

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCE OF ARMENIA

ISSN 0321-1339

ՉԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ
REPORTS

Համար
Том
Volume

122

№ 4

Երևան

Երևան

Yerevan

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ
ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ

ՋԵԿՈՒՅՑՆԵՐ

ՀԱՏՈՐ 122

№ 4

ՀՀ ԳԱԱ «ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ» ՀՐԱՏԱՐԱԿԶՈՒԹՅՈՒՆ
ԵՐԵՎԱՆ 2022

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

ДОКЛАДЫ REPORTS

ТОМ 122
VOLUME

№ 4

ИЗДАТЕЛЬСТВО "ГИТУТЮН" НАН РА
ЕРЕВАН 2022

Հիմնադրվել է 1944 թ.: Լույս է տեսնում տարին 4 անգամ
Основан в 1944 г. Выходит 4 раза в год
Founded in 1944. Published quarterly

Գլխավոր խմբագիր՝ ակադեմիկոս Ռ. Մ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ

Խմբագրական խորհուրդ՝ ակադեմիկոս Գ. Ե. ԲԱԴԴԱՍԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Վ. Ս. ԶԱԲԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Լ. Ա. ԹԱՎԱԴՅԱՆ, ՀՀ ԳԱԱ թղթ. անդամ Ռ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, ակադեմիկոս Է. Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Լ. Ռ. ՄԱՆՎԵԼՅԱՆ (գլխ. խմբագրի տեղակալ), ակադեմիկոս Յու. Հ. ՇՈՒԹՈՒՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Յու. Մ. ՍՈՒՎԱՐՅԱՆ, Գ.Ա.ԱԲՐԱՄՅԱՆ (պատ. քարտուղար)

Главный редактор академик Р. М. МАРТИРОСЯН

Редакционная коллегия: чл.-кор. НАН РА Р. М. АРУТЮНЯН, академик Г. Е. БАГДАСАРЯН, академик В. С. ЗАХАРЯН, академик Э. М. КАЗАРЯН, чл.-кор. НАН РА Л. Р. МАНВЕЛЯН (зам. главного редактора), академик Ю. М. СУВАРЯН, академик Л. А. ТАВАДЯН, академик Ю. Г. ШУКУРЯН, Г. А. АБРАМЯН (отв. секретарь)

Editor-in-chief academician R. M. MARTIROSYAN

Editorial Board: corresponding member of NAS RA R. M. AROUTIOUNIAN, academician G. E. BAGDASARIAN, academician E. M. KAZARYAN, corresponding member of NAS RA L. R. MANVELYAN (associate editor), academician Yu. H. SHOUKOURIAN, academician Yu. M. SUVARYAN, academician L. A. TAVADYAN, academician V. S. ZAKARYAN, G. A. ABRAHAMYAN (executive secretary)

Խմբագրության հասցեն՝ 0019, Երևան 19, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24գ

Адрес редакции: 0019, Ереван 19, просп. Маршала Баграмяна 24г

Communication links: address – 24g Marshal Bagramian Ave., Yerevan, 0019, Armenia

Phone:(37410)56-80-67*URL:*<http://elib.sci.am> *e-mail:* mas@sci.am

© НАН РА. Президиум. 2022

© Издательство “Гитутюн”

НАН РА. 2022

Կանոններ հեղինակների համար

1. «Հայաստանի գիտությունների ազգային ակադեմիայի Զեկույցներ» հանդեսը լույս է տեսնում տարեկան չորս անգամ, զետեղում է գիտական հետազոտությունների նոր, ոչ մի տեղ չիրապարակված արդյունքներ պարունակող համառոտ, յուրօրինակ հոդվածներ:
2. ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոսները, թղթակից անդամները և արտասահմանյան անդամները իրենց հոդվածները ներկայացնում են անմիջականորեն: Մյուս բոլոր հոդվածները ներկայացվում են ՀՀ ԳԱԱ անդամների միջոցով:
3. Հոդվածները կարելի է ներկայացնել հայերեն, ռուսերեն կամ անգլերեն լեզվով: Այդ երեք լեզվով պետք է ներկայացնել նաև ռեֆերատ:
4. Ներկայացվում է հոդվածի էլեկտրոնային տարբերակը (CD/DVD-ով կամ e-mail-ով՝ mas@sci.am) երկու տպագիր օրինակով՝ վերջնական խմբագրությամբ: Հոդվածի ընդհանուր ծավալը՝ 8 էջ (12000 նիշ): Օգտագործվող տեքստային խմբագիրը՝ MS Word, տառաչափը՝ 12 pt, տողերի միջև հեռավորությունը՝ 1.5: Նկարները ներկայացվում են առանձին ֆայլով bmp կամ wmf ֆորմատով:

*Հանդեսի համառոտ անունը՝
ՀՀ ԳԱԱԶ*

Правила для авторов

1. "Доклады Национальной академии наук Армении" выходят 4 раза в год и помещают краткие оригинальные статьи, содержащие новые, нигде не опубликованные результаты научных исследований.
2. Академики, члены-корреспонденты и иностранные члены НАН РА представляют свои статьи непосредственно, все остальные статьи представляются через членов НАН РА.
3. Статьи могут быть представлены на армянском, русском или английском языках; должны быть представлены также рефераты на этих трех языках.
4. Представляется электронный вариант статьи (на CD/DVD или по e-mail: mas@sci.am) с двумя распечатками в окончательной редакции. Общий объем статьи не должен превышать 8 стр. (12000 знаков). Используемый текстовый редактор MS Word, кегль 12 pt, интервал 1.5. Рисунки представляются отдельными файлами в формате bmp или wmf.

**Сокращенное название журнала
ДНАН РА**

Guidelines for Authors

1. "The Reports of the National Academy of Sciences of Armenia" are published four times a year and place brief original articles containing new results of scientific researches, which were not printed previously.
2. Academicians, Corresponding Members and foreign members of NAS RA submit their articles directly. All other articles are submitted through the Members of NAS RA.
3. Articles may be presented in Armenian, Russian or English languages. It must have been presented the abstracts in these three languages as well.
4. It should be presented the complete editing of the electronic variant of the article (CD/DVD or by e-mail: mas@sci.am) and two hard copies. The whole size of the article should not exceed 8 pages (12000 marks). MS Word would be used as a text editors, font size – 12 pt, line spacing – 1.5. Pictures should be presented by the separate files in bmp or wmf formats.

***The abbreviated name of the journal is
RNAS RA***

Հայաստանի ԳԱԱ Ձեկույցներ

Հատոր 122, N 4, 2022

Հրատ. պատվեր N 1210

Խմբագրումը և սրբագրումը՝
Ա. Սահակյան

Համակարգչային էջադրումը՝ *Վ. Պապյանի*

Ստորագրված է տպագրության
12.12.2022

Ծավալը՝ 5,75 տպ. մամուլ: Տպաքանակը՝ 150: Գինը՝ պայմանագրային:

Հ Հ ԳԱԱ «Գիտություն» հրատարակչության տպարան
Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Բ. Ներսեսյան – Գեր-գուգամիտության երևույթի մասին սեփական ֆունկցիաներով վերլուծությունների ժամանակ 255

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Հ. Գ. Կանեցյան, Մ. Ս. Մկրտչյան, Ս. Ս. Մխիթարյան – Բացարձակ կոշտ շրջանային գլանաձև դրոշմների միջոցով առաձգական շերտի առանցքահամաչափ ոլորման մասին 265

Ս. Հ. Սարգսյան, Բ. Ա. Ժամակոչյան, Լ. Ս. Սարգսյան Գրաֆենի ուղղանկյուն շերտի ստատիկական և սեփական հարթ տատանումները առաձգական սալերի մոմենտամեմբրանային տեսության հիման վրա 277

ԵՐԿՐԱՖԻԶԻԿԱ

Ջ. Կ. Կարապետյան, Է. Գ. Գյոդակյան, Ս. Ս. Հովհաննիսյան, Ս. Ռ. Շահպարտյան, Ռ. Կ. Կարապետյան – Հայաստանի Հանրապետության և հարակից շրջաններում երկրաշարժերի առաջացմանը նախորդող երկրամագնիսական դաշտի անոմալ դրսևորումներ 287

ՔԻՄԻԱԿԱՆ ՖԻԶԻԿԱ

Լ. Ա. Մանուչարովա, Ռ. Ա. Բախչաջյան, Ն. Ա. Վերդյան, Լ. Ա. Թավադյան – Դիկոֆուլի մեկ փուլով ստացումը 300

ԿԵՆՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Շ. Ս. Հակոբյան, Ա. Ս. Սեդրակյան – Ընդլայնված սպեկտրի β -լակտամազներ արտադրող ոչ տիֆային *Salmonella* կլինիկական իզոլյատների պլազմիդային պրոֆիլները 307

ԴԵՂԱԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ

Ս. Հ. Հարությունյան, Ա. Ս. Ծատինյան, Ս. Օ. Վարդանյան, Հ. Վ. Գասպարյան – Բենզոդիոքսանների շարքից նոր սինթեզված քիմիական միացությունների հակահիպոքսիկ հատկությունների որոնում նորմոֆարիկ հիպոքսիկ-հիպոքսիայի պայմաններում 315

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Ս. Է. Հովսեփյան – Ուղեղի անալգետիկ համակարգի նեյրոնների իմպուլսային ակտիվությունը հիդրոկորտիզոնի ազդեցության տակ պարկինսոնյան համախտանիշի զարգացման ընթացքում 323

ՊԱՏՄՈՒԹՅՈՒՆ

Յու. Ս. Սուվարյան – Արցախի պետականության պատմության ակնարկ և Ղարաբաղյան շարժման դարը 330

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА	
<i>А. Б. Нерсисян</i> – О явлении сверх-сходимости при разложении по собственным функциям	255
МЕХАНИКА	
<i>Е. Г. Канесян, М. С. Мкртчян, С. М. Мхитарян</i> – Об осесимметричном кручении упругого слоя посредством двух абсолютно жестких круговых цилиндрических штампов	265
<i>С. О. Саркисян, К. А. Жамакочян, Л. С. Саркисян</i> – Статика и собственные плоские колебания прямоугольного листа графена на основе моментно-мембранной теории упругих пластин	277
ГЕОФИЗИКА	
<i>Дж. К. Карапетян, Э. Г. Геодакян, С. М. Оганесян, С. Р. Шахнагорян, Р. К. Карапетян</i> – Аномалия геомагнитного поля, предшествующая возникновению землетрясений на территории Республики Армения и сопредельных районов	287
ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА	
<i>Л. А. Манучарова, Р. А. Бахчаджян, Н. А. Вердян, Л. А. Тавадян</i> – Одностадийное получение дикофола	300
БИОЛОГИЯ	
<i>Ш. С. Акобян, А. М. Седракан</i> – Плазмидные профили выделенных от человека изолятов нетифоидных сальмонелл, продуцирующих β -лактамазы расширенного спектра	307
ФАРМАКОЛОГИЯ	
<i>С. О. Арутюнян, А. С. Цатинян, С. О. Варданян, О. В. Гаспарян</i> – Поиск антигипоксических свойств среди вновь синтезированных бензодиоксанов методом индукции нормобарической гипоксической гипоксии	315
ФИЗИОЛОГИЯ	
<i>М. Э. Овсепян</i> – Импульсная активность нейронов анальгетической системы головного мозга в ходе развития паркинсонического синдрома под влиянием гидрокортизона	323
ИСТОРИЯ	
<i>Ю. М. Суварян</i> – Очерк истории государственности Арцаха и сто лет Карабахского движения	330

C O N T E N T S

MATHEMATICS

- A. B. Nersessian* – On the Phenomenon of Super-Convergence in Eigenfunctions Expansions 255

MECHANICS

- E. G. Kanetsyan, M. S. Mkrtchyan, S. M. Mkhitarian* – On Axisymmetric Torsion of an Elastic Layer by Means of Two Absolutely Rigid Circular Cylindrical Punches 265
- S. H. Sargsyan, K. A. Zhamakochyan, L. S. Sargsyan* – Statics and Natural Plane Vibrations of a Rectangular Graphene Sheet Based on the Moment-Membrane Theory of Elastic Plates 277

GEOPHYSICS

- J. K. Karapetyan, E. G. Geodakyan, S. M. Oganessian, S. R. Shakhparonyan, R. K. Karapetyan* – Anomaly of the geomagnetic field preceding the occurrence of earthquakes in the territory of the Republic of Armenia and adjacent regions 287

CHEMICAL PHYSICS

- L. A. Manucharova, R. A. Bakhtchajian, N. A. Verdyan, L. A. Tavadyan* – One-Pot Production of Dicofol 300

BIOLOGY

- S. S. Hakobyan, A. M. Sedrakyan* – Plasmid Profiling in Extended Spectrum β -Lactamase-Producing Human Isolates of Non-Typhoidal *Salmonella* 307

PHARMACOLOGY

- S. H. Harutyunyan, A. S. Tsatinyan, S. O. Vardanyan, H. V. Gasparyan* – Search for Antihypoxic Properties Among Newly Synthesized Benzodioxanes by Normobaric Hypoxic-Hypoxia Induction Method 315

PHYSIOLOGY

- M. E. Hovsepyan* – Pulse Activity of Neurons of the Analgesic System of the Brain During the Development of Parkinsonian Syndrome under the Influence of Hydrocortisone 323

HISTORY

- Yu. M. Suvaryan* – An Overview of the History of the Republic of Artsakh and the Century of the Karabakh Movement 330

Академик НАН РА А. Б. Нерсисян

О явлении сверх-сходимости при разложениях по собственным функциям

(Представлено 14/XI 2022)

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, краевые задачи, ускорение сходимости, функция Грина, разложения по собственным функциям, спектральный метод, явление сверх-сходимости.

§1. Введение.

1.1. Ускорение сходимости рядов Фурье. Одним из классических инструментов математики является аппарат рядов Фурье, основанный на разложении функции f по полной в $L_2[-1,1]$ ортогональной системе $\{\exp(i \pi s x)\}, s \in \mathbb{Z}$. Однако на практике его востребованность крайне ограничена из-за явления Гиббса для кусочно-гладких функций $f(x)$ общего вида, когда используются частные суммы ряда Фурье. Еще на заре двадцатого века известный ученый-кораблестроитель А. Н. Крылов ([1], 1907) предложил следующий подход. Пусть на отрезке $x \in [-1,1]$ задана кусочно-гладкая функция $f(x)$ с коэффициентами Фурье $\{f_s\}$, $s = 0, \pm 1, \dots, \pm n$, и со следующими скачками $f(x)$ или ее производными до порядка $q \geq 1$ в точках $\{a_k\}$, $-1 < a_1 < \dots < a_m = 1$, $1 \leq m < \infty$, $k = 0, 1, \dots, q$, $A_{m,k} = f^{(k)}(1) - f^{(k)}(-1)$ и

$$A_{p,k}(f) = f^{(k)}(a_p - 0) - f^{(k)}(a_p + 0), \quad q \geq 0, p = 1, \dots, m-1, \quad (1)$$

а в окрестностях остальных точек $f \in C^{q+1}$. Построим некоторую (скажем, кусочно-полиномиальную) функцию $g = g(x)$, $x \in [-1, 1]$, с ненулевыми коэффициентами Фурье $\{g_s\}$, $|s| \geq 0$, которая имеет в тех же точках такие же скачки, а в окрестностях остальных точек также $g(x) \in C^{q+1}$. В результате ошибка аппроксимации

$$f(x) \simeq f_n(x) = g(x) + \sum_{k=-n}^n (f_s - g_s) e^{i\pi s x}, \quad x \in [-1, 1] \quad (2)$$

имеет порядок $o(n^{-q})$, $n \rightarrow \infty$, что гораздо лучше аппроксимации

Фурье (т.е. когда $g(x) = 0$). Однако нахождение величин $\{A_{s,k}\}$ непосредственно по самой функции f сильно ограничивает сферу применения этого метода. В работе [2] (1993 г.) норвежский математик Кнут Экхоф разработал «спектральный» метод, основанный на использовании лишь коэффициентов Фурье $\{f_s\}$. Указанные скачки он предложил находить приближенно, решая систему определенных линейных уравнений с матрицей Вандермонда и применив полиномиальную функцию g в схеме Крылова (2). Подобный подход был развит многими авторами (подробности см. во введении и списке литературы в работах [3-8]). Назовем его методом Крылова – Экхофа (**КЕ-методом**).

1.2. Параметрическая биортогональная система. Приведем схему иного подхода к «ускорению сходимости», основанного только на выборе функции $g(x)$ в разложении А. Крылова (2) (см. [5-7] и [9]). Пусть множество $D_n \in \mathbb{Z}$ состоит из n разных целых чисел. Частичную сумму ряда Фурье для функции $f(x) \in L_2[-1,1]$ определим формулой

$$S_n(x) = \sum_{k \in D_n} f_k \exp(i \pi k x), \quad x \in [-1,1], \quad (3)$$

где $f_k = 1/2 \int_{-1}^1 f(t) \exp(-i \pi k t) dt$, $k \in D_n$, – коэффициенты Фурье.

Рассмотрим последовательность, содержащую свободные комплексные параметры $\{z_q\} \subset \mathbb{C}$

$$t_{r,s} = (-1)^{s-r} \left(\prod_{p \in D_n, p \neq r} \frac{s-p}{r-p} \right) \prod_{q \in D_n} \frac{r-z_q}{s-z_q}, \quad r \in D_n, s \in \mathbb{Z}, \{z_q\} \notin \mathbb{Z}, \quad (4)$$

а систему функций $\{T_r\}$ определим в виде следующих рядов Фурье:

$$T_r(x) = \exp(i \pi r x) + \sum_{s \notin D_n} t_{r,s} \exp(i \pi s x), \quad r \in D_n, x \in [-1,1]. \quad (5)$$

Очевидно, система $\{T_r(x), \exp(i \pi r x)\}$, $r \in D_n$ биортогональна на $[-1,1]$ и нормирована (т.к. $t_{r,s} = \delta_{r,s}$ при $r, s \in D_n$). Отметим, что при $s \rightarrow \infty$ $t_{r,s} = O(1/s)$.

При $z_p \neq z_q$ ($p \neq q$) функции $\{T_r\}$ имеют следующий явный вид:

$$T_r(x) = \sum_{k \in D_n} c_{r,k} \exp(i \pi z_k x), \quad r \in D_n, \quad x \in [-1,1], \quad (6)$$

где

$$c_{r,k} = \frac{\pi(r-z_k)}{\sin(\pi(r-z_k))} \left(\prod_{p \in D_n, p \neq k} \frac{(r-z_p)}{(z_k-z_p)} \right) \prod_{q \in D_n, q \neq r} \frac{(z_k-q)}{(r-q)}$$

В работах [6] и [7] можно найти несколько более сложный явный вид системы $\{T_r\}$ в случае наличия совпадающих параметров $\{z_k\}$, а также когда некоторые параметры принимают целые значения.

1.3. Алгоритмы ускорения сходимости. Пусть $f \in C^q[-1,1], q \geq 1$, и $\{f_s\}$ – его коэффициенты Фурье. Имеем $f(x) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} f_s \exp(i \pi s x)$, $x \in [-1,1]$.

Сравнивая это представление с формулой (5), получаем

$$\begin{aligned} R_n(x) &\stackrel{\text{def}}{=} f(x) - \sum_{r \in D_n} f_r T_r(x) \\ &= \sum_{s \notin D_n} (f_s - \sum_{r \in D_n} f_r t_{r,s}) \exp(i \pi s x). \end{aligned}$$

Полагая, что функцию f аппроксимируем по формуле $f(x) \simeq \sum_{r \in D_n} f_r T_r(x)$, получаем, что квадрат L_2 – нормы ошибки $R_n(x)$ имеет вид

$$||R_n(x)||^2 = \sum_{s \notin D_n} |f_s - \sum_{r \in D_n} f_r t_{r,s}|^2 \quad (7)$$

Замечание 1. Если частичная сумма (2) классическая, то n нечетное и D_n состоит из всех целых $k, |k| \leq \frac{n-1}{2}$.

Предлагаемые ниже алгоритмы позволяют эффективно восстанавливать гладкую функцию f , если известно конечное число ее коэффициентов Фурье $\{f_s\}$.

1.3а. Традиционный алгоритм. В п. 2.1 выше было показано, как при заданных нецелых параметрах $\{z_k\}$ получить систему $\{T_r(x)\}, r \in D_n$, в явном виде. Назовем в этом случае аппроксимацию $f(x) \simeq \sum_{r \in D_n} f_r T_r(x)$ **традиционным алгоритмом**. В некоторых случаях он эффективно реализует ускорение сходимости ряда Фурье. Например, в простейшем случае $z_k = 0, \forall k$, система $\{T_r(x)\}$ состоит из многочленов и, в отличие от **КЕ-метода** (см. п.1.1), не требует решения каких-либо уравнений. На практике более стабильные результаты демонстрируют алгоритмы квазипериодического типа, являющиеся аналогами дискретных алгоритмов работ [8] и [10]. Здесь, при данном n , $z_k = \theta(n)k, |k| \leq n, 0 < \theta(n) < 1$, и при $n \rightarrow \infty \theta(n) \uparrow 1$. Оценка сходимости таких алгоритмов в классических классах целых функций при $n \rightarrow \infty$ приведена в работе [9], откуда следует, что чем выше гладкость функции f , тем эффективней традиционный алгоритм.

1.3б. Адаптивный алгоритм. Наличие свободы выбора параметров $\{z_k\}$ позволяет выбирать их для данных коэффициентов Фурье $\{f_r\}, r \in n$, «индивидуально». Основная наша идея следующая. Для того чтобы уменьшить ошибку $R_n(x)$ хотя бы в части формулы (7), достаточно минимизировать конечную сумму вида

$$\sum_{s \in \bar{D}_n} |f_s - \sum_{r \in D_n} f_r t_{r,s}|^2 \rightarrow \min,$$

множество $\tilde{D}_m$ состоит из m разных целых чисел и $m \geq n, \tilde{D}_m \cap D_n \neq \emptyset$. Такой подход приводит к применению метода наименьших квадратов.

В конечном счете, такая задача сводится к решению методом псевдообращения следующей существенно нелинейной системы

$$f_s - \sum_{r \in D_n} f_r t_{r,s} = 0, \quad s \in \tilde{D}_m, \quad (8)$$

относительно параметров $\{z_k\}, k \in D_n$.

Алгоритм А (см. его уточненную версию в [9]) позволяет исполнить это в два этапа: сначала применяется псевдообращение определенной $n \times m$ -матрицы, затем вычисляются все нули $\{z_k\}$ некоторого многочлена n -той степени. На выходе алгоритма применяется метод п. 1.2.

1.4. Явление сверх-сходимости для частной суммы ряда Фурье.

Определение 1. При заданном целом $n > 0$ рассмотрим множество Q_n конечных сумм $q(x), x \in [-1,1]$, вида

$$q(x) = \sum_k P_{m_k}(x) \exp(i \mu_k x), \quad \mu_k \in \mathbb{C}, \quad \sum_k (1 + m_k) \leq n,$$

где P_{m_k} – многочлен степени m_k . Назовем Q_n **множеством квазиполиномов степени n** .

Замечание 2. Квазиполиномы и их степени инвариантны относительно сдвигов аргумента. То же самое сохраняется при умножении квазиполинома на функцию $\exp(izx), z \in \mathbb{C}$. При перемножении двух квазиполиномов общего вида, как правило, получается квазиполином более высокой степени, чем каждый из сомножителей.

Теорема 1 (явление сверх-сходимости) [5]. Пусть $f \in Q_n$ (см. определение 1) и даны множества n целых чисел D_n и $\tilde{D}_n, D_n \cap \tilde{D}_n = \emptyset$, и коэффициенты Фурье $\{f_s\}, s \in D_n \cup \tilde{D}_n$, функции f . Обозначим через $\Lambda \in D_n \cup \tilde{D}_n$ множество всех целочисленных параметров $\{z_k\}$ в адаптивной аппроксимации (см. п. 1.3б)

$$f(x) \simeq F_n(x) = \sum_{r \in D_n} f_r T_r(x), \quad x \in [-1,1].$$

Для того чтобы эта аппроксимация была точной (т.е. было $f(x) \equiv F_n(x), x \in [-1,1]$), необходимо и достаточно, чтобы $\Lambda \subseteq D_n \cup \tilde{D}_n$.

Замечание 3. Множество функций Q_n **бесконечномерно** за счет произвольности параметров $\{\mu_k\} \subset \mathbb{C}$. Именно это лежит в основе необычно быстрой сходимости адаптивного алгоритма (см. [9]). Это свойство обнаружено в работе [5] и названо **сверх-сходимостью**. Насколько нам известно, все известные алгоритмы ускорения сходимости частных сумм ряда Фурье (в том числе и традиционный алгоритм из п. 1.3а) точны только в соответствующих **конечномерных** пространствах).

Определение 2. Через Z_n обозначим множество параметров $\{z_k\}$, соответствующих адаптивной аппроксимации для данной функции f (см. п. 1.3б выше). Назовем Z_n **собственными параметрами функции f** .

Подчеркнем, что на практике множество Z_n зависит не только от f и n , но и от точности задания коэффициентов Фурье $\{f_s\}$, а также от свойств вычислительных средств, используемых при реализации адаптивного алгоритма для приближенного восстановления функции f по заданным величинам $\{f_s\}$ (подробности см. в [9]). В отличие от традиционного алгоритма адаптивный полнее учитывает «индивидуальные» особенности функции f , однако, как правило, имеет высокую сложность.

§2. О некоторых новых результатах.

Приведем полученные недавно результаты. В частности, среди них есть задачи, поставленные в работе [9].

2.1. Ряд Фурье. Удалось построить алгоритмы сверх-сходимости для быстрого суммирования классического периодического на действительной оси ряда Фурье для кусочно-гладких функций при нескольких заданных точках скачков (см. выше (1)). В основе примененного метода лежит следующая формула функции Грина для оператора $\frac{d}{dx} - \lambda I$ в случае одного скачка в точке $0 < t \leq 1$:

$$G(x, t, \lambda) = \begin{cases} \exp(i \pi (x - t - 1) \lambda) / 2, & t < x \\ \exp(i \pi (x - t + 1) \lambda) / 2, & t \geq x \end{cases} \quad (9)$$

и то обстоятельство, что в каждой функции системы $\{T_r(x)\}$ могут содержаться функции с одним скачком, но в разных точках интервала $(-1, 1]$. Это позволяет реализовать наши алгоритмы на основе разложения Крылова (2).

2.2. Многомерные ряды Фурье. В работе [5] (формула (10)) был приведен метод применения традиционного (названного там универсальным) алгоритма для ускорения сходимости многомерных рядов Фурье. Оказалось, что его можно применить и в случае адаптивного алгоритма. Например, в простейшем двумерном случае используется то обстоятельство, что каждые строка и столбец матрицы коэффициентов Фурье $\{f_{s,p}\}$ функции $f(x, t)$ «ускоряются» как соответствующие одномерные ряды Фурье.

2.3. Разложение по собственным функциям оператора Лапласа в прямоугольных областях. Здесь, наряду с методом предыдущего пункта (учитывающим формулы (16) и (17) ниже), можно применить и технически иной подход. Для простоты рассмотрим и здесь двумерный случай. Пусть $(x_1, x_2) \in [0, 1] \times [0, 1]$. Функция Грина для оператора $\Delta - \lambda I$, например, при граничных условиях Неймана, имеет вид (см. [11], глава XI)

$$G(x, t, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_n \varepsilon_m \cos(\pi n x_1) \cos(\pi m x_2) \cos(\pi n t_1) \cos(\pi m t_2)}{\pi^2 (n^2 + m^2) - \lambda}, \quad (10)$$

где $\varepsilon_0 = 1, \varepsilon_n = 2$ при $n \geq 1$. Функция $G_0(x_1, x_2, \lambda) = G(x, (1, 1), \lambda)$ используется здесь в случае гладкой функции $f(x_1, x_2)$.

2.4. О краевых задачах для ОДЕ произвольного порядка. Оказывается, что и в области общей теории граничных задач для ОДЕ на конечном отрезке может быть эффективен указанный в пп.1.2-1.3 метод. Следуя обозначениям монографии [12], рассмотрим, например, при некотором целом $m \geq 2$ уравнение

$$L y = \sum_{k=0}^m p_k(x) y^{(k)}(x) = \lambda y(x), \quad x \in [-1, 1], \quad p_m = 1, \quad (11)$$

с регулярными (см. [12], глава II, § 4) краевыми условиями

$$U_\mu y = \sum_{k=0}^{m-1} (a_k^\mu y^{(k)}(-1) + b_k^\mu y^{(k)}(1)), \quad \mu = 1, 2, \dots, m, \quad (12)$$

где $p_k(x) \in C^{k+m(q-1)}[-1, 1]$ – комплексозначные функции, $\{a_k^\mu\}, \{b_k^\mu\}$ – комплексозначные постоянные и $q \geq 1, k = 0, \dots, (m-1), \mu = 1, \dots, m$. Сопряженная задача имеет вид

$$L^* z = \sum_{k=0}^m (-1)^k (p_k(x) z^{(k)}(x))^{(k)} = \lambda z(x), \quad x \in [-1, 1]$$

$$U_\mu^* z = \sum_{k=0}^{m-1} (a_k^{*\mu} z^{(k)}(-1) + b_k^{*\mu} z^{(k)}(1)), \quad \mu = 1, 2, \dots, m,$$

где $\{a_k^{*\mu}\}, \{b_k^{*\mu}\}$ – соответствующие константы (см. [12], глава II, § 1). Собственные значения $\{\nu_k\}$ задачи определяются как все нули целой функции

$$\Delta(\lambda) = \begin{vmatrix} U_1(y_1) & U_1(y_2) & \dots & U_1(y_m) \\ U_2(y_1) & U_2(y_2) & \dots & U_2(y_m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ U_m(y_1) & U_m(y_2) & \dots & U_m(m) \end{vmatrix}, \quad (13)$$

а $\{y_k(x), z_k(x)\}$ – соответствующая (вообще говоря, биортогональная) система собственных функций. Чтобы обратить оператор $L - \lambda I$, обозначим через $y_i = y_i(x, \lambda), i = 1, 2, \dots, m$ фундаментальную систему решений уравнения $Ly = \lambda y$, удовлетворяющую условиям

$$y_i^{(j-1)}(-1, \lambda) = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j. \end{cases}$$

Пусть все собственные значения краевой задачи (11)-(12) простые (как, например, в случае самосопряженных задач). Приведем схему по-

строения необходимой нам функции Грина $G = (L - \lambda I)^{-1}$. Обозначим через $W(x)$ вронскиан системы $\{y_i\}$

$$W = \begin{vmatrix} y_1^{(n-1)} & y_2^{(n-1)} & \dots & y_m^{(n-1)} \\ y_1^{(n-2)} & y_2^{(n-2)} & \dots & y_m^{(n-2)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_1 & y_2 & \dots & y_m \end{vmatrix}$$

и

$$g(x, t) = \pm \frac{1}{2W(t)} \begin{vmatrix} y_1(x) & y_2(x) & \dots & y_m(x) \\ y_1^{(m-2)}(t) & y_2^{(m-2)}(t) & \dots & y_m^{(m-2)}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_1(t) & y_2(t) & \dots & y_m(t) \end{vmatrix}, \quad (14)$$

где знак «+» берется при $x > t$, а знак «-» – при $x < t$. Тогда

$$G(x, t, \lambda) = \frac{(-1)^m}{\Delta(\lambda)} H(x, t, \lambda), \quad \lambda \notin \{v_k\}, \quad (15)$$

где

$$H(x, t, \lambda) = \begin{vmatrix} y_1(x) & \dots & y_m(x) & g(x, t) \\ U_1(y_1) & \dots & U_1(y_m) & U_1(g) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ U_m(y_1) & \dots & U_m(y_m) & U_m(g) \end{vmatrix}$$

При общей нумерации всех собственных значений функция Грина имеет вид

$$G(x, t, \lambda) = \sum_{\forall k} \frac{y_k(x) \overline{z_k(t)}}{\lambda_k - \lambda}, \quad \lambda \notin \{v_k\}. \quad (16)$$

Остается (см. [9]) привести следующий аналог последовательности (3), при условии $z_s(1) \neq 0, \forall s$:

$$t_{r,s} = \frac{z_r(1)}{z_s(1)} \left(\prod_{p \in D_n, p \neq r} \frac{v_s - v_p}{v_r - v_p} \right) \prod_{q \in D_n} \frac{v_r - \lambda_q}{v_s - \lambda_q}, \quad (17)$$

$r \in D_n, s \in \mathbb{Z}, \{\lambda_q\} \notin \{v_k\},$

и указать, что в аналоге множества $\mathbf{Q}_n$ (см. **определение 1**) роль функции $\exp(i \pi \lambda x)$ играет функция $G(x, 1, \lambda), x \in [-1, 1], \lambda \in \mathbb{C}$.

Читатель может легко убедиться, что, в случае самосопряженной задачи (11)-(12) естественным образом применимы все основные, изложенные выше в §2, этапы построения как традиционных, так и адаптивных алгоритмов, включая фактически те же базовые формулы, а также такие же доказательства существования соответствующих явлений сверхсходимости. Практическая эффективность такого подхода нуждается в численной реализации, поскольку при увеличении степени m уравнения (11) сложность алгоритмов возрастает не только за счет сложности формул (13)-(17), но и благодаря расположению величин $\{(v_k)^{1/m}\}$ в комплексной плоскости (см. главу II в [12]).

§3. Заключение.

В работах [5] и [7] был предложен новый подход к ускорению сходимости рядов Фурье, основанный на использовании параметрической биортогональной системы (см. п.1.2). На этом пути были разработаны два алгоритма, названные традиционным и адаптивным. Первый из них не требует для реализации никаких дополнительных расчетов, а второй (более точный и сложный) основан на применении явления сверхсходимости, обнаруженного в [5].

Естественность предложенного подхода подтверждается не только высокой эффективностью его численного применения, но и возможностью обобщений на широкие классы разложений по собственным функциям граничных задач (см. выше, §2). Универсальность приведенного подхода подтверждена также в работе [8], в которой изучена задача интерполяции на конечной сети. Здесь также было обнаружено явление сверхсходимости и были предложены соответствующие традиционный и адаптивный алгоритмы. Хотя и здесь изучалась граничная задача для конечно-разностного уравнения, с практической точки зрения этот результат особенно важен, так как позволяет эффективно и быстро (применением FFT) аппроксимировать гладкую функцию f на всем отрезке ее значениями на конечной равномерной сети, – вне связи с какой-либо граничной задачей. При этом явление сверхсходимости обеспечивает оптимальное применение интерполяции посредством аналога множества квазиполиномов Q_n (см. определение 1).

Институт математики НАН РА
e-mail: nersesyan.anry@gmail.com

Академик НАН РА А. Б. Нерсисян

О явлении сверхсходимости при разложении по собственным функциям

В недавних работах автора, относящихся к методам ускорения сходимости рядов Фурье, был предложен численный алгоритм, позволяющий приближать гладкие функции с недостижимой ранее точностью. В данной

работе показано, что подобный алгоритм эффективен и в случае разложений по собственным функциям некоторых других краевых задач для дифференциальных уравнений (как обыкновенных, так и в частных производных) в прямоугольных областях. Обсуждаются также некоторые перспективы подобных исследований.

ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս Ա. Բ. Ներսեսյան

**Գեր-գուգամիտության երևույթի մասին սեփական
ֆունկցիաներով վերլուծությունների ժամանակ**

Հեղինակի վերջերս հրատարակված աշխատանքներում՝ նվիրված Ֆուրյեի շարքերի գուգամիտության արագացմանը, առաջարկված էր թվային ալգորիթմ, որը մոտարկում է ողորկ ֆունկցիաները նախկինում անհասանելի ճշգրտությամբ: Տվյալ աշխատանքում ցույց է տրված, որ նման ալգորիթմը արդյունավետ է և որոշ այլ սեփական ֆունկցիաներով վերլուծությունների համար:

Academician of NAS RA A. B. Nersessian

**On the Phenomenon of Super-Convergence
in Eigenfunctions Expansions**

In some recent works of the author, related to methods for accelerating the convergence of Fourier series, a numerical algorithm was proposed that allows approximating smooth functions with previously unattainable accuracy. In this paper, we show that similar algorithms are also effective in the case of expansions by some other eigenfunctions associated with boundary value problems for differential equations (both ordinary and partial) in rectangular domains. The prospects for such studies are also discussed.

Литература

1. Крылов А. Н. О приближенных вычислениях. Лекции, читанные в 1906 г. СПб. 1907. 288 с.
2. Eckhoff K. S. – Math. Comp. 1993. V. 61. P. 745-63.
3. Нерсесян А. Б. – Доклады НАН РА. 2005. Т. 105. № 1. С. 28-35.
4. Нерсесян А. Б. – Доклады НАН РА. 2007. Т. 107. № 2. С. 124-131.
5. Nersessian A. – Armen. J. Math. 2018. V. 10. № 9. P. 1-22.
6. Nersessian A. – Armen. J. Math. 2019. V. 11. № 2. P. 1–2.
7. Nersessian A. – Lobachevskii Journal of Mathematics. 2019. V. 40. № 8. P. 1122-1131.
8. Nersessian A. – Springer Proceedings in Mathematics and Statistics. Springer. 2021. V. 357. P. 463-477.
9. Nersessian A. – Armen. J. Math. 2022. V. 14. P. 1-31.

10. *Нерсисян А. Б., Оганесян Н. В.* – Доклады НАН РА. 2001. Т. 101. № 2. С. 115-121.
11. *Титчмарш Э. Ч.* Разложения по собственным функциям, связанные с дифференциальными уравнениями второго порядка. Т. 2. М. ИЛ. 1961.
12. *Наймарк М. А.* Линейные дифференциальные операторы. Изд. 2-е. М. Наука. 1969. 528 с.

Ե. Գ. Канесян^{1,2}, Մ. Ս. Մկրտչյան^{1,2},
член-корреспондент НАН РА Ս. Մ. Մхитарյան^{1,2}

**Об осесимметричном кручении упругого слоя
посредством двух абсолютно жестких
круговых цилиндрических штампов**

(Представлено 6/X 2022)

Ключевые слова: *упругий слой, осесимметричное кручение, штамп, контактная задача, интегральное уравнение.*

Введение. Теория кручения упругих тел Сен-Венана вместе с осесимметричной теорией кручения является одной из обширных областей классической теории упругости. Основы этой теории, математические методы исследования задач о кручении упругих тел, различные физические модели и результаты решения таких многочисленных задач приведены в [1-4]. Среди этих задач в теоретическом и практическом аспектах значительный научный интерес представляют контактные задачи о кручении упругих тел. Они встречаются при расчетах прочностных характеристик разнообразных машиностроительных, в частности, авиационных, строительных конструкций и их деталей, в других областях прикладной механики и инженерной практики. Основные достижения теории контактных задач кручения упругих тел, полученные до 1976 г., подытожены в [5].

В [6] с использованием метода сплюснутых сфероидальных координат получено решение контактной задачи об осесимметричном кручении упругого полупространства посредством сцепленного с ним кругового жесткого цилиндрического штампа. Решение этой задачи, известной как задача Рейснера-Сагоци, более эффективно построено в [7] методом дуальных интегральных уравнений. Тем же методом в [8, 9] решена контактная задача о кручении упругого слоя жестким круговым штампом, где решение в конечном итоге сведено к решению интегрального уравнения (ИУ) Фредгольма второго рода, решаемого приближенно. В [9]

рассмотрена еще одна задача о кручении слоя при смешанных граничных условиях. Укажем также на работы [10-12].

В настоящей статье рассмотрена осесимметричная контактная задача, когда упругий слой скручивается посредством двух абсолютно жестких круговых цилиндрических штампов разных радиусов, действующих на гранях слоя. При помощи интегрального преобразования Ханкеля решение этой задачи сведено к решению системы двух ИУ Фредгольма первого рода. Выделены главные части ядер этих уравнений. В результате они представлены суммами ядер в виде интеграла Вебера-Сонина и регулярных ядер. Далее методом коллокации в сочетании с использованием квадратурных формул типа Гаусса для вычисления интегралов исходная система ИУ сведена к конечной системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Контактные касательные напряжения и углы поворота штампов выражаются через решение СЛАУ.

1. Постановка задачи и выводы основных уравнений. Пусть отнесенный к правой прямоугольной системе координат $Oxyz$ упругий слой $\Omega = \{-\infty < x, y < \infty; -H \leq z \leq H\}$ высоты $2H$ и модуля сдвига G осесимметрично скручивается двумя жесткими круговыми цилиндрическими штампами, подверженными воздействию крутящего момента величины M . При этом штамп радиуса a сцеплен с верхней гранью слоя Ω и в цилиндрической системе координат r, φ, z с полюсом в начале координат O со слоем контактирует по области $\Omega_+ = \{0 \leq r \leq a; -\pi < \varphi \leq \pi; z = H\}$, а штамп радиуса b сцеплен с нижней гранью слоя Ω и с ним контактирует по области $\Omega_- = \{0 \leq r \leq b; -\pi < \varphi \leq \pi; z = -H\}$. Требуется определить касательные контактные напряжения $\tau_{\pm}(r)$ в контактных областях $\Omega_{\pm}$, а также углы поворота $\omega_{\pm}$ штампов соответственно.

Приступим к выводу основных уравнений поставленной задачи. При осевой симметрии

$$u_r = u_r(r, z) = 0; \quad u_z = u_z(r, z) = 0; \quad u_{\varphi} = u_{\varphi}(r, z) \quad (r, z \in \Omega),$$

где u_r , u_z , u_{φ} – радиальные, вертикальные и окружные компоненты упругих перемещений точек слоя Ω . Отсюда вытекает, что ([13], с. 232-233, ф-лы (22.4), (22.7)) компоненты деформации имеют вид

$$e = e_r = e_{\varphi} = e_z = e_{rz} = 0; \quad e_{r\varphi} = \frac{\partial u_{\varphi}}{\partial r} - \frac{u_{\varphi}}{r}; \quad e_{z\varphi} = \frac{\partial u_{\varphi}}{\partial z};$$

$$2\omega_r = -\frac{\partial u_{\varphi}}{\partial z}; \quad 2\omega_{\varphi} = 0; \quad 2\omega_z = \frac{\partial u_{\varphi}}{\partial r} + \frac{u_{\varphi}}{r},$$

а закон Гука – вид

$$\tau_{r\varphi} = Ge_{r\varphi} = G \left(\frac{\partial u_{\varphi}}{\partial r} - \frac{u_{\varphi}}{r} \right); \quad \tau_{rz} = 0; \quad \tau_{z\varphi} = Ge_{z\varphi} = G \frac{\partial u_{\varphi}}{\partial z}. \quad (1.1)$$

где $\tau_{r\varphi}$, τ_{rz} и $\tau_{z\varphi}$ – компоненты касательных напряжений. В данном случае дифференциальное уравнение равновесия сводится к одному-единственному уравнению

$$\frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{z\varphi}}{\partial z} + \frac{2}{r} \tau_{r\varphi} = 0. \quad (1.2)$$

Подставляя (1.1) в (1.2), приходим к следующему дифференциальному уравнению для $u_\varphi(r, z)$:

$$\frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial z^2} - \frac{u_\varphi}{r^2} = 0 \quad ((r, \varphi, z) \in \Omega).$$

В дальнейшем нам понадобятся решения следующих вспомогательных граничных задач для полуслоев:

$$\begin{cases} D_\pm = \left\{ 0 \leq r < \infty; -\pi < \varphi \leq \pi; \begin{matrix} 0 \leq z \leq H \\ -H \leq z \leq 0 \end{matrix} \right\}; \\ \begin{cases} \frac{\partial^2 u_\varphi^\pm}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi^\pm}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_\varphi^\pm}{\partial z^2} - \frac{u_\varphi^\pm}{r^2} = 0 & ((r, z) \in D_\pm) \\ \tau_{r\varphi}^\pm \Big|_{z=\pm 0} = G \frac{\partial u_\varphi^\pm}{\partial z} \Big|_{z=\pm 0} = \tau(r); \quad \tau_{r\varphi}^\pm \Big|_{z=\pm H \mp 0} = G \frac{\partial u_\varphi^\pm}{\partial z} \Big|_{z=\pm H \mp 0} = T_\pm(r) \quad (0 < r < \infty) \end{cases} \end{cases} \quad (1.3)$$

Здесь $u_\varphi^\pm(r, z)$ – окружные упругие перемещения точек полуслоев $D_\pm$, $\tau_{r\varphi}^\pm$ – касательные напряжения в полуслоях $D_\pm$, а $\tau(r)$ и $T_\pm(r)$ – известные пока предварительно заданные функции. Решения граничных задач построим методом интегрального преобразования Ханкеля. С этой целью введем трансформанты Ханкеля:

$$\{\bar{u}_\varphi^\pm(\lambda, z), \bar{T}_\pm(\lambda), \bar{\tau}(\lambda)\} = \int_0^\infty \{u_\varphi^\pm(\lambda, z), T_\pm(r), \tau(r)\} J_1(\lambda r) r dr,$$

где $J_1(r)$ – функция Бесселя первого рода индекса 1, а λ – спектральный параметр Ханкеля.

В трансформантах Ханкеля двумерные граничные задачи (1.3) преобразуются в следующие одномерные граничные задачи:

$$\begin{cases} \frac{d^2 \bar{u}_\varphi^\pm}{dz^2} - \lambda^2 \bar{u}_\varphi^\pm = 0 & \{0 < z < H; -H < z < 0\} \\ G \frac{d\bar{u}_\varphi^\pm}{dz} \Big|_{z=\pm 0} = \bar{\tau}(\lambda); \quad G \frac{d\bar{u}_\varphi^\pm}{dz} \Big|_{z=\pm H \mp 0} = \bar{T}_\pm(\lambda). \quad (0 < \lambda < \infty). \end{cases} \quad (1.4)$$

Здесь была использована известная формула для трансформанта Ханкеля ([7], с. 79, ф-ла (2.32)).

Общие решения дифференциальных уравнений из (1.4) представляются формулами

$$\bar{u}_\varphi^\pm(\lambda, z) = A_\pm \operatorname{ch}(\lambda z) + B_\pm \operatorname{sh}(\lambda z) \quad (0 \leq z \leq H; -H \leq z \leq 0),$$

где $A_\pm$ и $B_\pm$ – пока неизвестные постоянные. Эти постоянные определяются из граничных условий задачи (1.4). После простых вычислений имеем

$$\bar{u}_\varphi^+(\lambda, z) = \frac{\bar{T}_+(\lambda) \operatorname{ch}(\lambda z) - \bar{\tau}(\lambda) \operatorname{ch}(\lambda(z-H))}{G\lambda \operatorname{sh}(\lambda H)} \quad (0 \leq z \leq H); \quad (1.5)$$

$$\bar{u}_\varphi^-(\lambda, z) = \frac{\bar{\tau}(\lambda) \operatorname{ch}(\lambda(z+H)) - \bar{T}_-(\lambda) \operatorname{ch}(\lambda z)}{G\lambda \operatorname{sh}(\lambda H)} \quad (-H \leq z \leq 0). \quad (1.6)$$

Далее исходя из (1.5) и (1.6) удовлетворим условию непрерывности упругих перемещений в плоскости $z=0$: $\bar{u}_\varphi^+(\lambda, +0) = \bar{u}_\varphi^-(\lambda, -0)$ ($0 < \lambda < \infty$). В результате получим

$$\bar{\tau}(\lambda) = \frac{\bar{T}_+(\lambda) + \bar{T}_-(\lambda)}{2 \operatorname{ch}(\lambda H)}. \quad (1.7)$$

Выражение $\tau(\lambda)$ из (1.7) подставим в (1.5) и (1.6). После простых преобразований имеем

$$\bar{u}_\varphi^+(\lambda, z) = \frac{1}{G\lambda \operatorname{sh}(2\lambda H)} \left\{ [2 \operatorname{ch}(\lambda z) \operatorname{ch}(\lambda H) - 1] \bar{T}_+(\lambda) - \bar{T}_-(\lambda) \right\} \quad (0 \leq z \leq H),$$

$$\bar{u}_\varphi^-(\lambda, z) = \frac{1}{G\lambda \operatorname{sh}(2\lambda H)} \left\{ \bar{T}_+(\lambda) \operatorname{ch}(\lambda(z+H)) + \bar{T}_-(\lambda) [\operatorname{ch}(\lambda(z+H)) - 2 \operatorname{ch}(\lambda z) \operatorname{ch}(\lambda H)] \right\} \quad (-H \leq z \leq 0).$$

Из этих формул легко находим

$$\bar{u}_\varphi^+(\lambda, H) = \frac{1}{\lambda G} \left[\operatorname{cth}(2\lambda H) \bar{T}_+(\lambda) - \frac{\bar{T}_-(\lambda)}{\operatorname{sh}(2\lambda H)} \right]; \quad (1.8)$$

$$\bar{u}_\varphi^-(\lambda, -H) = \frac{1}{\lambda G} \left[\frac{\bar{T}_+(\lambda)}{\operatorname{sh}(2\lambda H)} - \operatorname{cth}(2\lambda H) \bar{T}_-(\lambda) \right]. \quad (1.9)$$

Далее, полагая

$$T_+(r) = \begin{cases} \tau_+(r) & (0 < r < a); \\ 0 & (r > a); \end{cases} \quad T_-(r) = \begin{cases} \tau_-(r) & (0 < r < b); \\ 0 & (r > b), \end{cases}$$

где $\tau_\pm(r)$ – искомые касательные контактные напряжения, к (1.8) и (1.9) применим формулу обратного преобразования Ханкеля. Тогда из (1.8)

$$\begin{aligned}
u_{\varphi}^{+}(r, H) &= \frac{1}{G} \int_0^{\infty} \left[\operatorname{ch}(2\lambda H) \bar{T}_{+}(\lambda) - \frac{\bar{T}_{+}(\lambda)}{\operatorname{sh}(2\lambda H)} \right] J_1(\lambda r) d\lambda = \\
&= \frac{1}{G} \int_0^a \tau_{+}(\rho) \rho d\rho \int_0^{\infty} \operatorname{cth}(2\lambda H) J_1(\lambda r) J_1(\lambda \rho) d\lambda - \\
&\quad - \frac{1}{G} \int_0^a \tau_{-}(\rho) \rho d\rho \int_0^{\infty} J_1(\lambda r) J_1(\lambda \rho) \frac{d\lambda}{\operatorname{sh}(2\lambda H)}.
\end{aligned}$$

В первом слагаемом этой суммы выделим главную часть ядра:

$$\begin{aligned}
K_1(r, \rho) &= \int_0^{\infty} \operatorname{cth}(2\lambda H) J_1(\lambda r) J_1(\lambda \rho) d\lambda = \int_0^{\infty} [\operatorname{cth}(2\lambda H) - 1] J_1(\lambda r) J_1(\lambda \rho) d\lambda + \\
&+ \int_0^{\infty} J_1(\lambda r) J_1(\lambda \rho) d\lambda = \int_0^{\infty} J_1(\lambda r) J_1(\lambda \rho) d\lambda + \int_0^{\infty} \frac{e^{-2\lambda H}}{\operatorname{sh}(2\lambda H)} J_1(\lambda r) J_1(\lambda \rho) d\lambda.
\end{aligned}$$

Приняв последнее во внимание, можно записать

$$u_{\varphi}^{+}(r, H) = \frac{1}{G} \left[\int_0^a [K(r, \rho) + K_{+}(r, \rho)] \tau_{+}(\rho) \rho d\rho - \int_0^b L(r, \rho) \tau_{-}(\rho) \rho d\rho \right] \quad (0 \leq r < \infty). \quad (1.10)$$

Вполне аналогичным образом

$$u_{\varphi}^{-}(r, -H) = \frac{1}{G} \left[\int_0^a L(r, \rho) \tau_{+}(\rho) \rho d\rho - \int_0^b [K(r, \rho) + K_{+}(r, \rho)] \tau_{-}(\rho) \rho d\rho \right] \quad (0 \leq r < \infty). \quad (1.11)$$

В (1.10) и (1.11) приняты обозначения:

$$K(r, \rho) = \int_0^{\infty} J_1(\lambda r) J_1(\lambda \rho) d\lambda; \quad K_{+}(r, \rho) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-2\lambda H}}{\operatorname{sh}(2\lambda H)} J_1(\lambda r) J_1(\lambda \rho) d\lambda;$$

$$L(r, \rho) = \int_0^{\infty} J_1(\lambda r) J_1(\lambda \rho) \frac{d\lambda}{\operatorname{sh}(2\lambda H)} \quad (0 \leq r, \rho < \infty); \quad (1.12)$$

$$K_1(r, \rho) = \int_0^{\infty} \operatorname{cth}(2\lambda H) J_1(\lambda r) J_1(\lambda \rho) d\lambda = K(r, \rho) + K_{+}(r, \rho),$$

т.е. исходное ядро $K_1(r, \rho)$ представлено суммой своей главной части

$K(r, \rho)$ – интеграла Вебера – Сонина и регулярной части $K_{+}(r, \rho)$.

Описанная выше контактная задача об осесимметричном кручении упругого слоя посредством двух цилиндрических штампов математически формулируется граничными условиями

$$u_{\varphi}^{+}(r, H) = \omega_{+} r \quad (0 \leq r < a); \quad u_{\varphi}^{-}(r, -H) = \omega_{-} r \quad (0 \leq r < b).$$

Реализуя эти условия при помощи (1.10) - (1.12), для определения неизвестных функций $\tau_{\pm}(r)$ придем к следующей определяющей системе интегральных уравнений (ОСИУ) Фредгольма первого рода:

$$\begin{cases} \frac{1}{G} \left\{ \int_0^a [K(r, \rho) + K_+(r, \rho)] \tau_+(\rho) \rho d\rho - \int_0^b L(r, \rho) \tau_-(\rho) \rho d\rho \right\} = \omega_+ r & (0 \leq r < a); \\ \frac{1}{G} \left\{ \int_0^a L(r, \rho) \tau_+(\rho) \rho d\rho - \int_0^b [K(r, \rho) + K_+(r, \rho)] \tau_-(\rho) \rho d\rho \right\} = \omega_- r & (0 \leq r < b). \end{cases} \quad (1.13)$$

Запишем также условия равновесия штампов:

$$2\pi \int_0^a \tau_+(\rho) \rho^2 d\rho = M; \quad 2\pi \int_0^b \tau_-(\rho) \rho^2 d\rho = M. \quad (1.14)$$

Решение ОСИУ (1.13) должно удовлетворять условиям (1.14).

Отметим, что после решения ОСИУ (1.13)-(1.14), касательные напряжения $\tau(r)$ в плоскости $z=0$ упругого слоя Ω можно определить обращением формулы (1.7). Таким путем находим

$$\begin{aligned} \tau(r) &= \frac{1}{2} \int_0^a M(r, \rho) \tau_+(\rho) \rho d\rho + \frac{1}{2} \int_0^b M(r, \rho) \tau_-(\rho) \rho d\rho \quad (0 \leq \rho < \infty) \\ M(r, \rho) &= \int_0^\infty J_1(\lambda r) J_1(\lambda \rho) \frac{\lambda d\lambda}{\text{ch}(\lambda H)}. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Отметим еще, что при $a=b$

$$\tau_+(r) = \tau(r) = -\tau_-(r); \quad \omega_+ = \omega_- = \omega \quad (0 \leq r \leq a)$$

и ОСИУ (1.13) вырождается в следующее одно ИУ:

$$\frac{1}{G} \int_0^a [K(r, \rho) + K_+(r, \rho) + L(r, \rho)] \tau(\rho) \rho d\rho = \omega r \quad (0 \leq r \leq a),$$

а условия (1.14) – в следующее одно условие:

$$2\pi \int_0^a \tau(\rho) \rho d\rho = M.$$

При этом (1.15) даст $\tau(r) \equiv 0 \quad (0 \leq r < \infty)$.

В ОСИУ (1.13) и в условиях (1.14) перейдем на интервал $(0,1)$, в соответствующих интегралах полагая

$$r = ax, \quad \rho = as \quad \text{или} \quad r = ax, \quad \rho = bs; \quad \text{или же} \quad r = bx, \quad \rho = bs$$

и введя безразмерные величины

$$\chi_\pm(x) = \tau_\pm(ax)/G, \quad H_0 = H/a; \quad k = b/a.$$

В результате ОСИУ (1.13) преобразуется к виду

$$\begin{cases} \int_0^1 K_0(x, s) \chi_+(s) s ds + \int_0^1 K_1^{(0)}(x, s) \chi_+(s) s ds - k^2 \int_0^1 L_0(x, s) \chi_-(s) s ds = \omega_+ x; \\ \int_0^1 L_0(s, x) \chi_+(s) s ds - k \int_0^1 K_0(x, s) \chi_-(s) s ds - k \int_0^1 K_+^*(x, s) \chi_-(s) s ds = \omega_- kx; \end{cases} \quad (0 < x < 1) \quad (1.16)$$

$$K_0(x, s) = \int_0^\infty J_1(\alpha x) J_1(\alpha s) d\alpha; \quad K_+^{(0)}(x, s) = \int_0^\infty J_1(\alpha x) J_1(\alpha s) \frac{e^{-2\alpha H_0} d\alpha}{\text{sh}(2\alpha H_0)};$$

$$L_0(x, s) = \int_0^\infty J_1(\alpha x) J_1(k\alpha s) \frac{d\alpha}{\text{sh}(2\alpha H_0)}; \quad K_+^*(x, s) = \int_0^\infty J_1(\alpha x) J_1(\alpha s) \frac{e^{-2\alpha H_0/k} d\alpha}{\text{sh}(2\alpha H_0/k)},$$

а условия (1.14) примут вид

$$\int_0^1 \chi_+(s) s^2 ds = M_+; \quad \int_0^1 \chi_-(s) s^2 ds = M_-; \quad M_+ = M/2\pi a^3 G; \quad M_- = M/2\pi b^3 G. \quad (1.17)$$

Далее интегралы в представлениях ядер $K_+^0(x, s)$, $L_0(x, s)$ и $K_+^*(x, s)$ из (1.16) также преобразуем на интервал (0,1). В случае ядра $K_+^0(x, s)$ положим

$$u = e^{-2\alpha H_0} \Rightarrow \alpha = -\frac{\ln u}{2H_0} \quad (0 < u < 1).$$

В результате имеем

$$K_+^{(0)}(x, s) = \frac{1}{H_0} \int_0^1 J_1\left(-\frac{x \ln u}{2H_0}\right) J_1\left(-\frac{s \ln u}{2H_0}\right) \frac{udu}{1-u^2}. \quad (1.18)$$

Вполне аналогичным образом

$$L_0(x, s) = \frac{1}{H_0} \int_0^1 J_1\left(-\frac{x \ln u}{2H_0}\right) J_1\left(-\frac{ks \ln u}{2H_0}\right) \frac{du}{1-u^2}; \quad K_+^*(x, s) = \frac{k}{H_0} \int_0^1 J_1\left(-\frac{kx \ln u}{2H_0}\right) J_1\left(-\frac{ks \ln u}{2H_0}\right) \frac{udu}{1-u^2}. \quad (1.19)$$

Четным продолжением функций на интервал $(-1, 0)$ в ОСИУ (1.16) и в условиях (1.17) перейдем на стандартный интервал $(-1, 1)$. Тогда ОСИУ (1.16) примет вид

$$\begin{cases} \int_{-1}^1 K_0(|x|, |s|) \chi_+(|s|) |s| ds + \int_{-1}^1 K_+^{(0)}(|x|, |s|) \chi_+(|s|) |s| ds - k^2 \int_{-1}^1 L_0(|x|, |s|) \chi_-(|s|) |s| ds = 2\omega_+ x; \\ \int_{-1}^1 L_0(|s|, |x|) \chi_+(|s|) |s| ds - k \int_{-1}^1 K_0(|x|, |s|) \chi_-(|s|) |s| ds - k \int_{-1}^1 K_+^*(|x|, |s|) \chi_-(|s|) |s| ds = 2\omega_- k |x|; \end{cases} \quad (1.20)$$

$$(-1 < x < 1),$$

а условия (1.17) – вид

$$\int_{-1}^1 \chi_+(|s|) s^2 ds = 2M_+; \quad \int_{-1}^1 \chi_-(|s|) s^2 ds = 2M_-. \quad (1.21)$$

Далее обратимся к формуле (1.15) для касательных напряжений в плоскости $z = 0$ упругого слоя Ω и применим к ней указанные выше преобразования. Имеем

$$\chi_0(x) = \tau_+(ax)/G = -\frac{1}{2H_0^2} \int_{-1}^1 M_+(|x|, |s|) \chi_+(|s|) |s| ds -$$

$$-\frac{k^2}{2H_0^2} \int_{-1}^1 M_-(|x|, |s|) \chi_-(|s|) |s| ds \quad (-\infty < x < \infty);$$

$$M_+(x, s) = \int_0^1 J_1\left(-\frac{x \ln u}{H_0}\right) J_1\left(-\frac{s \ln u}{H_0}\right) \frac{\ln u du}{1+u^2}; \quad M_-(x, s) = \int_0^1 J_1\left(-\frac{x \ln u}{H_0}\right) J_1\left(-\frac{ks \ln u}{H_0}\right) \frac{\ln u du}{1+u^2}.$$

Отметим, что при вычислениях удобнее воспользоваться приведенными выше представлениями ядер ОСИУ поставленной задачи интегралами на конечном интервале. С этой целью запишем также билинейное разложение ядра $K_0(x, s)$. Приняв во внимание спектральные соотношения [14, 15]

$$\int_0^1 K_0(x, s) \frac{s^2 C_{2n}^{3/2}(\sqrt{1-s^2}) ds}{\sqrt{1-s^2}} = \frac{\Gamma(n+3/2)\Gamma(n+1/2)}{2(n!(n+1)!)} x C_{2n}^{3/2}(\sqrt{1-x^2}); \quad (0 < x < 1; n=0, 1, 2, \dots),$$

где $C_{2n}^{3/2}(t)$ – многочлены Гегенбауэра, из условий их ортогональности находим

$$\begin{aligned} K_0(x, s) &= \int_0^\infty J_1(\alpha x) J_1(\alpha s) d\alpha = \\ &= \frac{xs}{2} \sum_{n=0}^\infty \frac{\Gamma(n+1/2)\Gamma(n+3/2)}{n!(n+1)!} C_{2n}^{3/2}(\sqrt{1-x^2}) C_{2n}^{3/2}(\sqrt{1-s^2}) \quad (0 < x, s < 1). \end{aligned}$$

2. Сведение ОСИУ (1.20)-(1.21) к конечной СЛАУ. Методом коллокации в сочетании с использованием квадратурных формул типа Гаусса по чебышевским узлам для вычисления интегралов ОСИУ (1.20)-(1.21) сведем к конечной СЛАУ. Так как главная часть ядра ОСИУ

$K_0(x, s)$ при $x = s$ имеет логарифмическую особенность, то, выбирая на этом пути произвольное натуральное число N , в качестве внутренних узлов возьмем точки $s_n = \cos\left(\frac{\pi(2n-1)}{2N}\right) \quad (n=\overline{1, N})$ – корни многочленов

Чебышева первого рода $T_N(s)$, а в качестве внешних узлов – точки

$x_m = \cos\left(\frac{\pi m}{N+1}\right) \quad (m=\overline{1, N})$ – корни многочленов Чебышева второго рода

$U_N(x)$. Далее, полагая

$$X_\pm(|s|) = \frac{\Phi_\pm|s|}{\sqrt{1-s^2}} \quad (-1 < s < 1), \quad (2.1)$$

где $\Phi_\pm(s)$ – гильдеровские функции на отрезке $[-1, 1]$, придем к следующей конечной СЛАУ:

$$\sum_{n=1}^{2N+2} R_{mn} X_n = a_m \quad (m=\overline{1, 2N+2}) \quad (2.2)$$

$$R_{mn} = \begin{cases} \frac{\pi}{N} [K_0(|x_m|, |s_n|) + K_+^{(0)}(|x_m|, |s_n|)] |s_n| & (m, n = \overline{1, N}); \\ -\frac{\pi k^2}{N} L_0(|x_m|, |s_{n-N}|) |s_{n-N}| & (m = \overline{1, N}; n = \overline{N+1, 2N}); \\ -2|x_m| & (m = \overline{1, N}; n = 2N+1); \\ 0 & (m = \overline{1, N}; n = 2N+2); \\ \frac{\pi}{N} L_0(|s_n|, |x_{m-N}|) |s_n| & (m = \overline{N+1, 2N}; n = \overline{1, N}); \\ -\frac{\pi k}{N} [K_0(|x_{m-N}|, |s_{n-N}|) + K_+^*(|x_{m-N}|, |s_{n-N}|)] |s_{n-N}| & (m = \overline{N+1, 2N}; n = \overline{N+1, 2N}); \\ 0 & (m = \overline{N+1, 2N}; n = 2N+1); \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2k|x_{m-N}| & (m = \overline{N+1, 2N}, n = 2N+2); \\ \frac{\pi}{N}|s_n| & (m = 2N+1, n = \overline{1, N}); \\ \frac{\pi}{N}|s_{n-N}| & (m = 2N+2, n = \overline{N+1, 2N}); \\ 0 & (m = 2N+2, n = 2N+1); \\ 0 & (m = 2N+2, n = 2N+2); \end{cases}$$

$$a_m = \begin{cases} 0 & (m = \overline{1, 2N}); \\ 2M_+ & (m = 2N+1); \\ 2M_- & (m = 2N+2); \end{cases} \quad X_n = \begin{cases} \Phi_+(|s_n|) & (n = \overline{1, N}); \\ \Phi_-(|s_{n-N}|) & (n = \overline{N+1, 2N}); \\ \omega_+ & (n = 2N+1); \\ \omega_- & (n = 2N+2). \end{cases}$$

Из СЛАУ (2.2) определяются неизвестные X_n , в том числе углы поворота штампов $\omega_{\pm}$. А безразмерные касательные контактные напряжения согласно (2.1) в узловых точках вычисляются по формулам

$$X_{\pm}(|s_n|) = \frac{\Phi_{\pm}|s_n|}{\sqrt{1-s_n^2}} = \frac{X_n}{\sqrt{1-s_n^2}} \quad (n = \overline{1, 2N}).$$

Закключение. Рассмотренную здесь контактную задачу можно обобщить на случай, когда кусочно-однородный упругий слой, состоящий из двух разнородных слоев различных высот, скручивается двумя круговыми цилиндрическими штампами разных радиусов, сцепленными с верхней и

нижней гранями составного слоя. В исследовании этой задачи могут быть использованы изложенные в настоящей статье результаты.

¹ Институт механики НАН РА

² Национальный университет архитектуры и строительства Армении
e-mail: smkhitaryan39@rambler.ru

**Е. Г. Канемян, М. С. Мкртчян,
член-корреспондент НАН РА С. М. Мхитарян**

Об осесимметричном кручении упругого слоя посредством двух абсолютно жестких круговых цилиндрических штампов

Рассматривается осесимметричная контактная задача о кручении упругого слоя посредством двух абсолютно жестких круговых цилиндрических штампов разных радиусов. Предполагается, что штампы сцеплены с упругим слоем на его верхней и нижней гранях и подвержены крутящим моментам. При помощи интегрального преобразования Ханкеля решение задачи сведено к решению системы двух интегральных уравнений (ИУ) Фредгольма первого рода. Все ядра этой системы ИУ выражаются интегралами от произведения бесселевых функций первого рода индекса 1, подынтегральные функции которых, кроме одного интеграла, на бесконечности экспоненциально убывают. А в случае этого одного ядра-интеграла выделены его главная часть в виде интеграла Вебера-Сонина и регулярная часть. Регулярная часть – ядро опять представляется интегралом от экспоненциально убывающей на бесконечности функции. Методом коллокации в сочетании с использованием квадратурных формул типа Гаусса исходная ОСИУ сведена к конечной СЛАУ. Контактные касательные напряжения и углы поворотов штампа выражаются через решение этой СЛАУ.

**Հ. Գ. Կանեցյան, Մ. Ս. Մկրտչյան,
ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Ս. Մ. Մխիթարյան**

Բացարձակ կոշտ շրջանային զլանաձև դրոշմների միջոցով առաձգական շերտի առանցքահամաչափ ոլորման մասին

Դիտարկվում է տարբեր շառավիղներով բացարձակ կոշտ շրջանային զլանաձև դրոշմների միջոցով առաձգական շերտի առանցքահամաչափ ոլորման մասին կոնտակտային խնդիրը: Ենթադրվում է, որ դրոշմները հարակցված են առաձգական շերտի վերին և ստորին նիստերին և ենթարկված են պտտող մոմենտների ազդեցությանը: Հանկելի ինտեգրալ ձևափոխության օգնությամբ խնդրի լուծումը բերված է երկու հավասարումներից բաղկացած Ֆրեդհոլմի առաջին սեռի ինտեգրալ հավասարումների համակարգի (ԻՀՀ) լուծման: Այդ համակարգի բոլոր կորիզներն արտահայտվում են 1 ինդեքսով Բեսելի ֆունկցիաների արտադրյալներից ինտեգրալներով: Դրանց բոլորի, բացի մեկից, ենթահիստեգրալ ֆունկցիաներն անվերջությունում էքսպոնենցիալ արագությամբ նվազող ֆունկցիաներ են: Իսկ այդ մեկ կորիզ-ինտեգրալի դեպքում առանձնացված են իր գլխավոր մասը՝ Վեբեր-Սոնինի ինտեգրալի

տեսքով, և ռեգուլյար մասը: Ռեգուլյար մաս-կորիզը կրկին ներկայացված է անվերջությունում էքսպոնենցիալ նվազող ֆունկցիայի ինտեգրալով: Կոլոկացիայի մեթոդով՝ զուգակցված Գաուսի քառակուսացման բանաձևերի հետ, որոշիչ ինտեգրալ հավասարումների համակարգը հանգեցվել է զծային հանրահաշվական հավասարումների վերջավոր համակարգի: Շոշափող կոնտակտային լարումները և դրոշմների պտտման անկյուններն արտահայտված են վերջավոր համակարգի լուծումներով:

**E. G. Kanetsyan, M. S. Mkrtchyan,
corresponding member of NAS RA S. M. Mkhitarian**

On Axisymmetric Torsion of an Elastic Layer by Means of Two Absolutely Rigid Circular Cylindrical Punches

An axisymmetric contact problem on the torsion of an elastic layer by means of two absolutely rigid circular cylindrical punches of different radii is considered. It is assumed that the punches are adhered to the elastic layer on its upper and lower faces and are subject to torques. Using the Hankel integral transform, solving the problem is reduced to solving a system of two Fredholm integral equations (IEs) of the first kind. All kernels of this IE system are expressed as integrals of the product of Bessel functions of the first kind of index 1, whose integrands, except for one integral, decrease exponentially at infinity. In the case of one kernel-integral, its main part in the form of the Weber-Sonin integral and the regular part are distinguished. The regular part-kernel is again represented by the integral of a function exponentially decreasing at infinity. Using the collocation method in combination with the Gauss-type quadrature formulas, the initial governing system of integral equations is reduced to the finite SLAE. The contact shear stresses and punch rotation angles are expressed in terms of the SLAE solution.

Литература

1. *Ляв А. Е.* Математическая теория упругости. М. ОНТИ. 1935. 674 с.
2. *Арутюнян Н. Х., Абрамян Б. Л.* Кручение упругих тел. М. Физматгиз. 1963. 688 с.
3. *Мусхелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. М. Наука, 1966. 708 с.
4. *Лурье А. И.* Теория упругости. М. Наука, 1970. 940 с.
5. Развитие теории контактных задач в СССР. Под ред. Л. А. Галина. М. Наука. 1976. 493 с.
6. *Reissner E., Sagoci H.* – J. Appl. Phys. 1944. V. 15. Iss. 9. P. 652-654.
7. *Снеддон М.* Преобразование Фурье. М. ИЛ. 1955. 668 с.
8. *Florens A. L. Quart. J. – Mech. And Appl. Math.* 1961, V. 14. Iss. 4. P. 453-459.
9. *Кир Л. М.* В кн.: Прикладная механика. Тр. амер. о-ва инж.-мех., серия Е. 1964. № 3.
10. *Rahman M.* – Int. J. Solids Struct. 2000. V. 37. № 8. P. 1119-1132. doi: 10.1016/s0020-7683(98)00277-7.
11. *Liu, Tie-Jun* Mechanics Research Communications. 2009. V. 36. № 3. P. 322-329.

12. *Su J., Ke L. L., Wang Y. S.* – Int. J. Solids Struct. 2016. V. 90. P. 45–59. doi:10.1016/j.ijsolstr. 2016.04.011
13. *Новожилов В. В.* Теория упругости. Л. Судпромгиз. 1958. 372 с.
14. *Попов Г. Я.* Контактные задачи для линейно-деформируемого основания. Киев – Одесса. Вища школа. 1982. 168 с.
15. *Мхитарян С. М.* – ПММ. 1984. Т. 48. Вып. 1. С. 105-113.

Член-корреспондент НАН РА С. О. Саркисян¹,
К. А. Жамакочян¹, Л. С. Саркисян²

**Статика и собственные плоские колебания
листа графена по моментно-мембранной
теории упругих пластин**

(Представлено 20/X 2022)

Ключевые слова: *моментно-мембранная теория, упругие пластинки, модель графена, статика и собственные плоские колебания, метод конечных элементов.*

1. Введение. Одной из ключевых проблем наномеханики после экспериментального определения графена (двумерный наноматериал, состоящий из одного атомного слоя и обладающий уникальными механическими и электрическими свойствами) [1] стало построение континуальной модели его деформаций. Исходя из исследований [2-4], в которых обосновывается применение трёхмерной моментной теории упругости к континуальной модели деформаций двумерных наноматериалов, а также работ [5, 6], в которых экспериментально устанавливается, что на уровне нано- и мезомеханики деформация материалов происходит по схеме «сдвиг плюс поворот», в [7], где каждый атом графена моделируется как тело точка [8], а атомные связи – как одномерные упругие стержни, построена континуальная модель деформаций листа графена и показано, что эта модель идентична моментно-мембранной теории упругих пластин [9, 10]. В [9, 10] определены и рассчитаны упругие постоянные моментной теории упругости для графена. Построенная моментно-мембранная теория упругих пластин представляет собой: 1) модель плоского напряжённого состояния, 2) модель поперечного изгиба. На их основе можно рассматривать деформационные задачи статики и динамики для листа графена.

В данной работе в рамках моментно-мембранной теории упругих пластин на основе модели плоского напряжённого состояния изучены статическая задача и задача о собственных колебаниях для прямоугольного листа графена, которые решаются численно при помощи разработанного в [11] варианта метода конечных элементов (МКЭ).

2. Основные уравнения и граничные условия модели плоского напряжённого состояния моментно-мембранной теории упругих пластин. От общих уравнений и соотношений моментно-мембранной теории упругих тонких оболочек [9, 10] перейдём к частной теории – теории пластин, включающей: 1) модель плоского напряжённого состояния, 2) модель поперечного изгиба. По этим моделям можем отдельно рассматривать деформацию графена в своей плоскости и изгибную деформацию от своей плоскости.

Приведем основные уравнения плоского напряжённого состояния моментно-мембранной теории упругих тонких пластин (рассматриваются декартовы координаты (x, y)) [9,10]:

уравнения равновесия (движения)

$$\begin{aligned}\frac{\partial T_{11}}{\partial x} + \frac{\partial S_{21}}{\partial y} &= \rho_0 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - (p_1^+ - p_1^-), \\ \frac{\partial S_{12}}{\partial x} + \frac{\partial T_{22}}{\partial y} &= \rho_0 \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} - (p_2^+ - p_2^-), \\ \frac{\partial L_{13}}{\partial x} + \frac{\partial L_{23}}{\partial y} + (S_{12} - S_{21}) &= J_0 \frac{\partial^2 \Omega_3}{\partial t^2} - (m_3^+ - m_3^-),\end{aligned}\quad (1)$$

геометрические соотношения

$$\begin{aligned}\Gamma_{11} &= \frac{\partial u_1}{\partial x}, \quad \Gamma_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial y}, \quad \Gamma_{12} = \frac{\partial u_2}{\partial x} - \Omega_3, \\ \Gamma_{21} &= \frac{\partial u_1}{\partial y} + \Omega_3, \quad k_{13} = \frac{\partial \Omega_3}{\partial x}, \quad k_{23} = \frac{\partial \Omega_3}{\partial y};\end{aligned}\quad (2)$$

физические соотношения упругости

$$\begin{aligned}T_{11} &= \frac{2Eh}{1-\nu^2} (\Gamma_{11} + \nu \Gamma_{22}), \quad T_{22} = \frac{2Eh}{1-\nu^2} (\Gamma_{22} + \nu \Gamma_{11}), \\ S_{12} &= 2h[(\mu + \alpha)\Gamma_{12} + (\mu - \alpha)\Gamma_{21}], \quad S_{21} = 2h[(\mu + \alpha)\Gamma_{21} + (\mu - \alpha)\Gamma_{12}], \\ L_{13} &= 2Bhk_{13}, \quad L_{23} = 2Bhk_{23}, \quad B = \frac{4\gamma\epsilon}{\gamma + \epsilon};\end{aligned}\quad (3)$$

граничные условия

$$T_{11} = T_{11}^*, \quad S_{12} = S_{12}^*, \quad L_{13} = L_{13}^*, \quad \text{при } x = \text{const}, \quad (4)$$

или

$$u_1 = u_1^*, \quad u_2 = u_2^*, \quad \Omega_3 = \Omega_3^*, \quad \text{при } x = \text{const}. \quad (5)$$

Могут иметь место также смешанные граничные условия.

Сведём исходные уравнения и соотношения (1)-(3) модели плоского напряжённого состояния моментно-мембранной теории упругих тонких пластин к разрешающим уравнениям. Подставив (3) в (2) и затем в

уравнения равновесия (1), получим систему уравнений относительно функций $u_1(x, y), u_2(x, y), \Omega_3(x, y)$:

$$\begin{aligned} (\lambda' + 2\mu) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial y} \right) + (\mu + \alpha) \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u_2}{\partial x \partial y} \right) + 2\alpha \frac{\partial \Omega_3}{\partial y} &= -p_1, \\ (\lambda' + 2\mu) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial y} \right) + (\mu + \alpha) \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u_1}{\partial x \partial y} \right) - 2\alpha \frac{\partial \Omega_3}{\partial x} &= -p_2, \\ B\Delta\Omega_3 - 4\alpha\Omega_3 + 2\alpha \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} - \frac{\partial u_1}{\partial y} \right) &= -m_3, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\lambda' = \frac{2\lambda\mu}{\lambda + 2\mu} = \frac{E\nu}{1-\nu^2}, \quad \Delta(\cdot) = \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial y^2}. \quad (7)$$

Система уравнений (6) дополняется граничными условиями (4) или (5), выраженными через u_1, u_2, Ω_3 .

Полная потенциальная энергия системы для указанной модели определяется по формуле [9, 10]:

$$\Pi_0 = \mathcal{E}_0 - A_0, \quad \mathcal{E}_0 = \iint_{(S)} U_0 dx dy, \quad (8)$$

где U_0 – плотность потенциальной энергии деформации:

$$\begin{aligned} U_0 = \frac{1}{2} \left[\frac{2Eh}{1-\nu^2} (\Gamma_{11}^2 + \Gamma_{22}^2 + 2\nu\Gamma_{11}\Gamma_{22}) + 2h(\mu + \alpha)(\Gamma_{12}^2 + \Gamma_{21}^2) + \right. \\ \left. + 4h(\mu - \alpha)\Gamma_{12}\Gamma_{21} + 2Bh(k_{13}^2 + k_{23}^2) \right], \end{aligned} \quad (9)$$

A_0 – работа внешних усилий:

$$\begin{aligned} A_0 = \iint_{(S)} \{ (q_1^+ - q_1^-)u_1 + (q_2^+ - q_2^-)u_2 + (m_3^+ - m_3^-)\Omega_3 \} A_1 A_2 d\alpha_1 d\alpha_2 + \\ + \int_{\Gamma_1'} (\bar{S}_{21}u_1 + \bar{T}_{22}u_2 + \bar{L}_{23}\Omega_3) A_1 d\alpha_1 - \int_{\Gamma_2'} (\bar{T}_{11}u_1 + \bar{S}_{12}u_2 + \bar{L}_{13}\Omega_3) A_2 d\alpha_2. \end{aligned} \quad (10)$$

Отметим, что для графена как двумерного наноматериала упругие модули представляют собой соответствующие жесткости: $2G_*h$, $2h(\gamma + \varepsilon)$ и т.д., которые определяются через физические параметры атомной структуры графена [7]:

$$E_* = 2Eh = 287 \frac{\text{Н}}{\text{м}}; \mu_* = 2\mu h = 116 \frac{\text{Н}}{\text{м}}; \alpha_* = 2\alpha h = 42 \frac{\text{Н}}{\text{м}}; \nu = 0,24, \quad (11)$$

$$B_* = 2Bh = 5,05 \cdot 10^{-10} \text{ Н} \cdot \text{мм}.$$

3. МКЭ для решения граничных задач плоского напряжённого состояния моментно-мембранной теории пластин.

А) Рассмотрим статическую граничную задачу плоского напряжённого состояния прямоугольного листа графена (1) – (5) (силы инерции исключаются).

Основными кинематическими параметрами в задаче плоского напряжённого состояния моментно-мембранной модели упругих пластин являются перемещения u_1, u_2 и свободный поворот Ω_3 . Будем считать, что пластинка (графен) занимает область прямоугольника: $0 \leq x \leq a, -b \leq y \leq b$. Разобьём эту область на конечные элементы прямоугольного типа. Узлы конечного элемента обозначим через i, j, k, l . Для прямоугольного конечного элемента получим 12 степеней свободы (4 узла по u_1, u_2, Ω_3 в каждом, когда рассматриваем плоское напряжённое состояние), поэтому введём 12 полиномиальных коэффициентов: $\alpha_i, i = 1, 2, \dots, 12$. В этом случае имеем:

$$\begin{aligned} u_1 &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy, \\ u_2 &= \alpha_5 + \alpha_6 x + \alpha_7 y + \alpha_8 xy, \\ \Omega_3 &= \alpha_9 + \alpha_{10} x + \alpha_{11} y + \alpha_{12} xy. \end{aligned} \quad (12)$$

При подстановке в полиномы (12) координат узлов прямоугольного элемента i, j, k, l получим 12 уравнений. Полученную систему уравнений запишем в матричной форме:

$$\underbrace{\{\delta\}}_{(12 \times 1)} = \underbrace{[A]}_{(12 \times 12)} \underbrace{\{\alpha\}}_{(12 \times 1)}, \quad (13)$$

где $\{\delta\}^T = \{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{12}\}$, $\{\alpha\}^T = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{12}\}$,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -b & 0 \\ 1 & 0 & b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & b & 0 \\ 1 & a & b & ab & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & b & ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & b & ab \\ 1 & a & -b & -ab & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & -b & -ab & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & a & -b & -ab \end{pmatrix}.$$

Из матричного уравнения (13) определим вектор $\{\alpha\}$, через узловые перемещения и повороты:

$$\{\alpha\} = [A]^{-1}\{\delta\}. \quad (14)$$

Подставляя найденный вектор (14) снова в (12), для перемещений u_1, u_2 и независимого поворота Ω_3 получим следующие аппроксимации:

$$\{u\} = [N]\{\delta\}, \quad (15)$$

где $\{u\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \Omega_3 \end{Bmatrix}$, $[N]$ – матрица функции формы,

$$\begin{aligned} u_1 &= \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2a} - \frac{y}{2b} + \frac{xy}{2ab}\right)\delta_1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2a} + \frac{y}{2b} - \frac{xy}{2ab}\right)\delta_4 + \left(\frac{x}{2a} + \frac{xy}{2ab}\right)\delta_7 + \left(\frac{x}{2a} - \frac{xy}{2ab}\right)\delta_{10}, \\ u_2 &= \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2a} - \frac{y}{2b} + \frac{xy}{2ab}\right)\delta_2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2a} + \frac{y}{2b} - \frac{xy}{2ab}\right)\delta_5 + \left(\frac{x}{2a} + \frac{xy}{2ab}\right)\delta_8 + \left(\frac{x}{2a} - \frac{xy}{2ab}\right)\delta_{11}, \\ \Omega_3 &= \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2a} - \frac{y}{2b} + \frac{xy}{2ab}\right)\delta_3 + \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{2a} + \frac{y}{2b} - \frac{xy}{2ab}\right)\delta_6 + \left(\frac{x}{2a} + \frac{xy}{2ab}\right)\delta_9 + \left(\frac{x}{2a} - \frac{xy}{2ab}\right)\delta_{12}. \end{aligned} \quad (16)$$

Подставив (16) в функционал (8), после интегрирования получим функцию двенадцати независимых переменных $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{12}$. Минимизация функционала (8) приводит к нахождению минимума функции 12 независимых переменных:

$$\frac{\partial \Pi_0}{\partial \delta_k} = 0 \quad (k = 1, 2, 3, \dots, 12). \quad (17)$$

Вычислив соответствующие частные производные, получим систему линейных алгебраических уравнений вида

$$[K] \cdot \{\delta\} = \{P\}. \quad (18)$$

Здесь $[K]$ – матрица жёсткости конечного элемента размером 12×12 , представляющего собой важнейшее понятие метода конечных элементов; $\{\delta\}^T = \{\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5, \delta_6, \delta_7, \delta_8, \delta_9, \delta_{10}, \delta_{11}, \delta_{12}\}$ – вектор узловых перемещений, поворотов и их производных; $\{P\}$ – сосредоточенные узловые силы и моменты, вид которых приведём при рассмотрении конкретных задач.

Б) Для изучения задачи о собственных плоских колебаниях листа графена выберем для перемещений u_1, u_2 и свободного поворота Ω_3 разложения в виде

$$\begin{aligned} u_1(x, y) &= (\alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy) \cdot \sin \omega t, \\ u_2(x, y) &= (\alpha_5 + \alpha_6 x + \alpha_7 y + \alpha_8 xy) \cdot \sin \omega t, \\ \Omega_3(x, y) &= (\alpha_9 + \alpha_{10} x + \alpha_{11} y + \alpha_{12} xy) \cdot \sin \omega t, \end{aligned} \quad (19)$$

где ω – частота собственных колебаний.

Подставив (19) в функционал (8) (с добавлением инерционных членов), после интегрирования получим функцию 12 независимых переменных $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{12}$. Минимизация функционала (8) приводит к нахождению минимума функции 12 независимых переменных.

Вычислив соответствующие частные производные, придем к решению следующей системы линейных однородных алгебраических уравнений вида

$$([K] - \omega^2[M]) \cdot \{\delta\} = 0. \quad (20)$$

Здесь $[K]$ – матрица жёсткости, $[M]$ – матрица массы конечного элемента размерности 12×12 .

Обратив определитель однородной системы линейных алгебраических уравнений в нуль, получим уравнение для определения частоты ω собственных колебаний.

4. Прикладная статическая задача плоского напряжённого состояния прямоугольного листа графена (рис. 1).

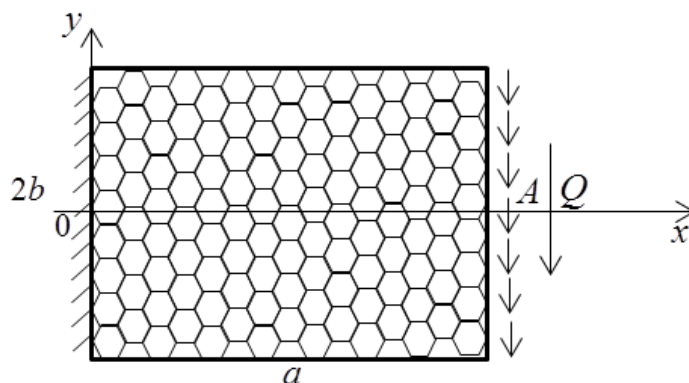


Рис. 1

Рассмотрим лист графена, который представляет прямоугольник $a \times 2b$ (в данном случае как консоль). Консоль заделана на левом конце и нагружена на правом свободном конце вертикальной параболической распределённой нагрузкой, равнодействующую которой обозначим через Q . Краевые горизонтальные линии $y = \pm b$ не нагружены. Будем считать, что в области прямоугольника ($0 \leq x \leq a$, $-b \leq y \leq b$) имеют место уравнения плоского напряжённого состояния моментно-мембранной теории пластин ((1)-(3) или (6)). Граничные условия для данной задачи имеют вид

$$\begin{aligned} u_1 = 0, u_2 = 0, \Omega_3 = 0, \text{ при } x = 0, \\ S_{21} = 0, T_{22} = 0, L_{23} = 0, \text{ при } y = \pm b, \end{aligned} \quad (21)$$

$$S_{12} = -\frac{3Q}{4b^3}(y^2 - b^2), \quad T_{11} = 0, \quad L_{13} = 0, \quad \text{при } x = a. \quad (22)$$

Вариационный принцип типа Лагранжа для данной задачи примет вид

$$\iint_{(S)} U_0 dx dy = \int_{-b}^b S_{12} u_2 dy. \quad (23)$$

Для решения задачи примем МКЭ.

Подставив (22) и (16) в (23) и интегрируя, для вектора сосредоточенных узловых сил и моментов получим $\{P\} = \{0, \frac{Q}{2}, 0, 0, \frac{Q}{2}, 0\}$. Решив матричное уравнение (18), получим узловые перемещения и повороты. Упругие постоянные графена имеют значения (11), для Q примем значение $Q = 0.5 \text{ нН}$ (наноНьютон).

В табл. 1 приведены значения вертикального перемещения точки A при различных значениях размеров прямоугольного листа графена.

Таблица 1

Вертикальные перемещения точки A

a (нм)	$2b$ (нм)	u_2 (нм)	Классическая теория $\alpha = 0$ u_2 (нм)
20	10	0.0193	0.0240
20	20	0.0067	0.0078
20	30	0.0036	0.0041
20	40	0.0024	0.0027

5. Собственные плоские колебания прямоугольного листа графена. В последнее время активно развивается область исследований и разработок наноэлектромеханических систем с целью создания нанорезонаторов нового поколения с использованием углеродных нанотрубок и графена [12]. Углеродные нанотрубки и графен применяются как детекторы гигагерцевого и терагерцевого частотных диапазонов. В связи с этим рассмотрим задачу о собственных плоских колебаниях прямоугольного листа графена (рис. 1), когда внешняя распределённая на правой стороне прямоугольника нагрузка отсутствует. Основными уравнениями динамики плоского напряженного состояния моментно-мембранной теории пластин являются (1)-(3) при наличии сил инерции по принципу Даламбера. Граничные условия имеют вид:

$$u_1 = 0, \quad u_2 = 0, \quad \Omega_3 = 0, \quad \text{при } x = 0, \quad (24)$$

$$S_{12} = 0, T_{11} = 0, L_{13} = 0, \text{ при } x = a. \quad (25)$$

$$S_{21} = 0, T_{22} = 0, L_{23} = 0, \text{ при } y = \pm b. \quad (26)$$

Для решения однородной граничной задачи (1)-(3), (24-26) применим МКЭ, в результате чего придем к однородному матричному уравнению (20). Обратив определитель в нуль, получим уравнение для определения частоты колебаний ω . Для графена $\rho_0 = 0,78 \cdot 10^{-24} \text{ кг/нм}^2$, $I_0 = 0,46 \cdot 10^{-28} \text{ кг}$ [7]. В случае квадратной пластинки $a = 2b = 20 \text{ нм}$, при наименьшей частоте колебаний $\omega = 129 \text{ ГГц}$ (гигагерц).

7. Заключение. Рассмотрены некоторые прикладные задачи на основе модели плоского напряжённого состояния пластин, построенной по моментно-мембранной теории как континуальная модель деформации листа графена.

Равновесие прямоугольного листа графена, когда левый край его закреплён, на правом конце приложена распределённая по параболе касательная нагрузка, а нижняя и верхняя стороны прямоугольника свободны от нагрузок, изучается как статическая задача. Для решения поставленной задачи развивается метод конечных элементов. Задача доведена до получения окончательных численных результатов.

Рассмотрены также собственные плоские колебания того же прямоугольного листа графена с применением метода конечных элементов. Показано, что наименьшая частота собственных колебаний листа графена находится в гигагерцевой зоне частот.

Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета по науке РА в рамках научного проекта № 21Т-2С093.

¹Ширакский государственный университет. Гюмри, Армения

²Институт механики НАН РА

e-mails: s_sargsyan@yahoo.com, knarikzhamakochyan@mail.ru,
slusin@yahoo.com

**Член-корреспондент НАН РА С. О. Саркисян,
К. А. Жамакочян, Л. С. Саркисян**

Статика и собственные плоские колебания прямоугольного листа графена на основе моментно-мембранной теории упругих пластин

Рассмотрены деформации листа графена на модели плоского напряжённого состояния пластин по моментно-мембранной теории. Для решения конкретных прикладных задач по этой модели развивается метод конечных элементов. Изучена одна статическая задача для прямоугольного листа графена (до получения окончательных численных результатов), когда левый край жёстко закреплён, на правом крае действует распределённая касательная нагрузка с известной равнодействующей, а нижняя и верхняя стороны свободны от нагрузок. Изучена также для этого же прямоугольного листа графена задача о собственных плоских коле-

баниях. Полученные численные результаты показывают, что наименьшая частота плоских колебаний прямоугольного листа графена находится в гигагерцевом диапазоне частот.

**ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Ս. Հ. Սարգսյան, Ք. Ա. Ժամակոչյան,
Լ. Ս. Սարգսյան**

Գրաֆենի ուղղանկյուն շերտի ստատիկական և սեփական հարթ տատանումները առաձգական սալերի մոմենտամեմբրանային տեսության հիման վրա

Դիտարկվում է գրաֆենի շերտի դեֆորմացիան՝ ըստ սալերի մոմենտամեմբրանային տեսության հարթ լարվածային վիճակի մոդելի: Այս մոդելով կոնկրետ կիրառական խնդիրների լուծման համար զարգացվում է վերջավոր տարրերի մեթոդը: Ուսումնասիրվում է մեկ ստատիկական խնդիր գրաֆենի ուղղանկյուն շերտի համար (մինչև վերջնական թվային արդյունքների ստացումը), երբ ձախ եզրը կոշտ ամրակցված է, աջ եզրում ազդում է հայտնի համագործով բաշխված շոշափող բեռ, իսկ վերին և ստորին կողմերը ազատ են: Ուսումնասիրվում է նաև գրաֆենի այդ նույն ուղղանկյուն շերտի համար հարթ սեփական տատանումների խնդիրը: Ստացված թվային արդյունքները ցույց են տալիս, որ գրաֆենի ուղղանկյուն շերտի հարթ տատանումների ամենափոքր հաճախականությունը հաճախականությունների գեգահերց տիրույթում է:

**Corresponding member of NAS RA S. H. Sargsyan,
K. A. Zhamakochyan, L. S. Sargsyan**

Statics and Natural Plane Vibrations of a Rectangular Graphene Sheet Based on the Moment-Membrane Theory of Elastic Plates

In this paper the deformation of a graphene sheet according to the model of the moment-membrane theory a plane stress state of plates is considered. The finite element method is developed to solve concrete applied problems using this model. One static problem is studied for a rectangular graphene sheet (until the final numerical results are obtained), when the left edge is rigidly fixed, a distributed tangential load with a known resultant acts on the right edge, and the lower and upper sides are free. The problem of plane natural vibrations for the same rectangular graphene sheet is also studied. The obtained numerical results show that the lowest frequency of natural plane vibrations of a rectangular graphene sheet is in the gigahertz frequency range.

Литература

1. Geim A. K., Novoselov K. S. –Nature Materials. 2007. V. 6. № 3. P. 183-191.
2. Иванова Е. А., Кривцов А. М., Морозов Н. Ф. и др. – Докл. РАН. 2003. Т. 391. № 6. С. 764-768.

3. *Иванова Е. А., Кривцов А. М., Морозов Н. Ф.* – Прикладная математика и механика. 2007. Т. 71. Вып. 4. С. 595-615.
4. *Беринский И. Е., Иванова Е. А., Кривцов А. М. и др.* –Изв. РАН. Механика твёрдого тела. 2007. № 5. С. 6-16.
5. *Панин В. Е.* – Физическая мезомеханика. 1998. Т. 1. № 1. С. 5-22.
6. *Панин В. Е., Гриняев Ю. В., Егорушкин В. Е.* – Изв. РАН. Механика твёрдого тела. 2010. № 4. С. 8-29.
7. *Саркисян С. О.* – Физическая мезомеханика. 2022. Т. 25. № 2. С. 109-121.
8. *Жилин П. А.* Теоретическая механика. Фундаментальные законы механики. СПб. Изд-во ЦПБГПУ. 2003. 340 с.
9. *Саркисян С. О.* – Физическая мезомеханика. 2020. Т. 23. № 4. С. 13-19.
10. *Саркисян С. О.* – Вестн. Московского ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. 2022. № 1. С. 38-47.
11. *Sargsyan S. H.* In: AIP Conference Proceedings 2448, Krasnoyarsk, Russia, 020020 (2021). <https://doi.org/10.1063/5.0073269>. P.020020.
12. *Гринберг Я. С., Пашкин Ю. А., Ильичев Е. В.* –Успехи физических наук. 2012. Т. 182. № 4. С. 407-436.

ГЕОФИЗИКА

УДК 550.34

DOI: 10.54503/0321-1339-2022.122.4-287

**Дж. К. Карапетян, Э. Г. Геодакян, член-корреспондент НАН РА
С. М. Оганесян, С. Р. Шахпаронян, Р. К. Карапетян**

Аномалия геомагнитного поля, предшествующая возникновению землетрясений на территории Республики Армения и сопредельных районов

(Представлено 31/X 2022)

Ключевые слова: *землетрясение, краткосрочный прогноз, магнитное поле Земли, магнитные обсерватории, система мониторинга.*

Введение. Прогноз землетрясений в настоящее время является одной из актуальных задач науки о Земле [1-6]. Краткосрочный прогноз представляется наиболее актуальным из-за возможности принятия оперативных мер по предотвращению возможных последствий сейсмического события. Процесс подготовки землетрясения состоит из двух основных стадий: накопления энергии и ее реализации в форме неупругих деформаций. Заключительная стадия по существу является началом процесса разрушения. На этой стадии при нарастающей скорости деформирования наблюдаются предвестники в геофизических полях, появляется возможность их надежного обнаружения [7]. К решению этой проблемы современная наука подходит с позиции поисков геофизических предвестников. К ним относятся наблюдения деформаций, наклонов земной коры, изменений скорости сейсмических волн, локальных изменений магнитного поля, изменений химического состава подземных вод, аномалий в содержании радона, вариаций электропроводности горных пород и др. Несмотря на достаточно убедительные физические обоснования каждого из этих методов ни один из них не имеет пока исключительных преимуществ перед другими при выборе критерия прогноза. Для комплексного изучения такого сложного природного явления, как землетрясение, в настоящее время привлекается не только весь арсенал геофизических методов, но и методы изучения причинно-следственных связей солнечно-земного взаимодействия. При этом значительную важность имеет не только расши-

рение сетей наблюдений и повышение их плотности, но и совершенствование геофизической аппаратуры: повышение точности приборов, увеличение частоты дискретизации регистрируемых данных, передача данных во времени, близком к реальному [4, 8].

Как известно, землетрясения часто сопровождаются аномальными электромагнитными возмущениями. За последние годы некоторые авторы занимались установлением и изучением этих связей, и результаты их исследований не оставляют сомнения в том, что подобная связь существует [9-21].

Для изучения этих вопросов на территории Республики Армения вблизи населённого пункта Гюлагарак (деревня Гюлагарак, область Лори, Республика Армения), на территории геофизического полигона Института геофизики и инженерной сейсмологии им. А. Назарова НАН РА, совместно с Геофизическим центром РАН РФ организована стационарная полномасштабная Геомагнитная обсерватория режимного наблюдения, отвечающая стандартам сети ИНТЕРМАГНЕТ (www.intermagnet.org) [1, 22, 23]. Географически данная локация находится в центре региона радиусом порядка 2000 км, в котором отсутствуют пункты долгосрочных и непрерывных наблюдений магнитного поля, что делает будущую обсерваторию крайне ценным источником информации о динамике геомагнитного поля и охватывает основные сейсмогенные глубинные региональные разломы Кавказского региона. Следует отметить, что магнитные данные, зарегистрированные в отмеченном пункте (северная часть территории Армении) являются наиболее интересными с точки зрения изучения природы возникновения землетрясений, поскольку на этой сравнительно маленькой сейсмоактивной территории сосредоточены более 30% землетрясений, происходящих в Кавказском регионе.

Магнитометрические измерения. Организация стационарных обсерваторий геомагнитных наблюдений. На территории Республики Армения с 1981 г. были начаты стационарные наземные геомагнитные наблюдения для установления причины следственной связи вариаций полного вектора F магнитного поля с сейсмичностью. Для стационарных наблюдений на территории Армении были выбраны 7 наблюдательных пунктов – Гюлагарак, Джермук, Гарни, Егегнадзор, Карчахбюр, Говит и Аруч, которые расположены в северной, центральной и южной частях Армении [10, 14, 17]. В указанных наблюдательных пунктах были установлены протонные магнитометры МПП-1, обладающие чувствительностью 0.1 нТл. На этих пунктах проводились синхронные измерения только модуля полного вектора геомагнитного поля F с ежечасным опросом в сутки. Наряду со стационарными наблюдениями проводились также профильные циклические измерения с помощью полевых протонных магнитометров с чувствительностью 0.5 нТл. Однако технические условия организации наблюдений, установленные аппаратуры и проводимые измерения не соответствовали стандартам ИНТЕРМАГНЕТ, в связи с чем возникла необходимость модернизации геомагнитных обсерваторий в соот-

ветствии с требованиями ИНТЕРМАГНЕТ, предъявляемыми к павильонным условиям, и с использованием прецизионных магнитометрических аппаратур, направленных на повышение надежности получения магнитных измерений. В связи с этим было принято решение о развертывании на территории Армении, на базе геофизического полигона Института геофизики и инженерной сейсмологии им. А. Назарова Национальной академии наук Республики Армения (ИГИС НАН РА), полномасштабной магнитной обсерватории высшего международного стандарта ИНТЕРМАГНЕТ. С 9 по 15 апреля 2017 г. состоялась совместная экспедиция по всей территории обсерватории Гюлагарак для выполнения магнитных исследований на территории полигона с целью определения мест, пригодных для возведения абсолютного и вариационного павильонов магнитной обсерватории. В результате экспедиции была выполнена рекогносцировка территории и проведена площадная детальная магнитоградиентометрия в нескольких масштабах для многоуровневого исследования характера распределения аномалий магнитного поля и его градиента, а также была проведена серия абсолютных измерений магнитного склонения и наклона, в результате чего были выбраны подходящие места, свободные от магнитных аномалий как техногенного, так и природного характера. Выбор мест расположения обсерваторских павильонов полностью соответствует требованиям Международной ассоциации по геомагнетизму и аэрономии (IAGA) [24]. Учитывая геологическое строение участка и наличие магматических пород среднего и основного состава (андезитобазальтов) с сильной магнитной восприимчивостью и наличием ферромагнитных минералов, обсерваторские павильоны сооружены на высоких сваях во избежание влияния локальных природных магнитных помех на показания приборов. В 2019 г. осуществлено строительство немагнитных павильонов.

Строительство обсерватории предусматривало возведение двух павильонов – абсолютного и вариометрического на участках, выбранных во время детальной магнитоградиентометрической съемки. В качестве основного конструкционного материала были выбраны композитные панели из неорганического стекловолокна, которые прошли исследования с точки зрения магнитных свойств и были признаны пригодными для строительства павильонов. Применение таких современных материалов полностью исключает техногенные и температурные помехи, что, безусловно, влияет на достоверность данных и окончательные результаты и направлено на повышение надежности получения магнитных измерений. После завершения строительства в новых павильонах в 2020 г. был установлен полный комплект измерительного оборудования стандарта ИНТЕРМАГНЕТ. В абсолютном павильоне установлен прецизионный протонный (скалярный) магнитометр POS-1 (QMLab, Россия) в обсерваторском исполнении, обладающий чувствительностью 0.1-0.05 нТл при цикле измерений 3-1 с. Для вариационных измерений используется трехкомпонентный векторный магнитометр (феррозондовый вариометр) FGE (Technical

University of Denmark, DTU), обеспечивающий данные о вариациях компонент вектора магнитной индукции на частотах до 1 Гц и выше и обладающий чувствительностью 0.125 нТл при цикле измерений 1 с. Ориентация прибора вдоль осей X, Y и Z направлена соответственно на географический север, восток и вертикально. Оборудована система термостабилизации вариометра. Установлена визирная цель и определен ее азимут, обеспечены регулярные абсолютные измерения составляющих магнитного поля, налажена регулярная передача данных. Следует отметить, что модернизированная обсерватория по своим техническим характеристикам, а также применяемой прецизионной аппаратуре высококачественных магнитометрических измерений является единственной на территории Кавказского региона магнитометрической обсерваторией, которая может служить как базовой точкой для синхронных стационарных режимных, так и полевых профильных циклических наблюдений магнитных вариаций.

Анализ и результаты геомагнитных наблюдений. В ходе детального мониторинга сейсмичности территории Республики Армения и сопредельных районов с 2022 г. по настоящее время выявлена ярко выраженная активизация сейсмичности этой территории, проявленная возникновением более 200 землетрясений в магнитудном диапазоне $M=2.0\div5.4$ [31]. Как известно, в период подготовки землетрясения происходят изменения напряженного состояния магнитоактивных объемов горных пород, которые могут быть выявлены высокоточными магнитометрическими наблюдениями [25, 26]. Следует отметить, что высокоточные непрерывные магнитометрические наблюдения на геофизической обсерватории Гюлагарак начали осуществляться с 2022 г.

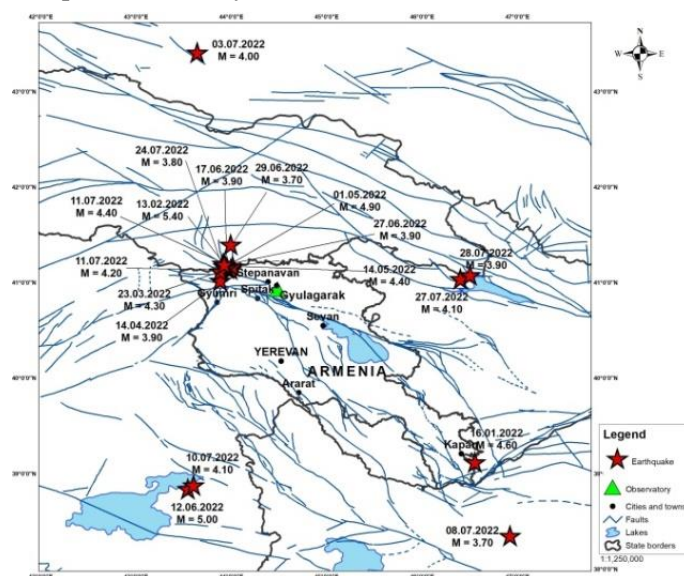
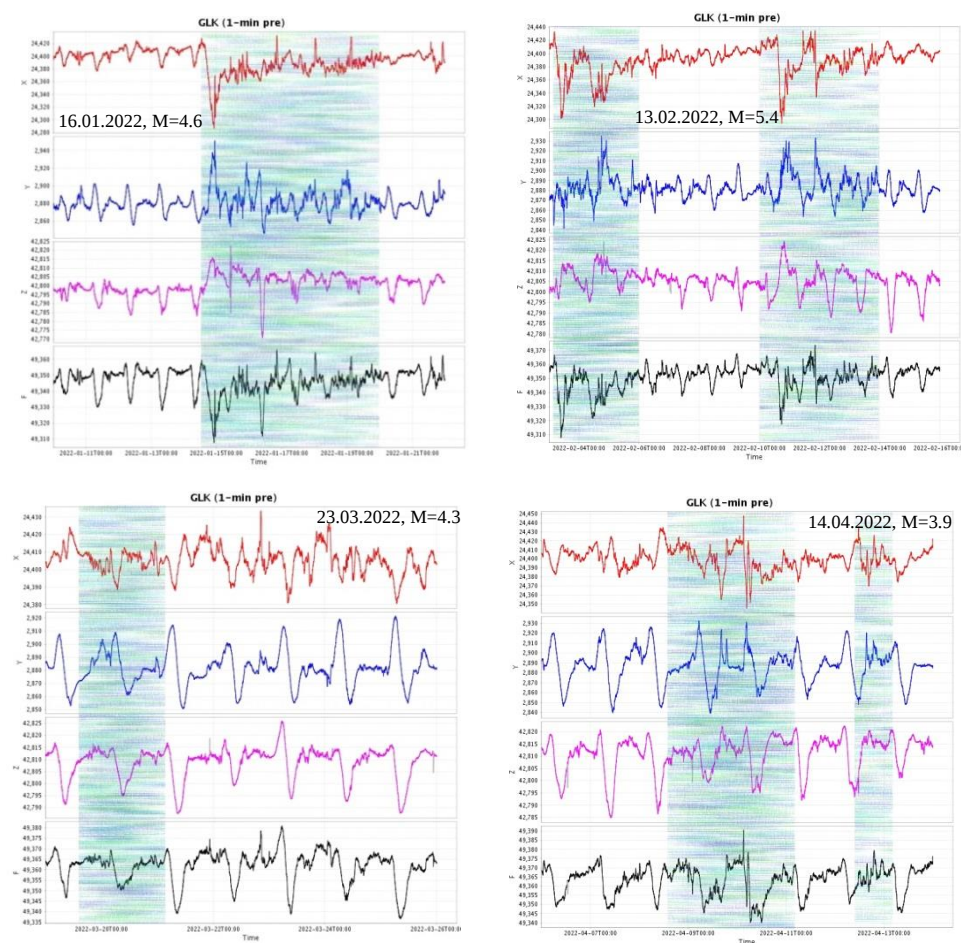
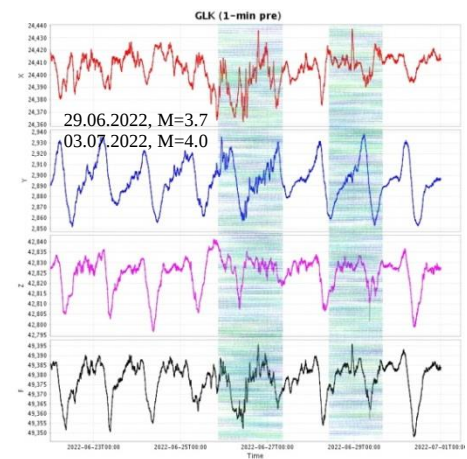
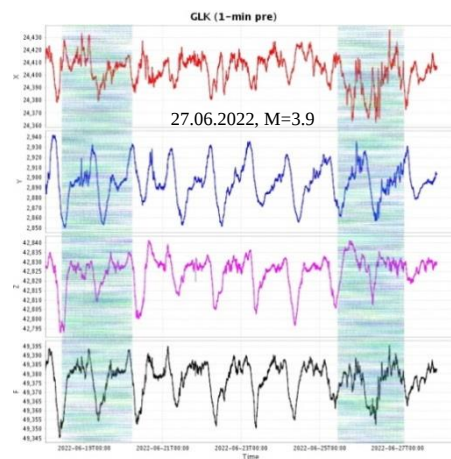
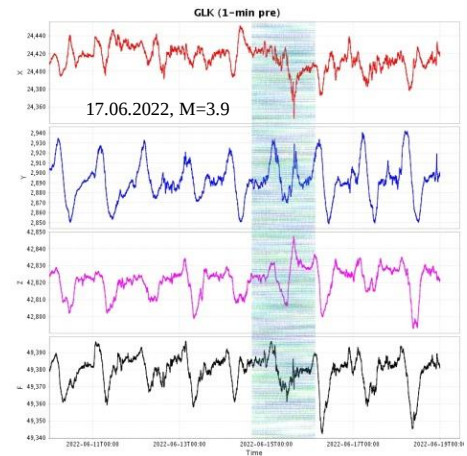
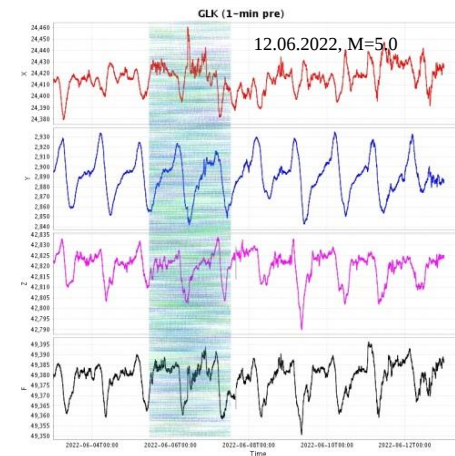
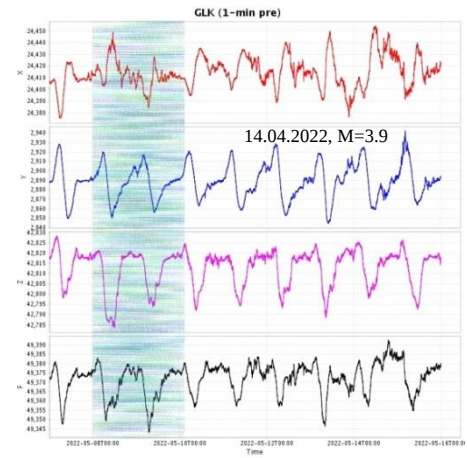
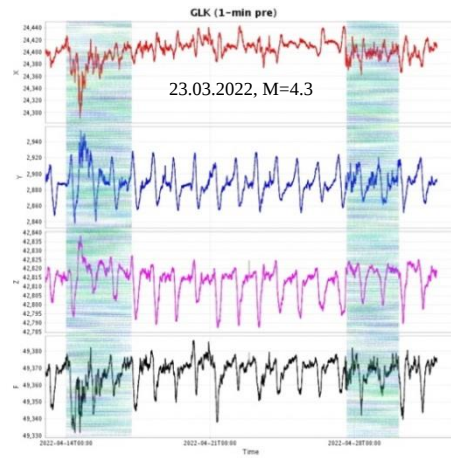


Рис. 1. Карта эпицентров землетрясений и активных разломов.

За этот короткий период с 16 января по 28 июля 2022 г. произошли 18 землетрясений в магнитудном диапазоне $M=3.7 \div 5.4$ на эпицентральной расстоянии от 47 до 355 км, азимутально охватив обсерваторию от 138° до 346° (рис. 1). В ходе анализа магнитограмм ортогональных компонент вектора магнитного поля (X, Y, Z) и измеренного модуля (F) вариации геомагнитного поля (рис. 2) во времени впервые выявлен ряд характерных высокочастотных кратковременных аномальных проявлений магнитовариационных процессов, предвещающих возникновение сильных землетрясений на территории Республики Армения и сопредельных районов. На графиках (рис. 2) представлены характерные изображения высокочастотных кратковременных геомагнитных возмущений, во всех случаях предвещающие во времени (от 2 до 10 дней) возникновение 18 землетрясений в магнитудном диапазоне $M=3.7 \div 5.4$, эпицентры которых расположены относительно обсерватории от 47 до 355 км.





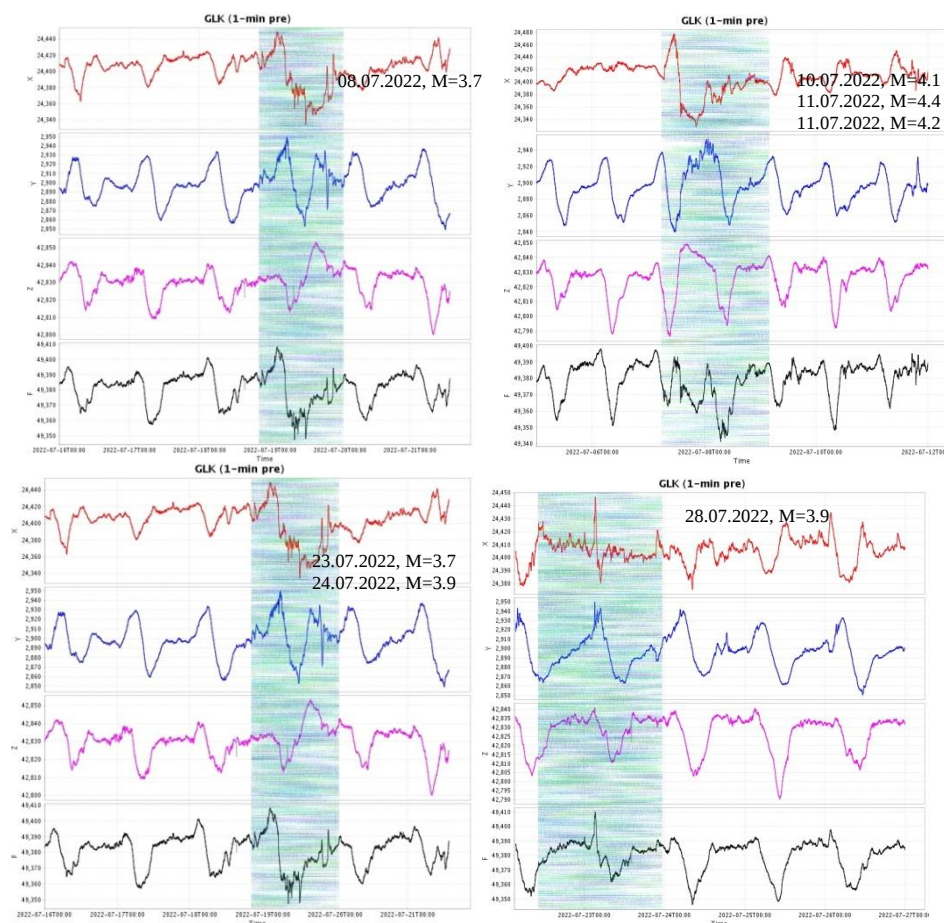


Рис. 2. Магнитограммы, полученные из обсерватории «Гюлагарак»: минутные магнитограммы ортогональных компонент вектора магнитного поля (X, Y, Z) и его измеренный модуль (F) для разных сейсмических событий, происшедших непосредственно на территории Армении и приграничных районов.

Выявленные аномальные проявления магнитовариационных процессов обусловлены удачным расположением обсерватории в сложной разноранговой и разнонаправленной системе сейсмоактивных глубинных разломов Северной Армении (рис. 1), исключением влияния на результаты измерений побочных техногенных помех, высокой прецизионностью измеряемой аппаратуры и частотой дискретизации опросов данных.

Как видно из графиков, во всех случаях аномальные изменения магнитного поля начинаются за временной период 2-10 дней до сейсмического события в зависимости от основных параметров землетрясений, за исключением землетрясения 01.05.2022 г., $M=4.6$, $\Delta=51$ км, при котором аномальное изменение магнитного поля наблюдалось за 15 дней перед землетрясением. В ряде случаев во временном интервале выявлены два

характерных периода проявлений аномальных изменений магнитного поля (МП): первый период соответствует в порядке за 8 дней, второй за два дня до возникновения основного толчка землетрясения. Аномальные изменения значений X, Y, Z, F наблюдаются как при местных сравнительно слабых, так и относительно удалённых более сильных землетрясениях (табл. 1).

Таблица 1

Основные параметры землетрясений, происшедших за период с 16 января по 28 июля 2022 г. на территории Армении и приграничных районов

№	Year	Hour	Latitude	Longitude	Depth, H	Magnitude, M	Distances, Δ
1	16.01.2022	3:25	39.12	46.55	40	4.6	268
2	13.02.2022	18:25	41.14	43.99	10	5.4	47
3	23.03.2022	17:10	41.15	43.95	10	4.3	51
4	14.04.2022	0:13	41.02	43.88	10	3.9	52
5	01.05.2022	19:35	41.17	44.01	10	4.9	48
6	14.05.2022	17:14	41.2	43.91	20	4.4	57
7	12.06.2022	18:35	38.84	43.54	19	5.0	245
8	17.06.2022	01:09	41.16	43.95	10	3.9	51
9	27.06.2022	3:49	41.18	43.93	10	3.9	54
10	29.06.2022	10:10	41.4	43.99	5	3.7	67
11	03.07.2022	23:45	43.41	43.64	10	4.0	284
12	08.07.2022	04:17	38.35	46.92	10	3.7	355
13	10.07.2022	09:37	38.88	43.6	8	4.1	240
14	11.07.2022	03:04	41.17	43.92	10	4.4	54
15	11.07.2022	05:10	41.12	43.88	2	4.2	55
16	24.07.2022	01:49	41.19	43.92	10	3.8	55
17	27.07.2022	23:48	41.04	46.40	18	4.1	162
18	28.07.2022	06:39	41.08	46.50	10	3.9	171

Интерес вызывает тот факт, что по времени амплитудно-частотная характеристика аномальных изменений МП в зависимости от параметров землетрясений (магнитуда, эпицентральное расстояние и т.п.) и азимута различны. Знак аномальных изменений разности потенциалов, по всей вероятности, предопределяется как сложными геолого-геофизическими процессами, происходящими в верхней части Земной коры, так и механизмами очагов землетрясений.

Особенно интересен тот факт, что во всех случаях основной индикатор интенсивности аномальных проявлений (геомагнитных возмущений) перед возможным происходящим землетрясением наблюдается на X компоненте геомагнитного поля, который, по всей вероятности, связан с региональными доминирующими направлениями тектонических напряжений в регионе и, по-видимому, представляет собой сейсмомагнитный эффект (генерация геомагнитных вариаций перед землетрясениями), вызванный местным близким и удалённым землетрясениями региона.

Следует отметить, что одним из важнейших элементов солнечно-земной физики являются геомагнитные бури («космическая погода»), выз-

ванные вследствие поступления в окрестности Земли возмущённых потоков солнечного ветра и их взаимодействия с магнитосферой Земли, вызывавшими усиление кольцевых токов Земли. Эти процессы, особенно в зонах коллизии со сложной системой строения литосферы, по всей вероятности, являются триггерным механизмом инициирования как сильных, так и умеренных по магнитуде $M=3.7-5.4$ землетрясений, которые необходимо учитывать при изучении локального вклада природной компоненты солнечно-земных связей.

На наш взгляд, наличие причинно-следственных солнечно-земных связей свидетельствует о проявлении трех механизмов воздействия на сейсмическую деятельность Земли. В первом случае речь идет о воздействиях, связанных с магнитными полями (магнитные бури). Во втором случае механизм генерации этих вызванных геомагнитных возмущений, по всей вероятности, являются процессы, связанные с изменением напряженно-деформированного состояния среды и слагающих ее горных пород, обладающих пьезомагнитными либо ферромагнитными свойствами. В третьем случае это связано с разделением и релаксацией электрических зарядов в результате перколяции минерализованных вод через микрокапилляры горных пород, структура которых может к тому же изменяться в процессе микроразрушения пород на последней стадии подготовки очага сейсмического события, а также в результате течения флюида в раскрывающихся трещинах в процессе формирования очага и реализации землетрясения или другими мало изученными явлениями [27-30].

Заключение. Исследование вариаций геомагнитных полей показывает, что они несут важную информацию о современных движениях земной коры, в целом, и о сейсмических процессах, в частности. В сейсмоактивных зонах установлено существование локальных изменений магнитного поля, проявляющих пространственно-временную связь с сейсмическими событиями. Установлены некоторые закономерности зависимости формы и периода существования вариаций геомагнитного поля от магнитуды и эпицентрального расстояния происшедших землетрясений. Результаты исследований показывают, что сейсмотектонический процесс проявляется в виде обратимых вариаций локального геомагнитного поля, которые являются следствием перераспределения тектонических напряжений. Аномальные изменения магнитного поля происходят как при близких ($\Delta \leq 48$ км), так и удаленных ($\Delta = 240 \div 349$ км) землетрясениях. Это означает, что источником магнитного возмущения является не зона очага тектонического землетрясения, а вся зона его подготовки (десятки, сотни километров в зависимости от магнитуды).

Основной индикатор интенсивности аномальных проявлений (геомагнитных возмущений) перед возможным происходящим землетрясением наблюдается на X компоненте геомагнитного поля, связан с региональными доминирующими направлениями тектонических напряжений в регионе и, по-видимому, представляет собой сейсмомагнитный эффект, выз-

ванный местным близким и удалённым землетрясениями региона. Выявленный эффект геомагнитного поля перед землетрясением можно считать оперативным предвестником, предшествующим возникновению сильного землетрясения. Предполагается, что по мере накопления магнитовариационных режимных наблюдений и сейсмологических данных будут выявлены количественные критерии корреляций величин магнитных аномалий (возмущений) с основными параметрами очагов землетрясений (магнитуда, расстояние, механизм очага).

В дальнейшем предусматривается расширение сети режимных геомагнитных наблюдений на территории Республики Армения, которая позволит, по всей вероятности, решить проблему локации очаговой области готовящегося будущего сильного землетрясения в регионе. Высокочастотные колебания магнитного поля могут стать надежным предвестником геофизического поля для краткосрочного прогноза места и силы готовящегося будущего сильного землетрясения в регионе.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Комитета по науке Республики Армения в рамках научных проектов № АСН-01/22, 21SCG-1E021.

Институт геофизики и инженерной сейсмологии
им. А. Назарова НАН РА
e-mail: iges@sci.am

**Дж. К. Карапетян, Э. Г. Геодакян, член-корреспондент НАН РА
С. М. Оганесян, С. Р. Шахпаронян, Р. К. Карапетян**

**Аномалия геомагнитного поля, предшествующая возникновению
землетрясений на территории Республики Армения
и сопредельных районов**

Рассматриваются предварительные результаты геомагнитных наблюдений на территории Республики Армения с целью изучения природы подготовки тектонического землетрясения и осуществления задачи краткосрочного прогноза сейсмического события. Непосредственно на территории Армении и приграничных районов за период с 16 января по 28 июля 2022 г. произошли 18 землетрясений в магнитудном диапазоне $M=3.7 - 5.4$ на эпицентральной расстоянии от 47 до 355 км. Предварительный анализ режимных геомагнитных наблюдений позволил обнаружить возникновение магнитного возмущения непосредственно перед землетрясением. Рассмотрена связь амплитудно-частотных характеристик этих аномальных явлений с основными параметрами (магнитуда, эпицентральное расстояние) землетрясений. Проведено всестороннее исследование этого типа геофизического поля как параметра косвенного мониторинга динамики напряженно-деформируемого состояния земной коры.

**Ջ. Կ. Կարապետյան, Է. Գ. Գյոդակյան, ՀՀ ԳԱԱ թղթ. անդամ
Ս. Մ. Հովհաննիսյան, Ս. Ռ. Շահպարոնյան, Ռ. Կ. Կարապետյան**

**Հայաստանի Հանրապետության և հարակից շրջաններում
բաշարժերի առաջացմանը նախորդող երկրամագնիսական
դաշտի անոմալ դրսևորումներ**

Քննարկվում են Հայաստանի Հանրապետության տարածքում երկրամագնիսական դաշտի դիտարկումների արդյունքները՝ տեկտոնական երկրաշարժերի նախապատրաստման բնույթի հետազոտման և երկրաշարժերի կարճաժամկետ կանխատեսման խնդիրների լուծման նպատակով: Հայաստանի Հանրապետության և հարակից շրջաններում 2022 թվականի հունվարի 16-ից հուլիսի 28-ն ընկած ժամանակահատվածում 47-ից 355 կմ էպիկենտրոնային հեռավորությունների վրա տեղի է ունեցել $M=3.7-5.4$ մագնիտուդով 18 երկրաշարժ: Մանրամասն վերլուծությունը հնարավորություն տվեց երկրաշարժերից անմիջապես առաջ հայտնաբերելու մագնիսական դաշտի վարիացիաների առաջացման նոր երևույթներ: Դիտարկվել է հայտնաբերված անոմալ երևույթների դրսևորման ամպլիտուդա-հաճախական բնութագրերի և երկրաշարժերի հիմնական պարամետրերի (մագնիտուդ, էպիկենտրոնային հեռավորություն) միջև կապը: Կատարվել է նմանատիպ երկրաֆիզիկական դաշտի համակոդմանի ուսումնասիրություն՝ որպես երկրակեղևի լարվածա-դեֆորմացիոն վիճակի դինամիկայի մշտադիտարկման անուղղակի պարամետր:

**J. K. Karapetyan, E. G. Geodakyan, corresponding member of NAS RA
S. M. Hovhannisyanyan, S. R. Shahparonyan, R. K. Karapetyan**

**Anomaly of the Geomagnetic Field Preceding the Occurrence of
Earthquakes in the Territory of the Republic of Armenia
and Adjacent Regions**

This paper considers the preliminary results of geomagnetic observations on the territory of the Republic of Armenia in order to study the nature of the preparation of a tectonic earthquake and to implement the task of short-term prediction of a seismic event. The observations are from 18 earthquakes in the territory of Armenia from January 16 to July 28, 2022, magnitude range 3.7 - 5.4, epicentral distances 47 - 355 km. A preliminary analysis of region geomagnetic observations made it possible to detect the occurrence of a magnetic disturbance of the geomagnetic field before an earthquake. The relationship between the amplitude-frequency characteristics of these anomalous phenomena and the main parameters (magnitude, epicentral distance, et al.) of earthquakes is considered. A comprehensive study of this type of geophysical field is carried out for indirect monitoring of the dynamics of the stress-strain rate of the earth's crust.

Литература

1. *Гвишиани А. Д., Соловьёв А. А., Сидоров Р. В. и др.* – Вестн. ОНЗ РАН. 2018. Т. 10. NZ4001. С. 1-24. doi:10.2205/2018NZ000357.
2. *Karapetyan J. K., Sargsyan R. S., Ghazaryan K. S. et al.* – Russian Journal of Earth Sciences. 2020. V. 20, doi:10.2205/2020ES000709.

3. *Ismail-Zadeh A., Adamia S., Chabukiani A. et al.* – Earth Sci. Rev. 2020. V. 207. P. 103222. doi: 10.1016/j.earscirev.2020.103222.
4. *Karapetyan J. K., Li Li* – Acta Geologica Sinica (English Edition). 2021. V. 95(supp. 1). P. 55–58, <https://doi.org/10.1111/1755-6724.14831>.
5. *Dzeboev B. A., Gvishiani A. D., Agayan S. M. et al.* – «Editorial of the Special Issue “Statistics and Pattern Recognition Applied to the Spatio-Temporal Properties of Seismicity»». Appl. Sci. 2022, V. 12(9). P. 4504, <https://doi.org/10.3390/app12094504>.
6. *Abrehdari Seyed H., Jon K. Karapetyan, Habib Rahimi et al.* – Russian Journal of Earth Sciences, 2022. V.22, P. ES6002, doi: 10.2205/2022ES000814.
7. *Мальцев С. А., Степанов М. В.* – Сейсмические приборы. Т. 44. № 3. С. 5-18.
8. *Karapetyan J., Li L., Geodakyan E. et al.* – (2022). Earthquake Science. 2022. V. 36(1). P. 1-8.
9. *Rikitake T.* – Tectonophysics. 1968. V. 6(1). P. 59–68, doi:10.1016/0040-1951(68)90026-7.
10. *Сирунян Т. А., Григорян Р. А., Акопджанян Г. А. и др.* В кн.: Поиск геофизических предвестников землетрясений на Кавказе. 1987. Тбилиси. Мецниереба. 1987. С. 129-135.
11. *Gershenson N. I., Gokhberg M. B., Yunga S. L.* – Physics of the Earth and Planetary Interiors. 1993. V. 77(1-2). P. 13–19. doi:10.1016/0031-9201(93)90030-d.
12. *Hattori K.* – Terrestrial, Atmospheric and Ocean Sciences. 2004. V. 15. № 3. P. 329–360.
13. *Kopytenko Y. A., Ismaguilov V. S., Hattori K. et al.* – Ann. Geophys. 2012. V. 55. № 1; doi: 10.4401/ag-5260.
14. *Оганесян С. Р.* Тектономагнитный метод прогноза землетрясений. Lambert Academic Publishing. 2016. 432 с.
15. *Karapetyan J. K., Karapetyan R. K.* – American Geophysical Union. Fall Meeting 2018, abstract #S12A-05.
16. *Enomoto Y., Yamabe T., Sugiura S. et al.* – Earth Planets Space .2021. V. 73. P. 90; <https://doi.org/10.1186/s40623-021-01416-1>.
17. *Григорян А. Г., Луходеев Д. В.* – Геофизические исследования. 2021. Т. 22. № 3. С. 5-25; <https://doi.org/10.21455/gr2021.3-15>.
18. *Guillermo Cordaro E., Venegas-Aravena P., Laroze D.* – Nat. Hazards Earth Syst. Sci., 2021. V. 21. P. 1785–1806; <https://doi.org/10.5194/nhess-21-1785-2021>, 2021.
19. *Спивак А. А., Рябова С. А.* – Физика Земли. 2019. № 6. С. 3–12
20. *Takla E. M., Yumoto K., Liu J. Y. et al.* – J. Geophysics. 2011. Article ID 848467; <http://dx.doi.org/10.1155/2011/848467>.
21. *Zhao J., Yongxin G., Tang J. et al.* – Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2021.V. 126. Issue 10 <https://doi.org/10.1029/2021JB022102>.
22. *Soloviev A., Smirnov A., Gvishiani A. et al.* – Advances in Space Research. 2019. V. 64. Is. 11, 1. P. 2305-2320. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2019.08.038>.
23. *Soloviev A., Dzeboev B., Karapetyan J. et al.* – 2020. GCRAS. M. <https://doi.org/10.2205/GLK2020min>.
24. *Jankowsky J., Sucksdorff C.* Warsaw. Guide for magnetic measurements

- and observational practice. International Association of Geomagnetism and Aeronomy, ISSN 0-9650686-2-5, 1996. 232 p.
25. Сковородкин Ю. П. Изучение тектонических процессов методами магнитометрии. М. ИФЗ АН СССР. 1985. 197 с.
 26. Сковородкин Ю. П., Тоноян Е. П. В кн.: Сейсмический мониторинг земной коры. М. ИФЗ АН СССР. 1986. С. 199-203.
 27. Оганесян С. М. В кн.: Опасные природные и техногенные процессы в горных регионах: модели, системы, технологии. Коллективная монография. (VII междунар. науч.-практич. конф. Владикавказ, 30.09-02.10.2019). Владикавказ. 2019. С.459-464.
 28. Оганесян С. М. В кн.: Опасные природные и техногенные процессы в горных регионах: модели, системы, технологии. Коллективная монография. (VII междунар. науч.-практич. конф. Владикавказ, 30.09-02.10.2019). Владикавказ. 2019. С.465-474.
 29. Оганесян С. М., Карапетян Дж. К., Геодакян Э. Г. и др. В кн.: Опасные природные и техногенные процессы в горных регионах: модели, системы, технологии. Коллективная монография. (VII междунар. науч.-практич. конф. Владикавказ, 30.09-02.10.2019). Владикавказ. 2019. С. 325-337.
 30. Оганесян С. М., Карапетян Дж. К., Заалишвили В. Б. и др. В кн.: Опасные природные и техногенные процессы в горных регионах: модели, системы, технологии. Коллективная монография. (VII междунар. науч.-практич. конф. Владикавказ, 30.09-02.10.2019). Владикавказ. 2019. С. 422-431.
 31. EMSC (European Mediterranean Seismological Centre). <https://www.emsc-csem.org/#2>.

УДК 541.145

DOI: 10.54503/0321-1339-2022.122.4-300

фенилтетрахлорэтан), гидролиз тетрамера до дикофола с использованием пара-толуолсульфокислоты, выделение и очистку продукта [3].

Превращение ДДТ в полезный продукт путем прямого окисления затруднительно. Даже такой сильный окислитель, как оксид хрома, в ледяной уксусной кислоте не способен окислить ДДТ [4], он «довольно устойчив» к перманганату калия, персульфатам, гипохлориду и другим окислителям [5].

Среди современных разработок наиболее перспективными с экологической точки зрения считаются процессы деструктивного окисления ядохимикатов в жидкой фазе, где в качестве окисляющих агентов используют кислород [6-8], озон, пероксид водорода и др. Однако в случае ДДТ необходимо активирующее воздействие на реакцию систему.

Принимая во внимание вышеупомянутые проблемы, мы сосредоточили нашу работу не только на окислительной фотодеструкции, но и исследовании фотокаталитических возможностей, направленных на селективные превращения этих соединений кислородом в относительно безвредные и в то же время полезные для использования продукты.

Для поставленных целей был предложен новый селективный катализатор с применением диоксо-комплекса переходного металла, закрепленного на фоточувствительном материале. В частности, были исследованы фотокаталитические свойства полностью охарактеризованного комплекса диоксо-Мо(VI)-дихлор[4,4'-дикарбоксилато-2,2'-бипиридин], закрепленного ковалентными связями на нано- TiO_2 , в реакции окисления и окислительной деструкции ДДТ кислородом при УФ-облучении, в «мягких» условиях (рис. 1).

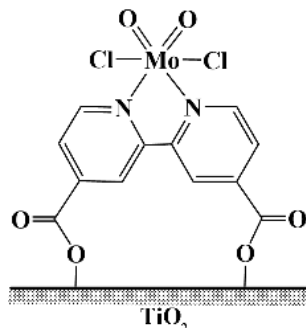
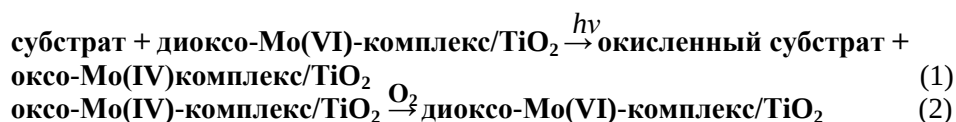


Рис. 1. Диоксо-Мо(VI)-дихлор[4,4'-дикарбоксилато-2,2'-бипиридин], закрепленный на нано- TiO_2 .

Методики эксперимента. Метод синтеза катализатора описан в [9]. Структуры катализатора и образцов последовательных стадий его синтеза охарактеризованы различными спектроскопическими методами (^{13}C CAP NMR, FTIR и др.). Количество комплекса на поверхности TiO_2 определяли методом термогравиметрического анализа. Эксперименты проводили в кварцевом реакторе, снабженном магнитной мешалкой, источником УФ-облу-

чения служила ртутная лампа ДРТ-230 ($\lambda=253.7$ нм). Экспериментальная установка описана в [10]. Идентификацию и анализ продуктов реакции проводили методом газожидкостной хроматографии.

Результаты и обсуждение. Каталитическое действие диоксо-молибденового комплекса обусловлено редокс свойствами активных Мо-центров, в присутствии кислорода реализуются следующие превращения [8,11,12]:



Первая (1) из этих двух последовательных стадий представляет собой реакцию фотоокисления субстрата веществом-окислителем (в данном случае комплекс, содержащий ионы металла переменной валентности с оксо- или пероксо-атомами). Вторая стадия (2), экспериментально во времени отделенная от (1), представляет собой повторное в отсутствие фотооблучения «темновое» окисление (регенерацию) восстановленной формы комплекса, используемого в первичной реакции, с помощью молекулярного кислорода. Две вышеуказанные стадии (1) и (2) составляют один экспериментальный период. В случае окисления ДДТ кислородом в наших экспериментах первой стадией был гетерогенный фотохимический процесс между твердофазным диоксо-Мо(VI)-комплексом (окислителем) и субстратом (ДДТ) под воздействием УФ-облучения, в результате чего получались окисленный продукт (главным образом, дикофол) и восстановленная форма комплекса. Остановив первую стадию в определенный момент времени, восстановленная форма комплекса окисляется под действием молекулярного кислорода на стадии (2) (в данном случае вторая стадия происходит без УФ-облучения).

Разделение (1) и (2) стадий каждого экспериментального периода позволило не только контролировать процесс селективного окисления в циклическом режиме, но и выявить соответствие предлагаемого механизма реакции полученным экспериментальным данным.

Данные расходования ДДТ в пяти последовательных периодах (35 ч) показали, что при УФ-облучении в присутствии диоксо-Мо(VI)/TiO₂ катализатора конверсия ДДТ составляет 35%, а выход целевого гидроксированного продукта – дикофола 21%. Для сравнения, в тех же условиях в присутствии «чистого» TiO₂ конверсия ДДТ значительно ниже, 13% с меньшим выходом дикофола. Основной продукт реакции – дикофол играет также роль промежуточного продукта для ряда других образующихся хлорированных, нехлорированных продуктов разложения. Другими продуктами окисления являются ДДЭ (9%) и 4,4'-дихлорбензофенон (3-4%). Следует отметить, что наряду с продуктами окисления в реакционной смеси обнаружены продукты восстановительного разложения, такие как

ДДД (1,1-дихлор-2,2-бис(п-хлорфенил)этан), ДДМ (бис(п-хлорфенил)метан), дифенилметан и другие, в общей сложности составлявшие 13-14%.

Обнаружено также сходство составов продуктов в реакции ферментативного окисления ДДТ с результатами нашей работы. Например, при биodeградации ДДТ грибом белой гнили *Phanerochaete chrysosporium* было выявлено образование продуктов окислительного (2,2-дихлор-1,1-бис(4-хлорфенил)этанола и 4,4'-дихлорбензофенона), а также восстановительного разложения (ДДД, ДДМ) [13].

Исследование детального механизма представленных выше фотокаталитических реакций имеет важное значение не только для синтетической химии, включая промышленные процессы, но и для понимания сущности ферментативных реакций, которые широко распространены в природе. Установлено, что Мо – известный агент трансфера атомов кислорода входит в состав некоторых ферментов и коферментов, участвующих во многих окислительно-восстановительных реакциях живых организмов [14]. Дефицит одного или нескольких Мо-ферментов был описан у людей с различной патофизиологией, начиная от нормальной жизни и заканчивая неонатальной смертью. Перспективы развития в этой области связаны с проектированием и синтезом новых комплексов с помощью стерически подходящих и специфических органических лигандов, закрепленных на твердой матрице.

Детально механизм процесса образования дикофола можно объяснить с точки зрения процесса переноса атомов кислорода с участием Мо(VI) — известного агента переноса кислорода. В каждом периоде при окислении ДДТ в дикофол, требующем один атом кислорода, наблюдается экспериментальное соотношение: $\Delta[\text{ДДТ}]/[\text{диоксо-Мо-комплекс}] \approx 2$. Эта величина свидетельствует о переносе двух атомов кислорода в фотокаталитическом цикле. Предлагаемый каталитический цикл из трех реакций изображен на схеме (рис. 2).

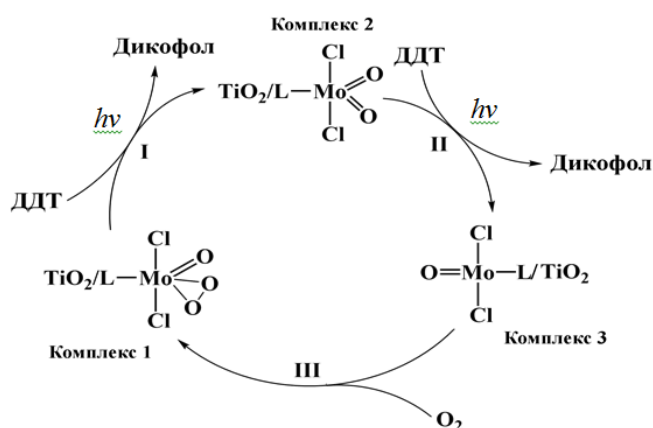


Рис. 2. Трехстадийный каталитический цикл окислительной конверсии ДДТ в дикофол.

В результате фотохимических реакций (I) и (II), протекающих в среде аргона, осуществляется последовательный перенос двух атомов кислорода на молекулы ДДТ вначале от Mo(VI)-оксо-пероксо-комплекса (1) по реакции (I) и далее от промежуточно образующегося в этой реакции Mo(VI)-диоксо-комплекса (2). В результате фотохимических реакций (I) и (II) образуются две молекулы дикофола и восстановленный оксо-Mo(IV) комплекс (3). В третьей, «темновой», реакции комплекс (3) окисляется молекулярным кислородом с воспроизведением Mo(VI)-оксо-пероксо-комплекса (3), тем самым завершая каталитический цикл. Каталитический цикл (I-II-III), в результате которого две молекулы ДДТ в реакции с молекулой кислорода образуют две молекулы дикофола, реализуется и в каждом из последующих, начиная со второго, экспериментальных периодах фотокаталитической реакции окисления ДДТ.

Таким образом, прямое фотокаталитическое окисление ДДТ молекулярным кислородом в присутствии гетерогенизированного диоксо-Mo(VI)-комплекса открывает привлекательную возможность для разработки альтернативного метода его селективного окисления в гидроксильированный продукт – дикофол в «мягких» условиях и соответствует критериям «зеленой» химии. Предложенный механизм фотоокисления ДДТ включает последовательный перенос пероксо- и оксо-атомов кислорода от Mo(VI) к субстрату в циклическом режиме. Аналогичный состав продуктов реакции между ферментативным окислительным разложением и результатами прямого окисления ДДТ синтезированным катализатором может быть полезен для объяснения механизмов реакций, протекающих в живых организмах.

Институт химической физики им. А. Н. Нальбандяна НАН РА
e-mail: loriettam@yandex.ru

**Л. А. Манучарова, Р. А. Бахчаджян, Н. А. Вердян,
академик НАН РА Л. А. Тавадян**

Одностадийное получение дикофола

Исследовано фотокаталитическое окисление дихлордифенилтрихлорэтана (ДДТ) молекулярным кислородом при ультрафиолетовом облучении в присутствии гетерогенного диоксо-молибденового комплекса, закрепленного на наноксиде титана. Установлена каталитическая роль диоксо-Mo-комплекса в селективной активации углерод-водородной связи алкильной группы с образованием соответствующего гидроксильированного соединения – дикофола. В настоящее время это единственный способ одностадийного получения дикофола в «мягких» условиях, используемого в сельском хозяйстве для борьбы с клещом. Предложен механизм реакции, который также может быть полезен для объяснения механизмов ферментативных реакций, происходящих в живых организмах.

**Լ. Ա. Մանուչարովա, Ռ. Ա. Բախչաջյան, Ն. Ա. Վերդյան,
ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս Լ. Ա. Թավադյան**

Դիկոֆոլի մեկ փուլով ստացումը

Ուսումնասիրվել է դիքլորդիֆենիլտրիքլորէթանի (DDT) ֆոտոկատալիզային օքսիդացումը մոլեկուլային թթվածնով, հետերոգենացված ֆոտոկատալիզատորի՝ տիտանի նանո-երկօքսիդի վրա խարսխված դիօքսո-մոլիբդենային կոմպլեքսի ներկայությամբ, ուլտրամանուշակագույն ճառագայթմամբ: Բացահայտվել է դիօքսո-Mo-կոմպլեքսի կատալիտիկ դերը ալկիլային խմբի ածխածին-ջրածին կապի ընտրողական օքսիդացման մեջ՝ համապատասխան հիդրոքսիլացված միացության՝ դիկոֆոլի առաջացման համար: Ներկայումս դա «մեղմ» պայմաններում դիկոֆոլի ստացման միակ հնարավորությունն է: Առաջարկվել է ռեակցիայի հնարավոր մեխանիզմը, որը կարող է նաև օգտակար լինել՝ կենդանի օրգանիզմներում տեղի ունեցող համանման ֆերմենտային ռեակցիաների մեխանիզմները բացատրելու համար:

**L. A. Manucharova, R. A. Bakhtchajian, N. A. Verdyan,
academician of NAS RA L. A. Tavadyan**

One-Pot Production of Dicofol

The photocatalytic oxidation of dichlorodiphenyltrichloroethane (DDT) by dioxygen under UV irradiation was investigated in the presence of a heterogenized dioxo-molybdenum complex fixed on nano-titanium dioxide. It has been established the catalytic role of the dioxo-Mo complex in the selective activation of the carbon-hydrogen bond in alkyl group with the formation of the corresponding hydroxylated compound dicofol. Currently it is the only way to obtain dicofol, used in agriculture to control the tick, in mild conditions by one-step reaction. The mechanism of the reaction is proposed, which can also be useful for explaining the mechanisms of enzymatic reactions occurring in living organisms.

Литература

1. Website: www.who.int/ipcs/publications/ehc/ehc241.pdf.
2. Stockholm Convention on persistent organic pollutants (POPS). Стокгольм. 2004.
3. Srikumar K. In: Chemical process technology and simulation. PHI Learning Prinate Limited. Dehli. 2013. P.352. P.127.
4. Lawless E. W., Ferguson T. L., Meiners A. F. In: Guidelines for the Disposal of Small Quantities of Unused Pesticides. Part A. Pesticides, Pesticides Chemistry, and Pesticide Disposal .1975. Section 7. Review of the chemistry of pesticide disposal. P. 53-134. DDT. P.104-105. Environmental Protection Agency, National Environmental Research Centre, Office of Research and Development. Cincinnati. Ohio. United States. P.1-335.

5. DDT Stocks, Collection, Transportation and Disposal: Environmental Impact Statement. Prepared by Louise Berger and Associates. History of DDT. 1981. P.19-91. US Department of Stocks of DDT. Battle Creek. Michigan. P. 85.
6. *Bakhtchadjian R. A., Tsarukyan S. V., Manucharova L. A. et al.* – Transition Metal Chemistry. 2011.V. 36. № 8. P. 897-900.
7. *Bakhtchadjian R. H., Tsarukyan S. V., Manucharova L. A. et al.* In: IX International Conference “Mechanisms of Catalytic Reactions”. 2012. October 22- 25. St. Petersburg. Abstracts (CD, P-V-3). P. 70.
8. *Bakhtchadjian R. A., Tsarukyan S. V., Manucharova L. A. et al.* – Kinetics and Catalysis. 2013. *et al.* – V. 54. № 1. P. 34-39.
9. *Arzoumanian H., Castellanos N. J., Martinez F. O. et al.* – European Journal of Inorganic Chemistry. 2010. 11. P. 1633-1641.
10. *Бахчаджян Р. А., Царукян С. В., Манучарова Л. А. и др.* – Химический журнал Армении. 2011. Т. 64. № 1. С. 9-15.
11. *Martinez Q. H., Amaya Á. A., Paez-Mozo, E. A. et al.* – Catalysis Today. 2021. V. 375. P. 441-457.
12. *Martínez H. Q., Valezi D. F., Di Mauro E. et al.* – Catalysis Today. 2022. V. 394-396. P. 50-61.
13. *Bumpust J. A.*, Aust S. D.* –Applied and environmental microbiology. September 1987. P. 2001-2008.
14. *Schwarz G., Belaidi A. A.* In: Interrelations between essential metal ions and human diseases. 2013. P. 415-450.

BIOLOGY

УДК 577:579.25:579.842.14

DOI: 10.54503/0321-1339-2022.122.4-307

S. S. Hakobyan, A. M. Sedrakyan

Plasmid Profiling in Extended Spectrum β -Lactamase-Producing Human Isolates of Non-Typhoidal *Salmonella*

(Submitted by corresponding member of NAS RA R. M. Aroutiounian 9/XI 2022)

Keywords: *non-typhoidal Salmonella*, *extended spectrum β -lactamases*, *plasmids*, *transformation*.

Current antimicrobial (AM) therapy recommendations for salmonellosis include third-generation cephalosporins; however, the emergence and spread of extended spectrum β -lactamase (ESBL) producing non-typhoidal *Salmonella* (NTS) as the result of the extensive use of cephalosporins has become a worldwide issue with serious consequences [1]. Previously, we reported the high prevalence of ESBL-producer phenotype among *Salmonella enterica* subsp. *enterica* serovar Typhimurium (hereinafter referred to as *S. Typhimurium*) isolates collected from patients in Armenia between 1996 and 2016 [2]. Based on whole genome sequencing (WGS) data, we identified the presence of *bla*_{CTX-M-5} gene in human *S. Typhimurium* ST328 isolates displaying ESBL-producer phenotype and suggested that this phenotype is associated with plasmid-encoded CTX-M-5 production [2]. The CTX-M-5 is a β -lactamase of *bla*_{CTX-M-2} phylogroup, which preferentially hydrolyses cefotaxime over ceftazidime and which is efficiently inhibited by clavulanic acid, tazobactam, and sulbactam [3, 4]. It was shown that *bla*_{CTX-M-5} gene is predominantly located on plasmids, small non-self-transferable or conjugative [3, 5, 6]. In our previous work, we demonstrated the high prevalence of *in silico* predicted plasmids (pCTXM5-1358 and pCTXM5-637) in *bla*_{CTX-M-5}-positive human *S. Typhimurium* ST328 isolates from Armenia [2]. Of note, these mobilizable plasmids have been associated with the clonal distribution of multidrug-resistant *S. Typhimurium* ST328 isolates in several FSU countries [6]. Our previous work established a high degree of clonality among the human ESBL-producing *S. Typhimurium* isolates that have been circulating in Armenia for two decades [7]. In this study we explored the plasmid profile of human ESBL-producing *S. Typhimurium* isolates, presence of plasmid-encoded ESBL genes of *bla*_{CTX-M-2}

phylogroup in these isolates, as well as assessed the frequency of plasmid-mediated transfer of ESBL-producer phenotype.

Materials and methods. A total of 42 MDR *S. Typhimurium* isolates recovered from patients with salmonellosis over the period from 1996 to 2019 at the “Nork” Clinical Hospital of Infectious Diseases (MH) were included in this work. Of these, 37 isolates were collected in 1996-2014, 3 isolates were isolated in 2017, and 2 isolates – in 2019.

Determination of ESBL-producing phenotype. The ESBL-positive phenotype was identified by the double-disk synergy test using disks with ceftriaxone, ceftazidime, and amoxicillin-clavulanic acid according to the guidelines of the CLSI [8]. The results were verified using E-test strips (ESBL CT/CTL; BIOMÉRIEUX) according to the manufacturer’s instructions. *E. coli* strains ATCC 25922 and ATCC 35218 were used for quality control.

DNA extraction. Total bacterial DNA samples for PCR analysis were isolated using the boiling lysate protocol [9]. Plasmid DNA was extracted using the E.Z.N.A.[®] Plasmid DNA Mini Kit I (OMEGA Bio-tech, Inc., USA) according to the manufacturer’s recommendations. Plasmid DNA concentration was determined using a Micro Spectrophotometer (NanoDrop[®] ND-1000). DNA samples were stored at -20°C.

PCR-typing. Genes encoding β -lactamases of CTX-M family and CTX-M-2 phylogroup were detected by PCR as described previously [10, 11]. The following primers were used: i) 5'-ATGTGCAGYACCAGTAARGTKATGGC-3' and 5'-TGGGTRAARTARGTSACCAGAAAYCAGCGG-3' for CTX-M family genes; ii) 5'-ATGATGACTCAGAGCATTTCG-3' and 5'-GAAACCGTGGGTTACGATTT-3' for CTX-M-2 phylogroup genes. Detection of pCTX-M-5-like plasmids was performed as described previously [6] using the following primers: pCTXM5-F (5'-GACACAGAGAAGTTGATAGGCG-3') and pCTXM5-R (5'-TTCCAAATAGATCCACGGTGAC-3'). The amplified products were analysed by gel electrophoresis in 1.5% agarose. The GenScript PCR DNA Ladder M1060 was used as a molecular weight marker.

Plasmid DNA restriction. Plasmid DNA samples were digested with PstI and BglII endonucleases (Thermo Fisher Scientific), according to the manufacturer’s recommendations. The digest products were separated by performing gel electrophoresis in 1% agarose. The 1 KB DNA Ladder (GenScript) was used as a molecular weight marker.

Plasmid-mediated transformation. Preparation of competent cells by CaCl_2 method was done as described previously [12]. Plasmids extracted from donor ESBL-producing *S. Typhimurium* isolates were transferred by transformation into the competent recipient isolates as described previously [13]. Transformed colonies were selected on agar plates containing ceftriaxone (4 mg/liter). Transformation efficiency was calculated as the number of colony forming units (cfu) per microgram of plasmid DNA used.

Results and discussion. A total of 42 human MDR *S. Typhimurium* isolates were tested for the phenotypic detection of ESBL-producers. Among these, 37 isolates from 1996-2014 were tested retrospectively to confirm the

presence of ESBL-producer phenotype identified earlier [2], while 5 isolates from 2017 and 2019 were tested for the first time. The results indicated that there was no ESBL-producing isolates among the clinical *S. Typhimurium* isolates from 2017 and 2019. Among the 37 isolates collected between 1996 and 2014, we detected 32 isolates showing ESBL-producer phenotype, while the remaining 5 isolates displayed ESBL-negative phenotype and were excluded from further analysis. It should be noted here that 18 out of 32 detected ESBL-producer isolates were subjected to WGS in our previous work [2].

PCR-detection of β -lactamase genes and pCTX-M-5-like plasmids. All isolates showing ESBL-producer phenotype (N=32) were tested for the presence of ESBL genes of *bla*_{CTX-M} family and *bla*_{CTX-M2} phylogroup. The results indicated that all ESBL-producer isolates in this study were positive for the genes mentioned (Table 1). The ESBL-producer isolates were also studied for the detection of pCTX-M-5-like plasmids. The presence of pCTXM5-like backbones was identified in 87.5% (28/32) of isolates (Table 1).

Plasmid profiles in ESBL-producing isolates. Plasmid DNA samples of 32 isolates were extracted and analysed by conventional agarose gel electrophoresis. The results indicated that in the three ESBL-producer isolates, which were subjected to WGS, plasmids cannot be detected on agarose gels. Of note, plasmids were also not predicted in these isolates using WGS data. All other ESBL-producer isolates in this study, 90.63% (29 out of 32 isolates), were found to carry plasmids. The most common plasmid was ~7.7 kb plasmid, identified in 81.25% (26/32) of isolates (Table 1). This plasmid detected alone in 71.87% of isolates was the most common plasmid profile (No. 1) identified in ESBL-producer isolates. In 9.37% of isolates (3/32), the 7.7 kb plasmid was found in combination with the other plasmids ranging in size. In one isolate, the other combination of two small plasmids of the sizes 7.6 and ~15 kb was found. In addition, we detected 2 isolates carrying a 6.5 kb plasmid.

PCR-typing of the plasmid DNA samples extracted from 29 plasmid-carrying ESBL-producer isolates revealed *bla*_{CTXM-2} group genes and pCTXM5-like backbones in 96.55% (28/29) and 93.1% (27/29) of the isolates, respectively (Table 1).

Restriction fragment length polymorphism (RFLP) analysis of plasmid samples revealed 3 types of restriction profiles that are shown in Fig. 1. The most common RFLP profile, type I (Fig. 1, lines 4-6), was observed for the isolates carrying ~7.7 kb plasmid. Interestingly, the profile of restriction fragments mentioned was also detected in one isolate harboring 7.7 kb plasmid in combination with 3.7 kb band. The type II profile of restriction fragments (Fig. 1, line 1) was detected in the two isolates carrying 6.5 kb plasmids (Table 1, isolates ID: 1214 and A_678). In addition, the type III restriction fragments profile represented by a single ~15 kb band (Fig. 1, line 3) was found in the two isolates, carrying 7.7 kb plasmid in combination with ~45 kb plasmid (Table 1, isolates ID: A_6004 and A_8011), as well as in one isolate harboring 7.6 kb and 15 kb plasmids in combination (Table 1, isolate ID A_69).

Table 1

Plasmid profiles, CTX-M genes, and pCTXM5-like backbone of 32 human isolates of ESBL-producing *S. Typhimurium*

Plasmid profile number	Number of isolates (%)	Isolate ID	Year*	PCR-typing results					Plasmids detected by:	
				Total DNA			Plasmid DNA		Gel electrophoresis	In silico analysis
				<i>bla</i> _{CTX-M} genes	<i>bla</i> _{CTX-M-2} genes	pCTXM5	<i>bla</i> _{CTX-M-2} genes	pCTXM5	Mol weight	<i>bla</i> _{CTX-M-5} gene carrying plasmids
1	23 (71.85)	A_645	2006	+	+	+	+	+	7.7 kb	pCTXM5-1358**
		A_115, A_126	2011	+	+	+	+	+	7.7 kb	pCTXM5-1358
		4216	2011	+	+	+	+	+	7.7 kb	NA***
		A_1328, A_3194, A_3406, A_5962	2012	+	+	+	+	+	7.7 kb	pCTXM5-1358
		1349, 2324, 2730, 3128, 5703, 5730	2012	+	+	+	+	+	7.7 kb	NA
		3109	2013	+	+	+	+	+	7.7 kb	NA
		A_3040, A_3175, A_3246, A_3725	2014	+	+	+	+	+	7.7 kb	pCTXM5-1358
		1320, 2503	2014	+	+	+	+	+	7.7 kb	NA
		8019	2012	+	+	+	-	+	7.7 kb	NA
		8130	2014	+	+	+	+	-	7.7 kb	NA
2	2 (6.25)	A_6004, A_8011	2013	+	+	+	+	+	7.7 kb, 45 kb	pCTXM5-1358
3	1 (3.12)	5084	2011	+	+	+	+	+	3.7 kb, 7.7 kb	NA
4	2 (6.25)	A_678	2011	+	+	+	+	+	6.5 kb	pCTXM5-637**
		1214	2013	+	+	+	+	+	6.5 kb	NA
5	1 (3.12)	A_69	2006	+	+	-	+	-	7.6 kb, 15 kb	pCTXM5-637
6	3 (9.37)	A_60, A_684	1996	+	+	-	-	-	Not detected	Not detected
		A_3017	2013	+	+	-	-	-	Not detected	Not detected

* Year of isolation; ** pCTXM5-1358, accession No.: JX017308; pCTXM5-637 accession No.: JX017306; *** NA, not analysed.

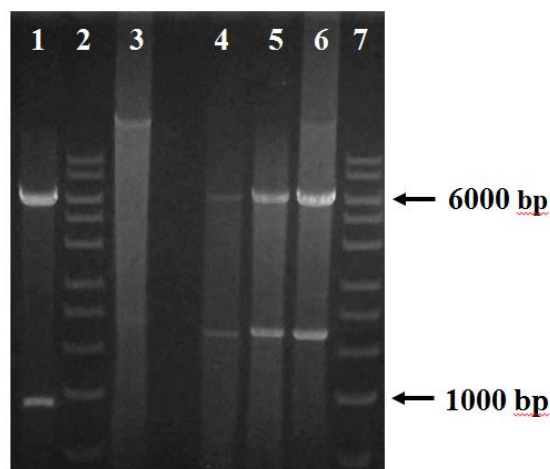


Fig. 1. Representative RFLP profiles of plasmids extracted from ESBL-producer *S. Typhimurium* isolates, which were obtained with PstI and BglII endonucleases. Lanes 4-6, type I profile; lane 1, type II profile; lane 3, type III profile; lanes 2 and 7, molecular weight marker: 1 KB DNA Ladder (GenScript).

It should be noted here that among 24 isolates showing the type I profile of restriction fragments, 11 isolates were subjected to WGS in our previous work [2]. *In silico* analysis revealed CTX-M-5-encoding plasmid pCTXM5-1358 (GenBank: JX017308) in all of these isolates [2]. The RFLP type I profile, consisting of the two bands with molecular weights of ~6 kb and ~1.7 kb, is in good agreement with the expected sizes of restriction fragments for pCTXM5-1358 plasmid (6055 bp and 1645 bp). The RFLP results as well as PCR-detected presence of *bla*_{CTXM-2} group genes and pCTXM5-like backbones indicated that the remaining isolates, which demonstrated the same type I restriction fragments profile for 7.7 kb plasmid but were not subjected to WGS, also possessed the CTXM5-1358 plasmid encoding *bla*_{CTX-M-5} gene. Plasmid content in one of the two isolates showing the type II RFLP profile (isolate ID A_678) was *in silico* analysed in our previous work [2] and CTX-M-5-encoding pCTXM5-637 plasmid (GenBank: JX017306) was predicted. Hence, it could be assumed that RFLP type II profile in the isolate, which was not sequenced (isolate ID: 1214) and was *bla*_{CTXM-2} and pCTXM5-positive, is also associated with the prototype plasmid pCTXM5-637. Interestingly, we detected the same type III profile of restriction fragments in 2 isolates with *in silico* predicted pCTXM5-1358 plasmid (ID: A_6004 and A_8011) and in one isolate with *in silico* predicted pCTXM5-637 plasmid (ID: A_69).

Thus, the high prevalence of the CTX-M-5-encoding pCTXM5-1358 plasmids in human ESBL-producing *S. Typhimurium* isolates was revealed (81.25%), while the prevalence of the other CTX-M-5-encoding plasmid, pCTXM5-637, was lower (9.37%).

Plasmid transfer experiments. The efficiency of plasmid-mediated transfer of ESBL-producing phenotype was assessed using the plasmid DNA (7.7 kb plasmid, RFLP type I) of the two ESBL-producing *S. Typhimurium* isolates (ID: 1349 and A_3040) as donor isolates and competent *E. coli* DH5 α strain, as well as the human NTS isolates belonging to the prevalent in Armenia serotypes of NTS isolates, which are susceptible to ceftriaxone, as recipients (Table 2).

Table 2

Transformation efficiency of different recipient strains by 7.7 kb plasmid.

Plasmid DNA donor	Recipient	Transformation efficiency (per 1 μ g of plasmid DNA)
<i>S. Typhimurium</i> A_3040	<i>E. coli</i> DH5 α	1.99×10^4 cfu/ μ g
	<i>S. Typhimurium</i> A_7687	7.17×10^1 cfu/ μ g
<i>S. Typhimurium</i> 1349	<i>S. Enteritidis</i> A_3972	4.01×10^3 cfu/ μ g
	<i>S. Newport</i> A_7187	6.83×10^2 cfu/ μ g

The ESBL-producing transformants were obtained from the both donor *S. Typhimurium* isolates that were used in these experiments. The results indicated that the transfer of ESBL-positive phenotype was observed not only to the competent *E. coli* DH5 α strain, but also to the human *S. Typhimurium*, *S. Enteritidis*, and *S. Newport* isolates.

Thus, the high prevalence of the CTX-M-5 β -lactamase encoding 7.7 kb plasmids, sharing restriction profile and pCTXM5-like genetic backbone, was found in ESBL-producing *S. Typhimurium* isolates that were collected from patients in Armenia from 1996 to 2014. The results indicated that ESBL-producing phenotype of these isolates is generally associated with the carriage of pCTXM5-1358 plasmid, which can be transferred to other clinical isolates belonging to the common NTS serotypes in Armenia.

Institute of Molecular Biology of NAS RA
e-mail: a_sedrakyan@mb.sci.am

S. S. Hakobyan, A. M. Sedrakyan

Plasmid Profiling in Extended Spectrum β -Lactamase-Producing Human Isolates of Non-Typhoidal *Salmonella*

In this study we explored the plasmid profile of human extended spectrum β -lactamase (ESBL) producing non-typhoidal *Salmonella* (NTS) isolates, presence of plasmid-encoded ESBL genes of *bla*_{CTX-M-2} phylogroup in these isolates, as well as plasmid-mediated transfer of ESBL-producer phenotype. The high prevalence of the 7.7 kb plasmids, encoding CTX-M-5 β -lactamase, as well as sharing restriction profile and pCTXM5-like genetic backbone, was found in ESBL-producing *S. Typhimurium* isolates. The results indicated that ESBL-producing phenotype of these isolates is

generally associated with the carriage of pCTXM5-1358 plasmids, which can be transferred to other clinical isolates belonging to the common in Armenia serotypes of NTS.

Շ. Ս. Հակոբյան, Ա. Մ. Սեդրակյան

Ընդլայնված սպեկտրի β -լակտամազներ արտադրող ոչ տիֆային *Salmonella* կլինիկական իզոլատների պլազմիդային պրոֆիլները

Ուսումնասիրվել են ընդլայնված սպեկտրի β -լակտամազներ (ԸՄԲԼ) արտադրող ոչ տիֆային սալմոնելաների (ՈՏՍ) կլինիկական իզոլատների պլազմիդային պրոֆիլները, պլազմիդներով կոդավորվող *bla*_{CTX-M-2} ֆիլոխմերին պատկանող ԸՄԲԼ-ի գենների առկայությունը նշված իզոլատներում, ինչպես նաև պլազմիդներով միջնորդավորված ԸՄԲԼ արտադրողի ֆենոտիպի փոխանցումը: ԸՄԲԼ արտադրող *S. Typhimurium* իզոլատների մոտ հայտնաբերվել են ընդհանուր ռեստրիկցիոն պրոֆիլ և pCTXM5-տիպի գենետիկական հենք ունեցող CTX-M-5 β -լակտամազ կոդավորող 7.7 հազ.ն.գ. չափսով պլազմիդների բարձր տարածվածություն: Արդյունքները վկայում են, որ նշված իզոլատների ԸՄԲԼ արտադրողի ֆենոտիպը հիմնականում կապակցված է pCTXM5-1358 պլազմիդների հետ, որոնք կարող են փոխանցվել Հայաստանում տարածված ՈՏՍ սերոտիպերին պատկանող այլ կլինիկական իզոլատների:

Պ. Ս. Այոբյան, Ա. Մ. Տեդրակյան

Плазмидные профили выделенных от человека изолятов нетифоидных сальмонелл, продуцирующих β -лактамазы расширенного спектра

Исследованы плазмидные профили клинических изолятов нетифоидных сальмонелл (НТС), продуцирующих β -лактамазы расширенного спектра (БЛРС), наличие кодируемых плазмидами генов БЛРС филогруппы *bla*_{CTX-M-2} в этих изолятах, а также опосредованная плазмидами передача фенотипа БЛРС-продуцента. Среди БЛРС-продуцирующих *S. Typhimurium* изолятов выявлена высокая распространенность кодирующих CTX-M-5 β -лактамазу плазмид размером 7.7 т.п.н., со сходным профилем рестрикции и pCTXM5-подобным генетическим каркасом. Результаты свидетельствуют о том, что фенотип продуцента БЛРС этих изолятов преимущественно ассоциирован с носительством плазмид pCTXM5-1358, которые могут передаваться другим клиническим изолятам, принадлежащим к распространенным в Армении серотипам НТС.

References

1. WHO (2017). Integrated Surveillance of Antimicrobial Resistance in Food-borne Bacteria: Application of a One Health Approach. Geneva: World Health Organization.
2. Sedrakyan A. M., Ktsoyan Z. A., Arakelova K. A. et al. – Front. Microbiol. 2020. 11. Article 592223. <https://doi.org/10.3390/ijms23169330>.

3. *Bradford, P. A., Yang, Y., Sahm, D. et al.* – Antimicrob. Agents Chemother. V. 42. P. 1980–1984.
4. *Tzouvelekis, L. S., Tzelepi, E., Tassios, P. T. et al.* – Int. J. Antimicrob. Agents. V. 14. P. 137–143.
5. *Edelstein, M., Pimkin, M., Dmitrachenko et al.* – Antimicrob. Agents Chemother. V. 48. P. 2808–2815.
6. *Kozyreva V. K., Ilina, E. N., Malakhova et al.* – Antimicrob. Agents Chemother. V. 58. P. 5202–5210.
7. *Sedrakyan A., Ktsoyan Z., Arakelova K. et al.* – Int. J. Mol. Sci. 2022. V. 23(16). 9330. <https://doi.org/10.3390/ijms23169330>.
8. CLSI. Performance Standards for Antimicrobial Susceptibility Testing, 30th ed.; CLSI Supplement M100; Clinical and Laboratory Standards Institute: Wayne, PA, USA, 2020.
9. *Pui C. F., Wong W. C., Chai L. C. et al.* – Food Control 2011. V. 22. P. 337–342.
10. *Hasman H., Mevius D., Veldman K. et al.* – J. Antimicrob. Chemother. V. 56. P. 115–121.
11. *Park Y. J., Lee S., Kim Y. R. et al.* – J. Antimicrob. Chemother. 2006. V. 57. P. 156–158.
12. *Xiaowei Li, Xin Sui et al.* – African J. of Biotechnology. 2010. V. 9 (50). P. 8549–8554.
13. *Hanahan D., Jessee J., Bloom F. R.* – Methods Enzymol. 1991. V. 20. P. 63–113.

ԴԵՂԱԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ

ՀՏԴ 612.223.1+612.27

DOI: 10.54503/0321-1339-2022.122.4-315

Ս. Հ. Հարությունյան, Ա. Ս. Ծատինյան, Ս. Օ. Վարդանյան,
Հ. Վ. Գասպարյան

Բենզոդիօքսանների շարքից նոր սինթեզված քիմիական միացությունների հակահիպոքսիկ հատկությունների որոնում նորմոբարիկ հիպոքսիկ-հիպոքսիայի պայմաններում

(Ներկայացված է ՀՀ ԳԱԱ թղթ. անդամ Վ. Օ. Թոփուզյանի կողմից 17/X 2022)

Բանալի բառեր. *հիպոքսիկ-հիպոքսիա, բենզոդիօքսաններ, հա-
կահիպոքսիկ ակտիվություն, գազային խառնուրդ:*

Ներածություն: Հայտնի է, որ օրգանիզմը, գտնվելով իրեն ոչ
հատուկ հիպոքսիկ պայմաններում, ենթարկվում է աթրեսի՝ բերելով
նրա ֆիզիոլոգիական, բիոքիմիական և մորֆոֆունկցիոնալ զանազան
փոփոխությունների: Այս իրավիճակներում օրգանիզմն իր բնական
պաշտպանական մեխանիզմներն է օգտագործում՝ դիմակայելու նման
իրավիճակներին, վերականգնելու և պահպանելու հավասարակշռու-
թյունն իրեն ոչ հատուկ պայմաններում [1]:

Ինչպես հայտնի է [2, 3], հակահիպոքսանտները պատկանում են
այն միացությունների խմբին, որոնք բարելավում և կարգավորում են
թթվածնի ծախսը օրգանիզմում, նվազեցնում դրանց անհրաժեշտու-
թյունն օրգաններում և հյուսվածքներում: Առավել ևս հակահիպոք-
սանտները ընդհանուր առմամբ պատասխանատու են օրգանիզմի
դիմադրողականության կարգավորման համար հիպոքսիայի պայման-
ներում: Ըստ [3]-ի՝ հակահիպոքսանտները համարվում են ոչ հյուս-
վածքային ազդեցություն ունեցող նյութեր, կարգավորում են շնչառա-

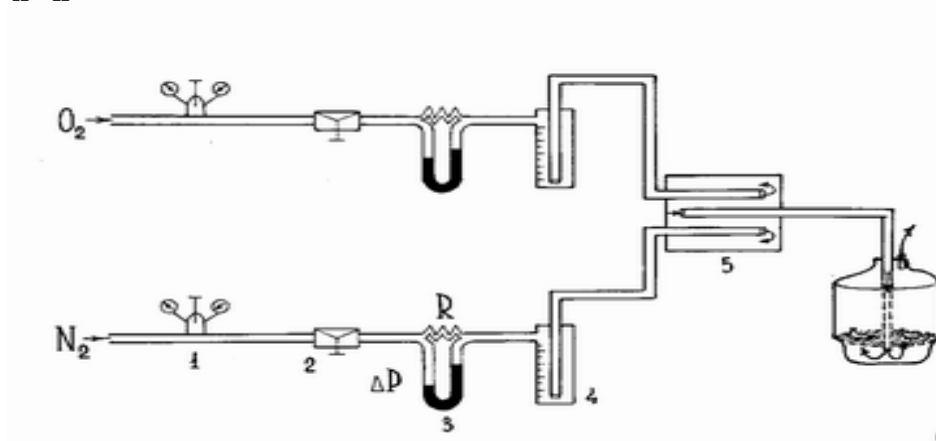
կան շղթայի գործառույթները և օքսիդատիվ ֆոսֆորիլացումը միտոքոնդրիայում հիպոքսիայի ժամանակ:

Հիպոքսիայի ցանկացած ձևի առկայության պայմաններում հիմնականում խախտվում են էներգետիկ նյութափոխանակության պրոցեսները, որը բնորոշվում է կրեատին ֆոսֆատի (հատկապես գլխուղեղում) և ԱԵՖ-ի պարունակության նվազմամբ, ինչպես նաև ադենոզին դի- և ադենոզին մոնոֆոսֆորական թթուների պարունակության միաժամանակյա աճով: Սա հանգեցնում է բջջաթաղանթում տրանսպորտի, կենսասինթեզի գործընթացների և այլ գործառույթների խանգարումների, ներբջջային կաթնաթթվի, ազատ կալցիումի ներբջջային կոնցենտրացիայի ավելացման, ինչպես նաև լիպիդային պերօքսիդացիայի ակտիվացման [1]: Նկատի ունենալով վերը նշված պրոցեսների կարգավորման հարցում հակահիպոքսանտների կարևորագույն դերը՝ խիստ անհրաժեշտություն է առաջանում հայտնաբերելու, ուսումնասիրելու և բժշկական պրակտիկա ներդնելու նոր քիմիական միացություններ, որոնք օժտված կլինեն հակահիպոքսիկ հատկությամբ: Այս առումով ներկայացվող գիտական աշխատանքում խնդիր է դրվել հիպոքսիայի տարբեր մոդելների վրա փորձել և հայտնաբերել կենսաբանորեն ակտիվ միացություններ (հակահիպոքսանտներ), որոնք կկարողանան օրգանիզմը դուրս բերել իրեն ոչ հատուկ հիպոքսիկ իրավիճակներից:

Նյութը և մեթոդները: Հետազոտությունների համար օբյեկտ են հանդիսացել 110-120 գ-անոց ոչ գծային 68 առնետներ: Նախապես հավաքվել և փորձարկվել է գազային խառնուրդ ստանալու սարք (մասնավորապես N_2 և O_2 խառնուրդ) [4], որը թույլ է տալիս փորձարարական խցիկում ստեղծել լայն տիրույթով հիպոքսիայի հեշտ կարգավորվող ստույգ չափաբաժին:

Սեղմած գազը, բարձր ճնշման տակ, նախնական կարգավորումից հետո (1 մթն. ճնշման սահմանում) երկաստիճան փականով (նկ. 1) պոլիամիդային խողովակով մղվում է դեպի ասեղնաձև պտուտակ (2), որն իրականացնում է երկրորդային (ավելի նուրբ) գազի ճնշման կարգավորում: Ասեղնաձև պտուտակն անմիջականորեն կապված է ռետմետրին (3): Նախնական կարգավորումից հետո (մանոմետրի ռետմետրով) ճնշումը մինչև ասեղնաձև պտուտակ մտնելը տարբեր երկարության (0.5-ից մինչև 4.0 սմ) և հաստությամբ (1.0-ից մինչև 10 սմ) մետաղյա կապիլյարներով (R) կարգավորվում է գազի շիթը: Այնուհետև առաջացած ճնշումների տարբերությունը (ΔP) չափվում է մանոմետրով (սանդղակի չափը՝ 15 սմ), որը լիցքավորված է գլիցերինով: Ճնշման անկումը, ըստ գլիցերինի մակարդակի, համապատասխանում է գազի ծախսին:

Մինչև խառնիչ խուց (5) գազի մուտքը կատարվում է ծախսաչափիչով (4), որը երկու ելուստներով չափիչ գլան է: Ծախսաչափիչով չափվում է գազի հոսքը, որը գրանցվում է մանոմետրի գլանային սանդղակում: Կարգավորումը ժամանակ առ ժամանակ ստուգվում է, քանի որ կախված ջերմաստիճանից գազի մածուցիկությունը փոփոխվում է: Գազի հոսքի մեծությունը (մլ/րոպե) սովորաբար որոշում են ըստ ծախսաչափիչով օձառի թաղանթի որոշակի ծավալի մղումից (մեր փորձերում՝ 100 սմ³) մեթոդի [4]: Խառնիչ խցից գազային խառնուրդի հոսքը՝ N₂ և O₂, ուղարկվում է փորձի համար նախատեսված կամերայի հատակը (փոքր չափսերի կենդանիների վրա փորձարկելիս օգտագործում ենք 7.2-7.5 լիտր ծավալով էքսիկատորներ): Մթնոլորտային գազի հոսքն իրականացվում է ազատ կամերայի կափարիչի միջով, որպեսզի գազի շիթը ռեոմետրից հետո որևիցե դիմադրության չհանդիպի:



Նկ. 1. Գազային խառնուրդ ստանալու սարքը:

Ընդունված է, որ գազի հոսքի մեծությունը կարելի է հաշվել տեսականորեն՝ մանոմետրի ցուցմունքով, օգտվելով Պաուզել-Գեգենի բանաձևից, որտեղ գազի հոսքի մեծությունն ուղիղ համեմատական է կապիլյարների վերջավորության մեջ ճնշման տարբերությանը և հակադարձ համեմատական է նրա դիմադրությանը.

$$V = \frac{\Delta P}{R} \quad \text{կամ} \quad V = \Delta P \frac{r}{l\eta} \times \frac{\pi}{8}$$

որտեղ V -ն ցույց է տալիս միավոր ժամանակում գազի հոսքը, Δ -ն՝ ճնշման տատանումը, r -ն՝ խողովակի շառավիղը, l -ն՝ խողովակի երկարությունը, η -ն՝ գազի մածուցիկությունը:

Թթվածնի տոկոսային պարունակությունը խառնուրդում որոշվում է հետևյալ բանաձևով.

$$\% O_2 = 100 \cdot \frac{V_{O_2}}{V_{N_2} + V_{O_2}}$$

որտեղ V_{N_2} և $V_{O_2} - O_2$ և N_2 հոսքի մեծությունն է՝

Գազային խառնուրդը մղվում է միկրոկոմպրեսորի օգնությամբ, որտեղ որպես թթվածնի աղբյուր օգտագործվում են մթնոլորտային օդը և գազաբալոնի մեջ եղած մաքուր ազոտը:

Իրականացվող փորձերում սանդղակի կարգավորումը և թթվածնի պարունակությունը խառնուրդում վերահսկվում են խորհրդային արտադրության AKI-16 (СССР) թթվածնային անալիզատորի միջոցով:

Թթվածնի պարցիալ ճնշման իջեցմամբ կարգավորվում է խցիկում ճնշման մակարդակը՝ 123.7 ± 3 մմՀգ պոմպից հասցնելով մինչև 27 ± 23 մմՀգ պան, և գազի մղումից 13.5 բոպե անց (30 լ/ժամ) խուցը լիցքավորվում է փորձի համար անհրաժեշտ հիպոքսիկ խառնուրդով:

Ուսումնասիրվող միացությունները լուծվել են տվին-80 լուծիչում 25 մգ/կգ դեղաչափով և ներարկվել են կենդանիներին ներորովայնային եղանակով: Ներարկումից 30 բոպե անց կենդանիներին տեղադրում են գազային խցում, և 13.5 բոպե անց սկսվում է հաշվարկը: Կարևոր է նշել, որ ստուգիչ կենդանիների կյանքի տևողությունը նմանատիպ պայմաններում կազմում է 22 ± 2.5 բոպե [4]:

Մինչ սեփական հետազոտությունների քննարկելը հարկ ենք համարում ներկայացնել մի քանի հայտնի հակահիպոքսիկ հատկությամբ օժտված պրեպարատների քանակական ցուցանիշներ՝ հետագայում համեմատելու համար մեր կողմից հայտնաբերված և ուսումնասիրված նոր պոտենցիալ հակահիպոքսանտների հետ:

Աղ.1-ում բերված են բժշկությանը հայտնի դեղամիջոցներ՝ նոոտրոպիլի, կավինտոնի, դիազեպամի, ինչպես նաև մեր կողմից նախկինում հայտնաբերված Բեդիտին պայմանական անունը կրող միացության էֆեկտիվությունը գնահատող տվյալներ հիպոքսիկ-հիպոքսիայի պայմաններում [4]:

Սքրինինգի եղանակով փորձարկվել են բենզոդիազոքսանների ածանցյալների շարքից 9-ը միացություններ՝ սինթեզված ՕԴՔԳՏԿ-ի կենտրոնի սիրտ-անոթային համակարգի քիմիական լաբորատորիայում (2022 թ.):

Փորձարկվող միացությունները ենթափորձային կենդանիներին (110-120 գ սպիտակ ոչ գծային առնետներ) ներարկվել են 25 մգ/կգ դեղաչափով փորձը սկսելուց 30 րոպե առաջ:

Աղյուսակ 1

Հայտնի հակահիպոքսիկ միացությունների և նոր հայտնաբերված հակահիպոքսանտ բեդիտինի ազդեցությունը կենդանիների ապրելունակության վրա սուր հիպոքսիկ հիպոքսիայի պայմաններում

Պրեպարատ	Դեղաչափ մգ/կգ, ն/որով	Կենդան. քանակը (n)	Դիմադր. փոփ. ստուգիչի նկատմամբ	Հուսալիությունը(P)
Ստուգիչ	Ֆիզ.լուծ.	6	22±2.5	< 0.05
Նոոտրոպիլ	1000	6	+29±4.8	< 0.05
Կավինտոն	50	8	+35±4.7	< 0.01
Դիագեպամ	10	7	+49±13	< 0.05
Բեդիտին	50	17	+56±13.1	< 001

Նշում. (+) նշանը ցույց է տալիս կենդանիների ապրելունակության աստիճանի քանակական տվյալները ստուգիչի նկատմամբ:

Հետազոտությունները ցույց տվեցին, որ այս շարքում հակահիպոքսիկ ակտիվությամբ օժտված են երեք միացություններ՝ 1.22.05, 1.22.08 և 1.22.10, որոնք արտացոլված են աղյուսակ 2-ում: Աղ. 2-ից պարզ է դառնում, որ նշված միացությունների քանակական ցուցանիշները 25 մգ/կգ դեղաչափում համապատասխանաբար կազմում են 31.2±2.64**, 33.0±261** և 31.0±2.75** և իրենց ցուցանիշներով չեն զիջում ինչպես հայտնի հակահիպոքսանտների, այնպես էլ բեդիտին միացության տվյալները (33.5±3.45**), սակայն զգալիորեն գերազանցում են ստուգիչ կենդանիների տվյալները (22.9±3.83): Ստացված տվյալները թույլ են տալիս հիմնավորել, որ բենզոդիօքսանի այս նշված երեք ածանցյալները նպատակահարմար է ենթարկել բազմապրոֆիլ խոր ուսումնասիրությունների՝ փորձարկելով տարբեր դեղաչափեր հիպոքսիայի այլ մոդելների վրա:

Նկ.2-ում ներկայացվում է նաև աղյուսակ 2-ի գրաֆիկական պատկերը՝ ստացված համակարգչային ANOVA ծրագրով:

Կախված դեղամիջոցների հակահիպոքսիկ ազդման տարբեր մեխանիզմներից, էֆեկտիվության ազդման աստիճանից, հիպոքսիկ-իշեմիկ ձևից՝ պետք է եզրակացնել, որ գործնական նշանակություն ունեն

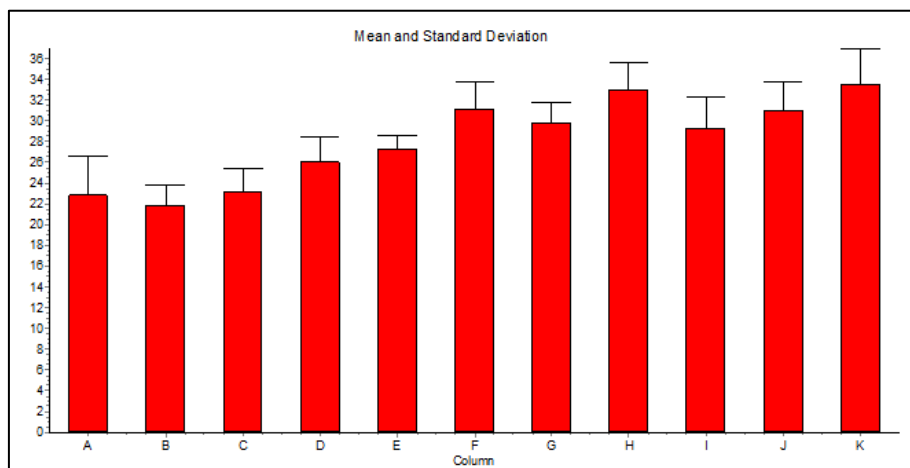
այն նյութերը, որոնք պաշտպանական հատկություն են դրսևորում տարբեր հիպոթեսիկ-իշեմիկ վիճակների առկայության մոդելավորման ժամանակ:

Աղյուսակ 2

Բենզոդիազոքսանների ածանցյալների հակահիպոքսիկ ակտիվության ցուցանիշները սպիտակ առնետների մոտ

Միացության անվանումը	Դեղաչափ մգ/կգ, ներորով.	Կենդան. քանակը (n)	Դիմադր. փոփ.րոպեներով
Ստուգիչ	Ֆիզ. լուծ.	8	22.9±3.83
1.22.01	25	6	21.8±2.04
1.22.02	25	6	23.1±2.31
1.22.03	25	6	26.0±2.53
1.22.04	25	6	27.3±1.21
1.22.05	25	6	31.2±2.64**
1.22.07	25	6	29.8±1.94**
1.22.08	25	6	33.0±2.61**
1.22.09	25	6	29.3±2.94*
1.22.10	25	6	31.0±2.75**
Բեդիտին	25	6	33.5±3.45**

* P<0.05; ** P<0.01, տվյալների մշակումը կատարվել է համակարգչային InStatANOVA ծրագրով:



Նկ. 2. Աղյուսակ 2-ի գրաֆիկական պատկերը- A – ստուգիչ, B –1.22.01, C – 1.22.02, D – 1.22.03, E-1.22.04, F –1.22.05, G –1.22.07, H – 1.22.08, I – 1.22.09, J – 1.22.10, K – Բեդիտին:

Հայտնի է նաև, որ հակահիպոքսիկ հատկությամբ օժտված նյութերը հիմնականում դրսևորում են α_2 -ադրենոպաշարիչ հատկություն [6], ուստի նրանց լիարժեք բնութագրելու համար ակտիվ միացությունները պետք է ուսումնասիրվեն հիպոքսիայի հնարավոր բոլոր մոդելներով, որոնց որոշակի մասը արտացոլված է ներկայացվող գիտական աշխատանքի մեջ:

Աշխատանքի արդյունքում նորմոբարիկ հիպոքսիկ-հիպոքսիա առաջացնելու վերը նկարագրված մեթոդով հայտնաբերվել են լավ արտահայտված հակահիպոքսիկ ակտիվություն դրսևորած բենզոդիօքսանի երեք ածանցյալներ: Ստացված տվյալներն արժեքավոր են այն առումով, որ հետազայում կարող ենք տարբեր աստիճանի հիպոքսիայի մոդելների (ցիրկուլատոր և հեմինային) կիրառման պայմաններում ուսումնասիրել վերը նշված միացությունների ազդեցությունը փորձարարական կենդանիների դիմադրողականության վրա՝ գնահատելով նրանց ֆիզիոլոգիական վիճակները [4]: Պետք է ենթադրել, որ մի շարք նախակլինիկական հետազոտություններից հետո նշված շարքի ակտիվ միացությունները կարելի է ներդնել բժշկական պրակտիկա՝ որպես լավագույն հակահիպոքսանտներ:

ՀՀ ԳԱԱ օրգանական և դեղագործական քիմիայի
գիտատեխնոլոգիական կենտրոն
e-mail: nanraifok54@mail.ru

Ս. Հ. Հարությունյան, Ա. Ս. Ծատինյան, Ս. Օ. Վարդանյան, Հ. Վ. Գասպարյան

**Բենզոդիօքսանների շարքից նոր սինթեզված քիմիական միացությունների
հակահիպոքսիկ հատկությունների որոնում նորմոբարիկ հիպոքսիկ-
հիպոքսիայի պայմաններում**

Նորմոբարիկ սուր հիպոքսիկ հիպոքսիայի մեթոդով ուսումնասիրվել է նոր սինթեզված բենզոդիօքսանների շարքի ինը ածանցյալների հակահիպոքսիկ ակտիվությունը: Փորձարկված ինը միացություններից երեքը, որոնք ցույց են տվել հակահիպոքսիկ ակտիվություն 25 մգ/կգ դոզայով, կենսաբանական հետաքրքրություն են ներկայացնում որպես հակահիպոքսիկ հատկություններով նոր միացություններ և ենթակա են հետագա ուսումնասիրության:

С. О. Арутюнян, А. С. Цатинян, С. О. Варданян, Г. В. Гаспарян

**Поиск антигипоксических свойств среди вновь синтезированных
бензодиоксанов методом индукции нормобарической
гипоксической гипоксии**

Методом нормобарической острой гипоксической гипоксии изучена антигипоксическая активность девяти производных ряда вновь синтезированных бен-

зодиоксанов. Три из девяти испытанных соединений, проявившие антигипоксическую активность в дозе 25 мг/кг, представляют биологический интерес как новые соединения с антигипоксическими свойствами и подлежат дальнейшему изучению.

**S. H. Harutyunyan, A. S. Tsatinyan, S. O. Vardanyan,
H. V. Gasparyan**

Search for Antihypoxic Properties Among Newly Synthesized Benzodioxanes by Normobaric Hypoxic-Hypoxia Induction Method

The antihypoxic activities of 9 derivatives from the series of benzodioxanes synthesized by the employees of the laboratory of the cardiovascular system of the Scientific and Technical Center of Organic and Pharmaceutical Chemistry were studied using the normobaric acute hypoxic-hypoxia method. Of the nine compounds tested, 3 compounds showed antihypoxic activity at a dose of 25 mg/kg, which are of biological interest as new compounds with antihypoxic properties and are for further study.

Գրականություն

1. *Оковитый С. В., Запутанов В. А., Смагина А. Н.* – Фундаментальная медицина. ФМБА России. 2017. Т. 21. С. 44.
2. *Лукьянчук В. Д., Савченкова Л. В.* – Экспер. и клин. фарм. 1998. Т. 61. № 4. С. 72-79.
3. *Лукьянова Л. Д.* – Физиол. журн. 2003. Т. 49. № 3. С. 17.
4. *Шириян Э. А., Арутюнян С. А., Гукасян Т. Г.* – Вестник МАНЭБ. 2003. Т. 8(4). С. 132-134.
5. *Гольдберг К., Вигдергауз М.* Курс газовой хроматографии. М. Химия. 1967. 400 с.
6. *Шириян Э. А., Арутюнян С. А.* – Медицина, наука и образование. Научно-информационный журнал. 2015. № 18. С. 27-31.

ФИЗИОЛОГИЯ

УДК 612.8; 615.919; 616.858

DOI: 10.54503/0321-1339-2022.122.4-323

М. Э. Овсепян

Импульсная активность нейронов анальгетической системы головного мозга в ходе развития паркинсонического синдрома под влиянием гидрокортизона

(Представлено чл.-кор. НАН РА Л. Р. Манвеляном 10/X 2022)

Ключевые слова: *ротеноновая модель болезни Паркинсона, Periaqueductal gray matter, Nucleus Raphe magnus, гидрокортизон.*

Введение. Болезнь Паркинсона (БП) — хроническое прогрессирующее заболевание головного мозга, которое характеризуется дегенерацией дофаминергических нейронов черной субстанции и появлением телец Льюи в оставшихся нейронах этой структуры. Эта потеря нейронов, продуцирующих дофамин, приводит к заметному нарушению двигательного контроля [1]. Помимо классических двигательных нарушений, таких как гипокинезия, ригидность, тремор покоя и постуральная неустойчивость, для болезни Паркинсона характерен широкий спектр немоторных проявлений, к которым относятся вегетативные, сенсорные, психические, аффективные расстройства, нарушения сна и бодрствования. Немоторные симптомы заболевания являются следствием вовлечения в дегенеративный процесс других структур центральной и периферической нервной системы. Боль при болезни Паркинсона занимает важное место среди симптомов заболевания. Существуют данные о распространенности боли в этой популяции, которая, по оценкам, составляет до 85% [2, 3].

В настоящем исследовании проведено изучение анальгетической системы головного мозга в ходе развития паркинсонического синдрома с последующим влиянием гидрокортизона. Была изучена импульсная активность нейронов такой важной структуры этой системы, как околотоводное серое вещество (PAG). Изучались функциональные характеристики данных нейронов у нормальных крыс, у крыс, подверженных инток-

сикации ротеноном, и у крыс, подверженных интоксикации с последующим применением гидрокортизона.

Материал и методы. Проводили электрофизиологические исследования на 15 крысах-самцах линии Альбино (250 г): интактных ($n=3$), на моделях БП (унилатеральное введение ротенона с выдержанием до опыта 4 нед. ($n=4$) и в условиях моделей БП с применением гидрокортизона (14 инъекций через день в дозе 1.25 мг/кг) ($n=8$). При введении ротенона (12 мкг в 0.5 μ л димексида в «medial forebrain bundle» по координатам стереотаксического атласа [4] (AP+0.2; $L\pm 1.8$; DV+8 мм) использовался наркоз нембутал (40 мг/кг, в/б). Исследование проводилось в соответствии с принципами Базельской декларации и рекомендациями руководства ARRIVE [5]. Стекланные микроэлектроды с диаметром кончика 1-2 μ М, заполненные 2М NaCl, вводили в PAG согласно стереотаксическим координатам (AP-4.92; $L\pm 2.0$; DV+5.7 мм) для регистрации импульсной активности одиночных нейронов. Осуществляли высокочастотную стимуляцию (ВЧС) большого ядра шва (RMG) (AP-11.6; $L\pm 2.0$; DV+10.3 мм) посредством прямоугольных толчков тока длительностью 0.05 мс, амплитудой 0.12–0.18 мВ, силой тока 0.32 мА и частотой 100 Гц в течение 1 с. При регистрации импульсной активности использовался наркоз уретан (1.2 г/кг в/б).

Активность проявлялась в виде тетанических потенциации (ТП) и депрессии (ТД) с посттетаническими (ПТП и ПТД). Проведен анализ активности 241 нейрона. Использовали построения усредненных и суммированных перистимульных временных гистограмм (РЕТН) числа потенциалов действия с разностной кривой и гистограмм частоты с вычислением средней частоты потенциалов действия. Использовался t-критерий Стьюдента. Сравнение критических значений с таковыми нормального распределения при уровнях 0.05, 0.01 и 0.001 показало, что в большинстве случаев статистически значимое изменение достигало как минимум уровня 0.05.

Результаты и обсуждение. Производили регистрацию импульсной активности одиночных нейронов PAG в норме (46 нейронов, $n=3$), на модели БП (80 нейронов, $n=4$) и с протекцией гидрокортизоном (115 нейронов, $n=8$). На основе рис. 1 получены значения, представленные в виде дисковых диаграмм на рис. 2.

В норме в нейронах PAG при ВЧС RMG значения тетанической депрессии в депрессорном и депрессорно-возбудительном эффектах достигали 1.33- и 1.66-кратного понижения. Уровни тетанической потенциации в возбудительном и возбудительно-депрессорном эффектах достигали 1.87- и 1.36-кратного повышения (рис. 1, А-Г; 2, А-Г), соответственно, что свидетельствует о балансе депрессорных и возбудительных проявлений активности исследуемых нейронов.

На модели БП в условиях протекции гидрокортизоном в нейронах PAG значения ТД в депрессорном и депрессорно-возбудительном эффектах показали 2-кратное понижение. Значения ТП в возбудительном и

возбудительно-депрессорном эффектах показали 1.5-кратное повышение (рис. 1, И-М; 2, А-Г). Таким образом, на модели БП депрессорные и возбуждающие эффекты понизились. После применения гидрокортизона значения депрессорных эффектов восстановились и превысили значения нормы, а в возбуждающих эффектах восстановились до уровней нормы.

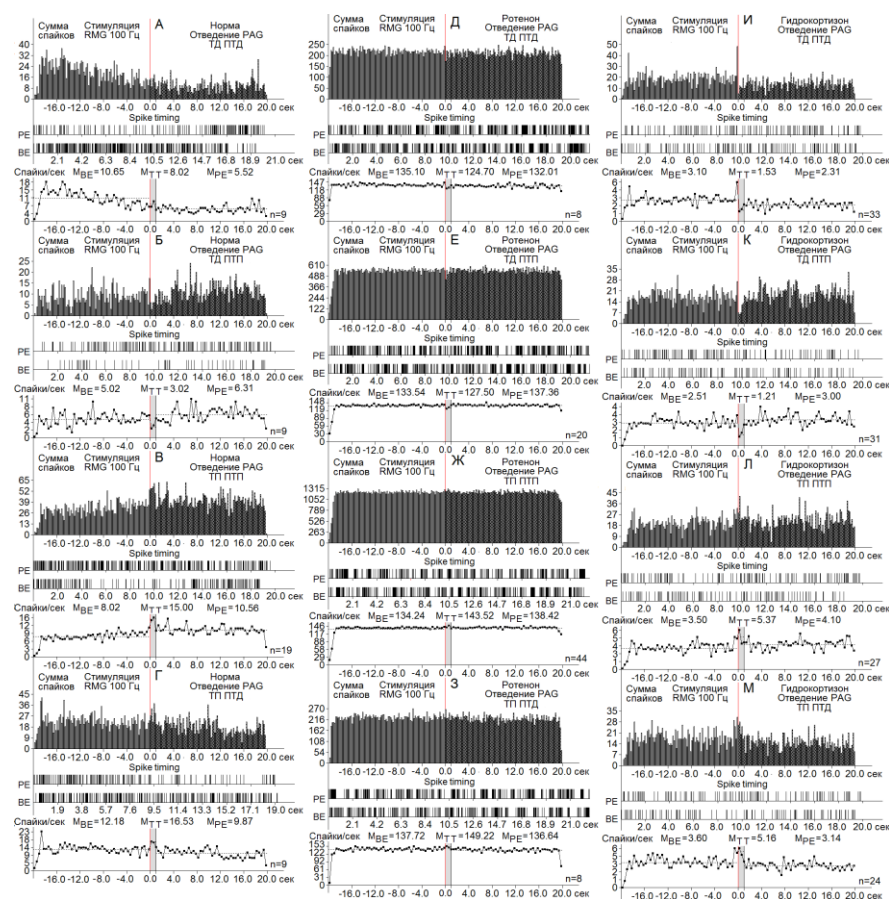


Рис. 1. Гистограммы суммы спайков пре- и постстимульных депрессорных (А, Д, И), депрессорно-возбудительных (Б, Е, К), возбуждающих (В, Ж, Л), в сочетании с депрессорными – ТП ПТД (Г, 3, М) проявлений активности в реальном времени 20 с (до и после стимуляции) нейронов PAG, посредством ВЧС RMG в норме (А-Г), на ротеноновой модели БП (Д-3) и с протекцией гидрокортизоном (И-М). Здесь: диаграммы частоты спайков, представленных в гистограммах, с усредненными значениями (М) для временных отрезков до стимуляции (BE – before event), на время тетанизации (ТТ – time tetanization) и после стимуляции (PE – post event). Справа от диаграмм – количество испытаний (n).

На модели БП престимульная частота потенциалов действия в депрессорных и возбуждающих эффектах повысилась более чем в 10 раз (рис. 1; 2, Д-3), т.е. была выявлена чрезмерная возбудимость клеток PAG, возможно, связанная с эксайтотоксичностью.

В условиях протекции гидрокортизоном в нейронах PAG престаимпульная импульсная частота в депрессорных и возбуждательных эффектах сильно понизилась, показав уровни, практически близкие к уровням нормы (рис. 1, 2, Д-З).

Постстимульная частота нейронов PAG при ВЧС RMG в норме в депрессорных эффектах достигала 8.02, 3.02, а в возбуждательных – 15.00 и 16.53. На модели БП постстимульная частота сильно повысилась, составив 124.70, 127.50 в депрессорных эффектах и 143.52, 149.22 в возбуждательных (рис. 1, 2, И-М). На модели БП постстимульная частота превысила норму 15.55- и 42.22-кратно в депрессорных эффектах и 9.57- и 9.03-кратно в возбуждательных.

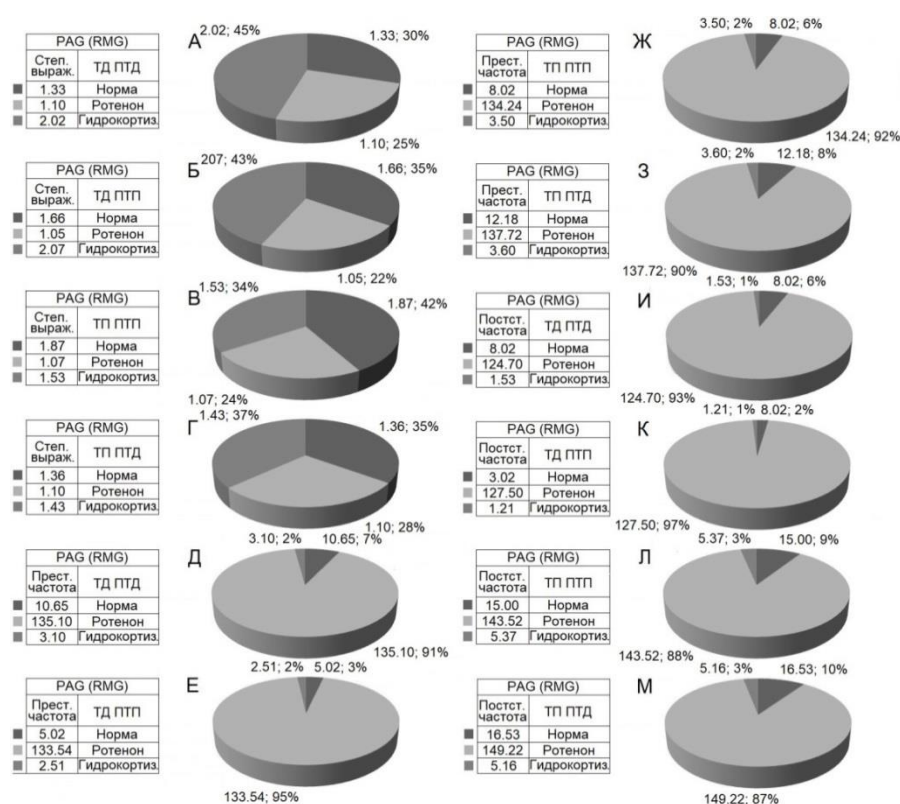


Рис. 2. А-М – процентное соотношение степени выраженности (по усредненной частоте А-Г), депрессорных (ТД ПТД), депрессорно-возбуждательных (ТД ПТП), возбуждательных (ТП ПТП) и возбуждательно-депрессорных (ТП ПТД) постстимульных эффектов в одиночных нейронах RMG при ВЧС PAG, а также частоты престаимпульной (Д-З) и постстимульной (И-М) активности в норме, на ротеиновой модели БП и в условиях протекции гидрокортизоном. Обозначения: степ. выраж. – степень выраженности, преста. – престаимпульная, постст. – постстимульная.

Таким образом, на модели БП имело место мощное повышение постстимульной частоты нейронов PAG. Выявленная гипервозбудимость нервных клеток данной структуры, возможно, объясняется эксайтотоксичностью.

В условиях применения гидрокортизона произошло резкое снижение постстимульной частоты в депрессорных эффектах на модели БП до уровней ниже нормы, например, от 124.70 до 1.53 в ТД ПТД. Такое же сильное понижение частоты произошло и во всех других эффектах, что свидетельствует об успешном протекторном эффекте гидрокортизона (рис. 1, 2, И-М). Таким образом, в настоящем исследовании на модели БП в нейронах PAG, активированных ВЧС RMG, выявлено мощное превышение возбудительных эффектов, представленных в виде чрезмерно высокой частоты импульсной активности как в депрессорных, так и возбудительных проявлениях.

Очевидно, речь идет о таком процессе, как эксайтотоксичность. Это явление, которое описывается как токсическое действие возбуждающих нейротрансмиттеров, в первую очередь глутамата, когда усиленная или длительная активация глутаматных рецепторов запускает каскад нейротоксичности, в конечном итоге приводящее к потере функции нейронов и гибели клеток. Молекулярный механизм, который вызывает эксайтотоксичность, включает изменения в метаболизме глутамата и кальция, дисфункцию переносчиков глутамата и нарушение работы рецепторов глутамата, в частности рецепторов N-метил-D-аспарагиновой кислоты (NMDAR). С другой стороны, эксайтотоксичность можно рассматривать как следствие таких клеточных явлений, как митохондриальная дисфункция, физическое повреждение нейронов и окислительный стресс. Известно, что чрезмерная активация NMDAR приводит к устойчивому притоку кальция в нейроны и ряду вредных последствий, включая митохондриальную дисфункцию, перепроизводство активных форм кислорода (АФК), нарушение буферизации кальция, высвобождение проапоптотических факторов, и способствует повреждению нейронов. NMDAR-опосредованная эксайтотоксичность является центральным механизмом в патогенезе многих нейродегенеративных заболеваний [6]. Отмеченное свидетельствует о необходимости углубления депрессорных эффектов, несущих протекторную нагрузку и снижающих чрезмерные возбудительные реакции [7].

Институт физиологии им. Л. Орбели НАН РА
e-mail: avanecmisha@yahoo.com

М. Э. Овсепян

**Импульсная активность нейронов анальгетической системы
головного мозга в ходе развития паркинсонического синдрома
под влиянием гидрокортизона**

Проведен анализ импульсной активности одиночных нейронов околосредоводного серого вещества (РАG) при высокочастотной стимуляции большого ядра шва в норме, на ротеноновой модели болезни Паркинсона и с протекцией гидрокортизоном. После интоксикации ротеноном в нейронах РАG депрессорные и возбудительные реакции показали снижение. После применения гидрокортизона депрессорные реакции показали превышение уровней нормы, а возбудительные – восстановление до уровней нормы. Выявлено повышение частоты импульсной активности в депрессорных и возбудительных эффектах после интоксикации ротеноном и понижение до уровней ниже нормы как в депрессорных, так и в возбудительных эффектах после применения гидрокортизона. Установлено, что гидрокортизон противодействует процессам эксайтотоксичности нейронов РАG.

Մ. Է. Օվսեփյան

**Ուղեղի անալգետիկ համակարգի նեյրոնների իմպուլսային ակտիվությունը
հիդրոկորտիզոնի ազդեցության տակ Պարկինսոնյան համախտանիշի
զարգացման ընթացքում**

Իրականացվել է հարջրատարային գորշ նյութի (РАG) մեկական նեյրոնների իմպուլսային ակտիվության վերլուծություն՝ կարի մեծ կորիզի բարձր հաճախականության խթանման ժամանակ, նորմալ, Պարկինսոնի հիվանդության ռոտենոնային մոդելի վրա և հիդրոկորտիզոնի պաշտպանությամբ: РАG նեյրոններում ռոտենոնի ինտոքսիկացիայից հետո ճնշիչ և գրգռիչ ռեակցիաները ցույց տվեցին նվազում: Հիդրոկորտիզոնի օգտագործումից հետո ճնշիչ ռեակցիաները ցույց տվեցին նորմայի մակարդակի գերազանցումը, իսկ գրգռիչ ռեակցիաները՝ նորմայի մակարդակի վերականգնումը: Հայտնաբերվել է ռոտենոնի ինտոքսիկացիայից հետո ճնշիչ և գրգռիչ ազդեցություններում իմպուլսային գործունեության հաճախականության բարձրացում և հիդրոկորտիզոնի օգտագործումից հետո նորմայից ցածր մակարդակի իջեցում ինչպես ճնշիչ, այնպես էլ գրգռիչ ազդեցություններում: Հաստատվել է, որ հիդրոկորտիզոնը հակազդում է РАG նեյրոնների էքսայտոտոքսիկության գործընթացներին:

M. E. Hovsepyan

**Pulse Activity of Neurons of the Analgesic System of the Brain During
the Development of Parkinsonian Syndrome under the Influence
of Hydrocortisone**

The analysis of the pulse activity of single neurons of the periaqueductal gray matter (PAG) under high-frequency stimulation of the raphe magnus nucleus nucleus in norm, on the rotenone model of Parkinson's disease and with the protection of hydrocortisone was carried out. After rotenone intoxication depressive and excitatory reactions in PAG neurons showed a decrease. After the use of hydrocortisone, depressive reactions showed an excess of normal levels, and excitatory reactions showed a recovery to normal levels. An increase in the frequency of pulse activity in depressive and excitatory effects after intoxication with rotenone and a decrease to levels below normal in both depressive and excitatory effects after the use of hydrocortisone was revealed. Hydrocortisone has been found to counteract the processes of excitotoxicity of PAG neurons.

Литература

1. Beitz J. M. – Front Biosci (Schol Ed). 2014. V. 6. № 1. P. 65-74. .
2. Cuomo A., Crispo A., Truini A. et al. – Pain Res. 2019. № 12 P. 2201–2209.
3. Broen M. P., Braaksma M. M., Patijn J. et al. – Mov Disord. 2012. V. 27. № 4. P. 480-484.
4. Paxinos G., Watson C. The rat brain in stereotaxic coordinates. Elsevier, Academic Press, 5th ed. 2005. P. 367.
5. Kilkenny C., Browne W., Cuthill I. C. et al. – Br J Pharmacol. 2010. V. 160. № 7. P. 1577–1579.
6. Armada-Moreira A., Gomes J. I., Pina C. C. et al. – Front. Cell. Neurosci. 2020 V. 14. Article 90.
7. Саркисян Дж. С., Погосян М. В., Даниелян М. А. и др. Назначение депрессорных синаптических процессов в условиях специфической нейродегенеративной патологии и протекции. LAMBERT Academic Publishing RU. 2018. 252 с.

ИСТОРИЯ

УДК 941.925.1+32(479.25)

DOI: 10.54503/0321-1339-2022.122.4-330

Академик НАН РА Ю. М. Суварян

Очерк истории государственности Арцаха и сто лет Карабахского движения

(Представлено 29/IX 2022)

Ключевые слова: *государственность, право наций на самоопределение, Арцах, Карабахское движение, захват территории, безопасность, этно-культурные и юридические реалии, дискриминационная политика.*

Проблема Нагорного Карабаха, безусловно, архиактуальна не только с научной точки зрения, но и больше всего из-за необходимости практических рекомендаций по судьбе Арцаха и проживающего там тысячелетиями коренного армянского населения.

Нахождение какого-либо справедливого и юридически обоснованного решения данной проблемы осложняется как минимум двумя обстоятельствами:

– игнорирование Азербайджаном исторических, этно-культурных и юридических объективных реалий, относящихся к проблеме Арцаха, с единственной целью – любыми способами захватить его территорию,

– навязывание с этой же целью некоторым странам, делающим политическую погоду в мире, неправомочного вердикта о том, что Арцах является международно признанной территорией Азербайджана, не учитывая факт многовекового существования этой области как части армянской государственности в течение 1300 лет, а также то, что Арцах с V в. по 1813 г. имел различные статусы – относительно независимые государственные образования (царство, княжество, меликства), тогда как азербайджанской государственности всего немного более 100 лет, из которых 70 лет в составе СССР.

Ниже попытаемся обосновать некоторые тезисы, которые, на наш взгляд, будут полезными для выработки стратегии эффективных решений Арцахской проблемы.

1. Краткий очерк истории Арцаха, его этнического состава и культурного наследия обоснованно доказывает несостоятельность утверж-

дения о том, что Нагорный Карабах является международно признанной территорией Азербайджана. По сведениям ученых (Страбон, Плиний Старший, Мовсес Хоренаци и др.), Арцах, а также Утик, входили в состав Ванского царства (IX-VI вв. до н.э.), царства Ервандидов (VI-II вв. до н.э.), Великой Армении (189 г. до н.э. – 428 г. н.э.) ([1], с. 72; [2], с. 43-63).

Об истории Арцаха с V в. по 1813 г. будет сказано далее.

Теперь приведем некоторые статистические данные по этническому составу населения Арцаха (в границах НКАО) в период с 1823 по 1914 гг. ([2], с. 564).

Год	Население	Армяне	%	Татары	%	Прочие в %
1823	Сельское	27500	97.5	700	2.5	-
	г. Шуши	3350	41.0	4670	56.0	3.0
	В целом	30850	84.6	5370	14.7	0.7
1850	Сельское	29886	97.3	900	2.7	-
	г. Шуши	6355	50.0	6370	50.0	-
	В целом	36241	83.3	7270	16.7	-
1886	Сельское	83919	93.2	5839	6.5	0.3
	г. Шуши	15188	56.6	11595	43.3	0.1
	В целом	99107	84.8	17434	14.9	0.3
1897	Сельское	91943	89.5	9631	9.4	1.1
	г. Шуши	14420	55.8	10778	41.7	2.5
	В целом	106363	82.7	20409	15.9	1.4
1914	Сельское	113210	90.6	11013	8.8	0.6
	г. Шуши	22004	52.3	18864	44.8	2.9
	В целом	135214	80.9	29877	17.9	1.2

Из приведенных данных очевидно, что в XIX и начале XX вв. преобладающую часть населения Арцаха – 81-85% составляли армяне, а у сельского населения этот показатель составлял от 91 до 97%.

В 1914 г. 90.6% сельского населения Арцаха, 52.3% жителей города Шуши были армяне, в общей численности населения края татары составляли 17.9%, в городе Шуши – 44.8%. Шуши, получивший статус города в 1847 г., интенсивно развивался и стал крупным армянским духовным и культурным центром.

Пытаясь изменить демографический состав населения Арцаха и г. Шуши с целью экспансии территории 23 марта 1920 г. (за месяц до советизации Азербайджана) был сожжен и разрушен весь армянский квартал города. В ходе пожара и резни погибло около 10 тысяч армян, оставшиеся в живых бежали из города, бросив все имущество ([2], с. 258-259). Таким образом, искусственно, варварским путем армянский город был «превращен» в азербайджанский. Такое положение продолжалось до 1992 г. – всего 70 лет из тысячелетней истории этого армянского населенного пункта в Варанде.

Недавно, 7 сентября 2022 г., во Владивостоке в своем выступлении

президент РФ В.В. Путин придавал очень важное значение праву наций на самоопределение. Примечательно, что самоопределение народа Арцаха происходило дважды: в 1991 г., а в первый раз в далеком V в. В 485 г., после падения армянского царства Аршакидов в 428 г., было создано царство Арцаха и Утика (V-VII вв.) ([2], с. 70-72; [3], с. 150-151; [4], с. 426-433].

Более того, в 488 г. при царе Вачагане III (Благочестивом) была принята первая армянская каноническая конституция, которая содержала 21 статью. Затем было создано Хаченское княжество (X-XV вв.) ([5], с. 114-119). С XVI в. в Арцахе было образовано пять известных меликств (Варанда, Дизак, Хачен, Джраберд, Гюлистан) ([6], с. 27-38, 64-69). Таким образом, государственность в Арцахе в различных формах и на различных уровнях сохранялась до 1813 г., года заключения Гюлистанского договора между Россией и Персией о переходе Арцаха в состав России.

2. По существу, началом Карабахского движения необходимо считать 1918 г., потому что тогда под руководством Турции началась борьба татар за включение территории Арцаха в состав вновь созданной Турцией Азербайджанской республики. Карабахские армяне в 1918-1920 гг. героически сопротивлялись, и Нагорный Карабах не вошел в состав непризнанной Лигой Наций Азербайджанской Республики. Подробный анализ этого сопротивления приведен в работе А. Тер-Саркисянца ([2], с. 226-265). Однако затем большевики под давлением турецко-азербайджанской стороны передали Арцах в состав Советского Азербайджана. 7 июля 1923 г. Азербайджан объявил о создании Автономной Области Нагорного Карабаха (АОНК) на территории в 4.4 тыс. кв. км, что составляло 38.2% от общей исторической территории Арцаха ([2], с. 326; [6], с. 65). Таким образом, большая часть территории Арцаха была отторгнута от него и включена в состав Азерб. ССР в качестве административных районов, а АОНК превратилась в анклав – без непосредственных коммуникаций и границ с Арменией. Опять очевидна конечная цель – экспансия данной территории путем этнической чистки коренного населения. Напомним, что в 1923 г. в Нагорном Карабахе численность населения составляла 157.8 тыс. человек, в том числе армяне – 149.6 тыс. человек, удельный вес в общей численности 91.8 %. Конечно, в результате целенаправленной дискриминационной политики азербайджанских властей в период советской власти доля армянского населения снизилась и в 1989 г. составила 76.9% ([2], с. 356).

Для доказательства дискриминационной политики властей Азерб. ССР приведем некоторые факты: по нашим расчетам промышленная нагрузка территории НКАО в 2.6 раза уступала среднему показателю Азербайджана, объем капитальных вложений на душу населения в области составил 37 % от среднереспубликанского уровня. В 1971-1987 гг. капитальные вложения, направленные на экономическое и социальное развитие в расчете на единицу территории в Азерб. ССР в 3.6 раза были больше, чем в НКАО ([7], с. 263-264).

Борьба армян за воссоединение Арцаха с Арменией продолжалась всегда. Дважды первые секретари ЦК КП Армении Г. Арутюнян и А. Кочинян обращались к центральным властям с просьбой о передаче Армянской Области Нагорного Карабаха в состав Арм. ССР. Но безуспешно. Видимо, старший брат – модератор запретил младшему соглашаться с подобным решением.

В 1988 г. начался новый – активный этап Карабахского движения, результаты которого общеизвестны.

Таким образом, на первом этапе Карабахского движения воссоединить Арцах с Арменией не удалось, была образована Нагорно-Карабахская Автономная Область, которая являлась государственной структурой с минимальными полномочиями. Второй этап этого движения завершился созданием в 1991 г. на основе права наций на самоопределение Арцахской Республики. Пытаясь силой удержать Нагорный Карабах в своем составе, Азербайджан начал агрессию против Нагорно-Карабахской Республики, которая завершилась 5 мая 1994 г. заключением Бишкекского соглашения о прекращении огня в зоне конфликта. Результатом навязанной Азербайджаном агрессивной войны против НКР стала не только защита независимости Арцаха, но и освобождение исконной исторической части его территории, которая была завоевана Азербайджанской ССР в 1923 г. при создании АОНК (Карвачар, Ковсакан, Кашатаг, отторгнутые территории Варанды, Дизака и др.). Было создано современное демократическое государство – Арцахская Республика общей конституционной площадью в 12.02 тыс. кв. км ([8], с. 961-969). Но такой ход событий не входил в планы турецко-азербайджанского тандема, и, пользуясь создавшимся благоприятным для них международным положением и другими обстоятельствами, через 100 лет после начала Карабахского движения и турецко-армянской войны 1920 г. они захватили большую часть Арцахской Республики, создали необходимые условия для полного захвата Арцаха и доминирования Турции в регионе. Как объявил президент Турции Р. Т. Эрдоган, они продолжают дело своих предков. В целях идейного обоснования и оправдания захватнических действий и военной агрессии с 60-х гг. прошлого века азербайджанские историки и политики организованно и целенаправленно, по приказам государственных органов, фальсифицируют историю Арцаха, всячески пытаются представить армянское культурное наследие как албанское, религию и всемирно известные армянские храмы – удинское, по поручению властей на оккупированных территориях уничтожается всё армянское, любой армянский след – объекты культуры и религии, кладбища и др.

Очевидно, что создание государства Азербайджан, передача ему армянских областей Арцаха и Нахичевана были первичными элементами, нацеленными на перспективу стратегии.

В качестве заключения: необходимо добиться выполнения следующих почти общепризнанных целей:

–обоснованно отрицать навязанное турецко-азербайджанским тандемом некоторым странам утверждение, что Арцах является международно признанной территорией Азербайджана, т.к. оно не имеет юридической, историко-географической и этно-культурной основы.

Справедливость такого подхода подтверждается вышеприведенными историческими, демографическими реалиями. Кроме того, НКАО вышла из состава Азербайджанской ССР по закону СССР «О порядке решения вопросов, связанных с выходом союзной республики из СССР» от 03.04.1990 г., и, как было отмечено, Нагорный Карабах не входил в состав Азербайджанской Республики, преемником которой стал вышедший из СССР независимый Азербайджан согласно декларации ВС Азерб. ССР от 30.08.1991 г. Отрицание отмеченного неправомерного утверждения открывает дорогу для международного признания независимости Арцахской Республики,

– разработать мероприятия по укреплению Арцахской Республики с восстановлением территории и границ НКАО и обеспечением всех надежных коммуникаций с РА,

– совместно с РФ и другими дружественными странами обеспечить надлежащее решение проблем безопасности Арцахской Республики.

Президиум НАН РА
e-mail: suvaryan@sci.am

Академик НАН РА Ю. М. Суварян

Очерк истории государственности Арцаха и сто лет Карабахского движения

Справедливому и юридически обоснованному решению Арцахской проблемы препятствуют игнорирование Азербайджаном исторических, этно-культурных и юридических реалий, относящихся к проблеме Арцаха, а также навязывание некоторым влиятельным странам мира неправомерного вердикта о том, что Нагорный Карабах является международно признанной территорией Азербайджана. Подобная линия поведения азербайджано-турецкой стороны направлена на захват территории Арцаха, между тем по свидетельству исторических фактов Арцах в течение 1300 лет был в составе армянского государства, а с 485 г. до 1813 г. имел различные статусы независимой государственности – царства, княжества, меликства, в то время как государственность Азербайджана началась в 1918 г. Кроме того, с юридической точки зрения Нагорный Карабах в 1991 г. объявил о своей независимости согласно соответствующему закону СССР. Карабахское движение началось в 1918-1920 гг., предвосхитив стремление турецко-азербайджанской стороны включить Арцах в состав Азербайджанской Республики. Однако большевиками на территории, составляющей 38.2% от всей площади Арцаха, была создана Нагорно-Карабахская Автономная Область в составе Азербайджанской ССР, а на отторгнутых от Арцаха территориях сформированы административные районы Азербайджана.

На втором этапе Карабахского движения, которое началось в 1988 г., была основана демократическая независимая Арцахская Республика общей конституционной площадью в 12.02 тыс. кв. км включая отторгнутые в 1923 г. территории.

В результате навязанной в 2020 г. турецко-азербайджанским тандемом войны была захвачена большая часть Арцахской Республики и созданы условия для полного захвата Нагорного Карабаха и доминирования Турции в регионе.

Для долгосрочного и стабильного регулирования арцахской проблемы необходимо обоснованно опровергать и отрицать несостоятельный вердикт о том, что Арцах является частью Азербайджана, целеустремленными мероприятиями укреплять Арцахскую Республику с восстановлением как минимум границ НКАО, обеспечить все надежные коммуникации с РА, совместно с РФ и другими дружественными странами решить проблемы безопасности АР.

ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոս Յու. Մ. Սուվարյան

Արցախի պետականության պատմության ակնարկ և Ղարաբաղյան շարժման դարը

Արցախի հիմնախնդրի արդարացի և իրավական առումով հիմնավորված լուծումը խոչընդոտում են Ադրբեջանի կողմից Լեռնային Ղարաբաղին վերաբերող պատմական, էթնո-մշակութային ու իրավական օբյեկտիվ իրողությունների անտեսումը, ինչպես նաև աշխարհի ազդեցիկ որոշ երկրների ոչ իրավաչափ այն դրույթի պարտադրումը, որ իբր Արցախը Ադրբեջանի միջազգայնորեն ճանաչված տարածքն է: Ադրբեջանաթուրքական կողմի նման վարքագիծը նպատակաուղղված է Արցախի տարածքի բռնագավթմանը, մինչդեռ պատմական փաստերի վկայությամբ Արցախը 1300 տարի գտնվել է հայկական պետության կազմում, իսկ 485 թ. մինչև 1813 թ. ունեցել է անկախ պետականության զանազան կարգավիճակներ՝ թագավորություն, իշխանապետություն, մելիքություններ, երբ Ադրբեջանի պետականությունը սկիզբ է առել 1918 թ.: Բացի այդ, իրավական առումով Լեռնային Ղարաբաղը 1991 թ. հռչակել է իր անկախությունը ԽՍՀՄ համապատասխան օրենքով: Ղարաբաղյան շարժումն սկսվել է 1918-1920 թթ., որով կանխվել է թուրք-ադրբեջանական կողմի ձգտումը Արցախը ներառելու Ադրբեջանի Հանրապետության կազմ: Սակայն բոլշևիկների իշխանությունը Արցախի տարածքի 38.2%-ի ներառմամբ ստեղծում է Ադրբեջանի ԽՍՀ-ի կազմում Լեռնային Ղարաբաղի Բնքնավար Մարզ, մյուս հատվածների վրա կազմավորում Ադրբեջանի վարչատարածքային շրջանները:

Ղարաբաղյան շարժման երկրորդ փուլում, որն սկսվում է 1988 թ., հիմնվում է Արցախի ժողովրդավարական անկախ հանրապետությունը՝ 12.02 հազ. քառ. կմ սահմանադրական տարածքով՝ ներառելով 1923 թ. իրենից օտարված հատվածները:

Թուրք-ադրբեջանական տանդեմի սանձազերծած 2020 թ. պատերազմի արդյունքում բռնագավթվում է Արցախի Հանրապետության տարածքի մեծ մասը. պայմաններ են ստեղծվում Լեռնային Ղարաբաղն ամբողջությամբ նվաճելու և Հարավային Կովկասում Թուրքիայի գերիշխանությունը հաստատելու համար:

Արցախյան հիմնախնդրի երկարաժամկետ ու կայուն կարգավորման նպատակով անհրաժեշտ է հիմնավորապես հերքել ու մերժել Լեռնային Ղարաբաղը Ադրբեջանի մաս համարելու անհիմն պահանջը, նպատակասլաց միջոցառումներով ամրապնդել Արցախի Հանրապետությունը՝ վերականգնելով ԼՂԻՄ-ի սահմանները, ապահովել բոլոր հուսալի կոմունիկացիաները ՀՀ-ի հետ, ՌԴ և այլ բարեկամ երկրների հետ համատեղ լուծել ԱՀ անվտանգության խնդիրները:

Academician of NAN RA Yu. M. Suvaryan

An Overview of the History of the Republic of Artsakh and the Century of the Karabakh Movement

A fair and legally justified solution to the issue of Artsakh is hindered by Azerbaijan's failure to take into account the objective historical, ethno-cultural and legal realities regarding Nagorno-Karabakh, as well as the illegal enforcement by some influential countries of the thesis that Artsakh is the internationally recognized territory of Azerbaijan. This behavior of the Azerbaijani-Turkish side is aimed at occupying the territory of Artsakh, while according to historical facts, Artsakh was part of the Armenian state for 1300 years, and from 485 until 1813 it had various statuses of independent statehood: kingdom, principality, melikdoms, whereas the statehood of Azerbaijan was established in 1918. Besides, from the legal point of view, Nagorno-Karabakh declared its independence in 1991 according to the relevant law of the USSR. The Karabakh movement started in 1918-1920, preventing the aspiration of the Turkish-Azerbaijani side to include Artsakh in the Republic of Azerbaijan. However, by including 38.2% of the territory of Artsakh, the Bolshevik government created the Nagorno-Karabakh Autonomous Oblast within the Azerbaijan SSR, and formed the administrative regions of Azerbaijan on the other parts.

In the second stage of the Karabakh movement, which started in 1988, the Independent Democratic Republic of Artsakh was established with a constitutional territory of 12,02 thousand sq km, including the parts taken in 1923.

As a result of the war unleashed by the Turkish-Azerbaijani tandem in 2020, a large part of the territory of the Republic of Artsakh was occupied and conditions were created for the complete occupation of Nagorno-Karabakh and the establishment of Turkish supremacy in the South Caucasus.

For the lasting and sustainable settlement of the Artsakh issue, it is necessary to fundamentally deny and reject the unreasonable demand to consider Nagorno-Karabakh as part of Azerbaijan, to strengthen the Republic of Artsakh by determined measures, restoring at least the borders of NKAO, to ensure all reliable communications with the Republic of Armenia, to solve the security issues of the Republic of Artsakh together with the Russian Federation and other friendly countries.

Литература

1. *Խորենացի Մ.*, Հայոց պատմություն, Ե., Հայաստան, 1990, 321 էջ:
2. *Тер-Саркисянц А.* Армяне Нагорного Карабаха (история. культура. Традиции). М. Русская панорама. 2015. 918 с.
3. Հայկական Սովետական հանրագիտարան, հ. 2, Ե., 1976, 720 էջ:
4. Հայոց պատմություն, հ. 2, Միջին դարեր (IV դար – XVII դ. առաջին կես), գիրք առաջին, Ե., Զանգակ, 2018, 704 էջ:
5. Հայոց պատմություն, հ. 2, Միջին դարեր (XVII դ. երկրորդ կես), գիրք երկրորդ, Ե., Զանգակ, 2014, 800 էջ:

6. Հայոց պատմություն, հ. 3, Նոր ժամանակաշրջան (IV դար – XVII դ. առաջին կես), գիրք առաջին, Ե., Զանգակ, 2010, 704 էջ:
7. *Մուվարյան Յու. Մ.*, Տնտեսություն, գիտություն, կրթություն, Ե., Գիտություն, 2014, 370 էջ:
8. Հայաստան հանրագիտարան, Ե., Հայկական հանրագիտարան հրատարակչություն, 2012, 1164 էջ: