

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCE OF ARMENIA

ISSN 0321-1339

Չ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы
R E P O R T S

2014

Երևան

Երևան

Yerevan

Հիմնադրվել է 1944 թ.: Լույս է տեսնում տարին 4 անգամ

Основан в 1944 г. Выходит 4 раза в год

Founded in 1944. Published quarterly

Գլխավոր խմբագիր՝ ակադեմիկոս Վ. Ս. ԶԱԲԱՐՅԱՆ

Խմբագրական խորհուրդ՝ ակադեմիկոս Է. Գ. ԱՖՐԻԿՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ. Ե. ԲԱՂՎԱՍԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ. Ա. ԲՐՈՒՏՅԱՆ, ակադեմիկոս Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ակադեմիկոս Ս. Ա. ՀԱՍԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս Է. Ս. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Լ. Ռ. ՄԱՆՎԵԼՅԱՆ (գլխ. խմբագրի տեղակալ), ակադեմիկոս Ռ. Ս. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ, ակադեմիկոս Յու. Հ. ՇՈՒԹՈՒՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Դ. Ս. ՍԵՂՈՒԿՅԱՆ, Գ.Ա.ԱԲՐԱՎՅԱՆ (պատ. քարտուղար)

Главный редактор академик В. С. ЗАХАРЯН

Редакционная коллегия: академик С. А. АМБАРՇՄՅԱՆ, академик Э. Г. АФРИКЯН, академик Г. Е. БАГДАСАРЯН, академик Г. А. БРУТЯН, академик Э. М. КАЗАРЯН, чл.-кор. НАН РА Л. Р. МАНВЕЛЯН (зам. главного редактора), академик Р. М. МАРТИРОСЯН, академик Д. М. СЕДРАКЯН, академик А. А. ТАЛАЛЯН, академик Ю. Г. ШУКУРЯН, Г. А. АБРАМЯН (отв. секретарь)

Editor-in-chief academician V. S. ZAKARYAN

Editorial Board: academician S. A. AMBARTSUMIAN, academician E. G. AFRIKIAN, academician G. E. BAGDASARIAN, academician G. A. BRUTIAN, academician E. M. KAZARYAN, corresponding member of NAS RA L. R. MANVELYAN (associate editor), academician R. M. MARTIROSYAN, academician D. M. SEDRAKIAN, academician Yu. H. SHOUKOURIAN, academician A. A. TALALIAN, G. A. ABRAHAMYAN (executive secretary)

Խմբագրության հասցեն՝ 0019, Երևան 19, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24գ

Адрес редакции: 0019, Ереван 19, просп. Маршала Баграмяна 24г

Communication links: address – 24g Marshal Bagramian Ave., Yerevan, 0019, Armenia

Phone:(37410)56-80-67*URL:*<http://elib.sci.ame>*-mail:* rnas@sci.am

©НАН РА. Президиум. 2014

©Издательство “Гитутюн”

НАН РА. 2014

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

<i>Վ. Ժ. Դումանյան</i> – Երկրորդ կարգի էլիպտական հավասարումների համար Դիրիխլեի խնդրի լուծելիության մասին	295
--	-----

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

<i>Ռ. Մ. Կիրակոսյան, Ս. Պ. Ստեփանյան</i> – Ձողի կայունությունը առաձգական ամրակցման հենարանի առկայությամբ	309
<i>Ա. Ա. Դուկասյան</i> – Առաձգական երկօղակ մանիպուլյատորի բռնիչի շարժման կինեմատիկական կառավարում	316
<i>Ս. Ա. Համբարձումյան, Ս. Հ. Մարգարյան</i> – Միկրոպոլյար նյութերի համար ժառանգականության տեսության հարթ խնդրի հիմնական հավասարումները և միկրոպոլյար հեծանի ծոման ժառանգականության կիրառական տեսության կառուցումը	325
<i>Գ. Ս. Հայրապետյան, Ն. Ս. Ասլանյան, Ս. Հ. Մարգարյան</i> – Միկրոպոլյար առաձգական ուղղանկյուն սալի ծռումը	333

ՖԻԶԻԿԱ

<i>Դ. Բ. Հայրապետյան, Տ. Վ. Քոթանջյան</i> – Մագնիսական կլանումը Մորսի սահմանափակող պոտենցիալով գլանաձև քվանտային կետում	343
---	-----

ԿԵՆՍԱՔԻՄԻԱ

<i>Մ. Ա. Դավթյան, Ն. Ն. Հայրապետյան, Մ. Հ. Խաչատրյան, Ա. Պ. Գրիգորյան</i> – Հիպոքսիայի ազդեցությունը առնետի օրգանների գուանինդեզամինազի ակտիվության վրա	351
<i>Ս. Ս. Հովակիմյան, Հ. Մ. Ամիրխանյան, Սուր. Ս. Հովակիմյան, Մ. Դ. Մաֆարյան</i> – Երկպարույր ՌՆԹ-ի պրեցիպիտատի ազդեցությունը լիպիդների փոխանակության և գերօքսիդացման վրա կանանց սեռական օրգանների տուբերկուլյոզի ժամանակ ...	356

ՄԱՆԸԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<i>Է. Գ. Աֆրիկյան, Ա. Բ. Բլլին, Ա. Կ. Օկասով</i> – Վտանգավոր ինֆեկցիաներ փոխանցողների դեմ մանրէաբանական պայքարը	363
Բովանդակություն 114-րդ հատորի	371

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- В. Ж. Думанян* – О разрешимости задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка..... 295

МЕХАНИКА

- Р. М. Киракосян, С. П. Степанян* – Устойчивость стержня при наличии упруго защемленной опоры..... 309
- А. А. Гукасян* – Кинематическое управление движением схвата двухзвенного упругого манипулятора 316
- С. А. Амбарцумян, С. О. Саркисян* – Основные уравнения плоской задачи наследственной теории для микрополярных материалов и построение прикладной наследственной теории изгиба микрополярных балок..... 325
- Г. С. Айрапетян, Н. С. Асланян, С. О. Саркисян* – Изгиб микрополярной упругой прямоугольной пластинки..... 333

ФИЗИКА

- Д. Б. Айрапетян, Т. В. Котанджян* – Магнитопоглощение в цилиндрической квантовой точке с ограничивающим потенциалом Морса 343

БИОХИМИЯ

- М. А. Давтян, Н. Н. Айрапетян, М. А. Хачатрян, А. П. Григорян* – Влияние интенсивности гипоксии на активность гуаниндезаминазы в органах крысы 351
- С. С. Овакимян, О. М. Амирханян, Сур. С. Овакимян, М. Д. Сафарян* – Действие кальциевого преципитата двуспиральной РНК на липидный метаболизм и перекисное окисление при генитальном туберкулезе..... 356

МИКРОБИОЛОГИЯ

- Э. К. Африкян, А. И. Ильин, А. К. Окасов* – Микробиологическая борьба с векторами опасных инфекций 363

- Содержание 114-го тома..... 374

CONTENTS

MATHEMATICS	
<i>V. Zh. Dumanyan</i> – On Solvability of the Dirichlet Problem for the Second-Order Elliptic Equation	295
MECHANICS	
<i>R. M. Kirakosyan, S. P. Stepanyan</i> - Stability of the Rod in the Presence of Elastic Clamped Support	309
<i>A. A. Ghukasyan</i> - On Kinematic Control of Elastic Two-Link Manipulator Clamp Motion	316
<i>S. A. Hambarzumyan, S. H. Sargsyan</i> - Fundamental Equations of the Plane Problem of the Genetic Theory for Micropolar Materials and the Construction of Applied Genetic Bending Theory of Micropolar Beams	325
<i>G. S. Hayrapetyan, N. S. Aslanyan, S. H. Sargsyan</i> - Bending of Micropolar Elastic Rectangular Plate	333
PHYSICS	
<i>D. B. Hayrapetyan, T. V. Kotanjyan</i> - Mahnetoabsorption in a Cylindrical Quantum Dot with Morse Confining Potential	343
BIOCHEMISTRY	
<i>M. A. Davtyan, N. N. Hayrapetyan, M. H. Khachatryan, A. P. Grigoryan</i> – The Influence of Hypoxia on the Activity of Guanine Deaminase of the Rat's Organs	351
<i>S. S. Hovakimyan, H. M. Amirkhanyan, Sur. S. Hovakimyan, M. D. Safarian</i> – Calcium Precipitate Double-Stranded RNA Action on Lipid Metabolism and Lipid Peroxidation in Penital Tuberculosis	356
MICROBIOLOGY	
<i>E. G. Afrikian, A. I. Ilin, A. K. Okasov</i> – Microbiological Control of Dangerous Infections Vectors	363
Contents of 114 th volume.....	377

для каждой точки $x^0 \in \partial Q$ найдется такая ее окрестность $V_{x^0} \subset \partial Q$, что

$$\int_{V_{x^0}} \left(u(x + \delta \bar{v}(x^0)) - u_0(x) \right)^2 ds \rightarrow 0 \text{ при } \delta \rightarrow +0, \quad (4)$$

где $\bar{v}(x^0)$ – единичный вектор внутренней нормали к ∂Q в точке x^0 .

Понятие решения из $W_{2,loc}^1(Q)$ было введено в случае области с дважды гладкой границей В. П. Михайловым в работах [1, 2] (см. также [3, [4]), где принятие решением своего граничного значения понималось в следующем смысле:

$$\int_{\partial Q} \left(u(x + \delta \bar{v}(x)) - u_0(x) \right)^2 ds \rightarrow 0 \text{ при } \delta \rightarrow +0.$$

При этом, в случае гладких коэффициентов $(a_{ij}(x), b_i(x) \in C^1(\bar{Q}), i, j = 1, \dots, n, d(x) \in C^1(\bar{Q}), a c(x) = 0)$ было установлено, что задача (1), (2) фредгольмова, соответствующий оператор имеет тот же спектр и те же пространства собственных функций, что и задача в обычной обобщенной постановке в $W_2^1(Q)$. Если ноль не является точкой спектра, то задача разрешима при любой граничной функции $u_0 \in L_2(\partial Q)$ и любой правой части $f (F \equiv 0)$, удовлетворяющей условию

$$\int_Q r^\theta(x) f^2(x) dx < \infty, \text{ с некоторым показателем } \theta < 3,$$

где $r(x)$ – расстояние точки $x \in Q$ до границы ∂Q .

Свойство $(n-1)$ -мерной непрерывности решения и однозначная разрешимость задачи Дирихле с граничной функцией u_0 из $L_2(\partial Q)$ для уравнения без младших членов ($b_i = 0, c_i = 0, d = 0$) с $f \in W_2^{-1}(F = 0)$ были установлены в работе [5]. При этом предполагалось, что единичный вектор внутренней нормали \bar{v} к ∂Q удовлетворяет условию Дини:

$$|\bar{v}(x) - \bar{v}(y)| \leq \omega(|x - y|) \quad (5)$$

для всех $x, y \in \partial Q$, где ω – такая монотонная функция, что $\int_0^1 \frac{\omega(t)}{t} dt < \infty$, а

коэффициенты a_{ij} непрерывны по Дини на границе:

$$|a_{ij}(x) - a_{ij}(y)| \leq \omega(|x - y|) \quad (6)$$

для всех $x \in \partial Q, y \in Q$ и $i, j = 1, \dots, n$. Не ограничивая общности, можно считать, что функция ω в условиях (5) и (6) одна и та же.

В работе [6] было показано, что приведенный выше результат остается справедливым для правых частей из более широкого класса, а именно, если

$$r^{\frac{3}{2}}(1 + |\ln r|)^{\frac{3}{4}} f \in L_2(Q), r^{\frac{1}{2}}(1 + |\ln r|)^{\frac{3}{4}} F \in (L_2(Q))^n, \quad (7)$$

Далее мы также будем предполагать условия (5) - (7) выполненными.

Случай задачи Дирихле с граничной функцией из $L_p(\partial Q)$ для уравнения без младших членов исследован в работах [7, 8].

Понятие $(n-1)$ -мерной непрерывности было предложено А. К. Гущиным в работе [5] и заключается в следующем.

Пусть μ – мера (неотрицательная, борелевская) в R_n с носителем в \bar{Q} , удовлетворяющая следующему условию. Существует такая постоянная $C = C(\mu)$, что для всех $r > 0$ и $x^0 \in \bar{Q}$ мера шара $B_r(x^0)$ радиуса r с центром в точке x^0 не превосходит числа Cr^{n-1} :

$$\mu(B_r(x^0)) \leq Cr^{n-1} \text{ для всех } r > 0 \text{ и } x^0 \in \bar{Q}; \quad (8)$$

наименьшую из таких постоянных C будем называть нормой μ и обозначать через $\|\mu\|$. Пространство Гущина $(n-1)$ -мерно непрерывных функций $C_{n-1}(\bar{Q})$ является пополнением пространства непрерывных в \bar{Q} функций по норме

$$\|u\|_{C_{n-1}(\bar{Q})} = \sup \left(\frac{1}{\|\mu\|} \int_{\bar{Q}} u^2(x) d\mu(x) \right)^{\frac{1}{2}},$$

где точная верхняя грань берется по всем удовлетворяющим условию (8) мерам μ .

Отметим только, что определение $(n-1)$ -мерной непрерывности можно дать и в терминах близости значений функции на близких мерах (см. [5]).

В работе [9] (см. также [10]) было установлено, что решение задачи (1), (2) (если оно существует) обладает свойством $(n-1)$ -мерной непрерывности, т.е. принадлежит пространству Гущина $C_{n-1}(\bar{Q})$. При этом предполагалось, что коэффициенты $\bar{b}(x)$, $\bar{c}(x)$ и $d(x)$ локально ограничены и для них справедливы следующие оценки: существует постоянная $K > 0$, такая что

$$|\bar{b}(x)| \leq \frac{K}{r(x)(1+|\ln r(x)|)^{\frac{3}{4}}}, \quad x \in Q, \quad (9)$$

$$\int_0^1 t(1+|\ln t|)^{\frac{3}{2}} C^2(t) dt < \infty, \text{ где } C(t) \equiv \sup_{r(x) \geq t} |\bar{c}(x)|, \quad (10)$$

$$\int_0^1 t^3(1+|\ln t|)^{\frac{3}{2}} D^2(t) dt < \infty, \text{ где } D(t) \equiv \sup_{r(x) \geq t} |d(x)|. \quad (11)$$

Однако разрешимость изучаемой задачи (с граничной функцией из $L_2(\partial Q)$) была изучена только при жестких условиях на гладкость коэффициентов.

Далее, при тех же условиях (9) - (11), в терминах скалярного произведения в специальном гильбертовом пространстве в работе [11] (см. также [12]) получены необходимые и достаточные условия существования $(n-1)$ -мерно непрерывного решения задачи (1), (2) и установлено, что условия разрешимости исследуемой задачи имеют вид, аналогичный условиям разрешимости в обычной обобщенной постановке (в $W_2^1(Q)$).

Для формулировки основного результата настоящей работы нам потребуется описать схему исследования и привести некоторые результаты работы [11].

Наряду с задачей (1), (2) рассмотрим задачи Дирихле:

$$L_0 v \equiv -\operatorname{div}(A \nabla v) = 0, v \Big|_{\partial Q} = u_0, \quad (12)$$

$$L_0 w = -(\bar{b}, \nabla w) + \operatorname{div}(\bar{c} w) - dw - (\bar{b}, \nabla v) + \operatorname{div}(\bar{c} v) - dv + f - \operatorname{div} F, w \Big|_{\partial Q} = 0, \quad (13)$$

где функция v в правой части уравнения (13) есть решение задачи (12). Очевидна справедливость следующего утверждения.

Утверждение 1. Пусть функция v является решением задачи (12). Тогда для того чтобы функция u являлась решением задачи (1), (2), необходимо и достаточно, чтобы функция $w = u - v$ являлась решением задачи (13).

Задача (12) однозначно разрешима при всех $u_0 \in L_2(\partial Q)$ (см. [5]), решение принадлежит пространству $C_{n-1}(\bar{Q})$ и для него справедлива следующая оценка:

$$\|v\|_{C_{n-1}(\bar{Q})}^2 + \int_Q r(x) |\nabla v|^2 dx \leq \operatorname{const} \|u_0\|_{L_2(\partial Q)}^2$$

с не зависящей от u постоянной.

Следовательно, в силу утверждения 1 задача (1), (2) разрешима тогда и только тогда, когда разрешима задача (13) с v , являющейся решением задачи (12).

Введем следующие пространства:

$$U(Q) \equiv \left\{ u \in W_{2,loc}^1(Q) \cap C_{n-1}(\bar{Q}) : \int_Q r(x) |\nabla u(x)|^2 dx < \infty \right\},$$

$$\|u\|_{U(Q)}^2 = \|u\|_{C_{n-1}(\bar{Q})}^2 + \int_Q r(x) |\nabla u(x)|^2 dx, \quad \overset{\circ}{U}(Q) \equiv \left\{ u \in U(Q), u \Big|_{\partial Q} = 0 \right\}.$$

Следуя [6], обозначим через $\overset{\circ}{H}_1(Q)$ пополнение $C_0^\infty(Q)$ по норме, порожденной скалярным произведением

$$(u, v)_{\overset{\circ}{H}_1(Q)} = \int_Q \frac{(\nabla u, \nabla v)}{r(1 + |\ln r|)^{3/2}} dx,$$

а через $\overset{0}{H}(Q)$ – пополнение $C_0^\infty(Q)$ по норме, порожденной скалярным произведением

$$(u, v)_{\overset{0}{H}(Q)} = \int_Q \left(r(1+|\ln r|)^{1/2} (\nabla u, \nabla v) + \frac{u \cdot v}{r(1+|\ln r|)^{1/2}} \right) dx.$$

Напомним, что $r = r(x)$ – расстояние точки $x \in Q$ до границы ∂Q .

Имеют место следующие вложения: $\overset{0}{H}_1(Q) \subset \overset{0}{W}_2(Q) \subset \overset{0}{H}(Q) \subset \overset{0}{U}(Q)$ (см. [11]).

Так как решение задачи (1), (2) и решение задачи (12) принадлежат пространству $U(Q)$ (см. [5, 9]), то из утверждения 1 вытекает, что решение w задачи (13) принадлежит пространству $\overset{0}{U}(Q)$.

Рассмотрим оператор $Tu = -(\bar{b}, \nabla u) + \operatorname{div}(\bar{c}u) - du$ из правой части уравнения (13). Имеет место следующее утверждение (см. [11]).

Лемма 1. Пусть $\partial Q \in C^1$ и пусть выполнены условия (9) - (11). Тогда оператор T является линейным и ограниченным оператором из $U(Q)$ в $\left[\overset{0}{H}_1(Q) \right]^*$, из $\overset{0}{W}_2(Q)$ в $\overset{0}{W}_2(Q)$.

В [6] установлено, что для любой правой части $g' \in \left[\overset{0}{H}_1(Q) \right]^*$ существует и единственно решение из $W_{2,loc}^1(Q)$ задачи

$$-\operatorname{div}(A\nabla u) = g', \quad u \Big|_{\partial Q} = 0; \quad (14)$$

это решение принадлежит пространству $\overset{0}{H}(Q)$, и имеет место оценка

$$\|u\|_{\overset{0}{H}(Q)} \leq C \|g'\|_{\left[\overset{0}{H}_1(Q) \right]^*}$$

с не зависящей от g' постоянной. Следовательно, если через L_0^{-1} обозначить оператор, ставящий в соответствие правой части g' решение u задачи (14), то L_0^{-1} является линейным и ограниченным оператором, действующим из $\left[\overset{0}{H}_1(Q) \right]^*$ в $\overset{0}{H}(Q)$. Кроме того, как хорошо известно (см. например [13]), оператор L_0^{-1} является линейным и ограниченным оператором, действующим из $\overset{0}{W}_2(Q)$ в $\overset{0}{W}_2(Q)$. Таким образом, из леммы 1 вытекает следующее утверждение.

Лемма 2. $L_0^{-1}T$ является линейным и ограниченным оператором из $U(Q)$ в $\overset{0}{H}(Q)$, из $\overset{0}{W}_2(Q)$ в $\overset{0}{W}_2(Q)$.

Пусть w является решением задачи (13). Так как $f, \operatorname{div} F \in \left[\overset{0}{H}_1(Q) \right]^*$ (см. [6]), то нетрудно видеть, что w является также решением операторного уравнения $w = L_0^{-1}Tw + L_0^{-1}Tv + L_0^{-1}(f - \operatorname{div} F)$ в пространстве $\overset{0}{U}(Q)$, где $v \in U(Q)$ – решение задачи (12). С другой стороны, если функция w из пространства $\overset{0}{U}(Q)$ является решением операторного уравнения $w = L_0^{-1} \cdot (Tw + Tv + f - \operatorname{div} F)$, то w является также решением задачи (13). Таким образом, справедливо следующее утверждение.

Утверждение 2. w является решением задачи (13) тогда и только тогда, когда w является решением операторного уравнения

$$w - L_0^{-1}Tw = L_0^{-1}g, \quad w \in \overset{0}{U}(Q), \quad (15)$$

с $g = Tv + f - \operatorname{div} F$, где $v \in U(Q)$ – решение задачи (12).

Далее, наряду с уравнением (15) рассмотрим соответствующее операторное уравнение в пространстве $\overset{0}{H}(Q)$:

$$w - L_0^{-1}Tw = h, \quad w \in \overset{0}{H}(Q) \quad (16)$$

с $h \in \overset{0}{H}(Q)$. Из леммы 2 следует справедливость следующего утверждения.

Утверждение 3. Пусть w является решением операторного уравнения (15) в $\overset{0}{U}(Q)$ с $g \in \left[\overset{0}{H}_1(Q) \right]^*$. Тогда w является решением операторного уравнения (16) в $\overset{0}{H}(Q)$ с $h = L_0^{-1}g$.

Объединяя утверждение 2 и утверждение 3, получаем

Утверждение 4. Для того чтобы функция w являлась решением задачи (13), необходимо и достаточно, чтобы функция w являлась решением операторного уравнения (16) в пространстве $\overset{0}{H}(Q)$ с правой частью $h = L_0^{-1}(Tv + f - \operatorname{div} F)$, где v – решение задачи (12).

Рассмотрим оператор $L_0^{-1}T$ в гильбертовых пространствах $\overset{0}{H}(Q)$ и $\overset{0}{W}_2(Q)$. Имеет место следующая теорема (см. [11]).

Теорема 1. $L_0^{-1}T$ является вполне непрерывным оператором, действующим из $\overset{0}{H}(Q)$ в $\overset{0}{H}(Q)$ и из $\overset{0}{W}_2(Q)$ в $\overset{0}{W}_2(Q)$. При этом отвечающие характеристическому числу 1 собственные подпространства оператора $L_0^{-1}T$ в пространствах $\overset{0}{H}(Q)$ и $\overset{0}{W}_2(Q)$ совпадают:

$$\operatorname{Ker}_{\overset{0}{W}_2(Q)} (I - L_0^{-1}T) = \operatorname{Ker}_{\overset{0}{H}(Q)} (I - L_0^{-1}T),$$

здесь I – тождественный оператор.

Из теоремы 1 следует, что спектры оператора $L_0^{-1}T$ в пространствах $\overset{0}{H}(Q)$ и $\overset{0}{W}_2(Q)$ совпадают и что его собственные функции из $\overset{0}{H}(Q)$ принадлежат пространству $\overset{0}{W}_2(Q)$.

Таким образом, изучение разрешимости задачи (1), (2) сведено к изучению разрешимости операторного уравнения (16) в гильбертовом пространстве $\overset{0}{H}(Q)$ с вполне непрерывным оператором $L_0^{-1}T$. В силу теоремы Фредгольма пространство решений однородной задачи

$$w - L_0^{-1}Tw = 0, \quad w \in \overset{0}{H}(Q) \quad (17)$$

конечномерно, его размерность совпадает с размерностью пространства решений однородной сопряженной задачи

$$w^* - (L_0^{-1}T)^* w^* = 0, \quad w^* \in \overset{0}{H}(Q) \quad (17^*)$$

и для разрешимости операторного уравнения (16) в пространстве $\overset{0}{H}(Q)$ необходимо и достаточно условие ортогональности правой части h подпространству решений сопряженной однородной задачи (17*). В частности, операторное уравнение (16) в пространстве $\overset{0}{H}(Q)$ имеет решение при любой h из $\overset{0}{H}(Q)$, если однородная задача (17) имеет только тривиальное решение $w \equiv 0$. Таким образом, из леммы 1 и утверждения 3 вытекает справедливость следующего утверждения.

Утверждение 5. *Пространство решений однородной задачи (17) конечномерно, его размерность совпадает с размерностью пространства решений однородной сопряженной задачи (17*). Любое решение однородной задачи (17) принадлежит $\overset{0}{W}_2^1(Q)$. Для того чтобы задача (13) имела решение, необходимо и достаточно, чтобы для всех решений w^* однородной задачи (17*) выполнялось условие*

$$(L_0^{-1}(Tv + f - \operatorname{div}F), w^*)_{\overset{0}{H}(Q)} = 0, \quad (18)$$

где v – решение задачи (12).

При этом существует единственное решение $w(x)$ задачи (13), ортогональное (в $\overset{0}{H}(Q)$) всем решениям однородной задачи (17), и для него справедлива оценка

$$\|w\|_{\overset{0}{H}(Q)} \leq C \left(\|v\|_{L_2(Q)} + \|f\|_{[\overset{0}{H}_1(Q)]^*} + \|\operatorname{div}F\|_{[\overset{0}{H}_1(Q)]^*} \right)$$

с не зависящей от v , f и F постоянной.

И наконец, исходя из вышеизложенного, сформулируем основной результат работы [11].

Теорема 2. *Пусть выполнены условия (3), (5) - (8), (9) - (11) и $u_0 \in L_2(\partial Q)$. Тогда для того чтобы задача (1), (2) имела решение, необхо-*

димо и достаточно, чтобы для всех решений w^* однородной задачи (17*) выполнялось условие (18), где v – решение задачи (12) с той же функцией u_0 .

Решение задачи (1), (2) принадлежит пространству $C_{n-1}(\bar{Q})$. При этом существует единственное решение задачи (1), (2) вида $u = v + w$, где w – решение задачи (13), ортогональное в $H^0(Q)$ всем решениям однородной задачи (17). Для этого решения справедлива оценка

$$\|u\|_{C_{n-1}(\bar{Q})}^2 + \int_Q r |\nabla u|^2 dx \leq \text{const} \left(\|u_0\|_{L_2(\partial Q)}^2 + \int_Q r^3 (1 + |\ln r|)^{3/2} f^2 dx + \int_Q r (1 + |\ln r|)^{3/2} |F|^2 dx \right), \quad (19)$$

с не зависящей от u_0 , f и F постоянной.

Если однородная задача $Lu = 0$, $u|_{\partial Q} = 0$, в $W_2^1(Q)$ -постановке имеет только тривиальное решение, то решение неоднородной задачи (1), (2) в $W_{2,loc}^1(Q)$ -постановке существует при всех u_0 , f , F . Решение единственно и удовлетворяет неравенству (19).

В настоящей работе утверждается, что при естественных дополнительных ограничениях на коэффициенты при младших членах уравнения для правых частей из $W_2^{-1}(Q)$ условие (18) можно записать в более простом виде – в терминах исходной задачи, и при этом, если граничная функция допускает принадлежащее $W_2^1(Q)$ продолжение в область Q , то решение из $C_{n-1}(\bar{Q})$ является решением из $W_2^1(Q)$.

Итак, пусть коэффициенты $\bar{b}(x)$, $\bar{c}(x)$, $d(x)$ локально ограничены, удовлетворяют условиям:

$$\int_0^{\infty} B^2(t) dt < \infty, \text{ где } B(t) \equiv \sup_{r(x) \geq t} |\bar{b}(x)|, \quad (20)$$

$$\int_0^{\infty} C^2(t) dt < \infty, \text{ где } C(t) \equiv \sup_{r(x) \geq t} |\bar{c}(x)|, \quad (21)$$

$$\int_0^{\infty} t^2 D^2(t) dt < \infty, \text{ где } D(t) \equiv \sup_{r(x) \geq t} |d(x)|, \quad (22)$$

а функции f и F в правой части уравнения (1) удовлетворяют условию

$$f \in L_2(Q), F \in (L_2(Q))^n. \quad (23)$$

Имеет место следующее утверждение.

Лемма 3. Пусть $\partial Q \in C^1$ и пусть выполнены условия (20) - (22). Тогда оператор T является линейным и ограниченным оператором из $W_2^1(Q)$ в $W_2^{-1}(Q)$.

Замечание. В формулировке леммы 3 условие (20) можно заменить условием

$$|\bar{b}(x)| \leq \frac{const}{r^{1/2}(x)}, \quad x \in Q.$$

Так как при выполнении условий (20) - (22) оператор T является вполне непрерывным оператором из $W_2^1(Q)$ в $W_2^{-1}(Q)$ (см. [14]), то из леммы 3 получаем справедливость следующего утверждения.

Теорема 3. $L_0^{-1}T$ является линейным и ограниченным оператором, действующим из пространства $U(Q)$ в $W_2^1(Q)$, и является вполне непрерывным оператором, действующим из пространства $W_2^1(Q)$ в $W_2^1(Q)$.

Из (23) очевидно, что $f - \operatorname{div}F \in W_2^{-1}(Q)$. Так как $v \in U(Q)$, то в силу леммы 3 $Tv \in W_2^{-1}(Q)$. Таким образом, $g = Tv + f - \operatorname{div}F \in W_2^{-1}(Q)$.

Далее, наряду с уравнением (15) рассмотрим соответствующее уравнение в пространстве $W_2^1(Q)$:

$$w - L_0^{-1}Tw = h, \quad w \in W_2^1(Q). \quad (24)$$

Из леммы 3 следует справедливость следующего утверждения.

Утверждение 6. Пусть w является решением операторного уравнения (15) в $U(Q)$ с $g \in W_2^{-1}(Q)$. Тогда w является решением операторного уравнения (24) в $W_2^1(Q)$ с $h = L_0^{-1}Tg$.

Объединяя утверждение 2 и утверждение 6, получаем

Утверждение 7. Пусть $\partial Q \in C^1$ и выполнены условия (3), (5), (6), (20) - (22). Для того чтобы функция w являлась решением задачи (13), необходимо и достаточно, чтобы функция w являлась решением операторного уравнения (24) в пространстве $W_2^1(Q)$ с правой частью $h = L_0^{-1}(Tv + f - \operatorname{div}F)$, где v - решение задачи (12).

Таким образом, изучение разрешимости задачи Дирихле (1), (2) в $C_{n-1}(\bar{Q})$ -постановке сведено к изучению разрешимости операторного уравнения (24) в гильбертовом пространстве $W_2^1(Q)$ с вполне непрерывным оператором $L_0^{-1}T$. В силу теоремы Фредгольма пространство решений соответствующего (24) однородного уравнения

$$w - L_0^{-1}Tw = 0, \quad w \in W_2^1(Q) \quad (25)$$

конечномерно, его размерность совпадает с размерностью пространства решений однородного сопряженного уравнения

$$w^* - (L_0^{-1}T)^* w^* = 0, \quad w^* \in \overset{0}{W}_2^1(Q) \quad (25^*)$$

где $(L_0^{-1}T)^*$ – сопряженный (в пространстве $\overset{0}{W}_2^1(Q)$) к $L_0^{-1}T$ оператор, и для разрешимости операторного уравнения (24) в пространстве $\overset{0}{W}_2^1(Q)$ необходимо и достаточно условие ортогональности правой части h подпространству решений однородного сопряженного уравнения (25*).

В частности, операторное уравнение (24) в пространстве $\overset{0}{W}_2^1(Q)$ имеет решение при любой h из $\overset{0}{W}_2^1(Q)$, если однородное уравнение (25) в $\overset{0}{W}_2^1(Q)$ имеет только тривиальное решение $w \equiv 0$.

Таким образом, условия разрешимости в $C_{n-1}(\bar{Q})$ исследуемой задачи можно записать в терминах скалярного произведения в пространстве $\overset{0}{W}_2^1(Q)$, что позволяет сформулировать эти условия в терминах исходной задачи.

Определим в $\overset{0}{W}_2^1(Q)$ скалярное произведение

$$(u, v)_{\overset{0}{W}_2^1(Q)} = \int_Q (A(x) \nabla u(x), \nabla v(x)) dx, \quad (26)$$

эквивалентное скалярному произведению

$$(u, v)_{\overset{0}{W}_2^1(Q)} = \int_Q (u(x)v(x) + (\nabla u(x), \nabla v(x))) dx.$$

При таком скалярном произведении в пространстве $\overset{0}{W}_2^1(Q)$ сопряженный к $L_0^{-1}T$ оператор $(L_0^{-1}T)^*$ имеет следующий вид:

$$(L_0^{-1}T)^* = L_0^{-1}T_{L_2}^*, \quad (27)$$

где через $T_{L_2}^*$ обозначен оператор ("сопряженный к оператору T в L_2 "):

$$T_{L_2}^* u = -(\bar{c}, \nabla u) + \operatorname{div}(\bar{b}u) - du, \quad u \in \overset{0}{W}_2^1(Q).$$

Заметим, что оператор $T_{L_2}^*$ обладает теми же свойствами, что и оператор T .

С учетом (27) сопряженное к (25) однородное уравнение (25*) запишется в следующем виде:

$$w^* - L_0^{-1}T_{L_2}^* w^* = 0, \quad w^* \in \overset{0}{W}_2^1(Q) \quad (25^{**})$$

а это означает, что w^* является решением из $\overset{0}{W}_2^1(Q)$ соответствующей (13) однородной сопряженной задачи Дирихле

$$-\operatorname{div}(A(x) \nabla w^*) + (\bar{c}(x), \nabla w^*) - \operatorname{div}(\bar{b}(x) w^*) + d(x) w^* = 0, \quad x \in Q, \quad w^* \Big|_{\partial Q} = u_0. \quad (13_0^*)$$

Из вышеизложенного и утверждения 7 вытекает справедливость следующего утверждения.

Утверждение 8. Пусть $\partial Q \in C^1$ и выполнены условия (3), (5), (6), (20) - (22). Тогда пространство решений (из $W_2^1(Q)$) однородной сопряженной задачи (13_0^*) конечномерно, его размерность совпадает с размерностью пространства решений однородной задачи

$$-\operatorname{div}(A(x)\nabla w) + (\bar{b}(x), \nabla w) - \operatorname{div}(\bar{c}(x)w) + d(x)w = 0, x \in Q, w \Big|_{\partial Q} = u_0. \quad (13_0)$$

Для того чтобы задача (13) имела решение, необходимо и достаточно, чтобы для всех решений w^* однородной сопряженной задачи (13_0^*) выполнялось условие

$$(L_0^{-1}(Tv + f - \operatorname{div}F), w^*)'_{W_2^1(Q)} = 0, \quad (28)$$

где v – решение задачи (12).

При этом существует единственное решение $w(x)$ задачи (13), ортогональное (в скалярном произведении $(\dots)'_{W_2^1(Q)}$) всем решениям однородной задачи (13₀), и для него справедлива оценка

$$\|w\|_{W_2^1(Q)} \leq C(\|v\|_{U(Q)} + \|f\|_{L_2(Q)} + \|F\|_{L_2(Q)}),$$

с не зависящей от v , f и F постоянной.

Таким образом, учитывая (26) и объединяя вышеизложенные утверждения, для рассматриваемого случая теорему о разрешимости в $C_{n-1}(\bar{Q})$ задачи (1), (2) можно сформулировать следующим образом.

Теорема 4. Пусть $\partial Q \in C^1$, выполнены условия (3), (5), (6), (20) - (23) и пусть $u_0 \in L_2(\partial Q)$. Тогда для того чтобы задача (1), (2) в $C_{n-1}(\bar{Q})$ -постановке имела решение, необходимо и достаточно, чтобы функции f, F удовлетворяли условию

$$\begin{aligned} \int_Q f(x)w_k^*(x)dx + \int_Q (F(x), \nabla w_k^*(x))dx &= \int_Q (\bar{b}(x), \nabla v(x))\nabla w_k^*(x)dx + \\ &+ \int_Q (\bar{c}(x)v(x), \nabla w_k^*(x))dx + \int_Q d(x)v(x)w_k^*(x)dx, k=1, \dots, p, \end{aligned} \quad (29)$$

где v – решение задачи (12), а $w_k^*(x), k=1, 2, \dots, p$ – функции из $W_2^1(Q)$, образующие базис в пространстве решений однородной сопряженной задачи (13_0^*) .

При этом существует единственное решение задачи (1), (2) вида

$$u = v + w, \quad (30)$$

где w – решение задачи (13), ортогональное в $W_2^1(Q)$ (в скалярном произ-

ведении $(\cdot, \cdot)'_{W_2^1(Q)}$ всем решениям однородной задачи (13₀). Для этого решения справедлива оценка

$$\|u\|_{C_{n-1}(\bar{Q})}^2 + \int_Q r(x) |\nabla u(x)|^2 dx \leq \text{const} \left(\|u_0\|_{L_2(\partial Q)}^2 + \int_Q f^2(x) dx + \int_Q |F(x)|^2 dx \right),$$

с не зависящей от u_0 , f и F постоянной.

Любое другое решение задачи (1), (2) получается добавлением к функции и некоторого решения однородной задачи (13₀).

Кроме того установлено, что для случая, когда граничная функция u_0 допускает принадлежащее $W_2^1(Q)$ продолжение в область Q , условие (29) является также необходимым и достаточным условием для разрешимости задачи (1), (2) в пространстве $W_2^1(Q)$. Точнее, имеет место следующее утверждение.

Теорема 5. Пусть $\partial Q \in C^1$, выполнены условия (3), (5), (6), (20) - (23) и пусть u_0 допускает принадлежащее $W_2^1(Q)$ продолжение в область Q . Тогда для того чтобы задача (1), (2) имела решение в $W_2^1(Q)$, необходимо и достаточно, чтобы функции f , F удовлетворяли условию (29). При этом для решения задачи (1), (2) вида (30) справедлива оценка

$$\|u\|_{W_2^1(Q)}^2 \leq \text{const} \left(\|u_0\|_{L_2(\partial Q)} + \left(\int_Q f^2(x) dx \right)^{1/2} + \left(\int_Q |F(x)|^2 dx \right)^{1/2} \right),$$

где постоянная не зависит от u_0 , f , F .

Замечание. Задача Дирихле (1), (2) в $W_2^1(Q)$ -постановке подробно изучена, и хорошо известны соответствующие условия разрешимости (см. например [15, 3]). При этом, как обычно для задачи в $W_2^1(Q)$ -постановке (см. например [15]), для коэффициентов при младших членах уравнения (1) предполагается выполнение дополнительного условия

$$\left\| \sum_{i=1}^n b_i^2, \sum_{i=1}^n c_i^2, d \right\|_{L_{q/2}} < \infty, q > n. \quad (31)$$

Заметим только, что из условий (20) – (22) не следует выполнения условия (31).

Ереванский государственный университет
e-mail: duman@ysu.am

В. Ж. Думанян

О разрешимости задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка

Рассматривается задача Дирихле в ограниченной области $Q \subset R_n$ для общего эллиптического уравнения второго порядка, в которой граничное значение реше-

ния понимается как предел в L_2 его следов на «параллельных» границе поверхностях. В предыдущих работах автора при естественных ограничениях на коэффициенты уравнения получены необходимые и достаточные условия существования $(n-1)$ -мерно непрерывного решения исследуемой задачи. Эти условия сформулированы в терминах вспомогательного операторного уравнения в специальном гильбертовом пространстве и трудно проверяемы. В настоящей работе для несколько более узкого класса правых частей получены необходимые и достаточные условия разрешимости задачи в терминах исходной задачи. При этом установлено, что если дополнительно потребовать принадлежность граничной функции пространству $W_2^{1/2}(\partial Q)$, то полученные условия перейдут в условия разрешимости в $W_2^1(Q)$.

Վ. Ժ. Դումանյան

**Երկրորդ կարգի էլիպսական հավասարումների համար
Դիրիլյեի խնդրի լուծելիության մասին**

Երկրորդ կարգի էլիպսական հավասարումների համար $Q \subset R_n$ սահմանափակ տիրույթում դիտարկվում է Դիրիլյեի խնդիր, որտեղ լուծման եզրային արժեքը հասկացվում է որպես եզրին «զուգահեռ» մակերևույթների վրա լուծման հետքերի սահմանը L_2 -ում: Հեղինակի նախորդ աշխատանքներում, հավասարման գործակիցների վրա բնական սահմանափակումների դեպքում, ստացվել են անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ ուսումնասիրվող խնդրի $(n-1)$ -չափանի անընդհատ լուծման գոյության համար: Այս պայմանները ձևակերպված են հատուկ հիլբերտյան տարածությունում օժանդակ օպերատորային հավասարման տերմիններով և դժվար ստուգվող են: Տվյալ աշխատանքում աջ մասերի որոշակի նեղ դասի համար ստացվել են խնդրի լուծելիության անհրաժեշտ և բավարար պայմաններ, որոնք ձևակերպված են սկզբնական տրված խնդրի տերմիններով: Ընդ որում ցույց է տրված, որ եթե լրացուցիչ պահանջվի եզրային ֆունկցիայի պատկանելիությունը $W_2^{1/2}(\partial Q)$ -ին, ապա ստացված պայմանները վերածվում են $W_2^1(Q)$ -ում լուծելիության պայմանների:

V. Zh. Dumanyan

**On Solvability of the Dirichlet Problem for the Second-Order
Elliptic Equation**

The Dirichlet problem in a bounded domain $Q \subset R_n$ for a general second-order elliptic equation in which the boundary value of a solution is treated as the limit in L_2 of its traces on the surfaces that are "parallel" to the boundary, is considered. In the author's previous papers necessary and sufficient conditions for the existence of an $(n-1)$ -dimensionally continuous solution were obtained under some natural assumptions on the equation coefficients. These assumptions are formulated in terms of an auxiliary operator equation in a special Hilbert space and are difficult to verify. In the present work necessary and sufficient conditions for the existence of a solution in terms of the original problem for a more narrow class of the right-hand sides are

obtained. It is shown that if in addition the boundary function is required to belong to $W_2^{1/2}(\partial Q)$ then obtained conditions transform into conditions of solvability in $W_2^1(Q)$.

Литература

1. Михайлов В. П. - Дифференц. уравнения. 1976. Т. 12. N 10. С. 1877 - 1891.
2. Михайлов В. П. - Матем. заметки. 1980. Т. 27. N 1. С. 137 - 145.
3. Михайлов В. П. - Дифференциальные уравнения в частных производных. М. Наука. 1983.
4. Богоявленский О. И., Владимиров В. С., Волович И. В., Гуцин А. К., Дрожжинов Ю. Н., Жаринов В. В., Михайлов В. П. - Тр. МИАН. М. Наука. 1986. Т. 175. С. 63 - 102.
5. Гуцин А. К. - Матем. сб. 1988. 137(179):1(9). С. 19 - 64.
6. Гуцин А. К., Михайлов В. П. - Матем. сб. 1991. Т. 182. N 6. С. 787 - 810.
7. Гуцин А. К. - ТМФ. 2013. Т. 174. N 2. С. 243 - 255.
8. Гуцин А. К. - Матем. сб. 2012. Т. 203. N 1. С. 3 - 30.
9. Думанян В. Ж. - Изв. НАН Армении. Математика. 2010. Т. 45. N 1. С. 31 - 52.
10. Dumanian V. Zh. - Note Di Matematica. 2002/2003. 21:2. 99 - 118.
11. Думанян В. Ж. - Матем. сб. 2011. Т. 202. N 7. С. 75 - 94.
12. Думанян В. Ж. - Доклады РАН. 2011. Т. 436. N. 2. С. 159 - 162.
13. Михайлов В. П., Гуцин А. К. - Дополнительные главы курса "Уравнения математической физики". Лекционные курсы НОЦ. Вып.7. Математический ин-т им. В.А.Стеклова РАН (МИАН). М. МИАН. 2007.
14. Dumanyan V. Zh. - Proceedings of the Yerevan State University. 2011. N. 2. P. 17 - 21.
15. Ладыженская О. А., Уральцева Н. Н. - Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа. М. Наука. 1964. 540 с.

Рассмотрим теперь задачу устойчивости сжатого стержня. На рис. 1,б показана вставленная в упругий массив часть незначительно возмущенного стержня. Для наглядности угол вращения вставленной части α и ее смещение показаны существенно увеличенно.

В нижеприведенных рассуждениях будем считать, что тангенс угла вращения вставленной части $\frac{dw}{dx}$ прямо пропорционален вращающим моментам с коэффициентом D . Нетрудно заметить, что в принятой системе координат отрицательные моменты стремятся увеличить, а положительные, наоборот, уменьшить значение производной $\frac{dw}{dx}$. Поступательное же

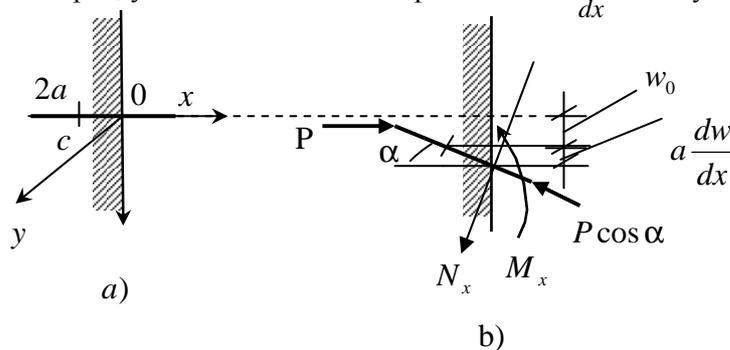


Рис. 1

перемещение вставленной части стержня будем считать прямо пропорциональным действующим перпендикулярным силам с коэффициентом пропорциональности B .

Строго говоря в любом сечении поперечная сила N_x не вертикальна, а перпендикулярна оси возмущенного стержня. На правом конце вставленной части стержня $x=0$ (рис. 1,б) действуют две взаимно перпендикулярные силы – поперечная сила N_x и осевая сила $P \cos \alpha$. Кроме этих сил в сечении $x=0$ действует еще и изгибающий момент M_x . Осевая сила не влияет ни на вращение, ни на вертикальное смещение вставленной части стержня. Поперечная сила N_x относительно середины вставленной части стержня $\ll c \gg$ дает вращающий момент $(-aN_x)$, который вместе с моментом M_x стремится вращать вставленную часть стержня на угол, тангенс которого равен $D(aN_x - M_x)$. На левом конце вставленной части стержня действует горизонтальная внешняя сила P , которая относительно точки $\ll c \gg$ дает момент $\left(-Pa \frac{dw}{dx}\right)$, стремящийся увеличить тангенс угла вращения на величину $DPa \frac{dw}{dx}$. Поэтому тангенс полного угла вращения вставленной части стержня будет:

$$\left. \frac{dw}{dx} \right|_{x=0} = D \left(aN_x + aP \frac{dw}{dx} - M_x \right). \quad (1.2)$$

Рассмотрим теперь вопрос о вертикальном смещении вставленной части. Поперечная сила N_x сообщает этой части стержня перемещение своего направления BN_x . Горизонтальная же сила левого конца P имеет составляющую $P \sin \alpha \approx P \operatorname{tg} \alpha = P \frac{dw}{dx}$, перпендикулярную вставленной части, которая стремится уменьшить это смещение на величину $BP \frac{dw}{dx}$. Поэтому полное смещение вставленной части стержня будет $B \left(N_x - P \frac{dw}{dx} \right)$. Из-за малости угла α это смещение от своей вертикальной составляющей w_0 практически не отличается. Поэтому чтобы получить прогиб стержня в сечении $x=0$, следует к значению $w_0 = B \left(N_x - P \frac{dw}{dx} \right)$ добавить величину $a \frac{dw}{dx}$, возникшую от уклона вставленной части.

Следовательно,

$$w|_{x=0} = a \frac{dw}{dx} + B \left(N_x - P \frac{dw}{dx} \right). \quad (1.3)$$

Выражения (1.2) и (1.3) являются условиями упруго защемленной опоры для задачи устойчивости сжатого стержня. При $P=0$ они совпадают с условиями (1.1).

2. Рассмотрим задачу устойчивости изотропного стержня постоянного поперечного сечения. Уравнение устойчивости стержня, сжатого постоянными осевыми силами P , имеет вид:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + k^2 \frac{d^2 w}{dx^2} = 0, \quad k^2 = \frac{P}{EJ}. \quad (2.1)$$

Здесь E – модуль Юнга материала, J – минимальный момент инерции поперечного сечения стержня относительно центральной оси Oy .

Решение уравнения (2.1) представим в виде

$$w = c_1 + c_2 x + c_3 \cos kx + c_4 \sin kx, \quad (2.2)$$

где c_i – постоянные интегрирования. Рассмотрим три случая. Во всех этих случаях левый край стержня $x=0$ имеет упруго защемленную опору. Правый же край $x=l$ в первом случае шарнирно оперт, во втором – свободен, а в третьем – жестко защемлен.

Случай I. Краевые условия имеют вид:
при $x=0$

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dx} &= D \left(aN_x + Pa \frac{dw}{dx} - M_x \right), \\ w &= a \frac{dw}{dx} + B \left(N_x - P \frac{dw}{dx} \right), \end{aligned} \quad (2.3)$$

при $x = l$

$$w = 0, \quad M_x = 0. \quad (2.4)$$

Изгибающий момент M_x и поперечная сила N_x имеют выражения:

$$M_x = -EJ \frac{d^2 w}{dx^2}, \quad N_x = -EJ \frac{d^3 w}{dx^3}. \quad (2.5)$$

С учетом (2.1) и (2.2) имеем:

$$\begin{aligned} M_x &= P(c_3 \cos kx + c_4 \sin kx), \\ N_x &= -kP(c_3 \sin kx - c_4 \cos kx). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Примем безразмеривающие обозначения:

$$\begin{aligned} a &= nl, \quad c_1 = l\bar{c}_1, \quad c_2 = l\bar{c}_2, \quad c_3 = l\bar{c}_3, \quad c_4 = l\bar{c}_4 \\ k &= \bar{k}/l, \quad P = \bar{k}^2 EJ/l^2, \quad B = l^3 \bar{B}/EJ, \quad D = l\bar{D}/EJ \end{aligned} \quad (2.7)$$

Краевые условия (2.3), (2.4) с учетом этих обозначений примут вид:

$$\begin{cases} (1 - \bar{D}n\bar{k}^2)\bar{c}_2 + \bar{D}\bar{k}^2\bar{c}_3 + \bar{k}(1 - 2n\bar{D}\bar{k}^2)\bar{c}_4 = 0, \\ \bar{c}_1 - (n - \bar{k}^2\bar{B})\bar{c}_2 + \bar{c}_3 - \bar{k}n\bar{c}_4 = 0, \\ \bar{c}_1 + \bar{c}_2 = 0, \\ \bar{c}_3 \cos \bar{k} + \bar{c}_4 \sin \bar{k} = 0. \end{cases} \quad (2.8)$$

По условию существования нетривиальных решений определитель системы (2.8) должен быть равен нулю. Это приводит к уравнению

$$\bar{k} \left[1 - \bar{B}\bar{k}^2 - \bar{D}\bar{k}n(2\bar{k} - 2\bar{B}\bar{k}^3 + \bar{k}n) \right] \cos \bar{k} - \left[1 + \bar{D}\bar{k}^2(1 - \bar{B}\bar{k}^2) \right] \sin \bar{k} = 0. \quad (2.9)$$

Таким образом, критическая сила стержня $P_{кр} = \bar{k}^2 EJ/l^2$ определится с помощью наименьшего нетривиального решения уравнения (2.9). В случае, когда вместо упруго защемленной опоры будет абсолютно жестко защемленная опора, т. е. $\bar{B} = \bar{D} = 0$, уравнение (2.9) примет вид

$$tg \bar{k} - \bar{k} = 0. \quad (2.10)$$

Так как наименьшим нетривиальным решением уравнения (2.10) является $\bar{k} = 4.4934 \approx \sqrt{2.0458}\pi \approx \sqrt{2}\pi$, то критическая сила стержня, как и известно, будет:

$$P_{кр} = \frac{2\pi^2 EJ}{l^2}. \quad (2.11)$$

Случай II. Краевые условия этого случая отличаются от краевых условий первого случая только тем, что вместо первого условия (2.4) имеем

$$N_x|_{x=l} = P \frac{dw}{dx} \Big|_{x=l}. \quad (2.12)$$

С учетом (2.2) и (2.6) из (2.12) следует

$$c_2 = 0. \quad (2.13)$$

Имея в виду это обстоятельство, из равенства нулю определителя системы уравнений, соответствующих краевым условиям, для второго случая получим

$$\bar{D}\bar{k} \sin \bar{k} + (2n\bar{D}\bar{k}^2 - 1)\cos \bar{k} = 0. \quad (2.14)$$

Следовательно, критическая сила во втором случае определится наименьшим нетривиальным корнем уравнения (2.14). В случае, когда вместо упруго защемленной опоры будет жестко защемленная опора, уравнение (2.14) примет вид

$$\cos \bar{k} = 0. \quad (2.15)$$

Тогда

$$\bar{B} = \bar{D} = 0 \quad \bar{k} = \pi/2 \Rightarrow P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{4l^2}. \quad (2.16)$$

Случай III. Краевые условия этого случая от краевых условий первого случая отличаются только тем, что вместо второго условия (2.5) имеет место условие

$$\left. \frac{dw}{dx} \right|_{x=l} = 0. \quad (2.17)$$

Тогда из равенства нулю определителя однородной системы алгебраических уравнений, полученных из краевых условий третьего случая, получим

$$\begin{aligned} & 2 - \bar{D}\bar{k}^2 n - \left[2 + \bar{D}\bar{k}^2 (1 - \bar{B}\bar{k}^2 - 2n + \cos \bar{k}) \right] \cos \bar{k} - \\ & - \bar{k} \left[1 - \bar{D} - \bar{B}\bar{k}^2 - \bar{D}\bar{k}n (2\bar{k} - 2\bar{B}\bar{k}^3 + \bar{k}n - \sin \bar{k}) \right] \sin \bar{k} = 0. \end{aligned} \quad (2.18)$$

В случае, когда вместо упруго защемленной опоры будет жестко защемленная опора, $\bar{B} = \bar{D} = 0$ и уравнение (2.18) примет вид

$$2 - 2\cos \bar{k} - \bar{k} \sin \bar{k} = 0. \quad (2.19)$$

Наименьшим нетривиальным решением этого уравнения является $\bar{k} = 2\pi$. Следовательно, как известно [2],

$$P_{кр} = \frac{4\pi^2 EJ}{l^2}. \quad (2.20)$$

3. Рассмотрим численный пример. Согласно [1] и обозначениям (2.7)

$$\frac{D}{B} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow \bar{D} = \frac{3\bar{B}}{n^2}. \quad (3.1)$$

Из (2.10), (2.15) и (2.19) видно, что при $\bar{B} = 0$ значения \bar{k} не зависят от n и равны известным значениям, соответствующим случаю, когда вместо упруго защемленной опоры имеется жестко защемленная опора.

В табл.1 приведены значения \bar{k} и безразмерной критической силы

$$\bar{P}_{кр} = \frac{P_{кр} l^2}{EJ} = \bar{k}^2 \quad (3.2)$$

при $n = 0.05$, когда значение \bar{B} изменяется от нуля до бесконечности.

В табл. 2 приведены значения этих же величин III случая для некоторых n , при $\bar{B} = \infty$.

Полученные результаты приводят к следующим заключениям.

1) При $\bar{B}=0$, т.е. когда опора является жестко заземленной, значения \bar{k} , а следовательно, и значения критической силы стержня во всех случаях совпадают с соответствующими известными значениями [2].

2) При незначительном увеличении значения параметра \bar{B} упруго заземленная опора резко ослабевает, и значение \bar{k} , следовательно и критической силы, во всех случаях существенно уменьшается.

Таблица 1

\bar{B}	\bar{k}			$\bar{P}_{кр}$		
	Случай			Случай		
	I	II	III	I	II	III
0	4.493	1.571	6.283	20.191	2.467	39.478
0.001	3.097	0.780	4.254	9.591	0.609	18.101
0.01	2.883	0.272	3.963	8.312	0.074	15.708
0.1	2.836	0.087	2.956	8.044	0.007	8.739
1	1.001	0.027	1.675	1.002	0.001	2.806
10	0.317	0.009	1.456	0.100	0	2.119
100	0.100	0.003	1.432	0.010	0	2.049
1000	0.032	0.001	1.429	0.001	0	2.042
10000	0.010	0	1.429	0.000	0	2.042
20000	0.007	0	1.429	0	0	2.042
∞	0	0	1.429	0	0	2.042

Таблица 2

n	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
\bar{k}	1.429	1.404	1.380	1.357	1.335	1.314
$\bar{P}_{кр}$	2.042	1.971	1.904	1.841	1.782	1.728

3) Когда значение параметра \bar{B} стремится к бесконечности, упруго заземленная опора исчезает и левый край стержня становится свободным концом. Тогда длина стержня становится равной не l , а $(1+2n)l$.

4) При $\bar{B} \rightarrow \infty$ в первом случае левый край стержня свободен, а правый край лежит на шарнирной опоре. Во втором же случае оба конца стержня свободны. Поэтому в первых двух случаях при отсутствии промежуточных опор стержень превращается в механизм, и любое незначительное возмущение нарушает равновесие. В этих случаях критическая сила равна нулю.

5) В третьем случае при $\bar{B} \rightarrow \infty$ левый край стержня становится свободным, а правый остается жестко заземленным. Однако значение \bar{k} стремится не к $\pi/2$, а к $\pi/2(1+2n)$. Это является следствием того, что длина стержня уже равна не l , а $(1+2n)l$. В силу этого

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{4[(1+2n)l]^2}. \quad (3.3)$$

Институт механики НАН РА

Р. М. Киракосян, С. П. Степанян

Устойчивость стержня при наличии упруго защемленной опоры

Получены условия упруго защемленной опоры для задачи устойчивости стержня. Решаются три задачи. Считается, что стержень в одном краю имеет упруго защемленную опору, а другой его край шарнирно оперт, свободен или жестко защемлен. Исходя из анализа результатов решения делаются качественные заключения.

Ռ. Մ. Կիրակոսյան, Ս. Պ. Ստեփանյան

Ձողի կայունությունը առաձգական ամրակցման հենարանի առկայությամբ

Ստացվում են առաձգական ամրակցման հենարանի պայմանները ձողի կայունության խնդրի համար: Լուծվում են երեք խնդիրներ: Ընդունվում է, որ ձողը մի ծայրում ունի առաձգական ամրակցման հենարան, իսկ նրա մյուս ծայրը հողակապրեն հենված է, ազատ է, կամ կռշտ ամրակցված: Լուծման արդյունքների վերլուծության հիման վրա արվում են որակական եզրակացություններ:

R. M. Kirakosyan, S. P. Stepanyan

Stability of the Rod in the Presence of Elastic Clamped Support

Conditions for elastically clamped supports are obtained for the stability problem of the rod. Three problems are solved. It is considered that the rod has elastic jammed support at one end whereas its other end is hinged, free or rigidly clamped. Analyzing the results of the decisions qualitative conclusions are made.

Литература

1. *Киракосян Р. М.* - ДНАН РА. 2014. Т. 114. № 2. С. 101-107.
2. *Беляев Н.М.* Соппротивление материалов. М. Наука, 1976. 608 с.

УДК 621.38, 62.50

А. А. Гукасян

Кинематическое управление движением схвата двухзвенного упругого манипулятора

(Представлено академиком Ю. Л. Саркисяном 23/VI 2014)

Ключевые слова: *упругий манипулятор, кинематическое управление, оптимальное управление.*

Введение. При исследовании движений манипуляционных роботов и проектировании систем управления обычно используется механическая модель робота в виде системы абсолютно твердых тел (стержней), соединенных идеальными шарнирами. Однако при движении роботов в ряде случаев существенное значение имеет упругая податливость конструкции, которая влияет на качество выполняемых работ. Упругость конструкции манипулятора обусловлена различными факторами, которые можно разделить на две группы: упругая податливость соединительных узлов (шарниров) и упругость звеньев. Эффективное управление упругих роботов возможно только за счет разработки специальных режимов управления, учитывающих влияние упругих свойств манипулятора в процессе движения. Сказанное обуславливает актуальность научных исследований по кинематике, динамике и оптимизации режимов управления роботов с упругими свойствами [1-8]. В настоящей работе исследуется задача оптимального кинематического управления движением схвата двухзвенного упругого манипулятора по заданной нестационарной поверхности.

1. Описание объекта исследования. Механическая модель манипулятора состоит из подвижной платформы и механической руки со схватом (рис.1). Рука состоит из двух звеньев, соединенных шарниром O_2 . Первое звено соединено шарниром O_1 с платформой и является абсолютно твердым телом. Второе звено является упругим нерастяжимым стержнем, на конце которого расположен схват. Соединительные шарниры – идеально цилиндрические. Платформа (основания) манипулятора обеспечивает поворот механической руки относительно оси O_0Z_0 . Манипулятор имеет три степени подвижности. Для описания движений манипулятора введем инерциальную $O_0X_0Y_0Z_0$ и неинерциальные $O_1X_1Y_1Z_1, O_2X_2Y_2Z_2$ системы координат.

Введем обозначения: l_1 – длина первого звена, l_2 – длина второго звена, α_0 – угол между осями O_0X_0 и O_1X_1 (α_0 – угол поворота первого звена относительно оси O_0Z_0), α_1 – угол поворота первого звена относительно платформы, α_2 – угол между касательной O_2y к упругому звену O_2p в точке O_2 и первым звеном (α_2 – угол поворота второго упругого звена), $\mathbf{w}(t, \xi)$ – радиус-вектор упругой деформации точек нейтральной линии второго звена манипулятора в системе координат O_2xyz ($\xi \in [0, l_2]$), $\mathbf{R}_1(t, \xi)$ – радиус-вектор точек нейтральной линии второго звена относительно точки O_1 в момент времени t , а $\mathbf{R}(t, \xi)$ – радиус-вектор относительно точки O_0 .

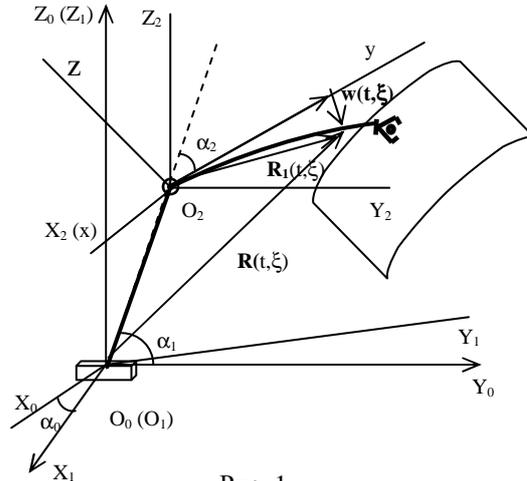


Рис. 1

2. Управление движением схвата упругого манипулятора по заданной поверхности. Пусть в пространстве задана нестационарная поверхность, которая описывается уравнением

$$g(q_1, q_2, q_3, t) = 0 \quad (2.1)$$

и при $t = t_0$ координаты схвата упругого манипулятора удовлетворяют уравнению поверхности. Требуется найти такие управляющие функции в виде обобщенных скоростей $u_i = \dot{\alpha}_i(\alpha, \mathbf{w}(t, l_2), \dot{\mathbf{w}}(t, l_2))$ ($i = 0, 1, 2$), которые по принципу обратной связи в зависимости от обобщенных координат и упругих свойств второго звена обеспечивают движение схвата по заданной поверхности (2.1) и минимизируют некоторый функционал, характеризующий качество управляемого процесса:

$$J = \Phi[u_0, u_1, u_2] \rightarrow \min_u \quad (2.2)$$

Для исследования поставленной задачи определим положение схвата упругого манипулятора и уравнение поверхности (2.1) в зависимости от обобщенных координат манипулятора и вектора упругих смещений схвата в инерциальной системе координат $O_0X_0Y_0Z_0$.

В рамках линейной теории упругих нерастяжимых стержней предполагаем, что компоненты вектора $\mathbf{w}(t, \xi) = (w_1(t, \xi), w_2(t, \xi), w_3(t, \xi))$ и их производные имеют следующие порядки малости [9, 10]

$$w_i(t, \xi) \sim \varepsilon, w'_i(t, \xi) \sim \varepsilon, \dot{w}_i(t, \xi) \sim \varepsilon \quad (i = 1, 3), \quad (2.3)$$

$$w_2(t, \xi) \sim \varepsilon^2, w_2'(t, \xi) \sim \varepsilon^2, \dot{w}_2(t, \xi) \sim \varepsilon^2,$$

где $\varepsilon \ll 1$ – малый параметр, $l_2 \sim 1$.

Здесь частные производные по ξ обозначены штрихом, а по t – точкой.

Поскольку некоторый класс манипуляционных роботов предназначен для выполнения более точных работ, то в рассматриваемом случае оставляем члены, порядок которых не превышает ε^2 .

Радиус-вектор $\mathbf{R}_1(t, \xi)$ в системе координат O_2xyz имеет следующий вид:

$$\mathbf{R}_1(t, \xi) = (w_1(t, \xi), \xi + w_2(t, \xi), w_3(t, \xi))^T. \quad (2.4)$$

Координаты точек нейтральной линии упругого звена в каждый момент времени относительно системы координат $O_2X_2Y_2Z_2$ можно определить с помощью матрицы перехода от системы O_2xyz к системе $O_2X_2Y_2Z_2$, следующим образом [10,11]:

$$\begin{pmatrix} X_2(t, \xi) \\ Y_2(t, \xi) \\ Z_2(t, \xi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_1 - \alpha_2) & -\sin(\alpha_1 - \alpha_2) \\ 0 & \sin(\alpha_1 - \alpha_2) & \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1(t, \xi) \\ \xi + w_2(t, \xi) \\ w_3(t, \xi) \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

Поскольку оси системы координат $O_2X_2Y_2Z_2$ и $O_1X_1Y_1Z_1$ параллельны, то координаты точек нейтральной линии второго звена в системе $O_1X_1Y_1Z_1$ равны

$$X_1(t, \xi) = w_1(t, \xi), \quad (2.6)$$

$$Y_1(t, \xi) = l_1 \cos \alpha_1 + \xi \cos(\alpha_1 - \alpha_2) + w_2(t, \xi) \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - w_3(t, \xi) \sin(\alpha_1 - \alpha_2),$$

$$Z_1(t, \xi) = l_1 \sin \alpha_1 + \xi \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + w_2(t, \xi) \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + w_3(t, \xi) \cos(\alpha_1 - \alpha_2).$$

Определяя матрицу перехода от системы $O_1X_1Y_1Z_1$ к инерциальной системе координат $O_0X_0Y_0Z_0$, можно получить координаты точек нейтральной линии второго упругого звена и схвата (при $\xi = l_2$) в инерциальной системе координат в виде

$$\mathbf{R}(t, \xi) = \begin{pmatrix} q_1(t, \xi) \\ q_2(t, \xi) \\ q_3(t, \xi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_0 & -\sin \alpha_0 & 0 \\ \sin \alpha_0 & \cos \alpha_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1(t, \xi) \\ Y_1(t, \xi) \\ Z_1(t, \xi) \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

или

$$\begin{aligned} q_1(t, \xi) &= w_1(t, \xi) \cos \alpha_0 - [l_1 \cos \alpha_1 + \xi \cos(\alpha_1 - \alpha_2) + \\ &\quad + w_2(t, \xi) \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - w_3(t, \xi) \sin(\alpha_1 - \alpha_2)] \sin \alpha_0, \\ q_2(t, \xi) &= w_1(t, \xi) \sin \alpha_0 + [l_1 \cos \alpha_1 + \xi \cos(\alpha_1 - \alpha_2) + \\ &\quad + w_2(t, \xi) \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - w_3(t, \xi) \sin(\alpha_1 - \alpha_2)] \cos \alpha_0, \\ q_3(t, \xi) &= l_1 \sin \alpha_1 + \xi \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + \\ &\quad + w_2(t, \xi) \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + w_3(t, \xi) \cos(\alpha_1 - \alpha_2). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Для определения управляющих параметров схвата манипулятора вычислим полные производные по времени функции (2.1) в силу (2.8) при $\xi = l_2$

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial g}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial g}{\partial t} = 0, \quad (2.9)$$

где

$$\begin{aligned} \dot{q}_i &= \sum_{j=0}^2 u_j f_{ij}(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) + f_i^*(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}(t, l_2)), \quad (i = 1, 2, 3), \\ u_j &= \dot{\alpha}_j \quad (j = 0, 1, 2). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Здесь функции $f_{ij}(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2))$ и $f_i^*(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}(t, l_2))$ ($i = 1, 2, 3; j = 0, 1, 2$) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} f_{10}(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) &= -w_1(t, l_2) \sin \alpha_0 - \cos \alpha_0 [l_1 \cos \alpha_1 + \\ &\quad + (l_2 + w_2(t, l_2)) \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - w_3(t, l_2) \sin(\alpha_1 - \alpha_2)], \\ f_{11}(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) &= [l_1 \sin \alpha_1 + (l_2 + w_2(t, l_2)) \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + \\ &\quad + w_3(t, l_2) \cos(\alpha_1 - \alpha_2)] \sin \alpha_0, \\ f_{12}(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) &= -[(l_2 + w_2(t, l_2)) \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + w_3(t, l_2) \cos(\alpha_1 - \alpha_2)] \sin \alpha_0, \\ f_1^*(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}(t, l_2)) &= \dot{w}_1(t, l_2) \cos \alpha_0 - [\dot{w}_2(t, l_2) \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - \\ &\quad - \dot{w}_3(t, l_2) \sin(\alpha_1 - \alpha_2)] \sin \alpha_0, \\ f_{20}(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) &= w_1(t, l_2) \cos \alpha_0 - \sin \alpha_0 [l_1 \cos \alpha_1 + \\ &\quad + (l_2 + w_2(t, l_2)) \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - w_3(t, l_2) \sin(\alpha_1 - \alpha_2)], \\ f_{21}(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) &= -[l_1 \sin \alpha_1 + (l_2 + w_2(t, l_2)) \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + \\ &\quad + w_3(t, l_2) \cos(\alpha_1 - \alpha_2)] \cos \alpha_0, \\ f_{22}(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) &= [(l_2 + w_2(t, l_2)) \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + w_3(t, l_2) \cos(\alpha_1 - \alpha_2)] \cos \alpha_0, \\ f_2^*(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}(t, l_2)) &= \dot{w}_1(t, l_2) \sin \alpha_0 + [\dot{w}_2(t, l_2) \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - \\ &\quad - \dot{w}_3(t, l_2) \sin(\alpha_1 - \alpha_2)] \cos \alpha_0, \\ f_{30}(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) &\equiv 0, \\ f_{31}(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) &= l_1 \cos \alpha_1 + (l_2 + w_2(t, l_2)) \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - \\ &\quad - w_3(t, l_2) \sin(\alpha_1 - \alpha_2), \\ f_{32}(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) &= -(l_2 + w_2(t, l_2)) \cos(\alpha_1 - \alpha_2) - w_3(t, l_2) \sin(\alpha_1 - \alpha_2), \\ f_3^*(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}(t, l_2)) &= \dot{w}_2(t, l_2) \sin(\alpha_1 - \alpha_2) + \dot{w}_3(t, l_2) \cos(\alpha_1 - \alpha_2). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Подставляя (2.10) в (2.9) с учетом (2.11), получим следующее линейное алгебраическое уравнение относительно управляющих функций u_j ($j = 0, 1, 2$):

$$\sum_{j=0}^2 u_j a_j(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) + b(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}(t, l_2)) + c(t) = 0, \quad (2.12)$$

где коэффициентами уравнения являются

$$\begin{aligned} a_j(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) &= \sum_{i=1}^3 \frac{\partial g}{\partial q_i} f_{ij}(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)), \\ b(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}(t, l_2)) &= \sum_{i=1}^3 \frac{\partial g}{\partial q_i} f_i^*(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}(t, l_2)), \quad c(t) = \frac{\partial g}{\partial t}, \quad (j = 0, 1, 2). \end{aligned} \quad (2.13)$$

Для определения оптимальной управляющей функции u_j^0 ($j = 1, 2, 3$) в качестве критерия оптимальности (2.2) возьмем квадратичный функционал

$$J = \sum_{j=0}^2 u_j^2 \rightarrow \min_u \quad (2.14)$$

и составим расширенный функционал \tilde{J}

$$\tilde{J} = \sum_{j=0}^2 u_j^2 + \lambda [\sum_{j=0}^3 u_j a_j(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) + b(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}(t, l_2)) + c(t)], \quad (2.15)$$

где λ – неопределенный коэффициент Лагранжа.

Из условия минимума функционала (2.15) по u_j ($j = 0, 1, 2$) следует, что

$$u_j^0 = -\frac{1}{2} \lambda a_j(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)). \quad (2.16)$$

Подставляя (2.16) в (2.12), определим коэффициент λ , следовательно и оптимальные управляющие функции, которые обеспечивают движение схвата по поверхности (2.1)

$$u_j^0 = -a_j(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) [b(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}(t, l_2)) + c(t)] [\sum_{i=0}^2 a_i^2(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2))]^{-1/2}, (j = 0, 1, 2). \quad (2.17)$$

Управляющие функции (2.17) зависят от обобщенных координат манипулятора, от компонентов вектора упругих смещений схвата и их производных по времени, а также от нестационарности программы.

Оптимально управляющие функции (2.17) с точностью ε^2 можно реализовать в системе управления в режиме обратной связи, с помощью измерительных устройств, которые в реальном масштабе времени измеряют и передают вычислительному устройству обобщенные координаты,

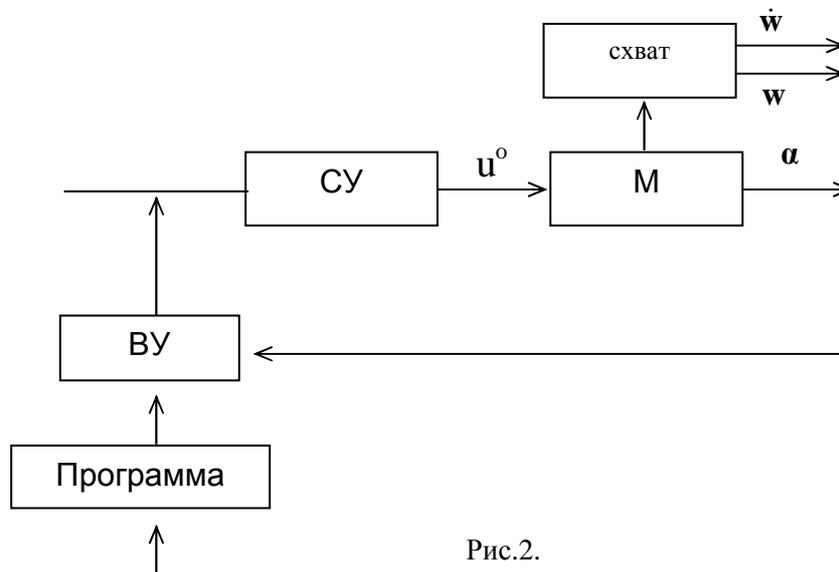


Рис.2.

компоненты вектора упругих смещений схвата и их производные (рис. 2).

3. Оптимальное управление схвата упругого манипулятора по поверхности с заданной скоростью. В рассматриваемом случае требуется определить управляющие функции, которые обеспечивают движение схвата

та упругого манипулятора (рис. 1) по поверхности (2.1) со скоростью $\mathbf{v}(t)$ и минимизируют функционал (2.14).

Компоненты вектора скорости движения схвата \dot{q}_i ($i=1,2,3$) в зависимости от управляющих параметров u_j ($j=0,1,2$) (обобщенных скоростей $\dot{\alpha}_j$, $j=0,1,2$), компонентов вектора упругих смещений схвата $w_i(t, l_2)$ и их производных по времени $\dot{w}_i(t, l_2)$ ($i=1,2,3$) определяются выражениями (2.10), (2.11).

Задачу определения оптимально управляющей функции u^o_j ($j=0,1,2$) здесь можно сформулировать следующим образом: обеспечить минимум функционала (2.14)

$$J = \sum_{j=0}^2 u_j^2 \rightarrow \min_u$$

при условиях

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^2 u_j a_j(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) + b(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}(t, l_2)) + c(t) &= 0, \\ \sum_{i=1}^3 \left[\sum_{j=0}^2 u_j f_{ij}(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) + f_i^*(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}(t, l_2)) \right]^2 &= v^2, \quad (\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2 = v^2), \end{aligned} \quad (3.1)$$

где коэффициенты $a_j(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2))$ ($j=0,1,2$), $b(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}(t, l_2))$, $c(t)$ определяются из (2.13), а функции $f_{ij}(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2))$, $f_i^*(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}(t, l_2))$ ($i=1,2,3$) – из (2.11).

Для сформулированных задач (3.1) из условий минимума расширенного функционала по u_j ($j=0,1,2$)

$$\begin{aligned} \tilde{J} &= \sum_{j=0}^2 u_j^2 + \lambda_1 \left[\sum_{j=0}^2 u_j a_j(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) + b(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}(t, l_2)) + c(t) \right] + \\ &+ \lambda_2 \left[\sum_{i=1}^3 \left[\sum_{j=0}^2 u_j f_{ij}(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) + f_i^*(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}(t, l_2)) \right]^2 - v^2 \right], \end{aligned} \quad (3.2)$$

где λ_1, λ_2 – неопределенные множители Лагранжа, получим систему алгебраических уравнений относительно управляющей функции u_j ($j=0,1,2$) в виде

$$\begin{aligned} u_0 \left[1 + \left(\sum_{i=1}^3 f_{i0}^2(\cdot) \lambda_2 \right) \right] + u_1 \left(\sum_{i=1}^3 f_{i0}(\cdot) f_{i1}(\cdot) \lambda_2 \right) + u_2 \left(\sum_{i=1}^3 f_{i0}(\cdot) f_{i2}(\cdot) \lambda_2 \right) &= \\ = -\frac{1}{2} \lambda_1 a_0(\cdot) - \lambda_2 \left(\sum_{i=1}^3 f_i^*(\cdot) f_{i0}(\cdot) \right), \\ u_0 \left(\sum_{i=1}^3 f_{i0}(\cdot) f_{i1}(\cdot) \lambda_2 \right) + u_1 \left[1 + \left(\sum_{i=1}^3 f_{i1}^2(\cdot) \lambda_2 \right) \right] + u_2 \left(\sum_{i=1}^3 f_{i1}(\cdot) f_{i2}(\cdot) \lambda_2 \right) &= \\ = -\frac{1}{2} \lambda_1 a_1(\cdot) - \lambda_2 \left(\sum_{i=1}^3 f_i^*(\cdot) f_{i1}(\cdot) \right), \quad (3.3) \\ u_0 \left(\sum_{i=1}^3 f_{i0}(\cdot) f_{i2}(\cdot) \lambda_2 \right) + u_1 \left(\sum_{i=1}^3 f_{i1}(\cdot) f_{i2}(\cdot) \lambda_2 \right) + u_2 \left[1 + \left(\sum_{i=1}^3 f_{i2}^2(\cdot) \lambda_2 \right) \right] &= \\ = -\frac{1}{2} \lambda_1 a_2(\cdot) - \lambda_2 \left(\sum_{i=1}^3 f_i^*(\cdot) f_{i2}(\cdot) \right), \end{aligned}$$

где символом (\cdot) обозначены аргументы соответствующих функций.

Решая систему (3.3) относительно u_j ($j=0,1,2$), получим управляющие функции в зависимости от обобщенных координат, компонентов вектора упругих смещений и их производных, а также от неопределенных множителей Лагранжа λ_1, λ_2

$$u_j = u_j(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2), \dot{\mathbf{w}}(t, l_2), \lambda_1, \lambda_2, t) \quad (j=0,1,2) \quad (3.4)$$

Далее, подставляя выражение (3.4) в (3.1), получим систему алгебраических уравнений относительно λ_1, λ_2 . Определяя λ_1, λ_2 и подставляя в (3.4), найдем оптимальные управляющие функции

$$u_j^0 = u_j^0(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2), \dot{\mathbf{w}}(t, l_2), \mathbf{v}, t), \quad (j=0,1,2), \quad (3.5)$$

которые могут обеспечивать движение схвата упругого манипулятора по поверхности (2.1) со скоростью $\mathbf{v}(t)$.

Рассмотрим частный случай, когда требуется обеспечивать движение схвата упругого манипулятора по поверхности (2.1) с минимизацией функционала (2.2) при заданной одним из компонентов вектора скорости схвата $\mathbf{v}(v_1, v_2, v_3)$. Для определенности, не нарушая общности, предполагаем, что $v_3 = f(t)$.

Условия (3.1) для рассматриваемого случая имеют вид

$$\sum_{j=0}^2 u_j \tilde{a}_j(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) + \tilde{b}(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}) + \tilde{c}(t) = 0, \quad (3.6)$$

где

$$\tilde{a}_j = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial g}{\partial q_i} f_{ij}(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)),$$

$$\tilde{b}(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}) = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial g}{\partial q_i} f_i^*(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}), \tilde{c}(t) = \frac{\partial g}{\partial t} + \frac{\partial g}{\partial q_3} f(t)$$

(функции $f_{ij}(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2))$, $f_i^*(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}})$ определяются из (2.11)).

Минимум расширенного функционала

$$\tilde{J} = \sum_{j=0}^2 u_j^2 + \mu \left[\sum_{j=0}^2 u_j \tilde{a}_j(\mathbf{a}, \mathbf{w}) + \tilde{b}(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}) + \tilde{c}(t) \right] \quad (3.7)$$

достигается при

$$u_j = -\frac{1}{2} \mu \tilde{a}_j(\mathbf{a}, \mathbf{w}), \quad (j=0,1,2). \quad (3.8)$$

Подставляя (3.8) в (3.6), определим коэффициент Лагранжа в виде

$$\mu = 2 \left[\tilde{b}(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}) + \tilde{c}(t) \right] / \sum_{j=0}^2 \left[\tilde{a}_j(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) \right]^2,$$

следовательно, и оптимально управляющие функции

$$u_j^0 = -\tilde{a}_j(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) \left[\tilde{b}(\mathbf{a}, \dot{\mathbf{w}}) + \tilde{c}(t) \right] / \sum_{j=0}^2 \left[\tilde{a}_j(\mathbf{a}, \mathbf{w}(t, l_2)) \right]^2, \quad (j=0,1,2). \quad (3.9)$$

Итак, для рассматриваемого частного случая определены оптимально управляющие функции в зависимости от обобщенных координат, компонентов вектора упругих смещений и их производных, а также от заданной

функции изменения компонента вектора скорости схвата $v_3 = f(t)$. Управление (3.9) можно реализовать в рамках схемы рис.2.

Заключение. Приведены описание модели манипулятора с тремя степенями подвижности и кинематические уравнения движений схвата, в предположении, что второе звено является нерастяжимым упругим стержнем. Сформулированы и методом неопределенных множителей Лагранжа исследованы задачи кинематического оптимального управления движением схвата по заданной нестационарной поверхности. В качестве критерия оптимальности выбран квадратический функционал. Получены аналитические выражения для оптимально управляющей функции, которые можно реализовать в рамках приведенной схемы управления. При заданной скорости движения схвата упругого манипулятора в общем случае приводится описание алгоритмов оптимального управления, которые в каждом случае можно реализовать с применением вычислительных методов. В связи с ограничением объема статьи численные результаты исследования здесь не приводятся. В дальнейших исследованиях по оптимальному кинематическому управлению манипуляторов будут учтены также упругие свойства соединительных узлов.

Институт механики НАН РА

А. А. Гукасян

Кинематическое управление движением схвата двухзвенного упругого манипулятора

Исследуется задача кинематического управления движением схвата двухзвенного упругого манипулятора по заданной нестационарной поверхности с минимизацией квадратичного функционала. Методом неопределенных множителей Лагранжа в рамках линейной теории упругости определены оптимально управляющие функции в виде обобщенных скоростей. Определены также управляющие функции, обеспечивающие оптимальное движение схвата по поверхности с заданной скоростью.

Ա. Ա. Ղուկասյան

Առաձգական երկօղակ մանիպուլյատորի բռնիչի կինեմատիկական կառավարում

Հետազոտվում է երկօղակ առաձգական մանիպուլյատորի բռնիչի կինեմատիկական ղեկավարման խնդիրը՝ տրված ոչ ստացիոնար մակերևույթով, մինիմիզացնելով քառակուսային ֆունկցիոնալ: Լագրանժի անորոշ գործակիցների մեթոդով առաձգականության գծային տեսության սահմաններում որոշված են օպտիմալ ղեկավարող ֆունկցիաները՝ որպես ընդհանրացված արագություններ: Որոշված են նաև ղեկավարող ֆունկցիաները, որոնք ապահովում են բռնիչի օպտիմալ շարժումը մակերևույթով տրված արագությամբ:

A. A. Ghukasyan

**On Kinematic Control of Elastic Two-Link Manipulator
Clamp Motion**

The problem of kinematic control of elastic two-link manipulator clamp motion on the given nonstationary surface with minimization of a quadratic functional is investigated. Using the method of Lagrange undetermined multipliers in the framework of linear elasticity theory the optimal operating functions in terms of generalized velocities are determined. The operating functions providing the optimal clamp motion at surface with given velocities have been also determined.

Литература

1. Черноусько Ф. Л., Градецкий В. Г., Болотник Н. Н. Манипуляционные роботы. М. Наука. 1989. 363 с.
2. Акуленко Л. Д., Гукасян А. А. – Изв. АН СССР. МТТ. 1983. № 5. С. 33-41.
3. Градецкий В. Г., Гукасян А. А., Грудев А. И., Черноусько Ф. Л. – Изв. АН СССР. МТТ. 1985. №3. С. 63-71.
4. Болотник Н. Н., Гукасян А. А. – Изв. АН СССР. МТТ. 1984. № 4. С. 38-46.
5. Гукасян А. А. – Изв. НАН РА. Механика. 2002. № 3. С. 79-87.
6. Акуленко Л. Д., Болотник Н. Н. – ПММ. 1982. Т. 46. Вып. 4. С. 587-595.
7. Гукасян А. А., Мачкалян Р. Н. – Изв. НАН РА. Механика. 2007. Т. 60. № 3. С. 62-67.
8. Мачкалян Р. Н. – АГПИУ. Ученые записки. 2005. № 2. С. 13-19.
9. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости. М. Наука. 1979. 560 с.
10. Лурье А. И. Аналитическая механика. М. Наука. 1961.
11. Зенкевич С. Л., Ющенко А. С. Основы управления манипуляционными роботами. М. Изд. МГТУ им. Н.Э.Баумана. 2004. 478 с.

мент времени, и наследуемой составляющей деформаций и изгиб-кручений.

Основные уравнения плоской задачи (в области прямоугольника $0 \leq x_1 \leq a, -h \leq x_3$) микрополярной теории вязкоупругости с независимыми полями перемещений и вращений имеют вид (считаем, что процессы деформаций настолько медленные, что инерционными членами в уравнениях движения можно пренебречь, т.е. будем считать, что рассматриваемая задача квазистатическая):

Уравнения равновесия

$$\frac{\partial \sigma_{11}(t)}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{31}(t)}{\partial x_3} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{13}(t)}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{33}(t)}{\partial x_3} = 0,$$

$$\frac{\partial \mu_{12}(t)}{\partial x_1} + \frac{\partial \mu_{32}(t)}{\partial x_3} - (\sigma_{13}(t) - \sigma_{31}(t)) = 0,$$

Физические соотношения

$$\gamma_{11}(t) = \frac{\sigma_{11}(t)}{E} - \frac{\nu}{E} \sigma_{33}(t) + \int_{-\infty}^t [P_{11}(t-\tau) \cdot \sigma_{11}(\tau) + P_{12}(t-\tau) \cdot \sigma_{33}(\tau)] d\tau,$$

$$\gamma_{33}(t) = \frac{\sigma_{33}(t)}{E} - \frac{\nu}{E} \sigma_{11}(t) + \int_{-\infty}^t [P_{12}(t-\tau) \cdot \sigma_{11}(\tau) + P_{11}(t-\tau) \cdot \sigma_{33}(\tau)] d\tau,$$

$$\gamma_{13}(t) = \frac{\mu + \alpha}{4\mu\alpha} \sigma_{13}(t) - \frac{\mu - \alpha}{4\mu\alpha} \sigma_{31}(t) + \int_{-\infty}^t [P_{13}(t-\tau) \cdot \sigma_{13}(\tau) + P_{31}(t-\tau) \cdot \sigma_{31}(\tau)] d\tau, \quad (1.2)$$

$$\gamma_{31}(t) = \frac{\mu + \alpha}{4\mu\alpha} \sigma_{31}(t) - \frac{\mu - \alpha}{4\mu\alpha} \sigma_{13}(t) + \int_{-\infty}^t [P_{31}(t-\tau) \cdot \sigma_{31}(\tau) + P_{13}(t-\tau) \cdot \sigma_{13}(\tau)] d\tau,$$

$$\chi_{32}(t) = \frac{1}{B} \mu_{32}(t) + \int_{-\infty}^t P(t-\tau) \cdot \mu_{32}(\tau) d\tau, \quad \chi_{12}(t) = \frac{1}{B} \mu_{12}(t) + \int_{-\infty}^t P(t-\tau) \cdot \mu_{12}(\tau) d\tau,$$

Для обратной связи будем иметь

$$\sigma_{11}(t) = \frac{E}{1-\nu^2} \gamma_{11}(t) + \frac{E\nu}{1-\nu^2} \gamma_{33}(t) + \int_{-\infty}^t [R_{11}(t-\tau) \gamma_{11}(\tau) + R_{12}(t-\tau) \gamma_{33}(\tau)] d\tau,$$

$$\sigma_{33}(t) = \frac{E}{1-\nu^2} \gamma_{33}(t) + \frac{E\nu}{1-\nu^2} \gamma_{11}(t) + \int_{-\infty}^t [R_{12}(t-\tau) \gamma_{11}(\tau) + R_{11}(t-\tau) \gamma_{33}(\tau)] d\tau,$$

$$\sigma_{13}(t) = (\mu + \alpha) \gamma_{13}(t) + (\mu - \alpha) \gamma_{31}(t) + \int_{-\infty}^t [R_{13}(t-\tau) \gamma_{13}(\tau) + R_{31}(t-\tau) \gamma_{31}(\tau)] d\tau, \quad (1.2)'$$

$$\sigma_{31}(t) = (\mu + \alpha) \gamma_{31}(t) + (\mu - \alpha) \gamma_{13}(t) + \int_{-\infty}^t [R_{31}(t-\tau) \gamma_{13}(\tau) + R_{13}(t-\tau) \gamma_{31}(\tau)] d\tau,$$

$$\mu_{12}(t) = B \cdot \chi_{12}(t) + \int_{-\infty}^t Q(t-\tau) \chi_{12}(\tau) d\tau, \quad \mu_{32}(t) = B \cdot \chi_{32}(t) + \int_{-\infty}^t Q(t-\tau) \chi_{32}(\tau) d\tau.$$

Геометрические соотношения

$$\begin{aligned} \gamma_{11}(t) &= \frac{\partial V_1(t)}{\partial x_1}, \quad \gamma_{33}(t) = \frac{\partial V_3(t)}{\partial x_3}, \quad \gamma_{13}(t) = \frac{\partial V_3(t)}{\partial x_1} - \omega_2, \quad \gamma_{31}(t) = \frac{\partial V_1(t)}{\partial x_3} - \omega_2, \\ \chi_{32}(t) &= \frac{\partial \omega_2(t)}{\partial x_3}, \quad \chi_{12}(t) = \frac{\partial \omega_2(t)}{\partial x_1}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь, $\sigma_{11}, \sigma_{33}, \sigma_{31}, \sigma_{13}$ – компоненты силовых напряжений; μ_{12}, μ_{32} – компоненты моментных напряжений; $\gamma_{11}, \gamma_{33}, \gamma_{31}, \gamma_{13}$ – компоненты деформации; χ_{12}, χ_{32} – компоненты изгиб-кручений; V_1, V_3 – перемещения; ω_2 – свободный поворот точек прямоугольника вокруг оси x_2 ; E, ν, μ, α, B – упругие постоянные в данный момент времени; $P_{11}(t-\tau), P_{12}(t-\tau), P_{13}(t-\tau), P_{31}(t-\tau), \tilde{P}(t-\tau)$ – ядра ползучести; $R_{11}(t-\tau), R_{12}(t-\tau), R_{13}(t-\tau), R_{31}(t-\tau), Q(t-\tau)$ – ядра релаксации микрополярного материала. Значения как упругих постоянных, так и ядра ползучести или релаксации микрополярного вязкоупругого тела должны определяться на основе экспериментальных исследований (с использованием при этом результатов численного анализа соответствующих прикладных моделей деформации вязкоупругих микрополярных тонких балок, пластин и оболочек). В связи с этим отметим, что для определения упругих констант микрополярных материалов в настоящее время были сделаны определенные опыты (см., например, работу [9]), но в наследственной теории микрополярных материалов, насколько нам известно, опытов не проводилось. В этой работе подход чисто теоретический, в то же время эта важная, с нашей точки зрения, проблема ставится перед экспериментаторами.

К основным уравнениям (1.1)-(1.3) плоской задачи микрополярной вязкоупругости необходимо присоединить соответствующие граничные условия (рассмотрим антисимметричную по координате x_3 задачу, т.е. задачу изгиба прямоугольника).

На лицевых линиях прямоугольника $x_3 = \pm h$ будем считать заданными напряжения

$$\sigma_{31}|_{x_3=\pm h} = p_1, \quad \sigma_{33}|_{x_3=\pm h} = \pm p_3, \quad \mu_{32}|_{x_3=\pm h} = \pm m_2, \quad (1.4)$$

а на краевых кромках прямоугольника $x_1 = 0, x_1 = a$ примем следующие основные варианты граничных условий плоской задачи микрополярной теории упругости: а) когда заданы напряжения, б) когда эти кромки зашпелены, в) когда заданы такие граничные условия, которые для прикладной теории изгиба адекватны шарнирному опиранию.

2. Прикладная модель изгиба микрополярных вязкоупругих балок. Метод гипотез построения прикладных теорий микрополярных упругих тонких пластин и оболочек развит в работах [10-12]. В работе [12] сформулированы гипотезы, исходящие из качественных свойств асимптотического решения краевой задачи плоской микрополярной теории упругости в тонкой прямоугольной области [13], и построена математическая

модель изгиба микрополярных упругих тонких балок с независимыми полями перемещений и вращений.

За основу построения прикладной модели микрополярных вязкоупругих тонких балок примем кинематические и статические гипотезы работы [12]. Для перемещений и свободного поворота имеем

$$V_1 = x_3 \cdot \psi(x_1, t), \quad V_3 = w(x_1, t), \quad \omega_2 = \Omega_2(x_1, t). \quad (2.1)$$

Для деформаций, изгибов-кручений будем иметь следующие формулы:

$$\begin{aligned} \gamma_{11}(x_1, x_3, t) &= x_3 \cdot K_{11}(x_1, t), \quad \gamma_{33}(x_1, x_3, t) = 0, \\ \gamma_{13}(x_1, x_3, t) &= \Gamma_{13}(x_1, t), \quad \gamma_{31}(x_1, x_3, t) = \Gamma_{31}(x_1, t), \\ \chi_{12}(x_1, x_3, t) &= k_{12}(x_1, t), \quad \chi_{32}(x_1, x_3, t) = 0, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где

$$\begin{aligned} K_{11} &= \frac{\partial \psi_1(x_1, t)}{\partial x_1}, \quad \Gamma_{13} = \frac{\partial w_1(x_1, t)}{\partial x_1} + \Omega_2(x_1, t), \\ \Gamma_{31} &= \psi_1(x_1, t) - \Omega_2(x_1, t), \quad k_{12} = \frac{\partial \Omega_2(x_1, t)}{\partial x_1}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

С другой стороны,

$$\begin{aligned} \gamma_{11}(t) &= \frac{\sigma_{11}(t)}{E} + \int_{-\infty}^t P_{11}(t-\tau) \sigma_{11}(\tau) d\tau, \\ \gamma_{13}(t) &= \frac{\mu + \alpha}{4\mu\alpha} \sigma_{13}(t) - \frac{\mu - \alpha}{4\mu\alpha} \sigma_{31}(t) + \int_{-\infty}^t [P_{13}(t-\tau) \sigma_{13}(\tau) + P_{31}(t-\tau) \sigma_{31}(\tau)] d\tau, \\ \gamma_{31}(t) &= \frac{\mu + \alpha}{4\mu\alpha} \sigma_{31}(t) - \frac{\mu - \alpha}{4\mu\alpha} \sigma_{13}(t) + \int_{-\infty}^t [P_{31}(t-\tau) \sigma_{13}(\tau) + P_{13}(t-\tau) \sigma_{31}(\tau)] d\tau, \\ \chi_{12}(t) &= \frac{1}{B} \mu_{12}(t) + \int_{-\infty}^t \tilde{P}(t-\tau) \mu_{12}(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Отсюда

$$\begin{aligned} \sigma_{11}(t) &= E\gamma_{11}(t) + \int_{-\infty}^t R_{11}(t-\tau) \gamma_{11}(\tau) d\tau, \\ \sigma_{13}(t) &= (\mu + \alpha)\gamma_{13}(t) + (\mu - \alpha)\gamma_{31}(t) + \int_{-\infty}^t [R_{13}(t-\tau) \gamma_{13}(\tau) + R_{31}(t-\tau) \gamma_{31}(\tau)] d\tau, \\ \sigma_{31}(t) &= (\mu + \alpha)\gamma_{31}(t) + (\mu - \alpha)\gamma_{13}(t) + \int_{-\infty}^t [R_{13}(t-\tau) \gamma_{31}(\tau) + R_{31}(t-\tau) \gamma_{13}(\tau)] d\tau, \\ \mu_{12}(t) &= Bk_{12}(t) + \int_{-\infty}^t Q(t-\tau) k_{12}(\tau) d\tau. \end{aligned}$$

Для силовых и моментных напряжений при помощи формул (1.2), (2.2) окончательно будем иметь

$$\begin{aligned}
\sigma_{11}(x_1, x_3, t) &= x_3 \left\{ E \cdot K_{11}(x_1, t) + \int_{-\infty}^t R_{11}(t-\tau) K_{11}(x_1, \tau) d\tau \right\}, \\
\sigma_{13}(x_1, x_3, t) &= (\mu + \alpha) \Gamma_{13}(x_1, t) + (\mu - \alpha) \Gamma_{31}(x_1, t) + \\
&+ \int_{-\infty}^t [R_{13}(t-\tau) \Gamma_{13}(x_1, \tau) + R_{31}(t-\tau) \Gamma_{31}(x_1, \tau)] d\tau, \\
\sigma_{31}(x_1, x_3, t) &= (\mu + \alpha) \Gamma_{31}(x_1, t) + (\mu - \alpha) \Gamma_{13}(x_1, t) + \\
&+ \int_{-\infty}^t [R_{13}(t-\tau) \Gamma_{31}(x_1, \tau) + R_{31}(t-\tau) \Gamma_{13}(x_1, \tau)] d\tau, \\
\sigma_{31}(x_1, x_3, t) &= \sigma_{31}^0(x_1, t) + \left(\frac{h^2}{6} - \frac{x_3^2}{2} \right) \frac{\partial \sigma_{11}^1(x_1, t)}{\partial x_1}, \\
\sigma_{33} &= x_3 \cdot \left(\frac{d\sigma_{13}}{dx_1} \right) = x_3 \cdot \frac{p_3(x_1, t)}{h}, \\
\mu_{12}^0(x_1, x_3, t) &= B k_{12}(x_1, t) + B \int_0^t Q(t-\tau) k_{12}(x_1, \tau) d\tau, \\
\mu_{32}(x_1, x_3, t) &= -x_3 \cdot \left[\frac{\partial \mu_{12}^1(x_1, t)}{\partial x_1} + \left(\sigma_{31}^0(x_1, t) - \sigma_{13}(x_1, t) \right) \right] = x_3 \cdot \frac{m_2(x_1, t)}{h}.
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Здесь $\sigma_{11}^1(x_1, t)$ представляет собой выражение в скобках (коэффициент при координате x_3) для силового напряжения σ_{11} (формула (2.5)).

Усилия и моменты, действующие на единицы ширины сечения элемента пластинки, будут:

$$N_{13} = \int_{-h}^h \sigma_{13} dx_3, \quad N_{31} = \int_{-h}^h \sigma_{31} dx_3, \quad M_{11} = \int_{-h}^h \sigma_{11} \cdot x_3 dx_3, \quad L_{12} = \int_{-h}^h \mu_{12} dx_3. \tag{2.6}$$

Подставив (2.5) в (2.6), для усилий и моментов получим

$$\begin{aligned}
N_{13} &= 2h(\mu + \alpha) \Gamma_{13}(x_1, t) + 2h(\mu - \alpha) \Gamma_{31}(x_1, t) + \\
&+ \int_{-\infty}^t \tilde{R}_{13}(t-\tau) \Gamma_{13}(x_1, \tau) + \tilde{R}_{31}(t-\tau) \Gamma_{31}(x_1, \tau) d\tau, \\
N_{31} &= 2h(\mu + \alpha) \Gamma_{31}(x_1, t) + 2h(\mu - \alpha) \Gamma_{13}(x_1, t) + \\
&+ \int_{-\infty}^t \tilde{R}_{13}(t-\tau) \Gamma_{31}(x_1, \tau) + \tilde{R}_{31}(t-\tau) \Gamma_{13}(x_1, \tau) d\tau, \\
M_{11} &= \frac{2Eh^3}{3} K_{11}(x_1, t) + \int_{-\infty}^t \tilde{R}_{11}(t-\tau) K_{11}(x_1, \tau) d\tau,
\end{aligned} \tag{2.7}$$

$$L_{12} = 2Rh \cdot k_{12}(x_1, t) + \int_{-\infty}^t \tilde{Q}(t-\tau)k_{12}(x_1, \tau) d\tau,$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{13}(t-\tau) &= \int_{-h}^h R_{13}(t-\tau) dx_3, & \tilde{R}_{31}(t-\tau) &= \int_{-h}^h R_{31}(t-\tau) dx_3, \\ \tilde{R}_{11}(t-\tau) &= \int_{-h}^h R_{11}(t-\tau) \cdot x_3 dx_3, & \tilde{Q}(t-\tau) &= \int_{-h}^h Q(t-\tau) dx_3. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Если сделаем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} I_{11}K_{11} &= \int_{-\infty}^t \tilde{R}_{11}(t-\tau)K_{11}(x_1, \tau) d\tau, & I_{13}\Gamma_{13} &= \int_{-\infty}^t \tilde{R}_{13}(t-\tau)\Gamma_{13}(x_1, \tau) d\tau, \\ I_{31}\Gamma_{31} &= \int_{-\infty}^t \tilde{R}_{31}(t-\tau)\Gamma_{31}(x_1, \tau) dx_3, & Ik_{12} &= \int_{-\infty}^t \tilde{Q}(t-\tau)k_{12}(x_1, \tau) d\tau, \end{aligned} \quad (2.9)$$

то физические соотношения (2.7) можем представить в более компактной форме

$$\begin{aligned} N_{13} &= 2h(\mu + \alpha)\Gamma_{13} + 2h(\mu - \alpha)\Gamma_{31} + I_{13}\Gamma_{13} + I_{31}\Gamma_{31}, \\ N_{31} &= 2h(\mu + \alpha)\Gamma_{31} + 2h(\mu - \alpha)\Gamma_{13} + I_{13}\Gamma_{31} + I_{31}\Gamma_{13}, \\ M_{11} &= \frac{2Eh^3}{3}K_{11} + I_{11}K_{11}, & L_{12} &= 2Rh \cdot k_{12} + Ik_{12}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

На основании (2.5), удовлетворяя всем граничным условиям (1.4) на лицевых линиях $x_3 = \pm h$, учитывая формулы (2.6), приходим к следующим уравнениям равновесия:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{13}}{\partial x_1} &= -2p_3, & N_{31} - \frac{\partial M_{11}}{\partial x_1} &= 2hp_1, \\ \frac{\partial L_{12}}{\partial x_1} &+ N_{31} - N_{13} &= -2m_2. \end{aligned} \quad (2.11)$$

К уравнениям (2.11), (2.9), (2.3) следует присоединить соответствующие граничные условия при $x_1 = 0$ и $x_1 = a$:

$$N_{13} = N_{13}^* \text{ или } w = w^*, \quad M_{11} = M_{11}^* \text{ или } \psi_1 = \psi_1^*, \quad L_{12} = L_{12}^* \text{ или } \Omega_2 = \Omega_2^*. \quad (2.12)$$

Таким образом, системой уравнений (2.11), (2.10), (2.3) и граничных условий (2.12) построена прикладная математическая модель наследственной теории микрополярных упругих тонких балок.

Для решения конкретных задач, как в классическом случае [1-6], необходимо наперед задавать упругие постоянные в данный момент и ядра ползучести или ядра релакции данного микрополярного материала.

Так как операция интегрирования по пространственным координатам идентична классическому случаю, то следует пользоваться простым правилом построения решения задачи теории микрополярной вязкоупругости, которое называется принципом Вольтерра. Принцип заключается в том, что решение задачи для микрополярного вязкоупругого тела, когда граничные условия не зависят от модулей упругости, может быть получено

так же, как решение аналогичной задачи для микрополярно-упругого тела, если в процессе решения с интегральными операторами обращаться как с упругими постоянными. Обычно, применив по времени t преобразование Лапласа (либо Лапласа–Карсона) к уравнениям (2.11), (2.10), (2.3), для изображений перемещений, деформаций, изгибов-кручений, усредненных усилий и моментов, получим уравнения равновесия, соотношения упругости, геометрические соотношения прикладной теории изгиба микрополярных упругих тонких балок работы [12]. Решая эту граничную задачу методом работы [12], решение исходной задачи (2.11), (2.10), (2.3) можно получить, обратившись к решению в изображениях. В случае, когда нахождение оригинала по известному изображению связано с большими математическими трудностями, их можно преодолеть, например, с помощью метода аппроксимаций [14].

¹ Институт механики НАН РА

² Гюмрийский государственный педагогический институт им. М.Налбандяна

**Академик С. А. Амбарцумян,
член-корреспондент НАН РА С. О. Саркисян**

Основные уравнения плоской задачи наследственной теории для микрополярных материалов и построение прикладной наследственной теории изгиба микрополярных балок

Развивается наследственная теория (в плоском случае) для микрополярных материалов. На базе основных уравнений этой теории и на основе метода гипотез построена прикладная наследственная теория изгиба микрополярных балок.

**Ակադեմիկոս Ս. Ա. Համբարձումյան,
ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Ս. Ն. Սարգսյան**

Միկրոպոլյար նյութերի համար ժառանգականության տեսության հարթ խնդրի հիմնական հավասարումները և միկրոպոլյար հեծանի ծովան ժառանգականության կիրառական տեսության կառուցումը

Աշխատանքում զարգացվում է միկրոպոլյար նյութերի ժառանգականության տեսությունը (հարթ դեպքում): Այս տեսության հիմնական հավասարումների հենքի վրա և վարկածների մեթոդի հիման վրա կառուցվում է միկրոպոլյար հեծանի ծովան ժառանգականության կիրառական տեսությունը:

**Academician S. A. Hambardzumyan,
corresponding member of NAS RA S. H. Sargsyan**

**Fundamental Equations of the Plane Problem of the Genetic Theory for
Micropolar Materials and the Construction of Applied Genetic Bending
Theory of Micropolar Beams**

Genetic theory is developed for micropolar materials (in case of the plane problem). On the basis of the fundamental equations of this theory and hypotheses method applied genetic theory of micropolar beams bending is constructed.

Литература

1. *Арутюнян Н. Х.* Некоторые вопросы теории ползучести. М. ГИТТЛ. 1952. 324 с.
2. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. М. Наука. 1966. 752 с.
3. *Ржаницин А. Р.* Теория ползучести. М. Стройиздат. 1968. 416 с.
4. *Ильюшин А. А., Победря Б. Е.* Основы математической теории термовязкоупругости. М. Наука. 1970. 280 с.
5. *Москвитин В. В.* Сопротивление вязкоупругих материалов. М. Наука. 1973.
6. *Колтунов М.А., Майборода В. П., Зубчанинов В.Г.* Прочностные расчеты изделий из полимерных материалов. М. Машиностроение. 1983. 239с.
7. *Ломакин В. А., Савова Л. Н.* - Механика полимеров. 1967. № 2. С. 213-220.
8. *Новацкий В.* Теория упругости. М. Мир. 1975. 862 с.
9. *Lakes R. S.* In: Continuum models for materials with micro-structure/ Ed. Ву Н. Muhlhaus. N.Y. Wile. 1995. P. 1-22.
10. *Амбарцумян С. А., Белубекян М. В.* Прикладная микрополярная теория упругих оболочек. Ереван. Изд-во "Гитутюн" НАН РА. 2010. 136 с.
11. *Амбарцумян С. А.* Микрополярная теория оболочек и пластин. Ереван. Изд-во "Гитутюн" НАН РА. 2013. 222 с.
12. *Sargsyan S. H.* - Materials Science and Engineering. 2012. V. 2. N 1. P. 98-108.
13. *Саркисян С. О.* - Изв. высш. учеб. заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. 2012. N 5. С. 31-37.
14. *Ильюшин А. А.* - Механика полиномов. 1968. № 6. С. 210-221.

$$\begin{aligned}
& -\frac{h^2}{3} \left((\mu + \alpha) \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x_2^2} + (\mu - \alpha) \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x_1 \partial x_2} + 2\alpha \frac{\partial \iota}{\partial x_2} \right) = 0, \\
& (\mu - \alpha) \frac{\partial w}{\partial x_2} + (\mu + \alpha) \Psi_2 + 2\alpha \Omega_1 - \frac{Eh^2}{3(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x_2^2} + \nu \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x_1 \partial x_2} \right) - \\
& -\frac{h^2}{3} \left((\mu + \alpha) \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x_1^2} + (\mu - \alpha) \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x_1 \partial x_2} - 2\alpha \frac{\partial \iota}{\partial x_1} \right) = 0, \quad (1.1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (\beta + 2\gamma) \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial x_1^2} + (\gamma + \varepsilon) \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial x_2^2} + (\beta + \gamma - \varepsilon) \frac{\partial^2 \Omega_2}{\partial x_1 \partial x_2} + 2\alpha \left(\frac{\partial w}{\partial x_2} - 2\Omega_1 - \Psi_2 \right) + \beta \frac{\partial \iota}{\partial x_1} = 0, \\
& (\beta + 2\gamma) \frac{\partial^2 \Omega_2}{\partial x_2^2} + (\gamma + \varepsilon) \frac{\partial^2 \Omega_2}{\partial x_1^2} + (\beta + \gamma - \varepsilon) \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial x_1 \partial x_2} - 2\alpha \left(\frac{\partial w}{\partial x_1} + 2\Omega_2 - \Psi_1 \right) + \beta \frac{\partial \iota}{\partial x_2} = 0, \\
& \left(\beta + 2\gamma + 4\alpha \frac{h^2}{3} \right) \iota + \beta \left(\frac{\partial \Omega_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \Omega_2}{\partial x_2} \right) - \frac{h^2}{3} \frac{4\gamma\varepsilon}{\gamma + \varepsilon} \left(\frac{\partial^2 \iota}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \iota}{\partial x_2^2} \right) - \frac{2}{3} \alpha h^2 \left(\frac{\partial \Psi_2}{\partial x_1} - \frac{\partial \Psi_1}{\partial x_2} \right) = 0,
\end{aligned}$$

которые необходимо интегрировать, учитывая граничные условия шарнирного опирания [1, 2]:

$$\text{при } x_1 = 0, x_1 = a, \quad w = 0, \quad \frac{\partial \Psi_1}{\partial x_1} = 0, \quad \frac{\partial \Omega_2}{\partial x_1} = 0, \quad \Omega_1 = 0, \quad \Psi_2 = 0, \quad \frac{\partial \iota}{\partial x_1} = 0$$

$$\text{при } x_2 = 0, x_2 = b, \quad w = 0, \quad \frac{\partial \Psi_2}{\partial x_2} = 0, \quad \frac{\partial \Omega_1}{\partial x_2} = 0, \quad \Omega_2 = 0, \quad \Psi_1 = 0, \quad \frac{\partial \iota}{\partial x_2} = 0 \quad (1.2)$$

Здесь w – прогиб пластинки; Ψ_1, Ψ_2 – повороты нормали к срединной плоскости пластинки вокруг осей x_1 и x_2 соответственно; Ω_1, Ω_2 – свободные повороты указанной нормали вокруг осей x_1 и x_2 соответственно; ι – интенсивность поворотов вокруг оси x_3 точек трехмерной пластинки;

$E, \nu, \mu, \alpha, \beta, \gamma, \varepsilon$, где $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ – упругие константы микрополярного ма-

териала пластинки; $2h$ – толщина пластинки. В модели (1.1), (1.2) микрополярных пластин с независимыми полями перемещений и вращений учтены все поперечные сдвиговые деформации. Если в этой модели пренебрегать поперечными сдвиговыми деформациями, получим модель микрополярных пластин с независимыми полями перемещений и вращений, когда в основе имеем классическую кинематическую гипотезу Кирхгофа. Все граничные условия (1.2) будут удовлетворены, если представить решение системы уравнений (1.1) в виде ряда

$$\begin{aligned}
w &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x_1}{a} \sin \frac{n\pi x_2}{b}, & \iota &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} F_{mn} \cos \frac{m\pi x_1}{a} \cos \frac{n\pi x_2}{b}, \\
\Omega_1 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \sin \frac{m\pi x_1}{a} \cos \frac{n\pi x_2}{b}, & \Omega_2 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \cos \frac{m\pi x_1}{a} \sin \frac{n\pi x_2}{b}, \quad (1.3)
\end{aligned}$$

$$\Psi_1 = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} D_{mn} \cos \frac{m\pi x_1}{a} \sin \frac{n\pi x_2}{b}, \quad \Psi_2 = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} K_{mn} \sin \frac{m\pi x_1}{a} \cos \frac{n\pi x_2}{b}.$$

Разложим функцию $q(x_1, x_2)$ также в двойной ряд Фурье:

$$q(x_1, x_2) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn} \sin \frac{m\pi x_1}{a} \sin \frac{n\pi x_2}{b},$$

$$q_{mn} = \frac{4}{ab} \int_0^a \int_0^b q(x_1, x_2) \sin \frac{m\pi x_1}{a} \sin \frac{n\pi x_2}{b} dx_1 dx_2. \quad (1.4)$$

Подставляя выражения (1.3) и (1.4) в системе уравнений (1.1) и сравнивая коэффициенты при одинаковых синусах в левой и правой частях, получим алгебраическую линейную систему уравнений для определения неизвестных коэффициентов $A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}, D_{mn}, K_{mn}, F_{mn}$ в разложениях (1.3):

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{\alpha}{\mu}\right) (m^2 + n^2) \pi A_{mn} + \left(1 - \frac{\alpha}{\mu}\right) (mD_{mn} + nK_{mn}) + 2 \frac{\alpha}{\mu} (mC_{mn} - nB_{mn}) = \frac{8q_{mn}}{\delta\mu\pi^3}, \\ & \left(1 - \frac{\alpha}{\mu}\right) m\pi A_{mn} + \left(1 + \frac{\alpha}{\mu}\right) D_{mn} - 2 \frac{\alpha}{\mu} C_{mn} + \frac{2}{3(1-\nu)} \delta^2 \pi^2 (m^2 D_{mn} + \nu mn K_{mn}) + \\ & \quad \frac{\delta^2}{3} \left[\left(1 + \frac{\alpha}{\mu}\right) n^2 \pi^2 D_{mn} + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{\alpha}{\mu}\right) mn \pi^2 K_{mn} + \frac{2}{3} n \frac{\alpha}{\mu} \pi F_{mn} \right] = 0, \\ & \left(1 - \frac{\alpha}{\mu}\right) n\pi A_{mn} + \left(1 + \frac{\alpha}{\mu}\right) K_{mn} + 2 \frac{\alpha}{\mu} B_{mn} + \frac{2}{3(1-\nu)} \delta^2 \pi^2 (n^2 K_{mn} + \nu m^2 D_{mn}) + \\ & \quad + \frac{\delta^2}{3} \left[\left(1 + \frac{\alpha}{\mu}\right) m^2 \pi^2 K_{mn} + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{\alpha}{\mu}\right) mn \pi^2 D_{mn} - \frac{2}{3} m \frac{\alpha}{\mu} \pi F_{mn} \right] = 0 \quad (1.5) \\ & (\beta + 3\gamma + \varepsilon) (m^2 + n^2) \pi^2 B_{mn} + (\beta + \gamma - \varepsilon) mn \pi^2 C_{mn} + \\ & \quad + 2 \frac{\alpha}{\mu} (n\pi A_{mn} - K_{mn} - 2B_{mn}) + \beta m \pi F_{mn} = 0, \\ & (\beta + 3\gamma + \varepsilon) (m^2 + n^2) \pi^2 C_{mn} + (\beta + \gamma - \varepsilon) mn \pi^2 B_{mn} - \\ & \quad - 2 \frac{\alpha}{\mu} (m\pi A_{mn} - D_{mn} + 2C_{mn}) + \beta \pi F_{mn} = 0, \\ & (\beta + 2\gamma) F_{mn} + \beta \pi (mB_{mn} + nC_{mn}) + \frac{\delta^2}{3} \frac{4\gamma\varepsilon}{\gamma + \varepsilon} (m^2 + n^2) \pi^2 F_{mn} - \\ & \quad - 2 \frac{\alpha}{\mu} \frac{\delta^2}{3} (m\pi K_{mn} - n\pi D_{mn} - 2F_{mn}) = 0. \end{aligned}$$

Решая систему линейных алгебраических уравнений (1.5) и определяя указанные выше коэффициенты в формуле (1.3), определим все основные функции, участвующие в задаче: в частности, на основе первой формулы из (1.3) определим прогиб пластинки, а также, подставляя их в соответствующие формулы, определим силовые и моментные напряжения.

2. Изгиб микрополярной упругой прямоугольной пластинки по теории со стесненным вращением. Отметим, что математическая модель

микрополярных пластин со стесненным вращением ранее построена в работах [4, 5]. Основные уравнения изгибной деформации микрополярной прямоугольной пластинки со стесненным вращением имеют вид [3, 4]:

$$\begin{aligned}
& 2\mu \frac{\partial \Psi_1}{\partial x_1} + 2\mu \frac{\partial \Psi_2}{\partial x_2} + (\gamma + \varepsilon) \frac{\partial^3 \Psi_1}{\partial x_1 \partial x_2^2} + (\gamma + \varepsilon) \frac{\partial^3 \Psi_2}{\partial x_1^2 \partial x_2} - 2(\gamma + \varepsilon) \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \\
& + \frac{\gamma + \varepsilon}{2} \left(\frac{\partial^3 \Psi_1}{\partial x_1^3} + \frac{\partial^3 \Psi_2}{\partial x_2^3} \right) - \frac{\gamma + \varepsilon}{2} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial x_2^4} \right) + 2\mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \right) = -\frac{q_3}{h}, \\
& 2\mu \Psi_1 - \left(\gamma + \frac{2\mu h^2}{3} \right) \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x_2^2} - \left(\frac{\gamma + \varepsilon}{2} + \frac{4\mu h^2}{3(1-\nu)} \right) \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x_1^2} + \left(\frac{\gamma - \varepsilon}{2} - \frac{4\mu h^2 \nu}{3(1-\nu)} - \frac{2\mu h^2}{3} \right) \\
& \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x_1 \partial x_2} - \frac{2h^2}{3} \frac{\gamma \varepsilon}{\gamma + \varepsilon} \frac{\partial^4 \Psi_2}{\partial x_1^3 \partial x_2} + \frac{2h^2}{3} \frac{\gamma \varepsilon}{\gamma + \varepsilon} \frac{\partial^4 \Psi_1}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} - \frac{2h^2}{3} \frac{\gamma \varepsilon}{\gamma + \varepsilon} \frac{\partial^4 \Psi_2}{\partial x_1 \partial x_2^3} + \\
& + \frac{2h^2}{3} \frac{\gamma \varepsilon}{\gamma + \varepsilon} \frac{\partial^4 \Psi_1}{\partial x_2^4} + 2\mu \frac{\partial w}{\partial x_1} + \frac{\gamma + \varepsilon}{2} \frac{\partial^3 w}{\partial x_1 \partial x_2^2} + \frac{\gamma + \varepsilon}{2} \frac{\partial^3 w}{\partial x_1^3} = 0, \quad (2.1) \\
& 2\mu \Psi_2 - \left(\gamma + \frac{2\mu h^2}{3} \right) \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x_1^2} - \left(\frac{\gamma + \varepsilon}{2} + \frac{4\mu h^2}{3(1-\nu)} \right) \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x_2^2} + \left(\frac{\gamma - \varepsilon}{2} - \frac{4\mu h^2 \nu}{3(1-\nu)} - \frac{2\mu h^2}{3} \right) \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x_1 \partial x_2} - \\
& - \frac{2h^2}{3} \frac{\gamma \varepsilon}{\gamma + \varepsilon} \frac{\partial^4 \Psi_1}{\partial x_1^3 \partial x_2} + \frac{2h^2}{3} \frac{\gamma \varepsilon}{\gamma + \varepsilon} \frac{\partial^4 \Psi_2}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} - \frac{2h^2}{3} \frac{\gamma \varepsilon}{\gamma + \varepsilon} \frac{\partial^4 \Psi_1}{\partial x_1 \partial x_2^3} + \\
& + \frac{2h^2}{3} \frac{\gamma \varepsilon}{\gamma + \varepsilon} \frac{\partial^4 \Psi_2}{\partial x_1^4} + 2\mu \frac{\partial w}{\partial x_2} + \frac{\gamma + \varepsilon}{2} \frac{\partial^3 w}{\partial x_1^2 \partial x_2} + \frac{\gamma + \varepsilon}{2} \frac{\partial^3 w}{\partial x_2^3} = 0.
\end{aligned}$$

Граничные условия шарнирного опирания выражаются так:

$$\text{при } x_1 = 0, x_1 = a, w = 0, \frac{\partial \Psi_1}{\partial x_1} = 0, \Psi_2 = 0,$$

$$\text{при } x_2 = 0, x_2 = b, w = 0, \frac{\partial \Psi_2}{\partial x_2} = 0, \Psi_1 = 0. \quad (2.2)$$

В модели микрополярных упругих пластин со стесненным вращением имеются четыре упругие константы: E, ν, γ и ε (или E, μ, γ и ε). Отметим, что в модели (2.1), (2.2) микрополярных пластин со стесненным вращением учтены поперечные сдвиговые деформации. Решение системы уравнений (2.1) с учетом граничных условий (2.2) будем искать в виде (1.3) для Ψ_1, Ψ_2 и w . В результате приходим к следующей линейной системе алгебраических неоднородных уравнений относительно коэффициентов:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{\gamma + \varepsilon}{4} \pi^4 (m^4 + n^4) + \pi^2 (m^2 + n^2) + \frac{\gamma + \varepsilon}{2} m^2 n^2 \right) A_{mn} + \left(\pi m - \frac{\gamma + \varepsilon}{4} \pi^3 (m^3 + mn^2) \right) \cdot \\
& \cdot B_{mn} + \left(\pi n - \frac{\gamma + \varepsilon}{4} \pi^3 (n^3 + m^2 n) \right) B_{mn} = \frac{8}{\delta \pi^2} \frac{q_m}{\mu} \frac{1}{mn}, \quad (2.3) \\
& \left(\pi m - \frac{\gamma + \varepsilon}{4} \pi^3 m^3 + \frac{\gamma - \varepsilon}{4} \pi^3 mn^2 - \frac{\gamma}{2} \pi^3 mn^2 \right) A_{mn} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(1 + \frac{\gamma + \varepsilon}{4} \pi^2 m^2 + \frac{\gamma}{2} \pi^2 m^2 + \frac{2\delta^2 \pi^2 m^2}{3(1-\nu)} + \frac{\delta^2 \pi^2 n^2}{3} + \right. \\
& \quad \left. + \frac{\delta^2}{3} \frac{\gamma \varepsilon}{\gamma + \varepsilon} \pi^4 (m^2 n^2 + n^4) \right) B_{mn} + \\
& + \left(\pi^2 mn + \frac{2\delta^2 \pi^2 \nu mn}{3(1-\nu)} + \frac{\delta^2 \pi^2 mn}{3} - \frac{\delta^2}{3} \frac{\gamma \varepsilon}{\gamma + \varepsilon} \pi^4 (m^3 n + mn^3) \right) C_{mn} = 0, \\
& \quad \left(\pi n - \frac{\gamma + \varepsilon}{4} \pi^3 n^3 + \frac{\gamma - \varepsilon}{4} \pi^3 m^2 n - \frac{\gamma}{2} \pi^3 m^2 n \right) A_{mn} + \\
& + \left(1 + \frac{\gamma + \varepsilon}{4} \pi^2 m^2 + \frac{\gamma}{2} \pi^2 m^2 + \frac{2\delta^2 \pi^2 m^2}{3(1-\nu)} + \frac{\delta^2 \pi^2 n^2}{3} + \frac{\delta^2}{3} \frac{\gamma \varepsilon}{\gamma + \varepsilon} \pi^4 (m^2 n^2 + n^4) \right) C_{mn} + \\
& + \left(\pi^2 mn + \frac{2\delta^2 \pi^2 \nu mn}{3(1-\nu)} + \frac{\delta^2 \pi^2 mn}{3} - \frac{\delta^2}{3} \frac{\gamma \varepsilon}{\gamma + \varepsilon} \pi^4 (m^3 n + mn^3) \right) B_{mn} = 0.
\end{aligned}$$

Отметим, что в модели (2.1), (2.2) микрополярных пластин со стесненным вращением учтены поперечные сдвиговые деформации. Если пренебрегать поперечными сдвигами, получим модель микрополярных пластин со стесненным вращением, когда за основу принимается классическая кинематическая гипотеза Кирхгофа. Эта модель приводится к решению следующего простого дифференциального уравнения [3]:

$$\left(\frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)} + 2h(\gamma + \varepsilon) \right) \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial x_2^4} \right) = q, \quad (2.4)$$

а граничные условия шарнирного опирания будут выглядеть следующим образом:

$$\text{при } x_1 = 0, x_1 = a, w = 0, \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} = 0; \text{ при } x_2 = 0, x_2 = b, w = 0, \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} = 0. \quad (2.5)$$

Решение граничной задачи (2.4), (2.5) представим в виде (1.3) для функции w . В результате подстановки в уравнение (2.4) для определения коэффициентов A_{mn} приходим к решению следующего алгебраического уравнения:

$$\left[\frac{4\delta^3}{3(1-\nu)} + 2 \left(\frac{\gamma}{a^2 \mu} + \frac{\varepsilon}{a^2 \mu} \right) \pi^4 (m^2 + n^2)^2 \right] A_{mn} = \frac{16}{\pi^2 mn} \frac{q_m}{\mu}. \quad (2.6)$$

3. Изгиб микрополярной упругой прямоугольной пластинки по модели “с малой сдвиговой жесткостью”. Основные уравнения изгибной деформации микрополярной прямоугольной пластинки “с малой сдвиговой жесткостью” имеют вид [3]:

$$\begin{aligned}
(\mu + \alpha) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \right) + (\mu - \alpha) \left(\frac{\partial \Psi_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \Psi_2}{\partial x_2} \right) &= -\frac{q_3}{h}, \\
(\mu - \alpha) \frac{\partial w}{\partial x_1} + (\mu + \alpha) \Psi_1 - \frac{1}{3} h^2 &.
\end{aligned}$$

$$\left(\frac{2\mu}{1-\nu} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x_1^2} + (\mu + \alpha) \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x_2^2} + \frac{2\mu\nu}{1-\nu} \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x_1 \partial x_2} + (\mu - \alpha) \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x_1 \partial x_2} \right) = 0, \quad (3.1)$$

$$(\mu - \alpha) \frac{\partial w}{\partial x_2} + (\mu + \alpha) \Psi_2 - \frac{1}{3} h^2 \cdot$$

$$\left(\frac{2\mu}{1-\nu} \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x_2^2} + (\mu + \alpha) \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial x_1^2} + \frac{2\mu\nu}{1-\nu} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x_1 \partial x_2} + (\mu - \alpha) \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial x_1 \partial x_2} \right) = 0.$$

Граничные условия шарнирного опирания имеют вид

$$\begin{aligned} \text{при } x_1 = 0, x_1 = a, w = 0, \Psi_2 = 0, \\ \text{при } x_2 = 0, x_2 = b, w = 0, \Psi_1 = 0. \end{aligned} \quad (3.2)$$

В этой модели микрополярных упругих тонких пластин имеются три упругих коэффициента μ, ν, α (или E, μ, α). В модели (3.1), (3.2) изгиба микрополярных пластин учтены все поперечные сдвиговые деформации. Решение системы уравнений (3.1) с учетом граничных условий (3.2) представим в виде ряда типа (1.3), в итоге для определения неизвестных коэффициентов приходим к следующей алгебраической линейной системе уравнений:

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{\alpha}{\mu} \right) \pi (m^2 + n^2) A_{mn} + \left(1 - \frac{\alpha}{\mu} \right) m B_{mn} + \left(1 - \frac{\alpha}{\mu} \right) n C_{mn} = \frac{8}{\delta \pi^3} \frac{q}{\mu} \frac{1}{mn}, \quad (3.3) \\ \left(1 - \frac{\alpha}{\mu} \right) m \pi A_{mn} + \left(\left(1 + \frac{\alpha}{\mu} \right) + \frac{2}{3(1-\nu)} \delta^2 m^2 \pi^2 + \frac{\delta^2}{3} \left(1 + \frac{\alpha}{\mu} \right) n^2 \pi^2 \right) \cdot \\ \cdot B_{mn} + \frac{\delta^2}{3} \left(\frac{1+\nu}{1-\nu} - \frac{\alpha}{\mu} \right) mn \pi^2 C_{mn} = 0, \\ \left(1 - \frac{\alpha}{\mu} \right) n \pi A_{mn} + \frac{\delta^2}{3} \left(\frac{1+\nu}{1-\nu} - \frac{\alpha}{\mu} \right) mn \pi^2 B_{mn} + \\ + \left(\left(1 + \frac{\alpha}{\mu} \right) + \frac{2}{3(1-\nu)} \delta^2 n^2 \pi^2 + \frac{\delta^2}{3} \left(1 + \frac{\alpha}{\mu} \right) m^2 \pi^2 \right) C_{mn} = 0, \end{aligned}$$

Если пренебрегать поперечными сдвигами, придем к модели микрополярных пластин “с малой сдвиговой жесткостью”, когда кинематические гипотезы будут соответствовать классическим гипотезам Кирхгоффа

$$\frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x_1^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial x_2^4} \right) - 8\alpha h \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \right) = q. \quad (3.4)$$

Граничные условия шарнирного опирания имеют вид

$$\begin{aligned} \text{при } x_1 = 0, x_1 = a, w = 0, \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} = 0; \\ \text{при } x_2 = 0, x_2 = b, w = 0, \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} = 0. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Решение граничной задачи (3.3), (3.4) представим в виде (1.3) для функции w . В итоге для определения коэффициентов A_{mn} приходим к следующему линейному алгебраическому уравнению:

$$\pi^2 \left(\frac{4\delta^3 \pi^2}{3(1-\nu)} (m^2 + n^2)^2 + 8 \frac{\alpha}{\mu} \delta (m^2 + n^2) \right) A_{mn} = \frac{16q_m}{\pi^2 mn \mu}. \quad (3.6)$$

4. Численный счет и обсуждение результатов. А) Рассмотрим конкретный микрополярный материал. Это полиуретан [6], для которого упругие константы имеют следующие значения: $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} = 4370 \frac{\text{КГ}}{\text{см}^2}$,

$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} = 1093 \frac{\text{КГ}}{\text{см}^2}$, $\alpha = 46 \frac{\text{КГ}}{\text{см}^2}$, $\gamma + \varepsilon = 4.8 \text{ КГ}$, $\beta = 120 \text{ КГ}$. Для геометрических размеров пластинки приняты следующие значения: $a = b = 10 \text{ см}$, $h = 0.1 \text{ см}$ ($\delta = \frac{1}{100}$), а для интенсивности приложенной равномерно распределенной нагрузки $q = 0.005 \frac{\text{КГ}}{\text{см}^2}$.

Приведем результат вычислений по общей микрополярной теории со свободным вращением (1.1), (1.2):

$\frac{w_{\max}^{\text{мик}}}{w_{\max}^{\text{кл}}} = 0.21$, $\frac{\sigma_{\max}^{\text{мик}}}{\sigma_{\max}^{\text{кл}}} = 0.19$. Как можно убедиться, при всех равных условиях

микрополярность материала дает пластинке значительную прочность и жесткость. В рамках микрополярной теории без учета поперечных сдвигов (т.е. когда геометрические гипотезы соответствуют гипотезе Кирхгоффа) имеем тот же самый результат, что и в предыдущем случае.

Теперь материал пластинки рассмотрим как гипотетический материал и выясним, какую роль играют физические константы материала в отдельности. Для этого систему уравнений (1.1) и граничные условия (1.2) приведем к безразмерному виду; получим следующие безразмерные величины $\frac{\alpha}{\mu}$, $\frac{\gamma}{\mu a^2}$, $\frac{\varepsilon}{\mu a^2}$, $\frac{\beta}{\mu a^2}$, $\frac{q}{\mu}$, $\delta = \frac{h}{a}$, $\frac{w}{a}$, al . Будем придерживаться величины

$\frac{\gamma}{\mu a^2}$, $\frac{\varepsilon}{\mu a^2}$, $\frac{\beta}{\mu a^2}$, $\frac{h}{a}$ и $\frac{q}{\mu}$ на следующих значениях: $\frac{\gamma}{\mu a^2} = \frac{\varepsilon}{\mu a^2} = 22 \cdot 10^{-6}$,

$\frac{\beta}{\mu a^2} = 11 \cdot 10^{-4}$, $\delta = \frac{h}{a} = \frac{1}{100}$, $\frac{q}{\mu} = 26 \cdot 10^{-7}$. Проследим изменение величин

$\frac{\bar{w}_{\max}^{\text{мик}}}{\bar{w}_{\max}^{\text{кл}}}$, $\frac{\bar{\sigma}_{\max}^{\text{мик}}}{\bar{\sigma}_{\max}^{\text{кл}}}$ от значения $\frac{\alpha}{\mu}$ по модели (1.1), (1.2). Когда $\frac{\alpha}{\mu} = 10^{-5}$,

$\frac{\bar{w}_{\max}^{\text{мик}}}{\bar{w}_{\max}^{\text{кл}}} = 0.980$, $\frac{\bar{\sigma}_{\max}^{\text{мик}}}{\bar{\sigma}_{\max}^{\text{кл}}} = 0.981$, при $\frac{\alpha}{\mu} = 0.125 \cdot 10^{-3}$ $\frac{\bar{w}_{\max}^{\text{мик}}}{\bar{w}_{\max}^{\text{кл}}} = 0.862$, $\frac{\bar{\sigma}_{\max}^{\text{мик}}}{\bar{\sigma}_{\max}^{\text{кл}}} = 0.861$;

при $\frac{\alpha}{\mu} = 0.5 \cdot 10^{-3}$ $\frac{\bar{W}_{\max}^{\text{мик}}}{\bar{W}_{\max}^{\text{кл}}} = 0.765$, $\frac{\bar{\sigma}_{\max}^{\text{мик}}}{\bar{\sigma}_{\max}^{\text{кл}}} = 0.764$; при $\frac{\alpha}{\mu} = 0.2$ $\frac{\bar{W}_{\max}^{\text{мик}}}{\bar{W}_{\max}^{\text{кл}}} = 0.684$,
 $\frac{\bar{\sigma}_{\max}^{\text{мик}}}{\bar{\sigma}_{\max}^{\text{кл}}} = 0.683$.

Как можно убедиться, физическая постоянная α играет значительную роль в характеристиках прочности и жесткости микрополярной пластинки (если у микрополярного материала физическая постоянная α имеет высокие значения, то такой материал имеет высокие прочностные и жесткостные характеристики). Что касается ролей физических постоянных γ, ε и β , отметим, что их роли связаны со значением физической постоянной α . Если α имеет меньшее значение, влияние величин γ, ε и особенно β

очень мало. Например, при $\delta = 0.01$, $\frac{q}{\mu} = 2.59 \cdot 10^{-6}$, $\frac{\alpha}{\mu} = \frac{1}{16000}$,

$\frac{\beta}{a^2 \mu} = 11 \cdot 10^{-4}$, когда $\frac{\gamma}{a^2 \mu} = \frac{\varepsilon}{a^2 \mu} = 5 \cdot 10^{-6}$, то $\frac{\bar{W}^{\text{мик}}}{\bar{W}^{\text{кл}}} = 0.95$, $\frac{\bar{\sigma}^{\text{мик}}}{\bar{\sigma}^{\text{кл}}} = 0.95$; а

когда $\frac{\gamma}{a^2 \mu} = \frac{\varepsilon}{a^2 \mu} = 20 \cdot 10^{-6}$, то $\frac{\bar{W}^{\text{мик}}}{\bar{W}^{\text{кл}}} = 0.91$, $\frac{\bar{\sigma}^{\text{мик}}}{\bar{\sigma}^{\text{кл}}} = 0.91$. При остальных

равных условиях, если имеем $\frac{\alpha}{\mu} = \frac{1}{1000}$, когда $\frac{\gamma}{a^2 \mu} = \frac{\varepsilon}{a^2 \mu} = 5 \cdot 10^{-6}$, то

$\frac{\bar{W}^{\text{мик}}}{\bar{W}^{\text{кл}}} = 0.91$, $\frac{\bar{\sigma}^{\text{мик}}}{\bar{\sigma}^{\text{кл}}} = 0.91$; когда $\frac{\gamma}{a^2 \mu} = \frac{\varepsilon}{a^2 \mu} = 20 \cdot 10^{-6}$, то $\frac{\bar{W}^{\text{мик}}}{\bar{W}^{\text{кл}}} = 0.74$,

$\frac{\bar{\sigma}^{\text{мик}}}{\bar{\sigma}^{\text{кл}}} = 0.73$.

В) Рассмотрим численные результаты по теории изгиба микрополярных пластин со стесненным вращением (2.1), (2.2). В этом случае если имеем следующие данные:

$\delta = \frac{1}{100}$, $a = 10 \text{ см}$, $\nu = 0.4$, $\frac{q}{\mu} = 2.59 \cdot 10^{-6}$, тогда, если $\frac{\gamma}{a^2 \mu} = \frac{\varepsilon}{a^2 \mu} = 1 \cdot 10^{-6}$,

имеем $\frac{\bar{W}^{\text{мик}}}{\bar{W}^{\text{кл}}} = 0.98$, $\frac{\bar{\sigma}^{\text{мик}}}{\bar{\sigma}^{\text{кл}}} = 0.98$; если $\frac{\gamma}{a^2 \mu} = \frac{\varepsilon}{a^2 \mu} = 10 \cdot 10^{-6}$, имеем

$\frac{\bar{W}^{\text{мик}}}{\bar{W}^{\text{кл}}} = 0.85$, $\frac{\bar{\sigma}^{\text{мик}}}{\bar{\sigma}^{\text{кл}}} = 0.85$; если $\frac{\gamma}{a^2 \mu} = \frac{\varepsilon}{a^2 \mu} = 25 \cdot 10^{-6}$, имеем $\frac{\bar{W}^{\text{мик}}}{\bar{W}^{\text{кл}}} = 0.69$,

$\frac{\bar{\sigma}^{\text{мик}}}{\bar{\sigma}^{\text{кл}}} = 0.69$; если $\frac{\gamma}{a^2 \mu} = \frac{\varepsilon}{a^2 \mu} = 35 \cdot 10^{-6}$, имеем $\frac{\bar{W}^{\text{мик}}}{\bar{W}^{\text{кл}}} = 0.61$, $\frac{\bar{\sigma}^{\text{мик}}}{\bar{\sigma}^{\text{кл}}} = 0.61$.

Из приведенных данных можно сделать вывод о том, что если для микрополярного материала пластинки применима стесненная теория, при всех равных условиях, по сравнению с классическим случаем, микрополярность материала повышает прочностные и жесткостные характери-

стики материала, кроме того при больших значениях физических констант γ и ε , указанные характеристики пластинки имеют большие показатели.

Аналогичный результат имеет место и тогда, когда в случае микрополярного материала стесненного вращения для деформации тонкой пластинки принимается гипотеза Кирхгофа.

С) Наконец, рассмотрим случай модели микрополярной пластинки “с малой сдвиговой жесткостью”. Допустим, что $\delta = \frac{1}{100}$, $\frac{q}{\mu} = 2.59 \cdot 10^{-6}$. Если

$$\frac{\alpha}{\mu} = 10^{-5}, \text{ имеем } \frac{\bar{W}^{\text{мик}}}{\bar{W}^{\text{кл}}} = 0.98, \quad \frac{\bar{\sigma}^{\text{мик}}}{\bar{\sigma}^{\text{кл}}} = 0.98; \text{ если } \frac{\alpha}{\mu} = 10^{-4}, \text{ имеем}$$

$$\frac{\bar{W}^{\text{мик}}}{\bar{W}^{\text{кл}}} = 0.85, \quad \frac{\bar{\sigma}^{\text{мик}}}{\bar{\sigma}^{\text{кл}}} = 0.85; \text{ если } \frac{\alpha}{\mu} = 0.25 \cdot 10^{-3}, \text{ имеем } \frac{\bar{W}^{\text{мик}}}{\bar{W}^{\text{кл}}} = 0.69,$$

$$\frac{\bar{\sigma}^{\text{мик}}}{\bar{\sigma}^{\text{кл}}} = 0.69; \text{ если } \frac{\alpha}{\mu} = 0.2 \cdot 10^{-2}, \text{ имеем } \frac{\bar{W}^{\text{мик}}}{\bar{W}^{\text{кл}}} = 0.2, \quad \frac{\bar{\sigma}^{\text{мик}}}{\bar{\sigma}^{\text{кл}}} = 0.2.$$

Как можно убедиться, и по модели “с малой сдвиговой жесткостью” микрополярность материала пластинки повышает прочность и жесткость пластинки, и чем выше α , тем выше показатели этого явления.

Исследование выполнено при финансовой поддержке ГКН МОН ПА в рамках научного проекта №SCS 13-2С 154.

Гюмрийский государственный педагогический институт им. М. Налбандяна

Г. С. Айрапетян, Н. С. Асланян,
член-корреспондент НАН РА С. О. Саркисян

Изгиб микрополярной упругой прямоугольной пластинки

На основе общих прикладных теорий изучается задача изгибной деформации микрополярной упругой прямоугольной пластинки под нормальной равномерно распределенной нагрузкой, когда стороны прямоугольника шарнирно оперты. Для изучаемых задач построены точные решения, которые доведены до окончательных численных результатов. На основе численного анализа устанавливаются эффективные свойства микрополярного материала пластинки (с точки зрения прочности и жесткости пластинки) по сравнению с классическими материалами.

Գ. Ս. Հայրապետյան, Ն. Ս. Ասլանյան,
ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Ս. Յ. Մարգարյան

Միկրոպոլյար առաձգական ուղղանկյուն սալի ծռումը

Աշխատանքում կիրառական ընդհանուր տեսությունների հիման վրա ուսումնասիրվում է միկրոպոլյար առաձգական սալի ծռման դեֆորմացիան նորմալ ուղղվածությամբ բաշխված բեռի ազդեցության տակ, երբ սալի բոլոր կողմերը հողակապորեն

հենված են: Ուսումնասիրվող խնդիրների համար կառուցվում են ճշգրիտ լուծումները, որոնք հասցվում են մինչև վերջնական թվային արդյունքների ստացման: Թվային անալիզի հիման վրա հաստատվում են սալի միկրոպոլյար նյութի էֆեկտիվ հատկությունները (սալի ամրության և կոշտության տեսանկյունից)՝ համեմատած դասական նյութերի հետ:

**G. S. Hayrapetyan, N. S. Aslanyan,
corresponding member of NAS RA S. H. Sargsyan**

Bending of Micropolar Elastic Rectangular Plate

The problem of bending deformation of hinged supported micropolar elastic rectangular plate is studied on the basis of main applied theories when it is under the normaly distributed load. Exact solutions which are reduced to final numerical results are constructed for the studied problems. On the basis of the numerical analysis the effective properties of the plate micropolar material are revealed (from the point of view of strength and stiffness) compared with the classical materials.

Литература

1. *Саркисян С. О.* - Прикладная механика и техническая физика. 2012. Т. 53. Вып. 2. С. 148-156.
2. *Саркисян С. О.* – Учен. зап. Гюмрийского гос. пед. ин-та. 2013. N 1. Вып. А. С. 7-37.
3. *Саркисян С. О.* - Прикладная математика и механика. 2008. Т. 72. Вып. 2. С.129-147.
4. *Хоффмэн О.* - Прикладная механика. Амер. о-во инж.-механиков. Серия Е. 1964. Т. 31. N4. С. 149-150.
5. *Геворгян Г. А.* - Прикладная механика. 1966. Т. 2. Вып. 10. С. 36-43.
6. *Lakes R. S.* In: Continuum models for materials with micro-structure/ Ed. by H. Muhlhaus. N.Y. Wiley. 1995. P. 1-22.

магнитного поля, направленного вдоль оси цилиндра (OZ). Отметим, что ограничивающий потенциал КТ вдоль оси цилиндра описывается потенциалом Морса, а в радиальном направлении – параболическим потенциалом. При режиме сильного размерного квантования полупроводниковая квантовая точка имеет такие малые размеры, что энергия кулоновского взаимодействия между электроном и дыркой намного меньше энергии, обусловленной вкладом размерного квантования. Это обстоятельство позволяет пренебречь в гамильтониане системы членом, который соответствует кулоновскому взаимодействию электрона и дырки. В этом случае гамильтониан системы можно представить в виде суммы гамильтонианов электрона и дырки, и задача сводится к нахождению энергетических уровней этих частиц по отдельности.

Тогда потенциальная энергия частицы в цилиндрических координатах запишется в виде

$$U_{e(h)}(\rho, Z) = \tilde{A}_{e(h)} + \tilde{A}_{e(h)} \left(e^{-2\frac{Z}{\tilde{\beta}_{e(h)}}} - 2e^{-\frac{Z}{\tilde{\beta}_{e(h)}}} \right) + \frac{m_{e(h)}^* \omega_{e(h)}^2 \rho^2}{2}, \quad (1)$$

где $\tilde{A}_{e(h)}$ и $\tilde{\beta}_{e(h)}$ – соответственно, глубина и ширина потенциальной ямы, $m_{e(h)}^*$ – эффективная масса электрона (дырка), $\omega_{e(h)}$ – осцилляторный параметр. Очевидно, что в общем случае величины $\tilde{A}_{e(h)}$ и $\tilde{\beta}_{e(h)}$ для электрона и дырки имеют разные значения. Ширина $\tilde{\beta}_{e(h)}$ связана с высотой цилиндрической КТ h соотношением $h = \delta_{e(h)} \tilde{\beta}_{e(h)}$, где $\delta_{e(h)}$ параметр, зависящий от специфики структуры КТ. Параметр имеет порядок единицы и может быть определен из эксперимента. Еще одним параметром, определяемым из эксперимента, является $\lambda_{e(h)}$, который связывает осцилляторный параметр $\omega_{e(h)}$ с радиусом цилиндра R формулой $\omega_{e(h)} = \lambda_{e(h)} \frac{\hbar}{m_{e(h)}^* R^2}$.

С учетом наличия внешнего однородного магнитного поля гамильтониан системы запишется в следующем виде:

$$\hat{H} = \frac{1}{2m_{e(h)}^*} \left(\hat{P} + \frac{e}{c} \hat{A} \right)^2 + U(\rho, Z), \quad (2)$$

где \hat{P} – оператор импульса частицы, \hat{A} – векторный потенциал магнитного поля, c – скорость света в вакууме, $m_{e(h)}^*$ – эффективная масса частицы, e – заряд электрона. Калибровка векторного потенциала берется в следующем виде: $A_\rho = 0$, $A_\varphi = B\rho/2$, $A_z = 0$. Тогда гамильтониан в безразмерных величинах запишется в виде

$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2, \quad (3)$$

где

$$\hat{H}_1 = A_{e(h)} + A_{e(h)} \left(e^{-\frac{2z}{\beta_{e(h)}}} - 2e^{-\frac{z}{\beta_{e(h)}}} \right) - \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (4)$$

$$\hat{H}_2 = - \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) - i\gamma \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{1}{4} (\gamma^2 + \gamma_0^2) r^2. \quad (5)$$

Здесь введены обозначения: $r = \rho/a_B$, $z = Z/a_B$, $A_{e(h)} = \tilde{A}_{e(h)}/E_R$, $\beta_{e(h)} = \tilde{\beta}_{e(h)}/a_B$, $\gamma_0 = 2m_{e(h)}^* \omega a_B^2 / \hbar$, $\gamma = \hbar \omega_c / (2E_R)$, $\omega_c = eB / (cm_{e(h)}^*)$, где $E_R = \hbar^2 / (2m_{e(h)}^* a_B^2)$ – эффективная энергия Ридберга, $a_B = \kappa \hbar^2 / (m_{e(h)}^* e^2)$ – эффективный радиус Бора частицы, κ – диэлектрическая постоянная.

Общую волновую функцию системы ищем в виде $\psi(r, \varphi, z) = Ce^{im\varphi} R(r) \chi(z)$, где C – нормировочный коэффициент. Решая уравнение Шредингера для аксиального направления, окончательно для волновой функции и энергетических уровней частицы получим

$$\chi(z) = e^{-\left(\beta_{e(h)} \sqrt{A_{e(h)}} e^{-\frac{z}{\beta_{e(h)}}} \right)} \left(2\beta_{e(h)} \sqrt{A_{e(h)}} e^{-\frac{z}{\beta_{e(h)}}} \right)^s {}_1F_1 \left(-n_z, 2s+1, 2\beta_{e(h)} \sqrt{A_{e(h)}} e^{-\frac{z}{\beta_{e(h)}}} \right), \quad (6)$$

$$\varepsilon_z = A_{e(h)} - \left[\sqrt{A_{e(h)}} - \frac{1}{\beta_{e(h)}} \left(n_z + \frac{1}{2} \right) \right]^2, \quad (7)$$

где $s = \beta_{e(h)} \sqrt{A_{e(h)} - \varepsilon_z}$, $n_z = 0, 1, 2, \dots$ – аксиальное квантовое число, а ${}_1F_1(\alpha, \beta, \gamma)$ – гипергеометрическая функция Гаусса [9]. Для радиальной части уравнения Шредингера получается следующее выражение:

$$R''(r) + \frac{1}{r} R'(r) - \left(\frac{m^2}{r^2} + m\gamma + \frac{(\gamma^2 + \gamma_0^2)}{4} r^2 \right) R(r) = \varepsilon_r R(r), \quad (8)$$

где m – магнитное квантовое число и принимает следующие значения: $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Решение уравнения (8) хорошо известно и задается вырожденной гипергеометрической функцией

$$R(r) = e^{-\frac{\sqrt{\gamma^2 + \gamma_0^2}}{4} r^2} \left(\frac{\sqrt{\gamma^2 + \gamma_0^2}}{2} r^2 \right)^{|m|/2} {}_1F_1 \left\{ - \left(\frac{\varepsilon_r + m\gamma}{2\sqrt{\gamma^2 + \gamma_0^2}} - \frac{|m|+1}{2} \right), |m|+1, \frac{\sqrt{\gamma^2 + \gamma_0^2}}{2} r^2 \right\}. \quad (9)$$

Из стандартных условий для энергии радиальной части окончательно получим

$$\varepsilon_r = m\gamma + 4\sqrt{\gamma^2 + \gamma_0^2} (N+1), \quad (10)$$

где $N = 2n_r + |m|$ – осцилляторное квантовое число и $N = 0, 1, 2, \dots$.

3. Прямое межзонное поглощение света. Перейдем к рассмотрению прямого межзонного поглощения света в квантовой точке с потенциалом Морса в режиме сильного размерного квантования, когда кулоновским взаимодействием между электроном и дыркой можно пренебречь. Рассмотрим случай тяжелой дырки, когда $m_e^* \ll m_h^*$, где m_e^* и m_h^* – эффективная масса электрона и дырки соответственно. В этом случае коэффициент поглощения определяется выражением [10]

$$K = A \sum_{\nu, \nu'} \left| \int \Phi_\nu^e \Phi_{\nu'}^h d\vec{r} \right|^2 \delta(\hbar\Omega - E_g - E_\nu^e - E_{\nu'}^h), \quad (1)$$

где ν и ν' – наборы квантовых чисел, соответствующих электрону и тяжелой дырке, E_g – ширина запрещенной зоны массивного полупроводника, Ω – частота падающего света, A – величина, пропорциональная квадрату матричного элемента, взятого по блоховским функциям.

Для пороговых частот, учитывая вышеприведенные выражения для энергии электрона и дырки, получаем

$$W_{000} = 1 + \frac{\mu}{m_e^*} \cdot \left(\frac{d}{a_e}\right)^2 \cdot \varepsilon_e^0 + \frac{\mu}{m_h^*} \cdot \left(\frac{d}{a_h}\right)^2 \cdot \varepsilon_h^0, \quad (2)$$

где $d = \sqrt{\hbar^2 / (2\mu E_g)}$, $W_{000} = \hbar\Omega_{000} / E_g$, а $\mu = m_e^* m_h^* / (m_e^* + m_h^*)$ – приведенная эффективная масса экситона.

Для правила отбора при квантовых переходах получены следующие результаты: для магнитного квантового числа разрешены переходы между уровнями с $m = -m'$, а для осцилляторного квантового числа разрешены переходы с $N = N'$. Отметим, что для аксиального квантового числа n_z и n'_z возможны переходы между энергетическими уровнями с любыми квантовыми числами.

4. Обсуждение результатов. Перейдем к обсуждению полученных результатов. Отметим, что численные расчеты проводились для цилиндрической КТ с потенциалом Морса из *GaAs* со следующими материальными параметрами: $m_e^* = 0.067m_e$, $m_h^* = 0.45m_e$, $\kappa = 13.8$, $E_R = 5.275$ мэВ, $E_g = 1.43$ эВ, $a_e = 104$ Å и $a_h = 15$ Å. Для простоты все нижеприведенные расчеты сделаны для случая, когда параметры цилиндрической КТ для электрона и дырки рассматриваются равными, т. е. $\beta_e = \beta_h \equiv \beta$ и $A_e = A_h \equiv A$.

На рис. 1 и 2 представлены зависимости энергетического спектра электрона в цилиндрической КТ с потенциалом Морса от ширины β и глубины A . Как видно из рисунков, с уменьшением ширины потенциальной ямы полная энергия \mathcal{E} увеличивается, что является следствием увеличения вклада размерного квантования в энергию системы. Противопо-

ложная картина наблюдается для зависимостей энергетических уровней от глубины потенциальной ямы. На обоих рисунках пунктирные линии соответствуют наличию однородного магнитного поля, а сплошные линии – отсутствию магнитного поля. Очевидно, что энергия частицы при наличии магнитного поля располагается выше, чем энергия при отсутствии поля, так как магнитное квантование вносит добавочный вклад в полную энергию частицы.

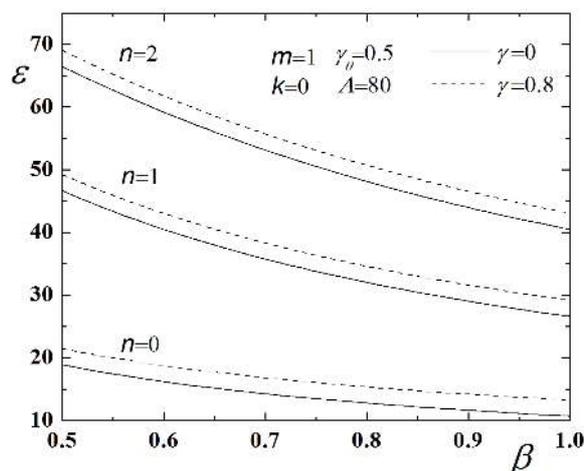


Рис. 1. Зависимости энергетических уровней от ширины потенциальной ямы при фиксированном значении глубины.

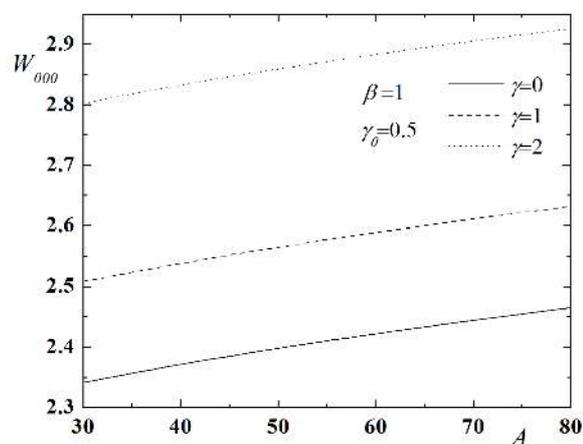


Рис. 2. Зависимости энергетических уровней от глубины потенциальной ямы при фиксированном значении ширины.

Вышесказанное явным образом иллюстрирует рис. 3, где приведена зависимость энергетического спектра от магнитного поля при фиксированных значениях параметров потенциала Морса. Как уже отметили, увеличение магнитного поля приводит к росту энергетических уровней.

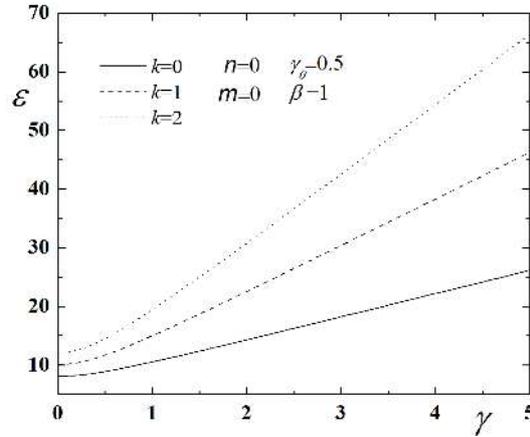


Рис. 3. Зависимости энергии электрона от величины магнитного поля при фиксированных значениях параметров потенциала Морса.

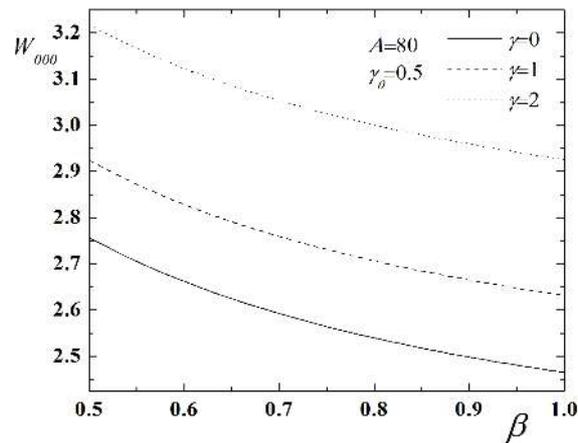


Рис. 4. Зависимости порога поглощения от ширины потенциальной ямы при фиксированных значениях глубины и величины магнитного поля.

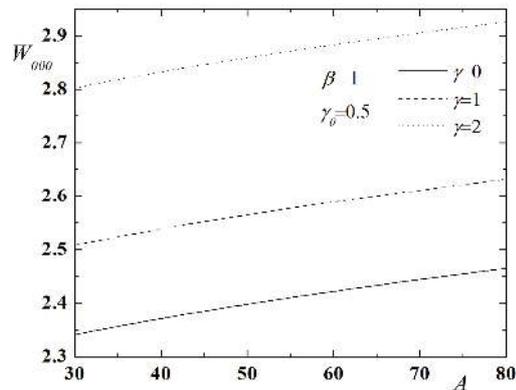


Рис. 5. Зависимости порога поглощения от глубины потенциальной ямы при фиксированных значениях ширины и величины магнитного поля.

Наконец на рис. 4 и 5 представлены зависимости порога поглощения от ширины и глубины потенциал Морса, соответственно. С уменьшением ширины потенциальной ямы край поглощения увеличивается. Противоположная ситуация наблюдается для зависимостей края поглощения от глубины потенциальной ямы. Резюмируя вышесказанное, отметим, что уменьшение ширины потенциальной ямы приводит к “синему” смещению, а уменьшение глубины потенциальной ямы – “красному” смещению пороговых частот.

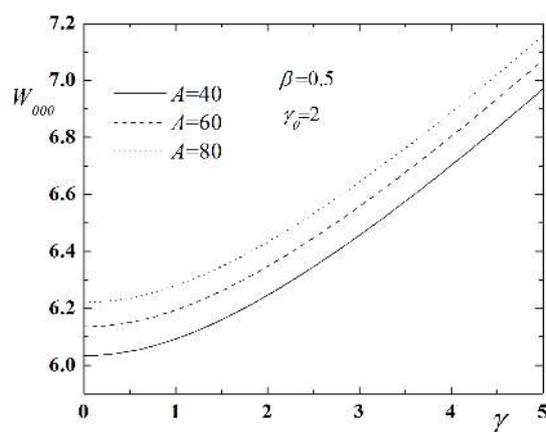


Рис. 6. Зависимость края поглощения от величины магнитного поля.

На рис. 6 приведена зависимость края поглощения от магнитного поля при фиксированных значениях параметров потенциала Морса. В предельном случае, когда параметр γ стремится к нулю, т. е. магнитное поле исчезает, край поглощения стремится к значению случая отсутствия магнитного поля.

¹Российско-Армянский (Славянский) университет

²Государственный инженерный университет Армении

Д. Б. Айрапетян, Т. В. Котанджян

Магнитопоглощение в цилиндрической квантовой точке с ограничивающим потенциалом Морса

Теоретически рассмотрены электронные состояния и прямое межзонное поглощение света в цилиндрической квантовой точке с ограничивающим потенциалом Морса при наличии внешнего однородного магнитного поля. Получены аналитические выражения для полной энергии волновой функции частицы. Выявлена зависимость края поглощения от ширины и глубины потенциальной ямы, а также величины магнитного поля в режиме сильного размерного квантования. Показано, что уменьшение ширины потенциальной ямы приводит к «синему» смещению пороговых частот, а уменьшение глубины потенциальной

ямы или величины магнитного поля – «красному» смещению пороговых частот. Получены правила отборов для квантовых переходов.

Դ. Բ. Հայրապետյան, Տ. Վ. Քոթանջյան

**Մագնիսական կլանումը Մորսի սահմանափակող պոտենցիալով
գլանաձև քվանտային կետում**

Տեսականորեն դիտարկվել են արտաքին համասեռ մագնիսական դաշտի առկայությամբ, Մորսի սահմանափակող պոտենցիալով, գլանաձև քվանտային կետում էլեկտրոնային վիճակները և լույսի ուղիղ միջգոտիական կլանումը: Ստացվել են վերլուծական արտահայտություններ մասնիկի էներգիական սպեկտրի և ալիքային ֆունկցիայի համար: Չափային քվանտացման ուժեղ ռեժիմի դեպքում դուրս է բերվել կլանման շեմային հաճախությունների կախվածությունը փոսի խորությունից և լայնությունից, ինչպես նաև մագնիսական դաշտի մեծությունից: Ցույց է տրվել, որ փոսի լայնության փոքրացումը բերում է սահմանային հաճախությունների «կապույտ» շեման, իսկ խորության կամ մագնիսական դաշտի փոքրացումը՝ սահմանային հաճախությունների «կարմիր» շեղման: Ստացվել են քվանտային անցումների համար ջոկման կանոնները:

D. B. Hayrapetyan, T. V. Kotanjyan

**Mahnetoabsorption in a Cylindrical Quantum Dot
with Morse Confining Potential**

Electronic states and direct interband light absorption in the cylindrical quantum dot with Morse confining potential have been theoretically investigated. Analytical expressions for the energy and wave function of particle have been obtained. Dependence of the absorption edge on the width and dept of the potential and magnetic field well in the regime of strong sized quantization have been revealed. It has been demonstrated that the reduction of the width of potential well leads to the “blue” shift of threshold frequencies and the reduction of the depth of potential well or magnetic field leads to the “red” shift of threshold frequency. Selection rules for quantum transitions have been obtained.

Լիտերատուրա

1. *Harrison P.* Quantum wells, wires and dots. Theoretical and computational physics. NY. John Wiley & Sons ltd. 2005.
2. *Ղազարյան Է. Մ., Պետրոսյան Ս.Պ.* Կիսահաղորդչային նանոէլեկտրոնիկայի ֆիզիկական հիմունքները, ՌՀՀ հրատարակչություն, Երևան, 2005:
3. *Atoyan M. S., Kazaryan E. M., Sarkisyan H. A.* - Physica E. 2004. V. 22. Issue 4. P. 860-866.
4. *Xia Congxin, Zeng, Zaiping, We Shuyi.* - Journal of Applied Physics. 2010. V. 107. Issue 1. P. 014305-014305-5.
5. *Atayan A. K., Kazaryan E. M., Meliksetyan A. V., Sarkisyan, H. A.* - Journal of Contemporary Physics. 2010. V. 45. Issue 3. P. 126-131.
6. *Hayrapetyan D. B., Kazaryan E. M., H. Kh.* - Physica E. 2012. V. 46. P. 274-278.
7. *Gharaati A., Khorda R.* - Superlattices and Microstructures. V. 48. 2010. Issue 3. P. 276-287.
8. *Флюгге З.* Задачи по квантовой механике. Т. 2. М. Мир. 1974. 315 с.

9. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям. М. Наука. 1979. 832 с.
10. *Ансельм И.А.* Введение в теорию полупроводников. М. Наука. 1978. 618 с.

Материалы и методика. Объектом исследования служили органы крысы. Гипоксию экспериментальных животных осуществляли в режиме 462.5 мм рт. ст. – 4000 м, 405.4 мм рт.ст. – 5000 м над ур. м. в течение 20 мин. По завершении гипоксии путём декапитации в холодных условиях быстро извлекали печень и мозг, промывали в ледяном физиологическом растворе и готовили 20% гомогенаты на 0.1 М К-фосфатном буфере (гомогенизатор Поттер-Эльведжема, продолжительность гомогенизации 2-3 мин). Инкубационная смесь содержала 1 мл гомогената, 0.5 мл гуанина (30 мкмоль), 1.5 мл 0.1М К-фосфатного буфера, pH 7.4. Гуаназную активность определяли в гомогенатах, инкубированных с субстратом в течение 120 мин при 37°C. Катализ останавливали 20% ТХУ, после чего пробы центрифугировали 10 мин со скоростью 5000 об/мин. В полученном супернатанте определяли аммиак микродиффузионным методом Зелингсона в модификации Силаковой [8].

Результаты и обсуждение. К дефициту кислорода наиболее чувствительны головной мозг, эндотелий сосудов, миокард, печень, почки – ткани, менее приспособленные к анаэробному способу получения энергии [9-11]. Мы исследовали изменение активности гуаназы ткани печени и головного мозга крыс в условиях дефицита кислорода. Моделирование гипоксии на высоте 4000 и 5000 м условно считали гипоксией низкой и средней интенсивности. В первой серии экспериментов определили активность фермента в гомогенатах органов в нормальных условиях и после гипоксии. Выяснилось, что активность гуаназы в гомогенатах печени и мозга крыс, подвергнутых гипоксии низкой интенсивности (1-я опытная группа), достоверно повышается (на 14 и 21% соответственно) в соответствии с физиологической нормой (табл. 1). У животных, подвергшихся гипоксии средней интенсивности (2-я опытная группа), наблюдается увеличение активности фермента на 17 и 25% соответственно (табл. 1). Представленные энзимные показатели указывают на положительную динамику активности фермента относительно контроля.

Таблица 1

Изменение активности гуаниндезаминазы ткани печени и мозга крысы при различной интенсивности гипоксии (мкм NH₃ на 1г св. тк.)

Объект	Интенсивность гипоксии		
	Контроль	4000 м	5000 м
Мозг	13.08 ± 0.19	15.86 ± 0.10	16.35 ± 0.14
Печень	36.12 ± 0.11	41.13 ± 0.08	42.22 ± 0.08

Далее исследовали влияние ионов двухвалентных металлов (Mg⁺⁺, Cd⁺⁺) на активность гуаназы до и после гипоксии, добавляя в инкубационную среду ионы металлов (0.5-5 мкм на пробу). Эксперименты показали, что в нормальных условиях ионы Mg⁺⁺ активируют гуаназу в исследуемых гомогенатах и по мере увеличения концентрации ионов Mg⁺⁺ степень активирования возрастает, причем в гомогенатах печени в большей степени (табл. 2). При увеличении концентрации ионов Mg⁺⁺ до 5 мкм

активность гуаназы печени возрастает на 28%, активность гуаназы мозга – на 18%. Данные табл. 2 свидетельствуют, что после гипоксии тенденция влияния ионов Mg^{++} на дезаминирующую способность фермента сохраняется.

Таблица 2

Влияние ионов Mg^{++} на активность гуаназы ткани печени и мозга крысы при различной интенсивности гипоксии (мкм NH_3 на 1г св. тк.)

Интенс. гипоксии	Контроль		4000 м		5000 м	
	Печень	Мозг	Печень	Мозг	Печень	Мозг
Mg^{++}						
0	36.12±0.11	13.08±0.19	41.13±0.08	15.86±0.10	42.22±0.08	16.35±0.14
0.5	8.74±0.11	14.00±0.07	44.89±0.14	16.98±0.12	47.88±0.16	17.40±0.17
1.0	40.05±0.08	14.98±0.10	50.10±0.06	17.66±0.10	52.31±0.12	18.29±0.21
2.5	44.20±0.13	14.63±0.12	52.21±0.06	18.00±0.08	54.02±0.11	19.32±0.08
5.0	46.31±0.18	15.44±0.18	53.14±0.13	18.94±0.17	54.75±0.05	19.34±0.12

В отличие от ионов Mg^{++} ионы Cd^{++} активно угнетают дезаминирующую способность гуаназы, причем уже при концентрации 0.5 мкм. Согласно полученным результатам (табл. 3), в нормальных условиях гуанин-дезаминаза печени крысы ингибируется 0.5 мкм Cd^{++} на 29%, гуаназа мозга – на 26%. Более высокие концентрации Cd^{++} ионов (1–5 мкм) усиливают процесс инактивации фермента. Наиболее сильное ингибирующее влияние при концентрации 5 мкм отмечено в гомогенатах печени крысы (61%). Вероятно, причиной инактивации являются SH- группы активного центра

Таблица 3

Влияние ионов Cd^{++} на активность гуаназы ткани печени и мозга крысы при различной интенсивности гипоксии (мкм NH_3 на 1 г св. тк.)

Интенс. гипоксии	Контроль		4000 м		5000 м	
	Печень	Мозг	Печень	Мозг	Печень	Мозг
Cd^{++}						
0	36.12±0.11	13.08±0.19	41.13±0.08	15.86±0.10	42.22±0.08	16.35±0.14
0.5	25.78±0.09	9.65±0.13	27.66±0.22	10.95±0.08	27.74±0.17	12.04±0.01
1.0	18.76±0.06	6.51±0.08	24.12±0.21	7.92±0.12	24.51±0.10	8.14±0.13
2.5	17.02±0.11	5.44±0.04	18.54±0.18	8.00±0.01	19.32±0.15	8.36±0.16
5.0	14.18±0.06	5.41±0.12	17.25±0.06	6.52±0.05	16.82±0.03	7.02±0.11

фермента, которые, выполняя роль специфических лигандов тяжелых металлов, образуют прочные комплексы с ионами Cd^{++} и изменяют нативную конформацию белка. При гипоксии как низкой, так и средней интенсивности ионы Cd^{++} не меняют динамику процесса, т. е. и в этом случае введение ионов не отражается на исходной активности фермента (табл. 3).

Обобщая полученные данные, можно предположить, что так как при развитии гипоксии ионы металлов не оказывают влияния на уровень дезаминирования гуаназы, то гипоксическое повреждение не сопровождается какими-либо конформационными изменениями фермента, влияющими на его дезаминирующую способность. Возможно, гипоксическое повреждение тканей индуцирует разрушение нуклеиновых кислот, что сопровождается образованием пуриновых оснований, с последующим их дезаминированием.

Следовательно, постгипоксические показатели гуаназы могут быть результатом изменения содержания гуанина в среде.

Ереванский государственный университет

**Академик М. А. Давтян, Н. Н. Айрапетян, М. А. Хачатрян,
А. П. Григорян**

Влияние интенсивности гипоксии на активность гуаниндезаминазы в органах крысы

Исследовано влияние гипобарической гипоксии на активность гуаназы – фермента гуаниновой ветви пуринового обмена. Модель гипоксии воспроизведена путем погружения животных в камеру, где создавалось давление ниже атмосферного, соответственно подъему на высоту 4000 и 5000 м над ур. м. Установлено, что активность гуаназы ткани печени и мозга крысы достоверно увеличивается при гипоксии низкой и средней интенсивности.

**Ակադեմիկոս Մ. Ա. Դավթյան, Ն. Ն. Հայրապետյան,
Ա. Չ. Խաչատրյան, Ա. Պ. Գրիգորյան**

Հիպոքսիայի ազդեցությունը առնետի օրգանների գուանինդեզամինազի ակտիվության վրա

Հետազոտվել է հիպոքսիայի հիպոքսիայի ազդեցությունը գուանազի՝ պուրինային փոխանակության գուանինային ճյուղի ֆերմենտի ակտիվության վրա: Հիպոքսիան իրականացվել է կենդանիներին խցում տեղադրելու միջոցով, որտեղ մթնոլորտային ճնշումը իջեցվել է ծովի մակերևույթից 4000 և 5000 մ բարձրության վրա առկա մթնոլորտային ճնշման մակարդակի: Պարզվել է, որ ցածր և միջին ինտենսիվության հիպոքսիայի պայմաններում առնետի լյարդի և ուղեղի հյուսվածքներում գուանազի ակտիվությունն աճում է:

**Academician M. A. Davtyan, N. N. Hayrapetyan, M. H. Khachatryan,
A. P. Grigoryan**

**The Influence of Hypoxia on the Activity of Guanine Deaminase
of the Rat's Organs**

The influence of hypobaric hypoxia on the activity of guanase - the enzyme of the guanine branch of purine metabolism - has been studied. The hypoxia model has been reproduced by placing the animals in the chamber where sub-atmospheric pressure has been created equal to the pressure on a height of 4000 to 5000m above the sea level. It has been found that the activity of guanase of the rat's liver and brain tissues steadily increases during hypoxia of low and medium intensity.

Литература

1. *Дудченко А. М., Лукьянова Л. Д.* - Бюл. эксперим. биол. и мед. 2003. № 7. с. 41-44.
2. *Бизенкова М. Н.* Общие закономерности метаболических расстройств при гипоксии различного генеза и патогенетическое обоснование принципов их медикаментозной коррекции, Автореф. канд. дис. Саратов. 2008.
3. *Вечканов Е. М., Сорокина И. А., Алилуев И. А.* - Мед. науки. 2012. № 8. С. 54-59.
4. *Khrenov A.V. Terentev A. A., Korobko V. G.* - Eur. Cytokine Netw. 1996. V. 7, № 2. P. 209.
5. *Чеснокова Н. П., Понукалина Е. В., Бизенкова М. Н.* - Современные наукоемкие технологии. 2006. № 5. с. 23-26.
6. *Хайбуллина З. Р., Вахидова Н. Т.* В кн.: Молодой ученый. Медицина: вызовы сегодняшнего дня. материалы междунар. науч. конф. Челябинск. 2012. С. 24-29.
7. *Вечканов Е. М., Сорокина И. А., Лукаш А. И.* - Нелекарственная медицина. 2010. № 3. С. 6-8.
8. *Силакова А.И., Труш Г.П., Являкова А.* - Вопр. мед. химии. 1962. Т. 8. С. 538-544.
9. *Улитко М. В.* - Роль моноцитов-макрофагов в адаптивных реакциях кровеносной ткани при действии на организм экстремальных факторов. Автореф. канд. дис. Екатеринбург. 2008.
10. *Пушкарева Т. А., Корякина Л. Б., Рунович А. А.* - Клин. лаб. диагностика. 2008. № 5. С. 3-7.
11. *Рыбакова М. Г., Кузнецова И.А.* - Архив патологии. 2005. № 5. С. 23-25.

УДК 616-002.51+618.1.12+547.95.953

С. С. Овакимян, О. М. Амирханян, Сур. С. Овакимян,
М. Д. Сафарян

**Действие кальциевого преципитата двуспиральной РНК
на липидный метаболизм и перекисное окисление при
генитальном туберкулезе**

(Представлено чл.-кор. НАН РА Г.Г. Данагуляном 22/IX 2014)

Ключевые слова: *генитальный туберкулез, фосфолипиды, перекисное окисление липидов.*

Туберкулез – инфекционное заболевание, вызываемое микобактерией (бактерией Коха). Генитальный туберкулез, как правило, развивается вторично [1-3] в результате переноса инфекции из первичного очага поражения (чаще из легких, реже из кишечника). Несмотря на прогресс медицины, заболеваемость туберкулезом в мире увеличивается, особенно в странах с низким уровнем жизни. Поражение мочеполовых органов стоит на первом месте среди внелегочных форм туберкулеза [4, 5]. Из первичного очага при снижении иммунной резистентности организма (хронические инфекции, стрессы, недостаточное питание и др.) микобактерии попадают в половые органы [6-8]. Инфекция распространяется в основном гематогенным путем, чаще в период полового созревания. При туберкулезном поражении брюшины возбудитель попадает на маточные трубы лимфогенно или контактным путем. Прямое заражение при половых контактах с больным генитальным туберкулезом возможно только теоретически, поскольку многослойный плоский эпителий вульвы, влагалища и влагалищной порции шейки матки устойчив к микобактериям.

Характерна локализация туберкулеза половых органов. Наиболее часто поражаются маточные трубы, что объясняется особенностями кровеносной системы и кровообращения. Известно, что кровоснабжение труб осуществляется за счет маточной и яичниковой артерий, имеющих многочисленные анастомозы, в которых циркуляция крови замедляется. Эта особенность способствует оседанию микобактерий в тканях труб, в первую очередь в их слизистой оболочке.

Поражение труб наблюдается практически у всех больных туберкулезом половых органов. Туберкулез маточных труб отмечается у 100% женщин с данной инфекцией половых органов, туберкулез матки – у 25-

30%. При этом процесс в основном развивается в теле матки, поражение шейки происходит редко (0.8-6% случаев). Яичники поражаются туберкулезом реже, чем маточные трубы, они вовлекаются в процесс у 6-10% больных женщин. Туберкулез влагалища и вульвы наблюдается редко.

К числу основных симптомов относится бесплодие, чаще первичное. Среди больных, страдающих бесплодием [9-11], туберкулез половых органов выявлен у 10-20%.

Лапароскопия позволяет выявить специфические изменения органов малого таза – спаечный процесс, туберкулезные бугорки на висцеральной брюшине, покрывающей матку, трубы, казеозные очаги в сочетании с воспалительными изменениями придатков. Кроме того, при лапароскопии можно взять материал для исследований [12].

В настоящем исследовании учитывались специфика структурно-функциональных и метаболических нарушений, мембранно-связанных фосфолипидов различных категорий, ответственных за стабилизацию липид-белковых взаимоотношений и формирование активных начал иммунологического статуса организма.

С отмеченной точки зрения заслуживают внимания закономерности нарушений метаболизма фосфолипидов (ФЛ). Последние характеризуются активированием в них процесса деацилирования фосфолипид-глицеридов и, главным образом фосфатидилхолинов (ФХ), катализируемого фосфолипазой А₂. Образование при этом высоких концентраций лизофосфатидилхолинов (ЛФХ), обладающих ярко выраженным мембранотоксическим и мембранолитическим действием, и является, по всей вероятности, одной из главных составляющих причинно-следственного патогенетического комплекса, ответственного за высокий темп тканевых деструктивных процессов.

Исходя из терапевтической эффективности дрожжевой низкомолекулярной двуспиральной РНК (дс-РНК) под кодовым названием "Зетапол" в упорядочении расстройств тканевого метаболизма ФЛ, установленной в клинике острого туберкулезного воспаления легких, был исследован синтезированный армянскими учеными кальциевый преципитат дс-РНК, активный в индукции интерферона в механизмах иммуностимулирующего действия [13].

Для получения кусочков ткани большого сальника, яичника, маточных труб, париетальной брюшины, а также асцитической жидкости у женщин, предположительно больных брюшным типом туберкулеза, мы использовали лапароскопический метод.

Гистологическое исследование тканей, полученных при биопсии, выявляет признаки туберкулезного поражения. Контрольной является проба, где туберкулез не обнаружен.

Экстракцию ФЛ из объектов исследования производили по Фолчу [14] в модификации Карагезяна [15], состоящей в предварительном обезвоживании испытуемого материала с помощью абсолютного ацетона. Фракционирование индивидуальных ФЛ осуществляли методом одномерной восходящей хроматографии в тонком слое силикагеля в системе раствори-

телей, состоящей из хлороформа, метанола и концентрированного аммиака в объемных соотношениях 65:35:5.

Фракции ФЛ идентифицировали с применением их стандартов ("Sigma", США). Количество липидного фосфора, минерализованного в среде концентрированной серной и азотной кислот, определяли спектрофотометрически по методу Фиске и Субароу, в мкг липидного фосфора/г сухого остатка исследуемого материала или в мкг липидного фосфора/мг белка по каждому индивидуальному представителю ФЛ. Полученные результаты обработаны методом вариационной статистики по критерию Стьюдента – Фишера.

Нейтральная категория ФЛ (НФЛ) представлена сфингомиелинами (СФМ), фосфатидилхолинами (ФХ), фосфатидилэтаноламинами (ФЭ), кислая же – фосфатидилсеринами (ФС), монофосфатидилинозитидми (МФИ), фосфатидными кислотами (ФК), кардиолипинами (КЛ).

Определенное количество полученных лапароскопическим методом тканей инкубировали в 0.01М растворе трис-НСl буфера при 37⁰С, рН 7.4. Затем ткани осаждали центрифугированием, высушивали ацетоном и использовали их для определения количества ФЛ.

Расчеты велись в мкг липидного фосфора в 1 г ацетонового порошка. Результаты исследований приведены в табл. 1.

Таблица 1

Изменение содержания фракций фосфолипидов у больных брюшным типом туберкулеза до и после введения дс-РНК

	Контр.	% разн. от суммы	Больные	% разн. от суммы	% разницы от контр.	Введение дс-РНК	% разн. от суммы	% разн. от контр.
Маточные трубы								
ЛФХ	-	-	85.6±0.8	5.8	-	42.0±0.5	2.1	-
МФИ	109.3±0.1	5.33	152.0±1.3	10.4	+39.0***	101.5±0.8	5.2	-7.1*
СФМ	338.4±0.3	16.5	220.5±0.6	15.1	-34.8***	316.0±0.2	16.2	-6.6*
ФХ	985.5±0.6	48.0	450.2±0.5	30.8	-54.3***	928.0±0.6	47.5	-5.8*
ФС	162.4±0.2	7.9	192.4±1.5	13.1	+18.5**	150.4±0.2	7.7	-7.4*
ФЭ	388.6±0.5	19.0	262.5±1.1	17.9	-33.4***	352.0±0.1	18.0	-9.4*
ФК	21.2±0.8	1.03	32.0±0.8	2.2	+51.0***	23.8±0.3	1.2	+12.3*
КЛ	45.8±0.9	2.2	68.0±0.9	4.6	+48.5***	40.4±0.7	2.1	-11.8*
Сумм НФЛ	1712.5±1.5		1018.8±1.2			1638±1.1		
Сумма КФЛ	338.7±1.2		444.4±1.1			316.1±1.5		
Сумма всех ФЛ	2051.2±1.0		1463.2±0.8			1954.1±1.1		
К С. НФЛ/С.КФЛ	5.06		2.3			5.2		

Яичники								
ЛФХ	-	-	85.0±0.8	28.8	-	30.9±0.1*	12.4	-
МФИ	25.2±0.3	11.6	45.4±0.4	15.4	+80.1***	28.8±0.6*	11.5	+14.3**
СФМ	20.8±0.2	9.6	12.2±1.2	4.1	-41.3***	21.0±0.5*	8.4	+1.0*
ФХ	72.5±0.8	33.4	38.0±0.5	12.8	-47.6***	70.4±0.8*	28.2	-2.9*
ФЭ	43.0±0.6	19.8	28.4±0.6	9.6	-33.9***	41.2±1.0*	16.5	-4.2*
ФС	28.0±0.1	13.0	33.2±0.7	11.2	+18.6**	29.3±0.6*	11.7	+4.6*
ФК	10.8±0.3	5.0	28.6±0.8	9.7	+64.8***	12.4±0.7*	5.0	+14.8**
КЛ	16.4±0.5	7.6	24.3±0.2	8.2	+48.2***	15.8±0.2*	6.3	-3.6*
Сумма НФЛ	136.3±1.6		163.6±1.3			163.5±1.7		
Сумма КФЛ	80.4±1.2		131.5±1.1			86.3±0.9		
Сумма всех ФЛ	216.7±1.0		295.1±1.8			249.8±1.3		
К С.НФЛ/С.КФЛ	1.7		1.24			1.9		
Большой сальник								
ЛФХ	33.8±0.2	2.5	90.8±0.3	8.0	+168.6***	40.2±0.1*	3.1	+19.0**
МФИ	52.3±0.5	3.9	69.0±0.1	6.1	+32.0***	48.8±0.1*	3.8	-6.7*
СФМ	202.4±0.6	15.2	138.2±0.6	12.2	-31.7***	193.8±0.5*	15.0	-4.2*
ФХ	635.0±0.1	47.6	382.0±0.2	33.7	-39.8***	600.5±0.4*	46.5	-5.5*
ФЭ	228.0±0.3	17.1	190.2±0.4	16.8	-16.6**	219.8±0.9*	17.0	-3.6*
ФС	126.7±0.6	9.5	155.0±0.5	13.7	+22.3***	132.0±0.7*	10.2	+4.2*
ФК	20.8±0.4	1.5	50.4±0.3	4.4	+42.3***	23.8±0.2*	18	+14.4**
КЛ	35.2±1.0	2.6	58.0±0.4	51	+64.8***	32.8±0.4*	2.5	-6.8*
Сумма НФЛ	1099.2±1.2		801.2±1.5			1054.3±1.3		
Сумма КФЛ	235.0±1.5		332.4±0.8			237.4±1.4		
Сумма всех ФЛ	1334.2±1.1		1133.6±0.9			1291.7±1.1		
КС.НФЛ/С.КФЛ	4.7		2.4			4.4		

Примечание: n=8; *p>0.5; **p<0.25; ***p<0.001.

Изучение динамики изменения индивидуальных представителей НФЛ и КФЛ (табл. 1) выявило особенности их расхождений от исходных величин. Примечательным при этом оказалось увеличение содержания ЛФХ, обладающих в высоких концентрациях мембранотоксическим и мембранолитическим действием, проявляющимся в стадии развития деградиционных процессов, характерных для туберкулеза. Следует отметить, что в тканях маточных труб и яичниках ЛФХ в норме нами не были обнаружены. Количественные изменения НФЛ и КФЛ, коррелирование уровня ЛФХ под действием Ca^{2+} -дс-РНК в пределах верхних границ нормы расцениваются как адекватная для данной патологии ответная реакция организма с подключением их как адаптогенов и иммуностимулирующих факторов. Примечательно при этом возрастание "удельного веса" КФЛ в сумме всех ФЛ как важнейших компонентов респираторной системы митохондрий, значение которых в репарации очагов поражения при туберкулезе заслуживает особого внимания. Таким образом, полученный нами экспериментальный материал позволяет расценить Ca^{2+} -дс-РНК как высокоэффективное средство в упорядочении структурно-функциональных расстройств при туберкулезной патологии. Согласно имеющейся научной информации [16,17] формирование патогенетических механизмов

при различных болезненных состояниях организма во многом обусловлено качественно-количественными расстройствами эндогенного альфа-токоферола (α -Т) как основного фактора антирадикальной защиты клетки. Это в равной степени касается и осложнений, проявляющихся в клинике туберкулеза. Нарушение интенсивности течения свободно-радикального окисления (СРО) липидов в ферментативной (НАДФ-зависимой) и неферментативной (аскорбатзависимой) системах перекисеобразования [18] проводилось по выходу конечного продукта – малонового диальдегида (МДА) из расчета нМ/г белка.

Таблица 2

**Динамика количественных изменений МДА у больных
брюшным типом туберкулеза под действием Ca^{2+} -дс-РНК**

Показатели	Контроль	Больные	Ca^{2+} -дс-РНК
Маточные трубы			
НАДФ-Н зависимое Переокисление	2.3±0.24	3.0±0.32	2.4±0.26
Аскорбатзависимое Переокисление	2.6±0.28	3.4±0.40	2.7±0.30
Яичники			
НАДФ-Н зависимое переокисление	2.1±0.18	2.5±0.28	2.2±0.20
Аскорбатзависимое переокисление	2.3±0.22	2.8±0.26	2.1±0.18
Большой сальник			
НАДФ-Н зависимое переокисление	1.9±0.14	2.3±0.22	2.0±0.16
Аскорбатзависимое переокисление	2.0±0.16	2.6±0.28	2.1±0.20

Примечание: n=8.

Исходя из результатов наших исследований более выраженное активирование срыва интенсивности течения СРО регистрируется в неферментативной аскорбатзависимой системе перекисления у больных туберкулезом. Применение Ca^{2+} -дс-РНК сопровождается отчетливо проявляющейся тенденцией к упорядочению характерной для нормы Интенсивности течения перекисеобразовательного процесса. Таким образом, можно сделать заключение о значительном превышении содержания МДА у больных брюшным типом туберкулеза. Последнее расценивается как интенсивно совершающийся процесс вовлечения освобождающихся при деацилировании фосфолипидов под воздействием фосфолипазы A_2 жирных кислот полиенового ряда в реакции перекисеобразования.

Научно-технологический центр органической
и фармацевтической химии НАН РА
Институт тонкой органической химии им. А. Л. Мнджояна

**С. С. Овакимян, О. М. Амирханян, Сур. С. Овакимян,
М. Д. Сафарян**

Действие кальциевого преципитата двуспиральной РНК на липидный метаболизм и перекисное окисление при генитальном туберкулезе

Выявлено нарушение постоянства фосфолипид-фосфолипидных соотношений с увеличением содержания лизофосфатидилхолинов при лекарственно устойчивом туберкулезе (ЛУТ), что свидетельствует о роли указанных соединений в патобиохимических механизмах этиопатогенеза ЛУТ. Особого внимания заслуживает регуляторная роль Ca^{2+} -дс-РНК в отношении метаболизма фосфолипидов в активности фосфолипазы A_2 , катализирующей процесс деацилирования фосфатидилхолинов, что сопровождается образованием лизофосфатидилхолинов и выходом неэстерифицированных жирных кислот. Активирование процесса свободно-радикального окисления регистрируется в неферментативной аскорбатзависимой системе перекисления. Применение Ca^{2+} -дс-РНК сопровождается тенденцией к упорядочению характерной для нормы интенсивности течения перекисеобразовательного процесса.

**Ս. Ս. Հովակիմյան, Ն. Ս. Ամիրխանյան, Սուր. Ս. Հովակիմյան,
Մ. Դ. Սաֆարյան**

Երկպարույր ՌՆԹ-ի պրեցիպիտատի ազդեցությունը լիպիդների փոխանակության և գերօքսիդացման վրա կանանց սեռական օրգանների տուբերկուլյոզի ժամանակ

Ստացված տվյալների համաձայն՝ դեղակայուն տուբերկուլյոզը (ԴԿՏ) բնութագրվում է ֆոսֆոլիպիդ-ֆոսֆոլիպիդ (ՖԼ-ՖԼ) համամասնության ֆիզիոլոգիապես հաստատուն կայունության խախտմամբ և լիզոֆոսֆատիդիլխոլինների (ԼՖԽ) պարունակության զգալի ավելացմամբ, ինչը վկայում է ԴԿՏ-ի էթիոպաթոգենեզի պաթոկենսաբանական մեխանիզմներում այդ միացությունների դերի մասին: Հաստուկ ուշադրության է արժանի Ca^{2+} -դս-ՐՈՒ-ի կարգավորիչ դերը ՖԼ-ի փոխանակության որոշակի փոփոխում, մասնավորապես ֆոսֆոլիպազա A_2 -ի վրա, որն իրականացնում է ֆոսֆատիդիլխոլինների դեացիլացման գործընթացը, ինչն ուղեկցվում է ԼՖԽ-ի և ոչ էպթերիֆիկացված ճարպաթթուների պարունակության զգալի ավելացմամբ: Լիպիդների ազատ ռադիկալային օքսիդացման ռեակցիաների ակտիվացումը գրանցվում է գերօքսիդացման ասկորբատկախ ոչ ֆերմենտային համակարգերում: Ca^{2+} -դս-ՐՈՒ-ի կիրառումը նպաստում է նորմալ բնորոշ գերօքսիդացման գործընթացների ինտենսիվության կարգավորմանը:

**S. S. Hovakimyan, H. M. Amirkhanyan, Sur. S. Hovakimyan,
M. D. Safarian**

Calcium Precipitate of Double-Stranded RNA Action on Lipid Metabolism and Lipid Peroxidation at Genital Tuberculosis

The drug-resistant tuberculosis (DRT) is characterized by impaired constancy FL-FL ratios with increasing lysophosphatidylcholines(LPCh), indicating about the role of these compounds in pathobiochemical mechanisms of etiopathogenesis of DRT. Particularly noteworthy regulatory role of Ca^{2+} -ds-RNA in relation of metabolism of FL provides the activity of phospholipase A_2 , which catalyzes the process of deacylation of phosphatidilcholins, which is accompanied by the formation of (LPCh) and access of non-esterified fatty acids. Activating the free radical oxidation is registered in non-enzymatic peroxidation system. The use of Ca^{2+} -ds-RNA is

accompanied by a tendency to ordering of characteristic for norm intensity of a course of peroxide formation process.

Литература

1. *Корнилова З.Х., Макаров О.В., Демихова О.В., Каюкова С.И.* - Туберкулез и болезни легких. 2011. N 3. С.49-51.
2. *Макаров О.В., Стаханов В.А., Каюкова С.И.* – Рос. мед. журн. 2009. N 1. С. 42-45.
3. *Беллендир Э. Н., Сердобинцев М. С., Ягафарова Р. К., Баринов В. С., Гарбуз А. Е., Мушкин А.Ю., Коваленко К.Н., Наконечный Г.Д., Олейник В.В., Гусева В. Н.* - Проблемы туберкулеза и болезней легких. 2005. N 5. С. 53-57
4. *Кошечкин В. А., Иванова З. А.* Туберкулез. Уч. пособие. М. Изд. группа ГЭОТАР. 2007. С. 304.
5. *Колачевская Е. Н.* Туберкулез женских половых органов. М. Медицина. 1996. С. 237.
6. *Аветисова Л. Р.* (1990) - Здоровье женщины. 2011. N 6. С. 111
7. *Аветисова Л.Р.* Альгоменорея у девушек пубертатного возраста. Канд. дис. М. 1990. 27 с.
8. *Шмаков П. Ю.* Медико-социальная характеристика контингента часто болеющих детей с различным иммунным статусом и пути их оздоровления. Рязань. 2002. стр. 22.
9. *Крайненко Е. В.* Современные аспекты туберкулеза женских репродуктивных органов. Канд. дис. М. 172 с.
10. *Соцкая О.Л., Сафарян М.Д., Соцкий П.О.* – Туберкулез и болезни легких. 2012. N 9.С. 25-30.
11. *Яковлева А.А.* - Сибирское медицинское обозрение. 2011. N 6. С. 90-94.
12. *Попова С. С., Семеновский А. В., Прохорович Н. А., Кочорова В. С., Баринов М. Н.* - Проблемы туберкулеза. 1999. N 3. С. 36-39.
13. *Агабалян А.С. Агабалян А.М., Карагезян К.Г.* - ДАН АрмССР.1998. Т. 98 N. 2. С. 166-169.
14. *Folch J., Less M., Sloan-Stanley G.H.* - J. Biol. Chem. 1957. V. 226. P. 497-509.
15. *Карагезян М. К.* Изучение молекулярных механизмов. Канд. дис. 1997. 120 с.
16. *Казарян А.В., Овакимян С.С., Карагезян К.Г.* - ДНАН РА. 2006. Т. 106. N 1. С. 72-79
17. *Мартirosян А.А., Секоян Э.С.* - Аллергология и иммунология. Афины. 2005. Т. 6. N 3. С. 368.
18. *Владимиров Ю.А.* Свободные радикалы в живых системах. Ин-т науки и техники ВИНТИ. 1991. Т. 29. С. 126-130.

MICROBIOLOGY

УДК 595

Academician E. G. Afrikian¹, A. I. Ilin², A. K. Okasov²

Microbiological Control of Dangerous Infections Vectors

(Submitted 29/VIII 2014)

Keywords: *microbial pest and vectors control, bacterial insecticides, Bacillus thuringiensis.*

Environment protection initiated the development of biological, i.e. natural means for pest control. The reorientation towards biological means for plant protection has been realized in many countries and microbiological methods are of a crucial importance for pests control. Within the target insects the vectors of dangerous infections have essential importance. The efforts in this area are directed to development of microbiological pest control, namely in the use of insecticides from *Bacillus thuringiensis* (*Bt*) [1-3].

The Scientific Center of Anti-infectious Drugs, **SCAID** in Kazakhstan and microbiological institutions of NAS RA are for many years actively cooperating for search and use of intercalinated by iodine drugs and their use in treatment of various infectious diseases, particularly caused by multiresistant to antibiotics strains with special emphasis for obtaining of nanostructured complexes. During the last 5 years **SCAID** is cooperating with Microbial Depository Center (**MDC**) in studies of biologically active compounds produced by crystalline inclusions forming entomopathogenic bacilli.

The great progress in molecular biology, biochemistry and genetics of *Bt* resulted in genetic modifications and obtaining transgenic corn, cotton, tobacco, tomato, potato and other crops resistant to several dangerous pests. Almost all genetic manipulations mostly developed on *Bt* at present are available for broad practical application.

Entomopathogenic sporeforming bacteria are represented by a great diversity of species. Undoubtedly the entomopathogenic lead of the Genus *Bacillus* is *Bt* first described by E.Berliner in 1915. Essentially important contribution in this field was establishment of direct relationship of insecticidal action of *Bt* cultures with formation of crystalline inclusions of proteinous nature during the sporulation of bacteria [4].

The list of entomopathogenic bacilli includes a great bacterial diversity. First of all up to hundred serotypes/subspecies of *Bt* with insecticidal activity to many pests. Among other entomopathogens are *B.sphaericus* (valid name *Lysinibacillus sphaericus*, *Ls*) [5], *B.laterosporus* and many others, including hardly cultivated *B.popilliae/lentimorbus* [2].

Among the *Bt* cultures are very pathogenic strains to honey bee and silkworm larvae as well as to mosquitoes, mites, etc. Very important to underline the presence of specificity of action to certain subspecies, serotypes and other taxons.

Till now *Bt* keeps since 1959 the leadership in large-scale production of bioinsecticides in the world. In the FSU *Bt* preparations have been produced in limits of 6-8 thousands tons annually. *Bt* till now keeps the world leadership in this field.

Microbiological insect control comprises the use of bacteria, fungi, viruses, protozoa and microscopic nematodes. In spite of substantial progress in the study and application of organisms mentioned the leading groups of microorganisms for insect control are represented by some aerobic spore-forming bacteria, particularly *Bt* what is the basis of contemporary large-scale industrial production of bioinsecticides against lepidopteran, coleopteran, mosquitoes, black flies, ticks and other pests.

Nevertheless among bacilli there are many other species to be studied and used as perspective source of new insecticides: many subspecies / serovars of *Bacillus sphaericus* (valid name: *Lysinibacillus sphaericus* (*Ls*) [5], *Bacillus popilliae*, *Bacillus lentimorbus*, *Bacillus laterosporus* and related *bacilli* producing specific entomocidal crystalline toxins of proteinous nature and having infectious action on the insect. In comparison with other microorganisms, mainly bacteria and fungi, the advantages of entomopathogenic *bacilli* are that due to formation of spores they are able to resist the unfavorable conditions of environment and to reproduce in nature causing wide-spread epizootics. The Genus *Bacillus* has the priority.

Study and use of bacterial insecticides cover a broad spectrum of R&D comprising many microbiological, biochemical, genetical, technological and entomological topics. In terms of the objectives the scopes have to be limited within the microbiological aspects for screening of new insecticidal mainly non-*Bt* species of bacilli.

MDC is the successor of long-term R&D of the Institute of Microbiology of NAS RA (**INMIA**), functioned in the Former Soviet Union (**FSU**) as the lead organization in microbiological problems for bacterial pest control. The Collection of entomopathogenic bacilli in **MDC** comprises over 5000 strains including around 1000 cultures of new subspecies, mainly *Bt*, *Ls* and related species.

The Collection includes a lot of extremophilic forms having important practical application for microbiological transformations. Enzymatic Database serves the R&D in this field.

The **MDC** was functioning in long-term R&D for integrated evaluation of microbial deteriorations of synthetic polymeric materials of space technique. The Collection of **MDC** comprises over 1000 fungal biodegradants, included

extremophiles, isolated from inhabited spacecrafts, the Orbital Complex (OC) “MIR” and the International Space Station (ISS) [6].

At present the Culture Collection kept comprises around 15.000 well-characterized strains, maintained in viable conditions. The Collection is included in the World Federation of Culture Collections (WFCC) under the registration number WDCM #803. The strains are kept by systematic transfers in nutritive media, under mineral oil, freeze-dried and in liquid nitrogen.

The INMIA organized the large-scale production of two original insecticides: **BIP** - for control of lepidopteran pests and **BLP** - for mosquitoes control.

The great contribution of the INMIA’s researchers was the first report on **Bt** plasmids and its role in production of entomocidal toxins in 1976 [7].

The main important results of R&D could be summarized as follows:

- Isolation and characterization of new entomopathogenic bacilli for pest control,
- Establishment of cross agglutination between of *B. cereus* and **Bt** (Table 1),
- Based on homology of DNA between cultures of **Bt** and mosquitocidal strains of **Ls** [8], several strains of **Ls** have been proposed for testing of cancerolytic action: the tests revealed the presence of this action to cancer culture *in vitro*. The presence of such action with stimulation of interferon has been found out [9],
- Using *B. popilliae*’ spheroplasts their fusion with **Bt** spheroplasts was succeeded for production of *B. popilliae* recombinants [10].
-

Table 1

Serotypisation of B.cereus (Bc) and Bt cultures isolated from different sources

Origin	Spec, Cryst formation	Qn-ty of str	Qn-ty of strains in serotypes					Non. typ.
			berl.	ale.	sotto-dendrolimus	galleriae	caucasicus	
Silk	Bt Cr+	70	3	1	5	21	31	9
	Bc Cr-	77	0	3	20	1	1	52
Mulb leaves	Bt Cr+	15	2	0	1	4	7	1
	Bc Cr-	4		0	1	0	0	3
Various insects	Bt Cr+	18	1	0	5	8	2	2
	Bc Cr-	9	0	0	1	0	0	8
Soil	Bc Cr-	45	0	5	2	2	2	15
Total	Bt Cr+	103	6	1	11	33	40	12
Total	Bc Cr-	135	0	8	24	3	3	78

Molecular genotyping of entomopathogenic bacilli has been applied for identification of different entomopathogenic bacteria mainly **Bt**, **Ls** and related species.

The extraction of genomic DNA from bacilli has been done according to benzyl chloride extraction method [11]. DNA samples extracted from the bacilli

have been amplified by PCR technology and visualization of the results obtained has been realized after agarose gel electrophoresis by further exposure under UV transilluminator, what indicates high specificity of used primers *Bt* and *Ls*. Generally, molecular genotyping gives more detailed identification, than serological methods with the use of H-antigen.

Preparation BLP (Bacterial Larvicide Preparation) – the new larvicide bacterial preparation obtained in Armenia and implemented in large-scale production with specific activity to mosquitoes has been successfully used in many regions of FSU. The preparation is highly active to mosquitoes of genera *Aedes*, *Culex*, *Anopheles*, *Uranotaenia*. **BLP** is produced on the basis of the original highly active strain of *B. thuringiensis ssp.israelensis*. It can be manufactured in different preparative forms: liquid preparation, paste, dry wettable powder, granules. The larvicidal activity of the dry (powder) preparation is equal to 5000 international units per mg, using *Aedes aegypti*. **BLP** has no toxicity for human, mammals, various hydrobionts (water insects, amphibiae, fishes), useful insects (honey-bee, silkworm) and plants. Its practical application revealed high efficiency in different regions of the FSU.

Insecticidal activity of entomopathogenic bacilli to the vectors of dangerous infections

The summarized data on mosquitocidal activity of *Bt* belonging to subspecies *israelensis* and *Ls* serotypes 5 / 25 to 10 different species of mosquitoes are presented in Table 2.

Table 2

Mosquitocidal activity of entomopathogenic bacilli

Mosquitoes	<i>Bacillus</i> species	MDC Nu-s	Mortality of larvae
<i>Aedes caspius</i> Pal., <i>Anopheles maculipennis</i> Mg., <i>Anopheles claviger</i> Mg., <i>Culex pipiens</i> L., <i>Culex modestrus</i> Fic., <i>Culex theileri</i> Th., <i>Culex territans</i> Wal., <i>Culex hortensis</i> Fic., <i>Uranotaenia unguiculata</i> Ed.	<i>Bt</i>	2912, 11953, 11954, 14096, 16363	10-60 min
	<i>Ls</i>	2914, 2977, 2984, 11453	15-24 hrs
<i>Aedes aegypti</i> L.	<i>Bs</i>	2922, 2923	10-60 min
	<i>Ls</i>	2914	15-24 hrs

The special series of experiments aimed to characterize insecticidal activity to fleas have been carried out. As a test-organism, larvae of *Xenopsylla cheopis* Roths., the vector transferring the plague has been applied. A special emphasis has been placed on studies of *Bt* ssp. *caucasicus* cultures isolated and described by us in previous years as a separate subserovar of serovar 10 (ssp. *darmstadiensis*). The fleas larvae have been selected from generated eggs kept in sterile sand enriched with albumin and yeast extract. For each experiment 30-40 larvae were tested on agar medium. The data are summarized in the Table 3.

The bacillary cultures have been isolated from dominant microbiota of ticks and identified as *Bt* species. The obtained bacterial cultures were tested on ixodic ticks in laboratory experiments.

The obtained results permitted to characterize the following cultures as the strains with high insecticidal activity to ticks:

- strains of *Bt* - 14535, 14520, 14572, 14570, 14571, 14575, 15047
- strains of *Ls* – 14522, 14571, 14572, 14574, 14655, 16067.

Table 3

Insecticidal activity of entomopathogenic bacilli of *Bt ssp. caucasicus* to fleas *Xenopsylla cheopis* Roths. (evaluation of activity of dried biomass 30 mg/g in diet, 20 bln spores/g)

Strains of <i>B. thuringiensis</i>	Age	Mortality, %	Mortality of imago in 6 days, %	LD ₅₀ of larvae, mg/g
ssp. <i>caucasicus</i> 805, 837, 839, 871, 873, 887, 891-896	1	60	50	13
	2	30		15
	3	25		8
ssp. <i>caucasicus</i> 811, 828, 831, 844	1	70	80	8
	2	40		12
	3	60		50

The bacillary cultures have been isolated from dominant microbiota of ticks and identified as *Bt* species. The obtained bacterial cultures were tested on ixodic ticks in laboratory experiments.

The obtained results permitted to characterize the following cultures as the strains with high insecticidal activity to ticks:

- strains of *Bt* - 14535, 14520, 14572, 14570, 14571, 14575, 15047
- strains of *Ls* – 14522, 14571, 14572, 14574, 14655, 16067.

According to our data molecular genotyping with specific primers gives more and detailed data to reveal biodiversity and identification than other methodologies including seroagglutination. For example, by molecular genotyping it was possible to reveal around 10% of strains identified as non-*Bt* cultures before they were recognized as *Bt* serotypes.

The specific amino acid and vitamin requiring properties of different subspecies of *Bt* cultures have been revealed for *Bt* (ssp. *berliner*) thiamine, for *Bt* ssp. *galleriae* -nicotinic acid and several amino acids.

Our long-term studies have shown that among B. cereus and related species - the true soil inhabitant without any signs of crystal production, possible to isolate the strains which are serotyped with antisera of well-known subspecies of B. thuringiensis.

The obtained data have shown that the cultures of B. cereus and Bt possess cross agglutination properties to H-antigen antisera prepared from original Bt namely serotype 1 (berliner), what indicates phylogenetic closure of these species.

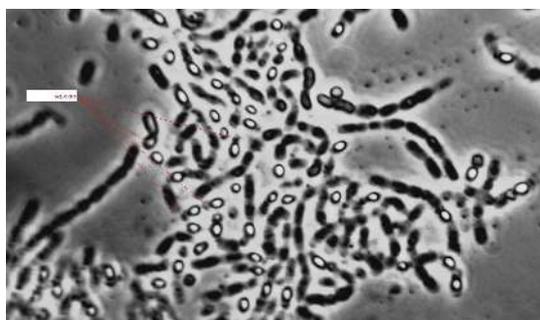
The combined preparation for control of rodents and fleas has been developed with the use of *Salmonella enteritidis* (rodenticide) and *B. thuringiensis* ssp. *caucasicus* (insecticide to fleas).

The unique and very important species is *Bacillus popilliae*, which is active to Japanese beetle milky disease and which in certain conditions spontaneously produces spheroplasts. We have already shown that the phenomenon of diauxia blocks the sporulation of *B. popilliae*. This phenomenon was used for obtaining of *Bt* recombinants by using vitamin requiring properties as genetic markers.

Besides the mentioned species of around 100 strains from the Culture Collection of *Bacillus mycooides*, isolated from soils of different countries, including left-rotating and right-rotating (inversive) forms have been studied for production of crystalline parasporal inclusions and entomocide (insecticide) action to silkworm larvae (4-5 instars).

MDC is actively engaged within the Russian Space Programs **BION**, **BIORISK**, **EXPOSE** and **PHOTON**. During last years some strains of *B. mycooides* have been exposed in the **ISS**. The data presented have shown that different forms of *B. mycooides* maintain their entomopathogenic action (test: silkworm larvae). The only difference is the time of larvae's mortality: as usual insecticide activity is revealed after 96 hrs, in contrast to *Bt* after 24hrs. The forthcoming R&D has to elucidate the nature of this difference in insecticide action.

For many years we have revealed the cultures of *Bacillus mycooides* in cadavers of various insects.



Microscopic studies indicate the presence of crystalline inclusions during the sporulation (Fig.1). Tests on silkworm larvae have shown that their feeding by the mentioned bacterial culture resulted in mortality after 2-3 days in contrast to *Bt* giving mortality during the first day. Exposure of such strains in the **ISS** confirmed these data.

Fig. 1. Phase contrast microscopy of sporulating culture of *B. mycooides* x 1000. The growth after 1 month, the Space **EXPOSE-R** Program

¹ Microbial Depository Center of s/p Center "Armbiotechnology", NAS of RA

² Scientific Center for Anti-infectious Drugs (**SCAID**) JSC, Almaty, Kazakhstan

Академик Э. К. Африкян, А. И. Ильин, А. К. Окасов

Микробиологическая борьба с векторами опасных инфекций

Приведен краткий обзор современного состояния микробиологической борьбы с вредоносными насекомыми, в особенности с переносчиками особо опасных инфекций. В результате всестороннего изучения обширной коллекции культур энтомопатогенных бацилл ЦДМ выявлено наличие штаммов с выраженной активностью к комарам, клещам и блохам – переносчикам соответственно малярии, туляремии, энцефалитов, чумы. Установлены перекрестная агглютинация по Н-антигену *Bt* и *B.cereus*, указывающая на их филогенетическое родство, а также образование параспоральных белковых включений у культур *B. mycooides* с сохранением этого свойства после экспозиции и выращивания этих штаммов на Международной космической станции.

Ակադեմիկոս Է. Գ. Աֆրիկյան, Ա. Ի. Իլյին, Ա. Կ. Օկասով
Վտանգավոր ինֆեկցիաներ փոխանցողների դեմ մանրէաբանական
պայքարը

Ներկայացվում է կարճ ակնարկ վնասատու միջատների, հատկապես խիստ վտանգավոր ինֆեկցիաներ փոխանցողների դեմ մանրէաբանական պայքարի արդի վիճակը: ՄԱԿ-ի միջատասպան բացիլների կուլտուրաների հավաքածուի բազմակողմանի ուսումնասիրության հիման վրա հաստատվել է մալարիա, տուլյարեմիա, էնցեֆալիտներ, ժանտախտ փոխանցողների՝ համապատասխանաբար մոճակների, տզերի և լվերի նկատմամբ արտահայտված ակտիվությունը: Հաստատված է *Bt* և *B.cereus* H-հակաձինով խաչաձևող ագլուտինացիան, որը մատնանշում է նրանց ֆիլոգենետիկ կապը: Հայտնաբերվել են սպիտակուցային պարասպորալ ներառումներ *B. mycooides* կուլտուրաների մոտ, որոնք պահպանվում են Միջազգային տիեզերական կայանում փորձարկումներից հետո:

Academician E. G. Afrikan, A. I. Ilin, A. K. Okasov
Microbiological Control of Dangerous Infections Vectors

A brief review of the state of the Art of Microbial insecticide control activity with emphasis to control of infections vectors has been presented. The comprehensive studies of the vast Culture Collection of entomopathogenic bacilli kept in the MDC permitted to reveal the strains with expressed activity to species of mosquitoes, ticks and fleas as the vectors of malaria, tularemia, encephalitis and plague. The cross agglutination of H-antigen obtained from *Bt* and *B.cereus* has been established, indicating their close phylogenic relationship of the species mentioned. Production of insecticide parasporal proteinous inclusions are distributed in *B.mycooides* strains and preserved during their growth in the International Space Station.

References

1. *Burges H.D., Hussey N.W. (eds.)* Microbial control of insects and mites. AP. London. 1971.
2. *Afrikan E.G.* Entomopathogenous bacteria. Advances in microbiology. (Moscow). 1975. 10. 142 p. (in Russian).
3. *Hokkanen H.M.T., Hajek A.E.* - Kluwer Academic Pres. 2003. N 1. P. 369.
4. *Ferré J., Van Rie J.-* Annu. Rev. Entomol. 2002. V. 47. P. 501-533.
5. *Hannay C.L.* – Nature. 1953. 2002. P.1004.
6. *Euzeby J.P.* List of Prokaryotic names with Standing in Nomenclature, 2010. (<http://www.bacterio.cict.fr>).
7. *Afrikan E.* (ed.) Fungal degradants of polymeric materials: Databases and Culture Collection with the Atlas. Yerevan. Edit Print. 2005. 250 p.
8. *Zakharyan R. A., Afrikan E. G., Agabalian A. S., Chil-Hakobian L. A.-* RNAS of Armenia. 1976. V. 63. N 1. P. 42, (in Russian).
9. *Hambartsumian N. S., Chilingaryan K. H., Chitchyan V. G., Meliksetyan V. Sh., Akopyan J. I., Afrikan E. G.* - Mikrobiologiya (Moscow). 1987. V. 56. N 2. P. 242-249 (in Russian).

10. Agabalian A.S., Zakharian R.A., Mesropian N.P., Movsesian A.V. - Exp. Oncology (Moscow). 1987. N 5 (in Russian).
11. Bagdasarian S.N., Afrikan E.G. - J. Armenia. 1997. V. 50. N 3-4. P. 216-220 (in Russian).
12. Zhu H., Qu F., Zhu L.H. - Nucleic Acids Research. 1993. N 21, 22. P. 5279-5280.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ 114 հատորի

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

<i>Ս. Ա. Նիզիյան</i> – Արգումենտների անորոշ արժեքներով թվաբանական ֆունկցիաներ: Հաշվարկելիություն և λ -որոշելիություն	7
<i>Ս. Հ. Անիստնյան</i> – Ավագ կարգի ածանցյալների նկատմամբ չլուծվող սովորական դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգերի հետազոտություն	14
<i>Ռ. Ֆ. Շամոյան, Օ. Ռ. Միլիչ</i> – Ճշգրիտ թեորեմներ խիստ պսևդոուղղիկ տիրույթների մեջ անալիտիկ տարածությունների հետքերի մասին	91
<i>Գ. Ա. Կարապույան, Կ. Ռ. Մուրադյան</i> – Կրկնակի Ֆուրիեի շարքերի եռանկյուն և սեկտորիալ գումարների տարամիտության մասին	97
<i>Գ. Գ. Գևորգյան, Կ. Ա. Քեռյան</i> – $H^1(R)$ -ում կտոր առ կտոր գծային ֆունկցիաներից կազմված մի բազիսի մասին	187
<i>Վ. Ս. Ջաքարյան, Բ. Վ. Հովհաննիսյան</i> – Շրջանում անալիտիկ ֆունկցիաների մի դասի թելյորի գործակիցների մասին	192
<i>Վ. Ա. Բարսյան</i> – Անընդհատ ֆունկցիաների տարածությունում Հիլբերտի եզրային խնդրի մասին	199
<i>Վ. Ժ. Դումանյան</i> – Երկրորդ կարգի էլիպտական հավասարումների համար Դիրիխլեի խնդրի լուծելիության մասին	295
ՄԵՆԱՆԻԿԱ	
<i>Ռ. Կ. Ալեքսանյան, Վ. Հ. Երոյան</i> – Գլանային անիզոտրոպիա ունեցող նյութից պրիզմատիկ ձողի ոլորման մասին	18
<i>Դ. Կ. Գասպարյան, Կ. Բ. Ղազարյան</i> – Կապակցված ալիքները էլեկտրամագնիսաառաձգական պիեզոակտիվ միջավայրում	25
<i>Ռ. Մ. Կիրակոսյան</i> – Առաձգական ամրակցված հենարանով հեծանի ծռման ոչ դասական խնդիրը	101
<i>Ռ. Մ. Կիրակոսյան, Ս. Պ. Ստեփանյան</i> – Առաձգական ամրակցման հենարանով փոփոխական հաստության օրթոտրոպ հեծանի ծռման ոչ դասական խնդիրը	205
<i>Մ. Վ. Բեկուբեկյան, Ս. Ռ. Մարտիրոսյան</i> – Գերձայնային գազի հոսքում ուղղանկյուն սալի կայունության մի խնդրի մասին	213
<i>Ա. Ա. Ղուկասյան</i> – Առաձգականությամբ մանիպուլյատորի կինեմատիկական կորագիծ կորրեկցիաների համակարգում	222
<i>Ռ. Մ. Կիրակոսյան, Ս. Պ. Ստեփանյան</i> – Ձողի կայունությունը առաձգական ամրակցման հենարանի առկայությամբ	309
<i>Ա. Ա. Ղուկասյան</i> – Առաձգական երկօղակ մանիպուլյատորի բռնիչի շարժման կինեմատիկական կառավարում	316
<i>Ս. Ա. Համբարձումյան, Ս. Հ. Մարգարյան</i> – Միկրոպոլյար նյութերի համար ժառանգականության տեսության հարթ խնդրի հիմնական հավասարումները և միկրոպոլյար հեծանի ծռման ժառանգականության կիրառական տեսության կառուցումը	325
<i>Ն. Ս. Ասլանյան, Գ. Ս. Հայրապետյան, Ս. Հ. Մարգարյան</i> – Միկրոպոլյար առաձգական ուղղանկյուն սալի ծռումը	333
ԷԼԵԿՏՐՈՍՏԱՏԻԿԱ ԵՎ ՄԵԿԱՆԻԿԱ	
<i>Ա. Ա. Ավետիսյան, Ա. Ա. Քամայան</i> – Սահքի էլեկտրաառաձգական ազդանշանի տարածումը $6mm$ պիեզոդիէլեկտրիկ անհամասեռ շերտում	108
ՖԻԶԻԿԱ	
<i>Ջ. Հ. Գրիգորյան</i> – Խառնուրդային վիճակները կիսասնվերջ սահմանափակող պոտենցիալով քվանտային կետում	116
<i>Ռ. Հ. Ալանսկյան</i> – Հիգգս բոզոնների և իր սուպերպարտնյորների ծնումը e^+e^- -	230

բախումներում	
<i>Չ. Հ. Գրիգորյան, Լ. Ս. Պետրոսյան, Է. Մ. Ղազարյան</i> – Խառնուրդային վիճակները վերջավոր սահմանափակող պոտենցիալով էլիպսարդային և ուսայակաձև քվանտային կետերում	239
<i>Դ. Բ. Հայրապետյան, Տ. Վ. Քոթանջյան</i> - Մագնիսական կլանումը Մոյսի սահմանափակող պոտենցիալով գլանաձև քվանտային կետում	343
<i>ՔԻՄԻԱԿԱՆ ՖԻԶԻԿԱ</i>	
<i>Ա. Ս. Մարտիրոսյան, Ս. Վ. Ծառուկյան, Ի.Ա. Վարդանյան</i> – $\text{CH}_3\text{O}_2 + \text{RH}$ ռեակցիայով հարուցված տարբեր մակերևույթների վրա ընթացող օրգանական միացության (RH) շղթայական օքսիդացման պրոցեսի մոդելի կինետիկական անալիզը	249
<i>ԿԵՆՍԱՍՖԻԶԻԿԱ</i>	
<i>Չ. Ա. Գրիգորյան, Ե. Շ. Մամասախլիսով, Ա. Թ. Կարապետյան</i> – ԴՆԹ-պարունակող պոլիմերային բաղադրիչներում օրինետացիոն կարգը. հալման էֆեկտը	123
<i>ԵՐԿԸՄՖԻԶԻԿԱ</i>	
<i>Ա. Կ. Մաթևոսյան</i> – Երկրաէլեկտրական միջավայրի էլեկտրաքիմիական լիցքավորման չափորոշիչը	33
<i>ՔԻՄԻԱ</i>	
<i>Կ. Ս. Մարգարյան</i> – Էթինիլտետրազոլի էլեկտրաքիմիական պոլիմերում տարբեր էլեկտրոդների վրա	131
<i>Կ. Ս. Մարգարյան, Ս. Հ. Մարգարյան</i> – Ոսկի պարունակող ամինաթիազոլային թաղանթների էլեկտրասինթեզը և հատկությունները	257
<i>ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ</i>	
<i>Ա. Հ. Պողոսյան</i> – Ալկիլսուլֆոնատ/ջուր համակարգերում, ջերմաստիճանից կախված, փուլային անցումների ուսումնասիրությունը մոլեկուլային դինամիկայի մեթոդով	261
<i>ԿԵՆՍԱՍՖԻԶԻԿԱ</i>	
<i>Մ. Ա. Դավթյան, Ն. Ն. Հայրապետյան, Մ. Հ. Խաչատրյան, Ա. Պ. Գրիգորյան</i> – Գուանինիլեզամինազը և գուանոզինիլեզամինազը տարբեր կենսաբանական օբյեկտներում	51
<i>Պ. Ա. Ղազարյան, Գ. Մ. Գալոյան</i> – Տրանսպորտային ԱԵՖազային ակտիվության ուսումնասիրությունը էրիթրոցիտների և հեպատոցիտների թաղանթներում սարկոմա-45-ի ժամանակ և ցիան խումբ պարունակող լակտոնների նոր ածանցյալի օգտագործումից հետո	58
<i>Ա. Ա. Միմոնյան, Ռ. Ա. Միմոնյան, Ա. Ս. Մարգարյան</i> – ԱԵՖ-ֆոսֆոհիդրոլազի ակտիվության փոփոխությունները սպիտակ առնետների տարբեր օրգանների միտոքոնդրիումներում SkQ1 հակաօքսիդանտի ներգործությամբ, պենտիլենտետրազոլով մակաձված էպիլեպսանման ցնցումների դեպքում	136
<i>Տ. Ս. Խաչատրյան</i> – N-տեղակալված- α , β -դեհիդրոամինաթթուների քոլինի էթերների գերցածր չափաբաժինների ազդեցությունը առնետների վրա ենթակլինիկական հիփոթիրեզոլի պայմաններում	143
<i>Տ. Ս. Խաչատրյան</i> – Քոլինի էթեր N-(մեթոքսիբենզոիլ)-O-իզոպրոպիլ- α , β -դեհիդրոթիրոզինի դերը առնետների արյան մեջ հիփոֆիզի թիրոիդ հորմոնի և վահանագեղձի հորմոնների բաղադրության փոփոխմանը փորձնական հիփոթիրեզոլի պայմաններում	267
<i>Մ. Ա. Դավթյան, Ն. Ն. Հայրապետյան, Մ. Հ. Խաչատրյան, Ա. Պ. Գրիգորյան</i> – Հիպոքսիայի ազդեցությունը առնետի օրգանների գուանինիլեզամինազի ակտիվության վրա	351
<i>Ս. Ս. Հովակիմյան, Հ. Մ. Ամիրխանյան, Սուր. Ս. Հովակիմյան, Մ. Դ. Սաֆարյան</i> –	

Երկպարույր ՌՆԹ-ի պրեցիպիտատի ազդեցությունը լիպիդների փոխանակության և գերօքսիդացման վրա կանանց սեռական օրգանների տուբերկուլյոզի ժամանակ ... ԵՐԿՐԱՖԻԶԻԿԱ	356
<i>Ս. Վ. Գրիգորյան, Ռ. Ա. Փաշայան, Լ. Վ. Հարությունյան</i> – Կենտրոնական Հայաստանի հանքային ջրերի հիդրոերկրաքիմիական պարամետրերի փոխկապ- վածությունը սեյսմիկության հետ	44
ՄԱՆՐԷԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ	
<i>Ա. Գ. Քերյան, Ե. Ա. Միսոնյան, Բ. Լ. Բազուկյան, Ա. Հ. Թռչունյան</i> – Հայկական կաթնամթերք մածունից անջատված լակտոբացիլների նոր շտամների աճի և հակաբակտերիական ակտիվության ճնշումը ԷՂՏԱ-ի ցածր կոնցենտրացիաներով. համեմատական հետազոտություն գրամ-դրական և գրամ-բացասական բակտե- րիաների նկատմամբ	149
<i>Է. Գ. Աֆրիկյան, Մ. Ա. Կինոսյան, Ա. Կ. Օկասով, Ն. Լ. Ղազանյան</i> - Միջատների բնածին միկրոֆլորայի յուրահատկությունը	156
<i>Է. Գ. Աֆրիկյան, Ա. Բ. Իրյին, Ա. Կ. Օկասով</i> - Վտանգավոր ինֆեկցիաներ փոխանցողների դեմ մանրէաբանական պայքարը	365
ԲՆԱՊԱՀՊԱՆՈՒԹՅՈՒՆ	
<i>Գ. Ս. Երիցյան</i> – Շահագործման լեռնային պայմաններում դողերի գլոբման դիմադրության ուժի փոփոխությունը և նրա ազդեցությունը ավտոմոբիլի էկոլոգիականության վրա	64
ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ	
<i>Ք. Վ. Ղազարյան, Ն. Գ. Հունանյան, Ա. Վ. Մկրտչյան</i> - Ոչ հղի առնետների արգանդի փողերի ծայրամասային շրջանների պեյսմեկերային ակտիվությունների փոխազդեցությունը	69
<i>Ք. Վ. Ղազարյան, Լ. Գ. Միսոնյան, Ռ. Գ. Չիրուխյան</i> – Միզուղու մեկուսացրած ծայրային հատվածների և միզապարկի ինքնաբուխ էլեկտրական ակտիվության ինքնավարությունը	164
<i>Կ. Ա. Պանչուլազյան</i> – Օրգանիզմի ֆունկցիոնալ վիճակի հոգեֆիզիոլոգիական հետազոտությունը պոլիգրաֆի միջոցով կադրային ռազմավարությունում հոգեբանական անվտանգության ապահովմամբ	271
ԲՈՒՅՍԵՐԻ ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ	
<i>Վ. Վ. Ղազարյան, Ժ. Հ. Հովակիմյան, Զ. Մ. Պառավյան</i> - Խոշորառեջ կաղնու աճման և ֆոտոսինթետիկ գործունեության կախվածությունը աճելավայրի բարձրությունից և մացառային ծանրաբեռնվածությունից	279
ԲԱՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆ	
<i>Ա. Ա. Սահակյան</i> - Պատմիչ Մարաբ Մծուրնացու (մ. թ. II դ.) աշխարհընկալման և աղբյուրաբանական մեթոդի շուրջ	76
<i>Ա. Ա. Սահակյան</i> - Մարաբ Մծուրնացի Աբյուղենուսի և Խորենացու միջև ընդ ...	171

СОДЕРЖАНИЕ 114-го ТОМА

МАТЕМАТИКА

С. А. Нигян – Арифметические функции с неопределенными значениями аргументов. Вычислимость и λ -определимость.....	7
С. А. Анисонян – Исследование систем обыкновенных дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно высших производных.....	14
Р. Ф. Шамоян, О. Р. Милич – Точные теоремы о следах аналитических пространств в строго псевдовыпуклых областях	91
Г. А. Карагулян, К. Р. Мурадян – О расходимости треугольных и секторных сумм двойных рядов Фурье	97
Г. Г. Геворкян, К. А. Керян – Об одном базисе пространства $H^1(R)$, состоящем из кусочно-линейных функций	187
В. С. Захарян, И. В. Оганисян – О коэффициентах Тейлора одного класса аналитических в круге функций	192
В. А. Бабаян – О граничной задаче Гильберта в пространстве непрерывных функций	199
В. Ж. Думанян – О разрешимости задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка	295

МЕХАНИКА

Р. К. Алексанян, В. А. Едоян – О кручении призматического стержня из материала с цилиндрической анизотропией	18
Д. К. Гаспарян, К. Б. Казарян – Связанные волны в электро-магнито-упругой пьезоактивной среде	25
Р. М. Киракосян – Неклассическая задача изгиба ортотропной балки с упруго заземленной опорой	101
Р. М. Киракосян, С. П. Степанян – Неклассическая задача изгиба ортотропной балки переменной толщины с упруго заземленной опорой	205
М. В. Белубекян, С. Р. Мартиросян – Об одной задаче динамической устойчивости прямоугольной пластинки в сверхзвуковом потоке газа	213
А. А. Гукасян – Кинематика упругого манипулятора в криволинейной системе координат	222
Р. М. Киракосян, С. П. Степанян – Устойчивость стержня при наличии упруго заземленной опоры	309
А. А. Гукасян – Кинематическое управление движением схвата двухзвенного упругого манипулятора.....	316
С. А. Амбарцумян, С. О. Саркисян – Основные уравнения плоской задачи наследственной теории для микрополярных материалов и построение прикладной наследственной теории изгиба микрополярных балок.....	325
Г. С. Айрапетян, Н. С. Асланян, С. О. Саркисян – Изгиб микрополярной упругой прямоугольной пластинки.....	333

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОУПРУГОСТИ

А. С. Аветисян, А. А. Камалян – О распространении электроупругого сдвигового сигнала в неоднородном пьезодиэлектрическом слое класса bmm	108
--	-----

ФИЗИКА

З. Г. Григорян – Примесные состояния в полусферической квантовой точке с полубесконечным ограничивающим потенциалом	116
Р. А. Аланакян – Рождение хиггсовских бозонов и их суперпартнеров в e^+e^- -столкновениях	230
З. Г. Григорян, Л. С. Петросян, Э. М. Казарян – Примесные состояния в эллипсоидальных и линзообразных квантовых точках с конечным ограничивающим потенциалом	239
Д. Б. Айрапетян, Т. В. Котанджян – Магнитопоглощение в цилиндрической квантовой точке с ограничивающим потенциалом Морса	343

ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

- А. С. Мартиросян, С. В. Царукян, И. А. Варданян* – Кинетический анализ модели цепного процесса окисления органического соединения (RH), инициированного реакцией $\text{CH}_3\text{O}_2 + \text{RH}$, на разных поверхностях 249

БИОФИЗИКА

- З. А. Григорян, Е. Ш. Мамасакхисов, А. Т. Карапетян* – Ориентационный порядок в ДНК-содержащих полимерных композитах: эффект плавления 123

ГЕОФИЗИКА

- А. К. Матевосян* – Критерий электрохимической заряженности геоэлектрической среды 33

ХИМИЯ

- К. С. Маргарян* – Электрохимическая полимеризация этинитетразола на различных электродах 131

- К. С. Маргарян, С. А. Саргисян* – Электросинтез и свойства золотосодержащих пленок полиаминотиазола 257

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- А. Г. Погосян* – Температурно-зависимые фазовые переходы в системе алкилсульфонат/вода. Молекулярно-динамическое исследование 261

БИОХИМИЯ

- М. А. Давтян, Н. Н. Айрапетян, М. А. Хачатрян, А. П. Григорян* – Гуаниндезаминаза и гуанозиндезаминаза в различных биологических объектах 51

- П. А. Казарян, Г. М. Галоян* – Изучение транспортных АТФазных систем плазматических мембран эритроцитов и гепатоцитов при саркоме-45 и после применения нового производного цианосодержащих лактонов 58

- А. А. Симонян, Р. А. Симонян, А. С. Маргарян* – Изменение активности АТФ-фосфогидролазы в митохондриях органов белых крыс под влиянием фактора антиоксидантного действия SkQ1 при эпилептиформных приступах, индуцированных пентилентетразолом 136

- Т. С. Хачатрян* - Воздействие сверхмалых доз холиновых эфиров N-замещённых- α , β -дегидроаминокислот на субклинический гипотиреоз у крыс 143

- Т. С. Хачатрян* – Роль холинового эфира N-(2-метоксибензоил)-O-изопропила, β -дегидротирозина в изменении концентрации тиреотропного гормона гипофиза и тиреоидных гормонов в сыворотке крови крыс в условиях экспериментального гипотиреоза 267

- М. А. Давтян, Н. Н. Айрапетян, М. А. Хачатрян, А. П. Григорян* – Влияние интенсивности гипоксии на активность гуаниндезаминазы в органах крысы 351

- С. С. Овакимян, О. М. Амирханян, Сур. С. Овакимян, М. Д. Сафарян* – Действие кальциевого преципитата двуспиральной РНК на липидный метаболизм и перекисное окисление при генитальном туберкулезе 356

ГЕОХИМИЯ

- С. В. Григорян, Р. А. Пашаян, Л. В. Арутюнян* – Взаимосвязь гидрогеохимических параметров минеральных вод Центральной Армении с сейсмичностью 44

МИКРОБИОЛОГИЯ

- А. Г. Керян, Е. А. Симонян, И. Л. Базукян, А. А. Трчунян* – Подавление роста и антибактериальной активности новых штаммов лактобацилл, изолированных из армянского молочного продукта мацун ЭДТА в низких концентрациях: сравнительное исследование с грам-положительными и грам-отрицательными бактериями 149

- Э. К. Африкян, М. А. Киносян, А. К. Окасов, Н. Л. Казанчян* – Специфика энтомогенной микробиоты насекомых 156

- Э. К. Африкян, А. И. Ильин, А. К. Окасов* – Микробиологическая борьба с векторами опасных инфекций 363

ЭКОЛОГИЯ

- Г. С. Ерицян* – Изменение силы сопротивления качению шин в горных условиях эксплуатации и его влияние на экологичность автомобиля 64

ФИЗИОЛОГИЯ	
<i>К. В. Казарян, Н. Г. Унанян, А. В. Мкртчян</i> – Взаимодействие пейсмекерных активностей крайних отделов маточных труб у небеременных крыс	69
<i>К. В. Казарян, Л. Г. Симонян, Р. Г. Чибухчян</i> – Автономность спонтанной электрической активности в изолированных конечных областях мочеточника и в мочевом пузыре	164
<i>К. А. Панчулазян</i> – Психофизиологическое исследование функционального состояния организма с применением полиграфа в психологическом обеспечении безопасности кадровой стратегии	271
ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ	
<i>В. В. Казарян, Ж. О. Овакимян, З. М. Паравян</i> – Рост и фотосинтетическая деятельность торчков дуба крупнопольничкового в зависимости от высоты местопрорастания и порослевой нагрузки.....	279
ФИЛОЛОГИЯ	
<i>А. А. Саакян</i> – О мировосприятии и источниковедческом методе историографа П в. н. э. Мараба Мцуранци	76
<i>А. А. Саакян</i> – Мараб Мцурнаци: посредник между Абиденосом и Хоренаци?...	171

CONTENTS of 114th VOLUME

MATHEMATICS

S. A. Nigyan – Arithmetical Functions with Indeterminate Values of Arguments. Computability and λ -definability	7
S. H. Anisonyan – About Systems of Ordinary Differential Equations, Not Resoluble with the Respect to the Highest Derivatives	14
R. F. Shamoyan, O. R. Mihić – Sharp Theorems on Traces in Analytic Spaces in Bounded Strictly Pseudoconvex Domains	91
G. A. Karagulyan, K. R. Muradyan – On the Divergence of Triangular and Sectorial Sums of Double Fourier Series	97
G. G. Gevorgyan, K. A. Keryan – On a Basis in $H^1(R)$, Consisting of Piesewise Linear Functions	187
V. S. Zakaryan, I. V. Hovhannisyan – On Taylor Coefficients of a Class of Functions Analytic in Disc	192
V. A. Babayan – On a Hilbert Boundary Value Problem in the Space of Continuous Functions	199
V. Zh. Dumanyan – On Solvability of the Dirichlet Problem for the Second-Order Elliptic Equation	295

MECHANICS

R. K. Aleksanyan, V. H. Edoyan – On Torsion of a Prismatic Rod Made of a Material Having Cylindrical Anisotropy	18
D. K. Gasparyan, K. B. Ghazaryan – Coupled Waves in Electro-Magneto-Elastic Media .	25
R. M. Kirakosyan – Non-Classical Problem of a Bend Orthotropic Beams with the Elastic Clamped Support	101
R. M. Kirakosyan, S. P. Stepanyan – Non Classical Problem of Bending of an Orthotropic Beam of Variable Thickness with Elastically Clamped Support	205
M. V. Belubekyan, S. R. Martirosyan – On the Problem of the Stability of an Elastic Rectangular Plate in the Supersonic Gas Flow	213
A. A. Ghukasyan – Kinematics of the Elastic Manipulator in Curvilinear Coordinates System	222
R. M. Kirakosyan, S. P. Stepanyan - Stability of the Rod in the Presence of Elastic Clamped Support	309
A. A. Ghukasyan - On Kinematic Control of Elastic Two-Link Manipulator Clamp Motion	316
S. A. Hambarzumyan, S. H. Sargsyan - Fundamental Equations of the Plane Problem of the Genetic Theory for Micropolar Materials and the Construction of Applied Genetic Bending Theory of Micropolar Beams	325
G. S. Hayrapetyan, N. S. Aslanyan, S. H. Sargsyan - Bending of Micropolar Elastic Rectangular Plate	333

ELECTROELASTICITY THEORY

A. S. Avetisyan A. A. Kamalyan – On Propagation of Electroelastic Shear Wave in δ mm Class Piezodielectric Inhomogeneous Layer.....	108
--	-----

PHYSICS

Z. H. Grigoryan – Impurity States in Semi Spherical Quantum Dots with Semifinite Confinement Potential	116
R. H. Alanakyan – Higgs Bosons and Their Superpartner Production in e^+e^- Collisions.....	230
Z. H. Grigoryan, L. S. Petrosyan, E. M. Kazaryan – Impurity States in Ellipsoidal and Lens Shaped Quantum Dots with Finite Confinement Potential	239
D. B. Hayrapetyan, T. V. Kotanjyan – Mahnetoabsorption in a Cylindrical Quantum Dot with Morse Confining Potential	343

CHEMICAL PHYSICS	
A. S. Martirosyan, S. V. Tsarukyan, I. A. Vardanyan – Kinetic Analysis of Model of Chain Oxidation Process of Organic Compound (RH), Initiated by Reaction of CH ₃ O ₂ + RH on Different Surfaces	249
BIOPHYSICS	
Z. A. Grigoryan, Y. Sh. Mamasakhlisov, A. T. Karapetian – Orientation Order in DNA-Containing Polymer Composites: The Melting Effect	123
GEOPHYSICS	
A. K. Matevosyan – Criterion of the Electrochemical Charging of Geoelectrical Medium	33
CHEMISTRY	
K. S. Margaryan – Electrochemical Polymerization of Etinyltetrazole on Different Electrodes	131
K. S. Margaryan, S. A. Sargsyan – Electrosynthesis and Properties of Gold Films of Polyaminothiazole	257
PHYSICAL CHEMISTRY	
A. H. Poghosyan – Temperature Dependent Phase Transitions in Alkyl Sulfonate/ Water Systems. A Molecular Dynamics Study	261
BIOCHEMISTRY	
M. A. Davtyan, N. N. Hayrapetyan, M. H. Khachatryan, A. P. Grigoryan – Guanindeaminase and Guanosindeaminase in Different Biological Objects	51
P. A. Ghazaryan, G. M. Galoyan - The Study of Transport ATPase Activity of Membranes of Erythrocytes and Hepatocytes in Sarcoma-45 and After Application Cyan Containing New Derivative of Lactones	58
A. A. Simonyan, R. A. Simonyan, A. S. Margaryan – Changes in the Activity of ATP-Phosphohydrolase in Mitochondria of Different Organs of White Rats under the Influence of Antioxidant Factor SkQ1 at Pentylene-tetrazol-Induced Epileptiform Convulsions	136
T. S. Khachatryan - Influence of Ultra-Low Doses of Choline Ester of N-Substituted α, β Dehydroaminoacids on Subclinical Hypothyroidism in Rats	143
T. S. Khachatryan – Role of Choline Ester N-(2-metoxybenzoyl)-O-isopropyl-α, β-dehydrotyrosine in the Change of the Concentration of Thyroid Stimulating Hormone and Thyroid Hormones in Blood Serum of Rats in Experimental Hypothyroidism Conditions.....	267
M. A. Davtyan, N. N. Hayrapetyan, M. H. Khachatryan, A. P. Grigoryan – The Influence of Hypoxia on the Activity of Guanine Deaminase of the Rat's Organs	351
S. S. Hovakimyan, H. M. Amirkhanyan, Sur. S. Hovakimyan, M. D. Safarian – Calcium Precipitate Double-Stranded RNA Action on Lipid Metabolism and Lipid Peroxidation in Penital Tuberculosis	356
GEOCHEMISTRY	
S. V. Grigoryan, R. A. Pashayan, L.V. Harutyunyan – The Interconnection of Hydrogeochemical parameters of Mineral Water of Central Armenia with Seismicity ...	44
MICROBIOLOGY	
A. G. Keryan, Y. A. Simonyan, I. L. Bazukyan, A. H. Trchounian – Inhibition of Growth and Antimicrobial Activity of New Lactobacilli Strains Isolated from Armenian Dairy Product Matsoun with EDTA in Low Concentrations: Comparative Study with Gram-Positive and Gram-Negative Bacteria	149
E. G. Afrikian, M. A. Kinoyan, K. Okasov, N. L. Ghazanchyan – Specificity of Entomogenic Insect Microbiota.....	156
E. G. Afrikian, A.I. Ilin, A.K. Okasov – Microbiological Control of Dangerous Infections Vectors	363
ECOLOGY	
G. S. Yeritsyan – Change of Resistanse Force Against Rolling Tiers in Mountain Conditions of Exploitation and its Influence on Vehicle Ecological Compatibility	64

PHYSIOLOGY	
<i>K. V. Kazaryan, N. G. Hunanyan, A. V. Mkrtchyan</i> – The Interaction Between Pacemaker Activities of the Terminal Horn Areas in Non-Pregnant Rats	69
<i>K. V. Kazaryan, L. G. Simonyan, R. G. Chibukhchyan</i> – Autonomy of Spontaneous Electrical Activity in Isolated Areas of Bladder Extreme Zones and Ureter	164
<i>K. A. Panchulazyan</i> – Psychophysiological Investigation of the Organism’s Functional Condition with the Use of Polygraph in Psychological Safety Support of the Human Resources Strategy	271
PLANT PHYSIOLOGY	
<i>V. V. Kazaryan, J. H. Hovakimyan, Z. M. Paravyan</i> - Growth and Photosynthetic Activity of <i>Quercus Macranthera</i> Depending on Coppice Load and Altitude	279
PHILOLOGY	
<i>A. A. Sahakyan</i> - On the World-Perception and Source Study Method of the Historiographer Marab Mtsurnatsi (2 nd century AD)	76
<i>A. A. Sahakyan</i> - Marab Mtsurnatsi: An Intermediary between Abydenus and Khorenatsi?.....	171