -\langle \psi_{k_a}(r_0) \phi_b(r_1, \dots, r_N) | V_1(r_0) | \Phi_a^+(r_0, X) \rangle - \langle \Phi_b^-(r_0, X) | V_2(r_0, X) | \Phi_a^+(r_0, X) \rangle \quad (5)$$

для прямой части амплитуды рассеяния и

$$2\pi \cdot f_{ba}^{exch}(k_b, k_a) = -\langle \psi_{k_a}(r_1) \phi_b(r_0, \dots, r_N) | V_1(r_0) | \Phi_a^+(r_0, X) \rangle - \langle \Phi_b^-(r_1, r_0, r_2, \dots, r_N) | V_2(r_0, X) | \Phi_a^+(r_0, X) \rangle \quad (6)$$

- для обменной.

Для неупругого рассеяния $a \rightarrow b$ матричный элемент $\langle \phi_a | V_1 | \phi_b \rangle$ прямой части амплитуды рассеяния равен нулю вследствие ортогональности волновых функций атомных состояний ϕ_a и ϕ_b . Для обменной части это справедливо только тогда, когда волновые функции свободных состояний ψ_k либо вычислены в том же самом потенциале, что и волновые функции связанных состояний, либо искусственно ортогонализированы к ним.

Простая антисимметризация волновых функций свободных и связанных состояний часто приводит к нереалистически большому увеличению обменной части амплитуды рассеяния. По этой причине стала популярна принудительная ортогонализация (в основном для расчета обменной части амплитуды рассеяния f_{ab}^{exch}). Но амплитуда рассеяния является единым целым, и такой подход не может считаться удовлетворительным. Оправданным с точки зрения физики процесса рассеяния можно считать использование одного и того же потенциала для связанных и свободных состояний атома, предложенное Dai et al. [16], при котором ВФ связанных и свободных состояний *естественно* ортогонализуются. В пункте 2.3 иллюстрируется влияние *принудительной* и *естественной* ортогонализации на сечения возбуждения.

2.2.1. *Используемые приближения.* В качестве основного при расчете сечений возбуждения использовалось приближение искаженных волн. Расчеты проводились с тремя видами искажающего потенциала $V_1(r_0)$. AP1 - приближение искаженных волн с искажающим потенциалом

$$V_1(r_0) = \left\langle \phi_a \left| \frac{Z}{r_0} - \sum_l \frac{1}{r_{0l}} \right| \phi_a \right\rangle, \quad (7)$$

усредненным по начальному состоянию a . В приближении AP2 искажающий потенциал находился из выражения (7), в котором сделана замена $\phi_a \rightarrow \phi_b$, то есть усреднение проводится по конечному состоянию

b. В приближении EP волновые функции связанных и свободных электронов, вычисляются в одном и том же потенциале (например, потенциале Томаса-Ферми). В этом приближении ортогональность волновых функций связанных и свободных состояний достигается автоматически и не требуется дополнительной процедуры ортогонализации.

Рассматривались следующие варианты приближения AP1: AP1-N - искажающий потенциал AP1 без ортогонализации волновых функций непрерывного и дискретного спектра, AP1-Y - то же, но с учетом ортогонализации и аналогично для AP2. Напомним, в варианте EP вопрос об ортогонализации не возникает.

Следует отметить, что приближение AP2 было рекомендовано в работе [18] как наиболее удовлетворительное. Наши расчеты подтверждают, что в большинстве случаев это так, но это не означает, что для нейтральных атомов и ионов низкой кратности такой выбор всегда гарантирует хорошие результаты в области низких энергий. Поэтому в необходимых случаях рассматривались различные варианты расчета и выбирался наиболее физически обоснованный.

2.3. Результаты расчета сечений и скоростей возбуждения.

На настоящей стадии выполнения проекта нами разработан пакет программ расчета атомных параметров, включающий программы расчета волновых функций связанных и свободных состояний (в том числе и с учетом эффектов наложения конфигураций). В данном комплексе программ имеются программы вычисления дифференциальных и полных сечений возбуждения атомных и ионных состояний в приближениях Борна, Кулона-Борна и различными вариантами приближения искаженных волн. Описанный комплекс программ включает в себя также вычисление скоростей рассматриваемых процессов.

Рис. 1a иллюстрирует влияние принудительной (шмидтовской) ортогонализации свободных и связанных состояний на сечение возбуждения $1s-2s$ перехода ионизованного гелия. Видно, что принудительная ортогонализация (AP2-yu) приводит к нефизическому поведению сечений в области, близкой к порогу возбуждения. Следует, впрочем, отметить, что проблема ортогонализации важна только для нейтральных атомов и мало заряженных ионов. Уже для ионов с зарядом атомного остатка $z=3$ и выше влияние различных методов ортогонализации на получаемые сечения становится мало существенным.

На рис. 1b сравниваются сечения возбуждения перехода $1s^2\ ^1S - 1s2s\ ^3S$ в He, вычисленные в приближении Борна и несколькими вариантами метода искаженных волн с рассчитанными в приближении сходящейся сильной связи [19]. Можно отметить хорошее согласие рассчитанных в приближении EP-сечений с вычисленными в этом приближении.

Нами были рассчитаны сечения и скорости возбуждения водородно-,

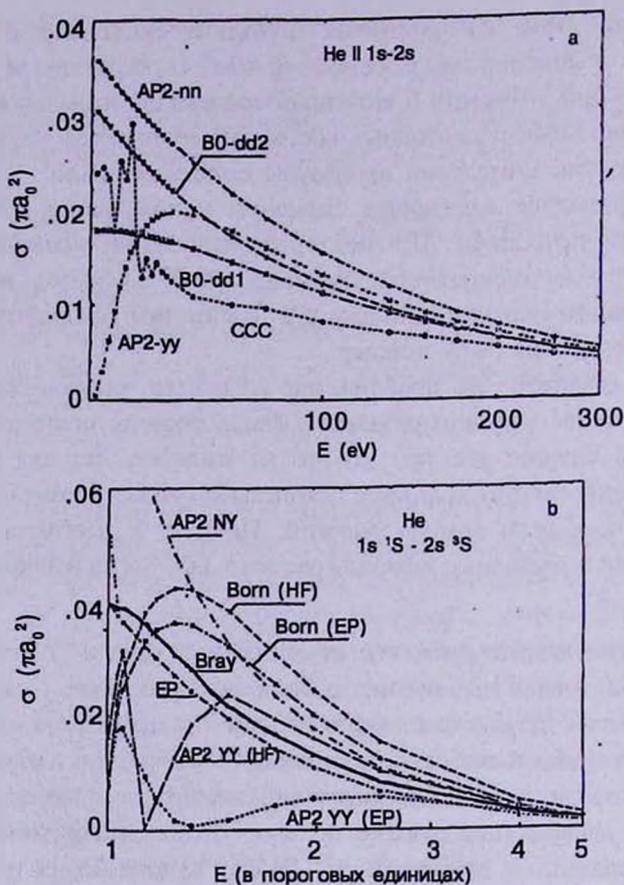


Рис.1. а) Сечение возбуждения перехода $1s-2s$ в HeII. б) Сечения возбуждения перехода $1s^2\ ^1S - 1s2s\ ^3S$ в HeI в приближении Борна (B) и рассчитанные несколькими вариантами метода искаженных волн в сравнении с рассчитанными в приближении сходящейся сильной связи [19] (Bray) - жирная сплошная линия.

гелие- и литиеподобных ионов с зарядами ядра $Z = 1 + 26$ с использованием описанного пакета программ. Для иллюстрации на рис.2а представлены результаты расчетов сечений возбуждения интеркомбинационных переходов $1s^2\ ^1S \rightarrow 1snp\ ^3P^0$ и $1s^2\ ^1S \rightarrow 1sns\ ^3P$ гелиеподобного иона Fe^{+24} . Для удобства приведены не сами сечения $\sigma(E)$, а силы столкновений $\Omega(E)$, связанные с сечениями соотношением

$$\Omega_{ab}(E) = \frac{g_a \sigma(E) \cdot E}{\pi a_0^2}, \quad (8)$$

где E - энергия налетающего электрона в ридбергах, g_a - статистический вес нижнего уровня перехода $a \rightarrow b$, a_0 - боровский радиус.

Скорость возбуждения перехода $a \rightarrow b$ выражается через усредненную по максвелловскому распределению скоростей электронов эффективную силу столкновения $\Upsilon_{ab}(T_e)$:

$$R_{ab} = \frac{8.629 \cdot 10^{-6}}{g_a \sqrt{T_e}} \gamma_{ab}(T_e) e^{-E_{ab}/kT_e} \quad [\text{см}^3/\text{с}]. \quad (9)$$

В данной формуле электронная температура T_e выражается в градусах Кельвина, E_{ab} - энергия перехода $a \rightarrow b$.

$$\gamma_{ab}(T_e) = \int_0^\infty \Omega_{ab}(X) e^{-\beta_{ab}(X-1)} d(\beta_{ab} X), \quad (10)$$

где $\beta_{ab} = E_{ab}/kT_e$, а $X = E/E_{ab}$ - энергия налетающего электрона в поперговых единицах.

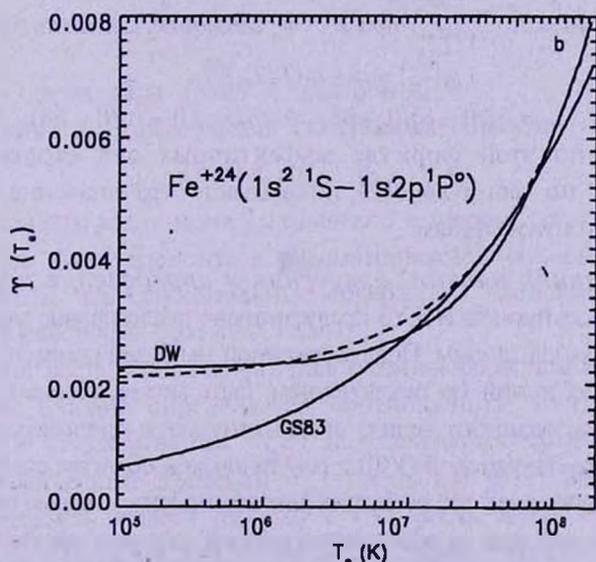
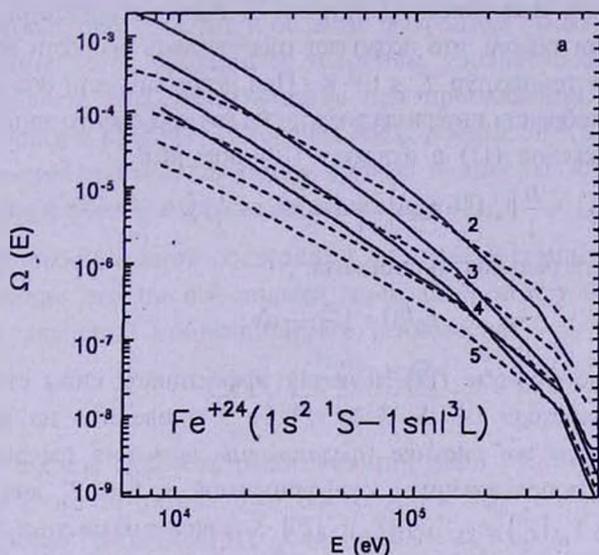


Рис.2. а) Силы столкновения для возбуждения электронным ударом переходов $1s^2 1S - 1snl^3P^0$ (сплошные линии) и $1s^2 1S - 1sns 1S$ (пунктир) в Fe^{+24} . б) Эффективные силы столкновений перехода $1s^2 1S - 1s2p^1P^0$ в Fe^{+24} . DW - результаты настоящих расчетов методом искаженных волн, GS83 - аппроксимация в работе [20]. Пунктирная прямая - аппроксимация (14) с $\delta = 2.0$.

Для удобства использования силы столкновения для прямых переходов были представлены следующим аналитическим выражением:

$$\Omega(X) = A + B/X + C/X^2 + D/X^3 + E \ln(X), \quad (11)$$

где A , B , C , D и E - параметры аппроксимации. В случае чисто обменных переходов сечение убывает с ростом энергии быстрее, поэтому той же формулой представлялась величина $\Omega(X) \cdot (E+I)^2$, где I - потенциал ионизации атома. Точность аппроксимации (11) для большинства переходов не ниже $1+3\%$ в интервале энергий налетающего электрона от порога возбуждения до 50-100 значений энергии порога, что позволяет рассчитывать скорости возбуждения для электронных температур $T_e \leq 10^8$ К. При необходимости она может быть повышена при разбиении интервала энергии на два промежутка аппроксимации. Подставив выражение (11) в формулу (10) получим:

$$\Upsilon_{ab}(T_e) = \left(A + C\beta_{ik} + \frac{D}{2}\beta_{ab}(1-\beta_{ab}) \right) + \left(B - C\beta_{ab} + \frac{1}{2}\beta_{ab}^2 + \frac{E}{\beta_{ab}} \right) e^{\beta_{ab}} \beta_{ab} E_1(\beta_{ab}), \quad (12)$$

где $E_1(\beta)$ - интегральная экспонента:

$$E_1(\beta) = \int_1^{\infty} \frac{e^{-\beta x}}{x} dx. \quad (13)$$

Рассчитанные по формуле (12) значения эффективной силы столкновения резонансного перехода $1s^2 \ ^1S - 1s2p \ ^1P^o$ Fe^{+24} приведены на рис.2б. Для сравнения на этом же рисунке представлены значения параметра $\Upsilon(T_e)$, вычисленные с использованием коэффициентов α , β и T_m аналитической аппроксимации $\Upsilon_{ab}(T_e) = g_a \cdot \alpha (T/T_m)^\beta$ [20]. Как видно из рисунка, при низких температурах указанная формула неудовлетворительна. Для получения правильной зависимости $\Upsilon_{ab}(T_e)$ при $T \ll T_m$ следует использовать представление

$$\Upsilon_{ab}(T_e) = a_0 + a_1 (T/T_m)^{\beta\delta} \quad (14)$$

с параметрами $a_0 = \alpha\beta(1-\delta)/(1-\beta\delta)$ и $a_1 = \alpha(1-\beta)/(1-\beta\delta)$. Сравнение рассчитанных по этой формуле эффективных сил столкновений с вычисленными по формуле (12) показывает, что значение параметра $\delta = 2$ является оптимальным.

3. *Разреженная плазма: излучение и определение параметров плазмы.* В рамках проекта NILYS предусмотрено исследование характеристик свечения разреженной плазмы. Под разреженной мы будем понимать оптически тонкую в частотах линий (за исключением, быть может, резонансных линий водорода и ионизованного гелия) и континуума в инфракрасной (ИК), оптической, ультрафиолетовой (УФ) и рентгеновской областях спектра плазмы. Будем также предполагать, что распределение всех частиц в плазме по скоростям является максвелловским с одной температурой как для электронов, так и для ионов всех находящихся в плазме элементов. Состояние такой плазмы в какой-либо области излучающего объема определяется, как известно, локальными характеристиками среды: ее температурой и концентрациями атомов

и ионов, а рассматриваемый метод описания плазмы обычно называется *корональным приближением* (см., например, [21]).

В рамках коронального приближения ионизационное состояние плазмы контролируется процессами ударной ионизации, фото- и диэлектронной рекомбинации. Роль внешних источников излучения и (или) частиц высокой энергии в установлении ионизационного равновесия считается пренебрежимо малой. Под представленный выше набор условий подходят прежде всего короны Солнца и звезд, охлаждающие потоки (cooling flows) в скоплениях галактик и области за фронтом галактических ударных волн. Кроме того, указанным условиям удовлетворяют компактные горячие области газа, образующиеся при прохождении ударных волн в расширяющихся атмосферах горячих звезд ранних спектральных классов. По современным представлениям именно в этих областях формируется рентгеновское излучение указанных звезд [22].

3.1. *Ионизационное состояние плазмы.* В стационарных условиях распределение атомов по стадиям ионизации может быть найдено из решения уравнений ионизационного равновесия:

$$\frac{x_{i-1j}}{x_{ij}} = \frac{\alpha_{ij}(T) + n_e Q'_{ij}}{C_{i-1j}(T)}, \quad (15)$$

где α_{ij} - полная скорость рекомбинации иона j атома i и C_{ij} - полная скорость ударной ионизации этого иона, Q'_{ij} - скорость тройной рекомбинации, дополненных условиями

$$\sum_{j=0}^{Z(i)} x_{ij} = 1 \quad \text{и} \quad n_e/n = \sum_{j=0}^{Z(i)} j \cdot x_{ij}, \quad (16)$$

где $Z(i)$ - заряд ядра атома с номером i .

Величины x_{ij} определяются следующим образом:

$$x_{ij} = n_{ij}/n_i, \quad n_i = A_i \cdot n, \quad (17)$$

где n_{ij} - концентрация иона j элемента с номером i , а A_i - относительное содержание этого элемента в рассматриваемой области плазмы. Будем предполагать, что относительные содержания элементов постоянны по всему излучающему объему плазмы.

Применимость стационарного приближения для описания ионизационного состояния плазмы определяется соотношением между характерными временами рекомбинации ($\tau_{рек}$) и охлаждения среды ($\tau_{охл}$), а также гидродинамическим временем $\tau_{дин} = R/c$, где R - характерный размер рассматриваемой области плазмы, c - скорость звука. Рекомбинационное время $\tau_{рек} = [n_e \alpha(T_e)]^{-1}$, где $\alpha(T_e)$ - полная скорость рекомбинации рассматриваемого иона, а время охлаждения $\tau = T_e/(dT_e/dt)$. Если $\tau_{рек} \ll \tau_{охл}$, а $\tau_{охл} \ll \tau_{дин}$, то стационарное приближение применимо.

Оценим условия выполнимости этого приближения для горячих облаков

в атмосферах звезд ранних спектральных классов. Характерный размер таких облаков составляет $\approx 0.1 R_{\odot}$ [23]. При типичных для горячих облаков значениях $T_e \approx 10^7$ К [24] значение $\tau_{\text{шн}} \approx 1^{\text{б}}$. Скорость охлаждения можно оценить из очевидного соотношения $\tau_{\text{охл}} \approx 3/2 kT/(n\Lambda)$. Здесь n - полная концентрация атомов в среде, а Λ - функция высвечивания (см., раздел 4). При значении $T \approx 10^7$ К и величине $n = 10^{11}$ см $^{-3}$ для внешних частей расширяющихся атмосфер горячих звезд $\tau_{\text{охл}} \approx 1$ мин. При указанных температурах полная скорость рекомбинации определяется главным образом скоростью диэлектронной рекомбинации. Используя данные каталога [25], найдем: $\tau_{\text{рек}} = (1-10)$ с $\ll \tau_{\text{охл}}$. Таким образом, можно сделать вывод, что горячие облака находятся в состоянии ионизационного равновесия.

Для определения ионизационного состояния плазмы мы рассчитали относительные содержания ионов наиболее распространенных в космосе элементов: H, He, C, N, O, Ne, Mg и Fe в стационарной плазме низкой плотности, используя скорости ионизации и рекомбинации, приведенные в каталоге [25]. На рис.3а в качестве иллюстрации представлена зависимость относительных содержаний ионов углерода от локальной температуры среды T . Оказалось, что при $n_e < 10^{19}$ см $^{-3}$ скорости тройной рекомбинации малы по сравнению со скоростями фото- и диэлектронной рекомбинации и относительные содержания ионов не зависят от n_e . Отметим, что рассчитанные нами содержания находятся в согласии с результатами аналогичных расчетов других авторов (см., например, [3]).

Для исследования влияния флуктуаций температуры в среде на ее ионизационное состояние рассмотрим более общую задачу определения глобальных характеристик среды с флуктуациями температуры и плотности, основываясь на методике, предложенной в работах [11,26-28]. Пусть какой-либо аддитивный параметр Q , характеризующий среду, определяется соотношением:

$$Q = \int_V q(T_e, n_e) n^2 dV, \quad (18)$$

где $q(T_e, n_e)$ - функция распределения параметра Q в среде, а интегрирование производится по всему объему среды V . Представление (18) применимо, например, для описания полной энергии, излучаемой в какой-либо линии, полного содержания иона какого-либо элемента в среде и т.д.

Предположим, что флуктуации T_e и n_e (δT и δn_e соответственно) в среде малы по сравнению с самими значениями электронной температуры и концентрации. Для удобства вместо величин T_e и n_e введем безразмерные параметры $t = T_e/10^6$ К и $s = \log(n_e/10^{12}$ см $^{-3}$). Для атмосфер звезд ранних спектральных классов значения этих параметров близки к 1. Определим средние по всему рассматриваемому объему значения параметров:

$$\bar{t} = \int_V t^2 dV / \int_V n^2 dV, \quad \bar{s} = \int_V s^2 dV / \int_V n^2 dV. \quad (19)$$

Введем также параметры, описывающие среднеквадратичные флуктуации t и s :

$$\tau^2 = \int_V (t - \bar{t})^2 n^2 dV / \bar{t}^2 \int_V n^2 dV, \quad (20)$$

$$\tau\sigma = \int_V (t - \bar{t})(s - \bar{s}) n^2 dV / \bar{t}\bar{s} \int_V n^2 dV, \quad (21)$$

$$\sigma^2 = \int_V (s - \bar{s})^2 n^2 dV / \bar{s}^2 \int_V n^2 dV. \quad (22)$$

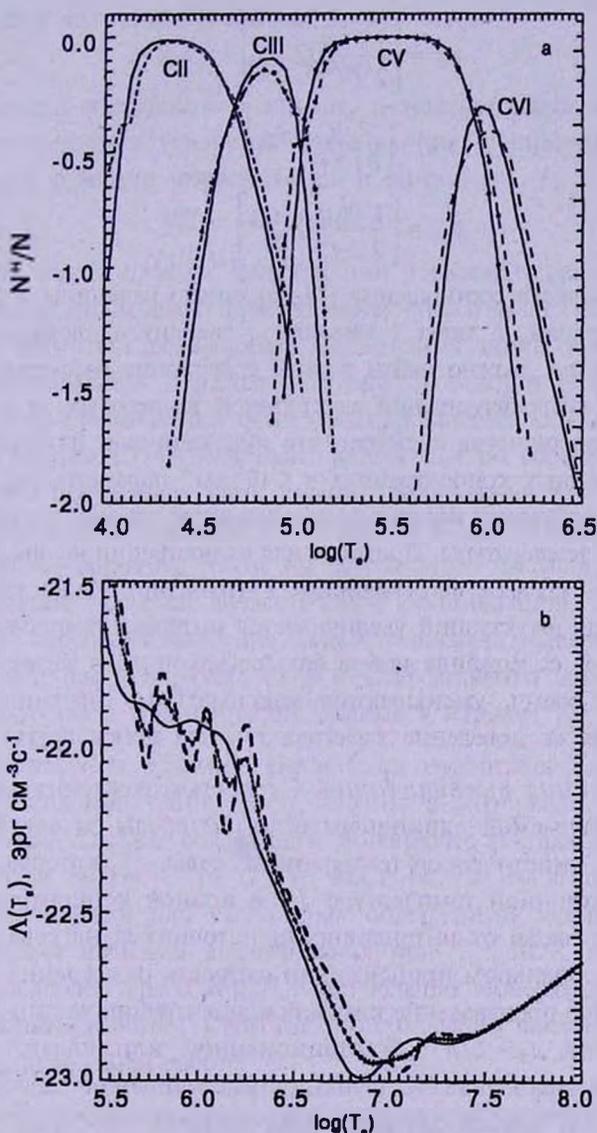


Рис.3. а) зависимость относительного содержания ионов углерода от электронной температуры. Пунктирными линиями показано содержание при учете флуктуаций электронной температуры (параметр $\tau^2 = 0.08$). б) Функция высвечивания ($\text{эрг см}^{-3}\text{с}^{-1}$) однородной плазмы для солнечного содержания He, C, N, O, Ne, Mg и Fe. Тонкой пунктирной линией со звездочками показана функция высвечивания при значении параметра $\tau^2 = 0.08$, жирный пунктир - при $\tau^2 = 0.16$.

Отметим, что в формуле (21) величина $\tau\sigma$ - это единый параметр, а не произведение $\tau \cdot \sigma$. При малости величин τ^2 , $\tau\sigma$ и σ^2 справедливо соотношение

$$Q = Q^0(1 + \mu_n \tau^2 + \mu_\sigma \tau\sigma + \sigma^2), \quad (23)$$

где $Q^0 = Q(\bar{t}, \bar{s})$ - значение параметра Q при постоянных значениях $t = \bar{t}$ и $s = \bar{s}$ во всей среде. Параметры μ_n , μ_σ и $\mu_{\sigma\sigma}$ определяются следующими выражениями:

$$\mu_n = \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial t^2} Q^{-1} t^2 \right]_{t=\bar{t}; s=\bar{s}}, \quad (24)$$

$$\mu_\sigma = \left[\frac{\partial^2 q}{\partial t \partial s} Q^{-1} t s \right]_{t=\bar{t}; s=\bar{s}}, \quad (25)$$

$$\mu_{\sigma\sigma} = \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2 q}{\partial s^2} Q^{-1} s^2 \right]_{t=\bar{t}; s=\bar{s}}. \quad (26)$$

При подстановке в соотношения (24-26) вместо величины q величин n_j/n^2 , где концентрация n_j иона j элемента i зависит от локальных значений параметров t и s , можно найти полное содержание рассматриваемого иона в среде при учете флуктуаций электронной температуры и концентрации.

Результаты расчетов показали, что при типичных для корон Солнца и звезд электронных концентрациях $n_e < 10^{13} \text{ см}^{-3}$ параметры μ_n и $\mu_{\sigma\sigma}$ малы, поэтому на содержания ионов в среде оказывают влияние только флуктуации электронной температуры. Приведем для иллюстрации на рис.3а содержания ионов C^{+1} для среды с флуктуациями T_e (пунктир). Из рисунка видно, что в присутствии флуктуаций увеличивается интервал температур, в котором относительное содержание ионов больше какой-либо заданной величины, и, в то же время, уменьшаются максимальные значения содержаний ионов. Такое же поведение характерно и для ионов других элементов.

3.2. Функция высвечивания. Скорость охлаждения плазмы L равна энергии, излучаемой единичным объемом среды за единицу времени, и зависит от кинетической температуры среды - T (которую мы полагаем равной электронной температуре T_e) и полной концентрации частиц в среде - n , а также от интенсивности источников нагрева и ионизации среды. В корональном приближении скорость охлаждения среды можно выразить через произведение квадрата концентрации частиц n на функцию высвечивания $\Lambda = L/n^2$. В стационарной или квази-стационарной однотемпературной плазме функция высвечивания зависит только от температуры и полной концентрации частиц.

Используя значения парциального содержания ионов x_y , определяемого уравнением (17), представим функцию высвечивания в виде:

$$\Lambda = \sum_y x_y \lambda_y = \sum_y x_y (\lambda_y^{\text{line}} + \lambda_y^{\text{cont}}) \quad (27)$$

где λ_{ij} - парциальная функция высвечивания иона элемента с номером j в стадии ионизации i , а λ_{ij}^{line} и λ_{ij}^{cont} - вклады в нее за счет излучения в линиях и континууме соответственно.

Основной вклад в функцию охлаждения плазмы вносит излучение в линиях, которые контролируются столкновениями с электронами. Линии, формируемые другими механизмами, вносят пренебрежимо малый вклад в функцию охлаждения (см., например, [29]).

Коэффициент излучения в линии $k \rightarrow i$

$$4\pi\epsilon_{ki} = n_k h \nu_{ki} A_{ki}, \quad (28)$$

где ν_{ki} - частота излучения в линии, а населенности уровней n_k определяются из решения уравнений баланса (см., например, [29]).

Парциальная функция высвечивания в линии $k \rightarrow i$:

$$\lambda_{ki}^{line} = 4\pi \int_V \epsilon_{ki} dV. \quad (29)$$

где V - полный объем плазмы, излучающий в рассматриваемой линии.

Для определения парциальных функций охлаждения в линиях мы рассчитали коэффициенты излучения для наиболее интенсивных линий ионов рассматриваемых нами элементов. Необходимые при проведении таких расчетов эффективные силы столкновений были взяты из каталога [25], компиляции [20] (с учетом поправки (14)) или были рассчитаны по соотношению (12) с использованием полученных нами сечений возбуждения (см. пункт 2.3). Парциальные функции охлаждения для излучения в континууме рассчитаны согласно формулам, данным в работе [6]. Кроме этого мы учли охлаждение плазмы в результате процесса диэлектронной рекомбинации. Для расчета соответствующей скорости охлаждения была использована модифицированная формула Берджеса (см., например, [29]) и коэффициенты аппроксимаций скорости диэлектронной рекомбинации, данные в каталоге [25].

3.2.1. Однородная плазма. Нами были рассчитаны стационарные функции высвечивания однородной плазмы в интервале температур $5 \cdot 10^3 \text{ K} - 10^8 \text{ K}$ для плазмы, содержащей 8 наиболее распространенных в космосе элементов: H, He, C, N, O, Ne, Mg и Fe. На рис.3b представлена функция высвечивания для солнечных содержаний элементов [30]. Рассчитанная нами функция высвечивания при $T_e < 10^6 \text{ K}$ практически совпадает с вычисленной в работах [6,7], а при больших температурах примерно на 50% ниже данных работы [7], что связано с большим числом элементов, учитываемых в цитируемой работе.

3.2.2. Неоднородная плазма. Для иллюстрации влияния флуктуаций температуры на функцию охлаждения неоднородной плазмы мы рассчитали функцию высвечивания плазмы для различных значений параметра τ^2 , определяющего амплитуду флуктуаций температуры (рис.3b) для температур, характерных для горячих облаков в атмосферах горячих звезд. Для

рассматриваемых элементов были взяты их солнечные содержания согласно [30]. На рисунке видно, что присутствие флуктуаций температуры существенно изменяет скорость охлаждения плазмы по сравнению с однородной плазмой той же средней температуры. Заметно существенное увеличение функции высвечивания для температур $T \geq 2 \cdot 10^6$ К, при которых относительные содержания ионов быстро меняются с температурой. Результаты наших расчетов показали, что при увеличении содержания С, N, O и более тяжелых элементов по сравнению с их солнечным содержанием влияние флуктуаций температуры на функцию охлаждения возрастает.

3.3. Влияние вариаций содержания элементов на функцию высвечивания. На рис.4а представлены результаты расчетов функции

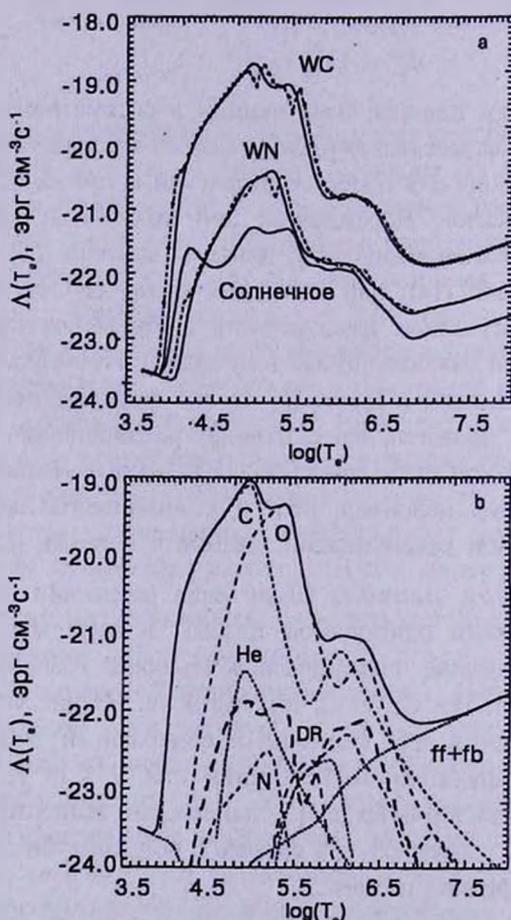


Рис.4. а) Функция высвечивания для плазмы с содержанием He, C, N и O, характерными для звезд подтипов WC и WN в сравнении с функцией высвечивания для солнечного содержания элементов. Пунктир - функция высвечивания при значении параметра $\tau^2 = 0.08$. б) Парциальные вклады охлаждения в линиях He, C, N и O (пунктир) в функцию высвечивания для плазмы в атмосферах звезд WC (сплошная линия). Отмечен вклад в функцию высвечивания охлаждения плазмы при свободно-свободных и свободно-связанных переходах и диэлектронной рекомбинации (жирный пунктир).

высвечивания для плазмы с аномально высокими содержаниями He и CNO элементов, характерными для звезд типа Вольфа-Райе (WR). Мы использовали типичное содержание этих элементов для звезд подтипов WC и WN [31] и солнечное содержание остальных элементов. Из рисунка видно значительное (1-2 порядка) увеличение функции охлаждения в интервале температур $T_e = (3 + 10) \cdot 10^4 \text{ K}$, характерных для облаков горячего газа в расширяющихся атмосферах звезд типа WR, по сравнению с функцией высвечивания для солнечного содержания элементов. При более высоких температурах ($T_e > 10^4 \text{ K}$) функции высвечивания для плазмы с солнечным содержанием элементов и типичным для звезд подтипа WN практически совпадают, тогда как функция высвечивания для содержания He, C, N и O, характерного для звезд подтипа WC, превышает их на порядок величины.

Относительные вклады различных элементов в парциальные функции высвечивания в линиях ионов He, C, N и O показаны на рис.4б. На этом же рисунке приведены вклады в полную функцию высвечивания охлаждения при свободно-свободных и свободно-связанных переходах, а также при диэлектронной рекомбинации. Результаты наших расчетов показывают, что роль диэлектронной рекомбинации в охлаждении плазмы с солнечным химическим составом пренебрежимо мала, тогда как для содержаний CNO элементов, характерных для звезд типа WR, роль этого процесса становится, как видно из рис.4б, заметной и его следует учитывать.

3.4. Рентгеновские линии в спектре звезд ранних спектральных классов. Используя программу расчета относительных содержаний ионов как в однотемпературной плазме, так и в плазме с флуктуациями T_e , мы рассчитали отношения интенсивностей линий ионов рассматриваемых нами элементов в области чувствительности спектрографа RGS спутника XMM-Newton ($\lambda \lambda = 5 + 50 \text{ \AA}$). В табл.1 представлены относительные интенсивности рентгеновских линий спектра яркого сверхгиганта $\zeta \text{ Pup}$ (O4Ief) [9] в шкале $I(\text{OVIII } \lambda 18.97 \text{ \AA}) = 1$. Для мультиплетов даны их средние длины волн. Отметим, что ввиду малости относительных содержаний в космической плазме элементов с $Z > 8$, добавление или исключение таких элементов из списка учитываемых при расчете функции охлаждения практически не меняет относительных интенсивностей линий.

Проведенный в работе [9] анализ наблюдаемого спектра показал, что оптическая толщина оболочки звезды в рассматриваемом спектральном диапазоне мала, поэтому для интерпретации наблюдаемого спектра можно использовать корональную модель, рассмотренную в предыдущем разделе. В табл.1 даны рассчитанные нами значения электронных температур, при которых наблюдаемые отношения интенсивностей линий и полученные в корональной модели совпадают при предположении, что

содержание всех элементов в атмосфере - солнечное. Приведены значения температур как для плазмы с постоянной температурой, так и для плазмы с флуктуациями T_e .

Из анализа таблицы видно, что учет флуктуаций электронной температуры в ряде случаев существенно изменяет значения температур возбуждения для рассматриваемых линий. Отметим, что определенные нами температуры возбуждения находятся в интервале $(1 + 4) \cdot 10^6$ К, в котором функция охлаждения существенно возрастает при наличии флуктуаций температуры, что может служить косвенным указанием на присутствие таковых в горячих облаках расширяющихся атмосфер звезд ранних спектральных классов.

Таблица 1

λ , Å	Ион	I_λ	T_e ($\tau^2 = 0$)	T_e ($\tau^2 = 0.08$)
8.42	MgXII	0.12	$3.0 \cdot 10^6$	$2.3 \cdot 10^6$
9.24	MgXI	0.57	$1.0 \cdot 10^6$	$0.8 \cdot 10^6$
12.13	NeX	0.51	$1.8 \cdot 10^6$	$1.4 \cdot 10^6$
13.52	NeIX	1.4	$1.5 \cdot 10^6$	$1.7 \cdot 10^6$
15.13	FeXVIII	2.1	$3.8 \cdot 10^6$	$3.5 \cdot 10^6$
16.96	FeXVIII	1.3	$3.3 \cdot 10^6$	$3.3 \cdot 10^6$
21.85	OVI	1.5	$4.4 \cdot 10^6$	$4.5 \cdot 10^6$
24.78	NVII	1.8	$1.7 \cdot 10^6$	$1.9 \cdot 10^6$
33.74	CVI	0.16	$3.2 \cdot 10^6$	$3.1 \cdot 10^6$

4. *Заключение.* В данной статье изложены результаты работы по проекту NILYS, нацеленному на вычисление сечений и скоростей возбуждения электронным ударом атомов и ионов с зарядом $Z \leq 26$ и главными квантовыми числами электронов $n \leq 10$, необходимыми для расчета ионизационного и теплового состояния плазмы, и разработки методов вычисления спектра плазмы в оптическом, УФ и рентгеновском диапазонах и определения ее параметров. Отмечено, что выбранное для расчетов сечений возбуждения приближение искаженных волн позволяет получить приемлемую для астрофизических приложений точность сечений. Рассчитаны относительные содержания ионов H, He, C, N, O, Ne, Mg и Fe и функция высвечивания разреженной плазмы различного химического состава в интервале температур $5 \cdot 10^3$ К - 10^8 К. Сделан вывод о значительном влиянии флуктуаций температуры на относительные содержания ионов и функцию охлаждения. Показано, что значения температур возбуждения, позволяющих воспроизвести наблюдаемые отношения интенсивностей линий в рентгеновском спектре яркого сверхгиганта ζ Pup, сильно зависят от амплитуды флуктуаций T_e и находятся в интервале температур $\approx (1 + 4) \cdot 10^6$ К.

Работа поддержана грантами РФФИ 99-02-17207, 01-02-16858 и Федеральной программой Астрономия.

Санкт-Петербургский государственный университет:

¹ Астрономический институт

² Институт химии

³ Институт физики

IONIZATION AND COOLING OF HOT PLAZMA WITH TEMPERATURE FLUCTUATIONS

A.F.KHOLTYGIN¹, V.F.BRATSEV², V.I.OCHKUR³

Cooling functions for plazma with kinetic temperatures $5 \cdot 10^3$ - 10^4 K of different element abundances for both solar and typical for Wolf-Rayet stars are calculated. The project HILYS aimed at calculation of the cross-sections and rates for electron impact excitation for levels up to $n = 10$ for atoms and their ions with $Z \leq 26$ and preparation of the diagnostic tools for calculation and analysis of the spectra of the astrophysical sources in the optical, UV and X-Ray regions is described. The influence of temperature fluctuations ($\delta T/T \leq 0.16$) in plazma on relative ion abundances and total cooling function are investigated. It is shown that in plazma with temperature fluctuations the ions of definite ionization degree can survive within wider temperature intervals than in homogeneous plazma. The cooling function for temperature inhomogeneous plazma can considerably (up to 2-3 times) differ from that for the homogeneous one. The effect of dielectronic recombination on the cooling function is also studied. It appears to be significant for plazma with the high abundances of heavy elements. The analysis of the X-Ray spectra of the bright supergiant ζ Pup is fulfilled.

ЛИТЕРАТУРА

1. *W.H.Tucker, M.Koren*, *Astrophys. J.*, **168**, 283, 1971.
2. *Н.Г.Бочкарев*, *Иссл. по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца*, вып. **48**, 195, 1979.
3. *M.Arnaud, R.Rothenflug*, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **60**, 425, 1985.
4. *H.Boehringer, G.Hensler*, *Astron. Astrophys.*, **215**, 147, 1989.

5. *M.Landini, B.C.Monsignori-Fossi*, Astron. Astrophys. Suppl. Ser., 82, 229, 1990.
6. *А.Б.Кириенко*, Письма в Астрон. ж., 19, 27, 1993.
7. *E.Landi, M.Landini*, Astron. Astrophys., 347, 401, 1999.
8. *M.Audard, E.Behar, M.Gadel et al.*, Astron. Astrophys., 365, 329, 2001.
9. *S.M.Kahn, M.A.Leutenegger, J.Kottan et al.*, Astron. Astrophys., 365, 312, 2001.
10. *W.L.Waldron, J.P.Cassinelli*, Astrophys. J., 548, L45, 2001.
11. *А.Ф.Холтыгин*, Астрофизика, 43, 629, 2000.
12. <http://www.astro.spbu.ru/staff/afk/AtDataCentre/Projects/HILYS>.
13. *V.F.Brusev, V.I.Ochkur, A.F.Kholtygin*, in "Atomic and Molecular Data for Astrophysics", eds. A.F.Kholtygin, V.B.Ochkur, Saint-Petersburg, 2000, p.18-31.
14. *K.Bartschat*, Comp. Phys. Commun., 114, 1998.
15. *V.Fursa, I.Bray*, J. Phys., B30, 757, 1997.
16. *T.B.Dai et al.*, Phys. Rev., 123, 1051, 1961.
17. *J.Taylor*, Scattering Theory, chpt., 22, 5, 1966.
18. *D.Madison et al.*, J. Phys., B24, 3861, 1991.
19. <http://yin.ph.flinders.edu.au/CCC-WWW>.
20. *T.J.Gaetz, E.E.Sapleter*, Astrophys. J. Suppl. Ser., 52, 155, 1966.
21. *Л.Пресняков*, Успехи физ. наук, 119, 49, 1976.
22. *S.P.Owocki, D.H.Cohen*, Astrophys. J., 520, 833, 1999.
23. *О.А.Александрова, К.В.Бычков*, Astronomy Reports, 44, 781, 2001.
24. *R.Ignace, L.M.Oskinova, C.Foullon*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 318, 214, 2000.
25. *V.V.Golovatyj, A.Sapar, T.Feklistova, A.F.Kholtygin*, "Catalogue of atomic data for low-density Astrophysical plasma", Astron. Astrophys. Transact., 12, 85-262, 1997.
26. *M.Peimbert, S.Torres-Peimbert, V.Luridiana*, Rev. Mex. Astron. Astrophys., 31, 131, 1995.
27. *A.F.Kholtygin*, Astron. Astrophys., 329, 691, 1998.
28. *A.F.Kholtygin*, Astrophys. Space Sci., 255, 513, 1998.
29. *З.Б.Рудзикас, А.А.Никитин, А.Ф.Холтыгин*, Теоретическая атомная спектроскопия, Изд. ЛГУ, Л, 1990.
30. *N.Grevesse, A.Noels, A.J.Sanval*, ASP Conference Series, 99, 117, 1996.
31. *K.A. van der Hucht, J.P.Cassinelli, P.M.Williams*, Astron. Astrophys., 168, 111, 1986.

УДК: 524.354.6-337

ВОЛНОВЫЕ ПУЧКИ В НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЕ В ПОПЕРЕЧНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А.Г.БАГДОЕВ¹, Д.М.СЕДРАКЯН²

Поступила 25 июля 2001

Рассмотрено распространение осесимметричных магнитогидродинамических волн вблизи экваториальной плоскости коры нейтронной звезды, находящейся в поперечном магнитном поле. Магнитное поле перпендикулярно экваториальной плоскости. Определены магнитные поля и электрические токи, возбужденные этим волновым пучком на поверхности звезды.

1. *Введение.* В работе [1] изучены линейные одномерные задачи о волновых движениях в плазме коры нейтронной звезды. Ряд работ [2-5] посвящены изучению движения пучков в слое вязкой упругой среды или электропроводящей жидкости с учетом неоднородностей, конечной теплопроводности и химической активности этих сред. В работе [6] рассматривалось распространение радиальных магнитогидродинамических волн вблизи экваториальной плоскости коры нейтронной звезды, находящейся в поперечном магнитном поле. Эти волны возбуждаются пространственно-ограниченным возбуждением в форме поперечного магнитного поля, приложенного к внутренней границе коры нейтронной звезды. В этой работе предполагалось, что плазма в коре звезды однородная. Однако плотность вещества в коре нейтронной звезды быстро падает с приближением к границе звезды. Следовательно, плазма в коре сильно неоднородная. Поэтому в настоящей статье мы будем обобщать результаты статьи [6] на учет неоднородности исходного состояния плазмы.

2. *Эволюционные уравнения.* Рассмотрим распространение квазимонохроматических волн модуляции в ионизированной плазме, занимающей слой $0 \leq x \leq l$ в перпендикулярном магнитном поле $H_x = 0$, $H_z = 0$ и $H_y = H_0$, где ось x направлена по нормали к невозмущенной волне в противоположном к движению волны направлению, y - поперечная координата в основной плоскости движения, нормальная к экваториальной плоскости звезды. Уравнения движения релаксирующей плазмы приведены в работе [6]. Их решения в форме двух волн, распространяющихся в слое навстречу друг другу, можно, как показано в [2,6], искать в виде:

$$u = u_1(\tau_1, y, z, t) + u_2(\tau_2, y, z, t), \quad (1)$$

где в качестве u выбрана компонента h , возмущенного магнитного поля,

$\tau_{1,2}$ есть эйконалы невозмущенных следующих слева и справа волн, причем в отличие от [6], в случае неоднородной среды:

$$\tau_{1,2} = \tau'_{1,2} - t = \int_{\pm x} \frac{dx}{c_n} - t, \quad (2)$$

$c_n = c_n(x)$ - нормальная скорость линейной волны. Для дифракционных задач о стационарных пучках в квазимонохроматических волнах можно показать, что эволюционные уравнения для u_{12} имеют вид [2-6]:

$$\frac{\partial^2 u_{12}}{\partial \tau_{12} \partial \tau_{12}} - \frac{1}{2} \hat{L} u_{12} - \frac{\partial u_{12}}{\partial \tau_{12}} \frac{d \ln \Phi}{d \tau_{12}} - \frac{1}{c_n} \frac{\partial}{\partial \tau_{12}} \left(\Gamma u_{12} \frac{\partial u_{12}}{\partial \tau_{12}} + D \frac{\partial^2 u_{12}}{\partial \tau_{12}^2} + E \frac{\partial^3 u_{12}}{\partial \tau_{12}^3} \right). \quad (3)$$

Здесь Γ , D , E есть коэффициенты нелинейности, диссипации и дисперсии, которые для релаксирующей плазмы имеют вид [6]

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{c_n}{H_y} \left(\frac{\gamma+1}{2} \frac{c_s^2}{c_n^2} + \frac{3}{2} \frac{c_A^2}{c_n^2} \right), \\ D &= -\frac{1}{2 c_n} \left\{ \frac{1}{\rho} \left(\xi + \frac{4}{3} \eta \right) + \frac{c_A^2}{c_n^2} v_m + \frac{(\gamma-1)^2 T k}{\rho c_n} \right\}, \\ E &= \frac{\tau_0 (\gamma-1)^2 T k}{c_n \rho c_n^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Заметим, что эти коэффициенты есть функции от x . Условия совместимости на линейных волнах имеют вид:

$$v_y=0, \quad h_x=0, \quad v_z=0, \quad h_z=0, \quad h_y = \mp \frac{H_y}{c_n} v_x, \quad \rho' = \mp \frac{\rho}{c_n} v_x, \quad P' = c_s^2 \rho'. \quad (5)$$

где верхние знаки соответствуют волне 1, а нижние - волне 2. Для невозмущенного магнитного поля H_y можно получить поперечный оператор в [3] в виде

$$\hat{L} = -c_n^2 \left[\left(1 + \frac{c_A^2 c_s^2}{c_n^4} \right) \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right], \quad c_A^2 = \frac{H_y^2}{4\pi\rho} \quad (6)$$

Как было показано в работе [1], для плазмы в коре нейтронной звезды хорошо выполняется условие:

$$\frac{c_A^2 c_s^2}{c_n^2} \ll 1, \quad (7)$$

следовательно из (6) вытекает:

$$\hat{L} = -c_n^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) = -c_n^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right). \quad (8)$$

Здесь введена радиальная координата $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Из [8] видим, что имеющие круговую начальную форму пучки являются осесимметричными.

Входящее в (3) одномерное по нормали к волне линейное или лучевое решение Φ можно определить из закона сохранения энергии возмущений в волне [3-5], которое для одномерной задачи имеет вид:

$$\rho c_n v_x^2 = \text{const} \quad (9)$$

или, используя (5) и переходя от v_x к h_y , можно получить

$$\frac{\rho c_n^3}{H_y^2} \Phi^2 = \text{const.}$$

откуда получится:

$$\Phi^2 = \frac{\rho(0)c_n^3(0)H_y^2(\tau_{12}')}{H_y^2(0)\rho(\tau_{12}')c_n^3(\tau_{12}')}. \quad (10)$$

Для неоднородной среды в области $0 \leq x \leq l$ $c_n = c_n(x)$, $\rho = \rho(x)$, $H_y = H_y(x)$ или соответствующие функции от τ_{12}' . В силу того, что поставленная задача может быть заменена [2] на задачу о симметричных акустических зеркалах, левое из которых $x=l$ совпадает с внутренней границей слоя, а правое, заданное в точке $x=-l$, есть симметричное отражение левого торца относительно плоскости $x=0$, естественно продолжать невозмущенные значения $c_n(x)$, $\rho(x)$ и $H_y(x)$ в область $-l \leq x \leq 0$ четным образом, а в остальную область с периодом $2l$. Тогда можно считать $c_n(\tau_1') = c_n(\tau_2')$, $\rho(\tau_1') = \rho(\tau_2')$, $H_y(\tau_1') = H_y(\tau_2')$ и эйконалы τ_{12}' и лучевое решение определены всюду.

3. *Решение эволюционного уравнения.* Ищем решение уравнений (3),(8) в виде квазимонохроматических волн в неоднородной по координате x среде

$$u_{12} = \frac{1}{2} \left(U_{12} e^{i\theta_{12} - \omega^2 \lambda_{12}} + V_{12} e^{2i\theta_{12} - 2\omega^2 \lambda_{12} + \text{к.с.}} \right), \quad (11)$$

где U_{12} , V_{12} есть функции τ_{12}' , τ_{12} ; $\theta_{12} = \omega\tau_{12} - s_{12}(\tau_{12}')\omega$ - основная частота волн, ω' - модулированная частота, ν - коэффициент затухания:

$$\omega' = \frac{ds_{12}}{d\tau_{12}'}, \quad \nu = \frac{d\lambda_{12}}{d\tau_{12}'}. \quad (12)$$

Подставляя (12) в (3), (8) и приравнивая линейные недифференцируемые члены с первой гармоникой, можно получить:

$$\omega' = -\frac{1}{c_n} E \omega^3, \quad \nu = -\frac{D}{c_n}. \quad (13)$$

Уравнения для амплитуд вторых гармоник имеют вид [3]:

$$2i\omega \frac{\partial V_{12}}{\partial \tau_{12}'} + \frac{c_n^2}{2} \left(\frac{\partial^2 V_{12}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_{12}}{\partial r} \right) + 4\omega(i\omega^2\nu - 3\omega')V_{12} = \frac{\Gamma\omega^2}{c_n} u_{12}^2. \quad (14)$$

Так как u_{12} малы по сравнению с невозмущенным магнитным полем, то, как видно из уравнений (14), V_{12} должно быть более высокого порядка малости, чем u_{12} . Для нахождения приближенного решения для V_{12} , как это делается в работах [2,4], мы пренебрегаем производными V_{12} , и тогда из (14) получаем:

$$V_{12} = \frac{\Gamma\omega u_{12}^2}{4c_n(i\omega^2\nu - 3\omega')}. \quad (15)$$

Заметим, что для плазмы в коре нейтронной звезды $\left| \frac{\nu_{12}}{u_{12}} \right| \ll 1$, что

подтверждает вышеуказанное допущение. Отметим также, что точные решения уравнений для первой и второй гармоник сводятся к восьми обыкновенным дифференциальным уравнениям по τ'_1 и даны в работе [2], причем численное решение показало качественное соответствие с приближенным решением, данным в нашей статье. Исключая V_{12} из уравнения для первой гармоники, можно получить нелинейное уравнение Шредингера для амплитуды U_{12} первой гармоники:

$$i\omega \frac{\partial U_{12}}{\partial \tau'_{12}} + \frac{L}{2} \left(\frac{\partial^2 U_{12}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_{12}}{\partial r} \right) - i\omega U_{12} \frac{d \ln \Phi}{d \tau'_{12}} = (\kappa_1 + i\kappa_2) |U_{12}|^2 U_{12}, \quad (16)$$

где $L = c_n^2$,

$$\kappa_1 = 3E\omega^2\zeta, \quad \kappa_2 = \omega D\zeta, \quad \zeta = \frac{1}{8c_n} \frac{\Gamma^2 e^{-2\omega^2\lambda_{12}}}{9E^2\omega^2 + D^2}. \quad (17)$$

Сделав замену $U_{12} = \Phi\Psi_{12}$, можно получить уравнение (16) без лучевого слагаемого и κ_{12} в правой части уравнения, умноженных на Φ^2 . Для уравнения (16) стационарные решения, удовлетворяющие условию $\frac{\partial U_{12}}{\partial t} = 0$, устанавливаются, когда энергия возмущений, подаваемая на левой границе слоя, затрачивается на диссипацию и излучение волн с правого конца $x=0$. В качестве граничного условия для искомого решения на границе $x=l$ выбираем функцию $h_{11} = U_1$ для идущей направо волны в виде гауссовского пучка [2]:

$$\psi_1 e^{-i\omega t} = K_0 \exp \left\{ -\frac{r^2}{2r_0^2} + i \frac{r^2}{2R_1(0)} \right\} \quad K_0 = |K_0| e^{-i\omega t}, \quad (18)$$

где r_0 - начальный радиус пучка, $R_1(0)\omega c_n^{-1}$ есть радиус кривизны поверхности левого торца слоя. Тогда решение можно искать в виде:

$$\psi_{12} = A_{12} e^{-i\Phi_{12}},$$

где

$$A_{12} = \frac{b_{12}}{f_{12}(\tau'_{12})} e^{-\frac{r^2}{2r_0^2 f_{12}^2(\tau'_{12})}}, \quad (19)$$

$$\Phi_{12} = \sigma_{12}(\tau'_{12}) + \frac{r^2}{2R_{12}(\tau'_{12})}.$$

Подставляя (19) в (16) и приравняв в членах с r^0 и r^2 действительные и мнимые части, можно получить уравнения для безразмерных радиусов пучков, радиусов кривизны волн и фаз σ_{12} :

$$\frac{d^2 f_{12}}{d \tau'_{12}} = \frac{\xi_1}{f_{12}^3} - \frac{b_{12}^2}{\omega} \frac{d}{d \tau'_{12}} (\kappa_2 \Phi^2) / f_{12}, \quad (20)$$

$$\frac{1}{f_{12}} \frac{d f_{12}}{d \tau'_{12}} = -\frac{1}{\omega} \left(-\frac{1}{R_{12}} + \frac{b_{12}^2}{f_{12}^2} \kappa_2 \Phi^2 \right), \quad (21)$$

$$\frac{d \sigma_{12}}{d \tau'_{12}} = G \frac{1}{f_{12}^2}, \quad G = -\frac{2L}{\omega \tau_0^2} - \frac{\kappa_1 \Phi^2 b_{12}^2}{\omega}, \quad (22)$$

где

$$\xi_1 = \frac{L^2}{r_0^4 \omega^2} + \frac{2 L b_1^2 \kappa_1 \Phi^2}{\tau_0^2 \omega^2} - \frac{\kappa_2^2 \Phi^4 b_1^4}{\omega^2}. \quad (23)$$

В однородной среде $\Phi = 1$ и из (20)-(23) получаются уравнения, приведенные в работе [6]. Граничное условие (18) при $x = l$ и $\tau'_1 = 0$ дает начальные условия для (20) с учетом (21)

$$f_1 = 0, \quad \frac{df_1(0)}{d\tau'_1} = F = -\frac{1}{\omega} \left\{ -\frac{c_n^2(0)}{R_1(0)} + \kappa_2(0) b_1^2 \right\}, \quad (24)$$

причем $b_1 = |K_0|$. Уравнение (20) для f_1 можно численно решить при условиях (24) методом Рунге-Кутты.

Естественным условием будет требование свободной границы на поверхности звезды, т.е. при $x = 0$, $p' = 0$. Это условие в силу (5) и уравнений магнитогидродинамики [6] дает при $x = 0$

$$h_y = 0 \quad \text{и} \quad U_1 = U_2. \quad (25)$$

Согласно (19)-(22) условие (25) выполняется при требовании:

$$\begin{aligned} \tau_1(\tau^0) = \tau_2(\tau^0), \quad b_2 = -b_1, \quad f_2(\tau^0) = f_1(\tau_0) = f(\tau_0), \\ \frac{df_2}{d\tau'_2} = \frac{df_1}{d\tau'_1}, \quad \tau^0 = \int_0^l \frac{dx}{c_n}. \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь l - продольная длина рассматриваемого слоя.

Таким образом, полученные нами решения позволяют определить интересующие нас физические параметры на правой границе слоя, т.е.

при $x = l$ или $\tau'_{12} = \tau^0$. Заметим также, что $p' = \frac{dV_x}{dx} = h_y = 0$ при $\tau'_{12} = \tau_0$.

Если ввести обозначение $\Lambda = \omega^2 \int_0^{\tau^0} v d\tau$, то окончательно получим:

$$v_x = \text{Re } V_x, \quad j_z = -\frac{c}{4\pi} \frac{\partial h_y}{\partial x} = \text{Re } J_z, \quad (27)$$

где

$$\begin{aligned} |V_x| &= \frac{2 b_1 c_n \Phi}{H_y f(\tau^0)} \exp \left\{ -\Lambda - \frac{r^2}{2 r_0^2 f^2(\tau^0)} \right\}, \\ |J_z| &= \frac{c}{2\pi c_n f(\tau^0)} \exp \left\{ -\Lambda - \frac{r^2}{2 r_0^2 f^2(\tau^0)} \right\}. \end{aligned} \quad (28)$$

Как видно из (27) и (28), полученные выражения амплитуд $|V_x|$ и $|J_z|$ зависят от значения амплитуды возбуждения магнитного поля на внутренней границе коры нейтронной звезды: $b_1 = |K_0|$. Последняя будет определяться из физического механизма возбуждения магнитного поля на поверхности ядра нейтронной звезды.

Как ожидается, в нейтронных звездах K_0/H_0 пренебрежимо мало и

поэтому достаточно брать вместо (16) линейное уравнение, т.е. взять $\kappa_1 = \kappa_2 = 0$. Тогда без предположений (15) решение дается (19)-(28), где следует полагать $\kappa_1 = \kappa_2 = 0$.

4. *Заключение.* Основная цель данной статьи заключалась в получении простых зависимостей для определения физических параметров пучков на поверхности нейтронной звезды в случае неоднородной плазмы. Как видно из получаемых формул (27), (28) для неоднородной среды можно получить распределение амплитуд плотности тока и скорость частиц на внешней границе звезды, зная $f(\tau^0)$, которое можно численно найти решая уравнение для f_1 при начальных условиях (24).

Один из авторов (Д.С.) благодарит грант МНТЦ А-353 за финансовую поддержку при выполнении этой работы.

¹Институт механики НАН Армении

²Ереванский государственный университет, Армения

THE WAVE BEAMS IN THE INHOMOGENEOUS PLASMA IN TRANSVERSAL MAGNETIC FIELD

A.G.BAGDOEV¹, D.M.SEDRAKIAN²

Propagation of axisymmetrical magnetohydrodynamic waves near the equatorial plane of the crust of a neutron star is considered. The magnetic field is perpendicular to the equatorial plane. The magnetic fields and electric currents generated by the wave beams on the surface of the star are determined.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д.М.Седракян, *Астрофизика*, 31, 101, 1989.
2. А.Г.Багдоев, А.В.Шекоян, *Изв. АН Арм. ССР, Механика*, 40, 14, 1987.
3. А.Г.Багдоев, Л.Г.Петросян, *Изв. АН Арм. ССР, Механика*, 36, 3, 1983.
4. А.Г.Багдоев, А.А.Гургенян, *Изв. АН Арм. ССР, Механика*, 39, 16, 1986.
5. М.М.Минасян, *Докл. АН Арм. ССР*, 55, 183, 1972.
6. А.Г.Багдоев, Д.М.Седракян, *Астрофизика*, 44, 139, 2001.

УДК: 524.3-78

ТРАНСФОРМАЦИЯ И РАССЕЯНИЕ ВОЛН НА НЕПОДВИЖНЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦАХ В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ. I

Г.Б.НЕРСИСЯН¹, Д.М.СЕДРАКЯН², Г.Г.МАТЕВОСЯН¹

Поступила 25 июля 2001

Рассмотрено рассеяние и трансформация собственных волн магнитоактивной плазмы на тяжелой заряженной частице, находящейся на плоской границе плазма-вакуум. Исследовано угловое распределение и сечение рассеяния (трансформации) высокочастотных обыкновенных и необыкновенных волн.

1. *Введение.* Как было показано в работе [1], рассмотрение распространения низкочастотных волн в магнитоактивной плазме имеет важное значение при обсуждении предложенного в ней механизма радиоизлучения пульсаров.

Другим важным механизмом излучения нейтронных звезд может быть рассеяние или трансформация собственных волн плазмы, генерируемых вблизи поверхности звезды, в электромагнитное излучение в вакууме. Трансформация происходит из-за нелинейного взаимодействия поля падающей волны с неоднородностями поверхности звезды. Заметим, что в условиях нейтронных звезд спектр рассеянных высокочастотных (электронных) собственных мод сильно замагниченной плазмы попадает в рентгеновскую область, в то время как вследствие трансформации низкочастотных (ионных) волн на поверхности звезды может возникнуть низкочастотное радиоизлучение (см., например [2]).

Данная работа состоит из двух частей. На базе уравнений нелинейной электродинамики рассмотрено рассеяние и трансформация собственных волн плазмы на заряженной частице, покоящейся на плоской границе плазмы при наличии внешнего магнитного поля. Рассмотрен случай, когда падающая волна движется поперек внешнего магнитного поля. В приближении холодной плазмы получены общие выражения для углового распределения и полного сечения рассеянных и трансформированных волн, которые в настоящей работе конкретизированы для высокочастотных обыкновенных и необыкновенных волн, а в следующей работе - верхнегибридных, нижнегибридных и магнитозвуковых волн.

2. *Основные соотношения.* Как известно, основная задача при вычислении сечений рассеяния и коэффициентов трансформации волн

на заряженных частицах, движущихся в плазме, сводится к нахождению тока, обусловленного нелинейным взаимодействием поля падающей волны с полем пробной частицы в плазме. Этим и определяется поле рассеянных (трансформированных) волн.

Рассмотрим плазму, в которой распространяется монохроматическая волна $E^{(0)}(\mathbf{r}, t) = \mathcal{E}_0 \exp(i \mathbf{k}_0 \mathbf{r} - i \omega_0 t) + \text{к.с.}$ (\mathcal{E}_0 - комплексная амплитуда) и покоится заряженная частица, имеющая заряд Ze ($-e$ - заряд электрона). Амплитуда магнитного поля падающей волны определяется уравнением Максвелла и имеет следующий вид: $B_0 = (c/\omega_0)[\mathbf{k}_0 \times \mathcal{E}_0]$. В линейном приближении поле волны и поле, создаваемое частицей $\delta E(\mathbf{r})$ независимы, и компонента Фурье-разложения полного электрического поля в плазме по координатам и времени равна:

$$E^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) = \mathcal{E}_0 \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \delta(\omega - \omega_0) + \mathcal{E}_0^* \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0) \delta(\omega + \omega_0) + \delta E(\mathbf{k}) \delta(\omega). \quad (1)$$

Амплитуда и частота падающей волны, при заданных значениях волнового вектора, определяются уравнениями $M_{ij}(\mathbf{k}_0, \omega_0) \mathcal{E}_{0j} = 0$ и $\det |M_{ij}(\mathbf{k}_0, \omega_0)| = 0$ соответственно, где

$$M_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = \delta_{ij} - \frac{\omega^2}{k^2 c^2} \varepsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega) - \frac{k_i k_j}{k^2} \quad (2)$$

максвелловский тензор, $\varepsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$ - диэлектрическая проницаемость магнитоактивной плазмы.

Электрическое поле неподвижного заряда выражается формулой [3]

$$\delta E(\mathbf{k}) = - \frac{4\pi i Z e \mathbf{k}}{(2\pi)^3 k^2 \varepsilon(\mathbf{k}, 0)}. \quad (3)$$

Здесь $\varepsilon(\mathbf{k}, \omega) = k_i k_j \varepsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega)/k^2$ - продольная диэлектрическая проницаемость плазмы. Будем считать, что частица является тяжелой и не осциллирует в поле внешней волны. Рассеяние же возникает из-за осцилляций окружающего частицу поляризационного облака.

Для нахождения поля рассеянной (трансформированной) волны в уравнениях Максвелла перейдем ко второму приближению. В результате, для электрического поля в среде во втором приближении, $E_j^{(2)}(\mathbf{k}, \omega)$, получим следующее уравнение:

$$M_{ij}(\mathbf{k}, \omega) E_j^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{4\pi i \omega}{k^2 c^2} J_i(\mathbf{k}, \omega), \quad (4)$$

где

$$J_i(\mathbf{k}, \omega) = \frac{\omega}{4\pi i} \int d\mathbf{k}' \int d\omega' \varepsilon_{ijk}(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{k}', \omega') E_j^{(1)}(\mathbf{k}', \omega') E_k^{(1)}(\mathbf{k}', \omega') \quad (5)$$

нелинейный ток, связанный с нелинейной трехиндексной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_{ijk}(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{k}', \omega')$ магнитоактивной плазмы, $\mathbf{k}'' = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$, $\omega'' = \omega - \omega'$.

Рассеянные волны возникают из-за нелинейной связи поля волны с полем частицы. Соответствующий такой связи ток рассеяния легко получить

из выражений (1) и (5), если в полученном выражении для тока пренебречь слагаемыми, пропорциональными $\mathcal{E}_0 \mathcal{E}_0^*$ и $\delta E_j(\mathbf{k}^*) \delta E_k(\mathbf{k}')$, которые во втором приближении по теории возмущений определяют поле падающей волны и неподвижной частицы. Таким образом, полный ток, возбуждающий рассеянные волны, определяется выражением

$$J_i^{(s)}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{\omega}{4\pi i} \left[S_{ij}(\mathbf{k}, \omega_0; \mathbf{k}_0, \omega_0) \delta E_j(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0) \mathcal{E}_0 \delta(\omega - \omega_0) + S_{ij}(\mathbf{k}, -\omega_0; -\mathbf{k}_0, -\omega_0) \delta E_j(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0) \mathcal{E}_0^* \delta(\omega + \omega_0) \right], \quad (6)$$

где тензор S_{ij} характеризует нелинейные свойства среды [4]:

$$S_{ij}(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{k}', \omega') = \varepsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{k}', \omega') + \varepsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{k}'', \omega''). \quad (7)$$

Поле рассеянной волны $E_i^{(s)}(\mathbf{k}, \omega)$ находим из уравнения Максвелла (4), в котором ток рассеяния $J^{(s)}(\mathbf{k}, \omega)$ определяет источник рассеяния

$$E_i^{(s)}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{4\pi i \omega}{k^2 c^2} T_{ij}(\mathbf{k}, \omega) J_j^{(s)}(\mathbf{k}, \omega). \quad (8)$$

Здесь $T_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$ - тензор, обратный максвелловскому $T_{ij}(\mathbf{k}, \omega) M_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = \delta_{ij}$.

Учитывая, что интенсивность рассеянного излучения W_s с обратным знаком, в пренебрежении затуханием рассеянной волны, равна работе, совершаемой источником рассеиваемого излучения в единицу времени, получим:

$$W_s = - \frac{2iZ^2 e^2 \omega_0^3 |\mathcal{E}_0|^2}{(2\pi)^2 c^2} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} \frac{A_i(\mathbf{k}) A_j^*(\mathbf{k})}{(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0)^4 |\varepsilon(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0, 0)|^2} \text{Im} [T_{ij}(\mathbf{k}, \omega_0) - T_{ij}^*(\mathbf{k}, \omega_0)], \quad (9)$$

где $A_i(\mathbf{k}) = S_{ij}(\mathbf{k}, \omega_0; \mathbf{k}_0, \omega_0) (k_s - k_{0s}) e_i$, $e = \mathcal{E}_0 / |\mathcal{E}_0|$ - комплексный единичный вектор вдоль направления поляризации падающей волны. Как и следовало ожидать, из полученного выражения (9) видно, что рассеяние (трансформация) на неподвижном заряде происходит без изменения частоты ($\omega' = \omega_0$).

Полное сечение рассеяния σ есть отношение интенсивности рассеянного излучения W_s к потоку энергии в падающей волне $S = (c |\mathcal{E}_0|^2 / 2\pi) S_0$, где

$$S_0 = \frac{v_g}{2\omega_0 c} \frac{\partial}{\partial \omega_0} \left[\omega_0^2 e_i e_j^* \varepsilon_{ij}^{(H)}(\mathbf{k}_0, \omega_0) \right]. \quad (10)$$

Здесь $\varepsilon_{ij}^{(H)}(\mathbf{k}, \omega)$ - эрмитовская часть диэлектрической проницаемости, $v_g = \partial \omega_0 / \partial \mathbf{k}_0$ - групповая скорость волны.

Считая групповые скорости падающей и рассеянной волн значительно большими тепловой скорости электронов, будем пользоваться приближением холодной плазмы. В рамках этого приближения выражение для линейной диэлектрической проницаемости запишем в следующем виде [2,4]:

$$\varepsilon_{ij}(\omega) = \varepsilon_1(\omega) \delta_{ij} - \varepsilon_2(\omega) b_i b_j + i \varepsilon_3(\omega) e_{ij} b_i, \quad (11)$$

где b - единичный вектор в направлении внешнего магнитного поля, e_{ij} - полностью антисимметричный единичный тензор,

$$\varepsilon_1(\omega) = 1 + \sum_a \frac{\omega_{pa}}{\omega} g_a(\omega), \quad \varepsilon_2(\omega) = \sum_a \frac{\omega_{pa}}{\omega} h_a(\omega), \quad \varepsilon_3(\omega) = \sum_a \frac{\omega_{pa}}{\omega} l_a(\omega), \quad (12)$$

$$g_a(\omega) = \frac{\omega_{pa}(\omega + i\nu)}{\omega_{ca}^2 - (\omega + i\nu)^2}, \quad h_a(\omega) = \frac{\omega_{ca}\omega_{pa}}{(\omega + i\nu)[\omega_{ca}^2 - (\omega + i\nu)^2]}, \quad l_a(\omega) = \frac{\omega_{ca}\omega_{pa}}{\omega_{ca}^2 - (\omega + i\nu)^2}. \quad (13)$$

В формулах (12) и (13) суммирование ведется по всем сортам частиц плазмы, ω_{pa} и $\omega_{ca} = e_a B_0 / m_a c$ - плазменная и циклотронная частоты частиц сорта a , ν - эффективная частота электрон-ионных столкновений.

Из выражений (10) и (11) для вектора S_0 получим:

$$S_0 = \frac{v_g}{2\omega_0 c} \frac{\partial}{\partial \omega_0} \operatorname{Re} \left\{ \omega_0^2 \left[\epsilon_1(\omega_0) - |\mathbf{b}e|^2 \epsilon_2(\omega_0) + i\epsilon_3(\omega_0) (\mathbf{e} \times \mathbf{b}) \right] \right\}. \quad (14)$$

Выражение для тензора S_{ip} в приближении холодной плазмы и при отсутствии столкновений частиц получено в работе [4]. С учетом столкновений выражение для тензора S_{ip} принимает вид:

$$S_{ip}(\mathbf{k}, \omega; \mathbf{k}', \omega') = \sum_a \frac{i e_a}{m_a} \frac{1}{\omega \omega'} \left[\omega \Gamma_{ii}^{(a)}(\omega) \Gamma_{\alpha p}^{(a)}(\omega') k'_\alpha + \omega \Gamma_{ip}^{(a)}(\omega) \Gamma_{\alpha i}^{(a)}(\omega') k'_\alpha - \right. \quad (15)$$

$$\left. - \omega' \Gamma_{ij}^{(a)}(\omega) \Gamma_{jp}^{(a)}(\omega') k'_j - \omega' \Gamma_{ij}^{(a)}(\omega) \Gamma_{ip}^{(a)}(\omega') k'_j - \omega' \Gamma_{ip}^{(a)}(\omega) \Gamma_{si}^{(a)}(\omega') k_s - \omega' \Gamma_{ii}^{(a)}(\omega') \Gamma_{ip}^{(a)}(\omega) k_s \right],$$

где $\Gamma_{ij}^{(a)}(\omega) = -g_a(\omega) \delta_{ij} + h_a(\omega) b_i b_j - i l_a(\omega) e_{ij} b_l$. Заметим, что при $\omega^* = 0$ ($\omega = \omega'$) тензор S_{ip} имеет сингулярность, обусловленную принятой нами моделью холодной плазмы. В процессе рассеяния, при учете теплового движения, величина изменения частоты порядка $\sim k v_{Te} = (v_{Te}/c) \omega_0$, где v_{Te} - тепловая скорость электронов. Введем обрезаящий параметр T , который связан с изменением частоты ω^* соотношением $\omega^* = 1/T$. Очевидно, что при $\omega = \omega'$, $\omega_0 T \sim c/v_{Te}$.

Рассмотрим случай, когда заряженная частица покоится на плоской границе плазмы и вакуума. Рассмотрим излучение, выходящее из плазмы в вакуум вследствие рассеяния (трансформации) собственных волн магнитоактивной плазмы на этой покоящейся частице. Более корректная постановка задачи (граничная задача) требует, чтобы учитывались также возникающие рассеянные поверхностные волны. Однако при удалении от границы их интенсивность экспоненциально убывает. Здесь будем интересоваться только рассеянными объемными волнами и влиянием границы плазмы пренебрежем.

Рассмотрим выражение (9) для интенсивности рассеянного излучения в вакууме. В этом случае, в выражении (9) $\epsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega) \rightarrow \delta_{ij} + i0$, где δ_{ij} - единичный тензор. Для тензора T_{ij} в этом же предельном переходе получим:

$$T_{ij}(\mathbf{k}, \omega_0) - T_{ij}^*(\mathbf{k}, \omega_0) = 2\pi i \frac{\omega_0^2}{c^2} (\delta_{ij} - n_i n_j) \delta \left(k^2 - \frac{\omega_0^2}{c^2} \right), \quad (16)$$

где \mathbf{n} - единичный вектор в направлении волнового вектора \mathbf{k} рассеянных волн. Таким образом, из формулы (16) следует, что процесс рассеяния происходит без изменения частоты, а длина волны отличается от длины

падающих волн ($k/k_0 = \omega_0/k_0c = \eta$), вследствие отличия между фазовыми скоростями собственных плазменных волн и скоростью света в вакууме.

Используя соотношения (9), (15), (16) и $\epsilon(\mathbf{k}, 0) = 1 + (k\lambda_D)^{-2}$, где λ_D - дебаевский радиус плазмы, в результате несложных, но громоздких преобразований для полной интенсивности рассеяния получим окончательное выражение:

$$W_s = \int I(\mathbf{n}, \mathbf{n}_0) d\Omega, \quad (17)$$

где $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$, $\cos\theta = \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_0$, θ - угол рассеяния, \mathbf{n}_0 - единичный вектор в направлении волнового вектора падающей волны \mathbf{k}_0 , $I(\mathbf{n}, \mathbf{n}_0)$ - угловое распределение рассеянного излучения

$$I(\mathbf{n}, \mathbf{n}_0) = \frac{I_0 Z^2 (\omega_0 T)^2 \mathfrak{Z}(\mathbf{n}, \mathbf{n}_0)}{[\eta^2 + 1 + \lambda^2/\lambda_D^2 - 2\eta(\mathbf{n}\mathbf{n}_0)]^2}, \quad (18)$$

$$\mathfrak{Z}(\mathbf{n}, \mathbf{n}_0) = \sum_{a;b} \mu_a \mu_b \Psi^{(a)}(\mathbf{n}, \mathbf{n}_0) \Psi^{(b)}(\mathbf{n}, \mathbf{n}_0) \Phi_{ab}(\omega_0, \mathbf{n}, \mathbf{n}_0), \quad (19)$$

$$\Psi^{(a)}(\mathbf{n}, \mathbf{n}_0) = G_a (\eta \mathbf{n} - \mathbf{n}_0)^2 + H_a [\eta(\mathbf{n}\mathbf{b}) - (\mathbf{n}_0\mathbf{b})]^2, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{ab}(\omega, \mathbf{n}, \mathbf{n}_0) = & g_a(\omega) g_b^*(\omega) \{ |-\mathbf{n}\mathbf{e}|^2 \} + l_a(\omega) l_b^*(\omega) \{ |[\mathbf{e} \times \mathbf{b}]|^2 - |\mathbf{n}[\mathbf{e} \times \mathbf{b}]|^2 \} + \\ & + g_a(\omega) h_b^*(\omega) (\mathbf{n}\mathbf{b})(\mathbf{n}\mathbf{e})(\mathbf{e}\mathbf{b})^* + g_b^*(\omega) h_a(\omega) (\mathbf{n}\mathbf{b})(\mathbf{e}\mathbf{b})(\mathbf{n}\mathbf{e})^* + i(\mathbf{n}\mathbf{e})^* (\mathbf{n}[\mathbf{e} \times \mathbf{b}]) g_a(\omega) l_b^*(\omega) - \\ & - i(\mathbf{n}\mathbf{e})^* (\mathbf{n}[\mathbf{e} \times \mathbf{b}]) l_a(\omega) g_b^*(\omega) + \{ h_a(\omega) h_b^*(\omega) \} [1 - (\mathbf{n}\mathbf{b})^2] - g_a(\omega) h_b^*(\omega) - h_a(\omega) g_b^*(\omega) \} |\mathbf{e}\mathbf{b}|^2 + \\ & + i\mathbf{e}[\mathbf{b} \times \mathbf{e}^*] l_a(\omega) g_b^*(\omega) + g_a(\omega) l_b^*(\omega) \} + \\ & + i(\mathbf{n}\mathbf{b}) \{ (\mathbf{b}\mathbf{e})^* (\mathbf{n}[\mathbf{e} \times \mathbf{b}]) l_a(\omega) h_b^*(\omega) - (\mathbf{b}\mathbf{e})(\mathbf{n}[\mathbf{e}^* \times \mathbf{b}]) h_a(\omega) l_b^*(\omega) \}. \end{aligned} \quad (21)$$

В выражениях (18)-(21) введены обозначения: $\lambda = 1/k_0$ - длина падающей волны, $G_a = -ig_a(0)$, $H_a = ih_a(0)$, $\mu_a = me_a/em_a$, $I_0 = (c|E_0|^2/2\pi)(e^2/mc^2)^2$.

Ниже рассмотрим взаимодействие падающей волны только с электронной компонентой плазмы и индексы a во всех выражениях (19)-(21) будем опускать, подразумевая, что величины $g(\omega)$, $h(\omega)$, $l(\omega)$, G и H относятся к электронам. Ионная компонента плазмы учитывается в следующей работе, при рассмотрении дисперсии низкочастотных волн ($\omega_0 \sim \omega_{ci}$, ω_{pi}). Далее, общие выражения (18)-(21) рассмотрим в двух частных случаях в предположении, что падающая волна распространяется перпендикулярно магнитному полю \mathbf{B} . Будем считать также, что падающая волна распространяется перпендикулярно плоской границе раздела плазмы и вакуума (т.е. магнитное поле выберем параллельно границе раздела). Ниже, отдельно будет рассмотрено рассеяние (трансформация) высокочастотных обыкновенных и необыкновенных волн на неподвижной заряженной частице.

3. *Рассеяние обыкновенных волн.* Рассмотрим сначала рассеяние обыкновенных волн на неподвижной заряженной частице. Хорошо известно [2], что обыкновенная волна является линейно поляризованной поперечной

($\mathbf{E}_0 \perp \mathbf{k}_0$, где $\mathbf{E}_0 = 2\mathcal{L}_0$) электромагнитной волной, распространяющейся поперек магнитного поля. Вектор поляризации этой волны параллелен внешнему магнитному полю $\mathbf{E}_0 \parallel \mathbf{B}$, а частота с волновым вектором связана обычным уравнением дисперсии для поперечных электромагнитных волн $\omega_0^2 = \omega_p^2 + k_0^2 c^2$, распространяющихся в плазме. Амплитуда магнитного поля падающей волны определяется соотношением $\mathbf{B}_0 = (c/\omega_0)[\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_0]$.

Введем сферическую систему координат с полярной осью z в направлении вектора \mathbf{k}_0 и осью y в направлении векторов \mathbf{E}_0 и \mathbf{B} (рис.1). Угол φ отсчитывается от направления оси x . Тогда при учете закона дисперсии для

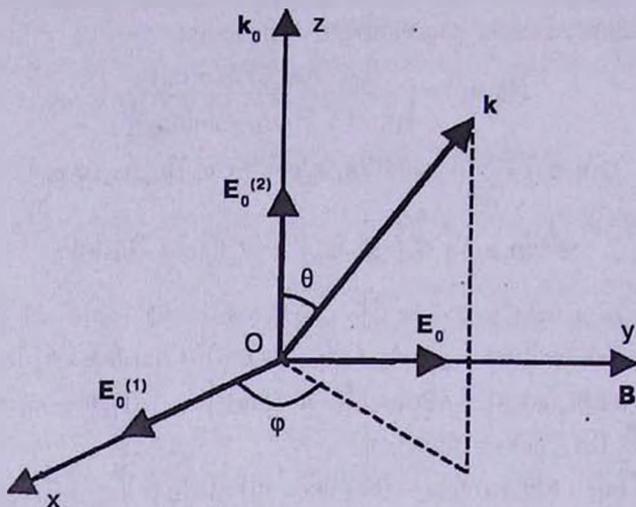


Рис.1. Схема, иллюстрирующая рассеяние обыкновенной волны на неподвижной заряженной частице, находящейся на плоской границе раздела плазмы и вакуума. Волна движется перпендикулярно к поверхности плазмы в сторону ее границы. Магнитное поле параллельно границе раздела и направлено вдоль вектора поляризации падающей волны.

падающей волны и пренебрежении ионной компонентой плазмы из формулы (18) получим:

$$I(\theta, \varphi) = I_0 \frac{Z^2(\omega_0 T)^2 \Psi^2(\theta, \varphi) \Phi(\omega_0, \theta, \varphi)}{(\eta^2 + 1 + \lambda^2/\lambda_D^2 - 2\eta \cos \theta)^2}, \quad (22)$$

где

$$\Psi(\theta, \varphi) = G(\eta^2 + 1 - 2\eta \cos \theta) + H \eta^2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi, \quad (23)$$

$$\Phi(\omega, \theta, \varphi) = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 + \nu^2} (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \varphi), \quad (24)$$

$\eta^2 = 1 + \lambda^2/\lambda_p^2$, $\lambda_p = c/\omega_{pe}$, угол θ изменяется в пределах $0 \leq \theta \leq \pi/2$. В формуле (24) частоту столкновений ν можно опустить, поскольку $\nu \ll \omega_0$ при любых значениях k_0 .

Волновой вектор рассеянной волны легко определить, приравняв нулю аргумент дельта-функции в формуле (16) $k = \omega_0/c > k_0$, что указывает

на рассеяние длинной обыкновенной волны в короткое электромагнитное излучение в вакууме.

Рассмотрим коротко результаты, вытекающие из выражения (22) при отсутствии магнитного поля ($H = 0, G = \omega_{pe}/v$). В этом случае и при $\lambda < \lambda_p$ излучение в основном сосредоточено в направлении, перпендикулярном плоскости xy , т.е. рассеянная волна выходит в вакуум почти параллельно границе раздела вакуум-плазма. При рассеянии же длинных волн ($\lambda > \lambda_p$) излучение равномерно сосредоточено (т.е. не зависит от угла θ) в плоскости xz .

В пределе длин волн, больших по сравнению с λ_p , согласно формулам (22) и (23), интенсивность рассеянного излучения не зависит от длины волны и имеет вид:

$$I(\theta, \varphi) = I_0 \frac{G^2 Z^2 (\omega_{pe} T)^2}{\tau^4} (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \varphi) \left(1 + \frac{H}{G} \sin^2 \theta \sin^2 \varphi \right)^2, \quad (25)$$

где $\tau = \lambda_p / \lambda_D \gg 1$. Из выражения (25) видно, что при отсутствии магнитного поля ($H = 0$) рассеяние происходит так же, как и на точечном заряде Ze (томсоновское рассеяние), обладающем эффективной массой $m_{eff} = Zm\tau^2 / (\omega_{pe} TG)$ [3]. Таким образом, в формуле (25) слагаемое, пропорциональное величине H , определяет рассеяние длинных волн из-за анизотропии плазмы.

Ниже показано, что достаточно сильное магнитное поле ($\omega_{ce} \gg v$ или $H \gg G$) может значительно изменить наблюдаемую при отсутствии внешнего магнитного поля картину рассеяния. В этом случае угловое распределение интенсивности рассеянного излучения имеет максимум, положение которого определяется соотношением

$$(\mathbf{nb})^2 = \sin^2 \theta \sin^2 \varphi \cong \frac{2 - v^2 / \omega_{ce}^2}{3}. \quad (26)$$

Из выражения (26) видно, что максимум интенсивности существует только при достаточно больших значениях магнитного поля $\omega_{ce} > v/\sqrt{2}$. В случае $\omega_{ce} < v/\sqrt{2}$ интенсивность монотонно уменьшается, а при достаточно малых углах φ ($\sin^2 \varphi < (2 - v^2 / \omega_{ce}^2) / 3$), но при $\omega_{ce} > v/\sqrt{2}$, монотонно возрастает при увеличении угла θ . Из выражений (25), (26) видно, что значение максимальной интенсивности медленно уменьшается (примерно в 2.2 раза) при увеличении величины магнитного поля от нуля до значений $\omega_{ce} \gg \omega_{pe}$. На рис.2 представлена функция $I(\theta, \varphi)$ для рассеяния длинных волн ($\lambda = 3\lambda_p$) в зависимости от θ и φ . Видно, что рассеянное излучение в основном сосредоточено вблизи линии на плоскости θ, φ , определяемой уравнением (26). Заметим также, что этим уравнением определяются два конуса $(\mathbf{nb})^2 = \text{const}$ с вершинами в точке O (рис.1).

С уменьшением длины падающей волны интенсивность рассеянного

излучения быстро возрастает, приблизительно как λ^{-4} (см. знаменатель выражения (22)), вплоть до значения $\lambda \sim \lambda_D$. При этом в области значений $\lambda_D < \lambda < \lambda_p$ интенсивность имеет максимум, положение которого определяется выражением (26). Следует отметить, что в этом случае сохраняются особенности углового распределения рассеянных волн, полученные в случае $\lambda > \lambda_p$.

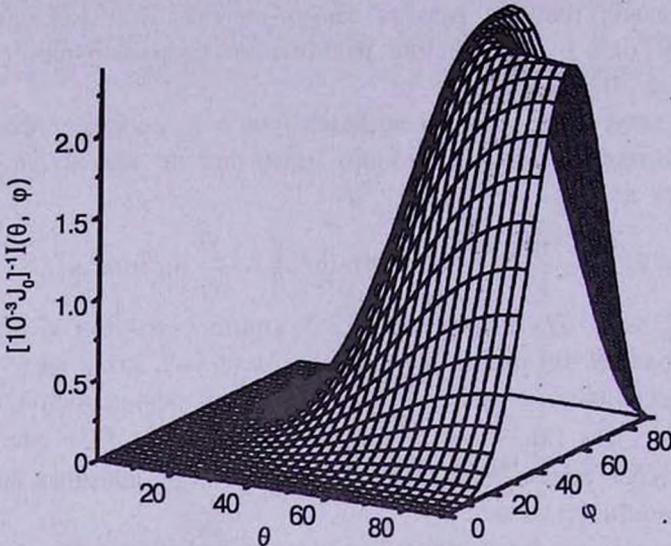


Рис.2. Угловое распределение (нормированное на величину $10^3 J_0$, где $J_0 = I_0 Z^2(\omega_{pe} T)^2$) рассеянной обыкновенной волны в области больших длин волн ($\lambda = 3\lambda_p = 1.6 \text{ \AA}$). Расчеты выполнены при следующих значениях параметров: $n_0 = 10^8 \text{ см}^{-1}$, $T_e = 10 \text{ кэВ}$, $T_i = 0.1 \text{ кэВ}$, $B = 10^9 \text{ кГс}$.

В пределе очень коротких волн ($\lambda < \lambda_D$) существенно изменяется угловое распределение рассеянных волн. Так, при условии $\omega_{ce} \gg \nu$, $\sin\phi > \nu/\omega_{ce}$ выражение (22) принимает следующий вид:

$$I(\theta, \phi) = I_0 Z^2(\omega_{pe} T)^2 \left[\frac{H \sin^2 \theta \sin^2 \phi}{4 \sin^2(\theta/2) + \lambda^2 / \lambda_D^2} \right]^2 (1 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi). \quad (27)$$

В этом случае максимум интенсивности перемещается в сторону малых θ , а положение этого максимума определяется выражением:

$$\theta_{max} \cong \left(\frac{2\lambda}{\lambda_D} \frac{1}{\sqrt{1 + 2\sin^2 \phi}} \right)^{1/2}. \quad (28)$$

Как следует из (27) и (28), значение максимальной интенсивности быстро растет с увеличением угла ϕ . На рис.3 показано угловое распределение $I(\theta, \phi)$ для рассеяния коротких волн ($\lambda \cong 0.07\lambda_D \ll \lambda_p$). Таким образом, в этом случае рассеяние происходит в основном в направлении распространения обыкновенной волны.

Полное сечение рассеяния на покоящейся частице получим из формулы

(22) после интегрирования по углам θ и φ , при этом из выражений (12)-(14) для обыкновенных волн имеем $v_g = c/\sqrt{1 + \lambda^2/\lambda_p^2}$ и $S_0 \equiv v_g/c$. Ввиду громоздкости общих выражений, ниже приведем выражения для полного сечения рассеяния в некоторых частных случаях.

При рассеянии очень коротких волн ($\lambda \ll \lambda_D$) сечение почти постоянно и имеет вид

$$\sigma(\lambda) \equiv \sigma_T \frac{Z^2}{2} (\omega_{pe} T)^2 (a_1 G^2 + b_1 GH + c_1 H^2), \quad (29)$$

где $\sigma_T = (8\pi/3)(e^2/mc^2)^2$ - томсоновское сечение, $a_1 = 1$, $b_1 = 39/64$, $c_1 = 45/256$.

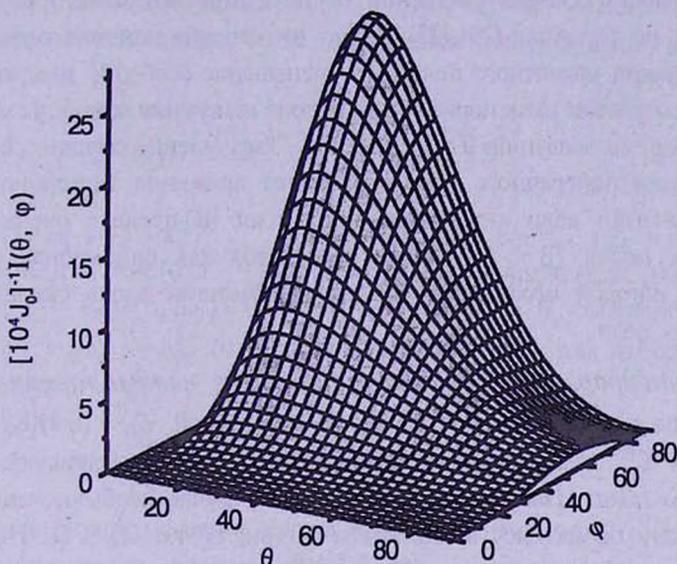


Рис.3. Угловое распределение (нормированное на величину $10^4 J_0$) рассеянной обыкновенной волны в области малых длин волн ($\lambda = 10^{-3} \lambda_p$). Значения параметров совпадают со значениями, приведенными на рис.2.

При $\lambda_D < \lambda < \lambda_p$ сечение уменьшается по закону $\sigma(\lambda) \equiv \sigma_T \sigma_1 (\lambda_p/\lambda)^4$, где

$$\sigma_1 = \frac{11Z^2}{20\tau^4} (\omega_{pe} T)^2 (a_2 G^2 + b_2 GH + c_2 H^2), \quad a_2 = 1, \quad b_2 = 17/44, \quad c_2 = 6/77. \quad (30)$$

При рассеянии длинных волн ($\lambda > \lambda_p$) сечение увеличивается пропорционально длине падающей волны $\sigma(\lambda) \equiv \sigma_T \sigma_2 \lambda/\lambda_p$, где

$$\sigma_2 = \frac{Z^2}{2\tau^4} (\omega_{pe} T)^2 (a_3 G^2 + b_3 GH + c_3 H^2), \quad (31)$$

$a_3 = 1$, $b_3 = 2/5$, $c_3 = 3/35$. Такая зависимость сечения от длины волны объясняется тем обстоятельством, что падающая и рассеянная волны имеют различные групповые скорости, и при $\lambda > \lambda_p$ поток энергии в падающей волне $S \sim 1/\lambda$. Поэтому в области больших длин волн полное сечение не совпадает с томсоновским сечением рассеяния на точечной частице с

массой m_{σ} как это имеет место при отсутствии границы плазмы и внешнего магнитного поля [4].

Используя выражения (30) и (31), сечение рассеяния обыкновенных волн при $\lambda > \lambda_D$ можно представить в следующем приближенном виде:

$$\sigma(\lambda) \cong \sigma_T \left[\sigma_1 \left(\frac{\lambda_p}{\lambda} \right)^4 + \sigma_2 \frac{\lambda}{\lambda_p} \right]. \quad (32)$$

Из (32) видно, что при $\lambda_{\min} \cong \lambda_p (4\sigma_1/\sigma_2)^{1/5}$ сечение имеет минимум, значение которого определяется по формуле $\sigma_{\min} \cong 1.25\sigma_T (4\sigma_1\sigma_2^4)^{1/5}$.

Зависимость сечения рассеяния от величины магнитного поля можно проследить по формулам (29)-(32). Видно, что сечение монотонно уменьшается при увеличении магнитного поля. Это уменьшение особенно значительно при $\lambda > \lambda_D$ и составляет один порядок в диапазоне изменения величины магнитного поля от нуля до значений $\beta = \omega_{ce}/\omega_{pe} > 1$. Уменьшение сечения обусловлено уменьшением поперечного (циклотронного) движения электронов плазмы при увеличении величины магнитного поля. В пределе очень сильных магнитных полей ($\beta \gg 1$) плазма ведет себя как одномерная жидкость, движение которой ограничено только колебаниями вдоль силовых линий магнитного поля.

4. Трансформация высокочастотных необыкновенных волн.

Рассмотрим необыкновенную волну с амплитудой $\mathcal{E}_0 = (1/2)(\mathbf{E}_0^{(1)} - i\mathbf{E}_0^{(2)})$, (где $\mathbf{E}_0^{(1)}$ и $\mathbf{E}_0^{(2)}$ - действительные амплитуды), распространяющуюся поперек магнитного поля. Известно [2], что в общем случае необыкновенная волна поляризована по эллипсу в плоскости xu (рис.1), т.е. $\mathcal{E}_0 \perp \mathbf{B}$. Не нарушая общность, выберем векторы $\mathbf{E}_0^{(1)}$ и $\mathbf{E}_0^{(2)}$ таким образом, что $E_{0x}^{(1)} > 0$ и $E_{0y}^{(1)} = E_{0z}^{(1)} = E_{0x}^{(2)} = E_{0y}^{(2)} = 0$ (рис.1). При таком выборе амплитуда магнитного поля волны определяется соотношением $\mathcal{B}_0 = (c/2\omega_0)[\mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}_0^{(1)}]$ и направлена вдоль внешнего магнитного поля.

Связь между компонентами $E_{0x}^{(1)}$ и $E_{0z}^{(2)}$ задается следующим выражением [2]:

$$\frac{E_{0z}^{(2)}}{E_{0x}^{(1)}} = \frac{\varepsilon_3(\omega_0)}{\varepsilon_1(\omega_0)} \equiv P(\omega_0), \quad (33)$$

а связь частоты с волновым вектором задается уравнением дисперсии для необыкновенных волн [2]

$$k_0^2 = \frac{\omega_0^2}{c^2} \frac{2\varepsilon_R(\omega_0)\varepsilon_L(\omega_0)}{\varepsilon_R(\omega_0) + \varepsilon_L(\omega_0)}, \quad (34)$$

где $\varepsilon_R(\omega) = \varepsilon_1(\omega) - \varepsilon_3(\omega)$ и $\varepsilon_L(\omega) = \varepsilon_1(\omega) + \varepsilon_3(\omega)$.

Поток энергии падающей волны и интенсивность рассеянных необыкновенных волн определяются выражениями $S = (c|\mathcal{E}_0|^2/2\pi)S_0$, (14) и

(18)-(21) соответственно, где

$$S_0 = \frac{v_g}{2\omega_0 c} \frac{\partial}{\partial \omega_0} \left\{ \omega_0^2 \epsilon_1(\omega_0) \frac{1 + 3P^2(\omega_0)}{1 + P^2(\omega_0)} \right\}, \quad (35)$$

$$\Phi(\omega, \theta, \varphi) = q(\omega) \{ 1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi + Q(\omega) \sin^2 \theta \}, \quad (36)$$

$$q(\omega) = \frac{\omega_{pe}^2 (\omega^2 - \omega_{pe}^2)^2}{\omega^2 (\omega^2 - \omega_H^2)^2 + \omega_{pe}^4 \omega_{ce}^2}, \quad Q(\omega) = \frac{\omega^2 \omega_{ce}^2}{(\omega^2 - \omega_{pe}^2)^2}. \quad (37)$$

Полученные формулы для $I(\theta, \varphi)$ будем исследовать для высокочастотных (электронных) необыкновенных волн. В этом случае можно пренебречь ионной компонентой плазмы. Тогда два решения дисперсионного уравнения (34) имеют вид [2]

$$\omega_0^{(\pm)}(k_0) = \left(\frac{f_1(k_0) \pm \sqrt{f_1^2(k_0) - 4f_2(k_0)}}{2} \right)^{1/2}, \quad (38)$$

где $f_1(k_0) = \omega_1^2 + \omega_2^2 + k_0^2 c^2$, $f_2(k_0) = \omega_1^2 \omega_2^2 + \omega_H^2 k_0^2 c^2$, $\omega_H^2 = \omega_{ce}^2 + \omega_{pe}^2$ - верхнегибридная частота. Частоты ω_1 и ω_2 являются решениями уравнений $\epsilon_L(-\omega_2) = \epsilon_L(\omega_1) = 0$ и $\epsilon_R(-\omega_1) = \epsilon_R(\omega_2) = 0$ соответственно и при условии $\omega_{ce} \omega_{ci} \ll \omega_{pe}^2$ (что вполне оправдано как для лабораторных, так и астрофизических условий) имеют вид [2]

$$\omega_2 = \frac{\omega_{ce}}{2} + \sqrt{\frac{\omega_{ce}^2}{4} + \omega_{pe}^2}, \quad \omega_1 = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_2} < \omega_2. \quad (39)$$

Ниже рассмотрим рассеяние только высокочастотной моды $\omega_0^{(+)}$. Коротко напомним (см. также выражение (38)), что для данной моды $\omega_0^{(+)}(k_0)$ монотонно возрастает от значения $\omega_0^{(+)}(k_0) = \omega_2$ при $k_0 \rightarrow 0$ до значения $\omega_0^{(+)}(k_0) = k_0 c$ при $k_0 \rightarrow \infty$. Поскольку $P(\omega_0) > 0$ (или $E_{0z}^{(2)} > 0$), в этом диапазоне частот высокочастотная волна, в общем случае, имеет правую эллиптическую поляризацию в плоскости xz (в направлении положительных y). В случае длинных волн ($k_0 \rightarrow 0$) $P(\omega_2) = 1$ волна поляризована почти по кругу, в то время как в случае коротких волн ($k_0 \rightarrow \infty$) $P(\omega_0) \ll 1$ данная мода представляет из себя линейно поляризованную поперечную электромагнитную волну. В последнем случае отличие необыкновенной волны от обыкновенной состоит лишь в том, что вектор поляризации необыкновенной волны перпендикулярен внешнему магнитному полю.

Волновой вектор рассеянной волны определяется выражением $k = \omega_0/c$. Из (38) легко заметить, что $\omega_0/c > k_0$ во всем диапазоне длин волн падающей волны. Таким образом, как и в случае обыкновенной волны, трансформация необыкновенных волн в электромагнитное излучение в вакууме сопровождается уменьшением длины волны.

Рассмотрим угловое распределение рассеянных волн в пределе малых и больших λ . В пределе очень коротких волн ($\lambda \ll \lambda_D$) угловое распределение имеет максимум при значениях малых углов θ , определяемых выражением (28), в котором $\sin\varphi$ заменяется $\cos\varphi$. При этом сохраняются все особенности, полученные для обыкновенных волн в области рассматриваемых λ . В этом же пределе сечение почти постоянно и определяется выражением (29), где $a_1 = 1$, $b_1 = 61/64$, $c_1 = 381/1280$.

В области промежуточных значений длины волны ($\lambda_D < \lambda \ll c\alpha/\omega_H$, где α - число порядка единицы) с увеличением λ интенсивность рассеянного излучения быстро уменьшается по закону λ^{-4} . Изменяется также угловое распределение рассеянных волн. Максимум интенсивности перемещается в сторону больших углов θ и при $\omega_{ce} \gg \nu$, $\sin\varphi > \nu/\omega_{ce}$ и $\cos^2\varphi > 2/3$ положение этого максимума определяется выражением $\sin^2\theta\cos^2\varphi \cong 2/3$. Однако при дальнейшем увеличении угла φ ($\cos^2\varphi < 2/3$) величина $I(\theta, \varphi)$ монотонно возрастает и принимает максимальное значение при $\theta \cong \varphi \cong \pi/2$ (или $\varphi \cong 3\pi/2$) (см. рис.4). В этой же области длин волн сечение

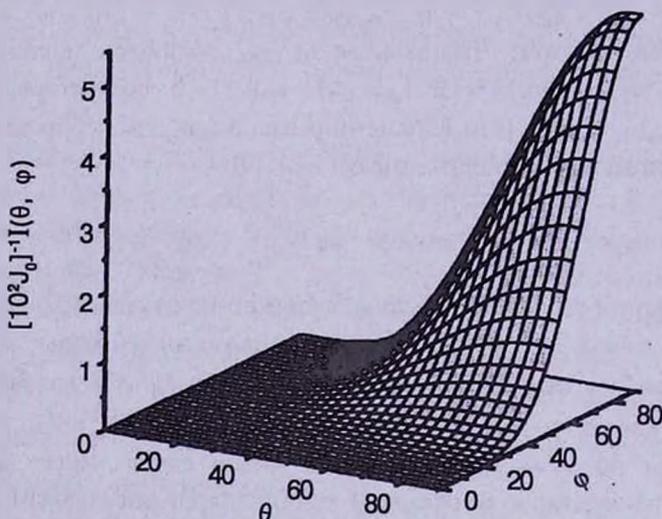


Рис.4. Угловое распределение (нормированное на величину $10^2 J_0$) рассеянной необыкновенной волны с частотой $\omega_0^{(+)}$ в области промежуточных значений длины волны ($\lambda = 5\lambda_D$). Значения параметров совпадают со значениями, приведенными на рис.2.

рассеяния имеет вид $\sigma(\lambda) \cong \sigma_T \sigma_1 (\lambda_p/\lambda)^4$, где σ_1 определяется выражением (30) с коэффициентами $a_2 = 1$, $b_2 = 39/44$, $c_2 = 18/77$.

В пределе длин волн, больших по сравнению с c/ω_{ce} , согласно формулам (22), (23) и (36), (37), интенсивность рассеянного излучения имеет вид:

$$I(\theta, \varphi) = I_0 Z^2 (\omega_{pe} T)^2 \frac{f_0^8(\beta)}{2\tau^4} (1 + \sin^2\theta \sin^2\varphi) (G + H \sin^2\theta \sin^2\varphi)^2, \quad (40)$$

$$f_0(\beta) \cong \frac{\omega_2}{\omega_{pe}} = \frac{\beta}{2} + \sqrt{1 + \frac{\beta^2}{4}}. \quad (41)$$

Из выражения (40) видно, что интенсивность рассеянного излучения монотонно возрастает при увеличении $(\mathbf{nb}) = \sin\theta\sin\varphi$ и рассеяние в основном происходит в направлении внешнего магнитного поля.

В пределе $\lambda \gg c/\omega_{ce}$ из выражения (35) следует $S_0 = (\lambda_p/\lambda)F_1(\beta)$, где

$$F_1(\beta) = \frac{1}{f_0^2(\beta)\sqrt{4 + \beta^2}} \frac{f_0(\beta) + \frac{5\beta}{2(1 + 4\beta^2)}}{f_0(\beta) + \frac{3\beta}{1 + 4\beta^2}} \quad (42)$$

При этом для сечения получим выражение $\sigma(\lambda) \equiv \sigma_T \sigma_2 \lambda/\lambda_p$, где величина σ_2 определяется выражением (31) с коэффициентами $a_3 = f_0^8(\beta)/F_1(\beta)$, $b_3 = 4a_3/5$ и $c_3 = 9a_3/35$. Из полученных выражений и из (40)-(42) следует, что при $\lambda \gg c/\omega_{ce}$ и $\beta \gg 1$ угловое распределение и сечение рассеяния необыкновенных волн пропорциональны β^8 и $a_3 = \beta^{11}$ соответственно и значительно увеличиваются при увеличении магнитного поля. При $\lambda \gg c/\omega_{ce}$ необыкновенная волна имеет правую круговую поляризацию в плоскости xz и при $\beta \gg 1$ имеет частоту порядка $\omega_2 \sim \omega_{ce}$. Таким образом, возникает своеобразный циклотронный резонанс, который, однако, отличается от обычного тем, что падающая волна поляризована в плоскости падения и движется поперек внешнего магнитного поля [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Международного научно-технического центра (проект № А-353).

¹ Институт радиофизики и электроники НАН Армении

² Ереванский государственный университет, Армения

TRANSFORMATION AND SCATTERING OF WAVES ON CHARGED PARTICLES IN A MAGNETIZED PLASMA. I

H. B. NERSISYAN¹, D. M. SEDRAKYAN², H. H. MATEVOSYAN¹

The scattering and transformation of magnetized plasma modes on heavy charged particle located on the plane plasma boundary have been considered. The angular distribution and total cross-section for scattering (transformation) of high-frequency ordinary and extraordinary waves have been investigated.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Д.М.Седрадян*, *Астрофизика*, 31, 101, 1989.
2. *Н.Кролл, А.Трайвеллис*, *Основы физики плазмы*, Мир, М., 1975.
3. *Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц*, *Электродинамика сплошных сред*, Наука, М., 1982.
4. *В.В.Пустовалов, В.П.Силин*, *Труды ФИАН*, 61, 42, 1972.

УДК: 524.74:520.82

ФОТОМЕТРИЯ ЦЕПОЧКООБРАЗНЫХ ГРУПП КОМПАКТНЫХ ГАЛАКТИК

Е.Г.НИКОГОСЯН¹, Ф.ДЮРРЕ², В.С.ТАМАЗЯН³

Поступила 17 октября 2001

Принята к печати 23 ноября 2001

Измерены V , R интегральные звездные величины 231-го объекта, которые входят в состав 42 цепочкообразных групп компактных галактик. Используя параметр сжатости, было определено, что 92 из вышеозначенных объектов с большой вероятностью являются звездами. 23 из 42-х групп в подавляющем большинстве состоят из галактик.

1. *Введение.* В 1978г. был опубликован список и карты отождествления 28 цепочкообразных групп галактик, обнаруженных Р.А.Варданием [1] на картах Паломарского атласа на высоких галактических широтах ($|b| > 30^\circ$). Позднее, в 2000г., были опубликованы данные о еще 23 подобных группах [2]. Эти объекты содержат не менее 4 членов, которые расположены вдоль одной прямой или дуги. В общей сложности все вышеозначенные группы включают в свой состав 231 объект.

Эти группы удовлетворяют следующим требованиям:

1. Отношение большой оси групп к малой больше трех.
2. Среднее расстояние между членами групп меньше $30''$.
3. Члены групп в основном краснее, чем объекты фона. На O -картах Паломарского атласа они предельно слабы.

Следует отметить, что подобные объекты не являются исключительным явлением: подобную "вытянутую" форму имеют большинство групп Шахбазян [3-7], у которых отношение малой оси к большой ~ 0.3 . Линейную структуру имеют также некоторые из групп Хиксона [8]. Около 20% объектов совпадают с уже известными группами и скоплениями галактик [2].

Основной задачей данной работы является определение и отбор из вышеозначенного списка тех групп, которые с большой вероятностью состоят из галактик, а не из звезд. Это необходимо для того, чтобы отобрать из них те, для которых наиболее целесообразно провести в дальнейшем спектральные наблюдения и измерить красные смещения их членов. Только после этого можно будет точно определить, являются ли члены групп физически связанными объектами или нет.

В настоящей работе представлены результаты фотометрии 42-х из вышеупомянутых 51-й группы галактик.

2. *Наблюдения.* Прямые изображения 42-х цепочкообразных групп галактик в V и R фильтрах были получены в первичном фокусе 2.6-м телескопа Бюраканской обсерватории с помощью камеры VuиFOSC2.CCD имеет формат 1060x514 пикс²., чему соответствует $\sim 12 \times 7$ угл.мин. Наблюдения проводились в течение 8 ночей в период с 1998 по 2000 годы. Время экспозиции в обоих фильтрах составляло $5^m + 5^m$. Изображения сумеречного неба (flat-field) и фона CCD (bias) снималось с экспозицией 1" по 3-4 раза в течение ночи. В качестве стандартных объектов были использованы члены звездных скоплений NGC7790, NGC2264, NGC7006, NGC4147, NGC2419 (http://ing.iac.es/-manuals/html_manuals/wht_instr/pfip/node227.html), которые снимались с экспозицией $2^m + 2^m$ на разных азимутальных расстояниях 2-3 раза в течение ночи. FWHM изображений колебалось от 1.1 до 1.5 угл. сек.

3. *Обработка изображений и фотометрия.* Обработка данных проводилась с помощью пакета IRAF. Коррекция изображений за "bias" и "flat-field" проводилась обычным способом. Следы от космических частиц и дефекты CCD устранялись при суммировании экспозиций.

Так как рассматриваемые объекты представляют собой компактные группы, то для устранения наложений при определении звездных величин использовался пакет IRAF/DAOPHOT. С помощью этого пакета была построена точечная функция распределения интенсивности излучения в объектах (PSF), что, в свою очередь, позволило при наложениях отделить один объект от другого.

Сами члены групп являются достаточно компактными объектами, поэтому их интегральные звездные величины определялись при помощи апертурной фотометрии (IRAF/APPHOT) [9]. Апертура для каждого объекта бралась такая, за которой флуктуации фона уже не превышали 0.3% от звездной величины. В том случае, когда апертура была меньше, чем у ярких звезд на том же изображении, бралась величина апертуры звезд. Локальный фон для каждого объекта определялся в кольце, внутренний радиус которого превышал величину апертуры в 1.5-2 раза. Ошибки звездных величин определялись по формуле:

$$|dV| = -2.5 \log(E_V) + 2.5 \log(E_V + \sigma),$$

где E_V - поток излучения, а σ - дисперсия излучения неба изображения, измеренного в тех областях данного изображения, где отсутствуют объекты. Эта формула позволяет учитывать ошибки, которые возникают как при измерении звездной величины, так и в процессе получения изображения [10].

4. *Разделение звезд и галактик.* Для определения по прямым изображениям является ли данный объект звездой или галактикой был использован параметр сжатости, предложенный в работе [11], который определялся по формуле:

$$Q = \frac{10^{0.4(\mu_0 - V)}}{1 - \exp\left(-\left(\frac{r}{\sigma}\right)^2\right)},$$

где μ_0 - центральная поверхностная яркость объекта, выраженная в звездных величинах, V - интегральная звездная величина, r - апертура и σ - FWHM данного изображения. В идеальном случае для объектов с гауссовским распределением интенсивности излучения вдоль радиуса, т.е. для звезд, параметр сжатости должен быть равен единице. В действительности же наблюдается значительное отклонение, что отражено на графиках зависимости параметра сжатости Q от интегральных звездных величин (V и R), которые представлены на рис.1. По рис.1 видно, что для объектов с $Q < 10$ не наблюдается зависимости между параметром сжатости и интегральной звездной величиной. Именно эти объекты с большой вероятностью следует отнести к звездным [10], в отличие от тех членов групп, у которых с ростом Q (что может быть обусловлено или уменьшением центральной поверхностной яркости или увеличением диаметра объекта) интегральная звездная величина уменьшается.

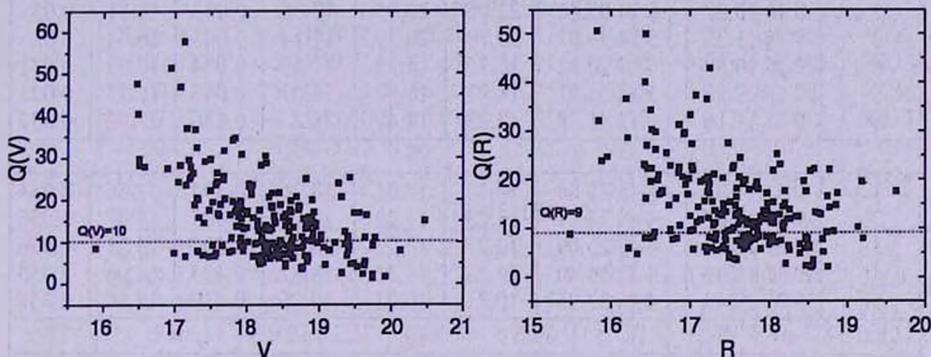


Рис.1. Зависимость параметра сжатости объектов от звездной величины.

Следует отметить, что величина параметра Q для членов звездных скоплений NGC7790, NGC2264, NGC7006, NGC4147, NGC2419, которые использовались нами в качестве стандартов, находится в интервале $2 < Q < 9$.

Если основываться на величины Q , то 92 объекта из 231-го можно отнести к звездным и из рассмотренных 42 групп лишь 23 являются потенциальными группами галактик. Являются ли они реальными группами, т.е. связаны ли физически их члены, или это только результат проекции, покажут дальнейшие спектральные наблюдения.

Остальные группы, в подавляющем большинстве, с большой вероятностью, состоят из звезд.

Результаты фотометрии вышеупомянутых 23-х цепочкообразных групп галактик, которые включают в себя 141 объект, представлены в табл.1. В ней приводятся следующие величины: название группы (в том случае, когда группа совпадает с объектом из других списков, это указывается); номера объектов в группах совпадают с номерами, которые отмечены на

ФОТОМЕТРИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ 24-х ЦЕПОЧКООБРАЗНЫХ
ГРУПП ГАЛАКТИК

Номер	RA ₂₀₀₀	Dec ₂₀₀₀	Ап(V)	Ап(R)	V	dV	R	dR
V1 (SHK364)								
1	0 21 06.51	22 41 12.36	13.23	13.23	17.92	0.022	17.04	0.036
2	0 20 55.89	22 41 14.82	13.23	13.23	18.06	0.023	17.49	0.037
3	0 21 00.54	22 41 02.79	13.23	13.23	18.35	0.023	17.64	0.037
4	0 20 57.01	22 41 06.42	13.23	13.23	18.08	0.023	17.26	0.037
5	0 20 55.10	22 41 12.43	13.23	13.23	18.9	0.024	18.11	0.038
V2								
1	0 34 09.18	2 16 49.21	18.27	18.27	16.49	0.013	15.83	0.01
2	0 34 07.28	2 16 40.69	13.23	13.23	17.59	0.014	16.93	0.01
3	0 34 08.18	2 16 45.82	13.23	13.23	17.59	0.014	16.87	0.01
4	0 34 05.88	2 16 39.04	10.71	11.97	18.81	0.015	18.15	0.01
Ad	0 34 08.93	2 17 43.15	17.01	17.01	16.61	0.013	16.00	0.01
V3(SHK346)								
1	9 15 10.87	5 14 28.89	17.01	17.01	17.29	0.043	16.71	0.03
2	9 15 10.27	5 14 03.42	22.05	22.05	17.08	0.043	16.51	0.03
3	9 15 11.33	5 14 39.07	20.79	20.79	17.14	0.043	16.44	0.03
4	9 15 10.37	5 14 20.42	15.75	15.75	17.69	0.044	17.03	0.031
5	9 15 09.26	5 13 53.27	11.97	11.97	18.07	0.045	17.37	0.031
6	9 15 11.16	5 13 41.28	13.23	14.49	18.2	0.046	17.63	0.032
V5								
1	9 31 17.07	4 48 21.06	15.12	17.01	18.26	0.391	17.56	0.054
2	9 31 18.02	4 48 21.01	13.23	13.23	18.91	0.405	18.27	0.056
3	9 31 18.52	4 48 26.09	13.23	13.23	18.93	0.406	18.21	0.056
4	9 31 16.02	4 48 19.40	13.23	15.75	18.82	0.403	18.06	0.055
5	9 31 19.43	4 48 37.95	10.71	10.71	19.56	0.419	18.86	0.058
V10								
1	10 06 54.28	1 43 00.46	18.27	19.53	17.08	0.029	16.46	0.053
2	10 06 55.35	1 42 51.08	15.75	15.75	17.7	0.03	17.14	0.055
3	10 06 58.58	1 42 58.61	14.49	17.01	17.91	0.03	17.24	0.055
4	10 06 56:37	1 43 02.94	18.27	18.27	17.86	0.03	17.23	0.055
V11								
1	10 14 11.10	45 46 23.68	18.27	18.27	16.51	0.054	15.89	0.048
2	10 14 10.84	45 46 56.48	14.49	15.75	17.33	0.057	16.66	0.05
3	10 14 12.79	45 45 51.32	22.05	23.31	17.17	0.056	16.52	0.05
4	10 14 14.42	45 45 46.17	15.75	13.23	17.64	0.058	16.99	0.051
5	10 14 16.93	45 45 33.32	15.75	13.23	17.91	0.059	17.29	0.052
6	10 14 17.58	45 45 29.90	13.23	14.49	18.4	0.06	17.88	0.054
7	10 14 15.06	45 45 52.09	14.49	14.49	17.92	0.059	17.43	0.052
V12								
1*	10 44 37.14	11 32 55.13	10.71	10.71	18.76	0.053	17.8	0.044
2	10 44 38.95	11 32 28.74	13.23	13.23	18.35	0.052	17.85	0.044
3	10 44 38.95	11 32 12.59	11.97	11.97	18.54	0.053	17.9	0.044
4	10 44 35.95	11 33 13.85	11.97	11.97	18.65	0.053	17.98	0.044
5	10 44 42.00	11 31 56.03	15.75	15.75	18.36	0.052	17.6	0.043
6*	10 45 36.64	11 33 27.71	10.71	10.71	19.36	0.055	18.47	0.045
7*	10 44 36.51	11 32 57.69	10.71	10.71	19.42	0.055	18.69	0.046
8*	10 44 36.78	11 32 21.14	10.71	10.71	18.45	0.053	18:06	0.044

Таблица 1 (продолжение)

V13 (SHK282)								
1	10 48 43.22	45 47 06.82	19.53	19.53	17.21	0.046	16.51	0.026
2'	10 48 44.25	45 46 45.55	10.71	10.71	18.02	0.049	17.08	0.027
2(a)'	10 48 44.29	45 46 49.96	9.45	11.97	19.67	0.053	18.6	0.03
3	10 48 44.83	45 46 31.94	18.27	19.53	17.81	0.048	17.03	0.027
4	10 48 41.82	45 45 58.00	20.79	20.79	17.68	0.048	16.86	0.027
5	10 48 43.92	45 46 22.61	10.71	11.97	18.92	0.051	18.19	0.029
6	10 48 44.02	45 46 16.65	11.97	11.97	18.96	0.051	18.28	0.029
V14								
1	10 52 53.13	-11 00 27.63	15.75	15.75	17.42	0.042	16.65	0.03
2	10 52 54.41	-11 00 08.95	15.75	15.75	17.84	0.043	17.01	0.031
3	10 52 51.97	-11 00 11.45	15.75	15.75	18.38	0.044	17.62	0.032
4	10 52 53.82	-11 00 14.04	13.23	13.23	18.03	0.043	17.24	0.031
5	10 52 53.24	-11 00 20.83	11.97	11.97	18.34	0.044	17.58	0.032
6	10 52 54.45	-11 00 31.90	11.97	13.23	18.45	0.044	17.63	0.032
7	10 52 51.74	-11 00 22.50	10.71	11.97	18.86	0.045	18.04	0.032
8'	10 52 51.80	-11 00 37.80	10.71	10.71	18.85	0.045	18.27	0.033
V15 (SHK350)								
1	10 59 59.35	8 24 08.76	22.05	24.57	16.58	0.05	15.96	0.032
2	11 00 01.76	8 24 29.11	17.01	17.01	16.95	0.051	16.45	0.033
3	11 00 01.93	8 24 46.11	15.75	15.75	17.48	0.052	16.83	0.034
4	10 59 57.34	8 23 45.00	17.01	17.01	17.16	0.051	16.6	0.033
5	11 00 03.53	8 24 45.23	15.75	15.75	17.5	0.053	16.91	0.034
6	11 00 03.02	8 24 50.34	15.75	15.75	17.77	0.053	17.19	0.034
V17 (SHK285)								
1	11 19 05.43	-10 22 24.49	17.01	17.01	17.23	0.029	16.47	0.02
2	11 19 07.50	-10 22 57.66	18.27	18.27	17.2	0.029	16.44	0.02
3	11 19 06.00	-10 22 49.99	19.53	19.53	17.26	0.029	16.52	0.02
4	11 19 05.14	-10 22 03.23	18.27	18.27	17.31	0.029	16.57	0.02
V18								
1	11 25 40.26	-0 19 35.28	15.75	15.75	17.57	0.03	16.87	0.02
2	11 25 40.20	-0 19 44.63	15.75	15.75	17.68	0.03	16.94	0.02
3	11 25 40.65	-0 19 25.94	15.75	15.75	18.03	0.031	17.31	0.021
4	11 25 40.20	-0 19 25.93	15.75	15.75	18.27	0.031	17.55	0.021
V23 (SHK323)								
1	12 19 16.77	-7 24 14.03	13.23	13.23	16.51	0.036	15.85	0.035
2	12 19 19.80	-7 24 07.21	13.23	13.23	17.6	0.039	16.98	0.037
3	12 19 17.80	-7 24 05.52	13.23	13.23	17.93	0.039	17.25	0.038
4	12 19 16.31	-7 24 17.43	14.49	14.49	17.81	0.039	17.19	0.038
5	12 19 17.28	-7 24 08.08	13.23	13.23	17.87	0.039	17.23	0.038
6	12 19 17.85	-7 24 17.42	11.97	11.97	18.38	0.04	17.59	0.039
V24								
1	12 44 53.29	29 09 25.36	10.71	10.71	18.32	0.051	17.72	0.047
2	12 44 52.91	29 09 09.21	11.97	14.49	18.15	0.05	17.43	0.046
3	12 44 53.55	29 09 43.22	13.23	13.23	18.3	0.051	17.59	0.046
4	12 44 51.93	29 09 16.00	11.97	11.97	18.72	0.052	17.98	0.047

Таблица 1 (продолжение)

V28								
1	14 35 37.89	35 58 04.43	11.97	11.97	18.86	0.059	18.48	0.051
2	14 35 37.90	35 57 25.33	10.71	10.71	19.31	0.061	18.53	0.051
3	14 35 37.54	35 57 58.46	10.71	10.71	19.27	0.061	18.58	0.051
4	14 35 37.94	35 57 31.95	10.71	10.71	19.43	0.061	18.78	0.051
5	14 35 37.33	35 57 51.66	11.97	11.97	19.66	0.062	19.19	0.052
6	14 35 37.76	35 57 39.77	10.71	10.71	20.71	0.064	19.63	0.054
V29								
1	01 21 27.62	00 01 18.52	10.71	10.71	18.18	0.027	17.42	0.021
2	01 21 26.49	00 01 14.12	10.71	10.71	18.5	0.028	17.68	0.021
3	01 21 26.15	00 01 29.11	11.97	11.97	18.54	0.028	17.71	0.021
4	01 21 25.51	00 01 33.70	10.71	10.71	18.83	0.028	18.06	0.022
5	01 21 28.72	00 01 42.48	10.71	10.71	18.73	0.028	18.21	0.022
6	01 21 24.92	00 01 48.54	9.45	9.45	18.98	0.028	18.18	0.022
7	01 21 25.92	00 01 10.18	9.45	9.45	19.4	0.029	18.6	0.022
V33								
1	10 32 21.48	-06 57 25.90	19.53	19.53	17.5	0.035	16.76	0.034
2	10 32 21.21	-06 57 17.82	14.49	14.49	18.61	0.037	18.18	0.036
3	10 32 21.83	-06 57 35.59	14.49	14.49	18.69	0.037	18.07	0.036
4	10 32 20.33	-06 57 38.31	13.23	13.23	18.72	0.037	17.99	0.036
5	10 32 23.21	-06 57 40.93	13.23	13.23	18.79	0.038	18.16	0.036
V34								
1	10 43 15.97	00 50 58.82	14.49	14.49	17.89	0.038	17.11	0.571
2	10 43 17.18	00 51 07.88	13.23	15.75	18.7	0.039	17.89	0.579
3	10 43 16.41	00 50 14.53	9.45	9.45	17.9	0.038	17.15	0.571
4	10 43 15.54	00 50 20.80	11.97	13.23	19	0.04	18.13	0.581
5	10 43 15.31	00 50 29.69	13.23	13.23	18.82	0.04	17.99	0.580
6	10 43 14.91	00 50 37.50	13.23	13.23	18.85	0.04	18.14	0.581
7	10 43 13.19	00 50 34.28	11.97	11.97	19.52	0.041	18.69	0.587
8	10 43 16.84	00 51 33.70	13.23	13.23	19.36	0.041	18.84	0.588
9	10 43 16.68	00 51 28.91	11.97	11.97	19.43	0.041	18.61	0.586
10	10 43 14.39	00 50 58.00	9.45	9.45	19.55	0.041	18.77	0.588
11	10 43 17.44	00 50 19.09	9.45	9.45	19.93	0.042	19.15	0.592
V38 (SHK195)								
1	11 04 36.61	28 42 28.53	18.27	18.27	17.34	0.052	16.62	0.050
2	11 04 31.24	28 42 28.60	14.49	14.49	18.09	0.054	17.51	0.053
3	11 04 40.46	28 43 37.48	9.45	9.45	18.26	0.055	17.59	0.053
4	11 04 39.08	28 43 24.49	15.75	15.75	18	0.054	17.32	0.052
5	11 04 35.42	28 42 41.07	22.05	23.31	17.93	0.054	17.22	0.052
6	11 04 36.34	28 43 04.70	10.71	10.71	18.39	0.055	17.67	0.053
7	11 04 42.66	28 43 55.91	10.71	10.71	18.36	0.055	17.46	0.052
8	11 04 35.37	28 42 50.00	9.45	9.45	19.4	0.058	18.52	0.056
V39								
1	11 06 17.22	26 46 29.94	14.49	14.49	18.27	0.055	17.58	0.053
2	11 06 21.40	26 45 27.32	15.75	15.75	18.47	0.055	17.76	0.053
3	11 06 15.26	26 46 23.30	10.71	11.97	18.9	0.057	18.19	0.055
4	11 06 18.57	26 46 10.50	15.75	17.01	18.77	0.056	18.03	0.054
5	11 06 14.51	26 46 14.29	13.23	14.49	18.92	0.057	18.24	0.055
6	11 06 19.23	26 45 42.15	17.01	18.27	18.79	0.056	18.18	0.055
7	11 06 22.30	26 46 20.65	11.97	11.97	19.36	0.058	18.74	0.056

Таблица 1 (окончание)

V42								
1	12 02 54.42	04 10 14.05	18.27	19.53	16.9	0.057	16.22	0.055
2	12 02 56.22	04 09 35.24	18.27	18.27	17.05	0.058	16.43	0.056
3*	12 02 54.24	04 09 36.08	10.71	10.71	15.9	0.054	15.49	0.053
4	12 02 55.62	04 09 25.30	17.01	18.27	17.31	0.059	16.61	0.056
5	12 02 55.95	04 10 14.93	14.49	14.49	17.62	0.060	16.95	0.058
6	12 02 56.70	04 10 04.96	13.23	14.49	17.93	0.061	17.25	0.059
V48								
1	15 05 35.27	13 29 32.17	19.53	19.53	17.28	0.047	16.45	0.041
2	15 05 37.67	13 29 27.17	17.01	17.01	17.53	0.047	16.74	0.042
3*	15 05 32.32	13 29 35.50	10.71	10.71	16.99	0.046	16.23	0.041
4	15 05 36.72	13 29 36.13	13.23	13.23	18.59	0.050	17.75	0.044
5	15 05 38.04	13 29 42.57	10.71	10.71	18.85	0.051	18.07	0.045
6*	15 05 40.39	13 29 25.02	10.71	10.71	18.81	0.051	17.69	0.044
7*	15 05 34.44	13 29 42.24	10.71	10.71	18.81	0.051	18.03	0.045
V51								
1	16 21 26.98	45 16 21.79	14.49	15.75	18	0.034	17.24	0.04
2	16 21 24.76	45 16 16.39	14.49	14.49	17.84	0.034	17.09	0.039
3	16 21 23.29	45 16 27.24	14.49	14.49	18.35	0.035	17.56	0.04
4	16 21 22.15	45 16 09.47	13.23	13.23	18.17	0.035	17.45	0.04
5	16 21 20.25	45 16 03.13	14.49	14.49	18.26	0.035	17.52	0.04
6*	16 21 16.69	45 15 39.63	9.45	9.45	18.6	0.035	17.9	0.041

опубликованных изображениях [1,2]; координаты 2000 года; апертуры для V и R изображений; интегральные V и R звездные величины и их ошибки. Те объекты, у которых параметр сжатости $Q < 10$, отмечены звездочками.

В группах V2 и V13 звездные величины были измерены для дополнительных объектов, которые первоначально не были определены как члены групп [1,2], но которые расположены в непосредственной

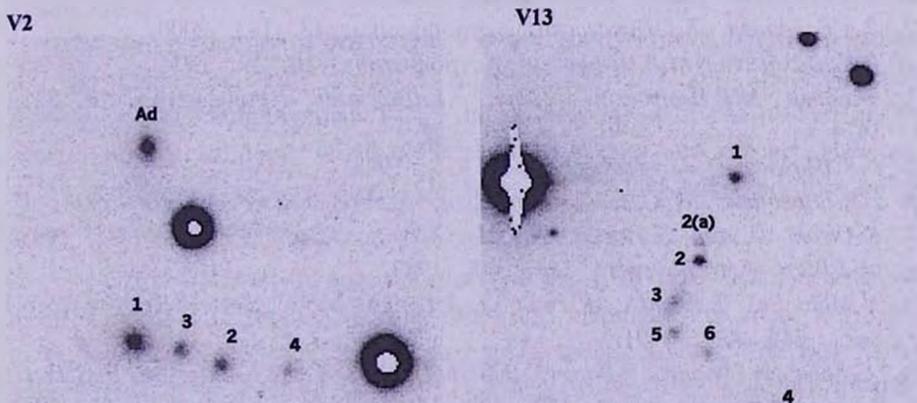


Рис.2. Прямые изображения цепочкообразных групп галактик V2 и V13.

близости от них. По внешнему виду они очень похожи на галактики. На рис.2 приводятся прямые изображения этих двух групп, где обозначены все те объекты, для которых в таблице приводятся звездные величины.

¹Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна, Армения

²Institute d'Astrophysique de Paris, France

³Astronomical Observatory R.M.Aller, University of Santiago de Compostela, Spain

PHOTOMETRIC DATA OF CHAIN-LIKE GROUPS OF COMPACT GALAXIES

Е.Н.НИКОГОССИАН¹, F.DURRET², V.S.TAMAZIAN³

Integral V , R magnitudes of 231 objects in 51 chain-like groups of compact galaxies are derived. Based on a compactness parameter, we show that 23 of the groups consist in majority of galaxies, while 92 of the 231 observed objects are stars.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р.А.Варданян, Сооб. Бюраканской обсерв., 50, 55, 1978.
2. Р.А.Варданян, Е.Г.Никогосян, Астрофизика, 43, 143, 2000.
3. Р.К.Шахбазян, М.Р.Петросян, Астрофизика, 10, 13, 1974.
4. Ф.Байер, М.Р.Петросян, Г.Тириш, Р.К.Шахбазян, Астрофизика, 10, 321, 1974.
5. Р.К.Шахбазян, Астрофизика, 9, 455, 1978.
6. Р.А.Варданян, Ю.К.Мелик-Алавердян, Астрофизика, 14, 195, 1978.
7. H.Oleak, D.Stoll, H.Tiersch, H.T.MacGillivray, Astron. J., 109, 1485, 1995.
8. M.J.West, Astrophys. J., 344, 535, 1989.
9. N.Metcalf, T.Shanks, R.Fong, L.R.Lones, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 249, 498, 1991.
10. C.Lobo, A.Biviano, F.Durret, D.Gerbal, O.Le Fevre, A.Mazure, E.Slezak, Astron. Astrophys. Sup., 122, 409, 1997.
11. O.Le Fevre, A.Bijaoui, G.Mathez, J.P.Picat, G.Lelievre, Astron. Astrophys., 154, 92, 1986.

УДК: 524.337

SEARCH FOR NEW INTERESTING OBJECTS IN THE
SECOND PART OF THE FBSA.M.MICKAELIAN¹, H.V.ABRAHAMIAN¹, J.GUIBERT², R.CHESNEL²

Received 11 May 2001

Accepted 23 November 2001

We present the results of study of the FBS blue stellar objects with a goal of discovery of new interesting objects. 47 FBS objects have been observed with the Byurakan Observatory 2.6m telescope in 1987-1991 and scanned with the MAMA scanning machine at Observatoire de Paris in 1997-1999. 5 QSOs/Sy1s, 4 emission-line stars, 5 white dwarfs, and a number of continuous spectra objects (possible BL Lacs and DC white dwarfs) have been revealed.

1. *Introduction.* The First Byurakan Survey (FBS) [1] provides numerous objects for follow-up study and discovery of new QSOs and other interesting objects. The second part of this survey [2-4] revealed a few dozens of new candidate QSOs, which have to be studied in detail to understand their real nature. On the other hand, because of the low signal-to-noise and spectral resolution many objects display continuous spectra even after photographic spectral follow-up observations; these are candidates BL Lac objects (BLLs), DC white dwarfs, etc. To study these objects and understand their physical nature one needs high-contrast investigation of the obtained photographic spectra and new CCD observations. One of the most interesting subsamples in the FBS are bright QSOs.

The surface density of bright QSOs is still poorly known. The BQS sample [5] appeared to be ~50% complete, as shown in [6]. A new, more complete sample of QSOs brighter than 16.1 V magnitude has been constructed in that work. Our spectroscopic observations revealed several new objects. However, there may be a few new bright QSOs in the studied area and the sample may be complemented.

2. *Observations.* A spectral study of the FBS blue stellar objects has been started [7] in order to classify them and investigate the more interesting ones in detail. More than 400 photographic spectra of the FBS blue stellar objects have been obtained. A rough classification has been made for all these spectra [8]. However, the nature of a number of them remained unclear, as the spectra have low contrast and many emission and/or absorption lines are unnoticeable.

The observations have been carried out from August 1987 to October 1991

at the Cassegrain focus of the Byurakan Observatory 2.6m telescope using the UAGS spectrograph with a three-stage UMK-91V image converter tube [9]. A grating with a dispersion of 101 Å/mm was used at an angle of 33 degree to obtain the blue part of the spectrum. The observations have been done in the spectral range $\lambda\lambda$ 3300-6100 Å. The spectra were photographed, using Eastman Kodak IIA-O and 103a-O films. The spectral resolution was 3-4 Å.

During our observations the seeing was 1-3 arcsec and the limiting magnitude varied over the range 16^m-17^m.5. The longest exposures were 2 hours. All objects were observed within $z < 20^\circ$, and corrections were unnecessary, since they were small.

3. *Scanning.* For scanning of the 2.6-m photographic spectra, the Byurakan Observatory PDS machine was first used [7]. However, a number of our spectra have rather low signal-to-noise ratio (S/N) and the PDS could not give the needed photometric accuracy for their analysis. To understand the nature of the low-contrast photographic spectra for further observations with CCDs, we have selected 47 spectra being mainly continuous for scanning with the MAMA scanning machine¹ at Observatoire de Paris. The main aim was to reveal new QSOs, BLLs, cataclysmic variables, etc. The high photometric accuracy of MAMA would resolve the low-contrast spectral lines of these objects.

The dynamics of the MAMA machine is 3 densities and the positional accuracy close to 1 mm. Photographic densities are coded on 12 bits (i.e. 4096 linear levels) [10].

The spectra were scanned with a pixel size of 10 μ m x 10 μ m, in the form of 2,000 adjacent lines covering the range $\lambda\lambda$ 3450-5450 Å. Each line, perpendicular to the dispersion, was 1024 pixels (i.e. 10.24 mm) long, and one pixel (i.e. 10 mm) wide (which corresponds to a wavelength step of 1Å).

4. *Reduction.* The reduction has been carried out under MIDAS using the standard reduction procedure for astronomical spectra: extraction of the spectrum, wavelength calibration, flux calibration. Feige 25 (12^m.5), BD+28°4211 (9^m.7), and Feige 34 (10^m.4) have been observed as standard stars. The accuracy of the conversion to wavelengths is better than 0.5 Å. The S/N is about 10:1 for the good spectra and drops down to 2:1 for the poor ones. The error in determining the full width of the lines at half maximum (FWHM) and the full width of the lines at the zero-intensity level, i.e. at the level of the continuous spectrum (FWOI) ranged up to 30%, which reflects the impossibility (in the majority of cases) of securing an accurate continuous spectrum.

Note that at the limits of the spectral range ($\lambda < 3600$ Å and $\lambda > 5400$ Å) data reduction was not always perfectly done, as a result of which these parts

¹ MAMA (Machine Automatique a Mesurer pour l'Astronomie, <http://dsmama.obspm.fr>) is developed and operated by INSU/CNRS and Observatoire de Paris

of the spectra were almost not taken into account for classification purposes. The range $\lambda\lambda$ 3800-5200 Å was mostly used. Our aim was to obtain the real spectral energy distribution (SED) and to find any spectral lines allowing the separation of stars from possible extragalactic objects, and to select good candidates for further CCD observations.

5. *Results.* Table 1 gives the list of objects selected for search of QSOs and BL Lacs with the observational data and classification. The columns are as follows: 1 - designations of the objects, 2 - FBS numbers, 3 - V magnitudes determined from the POSS charts [11], 4 - approximate spectral type, determined from the low-dispersion spectra, 5 - journal number of the 2.6m spectrum, 6 - date of observation, 7 - exposure time in minutes, 8 - spectral

Table 1

LIST OF THE FBS BLUE STELLAR OBJECTS OBSERVED AT 2.6-m TELESCOPE AND SCANNED WITH MAMA

Object	FBS No	V magn.	Spectral type	2.6-m No	Date of Observation	Exp. (min)	Class
1	2	3	4	5	6	7	8
0019+402	1	16.0	Cont:	2199	15-09-1988	80	sd:
0028+435	208	14.5	QSO:	2176	13-09-1988	40	sd:/cont?
0047+347	442	16.5	QSO:	4202	15-09-1991	90	?
0051+418	215	16.5	Cont	2184	14-09-1988	35	sd:
0058+431	216	15.0	Cont	2212	16-09-1988	15	Sd
0125+351	454	16.3	Cont:	4197	14-09-1991	120	?
0125+386	13	15.0	WD:	1342	02-09-1987	60	Sd
				1606	26-11-1987	60	sd
				1724	16-12-1987	20	em:
0127+408	14	17.0	Cont	1595	25-11-1987	60	?
0156+439	224	14.0		1607	26-11-1987	50	sd
				1725	16-12-1987	40	DA:
			QSO	2234	18-09-1988	50	Sd
0212+385	25	14.5	cont	1447	15-09-1987	15	DC:
0217+343	461	15.4	QSO:	4208	17-09-1991	90	?
0228+447	227	15.5	cont	2203	15-09-1988	60	sd:
0255+379	29	14.5	cont	1448	15-09-1987	20	sd
0706+407	41	13.5	QSO:	1598	25-11-1987	15	DA
0732+395	46	16.0	Sy:	1840	15-03-1988	60	QSO/Sy
0743+337	484	17.0	QSO:	4095	09-02-1991	90	cont
0848+438	256	15.0	cont	4069	08-02-1991	90	sd
0850+394	56	17.0	sd:	1835	14-03-1988	60	sd
0906+368	493	15.8	cont	3383	24-02-1990	90	cont:
0931+437	260	16.0	cont	2671	26-02-1989	60	QSO
0935+396	63	17.0	CV:	4107	10-02-1991	100	cont
0938+375	65	17.0	cont	1836	14-03-1988	40	sd
0938+447	265	16.0	cont:	2707	05-03-1989	50	sd
0946+362	498	15.5	sd:	4111	14-02-1991	90	em:
1007+417	274	16.0	QSO	2686	02-03-1989	40	QSO
1102+347	510	16.2	cont:	4116	15-03-1991	60	QSO:
1141+407	84	16.5	cont	1852	17-03-1988	20	cont

Table 1 (the end)

1	2	3	4	5	6	7	8
1204+399	86	16.0	cont	4102	09-02-1991	80	sd:
1219+353	524	16.1	cont:	4133	19-04-1991	70	cont:/em:
1229+383	90	17.0	cont	1839	14-03-1988	90	nonstellar:
1249+433	315	15.5	cont	3410	27-02-1990	50	nonstellar:
1339+421	326	17.0	cont	3411	27-02-1990	90	cont
1352+386	102	17.5	QSO	1829	26-02-1988	80	
				1845	15-03-1988	60	cont/em:
1402+437a	332	15.0	QSO	2718	05-03-1989	35	QSO
1640+362	580	13.5	cont	4139	03-07-1991	30	DA:
1648+407	147	16.5	cont	1871	20-05-1988	80	DA:
1712+410	935	15.0	gal	1470	19-09-1987	70	sd:
1724+372	600	14.2	cont	3464	27-06-1990	30	sd
1743+441	385	16.0	cont	2854	27-06-1989	15	cont:
				2855	27-06-1989	35	cont
1744+421	386	13.0	cont	2181	14-09-1988	90	cont:
1755+394	164	16.0	cont	1278	20-08-1987	40	cont:
1756+442	389	13.5	cont	2004	19-08-1988	50	sd
1812+425	393	13.5	cont	2010	20-08-1988	40	sd
1816+349	610	15.7	cont	4163	13-08-1991	80	?
				4164	13-08-1991	40	?
				4191	14-09-1991	90	?
2248+447	411	16.0	WD:	1998	16-08-1988	30	CV:
2302+428	416	16.0	cont	2025	21-08-1988	50	sd:
2340+423	427	15.0	cont	2197	15-09-1988	20	sd:
				3149	11-04-1989	40	sd

Comments to some objects of Table 1:

- FBS 0228+447 - the object was observed also at the Byurakan Observatory 2.6-m telescope with ByuFOSC focal reducer on 25.11.1998 [2].
- FBS 0732+395 - observed also at the Observatoire de Haute-Provence 1.93m telescope with the CARELEC spectrograph on 28.10.1997 [13]. The spectrum shows a typical emission lines of Sy1 at $z=0.1186$. The 2.6-m telescope spectrum revealed the H_α line, and the 1.93m spectrum, the H_α and [OIII] $\lambda\lambda$ 4959/5007 lines with the same redshift.
- FBS 0931+437 - PG 0931+437 [12] = US 737 [14]. The object is present in the Catalog of Quasars and Active Galaxies: a QSO with $z=0.456$ [15].
- FBS 1007+417 - KUV 10074+4147 [16] = 4C 41.21 [17]. A QSO with $z=0.613$ [15].
- FBS 1102+347 - Ton 1329 [18] = CSO 314 [19]. A QSO with $z=0.510$ [15].
- FBS 1249+433 - 4C 43.25 [17]. The spectrum shows evidence of a nonstellar object, probably Sy galaxy. Absent in [15].
- FBS 1402+437a - CSO 409 [19] = PB 1309 [20] = IRAS 14026+4341 [21]. Present in [15] and the catalog of Seyfert galaxies [22]. A QSO with $z=0.320$.

classification. It should be noted that during 1990-1991, the observations had been carried out on old Kodak films with decreased sensitivity and the exposures were in average longer for objects of the same magnitudes.

The spectra have been scanned with MAMA on 10.11.1997 (2 spectra), 7.01.1999 (48 spectra) and 11.02.1999 (5 spectra). As the spectra are mainly of low S/N, the final classification gives mostly the rough classes (nature of

objects): sd (subdwarfs of sdB or sdA subtypes), DA, DC, CV, em (emission lines are revealed, probable CVs), QSO, Sy, cont, nonstellar. The latter type is for FBS 1229+383 and FBS 1249+433, which show nonstellar SEDs, however without any spectral lines. 7 spectra (5 objects) are of rather poor quality to be classified.

The objects have been classified according to generally accepted criteria. As mentioned in [7], on account of instrumental and atmospheric effects there are some differences between our spectra and those of the Palomar Green Survey [12]. Most of the spectra had been classified as continuous. These spectra do not exhibit spectral lines more than 10% above the continuum level; the SED allows us to classify them either as DC white dwarfs, or candidate QSOs and BLLs. The reliability of classification for individual objects also varies, depending on the S/N ratio for the given spectrum.

Fig.1 gives the spectra of FBS 0732+395, a newly revealed QSO/Sy, and the continuous spectrum of FBS 1744+421.

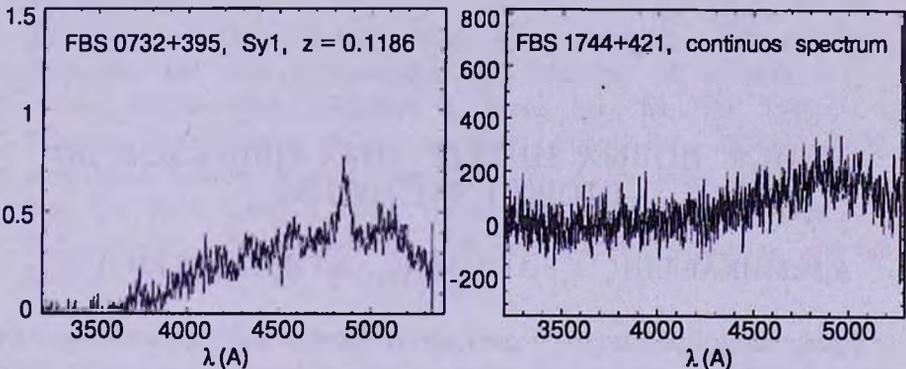


Fig.1. The 2.6-m spectrum of FBS 0732+395, a newly revealed QSO/Sy, and FBS 1744+421, an object with continuous spectrum.

6. *Conclusions.* We have obtained with the 2.6-m telescope and scanned with the MAMA machine 47 photographic spectra to find out new QSOs, BLLs, as well as cataclysmic variables and other types of objects with low contrast of emission lines. 5 QSOs have been revealed, however 4 were known already. FBS 0732+395 is a new bright QSO/Sy which was observed also in 1997 at the Observatoire de Haute-Provence 1.93-m telescope [13]. However, the 2.6-m photographic spectrum complements our CCD observations to the shorter wavelengths range. The spectrum shows a typical emission lines of Sy1. In the 2.6-m spectrum, H γ is observed at $\lambda = 4855$ Å, corresponding to $z = 0.1186$, the same as from the CCD observations. Another possible new QSO or BLL is FBS 1249+433. It is a radio source and its FBS spectrum shows a UV excess. The other types are distributed as follows: DA - 4, DC - 1, CV - 1, em and em/cont - 3, nonstellar - 2, cont and sd/cont - 9, sd - 17, and unknown - 5. The continuous spectra objects are candidates for DC white dwarfs, QSOs or

BLLs. The revealed white dwarfs and cataclysmic variables are interesting as well.

We plan to carry out new CCD observations at the Byurakan Observatory 2.6-m telescope for the continuous spectrum objects to make more accurate classification. Additionally, the observations will give a new wavelength range for these spectra (as in the case of the FBS 0732+395) and combination of the data may reveal the nature of these objects. The emission-line stars are interesting targets for further studies as well.

The authors are grateful to P.Veron and M.P.Veron-Cetty (Observatoire de Haute-Provence, France) for useful discussions. This research has made use of the NASA/IPAC Extragalactic Database (NED) which is operated by the Jet Propulsion Laboratory, Caltech, under contract with the National Aeronautics and Space Administration.

¹ V.A. Ambartsumian Byurakan Astrophysical Observatory, Armenia

² Observatoire de Paris, CNRS, France

ПОИСК НОВЫХ ИНТЕРЕСНЫХ ОБЪЕКТОВ ВО ВТОРОЙ ЧАСТИ FBS

А.М.МИКАЕЛЯН¹, Г.В.АБРАМЯН¹, Ж.ГИБЕР², Р.ШЕНЕЛ²

Представлены результаты исследования голубых звездных объектов FBS с целью обнаружения новых интересных объектов. 47 объектов FBS наблюдались на 2.6-м телескопе Бюраканской обсерватории в 1987-1991гг. и были сканированы на сканирующей машине Парижской обсерватории МАМА в 1997-1999гг. Выявлено 5 квазаров и Сейфертов, 4 эмиссионных звезды, 5 белых карликов и ряд объектов с континуальным спектром (возможных объектов BL Lac и белых карликов DC).

REFERENCES

1. *B.E.Markarian, V.A.Lipovetski, J.A.Stepanian, L.K.Erastova, A.I.Shapovalova*, Commun. Special Astrophys. Observ., **62**, 5, 1989.
2. *H.V.Abrahamian, V.A.Lipovetski, J.A.Stepanian*, Astrophysics, **32**, 14, 1990.
3. *H.V.Abrahamian, A.M.Mickaelian*, Astrophysics, **39**, 315, 1996.
4. *A.M.Mickaelian*, Astron. Astrophys. Transactions, **18**, 557, 2000.

5. *M.Schmidt, R.F.Green*, *Astrophys. J.*, **269**, 352, 1983.
6. *A.M.Mickaelian, A.C.Gonç alves, M.P.Vi ron-Cetty, P.Vi ron*, *Astrophysics*, **44**, 14, 2001.
7. *H.V.Abrahamian, A.M.Mickaelian*, *Astrophysics*, **35**, 363, 1991.
8. *A.M.Mickaelian*, *Discovery and Investigation of the FBS Blue Stellar Objects*, Ph.D. thesis, Byurakan, 1994, p.384.
9. *G.I.Bryukhnevich, L.V.Gyavgyanen, E.I.Zak et al.*, *Astrofizika*, **21**, 379, 1984.
10. *J.Berger, J.-P.Cordoni, A.M.Fringant, J.Guibert, O.Moreau, H.Reboul, C.Vanderriest*, *Astron. Astrophys., Suppl. Ser.* **87**, 389, 1991.
11. *I.R.King, M.J.Raff*, *Publ. Astron. Soc. Pacif.*, **89**, 120, 1977.
12. *R.F.Green, M.Schmidt, J.Liebert*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **61**, 305, 1986.
13. *A.M.Mickaelian, A.C.Goncalves, M.P.Veron-Cetty, P.Veron*, *Astrophysics*, **42**, 1, 1999.
14. *P.D.Usher*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **46**, 117, 1981.
15. *M.P.Veron-Cetty, P.Veron*, *ESO Scientific Report No.19*, 2000.
16. *T.Noguchi, H.Maehara, M.Kondo*, *Ann. Tokyo Astron. Obs., 2nd Ser.*, **18**, 55, 1980.
17. *J.F.R.Gower, P.F.Scott, D.Wills*, *Mem. Roy. Astron. Soc.*, **71**, 49, 1967.
18. *E.Chavira*, *Bol. Observ. Tonantzintla y Tacubaya*, **18**, 3, 1959.
19. *P.Pesch, N.Sanduleak*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **60**, 543, 1986.
20. *J.Berger, A.-M.Fringant*, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **28**, 123, 1977.
21. *Joint IRAS Science Working Group*. *Infrared Astronomical Satellite Catalogs, The Point Source Catalog, Version 2.0*, NASA RP-1190, 1988.
22. *V.A.Lipovetski, S.N.Neizvestnyi, O.M.Neizvestnaya*, *Commun. Special Astrophys. Observ.*, **55**, 5, 1987.

УДК: 524.77

ДОСТАТОЧНО ЛИ СТЕПЕННОГО ВИДА КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ГАММА-ФУНКЦИИ ДЛЯ УТВЕРЖДЕНИЯ О НАЛИЧИИ У РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФРАКТАЛЬНЫХ СВОЙСТВ?

А. В. ТИХОНОВ

Поступила 18 июля 2001

Принята к печати 28 сентября 2001

Проведенное исследование указывает на неоднозначность в интерпретации результатов применения аппарата корреляционной Гамма-функции ($\Gamma(r)$ и $\Gamma^*(r)$) для анализа пространственного распределения объектов из некоторой выборки. Наличие линейного участка в зависимостях $\log(\Gamma)$ от $\log(r)$ и $\log(\Gamma^*)$ от $\log(r)$ оказывается недостаточно для утверждения о присутствии у распределения фрактальных свойств (самоподобия). Показана возможность влияния изменения геометрических границ выборки на вид зависимостей $\log(\Gamma)$ от $\log(r)$ и $\log(\Gamma^*)$ от $\log(r)$.

1. *Введение.* Скучивание вещества наблюдается на большом интервале масштабов. Описание вида и амплитуды скучивания вещества на масштабах скоплений и сверхскоплений галактик налагает ограничения на количество космологических теорий, так как каждая теория, исходя из принятой в ней картины эволюции, объясняет многообразие наблюдаемых структур.

Ни один математический аппарат, применяемый для анализа свойств структур, видимо, не приводит к однозначной интерпретации получаемых результатов. Как будет показано ниже, это относится и к корреляционной Гамма-функции, использование которой как метода анализа крупномасштабной структуры предложил Л. Пьетронеро [1,2].

Дифференциальная $\Gamma(r)$ и интегральная $\Gamma^*(r)$ Гамма-функции определяются следующими формулами:

$$\Gamma(r) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi r^2 \Delta} \int_r^{r+\Delta} n(r_1 - r) dr, \quad (1)$$

$$\Gamma^*(r) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{3}{4\pi r^3} \int_0^r n(r_1 - r) dr, \quad (2)$$

где $n(\hat{r}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{\bar{N}} \delta(r_1 - \hat{r})$ - численная плотность, r - рабочий радиус, N - число центров сфер, участвующих в подсчетах, \bar{N} - количество объектов в выборке, Δ - толщина сферического слоя (в определении считается малой величиной).

При практической реализации толщина сферического слоя имеет конечное

значение ($\Delta = 1 + 3$ Мпк, в зависимости от выборки) и подсчет Гамма-функции для внегалактических объектов происходит следующим образом:

1. Обозначаются границы области наибольшей полноты (обычно исключаются зона неполноты по радиальной координате и область сильного межзвездного поглощения).

2. Вычисляется плотность объектов, попадающих в сферический слой $r_0 < r < r_0 + \Delta$ вокруг каждого объекта, то есть плотность на данном расстоянии от объекта выборки для дифференциальной Гамма, и плотность в сферах радиуса r с центрами в объектах выборки для интегральной Гамма (центры сфер не включаются в подсчеты, то есть измеряется плотность "соседей").

3. Подсчеты усредняются. Если часть какой-либо сферы при увеличении рабочего радиуса r выходит за границы выборки, то эта сфера исключается из подсчетов. Таким образом, с увеличением рабочего радиуса в подсчетах участвуют только сферы с центрами, все более и более приближающимися к центру объема, содержащего выборку. Подсчеты прекращаются при количестве оставшихся сфер $N_s < 10$.

Масштаб использования Гамма ограничен радиусом R_s максимальной сферы с центром в объекте выборки, вписывающейся в геометрические границы выборки.

Способ подсчета, реализуемый в данной работе, отличается от варианта, используемого Л.Пьетронеро с сотрудниками лишь в несущественных деталях (шаг увеличения рабочего радиуса, количество предельных сфер, при котором прекращаются подсчеты и др.).

Результат представляется в логарифмическом масштабе в виде зависимостей $\log(\Gamma)$ от $\log(r)$ и $\log(\Gamma')$ от $\log(r)$. Угловым коэффициентом $-\gamma$ аппроксимирующей прямой, которая строится по выбранному участку изменения $\log(r)$, определяет корреляционную размерность распределения (ко-размерность) $D = 3 - \gamma$ ($\gamma \geq 0$).

В общем случае больший наклон (большее значение γ , соответствующее меньшей размерности) означает более сильное среднее падение плотности и, следовательно, большую скученность объектов. Горизонтальные участки графика указывают на равномерность распределения объектов в выборке на соответствующих масштабах ($D = 3$).

Первые работы с использованием такого метода анализа показали линейное падение $\log(\Gamma)$ и $\log(\Gamma')$ с $\log(r)$ на всех рассматриваемых масштабах [3-5]. Это падение рассматривалось как указание на степенное падение средней плотности объектов (галактик, скоплений) с увеличением объема - поведение, свойственное фрактальным структурам, которые определил Мандельброт [6,7]. Наклон логарифмической зависимости (в дальнейшем наклон Гамма) $\gamma \approx 1$, интерпретируемый как степенной закон падения плотности с расстоянием в среднем от каждого объекта выборки, дал повод сделать предположение о том, что до границ построенных выборок

присутствует фрактальная структура с единым законом степенного падения плотности (ранее такое предположение высказывалось на основании подсчетов галактик до некоторой звездной величины [8]). Были построены космологические модели, учитывающие фрактальность как существенный компонент картины Вселенной [9].

В литературе уже есть указания на необходимость значительной протяженности участка степенного падения плотности с расстоянием (около 3 порядков по масштабу) для заключения о фрактальности некоторого распределения [10].

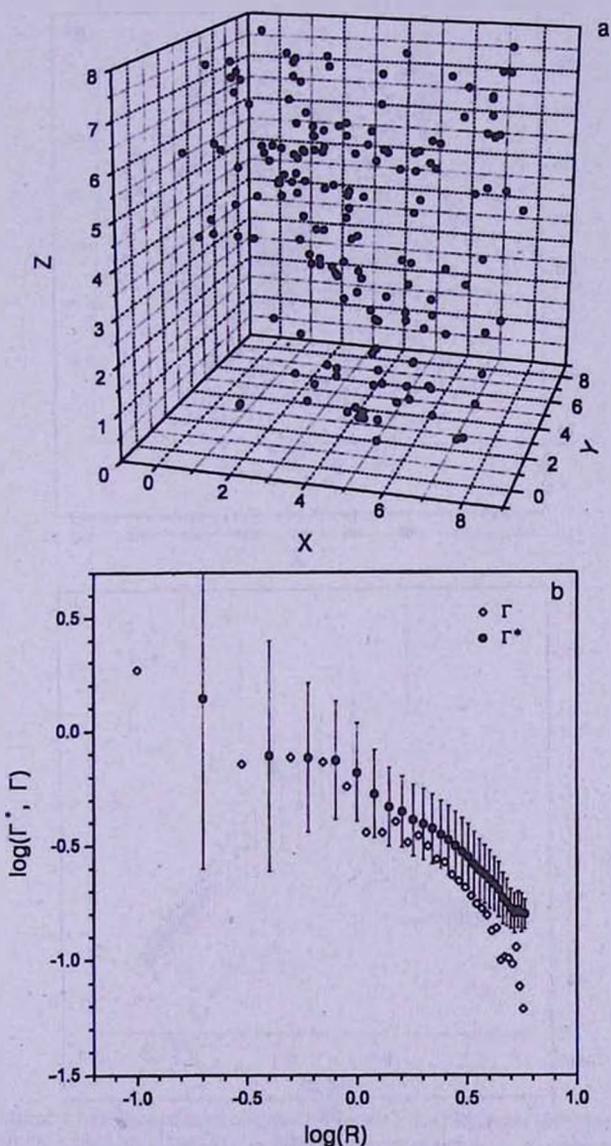


Рис.1. Результаты, полученные с помощью процедуры β -каскада. а) - Фрактальное распределение, построенное в кубе; б) - Гамма-функция.

В данной работе выясняется, всегда ли наклон Гамма означает наличие фрактальных свойств распределения материи. Исследование проводилось посредством анализа искусственных распределений с заданными свойствами.

2. *Результаты.* Для того, чтобы получить фрактальное распределение, было выбрано построение, известное в литературе как β -каскад и используемое для описания турбулентности [11]. В общем случае процедура формирования структуры β -каскада состоит в итеративном делении начального куба на кубические части, с объемом меньшим в 2^n раз на n -й итерации и случайным

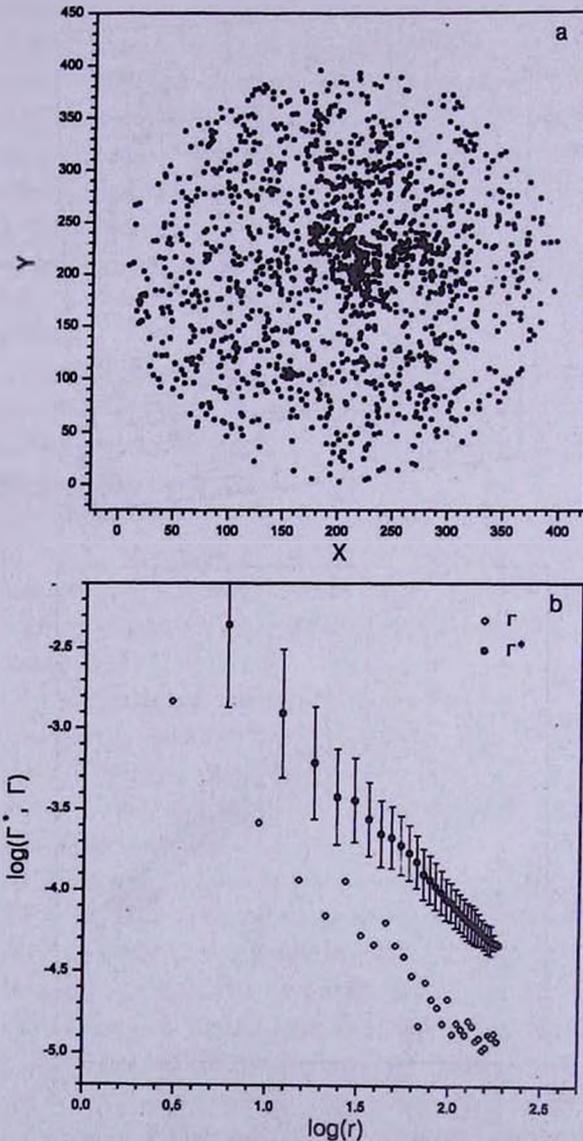


Рис.2. Данные для однородного распределения в сфере с кластером в центре, $N = 1500$, $R_s = 198$. а) - проекция распределения на плоскость XY ; б) - Гамма-функция.

заполнением точками только некоторой доли кубов данной итерации. В получившемся распределении (в котором по построению присутствуют пустоты всех масштабов) видны скученность и пустые области - атрибуты фрактала, определенного как образование, в котором структурные особенности статистически повторяются при изменении масштаба рассмотрения (рис.1a). Рис.1b демонстрирует соответствующее степенное падение плотности.

Выяснилось, что подобный наклон можно получить, применяя метод Гамма-функции к достаточно произвольному распределению, например,

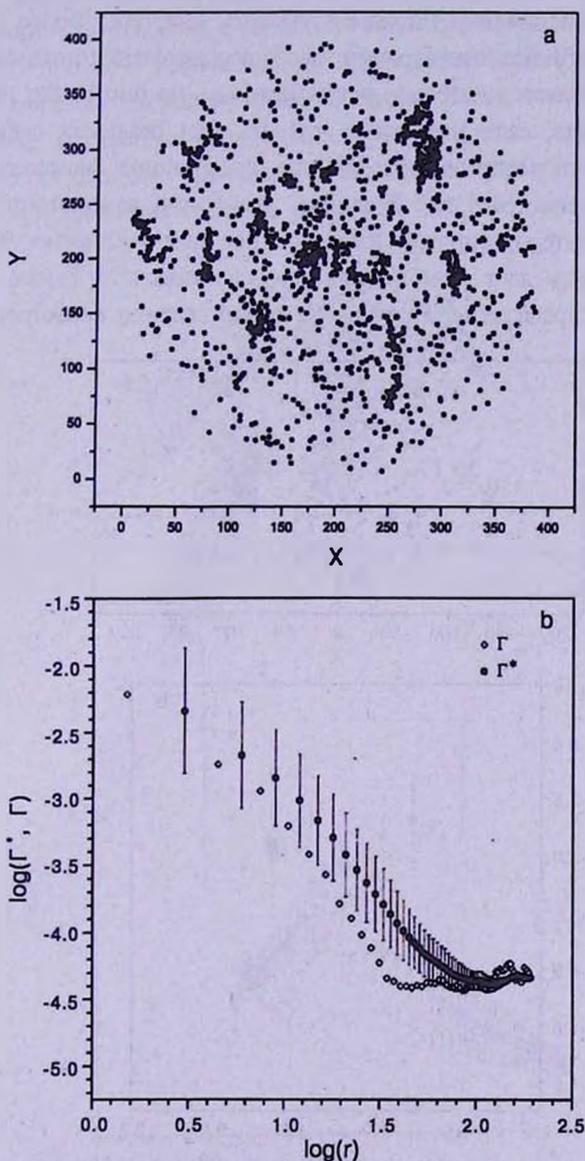


Рис.3. Результаты для распределения, построенного посредством наложения кластеров на однородный фон, $N=1500$, $R_s=198$. а) - проекция распределения на плоскость XY ; б) - Гамма-функция выходит на плато.

используя алгоритм, при котором часть точек помещалась в сферу, равномерно заполняя объем, а другая часть помещалась в соответствии с алгоритмом случайного блуждания. Начало второго процесса происходит из центра. Каждый следующий шаг делается в соответствии с правилом: направление выбирается случайно, длина шага $l = l_{\min} + (l_{\max} - l_{\min})Q$, где Q - случайное число из интервала $[0,1]$, l_{\max} меньше размера сферы, в которую помещаются точки. Второй процесс можно прерывать в некотором месте и начинать снова из случайной точки - таким образом можно получить несколько кластеров на однородном фоне. Варьируя параметры, можно создавать кластеры более или менее разреженные и протяженные. Пример такого распределения показан на рис.2а. Это построение является довольно искусственным, но оно может имитировать реальную ситуацию, если учитывать, что границы реальных выборок могут вырезать из общего распределения области, содержащие, например, в центре выделенную структуру. Из рис.2б видно, что Гамма демонстрирует наклон, который можно интерпретировать как степенное падение плотности. На самом деле такой эффект дает комбинация способа подсчета Гамма и свойств построенного распределения. Полученное распределение неизотропно, у него

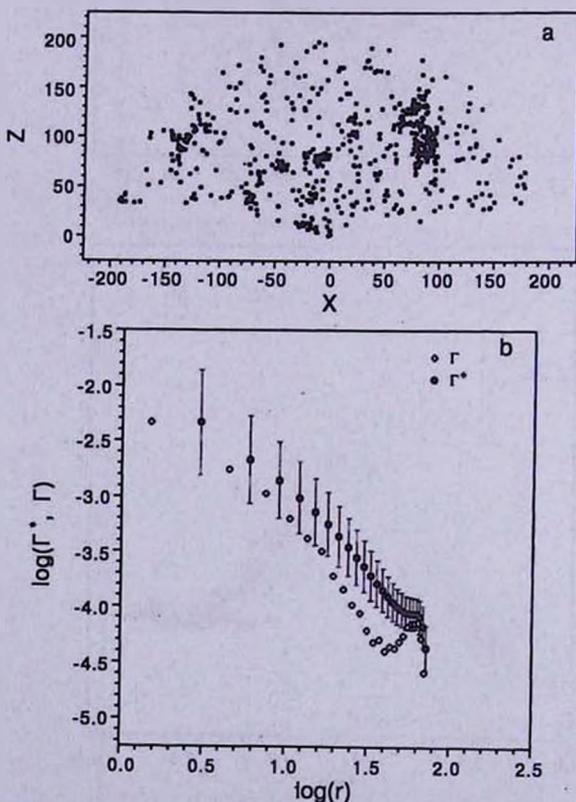


Рис.4. Имитация построения реальной выборки из распределения, показанного на рис.3, $b > 10^4$, $N = 621$, $R_s = 97$. а) - выделенный из сферического распределения конус; б) - Гамма-функция (плато не наблюдается).

есть выделенный центр, но при построении реальной выборки подобная ситуация возможна, если, например, выбрать объекты в конусе, содержащем скопление галактик Virgo.

Таким образом, наклон Гамма в ограниченном диапазоне - необходимое, но не достаточное условие фрактальности исследуемого распределения. Тем не менее, аппарат Гамма-функция является довольно чувствительным к смене типа распределения и хорошо фиксирует масштаб смены типа распределения.

Рис.3 и рис.4 показывают, как может измениться вид Гамма-функции при вырезании части (конуса с вершиной в центре сферы) из распределения, помещенного в сферу. Распределение представляет собой набор кластеров, случайным образом расположенных в сфере. Часть точек (примерно 2/3 общего числа), в кластеры не входящая, распределена в сфере равномерно. В таком распределении сгущивание должно наблюдаться до некоторого масштаба, определяемого средним размером кластеров (наклон графика на

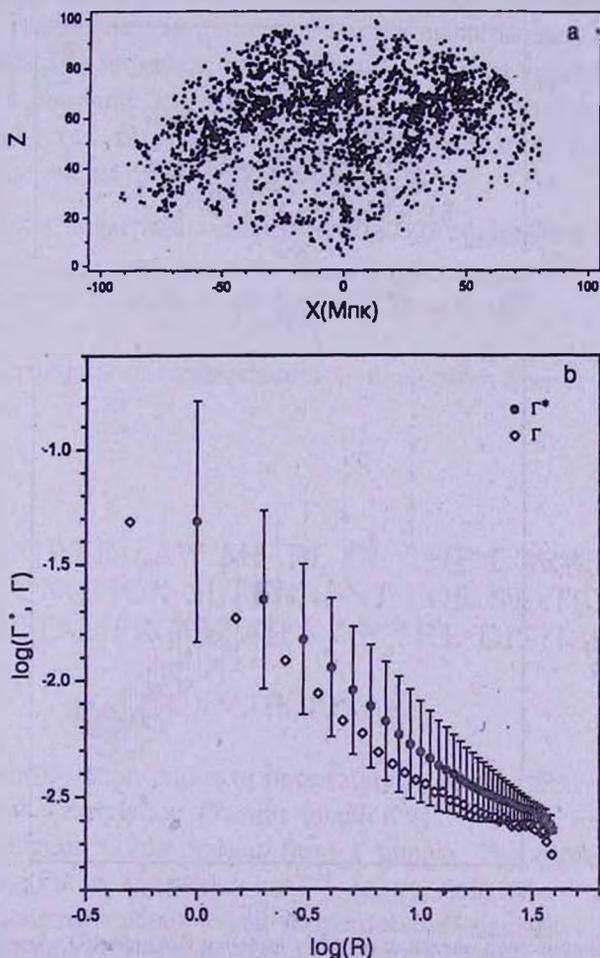


Рис.5. а) - проекция распределения галактик выборки CfA2+SSRS2 ($R_{\text{view}} = 100$, $b'' > 15''$, $N = 2586$, $R_c = 43 \text{ Mпк}$) на плоскость XZ ; б) - Гамма-функция.

рис.3б) с выходом на равномерное крупномасштабное распределение (плато графика). При вырезании конуса с раствором, аналогичным раствору границ реальных 3D-выборок, определяемому галактическим поглощением (рис.4а), попавшие в конус кластеры или части кластеров располагаются таким образом, что плато отсутствует (оно лишь намечается на пределе подсчетов) (рис.4б) и наблюдается только наклон Гамма. Таким образом, в ограниченном объеме степенной вид Гамма-функции не является однозначным указанием на фрактальность исследуемого распределения.

Еще один интересный эффект изменения хода Гамма из-за изменения параметров выборки можно увидеть по реальному распределению галактик в северной галактической полусфере. В объединенной выборке галактик из обзоров CfA2 [12] и SSRS2 [13] выделяются сверхскопление Coma и образование, названное "Великой Стеной" (Great Wall) [14,15].

Границы выборки: CfA2 ($0^\circ < \delta < 90^\circ$, $7^h < \alpha < 18^h$, $b^{II} > 15^\circ$) + SSRS2 ($\delta < 0^\circ$, $b^{II} > 35^\circ$).

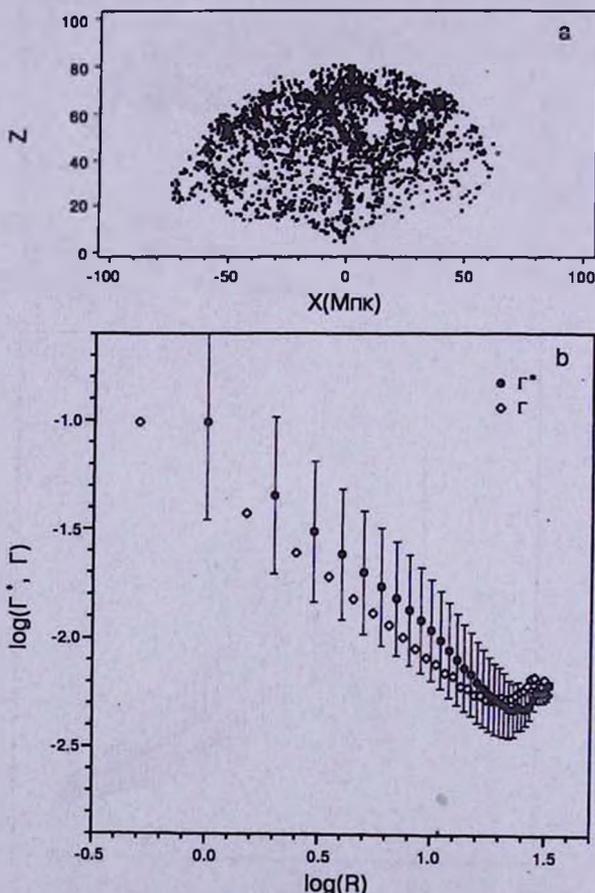


Рис.6. а) - проекция распределения галактик выборки CfA2+SSRS2 с меньшей глубиной $R_{\text{зад}} = 80$, $b^{II} > 15^\circ$, $N = 2802$, $R_s = 35$ Мпк на плоскость XZ; б) - Гамма-функция (заметно влияние изменения глубины).

При построении подвыборок, ограниченных по объему (volume limited), в выборке из общего списка остаются только объекты с $M_{abs} > M_{abs}^0$, то есть более яркие, чем самый слабый и самый дальний объект выборки с абсолютной звездной величиной M_{abs}^0 . Тем самым обеспечивается однородность выборки по светимости (с каждого объекта виден любой другой объект выборки). Как видно из сравнения рис.5 и рис.6, вид Гамма-функции у дальней границы подсчета существенно зависит от расположения внутри объема выборки, который определяется выбранной глубиной R_{rand} Великой Стены, расположенной по радиальной координате на расстоянии ~70-80 Мпк.

3. *Выводы.* Проведенное исследование указывает на то, что линейный вид зависимостей $\log(\Gamma')$ и $\log(\Gamma)$ от $\log(r)$ в ограниченном интервале масштабов - необходимое, но не достаточное условие для утверждения о фрактальности некоторого распределения. Распределения произвольного вида (по некоторым свойствам напоминающие реальные) могут при проведении Гамма-анализа показывать те же свойства, что и фрактальное распределение. Тем не менее, наклон Гамма - прямое указание на наличие скучивания и значение изменения его амплитуды с расстоянием. Гамма-функция является также довольно чувствительным аппаратом для фиксирования смены режима скучивания.

Работа была поддержана грантом No.A0007 программы "Интеграция". Автор выражает благодарность В.А.Гаген-Торну, А.И.Копылову и Ю.В.Барышеву за помощь и интересные дискуссии.

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

IS THE POWER-LAW SHAPE OF THE CORRELATION GAMMA-FUNCTION SUFFICIENT FOR STATEMENT ON THE FRACTAL PROPERTIES OF THE DISTRIBUTION?

A.V.TIKHONOV

Detailed consideration points to uncertainty in interpretation of the results obtained with the correlation Gamma-function ($\Gamma(r)$, $\Gamma'(r)$) for the analysis of spatial distribution of the objects from a sample. The existence of linear dependences $\log(\Gamma)$ on $\log(r)$ and $\log(\Gamma')$ on $\log(r)$ is shown to be insufficient for the statement about fractal properties (self-similarity) of the distribution. A possibility of the influence of sample boundary variations on the shape of dependences $\log(\Gamma)$ on $\log(r)$ and $\log(\Gamma')$ on $\log(r)$ is demonstrated.

ЛИТЕРАТУРА

1. *L.Pietronero*, *Physica A*, **144**, 257, 1987.
2. *P.H.Coleman*, *L.Pietronero*, *Phys. Reports*, **213**, 311, 1992.
3. *L.Pietronero*, *M.Montuori*, *F.Sylos Labini*, in "Critical Dialogues in Cosmology", Proceedings of a Conference held at Princeton, ed. Nail Turok, Singapore, World Scientific, 1997, p.24.
4. *F.Sylos Labini*, *M.Montuori*, *L.Pietronero*, *Phys. Reports*, **293**, 61, 1998.
5. *F.Sylos Labini et al.*, *Physica A*, **226**, 195, 1996.
6. *B.Mandelbrot*, *Fractals: Form, Chance and Dimensions*, San Francisco, Freeman, 1977.
7. *B.Mandelbrot*, *The Fractal Geometry of Nature*, New York, Freeman, 1982.
8. *Ю.В.Барышев*, *Астрофиз. исследования (Изв. САО)*, **14**, 24, 1981.
9. *Y.U.Baryshev et al.*, *Vistas in Astronomy*, **38**, 419, 1994.
10. *J.L.McCauley*, *SISSA* (www.babbage.sissa.it), astro-ph/9703046.
11. *G.Paladin*, *A.Vulpiani*, *Phys. Reports*, **156**, 147, 1987.
12. *E.E.Falco et al.*, *Publ. Astron. Soc. Pacif.*, **111**, 438, 1999.
13. *L.N. da Costa et al.*, *Astron. J.*, **116**, 1, 1998.
14. *J.Huchra et al.*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **52**, 89, 1983.
15. *M.J.Geller*, *J.P.Huchra*, *Science*, **246**, 897, 1989.

УДК: 524.74

О КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ
ОБЪЕКТОВ ИЗ PSCz - ОБЗОРАА.В.ТИХОНОВ¹, А.И.КОПЫЛОВ²

Поступила 18 июля 2001

Принята к печати 21 октября 2001

С помощью корреляционной Гамма-функции ($\Gamma(r)$ и $\Gamma'(r)$) исследовались свойства обзора ИК-галактик PSCz-обзора. Результаты по различным ограниченным по объему подвыборкам свидетельствуют о том, что области сильных корреляций (степенной закон падения плотности с расстоянием с показателем степени $\gamma_1 \sim 1$) ограничены масштабом ~ 10 -15 Мпк. На этом масштабе в зависимостях $\log(\Gamma)$ от $\log(r)$ и $\log(\Gamma')$ от $\log(r)$ присутствует излом. Подобный излом наблюдается и по другим различным выборкам галактик и скоплений (на разных масштабах). После излома ход плотности переходит в другой режим, для ярких галактик северной галактической полусферы соответствующий полностью однородному распределению. По некоторым подвыборкам южной и северной полусфер второй режим соответствует некоторому падению плотности с расстоянием. Получены указания на существенные различия в распределении объектов в южной и северной полусферах. Доказана значимость участка Гамма-функции после излома даже при малой его протяженности как указателя на реальные корреляционные свойства распределения. В целом результаты анализа находятся в хорошем согласии с предыдущими исследованиями обзора PSCz.

1. *Введение.* Вопрос о протяженности режима степенного сгущивания или, как его иногда называют, режима фрактальных флуктуаций плотности является актуальным для космологии. Большинство исследователей первых крупных обзоров галактик и скоплений склоняется к тому, что области сильных корреляций, характеризующие нелинейный режим гравитационного сгущивания вещества, ограничены масштабами сверхскоплений (30-40 Мпк) [1-4]. Ряд ученых, в основном группа Пьетронеро [5-7] (Пьетронеро ввел Гамма-функцию как математический аппарат и получил первые результаты), считают, что этот масштаб может быть существенно большим (100-150 Мпк) и распределение внутри области обладает свойствами фракталов, описанных Мандельбротом [8].

В данной работе мы старались не делать акцент на "фрактальной" терминологии, так как для идентификации фрактальной структуры (присутствие подобных образований на всех масштабах в классическом определении Мандельброта) необходим существенный интервал масштабов, на котором осуществляется степенное падение плотности [9]. Получаемых же масштабов степенного падения плотности по различным выборкам (10-15 Мпк), вероятно, недостаточно для утверждения о фрактальности даже на таких масштабах. Поэтому в данной работе метод Гамма-функции (в дальнейшем Гамма) использовался как метод корреляционной функции плотности, способной

корректно разделить масштабы с различным характером сгущения объектов.

Суть и особенности подсчета Гамма-функции подробно описаны в работах Пьетронеро и сотрудников [10,11,7]. Используемая в данной работе практическая реализация аппарата Гамма-функции детально описана в нашей работе [12].

Гамма-функция определяет усредненное по всем объектам выборки изменение средней плотности с расстоянием. Подсчеты объектов проводятся в сферических слоях вокруг каждого объекта выборки (ширина слоя dr) на расстоянии r от объекта для дифференциальной Гамма $\Gamma(r)$ и в сферах радиуса $r + dr$ для интегральной Гамма $\Gamma^*(r)$. В данной работе мы в основном будем рассматривать $\Gamma^*(r)$.

Масштаб использования Гамма ограничен радиусом R_j максимальной сферы с центром в объекте выборки, вписывающейся в геометрические границы выборки. Результат представляется в логарифмическом масштабе в виде зависимостей $\log(\Gamma)$ от $\log(r)$ и $\log(\Gamma^*)$ от $\log(r)$. Угловой коэффициент ($-\gamma$) аппроксимирующей прямой, которая строится по выбранному участку изменения $\log(r)$, определяет корреляционную размерность распределения (ко-размерность) $D = 3 - \gamma$ ($\gamma \geq 0$).

В общем случае больший наклон Гамма (γ) (соответствующий меньшей размерности) означает более сильное среднее падение плотности внутри объема и, следовательно, большую скученность объектов. Горизонтальные участки графика указывают на равномерность распределения объектов в выборке на соответствующих масштабах.

2. *Описание PSCz-обзора.* Обзор PSCz (Point Source Catalog with redshifts (z)) [13] создавался с целью выяснения структурных особенностей ближайших областей Вселенной. Он основан на каталоге компактных объектов IRAS с некоторыми добавлениями и исправлениями для достижения большей полноты и однородности. Целью авторов обзора было получение красных смещений для всех галактик, поток от которых на длине волны 60 мкм больше, чем 0.6 Jy. Из обзора исключены зоны, не наблюдаемые IRAS (две тонкие полосы по эклиптической долготе), области, где галактическое поглощение в полосе V больше, чем $1^m.5$, а также области, закрываемые Магеллановыми облаками. В результате обзор покрывает около 84% неба (10.56 стеррад). Обзор содержит сведения для ~15000 галактик, в частности их красные смещения (z) с внешней ошибкой около 120 км/с. Наибольшая полнота (около 90%) обзора реализована в области $z < 0.1$ и $|b| > 10^\circ$ по всему небу.

3. *Некоторые результаты, полученные по PSCz-обзору.* PSCz-обзор уже исследовался рядом авторов. Так, в работе [14] исследовалось пространственное распределение галактик PSCz с помощью двухточечной корреляционной ξ -функции. Авторы пришли к выводу о том, что все

их подвыборки по глубине (по z -координате) характеризуют один и тот же тип распределения. Найденные параметры ξ -функции согласуются с полученными прежде по обзору IRAS 1.2 Jy: $r_0 = 4.43 h^{-1}$ Мпк, $\gamma_\xi = 1.28$. Результаты подсчетов в ячейках показали согласие между такими подсчетами для обзора ИК-галактик только с угловыми координатами и PSCz-обзора (трехмерного).

Пан и Коулз [15], проведя мультифрактальный анализ обзора, получили четкие указания на то, что распределение PSCz-галактик становится однородным на достаточно больших масштабах. Они определили корреляционную размерность $D_2 = 2.992 \pm 0.003$ для масштабов больших 30 Мпк. Для масштабов меньших 10 Мпк $D_2 = 2.16$ и, таким образом, наблюдается переходный режим сгущивания на промежуточных масштабах.

Топология PSCz была исследована в работе [16]. Установлено, что распределение галактик хорошо согласуется с моделью гауссова поля плотности с соответствующим спектром мощности и гипотезой о спектре начальных флуктуаций со случайными фазами.

Сравнение PSCz с обзором Stromlo-APM [17], содержащим 1787 галактик в области северной галактической полусферы, посредством использования методов подсчета в ячейках и двухточечной корреляционной ξ -функции, показало, что амплитуда флуктуаций в Stromlo-APM систематически выше, как и ожидалось авторами, - из-за дефицита галактик ранних типов в каталоге IRAS-объектов.

Таким образом, PSCz-обзор исследован достаточно подробно. Но объем, покрытый каталогом PSCz, и однородность объектов дают основания считать, что применение аппарата Гамма позволит получить новую информацию как о распределении объектов обзора, так и о влиянии особенностей конкретной выборки на параметры Гамма. Применение Гамма-анализа имеет ряд преимуществ по сравнению с использованием, например, ξ -функции (см. [10]).

4. *Построение выборок.* Для проведения анализа выборки из исходных данных строились следующим образом: при выбранном пределе на глубину R_{lim} , в выборке оставлялись только объекты, для которых

$$F_{60} \cdot R^2 > F_{lim} \cdot R_{lim}^2, \quad (1)$$

где F_{60} - поток от объекта на 60 мкм, $F_{lim} = 0.6$ Jy, а R - метрическое расстояние до объекта. Тем самым обеспечивается однородность выборки по светимости и реализуется выборка, ограниченная по объему (volume limited). При подсчетах области, не заполненные объектами PSCz (см. описание обзора), искусственно не заполнялись. Область наибольшего галактического поглощения исключена ограничением на галактическую широту $|b| > 10^\circ$. Метрические расстояния были получены по стандартной формуле

$$R = \frac{c}{H_0} \frac{q_0 z + (q_0 - 1) \sqrt{1 + 2q_0 z} - 1}{q_0^2 (z + 1)} \text{ Мпк} \cdot h^{-1}, \quad (2)$$

где $H_0 = 100$ км/с/Мпк, $h = H/H_0$, z - красное смещение, H - истинное значение постоянной Хаббла, $q_0 = 0.1$ - параметр замедления, выбранный для вычислений.

5. *Результаты.* Рис.1а и рис.1б представляют Γ и Γ^* для выборки $R_{\text{lim}} = 200$ Мпк, галактический север и юг соответственно. N - число объектов в выборке. В выборку $R_{\text{lim}} = 200$ Мпк, в соответствии с критерием (1), попали наиболее яркие IRAS-галактики из PSCz-обзора,

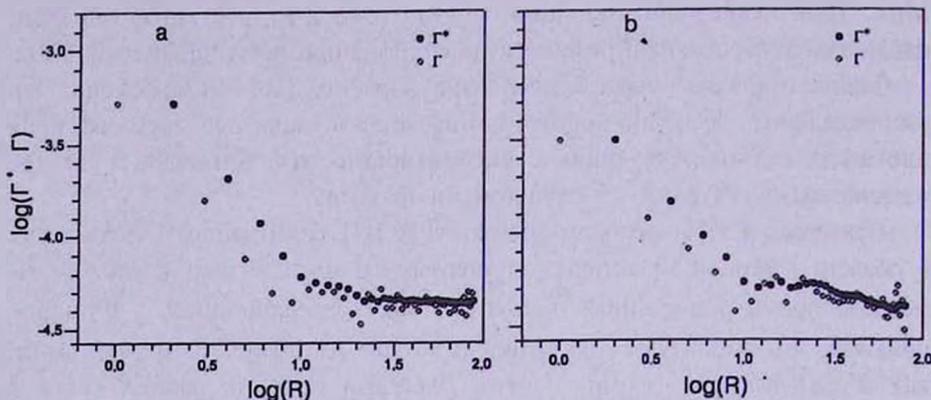


Рис.1. Гамма-функция для выборок с $R_{\text{lim}} = 200$ Мпк. а) - $b_{\text{sel}} > 10^\circ$ (север), $N = 599$, $R_s = 93$ Мпк. б) - $b_{\text{sel}} < -10^\circ$ (юг), $N = 603$, $R_s = 96$ Мпк.

в большой степени однородные по своим физическим свойствам. На малых масштабах наклон Гамма $\gamma_1 \approx 1$. Наклон Гамма-функции $\gamma = 1$ считается выделенным значением. Он соответствует фрактальной размерности $D=2$. На возможность того, что распределение галактик ближайших областей Вселенной сходно по свойствам с монофракталом такой размерности ($D=2$) указывали группа Пьетронеро [5] и Барышев [18]. После излома на масштабе примерно 10 Мпк по северной выборке сгущения практически нет. Функция выходит на плато и довольно определенно указывает на равномерность распределения галактик из PSCz-обзора на масштабах больших 10 Мпк. На этом же масштабе по независимой выборке в южной части также присутствует излом, после которого наблюдается некоторое падение плотности с расстоянием (наклон $\gamma_2 = 0.23$). Статистическая значимость второго участка падения плотности нуждается в дополнительном исследовании.

Рис.2а показывает ошибки вычислений интегральной Гамма, определенные как стандартные отклонения подсчетов при данном r . Однако стандартное отклонение, по-видимому, нельзя рассматривать как указатель на реальную ошибку среднего, особенно на участке сильных корреляций, где распределение не подчиняется гауссовой статистике и такой большой разброс естественен. Более реалистичную оценку ошибок дает разновидность метода bootstrap [19].

Случайным образом из подвыборки $R_{\text{min}} = 200$ Мпк (север) выбиралась только половина объектов подвыборки, по которым производилось построение Гамма-функции. Эта процедура повторялась 10 раз. Рис.2b дает представление о разбросе значений Гамма на разных масштабах при таком способе подсчета. Стандартное отклонение для второго наклона Гамма $\sigma_{\gamma_2} = 0.07$ и, таким образом, существование второго наклона по южной выборке $R_{\text{min}} = 200$ Мпк (юг) определяется скорее всего флуктуациями плотности.

По выборкам галактик с другими критериями отбора объектов (например, по пределу на видимую величину в оптическом диапазоне) излом наблюдается на больших масштабах, что указывает на принципиальные отличия распределения популяции галактик, ярких в инфракрасном диапазоне, от распределения галактик, отбираемых по другим критериям.

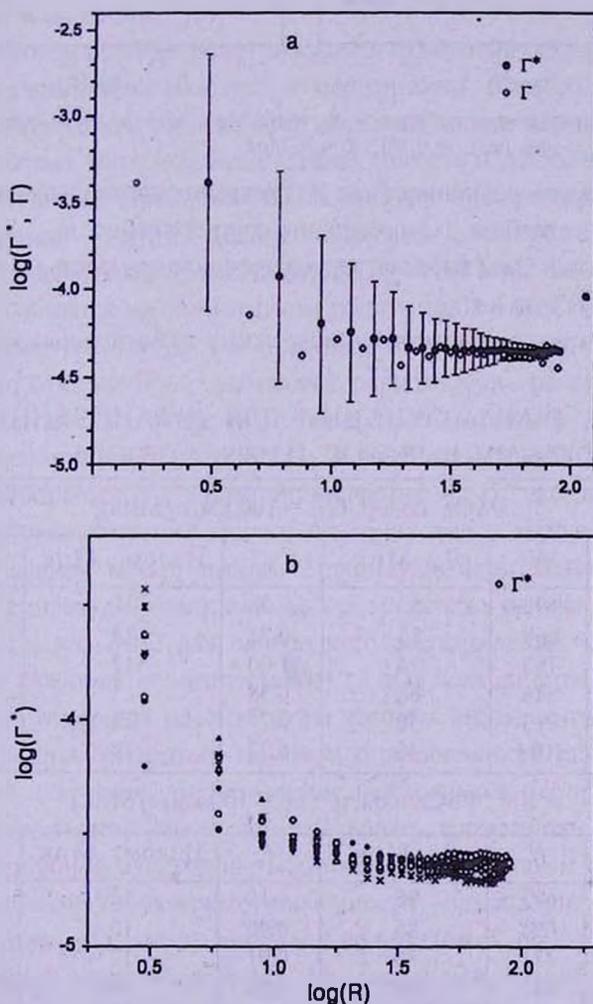


Рис.2. Выборка $R_{\text{min}} = 200$ Мпк, $b_{\text{min}} > 10^\circ$. а) - Ошибки значений интегральной Гамма (Γ^*), представляющие собой стандартное отклонение подсчетов на каждом шаге (при каждом r_0). б) - Разброс значений Γ^* , полученный методом bootstrap.

Если глубину выборки выбирать меньшей, тем самым понижая предел на поток от галактики в ИК-диапазоне для включения ее в выборку, картина корреляций меняется существенно. Рис.3а и рис.3б, полученные по выборке $R_{lim} = 160$ Мпк (север и юг), показывают другой вариант поведения Гамма - после излома падение плотности продолжается.

В табл.1 помещены основные результаты для выборок из PSCz различной

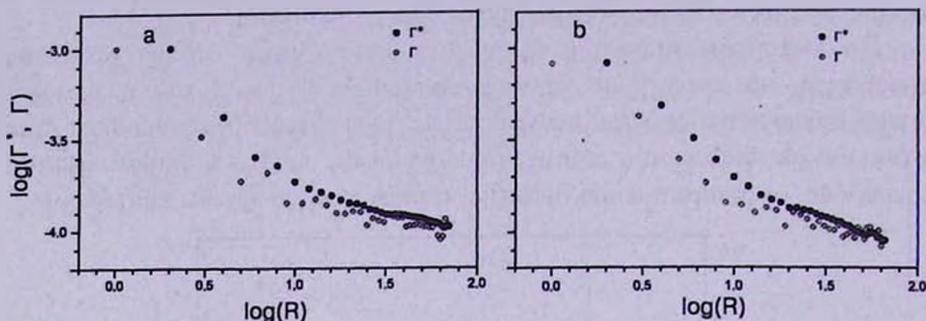


Рис.3. Гамма-функции для выборок с $R_{lim} = 160$ Мпк. а) - $b_{dec} > 10^\circ$ (север), $N = 762$, $R_1 = 74$ Мпк. б) - $b_{dec} < -10^\circ$ (юг), $N = 771$, $R_1 = 76$ Мпк.

глубины и, тем самым, различных (хотя и перекрывающихся) наборов галактик по светимости. В столбцах 1-3 помещены соответственно R_{lim} , N , R_1 . Далее для наглядности нами была выбрана аппроксимационная модель по параметрам зависимости $\log(\Gamma^*)$ от $\log(r_0)$:

1. Наклон Гамма, соответствующий режиму значительных корреляций

Таблица 1

ПАРАМЕТРЫ ГАММА-ФУНКЦИИ ДЛЯ ОГРАНИЧЕННЫХ ПО ОБЪЕМУ ВЫБОРОК ИЗ PSCz-ОБЗОРА

PSCz север ($H_0 = 100$ км/с/Мпк)					
R_{lim} , Мпк	N	R_1 , Мпк	γ_1	Излом, Мпк	γ_2
200	599	93	1.05	11	0.08
180	668	83	0.71	13	0.09
160	762	74	1.00	12	0.26
140	846	68	0.58	15	0.20
120	973	56	0.77	18	0.17
100	1094	46	0.73	18	0.15
PSCz север ($H_0 = 100$ км/с/Мпк)					
R_{lim} , Мпк	N	R_1 , Мпк	γ_1	Излом, Мпк	γ_2
200	603	96	1.18	12	0.23
180	694	85	0.90	10	0.31
160	771	76	0.91	12	0.36
140	835	69	1.03	10	0.36
120	948	58	0.82	12	0.47
100	1026	47	0.79	12	0.53

$\sigma_\gamma = 0.08$ -наибольшая ошибка линейной аппроксимации.

(наклон γ_1) - столбец 4.

2. Масштаб излома в зависимости $\log(\Gamma')$ от $\log(r_0)$ - столбец 5.

3. Второй участок Гамма-функции, соответствующий изменению режима сгущивания (наклон γ_2) - столбец 6.

Существенным является то, что для всех северных подвыборок наклон γ_2 систематически меньше, чем γ_2 для южных.

Из возможных причин отличия вида участка после излома в выборках с $R_{\text{н}} < 200$ Мпк от наблюдаемого в выборке $R_{\text{н}} = 200$ Мпк (север) можно указать на следующие:

1. Добавились более слабые галактики PSCz-обзора, у которых ИК-свойства выражены слабее, и, возможно, второй наклон отражает появление корреляций, присущих распределению, в которое включены галактики всех типов.

2. Некоторое влияние может оказывать граничный эффект (максимальная сфера подсчета стала меньше) и особенности подсчета (уменьшение с масштабом количества рабочих сфер и их уход в центр выборки), в сочетании с возможностью того, что более слабые галактики добавляются в областях, соответствующих присутствию структур, наблюдаемых по общему распределению галактик (если, например, это происходит в районе сверхскопления Coma, то для выборки $R_{\text{н}} = 160$ Мпк (север) более слабые галактики добавятся на значительном расстоянии от дальнего края выборки).

Заметим, что почти все выборки более слабых в ИК галактик показывают отклонение от полностью равномерного распределения (плато на графике) в одну сторону - после излома плотность падает, и это падение является систематическим и значимым эффектом, особенно по южным выборкам (γ_2 достигает значения 0.53), что видно из табл.1.

Однако существование второго наклона, хотя и хорошо определенного, из-за его малости нельзя связать с понятиями фрактальности, так как для фракталов амплитуда флуктуаций на всех масштабах одинакова и значительна (учитывая то, что $D=3$ для однородного распределения, было бы неверно говорить о "фрактале" размерности $D=2.7$ (для большинства выборок $\gamma \leq 0.3$) при малости интервала масштабов, на которых наблюдается второй наклон).

Но если придерживаться гипотезы ограниченности сильных степенных флуктуаций плотности, второй наклон необходимо интерпретировать. Такой картине корреляций может соответствовать изотропное распределение с крупномасштабной однородностью, в котором некоторым образом расположены различные структурные особенности - скопления разной степени концентрации к центру, крупные уплощенные образования, пустоты ограниченных масштабов и др. На малых масштабах, когда области, относительно свободные от галактик, по масштабам сходны с размерами структур (областей повышенной плотности галактик), средняя плотность не является определенной величиной. При увеличении области рассмотрения,

с некоторого масштаба такой тип распределения заканчивается (возможно, этот переходный масштаб каким-то образом связан со степенью вириализации наблюдаемых систем), структуры больших масштабов присутствуют, их можно выделить при рассмотрении "на глаз", но амплитуда флуктуаций (контраст над фоном) мала.

В таком построении гипотеза об однородности не противоречит тому, что наблюдаются структуры - северная Великая Стена (Great Wall) [20], протяженностью около 70 Мпк, почти симметричное образование в южном полушарии, охватывающее несколько скоплений, сверхскопление Шепли и другие.

Таким образом, крупномасштабная однородность не означает отсутствия структурности распределения на любых масштабах. При этом флуктуации не описываются моделью белого шума. Возможно, такая картина снимает видимые противоречия между результатами Гамма-анализа по ряду выборок галактик, скоплений и сверхскоплений [21] и недавними результатами подсчетов спектра мощности по галактикам обзора 2dF [22].

Подобная модель для описания распределения крупномасштабной материи была предложена в работе [23].

6. Тест на устойчивость параметров Гамма-функции. В работе [21] нами были получены графики Гамма-функции с плоскими и наклонными участками различной протяженности после излома, которые интерпретировались нами как смена режима скучивания в распределении объектов, начиная с некоторого масштаба. При этом отмечалось, что при увеличении рабочего радиуса Гамма оставшиеся центры сфер "уходят" в центральные части выборки, и, таким образом, поведение Гамма после излома (менее резкое падение плотности или выход на плато) подвержено влиянию граничного эффекта. Граничный эффект значительно уменьшает статистическую значимость результата анализа любым методом. Для эффективного использования всего объема полученной выборки при использовании ряда корреляционных методов подсчеты, в которых участвуют объекты у границ выборки, подвергаются процедуре взвешивания, при которой приходится делать некоторые предположения о распределении за геометрическими границами выборки. Предложенный Пьетронеро аппарат Гамма использует только информацию внутри границ выборки, но делает неравноценными подсчеты на разных масштабах и содержит в себе систематическое изменение рабочих параметров (количества центров сфер, в которых производятся подсчеты на данном шаге).

Масштабы, охваченные каталогом PSCz, и однородность объектов позволяют провести тест для проверки значимости участка Гамма после излома и того, насколько существенно влияет на параметры Гамма процесс перехода центров сфер в центральные области выборки при увеличении рабочего

радиуса.

Для проведения теста внутри конуса выборки была выделена подобная фигура меньшего объема (тоже конус), границы которого отстоят от границ начального конуса на одинаковое расстояние R_b , и проведено 3 варианта подсчета:

1. Стандартный подсчет Гамма в малом конусе (Γ_1^*).
2. Использование только точек внутреннего конуса как центров Гамма и проведение подсчетов во всем большом объеме, чтобы тем самым обеспечить до рабочего радиуса $r=R_b$ равноправность всех сфер (Γ_2^*).
3. Стандартный подсчет Гамма в большом конусе (Γ_3^*).

В первом случае (Γ_1^*) исследуется подобный основному объем выборки внутри основного объема для оценки того, насколько граничный эффект искажает информацию о точке излома и последующем ходе Гамма-функции (сравнение с подсчетами в основной выборке, содержащей внутри себя малый конус) - в данном случае информация о распределении за границами выделенного объема имеется. Во втором случае (Γ_2^*) до определенного масштаба $r=R_b$ количество центров сфер одинаково и значения Гамма до этого масштаба равноправны. Далее Гамма должна точно повторять значения стандартного подсчета (Γ_3^*).

Для демонстрации результатов теста взяты выборки $R_{\text{изм}} = 200$, $b > 10^\circ$, север (рис.4) и юг (рис.5). По приведенным на рисунках проекциям распределения объектов выборки на плоскость XZ в выбранных декартовых координатах видно "на глаз", что распределение в большой степени равномерное (нет выделенных резких структур), хотя известно, что, например, в северной части по координате Z на расстоянии $\sim 70-80$ Мпк должна находиться Великая Стена.

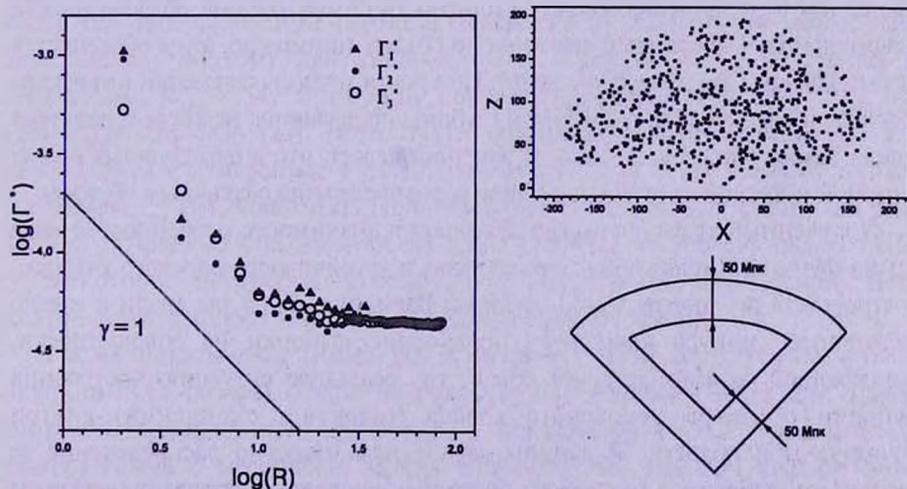


Рис.4. Тест на воспроизводимость вида Гамма при выделении в выборке $R_{\text{изм}} = 200$ Мпк, $b_{\text{изм}} > 10^\circ$, север ($N_{\text{изм}} = 599$) внутреннего конуса ($N_{\text{изм}} = 126$) и проведении 3 вариантов подсчета Гамма. Показана схема расположения исследуемых областей и проекция распределения на плоскость XZ .

На малых масштабах (до излома) все три Гамма-функции Γ_1^* , Γ_2^* и Γ_3^* показывают наклон $\gamma \sim 1$. Излом хода Гамма во внутреннем конусе (Γ_1^*) на масштабе ~ 10 -12 Мпк практически совпадает с точками изломов Γ_2^* и Γ_3^* . Участки Гамма двух дополнительных вариантов подсчета (Γ_2^* и Γ_3^*) после излома изменяются синхронно с Γ_1^* . Таким образом, эффекты, уменьшающие достоверность подсчета (уменьшение количества центров, перемещение центров в центральные области выборки, граничный эффект), в данном случае не оказывают серьезного влияния на результат.

После выхода на плато при подсчете в малом конусе значения Γ_1^* находятся

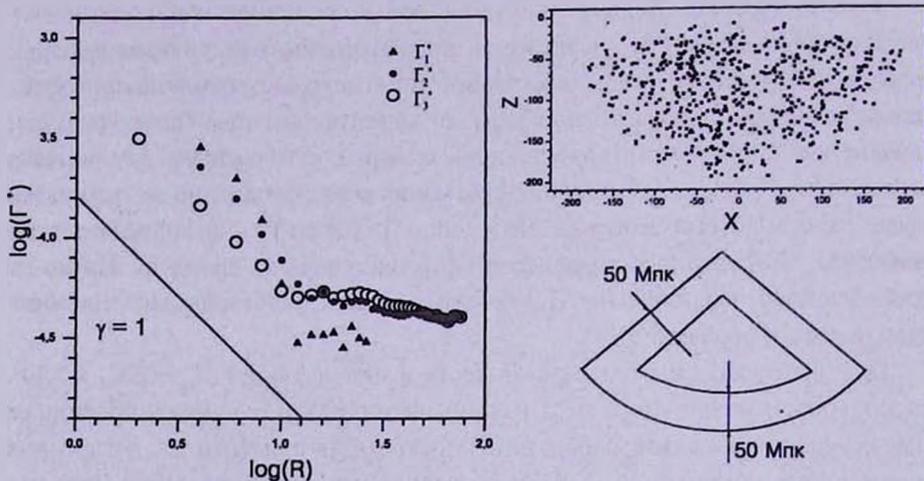


Рис.5. То же самое, что на рис.4, но для южной полушеры ($b_{\text{пл}} < -10^\circ$), $N_{\text{пл}} = 603$,

значительно ниже Γ_2^* и Γ_3^* для южной выборки и чуть выше для северной. Это означает, что в центральной области северной части выборки плотность объектов выше, чем в среднем по объему, а плотность симметричной области на юге значительно ниже среднего значения по объему (возможно, этим объясняется слабый наклон Гамма в южной части). При почти точном совпадении количества объектов в подвыборках одинаковой глубины проявляются некоторые различия в виде Гамма для севера и юга, и тест показывает, что в центральных частях северной и южной подвыборок объекты распределены различным образом.

Полученный результат важен для оценки значимости особенностей вида Гамма-функции (положения точки излома и устойчивости плоского участка), построенной по произвольной выборке. Вариант выбора для анализа только внутреннего конуса имитирует построение выборки из совокупности, занимающей гораздо больший объем, т.е. реальную ситуацию построения выборки объектов некоторого класса (галактик, скоплений) внутри ограниченной области. В данном случае нам известно распределение за границами выборки и мы можем проверить насколько разделение режимов сгущения в малом объеме соответствует аналогичному эффекту в большом объеме.

Таким образом, наличие излома Гамма и ее дальнейший ход вплоть до максимальных масштабов, доступных для способа подсчета Гамма, указывает на реальные свойства исследуемого распределения. Значительного искажения граничным эффектом основных параметров, получаемых с помощью Гамма-функции, не происходит, и достоверность результатов, приведенных в нашей работе [21], получает дополнительное подтверждение.

7. *Подсчеты PSCz-галактик в области APM-обзора скоплений.* Область обзора PSCz включает в себя зону выборки скоплений APM. С помощью Гамма мы исследовали то, как физически различные и даже представляющие разные степени иерархии скучивания объекты проявляют корреляционные свойства в одном и том же объеме, если их рассматривать как точечные объекты. Гамма-функция для скоплений APM была построена в работе [12]. График демонстрирует четкий излом на 30 Мпк и дальнейший участок с небольшим наклоном до 100 Мпк, что формально означает присутствие коррелированных структур, но с гораздо меньшей амплитудой флуктуаций. Тот факт, что обе выборки реализованы в одном и том же объеме, определяемом границами APM-обзора (так что влияние границ выборки на результат одинаково для разных распределений), позволяет проверить значимость второго наклона для APM-скоплений, так как мы знаем ход Гамма для ярких PSCz-галактик в большем объеме.

Выборка APM-скоплений (z или $z_{\text{ев}} < 0.12$) [24] построена по объектам южной области $-72^{\circ}.5 < \delta < -17^{\circ}.5$, $20^{\text{h}}.5 < \alpha$, $\alpha < 5^{\text{h}}.6$, $z < 0.12$. Всего в этой области по пластинам APM-обзора галактик до $20^{\text{m}}.5$ b_j -величины машинным алгоритмом выделено 957 скоплений, для которых оцененное $z < 0.12$. Из них для 374 объектов красные смещения определены спектроскопически, включая 55 скоплений с измеренными $z > 0.12$. Для более богатых скоплений полнота измерений z значительно выше, чем для бедных, поэтому для анализа были выбраны APM-скопления с богатством $R_{\text{APM}} > 54$, примерно соответствующим богатству $R_{\text{Abell}} > 0$ скоплений Эйбелла [25]. Всего таких скоплений насчитывается 346. Из них 43 имеют измеренное $z > 0.12$, для 217 $z < 0.12$ и для 86 есть только оцененное $z_{\text{ев}}$ (меньше 0.12). Полнота измерений красных смещений для данной подвыборки скоплений из APM-каталога составляет около 72%.

Некоторое неудобство сравнения распределений обусловлено тем, что полнота выборок реализована до различных масштабов.

Рис.6а показывают Гамма для скоплений APM до глубины $z = 0.1$ (полнота PSCz-обзора). Излом наблюдается на масштабе $\sim 30\text{--}35$ Мпк. Далее плотность падает намного медленнее - с показателем $\gamma \sim 0.3$. Завал второго участка Гамма с масштабов 80 Мпк незначим, так как при анализе этой выборки при глубине $z = 0.12$ (полнота APM-обзора сохраняется) такого завала нет. Мы считаем, что второй наклон, указывающий на некоторое падение

плотности, - это реальный эффект, означающий существование переходного режима сгущения на масштабах 30-100 Мпк для АРМ-скоплений.

На рис.6b в Гамма-функции появляется плато, свойственное типу сгущения ярких галактик PSCz-обзора (см. табл.1), то есть ограничение PSCz-обзора довольно сложными границами АРМ-обзора не привело к искажению получаемой с помощью Гамма-функции информации о типах сгущения на разных масштабах. Излом в данном случае наблюдается на масштабе ~16-18 Мпк, что несколько больше, чем при подсчетах в пределах границ PSCz-обзора. Видимо, в зависимости от выбранной области

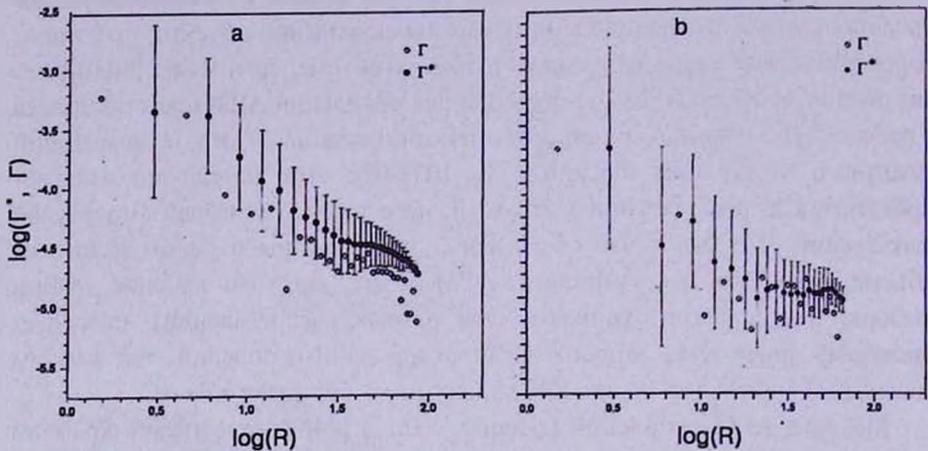


Рис.6. Гамма-функция для объектов в области, $z < 0.1$, $-72^{\circ}.5 < \delta < -17^{\circ}.5$, $20^{\circ}.5 < \alpha$, $\alpha < 5^{\circ}.6$. а) - построенная по выборке скоплений АРМ, $N = 162$, $R_s = 87$ Мпк. б) - построенная по галактикам PSCz-обзора, $N = 101$, $R_s = 85$ Мпк.

распределения масштаб излома может несколько изменяться. Этот параметр Гамма-функции не очень устойчив, так как находится в интервале смены режима поведения Гамма. Основные результаты расчетов приведены в табл.2.

Галактики PSCz показывают в области АРМ качественно тот же результат, что и яркие галактики во всей области PSCz. Можно предположить, что и распределение АРМ-скоплений в данной области отражает глобальное распределение объектов, отобранных таким образом. Интересно, что включение области неполноты PSCz-обзора (при подсчетах в выборке до $z=0.12$) не повлияло

Таблица 2

ПАРАМЕТРЫ ГАММА-ФУНКЦИИ ДЛЯ ВЫБОРОК АРМ-СКОПЛЕНИЙ И ГАЛАКТИК PSCz-ОБЗОРА В ОБЛАСТИ ОБЗОРА АРМ

Выборка	R_{lim} , Мпк	N	R_s , Мпк	γ_1	Излом, Мпк	γ_2
АРМ $z < 0.12$	339	303	105	1.24	32	0.31
АРМ $z < 0.1$	284	162	87	1.40	33	0.60
PSCz $z < 0.12$	339	98	105	2.38	18	0.27
PSCz $z < 0.1$	284	101	85	1.62	18	0.002

на вид плоского участка (не произошло завала хода плотности). Существенное различие между обзорами PSCz и APM в масштабе, на котором происходит излом Гамма-функции, - еще одно указание на то, что физически различные объекты распределены различным образом.

8. *Заключение.* Для ярких галактик PSCz-обзора области значительного сгущения вещества (корреляционная Гамма-функция показывает падение плотности по степенному закону) ограничены масштабом ~ 10 -12 Мпк. Это значение несколько меньше, чем по другим выборкам галактик и скоплений, возможно, из-за дефицита ИК-галактик в скоплениях.

По ограниченным по объему выборкам с различной глубиной видно, что после излома на масштабах 10-15 Мпк (достоверность которого высока, поскольку он наблюдается практически по всем выборкам) возможны различные варианты хода плотности с расстоянием: выход на однородное распределение наблюдается для ярких галактик (выборка $R_{\text{зм}} = 200$ Мпк, $b > 10^\circ$, север); падение плотности продолжается с меньшим наклоном (что соответствует менее коррелированному распределению), например, выборка $R_{\text{зм}} = 120$ Мпк, $b_{\text{пол}} < -10^\circ$, юг. Это означает, что на таких масштабах структуры внутри обзора еще могут влиять на вид Гамма после излома - небольшие флуктуации плотности на этих масштабах могут приводить к вариациям величины второго наклона (или даже к его возникновению) и некоторое падение плотности с расстоянием после излома можно рассматривать как переходный режим к однородному распределению (фрактальные размерности для этих участков находятся в диапазоне $D \cong 2.5 - 3$, а для однородного распределения $D = 3$), в котором, тем не менее, могут присутствовать протяженные связанные структуры.

Значения второго наклона (γ_2) систематически больше для южной галактической полусферы по сравнению с северной, что указывает на существенное различие в распределении объектов в соответствующих выборках.

Тест по выборке ($R_{\text{зм}} = 200$ Мпк, $b > 10^\circ$, север) позволяет утверждать: если за пределами границ выборки не происходит сильного искажения поля плотности, то есть распределение статистически того же типа, что и внутри выборки, то горизонтальные и наклонные участки Гамма после излома с большой долей вероятности достоверны и отражают реальную картину сгущения данных объектов даже по выборкам небольшого объема.

Работа А.В.Тихонова была поддержана грантом No.A0007 программы "Интеграция".

¹ Санкт-Петербургский государственный университет

² Специальная астрофизическая обсерватория РАН, Россия

ON THE CORRELATION PROPERTIES OF THE DISTRIBUTION OF OBJECTS FROM PSCz-SURVEY

A.V.TIKHONOV¹, A.I.KOPYLOV²

Properties of the PSCz-survey of IR-galaxies were investigated with the correlation Gamma-function ($\Gamma(r)$ and $\Gamma'(r)$). Results on different volume limited samples show that regions of strong correlations (power-law density fall with distance) are limited by scale $\sim 10-15$ Mpc. At this scale in dependencies $\log(\Gamma)$ on $\log(r)$ and $\log(\Gamma')$ on $\log(r)$ a break is evident. Similar break exists also in other different samples of galaxies and clusters of galaxies (at different scales). After the break the dependence of density on distance goes to the different law, that corresponds to strictly uniform distribution for bright galaxies of the northern galactic hemisphere. For some other volume limited samples (mainly for the southern samples) the second law corresponds to small but noticeable decrease of the density with distance. Some evidences of essential distinctions in the distribution of PSCz-galaxies in north and south parts of the survey were obtained. By using the special test we show that the part of the Gamma-function after the break even by it's small extent points to real correlation properties of the distribution. Our results are in good agreement with other investigations of PSCz-survey.

ЛИТЕРАТУРА

1. *M.Davis*, in "Critical Dialogues in Cosmology", Proceedings of a Conference held at Princeton, ed. Nail Turok, Singapore, World Scientific, 1997, p.13.
2. *Ф.Дж.Э.Пиблс*, Структура Вселенной в крупных масштабах, Мир, М. 1983.
3. *M.Davis, P.J.E.Peebles*, Astrophys. J., **267**, 465, 1983.
4. *S.Borgani*, Phys. Reports, **251**, 1, 1995.
5. *L.Pietronero, M.Montuori, F.Sylos Labini*, in "Critical Dialogues in Cosmology", Proceedings of a Conference held at Princeton, ed. Nail Turok, Singapore, World Scientific, 1997, p.24.
6. *F.Sylos Labini, M.Montuori, L.Pietronero*, Phys. Reports, **293**, 61, 1998.
7. *F.Sylos Labini et al.*, Physica A, **226**, 195, 1996.
8. *B.Mandelbrot*, Fractals, Form, Chance and Dimensions, San Francisco, Freeman, 1977.
9. *J.L.McCauley*, SISSA (www.babbage.sissa.it), astro-ph/9703046
10. *P.H.Coleman, L.Pietronero*, Phys. Reports, **213**, 311, 1992.
11. *L.Pietronero*, Physica A, **144**, 257, 1987.

12. *A.V. Tikhonov*, *Астрофизика*, **45**, 99, 2002.
13. *W.Saunders, W.J.Sutherland, S.J.Maddox*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **317**, 55, 2000.
14. *I.Szapudi, E.Branchini, C.S.Frenk et al.*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **318L**, 45, 2000.
15. *P.Jun, P.Coles*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **318L**, 51, 2000.
16. *A.Canavezes et al.*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **297**, 777, 1998.
17. *M.D.Seaborne, W.Sutherland et al.*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **309**, 89, 1999.
18. *Y.V.Baryshev et al.*, *Vistas in Astronomy*, **38**, 419, 1994.
19. *E.N.Ling, J.D.Barrow, C.S.Frenk*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **223**, 21P, 1986.
20. *M.J.Geller, J.P.Huchra*, *Science*, **246**, 897, 1989.
21. *A.V.Tikhonov, D.I.Makarov, A.I.Kopylov*, *Bull. SAO RAS*, **50**, 39, 2001.
22. *J.A.Peacock et al.*, *Nature*, **410**, 169-173, 2001.
23. *J.Gaite et al.*, *Astrophys.*, **522**, L5-L8, 1999.
24. *G.B.Dalton et al.*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **289**, 263, 1997.
25. *G.O.Abell, H.C.Corwin, R.P.Olowin*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **70**, 1, 1989.

УДК: 52-857

ЭЛЛИПСОИДЫ РИМАНА СО СФЕРИЧЕСКИМ ГАЛО

М.Г.АБРАМЯН

Поступила 7 сентября 2001

Принята к печати 23 ноября 2001

Получены возможные эллипсоидальные фигуры равновесия вращающейся гравитирующей жидкой массы с внутренними течениями вещества постоянной завихренности, вложенной внутри гравитирующей однородной сферы. Обобщены классические эллипсоидальные фигуры равновесия и получены новые S -эллипсоиды и эллипсоиды с наклонным вращением. Исследован вопрос устойчивости вложенных S -эллипсоидов, получен критерий их устойчивости. Внутри относительно плотного гало существование эллипсоидов с наклонным вращением типа II становится невозможным.

1. *Введение.* В наиболее общем виде проблема эллипсоидальных фигур равновесия вращающейся гравитирующей массы была поставлена в работах Дирихле и Римана. Дальнейшее развитие и систематизация этой теории, включая бесстолкновительные гравитирующие системы, можно найти в монографиях [1-3].

С точки зрения астрофизических приложений более привлекательной представляется теория вложенных фигур равновесия, учитывающая составную структуру астрономических объектов [4-7]. Результаты, полученные в рамках этой теории, во многом способствуют пониманию динамики различных подсистем галактик [4,8-12]. Здесь принципиально новыми являются легкие вложенные фигуры равновесия, моделирующие формы распределения подсистем гравитирующей системы, самогравитацией которых можно пренебречь [4,6,10,13,14].

Настоящая работа посвящена решению задачи Дирихле для вращающейся однородной гравитирующей массы, с линейным полем скоростей внутренних течений, внутри гравитирующего сферического гало.

2. *Основные уравнения.* Пусть внутри гравитирующей сферы однородной плотности массы ρ , вращается эллипсоидальная масса плотности ρ , главные оси которой неподвижны во вращающейся с угловой скоростью Ω системе отсчета, начало декартовых координат которой помещено в общем центре эллипсоида и сферы. Внутренние гравитационные потенциалы сферического гало и вложенного эллипсоида выражаются известными формулами¹

$$V(\vec{x}) = -\pi G \rho A_i x_i x_i; \quad V^*(\vec{x}) = -\frac{2}{3} \pi G \rho_i A_i x_i x_i, \quad (2.1)$$

¹ Здесь и в дальнейшем по повторяющимся индексам производится суммирование.

где

$$A_i = a_1 a_2 a_3 \int_0^{\kappa} \frac{ds}{(a_i^2 + s)\Delta(s)}; \quad \Delta^2(s) = \prod_{i=1}^3 (a_i^2 + s). \quad (2.2)$$

Во вращающейся системе отсчета эллипсоид имеет внутренние течения вещества с линейным полем скоростей

$$u_i = \varepsilon_{ijk} v_k \frac{a_i}{a_j} x_j, \quad (k, j, i = 1, 2, 3), \quad (2.3)$$

где ε_{ijk} - единичный тензор Леви-Чивиты, a_i - полуоси эллипсоида, v_k - частота внутренней циркуляции вокруг оси x_k .

Относительное равновесие вложенного эллипсоида определяется уравнением

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} = -u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} [\bar{\Omega} \bar{x}]^2 + 2\varepsilon_{ilm} u_l \Omega_m + \frac{\partial(V + V^*)}{\partial x_i}, \quad (2.4)$$

где ρ - парциальное давление вещества эллипсоида.

В классической теории фигур гравитирующей массы с внутренними течениями вещества типа (2.3) равновесие требует (теорема Римана), чтобы или $\bar{\Omega}$ и \bar{v} были параллельны и оба направлены вдоль одной из главных осей эллипсоида (\mathcal{S} -эллипсоиды), или не параллельны, но лежали в одной из главных плоскостей эллипсоида (эллипсоиды типа I, II, III). Очевидно, теорема Римана справедлива для всех конфигураций с полем скоростей (2.3), как гравитирующих, так и легких подсистем в поле с квадратичным потенциалом [6,7].

Выбирая в качестве отличных от нуля компонентов $\bar{\Omega}$ и \bar{v}

$$\Omega_2, \Omega_3 \quad \text{и} \quad v_2 = \delta \Omega_2; \quad v_3 = \lambda \Omega_3, \quad (2.5)$$

где δ и λ произвольные постоянные, поле скоростей (2.3) примет вид

$$u_1 = -\lambda \Omega_3 \frac{a_1}{a_2} x_2 + \delta \Omega_2 \frac{a_1}{a_3} x_3, \quad u_2 = \lambda \Omega_3 \frac{a_2}{a_1} x_1, \quad u_3 = -\delta \Omega_2 \frac{a_3}{a_1} x_1, \quad (2.6)$$

а уравнение относительного равновесия (2.4) с учетом (2.1) и (2.6) представится в виде

$$\begin{aligned} \nabla \frac{P}{\rho} = & -\nabla \left\{ \left[2 \left(A_1 + \frac{2}{3} \kappa \right) - \Omega_2^2 \left(\delta^2 + 2 \frac{a_3}{a_1} \delta + 1 \right) - \Omega_3^2 \left(\lambda^2 + 2 \frac{a_3}{a_1} \lambda + 1 \right) \right] \frac{x_1^2}{2} + \right. \\ & + \left[2 \left(A_2 + \frac{2}{3} \kappa \right) - \Omega_3^2 \left(\lambda^2 + 2 \frac{a_1}{a_2} \lambda + 1 \right) \right] \frac{x_2^2}{2} + \left[2 \left(A_3 + \frac{2}{3} \kappa \right) - \Omega_2^2 \left(\delta^2 + 2 \frac{a_1}{a_3} \delta + 1 \right) \right] \frac{x_3^2}{2} \left. - \right. \\ & \left. - \Omega_2 \Omega_3 \left[\hat{i} \left(1 + 2 \frac{a_1}{a_3} \delta + \frac{a_2}{a_3} \lambda \delta \right) x_3 + \hat{k} \left(1 + 2 \frac{a_1}{a_2} \lambda + \frac{a_3}{a_2} \lambda \delta \right) x_2 \right], \right. \quad (2.7) \end{aligned}$$

где Ω^2 измеряется в единицах $\pi G \rho$ и введено обозначение

$$\kappa = \rho_0 / \rho. \quad (2.8)$$

Ввиду произвольности δ и λ потребуем обращения в нуль неградиентных членов в уравнении (2.7):

$$\delta\lambda + 2a_1/a_2 \delta + a_3/a_2 = 0; \quad \delta\lambda + 2a_1/a_3 \lambda + a_2/a_3 = 0, \quad (2.9)$$

которые совпадают с соответствующими соотношениями одиночных эллипсоидов Римана [1,2]. При этом эллипсоидальные уровенные поверхности для парциального давления вложенной подсистемы получаются при условии

$$\frac{2p_c}{\rho} = a_1^2 \left[2 \left(A_1 + \frac{2}{3} \kappa \right) - \Omega_2^2 \left(\delta^2 + 2 \frac{a_3}{a_1} \delta + 1 \right) - \Omega_3^2 \left(\lambda^2 + 2 \frac{a_2}{a_1} \lambda + 1 \right) \right] = \quad (2.10)$$

$$= a_2^2 \left[2 \left(A_2 + \frac{2}{3} \kappa \right) - \Omega_3^2 \left(\lambda^2 + 2 \frac{a_1}{a_2} \lambda + 1 \right) \right] = a_3^2 \left[2 \left(A_3 + \frac{2}{3} \kappa \right) - \Omega_2^2 \left(\delta^2 + 2 \frac{a_1}{a_3} \delta + 1 \right) \right],$$

где p_c - парциальное давление в центре эллипсоида.

Учитывая решения уравнений (2.9)

$$\delta = -\frac{1}{4a_1a_3} \left\{ 4a_1^2 + a_3^2 - a_2^2 \pm \sqrt{[4a_1^2 - (a_2 + a_3)^2][4a_1^2 - (a_2 - a_3)^2]} \right\}, \quad (2.11)$$

$$\lambda = -\frac{1}{4a_1a_2} \left\{ 4a_1^2 + a_2^2 - a_3^2 \pm \sqrt{[4a_1^2 - (a_2 + a_3)^2][4a_1^2 - (a_2 - a_3)^2]} \right\}, \quad (2.12)$$

(знакам \pm соответствуют сопряженные эллипсоиды [1,2]) и решая уравнения (2.10) относительно компонентов угловой скорости и давления, получим

$$\Omega_2^2 = -\frac{4a_1a_3}{\delta} \frac{a_2^2 - a_1^2}{a_2^2 - a_3^2} \frac{(4a_1^2 + a_2^2 - a_3^2)B_{23} - a_2^2B_{12} + (4a_1^2 - a_2^2)\frac{2}{3}\kappa}{a_1^2(4a_1^2 - a_2^2 - a_3^2) + a_2^2a_3^2}, \quad (2.13)$$

$$\Omega_3^2 = -\frac{4a_1a_2}{\lambda} \frac{a_1^2 - a_3^2}{a_2^2 - a_3^2} \frac{(4a_1^2 + a_2^2 - a_3^2)B_{23} - a_3^2B_{13} + (4a_1^2 - a_2^2)\frac{2}{3}\kappa}{a_1^2(4a_1^2 - a_2^2 - a_3^2) + a_2^2a_3^2}, \quad (2.14)$$

$$\frac{p_c}{\rho a_1^2 a_2^2 a_3^2} = \frac{A_1 + 2B_{23} + (4a_1^2 - a_2^2 - a_3^2)A_{23} + 2\kappa}{a_1^2(4a_1^2 - a_2^2 - a_3^2) + a_2^2a_3^2}, \quad (2.15)$$

где

$$A_{ik} = a_1a_2a_3 \int_0^\infty \frac{ds}{(a_i^2 + s)(a_k^2 + s)\Delta(s)}; \quad B_{ik} = a_1a_2a_3 \int_0^\infty \frac{sds}{(a_i^2 + s)(a_k^2 + s)\Delta(s)}. \quad (2.16)$$

Соотношения (2.11)-(2.15) определяют физические и геометрические свойства вложенных эллипсоидов Римана. В случае $\kappa=0$ уравнения (2.13)-(2.15) переходят в уравнения для одиночных эллипсоидов Римана [2], а в случае $\kappa \gg 1$ - в уравнения для легких вложенных эллипсоидов [13].

Возможными являются лишь те эллипсоиды, которым соответствуют действительные значения δ , λ , Ω_2 , Ω_3 и неотрицательные p_c .

Теперь отдельно рассмотрим случаи, различаемые теоремой Римана.

3. *Вложенные S-эллипсоиды.* Эти эллипсоиды вращаются вокруг одной из главных осей. Пусть

$$\Omega_1 = \Omega_2 = 0; \quad \Omega_3 \equiv \Omega; \quad v_3 \equiv \lambda\Omega \quad (3.1)$$

Вещество внутри S-эллипсоида циркулирует по эллиптическим линиям

тока, подобным и концентрическим граничному эллипсу в плоскости вращения. Притом вещество циркулирует в сторону вращения, если $\lambda > 0$ и в обратную сторону - если $\lambda < 0$.

Уравнения (2.10) в случае (3.1) дают

$$\Omega^2(1 + \lambda^2) = 2B_{12} + 4\kappa/3 \equiv \Omega^2 + v^2, \quad (3.2)$$

$$a_{21} \lambda \Omega^2 = a_2^2 A_{12} - a_{31}^2 (A_3 + 2\kappa/3) \equiv a_{21} \Omega v, \quad (3.3)$$

где введено обозначение

$$a_{ij} = a_i/a_j. \quad (3.4)$$

Разрешая систему уравнений (3.2), (3.3) относительно λ , получим уравнение

$$\lambda^2 - 2\lambda \frac{a_{21} \left(B_{12} + \frac{2}{3} \kappa \right)}{\left(1 - a_{31}^2 \right) B_{13} - B_{12} - \frac{2}{3} \kappa a_{31}^2} + 1 = 0. \quad (3.5)$$

Уравнение (3.5) инвариантно относительно замены λ на $1/\lambda$. Это соответствует теореме Дедекинда о сопряженных конфигурациях [1,2]: если эллипсоид с данными значениями v и Ω является фигурой равновесия, то эллипсоид с $v^+ = \Omega$ и $\Omega^+ = v$, называемый сопряженным, также является фигурой равновесия. В частности, таковыми являются эллипсоиды Якоби ($v = 0, \Omega$) и Дедекинда ($v^+ = \Omega, \Omega^+ = 0$) - $\lambda = 0, \lambda^+ = \infty$; безмоментные и безвихревые эллипсоиды - $\lambda = -2a_{21}/(1 + a_{31}^2), \lambda^+ = 1/\lambda$.

Эллипсоиды с $\lambda = \pm 1$ называются самосопряженными.

Возможная геометрия вложенных S -эллипсоидов в плоскости (a_{21}, a_{31}) определяется условием действительности λ :

$$a_{21} (B_1 + 2\kappa/3) \geq \left| (1 - a_{31}^2) B_{13} - B_{12} - 2\kappa a_{31}^2/3 \right|. \quad (3.6)$$

Изучение конкретных свойств вложенных эллипсоидов начнем со сфероидов Маклорена ($a_{21} = 1, \lambda = 0$), которые описываются двумя уравнениями (см. (2.10)):

$$2A_1 + \frac{4}{3}\kappa - \Omega_{Mc}^2 = \left(2A_3 + \frac{4}{3}\kappa \right) a_{31}^2 = \frac{2p_c}{\rho a_1^2}. \quad (3.7)$$

Из этих уравнений, с учетом выражений A_1 и A_3 из [1], получаем

$$\Omega_{Mc}^2 = \frac{2a_{31}}{1 - a_{31}^2} \left[\frac{1 + 2a_{31}^2}{\sqrt{1 - a_{31}^2}} \arcsin \sqrt{1 - a_{31}^2} - 3a_{31} \right] + \frac{4}{3}\kappa (1 - a_{31}^2), \quad (3.8)$$

$$\frac{p_c}{\bar{p}_c} = \frac{a_{31}^{4/3}}{1 + \kappa} \left[\frac{3}{1 - a_{31}^2} \left(1 - \frac{a_{31}}{\sqrt{1 - a_{31}^2}} \arcsin \sqrt{1 - a_{31}^2} \right) + \kappa \right], \quad (3.9)$$

а для углового момента вращения -

$$\frac{L_{Mc}}{\sqrt{GM^3 \bar{R}}} = \frac{\sqrt{3}}{5} \frac{\Omega_{Mc}}{a_{31}^{2/3}}, \quad (3.10)$$

где M - масса вложенного сфероида; \bar{p}_c, \bar{R} - центральное парциальное давление и радиус равновеликой со сфероидом сферы, соответственно.

На графиках рис.1a,b представлены зависимости (3.8) и (3.10) соответственно для значений относительной плотности гало $\kappa = 0; 0,2$ и $0,5$. Центральное же давление модели (3.9) равно нулю при $a_{31} = 0$ (диск)

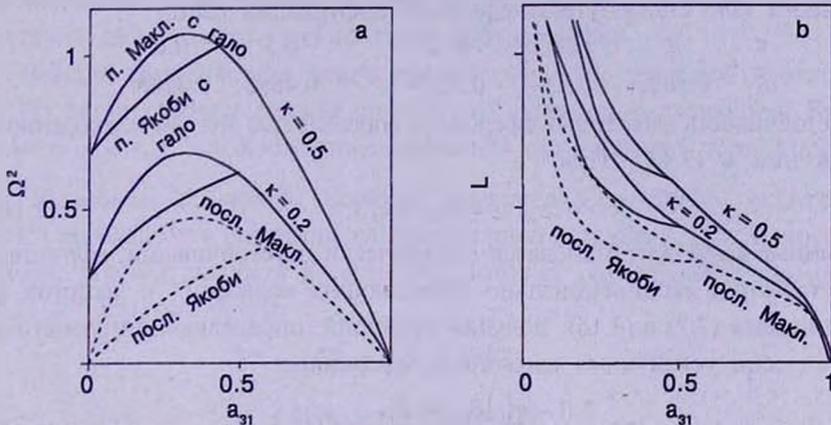


Рис.1. Зависимости квадрата угловой скорости (a) и углового момента вращения (b) вложенных эллипсоидов Маклорена и Якоби от меры сплюснутости a_{31} , при значениях относительной плотности сферического гало: $\kappa = 0; 0,2$ и $0,5$.

и монотонно возрастая обращается в единицу при $a_{31} = 1$ (сфера), при этом зависимость от относительной плотности гало незначительна.

Малые колебания вложенных сфероидов исследованы нами в [15] и для различных форм колебаний получены следующие частоты:

поперечно-скошенные (прецессионные) колебания -

$$\omega_1 = \Omega_{Mc}; \quad \omega_{2,3} = \Omega_{Mc} \pm \sqrt{16 B_{13} + \Omega_{Mc}^2 + \frac{32}{3} \kappa}; \quad (3.11)$$

пульсационные колебания -

$$\omega^2(1/2 + a_{31}^2) = 4 B_{11} + 2 a_{31}^2 (3 B_{33} - 4 B_{13}) + 8 \kappa/3; \quad (3.12)$$

тороидальные колебания -

$$\omega_{1,2} = \Omega_{Mc} \pm \sqrt{4 B_{11} - \Omega_{Mc}^2 + \frac{8}{3} \kappa}. \quad (3.13)$$

Очевидно, относительно поперечно-скошенных и пульсационных форм колебаний неустойчивость не возникает. Что касается тороидальных-барообразующих колебаний (3.13), превращающих сфероид в трехосный эллипсоид, то в этом случае может возникнуть неустойчивость.

Заметим, что сфероид, вращающийся с угловой скоростью

$$\Omega_{Mc}^2 = 2 B_{11} + 4 \kappa/3, \quad (3.14)$$

является нейтрально устойчивым и может быть переведен в трехосный эллипсоид. Этот сфероид является бифуркационным, и при наличии диссипации происходит переход к трехосным вложенным эллипсоидам Якоби

[15]. Очевидно, при отсутствии гало (3.14) дает классический маклореновский сфероид бифуркации: $\Omega_{Mc}^2 = 2 B_{11} = 0.3742$, при $a_{31}^{\delta} = 0.5827$.

Геометрия вложенных сфероидов бифуркации определяется уравнением

$$B_{11} - (1 - a_{31}^2) B_{13} + 2 \kappa a_{31}^2 / 3 = 0, \quad (3.15)$$

которое получается из (3.14) с учетом (3.7). С увеличением относительной плотности гало сплюснутость сфероида бифуркации растет:

κ	0	0.075	0.15	0.3	0.6
a_{31}^{δ}	0.5827	0.5541	0.5229	0.4888	0.4288.

Устойчивость вложенных сфероидов определяется знаком подкоренного выражения в (3.13). При

$$\Omega_{Mc}^2 \geq 4 B_{11} + 4 \kappa / 3, \quad (3.16)$$

вложенные сфероиды становятся динамически неустойчивыми, вследствие существования экспоненциально нарастающих колебаний с частотой Ω .

Учитывая (3.7) в (3.16), получим критерий, определяющий геометрию динамически устойчивых вложенных сфероидов:

$$\kappa \geq \frac{3(1 - a_{31}^2) B_{13} - 2 B_{11}}{1 + a_{31}^2} \equiv F(a_{31}). \quad (3.17)$$

Зависимость правой части (3.17) от a_{31} графически представлена на рис.2. Эта функция положительна в области $0 \leq a_{31} \leq 0.033$ и имеет максимум, равный $F_{max} = 0.06918$ при $a_{31} = 0.1307$. Поэтому одиночный маклореновский сфероид неустойчив при $a_{31} \leq 0.033$. Наличие сферического гало стабилизирует вложенный сфероид. При этом, существует критическая относительная плотность сферического гало

$$\kappa_{кр} = 0.06918 \quad (3.18)$$

такая, что при $\kappa < \kappa_{кр}$ динамически устойчивыми являются две ветви

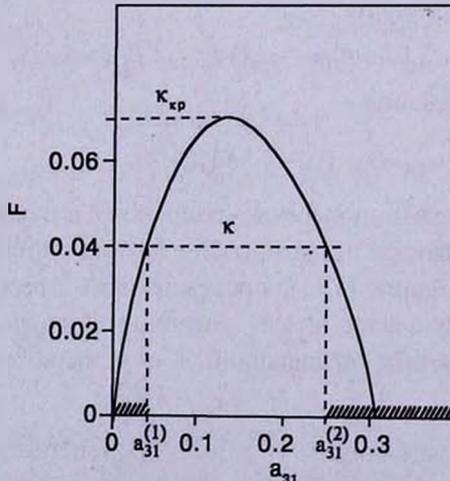


Рис.2. Положительная ветвь функции (3.17). Внутри сферического гало с $\kappa < \kappa_{кр} = 0.06918$ устойчивые области на оси a_{31} сильно и слабо сплюснутых сфероидов заштрихованы.

вложенных сфероидов (см. рис.2):

- ветвь слабо сплюснутых сфероидов с $a_{31} \geq a_{31}^{(2)}$;
- ветвь сильно сплюснутых сфероидов с $0 \leq a_{31} \leq a_{31}^{(1)}$.

Если ветвь слабо сплюснутых сфероидов является расширением области динамически устойчивых сфероидов Маклорена в сторону больших сжатий, то появление ветви сильно сплюснутых сфероидов, имеющее место при наличии даже самого слабого гало, явление новое.

Внутри сферического гало с критической относительной плотностью (3.18) ветви слабо и сильно сплюснутых сфероидов сливаются. Внутри гало с $\kappa \geq \kappa_p$ все вложенные сфероиды динамически устойчивы.

Вложенные эллипсоиды Якоби и Дедекинда. Сфероиды бифуркации (3.15) порождают последовательности вложенных трехосных эллипсоидов Якоби, угловая скорость и геометрия которых определяются формулами (3.2) и (3.3) при $\lambda = 0$:

$$\Omega_{Я}^2 = 2 B_{12} + 4 \kappa / 3; \quad (3.19)$$

$$a_{2A_{12}}^2 = a_{31}^2 (A_3 + 2 \kappa / 3). \quad (3.20)$$

На графиках рис.1a,b представлены зависимости Ω^2 и углового момента вращения от a_{31} , откуда видно, что при данном значении a_{31} , независимо от значения относительной плотности гало, всегда $\Omega_{Я} < \Omega_{Mc}$, $L_{Я} < L_{Mc}$.

На плоскости (a_{31}, a_{21}) последовательности вложенных эллипсоидов Якоби ($\lambda = 0$), описываемые уравнением (3.20), разделяют области вложенных эллипсоидов Римана с $\lambda < 0$ от эллипсоидов с $\lambda > 0$. На графике рис.3 представлены последовательности эллипсоидов Якоби ($\kappa = 0$) и вложенных эллипсоидов Якоби внутри сферического гало с $\kappa = 0.5$. Очевидно - сферическое гало сплюсчивает эллипсоиды Якоби вдоль оси вращения. При больших относительных плотностях гало, когда самогравитацией вложенной массы можно пренебречь, последовательность вложенных эллипсоидов Якоби исчезает и возможными становятся лишь эллипсоиды с отрицательной внутренней циркуляцией вещества [13].

Если в (3.2) и (3.3) положить $\Omega = 0$; $v \neq 0$ ($\lambda = \infty$), то получим эллипсоиды Дедекинда, геометрия которых определяется опять уравнением (3.20), однако в инерциальной системе отсчета они покоятся и сохраняют равновесие за счет гравитации и внутренних течений.

Вдоль последовательности вложенных эллипсоидов Дедекинда как завихренность, так и угловой момент растут, однако последнее меньше, чем у конгруэнтных эллипсоидов Якоби. Явление, имеющее место и для соответствующих одиночных фигур [2].

Последовательности самоспряженных вложенных эллипсоидов Римана $\lambda = \pm 1$. Геометрия этих последовательностей определяется условием (3.6) со знаком равенства:

$$(1 - a_{31}^2)B_{13} - (1 - a_{21})B_{12} + \frac{2}{3}\kappa(a_{21} - a_{31}^2) = 0 \quad \text{для } \lambda = -1, \quad (3.21)$$

$$(1 - a_{31}^2)B_{13} - (1 + a_{21})B_{12} - \frac{2}{3}\kappa(a_{21} + a_{31}^2) = 0 \quad \text{для } \lambda = +1. \quad (3.22)$$

Самосопряженные эллипсоиды с обратной циркуляцией вещества ($\lambda = -1$) начинаются от сферической фигуры и кончаются иглообразной, в плоскости вращения, фигурой. Промежуточные фигуры характеризуются вытянутостью вдоль оси вращения ($a_3 > a_2$) и в плоскости вращения ($a_1 > a_3 > a_2$), т.е. вращаются вокруг средней оси. Внутри сферического гало эти эллипсоиды порождаются опять от сферы, но все остальные члены этой последовательности являются более вытянутыми вдоль оси вращения, чем соответствующие одиночные фигуры. Причем, чем больше относительная плотность гало, тем сильнее вытянута фигура. В пределе очень плотного сферического гало, когда вложенная масса является "легкой", эта последовательность определяется кривой

$$a_{31} = \sqrt{a_{21}}. \quad (3.23)$$

На графике рис.3 изображены три последовательности самосопряженных эллипсоидов с $\lambda = -1$, соответствующие значениям $\kappa = 0$; 0.5 и ∞ .

Более важным и интересным представляется эффект гало на последовательности самосопряженных эллипсоидов с $\lambda = +1$. Последовательность одиночных самосопряженных эллипсоидов начинается от граничного динамически устойчивого сфероида Маклорена с $a_{31} = 0.3033$ и заканчивается иглообразной, в плоскости вращения, фигурой (см.

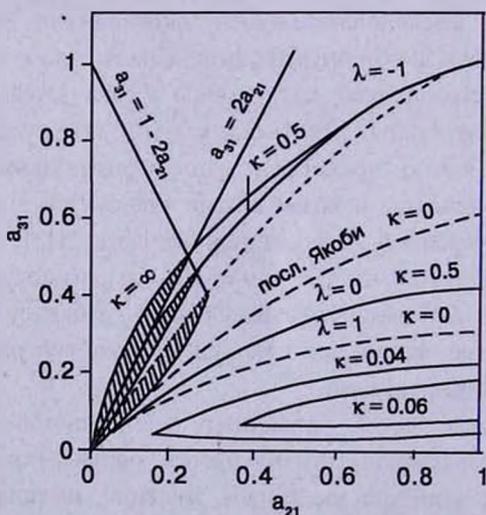


Рис.3. Геометрия возможных S -эллипсоидов внутри сферического гало. Верхние три кривые представляют последовательности самосопряженных эллипсоидов с $\lambda = -1$, при $\kappa = 0$ (пунктирная линия), $\kappa = 0.5$ и $\kappa = \infty$ (жирная линия). Заштрихованные области представляют неустойчивые эллипсоиды. Следующие две линии изображают последовательности Якоби (Делекинды) при значениях $\kappa = 0$ (пунктирная линия) и $\kappa = 0.5$. Оставшиеся линии описывают последовательности самосопряженных эллипсоидов $\lambda = +1$ при $\kappa = 0$ (пунктирная линия) $\kappa = 0.04$ и $\kappa = 0.06$.

пунктирная линия $\lambda = 1$; $\kappa = 0$ на рис.3). Наличие даже самого слабого гало расщепляет эту последовательность на слабо и сильно сплюснутые по оси вращения эллипсоиды. Если плотность сферического гало меньше критического значения (3.18), то последовательность самосопряженных вложенных эллипсоидов $\lambda = 1$ начинается от граничного слабо сплюснутого сфероида и заканчивается соответствующим сильно сплюснутым сфероидом. Заметим, что условие (3.22) для сфероидальных фигур ($a_{21} = 1$) переходит в критерий (3.17) для гранично устойчивых вложенных сфероидов. По мере увеличения относительной плотности гало запрещенная зона для эллипсоидов с $\lambda > 0$ на плоскости (a_{31}, a_{21}) сужается и внутри гало с критической относительной плотностью (3.18) исчезает, а последовательность $\lambda = 1$ вырождается в точку - во вложенный самосопряженный сфероид с $a_{31} = 0.1307$. Внутри сферического гало с $\kappa \geq \kappa_{кр}$ все эллипсоиды с положительной циркуляцией вещества являются фигурами равновесия.

На графике рис.3 две нижние кривые представляют самосопряженные последовательности вложенных эллипсоидов внутри сферического гало с $\kappa = 0.04$ и $\kappa = 0.06$.

В теории эллипсоидальных фигур равновесия показано, что все последовательности S-эллипсоидов ответвляются от динамически устойчивых сфероидов Маклорена [1,2]. Это утверждение имеет место и для вложенных эллипсоидов. Причем, стабилизируя сфероидальные фигуры, гало тем самым расширяет область существования S - эллипсоидов в плоскости (a_{31}, a_{21}) (см. рис.3).

4. *Эллипсоиды с наклонным вращением.* Перейдем к исследованию условий существования вложенных эллипсоидов с наклонным вращением (2.10)-(2.15). Условия вещественности δ и λ , как видно из формул (2.11), (2.12), те же самые, что у одиночных фигур [1,2]. Поэтому, вложенные наклонно-вращающиеся эллипсоиды тоже разделяются на три типа (I-III), как это имеет место для одиночных фигур.

а) *Вложенные эллипсоиды типа I.* Как и одиночные аналоги, для этих эллипсоидов

$$a_{21} + a_{31} \leq 2; \quad a_2 \geq a_3. \quad (4.1)$$

Последнее неравенство есть следствие того, что все уравнения симметричны относительно индексов 2 и 3. Поэтому, не ограничивая общности, рассмотрим полуплоскость $a_2 \geq a_3$.

Эти эллипсоиды в плоскости (a_{31}, a_{21}) занимают область, ограниченную сфероидами, дисками вдоль оси a_{21} и последовательностью $a_{21} + a_{31} = 2$ (треугольник на рис.4). Последняя последовательность является самосопряженной, так как для этих эллипсоидов (как следует из (2.11) и (2.12)) $\lambda = \delta = -1$. На графике рис.4 указанные области отмечены римской цифрой I. Присутствие гало не изменяет эту область, но меняет физические

характеристики эллипсоидов.

Аналогичными выкладками, приведенными в [1,2], можно показать, что эллипсоиды типа I ответвляются от вложенных сфероидов путем нейтрализации поперечно-скошенных (прецессионных) колебаний в системе отсчета, вращающейся с угловой скоростью исходного вложенного эллипсоида Маклорена.

б) *Вложенные эллипсоиды типа II.* Область их существования ограничена осью a_{21} и последовательностью эллипсоидов, определяемых уравнением

$$A_1 + 2B_{23} + (4a_1^2 - a_2^2 - a_3^2)A_{23} + 2\kappa = 0. \quad (4.2)$$

Из (2.15) видно, что эллипсоиды (4.2) характеризуются нулевым давлением. Для этих эллипсоидов

$$\delta > 0, \quad \lambda < 0; \quad a_{31} < 1, \quad a_{21} \geq 2. \quad (4.3)$$

Для дисков вдоль оси a_{21} ($a_{31} = 0$) получаем

$$a_{21} \geq \frac{2}{\sqrt{1-\kappa}}. \quad (4.4)$$

Присутствие гало оттесняет область существования эллипсоидов типа II, сужая ее вдоль оси a_{31} и удаляя вдоль a_{21} (кривая КК' при $\kappa = 0.5$ на рис.4). На графике рис.4 эти области отмечены римской цифрой II.

Из (4.4) видно, что внутри сферического гало с $\kappa \geq 1$ существование эллипсоидов типа II становится невозможным.

в) *Вложенные эллипсоиды типа III.* Область существования этих эллипсоидов ограничена неравенствами

$$a_{31} \leq a_{21} - 2; \quad (4 + a_{21}^2 - a_{31}^2)B_{23} - a_{21}^2 B_{12} + (4 - a_{31}^2)2\kappa/3 \leq 0. \quad (4.5)$$

Эта область на рис.4 отмечена цифрой III, где пунктирной линией TRR' ограничена область одиночных эллипсоидов.

Для этих эллипсоидов

$$\delta > 0, \quad \lambda < 0; \quad a_{31} > 1, \quad a_{21} > 3, \quad (4.6)$$

т.е. a_1 есть наименьшая из полуосей.

Последовательность, ограничивающая область эллипсоидов III снизу (при $\kappa = 0.5$ кривая QQ' на рис.4), определяется вторым соотношением (4.5) при знаке равенства. Из (2.13) следует, что при этом $\Omega_2 = \delta = 0$. Поэтому эллипсоиды этой граничной последовательности вращаются только вокруг оси a_3 , и одновременно являются S-эллипсоидами.

Наличие сферического гало изменяет область эллипсоидов типа III снизу, поднимая кривую граничной последовательности RR' вверх. В пределе очень плотного гало, как следует из (4.5), эта кривая переходит в прямую $a_{31} = 2$. Эта область соответствует легким эллипсоидам типа III [13].

5. *Устойчивость вложенных S-эллипсоидов.* Устойчивость по отношению ко вторым гармоникам колебаний может быть исследована на основе линеаризованной формы вириальных уравнений второго порядка [1]:

$$\omega^2 N_{i,j} - i 2\omega Q_{ij} N_{i,j} - i 2\omega \varepsilon_{ij3} N_{i,j} + 2\Omega \varepsilon_{ij3} (Q_{ik} N_{j,k} - Q_{jk} N_{i,k}) - Q_{ij}^2 N_{i,j} - Q_{ij}^2 N_{j,i} = 4\kappa N_{ij}/3 - \delta W_{ij} - \Omega^2 (N_{ij} - N_{3j} \delta_{ij}) - \delta U_{ij}, \quad (5.1)$$

где возмущение характеризуемо лагранжевым смещением частиц из равновесного положения:

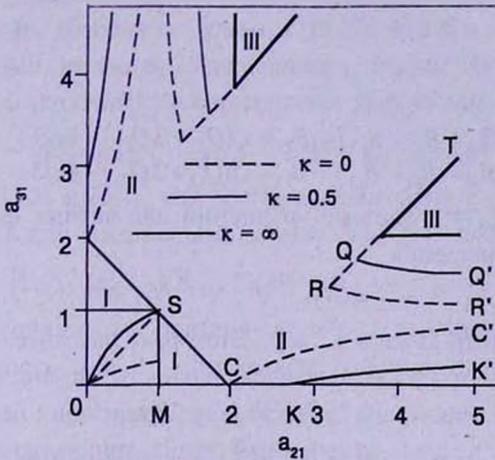


Рис.4. Области на плоскости (a_{21}, a_{31}) , занятые вложенными в сферическое гало эллипсоидами Римана. Пунктирными линиями изображены области одиночных эллипсоидов ($\kappa = 0$). Внутри сферического гало возможные S -эллипсоиды заполняют область SOM. Независимо от наличия гало наклонно-вращающиеся эллипсоиды типа I занимают область MSC и симметричную относительно прямой $a_{21} = a_{31}$ область. Гало стабилизирует эти эллипсоиды. Область, заключенная под кривой CC' занимают одиночные эллипсоиды с наклонным вращением типа II. Гало вытесняет область этих эллипсоидов при плотностях гало $\kappa \geq 1$. Кривая KK' ограничивает область эллипсоидов типа II внутри гало с $\kappa = 0.5$. Области TRR', TQQ' заняты эллипсоидами с наклонным вращением типа III, при $\kappa = 0$ и $\kappa = 0.5$, соответственно. Жирными линиями отделена область легких эллипсоидов типа III. Кривые RR', QQ' и $a_{31} = 2$ изображают последовательности эллипсоидов, вращающихся вокруг оси x_3 при $\kappa = 0; 0.5; \infty$, соответственно и, фактически, являются S -эллипсоидами.

$$\bar{\xi}(\bar{x}, t) = \bar{\xi}(\bar{x}) e^{-i\omega t}, \quad (5.2)$$

ω - подлежащая определению частота возмущений

$$N_{ij} = \int \rho (\xi_i x_j + \xi_j x_i) d\bar{x} \equiv N_{i,j} + N_{j,i}; \quad (5.3)$$

$$Q_{ij} = -\lambda \Omega \varepsilon_{3ij} a_{ij}; \quad (5.4)$$

δU - возмущение внутренней энергии эллипсоида,

$$\delta W_{ij} = -2 B_{ij} N_{ij} + a_i \delta_{ij} \sum_{l=1}^3 A_{ll} N_{ll} \quad (5.5)$$

возмущение гравитационной энергии эллипсоида [1].

Уравнения (5.1) следует дополнить условием солениодальности возмущений:

$$\frac{N_{11}}{a_1^2} + \frac{N_{22}}{a_2^2} + \frac{N_{33}}{a_3^2} = 0. \quad (5.6)$$

Стандартную процедуру расчетов решения системы из десяти уравнений (5.1) и (5.6) с учетом (5.2)-(5.5) мы здесь приводить не будем. Сгруппировав эти уравнения в системы четных и нечетных относительно индекса 3

уравнений, получим соответствующие им характеристические уравнения.

Характеристическое уравнение для четных форм колебаний имеет вид

$$\begin{vmatrix} \omega^2/2 - 2B_{12} + \Omega Q_{21} - 3B_{11} + B_{13} & B_{23} - B_{12} + 3\Omega Q_{21} & \alpha \\ B_{13} - B_{12} - 3\Omega Q_{21} & \omega^2/2 - 2B_{12} - \Omega Q_{21} - 3B_{22} + B_{23} & \beta \\ 1 & a_{21}^{-2} & 1 + a_{21}^2 + a_{31}^{-2} \end{vmatrix} = 0, \quad (5.7)$$

где

$$\begin{aligned} \beta &= 3(B_{33} - B_{11} - B_{12}) + B_{23} + \Omega(Q_{21} + 3Q_{12}) - 4\kappa/3, \\ \alpha &= 3(B_{33} - B_{11} - B_{12}) + B_{13} + \Omega(Q_{12} + 3Q_{21}) - 4\kappa/3. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Важно отметить, что система уравнений для четных форм колебания для собственного решения

$$N_{11} = N_{22} = N_{33} = 0 \quad \text{и} \quad N_{12} \neq 0 \quad (5.9)$$

допускает тривиальный корень $\omega^2 = 0$. Этот факт находится в соответствии с тем, что, как уже отмечено, последовательность Римана ответвляется от последовательности Маклорена вследствие нейтрализации некоторой четной формы колебания. Кстати, отмеченный выше тривиальный корень (5.9) связан с тем же самым обстоятельством для вложенных эллипсоидальных фигур.

Уравнение (5.7) является биквадратным относительно ω , и его анализ показывает, что неустойчивость от четных форм колебания не возникает.

Исследование же нечетных форм колебания приводит к следующему характеристическому уравнению:

$$\begin{vmatrix} \omega^2 - 2(B_{13} + 2\kappa/3) + \Omega^2 & -2a_{31}^2(B_{13} + 2\kappa/3) & -i2\omega\Omega & 0 \\ -2(B_{13} + 2\kappa/3) & \omega^2 - 2(B_{13} + 2\kappa/3) - Q_{12}Q_{21} & 0 & -i2\omega Q_{12} \\ i2\omega\Omega & 0 & \omega^2 - 2(B_{23} + 2\kappa/3) + \Omega^2 & -2a_{32}^2(B_{23} + 2\kappa/3) \\ 0 & -i2\omega Q_{21} & -2(B_{23} + 2\kappa/3) & \omega^2 - 2B_{23} - 4\kappa/3 - Q_{12}Q_{21} \end{vmatrix} = 0 \quad (5.10)$$

Преобразуя этот определитель, можно показать, что это уравнение допускает корни

$$\omega^2 = \Omega^2; \quad \omega^2 = \lambda^2 \Omega^2. \quad (5.11)$$

Опуская множитель $(\omega^2 - \Omega^2)(\omega^2 - \lambda^2 \Omega^2)$, характеристическое уравнение (5.10) представится в виде биквадратного

$$\omega^4 - 2\omega^2(2B_{13} + 2B_{23} + B_{12} + 10\kappa/3) + (4B_{12} - \Omega Q_{12} + 8\kappa/3)(4B_{12} + \Omega Q_{21} + 8\kappa/3) = 0. \quad (5.12)$$

Из общего вида этого уравнения видно, что характеристические частоты колебаний сопряженных конфигураций, принадлежащие вторым гармоникам, одинаковы, так как (5.12) содержат Ω, Q_{12}, Q_{21} лишь в комбинациях $\Omega Q_{12}, \Omega Q_{21}$, которые одни и те же для сопряженных конфигураций. Более того, решения (5.11) также меняются местами при переходе к сопряженным

конфигурациям. Так что, справедлива теорема Дедекинда [1] для вложенных в сферическое гало эллипсоидов.

Относительно нечетных форм колебания, как одиночные, так и вложенные эллипсоиды Римана могут оказаться неустойчивыми. Геометрическое место точек границы устойчивых вложенных конфигураций определяется условием обращения в нуль свободного члена в (5.12). Однако, для эллипсоидов с $a_1 \geq a_3$, каковыми являются S-эллипсоиды, вторая скобка положительна, поэтому граница устойчивости определяется уравнением

$$4 B_{13} + a_1^2 A_{12} - a_{31}^2 A_3 + 2\kappa (4 - a_{32}^2) / 3 = 0, \quad (5.13)$$

где, пользуясь (3.3) и (5.4), мы преобразовали член ΩQ_{12} , или, используя соотношения между индексными символами [1], получим

$$(4 a_{21}^2 - a_{31}^2 + 1)(B_{13} + 2\kappa/3) - (B_{12} + 2\kappa/3) = 0. \quad (5.14)$$

Граница устойчивости, даваемая (5.14), пересекает самосопряженную последовательность $\lambda = -1$, определяемую уравнением (3.21). Это дает

$$4 a_{21}(B_{13} + 2\kappa/3) = B_{12} + 2\kappa/3. \quad (5.15)$$

Учитывая это соотношение в (5.14), получим

$$(2 a_{21} - 1 - a_{31})(2 a_{21} - 1 + a_{31}) = 0. \quad (5.16)$$

Следовательно, пересечение может иметь место, когда

$$a_{31} = 2 a_{21} - 1 \quad \text{или} \quad a_{31} = 1 - 2 a_{21}. \quad (5.17)$$

В действительности, пересечение границы неустойчивости с последовательностью самосопряженных эллипсоидов $\lambda = -1$, независимо от значения относительной плотности гало κ , имеет место на прямой

$$a_{31} = 1 - 2 a_{21}. \quad (5.18)$$

На графиках рис.3 верхние три кривые представляют последовательности самосопряженных эллипсоидов, соответствующие значениям относительной плотности гало $\kappa = 0; 0.5$ и ∞ . Нижние, пересекающиеся с ними кривые, представляют соответствующие границы неустойчивости, вычисленные с помощью (5.13). Области неустойчивых конфигураций заштрихованы. Заметим, что соответствующая граница неустойчивости вложенных "легких" эллипсоидов определяется прямой $a_{31} = 2 a_{21}$, что следует из (5.13) при больших значениях κ : $a_{32} = 2$.

Следовательно, новые серии сильно сплюснутых трехосных эллипсоидов с положительной циркуляцией вещества, порожденные присутствием гало, являются устойчивыми образованиями. Неустойчивыми оказываются лишь сильно вытянутые вдоль оси вращения и сильно ассиметричные в плоскости вращения трехосные эллипсоиды с отрицательной внутренней циркуляцией вещества.

Предварительные оценки показывают, что наличие сферического

гало стабилизирует и неустойчивые эллипсоиды с наклонным вращением типа I. Об устойчивости этих и других типов эллипсоидов с наклонным вращением - в последующих работах.

Ереванский государственный университет, Армения

RIEMANN ELLIPSOIDS WITH SPHERICAL HALO

M.G.ABRAHAMYAN

Possible ellipsoidal equilibrium figures of rotating gravitating liquid mass with internal circulations of matter of constant vorticity embedded into homogeneous gravitating sphere, are obtained. The classical ellipsoidal equilibrium figures are generalised and new S-ellipsoids and ellipsoids with oblique rotation are found. The stability problem of embedded S-ellipsoids is investigated and the criterion of their stability is established. The existence of oblique rotating ellipsoids of type II, within a relatively dense halo, becomes impossible.

ЛИТЕРАТУРА

1. С.Чандрасекар, Эллипсоидальные фигуры равновесия. Мир, М., 1973, с.288.
2. Б.П.Кондратьев, Динамика эллипсоидальных гравитирующих фигур. Наука, М., 1989, с.270.
3. А.М.Fridman, V.L.Polyachenko, Physics of gravitating Systems I, II. Springer-Verlag, New York, 1984, p.826.
4. М.Г.Абрамян, С.А.Каплан, *Астрофизика*, 10, 565, 1974; 11, 121, 1975.
5. М.Г.Абрамян, *Ученые записки ЕГУ*, 1(138), 62, 1978; 1(152), 44, 1983.
6. М.Г.Абрамян, *Астрофизика*, 25, 173, 1986.
7. М.Г.Абрамян, *Астрофизика*, 25, 357, 1986.
8. М.Г.Абрамян, *Письма Астрон. ж.*, 5, 67, 1979.
9. М.Г.Абрамян, Д.М.Седракян, *Астрон. ж.*, 63, 1083, 1986.
10. J.E.Tohline, R.H.Durisen, *Astrophys. J.*, 257, 94, 1982.
11. R.H.Durisen, *Astrophys. J.*, 224, 826, 1978.
12. M.Miyamoto, *Publ. Astron. Soc. Jap.*, 19, 242, 1967.
13. М.Г.Абрамян, Х.К.Кокобелян, *Астрофизика*, 38, 55; 311, 1995.
14. М.Г.Абрамян, Х.К.Кокобелян, *Письма в Астрон. ж.*, 22, 782, 1996.
15. М.Г.Абрамян, *Астрофизика*, 11, 487, 1975.

УДК: 52-423

ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ И РЕПАРАМЕТРИЗАЦИОННО-ИНВАРИАНТНЫЙ ГАМИЛЬТОНОВ ФОРМАЛИЗМ

А.БОРОВЕЦ¹, В.В.ПАПОЯН², В.Н.ПЕРВУШИН¹, М.В.РЗЯНИН¹,
В.И.СМИРИЧИНСКИЙ¹

Поступила 16 апреля 2001

Принята к печати 30 сентября 2001

На основе предложенного недавно метода репараметризационно-инвариантной гамильтоновой редукции сформулирована непротиворечивая теория возмущений и рассматривается линеаризованный предел в осцилляторном приближении ОТО. Обсуждаются возможные физические следствия интерпретации ненулевого локального гамильтониана как энергии гравитационного поля. Исследуется физический и геометрический смысл переменных редуцированного действия. Получен качественный вывод о зависимости распределения фаз реликтовых гравитационных волн в современную эпоху от начальных условий в момент Большого Взрыва.

1. *Введение.* Поиск и исследование гравитационных волн - одна из самых интригующих проблем современной физики. Трудности, связанные с экспериментальным обнаружением гравитационного излучения, несомненно, связаны с малостью константы гравитационного взаимодействия. Гравитационное излучение играло существенную роль в начале эволюции Вселенной, когда кривизна пространства-времени была экстремально большой и из-за малости гравитационной константы оно было отделено от остальной материи. Это реликтовое излучение должно нести определенную информацию о ранних стадиях эволюции Вселенной. Малость константы гравитационного взаимодействия обуславливает также и то, что реликтовое электромагнитное излучение почти не возмущает гравитационное поле. Реликтовый фотон - пробная по отношению к метрике частица, двигаясь миллиарды лет в метрике, сформированной реликтовыми волнами, в определенной степени наследует свойства этих волн. Другими словами, реликтовое электромагнитное излучение должно нести отпечаток реликтового гравитационного излучения. Количественно оценить такое влияние можно, исследуя согласованную с эволюцией Вселенной динамику гравитационных волн, для чего необходимо иметь удовлетворительную версию пертурбативной квантово-полевой теории гравитации, поскольку именно вблизи точки Большого Взрыва квантовые поправки к гравитации играют существенную роль.

Последовательной квантовой теории гравитации нет. Попытки построить ее основаны на каноническом квантовании гамильтоновой формулировки

общей теории относительности (ОТО). ОТО - сингулярная теория со связями первого рода, поэтому гамильтонов формализм позволяет наиболее полно отследить структуру связей и корректно разрешить проблему начальных данных. Именно поэтому каноническое квантование, как одна из возможностей построения формальной квантовой теории гравитации с коммутаторами типа классических скобок Пуассона, стимулировало развитие гамильтонова формализма ОТО. Наиболее удобной для построения формализма принято считать АДМ параметризацию метрики пространства-времени [1]. Геометрическому и динамическому содержанию АДМ параметров, их связям с "физическим сектором" переменных посвящено большое количество работ (см., например, [2-5]). Интенсивно изучаются проблемы начальных данных [2,6-9] и энергии гравитационного поля [1,10,11]. Эти проблемы находятся в стадии разработки, что приводит к ряду трудностей, которые не позволяют корректно проквантовать гравитационное поле.

Одна из этих трудностей связана с гамильтонианом. ОТО - сингулярная теория с первичными и вторичными связями первого рода, гамильтониан которой пропорционален связям и равен нулю на уравнениях движения, что усложняет однозначное определение генератора эволюции квантовой функции состояния и интерпретацию энергии гравитационного поля, а прямое квантование связей приводит к уравнению Уилера-Де-Витта с ненормируемой волновой функцией. Такая ситуация характерна для метрических теорий гравитации.

Вторая трудность связана с несамосогласованностью теории возмущений. Как было отмечено Кухаржом [12], если взять дивергенцию от поперечной связи, то вектор сдвига (shift) выпадает из линеаризованных уравнений связи, а функция хода (lapse) в них вообще не содержится, что не позволяет формулировать пертурбативную квантовую теорию. Действительно, для того, чтобы построить функционал состояний, необходимо чтобы компоненты метрического тензора $g_{\mu\nu}$ являлись бы независимыми переменными. В классической теории существует "thin sandwich theorem", согласно которой начальные значения $g_{\mu\nu}$ вместе со своими производными $g_{\mu\nu,0}$ при подходящих граничных условиях однозначно определяют метрику. Другими словами, если на начальной гиперповерхности задать $g_{\mu\nu,0}$ и $g_{\mu\nu}$ и использовать четыре уравнения связи, то можно определить четыре неизвестные - функцию хода и вектор сдвига и тем самым полностью определить метрику. В линейном приближении эта теорема нарушается и возникает необходимость фиксации функции хода и вектора сдвига. Иначе говоря, в линейном приближении недостаточно информации для того, чтобы по заданным $g_{\mu\nu,0}$ и $g_{\mu\nu}$, определить хотя бы функцию хода, а если нет корректно сформулированной теории возмущений на классическом уровне, то построить пертурбативную квантовую теорию гравитации вряд ли возможно.

Следующая трудность связана с проблемой редукции, что подразумевает

отделение динамического содержания теории на поверхности связей от "лишних" переменных, ответственных за калибровочный произвол. Существуют два способа разрешения этой трудности. Первый состоит в наложении дополнительных калибровочных условий, исключающих лишние переменные, второй - в разрешении связей. Первый способ удобен и прост, так как обычно выбираются такие условия, которые существенно облегчают вычисления, но конкретная калибровка имеет ограниченную применимость, кроме того вопрос о том, насколько данная калибровка портит "истинную" динамику, остается открытым. Способ разрешения связей, если бы его удалось провести полностью, был бы идеальным, поскольку это означало бы, что найдена истинная динамика на связях в общем случае, однако, в силу сложной структуры связей, это трудно реализуемо технически.

Недавно предложен метод гамильтоновой редукции (см., например, [16] и [24]), основанный на глобальной параметризации метрики с последующим разрешением гамильтоновых связей. Этот метод позволяет разрешить трудности, связанные с гамильтонианом и самосогласованностью теории возмущений. В настоящей работе, в развитие предложенного метода, рассматриваются гравитационные возмущения в осцилляторном приближении на уровне редуцированной системы.

Прежде чем сформулировать задачу, изложим вкратце идею гамильтоновой редукции и роль времени-репараметризационной инвариантности для построения редуцированной теории.

- *Инвариантность относительно репараметризации времени и редукция.* Рассмотрим репараметризационно-инвариантную систему

$$W^E[p_i, q_i; p_0, q_0 | t, N] = \int_{t_1}^{t_2} dt \left(-p_0 \dot{q}_0 + \sum_i p_i \dot{q}_i - NH_E(q_0, p_0, q_i, p_i) \right), \quad (1)$$

где

$$H_E(q_0, p_0, q_i, p_i) = [-p_0 + H(p_i, q_i)] \quad (2)$$

- расширенный гамильтониан.

Действие (1) получается из действия классической механики

$$W^R[p_i, q_i | q_0] = \int_{q_0(1)}^{q_0(2)} dq_0 \left[\sum_i p_i \frac{dq_i}{dq_0} - H(p_i, q_i) \right] \quad (3)$$

введением дополнительной пары канонических переменных (p_0, q_0) и множителя Лагранжа (N) .

Для того, чтобы редуцировать расширенную систему (1) к (3), необходимо точно разрешить

$$\frac{\delta W}{\delta N} = 0 \Rightarrow -p_0 + H(p_i, q_i) = 0 \quad (4)$$

- уравнение связи,

$$\frac{\delta W}{\delta q_0} = 0 \Rightarrow \dot{p}_0 = 0 \quad (5)$$

- закон сохранения,

$$\frac{\delta W}{\delta p_0} = 0 \Rightarrow dq_0 = N dt \equiv dT \quad (6)$$

- уравнение, устанавливающее связь между эволюционным параметром редуцированной системы (3) и инвариантным "лагранжевым временем" $dT = N dt$ (лагранжево время - это время по часам наблюдателя в сопутствующей системе отсчета). В классической механике q_0 и T совпадают. В релятивистской механике такого совпадения нет, кроме того, в отличие от классической механики, параметр эволюции не совпадает с "лагранжевым временем" (см., например, [16]). В репараметризационно-инвариантной теории роль времени можно приписать трем различным величинам:

1) "координатному времени" t (соответствующий гамильтониан равен нулю на связи (4)) - это не наблюдаемое время;

2) инвариантному "лагранжеву времени" T , конструируемому с помощью множителя Лагранжа (6). В релятивистской механике - это собственное время частицы. (В дальнейшем термины "собственное время" и "лагранжево время" будем считать взаимозаменяемыми);

3) динамическому "параметру эволюции" соответствующей редуцированной системы, который в нашем случае (3) есть (q_0).

Такая классификация времен в репараметризационно-инвариантных теориях была дана в [16].

- *АДМ-параметры и кинематические преобразования.* Для построения гамильтонова формализма необходимо в явном виде "отделить" пространство от времени, т.е. провести $3 + 1$ расщепление пространства-времени на семейство пространственно-подобных гиперповерхностей $t = \text{const}$. Наиболее удобной считается АДМ параметризация

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = N^2 dt^2 - h_{ij} (dx^i + N^i dt) (dx^j + N^j dt), \quad (7)$$

которая однозначно связана с величинами, характеризующими семейство гиперповерхностей $t = \text{const}$. Так, посредством функции хода N и вектора сдвига N_k можно составить четырехмерный вектор единичной нормали к гиперповерхности - $v^\alpha = \left(\frac{1}{N}, -\frac{N^k}{N} \right)$, а внутренняя метрика h_{ij} определяет вторую квадратичную форму

$$b_{ij} = \frac{1}{2N} (h_{ij} - \nabla_i N_j - \nabla_j N_i), \quad (8)$$

которая показывает, как вложена трехмерная гиперповерхность в объемлющее четырехмерное пространство. Кинематические преобразования координат [13,14],

$$t' = t'(t), \quad x' = x'(t, x),$$

сохраняют данное расслоение на семейство гиперповерхностей $t = \text{const}$ и включают репараметризацию времени $t' = t'(t)$. Инвариантность действия

относительно этой репараметризации играет ключевую роль в процедуре редукции и построении ненулевого гамильтониана.

В общем случае в процессе гамильтоновой редукции любая расширенная система

$$W^{ES}[p_i, q_i; p_0, q_0 | t, N] = \int_{t_1}^{t_2} dt \left(-p_0 \dot{q}_0 + \sum_i p_i \dot{q}_i - NH^{ES}(q_0, p_0, q_i, p_i) \right),$$

распадается на две подсистемы уравнений, первая из которых - набор редуцированных подсистем

$$W_{(1,2,\dots)}^{RS}[p_i, q_i | q_0] = \int_{q_0(1)}^{q_0(2)} dq_0 \left[\sum_i p_i \frac{dq_i}{dq_0} - H_{(1,2,\dots)}^{RS} \right],$$

соответствующих различным решениям гамильтоновой связи

$$H^{ES} = 0 \Rightarrow P_{0(1,2,\dots)} = H_{(1,2,\dots)}^{RS}.$$

Вторая определяется уравнениями на дополнительный импульс

$$\frac{\delta W^{ES}}{\delta p_0} = 0 \Rightarrow \frac{dq_0}{dT} = -\frac{\delta H^{ES} \text{ def}}{\delta p_0} = \sqrt{\rho(q_0)} \Rightarrow T(q_0) = \int_0^{q_0} \frac{dq_0}{\sqrt{\rho(q_0)}} \quad (9)$$

и координату, которая превращается в динамический параметр эволюции. Уравнение (9) описывает эволюцию собственного времени относительно динамического параметра редуцированной системы, причем параметром эволюции становится одна из исходных динамических переменных расширенной системы.

Итак, после точного разрешения гамильтоновой связи выясняется, что одна из переменных исходной расширенной системы "выпадает" из фазового пространства и превращается в эволюционный параметр редуцированной системы. В репараметризационно-инвариантной теории два уравнения на добавочный импульс и координату описывают динамику собственного времени. В специальной теории относительности динамика собственного времени сводится к преобразованию Лоренца от собственного времени наблюдателя к собственному времени частицы.

- *Постановка задачи.* Целью работы является развитие метода гамильтоновой редукции применительно к ОТО - выделение физических степеней свободы, формулировка теории возмущений и исследование линеаризованной теории в осцилляторном приближении с учетом космологической эволюции. Материал статьи изложен в соответствии со следующим планом. Во втором разделе описывается метод гамильтоновой редукции в ОТО, суть которого в разрешении одной гамильтоновой связи и введении глобальной переменной, затем приводится обоснование этого метода с точки зрения геометрии 3+1 расслоения. В третьем разделе формулируется теория возмущений и анализируется линеаризованная теория. В четвертом разделе изложена суть осцилляторного приближения и исследовано его динамическое содержание.

2. Гамильтонова редукция в ОТО. 2.1. Расширенное действие. Если источником гравитации служит электромагнитное поле, то действие приобретает вид

$$W(g|\mu) = \int d^4x \sqrt{-g} \left[-\frac{\mu^2}{6} R(g) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right], \quad (10)$$

$$\mu^2 = M_{pl}^2 \frac{3}{8\pi}, \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu,$$

где M_{pl} - масса Планка. Репараметризационно-инвариантная гамильтонова редукция требует введения дополнительной переменной, которая должна зависеть только от времени, т.е. должна быть "глобальной".

Перейдем в конформно-соответствующее пространство, согласно

$$g(t, x)_{\alpha\beta} = \left(\frac{\phi(t)}{\mu} \right)^2 \bar{g}_{\alpha\beta}(t, x), \quad (11)$$

а определяющий конформное преобразование скаляр $\phi(t)$ выберем в качестве дополнительной глобальной переменной, формально фиксируя тем самым кинеметрическую группу (ϕ остается зависящим от времени скаляром только при кинеметрических преобразованиях). После такого преобразования действие принимает вид

$$W(\bar{g}|\phi) = \int d^4x \sqrt{-\bar{g}} \left[-\frac{\phi^2}{6} R(\bar{g}) + \phi \nabla^\alpha \nabla_\alpha \phi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right]. \quad (12)$$

Для метрики конформно-соответствующего пространства $\bar{g}_{\alpha\beta}$ выберем следующую параметризацию:

$$\bar{g}_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} (\mathcal{N} N_0(t))^2 - N_k N^k, & -N_k \\ -N_k, & -h_{ij} \end{pmatrix}, \quad (13)$$

которая от стандартной АДМ параметризации отличается факторизацией функции хода на два множителя - локальный и глобальный

$$N(t, x) = \mathcal{N}(t, x) N_0(t). \quad (14)$$

Глобальная часть функции хода $N_0(t)$ при кинеметрических преобразованиях преобразуется как

$$N'_0 = N_0 \frac{\partial t}{\partial t'},$$

а локальная часть $\mathcal{N}(t, x)$ остается кинеметрическим скаляром. После такой параметризации действие принимает вид

$$W(\bar{g}|\phi) = \int dt d^3x \mathcal{N} N_0 \sqrt{h} \left[\frac{\phi^2}{6} R(h) - \frac{4}{6} \phi \overset{\circ}{\phi} b + \frac{\phi^2}{6} (b_{ij} b^{ij} - b^2) - \frac{\overset{\circ}{\phi}^2}{6} - \frac{1}{4} F_{ij} F^{ij} + \frac{1}{2 N_0^2 \mathcal{N}^2} (F_n^i F_{mi} N^n N^m + 2 N^n F_n^i F_{i0} + F_0^i F_{0i}) \right] + \Sigma, \quad (15)$$

где

$$\overset{\circ}{\phi} = \frac{1}{\mathcal{N} N_0} \frac{\partial \phi}{\partial t}, \quad (16)$$

$$b_{ij} = \frac{1}{2\mathcal{N}N_0} (\dot{h}_{ij} - \nabla_i N_j - \nabla_j N_i), \quad (17)$$

а Σ - поверхностный член

$$\Sigma = \int dt d^3x \left[\partial_0 \left(\sqrt{h} \dot{\phi} + \sqrt{h} \frac{1}{3} \phi^2 b \right) - \frac{1}{3} \phi^2 \partial_i \sqrt{h} (\partial^i (\mathcal{N} N_0) + N^i b) \right]. \quad (18)$$

Введение двух дополнительных глобальных переменных требует наложения двух условий. Одно из них выберем так, чтобы оно диагонализировало кинетический член в действии

$$\int d^3x \sqrt{h} b = 0, \quad (19)$$

а второе глобальное условие выберем позднее.

Теперь действие приобретает вид

$$W^{(t)} = \int dt \left[P_0 \dot{\phi} + \int d^3x (P^{ij} h_{ij} + P^i \dot{A}_i) - H \right], \quad (20)$$

с расширенным гамильтонианом

$$H = N_0 \left(-\frac{P_0^2}{4E} + \int d^3x \sqrt{h} \mathcal{N} \mathcal{H} \right) + \int d^3x (2 P^{ij} \nabla_i N_j + P^i F_{ni} N^n + P^i \partial_i A_0) - \Sigma, \quad (21)$$

$$\Sigma = \partial_0 \left(-\frac{P_0}{2} \right) - \frac{\phi^2}{3} \int d^3x \partial_i \left(\sqrt{h} (N_0 \partial^i \mathcal{N} + N^i b) \right), \quad (22)$$

$$\mathcal{H} = -\frac{\phi^2}{6} R(h) + \frac{6}{\phi^2 (\sqrt{h})^2} \left(P^{ij} P_{ij} - \frac{1}{2} P^2 \right) + \frac{1}{4} F_{ij} F^{ij} + \frac{1}{2} \frac{P_i P^i}{(\sqrt{h})^2}, \quad (23)$$

$$E = \int d^3x \frac{\sqrt{h}}{\mathcal{N}}. \quad (24)$$

Здесь $\{P^i, h_{ij}\}$, $\{P^i, A_j\}$ - канонически сопряженные переменные, а $\{P_0(t), \phi(t)\}$ - дополнительные глобальные переменные.

Система связей выглядит следующим образом:

$$\frac{\delta W^{(t)}}{\delta N_0} = 0 \Leftrightarrow \frac{P_0^2}{4E} = \int d^3x \sqrt{h} \mathcal{N} \mathcal{H}, \quad (25)$$

$$\frac{\delta W^{(t)}}{\delta \mathcal{N}} = 0 \Leftrightarrow \frac{P_0^2}{4E^2 \mathcal{N}^2} = \mathcal{H}, \quad (26)$$

$$\frac{\delta W^{(t)}}{\delta N^i} = 0 \Leftrightarrow -2\nabla_j P_j^i + P^j F_{ij} = 0, \quad (27)$$

$$\frac{\delta W^{(t)}}{\delta A_0} = 0 \Leftrightarrow \nabla_i P^i = 0. \quad (28)$$

Отметим, что связь (25) можно получить из (26) интегрированием по пространству. Выпишем также уравнение на дополнительный импульс

$$\frac{\delta W^{(t)}}{\delta P_0} = 0 \Leftrightarrow \dot{\phi} = -N_0 \frac{P_0}{2E}. \quad (29)$$

2.2. Редукция. Разрешим связь (25) относительно дополнительного импульса P_0 , а затем воспользуемся уравнением (26) для определения локальной функции хода \mathcal{N} . В результате получим следующее

$$P_0 = \pm 2 \int d^3x \sqrt{h} \sqrt{\mathcal{H}} \equiv H_{(R)}, \quad (30)$$

$$\mathcal{N} = \frac{|P_0|}{2E\sqrt{\mathcal{H}}}, \quad (31)$$

где $H_{(R)}$ - генератор эволюции относительно ϕ . (В дальнейшем, в формуле (30), для определенности выберем знак минус. Геометрически это соответствует расхождению с течением времени нормальных к гиперповерхностям $t = \text{const}$ мировых линий наблюдателей). На связях (30) и (31) с точностью до поверхностного члена действие принимает вид

$$W^{(I)} = \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi \int d^3x [P^{\mu} \partial_{\phi} h_{\mu} + P^i \partial_{\phi} A_i - 2\sqrt{h}\sqrt{\mathcal{H}} - (2P^{\mu} \nabla_i N_j + P^i F_{ni} N^n + P^i \partial_i A_0)]. \quad (32)$$

Соответствующий этому действию гамильтониан на поперечных связях (27), (28) имеет ненулевой и локальный характер

$$W^{(I)} = \int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi \int d^3x [P^{\mu} \dot{h}_{\mu} + P^i \dot{A}_i - H_{(R)}], \quad (33)$$

(точка сверху означает дифференцирование по ϕ). Этот редуцированный гамильтониан построен из времени-репараметризационных инвариантов и полностью определяет динамику переменных $\{P^{\mu}, h_{\mu}\}$ и $\{P^i, A_i\}$. Поскольку из такой системы исключены нединамические переменные (в частности локальная функция хода \mathcal{N}), то динамика такой системы определяется однозначно.

Выберем отложенное в запас дополнительное глобальное условие так, чтобы

$$E = \int d^3x \frac{\sqrt{h}}{\mathcal{N}} = V_0, \quad (34)$$

(здесь V_0 - некоторая фиксированная константа $\partial_{\phi} V_0 = 0$), наложим его на параметры расширенного действия и, учитывая это соотношение, перепишем (29), (30) и (31),

$$\mathcal{N} = \frac{|P_0|}{2V_0\sqrt{\mathcal{H}}}, \quad (35)$$

$$P_0 = -2 \int d^3x \sqrt{h} \sqrt{\mathcal{H}}, \quad (36)$$

$$2V_0 \frac{d\phi}{P_0} = -N_0 dt = -d\eta. \quad (37)$$

Исключая P_0 из (35) и (37), используя (36), получим

$$\mathcal{N} = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{H}}} \frac{d\phi}{d\eta}, \quad (38)$$

$$\frac{d\phi}{d\eta} = \frac{\int d^3x \sqrt{h} \sqrt{\mathcal{H}}}{V_0}, \quad (39)$$

здесь $d\eta$ - времени-репараметризационно-инвариантный интервал. Динамическая система, с редуцированным действием (33), дополненная соотношениями (38) и (39), полностью определяет метрику пространства-

времени ОТО при условии $g_{0i} = 0$.

Отметим некоторые особенности редуцированного действия (см. также [15,17]).

1) Плотность гамильтониана $2\sqrt{\mathcal{H}}$ - локальная функция полевых переменных и является кинеметрическим скаляром.

2) Плотность гамильтониана (а следовательно, и сам редуцированный гамильтониан) не равна нулю на уравнениях движения. Иначе это противоречило бы соотношению (38) (функция хода не может быть равной нулю).

3) Редуцированный гамильтониан явно зависит от времени (от параметра эволюции ϕ).

Первые две особенности интересны с точки зрения интерпретации плотности функции гамильтониана на уравнениях движения как плотности наблюдаемой энергии. Зависимость гамильтониана от времени затрудняет формулировку законов сохранения, тем не менее, в дальнейшем с таким редуцированным гамильтонианом будет связано понятие энергии, а в линеаризованной теории этот вопрос будет детально исследован в следующем разделе. Здесь же отметим, что соотношение (38) напрямую связывает понятие функции хода с плотностью гамильтониана, а следовательно, и с плотностью энергии.

3. Теория возмущений. Для формулировки теории возмущений редуцированной системы (33) выпишем следующие разложения:

$$h_{ij} = h_{ij}^{(0)} + h_{ij}^{(1)} + h_{ij}^{(2)} + \dots, \quad (40)$$

$$P^{ij} = P^{(1)ij} + P^{(2)ij} + \dots, \quad (41)$$

где $h_{ij}^{(1)}, P^{(1)ij}$ - возмущения порядка некоторой малой величины $\lambda, \lambda \ll 1$. А $h_{ij}^{(2)}, P^{(2)ij}$ - возмущения порядка λ^2 . Метрика $h_{ik}^{(0)}$ - некая фоновая метрика, в окрестности которой проводятся разложения. Предположим, также, что все поля-возмущения разложены на поперечные и продольные части (см. [2-4])

$$f_{ik} = f_{ik}^{TT} + f_{ik}^T + f_{ik}^L, \quad (42)$$

$$\nabla^i f_{ik}^{TT} = 0, \quad f_{ik}^{TT} h^{(0)ik} = 0, \quad f_{ik} h^{(0)ik} = f_{ik}^T h^{(0)ik}, \quad (43)$$

$$\nabla^i (f_{ik} - f_{ik}^T) = \nabla^i f_{ik}^L, \quad f_{ik}^L h^{(0)ik} = 0. \quad (44)$$

Здесь и далее ковариантная производная определена в пространстве фоновой метрики. В редуцированном действии нет нединамических переменных, поэтому последовательные расчеты по теории возмущений не приводят к принципиальным затруднениям.

3.1. Нулевое приближение. Преположим, что метрика нулевого приближения - это метрика Фридмана-Робертсона-Уолкера (ФРУ)

$$ds_{(0)}^2 = h_{ij}^{(0)} dx^i dx^j = r_0^2 (d\chi^2 + f^2(\chi) (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)), \quad (45)$$

где $f(\chi) = \{\sin\chi, \chi, \sin h\chi\}$ соответственно для пространств положительной, нулевой и отрицательной кривизн, r_0 - некоторая постоянная с размерностью длины.

В нулевом приближении для выражения \mathcal{H} получим

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}^{(0)} + \dots = -k \frac{\phi^2}{r_0^2} + \frac{1}{4} F_{ij} F^{ij} + \frac{1}{2} \frac{P_i P^i}{(\sqrt{h^{(0)}})^2} + \dots, \quad (k = 1, 0, -1), \quad (46)$$

а ввиду того, что нас не интересует динамика полей материи, оставим от нее эффективную константу C_0

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}^{(0)} + \dots = -k \frac{\phi^2}{r_0^2} + C_0 + \dots, \quad (k = 1, 0, -1). \quad (47)$$

Подставив полученное в соотношения (39) и (38), имеем

$$d\eta \approx \frac{V_0 d\phi}{4\pi r_0^3 \int d\chi f^2(\chi) \sqrt{-k \frac{\phi^2}{r_0^2} + C_0}}, \quad \mathcal{N} \approx \frac{4\pi r_0^3 \int d\chi f^2(\chi)}{V_0}. \quad (48)$$

Константу V_0 определим так, чтобы локальная функция хода равнялась единице $\mathcal{N} \approx 1$. Но для случаев ($k=0, -1$), то есть для открытых пространств, интеграл $\int_0^\infty d\chi f^2(\chi)$ и V_0 являются расходящимися выражениями. Допустим, что существует конечный предел отношения

$$\mathcal{N} \approx \lim_{\chi \rightarrow \infty} \frac{4\pi r_0^3 \int d\chi' f^2(\chi')}{V_0(\chi)} = 1. \quad (49)$$

Тогда (39) принимает вид

$$d\eta \approx \frac{d\phi}{\sqrt{-k \frac{\phi^2}{r_0^2} + C_0}}. \quad (50)$$

Таким образом, метрика (11) в нулевом приближении полностью определена. Эта метрика ФРУ, которая, если учесть два предыдущих соотношения, описывает пространство, заполненное фотонным газом, с плотностью энергии $\varepsilon \sim C_0/\phi^4$. Соотношения (38), (39) и $\mathcal{H}^{(0)}$ задают глобальное движение системы, что и определяет эволюцию метрики ФРУ.

3.2. Линеаризованное приближение. Предположим, что взаимодействие материи и гравитации пренебрежимо мало. Используем линеаризованную связь (27),

$$\nabla_i P_j^{(1)i} \approx 0, \quad (51)$$

тогда, имея в виду, что

$$P_j^{(1)i} \approx \frac{1}{2} \sqrt{h^{(0)}} (\dot{h}_{ij}^{(1)} - h_{ij}^{(0)} \dot{h}^{(1)}), \quad \dot{h}^{(1)} = h_{kl}^{(1)} \dot{h}^{(0)kl}, \quad (52)$$

а также, что $h_{kl}^{(0)}$ не зависит от времени, из (51) получим

$$\nabla^i (h_{ij}^{(1)} - h_{ij}^{(0)} h^{(1)}) \approx 0. \quad (53)$$

Последнее выражение является следствием поперечной связи, но не калибровочным условием. Преобразованием

$$\begin{aligned} \bar{P}^{ij} &= P^{(1)ij} - \frac{1}{3} h^{(0)ij} P^{(1)}, & \bar{h}_{ij} &= h_{ij}^{(0)} - \frac{1}{3} h_{ij}^{(0)} h^{(1)}, \\ P^{(1)} &= h_{ij}^{(0)} P^{(1)ij}, & h^{(1)} &= h_{ij}^{(0)} h^{(1)ij} \end{aligned} \quad (54)$$

перейдем от канонического набора переменных $\{P^{(1)ij}, h_{ij}^{(1)}\}$ к новому набору $\{\bar{P}^{ij}, \bar{h}_{ij}\}, \{P^{(1)}/3, h^{(1)}\}$. Это преобразование не является каноническим, однако его невырожденность позволяет исследовать динамику в новом наборе переменных. Редуцированное действие принимает вид

$$W^{(1)} = \int d\phi \int \left[d^3x \left[\bar{P}^{ij} \dot{\bar{h}}_{ij} + \frac{1}{3} P^{(1)} \dot{h}^{(1)} \right] - H_{(R)} \right], \quad (55)$$

где

$$H_{(R)} = H_{(R)}^{(0)} + H_{(R)}^{(2)} + \dots \quad (56)$$

Кинетическая часть $H_{(R)}^{(2)}$ с точностью до некоторого коэффициента, зависящего от времени, выглядит так:

$$H_{(R)}^{(0)} \sim \int d^3x \frac{1}{\sqrt{h}} \left(\bar{P}^{ij} \bar{P}_{ij}^{(T)} - \frac{1}{6} P^{(1)2} \right). \quad (57)$$

"Поперечное" разложение (см. [2-5]) для \bar{P}^{ij} имеет вид

$$\bar{P}_{ij} = P_{ij}^{(TT)} + \nabla_i W_j + \nabla_j W_i + 2 \left(\nabla_i \nabla_j W - \frac{1}{3} h_{ij}^{(0)} \nabla W \right), \quad (58)$$

где W^i - поперечный вектор $\nabla_i W^i = 0$, а $P_{ij}^{(TT)}$ - бесследовая поперечная часть.

Связь (51) принимает вид

$$\nabla^i \left[\nabla_i W_j + \nabla_j W_i + 2 \left(\nabla_i \nabla_j W - \frac{1}{3} h_{ij}^{(0)} \nabla W \right) \right] = \frac{1}{3} \nabla_j P^{(1)}. \quad (59)$$

Учитывая, далее, что метрика $h_{ij}^{(0)}$ изотропна $R(h^{(0)})_{ij} = 2k h_{ij}^{(0)}$ и что из равенства двух векторов вытекает равенство их продольных и поперечных составляющих, имеем $W^i = 0$ и

$$2 \left(\Delta \nabla_j W - \frac{1}{3} \nabla_j \Delta W \right) = \frac{1}{3} \nabla_j P^{(1)}, \quad (60)$$

или в эквивалентной форме

$$2 \left(\nabla_j \Delta W + 2k \nabla_j W - \frac{1}{3} \nabla_j \Delta W \right) = \frac{1}{3} \nabla_j P^{(1)}, \quad (61)$$

откуда следует

$$2 \left(\frac{2}{3} \Delta W + 2k W \right) = \frac{1}{3} P^{(1)}. \quad (62)$$

Рассмотрим случай пространственно-плоской метрики $k = 0$:

$$4\Delta W = P^{(1)}. \quad (63)$$

"Поперечное" разложение записывается как

$$\bar{P}^{\mu\nu} = P_{ij}^{(TT)} + 2 \left(\nabla_i \nabla_j W - \frac{1}{3} h_{ij}^{(0)} \Delta W \right), \quad (64)$$

где W удовлетворяет (63).

С учетом этого разложения вычислим правую часть (57),

$$\begin{aligned} & \int d^3x \frac{1}{\sqrt{h}} \left(\bar{P}^{\mu\nu} \bar{P}_{\mu\nu}^{(l)} - \frac{1}{6} P^{(l)2} \right) = \\ & = \int d^3x \frac{1}{\sqrt{h}} \left[P_{ij}^{(TT)2} + 4 \left(\nabla_i \nabla_j W - \frac{1}{3} h_{ij}^{(0)} \Delta W \right) \left(\nabla^i \nabla^j W - \frac{1}{3} h^{(0)ij} \Delta W \right) - \frac{1}{6} P^{(l)2} \right] = \\ & = \int d^3x \frac{1}{\sqrt{h}} \left[P_{ij}^{(TT)2} + 4 \left(\nabla_i \nabla_j W - \frac{1}{3} h_{ij}^{(0)} \Delta W \right) \left(\nabla^i \nabla^j W \right) - \frac{1}{6} P^{(l)2} \right] = \\ & = \int d^3x \frac{1}{\sqrt{h}} \left[P_{ij}^{(TT)2} - \frac{2}{3} \nabla^i P^{(l)} \nabla_i W - \frac{1}{6} P^{(l)2} \right] = \\ & = \int d^3x \frac{1}{\sqrt{h}} \left[P_{ij}^{(TT)2} + \frac{2}{3} P^{(l)} \Delta W - \frac{1}{6} P^{(l)2} \right] = \int d^3x \frac{1}{\sqrt{h}} \left[P_{ij}^{(TT)2} \right]. \end{aligned} \quad (65)$$

Вывод. В редуцированном гамильтониане в квадратичном приближении величина $P^{(l)}$ не содержится. А это значит, что вариация редуцированного действия по $P^{(l)}$ приводит к уравнению

$$\dot{h}^{(l)} = 0. \quad (66)$$

Следовательно, можно положить $h^{(l)} = 0$ на начальной гиперповерхности, и это условие будет выполняться на всех гиперповерхностях в последующие моменты времени. Таким образом, пара переменных $\{P^{(l)}, h^{(l)}\}$ выпадает из редуцированного гамильтониана в квадратичном приближении (линеаризованные уравнения), что является следствием структуры гамильтониана и наличия поперечных связей, но не калибровки.

Выпишем редуцированный гамильтониан с точностью до λ^2 , предварительно заметив, что

$$\mathcal{H} = C_0 \left(1 + \frac{1}{2} h_{ij}^{(TT)} h_{ij}^{(TT)} \right) + \left[\frac{6}{\phi^2} P_{ij}^{(TT)} P_{ij}^{(TT)} + \frac{\phi^2}{6} \frac{1}{4} \partial_k h_{ij}^{(TT)} \partial_k h_{ij}^{(TT)} + \frac{3}{2} \partial_i \partial_l (h_{ik}^{(TT)} h_{lk}^{(TT)}) \right]. \quad (67)$$

Здесь учтено, что к C_0 , как эффективному вкладу материи, добавляется пропорциональный λ^2 член за счет возмущения метрики. Легко заметить, что линейный по λ вклад отсутствует в \mathcal{H} и для редуцированного гамильтониана имеем

$$H_{(R)} = 2 \int d^3x \sqrt{h} \sqrt{\mathcal{H}} = \int d^3x \left[2\sqrt{C_0} + \frac{1}{\sqrt{C_0}} \left(\frac{6}{\phi^2} P_{ij}^{(TT)} P_{ij}^{(TT)} + \frac{\phi^2}{6} \frac{1}{4} \partial_k h_{ij}^{(TT)} \partial_k h_{ij}^{(TT)} \right) \right]. \quad (68)$$

Перейдем к новому набору переменных $\{\pi^\mu, \epsilon_{ij}\}$ преобразованием

$$\pi^\mu = \frac{\sqrt{6}}{\phi} P^{TT\mu}, \quad \epsilon_{ij} = \frac{\phi}{\sqrt{6}} h_{ij}^{(TT)}, \quad (69)$$

которое является каноническим в пределе больших ϕ и для редуцированного гамильтониана получим

$$H_{(R)} \approx \int d^3x \left[2\sqrt{C_0} + \frac{1}{\sqrt{C_0}} \left(\pi_{ij}\pi_{ij} + \frac{1}{4} \partial_k \epsilon_{ij} \partial_k \epsilon_{ij} \right) + \frac{\pi_{ij}\epsilon_{ij}}{\phi} \right]. \quad (70)$$

При достаточно больших ϕ , когда последним слагаемым можно пренебречь, $H_{(R)}$ удовлетворяет волновому уравнению, что позволяет связать с таким гамильтонианом понятие энергии (для сравнения см. [18]).

При малых ϕ зависимость гамильтониана (70) от параметра эволюции существенна. Рассмотрим общий случай ($R^{(0)} = 6k/r_0^2$, $k = 1, 0, -1$, $C_0 = 0$), тогда

$$H_{(R)} = \int d^3x \sqrt{\bar{h}} \sqrt{\mathcal{H}} \approx \int d^3x \sqrt{\bar{h}} \sqrt{-\frac{\phi^2}{r_0^2} k + \frac{6}{\phi^2} P_{ij}^{TT} P_{ij}^{TT}}. \quad (71)$$

P_{ij}^{TT} удовлетворяет следующему динамическому уравнению:

$$\frac{d}{d\phi} P_{ij}^{TT} T_{ij} = 0. \quad (72)$$

Заметим, что P_{ij}^{TT} не зависит от ϕ . Выпишем также соотношение, связывающее инвариантное время η с параметром эволюции ϕ , который одновременно служит масштабным фактором

$$d\eta = \frac{V_0 d\phi}{\int d^3x \sqrt{-\frac{\phi^2}{r_0^2} k + \frac{6}{\phi^2} P_{ij}^{TT} P_{ij}^{TT}}}, \quad (73)$$

причем интеграл в знаменателе надо понимать как усреднение по пространству. Учитывая только этот усредненный по пространству вклад в динамику собственного времени, получим

$$d\eta = \frac{d\phi}{\sqrt{-\frac{\phi^2}{r_0^2} k + \frac{C_1}{\phi^2}}}. \quad (74)$$

(здесь C_1 - усредненный вклад от $6P_{ij}^{TT} P_{ij}^{TT}$). Уравнение (74) в точности повторяет динамику масштабного фактора космологической модели Фридмана с предельно жестким уравнением состояния однородной материи.

4. *Осцилляторное приближение. Обоснование.* Перейдем к дискретному набору переменных. Как известно (см. [19] §52), в классической электродинамике переход к такому описанию осуществляется путем рассмотрения поля в большом, но конечном объеме пространства V [20,21]. Действуя аналогично для функции Гамильтона H в переменных $\{\bar{Q}, \bar{P}\}$, получим

$$H = \frac{1}{2} \sum_k (\bar{P}_k^2 + \omega^2 \bar{Q}_k^2). \quad (75)$$

Принято $U=1$, что не ограничивает общность рассуждений. Каждый из векторов \bar{P}_k и \bar{Q}_k перпендикулярен волновому вектору \bar{k} , т.е. имеем по две независимые компоненты. Направление поляризации этих векторов определяет направление поляризации соответствующей волны. Обозначив компоненты векторов \bar{P}_k и \bar{Q}_k (в плоскости, перпендикулярной \bar{k})

посредством $\bar{P}_L, \bar{Q}_L, L = (k, \alpha = 1, 2)$, запишем функцию Гамильтона в виде

$$H = \frac{1}{2} \sum_L (P_L^2 + \omega^2 Q_L^2). \quad (76)$$

Теория квантования такой системы хорошо известна, и если перейти в представление чисел заполнения, мы столкнемся с корпускулярной трактовкой квантов возбуждения осцилляторов, т.е. с понятием фотона.

Рассмотрим теперь систему гравитационного и электромагнитного полей и проведем аналогичный переход к осцилляторному дискретному представлению для такой системы.

Прежде всего отметим, что при рождении Вселенной ($\phi = 0$) мы не можем отделить эволюцию глобальной моды скалярного поля (либо пространственного масштаба в ОТО) от эволюции материальных полей. И поэтому для изучения такой системы необходимо классифицировать гамильтониан соответственно предложенной выше классификации времен. Гамильтонова связь соответствует инвариантному и ненаблюдаемому координатному времени. Канонический импульс, соответствующий глобальной переменной ϕ (параметру эволюции), может быть назван эволюционным гамильтонианом.

Введем также понятие "измеряемого гамильтониана" как вариационную производную действия по "измеряемому" времени. Мы рассматриваем Вселенную вблизи точки ее рождения в приближении свободной квантовой теории поля. Это означает: 1) пренебрежение всеми взаимодействиями; 2) разложение по обратному объему; 3) использование осцилляторноподобных переменных (аналогично квантовой теории поля).

Иначе говоря, рассматривая только фотоны и гравитоны, окончательно получаем набор осцилляторов (K - индекс для фотонов, L - для гравитонов):

$$\int_{V_0} d^3x P_{(\lambda)}^j \dot{A}_j^\perp = \sum_K P_K \dot{q}_K; \quad \int_{V_0} d^3x P_{(h)}^j \dot{h}_j^\perp = \sum_L P_L \dot{q}_L - \frac{\dot{\phi}}{\phi} \sum_L P_L q_L;$$

$$\int d^3x \frac{1}{2} (P_{(\lambda)}^2 + (A^\perp)^2) = \sum_{K=(k,\alpha)} \frac{1}{2} (p_K^2 + \omega_K^2 q_K^2);$$

$$\int d^3x \left(\frac{6 P_{(h)}^2}{\phi^2} + \frac{\phi^2}{24} (h^\perp)^2 \right) = \sum_{L=(l,\alpha)} \frac{1}{2} (p_L^2 + \omega_L^2 q_L^2).$$

Расширенное действие приобретает вид

$$W^{ES} = \int dt \left[\sum_I \dot{q}_I p_I - \dot{\lambda}_0 \left(P_0 + \sum_L \frac{q_L P_L}{\phi} \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{\phi P_0}{2} \right) + N_0 H^{ES} \right], \quad (77)$$

где

$$H^{ES} = \left(-\frac{P_0^2}{4V_0} + \sum_{I=K,L} \frac{1}{2} (p_I^2 + \omega_I^2 q_I^2) \right).$$

Далее редуцируем действие, разрешая связь относительно глобального импульса P_0

$$\rho_0 = \pm 2 \sqrt{V_0 \sum_{I=K,L} \frac{1}{2} (p_I^2 + \omega_I^2 q_I^2)} \equiv \pm 2V_0 \sqrt{\rho_g + \rho_0} \equiv \pm 2V_0 \sqrt{\rho_I},$$

$$\rho_g = \sum_{I=L} \frac{1}{2} (p_L^2 + \omega_L^2 q_L^2); \quad \rho_g = \sum_{I=K} \frac{1}{2} (p_K^2 + \omega_K^2 q_K^2); \quad \rho_I = \rho_g + \rho_0, \quad (78)$$

и перейдем к динамическому параметру эволюции ϕ

$$W^{RS} = \int d\phi \left[\sum_I \dot{q}_I p_I \mp 2V_0 \sqrt{\rho_I} - \sum_L \frac{q_L p_L}{\phi} \right]. \quad (79)$$

Полученное редуцированное действие должно быть дополнено уравнением на дополнительный импульс

$$\frac{d\phi}{dT} = \frac{d\phi}{N_0 dt} = -\frac{P_0}{4V_0} = \mp \sqrt{\rho_I}, \quad (80)$$

которое задает связь между измеряемым временем и параметром эволюции. Измеряемая энергия, определенная как

$$H_{(H)}^M = -\frac{\partial W^{RS}}{\partial T}, \quad (81)$$

при больших ϕ совпадает с толмановским определением энергии [22,23].

4.1. Аналитически-решаемый предел и численное моделирование.

Для качественной оценки поведения рассматриваемой системы рассмотрим детально пример, когда в действии (79) присутствует лишь одна гравитационная мода

$$\frac{\partial q_L}{d\phi} = \frac{p_L}{\sqrt{\rho_I}} + \frac{q_L}{\phi}; \quad (\rho_I = \rho_0 + \rho_g), \quad (82)$$

$$-\frac{\partial p_L}{d\phi} = \frac{q_L \omega_L^2}{\sqrt{\rho_I}} + \frac{p_L}{\phi}; \quad \left(\rho_g = \frac{1}{2V_0} (p_L^2 + \omega_L^2 q_L^2) \right), \quad (83)$$

здесь ρ_0 - сохраняющаяся плотность энергии фотонной радиации. Дополним эту систему "динамикой" собственного времени

$$T(\phi) = \int_{[0]}^{\phi} \frac{d\lambda}{\sqrt{\rho_I(\lambda)}}; \quad H_{\text{Hub}} = \frac{1}{\phi} \frac{d\phi}{dT} = \frac{\sqrt{\rho_I(\phi)}}{\phi}. \quad (84)$$

Сравнивая слагаемые в уравнениях (82) и (83), заключаем, что существуют два предельных режима: i) $\phi^2 \gg \rho_I / \omega_L^2$; ii) $\phi^2 < \rho_I / \omega_L^2$.

В первом режиме можно пренебречь последним членом в уравнениях (82) и (83), и тогда получим обычные гравитационные волны с сохраняющейся плотностью энергии $\rho_g \left(\frac{d}{d\lambda} \rho_g = 0 \right)$:

$$q_L = \sqrt{2V_0 \rho_g} \sin(\omega_L T + \delta_0); \quad p_L = \sqrt{2V_0 \rho_g} \cos(\omega_L T + \delta_0); \quad T(\phi) = \frac{\phi}{\sqrt{\rho_0 + \rho_g}}. \quad (85)$$

Во втором режиме (пренебрегая первыми членами в (82) и (83)) получим

$$\omega_{qL} = \sqrt{2V_0} \frac{\phi}{T_0}; \quad p_L = \sqrt{2V_0} \frac{A}{\phi} \quad (86)$$

так, что

$$\rho_l = \rho_0 + \frac{A^2}{\phi^2} + \frac{\phi^2}{T_0^2}; \quad (87)$$

$$\phi(T) = \frac{T_0}{\sqrt{2}} \left[\rho_0 \left[\cosh \left(\frac{2T}{T_0} \right) - 1 \right] + 2 \frac{A}{T_0} \sinh \left(\frac{2T}{T_0} \right) \right]^{1/2} \quad (88)$$

Выражение (87) позволяет трактовать решения (86) как спонтанное "рождение" пространственной неевклидовой геометрии. Из (88) видно, что в конформном времени энергия экспоненциально растет (инфляция). Результат численного решения системы (82) и (83) представлен на рис.1, изображающем зависимость измеряемой энергии

$$E_c = 2\rho_l + \sqrt{\rho_l} \frac{p_l q_l}{\phi} - \sqrt{\rho_l} \frac{d}{d\phi} (\phi \sqrt{\rho_l}) \quad (89)$$

от параметра эволюции ϕ (последнее слагаемое в (89) - временной поверхностный член).

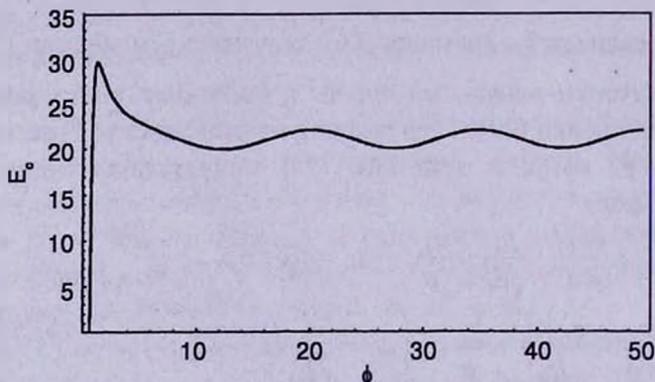


Рис.1. График зависимости измеряемой энергии E_c от параметра эволюции ϕ .

Проанализируем полученный результат. Примем, что при $\phi = 50$

$$\frac{\rho_0}{\rho_g} = 20.$$

Реально плотность энергии реликтового излучения фотонов должна быть много больше, чем $20\rho_g$, но для качественной оценки динамического поведения это не существенно. Примем также, что $\omega = 1$ и $V_0 = 1$.

В асимптотическом режиме достаточно больших ϕ измеряемая энергия осциллирует вокруг среднего значения, равного $(\rho_0 + \rho_g) \Big|_{\phi \rightarrow \infty}$. Эти осцилляции обусловлены гравитационным вкладом в измеряемую энергию E_c при больших λ , который в точности равен удвоенной кинетической энергии "гравитационного" осциллятора. Отметим, что если в выражении (89) не учитывать временной поверхностный член, то асимптотически при больших ϕ получается константа. Отметим еще одну важную особенность: наблюдаемая энергия при обратной эволюции (от больших ϕ к 0) обязательно обращается

в нуль при некотором малом значении ϕ (которое мы будем обозначать как $\phi(0)$). Кроме того, в следующем подразделе будет показано, что фаза осцилляций при $\phi \rightarrow \infty$ существенно зависит от $\phi(0)$.

4.2. Рождение Вселенной и фазовые корреляции для гравитонов.

На рис.2-4 изображены фазовые портреты рассматриваемой системы при различных значениях фазы осцилляций на "бесконечности" (при достаточно больших фиксированных значениях ϕ). Легко заметить, что фазовый портрет существенно зависит от фазы на бесконечности, а именно от того, когда и куда начнется "сваливание" с эллипса осцилляций. Особый интерес представляет график зависимости $\phi(0)$ от фазы бесконечности (см. рис.5), из которого видно, что точка "рождения" Вселенной ϕ может существенно зависеть от фазы на бесконечности.

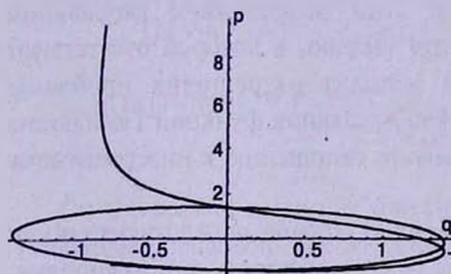


Рис.2.

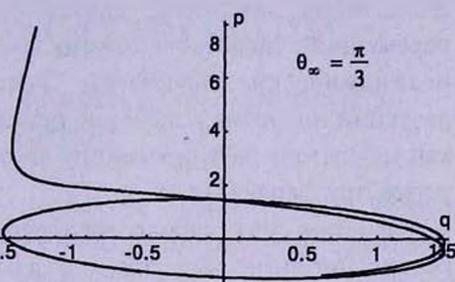


Рис.3.

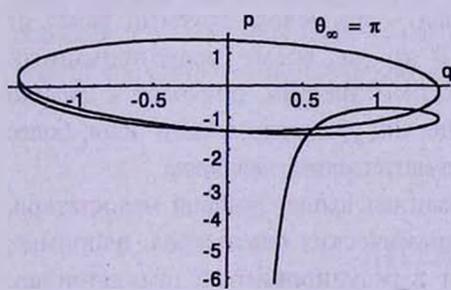


Рис.4.

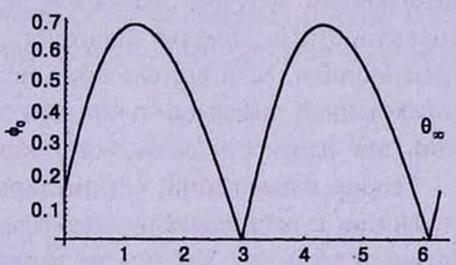


Рис.5.

Интересно, что такое качественное поведение не меняется в случае системы из многих осцилляторов (численно проверялось порядка 100 осцилляторов). Различные поправки, следующие из учета членов более высокого порядка по гравитационному полю, также не меняют качественного поведения в целом.

Зависимость точки рождения Вселенной от фазы гравитационных волн на "бесконечности" может иметь интересные физические следствия. Предположим, что Вселенная родилась с размером, большим планковского, тогда плотность энергии будет меньше планковской $10^{27}-10^{28}$ эВ (предположим на несколько порядков), квантовые поправки станут несущественными для гравитационного поля (в силу малости гравитационной постоянной) и

гравитационное поле будет хорошо описываться классическими уравнениями, а это, в свою очередь, приведет к жесткой фазовой корреляции в реликтовом гравитационном излучении. Эта фазовая корреляция в некоторой степени передается в "наследство" электромагнитному реликтовому излучению, поскольку фотоны распространяются в поле реликтовых гравитонов. Возможно, такой механизм объясняет наличие угловых шумовых корреляций в реликтовом радиоизлучении. Если это так, то по информации о свойствах таких корреляций, в принципе, можно было бы восстановить свойства реликтового гравитационного излучения, а значит ответить на вопрос, каковы были размеры и изначальная геометрия при рождении Вселенной.

5. Заключение. Глобальное расслоение 4-многообразия на семейство пространственно-подобных гиперповерхностей и выделение из уравнений Эйнштейна динамики, связанной с этим расслоением глобальной переменной, позволило сформулировать теорию, в которой отсутствуют нединамические параметры. Такой вариант разрешения проблемы редукции приводит к наличию ненулевой локальной функции Гамильтона как генератору редуцированной системы по отношению к инвариантному параметру эволюции ϕ .

Отметим, что широко распространенное мнение о нелокализуемости гравитационной энергии, на языке гамильтоновой формулировки, апеллирует к тому факту, что гамильтониан, сопряженный неинвариантному времени t , равен нулю на уравнениях движения, и единственная возможность получить ненулевой вклад - это нелокализуемый вклад от поверхностных членов действия. В то же время редуцированный гамильтониан, если его связать с понятием энергии, приводит к хорошо определенной локальной плотности энергии гравитационного поля, более того, эта плотность оказывается кинематическим скаляром.

Теория возмущений, сформулированная выше, лишена недостатков, связанных с неопределенностью нединамических параметров, например, функции хода, так как она не входит в редуцированный гамильтониан. Функция хода, как локальный нединамический параметр, определяется через редуцированный гамильтониан на уравнениях движения.

Анализ линеаризованной теории показывает, что не существует волновых возбуждений гравитационного поля, которые дают отрицательный вклад в гамильтониан, а поскольку именно гамильтониан определяет спектр частиц в квантованной теории, то можно утверждать, что не существует частицеподобных гравитационных возбуждений, приносящих отрицательный вклад в энергию.

Динамический анализ редуцированного гамильтониана классической (не квантовой) теории в пределе малых значений ϕ приводит к еще одному интересному заключению: эффективным уравнением состояния

гравитационной материи является предельно жесткое уравнение состояния $\epsilon = \rho$.

Работа выполнена в рамках программы Боголюбов-Инфельд, а один из авторов (В.В.П.) работал при поддержке Армянского Национального Фонда науки и образования (ANSEF грант N PS14-00).

¹Объединенный институт ядерных исследований, Россия

²Ереванский государственный университет, Армения

GRAVITATIONAL WAVES AND REPARAMETRIZATION-INVARIANT HAMILTONIAN FORMALISM

A.BOROVEC¹, V.PAPOYAN², V.PERVUSHIN¹, M.RZYANIN¹,
V.SMIRICHINSKI¹

On the base of a recently developed method of reparametrization-invariant Hamiltonian reduction, a noncontradictory perturbation theory is formulated, and a linearized limit in the oscillator approximation of General Relativity is considered. Possible physical consequences of the interpretation of a nonzero local Hamiltonian as the energy of the gravitation field are discussed. The dependence of the distribution of the phases of relict gravitational waves in the present era on the initial conditions at the moment of the Big Bang is obtained.

ЛИТЕРАТУРА

1. *R.Arnovit, S.Deser, C.W.Misner*, Phys. Rev., **117**, 1595, 1960.
2. *S.Deser*, Ann. Inst. H.Poincare, **7**, 149, 1969.
3. *M.Berger, D.J.Ebin*, Diff. Geom., **3**, 379, 1969.
4. *J.W.York*, Ann. Inst. H.Poincare, **21**, 319, 1974.
5. *J.W.J.York*, J. Math. Phys., **14**, 456, 1973.
6. *A.J.Lichnerovicz*, Math. Pure Appl., **23**, 37, 1944.
7. *J.W.York*, Phys. Rev. Lett., **26**, 1656, 1971.
8. *J.W.York*, Phys. Rev. Lett., **28**, 1982, 1972.
9. *N.O.Murchanda, J.W.York*, Phys. Rev. D., **10**, 428, 1974.
10. *T.Regge, C.Teitelboim*, Ann. Phys. (NY), **88**, 286, 1974.
11. *V.N.Pervushin et al.*, Phys. Lett., **B365**, 35, 1996.
12. *K.Kuchar*, J. Math. Phys., **11**, 3322, 1970.

13. *А.Л.Зельманов*, Докл. АН СССР, **227**, 78, 1976.
14. *Ю.С.Владимиров*, Системы отсчета в теории гравитации, Энергоиздат, 1982.
15. *V.N.Pervushin, V.I.Smirichinski*, Phys. Atom. Nuclei, **61**, 133, 1998.
16. *L.N.Gyngazov, M.Pawtowski, V.N.Pervushin, V.I.Smirichinski*, General Relativ. Gravitation, **30**, 1749, 1998.
17. *V.N.Pervushin, V.I.Smirichinski*, Phys. Atom. Nuclei, **61**, 2180, 1998.
18. *V.N.Pervushin, V.I.Smirichinski*, J. Phys. A: Mathem. and General, **32**, 6191, 1999.
19. *Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц*, Теория поля, Наука М., 1989.
20. *В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский*, Квантовая электродинамика, Наука, М., 1989.
21. *Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков*, Квантовые поля, Наука, М., 1980.
22. *R.C.Tolman*, Relativ. Thermodynamics and Gravitation, Calderon Press, Oxford, 1989.
23. *R.C.Tolman*, Phys. Rev., **35**, 875, 1930.
24. *А.Боровец, В.И.Смиринский*, Ядерная физика, **64**, 405, 2001.

CONTENTS

Multicolor photometry of the SU Ursa Majoris type dwarf Nova V1504 Cygni	<i>E.P.Pavlenko, O.I.Dudka</i> 5
Results of photoelectric observations MWC 342	<i>J.N.Chkhikvadze, V.O.Kakhiani, E.B.Djaniashvili</i> 15
The derivation of the frequency-function of stellar flares for the faint stars in Pleiades cluster	<i>Elma S.Parsamian</i> 23
On the flare stars flares frequency changing. III. Flare stars of Orion association	<i>A.A.Akopian, L.A.Sargsyan</i> 29
The polarimetric investigation of the infrared excess stars	<i>M.H.Ertsyian, R.Kh.Hovhannesian, E.R.Hovhannesian</i> 35
Ionization and cooling of hot plazma with temperature fluctuations	<i>A.F.Kholtygin, V.F.Bratsev, V.I.Ochkur</i> 45
The wave beams in the inhomogeneous plazma in transversal magnetic field	<i>A.G.Bagdoev, D.M.Sedrakian</i> 63
Transformation and scattering of waves on charged particles in a magnetized plazma. I	<i>H.B.Nersisyan, D.M.Sedrakyan, H.H.Matevosyan</i> 69
Photometric data of chain-like groups of compact galaxies	<i>E.H.Nikogossian, F.Durret, V.S.Tamazian</i> 83
Search for new interesting objects in the second part of the FBS	<i>A.M.Mickaelian, H.V.Abrahamian, J.Guibert, R.Chesnel</i> 91
Is the power-law shape of the correlation gamma-function sufficient for statement on the fractal properties of the distribution?	<i>A.V.Tikhonov</i> 99
On the correlation properties of the distribution of objects from PSCz-Survey	<i>A.V.Tikhonov, A.I.Kopylov</i> 109
Riemann ellipsoids with spherical halo	<i>M.G.Abrahamyan</i> 125
Gravitational waves and reparametrization-invariant Hamiltonian formalizm	<i>A.Borovec, V.Papoyan, V.Pervushin, M.Rzyanin, V.Smirichinski</i> 139

СОДЕРЖАНИЕ (продолжение)

ТРАНСФОРМАЦИЯ И РАССЕЯНИЕ ВОЛН НА НЕПОДВИЖНЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦАХ В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ. I

Г.Б.Нерсисян, Д.М.Седракян, Г.Г.Матевосян

69

ФОТОМЕТРИЯ ЦЕПЧОКООБРАЗНЫХ ГРУПП КОМПАКТНЫХ ГАЛАКТИК

Е.Г.Никогосян, Ф.Дюрре, В.С.Тамазян

83

ПОИСК НОВЫХ ИНТЕРЕСНЫХ ОБЪЕКТОВ ВО ВТОРОЙ ЧАСТИ FBS

А.М.Микаелян, Г.В.Абрамян, Ж.Гибер, Р.Шенел

91

ДОСТАТОЧНО ЛИ СТЕПЕННОГО ВИДА КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ГАММА-ФУНКЦИИ ДЛЯ УТВЕРЖДЕНИЯ О НАЛИЧИИ У РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФРАКТАЛЬНЫХ СВОЙСТВ?

А.В.Тихонов

99

О КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЪЕКТОВ ИЗ PSCz - ОБЗОРА

А.В.Тихонов, А.И.Копылов

109

ЭЛЛИПСОИДЫ РИМАНА СО СФЕРИЧЕСКИМ ГАЛО

М.Г.Абрамян

125

ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ И РЕПАРАМЕТРИЗАЦИОННО-ИНВАРИАНТНЫЙ ГАМИЛЬТОНОВ ФОРМАЛИЗМ

А.Боровец, В.В.Папоян, В.Н.Первушин, М.В.Рзяниц, В.И.Смирчинский

139