

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱՎԱԴԵՍԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCE OF ARMENIA

ISSN 0321-1339

ՉԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ
REPORTS

Հատոր
Том
Volume

120 № 3

2020

Երևան

Երևան

Yerevan

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ
ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ

ՀԱՏՈՐ 120

№ 3

ՀՀ ԳԱԱ «ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ» ՀՐԱՏԱՐԱԿԶՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ 2020

Հիմնադրվել է 1944թ.: Լույս է տեսնում տարին 4 անգամ Основана в 1944 г. Выходит 4 раза в год

Founded in 1944. Published quarterly

Գլխավոր խմբագիր՝ ակադեմիկոս Ռ. Մ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ

Խմբագրական խորհուրդ՝ ակադեմիկոս Գ. Ե. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Վ. Ս. ԶԱՔԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Լ. Ա. ԹԱՎԱԴՅԱՆ, ՀՀ ԳԱԱ թղթ. անդամ Ռ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ, ակադեմիկոս Է. Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Լ. Ռ. ՄԱՆՎԵԼՅԱՆ (գլխ. խմբագրի տեղակալ), ակադեմիկոս Յու. Հ. ՇՈՒԿՈՒՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Դ. Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ, Գ. Ա. ԱԲՐԱՀԱՄՅԱՆ (սլաւո. քարտուղար)

Главный редактор академик Р. М. МАРТИРОСЯН

Редакционная коллегия: чл.-кор. НАН РА Р. М. АРУТЮНЯН, академик Г. Е. БАГДАСАРЯН, академик В. С. ЗАХАРЯН, академик Э. М. КАЗАРЯН, чл.-кор. НАН РА Л. Р. МАНВЕЛЯН (зам. главного редактора), академик Д. М. СЕДРАКЯН, академик Л. А. ТАВАДЯН, академик Ю. Г. ШУКУРЯН, Г. А. АБРАМЯН (отв. секретарь)

Editor-in-chief academician R. M. MARTIROSYAN

Editorial Board: corresponding member of NAS RA R. M. AROUTIUNIAN, academician G. E. BAGDASARIAN, academician E. M. KAZARYAN, corresponding member of NAS RA L. R. MANVELYAN (associate editor), academician D. M. SEDRAKIAN, academician Yu. H. SHOUKOURIAN, academician L. A. TAVADYAN, academician V. S. ZAKARYAN, G. A. ABRAHAMYAN (executive secretary)

Խմբագրության հասցեն՝ 0019, Երևան 19, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24գ
Адресредакции: 0019, Ереван 19, просп. Маршала Баграмяна 24г

Communication links: address – 24g Marshal Bagramian Ave., Yerevan, 0019, Armenia

Phone:(37410)56-80-67*URL:*<http://elib.sci.am> *e-mail:* mas@sci.am

©НАН РА. Президиум. 2020

©Издательство “Тигутюн”

НАН РА. 2020

Հայաստանի ԳԱԱ Ձեկույցներ

Հատոր 120, N 3, 2020

Հրատ. պատվեր N 1034

Խմբագրումը և սրբագրումը՝
Ա. Ապիյան, Ա. Սահակյան

Համակարգչային էջադրումը՝
Վ. Պապյան

Ստորագրված է տպագրության 09.09.2020

Ծավալը՝ 5 տպ. մանուկ: Տպաքանակը՝ 150: Գինը՝ պայմանագրային:
Հ Հ ԳԱԱ «Գիտություն» հրատարակչության տպարան
Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Գ. Գ. Գևորգյան – Միակության թեորեմներ միապատիվ և բազմապատիվ եռանկյունաչափական շարքերի համար 159

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Ա. Մ. Ավետիսյան, Մ. Վ. Բելուբեկյան, Կ. Բ. Ղազարյան – Ռելեի տիպի էլեկտրամագնիսաառաձգական ալիքները հեքսագոնալ սիմետրիայի 6mm դասի պլեզոէլեկտրական միջավայրում 164

Վ. Մ. Բելուբեկյան, Մ. Վ. Բելուբեկյան, Վ. Գ. Գարակով – Գուլյան – Բլյուստայնի ալիքի առաջացումը էլեկտրական դաշտի ոչ ստացիոնարության հաշվառումով 174

ԱՌԱՉԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Լ. Գ. Ղուրազարյան, Փ. Ռ. Համբարձումյան – Երկշերտ սալի առաձգականության տեսության դինամիկ եռաչափ խնդիրը մաձուցիկ դիմադրության առկայության դեպքում 181

ԵՐԿՐԱՖԻԶԻԿԱ

Ռ. Ա. Փաշայան, Լ. Վ. Հարությունյան – Կենտրոնական Հայաստանի երկրակեղևի սեյսմատեկտոնական շարժումների երկրաքիմիական ուսումնասիրություններ 191

ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

Ջ. Հ. Մանուկյան, Լ. Հ. Հարությունյան, Մ. Հ. Մինայան, Լ. Ա. Թավադյան – Վիտամին B12-ի ազդեցությունը միցելային համակարգում մեթիլլինոլեատի օքսիդացման ռեակցիայի վրա 198

ԲՆԱՊԱՀՊԱՆԱԿԱՆ ԳԵՆԵՏԻԿԱ

Ա. Ա. Սարգսյան – ԴԼԹ-ի վնասվածության մակարդակի գնահատումը ԴԼԹ կոմետ մեթոդի կիրառումը *Lumbricus terrestris* անձրևորդերի երկու բնական պոպուլյացիաներում 206

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Ք. Վ. Ղազարյան, Տ. Ա. Փիլիպոսյան, Մ. Ա. Դանիելյան, Ն. Գ. Հունանյան – Օքսիտոցինի ազդեցությունը առնետի արզանդի փողի միջին շրջանի էլեկտրական ակտիվության վրա 214

Մ. Հ. Դանիելյան, Ք. Վ. Կարապետյան, Օ. Հ. Նազարյան, Ք. Ա. Ներոզովա – Պարկինսոնի հիվանդության մոդելի վրա հայկական իժի թույնի ներարկման պայմաններում դժգույն գնդի նյարդաբջիջներում տեղի ունեցող փոփոխությունների մորֆո-հիստոքիմիական հետազոտությունը 222

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА	
<i>Г. Г. Геворкян</i> – Теоремы единственности для простых и кратных тригонометрических рядов	159
МЕХАНИКА	
<i>Ара С. Аветисян, М. В. Белубекян, К. Б. Казарян</i> – Электро-магнито-упругие волны типа Рэлея в пьезоэлектрической среде гексагональной симметрии класса 6mm	164
<i>В. М. Белубекян, М. В. Белубекян, В. Г. Гараков</i> – Условия появления волны Гуляева – Блюштейна с учетом нестационарности электрического поля	174
ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ	
<i>Л. Г. Гулغازарян, П. Р. Амбарцумян</i> – Динамическая трёхмерная задача теории упругости двуслойной пластинки при наличии вязкого сопротивления	181
ГЕОФИЗИКА	
<i>Р. А. Пашаян, Л. В. Арутюнян</i> – Геохимические исследования сейсмостектонических движений земной коры центральной Армении	191
ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ	
<i>З. О. Манукян, Л. А. Арутюнян, С. Г. Минасян, Л. А. Тавадян</i> – Влияние витамина В12 на реакцию окисления метиллинолеата в мицелярных растворах	198
ЭКОЛОГИЧЕСКАЯ ГЕНЕТИКА	
<i>А. А. Саргсян</i> – Оценка повреждений ДНК с применением метода ДНК-комет в двух природных популяциях дождевых червей <i>Lumbricus terrestris</i>	206
ФИЗИОЛОГИЯ	
<i>К. В. Казарян, Т. А. Пилипосян, М. А. Даниелян, Н. Г. Унанян</i> – Влияние окситоцина на электрическую активность средней зоны маточного рога	214
<i>М.А.Даниелян, К.В.Карпетян, О.А.Назарян, К.А.Небогова</i> – Морфогистохимическое исследование изменений в нейронах бледного шара на модели болезни Паркинсона в условиях введения яда армянской гадюки	222

CONTENTS

MATHEMATICS	
<i>G. G. Gevorkyan</i> – Uniqueness Theorems on Simple and Multiple Trigonometric Series	159
MECHANICS	
<i>Ara S. Avetisyan, M. V. Belubekyan, K. B. Ghazaryan</i> – Electro-magneto-elastic Waves of Rayleigh Type in a Piezoelectric Medium of 6mm Hexagonal Symmetry Class	164
<i>V. M. Belubekyan, M. V. Belubekyan, V. G. Garakov</i> – Conditions for the Appearance of the Gulyaev – Bleustein wave taking into account the nonstationarity of the electric field	174
ELASTICITY THEORY	
<i>L. G. Ghulghazaryan, P. R. Hambarzumyan</i> – The Dynamic Three-Dimensional Problem of the Theory of Elasticity of a Two-Layer Plate in the Presence of Viscous Resistance ...	181
GEOPHYSICS	
<i>R. A. Pashayan, L. V. Harutyunyan</i> – Geochemical Studies of Seismotectonic Movements of the Earth's Crust of Central Armenia	191
PHYSICAL CHEMISTRY	
<i>Z. H. Manukyan, L. H. Harutyunyan, S. H. Minasyan, L. A. Tavadyan</i> – Effect of Vitamin B12 on Oxidation Reaction of Methylinoleate in Micellar Solutions	198
ECOLOGICAL GENETICS	
A.A. Sargsyan – Evaluation of DNA Damage with Application of the Comet Assay in Two Natural Populations of <i>Lumbricus terrestris</i> Earthworms	206
PHYSIOLOGY	
<i>K. V. Kazaryan, T. A. Piliposyan, M. A. Danielyan, Hunanyan N. G.</i> –The Effect of Oxytocin on Electrical Activity of the Uterine Horn Mid Region in Rats	214
<i>M.H. Danielyan, K.V.Karapetyan, O.H.Nazaryan, K.A.Nebogova</i> –Morphohistochemical study of changes in globus pallidus neurons on a model of Parkinson's disease and in the conditions of the introduction of venom of the Armenian viper	222

На самом деле доказывается, что если ряд (1) методом Римана всюду суммируется к нулю, то все коэффициенты этого ряда равны нулю. В дальнейших усилениях и обобщениях теоремы Кантора присутствовала сходимости или суммируемости всюду или всюду, кроме, быть может, некоторого счетного множества. Это оправдывалось тем, что имеет место (см. [3], а также [1], с. 804)

Теорема Меньшова. *Существует тригонометрический ряд, который почти всюду сходится к нулю, однако не все коэффициенты этого ряда равны нулю.*

Следовательно, для получения теорем единственности для почти всюду сходящихся рядов нужны дополнительные условия на ряд. В этом направлении первые результаты получены в [4-7], где в качестве дополнительных условий выступают условия на функции распределения мажорант Абеля и Римана.

Отметим еще одну важную теорему из теории тригонометрических рядов (см. [8], а также [1], с.789).

Теорема Валле-Пуссена. *Пусть пределы неопределенности ряда (1), т.е. функции*

$$G(x) := \liminf_{n \rightarrow \infty} \sum_{|n| \leq N} A_n(x) \quad \text{и} \quad F(x) := \limsup_{n \rightarrow \infty} \sum_{|n| \leq N} A_n(x), \quad (3)$$

конечны всюду, кроме, быть может, некоторого счетного множества, и обе функции интегрируемы на $[0, 2\pi]$, тогда ряд (1) суммируется методом Римана почти всюду и является рядом Фурье этой суммы.

Из этой теоремы следует другая

Теорема Валле-Пуссена. *Если ряд (1) всюду, кроме, быть может, некоторого счетного множества, сходится к всюду конечной интегрируемой функции, то он является рядом Фурье этой функции.*

В настоящей работе основными результатами для простых рядов являются следующие теоремы.

Теорема 1. *Пусть для ряда (1) с коэффициентами (2), всюду, кроме, быть может, некоторого счетного множества, B выполняется*

$$S^*(x) < \infty, \quad \text{когда} \quad x \notin B, \quad (4)$$

и суммы $S(x, h)$ по мере сходятся к интегрируемой функции f , когда $h \rightarrow 0$. Тогда ряд (1) является рядом Фурье функции f .

Теорема 2. *Пусть для ряда (1) с ограниченными коэффициентами всюду выполняется*

$$S^*(x) < \infty$$

и суммы $S(x, h)$ по мере сходятся к некоторой интегрируемой функции f , когда $h \rightarrow 0$. Тогда ряд (1) является рядом Фурье функции f .

Отметим, что из сходимости по мере ряда (1) следует выполнение (2). Поэтому, учитывая регулярность метода суммирования Римана, из теоремы 1 можно получить следующую теорему.

Теорема 3. *Пусть для ряда (1) с коэффициентами (2) всюду, кроме, быть может, некоторого счетного множества B , выполняется*

$$\sup_N \left| \sum_{|n| \leq N} A_n(x) \right| < \infty, \quad \text{когда} \quad x \notin B,$$

и

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{|n| \leq \infty} A_n(x) = f(x) \text{ по мере,}$$

где f – некоторая интегрируемая функция. Тогда ряд (1) является рядом Фурье функции f .

Очевидно, что условие интегрируемости функций (3) сильнее, чем условие (4). Поэтому из теоремы Валле-Пуссена не следуют теоремы 1 и 3. С другой стороны, из теорем 1 и 3 следуют теоремы Валле-Пуссена.

В работе через \mathbb{T} обозначается периодический отрезок $[-\pi, \pi]$.

Напомним, что множество $E \subset \mathbb{T}^d$, $d \geq 1$, называется U -множеством (VP -множеством) d -кратных тригонометрических рядов, если из сходимости d -кратного тригонометрического ряда всюду, кроме, быть может, точек множества E к нулю (к всюду конечной интегрируемой функции f), следует, что этот ряд тривиальный (является рядом Фурье функции f). Ясно, что любое VP -множество является U -множеством.

В случае $d \geq 2$ нужно уточнить, что понимаем, когда говорим “ряд сходится”. Все зависит от того, какие частичные суммы кратного ряда рассматриваются. В настоящей работе мы рассматриваем прямоугольные частичные суммы, т.е. сходимость по Прингсхейму.

В 1972 г. Эш и Уеланд [9] доказали, что в случае $d = 2$ пустое множество является U -множеством для двойных тригонометрических рядов, сходящихся по Прингсхейму.

Долгое время оставался открытым ответ на следующий вопрос: если d -кратный ($d \geq 3$) тригонометрический ряд сходится к нулю по Прингсхейму всюду на \mathbb{T}^d , то обязаны ли все коэффициенты этого ряда быть нулями?

В 1991 г. Ш. Е. Тетунашвили [10] доказал ряд важных теорем, в которых содержится положительный ответ на вышеуказанный вопрос. Он также получил богатый класс непустых VP -множеств для кратных тригонометрических рядов, сходящихся по Прингсхейму. В частности, он доказал следующую теорему (см. [10], следствие 8).

Теорема Тетунашвили. Если множество $E \subset \mathbb{T}$ является VP -множеством простых тригонометрических рядов, то множество $E \times \mathbb{T}^{d-1} \subset \mathbb{T}^d$ является VP -множеством d -кратных тригонометрических рядов.

Мы получили новый класс VP -множеств для кратных тригонометрических рядов.

Теорема 4. Пусть двойной тригонометрический ряд

$$\sum_{m,n \in \mathbb{Z}} a_{mn} e^{i(mx+ny)} \quad (5)$$

с суммами

$$S_{MN}(x, y) := \sum_{|m| \leq M} \sum_{|n| \leq N} a_{mn} e^{i(mx+ny)} \quad (6)$$

удовлетворяет условию

$$\lim_{M, N \rightarrow \infty} S_{MN}(x, y) = f(x, y), \quad (x, y) \notin \mathcal{G},$$

где f – всюду конечная интегрируемая функция,

$$\mathcal{G} = \bigcup_{y \in Y} X_y \times \{y\}, \text{ где } \mu(Y) = 0 \text{ и } \mu(X_y) = 0, \text{ для любого } y \in Y. \quad (7)$$

Тогда ряд (5) является рядом Фурье функции f .

Теорема 5. Пусть тригонометрический ряд с суммами (5) и множество (7) удовлетворяют условию

$$\limsup_{M,N \rightarrow \infty} |S_{M,N}(x, y)| < \infty, \text{ когда } (x, y) \notin \mathcal{G},$$

и

$$\lim_{M,N \rightarrow \infty} S_{MN}(x, y) = f(x, y), \text{ п.в. на } \mathbb{T}^2,$$

где f – всюду конечная интегрируемая функция. Тогда ряд (5) является рядом Фурье функции f .

Эти теоремы получаются с применением следующей теоремы.

Теорема 6. Пусть коэффициенты тригонометрического ряда (5) удовлетворяют условиям

$$\sup_{m \in \mathbb{Z}} |a_{mn}| < \infty \text{ и } \sup_{n \in \mathbb{Z}} |a_{mn}| < \infty, \text{ для всех } m, n \in \mathbb{Z},$$

а для сумм Римана

$$S^*(x, y, h, \eta) := \sum_{m, n \in \mathbb{Z}} a_{mn} \left(\frac{\sin mh}{mh} \right)^2 \left(\frac{\sin n\eta}{n\eta} \right)^2$$

выполняются

$$S^*(x, y) < \infty, \text{ когда } (x, y) \notin \mathcal{G},$$

где \mathcal{G} определяется формулой (7), а $S^*(x, y) := \sup_{h, \eta > 0} |S(x, y, h, \eta)|$ и

$$\lim_{h, \eta \rightarrow 0} S(x, y, h, \eta) = f(x, y), \text{ п.в. на } \mathbb{T}^2,$$

где f – всюду конечная интегрируемая на \mathbb{T}^2 функция.

Тогда ряд (5) является рядом Фурье функции f .

Для $d \geq 2$ введем следующие обозначения: $\mathbf{n} := (n_1, \dots, n_d) \in \mathbb{Z}^d$, $\mathbf{N} := (N_1, \dots, N_d) \in \mathbb{N}^d$, $\mathbf{x} := (x_1, \dots, x_d) \in \mathbb{R}^d$, $\mathbf{h} := (h_1, \dots, h_d) \in \mathbb{R}_+^d$, $\mathbf{n} \cdot \mathbf{x} := n_1 x_1 + \dots + n_d x_d$.

Ш. Т. Тетунашвили [10] доказано, что если $E \subset \mathbb{T}^d$ является VP -множеством d -кратных тригонометрических рядов, то $E \times \mathbb{T}$ является VP -множеством $d + 1$ -кратных тригонометрических рядов. Поэтому из теоремы 4 по индукции можно получить следующую теорему.

Теорема 7. Пусть d -кратный тригонометрический ряд

$$\sum_{\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^d} a_{\mathbf{n}} e^{i\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}}, \text{ с суммами } S_{\mathbf{N}}(\mathbf{x}) := \sum_{|\mathbf{n}| \leq \mathbf{N}} a_{\mathbf{n}} e^{i\mathbf{n} \cdot \mathbf{x}}, \quad (8)$$

удовлетворяет условию

$$\lim_{\mathbf{N} \rightarrow \infty} S_{\mathbf{N}}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}), \text{ } \mathbf{x} \notin \mathcal{G},$$

где f всюду конечная интегрируемая функция,

$\mathcal{G} = \bigcup_{y \in Y} X_y \times \{y\} \times \mathbb{T}^{d-2}$, где $\mu(Y) = 0$ и $\mu(X_y) = 0$, для любого $y \in Y$.

Тогда ряд (8) является рядом Фурье функции f .

Работа выполнена при финансовой поддержке ГКН МОНКС РА в рамках проекта 18Т-1А074.

Ереванский государственный университет
e-mail: ggg@ysu.am

Академик Г. Г. Геворкян

**Теоремы единственности для простых и кратных
тригонометрических рядов**

Для простых тригонометрических рядов, в частности, доказано, что если тригонометрический ряд методом Римана по мере суммируется к интегрируемой функции f и мажоранта Римана всюду, кроме, быть может, некоторого счетного множества, конечна, то этот ряд является рядом Фурье функции f . С применением этой теоремы получены теоремы единственности для кратных тригонометрических рядов.

Ակադեմիկոս Գ. Գ. Գևորգյան

**Միակության թեորեմներ միապատիկ և բազմապատիկ
եռանկյունաչափական շարքերի համար**

Միապատիկ եռանկյունաչափական շարքերի համար մասնավորապես ապացուցված է, որ եթե եռանկյունաչափական շարքը Ռիմանի մեթոդով, ըստ չափի, զուգամիտում է f ինտեգրելի ֆունկցիայի և Ռիմանի մաժորանտը ամենուրեք, բացի, գուցե, հաշվելի բազմության կետերից, վերջավոր է, ապա այդ ֆունկցիայի Ֆուրիե շարքն է: Այս թեորեմի կիրառությամբ ստացվել են միակության թեորեմներ բազմապատիկ եռանկյունաչափական շարքերի համար:

Academician G. G. Gevorkyan

**Uniqueness Theorems on Simple and Multiple
Trigonometric Series**

In the paper it is proved particularly that if the trigonometric series converges in measure by Riemann's method to an integrable function f and the Riemann's maximal function is finite everywhere except possibly a countable set, then this series is the Fourier series of the function f . Applying this theorem, uniqueness theorems for multiple trigonometric series are obtained.

Литература

1. *Бари Н. К.* Тригонометрические ряды. М. Физматгиз. 1961. 936 с.
2. *Cantor G.* – Mathematische Annalen. 1872. V. 5. P. 123-132.
3. *Menshoff D. E.* – C.R.A.S. Paris. 1916. V. 163. P. 433-436.
4. *Александров А. Б.* – Мат. заметки. 1981. Т. 30:1. С. 59-72.
5. *Геворкян Г. Г.* – Мат. сборник. 1989. Т. 180:11. С. 1462-1474.
6. *Геворкян Г. Г.* – Мат. заметки. 1989. Т. 45:5. С. 114-117.
7. *Геворкян Г. Г.* – Мат. сборник. 1993. Т. 184:11. С. 93-130.
8. *Valle-Poussin Ch. L.* – Bull. de Acad. Roy. de Belg. 1912. P. 702-718.
9. *Ash J., Welland G.* – Trans. Amer. Math. Soc. 1972. V. 163. P. 401-436.
10. *Тетунашвили Ш. Т.* – Мат. сборник. 1991. Т. 182:8. С. 1158-1176.

1. Формулировка математической краевой задачи. В прямоугольной декартовой системе координат (x, y, z) пьезоэлектрический материал поляризован по оси симметрии $0z$. Уравнения плоской деформации движения упругой среды, при условии независимости от координаты z ($\partial/\partial z \equiv 0$), можно записать в виде [1, 2]

$$\begin{aligned} \frac{c_{11} - c_{12}}{2} \Delta u + \frac{c_{11} + c_{12}}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - e_{13} \frac{\partial E_3}{\partial x} &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ \frac{c_{11} - c_{12}}{2} \Delta v + \frac{c_{11} + c_{12}}{2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - e_{13} \frac{\partial E_3}{\partial y} &= \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где $u(x, y, t)$ и $v(x, y, t)$ – компоненты упругого перемещения в плоскости $(x0y)$, $E_3(x, y, t)$ – компонента напряженности электрического поля, c_{11} и c_{12} – упругие постоянные, e_{13} – пьезоэлектрический модуль, ρ – плотность материала.

Связанные с перпендикулярным к сагиттальной плоскости электрическим полем напряженностью $E_3(x, y, t)$, уравнения электродинамики ($\partial/\partial z \equiv 0$) имеют вид

$$\frac{\partial H_2(x, y, t)}{\partial x} - \frac{\partial H_1(x, y, t)}{\partial y} = \frac{\partial D_3(x, y, t)}{\partial t}, \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial H_1(x, y, t)}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_1} \frac{\partial E_3(x, y, t)}{\partial y}, \quad \frac{\partial H_2(x, y, t)}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_1} \frac{\partial E_3(x, y, t)}{\partial x}, \quad (1.3)$$

где $D_3(x, y, t)$ – компонента вектора индукции электрического поля, $H_1(x, y, t)$, $H_2(x, y, t)$ – компоненты вектора магнитного поля.

Уравнения (1.1)–(1.3) необходимо дополнить соответствующими для рассматриваемой задачи функциональными связями среды

$$\begin{aligned} \sigma_{11}(x, y, t) &= c_{11} \frac{\partial u(x, y, t)}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial v(x, y, t)}{\partial y} - e_{13} E_3(x, y, t), \\ \sigma_{12}(x, y, t) &= \frac{c_{11} - c_{12}}{2} \left(\frac{\partial u(x, y, t)}{\partial y} + \frac{\partial v(x, y, t)}{\partial x} \right), \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{22}(x, y, t) &= c_{12} \frac{\partial u(x, y, t)}{\partial x} + c_{11} \frac{\partial v(x, y, t)}{\partial y} - e_{13} E_3(x, y, t), \\ D_3(x, y, t) &= e_{13} \left(\frac{\partial u(x, y, t)}{\partial x} + \frac{\partial v(x, y, t)}{\partial y} \right) + \varepsilon_{33} E_3(x, y, t), \end{aligned} \quad (1.5)$$

Здесь $\sigma_{11}(x, y, t)$, $\sigma_{12}(x, y, t)$, $\sigma_{22}(x, y, t)$ – компоненты тензора напряженности в плоскости $(x0y)$.

Сначала рассмотрим задачу для случая классических граничных условий: предполагается, что полупространство $\Omega = \{ |x| < \infty, 0 \leq y < \infty, |z| < \infty \}$

на поверхности $y = 0$ свободно от механических нагрузок и электрически заземлено:

$$\sigma_{22}(x, 0, t) = 0, \quad \sigma_{21}(x, 0, t) = 0, \quad E_3(x, 0, t) = 0. \quad (1.6)$$

Требуется, чтобы решения уравнений (1.1)÷(1.3) удовлетворяли граничным условиям (1.6) и условиям затухания в глубь полупространства

$$\lim_{y \rightarrow \infty} u(x, y, t) = 0, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} v(x, y, t) = 0, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} E_3(x, y, t) = 0. \quad (1.7)$$

2. Решение задачи. Из уравнений электродинамики (1.2) и (1.3) с учетом функциональных связей среды (1.5) исключаются искомые функции компонент напряжений магнитного поля $H_1(x, y, t)$ и $H_2(x, y, t)$, что приводит к уравнению

$$\Delta E_3(x, y, t) = \mu_1 \varepsilon_3 \frac{\partial^2 E_3(x, y, t)}{\partial t^2} + \mu_1 \varepsilon_{13} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial u(x, y, t)}{\partial x} + \frac{\partial v(x, y, t)}{\partial y} \right). \quad (2.1)$$

Таким образом, задача о поверхностных волнах типа Рэлея приводится к решению системы уравнений (1.1) и (2.1) относительно искомых функций $u(x, y, t)$, $v(x, y, t)$ и $E_3(x, y, t)$ с граничными условиями (1.6) и условиями затухания (1.7).

Система уравнений (1.1) и (2.1) позволяет использование преобразований Ламе

$$u(x, y, t) = \frac{\partial \varphi(x, y, t)}{\partial x} + \frac{\partial \psi(x, y, t)}{\partial y}, \quad v(x, y, t) = \frac{\partial \varphi(x, y, t)}{\partial y} - \frac{\partial \psi(x, y, t)}{\partial x}. \quad (2.2)$$

Преобразование (2.2) приводит к связанной системе относительно функций $\varphi(x, y, t)$ и $E_3(x, y, t)$

$$\begin{aligned} \Delta \varphi(x, y, t) - \frac{\varepsilon_{13}}{c_{11}} E_3(x, y, t) &= \frac{1}{C_t^2} \frac{\partial^2 \varphi(x, y, t)}{\partial t^2}, \\ \Delta E_3(x, y, t) - \varepsilon_{13} \mu_1 \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\Delta \varphi(x, y, t)] &= \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 E_3(x, y, t)}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2.3)$$

и автономному уравнению относительно функции $\psi(x, y, t)$

$$\Delta \psi(x, y, t) = \frac{1}{C_t^2} \frac{\partial^2 \psi(x, y, t)}{\partial t^2}. \quad (2.4)$$

В уравнениях (2.3) и (2.4) приняты обозначения

$$C_t^2 = \frac{c_{11}}{\rho}, \quad C_t^2 = \frac{c_{11} - c_{12}}{2\rho}, \quad C_0^2 = \frac{1}{\mu_1 \varepsilon_3}. \quad (2.5)$$

Преобразования (2.2) приводят граничные условия свободной поверхности (1.6) и условия затухания (1.7) к виду

$$\left[c_{12} \frac{\partial^2 \varphi(x, y, t)}{\partial x^2} + c_{11} \frac{\partial^2 \varphi(x, y, t)}{\partial y^2} - (c_{11} - c_{12}) \frac{\partial^2 \psi(x, y, t)}{\partial x \partial y} \right]_{y=0} = 0 \quad (2.6)$$

$$\left[\frac{\partial^2 \psi(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi(x, y, t)}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 \varphi(x, y, t)}{\partial x \partial y} \right]_{y=0} = 0, \quad (2.7)$$

$$E_3(x, y, t)|_{y=0} = 0, \quad (2.8)$$

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \varphi(x, y, t) = 0, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} \psi(x, y, t) = 0, \quad \lim_{y \rightarrow \infty} E_3(x, y, t) = 0. \quad (2.9)$$

Уравнение (2.4) имеет решение

$$\psi(x, y, t) = C \cdot \exp(-k\alpha_l(\eta)y) \cdot \exp[i(\omega t - kx)], \quad (2.10)$$

где C – произвольная постоянная, а

$$\alpha(\eta) = \sqrt{1 - \eta}, \quad \eta = \omega^2 / (k^2 C_l^2). \quad (2.11)$$

Второе условие затухания из (2.9) будет иметь место, если выполняется неравенство

$$0 < \eta < 1. \quad (2.12)$$

Исключением функции $E_3(x, y, t)$ система уравнений (2.3) приводится к уравнению

$$\Delta^2 \varphi(x, y, t) - \left(\frac{1}{C_l^2} + \frac{1 + \chi}{C^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} [\Delta \varphi(x, y, t)] + \frac{1}{C_l^2 C^2} \frac{\partial^4 \varphi(x, y, t)}{\partial t^4} = 0, \quad (2.13)$$

где χ – коэффициент электромеханической связи среды

$$\chi = \frac{e_{13}^2}{c_{11} \varepsilon_{33}}. \quad (2.14)$$

После представления решения уравнения (2.13) в виде

$$\varphi(x, y, t) = \Phi(y) \cdot \exp[i(\omega t - kx)] \quad (2.15)$$

получается обыкновенное дифференциальное уравнение четвертого порядка относительно функции $\Phi(y)$

$$\begin{aligned} & \Phi'''(y) - k^2 [\alpha_l^2(\eta) + \alpha_0^2(\eta) - \chi \theta_0 \eta] \cdot \Phi''(y) + \\ & + k^4 [\alpha_l^2(\eta) \cdot \alpha_0^2(\eta) - \chi \theta_0 \eta] \cdot \Phi(y) = 0, \end{aligned} \quad (2.16)$$

где

$$\alpha_l(\eta) = \sqrt{1 - \theta \eta}, \quad \alpha_0(\eta) = \sqrt{1 - \theta_0 \eta}, \quad \theta = C_l^2 / C_l^2, \quad \theta_0 = C_l^2 / C_0^2. \quad (2.17)$$

Общее решение уравнения (2.16), удовлетворяющее условиям затухания, будет

$$\Phi(y) = C_1 \exp[-kp_l(\eta)y] + C_3 \exp[-kp_0(\eta)y], \quad (2.18)$$

$$p_l(\eta), p_0(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\alpha_l^2(\eta) + \alpha_0^2(\eta) - \chi \theta_0 \eta \pm \sqrt{[\alpha_l^2(\eta) + \alpha_0^2(\eta) - \chi \theta_0 \eta]^2 - 4[\alpha_l^2(\eta) \cdot \alpha_0^2(\eta) - \chi \theta_0 \eta]} \right]^{1/2}. \quad (2.19)$$

Нетрудно показать, что при $y \rightarrow \infty$ решение (2.18) затухающее, если выполняется неравенство

$$\alpha_l^2(\eta) + \alpha_0^2(\eta) - \chi\theta_0\eta > 0. \quad (2.20)$$

Простые расчеты показывают, что при условии (2.12) с учетом $\theta < 1$, $\theta_0 \ll 1$ и $\chi < 1$ условие (2.20) всегда имеет место.

Функция напряженности электрического поля определяется из первого уравнения системы (2.3) с учетом (2.15) и (2.18)

$$E_3(x, y, t) = k^2 \frac{c_{11}}{e_{13}} \left[A_1 (p_l^2 - 1 + \theta\eta) \cdot \exp[-kp_l(\eta)y] + \right. \\ \left. + A_2 (p_0^2 - 1 + \theta\eta) \cdot \exp[-kp_0(\eta)y] \right] \cdot \exp[i(\omega t - kx)]. \quad (2.21)$$

Подстановка (2.21) в уравнения (1.3) приводит к определению выражений для компонент напряженности магнитного поля

$$H_1(x, y, t) = -\frac{ik^3 c_{11}}{\omega\mu_1 e_{13}} \left[A_1 (p_l^2 - 1 + \theta\eta) \cdot \exp[-kp_l(\eta)y] + \right. \\ \left. + A_2 (p_0^2 - 1 + \theta\eta) \cdot \exp[-kp_0(\eta)y] \right] \cdot \exp[i(\omega t - kx)],$$

$$H_2(x, y, t) = -\frac{k^3 c_{11}}{\omega\mu_1 e_{13}} \left[A_1 (p_l^2 - 1 + \theta\eta) \cdot \exp[-kp_l(\eta)y] + \right. \\ \left. + A_2 (p_0^2 - 1 + \theta\eta) \cdot \exp[-kp_0(\eta)y] \right] \cdot \exp[i(\omega t - kx)]. \quad (2.22)$$

3. Анализ полученных результатов. Требование, чтобы решения (2.10), (2.18) и (2.21) удовлетворяли граничным условиям (2.6)–(2.8), приводит к системе однородных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных A_1 , A_2 и C .

Условие равенства нулю определителя указанной системы приводит к дисперсионному уравнению

$$(2 - \eta) \cdot \left[p_l^2 - \theta_0 + \chi(p_0^2 - \theta_2) \right] - 2\theta\alpha_l(p_l - \chi p_0) = 0, \quad \theta_2 = c_{12}/c_{11}. \quad (3.1)$$

В случае отсутствия пьезоэлектрического эффекта среды, равенства нулю коэффициента электромеханической связи среды $\chi = 0$ приводит к

$$p_l(\eta) = \sqrt{1 - \theta\eta}, \quad p_0(\eta) = \sqrt{1 - \theta_0\eta}, \quad \alpha_l(\eta) = \sqrt{1 - \eta}, \quad (3.2)$$

и уравнение (3.1) сводится к уравнению Рэлея

$$(2 - \eta)^2 - 4\sqrt{1 - \theta\eta} \cdot \sqrt{1 - \eta} = 0. \quad (3.3)$$

Ясно, что численный анализ уравнения (3.1) покажет влияние ненулевого параметра электромеханической связи среды χ и динамической постановки задачи электроупругости на скорость распространения поверхностной электроупругой волны. Очевидно, что это влияние будет слабым: количественно порядка $\chi \cdot (C_t^2/C_0^2)$ (рис. 1).

С другой стороны, известно, что при других вариантах механических классических граничных условий (жестко заземленная поверхность), или неклассических условий прилипания среды к поверхности (условия На-

вье), или условий скользящего контакта (условия анти-Навье) поверхностной волны Рэлея в упругой среде не существует.

Рассмотрим теперь влияние пьезоэффекта среды в случаях неклассических граничных условий (исключая случай закрепленной границы, когда тривиально отсутствует поверхностная волна).

а) Пусть на поверхности полупространства $y=0$ заданы условия “прилипания деформируемой среды” к поверхности (условия Навье) и условия заземления

$$\sigma_{22}(x, 0, t) = 0, \quad u(x, 0, t) = 0, \quad E_3(x, 0, t) = 0. \quad (3.4)$$

После введения преобразования Ламе (2.2) эти условия приводятся к виду

$$\varphi(x, 0, t) = 0, \quad \left. \frac{\partial \psi(x, y, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad E_3(x, 0, t) = 0. \quad (3.5)$$

Подстановка в (3.5) решений (2.15), (2.18) и (2.21) приводит к уравнению

$$\left[\alpha_i^2(\eta) + \alpha_0^2(\eta) - \chi\theta_0 \cdot \eta \right]^2 - 4 \left[\alpha_i^2(\eta) \cdot \alpha_0^2(\eta) - \chi\theta_0 \cdot \eta \right] = 0, \quad (3.6)$$

которое в свою очередь преобразуется к виду

$$\eta^2 \cdot \left[(\theta - \theta_0)^2 + 2\chi(\theta + \theta_0)\theta_0 + \chi^2\theta_0^2 \right] = 0. \quad (3.7)$$

Из (3.7) следует, что дисперсионное уравнение задачи имеет только корень $\eta=0$, который соответствует тривиальному решению задачи $u(x, y, t) \equiv 0$ и $v(x, y, t) \equiv 0$.

б) Пусть на поверхности полупространства $y=0$ заданы условия скользящего контакта (условия анти-Навье) и условия заземления

$$\sigma_{21}(x, 0, t) = 0, \quad v(x, 0, t) = 0, \quad E_3(x, 0, t) = 0. \quad (3.8)$$

После введения преобразования Ламе (2.2) эти условия приводятся к виду

$$\psi(x, 0, t) = 0, \quad \left. \frac{\partial \varphi(x, y, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad E_3(x, 0, t) = 0. \quad (3.9)$$

Подстановка в (3.9) решений (2.15), (2.18) и (2.21) приводит к уравнению

$$N(\eta) \triangleq p_l(\eta) \cdot (p_0^2 - 1 + \theta\eta) - p_0(\eta) \cdot (p_l^2 - 1 + \theta\eta) = 0, \quad (3.10)$$

Из (3.10) с учетом $p_l(\eta) \neq p_0(\eta)$ получается уравнение

$$N_1(\eta) \triangleq (1 - \theta\eta) \cdot (2 - \theta_0\eta) - \chi\theta_0\eta = 0 \quad (3.11)$$

со свойствами функции $N_1(0) = 2 > 0$ и $N_1(\theta^{-1}) = -\chi\theta_0\theta^{-1} < 0$, что означает существование корня, удовлетворяющего условию

$$0 < \eta < \theta^{-1}. \quad (3.12)$$

В этом случае существует поверхностная электромагнитоактивная волна плоской деформации со скоростью распространения $V_\phi(\omega, k) = \omega/k < C_l$

Графики фазовой функции $N(\eta)$ для случаев квазистатической постановки задачи и динамической постановки задачи с граничными условиями механически свободной, заземленной поверхности и с граничными условиями скользящего контакта (условия анти-Навье) и заземленной поверхности приведены на рис. 1. Кривая 1 соответствует классической задаче Рэлея с фазовой функцией $R_1(\eta) = (2 - \eta)^2 - 4\sqrt{1 - \theta\eta} \cdot \sqrt{1 - \eta}$. Фазовая кривая 2 соответствует динамической постановке задачи электроакустики с механически свободной заземленной поверхностью полупространства. Построена линия по рэлеевской функции $R_2(\eta) = (2 - \eta) \cdot [p_l^2 - \theta_0 + \chi \cdot (p_0^2 - \theta_2)] - 2\theta\alpha_l \cdot (p_l - \chi p_0)$. Фазовая кривая 3 соответствует динамической постановке задачи электроакустики с механически скользящей, заземленной поверхностью полупространства. Линия построена по рэлеевской функции $R_3(\eta) = p_l(\eta) \cdot (p_0^2 - 1 + \theta\eta) - p_0(\eta) \cdot (p_l^2 - 1 + \theta\eta)$.

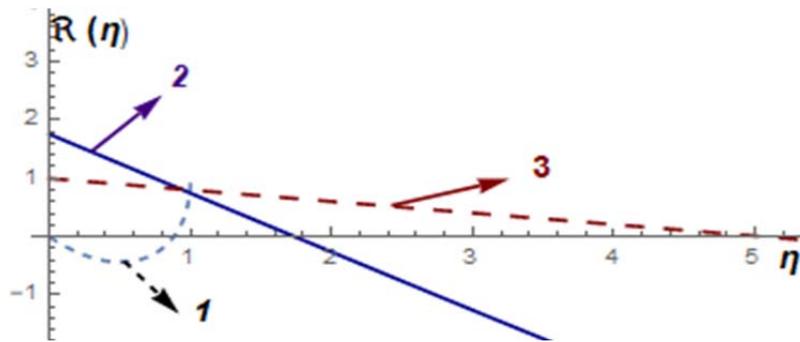


Рис. 1. Графики фазовых функций $R(\eta)$ при заземленной поверхности среды: 1 – квазистатическая постановка задачи, кривая Рэлея; 2 – динамическая постановка задачи с механически свободной поверхностью; 3 – динамическая постановка задачи с условиями скользящего контакта.

Характерно, что все эти функции имеют одно и то же значение при величине приведенной скорости $\eta = 1$.

4. Заключение. В рамках динамической постановки задачи электроупругости, когда в отличие от квазистатической постановки в сагиттальной плоскости изотропии пьезоэлектрика класса *бтт* имеет место связанность электромагнитных волн и акустических волн плоской деформации, рассмотрен вопрос влияния пьезоэффекта на распространение упругой поверхностной электроактивной волны плоской деформации.

Установлено, что в случае классических граничных условий, когда поверхность пьезоэлектрического полупространства заземлена и свободна от механических нагрузок, динамическая постановка задачи приводит только к количественным изменениям параметров волн Рэлея.

В случае неклассических граничных условий, когда:

- на заземленной поверхности пьезоэлектрического полупространства имеем условия прилипания среды (условия Навье), показано, что динамическая постановка задачи электроупругости приводит к исчезновению электроактивной поверхностной волны типа волн Рэлея;
- на заземленной поверхности пьезоэлектрического полупространства имеем условия скользящего контакта (условия анти-Навье), показано, что динамическая постановка задачи приводит к существованию электромагнитоактивной поверхностной медленной волны типа волн Рэлея.

Институт механики НАН РА

e-mails: ara.serg.avetisyan@gmail.com; mbelubekyan@yahoo.com;
ghkarren@gmail.com

**Член-корреспондент НАН РА Ара С. Аветисян,
М. В. Белубекян, К. Б. Казарян**

Электро-магнито-упругие волны типа Рэлея в пьезоэлектрической среде гексагональной симметрии класса bmm

Рассматривается распространение поверхностных электроакустических волн типа Рэлея в пьезоэлектрическом полупространстве гексагональной симметрии класса bmm . Показывается, что в динамической постановке задачи электроупругости в отличие от квазистатической постановки в сагиттальной плоскости изотропии пьезоэлектрика класса bmm имеет место связанность электромагнитных волн и акустических волн плоской деформации. В случае классических граничных условий, когда свободная от механических нагрузок поверхность пьезоэлектрического полупространства электрически заземлена, динамическая постановка задачи электроупругости приводит только к количественным изменениям параметров волн Рэлея. В случае неклассических граничных условий, когда на заземленной поверхности пьезоэлектрического полупространства имеют место условия прилипания или скользящего контакта, динамическая постановка задачи электроупругости приводит к новым качественным результатам относительно поверхностной волны типа Рэлея.

**ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Ա. Ս. Ավետիսյան,
Ս. Վ. Բելուբեկյան, Կ. Բ. Ղազարյան**

Ռեկտի տիպի էլեկտրամագնիսաառաձգական ալիքները հեքսագոնալ սիմետրիայի bmm դասի պլեգոէլեկտրական միջավայրում

Դիտարկվում է Ռեկեի տիպի էլեկտրաձայնային մակերևութային ալիքների տարածումը հեքսագոնալ համաչափության $6mm$ դասի պլեգոէլեկտրական կիսատարածությունում: Ցույց է տրվում, որ, ի տարբերություն էլեկտրաառաձգականության խնդրի քվադրի ստատիկ դրվածքի, խնդրի դինամիկ դրվածքի դեպքում բյուրեղի իզոտրոպիայի հարթությունում տեղի ունի էլեկտրամագնիսական և հարթ դեֆորմացիայի ձայնային ալիքների փոխկապակցվածություն: Դասական եզրային պայմանների դեպքում, երբ մեխանիկական բեռնավորումից ազատ եզրը հողակցված է, էլեկտրաառաձգականության խնդրի դինամիկական դրվածքը հանգեցնում է միայն Ռեկեի ալիքի քանակական փոփոխության: Ոչ դասական եզրային պայմանների դեպքում, երբ պլեգոէլեկտրական կիսատարածության հողակցված եզրում առկա են կաչոն կամ սահունով հսկան պայմաններ, էլեկտրաառաձգականության խնդրի դինամիկական դրվածքը հանգեցնում է Ռեկեի տիպի մակերևութային ալիքների նոր որակական արդյունքների:

**Corresponding member of NAS RA Ara S. Avetisyan,
M. V. Belubekyan, K. B. Ghazaryan**

Electro-magneto-elastic Waves of Rayleigh Type in a Piezoelectric Medium of $6mm$ Hexagonal Symmetry Class

The propagation of surface electro-acoustic waves of the Rayleigh type in the piezoelectric half-space of hexagonal $6mm$ class symmetry is considered. It is shown that in the dynamic framework of the electroelasticity problem, in contrast to the quasistatic framework, in the sagittal plane of the isotropy of the piezoelectric electromagnetic waves and acoustic waves of plane deformation are coupled. In the case of classical boundary conditions, when the surface of the piezoelectric half-space is traction free and electrically shorted, the dynamic formulation of the problem of electroelasticity leads only to quantitative changes in the parameters of the Rayleigh waves. In the case of non-classical boundary conditions, when on the electrically shorted surface of the piezoelectric half-space there are sticking or sliding contact condition, the dynamic formulation of the electroelasticity problem leads to new qualitative results regarding a surface wave of Rayleigh type.

Литература

1. *Аветисян А. С.* – Изв. АН АрмССР. Механика. 1985. Т. 38. № 1. С. 3-11.
2. *Avetisyan Ara S.* – Proceed. of NAS of Armenia. Mechanics. 2019). V .72. Iss. 3. P. 56-79, <http://doi.org/10.33018/72.3.4>.
3. *Балакирев М. К., Гилинский И. А.* Волны в пьезоэлектриках. Новосибирск. Наука. 1982. 239 с. [*Balakirev M. K., Gilinsky I. A.* Waves in piezoelectrics. Novosibirsk. Nauka. 1982. 239 p., in Russian].
4. *Партон В. З., Кудрявцев Б. А.* Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел. М. Наука. 1988. 472 с.
5. *Biryukov S. V., Gulyaev Yu. V., Krylov V. P. et al.* – Springer Ser on Wave Phenomena. 1995. V. 20. 388 p.
6. *Аветисян Ара С., Белубекян М. В.* – Акустический журнал. 2019. Т. 65. № 5. С. 579–587, <https://doi.org/10.1134/S0320791919050058>.

7. *Avetisyan Ara S., Belubekyan M. V.* – Acoustical Physics. 2019. V. 65. № 5. P. 478-486, <https://doi.org/10.1134/S1063771019050051>.
8. *Ghazaryan K. B., Piliposyan D. G., Piliposian G. T.* In: Sumbatyan M. (eds). Wave Dynamics, Mechanics and Physics of Microstructured Metamaterials. Advanced Structured Materials. V. 109. Springer, Cham. 2019, https://doi.org/10.1007/978-3-030-17470-5_16.
9. *Yang J.* – IEEE, Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2004. V. 51. № 8. P. 1035-1039, <https://doi.org/10.1109/tuffc.2004.1324410>.
10. *Belubekyan M. V.* In: Proc. 6th Int. Conf. “Problems of Dynamics of Interaction of Deformable Media”, September 21-26, 2008. P. 125-130.
11. *Darinskii A. N., Le Clezio E., Feuillard G.* – Wave Motion. 2008. V. 45. P. 428-444.
12. *Darinskii A. N., Le Clezio E., Feuillard G.* – IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr. 2007. V. 54. № 4. P. 612-620.
13. *Piliposyan D. G., Ghazaryan K. B., Piliposian G. T.* – 2015. J. Phys. D. V. 48. P. 175501.

В уравнениях (1.1) и (1.2) приняты обозначения

$$c_t^2 = c_{44}(1 + \chi)/\rho, \chi^2 = e_{15}^2/(\varepsilon_{11}c_{44}), c^2 = \varepsilon_{11}\mu_3, \quad (1.3)$$

где c_{44} – модуль сдвига, ρ – плотность, χ^2 – коэффициент электромеханической связи, ε_{11} , μ_3 – диэлектрическая и магнитная проницаемости материала слоя.

К уравнениям (1.1) и (1.2) необходимо присоединить материальные уравнения среды

$$\begin{aligned} \sigma_{13}(x, y, t) &= c_{44} \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial x} - e_{15} E_1(x, y, t), \\ \sigma_{23}(x, y, t) &= c_{44} \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial y} - e_{15} E_2(x, y, t), \\ D_1(x, y, t) &= \varepsilon_1 E_1(x, y, t) + e_{15} \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial x}, \\ D_2(x, y, t) &= \varepsilon_1 E_2(x, y, t) + e_{15} \frac{\partial w(x, y, t)}{\partial y} \end{aligned} \quad (1.4)$$

и уравнения электродинамики, определяющие компоненты электрического поля E_1, E_2

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_1(x, y, t)}{\partial t} &= \frac{1}{\varepsilon_{11}} \frac{\partial H_3(x, y, t)}{\partial y} - \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial x \partial t}, \\ \frac{\partial E_2(x, y, t)}{\partial t} &= -\frac{1}{\varepsilon_{11}} \frac{\partial H_3(x, y, t)}{\partial x} - \frac{e_{15}}{\varepsilon_{11}} \frac{\partial^2 w(x, y, t)}{\partial y \partial t}. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Предполагается, что на ограничивающем слое плоскости $y = 0$ заданы условия отсутствия нагрузки и заземления

$$\sigma_{23}(x, y, t) = 0, \quad E_1(x, y, t) = 0. \quad (1.6)$$

На стороне $y = h$ будут рассмотрены четыре варианта граничных условий:

$$\text{i) } w(x, y, t) = 0, \quad H_3(x, y, t) = 0, \quad (1.7)$$

$$\text{ii) } w(x, y, t) = 0, \quad E_1(x, y, t) = 0 \quad (1.8)$$

$$\text{iii) } \sigma_{23}(x, y, t) = 0, \quad H_3(x, y, t) = 0, \quad (1.9)$$

$$\text{iv) } \sigma_{23}(x, y, t) = 0, \quad E_1(x, y, t) = 0. \quad (1.10)$$

Решение сформулированных краевых задач. Решение уравнений (1.1) и (1.2) представляется в виде

$$w = f(y) \cdot \exp i(\omega t - kx), \quad H_3 = F(y) \cdot \exp i(\omega t - kx). \quad (2.1)$$

Подстановка представления (2.1) в уравнения (1.1) и (1.2) приводит к обыкновенным дифференциальным уравнениям относительно функций $f(y)$, $F(y)$, общие решения которых будут

$$f(y) = A \cdot sh(kv_1 y) + B \cdot ch(kv_1 y), F(y) = C \cdot sh(kv_2 y) + D \cdot ch(kv_2 y), \quad (2.2)$$

где

$$v_1 = \sqrt{1 - \eta}, \quad v_2 = \sqrt{1 - \theta\eta}, \quad \eta = \omega^2 / (k^2 c_t^2), \quad \theta = c_t^2 / c^2. \quad (2.3)$$

С учетом решений (2.1) и (2.2) для компонент электрического поля из (1.5) получаются выражения

$$E_1(x, y, t) = -\left(ik / \varepsilon_{11} \omega \right) \cdot \left[\begin{array}{l} v_2 (C \cdot ch(kv_2 y) + D \cdot sh(kv_2 y)) - \\ - e_{15} \omega (A \cdot sh(kv_1 y) + B \cdot ch(kv_1 y)) \end{array} \right] \cdot \exp i(\omega t - kx),$$

$$E_2(x, y, t) = \left(k / \varepsilon_{11} \omega \right) \cdot \left[\begin{array}{l} C \cdot sh(kv_2 y) + D \cdot ch(kv_2 y) - \\ - e_{15} \omega v_1 (A \cdot ch(kv_1 y) + B \cdot sh(kv_1 y)) \end{array} \right] \cdot \exp i(\omega t - kx). \quad (2.4)$$

Требую, чтобы полученные решения удовлетворяли граничным условиям (1.6) на поверхности $y = 0$, между произвольными постоянными получим следующие связи:

$$D = (\omega \varepsilon_{14} (1 + \chi) v_1 / e_{15}) \cdot A, \quad C = (e_{15} \omega / v_2) \cdot B. \quad (2.5)$$

С помощью соотношений (2.5) получаются новые выражения для искомым функций:

$$w(x, y, t) = [A \cdot sh(kv_1 y) + B \cdot ch(kv_1 y)] \cdot \exp i(\omega t - kx),$$

$$H_3(x, y, t) = e_{15} \omega \left(\frac{1 + \chi}{\chi} v_1 A \cdot ch(kv_2 y) + \frac{1}{v_2} B \cdot sh(kv_2 y) \right) \cdot \exp i(\omega t - kx),$$

$$E_1(x, y, t) = -i \frac{e_{15} k}{\varepsilon_1} \left[\begin{array}{l} \left(\frac{1 + \chi}{\chi} v_1 v_2 \cdot sh(kv_2 y) - sh(kv_1 y) \right) \cdot A + \\ + (ch(kv_2 y) - ch(kv_1 y)) \cdot B \end{array} \right] \cdot \exp i(\omega t - kx), \quad (2.6)$$

$$E_2(x, y, t) = \frac{e_{15} k}{\varepsilon_1} \left[\begin{array}{l} \left(\frac{1 + \chi}{\chi} v_1 \cdot ch(kv_2 y) - v_1 \cdot ch(kv_1 y) \right) \cdot A + \\ + \left(\frac{1}{v_2} \cdot sh(kv_2 y) - v_1 \cdot sh(kv_1 y) \right) \cdot B \end{array} \right] \cdot \exp i(\omega t - kx).$$

2.1. Пусть на поверхности $y = h$ волновода имеют место условия (1.7).

Требование, чтобы функции $w(x, y, t)$ и $H_3(x, y, t)$ удовлетворяли этим условиям, приводит к системе алгебраических (однородных) уравнений относительно произвольных постоянных A , B . Условие равенства нулю детерминанта этой системы приводит к уравнению, определяющему безразмерный параметр фазовой скорости η электроупругой волны

$$\frac{\chi}{1+\chi} \cdot th(v_1 kh) \cdot th(v_2 kh) = v_1 v_2. \quad (2.7)$$

Отсюда в коротковолновом приближении

$$th(v_s kh) \approx 1, \text{ где } s=1,2, \quad (2.8)$$

получается уравнение

$$\sqrt{1-\eta} \sqrt{1-\theta\eta} = \frac{\chi^2}{1+\chi^2}, \quad (2.9)$$

а в случае $\theta=0$ – выражение для скорости распространения поверхностной волны Гуляева – Блюстейна вдоль границы пьезоактивного полупространства

$$\eta = 1 - \chi^4 / (1 + \chi^2)^2. \quad (2.10)$$

При сохранении θ уравнение (2.9) определяет две поверхностные волны – квазиупругую и квазиэлектромагнитную. Условие существования локализованных волн для слоя есть [5]

$$0 < \eta < 1. \quad (2.11)$$

Переход от объемных волн к локализованным (или переход от решений в виде тригонометрических функций к гиперболическим) будет иметь место в пределе $\eta \rightarrow 1$ [5]. В пределе $\eta \rightarrow 1$ из дисперсионного уравнения (2.7) получается уравнение, определяющее условие появления локализованной волны

$$\frac{\chi^2}{1+\chi^2} kh \cdot th(kh\sqrt{1-\theta}) = \sqrt{1-\theta}. \quad (2.12)$$

Из уравнения (2.5) решения для kh определяют безразмерную характеристику длины волны (или толщины слоя), начиная с которого появляется локализованная волна. Уравнение (2.12) имеет также простое, но достаточно точное приближенное решение

$$kh \geq \frac{1+\chi^2}{\chi^2} \cdot \sqrt{1-\theta}. \quad (2.13)$$

В приближении $\vartheta < 1$ $\theta \ll 1$ условие (2.13) совпадает с результатом статьи [5]. Уравнение дисперсии (2.7) допускает также решение с условием

$$\{\eta > 1 \cup \theta\eta < 1\}, \quad (2.14)$$

которое определяется корнем kh уравнения

$$\frac{\chi^2}{1+\chi^2} \cdot kh\sqrt{\theta^{-1}-1} = \sqrt{\theta^{-1}-1}. \quad (2.15)$$

При условиях (2.14) имеют место объемная квазиупругая волна и локализованная квазиэлектромагнитная волна.

2.2. Рассматривается второй вариант граничных условий (1.8) на поверхности волновода $y = h$ – условия закрепленной и заземленной границы. Требование, чтобы решения $w(x, y, t)$ и $E_1(x, y, t)$ из (2.6) удовлетворяли граничным условиям (1.8), приводит к следующей системе однородных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных A, B :

$$A \cdot sh(kv_1 kh) + B \cdot ch(kv_1 kh) = 0, \quad (2.16)$$

$$\left(\frac{1 + \chi^2}{\chi^2} v_1 v_2 sh(kv_2 kh) - sh(kv_1 kh) \right) \cdot A + [ch(kv_2 kh) - ch(kv_1 kh)] \cdot B = 0.$$

Равенство нулю детерминанта системы (2.16) приводит к уравнению, определяющему безразмерный параметр фазовой скорости η

$$v_1 v_2 \cdot th(v_2 kh) = \frac{\chi^2}{1 + \chi^2} \cdot th(v_1 kh). \quad (2.17)$$

В коротковолновом приближении из уравнения (2.17) получается уравнение, определяющее скорость волны Гуляева – Блюстейна, которое совпадает с уравнением предыдущего случая (2.9).

Условие появления локализованной в окрестности $y = 0$ волны ($\eta \rightarrow 1$) определяется уравнением

$$kh = \frac{\chi^2}{1 + \chi^2} \sqrt{1 - \theta} \cdot th(kh \sqrt{1 - \theta}). \quad (2.18)$$

В приближении $th(kh \cdot \sqrt{1 - \theta}) \approx 1$ условие появления локализованной волны совпадает с условием (2.13). Уравнение (2.17) всегда имеет решение, удовлетворяющее неравенству (2.14). В частности, в длинноволновом приближении $kh \ll 1$ из уравнения (2.17) фазовой скорости квазиэлектромагнитной локализованной волны получается

$$\omega^2 / k^2 = c^2 (1 - \chi^2 / (1 + \chi^2)). \quad (2.19)$$

2.3. Для третьего варианта граничных условий (1.9) система уравнений относительно произвольных постоянных A, B получается в виде

$$(ch(v_1 kh) - ch(v_2 kh)) \cdot A + \left[sh(v_1 kh) - \frac{\chi^2}{(1 + \chi^2) \cdot v_1 v_2} sh(v_2 kh) \right] \cdot B = 0 \quad (2.20)$$

$$v_1 v_2 \cdot ch(v_2 kh) \cdot A + \frac{\chi^2}{1 + \chi^2} \cdot sh(v_2 kh) \cdot B = 0$$

Из условия равенства нулю детерминанта системы (2.20) получается дисперсионное уравнение

$$v_1 v_2 \cdot th(v_1 kh) = \frac{\chi^2}{1 + \chi^2} \cdot th(v_2 kh). \quad (2.21)$$

Отсюда в пределе $kh \rightarrow \infty$ (или коротковолновом приближении), как и в предыдущих случаях, получаются выражения фазовой скорости для волн Гуляева – Блюстейна. Из (2.20) следует, что локализованная квазиупругая волна будет иметь место при любых kh . В частности, для длинноволнового приближения $kh \ll 1$ получается

$$\eta = 1 - \chi^2 / (1 + \chi^2). \quad (2.22)$$

Заключение. Динамическая постановка задачи о распространении электроактивных сдвиговых упругих волн деформации в пьезоэлектриках класса *бтт* позволяет использовать новые граничные условия на поверхностях пьезоэлектрического слоя. Разные электро-магнито-механические условия на поверхностях пьезоэлектрического слоя приводят к обоюдосторонней, не всегда симметричной локализации волновой энергии в слое.

Институт механики НАН РА
e-mails: vbelub@gmail.com, mbelubekyan@yahoo.com,
garakov@yandex.com

В. М. Белубекян, М. В. Белубекян, В. Г. Гараков

Условия появления волны Гуляева – Блюстейна с учетом нестационарности электрического поля

Рассматривается распространение электроупругой волны сдвига в упругом слое из пьезоэлектрика класса *бтт*. Одна из поверхностей слоя механически свободна и электрически заземлена, что приводит к локализации упругой сдвиговой волны в окрестности этой стороны. На другой поверхности пьезоэлектрического слоя обсуждаются разные электро-магнито-механические граничные условия, которые могут привести к разным по характеру локализаций волнам. В отличие от других исследований, посвященных распространению обобщенных волн типа Гуляева – Блюстейна, в данном исследовании задачи решаются в динамической постановке (без использования квазистационарного приближения).

Վ. Մ. Բելուբեկյան, Մ. Վ. Բելուբեկյան, Վ. Գ. Գարակով

Գուլյան – Բլյուստայնի ալիքի առաջացումը էլեկտրական դաշտի ոչ ստացիոնարության հաշվառումով

Դիտարկվում է էլեկտրաառաձգական սահքի ալիքի տարածումը *бтт* դասի պլեգոէլեկտրական շերտում: Շերտի մի եզրը մեխանիկորեն ազատ է և հողակցված, ինչը բերում է էլեկտրաառաձգական սահքի ալիքի տեղայնացում այդ եզրի մոտ: Մյուս եզրում քննարկվում են այլ եզրային պայմաններ, որոնք հանգեցնում են էլեկտրա-

առաձգական դաշտի՝ բնույթով տարբեր տեղայնացումների: Խնդիրները քննարկված են դինամիկական էլեկտրամագնիսական դաշտի (ոչ ստացիոնար) հաշվառումով:

V. M. Belubekyan, M. V. Belubekyan, V. G. Garakov

Conditions for the Appearance of the Gulyaev – Bleustein Wave Taking into Account the Nonstationarity of the Electric Field

The propagation of an electroelastic shear wave in an elastic layer made of a **6mm** class piezoelectric is considered. One of the surfaces of the layer is mechanically free and electrically grounded, which leads to the localization of an elastic shear wave in the neighborhood of this side. On the other surface of the piezoelectric layer, various electro-magneto-mechanical boundary conditions are discussed, which can lead to different types of wave localizations. In contrast to other studies devoted to the propagation of generalized waves of the Gulyaev – Bleustein type, here the problems are solved in a dynamic setting (the quasi-stationary approximation is not used).

Литература

1. *Bleustein T. I.* – Appl. Phys. Letter. 1968.V. 13. № 12. P. 412-413.
2. *Гуляев Ю. В.* – Письма в ЖЭТВ.1969. Т. 9. № 1. С. 63-65.
3. *Балакирев М. К., Гилинский И. А.* Волны в пьезоэлектриках. Новосибирск. Наука. 1982. 240 с.
4. *Аветисян А. С., Камалян А. А.* – ДНАН РА. 2014. Т. 114. № 2. С. 108-115.
5. *Белубекян В. М., Белубекян М. В., Гараков В. Г.* – Вестник РАУ. Ереван. 2017. № 2. С. 81-90.
6. *Белубекян М. В.* В сб.: Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. Ереван. Изд-во Гитутюн. 2008. С. 125-130.
7. *Аветисян А.С., Белубекян М. В.* – Акустический журн. 2019. Т. 65. № 5. С. 478-487.
8. *Avetisyan A. S., Belubekyan M. V.* – Acoustical Physics. 2019. V. 65. № 5. P. 478-486, <http://doi.org/10.1134/S1063771019050051>.

1. Постановка задачи. Рассматриваются вынужденные колебания двуслойной ортотропной пластинки (рис. 1), $D = \{(x, y, z): (x, y) \in D_0, 0 \leq z \leq h_1 + h_2, h = h_1 + h_2 \ll l\}$, при наличии вязкого сопротивления в обоих слоях, где D_0 – лицевая поверхность первого слоя, l – ее характерный тангенциальный размер (наименьший из линейных размеров поверхности D_0).

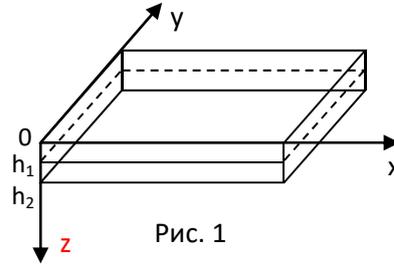


Рис. 1

Требуется найти ненулевые решения динамических уравнений пространственной задачи теории упругости для ортотропных сред при неклассических краевых условиях [7]. Имеем:

уравнения движения

$$\frac{\partial \sigma_{xx}^{(j)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}^{(j)}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}^{(j)}}{\partial z} - k_j \frac{\partial u^{(j)}}{\partial t} = \rho^{(j)} \frac{\partial^2 u^{(j)}}{\partial t^2} \quad (1.1)$$

$(x, y, z; u, v, w), j = I, II;$

уравнения состояния (соотношения упругости) для ортотропного тела

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^{(j)}}{\partial x} &= a_{11}^{(j)} \sigma_{xx}^{(j)} + a_{12}^{(j)} \sigma_{yy}^{(j)} + a_{13}^{(j)} \sigma_{zz}^{(j)}, & \frac{\partial u^{(j)}}{\partial y} + \frac{\partial v^{(j)}}{\partial x} &= a_{66} \sigma_{xy}^{(j)}, \\ \frac{\partial v^{(j)}}{\partial y} &= a_{12}^{(j)} \sigma_{xx}^{(j)} + a_{22}^{(j)} \sigma_{yy}^{(j)} + a_{23}^{(j)} \sigma_{zz}^{(j)}, & \frac{\partial w^{(j)}}{\partial x} + \frac{\partial u^{(j)}}{\partial z} &= a_{55} \sigma_{xz}^{(j)}, \\ \frac{\partial w^{(j)}}{\partial z} &= a_{13}^{(j)} \sigma_{xx}^{(j)} + a_{23}^{(j)} \sigma_{yy}^{(j)} + a_{33}^{(j)} \sigma_{zz}^{(j)}, & \frac{\partial w^{(j)}}{\partial y} + \frac{\partial v^{(j)}}{\partial z} &= a_{44} \sigma_{yz}^{(j)}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где k_j – коэффициенты вязкого сопротивления слоев, $\rho^{(j)}$ – плотности слоев, $a_{ik}^{(j)}$ – постоянные упругости ($a_{ik}^{(j)} = a_{ki}^{(j)}$), j – номер слоя.

На лицевой поверхности $z = 0$ заданы условия:

$$\sigma_{xz}^I(x, y, 0, t) = 0, \quad \sigma_{yz}^I(x, y, 0, t) = 0, \quad \sigma_{zz}^I(x, y, 0, t) = 0. \quad (1.3)$$

На поверхности контакта между слоями известны значения перемещений точек поверхности контакта как данные инклинометров или других измерительных средств:

$$u^I(x, y, h_1, t) = u^{II}(x, y, h_1, t) = u^+(x, y) \sin \Omega t \quad (u, v, w), \quad (1.4)$$

где Ω – частота колебаний точек поверхности контакта между слоями пластинки.

На поверхности контакта между слоями должны выполняться условия полного контакта

$$\begin{aligned} \sigma_{xz}^I(x, y, h_1, t) &= \sigma_{xz}^{II}(x, y, h_1, t) & (\sigma_{xz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zz}), \\ u^I(x, y, h_1, t) &= u^{II}(x, y, h_1, t) & (u, v, w). \end{aligned} \quad (1.5)$$

В [3] показано, что сформулированная неклассическая краевая задача всегда имеет решение, более того, всегда существует классическая краевая задача, решением которой оно является.

2. Общее асимптотическое решение задачи. В уравнениях (1.1), (1.2) перейдем к безразмерным координатам и перемещениям по формулам

$$\xi = x/l, \quad \eta = y/l, \quad \zeta = z/h, \\ U^I = u^I/l, \quad V^I = v^I/l, \quad W^I = w^I/l, \quad (I, II). \quad (2.1)$$

Решение преобразованных уравнений будем искать в виде

$$Q^{(j)}(x, y, z, t) = Q_1^{(j)}(x, y, z) \sin \Omega t + Q_2^{(j)}(x, y, z) \cos \Omega t, \quad (2.2)$$

где $Q^{(j)}$ – любое из напряжений и перемещений. В результате получается сингулярно возмущенная малым параметром $\varepsilon = h/l$ система относительно $Q_i^{(j)}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx,1}^{(j)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{xy,1}^{(j)}}{\partial \eta} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{xz,1}^{(j)}}{\partial \zeta} + \varepsilon^{-2} \rho^{(j)}(\Omega_*)^2 U_1^{(j)} + 2K_j \varepsilon^{-2} \Omega_* U_2^{(j)} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_{xx,2}^{(j)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{xy,2}^{(j)}}{\partial \eta} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{xz,2}^{(j)}}{\partial \zeta} + \varepsilon^{-2} \rho^{(j)}(\Omega_*)^2 U_2^{(j)} - 2K_j \varepsilon^{-2} \Omega_* U_1^{(j)} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_{xy,1}^{(j)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{yy,1}^{(j)}}{\partial \eta} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{yz,1}^{(j)}}{\partial \zeta} + \varepsilon^{-2} \rho^{(j)}(\Omega_*)^2 V_1^{(j)} + 2K_j \varepsilon^{-2} \Omega_* V_2^{(j)} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_{xy,2}^{(j)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{yy,2}^{(j)}}{\partial \eta} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{yz,2}^{(j)}}{\partial \zeta} + \varepsilon^{-2} \rho^{(j)}(\Omega_*)^2 V_2^{(j)} - 2K_j \varepsilon^{-2} \Omega_* V_1^{(j)} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_{xz,1}^{(j)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{yz,1}^{(j)}}{\partial \eta} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{zz,1}^{(j)}}{\partial \zeta} + \varepsilon^{-2} \rho^{(j)}(\Omega_*)^2 W_1^{(j)} + 2K_j \varepsilon^{-2} \Omega_* W_2^{(j)} &= 0, \\ \frac{\partial \sigma_{xz,2}^{(j)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{yz,2}^{(j)}}{\partial \eta} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{zz,2}^{(j)}}{\partial \zeta} + \varepsilon^{-2} \rho^{(j)}(\Omega_*)^2 W_2^{(j)} - 2K_j \varepsilon^{-2} \Omega_* W_1^{(j)} &= 0, \\ \frac{\partial U_i^{(j)}}{\partial \xi} = a_{11}^{(j)} \sigma_{xx,i}^{(j)} + a_{12}^{(j)} \sigma_{yy,i}^{(j)} + a_{13}^{(j)} \sigma_{zz,i}^{(j)}, \quad \frac{\partial U_i^{(j)}}{\partial \eta} + \frac{\partial V_i^{(j)}}{\partial \xi} = a_{66}^{(j)} \sigma_{xy,i}^{(j)}, \\ j = I, II; \quad i = 1, 2, \\ \frac{\partial V_i^{(j)}}{\partial \eta} = a_{12}^{(j)} \sigma_{xx,i}^{(j)} + a_{22}^{(j)} \sigma_{yy,i}^{(j)} + a_{23}^{(j)} \sigma_{zz,i}^{(j)}, \quad \frac{\partial W_i^{(j)}}{\partial \xi} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial U_i^{(j)}}{\partial \zeta} = a_{55}^{(j)} \sigma_{xz,i}^{(j)}, \\ \varepsilon^{-1} \frac{\partial W_i^{(j)}}{\partial \zeta} = a_{13}^{(j)} \sigma_{xx,i}^{(j)} + a_{23}^{(j)} \sigma_{yy,i}^{(j)} + a_{33}^{(j)} \sigma_{zz,i}^{(j)}, \\ \frac{\partial W_i^{(j)}}{\partial \eta} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial V_i^{(j)}}{\partial \zeta} = a_{44}^{(j)} \sigma_{yz,i}^{(j)}, \quad \Omega_*^2 = h^2 \Omega^2, \quad 2K_j = k_j h. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Решение внешней задачи будем искать в виде асимптотического представления

$$\sigma_{\alpha\beta,i}^{(j)} = \varepsilon^{-1+s} \sigma_{\alpha\beta,i}^{(j,s)}, \quad \alpha, \beta = x, y, z; \quad s = \overline{0, N}, \quad (2.4) \\ (U_i^{(j)}, V_i^{(j)}, W_i^{(j)}) = \varepsilon^s (U_i^{(j,s)}, V_i^{(j,s)}, W_i^{(j,s)}), \quad j = I, II; \quad i = 1, 2.$$

Обозначение $s = \overline{0, N}$ здесь и далее означает, что по нему (повторяющемуся) индексу s происходит суммирование в пределах целочисленных значений $0, N$.

Из асимптотики (2.4) следует, что в отличие от классической теории для данного класса задач все компоненты тензора напряжений асимптотически равноправны, равноправны также перемещения, и допущения классической теории пластин и оболочек здесь не применимы.

После подстановки (2.4) в преобразованные уравнения и соотношения упругости (2.3), компоненты тензора напряжений $\sigma_{\alpha\beta,i}^{(j,s)}$ можно выразить через $U_i^{(j,s)}, V_i^{(j,s)}, W_i^{(j,s)}$ по формулам:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx,i}^{(j,s)} &= -A_{23}^{(j)} \frac{\partial W_i^{(j,s)}}{\partial \zeta} + A_{22}^{(j)} \frac{\partial U_i^{(j,s-1)}}{\partial \xi} - A_{12}^{(j)} \frac{\partial V_i^{(j,s-1)}}{\partial \eta}, \\ \sigma_{yy,i}^{(j,s)} &= -A_{13}^{(j)} \frac{\partial W_i^{(j,s)}}{\partial \zeta} - A_{12}^{(j)} \frac{\partial U_i^{(j,s-1)}}{\partial \xi} + A_{33}^{(j)} \frac{\partial V_i^{(j,s-1)}}{\partial \eta}, \\ \sigma_{zz,i}^{(j,s)} &= -A_{11}^{(j)} \frac{\partial W_i^{(j,s)}}{\partial \zeta} - A_{23}^{(j)} \frac{\partial U_i^{(j,s-1)}}{\partial \xi} - A_{13}^{(j)} \frac{\partial V_i^{(j,s-1)}}{\partial \eta}, \\ \sigma_{xy,i}^{(j,s)} &= \frac{1}{a_{66}^{(j)}} \left[\frac{\partial U_i^{(j,s-1)}}{\partial \eta} + \frac{\partial V_i^{(j,s-1)}}{\partial \xi} \right], \quad \sigma_{xz,i}^{(j,s)} = \frac{1}{a_{55}^{(j)}} \left[\frac{\partial U_i^{(j,s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial W_i^{(j,s-1)}}{\partial \xi} \right], \\ \sigma_{yz,i}^{(j,s)} &= \frac{1}{a_{44}^{(j)}} \left[\frac{\partial V_i^{(j,s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial W_i^{(j,s-1)}}{\partial \eta} \right], \quad j = I, II; i = 1, 2,\end{aligned}\tag{2.5}$$

где

$$\begin{aligned}A_{11}^{(j)} &= \frac{a_{11}^{(j)} a_{22}^{(j)} - a_{12}^{(j)2}}{\Delta^{(j)}}, \quad A_{22}^{(j)} = \frac{a_{22}^{(j)} a_{33}^{(j)} - a_{23}^{(j)2}}{\Delta^{(j)}}, \quad A_{33}^{(j)} = \frac{a_{11}^{(j)} a_{33}^{(j)} - a_{13}^{(j)2}}{\Delta^{(j)}}, \\ A_{12}^{(j)} &= \frac{a_{33}^{(j)} a_{12}^{(j)} - a_{12}^{(j)} a_{23}^{(j)}}{\Delta^{(j)}}, \quad A_{13}^{(j)} = \frac{a_{11}^{(j)} a_{23}^{(j)} - a_{12}^{(j)} a_{13}^{(j)}}{\Delta^{(j)}}, \quad A_{23}^{(j)} = \frac{a_{22}^{(j)} a_{13}^{(j)} - a_{12}^{(j)} a_{23}^{(j)}}{\Delta^{(j)}}, \\ \Delta^{(j)} &= a_{11}^{(j)} a_{22}^{(j)} a_{33}^{(j)} + 2a_{12}^{(j)} a_{13}^{(j)} a_{23}^{(j)} - a_{22}^{(j)} a_{13}^{(j)2} - a_{11}^{(j)} a_{23}^{(j)2} - a_{33}^{(j)} a_{12}^{(j)2}.\end{aligned}$$

Для определения функций $U_i^{(j,s)}, V_i^{(j,s)}, W_i^{(j,s)}$, ($j = I, II; i = 1, 2$) получаются уравнения:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 U_1^{(j,s)}}{\partial \zeta^2} + a_{55}^{(j)} \left(\rho^{(j)} (\Omega_*)^2 U_1^{(j,s)} + 2K_j \Omega_* U_2^{(j,s)} \right) &= R_{U_1}^{(j,s)}, \\ \frac{\partial^2 U_2^{(j,s)}}{\partial \zeta^2} + a_{55}^{(j)} \left(\rho^{(j)} (\Omega_*)^2 U_2^{(j,s)} - 2K_j \Omega_* U_1^{(j,s)} \right) &= R_{U_2}^{(j,s)}, \\ \frac{\partial^2 V_1^{(j,s)}}{\partial \zeta^2} + a_{44}^{(j)} \left(\rho^{(j)} (\Omega_*)^2 V_1^{(j,s)} + 2K_j \Omega_* V_2^{(j,s)} \right) &= R_{V_1}^{(j,s)}, \\ \frac{\partial^2 V_2^{(j,s)}}{\partial \zeta^2} + a_{44}^{(j)} \left(\rho^{(j)} (\Omega_*)^2 V_2^{(j,s)} - 2K_j \Omega_* V_1^{(j,s)} \right) &= R_{V_2}^{(j,s)}, \\ A_{11}^{(j)} \frac{\partial^2 W_1^{(j,s)}}{\partial \zeta^2} + \rho^{(j)} (\Omega_*)^2 W_1^{(j,s)} + 2K_j \Omega_* W_2^{(j,s)} &= R_{W_1}^{(j,s)}, \\ A_{11}^{(j)} \frac{\partial^2 W_2^{(j,s)}}{\partial \zeta^2} + \rho^{(j)} (\Omega_*)^2 W_2^{(j,s)} - 2K_j \Omega_* W_1^{(j,s)} &= R_{W_2}^{(j,s)},\end{aligned}\tag{2.6}$$

где

$$\begin{aligned}R_{Ui}^{(j,s)} &= -\frac{\partial^2 W_i^{(j,s-1)}}{\partial \xi \partial \zeta} - a_{55}^{(j)} \left[\frac{\partial \sigma_{xx,i}^{(j,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{xy,i}^{(j,s-1)}}{\partial \eta} \right], \quad j = I, II; i = 1, 2, \\ R_{Vi}^{(j,s)} &= -\frac{\partial^2 W_j^{(j,s-1)}}{\partial \eta \partial \zeta} - a_{44}^{(j)} \left[\frac{\partial \sigma_{xy,i}^{(j,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{yy,i}^{(j,s-1)}}{\partial \eta} \right],\end{aligned}\tag{2.7}$$

$$R_{Wj}^{(s)} = A_{23}^{(j)} \frac{\partial^2 U_i^{(j,s-1)}}{\partial \xi \partial \zeta} + A_{13}^{(j)} \frac{\partial^2 V_i^{(j,s-1)}}{\partial \eta \partial \zeta} - \frac{\partial \sigma_{xz,i}^{(j,s-1)}}{\partial \xi} - \frac{\partial \sigma_{yz,i}^{(j,s-1)}}{\partial \eta}.$$

Очевидно, что $R_{Ui}^{(j,0)} = R_{Vi}^{(j,0)} = R_{Wj}^{(j,0)} = 0$; ($j = I, II; i = 1, 2$).

Из (2.6) следуют

$$\begin{aligned} U_2^{(j,s)} &= -\frac{1}{2K_j\Omega_*a_{55}^{(j)}}\left(\frac{\partial^2 U_1^{(j,s)}}{\partial\zeta^2} + a_{55}^{(j)}\rho^{(j)}(\Omega_*)^2 U_1^{(j,s)} - R_{U1}^{(j,s)}\right), \\ V_2^{(j,s)} &= -\frac{1}{2K_j\Omega_*a_{44}^{(j)}}\left(\frac{\partial^2 V_1^{(j,s)}}{\partial\zeta^2} + a_{44}^{(j)}\rho^{(j)}(\Omega_*)^2 V_1^{(j,s)} - R_{V1}^{(j,s)}\right), \\ W_2^{(j,s)} &= -\frac{1}{2K_j\Omega_*}\left(A_{11}^{(j)}\frac{\partial^2 W_1^{(j,s)}}{\partial\zeta^2} + \rho^{(j)}(\Omega_*)^2 W_1^{(j,s)} - R_{W1}^{(j,s)}\right), \end{aligned} \quad (2.8)$$

а также уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 U_1^{(j,s)}}{\partial\zeta^4} + 2a_{55}^{(j)}\rho^{(j)}(\Omega_*)^2 \frac{\partial^2 U_1^{(j,s)}}{\partial\zeta^2} + a_{55}^{(j)2}(\rho^{(j)2}(\Omega_*)^2 + 4K_j^2)(\Omega_*)^2 U_1^{(j,s)} &= \\ \frac{\partial^2 R_{U1}^{(j,s)}}{\partial\zeta^2} + a_{55}^{(j)}\rho^{(j)}(\Omega_*)^2 R_{U1}^{(j,s)} - 2K_j a_{55}^{(j)}\Omega_* R_{U2}^{(j,s)}, \\ \frac{\partial^4 V_1^{(j,s)}}{\partial\zeta^4} + 2a_{44}^{(j)}(\Omega_*)^2 \frac{\partial^2 V_1^{(j,s)}}{\partial\zeta^2} + a_{44}^{(j)2}(\rho^{(j)2}(\Omega_*)^2 + 4K_j^2)(\Omega_*)^2 V_1^{(j,s)} &= \\ \frac{\partial^2 R_{V1}^{(j,s)}}{\partial\zeta^2} + a_{44}^{(j)}\rho^{(j)}(\Omega_*)^2 R_{V1}^{(j,s)} - 2K_j a_{44}^{(j)}\Omega_* R_{V2}^{(j,s)}, \\ \frac{\partial^4 W_1^{(j,s)}}{\partial\zeta^4} + \frac{2\rho^{(j)}(\Omega_*)^2}{A_{11}^{(j)}} \frac{\partial^2 W_1^{(j,s)}}{\partial\zeta^2} + \frac{1}{A_{11}^{(j)2}}(\rho^{(j)2}(\Omega_*)^2 + 4K_j^2)(\Omega_*)^2 W_1^{(j,s)} &= \\ \frac{1}{A_{11}^{(j)}} \frac{\partial^2 R_{W1}^{(j,s)}}{\partial\zeta^2} + \frac{\rho^{(j)}(\Omega_*)^2}{A_{11}^{(j)2}} R_{W1}^{(j,s)} - \frac{2K_j\Omega_*}{A_{11}^{(j)2}} R_{W2}^{(j,s)}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Решениями уравнений (2.9) являются:

$$U_1^{(j,s)} = U_{10}^{(j,s)}(\xi, \eta, \zeta) + U_{1ч}^{(j,s)}(\xi, \eta, \zeta) \quad (U, V, W), \quad (2.10)$$

где величины с индексом “о” – решения однородных, а с индексом “ч” – частных неоднородных уравнений (2.9).

Решениями однородных уравнений являются:

$$\begin{aligned} U_{10}^{(j,s)}(\xi, \eta, \zeta) &= C_{U1}^{(j,s)}(\xi, \eta)\varphi_{1U}^{(j)} + C_{U2}^{(j,s)}(\xi, \eta)\varphi_{2U}^{(j)} + C_{U3}^{(j,s)}(\xi, \eta)\varphi_{3U}^{(j)} \\ &\quad + C_{U4}^{(j,s)}(\xi, \eta)\varphi_{4U}^{(j)}, \quad (U, V, W), \end{aligned} \quad (2.11)$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_{1U}^{(j)} &= ch \gamma_U^j \zeta \cos \delta_U^j \zeta, & \varphi_{2U}^{(j)} &= sh \gamma_U^j \zeta \sin \delta_U^j \zeta, \\ \varphi_{3U}^{(j)} &= ch \gamma_U^j \zeta \sin \delta_U^j \zeta, & \varphi_{4U}^{(j)} &= sh \gamma_U^j \zeta \cos \delta_U^j \zeta, \\ \gamma_U^j &= \sqrt{\frac{a_{55}^{(j)}\Omega_*}{2}\left(\sqrt{\rho^{(j)2}(\Omega_*)^2 + 4K_j^2} - \rho^{(j)}\Omega_*\right)}, \\ \delta_U^j &= \sqrt{\frac{a_{55}^{(j)}\Omega_*}{2}\left(\sqrt{\rho^{(j)2}(\Omega_*)^2 + 4K_j^2} + \rho^{(j)}\Omega_*\right)}, \\ &\quad (U, V, W; a_{55}, a_{44}, 1/A_{11}). \end{aligned}$$

Одновременно имеем

$$\begin{aligned} U_2^{(j,s)} &= U_{20}^{(j,s)}(\xi, \eta, \zeta) + U_{2ч}^{(j,s)}(\xi, \eta, \zeta) \quad (U, V, W), \\ U_{20}^{(j,s)}(\xi, \eta, \zeta) &= -C_{U1}^{(j,s)}(\xi, \eta)\varphi_{2U}^{(j)} + C_{U2}^{(j,s)}(\xi, \eta)\varphi_{1U}^{(j)} + C_{U3}^{(j,s)}(\xi, \eta)\varphi_{4U}^{(j)} - \\ &\quad C_{U4}^{(j,s)}(\xi, \eta)\varphi_{3U}^{(j)}, \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{xz,1}^{(j,s)} &= \frac{1}{a_{55}^{(j)}} [C_{U1}^{(j,s)} (\gamma_U^j \varphi_{4U}^{(j)} - \delta_U^j \varphi_{3U}^{(j)}) + C_{U2}^{(j,s)} (\gamma_U^j \varphi_{3U}^{(j)} + \delta_U^j \varphi_{4U}^{(j)}) + \\
&C_{U3}^{(j,s)} (\gamma_U^j \varphi_{2U}^{(j)} + \delta_U^j \varphi_{1U}^{(j)}) + C_{U4}^{(j,s)} (\gamma_U^j \varphi_{1U}^{(j)} - \delta_U^j \varphi_{2U}^{(j)})] + \sigma_{xz,1ч}^{(j,s)}(\xi, \eta, \zeta), \\
\sigma_{xz,2}^{(j,s)} &= \frac{1}{a_{55}^{(j)}} [-C_{U1}^{(j,s)} (\gamma_U^j \varphi_{3U}^{(j)} + \delta_U^j \varphi_{4U}^{(j)}) + C_{U2}^{(j,s)} (\gamma_U^j \varphi_{4U}^{(j)} - \delta_U^j \varphi_{3U}^{(j)}) + \\
&C_{U3}^{(j,s)} (\gamma_U^j \varphi_{1U}^{(j)} - \delta_U^j \varphi_{2U}^{(j)}) - C_{U4}^{(j,s)} (\gamma_U^j \varphi_{2U}^{(j)} + \delta_U^j \varphi_{1U}^{(j)})] + \sigma_{xz,2ч}^{(j,s)}(\xi, \eta, \zeta), \\
U_{2ч}^{(j,s)}(\xi, \eta, \zeta) &= -\frac{1}{2K_j \Omega_* a_{55}^{(j)}} \left(\frac{\partial^2 U_{1ч}^{(j,s)}}{\partial \zeta^2} + a_{55}^{(j)} (\Omega_*)^2 U_{1ч}^{(j,s)} - R_{U1}^{(j,s)} \right), \\
\sigma_{xz,iч}^{(j,s)} &= \frac{1}{a_{55}^{(j)}} \left[\frac{\partial U_{iч}^{(j,s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial W_i^{(j,s-1)}}{\partial \xi} \right],
\end{aligned}$$

$$(x, y, z; U, V, W; a_{55}, a_{44}, 1/A_{11}; j = I, II; i = 1, 2)$$

Удовлетворив граничным условиям (1.3)-(1.5), получим алгебраические системы относительно неизвестных функций $C_{U1}^{(j,s)}, C_{U2}^{(j,s)}, C_{U3}^{(j,s)}, C_{U4}^{(j,s)}$ ($U, V, W; j = I, II$). Системы будут иметь конечные решения, если определители этих систем

$$\begin{aligned}
\Delta_U &= \cos(2\delta_U^I \zeta_1) + ch(2\gamma_U^I \zeta_1), \\
\zeta_1 &= \frac{h_1}{h}, (U, V, W; a_{55}, a_{44}, 1/A_{11})
\end{aligned} \tag{2.13}$$

отличны от нуля: $\Delta_U \neq 0, (U, V, W)$.

После решения этих систем для первого слоя:

$$\begin{aligned}
U_{10}^{(I,s)}(\xi, \eta, \zeta) &= \frac{1}{(\delta_U^I)^2 + \gamma_U^I{}^2} \Delta_U [a_{55}^{(I)} (\delta_U^I T_{1U}^{(s)} + \gamma_U^I T_{2U}^{(s)}) \times \\
&(ch \gamma_U^I (\zeta - 2\zeta_1) \sin \delta_U^I \zeta + ch \gamma_U^I \zeta \sin \delta_U^I (\zeta - 2\zeta_1)) + \\
&a_{55}^{(I)} (\gamma_U^I T_{1U}^{(s)} - \delta_U^I T_{2U}^{(s)}) (\sin \delta_U^I (\zeta - 2\zeta_1) sh \gamma_U^I \zeta + \\
&\cos \delta_U^I \zeta sh \gamma_U^I (\zeta - 2\zeta_1)) + (\delta_U^I{}^2 + \gamma_U^I{}^2) (T_{3U}^{(s)} \times \\
&(\cos \delta_U^I (\zeta + \zeta_1) ch \gamma_U^I (\zeta - \zeta_1) + \cos \delta_U^I (\zeta - \zeta_1) ch \gamma_U^I (\zeta + \zeta_1)) + \\
&T_{4U}^{(s)} (\sin \delta_U^I (\zeta + \zeta_1) sh \gamma_U^I (\zeta - \zeta_1) + \sin \delta_U^I (\zeta - \zeta_1) sh \gamma_U^I (\zeta + \zeta_1))],
\end{aligned}$$

$$U_{20}^{(I,s)}(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{(\delta_U^I{}^2 + \gamma_U^I{}^2) \Delta_U} [a_{55}^{(I)} (\delta_U^I T_{2U}^{(s)} - \gamma_U^I T_{1U}^{(s)}) \times \tag{2.14}$$

$$\begin{aligned}
&(ch \gamma_U^I (\zeta - 2\zeta_1) \sin \delta_U^I \zeta + ch \gamma_U^I \zeta \sin \delta_U^I (\zeta - 2\zeta_1)) - \\
&a_{55}^{(I)} (\gamma_U^I T_{2U}^{(s)} + \delta_U^I T_{1U}^{(s)}) (\sin \delta_U^I (\zeta - 2\zeta_1) sh \gamma_U^I \zeta + \\
&\cos \delta_U^I \zeta sh \gamma_U^I (\zeta - 2\zeta_1)) + (\delta_U^I{}^2 + \gamma_U^I{}^2) (T_{3U}^{(s)} \times \\
&(\sin \delta_U^I (\zeta + \zeta_1) sh \gamma_U^I (\zeta - \zeta_1) + \sin \delta_U^I (\zeta - \zeta_1) sh \gamma_U^I (\zeta + \zeta_1)) + \\
&T_{4U}^{(s)} (\cos \delta_U^I (\zeta + \zeta_1) ch \gamma_U^I (\zeta - \zeta_1) + \cos \delta_U^I (\zeta - \zeta_1) ch \gamma_U^I (\zeta + \zeta_1))), \\
T_{1U}^{(s)} &= -\sigma_{xz,1ч}^{(I,s)}(\zeta = 0), T_{2U}^{(s)} = -\sigma_{xz,2ч}^{(I,s)}(\zeta = 0),
\end{aligned}$$

$$T_{3U}^{(s)} = U^{(+,s)} - U_{1\check{4}}^{(I,s)} (\zeta = \zeta_1), U^{(+,0)} = \frac{u^+}{l}, U^{(+,s)} = 0, s \neq 0,$$

$$T_{4U}^{(s)} = -U_{2\check{4}}^{(I,s)} (\zeta = \zeta_1)$$

$$(x, y, z; U, V, W; a_{55}, a_{44}, 1/A_{11});$$

для второго слоя:

$$U_{10}^{(II,s)}(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{a_{55}^I (\delta_U^{II\ 2} + \gamma_U^{II\ 2}) \Delta_U} [a_{55}^{(I)} (\cos(2\delta_U^I \zeta_1) + ch(2\gamma_U^I \zeta_1)) \times$$

$$((\delta_U^{II\ 2} + \gamma_U^{II\ 2}) (T_{3U}^{(s)} - T_{5U}^{(s)}) \cos \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) ch \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) +$$

$$(\delta_U^{II\ 2} + \gamma_U^{II\ 2}) (T_{4U}^{(s)} - T_{6U}^{(s)}) \sin \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) sh \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) -$$

$$a_{55}^{(II)} (\delta_U^{II} T_{7U}^{(s)} + \gamma_U^{II} T_{8U}^{(s)}) \sin \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) ch \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) +$$

$$a_{55}^{(II)} (\gamma_U^{II} T_{7U}^{(s)} - \delta_U^{II} T_{8U}^{(s)}) \cos \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) sh \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) +$$

$$2a_{55}^{(I)} a_{55}^{(II)} (\gamma_U^{II} T_{1U}^{(s)} - \delta_U^{II} T_{2U}^{(s)}) (\sin \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) ch \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) \times$$

$$\sin \delta_U^I \zeta_1 sh \gamma_U^I \zeta_1 + \cos \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) sh \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) \cos \delta_U^I \zeta_1 ch \gamma_U^I \zeta_1) +$$

$$2a_{55}^{(I)} a_{55}^{(II)} (\delta_U^{II} T_{1U}^{(s)} + \gamma_U^{II} T_{2U}^{(s)}) (\sin \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) ch \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) \times$$

$$\cos \delta_U^I \zeta_1 ch \gamma_U^I \zeta_1 + \cos \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) sh \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) \sin \delta_U^I \zeta_1 sh \gamma_U^I \zeta_1) +$$

$$a_{55}^{(II)} (\delta_U^I \delta_U^{II} T_{4U}^{(s)} + \delta_U^{II} \gamma_U^I T_{3U}^{(s)} - \delta_U^I \gamma_U^{II} T_{3U}^{(s)} + \gamma_U^I \gamma_U^{II} T_{4U}^{(s)}) \times$$

$$(\sin \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) ch \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) sh 2\gamma_U^I \zeta_1 +$$

$$\cos \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) sh \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) \sin 2\delta_U^I \zeta_1) +$$

$$a_{55}^{(II)} (\delta_U^I \delta_U^{II} T_{3U}^{(s)} - \delta_U^{II} \gamma_U^I T_{4U}^{(s)} + \delta_U^I \gamma_U^{II} T_{4U}^{(s)} + \gamma_U^I \gamma_U^{II} T_{3U}^{(s)}) \times$$

$$(\cos \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) sh \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) sh 2\gamma_U^I \zeta_1 -$$

$$\sin \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) ch \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) \sin 2\delta_U^I \zeta_1)],$$

$$U_{20}^{(II,s)}(\xi, \eta, \zeta) = \frac{1}{a_{55}^I (\delta_U^{II\ 2} + \gamma_U^{II\ 2}) \Delta_U} [a_{55}^{(I)} (\cos(2\delta_U^I \zeta_1) + ch(2\gamma_U^I \zeta_1)) \times$$

$$((\delta_U^{II\ 2} + \gamma_U^{II\ 2}) (T_{3U}^{(s)} - T_{5U}^{(s)}) \sin \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) sh \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) +$$

$$(\delta_U^{II\ 2} + \gamma_U^{II\ 2}) (T_{4U}^{(s)} - T_{6U}^{(s)}) \cos \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) ch \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) -$$

$$a_{55}^{(II)} (\delta_U^{II} T_{7U}^{(s)} + \gamma_U^{II} T_{8U}^{(s)}) \cos \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) sh \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) +$$

$$a_{55}^{(II)} (\gamma_U^{II} T_{7U}^{(s)} - \delta_U^{II} T_{8U}^{(s)}) \sin \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) ch \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) + \quad (2.15)$$

$$2a_{55}^{(I)} a_{55}^{(II)} (\gamma_U^{II} T_{1U}^{(s)} - \delta_U^{II} T_{2U}^{(s)}) (\cos \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) sh \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) \times$$

$$\sin \delta_U^I \zeta_1 sh \gamma_U^I \zeta_1 - \sin \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) ch \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) \cos \delta_U^I \zeta_1 ch \gamma_U^I \zeta_1) +$$

$$2a_{55}^{(I)} a_{55}^{(II)} (\delta_U^{II} T_{1U}^{(s)} + \gamma_U^{II} T_{2U}^{(s)}) (\cos \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) sh \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) \times$$

$$\cos \delta_U^I \zeta_1 ch \gamma_U^I \zeta_1 + \sin \delta_U^{II} (\zeta - \zeta_1) ch \gamma_U^{II} (\zeta - \zeta_1) \sin \delta_U^I \zeta_1 sh \gamma_U^I \zeta_1) +$$

$$a_{55}^{(II)} (\delta_U^I \delta_U^{II} T_{4U}^{(s)} + \delta_U^{II} \gamma_U^I T_{3U}^{(s)} - \delta_U^I \gamma_U^{II} T_{3U}^{(s)} + \gamma_U^I \gamma_U^{II} T_{4U}^{(s)}) \times$$

$$\begin{aligned}
& (\cos\delta_U^{II}(\zeta - \zeta_1)sh\gamma_U^{II}(\zeta - \zeta_1)sh2\gamma_U^I\zeta_1 - \\
& \sin\delta_U^{II}(\zeta - \zeta_1)ch\gamma_U^{II}(\zeta - \zeta_1)\sin2\delta_U^I\zeta_1) - \\
& a_{55}^{(II)} \left(\delta_U^I\delta_U^{II}T_{3U}^{(s)} - \delta_U^{II}\gamma_U^IT_{4U}^{(s)} + \delta_U^I\gamma_U^{II}T_{4U}^{(s)} + \gamma_U^I\gamma_U^{II}T_{3U}^{(s)} \right) \times \\
& (\cos\delta_U^{II}(\zeta - \zeta_1)sh\gamma_U^{II}(\zeta - \zeta_1)\sin2\delta_U^I\zeta_1 + \\
& \sin\delta_U^{II}(\zeta - \zeta_1)ch\gamma_U^{II}(\zeta - \zeta_1)sh2\gamma_U^I\zeta_1), \\
T_{5U}^{(s)} &= U_{1ч}^{(II,s)}(\zeta = \zeta_1) - U_{1ч}^{(I,s)}(\zeta = \zeta_1) \quad (5U, 6U; 1ч, 2ч), \\
T_{7U}^{(s)} &= \sigma_{xz,1ч}^{(II,s)}(\zeta = \zeta_1) - \sigma_{xz,1ч}^{(I,s)}(\zeta = \zeta_1) \quad (7U, 8U; 1ч, 2ч), \\
& (U, V, W; a_{55}, a_{44}, 1/A_{11}).
\end{aligned}$$

3. Заключение. Во избежание резонанса необходимо, чтобы $\Delta_U \neq 0, (U, V, W)$. Эти условия совпадают с условиями резонанса для оболочек в классической постановке [8] при аналогичных граничных условиях, а также для пластинок [9], когда нижняя грань пластинки жестко закреплена, а на верхней приложены гармонически изменяющиеся во времени напряжения (достаточно перейти к одним и тем же параметрам). Заметим, что в условия резонанса входят параметры только первого слоя, а на напряженно-деформированное состояние пакета влияют параметры обоих слоев.

Анализируя уравнения $\Delta_U = 0 (U, V, W)$, приходим к выводу, что при наличии вязкого сопротивления в обоих слоях двуслойной пластинки при резонансе амплитуда вынужденных колебаний конечна, так как эти уравнения не имеют действительных корней. Таким образом, в зонах литосферных плит, где в слоях присутствует вязкое сопротивление, внешнее воздействие может привести лишь к резонансу с конечными амплитудами колебаний.

¹Институт механики НАН РА

e-mail: lusina@mail.ru

²АГПУ им. Х. Абовяна

Л. Г. Гулгазрян, П. Р. Амбарцумян

Динамическая трёхмерная задача теории упругости двуслойной пластинки при наличии вязкого сопротивления

В трёхмерной постановке рассмотрена динамическая задача двуслойной пластинки при наличии вязкого сопротивления в обоих слоях, когда верхняя лицевая поверхность свободна, между слоями пластинки выполняются условия полного контакта, а значения компонент вектора перемещения сняты с поверхности контакта между слоями как данные инклинометров и других измерительных средств. Определены амплитуды колебаний и выведены условия возникновения резонанса.

Показано, что при наличии вязкого сопротивления в обоих слоях во время резонанса амплитуда колебаний остается конечной.

Լ. Գ. Դուղազարյան, Փ. Ռ. Համբարձումյան

**Երկշերտ սալի առաձգականության տեսության
դինամիկ եռաչափ խնդիրը մածուցիկ դիմադրության
առկայության դեպքում**

Եռաչափ դրվածքով դիտարկված է երկշերտ սալի դինամիկ խնդիրը, երբ շերտերում առկա է մածուցիկ դիմադրություն: Սալի վերին դիմային մակերևույթն ազատ է, շերտերի միջև տրված են լրիվ կոնտակտի պայմանները, իսկ տեղափոխության վեկտորի բաղադրիչների արժեքները վերցված են շերտերի կոնտակտի մակերևույթից որպես ինկլինամետրերի կամ այլ չափիչ սարքերից ստացված տվյալներ: Դուրս են բերված ռեզոնանսի առաջացման պայմանները, և արտածված են տատանման ամպլիտուդները: Ցույց է տրված, որ ռեզոնանսի ժամանակ երկու շերտերում մածուցիկ դիմադրության առկայության դեպքում տատանման ամպլիտուդները մնում են վերջավոր:

L. G. Ghulghazaryan, P. R. Hambardzumyan

**The Dynamic Three-Dimensional Problem of the Theory
of Elasticity of a Two-Layer Plate in the Presence
of Viscous Resistance**

The dynamic problem of a two-layered plate in the presence of viscous resistance in both layers is considered in the three-dimensional formulation, where the upper face surface is free, the conditions of full-contact are fulfilled between the layers. The values of the displacement vector components are collected from inclinometers and other measuring instruments at the contact surface between the layers. The vibration amplitudes are determined and the conditions for the occurrence of resonance are derived. It is shown that in the presence of viscous resistance in both layers the vibration amplitude remains finite during resonance.

Литература

1. *Казахара К.* Механика землетрясений. М. Мир. 1985. 264 с.
2. *Яновская Т. Б.* Основы сейсмологии. Изд-во СПб. ун-та. 2008. 258 с.
3. *Aghalovyan L. A.* – Proceedings of A. Razmadze Mathematical Institute of Georgia. 2011. V. 155. P. 3-10.
4. *Aghalovyan L. A., Aghalovyan M. L.* In: Proceedings of the 5th European Conference on Structural Control – EACS 2012. Genoa, Italy, 18-20 June, 2012. Paper N # 069. P. 1-8.

5. Агаловян Л. А., Тагворян В. В. Об одной задаче сейсмологии для слоистых пластин. Проблемы механики деформируемого твёрдого тела. Ереван. Гитутюн. 2017. С. 24-35.
6. Агаловян Л. А., Агаловян М. Л., Тагворян В. В. – Изв. НАН Армении. Механика. 2018. Т. 71. № 4. С. 17-29.
7. Aghalovyan L. A. Asymptotic Theory of Anisotropic Plates and Shells. Singapore, London. World Scientific. 2015. 376 p.
8. Ghulghazaryan L. G. – Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2015. V. 79. P. 281-292.
9. Азатян Г. Л. – Изв. НАН Армении. Механика, 2007. Т. 60. № 12. С. 29-41.

четвертичного возраста особое место занимают покровы и потоки лав. В тектоническом строении района исследований выделяются Еревано-Ордубатский синклиниорий, Цахкуняцкий и Приараксинский антиклинории. Региональные тектонические нарушения представлены Гарнийским и Ереванским разломами [1]. Подземные воды относятся к межгорной Араратской котловине, которая является областью накопления подземного стока и формирования грунтовых и напорных водоносных горизонтов и включает большие запасы минеральных вод, характеризующихся гидрокарбонатно-кальциевым составом и приуроченных к терригенно-карбонатным породам палеозоя [2]. В газовом составе преобладающим является углекислый газ (97-99%). По газовому составу минеральные воды Армении подразделяются на углекислые и смешанные. Основными компонентами углекислых минеральных вод являются гидрокарбонаты, хлор, сульфат, натрий, кальций, магний, железо. По химическому составу воды минеральных источников Суренаван, Веди, Арзни, Бжни относятся к гидрокарбонатным, гидрокарбонатно-хлоридным, натриевым и хлоридно-натриевым. Общая минерализация вод от 3.6 до 7.8 г/л [5].

Геохимические исследования. Исследования гидрогеохимического состава вод проводились по результатам мониторинговых наблюдений минеральных источников центральной части Армении (рис. 1). Данные результатов анализа и статистической обработки временных рядов ионного (Cl^- , SO_4^{2-} , HCO_3^- , Mg^{2+} , Fe^{3+}), общ. мин., pH и газового (CO_2) состава вод [3] сопоставлялись с сейсмическими событиями региона.

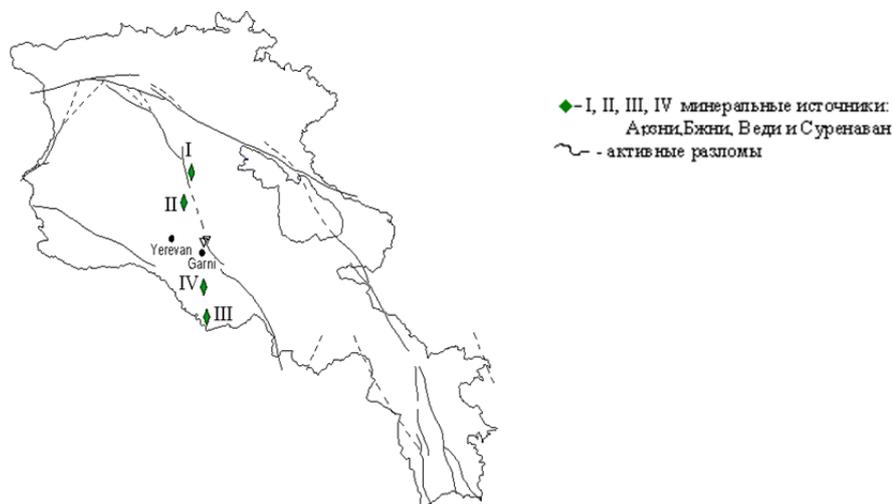


Рис. 1. Карта территории Армении с нанесением гидрогеохимических пунктов наблюдений.

Рассматривался региональный каталог землетрясений с энергетическим классом не менее 8.0. Общая сейсмическая энергия, выделившаяся в 2019 г., составила $1.25E+12$ дж. Более 2/3 всей выделившейся в 2019 г.

сейсмической энергии приходится на группированные сейсмические события, произошедшие на Джавахетском нагорье. Пространственное расположение эпицентров землетрясений и группированных сейсмических событий показано на карте (рис. 2).

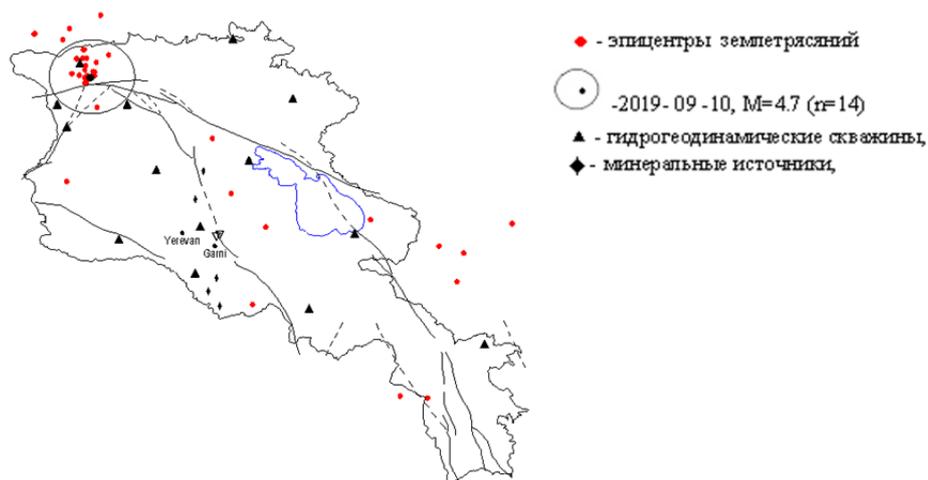


Рис. 2. Карта сейсмичности за 2019 г.; в круге группированные события, дата наиболее сильного события и количество землетрясений в группе.

Карта сейсмичности территории Армении отражает концентрацию сейсмических событий на центральном и северном участках региона и на юге бассейна оз. Севан. Сейсмический режим региона рассмотрен по стандартным показателям – сейсмической активности (а) и временным ходам угла наклона (б), рассчитанным при построении графика повторяемости землетрясений по годам, графики временного хода параметров а, б показаны на рис. 3. Численные значения параметров а, б за 2019 г. (0.7 и 2.9) оказались чуть ниже средних значений по региону.

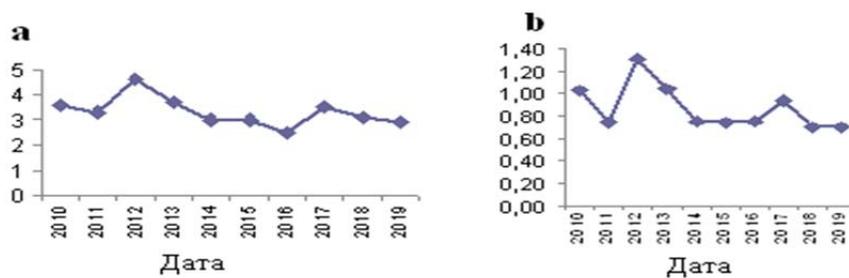


Рис. 3. Графики параметров активности (а) и временного хода (б).

Изменения значений параметра б во времени соответствуют этапам перестройки напряженно-деформированного состояния литосферы. Исходя из этого можно сделать вывод, что увеличение б указывает на изме-

нения геодинамики участка среды в сторону разгрузки. И наоборот, b приобретает пониженные значения при росте напряжений, т.е. по наблюдаемым значениям b можно судить об относительном количестве упругой энергии, сбрасываемой очагами [4]. Сейсмичность в целом (некоторое увеличение наблюдается после 2011 и 2016 гг.) на фоне общего растяжения не растет.

Как видно на карте сейсмичности территории Армении (рис. 2), в центральной части региона очаги произошедших землетрясений распределены вдоль Гарнийского глубинного разлома. Повышение сейсмоактивности вдоль разлома содействует геодинамической активности разлома, а также повышению напряженно-деформированного состояния земной коры региона. Карта поля напряженно-деформированного состояния (рис. 4) построена по значениям расчетных величин деформаций земной коры, образовавшихся на участках пунктов наблюдений (рис.1) от эпицентра произошедшего землетрясения [5].

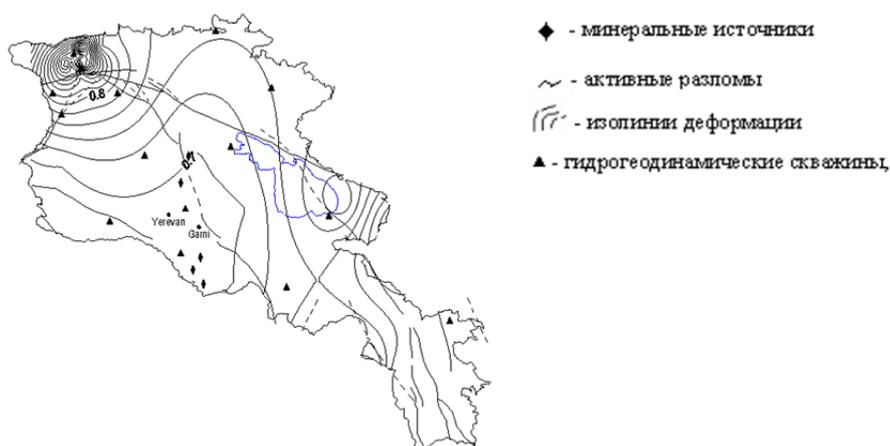


Рис. 4. Карта напряженно-деформированного состояния земной коры Армении за 2019 г.

Карта на рис. 4 отражает деформацию сжатия на севере (Джавахетское нагорье) и востоке (юг оз. Севан) территории Армении, а в центральной части региона наблюдается деформация растяжения. Таким образом, сеймотектонические движения, вызванные землетрясением ($M=4.7$, 09.10.20) и серией афтошоков на Джавахетском нагорье и рядом сейсмических событий на ЮВ, примыкающих к Базум-Севанскому глубинному разлому, возможно, объясняют образование деформации сжатия на концах разлома. Сеймотектонические движения Гарнийского разлома отражают распределению геодинамических процессов вдоль разлома.

Геохимические методы прогноза землетрясений основаны на регистрации аномальных изменений химического состава и газа подземных вод в период, предшествующий землетрясениям. Задачей исследований было

выявление связи между динамикой поля углекислого газа и сейсмическими событиями в изучаемом районе. Статистический анализ фактического материала показал, что наиболее информативной характеристикой для получения критериев краткосрочного прогноза времени землетрясения служит дисперсия содержания углекислого газа в воде на некотором временном интервале. Рассматриваемый метод основан на статистической оценке изменчивости дисперсии углекислого газа в смежных временных интервалах. При этом используются среднее значение дисперсии и скорость ее изменения. Обработка временных рядов изменения концентрации углекислого газа приведена по водам двух наблюдательных гидрогеохимических пунктов – Арзни и Веди. Временные ряды концентрации химических элементов минеральных вод состояются из данных ежемесячных наблюдений. Среднее значение содержания углекислого газа в водах составляет 1161 и 1957 мг/л. Сейсмические события, имевшие место на разном удалении от пункта наблюдений, представлены в таблице.

Дата	$\varphi, ^\circ\text{N}$	$\lambda, ^\circ\text{E}$	M	D, км « Арзни »	D, км « Веди »
18.06.2009	40.23	44.82	M=.1	28	50
14.10.2011	40.03	44.66	M.6	8	40
19.04.2015	40.01	44.49	M=2.3	26	34
07.21,2018	40.35	44.85	M=2	28	24

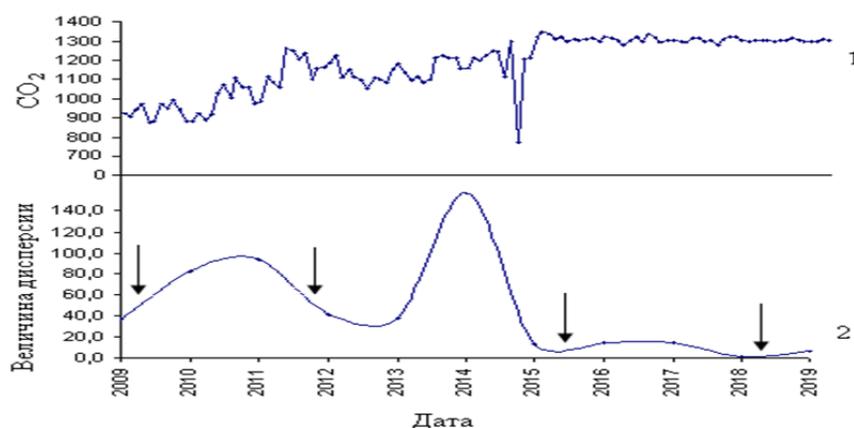


Рис. 5. Картина вариаций временного ряда углекислого газа по данным лабораторного анализа проб воды из минерального источника Арзни.

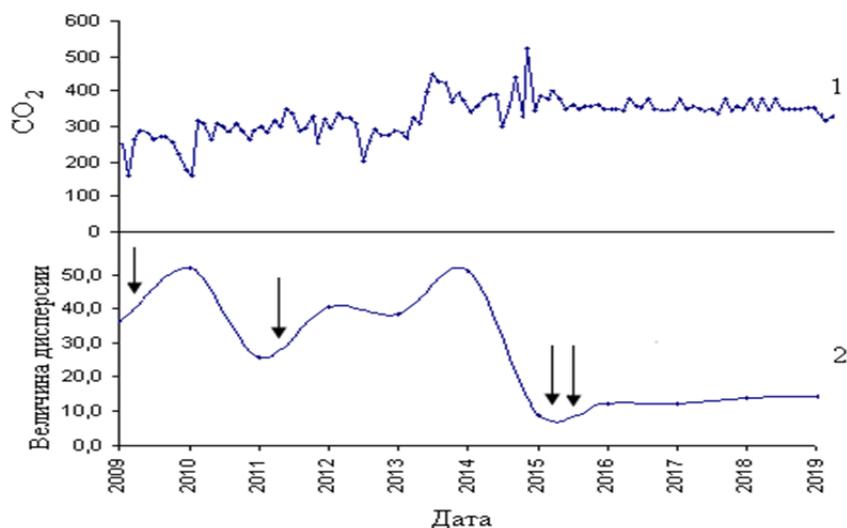


Рис. 6. График дисперсии CO_2 ; показана картина вариаций временного ряда по данным лабораторного анализа проб воды из минерального источника Веди.

На рис. 5 и 6 отражены периоды повышения и соответствующего снижения значений дисперсии, которые сопровождаются сейсмическими событиями. Вначале происходит повышение величины дисперсии, а потом ее снижение. Чаще всего сейсмические события соответствуют минимальным значениям дисперсии, что можно принять в качестве прогностического признака.

Выводы. Подземные воды центральной части территории Армении относятся к межгорной Арагатской котловине, включающей большие запасы минеральных вод, в которых преобладающим является углекислый газ, составляющий 97-99%. Составлена карта сейсмичности территории Армении, указывающая на концентрацию сейсмичности Джавахетского нагорья за 2019 г. Дана оценка сейсмическому режиму региона по параметрам графика повторяемости землетрясений за последние 9 лет. Составлена карта напряженно-деформированного состояния земной коры региона, отражающая деформацию сжатия на севере (Джавахетское нагорье) и деформацию растяжения в центральной части территории Армении.

Статистический анализ фактического материала по мониторингу гидрогеохимических наблюдений химического состава минеральных вод и сопоставление их с сейсмичностью показали, что наиболее информативной характеристикой для получения критериев краткосрочного прогноза времени возникновения землетрясения служит дисперсия содержания углекислого газа в воде на временном интервале.

¹Институт геофизики и инженерной сейсмологии им. А. Назарова НАН РА

²Институт общей и неорганической химии им. М. Манвеляна НАН РА

e-mail: romellapashayan@sci.am

Р. А. Пашаян, Л. В. Арутюнян

Геохимические исследования сейсмотектонических движений земной коры центральной Армении

Изучены сейсмотектонические движения земной коры территории Армении по гидрогеохимическим и сейсмическим данным. Дана оценка напряженно-деформированного состояния земной коры региона. Применен метод, основанный на статистической оценке изменчивости дисперсии в смежных временных интервалах, в частности, по вариации величины дисперсии содержания углекислого газа в минеральной воде. Выявлен возможный прогностный признак сейсмического события.

Ռ. Ա. Փաշայան, Լ. Վ. Հարությունյան

Կենտրոնական Հայաստանի երկրակեղևի սեյսմատեկտոնական շարժումների երկրաքիմիական ուսումնասիրություններ

Իրականացվել է Հայաստանի երկրակեղևի սեյսմատեկտոնական շարժումների ուսումնասիրություն՝ ըստ հիդրոերկրաքիմիական և սեյսմիկ տվյալների: Գնահատվել է տարածաշրջանի երկրակեղևի լարվածադեֆորմացիոն վիճակը: Հետազոտության ընթացքում կիրառվել է կից ժամանակային ինտերվալներում դիսպերսիայի փոփոխականության վիճակագրական գնահատման մեթոդը: Մասնավորապես, ըստ հանքային ջրերում ածխաթթու գազի դիսպերսիայի մեծության վարիացիաների, հայտնաբերվել է հնարավոր սեյսմիկ իրադարձության կանխանշան:

R. A. Pashayan, L. V. Harutyunyan

Geochemical Studies of Seismotectonic Movements of the Earth's Crust of Central Armenia

The study of seismotectonic movements of the earth's crust in the territory of Armenia according to hydrogeochemical and seismic data. An assessment of the stress-strain state of the earth's crust of the region is given. A method based on a statistical assessment of variability of variance in adjacent time intervals, in particular, by varying the variance of the carbon dioxide content in mineral water, is used to identify a possible predictive sign of a seismic event

Литература

1. Геология СССР. Т. 9. М. Недра. 1969. 380 с.
2. Гидрогеология СССР. Т. 11. Армянская ССР. М. Недра. 1968. 351 с.
3. *Пашаян Р. А.* – Изв. НАН РА. Науки о Земле. 2008. Т. 61. № 3. С. 39-45.
4. *Салтыков В. А., Кравченко Н. М.* – Геодинамика и тектонофизика. 2010. Т. 1(2). С. 186-196.
5. *Пашаян Р. А., Саргсян А. З.* – Изв. НАН РА. Науки о Земле. 2006. Т. 59. № 2. С. 30-36.
6. *Барсуков В. Л., Беляев А. А.* Геохимические методы прогноза землетрясений. М. Наука. 1992. 213 с.

становительных потенциалов и возможность редокс переходов пар Co(III)/Co(II) и Co(II)/Co(I) в биоорганических реакциях [4].

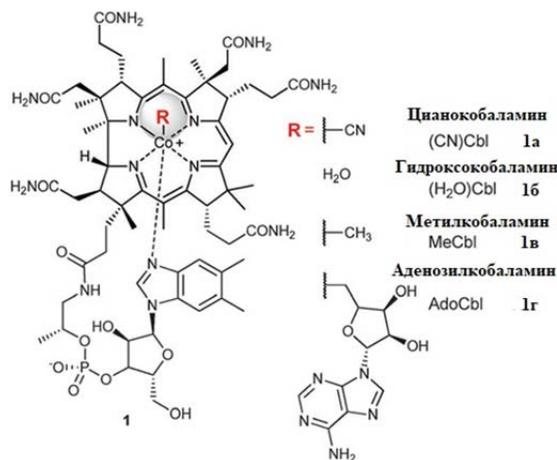


Рис. 1. Молекулярные структуры кобаламинов: цианокобаламин (1а), гидроксокобаламин (1б), метилкобаламин (1в) и аденозилкобаламин (1г).

Химия кобаламинов как антиоксидантов привлекает особый интерес в связи с их способностью защищать ДНК и липиды клеток от окислительных повреждений [7-9]. Кобаламины обладают способностью предотвращать окислительную деструкцию крови человека. Им отводится способность нейтрализовывать, «захватывать» свободные радикалы, которые способны изменять свойства биологических мембран, атаковать другие жизненно важные мишени клеток, влиять на функциональное состояние клеток и тем самым вызывать патологические состояния, так называемый окислительный стресс [10-12].

Исследование антиоксидантных свойств кобаламинов в реакциях окисления метиллинолеата в мицелярных растворах является актуальной задачей с точки зрения понимания их влияния на процесс пероксидного окисления липидов клеточных мембран [13]. Цепное окисление метиллинолеата в мицелярных растворах используется как кинетическая модель биологического процесса пероксидного окисления липидов [14, 15]. Посредством таких систем изучаются реакционные способности антиоксидантов, механизм действия которых в основном определяется их взаимодействием с носителями цепей – пероксильными радикалами (схема 1).

В связи с этим для выявления антиоксидантных свойств кобаламинов в настоящей работе была поставлена цель исследовать способность кобаламинов ингибировать цепные реакции пероксидного окисления в липидных модельных системах. Одновременно ставилась цель изучить взаимосвязи между молекулярным строением исследуемых кобаламинов и их антирадикальными, антиоксидантными и прооксидантными свойствами. Полученные результаты представляют важную информацию для выявления химических механизмов взаимодействия кобаламинов с пер-

окисильными радикалами, которые играют существенную роль в процессе окислительного стресса в организме.

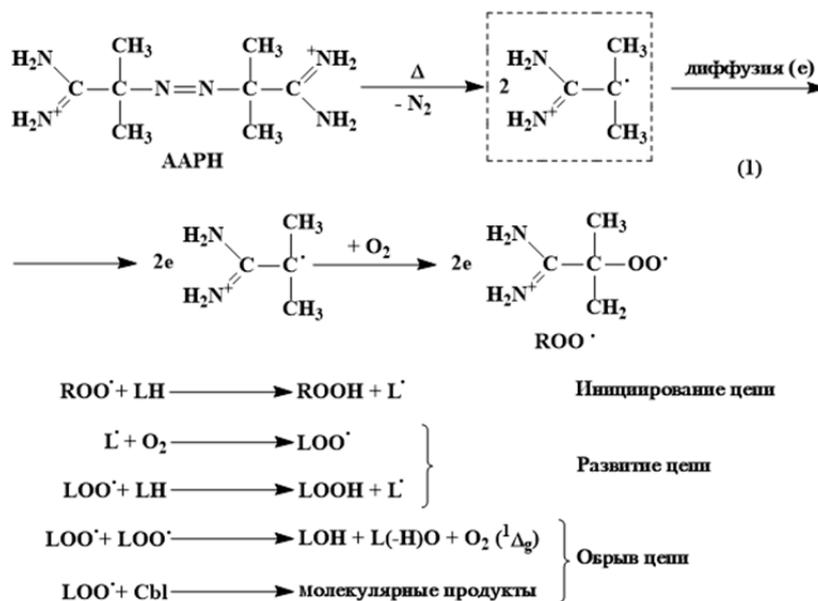


Схема 1. Кинетическая схема цепного окисления метиллинолеата (LH) молекулярным кислородом в присутствии кобаламинов.

Реактивы. Цианокобаламин, гидроксокобаламин, метилкобаламин, аденозилкобаламин, 2,2'-азо-бис (2-амидинопропан) гидрохлорид (AAPH), метиллинолеат, Triton X-100, физиологический раствор (0.9%-ный водный раствор хлорида натрия (NaCl)), фосфатный буфер (0.1M, pH=7.4) (NaH₂PO₄, Na₂HPO₄) приобретены от химических компаний Sigma-Aldrich и Cayman Chemicals (США). В экспериментах использовалась деионизированная вода с электрическим сопротивлением ≥ 16.2 МОм×см при 25⁰С (H₂ Economy, LLC, PA).

Исследование кинетики цепного окисления метиллинолеата в мицелярных водных растворах. Исследования цепной свободнорадикальной реакции окисления метиллинолеата молекулярным кислородом проводились с помощью кислородного биологического монитора (Biological Oxygen Monitor System YSI 5300A, США).

Кинетика пероксидного окисления метиллинолеата в присутствии кобаламинов изучена посредством регистрации кинетических кривых поглощения молекулярного кислорода в процессе реакции. В качестве мицелярной реакционной системы использовались система, включающая метиллинолеат, Triton X-100/фосфатный буфер, молекулярный кислород. Раствор Triton X-100 в фосфатном буфере готовился в ультразвуковом приборе в течение 8 мин. Смесь Triton X-100 и метиллинолеата сначала насыщалась аргоном в течение 30 мин, а потом кислородом в течение 5 мин в условиях перемешивания реакционной смеси в реакционной ячейке,

термостатированной при температуре $37 \pm 0.1^\circ\text{C}$. После этого в реакционную смесь последовательно добавлялись раствор термического азоинициатора (ААРН) и раствор соответствующего исследуемого кобаламина. Конечный объём реакционной смеси составлял 3 мл. Во время измерений реакционная смесь перемешивалась с помощью магнитной мешалки.

Инициирование реакции пероксидного окисления метиллинолеата осуществлялось генерированием пероксильных радикалов путем термического распада ААРН при температуре $37 \pm 0.1^\circ\text{C}$ (схема 1).

Результаты и их обсуждение. На рис. 2 и 3 приведены типичные кинетические кривые поглощения кислорода в процессе окисления метиллинолеата при разных концентрациях цианокобаламина и метилкобаламина, соответственно.

Как следует из данных, приведенных на рис. 2, при добавлении цианокобаламина в реакционную смесь наблюдается уменьшение средней скорости поглощения кислорода по сравнению с реакцией в отсутствие цианокобаламина. Это свидетельствует о том, что цианокобаламин проявляет антиоксидантные свойства. Аналогичный эффект проявляется и для гидроксокобаламина.

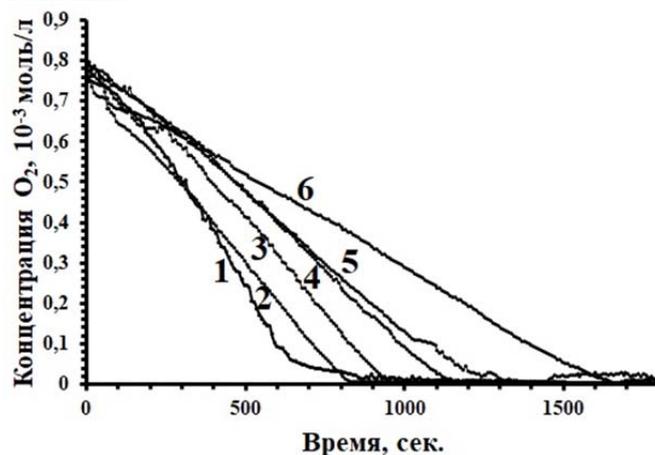


Рис. 2. Кинетические кривые поглощения кислорода в процессе пероксидного окисления метиллинолеата в мицеллярных растворах в отсутствие (1) и в присутствии цианокобаламина разных концентраций — 10^{-4}M (2); $4 \times 10^{-4}\text{M}$ (3); $8 \times 10^{-4}\text{M}$ (4); 10^{-3}M (5); $2 \times 10^{-3}\text{M}$ (6). $[\text{AAPH}]_0 = 7 \times 10^{-3}\text{M}$; растворитель — физиологический раствор; $t = 37 \pm 0.1^\circ\text{C}$.

При добавлении метилкобаламина и аденозилкобаламина в реакционную смесь проявляется обратный эффект (рис. 3). В этих случаях происходит увеличение средней скорости поглощения кислорода по сравнению с реакцией в отсутствии в реакционной смеси этих кобаламинов. Это означает, что метилкобаламин и аденозилкобаламин проявляют каталитический — прооксидантный эффект: выступают в роли катализаторов для реакции окисления метиллинолеата.

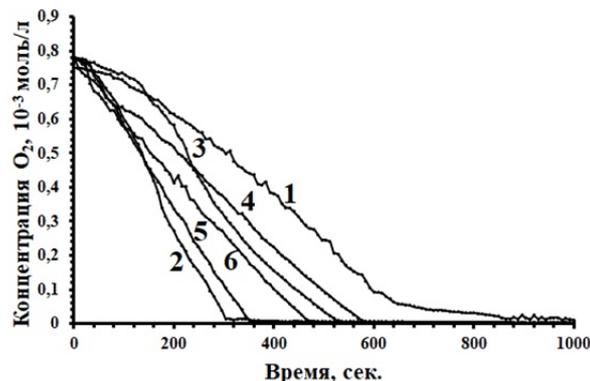


Рис. 3. Кинетические кривые поглощения кислорода в процессе пероксидного окисления метиллинолеата в отсутствие (1) и в присутствии аденозилкобаламина разных концентраций – 10^{-4} М (2); 4×10^{-4} М (3); 8×10^{-4} М (4); 10^{-3} М (5); 2×10^{-3} М (6). $[AAPH]_0 = 7 \times 10^{-3}$ М; растворитель – физиологический раствор; $t = 37 \pm 0.1^\circ\text{C}$.

По-видимому, каталитический – прооксидантный эффект кобаламинов обусловлен каталитическим распадом гидропероксидов с образованием свободных радикалов, представленных на схеме 2.

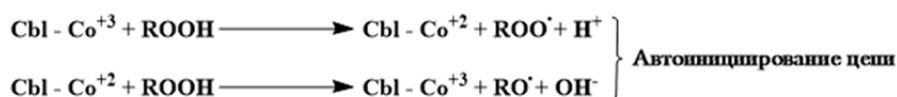


Схема 2. Каталитическое автоиницирование цепи (прооксидантные реакции).

Таблица 1

Значения средних скоростей реакции окисления метиллинолеата в отсутствие и в присутствии кобаламинов при разных концентрациях ($\times 10^{-6}$ моль \times л $^{-1}\times$ с $^{-1}$)

Кобаламины	Концентрация, моль/л					
	3×10^{-5}	10^{-4}	4×10^{-4}	8×10^{-4}	10^{-3}	2×10^{-3}
Цианокобаламин (CN)Cbl	-	0.98	0.86	0.71	0.63	0.49
Гидроксокобаламин (H ₂ O)Cbl	0.98	0.58	0.86	0.58	0.98	0.99
Метилкобаламин MeCbl	-	1.87	1.96	1.64	2.02	2.05
Аденозилкобаламин AdoCbl	-	1.70	1.49	1.37	2.17	1.66

Примечание. Средняя скорость реакции в отсутствие кобаламинов равна 1.14×10^{-6} моль \times л $^{-1}\times$ с $^{-1}$.

Таблица 2

Относительная скорость реакции окисления метиллинолеата в отсутствие и в присутствии кобаламинов разных концентраций

Кобаламины	Концентрация, моль/л					
	3×10^{-5}	10^{-4}	4×10^{-4}	8×10^{-4}	10^{-3}	2×10^{-3}
Цианокобаламин (CN)Cbl	-	0.86	0.75	0.62	0.55	0.43
Гидроксокобаламин (H ₂ O)Cbl	0.86	0.51	0.75	0.51	0.86	0.87
Метилкобаламин MeCbl	-	1.64	1.72	1.44	1.77	1.80
Аденозилкобаламин AdoCbl	-	1.49	1.31	1.20	1.90	1.46

Соответствующие количественные результаты представлены в табл. 1 и 2, где приведены значения средних скоростей реакции окисления метиллинолеата в отсутствие и в присутствии кобаламинов разных концентраций (табл. 1), а также относительные скорости поглощения кислорода в присутствии кобаламинов по отношению к скорости поглощения кислорода в отсутствие кобаламинов (табл 2).

Согласно данным, представленным в табл. 2, наблюдается слабая зависимость антиоксидантной активности циано- и гидроксокобаламинов с увеличением их концентраций. Это свидетельствует о том, что при суммарном антиоксидантном действии этих соединений присутствует и их прооксидантное действие.

Доминирование антиоксидантных свойств по сравнению с прооксидантными в случае циано- и гидроксокобаламинов связано с их молекулярными структурными особенностями. Согласно данным работы [16] механизм антирадикального действия цианокобаламина обусловлен реакцией присоединения радикалов с 5,6-диметилбензимидазольным нуклеотидом, активированным ионом кобальта корринового кольца. Чем выше эффективный заряд иона кобальта, тем больше стабилизация результирующего радикала, образующегося в реакции присоединения, тем выше эффективность реакций радикалов с 5,6-диметилбензимидазольным нуклеотидом кобаламинов (рис. 1), приводящих к захвату радикалов. Электроноакцепторные циано- и гидроксогруппы в шестой координационной связи кобальта увеличивают его эффективный заряд и тем самым их антирадикальную активность.

Выводы. На основе полученных экспериментальных данных показано, что цианокобаламин и гидроксокобаламин проявляют антиоксидантные свойства и являются «захватчиками» свободных радикалов в реакции пероксидного окисления метиллинолеата. Они также могут выступать в качестве антиоксидантного регулятора пероксидного окисления липидов мембран клеток, действующих по механизму обрыва кинетических цепей на границе раздела фаз мембрана клетки – вода.

Установлено, что метилкобаламин и аденозилкобаламин без присутствия кофакторных соединений являются катализаторами цепной свободнорадикальной реакции окисления метиллинолеата молекулярным кислородом.

Показано, что прооксидантный эффект кобаламинов обусловлен их способностью катализировать реакцию распада гидропероксидов с образованием пероксильных и оксильных радикалов.

Работа выполнена в рамках тематического финансирования ГКН РА (18Т-1D318) 2018-2020 гг.

Институт химической физики им. А.Б. Налбандяна НАН РА
e-mail: zara@ichph.sci.am

**Յ. Օ. Манукян, Լ. Ա. Арутюнян, Տ. Գ. Минасян,
академик Լ. А. Тавадян**

**Влияние витамина В12 на реакцию окисления
метиллинолеата в мицелярных растворах**

Исследованы антиоксидантные свойства кобаламинов – составляющих витамина В12 в мицелярной системе модельной реакции пероксидного окисления метиллинолеата молекулярным кислородом. Установлено, что цианокобаламин и гидроксокобаламин проявляют антиоксидантные свойства, ингибируя пероксидное окисление метиллинолеата. Метилкобаламин и аденозилкобаламин катализируют реакцию окисления метиллинолеата, выступая в роли катализаторов прооксидантного действия.

**Ջ. Հ. Մանուկյան, Լ. Հ. Հարությունյան, Ս. Հ. Մինասյան,
ակադեմիկոս Լ. Ա. Թավադյան**

**Վիտամին В12-ի ազդեցությունը միցելային համակարգում
մեթիլլինոլեատի օքսիդացման ռեակցիայի վրա**

Ուսումնասիրվել են վիտամին В12-ի բաղադրիչների՝ կոբալամինների հակաօքսիդիչ հատկությունները մոլեկուլային թթվածնով մեթիլլինոլեատի պերօքսիդացման մոդելային ռեակցիայի միցելային համակարգում: Հաստատվել է, որ ցիանոկոբալամինը և հիդրօքսոկոբալամինը դրսևորում են հակաօքսիդիչ հատկություններ՝ արգելակելով մեթիլլինոլեատի պերօքսիդացման ռեակցիան: Մեթիլկոբալամինը և ադենոզիլկոբալամինը կատալիզում են մեթիլլինոլեատի օքսիդացման ռեակցիան՝ որպես պրօօքսիդիչ ազդեցությամբ կատալիզատորներ:

**Z. H. Manukyan, L. H. Harutyunyan, S. H. Minasyan,
academician L.A. Tavadyan**

**Effect of Vitamin B12 on Oxidation Reaction
of Methyl linoleate in Micellar Solutions**

The antioxidant properties of cobalamins were studied in the micellar system of the model reaction of methyl linoleate peroxide oxidation with molecular oxygen. It was established that cyanocobalamin and hydroxocobalamin exhibit antioxidant properties, thus inhibiting the peroxidation of methyl linoleate. Methylcobalamin and adenosylcobalamin, catalyze the oxidation reaction of methyl linoleate acting as prooxidant catalysts.

Литература

1. *Jihoe K., Carmen G., Ruma B.* – Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA. 2008. V. 105. № 38. P. 14551-14554.
2. *Хапалюк А. В.* – Лечебное дело. 2019. Т. 68. № 4. С. 17-23.
3. *Lawrence A. D., Deery E., McLean K. J. et al.* – Journal of Biological Chemistry. 2008. V. 283. № 16. P. 10813-10821.
4. *Giedyk M., Goliszewska K., Gryko D.* – Chemical Society Reviews. 2015. V. 44. № 11. P. 3391-3404.
5. *Abu-Soud H. M., Maitra D., Byun J. et al.* – Free Radical Biology and Medicine. 2012. V. 52. P. 616-625.
6. *Jeong J., Ha T. S., Kim J.* – Korean Society for Biochemistry and Molecular Biology. BMB Reports. 2011. V. 44. № 3. P. 171-175.
7. *Van de Lagemaat E. E., de Groot L. C. P. G. M., van den Heuvel E. G. H. M.* – Nutrients. 2019. V. 482. № 11. P. 1-16.
8. *Salnikov D. S., Makarov S. V.* – New Journal of Chemistry. 2019. V. 43. № 20. P. 1-8.
9. *Misra U. K., Kalita J., Singh S. K. et al.* – Molecular Neurobiology. 2017. V. 54. № 2. P. 1278-1284. –
10. *Tavadyan L. A., Khachoyan A., Martoyan G. et al.* – Chemistry and Physics of Lipids. 2007. V. 147. № 1. P. 30-45.
11. *Birch C. S., Brasch N. E., McCaddon A. et al.* – Free Radical Biology and Medicine. 2009. V. 47. P. 184-188.
12. *Bito T., Misaki T., Yabuta Y., Ishikawa T. et al.* – Redox Biology. 2017. V. 11. P. 21-29.
13. *Ronco A. M., Garrido A., Lianos M. N. et al.* – Lipids. 2005. V. 40. № 3. P. 259-264.
14. *Рогинский В. А.* – Кинетика и катализ. 1996. Т. 3. №4. С. 521-527.
15. *Pliss E. M., Loshadkin D. V., Grobov A. M. et al.* – Russian Journal of Physical Chemistry B. 2015. V. 9. № 1. P. 127-131.
16. *Минасян С. Г., Мхитарян Л. Н., Манукян З. О. и др.* – Доклады НАН РА. 2019. Т. 119. № 3. С. 240-248.

ЭКОЛОГИЧЕСКАЯ ГЕНЕТИКА

УДК 574.3:539.1.04:577.123:595.1:58.051

А. А. Саргсян

Оценка повреждений ДНК с применением метода ДНК-комет в двух природных популяциях дождевых червей *Lumbricus terrestris*

(Представлено чл.-кор. НАН РА Р. М. Арутюняном 22/VII 2020)

Ключевые слова: дождевые черви, биоиндикаторы, повреждения ДНК, метод ДНК-комет.

Введение. Дождевые черви представляют собой одну из многочисленных групп животных, распространенных во всех наземных экосистемах, и являются чувствительными биоиндикаторами экологического состояния почвенной среды [1]. Дождевые черви *Eisenia fetida* и *Eisenia andrei* применяются в качестве стандартных моделей для мониторинга загрязнения окружающей среды на основе оценки острой токсичности при содержании в исследуемой почве в лабораторных условиях [2]. Различные виды дождевых червей, обитающих в природных условиях, также применяются как биоиндикаторы загрязнения почв. В частности, чувствительным биоиндикатором является вид *Lumbricus terrestris*, который был применен для оценки органических и неорганических загрязнителей на основе сублетальной токсичности, клеточных и биохимических биомаркеров [3, 4], а также аккумуляции металлов в тканях [5, 6].

Одним из наиболее серьезных последствий действия загрязнителей среды является формирование повреждений ДНК. Для оценки генетических эффектов широко используется метод ДНК-комет, который позволяет оценивать повреждения и репарацию ДНК у различных организмов. Основным преимуществом метода ДНК-комет являются его высокая чувствительность и возможность детекции повреждений на уровне единичных клеток [7]. На разных видах дождевых червей показана эффективность применения метода ДНК-комет [9-17]. В двух исследованиях метод ДНК-комет был применен к *L. terrestris* [18, 19].

Целью данного исследования была оценка возможности применения червей *L. terrestris* для биомониторинга загрязнения почвы генотосикантами на территории Армении и Арцаха. Протоколы выделения целомоцитов и метод ДНК-комет были адаптированы для *L. terrestris*. Спонтанный уровень повреждений ДНК был оценен в целомоцитах червей, обитающих на относительно экологически чистых территориях.

Материал и методика. Повреждения ДНК оценивали в целомоцитах дождевых червей *L. terrestris*, обитающих на территориях сел Цахкунк (Армавирская область, Армения) и Зуар (Шаумяновский район, Арцах). Основным источником загрязнения на этих участках является сельскохозяйственная деятельность. Из каждой популяции было отобрано по 6 особей. Червей вручную выбирали из субстрата и транспортировали в лабораторию в контейнерах.

Целомоциты были выделены с использованием неинвазивного метода [8, 9] с некоторыми модификациями. Дождевых червей промывали холодной водопроводной водой для удаления частиц почвы и помещали в стерильную чашку Петри. Одна четверть задней части тела была подвергнута массажу для удаления содержимого нижней кишки. Затем каждого дождевого червя помещали в пробирки и добавляли 1 мл экстракционного буфера, содержащего 5% этанола и 95% PBS (pH 7.4) с добавлением 2.5 мг/мл EDTA. Этанол добавляли в экстракционный буфер непосредственно перед выделением клеток. Животных инкубировали в экстракционном буфере в течение 3 мин при комнатной температуре, под воздействием которого через поры происходила секреция целомической жидкости, содержащей целомоциты. После этого черви были промыты в воде и помещены обратно на субстрат. Экстракционную жидкость центрифугировали при 500×g/7 мин при 4°C, супернатант удаляли, осадок промывали однократно в PBS, используя центрифугирование, в течение 10 мин при 400 g при комнатной температуре. После процедуры экстракции клеточные суспензии хранили на льду.

Для оценки повреждений ДНК применяли щелочную версию метода ДНК-комет [20]. На предметные стекла, покрытые слоем 1%-ного раствора агарозы, раскапывали смесь 20 мкл суспензии целомоцитов с 80 мкл легкоплавкой агарозы (LMA). Полученные препараты помещали в лизирующий раствор (2.5 M NaCl, 100 mM Na₂EDTA, 10 mM Tris и 1% Triton X-100, pH 10.0) на 18 ч при 4°C. После лизиса препараты погружали в щелочной буфер (300 mM NaOH и 1 mM Na₂EDTA, pH>13.0) на 20 мин для раскручивания цепей ДНК. Электрофорез проводили в этом же растворе в течение 15 мин (300 мА и 1 В/см). Препараты промывали 15 мин нейтрализационным буфером (0.4 M Tris, pH 7.5) и окрашивали бромистым этидием (20 мкг/мл). Изображения комет анализировали на флуоресцентном микроскопе ZEISS (Германия). Оценку % ДНК в хвосте кометы, момента хвоста кометы и длины хвоста кометы проводили с применением программы Comet Assay IV (Perceptive Instruments, UK). Для каждого дождевого червя анализировали по 150 клеток. Статистическую обработку дан-

ных проводили с помощью программы Statgraphics Centurion 16.2 (Stat-Point Technologies, Inc. USA; Warrenton, VA) с применением непараметрического теста Манна – Уитни и теста Краскела – Уоллиса.

Результаты исследований и их обсуждение. *L. terrestris* – один из видов дождевых червей, широко распространённых по всему миру, в том числе в Армении и Арцахе. В Армении дождевые черви в качестве биоиндикаторов в экогенотоксикологических исследованиях до сих пор не использовались.

Эффективность метода ДНК-комет для оценки повреждений ДНК у различных видов животных, вызванных загрязнителями окружающей среды, показана во многих исследованиях (см. обзорные публикации [21, 22]). Согласно [18] и [19] использование метода ДНК-комет на целомоцитах дождевых червей *L. terrestris* может быть удобным инструментом для мониторинга генотоксичности загрязнения почвы.

Для оценки возможности применения *L. terrestris* для биоиндикации генотоксического загрязнения почв в Армении и Арцахе спонтанный уровень повреждений ДНК оценивали у животных, обитающих в относительно экологически чистых районах сел Цахкунк и Зуар, методом ДНК-комет. На этих территориях население занимается скотоводством и земледелием, другие антропогенные источники загрязнения отсутствуют.

На первом этапе исследования было проведено выделение целомоцитов *L. terrestris* с применением двух типов экстракционных буферов [8, 9], двух вариантов центрифугирования [23, 24] и двух вариантов промывания клеток раствором PBS [9, 25]. Также были испробованы две модификации метода ДНК-комет при разной продолжительности лизиса [9, 19]. Анализ различных сочетаний экспериментальных условий, представленных в табл. 1, позволил выбрать варианты, наиболее оптимальные для *L. terrestris*.

Таблица 1
Модификации выделения целомоцитов и метода ДНК-комет
у различных видов дождевых червей

Выделение целомоцитов		
Солевой буфер	5% этанол и 95% солевой буфер (0.85 г NaCl + 100 мл dH ₂ O) с добавлением 2.5 мг/мл EDTA [8]	5% этанол и 95% солевой буфер (PBS, pH 7.4) с добавлением 2.5 мг/мл EDTA [9]*
Центрифугирование	15 мин при 260 x g /10°C [23]	7 мин при 500 x g/4 °C [24]*
Промывание клеток раствором PBS	Три раза при 380xg/3 мин каждый [9]	Один раз при 400xg/10 мин [25]*
Метод ДНК-комет		
Продолжительность лизиса	1 ч [9]	18 ч [19]*

* Оптимальные для *L. terrestris* экспериментальные условия.

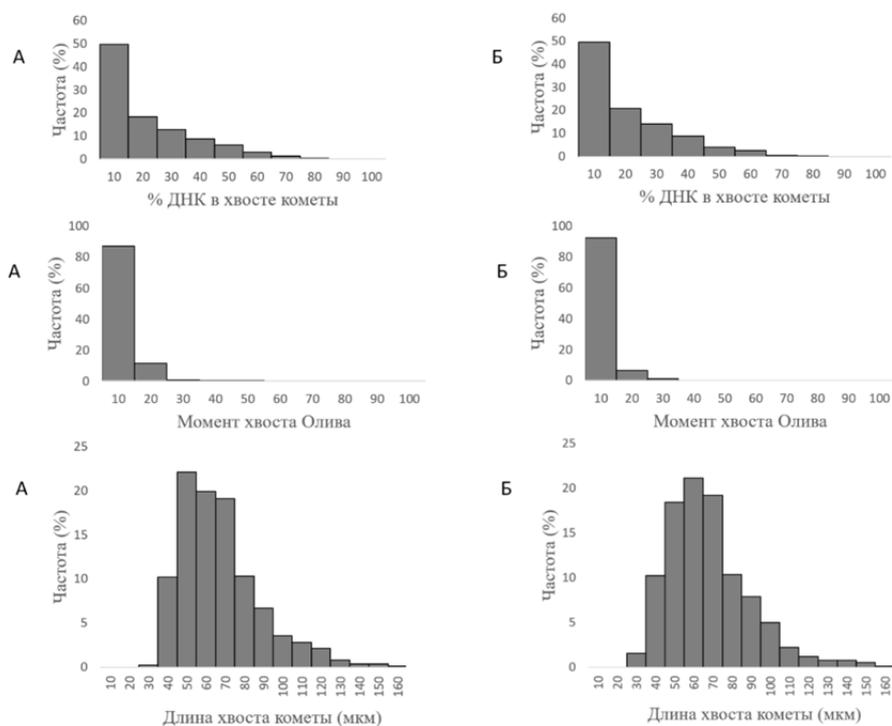


Рис. 1. Распределение частоты клеток по параметрам % ДНК в хвосте, момента хвоста Олива и длины хвоста кометы в целооцитах *L. terrestris*, обитающих в селах Цахкунк (А) и Зуар (Б).

Таблица 2

Уровень повреждений ДНК (среднее \pm ст. ошибка) в целооцитах дождевых червей *L. terrestris*, обитающих в селах Цахкунк и Зуар

Среда обитания	Количество червей	% ДНК в хвосте кометы	Момент хвоста Олива	Длина хвоста кометы, мкм
Цахкунк	6	15.41 \pm 0.55	4.32 \pm 0.17	64.41 \pm 0.87
Зуар	6	14.53 \pm 0.48	3.78 \pm 0.14	63.69 \pm 0.78

Результаты оценки уровней повреждений ДНК в целооцитах червей *L. terrestris* представлены в табл. 2. Непараметрический тест Манна – Уитни показал, что уровни повреждений ДНК в целооцитах дождевых червей из исследованных участков достоверно не отличаются между собой по всем трем параметрам комет ($p > 0.05$).

Распределение клеток по параметрам %ДНК в хвосте кометы, момент хвоста Олива и длина хвоста кометы представлены на рис. 1. Статистически значимых различий в распределении клеток по уровням повреждения ДНК между червями из Цахкунка и Зуара также не обнаружено ($p > 0.05$, тест Краскела – Уоллиса).

В обеих группах животных преобладают клетки с низким уровнем %ДНК в хвосте кометы (0-10) и момента хвоста Олива (0-10), форма распределений этих параметров крайне асимметричная. Распределение клеток по параметру длины хвоста кометы представлено кривой с правосторонней асимметрией, здесь преобладают клетки с средними значениями у червей из Цахкунка (40-50) и Зуара (50-60). Длина хвоста кометы пропорциональна размеру образованных фрагментов ДНК, что свидетельствует о преобладании фрагментов ДНК среднего размера.

В первой публикации о применении метода ДНК-комет к *L. terrestris* [18] был показан дозозависимый эффект при обработке *in vivo* физическими и химическими мутагенами. Уровень повреждений ДНК по параметру длины хвоста кометы в целомочитах червей, содержащихся в лабораторных условиях в стандартной экологически чистой почве и в образцах почв из незагрязненных территорий, составлял 20 и 55 мкм, соответственно, что согласуется с полученными нами результатами. Методом ДНК-комет было показано, что черви *L. terrestris*, обитающие в загрязненной мышьяком почве (Восточный Мидленд, Великобритания), приобретают устойчивость к его токсическому действию [19]. При этом уровень повреждений ДНК в целомочитах *L. terrestris*, содержащихся в лабораторных условиях в почве, представляющей собой смесь чистого и загрязненного мышьяком образцов в соотношении 1:1, составлял около 28% ДНК в хвосте кометы, что вдвое превышает спонтанный уровень, обнаруженный в изученных нами популяциях червей.

Наши результаты согласуются с данными, полученными и для других видов дождевых червей, обитающих в экологически чистой природной среде или содержащихся в лабораторных условиях. Уровень спонтанных повреждений ДНК в клетках дождевых червей *Aporrectodea caliginosa* и *L. rubellus*, обитающих на экологически чистых участках р. Ухты (Республика Коми), составлял соответственно 16 и 14 % ДНК в хвосте кометы [10]. У червей *E. fetida*, обитающих на экологически чистой территории горы Цзыцзинь (Китай), содержание ДНК в хвосте кометы составляло 12%, а значение хвоста Олива было равно 6 [11]. % ДНК в хвосте кометы у видов *Amyntas diffringens*, *A. caliginosa*, *Dendrodrilus rubidus*, *E. fetida* и *Microchaetus benhami*, выращенных в лабораторных условиях, составлял 18.68, 16.13, 7.57, 16.38 и 12.78, соответственно [12]. У дождевого червя *E. fetida*, выращенного в искусственной экологически чистой почве, соответствующей стандартам Международной организации по стандартизации (ISO), средние уровни % ДНК в хвосте кометы и момента хвоста Олива были равны 4 и 3.21, соответственно, при анализе частот распределений целомочитов по степени поврежденности ДНК преобладали клетки с низким уровнем % ДНК в хвосте кометы (0-20) [13] и момента хвоста Олива (0-10) [14].

Таким образом, уровни повреждений ДНК в популяциях дождевых червей *L. terrestris* в Армении и Арцахе в основном согласуются с литературными данными. Полученные результаты позволяют считать целесо-

образным продолжение исследований популяций дождевых червей *L. terrestris* с применением метода ДНК-комет в качестве биоиндикаторов для оценки загрязнения почв генотоксикантами.

Ереванский государственный университет
e-mail: angela.sargsyan@ysu.am

А. А. Саргсян

Оценка повреждений ДНК с применением метода ДНК-комет в двух природных популяциях дождевых червей *Lumbricus terrestris*

Исследована возможность применения дождевых червей *Lumbricus terrestris* в качестве биоиндикаторов загрязнения почвы генотоксикантами на территории Армении и Арцаха. Были адаптированы протоколы выделения целоцитов и метода ДНК комет для *L. terrestris*. В популяциях червей, обитающих на относительно экологически чистых территориях сел Цахкунк (Армения) и Зуар (Арцах), уровни повреждений ДНК в целоцитах составляют 15.41 ± 0.55 и 14.53 ± 0.48 % ДНК в хвосте кометы, соответственно. Полученные результаты согласуются с данными литературы об уровне повреждений ДНК у различных видов дождевых червей *L. terrestris* с применением метода ДНК-комет и в дальнейшем могут использоваться в экогенотоксикологических исследованиях для оценки загрязнения почв генотоксикантами.

Ա. Ա. Սարգսյան

ԴՆԹ-ի վնասվածության մակարդակի գնահատումը ԴՆԹ կոմետ մեթոդի կիրառմամբ *Lumbricus terrestris* անձրևորդերի երկու բնական պոպուլյացիաներում

Հետազոտվել է *Lumbricus terrestris* անձրևորդերի՝ որպես գենաթույներով հողի աղտոտվածության կենսացուցիչների կիրառման հնարավորությունը Հայաստանի և Արցախի տարածքներում: Ադապտացվել են ցելուսի բջիջների անջատումը և ԴՆԹ կոմետ մեթոդը *L. terrestris*-ի համար: Համեմատաբար էկոլոգիապես մաքուր տարածքներում՝ Շաղկունք (Հայաստան) և Զուար (Արցախ) գյուղերում, բնակվող անձրևորդերի պոպուլյացիաներում ԴՆԹ-ի վնասվածության մակարդակները կազմում են համապատասխանաբար 15.41 ± 0.55 և 14.53 ± 0.48 % ԴՆԹ կոմետի պոչում: Ստացված արդյունքները համաձայնեցվում են տարբեր տեսակների անձրևորդերի ԴՆԹ-ի վնասվածության մակարդակների վերաբերյալ գրականության տվյալների հետ: *L. terrestris*-ը ԴՆԹ կոմետ մեթոդի կիրառմամբ հետազոտում կարող է օգտագործվել էկոգենաթունաբանական հետազոտություններում՝ գենաթույներով հողի աղտոտվածությունը գնահատելու համար:

A. A. Sargsyan

Evaluation of DNA Damage with Application of the Comet Assay in Two Natural Populations of *Lumbricus terrestris* Earthworms

The possibility of using *Lumbricus terrestris* earthworms as bioindicators of soil contamination by genotoxicants in the territories of Armenia and Artsakh was

investigated. The protocols of coelomocytes isolation and the comet assay were adapted for *L. terrestris*. The levels of DNA damage in coelomocytes in earthworm's populations living in pollution-free territories of Tsaghkunk (Armenia) and Zuar (Artsakh) villages were 15.41 ± 0.55 and 14.53 ± 0.48 % DNA in comet tail, respectively. The obtained results coincide with the literature data about levels of DNA damage in various species of earthworms. *L. terrestris* with application of the comet assay could be used in ecogenotoxicological studies for assessment of soil pollution by genotoxicants.

Литература

1. Lanno R., Wells J., Conder J. et al. – Ecotoxicology and Environmental Safety. 2004. V. 57. P. 39-47.
2. OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development). Guidelines for testing of chemicals No. 207. Earthworm, acute toxicity test. OECD, Paris, 1984.
3. Fitzpatrick L. C., Muratti-Ortiz J. F., Venables B. J. et al. – Bulletin of Environmental Contamination and Toxicology. 1996. V. 57. P. 63-68.
4. Calisi A., Lionetto M. G., Schettino T. – Science of the Total Environment. 2011. V. 409. P. 4456-4464.
5. Uzoka C. N., Ibe C. C., Egbuawa I. O. et al. – International Journal of Scientific Research in Science and Technology. 2017. V. 3(7). P. 2395-6011.
6. Osioma E., Hamilton-Amachree A. – FUW Trends in Science & Technology Journal. 2019. V. 4. P. 319-323.
7. Singh N. P. – Mutat Res Rev Mutat Res. 2016. V. 767. P. 23-30.
8. Eyambe G. S., Goven A. J., Fitzpatrick L. C. et al. – Lab Anim. 1991. V. 25. P. 61-67.
9. Reinecke S. A., Reinecke A. J. – Arch. Environ. Contam. Toxicol. 2004. V. 46. P. 208-215.
10. Канева А. В., Белых Е. С., Майстренко Т. А. и др. – Радиационная биология. Радиоэкология. 2015. Т. 55. С. 24-34.
11. Zheng K., Liu Z., Li Y. et al. – Environ Sci Pollut Res Int. 2013. V. 20. P. 8382-8390.
12. Fourie F., Reinecke S. A., Reinecke A. J. – Ecotoxicology and Environmental Safety. 2007. V. 67. P. 361-368.
13. Bonnard M., Eom I.-C., Morel J.-L. et al. – Environmental and Molecular Mutagenesis. 2009. V. 50. P. 60-67.
14. Liu Y., Zhou Q., Xie X. et al. – Ecotoxicology. 2010. V. 19. P. 1551-1559.
15. Klobučar G. I., Stambuk A., Srut M. et al. – Environ Pollut. 2011. V. 159. P. 841-849.
16. Ramadass K., Palanisami T., Smith E. et al. – Archives of Environmental Contamination and Toxicology. 2016. V. 71. P. 561-571.
17. Da Silva Júnior F. M. R., Feijo Fernandes C. L., Tavella R. A. et al. – Mutation Research/Genetic Toxicology and Environmental Mutagenesis. 2019. V. 842. P. 111-116.
18. Verschaeve L., Gilles J. – Bull Environ Contam Toxicol. 1995. V. 54. P. 112-119.
19. Button M., Jenkin G. R. T., Bowman K. J. et al. – Mutation Research/Genetic Toxicology and Environmental Mutagenesis. 2010. V. 696. P. 95-100.
20. Singh N. P., McCoy M. T., Tice R. R. et al. – Experimental Cell Research. 1988. V. 175. P. 184-191.

21. *de Lapuente J., Lourenco J., Mendo S. A. et al.* – *Front Genet.* 2015. V. 6. P. 180.
22. *Gajski G., Žegura B., Ladeira C. et al.* – *Mutat Res.* 2019. V. 779. P. 82-113.
23. *Fourie F.* Evaluation of the suitability of responses on various organisational levels in terrestrial Oligochaeta to determine species sensitivity relationships. Doctoral dissertation, Stellenbosch University, South Africa. 2011, p. 176. http://scholar.sun.ac.za/bitstream/10019.1/6906/2/fourie_evaluation_2011.pdf.
24. *Diogéne J., Dufour M., Poirier G. G. et al.* – *Laboratory Animals.* 1997. V. 31. P. 326-336.
25. *Mincarelli L., Vischetti C., Craft J. et al.* – *SpringerPlus.* 2016. V. 5. P. 302-308.

ме того способен вызывать как тонические, так и фазические сокращения [8-10].

Целью настоящей работы является изучение воздействия окситоцина на электрическую активность среднего сегмента рога.

Методы исследования. Работа выполнена в условиях *in situ* на самках крыс массой 200-250 г. Животные анестезировались нембуталом (40-45 мг/кг) внутривенно. Эксперименты были острыми и после завершения регистрации животные забивались. Вскрывалась брюшная полость, и обнажался корпус матки с расположенными с двух сторон маточными трубами.

Матка денервировалась перерезкой корешков нервов *plexus hypogastricus*, *uterinus*, *utero vaginalis*. Регистрация активности проводилась одновременно с овариальной, средней и цервикальной областей левого рога (рис. 1). Спонтанная электрическая активность из описанных отделов органа отводилась биполярными электродами (межэлектродное расстояние соответствовало 2 мм). Окситоцин (5МЕ Гедеон Рихтер) вводился внутривенно по 0.2-0.3 мл (в зависимости от веса животного) в концентрации 10^{-1} мкг/кг. В каждом эксперименте исследовалась одна концентрация.

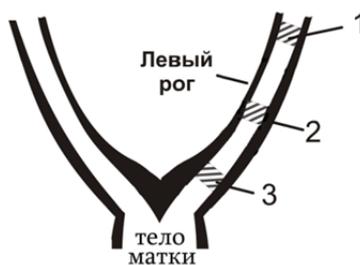


Рис. 1. Схематическое изображение маточной трубы крысы. 1-3 – соответственно области регистрации изовариальной, средней и цервикальной зон маточной трубы.

Анализ результатов проводился путем определения значений следующих параметров спонтанных потенциалов действия: амплитуда (А), средняя скорость нарастания пика (V), продолжительность нарастания пика (Т) (продолжительность увеличения амплитуды потенциала действия до максимального значения), половина ширины (t) (продолжительность формирования вершины потенциала действия, соответствующей верхней половине его амплитуды), частота ритмогенеза потенциалов действия (F), продолжительность активного состояния (D). Все отмеченные показатели определялись путем их усреднения в пределах всех экспериментов данной серии. На рисунках представлены суперпозиции двух типичных форм усредненных потенциалов действия. Усреднение последних также проводилось в пределах всех экспериментов данной серии.

Спонтанная электрическая активность регистрировалась на 8-канальном приборе, разработанном в Институте физиологии им. Л. Орбели НАН

РА для оценки электрической активности гладкой мускулатуры [3]. В данных экспериментах проводилась одновременная регистрация с трех локусов исследуемой структуры. Коммуникация прибора с ЭВМ осуществлялась с использованием USB порта. Программа, обеспечивающая регистрацию сигналов, разработана с применением пакета программ Lab View. Последующий статистический анализ зарегистрированных сигналов проводился с использованием пакетов программ Origin-8.5 и Sigma Plot 11.0. Оценка достоверности изменения полученных данных осуществлялась согласно t-критерию Стьюдента. В работе использовался также морфо-гистохимический метод на основе выявления активности как Ca^{2+} -зависимой кислой фосфатазы [11], так и ортофосфатов [12].

Все работы с животными были проведены в соответствии с правилами «Европейской конвенции о защите животных, используемых в экспериментах» (Директива 2010/63/EU).

Результаты и их обсуждение. Овариальная, средняя и цервикальная зоны фаллопиевых труб схематически представлены на рис. 1. В соответствии с рис. 2 разряды вспышек всех трех областей маточного рога отличаются друг от друга характеристиками составляющих их потенциалов действия [1, 3, 13]. С целью рассмотрения представленного в работе не изученного вопроса относительно спонтанной активности средней зоны исходно нами был проведен сравнительный анализ характеристик данного автоматизма с таковыми приграничных с ней областей.

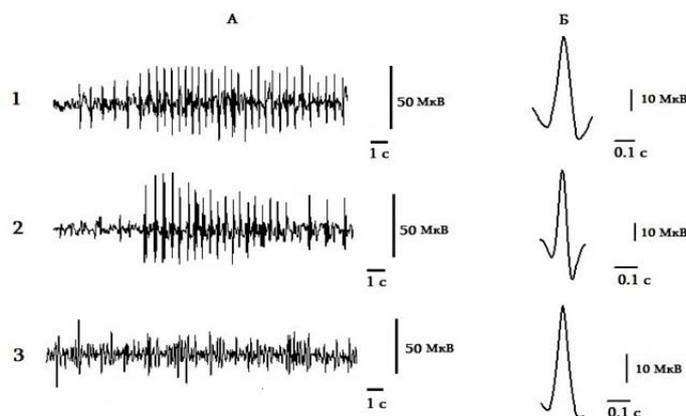


Рис. 2. Спонтанная электрическая активность областей 1-3 (рис. 1) миометрия в норме: А – типы вспышек активности соответствующих областей; Б – развернутые средние формы единичных потенциалов действия из соответствующих областей.

Исходя из ведущей роли овариальной зоны в процессе распространения волны возбуждения оценка показателей потенциалов действия средней и цервикальной областей миометрия для наглядности проводилась в процентном соотношении к показателям активности овариального отдела. Согласно приведенной на рис. 3 гистограмме величины таких параметров

потенциалов действия, как амплитуда и скорость нарастания его пика (показатели, характеризующие степень возбуждения миометрия) [14] средней зоны несколько превосходят (на 21%) таковые овариального отдела рога [15]. Вместе с тем по отношению к цервикальной зоне те же характеристики уже значительно выше – соответственно на 39 и 37% (рис. 3). Если такие показатели, как частота генеза потенциалов действия и половина ширины для всех трех зон, соответствуют друг другу, то наименьшая продолжительность активного состояния показана для среднего сегмента.

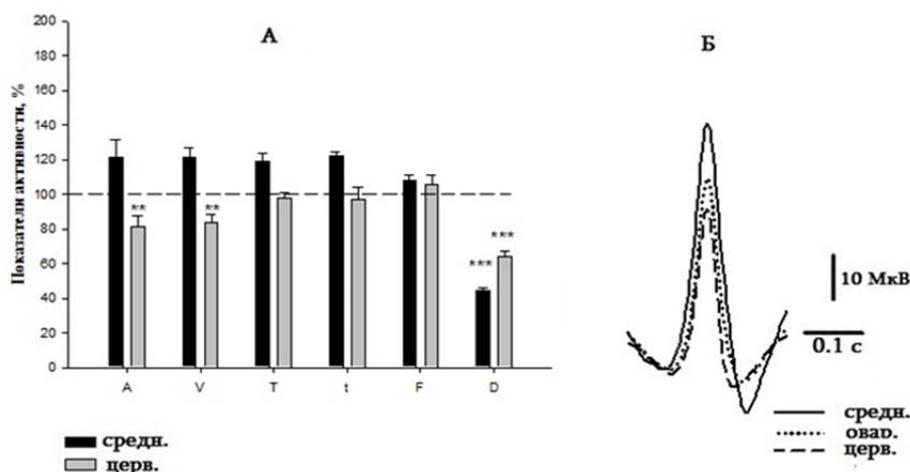


Рис. 3. Показатели потенциалов действия овариальной и цервикальной областей в норме: А – процентное соотношение показателей потенциалов действия средней и цервикальной областей по отношению к овариальной зоне. Штриховой линией показан контроль (овариальная зона), *P<0.1, **P< 0.01, ***P <0.001; Б – наложение друг на друга усредненных форм потенциалов действия средней (сплошной контур), овариальной (точечный контур) и цервикальной (штриховой контур) областей. n=19.

В следующей серии экспериментов рассматривалось воздействие окситоцина на активность соответственно локальных областей миометрия маточных труб. Из всего разнообразия физиологически активных соединений именно данный гормон относится к числу основных регуляторов сократительной активности. Действительно, введение в вену животного оптимальной дозы окситоцина 10^{-1} мкг/кг через 8-10 мин приводит к реакции активности на данный нейропептид путем изменения характеристик ритмогенеза. Интересен тот факт, что в соответствии с приведенным рисунком (рис. 4) для крайних вышеуказанных областей рога отмечается подобный эффект влияния окситоцина: амплитуды потенциалов действия возрастают на одну и ту же величину (в пределах 45 %).

Если для овариальной и цервикальной областей в этих условиях помимо амплитуды синхронно возрастает также скорость нарастания пика, а также в пределах нормы сохраняются продолжительность нарастания пика

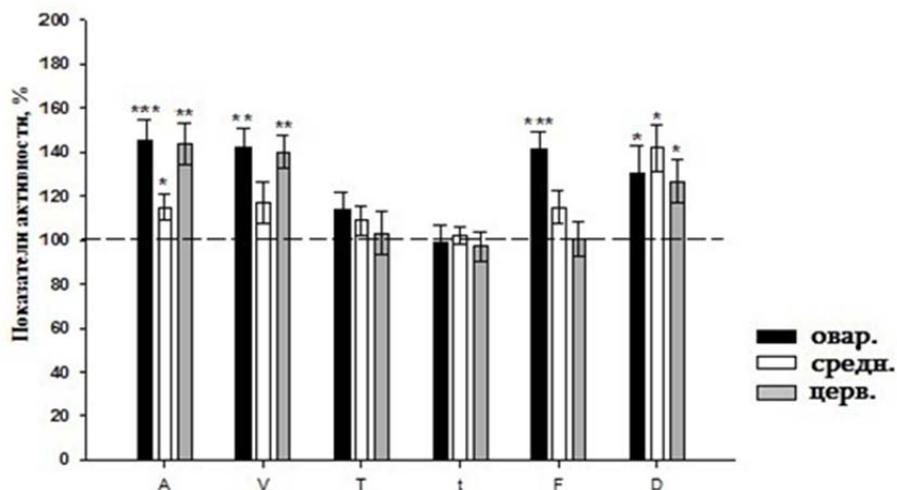


Рис. 4. Влияние окситоцина на спонтанную электрическую активность всех областей. Процентное соотношение показателей потенциалов действия после введения окситоцина по отношению к контролю (для каждой области соответственно норма). * $P < 0.1$, ** $P < 0.01$, *** $P < 0.001$. $n = 19$.

и половина ширины, то в отношении среднего сегмента наблюдается иная картина. Таким образом, в отличие от овариальной и цервикальной областей для данной зоны показано небольшое возрастание значений таких показателей потенциала действия, как амплитуда, скорость нарастания пика, продолжительность нарастания пика и частота генеза, и в то же время наибольшее увеличение длительности всплесков среди трех зон миометрия выявлено именно в среднем локусе.

Согласно морфо-гистохимическим результатам выявлено наличие различных «физиологических» состояний в исследуемых зонах, подтверждающих вышеизложенные электрофизиологические данные. На срезах выявляются все три слоя маточной трубы, причем в слизистой и серозной оболочках особых различий в степени интенсивности окрашивания разных отделов не наблюдается (рис. 5, А-Е). Что же касается мышечной оболочки, то здесь наблюдаются значительные различия в метаболизме миогенных элементов. Наиболее интенсивно окрашиваются миогенные структуры вблизи яичников (овариальный отдел рога) как интактных крыс, так и под воздействием окситоцина (рис. 5, А, Г). Надо отметить, что под воздействием окситоцина (рис. 5, Г-Е) наблюдается повышение активности (усиление метаболизма) гладкомышечных клеток вдоль всего рога матки по сравнению с интактными животными (рис. 5, А-В). Наибольшая ферментативная активность как в норме, так и при воздействии окситоцина отмечается в овариальном отделе рога (рис. 5, Г), далее в несколько меньшей степени в цервикальном локусе (рис. 5, Е) и лишь затем в среднем сегменте маточной трубы (рис. 5, Д). Столь разительная

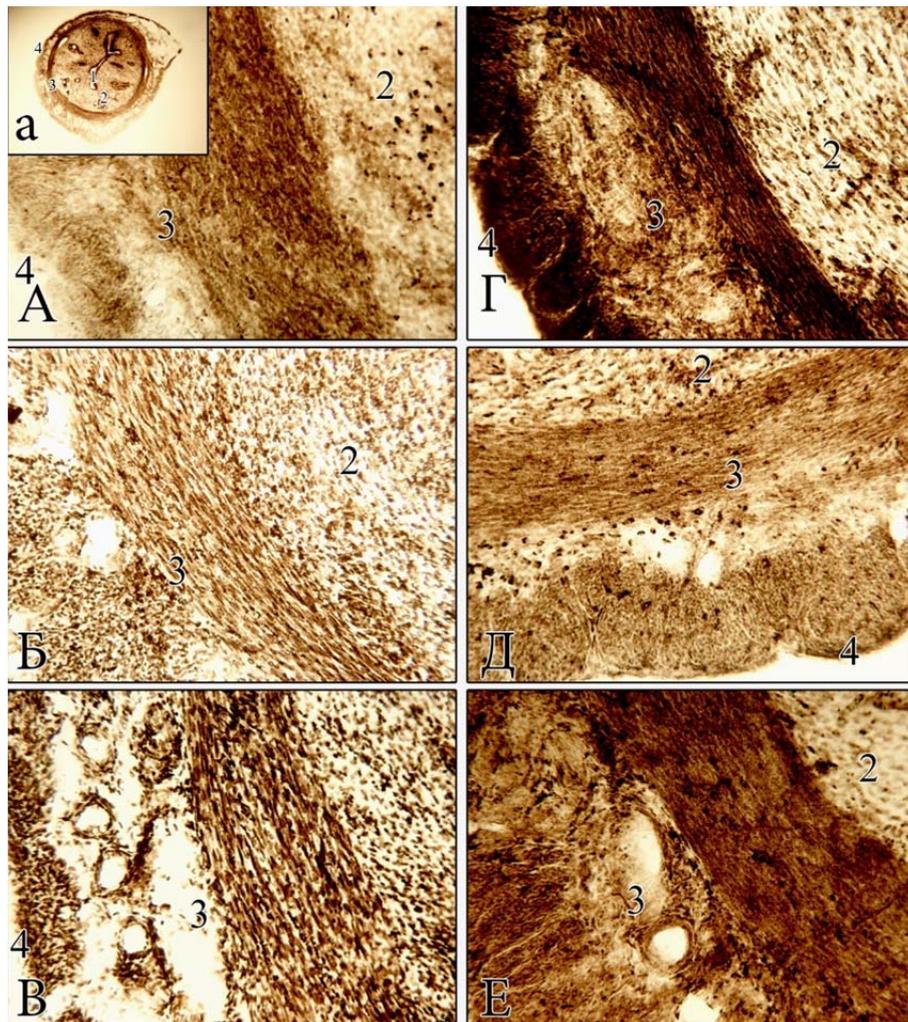


Рис. 5. Фронтальные срезы рога матки крысы в норме (А-В) и под воздействием окситоцина (Г-Е): (1 – просвет рога матки; 2 – слизистая оболочка; 3 – мышечная оболочка; 4 – серозная оболочка). А, Г – овариальный отдел; Б, Д – средний отдел; В, Е – цервикальный отдел рога матки. Метод выявления активности Ca^{2+} -зависимой кислой фосфатазы. Увеличение: об. 25 (а); 160 (А – Е), цифровое ув. 8Мп.

разница в интенсивности окрашивания двух крайних зон рога по сравнению с средним отделом, возможно, связана с наличием функционально активных (пейсмекерных) образований, обеспечивающих ритмогенность этих областей [16, 17]. Таким образом, подтверждается наличие некоего собственного механизма, обеспечивающего возможность возникновения спонтанной электрической активности в центральном отделе рога.

Институт физиологии им. Л. Орбели НАН РА
e-mail: tatevikpiliposyan@gmail.com

К. В. Казарян, Т. А. Пилипосян, М. А. Даниелян, Н. Г. Унанян

**Влияние окситоцина на электрическую активность
средней зоны маточного рога крысы**

Выявлена значительная разница в величине спонтанной электрической активности трех областей (овариальной, средней, цервикальной) миометрия маточной трубы у крыс. Средний сегмент рога характеризуется наибольшими значениями таких параметров активности, как амплитуда и скорость ее нарастания, в то время как продолжительность активного состояния в нем наименьшая. Воздействие окситоцина способствовало увеличению исследуемого параметра активности во всех областях, при этом наибольшее повышение (до 42%) наблюдается в овариальной зоне, что свидетельствует о наличии определенного механизма, способствующего возникновению спонтанной электрической активности в среднем сегменте миометрия в отличие от овариальной и цервикальной областей.

Ք. Վ. Ղազարյան, Տ. Ա. Փիլիպոսյան, Մ. Ա. Դանիելյան, Ն. Գ. Հունանյան

**Օքսիտոցինի ազդեցությունը առնետի արգանդի փողի միջին
շրջանի էլեկտրական ակտիվության վրա**

Հայտնաբերվել են նշանակալի տարբերություններ առնետի արգանդի փողի արգանդամկանի երեք շրջանների (օվարիան, միջին, ցեովիկալ) ինքնաբուխ էլեկտրական ակտիվության բնութագրիչների մեծություններում: Արգանդի փողի միջին շրջանը բնորոշվում է այնպիսի պարամետրերի առավել մեծությամբ, ինչպիսիք են ամպլիտուդան, պիկի աճման արագությունը և ակտիվ վիճակի տևողությունը: Օքսիտոցինը նպաստում է միջին շրջանում վերջինիս մեծացմանը (մինչև 42%): Օքսիտոցինի ազդեցության տակ մորֆոհիստոքիմիական արդյունքները ցույց տվեցին առավել բարձր ակտիվություն օվարիան շրջանում: Կարելի է եզրակացնել, որ փողի արգանդամկանի միջին շրջանում առկա է որոշակի մեխանիզմ, որը նպաստում է ինքնաբուխ էլեկտրական ակտիվության առաջացմանը, ի տարբերություն օվարիան և ցեովիկալ շրջանների մեխանիզմների:

K. V. Kazaryan, T. A. Piliposyan, M. A. Danielyan, N. G. Hunanyan

**The Effect of Oxytocin on Electrical Activity of the Uterine
Horn Mid Region in Rats**

Comparative analysis revealed a significant difference in the characteristics of spontaneous electrical activity of three myometrial regions (ovarian, mid, cervical) in the rat uterine horn. The midregion of the horn is characterized by the highest values of such activity parameters as the amplitude and rise-rate of peaks, the lowest value is shown for the duration of the active state. Oxytocin promoted the greatest increase (up to 42%) in this activity parameter for the mid region compared to the other uterine horn areas. Morphohistochemical results revealed the greatest increase in activity for the

ovarian horn area after the injection of oxytocin. It can be concluded that there is a certain mechanism contributing to the genesis of spontaneous electrical activity in the mid region of the myometrium, in contrast to those in the ovarian and cervical regions.

Литература

1. *Garfield R. E., Maner W. L.* – Semin Cell Dev Biol. 2007. V. 18(3). P. 289-295.
2. *Marshall J. M.* – Physiol. Rev. Suppl. 1962. V. 5. P. 213-227.
3. *Garfield R. E., Daniel E. E., Dukes M. et al.* – Can. J. Physiol. Pharmacol. 1982. V. 60(3). P. 335-341.
4. *Maul H., Maner W. L., Saade G.R. et al.* – Clin. Perinatol. 2003. V.30. P. 665-676.
5. *Kao C. Y.* – Am. J. Physiol. 1959. V. 196 (2). P. 343–350.
6. *Lammers W. J. E. P.* – 2012. V. 20 (2). P. 182-189.
7. *Domino M., Pawlinski B., Gajewska M. et al.* – BMC Vet Res.2018. V. 14. P. 176.
8. *Buhimschi C. S., Saade G. R., Buhimschi I. A. et al.* – Am. J. Obstet. Gynecol. 2000. V. 183(1). P. 68-75.
9. *Kawamata M., Tonomura Y., Kimura T. et al.* – Am. J. Physiol. Endocrinol. Metab. 2007. V. 292(4). E992-9.
10. *Vrachnis N., Malamas F. M., Sifakis S. et al.* In: From preconception to postpartum. Ed. by Dr. Stavros Sifakis. 2012. In Tech.
11. *Меликсетян И. Б.* – Морфология. СПб. 2007. Т. 131(2). С. 77-80.
12. *Меликсетян И. Б., Мартиросян Дж. А.* – Биол. журн. Армении. 1990. Т. 43(10-11). С. 883-889.
13. *Казарян К. В., Унанян Н. Г., Саваян А. А.* – Журнал эволюционной биохимии и физиологии. 2015. Т. 51(5). С. 340-346.
14. *Rabotti C., Mischì M.* – Acta Physiol (Oxf). 2015. V. 213(2). P. 406-416.
15. *Казарян К. В., Пилипосян Т. А., Унанян Н. Г.* – East European Science Journal. 2019. V. 2. 11(51). P. 13-21.
16. *Казарян К. В., Унанян Н. Г., Пилипосян Т. А. и др.* – Журн. эволюционной биохимии и физиологии. 2017. Т. 53(5). С. 368-375.
17. *Казарян К. В., Унанян Н. Г., Акопян Р. Р.* – Рос. физиол. журн. им. И.М. Сеченова. 2010. Т. 96(10). С. 981-987.

ФИЗИОЛОГИЯ

УДК 612.8; 615.919; 616.858

**М. А. Даниелян, К. В. Карапетян,
О. А. Назарян, К. А. Небогова**

**Морфогистохимическое исследование изменений
в нейронах бледного шара на модели болезни Паркинсона
в условиях введения яда армянской гадюки**

(Представлено чл.-кор. НАН РА Л. Р. Манвеляном 12/VIII 2020)

Ключевые слова: *нейроны, бледный шар, болезнь Паркинсона, яд армянской гадюки Vipera raddei.*

Введение. Болезнь Паркинсона (БП) – одна из самых частых форм первичных хронических нейродегенеративных заболеваний, поражающая каждого сотого в возрасте выше 65 лет. БП представляет собой хроническое прогрессирующее заболевание головного мозга с дегенерацией нигростриарных нейронов и нарушением функции базальных ганглиев, проявляющееся как моторными, так и немоторными симптомами [1, 2]. При БП поражаются структуры экстрапирамидной системы – черная субстанция, базальные ганглии и др. [3]. Симптомы обычно появляются медленно с течением времени, но неизбежно прогрессируют [4]. Большинство моторных симптомов является следствием прогрессирующего и избирательного поражения дофаминергических нейронов компактной части черной субстанции [5] в результате дегенерации нигростриарного тракта и резкого падения концентрации предшественника нейромеланина – дофамина [6, 7], при этом нарушается передача возбуждения от черной субстанции к стриопаллидарной системе. Паллидо-нигральная проекция представлена преимущественно в дофаминергических клетках компактного отдела черной субстанции, недостаток которых в стриатуме приводит к проявлениям БП [8]. Помимо того дофамин осуществляет эффект на нейроны бледного шара, во взаимодействии с ГАМК-ергическим торможением и глутаматергическим возбуждением, посредством воздействия стриатума и субталамических ядер, что играет важную роль в организации базальных

ганглиев у приматов [9]. При дегенерации дофаминергических нигростриарных волокон повышается активность ГАМК-ергических нейронов стриатума, что приводит к чрезмерной активации не прямых путей базальных ганглиев [10, 11]. Избыточная активность внутреннего сегмента бледного шара и субталамического ядра в итоге приводит к чрезмерному торможению глутаматергических нейронов таламуса. Как следствие чрезмерное эфферентное торможение в системе паллидо-таламо-кортикальных связей приводит к уменьшению активности двигательных зон коры [12].

Механизмы, ответственные за дегенерацию нигростриарных дофаминергических нейронов, неизвестны, но нейровоспаление и оксидативный стресс играют решающую роль [13]. Данные исследований показывают, что системная дисфункция нейронов может привести к непрерывной дегенерации клеток и, возможно, вызывает патофизиологический стресс, приводящий к нарушению компенсаторных механизмов и в конечном итоге клиническому паркинсонизму с хронической нейрональной дисфункцией [14]. Ускорение гибели дофаминергических нейронов триггируется процессами, включающими источники оксидативного стресса [15].

На данный момент нет эффективной нейропротекции БП, поэтому продолжают оставаться крайне актуальными перспективы терапии и поиска эффективной терапевтической стратегии для этого тяжелого неизлечимого заболевания. Эффективной может стать терапия, направленная как на замедление гибели дофаминергических нейронов, так и на исключение прогрессии недофаминергических симптомов. Представляют особый интерес животные яды, выступающие в качестве выраженных протекторов при многих патологических состояниях организма в связи с их высокой избирательной специфичностью и необратимостью эффектов, обуславливающих длительность действия [16-20]. Яды различных змей триггируют повторный запуск в нейронах, содействуя высвобождению передатчика [21], а также действуют на активность фермента фосфолипазы А₂, важного фактора протекции клетки от окислительного повреждения мембран [22, 23]. В отношении применения змеиных ядов при нейродегенерации изучены таковые из семейства *Elapidae* на основе дендротоксинов, из которых синтезированы соединения, адаптивно контролирующие возбудимость поврежденных нейронов при нейродегенеративных заболеваниях [24].

Целью наших исследований было сравнительное изучение морфологической картины бледного шара мозга крыс при ротеноновой интоксикации в условиях воздействия малых доз яда армянской гадюки *Vipera raddei* (VR).

Материал и методы. В качестве экспериментальной модели БП была применена ротеноновая модель, которая признана надежной для изучения

механизмов повреждения нейронов и оценки нейрохимических, иммуногистохимических, поведенческих и когнитивных проявлений, в особенности до 4 недель выживания [25]. Эксперименты проводили в трех сериях на 15 зрелых разнополых крысах Альбино (200-250 г): 1) ложнооперированные (5 крыс, контроль), инъекцированные стерильной дистиллированной водой в сочетании с в/м введением изотонического раствора NaCl (5 крыс, контроль); 2) инъекцированные унилатерально ротеноном (12 мг в 0.5 мл димексида со скоростью 0.1 мл/мин) в «medial forebrain bundle» по координатам (AP+0.2, L±1.8, DV 8 мм) стереотаксического атласа [26] с в/м введением физиологического раствора через день в течение 2 недель и выдержанные до острого эксперимента 4 недели (5 крыс); 3) инъекцированные ротеноном унилатерально аналогично группе (2) в сочетании с в/б инъекцией яда VR (10% от LD50 = 1.6 мг/кг) через день в течение 2 недель и выдержанные 4 недели (5 крыс). Операции по унилатеральному введению ротенона проводили под пентобарбиталовым наркозом (40 мг/кг, в/б). Животных содержали в одинаковых условиях в течение всего послеоперационного времени до острого эксперимента. Все работы с животными были проведены в соответствии с правилами «Европейской конвенции о защите животных, используемых в экспериментах» (Директива 2010/63/EU) и одобрены этическим комитетом ЕГМУ им. М. Гераци.

Для изучения морфофункционального состояния клеточных структур бледного шара крыс был применён гистохимический метод выявления активности Ca^{2+} -зависимой кислой фосфатазы (КФ) [27]. Животные были наркотизированы нембуталом (40-45 мг/кг веса, в/б) с последующим изъятием мозга, который фиксировали в 5%-ном растворе нейтрального формалина в течение 48 ч при +4°C. Производили ленточные срезы головного мозга крыс во фронтальной плоскости, ориентируясь по топографическому атласу. Замороженные срезы толщиной 40-50 мкм согласно требованиям дальнейшей обработки переносились в заранее свежеприготовленные соответствующие инкубационные смеси, предназначенные для выявления активности Ca^{2+} -зависимой КФ. Объектом исследования служили клеточные структуры бледного шара. Анализ полученных препаратов производили под световым микроскопом OPTON (West Germany), микрофотографии получали с помощью фотонасадки AmScope MU800.

Результаты и обсуждение. Бледный шар относится к *базальным ганглиям больших полушарий мозга* и представляет собой филогенетически древнее образование. Состоит преимущественно из крупных нейронов (размер около 50 мк), имеющих разветвленную сеть дендритов, среди них проходят пучки волокон по пути к коре головного мозга. Эти нейроны бывают разной формы – пирамидной, веретенообразной, мультипо-

лярной. В цитоплазме нейронов много хроматофильных глыбок, которые распределены равномерно. Нейроны имеют очень длинные аксоны, выходящие за пределы стриопаллидарной системы и соединяющие различные участки нервной системы (рис. 1, А-В). Бледный цвет данного образования мозга объясняется тем, что миелиновых волокон в нем больше, чем серого вещества (рис. 1, А).

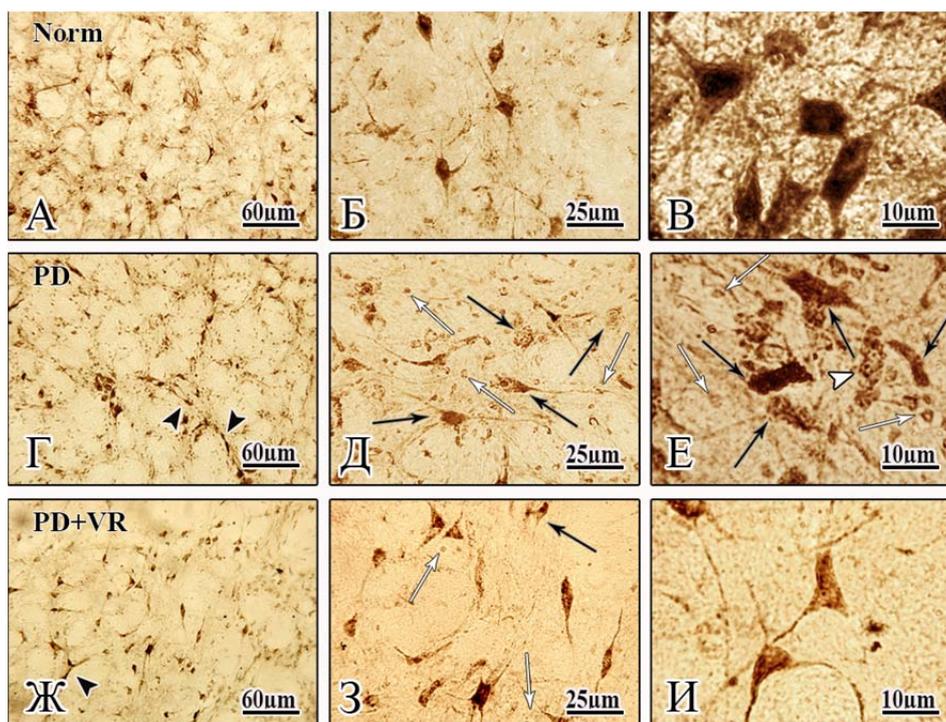


Рис. 1. Микрофотографии клеточных структур бледного шара головного мозга крыс (А-В – контроль (Norm); Г-Е – в условиях ротеноновой интоксикации (PD); Ж-И – в условиях ротеноновой интоксикации в сочетании с регулярным введением малых доз яда VR (PD+VR)); Г-Е – форма нейронов нарушена, цитоплазма осветлена, с низкой активностью КФ, ядро перемещено, отростки сохранены, но лишены тигроидного вещества; Ж-И – сохранение формы и размеров нейронов, высокая фосфатазная активность в цитоплазме и отростках нейронов, контуры чёткие, ядра центрально расположены, глиоз) (чёрная стрелка – хроматолиз; белая стрелка – ядра глии; белая головка стрелки – эктопированное ядро; черная головка стрелки – капилляры). Метод выявления активности Ca^{2+} -зависимой кислой фосфатазы. Увеличение: $\times 160$ (А, Г, Ж); $\times 400$ (Б, Д, З); $\times 1000$ (В, Е, И); цифровое ув. 8Мп.

В условиях ротеноновой интоксикации citoархитектоника нейронов бледного шара не нарушена (рис. 1, Г). Часть нейронов бледного шара

имеет обычную форму с четкими границами клеток, но в цитоплазме отмечается распыление тигроидного вещества – просветление цитоплазмы по сравнению с нормой. Ядро имеет овальную или округлую форму с четкими контурами. Структура ядра однородна (рис. 1, Г-Е). В целом у нейронов реагируют длинные отростки, однако фосфатазная активность в них снижена и осадок фосфата свинца пылевидный или мелкозернистый. На фоне нормальных клеток выявляются различные типы клеточной атрофии. Поражение нейронов сопровождается лизисом хроматофильного вещества. Нервные клетки находятся в состоянии пигментного атрофического перерождения со значительной нейроглической реакцией вокруг ложноизвестковых глыбчатых инкрустаций – продуктов распада (рис. 1, Е). В поврежденных нейронах темноокрашенный крупноглыбчатый осадок фосфата свинца неравномерно распределён по телу клетки, из-за чего не просматривается граница между телом и отростками (рис. 1, Д, Е). Некоторые нейроны подвергнуты сильно выраженной атрофии, которая может привести к их исчезновению (рис. 1, Е). Внутри клеток происходят значительные изменения цитоплазмы и ядра. Состояние хроматофильных зерен подвергается глубоким изменениям. Подобные нейроны приобретают вытянутую форму, теряют отростки, их цитоплазма слабо окрашена, ядро центрально расположено и деформировано (рис. 1, Д). Снижение фосфатазной активности в цитоплазме клеток свидетельствует о снижении метаболизма в нейронах бледного шара. Среди нормальных и дегенерированных нейронов бледного шара чётко выделяются гомогенно окрашенные ядра глиальных клеток (рис. 1, Д, Е). Патологические сдвиги в нейронах приводят к реакции сателлитной нейроглии, что связано с защитной реакцией глиальных клеток по отношению к нейронам [28]. Известно, что длительное воздействие пестицида ротенона усиливает нейровоспалительные процессы через повышение плотности определенного тока астроглии, которая играет важную роль в синаптогенезе, синаптической пластичности и обеспечивает компенсацию недостатка дофамина [29]. Таким образом, ротеноновая интоксикация мозга приводит к резким морфологическим изменениям внутриклеточных структур и метаболическим нарушениям. Это состояние является обратимым процессом, однако при углублении нейродегенеративного процесса может перейти уже в необратимые формы клеточной патологии.

Под воздействием яда VR, введенного систематически через день после инъекции ротенона, в бледном шаре наблюдаются сохранившие форму и размеры нейроны (рис. 1, Ж-И). У большинства из них на фоне гиперхромной цитоплазмы выделяются светлоокрашенные центрально расположенные ядра, что характерно для нормы. Внутри цитоплазмы грануляции формируют спиралевидные или глыбчатые образования, что характерно для первично раздражённых нейронов, находящихся на пути к восстановлению (рис. 1, И). У подобных нейронов выявляются тонкие длинные отростки с высокой активностью КФ, что указывает на сохранение их связей с соседними клетками и другими областями мозга. Увеличено число клеток

с сопровождающими волокнами (рис. 1, Ж, З). На фоне сохранивших форму и размеры клеток изредка выявляются пораженные дегенерированные нейроны, потерявшие форму и размеры, без отростков (рис. 1, З). В целом под воздействием яда VR у нейронов бледного шара наблюдается морфологическая картина, близкая к норме. Имеет место очевидное улучшение васкуляризации (рис. 1, Ж). В межклеточном пространстве на фоне сохранившихся нейронов обнаруживаются ядра глиальных клеток, но в меньшем количестве, чем при введении ротенона без протекции, т.е. глиальная реакция успокаивается.

Выводы. При БП в бледном шаре повреждаются нейроны, в результате чего перестаёт вырабатываться дофамин, отвечающий за двигательные функции в организме. Пораженные нервные клетки подвергаются атрофии, которая при углублении процесса может привести к их исчезновению. Хроматофильные зерна в цитоплазме нейронов подвержены глубоким изменениям, метаболизм снижен. Значительные изменения глии проявляются прогрессирующими и регрессирующими процессами. Поражение нервных клеток сопровождается прогрессирующей потерей жизнеспособности, постепенной дегенерацией, приводящей к патологическим состояниям и утрате функций [30, 31].

Под влиянием малых доз яда VR в нейронах бледного шара наблюдаются положительные изменения структурных свойств по сравнению с моделью БП. Морфологическая картина близка к норме, у большинства клеток реагируют длинные отростки с высокой активностью КФ. По сравнению с ротеноновой моделью БП глиальная реакция постепенно успокаивается и наблюдается повышение фосфатазной активности в цитоплазме клеток, что говорит о повышении метаболизма, который был нарушен в результате ротеноновой интоксикации. Полученные результаты дают основание полагать, что малые дозы яда армянской гадюки VR действуют в качестве нейропротекторного агента. Дальнейшие исследования дадут возможность выявления механизмов воздействия терапевтических доз яда VR и предложений для терапии БП.

Институт физиологии им. Л.А. Орбели НАН РА
e-mail: margaritadanielyan76@gmail.com

М. А. Даниелян, К. В. Карапетян, О. А. Назарян, К. А. Небогова

**Морфогистохимическое исследование изменений в нейронах
бледного шара на модели болезни Паркинсона
в условиях введения яда армянской гадюки**

Проведено сравнительное изучение морфофункционального состояния клеточных структур бледного шара головного мозга крысы на ротеноновой модели болезни Паркинсона в сочетании с введением малых доз яда армянской гадюки *Vipera raddei* (VR). Показано, что при ротеноновой интоксикации поражения

нервных клеток в бледном шаре происходят по так называемому абитрофическому типу, отмечаются постепенная дегенерация, прогрессирующая потеря жизнеспособности. При введении малых доз яда наблюдаются сохранение морфологической картины, положительные изменения структурных свойств нейронов бледного шара по сравнению с моделью болезни Паркинсона. Полученные данные позволяют предположить, что яд VR проявляет нейропротекторные свойства.

**Մ. Հ. Դանիելյան, Ք. Վ. Կարապետյան,
Օ. Հ. Նազարյան, Ք. Ա. Ներսիսյան**

Պարկինսոնի հիվանդության մոդելի վրա հայկական իծի թույնի ներարկման պայմաններում դժգույն գնդի նյարդաբջիջներում տեղի ունեցող փոփոխությունների մորֆոհիստոքիմիական հետազոտությունը

Իրականացվել է առնետների գլխուղեղի դժգույն գնդի բջջային կառույցների մորֆոֆունկցիոնալ վիճակի համեմատական ուսումնասիրություն՝ Պարկինսոնի հիվանդության ռոտենոնային մոդելի և հայկական իծի *Vipera raddei* (VR) թույնի փոքր չափաբաժինների ներարկման համակցմամբ: Հետազոտության արդյունքների վերլուծությունը ցույց տվեց, որ ռոտենոնային թունավորման պայմաններում դժգույն գնդի նյարդաբջիջների ախտահարումն իրականացվում է այսպես կոչված արիտրոֆիկ ձևով, ի հայտ են գալիս աստիճանական դեգեներացիա, կենսունակության արագընթաց կորուստ: Պարկինսոնի հիվանդության մոդելի համեմատ, թույնի փոքր չափաբաժինների ներարկման արդյունքում դիտարկվում են մորֆոլոգիական պատկերի պահպանում, դժգույն գնդի նյարդաբջիջների կառուցվածքային հատկանիշների դրական փոփոխություն: Ստացված տվյալները թույլ են տալիս ենթադրել, որ հայկական իծի թույնը դրսևորում է նյարդապաշտպան հատկություններ:

**M. H. Danielyan, K. V. Karapetyan,
O. H. Nazaryan, K. A. Nebogova**

Morphohistochemical Study of Changes in Globus Pallidus Neurons on a Model of Parkinson's Disease in the Conditions of the Introduction of Venom of the Armenian Viper

A comparative study of the morphological and functional state of the cellular structures of the globus pallidus of the rat brain on the rotenone model of Parkinson's disease in combination with the introduction of small doses of the venom of the Armenian viper *Vipera raddei* (VR) was carried out. An analysis of the results of the study shows that with rotenone intoxication, nerve cell lesions in the globus pallidus occur according to the so-called abiotrophic type, gradual degeneration, progressive loss of vitality is noted. With the introduction of small doses of venom, the morphological picture is preserved, positive changes in the structural properties of globus pallidus neurons are compared with the Parkinson's disease model. The data obtained suggest that the venom VR exhibits neuroprotective properties.

Литература

1. *Canesi M., Benti R., Marotta G. et al.* – Eur. J. Neurol. 2007. V. 14(3). P. 297-299.
2. *Jankovic J., Rajput A. H., McDermott M. P. et al.* – Archives of Neurology. 2000. V. 57. № 3. P. 369-372.
3. *Obeso J. A., Rodríguez-Oroz M. C., Benitez-Temino B. et al.* – Mov. Disord. 2008. V. 23. Suppl 3. S. 548-559.
4. *Fahn S., Sulzer D.* – J. of The American Society for Experimental Neuro Therapeutics. 2004. V. 1. P. 139-154.
5. *Brooks D. J.* – The Journal of the American Society for Experimental Neuro Therapeutics. 2004. V. 1. P. 243-254.
6. *Ebersbach, G., Moreau C., Gandor F. et al.* – Movement Disorders. 2013. V. 28. № 11. P. 1552-1559.
7. *Faucheux B. A., Martin M. E., Beaumont C. et al.* – J. Neurochem. 2003. V. 86. № 5. P. 1142-1148.
8. *Hattori T., Fibiger H. C., McGeer P. L.* – J. Comp. Neurol. 1975. V. 162. № 4. P. 487-504.
9. *Eid L., Parent M.* – Front. Neuroanat. 2015. V. 9. P. 111.
10. *Саркисян И. Г.* – ДНАН Армении. 1999. Т. 99. № 4. С. 392-395.
11. *Wirdefeldt K., Adami H., Cole P. et al.* – Eur J Epidemiol. 2011. 26 (Suppl 1):S1-58.
12. *Yacoubian T. A., Standaert D. G.* – Biochim Biophys Acta. 2009. V. 1792(7). P. 676-87.
13. *Mosley R. L., Benner E. J., Kadiu I. et al.* – Clin Neurosci Res. 2006. V. 6(5). P. 261-281.
14. *Chesselet M. F., Richter F.* – The Lancet Neurology. 2011. V. 10. Issue 12. P. 1108-1118.
15. *Bolam J. P., Pissadaki E. K.* – Mov. Disord. 2012. V. 27. P. 1478-1483.
16. *Abrahamyan S., Meliksetyan I., Chavushyan V. et al.* – Clinical Neuroscience. 2007. V. 60. № 3-4. P. 148-153.
17. *Galoyan A. A., Khalaji N., Hambardzumyan L. E. et al.* – Neuroch. Res. 2010. V. 35. P. 1747-1760.
18. *Kalam Y., Isbister G. K., Mirtschin P. et al.* – J Pharmacol Toxicol Methods. 2011. V. 63. P. 137-142.
19. *Минасян А. Л., Азнаурян А. В., Чавушян В. А. и др.* В кн.: Матер. Всерос. конф. с междунар. участием. М. Изд-во Рос. академии мед. наук. 2012. С. 328-333.
20. *Sarkissian J. S., Minasyan A. L., Aznauryan A. V. et al.* – The New Armenian Medical Journal. 2013. V. 7. № 1. P. 33-51.
21. *Harvey L.* – Quality in Higher Education. 2001. V. 7. № 2. P. 97-109.
22. *Costa S. K., Esquisatto L. C., Camargo E. et al.* – Life Sci. 2001. V. 6. P. 1573-1585.
23. *Faure G.* – Biochimie. 2000. V. 82. P. 833-840.
24. *Cook N. S., Quast U.* In: Potassium Channels, Structure, Classification, Function and Therapeutic. Ed. Cook N.S. Chichester. Ellis Horwood Ltd. 1990. P. 181-255.
25. *Moreira C. G., Barbiero J. K., Ariza D. et al.* – Neurotox. Res. 2012. V. 21. № 3. P. 291-301.

26. *Paxinos G., Watson C.* The rat Brain in Stereotaxic Coordinates. 5th ed. Elsevier. Academic Press. 2005. 367 p.
27. *Меликсетян И. Б.* – Морфология. СПб. 2007. Т. 131. № 2. С. 77-80.
28. *Streit W. J., Conde J. R., Fendrick S. E. et al.* – *Neurol Res.* 2005. V. 27. № 7. P. 685-691.
29. *Gao X. F., Wang W., Yu Q. et al.* – *Purinergic Signal.* 2011. V. 7. № 1. P. 65-72.
30. *Никулеску И.Т.* (ред). Патоморфология нервной системы. Бухарест. Медицинское изд-во. 1963. 987 с.
31. *Kalaitzakis M. E., Graeber M. B., Gentleman S. M. et al.* – *Acta Neuropathol.* 2008. V. 116. P. 125-128.

Կանոններ հեղինակների համար

1. «Հայաստանի գիտությունների ազգային ակադեմիայի Զեկույցներ» հանդեսը լույս է տեսնում տարեկան չորս անգամ, զետեղում է զիտական հետազոտությունների նոր, ոչ մի տեղ չհրապարակված արդյունքներ պարունակող համառոտ, յուրօրինակ հոդվածներ:
2. ՀՀ ԳԱԱ ակադեմիկոսները, թղթակից անդամները և արտասահմանյան անդամները իրենց հոդվածները ներկայացնում են անմիջականորեն: Մյուս բոլոր հոդվածները ներկայացվում են ՀՀ ԳԱԱ անդամների միջոցով:
3. Հոդվածները կարելի է ներկայացնել հայերեն, ռուսերեն կամ անգլերեն լեզվով: Այդ երեք լեզվով պետք է ներկայացնել նաև ռեֆերատ:
4. Ներկայացվում է հոդվածի էլեկտրոնային տարբերակը (CD/DVD-ով կամ e-mail-ով՝ mas@sci.am) երկու տպագիր օրինակով՝ վերջնական խմբագրությամբ: Հոդվածի ընդհանուր ծավալը՝ 8 էջ (12000 նիշ): Օգտագործվող տեքստային խմբագիրը՝ MS Word, տառաչափը՝ 12 pt, տողերի միջև հեռավորությունը՝ 1.5: Նկարները ներկայացվում են առանձին ֆայլով bmp կամ wmf ֆորմատով:

*Հանդեսի համառոտ անունը՝
ՀՀ ԳԱԱԶ*

Правила для авторов

1. «Доклады Национальной академии наук Армении» выходят 4 раза в год и помещают краткие оригинальные статьи, содержащие новые, нигде не опубликованные результаты научных исследований.
2. Академики, члены-корреспонденты и иностранные члены НАН РА представляют свои статьи непосредственно, все остальные статьи представляются через членов НАН РА.
3. Статьи могут быть представлены на армянском, русском или английском языках; должны быть представлены также рефераты на этих трех языках.
4. Представляется электронный вариант статьи (на CD/DVD или по e-mail: mas@sci.am) с двумя распечатками в окончательной редакции. Общий объем статьи не должен превышать 8 стр. (12000 знаков). Используемый текстовый редактор MS Word, кегль 12 pt, интервал 1.5. Рисунки представляются отдельными файлами в формате bmp или wmf.

*Сокращенное название журнала
ДНАН РА*

Guidelines for Authors

1. "The Reports of the National Academy of Sciences of Armenia" are published four times a year and place brief original articles containing new results of scientific researches, which were not printed previously.
2. Academicians, Corresponding Members and foreign members of NAS RA submit their articles directly. All other articles are submitted through the Members of NAS RA.
3. Articles may be presented in Armenian, Russian or English languages. It must have been presented the abstracts in these three languages as well.
4. It should be presented the complete editing of the electronic variant of the article (CD/DVD or by e-mail: mas@sci.am) and two hard copies. The whole size of the article should not exceed 8 pages (12000 marks). MS Word would be used as a text editors, font size – 12 pt, line spacing – 1.5. Pictures should be presented by the separate files in bmp or wmf formats.

*The abbreviated name of the journal is
RNAS RA*