

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCE OF ARMENIA

ISSN 0321-1339

ՉԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ
REPORTS

2012

Երևան

Երևան

Yerevan

Հիմնադրվել է 1944 թ.: Լույս է տեսնում տարին 4 անգամ

Основан в 1944 г. Выходит 4 раза в год

Founded in 1944. Published quarterly

Գլխավոր խմբագիր՝ ակադեմիկոս Վ. Ս. ԶԱԽԱՐՅԱՆ

Խմբագրական խորհուրդ՝ ակադեմիկոս Է. Գ. ԱՖՐԻԿՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ. Ե. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ. Ա. ԲՐՈՒՏՅԱՆ, ակադեմիկոս Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ակադեմիկոս Ս. Ա. ՀԱՄԲԱՐՑՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս Է. Ս. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Կ. Գ. ՂԱՐԱԳՅՈՋՅԱՆ, ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Լ. Ռ. ՄԱՆՎԵԼՅԱՆ (գլխ. խմբագրի տեղակալ), ակադեմիկոս Ռ. Մ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ, ակադեմիկոս Յու. Հ. ՇՈՒՔՈՒՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Դ. Ս. ՍԵՂՈՒՅԱՆ, Գ. Ա. ԱԲՐԱՀԱՄՅԱՆ (պատ. քարտուղար)

Главный редактор академик В. С. ЗАХАРЯН

Редакционная коллегия: академик С. А. АМБАРЦУМЯН, академик Э. Г. АФРИКЯН, академик Г. Е. БАГДАСАРЯН, академик Г. А. БРУТЯН, академик Э. М. КАЗАРЯН, академик К. Г. КАРАГЕЗЯН, чл.-кор. НАН РА Л. Р. МАНВЕЛЯН (зам. главного редактора), академик Р. М. МАРТИРОСЯН, академик Д. М. СЕДРАКЯН, академик А. А. ТАЛАЛЯН, академик Ю. Г. ШУКУРЯН, Г. А. АБРАМЯН (отв. секретарь)

Editor-in-chief academician V. S. ZAKARYAN

Editorial Board: academician S. A. AMBARTSUMIAN, academician E. G. AFRIKIAN, academician G. E. BAGDASARIAN, academician G. A. BRUTIAN, academician K. G. KARAGEUZYAN, academician E. M. KAZARYAN, corresponding member of NAS RA L. R. MANVELYAN (associate editor), academician R. M. MARTIROSYAN, academician D. M. SEDRAKIAN, academician Yu. H. SHOUKOURIAN, academician A. A. TALALIAN, G. A. ABRAHAMYAN (executive secretary)

Խմբագրության հասցեն՝ 0019, Երեւան 19, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24գ

Адрес редакции: 0019, Ереван 19, просп. Маршала Баграмяна 24г

Communication links: address – 24g Marshal Bagramian Ave., Yerevan, 0019, Armenia

Phone: (37410) 56-80-67 URL: <http://elib.sci.am> e-mail: mas@sci.am

© НАН РА. Президиум. 2012

© Издательство “Гитутюн”

НАН РА. 2012

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Վ. Կ. Լեոնտև, Ղ. Լ. Մովսիսյան, Ժ. Գ. Մարգարյան – Աղդիտիվ կապուղիների երկրաչափություն 7

Վ. Ա. Միրզոյան – Նորմալ հարթ *Ric* – կիսասիմետրիկ ենթաբազմաչափությունների ընդհանուր դասակարգումը 19

Գ.Ա. Մարգարյան – Չորրորդ կարգի հավասարման համար Դիրիխլեի խնդրի լուծելիության և շրջանում լուծումների կառուցման մասին 30

Վ. Ս. Ջաքարյան, Ռ. Վ. Դալլաբյան – A_α^p դասի ֆունկցիաների աճի մասին 44

Ս. Կ. Կյուրեղյան, Ս. Ե. Աբրահամյան – Վերջավոր դաշտերի վրա տեղադրության բազմանդամների կառուցման եղանակ 51

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ս. Ս. Վարդանյան – Հատման և լրացման գործողություններով երկելեմենտանոց ենթաբազմությունների դասում որոշ ճանաչող համակարգերի մինիմալության մասին 57

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Ս. Ա. Համբարձումյան, Մ. Վ. Բելուֆելյան – Երկայնական մագնիսական դաշտում հարթ ուղղանկյուն իդեալական հաղորդիչ մեմբրանի լայնական տատանումները 67

ՖԻԶԻԿԱ

Է. Մ. Ղազարյան, Ն. Գ. Աղեկյան, Հ. Ա. Մարգարյան – Մեկէլեկտրոնային հոսանքը գլանային նանոշերտում 73

ԿԵՆՍԱՖԻԶԻԿԱ

Ա. Ե. Ջաքարյան, Զ. Ա. Ջաքարյան, Ա. Հ. Թռչունյան – Քեմիլյումենեսցենցիայի վերլուծության տարբեր մեթոդները մարդու արյան շիճուկի լիպոպրոտեինների ազատռադիկալային գերօքսիդային օքսիդացման մակարդակի գնահատման մեջ օրգանիզմում ախտաբանական գործընթացների զարգացման ժամանակ 79

Վ.Ա. Օհանյան – Գերբարձր հաճախության էլեկտրամագնիսական դաշտի և հակաբիոտիկների համատեղ ազդեցությունը *Enterococcus hirae* բակտերիաների աճի և կենսունակության վրա 87

ԿԵՆՍԱՔԻՄԻԱ

Ա.Ա. Սիմոնյան, Ի.Հ. Բատիկյան, Ա.Ս. Մարգարյան – Հավի սաղմի հարմարողական մեխանիզմները ինկուբացման տատանողական ջերմաստիճանների նկատմամբ 95

Ա. Ս. Բադալյան – Սիբիրախտի թիվ 55 շտամով վարակված սպիտակ մկների արյան շիճուկի սպիտակուցների քանակական փոփոխությունները գալարմանի ազդեցությամբ 102

Գ. Ի. Բարայեյան, Պ. Ա. Ղազարյան, Ռ. Խ. Սահակյան, Մ. Ա. Սիմոնյան – Իոնիզացնող ճառագայթման հեռավոր հետևանքները և կարգավորիչ մեխանիզմները կարդիոմիոցիտներում ... 110

ՄԱՆԸԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Գ. Օ. Հովնանյան, Լ. Հ. Նավասարդյան, Մ. Կ. Հովնանյան, Ա. Հ. Թռչունյան – Մանրէների, սպիրոխետների, խմորասնկերի և նախակենդանիների որոշ տեսակների վոլյուտին-թթվակալցիտոմ գոյացությունների մորֆոգենեզի և արտաքին տարբեր գործոնների ազդեցության ուլտրակառուցվածքային վերլուծությունը 118

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

<i>В. К. Леонтьев, Г. Л. Мовсисян, Ж. Г. Маргарян</i> – Геометрия аддитивного канала	7
<i>В. А. Мирзоян</i> – Общая классификация нормально плоских <i>Ric</i> - полусимметрических подмногообразий	19
<i>Г. А. Саргсян</i> – О разрешимости задачи Дирихле для уравнения четвертого порядка и построении решений в круге	30
<i>В. С. Захарян, Р. В. Даллакян</i> – О росте функций классов A_{α}^p	44
<i>М. К. Кюрегян, С. Е. Абрамян</i> – Метод построения перестановочных полиномов над конечными полями	51

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

<i>С. М. Вардадян</i> – О минимальности некоторых распознающих систем в классе двухэлементных подмножеств относительно операций пересечения и дополнения	57
--	----

МЕХАНИКА

<i>С. А. Амбарцумян, М. В. Белубекян</i> – Поперечные колебания идеально проводящей плоской прямоугольной мембраны в продольном магнитном поле	67
--	----

ФИЗИКА

<i>Э. М. Казарян, Н. Г. Агекян, А. А. Саркисян</i> – Одноэлектронный ток в цилиндрическом нанослое	73
--	----

БИОФИЗИКА

<i>А. Е. Закарян, З. А. Закарян, А. А. Трчунян</i> – Различные методы хемилюминесцентного анализа в оценке уровня свободнорадикального перекисного окисления липопротеинов сыворотки крови человека при развитии патологических процессов в организме	79
<i>В. А. Оганян</i> – Совокупное воздействие сверхвысоких частот электромагнитного поля и антибиотиков на рост и выживаемость <i>Enterococcus hirae</i>	87

БИОХИМИЯ

<i>А. А. Симонян, И. Г. Батикян, А. С. Маргарян</i> – Механизмы адаптации куриного эмбриона к колебательным температурам инкубирования	95
<i>А. М. Бадалян</i> – Количественные изменения белков сыворотки крови белых мышей, зараженных сибиреязвенным 55-м штаммом, под воздействием галармина	102
<i>К. И. Израелян, П. А. Казарян, Р. Х. Саакян, М. А. Симонян</i> – Отдаленные последствия радиационного поражения миокарда и регуляторные механизмы в мембранах кардиомиоцитов	110

МИКРОБИОЛОГИЯ

<i>К. О. Овнанян, Л. А. Навасардян, М. К. Овнанян, А. А. Трчунян</i> – Ультраструктурный анализ образования волютин-ацидокальцисом у некоторых видов бактерий, спирохет, дрожжей и простейших при морфогенезе клетки и действии различных внешних факторов	118
--	-----

CONTENTS

MATHEMATICS

<i>V. K. Leontev, G. L. Movsisyan, Zh. G. Margaryan</i> – Geometry of Additive Channels	7
<i>V. A. Mirzoyan</i> – General Classification of Normally Flat <i>Ric</i> -Semisymmetric Submanifolds.....	19
<i>G. A. Sargsyan</i> – Solvability of the Dirichlet Problem for the Fourth Degree Equation and Construction of the Solutions in a Disc	30
<i>V. S. Zakarian, R. V. Dallakyan</i> – About Groth of A_{α}^p Classes Functions.....	44
<i>M. K. Kyureghyan, S.Y. Abrahamyan</i> – A Method of Constructing Permutation Polynomials over Finite Fields	51

APPLIED MATHEMATICS

<i>S. M. Vardanyan</i> – On the Minimality of Some Recognizing Systems in the Class of Two – Element Subsets Concerning the Operations of Intersection and Complement.....	57
--	----

MECHANICS

<i>S. A. Ambartsumian, M. V. Belubekyan</i> – Transversal Vibrations of the Perfect Conductive Plane Rectangular Membrane in the Longitudinal Magnetic Field	67
--	----

PHYSICS

<i>E. M. Kazaryan, N. G. Aghekyan, H. A. Sarkisyan</i> – A Single-Electron Current in a Cylindrical Nanolayer.....	73
--	----

BIOPHYSICS

<i>A. E. Zagaryan, Z. A. Zagaryan, A. A. Trchounian</i> – Chemiluminescent Analysis Different Methods in Evaluation of Lipoproteins Free Radical Superoxide Oxidation of Human Blood Serum during Different Pathological Processes Development in Organism	79
<i>V.A. Ohanyan</i> – Combined Effects of Extremely High Frequency Electromagnetic Field and Antibiotics on <i>Enterococcus Hirae</i> Growth and Survival.....	87

BIOCHEMISTRY

<i>A. A. Simonyan, I.H. Batikyan, A.S. Margayan</i> – The Adaptation Mechanisms of Chick Embryo at Variable Incubation Temperature.....	95
<i>A. M. Badalyan</i> – Quantitative Changes of Blood Serum Proteins of White Mice Infected with Anthrax 55 Strain Under the Influence of Galarmin	102
<i>K. I. Israelyan, P. A. Ghazaryan, R. Kh. Sahakyan, M. A. Simonyan</i> – Long-Term Effects of Ionizing Radiation and Regulatory Mechanisms in Cardiomyocytes.....	110

MICROBIOLOGY

<i>K. O. Hovnanyan, L. A. Navasardyan, M. K. Hovnanyan, A. A. Trchounian</i> – Ultrastructural Analysis of Volutin-Acidocalciumosomes Formation in Some Species of Bacteria, Spirochetes, Yeast and Protozoa during Morphogenesis and under Environment Different Factors Action	118
--	-----

МАТЕМАТИКА

УДК 621.391.15

В. К. Леонтьев¹, Г. Л. Мовсисян², Ж. Г. Маргарян³

Геометрия аддитивного канала

(Представлено академиком Г. Г. Хачатрянном 2/II 2011)

Ключевые слова: аддитивный канал, коды, исправление ошибок, расстояние, совершенные коды, базис, ранг, мощность

Введение. Рассматривается аддитивный канал связи, введенный в работе [1], как некоторый преобразователь информации, являющийся обобщением классического бинарного канала с ограниченным числом искажений $0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 0$. Многие понятия и факты, приведенные в настоящей работе, имеют корни в классической теории кодирования и являются прямыми аналогами хорошо известных результатов [1-6].

«Шум», порождаемый аддитивным каналом, приводит к тому, что на выходе канала мы получаем слово, отличное от переданного. Это обстоятельство создает исходные предпосылки для введения стандартных в теории кодирования понятий кода, исправляющего ошибки, скорости передачи, декодирования и т.д.

С другой стороны, в связи с тем, что аддитивных каналов много, возникает проблема упорядочения и классификации таких каналов с учетом доминирующего свойства – возможности исправления ошибок.

Коды в аддитивном канале. В этой статье удобно рассматривать множество B^n как n -мерное векторное пространство над полем $B = \{0,1\}$ из двух элементов.

Если $A = \{y_0, y_1, \dots, y_m\}$ – подмножество B^n , то с A связывается понятие аддитивного канала A следующим образом [1].

Любой из векторов $x \in B^n$ в канале A преобразуется в один из векторов вида

$$y = x \oplus y_s, \quad s = \overline{0, m}, \quad \text{где } \oplus - \text{сложение по mod 2.}$$

Определение. Для любого вектора $x \in B^n$ окрестностью t -ого порядка относительно A назовем множество

$$A^t(x) = \{u \oplus y : u \in A^{t-1}(x), y \in A\}.$$

При этом удобно принять, что $A^0(x) = \{x\}$.

Стандартное описание процесса исправления ошибок состоит в построении «таблицы декодирования» [6].

Пусть канал A – это множество преобразований $T = \{T_0, T_1, \dots, T_m\}$

$$B^n \rightarrow B^n$$

вида $y = T_i(x), \quad i = \overline{0, m}$.

Если $V = \{v_0, v_1, \dots, v_N\} \subseteq B^n$, то коду V ставится в соответствие таблица декодирования

v_0	$v_1 \dots$	v_N
$T_0(v_0)$	$T_0(v_1)$	$T_0(v_N)$
$T_1(v_0)$	$T_1(v_1)$	$T_1(v_N)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$T_m(v_0)$	$T_m(v_1)$	$T_m(v_N)$

«Исправление» ошибок с помощью таблицы происходит следующим образом. По определению любой «переданный» вектор x преобразуется каналом A в $T_i(x) = y$, который лежит хотя бы в одном из столбцов таблицы. Тогда кодовый вектор, лежащий в первой строке любого из таких столбцов, и является «прообразом» переданного вектора. Ясно, что

если вектор y принадлежит единственному из столбцов таблицы, то процесс «декодирования» приводит к правильному результату.

Очевидно, что каждый столбец таблицы декодирования — это окрестность первого порядка соответствующего кодового вектора v_i , т. е. $A^1(v_i) = \{T_0(v_i), \dots, T_m(v_i)\}$.

Определение. Код V исправляет ошибки канала A , если столбцы таблицы декодирования не имеют общих векторов.

Отметим также, что векторы одного столбца таблицы декодирования не обязаны быть различными, что не влияет на способность кода V исправлять ошибки канала A .

Если $x \in B^n$ и $T = \{T_i\}$ — некоторое семейство преобразований, то окрестность t -ого порядка вектора x относительно семейства T — это множество векторов

$$T^t(x) = \{u \oplus y : u \in T^{t-1}(x), y \in T\}, \text{ где } T^0(x) = \{x\}.$$

Для случая аддитивного канала $A = \{y_0, y_1, \dots, y_m\}$ преобразование $T_i(x)$ выглядят так:
 $T_i(x) = x \oplus y_i, \quad i = \overline{0, m}.$

Условием того, что код $V = \{v_0, v_1, \dots, v_N\}$ исправляет ошибки аддитивного канала $A = \{y_0, y_1, \dots, y_m\}$, является: $A^1(v_i) \cap A^1(v_j) = \emptyset$, для $i \neq j$.

Эквивалентная запись этого условия выглядит так: $v_i \oplus y_s \neq v_j \oplus y_r$ или, симметрично ей,
 $v_i \oplus v_j \neq y_s \oplus y_r.$

Ясно, что предыдущие определения являются симметричными относительно пары (A, V) и потому порождение «ошибок» и «исправление» ошибок имеют одинаковую природу.

Утверждение 1. Если код V исправляет ошибки аддитивного канала A , то код A исправляет ошибки аддитивного канала V .

Поскольку мощность окрестности t -ого порядка не зависит от вектора v , то обозначим
 $A^t = |A^t(v)|.$

Отметим теперь, что для мощности кода V , исправляющего ошибки аддитивного канала $A = \{y_0, y_1, \dots, y_m\}$, справедливы следующие границы [3]:

$$\frac{2^n}{A^2} \leq |V| \leq \frac{2^n}{A^1}.$$

При этом код V , на котором достигается верхняя граница, называется совершенным кодом, исправляющим ошибки аддитивного канала A .

Для описания «взаимоотношений» аддитивного канала A и кода V , исправляющего ошибки этого канала, удобно ввести следующий двухместный предикат $X(A, V)$:

$$X(A, V) = \begin{cases} 1, & \text{если код } V \text{ исправляет ошибки канала } A, \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Предикат $X(A, V)$ обладает следующими свойствами:

$$\text{а) } X(A, V) = X(V, A).$$

Это свойство сразу следует из «симметричности» условий исправления ошибок;

$$\text{б) } X(A \oplus x, V \oplus y) = X(V, A), \text{ где } x \text{ и } y - \text{ произвольные векторы множества } B^n;$$

$$\text{в) } X(A, V) = X(TA, TV), \text{ где } T - \text{ произвольное обратимое линейное преобразование } B^n \rightarrow B^n [1].$$

Свойство в) показывает, что аддитивные каналы A и TA для обратимого линейного преобразования T обладают одинаковыми свойствами в смысле коррекции ошибок, поэтому такие аддитивные каналы естественно считать неразличимыми.

Приведенные ниже рассуждения являются традиционными при изучении подобного рода эквивалентностей [7]

Пусть $\left(\begin{matrix} B^n \\ |A| \end{matrix} \right)$ – семейство всех $|A|$ элементных подмножеств B^n и $GL_2(n)$ – группа

всех невырожденных матриц порядка n над полем B .

Если $T \in GL_2(n)$, то образ подмножества A – это множество $TA = \{y_0T, y_1T, \dots, y_mT\}$, где $A = \{y_0, y_1, \dots, y_m\}$.

Таким образом, группа $GL_2(n)$ действует на семейство $\left(\begin{matrix} B^n \\ |A| \end{matrix} \right)$, преобразуя множество A в $TA \in \left(\begin{matrix} B^n \\ |A| \end{matrix} \right)$.

Транзитивное множество $Z(A)$, определяемое подмножеством A , задается стандартным образом: $Z(A) = \{TA : T \in GL_2(n)\}$.

Если T_A стабилизатор множества A , т. е. $T_A = \{T \in GL_2(n) : TA = A\}$, то, как хорошо известно [7], $|Z(A)| = \text{ind} T_A$. Мощность транзитивного множества $Z(A)$ равна индексу подгруппы T_A .

Далее разложение

$$\left(\begin{matrix} B^n \\ |A| \end{matrix} \right) = \bigcup_A T_A$$

представляет разбиение всего семейства $\left(\begin{matrix} B^n \\ |A| \end{matrix} \right)$ на классы транзитивных множеств.

Формула для числа $r(n)$ транзитивных множеств определяется с помощью леммы Бернсайда [7].

Пусть $T \in GL_2(n)$, тогда $V_{|A|}(T)$ – число «неподвижных» точек преобразования T или число подмножеств из $\binom{B^n}{|A|}$, не меняющихся при преобразовании T .

Лемма 1. *Справедливо соотношение*

$$r(n) = \frac{1}{|GL_2(n)|} \sum_{T \in GL_2(n)} V_{|A|}(T), \text{ где } |GL_2(n)| = \prod_{i=0}^{n-1} (2^n - 2^i).$$

Следствие. Справедливо неравенство

$$r(n) > \frac{\binom{2^n}{|A|}}{|GL_2(n)|}.$$

Пусть $V(A)$ код максимальной мощности, исправляющий все ошибки канала A .

Если фиксировать мощность канала A , то существует $\binom{2^n}{|A|}$ -различных аддитивных каналов и, как обычно, целесообразно рассмотреть нижнюю и верхнюю границы мощности соответствующих корректирующих кодов

$$\overline{D_k}(n) = \max_{|A|=k} |V(A)|, \quad \underline{D_k}(n) = \min_{|A|=k} |V(A)|.$$

Содержательный смысл этих функций, рассмотренных в работе [1] для класса групповых кодов, достаточно очевиден и вряд ли нуждается в дополнительных комментариях.

Ясно, что аддитивных каналов столько, сколько существует булевых функций, и, как показывает свойство б) и в), некоторые из них по существу не отличаются друг от друга. Как может выглядеть классификация таких каналов, неясно, но следующие определения соответствуют общепринятой точке зрения.

Определение. Каналы A и C называются эквивалентными, если любой код, исправляющий ошибки аддитивного канала A исправляет ошибки канала C и наоборот.

Формально можно описать, введя отношение частичного порядка

$$A \leq C ; X(C, V) = 1 \rightarrow X(A, V) = 1, \text{ для всех } V \subseteq B^n.$$

Если $A \subseteq C$, то $A \leq C$, что выглядит вполне естественно.

Это свойство позволяет для каждой $m < 2^n$ искать аддитивные каналы с «наилучшими» и «наихудшими» корректирующими свойствами.

Утверждение 2. Аддитивные каналы $(A \oplus u)$ и $(A \oplus v)$ являются эквивалентными для любых $u, v \in B^n$.

Утверждение 3. Если $X(A, V) = 1$, то $|A \cap V| \leq 1$.

Из предыдущих утверждений следует, что без ограничения общности можно считать:

а) если $\{A\}$ – класс аддитивных каналов, эквивалентных A , то проблему кодирования достаточно решить для любого представителя этого класса;

б) аддитивный канал A содержит нулевой вектор, что можно интерпретировать как возможность безошибочной передачи сигнала по этому каналу.

Поскольку из $X(A, V) = 1$ следует $X(V, A) = 1$, то аналогичное утверждение верно и для кода V , т.е. достаточно рассматривать коды, содержащие нулевой вектор.

Таким образом, из $X(A, V) = 1$ следует, что множество A и V могут пересекаться только в нуле, а поиск кода V надо организовать в множестве $\{B^n \setminus A\} \cup \{(00...0)\}$. В дальнейшем $y_0 = (00...0) \in A$, $v_0 = (00...0) \in V$.

Метрики и коды. Стандартной и наиболее широко используемой в теории кодирования метрикой является метрика Хэмминга, т.е. следующая функция:

$$\|x\|_E = \|(x_1, x_2, \dots, x_n)\|_E = \sum_{i=1}^n x_i.$$

Можно считать, что эта метрика связана с «натуральным» базисом $E = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ следующим образом:

$$x = \sum_{i=1}^n \alpha_i e_i \rightarrow \|x\|_E = \sum_{i=1}^n \alpha_i .$$

Ясно, что при выборе другого базиса $M = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ мы порождаем другую метрику

$$x = \sum_{i=1}^n \beta_i y_i \rightarrow \|x\|_M = \sum_{i=1}^n \beta_i .$$

Более общая процедура порождения метрик указанным выше способом состоит в следующем. Для заданного подмножества $M = \{y_1, y_2, \dots, y_m\} \subseteq B^n$ и вектора $x \in B^n$ мы рассматриваем все «разложения» x по M , т.е. представления вида

$$x = \sum_{i=1}^m \alpha_i y_i , \quad (1)$$

и каждому такому представлению сопоставляем число $\sum_{i=1}^m \alpha_i$.

Теперь, выбрав из этих чисел минимальное, мы определим следующую норму (норма МЛМ), связанную с M :

$$\|x\|_M = \begin{cases} \min \left\{ \sum \alpha_i \right\} & \text{если } x = \sum \alpha_i y_i \\ \infty & \text{иначе} \end{cases} \quad (1),$$

Лемма 2. Функция $\| \cdot \|_M$ является метрикой (в дальнейшем метрикой МЛМ) для произвольного подмножества $M \subseteq B^n$.

Определение. Метрика МЛМ называется базисной, если $M \subseteq B^n$ является базисом.

На языке теории графов описанная ситуация выглядит следующим образом.

На множестве вершин B^n зададим бинарное отношение

$$x \sim y \leftrightarrow x + y = y_i \text{ для некоторого } y_i \in M .$$

Это отношение определяет смежность, и мы получаем граф (B^n, E_M) . Расстояние между вершинами этого графа задается стандартным образом: минимальное число ребер в цепи, соединяющей эти вершины, и бесконечность, если такой цепи не существует.

Лемма 3. Для базисных метрик справедливы соотношения

$$\begin{aligned}\rho_M(u, v) &= \rho_E(u H_M^{-1}, v H_M^{-1}), \\ \rho_E(u, v) &= \rho_M(u H_M, v H_M),\end{aligned}\tag{2}$$

где H_M – матрица перехода от базиса M к базису E .

Несмотря на то, что метрики в различных базисах могут сильно различаться, спектр расстояний пространства B^n всегда один и тот же.

Лемма 4. Пусть $t_k(M)$ – число точек из B^n с $\|x\|_M = k$. Тогда $t_k(M) = \binom{n}{k}$, $k = \overline{0, n}$ для произвольного базиса M .

При заданной метрике МЛМ все стандартные определения теории корректирующих кодов можно трансформировать, заменяя метрику Хэмминга на любую базисную метрику МЛМ. В частности, совершенный код V с расстоянием $d = 2t + 1$ – это разбиение множества B^n в объединение шаров радиуса t в метрике МЛМ. В силу формулы (2) совершенные коды в одной метрике переходят в совершенные коды в другой метрике. Формально эта ситуация выглядит следующим образом.

Пусть $Q = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ – произвольное подмножество B^n и C – произвольная невырожденная матрица порядка n над полем B . Рассмотрим линейное преобразование

$$f(u) = u \cdot C$$

пространства B^n в себя.

Образ множества Q при этом преобразовании мы обозначим через $f(Q)$, т.е.

$$f(Q) \stackrel{\text{def}}{=} \{f(u) : u \in Q\}.$$

При этом $|f(Q)| = |Q|$, а спектры $\{\rho_M(u, v) : u, v \in Q\}$ и $\{\rho_M(f(u), f(v)), f(u), f(v) \in f(Q)\}$ не имеют какой-то простой связи. Ситуация несколько изменится, если рассмотреть различные МЛМ метрики и ввести ограничения на рассматриваемые преобразования.

Пусть $C = H_M$ – матрица перехода от базиса M к базису E . В этих условиях справедлива.

Лемма 5. *Для базисных метрик верна формула*

$$\rho_M(u, v) = \rho_E(f(u), f(v)) \quad (3)$$

Здесь $u, v \in B^n$.

Обоснование формулы (3) следует из формул (2).

Формула (3) допускает много различных интерпретаций геометрического характера. Мы приведем два факта, которые будут использоваться в дальнейшем.

а) Подмножество $A \subseteq B^n$ с базисной метрикой ρ_M и подмножество $f(A)$ с базисной метрикой ρ_E являются шарами радиуса t одновременно.

б) Код $V \subseteq B^n$ с базисной метрикой ρ_M и код $f(V)$ с базисной метрикой ρ_E являются совершенными с расстоянием $2t + 1$ одновременно.

Предыдущие утверждения позволяют строить совершенные коды в B^n для произвольных базисных метрик, если удалось построить такой код хотя бы для одной базисной метрики. В частности, если $A \setminus y_0$ является базисом, справедливо следующее утверждение.

Теорема 1. *Нетривиальные совершенные коды, исправляющие ошибки аддитивного канала $A^t(y_0)$, существуют лишь только при следующих значениях n и t :*

а) $n = 2^e - 1, t = 1$;

б) $n = 23, t = 3$.

Теорема 2. Код V исправляет ошибки аддитивного канала A , если и только если выполняются условия

$$\rho_A(v_i, v_j) \geq 3, \quad i, j = 1, N.$$

Из теоремы 1 следует теперь, что для $n = 2^e - 1$ и произвольного базиса $A \setminus y_0$ существует совершенный код V , исправляющий ошибки канала A . Оптимальность кода V следует из верхней границы мощности кода

$$V \leq \frac{2^n}{A^1}.$$

Для того, чтобы в общем случае построить совершенный код, исправляющий ошибки канала A , где A/Y_0 базис, нужно взять совершенный код Хэмминга V и рассмотреть его образ при линейном преобразовании $f(u) = uH_A$, где H_A — матрица, строками которой служат векторы множества $A \setminus y_0$. Тогда $f(V)$ — это искомый совершенный код, который в силу леммы 5 и леммы 6 исправляет ошибки аддитивного канала A .

¹Вычислительный центр РАН, Москва

²БИТ групп, Москва

³Ереванский государственный университет, e-mail: jromr@mail.ru

В. К. Леонтьев, Г. Л. Мовсисян, Ж. Г. Маргарян

Геометрия аддитивного канала

Рассматривается класс метрик, связанных с подмножествами линейного пространства над $GF(2)$, и устанавливается ряд фактов, позволяющих выразить корректирующую способность кодов для аддитивных каналов в терминах этих метрик.

Վ. Կ. Լեոնտև, Դ. Լ. Մովսիսյան, Ժ. Գ. Մարգարյան

Ադդիտիվ կապուղիների երկրաչափություն

Դիտարկվում են $GF(2)$ -ի վրա որոշված գծային տարածությունում հեռավորությունների դասեր, որոնք սահմանվում են ըստ այդ տարածության տրված ենթաբազմության: Բերված են ադդիտիվ կապուղիներում կոդի սխալներն ուղղելու հնարավորություններն այդ հեռավորությունների տեսանկյունից:

V. K. Leont'ev, G. L. Movsisyan, Zh. G. Margaryan

Geometry of Additive Channels

The classes of distance defined in liner space over $GF(2)$ have been studied. The mentioned classes of distance are characterized according to the given subset of the liner space. We have given the opportunities to correct the code errors in the additive channels considering those distances.

Литература

1. Деза М.Е. В сб.: Об исправлении произвольного шума и наихудшем шуме. Теория передачи информации. М. Наука. 1964. С. 26-31.
2. Леонтьев В.К., Мовсисян Г.Л. - Доклады НАН Армении. 2004. Т. 104. №1. С.23-27.
3. Леонтьев В.К., Мовсисян Г.Л., Маргарян Ж.Г. - Доклады РАН. 2006. Т. 411. №3. С. 306-309.
4. Леонтьев В.К., Мовсисян Г.Л., Маргарян Ж.Г. - Проблемы передачи информации. 2008. Т.44. Вып. 4. С. 12-19.
5. Леонтьев В.К., Мовсисян Г.Л., Маргарян Ж.Г. - Доклады НАН Армении. 2010. Т. 110. N 4. С. 334-339.
6. Мак-Вильямс Ф. Дж., Слоэн Н. Дж. А. Теории кодов, исправляющих ошибки. М. Связь. 1979.
7. Сачков В.Н. Комбинаторные методы дискретной математики. М. Наука. 1977.

MATEMATICS

УДК 514. 752.44

V. A. Mirzoyan

General Classification of Normally Flat

Ric-Semisymmetric Submanifolds

(Submitted by academician V. S. Zakaryan 18/ V 2011)

Key words: *Ric* – semisymmetric manifolds, Einstein submanifolds, semi-Einstein submanifolds, interlacing products of submanifolds.

1. Riemannian *Ric* – semisymmetric manifolds are characterized by the condition of semi-parallelism of Ricci tensor R_1 ($R(X, Y)R_1 = 0$) and have been the subject of investigation over the last forty years (see [1, 2] and the literature cited there). The interest towards them stems from the fact that they are the generalizations of Riemannian symmetric, semisymmetric and Einstein manifolds. Some particular classes of *Ric*-semisymmetric manifolds and submanifolds were investigated in [1-12].

In this article the general classification of normally flat *Ric*-semisymmetric submanifolds in Euclidean spaces is presented.

2. Let M be a Riemannian manifold with Riemannian connection ∇ and curvature tensor R . It is known that curvature operators $R(X, Y) = \nabla_X \nabla_Y - \nabla_Y \nabla_X - \nabla_{[X, Y]}$ act as differentiations of tensor algebra on M . For example,

$$(R(X, Y)R_1)Z = R(X, Y)R_1(Z) - R_1(R(X, Y)Z),$$

where X, Y, Z are the arbitrary tangent vector fields on M . It is also known that at every point $x \in M$ Ricci tensor R_1 acts as a symmetric endomorphism of the tangent space $T_x(M)$. If $R_1 = 0$, then the Riemannian manifold is said to be ricci-flat. If $R_1 = \lambda I$, where $\lambda = \text{const}$ and I is the identity transformation, then the manifold M is called Einsteinian. If $R(X, Y)R_1 = 0$ for any X, Y (which is equivalent to the condition $R(X, Y) \cdot R_1 = R_1 \cdot R(X, Y)$), then the Riemannian manifold is called *Ric*-semisymmetric. It is proved by the author, that the smooth Riemannian manifold M satisfies the condition $R(X, Y)R_1 = 0$ if and only if it is an open part of the direct product of two-dimensional, Einstein and semi-Einstein submanifolds [13].

3. Let M be a Riemannian manifold and $x \in M$ be an arbitrary point. The subspace $T_x^{(0)} = \{X \in T_x(M); R(X, Y) = 0 \forall Y \in T_x(M)\}$ of the tangent space $T_x(M)$ is called nullity space at point x , and its dimension $\mu_x = \dim T_x^{(0)}$ is said to be the index of nullity at x . The distribution $T^{(0)}$ (the nullity distribution) is integrable and totally geodesic, and its integral manifold is locally Euclidean in the induced metric [14]. The space $T_x^{(0)}$ lies in the subspace of eigenvectors of the tensor R_1 , corresponding to the zero eigenvalue. The orthogonal complement $T_x^{(1)}$ of the space $T_x^{(0)}$ in $T_x(M)$ with respect to the Riemannian metric on M is called conullity space at x , and its dimension is called conullity index at this point. The space $T_x^{(1)}$ is invariant under the operators $R(X, Y)$ and the tensor R_1 . Consequently, at every point $x \in M$ the Ricci tensor R_1 has two invariant subspaces $T_x^{(0)}$, $T_x^{(1)}$ and we have the direct sum decomposition $T_x(M) = T_x^{(0)} + T_x^{(1)}$ (see [13] for details). The Riemannian manifold M with non-zero nullity index is called semi-Einstein, if Ricci tensor R_1 has only one non-zero eigenvalue on $T_x^{(1)}$. Examples of semi-Einstein manifolds are the Riemannian manifolds of conullity 2 [1], as well as cones over Einstein manifolds with negative Einstein constants [10].

4. Let M be the submanifold of n -dimensional Euclidean space E_n . By R , $R^\perp$, α_2 , A_ξ we will denote, respectively, the curvature tensor of Riemannian connection of induced metric on M , the curvature tensor of normal connection, the second fundamental form and the second fundamental

tensor with respect to normal vector field ξ (см. [15]). If $R = 0$ the submanifold M is called locally Euclidean, and if $R^\perp = 0$, it is called normally flat. Ricci tensor R_1 for M is defined in a standard way. If $\alpha_2 = 0$, then the submanifold M is called totally geodesic.

5. An isometric immersion $M \rightarrow E_n$ is said to be the product of immersions $M_\varphi \rightarrow E_{n_\varphi}$, if $M = M_1 \times \dots \times M_r$, $E_n = E_{n_1} \times \dots \times E_{n_r}$ and any two subspaces E_{n_φ} and E_{n_ψ} ($\varphi \neq \psi$) are totally orthogonal in E_n . In this case we say that M is the direct product of the submanifolds $M_1, \dots, M_r$, or it is reducible (as submanifold). If $M = M_1 \times \dots \times M_r$ in E_n is irreducible as submanifold, then we will say, that M is the interlacing product of the submanifolds $M_1, \dots, M_r$. Considering reducibility of submanifolds in E_n we will rely on the following result.

Theorem 1. *Let U be a domain of a submanifold M of E_n and $\Delta_1, \dots, \Delta_r$ pairwise totally orthogonal integrable distributions in U ($\Delta_1(x) + \dots + \Delta_r(x) = T_x(U) \forall x \in U$) with integral manifolds $M_1, \dots, M_r$ respectively. Then the domain U is the product of the submanifolds $M_1, \dots, M_r$ if and only if $\Delta_1, \dots, \Delta_r$ are parallel with respect to the Riemannian connection ∇ on M and are conjugate with respect to the second fundamental form α_2 ($\alpha_2(X, Y) = 0 \forall X \in \Delta_\varphi(x), \forall Y \in \Delta_\psi(x), \varphi \neq \psi$).*

The necessity of the conditions of Theorem 1 is easily proved (see, for example, [2]), the sufficiency of these conditions is the subject of Moore's basic lemma [16].

6. In our investigations V - and Z - decompositions of the tangent space of a Riemannian manifold by Z. Szabó will be used [5]. The construction of these decompositions is as follows. Let M be a Riemannian manifold and let $x \in M$ be a fixed point. In the linear space of skew-symmetric linear operators $T_x(M) \rightarrow T_x(M)$ let us consider the linear subspace h_x , spanned by elements $R_x(X, Y)$, where $X, Y \in T_x(M)$, that is to say, $h_x = \text{span } R_x(X, Y)$. For arbitrary two elements $R_x(X, Y)$ and $R_x(Z, W)$ from h_x let us define the commutator according to the formula $[R_x(X, Y), R_x(Z, W)] = R_x(X, Y) \cdot R_x(Z, W) - R_x(Z, W) \cdot R_x(X, Y)$. Let $\bar{h}_x$ be Lie's algebra, generated by the set h_x with respect to this operation, and let P_x be the connected subgroup of the isometry

group in $T_x(M)$, defined by $\bar{h}_x$. This group is called primitive holonomy group at x . Let $T_x(M) = V_x^{(0)} + V_x^{(1)} + \dots + V_x^{(l)}$ be the irreducible decomposition of the space $T_x(M)$ with respect to P_x . The subspaces $V_x^{(\rho)}$ are invariant with respect to the action of P_x and pairwise totally orthogonal. Moreover, P_x acts trivially on $V_x^{(0)}$, and irreducibly on $V_x^{(\rho)}$, $\rho > 0$. This decomposition is called V -decomposition of the space $T_x(M)$. It is easy to show, that $V_x^{(0)}$ coincides with the nullity space $T_x^{(0)}$.

Theorem 2 (Z. Szabó [5]). *There exists on a Riemannian C^∞ manifold M an open dense subset G in which the subspaces $V_x^{(\rho)}$ have constant dimensions, V -decomposition is unique up to the order of the terms, and the corresponding distributions $V^{(\rho)}$ have the following properties on G :*

$$\begin{aligned} \nabla_{V^{(0)}} V^{(0)} &\subseteq V^{(0)}, & \nabla_{V^{(0)}} V^{(\rho)} &\subseteq V^{(\rho)}, & \nabla_{V^{(\rho)}} V^{(0)} &\subseteq V^{(0)} + V^{(\rho)}, \\ \nabla_{V^{(\rho)}} V^{(\rho)} &\subseteq V^{(0)} + V^{(\rho)}, & \nabla_{V^{(\rho)}} V^{(\tau)} &\subseteq V^{(\tau)}, & \rho \neq \tau, & \rho, \tau \neq 0, \end{aligned}$$

where the notation $\nabla_{V^{(\rho)}} V^{(\tau)} \subseteq V^{(\sigma)}$ indicates, that for each $X \in V^{(\rho)}$ and each $Y \in V^{(\tau)}$ the vector $(\nabla_X Y)_x$ lies in $V_x^{(\sigma)}$.

From above inclusions it follows that the distributions $V^{(\rho)}$, generally speaking, are not integrable and not parallel on M (though parallelism of some of them is not excluded). However they can always be extended (in the sense of dimension) to parallel (and consequently integrable) distributions by Z. Szabó's method [5], the essence of which is as follows. Let $Z_x^{(\rho)}$ be a subspace in $T_x(M)$, spanned by the vectors

$$X_{1|x}, \nabla_{X_1} X_{2|x}, \nabla_{X_1} \nabla_{X_2} X_{3|x}, \dots, \nabla_{X_1} \dots \nabla_{X_k} X_{k+1|x}, \dots,$$

where all the X_k belong to $V^{(\rho)}$, $\rho > 0$. By definition we put $Z_x^{(0)} = (Z_x^{(1)} + \dots + Z_x^{(l)})^\perp$, where $()^\perp$ denotes the orthogonal complement in $T_x(M)$. It is easy to see, that $Z_x^{(0)} \subseteq V_x^{(0)}$, $V_x^{(\rho)} \subseteq Z_x^{(\rho)}$, $\rho > 0$. It follows from the inclusions of Theorem 2, that the extension of the subspace $V_x^{(\rho)}$, $\rho > 0$, to $Z_x^{(\rho)}$ proceeds only at the expense of subspace $V_x^{(0)}$.

Theorem 3 (Z.Szabó [5]). *The subspaces $Z_x^{(\rho)}$, $x \in G$, are pairwise totally orthogonal, and there exists an open dense subset $\overline{G} \subset G \subset M$, on which the $Z_x^{(\rho)}$ have constant dimensions and the corresponding distributions $Z^{(\rho)}$ are parallel in the Riemannian connection on M .*

The decomposition $T_x(M) = Z_x^{(0)} + Z_x^{(1)} + \dots + Z_x^{(r)}$ is called Z -decomposition of the space $T_x(M)$.

7. Let us now turn to the basic objective of the article – the proof of the following theorem.

Theorem 4. *A normally flat submanifold M in Euclidean space E_n is Ric-semisymmetric if and only if it is an open part of one of the following submanifolds:*

- (1) *normally flat two-dimensional submanifold,*
- (2) *normally flat Einstein submanifold (in particular Ricci-flat or locally Euclidean),*
- (3) *normally flat semi-Einstein submanifold,*
- (4) *normally flat interlacing product of semi-Einstein submanifolds and locally Euclidean submanifold (may be of zero dimension),*
- (5) *direct product of the above enumerated classes of submanifolds.*

Proof. Let $\Delta_1(x), \dots, \Delta_r(x)$ be the subspaces of eigenvectors (eigenspaces) of tensor R_1 in the tangent space $T_x(M)$, and $\Delta_1, \dots, \Delta_r$ indicate the corresponding distributions (eigen-distributions). As in the case of normally flat connection the tensor R_1 commutes with all the tensors A_ξ (see [17]), then the subspaces $\Delta_1(x), \dots, \Delta_r(x)$ are conjugated with respect to the second fundamental form α_2 . It is known [13], that $R(X, Y)Z \in \Delta_\varphi(x)$ for any $Z \in \Delta_\varphi(x)$ and any X, Y , $R(X, Y) = 0$ for any $X \in \Delta_\varphi(x)$ and any $Y \in \Delta_\psi(x)$, $\varphi \neq \psi$, $R(X, Y)Z = 0$ for any $X, Y \in \Delta_\varphi(x)$ and any $Z \in \Delta_\psi(x)$, $\varphi \neq \psi$. The latter means that the endomorphisms $R(X, Y)$, $X, Y \in \Delta_\varphi(x)$ act trivially on $\Delta_\psi(x)$, $\psi \neq \varphi$. Similarly, as mentioned above, we have a linear subspace $h_x^{(\varphi)} = \text{span} R(X, Y)$, $(X, Y \in \Delta_\varphi(x))$ in the linear space of all skew-symmetric endomorphisms $\Delta_\varphi(x) \rightarrow \Delta_\varphi(x)$. The

subspace $h_x^{(\varphi)}$ turns into Lie's algebra with respect to the bracket operation defined above and it is the subalgebra of the h_x algebra. Consequently, the primitive holonomy group P_x is reducible and $P_x = P_x^{(1)} \times P_x^{(2)} \times \dots \times P_x^{(r)}$ decomposition takes place, where $P_x^{(\varphi)}$ is the subgroup with Lie's algebra $h_x^{(\varphi)}$. The subgroup $P_x^{(\varphi)}$ acts trivially on $\Delta_\psi(x)$, $\psi \neq \varphi$, and, generally speaking, it can be reducible on $\Delta_\varphi(x)$. Let $\Delta_1(x)$ be eigensubspaces of tensor R_1 , corresponding to zero eigenvalue, and let

$$\Delta_1(x) = V_x^{(0)} + V_x^{(1,1)} + \dots + V_x^{(1,s_1)}, \quad \Delta_\varphi(x) = V_x^{(\varphi,1)} + \dots + V_x^{(\varphi,s_\varphi)}, \quad \varphi > 1,$$

be irreducible decompositions of $\Delta_1(x)$ and $\Delta_\varphi(x)$, $\varphi > 1$, with respect to the subgroups $P_x^{(1)}$ and $P_x^{(\varphi)}$, $\varphi > 1$, respectively. The first decomposition is based on fact that $V_x^{(0)} \subset \Delta_1(x)$. Subspaces $V_x^{(\varphi, l_\varphi)}$ ($l_\varphi = 1, \dots, s_\varphi$) are invariant with respect to actions of $P_x^{(\varphi)}$ (and consequently to those of P_x) and pairwise totally orthogonal. Moreover $P_x^{(\varphi)}$ (and consequently also P_x) acts trivially on $V_x^{(0)}$ and irreducibly on $V_x^{(\varphi, l_\varphi)}$. Consequently, the decomposition

$$T_x(M) = V_x^{(0)} + V_x^{(1,1)} + \dots + V_x^{(1,s_1)} + \dots + V_x^{(r,1)} + \dots + V_x^{(r,s_r)} \quad (1)$$

is V -decomposition of the space $T_x(M)$. Let us note that $\dim \Delta_\varphi(x) \geq 2$ if $\varphi \geq 2$, because if $\dim \Delta_\varphi(x) = 1$ for some φ , then $\Delta_\varphi(x) \subset V_x^{(0)}$.

Let the nullity index $\mu = 0$, that is $V_x^{(0)}$ is trivial. In this case the system of inclusions in Theorem 2 reduces to the following: $\nabla_{V^{(\rho)}} V^{(\rho)} \subseteq V^{(\rho)}$, $\nabla_{V^{(\rho)}} V^{(\tau)} \subseteq V^{(\tau)}$, $\rho \neq \tau$. It follows from here, that the distributions $V^{(\rho)}$ are parallel. Based on this, we come to the conclusion, that the distributions $V^{(\varphi, l_\varphi)}$ are parallel. Then each distribution Δ_φ , being the sum of such distributions, is also parallel. As $\Delta_\varphi(x)$ is conjugated with respect to the second fundamental form α_2 , then, according to Theorem 1, the submanifold M is (locally) the direct product of integral manifolds of the distributions Δ_φ . As on each subspace $\Delta_\varphi(x)$ the tensor R_1 has only one eigenvalue, then the integral manifold of the distribution Δ_φ is either two-dimensional, or Einstein with zero nullity

index in both cases. It only remains to note, that the direct product of submanifolds is normally flat if and only if when each factor-submanifold is normally flat (see, for example, [2], [10], [15]).

Let $\mu \geq 1$, that is $V_x^{(0)}$ not be a null space. In this case, according to the above constructed V – decomposition (1), we can construct the corresponding Z – decomposition

$$T_x(M) = Z_x^{(0)} + Z_x^{(1,1)} + \dots + Z_x^{(1,s_1)} + \dots + Z_x^{(r,1)} + \dots + Z_x^{(r,s_r)}, \quad (2)$$

where $Z_x^{(0)} \subseteq V_x^{(0)}$, $V_x^{(\varphi, l_\varphi)} \subseteq Z_x^{(\varphi, l_\varphi)}$, and the distributions $Z^{(0)}$, $Z^{(\varphi, l_\varphi)}$ are parallel in the Riemannian connection on M (Theorem 3). As while constructing Z decompositions (2) the possible extensions (in the sense of dimension) of subspaces $V_x^{(\varphi, l_\varphi)} \subseteq \Delta_\varphi(x)$ take place only due to the subspace $V_x^{(0)}$ (it follows from the inclusions in Theorem 2), then the possible extensions of subspaces $\Delta_\varphi(x)$, $\varphi > 1$, also take place only due to the subspace $V_x^{(0)}$. Let us denote these extensions by $\tilde{\Delta}_\varphi(x)$, that is to say $\tilde{\Delta}_\varphi(x) = Z_x^{(\varphi, 1)} + \dots + Z_x^{(\varphi, s_\varphi)}$ if $\varphi \geq 2$. Then $T_x(M) = \tilde{\Delta}_1(x) + \tilde{\Delta}_2(x) + \dots + \tilde{\Delta}_r(x)$, where $\tilde{\Delta}_1(x) = Z_x^{(0)} + Z_x^{(1,1)} + \dots + Z_x^{(1, s_1)}$, and $\tilde{\Delta}_1(x) \subseteq \Delta_1(x)$. Distributions $\tilde{\Delta}_1, \dots, \tilde{\Delta}_r$, being the sums of parallel distributions, are also parallel on submanifold M and, consequently, integrable. Let us note, that on $\tilde{\Delta}_1(x)$ the Ricci tensor has only zero eigenvalue. If any $\tilde{\Delta}_\varphi(x)$, $\varphi \geq 2$, coincides with $\Delta_\varphi(x)$, then on $\tilde{\Delta}_\varphi(x)$ the Ricci tensor has only one non-zero eigenvalue, and, consequently, the integral manifold of distribution $\tilde{\Delta}_\varphi$ is either two-dimensional or Einstein. And if $\dim \tilde{\Delta}_\varphi(x) > \dim \Delta_\varphi(x)$, then the Ricci tensor has only two eigenvalues on $\tilde{\Delta}_\varphi(x)$: non-zero on $\Delta_\varphi(x)$ and zero on the orthogonal complement $\Delta_\varphi(x)$ in $\tilde{\Delta}_\varphi(x)$. Consequently, the integral manifold of distribution $\tilde{\Delta}_\varphi$ is semi-Einstein.

Let us consider some possible cases.

A. Let the subspaces $\tilde{\Delta}_1(x), \dots, \tilde{\Delta}_r(x)$ be conjugate with respect to the second fundamental form α_2 . Then, according to Theorem 1, M is locally the direct product of two-dimensional, Einstein and semi-Einstein submanifolds.

B. Let the set $\tilde{\Delta}_1(x), \dots, \tilde{\Delta}_r(x)$ cannot be decomposed into two groups such that each subspace of one group is conjugated with each subspace of the second group or with their direct sum with respect to α_2 . Then $\tilde{\Delta}_\varphi(x)$ cannot coincide with $\Delta_\varphi(x)$ for any $\varphi = 2, \dots, r$. Indeed, if any $\tilde{\Delta}_\varphi(x)$ coincides with $\Delta_\varphi(x)$, then it will be conjugate with all its orthogonal complement in $T_x(M)$ due to an analogous property of $\Delta_\varphi(x)$, which contradicts the assumption. In this case M is irreducible as a submanifold in E_n . Internally it is the direct product of Ricci-flat submanifold and semi-Einstein submanifolds. However, resulting from the fact that $\tilde{\Delta}_\varphi(x)$ are not conjugated with respect to the form α_2 , it follows, that the first normal spaces of integral manifolds of distributions $\tilde{\Delta}_\varphi$ interlace. Consequently, M is normally flat interlacing product of Ricci-flat submanifold (probably of zero dimension) and semi-Einstein submanifolds.

C. Let us consider now the most general situation. Let from the set of subspaces $\tilde{\Delta}_\varphi(x)$ ($\varphi \geq 2$) be separated all those subspaces $\tilde{\Delta}_\psi(x)$, which are not extensions, that is to say $\tilde{\Delta}_\psi(x)$ coincides with $\Delta_\psi(x)$. They will conjugate among one another, as well as with the orthogonal complement of their direct sum. From the remained set of subspaces $\tilde{\Delta}_\varphi(x)$ ($\varphi \neq 1$) let us also separate all those subspaces $\tilde{\Delta}_\chi(x)$, which are the extensions of the corresponding subspaces $\Delta_\chi(x)$ and conjugate both among one another, and with the direct sum of the remaining subspaces $\tilde{\Delta}_\varphi(x)$. At last, let us consider, that the whole remaining set of subspaces $\tilde{\Delta}_\varphi(x)$ is decomposed into disjoint sets so, that all the subspaces of each set conjugate with each subspace of any of the other sets or with their direct sum. In this case M will look like a direct product $N_0 \times N_1 \times \dots \times N_k$, where N_0 is the direct product of normally flat two-dimensional, Einstein and semi-Einstein submanifolds, and $N_1, \dots, N_k$ are the normally flat interlacing products of various sets of semi-Einstein submanifolds and Ricci-flat submanifold (may be of zero dimension) in one of the sets. The necessity of conditions of the theorem is proved.

The sufficiency of the conditions of the theorem stems from the fact, that normally flat, two-dimensional, Einstein and semi-Einstein submanifolds, as well as the above presented normally flat

interlacing products of semi-Einstein submanifolds and Ricci-flat submanifold are Ric -semisymmetric, and the condition of Ric -semisymmetry is the inner and multiplicative property (see [13]). The theorem is proved.

My sincere thanks to professor Oldrich Kowalski for quite helpful consultation on terminology and Varduhi Hayrapetyan for the careful translation of the article into English.

State Engineering University of Armenia

Russian State University of Tourism and Service, Yerevan Branch

V. A. Mirzoyan

General Classification of a Normally Flat Ric - Semisymmetric Submanifolds

It has been proved that a normally flat submanifold M in Euclidean space E_n satisfies the condition $R(X, Y)Ricci = 0$ if and only if it is the open part of one of the following submanifolds: (1) normally flat two-dimensional submanifold, (2) normally flat Einstein submanifold (in particular Ricci-flat or locally Euclidean), (3) normally flat semi-Einstein submanifold, (4) normally flat interlacing product of semi-Einstein submanifolds and locally Euclidean submanifold (may be of zero dimension), (5) direct product of the above enumerated classes of submanifolds.

Վ. Ա. Միրզոյան

Նորմալ հարթ Ric -կիսասիմետրիկ ենթաբազմաձևությունների

ընդհանուր դասակարգումը

Ապացուցված է, որ E_n եվկլիդեսյան տարածությունում նորմալ հարթ M ենթաբազմաձևությունը բավարարում է $R(X, Y)Ricci = 0$ պայմանին այն, և միայն այն դեպքում, երբ նա հանդիսանում է հետևյալ ենթաբազմաձևություններից մեկի բաց մաս՝ (1) նորմալ հարթ երկչափ ենթաբազմաձևության, (2) նորմալ հարթ էյնշտեյնյան (մասնավորապես րիչչի-հարթ, լոկալ եվկլիդեսյան) ենթաբազմաձևության, (3) նորմալ հարթ կիսաէյնշտեյնյան ենթաբազմաձևության,

(4) կիսաէյնշտեյնյան ենթաբազմաձևությունների և ռիչի-հարթ ենթաբազմաձևության (հնարավոր է զրո չափի) նորմալ հարթ միահյուսվող արտադրյալի, (5) վերը թվարկած ենթաբազմաձևությունների դասերի ուղիղ արտադրյալի:

В. А. Мирзоян

Общая классификация нормально плоских

***Ric* - полусимметрических подмногообразий**

Доказано, что в евклидовом пространстве E_n нормально плоское подмногообразие M удовлетворяет условию $R(X,Y)Ricci = 0$ тогда и только тогда, когда оно является открытой частью одного из следующих подмногообразий: (1) нормально плоского двумерного подмногообразия, (2) нормально плоского эйнштейнова (в частности, риччи-плоского, локально евклидова) подмногообразия, (3) нормально плоского полуэйнштейнова подмногообразия, (4) нормально плоского сплетающегося произведения полуэйнштейновых подмногообразий и риччи-плоского подмногообразия (возможно размерности ноль), (5) прямого произведения перечисленных выше классов подмногообразий.

References

1. Boeckx E., Kowalski O., Vanhecke L. Riemannian manifolds of conullity two. Singapore – River Edge: World Sci. Publ. NJ. 1996.
2. Lumiste Ü. Semiparallel submanifolds in space forms. New York: Springer. 2009.
3. Ryan P. - Tôhoku Math. J. 1969.V. 21. N2. P.363-388.
4. Ferus D. - Math. Ann. 1980. V. 247.N1. P.81-93.
5. Szabo Z.I. - J. Differential Geom. 1982. V. 17. N4. P. 531-582.
6. Szabo Z.I. – Acta Sci. Math. 1984. V.47. N3-4. P.321-348.
7. Dillen F., Nölker S. - J. Reine Angew. Math. 1993. V.435. P.33-63.
8. Kowalski O. - Czech. Math. J. 1996. V.46(121). P. 427-474.
9. Mirzoyan V.A. - Mat. Sb. 2000. V. 191. N9. P. 65-80.
10. Mirzoyan V.A. - Mat. Sb. 2006. V. 197. N7. P. 47-76.
11. Mirzoyan V.A. - Mat. Sb. 2008. V. 199. N3. P. 69-94.

12. *Mirzoyan V.A.* - Reports of NAS RA. 2010. V. 110. N 4. P. 340-347.
13. *Mirzoyan V.A.* - Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mat. 1992. N6. P. 80-89.
14. *Chern S.S., Kuiper N.* - Ann. of. Math. 1952. V. 56. N3. P.422-430.
15. *Chen B.-Y.* Geometry of submanifolds. New York: Marcel Dekker. 1973.
16. *Moor J.D.* - J. Differential Geom. 1971. V. 5. P. 159-168.
17. *Mirzoyan V.A.* - Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Mat. 1993. N9. P. 22-27.

МАТЕМАТИКА

УДК 517.98

Г. А. Саргсян

О разрешимости задачи Дирихле для уравнения четвертого порядка и построении решений в круге

(Представлено академиком В. С. Захаряном 25/V 2011)

Ключевые слова: уравнения четвертого порядка, разрешимость задачи Дирихле, единственность задачи Дирихле

Хорошо известно, что для гиперболических уравнений краевые задачи с данными на всей границе области, вообще говоря, являются некорректными [1,2]. Краевые задачи для гиперболических уравнений второго порядка рассмотрены в многочисленных работах. Задача Дирихле для одного гиперболического уравнения четвертого порядка впервые рассмотрена в [3]. В данной работе, в частности, установлено существование полной совокупности полиномиальных собственных функций оператора $\Delta^{-2} \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2}$ в $W_2^4(\Omega)$, в случае круговых областей, где Δ^{-2} – оператор, обратный к двумерному бигармоническому оператору Δ^2 при нулевых условиях на границе. Работа состоит из двух частей.

В первой части изучается разрешимость задачи Дирихле для уравнения четвертого порядка

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} = f(x, y), \quad (I) \quad u|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial n}|_{\partial\Omega} = 0, \quad (II)$$

где Ω – ограниченная область плоскости x, y с гладкой границей $\partial\Omega$, а $\frac{\partial}{\partial n}$ означает

производную по направлению внешней нормали к границе $\partial\Omega$.

Во второй части для задачи (I), (II), когда область Ω – единичный круг с центром в начале координат, строится решение в явном виде.

О разрешимости задачи Дирихле для уравнения четвертого порядка. Пусть Ω – ограниченная область плоскости с гладкой границей $\partial\Omega$. В области Ω рассмотрим первую краевую задачу для уравнения четвертого порядка

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} = f(x, y), \quad (1.1) \quad u|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial n}|_{\partial\Omega} = 0. \quad (1.2)$$

Соответствующую однородную задачу обозначим (1.1₀), (1.2₀). Пусть имеем условия

$$u|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial n}|_{\partial\Omega} = 0, \quad (1.3) \quad u|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y}|_{\partial\Omega} = 0. \quad (1.4)$$

Известно, что условия (1.3), (1.4) эквивалентны [4].

Пусть $u(x, y)$ и $v(x, y)$ – производные функции из класса $C^2(\bar{\Omega})$, где $\bar{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$. Легко проверить следующие тождества:

$$v \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - u \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad \text{для всех } u, v \in C^2(\bar{\Omega}). \quad (1.5)$$

Интегрируя тождество (1.5) по области Ω , получим формулу Грина для волнового оператора:

$$\iint_{\Omega} \left(v \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - u \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) dx dy = \int_{\partial\Omega} v \frac{\partial u}{\partial y} dy - u \frac{\partial v}{\partial x} dx \quad \text{для всех } u, v \in C^2(\bar{\Omega}), \quad (1.6)$$

Наряду с краевой задачей (1.1) и (1.2) рассмотрим задачу Дирихле для уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0, \quad (I) \quad u|_{\partial\Omega} = 0. \quad (II)$$

Определение 1. Функция $u(x, y)$ называется классическим решением краевой задачи (1.1), (1.2), если $u \in C^4(\Omega) \cap C^1(\overline{\Omega})$ удовлетворяет уравнению в области Ω и обращается в нуль на границе $\partial\Omega$ вместе со своими нормальными производными.

Определение 2. Функция $u(x, y)$ называется классическим решением краевой задачи (I), (II), если $u \in C^2(\Omega) \cap C(\overline{\Omega})$ удовлетворяет уравнению (I) в области Ω и обращается в нуль на границе $\partial\Omega$.

Для дальнейшего нам нужно доказать следующую вспомогательную лемму о единственности задачи Дирихле уравнения четвертого порядка.

Лемма 1. Если $u(x, y)$ является классическим решением краевой задачи (I), (II), и удовлетворяет условию

$$\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{\partial\Omega} = 0, \quad (1.7)$$

где n – внешняя нормаль границы $\partial\Omega$ области, то $u(x, y) = 0$.

Доказательство. Пусть $u(x, y)$ является решением однородной краевой задачи (I), (II) и выполняется условие (1.7). Тогда $u(x, y)$ можно представить в виде

$$u(x, y) = f(x) + g(y), \quad (1.8)$$

где $f(x) \in C^1[\alpha, \beta]$, $g(y) \in C^1[\gamma, \delta]$. Из (1.3) и (1.4) имеем $f'(x) = 0$, $g'(y) = 0$, $\alpha \leq x \leq \beta$,

$\gamma \leq y \leq \delta$, т.е. $f(x) \equiv c_1$, $g(y) \equiv c_2$, а из краевого условия (II) следует, что $c_1 = -c_2$, т.е.

$u(x, y) \equiv 0$. Лемма доказана.

Теорема 1. Однородная краевая задача Дирихле для уравнения четвертого порядка в классе классических решений из пространства $C^4(\overline{\Omega})$ имеет лишь нулевое решение.

Доказательство. Пусть $u(x, y) \in C^4(\overline{\Omega})$ является решением краевой задачи (1.1₀), (1.2₀).

Подставляя в формулу Грина (1.6) вместо $v(x, y)$ выражение $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \in C^2(\Omega)$, получим

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right)^2 dx dy = \iint_{\Omega} u \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} dx dy + \int_{\partial \Omega} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \frac{\partial u}{\partial y} dy - \int_{\partial \Omega} u \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y} dx. \quad (1.9)$$

Поскольку $u(x, y)$ удовлетворяет уравнению, а из краевых условий (1.4) имеем

$$\iint_{\Omega} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right)^2 dx dy = 0,$$

то $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0$ в Ω и условия (1.4) выполнены.

В силу леммы имеем $u(x, y) = 0$. Теорема доказана.

Пусть $W_2^{(0,4)}(\Omega)$ – соболевское пространство функций, обобщенные производные до четвертого порядка, суммируемые вместе с квадратом в Ω . Функции вместе со своими производными первого порядка обращаются в нуль на $\partial \Omega$. Скалярное произведение в $W_2^{(0,4)}(\Omega)$ дается формулой

$$(u, v)_{W_2^{(0,4)}(\Omega)} = \iint_{\Omega} \Delta^2 u v dx dy. \quad (1.10)$$

Обозначим через $A = \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2}$ оператор, отображающий гильбертово пространство $W_2^{(0,4)}(\Omega)$ в $L_2(\Omega)$ по следующему закону:

$$Au = \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} : W_2^{(0,4)}(\Omega) \rightarrow L_2(\Omega). \quad (1.11)$$

В гильбертовом пространстве $W_2^{(0,4)}(\Omega)$ рассмотрим оператор типа С.Л.Соболева

$$B = \Delta^{-2} \frac{\partial^2}{\partial x^2 \partial y^2}, \quad (1.12)$$

где Δ^{-2} – оператор, обратный к бигармоническому оператору Δ^2 при нулевых условиях (II) на границе. Оператор B является симметрическим и ограниченным оператором на линейном многообразии бесконечно дифференцируемых и финитных в Ω функций. Самосопряженное расширение оператора B во всем гильбертовом пространстве обозначается той же буквой и рассматривается как отображение $L_2(\Omega)$ в гильбертово пространство $W_2^{(0,4)}(\Omega)$ с областью определения $D(B) = W_2^{(0,4)}(\Omega) \subset L_2(\Omega)$

$$B : D(B) \rightarrow W_2^{(0,4)}(\Omega). \quad (1.13)$$

Следующая теорема показывает связь оператора четвертого порядка с операторами типа С.Л.Соболева.

Теорема 2. *Операторы A и B взаимно сопряжены.*

Доказательство. Действительно, для любых $u(x, y) \in D(A)$ и $v(x, y) \in D(B)$ имеем

$$\begin{aligned} (Au, v)_{L_2(\Omega)} &= \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2}, v \right)_{L_2(\Omega)} = \left(u, \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial y^2} \right)_{L_2(\Omega)} = \\ &= \left(u, \Delta^2 \Delta^{-2} \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial y^2} \right)_{L_2(\Omega)} = (\Delta^2 u, Bv)_{L_2(\Omega)} = (u, Bv)_{W_2^{(0,4)}(\Omega)}. \end{aligned}$$

Это означает, что $A^* = B$. Теорема доказана.

Построение в явном виде решений неоднородной задачи Дирихле в круге. Рассматривается следующая неоднородная задача Дирихле для уравнения четвертого порядка в случае, когда область Ω – единичный круг с центром в начале координат:

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} = f(x, y), \quad (2.1)$$

$$u|_{\partial\Omega} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega} = 0. \quad (2.2)$$

Относительно правой части $f(x, y)$ уравнения (2.1) предполагаем, что она достаточно гладкая функция в замкнутой области, $\partial\bar{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$. Общее решение уравнения (2.1) имеет вид

$$u(x, y) = \int_0^x \int_0^y \int_0^\xi \int_0^\eta f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\eta d\xi + \varphi_1(x) + \varphi_2(y) + x\varphi_3(y) + y\varphi_4(x), \quad (2.3)$$

где $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(y)$, $\varphi_3(y)$, $\varphi_4(x)$ – произвольные достаточно гладкие функции.

Обозначим через $\partial\Omega$ верхнюю, а через $\partial\Omega$ нижнюю полуокружности. В силу граничных условий получаем соотношения на верхней и нижней полуокружности:

$$u(x, y)|_{\partial\Omega_+} = 0, \quad (2.4) \quad u(x, y)|_{\partial\Omega_-} = 0, \quad (2.5)$$

$$u(-x, y)|_{\partial\Omega_+} = 0, \quad (2.6) \quad u(-x, y)|_{\partial\Omega_-} = 0, \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega} &= x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{\partial\Omega} = \\ &= x \int_0^y \int_0^x \int_0^\xi \int_0^\eta f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\eta + y \int_0^x \int_0^\xi \int_0^\eta f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\xi + \\ &+ x\varphi_1'(x) + x\varphi_3(y) + xy\varphi_4'(x) + y\varphi_2'(y) + xy\varphi_3'(y) + y\varphi_4(x) \Big|_{\partial\Omega} = 0. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Из условий (2.8) вытекают соотношения:

$$\frac{\partial u(x, y)}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega_+} = 0, \quad (2.9) \quad \frac{\partial u(x, y)}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega_-} = 0, \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial u(-x, y)}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega_+} = 0, \quad (2.11) \quad \frac{\partial u(-x, y)}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega_-} = 0. \quad (2.12)$$

Вводим для удобства следующие обозначения:

$$\varphi_1(x) = \psi_1(x), \quad \varphi_1(-x) = \psi_2(x), \quad \varphi_2(\sqrt{1-x^2}) = \psi_3(x), \quad \varphi_2(-\sqrt{1-x^2}) = \psi_4(x),$$

$$\varphi_3(\sqrt{1-x^2}) = \psi_5(x), \quad \varphi_3(-\sqrt{1-x^2}) = \psi_6(x), \quad \varphi_4(x) = \psi_7(x), \quad \varphi_4(-x) = \psi_8(x). \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned}
g_1(x) &= -\int_0^x \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^\xi \int_0^\eta f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\eta d\xi, \quad g_2(x) = -\int_0^x \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^\xi \int_0^\eta f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\eta d\xi, \\
g_3(x) &= -\int_0^{-x} \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^\xi \int_0^\eta f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\eta d\xi, \quad g_4(x) = -\int_0^{-x} \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^\xi \int_0^\eta f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\eta d\xi, \\
g_5(x) &= -x^2 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^x \int_0^\eta f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\eta - x\sqrt{1-x^2} \int_0^x \int_0^\xi \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\xi, \\
g_6(x) &= -x^2 \int_0^{-\sqrt{1-x^2}} \int_0^x \int_0^\eta f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\eta + x\sqrt{1-x^2} \int_0^x \int_0^\xi \int_0^{-\sqrt{1-x^2}} f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\xi, \\
g_7(x) &= x^2 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{-x} \int_0^\eta f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\eta - x\sqrt{1-x^2} \int_0^{-x} \int_0^\xi \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\xi, \\
g_8(x) &= x^2 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{-x} \int_0^\eta f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\eta + x\sqrt{1-x^2} \int_0^{-x} \int_0^\xi \int_0^{-\sqrt{1-x^2}} f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\xi. \tag{2.14}
\end{aligned}$$

После этих обозначений система функционально-дифференциальных уравнений

(2.4-2.7), (2.9-2.12) относительно неизвестных функций принимает вид:

$$\psi_1(x) + \psi_3(x) + x\psi_5(x) + \sqrt{1-x^2}\psi_7(x) = g_1(x), \tag{2.15}$$

$$\psi_1(x) + \psi_4(x) + x\psi_6(x) - \sqrt{1-x^2}\psi_7(x) = g_2(x), \tag{2.16}$$

$$\psi_2(x) + \psi_3(x) - x\psi_5(x) + \sqrt{1-x^2}\psi_8(x) = g_3(x), \tag{2.17}$$

$$\psi_2(x) + \psi_4(x) - x\psi_6(x) - \sqrt{1-x^2}\psi_8(x) = g_4(x), \tag{2.18}$$

$$\begin{aligned}
&x^2\psi_1'(x) + x^2\psi_5(x) + x^2\sqrt{1-x^2}\psi_7'(x) - (1-x^2)\psi_3'(x) - \\
&-x(1-x^2)\psi_5'(x) + x\sqrt{1-x^2}\psi_7(x) = g_5(x), \tag{2.19}
\end{aligned}$$

$$x^2\psi_1'(x) + x^2\psi_6(x) - x^2\sqrt{1-x^2}\psi_7'(x) - (1-x^2)\psi_4'(x) - \\ - x(1-x^2)\psi_6'(x) - x\sqrt{1-x^2}\psi_7(x) = g_6(x), \quad (2.20)$$

$$x^2\psi_2'(x) - x^2\psi_5(x) + x^2\sqrt{1-x^2}\psi_8'(x) - (1-x^2)\psi_3'(x) + \\ + x(1-x^2)\psi_5'(x) + x\sqrt{1-x^2}\psi_8(x) = g_7(x), \quad (2.21)$$

$$x^2\psi_2'(x) - x^2\psi_6(x) - x^2\sqrt{1-x^2}\psi_8'(x) - (1-x^2)\psi_4'(x) + \\ + x(1-x^2)\psi_6'(x) - x\sqrt{1-x^2}\psi_8(x) = g_8(x). \quad (2.22)$$

Просуммировав соответственно равенства (2.15)-(2.18) и (2.19)-(2.22), получим систему уравнений

$$[\psi_1(x) + \psi_2(x)] + [\psi_3(x) + \psi_4(x)] = \frac{1}{2}[g_1(x) + g_2(x) + g_3(x) + g_4(x)], \quad (2.23)$$

$$x^2[\psi_1(x) + \psi_2(x)]' - (1-x^2)[\psi_3(x) + \psi_4(x)]' = \\ = \frac{1}{2}[g_5(x) + g_6(x) + g_7(x) + g_8(x)]. \quad (2.24)$$

Решая систему (2.23), (2.24), имеем

$$\psi_1(x) + \psi_2(x) = \frac{1}{2}[g_1(x) + g_2(x) + g_3(x) + g_4(x)] - \\ - \frac{1}{2} \int_0^x \{t^2[g_1'(t) + g_2'(t) + g_3'(t) + g_4'(t)] - [g_5(t) + g_6(t) + g_7(t) + g_8(t)]\} dt - c_1, \quad (2.25)$$

$$\psi_3(x) + \psi_4(x) = \frac{1}{2} \int_0^x \{t^2[g_1'(t) + g_2'(t) + g_3'(t) + g_4'(t)] - \\ - [g_5(t) + g_6(t) + g_7(t) + g_8(t)]\} dt + c_1. \quad (2.26)$$

Просуммировав соответственно равенства (2.15), (2.16) и (2.19), (2.20), получим систему уравнений:

$$2\psi_1(x) + [\psi_3(x) + \psi_4(x)] + x[\psi_5(x) + \psi_6(x)] = g_1(x) + g_2(x), \quad (2.27)$$

$$2x^2\psi_1'(x) + x^2[\psi_5(x) + \psi_6(x)] - (1-x^2)[\psi_3(x) + \psi_4(x)]' - \\ - x(1-x^2)[\psi_5(x) + \psi_6(x)]' = g_5(x) + g_6(x). \quad (2.28)$$

Исключая из этой системы $\psi_1(x)$ и пользуясь (2.26), получим дифференциальное уравнение относительно $\psi_5(x) + \psi_6(x)$, решение которого имеет вид

$$\psi_5(x) + \psi_6(x) = \\ = \frac{1}{2} \int_0^x \left\{ t[g_1'(t) + g_2'(t) - g_3'(t) - g_4'(t)] + \frac{g_7(t) + g_8(t) - g_5(t) - g_6(t)}{t} \right\} dt + c_2. \quad (2.29)$$

Из (2.25), (2.27) и (2.29) имеем

$$\psi_1(x) = -\frac{x}{4} \int_0^x \{ t[g_1'(t) + g_2'(t) - g_3'(t) - g_4'(t)] + \\ + \frac{g_7(t) + g_8(t) - g_5(t) - g_6(t)}{t} \} dt - \frac{c_2 x}{2} + \frac{1}{2} [g_1(x) + g_2(x)] - \\ - \frac{1}{4} \int_0^x \{ t^2[g_1'(t) + g_2'(t) + g_3'(t) + g_4'(t)] - [g_5(t) + g_6(t) + g_7(t) + g_8(t)] \} dt - \frac{c_1}{2}. \quad (2.30)$$

Из равенства (2.25) имеем

$$\psi_2(x) = \frac{x}{4} \int_0^x \{ t[g_1'(t) + g_2'(t) - g_3'(t) - g_4'(t)] + \frac{g_7(t) + g_8(t) - g_5(t) - g_6(t)}{t} \} dt - \\ - \frac{c_2 x}{2} + \frac{1}{2} [g_3(x) + g_4(x)] - \\ - \frac{1}{4} \int_0^x \{ t^2[g_1'(t) + g_2'(t) + g_3'(t) + g_4'(t)] - [g_5(t) + g_6(t) + g_7(t) + g_8(t)] \} dt - \frac{c_1}{2}. \quad (2.31)$$

Суммируя соответственно равенства (2.16), (2.18) и (2.20), (2.21), получим

$$[\psi_1(x) + \psi_2(x)] + 2\psi_4(x) - \sqrt{1-x^2}[\psi_7(x) + \psi_8(x)] = g_2(x) + g_4(x), \quad (2.32)$$

$$x^2[\psi_1(x) + \psi_2(x)]' - x^2\sqrt{1-x^2}[\psi_7(x) + \psi_8(x)]' - \\ - x\sqrt{1-x^2}[\psi_7(x) + \psi_8(x)] - 2(1-x^2)\psi_4'(x) = g_6(x) + g_8(x). \quad (2.33)$$

Исключая из этой системы $\psi_4(x)$ и пользуясь (2.25), получим дифференциальное

уравнение относительно $\psi_7(x) + \psi_8(x)$, решение которого имеет вид

$$\begin{aligned} \psi_7(x) + \psi_8(x) = & \frac{1}{2} \int_0^x \{ \sqrt{1-t^2} [g'_1(t) - g'_2(t) + g'_3(t) - g'_4(t)] + \\ & + \frac{g_5(t) - g_6(t) + g_7(t) - g_8(t)}{\sqrt{1-t^2}} \} dt + c_3. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Из (2.25), (2.26), (2.32) и (2.34) имеем

$$\begin{aligned} \psi_4(x) = & \frac{\sqrt{1-x^2}}{4} \int_0^x \{ \sqrt{1-t^2} [g'_1(t) - g'_2(t) + g'_3(t) - g'_4(t)] + \\ & + \frac{g_5(t) - g_6(t) + g_7(t) - g_8(t)}{\sqrt{1-t^2}} \} dt + \frac{c_3 \sqrt{1-x^2}}{2} + \frac{g_2(x) + g_4(x) - g_1(x) - g_3(x)}{4} + \\ & + \frac{1}{4} \int_0^x \{ t^2 [g'_1(t) + g'_2(t) + g'_3(t) + g'_4(t)] - [g_5(t) + g_6(t) + g_7(t) + g_8(t)] \} dt + \frac{c_1}{2}, \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} \psi_3(x) = & -\frac{\sqrt{1-x^2}}{4} \int_0^x \{ \sqrt{1-t^2} [g'_1(t) - g'_2(t) + g'_3(t) - g'_4(t)] + \\ & + \frac{g_5(t) - g_6(t) + g_7(t) - g_8(t)}{\sqrt{1-t^2}} \} dt - \frac{g_2(x) + g_4(x) - g_1(x) - g_3(x)}{4} - \frac{c_3 \sqrt{1-x^2}}{2} + \\ & + \frac{1}{4} \int_0^x \{ t^2 [g'_1(t) + g'_2(t) + g'_3(t) + g'_4(t)] - [g_5(t) + g_6(t) + g_7(t) + g_8(t)] \} dt + \frac{c_1}{2}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Из равенства (2.35) и (2.36) имеем

$$\begin{aligned} \psi_3(x) - \psi_4(x) = & \frac{[g_1(x) - g_2(x) + g_3(x) - g_4(x)]}{2} - c_3 \sqrt{1-x^2} - \\ & - \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} \int_0^x \{ \sqrt{1-t^2} [g'_1(t) - g'_2(t) + g'_3(t) - g'_4(t)] + \frac{[g_5(t) - g_6(t) + g_7(t) - g_8(t)]}{\sqrt{1-t^2}} \} dt. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Вычитая соответственно равенства (2.15), (2.16) и (2.19), (2.20), получим систему уравнений:

$$\psi_7(x) = \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \{ [g_1(x) - g_2(x)] - [\psi_3(x) - \psi_4(x)] - x[\psi_5(x) - \psi_6(x)] \}, \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned}
& x^2[\psi_5(x) - \psi_6(x)] + 2x^2\sqrt{1-x^2}\psi_7'(x) - (1-x^2)[\psi_3(x) - \psi_4(x)]' - \\
& - x(1-x^2)[\psi_5(x) - \psi_6(x)]' + 2x\sqrt{1-x^2}\psi_7(x) = g_5(x) - g_6(x).
\end{aligned} \tag{2.39}$$

Исключая из этой системы $\psi_7(x)$, получим дифференциальное уравнение относительно $\psi_5(x) - \psi_6(x)$, решение которого имеет вид

$$\begin{aligned}
& \psi_5(x) - \psi_6(x) = x[g_1(x) - g_2(x)] - x[\psi_3(x) - \psi_4(x)] - \\
& - \sqrt{1-x^2} \int_0^x \left\{ \frac{\sqrt{1-t^2} [\psi_3(t) - \psi_4(t)]'}{t} + \frac{[g_5(t) - g_6(t)]}{t\sqrt{1-t^2}} \right\} dt + c_4.
\end{aligned} \tag{2.40}$$

Из (2.29) и (2.40) находим

$$\begin{aligned}
& \psi_5(x) = \frac{x[g_1(x) - g_2(x)]}{2} - \frac{x[\psi_3(x) - \psi_4(x)]}{2} + \\
& + \frac{1}{4} \int_0^x \{ t[g_1'(t) + g_2'(t) - g_3'(t) - g_4'(t)] + \frac{g_7(t) + g_8(t) - g_5(t) - g_6(t)}{t} \} dt - \\
& - \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} \int_0^x \left\{ \frac{\sqrt{1-t^2} [\psi_3(t) - \psi_4(t)]'}{t} + \frac{g_5(t) - g_6(t)}{t\sqrt{1-t^2}} \right\} dt + \frac{c_2}{2} + \frac{c_4}{2},
\end{aligned} \tag{2.41}$$

$$\begin{aligned}
& \psi_6(x) = -\frac{x[g_1(x) - g_2(x)]}{2} + \frac{x[\psi_3(x) - \psi_4(x)]}{2} + \\
& + \frac{1}{4} \int_0^x \{ t[g_1'(t) + g_2'(t) - g_3'(t) - g_4'(t)] + \frac{g_7(t) + g_8(t) - g_5(t) - g_6(t)}{t} \} dt + \\
& + \frac{\sqrt{1-x^2}}{2} \int_0^x \left\{ \frac{\sqrt{1-t^2} [\psi_3(t) - \psi_4(t)]'}{t} + \frac{g_5(t) - g_6(t)}{t\sqrt{1-t^2}} \right\} dt + \frac{c_2}{2} - \frac{c_4}{2}.
\end{aligned} \tag{2.42}$$

Наконец, из равенства (2.37). (2.38) и (2.34) имеем:

$$\begin{aligned}
& \psi_7(x) = \frac{\sqrt{1-x^2} [g_1(x) - g_2(x)]}{2} - \frac{\sqrt{1-x^2} [\psi_3(x) - \psi_4(x)]}{2} + \\
& + \frac{x}{2} \int_0^x \left\{ \frac{\sqrt{1-t^2} [\psi_3(t) - \psi_4(t)]'}{t} + \frac{[g_5(t) - g_6(t)]}{t\sqrt{1-t^2}} \right\} dt - \frac{c_4 x}{2\sqrt{1-x^2}},
\end{aligned} \tag{2.43}$$

$$\begin{aligned}
\psi_8(x) = & \frac{1}{2} \int_0^x \left\{ \sqrt{1-t^2} [g_1'(t) - g_2'(t) + g_3'(t) - g_4'(t)] + \frac{g_5(t) - g_6(t) + g_7(t) - g_8(t)}{\sqrt{1-t^2}} \right\} dt - \\
& - \frac{\sqrt{1-x^2} [g_1(x) - g_2(x)]}{2} + \frac{\sqrt{1-x^2} [\psi_3(x) - \psi_4(x)]}{2} + c_3 - \\
& - \frac{x}{2} \int_0^x \left\{ \frac{\sqrt{1-t^2} [\psi_3(t) - \psi_4(t)]'}{t} + \frac{[g_5(t) - g_6(t)]}{t\sqrt{1-t^2}} \right\} dt + \frac{c_4 x}{2\sqrt{1-x^2}}.
\end{aligned} \tag{2.44}$$

Таким образом, найдены в явном виде неизвестные функции $\psi_k(x)$ ($k=1,2,\dots,8$), удовлетворяющие системе (2.15)-(2.22) функционально-дифференциальных уравнений.

В силу обозначений (2.13) неизвестные функции $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(y)$, $\varphi_3(y)$, $\varphi_4(y)$ выражаются через найденные функции $\psi_k(x)$ согласно формулам

$$\begin{aligned}
\varphi_1(x) &= \begin{cases} \psi_1(x); & 0 \leq x \leq 1, \\ \psi_2(x); & -1 \leq x \leq 0, \end{cases} & \varphi_2(y) &= \begin{cases} \psi_3(\sqrt{1-y^2}); & 0 \leq y \leq 1, \\ \psi_4(\sqrt{1-y^2}); & -1 \leq y \leq 0, \end{cases} \\
\varphi_3(y) &= \begin{cases} \psi_5(\sqrt{1-y^2}); & 0 \leq y \leq 1, \\ \psi_6(\sqrt{1-y^2}); & -1 \leq y \leq 0, \end{cases} & \varphi_4(x) &= \begin{cases} \psi_7(x); & 0 \leq x \leq 1, \\ \psi_8(x); & -1 \leq x \leq 0. \end{cases}
\end{aligned} \tag{2.45}$$

Требуя гладкости функций $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \varphi_3(x), \varphi_4(x)$ в точке нуль и имея условия (2.45), единственность рассматриваемой задачи и краевые условия (2.2), легко проверить, что постоянные c_1, c_2, c_3, c_4 равны нулю, т.е. в окончательных решениях задачи (2.1)- (2.2) отсутствуют слагаемые, содержащие эти постоянные.

В силу обозначений (2.13-2.14) неизвестных функций окончательно находим в явном виде решение задачи Дирихле в случае единичного круга

$$u(x, y) = \begin{cases} \int_0^x \int_0^y \int_0^\xi \int_0^\eta f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\eta d\xi + \psi_1(x) + \psi_3(\sqrt{1-y^2}) + \\ + x\psi_5(\sqrt{1-y^2}) + y\psi_7(x), & 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 1, \\ \int_0^x \int_0^y \int_0^\xi \int_0^\eta f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\eta d\xi + \psi_2(x) + \psi_3(\sqrt{1-y^2}) + \\ + x\psi_5(\sqrt{1-y^2}) + y\psi_8(x), & -1 \leq x \leq 0; 0 \leq y \leq 1, \\ \int_0^x \int_0^y \int_0^\xi \int_0^\eta f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\eta d\xi + \psi_2(x) + \psi_4(\sqrt{1-y^2}) + \\ + x\psi_6(\sqrt{1-y^2}) + y\psi_8(x), & -1 \leq x \leq 0; -1 \leq y \leq 0, \\ \int_0^x \int_0^y \int_0^\xi \int_0^\eta f(\alpha, \beta) d\beta d\alpha d\eta d\xi + \psi_1(x) + \psi_4(\sqrt{1-y^2}) + \\ + x\psi_6(\sqrt{1-y^2}) + y\psi_7(x) & 0 \leq x \leq 1; -1 \leq y \leq 0. \end{cases} \quad (2.46)$$

Таким образом, доказана

Теорема 3. Если $f(x, y)$ достаточно гладкая функция в замкнутой области $\partial\bar{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega$, то существует решение задачи Дирихле (2.1)- (2.2) в области Ω и оно задается формулам (2.46).

В заключение выражаю глубокую благодарность И. Г. Хачатрян за обсуждение полученных результатов.

Военный авиационный институт им. маршала А. Ханферянца

Г. А. Саргсян

О разрешимости задачи Дирихле для уравнения четвертого порядка и построении решений в круге

Изучена разрешимость задачи Дирихле для уравнения четвертого порядка. Доказана теорема о связи оператора четвертого порядка с оператором типа Соболева. В явном виде построено решение задачи Дирихле в единичном круге.

Գ.Ա. Սարգսյան

**Չորրորդ կարգի հավասարման համար Դիրիխլեի խնդրի լուծելիության
և շրջանում լուծումների կառուցման մասին**

Ուսումնասիրվում է Դիրիխլեի խնդիրը չորրորդ կարգի հավասարման համար: Ապացուցված է թեորեմ չորրորդ կարգի օպերատորի և Սոբոլևի տիպի օպերատորի սերտ կապի վերաբերյալ: Բացահայտ տեսքով կառուցվում է Դիրիխլեի խնդրի լուծումը միավոր շրջանում:

G. A. Sargsyan

**Solvability of the Dirichlet Problem for the Fourth Degree
Equation and Consruction of the Solutions in a Disc**

The Dirichlet problem for the fourth degree equation is considered. A theorem about close relationship between the fourth degree operator and Sobolev type operator is proved. The exact solution of Dirichlet problem in a unit disc is constructed.

Литература

1. *Соболев С.Л.* - ДАН СССР. 1956. Т. 109. N4.
2. *Александрян Р.А.* - ТМО. 1960. Т.9. С. 455-505.
3. *Вирабян Г.В.* - ДАН СССР. 1960. Т. 152. N5.
4. *Куфнер А., Фучик С.* Нелинейные дифференциальные уравнения. М. Наука. 1988.

МАТЕМАТИКА

УДК 517

Академик В. С. Захарян, Р. В. Даллакян

О росте функций классов A_α^p

(Представлено 28/X 2011)

Ключевые слова: классы A_α^p , D_α^p – классы аналитических функций с конечным интегралом типа Дирихле, классы H_p .

Пусть $\mathbb{D}$ – единичный круг комплексной плоскости $\mathbb{C}$, а $Hol(\mathbb{D})$ – множество голоморфных в $\mathbb{D}$ функций. Скажем, что функция $f(z)$ из $Hol(\mathbb{D})$ принадлежит классу A_α^p , $0 < p < \infty$, $\alpha > -1$, если

$$\int_0^1 \int_0^{2\pi} (1-r)^\alpha |f(re^{i\theta})|^p r dr d\theta < +\infty, \quad z = re^{i\theta}.$$

Исследованием поведения функций этих классов занимались и занимаются многие известные математики, в том числе и математики Армении. М. М. Джрбашян обозначал эти классы через $H_p(\alpha)$ [1]. Некоторые авторы называют их классами Бергмана.

И в [1], и в работах других авторов (см., например, [2]) доказано, что если $f(z) \in A_\alpha^p$, то

$$|f(z)| \leq \frac{M}{(1-|z|)^{\frac{\alpha+2}{p}}}, \quad z \in \mathbb{D}, \quad (1)$$

где M – некоторая константа.

Определим классы A^p следующим образом: $A^p \equiv A_0^p$.

Скажем, что функция $f(z)$ из $Hol(\mathbb{D})$ принадлежит классу $D_\alpha^p, 0 < p < \infty, \alpha > -1$, если

$$\int_0^1 \int_0^{2\pi} (1-r)^\alpha |f'(re^{i\theta})|^p r dr d\theta < +\infty, z = re^{i\theta}.$$

При $\alpha = 0$ класс функций D_0^2 совпадает с обычным классом аналитических в $\mathbb{D}$ функций с конечным интегралом Дирихле, а при $\alpha + 1 \leq p$ классы D_α^p называются классами с конечным интегралом типа Дирихле.

Пусть $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n, z \in \mathbb{D}$. Обозначим

$$\overline{M}(r, f) = \sum_{n=0}^{\infty} |a_n| r^n, z = re^{i\theta}.$$

В. Коулингом в [3] доказано, что если $f(z) \in D_0^2$, то

$$\lim_{r \rightarrow 1-} \left(\log \frac{1}{1-r} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \overline{M}(r, f) = 0, z = re^{i\theta}. \quad (2)$$

А В. С. Захаряном в [4] доказано, что если $f(z) \in D_\alpha^2, \alpha > 0$, то

$$\lim_{r \rightarrow 1-} (1-r)^{\frac{\alpha}{2}} \cdot \overline{M}(r, f) = 0, z = re^{i\theta}. \quad (3)$$

Результаты (2) и (3) В. Коулинга и В. С. Захаряна, а также “схожесть” в некотором смысле классов A_α^p и D_α^p подсказывают, что результат (1) можно усилить. В этой заметке усиление удалось отчасти.

Теорема 1. Пусть $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n \in A^2, z = re^{i\theta}$. Тогда если существует

$$\lim_{r \rightarrow 1^-} (1-r) \left(\ln \frac{1}{1-r} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \bar{M}(r, f), \quad (4)$$

то он равен нулю.

Доказательство. По одной теореме М. М. Джрбашяна (см. [1], теорема v) $f(z)$ имеет следующий вид:

$$f(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{h(e^{i\theta}) d\theta}{(1 - e^{-i\theta} z)^{\frac{3}{2}}}, \quad |z| < 1,$$

где

$$h(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 (1-\rho)^{-\frac{1}{2}} f(\rho z) d\rho, \quad |z| < 1,$$

принадлежит классу H_2 Рисса.

Рассмотрим следующую функцию:

$$g(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{i\theta} h(e^{i\theta}) d\theta}{(1 - e^{-i\theta} z)^{\frac{1}{2}}}, \quad |z| < 1.$$

Так как $g'(z) = f(z)$, то $g(z) \in D_0^2$. Но тогда, если $\sum_{n=0}^{\infty} b_n z^n$ ряд Тейлора функции $g(z)$, то по теореме В. Коулинга

$$\lim_{r \rightarrow 1^-} \left(\log \frac{1}{1-r} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \bar{M}(r, g) = 0, \quad z = re^{i\theta}. \quad (5)$$

Ясно, что когда $M(r, f)$ ограничен, то предел (4) равен нулю. Если же $M(r, g) \xrightarrow[r \rightarrow 1^-]{} +\infty$, то пользуясь вышеупомянутой теоремой М. М. Джрбашяна и биномиальным представлением функции $(1 - e^{-i\theta} z)^{-\frac{1}{2}}$ не трудно увидеть, что

$$\lim_{r \rightarrow 1^-} \left(\log \frac{1}{1-r} \right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \bar{M}(r, g) = \lim_{r \rightarrow 1^-} \frac{\sum_{n=0}^{\infty} |b_n| r^n}{\left(\log \frac{1}{1-r} \right)^{\frac{1}{2}}} =$$

$$= \lim_{r \rightarrow 1^-} \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n |b_n| r^{n-1}}{\frac{1}{2} \left(\log \frac{1}{1-r} \right)^{\frac{1}{2}} (1-r)^{-1}} = 2 \lim_{r \rightarrow 1^-} (1-r) \left(\log \frac{1}{1-r} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} |a_n| r^n.$$

Но по условию теоремы последний предел существует, значит согласно (5) он равен нулю.

Теорема доказана.

Теорема 2. Пусть $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n \in A^p$, $0 < p < \infty$ и пусть $z = re^{i\theta}$. Тогда, если существует предел

$$\lim_{r \rightarrow 1^-} (1-r) \left(\ln \frac{1}{1-r} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \overline{M} \left(r, f^{\frac{p}{2}} \right), \quad (6)$$

то

$$\lim_{r \rightarrow 1^-} (1-r)^{\frac{2}{p}} \left(\ln \frac{1}{1-r} \right)^{\frac{1}{p}} \cdot |f(re^{i\theta})| \quad (7)$$

для всех $\theta \in (0, 2\pi]$.

Доказательство. При $p = 2$ доказательство легко следует из теоремы 1. Пусть $p \neq 2$, тогда функция $(f(z))^{\frac{p}{2}}$ принадлежит классу A^2 , и следовательно, по теореме 1, если существует предел (6), то

$$\lim_{r \rightarrow 1^-} (1-r) \left(\ln \frac{1}{1-r} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot |f(re^{i\theta})|^{\frac{p}{2}} = 0$$

для всех $\theta \in (0, 2\pi]$. Отсюда и следует (7).

Теорема 3. Пусть $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n \in A_{\alpha}^2$, $\alpha > 0$, и пусть $z = re^{i\theta}$. Тогда, если существует

$$\lim_{r \rightarrow 1^-} (1-r)^{\frac{\alpha+2}{2}} \cdot \overline{M}(r, f), \quad (8)$$

то он равен нулю.

Доказательство. По вышеуказанной теореме М. М. Джрбашяна (см. [1], теорема v) $f(z)$ имеет следующий вид:

$$f(z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{h(e^{i\theta}) d\theta}{(1 - e^{-i\theta} z)^{\frac{3+\alpha}{2}}}, \quad |z| < 1,$$

где

$$h(z) = \frac{\alpha+1}{\pi} \int_0^1 (1-\rho)^{-\frac{\alpha-1}{2}} f(\rho z) d\rho, \quad |z| < 1,$$

принадлежит классу H_2 . Рассмотрим функцию

$$g(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{e^{i\theta} h(e^{i\theta}) d\theta}{(1 - e^{-i\theta} z)^{\frac{1+\alpha}{2}}}.$$

Так как $g'(z) = f(z)$, то $g(z) \in D_0^2$. Тогда по теореме одного из авторов ([4], теорема 1) для

$$g(z) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n z^n \quad \text{имеем}$$

$$\lim_{r \rightarrow 1^-} (1-r)^{\frac{\alpha}{2}} \cdot \bar{M}(r, g) = 0. \quad (9)$$

Когда $\bar{M}(r, f)$ ограничен, то очевидно предел (8) равен нулю. Пусть $\bar{M}(r, f) \xrightarrow{r \rightarrow 1^-} +\infty$, тогда, пользуясь вышеупомянутой теоремой М. М. Джрбашяна и биномиальным представлением функции $(1 - e^{-i\theta} z)^{-\frac{1+\alpha}{2}}$, нетрудно увидеть, что

$$\lim_{r \rightarrow 1^-} \frac{\bar{M}(r, g)}{(1-r)^{-\frac{\alpha}{2}}} = \frac{2}{\alpha} \lim_{r \rightarrow 1^-} (1-r)^{\frac{\alpha+2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} n |b_n| r^{n-1} = \frac{2}{\alpha} \lim_{r \rightarrow 1^-} (1-r)^{\frac{\alpha+2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} |a_n| r^n.$$

Но по условию теоремы последний предел существует. Это означает, что из (9) будет следовать, что он равен нулю.

Теорема 4. Пусть $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n \in A_{\alpha}^p$, $0 < p < \infty$, $\alpha > 0$, и $z = re^{i\theta}$. Тогда, если существует

$$\lim_{r \rightarrow 1-} (1-r) \overline{M} \left(r, f^{\frac{p}{2}} \right), \quad (10)$$

то

$$\lim_{r \rightarrow 1-} (1-r)^{\frac{\alpha+2}{p}} \cdot \left| f(re^{i\theta}) \right| = 0 \quad (11)$$

для всех $\theta \in (0, 2\pi]$.

Доказательство. В случае $p = 2$ утверждение теоремы следует из того, что $\left| f(re^{i\theta}) \right| \leq \overline{M}(r, f)$ для всех $\theta \in (0, 2\pi]$. Для остальных значений p заметим, что $(f(z))^{\frac{p}{2}} \in A_{\alpha}^2$. Это означает, что если существует предел (10), то

$$\lim_{r \rightarrow 1-} (1-r)^{\frac{\alpha+2}{2}} \cdot \left| f(re^{i\theta}) \right|^{\frac{p}{2}} = 0,$$

для всех $\theta \in (0, 2\pi]$. Отсюда и следует (11).

Государственный инженерный университет Армении

Академик В. С. Захарян, Р. В. Даллакян

О росте функций классов A_{α}^p

Получены результаты о росте функций классов A_{α}^p при $\alpha \geq 0$.

Ակադեմիկոս Վ. Ս. Զաքարյան, Ռ. Վ. Դալլաքյան

A_{α}^p դասի ֆունկցիաների աճի մասին

Ստացվել են A_{α}^p դասի ֆունկցիաների աճի մասին արդյունքներ, երբ $\alpha \geq 0$:

Academician V. S. Zakarian, R. V. Dallakyan

About Groth of A_α^p Classes Functions

The results about the growth of A_α^p class functions, when $\alpha \geq 0$ are obtained.

Литература

1. *Джрбашян М. М.*- Сообщ. Ин-та матем. и мех. АН Арм. ССР. 1948. Вып. 2. С.3-55.
2. *Hedenmalm H., Korenblum B. Zhu.* - Graduate Texts in Mathematics. 2000. Vol. 199. Springer. New York, Berlin, ect.
3. *Gowling V.*- Amer. Math. Monthly. 1959. V. 66. P. 119-120
4. *Захарян В. С.*- Д АН Арм, ССР. 1984. Т. 79. 54-57.

MATHEMATICS

УДК 519.4

M. K. Kyureghyan, S. Y. Abrahamyan

A Method of Constructing Permutation Polynomials over Finite Fields

(Submitted by academician G. H. Khachatryan 20/I 2012)

Keywords: finite field, permutation polynomial, linear translator

1. Introduction. Let q be a power of a prime number and F_q be the finite field of order $q \geq 1$. Recall that any mapping of a finite field into itself is given by polynomial. A polynomial $F(x)$ is called a permutation polynomial of F_q if it induces a permutation on F_q . The construction of permutation polynomials over any finite fields is a challenging mathematical problem. Interest in permutation polynomials stems from both mathematical theory as well as practical applications such as cryptography. In recent papers [1-4] method to construct permutation are introduced. In this paper are considered permutations of the form $x + \gamma f(x) + \delta g(x) + \tau l(x)$ over F_q .

This paper is organized by the following way. In section 2 background and preliminary results on functions with linear structures are given.

In section 3 method for constructing permutation polynomial is presented.

2. Preliminaries. We begin with recalling some definitions and basic results that will be helpful to derive our main result.

Definition 1. Let $f: F_p^n \rightarrow F_p$ and $c \in F_p$. We say that $\alpha \in F_p^n$ is a c linear structure of the function f if $f(x + \alpha) - f(x) = c$ for all $x \in F_p^n$.

Note that if α is a c -linear structure of f , then necessarily $c = f(\alpha) - f(0)$.

Definition 2. Define $F(x) = G(x) \circ H(x)$ composition of the mapping G with H .

5. Proposition 1 ([2] Proposition 1). Let $\alpha, \beta \in \mathbb{F}_q^n$, $\alpha + \beta \neq 0$ and $a, b, c \in \mathbb{F}_q$, $c \neq 0$. If α is an a -linear translator and β is a b -linear translator of a mapping $f: \mathbb{F}_q^n \rightarrow \mathbb{F}_q$, then $\alpha + \beta$ is an $(a + b)$ -linear translator of f and $c \cdot \alpha$ is a $(c \cdot a)$ -linear translator of f . In particular, if $\Lambda^*(f)$ denotes the set of all linear translators of f , then $\Lambda(f) = \Lambda^*(f) \cup \{0\}$ is an $\mathbb{F}_q$ -linear subspace of $\mathbb{F}_q^n$.

6. Proposition 2 ([2] theorem 3). Let $\gamma \in \mathbb{F}_q^n$ be a b -linear translator of $f: \mathbb{F}_q^n \rightarrow \mathbb{F}_q$ and $b \neq -1$ then the inverse mapping of the permutation $F(x) = x + \gamma f(x)$ is

$$F^{-1}(x) = x - \frac{\gamma}{b+1} f(x).$$

7. Proposition 3 ([2] theorem 8). Let $\gamma \in \mathbb{F}_q^n$ be a b -linear translator of $f: \mathbb{F}_q^n \rightarrow \mathbb{F}_q$.

(a) Then $F(x) = x + \gamma f(x)$ is a permutation of $\mathbb{F}_q^n$ if $b \neq -1$.

(b) Then $F(x) = x + \gamma f(x)$ is a q -to-1 mapping of $\mathbb{F}_q^n$ if $b = -1$.

Proposition 4 ([3] theorem 10). Let $\gamma, \delta \in \mathbb{F}_q^n$. Suppose γ is a b_1 -linear translator of $f: \mathbb{F}_q^n \rightarrow \mathbb{F}_q$ and a b_2 -linear translator of $g: \mathbb{F}_q^n \rightarrow \mathbb{F}_q$, and moreover δ is a d_1 -linear translator of f and a d_2 -linear translator of g . Then

$$F(x) = x + \gamma f(x) + \delta g(x)$$

is a permutation of $\mathbb{F}_q^n$, if $b_1 \neq -1$ and $d_2 - \frac{d_1 b_2}{b_1 + 1} \neq -1$, or by symmetry, if $b_2 \neq -1$ and $d_1 - \frac{d_2 b_1}{b_2 + 1} \neq -1$.

3. Constructing permutations. In this section we characterize permutation polynomials of the form $P(x) = x + \gamma f(x) + \delta g(x) + \tau l(x)$.

Theorem. Let $\gamma, \delta, \tau, \in \mathbb{F}_q^n$. Suppose γ, δ, τ is a respectively b_1, d_1, c_1 -linear translators of $f: \mathbb{F}_q^n \rightarrow \mathbb{F}_q$ and b_2, d_2, c_2 -linear translators of $g: \mathbb{F}_q^n \rightarrow \mathbb{F}_q$ and b_3, d_3, c_3 -linear translators of $l: \mathbb{F}_q^n \rightarrow \mathbb{F}_q$. Then

$$P(x) = x + \gamma f(x) + \delta g(x) + \tau l(x)$$

is a permutation polynomial of $\mathbb{F}_q^n$ if

$$1. \quad b \neq -1, \quad (1)$$

$$2. \quad d_2 - \frac{d_1 b_2}{b_1 + 1} \neq -1 \quad (2)$$

$$3. \quad c_3 - \frac{b_3 c_1}{b_1 + 1} - \left(c_2 - \frac{b_2 c_2}{b_2 + 1} \right) \left(\frac{d_1 b_2 - d_2 b_1 - d_3}{(1 + d_3)(b_1 + 1) - d_1 b_2} \right) \neq -1 \quad (3)$$

Proof. In accordance Proposition 3 and (1) $G(x) = x + \gamma f(x)$ is a permutation polynomial in F_{q^n} . Similarly according to proposition 4 $F(x) = x + \gamma f(x) + \delta g(x)$ is also permutation polynomial while

$$b \neq -1, \quad \frac{d_1 d_2}{b_1 + 1} \neq -1$$

We will show that $H(x) = x + \delta h(x)$ is also permutation polynomial, where

$$h(x) = g(x) - \frac{b_2}{b_1 + 1} f(x).$$

$$\begin{aligned} h(x + \delta u) &= g(x + \delta u) - \frac{b_2}{b_1 + 1} f(x + \delta u) = g(x) + d_2 u - \frac{b_2}{b_1 + 1} (f(x) + d_1 u) = \\ &= h(x) + \left(d_2 - \frac{d_1 b_2}{b_1 + 1} \right) u \end{aligned}$$

So δ is a $\left(d_2 - \frac{d_1 b_2}{b_1 + 1} \right)$ -linear translator of $h: F_{q^n} \rightarrow F_q$. As $d_2 - \frac{d_1 b_2}{b_1 + 1} \neq 0$ then according to proposition 3 $H(x)$ is also permutation polynomial in F_{q^n} .

In accordance proposition 2

$$H^{-1}(x) = x - \frac{\delta h(x)}{1 + d_2 - \frac{d_1 b_2}{b_1 + 1}} = x - \frac{\delta h(x)}{\frac{(1 + d_2)(b_1 + 1) - d_1 b_2}{b_1 + 1}}$$

$$\text{Denote } A = \frac{(1 + d_2)(b_1 + 1) - d_1 b_2}{b_1 + 1}.$$

It is easy to see that

$$G^{-1}(x) \circ H^{-1}(x) = x - \left(\frac{f(x)}{b_1 + 1} - d_1 \frac{h(x)}{A(b_1 + 1)} \right) \gamma - \frac{h(x) \delta}{A}.$$

Consider

$$\begin{aligned} F(x) \circ G^{-1}(x) \circ H^{-1}(x) &= x - \left(\frac{f(x)}{b_1 + 1} - \frac{d_1}{b_1 + 1} \cdot \frac{h(x)}{A} \right) \gamma - \frac{h(x)}{A} \delta + \\ &\gamma \left(f(x) - \left(\frac{f(x)}{b_1 + 1} - \frac{d_1}{b_1 + 1} \cdot \frac{h(x)}{A} \right) b_1 - \frac{h(x)}{A} d_1 \right) \\ &\quad + \delta \left(g(x) - \left(\frac{f(x)}{b_1 + 1} - \frac{d_1}{b_1 + 1} \cdot \frac{h(x)}{A} \right) b_2 - \frac{h(x)}{A} d_2 \right) \end{aligned}$$

To take into account that, γ and δ respectively is a b_1 and d_1 linear translators of $f: \mathbb{F}_{q^n} \rightarrow \mathbb{F}_q$ and b_2, d_2 linear translators of $g: \mathbb{F}_{q^n} \rightarrow \mathbb{F}_q$ we get

$$\begin{aligned} F(x) \circ G^{-1}(x) \circ H^{-1}(x) &= x - \frac{f(x)}{b_1+1} \gamma - \frac{d_1}{b_1+1} \cdot \frac{h(x)}{A} \gamma - \frac{h(x)}{A} \delta + \gamma f(x) \\ &\quad - \frac{b_1 f(x)}{b_1+1} \gamma + \frac{d_1 b_1}{(b_1+1)A} \frac{h(x)}{A} \gamma - \frac{h(x)}{A} d_1 \gamma + \delta g(x) - \frac{\delta f(x) b_2}{(b_1+1)} + \delta \frac{d_2 b_2}{(b_1+1)} \frac{h(x)}{A} - \frac{h(x)}{A} d_2 \end{aligned}$$

Substituting $\delta g(x) = \delta \frac{b_2}{b_1+1} f(x)$ for $\delta h(x)$ -we get

$$\begin{aligned} F(x) \circ G^{-1}(x) \circ H^{-1}(x) &= x + \gamma f(x) \left(1 - \frac{1}{b_1+1} - \frac{b_1}{b_1+1} \right) - \\ &\quad \frac{h(x) d_1}{A} \gamma \left(1 - \frac{1}{b_1+1} - \frac{b_1}{b_1+1} \right) + \frac{h(x)}{A} \left(A + \frac{d_1 b_2}{b_1+1} - d_2 - 1 \right) = x \end{aligned}$$

Next we observe

$$\begin{aligned} P(x) \circ G^{-1}(x) \circ H^{-1}(x) &= (x + \gamma f(x) + \delta g(x) + \tau l(x)) \circ G^{-1}(x) \circ H^{-1}(x) \\ &= (F(x) + \tau l(x)) \circ (G^{-1}(x) \circ H^{-1}(x)) \end{aligned}$$

Take into account that

$$G^{-1}(x) \circ H^{-1}(x) = x - \left(\frac{f(x)}{b_1+1} - \frac{d_1 h(x)}{A} \right) \gamma - \frac{\delta h(x)}{A} \quad \text{and}$$

$$F(x) \circ G^{-1}(x) \circ H^{-1}(x) = x$$

$$\text{We have } P(x) \circ G^{-1}(x) \circ H^{-1}(x) = x + \tau l \left(x - \left(\frac{f(x)}{b_1+1} - \frac{h(x)}{A} \right) \gamma - \frac{h(x)}{A} \delta \right)$$

$$= x + \tau l \left(x - b_2 \left(\frac{f(x)}{b_1+1} - \frac{d_1 h(x)}{(b_1+1)A} \right) - d_2 \frac{h(x)}{A} \right)$$

$$\text{Denote } l(x) = b_2 \left(\frac{f(x)}{b_1+1} - \frac{d_1 h(x)}{(b_1+1)A} \right) - d_2 \frac{h(x)}{A} = k(x).$$

$$\text{So } P(x) \circ G^{-1}(x) \circ H^{-1}(x) = x + \tau k(x)$$

We show that τ is a $c_2 - \frac{b_2 c_1}{b_1 + 1} - \frac{1}{A} \left(c_2 - \frac{b_2 c_1}{b_1 + 1} \right) \left(\frac{d_1 b_2 - d_2 b_1 - d_3}{(1 + d_2)(b_1 + 1) - d_1 b_2} \right)$ linear translator of $k(x) \in F_{q^n} \rightarrow F_q$.

$$\begin{aligned}
 k(x + \tau u) &= l(x + \tau u) - \frac{b_2}{b_1 + 1} f(x + \tau u) - \frac{d_1 b_2}{(b_1 + 1)A} h(x + \tau u) - \frac{d_2}{A} h(x + \tau u) = \\
 &= l(x) + c_2 u - \frac{b_2}{b_1 + 1} (f(x) + u c_1) + \frac{d_1 b_2}{(b_1 + 1)A} (h(x) + \left(c_2 - \frac{b_2 c_1}{b_1 + 1} \right) u) - \frac{d_2}{A} \left(h(x) + \left(c_2 - \frac{b_2 c_1}{b_1 + 1} \right) u \right) = \\
 &= l(x) + c_2 u - \frac{b_2}{b_1 + 1} f(x) - \frac{b_2}{b_1 + 1} c_1 u + \frac{d_1 b_2}{(b_1 + 1)A} h(x) + \frac{d_1 b_2}{(b_1 + 1)A} \left(c_2 - \frac{b_2 c_1}{b_1 + 1} \right) u \\
 &\quad - \frac{d_2}{A} h(x) - \frac{d_2}{A} \left(c_2 - \frac{b_2 c_1}{b_1 + 1} \right) u \\
 &= k(x) + \left[c_2 - \frac{b_2 c_1}{b_1 + 1} - \frac{d_1 b_2}{(b_1 + 1)A} \left(c_2 - \frac{b_2 c_1}{b_1 + 1} \right) - \frac{d_2}{A} \left(c_2 - \frac{b_2 c_1}{b_1 + 1} \right) \right] u = \\
 &= k(x) + \left[c_2 - \frac{b_2 c_1}{b_1 + 1} - \left(c_2 - \frac{b_2 c_1}{b_1 + 1} \right) \left(\frac{d_1 b_2 - d_2 b_1 - d_3}{(1 + d_2)(b_1 + 1) - d_1 b_2} \right) \right] u
 \end{aligned}$$

In accordance to proposition 3 and condition (3) $P(x) \circ G^{-1}(x) \circ H^{-1}(x)$ is a permutation polynomial in F_{q^n} . Since $H(x)$ and $G(x)$ is also permutation polynomials in F_{q^n} , then $P(x)$ also will be a permutation polynomial in F_{q^n} .

Institute of Informatics and Automation Problems of NAS RA

M. K. Kyureghyan, S. Y. Abrahamyan

A Method of Constructing Permutation Polynomials over Finite Fields

Problem of constructing permutation polynomials of the shape $P(x) = x + \gamma f(x) + \delta g(x) + \tau l(x)$ over the field F_q is considered. Method for constructing some family of permutation polynomial is given.

Մ. Կ. Կյուրեղյան, Ս.Ե. Աբրահամյան

Վերջավոր դաշտերի վրա տեղադրության բազմանդամների կառուցման եղանակ

Ուսումնասիրված է F_q դաշտի վրա $P(x) = x + \gamma f(x) + \delta g(x) + \tau l(x)$ տեսքի տեղադրության բազմանդամների կառուցման խնդիրը: Առաջարկվել է մեթոդ տեղադրության բազմանդամների որոշակի դաս կառուցելու համար:

М. К. Кюрегян, С. Е. Абраамян

Метод построения перестановочных полиномов над конечными полями

Рассматривается проблема построения перестановочных полиномов формы $P(x) = x + \gamma f(x) + \delta g(x) + \tau l(x)$ над полем F_q . Дан метод построения некоторого семейства перестановочных полиномов.

References

1. Charpin P., Kyureghyan G. - Finite Fields . Appl. 2009. V.15 (5) P. 615-632.
2. Kyureghyan G. - Journal of Combinatorial Theory. 2011. A. V. 118. P. 1052-1061.
3. Lidl R. Niederreiter H., Finite Fields. Cambridge University Press 1987.
4. Markos J. Finite Fields Appl. 2011. V.17. P.105-112.

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

УДК 519.1

С. М. Варданян

О минимальности некоторых распознающих систем в классе двухэлементных подмножеств относительно операций пересечения и дополнения

(Представлено чл.-кор. НАН РА И. Д. Заславским 27/IV 2011)

Ключевые слова: *распознающие системы, пересечение и дополнение множеств, минимальность*

Рассматриваются распознающие системы множеств, определяемые аналогично соответствующим понятиям из [1 – 6]. Понятие распознающей системы, рассматриваемое ниже, отличается от аналогичного понятия из [4 – 6] тем, что в роли операций, применяемых к множествам данной системы, фигурируют не только операция пересечения множеств, но также и операция дополнения множества до данного универсального множества.

Оказывается, что для распознающих систем в этом смысле могут быть получены значительно более четкие характеристики минимальных распознающих систем по сравнению с [4, 5]. Те понятия, которые не определяются ниже, определены в [7].

Рассмотрим конечное множество $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$, $n \geq 3$. Через $R[n]$ обозначим множество подмножеств множества $[n]$. Пусть $n^* = \{A_1, A_2, \dots, A_k\}$ является подмножеством множества $R[n]$.

Определение 1. Будем говорить, что система n^* распознает элемент $i \in [n]$, если с помощью операций пересечения и дополнения (по отношению к $[n]$) из множеств $A_1, A_2, \dots, A_k$ можно получить $\{i\}$.

Определение 2. Будем говорить, что n^* является n - распознающей системой, если система n^* распознает каждый элемент $i \in [n]$.

Посредством $|A|$, где A – какое-либо множество, будем обозначать мощность множества A . Так как $R[n]$ является n - распознающей системой, то класс n -распознающих систем заведомо не является пустым. Определим обычные понятия минимальности и тупиковости для n -распознающих систем.

Определение 3. n -распознающая система n^* называется тупиковой, если любое собственное подмножество множества n^* не является n -распознающей системой.

Определение 4. n -распознающая система n^* называется минимальной, если не существует n -распознающей системы с мощностью, меньшей, чем $|n^*|$.

Если рассматривается минимум не в классе всех распознающих систем, а только в определенном его подклассе, то такие минимумы будем называть локальными минимумами. В этой статье рассматриваются такие распознающие системы, элементы которых являются двухэлементными подмножествами множества $[n]$. Каждой такой распознающей системе сопоставим граф следующим образом. Каждому элементу множества $[n]$ сопоставим вершину указанного графа, при этом различным элементам сопоставим различные вершины. Две различные вершины соединим ребром в том и только в том случае, когда соответствующие элементы принадлежат одному и тому же множеству данной системы. Граф, построенный указанным образом, будем называть представляющим графом данной n -распознающей системы. Ясно, что представляющий граф n -распознающей системы определяет ее однозначно (с точностью до изоморфизма; изоморфизм n -распознающих систем определяется естественным образом). Мы иногда будем отождествлять n -распознающую систему с ее представляющим графом, говоря о ее свойствах как о свойствах ее представляющего графа. Все необходимые определения, связанные с графами, можно найти в [7]. Длиной цепи $\{v_1, v_2, \dots, v_k\}$ (а также ее мощностью) будем называть количество ребер в ней, т.е. число $(k-1)$; такую цепь будем обозначать посредством Q_k . Изолированные вершины графа будем называть цепями длины нуль; такую цепь будем обозначать

посредством Q_1 . Через $|T_2^n|$ будем обозначать мощность минимальной n -распознающей системы в классе двухэлементных подмножеств.

Основная теорема. Если $n \geq 3$, то

$$|T_2^n| = \begin{cases} \frac{2}{3}n & \text{если } n \equiv 0 \pmod{3}; \\ \frac{2}{3}(n-1) & \text{если } n \equiv 1 \pmod{3}; \\ \frac{2}{3}(n-2)+1 & \text{если } n \equiv 2 \pmod{3}. \end{cases}$$

Для доказательства сначала установим верхнюю оценку для $|T_2^n|$. Пусть задано некоторое $n \geq 3$. Построим граф G_n , удовлетворяющий следующим условиям. Если $n \equiv 0 \pmod{3}$, то граф G_n состоит из $\frac{n}{3}$ компонент связности, каждая из которых изоморфна цепи Q_3 . Если $n \equiv 1 \pmod{3}$, то граф G_n содержит $\frac{n-1}{3}$ компонент связности, каждая из которых изоморфна Q_3 , и, кроме того, одну компоненту, изоморфную Q_1 . Если $n \equiv 2 \pmod{3}$, то граф G_n содержит $\frac{n-5}{3}$ компонент связности, каждая из которых изоморфна Q_3 , и, кроме того, две компоненты связности, изоморфные соответственно Q_4 и Q_1 . Легко проверить, что при любом $n \geq 3$ граф G_n является представляющим графом некоторой n -распознающей системы и количество ребер в нем равно величине, указанной в формулировке основной теоремы для $|T_2^n|$. Тем самым установлена верхняя оценка для $|T_2^n|$. Теперь установим нижнюю оценку. Сначала приведем некоторые леммы.

Лемма 1. Если $n^* = \{A_1, A_2, \dots, A_k\}$ является n -распознающей системой, то объединение всех A_i может не содержать самое большее один элемент множества $[n]$.

В самом деле, пусть имеет место обратное, т.е. $\bigcup_{i=1}^k A_i$ не содержит двух различных элементов x, y , принадлежащих $[n]$. Тогда x и y не принадлежат каждому A_i , $i = \overline{1, k}$, и будут принадлежать каждому $B_i = \overline{A_i}$. Очевидно, что в результате любых операций

пересечения и дополнения над системой $A_1, A_2, \dots, A_k, B_1, B_2, \dots, B_k$ получится множество, которое или одновременно не будет содержать x и y , или одновременно будет содержать x и y . В результате x и y нельзя отличить друг от друга и, следовательно, нельзя распознать. Лемма доказана.

Лемма 2. Для всякой n -распознающей системы S , представляющий граф которой содержит циклы, можно построить n -распознающую систему S^* , $S^* \subset S$, $|S^*| < |S|$ представляющий граф которой не содержит циклов.

В самом деле, пусть представляющий граф n -распознающей системы S содержит цикл $\{v_1, v_2, \dots, v_{m-1}, v_m, v_1\}$ (заметим, что $m \geq 3$ и при $m = 3$ вершина v_4 совпадает с v_1). Легко проверить, что если из представляющего графа системы S мы удалим, например, ребро $\{v_1, v_2\}$, то получившийся в результате граф будет представляющим графом некоторой n -распознающей системы и будет содержать на одно ребро меньше и на один цикл меньше по сравнению с первоначальным графом. Повторяя эту процедуру, придем к требуемой системе S^* .

Следствие 1. Для всякой n -распознающей системы S , представляющий граф которой содержит цикл, можно построить n -распознающую систему S^* , $S^* \subset S$, $|S^*| < |S|$, представляющий граф которой является лесом.

Лемма 3. Любая n -распознающая система не может содержать множества, которое не пересекается ни с одним другим множеством данной системы.

В самом деле, пусть имеет место обратное, и пусть, например, множество $A_1 = \{x, y\}$ не пересекается ни с одним из множеств $A_2, A_3, \dots, A_k$ некоторой n -распознающей системы $\{A_1, A_2, \dots, A_k\}$. Рассуждая аналогично доказательству леммы 1, убеждаемся в том, что каждое множество, получаемое при помощи операций пересечения и дополнения, исходя из $A_1, A_2, \dots, A_k$ либо содержит одновременно x и y , либо не содержит ни одного из них. Но это противоречит тому, что $\{A_1, A_2, \dots, A_k\}$ n -распознающая система.

Лемма 4. Для всякой n -распознающей системы S , представляющий граф которой является лесом, существует n -распознающая система S^* , $|S^*| = |S|$, представляющий граф

которой является лесом, причем каждая компонента связности этого леса представляет собой цепь.

В самом деле, рассмотрим некоторую компоненту связности данного леса. Пусть это будет дерево, содержащее m вершин и, следовательно, содержащее $(m-1)$ ребер. Так как любое дерево, содержащее m вершин, содержит $(m-1)$ ребер, следовательно, первоначальное дерево можно заменить цепью, состоящей из $(m-1)$ ребер $\{v_1, v_2, \dots, v_m\}$. Очевидно, что все вершины этой цепи распознаваемы и останутся такими же. После аналогичных замен во всех компонентах получим n -распознающую систему S^* и очевидно, что $|S^*| = |S|$.

Лемма 5. Для всякой n -распознающей системы S , представляющий граф которой содержит цепь длиной ≥ 5 , можно построить n -распознающую систему S^* , $S^* \subset S$, $|S^*| < |S|$, представляющий граф который содержит только такие цепи, число ребер в которых ≤ 4 .

В самом деле, пусть представляющий граф системы S содержит цепь $\{v_1, v_2, v_3, v_4, \dots, v_m\}$, где $m \geq 6$. Легко видеть, что после удаления ребра $\{v_3, v_4\}$ оставшийся граф будет снова представляющим графом некоторой n -распознающей системы. Повторяя эту процедуру, получим требуемую систему S^* .

На основе доказанных лемм и следствия 1 получаем следующую теорему.

Теорема 1. Для всякой n -распознающей системы S существует n -распознающая система S^* такая, что $|S^*| \leq |S|$ и представляющий граф для S^* есть лес, все связные компоненты которого суть цепи, состоящие из 0, 2, 3 или 4 ребер.

Рассмотрим теперь преобразования леса, все связные компоненты которого суть цепи, состоящие из 0, 2, 3 или 4 ребер. Заметим, что количество цепей длиной нуль будет ≤ 1 (по лемме 1).

Лемма 6. Если в n -распознающей системе S существуют две цепи длиной 3, то эти две цепи можно заменить одной цепью длиной 2 и одной цепью длиной 4, причем полученная система S^* будет n -распознающей и $|S^*| = |S|$.

Действительно, цепи $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ и $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$ можно заменить цепями $\{v_1, v_2, v_3\}$ и $\{u_4, u_1, u_2, u_3, u_4\}$, причем распознаваемость всех элементов сохранится и число ребер в сумме не увеличится.

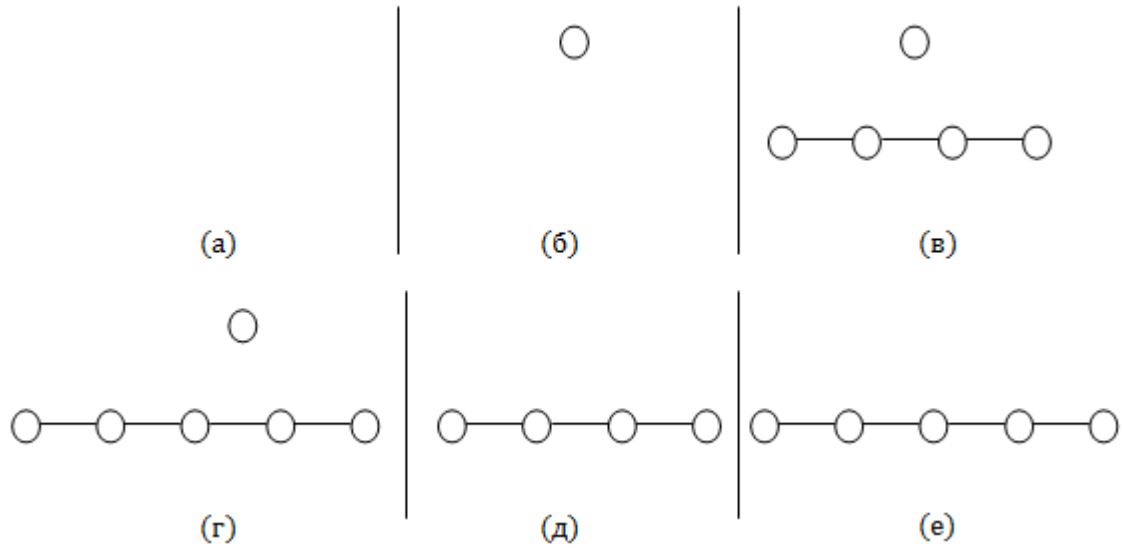
Лемма 7. Если в n -распознающей системе S существуют две цепи длиной 4, то эти две цепи можно заменить двумя цепями длиной 2 и одной цепью длиной 3, причем полученная система S^* будет n -распознающей и $|S^*| < |S|$.

Действительно, цепи $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ и $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ можно заменить цепями $\{v_1, v_2, v_3\}$, $\{v_4, v_5, u_1\}$ и $\{u_2, u_3, u_4, u_5\}$, причем распознаваемость всех элементов сохранится и число ребер в сумме уменьшится на единицу.

Лемма 8. Если в n -распознающей системе S существует хотя бы одна цепь длиной 3 и хотя бы одна цепь длиной 4, то эти две цепи можно заменить тремя цепями длиной 2, причем полученная система S^* будет n -распознающей и $|S^*| < |S|$.

Действительно, цепи $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ и $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ можно заменить цепями $\{v_1, v_2, v_3\}$, $\{v_4, u_1, u_2\}$ и $\{u_3, u_4, u_5\}$. Легко убедиться в том, что все вершины распознаваемы и $|S^*| < |S|$.

Лемма 9. Для всякой n -распознающей системы S , представляющий граф которой является лесом со связными компонентами, изоморфными Q_1, Q_3, Q_4 или Q_5 , существует n -распознающая система S^* такая, что $|S^*| \leq |S|$ и связные компоненты представляющего графа системы S^* суть, во-первых, цепи, изоморфные Q_3 , во-вторых, цепи, удовлетворяющие следующим условиям, указанным ниже для случаев (а) – (е), а именно: в случае (а) других связных компонент нет; в случае (б) – (е) другие связные компоненты представляющего графа системы S^* суть: в случае (б) – цепь, изоморфная Q_1 ; в случае (в) – цепи, изоморфные Q_4 и Q_1 ; в случае (г) – цепи, изоморфные Q_5 и Q_1 ; в случае (д) – цепь, изоморфная Q_4 ; в случае (е) – цепь, изоморфная Q_5 (рисунок).



В самом деле, используя преобразования, указанные в леммах 6 – 8, можно построить последовательность преобразований представляющего графа системы S , в процессе которых уже возникшие цепи, изоморфные Q_3 , не затрагиваются, а цепи, изоморфные Q_4 и Q_5 , систематически уничтожаются до тех пор, пока их количество не сведется к одной цепи (либо изоморфной Q_4 , либо изоморфной Q_5). При этом должно быть учтено то обстоятельство, что первоначальный граф системы S может содержать изолированную вершину.

Теорема 2. Для всякой n -распознающей системы S существует n -распознающая система S^* такая, что $|S^*| \leq |S|$ и представляющий граф системы S^* состоит из связных компонент, изоморфных цепи Q_3 , и из связных компонент, указанных в лемме 9 для случаев (а), (б), (в).

В самом деле, из ранее доказанных утверждений следует, что существует система S^* такая, что $|S^*| \leq |S|$ и представляющий граф системы S^* состоит из связных компонент, изоморфных Q_3 , и из связных компонент, указанных в лемме 9 для случаев (а) – (е). Однако в случае (г) указанный фрагмент представляющего графа S^* можно заменить двумя цепями, изоморфными Q_3 (число ребер сохраняется), в случае (д) – двумя цепями, изоморфными Q_3 и Q_1 (число ребер уменьшается на 1), в случае (е) – двумя цепями, изоморфными Q_4 и Q_1 (число ребер уменьшается на 1). В результате переходим к одному из случаев (а), (б), (в), что и требовалось.

Из теоремы 2 следует нижняя оценка мощности минимальной n -распознающей системы, указанная в основной теореме. В самом деле, легко проверить, что представляющий граф системы S^* , построенный в соответствии с теоремой 2, изоморфен графу G_n , описанному выше. Поскольку число ребер в графе G_n равно величине, указанной в формулировке основной теоремы для $|T_2^n|$, заключаем, что предположение о существовании n -распознающей системы S , мощность которой меньше указанной величины, приводит к противоречию. Этим устанавливается нижняя оценка для $|T_2^n|$, а значит, и утверждение основной теоремы в целом.

Замечание 1. При $n \equiv 0 \pmod{3}$ и $n \neq 3$ существует другая минимальная n -распознающая система, представляющий граф которой существенно отличается от графа G_n , а именно, две цепи длиной два можно заменить фрагментом, описанным выше для случая (г) (рисунок).

Замечание 2. Так как вместе с операцией пересечения множеств используется также и операция дополнения, следовательно, доказанная теорема верна и для $(n-2)$ -элементных подмножеств, а также для смешанных 2- и $(n-2)$ -элементных подмножеств.

Институт проблем информатики и автоматизации НАН РА

С. М. Варданян

О минимальности некоторых распознающих систем в классе двухэлементных подмножеств относительно операций пересечения и дополнения

Пусть $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$. Система подмножеств $n^* = \{A_1, A_2, \dots, A_k\}$ множества $[n]$ называется n -распознающей, если любое одноэлементное множество $\{i\}$, $1 \leq i \leq n$, можно получить на основе $A_1, A_2, \dots, A_k$ с помощью операций дополнения и пересечения. Такая система называется минимальной, если не существует распознающая система меньшей мощности, чем рассматриваемая. Рассматриваются такие распознающие системы, которые состоят из двухэлементных подмножеств. Найдена мощность минимальной распознающей системы; построены такие системы.

Ս. Մ. Վարդանյան

**Հատման և լրացման գործողություններով երկելեմենտանոց
ենթաբազմությունների դասում որոշ ճանաչող համակարգերի մինիմալության մասին**

Դիցուք $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$: $[n]$ -ի ենթաբազմությունների $n^* = \{A_1, A_2, \dots, A_k\}$ համակարգը կոչվում է n - ճանաչող, եթե կամայական մեկ էլեմենտանոց բազմություն $\{i\}$, $1 \leq i \leq n$, կարելի է ստանալ $A_1, A_2, \dots, A_k$ - երի հիման վրա հատման և լրացման գործողություններով: Այդպիսի համակարգը կոչվում է մինիմալ, եթե գոյություն չունի ավելի փոքր հզորությամբ n - ճանաչող համակարգ: Դիտարկվում են այնպիսի համակարգեր, որոնք պարունակում են միայն երկելեմենտանոց ենթաբազմություններ: Աշխատանքում գտնվում է մինիմալ n -ճանաչող համակարգերի հզորությունը և կառուցվում են n -ճանաչող համակարգեր, որոնք ունեն մինիմալ հզորություն:

S. M. Vardanyan

**On the Minimality of Some Recognizing Systems in the Class of Two-Element Subsets
Concerning the Operations of Intersection and Complement**

A set of subsets $n^* = \{A_1, A_2, \dots, A_k\}$ of a finite set $[n] = \{1, 2, \dots, n\}$ is said to be n -recognizing if any one-element set $\{i\}$, $1 \leq i \leq n$ can be obtained on the base of $A_1, A_2, \dots, A_k$ by the operations of intersection and complement. A recognizing system S of such subsets is said to be minimal if there is no recognizing system having the power less than $|S|$; only subsets containing two elements are considered. The power of minimal n -recognizing systems is found and n -recognizing systems, having the minimal power, are built.

Литература

1. *Эрдеш П., Спенсер Дж.* Вероятностные методы в комбинаторике. М. 1976. Мир.
2. *Варданян С. М.*- ДАН АрмССР. 1981. Т. 72. С. 141-143.
3. *Варданян С. М.* - Моделирование, оптимизация, управление. Ереван, 2001. Вып. 4. С. 74 – 77.
4. *Варданян С. М.* - Труды ИПИА НАН РА «Математические вопросы кибернетики и вычислительной техники». Ереван, 2005. Т. 23. С. 144 – 146.
5. *Vardanyan S.M.* In: Computer science and information technologies. Proceedings of the conference CSIT05, Erevan, Armenia. 2005. P. 161 – 162,
6. *Варданян С. М.* -ДНАН РА. 2007. Т. 107, N 1. С. 37 – 43. Ереван,
7. *Harary F.* Graph Theory. Addison – Welsey. Reading MA 1969.

МЕХАНИКА

УДК 539.3

Академик С. А. Амбарцумян, М. В. Белубекян

Поперечные колебания идеально проводящей плоской прямоугольной мембраны в продольном магнитном поле

(Представлено 9/XI 2011)

Ключевые слова: мембрана, идеальный проводник, колебания, магнитное поле

1. Рассматривается весьма тонкая прямоугольная мембрана, занимающая в декартовой системе координат (x, y, z) область $0 \leq x \leq a$. Предполагается, что материал мембраны идеально проводящий. Пусть мембрана находится в постоянном магнитном поле, параллельном срединной поверхности мембраны. Известно [1,2], что под действием продольного магнитного поля в мембране появляются тангенциальные растягивающие усилия. Полагая $h \ll a$, $h \ll b$, считаем пренебрежительно малой жесткость изгиба $D = Eh^3 / 12(1 - \nu^2) \approx 0$.

На основе гипотезы недеформируемых нормалей и некоторых упрощающих предположений относительно условий на лицевых поверхностях мембраны ($z = \pm h$) получим следующее уравнение движения [1,2]:

$$V_1^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2V_1 V_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + V_2^2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (1.1)$$

где

$$V_k^2 = \frac{\mu H_{ok}^2}{4\pi\rho}, \quad k=1,2, \quad (1.2)$$

H_{ok} – тангенциальные компоненты вектора напряженности магнитного поля; μ – коэффициент магнитной проницаемости; ρ – плотность материала мембраны; $w = w(x, y)$ – нормальное перемещение; t – время.

Пусть все края мембраны закреплены, т.е. имеем следующие граничные условия:

$$w = 0 \text{ при } y = 0, b, \quad (1.3)$$

$$w = 0 \text{ при } x = 0, a. \quad (1.4)$$

2. Задачу поперечных колебаний мембраны решаем методом Галеркина [3]. Решение уравнения (1.1), удовлетворяющее граничным условиям (1.3), представим в виде

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} e^{i\omega t} f_n(x) \sin \lambda_n y, \quad \lambda_n = n\pi / b. \quad (2.1)$$

Представляя (2.1) в уравнении (1.1), умножая все это на $\sin \lambda_m y$ и интегрируя по y в пределах от 0 до b , получим следующую бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно функции $f_n(x)$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left[f_n'' + \lambda_n^2 \theta^2 (\eta_n^2 - 1) \right] C_{mn} + 2\lambda_n \theta f_n' d_{mn} \right\} = 0, \quad m = 1, 2, \dots \quad (2.2)$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\eta_n^2 = \frac{\omega^2}{V_2^2 \lambda_n^2}, \quad \theta = \frac{V_2}{V_1}, \quad (2.3)$$

$$C_{mn} = \int_0^b \sin \lambda_m y \sin \lambda_n y dy = \begin{cases} 0,5b & m = n, \\ 0 & m \neq n, \end{cases}$$

$$d_{mn} = \int_0^b \sin \lambda_m y \cos \lambda_n y dy = \begin{cases} 0 & m = n \\ 1/2 \left(\frac{1 - (-1)^{m-n}}{\lambda_m - \lambda_n} + \frac{1 - (-1)^{m+n}}{\lambda_m + \lambda_n} \right) & m \neq n \end{cases}. \quad (2.4)$$

Решение системы бесконечных уравнений (2.2) обычно заменяется решением усечённой системы.

Для наглядности приведём первые три приближения.

В первом приближении решается одно уравнение:

$$f_1'' + \theta^2 \lambda_n^2 (\eta_1^2 - 1) f_1 = 0. \quad (2.5)$$

Второе приближение:

$$\begin{aligned} f_1'' + \theta^2 \lambda_1^2 (\eta_1^2 - 1) f_1 + 4\theta b^{-1} \lambda_2 d_{12} f_2^1 &= 0, \\ f_2'' + \theta^2 \lambda_2^2 (\eta_2^2 - 1) f_2 + 4\theta b^{-1} \lambda_1 d_{21} f_1^1 &= 0. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Третье приближение:

$$\begin{aligned} f_1'' + \theta^2 \lambda_1^2 (\eta_1^2 - 1) f_1 + 4\theta b^{-1} (\lambda_2 d_{12} f_2' + \lambda_3 d_{13} f_3') &= 0, \\ f_2'' + \theta^2 \lambda_2^2 (\eta_2^2 - 1) f_2 + 4\theta b^{-1} (\lambda_1 d_{21} f_1' + \lambda_3 d_{23} f_3') &= 0, \\ f_3'' + \theta^2 \lambda_3^2 (\eta_3^2 - 1) f_3 + 4\theta b^{-1} (\lambda_1 d_{31} f_1' + \lambda_2 d_{32} f_2') &= 0. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Пусть две другие кромки мембраны также закреплены, т.е. имеем граничные условия (1.4), откуда следует

$$f_m(0) = f_m(a) = 0. \quad (2.8)$$

Решая уравнение (2.5) и удовлетворяя граничным условиям (2.8), получим

$$\sin \theta \lambda_1 \sqrt{\eta_1^2 - 1} a = 0. \quad (2.9)$$

Отсюда, с учётом (2.3), в первом приближении определяются частоты колебаний

$$\omega_{1k}^2 = \lambda_1^2 V_2^2 + \left(\frac{k\pi}{a} \right)^2 V_1^2, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.10)$$

В (2.10) минимальная частота получается при $k = 1$.

Для второго приближения решение системы (2.6) представляется в виде

$$f_1 = A e^{px}, \quad f_2 = B e^{px}. \quad (2.11)$$

Подстановка (2.11) в (2.6) приводит к следующей системе однородных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных A, B :

$$\begin{aligned}(p^2 + \theta^2 v_1) A_1 + 4\theta b^{-1} \lambda_2 d_{12} p B &= 0, \\ 4\theta b^{-1} \lambda_1 d_{21} p A + (p^2 + \theta^2 v_2) B &= 0,\end{aligned}\tag{2.12}$$

где

$$v_1 = \lambda_1^2 (\eta_1^2 - 1), \quad v_2 = \lambda_2^2 (\eta_2^2 - 1).\tag{2.13}$$

Равенство нулю детерминанта системы (2.12) дает биквадратное характеристическое уравнение относительно p . Нетрудно показать, что указанное уравнение имеет четыре мнимых корня

$$\pm i\theta p_1, \quad \pm i\theta p_2,\tag{2.14}$$

где

$$p_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[v_1 + v_2 - \gamma \pm \sqrt{(v_1 + v_2 - \gamma)^2 - 4v_1 v_2} \right]^{1/2},\tag{2.15}$$

$$\gamma = \frac{16\lambda_1 \lambda_2 d_{12} d_{21}}{b^2} = -\frac{64\lambda_1^2 \lambda_2^2}{b^2 (\lambda_2^2 - \lambda_1^2)^2}.\tag{2.16}$$

Отсюда следует, что общее решение системы (2.6) имеет вид

$$\begin{aligned}f_1(x) &= A_1 \cos \theta p_1 x + A_2 \cos \theta p_1 x + A_3 \cos \theta p_2 x + A_4 \cos \theta p_2 x, \\ f_2(x) &= B_1 \cos \theta p_1 x + B_2 \sin \theta p_1 x + A_3 \cos \theta p_2 x + A_4 \sin \theta p_2 x,\end{aligned}\tag{2.17}$$

при этом произвольные постоянные A_k и B_k согласно системе (2.12) связаны между собой следующим образом:

$$\begin{aligned}B_1 &= -i\alpha_1 A_1, \quad B_2 = i\alpha_1 A_2, \quad B_3 = -i\alpha_2 A_3, \quad B_4 = i\alpha_2 A_4, \\ \alpha_1 &= b \frac{p_1^2 - v_1}{4\lambda_2 d_{12} p_1}, \quad \alpha_2 = b \frac{p_2^2 - v_1}{4\lambda_2 d_{12} p_2}.\end{aligned}\tag{2.18}$$

Таким образом, остаются четыре произвольные A_1, A_2, A_3, A_4 . Подстановка (2.17) в граничные условия (2.8) приводит к четырем уравнениям (однородным) относительно A_k . Равенство нулю детерминанта указанной системы уравнений приводит к следующему уравнению относительно частот колебаний:

$$(\alpha_2 - \alpha_1) \sin \theta p_2 a \sin \theta p_1 a = 0. \quad (2.19)$$

Нетрудно проверить, что $\alpha_2 - \alpha_1 \neq 0$. Тогда либо $\sin \theta p_2 a = 0$, либо $\sin \theta p_1 a = 0$. Решение этих уравнений приводит к решению следующего уравнения относительно частот колебаний:

$$v_1 v_2 - \left(\frac{k\pi}{\theta a} \right)^2 (v_1 + v_2 - \gamma) + \left(\frac{k\pi}{\theta a} \right)^4 = 0, \quad k = 1, 2, \dots \quad (2.20)$$

Институт механики НАН РА

Академик С. А. Амбарцумян, М. В. Белубекян

Поперечные колебания идеально проводящей плоской прямоугольной мембраны в продольном магнитном поле

Задача приводится к решению волнового уравнения при наличии члена со смешанными производными. В случае закрепленных кромок мембраны применяется метод Галеркина. Исследованы частоты колебаний в зависимости от напряженности магнитного поля.

Ակադեմիկոս Ս. Ա. Համբարձումյան, Մ. Վ. Բելուբեկյան

Երկայնական մագնիսական դաշտում հարթ ուղղանկյուն իդեալական

հաղորդիչ մեմբրանի լայնական տատանումները

Խնդիրը բերվում է խառը ածանցյալ ունեցող անդամով ալիքային հավասարման լուծման: Եզրերով ամրակցված մեմբրանի դեպքում կիրառվում է Գալերկինի մեթոդը: Հետազոտվում են տատանումների հաճախականությունները՝ կախված մագնիսական դաշտի լարվածությունից:

Academician S. A. Ambartsumian, M. V. Belubekyan

**Transversal Vibrations of the Perfect Conductive Rectangular Plane Membrane in the
Longitudinal Magnetic Field**

The problem is reduced to the solution of wave equation with the member of the mixed derivatives. The Gallerkin's method is applied in the case of clumped edges. The vibration frequencies are investigated in dependense of the magnetic field intensivity.

Литература

1. *Belubekyan M.V., Ghazaryan K.B., Marzocca P., Cormier C.* - Journal of Applied Mechanics. 2007. V.74. P. 1071-1077.
2. *Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В.* Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. М. Наука. 1977. 272 с.
3. *Тимошенко С.П.* Колебания в инженерном деле. М. Физматгиз. 1959. 439 с.

ФИЗИКА

УДК 537.311

Академик Э. М. Казарян¹, Н. Г. Агекян¹, А. А. Саркисян^{1,2}

Одноэлектронный ток в цилиндрическом нанослое

(Представлено 21/XI 2011)

Ключевые слова: *цилиндрический нанослой, ток спинового магнитного момента*

1. Введение. Слоистые наноструктуры продолжают оставаться в центре внимания исследователей как с сугубо академической точки зрения, так и с точки зрения их непосредственного приложения в наноэлектронике (см. напр. [1]). В таких системах расширяются возможности управления энергетическим спектром носителей заряда путем изменения геометрических параметров изучаемых образцов [2]. Электронными уровнями в наноструктурах можно управлять также с помощью внешних полей, следовательно, диапазон "управляемости" их физическими свойствами чрезвычайно широк. Поэтому актуальным становится вопрос детального изучения различных характеристик нанослоев: коэффициентов межзонного и внутризонного поглощения [3, 4], баллистической проводимости [5], орбитального и спинового токов [6] и т.д. Примечательно, что наряду с орбитальным одноэлектронным током при учете спина электрона возникает также ток спинового магнитного момента [7], который при определенных условиях может играть важную роль и исследованию которого посвящено данное сообщение.

2. Теория. Рассмотрим цилиндрический нанослой, ограничивающий потенциал которого в радиальном направлении описывается двумерным радиальным аналогом потенциала Винтерница – Смородинского [8]:

$$V_{conf}^{rad}(\rho) = \frac{\alpha}{\rho^2} + \beta\rho^2 - 2\sqrt{\alpha\beta}, \quad (1)$$

где α и β – параметры, характеризующие цилиндрический нанослой. В направлении оси нанослая потенциал ограничения будем рассматривать в рамках прямоугольной бесконечно глубокой ямы с шириной L . Пусть на систему наложено также однородное аксиальное магнитное поле $\vec{B}$, которому соответствует калибровка вида

$$\vec{A} = \left\{ A_\rho = 0, A_\varphi = \frac{B\rho}{2}, A_z = 0 \right\}. \quad (2)$$

В случае указанной калибровки в уравнении Шредингера переменные разделяются и с учетом спина электрона получаются следующие двумерное и одномерное уравнения:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) - \frac{i\hbar\omega_c}{2} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\mu\omega_c^2}{8} \rho^2 + \left\{ V_{conf}^{rad}(\rho) - \mu^* B \hat{\sigma}_z \right\} \right\} \psi(\rho, \varphi) \chi_{s_z} = E_{n_\rho, m, s_z} \psi(\rho, \varphi) \chi_{s_z}, \quad (3)$$

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dz^2} + V_{conf}^{OZ}(z) \right\} f(z) = E_{n_z} f(z), \quad (4)$$

где μ^* – магнитный момент электрона (в случае *GaAs* $\mu^* = g_L \mu_B, \mu_B = \frac{e\hbar}{2\mu c}, g_L = 0,44$), $\hat{\sigma}_z$ – z-компонента матрицы Паули, $\omega_c = \frac{eB}{\mu c}$ – циклотронная частота, χ_s – спиновая волновая функция. В z-представлении по матрицам Паули имеем

$$\hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \chi_{s_z=1/2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Уравнения (3) и (4) являются точно решаемыми, и для волновой функции можем записать

$$\Psi_{n_\rho, m}^{n, s_z}(\rho, \varphi, z, s_z) = D_{n_\rho, m, n} e^{im\varphi} \rho^M e^{-\frac{\rho^2}{4a_\Omega^2}} {}_1F_1\left(-n_\rho, M+1, \frac{\rho^2}{2a_\Omega^2}\right) \begin{pmatrix} \sin \frac{\pi n}{L} z (n=2k) \\ \cos \frac{\pi n}{L} z (n=2k+1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где $D_{n_\rho, m, n}$ – нормировочная постоянная, а также введены следующие обозначения:

$$M = \sqrt{m^2 + \frac{2\mu\alpha}{\hbar^2}}, \Omega = \sqrt{\omega_c^2 + \frac{8\beta}{\mu}}, a_\Omega = \sqrt{\frac{\hbar}{\mu\Omega}}. \quad (7)$$

Для спектра энергии получим

$$E_{n_\rho, m}^{n, s} = \hbar\omega_c \left(\frac{\Omega}{\omega_c} \left(n_\rho + \frac{M+1}{2} \right) + \frac{m}{2} \right) - 2\sqrt{\alpha\beta} + \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2\mu L^2} - 2\mu^* B s_z. \quad (8)$$

На основе полученных результатов перейдем к вычислению спинового и орбитального токов в рассматриваемой системе. Как известно, выражение для плотности орбитального тока в магнитном поле имеет вид [7]

$$\vec{j}_{orb} = \frac{ie\hbar}{2\mu} (\Psi \vec{\nabla} \Psi^* - \Psi^* \vec{\nabla} \Psi) - \frac{e^2}{\mu c} \vec{A} |\Psi|^2, \quad (9)$$

а для тока спинового магнитного момента

$$\vec{j}_{SMM} = \mu^* c \text{rot}(\Psi^* \hat{\vec{\sigma}} \Psi). \quad (10)$$

Вначале рассмотрим орбитальный ток. С учетом симметрии задачи вычисления будем производить в цилиндрических координатах. Так как ρ - и z - части волновой функции (6) являются вещественными функциями, а также, исходя из определения $\vec{\nabla}$ – оператора в цилиндрических координатах можно показать, что ρ - и z - компоненты орбитального тока равны нулю. В свою очередь, для φ -компоненты имеем

$$(\vec{j}_{orb})_\varphi = \left(\frac{e\hbar m}{\mu\rho} - \frac{e^2 B}{2\mu c} \rho \right) |\psi|^2 |f|^2. \quad (11)$$

Для определения тока спинового магнитного момента необходимо сперва определить компоненты вектора

$$\vec{\bar{\sigma}} = \mu^* \Psi \hat{\vec{\sigma}} \Psi. \quad (12)$$

Непосредственным вычислением, с учетом вида матриц Паули, а также спиновой волновой функции χ_s , можно показать, что $(\bar{\vec{\sigma}})_\rho = (\bar{\vec{\sigma}})_\varphi = 0$, а для $(\bar{\vec{\sigma}})_z$ находим

$$(\bar{\vec{\sigma}})_z = 2\mu^* s_z |\psi|^2 |f|^2. \quad (13)$$

Произведение $(|\psi|^2 |f|^2)$ зависит только от координат ρ и z , поэтому ненулевой будет только φ -компонента $rot\bar{\vec{\sigma}}$:

$$(rot\bar{\vec{\sigma}})_\varphi = -\frac{\partial}{\partial \rho} (\bar{\vec{\sigma}})_z. \quad (14)$$

Окончательно для ненулевой компоненты тока спинного магнитного момента получим

$$(\vec{j}_{SMM})_\varphi = -2\mu^* c s_z \left\{ \frac{\partial}{\partial \rho} |\psi|^2 \right\} |f|^2. \quad (15)$$

Таким образом, для полного тока $\vec{j}_{tot}$ находим

$$(\vec{j}_{tot})_\varphi = \left(\frac{e\hbar m}{\mu\rho} - \frac{e^2 B}{2\mu c} \rho \right) |\psi|^2 |f|^2 - 2\mu^* c s_z \left\{ \frac{\partial}{\partial \rho} |\psi|^2 \right\} |f|^2. \quad (16)$$

3. Результаты. Орбитальный ток состоит из двух частей, а именно если учесть, что $\hbar m$ является моментом импульса электрона в состоянии с магнитным квантовым числом m , то становится ясным, что этот член характеризует ток орбитального “движения”. В свою очередь отношение $\frac{eB}{\mu c}$ является циклотронной частотой электрона и будучи умноженным на ρ характеризует линейную скорость его циклотронного “движения”. Таким образом, второй член описывает вклад магнитного поля в $\vec{j}_{tot}$, являясь током частоты Лармора. При этом в отличие от случая квантовой проволоки учет квантования вдоль оси нанослоя Oz приводит к исчезновению орбитального тока вдоль направления магнитного поля. С другой стороны присутствие направления Oz проявляется в наличии множителя $|f|^2$, как в орбитальном токе, так и в токе спинного магнитного момента. Следовательно, в зависимости от того, в какой плоскости $z = const$ рассматривается ток, будут фиксироваться различные его значения при одних и тех же ρ . Наконец отметим еще одно важное обстоятельство. Из выражения (16)

следует, что в отсутствие магнитного поля $\vec{B} = 0$ для состояний электрона с $m = 0$ ненулевой вклад в общий ток будет давать только ток спинового магнитного момента:

$$(\vec{j}_{tot})_{\varphi} = -2\mu^* c s_z \left\{ \frac{\partial}{\partial \rho} |\psi|^2 \right\} |f|^2, \quad (17)$$

обусловленный градиентом плотности вероятности радиального распределения электрона.

¹Российско-Армянский (Славянский) университет

²Ереванский государственный университет

Академик Э. М. Казарян, Н. Г. Агекян, А. А. Саркисян

Одноэлектронный ток в цилиндрическом нанослое

Исследованы орбитальный ток и ток спинового магнитного момента электрона в цилиндрическом нанослое. Показано, что при определенных условиях основной вклад в полный ток обусловлен током спинового магнитного момента.

Ակադեմիկոս Է. Մ. Ղազարյան, Ն. Գ. Աղեկյան, Հ. Ա. Սարգսյան

Մեկէլեկտրոնային հոսանքը գլանային նանոշերտում

Հետազոտված են ուղեծրային և սպինային մագնիսական մոմենտի հոսանքները գլանային նանոշերտում: Ցույց է տրված, որ որոշ դեպքերում հիմնական ներդրումը լրիվ հոսանքի մեջ պայմանավորված է սպինային մագնիսական մոմենտի հոսանքով:

Academician E. M. Kazaryan, N. G. Aghekyan, H. A. Sarkisyan

A Single-Electron Current in a Cylindrical Nanolayer

The orbital current and the spin magnetic moment current of an electron in a cylindrical nanolayer are investigated. It is shown that under certain conditions, the main contribution to the total current due to the spin magnetic moment current.

Литература

1. *Lorke A. et al.* - Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. P. 2223.
2. *Казарян Э.М., Саркисян А.А.* Слоистые наноструктуры. В.: Энциклопедия ЮНЕСКО “Нанонаука и нанотехнологии”. Ред. О. Аваделькарим, Ч. Бай, С.П. Капица. М. Магистр Пресс. 2011. С. 120.
3. *Harutyunyan V.A.* - Physica E. 2007. V. 39. P. 37.
4. *Zuhair M., Manaselyan A., Sarkisyan H.* - Physica E. 2009. V. 41. P. 1583.
5. *Bellucci S., Onorato P.* - Physica E. 2009. V. 41. P. 1393.
6. *Chakraborty T., Pietiläinen P.* – Physi. Rev. B. 1994. V.50. P. 8460.
7. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М. Наука. 1989.
8. *Винтерниц П. и др.* – Ядерная физика. 1966. Т. 4. С. 625.

БИОФИЗИКА

УДК 577.3

А. Е. Закарян, З. А. Закарян, член-корреспондент НАН РА А. А. Трчунян

Различные методы хемилюминесцентного анализа в оценке уровня свободнорадикального перекисного окисления липопротеинов сыворотки крови человека при развитии патологических процессов в организме

(Представлено 5/IX 2011)

Ключевые слова: хемилюминесценция, фото-хемилюминесценция, электро-хемилюминесценция, перекисное окисление липопротеинов, свободные радикалы, антиоксиданты, сыворотка крови, патологические процессы, панкреатит, опухоли

В настоящее время имеется значительное количество данных, указывающих на то, что одним из важнейших звеньев многих патологических процессов является развитие свободнорадикальных реакций, приводящих к повышению уровня перекисного окисления липидов (ПОЛ) и липидсодержащих, в том числе мембранных, структур [1-3]. Применение новых биофизических подходов к оценке ПОЛ позволяет достаточно четко выяснить этиологию, природу патологии и динамику болезни [4, 5].

В организме ПОЛ регулируется биоантиоксидантной системой (БАО), и поэтому в нормальных физиологических условиях эти процессы находятся в равновесном состоянии в виде: $ПОЛ \rightleftharpoons БАО$. Такая регуляция позволяет поддерживать уровень свободнорадикальных окислительных процессов в стационарном режиме [3]. Однако при многих патологических процессах наблюдается активация воспалительных реакций, при которых изменяется уровень ПОЛ, что сопровождается хемилюминесценцией (ХЛ) [5].

Для изучения ПОЛ наряду с определением малонового диальдегида (МДА) – основного конечного продукта ПОЛ широко применяются методы анализа ХЛ, в частности

индуцированной химическими факторами [4]. Развитие методов анализа ХЛ привело к сочетанию спонтанной (СХЛ), фото- (ФХЛ) и электро- (ЭХЛ) ХЛ в оценке уровня ПОЛ.

В настоящей работе показана возможность сочетания различных методов ХЛ в оценке уровня ПОЛ сыворотки крови человека при различных патологиях, в частности при панкреатите и доброкачественных и злокачественных опухолях.

Материал и метод исследования. Материалом исследования служила сыворотка крови 57 человек разного возраста, в том числе: 14 практически здоровых, 12 больных с хроническим панкреатитом, 11 с острой формой панкреатита, 9 со злокачественными и 12 с доброкачественными опухолями. Для получения сыворотки кровь центрифугировали в течение 10 мин при $4.5 \cdot 10^3$ об/мин.

Регистрацию ХЛ проводили на квантометрической установке с применением новых электронных узлов и усилительных схем [6, 7]. В качестве детектора слабых световых потоков применяли фотоэлектронный умножитель ФЭУ-140, работающий в режиме постоянного охлаждения для снижения уровня тепловых шумов фотокатода. Поддержание заданной температуры исследуемых образцов в измерительной ячейке с точностью $\pm 5^\circ\text{C}$ осуществляли с помощью системы с автоматическим электронным управлением.

СХЛ регистрировали в образцах сыворотки крови (2.5 мл), помещенных в измерительную ячейку (оптическую кювету) перед фотокатодом. ФХЛ изучали в образцах сыворотки с открытой поверхностью, облученных с помощью ультрафиолетовой лампы ПРК-4 в течение 1 мин на расстоянии 5 см от центра источника излучения. Облученные образцы перемещали в измерительную ячейку полуавтоматическим способом в течение 1-2 с. ЭХЛ определяли по методике, описанной ранее [8, 9]. Для этого к 0.3 мл испытуемой сыворотки в измерительной ячейке добавляли 3 мл 0.1 М КСl и затем в ячейку помещали точечные платиновые электроды типа ЭПВ-01, расстояние между которыми составляло 10 мм. На электроды подавалось постоянное напряжение в 10 мВ при токе силой в 100 мА. Кинетику ХЛ регистрировали с помощью самопишущего потенциометра.

Интенсивность ПОЛ определяли спектрофотометрическим методом с помощью 2-тиобарбитуровой кислоты (ТБК) [10]. К образцу добавляли 2 мл 20 % водного раствора трихлоруксусной кислоты, 0.1 мл этанолового раствора ионола (0.1 мМ) и 1.0 мл 0.5 % водного раствора ТБК. Пробы инкубировали в течение 15 мин при $95-100^\circ\text{C}$ на водяной бане. Затем их охлаждали в токе холодной воды и измеряли оптическую плотность на

спектрофотометре СФ-46 при длине волны 532 нм; измерение проводили при длине оптического пути в 1 см. Контрольным образцом являлась проба, содержащая все перечисленные выше компоненты, кроме сыворотки. Количество ТБК-реактивных продуктов выражали через эквивалентное количество МДА, принимая коэффициент молярной экстинкции равным $1.56 \cdot 10^5 \text{ см}^{-1}$.

Активность супероксиддисмутазы (СОД) определяли по ингибированию супероксидных анион-радикалов в модельной системе феназинметасульфат-НАДН-нитротетразолий синий [9]. Определение α -токоферола (α -ТФ) проводили по методике [11]. Количество α -ТФ рассчитывали по стандартной калибровочной кривой и выражали в мг.

Содержание диеновых конъюгатов (ДК) определяли в гексановой фазе спектрофотометрически при длине волны 233 нм, количество ДК рассчитывали с учетом коэффициента молярной экстинкции в $2.2 \times 10^5 \text{ М}^{-1} \text{ см}^{-1}$ и выражали в нМ на мг белка [12]. Белок в образцах определяли по методике Лоури [13], используя бычий сывороточный альбумин в качестве стандарта.

Использовались реактивы аналитической чистоты. Приводятся средние данные, стандартная ошибка которых не превышает 12 %. Для оценки разницы между контролем и образцами определяли критерий достоверности Стьюдента (p).

Результаты и обсуждение. При изучении СХЛ и ФХЛ сыворотки крови при комнатной температуре удалось показать, что интенсивность как СХЛ, так и ФХЛ сыворотки крови практически здоровых людей ниже по сравнению с таковыми при наличии патологических процессов ($p < 0.001$) (рис. 1,А). На рисунке можно заметить и разницу между СХЛ и ФХЛ для сыворотки крови при наличии разных форм патологии. Идентичная закономерность, наблюдаемая между СХЛ и ФХЛ сыворотки крови, возможно, обусловлена липопротеиновым составом исследуемых образцов. В этом случае эмитерами излучения света для СХЛ являются липидные компоненты липопротеинов сыворотки в целом, а при ФХЛ – белковые компоненты сыворотки [14]. Можно предположить, что при развитии патологических процессов в организме усиливаются воспалительные процессы и в связи с этим наблюдается и интенсификация ПОЛ. Не исключено также, что в кровь могут выделяться различные токсические вещества, которые являются прооксидантами и усиливают окислительные процессы, приводящие к интенсификации ХЛ сыворотки крови.

Подобные результаты были получены и при изучении ЭХЛ испытуемых образцов сыворотки крови (рис. 1, Б). Из рисунка видно, что интенсивность ЭХЛ во много раз выше по сравнению с СХЛ. В этом случае также заметно выше интенсивность суммарной ХЛ патологических образцов сыворотки крови по сравнению с контролем ($p < 0.001$), причем она неодинакова для разных форм патологии.

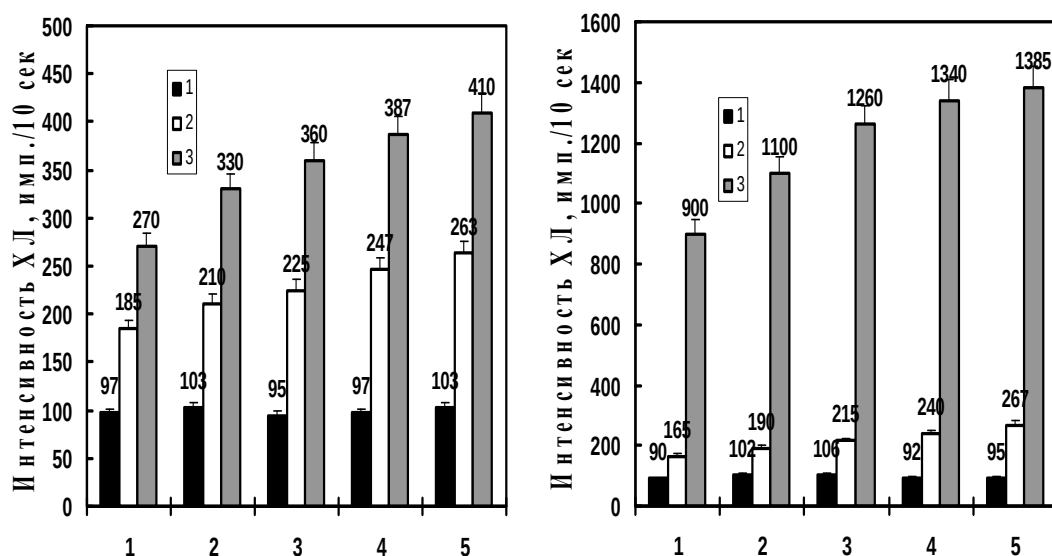


Рис. 1. Показатели СХЛ и ФХЛ (А) и ЭХЛ (Б) образцов сыворотки крови человека в норме и при патологии. Колонки: I – фон установки, II – СХЛ, III – ФХЛ (А) или ЭХЛ (Б). По группам: 1 – сыворотка донорской крови, 2 – сыворотка крови больных хроническим панкреатитом, 3 – сыворотка крови больных острой формой панкреатита, 4 – сыворотка крови больных с доброкачественными опухолями, 5 – сыворотка крови больных со злокачественными опухолями.

Из приведенного экспериментального материала по изучению СХЛ, ФХЛ и ЭХЛ сыворотки крови в норме и при патологии в организме человека можно заключить, что уровень интенсивности излучения квантов света изучаемых образцов заметно различен при патологических состояниях, что обусловлено неодинаково протекающими свободнорадикальными окислительными процессами в липидсодержащих структурах сыворотки.

С целью частичной проверки сделанного вывода и приведенных доводов были определены различные показатели ПОЛ в образцах сыворотки крови в норме и при вышеуказанных патологиях (табл. 1). Из таблицы видно, что продукты ПОЛ – МДА и ДК при наличии патологических процессов в организме человека увеличиваются в сравнении с

контролем, наблюдается также снижение уровня α -ТФ и падение активности СОД. При этом при наличии патологии содержание белка в образцах сыворотки крови заметно увеличивается.

Таким образом, полученные результаты можно интерпретировать с точки зрения усиления процессов ПОЛ при развитии патологических процессов в организме человека, во время которых происходит активация свободнорадикальных окислительных процессов с образованием перекисных радикалов, ответственных за излучение квантов света (ХЛ) [1-4, 7, 14].

Таблица 1

Показатели ПОЛ сыворотки крови человека в норме и при некоторых патологиях

Образцы Показатели ПОЛ	Сыворотка донорской крови, N = 15	Сыворотка крови больных хроническим панкреатитом, N = 14	Сыворотка крови больных острой формой панкреатита, N = 12	Сыворотка крови больных злокачест- венными опухольями, N = 13
МДА, мкМ/мл	6.4 ± 0.7	6.9 ± 0.8	7.6 ± 0.4	7.9 ± 0.4
МДА, мкМ/мг белка	0.12 ± 0.02	0.13 ± 0.08	0.13 ± 0.07	0.14 ± 0.04
ДК, мкМ/мл	8.9 ± 0.9	9.6 ± 0.9	11.0 ± 1.1	11.4 ± 2.4
α -ТК, мг	0.15 ± 0.03	0.13 ± 0.08	0.12 ± 0.01	0.12 ± 0.01
Активность СОД, усл.ед./ мл	9.9 ± 1.2	9.1 ± 1.5	8.7 ± 2.4	8.4 ± 1.8
Активность СОД, усл.ед./ мг белка	0.19 ± 0.03	0.18 ± 0.04	0.17 ± 0.06	0.6 ± 0.08
Белок, мг/мл	65.0 ± 5.6	87.0 ± 11.3	91.0 ± 4.2	94.0 ± 7.4

Эти результаты указывают на однозначность различных видов ХЛ – СХЛ, ФХЛ или ЭХЛ в оценке уровня ПОЛ в норме и при развитии различных патологических процессов. При

этом большая интенсивность и четкая разница между нормой и развитием патологических процессов получена при использовании ЭХЛ, что может быть использовано в клиническом анализе.

Ереванский государственный университет

А. Е. Закарян, З. А. Закарян, член-корреспондент НАН РА А. А. Трчунян

Различные методы хемилюминесцентного анализа в оценке уровня свободнорадикального перекисного окисления липопротеинов сыворотки крови человека при развитии патологических процессов в организме

Определена интенсивность различных видов спонтанной, фото- и электрохемилюминесценции сыворотки крови человека. Выявлена заметная разница интенсивности в норме и при развитии различных патологических процессов в организме. Предполагается, что такая разница обусловлена активацией свободнорадикальных окислительных процессов с образованием радикалов при перекисном окислении липопротеинов, ответственных за излучение квантов света. Изменение уровня перекисного окисления липопротеинов подтверждено определением малонового диальдегида, диеновых конъюгатов, а также α -токоферола и активности супероксиддисмутазы.

Ա. Ե. Չաքարյան, Յ. Ա. Չաքարյան, ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Ա. Ա. Թոշունյան

Քեմիլյումինեսցենցիայի վերլուծության տարբեր մեթոդները մարդու արյան շիճուկի լիպոպրոտեինների ազատառիկալային գերօքսիդային օքսիդացման մակարդակի գնահատման մեջ օրգանիզմում ախտաբանական գործընթացների զարգացման ժամանակ

Որոշվել է մարդու արյան շիճուկի տարբեր ձևերի՝ ինքնաբուխ, ֆոտո- և էլեկտրաքեմիլյումինեսցենցիայի ուժգնությունը: Բացահայտված է օրգանիզմում բնականոն պայմաններում և տարբեր ախտաբանական գործընթացների զարգացման ժամանակ ուժգնության

էական տարբերությունը: Ենթադրվում է, որ այդ տարբերությունը պայմանավորված է ազատռադիկալային օքսիդային գործընթացների ակտիվացմամբ՝ Լիպոպրոտեինների գերօքսիդային օքսիդացման ընթացքում ռադիկալների առաջացմամբ, որոնք պատասխանատու են լույսի քվանտների արձակման համար: Լիպոպրոտեինների գերօքսիդային օքսիդացման մակարդակի փոփոխությունը հաստատված է մալոնային երկալդեհիդի, դիենային կոնյուգատների, ինչպես նաև α -տոկոֆերոլի քանակների և սուպերօքսիդիդիսմատազի ակտիվության որոշմամբ:

A. E. Zagaryan, Z. A. Zagaryan, corresponding member of NAS RA A. A. Trchounian

Chemiluminescent Analysis Different Methods in Evaluation of Lipoproteins Free Radical Superoxide Oxidation of Human Blood Serum during Different Pathological Processes Development in Organism

Different forms of spontaneous, photo- and electro-chemiluminescence intensity was determined for human blood serum. The marked difference in intensity was revealed between normal and pathological processes development states in organism. It is suggested that the difference could be caused by lipoproteins free radical oxidation processes development with formation of radicals which are responsible for emission of light quants. Lipoproteins superoxide oxidation level change was confirmed by determination of malone dialdehyde, dien conjugates as well as tokopherol and activity of superoxide dismutase.

Литература

1. *Голиков П.П., Давыдов Б.Б., Матвеев С.Б.* - *Вопр. мед. химии.* 1987. Т. 33. С. 47-50.
2. *Киреев Г.В., Бекназаров З., Колоярова Н.Е., Ходжаев А.В., Шарипов Ф.К.* - *Клинич. лабораторн. диагностика.* 2003. N 5. С. 13-15.
3. *Закарян А.Е., Неркаряян А.В., Погосян Г.А., Айвазян Н. М.* *Биофизика свободнорадикальных процессов и мембранных структур.* Ереван. 2003. 215 с. (на арм. яз).

4. *Halliwell B., Gutteridge J. M.* Free Radicals in Biology and Medicine, Oxford: University Press. 1999. 783 p.
5. *Nishikimi M., Rao N.A., Yagi K.* - Biochem. Biophys. Res. Commun. 1972. V. 46. P. 849-853.
6. *Закарян А.Е., Элбакян В.Л., Айвазян Н.М., Погосян Г.А., Закарян Н.А., Сеферян Т.Е., Трчунян А.А.* В: Материалы Междунар. научно-практ. конф. «Образовательные, научные и инженерные приложения в среде LABVIEW и технологии National Instruments». М. 2006. С. 429-432.
7. *Zakharyan A.E., Seferyan T.Ye.* In: The Intern. Conf. on Systems Biology, Long Beach, CA USA. 2007.
8. *Владимиров Ю.А.* - Патол. физиол. и эксперимент. терапия. 1989. Т. 4. С. 7-19.
9. *Федорова Т.Н., Болдырев А.А., Ганнушкина И.В.* – Биохимия. 1999. Т. 64. N 1. С. 94-98.
10. *Стальная И.Д., Гаришвили Т.Г.* В кн.: Современные методы в биохимии (под ред. Ореховича В.Н.). М. Медицина. 1977. С. 66-68.
11. *Duggan D.D.* - Arch. Biochem. Biophys. 1954. V. 84. N 1. P. 116-126.
12. *Барабой В.А., Сутковой Д.А.* Окислительно-антиоксидантный гомеостаз в норме и патологии. Киев. Наукова думка 1997. 420 с.
13. *Lowry O.H., Rosenbrough H.J., Farr A.L.* - J. Biol. Chem. 1951. V. 193 P. 265-275.
14. *Журавлев А.И.* - Тр. МОИП. 1997. Т. 58. С. 3-30.

BIOPHYSICS

УДК 577.3

V. A. Ohanyan

Combined Effects of Extremely High Frequency Electromagnetic Field and Antibiotics on *Enterococcus Hirae* Growth and Survival

(Submitted by corresponding member of NAS RA A. H. Trchounian 6/IX 2011)

Key words: *extremely high frequency electromagnetic irradiation, ampicillin, dalacin, Enterococcus hirae, bacterial growth and survival*

Enterococcus genus is highly dispersed gram-positive bacteria. Different strains of *Enterococci* emerge almost everywhere. Some of the strains are essentially antibiotic-resistant human pathogens but on the other hand there are also commensal strains existing in intestines of humans; there are many strains which are used in different kinds of industry [1, 2]. Particularly, *Enterococci* are commonly used in cheese production in addition to main bacterial groups present during cheese development [1].

In previous study conducted in our laboratory the effect of extremely high frequency electromagnetic irradiation (EMI) was demonstrated particularly when the object of investigation was *Escherichia coli* [3-7] or *Enterococcus hirae* [8]. The decrease of bacterial growth specific rate (μ) and the increase in bacterial sensitivity towards antibiotics and consequently possible increase in antibiotic-resistance after irradiation were shown; the affecting antibiotics were tetracycline and chloramphenicol [6]. The effects of kanamycin and ceftriaxone antibiotics were also determined [7].

To establish mechanisms of the effects of EMI, researchers suggest different targets of vulnerability (i.e. cell wall or membrane, genome or DNA) [9-11]. The mechanisms of affection are explained with resonant frequencies; particularly the 51.8 GHz and 53 GHz frequencies are the

resonant frequencies of water – the main component of cell and cell environment [11, 12]. There is also an accepted hypothesis that irradiation with 51.8 GHz and 53 GHz frequencies alter the permeability and accessibility of the cell wall, making the cell more vulnerable to various affecting agents [7].

Nowadays, fundamental knowledge about EMI is very important, because of ubiquitous existence of this radiation in almost any environment. There are either natural or artificial sources of EMI (i.e. sun, radio-electrical devices, mobile and telecommunication, etc.) therefore the effects on environment apparently increase intensively. Moreover, bacteria may communicate to each other by electromagnetic waves [13] so disturbance by EMI with even small intensity could be dramatic.

Thus, the point of the present study was investigation of growth, survival and development of antibiotic-resistance of *E. hirae* under extremely high frequency EMI in correlation with two other commonly used antibiotics (i.e. ampicillin and dalacin). The selection of antibiotics was focused on their affecting mechanisms and targets; particularly ampicillin as a beta-lactam antibiotic is effectively used against gram-positive bacteria, affecting cell walls, while dalacin (clindamycin) is commonly used antibiotic as bacterial protein synthesis inhibitor affecting ribosomal translocation of anaerobic bacteria [14, 15]. The focus of the research had two primarily goals. First, analyze *E. hirae* survival in minimal growth conditions, because previous bacterial study was conducted analyzing only bacterial growth [5, 8]. Here the *E. hirae* growth was not analyzed only in extreme conditions but also their survival was evaluated using minimal conditions and aggressive agents (i.e. antibiotics). Second, combined effects of physical and chemical agents on growth and survival of *E. hirae* were observed.

Materials and methods. Bacteria and preparation. *E. hirae* ATCC9790 wild type stain was used throughout. They were grown until stationary growth phase (18-20 h) in tryptone medium (pH=8.0) under anaerobic conditions upon fermentation of glucose (0.2%) as described [5, 6]. Grown bacterial cells were concentrated by centrifugation (15 min), washed and diluted in bi-distilled water. Then, the bacterial suspension was transferred into the plate for electromagnetic irradiation. The thickness of bacterial suspension in the plate was ~1mm.

Electromagnetic irradiation of bacteria. Bacterial suspension was irradiated by EMI generator; model G4-141 (with conical antenna) radiating the coherent in time electromagnetic waves with frequencies of 51.8 GHz and 53 GHz [5, 6] in the option of amplitude modulation with frequency of 1 Hz (frequency stability was 0.05%); the flux capacity was 0.06 mW/cm². The generator was

assembled in the Institute of Radiophysics and Electronics of the National Academy of Science of Armenia (Ashtarak City) and generously supplied by Dr. V. Kalantaryan (Department of High Frequencies Radiophysics and Telecommunication, Yerevan State University, Yerevan, Armenia). The conditions of irradiation of bacteria were as alike as described previously [5, 6]. After direct irradiation of bacterial suspension for 1 h (the optimal duration for irradiation that was established earlier) [5-7], cells were immediately transferred into the fresh growth or minimal medium. It should be mentioned that the effects of this EMI are the same for different concentrations of exposed *E. hirae* cells [8] but they might differ due to the medium composition.

Determination of bacterial growth and survival. Bacterial specific growth rate was assessed by measuring optical density (OD) changes in bacterial suspension (growth medium with glucose) with a Spectro UV-VIS Auto spectrophotometer (Labomed, USA) at wavelength of 600 nm. μ was calculated by $\mu = 0.693/g$: g- OD doubling time. The lag-phase duration was determined as described before [8].

Bacterial survival was determined by displacement of irradiated bacteria into a minimal salt medium during four days [16, 17]. The number of bacteria was assessed by counting of colony-forming units grown on plates with solid nutrient medium, when appropriately diluted bacterial suspension was plated.

Antibiotics used; data processing. Ampicillin (Troge, Germany) and dalacin (Pfizer, USA) were used. They were added into the medium with their minimal effective concentrations 1.4mM and 0.4mM which were determined experimentally. All assays were carried out under anaerobic conditions at 37 °C. The average data processed to be statistical from two or three replicates with determination of the standard error which was not more than 3 % and of the Student's validity criteria (*P*) for the difference between experimental and appropriate control measurements [7, 8] when not mentioned, $P < 0.01$.

Results and discussion. It is noticeable that under extremely high frequency EMI specific growth rate dramatically decreased [5-7]. In order to observe all possible correlations and combined effects different combinations of irradiation and/or antibiotics were investigated. From this, several perspective groups of bacteria were analyzed. First group was the control group which was not either radiated or treated with antibiotics. Second group was the radiated group; bacterial mixture was exposed to 51.8 GHz irradiation. Bacterial suspension in third group was also exposed to irradiation of 53 GHz frequency. Bacterial suspension in forth group was treated with ampicillin

only and fifth group was treated with dalacin only. While the sixth group was either radiated with 51.8 GHz or treated with ampicillin and seventh group was radiated with 53 GHz and treated with ampicillin. Eighth group was radiated with 51.8 GHz and treated with dalacin and ninth group was radiated with 53 GHz and treated with dalacin.

Thus, particularly when the bacterial mass was radiated with 51.8 GHz electromagnetic waves, μ had decreased by approximately 30%, while with 53 GHz - the decrease was 40% comparable to control group of bacteria that were not exposed to irradiation and antibiotics (Fig. 1A). These data were similar to the findings reported before [8]. Consequently, the results showed that ampicillin decreases μ also by 30% when the agent is affecting separately, while dalacin decreases μ by about 50% (Fig. 1A). Additionally, the combined effect was shown. Antibiotics in combination with EMI affect even more severely. The combinations of 51.8 GHz and ampicillin; 53 GHz and ampicillin; 51.8 GHz and dalacin; 53 GHz and dalacin more effectively decrease μ of bacteria by 45%, 60%, 44% and 65% respectively (Fig. 1A). In parallel with μ determination, lag phase duration was also recorded as a secondary indicator of electromagnetic suppression effect. In comparison with control group, the lag phase was prolonged about 20% and 45% when the bacterial mixture was irradiated with 51.8 GHz and 53 GHz respectively (Fig. 1B). The combination of 51.8 GHz and 53 GHz frequencies with ampicillin prolonged the lag phase on 25% and 83% respectively, while ampicillin only prolonged the duration of lag phase on 20%. The combination of 51.8 GHz and 53 GHz frequencies with dalacin prolonged the lag phase duration on 48% and 2.4 fold respectively, while the lag phase duration in the group treated only with dalacin was prolonged on 23%.

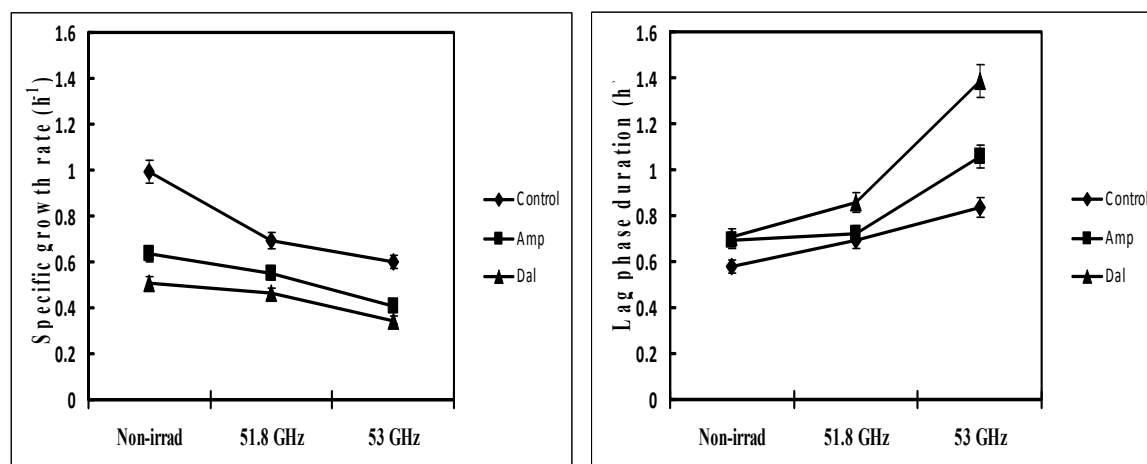


Fig. 1. Changes in μ (A) and growth lag phase duration (B) for *E. hirae* ATCC9790 by EMI of 51.3 and 53 GHz and ampicillin and dalacin.

The second aspect of this study was to observe the *E. hirae* survival during 4 days with exposure to the same treatments (i.e. irradiation and/or antibiotics) compared to control group. Based on the results it is apparent that bacterial suspension radiated either with 51.8 GHz and 53 GHz waves eventually contains ~10% less viable bacteria than control (Fig. 2A).

The number of viable bacteria decreases gradually depending on antibiotic. While ampicillin had not significant effect on survival, dalacin had noticeable bactericide effect (Fig. 2B). So, the second antibiotic – dalacin decreases the number of viable bacteria comparable to control group in 4 days of survival observation by 7 %. The combination of 51.8 GHz and dalacin decreases the number of viable bacteria ~2.5 fold, while the combination of 53 GHz and dalacin has less effect (Fig. 2C).

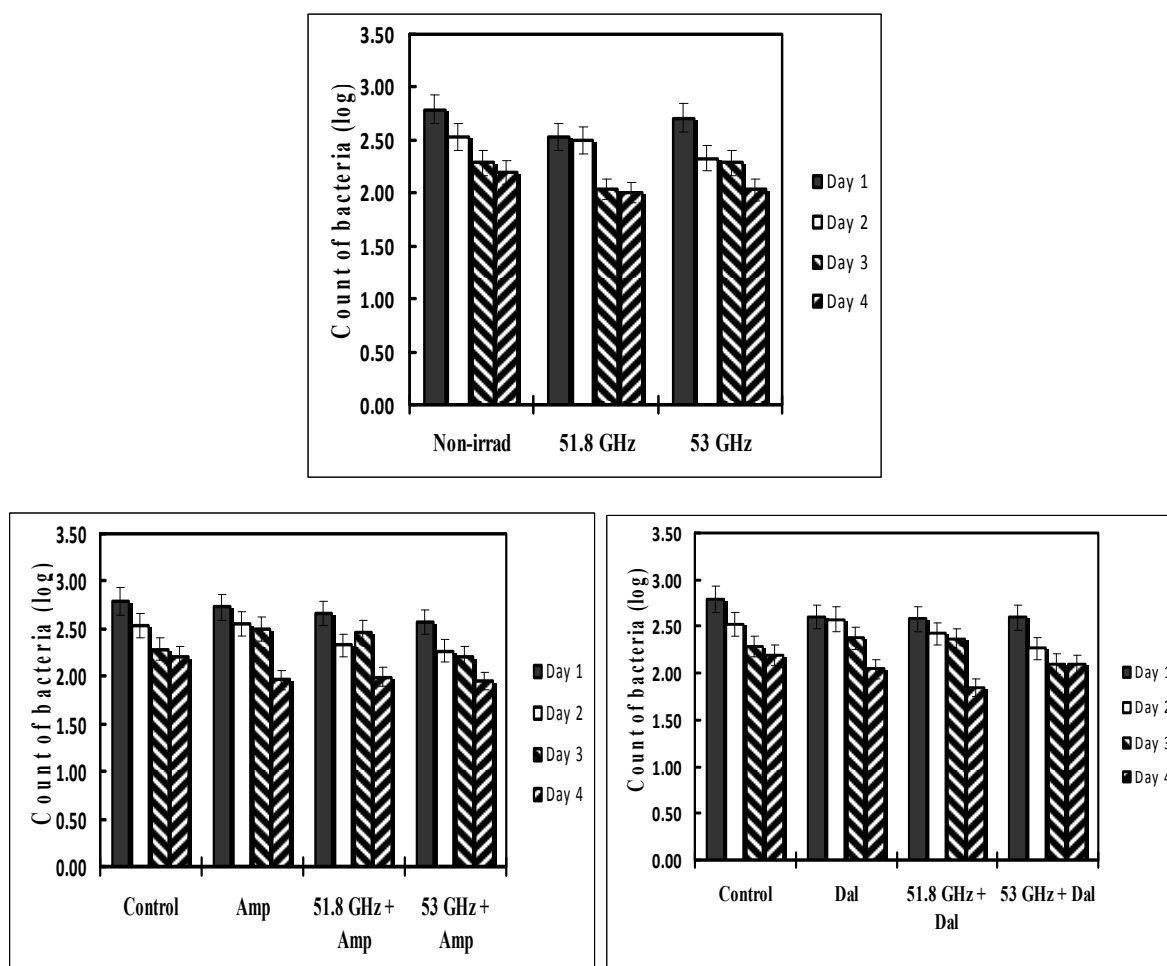


Fig. 2. *E. hirae* ATCC9790 survival histograms: non-irradiated versus irradiated with EMI of 51.8 and 53 GHz (A) and with ampicillin (B) or dalacin (C).

It is apparent that correlated exposure to affecting agents is more effective than singular treatment and particularly 53 GHz was more effective rather than 51.8 GHz irradiation regarding to specific growth suppression (see Fig. 1). However, for survival with antibiotics 51.8 GHz was more effective than 53 GHz (see Fig. 2). This might suggest different structures and pathways essential for bacterial growth and survival, a further study is required.

Obviously 51.8 GHz and 53 GHz EMI affect membranes of the cells [3, 5, 6]. It was already demonstrated that *E. coli* growth was also depressed because of these waves [8]. The results observed are comparable with the results when the object of interest was *E. coli*. Consequently, the analogous effect of EMI using different bacteria is evident, despite of the differences of *E. coli* and *E. hirae*. It is interesting, because these bacteria have different membrane structures and composition due to their types.

In order to make more in depth conclusions the affecting mechanisms of EMI are considerable. The targets are affected, because they resonantly interact with EMI. The cluster structure of water alters; DNA gains conformational changes and the permeability of membrane changes after the EMI exposure [6, 7, 9-11]. So, these alternations can lead to increase of accessibility/transparency of the membrane. This can be the reason why antibiotic and EMI combination dramatically enhances the bactericide effect. It is also apparent that the effect is significant not only during the bacterial growth but also during the survival. The survival time decreases when the bacterial suspension was treated with combined physical and chemical agents.

The experiments with antibiotics are relevant and interesting as a matter of fact. Probably, the same antibiotics used will be similarly effective against pathogen stains. Therefore, based on effects and affecting mechanisms of selected antibiotics, it is possible to make conclusion about the more efficient ways of struggle against the pathogen strains. The bactericide effect (using antibiotics) is increasing in combination with EMI. It is apparent, because minimal affecting concentrations of antibiotics were used.

The combined EMI/antibiotic effects revealed can have more useful practical application in either scientific or medical and industrial fields.

Yerevan State University

V. A. Ohanyan

**Combined Effects of Extremely High Frequency Electromagnetic Field
and Antibiotics on *Enterococcus Hirae* Growth and Survival**

Combined effects of extremely high frequency electromagnetic field and antibiotics on *Enterococcus hirae* ATCC 9790 bacterial growth and survival were investigated using 51.8 GHz and 53 GHz frequencies in combination with two commonly used antibiotics: ampicillin and dalacin. Results revealed that, despite bacterial type and membrane structure and properties, the combined effect, especially with 53 GHz and dalacin, suppresses bacterial growth and decreases their survival.

В. А. Оганян

**Совокупное воздействие сверхвысоких частот электромагнитного поля и антибиотиков
на рост и выживаемость *Enterococcus hirae***

Совокупное воздействие электромагнитного поля сверхвысоких частот и антибиотиков на рост и выживаемость *Enterococcus hirae* ATCC 9790 исследовано с использованием частот 51.8 и 53 ГГц и двух часто применяемых антибиотиков: ампициллина и далацина. Показано, что, независимо от типа бактерий и структуры и свойств бактериальной мембраны, комбинированный эффект, в особенности 53 ГГц и далацина, сильнее подавляет рост бактерий и снижает их выживаемость.

Վ.Ա. Օհանյան

**Գերբարձր հաճախության էլեկտրամագնիսական դաշտի և հակաբիոտիկների
համատեղ ազդեցությունը *Enterococcus hirae* բակտերիաների աճի և կենսունակության
վրա**

Ուսումնասիրվել է *Enterococcus hirae* ATCC9790 բակտերիայի աճի և գոյատևման վրա գերբարձր հաճախության էլեկտրամագնիսական դաշտի և հակաբիոտիկների ներգործության համատեղ ազդեցությունը՝ օգտագործելով 51.8 և 53 ԳՀց հաճախություններ ու երկու հաճախ օգտագործվող հակաբիոտիկներ՝ ամպիցիլին և դալացին: Արդյունքները ցույց տվեցին, որ անկախ բակտերիաների տիպից ու թաղանթի կառուցվածքից ու

հատկություններից, համակցված ներգործությունը, հատկապես 53 ԳՀց և դալացինը, ճնշում է բակտերիաների աճը և նվազեցնում նրանց կենսունակությունը:

References

1. Serio, A. (2010) Sci Topics. Retrieved September 5, 2011, http://www.scitopics.com/Metabolic_activities_of_enterococci_in_cheese.html.
2. Giridhara U.P., Ravikymar K., Umapathy B. - Indian J. Med. Microbiol, 2009, V. 27, P. 301-305.
3. Trchounian A., Ogandzanyan E., Sarkisyan E. et al. – Biophysics. 2001. V. 46. P. 69-76.
4. Isakhanyan V., Trchounian A. – Biophysics. 2005. V. 50. P. 604-606.
5. Tadevosyan H., Kalantaryan V., Trchounian A. – Biophysics. 2007. V. 52. P. 893-898.
6. Tadevosyan H., Kalantaryan V., Trchounian A. - Cell Biochem. Biophys. 2008. V. 51. P. 97-103.
7. Torgomyan H., Tadevosyan H., Trchounian A. - Curr. Microbiol. 2011, V. 62. P. 962-967.
8. Ohanyan V., Sarkisyan A., Tadevosyan H., Trchounian A. – Biophysics. 2008. V. 53. P. 822-825.
9. Fesenko E., Geletyuk V., Kazachenko V. et al. - FEBS Lett. 1995. V. 366. P. 49-52.
10. Belyaev I., Shcheglov V., Alipov Y. et al. – Bioelectromagnetics. 1996. V. 17. P. 312-321.
11. Betskii O., Devyatkov N., Kislov V. - Crit. Rev. Biomed. Eng. 2000. V. 28. P. 247-268.
12. Pan J. et al. (2003) IEEE. Retrieved September 5, 2011, http://www.nhtglobal.com/pdf/ClusterPlus_NJInstituteAbstract.pdf
13. Trushin M. - J. Microbiol. Immunol. Infect. 2003. V. 36. P. 153-160.
14. Kasten B., Reski R. - Journal of Plant Physiology. 1997. V. 150. P.137-140.
15. Coyle E. - Pharmacotherapy. 2003. V.23. P. 638-642.
16. Markarian S., Poladyan A., Kirakosyan G. et al. - Lett. Appl. Microbiol. 2002. V. 34. P. 417-421.
17. Kirakosyan G., Trchounian K., Vardanayan Z. et al. - Cell Biochem. Biophys. 2008. V. 51. P. 45-50.

БИОХИМИЯ

УДК 577.15 + 577.3 + 591.39

А. А. Симонян, И. Г. Батикян, А. С. Маргарян

Механизмы адаптации куриного эмбриона к колебательным температурам инкубирования

(Представлено академиком К.Г. Карагезяном 17/ V 2011)

Ключевые слова: митохондрии, окислительное фосфолирование, АТФаза

Известно, что можно управлять интенсивностью окислительного обмена, помещая животное в различные температурные условия, в частности, при понижении окружающей температуры возникает свободное окисление, которое обеспечивает дополнительную теплопродукцию, необходимую для сохранения нормальной температуры тела. В зависимости от характера и длительности действия температуры среды возникающие у животных адаптационные приспособления достигают разных уровней функциональной организации. Формирование терморегуляторных механизмов начинается еще в эмбриональном периоде, однако у млекопитающих реализация их деятельности до рождения не нужна, тогда как у выводковых птиц переменный температурный режим насиживания яиц приводит к появлению признаков химической терморегуляции еще до вылупления, причем температурные условия эмбрионального развития оказывают заметное влияние на терморегуляцию вылупившихся птенцов [1-3]. Именно поэтому выводковые птицы служат удобным объектом для изучения взаимодействия различных форм температурной приспособляемости.

Целью настоящей работы является исследование влияния кратковременного охлаждения куриных яиц при инкубации на механизм поддержания постоянной температуры тела.

Материал и методика. Эксперименты проводили на 15- и 20-дневных эмбрионах и 5-дневных цыплятах. Охлаждение яиц начинали с 10-го дня инкубации при 20 °С. Яйца охлаждали в течение 30 и 60 мин, причем получасовое охлаждение повторялось в течение 1 сут. трех-, четырех- и пятикратно, а часовое – двукратно. Яйца контрольной группы инкубировались при температуре, предусмотренной существующими правилами по инкубации.

Состояние терморегуляции оценивали по изменениям соотношения между дыханием и фосфорилированием и интенсивности АТФазной реакции в митохондриях, выделенных из тканей мышц и печени [4].

Все методические примеры, включая рецептуру сред выделения и инкубации митохондрий, заимствованы из работы В. П. Скулачева [4] с незначительными модификациями. Субстрат окисления – сукцинат (40 мкМ).

Результаты и обсуждение. Скелетная мускулатура, составляющая значительную часть общей массы тела и являющаяся важнейшим источником дополнительной теплопродукции при химической терморегуляции, может в 1.5-2.5 раза повышать интенсивность энергетических процессов за счет так называемого «терморегуляторного тонуса», значение которого с возрастом растет, тогда как значение двигательной активности уменьшается [5-8]. Способность быстро увеличивать свою теплопродукцию обеспечивает мышцам с точки зрения терморегуляции значительные преимущества перед другими органами. Исходя из этого в первой серии опытов исследовали сопряженность процессов окисления и фосфорилирования в митохондриях мышц растущего эмбриона и 5-дневных цыплят.

Как следует из данных табл. 1, потребление кислорода в митохондриях, выделенных из мышц контрольной группы, в эмбриональном периоде развития остается на том же уровне, однако после вылупления несколько возрастает. Эстерификация неорганического фосфата по мере развития увеличивается, что соответственно сказывается на величине Р/О. Несколько сниженная величина Р/О в контроле, судя по нашим и литературным данным [9], характерна для интенсивно растущей ткани и появляется в мышцах в ходе развития. При многократном охлаждении яиц наблюдается избыточное потребление кислорода (56 %) и резкое снижение фосфорилирования. При всех вариантах охлаждения яиц в эмбриональном периоде развития отмечается полное разобщение окисления и фосфорилирования, однако на пятый день после вылупления величина Р/О остается на том же уровне.

Таблица 1

**Влияние переменных температур инкубирования яиц на окисление и
фосфорилирование в митохондриях мышц и печени куриных эмбрионов
(ΔO и ΔP в мкатамах / мг белка / 45 мин, $M \pm S.M.E.$, $n=15$)**

Условия опыта	Эмбрионы						5-дневные цыплята		
	15-дневные			20-дневные					
	ΔO	ΔP	P/O	ΔO	ΔP	P/O	ΔO	ΔP	P/O
Мышцы									
Контроль	2.5 $\pm$ 0.1	1.7 $\pm$ 0.2	0.7 $\pm$ 0.07	2.4 $\pm$ 0.3	1.9 $\pm$ 0.3	0.8 $\pm$ 0.10	3.8 $\pm$ 0.2	3.6 $\pm$ 0.3	0.9 $\pm$ 0.11
Охлаждение									
3-кратное	3.5 $\pm$ 0.2	0.4 $\pm$ 0.1		3.8 $\pm$ 0.6	+0.3 $\pm$ 0.6*		3.4 $\pm$ 0.4	0.4 $\pm$ 0.1	
4-кратное	3.3 $\pm$ 0.3	0.2 $\pm$ 0.1		3.4 $\pm$ 0.5	+0.4 $\pm$ 0.1		4.1 $\pm$ 0.3	0.3 $\pm$ 0.2	
5-кратное	3.2 $\pm$ 0.3	0.3 $\pm$ 0.1		3.6 $\pm$ 0.6	+0.5 $\pm$ 0.2		3.7 $\pm$ 0.2	0.4 $\pm$ 0.1	
2-кратное по 60 мин	2.8 $\pm$ 0.2	0.4 $\pm$ 0.1		3.3 $\pm$ 0.5	+0.5 $\pm$ 0.1		3.7 $\pm$ 0.2	0.7 $\pm$ 0.2	
Печень									
Контроль	3.1 $\pm$ 0.1	2.1 $\pm$ 0.3	0.7 $\pm$ 0.06	3.2 $\pm$ 0.2	2.3 $\pm$ 0.1	0.7 $\pm$ 0.07	2.7 $\pm$ 0.2	2.1 $\pm$ 0.2	0.8 $\pm$ 0.08
Охлаждение									
3-кратное	3.0 $\pm$ 0.2	1.9 $\pm$ 0.2	0.6 $\pm$ 0.05	3.0 $\pm$ 0.3	1.8 $\pm$ 0.1	0.6 $\pm$ 0.06	2.6 $\pm$ 0.2	1.5 $\pm$ 0.1	0.6 $\pm$ 0.04
4-кратное	3.2 $\pm$ 0.1	2.1 $\pm$ 0.1	0.6 $\pm$ 0.05	2.5 $\pm$ 0.2	1.6 $\pm$ 0.1	0.6 $\pm$ 0.05	2.4 $\pm$ 0.2	1.3 $\pm$ 0.2	0.5 $\pm$ 0.03

Примечание: * - увеличение неорганического фосфата в среде.

Разобщение между дыханием и фосфорилированием во всех указанных сроках развития можно объяснить активацией каких-либо АТФазных механизмов митохондрий. Подтверждением этого предположения являются данные, приведенные в табл. 2. Исследование изменения активности фермента под влиянием кратковременного охлаждения показало, что АТФазная активность в эмбриональном периоде развития значительно возрастает (в пределах 30-60 % у 15-дневных и 55-63 % у 20-дневных), у 5-дневных цыплят

активность фермента несколько уменьшается, однако в основном превышает таковую контрольной группы.

В следующей серии опытов мы исследовали влияние переменных температур инкубирования яиц на процесс окислительного фосфорилирования в митохондриях печени куриных эмбрионов и 5-дневных цыплят. Из приведенных в табл. 1 данных видно, что при трех- и четырехкратном охлаждении по 30 мин в митохондриях печени на 15-й день инкубации существенных изменений в процессе окислительного фосфорилирования не наблюдается, в период вылупления уровень дыхания и фосфорилирования несколько уменьшается, соответственно снижается Р/О, что больше зависит от утилизации неорганического фосфата, чем изменения в поглощении кислорода.

АТФазная активность в ткани печени во всех указанных сроках развития проявляет тенденцию к понижению (в пределах 15-30 %), тогда как в мышечной ткани активность фермента при охлаждении значительно возрастает (табл. 2). Можно предположить, что митохондрии печени более стабильны к влиянию переменных температур.

Таблица 2

**Влияние переменных температур инкубирования яиц на АТФазную
активность в митохондриях мышц и печени куриных эмбрионов при развитии
(ΔP в мкатамах / мг белка / 30 мин, $M \pm S.M.E.$, $n=10$)**

Условия опыта	Эмбрионы		5-дневные цыплята
	15-дневные	20-дневные	
Мышцы			
Контроль	5.7 ± 0.5	6.5 ± 0.6	7.8 ± 0.5
Охлаждение:			
трехкратное	9.2 ± 0.6	10.6 ± 0.7	9.0 ± 0.6
четыrehкратное	7.5 ± 1.1	10.1 ± 0.6	10.1 ± 1.0
пятикратное	9.1 ± 0.5	10.6 ± 0.8	8.1 ± 0.9
двухкратное по 60 мин	7.6 ± 0.7	10.3 ± 0.6	9.8 ± 0.7
Печень			
Контроль	3.7 ± 0.3	3.0 ± 0.4	3.7 ± 0.3
Охлаждение:			
трехкратное	3.0 ± 0.2	2.6 ± 0.2	3.1 ± 0.2
четыrehкратное	2.6 ± 0.1	2.3 ± 0.2	2.5 ± 0.1

Полученные экспериментальные данные позволяют заключить, что при периодическом охлаждении эмбрионов в период инкубации яиц происходит резкое разобщение окисления от фосфорилирования в митохондриях мышц и сравнительно меньшее в ткани печени, т.е. разобщение в печени можно отнести к «медленной адаптации», а разобщение мышц – к «быстрой адаптации». Вероятно, медленные изменения, происходящие в ткани печени, представляют собой следствие общей перестройки обмена веществ в новых температурных условиях и появляются в результате гиперфункции щитовидной железы при длительном охлаждении. В то же время показано, что митохондрии печени весьма чувствительны к гипертиреозу, однако патологическое уменьшение Р/О при тиреотоксикозе отличается от естественного регуляторного разобщения тем, что для получения некоторого разобщения окисления и фосфорилирования требуется введение больших доз тиреоидного гормона в течение ряда дней, причем это разобщение в противоположность терморегуляторному затрагивает печень, а не скелетные мышцы.

Исследования действия пониженных температур на организм, особенно если это связано с физиологическим механизмом адаптации к холоду в искусственных условиях, отражают потребность не только в анализе типов температурной адаптации, но и в оценке их температурной приспособляемости. Сроки установления терморегуляции и ее эффективность у цыпленка в значительной степени зависят от температурных условий эмбрионального развития. Периодическое действие пониженной температуры не только приводит к компенсаторному усилению обменных процессов в промежутках между охлаждениями, но и ускоряет включение механизма химической терморегуляции, формирование которого у зародыша отмечается уже в плодном периоде развития [2]. Снижение температуры при инкубации является первым толчком для включения механизма химической терморегуляции. Адаптация к сниженным температурам, развивающаяся в течение эмбриогенеза, обеспечивает более высокую сопротивляемость к воздействию холода, ускоряет установление постоянной температуры тела и повышает вывод молодняка и его качество по сравнению с выведенными без охлаждения яйцами [10, 11].

Институт биохимии им. Г.Х. Бунятына НАН РА

А. А. Симонян, И. Г. Батикян, А. С. Маргарян

**Механизмы адаптации куриного эмбриона к колебательным температурам
инкубирования**

Изучено влияние кратковременного охлаждения инкубируемых куриных яиц на интенсивность окислительного фосфорилирования и активность АТФазы митохондрий мышц и печени куриных эмбрионов и цыплят. Установлено, что понижение температуры стимулирует повышенное потребление кислорода митохондриями мышц на фоне уменьшения эстерификации неорганического фосфата. Соответственно снижается Р/О. Активность АТФазы значительно возрастает. В митохондриях печени разобщение окисления от фосфорилирования развивается медленнее. Предполагается, что эти сдвиги направлены на осуществление функции терморегуляции.

Ա.Ա. Միմոնյան, Ի.Հ. Բատիկյան, Ա.Ս. Մարգարյան

**Հավի սաղմի հարմարողական մեխանիզմները ինկուբացման տատանողական
ջերմաստիճանների նկատմամբ**

Ուսումնասիրվել է ինկուբացվող ձվերի կարճատև պաղեցման ազդեցությունը հավի սաղմի և ճտերի կմախքային մկաններից ու լյարդից անջատված միտոքոնդրիումներում օքսիդացիոն ֆոսֆորիլացման և ԱՏՖազի ակտիվության վրա: Ցույց է տրվել, որ չափավոր ցածր ջերմաստիճանները խթանում են մկանների միտոքոնդրիումներում թթվածնի կլանումը, սակայն նկատելիորեն իջնում է անօրգանական ֆոսֆատի էսթերիֆիկացման մակարդակը: Համապատասխանաբար փոքրանում է Р/О-ն: ԱՏՖազայի ակտիվությունը զգալիորեն աճում է: Փորձի նույն պայմաններում լյարդի միտոքոնդրիումներում օքսիդացման և ֆոսֆորիլացման փեղեկումը դանդաղ է զարգանում: Ենթադրվում է, որ նկարագրված տեղաշարժերն ուղղված են սաղմի հյուսվածքներում ջերմակարգավորիչ ֆունկցիայի իրականացմանը:

A.A. Simonyan, I.H. Batikyan, A.S. Margayan

**The Adaptation Mechanisms of Chick Embryo at Variable
Incubation Temperature**

The effect of a short-term cooling of the incubated eggs has been investigated on the intensity of oxidative phosphorylation and the activity of ATPase in mitochondria from muscles and liver of chick embryos and chicks. It was found that the decrease of temperature increases oxygen consumption in muscle mitochondria decreasing etherification of inorganic phosphate. As a consequence, the value P/O decreases. The activity of ATPase significantly increases. Uncoupling

between oxidation and phosphorylation in liver mitochondria takes place more slowly. It is suggested that these changes are directed for realization of thermoregulation.

Литература

1. *Хаскин В.В.* - Ж. общей биологии. 1991. Т. 32. С. 451-459.
2. *Walter I., Seebacher F.* - J. Exp. Biol. 2009. V. 212. P. 2328-2336.
3. *Ruben J.* - Annu. Rev. Physiol. 1995. V. 57. P. 69-95.
4. *Скулачев В.П.* Соотношение окисления и фосфорилирования в дыхательной цепи. Л. Наука. 1962. 154 с.
5. *Иванов К.П.* Биоэнергетика и температурный гомеостаз. Л. Наука. 1972. 71 с.
6. *Иванов К.П.* - Физиол. ж. СССР. 1982. Т. 48. С. 1225-1233.
7. *Иванов К.П., Ткаченко Е.Я., Якименко М.А.* - Физиол. ж. СССР. 1987. Т. 50. № 10. С. 1438-1443.
8. *Иванов К.П., Алимухамедова А.С.* - Физиол. ж. СССР. 1989. Т. 49. № 4. С. 482-490.
9. *Скулачев В.П., Джунед Х., Брайнес А.С.* - Биохимия. 1994. Т. 29. № 4. С. 653-661.
10. *Шанскова А.* - Птицеводство. 1997. N 8. С. 28.
11. *Третьяков Н., Руус Ц., Эссенсон А. и др.* - Ж. общей биологии. 1994. Т. 25. N 3. С. 237-239.

ԿԵՆՍԱՔԻՄԻԱ

УДК 577.17+619.9.51

Ա.Մ.Բադալյան

**Սիբիրախտի թիվ 55 շտամով վարակված սպիտակ մկների արյան շիճուկի
սպիտակուցների քանակական փոփոխությունները
գալարմինի ազդեցությամբ**

(Ներկայացված է ակադեմիկոս Ա. Ա. Գալոյանի կողմից 3/ VI 2011)

Առանցքային բառեր. *գալարմին, սիբիրախտի թիվ 55 վակցինային շտամ, ալբումին, զլոբուլին:*

Ներածություն: Սիբիրախտը՝ որպես զոոանտրոպոնոզային հիվանդություն, միշտ եղել է ոչ միայն առողջապահության և անասնաբուժական բժշկագիտության ոլորտի աշխատողների ուշադրության կենտրոնում, այլ նաև, համարվելով սոցիալ-տնտեսական և ռազմավարական նշանակության ինֆեկցիոն հիվանդություն, հետաքրքրել է տարբեր զբաղմունքի տեր մարդկանց:

Ներկայումս գործնական անասնաբուժության ոլորտում համաճարակաբանական և իմունաբանական բարձր արդյունավետությամբ օգտագործվում է սիբիրախտի հարուցիչի (*Bacillus anthracis*) թուլացված և պատիճազրկված մանրէներից պատրաստված թիվ 55 տարատեսակի վակցինան: Չնայած դրա բարձր արդյունավետությանը, այնուամենայնիվ, այն զերծ չէ թերություններից: Բացի այդ, վերջին տարիներին բնական պայմաններում նկատվել են իրենց հատկանիշներով տիպիկ շտամի հետ չհամընկնող սիբիրախտի հարուցիչի շտամներ, որոնք ունակ են հաղթահարելու սպեցիֆիկ իմունիտետը և վարակելու նույնիսկ պատվաստված մարդկանց և կենդանիներին,

ինչպես նաև *Bacillus anthracis*-ի շտամներ, որոնք կայուն են ներկայումս կիրառվող հակաբիոտիկների նկատմամբ [1, 2]:

Հաշվի առնելով այդ հանգամանքը, կարևորվում է այն մոտեցումներից մեկը, որը կտանի մակրոօրգանիզմի կայունության բնական գործոնների խթանմանը:

1996 թ. ակադեմիկոս Ա. Գալոյանի կողմից հիպոթալամուսի նեյրոսեկրետոր գրանուլներից անջատված պրոլինով հարուստ պոլիպեպտիդների հայտնաբերումը հիպոթալամիկ նեյրոպեպտիդների նոր շարք է, որոնք համարվում են օրգանիզմի իմունահիրավասու համակարգի ակտիվության կարգավորիչներ [3]:

Ուղեղը ոչ միայն կարգավորում է իմուն համակարգի ֆունկցիաները, այլ նաև այդ համակարգի օրգաններից մեկն է [4]: Հիպոթալամուսի նեյրոսեկրետոր նեյրոններում (*N.Paraventricularis* and *N. Supraopticus*) նոր ցիտոկինների (*PRP- proline rich peptides*) և մի շարք ինտերլեյկինների կենսասինթեզի տվյալները վկայում են, որ հիպոթալամուսի նեյրոսեկրետոր կորիզը հանդիսանում է կենտրոն ուղեղի նեյրոսեկրետոր իմուն համակարգի համար [5-7]: Հայտնի է նաև այդ պեպտիդի հակաբակտերիալ ազդեցությունը *Bacillus anthracis*-ի վրա [4,8-10]:

Ինչպես տարբեր հակաձինների, այնպես էլ մանրէական ծագման հակաձնի ներարկման դեպքում մակրոօրգանիզմում կատարվում են իմունակենսաբանական պրոցեսներ, որոնք անդրադառնում են, առաջին հերթին, սպիտակուցների ֆրակցիոն կազմի վրա, հետևաբար մեր ուսումնասիրության ժամանակ մեծ ուշադրություն ենք դարձրել սպիտակուցների, դրանց բաղադրամասերի դինամիկային և փոփոխության աստիճանին, քանի որ սպիտակուցներն օրգանիզմում իրականացնում են մի շարք ֆունկցիաներ. պահպանում են օսմոտիկ ճնշումը, արյան PH-ը, հանդիսանում հորմոնների, ազոտային միացությունների, ածխաջրերի կրողը և ունեն որոշակի նշանակություն օրգանիզմի տարբեր հյուսվածքների սնուցման ընթացքում, իմուն պրոցեսներում [11]:

Արյան սպիտակուցներն էապես կապված են օրգանիզմի առանձնահատուկ անընկալունակությունը պայմանավորող հակամարմինների հետ, որը դրսևորվում է

օրգանիզմի իմունացման և վարակիչ հիվանդությունների ժամանակ: Այդ պատճառով աշխատանքի նպատակը իմունաձնության ընթացքում սիբիրախտի թիվ 55 շտամով վարակված և գալարմին ներարկած սպիտակ մկների արյան շիճուկի ընդհանուր սպիտակուցի և սպիտակուցային ֆրակցիաների ուսումնասիրումն է [12]:

Նյութը և մեթոդը: Հետազոտման համար վերցվել են 18-20-ական գրամ մարմնի միջին զանգվածով ոչ գծային սպիտակ մկներ, որոնց ենթամաշկային եղանակով ներարկվել է նախապես որոշված մինիմալ լետալ դոզայով (50 մլն սպոր) սիբիրախտի թիվ 55 շտամի վակցինան: Գալարմինը, որի առաջնային կառուցվածքն է Ala-Gly-Ala-Pro-Glu-Pro-Ala-Glu-Pro-Ala-Gln-Pro-Gly-Val-Tyr, ներմկանային ներարկվել է 16 մկգ/մուկ բաժնեչափով, 10 օր և 30 օր հետո սրտից վերցվել է արյուն՝ որոշելու իմունաձնության ընթացքում օրգանիզմի իմուն կարգավիճակի այնպիսի ցուցանիշներ, ինչպիսիք են արյան շիճուկում ընդհանուր սպիտակուցը, սպիտակուցային ֆրակցիաները:

Սպիտակուցային նյութի կազմի մեջ են մտնում ալբումինը և գլոբուլինը, որոնք տարբերվում են միմյանցից իրենց ֆիզիկաքիմիական և կենսաբանական առանձնահատկություններով: Արյան շիճուկի հակամարմինների և γ -գլոբուլինների ֆիզիկաքիմիական հատկություններն այնքան մոտ են միմյանց, որ դրանց մոլեկուլյար զանգվածներն ու իզոէլեկտրիկ կետերը համընկնում են [13]:

Էլեկտրոֆորեզի մեթոդով սպիտակուցները տարանջատվել են հինգ ֆրակցիայի՝ ալբումինների և α 1-, α 2-, β - և γ -գլոբուլինների:

Արդյունքներ և քննարկում: Առողջ, ինչպես նաև 50 մլն սպոր բաժնեչափով սիբիրախտի թիվ 55 շտամով վարակված սպիտակ մկների արյան շիճուկում ընդհանուր սպիտակուցի ու սպիտակուցային ֆրակցիաների հետազոտության արդյունքները ներարկումից տասն օր անց բերված են աղյուսակ 1-ում:

Աղյուսակ 1

Սպիտակ մկների արյան շիճուկում ընդհանուր սպիտակուցի և սպիտակուցային ֆրակցիաների կոնցենտրացիաները վակցինային մանրէների ներարկումից

10 օր անց

Ստուգիչ	Նորմա	Կենդանիների խմբերը (n=5)	Սպիտակուցային ֆրակցիաները 10 օր անց (գ/լ)					Սպիտակուցային ֆրակցիաները 30 օր անց (գ/լ)						
			Ալբումին	Գլոբուլիններ				Ընդհանուր սպիտակուց	Ալբումին	Գլոբուլիններ				Ընդհանուր սպիտակու
				α 1	α 2	β	γ			α 1	α 2	β	γ	
26.17	30.7		1.21	5.62	7.45	10.2	56.09	30.7	1.21	5.62	7.45	10.2	56.09	
2.95														
9.28														
10.05														
17.1														
66.93														
26.72														
3.0			1.21						1.21					
9.47			5.62						5.62					
10.1			7.45						7.45					
17.2			10.2						10.2					
67.69			56.09						56.09					

Ծանոթություն՝ նորմա - առողջ մկներ, ստուգիչ - սիբիրախտի թիվ 55 վակցինային շտամով վարակված մկներ:

Ինչպես երևում է, օգտագործված վակցինան օրգանիզմ ներարկելու արդյունքում դիտվում է արյան շիճուկի ընդհանուր սպիտակուցի և դրա բաղադրամասերի փոփոխություն: Նորմայի համեմատությամբ, վակցինացումից հետո բարձրացել է ընդհանուր սպիտակուցների քանակը 19.3 %-ով: Նկատելի է ալբումինների կոնցենտրացիայի զգալի նվազում 14.7%-ով: Գլոբուլինների քանակը զգալիորեն ավելացել է ոչ միայն ալբումինների նվազման, այլ նաև ընդհանուր սպիտակուցի կոնցենտրացիայի ավելացման հաշվին:

Միբիրախտի թիվ 55 վակցինային շտամով վարակված և միաժամանակ գալարմին ստացած սպիտակ մկների արյան շիճուկի ընդհանուր սպիտակուցի և սպիտակուցային բաղադրամասերի կոնցենտրացիաների ուսումնասիրությունը ցույց է տվել, որ, ի տարբերություն ստուգիչի, որտեղ 30 օր անց վերոնշյալ ցուցանիշների ավելացում է դիտվում նորմայի համեմատությամբ, այստեղ ընդհանուր սպիտակուցի և սպիտակուցային բաղադրամասերի կոնցենտրացիաների նորմավորման հակվածություն կա (աղ. 2):

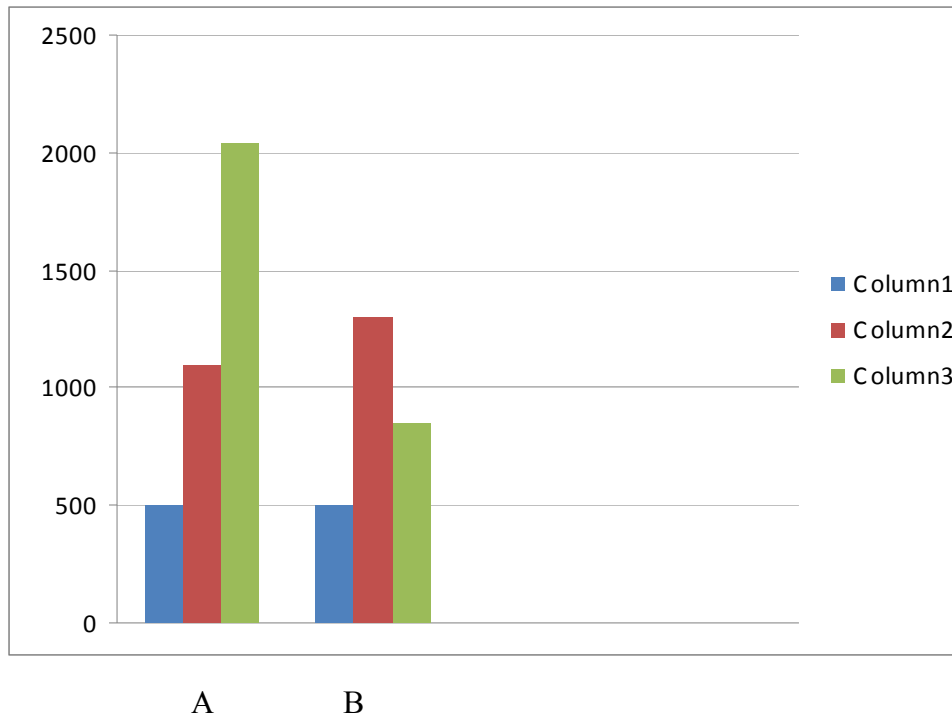
Աղյուսակ 2

Միբիրախտի թիվ 55 վակցինային շտամով վարակված և միաժամանակ գալարմին ստացած սպիտակ մկների արյան շիճուկի ընդհանուր սպիտակուցի և սպիտակուցային ֆրակցիաների կոնցենտրացիաները

Կենդանիների խմբերը (n=5)	Սպիտակուցային ֆրակցիաները 10 օր անց (գ/լ)						Սպիտակուցային ֆրակցիաները 30 օր անց (գ/լ)					
	Ալբումին	Գլոբուլիններ				Ընդհանուր սպիտակուց	Ալբումին	Գլոբուլիններ				Ընդհանուր սպիտակուց
		α_1	α_2	β	γ			α_1	α_2	β	γ	
Փորձնական	22.67	4.52	13.72	15.5	30.4	91,3	29.73	2.1	7.24	9.63	14.9	60.8
Ստուգ իշ	26.17	2.95	9.28	10.05	17.1	66.93	26.72	3.0	9.47	10.1	17.2	67.69

Ինչ վերաբերում է γ -գլոբուլինների քանակի ավելացմանը, ապա այն իր արտացոլումն է գտնում հակամարմինների կոնցենտրացիայի աճման մեջ:

մգ/դլ



Իմունագլոբուլին G –ի կոնցենտրացիան սպիտակ մկների արյան շիճուկում, մգ/դլ:

A - 10 օր, B - 30 օր:

1- նորմա (առողջ մկներ), 2 - ստուգիչ (սիբիրախտի թիվ 55 վակցինային շտամով վարակված մկներ), 3 - փորձնական (սիբիրախտով վարակված և գալարմին ստացած մկներ):

Եզրակացություն: Սիբիրախտի թիվ 55 շտամով վարակված սպիտակ մկների արյան շիճուկում ալբումինների պարունակությունը իջնում է, իսկ ընդհանուր սպիտակուցի և գլոբուլինների կոնցենտրացիան՝ բարձրանում: Ի դեպ, իմունագլոբուլինների կոնցենտրացիայի բարձրացումը տեղի է ունենում ինչպես ալբումինների իջեցման, այնպես էլ գլոբուլինների բարձրացման հաշվին: 30 օր հետո գալարմին ստացած մկների մոտ հակվածություն կա այդ ցուցանիշների նորմավորման:

ՀՀ ԳԱԱ Հ.Բունիաթյանի անվան կենսաքիմիայի ինստիտուտ

Ա. Մ. Բադալյան

Սիբիրախտի թիվ 55 շտամով վարակված սպիտակ մկների արյան շիճուկի սպիտակուցների քանակական փոփոխությունները գալարմինի ազդեցությամբ

Հաշվի առնելով γ -գլոբուլինների հատկությունները՝ որպես արյան շիճուկի հակամարմիններ, որոշվել են սիբիրախտով վարակված մկների մոտ սպիտակուցների քանակական փոփոխությունները գալարմինի ազդեցությամբ:

Ցույց է տրվել, որ իմունագլոբուլինների շատացումը տեղի է ունենում ինչպես ալբումինների քանակի իջեցման, այնպես էլ ընդհանուր սպիտակուցի ավելացման հաշվին: Գալարմինի ազդեցությամբ վերոնշյալ սպիտակուցների մակարդակը 30-րդ օրը մոտենում է նորմային:

А. М. Бадалян

Количественные изменения белков сыворотки крови белых мышей, зараженных сибиреязвенным 55-м штаммом, под воздействием галармина

Исходя из защитных свойств γ -глобулинов как антител сыворотки крови определена динамика изменения количества белков у мышей, зараженных сибиреязвенной вакциной, под влиянием галармина.

Показано, что повышение иммунных глобулинов происходит как за счет понижения альбуминов, так и за счет повышения общего белка. Под действием галармина уровень вышеуказанных белков приближается к норме на 30-й день.

A. M. Badalyan

Quantitative Changes of Blood Serum Proteins of White Mice Infected with Anthrax 55 Strain Under the Influence of Galarmin.

It is given the protective properties of γ -globulin as the antibody serum. It was important to determine the dynamics of proteins in mice infected with anthrax vaccine under the influence galarmin.

It is shown that an increase in immune globulins occurs due to decrease of albumin, as well as by increasing the total protein. Under the influence of galarmin level above proteins is close to normal on the 30th day.

Գրականություն

1. *Ս. Գալոյան, Ս. Գրիգորյան, Խ. Բադալյան*, Հակասիբիրախտային ակտիվություն ունեցող պեպտիդ, Արտոնագիր N 1663 A 2, 2005 թ.:
2. *Бургасов П.Н., Рожков Г.И.* Сибиреязвенная инфекция. М. 1984. 212 с.
3. *Galoyan A. A.* - Neurochem. Res. 2000. V. 25. N 9110. P. 1343-1355.
4. *Galoyan A. A.* 1997. Biochemistry of novel cardioactive hormones and immunomodulators of the functional system neurosecretory hypothalamus—endocrine heart. Moscow. Nauka Publishers. 240 pp.
5. *Galoyan A. A.* - Neurochemistry RAS & NAS RA. 1998.15:3-11.
6. *Galoyan A.* - Neurochem Res. 2000. V. 25 (9/10). P.1343-1355.
7. *Galoyan A.A, Aprikyan V.S., Markossian K. A., Gurvits B. Ya.* 1998. Neurosecretion of cytokines by magnocellular cells of hypothalamus. Neurochemistry RAS & NAS RA 15: 361-372.
8. *Galoyan A. A.* - Neurochemistry RAS & NAS RA) 1998.15. P. 3-11.
9. *Galoyan A. A.* Neurochem Res 2000. V. 25(9/10): P.1343-1355.
10. *Galoyan A. A., Grigoryan S. L., Badalyan K.V..-* Neurochemi. Res., 2006. V.31,6,P. 795-803,
11. *Galoyan A. A.* Patent No.1951 A2, No. AM20060142, Issued on 15.06.2007.
12. *Գալոյան Ս.Ս., Գրիգորյան Ս.Լ., Բադալյան Ս.Ս., Բադալյան Խ. Վ.*, - ՀՀ ԳԱԱ Զեկույցներ, 2011, N1, էջ 76-80;
13. *Борисов Л. Б.* Медицинская микробиология, вирусология и иммунология. Изд.4. М. 2005.

БИОХИМИЯ

УДК 577.1 616-001.28/.29

К. И. Израелян¹, П. А. Казарян^{1,3}, Р. Х. Саакян², М. А. Симонян⁴

Отдаленные последствия радиационного поражения миокарда и регуляторные механизмы в мембранах кардиомиоцитов

(Представлено академиком К.Г.Карагезяном 23/VI 2011)

Ключевые слова: ионизирующее облучение, кардиомиоциты, фосфоинозитиды, фосфатидная кислота, фосфолипаза A₂, ПОЛ, простагландин-Н-синтетаза, СОД, каталаза

Повреждающее действие ионизирующего облучения приводит к нарушению различных звеньев метаболизма и функциональной активности клеток [1, 2]. При этом в роли регуляторных обезвреживающих систем, предупреждающих более глубокие повреждения клеток свободными радикалами, выступают эндогенные защитные механизмы. Первую линию защиты осуществляют фосфолипиды биомембран, а также антиоксидантные ферменты (супероксиддисмутаза (СОД), каталаза, пероксидаза). Несомненно, увеличение активности фосфолипаз при ионизирующем облучении и усиление процессов переокиления липидов (ПОЛ) способствуют деструкции биологических мембран. Эти нарушения вызывают изменения электролитного обмена, повышение осмолярности цитоплазмы вследствие накопления Na⁺ и Ca²⁺ в клетке, потерю способности митохондрий аккумулировать внутриклеточный кальций, что приводит в итоге к нарушению баланса ионов кальция, сказывающемуся на нормальном функционировании миокарда [3, 4].

Сегодня не вызывает сомнения участие свободнорадикальных процессов в патогенезе ишемических и реперфузионных повреждений сердца [1]. По литературным данным развитие ишемической контрактуры происходит вследствие потери регуляции содержания внутриклеточного кальция. Вместе с тем на фоне окислительного стресса регуляторными системами обеспечивается усиление защитных адаптационных механизмов [2, 5]. Известно, что факторы внутриклеточной адаптации экспрессируются также посредством активации фосфолипаз (А, С), повышения уровня фосфоинозитидов (ФИ), которые являются мощными регуляторами внутриклеточных процессов. Трансдукция сигналов в фосфоинозитидной системе посредством вторичных мессенджеров (трифосфоинозитиды, фосфатидная кислота (ФК) и диацилглицерол) сопровождается увеличением концентраций ионов кальция в клетке и активацией Са-зависимых протеинкиназ, MAP-киназного каскада [6 - 8]. В свою очередь ФК, обладающая функцией кальциевого ионофора, инициирует транспорт ионов Ca^{2+} по градиенту концентрации в цитоплазму, тем самым активируя Са-регулируемые процессы в клетке [9]. Однако в большинстве случаев в кардиомиоцитах вследствие гиперкальцификации возможны необратимые повреждения [1, 10].

Таким образом, кальциевые механизмы повреждения клеток миокарда рассматриваются в соответствии с активацией фосфолипаз, увеличением активности ПОЛ, нарушением работы митохондрий и саркоплазматического ретикулума.

Детальное изучение механизмов действия повреждающих факторов на организм и выявление биологических последствий этих воздействий в клетках и тканях позволяет определить метаболически важные показатели регуляторных систем, а также оценить их чувствительность и способность нормализовать физико-химические параметры биологических систем

Целью настоящего исследования стало изучение защитных, адаптационных анти-оксидантных систем в кардиомиоцитах как ранних, так и отдаленных последствий ионизирующего облучения сублетальной дозой 3 Гр, с учетом степени гидролиза фосфолипидов клеточной мембраны и процессов их пероксидации.

Материал и методы исследований. Исследования проводились на 80 белых крысах-самцах линии Вистар массой 160-180 г, разделенных на опытные группы. Первая, контрольная, группа состояла из 10 интактных животных. Облучение животных проводили на аппарате РУМ-17 в дозе 3 Гр. Затем проводили выделение ФИ, ФК [10]. Методом тонко-

слоистой хроматографии осуществляли фракционирование ФИ на закрепленном слое силикагеля марки ЛС 5/40 мкм в системе хлороформ:метанол:аммиак (45:35:10) [11]. Активность ПОЛ в ткани миокарда определяли по реакции малонового диальдегида (МДА) с тиобарбитуровой кислотой (ТБК) [12], активность фосфолипазы A_2 – в супернатанте ткани миокарда спектрофотометрическим методом в модификации П.А. Казаряна [11, 13], скорость простагландин-Н-синтазной реакции – спектрофотометрическим методом в реакционной смеси, содержащей фосфатный буфер с добавлением раствора гемина, серингалдазина [14]. Реакцию инициировали арахидоновой кислотой. Супероксиддисмутазную активность определяли методом нитротетразолиевого синего [15], рассчитав проценты ингибирования или прироста образования формазана (при 560 нм) при восстановлении нитротетразолиевого синего супероксидными радикалами в присутствии СОД. Каталазную активность устанавливали перманганатометрическим методом, рассчитав количество расщепленной H_2O_2 (М) определенным количеством фермента за 1 мин при 20°. Оптические спектры поглощения регистрировали на спектрофотометре "Specord UV-VIS" (Германия) с длиной оптического пути 1 см [16].

Статистическую обработку полученных результатов проводили с использованием критерия достоверности и различий Стьюдента.

Результаты и обсуждение. Результаты проведенных исследований показывают, что ионизирующее облучение сублетальной дозой 3 Гр сопровождается значительными изменениями в содержании ФИ и ФК плазматических мембран миокарда (таблица).

Так, уже на 3-и сутки обнаруживается статистически достоверное повышение относительного содержания ФИ, рост которого отмечается и в последующие дни (5-й, 10-й, 45 -й и 90-й). Биосинтез ФИ в плазматической мембране и микросомах осуществляется в результате ресинтеза в фосфоинозитидном цикле, активация которого приводит к кальцификации цитоплазмы [5,17]. Также на фоне статистически достоверного повышения уровня ФК, которое наблюдается начиная с 5-го дня после воздействия ионизирующего облучения, индуцируется транспорт ионов Ca^{2+} в цитоплазму. Накопление ФИ (почти в 2.5 раза) и ФК (превышающее норму почти в 4 раза) обусловлено изменением активности фосфатидогенеза, нарушением деятельности ферментов гидролиза фосфолипидов мембран и имеет место при активации Ca -регулируемых процессов и трансдукции сигналов посредством фосфоинозитидной системы.

Относительное содержание фосфоинозитидов и фосфатидной кислоты мембран кардиомиоцитов в динамике после ионизирующего облучения дозой 3 Гр (в %)

	Контроль , n=10	3 день, n=15	5 день, n=15	10 день, n=15	45 день, n=15	90 день, n=10
ФИ	5.33±0.47	6.26±0.7 (p<0.05)	6.35±0.40 (p<0.05)	12.84±0.37 (p<0.001)	13.28±0.22 (p<0.001)	13.09±0.44 (p<0.001)
ФК	2.74±0.54	2.02±0.84 (p>0.5)	6.50±1.41 (p<0.001)	9.87±0.84 (p<0.001)	8.30±0.30 (p<0.001)	10.93±0.12 (p<0.001)

Исходя из того, что одним из повреждающих последствий воздействия ионизирующего облучения является свободнорадикальное окисление липидов, нами были исследованы процессы ПОЛ в плазматических мембранах кардиомиоцитов и состояние стресс-лимитирующих защитных систем. Так, в различные сроки после воздействия ионизирующего облучения (рис.1) наблюдается накопление липидных перекисей (на 10-й день в 1.7 раза).

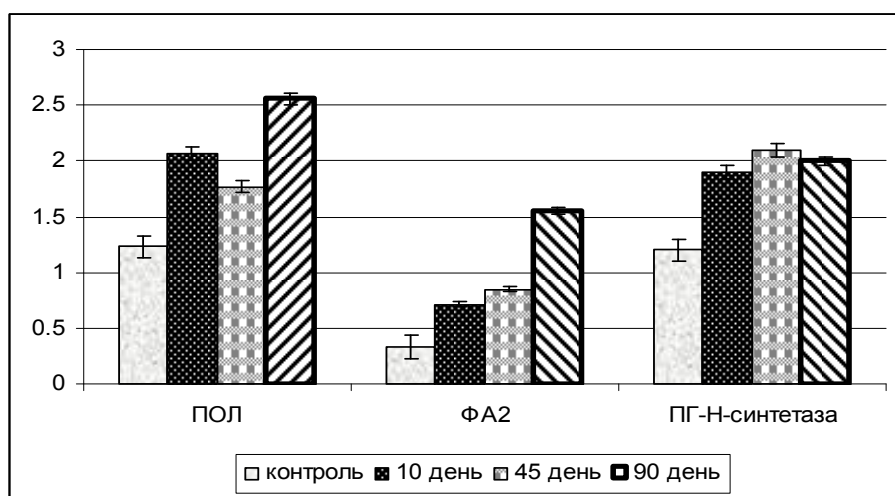


Рис.1. Уровень активности ПОЛ, фосфолипазы А₂ и простагландин-Н-синтетазы.

Максимальный уровень продуктов ПОЛ (МДА) достигается на 90-й день исследования. При этом одновременно происходит активация мембраносвязанного фермента –

фосфолипазы A_2 . Уровень активности фосфолипазы A_2 в динамике постоянно возрастает (рис.1) и достигает максимального значения на 90 день (в 2.5 раза) после ионизирующего облучения. Важно отметить, что значительное повышение этого фермента находится в корреляционной взаимосвязи с активностью простагландин-Н-синтетазы и процессов ПОЛ.

Очевидно, что фосфолипиды мембран кардиомиоцитов, в частности ФИ, под действием фосфолипазы A_2 подвергаются гидролизу с образованием арахидоновой кислоты [18], которая служит субстратом для синтеза ряда изомераз простагландинов. Полученные нами данные свидетельствуют об одновременной активации (в 1.5 раза) простагландин-Н-синтетазы (рис.1), что служит предпосылкой к индукции регуляторных стресс-лимитирующих систем. При этом простагландины могут активировать аденилатциклазу, увеличивать проницаемость мембран для ионов Ca^{2+} . В этих условиях усиливаются кальциевые нагрузки кардиомиоцитов, которые могут привести к необратимым повреждениям клеток миокарда [1, 3, 5].

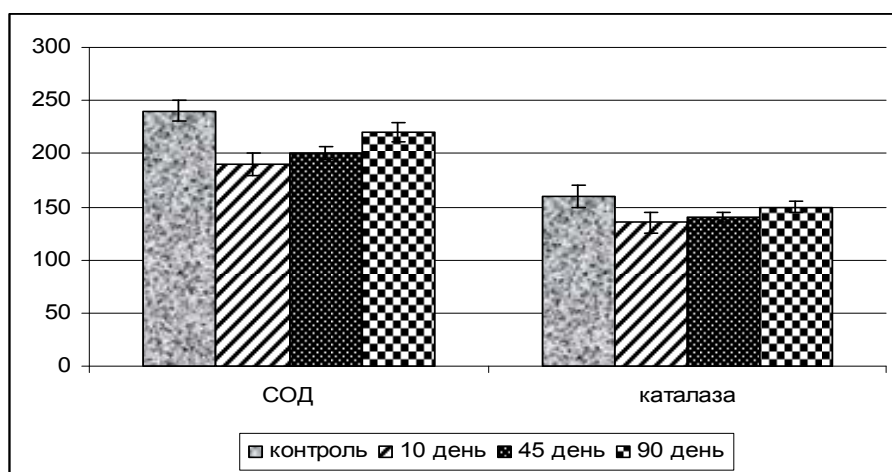


Рис.2. Уровень активности супероксиддисмутазы и каталазы кардиомиоцитов в динамике после ионизирующего облучения.

Против развития глубоких повреждающих эффектов в клетке задействованы эндогенные механизмы резистентности, к которым относится система простагландинов и антиоксидантов [2, 6, 17]. Так, наблюдаемая нами активность ферментного звена антиоксидантной системы (супероксиддисмутазы, каталазы) претерпевает фазные изменения (рис.2).

На ранней стадии (10-й день) после воздействия ионизирующего облучения наблюдается подавление активности СОД и каталазы. Одновременное понижение активности исследуемых ферментов не является случайным. Известно, что СОД и каталаза действуют в корреляционной взаимосвязи, обеспечивая переключение потоков электронов с одной цепи транспорта на другие [4]. В динамике после ионизирующего облучения наблюдается стабильная недостаточность антиоксидантной системы миокарда. На поздних стадиях патологии отмечается тенденция активации ферментов СОД и каталазы.

Таким образом, наблюдаемая устойчивость кардиомиоцитов к избытку ионов кальция при отсутствии признаков необратимых повреждений и обеспечение миокарда относительно стабильной сбалансированной миорелаксацией устанавливается стресс-лимитирующими системами (ПОЛ, простагландины, антиоксиданты). Последние влияют на обмен цитозольного кальция, возможно, понижая его уровень путем регуляции активности Са-АТФаз эндоплазматического ретикулума, или положительной обратной связью воздействуют на синтез простагландинов. На фоне структурно-метаболических изменений мембран кардиомиоцитов в поздние сроки после воздействия ионизирующего облучения наблюдается более согласованное действие стресс-лимитирующих и Са-зависимых систем.

¹Гематологический центр им. Р. О. Еоляна МЗ РА

²Ереванский государственный медицинский университет им М. Гераци

³Ереванский государственный университет

⁴Институт биохимии им. Г. Х. Бунятына НАН РА

К. И. Исраелян, П. А. Казарян, Р. Х. Саакян, М. А. Симонян

Отдаленные последствия радиационного поражения миокарда и регуляторные механизмы в мембранах кардиомиоцитов

Исследованы как ранние, так и отдаленные последствия ионизирующего облучения сублетальной дозой 3 Гр. На фоне активизации процессов гидролиза фосфолипидов клеточной мембраны и их пероксидации в миокарде наблюдается избыток кальция. Полученные данные свидетельствуют о взаимосвязи антиоксидантных, фосфоинозитидных и простагландиновых регуляторных систем.

Կ. Ի. Իսրայելյան, Պ. Ա. Ղազարյան, Ռ. Խ. Սահակյան, Մ. Ա. Սիմոնյան

**Իոնիզացնող ճառագայթման հեռավոր հետևանքները և կարգավորիչ մեխանիզմները
կարդիոմիոցիտներում**

Ուսումնասիրվել են 3 Գր սուբլետալ դոզայով իոնիզացնող ճառագայթման վաղ և հեռավոր հետևանքները կարդիոմիոցիտներում: Բջջաթաղանթի ֆոսֆոլիպիդների հիդրոլիզի և նրանց գերօքսիդացման պրոցեսների ակտիվացման ֆոնի վրա միոկարդում նկատվում է կալցիումային ծանրաբեռնվածություն: Ստացված տվյալները վկայում են հակաօքսիդանտային, ֆոսֆոինոզիտիդային և պրոստագլանդինային կարգավորիչ համակարգերի փոխկապակցված գործունեության մասին:

K. I. Israelyan, P. A. Ghazaryan, R. Kh. Sahakyan, M. A. Simonyan

Long-Term Effects of Ionizing Radiation and Regulatory Mechanisms in Cardiomyocytes

The aim of the study is the research of early and delayed effects of ionizing radiation on a sublethal dose of 3 Grey in cardiomyocytes. On the background of the hydrolysis of cell membrane phospholipids and activation of their peroxidation increased calcium load in the myocardium. The obtained data suggest a correlation relationship of antioxidant, phosphoinositide and prostaglandin regulatory systems.

Литература

1. *Порядин Г.В.* В кн.: Стресс и патология. М. Изд-во РГМУ. 2009. с.23.
2. *Нигматуллина Р.Р.* В кн.: Клеточно-молекулярные механизмы функционирования и регуляции сердца. Казань. Изд-во КГМУ. 2004. с.100.
3. *Александрова Е.А.* - Успехи физиологических наук. 2001. № 3. С. 40-48.
4. *Резник А.В., Федоров В.В, Розентираух Л.В.* - Кардиология. 2006. № 2. С. 4-18.
5. *Широкова А. В.* – Цитология. 2007. Т. 49. № 5. С.385-394.
6. *Hausenloy D.J., Murphy L.O., Blenis J.* - Trends Biochem. Sci. 2006. V. 31(5). P. 268–275.

7. *Zatta A.J., Kin H., Lee G. et al.* - Cardiovasc. Res. 2006. V. 70(2). P.315–324.
8. *Yellon D.M.* - Cardiovasc. Res. 2006. V. 70(2). P. 240–253.
9. *Рубцов А. М.* - Успехи биол. химии. 2005. Т. 45. С. 235-268.
10. *Jaconi M., Bony C., Richards S., Terzic A., Vassort G., Puceat M.* – Mol. Biol. Cell. 2000. V. 11. P.1845-1858.
11. *Казарян П.А., Элюян Д.В.* Хроматографические методы. Распределительная и адсорбционная хроматография. М. Изд-во ЦОЛИУВ. 1982. 40 с.
12. *Stocks J., Dormandy T.L.* - Brit. J. Haemat. 1971. V. 20. P. 95-111.
13. *Grassl M., Maellering H.* - Anal. Chem. 1969. V. 243. P. 416-423
14. *Мебх А.Т., Басевич В.В., Варфоломеев С.Д.* – Биохимия. 1982. Т. 47. С.1635.
15. *Nishikimi M., Rao N.A., Yagi K.* - Biochem. and Biophys. Res. Communs. 1972. V. 46. № 2. P. 849–857.
16. *Королук М.А., Иванова Л.И., Майорова И.Г., Токарев В.Е.* - Лаб. дело. 1988. № 1. С.16–19.
17. *Cantley L.C.* – Science. 2002. V. 296(5573). P. 1655–1657.
18. *Damron D.S., Bond M.* – Circ. Res. 1993. V. 72. P. 376-386.

МИКРОБИОЛОГИЯ

УДК 576.8

К. О. Овнанян¹, Л. А. Навасардян², М. К. Овнанян¹,
член-корреспондент НАН РА А. А. Трчунян²

Ультроструктурный анализ образования волютин-ацидокальцисом у некоторых видов бактерий, спирохет, дрожжей и простейших при морфогенезе клетки и действии различных внешних факторов

(Представлено 29/VII 2011)

Ключевые слова: *волютин-ацидокальцисомы; бактерии, спирохеты, дрожжи, простейшие; электронная микроскопия; морфогенез; ионизирующие излучения; антибиотики*

Способность бактерий, одноклеточных зеленых водорослей, дрожжей и простейших образовывать волютин-ацидокальцисомы, которые представляют собой структуры многофункциональных полимеров, богатых полифосфатами в комплексе с кальцием и другими катионами [1-4], представляет большой интерес и может найти широкое применение. Показано, что волютин-ацидокальцисомы принимают участие в функционировании клеточной стенки, цитоплазматической мембраны этих клеток [5,6]; они играют также важную роль в клеточной осморегуляции, в сократительных комплексах [7]. Однако их организация в клетке и изменение при действии различных внешних факторов, приводящих к патологическим изменениям, нуждается в дальнейшем изучении. Необходимо определить их связь с протекторными механизмами клетки. В этом отношении примечательно их сходство с лизосомами клеток млекопитающих [8]. Все это делает волютин-ацидокальцисомы важными универсальными структурами для изучения механизмов

действия внешних стресс-факторов, и, в частности, ионизирующего излучения, на прокариоты и эукариотические одноклеточные организмы [9,10].

Целью работы явилось выяснение ультраструктурной организации волютиновых гранул в клеточной архитектонике некоторых видов бактерий, спирохет, дрожжей и простейших при морфогенезе клетки и при действии различных внешних факторов, приводящих к патологическим изменениям.

Материалы и методы. В качестве объектов исследования использованы условнопатогенные и патогенные штаммы бактерий *Salmonella typhi*, штамм 199; *Salmonella typhimurium*, штамм 546; неидентифицированные бактерии *Corynebacteriae*, *Leptospira pomona*, штамм Patos I; дрожжи *Candida guilliermondii* NP-4; паразитические и свободноживущие виды простейших *Entamoeba histolytica*, штамм В; *Entamoeba moshkovskii*, штамм Ер и *Leishmania hertigi*, штамм РП, а также биоптаты слизистой желудочно-кишечного тракта больных – носителей *Helicobacter pylori*. Из физических факторов использованы α -ионизирующее (мощность летальной дозы LD₁₀₀ 1000 Гр) и рентгеновское (мощность дозы LD₅₀ 270 Гр) излучения. В некоторых исследованиях применяли бактериостатические дозы антибиотиков пенициллинового ряда – ампициллин (4000 ед/мл).

Электронная микроскопия. Биообразцы для микроскопирования (клеточные суспензии бактерий, дрожжей и простейших, а также биоптаты желудочно-кишечного тракта) отделяли после центрифугирования при малых скоростях в течение 20 мин, фиксировали с помощью 2.5% глutarового альдегида на 0.1 М какодилатном буфере при pH 7.4 в течение 2 ч. После трехкратного промывания в какодилатном буфере последующую фиксацию проводили с помощью 1% четырехоксида осмия на 0.1 М какодилатном буфере при pH 7.4 в течение не менее 1 ч. После промывки в том же буфере обезвоживание биообразцов проводили этанолом или ацетоном возрастающей концентрации (30, 50, 70, 96 и 100%), с последующей пропиткой и заливкой смесью аралдита по Лафту [11]. После полимеризации при температурах 37 и 59⁰С получали ультратонкие срезы на ультрамикротоме «Reichert-Jung» (Австрия); ультратонкие криосрезы получали на ультрамикротоме «LKB-kryokit» (Швеция). Затем ультратонкие срезы окрашивали водным раствором 3% уксуснокислого уранила, а также лимоннокислым свинцом по Рейнольдсу – Венаблу [12] и изучали в просвечивающем электронном микроскопе (ПЭМ) «Tesla-500» (Чехия). Для изучения целых клеток бактерий был

использован метод негативного контрастирования 2% фосфорновольфрамовой кислотой или молибденатом аммоний pH 6.4.

Микрофотографии сканировали в разрешении 900 пикселей за дюйм и обрабатывали по компьютерным программам «*Corel Draw*» (версия 11) и «*Photoshop*» (версия 8). Морфометрические показатели определяли с помощью программы «Видео-Тест, 5-Структура, нанотехнология». Следует заметить, что электронная микроскопия с помощью ПЭМ позволяет достаточно четко идентифицировать различные структуры в цитоплазме микроорганизмов [13].

Результаты и обсуждение. *Образование волютин-ацидокальцисом у некоторых видов бактерий и спирохет.* Исследование *Corynebacteriae*, *S. typhi*, *L.pomona* (рис.1, а – в, 2, а, б) с помощью ПЭМ показало, что электронноплотные полифосфатные волютиновые гранулы чаще встречаются в стационарной фазе и фазе гибели бактериальных культур. Наличие волютиновых гранул и их полюсное расположение в бактериальной клетке *Corynebacteriae* в отличие от других бактерий может служить отличительным признаком (рис. 1, а), когда образование волютиновых гранул, по-видимому, детерминировано генетически [14].

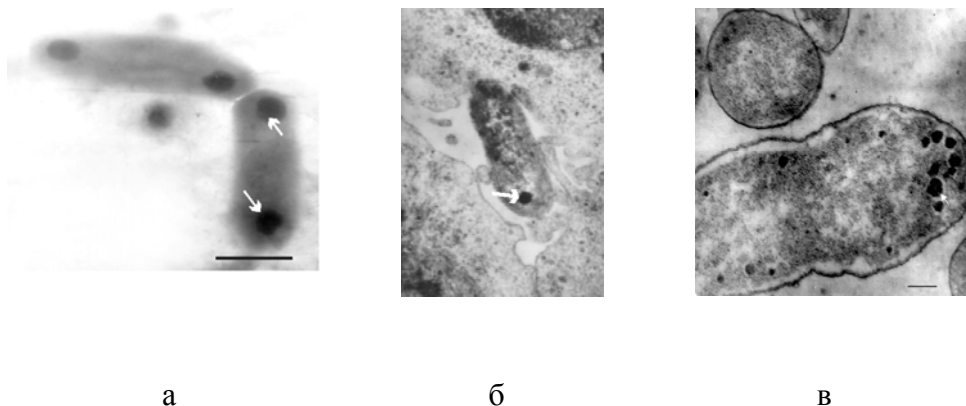
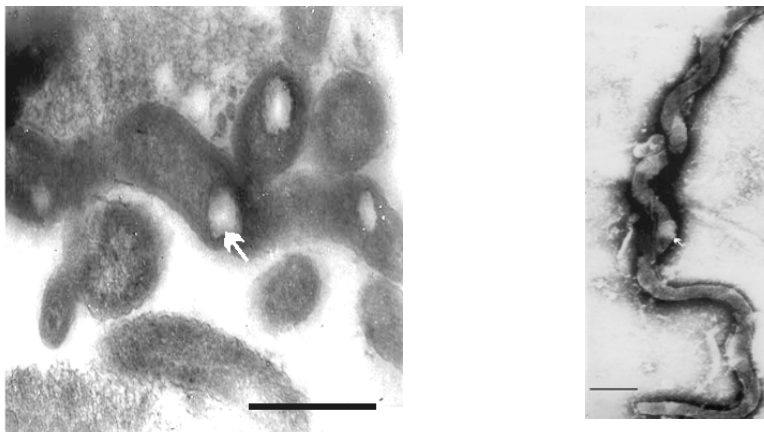


Рис. 1. ПЭМ: а – негативное контрастирование неидентифицированных бактерий из *Corynebacteriae*. Волютиновые гранулы (→) в полюсах бактериальной клетки. Масштаб отмечен в 0.5 микрона; б – ультратонкий срез *S. typhimurium*, штамм 549 при взаимодействии с перитонеальными макрофагами белых мышей. Волютиновая гранула (→) в цитоплазме. Масштаб отмечен в 0.25 микрона; в – ультратонкий срез *S. Typhi*, штамм 199 под действием ампициллина. Волютиновые гранулы (→) в цитоплазме. Масштаб отмечен в 0.25 микрона.

Нами установлено образование цитоплазматической волютиновой гранулы в клетке *S. typhimurium* при взаимодействии с перитонеальными макрофагами белых беспородных мышей (рис.1, б). У *S. typhi* при действии ампициллином (рис. 1, в), наряду с изменением клеточной стенки, под цитоплазматической мембраной выявлены скопления волютина,

что подтверждает возможность волютинообразования у бактерий под действием различных внешних стресс-факторов [16].

Нами обнаружены волютиновые вакуоли у *H. pylori* в биоптатах слизистой оболочки желудка больного *in vivo* (рис. 2, а). Это происходит, по-видимому, под действием пучков электронов в ПЭМ или в процессе подготовки препаратов биоптатов, что приводит к образованию электроннопрозрачных вакуолей на месте локализации волютиновых гранул. Полученные результаты сопоставимы с данными об ультраструктурной организации полифосфатов в виде волютиновых гранул в цитоплазме *H. pylori*, показанными ранее в условиях *in vitro* [15]. Волютиновые гранулы различной величины обнаружены и в цитоплазме культуры спирохет *L. potoma* (рис. 2, б).



а

б

Рис.2. ПЭМ: а – ультратонкий срез *H. pylori* в биоптате слизистой желудка больного. Волютиновые вакуоли (→) в клетке. Масштаб отмечен в 0.5 микрона; б – негативное контрастирование *L. potoma*, штамм Patos I. Видна гранула волютина (→) в цитоплазме. Масштаб отмечен в 0.2 микрона.

Образование волютин-ацидокальцисом у некоторых видов дрожжей и простейших. На ультратонких срезах клеток дрожжей *C. guilliermondii* НП-4 обнаружена аморфная слоистая клеточная стенка с плотно прилегающей к ней цитоплазматической мембраной, а также гранулярная плотная цитоплазма, где просматриваются матрикс митохондрии и цитоплазматические вакуоли такой же консистенции. Такая ультраструктурная организация клеток дрожжей подтверждает полученные ранее данные [17] и позволяет идентифицировать изменения, возникающие при действии различных внешних факторов. Так, после рентгеновского облучения культур этих дрожжей удалось обнаружить увеличение размеров (до 250-400 нм) и количества электронноплотных волютиновых гранул (рис.3, а). После 24-

часовой инкубации встречаются клетки, находящиеся в процессе восстановления клеточных компартаментов, которые по характеру ультраструктурных показателей напоминают интактные клетки в контрольной культуре, не подвергшейся облучению. Здесь четко отмечается раздробление больших волютиновых гранул на мелкие частицы и их уменьшение в цитоплазме (рис. 3, б). Вместе с тем установлена различная электронноплотность в волютиновых гранулах, что может свидетельствовать о репарационных процессах.

Следует заметить, что волютиновые гранулы располагаются в вакуолях *C. guilliermondii*, окруженных мембраной (см. рис. 3, а) по своему строению, скорее всего, напоминают флуктуационные вакуоли с гранулами волютина, описанными у других дрожжей и простейших, которые играют регулируемую роль во время действия стресс-факторов [18,19].



Рис. 3. ПЭМ: ультратонкий срез *C. guilliermondii* NP-4 после рентгеновского облучения. Волютиновая гранула (→) в вакуоли. Масштаб отмечен в 0.25 микрона; б – ультратонкий срез *C. guilliermondii* NP-4 после 24-часового рентгеновского облучения. Волютиновые мелкие гранулы (→), рассеянные по всей цитоплазме. Масштаб отмечен в 0.25 микрона.

Исследование ультратонких криосрезов и стандартных ультратонких срезов культур простейших *Ent. histolytica*, *Ent. moshkovskii* и *L. hertrigi* с помощью ПЭМ (рис. 4, а – г) подтвердило наличие электронноплотных волютиновых гранул в цитоплазме изученных простейших размером в 0.5 микрона в диаметре. Видны также волютиновые гранулы в виде электроннопрозрачных сферических пятен (рис. 4, а). В ядрах отдельных особей цист и трофозоитов установлено наличие электронноплотных скоплений волютин-ацидокальцисом (рис. 4, б).

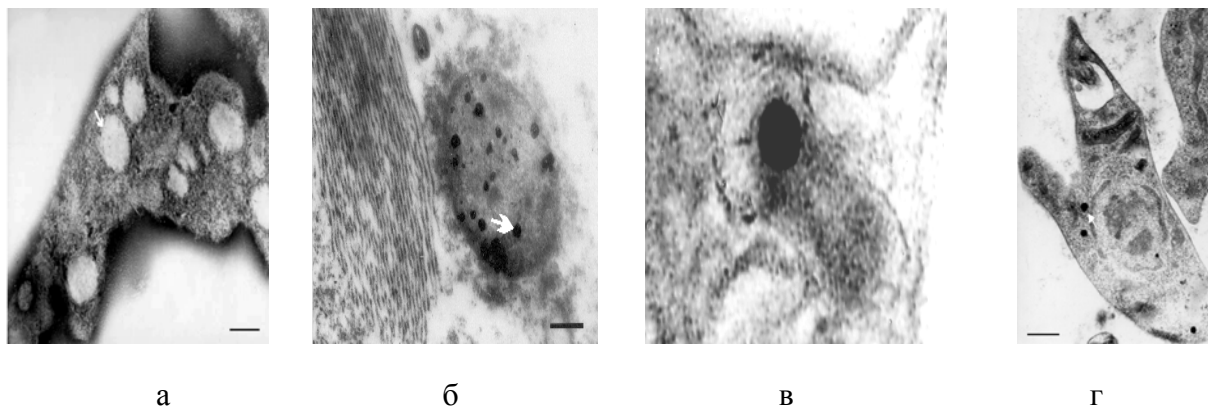


Рис. 4. ПЭМ: а – ультратонкий криосрез *Ent. istolytica*, штамм БВ. Гранулы волютина (→) в цитоплазме трофозонта. Масштаб отмечен в 0.5 микрона; б – ультратонкий срез *Ent. histolytica*, штамм БВ. Гранулы волютин-ацидокальцисом (→) в ядре цисты энтамеб. Масштаб отмечен в 0.5 микрона; в – ультратонкий срез вирусоподобного симбионта *Ent. moshkovskii*, штамм Ер. Волютин-ацидокальцисомовая гранула (→) под оболочкой симбионта. Масштаб отмечен в 35 нм; г: ультратонкий срез *L. hertigi*. Волютиновые гранулы (→) в цитоплазме. Масштаб отмечен в 0.5 микрона.

Электронномикроскопическим и морфометрическим анализом нами ранее был установлен полный лизис клетки энтамеб после действия летальной дозы γ -ионизирующего излучения (1000 Гр) у *Ent. moshkovskii* [13]. На ультратонких срезах на фоне клеточного детрита выделялись вирусоподобные структуры, у которых прослеживался выход электронноплотных гранул из нуклеоида с диаметром 35 нм и общей площадью 11036 нм² (рис. 4, в) и которые напоминали волютин-ацидокальцисомные образования одноклеточных эукариот после действия стресс-фактора [20].

Полученные в настоящем исследовании данные свидетельствуют о возможности существования некоторого механизма образования волютин-ацидокальцисом при $\square$ -ионизирующем облучении, которые в зависимости от компартментации клетки могут играть цитопротекторную роль.

Заключение. Таким образом, в результате комплексных электронномикроскопических исследований морфогенеза некоторых видов бактерий, спирохет, дрожжей и простейших установлено образование волютин-ацидокальцисом, а при действии ионизирующего рентгеновского и $\square$ -излучения, а также некоторых антибиотиков определены изменения их морфометрических и оптических показателей. Электронномикроскопическая идентификация изменений волютиновых гранул в структурной организации клеток бактерий, спирохет,

дрожжей и простейших может служить удобным экспресс-методом визуальной оценки поражения и восстановительно-компенсаторных процессов при действии различных внешних стресс-факторов.

¹Институт молекулярной биологии НАН РА

²Ереванский государственный университет

**К. О. Овнанян, Л. А. Навасардян, М. К. Овнанян,
член-корреспондент НАН РА А. А. Трчунян**

Ультраструктурный анализ образования волютин-ацидокальцисом у некоторых видов бактерий, спирохет, дрожжей и простейших при морфогенезе клетки и действии различных внешних факторов

Выяснена ультраструктурная организация волютиновых гранул в клеточной архитектонике некоторых видов бактерий, спирохет, дрожжей и простейших при морфогенезе клетки и действии различных внешних факторов, приводящих к патологическим изменениям.

В результате комплексных электронномикроскопических исследований морфогенеза некоторых видов указанных прокариот и эукариотических организмов установлено образование волютин-ацидокальцисом, а при действии ионизирующего рентгеновского и α -излучения, а также некоторых антибиотиков определены изменения их морфометрических и оптических показателей.

Электронномикроскопическая идентификация изменений волютиновых гранул в структурной организации клеток бактерий, спирохет, дрожжей и простейших может служить удобным экспресс-методом визуальной оценки поражения и восстановительно-компенсаторных процессов при действии различных внешних стресс-факторов.

**Վ. Օ. Հովնանյան, Լ. Հ. Նավասարդյան, Մ. Կ. Հովնանյան,
ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Ա. Հ. Թռչունյան**

**Մանրէների, սպիրոխետների, խմորասնկերի և նախակենդանիների որոշ տեսակների
վոլյուտին-թթվակալցիտոմ գոյացությունների մորֆոգենեզի և արտաքին տարբեր
գործոնների ազդեցության ուլտրակառուցվածքային վերլուծությունը**

Պարզվել է մանրէների, սպիրոխետների, խմորասնկերի և նախակենդանիների որոշ տեսակների կազմաձևության և ախտաբանական փոփոխություններ առաջացնող արտաքին

միջավայրի տարբեր գործոնների ազդեցության տակ բջջային ճարտակերտությունում վոլյուտինային մանրահատիկների ուլտրակառուցվածքային կազմակերպումը:

Նշված որոշ պրոկարիոտների և էուկարիոտ օրգանիզմների մոթֆոգենեզի էլեկտրոնա-մանրադիտակային համալիր ուսումնասիրությունների արդյունքում բացահայտվեցին վոլյուտին-թթվակալցիտոմ գոյացություններ, իսկ ռենտգենյան և γ -իոնիզացնող ճառագայթման, ինչպես նաև որոշ հակաբիոտիկների ազդեցության դեպքում որոշված են դրանց մեջ առաջացած փոփոխությունների ձևաչափական և օպտիկական ցուցանիշները:

Մանրէների, սպիրոխետների, խմորասնկերի և նախակենդանիների կառուցվածքային ճարտակազմությունում վոլյուտինային մանրահատիկների փոփոխությունների էլեկտրոնա-մանրադիտակային նույնականացումը կարող է ծառայել որպես էքսպրես-եղանակ արտաքին միջավայրի սթրես գործոնների ինչպես ապակառուցվածքային, այնպես էլ վերականգնողական-վերակառուցողական գործընթացների դեպքում:

**K. O. Hovnanyan, L. A. Navasardyan, M. K. Hovnanyan,
corresponding member of NAS RA A. A. Trchounian**

Ultrastructural Analysis of Volutin-Acidocalciumosomes Formation in Some Species of Bacteria, Spirochetes, Yeast and Protozoa during Morphogenesis and under Environment Different Factors Action

Ultrastructure organization of volutin granules in some species of bacteria, spirochetes, yeast and protozoa cellular architecture was studied during morphogenesis and under environment different factors action leading to pathological changes.

As the result of complex electron microscopic studies of morphogenesis in some species of prokaryotes and eukaryotic organisms the formation of new structures of volutin-acidocalciumosomes has been established within cell cytoplasm. In addition, under the ionizing roentgen and $\square\square$ irradiation as well as some antibiotics action morphometric changes and changes in optical properties were also shown. Electron microscopic identification of volutin granules changes in structural organization in bacteria, spirochetes, yeast and protozoa might serve as appropriate express-method for visual evaluation of damage and reparation processes during environment different stress-factors action.

Литература

1. *Harold F.M.* - Bacteriol. Rev. 1966. V. 16. P. 772-794.

2. *Wood H.G., Clarck J.E.* Ann. Rev. Biochem. 1988. V. 57. P. 253-260.
3. *Goncharova I. V., Gerasimenko L.M., Zavarzin G.A., Ushatinskaya G.T.* - Curr. Microbiology 1993. V. 27. T. 187-190.
4. *Kulaev I.S., Vagabov V.M., Kulakovskaya T.V., Lichko L.P., Andreeva N.A., Trilisenko L.V.* - Biochemistry (Mosc). 2000. V. 65. P. 271-278.
5. *Kulaev I., Kulakovskaya T.*- Ann. Rev. Microbiol., 2000. V. 4. P. 709-734.
6. *Carolina L.A., Medeiros S., Moreira B., Moraes L., Miranda K., de Souza W., Plattner H., Hentschel J., Barrabin H.* - Mol. Biochem. Parasitol. 2005. V. 140. P. 175-182.
7. *Docampo P., Urich P., Moreno S.N.J.* - Phil. Trans. R. Soc. B 2010. V. 365. P. 775-784.
8. *Kumble K.D., Kornberg A.* - J. Biol. Chem. 1995. V. 270. P. 5818-5822.
9. *Петин В.Г., Морозов И.И., Кабакова Н.М., Горшкова Т.А.*- Радиц. биол. 2003. Т. 43. С. 176-178.
10. *Fraikin G.Y., Pospelov M.E., Rubin L.B.*- Photochem. Photobiol. 1977. V. 26. P. 371-375.
11. *Luft J. H.* In: Proceedings of the 26th Annual Meeting of the Electron Microscopic Society of America, (Edited by C.J. Arceneauth), Baton Rouge, Claitor's Publishing Division, 1968. P. 38-39
12. *Venable J.H., Coggeshall R.*- J. Cell Biol. 1965. V. 25. P. 407-408.
13. *Овнанян К.О., Давтян А.Г., Саргсян К.А., Трчунян А.А.*- ДНАН Армении. 2010. Т. 110. N 3. С. 277-283.
14. *Pallerla S.R., Knebel S., Polen T., Klauth P., Hollender J., Wendisch V.F., Schoberth S.M.*- FEMS Microbiol. Lett. 2005. V. 124. P. 133-140.
15. *McGrath J.W., Quinn J. P.* - Microbiol. 2000. V. 66. P. 4068-4073.
16. *Bode G., Mauch F., Ditschuneit H., Malfeertheine P.* - J. Gen. Microbiol. 1993. V. 139. P. 3029-3033.
17. *Овнанян К.О., Навасардян Л.А., Акопян А.А., Пепоян А.З.* - Биол. ж. Армении, 2008, Т. 60 (4). С. 67-71.
18. *Shiram K., Yazaki Y., Sakano K., Ohsumi Y.* - Plant. Cell Physiol. 1996. V. 37. P. 1090-1093.
19. *Ruiz F.A., Rodriguez C.O., Docampo R.* - J. Biol. Chem. 2001. V. 327. P. 26114-26121..
20. *Seufferheld M., Vieira M.C.F., Ruiz F.A., Rodrigues C.O., Moreno S.N.J.* - J. Biol. Chem. 2003. V. 278. P. 29971-29978.