

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ  
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ  
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCE OF ARMENIA

---

ISSN 0321-1339

**Չ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր**  
**Д О К Л А Д Ы**  
**R E P O R T S**

Համար  
Том  
Volume

121 № 3

---

Երևան

2021  
Երևան

Yerevan

ԳՂԱԸ 191

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ  
ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ

# ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ

ՀԱՏՈՐ 121

№ 3



НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ  
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

**ДОКЛАДЫ**  
**REPORTS**

**ТОМ** **121**  
**VOLUME**

**№ 3**

---

ИЗДАТЕЛЬСТВО "ГИТУТЮН" НАН РА  
ЕРЕВАН 2021

Հիմնադրվել է 1944 թ.: Լույս է տեսնում տարին 4 անգամ

Основан в 1944 г. Выходит 4 раза в год

Founded in 1944. Published quarterly

գլխավոր խմբագիր՝ ակադեմիկոս Ռ. Մ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ

խմբագրական խորհուրդ՝ ակադեմիկոս Գ. Ե. ԲԱԴԴԱՍԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Վ. Ս. ԶԱԲԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Լ. Ա. ԹԱՎԱԴՅԱՆ, ՀՀ ԳԱԱ թղթ. անդամ Ռ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, ակադեմիկոս Է. Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Լ. Ռ. ՄԱՆՎԵԼՅԱՆ (գլխ. խմբագրի տեղակալ), ակադեմիկոս Յու. Հ. ՇՈՒԿՈՒՐՅԱՆ, Գ.Ա.ԱԲՐԱՀԱՄՅԱՆ (պատ. քարտուղար)

Главный редактор академик Р. М. МАРТИРОСЯН

Редакционная коллегия: чл.-кор. НАН РА Р. М. АРУТЮНЯН, академик Г. Е. БАГДАСАРЯН, академик В. С. ЗАХАРЯН, академик Э. М. КАЗАРЯН, чл.-кор. НАН РА Л. Р. МАНВЕЛЯН (зам. главного редактора), академик Л. А. ТАВАДЯН, академик Ю. Г. ШУКУРЯН, Г. А. АБРАМЯН (отв. секретарь)

Editor-in-chief academician R. M. MARTIROSYAN

Editorial Board: corresponding member of NAS RA R. M. AROUTIUNIAN, academician G. E. BAGDASARIAN, academician E. M. KAZARYAN, corresponding member of NAS RA L. R. MANVELYAN (associate editor), academician Yu. H. SHOUKOURIAN, academician L. A. TAVADYAN, academician V. S. ZAKARYAN, G. A. ABRAHAMYAN (executive secretary)

խմբագրության հասցեն՝ 0019, Երևան 19, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24գ

Адрес редакции: 0019, Ереван 19, просп. Маршала Баграмяна 24г

Communication links: address – 24g Marshal Bagramian Ave., Yerevan, 0019, Armenia

Phone:(37410)56-80-67URL:<http://elib.sci.am> e-mail: [rnas@sci.am](mailto:rnas@sci.am)

© НАН РА. Президиум. 2021

© Издательство “Гитутюн”

НАН РА. 2021

**Հայաստանի ԳԱԱ Զեկույցներ**

**Հատոր 121, N 3, 2021**

**Հրատ. պատվեր N 1116**

**Խմբագրումը և սրբագրումը՝  
Ա.Ապիյան, Ա. Սահակյան**

**Համակարգչային էջադրումը՝ Վ.Պապյանի**

**Ստորագրված է տպագրության  
03.09.2021**

**Ծավալը՝ 5,25 տպ. մամուլ: Տպաքանակը՝ 150: Գինը՝ պայմանագրային:**  
**ՀՀ ԳԱԱ «Գիտություն» հրատարակչության տպարան**  
**Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24**

## ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

### ՄԵԽԱՆԻԿԱ

<i>Մ. Հ. Մարգարյան</i> – Առաձգական բարակ թաղանթների մոմենտամեմբրանային տեսության ստատիկատերկրաչափական անալոզիան և կոմպլեքս ձևափոխությունների իրականացումը .....	175
<i>Ա. Ա. Ղուկասյան</i> – Տեխնոլոգիական տեղամասի բազմէտապ մատակարարման պրոցեսի ղեկավարելիության մասին մանրալույատորի վեկտորական ղեկավարմամբ .....	181

### ԱՌԱՉԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

<i>Վ. Տ. Յափուջյան</i> – Օրթոտրոպ մարմնի հարթ դեֆորմացիայի մի դինամիկական խնդրի մասին .....	192
---	-----

### ԱՆՕՐԳԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

<i>Մ. Ա. Մելիքյան</i> – Ստրոնցիումի սիլիկատների ստացումը սերպենտիններից ստացված հիդրոսիլիկաժելով միկրոալիքային ճառագայթման ազդեցությամբ .....	201
---	-----

### ՋՐԱԵՐԿՐԱՔԻՄԻԱ

<i>Ա. Կ. Մաթևոսյան</i> – Կուրլովի բանաձևի լրացուցիչ տեղեկատվական պարամետրեր .....	208
---	-----

### ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

<i>Լ. Մ. Խաչատրյան, Մ. Վ. Պողոսյան, Մ. Հ. Ղանիեյան, Ջ. Ս. Մարգարյան</i> – Դրոզդ և դեպրեսոր սինապտիկ պրոցեսների հարաբերակցության վերաբերյալ սև նյութի ռե-տիկուլյար հատվածի կեղևային պրոյեկցիայում Պարկինսոնի հիվանդության մոդելի վրա .....	219
---	-----

### ԲՈՒՄԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<i>Ճ. Հ. Հովակիմյան, Ա. Գ. Ղուկասյան, Գ. Մ. Տայվուշ</i> – Արարատյան հարթավայրի որոշ հազվագյուտ հալոֆիլ բուսատեսակների էկոլոգո-ֆիզիոլոգիական և կարիոլոգիական առանձնահատկությունները .....	226
<i>Ճ. Հ. Վարդանյան</i> – Հայաստանի աբորիգեն և օտարածին դենդրոֆլորաների համեմատական վերլուծությունը և դրանց հետագա հարստացման հեռանկարները .....	235
<i>Ա. Մ. Հայրապետյան, Ա. Գ. Ղուկասյան</i> – Հայաստանի բույսերի Կարմիր գրքում ընդգրկված <i>Cousinia fedorovii</i> Takht. ( <i>Asteraceae</i> ) էնդեմիկ տեսակի պալինոլոգիական և կարիոլոգիական առանձնահատկությունները .....	245

## СОДЕРЖАНИЕ

### МЕХАНИКА

- С. О. Саркисян* – Статико-геометрическая аналогия и введение комплексного преобразования в моментно-мембранную теорию упругих тонких оболочек ..... 175
- А. А. Гукасян* – Об управляемости процесса многоэтапного обслуживания технологического участка манипулятора с векторным управлением ..... 181

### ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- В. Т. Януджян* – Об одной динамической задаче плоской деформации ортотропного тела ..... 192

### НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- С. А. Меликян* – Получение силикатов стронция на основе гидросиликагеля, выделенного из серпентинов под воздействием микроволнового излучения ..... 201

### ГИДРОГЕОХИМИЯ

- А. К. Матевосян* – Дополнительные информативные параметры к формуле Курлова ..... 208

### ФИЗИОЛОГИЯ

- Л. М. Хачатрян, М. В. Погосян, М. А. Даниелян, Дж. С. Саркисян* – О соотношении возбуждательных и тормозных синаптических процессов в корковой проекции к ретикулярному отделу черной субстанции на модели болезни Паркинсона ..... 219

### БОТАНИКА

- Ж. О. Овакмян, А. Г. Гукасян, Г. М. Файвуш* – Эколого-физиологические и кариологические особенности некоторых редких галофильных видов растений Араратской равнины ..... 226
- Ж. А. Варданян* – Сравнительный анализ аборигенной и иноземной дендрофлоры в Армении и перспективы их дальнейшего обогащения ..... 235
- А. М. Айрапетян, А. Г. Гукасян* – Палинологические и кариологические особенности эндемичного вида *Cousinia fedorovii* Takht. (*Asteraceae*), включенного в Красную книгу растений Армении ..... 245

## *C O N T E N T S*

### MECHANICS

*S. H. Sargsyan* – Static-Geometric Analogy and the Introduction of a Complex Transformation in the Moment-Membrane Theory of Elastic Thin Shells ..... 175

*A. A. Ghukasyan* – On the Controllability of the Process of the Multi-Stage Maintenance of the Technological Section of the Manipulator with Vector Control ..... 181

### ELASTICITY THEORY

*V. T. Yapujyan* – About a Dynamic Problem of the Flat Deformation of the Orthotrope Body..... 192

### INORGANIC CHEMISTRY

*S. A. Melikyan* – The Influence of Microwave Assistance on the Syntheses of Strontium Silicate Species Based on Silica Hydrogel Produced from Serpentine ..... 201

### HYDROGEOCHEMISTRY

*A. K. Matevosyan* – Additional Informative Parameters to the Kurlov Formula ..... 208

### PHYSIOLOGY

*L. M. Khachatryan, M. V. Poghosyan, M. H. Danielyan, J. S. Sarkissian* – About the Study of Synaptic Excitatory and Depressor Processes Correlation at Cortical Projection to Reticular Pars of Substantia Nigra on the Model of Parkinson's Disease ..... 219

### BOTANY

*J. H. Hovakimyan, A. G. Ghukasyan, G. M. Fayvush* – Ecologo-Physiological and Caryological Investigations of Some Rare Halophyte Plant Species from Ararat Plain ..... 226

*Zh. H. Vardanyan* – Comparative Analysis of Native and Alien Dendroflora in Armenia and Perspectives for Their Further Enrichment ..... 235

*A. M. Hayrapetyan, A. G. Ghukasyan* – Palynological and Caryological Investigation of Endemic Species *Cousinia fedorovii* Takht. (*Asteraceae*) Included in the Red Data Book of Plants of Armenia ..... 245

МЕХАНИКА

УДК 539.3

Член-корреспондент НАН РА С. О. Саркисян

**Статико-геометрическая аналогия и введение  
комплексного преобразования в моментно-мембранную  
теорию упругих тонких оболочек**

(Представлено 8/VI 2021)

**Ключевые слова:** *моментно-мембранная теория, тонкая оболочка, статико-геометрическая аналогия, комплексное преобразование.*

**Введение.** Аналогия между статическими и геометрическими соотношениями в общей классической линейной теории тонких оболочек Кирхгофа – Лява установлена в [1]. Наиболее последовательно это свойство основных соотношений классической линейной теории оболочек было использовано в [2, 3] при выводе уравнений общей теории оболочек посредством введения комплексных неизвестных, попарно составленных из величин-аналогов. В [4] установлена статико-геометрическая аналогия и осуществлено комплексное преобразование в общей линейной теории оболочек типа Тимошенко, а в [5] эти вопросы решены в общей линейной теории термоупругости оболочек.

В [6-8] на основе моментной теории упругости с независимыми полями перемещений и вращений с применением метода гипотез, которые соответствуют качественным результатам применения асимптотического метода интегрирования граничной задачи трехмерной теории в области тонкой оболочки, построена линейная моментная модель тонких оболочек, подчиняющаяся деформационной концепции «сдвиг плюс поворот» (иначе моментно-мембранная теория упругих тонких оболочек). Для указанной теории установлены уравнения неразрывности деформаций срединной поверхности оболочки, а также доказаны соответствующие энергетические теоремы и вариационные принципы.

В данной работе обнаружено полное сходство структуры левых частей уравнения равновесия и уравнения совместности деформаций срединной поверхности оболочки по моментно-мембранной теории, называемое в теории оболочек статико-геометрической аналогией. Выполнено

также комплексное преобразование, снизившее порядок разрешающей системы дифференциальных уравнений этой теории вдвое, путем записи их в комплексной форме.

**1. Основные уравнения статики моментно-мембранной теории упругих тонких оболочек.** Рассмотрим трехмерную оболочку на основе трехмерной моментной теории упругости с независимыми полями перемещений и вращений [9]; будем считать ее макроскопической однородной изотропной средой. Отнесем срединную поверхность оболочки к ортогональным гауссовым координатам  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2$ ); координату, направленную по нормали к срединной поверхности, обозначим через  $z$ .

Согласно прикладной моментно-мембранной теории упругих тонких оболочек [6] перемещения и свободные повороты не изменяются по толщине оболочки, т.е. не зависят от  $z$ :

$$V_i = u_i(\alpha_1, \alpha_2), V_3 = w(\alpha_1, \alpha_2), \omega_k = \Omega_k(\alpha_1, \alpha_2) \quad (i = 1, 2; k = 1, 2, 3). \quad (1.1)$$

Подставляя (1.1) в соответствующие выражения для деформаций и изгибов-кручений в моментной теории упругости, получим эти выражения для моментно-мембранной прикладной теории упругих тонких оболочек. Далее, подставляя найденные выражения деформаций и изгибов-кручений в физические соотношения моментной теории упругости, получим для моментно-мембранной прикладной теории выражения для напряжений и моментных напряжений.

Принимая вариационный принцип типа Ху – Вашицу [9] для трехмерной теории моментной упругости с независимыми полями перемещений и вращений и используя вышеопределенные формулы для перемещений и поворотов, деформаций и изгибов-кручений, напряжений и моментных напряжений, приходим к вариационному принципу типа Ху – Вашицу для прикладной моментно-мембранной теории упругих тонких оболочек [8], из которого в качестве уравнений Эйлера следуют основные уравнения этой теории:

уравнения равновесия

$$\begin{aligned} \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial(A_j T_{ii})}{\partial \alpha_i} + \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial(A_i S_{ji})}{\partial \alpha_j} + \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_j} S_{ij} - \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial A_j}{\partial \alpha_i} T_{ij} + \frac{N_{i3}}{R_i} &= -(p_i^+ - p_i^-), \\ \frac{T_{11}}{R_1} + \frac{T_{22}}{R_2} - \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_2 N_{13})}{\partial \alpha_1} - \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_1 N_{23})}{\partial \alpha_2} &= (p_3^+ - p_3^-), \\ \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial(A_j L_{ii})}{\partial \alpha_i} + \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial(A_i L_{ji})}{\partial \alpha_j} + \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_j} L_{ij} - \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial A_j}{\partial \alpha_i} L_{ii} + \frac{L_{i3}}{R_i} + (-1)^j N_{j3} &= \\ &= -(m_i^+ - m_i^-) + (-1)^j h(p_i^+ + p_j^-), \\ \frac{L_{11}}{R_1} + \frac{L_{22}}{R_2} - \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_2 L_{13})}{\partial \alpha_1} - \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_1 L_{23})}{\partial \alpha_2} - (S_{12} - S_{21}) &= (m_3^+ - m_3^-); \end{aligned} \quad (1.2)$$

соотношения упругости

$$\begin{aligned} T_{ii} &= \frac{2Eh}{1-\nu^2} (\Gamma_{ii} + \nu \Gamma_{jj}), \quad S_{ij} = 2h [(\mu + \alpha) \Gamma_{ij} + (\mu - \alpha) \Gamma_{ji}], \\ N_{i3} &= 2G_* h \Gamma_{i3}, \quad L_{ii} = 2h \frac{2\gamma}{\beta + 2\gamma} [2(\beta + \gamma) k_{ii} + \beta k_{jj}], \\ L_{ij} &= 2h [(\gamma + \varepsilon) k_{ij} + (\gamma - \varepsilon) k_{ji}], \quad L_{i3} = 2Bh k_{i3}; \end{aligned} \quad (1.3)$$

геометрические соотношения

$$\begin{aligned} \Gamma_{ii} &= \frac{1}{A_i} \frac{\partial u_i}{\partial \alpha_i} + \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_j} u_j + \frac{w}{R_i}, \quad \Gamma_{i3} = \frac{1}{A_i} \frac{\partial w}{\partial \alpha_i} - \frac{u_i}{R_i} + (-1)^j \Omega_j, \\ \Gamma_{ij} &= \frac{1}{A_i} \frac{\partial u_j}{\partial \alpha_i} - \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_j} u_i + (-1)^i \Omega_3, \quad k_{i3} = \frac{1}{A_i} \frac{\partial \Omega_3}{\partial \alpha_i} - \frac{\Omega_i}{R_i}, \\ k_{ii} &= \frac{1}{A_i} \frac{\partial \Omega_i}{\partial \alpha_i} + \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_j} \Omega_j + \frac{\Omega_3}{R_i}, \quad k_{ij} = \frac{1}{A_i} \frac{\partial \Omega_j}{\partial \alpha_i} - \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_j} \Omega_i, \\ & i \neq j = 1, 2. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Из указанного вариационного уравнения следуют также естественные граничные условия на контуре срединной поверхности оболочки [8].

Здесь  $u_i, w, \Omega_i, \Omega_3$  – смещения и свободные повороты точек срединной поверхности;  $T_{ii}, S_{ij}, N_{i3}$  – компоненты тангенциальных и поперечных усилий;  $L_{ii}, L_{ij}, L_{i3}$  – моменты от моментных напряжений;  $\Gamma_{ii}, \Gamma_{ij}$  – тангенциальные деформации,  $\Gamma_{i3}$  – сдвиги;  $k_{ii}, k_{ij}, k_{i3}$  – изгибы-кручения срединной поверхности;  $p_i^\pm, p_3^\pm, m_i^\pm, m_3^\pm$  – компоненты заданных поверхностных напряжений и моментных напряжений, которые приложены на лицевых поверхностях оболочки.

**2. Соотношения неразрывности деформаций срединной поверхности оболочки для моментно-мембранной теории упругих тонких оболочек.** Эти соотношения в [7] получены из условий сплошности и

непрерывности:  $\frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} = \frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_1}, \frac{\partial^2 \bar{\Omega}}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} = \frac{\partial^2 \bar{\Omega}}{\partial \alpha_2 \partial \alpha_1}$  деформаций эквидис-

тантной поверхности оболочки. Соотношения неразрывности деформаций срединной поверхности оболочки нами получены также на основе вариационного принципа типа Кастилиано для моментно-мембранной теории упругих тонких оболочек.

Уравнения неразрывности деформаций срединной поверхности моментно-мембранной теории упругих тонких оболочек выражаются следующим образом [7]:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial(A_i \Gamma_{ii})}{\partial \alpha_j} - \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial(A_j \Gamma_{ji})}{\partial \alpha_i} - \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial A_j}{\partial \alpha_i} \Gamma_{ij} - \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_j} \Gamma_{ji} + \frac{\Gamma_{j3}}{R_i} + (-1)^j k_{i3} = 0, \\
& \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_2 \Gamma_{23})}{\partial \alpha_1} - \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_1 \Gamma_{13})}{\partial \alpha_2} - \frac{\Gamma_{21}}{R_1} + \frac{\Gamma_{12}}{R_2} + k_{11} + k_{22} = 0, \\
& \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial(A_i k_{ii})}{\partial \alpha_j} - \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial(A_j k_{ji})}{\partial \alpha_i} - \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial A_j}{\partial \alpha_i} k_{ij} - \frac{1}{A_i A_j} \frac{\partial A_i}{\partial \alpha_j} k_{ji} - \frac{k_{j3}}{R_i} = 0, \\
& \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_2 k_{23})}{\partial \alpha_1} - \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_1 k_{13})}{\partial \alpha_2} - \frac{k_{21}}{R_1} + \frac{k_{12}}{R_2} = 0, \quad i \neq j = 1, 2.
\end{aligned}$$

**3. Статико-геометрические аналогии.** Анализ представленных геометрических (2.1) и статических (1.2) соотношений моментно-мембранной теории упругих тонких оболочек позволяет установить определенное соответствие между физическими и геометрическими величинами:

$$\begin{aligned}
L_{11} &\leftrightarrow \Gamma_{21}, \quad L_{21} \leftrightarrow -\Gamma_{11}, \quad L_{12} \leftrightarrow \Gamma_{22}, \quad L_{22} \leftrightarrow -\Gamma_{12}, \\
L_{13} &\leftrightarrow \Gamma_{23}, \quad L_{23} \leftrightarrow -\Gamma_{13}, \quad N_{23} \leftrightarrow -k_{13}, \quad N_{13} \leftrightarrow k_{23}, \\
S_{21} &\leftrightarrow -k_{11}, \quad S_{12} \leftrightarrow k_{22}, \quad T_{11} \leftrightarrow k_{21}, \quad T_{22} \leftrightarrow -k_{12}.
\end{aligned} \tag{3.1}$$

С помощью такой аналогии можно ввести понятие так называемых сопряженных задач для рассматриваемой модели оболочек и сформулировать комплексные уравнения этой модели.

**4. Комплексное преобразование основных уравнений.** Как было установлено выражениями (3.1), уравнения неразрывности и равновесия подобны и могут быть получены из других уравнений простой заменой

$$T_{11}, T_{22}, S_{12}, S_{21}, N_{13}, N_{23}, L_{11}, L_{22}, L_{12}, L_{21}, L_{13}, L_{23},$$

величинами

$$k_{21}, -k_{12}, k_{22}, -k_{11}, k_{23}, -k_{13}, \Gamma_{21}, -\Gamma_{12}, \Gamma_{22}, -\Gamma_{11}, \Gamma_{23}, -\Gamma_{13}.$$

Подвергнем исходные уравнения моментно-мембранной теории упругих тонких оболочек комплексному преобразованию аналогично тому, как это сделано в работах [2, 3] в рамках классической теории оболочек.

На основании установленной статико-геометрической аналогии (3.1) введем в рассмотрение комплексные усилия и моменты, обозначив их волной:

$$\begin{aligned}
\tilde{T}_{11} &= T_{11} + i2Ehck_{21}, & \tilde{L}_{11} &= L_{11} + i2Ehc\Gamma_{21}, \\
\tilde{T}_{22} &= T_{22} - i2Ehck_{12}, & \tilde{L}_{22} &= L_{22} - i2Ehc\Gamma_{12}, \\
\tilde{S}_{12} &= S_{12} + i2Ehck_{22}, & \tilde{L}_{12} &= L_{12} + i2Ehc\Gamma_{22}, \\
\tilde{S}_{21} &= S_{21} - i2Ehck_{11}, & \tilde{L}_{21} &= L_{21} - i2Ehc\Gamma_{11},
\end{aligned} \tag{4.1}$$

$$\begin{aligned}\tilde{N}_{13} &= N_{13} + i2Ehck_{23}, & \tilde{L}_{13} &= L_{13} + i2Ehc\Gamma_{23}, \\ \tilde{N}_{23} &= N_{23} - i2Ehck_{13}, & \tilde{L}_{23} &= L_{23} - i2Ehc\Gamma_{13},\end{aligned}$$

где  $i = \sqrt{-1}$ ,  $c = h\sqrt{1-v^2}$ .

Очевидно при этом

$$\begin{aligned}\{T_{11}, T_{22}, S_{12}, S_{21}, N_{13}, N_{23}, L_{11}, L_{22}, L_{12}, L_{21}, L_{13}, L_{23}\} = \\ \operatorname{Re}\{\tilde{T}_{11}, \tilde{T}_{22}, \tilde{S}_{12}, \tilde{S}_{21}, \tilde{N}_{13}, \tilde{N}_{23}, \tilde{L}_{11}, \tilde{L}_{22}, \tilde{L}_{12}, \tilde{L}_{21}, \tilde{L}_{13}, \tilde{L}_{23}\}.\end{aligned}\quad (4.2)$$

Умножив каждое из уравнений неразрывности (2.1) на  $-2iEhc$  и сложив их с уравнениями равновесия (1.2), получим, что на основе (4.1) системы уравнений равновесия (1.2) и неразрывности (2.1) можно заменить одной системой уравнений в комплексных усилиях и моментах:

$$\begin{aligned}\frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_2 \tilde{T}_{11})}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_1 \tilde{S}_{21})}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} \tilde{S}_{12} - \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \tilde{T}_{22} + \frac{\tilde{N}_{13}}{R_1} = -(p_1^+ - p_1^-), \\ \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_2 \tilde{S}_{12})}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_1 \tilde{T}_{22})}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \tilde{S}_{21} - \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} \tilde{T}_{11} + \frac{\tilde{N}_{23}}{R_2} = -(p_2^+ - p_2^-), \\ \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_2 \tilde{N}_{13})}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_1 \tilde{N}_{23})}{\partial \alpha_2} - \frac{\tilde{T}_{11}}{R_1} - \frac{\tilde{T}_{22}}{R_2} = -(p_3^+ - p_3^-), \\ \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_2 \tilde{L}_{11})}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_1 \tilde{L}_{21})}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} \tilde{L}_{12} - \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \tilde{L}_{22} + \frac{\tilde{L}_{13}}{R_1} + \tilde{N}_{23} = \\ = -(m_1^+ - m_1^-) + h(p_2^+ + p_2^-), \\ \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_2 \tilde{L}_{12})}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_1 \tilde{L}_{22})}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \tilde{L}_{21} - \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} \tilde{L}_{11} + \frac{\tilde{L}_{23}}{R_2} - \tilde{N}_{13} = \\ = -(m_2^+ - m_2^-) - h(p_1^+ + p_1^-), \\ \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_2 \tilde{L}_{13})}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial(A_1 \tilde{L}_{23})}{\partial \alpha_2} - \frac{\tilde{L}_{11}}{R_1} - \frac{\tilde{L}_{22}}{R_2} + (\tilde{S}_{12} - \tilde{S}_{21}) = -(m_3^+ - m_3^-).\end{aligned}\quad (4.3)$$

Полученная система (4.3), по виду совпадающая с обычными уравнениями равновесия (1.2), может быть положена в основу исследования задач моментно-мембранной теории упругих тонких оболочек. Ее главным достоинством, как и достоинством комплексного метода в целом, является сокращение вдвое порядка разрешающих уравнений.

Ширакский государственный университет им. М. Налбандяна  
e-mail: s\_sargsyan@yahoo.com

**Член-корреспондент НАН РА С. О. Саркисян**

**Статико-геометрическая аналогия и введение комплексного преобразования в моментно-мембранную теорию упругих тонких оболочек**

Установлена статико-геометрическая аналогия для моментно-мембранной теории упругих тонких оболочек, исходя из которой основные уравнения этой теории записаны через комплексные неизвестные, попарно составленные из величин-аналогов.

**ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Ս. Հ. Սարգսյան**

**Առաձգական բարակ թաղանթների մոմենտամեմբրանային տեսության ստատիկաերկրաչափական անալոգիան և կոմպլեքս ձևափոխությունների իրականացումը**

Առաձգական բարակ թաղանթների մոմենտամեմբրանային տեսության համար հաստատվում են ստատիկաերկրաչափական անալոգիաները, և նրանց հիման վրա այս տեսության հիմնական հավասարումները ներկայացվում են կոմպլեքս անհայտների միջոցով, որոնք կազմվում են անալոգ-մեծությունների օգնությամբ:

**Corresponding member of NAS RA S. H. Sargsyan**

**Static-Geometric Analogy and the Introduction of a Complex Transformation in the Moment-Membrane Theory of Elastic Thin Shells**

In the present work a static-geometric analogy is established for the moment-membrane theory of elastic thin shells, on the basis of which the basic equations of this theory are written in terms of complex unknowns, composed of pairs of analog-values.

**Литература**

1. *Гольденвейзер А. Л.* Теория упругих тонких оболочек. М. ГИТТЛ. 1953. 544 с.
2. *Новожилов В. В.* Теория тонких оболочек. Л. ГИСУ. 1951. 344 с.
3. *Новожилов В. В.* В кн.: Труды IV Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин. Ереван, 24-31 октября 1962 г. Ереван. Изд-во АН АрмССР. 1963. С. 107-115.
4. *Пелех Б. Л.* Теория оболочек с конечной сдвиговой жесткостью. Киев. Наукова думка. 1973. 248 с.
5. *Подстригач Я. С., Швец Р. Н.* Термоупругость тонких оболочек. Киев. Наукова думка. 1978. 344 с.
6. *Саркисян С. О.* – Физическая мезомеханика. 2020. Т. 23. № 4. С. 13-19.
7. *Саркисян С. О.* – Изв. НАН Армении. Механика. 2020. Т. 73. № 4. С. 48-57.
8. *Саркисян С. О.* – Изв. НАН Армении. Механика. 2021. Т. 74. № 1. С. 58-68.
9. *Nowacki W.* Theory of Asymmetric Elasticity. Oxford. New York. Toronto. Sydney. Paris. Frankfurt. Pergamon Press. 1986. 383 p.

УДК 62.50; 621.38

А. А. Гукасян

**Об управляемости процесса многоэтапного обслуживания  
технологического участка манипулятора  
с векторным управлением**

(Представлено академиком Л. А. Агаловяном 16/VIII 2021)

**Ключевые слова:** *многозвенный манипулятор, технологический процесс обслуживания, управляемость.*

**Введение.** Рассматривается технологический процесс, который состоит из подвижных или неподвижных объектов (целей) и управляемого многозвенного манипулятора с векторным управлением. Задача манипулятора состоит в обслуживании непрерывной работы объектов в зависимости от технологического назначения и критериев качества управляемого процесса. Исследуются вопросы управляемости в случае, когда движение манипулятора с векторным управлением на каждом интервале обслуживания описывается линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, а движения объектов заданы. Динамические характеристики манипулятора в зависимости от массы переносимого груза или инструмента могут изменяться в процессе обслуживания. В [1-6] приводятся математические модели процессов обслуживания манипулятором технологического процесса, а также обсуждаются различные варианты оптимизации управляемого процесса. Эти исследования являются продолжением работы [7], где рассматривается модель управляемого технологического процесса, состоящего из подвижных конвейеров, тележки с различными деталями и адаптивным манипулятором.

**1. Постановка задачи обслуживания.** В общем случае предполагаем, что движения объектов заданы [1-6], а динамика движения манипулятора на каждом интервале обслуживания  $[t_{i-1}, t_i]$  ( $i=1, 2, \dots, k$ ) описывается линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами и векторным управлением

$$\dot{\mathbf{x}}^i = \mathbf{A}_i \mathbf{x}^i + \mathbf{B}_i \mathbf{u} \quad (i=1, 2, \dots, k), \quad (1.1)$$

где матрицы  $\mathbf{A}_i$  и  $\mathbf{B}_i$  зависят от некоторого параметра  $\omega^i (i=1,2,\dots,k)$ , входящего в систему уравнений движения манипулятора, который может изменяться после каждой встречи с объектами. В практических задачах обслуживания параметром  $\omega^i (i=1,2,\dots,k)$  может являться масса переносимого манипулятором груза или инструмента [8, 9].

Уравнения (1.1) представим в виде

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}^1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}^1 + \mathbf{B}_1 \mathbf{u}, t \in [t_0, t_1] \\ \dot{\mathbf{x}}^2 = \mathbf{A}_2 \mathbf{x}^2 + \mathbf{B}_2 \mathbf{u}, t \in [t_1, t_2] \\ \dots \\ \dot{\mathbf{x}}^{k-1} = \mathbf{A}_{k-1} \mathbf{x}^{k-1} + \mathbf{B}_{k-1} \mathbf{u}, t \in [t_{k-2}, t_{k-1}] \\ \dot{\mathbf{x}}^k = \mathbf{A}_k \mathbf{x}^k + \mathbf{B}_k \mathbf{u}, t \in [t_{k-1}, t_k = T] \end{cases} \quad (1.2)$$

Здесь  $k$  – количество интервалов обслуживания  $[t_{i-1}, t_i] (i=1,2,\dots,k)$ ,  $\mathbf{x}^i$  –  $n$ -мерный фазовый вектор состояния манипулятора, который соответствует движению на интервале времени  $[t_{i-1}, t_i]$ ,  $\mathbf{A}_i$  –  $(n \times n)$ -мерная матрица с постоянными элементами  $\{a_{i,j}^i(\omega^i)\}_{i,j=1}^{n,n}$  на интервале времени  $[t_{i-1}, t_i]$ , характеризующими динамические свойства механической системы манипулятора в зависимости от параметра  $\omega^i$  (здесь предполагается, что изменение параметра происходит скачкообразно в моменты времени  $t_{i-1} (i=1,2,\dots,k)$ ),  $\mathbf{B}_i$  –  $(n \times r)$ -мерная матрица с постоянными элементами  $\{b_{i,j}^i\}_{i,j=1}^{n,r}$  на интервале времени  $[t_{i-1}, t_i]$ , характеризующими возможность системы управления манипулятора на интервале времени  $[t_{i-1}, t_i]$ ,  $\mathbf{u}$  –  $r (r \leq n)$ -мерный вектор управления,  $t \in [t_0, T]$  ( $t_0$  – начальный,  $t_k = T$  – конечный момент времени). Моменты времени  $t_i (i=1,2,\dots,k)$  ( $t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{k-1} < t_k = T$ ) могут быть фиксированными или определяться из дополнительных условий.

Матрицы  $\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i$  и векторы  $\mathbf{x}^i, \mathbf{u}$  ( $i=1,2,\dots,k$ ) имеют вид

$$\mathbf{A}_i = \begin{pmatrix} a_{11}^i & a_{12}^i & \dots & a_{1n}^i \\ a_{21}^i & a_{22}^i & \dots & a_{2n}^i \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1}^i & a_{n2}^i & \dots & a_{nn}^i \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_i = \begin{pmatrix} b_{11}^i & b_{12}^i & \dots & b_{1r}^i \\ b_{21}^i & b_{22}^i & \dots & b_{2r}^i \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ b_{n1}^i & b_{n2}^i & \dots & b_{nr}^i \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

$$\mathbf{x}^i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i)^T, \quad \mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_r)^T, \quad (i=1,2,\dots,k)$$

Предполагая, что движения объектов обслуживания заданы, в каждый промежуточный момент времени  $t_i (i=1,2,\dots,k)$  их состояние в  $n$ -мерном пространстве определим фазовым вектором  $\mathbf{z}^i (i=1,2,\dots,k)$  [2].

При сделанных предположениях краевые условия для задачи обслуживания можно сформулировать следующим образом. В пространстве состояний заданы произвольные начальные (при  $t = t_0, i = 1$ ) и конечные (при  $t = T, i = k$ ) положения системы (1.2) в виде

$$\Phi_0(\mathbf{x}^1(t_0)) = 0, \Phi_k(\mathbf{x}^k(T)) = 0, \quad (1.4)$$

а в промежуточные моменты времени  $t_i (i = 1, 2, \dots, k)$  фазовые векторы составных систем (1.2) удовлетворяют условиям

$$\Phi_i(\mathbf{x}^i(t_i), \mathbf{z}^i(t_i), \mathbf{x}^{i+1}(t_i)) = 0, (i = 1, 2, \dots, k-1). \quad (1.5)$$

Условия (1.4) и (1.5) означают, что в начальный ( $t = t_0$ ), конечный ( $t = T$ ) и промежуточные  $t_i (i = 1, 2, \dots, k-1)$  моменты времени фазовые состояния схвата манипулятора и объектов обслуживания принадлежат некоторым многообразиям. Условие (1.5) является условием преемственности и означает, что в момент времени  $t_i$  конечное состояние  $i$ -ой динамической системы (1.2) и объекта обслуживания, а также начальное состояние  $(i+1)$ -ой системы (1.2) принадлежат некоторой области. С математической точки зрения (1.4) и (1.5) дают возможность рассматривать обслуживание манипулятором технологического процесса как управление движением манипулятора с переменной динамикой и промежуточными состояниями [10, 11]. Время нахождения манипулятора около каждого объекта не учитывается, т.е. считается, что в момент времени  $t_i$  манипулятор обслуживает объект под номером  $i$  и мгновенно направляется к другому объекту под номером  $(i+1)$  [7].

В частном случае, когда начальное, конечное и промежуточные состояния заданы (фиксированы), условия (1.4) можно записать следующим образом:

$$\mathbf{x}^1(t_0) = \mathbf{x}^{1,t_0}, \mathbf{x}^k(t_k) = \mathbf{x}^k(T) = \mathbf{x}^{k,T}, \quad (1.6)$$

а в промежуточные моменты времени  $t_i (i = 1, 2, \dots, k-1)$  (1.5) может иметь вид

$$\mathbf{x}^i(t_i) = \mathbf{z}^i(t_i) = \mathbf{x}^{i+1}(t_i), t \in [t_i, t_{i+1}] (i = 1, 2, \dots, k-1). \quad (1.7)$$

Поскольку на каждом интервале времени  $t \in [t_i, t_{i+1}] (i = 1, 2, \dots, k)$  движение манипулятора описывается системой линейных дифференциальных уравнений (1.2), то при надлежащем выборе управляющей вектор-функции  $\mathbf{u} = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t))^T$  из области допустимых управлений имеем единственную траекторию движения манипулятора, удовлетворяющую

условиям (1.6), (1.7). Полученные таким образом решения  $\mathbf{x}(t) = \{\mathbf{x}^i(t)\}$  уравнений (1.2), где  $\mathbf{x}^i(t) = (x_1^i(t), x_2^i(t), \dots, x_n^i(t))^T$  ( $i=1, 2, \dots, k$ ), являются непрерывными и кусочно-дифференцируемыми, то есть всегда, кроме моментов времени  $t_i$  ( $i=1, 2, \dots, k$ ), решение  $\mathbf{X}(t)$  является непрерывно дифференцируемым.

**2. Управляемость процесса обслуживания.** Как известно [12–15], каждая система из совокупности (1.2)

$$\dot{\mathbf{x}}^i = \mathbf{A}_i \mathbf{x}^i + \mathbf{B}_i \mathbf{u} \quad (i=1, 2, \dots, k) \quad (2.1)$$

при векторном управлении  $\mathbf{u} = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t))^T$  является вполне управляемой на интервале  $t \in [t_i, t_{i+1}]$  ( $i=1, 2, \dots, k$ ), если ранг матрицы управляемости равен  $n$ , т.е.

$$\text{rang}(\mathbf{B}_i \quad \mathbf{A}_i \mathbf{B}_i \quad \mathbf{A}_i^2 \mathbf{B}_i \cdots \mathbf{A}_i^{n-1} \mathbf{B}_i) = n \quad (i=1, 2, \dots, k), \quad (2.2)$$

и неуправляемой на интервале  $t \in [t_i, t_{i+1}]$  ( $i=1, 2, \dots, k$ ), если

$$\text{rang}(\mathbf{B}_i \quad \mathbf{A}_i \mathbf{B}_i \quad \mathbf{A}_i^2 \mathbf{B}_i \cdots \mathbf{A}_i^{n-1} \mathbf{B}_i) < n \quad (i=1, 2, \dots, k). \quad (2.3)$$

Матрица управляемости  $(\mathbf{B}_i \quad \mathbf{A}_i \mathbf{B}_i \quad \mathbf{A}_i^2 \mathbf{B}_i \cdots \mathbf{A}_i^{n-1} \mathbf{B}_i)$  имеет размерность  $(n \times nr)$ .

Следуя [13, 14], приведем определение вполне управляемости автономной динамической системы (2.1) при векторном управлении размерности  $r \leq n$ . Автономная система (2.1) на интервале времени  $[t_{i-1}, t_i]$  называется вполне управляемой (обладает свойством управляемости), если для любой пары точек  $\mathbf{x}^i(t_{i-1})$  и  $\mathbf{x}^i(t_i)$  ( $i=1, 2, \dots, k$ ) существует ограниченное измеримое векторное управление  $\mathbf{u}(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t))^T$ ,  $t \in [t_{i-1}, t_i]$ , переводящее систему (2.1) из точки  $\mathbf{x}^i(t_{i-1})$  в точку  $\mathbf{x}^i(t_i)$  ( $i=1, 2, \dots, k$ ). Из определения вполне управляемости системы (2.1) и условий (1.6), (1.7) следует обобщенное определение вполне управляемости совокупности (1.2) на интервале времени  $t \in [t_0, T]$ .

**Определение.** Совокупность систем (1.2) на интервале времени  $[t_0, T]$  является вполне управляемой (обладает свойством управляемости), если для любого начального  $\mathbf{x}^1(t_0)$  и конечного  $\mathbf{x}^k(T)$  состояний существует допустимое векторное управление  $\mathbf{u}(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t))^T$ ,  $t \in [t_0, T]$ , переводящее (1.2) из начального состояния в конечное, с обеспечением в промежуточные моменты времени  $t_i$  ( $t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_{k-1} < t_k = T$ ) условий  $\mathbf{x}^i(t_i) = \mathbf{x}^{i+1}(t_i)$  ( $i=1, 2, \dots, k-1$ ). Управление при этом строится как объединение управлений  $\mathbf{u}_p = \{\mathbf{u}^i(t)\}$  ( $i=1, 2, \dots, k-1$ ) манипулятором на каждом этапе обслуживания.

Как следует из определения, управляемость технологического процесса в целом зависит от управляемости на каждом интервале обслуживания, и нетрудно убедиться, что процесс обслуживания является управляемым, если он вполне управляем на каждом этапе, и неуправляемым, если хотя бы одна из систем (1.2) не вполне управляема на своем интервале определения.

Для доказательства этого утверждения по аналогии с [1–5] предполагаем, что на интервале времени  $[t_0, T]$  имеется только один промежуточный момент  $t_1$ , где происходит изменение динамических характеристик механической системы манипулятора (1.1), движение которого на каждом интервале  $[t_0, t_1], [t_1, T]$  ( $k=2$ ) с векторными управлениями описывается уравнениями

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}^1 = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}^1 + \mathbf{B}_1 \mathbf{u}, t_0 \leq t \leq t_1 \\ \dot{\mathbf{x}}^2 = \mathbf{A}_2 \mathbf{x}^1 + \mathbf{B}_2 \mathbf{u}, t_1 \leq t \leq t_2 = T \end{cases}, \quad (2.4)$$

где начальные и конечные условия, а также условия преемственности имеют вид

$$\mathbf{x}^1(t_0) = \mathbf{x}_0^1, \mathbf{x}^1(t_1) = \mathbf{z}^1(t_1) = \mathbf{x}^2(t_1), \mathbf{x}^2(t_2) = \mathbf{x}_T^2. \quad (2.5)$$

Для удобства дальнейшего исследования вопросов о вполне управляемости на всем промежутке времени  $[t_0, T]$  формально расширим размеры пространства состояний в два раза и введем  $2n$ -мерный вектор состояния манипулятора  $\mathbf{y}$

$$\mathbf{y} = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1, x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2)^T, t \in [t_0, t_2], \quad (2.6)$$

где

$$\mathbf{y}^1 = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1, 0, 0, \dots, 0)^T, t \in [t_0, t_1] \quad (2.7)$$

$$\mathbf{y}^2 = (0, 0, \dots, 0, x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2)^T, t \in [t_1, t_2]. \quad (2.8)$$

Условия преемственности в момент времени  $t_1$ , то есть  $\mathbf{x}^1(t_1) = \mathbf{z}^1(t_1) = \mathbf{x}^2(t_1)$  для переменных (2.6)-(2.8), можно представить в виде

$$|\mathbf{y}^1(t_1)| = |\mathbf{y}^2(t_1)| (x_i^1(t_1) = x_i^2(t_1), i = 1, 2, \dots, n)$$

Введем матрицы  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{D}$  с размерностями  $(2n \times 2n)$   $(2n \times r)$ , соответственно,

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

где матрицы  $\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i$  определяются из (1.3) ( $\mathbf{C}$  – блочная матрица).

В соответствии с (2.6)-(2.9) матрицы  $\mathbf{C}$  и  $\mathbf{D}$  можно представить в виде суммы матриц

$$\mathbf{C}_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \mathbf{C}_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_2 \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

$$\mathbf{D}_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \mathbf{D}_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_2 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

(матрицы  $\mathbf{0}$  с нулевыми элементами в (2.10) имеют размерности  $(n \times n)$ , а в (2.11) –  $(n \times r)$ ).

С учетом (2.6)-(2.11) системы уравнений (2.4) в общем случае можно представить в виде

$$\begin{cases} \mathbf{y}^1 = \mathbf{C}_1 \mathbf{y}^1 + \mathbf{D}_1 \mathbf{u}, t \in [t_0, t_1] \\ \mathbf{y}^2 = \mathbf{C}_2 \mathbf{y}^2 + \mathbf{D}_2 \mathbf{u}, t \in [t_1, t_2] \end{cases} \quad (2.12)$$

Из (2.6)-(2.11) следует, что первую систему уравнений в (2.12) можно рассматривать на всем промежутке времени  $[t_0, t_2]$  с нулевыми элементами в  $[t_1, t_2]$  (с нулевым продолжением), а вторую систему – в  $[t_0, t_2]$  с нулевыми элементами в  $[t_0, t_1]$ .

Начальными и конечными условиями для задач управления (2.12), соответственно, являются

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^1(t_0) &= (x_1^1(t_0), x_2^1(t_0), \dots, x_n^1(t_0), 0, 0, \dots, 0)^T, \mathbf{y}^1(t_1) = (x_1^1(t_1), x_2^1(t_1), \dots, x_n^1(t_1), 0, 0, \dots, 0)^T \\ \mathbf{y}^2(t_1) &= (0, 0, \dots, 0, x_1^2(t_1), x_2^2(t_1), \dots, x_n^2(t_1))^T, \mathbf{y}^2(t_2) = (0, 0, \dots, 0, x_1^2(t_2), x_2^2(t_2), \dots, x_n^2(t_2))^T \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$|\mathbf{y}^1(t_i)| = |\mathbf{y}^2(t_i)|, (x_i^1(t_i) = x_i^2(t_i), i = 1, 2, \dots, n)$$

Объединяя системы (2.12) с учетом (2.6)-(2.13), процесс обслуживания формально можно описать уравнением

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\mathbf{y} + \mathbf{D}\mathbf{u}, t \in [t_0, t_2], \quad (2.14)$$

где вектор  $\mathbf{y}$  и матрицы  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$  определяются из (2.6)-(2.8) и (2.9)-(2.11), соответственно.

Поскольку в каждый момент времени  $t \in [t_0, t_2]$  (2.14) совпадает либо с первым уравнением из (2.12), либо со вторым, то для переменных и параметров (2.6)-(2.13) матрицы управляемости (2.2) для (2.12) имеют следующие структуры, соответственно:

$$\mathbf{M}_1 = (\mathbf{D}_1 \quad \mathbf{C}_1 \mathbf{D}_1 \quad \mathbf{C}_1^2 \mathbf{D}_1 \quad \dots \quad \mathbf{C}_1^{n-1} \mathbf{D}_1) = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 & \mathbf{A}_1^2 \mathbf{B}_1 & \dots & \mathbf{A}_1^{n-1} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \text{ при } t \in [t_0, t_1] \quad (2.15)$$

и

$$\mathbf{M}_2 = (\mathbf{D}_2 \quad \mathbf{C}_2 \mathbf{D}_2 \quad \mathbf{C}_2^2 \mathbf{D}_2 \cdots \mathbf{C}_2^{n-1} \mathbf{D}_2) = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_2 & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 & \mathbf{A}_2^2 \mathbf{B}_2 & \cdots & \mathbf{A}_2^{n-1} \mathbf{B}_2 \end{pmatrix}, \text{ при } t \in [t_1, t_2]. \quad (2.16)$$

Здесь матрицы  $\mathbf{M}_1$  и  $\mathbf{M}_2$  имеют размерности  $(2n \times nr)$ , соответственно.

С учетом (2.2), (2.3), (2.15), (2.16)  $\text{rang} \mathbf{M}_i$  ( $i=1, 2$ ) совпадает с (2.2) и (2.3) при  $i=1, 2$ .

Объединяя матрицы (2.15), (2.16), получим

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^1 = \{\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2\} &= \{(\mathbf{D}_1 \quad \mathbf{C}_1 \mathbf{D}_1 \quad \mathbf{C}_1^2 \mathbf{D}_1 \cdots \mathbf{C}_1^{n-1} \mathbf{D}_1), (\mathbf{D}_2 \quad \mathbf{C}_2 \mathbf{D}_2 \quad \mathbf{C}_2^2 \mathbf{D}_2 \cdots \mathbf{C}_2^{n-1} \mathbf{D}_2)\} = \\ &= \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 & \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 & \mathbf{A}_1^2 \mathbf{B}_1 & \cdots & \mathbf{A}_1^{n-1} \mathbf{B}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{B}_2 & \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 & \mathbf{A}_2^2 \mathbf{B}_2 & \cdots & \mathbf{A}_2^{n-1} \mathbf{B}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{22} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Блочная диагональная матрица  $\mathbf{M}^1$  имеет размерность  $(2n \times 2nr)$ , где  $\mathbf{M}_{11} = (\mathbf{B}_1 \quad \mathbf{A}_1 \mathbf{B}_1 \quad \mathbf{A}_1^2 \mathbf{B}_1 \cdots \mathbf{A}_1^{n-1} \mathbf{B}_1)$  совпадает с матрицей управляемости первой системы совокупности (2.12), а  $\mathbf{M}_{22} = (\mathbf{B}_2 \quad \mathbf{A}_2 \mathbf{B}_2 \quad \mathbf{A}_2^2 \mathbf{B}_2 \cdots \mathbf{A}_2^{n-1} \mathbf{B}_2)$  – с матрицей управляемости второй системы. В рассматриваемом случае (2.15)-(2.17) имеем [16]

$$\text{rang} \mathbf{M}^1 = \text{rang} \mathbf{M}_{11} + \text{rang} \mathbf{M}_{22}. \quad (2.18)$$

В частном случае при  $r=1$  (управление манипулятора – скалярная функция) матрица  $\mathbf{M}^1$  квадратичная, имеет размерность  $(2n \times 2n)$  и подробно исследована в работе [2], согласно которой имеем

$$\det \mathbf{M}^1 = \det \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{22} \end{pmatrix} = \det (\mathbf{M}_{11} \times \mathbf{M}_{22}) = \det \mathbf{M}_{11} \times \det \mathbf{M}_{22}. \quad (2.19)$$

Если  $\det \mathbf{M}^1 \neq 0$ , то  $\text{rang} \mathbf{M}^1 = \text{rang} \mathbf{M}_{11} + \text{rang} \mathbf{M}_{22} = 2n$  и за матрицу управляемости для объединения (2.12) при  $r=1$  на всем промежутке времени можно принять матрицу  $\mathbf{M}^1$ .

Из (2.19) следует, что процесс обслуживания вполне управляем на интервале времени  $t \in [t_0, T]$  тогда и только тогда, когда обе системы в (2.12) при  $r=1$  и при (2.5) вполне управляемы на интервалах времени  $[t_0, t_1]$  и  $[t_1, t_2]$ , соответственно, и не управляемы, если одна из систем в (2.12) не вполне управляема на своем интервале определения, т.е.  $\det \mathbf{M}^1 = \det \mathbf{M}_{11} \times \det \mathbf{M}_{22} = 0$ , если  $\text{rang} \mathbf{M}_{11}$  или  $\text{rang} \mathbf{M}_{22}$  меньше, чем  $n$ . Эти результаты совпадают с результатами исследования [2].

При  $1 < r \leq n$  для рассматриваемого случая имеем (2.17). Если системы в (2.4) при (2.5) вполне управляемы на своих интервалах движений  $[t_0, t_1]$  и  $[t_1, t_2]$ , то  $\text{rangM}_{11} = n$  и  $\text{rangM}_{22} = n$  ( $\text{rangM}_{11} < n$ , или  $\text{rangM}_{22} < n$  в противном случае). По аналогии с [2] в качестве матрицы управляемости для объединения (2.4) на промежутке времени  $[t_0, t_2]$  можно принять матрицу  $\mathbf{M}^1$ . Следовательно, процесс обслуживания вполне управляем, если

$$\text{rangM}_{11} = n, \text{rangM}_{22} = n \text{ и } \text{rangM}^1 = \text{rangM}_{11} + \text{rangM}_{22} = 2n \quad (2.20)$$

и не вполне управляем на интервале времени  $[t_0, t_2]$ , если

$$\text{rangM}^1 < 2n \text{ (} \text{rangM}_{11} < n, \text{ или } \text{rangM}_{22} < n \text{ )} \quad (2.21)$$

Нетрудно убедиться, что утверждение об управляемости верно, когда процесс обслуживания технологического процесса состоит из  $k$  участков ( $k$  – ограниченное число), где происходит изменение динамических характеристик манипулятора и динамика движения описывается объединением систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (1.2) с условиями (1.6), (1.7).

Матрица управляемости для объединения систем (1.2) определяется следующим образом:

$$\mathbf{M}^k = (\mathbf{M}_1 \ \mathbf{M}_2 \ \dots \ \mathbf{M}_i \ \dots \ \mathbf{M}_k) = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{22} & \dots & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{M}_{ii} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \dots & \mathbf{0} & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{M}_{kk} \end{pmatrix}, t \in [t_0, T] \quad (2.22)$$

где матрица  $\mathbf{M}^k$  имеет размерность  $(nk \times nkr)$ .

Здесь  $\mathbf{M}_{ii} = (\mathbf{B}_i \ \mathbf{A}_i \mathbf{B}_i \ \mathbf{A}_i^2 \mathbf{B}_i \ \dots \ \mathbf{A}_i^{n-1} \mathbf{B}_i)$  совпадает с матрицей управляемости процесса обслуживания на интервале времени  $t \in [t_{i-1}, t_i] (i = 1, 2, \dots, k)$ .

$$\text{По аналогии с (2.18) имеем } \text{rangM}^k = \sum_{i=1}^k \text{rangM}_{ii}.$$

Если процесс обслуживания на каждом этапе является вполне управляемым, т.е.

$$\text{rangM}_{ii} = n (i = 1, 2, \dots, k), \text{ то } \text{rangM}^k = kn. \quad (2.23)$$

Из (2.23) следует, что весь процесс обслуживания является вполне управляемым.

В случае, когда одна из систем (1.2) на своем интервале движения является не вполне управляемой,

$$\text{rangM}^k < kn. \quad (2.24)$$

Из (2.24) следует, что процесс обслуживания манипулятором технологического процесса на всем интервале времени  $[t_0, T]$  не вполне управля-

ем, если одна из систем (1.2) не вполне управляема.

В частном случае, когда  $r = 1$  (скалярное управление манипулятором) и при  $k$  промежуточных моментах изменений динамических характеристик манипулятора, матрица управляемости  $\mathbf{M}^k$  (2.22) имеет квадратную структуру с размерностью  $(kn \times kn)$  [2], где

$$\det \mathbf{M}^k = \det(\mathbf{M}_{11} \times \mathbf{M}_{22} \times \dots \times \mathbf{M}_{k-k-1} \times \mathbf{M}_{kk}) = \det \mathbf{M}_{11} \times \det \mathbf{M}_{22} \times \dots \times \det \mathbf{M}_{k-k-1} \times \det \mathbf{M}_{kk} \quad (2.25)$$

Здесь матрица  $\mathbf{M}_{ii}$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) является матрицей управляемости системы под номером  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) из (1.2) при  $r = 1$  на интервале времени  $t \in [t_{i-1}, t_i]$  и имеет размерность  $(n \times n)$ .

Из  $\det \mathbf{M}^k \neq 0$  следует, что все матрицы  $\mathbf{M}_{jj}$  ( $j = 1, 2, \dots, k$ ) имеют максимальный  $\text{rang}$ , равный  $n$ , и  $\text{rang} \mathbf{M}^k = kn$ , тогда процесс обслуживания на каждом этапе является вполне управляемым. Из чего следует, что весь процесс обслуживания на промежутке  $[t_0, T]$  является вполне управляемым. Если хотя бы одна система из (1.2) не вполне управляема на своем интервале определения, то  $\text{rang} \mathbf{M}^k < kn$  и весь процесс обслуживания на интервале  $[t_0, T]$  не вполне управляем.

**Следовательно**, управляемость процесса обслуживания манипулятором технологического участка при скалярном и векторном управлении на всем интервале времени  $[t_0, T]$  зависит от управляемости на каждом этапе обслуживания и процесс является вполне управляемым, если он на каждом этапе  $[t_{i-1}, t_i]$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) вполне управляем, и неуправляемым, если хотя бы на одном интервале обслуживания он не вполне управляем. Определена матрица управляемости технологического процесса при векторном управлении манипулятора и проведены сравнения со скалярным управлением.

Институт механики НАН РА,  
Горисский государственный университет  
e-mail: ghukasyan10@yandex.com

**А. А. Гукасян**

### **Об управляемости процесса многоэтапного обслуживания технологического участка манипулятора с векторным управлением**

Приведена математическая модель технологического участка, которая состоит из подвижных или неподвижных объектов (целей) и управляемого многозвенного манипулятора с векторным управлением. Исследуются вопросы управляемости технологического процесса в случае, когда движение манипулятора на каждом интервале обслуживания описывается линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, а движения объектов заданы. Показано, что весь процесс обслуживания при скалярном и векторном

управлении манипулятора является вполне управляемым, если процесс обслуживания на каждом этапе вполне управляем, и неуправляемым в противном случае. Определена матрица управляемости.

**Ա. Ա. Ղուկասյան**

**Տեխնոլոգիական տեղամասի բազմփուլային մատակարարման  
պրոցեսի դեկավարելիության մասին մանիպուլյատորի  
վեկտորական դեկավարմամբ**

Բերված է տեխնոլոգիական տեղամասի մաթեմատիկական մոդել, որը բաղկացած է շարժական կամ անշարժ օբյեկտներից (նպատակներից) և դեկավարվող բազմօղակ մանիպուլյատորից վեկտորական դեկավարմամբ: Ուսումնասիրվում են տեխնոլոգիական պրոցեսի դեկավարելիության հարցերը, երբ մանիպուլյատորի շարժումը մատակարարման յուրաքանչյուր էտապում նկարագրվում է հաստատուն գործակիցներով գծային դիֆերենցիալ հավասարումների միջոցով, իսկ օբյեկտների շարժումը տրված է: Ցույց է տրված, որ մատակարարման ամբողջ պրոցեսը մանիպուլյատորի վեկտորական և սկալյար դեկավարման դեպքում լրիվ դեկավարելի է, եթե մատակարարման պրոցեսը յուրաքանչյուր էտապում լրիվ դեկավարելի է և չդեկավարվող հակառակ դեպքում: Որոշված է դեկավարելիության մատրիցան:

**A. A. Ghukasyan**

**On the Controllability of the Process of the Multi-Stage Maintenance  
of the Technological Section of the Manipulator  
with Vector Control**

The paper presents a mathematical model of a technological section, which consists of either mobile or stationary objects (targets) and controlled multi-link manipulator with vector control. The issues of the controllability of the technological process, in the case when the movement of the manipulator at each service interval is described by linear differential equations with constant coefficients, and the movements of the objects are given, are also investigated. It is shown that the entire service process under scalar and vector control of the manipulator is completely controllable if the service process at each stage is completely controllable and not controllable otherwise. The matrix of controllability has been determined as well.

**Литература**

1. *Гукасян А. А.* В: Сб. науч. трудов междунар. конф. «Экстремальная робототехника (ЭР-2016)». СПб. 2016. С. 153-159.
2. *Гукасян А. А.* – Изв. НАН РА. Механика. 2017. Т. 70. № 3. С. 26-38.
3. *Ghukasyan A., Ordyan A. Ya.* In: IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 991 (2018) 012026 doi: 10.1088/1742-6596/991/1/012026; 5th International Conference on Topical Problems of Continuum Mechanics with a Special Session in Honor of Alexander Manzhirrov's 60th Birthday, 2–7 October 2017, Tsakhkadzor, Armenia: Accepted papers received: 15 March 2018 Published online: 13 April 2018.

4. *Гукасян А. А., Ордян А. Я.* В: Сб. науч. трудов междунар. конф. «Актуальные проблемы механики сплошной среды». Цахкадзор, Армения, 2017, октябрь 2-7. С. 75-76.
5. *Гукасян А. А., Ордян А. Я.* В: Сб. науч. трудов 9-й междунар. конф. «Актуальные проблемы механики сплошной среды» Горис, Армения, 2018, октябрь 1-6. С. 143-147.
6. *Гукасян А. А., Ордян А. Я.* В: Сб. науч. трудов 6-й междунар. конф. «Актуальные проблемы механики сплошной среды». Дилижан, Армения, 2019, октябрь 1-6. С. 124-128.
7. *Гукасян А. А.* – Изв. АН АрмССР. Механика. 1986. Т. 39. № 6. С. 39-49.
8. *Гукасян А. А., Матевосян А. Г.* – Изв. НАН РА. Механика. 2002. Т. 55. № 1. С. 75-81.
9. *Гукасян А. А., Матевосян А. Г.* В: Сб. науч. трудов «Математический анализ и его приложения» АГПУ им. Х. Абовяна. Ереван. 2003. Вып. 3. С. 29-40.
10. *Величенко В. В.* – ДАН СССР. 1967. Т. 176. № 4. С. 754-756.
11. *Величенко В. В.* – ДАН СССР. 1967. Т. 174. № 5. С. 1011-1013.
12. *Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В. и др.* Математическая теория оптимальных процессов. М. Наука. 1983. 392 с.
13. *Красовский Н. Н.* Теория управления движением. М. Наука. 1968. 475 с.
14. *Ройтенберг Я. Н.* Автоматическое управление. М. Наука. 1978. 551 с.
15. *Ли Э. Б., Маркус Л.* Основы теории оптимального управления. М. Наука. 1972. 574 с.
16. *Гантмахер Ф. Р.* Теория матриц. М. Физматлит. 2004. 560 с.
17. *Гукасян А. А.* – Межвуз. сб. науч. трудов. 1988. Вып. 7. Изд-во ЕГУ. С. 86-105.

## ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

УДК 539.3

В. Т. Япуджян

### Об одной динамической задаче плоской деформации ортотропного тела

(Представлено академиком Л. А. Агаловяном 21/VI 2021)

**Ключевые слова:** *плоская деформация, вынужденные колебания, смешанная задача, амплитуда колебаний, резонанс.*

**Введение.** Для решения плоских и пространственных задач теории упругости для стержней, балок, пластин и оболочек эффективным оказался асимптотический метод решения сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений. В [1] построена асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек. Установлена новая асимптотика для компонент тензора напряжений и вектора перемещения, позволившая решить новые классы статических и динамических задач для тонких тел, в частности, когда на лицевых поверхностях тонкого тела заданы отличные от классических (заданы соответствующие компоненты тензора напряжений) краевые условия: перемещения, смешанные условия [2]. Асимптотическое решение статической трехмерной задачи для ортотропной пластинки, свободно лежащей на абсолютно жесткой подстилке, получено в [3]. Та же задача для двухслойной анизотропной пластинки по нелинейной теории упругости рассмотрена в [4].

В настоящей работе рассматривается динамическая смешанная задача плоской деформации для полосы конечных размеров, лежащей на жесткой подстилке.

**Постановка задач и вывод основных уравнений.** Рассматриваются вынужденные колебания ортотропной полосы

$$D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq l, -h \leq y \leq h, h \ll l\},$$

находящейся в условиях плоской деформации (рис. 1).

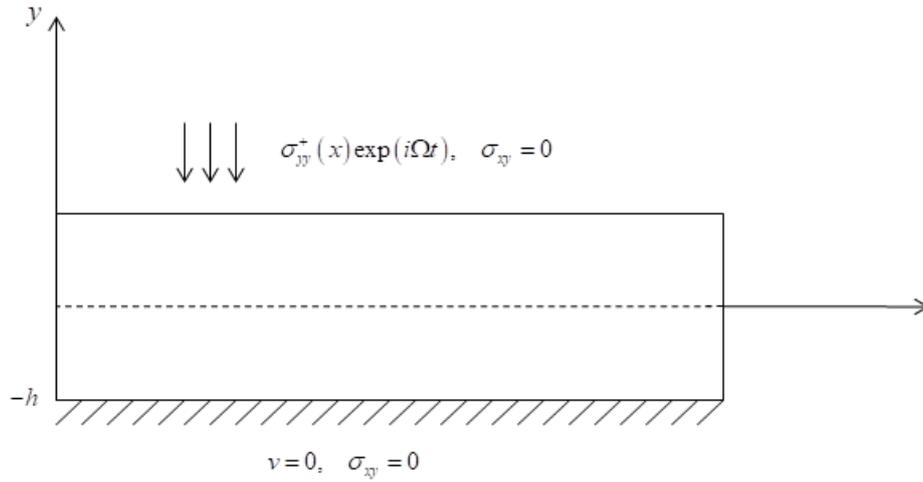


Рис. 1.

Считается, что полоса свободно лежит на жесткой подстилке, на верхнюю кромку полосы действует нормальная нагрузка, гармонично меняющаяся во времени. Требуется найти решение уравнений движения плоской деформации ортотропного тела

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (1)$$

при соотношениях упругости [5, 6]

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \beta_{11} \sigma_{xx} + \beta_{12} \sigma_{yy} & \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x}; \\ \varepsilon_{yy} &= \beta_{12} \sigma_{xx} + \beta_{22} \sigma_{yy} & \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y}; \\ \varepsilon_{xy} &= a_{66} \sigma_{xy} & \varepsilon_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\beta_{11} = (a_{11}a_{33} - a_{13}^2)/a_{33}; \quad \beta_{12} = (a_{12}a_{33} - a_{13}a_{23})/a_{33}; \quad \beta_{22} = (a_{22}a_{33} - a_{23}^2)/a_{33}; \quad \beta_{66} = a_{66}, \quad (3)$$

$a_{ik}$  – постоянные упругости,

и при граничных условиях

$$\begin{aligned} \sigma_{yy}(y=h) &= -\sigma_{yy}^+(x) \exp(i\Omega t); & \sigma_{xy}(y=h) &= 0; \\ v(y=-h) &= 0; & \sigma_{xy}(y=-h) &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Граничные условия при  $x=0, l$  не конкретизируем, ими обусловлено появление пограничного слоя, которое можно рассматривать отдельно [1].

**Асимптотическое решение задачи.** Решение задачи будем искать в виде

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}(x, y, t) &= \sigma_{11}(x, y)\exp(i\Omega t); & (x, y: 1, 2); \\ \sigma_{xy}(x, y, t) &= \sigma_{12}(x, y)\exp(i\Omega t); \\ u(x, y, t) &= u_x(x, y)\exp(i\Omega t); & v(x, y, t) = u_y(x, y)\exp(i\Omega t).\end{aligned}\quad (5)$$

Подставив (5) в уравнения (1) и (2) и перейдя к безразмерным координатам и перемещениям

$$x = l\xi; \quad y = h\zeta; \quad U = \frac{u_x}{l}; \quad V = \frac{u_y}{l}, \quad (6)$$

получим систему

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial \xi} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial \zeta} + \varepsilon^{-2} \Omega_*^2 U &= 0 & \Omega_*^2 = \rho h^2 \Omega^2 & \quad \varepsilon = \frac{h}{l}; \\ \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial \xi} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial \zeta} + \varepsilon^{-2} \Omega_*^2 V &= 0; \\ \frac{\partial U}{\partial \xi} = \beta_{11} \sigma_{11} + \beta_{12} \sigma_{22}; & \quad \varepsilon^{-1} \frac{\partial V}{\partial \zeta} = \beta_{12} \sigma_{11} + \beta_{22} \sigma_{22}; \\ \varepsilon^{-1} \frac{\partial U}{\partial \zeta} + \frac{\partial V}{\partial \xi} &= \beta_{66} \sigma_{12}.\end{aligned}\quad (7)$$

Решение сингулярно возмущенной системы (7) складывается из решений внешней задачи ( $I^{out}$ ) и пограничного слоя ( $I^b$ ):

$$I = I^{out} + I^b. \quad (8)$$

Решение внешней задачи будем искать в виде

$$I^{out} = \varepsilon^{q_i+s} I^{(s)} \quad s = \overline{0, N}, \quad (9)$$

где  $q_i = -1$  для  $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22}$ ,  $q_i = 0$  для  $U, V$ ,  $s = \overline{0, N}$  означает, что в (9) по немому (повторяющемуся) индексу  $s$  происходит суммирование по целочисленным значениям  $s$  от нуля до числа приближений  $N$ . Подставив (9) в систему (7) и приравняв в каждом уравнении соответствующие коэффициенты, при  $\varepsilon$  получим

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_{11}^{(s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{12}^{(s)}}{\partial \zeta} + \Omega_*^2 U^{(s)} &= 0; & \frac{\partial \sigma_{12}^{(s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{22}^{(s)}}{\partial \zeta} + \Omega_*^2 V^{(s)} &= 0; \\
\frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial \xi} &= \beta_{11} \sigma_{11}^{(s)} + \beta_{12} \sigma_{22}^{(s)}; & \frac{\partial V^{(s)}}{\partial \zeta} &= \beta_{12} \sigma_{11}^{(s)} + \beta_{22} \sigma_{22}^{(s)}; \\
\frac{\partial U^{(s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial \xi} &= \beta_{66} \sigma_{12}^{(s)}.
\end{aligned} \tag{10}$$

Из системы (10) напряжения можно выразить через перемещения  $U^{(s)}$  и  $V^{(s)}$ :

$$\begin{aligned}
\sigma_{11}^{(s)} &= -\frac{1}{\beta} \left( \beta_{12} \frac{\partial V^{(s)}}{\partial \zeta} - \beta_{22} \frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial \xi} \right) & \beta &= \beta_{11} \beta_{22} - \beta_{12}^2; \\
\sigma_{12}^{(s)} &= \frac{1}{\beta_{66}} \left( \frac{\partial U^{(s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial \xi} \right); \\
\sigma_{22}^{(s)} &= \frac{1}{\beta} \left( \beta_{11} \frac{\partial V^{(s)}}{\partial \zeta} - \beta_{12} \frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial \xi} \right).
\end{aligned} \tag{11}$$

Подставив значения  $\sigma_{12}^{(s)}, \sigma_{22}^{(s)}$  в первые два уравнения (10), для определения  $U^{(s)}, V^{(s)}$  получим уравнения

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 U^{(s)}}{\partial \zeta^2} + \beta_{66} \Omega_*^2 U^{(s)} &= F_u^{(s-1)} & F_u^{(s-1)} &= -\frac{\partial^2 V^{(s-1)}}{\partial \xi \partial \zeta} - \beta_{66} \frac{\partial \sigma_{11}^{(s-1)}}{\partial \xi}; \\
\frac{\partial^2 V^{(s)}}{\partial \zeta^2} + \frac{\beta}{\beta_{11}} \Omega_*^2 V^{(s)} &= F_v^{(s-1)} & F_v^{(s-1)} &= \frac{\beta_{12}}{\beta_{11}} \frac{\partial^2 U^{(s-1)}}{\partial \xi \partial \zeta} - \frac{\beta}{\beta_{11}} \frac{\partial \sigma_{12}^{(s-1)}}{\partial \xi}.
\end{aligned} \tag{12}$$

Решениями уравнений (12) являются

$$\begin{aligned}
U^{(s)} &= B_1^{(s)} \cos \Omega_* \sqrt{\beta_{66}} \zeta + B_2^{(s)} \sin \Omega_* \sqrt{\beta_{66}} \zeta + U_4^{(s)}; \\
V^{(s)} &= B_3^{(s)} \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} \zeta + B_4^{(s)} \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} \zeta + V_4^{(s)},
\end{aligned} \tag{13}$$

где  $U_4^{(s)}, V_4^{(s)}$  – частные решения уравнений (12).

Подставив (13) в (11), для определения напряжений получим формулы

$$\begin{aligned}
\sigma_{11}^{(s)} &= -\frac{1}{\beta} \left( -B_3^{(s)} \Omega_* \beta_{12} \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} \zeta + B_4^{(s)} \Omega_* \beta_{12} \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} \zeta + \beta_{12} \frac{\partial V_u^{(s)}}{\partial \zeta} - \beta_{22} \frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial \xi} \right); \\
\sigma_{22}^{(s)} &= \frac{1}{\beta_{66}} \left( -B_1^{(s)} \Omega_* \sqrt{\beta_{66}} \sin \Omega_* \sqrt{\beta_{66}} \zeta + B_2^{(s)} \Omega_* \sqrt{\beta_{66}} \cos \Omega_* \sqrt{\beta_{66}} \zeta + \frac{\partial U_u^{(s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial \xi} \right); \\
\sigma_{12}^{(s)} &= \frac{1}{\beta} \left( -B_3^{(s)} \Omega_* \sqrt{\beta_{11} \beta} \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} \zeta + B_4^{(s)} \Omega_* \sqrt{\beta_{11} \beta} \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} \zeta + \beta_{11} \frac{\partial V_u^{(s)}}{\partial \zeta} - \beta_{12} \frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial \xi} \right).
\end{aligned} \tag{14}$$

Удовлетворив граничным условиям (4), которые приобретают вид

$$\begin{aligned}
\sigma_{22}^{(s)}(\xi, 1) &= -\sigma_{yy}^{+(s)} \quad \sigma_{yy}^{+(0)} = \varepsilon \sigma_{yy}^+ \quad \sigma_{yy}^{+(s)} = 0, s \neq 0; \quad \sigma_{12}^{(s)}(\xi, 1) = 0; \\
V^{(s)}(\xi, -1) &= 0; \quad \sigma_{12}^{(s)}(\xi, -1) = 0,
\end{aligned} \tag{15}$$

определим неизвестные  $B_i^{(s)}$ :

$$\begin{aligned}
B_1^{(s)} &= \frac{1}{2\Omega_* \sqrt{\beta_{66}} \sin \Omega_* \sqrt{\beta_{66}}} (a^{(s)} - b^{(s)}); \\
B_2^{(s)} &= -\frac{1}{2\Omega_* \sqrt{\beta_{66}} \cos \Omega_* \sqrt{\beta_{66}}} (a^{(s)} + b^{(s)}); \\
a^{(s)} &= \left( \frac{\partial U_u^{(s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial \xi} \right)_{\zeta=1}, \quad b^{(s)} = \left( \frac{\partial U_u^{(s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial \xi} \right)_{\zeta=-1}, \\
B_3^{(s)} &= -\frac{1}{\cos 2\Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}}} \left[ \frac{\beta \sigma_{yy}^{+(s)} + c^{(s)}}{\Omega_* \sqrt{\beta_{11} \beta}} \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} + d^{(s)} \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} \right]; \\
B_4^{(s)} &= -\frac{1}{\cos 2\Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}}} \left[ \frac{\beta \sigma_{yy}^{+(s)} + c^{(s)}}{\Omega_* \sqrt{\beta_{11} \beta}} \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} + d^{(s)} \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} \right]; \\
c^{(s)} &= \left( \beta_{11} \frac{\partial V_u^{(s)}}{\partial \zeta} - \beta_{12} \frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial \xi} \right)_{\zeta=1}, \quad d^{(s)} = (V_u^{(s)})_{\zeta=-1}.
\end{aligned} \tag{16}$$

Подставив значения  $B_i^{(s)}$  в формулы (13) и (14), для вычисления напряжений и перемещений получим

$$\begin{aligned}
U^{(s)} &= \frac{\cos \Omega_* \sqrt{\beta_{66}} (1+\zeta) a^{(s)} - \cos \Omega_* \sqrt{\beta_{66}} (1-\zeta) b^{(s)}}{\Omega_* \sqrt{\beta_{66}} \sin 2\Omega_* \sqrt{\beta_{66}}} + U_q^{(s)}; \\
\sigma_{12}^{(s)} &= -\frac{1}{\beta_{66} \sin 2\Omega_* \sqrt{\beta_{66}}} \left[ \sin \Omega_* \sqrt{\beta_{66}} (1+\zeta) a^{(s)} + \sin \Omega_* \sqrt{\beta_{66}} (1-\zeta) b^{(s)} \right] + \frac{1}{\beta_{66}} M_{12}^{(s)}; \\
V^{(s)} &= -\frac{1}{\Omega_* \sqrt{\beta_{11}} \beta \cos 2\Omega_* \sqrt{\beta_{11}}} \left[ (\beta \sigma_{yy}^{+(s)} + c^{(s)}) \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} (1+\zeta) + \Omega_* \sqrt{\beta_{11}} \beta d^{(s)} \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} (1-\zeta) \right] + V_q^{(s)}; \quad (17) \\
\sigma_{11}^{(s)} &= \frac{\beta_{12}}{\beta_{11} \beta \cos 2\Omega_* \sqrt{\beta_{11}}} \left[ (\beta \sigma_{yy}^{+(s)} + c^{(s)}) \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} (1+\zeta) + \Omega_* \sqrt{\beta_{11}} \beta d^{(s)} \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} (1-\zeta) \right] - \frac{1}{\beta} M_{11}^{(s)}; \\
\sigma_{22}^{(s)} &= -\frac{1}{\beta \cos 2\Omega_* \sqrt{\beta_{11}}} \left[ \Omega_* \sqrt{\beta_{11}} \beta d^{(s)} \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} (1-\zeta) + (\beta \sigma_{yy}^{+(s)} + c^{(s)}) \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} (1+\zeta) \right] + \frac{1}{\beta} M_{22}^{(s)}; \\
M_{12}^{(s)} &= \frac{\partial U_q^{(s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V^{(s-1)}}{\partial \xi}; \quad M_{11}^{(s)} = \beta_{12} \frac{\partial V_q^{(s)}}{\partial \zeta} - \beta_{22} \frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial \xi}; \quad M_{22}^{(s)} = \beta_{11} \frac{\partial V_q^{(s)}}{\partial \zeta} - \beta_{12} \frac{\partial U^{(s-1)}}{\partial \xi}.
\end{aligned}$$

Решение, соответствующее  $U^{(s)}, \sigma_{12}^{(s)}$ , описывает сдвиговые колебания. Решение же, соответствующее  $V^{(s)}, \sigma_{11}^{(s)}, \sigma_{22}^{(s)}$ , описывает продольные колебания (растяжение, сжатие).

Найденные решения будут конечными, если  $\sin 2\Omega_* \sqrt{\beta_{66}} \neq 0$ ,  $\cos 2\Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} \neq 0$ . В противном случае будет возникать резонанс.

Резонансными частотами будут

$$\Omega = \frac{1}{2h\sqrt{\rho\beta_{66}}} \pi n; \quad \Omega = \frac{1}{4h\sqrt{\frac{\beta_{11}}{\rho\beta}}} \pi (2n+1); \quad n \in Z. \quad (18)$$

**Математически точные решения во внешней задаче.** Если функция  $\sigma_{yy}^+(x)$  является алгебраическим многочленом, итерационный процесс обрывается на определенном приближении, зависящем от степени многочлена, в результате получается математически точное решение внешней задачи. Для иллюстрации сказанного пусть  $\sigma_{yy}^+ = a_0 + a_1 \zeta$ . Используя формулы (17), имеем:  
при  $s=0$

$$\begin{aligned}
U^{(0)} &= 0; \quad \sigma_{12}^{(0)} = 0; \\
V^{(0)} &= -\sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} \frac{\sin \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} (1+\zeta)}{\Omega_* \cos 2\Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}}} \sigma_{yy}^{+(0)}; \quad (19)
\end{aligned}$$

$$\sigma_{11}^{(0)} = \frac{\beta_{12} \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} (1 + \zeta)}{\beta_{11} \cos 2\Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}}} \sigma_{yy}^{+(0)} \quad \sigma_{yy}^{+(0)} = \varepsilon \sigma_{yy}^+ \quad \sigma_{yy}^{+(s)} \equiv 0, s \neq 0;$$

$$\sigma_{22}^{(0)} = - \frac{\cos \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} (1 + \zeta)}{\cos 2\Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}}} \sigma_{yy}^{+(0)},$$

при  $s = 1$

$$U^{(1)} = \frac{\varepsilon a_1 (\beta - \beta_{12} \beta_{66})}{\Omega_*^2 (\beta - \beta_{11} \beta_{66}) \cos 2\Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}}} \left[ \frac{\sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11} \beta_{66}}} \cos \Omega_* \sqrt{\beta_{66}} (1 + \zeta) \sin 2\Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}}}{\sin 2\Omega_* \sqrt{\beta_{66}}} - \frac{\cos \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} (1 + \zeta)}{\cos 2\Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}}} \right]; \quad (20)$$

$$V^{(1)} = 0;$$

$$\sigma_{11}^{(1)} = 0;$$

$$\sigma_{12}^{(1)} = \frac{\varepsilon a_1 \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} (\beta - \beta_{12} \beta_{66} + 1)}{\Omega_* \beta_{66} \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} (\beta_{11} \beta_{66} - \beta)} \frac{1}{\cos 2\Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}}} \left[ \frac{\sin \Omega_* \sqrt{\beta_{66}} (1 + \zeta) \sin 2\Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}}}{\sin 2\Omega_* \sqrt{\beta_{66}}} - \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} (1 + \zeta) \right];$$

$$\sigma_{22}^{(1)} = 0,$$

при  $s = 2$

$$U^{(2)} = V^{(2)} = 0; \quad \sigma_{11}^{(2)} = \sigma_{12}^{(2)} = \sigma_{22}^{(2)} = 0. \quad (21)$$

Следовательно, имеем математически точное решение:

$$\sigma_{11} = \varepsilon^{-1} \sigma_{11}^{(0)} + \sigma_{11}^{(1)} = \frac{\beta_{12} \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} (1 + \zeta)}{\beta_{11} \cos 2\Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}}} (a_0 + a_1 \xi);$$

$$\sigma_{12} = \varepsilon^{-1} \sigma_{12}^{(0)} + \sigma_{12}^{(1)} = \sigma_{12}^{(1)};$$

$$\sigma_{22} = \varepsilon^{-1} \sigma_{22}^{(0)} + \sigma_{22}^{(1)} = - \frac{\cos \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} (1 + \zeta)}{\cos 2\Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}}} (a_0 + a_1 \xi);$$

$$u_x = lU = l(U^{(0)} + \varepsilon U^{(1)}) = l\varepsilon U^{(1)} \quad (22)$$

$$u_x = \frac{h\varepsilon a_1 (\beta - \beta_{12}\beta_{66})}{\Omega_*^2 (\beta - \beta_{11}\beta_{66}) \cos 2\Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}}} \left[ \frac{\sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}\beta_{66}}} \cos \Omega_* \sqrt{\beta_{66}} (1 + \zeta) \sin 2\Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}}}{\sin 2\Omega_* \sqrt{\beta_{66}}} - \frac{\cos \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} (1 + \zeta)}{\cos 2\Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}}} \right];$$

$$u_y = lV = l(V^{(0)} + \varepsilon V^{(1)}) = lV^{(0)}$$

$$u_y = - \frac{h\sqrt{\beta} \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}} (1 + \zeta)}{\Omega_* \sqrt{\beta_{11}} \cos 2\Omega_* \sqrt{\frac{\beta}{\beta_{11}}}} (a_0 + a_1 \xi).$$

Из формул (20) следует, что при  $a_1 = 0$ ,  $U^{(1)} = 0$ ,  $\sigma_{12}^{(1)} = 0$  и согласно формулам (19) - (20)

$$u_x = 0; \quad \sigma_{12} = 0, \quad (23)$$

что означает отсутствие сдвиговых колебаний. Если же  $a_1 \neq 0$ , т.е. нагрузка переменна:  $\sigma_{yy}^+(\xi)$ , тогда продольные колебания порождают также сдвиговые колебания ( $u_x \neq 0$ ,  $\sigma_{12} \neq 0$ ). Однако амплитуда колебаний будет на порядок меньше амплитуд основных (продольных) колебаний.

**Заключение.** Найдено асимптотическое решение динамической смешанной задачи плоской деформации для ортотропной полосы, лежащей на жесткой подстилке. Найдены амплитуды вынужденных колебаний, установлены условия возникновения резонанса. Показано, что один тип колебаний (например, продольные) порождает колебания другого типа (например, сдвиговые), если внешние воздействия переменны по координате.

Институт механики НАН РА  
e-mail: varujan.yarujyan@mail.ru

**В. Т. Япуджян**

### **Об одной динамической задаче плоской деформации ортотропного тела**

Решена динамическая смешанная задача плоской деформации для полосы конечных размеров, лежащей на жесткой подстилке. На верхнюю кромку полосы действует нормальная нагрузка, гармонично меняющаяся во времени. Нижняя кромка свободно лежит на жесткой подстилке – нормальное перемещение и касательное напряжение равны нулю. Найдено асимптотическое решение внешней задачи. Указаны случаи, когда решение становится математически точным. Показано, что при переменной внешней нагрузке один тип колебаний (например про-

дольный) порождает колебания противоположного типа (сдвиговые). Определены амплитуды колебаний и значения резонансных частот.

**Վ. Տ. Յափուջյան**

### **Օրթոտրոպ մարմնի հարթ դեֆորմացիայի մի դինամիկական խնդրի մասին**

Վերջավոր չափերի շերտի համար լուծված է հարթ դեֆորմացիայի խառը դինամիկական խնդիր, երբ շերտը հենված է կոշտ հենարանին: Շերտի վերին նիստի վրա ազդում է ըստ ժամանակի հարմոնիկ փոփոխվող նորմալ բեռ: Ստորին նիստը ազատ հենված է կոշտ հենարանին, նորմալ տեղափոխությունը և շոշափող լարումը հավասար են զրոյի: Գտնված է արտաքին խնդրի ասիմպտոտիկ լուծումը: Նշված են այն դեպքերը, երբ լուծումը դառնում է մաթեմատիկորեն ճշգրիտ: Ցույց է տրված, որ արտաքին, ըստ կոորդինատի, փոփոխական բեռի դեպքում մի տիպի տատանումը (օրինակ՝ երկայնական) առաջացնում է հակառակ տիպի տատանում (սահքային): Որոշված են տատանման ամպլիտուդները և ռեզոնանսային հաճախությունների արժեքները:

**V. T. Yafujyan**

### **About a Dynamic Problem of the Flat Deformation of the Orthotrope Body**

A mixed dynamic problem of the flat deformation is solved for the layer of finite sizes when the layer lies on the hard base. A normal load which is harmonically changed according to time, functions on the layer of the upper edge. The lower edge is based loosely on the hard base: the normal movement and tangent tension are equal to zero. The asymptotic solution of the upper problem is found. Some cases are shown when the determination becomes mathematically exact. It is shown that during the changeable upper loading, one type of oscilation (for instance, the longitudinal) creates oscilation of the opposite type (moving). The amplitudes of the oscilation and the significance of the resonance frequency are determined.

### **Литература**

1. *Aghalovyan L. A.* Asymptotic Theory of Anisotropic Plates and Shells. Singapore. London. World Scientific. 2015. 376 p. (*Ագալովյան Լ. Ա.* Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек. М. Наука. 1997. 414 с.)
2. *Ագալովյան Լ. Ա.* – Изв. НАН РА. Механика. 2017. Т. 70. № 1. С. 3-21.
3. *Ագալովյան Լ. Ա., Товмасын А. Б.* – Изв. НАН РА. Механика. 1993. Т. 46. № 3-4. С. 3-11.
4. *Տարկուսյան Կ. Ս., Խաչատրյան Ա. Մ.* – Изв. НАН РА. Механика. 2017. Т. 70. № 1. С. 64-73.
5. *Лехницкий С. Г.* Теория упругости анизотропного тела. 1977. М. Наука. 416 с.
6. *Ագալովյան Լ. Ա.* – ДНАН РА. 2021. Т. 121. № 1. С. 54-60.



менем процесса, а также условиям высокой чистоты процесса микроволновое (МВ) воздействие является одним из наиболее эффективных способов получения неорганических материалов [6], вышеприведенная система была подвергнута МВ облучению.

Данная работа посвящена изучению с помощью дифференциально-термического (ДТА; ДТА) и рентгенофазового (РФА) методов анализов взаимодействия между реагентами в системе  $\text{SiO}_2\text{-NaOH-SrCl}_2\text{-H}_2\text{O}$ , где в качестве  $\text{SiO}_2$  использовался гидросиликагель, выделенный из серпентина, и влияния МВ воздействия на формирование конечных продуктов.

**Экспериментальная часть.** В качестве кремнезема использовали гидросиликагель  $\text{SiO}_2$  (5.8%), полученный по разработанной методике [1] из образца серпентинита, взятого с месторождения Шоржа (Армения). В реакционный сосуд вносили одновременно навеску гидросиликагеля,  $\text{NaOH}$  и  $\text{SrCl}_2\cdot 6\text{H}_2\text{O}$ . Мольные соотношения исходных реагентов составляли  $\text{SiO}_2\text{:Na}_2\text{O:SrCl}_2=1\text{:}1\text{:}2$ ,  $1\text{:}2\text{:}2$ ,  $1\text{:}3\text{:}2$ ,  $1\text{:}4\text{:}2$ . Затем добавляли дистиллированную воду в таком количестве, чтобы Т:Ж составляло  $1\text{:}15$ . После чего полученный раствор нагревали до температуры кипения и одновременно перемешивали приводной мешалкой в течение 15 мин. Из полученной суспензии фильтрованием через бумажный фильтр отделяли гелеобразную массу, которую затем промывали дистиллированной водой для удаления  $\text{Na}^+$  и  $\text{Cl}^-$  ионов и выдерживали при температуре  $80\text{--}100^\circ\text{C}$  в течение 24 ч в сушильном шкафу КВС G-100/250 производства фирмы Premed (Варшава, Польша). Полученные вещества подвергали РФА и ДТА от комнатной температуры до  $1000^\circ\text{C}$ . Конечные продукты, полученные после ДТА, также исследовались с помощью РФА. Суспензия с мольным соотношением  $\text{SiO}_2\text{:Na}_2\text{O:SrCl}_2=1\text{:}4\text{:}2$  была также подвергнута МВ воздействию в микроволновой печи марки «МВ 4042G». При этом мощность печи составляла 140 и 280 Вт, 2450 МГц. Образовавшийся осадок отделялся вышеописанным способом и выдерживался 30 мин при  $1000^\circ\text{C}$ .

**Результаты и обсуждение.** Результаты рентгенофазового анализа четырех образцов, высушенных при температуре  $100^\circ\text{C}$ , показали, что перемешивание в течение 15 мин кипящего водного раствора, приготовленного из выделенного из серпентина гидросиликагеля,  $\text{NaOH}$  и  $\text{SrCl}_2$ , приводит к образованию отдельной фазы гидратированной формы силиката стронция типа  $2\text{SrO}\cdot\text{SiO}_2\cdot\text{H}_2\text{O}$  ( $\text{Sr}_2\text{SiO}_4\cdot\text{H}_2\text{O}$ ) или смеси, состоящей из двух гидратированных форм –  $\text{Sr}_3\text{Si}_2\text{O}_7\cdot 3\text{H}_2\text{O}$  ( $3\text{SrO}\cdot 2\text{SiO}_2\cdot 3\text{H}_2\text{O}$ ) и  $\text{Sr}_3\text{Si}_2\text{O}_7\cdot 4\text{H}_2\text{O}$  ( $3\text{SrO}\cdot 2\text{SiO}_2\cdot 4\text{H}_2\text{O}$ ). Доказательством этого являются дифракционные пики, соответствующие  $\text{Sr}_2\text{SiO}_4\cdot\text{H}_2\text{O}$  (Card № 06-0315),  $\text{Sr}_3\text{Si}_2\text{O}_7\cdot 3\text{H}_2\text{O}$  (Card № 06-0424) и  $\text{Sr}_3\text{Si}_2\text{O}_7\cdot 4\text{H}_2\text{O}$  (Card № 06-0473), на рентгенограммах синтезированных промежуточных образцов (рис. 1, а). На дифрактограммах образцов, полученных из  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{NaOH}$  и  $\text{SrCl}_2$ , взятых в мольных соотношениях  $1\text{:}1\text{:}2$ ,  $1\text{:}2\text{:}2$ , регистрируются главным образом рефлекс от

ражения, характерные для  $\text{Sr}_2\text{SiO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$ , в то время как для образцов с мольным соотношением 1:3:2, 1:4:2 наблюдаются дифракционные пики обеих форм гидратированного силиката стронция –  $\text{Sr}_3\text{Si}_2\text{O}_7 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$  и  $\text{Sr}_3\text{Si}_2\text{O}_7 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ . Необходимо отметить, что на дифрактограмме образца с мольным соотношением 1:2:2 прослеживаются также рефлексы карбоната стронция  $\text{SrCO}_3$  (Card № 01–0556) (рис. 1, а).

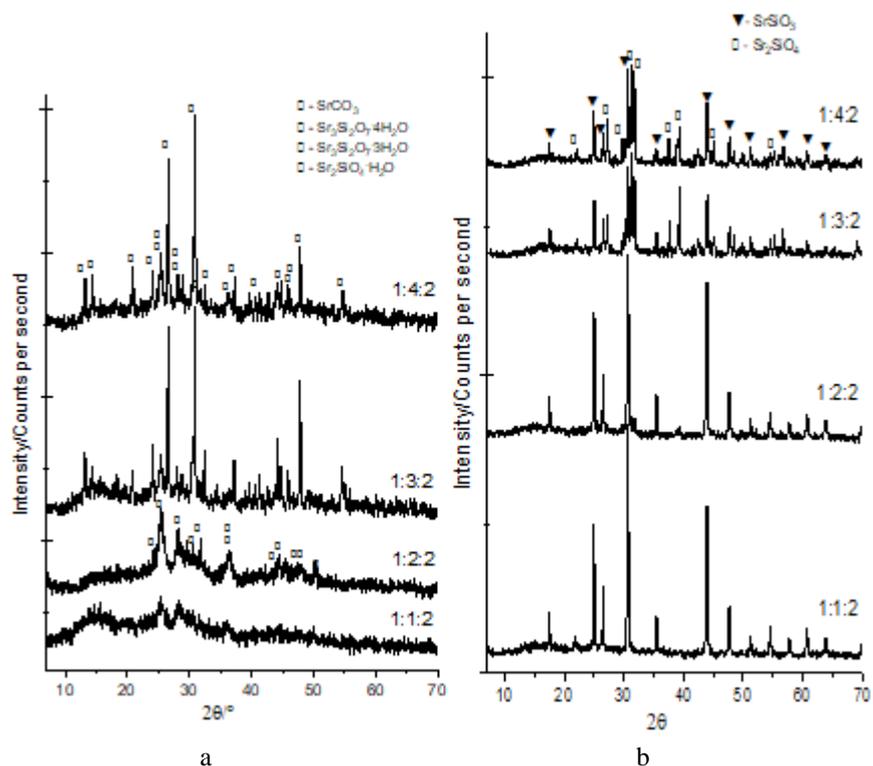


Рис. 1. Дифрактограммы образцов-осадков, полученных перемешиванием в течение 15 мин кипящей водной суспензии, приготовленной из  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{NaOH}$  и  $\text{SrCl}_2$  (а) и после ДТА (б).

РФА всех образцов, полученных после ДТА, показывает, что при нагреве до температуры  $1000^\circ\text{C}$  синтезированные формы гидратированных силикатов стронция превращаются в силикаты стронция: орто- $\text{Sr}_2\text{SiO}_4$  (Card № 39–1256) и метасиликат стронция  $\text{SrSiO}_3$  (Card № 30–1302), рефлексы которых регистрируются на дифрактограммах всех конечных продуктов (рис. 1, б). Примечателен тот факт, что промежуточные образцы с мольным соотношением 1:1:2 и 1:2:2, состоящие только из одной фазы  $\text{Sr}_2\text{SiO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$ , при нагреве до  $1000^\circ\text{C}$  кристаллизуются исключительно в метасиликат стронция, а термообработка до  $1000^\circ\text{C}$  осадков с мольным соотношением 1:3:2 и 1:4:2, содержащих в себе две разновидности гидратированных силикатов стронция –  $\text{Sr}_3\text{Si}_2\text{O}_7 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$  и  $\text{Sr}_3\text{Si}_2\text{O}_7 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$  приво-

дит к образованию двух форм силикатов стронция – мета- $\text{SrSiO}_3$  и орто- $\text{Sr}_2\text{SiO}_4$  (рис. 1, b).

Сопоставляя данные ДТА и РФА, можно предположить, что экзотермические эффекты с максимумами 766 и 706°C на кривых ДТА промежуточных образцов с мольным соотношением 1:1:2 и 1:2:2, соответственно, вызваны кристаллизацией метасиликата стронция, а экзотермические эффекты с максимумами 830 и 817°C (рис. 2), фиксируемые для образцов с мольным соотношением 1:3:2 и 1:4:2, соответствуют образованию двух кристаллических фаз –  $\text{SrSiO}_3$  и  $\text{Sr}_2\text{SiO}_4$ . Что касается эндотермического эффекта, едва прослеживаемого при 635°C на кривой ДТА образца с мольным соотношением 1:2:2, то он, скорее всего, связан с процессом выделения углекислого газа  $\text{CO}_2$ , вызванного взаимодействием карбоната стронция с непрореагировавшим  $\text{SiO}_2$  (рис. 2). Доказательством этого является отсутствие на дифрактограмме конечного продукта, полученного из образца с мольным соотношением 1:2:2, рефлексов отражения  $\text{SrCO}_3$  (рис. 1, b), которые регистрировались для промежуточного соединения (рис. 1, a). Один или два эндотермических эффекта, прослеживаемых в области низких температур до 350°C, свидетельствуют о выделении кристаллической воды из интермедиантов (рис. 2).

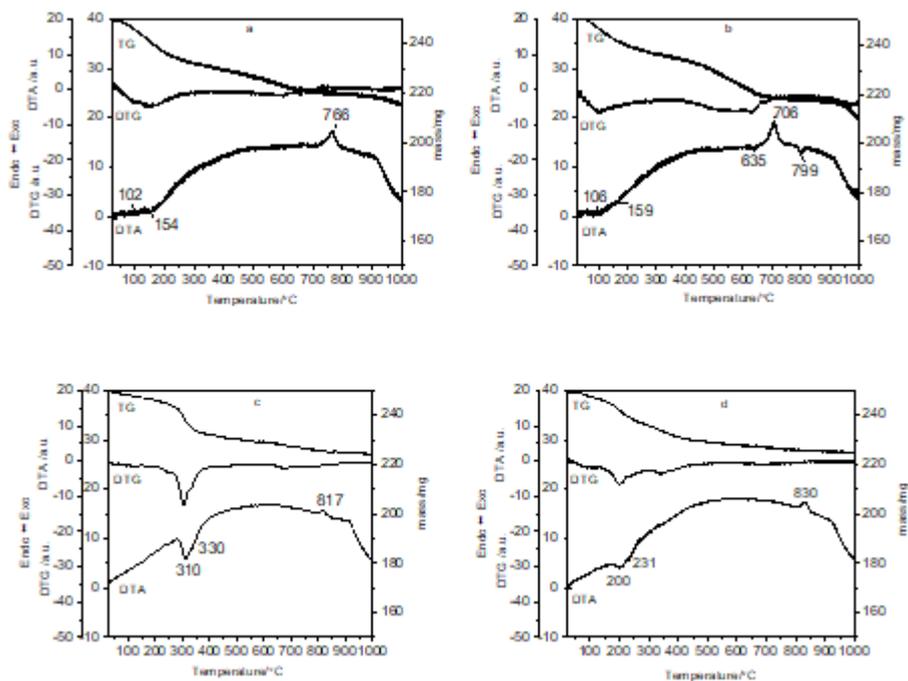


Рис. 2. Кривые ДТА образцов-осадков, полученных перемешиванием в течение 15 мин кипящей водной суспензии, приготовленной из  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{NaOH}$  и  $\text{SrCl}_2$ , взятых в мольных соотношениях  $\text{SiO}_2:\text{Na}_2\text{O}:\text{SrCl}_2 = 1:1:2$ (a),  $1:2:2$  (b),  $1:4:2$ (c),  $1:3:2$ (d).

Как показывают результаты РФА, при мощности МВ облучения 140 Вт в суспензии образуется осадок, состоящий из гидратированной формы  $\text{Sr}_3\text{Si}_2\text{O}_7 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$  (рис. 3, а), которая при нагреве до  $1000^\circ\text{C}$  демонстрирует преимущественно монофазу ортосиликата стронция (рис. 3, б), в то время как увеличение мощности МВ облучения до 280 Вт приводит к осаждению второй формы  $\text{Sr}_3\text{Si}_2\text{O}_7 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$ , термообработка которой до  $1000^\circ\text{C}$  уже протекает с формированием двух кристаллических фаз силикатов стронция –  $\text{SrSiO}_3$  и  $\text{Sr}_2\text{SiO}_4$  (рис. 3, б).

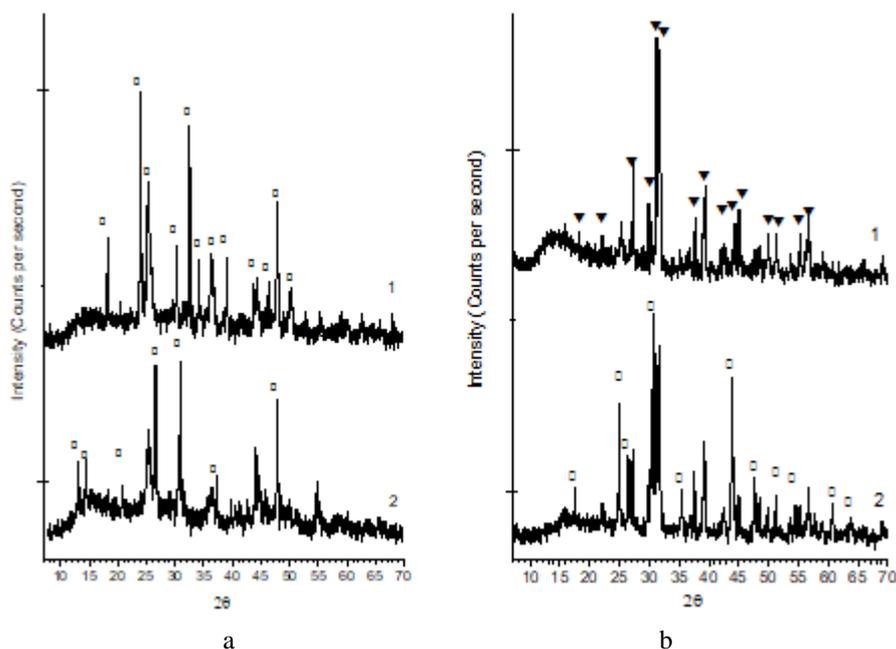


Рис. 3. Дифрактограммы образцов-осадков, полученных после МВ воздействия на суспензию, приготовленную из  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{NaOH}$  и  $\text{SrCl}_2$  с мольным соотношением  $\text{SiO}_2:\text{Na}_2\text{O}:\text{SrCl}_2=1:4:2$  перемешиванием и кипячением в течение 15 мин (а: ■ –  $\text{Sr}_3\text{Si}_2\text{O}_7 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$ ; ○ –  $\text{Sr}_3\text{Si}_2\text{O}_7 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ ; ● –  $\text{SrCO}_3$ ) и после термообработки при  $1000^\circ\text{C}$  (б: ○ –  $\text{SrSiO}_3$ ; ▼ –  $\text{Sr}_2\text{SiO}_4$ ). 1-140 Вт; 2-280 Вт.

Итак, на основе экспериментальных данных можно заключить, что для обеспечения исключительно монофазы ортосиликата стронция при нагреве интермедианта до  $1000^\circ\text{C}$  необходимо массу, полученную пятнадцатиминутным перемешиванием кипящей суспензии из выделенного из серпентинов гидросиликагеля,  $\text{NaOH}$  и  $\text{SrCl}_2$  с мольным соотношением  $\text{SiO}_2:\text{Na}_2\text{O}:\text{SrCl}_2=1:4:2$ , подвергнуть микроволновому облучению при мощности 140 Вт.

Эти исследования представляют большой практический интерес, поскольку позволяют найти оптимальные параметры для дальнейшей разра-

ботки эффективной методики получения ортосиликата стронция, который представляют собой идеальную матрицу для получения люминофоров.

Институт общей и неорганической химии РАН  
e-mail: [stella.melikyan@mail.ru](mailto:stella.melikyan@mail.ru)

**С. А. Меликян**

**Получение силикатов стронция на основе гидросиликагеля, выделенного из серпентинов под воздействием микроволнового излучения**

Исследованы взаимодействие в водной среде между гидросиликагелем, выделенным из серпентинов  $(\text{Mg}(\text{Fe}))_6[\text{Si}_4\text{O}_{10}](\text{OH})_8$ , гидроксидом натрия  $\text{NaOH}$  и хлоридом стронция  $\text{SrCl}_2$  и влияние микроволнового воздействия на формирование конечных продуктов. Перемешивание в условиях атмосферного давления в течение 15 мин кипящей водной суспензии, приготовленной из указанных реагентов, приводит к образованию интермедиантов, состоящих или из одной фазы, соответствующей гидратированной форме силиката стронция  $\text{Sr}_2\text{SiO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$ , или из смеси двух разновидностей –  $\text{Sr}_3\text{Si}_2\text{O}_7 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$  и  $\text{Sr}_3\text{Si}_2\text{O}_7 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$ , которые при термообработке до  $1000^\circ\text{C}$  кристаллизуются в метасиликат стронция  $\text{SrSiO}_3$  или две формы силиката стронция – орто- $\text{Sr}_2\text{SiO}_4$  и метасиликат стронция соответственно. Установлено, что соблюдение определенных параметров синтеза микроволнового облучения (140 Вт) обработанной суспензии способствует получению монофазы ортосиликата стронция в конечном продукте.

**Մ. Ա. Մելիքյան**

**Ստրոնցիումի սիլիկատների ստացումը սերպենտիններից ստացված հիդրոսիլիկատելի միկրոալիքային ճառագայթման ազդեցությամբ**

Ուսումնասիրվել են ջրային միջավայրում սերպենտիններից  $(\text{Mg}(\text{Fe}))_6[\text{Si}_4\text{O}_{10}](\text{OH})_8$  առանձնացված հիդրոսիլիկատելի, նատրիումի հիդրօքսիդի  $\text{NaOH}$ , ստրոնցիումի քլորիդի  $\text{SrCl}_2$  փոխազդեցությունը և վերջնանյութերի ձևավորման վրա միկրոալիքային ազդեցությունը: Նշված ռեագենտներից ստացված եռացող ջրային կախույթի խառնուրդ մթնոլորտային ճնշման պայմաններում 15 րոպե բերում է միջանկյալ միացությունների առաջացման, որոնք կազմված են կամ մեկ ֆազից՝ ստրոնցիումի սիլիկատի համապատասխան հիդրատացված ձևից՝  $\text{Sr}_2\text{SiO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$ , կամ երկու տեսակի խառնուրդներից՝  $\text{Sr}_3\text{Si}_2\text{O}_7 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$  և  $\text{Sr}_3\text{Si}_2\text{O}_7 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$ , որոնք մինչև  $1000^\circ\text{C}$  ջերմամշակման ժամանակ բյուրեղանում են համապատասխանաբար կամ մետասիլիկատ ստրոնցիումի, կամ ստրոնցիումի երկու ձևերի՝ օրթո- և մետասիլիկատների: Հաստատվել է, որ ստացված կախույթի միկրոալիքային սինթեզի որոշակի պարամետրեր ապահովելը (140 Վտ) նպաստում է վերջնանյութում միաֆազ ստրոնցիումի օրթոսիլիկատի ստացմանը:

S. A. Melikyan

### The Influence of Microwave Assistance on the Syntheses of Strontium Silicate Species Based on Silica Hydrogel Produced from Serpentine

Both the interaction between silica hydrogel produced from serpentines  $(\text{Mg}(\text{Fe}))_6[\text{Si}_4\text{O}_{10}](\text{OH})_8$ , sodium hydroxide NaOH, and strontium chloride  $\text{SrCl}_2$  in aqueous medium and the influence of microwave assistance on the formation of the final products have been studied. The stirring of the boiling aqueous suspension prepared from these reagents under the atmospheric pressure for 15 min yields the intermediates composed of either the one phase corresponding to hydrated strontium silicate form  $\text{Sr}_2\text{SiO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$  or the mixture made up of two species:  $\text{Sr}_3\text{Si}_2\text{O}_7 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$  and  $\text{Sr}_3\text{Si}_2\text{O}_7 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$  whose heat-treatment up to 1000 °C is accompanied by their crystallization into strontium metasilicate  $\text{SrSiO}_3$  or two varieties of strontium silicate: meta- and orthosilicate  $\text{Sr}_2\text{SiO}_4$ , respectively. It has been established that the microwave assistance of the suspension treated can provide the formation of strontium orthosilicate monophase in the final product provided that the values of certain parameters of the synthesis are maintained (140 W).

### Литература

1. Пат. РФ 2407704 С2 (опубл. 2010). Способ комплексной обработки серпентинитов
2. Zulumyan N., Mirgorodski A., Isahakyan A. *et al.* – J Therm Anal Calorim. 2014. V. 115(2). P. 1003-1012. doi:10.1007/s10973-013-3483-7.
3. Zulumyan N. O., Isaakyan A. R., Pirumyan P. A. *et al.* – Russ J Phys Chem A. 2010. V. 84(4). P. 700-702. doi:10.1134/S003602441004031X.
4. Isahakyan A. R., Beglaryan H. A., Pirumyan P. A. *et al.* – J Phys Chem A. 2011. V. 85(1). P. 72-75. doi:10.1134/S0036024410121015.
5. Zulumyan N., Isahakyan A., Beglaryan H. *et al.* – J Therm Anal Calorim. 2019. V. 137 (4). P. 1471-1481.
6. José Miranda de Carvalho, Cássio Cardoso Santos Pedroso, Matheus Salgado de Nichile Saula. – Molecules. 2021. V. 26(10). P. 2882. <https://doi.org/10.3390/molecules26102882>.



Таблица 1

**Теоретические примеры расчетов основных характеристик  
химического состава природных вод**

	Номер пробы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	<i>min÷max</i>
1	HCO <sub>3</sub>	240	480	360	720	120	80	200	320	660	<b>80÷720</b>
2	SO <sub>4</sub>	35	70	52	105	18	12	30	42	96	<b>12÷105</b>
3	Cl	60	120	90	180	30	20	50	80	165	<b>20÷180</b>
4	Ca	240	240	240	240	240	240	280	160	60	<b>160÷280</b>
5	Na + K	60	60	60	60	60	60	70	40	35	<b>40÷70</b>
6	Mg	35	35	35	35	35	35	40	24	240	<b>24÷40</b>
7	M	680	1050	850	1380	520	450	680	680	1270	<b>450÷1380</b>
8	HCO <sub>3</sub>	62	62	62	62	62	62	62	63	62	<b>62÷63</b>
9	SO <sub>4</sub>	11	11	11	11	11	11	12	10	11	<b>10÷12</b>
10	Cl	27	27	27	27	27	27	27	27	27	<b>27</b>
11	Na + K	15	15	15	15	15	15	15	15	15	<b>15</b>
12	Ca	69	69	69	69	69	69	69	68	69	<b>68÷69</b>
13	Mg	16	16	16	16	16	16	16	17	16	<b>16÷17</b>
14	<i>m</i> <sup>-</sup>	<b>49.3</b>	<b>63.8</b>	<b>59.1</b>	<b>72.8</b>	<b>32.3</b>	<b>24.9</b>	<b>41.2</b>	<b>65.0</b>	<b>72.5</b>	24.9÷72.8
15	<i>m</i> <sup>+</sup>	<b>49.3</b>	<b>31.9</b>	<b>39.4</b>	<b>24.3</b>	<b>64.4</b>	<b>74.4</b>	<b>57.4</b>	<b>32.9</b>	<b>26.4</b>	24.3÷74.4
16	$\Delta m$	1.5	4.3	1.5	2.9	3.3	0.7	1.5	2.1	1.1	-
17	<i>m</i> <sup>-</sup> / <i>m</i> <sup>+</sup>	<b>1.00</b>	<b>2.00</b>	<b>1.50</b>	<b>3.00</b>	<b>0.50</b>	<b>0.33</b>	<b>0.72</b>	<b>1.97</b>	<b>2.75</b>	<b>0.3÷3.0</b>
18	$\Delta M$	10	45	13	40	17	3	10	14	14	-
19	$\mu^0$	2.75	2.75	2.75	2.75	2.75	2.75	2.75	2.75	2.75	2.75
20	$\Delta \mu$	<b>1.75</b>	<b>0.75</b>	<b>1.25</b>	<b>-0.25</b>	<b>2.25</b>	<b>2.41</b>	<b>2.03</b>	<b>0.78</b>	<b>0.00</b>	-0.25÷2.41
21	$\Delta q$	<b>11.11</b>	<b>4.75</b>	<b>7.94</b>	<b>-1.61</b>	<b>14.27</b>	<b>15.34</b>	<b>14.99</b>	<b>3.32</b>	<b>-0.01</b>	-1.61÷15.3

В табл. 1 приведены результаты математических расчетов ионных содержаний в единицах %-экв (*строки 8-13*) при исходных данных в мг/дм<sup>3</sup> (*строки 1-7*) по общепринятой методике [1, 2]. Обобщенная формула химического состава имеет следующий вид:

$$M_{450-1380} = \frac{\text{HCO}_3^-(62-63) \cdot \text{Cl}^-(27) \cdot \text{SO}_4^{2-}(10-12)}{\text{Ca}^{2+}(68-69) \cdot \text{Mg}^{2+}(16-17) \cdot (\text{Na} + \text{K})^{+}(15)}$$

Нетрудно заметить (табл. 1 – *последний столбец с указанием интервала изменения каждого параметра*), что при имитации водных растворов с разными концентрациями ионов, заданными в мг/дм<sup>3</sup> (*строки 1-6*), получены одинаковые анион-катионовые величины в %-экв (*строки 8-13*) (несущественные отклонения возникли в процессе численных расчетов при округлении данных). Это обстоятельство наглядно свидетельствует о неоднозначной характеристике гидрохимизма природной воды псевдо-дробью формулы Курлова, что несомненно является ее весомым недостатком, поскольку она лежит в основе типовой классификации природной воды по химическому составу. С целью устранения указанного недостатка предлагается добавить в числитель и знаменатель псевдо-

дроби значения суммарного количества анионов и катионов (в мг/дм<sup>3</sup>) соответствующих макрокомпонентов, нормированных по величине общей минерализации (строка 7) и выраженных в процентах ( $m^-$  и  $m^+$ ) (строки 14-15).

Величины концентраций макрокомпонентов  $a^-, b^-, c^-$  и  $a^+, b^+, c^+$  (в мг/дм<sup>3</sup>) двух трехкомпонентных систем, полученных в результате разложения шестикомпонентной системы, с использованием значений соответствующих макрокомпонентов  $A, B, C$  (основных анионов или катионов, в %-экв) однозначно определяются по выражению (две системы линейных уравнений с тремя неизвестными):

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} k_{A^-}(A^- - 100) & k_{B^-}A^- & k_{C^-}A^- \\ k_{A^-}B^- & k_{B^-}(B^- - 100) & k_{C^-}B^- \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a^- \\ b^- \\ c^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ Mm^-/100 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} k_{A^+}(A^+ - 100) & k_{B^+}A^+ & k_{C^+}A^+ \\ k_{A^+}B^+ & k_{B^+}(B^+ - 100) & k_{C^+}B^+ \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a^+ \\ b^+ \\ c^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ Mm^+/100 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $k_A, k_B, k_C$  – пересчетные коэффициенты соответствующих макрокомпонентов (индексы «-» и «+» – соответственно для анионов и катионов) [1, 2];  $m$  – суммарная концентрация ионных компонентов ( $a+b+c$ ), нормированная по величине  $M$ , в %:

$$m = \frac{a + b + c}{M} 100\% . \quad (2)$$

Очевидно, что такое минимальное добавление в псевдодробь определяющим образом повышает также информативность всей формулы Курлова. Имея значения  $m^-$  и  $m^+$ , легко сосчитать содержание не только основных ионных макрокомпонентов, но и суммарное содержание остальных составляющих в % и\или мг/дм<sup>3</sup>.

Например, проба № 3 (табл.1) представляется в виде

$$M_{680} \frac{m^- 59.1 = \text{HCO}_3 62\_ \text{Cl} 27\_ \text{SO}_4 11}{m^+ 39.4 = \text{Ca} 69\_ \text{Mg} 16\_ (\text{Na} + \text{K}) 15},$$

и с использованием выражения (1) можно вычислить содержания макрокомпонентов ( $\text{HCO}_3, \text{Cl}, \text{SO}_4$  и  $\text{Ca}, \text{Mg}, \text{Na}+\text{K}$ , в мг/дм<sup>3</sup>) (строки 1-6). В данном случае отношение  $m^-/m^+$  равно 1.5 (строка 16), а суммарная концентрация других компонентов:  $\Delta m M = [100 - (m^- + m^+)] M = 13$  мг/дм<sup>3</sup> (строка 18).

Как заложено в основу формулы Курлова, две трехкомпонентные (анионная и катионная) системы химического состава пробы природной воды, слагающие целостную закрытую шести-макрокомпонентную основную ионную систему, характеризуют химически электронейтральное

состояние водного раствора. Однако в зависимости от величины соотношения суммарного содержания анионов и катионов на практике не исключается **дисбаланс электронейтральности** по концентрациям шести основных ионных макрокомпонентов химического состава природной воды. Это может быть охарактеризовано двумя **частными** (только по основным шести макрокомпонентам) **критериями электрохимического равновесия (электронейтральности)** с использованием значений концентраций основных ионных макрокомпонентов (в %-экв и мг/дм<sup>3</sup>) и пересчетных коэффициентов.

**Критерий 1** – по массе ионов с учетом их валентности:

$$\Delta\mu = \mu^0 - \frac{m^-}{m^+} = \frac{\frac{A^-}{k_{A^-}} + \frac{B^-}{k_{B^-}} + \frac{C^-}{k_{C^-}}}{\frac{A^+}{k_{A^+}} + \frac{B^+}{k_{B^+}} + \frac{C^+}{k_{C^+}}} - \frac{a^- + b^- + c^-}{a^+ + b^+ + c^+}, \quad (3)$$

где  $\mu^0$  – нормированный ( $A^- + B^- + C^- = 100\%$ -экв и  $A^+ + B^+ + C^+ = 100\%$ -экв) теоретический показатель электронейтральности химического состава конкретной пробы природной воды, вычисляемый по концентрации ионов с учетом их валентности;  $m^-/m^+$  – отношение суммарных концентраций, полученное в результате химико-аналитических работ.

Таблица 2

Средние (по центральным значениям каждого сектора графика-треугольника) величины  $\mu^0$  при 100-типовой классификации

100 типов			Катионы									
			Na A <sup>+</sup>			Ca B <sup>+</sup>			Mg C <sup>+</sup>			Z <sup>+</sup>
				Ca	Mg		Na	Mg		Na	Ca	
Анионы	HCO <sub>3</sub> A <sup>-</sup>		<b>2.64</b>	2.75	2.95	<b>2.92</b>	2.86	3.17	<b>4.07</b>	3.49	3.61	3.10
		SO <sub>4</sub>	2.50	2.60	2.79	2.76	2.70	3.00	3.85	3.30	3.41	2.93
		Cl	2.40	2.49	2.67	2.65	2.59	2.87	3.69	3.17	3.27	2.81
	SO <sub>4</sub> B <sup>-</sup>		<b>2.23</b>	2.31	2.48	<b>2.46</b>	2.41	2.67	<b>3.43</b>	2.94	3.04	2.61
		HCO <sub>3</sub>	2.33	2.42	2.60	2.58	2.52	2.80	3.59	3.08	3.19	2.73
		Cl	2.12	2.20	2.36	2.35	2.29	2.54	3.27	2.80	2.90	2.49
	Cl C <sup>-</sup>		<b>1.82</b>	1.89	2.03	<b>2.01</b>	1.97	2.18	<b>2.80</b>	2.40	2.48	2.13
		HCO <sub>3</sub>	2.07	2.15	2.30	2.28	2.23	2.48	3.18	2.73	2.82	2.42
		SO <sub>4</sub>	1.96	2.03	2.18	2.16	2.12	2.35	3.01	2.59	2.67	2.29
	Z <sup>-</sup>		2.23	2.32	2.49	2.47	2.42	2.68	3.44	2.95	3.05	<b>2.62</b>

**Таблица 3**

**Максимальные и минимальные значения  $\mu^0$  и нормированный по средней величине интервал изменения (в %) в пределах конкретного типа при 100-типовой классификации**

100 типов			Катионы											
			Na A <sup>+</sup>		Ca B <sup>+</sup>		Mg C <sup>+</sup>		Z <sup>+</sup>					
			Ca	Mg	Na	Mg	Na	Ca						
Анионы	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>		2.32	3.01			2.58	3.30			3.35	5.01		
			26.3%		24.6%		40.8%							
		SO <sub>4</sub>												
	SO <sub>4</sub> <sup>-</sup>		1.98	2.50			2.21	2.74			2.86	4.16		
			23.4%		21.7%		37.9%							
		Cl												
	Cl <sup>-</sup>		1.54	2.13			1.72	2.33			2.23	3.54		
			32.3%		30.6%		46.9%							
		HCO <sub>3</sub>												
	SO <sub>4</sub> <sup>-</sup>													
		SO <sub>4</sub>												
	Z <sup>-</sup>												2.30	3.05
												28.6%		

В табл. 2 и 3 приведены средние (по центральным точкам каждого сектора графика-треугольника) и экстремальные (максимальные и минимальные в пределах конкретного типа) значения отношения  $\mu^0$ , приведенные в формуле (3), при 100-типовой классификации [11]. Минимальное значение  $\mu^0 = 1.54$  наблюдается при C<sup>-</sup>A<sup>+</sup> (хлоридные натриевые воды), максимальное – 5.01 при A<sup>-</sup>C<sup>+</sup> (гидрокарбонатные магниевые); при этом диапазон изменения  $\mu^0$  в пределах одного типа достаточно велик: 21.7÷46.9%. Такой характер изменения параметра  $\mu^0$  диктует необходимость его определения для каждой конкретной пробы с достаточно высокой точностью, не меньшей, чем точность химико-аналитических определений.

**Критерий 2** – по зарядам ионов на основе их валентности:

$$\Delta q = (a^+k_{A^+} + b^+k_{B^+} + c^+k_{C^+}) - (a^-k_{A^-} + b^-k_{B^-} + c^-k_{C^-}). \quad (4)$$

Значения  $\Delta\mu$  и  $\Delta q$  являются условными частными электрохимическими показателями кислотности (при  $\Delta\mu > 0$  и  $\Delta q > 0$ ) или щелочности

(при  $\Delta\mu < 0$  и  $\Delta q < 0$ ), характеризующими дисбаланс электронейтральности химического состава пробы природной воды по концентрациям шести основных ионных макрокомпонентов (табл.1). В общем случае, при рассмотрении всех анионов и катионов в исследуемой пробе воды, аналогичным образом (путем добавления соответствующих слагаемых в формулы (3)-(4)) представляются расширенные варианты вышеприведенных критериев, которые по характеру своей информативности в зависимости от поставленной цели могут быть вполне эффективными. Например, приведенная в [3] формула химического состава специфической углекисло-сероводородной пробы № 369 имеет вид

$$M_{0.4} \frac{SO^4_{100}}{Fe_{34} Al_{22} Ca_{19} (Na + K)_{16} Mg_6 Mn_3},$$

с дополнительным табличным представлением содержаний различных компонентов и параметров. Здесь в псевдодробь вписаны дополнительно три катиона – Fe, Al, Mn, и естественно в таком представлении условно (поскольку основные катионные макрокомпоненты составляют всего 41%-экв) данная проба может быть отнесена к конкретному типу согласно принятой структуре типовой классификации природных минеральных вод (к тому же невозможно изобразить результаты химического анализа на графике-треугольнике). Предлагаемый способ представления расширенной формулы этой пробы с добавлением температуры и дебита источника природной воды:

$$Fe_{50} Al^3_{10} Mn^2_4 H^2 SiO^3_{25} M_{382} \frac{m^- 65.4 = SO^4_{100}}{m^+ 11.4 = Ca_{46} (Na + K)_{40} Mg_{14}} T 8C^\circ - D 0.12 \delta m^3 / c,$$

тип – сульфатный кальциево-натриевый ( $B^-(BA)^+$ ); параметры  $m^-/m^+=5.74$ ,  $\mu^0=2.39$ ; критерии электронейтральности  $\Delta\mu=-3.35$  и  $\Delta q=-3.05$ ; определяются также содержания других компонентов:  $\Delta m=23.2\%$ ,  $\Delta M=88.6$  мг/дм<sup>3</sup> (кроме шести основных ионных макрокомпонентов по выражению (1)). К сожалению, в первоисточнике нет данных о газовом составе ( $H_2S$ ,  $CO_2$ ) и рН этого источника природной минеральной воды Армении. Судя по значению частного критерия  $\Delta q$  можно сказать о достаточно высокой щелочной реакции водной пробы. Однако в данном случае, с привлечением содержаний всех шести определенных катионов (в данной пробе отсутствует  $K^+$ , а содержание катионов  $Fe^{+2}$  и  $Fe^{+3}$  приведено суммарной величиной), т.е. при расчете расширенного критерия 2 по формуле

$$\Delta Q = (a^+k_{A^+} + b^+k_{B^+} + c^+k_{C^+} + d^+k_{D^+} + e^+k_{E^+} + f^+k_{F^+}) - (a^-k_{A^-} + b^-k_{B^-} + c^-k_{C^-}), (5)$$

получим интервал изменения  $\Delta Q=0.0 \div 0.9$  – сравнительно близкие к электронейтральным значения в зависимости от величины соотношения  $Fe^{+2}/Fe^{+3}$ . Напомним [1, 2], что при вычислении пересчетных коэффи-

циентов определяющее значение имеет валентность иона, и здесь вносится определенная неоднозначность (большой интервал изменения  $\Delta Q$ ) в конечные результаты вычислений ввиду суммарного определения ионов железа.

Приведенные критерии совместно с электрическими (электрохимическими) параметрами водного раствора pH, Eh и электропроводностью (удельным электрическим сопротивлением) [5] позволят многосторонне охарактеризовать исследуемый гидрогеологический объект не только в лабораторных, но и полевых условиях с применением электроразведочных геоэлектрохимических методов [6, 7, 9, 12].

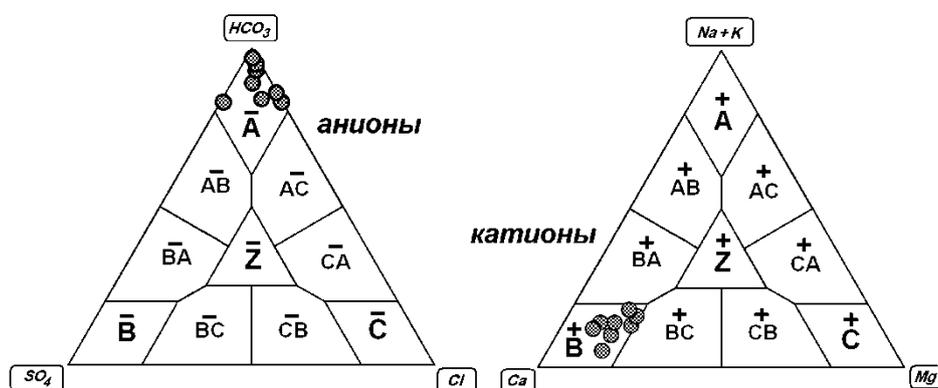


Рис. 1. Графики-треугольники результатов исследований основного анион-катионного состава некоторых минеральных вод Армении [3].

Покажем справедливость вышеприведенных теоретических формулировок на некоторых конкретных примерах химических анализов минеральных вод, принадлежащих к гидрокарбонатному кальциевому классификационному типу. На рис. 1 приведены графики-треугольники результатов исследований основного анион-катионного состава минеральных вод из разных регионов Армении, заимствованные из [3], с применением 100-типовой классификации (10-секторная градация графика-треугольника согласно [11]), по представленным в табл. 4 данным. Здесь приведены результаты лабораторных аналитических исследований ионных содержаний в %-экв (строки 1-6) при исходных данных в мг/дм<sup>3</sup> (строки 7-12). Обобщенная формула химического состава данных проб:

$$M_{243-2357} \frac{HCO^3(83-97)_{SO^4(0-16)}_{Cl(1-17)}}{Ca(64-80)_{Mg(9-19)}_{(Na+K)(5-18)}}$$

при 20%-экв градации согласно 225-типовой [3] и 100-типовой [11] классификации природных минеральных вод. В табл. 4 (строка 20) приведены значения  $m^-/m^+$ , судя по которым очевидно, что такой большой диапазон изменения этого соотношения (0.13÷3.19), непосредственно характери-

зующего электронейтральность водной пробы, однозначно свидетельствует о существенном нарушении электрохимического равновесия природной минеральной воды.

Таблица 4

**Химический состав некоторых минеральных вод Армении [3]  
гидрокарбонатного кальциевого типа и предлагаемые  
дополнительные параметры**

Номер пробы		33	99	185	201	467	509	574	603
1	HCO <sub>3</sub>	89	83	93	95	97	83	86	84
2	SO <sub>4</sub>	5	0	2	1	1	16	0	5
3	Cl	6	17	5	4	2	1	15	11
4	Na + K	14	10	5	14	13	16	18	12
5	Ca	76	75	80	72	68	65	64	79
6	Mg	10	15	15	14	19	19	14	9
7	Na + K	24.8	60.0	2.3	116.0	86.5	92.0	11.3	78.2
8	Mg	8.8	4.8	3.6	62.0	68.3	68.1	4.9	31.2
9	Ca	119	40	328	519	396	381	36	450
10	Cl	17.8	16.3	3.6	59.0	28.4	14.2	14.2	111.8
11	SO <sub>4</sub>	20.0	0.0	2.0	10.0	10.5	225.0	0.0	60.0
12	HCO <sub>3</sub>	415	134	115	21	1718	1470	146	1470
13	Fe	-	-	-	-	3.0	10.0	2.0	4.0
14	H <sub>2</sub> SiO <sub>3</sub>	20.0	-	84.5	-	45.6	94.1	27.6	-
15	CO <sub>2</sub>	-	-	1760	-	1790	1496	704	1725
16	<i>M</i>	625	255	540	787	2357	2354	243	2205
17	<i>m</i> <sup>-</sup>	72.4	59.0	22.3	11.4	74.6	72.6	66.2	74.4
18	<i>m</i> <sup>+</sup>	24.4	41.0	61.8	88.6	23.4	23.0	21.6	25.4
19	$\Delta m$	3.2	0.0	15.8	0.0	2.1	4.4	12.2	0.2
20	<i>m</i> <sup>-</sup> / <i>m</i> <sup>+</sup>	<b>2.97</b>	<b>1.44</b>	<b>0.36</b>	<b>0.13</b>	<b>3.19</b>	<b>3.16</b>	<b>3.07</b>	<b>2.93</b>
21	$\Delta M$	20	0	85	0	49	104	30	4
22	$\mu^0$	2.99	2.96	3.13	3.09	3.19	3.08	3.08	2.92
23	$\Delta \mu$	<b>0.02</b>	<b>1.52</b>	<b>2.77</b>	<b>2.96</b>	<b>0.00</b>	<b>-0.08</b>	<b>0.00</b>	<b>-0.01</b>
24	$\Delta q$	<b>0.0</b>	<b>2.3</b>	<b>14.7</b>	<b>33.8</b>	<b>0.0</b>	<b>-0.6</b>	<b>-0.1</b>	<b>-0.1</b>

К примеру, предлагаемый способ представления расширенной формулы пробы № 509:

$$\text{CO}_2^{1496}\text{-Fe}_{10}\text{-H}_2\text{SiO}_3^{94.1}\text{-M}_{2354} \frac{m^- 72.6 = \text{HCO}_3^3 \text{SO}_4^4 \text{16\_Cl1}}{m^+ 23.0 = \text{Ca65\_Mg19\_ (Na + K)16}} \text{pH} 5.8 \text{-T} 29^\circ \text{C\_D} 2.0$$

с добавлением в начале числителя и знаменателя псевдодробей значений *m*<sup>-</sup> и *m*<sup>+</sup> (с точностью не менее десятых долей процента), отделенных от величин содержаний основных ионных макрокомпонентов знаком равенства; дебит (*D*) в дм<sup>3</sup>/с. Определяются также содержания других

компонентов:  $\Delta m=4.4\%$ ,  $\Delta M=104\text{мг/дм}^3$  и параметры  $m^-/m=3.16$ ,  $\mu^0=3.08$ ,  $\Delta\mu=-0.08$  и  $\Delta q=-0.59$  (по формулам (3)-(4)). Тем самым отпадает необходимость представления данных анализов и в виде таблицы.

Приведенная в [3] формула химического состава пробы № 574 имеет вид

$$M_{0.2} \frac{\text{HCO}^3 86\_ \text{Cl}14}{\text{Ca}64\_ (\text{Na} + \text{K})18\_ \text{Mg}14\_ \text{Fe}4}$$

с дополнительным табличным представлением содержаний различных компонентов и параметров. Следует обратить внимание, что в псевдодробь включен четвертый катион – Fe, который нарушает принятую здесь же структуру типовой классификации природных минеральных вод. Предлагаемый способ представления расширенной формулы этой пробы:

$$\text{CO}^2_{704\_} \text{Fe}_{2.0\_} \text{H}^2 \text{SiO}^3_{27.6\_} \text{M}_{243} \frac{m^- 66.2 = \text{HCO}^3 86\_ \text{Cl}14}{m^+ 21.6 = \text{Ca}67\_ (\text{Na} + \text{K})18\_ \text{Mg} 15} \text{pH}5.4,$$

по которой (при необходимости по выражению (1)) легко вычисляются концентрации  $\text{HCO}_3=146.7$ ,  $\text{Cl}=13.9$ ,  $\text{SO}_4=0.0$ ,  $\text{Ca}=36.3$ ,  $(\text{Na}+\text{K})=11.2$ ,  $\text{Mg}=4.9$  мг/дм<sup>3</sup> с погрешностью определений, не превышающей 1÷2%; определяются содержание других компонентов:  $\Delta m=12.2\%$ ,  $\Delta M=29.6$  мг/дм<sup>3</sup> и параметры  $m^-/m^+=3.07$ ,  $\mu^0=3.08$ ,  $\Delta\mu=-0.00$  и  $\Delta q=-0.11$  (по формулам (3)-(4)). Такие специфические пробы источников природной воды рекомендуется отмечать соответствующим образом на графике-треугольнике, карте или в типовой классификационной таблице, но не вносить дополнительный ион\ионы в псевдодробь.

Следует также отметить, что зачастую неопределенность наблюдается при вычислении содержаний катионов (знаменатель псевдодроби), поскольку последние представляются четырьмя ионами (суммой Na+K), что в псевдодроби не учитывается. Однако проведенные оценочные расчеты показали, что указанное расхождение не превышает нескольких процентов, и то при повышенном содержании калия, соизмеримым с натрием, и в подавляющем большинстве случаев с учетом полной погрешности гидрогеохимических исследований этим можно пренебречь.

**Заключение.** Приведенные в статье данные наглядно свидетельствуют о существенной неоднозначности при представлении результатов химических анализов основных ионных макрокомпонентов только в %-экв с использованием формулы Курлова. Предлагаемое дополнение в псевдодробь параметров  $m^-$  и  $m^+$  (внесение «изюминки») в формулу Курлова) позволяет с использованием несложных математических расчетов однозначно определять не только концентрации каждого из шести основных ионных макрокомпонентов в водном растворе (в мг/дм<sup>3</sup>), но и суммарное количество остального вещества (в мг/дм<sup>3</sup> и %), что также особенно важно для представления целостной картины исследуемой пробы природной воды. Рассмотрены два частных критерия электрохимического равновесия

(электронейтральности) по концентрациям шести основных ионных макрокомпонентов. Поскольку предлагаемые параметры и критерии принципиально важны и достаточно информативны, то рекомендуется их также привлечь при типовой классификации природной воды по химическому составу, в частности, в виде отношения  $m^-/m^+$ .

Приведенные критерии, совместно с электрическими параметрами водного раствора рН, Eh и электропроводностью (удельным электрическим сопротивлением), позволят многосторонне охарактеризовать исследуемый объект не только в лабораторных, но и полевых условиях с применением электроразведочных геоэлектрохимических методов. Представляется интересным проведение дальнейших целенаправленных комплексных геолого-геофизических исследований по изучению многофакторных корреляционных зависимостей и выявлению закономерностей между этими параметрами, особенно при изучении достаточно сложных динамических геологических объектов, каковыми являются воды рудных месторождений и природные минеральные воды, а также подземные воды при непредсказуемо всевозрастающем антропогенном вмешательстве.

Институт геологических наук НАН РА  
e-mail: arshak.matevosyan@yandex.com

**А. К. Матевосян**

### **Дополнительные информативные параметры к формуле Курлова**

Обосновывается необходимость дополнения псевдодробь в общепринятой и широко используемой формуле Курлова нормированными показателями суммарного массового содержания основных ионных макрокомпонентов. Предлагаются частные критерии по оценке дисбаланса химической электронейтральности природной воды. Это позволит совершенствовать ныне используемую типовую классификацию природных вод с применением электроразведочных геоэлектрохимических методов.

**Ա. Կ. Մաթևոսյան**

### **Կուրլովի բանաձևի լրացուցիչ տեղեկատվական պարամետրեր**

Հիմնավորվում է Կուրլովի ընդունված և լայնորեն կիրառվող բանաձևում կեղծ-կոտորակը լրացման անհրաժեշտությունը հիմնական իրնային մակրոկոմպոնենտների գումարային զանգվածային պարունակության նորմավորված ցուցիչներով: Առա-

ջարկվում են բնական ջրի քիմիական էլեկտրաչեզոքության անհավասարակշռության խախտման գնահատման մասնակի չափանիշներ: Դա նաև թույլ կտա կատարելագործել բնական ջրերի ներկայումս օգտագործվող դասային դասակարգումը՝ էլեկտրահետախուզական երկրաէլեկտրաքիմիական մեթոդների կիրառմամբ:

**A. K. Matevosyan**

### **Additional Informative Parameters to the Kurlov Formula**

The article substantiates the need to supplement the pseudo-fraction (in the generally accepted and widely used Kurlov formula) with normalized indicators of the total mass content of the main ionic macrocomponents, and also proposes particular criteria for assessing the imbalance of the chemical electroneutrality of natural water. This will make it possible to improve the currently used standard classification of the chemical composition of the natural waters using electrical prospecting by geoelectrochemical methods.

### **Литература**

1. *Ланге О. К.* Гидрогеология. М. Высшая школа. 1969. 368 с.
2. *Богомолов Г. В.* Гидрогеология с основами инженерной геологии. М. Высшая школа. 1975. 319 с.
3. Геология Армянской ССР. Т. IX. Минеральные воды. Ереван. Изд-во АН АрмССР. 1969. 524 с.
4. *Семенов А. С.* Электроразведка методом естественного электрического поля. Л. Недра. 1980. 446 с.
5. Справочник по электрохимии. Л. Химия. 488 с.
6. *Рысс Ю. С.* Геоэлектрохимические методы разведки. Л. Недра. 1983. 255 с.
7. Электроразведка. Справочник геофизика. В 2-х книгах. М. Недра. 1989. 438 с.; 378 с.
8. *Баласаян С. Ю.* Динамическая геоэлектрика. Новосибирск. Наука. 1990. 232 с.
9. *Комаров В. А.* Геоэлектрохимия. Изд-во СПб ун-та. 1994. 136 с.
10. *Белюсова А. П., Гавич И. К., Лисенков А. Б. и др.* Экологическая гидрогеология. М. ИКЦ «Академкнига». 2006. 397 с.
11. *Матевосян А. К.* – Изв. НАН Армении. Науки о Земле. 2020. Т. 73. № 2. С. 44-56.
12. *Матевосян А. К.* – ДНАН Армении. 2014. 114. №1. С. 33-43.



сов в нейронах SNr при активации первичной моторной коры мозга (M1) в норме и на модели БП.

**Материал и методы.** Проводили электрофизиологические исследования на 14 крысах-самцах линии Альбино (250 г) в двух сериях экспериментов: интактных (n=7) и на модели БП, индуцированной унилатеральным введением ротенона и выдержанной 4 недели (n=7). Введение ротенона осуществляли в условиях нембуталового наркоза (40 мг/кг, в/б, 12  $\mu$ г в 0.5  $\mu$ л димексида, со скоростью 1  $\mu$ л/мин) в medial forebrain bundle по координатам стереотаксического атласа [8] (AP+0.2; L $\pm$ 1.8; DV+8 мм). Исследование проводилось в соответствии с принципами Базельской декларации и рекомендациями руководства ARRIVE [9]. В стереотаксическом аппарате производили трепанацию черепа от брегмы до лямбды и вскрывали твердую мозговую оболочку. После краниотомии раздражающий электрод вживляли в ипсилатеральную M1 по стереотаксическим координатам (AP+2.1, L $\pm$ 2.6, DV+1.6 мм), а стеклянные микроэлектроды с диаметром кончика 1-2  $\mu$ М, заполненные 2 М NaCl, вводили в SNr (AP-5.1, L $\pm$ 2.0, DV+8.6 мм) для экстраклеточной регистрации спайковой активности одиночных нейронов. Осуществляли высокочастотную стимуляцию M1 посредством прямоугольных толчков тока (длительностью 0.05 мс, амплитудой 0.12–0.18 мВ, силой тока 0.32 мА и частотой 100 Гц в течение 1 с). Операции осуществляли на наркотизированных уретаном животных (уретан 1.5 г/кг в/б). Была зарегистрирована импульсная активность 316 нейронов.

Активность проявлялась в виде тетанических потенциации (ТП) и депрессии (ТД) с посттетаническими (ПТП и ПТД). Проводили программный математический анализ импульсной активности нейронов в режиме online. Использовали построения комплексных усредненных и суммированных перистимульных временных гистограмм (РЕТН) числа потенциалов действия с разностной кривой и гистограмм частоты с вычислением средней частоты потенциалов действия. Однородность двух независимых выборок контролировалась t-критерием Стьюдента. Сравнение критических значений с таковыми нормального распределения при уровнях 0.05, 0.01 и 0.001 показало, что в большинстве случаев спайкинга статистически значимое изменение достигало как минимум уровня 0.05.

**Результаты и обсуждение.** Проведен сравнительный анализ импульсной активности одиночных нейронов SNr (316 нейронов, n=14) при высокочастотной стимуляции (ВЧС) M1 в норме (135 нейронов, n=5) и на модели БП (184 нейрона, n=7). Оценивалась степень выраженности эффектов с помощью диаграмм усредненной частоты потенциалов действия нейронов SNr при ВЧС M1. Были получены значения (рис. 1, 2), представленные в виде дисковых диаграмм для оценки степени выраженности в процентах (рис. 3).

В нейронах SNr при ВЧС M1 значения понижения ТД и повышения ТП престоимой активности в норме. В депрессорной последовательности ТД достигала 2.05-кратного занижения, в депрессорно-возбуди-

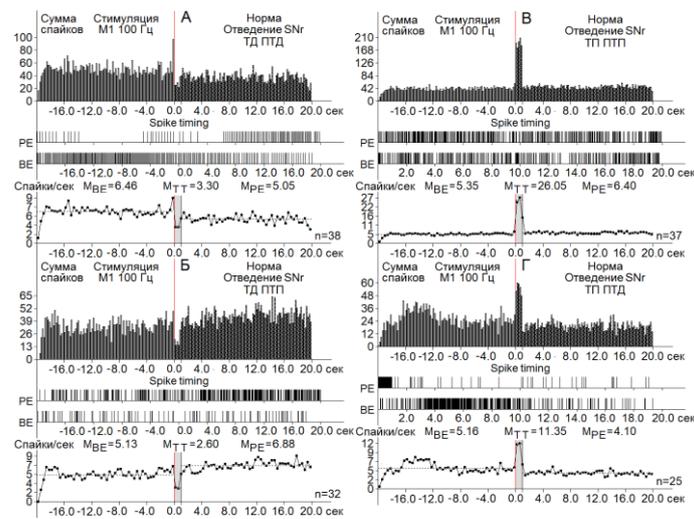


Рис. 1. Гистограммы суммы спайков пре- и постстимульных депрессорных проявлений активности (А), депрессорно-возбудительных (Б), возбудительных (В), в сочетании с депрессорными – ТП ПТД (Г) в реальном времени 20 с (до и после стимуляции) нейронов SNr, вызванных ВЧС М1 в норме. Здесь и в следующем рисунке: диаграммы частоты спайков, представленных в гистограммах, с усредненными значениями (М) для временных отрезков до стимуляции (BE – before event), на время тетанизации (ТТ – time tetanization) и после стимуляции (PE – post event). Справа от диаграмм – количество испытаний (n).

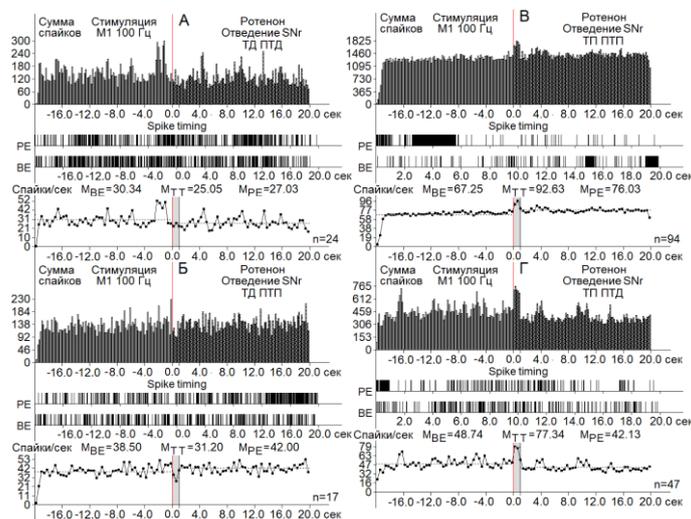


Рис. 2. Гистограммы суммы спайков пре- и постстимульных депрессорных проявлений активности (А), депрессорно-возбудительных (Б), возбудительных (В), в сочетании с депрессорными – ТП ПТД (Г) в реальном времени 20 с (до и после стимуляции) нейронов SNr, вызванных ВЧС М1 на модели БП. Справа от диаграмм – количество испытаний (n).

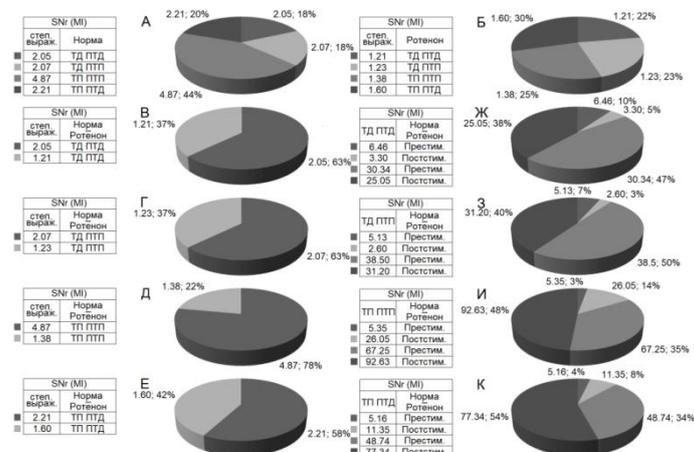


Рис. 3. А-К – процентное соотношение степени выраженности (по усредненной частоте) депрессорных (А), депрессорно-возбудительных (Б), возбудительных (В) и возбудительно-депрессорных (Г) постстимульных эффектов, а также частоты пре- и постстимульной активности в одиночных нейронах SNr на ВЧС М1 в норме и на модели БП. Обозначения: степ. выраж. – степень выраженности, престим. – престимульный, постстим. – постстимульный.

тельной – 2.07-кратного (рис. 1, А, Б; 3, А). В возбудительной последовательности ТП исчислялась в пределах 4.87-кратного завышения, а в возбудительно-депрессорной – 2.21-кратного (рис. 1, В, Г; 3, А). Иными словами, ТП в нейронах SNr оказалась выше ТД. На модели БП ТД в обеих последовательностях достигала лишь 1.21- и 1.23-кратного занижения активности (рис. 2, А, Б; 3, Б-Г). Однако ТП в обеих последовательностях также исчислялась в небольших пределах, порядка 1.38- и 1.60-кратного превышения (рис. 2, В, Г; 3, Б, Д, Е), т.е. уровни как депрессорной, так и возбудительной постстимульной активности оказались на модели БП ниже нормы.

На модели БП в нейронах SNr при ВЧС М1 уровни частоты престимульной активности в депрессорных последовательностях определялись в пределах 30.34 и 38.5 против 6.46 и 5.13 в норме, тем самым превысив норму порядка 4.7- и 7.5-кратно (рис. 1, 2; 3, Ж, З). На модели БП частота активности нейронов SNr в возбудительных последовательностях достигала 67.25 и 48.74 против 5.35 и 5.16 в норме, т.е. в 12.57 и 9.44 раза превышала норму (рис. 1, 2; 3, И, К). На модели БП постстимульная частота активности нейронов SNr в депрессорных последовательностях исчислялась в пределах 25.05 и 31.2 против 3.3 и 2.6 в норме (7.73- и 12-кратно выше нормы), а частота в возбудительных последовательностях, соответственно, в пределах 92.63 и 77.34 против 26.05 и 11.35 в норме (3.55- и 6.81-кратно выше нормы) (рис. 3, Ж-К). Иными словами, уровни как пре-, так и постстимульной частоты активности нейронов SNr в патологии показали мощное превышение по сравнению с нормой, больше со

стороны престаимпульной фоновой активности, что свидетельствует об эксайтотоксичности.

Согласно современным представлениям, эксайтотоксичность при НБ является результатом сверхактивации глутаматных NMDA и AMPA рецепторов, содействующей серьезному повреждению нейронов [11] с их гибелью [12, 13]. Возникает она в результате неизбежного развития целого ряда отрицательных явлений, включающих нарушение кальциевой буферизации, генерацию свободных радикалов, активацию митохондриальной проницаемости и вторичной эксайтотоксичности [14]. С целью их предотвращения необходимы восстановление и углубление депрессорных эффектов протекторного назначения и снижение чрезмерных возбуждательных [10].

**Заключение.** Анализ изменений вышеотмеченных депрессорных и возбуждательных эффектов на основе диаграмм усредненной частоты спайков, представленных в виде дисковых диаграмм (в %), привел к следующим выводам. В нейронах SNr при активации M1 в целом как депрессорные, так и возбуждательные постстимульные реакции оказались резко завышенными, что свидетельствует о выраженности корковой проекции к SNr. Более того, выявлена невысокая ранимость депрессорных постстимульных проявлений активности нейронов SNr в условиях патологии, с формированием эксайтотоксичности. На модели БП нейроны SNr сохраняют депрессорные постстимульные реакции, хотя и сниженные. При этом снижены и возбуждательные реакции, что свидетельствует также о меньшей подверженности нейронов SNr эксайтотоксичности.

Институт физиологии им. Л.А. Орбели НАН РА  
e-mail: avanecmisha@yahoo.com

**Л. М. Хачатрян, М. В. Погосян, М. А. Даниелян, Дж. С. Саркисян**

**О соотношении возбуждательных и тормозных синаптических процессов в корковой проекции к ретикулярному отделу черной субстанции на модели болезни Паркинсона**

Проведен анализ импульсной активности одиночных нейронов substantia nigra reticulata (SNr; 316 нейронов) в ответ на высокочастотную стимуляцию первичной моторной коры мозга в норме и на модели болезни Паркинсона (БП). Анализировалась степень частотной выраженности депрессорных и возбуждательных эффектов. На модели БП степень частотной выраженности депрессорной и возбуждательной активности оказалась ниже нормы. Фоновая импульсная активность довольно высока по сравнению с нормой, что свидетельствует об эксайтотоксичности. В нейронах SNr в норме как депрессорные, так и возбуждательные постстимульные реакции оказались резко выраженными, что свидетельствует о выраженности корковой проекции к SNr. На модели БП выявлено, что депрессорные эффекты в нейронах SNr снижаются не сильно. Также показано, что

возбуждаемые эффекты снижаются, что указывает на меньшую ранимость нейронов SNr при данной патологии.

**Լ. Մ. Խաչատրյան, Մ. Վ. Պողոսյան, Մ. Հ. Դանիելյան,  
Ջ. Ս. Սարգսյան**

**Դրող և դեպրեսոր սինապտիկ պրոցեսների հարաբերակցության վերաբերյալ  
սև նյութի ռետիկուլյար հատվածի կեղևային պրոյեկցիայում Պարկինսոնի  
հիվանդության մոդելի վրա**

Իրականացվել է առաջնային շարժիչ կեղևի (M1) բարձր հաճախականության խթանմամբ Substantia Nigra reticulata – SNr նեյրոնների (316 նեյրոն) իմպուլսային ակտիվության վերլուծություն նորմայում և Պարկինսոնի հիվանդության (ՊՀ) մոդելի վրա: Վերլուծվել է դեպրեսոր և դրող էֆեկտների հաճախականության արտահայտվածության աստիճանը: ՊՀ մոդելի վրա ինչպես դեպրեսոր, այնպես էլ դրող ակտիվության արտահայտվածության աստիճանը նորմայից պակաս է: SNr նեյրոնների նախա- և հետստիմուլային ակտիվության հաճախականությունը հիվանդության ժամանակ նորմայի համեմատությամբ կտրուկ մեծացավ: Այն վկայում է էքսայտոտոքսիկության մասին: SNr նեյրոններում նորմայում ինչպես դեպրեսոր, այնպես էլ դրող հետստիմուլային ռեակցիաները կտրուկ արտահայտված են, որը վկայում է SNr-ում արտահայտված կեղևային պրոյեկցիայի մասին: Բացի այդ, ՊՀ մոդելի վրա դուրս է բերվել SNr նեյրոնների դեպրեսոր էֆեկտների մի փոքր ցածրացում: Նմանապես ցույց է տրված դրող էֆեկտների ցածրացում: Վերջինս վկայում է նաև SNr նեյրոնների թույլ խոցելիության մասին:

**L. M. Khachatryan, M. V. Poghosyan, M. H. Danielyan,  
J. S. Sarkissian**

**About the Study of Synaptic Excitatory and Depressor Processes  
Correlation at Cortical Projection to Reticular Pars of Substantia Nigra on  
the Model of Parkinson's Disease**

The analyses of single neuron's impulse activity of substantia nigra reticulata – SNr (316 neurons, n=14) at high frequency stimulation of the brain primary motor cortex (M1) in norm and on the model of Parkinson's disease (PD) has been conducted. Analyses of degree of depressor and excitatory effects frequency intensity. On the model of PD the degree of both depressor and excitatory activity below normal turned out to be. The analyses of pre- and poststimulus frequency of impulse activity of SNr neurons in pathology showed powerful excess, in comparison with the norm. This attests to the excitotoxicity. In SNr neurons in norm of both depressor and excitatory poststimulus reactions sharply pronounced turned out to be, that attests to the greater intensity of cortical projection to SNr. Moreover, on the PD model it was revealed that depressor effects in SNr neurons are not significantly reduced. It has also been shown that excitatory effects are reduced. The latter testifies to the lesser vulnerability of SNr neurons in this pathology.

## Литература

1. *Carman J. B.* – N. Engl. J. M. 1968. V. 17. P. 919–930.
2. *Düzel E., Bunzeck N., Guitart-Masip M. et al.* – Trends Neurosci. 2009. V. 32. P. 321 - 328.
3. *Menke R. A., Jbabdi S., Miller K. L. et al.* – Neuroimage. 2010. V. 52. P. 1175 - 1180.
4. *Chowdhury R., Lambert C., Dolan R. J. et al.* – Neuroimage. 2013. V. 81. P. 191 - 198.
5. *Kwon H. G., Jang S. H.* – Front. Hum. Neurosci. 2014. V. 8. P. 41.
6. *Sesack S. R., Carr D. B.* – Physiol. Behav. 2002. V. 77. P. 513 - 517.
7. *Cacciola A., Milardi D., Quartarone A.* – Brain. 2016. V. 139. Issue 9. P. e48.
8. *Paxinos G., Watson C.* The rat brain in stereotaxic coordinates. Elsevier. Academic Press, 5th ed. 2005. 367 p.
9. *Kilkenny C., Browne W., Cuthill I. C. et al.* – Animal research: Reporting *in vivo* experiments. The ARRIVE guidelines 06 July 2010.
10. *Саркисян Дж.С., Погосян М.В., Даниелян М.А. и др.* Назначение депрессорных синаптических процессов в условиях специфической нейродегенеративной патологии и протекции. LAP LAMBERT Academic Publishing RU. 2018. 252 с.
11. *Matthew R. H., Heather L. S., Peter R. D.* – NCI. 2004. V. 45. Issue 5. P. 583 - 595.
12. *Lucas D. R., Newhouse J. P.* – AMA Archives of ophthalmology. 1957. V. 58. № 2. P. 193 - 201.
13. *Olney J. W.* – Science. 1969. V. 164. № 3880. P. 719 - 721.
14. *Dong Xiao-xia, Wang Yan, Qin Zheng-hong* – Acta Pharmacologica Sinica. 2009. V. 30. P. 379 - 387.



Unfortunately, despite their conservation status, salt marshes on the Ararat plain are subject to intense anthropogenic impact (annual burning of tussocks of *Juncus acutus* in autumn, intensive almost year-round grazing, land use for fodder crops, construction of pools on mineral waters) [3]. This impact is superimposed on the global processes of climate change, intensification of desertification, and a decrease in the level of groundwater taking place on the Ararat Plain. All this requires immediate concrete measures to protect the unique ecosystem. In this regard, for a better understanding of the threats to the existence of the rarest and characteristic plant species of this ecosystem, we accomplished an ecological and physiological study, the purpose of which was to identify some ecological and physiological features (water regime, content of plastid pigments, intensity of photosynthesis and transpiration) of eight rare plant species. The study was aimed at the assessment of the degree of adaptation of the species to natural conditions and the real threat to their existence when these conditions change.

*Natural conditions of the Ararat salt marshes.* The natural monument "Ararat salt marshes" is located in the eastern part of the Ararat valley at an altitude of about 850 m above sea level, and according to unofficial data it covers an area of about 50 hectares.

The climate is sharply continental, arid, with little snowy winters and dry hot summers. The average annual temperature (period 2007-2014) is 12.8°C with an absolute maximum recorded in July of 42°C and a minimum in January of -31°C. The average annual precipitation for the same period is 237 mm, the largest amount falls in the spring (April-May), and the least in August.

The soils on the territory of the natural monument are of the meadow type, moist, loamy, mineralized with salts of groundwater, sulfate weakly alkaline (pH 7.6-8.0). The salt content in the soil is about 0.2%, and in the groundwater - about 0.3% (Table 1). At the same time, due to the very high evaporation rate, the highest salt content was recorded in the surface soil layer [3].

**Table 1**

**The content of salts in the soil on the territory of the natural monument  
"Ararat salt marshes"**

Index	Sampling depth		
	Soil surface	30 cm	60 cm
Na, mg/kg (water extract)	165.0	2500.0	200.0
Na, mg/kg (exchange)	265.0	2550.0	320.0
K, mg/kg (water extract)	30.63	550.3	41.25
K, mg/kg (exchange)	287.5	906.5	316.26
HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup> , %	0.049	0.045	0.044
SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup> , %	1.05	0.21	0.41
Cl <sup>-</sup> , %	0.128	0.021	0.023
Ca <sup>2+</sup> , %	0.055	0.017	0.013
Mg <sup>2+</sup> , %	0.033	0.002	0.004
pH	7.6	7.8	8.0
Salts' content, %	1.9	0.2	0.2

*Features of flora and vegetation.* The main edificator of the Ararat salt marshes is *Juncus acutus* L., and one of the most characteristic species is *Iris musulmanica* Fomin. Due to changes in environmental conditions (climate change, a decrease in the level of groundwater, the impact of an anthropogenic factor) in recent years some other species became abundant in the area: (*Aeluropus littoralis* (Gouan) Parl., *Gypsophila perfoliata* L., *Thymelaea passerina* (L.) Coss.et Germ., *Elytrygia repens* (L.) Nevski, *Cynodon dactylon* (L.) Pers., *Alhagi pseudoalhagi* (M.Bieb.) Desf. ex B. Keller et Shap., *Sphaerophysa salsula* (Pall.) DC.). The unique feature of the flora of the studied ecosystem is that 16 highly rare species included in the Red Data Book of Plants of Armenia grow here [2]: *Inula aucheriana* DC., *Cirsium alatum* (S. G Gmel.) Bobrov, *Merendera sobolifera* C. A. Mey., *Juncus acutus* L., *Puccinellia grossheimiana* V. I.Krecz., *Sphaerophysa salsula* (Pall.) DC., *Iris musulmanica* Fomin, *Falcaria falcarioides* (Bornm. et H. Wolff) H. Wolff, *Microcnemum coralloides* (Loscos et Pardo) Font-Quer ssp. *anatolicum* Wagenitz, *Linum barsegianii* Gabrielian et Dittr., *Thesium compressum* Boiss., *Frankenia pulverulenta* L., *Salsola soda* L., *Trigonella capitata* Boiss., *Dianthus cyri* Fisch. et C. A. Mey., *Sonchus araraticus* Nazarova et Barsegyan.

This highly rare ecosystem is classified as EUNIS D6.24, according to our classification of habitats in Armenia – Salt marshes dominated by *Juncus acutus* [10].

**Material and methods.** For the research, we selected 8 rare species known as true halophytes, or as species that successfully grow on saline soils: *Merendera sobolifera*, *Sphaerophysa salsula*, *Iris musulmanica*, *Falcaria falcarioides*, *Microcnemum coralloides*, *Linum barsegianii*, *Frankenia pulverulenta*, *Aeluropus littoralis*. The studies were carried out in 2016-2019 in 4-6-fold repetition, during the period of intensive plant growth. The parameters of the water regime of plants (free and bound water, water deficit), the intensity of transpiration and photosynthesis, the quantitative content of chlorophylls and the amount of carotenoids were determined. Physiological studies were carried out according to generally accepted methods [11,12], the content of pigments was assessed using an SF-26 spectrophotometer, and their concentration was calculated according to generally accepted equations [13].

The caryological investigations were based on specimens, collected during expeditions in 2016-2017 to Ararat district of RA. The seeds were germinated on wet filter paper in Petri dishes in the laboratory (19-21°C). The caryological investigations were made on the mitotic metaphases of the meristematic cells from root tips. The root tips were pretreated in 0.4% colchicines solution for 2 hours; fixed in fluid 3:1 alcohol and glacial acetic acid for at least 2 hours at room temperature. After hydrolysis in HCl 1 N for 10-15 minutes at 60°C the root tips were stained in Schiff reagent at 1.5 hours. Then the root tips were squashed on a glass slide with 45% acetic acid. For all chromosome counts, a minimum of 10 plates were examined for each taxon.

**Results and discussion.** It is obvious that the study of water regime is the most important at studying halophyte plants, since water is the environment

where all the main biochemical reactions that determine the vital activity of plants take place [14]. Most of the plants absorb highly mineralized water with difficulty because of the insufficient osmotic pressure in plant cells. Moreover, the degree of accumulation of salts by plants depends on both: the peculiarities of species and the amount of salts in the soil. Under the natural conditions of high salt content in soil and groundwater the water content in plant organs will be much lower than under conditions of normal moisture [15]. The indicators of the water regime, the intensity of transpiration and photosynthesis of the studied plants are shown in Table 2.

**Table 2**

**Indicators of the water regime, the intensity of transpiration and photosynthesis of the investigated plant species**

Species	Indicators of water regime (raw weight)				Intensity	
	Total water, %	Free water, %	Bound water, %	Water deficit, %	Photosynthesis, mg/dm <sup>2</sup> , per hour	Transpiration, mg/g raw weight, per hour
<i>Linum barsegianii</i>	63.02	22.81	40.21	27.07	3.47	257.86
<i>Microcnemum coralloides</i>	62.30	23.83	38.47	1.53	2.59	315.93
<i>Falcaria falcaroides</i>	61.97	23.51	38.46	25.26	2.21	162.92
<i>Merendera sobolifera</i>	57.0	22.88	34.12	37.3	1.82	186.1
<i>Iris musulmanica</i>	56.51	21.69	34.82	11.68	2.63	122.05
<i>Sphaerophysa salsula</i>	52.33	23.71	28.62	16.85	2.15	200.0
<i>Frankenia pulverulenta</i>	39.84	18.12	21.72	20.64	2.16	283.6
<i>Aeluropus littoralis</i>	29.94	10.62	19.32	38.40	1.29	102.93

Before analyzing eco-physiological peculiarities of investigated species it has to be noticed that these species are characterized by different ploidy [16]. Accordingly, there are diploid species (*Microcnemum coralloides*  $x = 9$ ,  $2n = 18$ ; *Falcaria falcaroides*  $x = 11$ ,  $2n = 22$ ; *Frankenia pulverulenta*  $x = 5$ ,  $2n = 10$ ), tetraploid (*Iris musulmanica*  $x = 11$ ,  $2n = 44$ ), hexaploid (*Merendera*

*sobolifera*  $x = 7$ ,  $2n = 42$ ), and for one species (*Aeluropus littoralis*) 3 cytotypes were found –  $x = 10$ ,  $2n = 20, 40, 60$ . It was revealed that the hexaploid race ( $2n=60$ ) differs from the diploid ( $2n=20$ ) by significantly higher energy of vegetative reproduction and viability.

As one can see, among the studied plants, *Linum barsegianii*, *Microcnemum coralloides* and *Falcaria falcaroides* have the highest water content (total water content), and this indicator is the lowest in *Aeluropus littoralis*. The rest of the species on this indicator occupy an intermediate position. The same can be said about the content of free and bound water. As it is known [17 – 19], that one of the internal factors determining the degree of salt tolerance of is the ratio of bound and free water, which correlates with the degree of soil salinity. Best of all, the ratio of the content of different forms of water is expressed in the indicator of water deficit, which among the studied plants turned out to be the lowest in *Microcnemum coralloides* (typical succulent), and the highest in *Aeluropus littoralis* (turf grass with a shallow root system, the least salt tolerant among the studied species, abundantly represented in the most humid areas with the lowest soil salinity). Under the conditions of saline soil, the intensity of transpiration depends not only on the water content in the soil and the ability of plants to assimilate it by the root system, but also on the content of water-soluble salts in the leaves, which create an increased osmotic pressure, on the hydrophilicity of plasma, etc. As it is indicated in A. A. Shakhov [17] research, salts, in particular sodium, reduce the intensity of some biochemical reactions in plants, and their accumulation in vegetative organs increases the osmotic pressure, which is a limiting factor for water evaporation. High osmotic pressure leads to high water retention capacity, which allows more economical water use. It is relevant to notice, that the intensity of transpiration in *Microcnemum coralloides* is much higher than in other species, and in *Aeluropus littoralis* this indicator is the lowest (probably, this is due precisely to the difference in the salt content in the cells of the vegetative organs of the studied plants).

As for the change in the intensity of photosynthesis in the studied plants, this indicator is the lowest in *Aeluropus littoralis*, and the highest in *Linum barsegianii*. *Linum barsegianii* is an elegant annual plant, which, obviously, determines the intensity of its physiological processes aimed at the fastest implementation of the reproductive cycle. Most likely, the difference in this physiological indicator is due to heredity, life form, and structural features of plants [20]. The absorption and transformation of solar energy in the process of photosynthesis is carried out by photosynthetic plant pigments, in particular, chlorophyll "a" and "b" and carotenoids. To assess the state of the photosynthetic apparatus of the studied plants, we investigated the content of these pigments in them, which is a very important internal factor of plant adaptation to unfavorable environmental conditions (Table 3).

**Table 3**

**Chlorophyll and carotenoids content in the studied plants**

Species	Chlorophyll “a”, mg/g	Chlorophyll “b”, mg/g	Chlorophyll “a+b”, mg/g	Chlorophyll “a/b”, mg/g	Carotenoids, mg/g
<i>Microcnemum coralloides</i>	6.07±0.15	42.77±2.37	48.84	0.14	3.49±1.19
<i>Iris musulmanica</i>	10.97±1.44	1.35±0.07	12.32	8.1	10.90±0.89
<i>Linum barsegianii</i>	19.44±0.61	12.90±0.35	32.34	1.50	15.94±0.94
<i>Falcaria falcaroides</i>	21.96±0.48	11.10±0.56	33.06	1.90	11.40±2.31
<i>Frankenia pulverulenta</i>	24.82±0.48	14.44±0.56	39.26	1.70	16.90±2.95
<i>Aeluropus littoralis</i>	35.44±1.02	18.03±0.53	53.47	1.96	18.10±1.25

As one can see, the highest content of chlorophyll (a + b) is observed in *Aeluropus littoralis* and *Microcnemum coralloides*. It indicates their sufficient internal supply for the processes of photosynthesis, but at the same time *Microcnemum coralloides* has the highest content of chlorophyll “b”, which is responsible for the adaptation of plants to extreme growing conditions. This is not surprising, since this species is an obligate halophyte, a stenotopic species with a disjunctive area in the Ancient Mediterranean, found in Spain and South-West Asia [9]. At the same time, on the territory of the natural monument *Microcnemum coralloides* grows in various microconditions (dry areas with deep groundwater, excessively humid relief depressions, *Juncus acutus* tussocks), although all these areas are characterized by a high salt content in the soil.

The rare Armenian endemic annual *Linum barsegianii* (Ararat salt marshes in Armenia are the only known habitat of this species, the closest related species *Linum seljukorum* is endemic to Turkey; it also grows in salt marshes in the Konya province [21] and is characterized by similar ecological plasticity, but at the same time the content of two forms of chlorophyll in it, their total amount and the content of carotenoids is rather high, but not extreme, is at the average level among the studied plants. This is most likely evidence of the intensity of physiological processes associated with the peculiarities of the vital activity of this plant.

The lowest total chlorophyll content as a result of a very small amount of chlorophyll “b” was noted in the rare species *Iris musulmanica*, which grows in the Ararat plain of Armenia and in similar waterlogged habitats of Turkey, Nakhichevan, and northern and northwestern Iran [22]. This is most likely due to the life form of the plant (a relatively large perennial with a powerful rhizome and large leaves), grows mainly in areas with excessive moisture, this does not require special adaptation to arid conditions, a decrease in transpiration intensity and an increase in chlorophyll "b" content.

**Conclusion.** The results of our studies show that all studied species, despite different adaptation strategies, are well adapted to conditions with a high content of mineral salts in soil and water, arid climate with high summer temperatures and high water evaporation from the soil surface, with changes in the groundwater level during the growing season. If we exclude the direct impact of the anthropogenic factor, then at present their populations can remain unchanged, and in some cases even increase their density on the territory of the natural monument "Ararat salt marshes". Consequently, it is absolutely necessary to take urgent measures to exclude grazing, arson of vegetation, plowing of drier areas in this area, most likely this can be achieved by changing the status of the protected area and organizing an appropriate protection regime. With regard to the possible impact of the projected climate change [23] the expected temperature increase is unlikely to have a direct negative impact on the studied plant species. On the other hand, a decrease in precipitation can have a significant effect on a decrease in the groundwater level, which, together with an increase in temperature can both increase the evaporation from the surface of the soil and, accordingly, increase the degree of its mineralization, and adversely affect the water supply of plants. Worst of all, this can affect plants with a superficial root system and currently growing in more humid areas of the natural monument. In this regard, it is necessary now to intensify work on assessing the possibility of preserving these species in ex-situ conditions, in particular in the Yerevan Botanical Garden, and in case of successful experiments to organize a living collection here.

Institute of Botany after A. Takhtajan of NAS RA  
e-mails: jannagevorg@mail.ru, anyaghukasyan@gmail.com,  
gfayvush@yahoo.com

**J. H. Hovakimyan, A. G. Ghukasyan, G. M. Fayvush**

### **Ecologo-Physiological and Caryological Investigations of Some Rare Halophyte Plant Species from Ararat Plain**

A study of several physiological features of eight plant species has been conducted in order to assess the vulnerability and adaptability to the conditions of salt marshes of the arid region of Armenia. Water regime, intensity of transpiration and photosynthesis, content of plastid pigments have been investigated for the following species: (*Merendera sobolifera* Fisch. et C. A. Mey., *Sphaerophysa salsula* DC., *Iris musulmanica* Fomin, *Falcaria falcarioides* (Bornm. et H. Wolff) H. Wolff, *Microcnemum coralloides* (Loscos et Pardo) Font-Quer, *Linum barsegianii* Gabrielian et Dittr., *Frankenia pulverulenta* L., *Aeluropus littoralis* (Gouan) Parl.). The results of the study have indicated that all eight species are well adapted to the highly mineralized soil and groundwater conditions. In this regard, it is revealed that the greatest real threat to the existence of the species is the direct impact of the anthropogenic factor (grazing, arson of vegetation, plowing for fodder plants). As a result of karyological studies, it was revealed that these species are characterized by different ploidy.

Ժ. Հ. Հովակիմյան, Ա. Գ. Ղուկասյան, Գ. Մ. Ֆայվուշ

**Արարատյան հարթավայրի որոշ հազվագյուտ հալոֆիլ բուսատեսակների էկոլոգո-ֆիզիոլոգիական և կարիոլոգիական առանձնահատկությունները**

Ուսումնասիրության համար ընտրվել են ՀՀ Կարմիր գրքում ընդգրկված հազվագյուտ հալոֆիլային 8 բուսատեսակներ՝ *Merendera sobolifera* Fisch: et CA Mey., *Sphaerophysa salsula* DC., *Iris musulmanica* Fomin, *Falcaria falcarioides* (Bornm. et H. Wolff) H. Wolff, *Microcnemum coralloides* (Loscos et Pardo) Font-Quer, *Linum barsegianii* Gabrielian et Dittr., *Frankenia pulveruslent* L., *Aeluropus littoralis* (Gouan) Parl., որոնք աճում են Արարատ քաղաքի շրջակայքի աղակալած ճահիճներում: Որոշվել են բույսերի ջրային ռեժիմի ցուցանիշները (ազատ և կապված ջուր, ջրային անբավարարություն), պլաստիդային գունանյութերը, և ֆոտոսինթեզի ինտենսիվությունը: Ուսումնասիրության արդյունքները ցույց են տվել, որ բոլոր ութ տեսակներն էլ լավ են հարմարված բարձր հանքայնացված հողի և գրունտային ջրերի պայմաններին: Միաժամանակ պարզվել է, որ տեսակների գոյության ամենամեծ իրական սպառնալիքը անթրոպոգեն գործոնի (արածեցում, բուսականության հրկիզում, կերահանդակների հերկում) ուղղակի ազդեցությունն է: Կարիոլոգիական ուսումնասիրությամբ էլ պարզվել է հալոֆիլ բուսատեսակների պլոիդության առանձնահատկությունները:

Ж. О. Овакимян, А. Г. Гукасян, Г. М. Файвуш

**Эколого-физиологические и кариологические особенности некоторых редких галофильных видов растений Араратской равнины**

Для эколого-физиологических исследований выбрано восемь редких галофильных видов: *Merendera sobolifera* Fisch. et C. A. Mey., *Sphaerophysa salsula* DC., *Iris musulmanica* Fomin, *Falcaria falcarioides* (Bornm. et H. Wolff) H. Wolff, *Microcnemum coralloides* (Loscos et Pardo) Font-Quer, *Linum barsegianii* Gabrielian et Dittr., *Frankenia pulverulenta* L., *Aeluropus littoralis* (Gouan) Parl., включенных в Красную книгу РА, которые растут на засоленных болотах в окрестностях города Арарат. Определены параметры водного режима растений (свободная и связанная вода, водный дефицит), пластидные пигменты, интенсивность транспирации и фотосинтеза. Результаты исследования показали, что все восемь видов хорошо адаптированы к условиям высокоминерализованной почвы и грунтовых вод. Выявлено, что наибольшую реальную угрозу существованию вида представляет прямое воздействие антропогенного фактора (выпас, поджог растительности, вспашка кормовых угодий). Кариологическими исследованиями выявлены особенности разноплоидности галофильных видов растений.

**References**

1. *Gabrielyan E. Ts.* (Ed.). Red Book of the Armenian SSR. Yerevan. Hayastan. 1988. 284 p.
2. *Tamanyan K., Fayvush G., Nanagyulyan L. et al.* (Eds.). The Red Book of Plants of the Republic of Armenia. 2010. Yerevan. Zangak. 598 p.

3. *Akopyan J. A., Ghukasyan A. G., Hovakimyan Zh. H.* Natural monument of Armenia "Salt marshes" in the vicinity of Ararat town. Yerevan. Institute of Botany NAS RA. 2018. 120 p.
4. *Asatryan A., Fayvush G.* Important Plant Areas Representing the Rare and Threatened Habitat Types of Armenia. Yerevan. Institute of Botany NAS RA. 2013. 78 p.
5. *Fayvush G., Tamanyan K., Kalashyan et al.* – Ann. Naturhist. Mus. Wien. B. 2013. 115. P. 11-20.
6. *Takhtadzhyan A. L.* – Trudy Bot. inst. ArmFAN SSSR. 1941. T. 2. P. 1-180.
7. *Davis P. H.* In: Flora of Turkey and East Aegean Islands. V. 2. Davis P.H. (Ed.). Edinburgh University Press. 1967. V. 2. 425 p.
8. *Kadereit G., Yaprak A. E.* –An. Jard. Bot. Madrid. 2008. V. 65(2). P. 415-426.
9. *Gul B., Böer B., Khan M. F. et al.* – Springer. 2019. V. 6. 511 p.
10. *Fayvush G. M., Aleksanyan A. S.* Habitats of Armenia. Yerevan. Institute of Botany NAS RA. 2016. 360 p.
11. *Mezhunts B. Kh., Navasardyan M. A.* Method for determining the content of chlorophylls a, b and carotenoids in plant leaf extracts. 2010. RA Patent 2439A.
12. *Salnikov A. I., Maslov I. L.* Physiology and biochemistry of plants: workshop. Perm. Publishing house of FGBOU VPO Perm State Agricultural Academy. 2014. 300 p.
13. *Shlyk A. A.* Determination of chlorophylls and carotenoids in extracts of green leaves. Biochemical methods in plant physiology. M. Nauka. 1971. 154 p.
14. *Genkel P. A.* Physiology of heat and drought resistance of plants. M. Nauka. 1982. 280 p.
15. *Stroganov B. N.* Plant and saline soil. M. Publishing House of the Academy of Sciences of the USSR. 1958. 138 p.
16. *Ghukasyan A., Akopian J.* – Electronic Journ. of Natural Sciences. 2017. 2 (29). P. 5-7.
17. *Shakhov A. A.* Salt tolerance of plants. M. Publishing House of the Academy of Sciences of the USSR. 1956. 551 p.
18. *Breckle S. W.* Studies on halophytes from Iran and Afghanistan. II. Ecology of halophytes along salt gradients. Proc. Roy. Soc. Edinb. 89 B. 1986. 203 p.
19. *Batanouny K. H.* In: Towards the rational use of high salinity tolerant plants. Lieth H., Masoom A. Al. (Eds.). Kluwer Academic Publishers. 1993. 387 p.
20. *Rozentsvet O. A., Nesterov V. N., Bogdanova E. S.* – Izvestija Samarskogo Scientific Center of the Russian Academy of Sciences. 2013. 15.3 (7). P. 2189-2195.
21. *Davis P. H., Hedge I. C.* Floristic links between N. W. Africa and S. W. Asia. Ann. Naturhist. Mus. Wien. 1971. 75. 43 p.
22. *Mathew B.* 1984. In: Davis P. H. (Ed.). Flora of Turkey and East Aegean Islands. Edinburgh University Press, V. 8. 382 p.
23. *Fayvush G.* (Coord.). In: 3<sup>rd</sup> Nat. Com. on Climate Change under UN FCCC. Yerevan: Ministry of Nat. Prot. 2015. P. 51.

**БОТАНИКА**

УДК 634.0.11+58.006

**Член-корреспондент НАН РА Ж. А. Варданян**

**Сравнительный анализ аборигенной и инородной  
дендрофлоры в Армении и перспективы  
их дальнейшего обогащения**

(Представлено 2/VII 2021)

**Ключевые слова:** дендрофлора, интродукция, таксон, ботанический сад, дендропарк, древесное растение.

Армения отличается многообразием климатических условий, в формировании которых большую роль играет горный рельеф. Благодаря этому на небольших расстояниях наблюдаются значительные климатические различия, что является причиной многообразия почвенного и растительного покровов.

А. Б. Багдасаряном [1] на территории Армении выделено 6 климатических типов: сухой субтропический (до 700 – 800 м над ур. м.), сухой континентальный (до высоты 1300 (1500) м), умеренно-теплый сухой (с 130 по 1700 (1800) м), умеренно-холодный лесной (до высоты 2000 (2300) м), холодный горный (от 2400 до 3500 м) и, наконец, суровый высокогорный климат, который формируется на вершинах гор, поднимающихся более чем на 3500 м. В суровых условиях последних двух типов древесные растения практически не встречаются.

В географическом отношении Армения расположена в двух флористических провинциях – Армено-Иранской и Кавказской [2], чем и обусловлено развитие чрезвычайно богатой и гетерогенной флоры и растительности. Кавказская провинция характеризуется господством мезофильных типов растительности лесов и лугов, а Армено-Иранская имеет совершенно иной характер, отличающийся главным образом, ксерофильными типами: пустынной, полупустынной, степной и фриганоидной растительностью – и отсутствием мезофильного леса. В отличие от Кавказской она представлена преимущественно ксерофильными редколесьями. И несмотря на лесодефицитность (всего лишь около 10%) территории, в республике

чрезвычайно богато представлены хозяйственно ценные и редкие виды деревьев и кустарников.

Изучение дендрофлоры и древесной растительности Армении началось в 30-х гг. прошлого столетия в связи с созданием в Ереване Ботанического сада (1935) и Института ботаники (1938) Арм. ФАН СССР. Однако до 50-60-х гг. эти исследования носили эпизодический характер и почти не касались непосредственно дендрофлоры и древесной растительности [3]. Тем не менее, в эти годы опубликовалось несколько фундаментальных работ [4-9]. Наиболее плодотворными по изучению дендрофлоры республики следует считать 80-90-е гг., когда древесные растения исследовались по отдельным флористическим районам и регионам [10, 11].

Наиболее обобщающей является монография [3], посвященная дендрофлоре и древесной растительности Армении. В работе даются таксономический и ботанико-географический состав, биоэкологические и фитоценотические особенности практически всех 350 видов аборигенных древесных растений, что составляет почти одну десятую часть таксономического состава общей флоры республики. Такое соотношение древесных растений в таксономическом разнообразии всех видов высших растений закономерно и характерно для большинства ботанико-географических районов умеренной зоны земного шара. В процессе многолетних исследований нами выявлено, что видовая насыщенность дендрофлоры отдельных флористических районов Армении зависит от степени аридности ее территории. Чем выше аридность территории, тем богаче ее дендросостав. При этом наибольшим богатством древесных растений отличаются флористические районы юго-восточной Армении: Мегринский (190 видов), Дарелегисский (186) и др., где сосредоточено больше половины общего состава дендрофлоры республики. Выявлено также, что территория Армении является одной из древесных очагов видообразования древесных растений, о чём свидетельствует большое количество узких эндемиков – около 30 видов из родов *Pyrus*, *Sorbus*, *Rubus*, *Crataegus*, *Astragalus* и др.

Общепризнанно, что охрана и воспроизводство древесных растений и их сообществ в природе являются наиболее надежным и эффективным способом сохранения дендроресурсов. Однако при усиливающемся антропогенном процессе охрана генофонда дендроразнообразия только в природных условиях не может эффективно обеспечить его сохранность. В связи с этим актуальны не только охрана растений в природных условиях (*in situ*), но и разработка методов их интродукции и акклиматизации в условиях культуры (*ex situ*).

Изучение иноземных древесных растений и создание их дендроколлекции связаны с интродукцией на соответствующих экспозиционных участках в ботанических садах и дендропарках. Интродукция и изучение иноземных дендрофлор в Армении непосредственно связаны с деятельностью ботанических садов (Ереванский, Ванадзорский и Севанский) и немногочисленных дендропарков (Иджеванский, Степанаванский и др.). Огромную роль в разработке актуальных вопросов интродукции и аккли-

матизации древесных растений и создании их научных (показательных) коллекций сыграл Ботанический сад НАН РА, основанный в Ереване ещё в 1935 г.

Благодаря усилиям и кропотливой работе специалистов нескольких поколений в Ереванском ботаническом саду и его двух филиалах создана богатая разнообразная дендроколлекция (около 1700 видов, разновидностей и садовых форм, относящихся к 230 родам и 84 семействам), накоплен опыт по интродукции и созданию дендроколлекций и выращиванию древесных растений [3, 12-15]. Среди работ по этой тематике наиболее ценной является монография [13], посвященная научным основам интродукции древесных растений в Армении.

В настоящей работе обсуждаются теоретические предпосылки и практические аспекты интродукции, а также особенности, принципы и возможности дендроколлекций в ботанических садах республики. Даются оценка приспособляемости представителей различных групп древесных интродуцентов, а также сравнительная характеристика их феноритмов в разных дендроклиматических условиях Армении. Оцениваются перспективность отдельных ботанико-географических регионов как источников привлечения интродукционного материала в Армению, а также перспективы применения интродуцированных древесных растений.

При наличии довольно полной информации о таксономическом составе как по аборигенной, так и интродуцированной дендрофлоре (табл. 1) можно провести их сравнительный анализ, на основе чего разработать перспективу дальнейшей интродукции древесных в Армении. Как показывают данные, приведенные в табл. 1, общее число древесных в Армении составляет 1722 вида, разновидности и садовые формы из 230 родов и 84 семейств (в том числе представители 7 семейств из голосеменных).

**Таблица 1**

**Сравнительный таксономический анализ аборигенной и инородной дендрофлор в Армении**

Семейство	Число таксонов					
	аборигенных		интродуцированных		Общее	
	род	вид	род	вид, разновидность, садовая форма	род	вид, разновидность, садовая форма
1	2	3	4	5	6	7
<b>Голосеменные</b>						
<i>Cephalotaxaceae</i>	-	-	1	1	1	1
<i>Cupressaceae</i>	1	5	7	92	7	97
<i>Ephedraceae</i>	1	2	-	-	1	2
<i>Ginkgoaceae</i>	-	-	1	1	1	1
<i>Pinaceae</i>	1	1	6	77	6	78

1	2	3	4	5	6	7
<i>Taxaceae</i>	1	1	2	5	2	6
<i>Taxodiaceae</i>	-	-	5	6	5	6
<b>Покрытосеменные</b>						
<i>Aceraceae</i>	1	6	1	35	1	41
<i>Actinidiaceae</i>	-	-	1	4	1	4
<i>Anacardiaceae</i>	3	3	1	11	3	14
<i>Apocynaceae</i>	-	-	1	4	1	4
<i>Aquifoliaceae</i>	-	-	1	5	1	5
<i>Araliaceae</i>	1	1	2	13	2	14
<i>Arecaceae</i>	-	-	1	1	1	1
<i>Aristolochiaceae</i>	-	-	1	2	1	2
<i>Asclepiadaceae</i>	1	1	1	2	2	2
<i>Asteraceae</i>	1	5	2	2	3	7
<i>Berberidaceae</i>	1	2	3	59	3	61
<i>Betulaceae</i>	1	3	4	27	4	30
<i>Bignoniaceae</i>	-	-	2	9	2	9
<i>Boraginaceae</i>	-	-	1	1	1	1
<i>Buxaceae</i>	-	-	2	12	2	12
<i>Calycanthaceae</i>	-	-	1	1	1	1
<i>Capparaceae</i>	1	1	-	-	1	1
<i>Caprifoliaceae</i>	3	8	7	116	7	124
<i>Caryophyllaceae</i>	1	2	-	-	1	2
<i>Celastraceae</i>	1	3	2	16	3	19
<i>Chenopodiaceae</i>	10	16	-	-	10	16
<i>Cistaceae</i>	2	2	-	-	2	2
<i>Convolvulaceae</i>	1	1	-	-	1	1
<i>Cornaceae</i>	2	3	2	17	2	20
<i>Corylaceae</i>	2	5	-	-	2	5
<i>Ebenaceae</i>	1	1	1	2	1	3
<i>Elaeagnaceae</i>	2	2	3	6	3	8
<i>Empetraceae</i>	1	1	-	-	1	1
<i>Ericaceae</i>	1	1	1	1	1	2
<i>Eucommiaceae</i>	-	-	1	1	1	1
<i>Euphorbiaceae</i>	-	-	1	2	1	2
<i>Fabaceae</i>	8	24	21	73	21	97
<i>Fagaceae</i>	3	6	4	34	4	40
<i>Frankeniaceae</i>	1	1	-	-	1	1
<i>Grossulariaceae</i>	2	6	5	77	5	83
<i>Hamamelidaceae</i>	-	-	1	3	1	3
<i>Hippocastanaceae</i>	-	-	1	3	1	3
<i>Hydrangeaceae</i>	1	1	1	2	1	2
<i>Hypericaceae</i>	-	-	1	6	1	6
<i>Juglandaceae</i>	1	1	3	16	3	17
<i>Lamiaceae</i>	6	13	-	-	6	13
<i>Lauraceae</i>	-	-	1	1	1	1
<i>Liliaceae</i>	1	1	3	6	3	7
1	2	3	4	5	6	7

1	2	3	4	5	6	7
<i>Limoniaceae</i>	1	16	-	-	1	16
<i>Loganiaceae</i>	-	-	1	7	1	7
<i>Loranthaceae</i>	2	2	-	-	2	2
<i>Lythraceae</i>	-	-	1	1	1	1
<i>Magnoliaceae</i>	-	-	3	7	3	7
<i>Malvaceae</i>	-	-	1	2	1	2
<i>Meliaceae</i>	-	-	1	1	1	1
<i>Menispermaceae</i>	-	-	2	4	2	4
<i>Moraceae</i>	2	2	4	5	4	7
<i>Nyctaginaceae</i>	-	-	1	1	1	1
<i>Oleaceae</i>	3	4	9	138	4	142
<i>Platanaceae</i>	1	1	1	2	1	3
<i>Poaceae</i>	-	-	1	1	1	1
<i>Polygonaceae</i>	2	4	-	-	2	4
<i>Punicaceae</i>	1	1	1	1	1	2
<i>Ranunculaceae</i>	1	2	2	42	2	44
<i>Rhamnaceae</i>	4	8	4	16	5	24
<i>Rosaceae</i>	18	125	30	268	30	393
<i>Rubiaceae</i>	1	1	-	-	1	1
<i>Rutaceae</i>	-	-	4	10	4	10
<i>Salicaceae</i>	2	20	2	46	2	66
<i>Sapindaceae</i>	-	-	2	3	2	3
<i>Scrophulariaceae</i>	1	1	-	-	1	1
<i>Simarubaceae</i>	-	-	1	4	1	4
<i>Solanaceae</i>	2	4	2	6	2	10
<i>Staphyleaceae</i>	1	1	1	2	1	2
<i>Tamaricaceae</i>	3	7	2	4	3	9
<i>Thymelaceae</i>	2	4	-	-	2	4
<i>Tiliaceae</i>	1	2	2	7	2	9
<i>Ulmaceae</i>	2	3	3	21	3	24
<i>Vacciniaceae</i>	1	2	-	-	1	2
<i>Verbenaceae</i>	-	-	3	6	3	6
<i>Vitaceae</i>	1	2	3	27	3	29
<i>Zygophyllaceae</i>	1	2	-	-	1	2

При этом аборигенная дендрофлора составляет 346 видов из 117 родов и 54 семейств (в том числе 4 семейства из голосеменных). В составе аборигенных древесных растений довольно богато представлены обособленные таксоны: 71 вид из 35 родов и 17 семейств (табл. 2), представляющие в основном ксерофильные растительные формации и группировки полупустынной зоны республики: полукустарники и низкорослые кустарники из семейств *Ephedraceae* (*Ephedra*), *Caryophyllaceae* (*Acanthophyllum*), *Chenopodiaceae* (*Halostachis*, *Salsola*), *Limoniaceae* (*Acantholimon*), *Polygonaceae* (*Atraphaxis*, *Calligonum*), *Zygophyllaceae* (*Nitraria*, *Zygophyllum*), а также высокогорных, горностепных и субальпийских зон: *Thymelaceae* (*Daphne*), *Vacciniaceae* (*Vaccinium*). Представители указанных

таксонов не являются хозяйственно ценными видами и не участвуют в формировании основных лесных формаций, а являются компонентами древесной ксерофильной растительности.

Что касается представителей иноземной дендрофлоры, интродуцированных в ботанических садах и дендропарках Армении, то они составляют 1559 видов, разновидностей и садовых форм из 193 родов и 66 семейств (6 – голосеменных) (табл. 2). В данном случае наличие обособленных таксонов также велико – 110 названий из 45 родов и 30 семейств (табл. 2). В большей части эти интродуценты являются представителями более или менее мезофильных и теплолюбивых регионов умеренной зоны, которые в многообразных климатических условиях нашей республики могут успешно акклиматизироваться, более всего в относительно влажных и предгорных районах: в Ванадзорском ботаническом саду, а также в Степанаванском и особенно Иджеванском субтропическом дендропарках. К этим таксонам относятся представители семейств *Taxodiaceae* (*Cryptomeria*, *Metasequoia*, *Sequoiadendron*), *Actinidiaceae* (*Actinidia*), *Aristolochiaceae* (*Aristolochia*), *Bignoniaceae* (*Campsis*, *Catalpa*), *Buxaceae* (*Buxus*), *Hamamelidaceae* (*Liquidambar*, *Parrotia*), *Hippocastanaceae* (*Aesculus*), *Lauraceae* (*Laurus*), *Magnoliaceae* (*Liriodendron*, *Magnolia*), *Verbenaceae* (*Vitex*, *Caryopteris*), *Sapindaceae* (*Koelreuteria*) и многие другие.

**Таблица 2**  
**Число таксонов аборигенных и иноземных древесных растений в Армении**

Таксоны	Число таксонов				общее в Армении
	аборигенных		иноземных		
	общее число	обособлен- ных	общее число	обособлен- ных	
Семейство	54	17	66	30	84
Род	117	35	193	45	230
Вид	346	71	1559	110	1722

Сравнение ведущих семейств аборигенной и иноземной дендрофлор (табл. 3) показало, что семейство *Rosaceae* во всех случаях является ведущим как по числу родов (18 аборигенных и 29 интродуцированных), так и по числу видов (125 и 268). Богатство таксонов в первом случае обусловлено большим числом эндемиков в составе родов *Pyrus*, *Sorbus* и др., а во втором – богатой представленностью садовых форм некоторых видов: *Crataegus*, *Malus*, *Rosa*, *Spiraea* и др. На втором месте приведенные в табл. 3 семейства *Fabaceae* и *Salicaceae*, которые в обоих случаях достаточно богаты. Что касается семейств *Oleaceae*, *Caprifoliaceae*, *Cupressaceae*, то они представлены богатым составом садовых форм в интродуцированной дендрофлоре, в большинстве случаев не акклиматизируются в сухих континентальных климатических условиях г. Еревана и в основном являются высокодекоративными представителями научной

коллекции Иджеванского субтропического и частично Степанаванского дендропарков.

Таблица 3

Анализ ведущих семейств сравниваемых дендрофлор

Семейство	Число таксонов					
	общее в Армении		аборигенной дендрофлоры		интродуцированной дендрофлоры	
	род	вид	род	вид	род	вид
<i>Rosaceae</i>	30	393	18	125	29	268
<i>Fabaceae</i>	21	97	8	24	16	79
<i>Oleaceae</i>	9	142	3	4	9	138
<i>Caprifoliaceae</i>	7	124	3	8	7	116
<i>Cupressaceae</i>	7	97	1	5	7	92
<i>Chenopodiaceae</i>	10	16	10	16	-	-
<i>Salicaceae</i>	2	60	2	20	2	40

Нами проведен также сравнительный анализ этих дендрофлор на уровне родов (табл. 4). Выявлено, что у некоторых родов (*Lonicera*, *Berberis*, *Spiraea*, *Philadelphus*, *Acer*, *Clematis* и *Juniperus*) богатство видов и садовых форм обусловлено интродуцированным их составом. Аборигенные виды представлены у них незначительным числом видов от 1 (*Philadelphus*) до 6 (*Acer*). Вместе с этим некоторые роды из аборигенной дендрофлоры (*Pyrus*, *Sorbus*, *Crataegus* и др.) являются ведущими в составе местной дендрофлоры благодаря большому числу узко эндемичных видов в Армении.

Таблица 4

Анализ ведущих родов сравниваемых дендрофлор

Род	Число видов и разновидностей			Род	Число видов и разновидностей		
	общее	интродуцированных	аборигенных		общее	интродуцированных	аборигенных
<i>Lonicera</i>	70	66	4	<i>Pinus</i>	32	31	1
<i>Berberis</i>	56	54	2	<i>Pyrus</i>	36	4	32
<i>Spiraea</i>	51	49	2	<i>Rosa</i>	42	24	18
<i>Philadelphus</i>	41	40	1	<i>Sorbus</i>	28	15	13
<i>Acer</i>	41	35	6	<i>Salix</i>	27	14	13
<i>Clematis</i>	41	39	2	<i>Acantholimon</i>	16	-	16
<i>Juniperus</i>	37	32	5	<i>Crataegus</i>	32	10	22

На основании вышеприведенного анализа можно разработать перспективы дальнейшей целенаправленной интродукции древесных растений в Армении, в первую очередь в ботанических садах. Это касается, во-первых, уже испытанных традиционных ботанико-географических регионов умеренной зоны (Северная Америка, Дальний Восток, Евросибирь и др.), а также кавказского экорегиона и, во-вторых, отдельных наиболее богатых в таксономическом отношении и экологически пластичных родов. Десятилетний опыт показывает, что в многообразных дендроклиматических условиях в Армении уже успешно акклиматизировались интродуцированные представители родов *Juniperus*, *Lonicera*, *Syringa*, *Berberis*, *Clematis* и мн. др., которые представлены в дендроколлекциях ботанических садов и дендропарков республики наиболее богатым составом от 40 до 70 таксонов. Однако генофонд и география указанных родов настолько богаты, что в дальнейшем возможно увеличить их интродукционный состав. Опыт интродукции в Армении одновременно показывает, что в дальнейшем необходимо испытать также некоторые другие таксоны представителей родов из дендрофлор умеренной зоны, а именно *Larix*, *Pinus*, *Acer*, *Betula*, *Weigela*, *Euonymus*, *Quercus*, *Deutzia*, *Philadelphus*, *Buddleia*, *Ligustrum* и мн. др. Конечно, многие представители указанных родов целесообразно интродуцировать в относительно влажных и теплых дендроклиматических районах Армении – в Ванадзоре, Степанаване и особенно в Иджеване.

Наш многолетний опыт и предварительный прогноз позволяют предположить, что при регулярной и целенаправленной интродукции через 20-25 лет (к 2050 г.) культурная (иноземная) дендрофлора в Армении будет представлена примерно 2000 видами и разновидностями за счет интродукции в основном вышеуказанных таксонов.

Институт ботаники им. А. Л. Тахтаджяна НАН РА  
e-mail: zh.vardanyan@gmail.com

**Член-корреспондент НАН РА Ж. А. Варданян**

### **Сравнительный анализ аборигенной и иноземной дендрофлоры в Армении и перспективы их дальнейшего обогащения**

Обсуждается соотношение таксономического разнообразия аборигенной дендрофлоры и иноземных древесных растений, интродуцированных в ботанических садах и дендропарках Армении, и проводится их сравнительный анализ. Аборигенная дендрофлора Армении представлена 346 видами из 54 семейств и 117 родов, а интродуцированная – 1600 видами и разновидностями из 66 семейств и 193 родов.

## ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Ժ. Հ. Վարդանյան

### Հայաստանի արքրիզեն և օտարածին դենդրոֆլորաների համեմատական վերլուծությունը և դրանց հետագա հարստացման հեռանկարները

Քննարկվում է Հայաստանի արքրիզեն դենդրոֆլորայի և բուսաբանական այգիներում ու դենդրոպարկերում ներմուծված օտարածին ծառաբույսերի տաքսոնոմիական բազմազանության համամասնությունը, և կատարվում է դրանց համեմատական վերլուծություն: Հայաստանի արքրիզեն դենդրոֆլորան ներկայացված է 54 ընտանիքի 117 ցեղի 346 տեսակներով, իսկ ներմուծվածներինը՝ 66 ընտանիքի 193 ցեղի շուրջ 1600 տեսակներով և տարատեսակներով:

### Corresponding member of NAS RA Zh. H. Vardanyan

### Comparative Analysis of Native and Alien Dendroflora in Armenia and Perspectives for Their Further Enrichment

The relationship between the taxonomic diversity of aboriginal dendroflora and alien woody plants introduced in botanical gardens and arboretums of Armenia is discussed and their comparative analysis is carried out. The native dendroflora of Armenia is represented by 346 species from 54 families and 117 genera, and introduced by about 1600 species and varieties from 66 families and 193 genera.

### Литература

1. *Багдасарян А. Б.* Климат Армянской ССР. Ереван. Изд-во АН АрмССР. 1958. 140 с.
2. *Тахтаджян А. Л.* Флористические области земли. Л. Наука. 1978. 247 с.
3. *Варданян Ж. А.* Деревья и кустарники Армении в природе и культуре. Ереван. 2003. 367 с.
4. *Долуханов А. Г.* Леса Зангезура. Тр. БИН АН АрмССР. 1949. С. 65-134.
5. *Иванова А. В.* Можжевельниковые редколесья Южной Армении. Тр. БИН АН АрмССР. 1946. С. 109-155
6. *Иванова А. В.* О лиственных ксерофильных редколесьях Армении. Тр. БИН АрмССР. 1950. С. 92-172.
7. *Махатадзе Л. Б.* Дубравы Армении. Ереван. Изд-во АН АрмССР. 1957. 327 с.
8. *Сосновский Д. И., Махатадзе Л. Б.* Краткий определитель деревьев и кустарников Армянской ССР. Ереван. Изд-во АН АрмССР. 1950. 102 с.
9. *Ярошенко Г. Д.* Буковые леса Армении. Ереван. Изд-во АН АрмССР. 1962. 178 с.
10. *Варданян Ж. А.* Дендрофлора Вайка и перспективы ее рационального использования. Автореф. канд. дис. Ереван. 1980. 26 с.
11. *Григорян Р. А.* Естественные леса и природная дендрофлора бассейна оз. Севан. Тр. БИН АН АрмССР. 1974. С. 5-37.
12. Аннотированный каталог деревьев и кустарников ботанических садов и дендропарков Армянской ССР. Бюлл. Бот. сада АН АрмССР. 1985. № 27. 164 с.

13. *Вардамян Ж. А.* Научные основы интродукции древесных растений в Армении. Ереван. Гитутюн. 2012. 400 с.
14. *Вардамян Ж. А.* Особенности выращивания древесных растений и создания декоративных насаждений в Армении. Ереван. 2020. 207 с. (на арм. яз.).
15. *Казарян В. О., Арутюнян Л. В., Хуришудян П. А. и др.* Научные основы облесения и озеленения Армянской ССР. Ереван. Изд-во АН АрмССР. 1974. 350 с.



парка. Еще одна субпопуляция была зарегистрирована на мысе Норадуз в 1923 г., однако позднее здесь вид не собирался. Отмечается необходимость продолжения регулярного мониторинга состояния всех частей популяции [6].

Изучение морфологии пыльцы и ультраструктуры спородермы 23 видов из 21 секции данного рода, проведенное Куприяновой, Черневой [7] на уровне сканирующего и трансмиссионного электронных микроскопов (СЭМ и ТЭМ) подтвердило высказанное ранее мнение Штэпа [8, 9] о гетерогенности данного рода. Основываясь на типе апертур, авторы объединяют изученные виды в двух палинотипах: тип *Cousinia* (пыльцевые зерна (п.з.) 3-бороздно-порово-оровые) и тип *Arctiastrum* (п. з. 3-бороздно-поровые). Описание ряда видов рода (на уровне светового (СМ) и сканирующего электронного (СЭМ) микроскопов) приводится в работе Мейер-Меликян и др. [10]. В исследованиях палиноморфологии 25 видов секции *Stenocephalae* Bunge рода *Cousinia* также выделены два основных типа пыльцы, в данном случае исходя из числа бородавок на каждые 25 мкм<sup>2</sup> поверхности пыльцевого зерна [11]. На уровне СЭМ исследование морфологии пыльцы 28 видов рода *Cousinia* проведены также в [2], при этом авторы указывают на возможность использования морфологических признаков пыльцы при идентификации и разграничении отдельных видов в пределах данного рода.

Общее описание морфологии пыльцы рода *Cousinia* флоры Армении (на уровне СМ) представлено в IX томе Флоры Армении [12].

#### **Материал и методика.**

**Палинология.** Материалом для настоящих исследований послужила пыльца, полученная из гербария Института ботаники НАН РА.

Исследование особенностей морфологии пыльцы вида *C. fedorovii* проводилось с применением СМ и СЭМ. Для изучения на уровне светового микроскопа (AmScope) пыльцевые зерна были обработаны двумя основными методами – методом окрашивания основным фуксином [13] и упрощенным ацетолитным методом [14]. Пыльца исследовалась при увеличении  $\times 200$ ,  $\times 400$  и  $\times 1000$ , измерения проводились на 10 пыльцевых зернах.

Микрофотографии пыльцы на уровне сканирующего электронного микроскопа (Jeol, JSM-6390) были получены в лаборатории электронной микроскопии Ботанического института им. В. Л. Комарова РАН (Санкт-Петербург, Россия).

Изученный образец: Армения, Красносельский р-н, п-ов Арданиш, у подножия скал. 9.07.1995. Leg. Агабабян М. (ERE, 144032).

**Кариология.** Изучались митотические хромосомы в клетках меристемы корешков проростков растений. Число и морфология хромосом изучались на давленных препаратах. Семена проращивались в чашках Петри на фильтровальной бумаге при комнатной температуре. Для приготовления цитологических препаратов применялась стандартная методика временных и постоянных давленных препаратов с предварительной обработ-

кой корешков 0.4% раствором колхицина в течение 2.5 ч при комнатной температуре. После этого материал переводился в фиксатор (3:1), где выдерживался 2-2.5 ч, далее подвергался горячему гидролизу (при 60°C) в 1N растворе соляной кислоты в течение 15 мин, а затем окрашивался по Фельгену в фуксин-сернистой кислоте в течение 1.5-2 ч. Окрашенные корешки промывались в теплой воде и помещались на предметное стекло. Окрашенный кончик корешка (0.5-1мм) раздавливался в 45° уксусной кислоте под покровным стеклом. После предварительного просмотра мазков под микроскопом препараты помещались на 5 мин в бутиловый спирт, затем на 5 мин в ксилол и заключались в канадский бальзам.

**Изученные образцы.** Материалом для исследования послужили собственные гербарные сборы вида *C. fedorovii*, собранные во время экспедиций в Гегаркуникский район: Арегунийское побережье озера Севан, окр. села Артаниш, у дороги. 40°36'27,6"N/45°03'49,4"E. 1917 м над ур. м. 28.09.2013. Leg. А. Гукасян, И. Габриэлян. Det. М. Оганесян.

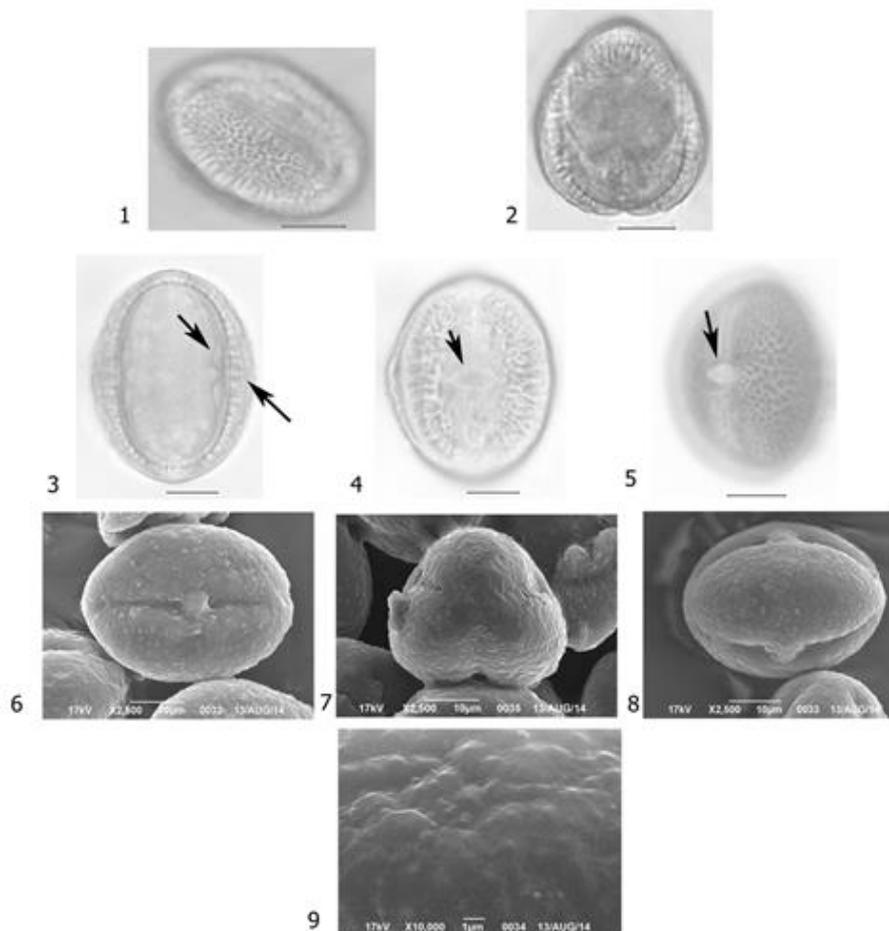
#### **Результаты и обсуждение.**

**Палинология** (фототабл. I). Пыльцевые зерна вида *Cousinia fedorovii* Takht. меридионально-3-бороздно-оровые, продолговатой формы, в очертании с полюса округло-треугольные или 3-лопастные; полярная ось 28.7-34.5  $\mu\text{m}$ , экваториальный диаметр 23.5-28.4  $\mu\text{m}$ . Борозды не очень длинные, узкие, с ровными или слегка волнистыми краями, концы заостренные; скульптура мембран борозд разнородная; диаметр апокольпиума 9.5-10.2  $\mu\text{m}$ , ширина мезокольпиума 15.4-17.2  $\mu\text{m}$ . Оры преимущественно ромбической или эллиптической формы, 10.2-12.2  $\mu\text{m}$  длиной, концы ор слабо заостренные (фототабл. I, 4, 5). Экзина в области полюсов 2.5-2.7  $\mu\text{m}$ , в экваториальной области каплевидно утолщается, достигая 5.0-5.3  $\mu\text{m}$  толщины (фототабл. I, 3); столбчатый слой эктэкины представлен отдельными крупными, часто разветвленными на концах столбиками различной высоты, достигающей максимума на мезокольпиумах (там же). Скульптура экзины обратно-сетчатая (СМ); скульптура экзины нерегулярно разнобугорчатая, бугорки варьируют по размерам, в верхней части сужены; между бугорками отмечаются бородавки – одиночные или в группе по 2-4 (СЭМ).

#### **Кариология. *Cousinia fedorovii* Takht., 2n=24**

Согласно литературным данным, для видов секции Кузиния (sect. *Cousinia*) приводятся разные основные числа ( $x=9, 12, 13$ ), из которых наиболее характерно основное число  $x=12$  [15–19], известны лишь единичные сводки с основными числами  $x=9$  [20] и  $x=13$  [21].

У кариологически изученных образцов вида *C. fedorovii* нами зафиксирована диплоидная цитораса ( $2x$ ),  $2n=24$ , с основным числом хромосом  $x=12$ .



Фототаблица I. Пыльцевые зерна вида *Cousinia fedorovii* Takht.  
 1-2– общий вид пыльцевых зерен (п. з.) (1 – мезокольпиум, 2 – вид с полюса), 3 – столбчатый слой и каплевидные утолщения экзины в экваториальной области (отмечено стрелками), 4 – общий вид оры (отмечено стрелкой), 5 – ора (отмечено стрелкой) и скульптура экзины на мезокольпиумах (СМ), 6-8 – общий вид п. з. (6 – апертура, 7 – вид с полюса, 8 – мезокольпиум), 9 – скульптура экзины (СЭМ) (масштабная линейка: 1-5 – 10  $\mu\text{m}$ ).

Формула кариотипа:  $2n=24= 8SM+16M$ .

Кариотип вида *C. fedorovii* состоит из 4 пар субметацентрических и 8 пар метацентрических хромосом.

Впервые для вида *C. fedorovii* дается описание кариотипа.

Исследование выполнено при финансовой поддержке ГКН МОН РА в рамках научного проекта № SCS «13-1F093».

Институт ботаники им. А. Л. Тахтаджяна НАН РА

e-mails: [alla.hayrapetyan.63@gmail.com](mailto:alla.hayrapetyan.63@gmail.com), [anyaghukasyan@gmail.com](mailto:anyaghukasyan@gmail.com)

**А. М. Айрапетян, А. Г. Гукасян**

**Палинологические и кариологические особенности эндемичного вида *Cousinia fedorovii* Takht. (*Asteraceae*), включенного в Красную книгу растений Армении**

Исследованы особенности морфологии пыльцы, а также кариотипа редкого эндемичного вида *Cousinia fedorovii* Takht. (*Asteraceae*). Пыльцевые зерна меридиально-3-бороздно-оровые, скульптура экзины негативно-сетчатая (на уровне светового микроскопа) или нерегулярно-разнобугорчатая (на уровне сканирующего электронного микроскопа). У кариологически изученных образцов вида *C. fedorovii* нами зафиксирована диплоидная цитораза ( $2x$ ),  $2n=24$ , с основным числом хромосом  $x=12$ .

**Ա. Մ. Հայրապետյան, Ա. Գ. Ղուկասյան**

**Հայաստանի բույսերի Կարմիր գրքում ընդգրկված *Cousinia fedorovii* Takht. (*Asteraceae*) էնդեմիկ տեսակի պալինոլոգիական և կարիոլոգիական առանձնահատկությունները**

Ուսումնասիրվել են Հայաստանի բույսերի Կարմիր գրքում ընդգրկված *Cousinia fedorovii* Takht. (*Asteraceae*) էնդեմիկ տեսակի ծաղկափռոշու մորֆոլոգիայի և կարիոտիպի առանձնահատկությունները: Ծաղկափռոշին 3-ակոսաշրթնային է, էրզինի քանդակը բացասական-ցանցավոր է (լուսային մանրադիտակի մակարդակով) կամ անկանոն բլրակավոր (սկաներային էլեկտրոնային մանրադիտակի մակարդակով): Կարիոլոգիապես հետազոտված *C. fedorovii* տեսակի համար ֆիքսվել է դիպլոիդ ցիտորասա ( $2x$ ),  $2n=24$ ,  $x=12$  հիմնական բազային թվով:

**A. M. Hayrapetyan, A. G. Ghukasyan**

**Palynological and Caryological Investigation of Endemic Species *Cousinia fedorovii* Takht. (*Asteraceae*) Included in the Red Data Book of Plants of Armenia**

The peculiarities of pollen morphology and karyotype of endemic species *Cousinia fedorovii* Takht. (*Asteraceae*) included in the Red Data Book of plants of Armenia have been investigated. Pollen grains 3-zonocolp-orate, exine ornamentation negative-reticulate (LM) or irregular tuberculate (SEM). In the karyologically studied samples of the species *C. fedorovii* we recorded diploid cytoras ( $2x$ ),  $2n=24$ , with the basic chromosome number  $x=12$ .

**Литература**

1. Таманян К. Г. Род *Cousinia* Cass. (*Asteraceae*). В кн.: Флора Армении. Тахтаджян А. Л. (ред.). Т. 9. Koeltz Scientific Books (CR). 1995. С. 239-261.

2. *Atazadeh N., Sheidai M., Attar F. et al.* – Grana. 2020. P. 2-16. <https://doi.org/10.1080/00173134.2020.1781247>
3. *Файвуш Г. М.* – Фл., растит., раст. рес. Армении. 2007. Вып. 16. С. 62- 68.
4. *Tatanyan K., Arevshatyan I., Fayvush G. et al.* The Red Book of Plants of the Republic of Armenia (Higher plants and Fungi). Erevan. Zangak. 2010. 598 p.
5. *Тахтаджян А. Л.* – Тр. Арм. фил. АН СССР. Биол. сер. 1937. Вып. 2. С. 172-196.
6. *Айрапетян А. М., Файвуш Г. М., Мурадян А. Г.* – Биолог. журн. Армении. 2015. Т. 67. Вып. 2. С. 76-82.
7. *Куприянова Л. А., Чернева О. В.* – Бот. журн. 1982. Т. 67. № 5. С. 581-589.
8. *Штэна И. С.* – Зам. сист. геогр. раст. (Тбилиси). 1967. Т. 26. С. 57-62.
9. *Штэна И. С.* В кн.: Палинологические исследования в Грузии. IV Междунар. палинол. конф. Тбилиси. 1977. С. 9-46.
10. *Мейер-Меликян Н. Р., Бовина И. Ю., Косенко Я. В. и др.* Атлас пыльцевых зерен астровых (*Asteraceae*). Палиноморфология и развитие спородермы представителей семейства *Asteraceae*. М. Т-во науч. изд КМК. 2004. 236 с.
11. *Saber A., Attar F., Djavadi, S. B.* – Iran. J. Bot. 2009. V. 15. № 1. P. 114-128.
12. *Аветисян Е. М., Манукян Л. К., Мехакян А. К.* В кн.: Флора Армении. Т. 9. Тахтаджян А. Л. (ред.). Ереван. 1995. 674 с.
13. *Смолянинова Л. А., Голубкова В. Ф.* – ДАН СССР. 1950. Т. 75. № 1. С. 125-126.
14. *Аветисян Е. М.* – Бот. журн. 1950. Т. 35. № 4. С. 385-387.
15. *Aryavand A.* – Bot. Not. 1975. V. 383. № 128. P. 299–311.
16. *Susanna A., Garcia-Jacas N., Vilatersana R. et al.* – Bot. J. Linn. Soc. 2003. V. 143. P. 411–418.
17. *Ghaffari S.M., Attar F., Ghahreman A.* – Pakistan J. Bot. 2000. V. 32. P. 311–316.
18. *Ghaffari S. M., Garcia-Jacas N., Susanna A.* – Bot. J. Linn. Soc. 2006. V. 151. P. 411–419.
19. Числа хромосом цветковых растений. 1969. Под ред. А. А. Федорова. Л. Наука. 926 с.
20. *Чернева О. В.* – Бот. журн. 1985. Т. 70. С. 856–857.
21. *Poddubnaja-Arnoldi W.* – Beih. Bot. Centralbl. 1931. V. 48. P. 141–237.

## Կանոններ հեղինակների համար

1. «Հայաստանի գիտությունների ազգային ակադեմիայի Ջեկոյցներ» հանդեսը լույս է տեսնում տարեկան չորս անգամ, գետեղում է գիտական հետազոտությունների նոր, ոչ մի տեղ չհրատարակված արդյունքներ պարունակող համառոտ, յուրօրինակ հոդվածներ:
2. ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոսները, թղթակից անդամները և արտասահմանյան անդամները իրենց հոդվածները ներկայացնում են անմիջականորեն: Մյուս բոլոր հոդվածները ներկայացվում են ՀՀ ԳԱԱ անդամների միջոցով:
3. Հոդվածները կարելի է ներկայացնել հայերեն, ռուսերեն կամ անգլերեն լեզվով: Այդ երեք լեզվով պետք է ներկայացնել նաև ռեֆերատ:
4. Ներկայացվում է հոդվածի էլեկտրոնային տարբերակը (CD/DVD-ով կամ e-mail-ով՝ [mas@sci.am](mailto:mas@sci.am)) երկու տպագիր օրինակով՝ վերջնական խմբագրությամբ: Հոդվածի ընդհանուր ծավալը՝ 8 էջ (12000 նիշ): Օգտագործվող տեքստային խմբագիրը՝ MS Word, տառաչափը՝ 12 pt, տողերի միջև հեռավորությունը՝ 1.5: Նկարները ներկայացվում են առանձին ֆայլով bmp կամ wmf ֆորմատով:

*Հանդեսի համառոտ անունը՝  
ՀՀ ԳԱԱ*

## *Правила для авторов*

1. «Доклады Национальной академии наук Армении» выходят 4 раза в год и помещают краткие оригинальные статьи, содержащие новые, нигде не опубликованные результаты научных исследований.
2. Академики, члены-корреспонденты и иностранные члены НАН РА представляют свои статьи непосредственно, все остальные статьи представляются через членов НАН РА.
3. Статьи могут быть представлены на армянском, русском или английском языках; должны быть представлены также рефераты на этих трех языках.
4. Представляется электронный вариант статьи (на CD/DVD или по e-mail: [mas@sci.am](mailto:mas@sci.am)) с двумя распечатками в окончательной редакции. Общий объем статьи не должен превышать 8 стр. (12000 знаков). Используемый текстовый редактор MS Word, кегль 12 pt, интервал 1.5.
5. Рисунки представляются отдельными файлами в формате bmp или wmf.

*Сокращенное название журнала  
ДНАН РА*

## *Guidelines for Authors*

1. "The Reports of the National Academy of Sciences of Armenia" are published four times a year and place brief original articles containing new results of scientific researches, which were not printed previously.
2. Academicians, Corresponding Members and foreign members of NAS RA submit their articles directly. All other articles are submitted through the Members of NAS RA.
3. Articles may be presented in Armenian, Russian or English languages. It must have been presented the abstracts in these three languages as well.
4. It should be presented the complete editing of the electronic variant of the article (CD/DVD or by e-mail: [mas@sci.am](mailto:mas@sci.am)) and two hard copies. The whole size of the article should not exceed 8 pages (12000 marks). MS Word would be used as a text editors, font size – 12 pt, line spacing – 1.5.
5. Pictures should be presented by the separate files in bmp or wmf formats.

*The abbreviated name of the journal is  
RNAS RA*