ISSN - 0571 - 1712

ԱՍՏՂԱՖԻԶԻԿԱ
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64 МАЙ, 2021 ВЫПУСК 2

АСТРОФИЗИКА ТОМ 64 ВЫПУСК 2 2021

О ПРОБЛЕМЕ ОРИЕНТАЦИИ ГАЛАКТИК И ИХ РОДИТЕЛЬСКИХ ГРУПП И СКОПЛЕНИЙ

Г.М.Товмасян 159

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ВОЗРАСТА ГАЛАКТИК ОТ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ В ВЫБОРКЕ CMASS ГАЛАКТИК SDSS DR12

Ксин-Фа Дэнг 169

НОВАЯ ОРБИТА И ОЦЕНКА МАССЫ ЗВЕЗДЫ 61 CYGNI НА ОСНОВЕ ЕЕ НАБЛЮДЕНИЙ В 1819-2019гг.

И.С.Измайлов, *Н.А.Шахт*, *Е.В.Поляков*, *Д.Л.Горшанов*, *М.А.Погодин* 181

KIC 7732964 - ВОЗМОЖНЫЙ КАНДИДАТ В ЗВЕЗДЫ ТИПА FK COM

Е.С.Дмитриенко, *И.С.Саванов*, *В.Б.Пузин* 195

АКТИВНОСТЬ ДВУХ МОЛОДЫХ ЗВЕЗД СОЛНЕЧНОГО ТИПА С ПЛАНЕТНЫМИ СИСТЕМАМИ ИЗ ДВИЖУЩЕЙСЯ ГРУППЫ ЗВЕЗД URSA MAJOR И ПОТОКА PSC-ERI

И.С.Саванов 203

PV CEP И V350 CEP: ЗВЕЗДЫ НА ПУТИ МЕЖДУ ФУОРАМИ И ЭКСОРАМИ

А.Р.Андреасян, *Т.Ю.Магакян*, *Т.А.Мовсесян*, *А.В.Моисеев* 213

(Продолжение на 4-й стр. обложки)

ЕРЕВАН

Выходит с 1965г.
на русском и английском языках

Խմբագրական կոլեգիա

Գլխավոր խմբագիր՝ Ա.Գ.Նիկողոսյան (Հայաստան)
Գլխավոր խմբագրի տեղակալներ՝ Վ.Պ.Գրինին (Ռուսաստան), Հ.Ա.Հարությունյան (Հայաստան)
Պատասխանատու քարտուղար՝ Ա.Ա.Հակոբյան (Հայաստան)

Ժ.Ալեսյան (Ֆրանսիա), Գ.Ս.Բիսնովատի-Կոգան (Ռուսաստան), Ի.Դ.Կարաչենցև (Ռուսաստան), Տ.Յու.Մաղաքյան (Հայաստան), Ա.Մ.Միքայելյան (Հայաստան), Բ.Մ.Շուստով (Ռուսաստան), Յու.Ա.Շչեկինով (Ռուսաստան), Ա.Մ.Չերեպաշչուկ (Ռուսաստան), Ե.Պ.Պավլենկո (Ռուսաստան), Է.Ս.Պարսամյան (Հայաստան), Վ.Պ.Ռեշետնիկով (Ռուսաստան), Գ.Ն.Սալուկվաձե (Վրաստան), Մ.Տուրատտո (Իտալիա)

Редакционная коллегия

Главный редактор: А.Г.Никогосян (Армения)
Заместители главного редактора: Г.А.Арутюнян (Армения), В.П.Гринин (Россия)
Ответственный секретарь: А.А.Акопян (Армения)

Ж.Алесян (Франция), Г.С.Бисноватый-Коган (Россия), И.Д.Караченцев (Россия), Т.Ю.Магакян (Армения), А.М.Микаелян (Армения), Е.П.Павленко (Россия), Э.С.Парсамян (Армения), В.П.Решетников (Россия), Г.Н.Салуквадзе (Грузия), М.Туратто (Италия), А.М.Черепащук (Россия), Б.М.Шустов (Россия), Ю.А.Щекинов (Россия)

"АСТРОФИЗИКА" - научный журнал, издаваемый Национальной академией наук Республики Армения. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой. Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

"ԱՍՏՂԱՖԻԶԻԿԱ"-ն գիտական հանդես է, որը հրատարակում է Հայաստանի Հանրապետության Գիտությունների Ազգային Ակադեմիան: Հանդեսը տպագրում է ինքնատիպ հոդվածներ աստղերի ֆիզիկայի, միգամածությունների և միջաստղային միջավայրի ֆիզիկայի, աստղաբաշխության և արտագալակտիկական աստղագիտության, ինչպես նաև աստղաֆիզիկային սահմանակից բնագավառների գծով: Հանդեսը նախատեսված է գիտական աշխատակիցների, ասպիրանտների և բարձր կուրսերի ուսանողների համար:

Адрес редакции: Республика Армения, Ереван 19, пр. Маршала Баграмяна 24[г]
Редакция ж. "Астрофизика", тел. 56 81 38
e–mail: astrofiz@sci.am

© Издательство "Гитутюн" НАН Республики Армения, Астрофизика, 2021

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64 МАЙ, 2021 ВЫПУСК 2

ON THE PROBLEM OF THE GALAXY ALIGNMENT WITH GROUPS AND CLUSTERS

H.M.TOVMASSIAN

Received 23 January 2021
Accepted 3 May 2021

The study of the alignment of galaxy groups of the Tempel, Tago & Liivamägi (2012) catalog showed that detection of the alignment of the group galaxies with the group orientation depends on the position angle of the studied group. Alignment is detected in groups the position angle of which approximately coincides with the average position angle of the group galaxies that is about 90° for all groups. The analysis of the alignment of clusters with known orientations shows the same: alignment is detected in clusters with position angle of the large axes of about 90°. Hence, the alignment dose not have a physical meaning. Its detection is simply a result of the chance coincidence of the position angle of the cluster and the average position angle ofthe cluster galaxies.

Keywords: *galaxies: clusters - galaxies: alighnment*

1. *Introduction*. It has been shown that a large number of galaxies in the local universe are members of poor groups of galaxies [1-22]. It was supposed that the study of the orientation of galaxies in groups and clusters is important for understanding the galaxy structure formation and to discriminate between different cosmogony scenarios (e.g. West; West & Dekel [23-24]). Many efforts have been done for study the orientation of galaxies in clusters starting with Reynolds pioneering work [25]. Afterwards many papers with contradictory conclusions have been published. It has been shown [23,26-41] that galaxies are aligned with the parent cluster. Meanwhile, the authors of [42-49] have found that galaxies in groups and clusters are consistent with being randomly oriented. More decisively the alignment was found between neighbor clusters (Bingelli [29], West [23], Plionis [38]); between the brightest cluster galaxies (BCGs) and their parent clusters Carter & Metcalfe [28]; and between the satellite galaxies in clusters and the BCG (Struble [35]). Faltenbacher et al. [50] studied galaxy groups of the Yang [16] catalog and found alignment between orientation of the BGG and the distribution of satellite galaxies, between orientation of satellite galaxy and the direction toward BGG and alignment between orientations of the BGG and satellites. Stepahnovich et al. [51] stated that alignment is more common to rich clusters, while Tovmassian & Torres-Papaqui [51] reported on the alignment of satellite galaxies mainly in poor clusters. In astronomy perhaps there is no other

problem with so many contradictory results. The detailed discussion of previous study of the alignment in clusters is presented by Joachimi et al. [53]. The problem of the galaxy alignment is discussed by Kiessling et al. [54]. It was mentioned that alignment could be induced by the tidal interactions of galaxies with the gravitational field of larger structures. It is mentioned that in smaller scales below about 1 Mpc galaxies could be aligned with their halo. Meanwhile less attention has been drawn to the alignment of galaxies in more numerous poor galaxy groups. In this paper we study the alignment in almost 1000 groups and checked the alignment in clusters with known orientation from Plionis [38]. We found that the alignment does not have physical meaning and is a result of a chance coincidence of the position angles (PA) of the cluster large axes and the average PA of the cluster galaxies.

2. *The data and analysis.*

2.1. *The alignment of groups.* We studied the groups with 12 to 16 members from the Tempel, Tago & Liivamägi catalogue [22]. These groups were selected arbitrarily. The motivation was to have not very poor, as well as not very rich groups. The redshifts and PA of galaxies at *r* band are taken from the SDSS-DR9 (Ahn et al. [55]). The galaxies with good quality of observation (marked by 3 in the catalog) was retrieved. In total I used in the study the data on 11883 galaxies in 878 groups. According to Struble & Peebles [31], the galaxies in a cluster are aligned with the cluster large axes, if

$$\delta = \sum \left| \psi_{gl,gr} \right| \Big/ N - 45 \tag{1}$$

is negative.

In this formula $\psi_{gl,gr} = \theta_{gl} - \theta_{gr}$, where θ_{gl} and θ_{gr} are the PAs of the cluster galaxies and of the cluster large axes respectively. The standard deviation of δ is

$$\sigma = 90 \big/ (12\,N)^{1/2} . \tag{2}$$

It has been shown that galaxy groups have prolate-like spheroid space configuration (Plionis, Basilakos & Tovmassian [58]; Wang [59]). The group shape is determined by the axial ratio *b/a* (Rood 1979), where *a* is the angular distance between the most widely separated galaxies in the group, and *b* is the sum of angular distances of the most distant galaxies on either side of the line *a*. We determined the PA of the line "a" of each group assuming that this line is the group's large axes. The distribution of the PAs of the studied 878 groups are presented in Fig.1, which shows that PAs of groups are distributed almost uniformly between 0° and 180°.

Then the formula (1) was applied. For about a quarter of the studied groups the parameter δ was negative, hence the latter groups are aligned.

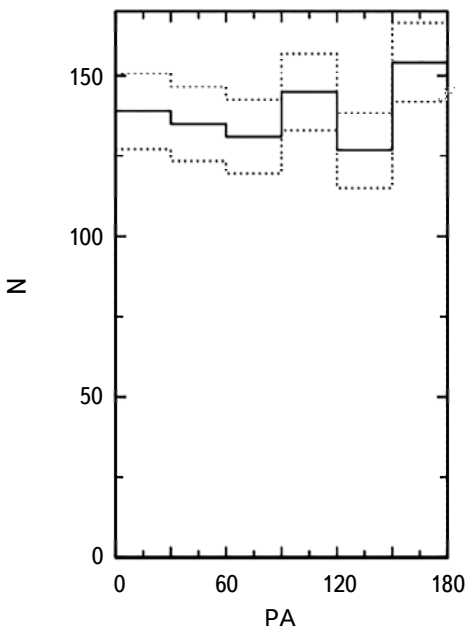

Fig.1. The distributions of PAs of the the studied groups. The errors $\sqrt{N}$ are shown by dotted lines.

2.2. *The distribution of PAs of aligned and non-aligned groups.* We compare the distribution of PAs of the aligned and non-aligned groups large axes. The distribution of the large axes PAs of both samples of groups is presented in Fig.2. Fig.2 shows that these distributions significantly differ from each other. PAs of aligned groups (the left panel of Fig.2) are distributed mainly within narrow interval from 60° to 120° with average value $88^\circ.1 \pm 17^\circ.8$. The distribution of the PAs of the non-aligned groups (the right panel) has a dip here. The different distribution of PAs of aligned and non-aligned groups is explained as follows. We determined the average PA of galaxies in each group using the PAs of galaxies retrieved from the SDSS-RD9 (Ahn et al. [55]). The PAs of the group galaxies are distributed around 90° with a mean value $89^\circ \pm 14^\circ.2$. The PAs of group's large axes are distributed roughly uniformly (see Fig.1). The PA of groups with about 90° coincides with the average PA of the group galaxies, that is also about 90°. Such groups are detected as aligned. Thereby, the PAs of aligned groups are concentrated around 90°. These groups are excluded from the distribution of the PAs of the non-aligned groups. As a result, in the distribution of the PAs of the latter the dip appears. Thus, the alignment of the group galaxies with the group orientation is simply the result of the chance coincidence of the group PA and

the mean PA of the group galaxies. Hence, the alignment does not have any physical meaning.

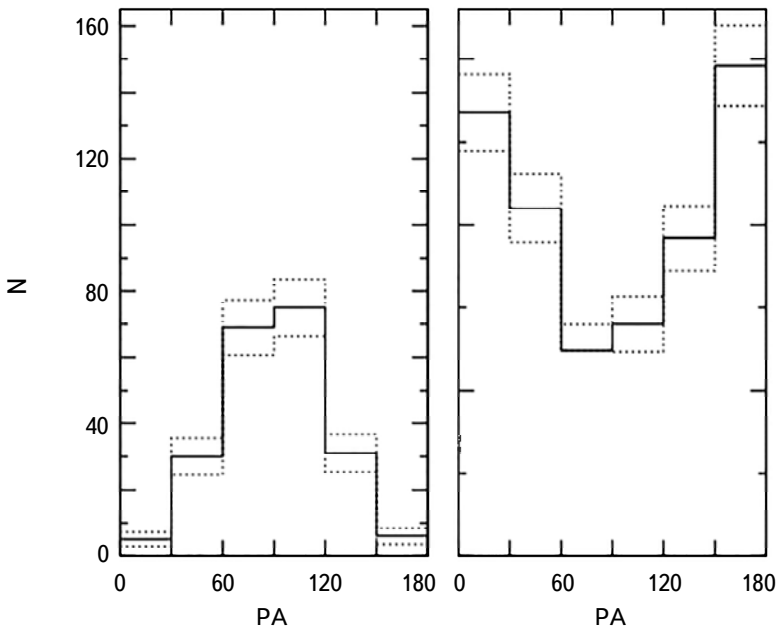

Fig.2. The distributions of PAs of aligned groups (the left panel) and the non-aligned groups (the right panel). The errors $\sqrt{N}$ are shown by dotted lines.

It is prominent that δ for non-aligned groups at the intervals of PAs from 0° to 30° and from 150° to 180° are high, 30 ± 15.2 and 33.3 ± 16.8, respectively. While at the intervals from 60° to 90° and from 90° to 120° δ is small. It is equal to 7.5 ± 6.9 and 8.1 ± 5.5 respectively. Hence, the non-aligned groups with PAs characteristic for the aligned groups are close for being aligned.

2.3. *The alignment of galaxy clusters*. After concluding that the group alignment is due to a chance coincidence of the PAs of the group and the group galaxies we review the cluster alignment. We determined the alignment of clusters with PAs $72^o \div 108^o$, at which the groups are aligned (see Fig.2), and also at the PA intervals $0^o \div 36^o$ and $162^o \div 180^o$ of the non-aligned groups, where the PA of groups significantly differs from 90°. The clusters with corresponding PAs are taken from Plionis [38]. We selected for study the clusters with more than 20 members. Positions, redshifts and Hubble distances of clusters are from NED. The data on cluster galaxies within 2 Mpc Abell cluster radius (according to Andernach, Waldhausen & Wielebinski [56]) and with velocities within $\pm 1500\,\mathrm{km\,s^{-1}}$ of the cluster velocity (according to Collins [57]) are retrieved from SDSS-DR9 (Ahn

et al. [55]). The PAs of galaxies at *r* band are used. As for the group galaxies, the data on galaxies with good quality of observation were retrieved. The results on the study of the clusters with PAs in the range of $72^{o} \div 108^{o}$ are presented in Table 1. At the consecutive columns of Table 1 the cluster designation (column 1), the number of members within 2 Mpc radius (column 2), the average <PA> of the cluster galaxies (column 3), the cluster PA from Plionis [38] (column 4) and the parameter δ (column 5) are presented. Table 1 shows that δ is negative for 14 out of 23 clusters. For the other 9 clusters δ is positive, but small with an average value 3.2 ± 2.4. Thus, clusters with PAs of about 90° are either aligned or are close for being aligned. A completely different result is obtained for clusters with PAs that significantly differ from 90°, i.e. are at intervals $0^{o} \div 36^{o}$ and $162^{o} \div 180^{o}$. The results of the study of these clusters are presented in Table 2, analogues to Table 1. The parameter δ for these clusters is positive and high, $\delta = 36.3 \pm 9$. All these clusters are strongly non-aligned. Hence, the situation with the cluster alignment is identical to that of groups. The clusters with PAs near 90° are aligned and those, the PAs of which differ greatly from 90° are non-

Table 1

THE DIFFERENCE δ FOR CLUSTERS WITH PAs AT $72 \div 108^{o}$

Cluster	N	<PA>	PA_g	$\delta \pm \sigma$
A757	85	94.5	79.3	$+5.6 \pm 2.8$
A819	21	92.7	111.0	-0.4 ± 5.7
A858	28	94.4	96.1	-6.9 ± 4.9
A1035	57	93.4	93.8	$+1.9 \pm 3.4$
A1050	37	77.6	76.6	-3.4 ± 4.2
A1100	52	86.1	101.4	$+1.7 \pm 3.6$
A1173	48	87.9	102.5	-5.1 ± 3.7
A1213	109	89.6	96.0	-4.3 ± 2.5
A1235	37	97.9	73.6	-3.5 ± 4.3
A1314	21	85.3	75.0	-2.0 ± 5.7
A1371	82	85.8	100.1	-6.9 ± 2.9
A1383	97	94.9	78.9	-5.3 ± 2.6
A1516	67	94.5	89.6	-3.5 ± 3.2
A1564	52	91.8	111.1	$+1.4 \pm 3.6$
A1569	43	86.2	104.1	$+7.6 \pm 4.0$
A1620	46	102.7	80.5	$+5.7 \pm 3.8$
A1775	58	90.3	90.3	-5.0 ± 3.4
A1783	50	93.2	77.0	-4.4 ± 3.7
A1793	29	82.3	92.6	$+1.3 \pm 4.8$
A2028	52	103.5	93.4	-4.5 ± 3.6
A2048	78	83.2	106.2	$+2.4 \pm 2.9$
A2089	62	76.8	87.8	$+1.2 \pm 3.3$
A2399	110	95.2	94.4	-2.9 ± 2.5

Table 2

THE PARAMETER δ FOR CLUSTERS WITH PAs AT INTERVALS $0^o \div 18^o$ AND $162^o \div 180^o$

Cluster	N	<PA>	PA_g	$\delta \pm \sigma$
A257	51	93.1	163.3	$+23.9 \pm 3.6$
A 724	54	85.7	177.2	$+46.0 \pm 3.5$
A1177	80	86.5	13.9	$+43.3 \pm 2.9$
A1291	84	90.7	172.6	$+37.1 \pm 2.8$
A1307	47	90.1	6.9	$+27.2 \pm 3.8$
A1318	80	89.8	1.6	$+45.3 \pm 2.9$
A1346	60	101.2	164.8	$+19.7 \pm 3.3$
A1365	38	85.5	11.7	$+28.8 \pm 4.2$
A1377	89	84.1	165.3	$+36.7 \pm 2.7$
A1380	30	104.5	173.9	$+29.8 \pm 4.7$
A1552	73	92.8	163.3	$+25.9 \pm 3.0$
A1795	101	88.2	13.8	$+31.1 \pm 2.6$
A1812	28	91.7	14.7	$+32.9 \pm 4.9$
A1890	73	95.8	6.2	$+46.5 \pm 3.0$
A1991	98	85.6	5.0	$+36.2 \pm 2.6$
A2029	109	100.1	5.1	$+49.3 \pm 2.5$
A2065	125	83.7	176.1	$+47.4 \pm 2.3$
A2151	245	93.7	169.4	$+31.8 \pm 1.7$
A2162	47	87.4	1.7	$+40.7 \pm 3.8$
A2593	141	85.7	179	$+47.8 \pm 2.2$

aligned. Hear too the alignment is caused by the chance coincidence of PAs of clusters and their galaxies.

3. *Conclusions*. The study of the alignment of galaxy groups and clusters revealed that the alignment is detected in those groups and clusters, the PA of which happen to be close to $\approx 90^o$. The latter is the average PA of galaxies in all studied systems. Hence, the alignment merely results from the chance coincidence of PA of groups and clusters with average PA of their member galaxies. Thus, the reason for contradicting conclusions on the alignment made in the previous studies [23,26-49,51,52] is explained. The made conclusion on the presence or absence of the alignment depends on the cluster sample used in investigation.

Funding for SDSS-III, SDSS DR9, has been provided by the Alfred P. Sloan Foundation, the Participating Institutions, the National Science Foundation, and the U.S. Department of Energy Office of Science. The SDSS-III web site is http://www.sdss3.org/. SDSS-III is managed by the Astrophysical Research Consortium for the Participating Institutions of the SDSS-III Collaboration including the

University of Arizona, the Brazilian Participation Group, Brookhaven National Laboratory, Carnegie Mellon University, University of Florida, the French Participation Group, the German Participation Group, Harvard University, the Instituto de Astrofisica de Canarias, the Michigan State/Notre Dame/JINA Participation Group, Johns Hopkins University, Lawrence Berkeley National Laboratory, Max Planck Institute for Astrophysics, Max Planck Institute for Extraterrestrial Physics, New Mexico State University, New York University, Ohio State University, Pennsylvania State University, University of Portsmouth, Princeton University, the Spanish Participation Group, University of Tokyo, University of Utah, Vanderbilt University, University of Virginia, University of Washington, and Yale University.

377, W. California 30, Glendale, CA,
USA, e-mail: htovmas@gmail.com

О ПРОБЛЕМЕ ОРИЕНТАЦИИ ГАЛАКТИК И ИХ РОДИТЕЛЬСКИХ ГРУПП И СКОПЛЕНИЙ

Г.М.ТОВМАСЯН

Исследование совпадения позиционных углов галактик и групп галактик из каталога Tempel, Tago & Liivamägi (2012) показало, что обнаружение совпадения позиционных углов галактик группы с позиционным углом самой группы зависит от позиционных углов исследованных групп. Совпадение обнаружено у групп, позиционные углы которых приблизительно совпадают с средним значением позиционных углов галактик всех групп, равным около 90°. Анализ совпадения в скоплениях с известными позиционными углами выявил ту же закономерность: совпадение обнаружено у скоплений, позиционные углы больших осей которых равны приблизительно 90°. Следовательно, совпадение позиционных углов галактик и скоплений не имеет физического смысла. Его обнаружение является результатом случайного совпадения позиционного угла скопления с средним позиционным углом галактик скопления, равным $\approx 90^{\circ}$.

Ключевые слова: *галактики: скопления - галактики: направленность*

REFERENCES

1. *J.P.Huchra*, *M.J.Geller*, Astrophys. J., **257**, 423, 1982.
2. *R.B.Tully*, Astrophys. J., **321**, 280, 1987.
3. *R.Nolthenius*, *S.D.M.White*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **225**, 505, 1987.
4. *M.Ramella et al.*, Astron. J., **123**, 2976, 2002.
5. *M.E.Merchan*, *A.Zandivarez*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **335**, 216, 2002.
6. *M.E.Merchan*, *A.Zandivarez*, Astrophys. J., **630**, 759, 2005.
7. *B.F.Gerke et al.*, Astrophys. J., **625**, 6, 2005.
8. *J.Lee*, Astrophys. J., **614**, L1, 2004.
9. *P.A.A.Lopes et al.*, Astron. J., **128**, 1017, 2004.
10. *V.R.Eke et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **348**, 866, 2004.
11. *A.Zandivarez*, *H.J.Martines*, *M.E.Merchán*, Astrophys. J., **650**, 137, 2006.
12. *E.Tago et al.*, Astron. Nachr., **327**, 365, 2006.
13. *E.Tago et al.*, Astron. Astrophys., **479**, 927, 2008.
14. *A.A.Berlind et al.*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **167**, 1, 2006.
15. *A.C.Crook et al.*, Astrophys. J., **655**, 790, 2007.
16. *X.Yang et al.*, Astrophys. J., **671**, 153, 2007.
17. *B.P.Koester et al.*, Astrophys. J., **660**, 239, 2007.
18. *R.R.Gal et al.*, Astron. J., **137**, 2981, 2009.
19. *T.Szabo et al.*, Astrophys. J., **736**, 21, 2011.
20. *A.S.G.Robotham et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **416**, 2640, 2011.
21. *S.Farrens et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **417**, 1402, 2011.
22. *E.Tempel*, *E.Tago*, *L.J.Liivamägi*, Astron. Astrophys., **540**, A106, 2012.
23. *M.J.West*, Astrophys. J., **344**, 535, 1989.
24. *M.West*, *A.Jr.Oemler*, *A.Dekel*, Astrophys. J., **327**, 1, 1988.
25. *J.H.Reynolds*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **87**, 112, 1926.
26. *G.N.Sastry*, Publ. Astron. Soc. Pacif., **80**, 252, 1968.
27. *M.T.Adams*, *K.M.Strom*, S.E.Strom, Astrophys. J., **238**, 445, 1980.
28. *D.Carter*, *J.Metcalfe*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **191**, 325, 1980.
29. *B.Binggeli*, Astron. Astrophys., **107**, 338, 1982.
30. *S.G.Djorgovski*, in "Nearly Normal Galaxies From the Planck Time to the Present", ed. S.M.Faber, Springer, 1987, p.463.
31. *M.F.Struble*, *P.J.E.Peebles*, Astron. J., **90**, 582, 1985.
32. *G.F.R.N.Rhee*, *P.Kartgert*, Astron. Astrophys., **183**, 217, 1987.
33. *D.G.Lambas*, *E.J.Groth*, *P.J.E.Peebles*, Astron. J., **95**, 996, 1988.
34. *D.G.Lambas*, *M.Nicotra*, *H.Muriel et al.*, Astron. J., **100**, 1006, 1990.
35. *M.F.Struble*, Astron. J., **99**, 743, 1990.
36. *P.Flin*, *R.P.Olowin*, in Physical Cosmology, eds. A.Blanchard, L.Celniker, M.Lachieze-Roy, J.Tran Van Lan, Editions Frontieres, Gifsur-Yvette, p.626, 1991.
37. *R.Fong*, *P.R.F.Stevenson*, *T.Shanks*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **242**, 146, 1990.

38. *M.Plionis*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **95**, 401, 1994.
39. *T.M.Fuller*, *M.J.West*, *T.J.Bridges*, Astrophys. J., **519**, 22, 1999.
40. *S.W.Chambers*, *A.L.Melott*, *C.J.Miller*, Astrophys. J., **565**, 849, 2002.
41. *P.Pajowska*, *W.Godlowski*, *Z.Zhon-Hong et al.*, JCAP, **2**, 5, 2019.
42. *H.J.Rood*, *W.A.Baum*, Astron. J., **72**, 318, 1967.
43. *D.L.Hawley*, *P.J.E.Peebles*, Astron. J., **80**, 477, 1975.
44. *A.Dekel*, Astrophys. J., **461**, 298, 1985.
45. *E. van Kampen*, *G.Rhee*, Astron. Astrophys., **237**, 283, 1990.
46. *D.Trevese*, *G.Cirimele*, *P.Flin*, Astron. Astrophys., **104**, 935, 1992.
47. *J.E.Cabanela*, *G.Aldering*, Astron. J., **116**, 1094, 1998.
48. *C.-L.Hung*, *H.Ebeling*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **421**, 3229, 2012.
49. *N.E.Chisari et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **445**, 726, 2014.
50. *A.Faltenbacher et al.*, Astrophys. J., **662**, L71, 2007.
51. *V.Stephanovich et al.*, arXiv:191111769, 2019.
52. *H.M.Tovmassian*, *J.-P.Torres-Papaqui*, Astrophysics, **63**, 447, 2020.
53. *B.Joachimi et al.*, SSRv, **193**, 1, 2015.
54. *A.Kiessling et al.*, SSRv, **193**, 67, 2015.
55. *C.P.Ahn et al.*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **203**, 21, 2012.
56. *H.Andernach*, *H.Waldhausen*, *R.Wielebinski*, Astron. Astrophys. Suppl., **41**, 339, 1980.
57. *C.A.Collins et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 274, 107, 1995.
58. *M.Plionis*, *S.Basilakos*, *H.M.Tovmassian*, Astron. Astrophys., **416**, 441, 2004.
59. *YuWang et al.*, Astrophys. J., **687**, 919, 2008
60. *H.J.Rood*, Astrophys. J., **233**, 21, 1979.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64 МАЙ, 2021 ВЫПУСК 2

INVESTIGATION OF THE ENVIRONMENTAL DEPENDENCE OF GALAXY AGE IN THE CMASS GALAXY SAMPLE OF SDSS DR12

XIN-FA DENG

Received 25 July 2020
Accepted 3 May 2021

In this study, I investigate the environmental dependence of galaxy age in the CMASS sample of the Sloan Digital Sky Survey Data Release 12 (SDSS DR12). It is found that galaxy age is very weakly correlated with the local environment. Considering the weak stellar mass-density relation of CMASS galaxies, it has been suggested that it is likely a combination of a strong age-stellar mass relation and a weak stellar mass-density relation.

Keywords: *galaxy: fundamental parameters - galaxies: statistics*

1. *Introduction*. In the past, many studies showed that in the local Universe, galaxies in low-density environments are generally younger than galaxies in high-density environments [1-14]. Proctor et al. [5] and Mendes de Oliveira et al. [6] reported that the galaxies in compact groups are generally older than field galaxies. Thomas et al. [7] demonstrated that massive early-type galaxies in low-density environments appear younger (on average ≈ 2 Gyr) than their counterparts in high-density environments, which is qualitatively consistent with the predictions from semianalytic models of galaxy formation [15]. In mock galaxy catalogs, Reed et al. [11] found that older mock galaxies significantly are more clustered. Their results also suggested that the clustering-age dependence is manifested in real galaxies. Rakos et al. [12] argued that there is a significant correlation between the galaxies mean age and their distance from the cluster center: older galaxies inhabit the core. When investigating the variation in stellar population ages of Coma cluster galaxies as a function of projected cluster-centric distance, Smith et al. [14] noted a clear distinction between the giant and dwarf galaxies. The age of red-sequence giants only has a weak environmental dependence, while the age of red-sequence dwarfs has strong trends with projected cluster-centric radius. The average age of dwarfs at the boundary of their sample on 2.5 Mpc is approximately half that of dwarfs near the cluster centre. The current hierarchical assembly paradigm predicts that galaxies are younger in lower density environments [16-17].

In the local Universe, galaxy colors are strongly correlated with environments

[18-23], but in intermediate and high redshift regions, the color-density relation is too weak [24-26]. Similarly, the environmental dependence of stellar mass is quite strong in the local Universe [27-30], but it is too weak in the SDSS luminous red galaxy sample and galaxy samples in the Baryon Oscillation Spectroscopic Survey (BOSS) [31-32]. At intermediate redshifts, Grützbauch et al. [25] also found a weak environmental dependence of stellar mass. These studies showed that the environmental dependence of galaxy properties is likely different in different redshift regions. Thus, it would be of great interest to explore the environmental dependence of galaxy age in intermediate and high redshift regions.

The BOSS is one of four surveys in the SDSS-III project [33]. It is carrying out a redshift survey of 1.5 million luminous red galaxies at $0.15 < z < 0.8$ over 10000 square degrees. The BOSS is designed to measure the baryon oscillation signature in the correlation function of galaxies [34-37]. Meanwhile, using the BOSS galaxy sample, some authors also explored many other galaxy issues [32,38-45]. Masters et al. [38] studied the morphology and size of BOSS galaxies. Applying principal component analysis, Chen et al. [39] calculated some parameters of BOSS galaxies, such as stellar masses, mean stellar ages, star formation histories (SFHs), dust extinctions and stellar velocity dispersions, and investigated the correlation between the fraction of galaxies with active star formation and stellar mass. Maraston et al. [40] explored the uniformity of mass sampling as a function of redshift. Deng [42] performed comparative studies of properties of star forming galaxies and active galactic nuclei between two BOSS galaxy samples of SDSS Data Release 9 [46]. Deng [43] and Deng, Zou [32,44] examined the environmental dependence of colors, stellar mass and all five band luminosities for BOSS galaxy samples.

The BOSS galaxy sample can be divided into two principal samples at $z \approx 0.4$: a Low Redshift (LOWZ) sample and a Constant Mass (CMASS) sample. The LOWZ sample, a low redshift sample with a median redshift of $z = 0.3$, is a simple extension of the SDSS I and II luminous red galaxy samples [47] and can be used for comparison with them. The CMASS sample, a high redshift sample with a redshift of $0.43 < z < 0.7$, selects galaxies with roughly a constant stellar mass, and is a nearly complete sample of massive galaxies above $z \approx 0.4$. Such a sample is a good representative of intermediate-redshift galaxy samples. The primary goal of this study is to investigate the environmental dependence of the age of CMASS galaxies. My paper is organized as follows. In section 2, I describe the data used. The environmental dependence of age of CMASS galaxies is discussed in section 3. My main results and conclusions are summarized in section 4.

In calculating the distance, I used a cosmological model with a matter density of $\Omega_0 = 0.3$, cosmological constant of $\Omega_\Lambda = 0.7$, Hubble constant of $H_0 = 70\,\mathrm{km\,s^{-1}Mpc^{-1}}$.

2. *Data*. Data Release 12 (DR12) [48] of the SDSS is the final public release of spectroscopic data from the SDSS-III BOSS, which includes the first spectra of the Multi-object APO Radial Velocity Exoplanet Large-area Survey(MARVELS), additional data from the APO Galactic Evolution Experiment(APOGEE) and additional sky coverage and better galaxy parameter estimates from BOSS. In this work, the data was downloaded from the Catalog Archive Server of SDSS Data Release 12 [48] by the SDSS SQL Search. Because most CMASS galaxies are located between $0.43 < z < 0.7$, I extract 858977 CMASS galaxies with a redshift of $0.43 \le z \le 0.7$.

Maraston et al. [40] employed two template fittings (passive and star-forming) and two adopted Initial Mass Functions (IMFs) (Salpeter and Kroupa). The passive model does not include the possibility of a non-zero SFR (star formation rate). The selection of the star-forming template and the Kroupa IMF leads to the largest number of non-zero SFR galaxies. Considering that further investigation would likely shed light on the SFR of galaxies, we use the best-fit age of galaxy (in Gyr) obtained with the star-forming template and the Kroupa IMF [40]. The data set of age measurement is from the StellarMassStarFormingPort table.

3. *Environmental dependence of age in the CMASS galaxy sample*. When using the CMASS galaxy sample, some authors restricted their analysis to the redshift range $0.43 < z < 0.7$ [34,36,38,41]. For example, Reid et al. [41] examined the anisotropic clustering of BOSS galaxies in the redshift range $0.43 < z < 0.7$. Masters et al. [38] investigated the morphology and size of the luminous and massive galaxies at $0.3 < z < 0.7$. However, Deng & Zou [32] demonstrated that the CMASS sample with a redshift of $0.43 \le z \le 0.7$ seriously suffers from the radial selection effect. In the CMASS sample with a redshift of $0.43 \le z \le 0.7$, an abnormal trend is observed: high mass galaxies exist preferentially in low density regions of the universe, while low mass galaxies are located preferentially in the densest regions. Deng & Zou [32] argued that this is likely due to the radial selection effect in this CMASS sample.

Dawson et al. [49] and Anderson et al. [34] demonstrated that the radial selection effect of CMASS galaxies is fairly serious at redshift $z > 0.6$. However, BOSS is a mass-uniform sample over the redshift range 0.2 to 0.6 [40]. Thus, Deng & Zou [32] constructed a CMASS sample with a redshift of $0.44 \le z \le 0.6$. Deng & Zou [32] believed that this CMASS sample should be a relatively uniform sample, in which the radial selection effect is less important. In this CMASS sample, Deng & Zou [32] found that the environmental dependence of the stellar mass of CMASS galaxies is fairly weak.

In this work, I measure the projected local density $\sum_5 = N/\pi d_5^2$ (Galaxies Mpc^{-2}) where d_5 is the distance to the 5th nearest neighbor within $\pm 1000\,\mathrm{km\,s^{-1}}$ in

redshift [50-52]. Following Deng et al. [21], I arrange galaxies in a density order from the smallest to the largest, select approximately 5% of the galaxies, construct two subsamples at both extremes of density according to the density, and compare the distribution of age in the lowest density regime with that in the densest regime. Fig.1 shows age distribution at both extremes of density for the CMASS galaxy sample with a redshift of $0.44 \le z \le 0.6$, which contains 656087 galaxies. As shown by this figure, the age of CMASS galaxies is nearly independent of the local environment.

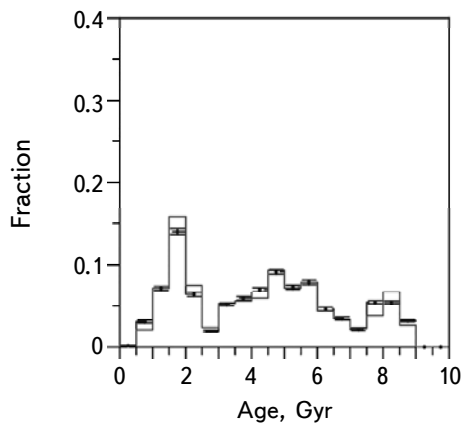

Fig.1. Age distribution at both extremes of density for the CMASS sample with the redshift $0.44 \le z \le 0.6$: solid line represents the subsample at high density, dashed line represents the subsample at low density. The error bars of the dashed lines are 1σ Poissonian errors. The error bars of the solid lines are omitted for clarity.

It is important to keep in mind that the CMASS sample with a redshift of $0.44 \le z \le 0.6$ still suffers from the radial selection effect. A good choice for removing this effect is to use the volume-limited galaxy sample. However, it is difficult to construct an ideal volume-limited sample from the CMASS galaxy sample because it is not simply flux-limited. The statistical method of Deng [53] can substantially reduce the influence of the radial selection effect on statistical results. In order to make the maximum use of observational data, Deng [53] used the apparent-magnitude limited sample, divided the entire galaxy sample into subsamples with a redshift binning size of $\Delta z = 0.01$ and focused on a statistical analysis of the subsamples in each redshift bin. Deng [53] argued that in each redshift bin, the radial selection effect is less important. It is noteworthy that in such a study, the environmental dependence of galaxy properties in each subsample is likely to be greatly decreased, due to each subsample being limited to a small redshift range, $\Delta z = 0.01$. However, some works demonstrated that in the redshift bin $\Delta z = 0.01$, the environmental dependence of galaxy properties can still be observed if it exists [30,53,54].

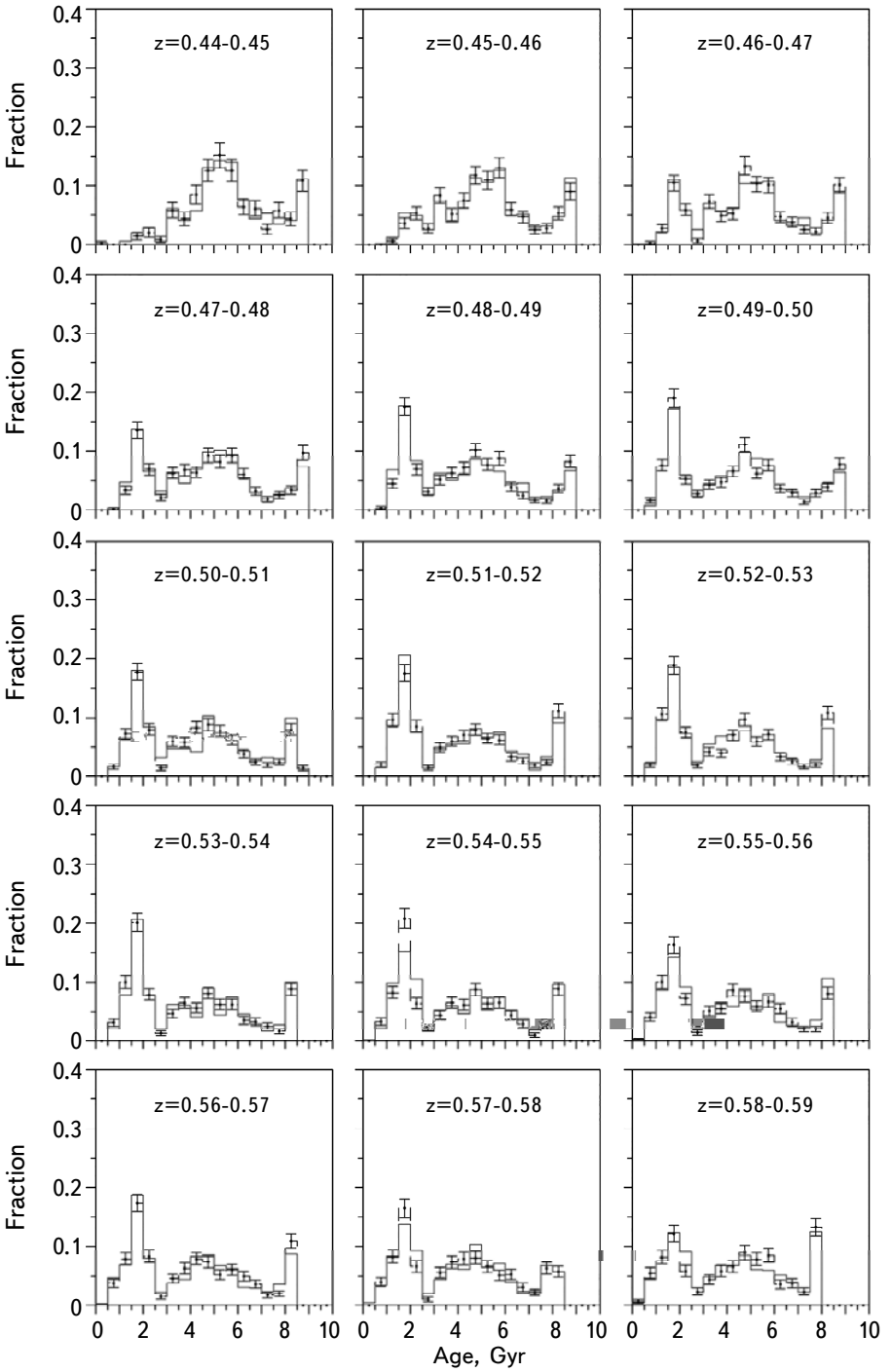

Fig.2. Age distribution at both extremes of density in different redshift bins: solid line represents the sample at high density, dashed line represents the sample at low density. The error bars of the dashed lines are 1σ Poissonian errors. The error-bars of the solid lines are omitted for clarity.

Following Deng [43,53], I extract a galaxy sample from the CMASS DR12 that comprises 621837 CMASS galaxies with a redshift of $0.44 \le z \le 0.59$ and divide this sample into subsamples with a redshift binning size of $\Delta z = 0.01$, and then analyze the environmental dependence of age of subsamples in each redshift bin. Fig.2 show age distribution at both extremes of density in different redshift bins for this CMASS galaxy sample. The level of significance of the difference between two distributions is nearly within 1σ in most bins, which indicates that the age of CMASS galaxies is almost independent of the local environment in all redshift bins.

I performed the Kolmogorov-Smirnov (KS) test that investigates if two independent distributions are similar or different, by calculating a probability value. If two independent distributions in a figure completely differ, its KS probability should be close to 0. The KS probability of Fig.1 is 0.00136, which is much larger than 0. This KS probability indeed is quite large, compared with those of strong environmental dependence. Table 1 also lists the KS probability in all redshift bins, which is much larger than that obtained by Deng [53], Deng et al. [30] and Deng et al. [54] (see Table 1 of Deng [53] and Deng et al. [30]) and even is much larger than 0.05 (5%, is the standard in statistical analysis). Such a result shows that two independent distributions in these two figures are very similar. It is in good agreement with the conclusion obtained by the histogram figures.

Table 1

KS PROBABILITIES OF Fig.2 IN EACH REDSHIFT BIN THAT TWO SAMPLES AT BOTH EXTREMES OF DENSITY ARE DRAWN FROM THE SAME DISTRIBUTION

Redshift bins	Galaxy number	P	Redshift bins	Galaxy number	P
0.44-0.45	20651	0.976	0.52-0.53	49030	0.528
0.45-0.46	27825	0.954	0.53-0.54	47301	0.579
0.46-0.47	34481	0.917	0.54-0.55	46175	0.268
0.47-0.48	41165	0.759	0.55-0.56	44768	0.334
0.48-0.49	44988	0.462	0.56-0.57	43058	0.876
0.49-0.50	48574	0.719	0.57-0.58	38843	0.928
0.50-0.51	50037	0.238	0.58-0.59	35896	0.679
0.51-0.52	49045	0.993			

Grützbauch et al. [25] demonstrated that stellar mass is weakly correlated with the environment at intermediate redshifts. They also found that at redshifts $0.4 < z < 0.7$, galaxy color has a weak environmental dependence, and claimed that such a weak color-density relation is a combination of a strong color-stellar mass relation and a weak stellar mass-density relation. Grützbauch et al. [26] further

showed that the colors of galaxies are strongly dependent on the stellar mass at redshifts up to $z \approx 3$ and argued that stellar mass is the most important factor in determining the colors of galaxies and that the environment likely has a small additional effect. Grützbauch et al. [26] argued that a possible interpretation for this is that the environmental processes that exert the main influence on galaxy properties proceed slowly over cosmic time.

Fig.3 shows averaged stellar mass as a function of age for the CMASS sample with a redshift of $0.44 \le z \le 0.6$. In Fig.3, I observe a tight correlation between stellar mass and age. This suggests that the weak age-density relation obtained in this work is likely a combination of a strong age-stellar mass relation and a weak stellar mass-density relation [55]. Stellar mass is also the most important factor in determining the age of galaxies.

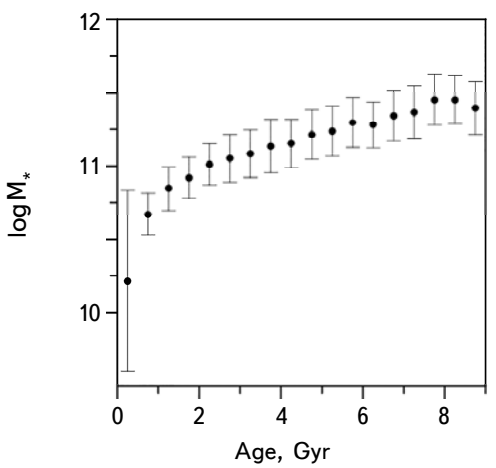

Fig.3. Averaged stellar mass as a function of age for the CMASS sample with the redshift $0.44 \le z \le 0.6$. Error bars represent standard deviation in each redshift bin.

4. *Summary*. In the local Universe, galaxy age strongly depends on the local environment [56]. I note that the strong environmental dependence of some typical galaxy properties (such as colors and stellar mass) in the local Universe cannot extend to intermediate- and high-redshift regions. Thus, it is necessary to explore the environmental dependences of galaxy age in intermediate and high redshift regions.

In this work, I investigate the environmental dependence of age in the CMASS sample of the SDSS DR12 [48]. Considering the radial selection effect in the CMASS sample, I use a CMASS sample with a redshift of $0.44 \le z \le 0.6$, which is a mass-uniform sample. To further decrease the influence of the radial selection effect, following Deng [53], I also divide the CMASS sample with a redshift of $0.44 \le z \le 0.59$ into several subsamples with a redshift binning size of $\Delta z = 0.01$

and I analyze the environmental dependence of age of subsamples in each redshift bin. Statistical results show that galaxy age is very weakly correlated with the local environment. Due to the weak stellar mass-density relation of CMASS galaxies [55], such a weak age-density relation of CMASS galaxies is likely a combination of a strong age-stellar mass relation and a weak stellar mass-density relation.

Apparently, the environmental dependence of age in the CMASS sample is inconsistent with that obtained in the local Universe. A possible interpretation of this result is that stellar mass essentially influences on age of galaxies and that the environment likely has a small additional effect only at the most extreme dense regions. The environmental processes that exert the main influence on galaxy properties proceed slowly over cosmic time. Some of the most influential high-density environments may still be in the process of developing and cannot yet affect galaxy age.

Acknowledgements. This study was supported by the National Natural Science Foundation of China (NSFC, Grant 11533004, 11563005).

Funding for SDSS-III has been provided by the Alfred P. Sloan Foundation, the Participating Institutions, the National Science Foundation, and the U.S. Department of Energy. The SDSS-III web site is http://www.sdss3.org/.

SDSS-III is managed by the Astrophysical Research Consortium for the Participating Institutions of the SDSS-III Collaboration including the University of Arizona, the Brazilian Participation Group, Brookhaven National Laboratory, University of Cambridge, University of Florida, the French Participation Group, the German Participation Group, the Instituto de Astrofisica de Canarias, the Michigan State/Notre Dame/JINA Participation Group, Johns Hopkins University, Lawrence Berkeley National Laboratory, Max Planck Institute for Astrophysics, New Mexico State University, New York University, Ohio State University, Pennsylvania State University, University of Portsmouth, Princeton University, the Spanish Participation Group, University of Tokyo, University of Utah, Vanderbilt University, University of Virginia, University of Washington, and Yale University.

School of Science, Nanchang University, Jiangxi, China, 330031,
e-mail: xinfadeng@163.com

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ВОЗРАСТА ГАЛАКТИК ОТ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ В ВЫБОРКЕ CMASS ГАЛАКТИК SDSS DR12

КСИН-ФА ДЭНГ

В работе исследована зависимость возраста галактик от окружающей среды в выборке CMASS из 12-го выпуска данных цифрового обзора неба Sloan (SDSS DR12). Установлено, что возраст галактик очень слабо коррелирует с локальной средой. Рассматривая слабую связь звездной массы и плотности галактик CMASS, предположено, что она, вероятно, является комбинацией сильной связи возраст-звездная масса и слабой связи звездная масса-плотность.

Ключевые слова: *фундаментальные параметры - галактики: статистика*

REFERENCES

1. *M.Bernardi*, *A.Renzini*, *L. da Costa*, Astrophys. J., **508**, L143, 1998.
2. *S.C.Trager*, *S.M.Faber*, *G.Worthey et al.*, Astron. J., **120**, 165, 2000.
3. *H.Kuntschner*, *R.J.Smith*, *M.Colless et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **337**, 172, 2002.
4. *A.Terlevich*, *D.Forbes*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **330**, 547, 2002.
5. *R.Proctor*, *D.Forbes*, *G.Hau et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **349**, 1381, 2004.
6. *C.Mendes de Oliveira*, *P.Coelho*, *J.J.González et al.*, Astrophys. J., **130**, 55, 2005.
7. *D.Thomas*, *C.Maraston*, *R.Bender et al.*, Astrophys. J., **621**, 673, 2005.
8. *A.Gallazzi*, *S.Charlot*, *J.Brinchmann et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **370**, 1106, 2006.
9. *P.Sánchez-Blázquez*, *J.Gorgas*, *N.Cardiel et al.*, Astron. Astrophys., **457**, 809, 2006.
10. *O.K.Sil'chenko*, Astrophys. J., **641**, 229, 2006.
11. *D.S.Reed*, *F.Governato*, *T.Quinn et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **378**, 777, 2007.
12. *K.Rakos*, *J.Schombert*, *A.Odell*, Astrophys. J., **658**, 929, 2007.
13. *G.Wegner*, *N.A.Grogin*, Astron. J., **136**, 1, 2008.
14. *R.J.Smith*, *J.R.Lucey*, *J.Price et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **419**, 3167, 2012.
15. *G.Kauffmann*, *S.Charlot*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **294**, 705, 1998.
16. *B.Lanzoni*, *B.Guiderdoni*, *G.A.Mamon et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **361**, 369, 2005.
17. *G. De Lucia*, *V.Springel*, *S.D.M.White et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **366**, 499, 2006.

18. *M.J.I.Brown*, *R.L.Webster*, *B.J.Boyle*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **317**, 782, 2000.
19. *I.Zehavi*, *M.R.Blanton*, *J.A.Frieman et al.*, Astrophys. J., **571**, 172, 2002.
20. *M.R.Blanton*, *D.Eisenstein*, *D.W.Hogg et al.*, Astrophys. J., **629**, 143, 2005.
21. *X.F.Deng*, *J.Z.He*, *J.Song et al.*, Publ. Astron. Soc. Pacif., **120**, 487, 2008.
22. *X.F.Deng*, *J.Z.He*, *P.Wu*, Astron. Astrophys., **484**, 355, 2008.
23. *X.F.Deng*, *J.Z.He*, *X.Q.Wen*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **395**, L90, 2009.
24. *O.Cucciati*, *A.Iovino*, *C.Marinoni et al.*, Astron. Astrophys., **458**, 39, 2006.
25. *R.Grützbauch*, *C.J.Conselice*, *J.Varela et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **411**, 929, 2011.
26. *R.Grützbauch*, *R.W.Chuter*, *C.J.Conselice et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **412**, 2361, 2011.
27. *G.Kauffmann*, *S.D.M.Whit*e, *T.M.Heckman et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **353**, 713, 2004.
28. *C.Li*, *G.Kauffmann*, *Y.P.Jing et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **368**, 21, 2006.
29. *X.F.Deng*, *Y.Q.Chen*, *P.Jiang*, Chinese Journal of Physics, **49**, 1137, 2011.
30. *X.F.Deng*, *P.Wu*, *X.X.Qian et al.*, PASJ, **64**, 93, 2012.
31. *X.F.Deng*, *B.Yang*, *Y.P.Ding et al.*, Astron. Nachr., **333**, 644, 2012.
32. *X.F.Deng*, *S.Y.Zou*, Canadian Journal of Physics, **92**, 36, 2014.
33. *D.J.Eisenstein*, *D.H.Weinberg*, *E.Agol et al.*, Astron. J., **142**, 72, 2011.
34. *L.Anderson*, *E.Aubourg*, *S.Bailey et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **427**, 3435, 2012.
35. *L.Anderson*, *E.Aubourg*, *S.Bailey et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **441**, 24, 2014.
36. *A.G.Sánchez*, *C.G.Scóccola*, *A.J.Ross et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **425**, 415, 2012.
37. *G.B.Zhao*, *S.Saito*, *W.J.Percival et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **436**, 2038, 2003.
38. *K.L.Masters*, *C.Maraston*, *R.C.Nichol et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **418**, 105, 2011.
39. *Y.M.Chen*, *G.Kauffmann*, *C.A.Tremonti et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **421**, 314, 2012.
40. *C.Maraston*, *J.Pforr*, *B.M.Henriques et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **435**, 2764, 2013.
41. *B.A.Reid*, *L.Samushia*, *M.White et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **426**, 2719, 2012.
42. *X.F.Deng*, RAA, **14**, 401, 2014.
43. *X.F.Deng*, RAA, **14**, 553, 2014.
44. *X.F.Deng*, *S.Y.Zou*, RMxAA, **50**, 181, 2014.
45. *D.Thomas*, *O.Steele*, *C.Maraston et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **431**, 1383, 2013.
46. *C.P.Ahn*, *R.Alexandroff*, *C.Allende Prieto et al.*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **203**, 21, 2012.
47. *D.J.Eisenstein*, *J.Annis*, *J.E.Gunn et al.*, Astron. J., **122**, 2267, 2001.

48. *S.Alam*, *F.D.Albareti*, *C.Allende Prieto et al.*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **219**, 12, 2015.
49. *K.S.Dawson*, *D.J.Schlegel*, *C.P.Ahn et al.*, Astron. J., **145**, 10, 2013.
50. *T.Goto*, *C.Yamauchi*, *Y.Fujita et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **346**, 601, 2003.
51. *M.Balogh*, *V.Eke*, *C.Miller et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **348**, 1355, 2004.
52. *M.Balogh*, *I.K.Baldry*, *R.Nichol et al.*, Astrophys. J., **615**, L101, 2004.
53. *X.F.Deng*, Astron. J., **143**, 15, 2012.
54. *X.F.Deng*, *C.H.Luo*, *Y.Xin et al.*, Baltic Astron., **22**, 133, 2013.
55. *X.F.Deng*, Astron Nachr., **336**, 1017, 2015.
56. *X.F.Deng*, Bulletin of the Astronomical Society of India, **42**, 59, 2014.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64 МАЙ, 2021 ВЫПУСК 2

НОВАЯ ОРБИТА И ОЦЕНКА МАССЫ ЗВЕЗДЫ 61 CYGNI НА ОСНОВЕ ЕЕ НАБЛЮДЕНИЙ В 1819-2019гг.

И.С.ИЗМАЙЛОВ, Н.А.ШАХТ, Е.В.ПОЛЯКОВ,
Д.Л.ГОРШАНОВ, М.А.ПОГОДИН

Поступила 5 января 2021
Принята к печати 3 мая 2021

Настоящая статья является продолжением наших работ, посвященных определению орбиты и массы звезды 61 Лебедя и изменений фотометрических характеристик ее компонентов. Целью работы было уточнение орбитальных элементов, оценка массы и поиск возможного проявления периодических составляющих в уклонениях от орбитального движения. В работе использовались результаты наблюдений в Пулковской обсерватории на двух инструментах: нормальном астрографе в 1895-1919гг. и на 26-дюймовом рефракторе в 1957-2019гг., а также наиболее ранние микрометрические наблюдения В.Я.Струве в 1819-1837гг. Относительные положения компонентов, определенные по наблюдениям, выполненным с помощью нормального астрографа в 1895-1999гг., публикуются впервые. Из-за близости к Солнцу, а также спектрального класса компонентов - K5V и K7V, 61 Cyg считается вероятным кандидатом в качестве родительской звезды экзопланеты. В сочетании с наблюдениями 26-дюймового рефрактора и преобразованием всех данных в единую систему был заполнен пробел в наблюдениях начала двадцатого века. Использованы современные астрофизические параметры этой звезды и данные, опубликованные в Gaia DR2. Для контроля орбиты, по нашим данным, вычислено лучевое орбитальное ускорение *W*, которое показало хорошее согласие с ускорением, полученным другими авторами на основе спектральных наблюдений. Обсуждаются также возможные периодические уклонения от орбитального движения звезды.

Ключевые слова: *двойные звезды: масса: орбиты: 61 Cygni: экзопланеты: лучевое ускорение*

1. *Введение*. Двойная звезда 61 Cyg (ADS 14636 = WDS 21069 + 3845 = Gliese 820 = HR 8085 + HR 8086 = HD 201091 + HD 201092) является одной из наиболее близких к Солнцу и в течение многих десятков лет представляет большой интерес для астрономов-наблюдателей. Она относится к астрометрическим двойным звездам и представляет собой широкую пару с близкими по блеску компонентами (с $\rho \approx 30''$, $V = 5^m.2$ и $6^m.0$, соответственно).

61 Cyg известна как одна из первых звезд, для которых был определен параллакс $\pi = 0''.314$ [1]. С 1819г. ее, как двойную звезду, начал наблюдать В.Я.Струве в Дерпте, а потом и О.В.Струве в Пулковской обсерватории [2,3].

61 Cyg является одним из наиболее перспективных объектов в качестве родительской звезды для экзопланет. Как следует из последних публикаций (см., например, Arney [4]), у этой звезды возможно обнаружение биомаркеров,

т.е. выявление в атмосфере планеты элементов, подобных составляющим земной атмосферы, а именно кислорода, метана, углекислого газа и др. Как подчеркивают авторы [4], наиболее многообещающими в этом смысле являются звезды, принадлежащие к среднему или позднему подклассам K-карликов - как, например, компоненты 61 Cyg, имеющие спектральный класс K5V и K7V. Надежда, естественно, возлагается на телескопы будущего с апертурой порядка 15 м.

Среди изученных карликов позднего K-класса наиболее соответствующими роли целевых объектов для поисков биосигналов считаются 61 Cyg A и B, а также ε Indi, Groombridge 1618 и HD 156026. Они являются подходящими для наблюдений методами транзитной фотометрии, так как при обнаружении планеты у таких объектов, как у 61 Cyg A/B, есть свои преимущества. У них предполагается лучшее соотношение контрастности: планета-звезда, улучшающее отношение сигнал/шум (S/N), более продуктивное, чем, например, при соответствующих наблюдениях звезд солнечного типа класса G2V.

В течение ряда лет продолжалась дискуссия по поводу возможного спутника у одного из компонентов 61 Cyg, заподозренного по систематическим уклонениям от орбитального движения (см. исследования Стрэнда и Дейча [5,6]). Долгое время наличие спутника не подтверждалось дополнительными экспериментальными данными, в частности, спектральными наблюдениями лучевых скоростей или другими возможными проявлениями его присутствия. Известно, что анализ собственного движения, полученного по наблюдениям Hipparcos и Gaia, показал возможность присутствия возмущающего вторичного объекта у компонента 61 Cyg B (т.е. третьего тела в системе двойной звезды - см. Kervela и др., [7]).

Целью нашей настоящей работы было уточнение орбитальных элементов, оценка массы компонентов и поиски возможных проявлений периодических составляющих в уклонениях от орбитального движения.

2. *Результаты наблюдений*. История наблюдений звезды и ее физические свойства представлены вкратце в наших работах [8,9]. Ранее нами был исследован ряд позиционных наблюдений на пулковском 26-дюймовом (D = 65 см, F = 1040 см) рефракторе, а также изменение блеска компонентов двойной звезды по фотометрическим наблюдениям на нормальном астрографе (D = 33 см, F = 346 см) [10].

В данной статье использованы все фотографические и ПЗС- позиционные наблюдения в Пулкове за более, чем 100 лет, а также более ранние микрометрические наблюдения В.Я.Струве. Временное поведение относительных координат X, Y за этот период приведено на рис.1, 2. При обработке была вычислена объединенная орбита по пяти рядам наблюдений:

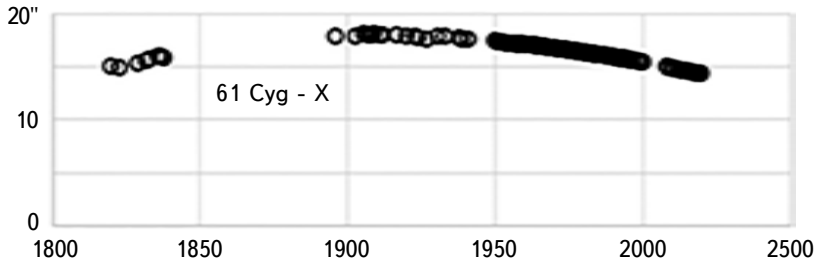

Рис.1. 61 Cyg. Ход со временем относительных координат $X = \rho \sin\theta$.

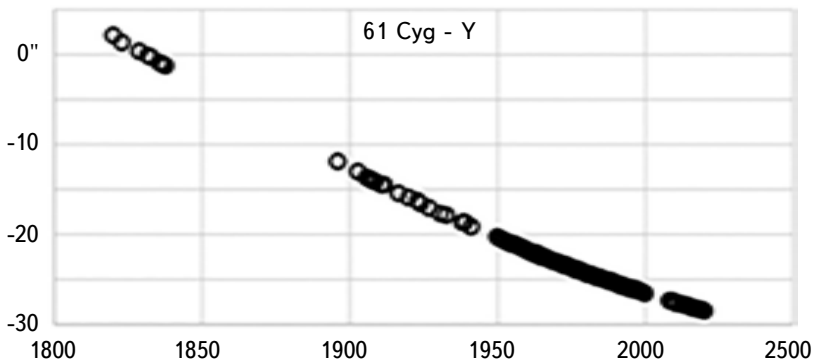

Рис.2. 61 Cyg. Ход со временем относительных координат $Y = \rho \cos\theta$.

1) наблюдения В.Я.Струве (1819-1837) с весом, равным 0.145;

2) ряд нормального астрографа (NA), фотографический 1895-1940гг. с весом, равным 0.226;

3) ряд нормального астрографа, фотографический 1949-1999гг., с весом 0.661;

4) ряд 26-дюймового рефрактора (Ref), фотографический 1957-1996гг., с весом 1.127;

5) ряд 26-дюймового рефрактора, ПЗС, 2007-2019гг. с весом 3.575.

Точность оценивалась в соответствии с ошибками относительных расстояний и позиционных углов, а также со сравнительной длиной ряда. Поскольку ряды имеют разную точность, им были назначены веса в соответствии с ошибкой единицы веса при аппроксимации каждого ряда квадратичным многочленом.

Впервые публикуемые относительные позиционные положения, определенные по наблюдениям, выполненным с помощью нормального астрографа в 1895-1999гг., все исходные таблицы, которые использовались для определения орбит, а также набор возможных орбит можно загрузить с сайта Страсбургского центра данных (http://cds.u-strasbg.fr), либо из системы

баз данных Пулковской обсерватории (http://izmccd.puldb.ru/vds.htm).

3. *Орбита двойной звезды 61 Cyg, лучевое ускорение.* Заданные рядам наблюдений веса были учтены в процедуре определения элементов орбиты. Решение находилось по алгоритмам, приведенным в работе Измайлова [11], посвященной вычислению орбит 451 широкой пары двойных звезд. Таким же образом, как в [11], был получен набор возможных орбит, который, в частности, позволил оценить ошибки вычисляемых из орбиты параметров.

Кроме того, для определения орбиты использован ряд измерений лучевой скорости, опубликованных в работе [12] по наблюдениям, выполненным в 1977-1994гг. После аппроксимации данного ряда линейным многочленом мы получили для значения разности лучевых скоростей компонентов B-A величину $\Delta V_r = 1.017 \pm 0.87$ км/с. Вычисленный набор орбит учитывал также ошибку лучевой скорости.

Мы полагали, что надежной проверкой орбиты может быть контроль с помощью лучевого ускорения *W*. По набору орбит можно вычислить лучевое ускорение W_{orb} с ошибкой, которую дает орбита. Таким образом было получено орбитальное лучевое ускорение W_{orb} = 7.23 ± 0.93 км/с год, на эпоху 2008.92. В то же время по данным из статьи Trifonov et al. [13], определенное из наблюдений значение лучевого ускорения на ту же самую эпоху составило W_{obs} = 7.22 ± 0.18 км/с год. Отметим, что данные спектральные наблюдения [13] были выполнены с целью поиска экзопланет, а значение ускорения является побочным результатом.

В табл.1 приведены значения элементов орбиты, вычисленные по взвешенному ряду наблюдений с новым параллаксом Gaia, причем сумма масс при решении являлась свободным, определяемым параметром.

В табл.1 мы приводим элементы новой орбиты, в табл.2 - орбиты для сравнения с предыдущими результатами, т.е. с пулковскими орбитами, опубликованными в 1997, 2006 и 2017гг., а также сравнение с орбитой Джостиса [15].

Видно, что все орбиты не имеют существенных различий, и совпадение улучшается при использовании нового параллакса Gaia. Ошибки элементов,

Таблица 1

НОВАЯ ОРБИТА И СУММА МАСС КОМПОНЕНТОВ ЗВЕЗДЫ 61 CYGNI

a (а.е.)	*P* (годы)	*e*	*i* (°)	ω (°)	Ω (°)	T_P, (год)	π_{tr} (")	$M_\odot$
85.9 ±1.00	704.858 ±40.221	0.435 ±0.044	52.018* ±0.443	154.044 ±6.821	174.56 ±2.514	1696.004 ±6.742	0.286	1.286 ± 0.107

Таблица 2

СРАВНЕНИЕ ОРБИТ ЗВЕЗДЫ 61 CYGNI

a (а.е.)	P (годы)	e	i (°)	ω (°)	Ω (°)	T_P, (год)	π_{tr} (")	$M_\odot$	Ссылки
82.4 ±2.4	659 ±17	0.48 ±0.03	126 ±1	146 ±3	176 ±1	1697 ±12	0.296	1.3	Kiselev et al. [14], 1997
82.00 ±2.10	677.81 ±33.92	0.487 ±0.035	129.07 ±2.36	149.31 ±6.30	178.37 ±2.14	1708.90 ±15.55	0.296	1.3	Горшанов и др. [8], 2006
85.18 ±1.65	664.37 ±26.84	0.457 ±0.034	126.71 ±1.87	149.32 ±5.97	174.88 ±1.80	1700.37 ±12.95	0.286	1.4	Шахт и др. [9], 2017
83.88	722	0.40	51.85*	158.0	172.3	1689.17	0.294	1.13	Josties [15], 1983

Примечания к табл.1 и 2.

1) В двух случаях, отмеченных звездочкой (*), мы, согласно нашему алгоритму вычисления эфемериды, использовали величину наклонности как 180°-*i*, т.е. 127°.98 и 128°.15, соответственно.

2) Оценки масс приведены в ссылках. Использованы значения параллаксов Hipparcos (0".296), параллакс из работы ван де Кампа, [16] (0".294) и параллакс Gaia (0".286).

приведенные в таблице, получены из набора орбит так, как это было выполнено и изложено в работе Измайлова [11].

Лучевая скорость и параллакс также варьировались, т.е. ошибки орбиты включают ошибки параллакса и лучевой скорости.

4. *Оценка точности O-C и преимущество новой орбиты*. Из графиков на рис.3 видно, что все орбиты очень близкие, от новой орбиты немного отличается старая орбита [14], в которой использовался короткий

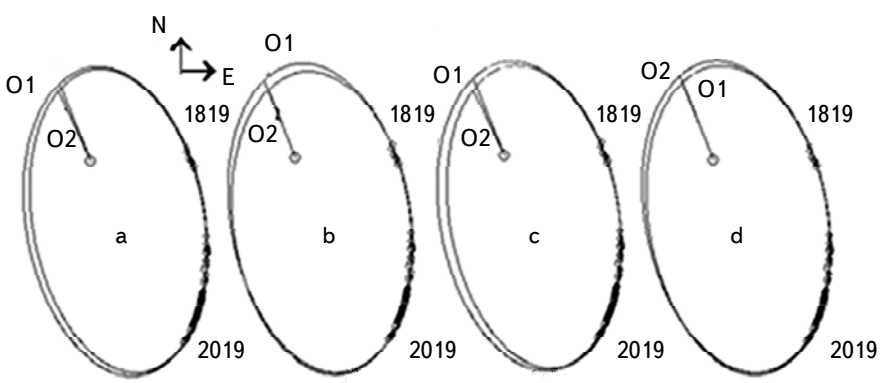

Рис.3. Сравнение относительной орбиты компонентов 61 Cyg, построенной в настоящей работе, (O1) с орбитами из других работ: *a* - орбита по пулковским данным 2017г. [9], *b* - орбита по пулковским данным 2006г. [8], *c* - орбита по пулковским данным, 1997г. [14], *d* - орбита Джостиса, 1983г. [15].

ряд и параллакс Hipparcos.

Преимущество новой орбиты, построенной по объединенному ряду 1819-2019гг. с использованием весов, проявилось в том, что уменьшилась ошибка σ, вычисляемая по O-C из сравнения наблюдений (O) общего ряда 1819-2019гг. с эфемеридой (C), вычисленной по орбите, полученной по этому ряду, равная:

$$\sigma_{(O-C)} = \sqrt{\rho_O^2 \sin^2(\theta_O - \theta_C) + (\rho_O - \rho_C)^2}\ .$$

Ошибка σ, вычисляемая по наиболее короткому ряду наблюдений, менее 20 лет [14], оказалась равной 0".334. Эта же ошибка уменьшилась в среднем до 0".065 для орбит [8,9], которые вычислялись уже по 40-летнему, а также по более протяженному ряду, и составила 0".051 для орбиты, построенной в настоящей работе.

Следует отметить, что соответствующая ошибка оказывается значительно меньше, если орбита получена только на одном инструменте и эфемерида вычислена по этим же наблюдениям. Такая ошибка составила 0".019 для рефрактора [9], 0".023 - для орбиты, полученной на нормальном астрографе по наблюдениям 1949-1999гг. и 0".048 - по довоенному ряду фотографических наблюдений 1895-1940гг. Соответствующая ошибка по нашим ПЗС наблюдениям составила 0".006.

Из сравнения орбиты Джостиса [15] с наблюдениями, используемыми нами, а также с наблюдениями, используемыми для орбиты [15], (ряд наблюдений с 1834 по 1989гг.), следует, что ошибки составляют 0".069 и 0".013, соответственно.

На рис.4-8 дан ход со временем величин O-C для рефрактора (Ref) и нормального астрографа (NA).

Различие точности рядов, как основание для назначения разных весов,

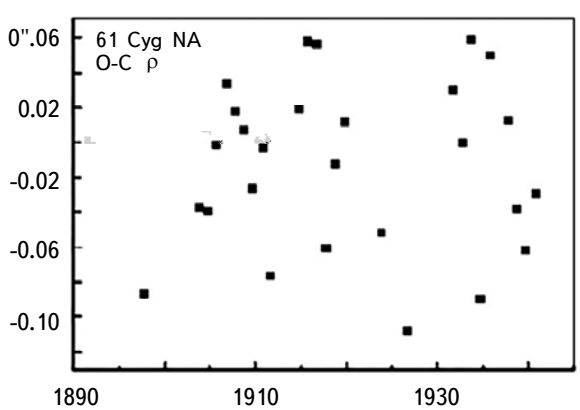

Рис.4. Ход со временем разностей O-C ряда NA 1895-1940гг. в относительных расстояниях ρ между B и A.

можно проиллюстрировать графиками (рис.4-8) для O-C, для довоенного (1895-1940гг.) ряда NA, пластинки которого оказались в трудных условиях

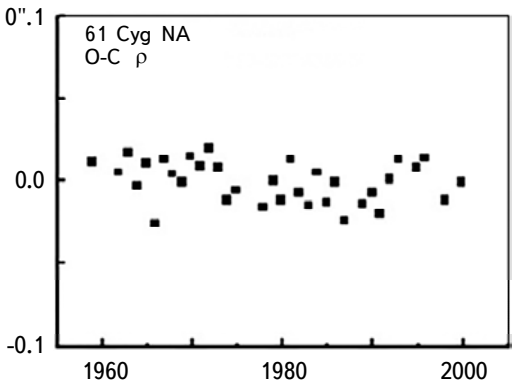

Рис.5. То же, что на рис.4, но для части ряда NA 1958-1999гг.

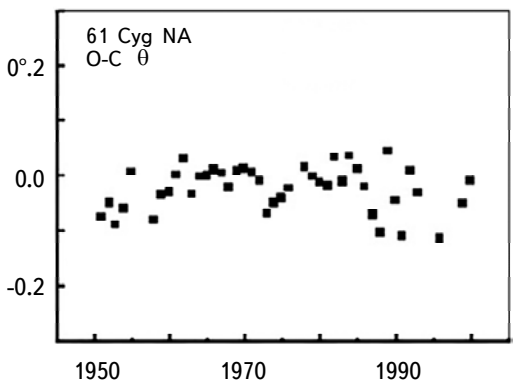

Рис.6. Ход со временем разностей O-C в позиционных углах θ по наблюдениям на NA в 1949-1999гг.

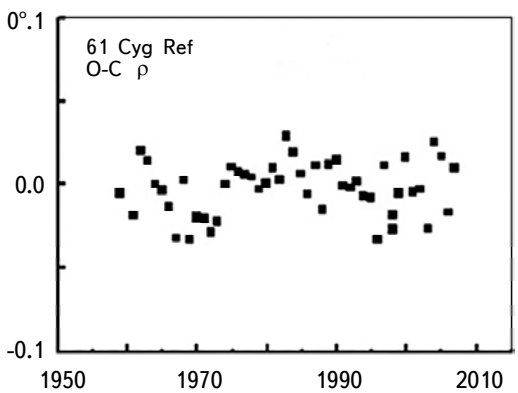

Рис.7. Ход со временем разностей O-C в относительных расстояниях ρ между компонентами B и A по наблюдениям на рефракторе.

хранения во время ВОВ 1941-1945гг., и однородными рядами NA и рефрактора, полученными во второй половине XX века. Заметно также ухудшение качества фотоматериалов и необходимость перехода на ПЗС.

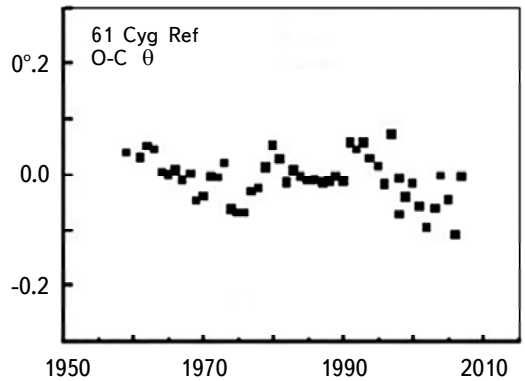

Рис.8. Ход со временем разностей O-C в в позиционных углах θ по наблюдениям на рефракторе.

5. *Поиски периодических колебаний в движении 61 Cyg.* При исследовании долговременных рядов в некоторых случаях можно заметить периодические колебания в величинах O-C (см. рис.9). В связи с этим мы произвели поиск периодических колебаний с помощью частотного анализа, применив методы, использованные ранее в нашей работе [10]:

1) Был использован метод Скаргла, изложенный в работах Скаргла [17] и Блэка и Скаргла [18]. Применение его к нашим данным для фотометрического пулковского ряда и краткое его описание приводится в работе [10].

2) Мы воспользовались также методом синусоидальной аппроксимации (МСА), примененным нами ранее в работе [10] и использующим одну из упрощенных версий известного LNP-метода (Lomb Normalized Periodogram Method), см. [19].

Ранее данный метод поиска периодов был также опробован и применен для диагностики магнитосфер у Ae/Be-звезд Хербига [20,21].

Анализу были подвергнуты различные выборки. При этом большинство полученных периодов оказались ниже уровня значимости, за исключением длительных периодов, в среднем около 35 лет, выявляемых как способом Скаргла, так и методом МСА, по разным выборкам, с использованием как наблюдений нормального астрографа, так и 26-дюймового рефрактора. При этом значения периода менялись в пределах $30 \div 40$ лет в зависимости от выборки.

Для примера мы выбрали наиболее точную часть наших данных - однородный и протяженный ряд наблюдений 26-дюймового рефрактора с

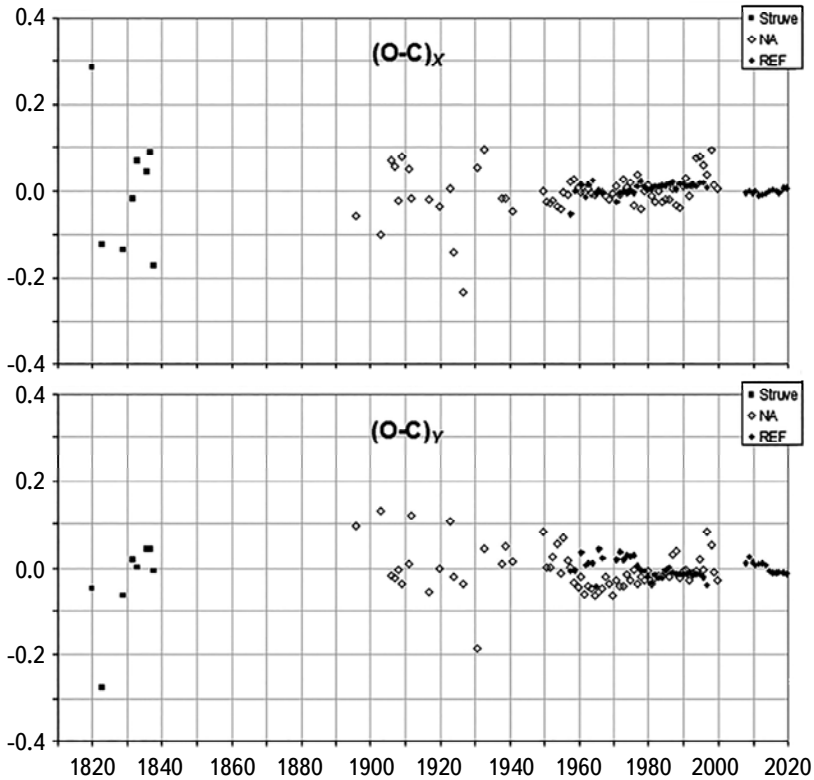

Рис.9. Уклонения O-C данных, по которым строилась орбита в настоящей работе, от этой орбиты по прямоугольным координатам X (верхняя панель) и Y (нижняя панель).

1957 по 2019гг., где данный период заметно проявился в проекции на прямоугольные оси координат X и Y. На рис.10 приведены соответствующие периодограммы, построенные методом Скаргла по O-C.

Для обеих координат выделяется высокий пик, значительно превосходящий уровень достоверности и соответствующий периоду около 39 лет.

Два меньших пика справа от него, возможно, являются его искаженными гармониками. Однако на периодограмме для Y обращает на себя внимание один из них, соответствующий периоду 12.1 г. и близкий к уровню достоверности. Следует отметить, что в предыдущих наших исследованиях, проводившихся по более коротким наблюдательным рядам, таким как [8], также выявлялись пики с периодами $11 \div 13$ лет. Длительные периоды проявились, когда мы получили возможность расширить диапазон частот в связи с увеличением продолжительности наблюдений.

Также обращает на себя внимание наличие небольших пиков с периодом 4.6-4.8г. на периодограммах для обеих координат.

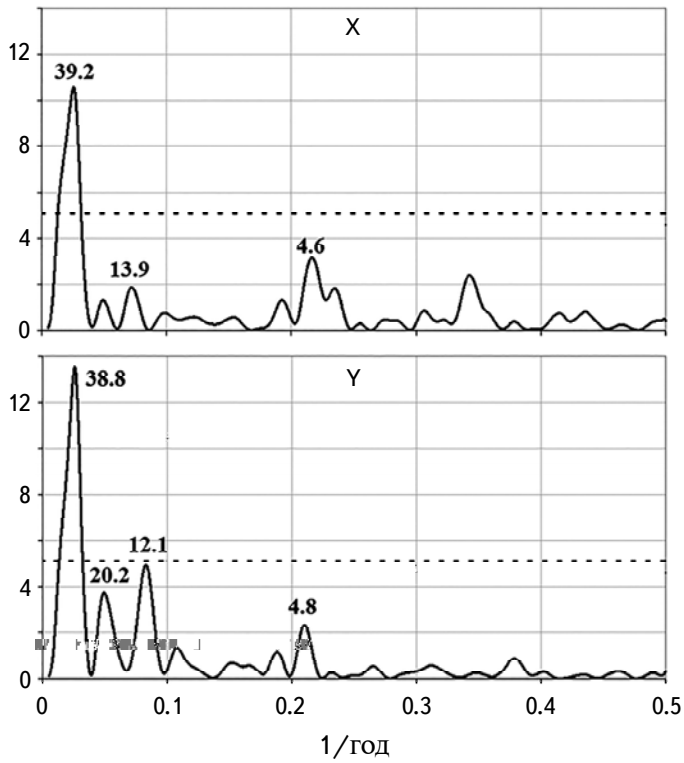

Рис.10. Периодограммы, полученные методом Скаргла, для уклонений O-C ряда наблюдений на 26-дюймовом рефракторе 1957-2019гг. от орбиты, по координатам *X*, *Y*. По оси абсцисс отложена частота в единицах 1/год, по оси ординат - мощность в относительных единицах. Пунктиром обозначен уровень 99-процентной достоверности при поиске двух периодов. Около пиков подписаны соответствующие значения периодов в годах.

Для объяснения происхождения этих периодических колебаний в положении звезды мы рассмотрели следующие возможные версии:

1) Известно, что оба компонента являются активными переменными звездами. Компонент A - переменная типа BY Draconis, звезда B - вспыхивающая с иррегулярным изменением блеска. Вековое изменение блеска составляющих, а также их переменность, связанная с происходящими в звезде циклическими процессами, были проанализированы на наблюдательном материале, также полученном на пулковском нормальном астрографе [10]. Найдены периоды изменения блеска, причем у обоих компонентов выявился период около 15 лет, а также отмечено вековое увеличение блеска у компонента B и уменьшение его у A. Возможным объяснением колебаний в координатах может быть активность в атмосфере одного из компонентов, когда меняется цвет звезды, и из-за эффектов хроматической рефракции меняется высота над горизонтом центра изображения, которая зависит от цвета, т.о. колебания

цвета коррелируют с позиционными колебаниями.

2) Возможно, могли играть роль причины, связанные с изменением условий наблюдений, а также качества фотоматериала, на длительном интервале наблюдений.

3) Если исключить астроклиматические и инструментальные причины, можно предположить, что более стабильный период имеет гравитационное происхождение. В таком случае можно допустить наличие спутника с массой 2 массы Юпитера на расстоянии от главной звезды 8.6 и 8.3 а.е для периода 30 лет (или 9.9 и 10.2 а.е. для периода 39 лет) и далеко от обитаемой зоны.

6. *Заключение*. 1) Получена новая орбита, в построении которой задействованы все пулковские наблюдения, а также старые, далеко отстоящие по времени. Произведена новая оценка суммы масс компонентов с соответствующей ошибкой. Проанализирована точность рядов наблюдений в результате оценки разных инструментов и методов. Получена наименьшая ошибка O-C по разнородным рядам, равная 0".051. Достигнута минимальная ошибка по современному ряду ПЗС, равная 0".006, притом, что наблюдения с ПЗС уже обеспечивают продолжительный 12-летний интервал однородных наблюдений на наземном длиннофокусном инструменте, и эти наблюдения продолжаются.

2) В настоящей работе применена методика определения орбиты, разработанная с помощью традиционного метода параметров видимого движения (ПВД) см. [22,11], но с его улучшением с применением нелинейных уравнений МНК. Также, для более строгого контроля орбитального решения, было вычислено с высокой точностью лучевое ускорение W_{orb}, которое близко совпало с наблюдаемым значением W_{obs} [13], полученным в результате спектральных наблюдений.

3) Дополнительно мы провели исследование разностей O-C между наблюдениями и эфемеридой, рассчитанной по полученной орбите. Применение метода частотного анализа для поисков периодических колебаний в движении приводит к неоднозначным результатам. Некоторые из выявленных периодов коррелируют с периодами негравитационного происхождения, часть их не превышает уровень значимости. Наиболее устойчивые долговременные периоды порядка 30-40 лет очень интересны для дальнейшего рассмотрения и наблюдений, а также возможного сравнения с результатами DR3 Gaia.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-02-0563А.

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия, e-mail: i_izmailov@mail.ru natalia.shakht@yandex.ru dengorsh@mail.ru

NEW ORBIT AND ESTIMATION OF THE MASS OF STAR 61 CYGNI BASED ON ITS OBSERVATIONS IN 1819-2019

I.S.IZMAILOV, N.A.SHAKHT, E.V.POLYAKOV,
D.L.GORSHANOV, M.A.POGODIN

This article continues our work on the determination of the orbit and mass of the 61 Cyg star and changing the photometric characteristics of its components. The aim of the work was to clarify the orbital elements, to estimate the mass and to search for the possible manifestation of periodic components in deviations from orbital motion. The work used the results of observations at the Pulkovo Observatory with two instruments: a normal astrograph in 1895-1919 and a 26-inch (65 cm) refractor in 1957-2019, as well as the earliest micrometric observations of V.Ja. Struve in 1819-1837. The relative positions of the components determined from observations of the normal astrograph in 1895-1999 are published for the first time. Due to its proximity to the Sun as well as the spectral types of the components, K5V and K7V, 61 Cyg is considered to be a likely candidate for the exoplanet's parent star. Combined with observations of the 26-inch refractor and the conversion of all data into a single system, the observational gap of the early twentieth century was filled. The modern astrophysical parameters of this star and data published in Gaia DR2 were used. To check the orbit, the radial orbital acceleration *W* was calculated according to our data. It showed good agreement with the acceleration obtained by other authors based on spectral observations. Also, possible deviations from orbital motion are discussed.

Keywords: *binary stars: mass: orbits: 61 Cygni: exoplanets*

ЛИТЕРАТУРА

1. *F.W.Bessel*, "Bestimmung der Entfernung des 61sten Sterns des Schwans/ Von Herrn Geheimen Rath und Ritter Bessel", Astron. Nachr., **16**, 65, 1839.
2. *F.G.W.Struve*, Stellarum duplicium et multiplicium mensurae, Petropolis, 1837.
3. *O.Struve*, Pulkova Observations, **9**, 1878.
4. *G.N.Arney*, Astrophys. J. Lett., **873**, L7, 2019.
5. *K.Aa.Strand*, Publ. Astron. Soc. Pacif., **55**, 29, 1943.
6. *A.N.Deich*, Soviet Astron., **21**, 182, 1977.
7. *P.Kervela*, *F.Arenou*, *F.Mignard et al.*, Astron. Astrophys., **623**, A72, 2019.

8. *D.L.Gorshanov*, *N.A.Shakht*, *A.A.Kiselev*, Astrophysics, **49**, 386, 2006.
9. *N.A.Shakht*, *D.L.Gorshanov*, *O.O.Vasilkova*, Astrophysics, **60**, 507, 2017.
10. *Е.В.Поляков*, *О.О.Василькова*, *Д.Л.Горшанов и др.*, Астрофизика, **61**, 495, 2018, (Astrophysics, **61**, 444, 2018).
11. *I.S.Izmailov*, Astron. Lett., **45**, 30, 2019.
12. *J.-L.Halbwachs*, *M.Mayor*, *S.Udry*, Astron. Astrophys., **619**, A81, 2018.
13. *T.Trifonov*, *L.Tal-Or*, *M.Zechmeister et al.*, Astron. Astrophys., **636**, A74, 2020.
14. *A.A.Kiselev*, *O.V.Kiyaeva*, *L.G.Romanenko*, in: Workshop "Visual Double Stars", Santiago de Compostela Spain, ASSL, **223**, 377, 1997.
15. *F.J.Josties*, Low. Observ. Bull., **167**, 16, 1983.
16. *P. van de Kamp*, Astron. J., **78**, 1099, 1973.
17. *J.D.Scargle*, Astrophys. J., **263**, 835, 1982.
18. *D.S.Black*, *J.D.Scargle*, Astrophys. J., **263**, 854, 1982.
19. *W.H.Press*, *S.A.Teukolsky*, *W.T.Watterling et al.*, Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing (Second Edition). Section 13.8 (C), Cambridge University Press, 1992.
20. *M.Schöller*, *M.A.Pogodin*, *J.A.Cahuasqui et al.*, Astron. Astrophys., **592**, 50, 2016.
21. *M.A.Pogodin*, *S.E.Pavlovskij*, *N.A.Drake et al.*, ASP Conf. Ser., **510**, 157, 2017.
22. *А.А.Киселев*, *Л.Г.Романенко*, Астрон. ж., **32**, 875, 1996.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64 МАЙ, 2021 ВЫПУСК 2

KIC 7732964 - ВОЗМОЖНЫЙ КАНДИДАТ В ЗВЕЗДЫ ТИПА FK COM

Е.С.ДМИТРИЕНКО[1], И.С.САВАНОВ[2], В.Б.ПУЗИН[1]

Поступила 24 февраля 2021
Принята к печати 3 мая 2021

В статье приводится краткий обзор исследований выполненных нами ранее, посвященных поиску кандидатов в звезды, гиганты типа FK Com, и анализ данных для еще одного нового кандидата - звезды KIC 7732964. Для установления принадлежности KIC 7732964 к этой группе звезд требуются дальнейшие работы по изучению эволюционного статуса звезды (карлик, субкарлик или гигант). Звезда имеет быстрое вращение и высокую вспышечную активность, которые более характерны для звезд карликов или субгигантов. Как и для других кандидатов, в случае KIC 7732964 требуются дополнительные спектральные наблюдения с целью установления отсутствия двойственности, уточнения величины параметра ускорения силы тяжести и спектральной классификации.

Ключевые слова: *звезды: активность: пятна: фотометрия: переменность*

1. *Введение*. Несмотря на значительный интерес к уточнению эволюционного статуса звезд типа FK Com (см., например, в [1]) и установлению их возможной связи с переменными типа W UMa, за последние десятилетия не было достоверных открытий звезд этого типа. В следующих разделах статьи мы приводим краткий обзор исследований выполненных нами ранее, посвященных поиску кандидатов в звезды типа FK Com, и анализ данных для еще одного нового кандидата - звезды KIC 7739728.

В серии наших предыдущих работ (см., например их обзор в [2]) мы сделали попытку выявления кандидатов звезд типа FK Com по изучению их фотометрической переменности. Наши исследования были основаны на поиске возможных кандидатов в звезды типа FK Com среди объектов из базы данных высокоточных фотометрических наблюдений с космическим телескопом Кеплер.

Еще одну возможность поиска кандидатов в объекты типа FK Com открыло исследование [3], авторы которого проанализировали кривые блеска из архива космического телескопа Кеплер и спектры ярких рентгеновских источников в поле зрения Кеплера (обзор KSwAGS). Согласно [3], 18 объектов являются активными гигантами или субгигантами и могут принадлежать к звездам типа FK Com. Один из выделенных в [3] объектов - KIC 7739728 (KSw19), классифицированный, как G6-7 III звезда, был ранее детально изучен нами

в [2].

Другой объект, рассмотренный в [3], был исследован авторами [4] по наблюдениям с помощью ESPaDOnS-CFHT и предложен как аналог звезд типа FK Com. Эта звезда, KIC 7732964, имеет массу 0.84 массы Солнца, лежит у основания ветви красных гигантов и имеет $v\sin i = 23$ км с$^{-1}$. Кроме того, согласно [4] (см. также ссылки в этой статье), KIC 7732964 характеризуется, как звезда спектрального класса G6-7IV-III, яркостью $11^{m}.1$ в фильтре V. Лучевая скорость KIC 7732964 составляет 18.4 ± 0.9 км с$^{-1}$, наличие магнитного поля не является достоверным - $Bz = 9.4 \pm 10.0$ Гс. Эффективная температура звезды равна 5000 K, логарифм ускорения силы тяжести - $\log g = 4.1 \pm 0.4$, период вращения $P = 2.444$ сут.

Согласно [5], звезда обладает высокой вспышечной активностью - за время наблюдений с телескопом Кеплер было зарегистрировано 335 вспышек с энергией $L(\mathrm{fl})/L(\mathrm{KEPLER}) = 5.99 \cdot 10^{-4}$.

2. *KIC 7732964.* Мы провели анализ всех имеющихся для KIC 7732964 данных в архиве космического телескопа Кеплер (18 интервалов наблюдений). Их обработка была аналогична примененной в наших предыдущих работах (см. в [2]). Исследование было выполнено в два этапа. Первоначально были независимо проанализированы данные каждого из 18 сетов. Для примера, на рис.1 представлены кривые блеска KIC 7732964, соответствующие им спектры мощности и фазовые диаграммы для наблюдений в пяти сетах. Хорошо заметна периодическая модуляция блеска, обладающая заметной переменностью амплитуды, и многочисленные вспышки. На спектрах, построенных нами по набору данных для каждого сета мощности, имеются пики, соответствующие величине периода P вращения звезды на широте, на которой в даный интервал наблюдений находилась доминирующая группа пятен. Было найдено, что соответствующие максимальные величины P меняются от 2.41 до 2.50 сут и находятся в согласии с оценкой из [4].

Амплитуда переменности блеска лежит в пределах 4-8% от уровня среднего блеска звезды. Данные на рис.1 хорошо иллюстрируют высокий уровень активности звезды.

При дальнейшем анализе нами было отобрано в совокупности 65261 единичных измерений за период наблюдений около 4 лет. Для каждого интервала наблюдений соответствующие измерения были нормированы на среднее значение, все данные были объединены в единый массив (рис.2a). Рассчитанный спектр мощности (рис.2b) свидетельствует о сложном характере изменений кривой блеска KIC 7732964, присущем звездам с вращательной модуляцией блеска. Происхождение каждого из пиков на спектре мощности скорее всего связано с наличием пятен (или групп пятен), расположенных

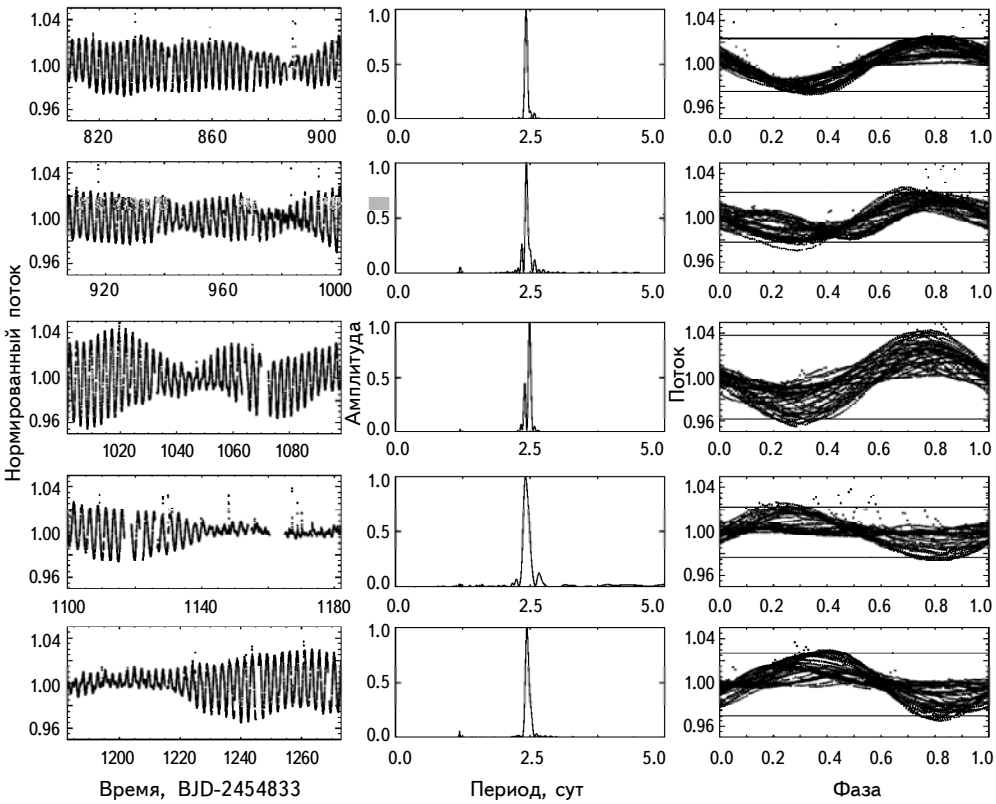

Рис.1. Слева - кривая блеска для KIC 7732964, в центре - спектр мощности переменности блеска, справа - фазовая диаграмма переменности блеска (горизонтальные линии характеризуют величину амплитуды переменности блеска). В качестве примера данные приведены для наблюдений в 5 из 18 сетов.

на различных широтах звезды, которая обладает дифференциальным вращением. Кроме того, изменения периодов переменности блеска могут соответствовать появлению и исчезновению активных областей, лежащих на различных широтах, на поверхности звезды.

Значения величины P лежат в диапазоне 2.40-2.55 сут (рис.2b) и находятся в согласии с выполненными ранее определениями для максимальных значений P, установленными по каждому из 18 сетов наблюдений. Нами было вычислено время запаздывания (lap time, LT), за которое одна из активных областей на экваторе вновь сравнивается с отстающей или опережающей ее активной областью на другой широте. Оценка LT была получена из анализа спектров мощности изменений амплитуд переменности кривой блеска KIC 7732964 и составила величину порядка 500 сут (рис.2c), что соответствует величине параметра $\Delta\Omega$, равной 0.013 рад./сут.

Запятненность S поверхности звезды была установлена с помощью методики, широко используемой в наших предыдущих исследованиях [2]. Параметр S определяется, как отношение площади всех пятен на поверхности звезды к площади всей ее видимой поверхности. Наша оценка показала, что S меняется в пределах от 4 до 8% от площади всей видимой поверхности звезды (точность определения менее 0.1%).

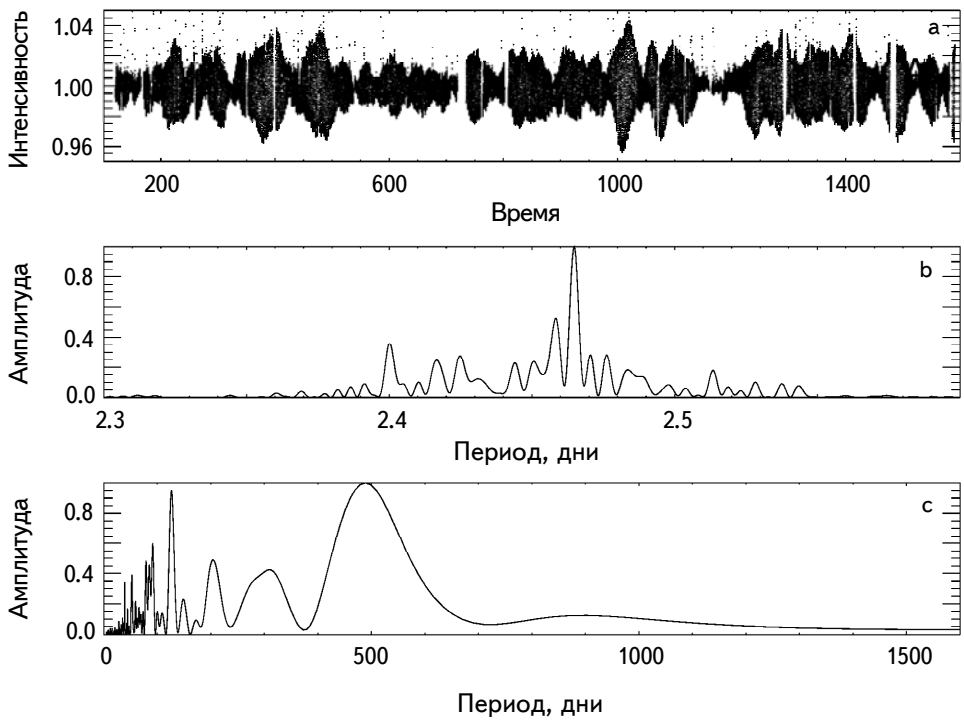

Рис.2. a) Полная кривая блеска объекта KIC 7739728 на основе данных из архива космического телескопа Кеплер. b) Спектр мощности изменений блеска для исследуемого объекта (в области, содержащей главный пик). c) Спектры мощности изменения амплитуды переменности блеска для каждого сета, охватывающего один период вращения звезды.

3. *Обсуждение результатов и заключение*. Нашему пониманию природы проэволюционировавших, быстро вращающихся, магнитно - активных и явно одиночных звезд типа FK Com значительно мешает их чрезвычайная редкость: в настоящее время только две звезды, помимо самой FK Com, считаются членами этого класса. Сам факт их существования указывает на исключение из общего правила медленного осевого вращения гигантов, предсказываемого теорией звездной эволюции. Гипотезы образования звезд этого типа предполагают проявления действий процессов, связанных со слиянием компонентов в тесной двойной системе, с резким гипотетическим

выносом углового момента из недр звезды, с передачей момента вращения из околозвездного окружения и проч. (см. обсуждения в [1,2]). Звезды типа FK Com несомненно занимают первые места в списке такого рода объектов.

Анализируя данные архива космического телескопа Кеплер, мы сделали попытку выявления кандидатов звезд типа FK Com по изучению их фотометрической переменности. Наше исследование [6] было посвящено поиску возможных кандидатов в звезды типа FK Com среди объектов из базы данных высокоточных фотометрических наблюдений с космическим телескопом Кеплер. С этой целью по имеющимся литературным данным для порядка 8000 объектов для интервала Q3 были выбраны 4 звезды, параметры которых соответствуют звездам типа FK Com (по температурному диапазону, ускорению силы тяжести и периоду вращения). Кроме того, было установлено, что эти звезды имеют значительную амплитуду переменности блеска, что должно свидетельствовать о заметной запятненности их поверхности. Нами были определены периоды вращения и сделаны оценки параметра дифференциального вращения этих объектов. Были найдены положения доминирующей активной области (долготы) на поверхности звезд, а также их перемещения по поверхности с течением времени. В целом, характер таких смещений совпадает с установленным ранее для FK Com и HD199178 [7].

Сводка основных сведений об изученных нами объектах - кандидатах в звезды типа FK Com, приводится в табл.1 в [2]. Объекты из списка, опубликованного нами в [2], могут рассматриваться, как потенциальные кандидаты в звезды такого типа. Для окончательного изучения нами были отобраны 4 объекта с лучшими кривыми блеска, наиболее проявляющие свойства регулярной вращательной модуляции.

В настоящей работе по результатам анализа фотометрических наблюдений с космическим телескопом Кеплер была исследована звезда KIC 7732964, которая в [3,4] была предложена в качестве потенциального кандидата в звезды этого типа. Наш анализ и имеющиеся в литературе данные могли бы сделать KIC 7732964 привлекательным объектом для установления принадлежности к группе звезд типа FK Com, если бы не указания в [4] о том, что это может быть звезда карлик или субкарлик, а не гигант. Также следует иметь в виду, что найденные быстрое вращение и высокая вспышечная активность более характерны для звезд карликов и субгигантов [8-10]. Используя данные Gaia о параллаксе KIC 7732964 ($\pi = 5''.4809$), можно найти абсолютную звездную величину объекта, которая также свидетельствует, что изучаемая звезда скорее является карликом, чем гигантом.

Как и для других кандидатов, в случае KIC 7732964 требуются дополнительные спектральные наблюдения, как с целью анализа постоянства

лучевой скорости звезды (отсутствия двойственности), так и для уточнения величины параметра ускорения силы тяжести (для него в [4] приводится очень широкий диапазон) и спектральной классификации G6-7IV-III.

Авторы благодарны рецензенту за полезные замечания.

Исследование (раздел статьи 2) выполнено при поддержке (ИСС, ВБП) гранта РФФИ (проект 21-52-53022).

[1] Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, Государственный астрономический институт им. П.К.Штернберга, Москва, Россия, e-mail: issesd@rambler.ru

[2] Учреждение Российской академии наук, Институт астрономии РАН, Москва, Россия

KIC 7732964 - POSSIBLE CANDIDATE FOR FK COM TYPE STARS

E.S.DMITRIENKO[1], I.S.SAVANOV[2], V.B.PUZIN[1]

The article provides a brief overview of our previous research for finding candidates of the FK Com giant stars and the analysis of the data for new candidate KIC 7732964. To determine whether KIC 7732964 belongs to this group of stars, further work is required to study the evolutionary status of the star (dwarf, sub-dwarf, or giant). The star is characterized by fast rotation and high flare activity which are more typical for dwarf and subgiant stars. As for the other candidates, additional spectral observations of KIC 7732964 are required in order to establish the absence of its binarity and to clarify the value of the gravity parameter log*g* and its spectral classification.

Keywords: *stars: activity: spots: photometry: variability*

ЛИТЕРАТУРА

1. *A.V.Tutukov*, *A.V.Fedorova*, Astron. Rep., **54**, 156, 2010.
2. *I.S.Savanov*, Astrophys. Bull., **74**, 288, 2019.
3. *S.B.Howell*, *E.Mason*, *P.Boyd et al.*, Astrophys. J., **831**, 27, 2016.

4. *J.Sikora*, *J.Rowe*, *S.B.Howell et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **496**, 295, 2020.
5. *J.R.A.Davenport*, Astrophys. J., **829**, 23, 2016.
6. *V.B.Puzin*, *I.S.Savanov*, *E.S.Dmitrienko*, Astron. Rep., **58**, 471, 2014.
7. *V.B.Puzin*, *I.S.Savanov*, *E.S.Dmitrienko*, Astron. Rep., **61**, 693, 2017.
8. *I.S.Savanov*, *E.S.Dmitrienko*, Astron. Rep., **56**, 116, 2012.
9. *I.S.Savanov*, *E.S.Dmitrienko*, Astron. Rep., **55**, 890, 2011.
10. *E.S.Dmitrienko*, *I.S.Savanov*, Astron. Rep., **61**, 122, 2017.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64 МАЙ, 2021 ВЫПУСК 2

АКТИВНОСТЬ ДВУХ МОЛОДЫХ ЗВЕЗД СОЛНЕЧНОГО ТИПА С ПЛАНЕТНЫМИ СИСТЕМАМИ ИЗ ДВИЖУЩЕЙСЯ ГРУППЫ ЗВЕЗД URSA MAJOR И ПОТОКА PSC-ERI

И.С.САВАНОВ

Поступила 18 февраля 2021
Принята к печати 3 мая 2021

На основе высокоточного материала из архива космической миссии TESS проведено исследование фотометрической переменности двух молодых аналогов Солнца, обладающих планетными системами - звезд HD 63433 (TOI 1726), члена движущейся группы звезд Ursa Major с возрастом 414 млн.лет, и TOI 451 (CD-38 1467) из звездного потока Рыбы-Эридан (Psc-Eri) с возрастом 120 млн. лет. Изучены проявления активности этих звезд с планетными системами. По всем доступным наблюдениям мы выполнили оценку периодов вращения звезд и амплитуд переменности блеска, а также по стандартной методике оценили величины параметра запятненности A в абсолютной мере. Площадь пятен на поверхности HD 63433 и TOI 451 существенно превосходит площадь пятен на Солнце и составляет 24500 м.д.п. и 12600-33200 м.д.п., соответственно. Оценки величин циклов активности TOI 451 были проведены по данным из архива наблюдений обзора All Sky Automated Survey и указали на возможные циклы активности в 125 и 1280 суток. Данные для HD 63433 свидетельствуют о наличии долговременных изменений блеска, но они недостаточны для количественных оценок.

Ключевые слова: *звезды: активность: пятна: фотометрия: переменность: планетные системы*

1. *Введение*. При анализе наблюдательного материала из архива наблюдений космической миссии Кеплер и ее продолжения K2 стали возможны высокоточные фотометрические исследования активности звезд с планетными системами в молодых скоплениях (с возрастом до 1 млрд. лет) (см. в [1]). В таких молодых системах на физические и химические свойства формирующихся планет в значительной мере могут влиять как продолжающийся процесс выпадения планетоземалей, так и магнитная активность центральной молодой звезды (выражающаяся в ее избыточном УФ и рентгеновском излучении, а также в корональных выбросах), которая может изменять физические свойства атмосфер близких планет и даже приводить к разрушению этих атмосфер. В нашем современном понимании демографии экзопланет сильно преобладают более старые планетные системы (>1 млрд. лет), в то время как механизмы формирования и эволюции, ответственные за создание

планет, переживают свои самые быстрые изменения в первые несколько сотен миллионов лет после образования планетных систем. Обзор результатов программы поиска молодых планетных систем был опубликован в [1]. Для того, чтобы в полной мере использовать набор данных миссии K2, авторы [1] провели исследование, названное ими поиск "зодиакальных экзопланет во времени (ZEIT)", с целью выявления, характеристики и изучения статистических свойств близлежащих молодых скоплений, областей звездообразования и ассоциаций OB. К настоящему времени в этой серии было опубликовано 10 статей. В ходе анализа были рассмотрены объекты из скоплений Плеяды, Гиады, Ясли и ассоциации Sco-Cen (подгруппа Upper Scorpius). Применение специально разработанной методики позволило в [1] выявить новые планетные системы, принадлежащие членам указанных скоплений. Данные табл.3 из [1] послужили основой для формирования списка объектов исследования.

По мере доступности данных архива наблюдений миссии TESS список пополняется дополнительными объектами. Чтобы исследовать раннюю эволюцию планетных систем, команда TESS Hunt for Young and Maturing Exoplanets (THYME) проводит совместный поиск и дальнейший анализ характеристик транзитных планет в молодых звездных ассоциациях (~10-20 млн. лет) и в близлежащих молодых движущихся группах (YMG) (возраст < 200 млн. лет) [2]. Эта программа является естественным продолжением ZEIT.

Ряд примеров наших исследований активности звезд из данного списка можно найти в следующих работах. В [3] нами были представлены результаты изучения M карлика EPIC 210490365 (K2-25, 2MASS J04130560+1514520), расположенного в скоплении Гиады (650-800 млн. лет). С целью дальнейшего исследования молодых звезд с планетными системами были выбраны звезды EPIC 211901114 из скопления Ясли и EPIC 205117205 (K2-33) из подгруппы Upper Scorpius ассоциации Sco-Cen [4]. В результате анализа мы зарегистрировали 32 и 7 вспышек для EPIC 211901114 и K2-33, соответственно, а также оценили частоты и амплитуды этих вспышек, времена их возгорания и угасания. Получены оценки энергии вспышек: $1.3\cdot10^{32} \div 2.5\cdot10^{33}$ и $1.6\cdot10^{32} \div 2.0\cdot10^{33}$ эрг для EPIC 211901114 и K2-33, соответственно. В дальнейшем было проведено исследование активности пяти молодых звезд, обладающих планетными системами: K2-231, EPIC 219388192, K2-136, Kepler-66 и Kepler-67 [5]. Возраст этих объектов был определен по их принадлежности к скоплениям. Было изучено положение объектов на диаграммах *S*-возраст, *S*-период вращения и *S*-числа Россби (*S* - доля запятненной поверхности звезды), сделан вывод о его соответствии общему характеру зависимостей, установленных нами ранее для 1570 M карликов [6], а затем для 18000 звезд из [7].

В настоящей работе представлены результаты анализа переменности блеска

HD 63433 (TOI 1726, TIC 130181866), яркого молодого аналога Солнца - члена движущейся группы звезд Ursa Major с возрастом 414 млн. лет [8], и карлика солнечного типа TOI 451 (CD-38 1467) из звездного потока Psc-Eri с возрастом 120 млн. лет [9]. Полученные результаты сопоставлены с данными об изученнных нами ранее звезд солнечного типа с планетными системами из молодой ассоциации Tuc-Hor - DS Tuc и AB Pic [10,11].

2. *Звезды с планетными системами в молодых движущихся группах.* Космическая миссия TESS предоставляет уникальную возможность для исследования фотометрической переменности блеска звезд (в том числе с планетными системами) в молодых движущихся группах YMG (см., например [8]). YMG являются динамически несвязанными ассоциациями звезд, которые идентифицированы на основе их общего движения. Возраст YMG достигает 300 млн. лет, что позволяет изучать объекты в непрерывном диапазоне возрастов, в отличие от анализа молодых звездных скоплений. По плотности звезд YMG также отличаются от высокоплотных звездных скоплений, таких как Ясли или Плеяды. Кластеры YMG менее компактны, и поэтому звездные динамические взаимодействия в них встречаются реже. Как следствие, их свойства могут быть более характерными для предшественников экзопланетных систем, которые вращаются вокруг типичных звезд поля. Динамические исследования показывают, что звездные взаимодействия в открытых скоплениях вряд ли разрушают планетные системы, но более мягкие воздействия, такие как изменения эксцентриситета планетных орбит, вполне возможны. Большинство известных YMG значительно менее отдалены, чем звездные скопления, что обеспечивает дополнительные преимущества для нахождения детальных характеристик экзопланетных систем в YMG с помощью таких методов, как транзитная спектроскопия и измерения лучевой скорости.

В [10] мы исследовали звезду DS Tuc, члена Tuc-Hor YMG с близкой экзопланетой с радиусом между радиусами Нептуна и Сатурна. По нашей оценке период вращения звезды равен 2.85 суток. Методом решения обратной задачи восстановления карт поверхностных температурных неоднородностей проведен детальный анализ кривой блеска. На поверхностных картах имеются концентрации пятен на двух долготах. Положения и размеры пятен претерпевают изменения и временами нестабильны. Доля запятненной поверхности звезды S составляет величину порядка 3.3%. Впервые получена оценка возможного цикла активности DS Tuc в 1610 сут (4.4 года) по наблюдениям All Sky Automated Survey.

В [11] нами были представлены результаты анализа активности карлика спектрального класса K1 AB Pic (HD 44627) - члена Tuc-Hor ассоциации, обладающего удаленной планетой. За интервал наблюдений с миссией TESS

на звезде было зарегистрировано 48 вспышек с энергией до $3.4 \cdot 10^{35}$ эрг. Мы получили оценки периода вращения звезды (3.86 сут) и величин параметра запятненности A, меняющихся в пределах от 54000 до 95000 м.д.п. Возможно, площадь пятен на поверхности звезды циклически менялась с характерным временем 233 сут, аналогом которых может быть периодичность Ригера на Солнце. Оценки более длительных циклов активности AB Pic указали на возможные циклы активности в 258 сут, 1120 сут (3.1 года) и 2640 сут (7.2 года). Наконец, были выполнены оценки диапазона возможных изменений величины массы корональных выбросов (CME) для этой звезды.

Таким образом, можно заключить, что изучение молодых планетных систем, возраст которых определяется по их принадлежности к скоплениям, молодым ассоциациям, потокам, может дать представление об эволюции планетарных атмосфер и их состава, а также об изменениях архитектуры планетных систем.

3. *Система HD 63433 из движущейся группы звезд Ursa Major.* Авторы [8] опубликовали результаты открытия двух планет у звезды HD 63433 (TOI 1726, TIC 130181866), молодого аналога Солнца с массой $0.99 \pm 0.03 M_{\odot}$. Звезда принадлежит к карликам спектрального класса G5IV, ее блеск в фильтрах B и V составляет $7^{m}.59$ и $6^{m}.91$, соответственно. Объект отождествлен с рентгеновским источником 1RSX J074955.3+272152, согласно [8] его рентгеновская светимость равна $L_x / L_{bol} = 9.1 \cdot 10^{-5}$. На основе анализа кинематических свойств, содержания лития и оценок периода вращения в [8] подтверждено, что HD 63433 является членом движущейся группы звезд Ursa Major, возраст которых составляет 414 ± 23 млн. лет. Основываясь на кривой блеска из архива миссии TESS и обновленных данных о звездных параметрах, в [8] были получены оценки радиусов планет, которые составили 2.15 и 2.67 радиусов Земли и орбитальные периоды 7.11 и 20.55 сут. Согласно [8], эффективная температура звезды равна 5640 K, а $\log g = 4.59$.

Для HD 63433 в архиве TESS имеются данные одного сета наблюдений с временным разрешением в 2 мин. Наша обработка была аналогична проводимой ранее в случае измерений для других объектов из архива космического телескопа Кеплер и из архива наблюдений миссии TESS (см., например, [12,13]). На рис.1 представлены: кривая блеска HD 63433 по наблюдениям в секторе 20, соответствующий спектр мощности и фазовая диаграмма. Хорошо заметна периодическая модуляция блеска, обладающая заметной переменностью амплитуды.

На построенном нами по всему набору данных спектре мощности имеется широкий пик, соответствующий величине периода вращения звезды $P = 6.47 \pm 0.15$ сут. Возможно присутствие неразрешенного пика с величиной

P_1 порядка 8.5 сут, природа которого не ясна. Значительная разница между P и P_1 не позволяет рассматривать дифференциальное вращение в качестве причины появления P_1, хотя по форме изменения блеска звезды (рис.1, слева), можно предположить, что звезда обладает дифференциальным вращением (оценка величины его параметров не представляется возможной). В [8] была приведена величина периода вращения HD 63433 - 6.45 ± 0.05 сут, совпадающая с полученной нами.

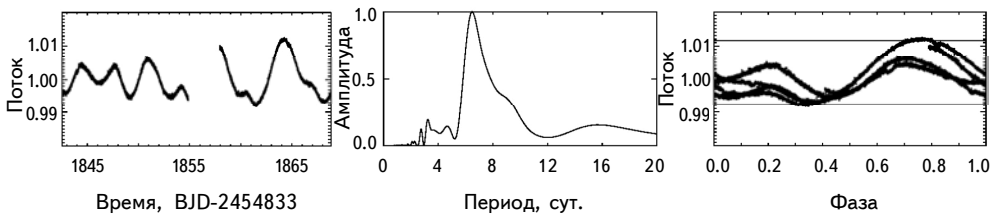

Рис.1. Слева - кривая блеска для HD 63433, в центре - спектр мощности переменности блеска, справа - фазовая диаграмма переменности блеска (горизонтальные линии характеризуют величину амплитуды переменности блеска). Данные приведены для наблюдений в секторе 20.

Амплитуда переменности блеска лежит в пределах 1-2% от уровня среднего блеска звезды. По стандартной методике нами были оценены величины параметра запятненности HD 63433, которые достигают 3% от площади поверхности звезды. Принимая оценку радиуса звезды $R = 0.912 \pm 0.034$ радиусов Солнца из [8], можно получить величину площади поверхности A звезды в абсолютной мере (в миллионных долях видимой полусферы Солнца, м.д.п.). На Солнце средние по размерам пятна имеют площадь 10-200 м.д.п. (детали см. в [14]). Площадь пятен на поверхности HD 63433 многократно превосходит максимальную площадь пятен на Солнце и составляет величину порядка 24500 м.д.п.

4. *Система TOI 451 из звездного потока Psc-Eri.* Авторы [9] представили результаты открытия и изучения молодой планетной системы TOI 451 (CD-38 1467, TIC 257605131). TOI 451 является членом звездного потока Psc-Eri, по принадлежности к нему определен возраст звезды - 120 млн. лет. В [9] было подтверждено членство звезды в потоке по ее кинематике, содержанию лития, вращению и УФ-избытку. TOI 451 является членом широкой двойной пары с компаньоном (TOI 451 B), вероятно, также двойным M карликом. По наблюдаемым транзитам авторы [9] сделали вывод о наличии около звезды трех планет с периодами обращения 1.9, 9.2 и 16 сут с радиусами 1.9, 3.1 и 4.1 радиусов Земли, соответственно. Звезда имеет почти солнечную массу, близкие к солнечным параметры атмосферы: $T_{эфф} = 5481$ и ускорение силы тяжести $\log g = 4.56$.

Блеск TOI 451 составляет в фильтрах $V = 11^m.0$ и $H = 9^m.3$, соответственно. Система обладает инфракрасным избытком, указывающим на наличие диска [9].

Для TOI 451 в архиве TESS имеются данные трех сетов наблюдений - 4, 5 и 31.

В течение первых двух сетов наблюдений звезда проявляла меньшую активность по сравнению с последним сетом, отстоящим по времени от первых на 720 сут. За указанный промежуток времени активность звезды претерпела значительные изменения. Переменность блеска в сетах 5 и 4 была менее регулярной, о чем свидетельствуют спектры мощности (средние диаграммы на рис.2). Период вращения звезды ($P = 5.2$ сут) наиболее явно проявляется лишь в течение последнего сета, а в сете 4 доминирующим является период $P/2$, составляющий 2.6 сут.

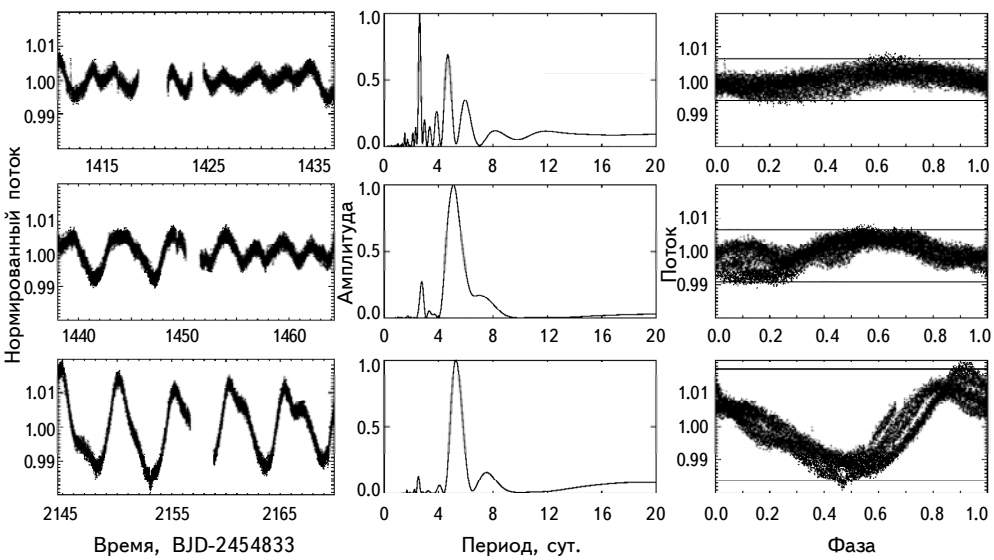

Рис.2. Слева - кривая блеска для TOI 451, в центре - спектр мощности переменности блеска, справа - фазовая диаграмма переменности блеска (горизонтальные линии характеризуют величину амплитуды переменности блеска). Данные приведены для наблюдений в секторах 4, 5 и 31.

Амплитуда переменности блеска звезды изменяется от 0.5 до 1.5% от уровня среднего блеска. Как и в случае HD 63433, мы оценили изменения величины параметра запятненности TOI 451, которые достигают 3% от площади ее поверхности. Принимая оценку радиуса звезды $R = 0.912 \pm 0.034$ радиусов Солнца из [8], можно получить величину площади поверхности A звезды в абсолютной мере (в миллионных долях видимой полусферы Солнца, м.д.п.). Площадь пятен на поверхности TOI 451 превосходит площадь пятен на Солнце и лежит в пределах 12600-33200 м.д.п.

5. *Циклы активности.* Оценка возможных циклов активности HD 63433 и TOI 451 была проведена по данным из архива наблюдениий обзора All Sky Automated Survey www.astrouw.edu.pl.asas. Всего было рассмотрено 120 и 695 оценок блеска звезд в фильтре V. Данные для HD 63433 несомненно указывают на наличие долговременных изменений блеска, но они слишком малочисленны, чтобы на их основе сделать количественные заключения о

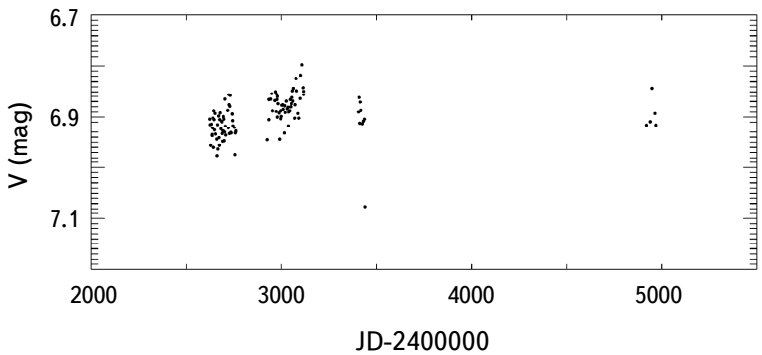

Рис.3. Кривая блеска HD 63433 по данным из архива наблюдений All Sky Automated Survey.

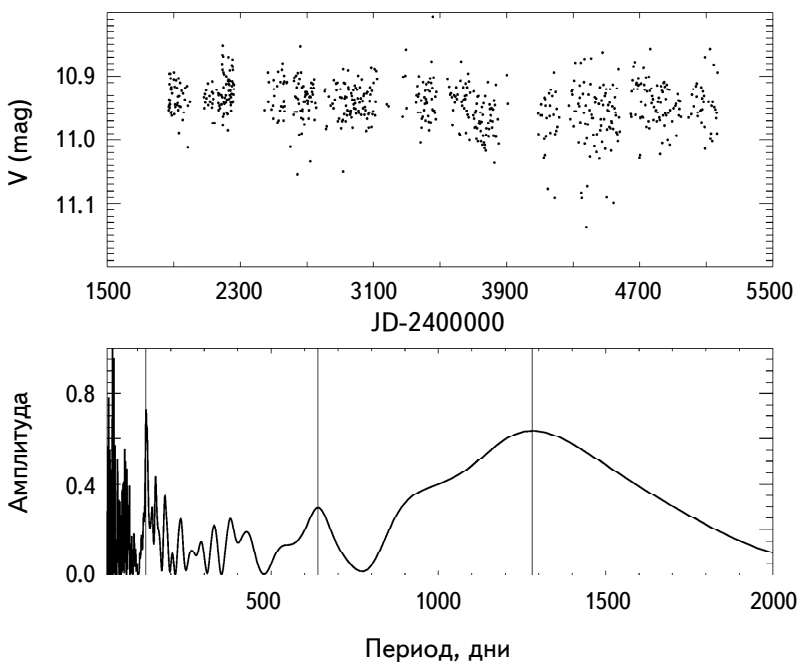

Рис.4. Вверху - кривая блеска TOI 451 по данным из архива наблюдений All Sky Automated Survey. Внизу - спектр мощности для диапазонов периодов 1-2000 сут. Вертикальными линиями отмечены циклы продолжительностью 125, 640 и 1280 сут.

величине цикла активности звезды (рис.3). На основе построенного спектра мощности для TOI 451 можно предположить существование возможных циклов активности в 1280 сут, 640 сут (возможно артефакт, половинная величина цикла) и 125 сут (рис.3, нижняя диаграмма).

Необходимы новые фотометрические наблюдения для установления циклов с большей продолжительностью.

Найденные нами циклы активности TOI 451 по своей величине сопоставимы с 1120 сут (3.1 года) и 2640 сут (7.2 года) циклами активности AB Pic [11] и с 4.4-летним циклом активности звезды DS Tuc [10].

6. *Заключение*. На основе высокоточного материала из архива космической миссии TESS проведено исследование фотометрической переменности двух молодых аналогов Солнца, обладающих планетными системами - звезд HD 63433 (TOI 1726), члена движущейся группы звезд Ursa Major, и TOI 451, члена звездного потока Psc-Eri. По всем доступным наблюдениям мы выполнили оценку периодов вращения звезд и амплитуды переменности блеска, а также по стандартной методике оценили величины параметра запятненности *A* в абсолютной мере. Площадь пятен на поверхности HD 63433 и TOI 451 существенно превосходит площадь пятен на Солнце и, соответственно, составляет 24500 м.д.п. и 12600-33200 м.д.п. Установлено, что оба молодых солнечных аналога обладают высокой пятенной активностью.

В табл.1 приведены основные сведения о свойствах исследуемых нами звезд, данные для DS Tuc взяты из [10], а для AB Pic - из [11]. Однако согласно результатам табл.1 можно заключить, что активность двух более молодых объектов DS Tuc и AB Pic выше (они вращаются быстрее и имеют большие значения параметра запятненности *A*), чем у рассматриваемых звезд HD 63433 и TOI 451.

Несомненно, обе изученные нами планетные системы (в особенности, HD 63433 вследствие своей яркости) открывают прекрасные перспективы для транзитной спектроскопии как с помощью Космического телескопа Хаббла и Космического телескопа Джеймса Уэбба, так и, в перспективе, космической миссии Спектр-УФ. Предполагаемые исследования предоставят возможность изучения атмосфер планет, которые, вероятно, все еще находятся в процессе

Таблица 1

	HD 63433	TOI 451	DS Tuc	AB Pic
$T_{эфф}$, K	5640	5481	5428	5027
P, сут.	6.47	5.20	2.85	3.86
A, м.д.п.	24500	12600-33200	66700	54000-95000
P цикл., сут.	-	125, 640, 1280	1610	258, 1120, 2640
Возраст, млн. лет	414	120	45	45

своей эволюции. Таким образом, рассмотренные системы могут сыграть важную роль в нашем понимании эволюции планетарных систем в течение первого миллиарда (и даже нескольких сотен миллионнов) лет после их образования.

Автор признателен правительству Российской Федерации и Министерству высшего образования и науки РФ за поддержку по гранту 075-15-2020-780 (N13.1902.21.0039) (Разделы статьи 2, 3 и 5).

Учреждение Российской академии наук Институт астрономии РАН, Москва, Россия, e-mail: igs231@mail.ru

ACTIVITY OF TWO YOUNG SOLAR-TYPE STARS WITH PLANETARY SYSTEMS FROM URSA MAJOR MOVING GROUP AND PSC-ERI STREAM

I.S.SAVANOV

Using high-precision data from archive of the TESS space mission the photometric variability of two young Solar analogues with planetary systems - stars HD 63433 (TOI 1726), a member of the Ursa Major moving group of stars with an age of 414 million years, and TOI 451 (CD-38 1467) from the Pisces-Eridani star stream (Psc-Eri) with an age of 120 million years, was studied. The manifestations of the activity of these stars with planetary systems are studied. From available observations we estimated the rotation periods of the stars and the amplitude of the brightness variability. Using the standard method, we estimated the values of the spot parameter A in absolute measure. The area of spots on the surface of HD 63433 and TOI 451 significantly exceeds the area of spots on the Sun and is 24500 m.s.h. and 12600-33200 m.s.h., respectively. Estimates of TOI 451 activity cycle were done from data from the All Sky Automated Survey observation archive and indicated possible activity cycles of 125 and 1280 days. The data for HD 63433 posess long-term changes in brightness but they are insufficient for quantitative estimates.

Keywords: *stars: activity: spots: photometry: variability: planetary systems*

ЛИТЕРАТУРА

1. *A.C.Rizzuto*, *A.W.Mann*, *A.Vanderburg et al.*, Astron. J., 154, **22**, 2017.
2. *E.R.Newton*, *A.W.Mann*, *B.M.Tofflemire et al.*, Astrophys. J. Lett., **880**, L17, 2019.
3. *E.S.Dmitrienko*, *I.S.Savanov*, Astron. Rep., **61**, 871, 2017.
4. *I.S.Savanov*, *E.S.Dmitrienko*, *S.Karmakar et al.*, Astron. Rep., **62**, 532, 2018.
5. *I.S.Savanov*, *E.S.Dmitrienko*, Astron. Rep., **63**, 595, 2019.
6. *E.S.Dmitrienko*, *I.S.Savanov*, Astron. Rep., **61**, 122, 2017.
7. *T.Reinhold*, *L.Gison*, Astron. Astrophys., **583**, A65, 2015.
8. *A.W.Mann*, *M.C.Johnson*, *A.Vanderburg et al.*, Astron. J., **160**, 179, 2020.
9. *E.R.Newton*, *A.W.Mann*, *A.L.Kraus et al.,* Astron. J., **161**, 65, 2021.
10. *I.S.Savanov*, *E.S.Dmitrienko*, Astron. Lett., **46**, 177, 2020.
11. *I.S.Savanov*, *E.S.Dmitrienko*, Astron. Lett., **47**, 2021 (в печати).
12. *I.S.Savanov*, *N.G.Gladilina*, *E.S.Dmitrienko*, Astron. Rep., **60**, 1006, 2016.
13. *I.S.Savanov*, Astrophysics, **62**, 513, 2019.
14. *Y.A.Nagovitsyn*, *A.A.Pevtsov*, Astrophys. J., **833**, 94, 2016.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64 МАЙ, 2021 ВЫПУСК 2

PV CEP И V350 CEP: ЗВЕЗДЫ НА ПУТИ МЕЖДУ ФУОРАМИ И ЭКСОРАМИ

А.Р.АНДРЕАСЯН[1], Т.Ю.МАГАКЯН[1], Т.А.МОВСЕСЯН[1], А.В.МОИСЕЕВ[2]

Поступила 3 марта 2021

На основе новых наблюдений 2015-2020гг. и литературных данных рассмотрены необычные эруптивные переменные PV Cep и V350 Cep. Показано, что PV Cep претерпела очередную вспышку с последующим падением блеска, в целом продолжавшуюся с 2011 до 2019гг., и к настоящему времени находится в глубоком минимуме. Вспышка сопровождалась значительными изменениями в интенсивности и профилях ряда линий, включая $H\alpha$, [SII] и [OI]. Запрещенные линии в целом имеют отрицательную лучевую скорость и при этом разделяются на четыре компонента, скорости и относительные интенсивности которых переменны. V350 Cep фактически все время остается на уровне максимального блеска, спектр ее практически не изменяется. Имеющиеся данные дают основание допустить, что выраженный P Cyg профиль линии $H\alpha$, в спектре V350 Cep появился спустя несколько лет после подъема светимости, в 1986г. Светимость звезд в текущем состоянии оценена как $20\,L_{\odot}$ и $3.3\,L_{\odot}$, соответственно. Сделан вывод, что обе звезды могут являться так называемыми промежуточными объектами между классами фуоров и эксоров.

Ключевые слова: *PMS-звезды: фуоры: эксоры: звезды PV Cep и V350 Cep*

1. *Введение*. Тысячи обнаруженных к настоящему времени молодых звезд малой ($M < 2M_{\odot}$) массы, именуемые как звезды типа T Tau, подразделяются на два основных подкласса:

- классические звезды типа T Tau, или CTTS (с сильной оптической переменностью, развитым эмиссионным спектром, часто ярко выраженными признаками коллимированного истечения);

- "слабые" звезды типа T Tau, или WTTS (колебания блеска слабые, эмиссионный спектр часто ограничивается несильной эмиссией $H\alpha$, истечение вещества наблюдается редко).

Различие между этими подклассами проявляется и в других областях спектра. Согласно наиболее распространенной точке зрения, в основном подтвержденной наблюдательно, фактором, определяющим принадлежность звезды к тому или иному классу, является темп магнитогидродинамической аккреции вещества из околозвездного диска на звезду.

Наибольший интерес для понимания этого явления представляют эруптивные молодые звезды, демонстрирующие резкие и иногда чрезвычайно продолжительные подъемы яркости, сопровождающиеся изменениями в спектре и

выбросами вещества. Среди них самыми известными и самыми редкими (известно менее двух десятков на текущий момент) являются объекты типа FU Ori (фуоры), у которых время максимальной яркости может длиться, согласно статистическим оценкам, тысячи лет. Другими, также весьма редкими и интересными классами являются объекты типа EX Lup (эксоры) и так называемые промежуточные объекты. Хотя их подъемы яркости (не столь продолжительные, как у фуоров) также принято объяснять изменениями в темпе аккреции, детали и механизмы этого феномена до сих пор неясны, в том числе и ввиду небольшого количества наблюдаемых примеров. Поэтому расширение и дополнение имеющихся сведений об эруптивных звездах на ранней стадии эволюции является весьма важным.

Настоящая работа посвящена дальнейшему изучению двух известных эруптивных звезд PV Cep и V350 Cep, природа переменности которых до сих пор не вполне уяснена.

Переменность звезды, PV Cep, и связанной с ней кометарной туманности GM1-29 (RNO 125) была обнаружена в 1977г. [1,2]. Резкое повышение яркости PV Cep напоминало вспышку фуора, однако уже первые спектры этой звезды показали схожесть с классическими звездами типа T Tau [2-4]. Впоследствии Хербиг предварительно отнес PV Cep к введенному им классу эксоров [5], однако позже исключил этот объект из списка [6], поскольку дальнейшие исследования указали на слишком заметные различия PV Cep и типичных эксоров. Отметим, что в последующие годы PV Cep претерпела еще несколько подъемов и падений блеска (см далее). Подобно многим другим активным звездам типа T Tau она является источником протяженного потока Хербига-Аро [7,8] и биполярного молекулярного истечения [9]. Несмотря на немалое число последующих исследований, среди которых следует отметить работы [10-13], которые будут рассмотрены далее, PV Cep во многом остается загадочным объектом.

Переменная звезда V350 Cep, расположенная в скоплении внутри туманности NGC 7129, впервые была упомянута в работе [14]. Авторы обратили внимание, что этот объект не был виден на картах Паломарского Атласа (1954г.), а в 1977г. достиг блеска в $16^m.5$ (V). В работе [15] была представлена историческая кривая блеска V350 Cep. Более поздние данные были собраны Хербигом [6]. Результаты однозначно указывают, что рост блеска этой звезды начался примерно в 1971-1972гг. и с 1978г., достигнув максимума, звезда уже почти 50 лет остается на том же уровне, показывая лишь слабые колебания. Два раза (в 2009 и 2016гг.) наблюдались более глубокие минимумы (до $\Delta V = 1^m.77$) протяженностью в несколько месяцев с последующим возвращением блеска к среднему значению [16,17].

Однако и V350 Cep не оказалась фуором, по крайней мере, классическим,

поскольку уже первые спектральные наблюдения показали, что это - звезда типа T Tau, с сильным и очень развитым эмиссионным спектром [3], что впоследствии было подтверждено многочисленными наблюдениями, например, [18-20]. Все авторы отмечают эмиссионный характер спектра V350 Cep с сильными бальмеровскими линиями. Также были видны запрещенные линии [OI] и множество линий как ионизованного, так и нейтрального железа. Детальный анализ V350 Cep, проведенный со спектрографами высокого разрешения [6,21], показал, в частности, очевидные признаки истечения вещества из звезды. Хербиг [6] указал, что V350 Cep вряд ли можно отнести и к эксорам, поскольку, в частности, эта звезда не показывает характерных (для последних) вспышек, а практически постоянно находится на максимальном уровне блеска. Спектральный класс V350 Cep был в итоге достаточно надежно оценен как M2 [18,6].

В настоящей работе мы приводим новые спектры PV Cep и V350 Cep, полученные в течение последних пяти лет, и сопоставляем эти результаты с другими данными.

2. *Наблюдения*. Наблюдения обоих объектов проводились на 2.6-м телескопе Бюраканской астрофизической обсерватории. Мы использовали спектральную камеру SCORPIO в главном фокусе телескопа, с помощью которой можно получать как прямые изображения, так и длиннощелевые спектры. Аналогичная камера установлена и на 6-м телескопе БТА САО РАН [22]. В качестве детектора вначале использовалась ПЗС-матрица TK SI-003A 1044×1044, а после августа 2016г. матрица E2V CCD42-40 2080×2080. При съемке спектров ширина щели составляла 1".5, а длина около 5'. Поле зрения в режиме получения прямых изображений составляло около 11' при масштабе 0.67"/пикс. В качестве диспергирующего элемента использовались объемно-фазовые голографические решетки с 600 штр/мм и 1800 штр/мм, обеспечивающие спектральное разрешение R, соответственно около 800 и 2500.

Для калибровки в качестве спектров сравнения использовалась лампа Ne+Ar. Общее время экспозиции было рассчитано таким образом, чтобы в спектрах после обработки и оптимальной экстракции обеспечивалось соотношение сигнал/шум более 100.

В табл.1 приведена сводка всех спектральных наблюдений PV Cep в Бюракане и САО. На 6-м телескопе САО РАН с помощью редуктора светосилы первичного фокуса SCORPIO-2 [23] и с ПЗС E2V 261-84 в качестве детектора был получен один спектр 23 дек. 2020г. Ширина щели спектрографа составляла 1" при длине около 6'. Для V350 Cep в Бюракане был получен один спектр 22 сент. 2015г. с общей экспозицией 20 мин и с разрешением около 2500.

Обработка спектров с 2.6-м телескопа была произведена с помощью программы ESO-MIDAS, обработка данных SCORPIO-2 выполнялась в среде IDL с помощью программ, разработанных в САО РАН. Для обеих звезд были измерены эквивалентные ширины и радиальные скорости всех основных линий. Спектры PV Cep для удобства сопоставления были нормированы к континууму.

Таблица 1

ЖУРНАЛ НАБЛЮДЕНИЙ PV Cep НА 2.6-м И 6-м ТЕЛЕСКОПАХ

Дата наблюдения	Спектральный диапазон (Å)	Разрешение ($\lambda/\Delta\lambda$)	Общая экспозиция (мин)
20.09.2015	4100-6800	800	30
10.06.2016	5800-6800	2500	40
24.08.2016	5800-6800	2500	15
21.12.2016	5800-6900	2500	45
24.06.2017	5800-6900	2500	40
25.06.2017	5800-6900	2500	40
20.06.2018	5800-6800	2500	60
23.12.2020	3650-7300	1300	40

3. *Результаты и обсуждение.*

3.1. *Фотометрические данные и кривая блеска PV Cep.* Хотя мы периодически получали прямые изображения PV Cep, на которых были хорошо заметны сильные колебания блеска звезды и изменения формы связанной с ней туманности GM 1-29 (RNO 125), фотометрических оценок блеска не делалось, поскольку данная звезда находится под постоянным мониторингом группы AAVSO. База данных AAVSO начинается с 2010г., а фотометрия 2004-2010гг. представлена в работе [12].

Рассмотрение сводной кривой блеска PV Cep, составленной на основе этих данных, показывает, что с 2006г. звезда начала падать в яркости с $R \approx 13^m.5$ до $R \approx 15^m.5$, а после 2008г. быстро ушла в минимум ($R \approx 16^m.5 - 17^m.4$). В течение 2010г. блеск PV Cep волнообразно поднялся, а потом упал с амплитудой примерно 1^m-$1^m.5$. Наконец, практически с начала 2011г. звезда начала постепенно и почти непрерывно расти в блеске, к концу 2016г., достигнув практически максимума ($R \approx 13^m.6$). После этого начался быстрый спад яркости, на который налагались отдельные локальные и кратковременные минимумы (особенно заметный из них произошел осенью 2017г.). К середине 2019г. звезда окончательно ушла в минимум ($R \approx 17^m - 17^m.3$), где и пребывает до настоящего времени (конец 2020г.). Таким образом, на протяжении последних 15 лет PV Cep претерпела два крупномасштабных (и по амплитуде -

3^m-4^m, и по протяженности - несколько лет) подъема блеска. Анализ более старых литературных данных позволяет выделить и другие максимумы на протяжении 1950-2005гг. (Kun et al., не опубликовано), однако можно подозревать, что PV Cep достигала максимального блеска (порядка $R = 11^m$) только во время самой мощной эрупции 1976-1978гг., когда она и была открыта [4].

На рис.1 показана кривая блеска PV Cep в цвете R за 2015-2020гг., составленная по данным AAVSO, на которой стрелками помечены даты наших наблюдений. Кривая AAVSO обрывается раньше конца 2020г., когда был получен последний спектр, но наши наблюдения подтверждают, что весь 2020г. PV Cep оставалась в глубоком минимуме ($R = 17^m.3 - 17^m.5$).

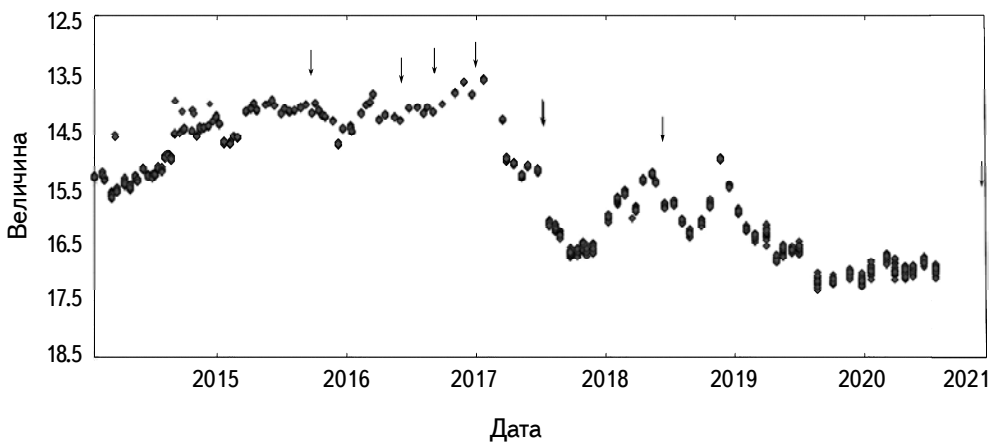

Рис.1. Кривая блеска PV Cep в цвете R. Стрелки обозначают даты получения спектров.

3.2. *Общий характер спектра PV Cep и его изменения.* В целом спектр PV Cep в оптическом и ближнем инфракрасном диапазоне был подробно описан в статьях [4,10,12,13]. Вкратце эти результаты можно суммировать следующим образом. Звезда имеет спектр, характерный для весьма активных звезд типа T Tau: очень сильная эмиссия в линии $H\alpha$, также заметные эмиссии серий Пашена и Бреккета, ИК-триплета CaII, многочисленные линии FeII и FeI, а в ИК-диапазоне - и многих других элементов, очень заметные абсорбционные линии NaD, линии с наибольшим уровнем возбуждения - не сильные, но четко заметные $\lambda 5875$ и $\lambda 6678$ HeI. Кроме того, в спектре PV Cep наблюдается немалое число запрещенных линий ударного возбуждения: в оптическом диапазоне - эмиссии [OI] и [SII], в ближнем ИК также многочисленные [FeII].

Следует отметить, что звезда имеет очень красный цвет, вследствие чего коротковолновая часть оптического диапазона наблюдалась редко. Поэтому

обнаружение в эпоху наивысшего подъема блеска (1978г.) сильной эмиссионной линии K CaII и типичной для самых активных T Tau-звезд флуоресценции в линиях FeI [10] остается единственным в своем роде. Вопрос о спектральном классе PV Cep мы рассмотрим отдельно. Предыдущие исследования выявили также заметную переменность отдельных спектральных линий, связанную, по-видимому, с уровнем блеска звезды.

Сопоставляя табл.1 и кривую блеска PV Cep, мы видим, что полученные нами спектры соответствуют практически всем уровням яркости звезды. Для сравнения мы приводим на рис.2 общий вид спектра PV Cep в максимуме и в минимуме блеска. Каких-либо очень существенных изменений по сравнению с данными других авторов не произошло; в то же время различия между обоими спектрами совершенно очевидны. Прежде всего бросается в глаза намного возросшая интенсивность запрещенных линий, в то время как классический набор эмиссий FeI и FeII особых изменений не претерпевает. В частности, несмотря на ослабевший уровень континуума, хорошо заметно, что в сине-зеленой ($\lambda\lambda 5000-5500$Å) области спектра структура "леса" из многочисленных линий металлов практически одна и та же. Отметим, что

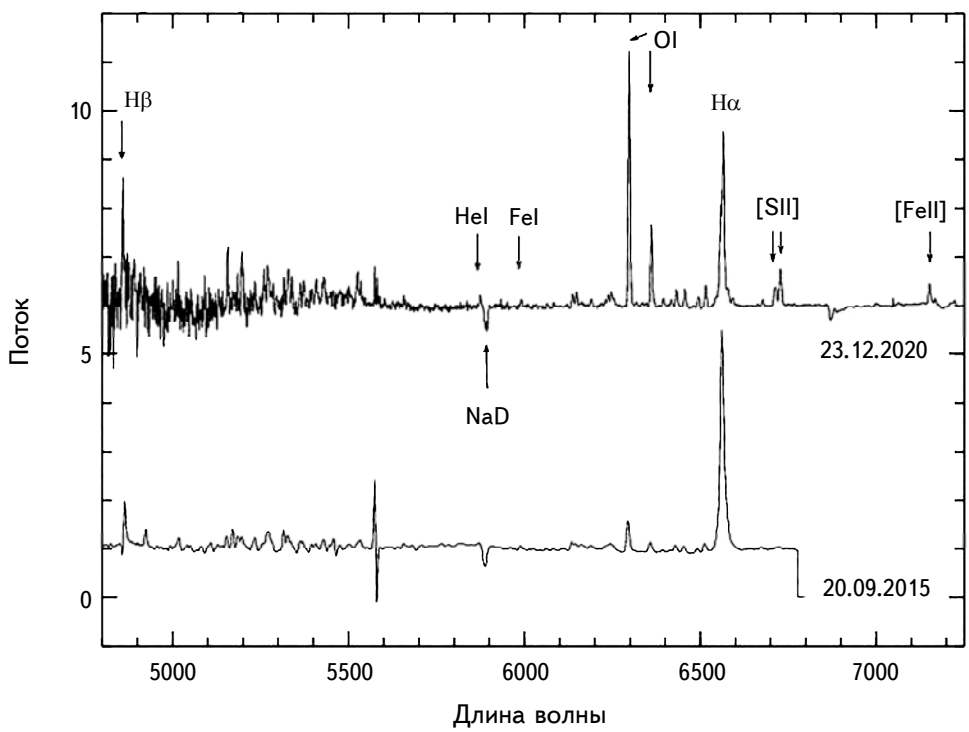

Рис.2. Общий вид спектра PV Cep 20.09.2015 (в максимуме) и 23.12.2020 (в минимуме). Для удобства обе спектрограммы нормированы к континууму. Спектр 23.12.2020 смещен на 5 условных единиц вверх.

интенсивность линии λ5875 HeI также остается почти неизменной; т.е. уровень возбуждения вблизи звезды тоже сохраняется во время колебаний блеска.

Поскольку линии H и K CaII не попадали в спектральный диапазон наших спектров, мы не могли проверить, сохраняется ли в спектре флуоресценция в линиях FeI. Все же отметим, что подверженные флуоресценции линии нейтрального железа в красной области спектра λ6138 FeI и λ6592.91 FeI присутствуют постоянно, но их эквивалентные ширины меньше в два раза, чем, например, в спектре звезды Lk Hα 120, с которой PV Cep часто сравнивают и где это явление четко выражено [24].

Наиболее интенсивная эмиссия в спектре PV Cep - линия Hα - показывает хорошо заметные изменения профиля, зависящие от уровня блеска. Как отмечалось практически во всех предыдущих исследованиях, она состоит из двух компонентов, разделенных центральной абсорбцией. Отметим, что двугорбая структура наблюдалась и у первых членов серии Пашена в ближнем ИК [13]. На рис.3 показаны участки наших спектров, нормированных к

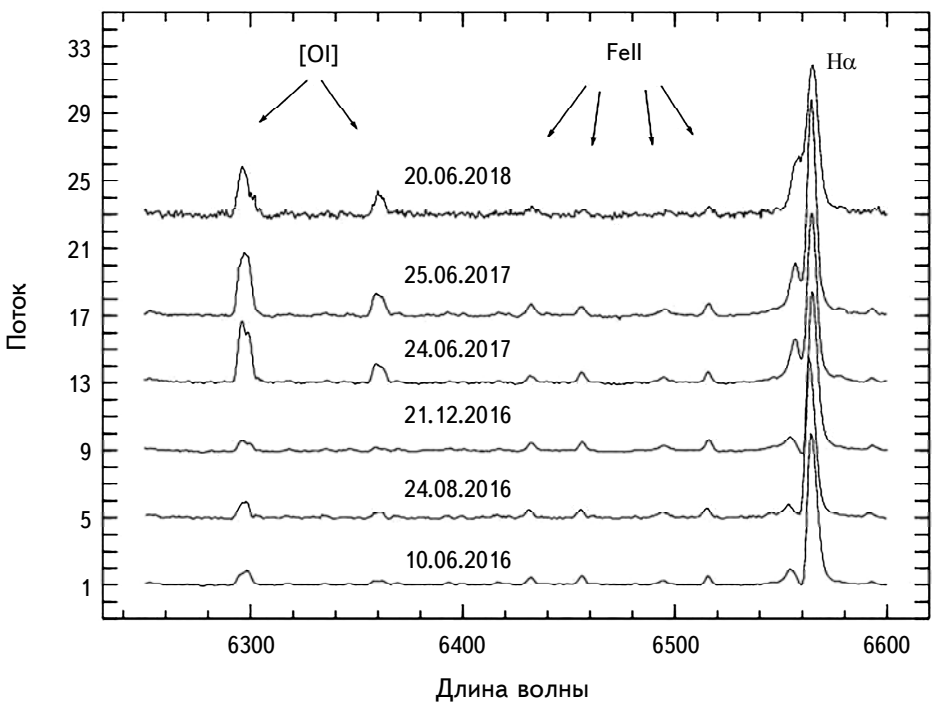

Рис.3. Нормированные к континууму участки спектра PV Cep, соответствующие различным датам наблюдений. Видны сильные изменения профилей и интенсивности линий Hα и [OI], в то время как эмиссии FeII остаются неизменными. По оси ординат отложены произвольные единицы потока; спектры 2016-2017гг. сдвинуты на 4 единицы по отношению друг к другу, а спектр 2018г. - на 6 единиц.

континууму, включающие в себя и линию Hα. Из рисунка видно, что, по мере падения блеска центральная абсорбционная компонента становится все слабее, в то время как 10 июня и особенно 21 декабря 2016г. (как раз в момент максимального блеска) она опускалась даже ниже уровня континуума (EW составляла около 0.8 Å). Однако действительно ярко выраженный профиль P Cyg наблюдался лишь в период абсолютного максимума 1977-1978гг. [4].

Представление о временном поведении типичных линий в спектре PV Cep дают графики изменения эквивалентных ширин, приведенные на рис.4. Для более наглядного сопоставления этих изменений с уровнем видимого блеска звезды на рис.5 мы представили зависимость эквивалентных ширин эмиссий Hα и [OI] от m(R). Ошибки измерения эквивалентных ширин в

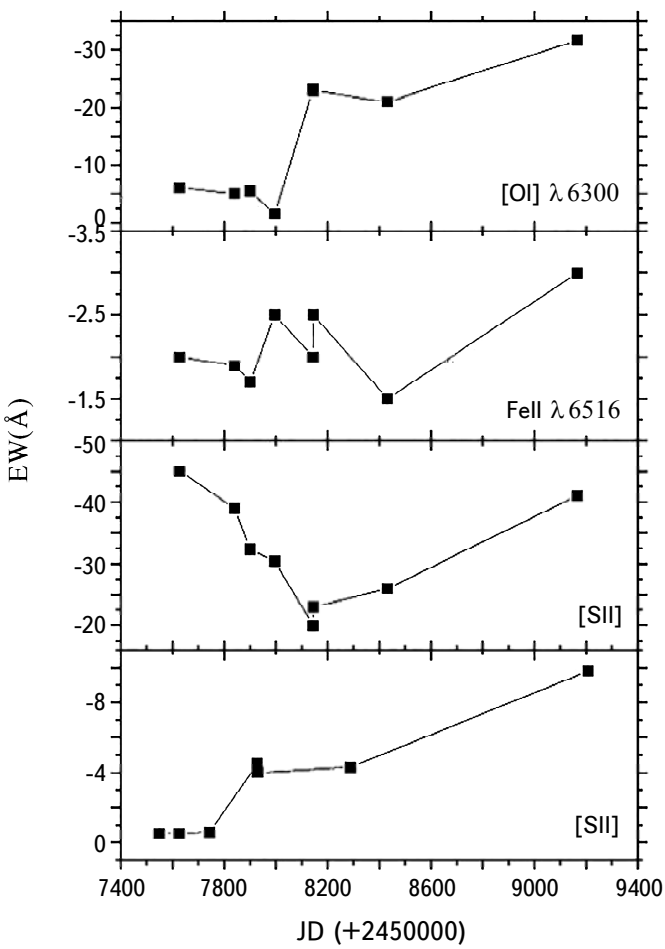

Рис.4. Изменения во времени эквивалентных ширин эмиссионных линий в спектре PV Cep. Для линии Hα измерялась EW эмиссия в целом; для линий [SII] приводится суммарная EW обеих линий дублета.

нашем случае зависят в основном от точности проведения уровня непрерывного спектра и не превосходят, по нашим оценкам, 10-15%. Из рис.4 и 5 можно заключить, что эквивалентные ширины запрещенных линий по мере уменьшения блеска однозначно растут, в то время как эквивалентная ширина одной из наиболее сильных разрешенных эмиссий (λ6517 Å FeII) практически не изменяется. Линия Hα ведет себя неоднозначным образом. Авторы предшествующих исследований пришли примерно к таким же выводам. Стоит отметить, что, согласно [12], эквивалентная ширина Hα в 2004-2009гг. была весьма велика (>100 Å), практически как при максимуме блеска 1977-1979гг. (см сводный график в [10]; в последние годы таких значений она не достигает).

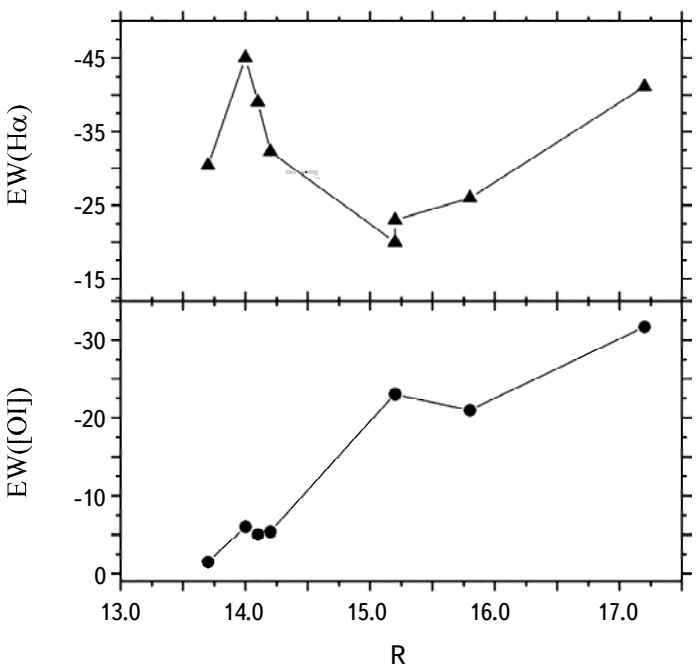

Рис.5. Взаимосвязь между видимым блеском PV Cep в цвете R и эквивалентными ширинами эмиссионных линий Hα и λ6300 Å [OI].

3.3. *Лучевые скорости.* Еще с самых первых наблюдений стало очевидно, что PV Cep окружена расширяющейся оболочкой. Кроме того, постепенно выяснилось, что звезда является источником биполярного истечения. Поэтому вопрос о принадлежности линий в ее спектре тем или иным излучающим областям (активным участкам близ поверхности, внутреннему диску, истекающей материи, коллимированному джету) достаточно важен. Лучевые скорости в немалой степени проясняют картину. При сравнении наших данных с предыдущими измерениями мы привели все результаты к

гелиоцентрическим лучевым скоростям, которые и используются ниже.

Поскольку фотосферные абсорбции в спектре PV Cep не наблюдаются, наиболее близкую к лучевой скорости собственно звезды скорость из видимых линий должны иметь образующиеся близко к поверхности линии FeII и FeI. Мы получили среднюю скорость пяти линий FeII и FeI -15 ± 11 км c^{-1}, что прекрасно согласуется с измерениями Хербига (-19 км c^{-1}), приведенными в [4], и оценкой -13 км c^{-1} в работе [25], а также с близкими к нулевым значениям скоростями разрешенных эмиссий в ближней ИК области [25,13].

Эмиссионные компоненты линии $H\alpha$, очевидно, образуются в основном в расширяющейся оболочке, созданной при истечении вещества. Отметим весьма большую общую ширину эмиссии (наши оценки дают FWZI порядка 1200-1500 км c^{-1}), на что указывали и другие авторы. Как можно видеть из рис.3, она практически не зависит от уровня блеска, так же как и скорость основного эмиссионного компонента (84 ± 19 км c^{-1}). Абсорбционный же компонент $H\alpha$ изменяется не только по интенсивности (от профиля типа P Cyg до почти полного исчезновения), но и по лучевой скорости. Оценки по спектрам 2016-2018гг. дают значения в пределах от -120 до -180 км c^{-1} (отметим, что в эпоху максимума 1977г. наблюдались и еще большие смещения [25]). При минимальном блеске звезды в конце 2020г. смещение абсорбции $H\alpha$ составило всего -80 км c^{-1}.

Сильные и узкие абсорбции NaD, как и у многих подобных звезд, также формируются, несомненно, в расширяющейся оболочке. Примечательно, что их интенсивность меняется очень заметно, вплоть до полного исчезновения, однако при этом не зависит от уровня видимого блеска. Их лучевая скорость все время остается отрицательной, однако ее абсолютное значение изменяется, выходя за пределы ошибок измерений. В частности, в наших спектрах 2016-2017гг. она находилась в диапазоне от -118 до -159 км c^{-1}, а в конце 2020г. была равна -45 км c^{-1}, т.е. снизилась подобно абсорбции $H\alpha$.

Подобные вариации указывают, что интенсивность и скорость истечения материи колеблется довольно заметно и, вероятно, связана и с изменениями в видимом блеске звезды.

3.4. *Запрещенные линии*. Сильные и широкие запрещенные линии [OI] и [SII], типичные, как выяснилось впоследствии, для объектов с коллимированным истечением, были обнаружены в спектре PV Cep сразу же после открытия. Их многокомпонентная структура была впервые описана в [25]. Заметно изменяется не только общая эквивалентная ширина этих линий, но и лучевые скорости и относительные интенсивности компонентов. Особенно хорошо эти явления выражены у линий [SII] [10]. Часто при достаточном разрешении в каждой из линий дублета можно выделить четыре

компонента; с другой стороны, иногда они сливаются в одну очень широкую (>400 км с$^{-1}$) эмиссионную полосу. Линии [OI] также делятся на компоненты, но из-за большей интенсивности и ширины они выражены менее отчетливо.

Эти особенности затрудняют точные измерения, но в среднем лучевые скорости компонентов [SII] в рассматриваемых в данной работе спектрах можно оценить следующими значениями: -230, -170, -50 и +70 км с$^{-1}$ (причем компонент с положительной скоростью меняется особенно сильно и часто вовсе отсутствует). Схематически их вид показан на рис.6.

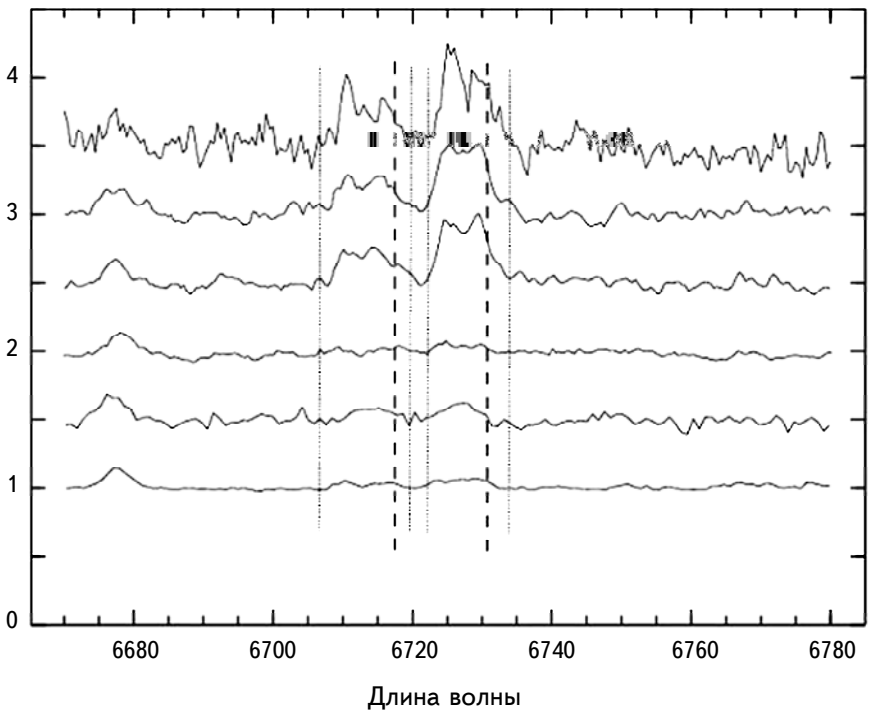

Рис.6. Вид и изменения линий [SII] в спектре PV Cep в 2016-2018гг. Значения длин волн, соответствующие нулевой лучевой скорости, показаны пунктиром. Обозначены также пределы для FWZI линий. Спектры нормированы на континуум и сдвинуты по отношению друг к другу по оси ординат на 0.5 произвольных единиц потока.

С учетом всего сказанного, при сравнении этих результатов с данными предыдущих работ, мы обнаруживаем очень хорошее согласие. Так, авторы работы [25] выделяют в линии [OI] компоненты с -246, -133 и -55 км с$^{-1}$; в статье [26] для [OI] приводятся значения -275 и -60 км с$^{-1}$ (при общей ширине линии от -455 до +255 км с$^{-1}$), а для [SII] -300 и -75 км с$^{-1}$; в работе [27] для [OI] при общем диапазоне от -400 до +50 км с$^{-1}$ перечислены компоненты -300, -170, -100 и -50 км с$^{-1}$. Таким образом, компоненты с положительной лучевой скоростью наблюдаются редко, по-видимому, из-за

их слабой интенсивности.

Для понимания данного явления крайне важен факт обнаружения подобного же расщепления у сильных эмиссионных линий [FeII], которые довольно многочисленны в ближней ИК области спектра (причем их интенсивность сильно меняется) [13]. Особенно четко компоненты выявляются у 1.257 и 1.644 μm линий [FeII], с лучевыми скоростями -265, -99, +50 и +165 км c^{-1}. В той же работе показано, что излучение от компонентов с большой абсолютной скоростью фактически принадлежит коллимированному потоку, истекающему из PV Cep, а с малой - сконцентрировано вокруг звезды.

Таким образом, логично предположить, что многокомпонентная структура линий [OI] и [SII] имеет ту же природу. Однако, как мы видим, действительно хорошее согласие по скоростям между ними и [FeII] наблюдается только для высокоскоростного синесмещенного компонента, который к тому же менее всего подвержен колебаниям интенсивности; с другой стороны, высокоскоростной красносмещенный компонент вообще ни разу не наблюдался в оптическом диапазоне.

Это обстоятельство довольно естественно объясняется комбинацией двух факторов. Во-первых, в непосредственных окрестностях PV Cep имеют место постоянные и довольно кратковременные вариации околозвездного поглощения, вызванные образованием и перераспределением пылевых частиц в диске в процессе истечения и отдельных выбросов вещества [12]. Среднее значение этого поглощения, оцененное по линиям [FeII], составляет порядка $A_V = 10^m$ [13]. На заметное влияние околозвездных пылевых облаков указывает также зависимость эквивалентной ширины эмиссии Hα от блеска PV Cep (рис.5), имеющая особенности, характерные для звезд типа UX Ori [28]. Поскольку наклон оси околозвездного диска PV Cep к картинной плоскости незначителен [29], логично предположить, что вблизи звезды излучение красносмещенной (то есть, противоположной от нас) ветви истечения в оптическом диапазоне попросту экранируется этим диском и становится хорошо различимым только в ближнем ИК. Во-вторых, как обоснованно предполагается в работе [13], наблюдавшийся авторами небольшой (2"-3") эмиссионный сгусток (фактически миниатюрный джет) мог быть выброшен PV Cep в ходе вспышки 2004-2005гг., зафиксированной в [12]; это заставляет подозревать, что и при меньших по амплитуде проявлениях активности вокруг звезды (по крайней мере вдоль оси истечения) появляются небольшие конденсации, излучающие в запрещенных линиях. Различия в их плотностях, скоростях и размерах и создают достаточно быстро варьирующие профили линий [OI] и [SII].

Логичным умозаключением из вышеизложенного является предположение, что и после описанного в разделе 3.1 максимума блеска на рубеже 2016-

2017гг. можно ожидать появления подобного же сгустка, который в ближайшие годы станет возможным наблюдать непосредственно (и тем самым получить подтверждение данной гипотезы). Аналогичные наблюдения образования новых начальных сгустков в джетах после вспышек крайне редки и отмечались, насколько нам известно, пока только у спутника Z CMa [30] и новооткрытого фуора V2494 Cyg [31]. Как объект, испытывающий достаточно частые и мощные вспышки, PV Cep в этом смысле открывает хорошие возможности для проверки и тщательного исследования данного механизма.

4. *V350 Cep*. Звезды PV Cep и V350 Cep не только были открыты одновременно, но довольно похожи и по общему виду спектра, поэтому вполне логично сравнить оба объекта.

Как уже указывалось выше, V350 Cep с 1978г. практически все время находится в максимуме; соответственно, полученный нами и рассматриваемый в данной работе спектр относится к спокойному периоду в состоянии звезды. По общему виду он вполне согласуется с результатами предыдущих наблюдений. Некоторые фрагменты показаны на рис.7.

Измеренные эквивалентные ширины наиболее характерных линий FeI, FeII и HeI показали превосходное согласие со значениями 1990г., приведенными в [19]. Интенсивность флуоресцентных линий FeI в нашем спектре несколько снижена по сравнению с периодом 1978-1994гг. [20]. Также практически не изменились интенсивности запрещенных линий [OI] и [SII]. Линия Hα в нашем спектре 2015г. имеет выраженный профиль P Cyg (рис.7). По эквивалентной ширине (около -24 Å для основного эмиссионного компонента, и 0.2 Å для абсорбционного, который опускается ниже уровня континуума) она соответствует данным 1990, 1994, 2005 и 2007гг. [19,6,21]. Лучевые скорости запрещенных эмиссий оказались отрицательными: -117 км с$^{-1}$ для [OI] и -97 км с$^{-1}$ для [SII]. Для линии Hα были получены значения +46 и -270 км с$^{-1}$ (эмиссионные пики) и -167 км с$^{-1}$ (абсорбционный компонент). Эти значения для Hα очень

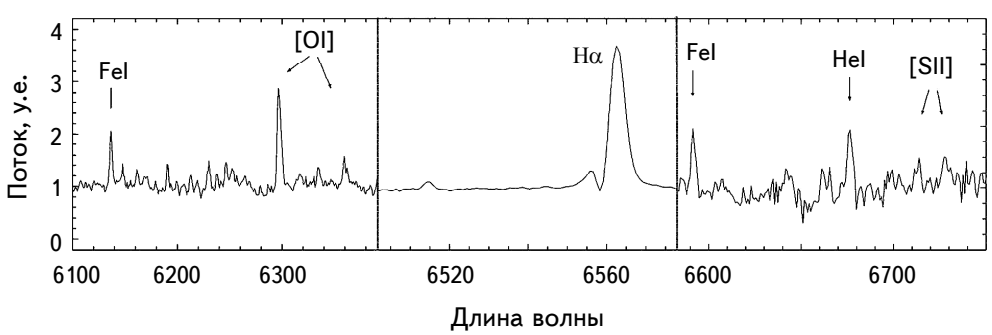

Рис.7. Фрагменты нормированного к континууму спектра V350 Cep, показывающие P Cyg профиль линии Hα, запрещенные линии [OI] и [SII], и флуоресцентные линии FeI.

хорошо согласуются с результатами 2005 и 2007гг.

Таким образом, активность V350 Cep со времени подъема блеска, т.е. уже более 40 лет, находится на практически неизменном уровне. Однако сопоставление имеющихся литературных данных о профиле линии Hα приводит нас к любопытному и ранее нигде не упоминавшемуся заключению. А именно, от момента первых наблюдений (1978) и до июля 1985г. включительно [18,32,20] профиль P Cyg в линии Hα не наблюдался, в то время как с октября 1986 г. он присутствует постоянно [20,19,6,21 и настоящая работа].

Вышеперечисленные факты указывают, что V350 Cep окружена аккрецирующим диском, который не только создает избыток в далеком ИК диапазоне, но и иногда проявляет себя в UX Ori-подобных ослаблениях блеска [33]. Впрочем, на поглощении наличие диска сказывается не сильно: $A_V = 1^m.2$ [34]. После подъема блеска вокруг звезды образовалась довольно плотная расширяющаяся оболочка с диапазоном скоростей в несколько сот километров в секунду и из-за постепенного увеличения плотности в ней появились профили типа P Cyg. Вопрос о существовании у V350 Cep коллимированного потока пока остается открытым. С одной стороны, подобный поток не был обнаружен прямыми наблюдениями (результаты [19] не вполне убедительны); с другой стороны, не исключено, что V350 Cep может быть источником объекта Хербига-Аро HH 235 [35], хотя довольно слабые запрещенные линии [OI] и [SII], во всяком случае, указывают на незначительную интенсивность ударного возбуждения в оболочке самой звезды.

5. *Обсуждение*. Отсутствие каких-либо фотосферных линий в спектре PV Cep весьма затрудняет ее классификацию и определение других параметров. Спектральный тип A5 был оценен в [4] довольно условно. В работе [10] упоминается единственный случай, когда в 1978г. в синей области спектра PV Cep наблюдались абсорбционные линии, соответствующие позднему типу (G8-K0); поскольку подобный спектр никогда более не наблюдался, к этой оценке тоже следует отнестись с осторожностью.

Точно так же разнились принятые для расчетов оценки расстояния PV Cep (взятые авторами в основном из различных звездно-астрономических исследований): 500 пк [4], 440 пк [27], 280 пк [34] и 325 пк [12]. В настоящее время, благодаря доступности данных обсерватории Gaia, параллакс PV Cep известен весьма точно; он соответствует расстоянию 340 пк [36].

Также и оценка поглощения в направлении на PV Cep представляет собой достаточно трудную задачу. Цвет звезды и быстрое падение интенсивности континуума в синей области указывают лишь, что поглощение значительно. Основная его часть, несомненно, возникает в околозвездном диске. Оно заметно меняется во времени, существенно влияя на наблюдаемые колебания

блеска PV Cep. Более того, как показано в [13], наблюдается существенная разница в поглощении между северной и южной (излучение которой проходит через диск) долями истекающего потока.

Неудивительно, что оценка болометрической светимости PV Cep оказывается непростой задачей. Если рассмотреть самые последние работы, то в [12] болометрическая светимость собственно звезды была оценена в $\approx 17\,L_\odot$ (при спектральном классе G8, взятом из [10]), а светимость аккреционного диска, который и создает значительную долю общего излучения PV Cep, оказалась значительно большей: $\approx 40\,L_\odot$ при низком уровне блеска и $\approx 80\,L_\odot$ в максимуме 2006г. Однако в работе [13] оценка аккреционной светимости по данным 2012г. оказалась на порядок меньшей: $\approx 5.7\,L_\odot$, что авторы объясняют дальнейшим снижением темпа аккреции. Если учесть, что в [13] используется явно завышенное расстояние до объекта (500 пк при реальном 340 пк), это расхождение окажется еще более сильным. Таким образом, можно принять, что в настоящем состоянии глубокого минимума блеск PV Cep определяется практически только излучением собственно звезды, т.е. $L_{\rm bol} \approx 20\,L_\odot$.

Ситуация с V350 Cep, спектральный класс которой надежно известен, проще. Расстояние до скопления NGC 7129, в которое входит эта звезда, оценивалось разными авторами от 800 до 1260 пк. Однако параллаксы, полученные с помощью космической обсерватории Gaia, позволили получить довольно точное значение 900 пк [37]. Оценив среднее значение V для V350 Cep по кривой блеска 1993-2014гг. как $16^{\rm m}.1$ [16], приняв вышеуказанные значения расстояния и поглощения, а также учитывая болометрическую поправку для спектрального класса M2 [38], мы получили для послевспышечной светимости этого объекта оценку $3.3\,L_\odot$. К сожалению, выделить составляющую аккреционной светимости по имеющимся данным невозможно.

Главный вопрос - необычный характер переменности обеих звезд и их классификация - по-прежнему остается открытым. Рассмотрим вначале V350 Cep. Очевидно, что подъем блеска звезды вызван резким ростом темпа аккреции, но последующее устойчивое состояние на максимальном уровне в своем роде уникально. Недавно опубликованная еще одна историческая кривая блеска 1970-1985гг. подтверждает, что рост яркости начался именно в 1971-1972гг. и никаких других заметных вспышек с 1885г. не происходило [33].

V350 Cep была предварительно отнесена к классу возможных эксоров [5], а впоследствии исключена оттуда [6], прежде всего ввиду отсутствия рекуррентных вспышек (хотя по светимости она соответствует типичным эксорам). С другой стороны, по кривой блеска объект в точности соответствует классическим фуорам с медленным нарастанием светимости, например, V1515 Cyg, причем после 1997г. наблюдается даже характерное для многих фуоров очень медленное понижение блеска [16]. Возможная связь с коллимированным

истечением также роднит V350 Cep с фуорами. Стоит отметить также впечатляющую неизменность спектральных характеристик на протяжении практически 40 лет (не считая линии Hα). P Cyg-компоненты в линиях Hα и NaD с широким и почти прямоугольным профилем также напоминают фуоры [6,21]. Довольно низкая светимость V350 Cep нетипична для фуоров, но все же не исключительна. Однако в остальном изобилующий эмиссиями спектр V350 Cep соответствует звездам CTTS, а не фуорам. Мы склонны согласиться с предположением, высказанным в [16], о сходстве между V350 Cep и V1647 Ori - недавно обнаруженным эруптивным объектом, сочетающим в себе признаки и фуора, и эксора.

Собранные к настоящему моменту наблюдательные факты позволяют с достаточной уверенностью сделать вывод о существовании целого класса промежуточных объектов между фуорами и эксорами, к которому можно отнести (хотя бы предположительно) почти два десятка объектов, причем половина из них видна только в ИК диапазоне. Судя по всему, V350 Cep тоже принадлежит к их числу. Если последующие наблюдения подтвердят стабильность или дальнейшее усиление P Cyg компонента в линии Hα, можно будет допустить, что V350 Cep постепенно продолжает развитие к состоянию типичного фуора. В заключение отметим, что важную информацию для классификации фуоров и фуороподобных объектов можно получить из инфракрасных спектров. К сожалению, насколько нам известно, ИК спектроскопия V350 Cep пока не проводилась.

PV Cep, которая, в отличие от V350 Cep, показывает повторные эрупции, также не может быть отнесена к эксорам по целому ряду причин, детально рассмотренных в исследованиях [39] и [13]. Упомянем лишь основные: PV Cep является объектом большей массы и светимости, чем классические эксоры. Она окружена довольно массивным аккреционным диском. По расчетам [40] и [12] во время и сразу после взрыва скорость аккреции была примерно $10^{-6} M_{\odot}$ г$^{-1}$, а впоследствии она понизилась до $10^{-7} M_{\odot}$ г$^{-1}$ [13], но даже и это значение больше, чем в классических CTTS звездах. Несомненно, PV Cep находится на более ранней эволюционной стадии, чем эксоры. Наконец, она связана с биконической кометарной туманностью и генерирует мощный и протяженный (2.6 пк) коллимированный поток [7,8], что совершенно нехарактерно для эксоров.

Весьма примечательно, однако, что практически все перечисленные выше свойства, наоборот, характерны для фуоров. От классических фуоров, в свою очередь, PV Cep отличается очень развитым эмиссионным спектром и, разумеется, повторными эрупциями. Тем самым она, как и V350 Cep, оказывается объектом, напоминающим V1647 Ori, промежуточным между фуорами и эксорами. Число таких "промежуточных" объектов в последние

годы растет; к ним могут принадлежать, в частности, V346 Nor, V2492 Cyg, V1180 Cas. Мы планируем в дальнейшем вернуться к вопросам классификации молодых эруптивных звезд.

Авторы признательны наблюдателям AAVSO за предоставление данных, имеющих неоценимое значение для исследования переменных звезд. Наблюдения на телескопах САО РАН выполняются при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (включая соглашение No05.619.21.0016, уникальный идентификатор проекта RFMEFI61919X0016).

Авторы благодарят рецензента за ценные советы и комментарии.

Данная работа была частично финансово поддержана Комитетом по науке РА в рамках научного проекта 18T-1C329.

[1] Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна НАН РА, e-mail: hasmik.andreasyan@gmail.com

[2] Специальная астрофизическая обсерватория РАН

PV CEP AND V350 CEP: STARS ON THE WAY BETWEEN FUORS AND EXORS

H.R.ANDREASYAN[1], T.Yu.MAGAKIAN[1], T.A.MOVSESSIAN[1], A.V.MOISEEV[2]

On the base of new observations in 2015-2020 and literature data unusual eruptive variables PV Cep and V350 Cep are considered. It was shown that PV Cep underwent another outburst followed by a decrease in brightness, which generally lasted from 2011 to 2019, and currently the star is in a deep minimum. The outburst was accompanied by significant changes in the intensity and profiles of a number of lines, including $H\alpha$, [SII], and [OI]. The forbidden lines generally have negative radial velocities and are divided into four components, the velocities and relative intensities of which are variable. V350 Cep practically all the time remains at the maximum brightness level, its spectrum virtually does not change last years. The available data suggest that the pronounced P Cyg profile of the $H\alpha$ line in the spectrum of V350 Cep appeared only several years after the luminosity rise, in 1986. The luminosities of the stars in the current state are estimated as $20\,L_{\odot}$ and $3.3\,L_{\odot}$, respectively. It is concluded that both stars can represent so-called intermediate objects between the fuor and exor classes.

Keywords: *PMS-stars: fuors: exors: stars PV Cep and V350 Cep*

ЛИТЕРАТУРА

1. *А.Л.Гюльбудагян*, *Т.Ю.Магакян*, Письма в Астрон. ж., **3**, 113, 1977.
2. *M.Cohen*, *L.V.Kuhi*, *E.A.Harlan*, Astrophys. J. Lett., **215**, L127, 1977.
3. *Т.Ю.Магакян*, *А.С.Амирханян*, Астрон. Цирк., **1038**, 6, 1979.
4. *M.Cohen*, *L.V.Kuhi*, *E.A.Harlan et al.*, Astrophys. J., **245**, 920, 1981.
5. *G.H.Herbig*, in "ESO Workshop on Low Mass Star Formation and Pre-Main Sequence Objects", ed. B.Reipurth, ESO, Garching, 1989, p.233.
6. *G.H.Herbig*, Astron. J., **135**, 637, 2008.
7. *B.Reipurth*, *J.Bally*, *D.Devine*, Astron. J., **114**, 2708, 1997.
8. *M.Gomez*, *B.A.Whitney*, *S.J.Kenyon*, Astron. J., **114**, 1138, 1997.
9. *R.M.Levreault*, Astrophys. J., **277**, 634, 1984.
10. *Т.Ю.Магакян*, *Т.А.Мовсесян*, Астрофизика, **44**, 515, 2001, (Astrophysics, **44**, 419, 2001).
11. *Т.А.Мовсесян*, *Т.Ю.Магакян*, *Д.М.Саргсян и др.*, Астрофизика, **51**, 461, 2008, (Astrophysics, **51**, 387, 2008).
12. *M.Kun*, *E.Szegedi-Elek*, *A.Moór et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **413**, 2689, 2011.
13. *A.Caratti o Garatti*, *R.G.Lopez*, *G.Weigelt et al.*, Astron. Astrophys., **554**, A66, 2013.
14. *А.Л.Гюльбудагян*, *А.Л.Саркисян*, Астрон. Цирк., **972**, 7, 1977.
15. *A.Yu.Pogossiantz*, IBVS, 3624, 1991.
16. *S.Ibryamov*, *E.Semkov*, *S.Peneva*, Res. Astron. Astrophys., **14**, 1264, 2014.
17. *E.H.Semkov*, *S.I.Ibryamov*, *S.P.Peneva*, Bulg. Astron. J., **27**, 75, 2017.
18. *M.Cohen*, *G.A.Fuller*, Astrophys. J., **296**, 620, 1985.
19. *L.F.Miranda*, *C.Eiroa*, *M.Fernandez et al.*, Astron. Astrophys., **281**, 864, 1994.
20. *Т.Ю.Магакян*, *Т.А.Мовсесян*, *Е.Р.Оганесян*, Астрофизика, **42**, 165, 1999, (Astrophysics, **42**, 121, 1999).
21. *S.E.Dahm*, *L.A.Hillenbrand*, Astron. J., **149**, 200, 2015.
22. *V.L.Afanasiev*, *A.V.Moiseev*, Astron. Lett., **31**, 194, 2005.
23. *V.L.Afanasiev*, *A.V.Moiseev*, Baltic Astron., **20**, 363, 2011.
24. *M.V.Penston*, *P.M.Keavey*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **180**, 407, 1977.
25. *T.Neckel*, *H.J.Staude*, *M.Sarcander et al.*, Astron. Astrophys., **175**, 231, 1987.
26. *M.Corcoran*, *T.P.Ray*, Astron. Astrophys., **321**, 189, 1997.
27. *B.Acke*, *M.E. van den Ancker*, *C.P.Dullemond*, Astron. Astrophys., **436**, 209, 2005.
28. *V.P.Grinin*, *A.A.Arkharov*, *O.Yu.Barsunova et al.*, Astron. Lett., **35**, 114, 2009.
29. *M.Hamidouche*, Astrophys. J., **722**, 204, 2010.
30. *E.T.Whelan*, *C.Dougados*, *M.D.Perrin et al.*, Astrophys. J. Lett., **720**, L119, 2010.
31. *T.Yu.Magakian*, *T.A.Movsessian*, *E.H.Nikogossian et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **432**, 2685, 2013.
32. *R.W.Goodrich*, Astron. J., **92**, 885, 1986.
33. *R.Jurdana-Šepić*, *U.Munari*, *S.Antoniucci et al.*, Astron. Astrophys., **614**, A9, 2018.
34. *M.Kun*, *Z.Balog*, *S.J.Kenyon et al.*, Astrophys. J. Suppl., **185**, 451, 2009.

35. *T.A.Movsessian*, *T.Yu.Magakian*, *A.V.Moiseev et al.*, Astron. Bull., **70**, 206, 2015.
36. *C.A.L.Bailer-Jones*, *J.Rybizki*, *M.Fouesneau et al.*, Astron. J., **156**, 58, 2018.
37. *T.Cantat-Gaudin*, *C.Jordi*, *A.Vallenari et al.*, Astron. Astrophys., **618**, A93, 2018.
38. *P.Hartigan*, *K.M.Strom*, *S.E.Strom*, Astrophys. J., **427**, 961, 1994.
39. *D.Lorenzetti*, *T.Giannini*, *V.M.Larionov et al.*, Astrophys. J., **732**, 69, 2011.
40. *D.Lorenzetti*, *V.M.Larionov*, *T.Giannini et al.*, Astrophys. J., **693**, 1056, 2009.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64 МАЙ, 2021 ВЫПУСК 2

КИСЛОРОДНЫЕ ХОЛОДНЫЕ ЗВЕЗДЫ В ОБЛАСТИ ЦЕФЕЯ. НОВЫЕ СПЕКТРОСКОПИЧЕСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ ИЗБРАННЫХ ОБЪЕКТОВ ИЗ КАТАЛОГА KP2001

Г.В.ПЕТРОСЯН, К.С.ГИГОЯН[2], Э.КАРАПЕТЯН[1], Г.Р.КОСТАНДЯН[2]

Поступила 9 марта 2021
Принята к печати 3 мая 2021

Спектры 2.6-м телескопа Бюраканской астрофизической обсерватории (БАО) в диапазоне $\lambda\lambda\,4000-7250$Å для восьми M гигантов из каталога KP2001 подтверждают их богатую кислородом природу. Рассмотрены особенности спектров этих объектов. Представлены некоторые важные физические параметры из базы данных Gaia EDR3. Используя данные мониторинга ASAS-SN, исследована оптическая переменность.

Ключевые слова: *звезды: обзор: классификация: переменность*

1. *Введение*. Несколько областей Цефея ранее наблюдались в Бюраканской астрофизической обсерватории (БАО, Армения) с помощью 1-м телескопа Шмидта, оснащенного объективной призмой 1°.5. Использовалась эмульсия Kodak I-N, имеющая высокую чувствительность в диапазоне $\lambda\lambda 6800-8800$Å. На этих спектральных пластинках звезды класса M очень хорошо выделяются от звезд других классов компактностью и яркостью в ближнем инфракрасном диапазоне. Дальнейшие исследования показали, что выбранные области богаты звездами класса M с максимумом плотности при $\alpha = 23^h32^m.7$ и $\delta = +67°$ (галактические координаты $L = 115°.3617$ и $B = +5°.302$). Эти результаты способствовали конкретным наблюдениям данной области с помощью объективной призмы 4°, которая позволяет классифицировать звезды класса M, используя ту же самую эмульсию. Первые результаты опубликовали Казарян и Петросян [1]. Был создан каталог M-звезд (KP2001) ("M-звезды в области Цефея", SIMBAD VizieR каталог J/other/Ap/44.335). Позднее CCD-спектры среднего разрешения для выборки объектов каталога KP2001 были получены на 1.52-м телескопе Болонской астрономической обсерватории (Италия) в Лойано [2,3], а также на 2.6-м телескопе БАО [4].

В этой статье мы представляем новые CCD-спектры для восьми объектов из каталога KP2001. Для наблюдаемых объектов важные физические параметры рассмотрены с использованием данных Gaia.

Таблица 1

ЖУРНАЛ НАБЛЮДЕНИЙ ДЛЯ ВОСЬМИ KP2001 M-ГИГАНТОВ

KP2001 номер	Дата наблюдений	Номер наблюдений	Время экс. (с)	KP2001 [1] подкласс
13	20.09.2016	SC431005	60	M3
36	--- --- ---	SC431017	60	M4
46	25.09.2016	SC432025	180	M5
95	--- --- ---	SC433027	600	M3
171	--- --- ---	SC433032	180	M5
209	--- --- ---	SC433036	240	M7
128	26.09.2016	SC434003	300	M5
257	--- --- ---	SC344005	300	M7

2. *Спектроскопия*. Спектры среднего разрешения восьми объектов из каталога KP2001 были получены 20, 25 и 26 сентября 2016г. на 2.6-м телескопе. В табл.1 представлен журнал наблюдений объектов из каталога KP2001. Использовался спектрограф SCORPIO с гризмой №600 и детектором EEV 42-40 CCD размером в 2048×2048 пикселей (размер пикселя 13.5 мкм,

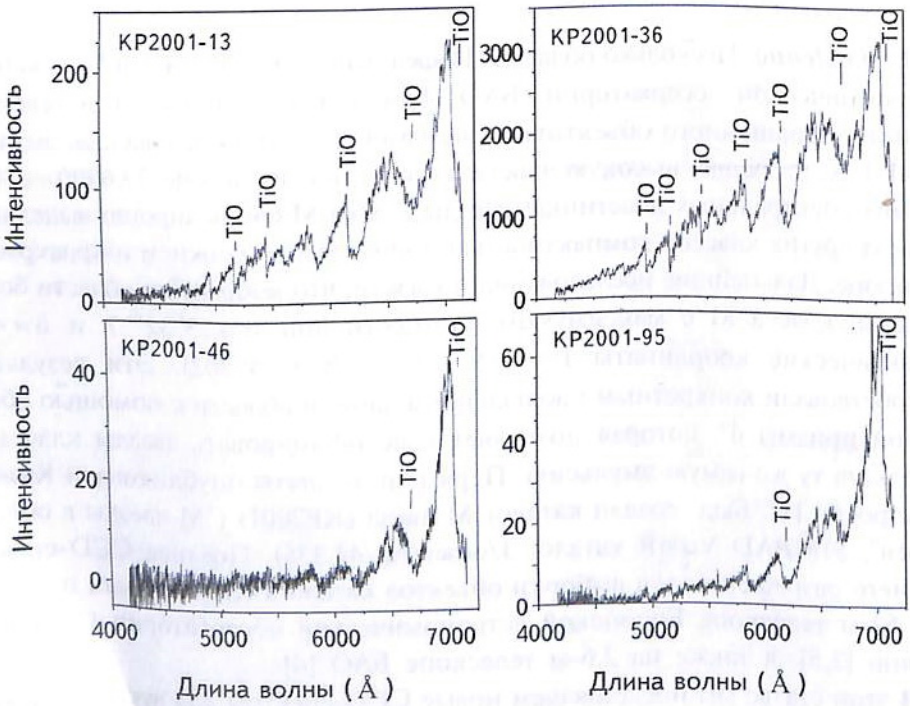

Рис.1. *CCD*-спектры 2.6-м телескопа в диапазоне $\lambda\lambda 4000 - 7250$Å. Указаны широкие абсорбционные полосы молекулы TiO.

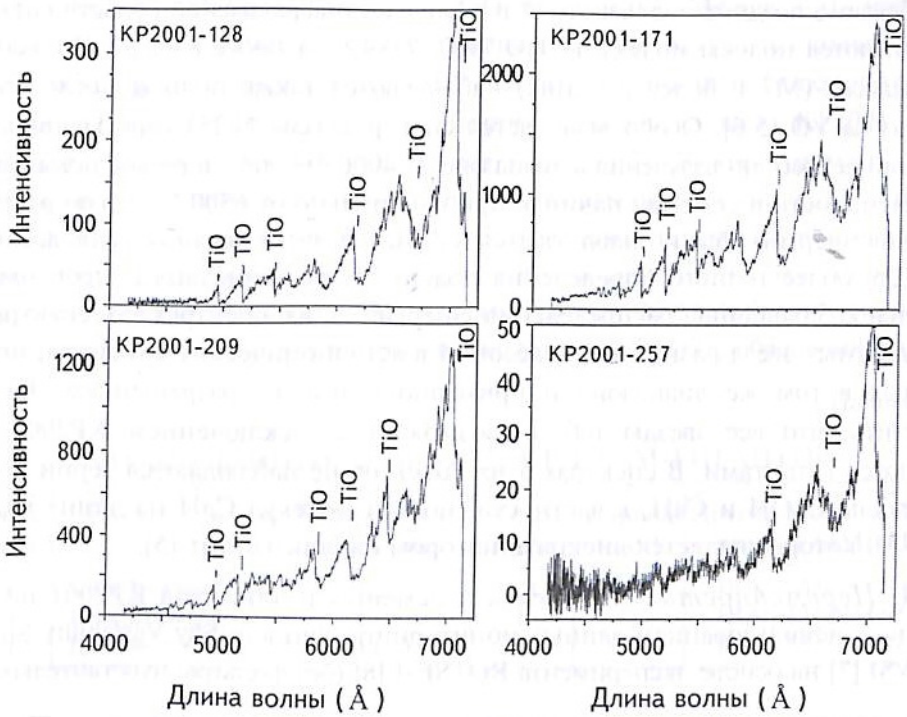

Рис.1. Продолжение

разрешение ~6 Å, спектральный диапазон λλ4000–7250Å). Обработка наблюдений проводилась с помощью пакета MIDAS-ESO. Отметим, что спектры этих обьектов не регистрированы с помощью телескопа LAMOST (Large Sky Area Multi-Object Fiber Spectroscopic Telescope).

На рис.1 представлены CCD-спектры 2.6-м телескопа для восьми объектов из каталога KP2001.

3. *Особенности спектров*. Исследованию спектров с средней и высокой дисперсией M-звезд (как в оптическом, так и в инфракрасном диапазоне спектра: для гигантов и для карликов) посвящены многочисленные работы. Большое количество работ также посвящено фотометрическому исследованию и переменности M-гигантов, которые обобщены в сборнике публикаций NASA SP-492 [5], где детально рассмотрены характеристики спектров M-гигантов и карликов. Спектральные особенности M-звезд подклассов M0-M10 подробно приводятся в [6].

Из рис.1 видно, что спектры всех наблюдаемых объектов типичны для гигантов класса M с интенсивно выраженными полосами поглощения молекулы TiO на 4761, 4954, 5167, 5448, 5862, 6159, 6700 Å. Интенсивность этих полос

ослабевает в поздних подклассах M и в близкой инфракрасной области спектра усиливаются полосы молекулы TiO 7100, 7589 Å , а также 8432 Å . В поздних подклассах (M7 и более поздних) наблюдаются также полосы поглощения молекулы VO [5,6]. Особо выделяется спектр звезды №257 (рис.1), показывающий депрессию излучения в диапазоне $\lambda\lambda 4000-6000$Å , и резкое повышение интенсивности в спектре, начиная приблизительно от 6500 Å . Такое распределение энергии обычно наблюдается в спектрах звезд поздних подклассов M [6]. Для более точного определения подкласса объектов табл.1, необходимо детальное сравнение распределения энергии в их спектрах со спектрами стандартных звезд разных подклассов M в астрономических каталогах, полученных в том же диапазоне и примерно с тем же разрешением. Важно отметить, что все звезды табл.1 (возможно за исключением KP2001 46) являются гигантами. В спектрах этих объектов не наблюдаются серии полос молекулы CaOH и CaH, в частности, полоса молекул CaH на длине волны 6383 Å , которая является дискриминатором карлик/гигант [5].

4. *Переменность*. Оптическая переменность объектов KP2001 исследована с использованием данных мониторинга Northern Sky Variability Survey (NSVS) [7] на основе эксперимента ROTSE-I [8] (без фильтра; чувствительность

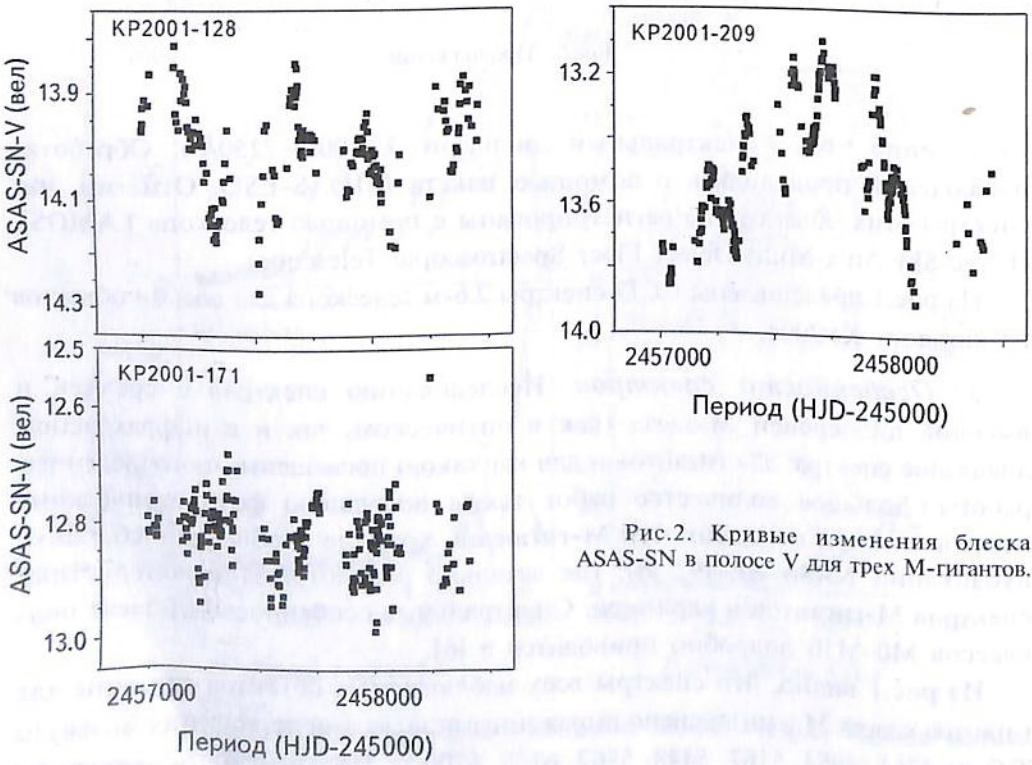

Рис.2. Кривые изменения блеска ASAS-SN в полосе V для трех M-гигантов.

в R-диапазоне, TH7899M 2K×2K CCD приемник). Между тем, многие объекты каталога КР2001 не представлены в архиве NSVS, поскольку они слабее, чем предел обнаружения NSVS ($15^m.5$). Трудности возникают также при анализе кривых блеска для некоторого количества звезд КР2001, что связано с короткой базой NSVS (менее 1 года) [7]. Важно отметить, что объекты каталога КР2001 не имеют записей в базе данных Catalina Sky Survey (CSS) [9], которая более глубокая, чем NSVS. Была также проверена переменность восьми наблюдаемых КР2001 М-гигантов в базе данных All-Sky Automated Survey for Supernovae [10,11] (ASAS-SN). Проект ASAS-SN - оптический мониторинг всего неба с фотометрической глубиной $V=17^m$, обеспечивающий

Таблица 2

ASAS-SN ДАННЫЕ ДЛЯ ТРЕХ КР2001 М-ГИГАНТОВ

КР2001 номер	ASAS-SN номер	Средняя V величина	Класс перем.	Период (дни)	Другие ассоц. в базе данных SIMBAD
171	J234026.89+655206.9	12.82	SR	413	IRAS 23381+6535
209	J234618.50+664927.4	13.50	L		IRAS 23439+6632
128	J233059.36+683632.7	14.00	SR	687	IRAS 23287+6819

также и классификацию переменности. В базе данных мониторинга ASAS-SN было зарегистрировано только три из восьми объектов, рассмотренных в табл.1. Два из них (№128 и 171) уже классифицированы как переменные SR на основе записей NSVS (см. табл.1 статьи [7]).

В табл.2 представлены ASAS-SN данные о переменности для трех М-гигантов из каталога КР2001.

На рис.2 представлены ASAS-SN кривые блеска в полосе V для трех М-гигантов.

Таблица 3

GAIA EDR3 ДАННЫЕ ДЛЯ ВОСЬМИ КР2001 М-ГИГАНТОВ

КР2001 номер	Gaia G (вел.)	BP-RP цвет (вел.)	T_{eff} (K)	RV (км/с)	Расстояние (пс.)	M (G) (вел.)
13	12.71	4.15	3287	-73.44	4529	-2.30
36	13.29	4.93	3293		4515	-1.70
46	14.49	1.39			638	+4.49
95	12.18	3.57	3421		5484	-3.15
128	11.96	4.87	3325		2811	-1.45
171	10.34	3.97	3289	-73.36	1134	-1.71
209	10.28	4.91	3297	-31.10	2257	-2.18
257	11.87	4.95	3325		1766	-0.32

5. *Данные Gaia*. Для получения абсолютных звездных величин восьми наблюдаемых объектов, были использованы фотометрические данные каталога Gaia Early Data Release 3 (Gaia EDR3 [12]) и оценки расстояний, полученных Байлер-Джонсом и др. [13]. В этом каталоге для восьми объектов мы рассмотрели первые геометрические расстояния, где используется параллакс вместе с априорными расстояниями, зависящими от направления. Абсолютные величины в полосе G оценивались с помощью обычного уравнения:

$$M(G) = G - 5\log r + 5 - A(G). \quad (1)$$

В табл.3 представлены некоторые важные данные восьми KP2001 M-гигантов из каталога Gaia EDR3.

6. *Заключение*. Спектры 2.6-м телескопа БАО в диапазоне $\lambda\lambda 4000 - 7250$Å для восьми M-гигантов из каталога KP2001 подтверждают их богатую кислородом природу. Рассмотрены особенности спектров этих обьектов. Представлены некоторые важные физические характеристики этих гигантов из баз данных Gaia EDR3 и ASAS-SN.

В этой работе использовались данные миссии Gaia Европейского Космического Агентства (ESA) (https://cosmos.esa.int/gaia/), обработанные консорциумом обработки и анализа данных Gaia (DPAC, https://www. cosmos.esa.int/web/gaia/dpac.consortium/).

[1] Ереванский государственный университет, Армения,
e-mail: e.karapetyan@ysu.am
[2] НАН РА Бюраканская астрофизическая обсерватория
им. В.А.Амбарцумяна, Армения, e-mail: kgigoyan@bao.sci.am

OXYGEN RICH COOL STARS IN THE CEPHEUS REGION. NEW SPECTROSCOPIC OBSERVATIONS OF SELECTED OBJECTS FROM KP2001 CATALOGUE

G.V.PETROSYAN[1], K.S.GIGOYAN[2], E.KARAPETYAN[1], G.R.KOSTANDYAN[2]

2.6 m telescope spectra Byurakan Astrophysical Observatory (BAO) in the range $\lambda\lambda 4000 - 7250$Å for eight M giants from catalogue KP2001 confirm oxygen-rich nature for all of them. The characteristic spectral features are considered for observed objects. Some important physical parameters are presented

from the Gaia EDR3 data base. Optical variability are investigated using ASAS-SN monitoring data.

Keywords: *stars: surveys: classification: variability*

ЛИТЕРАТУРА

1. *М.А.Казарян, Г.В.Петросян*, Астрофизика, **44**, 413, 2001, (Astrophysics, **44**, 335, 2001).
2. *C.Rossi, S.Gaudenzi, G.V.Petrosyan et al.*, Astrophysics, **52**, 523, 2009.
3. *G.V.Petrosyan, C.Rossi, S.Gaudenzi et al.*, Astrophysics, **58**, 503, 2015.
4. *Г.В.Петросян*, Астрофизика, **56**, 459, 2013, (Astrophysics, **56**, 421, 2013).
5. *H.R.Johnson, F.R.Querci*, "The M-Type Stars", NASA SP-492, 1986.
6. *R.O.Gray, C.J.Corbally*, "Stellar Spectral Classsification", Princeton University Press, 2009.
7. *Г.В.Петросян*, Астрофизика, **61**, 65, 2018, (Astrophysics, **61**, 50, 2018).
8. *P.R.Wozniak, W.T.Vestrand, C.W.Akerlof et al.*, Astron. J., **127**, 2436, 2004.
9. *A.J.Drake, M.J.Graham, S.G.Djorgovski et al.*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **213**, 9, 2014.
10. *C.S.Kochanek, B.J.Shappee, K.Z.Stanek et al.*, Publ. Astron. Soc. Pacif., **129**, 1, 2017.
11. *T.Jayasinghe, C.S.Kochanek, K.Z.Stanek et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **477**, 3145, 2018.
12. *A.G.A.Brown, A.Vallenari, T.Prusti et al.*, Astron. Astrophys., (2021, accepted).
13. *C.A.K.Bailer-Jones, J.Rybizki, M.Fouestneau et al.*, Astron. J., (accepted), arXiv 2012.05220.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64 МАЙ, 2021 ВЫПУСК 2

MODULATION OF GALACTIC COSMIC RAYS DUE TO MAGNETIC CLOUDS AND ASSOCIATED STRUCTURES IN THE INTERPLANETARY SPACE: 1996-2018

M.FADAAQ, B.BADRUDDIN

Recieved 27 February 2021
Accepted 3 May 2021

We study the modulation of galactic cosmic rays due to magnetic clouds observed during solar cycles 23 and 24 (1996-2018). We utilize solar wind plasma and field data together with cosmic ray intensity (CRI) data during the passage of magnetic clouds and associated structures. We apply superposed epoch analysis to analyze these data. We study the relative importance of magnetic clouds and their associated structures in modulating the cosmic rays. We observe significant differences in the amplitudes and time profiles of transient depressions in cosmic ray intensity due to magnetic regimes of different field strengths and topologies. We discuss the observed results in light of differences in the simultaneous plasma and magnetic field properties.

Keywords: *cosmic ray: interplanetary space: magnetic cloud: solar wind: interplanetary magnetic field*

1. *Introduction*. Magnetic clouds are high-field structures propagating in the interplanetary space. They are a subset of interplanetary coronal mass ejection (ICME) characterized by the high magnetic field, low proton temperature, low plasma beta, and smoothly rotating magnetic field [1,2]. ICMEs can significantly affect near-Earth space, geomagnetic activity [3-7] and galactic cosmic ray (GCR) intensity [8-20] in the interplanetary space, especially when they are driving shock and forming shock-sheath region ahead [21-24].

Moreover, there is some evidence that magnetic clouds (MC) structures are more geo-effective (i.e., effective in producing geomagnetic disturbances) as well GCR-effective (i.e., effective in depressing the GCR intensity) than the ICME structures that are not magnetic clouds [25-27].

In this work, we concentrate specifically on the role of MCs and their associated feature in transient GCR-modulation using a large set of MC data for the last two solar cycles 23 and 24. These MCs provide an exciting set of interplanetary structures. Some of them are just high-field closed magnetic structures with specific field topology (isolated MCs). Some of these closed high field structures are followed by high-speed solar (HSS) wind streams, presumably from the open field region of coronal holes (MCs followed by HSS). In addition, many

other MCs are associated with a shock-sheath region preceding them (shock-associated MCs). The shock-sheath region forms ahead of an MC due to the interaction between high-speed MCs and slower ambient solar wind plasma and magnetic field. The magnetic field is high both in the MC and the shock-sheath region. However, in contrast to the smooth and closed magnetic field (flux rope) inside the MC, the magnetic field in the shock-sheath region is usually turbulent [11,28,29]. Thus, by studying the effectiveness of these high magnetic field regions with different field properties and topologies, we can isolate the magnetic regime most important for transient cosmic ray modulation. Consequently, we can identify physical mechanisms playing an important role in the transient modulation of cosmic rays.

Forbush decreases (sudden decreases in GCR intensity within about a day followed by a slower recovery of intensity in few days) play an important role in transient modulation of GCRs. Such depression is often observed during the passage of shock-sheath-associated magnetic clouds. However, the role of the turbulent magnetic field (in shock-sheath region) and smooth magnetic field (in MCs), their relative contribution in generating Forbush decreases has been debated for quite some time [22,28,30] after their identification from space observations [1]. The relative contribution of the shock-sheath and MC regions to Forbush decreases has generally been inconclusive. It ranges from essentially no role of MCs [22,28,31] to some minor role [11,22] or even equal role [25] of MCs in transient modulation of GCRs due to shock-associated magnetic clouds. In this work, we intend to focus our study on the following points: (a) whether an isolated MC, without any additional associated feature preceding or following it, is effective in transient modulation of cosmic rays, (b) does a high-speed solar wind stream (HSSWS) following a magnetic cloud has any significant influence in modulating the cosmic ray intensity, and (c) what is the relative importance of shock-sheath and magnetic cloud regions of different field properties in transient modulation of cosmic rays. This work aims to provide further insight into the phenomenon of transient Forbush decreases after performing a systematic study using magnetic clouds with different associated features detected during solar cycles 23 and 24.

2. *Data and analysis*. We have utilized the magnetic clouds observed in the near-Earth space for two consecutive solar cycles 23 and 24 (1996-2018) [http://www.srl.caltech.edu/ACE/ASC/DATA/level3/icmetable2.htm]. Neutron monitor data of two stations, Oulu [https://cosmicrays.oulu.fi/] and Moscow [http://cr0.izmiran.ru/mosc/main.htm] were used as a measure of galactic cosmic ray intensity. Interplanetary plasma and field data [https://omniweb.gsfc.nasa.gov/form/dx1.html] were also utilized. In this work, hourly data of GCR intensity and interplanetary plasma and field parameters were subjected to superposed epoch

analysis with respect to MCs of different specified groups, detected during continuous 23 years spanning two recent solar cycles 23 and 24. For the data analysis, all the detected MCs were divided into three groups: (A) In this group of magnetic clouds, the solar wind disturbances (sudden enhancement in solar wind plasma velocity, plasma density, temperature, and pressure, as well as an interplanetary magnetic field) were observed a few hours before the MC arrival (shock-associated magnetic clouds). (B) In this group of MCs, no disturbance in plasma and field parameters is detected ahead of MCs, but they were followed by the high-speed solar wind. (C) This group of MCs was just the high magnetic field structures of magnetic clouds without any disturbance before or after it.

Cosmic ray and plasma/field data were analyzed using superposed epoch analysis, with reference to all the above groups of MCs. For the analysis of cosmic ray, plasma, and field data during the passage of group (A) magnetic clouds (i.e., shock-sheath associated MCs), the epochs were systematically shifted as (i) start time of shock (ii) start time of MC, (iii) time of maximum magnetic field strength and (iv) time of maximum sigma in magnetic field vector (SigmaF) during the passage of shock-sheath-MC structure. Superposed Epoch analysis of neutron monitor, and solar wind plasma and field data has also been performed with respect to the arrival time of MCs (not associated with shock-sheath region), both followed (group B) and not followed (group C) by high-speed solar wind streams presumably originating in coronal holes.

In addition to superposed epoch analysis, correlation analysis has also been performed between the magnitude of cosmic ray decrease due to the passage of individual MCs and corresponding magnitudes of various solar wind plasma and field parameters and their functions.

3. *Results and discussion.* A magnetic cloud moving in interplanetary space, if fast enough, forms a shock-sheath region ahead of it due to its interaction with the slower ambient solar wind plasma and interplanetary magnetic field. Thus, a unified structure (shock-sheath-MC) may pass a point in space (e.g., Earth/spacecraft) during its propagation into the interplanetary space. At the time of shock crossing, there is a sudden jump in the plasma parameters (solar plasma velocity, density, and temperature) and the interplanetary magnetic field strength. Plasma density and temperature remain enhanced during the passage of the sheath region (sheath duration is usually $\lesssim 1$ day), while these interplanetary plasma parameters are much lower during the passage of MC. On the other hand, the magnetic field strength remains enhanced both during the passage of the shock-sheath and MC region. However, although enhanced, the magnetic field within the shock-sheath region is turbulent. It is magnetically quit (non-turbulent) with smooth field lines inside the MC [28,32].

However, slow MCs propagating in interplanetary space with nearly the same speed as the ambient solar wind are unlikely to form a shock-sheath region in front of them. Such MCs are a low density, the low-temperature region of the high magnetic field with specific field topology. We call them MCs not associated with shock or MCs without shock.

In Fig.1a, we have plotted the superposed epoch analysis results of hourly data of cosmic ray intensity together with interplanetary plasma and field data. Cosmic ray intensity data from two neutron monitoring stations, Oulu and Moscow, are plotted in this figure. Interplanetary plasma and field data plotted in this figure are: Solar wind velocity V, Interplanetary magnetic field (IMF) strength B, its north-south component Bz, Sigma in IMF vector σF, "Normalized σF" $\sigma F/B$, and Interplanetary electric field BV/1000.

The superposed epoch plots have been generated using these data from 3 days (72 hours) before the epoch (zero hour) till nine days (216 hours) after the epoch time. In this Fig.1a, the epoch time is the start time (arrival) of shock disturbance of the shock-associated magnetic cloud crossing the near-Earth space observed during 1996-2018. This figure provides the plasma, field, and cosmic-ray behavior for three days before the arrival of shock-associated MCs, at the shock time, during the passage of the sheath region, during magnetic clouds, and up to several days after the passage of shock-sheath-MC structures. Simultaneous plots of neutron monitor data provide cosmic-ray behavior before, during, and after the passage of such structures. The selected plasma and field parameters enable us to identify, and distinguish between, the shock-sheath-MC structures and/or help us in understanding the physical mechanism of transient modulation of galactic cosmic rays.

Fig.1a provides the average cosmic ray response to the passage of shock-associated MC of two solar cycles (23 & 24), in addition to useful information about plasma and field properties during the passage of distinct regions of the structure. Examination of Fig.1a shows that the GCR intensity started decreasing near the zero hour (arrival of shock); it reached a minimum intensity level in two steps. The first step (~85% of total decrease) happens within the first few (~8) hours. During the second step, the slower one ~15% of the total decrease occurs in ~16 hours. Thus, the total average duration of intensity decrease being ~24 hours. After reaching a minimum level, the intensity starts increasing (recovering), and complete recovery to the pre-decrease level takes several days.

From the average pattern of variations/changes in the GCR intensity and interplanetary plasma/field parameters before, during, and after the passage of shock-sheath-MC structure, we observe the following (see Fig.1a). A sudden increase in parameters B, V, σF, $\sigma F/B$, and BV/1000 indicates the arrival of shock front of the shock-sheath-MC structure. Almost at the same time, we notice a fast decrease in GCR intensity at both the neutron monitors at Oulu and

Moscow.

The whole intensity decrease (start till minimum) appears to proceed in two steps. The first and faster step of decrease occurs during the first few hours of the passage of the high magnetic region. During this short period, σF is quite high (~2-3 times the ambient value), and "normalized σF" (i.e., $\sigma F/B$) remains higher than its ambient value.

Considering the duration of enhanced "normalized σF ($\sigma F/B$)" above its normal (ambient) value as the duration of sheath passage, and below normal value as the duration of magnetic cloud, the first and faster step of GCR intensity decrease happens during the passage of sheath region.

After the passage of the sheath region, the GCR intensity decreases at a slower

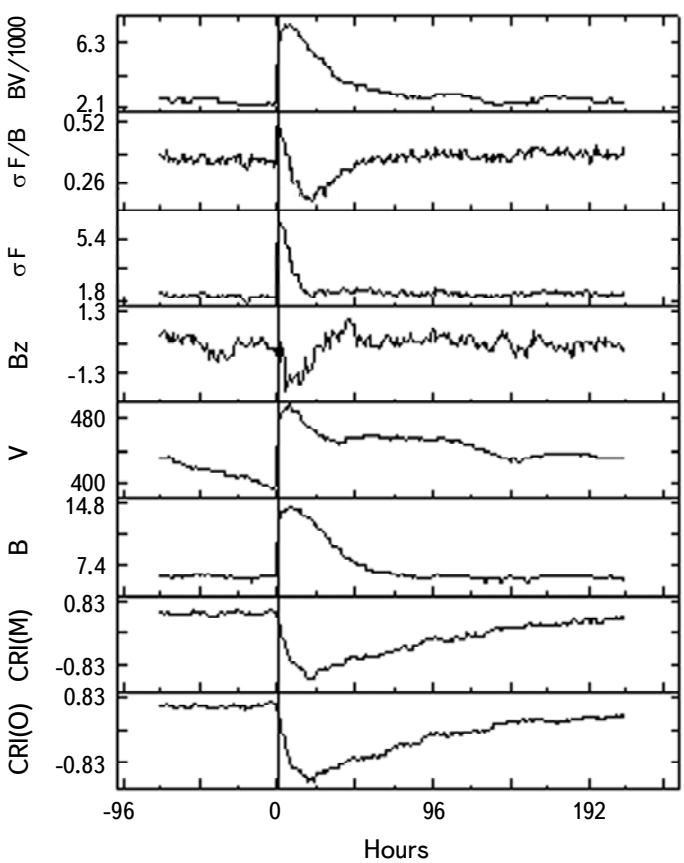

Fig.1a. Superposed epoch analysis results of hourly neutron monitor data of Oulu [CRI(O) (%)] and Moscow [CRI(M) (%)] stations, magnetic field [B (nT)], solar wind velocity [V (km s^{-1})], north-south component of magnetic field [Bz (nT)], sigma in magnetic field vector [Sigma F(nT)], normalized Sigma F [SigmaF/B] and interplanetary electric field [BV/1000 (mV/m)] during the passage of shock-associated magnetic clouds observed in solar cycle 23&24 (1996-2018); Epoch (zero time) corresponds to start time of shock.

rate and the intensity reaches its lowest level after a few hours. This minimum intensity level is interestingly observed at a time when the "normalized σF ($\sigma F/B$)" reaches its minimum level, σF again reaches its normal (ambient) level, and at the time of polarity reversal in the magnetic cloud. Thus, the intensity minimum during the passage of shock-sheath-MC structure appears to happen when the magnetic field variance in MC is at its minimum (lowest $\sigma F/B$) at the time of passage of central axis (time of polarity reversal).

Although the set of MCs used for this plot consists of MCs of all possible polarities, the average Bz behavior shows a southward to northward (SN) turning MC [1,32,33]. Considering the field rotation in the average polarity profile (SN polarity) and $\sigma F/B$ value returning to a normal level, the average duration of passage of the shock-sheath-MC structure can be taken as ~48 hours.

The GCR intensity starts recovering ~24 hours after the onset, suggesting that intensity starts recovering even when the MC structure has to cross the point of observation (e.g., Earth). The complete recovery takes several days even after the passage of MC and associated structure.

The parameter "normalized σF (i.e., $\sigma F/B$)" appears to be a good additional parameter in the identification of shock arrival, as well as in distinguishing between the sheath and MC durations during the passage of shock-sheath-MC structure [27].

To distinguish between the effect of shock-sheath and MC in transient modulation of GCR intensity, we performed the superposed epoch analysis of all the earlier utilized parameters in Fig.1a, but taking the epoch (zero hour) as the MC start time (see, Fig.1b). We observe from Fig.1b that the GCR intensity decrease starts earlier than the arrival of MCs in shock-associated MCs, and major parts of the decrease happen before the arrival of the MC. However, the minimum intensity is attained during the passage of the MC. This intensity minimum happens when $\sigma F/B$ is lowest, and Bz is highest (southward) in the MC. However, the intensity minimum occurs somewhat later than the time of highest field strength (B). The intensity starts increasing (recovering) even though the MC is still passing the observation point, as evident from the time profile plot of parameters B, Bz, and $\sigma F/B$.

In the past, studies have suggested that the amplitude of transient GCR intensity decrease is well correlated (inversely) with the strength of the magnetic field [25,27]. Thus, it will be interesting to see that whether the time of GCR intensity minimum also occurs at the same time as the maximum field intensity. For this purpose, we performed the superposed epoch analysis of the same set of data as in Fig.1a and Fig.1b, but the epoch shifted to the time of maximum field intensity in each shock-associated MC. We observe (see Fig.1c) that the GCR intensity minimum occurs not at the time of field maximum but several hours

after the field maximum during the passage of shock-associated MCs.

We observed in Fig.1a that most of the GCR intensity decrease occurs during the passage of sheath, the region of high σF and $\sigma F/B$. There are some evidences [14] that the amplitude of σF may be correlated (inversely) with the magnitude of GCR intensity decrease during the passage of shock-associated coronal mass ejections. Thus, it seems prudent to see if the GCR intensity minimum occurs when σF is maximum during the passage of shock-associated MCs. For this proposed, we performed superposed epoch analysis of the same set of GCR-intensity and interplanetary plasma/field data as in Fig.1a, but the epoch shifted at the time of the maximum value of σF during the passage of each shock-

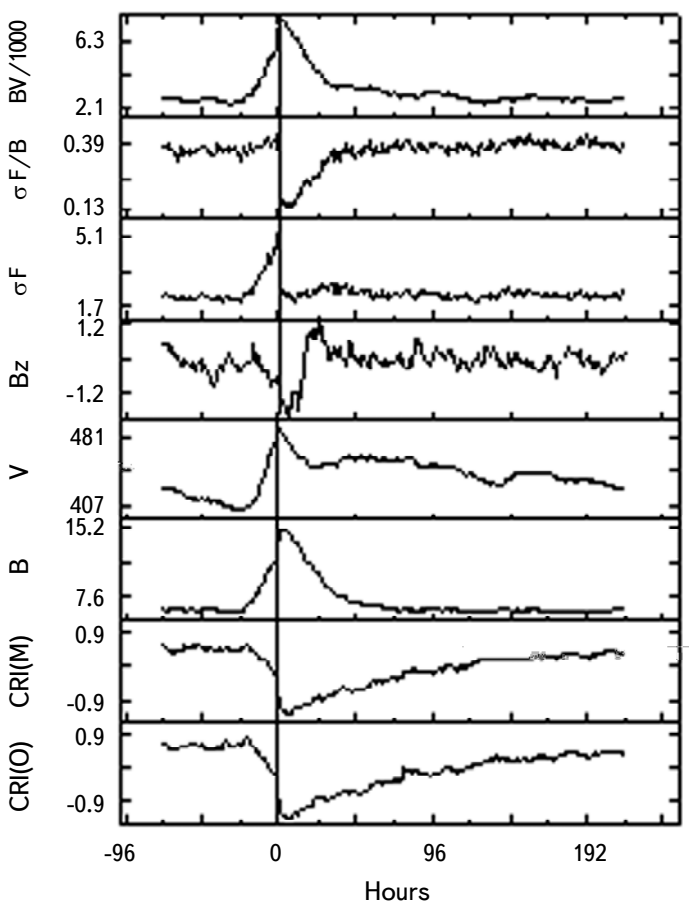

Fig.1b. Superposed epoch analysis results of hourly neutron monitor data of Oulu [CRI(O) (%)] and Moscow [CRI(M) (%)] stations, magnetic field [B (nT)], solar wind velocity [V (km s^{-1})], north-south component of magnetic field [Bz (nT)], sigma in magnetic field vector [Sigma F(nT)], normalized Sigma F [Sigma F/B] and interplanetary electric field [BV/1000 (mV/m)] during the passage of shock-associated magnetic clouds observed in the solar cycle 23&24 (1996-2018); Epoch (zero time) corresponds to start time of MCs.

associated MCs (see Fig.1d). We observe that GCR intensity minimum does not occur at the same time as the σF maximum, but the time of intensity minimum lags by a few hours the time of σF maximum, during the passage of shock-associated MCs.

All the MCs, observed in near-Earth space are not associated with a shock-sheath region. Some of them are just the structures of high field strength with specific plasma and field properties [25,32]. Thus, it is important to know whether these high fields magnetically quiet structures can also produce a significant decrease in GCR intensity when they are not accompanied by a magnetically turbulent high field shock-sheath region. We have performed superposed epoch

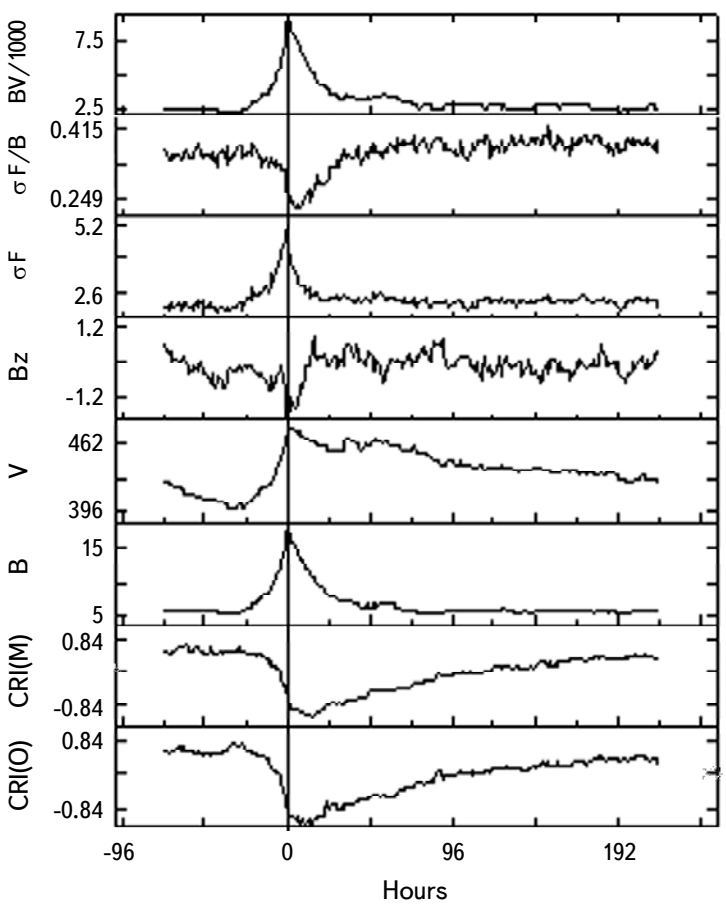

Fig.1c. Superposed epoch analysis results of hourly neutron monitor data of Oulu [CRI(O) (%)] and Moscow [CRI(M) (%)] stations, magnetic field [B (nT)], solar wind velocity [V (km s^{-1})], north-south component of magnetic field [Bz (nT)], sigma in magnetic field vector [Sigma F (nT)], normalized Sigma F [Sigma F/B] and interplanetary electric field [BV/1000 (mV/m)] during the passage of shock-associated magnetic clouds observed in the solar cycle 23 & 24 (1996-2018); Epoch (zero time) corresponds to time of maximum field strength (B-max).

analysis of the same set of cosmic ray and solar wind plasma/field data (as in earlier plotted figures), with respect to the arrival time of MCs not-associated with shock. We observe (see Fig.2a) that passage of such structures does not produce Forbush-type decrease as observed in case of shock-associated MCs (e.g., Fig.1a).

Further, GCR intensity decrease during and after the passage of such MCs is slowly varying depression of small amplitude followed by a slow recovery (see Fig.2a). Such time profiles are generally observed during the passage of high-speed solar wing streams [14,34,35]. From the time profile of B and σF/B in this figure, it appears that the average duration of magnetic clouds is ~24 hours. A careful examination of Fig.2a shows that after MC passage, the cosmic ray intensity remains depressed for quite some time.

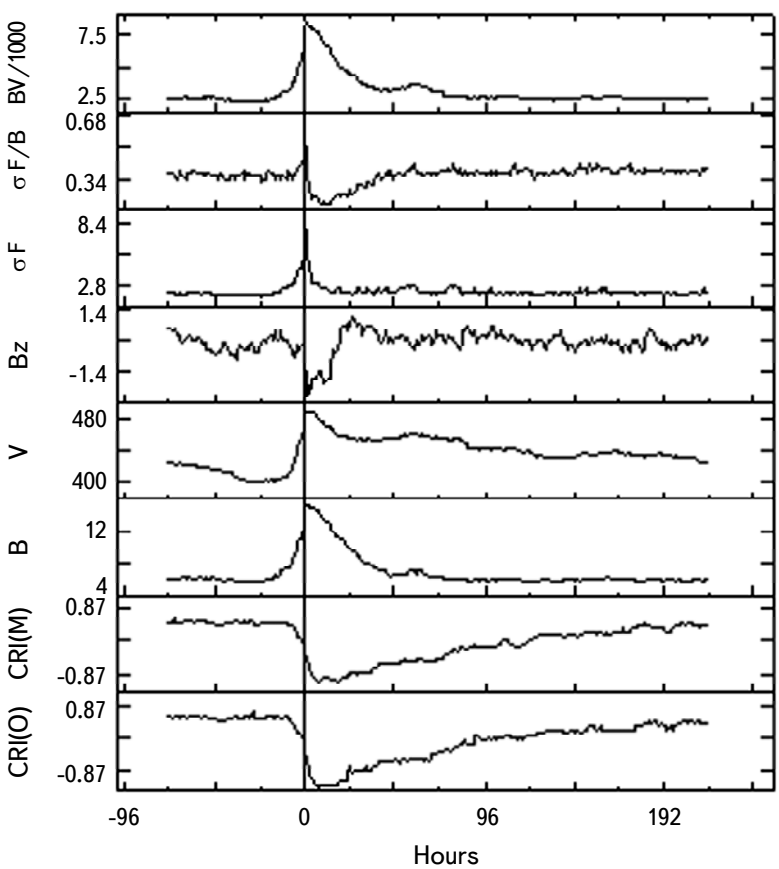

Fig.1d. Superposed epoch analysis results of hourly neutron monitor data of Oulu [CRI(O) (%)] and Moscow [CRI(M) (%)] stations, magnetic field [B (nT)], solar wind velocity [V (km s^{-1})], north-south component of magnetic field [Bz (nT)], sigma in magnetic field vector [Sigma F(nT)], normalized Sigma F [Sigma F/B] and interplanetary electric field [BV/1000 (mV/m)] during the passage of shock-associated magnetic clouds observed in the solar cycle 23&24 (1996-2018); Epoch (zero time) corresponds to time of σF maximum.

It is interesting to note from this figure that there is a significant enhancement in the solar wind velocity after the passage of MC. Thus, it is also a possibility that this enhanced solar wind speed after MC passage may also have influenced the cosmic ray intensity time profile [30,34,36].

In order to see whether this depression, although small, is due to MCs or it is influenced by enhanced solar wind speed following MCs not-associated with shocks, we divided this set of MC into two groups. One, those MCs followed by significant enhancement of solar wind velocity. Two, those MCs following which there is no enhancement in solar wind up to at least ~24 hours after their passage.

We performed the superposed epoch analysis of the same set of neutron monitor and interplanetary plasma/field data as in earlier figures, with epoch (zero hour) as the arrival time of MCs followed by the solar wind of high speed. We

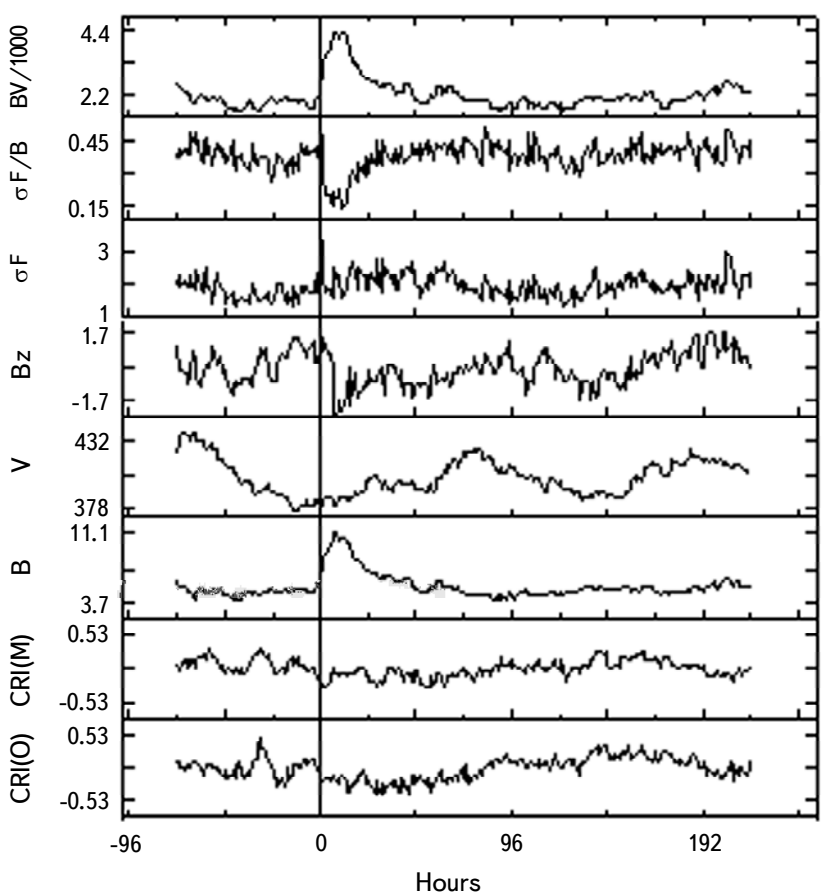

Fig.2a. Superposed epoch analysis results of cosmic ray and plasma/field data during the passage of MCs not associated with shock observed during the solar cycle 23&24 (1996-2018); Epoch (zero time) corresponds to start time of MC.

observe (see Fig.2b) that the GCR intensity decrease is small, slowly decreasing with time, and follows the solar wind time profile inversely, as expected during the passage of high-speed solar wind streams from coronal holes [35,36].

A superposed epoch analysis result, with the epoch as the arrival time of MCs not-followed by the high-speed solar wind, is plotted in Fig.2c. From this figure, we notice that such MCs do not produce a large-amplitude, long-lasting decrease in GCR intensity (see Table 1). The effect of such MCs, if any, is very small and transient. It may also be mentioned here that the magnetic field strength in the MC of the two groups is almost equal (see Fig.2b and 2c).These results are consistent with the suggestion that high field magnetically quiet regions (e.g., MCs) are not efficient in the transient modulation of GCR intensity (or producing Forbush decreases) unless they are preceded by the magnetically turbulent structure

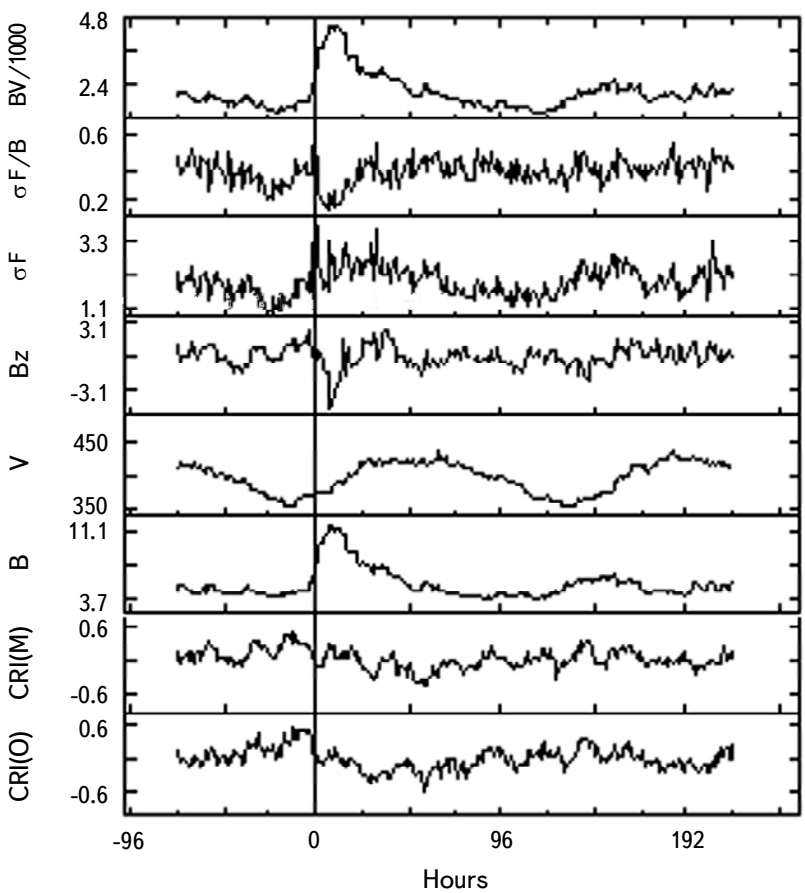

Fig.2b. Superposed epoch analysis results of cosmic ray and plasma/field data during the passage of MCs not associated with shock and followed by high-speed solar wind streams observed during the solar cycle 23&24 (1996-2018); Epoch (zero time) corresponds to start time of MC.

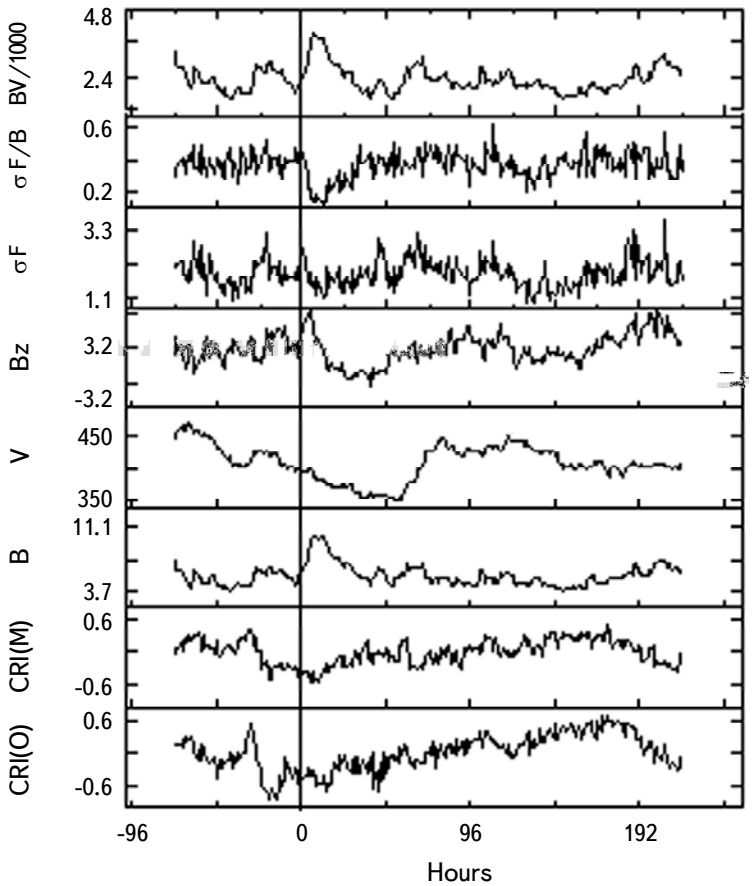

Fig.2c. Superposed epoch analysis results of cosmic ray and plasma/field data during the passage of MCs not associated with shock and not followed by high-speed solar wind streams observed during the solar cycle 23&24 (1996-2018); Epoch (zero time) corresponds to start time of MC.

of shock-sheath regions.

In addition to superposed epoch analysis, we have also applied correlation analysis. In the superposed epoch plots, we notice that during the passage of MCs and their associated structures (e.g., shock, sheath), there is a significant enhancement in solar wind plasma velocity V, interplanetary magnetic field B, and sigma in magnetic field vector σF. Further, these parameters attain a peak value sometime during their passage. We denote these maximum values as V_{max}, B_{max}, and $(\sigma F)_{max}$, respectively. These maximum values are different during the passage of individual MC-associated structures. Moreover, the magnitudes of GCR intensity decreases during the passage of individual MC-associated structures are quite variable [25,32].

Since the maximum speed V_{max}, magnetic field strength B_{max} and/or $(\sigma F)_{max}$

Table 1

THE AVERAGE MAGNITUDE OF CRI DECREASE (%) AND MAXIMUM VALUE OF DIFFERENT PARAMETERS DURING THE PASSAGE OF MCs AND ASSOCIATED STRUCTURES OF SOLAR CYCLE 23&24 OBTAINED FROM THE SUPERPOSED EPOCH PLOTS

S.No.	Structure	[CRI(O)]	[CRI(M)]	$[B]_{max}$	$[V]_{max}$	$[-Bz]_{min}$	$[\sigma F]_{max}$	$[\sigma F/B]_{max}$	$[BV/1000]_{max}$
1	MCs associated with shock	2.050	1.783	14.099	496.491	-2.084	6.340	0.511	7.510
2	MCs not-associated with shock	0.505	0.493	11.118	403.333	-2.002	3.263	0.486	4.288
3	MCs not-associated with shock and followed by HSSWS	0.592	0.623	11.890	404.254	-5.097	3.677	0.523	4.557
4	MCs not-associated with shock and not-followed by HSSWS	0.578	0.339	10.153	396.798	-3.540	2.727	0.448	3.926

of the interplanetary structures are likely to play an important role in transient modulation of GCRs, we utilized these parameters for the correlation analysis with the magnitude of GCR intensity decrease during the passage of MCs and associated structures. Not only these exclusive parameters (V_{max}, B_{max}, $(\sigma F)_{max}$), but a certain combination of these parameters (e.g., $V_{max}B_{max}$, $V_{max}\sigma F_{max}$) have been explored in this correlation study (see Fig.3). Out of these, the parameter that best correlates with the magnitude of transient decrease (Forbush decrease) is $V_{max}B_{max}$ ($R = -0.722$). A best-fit relationship [CRI (%) $= (0.0002299 \pm 0.0000174)\ V_{max}B_{max} + (0.9404 \pm 0.23905)$], obtained from the linear fit to the data, may be useful in estimating the possible amplitude of transient/Forbush decrease using plasma/field parameters during the passage of magnetic clouds in space.

4. *Conclusions*. From the analysis presented in this paper, we reached the following conclusions:

- During the passage of shock-associated magnetic clouds, the GCR intensity decrease is Forbush-type; it reaches its minimum intensity in two stages of different rate of decrease. In the first stage, which starts at shock arrival, the intensity decreases at a faster rate, with most of the decrease (~85%) happening during this stage within a few hours. This time corresponds to the duration of the sheath region. During the second stage, the intensity decreases at as lower rate. This part is only ~15% of the total decrease, and it happens during the passage of part of the MC. The intensity minimum appears to occur at the central

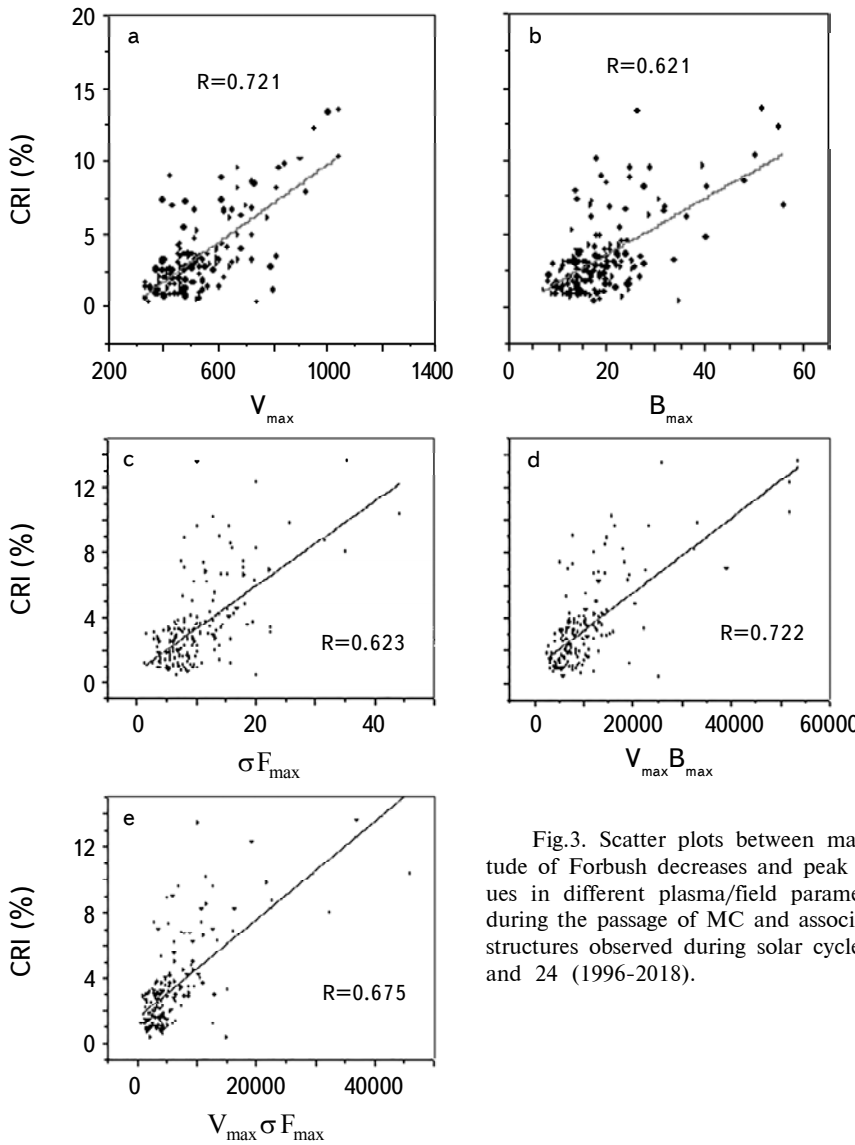

Fig.3. Scatter plots between magnitude of Forbush decreases and peak values in different plasma/field parameters during the passage of MC and associated structures observed during solar cycle 23 and 24 (1996-2018).

axis of the MC. After the passage of the magnetic cloud's central axis, intensity appears to start increasing (recovering) slowly, and this recovery takes a few days' time.

- During the passage of MC, not-associated with shock, and not followed by the high-speed solar wind, a small decrease in GCR intensity may happen only for the duration of MC passage. These MCs appear to be relatively low GCR density regions, and when they cross the point of observation, the detector records a small local decrease in GCR intensity till the passage of the low-density region

of MC.

- These results suggest that a high magnetic field region is not an efficient transient modulator of GCRs unless the region is magnetically turbulent also.

- During the passage of MCs, not associated with the shock-sheath region but followed by high-speed solar wind streams, the GCR intensity depresses slowly for a longer time followed by a slow recovery.

- The turbulent sheath region scatters the cosmic ray particles efficiently and is most likely the dominant mechanism for Forbush-type decreases.

- There is some time lag between the minimum GCR intensity and B_{max} as well as σF_{max} during the passage of shock-associated MCs; intensity minimum lags both B_{max} and σF_{max} by a few hours.

- The magnitude of transient GCR intensity decrease due to MC and associated structures is best correlated with a parameter $V_{max}B_{max}$. It shows the importance of the speed of MCs in the GCR intensity modulation. Faster MCs are likely to compress more strongly the preceding ambient plasma and magnetic field ahead of it, resulting in astronger and more fluctuating field in the compressed region of the sheath.

Acknowledgments. We gratefully acknowledge the use of Oulu (https://cosmicrays.oulu.fi/) and Moscow (http://cr0.izmiran.ru/mosc/) neutron monitor data. We thank the station managers of these neutron monitors for making their data accessible. Use of catalogue/data from websites (http://www.srl.caltech.edu/ACE/ASC/DATA/level3/icmetable2.htm), (https://omniweb.gsfc.nasa.gov/form/dx1.html) and (http://spaceweather.izmiran.ru/eng/dbs.html) in this work is also acknowledged with thanks.

Astronomy and Space Science Department, Faculty of Science, King Abdulaziz University, Jeddah, Saudi Arabia, e-mail: badr.physamu@gmail.com

МОДУЛЯЦИЯ ГАЛАКТИЧЕСКИХ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ МАГНИТНЫМИ ОБЛАКАМИ И СВЯЗАННЫХ С НИМИ СТРУКТУРАМИ В МЕЖПЛАНЕТНОМ ПРОСТРАНСТВЕ: 1996-2018гг.

М.ФАДААК, Б.БАДРУДДИН

Исследована модуляция галактических космических лучей магнитными облаками, наблюдаемых во время 23 и 24 солнечных циклов (1996-2018гг.).

Использованы данные о плазме и поле солнечного ветра вместе с данными об интенсивности космических лучей во время прохождения магнитных облаков и связанных с ними структур. Применен "наложенный анализ эпох" (superposed epoch analysis) для анализа этих данных. Мы исследовали относительную важность магнитных облаков и связанных с ними структур в модуляции космических лучей. Обнаружены значительные различия в амплитудах и временных профилях транзиентных депрессий в интенсивности космических лучей из-за магнитных режимов при различных напряженностях поля и топологии. Наблюдаемые результаты обсуждены в свете различий в одновременных свойствах плазмы и магнитного поля.

Ключевые слова: *космические лучи: межпланетное пространство: магнитное облако: солнечный ветер: межпланетное магнитное поле*

REFERENCES

1. *L.F.Burlaga*, *E.Sittler*, *F.Mariani et al.*, J. Geophys. Res., **86**, 667, 1981.
2. *R.P.Lepping*, *L.F.Burlaga*, *B.T.Tsurutani et al.*, J. Geophys. Res., **96**, 9425, 1991.
3. *B.Badruddin*, *Y.P.Singh*, Planet. Space Sci., **57**, 31, 2009.
4. *M.V.Alves*, *E.Echer*, *W.D.Gonzalez*, J. Atmos. Sol. Terr. Phys., **73**, 1380, 2011.
5. *O.P.M.Aslam*, *B.Badruddin*, Solar Phys., **292**, 135, 2017.
6. *E.Kilpua*, *H.E.J.Koskinen*, *T.I.Pulkkinen*, Liv. Rev. Solar Phys., **14**, 5, 2017.
7. *B.Badruddin*, *O.P.M.Aslam*, *M.Derouich et al.*, Space Weather, **17**, 487, 2019.
8. *H.V.Cane*, Space Sci. Rev., **93**, 55, 2000.
9. *H.Mavromichalaki*, *A.Papaioannou*, *C.Plainaki et al.*, Adv. Space Res., **47**, 2210, 2011.
10. *K.Kudela*, *R.Brenkus*, J. Atmos. Solar-Terr. Phys., **66**, 1121, 2004.
11. *X.X.Yu*, *H.Lu*, *G.M.Le et al.*, Solar Phys., **263**, 223, 2010.
12. *R.Modzelewska*, *M.V.Alania*, Adv. Space Res., **50**, 716, 2012.
13. *K.P.Arunbabu*, *H.M.Antia*, *S.R.Dugad et al.*, Astron. Astrophys., **580**, A41, 2015.
14. *A.Kumar*, *B.Badruddin*, Solar Phys., **289**, 2177, 2014.
15. *A.Belov*, *A.Abunin*, *M.Abunina et al.*, Solar Phys., **289**, 3949, 2014.
16. *B.Badruddin*, *A.Kumar*, Solar Phys., **291**, 559, 2016.
17. *E.Paouris*, *H.Mavromichalaki*, Solar Phys., **292**, 30, 2017.
18. *M.Dumbovic*, *B.Heber*, *B.Vršnak et al.*, Astrophys. J., **860**, 71, 2018.
19. *A.S.Petukhova*, *I.S.Petukhov*, *S.I.Petukhov*, J. Geophys. Res., **124**, 19, 2019.
20. *A.Papaioannou*, *A.Belov*, *M.Abunina et al.*, Astrophys. J., **890**, 101, 2020.
21. *D.Venkatesan*, *B.Badruddin*, Space Sci. Rev., **52**, 121, 1990.

22. *J.A.Lockwood*, *W.R.Webber*, *H.Debrunner*, J. Geophys. Res., **96**, 11, 587, 1991.
23. *A.Wawrzynczak*, *M.V.Alania*, Adv. Space Res., **45**, 622, 2010.
24. *J.J.Masнas-Meza*, *S.Dasso*, *P.Démoulinet al.*, Astron. Astrophys., **592**, A118 2016.
25. *I.G.Richardson*, *H.V.Cane*, Solar Phys., **270**, 609, 2011.
26. *A.Belov*, *A.Abunin*, *M.Abunina et al.*, Solar Phys., **290**, 1429, 2015.
27. *M.Fadaaq*, *B.Badruddin*, Astrophys. Space Sci., **366**, 10, 2021.
28. *G.Zhang*, *L.F.Burlaga*, J. Geophys. Res., **93**, 2511, 1988.
29. *J.A. Le Roux*, *M.S.Potgieter*, Astron. Astrophys., **243**, 531, 1991.
30. *B.Badruddin*, *R.S.Yadav*, *N.R.Yadav*, Solar Phys., **105**, 413, 1986.
31. *D.V.Reames*, *S.W.Kahler*, *A.J.Tylka*, Astrophys. J. Lett., **700**, L196, 2009.
32. *Y.P.Sigh*, *B.Badruddin*, J. Geophys. Res., **112**, A02101, 2007.
33. *J.Zhang*, *M.W.Leimohn*, *J.U.Kozyra et al.*, J. Geophys. Res., **109**, A09101, 2004.
34. *N.Iucci*, *M.Parisi*, *M.Storini et al.*, Nuovo Cimento, 2C, 421, 1979.
35. *B.Badruddin*, Astrophys. Space Sci., **246**, 171, 1997.
36. *A.Gil*, *R.Iskra*, *R.Modzeleveska et al.*, Adv. Space Res., **35**, 687, 2005.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64 МАЙ, 2021 ВЫПУСК 2

МНОГОСЛОЙНЫЕ СФЕРИЧЕСКИЕ ЗВЕЗДНЫЕ СКОПЛЕНИЯ ОДНОРОДНОЙ ПЛОТНОСТИ

Г.С.БИСНОВАТЫЙ-КОГАН

Поступила 14 февраля 2021

Рассмотрены различные решения кинетического уравнения, определяющие равновесие гравитирующего шара однородной плотности с квадратичным гравитационным потенциалом и линейной зависимостью гравитационной силы от радиуса. Получены новые аналитические решения для однородного шара с полой сферой и центральной массой внутри шара. Получены также решения, состоящие из произвольного числа сферических слоев с одинаковой плотностью, но с разными равновесными функциями распределения.

Ключевые слова: *Шаровые скопления: квадратичный потенциал: равновесие*

1. *Введение*. Однородные скопления с квадратичным гравитационным потенциалом, в силу своей простоты, аналитически рассматривались многими авторами, см. [1-7]. Были получены решения для однородных цилиндрических моделей эллиптического сечения, эллипсоидальных фигур однородной плотности, а также эллиптических плоских дисков с распределением поверхностной $\sigma(x, y)$ плотности в виде

$$\sigma(x, y) = \sigma_0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{y^2}{\beta^2}} . \tag{1}$$

Равновесие бесстолкновительных самогравитирующих скоплений определяется решением, следующим из бесстолкновительного кинетического уравнения Больцмана с самосогласованным гравитационным полем, определяемым уравнением Пуассона. Этот подход впервые был сформулирован Д.Джинсом для исследования звездных скоплений [8,9], и впоследствии был использован А.А.Власовым для исследования бесстолкновительной плазмы в электрических и магнитных полях [10]. Аналитические равновесные решения для круговых и эллиптических дисков были получены в работах [3,11,12]. Для равновесных цилиндров с круговым и эллиптическим сечением решения были получены в работах [1,12,13]. Для однородных эллипсоидов и сфероидов (эллипсоидов вращения) решения были получены в [2,12]. В последнем случае решение получено для случая, когда в направлениях, перпендикулярных оси симметрии сфероида, гравитационное притяжение уравновешивается

центробежной силой, и полученное таким же способом решение для однородного шара не обладает сферической симметрией в пространстве скоростей. Первая сферически-симметричная в пространстве скоростей, равновесная модель скопления, состоящая из звезд, вращающихся по круговым орбитам, была построена в работе Эйнштейна [14], в рамках общей теории относительности, для произвольного сферически-симметричного распределения плотности, в том числе однородного. Устойчивость ньютоновского аналога однородной модели из круговых гравитирующих частиц исследована в работах [15,16]. Однородная модель, сферически-симметричная в пространстве скоростей, была построена в [17], а модель с радиальными орбитами была рассмотрена в [18]. В настоящей работе получены решения для однородного шара с некруговыми траекториями частиц, сохраняющих сферическую симметрию в фазовом пространстве, у которых в центре находится полая сфера. Получены также новые решения, состоящие из произвольного числа сферических слоев с одинаковой плотностью, но с разными равновесными функциями распределения.

2. *Интегралы движения и траектории частиц.* Кинетическое уравнение для функции распределения звезд стационарного, сферически-симметричного скопления $f(r, v_r, v_t)$ с постоянной плотностью ρ, в сферической системе координат ($r, \theta, \phi, v_r, v_\theta, v_\phi$), записывается в виде [19]

$$v_r \frac{\partial f}{\partial r} + \left(\frac{v_t^2}{r} - \frac{Gm}{r^2} \right) \frac{\partial f}{\partial v_r} - \frac{v_r v_t}{r} \frac{\partial f}{\partial v_t} = 0, \quad 2\pi \iint f d\, v_r v_t \, d\, v_t = \frac{\rho}{m}, \quad m = \frac{4\pi}{3} \rho r^3 . \tag{2}$$

Здесь интегрирование ведется по ограниченной области фазового пространства и используются условия

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \phi} = 0, \quad v_t^2 = v_\theta^2 + v_\phi^2 . \tag{3}$$

Решение уравнения (2) является функцией двух интегралов движения, углового момента L и полной энергии E:

$$L = r v_t, \quad M = \frac{4\pi}{3} \rho r_0^3,$$
$$E = \frac{v_r^2}{2} + \frac{L^2}{2r^2} + \frac{2\pi}{3} G \rho r^2 - \frac{3GM}{2r_0} = \frac{v_r^2}{2} + \frac{v_t^2}{2} + \frac{2\pi}{3} G \rho r^2 - \frac{3GM}{2r_0}. \tag{4}$$

Здесь обозначения M, ρ, r_0 - соответственно, определяют массу, плотность и радиус сферического скопления, два из которых задаются произвольно. В определении энергии E произвольная постоянная выбирается из условия непрерывности энергии на границе с вакуумом, где остается только обращающаяся в нуль на бесконечности гравитационная энергия $E_g = -GM/r$, равная $E_{g_0} = -GM/r_0$ на границе скопления. Зависимости звездных скоростей от

радиуса, при различных значениях интегралов E, L имеют вид

$$v_r^2 = 2\left(E + \frac{3GM}{2r_0} - \frac{L^2}{2r^2} - \frac{2\pi}{3}G\rho r^2\right) = 2\left(E' - \frac{L^2}{2r^2} - \frac{2\pi}{3}G\rho r^2\right),$$
$$v_t = \frac{L}{r}, \quad E' = E + \frac{3GM}{2r_0}. \tag{5}$$

В [20] получено решение для траектории движения частицы в гравитационном потенциале $\Phi = kr^2/2$. Замкнутые траектории движения являются эллипсами с центром в начале координат. Максимальное и минимальное значение радиуса траектории $r_\pm$ достигается при $v_r = 0$, определяемое из (5) в виде

$$r_\pm^2 = \frac{3E'}{4\pi G\rho} \pm \sqrt{\left(\frac{3E'}{4\pi G\rho}\right)^2 - \frac{3L^2}{4\pi G\rho}}. \tag{6}$$

Радиус максимального удаления частицы от центра r_+, равный большей полуоси эллипса траектории, соответствует нулевой радиальной скорости v_r и минимуму тангенциальной скорости v_t, так что

$$r_+^2 = \frac{3E'}{4\pi G\rho} + \sqrt{\left(\frac{3E'}{4\pi G\rho}\right)^2 - \frac{3L^2}{4\pi G\rho}}, \quad v_{r_+} = 0, \quad v_{t_+} = \frac{L}{r_+}. \tag{7}$$

Соответственно, при минимальном радиусе удаления частицы от центра, равном меньшей полуоси эллипса траектории, радиальная скорость проходит через нуль, а тангенциальная - через свой максимум.

$$r_-^2 = \frac{3E'}{4\pi G\rho} - \sqrt{\left(\frac{3E'}{4\pi G\rho}\right)^2 - \frac{3L^2}{4\pi G\rho}}, \quad v_{r_-} = 0, \quad v_{t_-} = \frac{L}{r_-}. \tag{8}$$

Максимум радиальной скорости v_{rm} достигается на радиусе r_{vrm}, при равенстве нулю производной dv_r^2/dr. Из (5) имеем

$$r_{vrm}^2 = \left(\frac{3L^2}{4\pi G\rho}\right)^{1/2}, \quad v_{rm}^2 = 2\left[E' - \left(\frac{4\pi G\rho}{3}L^2\right)^{1/2}\right]. \tag{9}$$

При равенстве нулю подкоренного выражения в (6)-(8) получаем равенство $r_+ = r_-$, что определяет круговую орбиту, для которой

$$r^2 = r_+^2 = r_-^2 = \frac{3E'}{4\pi G\rho}, \quad v_{r_-} = 0, \quad v_* = v_{t_+} = v_{t_-} = \frac{L}{r}, \quad E' = L\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}. \tag{10}$$

С учетом (4), отсюда получаем скорость движения по кругу

$$v_* = \pm r\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}, \tag{11}$$

когда центробежная сила уравновешивает гравитацию шара внутри радиуса r. При $L=0$ все частицы движутся по радиусам, так что

$$\upsilon_t = 0\,, \quad \upsilon_r = \sqrt{2\left(E' - \frac{2\pi}{3} G\rho r^2\right)}\,; \quad \upsilon_r = 0 \quad \text{при}$$
$$r = r_0\,, \quad E' = \frac{2\pi}{3} G\rho r^2 = \frac{GM}{2r_0}\,, \quad E = -\frac{GM}{r_0}\,. \tag{12}$$

3. *Аналитические сферически-симметричные решения для шара.*

3.1. *Однородный шар.* Функция распределения для однородного шара Эйнштейна с радиусом r_0 записана в [16] в виде

$$f = \frac{\rho}{\pi m}\delta(\upsilon_r)\delta\left(\upsilon_t^2 - \frac{4\pi G\rho}{3} r^2\right), \quad r \le r_0\,. \tag{13}$$

Используя интегралы движения (4), (5) для шара с радиусом r_0, решение можно записать в виде

$$f = \frac{\rho}{\pi m}\delta\left(2E' \pm 2L\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}\right) = \frac{\rho}{\pi m}\delta\left[\upsilon_r^2 + \left(\upsilon_t \pm \sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}}\, r\right)^2\right]. \tag{14}$$

В работе [17] рассмотрена функция распределения однородного шара, сферически-симметричная в фазовом пространстве, в виде

$$f = \frac{\rho}{\pi^2 m\Omega^2}\frac{\theta\left(\frac{L^2}{2} + \frac{\Omega^2}{2} - E'\right)}{\sqrt{L^2 + \Omega^2 - 2E'}} = \frac{\rho}{\pi^2 m}\frac{\theta\left[\left(1-r^2\right)\left(1-\upsilon_t^2\right) - \upsilon_r^2\right]}{\sqrt{\left(1-r^2\right)\left(1-\upsilon_t^2\right) - \upsilon_r^2}}\,. \tag{15}$$

Здесь $\theta(x)$ - функция Хевисайда, равная единице при положительном, и нулю при отрицательном значении аргумента. В последнем выражении (15) положено $\Omega^2 = 4\pi G\rho/3 = 1$, и $2E' = \upsilon_r^2 + \upsilon_t^2 + \Omega^2 r^2 = \upsilon_r^2 + \upsilon_t^2 + r^2$. Выражение для плотности записывается в виде

$$\rho = \pi m \iint f d\upsilon_r\, d\upsilon_t^2 = \frac{\rho}{\pi}\iint \frac{\theta\left[\left(1-r^2\right)\left(1-\upsilon_t^2\right) - \upsilon_r^2\right]}{\sqrt{\left(1-r^2\right)\left(1-\upsilon_t^2\right) - \upsilon_r^2}}\, d\upsilon_r\, d\upsilon_t^2\,. \tag{16}$$

Пределы интегрирования по фазовому пространству определяются условием положительности аргумента функции $\theta(x)$. При этом условии после интегрирования по $d\upsilon_t^2$ и $d\upsilon_r$ получаем [21]

$$\int\limits_0^{1-v_r^2/\left(1-r^2\right)} \frac{d\,v_t^2}{\sqrt{\left(1-r^2\right)\left(1-v_t^2\right)\ -v_r^2}} = 2\frac{\sqrt{1-r^2-v_r^2}}{1-r^2},$$

$$\int\limits_{-\sqrt{1-r^2}}^{\sqrt{1-r^2}} d\,v_r\,\frac{\sqrt{1-r^2-v_r^2}}{1-r^2} = \int\limits_{-1}^{1}\sqrt{1-x^2}\,dx = \frac{\pi}{2}. \tag{17}$$

Таким образом, в выражении для ρ получаем тождество в (15), что подтверждает самосогласованность выбора функции распределения (15).

Функцию распределения для однородного шара с чисто радиальными орбитами можно записать в виде [18]

$$f = \frac{\rho}{\pi^2\,m}\frac{\delta\left(v_t^2\right)}{\sqrt{-2\,E'+\dfrac{GM}{r_0}}} = \frac{\rho}{\pi^2\,m}\frac{\delta\left(v_t^2\right)}{\sqrt{\dfrac{4\pi G\rho}{3}\left(r_0^2-r^2\right)-v_r^2}}. \tag{18}$$

3.2. *Шар с вырезанным ядром*. Если все частицы имеют угловой момент L, то минимальное расстояние частицы от центра составляет $r_{min} = L/v_{t_-}$, поэтому внутри такого шара образуется пустая сфера данного радиуса. Если плотность вещества вокруг этой сферы однородна, легко найти аналитически траектории частиц, летающих вне пустой сферы. Однако наличие пустой сферы приводит к отклонениям от квадратичной зависимости гравитационного потенциала в веществе, где траектории частиц становятся незамкнутыми. В таких условиях не удается получить аналитического решения. Чтобы сохранить квадратичную зависимость и получить аналитическое решение для равновесного сферически-симметричного скопления, поместим в центр скопления тело, образованное при сжатии в точку массы $M_c = 4\pi\rho r_{min}^3/3$, равной массе однородного шара с радиусом войда, и с плотностью скопления. В этом случае гравитация в веществе вокруг полой сферы будет такой же, как и в случае полностью однородного шара и соотношения (4)-(13) остаются справедливыми при $r \ge r_{min}$.

Рассмотрим однородный шар радиуса r_0 с полой сферой в центре с радиусом r_1. Такая конфигурация возникает из скопления тел, движущихся по одинаковым эллипсам вокруг центра шара, у которых малая и большая полуоси эллипса r_1 и r_0 равны, соответственно, r_- и r_+, определенных в (7) и (8). При заданных r_1 и r_0 находим интегралы движения частиц E' и L в виде

$$E_0' = \frac{2\pi G\rho}{3}\left(r_0^2+r_1^2\right), \quad L_0 = \frac{4\pi G\rho}{3}r_0^2 r_1^2\,. \tag{19}$$

Функция распределения однородного шара с вакуумной сферой в центре (см. рис.1), имеет вид

$$f=\frac{\rho}{\pi^2 m}\frac{\delta\left(\upsilon_t^2-\frac{L_0^2}{r^2}\right)}{\sqrt{2E_0'-2E'}}=\frac{\rho}{\pi^2 m}\frac{\delta\left(\upsilon_t^2-\frac{4\pi G\rho}{3}\frac{r_0^2 r_1^2}{r^2}\right)}{\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}\left(r_0^2+r_1^2\right)-\upsilon_r^2-\upsilon_t^2-\frac{4\pi G\rho}{3}r^2}}$$

$$=\frac{\rho}{\pi^2 m}\frac{\delta\left(\upsilon_t^2-\frac{4\pi G\rho}{3}\frac{r_0^2 r_1^2}{r^2}\right)}{\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}\left(r_0^2+r_1^2-r^2-\frac{r_0^2 r_1^2}{r^2}\right)-\upsilon_r^2}}. \qquad (20)$$

Решение (20) является обобщением решения (18) для чисто радиальных орбит на случай частиц с ненулевым угловым моментом: при $L_0=r_1=0$ из (20) следует решение (18).

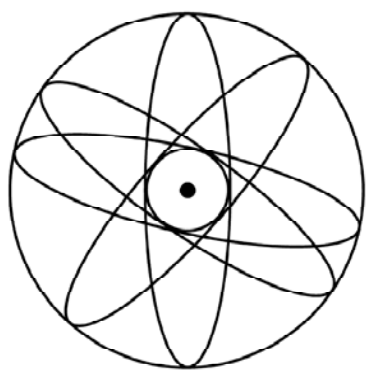

Рис.1. Схематическая фигура шара с полым ядром и центральным центром тяготения (например, сверхмассивная черная дыра) и траекториями частиц в виде одинаковых эллипсов с центрами в начале координат[1].

3.3. *Многослойный шар однородной плотности*. С помощью решений (18) и (20) можно построить более сложную равновесную модель шара однородной плотности, состоящего из нескольких слоев с различными функциями распределения. В центре шара с полым ядром вместо центральной тяготеющей массы можно поместить шар с радиальными орбитами и получить решение в виде

$$f=\frac{\rho}{\pi^2 m}\frac{\delta\left(\upsilon_t^2\right)}{\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}\left(r_1^2-r^2\right)-\upsilon_r^2}} \quad \text{при} \quad r\le r_1\,; \qquad (21)$$

[1] *Данный рисунок сделал О.Ю.Цупко, которому автор выражает свою искреннюю благодарность.*

$$f = \frac{\rho}{\pi^2 m} \frac{\delta\left(\upsilon_t^2 - \frac{4\pi G\rho}{3}\frac{r_1^2 r_2^2}{r^2}\right)}{\sqrt{\frac{4\pi G\rho}{3}\left(r_1^2 + r_2^2 - r^2 - \frac{r_1^2 r_2^2}{r^2}\right) - \upsilon_r^2}} \quad \text{при} \quad r_1 \le r \le r_2 . \tag{22}$$

Этот шар можно окружить еще одним слоем вещества с функцией распределения (22), в которой вместо границ слоя (r_1, r_2), задать границы (r_2, r_3). Таким же способом можно получить многослойную модель шара, где каждый слой определяется функцией распределения типа (22) и заданной толщиной ($r_{i+1} - r_i$), где $0 \le r_1 \le r_2 \le ... r_0$, r_0 - внешняя граница шара однородной плотности.

В центральной области многослойного шара, наряду с конфигурацией с радиальными орбитами (18), может располагаться шар с круговыми орбитами (13), а также шар с более сложной функцией распределения (15). Вместо любого шарового слоя при $r_k < r < r_{k+1}$ с функцией распределения (20), может располагаться слой с круговыми орбитами и функцией распределения (13).

4. *Обсуждение*. Решения кинетического уравнения для однородного шара из гравитирующих частиц (звезд) были получены различными авторами, многие из которых рассматривали функции распределения, не имеющие сферической симметрии [2,5,6]. Рассматривались также три типа моделей со сферически-симметричной функцией распределения: модель с круговыми орбитами [14], модель с радиальными орбитами [18] и модель более общего типа [17]. В настоящей работе получены новые решения для однородного шара, имеющие в центре полую сферу с центральной тяготеющей массой, что может имитировать область галактического ядра со сверхмассивной черной дырой в центре. Полученные решения описывают модель с эллиптическими траекториями, промежуточную между моделью с радиальными ($L = 0$) и круговыми ($\upsilon_r = 0$) траекториями. На основе этих решений получаем многослойную сферическую модель однородной плотности как с полым, так и с заполненным ядром, с различными функциями распределения в ядре и в отдельном слое, которые должны принадлежать одному из четырех, указанных выше, базовых решений.

Данная работа частично поддержана грантом РФФИ 20-02-000455.

Институт космических исследований РАН, Москва,
Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Москва,
Московский физико-технический институт МФТИ, Долгопрудный,
e-mail: gkogan@iki.rssi.ru

MULTILAYER SPHERICAL STELLAR CLUSTERS WITH UNIFORM DENSITY

G.S.BISNOVATYI-KOGAN

Solutions of the kinetic equations are presented which describe equilibrium of a gravitating uniform sphere with a quadratic gravitational potential, and linear radial dependence of a gravitational force. New solutions are obtained for a uniform sphere with an empty spherical space and central point mass inside. We obtain also solutions describing a sphere, consisting of spherical layers at the same density, but with different equilibrium distribution functions.

Keywords: *spherical clusters: quadratic potential: equilibrium*

ЛИТЕРАТУРА

1. *K.C.Freeman*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **133**, 47, 1966.
2. *K.C.Freeman*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **134**, 1, 1966.
3. *K.C.Freeman*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **134**, 15, 1966.
4. *C.Hunter*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **166**, 633, 1974.
5. *Г.С.Бисноватый-Коган*, *Я.Б.Зельдович*, Динамика и эволюция звездных систем, М.-Л. Наука, с.138, 1975.
6. *В.Л.Поляченко*, *А.М.Фридман*, Равновесие и устойчивость гравитирующих систем, М., Наука, 1976.
7. *Б.П.Кондратьев*, Динамика эллипсоидальных гравитирующих фигур, М., Наука, 1989.
8. *J.H.Jeans*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **76**, 70, 1915.
9. *J.H.Jeans*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **76**, 567, 1916.
10. *А.А.Власов*, ЖЭТФ, **8**, 291, 1938.
11. *C.Hunter*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **126**, 299, 1963.
12. *Г.С.Бисноватый-Коган*, *Я.Б.Зельдович*, Астрофизика, **6**, 387, 1970, (Astrophysics, **6**, 207, 1970).
13. *Г.С.Бисноватый-Коган*, Астрофизика, **7**, 121, 1971, (Astrophysics, **7**, 70, 1971).
14. *A.Einstein*, Annals of Mathematics, Second Series, **40**, 922, 1939.
15. *А.М.Михайловский*, *А.М.Фридман*, *Я.Г.Эпельбаум*, ЖЭТФ, **59**, 1608, 1970.
16. *Г.С.Бисноватый-Коган*, Астрофизика, **7**, 223, 1971, (Astrophysics, **7**, 127, 1971).
17. *В.Л.Поляченко*, *И.Г.Шухман*, Астрон. ж., **50**, 721, 1973, (Sov. Astron., **17**, 460, 1974).
18. *В.Л.Поляченко*, Астрофизика, **27**, 295, 1987, (Astrophysics, **27**, 512, 1987).
19. *G.L.Camm*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **112**, 155, 1952.
20. *Л.Д.Ландау*, *Е.М.Лифщиц*, Механика, М., Физматгиз, 1965.
21. *I.S.Gradshteyn*, *I.M.Ryzhik*, Table of integrals, series and products, New York: Academic Press, ed. by Yu.V.Geronimus, M.Yu.Tseytlin, (4th ed.), 1965.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64 МАЙ, 2021 ВЫПУСК 2

К ВОПРОСУ ОБ ОБРАЗОВАНИИ НЕРАВНОВЕСНОГО ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА В ОБОЛОЧКАХ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

А.Ю.ИГНАТОВСКИЙ[1,2]

Поступила 30 октября 2020
Принята к печати 3 мая 2021

В работе обсуждается химический состав оболочки нейтронной звезды (ОНЗ) при высоких температурах и плотностях. Предложена модель нуклеосинтеза, основанная на приближении ядерного статистического равновесия (ЯСР). Проведено изучение зависимости результатов нуклеосинтеза от параметров среды в статическом приближении. Результаты текущей работы демонстрируют качественное сходство с более ранними работами других авторов. Показано, что предложенная модель даже в статическом приближении неплохо описывает распространенность ядер.

Ключевые слова: *ядерная астрофизика:ядерное статистическое равновесие*

1. *Введение*. В процессе равновесного звездного нуклеосинтеза образуются химические элементы вплоть до железа, имеющего наибольшую энергию связи на нуклон, чего не хватает для объяснения наблюдаемого изобилия элементов в природе [1]. Считается, что более тяжелые ядра образуются в так называемых s- и r-процессах медленного и быстрого присоединения нейтронов ядрами соответственно [2,3] (рассматриваются скорости захвата нейтронов $\lambda_{(n,\gamma)}$ по отношению к бета-реакциям λ_β, для s-процесса $\lambda_\beta >> \lambda_{(n,\gamma)}$, а для r-процесса $\lambda_{(n,\gamma)} >> \lambda_\beta$). Процессы нуклеосинтеза были классифицированы в работе [4]. Для протекания r-процесса необходима реализация определенных условий, например, в веществе должно быть достаточно свободных нейтронов [5]. При большом избытке нейтронов, когда отношение числа нейтронов к количеству зародышевых ядер n_n/n_{seeds} превышает 150, возможно образование даже сверхтяжелых ядер [6]. Ядра, захватывающие свободные нейтроны, образуют все более тяжелые изотопы при постоянном Z (Z - зарядовое число), постепенно энергия связи нейтрона в ядре уменьшается. По достижению определенного значения A (A - нуклонное число) реакция захвата нейтрона уравновешивается обратной реакцией фотоотщепления, после чего ядро претерпевает бета-распад с образованием элемента ($Z+1$, A), который может присоединить еще некоторое количество нейтронов перед последующим бета-распадом. С помощью такого процесса возможно образование сверхтяжелых

ядер с большими значениями Z и A, которые в результате активности нейтронной звезды (НЗ) могут выноситься наружу в межзвездное пространство, входя в состав звезд следующего поколения, планет и других объектов [7].

Существуют различные сценарии, приводящие к выбросу вещества ОНЗ в окружающую среду: горячий ветер с поверхности НЗ [8]; различные динамические процессы, такие как эволюция тесной двойной системы НЗ различных масс [9] и слияние двух НЗ с последующим образованием массивной НЗ или черной дыры [10]. Также стоит отметить важность рассмотрения более глубоких слоев субъядерной плотности НЗ, в которых возможно существование кластеров, состоящих из легких нейтроноизбыточных ядер, таких как ^{4}H и ^{8}He [11].

2. *Оболочки нейтронных звезд*. НЗ являются результатом гравитационного коллапса обычных звезд [12]. Степень нейтронизации таких компактных объектов на порядки выше, чем у звезд-предшественниц, что делает их кандидатами для образования тяжелых изотопов различных химических элементов. В работе рассматривается ОНЗ, которая имеет плотность 10^9 - 10^{13} г см$^{-3}$; центральные области НЗ могут иметь плотности, превосходящие плотность атомного ядра 10^{14} г см$^{-3}$, из-за чего нельзя исключить наличие кварковой материи, для описания которой нужна специальная теория.

Начиная с температур $T_9 = 3$ - 5 (T_9 - температура, нормированная на 10^9 K), фотоядерные реакции существенно влияют на относительную распространенность химических изотопов, скорости ядерных реакций много больше скоростей бета-реакций $\lambda_{(\gamma,i)}$, $\lambda_{(i,\gamma)} >> \lambda_\beta$ с$^{-1}$ ($i = n$; p), в веществе много свободных нейтронов и протонов: в таких условиях применимо приближение ЯСР [13,14]. В текущей работе параметры среды T и ρ не меняются во времени. Считается, что в каждый момент времени выполнено ЯСР, что позволяет считать кинетику только по бета-реакциям, а для ядерных реакций - пользоваться соотношением Саха [15,16], о котором будет написано в следующем разделе. Для удобства введен безразмерный параметр R, равный отношению всех протонов системы к суммарному количеству нейтронов:

$$R = \frac{\sum_{A,Z} n(A,Z)Z + n_p}{\sum_{A,Z} n(A,Z)(A-Z) + n_n}, \qquad (1)$$

где суммирование идет по всем ядрам. В современной литературе вместо параметра R чаще используется параметр Y_e, который характеризует количество электронов на барион и равен $Y_e = \left(\sum_{A,Z} n(A,Z)Z + n_p\right) \Big/ \left(\sum_{A,Z} n(A,Z)A + n_n + n_p\right)$. Переход от одного параметра к другому осуществляется с помощью $Y_e = R/(R+1)$.

При высокой плотности и температуре электроны можно считать релятивистскими, а вещество - полностью ионизованным: $kT \sim m_e c^2$, $\upsilon_e \sim c$ [17]. Среднее число электронов с энергией ε в ячейке фазового пространства задается функцией Ферми [18]:

$$f_e = \left[1 + \exp\left(\frac{\varepsilon - \mu_e}{kT}\right)\right]^{-1}, \tag{2}$$

где μ_e - химический потенциал электрона. Энергия и импульс соответствующего электрона есть [19]:

$$\varepsilon = \left(m_e^2 c^4 + p^2 c^2\right)^{1/2}, \quad p = \frac{m_e \upsilon}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}. \tag{3}$$

При высоких температурах $kT \sim m_e c^2$ необходимо учитывать позитроны, аннигиляция пары $e^- e^+$ рождает гамма-квант, химический потенциал которого в равновесии равен нулю $\mu_\gamma = 0$, тогда $\mu_{e^+} = -\mu_e$ [17].

Предположение о постоянстве условий среды на временах эволюции системы имеет неточность. При температурах $T_9 >> 1$ НЗ быстро охлаждаются за счет нейтринных потерь энергии в ходе реакций [17]:

$$\begin{cases} (A,Z) + e^\pm \to (A, Z \pm 1) + \nu^\pm & (\mathrm{a}) \\ (A, Z \pm 1) \to (A,Z) + e^\pm + \nu^\mp & (\mathrm{b}), \end{cases} \tag{4}$$

где ν^- и ν^+ - нейтрино и антинейтрино, соотвественно. При остывании в коре нейтронных звезд образуется неравновесный слой [20], в котором аккумулируется большое количество энергии. По мере остывания постепенно выключаются фотореакции, реакции с заряженными частицами (вероятность туннелирования через кулоновский барьер падает с уменьшением температуры) [21]. В условии вырождения электронов бета-распад происходит при $\varepsilon_\beta > \varepsilon_{f_e}$, захват электронов при $\varepsilon_{f_e} > \varepsilon_\beta$, здесь ε_β - энергия бета-распада, ε_{f_e} - Ферми энергия электронов. При падении температуры $T_9 < 4 - 5$ ядра быстро захватывают нейтроны $\lambda_{(n,\gamma)} >> \lambda_\beta$, после образования ядер с большим избытком нейтронов с ними происходят бета-распады и захваты электронов в зависимости от значений ε_β и ε_{f_e} для каждого сорта ядер. В результате ядра аккумулируются в неравновесном слое, ограниченном по A и Z [20].

Ниже температуры $T_9 = 3$ приближение ЯСР некорректно, реакции фотоотщеплений и захвата нейтронов и протонов необходимо считать по кинетической модели (КМ) [22,23]. Также химический состав может меняться при сжатии вещества [7,24].

3. *Модель*. Распределение элементов берется в равновесии по Саха:

$$\begin{cases} \mu(Z,A)+\mu_n=\mu(Z,A+1) \\ \mu(Z,A)+\mu_p=\mu(Z+1,A). \end{cases} \tag{5}$$

Нейтроны, протоны и нерелятивистские и невырожденные ядра, могут быть описаны идеальным больцмановским газом [18]:

$$\mu = kT\ln\frac{N}{\omega V}\left(\frac{2\pi\hbar^2}{mkT}\right)^{3/2}, \tag{6}$$

где μ - химический потенциал, T - температура, $N/V=n$ - концентрация частиц, m - масса частицы, ω - статистический вес, k и $\hbar$ - постоянные Больцмана и Планка, соотвественно. Из (5) и (6) получаем:

$$\frac{n(A,Z)}{\omega(A,Z)} = A^{3/2}\frac{n_p^Z n_n^{A-Z}}{2^A}\left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_p kT}\right)^{3(A-1)/2} e^{Q(A,Z)/kT}. \tag{7}$$

Здесь $\omega(A,Z)=\sum_i(2J_i+1)\exp(-\varepsilon_i/kT)$, где суммирование идет по основному и всем возбужденным состояниям, J - спин ядра, ε_i - энергия i возбужденного состояния над основным, а $Q(A,Z)=c^2\left(Zm_p+(A-Z)m_n-m(A,Z)\right)$ является энергией связи ядра. В дальнейшем будем считать, что все вещество находится только в основном состоянии, тогда $\omega(A,Z)=(2J+1)$. Равенство (7) дает распределение Саха для концентрации любого элемента системы $n(A,Z)$ как функции свободных нейтронов n_n и протонов n_p. Для моделирования процессов удобно ввести безразмерные величины:

$$x=\frac{cp}{kT};\quad \alpha=\frac{m_e c^2}{kT};\quad \beta=\frac{\mu_e}{kT};\quad x_0=\frac{\Delta_{Z'Z}}{kT}, \tag{8}$$

где $\Delta_{Z'Z}=\left(m_{(A,Z)}-m_{(A,Z')}\right)c^2$ есть разница энергий материнского и дочернего ядер. Концентрации электронов и позитронов находятся из условия на полное число частиц [18]:

$$N=\frac{\omega V}{(2\pi\hbar)^3}\int_0^\infty \frac{4\pi p^2 dp}{e^{(\varepsilon-\mu)/kT}+1}. \tag{9}$$

Интегрирование проводится по импульсному пространству. Совместно с условием электронейтральности это дает систему для нахождения концентрации электронов и позитронов:

$$\begin{cases} n_{e^\pm}=\dfrac{1}{\pi^2}\left(\dfrac{kT}{c\hbar}\right)^3\displaystyle\int_0^\infty\frac{x^2dx}{1+e^{\sqrt{x^2+\alpha^2}\pm\beta}} \\ n_p+n_{e^+}+\sum_{A,Z}Zn(A,Z)=n_{e^-} \\ \mu_{e^+}=-\mu_e. \end{cases} \tag{10}$$

Концентрации элементов системы изменяются в результате протекания различных бета-реакций (4), скорости которых даются ферми-интегралами [17]. Также для их подсчета нужны значения параметров $Ft_{1/2}(A, Z)$ - сравнительный период полураспада[1], которые можно посмотреть, например, в [25]:

$$\begin{cases} W^{(a)} = \dfrac{\omega_{Z'}}{\omega_Z}\dfrac{\ln 2}{(Ft)_{Z'}}\left(\dfrac{kT}{m_e c^2}\right)^5 I_2 \\ W^{(b)} = \dfrac{\ln 2}{(Ft)_{Z'}}\left(\dfrac{kT}{m_e c^2}\right)^5 I_2', \end{cases} \tag{11}$$

где индексы (a) и (b) соответствуют (4), а общий вид I_2 и I_2' дается интегральными выражениями [17]:

$$\begin{cases} I_k = \displaystyle\int_0^\infty \frac{x^k (x+x_0)\sqrt{(x+x_0)^2-\alpha^2}}{1+\exp(x+x_0-\beta_\pm)}dx \\ I_k' = \displaystyle\int_0^{x_0-\alpha} \frac{(x_0-\alpha-x)^k (x+\alpha)\sqrt{x^2+2\alpha x}}{1+\exp(\beta_\pm - x-\alpha)}dx. \end{cases} \tag{12}$$

Так как речь идет о больших концентрациях, то перейдем к следующим обозначениям $Y(A,Z) = n(A,Z)/(\rho N_a)$, где N_a - постоянная Авогадро, ρ - плотность. Тогда изменение любого элемента системы за счет бета-реакций дается выражением:

$$\begin{aligned} \frac{dY(A,Z)}{dt} &= -Y(A,Z)\left(W_\beta^{cap} + W_\beta^{dec} + W_{\beta^+}^{cap} + W_{\beta^+}^{dec}\right) + \\ &+ Y(A,Z+1)\left(W_\beta^{cap} + W_\beta^{dec}\right) + Y(A,Z-1)\left(W_{\beta^+}^{cap} + W_{\beta^+}^{dec}\right). \end{aligned} \tag{13}$$

Критерием выбора времени интегрирования является выход концентраций всех элементов на постоянные значения (речь идет о временах порядка нескольких сотен секунд): R должно выходить на постоянное значение. Алгоритм счета в виде блок-схемы приведен на рис.1.

Для вычисления изменений концентрации элементов системы использован метод Рунге-Кутты 4 порядка точности с возможностью регулировать шаг. Для подпрограмм, вычисляющих перераспределение по Саха и концентраций электронов и позитронов (варьируя химический потенциал), реализован метод касательных Ньютона [26]. Относительные ошибки всех подпрограмм $\delta \sim 10^{-6}$ и меньше.

Если подынтегральная функция представима в виде $f(x)e^{-x}x^p$ (вид выражений (12)), где функция $f(x)$ ограничена на любом конечном интервале

---

[1] *https://www-nds.iaea.org/relnsd/NdsEnsdf/QueryForm.html*

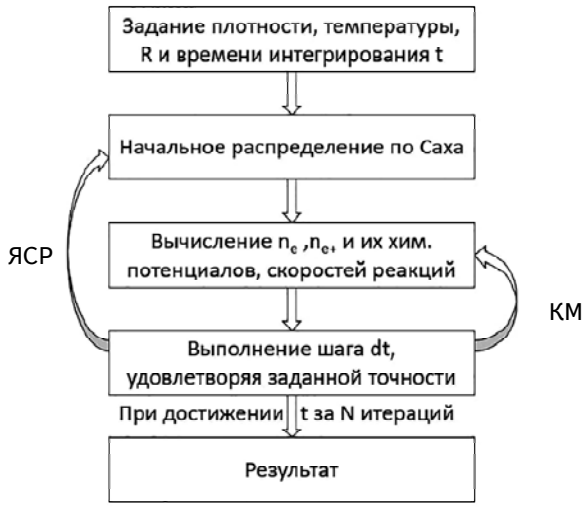

Рис.1. Блок-схема алгоритма.

и хорошо аппроксимируется каким-нибудь полиномом степени $\leq 2n-1$, то тогда верна следующая квадратурная формула [27,17]:

$$\int_0^\infty f(x)x^p e^{-x}dx = \sum_{i=1}^n A_i f(x_i), \tag{14}$$

где x_i - корни полинома Лагерра $L_n^{(p)}$, а коэффициенты A_i определяются системой линейных уравнений:

$$\sum_{i=1}^n A_i x_i^k = (k+p)!, \tag{15}$$

Таблица 1

ВКЛЮЧЕННЫЕ В СИСТЕМУ ИЗОТОПЫ

Элемент	*Z*	*A*	Элемент	*Z*	*A*
n	0	1	Sc	21	40-52
H	1	1	Ti	22	40-54
He	2	4	V	23	42-56
C	6	12	Cr	24	44-58
O	8	16	Mn	25	46-60
Ne	10	20	Fe	26	48-62
Mg	12	24	Co	27	50-64
Si	14	28	Ni	28	52-66
S	16	32	Cu	29	54-66
S	16	40	Zn	30	56-66
Cl	17	40-43	Ga	31	58-66
Ar	18	36-46	Ge	32	60-66
K	19	40-48	As	33	62-66
Ca	20	40-50	Se	34	66

где $k=0, 1, ..., n-1$. Значения A_i и x_i для схемы, состоящей из 5 точек, можно найти, например, в [17].

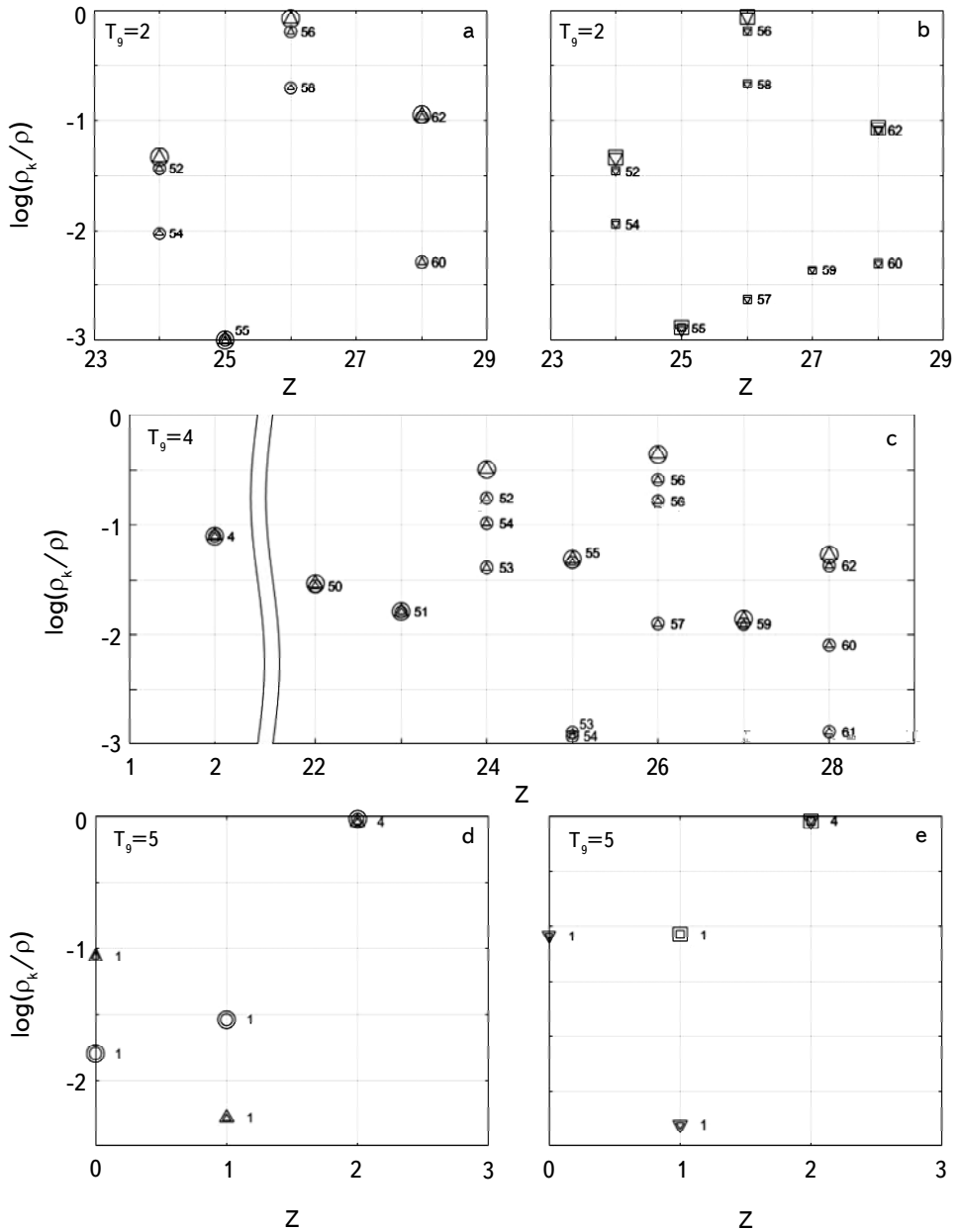

Рис.2. Состав ОНЗ; (a), (c), (d) - результаты текущей работы, (b) и (e) - работы [16]; Δ - начальное распределение изотопов текущей работы, ∇ - работы [16]; O - конечное распределение изотопов текущей работы, □ - работы [16]; увеличенные метки обозначают суммарный вклад изотопов при одном зарядовом числе Z; каждый изотоп подписан своим массовым числом A; $\log\rho = 4$ и $T_9 \in [2;5]$.

В табл.1 приведены рассматриваемые в текущей работе изотопы.

4. *Результаты и обсуждение*. Моделирование проводится так, что для каждой плотности $\log\rho = 4, 6, 8, 10$ берутся разные значения температур

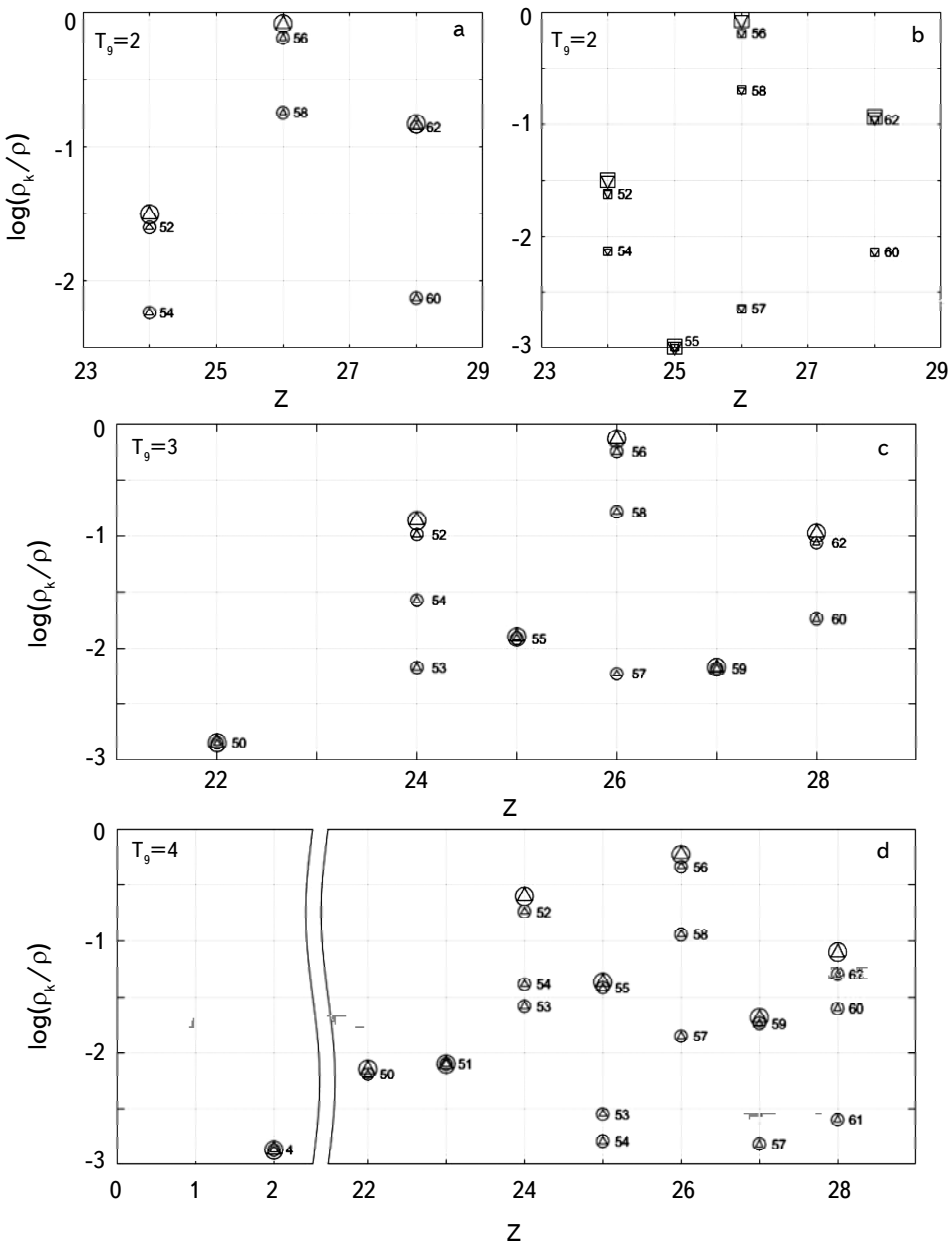

Рис.3. Состав ОНЗ; (a), (c), (d) - результаты текущей работы, (b) - работы [16]. $\log\rho = 6$ и $T_9 \in [2; 4]$. Обозначения те же, что на рис.2.

$T_9 = 2, 3, ..., 10$. Значение параметра R при начальном распределении всегда берется 0.85 ($Y_e \approx 0.46$), чтобы иметь возможность сравнить результаты с [16] для маленьких плотностей $\log\rho = 4, 6, 8$. В графики с результатами включены только 3 наиболее распространенных изотопа для каждого Z, массовая доля которых превышает 0.1%. Результаты вычислений отображены графически на рис.2-8. Почти совпадающие концентрации различных изотопов одного элемента

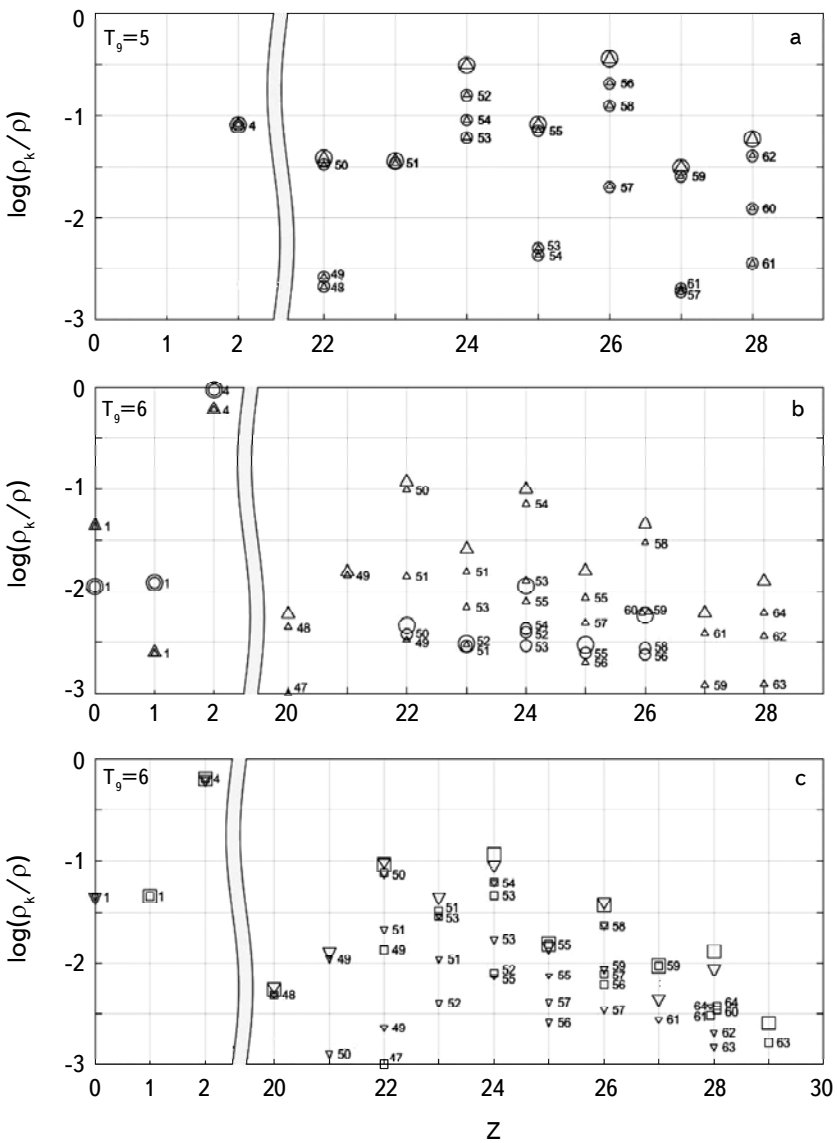

Рис.4. Состав ОНЗ; (a), (b) - результаты текущей работы, (c) - работы [16]. $\log\rho = 6$ и $T_9 \in [5; 6]$. Обозначения те же, что на рис.2.

раздвинуты по горизонтали.

При температурах ниже $T_9 = 4 - 5$ конечный состав почти не отличается от начального для всего диапазона взятых плотностей ввиду низкой скорости

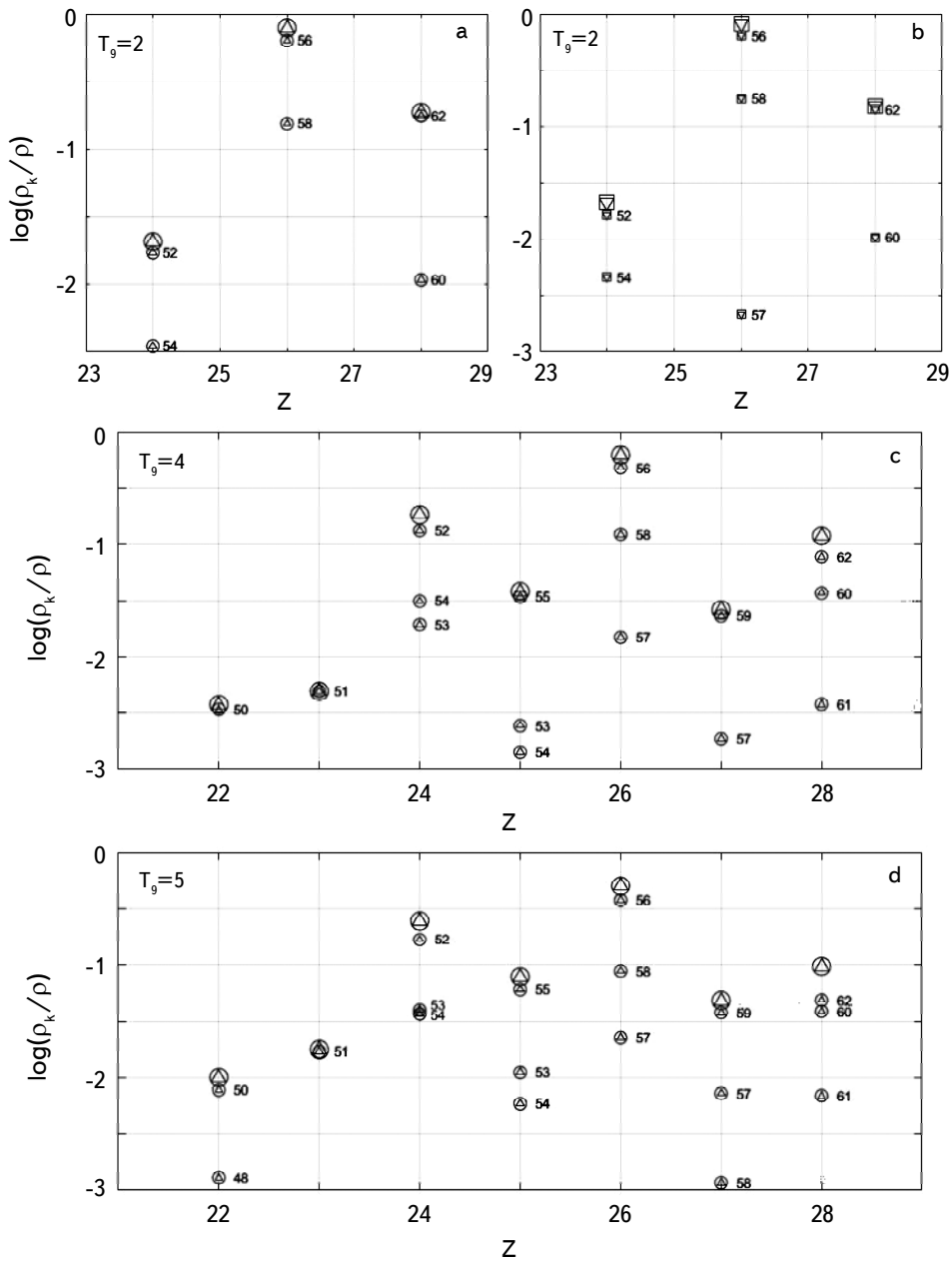

Рис.5. Состав ОНЗ; (a), (c), (d) - результаты текущей работы, (b) - работы [16]. $\log \rho = 8$ и $T_9 \in [2;5]$. Обозначения те же, что на рис.2.

реакций (рис.2a, c, рис.3a, c, d, рис.4a, рис.5a, c, d). В работе [16], где использовалась КМ, также нет отличий в начальном и конечном составах при низких температурах (рис.2b, рис.3b, рис.5b). Стоит отметить качественное

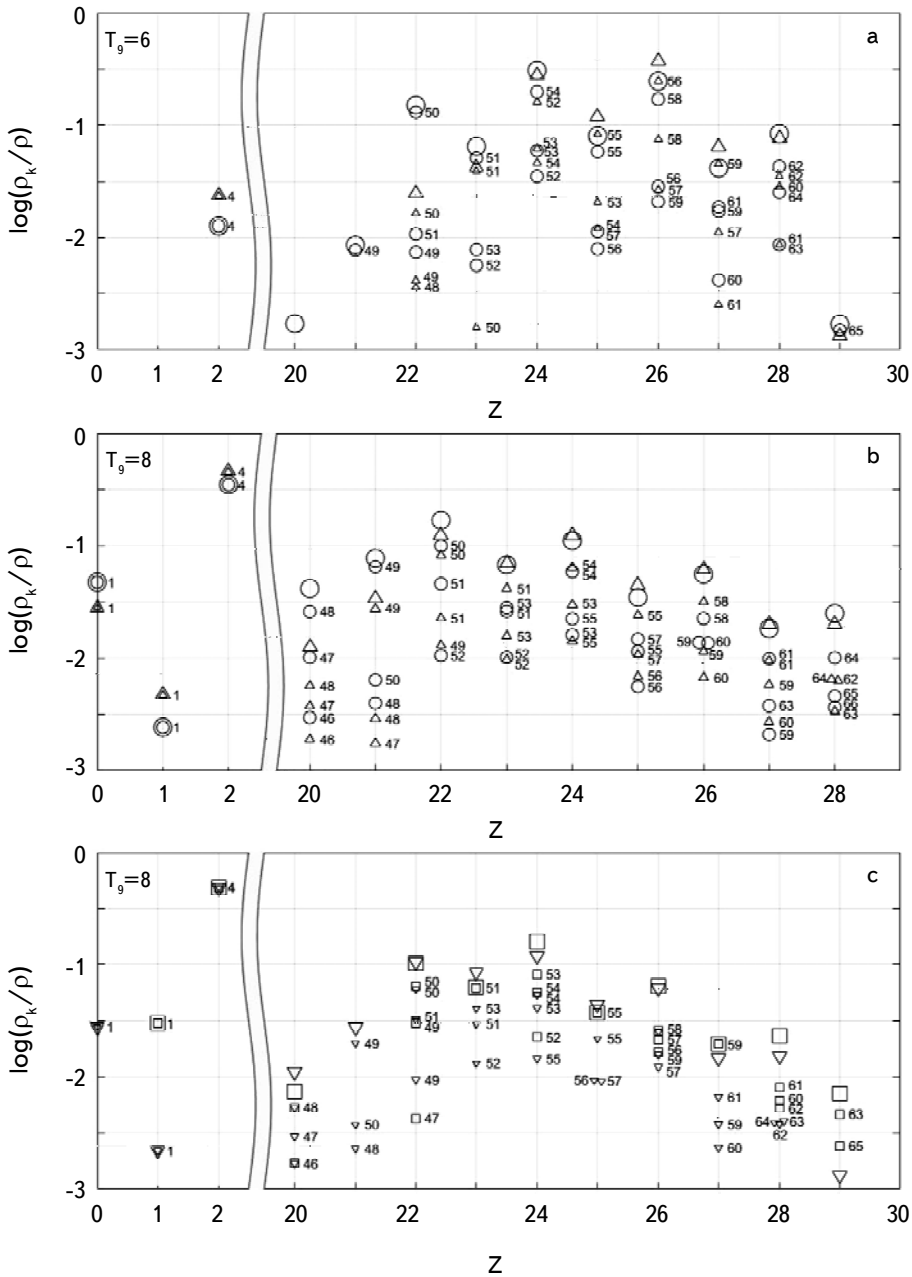

Рис.6. Состав ОНЗ; (a), (b) - результаты текущей работы, (c) - работы [16]. $\log\rho = 8$ и $T_9 \in [6;8]$. Обозначения те же, что на рис.2.

сходство с результатами [28], где на диаграмме 1 отображены области, на которых в зависимости от условий среды (ρ, T) доминируют те или иные компоненты системы.

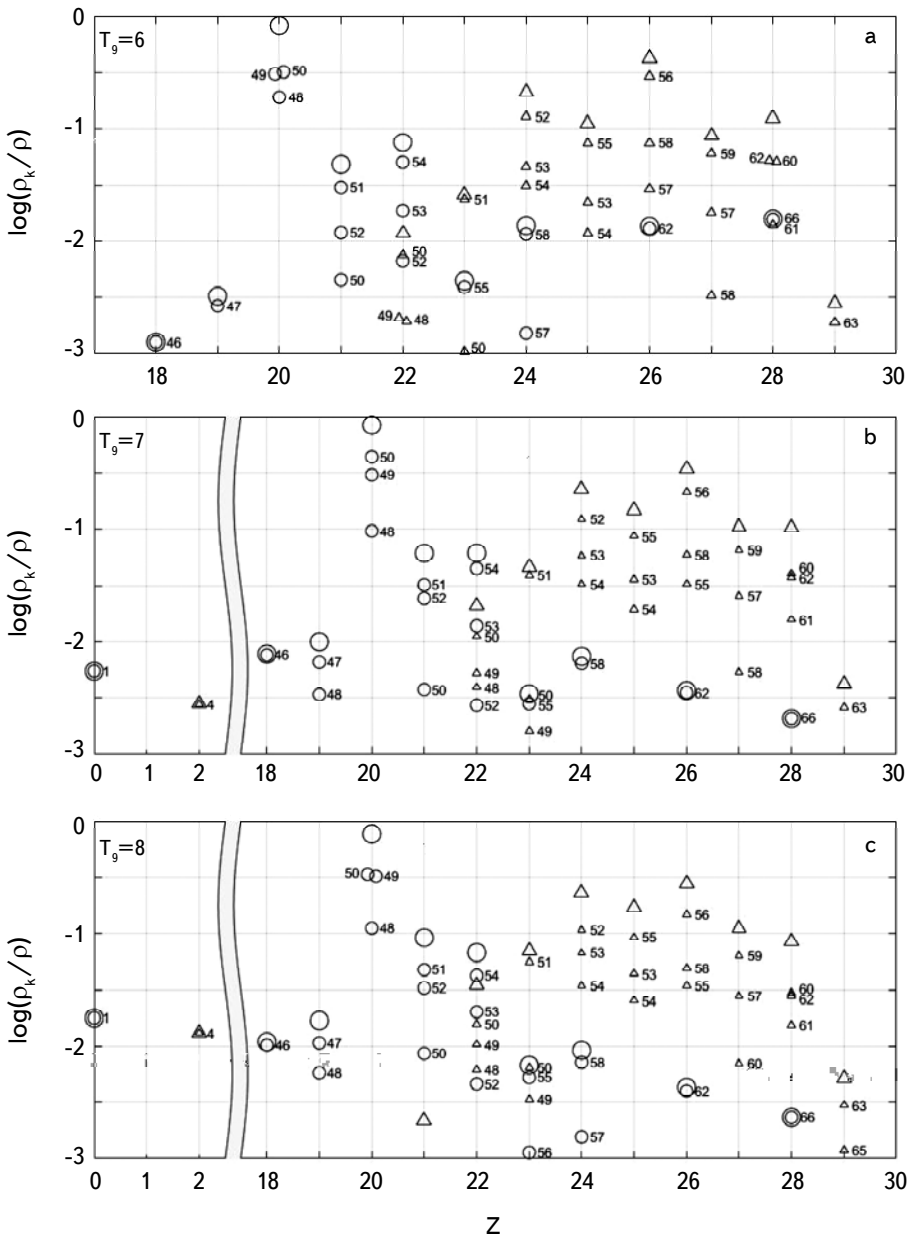

Рис.7. Состав ОНЗ; (a), (b), (c) - результаты текущей работы. $\log\rho = 10$ и $T_9 \in [6;8]$. Обозначения те же, что на рис.2.

При высоких температурах и плотностях преобладает кальций (рис.6a, b, c) и рис.8a, b, c), вклад свободных нейтронов становится существеннее. С ростом плотности электроны больше вырождаются $T << T_d$ (здесь T_d - температура вырождения) и заполняют сферу Ферми [18], делая распад нейтрона запрещенным в силу принципа запрета Паули [21].

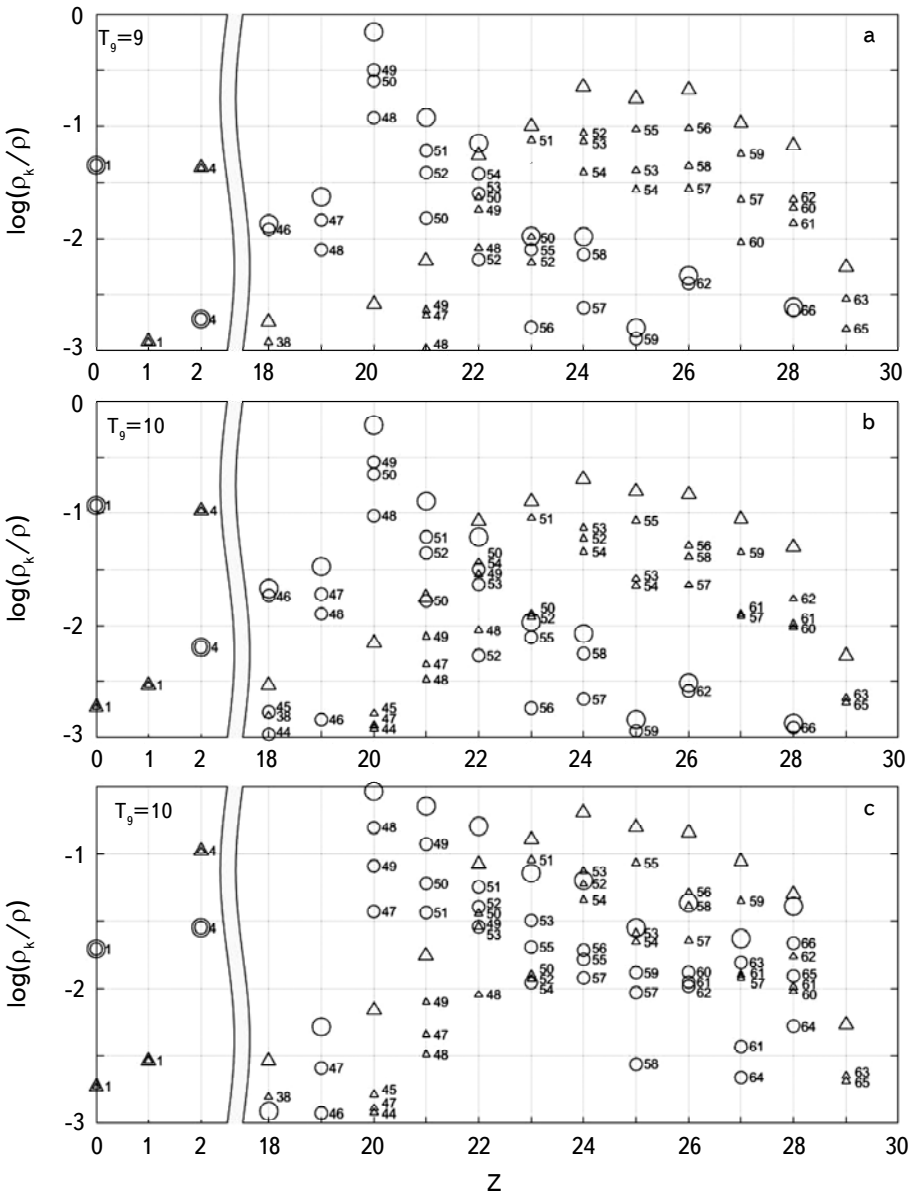

Рис.8. Состав ОНЗ; (a), (b), (c) - результаты текущей работы. $\log\rho = 10$ и $T_9 \in [9;10]$. Обозначения те же, что на рис.2.

Стоит иметь в виду, что при $T_9 \geq 1$ НЗ быстро охлаждаются благодаря процессам (4). В таком случае результаты, полученные в этой работе в условиях высоких температур - некорректны. При быстром охлаждении постепенно и неодновременно закрываются различные каналы ядерных реакций: сначала исчезает процесс слияния тяжелых заряженных ядер (не учитываются в текущей работе), затем фотоотщепления протонов и нейтронов [7]. Нарушается ЯСР, в результате чего необходимо применять КМ для ядерных реакций вместо использования распределения Саха. Для сравнения построены рис.8b и c: одинаковые условия, время эволюции системы в случае (b) составляет 500 с, в случае (c) - 5 с. Как видно из графиков, химический состав существенно отличается. После нескольких секунд потерь энергии температура может упасть до тех значений, когда бета-реакции практически не меняют имеющийся состав. В итоге эволюция химического состава рис.8c пойдет по другому пути и распределение рис.8b не реализуется.

5. *Заключение*. В текущей работе исследовался химический состав ОНЗ при постоянных условиях среды в приближении ЯСР. Предложенная модель даже в статическом приближении неплохо описывает распространенность ядер. Однако, как было отмечено в предыдущей главе, охлаждение горячей НЗ из-за нейтринных потерь энергии может нарушить ЯСР и изменить траекторию эволюции системы (неодновременное закрытие различных каналов ядерных реакций).

Для того чтобы модифицировать статическую модель в динамическую, необходимо использовать КМ для учета реакций захвата нейтронов и протонов при падении температуры ниже значений $T_9 = 3 - 5$. Также нужен учет современных ядерных данных для вычисления реакций (n,γ), (p,γ) и обратных им реакций фотоотщеплений. Из-за неодновременного выключения различных типов реакций реализуется ситуация частичного равновесия, когда реакции с протонами практически отсутствуют, в то время как скорости реакций с нейтронами по-прежнему быстрее бета-реакций. В таких условиях необходимо использовать КМ для реакций с протонами, но считать, что реализовано равновесие по реакциям с нейтронами.

Автор благодарит Г.С.Бисноватого-Когана за постановку задачи, продолжительные обсуждения, ценные замечания и конструктивную критику. Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 20-02-00455.

[1] Институт космических исследований, РАН,

[2] Московский физико-технический институт, e-mail: Lirts@phystech.edu

ON THE ISSUE OF THE FORMATION OF NON-EQUILIBRIUM LAYER OF NEUTRON STAR SHELL

A.Y.IGNATOVSKIY[1,2]

The chemical composition of the neutron star shell at high temperatures and densities is discussed. A model of nucleosynthesis based on the nuclear statistical equilibrium approximation is proposed. The investigation of the dependence of the nucleosynthesis results on the parameters of the medium in the static approximation is carried out. The results of the current work demonstrate a qualitative similarity with the earlier work of other authors. It is shown that the proposed model, even in the static approximation, describes well the abundance of nuclei.

Keywords: *nuclear astrophysics: nuclear statistical equilibrium*

ЛИТЕРАТУРА

1. *A.G.W.Cameron*, Space Sci. Rev., **15**, 1973.
2. *A.G.W.Cameron*, Astrophys. Space Sci., **82**, 123, 1982.
3. *P.A.Seeger*, *W.A.Fowler*, *D.D.Clayton*, Astrophys. J. Suppl., **11**, 121, 1965.
4. *E.M.Burbidge*, *G.R.Burbidge*, *W.A.Fowler et al.*, Reviews of modern physics, **29**, 547, 1957.
5. *I.V.Panov*, Physics of Atomic Nuclei, **79**, 159, 2016.
6. *I.V.Panov*, *H.-Th.Janka*, Astron. Astrophys., **494**, 829, 2009.
7. *G.S.Bisnovatyi-Kogan*, *V.M.Chechetkin*, Astrophys. Space Sci., **26**, 3, 1974.
8. *A.Arcones*, *F.-K.Thielemann*, Journal of Physics G, **40**, 2013.
9. *I.V.Panov*, *A.V.Yudin*, Astron. Lett., **46**, 552, 2020.
10. *C.Freiburghaus*, *S.Rosswog*, *F.-K.Thielemann*, Astrophys. J., **525**, 121, 1999.
11. *I.V.Panov*, *A.V.Yudin*, Physics of Atomic Nuclei, **82**, 403, 2019.
12. *Г.С.Бисноватый-Коган*, Релятивистская астрофизика и физическая космология, М., КРАСАНД, 2010.
13. *V.S.Imshennik*, *S.S.Filippov*, *A.M.Khokhlov*, Pis'ma Astron. Zh., **7**, 219, 1981.
14. *A.G.W.Cameron*, *J.J.Cowan*, *J.W.Truran*, Astrophys. Space Sci., **91**, 235, 1982.
15. *W.Hillebrandt*, Space Sci. Rev., **21**, 639, 1978.
16. *F.E.Clifford*, *R.J.Tayler*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **129**, 104, 1965.
17. *Г.С.Бисноватый-Коган*, Физические вопросы теории звездной эволюции, М., НАУКА, 1989.
18. *Л.Д.Ландау*, *Е.М.Лифшиц*, Теоретическая физика: Статистическая физика часть 1, М., ФИЗМАТЛИТ, 2002.

19. *Л.Д.Ландау*, *Е.М.Лифшиц*, Теоретическая физика: Теория поля, М., ФИЗМАТЛИТ, 2016.
20. *Г.С.Бисноватый-Коган*, *В.М.Чечеткин*, УФН, **127**, 263, 1979.
21. *Л.Д.Ландау*, *Е.М.Лифшиц*, Теоретическая физика: Квантовая механика (нерелятивистская теория), М., ФИЗМАТЛИТ, 2002.
22. *F.-K.Thielemann*, *I.V.Panov*, *S.I.Blinnikov*, Astron. Lett., **27**, 239, 2001.
23. *S.I.Blinnikov*, *I.V.Panov*, Astron. Lett., **22**, 39, 1996.
24. *K.Sato*, Progress of theoretical physics, **62**, 1979.
25. *B.Singh*, *J.L.Rodriguez*, *S.S.M.Wong et al.*, Nuclear Data Sheets, **84**, 487, 1998.
26. *H.P.William*, *A.T.Saul*, *T.V.William et al.*, Numerical Recipes in Fortran, 77, Press Syndicate of the University of Cambridge, 1992.
27. *G.S.Bisnovatyi-Kogan*, *Ya.M.Kazhdan*, Soviet Astron., **10**, 604, 1967.
28. *V.S.Imshennik*, *D.K.Nadezhin*, Soviet Astron., **9**, 1154, 1966.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64 МАЙ, 2021 ВЫПУСК 2

SOLUTIONS FOR MASSLESS BOSONS IN THE MANNHEIM-KAZANAS SPACE-TIME

M.A.DARIESCU, C.DARIESCU

Received 28 January 2021
Accepted 3 May 2021

The present paper deals with the Mannheim-Kazanas metric which is supposed to offer a reliable explanation on the observed galaxy rotation curves. The effective potential and the geodesic deviations are discussed. For a particular form of the metric, depending only on two parameters, the Gordon equation for massless bosons is satisfied by the Heun general functions. A special attention is given to the physically important local Minkowskian region, which has no analogue in the Schwarzschild case.

Keywords: *Mannheim-Kazanas spacetime: black holes: Gordon equation: Heun functions*

1. *Introduction*. In this work, we consider a spacetime described by a metric containing, besides the well-known Schwarzschild solution, a second linear contribution, of the form kr.

For negative k values, the expression corresponds to the Schwarzschild black hole surrounded by quintessential matter, with the state parameter $\omega = -2/3$ [1]. Such a form of the metric is sustained by recent astrophysical observations suggesting that an accelerating expansion of our universe may be explained by the presence of dark energy, one of the highly plausible candidates being the quintessence.

However, the lack of tangible evidence for the existence of quintessence motivates the consideration of alternative gravity theories aiming to achieve similar results, without the need of the dark sector.

One of the most prominent examples is the metric proposed, in 1989, by Mannheim and Kazanas (the MK metric) [2]. The metric function contains a first term similar to the Schwarzschild solution and a second contribution which grows linearly with r, of the form kr. Now, k is a positive constant, whose value is comparable to the inverse of the Hubble length. Even though the MK metric is not a standard solution of General Relativity Equations, since it leads, as we are going to see, to a negative energy density, it has the advantage of solving, in a purely geometric way, the problem of the flat galactic rotational curves of galaxies. Thus, for $k \approx 10^{-26}\,\mathrm{m}^{-1}$, there is a good agreement between the corre-

sponding flat rotational velocity and the experimental data [2].

Since the Schrödinger-type form of the Gordon equation is generally used to study the field scattering by a black hole, a main part of our work is devoted to the Gordon equation for particles evolving in the spacetime described by a particular expression of the MK metric. In the massless case, the solutions are expressed in terms of the Heun general functions [3,4].

Even though these were introduced more than 100 years ago, by Heun [5], they have been brought to the scientific community attention at the Centennial Workshop on Heun Equations, in 1989 [3]. In the last years, the Heun functions have been found as solutions to a wide range of problems in theoretical and applied science.

However, the theory of Heun equations is very complicated, because of the singular points and there are open questions related to the normalization procedure of the solutions, their series expansions or integration [6,7].

As expected, in the local Minkowskian region, the amplitude function is given by the Airy functions.

Finally, special attention is given to the energy spectrum which is associated with the so-called resonant frequencies, which are essential characteristics of black holes [8].

2. *The modified* $\lambda = 0$ *MK spacetime*. Let us describe the exterior region of an astrophysical object by the MK vacuum solution [2]

$$g_{00} = 1 - 3\beta k - \frac{\beta(2 - 3\beta k)}{r} + kr - \lambda r^2 , \tag{1}$$

where β, k and λ are integration constants. Obviously, for $\lambda = k = 0$, one can recover the well-known Schwarzschild external solution.

For the spherically symmetric static line element

$$ds^2 = g_{11}(dr)^2 + r^2\left[(d\theta)^2 + \sin^2\theta(d\varphi)^2\right] - g_{00}(dt)^2 , \tag{2}$$

where the functions g_{00} and g_{11} are depending only on r and satisfy the relation $g_{11} = g_{00}^{-1}$, one can define the pseudo-orthonormal frame

$$E_1 = \sqrt{g_{00}}\partial_r , \quad E_2 = \frac{1}{r}\partial_\theta , \quad E_3 = \frac{1}{r\sin\theta}\partial_\theta , \quad E_4 = \frac{1}{\sqrt{g_{00}}}\partial_t , \tag{3}$$

whose corresponding dual base is

$$\omega^1 = \frac{1}{\sqrt{g_{00}}}dr , \quad \omega^2 = r d\theta , \quad \omega^3 = r\sin\theta\, d\varphi , \quad \omega^4 = \sqrt{g_{00}}\, dt , \tag{4}$$

so that $ds^2 = \eta_{ab}\omega^a\omega^b$, with $\eta_{ab} = \mathrm{diag}[1,1,1,-1]$.

As in [9], we are working in an SO(3, 1)-gauge covariant approach. Thus, the connection coefficients can be easily obtained from the first Cartan's equation,

$$d\omega^a = \Gamma^a_{[bc]}\omega^b \wedge \omega^c, \tag{5}$$

with $1 \le b \le c \le 4$ and $\Gamma^a_{[bc]} = \Gamma^a_{.bc} - \Gamma^a_{.cb}$, and they read:

$$\Gamma_{122} = \Gamma_{133} = -\Gamma_{212} = -\Gamma_{313} = -\frac{\sqrt{g_{00}}}{r},$$

$$\Gamma_{233} = -\Gamma_{323} = -\frac{\cot\theta}{r}, \quad \Gamma_{144} = -\Gamma_{414} = \frac{g'_{00}}{2\sqrt{g_{00}}}, \tag{6}$$

where $()'$ means the derivative with respect to r.

From the second Cartan's equation, one can derive the tetradic curvature tensor components

$$R_{1212} = R_{1313} = -\frac{g'_{00}}{2r} = -R_{2424} = -R_{3434};$$

$$R_{2323} = \frac{1-g_{00}}{r^2}, \quad R_{1414} = \frac{g'_{00}}{2}. \tag{7}$$

Since the value of the positive constant k is comparable to the inverse of the Hubble length and the dimensionless quantity $3k\beta$ is $3k\beta \approx 10^{-12}$ [2], one can write the metric (1), for $\beta = M$, in the particular form

$$g_{00} = 1 - \frac{2M}{r} + kr. \tag{8}$$

Thus, we have kept only the Newtonian term, M/r, and the linear term kr and we have neglected the λr^2 contribution which becomes important at cosmological distances [2].

As in the case of the Schwarzschild solution, this metric has a real singularity in $r = 0$.

Now, the components (7) have the expressions:

$$R_{1212} = R_{1313} = -\frac{M}{r^3} - \frac{k}{2r} = -R_{2424} = -R_{3434},$$

$$R_{2323} = \frac{2M}{r^3} - \frac{k}{r}, \quad R_{1414} = -\frac{2M}{r^3}, \tag{9}$$

and the Einstein's tensor components read:

$$G_{11} = \frac{2k}{r} = -G_{44}, \quad G_{22} = G_{33} = \frac{k}{r}. \tag{10}$$

Since the proper energy density $T_{44} = G_{44}$ is negative, one may conclude by saying that the astrophysical object described by the metric (8) is surrounded by exotic matter.

The curvature of the metric (8) is negative,

$$R = -\frac{6k}{r},$$

and has a singularity in $r=0$.

However, in the tetradic frame (3), the components of the Weyl tensor have the simple expressions

$$C_{1212}=C_{1313}=C_{2424}=C_{3434}=C_{2424}=C_{34343}=-\frac{M}{r^3},\quad C_{2323}=\frac{2M}{r^3}=-C_{1414}$$

pointing out that, for $M=0$, the metric is conformally flat. For $M\neq 0$, the above components are all vanishing, for $r\to\infty$.

The unique horizon is the positive solution of the equation $g_{00}=0$, namely:

$$r_h=\frac{\sqrt{1+8kM}-1}{2k}\approx 2M(1-4kM). \tag{11}$$

For discussing the timelike geodesics, we write the spacetime line element (2) as

$$ds^2=\frac{(dr)^2}{g_{00}}+r^2\left[(d\theta)^2+\sin^2\theta(d\varphi)^2\right]-g_{00}(dt)^2=-d\tau^2, \tag{12}$$

where τ is the proper time.

If the motion of the particle with zero angular momentum is on the equatorial plane, the relation (12) leads to the simple expression

$$g_{00}\dot{t}^2-\frac{\dot{r}^2}{g_{00}}=1,$$

where dot means the derivatives with respect to τ. Since the metric (8) is static and the Killing vector field ∂_t is orthogonal to the surfaces $t=$const, the energy derived from the Lagrangian

$$-L=\frac{1}{2}\left[\frac{\dot{r}^2}{g_{00}}+r^2\dot{\theta}^2+\sin^2\theta\dot{\varphi}^2-g_{00}\dot{t}^2\right],$$

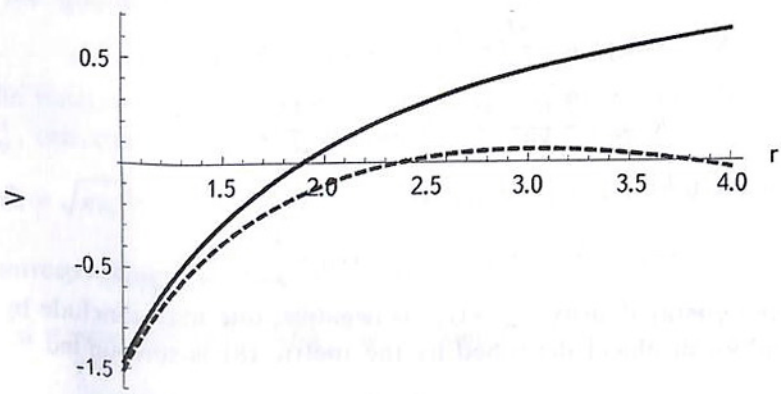

Fig.1. The effective potential (15), represented by the solid line, and (16), represented by the dashed plot. The numerical values of the parameters are: $M=1$, $k=0.03$, $\lambda=1/27$.

as

$$E = \frac{\partial L}{\partial \dot{t}} = g_{00}\dot{t}, \tag{13}$$

is conserved. Thus, we come to the important relation

$$\dot{r}^2 = E^2 - g_{00}, \tag{14}$$

where we identify the effective potential

$$V_{eff} = g_{00} = 1 - \frac{2M}{r} + kr, \tag{15}$$

which is represented in the Fig.1, by the solid plot.

Similarly to the Schwarzschild spacetime, since the effective potential becomes $-\infty$, as $r \to 0$, a particle with suitable total energy can reach the center.

Moreover, the exotic matter brings an additional contribution in the attractive force acting on the particle

$$F = -V'_{eff} = -\frac{2M}{r^2} - k.$$

Let us consider a particle located at the finite distance $r_0 > r_h$, with zero initial velocity, which is falling toward the black hole. The relation

$$E^2 = V_{eff}$$

is leading to the equation

$$kr_0^2 - \varepsilon r_0 - 2M = 0,$$

with $\varepsilon = E^2 - 1 > 0$, whose physical solution is

$$r_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon^2 + 8kM} + \varepsilon}{2k}.$$

One may easily check that r_0 exceeds the Schwarzschild radius $r_S = 2M$. On the way from r_0 to the horizon, the particle crosses the locally Minkowskian sphere, of radius $r_* = \sqrt{2M/k}$, where $g_{00} = 1$. This is an interesting feature, which has no analogue in the case of the Schwarzschild metric.

The relation (14) can be written as

$$\frac{dr}{d\tau} = -\sqrt{\frac{2M}{r} - kr + \varepsilon},$$

where the negative sign comes from the decreasing of time while r is increasing. With the change of variable $r = r_0 \sin^2 x$, where $x \in [0, \pi/2]$, the above relation leads to

$$d\tau = -2\sqrt{\frac{r_0}{k}} \frac{\sin^2 x dx}{\sqrt{p^2 + \sin^2 x}}, \quad p^2 = \frac{2M}{kr_0^2}.$$

The proper time is expressed in terms of the Elliptic integrals of the first and second kind as [10]

$$\tau = \frac{2}{k}\sqrt{\frac{2M}{r_0}}\left\{\text{Elliptic}\,E\left[-\frac{1}{p^2}\right] - \text{Elliptic}\,K\left[-\frac{1}{p^2}\right]\right\}.$$

For each value of k, one may easily check, using Mathematica, that τ is a positive function, which is increasing with the particle's energy, E. This can be easily understood since, for a particle with a higher energy, r_0 is moving to larger r values and the particle needs more time to reach the $r=0$ singularity.

A circular orbit has the radius R_c solution of the equation [11]

$$V'_{eff} = 0.$$

Since, for the metric (8), $V'_{eff} \neq 0$, there are no circular orbits of the test particles. The situation changes if one is taking the full expression of the MK metric, with $\lambda \neq 0$, and work with the effective potential

$$V_{eff} = 1 - \frac{2M}{r} + kr - \lambda r^2, \tag{16}$$

represented in the Fig.1, by the dashed plot. The horizons are given by the physical solutions of the equation $g_{00} = 0$, i.e.

$$-\lambda r^3 + kr^2 + r - 2M = 0.$$

As it is known [12], the cubic equation $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, has three real distinct solutions if the discriminant $\Delta = 18abcd - 4b^3d + b^2c^2 - 4ac^3 - 27a^2d^2$ is positive. This means the relation

$$-108M^2\lambda^2 + 4(1+9kM)\lambda + k^2(1+8kM) > 0,$$

which leads to the upper limit of the model's parameter λ:

$$\lambda \leq \frac{1+9kM+(1+6kM)^{3/2}}{54M^2} \approx \frac{1+9kM}{27M^2}.$$

Among the three roots, given by the intersection of V_{eff} with the horizontal axis, one is negative, while the other two are situated in the allowed r-region, as it can be seen in the Fig.1. We denote the two horizons by r_1 and r_2 and one may notice that the potential has a positive maximum in between. For large r-values, the potential is steeply falling down, to negative values. A particle coming from infinity, with $E^2 = V_{max}$, will follow a circular orbit, with R_c solution of the equation $V'_{eff} = 0$. This orbit is unstable because $V''_{eff} < 0$. Particles with $E^2 < V_{max}$ can follow elliptical orbits, with two turning points.

Finally, using the tetradic components of the Riemann tensor (9), one can work out the equation of geodesic deviation [13]

$$\ddot{\eta}^a + R^a_{bcd}\, v^b v^c \eta^d = 0,$$

where v^a is the unit vector tangent to the geodesic and η^a are the components of the connecting vector between two neighboring geodesics.

For the congruence of timelike geodesics with $v_4 v^4 = -1$, the above relation leads to the following system, similar to the one obtained in [14],

$$\ddot{\eta}^1 - \frac{2M}{r^3}\eta^1 = 0, \quad \ddot{\eta}^A + \left[\frac{M}{r^3} + \frac{k}{2r}\right]\eta^A = 0, \tag{17}$$

where $A = 2, 3$.

One may noticed that the angular tidal forces, given by the second equation in (17), are affected by the parameter k. With

$$\dot{\eta} = \frac{d\eta}{d\tau} = \dot{r}\eta' = \sqrt{E^2 - g_{00}}\,\eta', \quad \ddot{\eta} = \left(E^2 - g_{00}\right)\eta'' - \frac{g_{00}'}{2}\eta',$$

we get the explicit form of the geodesic deviation vectors, expressed in terms of the hypergeometric functions, [10], as

$$\begin{aligned} \eta^1 &= A_1\sqrt{\frac{2M}{r} - kr} + A_2\left(-1 + \sqrt{1-x}\,F_{21}\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4}, x\right]\right) \\ \eta^A &= B_1 r + B_2\sqrt{r}\,F_{21}\left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{5}{4}, x\right] \end{aligned} \tag{18}$$

where $x = kr^2/2M \in (0,1]$ and $A_{1,2}$ and $B_{1,2}$ are integration constants. For $x << 1$, meaning $r << r_*$, the expression of η^1 and η^A have the same form as the ones corresponding to the Schwarzschild black hole (SBH):

$$\eta^1 = \frac{C_1}{\sqrt{r}} + C_2 r^2,$$

and

$$\eta^A = D_1 r + D_2\sqrt{r}.$$

3. *The Gordon equation and its Heun solutions.* In order to understand the behavior of a black hole, one can consider a test field evolving in the corresponding manifold. The quantized energy spectrum is expressed in terms of the black hole's parameters and therefore they carry important information.

In the pseudo-orthonormal frame (3), the SO(3, 1) gauge-covariant Klein-Gordon equation, i.e.

$$\eta^{ab}\Phi_{|ab} - \eta^{ab}\Phi_{|c}\Gamma^c_{ab} = \mu^2\Phi,$$

with $\Phi_{|a} = E_a\Phi$, has the explicit form

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2 g_{00}\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right] + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\sin\theta\frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\right] + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2} - \frac{1}{g_{00}}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} - \mu^2\Phi = 0,$$

where the metric function describing the external region of the astrophysical object is (8).

The variables being separated, one can take the wave function as

$$\Phi = F(r) Y_\ell^m(\theta, \varphi) e^{-i\omega t}, \tag{19}$$

where Y_ℓ^m are the spherical functions and the radial equation reads

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left[r^2 g_{00}\frac{dF}{dr}\right] + \left[\frac{\omega^2}{g_{00}} - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - \mu^2\right] F = 0. \tag{20}$$

The standard way for computing the quasinormal modes of the spherically symmetric black holes is to introduce the tortoise coordinate and use the WKB method. We do not insist on the procedure since it has been developed in [15]. However, we want to point out that, introducing the customary amplitude function

$$u(r) = r\sqrt{g_{00}}\, F(r),$$

the equation (20) becomes

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \left\{\frac{1}{g_{00}^2}\left[\omega^2 + \frac{g_{00}'^2}{4}\right] - \frac{1}{g_{00}}\left[\frac{k}{r} + \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} + \mu^2\right]\right\} u = 0, \tag{21}$$

where one may identify, besides the corrected energy, the Newtonian contribution.

Now, let us watch the field evolution around the locally Minkowskian region $g_{00} \approx 1$, i.e. $r_* = \sqrt{2M/k}$. In terms of the dimensionless space variable $x = r/r_*$, the equation (21) can be written as

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \left\{\left(1 - \frac{\sqrt{2kM}}{x} + \sqrt{2kM}\, x\right)^{-2}\left[r_*^2\omega^2 + \frac{kM}{2}\left(\frac{1}{x^2}+1\right)^2\right]\right.$$

$$\left. - \left(1 - \frac{\sqrt{2kM}}{x} + \sqrt{2kM}\, x\right)^{-1}\left[\frac{\sqrt{2kM}}{x} + \frac{\ell(\ell+1)}{x^2} + r_*^2\mu^2\right]\right\} u = 0.$$

For $x = 1 + \rho$, to first order in ρ and $\sqrt{2kM}$, the above equation becomes

$$\frac{d^2u}{d\rho^2} + \left\{\left[\frac{2M}{k}\left(\omega^2 - \mu^2\right) - \ell(\ell+1)\right] + \left[2\ell(\ell+1) + \sqrt{2kM}\left(1 - \frac{4M}{k}\left(2\omega^2 - \mu^2\right)\right)\right]\rho\right\} u = 0,$$

and, in the semiclassical linear approximation $\omega \approx \mu + \varepsilon$, with $\omega^2 \approx \mu^2 + 2\mu\varepsilon$, it can be written as

$$\frac{d^2u}{d\rho^2} + \left\{\left[\frac{4\mu\varepsilon M}{k} - \ell(\ell+1)\right] + \left[2\ell(\ell+1) - 4\mu^2 M\sqrt{\frac{2M}{k}}\right]\rho\right\} u = 0. \tag{22}$$

In the particular S-case, corresponding to $\ell = 0$, the above relation turns into the following Schrödinger-like equation for the amplitude function

$$\frac{d^2u}{d\rho^2}+2\mu\frac{2M}{k}\left[\varepsilon-\mu\sqrt{2kM}\rho\right]u=0. \tag{23}$$

The solutions are the oscillatory Airy functions [10]

$$u=C_1\,\mathrm{Ai}(y)+C_2\,\mathrm{Bi}(y)$$

of variable

$$y=\left[\frac{2\mu^2}{k^2}\right]^{1/3}\left[\sqrt{2kM}\rho-\frac{\varepsilon}{\mu}\right].$$

To find the solution for the entire range of the variable r, let us go back to the radial equation (20). For the metric (8) written as

$$g_{00}=1-\frac{2M}{k}+kr=\frac{k}{r}\left[r+\frac{a+1}{2k}\right]\left[r-\frac{a-1}{2k}\right], \tag{24}$$

with

$$a=\sqrt{1+8kM},$$

this can be analytically solved only in the massless case. Using Maple, one may find the solution given by the Heun general functions [3,4]

$$F(r)=\left[r-\frac{a-1}{2k}\right]^{i\omega(a-1)/2ka}\left[r+\frac{a+1}{2k}\right]^{-i\omega(a+1)/2ka}\mathrm{Heun}\,G\left[\frac{2a}{a+1},q,\alpha,\beta,\gamma,\delta,1+\frac{2kr}{a+1}\right], \tag{25}$$

whose absolute value is represented in the Fig.2, for $r\geq r_h$, where r_h is given in (11).

One may notice that, just outside the horizon, there is a maximum probability for the particle to exist. For r close to r_h, the probability is sharply decreasing,

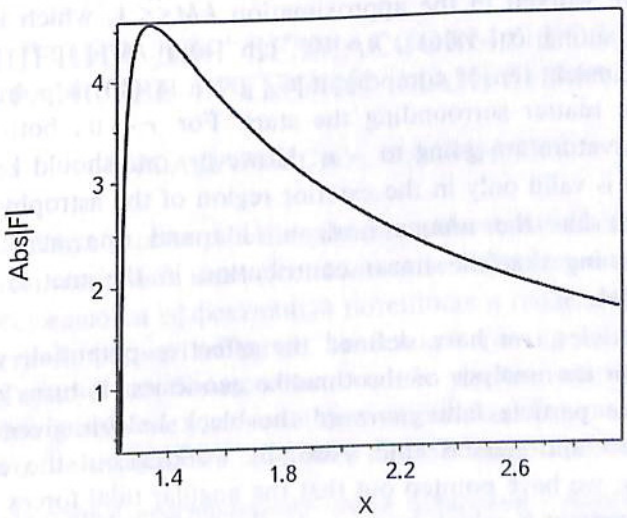

Fig.2. The absolute value $\mathrm{Abs}|F|=|F|^2$, of the function (25), for $r\geq r_h$.

as a clear indication that the particles are not propagating on the horizon.

To have a polynomial form of the Heun general functions, one has to impose that the α parameter

$$\alpha = 1 - \frac{i\omega}{ka} + \frac{\sqrt{k^2 - \omega^2}}{k},$$

satisfies the necessary condition $\alpha = -n$, with n a positive integer [4]. This leads to the following imaginary energy spectrum depending on M and k,

$$\omega_n = \frac{i(n+1)}{8M}\sqrt{1+8kM}\left[1 \pm \sqrt{1+\frac{8kMn(n+2)}{(n+1)^2}}\right]. \tag{26}$$

One may notice that, for $k=0$, we get the equally spaced energy spectrum of the SBH [8],

$$\omega_n^S = \frac{i}{4M}(n+1).$$

To first order in $8kM$, the quantized energy in (26) becomes

$$\omega_n = i\left[\frac{n+1}{4M} + \frac{(3n^2+6n+2)k}{2(n+1)}\right]$$

pointing out an additional contribution depending only on k.

4. *Conclusions*. In this manuscript, we carried out an analysis of the ($\lambda = 0$) MK metric. Even though this metric, with a linear contribution in r, is not a standard solution of Einstein's equations in General Relativity, this has offered an alternative explanation of the observations on the galaxy rotation curves. Throughout this paper, we have worked in the approximation $kM << 1$, which is consistent with the proposed numerical values, $k = 10^{-28}\,\mathrm{cm}^{-1}$ and $kM \approx 10^{-12}$ [2].

The negative Einstein tensor component G_{44} given in (10) is pointing out the existence of exotic matter surrounding the stars. For $r \to 0$, both the energy density and the curvature are going to $-\infty$. However, one should keep in mind that the metric (8) is valid only in the exterior region of the astrophysical object.

The metric (8) has the unique horizon (11) and one may notice that $r_h < r_S = 2M$, meaning that the linear contribution in the metric shrinks the horizon of the SBH.

For falling particles, we have defined the effective potential, which is an essential quantity in the analysis of the timelike geodesics. It turns out that the proper time for the particle falling toward the black hole is given by Elliptic integrals of the first and second kind. Also, by working out the equations of geodesic deviations, we have pointed out that the angular tidal forces are affected by the metric's parameter k, which brings a significant contribution in the explicit form of the geodesic deviation vectors (18).

The final part of the paper is devoted to the analysis of the Gordon equation for massless bosons evolving in the spacetime described by the metric (8). The obtained solution, given in (19) with (25), is valid for any values of k and M and the whole range of r. The graphical description reveals that the absolute value of the radial solution (25) has a maximum just outside the horizon (see Fig.2).

Finally, we would like to mention some interesting features of the local Minkowskian region $g_{00} \approx 1$, which has no analogue in the case of the Schwarzschild metric. For a typical galaxy with

$$2M = \frac{10^{11} M_S G}{c^2} \approx 10^{14}\, m,$$

and $k = 10^{-26}\,\mathrm{m}^{-1}$, the terms $2M/r$ and kr are comparable for $r_* = \sqrt{2M/k} \approx 10$ kpc and the potential is constant. Such a potential is leading to approximately constant rotational velocities which agree with the more or less flat observed galactic rotation curves [16].

In the particular case corresponding to $\ell = 0$, the Schrodinger-type equation for the amplitude function (23) is satisfied by the Airy functions, which are well-known solutions to the Schrödinger equation describing particles tunneling through linear potentials.

Faculty of Physics, "Alexandru Ioan Cuza" University of Iaşi Bd. Carol I, Romania, e-mail: marina@uaic.ro ciprian.dariescu@uaic.ro

РЕШЕНИЯ ДЛЯ БЕЗМАССОВЫХ БОЗОНОВ В ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ МАНГЕЙМА-КАЗАНАСА

М.А.ДАРИЕСКУ, Ч.ДАРИЕСКУ

В данной статье рассматривается метрика Мангейма-Казанаса, которая, как предполагается, может дать надежное объяснение наблюдаемым кривым вращения галактик. Обсуждаются эффективный потенциал и геодезические отклонения. Для конкретной формы метрики, зависящей только от двух параметров, уравнению Гордона для безмассовых бозонов удовлетворяют общие функции Гойна. Особое внимание уделяется физически важному локальному региону Минковского, не имеющему аналога в случае Шварцшильда.

Ключевые слова: *пространство-время Мангейма - Казанаса: черные дыры: уравнение Гордона: функции Гойна*

REFERENCES

1. *V.V.Kiselev*, Class. Quantum Gravity, **20**, 1187, 2003.
2. *Ph.D.Mannheim*, *D.Kazanas*, Astrophys. J., **342**, 635, 1989.
3. *A.Ronveaux* (ed.) Heun's Differential Equations. The Clarendon Press, Oxford University Press, New York, 1995.
4. *S.Y.Slavyanov*, *W.Lay*, Special Functions, A Unified Theory Based on Singularities, Oxford Mathematical Monographs, 2000.
5. *K.Heun*, Mathematische Annalen, **3**, 161, 1890.
6. *P.Fiziev*, *D.Staicova*, Phys. Rev. D, **84**, 127502, 2011.
7. *M.Hortacsu*, Advances in High Energy Phys., **2018**, 8621573, 2018.
8. *H.S.Vieira*, *V.B.Bezerra*, Ann. Phys., **373**, 28, 2016.
9. *C.Dariescu*, *M.A.Dariescu*, *C.Stelea*, Gen. Rel. Grav., **49**, 153, 2017.
10. *S.Gradshteyn*, *I.M.Ryzhik*, Table of Integrals, Series and Products, Academic, New York, 4th ed., 1965.
11. *Al-Badawi et al.*, Eur. Phys. J. Plus, **135**, 219, 2020.
12. *S.M.Shelbey*, CRC Standard Mathematical Tables, CRC Press, 1969.
13. *R.D'Inverno*, Introducing Einstein's Relativity, Clarendon Press, Oxford, 1992.
14. *R.M.Gad*, Astrophys. Space Sci., **330**, 107, 2010.
15. *Y.Hatsuda*, Phys. Rev. D, **101**, 024008, 2020.
16. *V.C.Rubin*, *W.K.Ford*, *N.Thonnard*, Astrophys. J. Lett., **225**, L107, 1978.

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 64 МАЙ, 2021 ВЫПУСК 2

HIGHER-DIMENSIONAL ANISOTROPIC MODIFIED HOLOGRAPHIC RICCI DARK ENERGY COSMOLOGICAL MODEL IN LYRA MANIFOLD

K.DAS, J.BHARALI

Received 18 October 2020
Accepted 3 May 2021

We used modified holographic Ricci dark energy to find anisotropic LRS Bianchi type I cosmological model in five-dimensions based on Lyra geometry. The exact solutions of the Einstein field equations were obtained by using hybrid expansion law (HEL). We have investigated the interacting and non-interacting dark energy and dark matter. It is found that at late times the equation of state parameter (EOS) for non-interacting case behaves like a cosmological constant whereas it behaves like phantom dark energy for interacting model. Some cosmological parameters and stability of the models are discussed. The physical and geometric aspects of the models have been analysed. They are consistent with the recent observational results.

Keywords: *LRS Bianchi type I space-time*: *Lyra geometry*: *modified holographic Ricci dark energy*: *hybrid expansion law*

1. *Introduction*. Supernova observations (SNeIa) point towards an accelerated expansion of the universe and also various astrophysical observational evidences have decided the fact that the universe experiences an early inflation as well as late-time accelerated expansion [1–4]. In modern cosmology it believed that this is caused by a mysterious form of energy termed as dark energy (DE) [5] with positive energy density and negative pressure. The simplest candidate for dark energy is the cosmological constant Λ with the equation of state $\omega = -1$. This includes the hurdle of fine-tunning and cosmic coincidence [6,7]. Further investigations reveal that there are other types of DE, such as quintessence [8], phantom [9,10], tachyon [11], dilation [12] with interacting dark energy models like holographic [13] and agegraphic [14] models. Also, the cosmic viscosity is successful in achieving to play a role of dark energy candidate causing the acceleration of the universe [15-17]. From the observational fact of Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) it is found that the dark energy occupies 68.3%, the dark matter occupies 26.8% of the total energy of the universe and the rest 4.9% energy is baryonic matter [18].

The exact physical situation at very early stages of the formation of our Universe is still unknown. The investigation of higher-dimensional space-time is

important because it is believed that the cosmos at the early stage of evolution of the universe might have had a higher dimensional era. A fifth dimension is introduced by Kaluza and Klein [19,20] to unify gravity with electromagnetic interaction. In view of Chodos and Detweller's [21] investigations, the present four-dimensional stage of the universe could have been preceded by a higher-dimensional stage, which becomes four-dimensional in the sense that extra dimensions contract to unobserved planckian length scale due to dynamical contraction. This contraction of the extra dimension is a result of cosmological evolution. In view of the development of superstring theory and supergravity theory, higher dimensional physics acquires a new degree of emphasis. A good number of interior and exterior solutions of Einstein's equation in higher dimensions have been derived by Yoshimura [22], Koikawa [23], Myers and Perry [24] and Krori et al. [25]. Reddy and Venkateswara [26], Adhav et al. [27], Reddy [28] and a host of authors have contribution to the study of higher dimensional cosmological models in general relativity and also in other alternate theory of gravitation. The higher-dimensional anisotropic DE cosmological models play an important role in the study of early stages of evolution of the universe.

Holographic dark energy model is emerging from the holographic principle which was first presented by 't Hooft [29]. This principle states that the entropy of a system scales not with its volume, but also with its surface area. The energy density of holographic dark energy is $\rho_{HDE} = 3c^2 M_{pl}^2 L^{-2}$, where L is the infrared (IR) cut off radius, $M_{pl}^2 = 1/8\pi G$ is the Planck mass and c is constant according to Li et al. [30]. Gao et al. [31] obtained a holographic dark energy model. In this model the future event horizon is replaced by the inverse of the Ricci scalar curvature. This model is "Ricci Dark Energy" (RDE) model. A new holographic Ricci dark energy was proposed by Granda and Oliveros [32,33] with the density of dark energy as $\rho_{HDE} = 3M_{pl}^2\left(\eta_1 H^2 + \eta_2 \dot{H}\right)$. In 2009, Chen and Jing [34] modified this model as $\rho_{MHRDE} = 3M_{pl}^2\left(\eta_1 H^2 + \eta_2 \dot{H} + \eta_3 \ddot{H}H^{-1}\right)$. Katore et al. [35], Kumar and Yadav [36] and a considerable number of researchers have studied cosmological models with anisotropic dark energy.

Several researchers were inspired by Einstein's geometrization of gravitation in his theory of general relativity to geometrize other physical fields. Weyl [37] proposed a unified theory to geometrize gravitation and electromagnetism. But this theory was not considered as it was depended on non-integrability of length transfer. Lyra [38] suggested a modification by introducing a gauge function into the structure less manifold which removes the non-integrability condition of the length of a vector under parallel transport. Sen [39] and Sen and Dunn [40] suggested a new scalar-tensor theory of gravitation and constructed an analogue of the Einstein field equations based on Lyra's geometry, which in normal gauge may be written as

$$R_{ij}-\frac{1}{2}g_{ij}R+\frac{3}{2}\phi_i\phi_j-\frac{3}{4}g_{ij}\,\phi_k\phi^k=-\chi T_{ij}\,, \tag{1}$$

where ϕ_i is the displacement vector, $c=1$ and $8\pi G=\chi$ and other symbols have their usual meaning in the Riemannian geometry. A brief note on Lyra's geometry is given by Beesham [41] and Singh and Singh [42]. According to Halford [43], ϕ_i the displacement vector in Lyra geometry plays the role of cosmological constant in the normal general relativistic treatment. Rahman et al. [44,45] presented cosmological models in Lyra geometry. Singh and Desikan [46] presented the exact solutions for FRW cosmological model in Lyra's geometry with constant deceleration parameter. These theories are the modified theories of the gravitation or alternate theory of gravitation. The accelerating expansion of the universe can be explained in the context of these modified theories of gravitation. Motivated by the above investigationswe study here a higher dimensional (5D) cosmological model in one of these modified theories of gravitation, i.e. Lyra geometry. It is of great significance at the early stage of the universe.

The paper is organized as follows: The metric and field equations are given in Section 2. The solution of the field equations are presented in Section 3. In Section 4, some physical and geometrical representations of the model are discussed. The stability of models, the cosmic parameter and statefinder diagnostic parameters are discussed respectively in Section 5, Section 6 and Section 7. In Section 8, results and discussions of various parameters are discussed. The paper is devoted to some concluding remarks in Section 9.

2. *The metric and field equations*. The 5-D Bianchi type I metric is given by

$$ds^2=dt^2-X^2\,dx^2-Y^2\left(dy^2+dz^2\right)-Z^2\,d\psi^2\,, \tag{2}$$

where X, Y and Z are functions of cosmic time t.

The field equations based on Lyra manifold in normal gauge as proposed by Sen [39] and Sen and Dunn [40] is

$$R_{ij}-\frac{1}{2}g_{ij}\,R+\frac{3}{2}\phi_i\phi_j-\frac{3}{4}g_{ij}\,\phi_k\phi^k=-\left(T_{ij}+\overline{T_{ij}}\right), \tag{3}$$

where ϕ_i is the displacement vector and is defined as

$$\phi_i=\left(\beta(t),0,0,0,0\right) \tag{4}$$

and in geometrised unit $8\pi G=1$, $c=1$, R_{ij} is the Ricci tensor, R is the Ricci scalar, T_{ij} and $\overline{T_{ij}}$ are the energy momentum tensors for dark matter (pressure less) and MHRDE. T_{ij} and $\overline{T_{ij}}$ defined as follows

$$T^i_j=\mathrm{diag}\left[\rho_{MA},0,0,0,0\right], \tag{5}$$

$$\overline{T_j^i} = \mathrm{diag}\left[\rho_{MHRDE}, -p_{MHRDE_x}, -p_{MHRDE_y}, -p_{MHRDE_z}, -p_{MHRDE_\psi}\right]$$
$$= \mathrm{diag}\left[1, -\omega_x, -\omega_y, -\omega_z, -\omega_\psi\right]\rho_{MHRDE} \tag{6}$$
$$= \mathrm{diag}\left[1, -\omega_{MHRDE}, -(\omega_{MHRDE}+\delta), -(\omega_{MHRDE}+\delta), -\omega_{MHRDE}\right]\rho_{MHRDE},$$

where ρ_{MA} is the energy density of the dark matter and ρ_{MHRDE} is the energy density of the MHRDE and p_{MHRDE_x}, p_{MHRDE_y}, p_{MHRDE_z}, p_{MHRDE_ψ}, are the pressures on the x, y, z and ψ respectively. The skewness parameter δ is the deviations from ω_{MHRDE} on y and z axes. Here EOS parameter ω_{MHRDE} and skewness parameter δ can be functions of t.

The field equation (3) using Eqs. (4), (5) and (6) takes the form

$$2\frac{\dot{Y}\dot{Z}}{YZ} + 2\frac{\ddot{Y}}{Y} + \frac{\ddot{Z}}{Z} + \frac{\dot{Y}^2}{Y^2} + \frac{3}{4}\beta^2 = -\omega_{MHRDE}\rho_{MHRDE} \tag{7}$$

$$\frac{\ddot{X}}{X} + \frac{\ddot{Y}}{Y} + \frac{\ddot{Z}}{Z} + \frac{\dot{X}\dot{Y}}{XY} + \frac{\dot{Y}\dot{Z}}{YZ} + \frac{\dot{Z}\dot{X}}{ZX} + \frac{3}{4}\beta^2 = -(\omega_{MHRDE}+\delta)\rho_{MHRDE} \tag{8}$$

$$\frac{\ddot{X}}{X} + 2\frac{\ddot{Y}}{Y} + 2\frac{\dot{X}\dot{Y}}{XY} + \frac{\dot{Y}^2}{Y^2} + \frac{3}{4}\beta^2 = -\omega_{MHRDE}\rho_{MHRDE} \tag{9}$$

$$2\frac{\dot{X}\dot{Y}}{XY} + 2\frac{\dot{Y}\dot{Z}}{YZ} + \frac{\dot{X}\dot{Z}}{XZ} + \frac{\dot{Y}^2}{Y^2} - \frac{3}{4}\beta^2 = \rho_{MA} + \rho_{MHRDE}\,. \tag{10}$$

The energy conservation equation is

$$\dot{\rho}_{MA} + \left(\frac{\dot{X}}{X} + 2\frac{\dot{Y}}{Y} + \frac{\dot{Z}}{Z}\right)\rho_{MA} + \dot{\rho}_{MHRDE} +$$
$$+ (1+\omega_{MHRDE})\rho_{MHRDE}\left(\frac{\dot{X}}{X} + \frac{2\dot{Y}}{Y} + \frac{\dot{Z}}{Z}\right) + 2\frac{\dot{Y}}{Y}\delta\rho_{MHRDE} = 0\,, \tag{11}$$

where dot $(\cdot)$ denotes derivative with respect to the cosmic time t.

3. *Solutions of the field equations*. The spatial volume V is given by

$$V = XY^2Z = R^4\,, \tag{12}$$

where R is the average scale factor. The Hubble's parameter H is given by

$$H = \frac{1}{4}\frac{\dot{V}}{V} = \frac{1}{4}\left(H_x + H_y + H_z + H_\psi\right) = \frac{1}{4}\left(\frac{\dot{X}}{X} + \frac{2\dot{Y}}{Y} + \frac{\dot{Z}}{Z}\right), \tag{13}$$

where H_x, H_y, H_z and H_ψ are the directional Hubble parameters in the directions of x, y, z and ψ axes respectively.

The anisotropy parameter A_p is given by

$$A_p = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4}\left(\frac{H_i - H}{H}\right)^2 = \frac{1}{4H^2}\left[\left\{\frac{\dot{X}}{X} - \frac{1}{4}\left(\frac{\dot{X}}{X} + 2\frac{\dot{Y}}{Y} + \frac{\dot{Z}}{Z}\right)\right\}^2 + \right.$$

$$\left. + 2\left\{\frac{\dot{Y}}{Y} - \frac{1}{4}\left(\frac{\dot{X}}{X} + 2\frac{\dot{Y}}{Y} + \frac{\dot{Z}}{Z}\right)\right\}^2 + \left\{\frac{\dot{Z}}{Z} - \frac{1}{4}\left(\frac{\dot{X}}{X} + 2\frac{\dot{Y}}{Y} + \frac{\dot{Z}}{Z}\right)\right\}^2\right]. \tag{14}$$

Eq. (7) and Eq. (8) together yield

$$\frac{\dot{X}}{X} - \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{d_1}{V}\exp - \left(\int \frac{XY\,\delta\rho_{MHRDE}}{\dot{X}Y - X\dot{Y}}dt\right), \tag{15}$$

where d_1 is a constant of integration. To solve the Eq. (15), we take (according to Adhav [47])

$$\delta\rho_{MHRDE} = \frac{\dot{X}}{X} - \frac{\dot{Y}}{Y}. \tag{16}$$

Using Eq. (16), Eq. (15) takes the form

$$\frac{\dot{X}}{X} - \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{d_1}{V}e^{-t}. \tag{17}$$

Eqs. (7)-(10) are four field equations with seven unknowns X, Y, Z, β, ω_{MHRDE}, ρ_{MHRDE}, and ρ_{MA}. So, in order to solve the system completely we need extra three relations. We take the following relations (i), (ii) and (iii):

(i) Chen and Jing [34] proposed the MHRDE density as

$$\rho_{MHRDE} = 3\left(\eta_1 H^2 + \eta_2 \dot{H} + \eta_3 \ddot{H}H^{-1}\right), \tag{18}$$

where η_1, η_2 and η_3 are constants and $M_{pl}^2 = 8\pi G = 1$.

(ii) The average scale factor $R(t)$ which is a combination of power law and exponential law as proposed by Akarsu et al. [48] is given by

$$R(t) = R_p\left(\frac{t}{t_p}\right)^{a_1} e^{a_2\left(t/t_p - 1\right)}, \tag{19}$$

where a_1 and a_2 are non-negative constants and R_p and t_p represents the present value of scale factor and age of the universe.

The relation (19) is a combination of power and exponential law which is commonly known as Hybrid Expansion Law (HEL). And also

(iii) $$Z = \frac{1}{t^n}, \tag{20}$$

where $n > 0$ is a positive constant.

Eq. (12), on using Eq. (19) gives the spatial volume V of the model as

$$V = XY^2Z = R^4 = R_p^4\left(\frac{t}{t_p}\right)^{4a_1} e^{4a_2\left(t/t_p-1\right)}. \tag{21}$$

Eq. (20) and Eq. (21) yield

$$XY^2 = R_p^4\left(\frac{t}{t_p}\right)^{4a_1} t^n e^{4a_2\left(t/t_p-1\right)}. \tag{22}$$

Eq. (17) gives

$$X = Yd_2 \exp\left[\frac{d_1}{R_p^4}\int \frac{e^{-t}t_p^{4a_1}}{t^{4a_1}e^{4a_2\left(t/t_p-1\right)}}dt\right], \tag{23}$$

where d_2 is a constant of integration.

Eqs. (22) and (23) yield

$$Y = R_p^{4/3}\left(\frac{t}{t_p}\right)^{4a_1/3} e^{4a_2\left(t/t_p-1\right)/3} t^{n/3} d_2^{-1/3}\left\{\exp\left[\frac{d_1}{R_p^4}\int \frac{e^{-t}t_p^{4a_1}}{t^{4a_1}e^{4a_2\left(t/t_p-1\right)}}dt\right]\right\}^{-1/3} \tag{24}$$

$$X = R_p^{4/3}\left(\frac{t}{t_p}\right)^{4a_1/3} e^{4a_2\left(t/t_p-1\right)/3} t^{n/3} d_2^{2/3}\left\{\exp\left[\frac{d_1}{R_p^4}\int \frac{e^{-t}t_p^{4a_1}}{t^{4a_1}e^{4a_2\left(t/t_p-1\right)}}dt\right]\right\}^{2/3} \tag{25}$$

$$H_x = \frac{\dot{X}}{X} = \frac{4}{3}\left(\frac{a_1}{t}+\frac{a_2}{t_p}\right)+\frac{n}{3t}+\frac{2}{3}\frac{d_1}{R_p^4}\left(\frac{t}{t_p}\right)^{-4a_1} e^{-\left\{4a_2\left(t/t_p-1\right)+t\right\}} \tag{26}$$

$$H_y = H_z = \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{4}{3}\left(\frac{a_1}{t}+\frac{a_2}{t_p}\right)+\frac{n}{3t}-\frac{1}{3}\frac{d_1}{R_p^4}\left(\frac{t}{t_p}\right)^{-4a_1} e^{-\left\{4a_2\left(t/t_p-1\right)+t\right\}} \tag{27}$$

$$H_\psi = \frac{\dot{Z}}{Z} = -\frac{n}{t} \tag{28}$$

$$H = \frac{\dot{R}}{R} = \left(\frac{a_1}{t}+\frac{a_2}{t_p}\right). \tag{29}$$

The deceleration parameter q is defined as

$$q = -\frac{R\ddot{R}}{\dot{R}^2} = -1 + a_1 t_p^2\left(a_1 t_p + a_2 t\right)^{-2}. \tag{30}$$

3.1. *Non-interacting dark energy and dark matter.* In this section we have assumed that there is no interaction between Dark Energy and Dark Matter.

Eq. (11) yields the conservation equation for matter and MHRDE as

$$\dot{\rho}_{MA} + \left(\frac{\dot{X}}{X} + 2\frac{\dot{Y}}{Y} + \frac{\dot{Z}}{Z}\right)\rho_{MA} = 0 \tag{31}$$

$$\dot{\rho}_{MHRDE} + (1+\omega_{MHRDE})\rho_{MHRDE}\left(\frac{\dot{X}}{X} + 2\frac{\dot{Y}}{Y} + \frac{\dot{Z}}{Z}\right) + 2\frac{\dot{Y}}{Y}\delta\rho_{MHRDE} = 0. \tag{32}$$

Eq. (31) implies $\dot{\rho}_{MA} + 4H\rho_{MA} = 0$

$$\rho_{MA} = d_3 t^{-4a_1} e^{-4a_2 t/t_p}, \tag{33}$$

where d_3 is an integrating constant. The expression for EOS parameter ω_{MHRDE} for MHRDE is obtained from Eq. (32) as

$$4H\rho_{MHRDE}\omega_{MHRDE} = -\left[\dot{\rho}_{MHRDE} + 4H\rho_{MHRDE} + 2\frac{\dot{Y}}{Y}\left(\frac{\dot{X}}{X} - \frac{\dot{Y}}{Y}\right)\right]. \tag{34}$$

Eqs. (18) and (29) lead to

$$\rho_{MHRDE} = 3t^{-2}\left[\eta_1(a_1 t_p + a_2 t)^2 t_p^{-2} - a_1\eta_2 + 2a_1\eta_3 t_p(a_1 t_p + a_2 t)^{-1}\right]. \tag{35}$$

The skewness parameter δ can be obtained from Eq. (16) using Eqs. (24) and (25) as

$$\delta = \frac{d_1}{R_p^4}\left(\frac{t}{t_p}\right)^{-4a_1} e^{-\{4a_2(t/t_p - 1) + t\}} \frac{1}{\rho_{MHRDE}}. \tag{36}$$

Eq. (34) on using the values of X, Y, Z, ρ_{MHRDE}, H yields,

$$\begin{aligned} 4H\rho_{MHRDE}\omega_{MHRDE} &= \left(\frac{a_1}{t} + \frac{a_2}{t_p}\right)\left\{\frac{6a_1\eta_1}{t^2} + \frac{12\eta_2 a_1}{t^2} - \frac{8d_1}{3R_p^4} e^{-[t+4a_2(t/t_p-1)]}\left(\frac{t}{t_p}\right)^{-4a_1}\right\} \\ &- \frac{6a_1\eta_2}{t^3} + \frac{6a_1\eta_3}{t^6}\left(2ta_1 + 3t^2\frac{a_2}{t_p}\right)\left(\frac{a_1}{t} + \frac{a_2}{t_p}\right)^{-2} - 12\eta_1\left(\frac{a_1}{t} + \frac{a_2}{t_p}\right)^3 - \frac{24a_1\eta_3}{t^3} \\ &+ \frac{2}{3}\left\{\frac{d_1}{R_p^4} e^{-[t+4a_2(t/t_p-1)]}\left(\frac{t}{t_p}\right)^{-4a_1}\right\}^2 - \frac{2nd_1}{3tR_p^4}\left(\frac{t}{t_p}\right)^{-4a_1} e^{-[t+4a_2(t/t_p-1)]}. \end{aligned} \tag{37}$$

The displacement field vector β obtained from Eq. (9) on using Eqs. (26), (27), (35) and (37) is given by

$$\frac{3}{4}\beta^2 = \frac{4a_1+n}{t^2} - \left\{\frac{4}{3}\left(\frac{a_1}{t}+\frac{a_2}{t_p}\right)+\frac{n}{3t}+\frac{2d_1}{3R_p^4}e^{-\left[t+4a_2\left(t/t_p-1\right)\right]}\left(\frac{t}{t_p}\right)^{-4a_1}\right\}^2 -$$
$$2\left\{\frac{4}{3}\left(\frac{a_1}{t}+\frac{a_2}{t_p}\right)+\frac{n}{3t}-\frac{d_1}{3R_p^4}e^{-\left[t+4a_2\left(t/t_p-1\right)\right]}\left(\frac{t}{t_p}\right)^{-4a_1}\right\}\times$$
$$\left\{\frac{8}{3}\left(\frac{a_1}{t}+\frac{a_2}{t_p}\right)+\frac{2n}{3t}+\frac{d_1}{3R_p^4}e^{-\left[t+4a_2\left(t/t_p-1\right)\right]}\left(\frac{t}{t_p}\right)^{-4a_1}\right\}- \tag{38}$$
$$\omega_{MHRDE}\rho_{MHRDE} - \left[\frac{4}{3}\left(\frac{a_1}{t}+\frac{a_2}{t_p}\right)+\frac{n}{3t}-\frac{d_1}{3R_p^4}\left(\frac{t}{t_p}\right)^{-4a_1}e^{-\left[t+4a_2\left(t/t_p-1\right)\right]}\right]^2.$$

3.2. *Interacting dark energy and dark matter.* We have considered that there is an interaction between Dark Energy and Dark Matter. The Eq. (11) yields the conservation equation for matter and MHRDE as

$$\dot{\rho}_{MA} + \left(\frac{\dot{X}}{X}+2\frac{\dot{Y}}{Y}+\frac{\dot{Z}}{Z}\right)\rho_{MA} = Q' \tag{39}$$

$$\dot{\rho}_{MHRDE} + \left(1+\omega_{MHRDE}\right)\rho_{MHRDE}\left(\frac{\dot{X}}{X}+2\frac{\dot{Y}}{Y}+\frac{\dot{Z}}{Z}\right)+2\frac{\dot{Y}}{Y}\delta\rho_{MHRDE} = -Q', \tag{40}$$

where Q' is the interaction between Dark Energy (DE) and Dark Mater (DM). Here $Q'>0$ means that the energy flows from DE to DM, $Q'<0$ means that the energy flows in opposite direction and $Q'=0$ means that there is no interaction between DE and DM. In general, Q' is inversely proportional of time. Wei and Cai [49] proposed

$$Q' = 4H\sigma\rho_{MA} \tag{41}$$

where $\sigma>0$ is a coupling constant.

Eqs. (39) and (41) implies

$$\rho_{MA} = d_4 R^{4(\sigma-1)}, \quad \sigma>1 \tag{42}$$

where d_4 is a constant of integration.

Eqs. (40) and (41) on using the values of X, Y, Z, ρ_{MHRDE}, H yields,

$$4H\rho_{MHRDE}\,\omega_{MHRDE}=-Q'+\left(\frac{a_1}{t}+\frac{a_2}{t_p}\right)\left\{\frac{6a_1\eta_1}{t^2}+\frac{12\eta_2 a_1}{t^2}-\frac{8d_1}{3R_p^4}e^{-\left[t+4a_2\left(t/t_p-1\right)\right]}\left(\frac{t}{t_p}\right)^{-4a_1}\right\}$$
$$-\frac{6a_1\eta_2}{t^3}+\frac{6a_1\eta_3}{t^6}\left(2ta_1+3t^2\frac{a_2}{t_p}\right)\left(\frac{a_1}{t}+\frac{a_2}{t_p}\right)^{-2}-12\eta_1\left(\frac{a_1}{t}+\frac{a_2}{t_p}\right)^{3}-\frac{24a_1\eta_3}{t^3} \tag{43}$$
$$+\frac{2}{3}\left\{\frac{d_1}{R_p^4}e^{-\left[t+4a_2\left(t/t_p-1\right)\right]}\left(\frac{t}{t_p}\right)^{-4a_1}\right\}^2-\frac{2nd_1}{3tR_p^4}\left(\frac{t}{t_p}\right)^{-4a_1}e^{-\left[t+4a_2\left(t/t_p-1\right)\right]}.$$

4. *Some physical and geometrical representation*. The graphical representations of various cosmological parameters for both the interacting case and non-interacting case are discussed here. The numerical values used in the graphs are

$$R_p=1,\quad t_p=13.7,\quad a_1=0.1,\quad a_2=1.55,\quad n=2,\quad d_1=0.12,\quad d_2=0.001,$$
$$d_3=0.01,\quad \eta_1=1,\quad \eta_2=0.5,\quad \eta_3=0.4,\quad \sigma=2,\quad d_4=0.01,\quad q_0=-0.77 \tag{44}$$

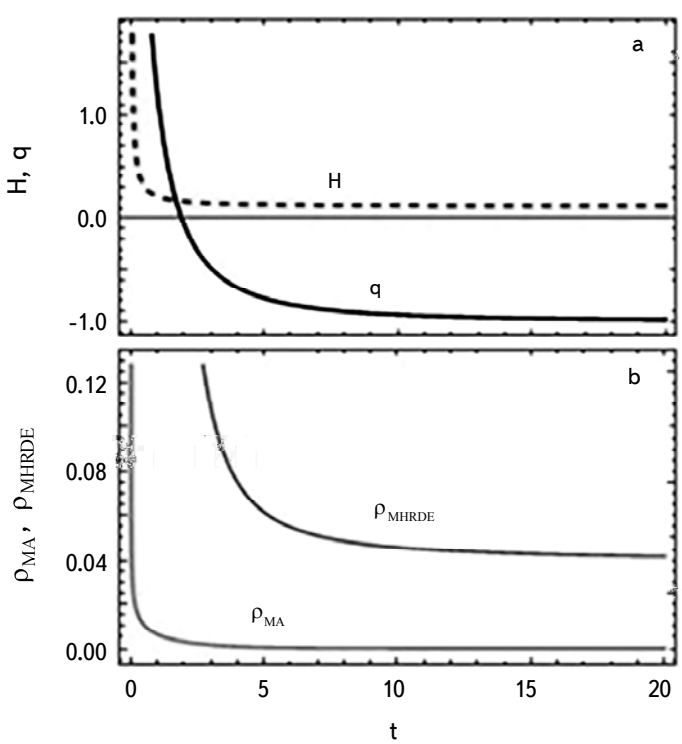

Fig.1. a) The plots of H (dashed line) and q (solid line) versus cosmic time t. b) The plots of ρ_{MA} and ρ_{MHRDE} versus cosmic time t.

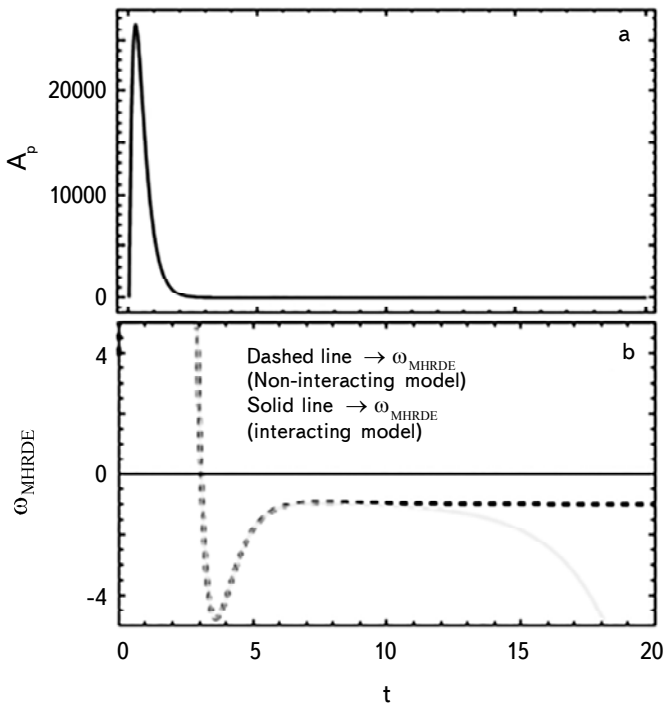

Fig.2. a) The plot of A_p versus cosmic time t. b) The plot of ω_{MHRDE} versus cosmic time t.

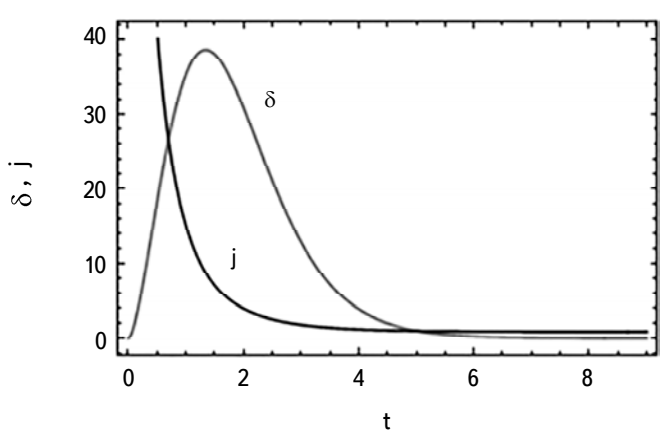

Fig.3. The plots of δ and j versus cosmic time t.

5. *Stability analysis*. The stability conditions can be determined by testing the sound speed. The square sound speed for any fluid is given as $\upsilon_{sq}^2 = \dot{p}_{MHRDE}/\dot{\rho}_{MHRDE}$, $p_{MHRDE} = \omega_{MHRDE}\rho_{MHRDE}$. The positive value of υ_{sq}^2 implies that the model is stable whereas the negative value implies that the model is

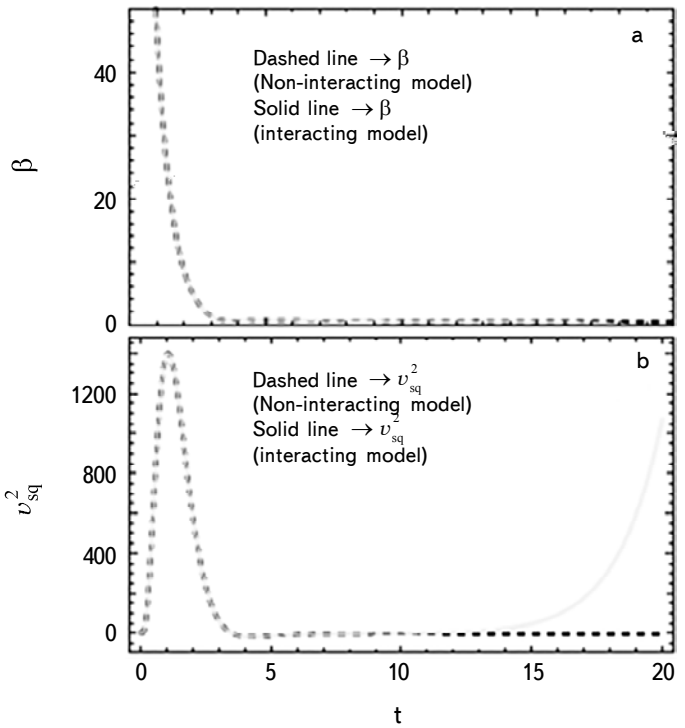

Fig.4. a) The plots of β versus cosmic time *t*. b) The plots of υ_{sq}^2 versus cosmic time.

unstable. Also, the casualty condition must be satisfied. It means that the sound speed is less than the speed of light. The Energy conditions, i.e. Weak Energy Conditions (WEC), Dominant Energy Conditions (DEC) and Strong Energy Conditions (SEC) are respectively given by

(I) $\rho_{MHRDE} \geq 0$ (II) $\rho_{MHRDE} + p_{MHRDE} \geq 0$ (III) $\rho_{MHRDE} + 4\, p_{MHRDE} \geq 0$

6. *Cosmic jerk parameter.* Cosmic jerk parameter is defined as the third order derivative of the average scale factor w.r. to the cosmic time. It is a dimensional quantity and it is given by Chiba and Nakamura [50]

$$j(t) = \frac{1}{H^3}\frac{\dddot{R}}{R} = q + 2q^2 - \frac{\dot{q}}{H}. \tag{45}$$

Using Eqs. (29) and (30) in Eq. (45), we get the expression of cosmic jerk parameter as

$$j(t) = 1 - 3a_1 t_p^2 \left(a_1 t_p + a_2 t\right)^{-2} + 2a_1^2 t_p^4 \left(a_1 t_p + a_2 t\right)^{-4} + \frac{2a_1 a_2 t t_p^3}{\left(a_1 t_p + a_2 t\right)^4}. \tag{46}$$

It is believed that the transition from the decelerating to the accelerating phase of the universe isdue to a cosmic jerk parameter. This transition of the universe

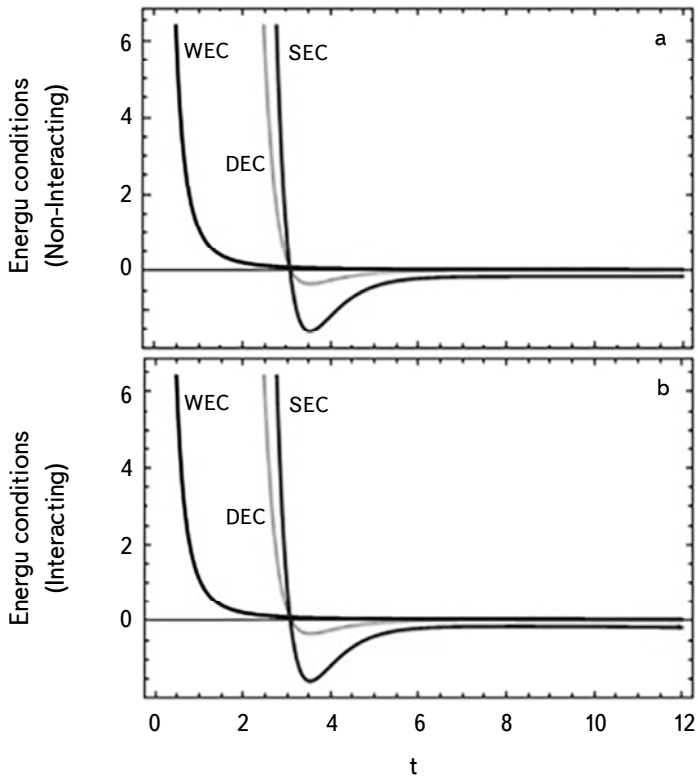

Fig.5. a) The plots of Energy conditions (for non-interacting case) versus cosmic time t. b) The figure shows the plot of Energy conditions (for interacting case) versus cosmic time.

occurs for different models with a positive value of the jerk parameter and the negative value of the deceleration parameter [51-53]. The ΛCDM model has a constant jerk $j = 1$.

7. *Statefinder parameters*. Sahni et al. [54] first introduced the statefinder parameters called {r, s} parameters to discriminate among the various DE models. The {r, s} parameters depends on the average scale factor. The important property of the {r, s} parameter is that it can explains the dynamics of the expansion of the universe by using the higher derivatives of R and the deceleration parameter q. The mathematical expression of {r, s} parameters are

$$r = \frac{\dddot{R}}{RH^3} \quad \text{and} \quad s = \frac{r-1}{3\left(q-\frac{1}{2}\right)}. \tag{47}$$

For our model, the {r, s} parameters take the form

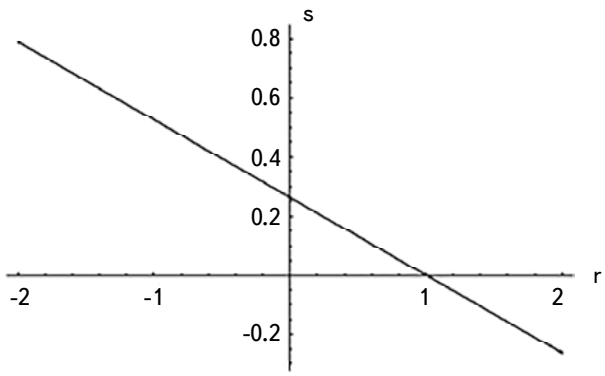

Fig.6. The plot of r versus s.

$$r = \frac{2a_1}{t^3\left(\frac{a_1}{t}+\frac{a_2}{t_p}\right)^3} - \frac{3a_1}{t^2\left(\frac{a_1}{t}+\frac{a_2}{t_p}\right)^2} + 1 \tag{48}$$

$$3s = \frac{\frac{2a_1}{t^3\left(\frac{a_1}{t}+\frac{a_2}{t_p}\right)^3} - \frac{3a_1}{t^2\left(\frac{a_1}{t}+\frac{a_2}{t_p}\right)^2}}{\frac{a_1}{t^2\left(\frac{a_1}{t}+\frac{a_2}{t_p}\right)^2} - \frac{3}{2}}. \tag{49}$$

Therefore r is related to s by the following expression:

$$s = \frac{r-1}{3(q-1/2)}, \quad q_0 = -0.77. \tag{50}$$

8. *Results and discussions*. It is observed from Fig.1a that H is a decreasing function of t and vanishes for large values of t. From Fig.1a, it is seen that the deceleration parameter q is positive at early stage of the universe and is negative at later stage. This implies that the universe exhibits transition from the decelerating to accelerating phase. Initially the universe is decelerating and ultimately at late times it is accelerating. From Fig.2a, it is seen that A_p increases sharply at early stage of the universe and then decreases and ultimately tends to zero at late times. So, at early era the universe is anisotropic and at the late times the universe becomes isotropic. From Fig.1b, it is observed that ρ_{MA} is a

decreasing function of t and tends to zero at late-times. From Fig.1b, it is seen that ρ_{MHRDE} is a decreasing function of t and tends to small value at late-times. From Fig.2b, it is observed that ω_{MHRDE} tends to -1 at late times for non-interacting case, where dashed line represents the non-interacting model and interestingly it behaves like a cosmological constant [6]. Also, from Fig.2b, it is observed that $\omega_{MHRDE} < -1$ at late-times for interacting case. This depicts that the model behaves like phantom dark energy [8]. It is observed from Fig.3, that δ increases sharply at early stage of the universe and then decreases and ultimately tends to zero at late times. From Fig.3, it is seen that j tends to 1 at late times and is positive throughout the entire age of the universe. From Fig.4a, it is seen that β tends to zero at late times for both non-interacting (dashed line) case and interacting (solid line) case. From Fig.4b, for non-interacting model (dashed line) and interacting model (solid line), we see that v_{sq}^2 is positive for both the cases. This confirms that our models are stable throughout the evolution of the universe. WEC is satisfied for both non-interacting and interacting models, but the DEC and SEC for both the models are violated which indicates that at late times our models proceed to accelerating expanded models of the universe Fig.5a, b. Hence our cosmological models are physically acceptable. From Fig.6, we observe that the value of s is negative when $r \geq 1$. Also, it is observed that universe starts from an Einstein static era ($r \to \infty$, $s \to \infty$) and goes to the ΛCDM model ($r = 1$, $s = 0$).

9. *Conclusions.* In this paper, we have studied interacting and non-interacting DE and DM in the anisotropic five-dimensional Bianchi type-I universe within the framework of Lyra geometry. The exact solutions of the Einstein field equations in Lyra geometry are obtained by making use of MHRDE proposed by Chen and Jing [34]. Also, we have used HEL which is a combination of power law and exponential law. The anisotropy of the universe ultimately tends to zero at later times and the universe becomes isotropic. The skewness parameter δ in this model also tends to zero at later age of the universe. Also, the equation of state parameter for MHRDE, ω_{MHRDE} approaches -1 at late times and it behaves like a cosmological constant for non-interacting model. But for interacting model $\omega_{MHRDE} < -1$ which indicates the model behaves like phantom dark energy at late times. The cosmic jerk parameter j approaches to 1 at late times of the evolution of the universe and it is positive throughout the age of the universe. Also, it is found that the sound speed is positive for non-interacting and interacting models and therefore our models are stable throughout the evolution of the universe. The statefinder diagnostic pair {r, s} is obtained. The trajectories in the {r, s} plane corresponds to the ΛCDM model (as shown in Fig.6). The displacement field vector β which plays an important role in the dynamics of the universe, tends to zero at later age of the universe. The constant displacement vector field β in

Lyra geometry plays the role of cosmological constant Λ in normal relativistic treatment [43]. Therefore, the displacement field behaves as a candidate for dark energy. Interestingly, within the frame work of Lyra geometry while investigating five-dimensional LRS Bianchi type-I model universe with time-dependent deceleration parameter our models (interacting and non-interacting) are dark energy models of the universe which are consistent with the observational findings. It is seen that all physical and geometrical aspects of the models are in good agreement with the recent scenario of modern cosmology. It is observed that our models may be useful for better understanding of higher-dimensional cosmological model in early stage of the universe with modified holographic Ricci dark energy based within the frame work of Lyra geometry.

Acknowledgements. The authors are thankful to the referee for the positive and constructive comments, which have helped to improve the quality of the manuscript. They also like to thank the Department of Mathematics, Gauhati University for providing facilities to work out this paper. One of the authors (JB) acknowledges the financial support from UGC (NFOBC), India.

Department of Mathematics, Gauhati University, Assam (India)
e-mail: kallol@gauhati.ac.in jumibharali2@gmail.com

МНОГОМЕРНАЯ АНИЗОТРОПНАЯ КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МОДИФИЦИРОВАННОЙ ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ РИЧЧИ В МНОГООБРАЗИИ ЛИРЫ

К.ДАС, Д.БХАРАЛИ

Чтобы найти анизотропную космологическую модель LRS Бьянки типа I в пяти измерениях на основе геометрии Лиры, использована модифицированная голографическая темная энергия Риччи. Точные решения уравнений поля Эйнштейна получены с помощью гибридного закона расширения (HEL). Задача рассмотрена как при наличии взаимодействия между темной энергией и темной материей, так и при ее отсутствии. Обнаружено, что на поздних стадиях расширения уравнение параметра состояния (EOS) для невзаимодействующего случая ведет себя как космологическая постоянная, тогда как для взаимодействующей модели оно ведет себя как фантомная темная энергия. Обсуждаются некоторые космологические параметры и устойчивость моделей.

Физические и геометрические аспекты моделей были проанализированы и согласованы с недавними результатами наблюдений.

Ключевые слова: *LRS Бьянки: тип I: пространство-время: геометрия Лиры: модифицированная голографическая темная энергия Риччи: закон гибридного расширения*

REFERENCES

1. *A.G.Riess*, *A.V.Filippenko*, *P.Challis et al.*, Astron. J., **116**, 1009, 1998.
2. *S.Perlmutter*, *G.Aldering*, *G.Goldhaber et al.*, Astrophys. J., **517**, 565, 1999.
3. *M.Tegmark*, *M.Strauss*, *M.Blanton et al.*, Phys. Rev. D, **69**, 103501, 2004.
4. *D.J.Eisenstein et al.*, SDSS Collaboration. Astrophys. J., **633**, 560, 2005.
5. *P.J.E.Peebles*, *B.Ratra*, Rev. Mod. Phys., **75**, 559, 2003.
6. *S.Weinberg*, Rev. Mod. Phys., **61**, 1, 1989.
7. *J.M.Overduin*, *F.I.Coperstock*, Phys. Rev. D, **58**, 0433506, 1998.
8. *P.J.Steinhardt*, *L.M.Wang*, *I.Zlatev*, Phys. Rev. D, **59**, 123504, 1999.
9. *R.R.Caldwell*, Phys. Lett. B., **545**, 23, 2002.
10. *S.Noijiri*, *S.D.Odintov*, *S.Tsujikawa*, Phys. Rev. D, **71**, 063004, 2005.
11. *T.Padmanabhan*, Phys. Rev. D, **66**, 021301, 2002.
12. *M.Gasperini*, *F.Piazza*, *G.Veneziano*, Phys. Rev. D, **65**, 023508, 2002.
13. *M.R.Setare*, Phys. Lett., B., **654(1-2)**, 1, 2007.
14. *H.Wei*, *R.G.Cai*, Phys. Lett. B., **655(1-2)**, 1, 2007.
15. *W.Zimdahl*, *D.J.Schwarz*, *A.B.Balakin et al.*, Phys. Rev. D, **64**, 063501, 2001.
16. *M.Cataldo*, *N.Cruz*, *S.Lepe*, Phys. Lett. B., **619**, 5, 2005.
17. *J.Ren*, *X.H.Meng*, Phys. Lett. B, **636**, 5, 2006.
18. *P.A.R.Ade*, *N.Aghanim*, *C.Armitage-Caplan et al.*, arXiv:1303.5076, 2013.
19. *T.Kaluza*, Sitz. Press. Akad. Wiss., **33**, 966, 1921.
20. *O.Klein*, Z. Phys., **37**, 895, 1926.
21. *A.Chodos*, *S.Detweller*, Phys. Rev. D, **21**, 2167, 1980.
22. *M.Yoshimura*, Phys. Rev. D, **34**, 1021, 1986.
23. *T.Koikawa*, Phys. Lett. A, **117**, 279, 1986.
24. *R.C.Myers*, *M.J.Perry*, Ann. Phys. (NY), **172**, 304, 1986.
25. *K.D.Krori*, *P.Borgohain*, *K.Das*, Phys. Lett. A, **132**, 321, 1988.
26. *D.R.K.Reddy*, *N.Venkateswar Rao*, Astrophys. Space Sci., **277**, 461, 2001.
27. *K.S.Adhav*, *A.S.Bansod*, *S.L.Munde et al.*, Astrophys. Space Sci., **332**, 497, 2011.
28. *D.R.K.Reddy*, *S.Anitha*, *S.Umadevi*, Astrophys. Space Sci., **361**, 123, 2016.
29. *G.'t Hooft*, arXiv: gr-qc/9310026, 1993.
30. *M.Li*, Phys. Lett. B, **603**, 1, 2004.
31. *C.Gao*, *F.Wu*, *X.Chen et al.*, Phys. Rev. D, **79**, 043511, 2009.

32. *L.N.Granda*, *A.Oliveros*, Phys. Lett. B, **671**, 199, 2009.
33. *L.N.Granda*, *A.Oliveros*, Phys. Lett. B, **669**, 275, 2008.
34. *S.Chen*, *J.Jing*, Phys. Lett. B, **679**, 144150, 2009.
35. *S.D.Katore*, *K.S.Adhav*, *M.M.Sanchti*, Astrophys. Space Sci., **337**, 393, 2012.
36. *S.Kumar*, *A.K.Yadhav*, Mod. Phys. Lett A, **26**, 647, 2011.
37. *H.Weyl*, Ann. Phys. Leipzig, **54**, 117, 1918.
38. *G.Lyra*, Math. Z., **54**, 52, 1951.
39. *D.K.Sen*, Z. Phys., **149**, 311, 1957.
40. *D.K.Sen*, *K.A.Dunn*, J. Math. Phys., **12**, 578, 1971.
41. *A.Beesham*, Australian. J. Phys., **41**, 833, 1988.
42. *T.Singh*, *G.P.Singh*, Int. J. Theor. Phys., **31**, 1433, 1992.
43. *W.D.Halford*, Australian. J. Phys., **23**, 863, 1970.
44. *F.Rahman*, *S.Chakravorty*, *N.Begum et al.*, Fizika B, **11**, 57, 2002.
45. *F.Rahman*, *S.Das*, *N.Begum et al.*, Pramana. J. Phys., **61**, 153, 2003.
46. *G.P.Singh*, *K.Desikan*, Pramana. J. Phys., **49(2)**, 205, 1997.
47. *K.S.Adhav*, Int. J. Astron. Astrophys., **1**, 204, 2011.
48. *O.Akarsu*, *S.Kumar*, *R.Myrzakulov et al.*, J. Cosmol. Astropart. Phys., **01**, 022, 2014.
49. *H.Wei*, *R.G.Cai*, Eur. Phys. J. C, **59**, 99, 2009.
50. *S.Chiba*, *T.Nakamura*, Prog. Theor. Phys., **100**, 1077, 1998.
51. *R.D.Blandford*, *M.Amin*, *E.A.Baltz et al.*, arXiv:astro-ph/0408279, 2004.
52. *V.Sahin*, arXiv:astro-ph/0211084, 2002.
53. *M.Visser*, Class. Quantum. Gravity., **21**, 2603, 2004.
54. *V.Sahni*, *T. Deep Saini*, *A.A.Starobinsky et al.*, JETP Lett., **77**, 201, 2003.

CONTENTS

On the problem of the galaxy alignment with groups and clusters
H.M.Tovmassian 159

Investigation of the environmental dependence of galaxy age in the CMASS galaxy sample of SDSS DR12
Xin-Fa Deng 169

New orbit and estimation of the mass of star 61 Cygni based on its observations in 1819-2019
I.S.Izmailov, *N.A.Shakht*, *E.V.Polyakov*, *D.L.Gorshanov*, *M.A.Pogodin* 181

KIC 7732964 - possible candidate for FK Com type stars
E.S.Dmitrienko, *I.S.Savanov*, *V.B.Puzin* 195

Activity of two young solar-type stars with planetary systems from Ursa Major moving group and Psc-Eri stream
I.S.Savanov 203

PV Cep and V350 Cep: stars of the way between fuors and exors
H.R.Andreasyan, *T.Yu.Magakian*, *T.A.Movsessian*, *A.V.Moiseev* 213

Oxygen rich cool stars in the Cepheus region. New spectroscopic observations of selected objects from KP2001 catalogue
G.V.Petrosyan, *K.S.Gigoyan*, *E.Karapetyan*, *G.R.Kostandyan* 233

Modulation of galactic cosmic rays due to magnetic clouds and associated structures in the interplanetary space: 1996-2018
M.Fadaaq, *B.Badruddin* 241

Multilayer spherical stellar clusters with uniform density
G.S.Bisnovatyi-Kogan 259

On the issue of the formation of non-equilibrium layer of neutron star shell
A.Y.Ignatovskiy 267

Solutions for massless bosons in the Mannheim-Kazanas space-time
M.A.Dariescu, *C.Dariescu* 283

Higher-dimensional anisotropic modified holographic Ricci dark energy cosmological model in Lyra manifold
K.Das, *J.Bharali* 295

Индекс 70022

СОДЕРЖАНИЕ (продолжение)

КИСЛОРОДНЫЕ ХОЛОДНЫЕ ЗВЕЗДЫ В ОБЛАСТИ ЦЕФЕЯ. НОВЫЕ СПЕКТРОСКОПИЧЕСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ ИЗБРАННЫХ ОБЪЕКТОВ ИЗ КАТАЛОГА KP2001

Г.В.Петросян, *К.С.Гигоян*, *Э.Карапетян*, *Г.Р.Костандян* 233

МОДУЛЯЦИЯ ГАЛАКТИЧЕСКИХ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ МАГНИТНЫМИ ОБЛАКАМИ И СВЯЗАННЫХ С НИМИ СТРУКТУРАМИ В МЕЖПЛАНЕТНОМ ПРОСТРАНСТВЕ: 1996-2018гг.

М.Фадаак, *Б.Бадруддин* 241

МНОГОСЛОЙНЫЕ СФЕРИЧЕСКИЕ ЗВЕЗДНЫЕ СКОПЛЕНИЯ ОДНОРОДНОЙ ПЛОТНОСТИ

Г.С.Бисноватый-Коган 259

К ВОПРОСУ ОБ ОБРАЗОВАНИИ НЕРАВНОВЕСНОГО ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА В ОБОЛОЧКАХ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

А.Ю.Игнатовский 267

РЕШЕНИЯ ДЛЯ БЕЗМАССОВЫХ БОЗОНОВ В ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ МАНГЕЙМА-КАЗАНАСА

М.А.Дариеску, *Ч.Дариеску* 283

МНОГОМЕРНАЯ АНИЗОТРОПНАЯ КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МОДИФИЦИРОВАННОЙ ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ТЕМНОЙ ЭНЕРГИИ РИЧЧИ В МНОГООБРАЗИИ ЛИРЫ

К.Дас, *Д.Бхарали* 295

"Астрофизика"

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

1. Рукописи могут быть представлены в печатном виде (hard copies) в двух экземплярах, отпечатанные на одной стороне листа формата А4, вместе с соответствующей электронной версией. Один из экземпляров должен быть подписан всеми авторами. Указываются сведения об авторах: фамилия, имя, отчество, название учреждения, электронный адрес.

2. *Рукопись* может быть набрана в виде файла с расширениями .doc, .docx, .rtf, через 1.5 интервала, используя Font 12pt.

3. *Рисунки* должны быть выполнены предельно аккуратно с разборчивыми надписями. Необходимые объяснения даются в подписях к рисункам, которые не должны повторяться в тексте. Рисунки необходимо отправить в виде .jpg, .bmp, .wmf, .eps файлов. С учетом формата журнала размеры рисунков редакцией могут быть изменены. В тексте рисунки нумеруются в порядке очередности (рис.1, рис.2, и т.д.). Если рисунок, состоит из двух или более панелей, то возможны обозначения типа рис.1a или рис.1a, b.

4. *Таблицы* должны иметь номера и информативные названия. Примечания должны быть сведены к минимуму и пронумерованы надстрочными арабскими цифрами.

5. *Цитирование литературы.* Цитируемая литература дается порядковым номером в строчку в квадратных скобках (например, [5]) и соответствует номеру в списке литературы. Список литературы должен быть оформлен следующим образом:

а) Для журнальных статей указываются инициалы и фамилии авторов курсивным шрифтом (в оригинальной транскрипции), название журнала в принятом сокращении (сокращения для некоторых наиболее часто встречаемых журналов, применяемых в "Астрофизике", дается в сайте журнала), номер тома жирным шрифтом, номер первой страницы, год издания. Для русскоязычных журналов, которые переводятся на английский язык, в скобках приводятся соответствующее название журнала на английском, том, страница и год публикации.

б) Для книг следует указывать инициалы и фамилию автора курсивом, место и год издания.

6. *Оформление рукописи.* На первой странице дается название статьи (по возможности кратко и информативно), инициалы, фамилия каждого автора и аннотация на русском языке. На второй странице приводятся название статьи, инициалы, фамилия каждого автора и текст аннотации на английском языке, который должен полностью соответствовать русскому. В аннотации должны быть изложены главные результаты работы без ссылок на литературу. Максимальный объем аннотации не должен превышать 5% основного текста. Таблицы, список литературы, рисунки и надписи к рисункам печатаются на отдельных страницах. Расположение таблиц и рисунков отмечается на полях основного текста. Аннотации, основной текст, список литературы и таблицы должны иметь одну общую нумерацию страниц. Суммарный объем не должен превышать 16 стандартных страниц. Объем краткого сообщения - не более 4 страниц.

Статья состоит из пронумерованных разделов, начиная с "1. *Введение*". Названия разделов печатаются курсивом в строке, они должны быть краткими и содержательными. Подразделы могут быть пронумерованы как 2.1, 2.2 и т.д. Необходимые сокращения терминов или названий могут быть использованы во всей статье, однако их объяснение дается лишь один раз при первом упоминании.

7. В случае представления двух или более статей одновременно необходимо указать желательный порядок их публикации.

8. Рукописи авторам не возвращаются.

9. Авторам статьи (независимо от их количества) представляется 10 оттисков бесплатно.