

ԱՍՏՐՈՖԻԶԻԿԱ

ТОМ 64

НОЯБРЬ, 2021

ВЫПУСК 4

2021

ВЫПУСК 4

ТОМ 64

АСТРОФИЗИКА

РАСХОЖДЕНИЕ МЕЖДУ ЗНАЧЕНИЯМИ ПОСТОЯННОЙ ХАББЛА,
ПОЛУЧЕННЫМИ РАЗНЫМИ МЕТОДАМИ

Г.А.Арутюнян 479

ЗАВИСИМОСТЬ СВЕТИМОСТЕЙ РОДИТЕЛЬСКИХ ГАЛАКТИК
AGN В ПЯТИ ПОЛОСАХ ОТ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

Юн Синь, Ксин-Фа Дэнг 491

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗВЕЗДЫ AY LAC, ВЗРЫВНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ
ТИПА WZSGE, МЕТОДАМИ МНОГОЦВЕТНОЙ ФОТОМЕТРИИ

С.Ю.Шугаров, М.Д.Афонина, А.В.Жарова 503

НЕКОТОРЫЕ ОБЛАСТИ ЗВЕЗДООБРАЗОВАНИЯ ЮЖНОГО
ПОЛУШАРИЯ

А.Л.Гюльбутагян 519

ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ ПЫЛИ И ФЛУОРЕСЦЕНЦИЯ ГАЗА
ТУМАННОСТИ СЕД 201

И.А.Симония 527

О ЗАВИСЯЩИХ ОТ ВРЕМЕНИ ЗАДАЧАХ ПЕРЕНОСА ИЗЛУ-
ЧЕНИЯ В ОДНОМЕРНОЙ СРЕДЕ

А.Г.Никогосян 537

(Продолжение на 4-й стр. обложки)

Ե Ր Ե Վ Ա Ն

Выходит с 1965г.
на русском и английском языках

Խմբագրական կողեզրական

Գլխավոր խմբագիր՝ Ա.Գ.Նիկողոսյան (Հայաստան)
Գլխավոր խմբագրի տեղակալներ՝ Վ.Պ.Գրինին (Ուսուաստան), Հ.Ա.Հարությունյան (Հայաստան)
Պատասխանատու քարտուղար՝ Ա.Ա.Հակոբյան (Հայաստան)

Ժ.Ալեյսյան (Ֆրանսիա), Գ.Ս.Բիսնովատի-Կոզման (Ուսուաստան), Ի.Դ.Կարաչենցև (Ուսուաստան), Տ.Յու.Մաղաքյան (Հայաստան), Ա.Ս.Միքայելյան (Հայաստան), Բ.Մ.Շուստով (Ուսուաստան), Յու.Ա.Շչեմինով (Ուսուաստան), Ա.Մ.Չերենցով (Ուսուաստան), Ե.Պ.Պավլենկո (Ուսուաստան), Է.Ս.Պարսամյան (Հայաստան), Վ.Պ.Ռեշետնիկով (Ուսուաստան), Գ.Ն.Սուրաբյան (Հայաստան), Ա.Ա.Ակոպյան (Հայաստան)

Редакционная коллегия

Главный редактор: А.Г.Никогосян (Армения)

Заместители главного редактора: Г.А.Арутюнян (Армения), В.П.Гринин (Россия)

Ответственный секретарь: А.А.Акопян (Армения)

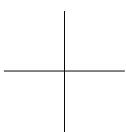
Ж.Алесян (Франция), Г.С.Бисноватый-Коган (Россия), И.Д.Караченцев (Россия),
Т.Ю.Магакян (Армения), А.М.Микаелян (Армения), Е.П.Павленко (Россия),
Э.С.Парсамян (Армения), В.П.Решетников (Россия), Г.Н.Салуквадзе (Грузия),
М.Туратто (Италия), А.М.Черепашук (Россия), Б.М.Шустов (Россия), Ю.А.Щекинов
(Россия)

"АСТРОФИЗИКА" - научный журнал, издаваемый Национальной академией наук Республики Армения. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой. Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

"ԱՍԴՎՖԻԶԻԿԱ"-ն գիտական հանդես է, որը հրատարակում է Հայաստանի Հանրապետության Գիտությունների Ազգային Ակադեմիան: Հանդեսը տպագրում է ինքնատիպ հոդվածներ աստղերի ֆիզիկայի, միզամածությունների և միջաստղային միջավայրի ֆիզիկայի, աստղաբաշխության և արտագալակտիկական աստղագիտության, ինչպես նաև աստղաֆիզիկային սահմանակից բնագավառների գծով: Հանդեսը նախատեսված է գիտական աշխատակիցների, ասպիրանտների և բարձր կուրսերի ուսանողների համար:

Адрес редакции: Республика Армения, Ереван 19, пр. Маршала Баграмяна 24^г
Редакция ж. "Астрофизика", тел. 56 81 38
e-mail: astroz@sci.am

© Издательство "Гитутюн" НАН Республики Армения, Астрофизика, 2021



АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64

НОЯБРЬ, 2021

ВЫПУСК 4

РАСХОЖДЕНИЕ МЕЖДУ ЗНАЧЕНИЯМИ ПОСТОЯННОЙ ХАББЛА, ПОЛУЧЕННЫМИ РАЗНЫМИ МЕТОДАМИ

Г.А.АРУТЮНЯН

Поступила 2 июня 2021

Рассмотрен вопрос о расхождении значений постоянной Хаббла, определенных для "ранней" и "поздней" Вселенной. Отмечается, что в определении первого значения физические свойства барионной материи не фигурируют явным образом, тогда как во втором случае при определении этого же коэффициента используются скорости космических объектов, определяемые измерением красного смещения. Выдвигается гипотеза, что расхождение может быть связано с эволюцией барионной материи. Анализ показывает, что изменение массы атомных ядер и элементарных частиц на долю $6.67 \cdot 10^{-12}$ в год может привести к наблюдаемому расхождению. Этот результат согласуется с нашим предыдущим заключением об увеличении массы Солнца вследствие эволюции барионной материи.

Ключевые слова: темная энергия: взаимодействие: обмен энергией: барионная материя: эволюция

1. *Введение.* Уточнение постоянной Хаббла продолжается почти одно столетие. Исторически первым эту величину определил Леметр [1], который получил значение $625 \text{ км} \text{с}^{-1} \text{Мпк}^{-1}$. Через два года эту же величину определил также Хаббл [2], который получил $500 \text{ км} \text{с}^{-1} \text{Мпк}^{-1}$.

Первые существенные уточнения постоянной произошли лишь в середине 50-х годов, когда стали учитывать существование двух типов звездных населений, а также возможное влияние наблюдательной селекции [3-4]. Эти уточнения привели к значениям $260\text{--}280 \text{ км} \text{с}^{-1} \text{Мпк}^{-1}$. Важными вехами процесса уточнения этой величины можно считать также работы Хюмасона, Мэйола и Сэндиджа [5], Сэндиджа [6]. В работе [6] впервые было получено значение $75 \text{ км} \text{с}^{-1} \text{Мпк}^{-1}$, которое стало эталонным в течение достаточно долгого времени. Впоследствии Сэндидж с Тамманом продолжали работы с целью получить все более низкие значения (см., напр., [7-9]). Это по-видимому было продиктовано желанием обосновывать больший возраст Вселенной.

Новый этап уточнений постоянной Хаббла начался в 90-е годы прошлого столетия, когда было предложено много новых методов более точных измерений. Достаточно подробную информацию об этих проектах можно найти в обзорных статьях Хухры [10] и Джексона [11]. Здесь мы упомянем

лишь два проекта, которые выделяются своей последовательной и долгосрочной активностью. На наш взгляд таким является ключевой проект телескопа имени Хаббла по определению масштаба внегалактических расстояний.

Второе направление было связано с изучением структуры космического микроволнового фонового излучения (CMB - Cosmic Microwave Background). Здесь в одну группу объединяются проект WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe - Зонд имени Уилкинсона по изучению анизотропности микроволнового излучения), а также проект, Европейского космического агентства "Планк".

2. Современные наблюдательные данные. Постепенное уменьшение погрешностей измерений постоянной Хаббла неожиданно привело к расхождению этих значений, которое было названо напряженностью Хаббла (Hubble tension). При невысокой точности измерений исследователи были уверены, что расхождения являются результатом погрешностей измерений. Однако повышение точности привело к образованию двух групп значений, статистически отличающихся друг от друга на уровне $(4 \div 6)\sigma$.

Все значения группируются вокруг величин, полученных в рамках проекта SH0ES, с одной стороны, и спутником "Планк" - с другой. Поскольку микроволновое космическое излучение описывает пространственную и температурную структуру Вселенной в ранних этапах ее жизни, то постоянную Хаббла, полученную в рамках проекта "Планк", часто называют параметром ранней Вселенной. Соответственно, другое значение постоянной считается величиной поздней Вселенной. На рис.1 показаны заимствованные из [12] значения постоянной Хаббла с соответствующими величинами погрешностей.

В верхнем левом углу приведены значения постоянной Хаббла, полученные на основе параметров ранней Вселенной. Первое значение с точностью $67.4 \pm 0.5 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$ обеспечено данными спутника "Планк". Это значение поддерживает также некоторые другие проекты, изучающие структуру космического микроволнового фона. Такие измерения, сделанные, например, с помощью ACT (Atacama Cosmology Telescope), которых нет на приведенном рисунке, дают значение $67.9 \pm 1.5 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$ [13].

В средней части рисунка, приведены результаты, относящиеся к поздней Вселенной ($z \leq 1$), которые получены исследованием барионных объектов в различных галактиках. Проект SH0ES использовал цефеиды, H0LICOW - гравитационное фокусирование квазаров. Как следует из данных на рис.1, указанные проекты дают значения $74.0 \pm 1.4 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$ и $73.3 \pm 1.8 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$, соответственно. Наименьшее значение для поздней Вселенной получено, когда в качестве индикатора расстояния использована, так называемая, верхушка ветви красных гигантов (TRGB - Tip of the Red-Giant Branch). На рис.1 этот

результат обозначен через ССНР и численно равен $69.8 \pm 1.9 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$.

Результаты статистического сравнения значений постоянной Хаббла для

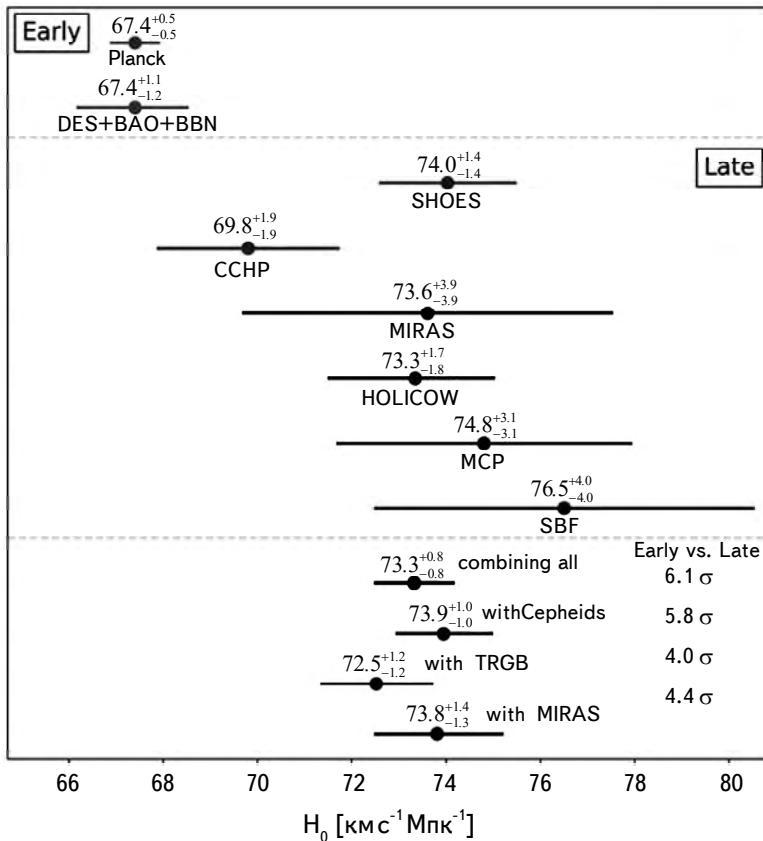


Рис. 1. Постоянная Хаббла, измеренная различными методами. В нижней части рисунка показано статистическое различие между значениями постоянной Хаббла, полученными для "ранней" и "поздней" Вселенной. Рисунок заимствован из [12].

ранней и поздней Вселенной показаны в нижней части диаграммы. Как видно из приведенных данных, эти значения, определенные для ранней и поздней Вселенной, отличаются на уровне $4\sigma \div 6\sigma$. Таким образом, расхождение между значениями постоянной Хаббла в настоящее время не вызывает сомнения.

Следует отметить, что все объективные данные свидетельствуют о том, что наблюдательный материал и методы обработки безупречны. С другой стороны, специалисты пока не находят изъяны в теоретическом обосновании Λ CDM модели. И тем не менее, на наш взгляд, есть один нюанс, который не учитывается: Λ CDM космология базируется на геометрии микроволнового излучения, а физические свойства барионной материи явным образом не

фигурируют в используемых уравнениях. То обстоятельство, что большое значение постоянной Хаббла получается именно для поздней Вселенной, наводит на мысль, что проблема может быть скрыта в эволюционных свойствах вещества, из чего состоят космические объекты.

При определении постоянной Хаббла в "близком" космосе измеряются расстояния галактик и их красные смещения. Численное значение постоянной Хаббла может получиться больше ее истинного значения, если красное смещение не является чисто доплеровским, но содержит некоторый компонент, который не связан со скоростью расширения.

3. Взаимодействие темной энергии с барионным веществом. Открытие ускорения расширения Вселенной в конце прошлого века [14,15] коренным образом изменило представление о причинно-следственных связях в расширяющейся Вселенной. Вместо первоначальных представлений о расширении вследствие первичного большого взрыва, новые данные свидетельствуют о существовании постоянной расширяющей силы. Такая физическая картина превращает космологическое расширение из прерогативы космологических масштабов в универсальное воздействие, которое должно наблюдаться во всех масштабах. Это следует непосредственно из того, что энергия, которая ускоряет расширение, по принятым сегодня представлениям, равномерно наполняет все пространство на всех масштабах.

Более того, эта энергия, которую назвали темной, была открыта на основе выявления ускорения разбегания галактик. А это доказывает, что она взаимодействует с обычной барионной материи. Этот факт имеет далеко идущие следствия, которые должны быть учтены в любом частном случае энергетического обмена между барионным веществом и носителем темной энергии. С целью получения самосогласованной картины должны быть учтены все законы, относящиеся к этому случаю.

Сегодня большинство исследователей считает, что взаимодействие носителя темной энергии с барионной материи происходит лишь гравитационным способом. Однако следует отметить, что нет никаких доказательств о запрещенности других типов взаимодействий. Например, нет веских аргументов против того, что темная энергия влияет на структурные особенности атомных ядер. В подобных случаях наиболее эффективным инструментом исследований становится мысленный эксперимент, с применением апробированного арсенала физики.

Такой подход был применен нами для рассмотрения некоторых частных задач данной области (см., например, [16-19] и ссылки в них). В этих работах сделана попытка рассмотрения физических процессов в рамках современной физики при самосогласованном применении известных законов природы. При

этом возможные эволюционные пути космических объектов различных иерархических уровней были рассмотрены с учетом эффектов воздействия темной энергии на барионную материю. В первую очередь, предполагалось, что любой процесс взаимодействия обычной барионной материи с носителем темной энергии происходит при сохранении второго закона термодинамики. Тогда, рассматривая энергетический баланс взаимодействия, мы должны были иметь в виду процесс обмена энергиями в свете упомянутого закона.

Действительно, тот факт, что при взаимодействии с барионными объектами некоторые порции темной энергии трансформируются в кинетическую энергию этих объектов, не вызывает сомнений. Еще раз подчеркнем, что именно благодаря этому эффекту было открыто ускорение расширения Вселенной и введено понятие темной энергии. То есть, ускорение расширения барионной Вселенной объясняется тем, что кинетическая энергия всех галактик увеличивается за счет темной энергии.

С другой стороны, мы должны иметь в виду, что любой целостный объект, а также стационарная система объектов всегда обладают отрицательной потенциальной энергией. В микромире аналогом отрицательной энергии может считаться дефект масс атомных ядер, что обеспечивает целостность ядра. Тогда, имея в виду второй закон термодинамики, приходим к выводу, что вследствие взаимодействия с носителем темной энергии, в барионные объекты могут влияться некоторые порции сугубо положительной темной энергии.

Как известно, гравитационная энергия, например, сферического однородного объекта с массой M и радиусом r выражается формулой

$$E_g = -\frac{3}{5}G \frac{M^2}{r}. \quad (1)$$

Вливание положительной энергии в такой объект, если такое действительно имеет место, должно привести к уменьшению абсолютного значения правой части выражения (1). Это может произойти лишь при условии, что увеличивается радиус объекта или уменьшается его масса. В общем случае, очевидно, что потенциальная энергия данного объекта может расти, если радиус объекта увеличивается быстрее, чем квадрат его массы.

При рассмотрении систем космических объектов, следует учитывать возможные изменения как кинетической, так и потенциальной энергий. Если рассмотрим простейшую систему, состоящую из двух объектов, то для полной энергии системы будем иметь

$$E = \frac{mv^2}{2} - G \frac{mM}{R} = T + U, \quad (2)$$

где m и M - массы движущегося и "неподвижного" объектов, R - расстояние между ними, v - линейная скорость вращающегося объекта, T - кинетическая

энергия и U - потенциальная энергия. Для стационарной системы, как известно, $E < 0$, а также согласно теореме о вириале

$$2T + U = 0. \quad (3)$$

При взаимодействии с носителем темной энергии увеличение энергии данной системы, как нетрудно видеть, может произойти вследствие возрастания кинетической энергии T , или уменьшения абсолютного значения потенциальной энергии U . Рассмотрим случай, когда увеличивается кинетическая энергия, а второй член остается без изменения. Тогда соотношение (3) нарушится и получим $2T + U > 0$, что справедливо для расширяющихся систем. Получается, что увеличение кинетической энергии приводит к расширению системы или росту расстояния между объектами. А рост расстояния приводит к уменьшению скорости второго объекта, что противоречит нашему предположению. Что касается возможности увеличения потенциальной энергии (при уменьшении абсолютного значения U), то такое может произойти либо при увеличении R , либо при уменьшении массы M . Уменьшение массы при вливании энергии не понятно с точки зрения физики. Тогда приходим к выводу, что происходит увеличение расстояния между объектами, т.е. система расширяется, что приводит к уменьшению скорости второго объекта.

Но все сказанное относится лишь к системе без учета энергетических изменений в самих объектах. Происходят ли изменения в этих объектах согласно соотношению (1)? С другой стороны, что же может произойти с атомными ядрами и элементарными частицами при взаимодействии с носителем темной энергии, если предположить, что они также участвуют в обмене энергиями? Аксиомы современной физики утверждают, что все одноименные элементарные частицы и атомные ядра по всем внутренним параметрам неразличимы друг от друга. Нет никаких достоверных свидетельств об эволюционном изменении этих параметров, и поэтому вопрос об эволюции объектов микромира никогда не рассматривался более или менее самосогласованно. Однако, с другой стороны, нет веских оснований утверждать абсолютную незыблемость этих объектов, если объекты всех других иерархических уровней подвержены эволюции.

Тем не менее, даже при самом поверхностном представлении об атомном ядре, мы точно знаем, что внутри ядра барионы имеют меньшую среднюю массу по сравнению с той массой, которую они имеют в свободном состоянии. Более того, масса барионов в ядре изменяется при переходе от одного ядра к другому. Данное свойство хорошо известно и достаточно очевидно представляется в учебниках на графике зависимости средней удельной энергии связи (дефекта массы) в зависимости от количества барионов, показывающий максимум в районе ядра железа. То есть, любой барион может характеризоваться различными массами, в зависимости от физических условий, в которых он

находится.

Из общих соображений можно заключить, что вследствие энергетического обмена при взаимодействии с носителем темной энергии, если такое происходит, атомное ядро может "освоить" некоторое количество сугубо положительной темной энергии. Причем этот процесс (если разрешен физическими законами) происходит за все время существования данного ядра и взаимодействия с темной энергией. Поглощенная атомным ядром положительная энергия, по-видимому, как и в случае гравитационных систем, уменьшает энергию связи внутри ядра. С другой стороны, поскольку энергия связи равна дефициту массы, то не лишен смысла вывод о том, что благодаря взаимодействию барионной материи с носителем темной энергии, можно ожидать увеличение масс атомных ядер.

То же самое, по-видимому, можно ожидать и в случае одиночных барионов, так как их целостное существование также зависит от энергии связи, контролируемой сильными взаимодействиями. Более того, если такой вывод качественно верен, то при изменении массы барионов в составе различных атомных ядер, процесс управляемся тем же физическим механизмом.

4. Наблюдаемые эффекты, связанные с влиянием темной энергии на барионную материю. Помимо расширения нашей барионной Вселенной наблюдательные данные свидетельствуют о расширении и в других системах более низких иерархических уровней. Одно явление связано с удалением Луны от Земли с достаточно большой скоростью в 3.82 см за год. Традиционное объяснение с привлечением приливного взаимодействия между нашей планетой и ее спутником не дает удовлетворительных результатов. Совместное использование традиционного механизма с универсальным расширением решает эту проблему [16] и в добавок позволяет определить вклад каждого из механизмов в наблюдательном значении скорости удаления.

Другое подобное явление связано с ростом астрономической единицы. При классическом подходе для интерпретации данного явления было испробовано несколько возможных механизмов, в том числе, уменьшение массы Солнца вследствие излучения и выброса материи, которое не больше, чем $\sim 9 \cdot 10^{-14} M_{\odot}$ в год. Тогда, учитывая также следующие соотношения:

$$\frac{M_{\odot}v^2}{R} = G \frac{M_{\odot}M_{\odot}}{R^2} \quad (4)$$

и

$$M_{\odot}vR = \text{const}, \quad (5)$$

где M_{\odot} - масса Земли, R - астрономическая единица, v - орбитальная скорость вращения Земли и, считая массу Земли M_{\odot} неизменной, получаем

$$M_{\odot}R = \text{const.} \quad (6)$$

Из (6), для приращения астрономической единицы, получаем 1.05 см/год, что на порядок ниже наблюдаемой величины в 15.4 см/год [20].

Если придерживаться мнения, что темп расширения под влиянием темной энергии одинаков во всех масштабах и задается постоянной Хаббла $70 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$, то годовое приращение астрономической единицы по этой причине будет 10.7 м. Это на два порядка больше наблюдаемой величины, и расхождение не только не исчезает, но становится еще выпуклее. Получается, что традиционные механизмы обеспечивают окончательный результат, который на порядок меньше наблюдаемого значения, а расширение вследствие темной энергии - на два порядка больше.

Однако во втором случае остается еще один неучтенный фактор, который нами был рассмотрен в [18]. Этим фактором является возможность увеличения массы Солнца вследствие уменьшения энергии связи в атомных ядрах и отдельных барионах. Учитывая, что обмен энергиями барионных объектов сносителем темной энергии происходит при всех масштабах, мы проверили, с какой скоростью должна увеличиваться масса Солнца, чтобы вместо увеличения астрономической единицы на 10.7 метров, прирост был бы равен наблюдаемой величине 15.4 см. Расчеты показывают, что для этого годовой прирост солнечной массы должен быть [18]:

$$\frac{\Delta M_{\odot}}{M_{\odot}} = 7.04 \cdot 10^{-11}, \quad (7)$$

что в абсолютных значениях составляет $4.4 \cdot 10^{15}$ г/с или в энергетическом эквиваленте - $4.0 \cdot 10^{36}$ эрг/с. Это 1000 раз больше светимости Солнца, т.е., если 0.1 процентов данной массы превратится в лучистую энергию, то может обеспечить наблюдаемую светимость Солнца.

С другой стороны, увеличение массы атомных ядер, если такое действительно происходит, означает, что со временем их энергетические уровни становятся более глубокими, а соответствующие спектральные линии перемещаются в сторону коротких волн, т.е. происходит "голубое смещение" всех линий. Действительно, для длины волны λ_{mn} простейшей модели атома водорода имеем

$$\frac{1}{\lambda_{mn}} = Ry \frac{1}{hc} \frac{M_p}{m_e + M_p} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (8)$$

$$Ry = \frac{m_e e^4}{8 \varepsilon_0^2 h^2}, \quad (9)$$

где Ry - энергетическая единица Ридберга, а остальные обозначения общеприняты.

Из (8)-(9) очевидно, что длина волны для спектральных линий обратно пропорциональна приведенной массе электрона и протона

$$\lambda \sim \frac{m_e + M_p}{m_e M_p} = \frac{1}{m_r} \quad (10)$$

и становится короче, если она увеличивается. Если действительно происходит такое монотонное изменение, то в спектре далеких объектов, кроме доплеровского красного смещения, должна быть некоторая составляющая, не обусловленная скоростью расширения Вселенной, а связанная лишь эволюционными свойствами обычной материи. Исходя из этого представления и считая, что разность двух значений постоянной Хаббла может быть следствием увеличения массы обычной материи за время прохождения света путь в один мегапарсек, можно вычислить годовое приращение массы, которое может обеспечить такое расхождение.

Разница значений постоянной Хаббла для поздней и ранней Вселенной составляет $6.6 \text{ км с}^{-1} \text{Мпк}^{-1}$. Тогда красное смещение, соответствующее расстоянию в один световой год, будет равно

$$\Delta z = \frac{6.6}{3.26 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^5} = 6.7 \cdot 10^{-12}, \quad (11)$$

где учтено, что 1 Мпк составляет 3.26 млн световых лет.

С другой стороны, если выразить это же значение красного смещения через изменение длины волны, тогда

$$\Delta z = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}, \quad (12)$$

где $\Delta \lambda = \lambda_2 - \lambda_1$. Учитывая (10), находим

$$\Delta z = \frac{m_{r2} - m_{r1}}{m_{r2}} = \frac{\Delta m_r}{m_r}, \quad (13)$$

где m_{r1} и m_{r2} - суть приведенные массы пары протон-электрон, измеренные с разницей времени в один год. Тогда, из (11) и (13) для прироста приведенной массы находим

$$\frac{\Delta m_r}{m_r} = 6.67 \cdot 10^{-12}. \quad (14)$$

Имея соотношение (14), можно вычислить темп изменения массы протона. Мы здесь рассматриваем два случая. Наши рассуждения об изменении массы относились к атомным ядрам и барионам, которые являются составными объектами и обладают энергией связи. Согласно современным представлениям, лептоны, в том числе и электрон, не обладают внутренней структурой. Поэтому в качестве первого варианта мы массу электрона считали неизменной,

а во втором случае рассмотрено одинаковое изменение масс электрона и протона. В первом случае для барионной компоненты окончательно находим

$$\frac{\Delta M_p}{M_p} \approx \frac{M_p}{m_e} \frac{\Delta m_r}{m_r} \approx 1.3 \cdot 10^{-8}, \quad (15)$$

а во втором случае

$$\frac{\Delta M_p}{M_p} \approx \frac{\Delta m_r}{m_r} \approx 6.6 \cdot 10^{-12}. \quad (16)$$

Не имеет смысла рассматривать первый вариант, поскольку прирост массы обычной материи в этом случае огромен и скорее всего был бы обнаружен даже при определении массы протона $M_p = 1.67262192369(51) \cdot 10^{-24}$ гр. Поэтому можно прийти к выводу, что если рассмотренный здесь механизм действительно работает, то со временем эволюционирует масса не только барионов, но и всех лептонов или, по крайней мере, электрона. Означает ли это, что электрон также обладает внутренней структурой, пока трудно сказать. В первую очередь следует найти другие методы, свидетельствующие об эволюционном росте массы атомных ядер и элементарных частиц.

Обнадеживает тот факт, что полученная здесь оценка прироста массы атомных ядер и элементарных частиц качественно подтверждает найденную нами оценку изменения массы Солнца. С другой стороны, разница в один порядок искомой величины может быть интерпретирована по-разному, и как результат погрешностей измерений, и как следствие недоучета различных факторов.

5. Обсуждение и заключение. Начнем эти обсуждения с рассмотрения парадокса, который обычно обходится молчанием или интерпретируется не с точки физических законов, а непонятных умозрительных доводов. Дело в том, что две общепринятые гипотезы современности, а именно предположение о возникновении Вселенной, благодаря так называемому большому взрыву, с одной стороны, и возможность существования объектов-монстров под названием черные дыры, с другой, вообще говоря, несовместимы. Такой вывод следует из самосогласованного применения логически связанных утверждений, обоснованных законами физики.

Согласно принятым сегодня представлениям о большом взрыве, наша Вселенная возникла примерно 13.8 млрд лет назад из физического вакуума вследствие грандиозной флуктуации и продолжает расширяться по сей день. Теория, построенная на базе той же гипотезы, утверждает, что вся барионная материя уже была сформирована, а электроны были захвачены первичными ядрами уже за первые 379000 лет после взрыва. Но если это так, то возникшая из ничего материя уже обладала своим собственным гравитационным полем.

Тогда не ошибемся, если заключим, что барионная Вселенная-зародыш достаточно долгое время находилась внутри сферы с радиусом Шварцшильда. Но при этом возникает вопрос, каким образом Вселенная продолжала расширяться?

При самосогласованном рассмотрении этой картины с точки зрения современной физики, может быть лишь одно решение для этого парадокса. Оно заключается в том, что масса Вселенной в любом этапе ее эволюции внутри любого радиуса всегда была меньше критической. Принимая во внимание, что гравитационный радиус пропорционален массе, неизбежно приходим к выводу, что в прошлом масса Вселенной должна была быть меньше и она растет со временем, благодаря эволюции материи.

Как показывает анализ причинно-следственных последовательностей, применение идеи об эволюционном росте массы атомных ядер и барионов приводит к некоторым другим физическим эффектам, которые имеют наблюдательные проявления. Одно из таких проявлений нами рассмотрено в [19]. Оно связано с эволюцией материи, темп которой выше в объектах с меньшей массой. Исследование двух скоплений галактик, а именно, скоплений в Деве и в Печи, показывает, что у карликовых галактик в среднем красное смещение меньше (подробнее см. [19]). Этот факт может быть интерпретирован с точки зрения эволюционного роста массы барионов и атомных ядер.

Таким образом, все анализы наблюдательных данных, по крайней мере, не противоречат возможности эволюционного изменения барионной материи на уровне микромира. Более того, в некоторых случаях эволюция кажется неизбежной. Конечно, нет сомнений, что анализы с привлечением как можно большего количества различных наблюдательных данных должны продолжаться для получения более твердых и обоснованных заключений.

Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна,
Армения, e-mail: hhayk@bao.sci.am

DISCREPANCY BETWEEN VALUES OF THE HUBBLE CONSTANT, DETERMINED BY DIFFERENT METHODS

H.A.HARUTYUNIAN

The issue of the discrepancy between the values of the Hubble constant, determined for the "early" and "late" Universe is considered. We note here that

the definition of the first value does not depend explicitly on the physical properties of baryonic matter, while in the second case the velocities of cosmic objects are determined. Therefore, we put forward a hypothesis that the mystery may be hidden in the evolutionary changes of baryonic matter. Our analysis shows that a growth of the mass of atomic nuclei and elementary particles by a fraction $6.67 \cdot 10^{-12}$ per year could lead to the observed discrepancy. This result is consistent with our previous conclusion about the secular increase in the mass of the Sun.

Keywords: *dark energy: energy exchange: baryonic matter: evolution*

ЛИТЕРАТУРА

1. *G.Lemaître*, Annales de la Société Scientifique de Bruxelles A., **47**, 49, 1927.
2. *E.P.Hubble*, Proceedings of the National Academy of Sciences, **15**, 168, 1929.
3. *A.Behr*, Astron. Nachr., **279**, 97, 1951.
4. *W.Baade*, Trans. IAU, **8**, 397, 1952.
5. *M.L.Humason, N.U.Mayall, A.R.Sandage*, Astron. J., **61**, 97, 1956.
6. *A.R.Sandage*, Astrophys. J., **127**, 513, 1958.
7. *A.R.Sandage, G.Tamman*, Nature, **307**, 513, 1984.
8. *G.Tamman, A.R.Sandage*, Astrophys. J., **294**, 81, 1985.
9. *G.Tamman*, Publ. Astron. Soc. Pacif., **108**, 1083, 1996.
10. *J.P.Huchra*, "The Hubble Constant", Harvard Center for Astrophysics, 2008.
11. *N.Jackson*, Living Rev. Relativity, **18**, 2, 2015.
12. *L.Verde, T.Treu, A.G.Riess*, Nature Astron., **3**, 891, 2019.
13. *S.K.Chi, M.Hasselfield, Sh.-P.P.Ho et al.*, arXiv:2007.07289, 2020.
14. *A.G.Riess, A.V.Filippenko, P.Challis et al.*, Astron. J., **116**, 1009, 1998.
15. *S.Perlmutter, G.Aldering, G.Goldhaber et al.*, Astrophys. J., **517**, 565, 1999.
16. *H.A.Harutyunian*, Astrophysics, **38**, 374, 1995.
17. *H.A.Harutyunian*, Astrophysics, **54**, 290, 2011.
18. *H.A.Harutyunian, A.M.Groryan*, ComBAO, **65**, 268, 2018.
19. *H.A.Harutyunian, A.M.Groryan, A.Khasawneh*, ComBAO, **66**, 25, 2019.
20. *G.A.Krasinsky, V.A.Brumberg*, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, **90**, 267, 2004.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64

НОЯБРЬ, 2021

ВЫПУСК 4

ENVIRONMENTAL DEPENDENCE OF ALL THE FIVE BAND LUMINOSITIES OF ACTIVE GALACTIC NUCLEUS (AGN) HOST GALAXIES

YONG XIN, XIN-FA DENG

Received 17 August 2021

Accepted 20 October 2021

Using the apparent-magnitude limited active galactic nucleus (AGN) host galaxy sample of the Sloan Digital Sky Survey Data Release 12 (SDSS DR12), we investigate the environmental dependence of u -, g -, r -, i - and z -band luminosities of AGN host galaxies. We divide the whole apparent-magnitude limited AGN sample into many subsamples with redshift binning size $\Delta z = 0.01$, and analyse the environmental dependence of all the five band luminosities of subsamples in each redshift bin. It turns out that overall, all the five band luminosities of AGN host galaxies are weakly correlated with the local environment.

Keywords: *galaxies:fundamental parameters - galaxies:statistics*

1. *Introduction.* In the last several decades, the study of active galactic nuclei (AGNs) has been an important subject in the galaxy field [1-8]. Dressler et al. [1] and Miller et al. [2] examined the local environmental dependence of the presence of active galactic nuclei (AGNs). Using two volume-limited main galaxy samples of the SDSS, Deng et al. [3] explored the environmental dependence of the star formation rate (SFR), specific star formation rate (SSFR), and the presence of AGNs for high stellar mass (HSM) and low stellar mass (LSM) galaxies. Komiya et al. [4] showed results of the cross-correlation analysis between AGNs and galaxies at redshift 0.1-1. Davies et al. [5] found that the fraction of these AGN in S0 host galaxies decreases strongly as a function of galaxy group size (halo mass) - which contrasts with the increasing fraction of galaxies of S0 type in denser environments. Bornancini & García Lambas [6] observed different properties of host galaxies of distinct AGNs: Type 1 AGNs reside in blue, star-forming and less massive host galaxies compared to Type 2. Koulouridis & Bartalucci [7] studied the distribution of X-ray detected AGNs in the five most massive and distant galaxy clusters in the Planck and South Pole Telescope (SPT) surveys. Liu et al. [8] presented a new, complete sample of 14,584 broad-line active galactic nuclei (AGNs) at $z < 0.35$.

Galaxy luminosities strongly depend on the environment (e.g., [9-12]). Park et al. [9] claimed that high-density regions preferentially include bright galaxies,

low density regions tend to harbor only faint galaxies. Blanton et al. [10] reported that local density is a strong function of luminosity: the most luminous galaxies tend to reside in the densest regions of the universe. Blanton et al. [11] demonstrated that galaxy color and luminosity jointly comprise a pair of properties most predictive of the local environment. Zandivarez et al. [12] computed the luminosity function for several subsamples of galaxies in groups, and observed that the characteristic magnitude is ≈ 0.5 magnitudes brighter than those obtained for field galaxies. The above-mentioned conclusion is consistent with hierarchical models of galaxy formation which predict that bright galaxies should be more strongly clustered than faint galaxies (e.g., White et al. [13]; Kauffmann et al. [14]).

However, the environmental dependence of luminosity is rather complicated. For example, Norberg et al. [15] showed that the clustering amplitude increases slowly with absolute magnitude for galaxies fainter than $M_{bJ}^* - 5 \log_{10} h = -19.7$ (Folkes et al. [16]), but rises more strongly at higher luminosities. Deng et al. [17] demonstrated that the galaxy luminosity strongly depend on local environments only for galaxies above the value of $M_r^* \approx -20.5$ found for the overall Schechter fit to the galaxy luminosity function (Ball et al. [18]), but this dependence is very weak for galaxies below the value of M_r^* . Applying different statistical methods, Deng & Zou [19] and Deng [20] explored the environmental dependence of u -, g -, r -, i - and z -band luminosities in the Main galaxy sample (Strauss et al. [21]) of the SDSS, and demonstrated that the environmental dependence of galaxy luminosities does not follow a single trend for different bands. They paid special attention to the abnormal environmental dependence of u -band luminosity: luminous galaxies in the u -band exist preferentially in low density regions, while faint galaxies in the u -band are located preferentially in high density regions.

The primary goal of this study is to explore the environmental dependence of u -, g -, r -, i - and z -band luminosities of active galactic nucleus (AGN) host galaxies. The outline of this paper is as follows. In Section 2, we describe the AGN host galaxy sample. We present statistical result in Section 3. Our main results and conclusions are summarize in Section 4.

In calculating the distance, we used a cosmological model with a matter density of $\Omega_0 = 0.3$, a cosmological constant of $\Omega_\Lambda = 0.7$, and a Hubble constant of $H_0 = 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

2. Data. Data Release 12 (DR12) (Alam et al. [22]) of the SDSS is the final public release of spectroscopic data from the SDSS-III BOSS. In this work, the data of the Main galaxy sample [21] was downloaded from the Catalog Archive Server of SDSS Data Release 12 [22] by the SDSS SQL Search (with SDSS flag: LEGACY_TARGET1 & (64|128|256)>0). We extract 631968 Main galaxies

with the spectroscopic redshift $0.02 \leq z \leq 0.2$.

The galSpecExtra table contains estimated parameters for all galaxies in the MPA-JHU spectroscopic catalogue. BPT classification in this table is based on the methodology of Brinchmann et al. [23]:

All. The set of all galaxies in the sample regardless of the S/N of their emission lines.

SF. The star-forming galaxies. These are the galaxies with $S/N > 3$ in all four BPT lines that lie below lower line in Fig.1 of Brinchmann et al. [23]. This lower line is taken from equation (1) of Kauffmann et al. [24].

C. The composite galaxies. They are the objects with $S/N > 3$ in all four BPT lines that are between the upper and lower lines in Fig.1 of Brinchmann et al. [23]. The upper line has been taken from equation (5) of Kewley et al. [25].

AGN. The AGN population consists of the galaxies above the upper line in Fig.1 of Brinchmann et al. [23]. This line corresponds to the theoretical upper limit for pure starburst models.

Low S/N AGNs. They have $[NII]6584/H\alpha > 0.6$ (and $S/N > 3$ in both lines) (e.g. Kauffmann et al. [24]), and still are classified as an AGN even if their $[OIII]5007$ and/or $H\beta$ have too low S/N. Miller et al. [2] called such AGNs the "two-line AGNs".

Low S/N SF. The remaining galaxies with $S/N > 2$ in $H\alpha$ are considered low S/N star formers.

Unclassifiable. Those remaining galaxies that are impossible to classify using the BPT diagram. This class is mostly made up of galaxies with no or very weak emission lines.

Deng & Wen [26] selected C, AGN and Low S/N AGN populations and constructed an apparent magnitude-limited AGN sample which contains 122923 AGN host galaxies. In this work, we use this AGN sample.

3. Statistical results. Following [20], we measure the projected local density $\Sigma_5 = N/\pi d_5^2$ (Galaxies Mpc^{-2}), where d_5 is the distance to the 5th nearest neighbor within $\pm 1000 \text{ km s}^{-1}$ in redshift (e.g., [27-29]) and divide this AGN sample into subsamples with a redshift binning size of $\Delta z = 0.01$. In each subsample, we arrange galaxies in a density order from smallest to largest, select approximately 5% of the galaxies, construct two samples at both extremes of density, and compare the distribution of u -, g -, r -, i - and z -band luminosities of AGN host galaxies in the lowest density regime with those in the densest regime.

Fig.1-5 show u -, g -, r -, i - and z -band absolute magnitude distributions at both extremes of density in different redshift bins for the apparent magnitude-limited AGN sample. As seen from these figures, overall, all the five band luminosities of AGN host galaxies are weakly correlated with the local environment.

We further perform the Kolmogorov-Smirnov (KS) test which can show the degree of similarity or difference between two independent distributions in a figure by calculating a probability value. A large probability implies that it is very likely that the two distributions are derived from the same parent distribution. Conversely, a lower probability value indicates that the two distributions are less likely to be similar. The probability of the two distributions coming from the same parent distribution is listed in Table 1, which is much larger than that obtained by Deng (see Table 1 of [20]) and even is much larger than 0.05 (5%, is the standard in a statistical analysis). Such a result shows that two independent distributions in these two figures are very similar. This is in good agreement with the conclusion obtained by the histogram figures.

The redshift ranges of the AGN sample in this work is the same as one of the apparent-magnitude limited Main galaxy sample of the SDSS used by Deng [20]. Using the same method, Deng [20] investigated the environmental dependence of u -, g -, r -, i - and z -band luminosities in all redshift bins of the apparent-magnitude limited Main galaxy sample. It was found that overall, all the five band luminosities apparently correlate with the local environment. For r , i and z bands, luminous galaxies exist preferentially in the densest regions of the

Table 1

KS PROBABILITIES OF ALL THE FIVE BAND LUMINOSITIES THAT
TWO SAMPLES AT BOTH EXTREMES OF DENSITY ARE DRAWN
FROM THE SAME DISTRIBUTION

Redshift bins	Galaxy number	P(u -band)	P(g -band)	P(r -band)	P(i -band)	P(z -band)
0.02-0.03	3433	0.512	0.353	0.287	0.353	0.287
0.03-0.04	5105	0.239	0.683	0.683	0.464	0.464
0.04-0.05	6281	0.411	0.908	0.600	0.600	0.156
0.05-0.06	7757	0.385	0.385	0.096	0.0452	0.0550
0.06-0.07	10503	0.876	0.310	0.0472	0.0192	0.00873
0.07-0.08	13062	0.00619	5.840e-05	6.671e-07	4.913e-07	3.607e-07
0.08-0.09	12860	0.0820	0.840	0.661	0.567	0.357
0.09-0.10	9824	0.0113	0.0859	0.309	0.392	0.183
0.10-0.11	8186	0.702	0.156	0.0305	0.0103	0.00184
0.11-0.12	9109	0.203	0.487	0.981	0.903	0.389
0.12-0.13	8136	0.210	0.580	0.813	0.863	0.322
0.13-0.14	7650	2.838e-07	1.400e-06	0.0146	0.0525	0.330
0.14-0.15	6412	0.00734	0.00425	0.114	0.319	0.370
0.15-0.16	4787	0.00776	0.00411	0.0545	0.0695	0.251
0.16-0.17	3445	0.782	0.0476	0.782	0.782	0.693
0.17-0.18	2710	0.222	0.129	0.543	0.645	0.748
0.18-0.19	2190	0.619	0.0666	0.506	0.734	0.840
0.19-0.20	1473	0.616	0.879	0.879	0.994	0.879

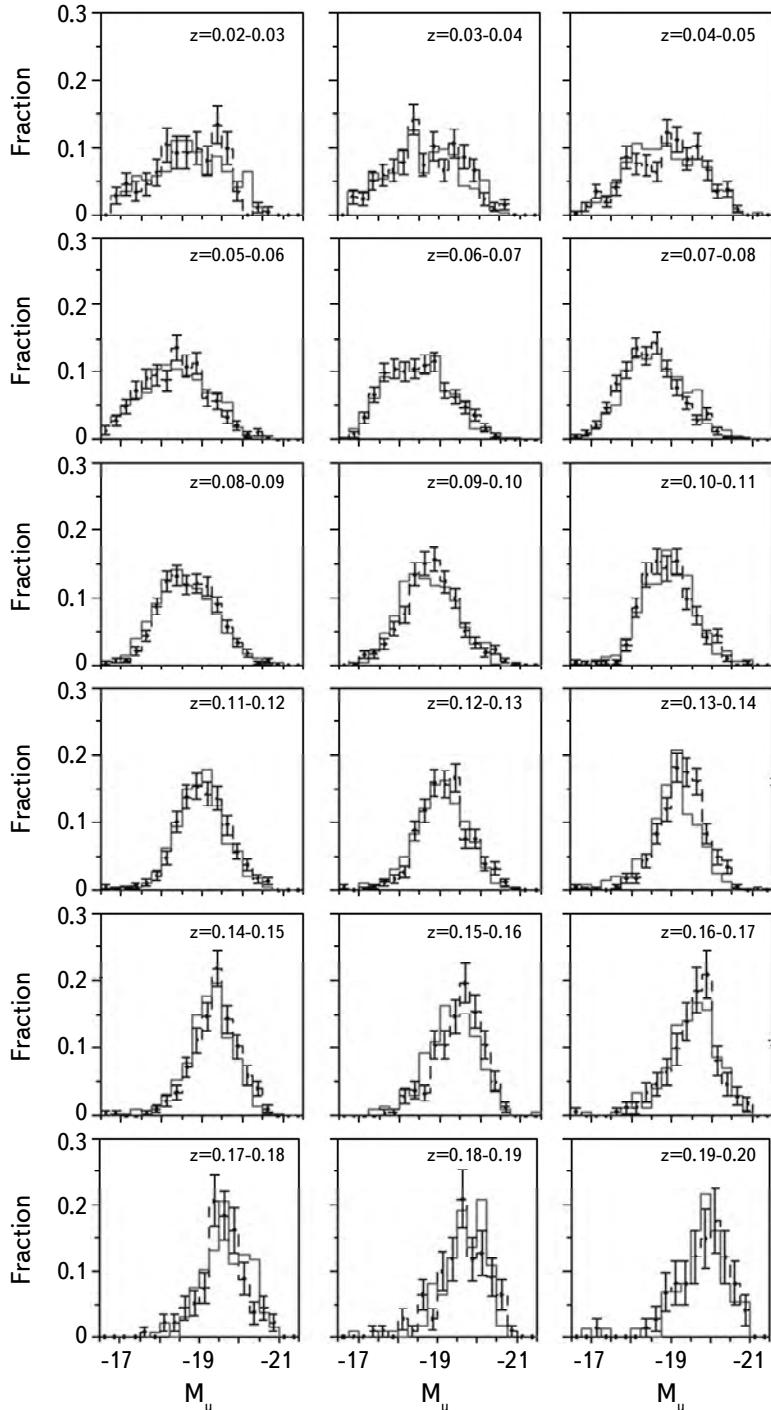


Fig.1. u -band absolute magnitude distribution at both extremes of density in different redshift bins: solid line for the sample at high density, dashed line for the sample at low density. The error bars of dashed lines are 1σ Poissonian errors. Error-bars of solid lines are omitted for clarity.

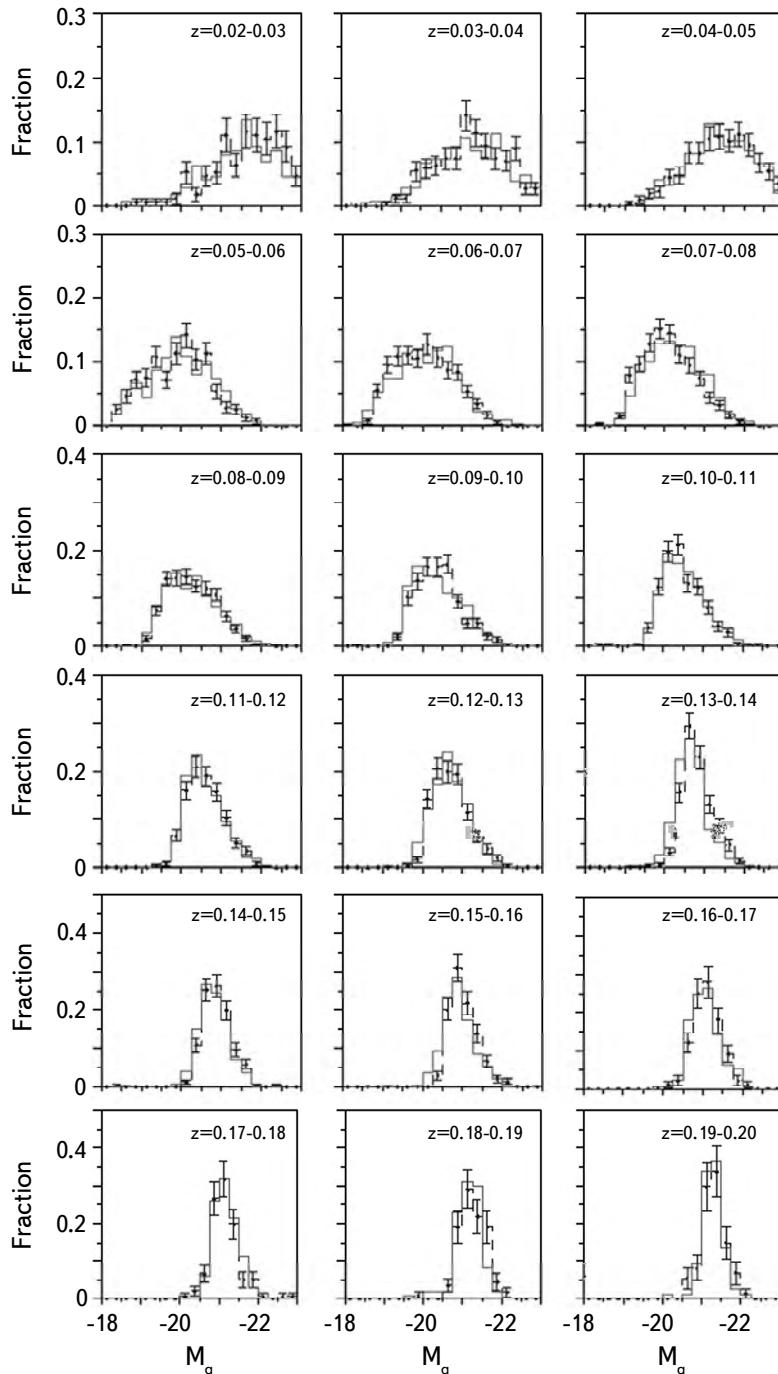


Fig.2. As Fig.1 but for g -band absolute magnitude distribution at both extremes of density in different redshift bins.

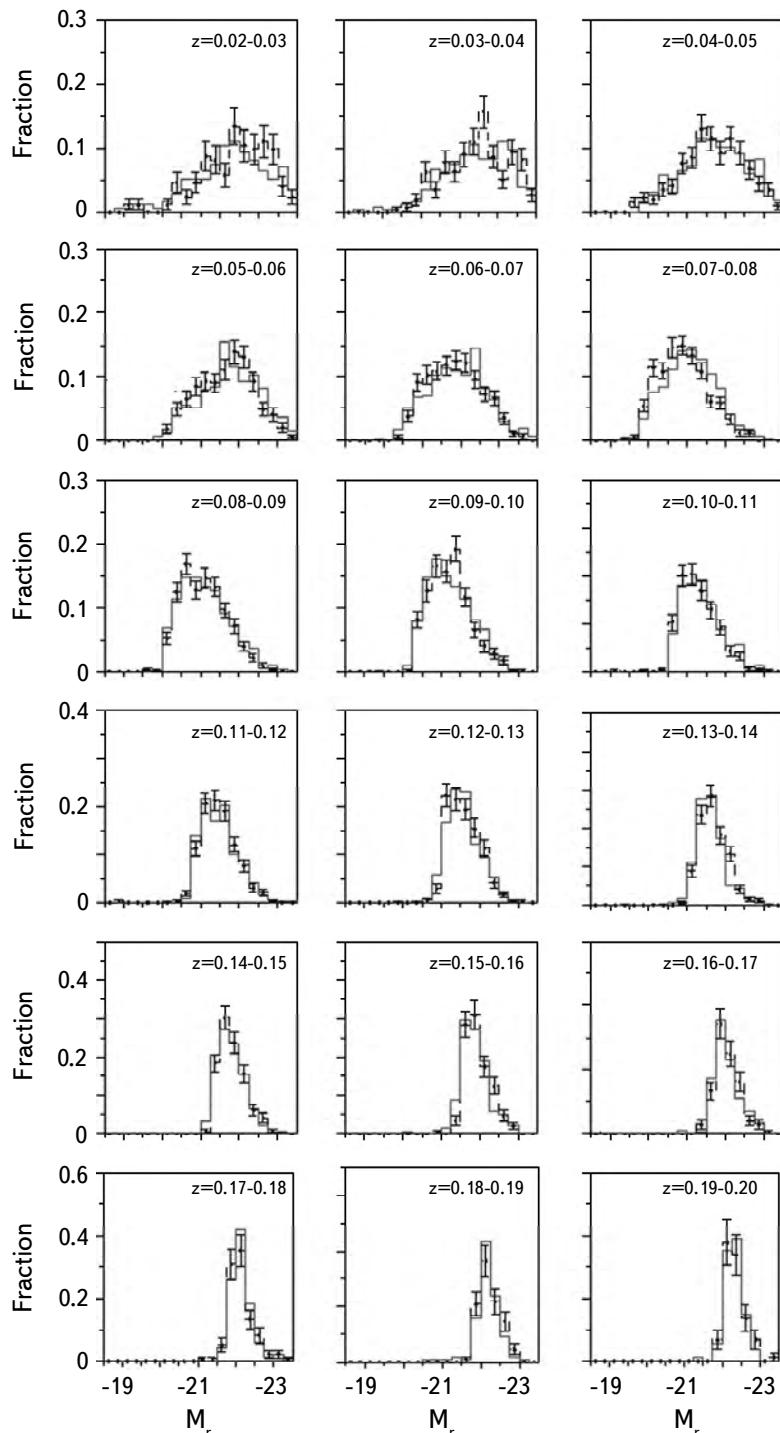


Fig.3. As Fig.1 but for r -band absolute magnitude distribution at both extremes of density in different redshift bins.

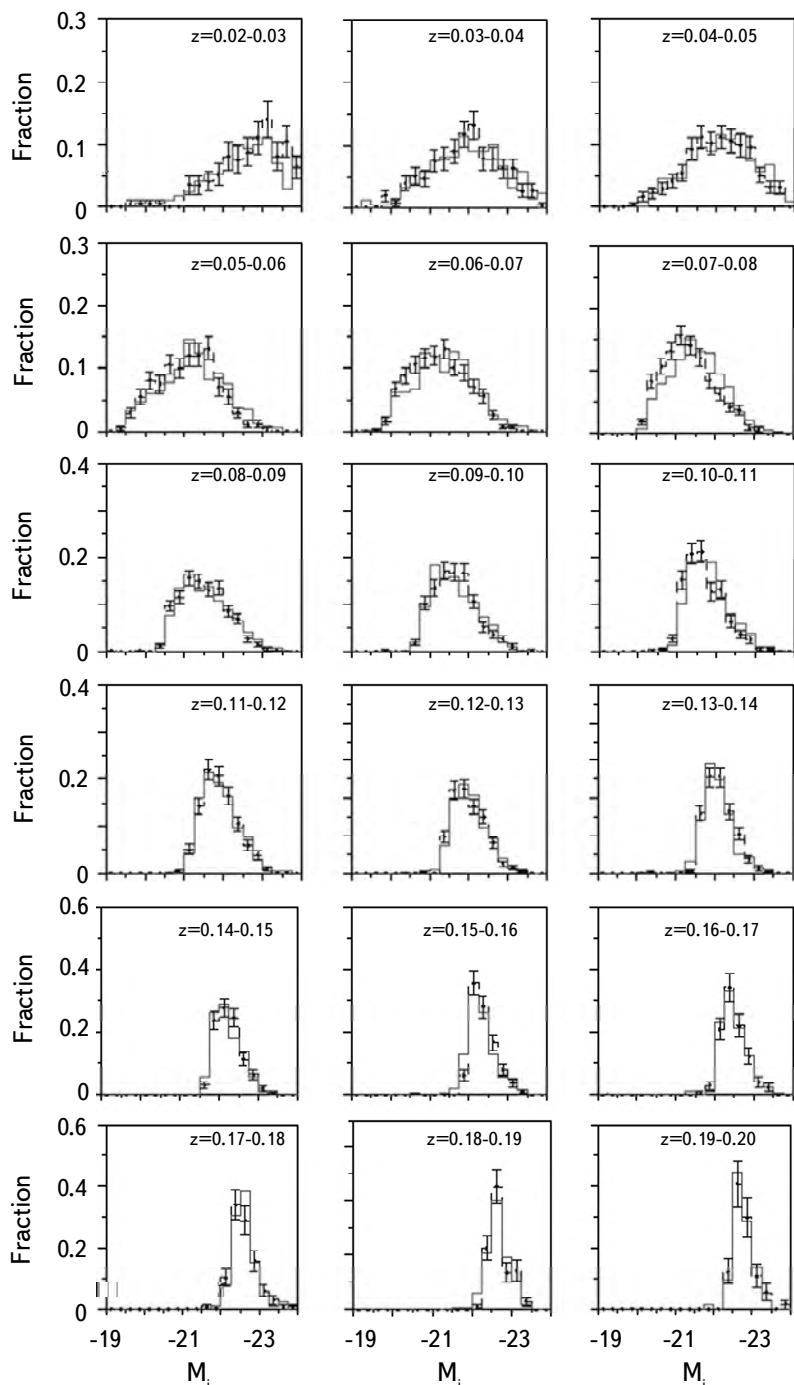


Fig.4. As Fig.1 but for i -band absolute magnitude distribution at both extremes of density in different redshift bins.

universe, while faint galaxies are located preferentially in low density regions, which is consistent with the conclusion obtained by Deng & Zou [19]. Deng [20]

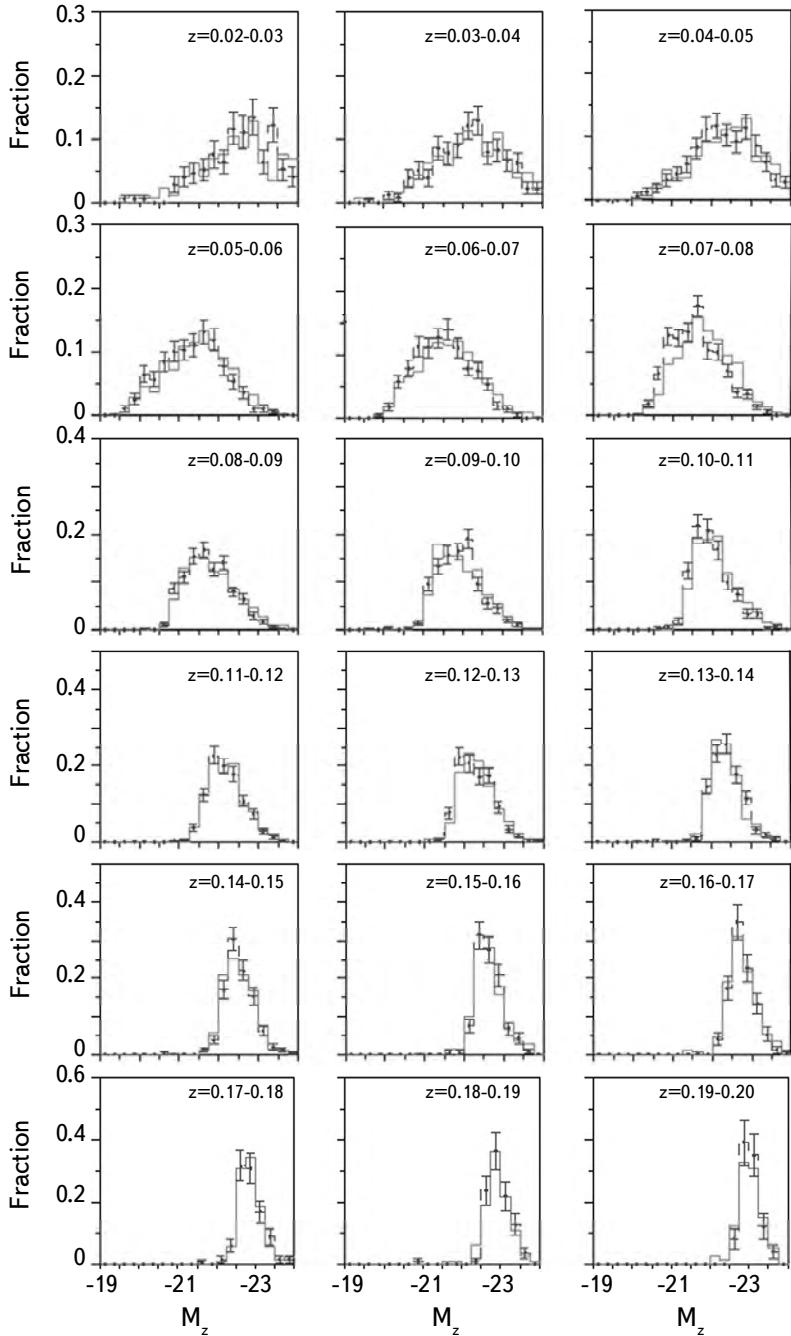


Fig.5. As Fig.1 but for z -band absolute magnitude distribution at both extremes of density in different redshift bins.

also observed that the environmental dependence of all the five band luminosities nearly are the strongest in the redshift bin $0.07 \leq z \leq 0.08$, in which a super-large-scale structure exists (Gott et al. [30]; Deng et al. [31]). It is noteworthy that luminous galaxies in M_u (the u -band absolute magnitude) exist preferentially in low density regions of the universe, while faint galaxies in M_u are located preferentially in high density regions, especially in the redshift range $0.05 \leq z \leq 0.10$, which is opposite to widely accepted conclusion.

In faint volume-limited Main galaxy sample, galaxy age still strongly depend on environment [32], but in the faint volume-limited AGN host galaxy sample, the environmental dependence of the age is fairly weak (Deng & Wen [26]). Zheng et al. [33] analysed the stellar age and metallicity distributions for 1105 galaxies on the SDSS-IV MaNGA (Mapping Nearby Galaxies at APO) (Bundy et al. [34]) integral field spectra, and also observed that the galaxy age depends on local density. Thus, Deng & Wen [26] believed that the environmental dependence of the age of AGN host galaxies is likely different from the one of general galaxies. Here, we again note that the environmental dependence of all the five band luminosities of AGN host galaxies is different from the one of general galaxies.

4. Summary. In this study, we use the apparent-magnitude limited AGN sample of the SDSS DR12 [21] which contains 122923 AGN host galaxies and investigate the environmental dependence of u -, g -, r -, i - and z -band luminosities of active galactic nucleus (AGN) host galaxies. Following Deng [20], we divide the whole apparent-magnitude limited AGN sample into many subsamples with redshift binning size $\Delta z = 0.01$, and analyse the environmental dependence of all the five band luminosities of subsamples in each redshift bin. As shown by Figs.1-5, overall, all the five band luminosities of AGN host galaxies are weakly correlated with the local environment. We also perform the Kolmogorov-Smirnov (KS) test. Statistical result is in good agreement with the conclusion obtained by the histogram figures.

Acknowledgements. This study was supported by the National Natural Science Foundation of China (NSFC, Grant 11533004, 11563005).

Funding for SDSS-III has been provided by the Alfred P. Sloan Foundation, the Participating Institutions, the National Science Foundation, and the U.S. Department of Energy. The SDSS-III web site is <http://www.sdss3.org/>.

SDSS-III is managed by the Astrophysical Research Consortium for the Participating Institutions of the SDSS-III Collaboration including the University of Arizona, the Brazilian Participation Group, Brookhaven National Laboratory, University of Cambridge, University of Florida, the French Participation Group, the German Participation Group, the Instituto de Astrofisica de Canarias, the

Michigan State/Notre Dame/JINA Participation Group, Johns Hopkins University, Lawrence Berkeley National Laboratory, Max Planck Institute for Astrophysics, New Mexico State University, New York University, Ohio State University, Pennsylvania State University, University of Portsmouth, Princeton University, the Spanish Participation Group, University of Tokyo, University of Utah, Vanderbilt University, University of Virginia, University of Washington, and Yale University.

School of Science, Nanchang University, Jiangxi,
China, e-mail: xinfadeng@163.com

ЗАВИСИМОСТЬ СВЕТИМОСТЕЙ РОДИТЕЛЬСКИХ ГАЛАКТИК AGN В ПЯТИ ПОЛОСАХ ОТ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

ЮН СИНЬ, КСИН-ФА ДЭНГ

Используя выборку родительских галактик AGN с ограниченной видимой величиной из Sloan Digital Sky Survey Data Release 12 (SDSS DR12), мы исследовали зависимость светимостей в u , g , r , i и z полосах от окружающей среды родительских галактик AGN. Мы разделили всю выборку AGN с ограниченной видимой величиной на множество подвыборок с размером биннинга красного смещения $\Delta z = 0.01$ и анализировали зависимость светимостей в пяти полосах от окружающей среды для подвыборок в каждой ячейке красного смещения. Оказалось, что для всех пяти полос светимости родительских галактик AGN слабо коррелируют с местным окружением.

Ключевые слова: галактики: фундаментальные параметры - галактики: статистика

REFERENCES

1. A.Dressler, I.B.Thompson, S.A.Shectman, *Astrophys. J.*, **288**, 481, 1985.
2. C.J.Miller, R.C.Nichol, P.L.Gómez *et al.*, *Astrophys. J.*, **597**, 142, 2003.
3. X.F.Deng, J.Song, Y.Q.Chen *et al.*, *Astrophys. J.*, **753**, 166, 2012.
4. Y.Komiya, Y.Shirasaki, M.Ohishi *et al.*, *Astrophys. J.*, **775**, 43, 2013.
5. R.I.Davies, E.K.S.Hick, P.Erwin *et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **466**,

- 4917, 2017.
6. *C.Bornancini, D.García Lambas*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **479**, 2308, 2018.
 7. *E.Koulouridis, I.Bartalucci*, Astron. Astrophys., **623**, 10, 2019.
 8. *H.Y.Liu, W.J.Liu, X.B.Dong et al.*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **243**, 21, 2019.
 9. *C.Park, M.S.Vogeley, M.J.Geller et al.*, Astrophys. J., **431**, 569, 1994.
 10. *M.R.Blanton, D.W.Hogg, N.A.Bahcall et al.*, Astrophys. J., **594**, 186, 2003.
 11. *M.R.Blanton, D.Eisenstein, D.W.Hogg et al.*, Astrophys. J., **629**, 143, 2005.
 12. *A.Zandivarez, H.J.Martínez, M.E.Merchán et al.*, Astrophys. J., **650**, 137, 2006.
 13. *S.D.M.White, M.Davis, G.Efstathiou et al.*, Nat, **330**, 451, 1987.
 14. *G.Kauffmann, A.Nusser, M.Steinmetz*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **286**, 795, 1997.
 15. *P.Norberg, C.M.Baugh, E.Hawkins et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **328**, 64, 2001.
 16. *S.Folkes, S.Ronen, I.Price et al.*, (the 2dFGRS team), Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **308**, 459, 1999.
 17. *X.F.Deng, J.Z.He, X.Q.Wen*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **395**, L90, 2009.
 18. *N.M.Ball, J.Loveday, R.J.Brunner et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **373**, 845, 2006.
 19. *X.F.Deng, S.Y.Zou*, Astron. Nachr., **332**, 202, 2011.
 20. *X.F.Deng*, Astron. J., **143**, 15, 2012.
 21. *M.A.Strauss, D.H.Weinberg, R.H.Lupton et al.*, Astron. J., **124**, 1810, 2002.
 22. *S.Alam, F.D.Albareti, C.Allende Prieto et al.*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **219**, 12, 2015.
 23. *J.Brichmann, S.Charlot, S.D.M.White et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **351**, 1151, 2004.
 24. *G.Kauffmann, T.M.Heckman, C.Tremonti et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **346**, 1055, 2003.
 25. *L.J.Kewley, C.A.Heisler, M.A.Dopita et al.*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **132**, 37, 2001.
 26. *X.F.Deng, X.Q.Wen*, RMxAA, **56**, 87, 2020.
 27. *T.Goto, C.Yamauchi, Y.Fujita et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 346, 601, 2003.
 28. *M.Balogh, I.K.Baldry, R.Nichol et al.*, Astrophys. J., **615**, L101, 2004a.
 29. *M.Balogh, V.Eke, C.Miller et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **348**, 1355, 2004b.
 30. *J.R.Gott, M.Juric, D.Schlegel et al.*, Astrophys. J., **624**, 463, 2005.
 31. *X.F.Deng, Y.Q.Chen, Q.Zhang et al.*, ChJAA, **6**, 35, 2006.
 32. *X.F.Deng*, BASI, **42**, 59, 2014.
 33. *Z.Zheng, H.Wang, J.Ge et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **465**, 4572, 2017.
 34. *K.Bundy, M.A.Bershady, D.R.Law et al.*, Astrophys. J., **798**, 7, 2015.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64

НОЯБРЬ, 2021

ВЫПУСК 4

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗВЕЗДЫ AY LAC, ВЗРЫВНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ТИПА WZSGE, МЕТОДАМИ МНОГОЦВЕТНОЙ ФОТОМЕТРИИ

С.Ю.ШУГАРОВ^{1,2}, М.Д.АФОНИНА^{2,3}, А.В.ЖАРОВА²

Поступила 14 июля 2021

Принята к печати 20 октября 2021

Во время вспышки карликовой новой AY Lac в октябре 2020г. авторами было получено 2250 *UBVRcIc*-наблюдений переменной. Анализ полученных фотометрических рядов показал, что у исследуемой звезды типа SUWZ наблюдались сверхгорбы как ранние, так и на стадии "B", периоды которых составляли 0^d.058074 и 0^d.059418 суток, соответственно. Исследовано изменение формы сверхгорбов в течение вспышки, были найдены значения $P_{\text{dot}} = \dot{P} / P = 6.6 \cdot 10^{-5}$, избыток периода $\epsilon = 0.024$, оценено наиболее вероятное отношение масс компонентов $q = 0.11$, а также цветовые температуры и ряд других величин. Показано, что AY Lac является типичной звездой типа WZ Sge по всем изученным характеристикам.

Ключевые слова: *AY Lac: Катализмические переменные: аккреционные диски: сверхгорбы: колориметрия*

1. *Звезды типа SU UMa. Общие положения.* Катализмические или взрывные переменные звезды (КП) - тесные двойные системы, первичный компонент - это белый карлик (БК), вторичный - красный карлик позднего спектрального класса, который заполняет свою полость Роша.

Вследствие этого вещества от вторичного компонента через внутреннюю точку Лагранжа L1 аккрецирует на белый карлик. Аккреционная струя не падает непосредственно на БК, а закручивается в направлении орбитального движения и вокруг БК формируется аккреционный диск. Как правило, диск и яркие образования на нем вносят наибольший вклад в оптическое излучение, идущее от системы. На кривой блеска появляются вспышки, волнобразные изменения, депрессии и другие эффекты (см., например, статьи [1-4]).

Один из подклассов КП - звезды типа SU UMa и их подтипы - переменные типа ER UMa и WZ Sge.

Для звезд типа SU UMa характерно наличие вспышек двух типов: нормальной и сверхвспышки. Нормальная вспышка длится всего несколько дней, имеет амплитуду 2-4 зв. вел., а сверхвспышка длится около двух недель и имеет большую амплитуду (примерно на 1-2 зв. вел.).

Наибольшую вспышечную амплитуду имеют звезды подтипа WZ Sge

(SUWZ), в некоторых случаях объект вспыхивает на 8-9 зв. вел. [5] и по фотометрическому поведению эти звезды отчасти похожи на классические новые. Однако вспышек с амплитудой до 19 зв. вел., как было, например, у классической новой V1500 Cyg [6,7], у звезд типа WZ Sge никогда не наблюдалось.

Средний интервал между последовательными сверхвспышками называется "сверхцикл". Обычные, нормальные вспышки происходят между сверхвспышками. У звезд подтипа WZ Sge обычных вспышек не наблюдается.

Звезды подтипа ER UMa имеют наиболее короткие сверхцикли, десятки дней, между которыми также происходят обычные вспышки. Амплитуда всех видов вспышек у звезд этого подкласса самая минимальная для звезд типа SU UMa и составляет несколько зв. вел. [8-11].

Во время сверхвспышек эти объекты показывают колебания блеска, называемые сверхгорбами. Они имеют синусоидальную форму, их амплитуда меняется, достигая, как правило, 0.2 зв. вел., однако изредка наблюдаются волны с амплитудой до 0.4 зв. вел. Сверхгорбы делятся на три стадии [12]: стадия "A" - ранняя эволюция, в течение которой возрастает их амплитуда и наблюдается постоянный и более продолжительный их период, чем на стадии "B". Во время стадии "B" сверхгорбы наиболее четко выражены, их период определяется с наилучшей точностью, в течение этой стадии длина периода изменяется по времени приблизительно по параболическому закону. Для численной характеристики этого изменения вычисляется величина P_{dot} , показывающая скорость изменения периода за период \dot{P}/P . Для систем с коротким орбитальным периодом эта величина обычно положительная. Финальная стадия сверхвспышки "C" показывает менее четкие сверхгорбы, амплитуда их обычно уменьшается, а значение периода становится меньше, чем на стадии "B".

В большинстве случаев период таких сверхгорбов на несколько процентов больше, чем орбитальный период и наблюдаемые вариации блеска называют "положительными" сверхгорбами. Если же период сверхгорбов немного меньше орбитального, то такие колебания блеска называют "отрицательными сверхгорбами". Далее будет более подробно описан механизм этого явления.

У некоторых звезд подтипа WZ Sge после основной сверхвспышки могут происходить повторные эхо-вспышки или ребрайтенинги с меньшей амплитудой и продолжительностью. Так, например, у звезды EZ Lyn наблюдалось 11 ребрайтенингов [13,14], у TCPJ18154219+3515598 - 10 [15]. По 6 ребрайтенингов было у ASASSN-18fk и V1006 Cyg [16,17].

У этих звезд на начальной стадии вспышки наблюдаются также "ранние сверхгорбы", это их отличительная особенность от звезд типа SU UMa [5]. Подробнее природа "ранних сверхгорбов" будет описана в разделе 2.

2. Физические процессы, происходящие во время сверхспышек.

Во время сверхспышки, имеющей большую энергетику, форма диска искажается и он становится эллиптическим.

Для объяснения такого поведения карликовых новых типа SU UMa, Осаки [27] объединил механизм тепловой нестабильности с приливной нестабильностью (модель TTI), открытой Вайтхерстом [18], и объясняющей сверхгорбы. Осаки подчеркивает, что данная модель не требует усиления переноса вещества от вторичного компонента во время сверхспышки. В этой модели для системы с малым отношением масс ($M_2/M_1 = q \leq 0.25$) радиус диска может достичь такого значения, что орбитальный период в системе будет относиться к периоду обращения физической точки на диске как 3:1. Из-за такого соотношения периодов наступает резонансное вращение: в это время эксцентрическая неустойчивость становится более выраженной, повышенная турбулентность увеличивает обмен масс и начинается мощная сверхспышка.

Большая полуось диска медленно прецессирует в направлении вращения системы с периодом в несколько дней [18,19]. Согласно математическому моделированию, проведенному авторами этих статей, излучающая область на внешних частях диска образуется от одновременного пересечения внешних эллиптических и внутренних круговых орбит физических точек (фактически газовых потоков), вращающихся по кеплеровым орбитам вокруг БК. Вследствие этого излучение из области соударения также изменяется, что мы и наблюдаем как явление сверхгорбов [5,12,18,19,27].

В итоге одинаковая конфигурация эллиптического прецессирующего диска, горячего образования на нем и орбитальной фазы повторяется через интервал времени, равный периоду сверхгорбов P_{sh} :

$$\frac{1}{P_{sh}} = \frac{1}{P_{orb}} - \frac{1}{P_{prec}},$$

(аналог сидерического и синодического периодов).

Однако у некоторых карликовых новых наблюдаются вариации блеска, период которых немного меньше орбитального. Такие колебания блеска называются "отрицательными сверхгорбами" [20-23].

Происхождение отрицательных сверхгорбов можно объяснить наклонным к оси вращения аккреционным диском, у которого происходит еще и явление нутации (см. [8] с.3). Причина появления отрицательных сверхгорбов состоит в том, что горячая излучающая область образуется на внутренней части диска, а не на его краю. Такое изменение локации горячей области также вызывает изменение количества высвобождаемой энергии и, следовательно, ее светимости на диске. Комбинация движений в системе, связанная с

орбитальным периодом, обратной прецессией и нутацией, может дать эффект отрицательных сверхгорбов.

Объектов, показывающих "отрицательные сверхгорбы", на порядок меньше, чем систем с "положительными" сверхгорбами, и их изучение представляет особый интерес [24-26].

Отметим, что разработаны также и немного отличающиеся от модели ТТИ теории, объясняющие наблюдаемые процессы (см. [28-33]).

Наличие ранних сверхгорбов у звезд типа WZ Sge Kato [5] объясняет тем, что эти системы имеют низкое отношение масс. В этом случае, вследствие геометрии полости Роша, размер диска может расширяться до резонансного значения 2:1. Этот резонанс более сильный, чем описанный ранее 3:1. В случае достижения диском этого радиуса возникают двухрукавные или двухспиральные волны плотности на диске, и на кривых блеска могут появиться двугорбые модуляции волны с периодом, равным орбитальному. Далее диск уменьшается, этот резонанс теряется, но наступает резонанс 3:1, вызывающий обычные сверхгорбы.

3. Краткая история исследований AY Lac. Хотя переменность AY Lac (207.1928) была открыта в 1928г. [34], долгое время природа этой переменной не была понятна. Большую часть времени объект был невидим на архивных фотопластинках. Звезда была видна в течение короткого времени в 1927, 1943 и в 1966гг. Переменную считали либо UG, либо типа Миры Кита, либо Новой. Подробную историю исследований можно прочитать в статье [35]. Авторы указали, что AY Lac является предположительно карликовой новой типа WZ Sge.

8 октября 2020г. произошла последняя вспышка AY Lac. Согласно сообщению Patrick Wiggins (vsnst-alertNo 24778), 7 октября звезда не была обнаружена на снимках патрульной камеры (предел около 17^m). На следующий день блеск AY Lac достиг примерно g=13^m.8 в системе SDSS. 21 октября Tonny Vanmunster (vsnet-alertNN 24824 и 24825) объявил об обнаружении сверхгорбов с возможным периодом 0^d.0595 или суточной гармоникой к нему 0^d.0766. Также у объекта находили период сверхгорбов с периодом 0^d.0568.

4. Наблюдения. С 8 октября 2020г., когда блеск AY Lac достиг ~14^m, был проведен фотометрический мониторинг.

Первые две ночи, 8/9 и 9/10 октября 2020г., *UBVRcIc*-мониторинг был проведен с помощью телескопа Цейсс-600 (диаметр зеркала 60 см, фокус - 7.5м) Астрономического института Словацкой АН, оснащенного ПЗС-матрицей FLI ML3041. Дальнейшие наблюдения проводились с 11 до 24 октября на Крымской станции МГУ-ГАИШ с помощью такого же телескопа в полосах *BVRcIc* с использованием ПЗС-камеры FLI-39000. Обработка всех кадров

проводилась методом апертурной фотометрии программой MAXIM-DL5 и собственных алгоритмов. Было выбрано 9 опорных звезд, наиболее близких по цвету к AY Lac. Карта окрестностей показана на рис.1. Величины опорных звезд были привязаны к стандартам вокруг Z And [36]. Также были учтены B , V величины для AY Lac из базы данных AAVSO. Отметим, что, к сожалению, привязка была произведена только в одну ночь 9/10 октября 2020г. и поэтому, возможно, осталось небольшое систематическое уклонение между найденными звездными величинами опорных звезд (и, соответственно,

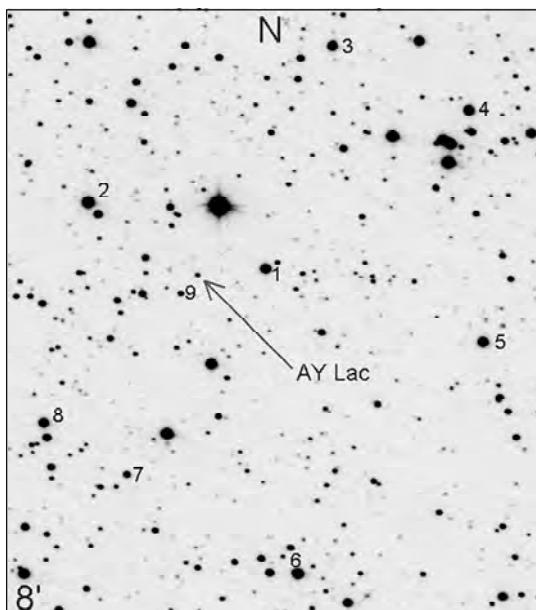


Рис.1. Карта окрестностей и контрольные звезды сравнения (см. табл.1)

Таблица 1

ЗВЕЗДНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ ОКРЕСТНЫХ ЗВЕЗД

No	U	B	V	Rc	Ic	$B-V$
1	13.40	13.350	12.890	12.620	12.380	0.460
2	12.51	12.426	12.076	11.901	11.713	0.350
3	14.00	13.888	13.251	12.888	12.568	0.636
4	13.71	13.634	13.007	12.681	12.375	0.627
5	13.47	13.421	12.847	12.540	12.247	0.574
6	13.02	12.940	12.498	12.210	11.973	0.442
7	15.26	15.260	14.674	14.334	14.022	0.586
8	13.61	13.542	13.081	12.844	12.609	0.461
9	16.30	16.168	15.488	15.120	14.780	0.680

Таблица 2

ЖУРНАЛ НАБЛЮДЕНИЙ

JD	<i>U</i>	NU	<i>B</i>	NB	<i>V</i>	NV	<i>Rc</i>	NR	<i>Ic</i>	NI
59131.43	13.168	86	14.059	140	13.991	138	14.019	218	14.098	131
59132.45	13.511	26	14.363	29	14.314	80	14.311	92	14.348	27
59134.49	-	-	-	-	-	-	14.767	126	-	-
59135.34	-	-	15.031	31	14.959	30	14.897	151	14.916	28
59136.39	-	-	15.209	61	15.118	59	15.072	60	15.066	60
59137.39	-	-	15.364	61	15.262	62	15.216	62	15.225	61
59138.45	-	-	15.541	26	15.432	26	15.370	25	15.346	24
59139.38	-	-	15.636	50	15.525	50	15.466	50	15.447	49
59141.36	-	-	-	-	-	-	15.598	83	-	-
59142.29	-	-	15.902	24	15.797	23	15.713	23	15.682	23
59143.41	-	-	16.055	6	15.919	6	15.829	107	15.835	6
59145.39	-	-	16.255	50	16.110	51	16.028	51	-	-
59146.40	-	-	16.397	49	16.210	49	16.136	49	16.085	46
59147.27	-	-	-	-	-	-	16.177	99	-	-

самой переменной) и стандартной $UBVRcIc$ системой Джонсона-Кузенса.

В табл.1 приведены вычисленные нами величины стандартных звезд вокруг AY Lac, которые отмечены на рис.1.

Сводка всех наблюдений показана в табл.2, где указана средняя звездная величина в ночь и количество кадров в полосах $UBVRcIc$.

5. Цветовые вариации. На рис.2 показаны кривая блеска в полосах *V* и *Rc* (нижняя часть рисунка) по нашим и AAVSO данным, а также изменения показателей цвета (верхняя часть), но только по нашим наблюдениям. На график нанесено среднее измерение в течение ночи из табл.2. Виден монотонный спад блеска после вспышки и увеличение (т.е. покраснение) показателей цвета $B - V$, $V - Rc$ и $Rc - Ic$. Отметим, что подобное поведение является характерным для большинства КП [37-45].

На карте паломарского атласа в синих лучах на месте AY Lac (для координат RA = $22^{\text{h}}22^{\text{m}}22^{\text{s}}.17$; Decl. = $+50^{\circ}23'40".1$, J2000) видна слабая звезда ~ 21 зв. вел. На красной карте на этом же месте с трудом на фоне шумов различима очень слабая звезда, вероятно $21-22$ зв. вел. Таким образом, амплитуда вспышки составила 7 зв. вел.

На рис.3 показано положение AY Lac во время вспышки на диаграмме $U-B / B-V$. Также на рисунке нанесена линия главной последовательности со спектральными классами, линия абсолютно черного тела с температурой в градусах Кельвина, окрестные звезды из табл.1. По расположению окрестных звезд можно оценить величину межзвездного покраснения. Видно, что оно

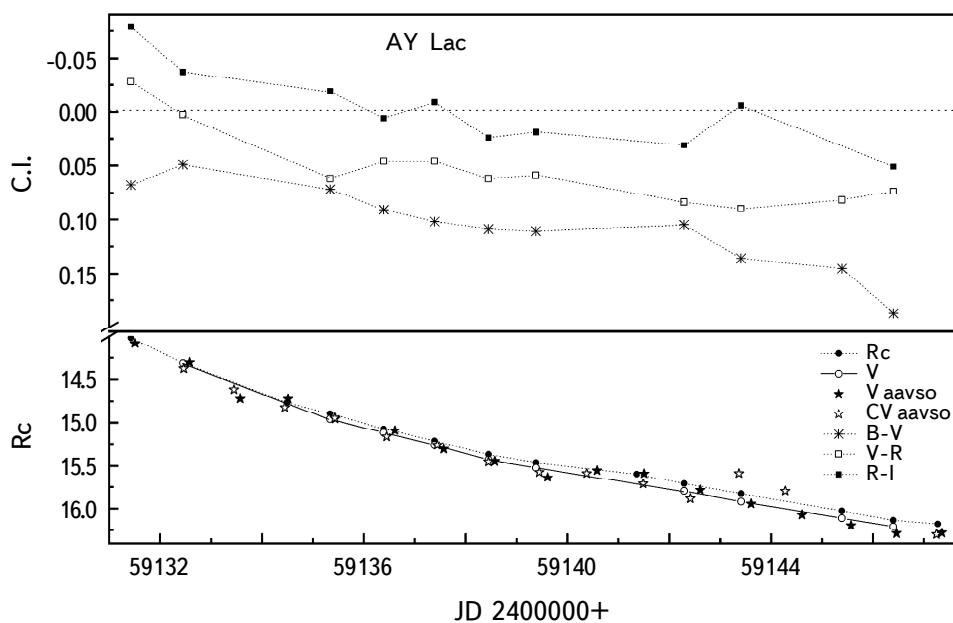


Рис.2. Кривая блеска в полосах V и Rc и показателей цвета в течение вспышки. Нанесены средние за ночь величины по нашим и AAVSO данным.

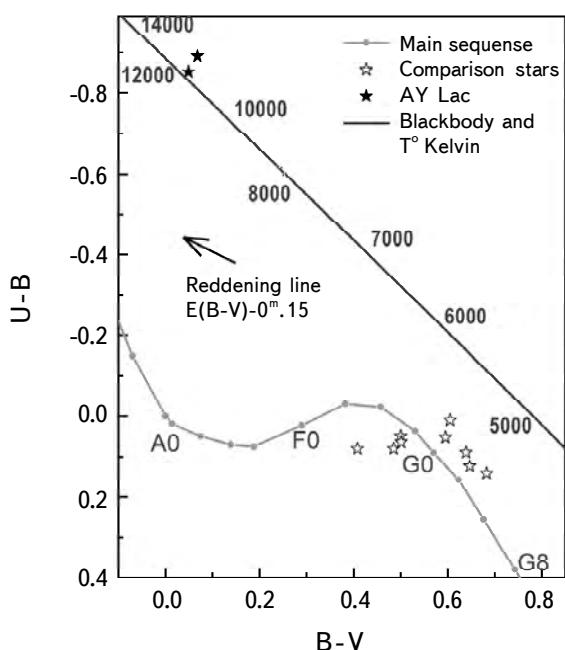


Рис.3. Двухцветная диаграмма $B-V/U-B$. Нанесены: линия главной последовательности, абсолютно черного тела, положение AY Lac во время вспышки. Подробнее объяснения см. в разделе 5.

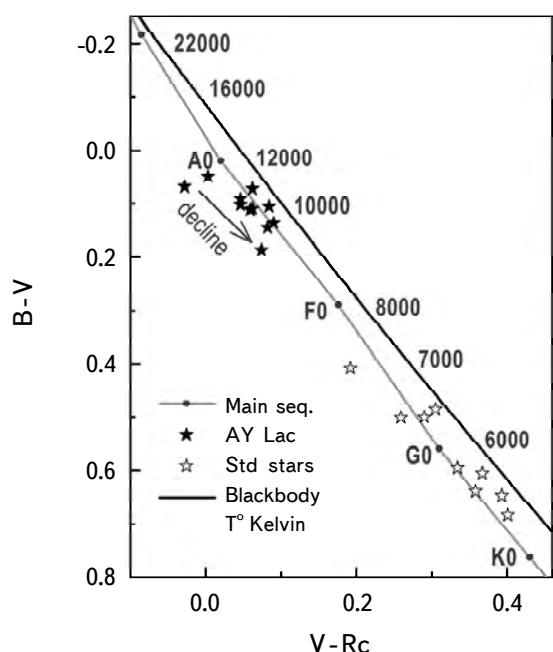


Рис.4. Двухцветная диаграмма $V-R_c/B-V$. Линии и символы такие же, как на рис.3. Стрелка "decline" показывает трек AY Lac от максимума вспышки до ее окончания.

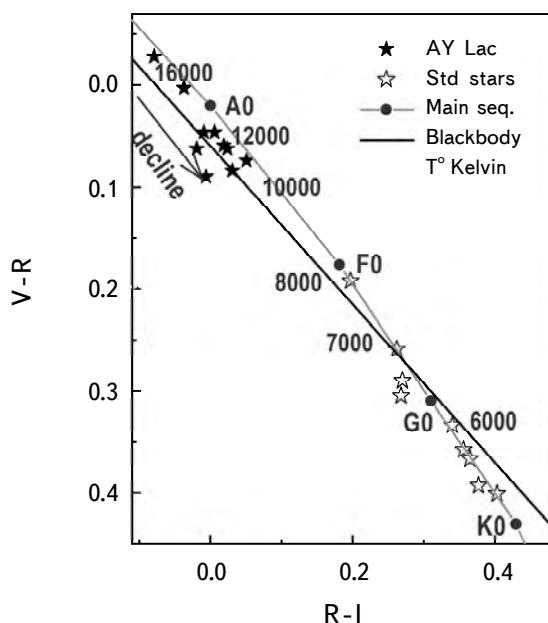


Рис.5. Двухцветная диаграмма $R_c-I_c/V-R_c$. Объяснения те же, что и на рис.4. Видно уменьшение цветовой температуры.

невелико, $E(B - V) \sim 0^m.15$, длина и направление стрелки на рис.3 соответствует этому покраснению. Для иных показателей цвета при стандартном галактическом покраснении этот избыток будет еще меньше. Цветовую температуру во время вспышки с учетом покраснения можно оценить как ~ 15000 К.

На рис.4-5 показано положение AY Lac и опорных звезд на диаграммах $B-V/V-R$, $V-R/R-I$. На этих диаграммах видно, что цветовая температура во время вспышки достигала также 14-16 тыс. Кельвина, однако в конце нашего сета наблюдений опустилась до 10-12 тысяч градусов. За это время звезда ослабла на 2 зв. вел. (см. рис.2). Для сравнения напомним, что цветовая температура для других звезд типа WZ Sge изменялась в похожих пределах [10,40,46,47]. Таким образом, наши многоцветные наблюдения показали, что изменение цветовой температуры является типичным для взрывных переменных.

6. Эволюция сверхгорбов. В первые дни после начала вспышки, пока не сформировался эллиптический диск, у звезд типа WZ Sge могут наблюдаться ранние сверхгорбы, период которых близок или равен орбитальному (при резонансе 1:2, см. раздел 2). Для выявления периодической составляющей мы объединили наблюдения в $BVRcIc$ -полосах в общий суммарный ряд, приведя

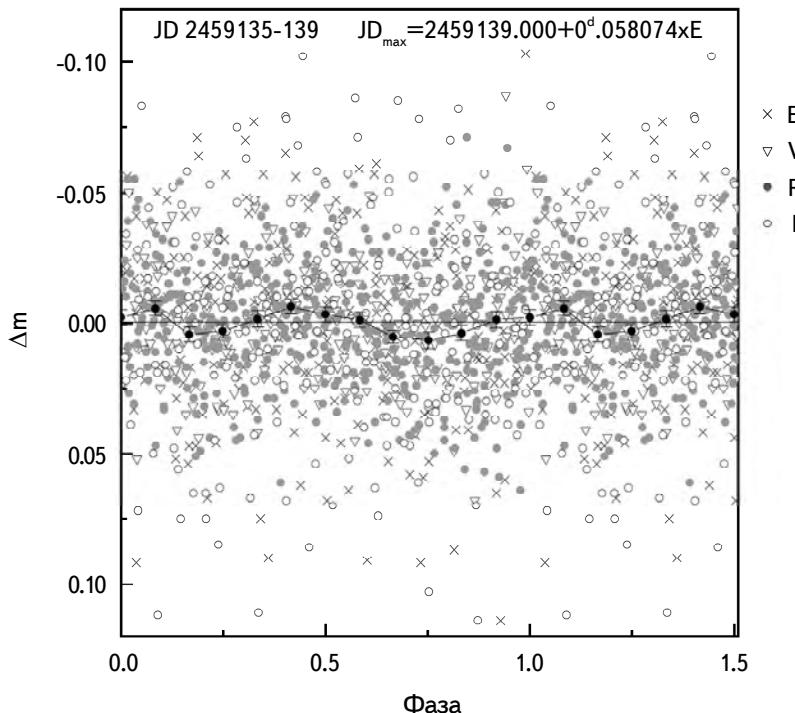


Рис.6. Ранние сверхгорбы, различные цветовые полосы показаны различными символами. Черные кружки с ошибками - усредненные по фазам данные. Видна двойная волна за период с малой амплитудой (около 0.02 зв. вел.).

разные уровни блеска и звездную величину в различных фильтрах в течение ночи в среднем к нулю, т.е. нами был учтен тренд во время падения блеска после вспышки. В итоге, в наших суммированных рядах относительный блеск переменной изменялся вокруг нулевой величины во всех полосах и может быть проанализирован различными алгоритмами поиска периодов.

Временной анализ не показал никаких периодических вариаций блеска в самые первые дни после начала вспышки, т.е. в JD 2459131-134. Далее, в JD 2459135-139 Фурье-анализ определяет с небольшой полуамплитудой около $0^m.01-0^m.02$ изменяющийся сигнал с периодом $0^d.029037$. Мы видим "ранние сверхгорбы", которые представляют собой двойную волну за период, т.е. в нашем случае истинный период вдвое больше найденного методом Фурье-анализа и равен $0^d.058074$ суток. Свертка с этим периодом показана на рис.6. Несмотря на большую дисперсию данных, этот период определяется уверенно. Можно предположить, что это и есть орбитальный период в данной тесной двойной системе.

Начиная с JD 2459141, наши наблюдения показали, что в системе появились сверхгорбы стадии "B". В этот момент начинает проявляться наиболее четко резонанс 3:1 (см. раздел 2). Однако данные из AAVSO показали, что в JD 2459140 у системы уже появились сверхгорбы. Как видно, после стадии ранних сверхгорбов фактически сразу наступили сверхгорбы стадии "B". Вероятно стадия "A" была очень скоротечной, менее одних суток, что действительно наблюдается в некоторых случаях у подобных КП (см. рис.22 в [5]). Найденный факт хорошо дополняет эту эмпирическую зависимость между отношением масс и длительностью стадии "A" в области наиболее короткопериодических систем типа WZ Sge.

В JD 2459143 форма сверхгорбов была самая четкая, в дальнейшем свертка начала размазываться, амплитуда и стабильность горбов уменьшилась, однако прослеживалась до конца нашего мониторинга до JD 2459147. На рис.7 показаны свертки, выполненные со средним периодом сверхгорбов с одной и той же начальной эпохой:

$$JD_{\max_hel} = 2459141.369 + 0^d.059418(4)E. \quad (1)$$

На кривых видно смещение момента максимума сверхгорба относительно эфемериды для разных ночей, что свидетельствует об изменении его периода.

Для более точного нахождения закономерности изменения периода сверхгорбов мы построили график остатков О-С для наших данных, а также для ночи JD 2459140, взятых из базы данных AAVSO. Для точности нахождения экстремума в случае нескольких наблюденных максимумов сверхгорбов в течение одной ночи мы брали среднюю величину О-С.

На рис.8 показан график изменения остатков О-С относительно

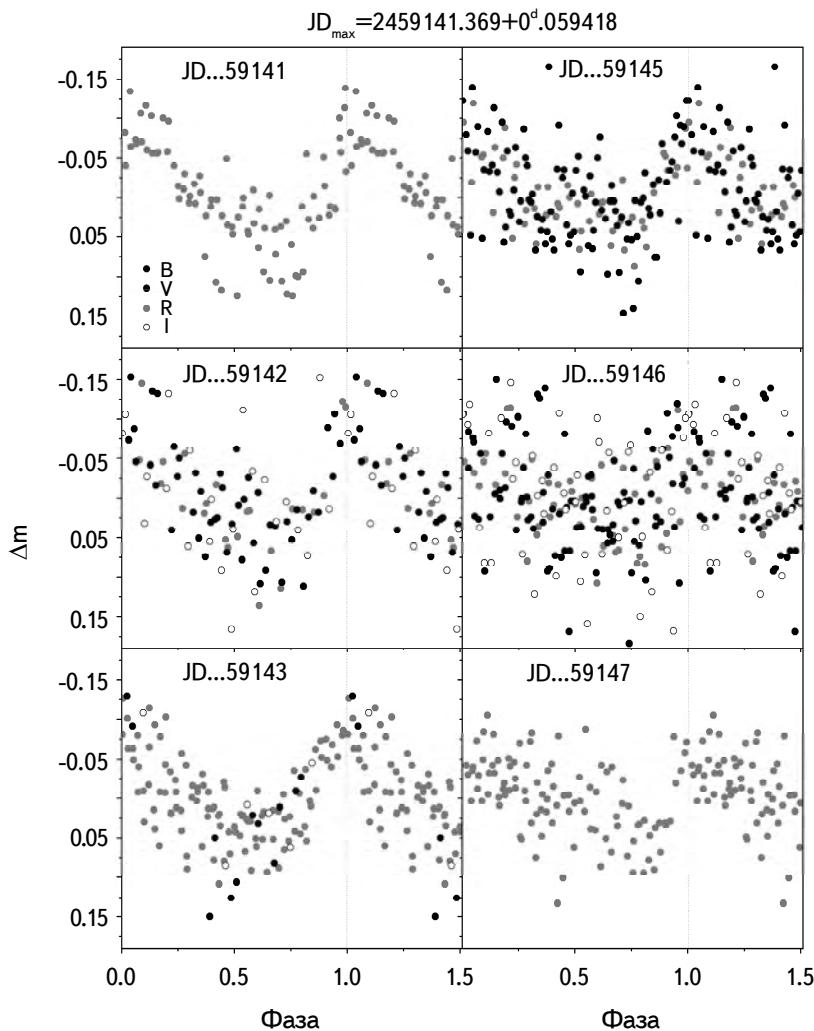


Рис.7. Сверхгорбы на стадии "В" для разных ночей и различных фотометрических полос. Видно изменение формы и дисперсии кривых, а также смещение максимума сверхгорба относительно средней эфемериды от ночи к ночи.

приведенных ранее элементов (формула 1), причем индекс "E" показывает число циклов, прошедших от принятой нами начальной эпохи, соответствующей максимуму сверхгорба.

Такой параболический ход остатков О-С почти всегда наблюдается у звезд типа SU UMa и WZ Sge на этой стадии сверхгорбов. В нашем случае величина $P_{dot} = 6.6 \cdot 10^{-5}$, характеризующая скорость изменения периода, является характерной для звезд этого подкласса. В серии работ Като этот показатель был изучен для нескольких сотен звезд типа SU UMa и WZ Sge [12,48-50 и др.].

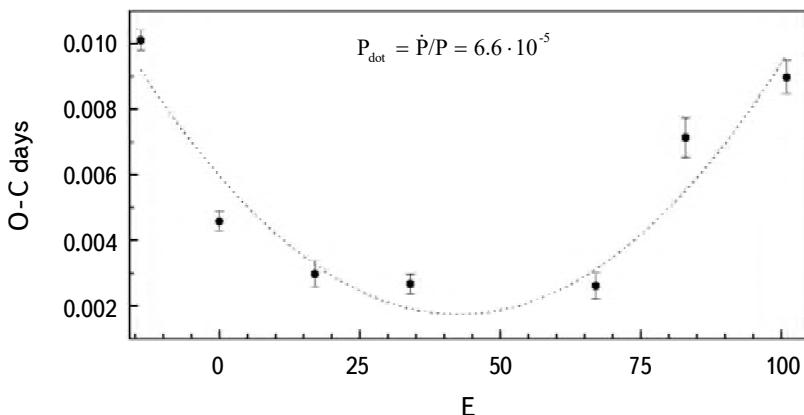


Рис.8. График остатков О-С во время сверхгорбов, стадия "В". Видна параболическая зависимость О-С от времени.

7. Отношение масс и оценка расстояния до системы. Зная орбитальный период и период сверхгорбов, можно рассчитать избыток периода сверхгорбов, это величина $\varepsilon = P_{sh}/P_{orb} - 1$. По нашим наблюдениям период сверхгорбов найден лишь для стадии "В" (Формула 1). Относительно этого периода мы находим, что $\varepsilon = 0.024$. В некоторых случаях для анализа используют чуть иную величину $\varepsilon^* = 1 - P_{orb}/P_{sh}$. В нашем случае $\varepsilon^* = 0.023$. Используя корреляцию, показанную на рис.7, в статье Като и Осаки [51] можно найти, что для стадии "В", для значения $\varepsilon = 0.024$ отношение масс компонентов $q = 0.10(\pm 0.015)$.

Существует менее точная корреляция отношения масс q от орбитального периода. Используя зависимость, показанную на рис.5 из [51], получаем $q = 0.09(\pm 0.030)$. Используя корреляцию $P_{dot} - q$ (см. [12], рис.29), мы находим, что $q = 0.12(\pm 0.02)$.

Среднее отношение масс, найденное по трем зависимостям, равно $q = 0.11(\pm 0.015)$. При таком отношении масс в системах резонанс 1:2 может реализоваться, вследствие этого мы наблюдали ранние сверхгорбы у AY Lac вскоре после начала сверхвспышки.

Согласно [52], абсолютная величина во время сверхвспышки звезд типа SU UMa в среднем составляет $M_V = 4^m.6(\pm 0.15)$, а средняя абсолютная величина во время стадии "плато" $M_V = 5^m.5(\pm 0.2)$. Видимая звездная величина AY Lac в момент сверхвспышки была $V = 14^m.0$, а средняя величина на стадии плато $V = 15^m.3$.

Для наших расчетов будем использовать величину межзвездного поглощения $Av = 3E(B - V) = 0^m.45$ (см. раздел 5). По этим значениям можно найти, что модуль расстояния во время вспышки составит $M - m = 9^m.0$. Для стадии плато находим, что $M - m = 9^m.4$. В итоге расстояние до системы,

оцененное по средней звездной величине на плато, получается ~ 750 пк, а по максимальному блеску ~ 650 пк. Поэтому сделаем вывод, что расстояние до AY Lac составляет 700 пк.

8. Основные выводы. В итоге мы подтвердили, что:

- данная звезда является типичной звездой типа WZ Sge с амплитудой вспышки около 7^m , а также:

- нашли период ранних сверхгорбов: $P = 0^d.058075(10)$,
- уточнили период сверхгорбов на стадии "B": $P = 0^d.059418(4)$,
- определили скорость изменения сверхгорбов, т.е. величину $P_{dot} = 6.6 \cdot 10^{-5}$

(стадия "B"),

- показали скоротечность (меньше 1 суток) стадии "A" сверхгорбов,
- нашли величину "избытка периода" $\varepsilon = 0.024$,
- оценили отношение масс в системе $q = 0.11(\pm 0.015)$,
- оценили расстояние до системы около $700(\pm 50)$ пк,
- оценили цветовую температуру во время вспышки в 14–16 тыс. град. Кельвина и около 10–12 тыс. град. Кельвина в конце вспышки.

Настоящая работа проделана при поддержке грантов Словацкой Академии VEGA 2/0030/21, APVV-20-0148, а также программой развития МГУ им. М.В.Ломоносова "Ведущие научные школы", проекта "Физика звезд, релятивистских объектов и галактик". Авторы благодарят рецензента статьи за важные замечания и поправки.

¹ Словацкая Академия Наук, Астрономический институт, Словакия

² Государственный Астрономический институт им. П.К.Штернберга, Московский Государственный Университет им. М.В.Ломоносова, Москва, Россия, e-mail: sg-53@yandex.ru

³ Московский Государственный университет им. М.В.Ломоносова, Физический факультет, Москва, Россия

STUDY OF THE AY Lac STAR, AN EXPLOSIVE VARIABLE OF THE WZ Sge TYPE, BY MULTICOLOR PHOTOMETRY METHODS

S.Yu.SHUGAROV^{1,2}, M.D.AFONINA^{2,3}, A.V.ZHAROVA²

During the outburst of the dwarf nova AY Lac in October 2020, the authors obtained 2250 *UBVRcIc* observations of this variable. An analysis of the obtained

photometric series showed that the investigated SUWZ-type star had both as early as the ordinary superhumps of "B" stage, the periods of which were $0^d.058074$ and $0^d.059418$ days, respectively. The change of the shape of the superhumps during the outburst was found, the values of $P_{\text{dot}} = \dot{P}/P = 6.6 \cdot 10^{-5}$, period excess $\varepsilon = 0.024$, the most probable component mass ratio $q = 0.11$, as well as color temperatures and other parameters were estimated. It is shown that AY Lac is a typical WZ Sge-type star by all found characteristics.

Keywords: *AY Lac:cataclysmic variables:accretion disks:superhumps:colorimetry*

ЛИТЕРАТУРА

1. *B.Warner*, Cataclysmic Variable Stars, Cambridge University Press, **28**, 1995.
2. *Y.Osaki*, Publ. Astron. Soc. Pacif., **108**, 39, 1996.
3. *C.Hellier*, Cataclysmic Variable Stars: How and Why they Vary (Berlin: Springer-Verlag), 2001.
4. *A.M.Cherepashchuk, N.A.Katysheva, T.S.Khruzina et al.*, Gordon and Breach Publ., Brussels, Belgium, 1996.
5. *T.Kato*, Publ. Astron. Soc. Japan, **67**, 108, 2015.
6. *M.Honda et al.*, IAUCirc., No 2826, 1975.
7. *V.Harevich et al.*, IAUCirc., No 2839, 1975.
8. *T.Ohshima, T.Kato, E.Pavlenko et al.*, Publ. Astron. Soc. Japan, **66**, 67, 2014.
9. *T.Kato, R.Ishioka, K.Isogai et al.*, Publ. Astron. Soc. Japan, **68**, 107, 2016.
10. *S.Yu.Shugarov, N.A.Katysheva, D.Chochol*, Astrophys. Space Sci., **363**, 100, 2018.
11. *J.Patterson, H.Uthas, J.Kemp et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **434**, 1902, 2013.
12. *T.Kato et al.*, Publ. Astron. Soc. Japan, **61**, S395, 2009.
13. *T.Kato, E.Pavlenko, M.Hiroyuki et al.*, Publ. Astron. Soc. Japan, **61**, 601, 2009.
14. *E.P.Pavlenko, S.Yu.Shugarov, N.A.Katysheva et al.*, ASP, proceedings of the conf. (7-11 August, 2006) in Leicester, UK. Ed. by R.Napiwotzki and M.R.Burleigh, San Francisco, **372**, 511, 2007.
15. *A.M.Zubareva, S.Yu.Shugarov, A.V.Zharova*, Proceedings of the acad. A.A.Boyarchuk Memorial Conference, INASAN Science. Ed. by D.V.Bisikalo and D.S.Wiebe. Moscow: Yanus-K, p.120, 2018.
16. *E.Pavlenko, K.Nijima, P.Mason et al.*, Contrib. Astron. Obs. Skalnate Pleso, **49**, 204, 2019.
17. *E.P.Pavlenko, S.Yu.Shugarov, A.O.Simon et al.*, Contrib. Astron. Obs. Skalnate Pleso, **48**, 339, 2018.
18. *R.Whitehurst*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **232**, 35, 1988.
19. *M.Hirose, Y.Osaki*, Publ. Astron. Soc. Japan, **42**, 135, 1990.

20. *E.Pavlenko*, 41st COSPAR Scien. Assembly, 30 July - 7 August, Istanbul, Turkey, Abstract id. E1.14-3-16, 2016.
21. *A.Udalski*, Acta Astron., **38**, 315, 1988.
22. *D.Harvey, D.R.Skillman, J.Patterson et al.*, Publ. Astron. Soc. Pacif., **107**, 551, 1995.
23. *F.A.Ringwald, K.Velasco, J.J.Roveto et al.*, New Astron., **17**, 433, 2012.
24. *T.Ohshima, T.Kato, E.Pavlenko et al.*, Publ. Astron. Soc. Japan, **66**, 67, 2014.
25. *A.Sosnovskij, E.Pavlenko, N.Pit et al.*, IBVS, No 6216, 1, 2017.
26. *A.Sklyanov, E.Pavlenko, K.Antonyuk*, Astrophysics, **63**, 200, 2020.
27. *Y.Osaki*, Publ. Astron. Soc. Japan, **41**, 1005, 1989.
28. *J.L.Smak*, Acta Astron., **41**, 269, 1991.
29. *J.L.Smak*, Acta Astron., **59**, 121, 2009.
30. *J.L.Smak*, Acta Astron., **70**, 317, 2020.
31. *D.V.Bisikalo, A.A.Boyarchuk, V.M.Chechetkin et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **300**, 39, 1998.
32. *D.V.Bisikalo, A.A.Boyarchuk, A.A.Kilpio et al.*, Astron. Rep., **45**, 676, 2001.
33. *P.V.Kaigorodov, D.V.Bisikalo*, Astron. Rep., **62**, 774, 2018.
34. *C.Hoffmeister*, Astron. Nachr., **233**, 33, 1928.
35. *P.Kroll, N.Samus, I.Volkov*, IBVS, No 5441, 1, 2003.
36. *A.Henden, U.Munari*, Astron. Astrophys., **458**, 339, 2006.
37. *D.Chochol, N.A.Katysheva, S.Yu.Shugarov et al.*, Contrib. Astron. Obs. Skalnate Pleso, **42**, 39, 2012.
38. *D.Chochol, N.A.Katysheva, S.Yu.Shugarov et al.*, Contrib. Astron. Obs. Skalnate Pleso, **40**, 19, 2010.
39. *S.Shugarov, N.Katysheva, N.Gladilina*, Contrib. Astron. Obs. Skalnate Pleso, **45**, 119, 2015.
40. *P.Golysheva, S.Shugarov, V.Goranskij et al.*, Central European Astrophys. Bull., **41**, 79, 2017.
41. *M.Kimura, K.Isogai, T.Kato et al.*, Publ. Astron. Soc. Japan, **73**, 1, 2021.
42. *V.V.Neustroev, T.R.Marsh, S.V.Zharikov et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **467**, 597, 2017.
43. *E.P.Pavlenko, N.V.Primak, S.Yu.Shugarov*, Astrophysics, **45**, 416, 2002.
44. *E.P.Pavlenko, S.Yu.Shugarov, V.P.Goranskij et al.*, AIP Conference Proc., **637**, 519, 2002.
45. *E.P.Pavlenko, S.Yu.Shugarov, D.N.Baklanova et al.*, Bull. Crimean Astrophys. Obs., **104**, 109, 2008.
46. *D.Chochol, N.A.Katysheva, S.Yu.Shugarov et al.*, Contrib. Astron. Obs. Skalnate Pleso, **39**, 43, 2009.
47. *P.Golysheva, S.Shugarov*, Contrib. Astron. Obs. Skalnate Pleso, **43**, 312, 2014.
48. *T.Kato, F.J.Hambach, H.Maebara et al.*, Publ. Astron. Soc. Japan, **66**, 30, 2014.
49. *T.Kato, K.Isogai, Ya.Wakamatsu et al.*, Publ. Astron. Soc. Japan, **72**, 14, 2020.
50. *T.Kato, K.Isogai, F.-J.Hambach et al.*, Publ. Astron. Soc. Japan, **69**, 75, 2017.
51. *T.Kato, Y.Osaki*, Publ. Astron. Soc. Japan, **65**, 115, 2013.
52. *J.Patterson*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **411**, 2695, 2011.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64

НОЯБРЬ, 2021

ВЫПУСК 4

НЕКОТОРЫЕ ОБЛАСТИ ЗВЕЗДООБРАЗОВАНИЯ ЮЖНОГО ПОЛУШАРИЯ

А.Л.ГЮЛЬБУДАГЯН

Поступила 21 июля 2021

Принята к печати 20 октября 2021

Представлены три новые области звездообразования, находящиеся в южном полушарии - SFR 1, SFR 2, SNO 28. SFR 1 расположен в темной глобуле с риммом (ободком), которая входит в радиальную систему темных глобул первого вида и представляет группу, в основном, ИК звезд, многие из которых связаны с пылевыми дисками или оболочками. Две звезды связаны с кометарными туманностями. Имеются также объекты Хербига-Аро. SFR 2 находится в темном облаке. Имеются звезды с кометарными туманностями, пылевыми оболочками или дисками. Из звезды с конической туманностью наблюдается выброс со стущением. SNO 28 - звезда с пылевым диском, имеющая два противоположных выброса. Одни из выбросов и часть второго выброса погружены в темное облако и видны только в ИК. Внешняя часть второго выброса выходит из облака и видна только в оптике. На втором выбросе имеется стущение, которое может быть объектом Хербига-Аро. Объект связан с точечным источником IRAS 08196-4931, имеющим ИК цвета, типичные для источников, связанных с мазерами воды.

Ключевые слова: область звездообразования: ИК звезды: темные глобулы

1. *Введение.* При обзоре карт Южного неба (ESO B, R, ESO/SRC J, EJ) нами был предпринят поиск новых областей звездообразования, объектов Хербига-Аро, групп звезд, составляющих тесные системы типа Трапеции, звезд с кометарными туманностями [1,2].

Как известно, области звездообразования бывают двух видов [3]: области, связанные с гигантскими молекулярными облаками (ГМО), в которых рождаются звезды с большими массами, и области, в которых рождаются звезды средних и малых масс. Исследованные в данной статье области звездообразования, которые найдены после опубликования обзоров [1,2], относятся ко второму виду. Обычно в областях звездообразования встречаются компактные области НЦ, МЗО, звезды типа Т Тельца, выбросы, кометарные туманности. Третьим объектом в данной статье является звезда с двумя противоположными выбросами SNO 28 [2]. Этот объект, являясь МЗО (молодой звездный объект), родственен областям звездообразования. Он также погружен в темное облако, только часть одного выброса видна в оптике.

2. *Область звездообразования SFR 1 в темной глобуле с*

римом. Эта область звездообразования находится в темной глобуле вблизи светлого рима. Данный объект был найден после опубликования обзоров карт южного неба [1,2]. Глобула является частью радиальной системы темных глобул вокруг звезды HD 53974, имеющей спектр В 0.5 IV (см. рис.1). Это радиальная система первого вида - образующая ее звезда типа ОВ, вокруг которой присутствует область НII, многие темные глобулы радиальной системы имеют яркие римы (см. рис.1). На DSS2 R изображении видны только несколько звезд (см. рис.2а), объект полностью виден в ИК, на 2MASS K изображении (см. рис.2б), наряду со звездами имеются также туманные объекты. Недалеко от этой группы, на краю той же глобулы, у самого рима находится переменная звезда типа Т Тельца, спектральный класс F0e (N1 из табл.1). Эта звезда связана с кометарной туманностью в виде кольца (см. рис.2с), ее тоже можно отнести к области звездообразования. Еще одна звезда (N2 из табл.1) связана с кометарной туманностью в виде конуса (см. рис.2с).

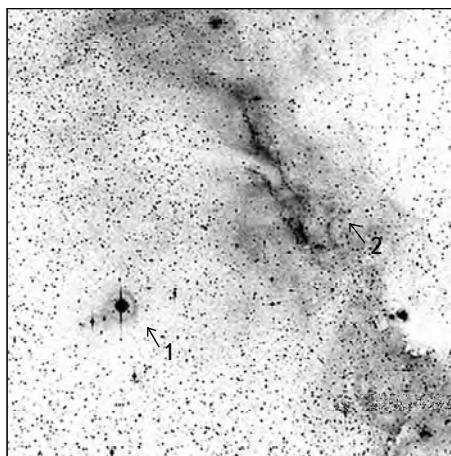


Рис.1. DSS2 R изображение радиальной системы темных глобул. 1 - центральная звезда HD 53974, 2 - область звездообразования SFR 1. Север наверху, восток слева. Размеры изображения $1^{\circ} \times 1^{\circ}$.

В табл.1, даны блески и показатели цвета объектов из области звездообразования SFR 1 (данные взяты из [4]). В первом столбце приводится номер объекта, во втором и третьем - его координаты, в 4-9 - даны цвета объектов, в 10 - величина $Q = (J - H) - 1.7(H - K)$ [5]. Если для данной звезды $Q < -0.10$, то можно утверждать, что вокруг звезды имеется пылевой диск или пылевая оболочка [5].

Из табл.1 для объектов NN 1, 9-13 видно, что $Q < -0.10$, т.е. вокруг этих объектов имеется пылевой диск. Можно констатировать, что примерно половина звезд области звездообразования SFR 1 обладает пылевым диском или оболочкой

(объект N3 по всей вероятности является не звездой, а объектом Хербига-Аро, так как у него есть только цвета В и R).

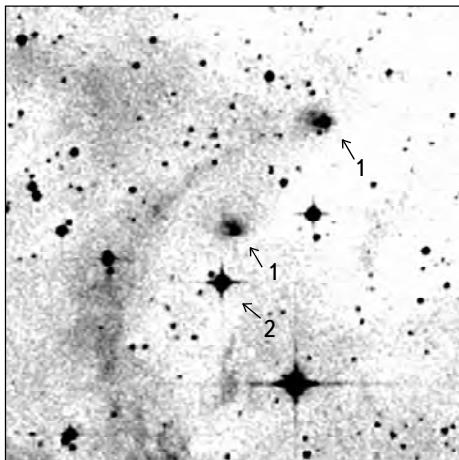


Рис.2а. DSS2 R изображение области звездообразования SFR 1. 1 - звезды с кометарными туманностями, 2 - SFR 1 (в основном видна в ИК). Север наверху, восток слева. Размеры изображения 6' x 6'.

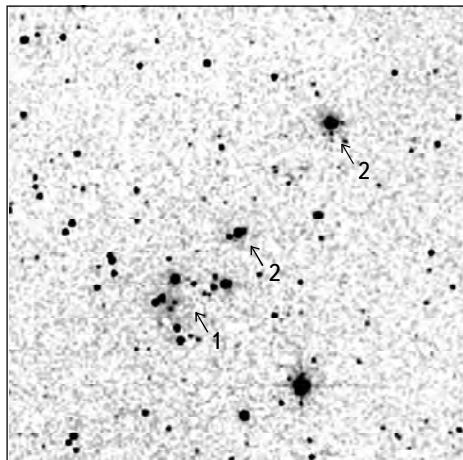


Рис.2б. 2MASS K изображение области звездообразования SFR 1. 1 - область звездообразования SFR 1, 2 - звезды с кометарными туманностями. Север наверху, восток слева. Размеры изображения 6' x 6'.

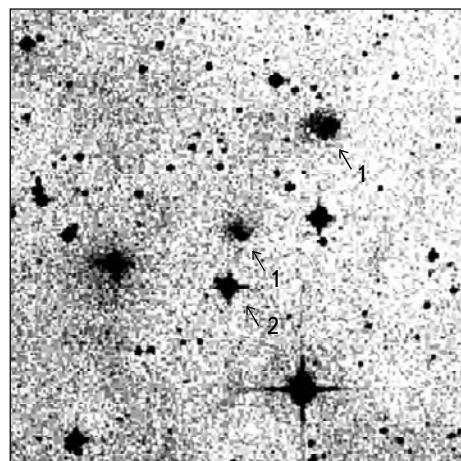


Рис.2с. DSS2 В изображение области звездообразования SFR 1. 1 - звезды с кометарными туманностями, 2 - область звездообразования SFR 1 (в основном видна в ИК). Север наверху, восток слева. Размеры изображения 6' x 6'.

Таблица 1

**ДАННЫЕ ОБ ОБЪЕКТАХ ИЗ ОБЛАСТИ
ЗВЕЗДООБРАЗОВАНИЯ SFR 1**

NN	α (2000)	δ (2000)	B	B-V	R	J	J-H	H-K	Q
1	07 ^h 04 ^m 35 ^s .91	-11°04'48"	16.570		15.12	11.062	1.229	0.976	-0.430
2	07 04 40.82	-11 06 14	17.160	0.610	13.68	12.416	1.218	0.656	0.103
3	07 04 40.88	-11 06 11	16.990		16.26				
4	07 04 42.15	-11 06 58				15.830	2.067	1.136	0.136
5	07 04 42.38	-11 07 03				16.042	0.917	0.587	-0.081
6	07 04 42.93	-11 07 39	19.390		17.10	14.955	0.696	0.063	0.589
7	07 04 43.35	-11 07 36				16.600	1.556	0.832	0.589
8	07 04 43.89	-11 07 39	19.770		18.24	13.567	1.385	0.840	-0.043
9	07 04 44.06	-11 07 29	19.910	2.520	16.70	13.925	1.181	0.755	-1.103
10	07 04 44.17	-11 06 52			18.50	14.410	1.904	1.186	-0.112
11	07 04 44.24	-11 07 10				16.652	0.605	1.900	-2.655
12	07 04 44.37	-11 07 16			17.60	16.890	0.990	1.510	-1.577
13	07 04 44.88	-11 07 06				15.550	1.056	2.116	-2.541
14	07 04 45.21	-11 07 09			18.48	14.593	1.904	1.081	0.066

3. *Область звездообразования SFR 2.* Этот объект был найден после опубликования обзоров [1,2]. В объекте видны звезды и туманные объекты (см. рис.3а). Наблюдаются несколько звезд с кометарными туманностями: звезда N2 из табл.2 связана с туманностью в виде конуса, эта же звезда имеет выброс (см. рис.3б) со стущением на конце (объект N8 из табл.2). Находящаяся поблизости звезда N1 из табл.2 (см. рис.3б) связана с туманностью в виде полукольца. Эта звезда по-видимому не принадлежит к области звездообразования. На 2MASS K изображении видна звезда N3 из табл.2 с истечением (см. рис.3с), которая имеет пылевую оболочку (см. ниже).

Таблица 2

**ДАННЫЕ ОБ ОБЪЕКТАХ ИЗ ОБЛАСТИ
ЗВЕЗДООБРАЗОВАНИЯ SFR 2**

NN	α (2000)	δ (2000)	B	B-V	R	J	J-H	H-K	Q
1	05 ^h 53 ^m 29 ^s .90	-10°24'34"	11.825	0.237	11.34	10.239	0.332	0.184	0.019
2	05 53 39.88	-10 23 51	20.110		16.03	13.089	1.503	0.987	-0.175
3	05 53 42.56	-10 24 00	14.660	0.960	13.77	9.803	2.168	1.679	-0.686
4	05 53 42.63	-10 23 58	12.910		11.79				
5	05 53 43.68	-10 22 45	13.970	0.670	12.19	10.878	0.536	0.206	0.186
6	05 53 43.91	-10 23 41	17.120		10.85				
7	05 53 43.94	-10 23 43			11.49				
8	05 53 45.05	-10 23 22	19.880	2.050	17.89	14.096	1.388	1.203	-0.657

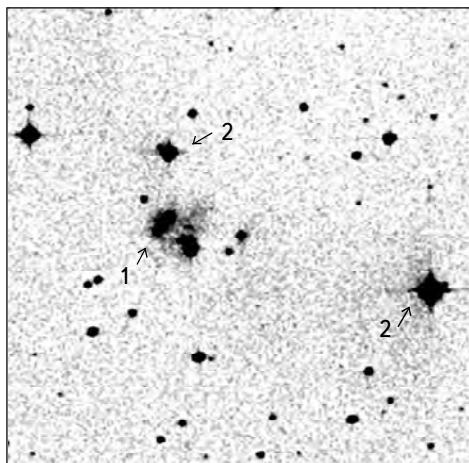


Рис.3а. DSS2 R изображение области звездообразования SFR 2. 1 - область звездообразования SFR 2, 2 - звезды с кометарными туманностями. Север наверху, восток слева. Размеры изображения 6' x 6'.

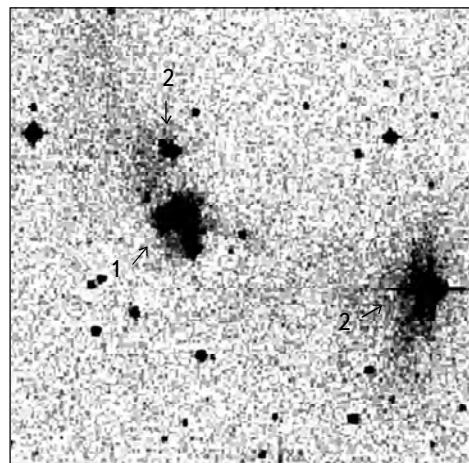


Рис.3б. DSS2 В изображение области звездообразования SFR 2. 1 - область звездообразования SFR 2, 2 - звезды с кометарными туманностями. Север наверху, восток слева. Размеры изображения 6' x 6'.

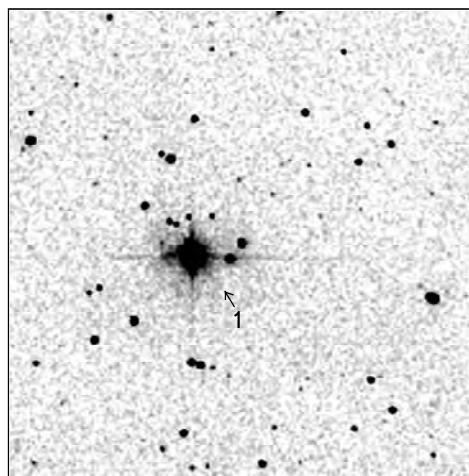


Рис.3с. 2MASS K изображение области звездообразования SFR 2. 1 - звезда с истечением (N4 из табл.2). Север наверху, восток слева. Размеры изображения 6' x 6'.

В табл.2 даны блески и показатели цвета объектов, принадлежащих к области звездообразования SFR 2 (данные взяты из [4]).

Из табл.2 следует, что $Q < -0.10$ у звезд NN 2, 3, 8, т.е. более чем у половины звезд области звездообразования SFR 1 (объекты NN 4, 6 и 7 не являются звездами) имеются пылевые диски или оболочки.

4. *Объект SNO 28.* Этот объект был найден при обзоре карт южного полушария [2]. Объект в основном погружен в темное облако. Он представляет собой звезду с двумя противоположными выбросами. Звезда и северо-восточный выброс и часть юго-западного выброса полностью погружены в темное облако, а другая его часть юго-западного выброса выходит из темного облака (см. рис.4а, 4б).

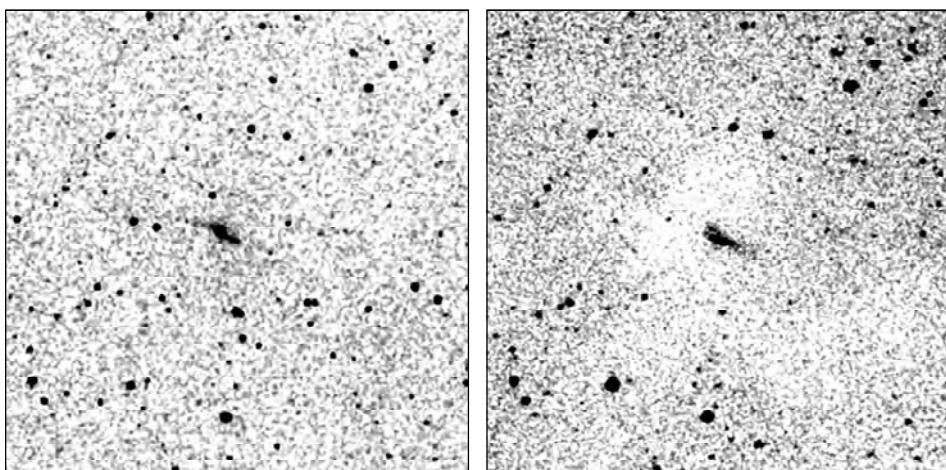


Рис.4а. 2MASS K изображение объекта SNO 28. Север наверху, восток слева. Размеры изображения 6' x 6'.

Рис.4б. DSS2 R изображение объекта SNO 28. Север наверху, восток слева. Размеры изображения 6' x 6'.

В табл.3 даны блески и показатели цвета центральной звезды и сгущения в выбросе. Данные взяты из [4].

Как видно из табл.3, центральная звезда (объект N2) связана с пылевой оболочкой или с диском, так как у нее $Q < -0.10$. Сгущение в выбросе (объект N1) имеет только цвета В и R. Звезда связана с точечным ИК источником IRAS 08196-4931 [6]. У этого источника имеются следующие ИК цвета: $R(2, 3) = \log((F(60)x25)/(F(25)x60)) = 1.173$; $R(3, 4) = \log((F(100)x60)/(F(60)x100)) = -0.076$. Эти величины для ИК цветов соответствуют точечным источникам IRAS, связанным с мазерами воды [7].

Таблица 3

ДАННЫЕ ОБ ОБЪЕКТАХ В SNO 28

NN	$\alpha(2000)$	$\delta(2000)$	B	B-R	J	J-H	H-K	Q
1	08 ^h 21 ^m 05 ^s .81	-49°40'52"	20.750	2.250				
2	08 21 06.09	-49 40 50			14.653	1.153	1.647	-1.647

5. *Заключение.* В статье представлены три новых объекта, найденные при просмотре карт южного неба. Область звездообразования SFR 1 в основном погружена в темную глобулу с ярким римом и полностью видна только в ИК. Глобула входит в радиальную систему темных глобул первого вида. В область звездообразования входят объекты Хербига-Аро, звезды с кометарными туманностями, причем одна из них - звезда типа Т Тельца. Большинство звезд, входящих в область звездообразования, связаны с пылевыми оболочками или дисками.

Следующим объектом является область звездообразования SFR 2. Имеются звезды и туманные объекты. Некоторые звезды связаны с кометарными туманностями (в виде конуса, полукольца). Более половины звезд области звездообразования связаны с пылевыми дисками.

Третьим объектом является SNO 28. Это звезда с двумя противоположными выбросами. Звезда, один из выбросов и часть второго выброса погружены в темное облако и видны только в ИК, в оптике видна только часть второго выброса. Центральная звезда связана с пылевой оболочкой и с точечным ИК объектом IRAS 08196-4931. Этот источник имеет ИК цвета, соответствующие цветам, типичным для точечных источников, связанных с мазерами воды.

Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна,
Армения, e-mail: agyulb@bao.sci.am

SEVERAL STAR FORMATION REGIONS IN SOUTHERN HEMISPHERE

A.L.GYULBUDAGHIAN

Three new star forming regions found by us in Southern Hemisphere are presented. The object SFR 1 is a group of mainly IR stars, many of them are connected with dust discs or envelopes. There are also HH objects. SFR 1 is embedded in a dark globule with a bright rim, which is situated in the type I radial system of dark globules. Two stars of SFR 1 are connected with cometary nebulae. The second object is star forming region SFR 2. It is situated in a dark cloud. There are stars with cometary nebulae, an outflow from a star with cometary nebula, with a condensation at the end of outflow. Many stars are connected with dust envelopes or discs. The third object is SNO 28. It is a star with dust disc or envelope and two opposite outflows. The star, one of the outflows and a part

of the second outflow are embedded in the dark cloud and are seen only in IR. A part of the second outflow is situated out of the cloud and is seen in optic. The second outflow has a condensation, which can be an HH object. The object is connected with an IRAS point source IRAS 08196-4931, which has IR colours, typical for a source, connected with a water maser.

Keywords: *star forming region: IR stars: dark globules*

ЛИТЕРАТУРА

1. *A.L.Gyulbudaghian, L.F.Rodriguez, V.M.Villanueva*, Rev. Mex. Astron. Astrofis., **25**, 19, 1991.
2. *A.L.Gyulbudaghian, J.May, L.Gonzalez et al.*, Rev. Mex. Astron. Astrofis., **40**, 137, 2004.
3. Н.Д.Эванс, "Протозвезды и планеты", М., Мир, 1982, с.171.
4. *N.Zacharias, D.G.Monet et al.*, The Naval Observatory Merged Astrometric dataset, 2005.
5. *F.Comeron, N.Schneider, D.Russel*, Astron. Astrophys., **433**, 955, 2005.
6. IRAS Point Source Catalog, Version 2, 1988. Washington
7. *J.Wouterloot, C.Walmsley*, Astron. Astrophys., **168**, 237, 1986.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64

НОЯБРЬ, 2021

ВЫПУСК 4

ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ ПЫЛИ И ФЛУОРЕСЦЕНЦИЯ ГАЗА ТУМАННОСТИ СЕД 201

И.А.СИМОНИЯ

Поступила 22 июля 2021

Принята к печати 20 октября 2021

Рассмотрены физико-химические свойства пыли туманности СЕД 201. Люминесцентные эмиссии замороженных углеводородных частиц и алмазной пыли выявлены в спектре этой туманности. Представлен краткий каталог флуоресцентных эмиссий атомов и ионов газовой компоненты вещества туманности. Обсуждены некоторые другие аспекты проблемы.

Ключевые слова: *туманность: пыль: органическое вещество: люминесценция*

1. *Введение.* Электромагнитное и корпускулярное излучения звезд туманностей различных типов могут вызывать люминесценцию пыли и флуоресценцию газа этих туманностей. При этом испускаемые звездами потоки рентгеновского и ультрафиолетового излучений, а также анизотропные потоки электронов и протонов различных энергии могут вызывать фотолюминесценцию - флуоресценцию и рекомбинационное излучение нейтральных и ионизованных компонентов газа этих туманностей. Пыль отражательных, протопланетарных и планетарных туманностей может интенсивно люминесцировать под воздействием излучения от центральных звезд, причем люминесцентные эмиссии могут располагаться в ультрафиолетовом, видимом и инфракрасном диапазонах спектра туманностей.

Различные туманности, как комплексные газо-пылевые объекты, диффузные образования галактики, могут испускать люминесцентное излучение твердого вещества (пыли) и флуоресцентное излучение газа. При этом, эмиссионный спектр туманности может быть достаточно сложным, состоящим из стандартных эмиссий атомов, ионов газа и люминесцентных эмиссий минеральной и ледяной пыли соответствующей туманности. Эти относительно слабые люминесцентные эмиссии пыли зачастую остаются неидентифицированными, вызывая особый интерес исследователей. Оптические спектры туманностей и других газо-пылевых образований галактики могут быть усложнены также расширенной красной эмиссией пыли в диапазоне 5400-9400 Å . Эта широкая, бесструктурная полоса также имеет люминесцентную природу.

В работах [1,2] мы предложили модели замороженных углеводородных

частиц (ЗУЧ) пыли туманностей, показав, что под воздействием ультрафиолетового излучения центральных звезд ледяная пыль (в виде комплексов ЗУЧ) туманностей может люминесцировать в оптическом диапазоне спектра. Мы применили нашу теорию к туманности СЕД 201 и выявили в оптических спектрах этой туманности ряд линий и полос люминесцентной природы, принадлежащих ЗУЧ. Нами применялся стандартный метод выявления люминесцентных эмиссий спектров определенных регионов туманности СЕД 201. К настоящему моменту сформировались следующие существенные обстоятельства: 1) опубликованные спектральные данные (таблицы, каталоги эмиссий) по туманности СЕД 201 ограничены, разрознены; 2) часть спектров туманности СЕД 201, полученных нами ранее при помощи 2-м телескопа обсерватории ТЛС, Германия, остаются неизученными в рамках настоящей проблемы. Беря во внимание эти обстоятельства, мы изучили один из полученных нами спектров туманности СЕД 201, ранее не подвергавшийся анализу.

2. Наблюдения и обработка данных. Нами были произведены спектроскопические наблюдения туманности СЕД 201 при помощи 2-м телескопа и призменного спектрографа фокуса Нэсмита обсерватории ТЛС (октябрь-ноябрь, 2001). Были получены спектры этой туманности в диапазоне 3700- 8500 Å . Средняя дисперсия применявшегося призменного спектрографа 225 Å /мм. Длина щели 3.24 аркмин. Приемник излучения ССД 800 x 2024. Время экспозиции туманности в пределах 540-600с. Была проведена экстракция спектров, фильтрация космических частиц, деление на плоское поле, калибровка и др. Из полученных спектров туманности были вычтены спектры ночного неба. Щель спектрографа была ориентирована соответствующим образом, вырезая как темную, так и светлую области туманности (вне звезды). Первичная и последующая обработка спектров туманности проводились программными пакетами MIDAS и DECH20T.

3. Ледяная пыль и газ туманности СЕД 201. Основными задачами настоящей работы являлись: а) выявление наиболее интенсивных (в шкале относительной интенсивности) люминесцентных эмиссий спектра туманности СЕД 201; б) отождествление интенсивных, стандартных газовых эмиссий спектра той же туманности; с) установление некоторых физико-химических свойств твердого вещества ледяной пыли этой туманности. С целью эффективного решения этих задач, обработка откалиброванного спектра проводилась пошагово, с разделением спектра на последовательные малые участки (по возрастанию длин волн). Доплеровское смещение спектральных линий (лучевая компонента пространственной скорости туманности) учитывалось. Было улучшено качество процедуры сравнительного анализа, а именно: точность

сравнительного анализа; учет сходства профилей спектральных линии (наблюденных и лабораторных); применение более обширных и современных баз и источников сравнительных данных. Сравнение проводилось с точностью $\pm 0.5 \text{ \AA}$. В качестве источников сравнительных данных нами применялись [3-19]. Эти источники содержали спектры люминесцентных эмиссий замороженных смесей полициклических ароматических углеводородов и алифатических углеводородов, различных минералов, а также спектры и каталоги запрещенных линий, эмиссий планетарных туманностей, эмиссий искусственных источников излучения, включая ртуть и натрий и др.

Относительная нерегулярность, неоднородность сравнительного материала, выражавшаяся в различиях точности лабораторных измерений, применявшимися шкал длин волн, а также чувствительности приемников излучения, вызывала определенные сложности в процессе сравнительного анализа. К примеру, атласы спектров люминесценции замороженных углеводородов практически не содержат эмиссии в длинноволновой области спектра $\lambda > 7000 \text{ \AA}$. Это обусловливало в свою очередь потерю 3-5% полезных данных. Получение более однородных и обширных лабораторных данных по люминесценции замороженных углеводородов положительно сказалось бы на эффективности сравнительного анализа в пределах интересов астрофизики.

Ориентация щели применявшегося призменного спектрографа предопределила достаточно высокую информативность полученных спектров туманности. Как уже отмечалось, щель вырезала одновременно как яркую, так и темную часть туманности СЕД 201. Следовательно, оптический спектр этой туманности может содержать люминесцентные эмиссии ледяной и минеральной пыли и флуоресцентные эмиссии газа туманности (атомов и ионов). Газовая составляющая туманности сосредоточена вблизи освещющей звезды, тогда как пыль различного химико-минералогического состава сосредоточена на большем удалении от освещющей звезды занимая, периферические области туманности. Такое пространственное подразделение газа и пыли имеет несколько условный характер, учитывая тот факт, что диффузные объекты галактики представляют собой взаимопроникающие и взаимозамещающие пространственные газопылевые образования. Это подразделение газа и пыли необходимо рассматривать в контексте принятого в настоящее время отношения содержания пылевой и газовой материи в галактике. В случае отражательных туманностей нам представляется, что не менее 80% сегмента туманности, освещаемого центральной звездой, будет участвовать в процессе люминесценции пыли. То есть, 80% пылевых и ледяных частиц освещенной части туманности будут люминесцировать под воздействием коротковолнового излучения от центральной звезды. Необходимо отметить также, что под люминесценцией пыли туманности мы понимаем явления фотолюминесценции, катодолюминесценции твердого

вещества пылинок, а под флуоресценцией газа - нетепловое свечение атомов и ионов возбуждаемые ультрафиолетовым излучением центральной звезды. Вместе с тем нельзя исключать, что свечение газовой компоненты этой туманности может быть частично обусловлено явлением излучательной рекомбинации.

Полученный нами оптический спектр туманности СЕД 201 приведен на рис.1. Во время сравнительного анализа и последующей идентификации соответствующих спектральных особенностей мы опирались в целом на предложенные нами ранее модели ЗУЧ и теорию их люминесцентного свечения. Однако в настоящей работе важным приоритетом для нас являлось выявление наиболее интенсивных нетепловых эмиссий замороженных углеводородных частиц с привлечением более обширных лабораторных данных. Необходимо отметить, что энергетический выход люминесценции (как отношение энергии испускаемых люминесцентных фотонов к поглощенной энергии

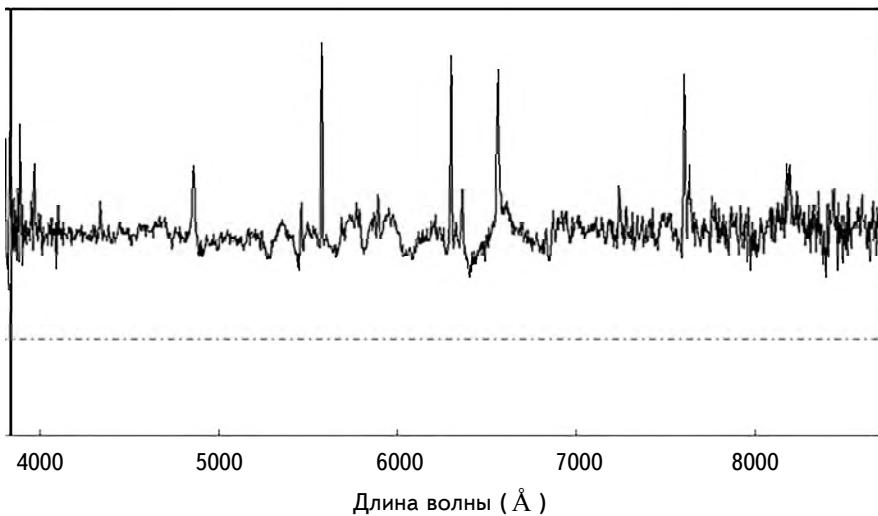


Рис.1. Спектр туманности СЕД 201.

фотонов возбуждающего излучения) замороженной сложной органики при $T < 80$ К в лабораторных условиях меняется в пределах 0.5-0.9. Эти же значения можно ожидать для случая замороженных углеводородных частиц туманностей.

В коротковолновой области оптического спектра туманности СЕД 201 нам удалось идентифицировать две фотolumинесцентные эмиссии ЗУЧ на длинах волн 3804.37 \AA и 4018.37 \AA . За эти фотolumинесцентные эмиссии соответственно отвечают ЗУЧ следующего химического состава: 9,10 диметилантрацен в н-гептане (3804 \AA), 3-метилантрацен в н-октане (4018.55 \AA) [18]. Наблю-

денные и лабораторные фотолюминесцентные эмиссии хорошо коррелируют по спектральным положениям и профилям в пределах наших критериев сравнительного анализа, рис.2, 3. Необходимо отметить, что в лабораторных условиях замороженные смеси ароматических и алифатических углеводородов

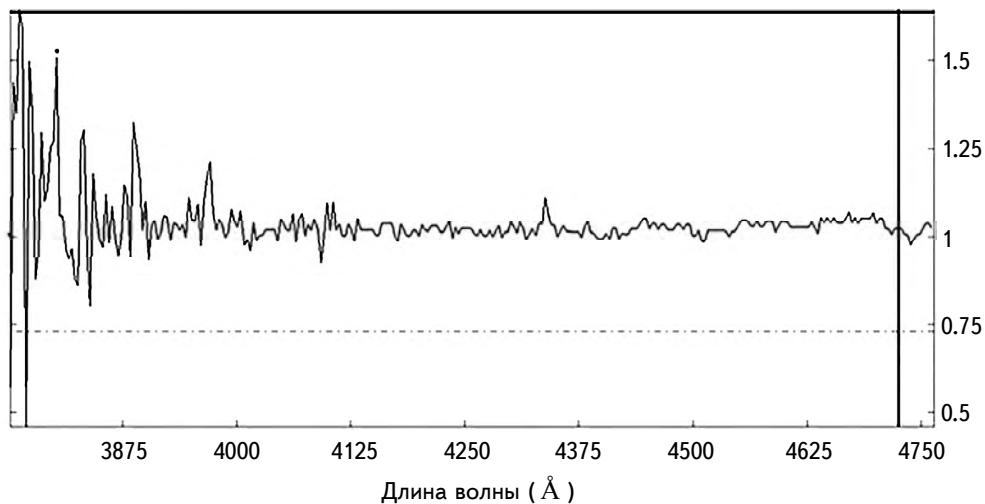


Рис.2. Люминесцентная эмиссия ЗУЧ (3804.37 Å) в спектре туманности СЕД 201.

9, 10 Dimethylanthracene

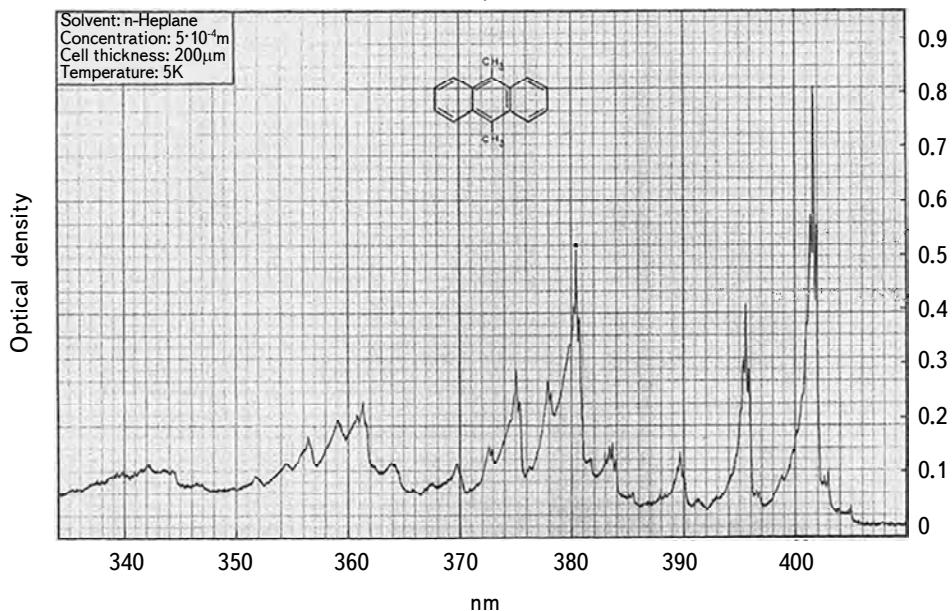


Рис.3. Эмиссия (3804 Å) в спектре люминесценции замороженной смеси углеводородов.

указанного состава характеризуются интенсивными фотолюминесцентными эмиссиями, схожими с эмиссиями туманностей (спектральные положения и профили), при температуре замороженных смесей $T = 5\text{ K}$. Можно предположить, что потоки ультрафиолетового излучения от освещющей звезды возбуждают фотолюминесценцию сложных органических ледяных частиц периферической области туманности СЕД 201, причем температура ЗУЧ в этой области должна быть $T < 10\text{ K}$. Само присутствие ЗУЧ (в веществе туманности) источников достаточно узких люминесцентных эмиссий в спектре туманности свидетельствует об относительном постоянстве указанных температурных значений. Возможное увеличение температуры замороженных углеводородных частиц туманности незамедлительно привело бы к значительному уширению соответствующих фотолюминесцентных эмиссий. Здесь имеется в виду уширение люминесцентных эмиссий до широких бесструктурных полос, схожих с расширеной красной эмиссией пыли некоторых туманностей, легко обнаруживаемой наземными оптическими инструментами. Идентифицированные нами две фотолюминесцентные эмиссии спектра туманности СЕД 201 не обнаруживались нами ранее [1,2]. Высокая интенсивность фотолюминесцентных эмиссий может быть предопределена весьма низкой температурой вещества ЗУЧ, высокой пространственной концентрацией этих ледяных частиц и высоким квантовым выходом люминесценции конкретных замороженных смесей (ПАУ+АУ). Эффективность выявления этих фотолюминесцентных эмиссий была обусловлена применением новых баз данных [18]. Мы идентифицировали также в спектре туманности СЕД 201 одну люминесцентную эмиссию алмазной пыли, а именно эмиссию на длине волны 7940.40 \AA [17,19]. В лабораторных условиях под воздействием ультрафиолетового излучения мелкодисперсная алмазная пыль люминесцирует на длине волны 7940 \AA [19]. Имеет место хорошая корреляция спектральных положений и профилей наблюденной и лабораторной эмиссий.

Касаясь пространственного распределения ЗУЧ и алмазных частиц в пылевой материи туманности СЕД 201, можно предположить, что на малых расстояниях от звезды может превалировать алмазная пыль, а на значительных удалениях разнодисперсные ЗУЧ. Беря во внимание модель ЗУЧ, предложенную нами в [1,2] (ЗУЧ как углистое ядро+замороженная органическая мантия), можно заключить, что вблизи освещющей звезды в условиях относительно высоких температур превалируют алмазные пылинки, а на больших удалениях от звезды в условиях низких температур превалируют ЗУЧ ледяные частицы - ядро+ мантия. При этом пространственные процессы очевидны. Алмазная пыль вблизи звезды хорошо прогревается, но будучи "выметаемой" лучевым давлением, начинает охлаждаться, сопровождаясь процессом конденсации или десублимации газа на холодных микро и наноядрах. Это в свою очередь

приведет со временем к образованию органических мантий ЗУЧ. Эти явления могут свидетельствовать о том, что темная и холодная области туманности СЕД 201 могут содержать молекулы углеводородов в газовой фазе. Для выявления пространственного распределения ЗУЧ и алмазных пылинок туманности СЕД 201 необходимо будет провести дополнительные спектроскопические наблюдения этой туманности с целью получения ее оптических спектров при различных ориентациях щели спектрографа.

По результатам сравнительного анализа нам не удалось идентифицировать следующие эмиссии спектра туманности СЕД 201: 7342.05 Å ; 7634.67 Å ; 7866.15 Å ; 7984.07 Å ; 8088.89 Å ; 8154.40 Å ; 8180.61 Å . Все эти 7 эмиссий остались в статусе неидентифицированных. Как показано в работах [1,2] оставшиеся неидентифицированными эмиссии могут принадлежать, в качестве составных компонентов, к расширенной красной эмиссии пыли туманности СЕД 201. И в данном случае мы придерживаемся аналогичного объяснения. Здесь необходимо добавить, что для однозначного выявления расширенной красной эмиссии в спектрах туманностей применяются спектрографы низкой дисперсии. В нашем же случае применялся спектрограф средней дисперсии. В спектре туманности СЕД 201 мы выявили также две линии поглощения 4739.01 Å и 5813.42 Å . Сравнительный анализ показал, что данные абсорбции не принадлежат к межзвездным линиям поглощения, включая диффузные межзвездные полосы. По-видимому, эти абсорбции имеют пекулярный характер и обусловлены поглощением излучения освещющей звезды газопылевой материи конкретного химико-минералогического состава. В результате сравнительного анализа мы идентифицировали также в спектре туманности СЕД 201 ряд линий, представляющих собой флюoresцентные эмиссии атомов и ионов газовой компоненты этой туманности. Ультрафиолетовое излучение освещющей звезды возбуждает флюoresценцию составных компонентов газа туманности с характерным временем релаксации 10^{-8} с. В табл.1 мы приводим результаты нашего сравнительного анализа по идентификации флюoresцентных эмиссий газа туманности СЕД 201. Фактически данная таблица является первым кратким каталогом эмиссии нейтральных атомов и ионов газа этой туманности. В первой колонке таблицы приводятся длины волн газовых эмиссий спектра туманности в ангстремах (исправленных за доплеровское смещение), в колонке 2 - эквивалентные ширины эмиссии в ангстремах, в колонке 3 - длины волн лабораторных эмиссий в ангстремах, в колонке 4 - идентификация, соответствующие атомы и ионы.

Необходимо отметить, что эмиссии некоторых компонентов газа туманности СЕД 201 характеризуются определенным уширением. Это может быть обусловлено движением некоторых компонентов газа туманности под определенным углом к лучу зрения. Итак, спектр туманности СЕД 201 имеет

Таблица 1

ФЛЮОРЕСЦЕНТНЫЕ ЭМИССИИ ГАЗА ТУМАННОСТИ СЕД 201

$\lambda_{\text{набл.}}$	Эквивалентная ширина	$\lambda_{\text{лаб.}}$	Атом, ион
3830.57	1.549	3830.29	OII
3843.67	0.117	3843.18	OII
3856.78	0.654	3856.29	SiII
3887.35	2.371	3887.44	HeII
3970.33	1.263	3970.07	HI
3996.54	0.321	3996.30	[CaV]
4105.72	0.484	4106.02	OII
4337.20	0.823	4336.86	OII
4359.04	0.207	4359.33	[FeII]
4385.24	0.246	4384.98	NeII
4861.30	3.110	4861.33	HI
5049.11	0.218	5048.85	NiI
5464.02	0.883	5464.28	FeI
5498.96	0.383	5499.06	FeII
5577.57	4.264	5577.34	[OI]
5603.78	0.081	5604.00	[KVI]
5690.84	0.360	5690.43	SiI
5892.04	0.811	5850-5894	CIII
5953.18	0.767	5952.94	HeII
6302.58	2.474	6302.51	FeI
6328.79	0.202	6328.39	NII
6363.73	0.960	6363.78	[OI]
6564.63	5.161	6562.85	HI
6874.72	0.620	6874.60	CIV
6896.56	0.352	6896.20	[FeII]
7241.60	0.915	7241.78	NII
7280.90	0.598	7281.35	HeI
7918.56	0.259	7918.44	NI
7949.13	0.471	7948.30	CIV
7962.23	0.377	7962.30	HeI
8032.11	0.748	8029-8077	CII
8127.91	1.118	8127.50	OIII
8196.41	1.740	8196.48	CIII

комплексный характер. Нам удалось обнаружить в спектре люминесцентные эмиссии ЗУЧ и флюоресцентные эмиссии газа этой туманности. Обращают на себя внимание эмиссии ионов [KVI], [CaV], CIV. Высокая степень ионизации этих атомов свидетельствует о мощном ультрафиолетовом излучении освещющей звезды BD + 69°1231. Присутствие же запрещенных линий в спектре этой туманности может свидетельствовать о высокой степени разреженности газа, обусловливающей нахождение атомов и ионов газа в

метастабильных состояниях в течение продолжительного периода времени. Роль излучения хромосферы освещющей звезды должна быть рассмотрена отдельно в пределах абсолютной спектрофотометрии туманности СЕД 201 и освещющей звезды.

4. *Заключение.* Мы продолжили изучение люминесценции замороженных частиц пылевой материи туманности СЕД 201. Нам удалось выявить две люминесцентные эмиссии в спектре этой туманности. За эти люминесцентные эмиссии отвечают ЗУЧ сложного химического состава. Ультрафиолетовое излучение освещющей звезды возбуждает фотолюминесценцию ЗУЧ с характерным периодом послесвечения. Нам удалось подтвердить и расширить полученные нами ранее результаты. Мы показали также что газовая составляющая туманности флуоресцирует под воздействием коротковолнового излучения освещющей звезды. Потоки электронов и протонов от освещющей звезды также участвуют в возбуждении люминесценции вещества туманности СЕД 201. Было бы целесообразным продолжение спектроскопических исследований этой туманности телескопами большей светосилы, спектрографами высокой разрешающей силы в оптическом и инфракрасном диапазонах спектра.

Автор выражает благодарность Х.Лиману за участие в наблюдательных экспериментах. Автор благодарен анонимному рецензенту за ценные замечания.

Факультет естественных наук и медицины государственного университета им. Илии, e-mail: irakli_simonia@iliauni.edu.ge

LUMINESCENCE OF DUST AND FLUORESCENCE OF GAS OF CED 201 NEBULA

I.A.SIMONIA

Physical and chemical properties of CED 201 nebula dust are considered. Luminescence emissions of frozen hydrocarbon particles and diamond dust were revealed in the spectrum of this nebula. The short catalog of atomic and ionic fluorescence emissions of gaseous component of nebula matter is presented. Some other aspects of the problem are discussed.

Keywords: *nebula: dust: organic substance: luminescence*

ЛИТЕРАТУРА

1. И.А.Симония, Астрофизика, **47**, 625, 2004, (Astrophysics, **47**, 530, 2004).
2. И.А.Симония, Астрофизика, **48**, 445, 2005, (Astrophysics, **48**, 374, 2005).
3. C.D.Keyes, L.H.Aller, W.A.Feibelman, Publ. Astron. Soc. Pacif., **102**, 59, 1990.
4. R.J.Rudy, R.D.Cohen, G.S.Rossano et al., Astrophys. J., **380**, 151, 1991.
5. D.E.Osterbrock, H.D.Tran, S.Veilleux, Astrophys. J., **389**, 305, 1992.
6. C.Waelkens, H. Van Winkel, N.R.Trams et al., Astron. Astrophys., **256**, L15, 1992.
7. S.Hyung, L.H.Aller, W.A.Feibelman, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **269**, 975, 1994.
8. J.-P.Baluteau, A.Zavagno, C.Morisset et al., Astron. Astrophys., **303**, 175, 1995.
9. S.Hyung, L.H.Aller, W.A.Feibelman et al., Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **318**, 77, 2000.
10. J.Bernard-Salas, S.R.Pottasch, D.A.Beintema et al., Astron. Astrophys., **367**, 949, 2001.
11. S.Hyung, L.H.Aller, W.A.Feibelman et al., Astrophys. J., **563**, 889, 2001.
12. Y.Zhang, X.-W.Liu, Astron. Astrophys., **404**, 545, 2003.
13. L.M.Hobbs, J.A.Thorburn, T.Oka et al., Astrophys. J., **615**, 947, 2004.
14. S.Hyung, W.A.Feibelman, Astrophys. J., **614**, 745, 2004.
15. Y.Zhang, X.-W.Liu, S.-G.Luo et al., Astron. Astrophys., **442**, 249, 2005.
16. X.Fang, X.-W.Liu, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **415**, 181, 2011.
17. Б.С.Горобец, А.А.Рогожин, Минеральное сырье, №11, 2001.
18. L.A.Nakhimovsky, M.Lamotte, J.Joussot-Dubein, Handbook of Low Temperature Electronic Spectra of Polycyclic Aromatic Hydrocarbons, Elsevier, 1989.
19. M.Gaft, R.Reisfeld, G.Panczer, Modern Luminescence Spectroscopy of Minerals and Materials, Springer, 2005.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64

НОЯБРЬ, 2021

ВЫПУСК 4

О ЗАВИСЯЩИХ ОТ ВРЕМЕНИ ЗАДАЧАХ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ В ОДНОМЕРНОЙ СРЕДЕ

А.Г.НИКОГОСЯН

Поступила 14 октября 2021

В работе приводится решение нескольких одномерных задач нестационарного переноса излучения в частотах спектральной линии. Применяется подход, основанный на поиске искомых величин в виде разложений в ряды Неймана. Изучается эволюция профиля линии, образуемой при отражении от полубесконечной атмосферы как при когерентном, так и полностью некогерентном рассеянии в среде. Рассматривается также зависимость от времени профилей линий, формирующихся на границах конечной атмосферы. В обоих задачах предполагается, что атмосферы освещаются излучением либо в виде $\delta(t)$ - образного импульса, либо излучением с интенсивностью формы единичного скачка. При решении учитываются обе возможные причинытраты времени фотонами при диффузии в среде: времени пребывания атома в возбужденном состоянии и времени, теряемого фотонами на прохождение пути между двумя последовательными актами рассеяния. Показывается, что при такой общей постановке задачи результирующая функция распределения плотности вероятности выходящего излучения задается в виде свертки распределений, соответствующих двум компонентам расхода времени фотонами.

Ключевые слова: *нестационарный перенос излучения: Erlang- n распределение: распределение плотности вероятности: кумулятивное распределение: профили спектральных линий*

1. Введение. Различные явления изучаемые в астрофизике показывают временные изменения, что является дополнительным и весьма важным подспорьем при интерпретации данных наблюдений. Природа таких изменений отличается большим разнообразием, с точки зрения как физики явления, так и скорости его протекания. Яркими примерами могут служить явления вспышек звезд различных масштабов от небольших выбросов звездной материи до грандиозных явлений, связанных с потерей верхних слоев звезды, сопровождающихся выделением огромной энергии (Новые, Сверхновые). Вместе с тем можно указать на явления релаксационного типа, когда равновесное состояние в излучающей среде устанавливается в течение более или менее продолжительного времени. Строго говоря, все наблюдаемые явления в большей или меньшей степени подвержены изменениям во времени, поэтому возникает необходимость в развитии теории переноса лучистой энергии зависящей от времени.

В рамках данной теории рассматриваются задачи, учитывающие

нестационарность различных характеристик как падающего на среду излучения, так и возможные изменения тех или иных параметров самой излучающей среды таких, как ее оптическая толщина и способность поглощать и рассеивать падающее на нее лучистую энергию. Для нас здесь представляет интерес класс задач, в которых зависящей от времени является интенсивность падающего на среду излучения и принимается в расчет время, проводимое фотонами в процессе многократного рассеяния в ней. Последнее, как известно, состоит из двух компонентов - времени пребывания атома в возбужденном состоянии и времени, расходуемого фотонами на пробег между двумя последовательными актами рассеяния. Обе они являются случайными величинами, распределенными по экспоненциальному закону со средними значениями, обозначаемыми обычно через t_1 и t_2 , соответственно. Значение величины t_2 определяется плотностью поглощающих атомов и ионов n и самим атомным коэффициентом поглощения k : $t_2 = 1/nkc$, где c - скорость света. Заметим, что данная величина существенно зависит от физических условий в среде. Например, в высокоионизованной среде, в которой приходится принимать во внимание процессы рассеяния на свободных электронах, в двухуровневом приближении будем иметь $t_2 = 1/(1 + n^+/n_1)n_1kc$, где n^+ - число ионизированных атомов и n_1 - количество атомов на основном уровне в единице объема [1]. Что касается интенсивности излучения падающего на среду, то наибольший интерес представляют случаи $\delta(t)$ - образного импульса и интенсивности формы, задающейся функцией единичного скачка $H(t)$, известной как функция Хевисайда.

Начало развития теории в данном направлении было положено в работах Милна [1] и Чандрасекара [2,3], в которых принималось в расчет лишь время пребывания атома в возбужденном состоянии. Если в первой из указанных работ в качестве характерного времени данного состояния бралось среднее время жизни атома на данном энергетическом уровне, то во второй была дана более точная формулировка задачи. Большой вклад в развитии теории нестационарного переноса излучения был внесен в работах ленинградской школы астрофизиков. Соболевым [4,5] задачи нестационарного свечения среды рассматривались как на основе уравнений переноса излучения, так и применением разработанного им вероятностного подхода. Мининым [6,7] развивался метод, позволяющий путем преобразования Лапласа свести рассматриваемые задачи к решению их стационарных аналогов. Численное решение нестационарной задачи путем обращения преобразования Лапласа было дано в работе [8]. В работах [9,10] для решения задачи диффузного отражения и пропускания среды конечной оптической толщины впервые был применен принцип инвариантности Амбарцумяна. Аналогичной задаче для неоднородной среды и изотропного рассеяния посвящена серия работ Мацумото (см.,

например, [11,12], в которых рассматривались оба упомянутых выше случая освещения среды.

Методы, основанные на преобразовании Лапласа сталкиваются с большими трудностями при обращении получаемых результатов. Поэтому в работах [13,14] был предложен альтернативный подход к решению зависящих от времени задач переноса излучения. Развиваемая авторами идея основывалась на одинаковости конструкции ряда Неймана в нестационарной и соответствующей ей стационарной задачах. Указанный метод был применен в предыдущей нашей работе [15] для одномерной среды с использованием рекуррентного соотношения полученного нами в [16]. Ввиду математической сложности нестационарных задач переноса излучения чаще рассматривались одномерные модели, или ограничивались решением задач при одном из двух взаимно противоположных предположениях $t_1 \ll t_2$, $t_1 \gg t_2$.

В настоящей работе рассматриваются в одномерном приближении три задачи при произвольных значениях параметров t_1 и t_2 для обоих упомянутых выше случаях освещения среды. Цель ее показать, что при правильной постановке решение данной общей задачи не встречает принципиальных трудностей по сравнению с часто встречающимися частными моделями.

2. Эволюция профилей спектральных линий, образуемых при диффузном отражении от полубесконечной атмосферы. Для наглядности в одномерном приближении рассмотрим простейшую задачу о диффузном отражении света от полубесконечной поглощающей и когерентно рассеивающей однородной атмосферы, освещенной в момент $t=0$ излучением в непрерывном спектре единичной интенсивности либо в виде импульса $\delta(t)$, либо в виде единичного скачка $H(t)$. Профиль коэффициента поглощения в спектральной линии считается доплеровским $\alpha(x) = (1/\sqrt{\pi})\exp(-x^2)$, где x - безразмерная частота, измеряемая смещением от центра линии в доплеровских ширинах. Влияние поглощения в непрерывном спектре задается величиной β , представляющей собой отношение коэффициентов поглощения в континууме и в центре линии. Для вероятности переизлучения кванта при элементарном акте рассеяния будем пользоваться общепринятым обозначением λ . В стационарной задаче применение принципа инвариантности Амбарцумяна для определения коэффициента отражения $\rho(x)$ (имеющего вероятностный смысл) дает [17]

$$\rho(x) = \frac{1}{\lambda} (2 - \lambda - 2\sqrt{1 - \lambda}). \quad (1)$$

Если учитывается роль рассеяния в континууме, то в согласии с [15,17] достаточно в (1) вместо λ подставить

$$\tilde{\lambda}(x) = \frac{\lambda\alpha(x)+\gamma}{\alpha(x)+\beta+\gamma}, \quad (2)$$

где γ - отношение коэффициента рассеяния в континууме к коэффициенту поглощения в центре спектральной линии. Разложение функции $\rho(x)$ в ряд Неймана записывается в виде

$$\rho(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n \tilde{\lambda}^n(x). \quad (3)$$

Коэффициенты ρ_1 и ρ_2 в разложении (3) легко находятся при добавлении к среде бесконечно тонкого слоя с последующим предельным переходом и равны соответственно 0.25 и 0.125. В данных двух случаях от самой среды квант отражается однажды. Остальные коэффициенты, связанные с двухкратным отражением от среды, определяются рекуррентным образом по формуле, полученной в [15] применением принципа инвариантности

$$\rho_n = \frac{1}{2} \left(\rho_{n-1} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-1} \rho_k \rho_{n-k-1} \right). \quad (4)$$

Приведенная формула допускает простую интерпретацию: первое слагаемое в скобках описывает процессы, связанные с однократным отражением света от среды, в то время как второе слагаемое - двухкратное отражение. События при двухкратном отражении являются статистически независимыми и потому задаются суммой, являющейся дискретным аналогом свертки. В работе автора [18] приводятся значения первых 40 коэффициентов в разложении (4). Заметим, что при $n > 4$, значения ρ_n асимптотически достаточно хорошо описываются трехпараметрической экспонентой $\rho_n \sim \exp(a + bn + cn^2)$, где $a = -1.90267$, $b = -0.25674$, $c = 0.0036$.

Временная картина диффузного отражения света от полубесконечной когерентно рассеивающей атмосферы была рассмотрена нами в упомянутой выше работе [18] в связи с изучением роли рассеяния в континууме. Впервые в ней был описан способ определения суммарного времени, затрачиваемого фотонами при диффузии в среде. Поскольку здесь этот способ будет использоваться при решении также других задач, коротко остановимся на нем.

Итак, пусть рассеивающая и поглощающая полубесконечная атмосфера освещается снаружи изменяющимся во времени излучением. Вместо времени t введем в рассмотрение две безразмерные величины $u = t/t_1$ и $\omega = t/t_2$. Время, расходуемое фотонами в процессе диффузии в среде, как было сказано, складывается от времени пребывания в поглощенном состоянии и времени пробега между двумя последовательными актами рассеяния. Каждый из этих двух компонентов, в свою очередь, представляет собой сумму некоторого количества независимых экспоненциально распределенных

случайных величин, реализуемых при многократном рассеянии в среде. Функция распределения суммы некоторого числа n таких величин задается распределением Эрланга - n (частный случай гамма распределения)

$$Er(\omega, k, \Lambda) = e^{-\Lambda\omega} \frac{\Lambda^k \omega^{n-1}}{(k-1)!}, \quad (5)$$

зависящем от двух параметров: формы (shape) k , и масштаба (rate) Λ [19]. Распределение является устойчивым, так что сумма и произведение таких распределений вновь является распределением указанного типа с соответствующими значениями параметров. В нашей задаче параметр Λ приобретает смысл величины, обратной к среднему времени того или иного из рассмотренных элементарных процессов. С учетом сказанного функция распределения плотности вероятности (РПВ) времени, теряемого фотоном на пребывание в поглощенном состоянии при n - кратном рассеянии, будет иметь вид

$$f_1(u, n) = \frac{u^{n-1}}{(n-1)!} e^{-u}. \quad (6)$$

Аналогичная функция для времени, расходуемого фотоном на свободный пробег между актами рассеяния, задается формулой

$$f_2(\omega, n+1) = \frac{\omega^n}{n!} e^{-\omega}, \quad (7)$$

где принято во внимание, что количество таких пробегов превосходит число рассеяний на единицу ввиду того, что принимается в расчет и путь, проходимый фотоном при его падении на среду. Приведенные две функции в отдельности вместе с формулами (3) и (4) позволяют определить эволюцию отраженной от среды интенсивности для каждого из двух случаев потери времени. Однако здесь нас интересует общий случай, когда принимаются в расчет обе причины потери времени. Случайные величины, соответствующие двум рассматриваемым процессам затрат времени, очевидно, являются статистически независимыми, поэтому РПВ для суммарного количества времени, теряемого фотоном на пребывание в среде, будет определяться сверткой приведенных выше двух распределений

$$F_n(z) = \int_0^z f_2(\omega, n+1) f_1(z-\omega, n) d\omega. \quad (8)$$

Данный интеграл вычисляется явным образом и имеет вид

$$F_n(z) = \frac{e^{-z}}{n!(n-1)!} \int_0^z \omega^n (z-\omega)^{n-1} d\omega = \frac{z^{2n-1}}{(2n-1)!} e^{-z}. \quad (9)$$

Введем теперь в рассмотрение функцию $\bar{p}(x, z)$ так, что $\bar{p}(x, z) dz$ представляет собой вероятность отражения от полубесконечной среды кванта частоты x в

интервале времени $(z, z+dz)$. По аналогии с (3), ряд Неймана для функции отражения запишется в виде

$$\bar{\rho}(x, z) = e^{-z} \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n \tilde{\lambda}^n(x) \frac{z^n}{(2n-1)!}. \quad (10)$$

Полученный результат описывает эволюцию профиля линии, образуемой при отражении от атмосферы, освещенной излучением формы $\delta(t)$ - образного импульса. На основе соотношения (8) нетрудно определить так называемую функцию кумулятивного распределения (ФКР), описывающую процесс установления стационарного режима в среде до какого-то момента времени z_0 при ее освещении излучением формы единичного скачка $H(t)$

$$P(x, z_0) = e^{-z_0} \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n \tilde{\lambda}^n \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^{2n+k}}{(2n+k)!}. \quad (11)$$

Из физического смысла временных переменных $z = t/\bar{t}$ и $z_0 = t_0/\bar{t}$ вытекает соотношение, связывающее \bar{t} с t_1 и t_2 : $\bar{t} = t_1 t_2 / (t_1 + t_2)$. Численные расчеты на основе формул (10) и (11) были приведены нами в [18] в связи с исследованием влияния рассеяния в континууме на эволюцию профиля линии, образуемой при отражении от полубесконечной атмосферы. Поэтому для иллюстрации и дальнейшего изложения мы ограничимся лишь одним типичным случаем, относящимся к сравнительно сильной линии.

Приведенные на рис.1 распределения описывают процесс эволюции профиля линии, образуемой в результате отражения от среды излучения единичной интенсивности в непрерывном спектре, меняющейся со временем по законам $\delta(t)$ (слева) и $H(t)$ (справа). Кривые на рисунках позволяют заключить, что распределение РПВ, построенное с учетом совместно двух

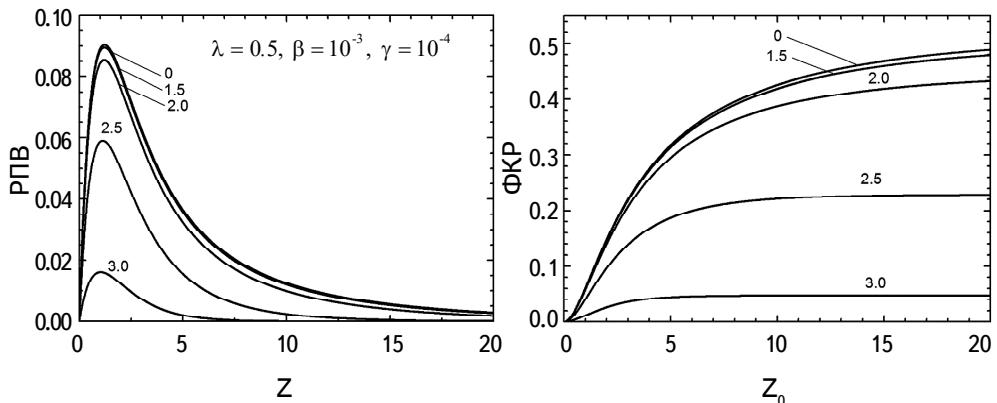


Рис.1. Распределение плотности вероятности и кумулятивная функция распределения для разных частот внутри линии, отмеченных над кривыми, при указанных значениях параметров, описывающих диффузию излучения в полубесконечной атмосфере.

типов потерь времени при актах рассеяния, выражющееся произведением соответствующих распределений, приводит к правильным результатам, которые качественно отличаются от тех, где используется безразмерное время вида $t/(t_1+t_2)$ ([6, 7, 16]). Из рисунка видно, что при заданных значениях параметров рассеяния образуется эмиссионная линия, причем крылья спектральной линии устанавливаются гораздо раньше ее ядра.

3. Конечная среда. Приведенные выше рассуждения нетрудно обобщить на случай среды конечной оптической толщины τ_0 . Интересующие нас интенсивности излучения, выходящие из среды, выражаются через коэффициенты отражения $\rho(x, \tau_0)$ и $q(x, \tau_0)$, имеющие вероятностный смысл. В предположении, что физические свойства такие же, как в предыдущем примере, применение принципа инвариантности в стационарной задаче приводит к следующей системе дифференциальных уравнений

$$\frac{1}{2v(x)} \frac{d\rho}{d\tau_0} + \rho(x, \tau_0) = \frac{\tilde{\lambda}(x)}{4} [1 + \rho(x, \tau_0)]^2, \quad (12)$$

$$\frac{1}{v(x)} \frac{dq}{d\tau_0} = - \left[1 - \frac{\tilde{\lambda}(x)}{2} (1 - \rho(x, \tau_0)) \right] q(x, \tau_0). \quad (13)$$

Уравнения (12), (13) написаны при условии, что освещается лишь граница $\tau = 0$ среды. Ряды Неймана искомых величин записываются в виде

$$\rho(x, \tau_0) = \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n(x, \tau_0) \tilde{\lambda}^n(x), \quad q(x, \tau_0) = \sum_{n=0}^{\infty} q_n(x, \tau_0) \tilde{\lambda}^n(x). \quad (14)$$

Относительная сложность рассматриваемой задачи заключается в том, что определение каждой из пар коэффициентов $\rho_n(x, \tau_0)$ и $q_n(x, \tau_0)$ сводится к вычислению интегралов, которые хотя и вычисляются аналитически в явном виде, тем не менее делают задачу трудоемкой. Как и в предыдущем примере, первые два члена в разложениях (14), не связанные с многократным рассеянием, находятся проще

$$\rho_1(x, \tau_0) = \frac{1}{4} \left(1 - e^{-2v(x)\tau_0} \right), \quad \rho_2(x, \tau_0) = \frac{1}{8} \left(1 - (1 + 2v(x)\tau_0) e^{-2v(x)\tau_0} \right), \quad (15)$$

$$q_0(x, \tau_0) = e^{-v(x)\tau_0} q_1(x, \tau_0) = \frac{\tilde{\lambda}(x)}{2} \tau_0 e^{-v(x)\tau_0}, \quad (16)$$

Остальные коэффициенты определяются последовательным вычислением интегралов

$$\rho_n(x, \tau_0) = 2v(x) \int_0^{\tau_0} \Phi_n(x, t) e^{-2v(x)(\tau-t)} dt, \quad q_n(x, \tau_0) = v(x) \int_0^{\tau_0} \Psi_n(x, t) e^{-2v(x)(\tau-t)} dt, \quad (17)$$

где

$$\Phi_n(x, \tau_0) = \frac{1}{2} \left[\rho_{n-1}(x, \tau_0) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-2} \rho_k(x, \tau_0) \rho_{n-k-1}(x, \tau_0) \right], \quad (18)$$

$$\Psi_n(x, \tau_0) = \frac{1}{2} \left[q_{n-1}(x, \tau_0) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-1} q_k(x, \tau_0) q_{n-k-1}(x, \tau_0) \right]. \quad (19)$$

Рис.2 иллюстрирует поведение коэффициентов $\rho_n(x, \tau_0)$ и $q_n(x, \tau_0)$ в разложении Неймана в зависимости от оптической толщины и частоты в спектральной линии. Обращает на себя внимание относительно более резкое падение коэффициентов $\rho_n(x, \tau_0)$ с ростом n , нежели в разобранном выше случае полубесконечной атмосферы. При $\tau_0 \rightarrow \infty$, очевидно, имеем $\rho(x, \tau_0) \rightarrow \rho(x)$.

Ускоряется сходимость коэффициентов и при переходе от центра линии к ее крыльям. Таким образом приходим к заключению, что несмотря на сравнительную сложность определения указанных коэффициентов, на практике для обеспечения удовлетворительной точности получаемых результатов бывает достаточно ограничиться нахождением небольшого их количества, в особенности

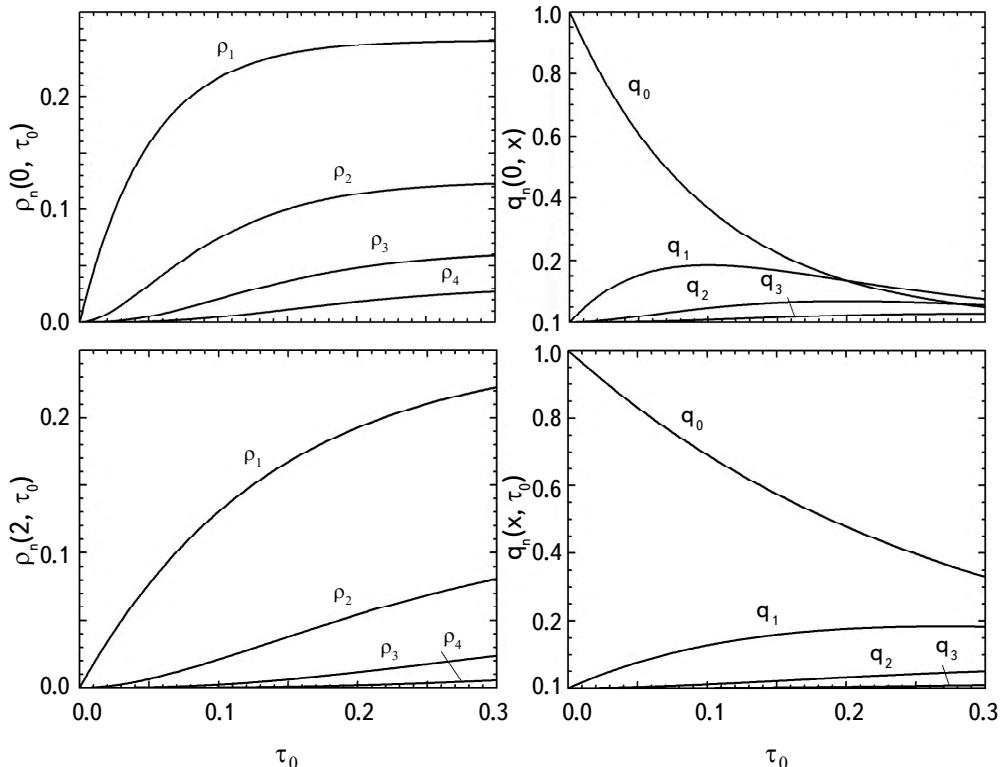


Рис.2. Зависимость коэффициентов $\rho_n(x, \tau_0)$ и $q_n(x, \tau_0)$ от оптической толщины среды в центре линии (верхние панели) и при промежуточной частоте $x = 2$ (нижние панели).

когда речь идет об относительно оптически более тонких линиях, а также крыльев линий.

Переходя к временному описанию процесса переноса излучения в среде конечной оптической толщины, введем рассмотрение функции $\bar{p}(x, \tau_0, z)$ и $\bar{q}(x, \tau_0, z)$, которыми определяются интенсивности излучения отраженного и пропущенного средой в зависимости от времени z . Рассуждения, аналогичные приведенным в предыдущем параграфе, позволяют написать

$$\bar{p}(x, \tau_0, z) = e^{-z} \sum_{n=1}^{\infty} p_n(x, \tau_0) \tilde{\lambda}^n(x) \frac{z^n}{(2n-1)!}, \quad (20)$$

$$\bar{q}(x, \tau_0, z) = \Lambda(z - \bar{z}) \left[q_0(x, \tau_0) \bar{z} + e^{-z} \sum_{n=1}^{\infty} p_n(x, \tau_0) \tilde{\lambda}^n(x) \frac{z^n}{(2n-1)!} \right], \quad (21)$$

где $\bar{z} = \lim_{t_1 \rightarrow \infty} (\tau_0 t_1) = \lim_{t_1 \rightarrow \infty} \tau_0 t_2 / (1 + t_2/t_1) = \tau_0 t_2$ - безразмерное время прохождения излучения через конечную среду без рассеяния.

На рис.3, 4 изображены функция РПВ и ФКР отражения и пропускания средой конечной оптической толщины, позволяющие проследить эволюцию профилей спектральных линий, образуемых при отражении и пропускании средой. На основе приведенного частного примера можно заключить, что в данном частном случае образуемая при пропускании линия поглощения устанавливается в общей сложности быстрее, нежели эмиссионная линия, формирующаяся в результате отражения от среды. Крылья как той, так и другой линии устанавливаются в среднем раньше, чем их ядра. Из рис.2 и 3 видно, что в полубесконечной среде, как и можно было ожидать, линия отражения эволюционирует дольше, чем это происходит в случае конечной среды.

Описанный в двух параграфах метод решения задач позволяет исследовать

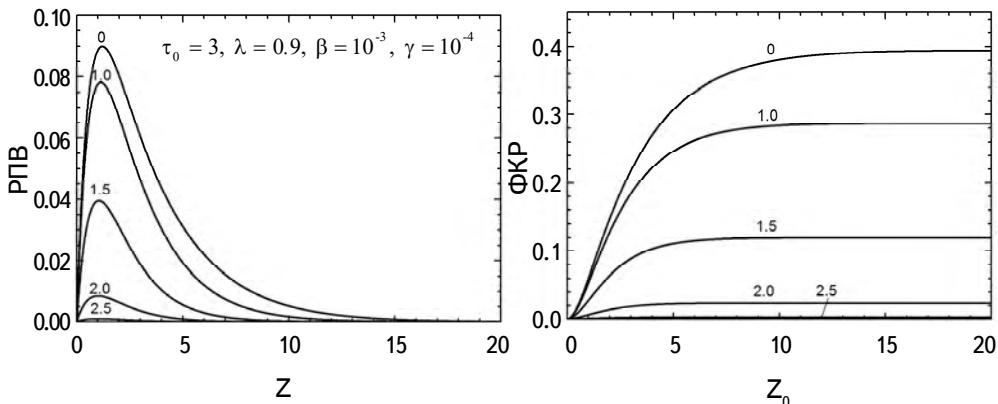


Рис.3. РПВ отражения от среды оптической толщины $\tau_0 = 3$ (слева) и ФКР (справа) при указанных значениях параметров многократного рассеяния для разных частот (отмечаются над кривыми) внутри спектральной линии.

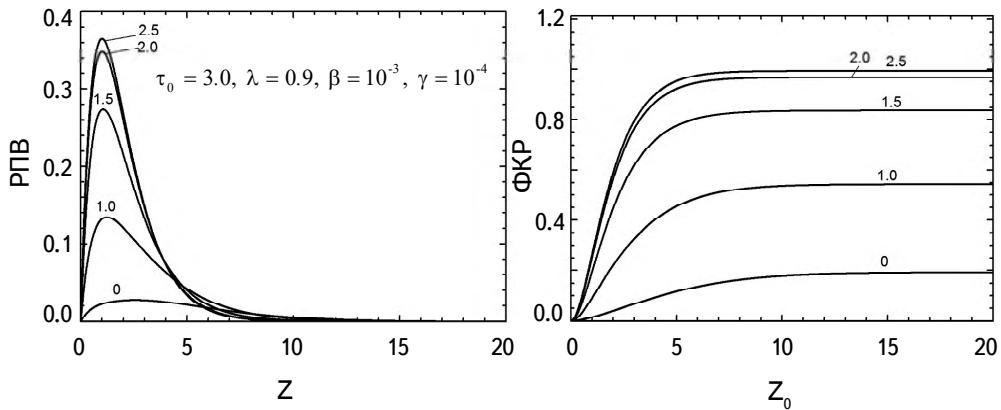


Рис.4. Функции РПВ пропускания излучения средой оптической толщины $\tau_0 = 3$ (слева) и ФКР (справа) при одинаковых с рис.3 значениях параметров и частот. Предполагается, что отсчет времени производится сразу после начала выхода квантов из среды.

влияние тех или иных локальных оптических свойств среды на процесс образования спектральной линии, что весьма важно при изучении различного рода нестационарных явлений в астрофизике.

3. Полностью некогерентное рассеяние. Рассмотрим предыдущую одномерную задачу с учетом перераспределения излучения по частотам, причем, как и выше, начнем со стационарной задачи.

Функциональное уравнение для функции отражения $\rho(x', x)$, которая теперь зависит как от частоты падающего на среду кванта, так и от частоты отраженного от нее кванта, нетрудно получить применением принципа инвариантности (см., например, [20])

$$\frac{2}{\lambda} [v(x) + v(x')] \rho(x', x) = r(x', x) + \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') \rho(x'', x) dx'' + \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x', x'') r(x'', x) dx'' + \int_{-\infty}^{\infty} \rho(x, x'') dx'' \int_{-\infty}^{\infty} r(x'', x''') \rho(x''', x) dx''' , \quad (22)$$

где $r(x', x)$ - осредненная по направлениям функция перераспределения по частотам и $v(x) = \alpha(x) + \beta$. В данном случае ряд Неймана записывается в виде

$$\rho(x', x) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^n \rho_n(x', x). \quad (23)$$

В настоящем параграфе, для простоты, роль рассеяния в континууме не учитывается, вследствие чего зависимость λ от частоты исчезает.

Рассуждения, аналогичные проведенным в предыдущем параграфе, позволяют построить необходимые нам коэффициенты $\rho_n(x', x)$. В частности, коэффициенты ρ_1 и ρ_2 , связанные с однократным отражением от самой

среды, определяются проще и имеют вид

$$\rho_1(x', x) = \frac{1}{2} \frac{r(x', x)}{v(x') + v(x)}, \quad (24)$$

$$\rho_2(x', x) = \frac{1}{2[v(x') + v(x)]} \left[\int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') \rho_1(x'', x) dx'' + \int_{-\infty}^{\infty} \rho_1(x', x'') r(x'', x) dx'' \right]. \quad (25)$$

Остальные коэффициенты находятся рекуррентным образом из

$$2[v(x') + v(x)] \rho_n(x', x) = \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') \rho_{n-1}(x'', x) dx'' + \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{n-1}(x', x'') r(x'', x) dx'' + \sum_{k=1}^{n-2} \int_{-\infty}^{\infty} \rho_k(x, x'') dx'' \int_{-\infty}^{\infty} r(x'', x''') \bar{\rho}_{n-k-1}(x''', x) dx'''. \quad (26)$$

Описанный путь пригоден для некогерентного рассеяния с произвольной функцией перераспределения по частотам. Расчеты в данной работе проведены для часто применяемого в приложениях приближения полностью некогерентного рассеяния. В этом случае $(x', x) = \alpha_0(x')\alpha_0(x)$, где $\alpha_0(x) = \pi^{-1/4}\alpha(x)$. Тогда вместо (24)-(26) будем иметь

$$\rho_1(x', x) = \frac{1}{2} \frac{\alpha_0(x')\alpha_0(x)}{v(x') + v(x)}, \quad \rho_1(x', x) = \frac{\alpha_0(x')\phi_1(x) + \alpha_0(x)\phi_1(x')}{v(x') + v(x)}, \quad (27)$$

$$\rho_n(x', x) = \frac{1}{2[v(x') + v(x)]} \left[\alpha_0(x')\phi_{n-1}(x) + \alpha_0(x)\phi_{n-1}(x') + \sum_{k=1}^{n-2} \phi_k(x)\phi_{n-k-1}(x') \right], \quad (28)$$

где

$$\phi_n(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_n(x', x)\alpha_0(x') dx'. \quad (29)$$

и учтена симметричность функции отражения относительно своих аргументов.

Переход к обсуждаемой нами зависящей от времени задаче производится, как и выше, введением зависящей от времени функции отражения $\bar{\rho}(x', x, z)$, для которой (10) запишется в виде

$$\bar{\rho}(x', x, z) = e^{-z} \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n(x', x) \lambda^n \frac{z^n}{(2n-1)!}. \quad (30)$$

Рис.5 демонстрирует эволюцию значений профиля линии на различных расстояниях x от ее центра, для случая, когда рассеяние в среде является полностью некогерентным. Далекие крылья линии, примерно при $x \geq 2.5$, меняются во времени незначительно, поэтому на рисунках соответствующие кривые отсутствуют. Сравнивая процесс образования спектральной линии в результате отражения для рассмотренных нами двух типов рассеяния в среде, следует обратить внимание на различное поведение ее ядра и крыльев во

времени. Ядро линии ($x \leq 1.5$), образуемой при когерентном рассеянии, почти плоское и различные ее части эволюционируют практически одинаково. В то же время линия, образуемая при полном перераспределении по частотам, сильнее и шире, по сравнению с предыдущим примером. Что касается крыльев линии, то они меняются во времени незначительно.

4. Заключение. В работе мы ограничились рассмотрением трех простых одномерных задач, с целью продемонстрировать преимущества метода, основанного на разложении искомых величин в ряд Неймана, когда приме-

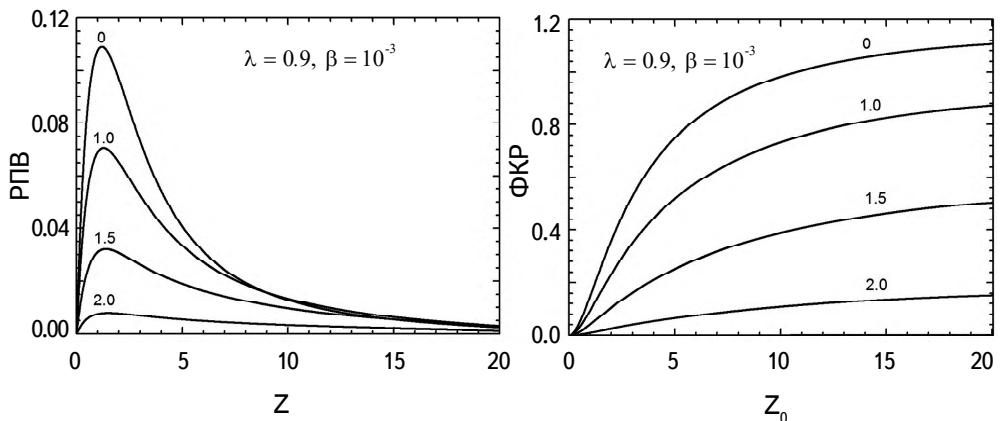


Рис.5. Те же распределения, что на рис.1 для случая, когда спектральная линия образуется в результате отражения от полубесконечной атмосферы, в которой рассеяние происходит с полным перераспределением по частотам.

няются легко реализуемые рекуррентные соотношения, полученные нами в [16]. При этом принимались в расчет обе возможности потери времени фотоном в процессе блуждания в среде: время пребывания атома в возбужденном состоянии и время расходуемое фотоном на прохождение пути между актами рассеяния. Показывается, что правильный учет обоих типов потерь производится сверткой соответствующих двух распределений Эрланга. РПВ и ФКР, получаемые в результате корректной постановки задачи, обеспечивают физически легко трактуемое описание эволюции профилей образуемых линий. Важно также отметить, что применяемый в работе подход несложно реализовать для решения задач при их более общей постановке.

Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна,
Армения, e-mail: nikoghoss@bao.sci.am

ON TIME-DEPENDENT RADIATIVE TRANSFER PROBLEMS IN ONE-DIMENSIONAL MEDIUM

A.G.NIKOGHOSSIAN

This paper provides a solution to several one-dimensional problems of nonstationary radiation transfer in spectral line frequencies. An approach based on the search for the required quantities in the form of Neumann series expansions is applied. The evolution of the line profile formed by the reflection from the semi-infinite atmosphere both in the case of coherent and fully incoherent scattering in the medium is studied. The time dependence of the line profiles formed at the boundaries of the finite atmosphere is also considered. In both problems, it is assumed that atmospheres are illuminated by radiation either in the form of a $\delta(t)$ -shaped pulse or by radiation with an intensity of the form of a unit jump. The solution takes into account both possible causes of time wasted by photons during diffusion in the medium: the time an atom stays in an excited state and the time lost by photons to travel the path between two consecutive acts of scattering. It is shown that in such a general statement of the problem the resulting distribution function of the probability density function of the outgoing radiation is given as a convolution of the distributions corresponding to the two components of the photon time expenditure.

Keywords: *time-dependent radiative transfer: Erlang-n distribution: probability density distribution: cumulative distribution: spectral line profiles*

ЛИТЕРАТУРА

1. *E.A.Milne*, J. London Math. Soc., **1**, 40, 1926.
2. *S.Chandrasekhar*, Proc. Roy. Soc. London, A, **192**, 508, 1948.
3. *S.Chandrasekhar*, Radiative Transfer, Oxford: Clarendon press, 1950, p.354.
4. *B.B.Соболев*, Астрон. ж., **27**, 81, 1950.
5. *B.B.Соболев*, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, М., Гостехиздат, 1956.
6. *И.Н.Минин*, Вестник ЛГУ, **13**, 137, 1959.
7. *И.Н.Минин*, ДАН СССР, **154**, 1059, 1964.
8. *R.Bellman, H.Kagivada, S.Ueno*, J. Math. Anal. Appl., **9**, 424, 1964.
9. *S.Ueno*, J. Math. Anal. Appl., **4**, 1, 1962.
10. *R.Bellman, H.Kagivada, S.Ueno*, J. Math. Anal. Appl., **15**, 171, 1966.

11. *M.Matsumoto*, Publ. Astron. Soc. Japan, **19**, 163, 1967.
12. *M.Matsumoto*, Publ. Astron. Soc. Japan, **19**, 434, 1967.
13. *M.Matsumoto*, J. Math. Anal. Appl., **51**, 403, 1976.
14. *B.D.Ganapol*, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, **25**, 159, 1981.
15. *А.Г.Никогосян*, Астрофизика, **64**, 389, 2021, (Astrophysics, **64**, 345, 2021).
16. *А.Г.Никогосян*, Астрофизика, **21**, 323, 1984, (Astrophysics, **21**, 527, 1984).
17. *G.L.Israelian, A.G.Nikoghossian*, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, **56**, 509, 1996.
18. *A.G.Nikoghossian*, ComBAO, **68**, Iss.1, 2, 2021.
19. *P.G.Moschopoulos*, Ann. Inst. Stat. Math., **37**, 541, 1985.
20. *А.Г.Никогосян, Г.А.Арутюнян*, ДАН СССР, **229**, 583, 1976.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64

НОЯБРЬ, 2021

ВЫПУСК 4

БЕЛЫЕ КАРЛИКИ В ПРИБЛИЖЕНИИ ОДНОРОДНОГО ШАРА, С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ОТО

Г.С.БИСНОВАТЫЙ-КОГАН^{1,2}, Е.А.ПАТРАМАН¹

Поступила 1 сентября 2021

Предельная масса холодных белых карликов впервые была вычислена Е.Стонером в рамках приближенной модели однородной звезды, и была вскоре уменьшена на ~20% в работах С.Чандraseкара и Л.Д.Ландау, на основе точного решения уравнений для равновесия звезды. Здесь рассмотрены однородные модели белых карликов с учетом эффектов общей теории относительности и влияния конечной температуры. Решения получены в виде конечных аналитических формул и, для масс, не более чем на ~20% отличаются от точных решений, получаемых при численном интегрировании дифференциальных уравнений равновесия звезды.

Ключевые слова: белые карлики: однородная модель: общая теория относительности

1. *Введение.* При исследовании строения белых карликов было обнаружено, что их равновесие возможно только для масс, не превышающих некоторый предел, который известен как Чандрасекаровский. Для углеродно-кислородного химического состава, где на один электрон приходится два нуклона, $\mu_e = 2$, этот предел равен $\approx 1.46 M_\odot$. Впервые вывод о существовании верхнего предела массы для холодных звезд, равновесие которых поддерживается давлением вырожденных электронов, был сделан в работе Стонера [1], который рассматривал модель белого карлика однородной плотности, см. также [2]. Он обобщил рассмотрение давления вырожденных электронов, сделанное в работах [3,4] на случай большой плотности в условиях ультрарелятивистского вырождения, в котором уравнение состояния для холодного вещества принимает вид [5]

$$P(\rho) = \frac{(3\pi^2)^{1/3}}{4} \frac{\hbar c}{(\mu_e m_u)^{4/3}} \rho^{4/3} = K \rho^{4/3}. \quad (1)$$

Здесь μ_e - количество нуклонов на один электрон, m_u - атомная единица массы, равная $1/12$ массы изотопа ^{12}C . Масса политропной звезды, соответствующей $\gamma = 4/3$, $n = 3$, согласно теории Эмдена, не зависит от плотности и однозначно определяется параметром K в виде [5]

$$M_p = 4\pi \left(\frac{K}{\pi G} \right)^{3/2} M_3, \quad M_3 = 2.018. \quad (2)$$

Используя (2), Чандрасекар [6] и Ландау [7], независимо и почти одновременно получили для уравнения состояния (2) предельную массу белого карлика в виде

$$M_{wd} = \frac{\sqrt{3\pi}}{2} \left(\frac{\hbar c}{G} \right)^{3/2} \frac{M_3}{(\mu_e m_u)^2} = \frac{5.83}{\mu_e^2} M_\odot. \quad (3)$$

Для определения предельной массы наблюдаемых белых карликов Чандрасекар [6], следуя Стонеру [1], использовал значение $\mu_e = 2.5$, получив значение $M_{wd} = 0.933 M_\odot$. Это уточняло значение Стонера $M_{wd} = 1.1 M_\odot$, полученное при том же $\mu_e = 2.5$ в модели с однородной плотностью. Из теории эволюции звезд, а также из наблюдений следует, что почти все белые карлики состоят из смеси углерода ^{12}C и кислорода ^{16}O , для которой $\mu_e = 2$ [8], а $M_{wd} = 1.46 M_\odot$. В работе [7] впервые было получено реалистическое значение предела массы белого карлика, который заслуживает более справедливое название, как предел Стонера-Чандрасекара-Ландау.

Отметим, что здесь приводятся значения предельных масс белых карликов с использованием уточненных современных величин для всех констант, что привело к отличию на несколько процентов от величин, приведенных в оригинальных работах.

В данной работе однородная модель используется для построения приближенных моделей белых карликов произвольной массы при конечной температуре с учетом пост-ニュтонаовских поправок к ньютоновской гравитации за счет эффектов общей теории относительности (ОТО). Из сравнения результатов для предельных масс белых карликов в точной и однородной моделях, ошибки в определении всех величин в однородной модели составляют 20%.

2. Белые карлики в приближении шара постоянной плотности. Для приближенного рассмотрения однородных звезд взят энергетический метод, использованный Стонером [1] для белых карликов, и позже для общего случая в работах [9,10]. Распределение плотности принимается заданным, с единственным параметром в виде центральной плотности, при изменении которой изменения в звезде происходят гомологически.

Для однородных звезд таким параметром является постоянная по звезде плотность. Запишем полную энергию однородной звезды ε в виде

$$\varepsilon = E_T M + \varepsilon_G = E_T M - \frac{3}{5} G \frac{M^2}{R} = E_T M - \frac{3}{5} G \left(\frac{4\pi M^5}{3} \right)^{1/3} \rho^{1/3}. \quad (4)$$

Здесь E_T - внутренняя энергия единицы массы, гравитационная энергия однородного шара ε_G определена в [11]. Равновесное состояние и условие устойчивости для звезды массы M определяются, соответственно, соотношениями

$$0 = \frac{d\varepsilon}{d\rho^{1/3}} = 3MP\rho^{-4/3} - \frac{3}{5}G\left(\frac{4\pi M^5}{3}\right)^{1/3}; \quad \frac{d^2\varepsilon}{d(\rho^{1/3})^2} = 9MP\rho^{-5/3}\left(\gamma - \frac{4}{3}\right) > 0. \quad (5)$$

Здесь использованы термодинамические соотношения [12]

$$P = \rho^2 \left(\frac{\partial E_T}{\partial \rho} \right)_S; \quad \gamma = \left(\frac{\partial \ln P}{\partial \ln \rho} \right)_S. \quad (6)$$

Из первого соотношения для равновесия в (5) получаем единственное решение для массы однородной звезды M_u , в случае уравнения состояния $P = K\rho^{4/3}$, в виде

$$M_u = 5.463 \left(\frac{K}{G} \right)^{3/2}. \quad (7)$$

Из сравнения масс M_u из (7) и M_p из (3) получаем для предельной массы

$$M_u = \left(\frac{5}{4} \right)^{3/2} \frac{\sqrt{3}}{M_3} M_{ud} = 1.199 M_{ud}. \quad (8)$$

Таким образом, приближенное значение для предельной массы однородной звезды, по Стонеру, примерно на 20% превышает точное. Для произвольного уравнения состояния из (5) получаем следующее выражение для зависимости массы звезды от плотности

$$M_u = 5.463 \left(\frac{P\rho^{-4/3}}{G} \right)^{3/2}. \quad (9)$$

Для холодных белых карликов с уравнением состояния [5]

$$P = \frac{m_e^4 c^5}{24\pi^2 \hbar^3} \left[y \left(2y^2 - 3 \right) \sqrt{y^2 + 1} + 3 \sinh^{-1} y \right], \quad y = \left(\frac{3\pi^2 \rho}{\mu_e m_u} \right)^{1/3} \frac{\hbar}{m_e c} = \left(\frac{1.027 \rho}{10^9 \mu_e} \right)^{1/3} \quad (10)$$

получаем приближенную зависимость $M(\rho)$ для белого карлика в однородной модели, представленную сплошной линией на рис.1. В ультрарелятивистском пределе из (10) получаем уравнение состояния (1), из которого следует приближенное значение предельной массы (7), (8). При учете малых поправок за счет отклонения от ультрарелятивистского газа при $y \gg 1$ и малых температурных поправок $\alpha = m_e c^2 / kT \gg 1$, уравнение состояния принимает вид [5]

$$\begin{aligned} P &= \frac{m_e^4 c^5}{24\pi^2 \hbar^3} y^4 \left(1 - \frac{1}{y^2} + \frac{2\pi^2}{3\alpha^2 y^2} \right) = \\ &= P(\rho) = \frac{(3\pi^2)^{1/3}}{4} \frac{\hbar c}{(\mu_e m_u)^{4/3}} \rho^{4/3} \left(1 - \frac{1}{y^2} + \frac{2\pi^2}{3\alpha^2 y^2} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Тогда в однородной модели зависимость массы от плотности при больших плотностях, с учетом (9), записывается в виде

$$M_u = 5^{3/2} \frac{3\sqrt{\pi}}{16} \left(\frac{\hbar c}{G} \right)^{3/2} \frac{1}{(\mu_e m_u)^2} \left(1 - \frac{1}{y^2} + \frac{2\pi^2}{3\alpha^2 y^2} \right)^{3/2}. \quad (12)$$

3. Модели однородных белых карликов с учетом малых поправок на ОТО. Рассмотрим модели однородных белых карликов с учетом пост-ニュтонаовских поправок на ОТО.

Для равновесных звезд пост-ニュтонаовские поправки к энергии рассчитаны в [9], см. также [13] в интегральном виде, которые для однородного шара вычисляются аналитически:

$$\begin{aligned} \Delta E &= I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5, \\ I_1 &= -\frac{G}{c^2} E_T \int m \frac{dm}{r} = -\frac{9}{25} \frac{G^2}{c^2} \left(\frac{4\pi\rho}{3} \right)^{2/3} M^{7/3}, \\ I_2 &= -\frac{G^2}{2c^2} \int m^2 \frac{dm}{r^2} = -3^{1/3} \frac{G^2}{14c^2} (4\pi\rho)^{2/3} M^{7/3}, \\ I_3 &= -\frac{G}{c^2} \int \left(\int E_T dm \right) \frac{dm}{r} = -\frac{9}{25} \frac{G^2}{c^2} \left(\frac{4\pi\rho}{3} \right)^{2/3} M^{7/3}, \\ I_4 &= \frac{G^2}{c^2} \int \left(\int \frac{mdm}{r} \right) \frac{dm}{r} = 3^{4/3} \frac{G^2}{35c^2} (4\pi\rho)^{2/3} M^{7/3}, \\ I_5 &= -\frac{G^2}{c^2} \int \left(\int mrdr \right) \frac{mdm}{r^4} = -3^{1/3} \frac{G^2}{35c^2} (4\pi\rho)^{2/3} M^{7/3}. \end{aligned} \quad (13)$$

В итоге получаем поправку на ОТО для однородной звезды в виде

$$\Delta E = -\frac{6}{5} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{1/3} \frac{G}{c^2} M^{5/3} E_T \rho^{1/3} - \frac{3}{70} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{2/3} M^{7/3} \rho^{2/3}. \quad (14)$$

Для политропного шара имеют место соотношения [5]

$$\varepsilon_T = E_T M = -\frac{n}{3} \varepsilon_G = \frac{n}{5} G \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{1/3} M^{5/3} \rho^{1/3}. \quad (15)$$

Учитывая (15) в первом члене (14), получаем выражение поправки на ОТО для политропной звезды однородной плотности в виде

$$\Delta E = -1.982 \frac{G^2}{c^2} M^{7/3} \rho^{2/3}. \quad (16)$$

Для эмденовской политропной модели с $n=3$ поправки на ОТО составляют [9]

$$\Delta E = -0.93 \frac{G^2}{c^2} M^{7/3} \rho^{2/3}. \quad (17)$$

При учете поправки на ОТО приближенное уравнение равновесия в однородной модели, с учетом (5) и (16), запишется в виде

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{d \varepsilon}{d \rho^{1/3}} = 3MP\rho^{-4/3} - \frac{3}{5}G\left(\frac{4\pi M^5}{3}\right)^{1/3} + \frac{d \Delta E}{d \rho^{1/3}} = \\ &= 3MP\rho^{-4/3} - \frac{3}{5}G\left(\frac{4\pi M^5}{3}\right)^{1/3} - 3.964 \frac{G^2}{c^2} M^{7/3} \rho^{1/3}. \end{aligned} \quad (18)$$

Зависимость $M(\rho)$ в однородной модели белого карлика с учетом эффектов ОТО, следующая из (18), с использованием уравнения состояния (10), приведена на рис.1. Максимум массы достигается при $\rho_m = 4.689 \cdot 10^9 \text{ г/см}^3$, $M_m = 1.672 M_\odot$. Аналогичные кривые для белых карликов в точных политропных моделях построены в работе [10].

Из сравнения видно, что кривые для однородной модели примерно на 20% выше, чем на соответствующих кривых из [10], и теряют устойчивость за счет эффектов ОТО при плотности приблизительно в 5 раз меньшей из-

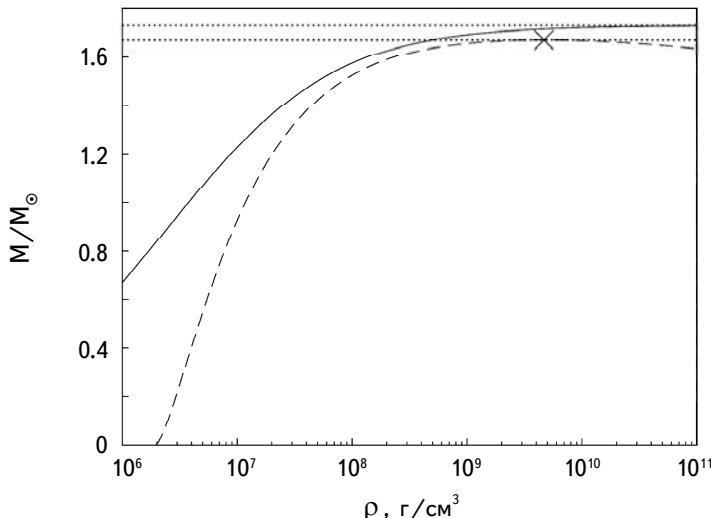


Рис.1. Зависимости массы от плотности без учета и с учетом эффектов ОТО. Сплошной линией обозначена однородная модель без учета эффектов ОТО. Штриховой линией представлена однородная модель с учетом малых поправок на ОТО. Максимум достигается в точке $\rho_m = 4.689 \cdot 10^9 \text{ г/см}^3$, $M_m = 1.672 M_\odot$.

за большого влияния этих эффектов в однородной модели, по сравнению с точной политропной моделью $n = 3$. Используя уравнения (11) и (18), получаем уравнение для массы однородного белого карлика с учетом эффектов ОТО при конечной температуре.

$$M = \left(\frac{-\frac{3}{5}G\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3} + \sqrt{\left(\frac{3}{5}G\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3}\right)^2 + 47.568\frac{G^2}{c^2}\rho^{-1}P}}{7.928\frac{G^2}{c^2}\rho^{1/3}} \right)^{3/2}. \quad (19)$$

Зависимость массы от плотности однородных белых карликов для разных температур, с учетом эффектов ОТО, приведена на рис.2.

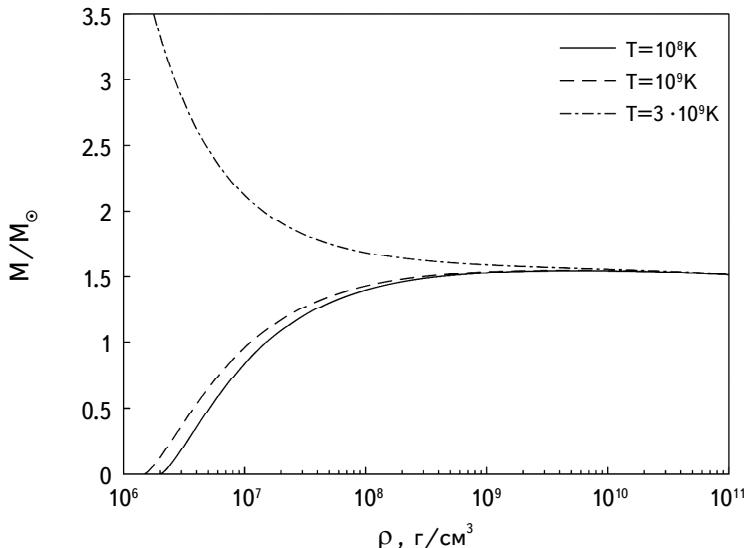


Рис.2. Кривые для изотермических однородных белых карликов при больших плотностях с учетом эффектов ОТО.

Зависимость массы от плотности для изотермических белых карликов в политропной модели получена в работе [10]. Отметим, что влияние эффектов ОТО на устойчивость белых карликов впервые исследовано Капланом [14].

Данная работа частично поддержана грантом РФФИ 20-02-00455.

¹ Институт космических исследований РАН, Москва, Московский физико-технический институт МФТИ, г. Долгопрудный, e-mail: gkogan@iki.rssi.ru

² Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Москва

WHITE DWARFS IN A UNIFORM SPHERE
APPROXIMATION, WITH ACCOUNT OF GENERAL
RELATIVITY EFFECTS

G.S.BISNOVATYI-KOGAN^{1,2}, E.A.PATRAMAN¹

A limiting mass of cold white dwarfs was first calculated by E.Stoner in the frame of approximate model of a uniform star, and was decreased soon by ~20% in works of S.Chandrasekhar and L.D.Landau, basing on exact solution of stellar equilibrium equations. Uniform models of white dwarfs are considered here with account of General Relativity effects, and influence of a finite temperature. Solutions are obtained in the form of finite analytic formulae, and, for masses, not more than ~20% differ from exact solutions, obtained by numerical integration of differential equations of stellar equilibrium.

Keywords: *white dwarf: uniform model: general relativity*

ЛИТЕРАТУРА

1. *E.C.Stoner*, Phil. Mag., **9**, 944, 1930.
2. *E.G.Thomas*, Phil. Mag., **91**, 3416, 2011.
3. *R.H.Fowler*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **87**, 114, 1926.
4. *J.Frenkel*, Zs. Phys., **50**, 234, 1928.
5. Г.С.Бисноватый-Коган, Физические вопросы теории звездной эволюции, М., Наука, 1989.
6. *S.Chandrasekhar*, Astrophys. J., **74**, 81, 1931.
7. *L.D.Landau*, Phys. Zs. Sowjet., **1**, 285, 1932.
8. *E.Schatzman*, White dwarfs, Amsterdam, North Holland, 1958.
9. Я.Б.Зельдович, И.Д.Новиков, УФН, **86**, 447, 1965.
10. Г.С.Бисноватый-Коган, Астрон. ж., **43**, 89, 1966, (Sov. Astron., **10**, 69, 1966).
11. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Теория поля, М., Физматгиз, 2001.
12. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Статистическая физика, М., Наука, 1976.
13. Я.Б.Зельдович, И.Д.Новиков, Теория тяготения и эволюция звезд, М., Наука, 1971.
14. С.А.Каплан, Уч. зап. Львовского гос. ун-та, серия физ-мат., **15**, 109, 1949.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64

НОЯБРЬ, 2021

ВЫПУСК 4

MODIFIED RENYI HOLOGRAPHIC DARK ENERGY (MRHDE) IN $f(R, T)$ THEORY OF GRAVITY

J.BHARALI, K.DAS

Received 25 June 2021

Accepted 20 October 2021

In this work, we investigate the dynamics of Bianchi type VI₀ space-time in the framework of $f(R, T)$ theory of gravity where R stands for Ricci scalar and T stands for the trace of the stress energy-momentum tensor with Modified Renyi Holographic Dark Energy (MRHDE). With the specific choice of the functional $f(R, T) = f_1(R) + f_2(T) = \mu_1 R + \mu_2 T$ where $f_1(R)$ and $f_2(T)$ are arbitrary functions of R and T respectively and μ_1 and μ_2 are two parameters, we have obtained the exact solutions of the model by considering the energy density of MRHDE and by using a law of variation for the Hubble parameter H . It is found that our model leads to the accelerated expansion of the Universe. The EOS parameter $\omega_{DE} > -1$ indicates that our cosmological model behaves like a quintessence dark energy model which is consistent with the recent observations. A correspondence between MRHDE and quintessence dark energy is established. The quintessence dynamics of the potential and scalar field are reconstructed, which illustrates the late-time cosmic acceleration. All physical parameters are calculated and discussed graphically.

Keywords: *MRHDE: $f(R, T)$ theory of gravity: quintessence: EOS parameter: statefinder parameter*

1. Introduction. From the observational astrophysical results [1-5] it is confirmed that our Universe is accelerating. The source driving this acceleration is known as dark energy (DE), an unknown form of energy with negative pressure, whose origin is still a mystery in modern cosmology. Recent experiments indicates that DE constitutes about 70% of present total cosmic energy. However, so far, the nature of DE is still unknown. The most familiar candidate for dark energy is the cosmological constant Λ which is characterized by the equation of state $p = \omega \rho$ with $\omega = -1$ where p is the pressure and ρ is the energy density of DE. But from theoretical point of view, it fails to resolve the hurdle of fine-tuning and cosmic coincidence problem [6,7]. There are several candidates to play the position of dark energy (DE), which is the dominant part of the Universe. Some of them are quintessence [8], phantom [9], k-essence [10], tachyon [11] and so on.

In recent studies, to understand the nature of the Universe, a new DE model has been constructed based on holographic principle named as holographic dark energy (HDE) was first put forward by Hooft [12] and Susskind [13]. According to this principle, the entropy of the system scales not with its volume, but also

its surface area (L^2) and arrived at a conclusion that in quantum field theory a short distance cut-off is related to a long-distance cut-off due to the limit set by the black hole formation [14]. By taking ρ_{HDE} as the quantum zero-point energy density caused by a short distance cut-off in a region of size L , the total energy density should not exceed the black hole mass of the same size, giving $L^3 \rho_{HDE} \leq LM_p^2$. The maximal value L allowed is the one saturating this inequality, giving the HDE density as $\rho_{HDE} = 3c^2 M_p^2 L^{-2}$, M_p is the reduced Planck mass with $M_p^{-2} = 8\pi G$ and $3c^2$ is the numerical constant [15].

The late-time acceleration of the Universe can be studied by two ways- by introducing DE in our Universe and secondly by modifying General Relativity (GR). There are various modifications of Einstein theory. The presence of a late-time cosmic acceleration of the Universe can be explained by $f(R)$ gravity [16]. Harko et al. [17] have proposed a new generalized theory known as $f(R, T)$ gravity. According to this theory, gravitational Lagrangian involves an arbitrary function of the scalar curvature R and trace of the energy-momentum tensor T . The $f(R, T)$ gravity model depends on a source term, representing the variation of the matter stress-energy tensor with respect to the metric. Mishra and Sahoo [18] have studied Bianchi type cosmological models assuming $f(R, T) = R + 2f(T)$. In that work, Mishra and Sahoo have obtained exact solutions to the modified field equations by assuming a specific anisotropic relation. Adhav [19] obtained exact solutions of the field equations for LRS Bianchi type-I space-time with perfect fluid in the framework of $f(R, T)$ theory of gravity. The $f(R, T)$ gravity models can explain the late time cosmic accelerated expansion of the Universe.

Recently, several entropy formalisms have been used to construct and investigate the cosmological models. Some new HDE models are constructed such as Tsallis HDE (THDE) [20,21], Sharma-Mittal HDE (SMHDE) [22] and RHDE model [23]. Among these models, a new dark energy model proposed by Moradpour et al. [23] named the Rényi holographic dark energy (RHDE) model for the cosmological and gravitational investigations shows more stability by itself. Several researchers have discussed RHDE in different theories of gravity. Using the Rényi entropy, the modified Friedmann equations are obtained [24-26]. The inflation may be found in the Rényi formalism suggested by Ghaffari et al. [27]. Dubey et al. [28] have studied interacting RHDE in Brans-Dicke theory of gravity. Saha et al. [29] have investigated RHDE in the framework of Kaluza-Klein space-time. Prasantha & Aditya [30] have explored RHDE in General Relativity (GR) in Bianchi type VI₀ metric. Dubey et al. [31] have worked out RHDE in a flat Universe.

The form of the Bekenstein entropy of a system is $S = \bar{A}/4$ where $\bar{A} = 4\pi L^2$ and L is the IR cut-off. Rényi entropy [23] can be written as $S = \frac{1}{\delta} \log \left(\frac{\delta \bar{A}}{4} + 1 \right) =$

$= \frac{1}{\delta} \log(\pi\delta L^2 + 1)$. By considering $\rho_{DE} dV \propto TdS$ where V and T denote the volume and temperature of the system, the expression of RHDE assumes the form $\rho_{DE} = \frac{3c^2}{8\pi L^2} (\pi\delta L^2 + 1)^{-1}$. By considering Hubble horizon as a candidate for IR cut-off i.e. $L = H^{-1}$, the energy density of RHDE is obtained as $\rho_{DE} = \frac{3c^2 H^2}{8\pi(\pi\delta/H^2 + 1)}$ where c^2 is a numerical constant. Since the DE occupies almost 70% of the content of the Universe today, it is rational to assume that the density of DE is a function of the Hubble parameter H and its derivative w.r. to time [32]. In cosmology anisotropic and spatially homogeneous universes have obtained much interest. The major observational evidence from CMBR [33] has been considered to support the existence of a transition from an anisotropic phase of the universe to an isotropic phase [34]. It is believed that at the early stages of evolution, the Universe is, in general spatially homogeneous and anisotropic in nature. Bianchi type spaces are usually used for studying spatially homogeneous and anisotropic cosmological models. Recently, many researchers have presented interesting cosmological models in the presence of DE within the background of anisotropic Bianchi space-times. Chaubey and Shukla [35] obtained a new class of Bianchi cosmological models in $f(R, T)$ gravity by using a special law of variation.

Motivated by the above investigations we present in this paper Modified Rényi Holographic Dark Energy (MRHDE) in $f(R, T)$ theory of gravity by considering the energy density in the framework of Bianchi type VI_0 Universe. Here we modify the energy density of RHDE as $\rho_{DE} = \frac{3c^2 H^2 + \beta \dot{H}}{8\pi(\pi\delta/H^2 + 1)}$ where β is an arbitrary dimensionless parameter.

The outline of the paper is as follows: Section 2 describes the $f(R, T)$ gravity formalism. The metric and field equations are discussed in Section 3. In Section 4, we derive the solutions of field equations. Sections 5.1 and 5.2 deals with Statefinder parameters and anisotropy parameter respectively. The stability analysis and energy conditions are described in Section 6. Various parameters are discussed graphically in Section 7. Section 8 deals with correspondence between MRHDE and quintessence scalar field. The paper ends with concluding remarks in Section 9.

2. Gravitational field equations of $f(R, T)$ gravity. The gravitational field equations of $f(R, T)$ theory are derived from the Hilbert-Einstein variation principle. The action for the modified $f(R, T)$ gravity is

$$S = \frac{1}{16\pi} \int f(R, T) \sqrt{-g} d^4x + \int L_m \sqrt{-g} d^4x, \quad (1)$$

where L_m is the matter Lagrangian density.

The stress-energy tensor of matter [36] is

$$T_{ij} = \frac{-2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta}{\delta g^{ij}} \left(\sqrt{-g} L_m \right), \quad (2)$$

where trace $T = g^{ij} T_{ij}$.

By assuming that L_m of matter depends only on metric tensor components g_{ij} and not on its derivatives, we have obtained the field equations of $f(R, T)$ gravity as

$$f_R(R, T) R_{ij} - \frac{1}{2} f(R, T) g_{ij} + (g_{ij} h - \nabla_i \nabla_j) f_R(R, T) = 8\pi T_{ij} - f_T(R, T) T_{ij} - f_T(R, T) \theta_{ij}, \quad (3)$$

where

$$\begin{aligned} h &= \nabla^k \nabla_k, \quad f_R = \frac{\partial f}{\partial R}, \quad f_T = \frac{\partial f}{\partial T}, \\ \theta_{ij} &= -2T_{ij} + g_{ij} L_m - 2g^{\alpha\beta} \frac{\partial^2 L_m}{\partial g^{ij} \partial g^{\alpha\beta}} \end{aligned} \quad (4)$$

and ∇^i is the covariant derivative.

The problem of the perfect fluids described by an energy density ρ , pressure p_{DE} and four velocity u^i is more complicated because there is no unique definition of L_m . Here we have assumed T_{ij} is of the form

$$T_{ij} = (\rho + p_{DE}) u_i u_j - p_{DE} g_{ij}, \quad (5)$$

where

$$L_m = -p_{DE}, \quad u_i u^i = 1, \quad u^i \nabla_j u_i = 0. \quad (6)$$

Using Eqs. (5) and (6) in Eq. (4), we get

$$\theta_{ij} = -2T_{ij} - p_{DE} g_{ij}. \quad (7)$$

In general, the field equations also depend through the tensor θ_{ij} on the physical nature of the matter field. Hence in the case of $f(R, T)$ gravity, depending on the nature of the matter source, various theoretical models corresponding to matter contributions for $f(R, T)$ gravity are obtained. Harko et al. [17] derived three classes of these models:

$$f(R, T) = \begin{cases} R + 2f(T) \\ f_1(R) + f_2(T) \\ f_1(R) + f_2(R)f_3(T). \end{cases} \quad (8)$$

Here we have focused in the second case i.e. $f(R, T) = f_1(R) + f_2(T) = \mu_1 R + \mu_2 T$ where $f_1(R)$ and $f_2(T)$ are arbitrary functions of R and T respectively and μ_1 and μ_2 are two parameters.

The gravitational field equations obtained from Eq. (3) with the use of Eqs. (7) and (8) and the aforesaid choice of $f(R, T)$ is

$$R_{ij} - \frac{1}{2}g_{ij}R - \left(p_{DE} + \frac{T}{2} \right) \frac{\mu_2}{\mu_1} g_{ij} = \left(\frac{8\pi + \mu_2}{\mu_1} \right) T_{ij}. \quad (9)$$

3. *Metric and field equations.* The Bianchi type VI₀ metric is given by

$$ds^2 = dt^2 - A^2 dx^2 - B^2 e^{2x} dy^2 - C^2 e^{-2x} dz^2, \quad (10)$$

where A , B and C are cosmic scale factors and functions of cosmic time t only.

The energy momentum tensor for dark matter (pressure-less) is

$$\bar{T}_j^i = \text{diag}[\rho_m, 0, 0, 0], \quad (11)$$

where ρ_m is the energy density of dark matter (DM).

The energy momentum tensor for MRHDE is

$$\dot{T}_j^i = \text{diag}[\rho_{DE}, -\omega_{DE}\rho_{DE}, -\omega_{DE}\rho_{DE}, -\omega_{DE}\rho_{DE}], \quad (12)$$

where ρ_{DE} is the energy density and $\omega_{DE} = p_{DE}/\rho_{DE}$ is the EOS parameter of MRHDE.

$$T_j^i = \bar{T}_j^i + \dot{T}_j^i \quad (13)$$

Using Eqs. (11)-(13), the field equations (9) for the metric (10) are obtained as

$$\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} + \frac{1}{A^2} = \frac{16\pi + 3\mu_2}{2\mu_1} p_{DE} - \frac{\mu_2}{2\mu_1} (\rho_m + \rho_{DE}) \quad (14)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{C}}{C} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} - \frac{1}{A^2} = \frac{16\pi + 3\mu_2}{2\mu_1} p_{DE} - \frac{\mu_2}{2\mu_1} (\rho_m + \rho_{DE}) \quad (15)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} - \frac{1}{A^2} = \frac{16\pi + 3\mu_2}{2\mu_1} p_{DE} - \frac{\mu_2}{2\mu_1} (\rho_m + \rho_{DE}) \quad (16)$$

$$\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC} + \frac{\dot{C}\dot{A}}{CA} - \frac{1}{A^2} = -\frac{16\pi + 3\mu_2}{2\mu_1} (\rho_m + \rho_{DE}) + \frac{\mu_2}{2\mu_1} p_{DE} \quad (17)$$

$$\frac{\dot{B}}{B} - \frac{\dot{C}}{C} = 0. \quad (18)$$

Integrating Eq. (18) and assuming integrating constant to be unity, we get

$$B = C. \quad (19)$$

Using Eq. (19) in Eqs. (14)-(17), we get

$$2\frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{B}^2}{B^2} + \frac{1}{A^2} = \frac{16\pi + 3\mu_2}{2\mu_1} p_{DE} - \frac{\mu_2}{2\mu_1} (\rho_m + \rho_{DE}) \quad (20)$$

$$\frac{\ddot{A}}{A} + \frac{\ddot{B}}{B} + \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} - \frac{1}{A^2} = \frac{16\pi + 3\mu_2}{2\mu_1} p_{DE} - \frac{\mu_2}{2\mu_1} (\rho_m + \rho_{DE}) \quad (21)$$

$$2\frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{B}^2}{B^2} - \frac{1}{A^2} = -\frac{16\pi + 3\mu_2}{2\mu_1}(\rho_m + \rho_{DE}) + \frac{\mu_2}{2\mu_1}p_{DE}. \quad (22)$$

The energy conservation equation is

$$\dot{\rho}_m + \dot{\rho}_{DE} + 3H(\rho_m + \rho_{DE} + p_{DE}) = 0, \quad (23)$$

where overhead (.) denotes differentiation w.r. to cosmic time t .

Throughout the study, we have considered that there is no interaction between DM and MRHDE.

4. Solutions of field equations. The spatial volume V is given by

$$V = AB^2 = a^3, \quad (24)$$

where a is the average scale factor.

The Hubble's parameter H is defined by

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \frac{\dot{V}}{3V} = \frac{1}{3}(H_x + H_y + H_z) = \frac{1}{3}\left(\frac{\dot{A}}{A} + 2\frac{\dot{B}}{B}\right), \quad (25)$$

where $H_x = \dot{A}/A$ and $H_y = H_z = \dot{B}/B$ are the directional Hubble parameters in the directions of x , y and z axes respectively.

The deceleration parameter q is defined as

$$q = -\frac{a\ddot{a}}{\dot{a}^2}. \quad (26)$$

Eqs. (20)-(22) are three field equations with five unknowns A , B , ρ_m , ρ_{DE} and p_{DE} . So, we are in search of two extra conditions:

(i) The MRHDE density is defined as

$$\rho_{DE} = \frac{3c^2H^2 + \beta\dot{H}}{8\pi\left(\frac{\pi\delta}{H^2} + 1\right)}. \quad (27)$$

(ii) The relation between average Hubble parameter H and average scale factor a as proposed by Berman [37]

$$H = na^{-1/n} \quad (n > 0). \quad (28)$$

From Eqs. (25) and (28), we get the average scale factor a as

$$a = (t + k_1)^n \quad (29)$$

k_1 is a constant of integration.

The spatial volume V is obtained as

$$V = AB^2 = a^3 = (t + k_1)^{3n}. \quad (30)$$

From Eq. (30), we get

$$\frac{\dot{A}}{A} + 2\frac{\dot{B}}{B} = \frac{3n}{t + k_1}. \quad (31)$$

From Eqs. (20) and (21), we obtain

$$\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} = \frac{k_2}{V} \exp \left(\int \frac{-\frac{2}{A^2}}{\frac{\dot{B}}{B} - \frac{\dot{A}}{A}} dt \right) \quad (32)$$

k_2 is a constant of integration.

Following Adhav [38], we assume

$$\frac{\dot{B}}{B} - \frac{\dot{A}}{A} = \frac{2}{A^2}. \quad (33)$$

Using Eq. (33) in Eq. (32), we get

$$\frac{\dot{A}}{A} - \frac{\dot{B}}{B} = \frac{k_2}{V} e^{-t}. \quad (34)$$

By the use of Eqs. (31) and (34) and then integrating, we obtained the scale factors as

$$A = k_3^2 (t + k_1)^n \exp \left[\frac{2k_2}{3} \int \frac{e^{-t}}{(t + k_1)^{3n}} dt \right] \quad (35)$$

$$B = k_3^{-1} (t + k_1)^n \exp \left[-\frac{k_2}{3} \int \frac{e^{-t}}{(t + k_1)^{3n}} dt \right], \quad (36)$$

where k_3 is a constant of integration.

The Hubble parameter H is obtained as

$$H = \frac{n}{t + k_1}. \quad (37)$$

The Hubble parameter H decreases as cosmic time t evolves and approaches to a small value at the later stage of the Universe.

The deceleration parameter q is obtained as

$$q = -1 + \frac{1}{n}. \quad (38)$$

From Eq. (38), we can arrive at a conclusion that for $q > 0$ ($0 < n < 1$) our Universe is in decelerating phase and for $q < 0$ ($n > 1$) our Universe is in accelerating phase.

The MRHDE density ρ_{DE} is obtained as

$$\rho_{DE} = \frac{(3c^2 n - \beta)n^3}{8\pi(t + k_1)^2 [\pi\delta(t + k_1)^2 + n^2]}. \quad (39)$$

The energy conservation equation for matter obtained from Eq. (23) is

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = 0. \quad (40)$$

Putting the value of H in Eq. (40) and then integrating, we get

$$\rho_m = \rho_0(t+k_1)^{-3n}, \quad (41)$$

where ρ_0 is a constant of integration.

The energy conservation equation for MRHDE obtained from Eq. (23) is

$$\dot{\rho}_{DE} + 3H(\rho_{DE} + p_{DE}) = 0, \quad p_{DE} = \omega_{DE}\rho_{DE}. \quad (42)$$

Putting the values of ρ_{DE} and H in Eq. (42), we get

$$\omega_{DE} = -1 + \left(\frac{t+k_1}{3n} \right) \left[\frac{2}{t+k_1} + \frac{2\pi\delta(t+k_1)}{\pi\delta(t+k_1)^2 + n^2} \right] \quad (43)$$

$$p_{DE} = \rho_{DE}\omega_{DE} = \frac{(3c^2n - \beta)n^3}{8\pi(t+k_1)^2[\pi\delta(t+k_1)^2 + n^2]} \times \\ \times \left\{ -1 + \left(\frac{t+k_1}{3n} \right) \left[\frac{2}{t+k_1} + \frac{2\pi\delta(t+k_1)}{\pi\delta(t+k_1)^2 + n^2} \right] \right\}. \quad (44)$$

5. Statefinder and anisotropy parameters.

5.1. Statefinder parameters. Sahni et al. [39] proposed a cosmological diagnostic pair $\{r, s\}$ called statefinder parameters, which is defined as

$$r = \frac{\ddot{a}}{aH^3}, \quad S = \frac{r-1}{3\left(q - \frac{1}{2}\right)} \quad (45)$$

to differentiate among different forms of dark energy. The Statefinder is dimensionless and, like the Hubble and deceleration parameters H and q , is constructed from the scale factor of the Universe and its derivatives only. For Λ CDM (cosmological constant cold dark matter) models, the statefinder parameters have the value $\{r, s\} = \{1, 0\}$.

For our model, the $\{r, s\}$ parameters take the form

$$r = 1 - \frac{9s}{2} + \frac{9s^2}{2}. \quad (46)$$

5.2. Anisotropy parameter. The anisotropy parameter A_p is defined as

$$A_p = \frac{1}{3H^2} \sum_{i=1}^3 (H_i - H)^2 = \frac{2k_2^2 e^{-2t}}{9n^2(t+k_1)^{6n-2}}. \quad (47)$$

6. Stability analysis. In this section we have examined the stability of our model. The square speed of sound is defined as $v_s^2 = \dot{p}_{DE}/\dot{\rho}_{DE}$. The sign of v_s^2 plays a vital role for stability analysis of a background evolution of cosmic models. The model is stable if $v_s^2 > 0$ and if $v_s^2 < 0$ the model is classically unstable [40]. Also, the causality condition must be satisfied. It means that the sound speed is

less than the speed of light.

For our model, v_s^2 takes the form

$$\begin{aligned} v_s^2 \left\{ \frac{2\pi\delta(t+k_1)^2 + n^2}{(t+k_1)^3 [\pi\delta(t+k_1)^2 + n^2]^2} \right\} &= \left\{ \frac{2}{3n} + \frac{2\pi\delta(t+k_1)^2}{3n[\pi\delta(t+k_1)^2 + n^2]} - 1 \right\} \times \\ &\times \left\{ \frac{(t+k_1)[2\pi\delta(t+k_1)^2 + n^2]}{[\pi\delta(t+k_1)^4 + n^2(t+k_1)^2]^2} \right\} - \frac{2\pi n \delta}{3(t+k_1)[\pi\delta(t+k_1)^2 + n^2]^3}. \end{aligned} \quad (48)$$

The Energy Conditions namely, Weak Energy Conditions (WEC), Dominant Energy Conditions (DEC) and Strong Energy Conditions (SEC) are respectively given by

- (I) $\rho_{DE} \geq 0$
- (II) $\rho_{DE} + p_{DE} \geq 0$
- (III) $\rho_{DE} + 3p_{DE} \geq 0$

The left-hand sides of (I), (II) and (III) based on Eqs. (43) and (44) have been plotted in Fig.2a and found that (I) $\rho_{DE} \geq 0$, (II) $\rho_{DE} + p_{DE} \geq 0$ and (III)

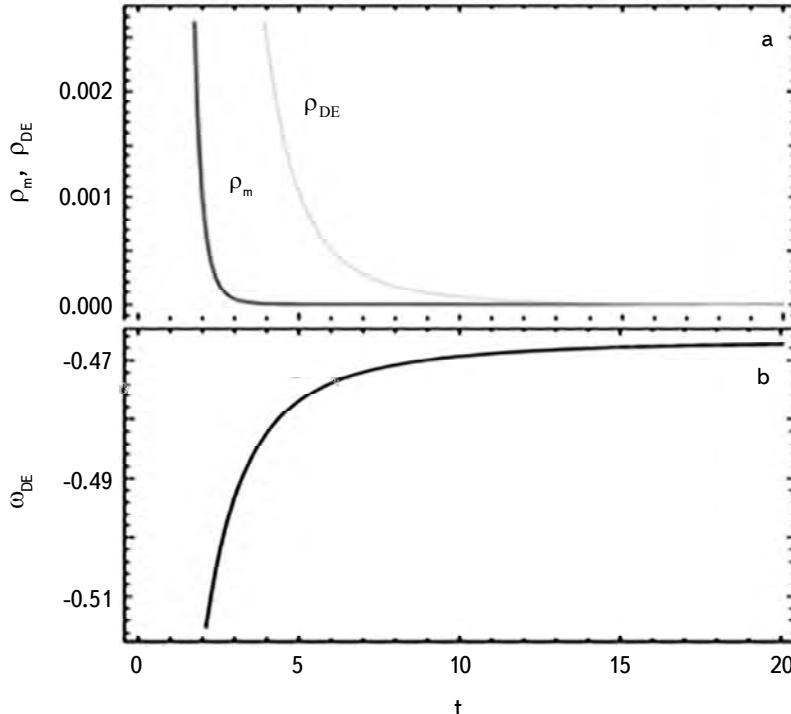


Fig.1. a) The variations of ρ_m and ρ_{DE} versus t . $\rho_m \rightarrow 0$ and $\rho_{DE} \rightarrow 0$ as $t \rightarrow \infty$ as seen from the above figure. b) The graph of ω_{DE} versus t . $\omega_{DE} > -1$ as observed from the above figure. Thus, our cosmological model corresponds to quintessence DE.

$\rho_{DE} + 3p_{DE} \leq 0$. So, WEC and DEC are satisfied whereas SEC is violated. The violation of SEC gives anti-gravitational effect for which Universe gets jerk and thus our model exhibits transition from early decelerating to present accelerating Universe. So, our model is in harmony with recent cosmological observations.

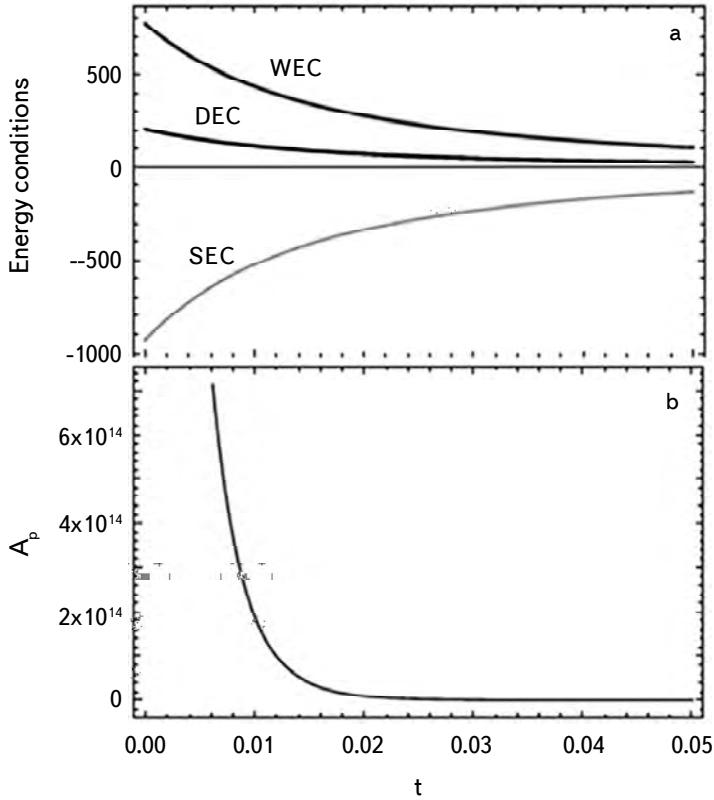


Fig.2. a) The graph of Energy Conditions versus cosmic time t . WEC and DEC are satisfied whereas SEC is violated. The violation of SEC gives anti-gravitational effect for which Universe gets jerk and thus our model exhibits transition from the early deceleration to present cosmic acceleration. So, our model is in good agreement with recent cosmological observations. b) The graph of A_p versus t . $A_p \rightarrow 0$ as $t \rightarrow \infty$ as observed from the figure. Thus, our Universe approaches isotropy at the later epoch.

7. Correspondence between MRHDE and quintessence scalar field.
The pressure and energy density for quintessence scalar field [41] are given by

$$p_\varphi = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} - V(\varphi) \quad (49)$$

$$\rho_\varphi = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} + V(\varphi), \quad (50)$$

where φ denotes the scalar field and $V(\varphi)$ is the scalar field potential.

The EOS parameter ω_φ is defined as

$$\omega_\varphi = \frac{P_\varphi}{\rho_\varphi} = \frac{\dot{\varphi}^2 - 2V(\varphi)}{\dot{\varphi}^2 + 2V(\varphi)}. \quad (51)$$

Eqs. (39) and (50) together implies

$$\frac{(3c^2n - \beta)n^3}{8\pi(t+k_1)^2[\pi\delta(t+k_1)^2 + n^2]} = \frac{\dot{\varphi}^2}{2} + V(\varphi). \quad (52)$$

Eqs. (43) and (51) together implies

$$\frac{\dot{\varphi}^2}{2} = \left(\frac{1+\omega_{DE}}{1-\omega_{DE}} \right) V(\varphi). \quad (53)$$

Eqs. (52) and (53) together implies

$$V(\varphi) = \left(\frac{1-\omega_{DE}}{2} \right) \left\{ \frac{(3c^2n - \beta)n^3}{8\pi(t+k_1)^2[\pi\delta(t+k_1)^2 + n^2]} \right\}. \quad (54)$$

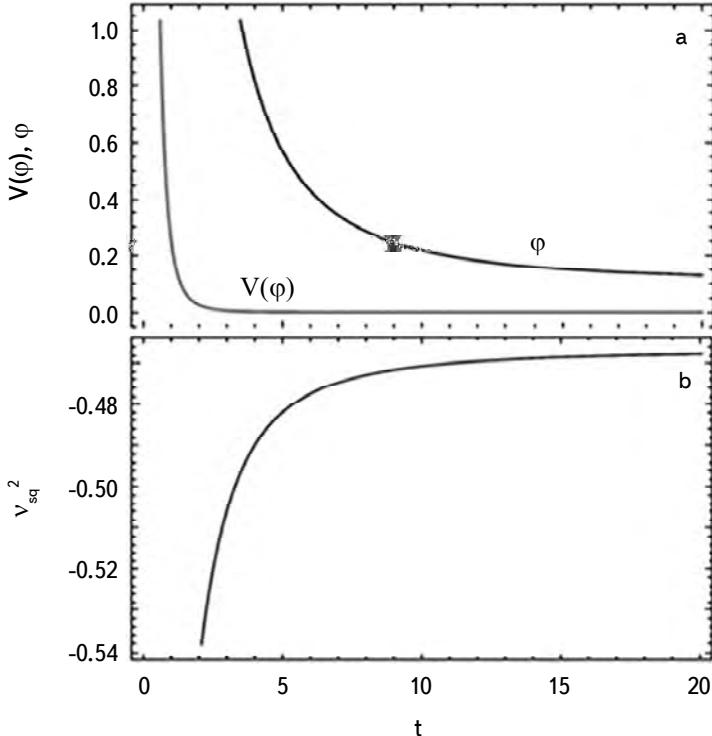


Fig.3. a) The plots of scalar field potential $V(\varphi)$ and scalar field φ versus cosmic time t . It is clear from the above figure that $V(\varphi)$ decreases and ultimately tends to zero whereas φ decreases and approaches to small value at the later stage of the Universe. b) The plot of v_s^2 versus cosmic time t . v_s^2 is negative throughout the evolution of the Universe. It clearly manifests the unstable nature of the Universe.

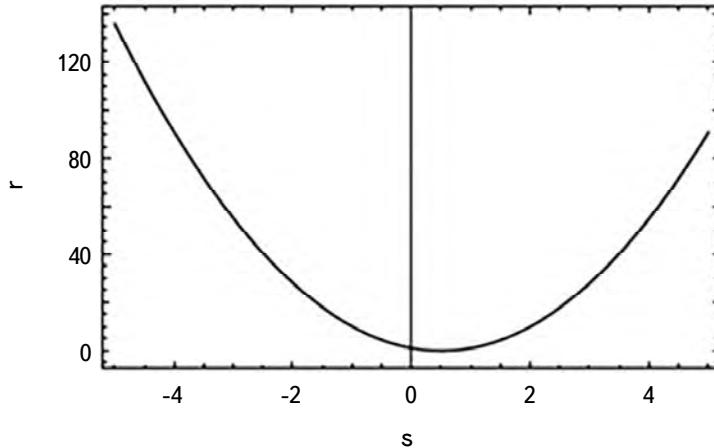


Fig.4. The plot of r versus s . From the above figure it is observed that the curve (r, s) passes through the point $(1, 0)$. Thus, it indicates that the model corresponds to Λ CDM model at the later stage of the Universe.

Using Eq. (54) in Eq. (53) and then integrating, we get

$$\varphi = \varphi_0 + \int \left[(1 + \omega_{DE}) \left\{ \frac{(3c^2 n - \beta)n^3}{8\pi(t+k_1)^2 [\pi\delta(t+k_1)^2 + n^2]} \right\} \right]^{1/2} dt, \quad (55)$$

where φ_0 is a constant of integration.

8. *Graphical discussions.* The graphical representations of various parameters are discussed here. The numerical values used in the graphs are

$$\begin{aligned} c &= 1, & n &= 2.5, & \beta &= 0.5, & k_1 &= 0.03, & k_2 &= 0.06, \\ \rho_0 &= 0.2, & \varphi_0 &= 0.1 & \text{and} & \delta &= 2. \end{aligned} \quad (56)$$

9. *Conclusions.* In this paper, we have constructed MRHDE in $f(R, T)$ theory of gravity in the framework of Bianchi type VI₀ Universe. To obtain the exact solutions of the field equations, we have considered the law of variation for the Hubble parameter H as proposed by Berman [37]. We have studied the isotropy and the expansion of the universe. It is seen that the anisotropic parameter $A_p \rightarrow 0$ as $t \rightarrow \infty$ i.e., our model becomes isotropic at later age of the universe. And hence our results are in favour of the recent observational data which suggests the present-day isotropic behaviour of the universe. Also, it is observed that the deceleration parameter, $q > 0$ ($0 < n < 1$) which implies that our universe is in a decelerating phase and $q < 0$ ($n > 1$) indicates that our universe is in accelerating phase. In this paper, we have seen that $\omega_{DE} > -1$, which depicts that our model behaves like quintessence DE. From the study of statefinder parameters, we can

conclude that our model corresponds to Λ CDM model as cosmic time evolves. Again, it is observed that v_s^2 is negative at late times, which indicates that our investigated model is unstable. It is found from Fig.2a that WEC and DEC are satisfied whereas SEC is violated. The violation of SEC gives anti-gravitational effect for which universe gets jerk and thus our model exhibits transition from the early deceleration to present cosmic acceleration. From Fig.3a we can arrive at a conclusion that the scalar field potential $V(\phi)$ decreases and ultimately tends to zero whereas the scalar field ϕ decreases and approaches to small value at the later stage of the Universe.

Thus, the physical properties of the model obtained by using Berman's law provides a very nice description of the transition from the early deceleration to present cosmic acceleration, which is an essential feature for evolution of the Universe. Moreover, the correspondence between MRHDE and quintessence scalar field is constructed in our model. The quintessence dynamics of the potential and scalar field are reconstructed which describes the current accelerating stage of the Universe. This shows that our model strongly agrees the present-day observations.

Acknowledgements. The authors are thankful to the reviewer for giving valuable suggestions to improve the work and are also thankful to the Department of Mathematics, Gauhati University for providing facilities to carry out the research work.

Department of Mathematics, Gauhati University, Assam, India,
e-mail: jumibharali2@gmail.com kallol@gauhati.ac.in

МОДИФИЦИРОВАННАЯ ГОЛОГРАФИЧЕСКАЯ ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ РЕНЬИ (MRHDE) В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ $f(R, T)$

Д.БХАРАЛИ, К.ДАС

В работе исследована динамика пространства-времени типа Бьянки VI₀ в рамках теории гравитации $f(R, T)$, где R - скаляр Риччи, а T - след тензора энергии-импульса напряжения с Модифицированной голографической темной энергией Реньи (MRHDE). При конкретном выборе функционала $f(R, T) = f_1(R) + f_2(T) = \mu_1 R + \mu_2 T$, где $f_1(R)$ и $f_2(T)$ - произвольные функции от R и T - соответственно, а μ_1 и μ_2 - два параметра, мы получили точные решения модели, учитывая плотность энергии MRHDE и используя закон

изменения параметра Хаббла H . Обнаружено, что наша модель приводит к ускоренному расширению Вселенной. Параметр EOS $\omega_{DE} > -1$ указывает, что наша космологическая модель ведет себя как модель темной энергии квинтэссенции, которая согласуется с недавними наблюдениями. Установлено соответствие между MRHDE и квинтэссенцией темной энергии. Реконструируется квинтэссенция динамики потенциала и скалярного поля, которая иллюстрирует космическое ускорение в позднем времени. Все физические параметры рассчитываются и обсуждаются в графическом виде.

Ключевые слова: *MRHDE: $f(R, T)$ теория гравитации:квинтэссенция:параметр EOS: параметр Statefinder*

REFERENCES

1. *A.G.Riess et al.*, Astron. J., **116**, 1009, 1998.
2. *S.Perlmutter et al.*, Nature, **391**, 51, 1998.
3. *C.L.Bennett et al.*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **148**, 1, 2003.
4. *D.N.Spergel et al.*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **148**, 175, 2003.
5. *M.Tegmark et al.*, Phys. Rev. D, **69**, 103501, 2004.
6. *S.Weinberg*, Rev. Mod. Phys., **61**, 1, 1989.
7. *J.M.Overduin, F.I.Cooperstock*, Phys. Rev. D, **58**, 043506, 1998.
8. *T.Barreiro, E.J.Copeland, N.J.Nunes*, Phys. Rev. D, **61**, 127301, 2000.
9. *R.R.Caldwell, M.Kamionkowski, N.N.Weinberg*, Phys. Rev. Lett., **91**, 071301, 2003.
10. *C.Armendariz-Picon, V.Mukhanov, P.J.Steinhardt*, Phys. Rev. D, **63**, 103510, 2001.
11. *J.S.Bagla, H.K.Jassal, T.Padmanabhan*, Phys. Rev. D, **67**, 063504, 2003.
12. *t'G.Hooft*, arXiv: gr-qc/9310026, 1993.
13. *L.Susskind*, J. Math. Phys., **36**, 6377, 1995.
14. *A.G.Cohen, D.B.Kaplan, A.E.Nelson*, Phys. Rev. Lett., **82**(25), 4971, 1999.
15. *M.Li*, Phys. Lett. B, **603**, 1, 2004.
16. *S.M.Carroll, V.Duvvuri, M.Trodden et al.*, Phys. Rev. D, **70**, 043528, 2004.
17. *T.Harko, F.S.N.Lobo, S.Nojiri et al.*, Phys. Rev. D, **84**, 024020, 2011.
18. *B.Mishra, P.K.Sahoo*, Astrophys. Space Sci., **352**(1), 331, 2014.
19. *K.S.Adhav*, Astrophys. Space Sci., **339**, 365, 2012.
20. *M.Tavayef, A.Sheykhi, K.Bamba et al.*, Phys. Lett. B, **781**, 195, 2018.
21. *C.Tsallis, L.J.L.Cirto*, Eur. Phys. J. C, **73**, 2487, 2013.
22. *A.S.Jahromi et al.*, Phys. Lett. B, **780**, 21, 2018.
23. *H.Moradpour, S.A.Moosavi, I.P.Lobo et al.*, Eur. Phys. J. C, **78**(10), 829, 2018.
24. *H.Moradpour, A.Bonilla, E.M.C.Abreu et al.*, Phys. Rev. D, **96**(12), 123504, 2017.

25. *H.Moradpour*, Int. J. Theor. Phys., **55**(9), 4176, 2016.
26. *N.Komatsu*, Eur. Phys. J. C, **77**(4), 229, 2017.
27. *S.Ghaffari, A.H.Ziae, V.B.Bezerra et al.*, Mod. Phys. Lett. A, **35**(1), 1950341, 2020.
28. *V.C.Dubey, U.K.Sharma, A.A.Mamon*, Adv. High Energy Phys., 2021, doi: 10.1155/2021/6658862.
29. *A.Saha, S.Ghose, A.Chanda et al.*, arXiv: 2101.04060v1 [gr-qc], 2021.
30. *U.Y.Divya Prasanthi, Y.Aditya*, Results Phys., **17**, 103101, 2020.
31. *V.C.Dubey, A.K.Mishra, U.K.Sharma*, Astrophys. Space Sci., **365**, 129, 2020.
32. *S.Chen, J.Jing*, Phys. Lett. B, **679**, 144, 2009.
33. *C.L.Bennett et al.*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **148**, 1, 2003.
34. *Ö.Akarsu, C.B.Kilinc*, Astrophys. Space Sci., **326**, 315, 2010.
35. *R.Chaubey, A.K.Shukla*, Astrophys. Space Sci., **343**, 415, 2013.
36. *L.D.Landau, E.M.Lifshitz*, The Classical theory of Fields (Butterworth Heinemann, Oxford), 1998.
37. *M.S.Berman*, Nuovo Cimento B, **74**, 182, 1983.
38. *K.S.Adhav*, Int. J. Astron. Astrophys., **1**, 204, 2011.
39. *V.Sahni, T.D.Saini, A.A.Starobinsky et al.*, JETP Lett., **77**, 201, 2003.
40. *Y.S.Myung*, Phys. Lett. B, **652**, 223, 2007.
41. *A.Sangwan, A.Mukherjee, H.K.Jassal*, JCAP, 01, 018, 2018.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64

НОЯБРЬ, 2021

ВЫПУСК 4

FERMIONIC CONDENSATE IN de SITTER SPACETIME

A.A.SAHARIAN¹, E.R.BEZERRA de MELLO², A.S.KOTANJYAN¹,

T.A.PETROSYAN¹

Received 9 October 2021

Accepted 20 October 2021

Fermionic condensate is investigated in $(D+1)$ -dimensional de Sitter spacetime by using the cutoff function regularization. In order to fix the renormalization ambiguity for massive fields an additional condition is imposed, requiring the condensate to vanish in the infinite mass limit. For large values of the field mass the condensate decays exponentially in odd dimensional spacetimes and follows a power law decay in even dimensional spacetimes. For a massless field the fermionic condensate vanishes for odd values of the spatial dimension D and is nonzero for even D . Depending on the spatial dimension the fermionic condensate can be either positive or negative. The change in the sign of the condensate may lead to instabilities in interacting field theories.

Keywords: *fermionic condensate: de Sitter spacetime: Bunch-Davies vacuum*

1. Introduction. De Sitter (dS) spacetime is among the frequently used background geometries for the investigation of the influence of gravitational field on quantum matter. In the early stages of studies this interest was motivated by high symmetry of the corresponding geometry. The dS spacetime is the maximally symmetric solution of Einstein's equation with a positive cosmological constant as the only source of gravitational field and because of that a relatively large number of physical problems can be exactly solved on that background. This helps to shed light on the effects of gravity on quantum fields in more complicated geometries. The further increase of the interest to the investigations of quantum effects on dS bulk was related to the appearance of the inflationary scenario for the expansion of the early Universe (for reviews see [1,2]). In most inflationary models the expansion is described by an approximately dS geometry sourced by the potential energy of a scalar field (inflaton). A short period of the corresponding quasi-exponential expansion provides a natural solution to a number of fine tuning problems of the standard Big Bang model (horizon and flatness problems, the problem of topological defects, etc.). In addition, the inflationary scenario leads to an interesting mechanism for the generation of small inhomogeneities in the energy distribution at the beginning of the radiation dominated cosmological expansion that seed the large scale structure of the Universe at late stages. This mechanism is based on the classicalization of quantum fluctuations of scalar fields by an inflationary expansion. Its predictions are in good agreement with the

observational data about the temperature anisotropies of the cosmic microwave background. Those data, in combination with observations of high redshift supernovae and galaxy clusters indicate that the expansion of the Universe at the present epoch is well approximated by a model where the dominant part of the energy content is described by the equation of state close to the one for a positive cosmological constant. The cosmological expansion with this type of gravitational source will lead to an asymptotically dS universe as the future attractor. This shows that the investigation of physical effects in dS spacetime is also important for the future of the Universe.

The expectation values of bilinear combinations of quantum fields with different spins (field squared, energy-momentum tensor) for the Bunch-Davies vacuum in dS spacetime have been investigated in a large number of papers (see [3-6] and references therein). In particular, the Green function and the effective Lagrangian for a spinor field have been discussed in [7]. The expression for the renormalized vacuum expectation value (VEV) of the energy-momentum tensor for a spinor field in 4-dimensional dS spacetime is derived in [8] by using the n -wave regularization method. The same result is obtained in [9] by using the regularization based on a cutoff function. In [9] the fermionic condensate is investigated as well. The fermionic condensate and the VEV of the energy-momentum tensor for a spinor field in $(D+1)$ -dimensional dS spacetime for even values of D have been investigated in [10] by using the point-splitting regularization technique. The shifts in the VEVs for spinor fields induced by the toroidal compactification of a part of spatial dimensions in dS spacetime were studied in [10-12]. Another class of topological effects caused by the presence of a cosmic string in dS bulk have been discussed in [9].

In the present paper we investigate the renormalized fermionic condensate in $(D+1)$ -dimensional dS spacetime for general value of the spatial dimension D . The regularization procedure will be based on the introduction of a cutoff function in the corresponding integral representation. In addition to the VEV of the energy-momentum tensor, the fermionic condensate is an important local characteristic of the fermionic vacuum. Though the corresponding operator is local, because of the global nature of the notion of vacuum, it contains information about global properties of the background geometry. The fermionic condensate is an important characteristic in quantum chromodynamics, in the physics of superconductivity and phase transitions, in models of dynamical mass generation and symmetry breaking. It has been investigated in various types of physical models, including the ones for curved backgrounds (see, for example, [13-20]).

The paper is organized as follows. In the next section, we describe the background geometry and present the complete set of fermionic normal modes. The expression for the fermionic condensate, regularized with the help of cutoff

function, is provided. The extraction of divergences and the renormalization of the corresponding VEV differ for dS spacetimes with even and odd numbers of spatial dimensions and we describe the respective procedures in sections 3 and 4, respectively. Closed analytic expressions are derived for the renormalized fermionic condensate in both these cases. In section 5 we consider a model with interacting scalar and fermionic fields where the fermion condensate determines the effective mass of the scalar field. The main results are summarized in section 6.

2. Regularized fermionic condensate in dS spacetime. We consider a quantum fermionic field ψ on background of $(D+1)$ -dimensional de Sitter spacetime described by the line element

$$ds^2 = dt^2 - e^{2t/\alpha} \sum_{i=1}^D (dz^i)^2, \quad (1)$$

in planar coordinates (t, z^1, \dots, z^D) . The parameter α determines the Hubble constant and is related to the corresponding positive cosmological constant Λ by the formula $\alpha^2 = D(D-1)/2\Lambda$. In addition to comoving time coordinate t , we will use the conformal time τ defined by the relation $\tau = -\alpha e^{-t/\alpha}$, $-\infty < \tau < 0$. In terms of this coordinate, the line element (1) takes a conformally flat form with the conformal factor $(\alpha/\tau)^2$. The dynamics of the field in a curved spacetime is governed by the Dirac equation

$$i\gamma^\mu (\partial_\mu + \Gamma_\mu) \psi - m \psi = 0, \quad (2)$$

where $\gamma^\mu = e_{(a)}^\mu \gamma^{(a)}$ are the curved spacetime Dirac matrices and Γ_μ is the spin connection. The vielbein fields obey the relation $e_{(a)}^\mu e_{(b)}^\nu \eta^{ab} = g^{\mu\nu}$, with η^{ab} being the Minkowski spacetime metric tensor and $g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -e^{2t/\alpha}, \dots, -e^{2t/\alpha})$. The flat-space Dirac matrices $\gamma^{(a)}$ are $N \times N$ matrices with $N = 2^{[(D+1)/2]}$, where the square brackets mean the integer part of the enclosed expression. In the discussion below these matrices will be taken in the Dirac representation:

$$\gamma^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^{(a)} = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_a \\ -\sigma_a^+ & 0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

with $a = 1, 2, \dots, D$ and $(N/2) \times (N/2)$ matrices σ_a . By using the anticommutation relations for $\gamma^{(a)}$ one gets $\sigma_a \sigma_b^+ + \sigma_b \sigma_a^+ = 2\delta_{ab}$. For the geometry under consideration we can take the vielbein fields in the form $e_\mu^{(0)} = \delta_\mu^0$, $e_\mu^{(a)} = e^{t/a} \delta_\mu^a$, $a = 1, 2, \dots, D$. The components of the spin connection are expressed as $\Gamma_0 = 0$, $\Gamma_l = (e^{t/a}/2\alpha) \gamma^{(0)} \gamma^{(l)}$, $l = 1, 2, \dots, D$.

The fermionic condensate in the vacuum state $|0\rangle$ is defined as the VEV $\langle 0|\bar{\psi}\psi|0\rangle = \langle \bar{\psi}\psi \rangle$, where the Dirac adjoint is expressed as $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^{(0)}$. In the discussion below we will assume that the state $|0\rangle$ corresponds to the maximally symmetric Bunch-Davies vacuum. Note that the maximal symmetry does not uniquely define the vacuum state. As it has been discussed in [21], in dS spacetime

there is a one-complex-parameter family of maximally symmetric states. Among those states the Bunch-Davies vacuum is singled out as the only state having the Hadamard structure of singularities.

Given the complete set of solutions to the equation (2), denoted here as $\{\psi_{\beta}^{(+)}, \psi_{\beta}^{(-)}\}$, the fermion condensate is written as the mode-sum

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle = \frac{1}{2} \sum_{\beta} \left(\bar{\psi}_{\beta}^{(-)} \psi_{\beta}^{(-)} - \bar{\psi}_{\beta}^{(+)} \psi_{\beta}^{(+)} \right). \quad (4)$$

Here, $\psi_{\beta}^{(+)}$ and $\psi_{\beta}^{(-)}$ are the analogs of the positive and negative energy mode functions in the Minkowski bulk and the collective index β presents the set of quantum numbers. In (4), the symbol \sum_{β} is understood as a summation over the discrete quantum numbers and an integration over the continuous ones. In the problem under consideration the mode functions are specified by the momentum $\mathbf{k} = (k^1, \dots, k^D)$ and by the quantum number σ taking the values $\sigma = 1, \dots, N/2$ (hence, $\beta = (\mathbf{k}, \sigma)$). They are given by the expressions

$$\begin{aligned} \psi_{\beta}^{(+)} &= C(k) \eta^{(D+1)/2} e^{i \mathbf{k} \mathbf{r}} \begin{pmatrix} H_{1/2-i\alpha m}^{(1)}(k \eta) w_{\sigma}^{(+)} \\ -i(\mathbf{n} \sigma) H_{-1/2-i\alpha m}^{(1)}(k \eta) w_{\sigma}^{(+)} \end{pmatrix}, \\ \psi_{\beta}^{(-)} &= C(k) \eta^{(D+1)/2} e^{i \mathbf{k} \mathbf{r}} \begin{pmatrix} -i(\mathbf{n} \sigma) H_{-1/2+i\alpha m}^{(2)}(k \eta) w_{\sigma}^{(-)} \\ H_{1/2+i\alpha m}^{(2)}(k \eta) w_{\sigma}^{(-)} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (5)$$

where $\eta = -\tau$, $k = |\mathbf{k}|$, $\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$, $\mathbf{k} \mathbf{r} = \sum_{i=1}^D k^i z^i$, $H_v^{(1,2)}(z)$ are the Hankel functions, and $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_D)$. In (5), the one-column matrices $w_{\sigma}^{(\pm)}$ have $N/2$ rows and the elements $w_{\sigma l}^{(+)} = \delta_{\sigma l}$, $w_{\sigma l}^{(-)} = i \delta_{\sigma l}$. The normalization coefficient $C(k)$ is expressed as

$$C(k) = \frac{\sqrt{k} e^{\pi \alpha m / 2}}{2^{D/2+1} \pi^{(D-1)/2} \alpha^{D/2}}. \quad (6)$$

Similar mode functions in locally dS spacetime with a toroidally compactified subspace are presented in [10]. The mode functions for Dirac fermions in 4-dimensional dS spacetime have also been considered in [22]. For a massless field, by taking into account that $H_{1/2}^{(1)}(x) = -i \sqrt{2/\pi x} e^{ix}$, we get the conformal relation $\psi_{\beta}^{(\pm)} = (\eta/\alpha)^{D/2} \psi_{(M)\beta}^{(\pm)}$ with the corresponding modes in Minkowski spacetime.

Substituting the normal modes (5) in (4), for the fermionic condensate we find

$$\begin{aligned} \langle \bar{\psi} \psi \rangle &= \frac{\eta^{D+1} e^{\pi \alpha m N}}{2^{D+2} \pi^{D/2-1} \Gamma(D/2) \alpha^D} \int_0^{\infty} dk k^D \\ &\times \left[H_{-1/2-i\alpha m}^{(1)}(k \eta) H_{-1/2+i\alpha m}^{(2)}(k \eta) - H_{1/2-i\alpha m}^{(1)}(k \eta) H_{1/2+i\alpha m}^{(2)}(k \eta) \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

The expression on the right-hand side is divergent and some renormalization procedure is necessary. Introducing the Macdonald function instead of the Hankel

function, the formula (7) is rewritten as

$$\begin{aligned} \langle \bar{\psi} \psi \rangle &= \frac{2^{-D} \alpha^{-D} \eta^{D+1} N}{i \pi^{D/2+1} \Gamma(D/2)} \left(\partial_\eta + \frac{1-2im\alpha}{\eta} \right) \\ &\times \int_0^\infty dk k^{D-1} K_{1/2-im\alpha}(ik\eta) K_{1/2-im\alpha}(-ik\eta). \end{aligned} \quad (8)$$

In deriving this representation we have used the relation

$$K_v(y)K_{v-1}(-y) - K_v(-y)K_{v-1}(y) = \left(\partial_y + \frac{2v}{y} \right) K_v(y)K_v(-y), \quad (9)$$

with $y = ix$ and $v = 1/2 - im\alpha$. This relation directly follows from the recurrence relations for the Macdonald function.

In order to obtain an alternative integral representation of the fermionic condensate, for the product of the Macdonald functions (8) we use the formula [23]

$$K_v(ik\eta)K_v(-ik\eta) = \int_0^\infty dy \cosh(2v y) \int_0^\infty \frac{du}{u} \exp \left[-2(k\eta \sinh y)^2 u - \frac{1}{2u} \right]. \quad (10)$$

Substituting this into (8), we first integrate over k . Then, instead of u we introduce a new integration variable $x = 1/(u\eta^2 \sinh^2 y)$. After changing the order of the integrations, the integral over y is expressed in terms of the Macdonald function and we find

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle = -\frac{i\alpha^{-D} \eta^{D+1} N}{2(2\pi)^{D/2+1}} \left(\partial_\eta + \frac{1-2im\alpha}{\eta} \right) \int_0^\infty dx x^{D/2-1} e^{x\eta^2} K_{1/2-im\alpha}(x\eta^2). \quad (11)$$

Using the relation

$$(\eta \partial_\eta + 2v) e^{x\eta^2} K_v(x\eta^2) = 2x\eta^2 e^{x\eta^2} [K_v(x\eta^2) - K_{v-1}(x\eta^2)], \quad (12)$$

the condensate can also be presented in the form

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle = \frac{2\alpha^{-D} N}{(2\pi)^{D/2+1}} \int_0^\infty dx x^{D/2} e^x \operatorname{Im} K_{1/2-im\alpha}(x). \quad (13)$$

The integral in the right-hand side diverges in the upper limit.

For the further evaluation an explicit regularization scheme should be used. As such a scheme we will introduce an exponential cutoff function e^{-sx} , $s > 0$, in the integrand of (13) with the regularized expression

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle^{(s)} = \frac{2\alpha^{-D} N}{(2\pi)^{D/2+1}} \int_0^\infty dx x^{D/2} e^{(1-s)x} \operatorname{Im} K_{1/2-im\alpha}(x). \quad (14)$$

The limit $s \rightarrow 0$ should be taken at the end of calculations.

In (14), the integral over x is explicitly evaluated in terms of the associated Legendre function (see [24]) and we find

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle^{(s)} = \frac{\alpha^{-D} N}{(2\pi)^{(D+1)/2}} \text{Im} \left[\Gamma(\mu + im\alpha) \Gamma(\mu + 1 - im\alpha) \frac{P_{-im\alpha}^{-\mu}(-\gamma)}{(1 - \gamma^2)^{\mu/2}} \right], \quad (15)$$

with $\gamma = 1 - s$ and

$$\mu = \frac{D+1}{2}. \quad (16)$$

For the product of the gamma functions in this formula one has

$$\Gamma(\mu + im\alpha) \Gamma(\mu + 1 - im\alpha) = B_D(m\alpha)(\mu - im\alpha) \prod_{l=1}^{[D/2]} [(\mu - l)^2 + m^2 \alpha^2], \quad (17)$$

where $[D/2]$ stands for the integer part of $D/2$, and the function

$$B_D(x) = \begin{cases} \pi x / \sinh(\pi x), & \text{for odd } D, \\ \pi / \cosh(\pi x), & \text{for even } D, \end{cases} \quad (18)$$

is introduced. Now we want to expand the regularized fermionic condensate in powers of s . The further discussion should be developed for even and odd values D separately.

3. Condensate in even dimensional spacetimes. First we consider odd values of the spatial dimension D . In this case μ is an integer and the corresponding Legendre function in (15) is expressed in terms of the hypergeometric function as follows:

$$P_{-im\alpha}^{-\mu}(-\gamma) = \frac{\Gamma(1 - im\alpha - \mu)}{\Gamma(1 - im\alpha + \mu)} (1 - \gamma^2)^{\mu/2} \partial_\gamma^\mu F\left(im\alpha, 1 - im\alpha; 1; \frac{1+\gamma}{2}\right). \quad (19)$$

Substituting this into the expression for the regularized fermionic condensate, we get

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle^{(s)} = -\frac{\pi N \alpha^{-D}}{(2\pi)^\mu \sinh(\pi m\alpha)} \text{Re} \left[\partial_s^\mu F(im\alpha, 1 - im\alpha; 1; 1 - s/2) \right]. \quad (20)$$

The expansion of the right-hand side of this expression is given by the formula [25]

$$F(im\alpha, 1 - im\alpha; 1; 1 - s/2) = \frac{i}{\pi} \sinh(\pi m\alpha) \sum_{n=0}^{\infty} a_n [b_n - \ln(s/2)] (s/2)^n, \quad (21)$$

for the hypergeometric function. In this formula,

$$a_n = \frac{(im\alpha)_n (1 - im\alpha)_n}{(n!)^2}, \quad b_n = 2\Psi(n+1) - \Psi(n + im\alpha) - \Psi(n + 1 - im\alpha), \quad (22)$$

where $(c)_n$ is Pochhammer's symbol, $\Psi(x) = \Gamma'(x)/\Gamma(x)$ is the digamma function (here we use the notation $\Psi(x)$ for the digamma function instead of the standard one $\psi(x)$ in order to avoid the confusion with the fermion field ψ). With the use of (21), we have the following expansion

$$\begin{aligned} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^{(s)} = & \frac{\alpha^{-D} N}{(4\pi)^\mu} \left[\sum_{l=1}^{\mu} C_l^\mu (-1)^l (l-1)! \sum_{n=1}^l \frac{\text{Im}(a_{\mu-n})}{(s/2)^n} (l-n+1)_{\mu-l} - \mu! \text{Im}(a_\mu) \ln(s/2) \right. \\ & \left. + \sum_{l=1}^{\mu} C_l^\mu (-1)^l (l-1)! \text{Im}(a_\mu) (l+1)_{\mu-l} + \mu! \text{Im}(a_\mu b_\mu) + \dots \right], \end{aligned} \quad (23)$$

where C_l^μ are the binomial coefficients and the dots stand for the terms which vanish in the limit $s \rightarrow 0$. As it is seen from (23), we have the power-law divergent terms, logarithmically divergent term, and the finite part. Note that the coefficients (22) can also be written in the form

$$\begin{aligned} a_n = & \frac{im\alpha(n!)^{-2}}{n+im\alpha} \prod_{l=1}^n \left[l^2 + m^2 \alpha^2 \right], \quad a_0 = 1, \\ b_n = & 2\Psi(n+1) - 2\text{Re}[\Psi(n+im\alpha)] - \frac{1}{n-im\alpha}. \end{aligned} \quad (24)$$

On the basis of the expansion (23), taking into account the finite renormalization terms, the renormalized fermionic condensate is written in the form

$$\begin{aligned} \langle \bar{\psi} \psi \rangle_{\text{ren}} = & -\frac{\alpha^{-D} N}{(4\pi)^\mu} \frac{(m\alpha)^{2\mu-1}}{\Gamma(\mu)} \left\{ \sum_{l=1}^{\mu-1} \frac{f_l}{(m\alpha)^{2l}} \right. \\ & \left. + 2\{\text{Re}[\Psi(im\alpha)] - \ln(m\alpha)\} \prod_{l=1}^{\mu-1} \left(1 + \frac{l^2}{m^2 \alpha^2} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (25)$$

where we have used the relation $\text{Re}[\Psi(1+im\alpha)] = \text{Re}[\Psi(im\alpha)]$ which directly follows from the formula $\Psi(1+z) = \Psi(z) + 1/z$ for the digamma function (see [25]). In (25), the coefficients f_l should be fixed by an additional renormalization condition (for a discussion of ambiguities in the renormalization of the expectation value of the energy-momentum tensor in the Hadamard renormalization procedure for general number of spatial dimensions see [26]). As such a condition we require that $\langle \bar{\psi} \psi \rangle_{\text{ren}} \rightarrow 0$ in the limit $m \rightarrow \infty$. By using the expansion

$$\text{Re}[\Psi(im\alpha)] = \ln(m\alpha) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} B_{2n}}{2n(m\alpha)^{2n}}, \quad (26)$$

with B_{2n} being the Bernoulli coefficients, and requiring the cancellation of the terms in (25) with positive powers of the mass, we find

$$\sum_{n=1}^{\mu-1} \frac{(-1)^n B_{2n}}{nx^n} \prod_{l=1}^{\mu-1} \left(1 + \frac{l^2}{x} \right) = -\sum_{l=1}^{\mu-1} \frac{f_l}{x^l} + \dots, \quad (27)$$

This relation defines the values of the coefficients f_l in the expression (25) for the renormalized fermionic condensate. In particular, one has $f_1 = -1/6$ for $D = 3$, $f_1 = -1/6$, $f_2 = -17/20$ for $D = 5$, and $f_1 = -1/6$, $f_2 = -47/20$, $f_3 = -5297/630$

for $D=7$. In the cases $D=3$ and $D=5$ from (25) one finds

$$\begin{aligned}\langle \bar{\psi} \psi \rangle_{\text{ren}} &= \frac{m}{2\pi^2 \alpha^2} \left\{ (\ln(m\alpha) - \text{Re}[\Psi(im\alpha)])(m^2 \alpha^2 + 1) + \frac{1}{12} \right\}, \\ \langle \bar{\psi} \psi \rangle_{\text{ren}} &= \frac{m}{8\pi^3 \alpha^4} \left\{ \frac{m^2 \alpha^2}{12} + \frac{17}{40} + (\ln(m\alpha) - \text{Re}[\Psi(im\alpha)])(m^2 \alpha^2 + 1)(m^2 \alpha^2 + 4) \right\}.\end{aligned}\quad (28)$$

For $D=3$ the result (28) coincides with the corresponding expression obtained previously in [9]. For a massless field the renormalized fermionic condensate vanishes. For large masses, $m\alpha \gg 1$, the condensate behaves as $\alpha^{-D}/(m\alpha)$. In Fig.1 we have plotted the fermionic condensate as a function of $m\alpha$ for $D=3$ and $D=5$. In these cases the fermionic condensate is negative for massive fields.

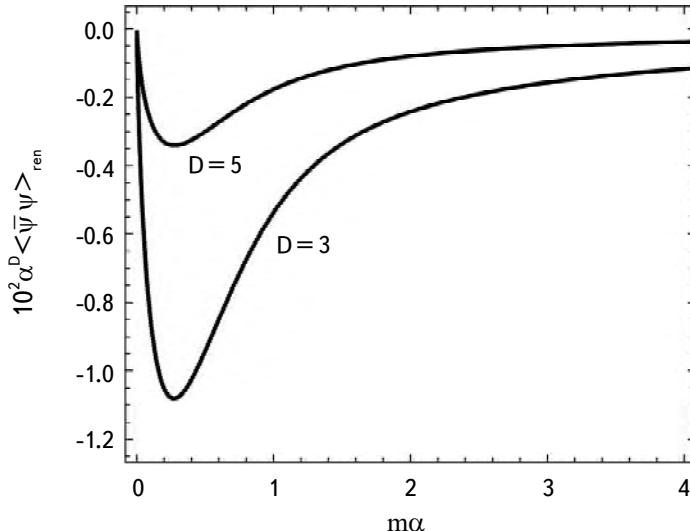


Fig.1. Fermionic condensate versus $m\alpha$ for the spatial dimensions $D=3$ and $D=5$.

4. Fermionic condensate in odd dimensional spacetime. In the renormalization procedure we need the expansion of the expression on the right-hand side of (15) near the point $\gamma=1$. For even values of D , this expansion for the associated Legendre function directly follows from the formula

$$\begin{aligned}\frac{P_{-im\alpha}^{-\mu}(-\gamma)}{(1-\gamma^2)^{\mu/2}} &= \frac{(2-s)^{-\mu} \sinh(\pi m\alpha)}{i \Gamma(1+\mu) \sin(\mu\pi)} F(im\alpha, 1-im\alpha; 1+\mu; s/2) \\ &+ \frac{1}{\pi} \sin[\pi(im\alpha + \mu)] \frac{\Gamma(1-im\alpha - \mu) \Gamma(\mu)}{\Gamma(1-im\alpha + \mu) s^\mu} F(im\alpha, 1-im\alpha; 1-\mu; s/2).\end{aligned}\quad (29)$$

The standard definition of the hypergeometric function in terms of the series over s provides the required expansion. For the case under consideration μ is a half-

integer and, hence, the second term on the right-hand side of (29) does not contribute to the finite part, whereas the first term is finite in the limit $s \rightarrow 0$. Substituting expression (29) into formula (15) and using the expansion for the hypergeometric function in the second term on the right-hand side, we find the following expansion for the regularized fermionic condensate

$$\begin{aligned} \langle \bar{\psi} \psi \rangle^{(s)} = & \frac{N \Gamma((1-D)/2)}{(4\pi)^\mu \alpha^D} \left\{ \frac{\Gamma(\mu)}{m \alpha} \sum_{n=1}^{[\mu]} \frac{n(s/2)^{n-\mu}}{\Gamma(1-\mu+n)n!} \prod_{l=0}^{n-1} (l^2 + m^2 \alpha^2) \right. \\ & \left. - \tanh(\pi m \alpha) \prod_{l=0}^{D/2-1} [(l+1/2)^2 + m^2 \alpha^2]_+ + \dots \right\}, \end{aligned} \quad (30)$$

where, as before, the dots stand for the terms which vanish in the limit $s \rightarrow 0$.

From formula (30) we find the following expression for the renormalized fermionic condensate:

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle_{\text{ren}} = - \frac{Nm^D}{(4\pi)^\mu} \Gamma\left(\frac{1-D}{2}\right) \left\{ \sum_{l=0}^{D/2} \frac{c_l}{(m \alpha)^{2l}} + \tanh(\pi m \alpha) \prod_{l=1}^{D/2} \left[1 + \left(\frac{l-1/2}{m \alpha} \right)^2 \right] \right\}, \quad (31)$$

where the coefficients c_l are determined from the renormalization condition $\langle \bar{\psi} \psi \rangle_{\text{ren}} \rightarrow 0$ for $m \rightarrow \infty$. From this condition it follows that

$$\sum_{l=0}^{D/2} \frac{c_l}{(m \alpha)^{2l}} = - \prod_{l=1}^{D/2} \left[1 + \left(\frac{l-1/2}{m \alpha} \right)^2 \right]. \quad (32)$$

This leads to the following formula for the fermionic condensate

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle_{\text{ren}} = \frac{(-1)^{D/2} (4\pi)^{(1-D)/2}}{2\Gamma((D+1)/2)(e^{2\pi m \alpha} + 1)} \prod_{l=1}^{D/2} [m^2 \alpha^2 + (l-1/2)^2]. \quad (33)$$

This expression coincides with the result obtained in [10] by using the point-splitting procedure and the adiabatic subtraction. Hence, we have shown that the different renormalization schemes give the same result for the renormalized fermionic condensate. The sign of the fermionic condensate (33) coincides with the sign of $(-1)^{D/2}$. For large values of the mass, $m \alpha \gg 1$, the fermionic condensate (33) is suppressed by the factor $m^D \alpha^D e^{-2\pi m \alpha}$. Unlike to the case of odd D , in even number of spatial dimensions the fermionic condensate for a massless field differs from zero (see also [10]):

$$\langle \bar{\psi} \psi \rangle_{\text{ren}} = \frac{(-1)^{D/2} N \Gamma((D+1)/2)}{(4\pi)^{(D+1)/2} \alpha^D}. \quad (34)$$

In Fig.2 the dependence of the fermionic condensate on $m \alpha$ is presented for several values of the spatial dimension.

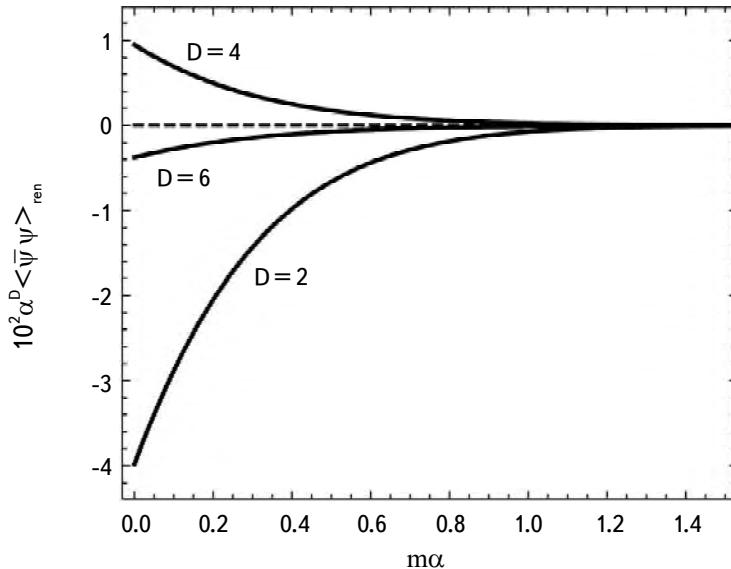


Fig.2. Fermionic condensate as a function of $m\alpha$ for $D = 2, 4, 6$.

5. Interacting scalar and fermion fields. Nonzero fermionic condensate can be of considerable importance in interacting field theories. As an example, here we consider a system of interacting fermionic and scalar fields described by the Lagrangian density

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi - \frac{1}{2}M^2\varphi^2 + \frac{i}{2}[\bar{\psi}\gamma^\mu\nabla_\mu\psi - (\nabla_\mu\bar{\psi})\gamma^\mu\psi] - m\bar{\psi}\psi - \lambda\varphi^2\bar{\psi}\psi, \quad (35)$$

with the coupling constant λ having the dimension (length) $^{D-2}$. The corresponding field equations read

$$(\square + M^2 + 2\lambda\bar{\psi}\psi)\varphi = 0, \quad (i\gamma^\mu\nabla_\mu - m - \lambda\varphi^2)\psi = 0, \quad (36)$$

where \square stands for d'Alembert operator for scalar fields.

Assume that the field ψ is quantized and the field φ is a classical field. If $\langle\bar{\psi}\psi\rangle_{\text{ren}}$ is the renormalized fermion condensate, then the classical dynamics of the scalar field is described by the equation

$$(\square + M^2 + 2\lambda\langle\bar{\psi}\psi\rangle_{\text{ren}})\varphi = 0. \quad (37)$$

As it is seen, the effect of the interaction of the scalar field with the fluctuations of the fermionic field is equivalent to the change of the mass term. For a general background the effective mass depends on the spacetime point. In the case of dS bulk the fermion condensate is constant and the interaction leads to a constant shift in the squared mass term for the scalar field. In general, this shift can be negative and under the condition $M^2 + 2\lambda\langle\bar{\psi}\psi\rangle_{\text{ren}} < 0$ the effective mass becomes

tachyonic. The tachyonic mass may lead to an instability of the corresponding field theory (for instabilities in interacting scalar field theories induced by background geometry, nontrivial topology and boundaries see [27]). Note that, in a similar way, the quantum fluctuations of the scalar field lead to the correction of the fermionic mass term in the form $\lambda \langle \phi^2 \rangle_{\text{ren}}$. In a more general case of a scalar field with the potential $V(\phi)$, the interaction with the vacuum fluctuations of a fermionic field leads to the correction with the effective potential $V_{\text{eff}}(\phi) = V(\phi) + \lambda \langle \bar{\psi} \psi \rangle_{\text{ren}} \phi^2$. In particular, this type of correction to the inflaton potential can have important consequences in the inflationary scenario.

Similar to the case of the system of interacting fermion and scalar fields, the nonzero fermionic condensate leads to the shift of the fermion effective mass in the Nambu-Jona-Lasinio type models. These models contain four fermion interaction term $g(\bar{\psi} \psi)^2$ in the Lagrangian density, with g being the four fermion coupling constant. They were applied to describe the dynamical symmetry breaking in electroweak theory and quantum chromodynamics (for symmetry breaking in the Nambu-Jona-Lasinio model in curved spacetime see, for example, [28,29]). The corresponding effective mass for a fermion field becomes $m - 2g(\bar{\psi} \psi)_{\text{ren}}$. Again, we see that, depending on the fermionic condensate, the effective mass may become negative.

6. Conclusion. In the present paper we have investigated the fermionic condensate for a massive spinor field in dS spacetime in an arbitrary number of spatial dimensions. In Section 2, an expression for the corresponding regularized quantity is derived assuming that the field is prepared in the Bunch-Davies vacuum state. The renormalization procedure for even and odd dimensional spacetimes is considered separately. In even dimensional dS spacetime the renormalized fermionic condensate is given by expression (25), where the coefficients are obtained from the condition of vanishing the condensate in the limit $m \rightarrow \infty$. These coefficients are defined by the relation (27). For large values of the field mass, the condensate decays as $1/(m\alpha)$ and it vanishes for a massless field field. In odd dimensional dS spacetime, for the renormalized fermionic condensate we derived the formula (31), with the coefficients c_i defined from the relation (32). In this case, for large values of the mass the fermionic condensate decays exponentially. Unlike the case of even dimensions, for a massless field the condensate does not vanish.

Another vacuum state in dS spacetime is the hyperbolic vacuum [30-33]. It is naturally realized by the normal modes of quantum fields in the coordinate system foliating the spacetime by spatial sections with constant negative curvature. Unlike to the Bunch-Davies vacuum, the hyperbolic vacuum is not maximally symmetric and the corresponding fermionic condensate will depend on time. This feature has been demonstrated for the expectation values of the field squared and

energy-momentum tensor in the case of a scalar field (see [30,33]). For a massless fermionic field we expect that the difference in the fermionic condensates for the Bunch-Davies and hyperbolic vacua will decay at late stages of the expansion like $1/t^D$. This is in agreement with the general result in accordance of which the Bunch-Davies vacuum is a future attractor for relatively large class of states in dS spacetime. Note that the renormalization of the fermionic condensate for the hyperbolic vacuum is reduced to the renormalization for the Bunch-Davies vacuum and the difference in the corresponding VEVs is finite.

In interacting field-theoretical models (self-interacting fermionic field, fermionic fields interacting with scalar or vector fields) the formation of nonzero fermionic condensate may lead to phase transitions. We have considered two examples. The first one presents a system of scalar and fermionic fields with the interaction Lagrangian density proportional to $\varphi^2 \bar{\psi} \psi$ and the second one corresponds to the Nambu-Jona-Lasinio type model with the self interaction $(\bar{\psi} \psi)^2$. Depending on the value and sign of the condensate, the effective mass squared may become negative. Scalar-fermionic models with the interaction const. $\bar{\psi} \psi g^{\mu\nu} \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi$ have also been considered in the literature. In this type of models the nonzero condensate may lead to the change of the sign of the kinetic term for the scalar field (ghost field).

Acknowledgments. A.A.S. and A.S.K. were supported by the grant No. 20RF-059 of the Committee of Science of the Ministry of Education, Science, Culture and Sport RA. E.R.B.M. is partially supported by CNPq under Grant no. 301.783/2019-3. T.A.P. was supported by the Committee of Science of the Ministry of Education, Science, Culture and Sport RA in the frames of the research project No. 20AA-1C005.

¹ Department of Physics, Yerevan State University, Yerevan, Armenia,
e-mail: saharian@ysu.am anna.kotanjyan@ysu.am
tigran.petrosyan@ysu.am

² Departamento de Física, Universidade Federal da Paraíba,
Brazil, e-mail: emello@fisica.ufpb.br

ФЕРМИОННЫЙ КОНДЕНСАТ В ПРОСТРАНСТВЕ- ВРЕМЕНИ де СИТТЕРА

А.А.СААРЯН¹, Е.Р.БЕЗЕРРА де МЕЛЛО², А.С.КОТАНДЖЯН¹,
Т.А.ПЕТРОСЯН¹

Исследован фермионный конденсат в (D+1)-мерном пространстве-времени де Ситтера с помощью регуляризации обрезающей функцией. Для устранения неоднозначности перенормировки в случае массивных полей, накладывается дополнительное условие, требующее зануление конденсата в пределе бесконечной массы. Для больших значений массы поля конденсат экспоненциально затухает в пространстве-времени нечетной размерности и стремится к нулю по степенному закону в четно-мерном пространстве-времени. Для безмассового поля фермионный конденсат обращается в нуль при нечетных значениях пространственной размерности D и отличен от нуля при четном D. В зависимости от пространственной размерности фермионный конденсат может быть как положительным, так и отрицательным. Изменение знака конденсата может привести к неустойчивостям во взаимодействующих теориях поля.

Ключевые слова: *фермионный конденсат:пространство-время де Ситтера:
вакуум Банча-Девиса*

REFERENCES

1. *A.D.Linde*, Particle Physics and Inflationary Cosmology (Harwood Academic Publishers, Chur, Switzerland 1990).
2. *J.Martin, C.Ringeval, V.Vennin*, Phys. Dark Univ., **5-6**, 75, 2014.
3. *N.D.Birrell, P.C.W.Davies*, Quantum Fields in Curved Space (Cambridge University Press, Cambridge, 1982).
4. *L.Parker, D.Toms*, Quantum Field Theory in Curved Spacetime (Cambridge University Press, Cambridge, 2011).
5. *G.Cognola, E.Elizalde, S.Nojiri et al.*, JCAP, 02, 2005, 010.
6. *A.Dolgov, D.N.Pelliccia*, Nucl. Phys. B, **734**, 208, 2006.
7. *P.Candelas, D.J.Raine*, Phys. Rev. D, **12**, 965, 1975.
8. *S.G.Mamayev*, Sov. Phys. J., **24**, 63, 1981.
9. *E.R.Bezerra de Mello, A.A.Saharian*, J. High Energy Phys., 08, 2010, 038.
10. *E.R.Bezerra de Mello, A.A.Saharian*, J. High Energy Phys., 12, 2008, 081.
11. *A.A.Saharian*, Class. Quantum Grav., **25**, 165012, 2008.
12. *S.Bellucci, A.A.Saharian, H.A.Nersisyan*, Phys. Rev. D, **88**, 024028, 2013.

13. *S.Bellucci, E.R Bezerra de Mello, A.A.Saharian*, Phys. Rev. D, **83**, 085017, 2011.
14. *A.Flachi*, Phys. Rev. D, **88**, 085011, 2013.
15. *A.Flachi, K.Fukushima*, Phys. Rev. Lett., **113**, 091102, 2014.
16. *V.E.Ambruš, E.Winstanley*, Class. Quantum Grav. **34**, 14501, 2017.
17. *S.Catterall, J.Laiho, J.Unmuth-Yockey*, J. High Energy Phys., **10**, 2018, 013.
18. *A.A.Saharian, E.R Bezerra de Mello, A.A.Saharyan*, Phys. Rev. D, **100**, 105014, 2019.
19. *A.Saharian, T.Petrosyan, A.Hovhannisyan*, Universe **7**, 73, 2021.
20. *S.Bellucci, W.Oliveira dos Santos, E.R Bezerra de Mello et al.*, arXiv:2105.00829.
21. *B.Allen*, Phys. Rev. D, **32**, 3136, 1985.
22. *I.I.Cotăescu*, Phys. Rev. D, **65**, 084008, 2002.
23. *G.N.Watson*, A Treatise on the Theory of Bessel Functions (Cambridge University Press, Cambridge, 1966).
24. *A.P.Prudnikov, Yu.A.Brychkov, O.I.Marichev*, Integrals and Series (Gordon and Breach, New York, 1986), Vol. 2.
25. Handbook of Mathematical Functions, edited by M.Abramowitz and I.A.Stegun (Dover, New York, 1972).
26. *Y.Décanini, A.Folacci*, Phys. Rev. D, **78**, 044025, 2008.
27. *L.H.Ford*, Phys. Rev. D, **22**, 3003, 1980.
28. *E.Elizalde, S.Leseduarte, S.D.Odintsov*, Phys. Rev. D, **49**, 5551, 1994.
29. *T.Inagaki, T.Muta, S.D.Odintsov*, Prog. Theor. Phys. Suppl., **127**, 93, 1997.
30. *J.D.Pfautsch*, Phys. Lett. B, **117**, 283, 1982.
31. *M.Sasaki, T.Tanaka, K.Yamamoto*, Phys. Rev., D **51**, 2979, 1995.
32. *F.V.Dimitrakopoulos, L.Kabir, B.Mosk et al.*, J. High Energy Phys., **06**, 2015, 095.
33. *A.A.Saharian, T.A.Petrosyan*, Phys. Rev. D, **104**, 065017, 2021.

"Астрофизика"

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

1. Рукописи могут быть представлены в печатном виде (hard copies) в двух экземплярах, отпечатанные на одной стороне листа формата А4, вместе с соответствующей электронной версией. Один из экземпляров должен быть подписан всеми авторами. Указываются сведения об авторах: фамилия, имя, отчество, название учреждения, электронный адрес.
2. Рукопись может быть набрана в виде файла с расширениями .doc, .docx, .rtf, через 1.5 интервала, используя Font 12pt.
3. Рисунки должны быть выполнены предельно аккуратно с разборчивыми надписями. Необходимые объяснения даются в подписях к рисункам, которые не должны повторяться в тексте. Рисунки необходимо отправить в виде .jpg, .bmp, .wmf, .eps файлов. С учетом формата журнала размеры рисунков редакцией могут быть изменены. В тексте рисунки нумеруются в порядке очередности (рис.1, рис.2, и т.д.). Если рисунок, состоит из двух или более панелей, то возможны обозначения типа рис.1а или рис.1а, б.
4. Таблицы должны иметь номера и информативные названия. Примечания должны быть сведены к минимуму и пронумерованы надстрочными арабскими цифрами.
5. Цитирование литературы. Цитируемая литература дается порядковым номером в строчку в квадратных скобках (например, [5]) и соответствует номеру в списке литературы. Список литературы должен быть оформлен следующим образом:
 - а) Для журнальных статей указываются инициалы и фамилии авторов курсивным шрифтом (в оригинальной транскрипции), название журнала в принятом сокращении (сокращения для некоторых наиболее часто встречающихся журналов, применяемых в "Астрофизике", дается в сайте журнала), номер тома жирным шрифтом, номер первой страницы, год издания. Для русскоязычных журналов, которые переводятся на английский язык, в скобках приводится соответствующее название журнала на английском, том, страница и год публикации.
 - б) Для книг следует указывать инициалы и фамилию автора курсивом, место и год издания.

6. *Оформление рукописи.* На первой странице дается название статьи (по возможности кратко и информативно), инициалы, фамилия каждого автора и аннотация на русском языке. На второй странице приводятся название статьи, инициалы, фамилия каждого автора и текст аннотации на английском языке, который должен полностью соответствовать русскому. В аннотации должны быть изложены главные результаты работы без ссылок на литературу. Максимальный объем аннотации не должен превышать 5% основного текста. Таблицы, список литературы, рисунки и надписи к рисункам печатаются на отдельных страницах. Расположение таблиц и рисунков отмечается на полях основного текста. Аннотации, основной текст, список литературы и таблицы должны иметь одну общую нумерацию страниц. Суммарный объем не должен превышать 16 стандартных страниц. Объем краткого сообщения - не более 4 страниц.

Статья состоит из пронумерованных разделов, начиная с "1. *Введение*". Названия разделов печатаются курсивом в строке, они должны быть краткими и содержательными. Подразделы могут быть пронумерованы как 2.1, 2.2 и т.д. Необходимые сокращения терминов или названий могут быть использованы во всей статье, однако их объяснение дается лишь один раз при первом упоминании.

7. В случае представления двух или более статей одновременно необходимо указать желательный порядок их публикации.

8. Рукописи авторам не возвращаются.

9. Авторам статьи (независимо от их количества) представляется 10 оттисков бесплатно.

CONTENTS

Discrepancy between values of the Hubble constant, determined by different methods	<i>H.A.Harutyunian</i>	479
Environmental dependence of all the five band luminosities of active galactic nucleus (AGN) host galaxies	<i>Yong Xin, Xin-Fa Deng</i>	491
Study of the AY Lac star, an explosive variable of the WZ Sge type, by multicolor photometry methods	<i>S.Yu.Shugarov, M.D.Afonina, A.V.Zharova</i>	503
Several star formation regions in southern hemisphere	<i>A.L.Gyulbudaghian</i>	519
Luminescence of dust and fluorescence of gas of CED 201 nebula	<i>I. A.Simonia</i>	527
On time-dependent radiative transfer problems in one-dimensional medium	<i>A.G.Nikoghossian</i>	537
White dwarfs in a uniform sphere approximation, with account of general relativity effects	<i>G.S.Bisnovatyi-Kogan, E.A.Patraman</i>	551
Modified Renyi holographic dark energy (MRHDE) in f(R, T) theory of gravity	<i>J.Bharali, K.Das</i>	559
Fermionic condensate in de Sitter spacetime	<i>A.A.Saharian, E.R.Bezerra de Mello, A.S.Kotanjyan, T.A.Petrosyan</i>	575

СОДЕРЖАНИЕ (продолжение)

БЕЛЫЕ КАРЛИКИ В ПРИБЛИЖЕНИИ ОДНОРОДНОГО ШАРА,
С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ОТО

Г.С.Бисноватый-Коган, Е.А.Патраман 551

МОДИФИЦИРОВАННАЯ ГОЛОГРАФИЧЕСКАЯ ТЕМНАЯ ЭНЕР-
ГИЯ РЕНЬИ (MRHDE) В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ $f(R, T)$

Д.Бхарали, К.Дас 559

ФЕРМИОННЫЙ КОНДЕНСАТ В ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ
де СИТТЕРА

А.А.Саарян, Е.Р.Безерра де Мелло, А.С.Котанджян,
Т.А.Петросян 575