

ԱՍՏՐՈՖԻԶԻԿԱ

ТОМ 65

НОЯБРЬ, 2022

ВЫПУСК 4

РЕЗУЛЬТАТЫ СПЕКТРАЛЬНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ПЯТНАДЦАТИ ГАЛАКТИК СЕЙФЕРТА

*Э.К.Денисюк, Р.Р.Валиуллин, С.А.Шомиекова,
Л.Н.Кондратьева, И.В.Рева, Г.К.Айманова, М.А.Кругов* 465

ФОТОМЕТРИЧЕСКИЙ И СПЕКТРОСКОПИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗВЕЗДЫ ТИПА SX Phe BL Cam

*М.Абдел-Сабур, М.И.Ноу, А.Шокри, Г.М.Хамед,
Х.А.Исмаил, А.Такей, С.А.Ата, И.Зеад* 475

ПЕРВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРИВЫХ БЛЕСКА ЗАТМЕННО-ДВОЙНЫХ СИСТЕМ V1264 Cas, V0664 Lac И GSC 0199-2035

М.С.Аленази, М.М.Эльхатиб 489

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ИЗМЕНЕНИЯ БЛЕСКА КРАСНОГО КАРЛИКА V647 Her

Н.И.Бондарь, К.А.Антонюк, Н.В.Пить 503

ДЕВЯТЬ БЛИЗКИХ К-ГИГАНТОВ С ПЛАНЕТАМИ: ДЕТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА

Л.С.Любимков, Д.Б.Поклад, С.А.Коротин 515

ПЯТЕННАЯ АКТИВНОСТЬ МОЛОДОЙ ЗВЕЗДЫ HIP 94235 ИЗ ДВИЖУЩЕЙСЯ ГРУППЫ AB DORADUS

И.С.Саванов 537

(Продолжение на 4-й стр. обложки)

ЕРЕВАН

Выходит с 1965г.
на русском и английском языках

Խմբագրական կոլեգիա

Գլխավոր խմբագիր՝ Ա.Գ.Նիկողոսյան (Հայաստան)
Գլխավոր խմբագրի տեղակալներ՝ Վ.Պ.Գրինին (Ռուսաստան), Հ.Ա.Հարությունյան (Հայաստան)
Պատասխանատու քարտուղար՝ Ա.Ա.Հակոբյան (Հայաստան)
Ժ.Ալեյան (Ֆրանսիա), Գ.Ս.Բխնովատի-Կոզան (Ռուսաստան), Ի.Դ.Կարաչենցև (Ռուսաստան),
Տ.Յու.Մադաքյան (Հայաստան), Ա.Մ.Միրայելյան (Հայաստան), Բ.Մ.Շուստով (Ռուսաստան),
Յու.Ա.Շչեկինով (Ռուսաստան), Ա.Մ.Չերեպաշչով (Ռուսաստան), Ե.Պ.Պավլենկո (Ռուսաստան),
Է.Ս.Պարսամյան (Հայաստան), Վ.Պ.Ռեշետնիկով (Ռուսաստան), Գ.Ն.Սալուկվաձե (Վրաստան),
Ա.Ա.Սահարյան (Հայաստան), Գ.Տ.Տեր-Ղազարյան (Հայաստան), Մ.Տուրատտո (Իտալիա),
Ս.Դ.Օդինցով (Իսպանիա)

Редакционная коллегия

Главный редактор: А.Г.Никогосян (Армения)
Заместители главного редактора: Г.А.Арутюнян (Армения), В.П.Гринин (Россия)
Ответственный секретарь: А.А.Акопян (Армения)

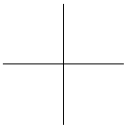
Ж.Алесьян (Франция), Г.С.Бисноватый-Коган (Россия), И.Д.Караченцев (Россия),
Т.Ю.Магакян (Армения), А.М.Микаелян (Армения), С.Д.Одинцов (Испания),
Е.П.Павленко (Россия), Э.С.Парсмян (Армения), В.П.Решетников (Россия),
А.А.Саарян (Армения), Г.Н.Салуквадзе (Грузия), Г.Т.Тер-Казарян (Армения),
М.Туратто (Италия), А.М.Черепашук (Россия), Б.М.Шустов (Россия), Ю.А.Щекинов (Россия)

"АСТРОФИЗИКА" - научный журнал, издаваемый Национальной академией наук Республики Армения. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой. Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

"ԱՍՏՐՈՖԻԶԻԿԱ"-ն գիտական հանդես է, որը հրատարակում է Հայաստանի Հանրապետության Գիտությունների Ազգային Ակադեմիան: Հանդեսը տպագրում է ինքնատիպ հոդվածներ աստղերի ֆիզիկայի, միգամածությունների և միջաստղային միջավայրի ֆիզիկայի, աստղաբաշխության և արտագալակտիկական աստղագիտության, ինչպես նաև աստղաֆիզիկային սահմանակից բնագավառների գծով: Հանդեսը նախատեսված է գիտական աշխատակիցների, ասպիրանտների և բարձր կուրսերի ուսանողների համար:

Адрес редакции: Республика Армения, Ереван 19, пр. Маршала Баграмяна 24^е
Редакция ж. "Астрофизика", тел. 56 81 38
е—mail: astrofiz@sci.am

© Издательство "Гитутюн" НАН Республики Армения, Астрофизика, 2022



DOI: 10.54503/0571-7132-2022.65.4-465

РЕЗУЛЬТАТЫ СПЕКТРАЛЬНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ ПЯТНАДЦАТИ ГАЛАКТИК СЕЙФЕРТА

Э.К.ДЕНИСЮК, Р.Р.ВАЛИУЛЛИН, С.А.ШОМШЕКОВА,
Л.Н.КОНДРАТЬЕВА, И.В.РЕВА, Г.К.АЙМАНОВА, М.А.КРУГОВ

Поступила 4 августа 2022

Принята к печати 11 ноября 2022

На базе многолетних наблюдений представлены результаты спектральных исследований пятнадцати сейфертовских галактик в красной области длин волн. В данном диапазоне расположены линии водорода $H\alpha$, [NII], [OI] и [SII]. Представлены данные об абсолютных потоках излучения в эмиссионных линиях и в непрерывном спектре на длине волны $\lambda = 6400 \text{ \AA}$. Для того, чтобы объективно сравнивать исследуемые галактики друг с другом, получены значения их светимостей в абсолютных единицах, рассчитанные с учетом расстояний до этих объектов.

Ключевые слова: *галактики с активными ядрами: сейфертовские галактики: эмиссионные линии: потоки излучения*

1. Введение. Сейфертовские галактики (Sy) относятся к классу галактик с активными ядрами (АЯГ). Главной особенностью этих объектов является наличие центрального ядра, излучающего количество энергии, сопоставимое с энергией, излучаемой всей окружающей галактикой. Основными источниками энергии служат процессы аккреции материи на массивную черную дыру. В спектрах сейфертовских галактик представлены широкие (Sy1) или узкие (Sy2) эмиссионные линии. Зоны формирования широких эмиссионных линий (BLR) состоят из плотных облаков ионизованного газа, вращающихся в поле тяготения центрального тела (ЦТ). Источником ионизации излучающего газа служит непрерывный спектр аккреционного диска. Переменность АЯГ регистрируется в широком диапазоне длин волн и на разных временных интервалах [1-10]. Исследования переменности проводятся для определения физических условий в околоядерных областях, изучения их структуры, оценки размеров и состава зон формирования эмиссионных компонентов в спектрах объектов. Большое количество работ посвящено изучению переменности потоков излучения в эмиссионных линиях и континууме [11-13]. В частности, одним из результатов можно считать обнаружение антикорреляции между светимостью в континууме и степенью переменности сейфертовских галактик [14,15]. Для интерпретации данной зависимости предлагается использовать

модели неоднородных аккреционных дисков [15]. Четкая связь между изменениями потоков излучения в линии $H\beta$ и в континууме прослеживается в спектрах многих (но не всех) сейфертовских галактик [12]. Появляются данные о взаимосвязях между различными параметрами этих сложных звездных систем [16].

В Казахстане, в Астрофизическом институте им В.Г.Фесенкова (АФИФ) спектральные и фотометрические исследования сейфертовских галактик начались более 50 лет назад и продолжаются до настоящего времени [17-20].

В данной статье приводятся результаты обработки спектрограмм 15-ти галактик Сейферта, полученных в "красном" спектральном диапазоне, где расположены эмиссионные линии водорода, азота [NII] и серы [SII]. Целью работы является оценка степени переменности исследуемых галактик и наличие корреляции между светимостью в эмиссионных линиях и континууме и массой ядра галактики.

2. Наблюдения и обработка данных. Общие сведения об исследуемых галактиках: видимая и абсолютная B -величины, красное смещение Z , масса ядра и видимое сжатие материнской галактики b/a приведены в табл.1. Оценки масс черных дыр в центрах галактик взяты из статей [21-28].

Спектральные наблюдения галактик выполняются в АФИФ на двух телескопах: АЗТ-8 диаметром 0.7 м, установленном на южной окраине города Алматы и 1-м телескопе фирмы Карл-Цейсс Йена, установленном на высокогорной Тянь-Шанской Обсерватории (ТШАО). Телескопы снабжены дифракционными спектрографами с регистрацией изображений спектров на

Таблица 1

ОБЩИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГАЛАКТИК

Объект	B	MB	Z	$\log M / M_{\odot}$	b/a
Mr 6	14.3	-21.41	0.0186	8.1 [24]	0.5
Mr 231	14.3	-21.7	0.0411	8.3 [22]	0.52
Mr 335	13.7	-21.02	0.0251	7.3 [22,24]	0.66
Mr 486	15.2	-20.74	0.0397	7.2 [26]	0.6
Mr 530	14	-21.46	0.0295		0.74
Mr 766	13.5	-20.14	0.0128	6.8 [21]	0.73
Mr 1040	13.6	-20.73	0.0164	6.2 [25]	0.21
Mr 1095	13.6	-22.36	0.0327	8.1 [24]	0.67
Mr 1502	14.3	-22.78	0.0614	8.57 [28]	0.65
Mr 1506	14.3	-21.81	0.0331	7.74 [22,24]	0.59
Mr 1513	14.6	-22.54	0.0617		0.29
NGC4051	11	-18.87	0.0023	6.2 [22-24]	0.74
NGC4151	11.1	-19.3	0.0033	7.33 [22,24]	0.68
NGC5548	13.2	-20.9	0.0168	7.7 [22-24]	0.83
NGC7469	12.6	-21.63	0.0167	7.0 [22-24]	0.69

ПЗС-матрицах SBIG STT-3200 (2184x1472, 6.8 μm). До 2018г. на телескопе АЗТ-8 использовалась ПЗС-матрица SBIG ST-8. Спектрограммы галактик получены с дисперсией 0.5 - 1.1 $\text{\AA}$ /пиксель.

Начиная с 2007г., одновременно со спектрами галактики наблюдались и спектры стандартных звезд с известными распределениями энергии из каталога [29]. В процессе обработки спектров вводились поправки, учитывающие атмосферное поглощение и спектральную чувствительность аппаратуры. Стандарты использовались для абсолютной калибровки полученных результатов.

Фотометрические наблюдения выполняются на втором 1-м телескопе фирмы Карл-Цейсс Йена ТШАО. Используется ПЗС камера KAF-09000 и набор BVR- фильтров. В качестве стандарта выбираются звезды в окрестности галактики с известными звездными величинами.

Для изучения физических процессов, происходящих в сейфертовских галактиках, необходимо знать их параметры в абсолютных единицах. Для

Таблица 2

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭМИССИОННЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ СПЕКТРОВ СЕЙФЕРТОВСКИХ ГАЛАКТИК

Объект	Дата набл.	Диаметр телескопа (м)	F_{cont} $\lambda = 6400\text{\AA}$ 10^{-15} эрг/см ² с $\text{\AA}$	$F(\text{H}\alpha+\text{NII})$ 10^{-12} эрг/см ² с	λL_{cont} среднее эрг/см ² с	L_{emis} среднее эрг/см ² с	$\log \lambda L_{\text{cont}}$ исправ- ленное	$\log(L_{\text{emis}})$ исправ- ленное
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Mrk 6	15.01.2015	0.7	14.2	5.1	6.91 $\pm$ 0.01	3.65 $\pm$ 0.30	43.85 $\pm$ 0.01	42.58 $\pm$ 0.01
	15.12.2015	0.7	14.0	4.3	E+43	E+42		
Mrk 231	08.04.2011	0.7	12.5	3.8	3.02 $\pm$ 0.01 E+44	6.80 $\pm$ 0.01 E+42	44.69 $\pm$ 0.01	42.84 $\pm$ 0.01
Mrk 335	05.08.2011	0.7	6.1	2.05	3.74 $\pm$ 1.75	2.64 $\pm$ 0.24	43.60 $\pm$ 0.01	42.45 $\pm$ 0.01
	19.11.2020	1	2.2	1.71	E+43	E+42		
Mrk 486	19.06.2009	0.7	3.1	1				
	23.05.2014	0.7	4.6	1.1				
	31.08.2018	1	7.4	1.2	9.32 $\pm$ 1.45	3.94 $\pm$ 0.10	43.99 $\pm$ 0.07	42.61 $\pm$ 0.10
	15.04.2022	0.7	3	1.14	E+43	E+42		
	08.05.2022	0.7	4.1	1.17				
Mrk 530	22.02.2009	0.7	9.5	2.6	1.59 $\pm$ 0.40	5.00 $\pm$ 0.05	44.24 $\pm$ 0.05	42.74 $\pm$ 0.06
	19.06.2009	0.7	16.1	2.56	E+44	E+42		
Mrk 766	12.01.2007	0.7	12	1.7				
	19.04.2020	0.7	7.6	1.3	2.20 $\pm$ 0.26	4.72 $\pm$ 0.90	43.36 $\pm$ 0.05	41.69 $\pm$ 0.08
	31.01.2022	0.7	8	0.6	E+43	E+41		
	08.05.2022	0.7	10	1.6				
Mrk 1040	15.12.2014	0.7	9.3	0.8	3.89 $\pm$ 0.32	5.70 $\pm$ 0.60	43.67 $\pm$ 0.03	41.84 $\pm$ 0.04
	10.11.2020	1	11	1.0	E+43	E+41		

Таблица 2 (окончание)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Mrk 1095	02.11.2007	0.7	12.5	1.8				
	15.12.2015	0.7	9.9	2.5				
	04.12.2018	1	9.1	2.7	1.53±0.09	5.81±0.38	44.30±0.02	42.87±0.03
	05.01.2019	1	8.5	2.5	E+44	E+42		
	11.01.2021	0.7	9.6	2.3				
	14.02.2021	0.7	10.5	2.9				
Mrk 1502	22.08.2007	0.7	5.8	0.95	2.90±0.22	7.44±0.55	44.52±0.03	42.93±0.03
	23.09.2008	0.7	5	0.8	E+44	E+42		
Mrk 1506	12.01.2007	0.7	5	1.5	1.17±0.38	3.87±0.22	44.33±0.03	42.85±0.04
	24.11.2020	1	10	1.7	E+44	E+42		
Mrk 1513	17.09.2007	0.7	4.8	1.4				
	29.06.2008	0.7	5	1.7	2.43±0.24	1.21±0.13	44.42±0.04	43.12±0.04
	31.08.2014	0.7	3.6	1.2	E+44	E+43		
NGC 4051	25.05.2012	0.7	16	1.4				
	06.05.2019	1	15	1.7				
	17.04.2020	1	17	1.8	1.18±0.12	1.67±0.40	42.08±0.02	40.23±0.05
	23.04.2021	0.7	18	0.8	E+42	E+40		
	31.03.2022	0.7	15	1.2				
	28.04.2022	0.7	13	1.6				
NGC4151	13.01.2007	0.7	33	17				
	24.04.2011	0.7	27	25				
	18.06.2018	1	34	25				
	06.05.2019	1	39	21				
	17.04.2020	1	44	27	6.39±0.63	4.57±0.62	42.83±0.04	41.68±0.06
	18.04.2020	1	56	26	E+42	E+41		
	23.04.2021	0.7	68	22				
	31.03.2022	0.7	55	25				
	28.04.2022	0.7	40	6.4				
	26.05.2022	0.7	28	6.8				
	04.06.2022	0.7	28	6.1				
NGC5548	15.04.2016	0.7	14	4.0				
	12.05.2020	0.7	11	3.0				
	05.03.2021	1	19	3.2				
	19.03.2021	1	18	3.7	5.36±0.55	2.09±0.22	43.75±0.04	42.34±0.03
	31.03.2022	0.7	12.5	3.2	E+43	E+42		
	28.04.2022	0.7	18	4.0				
	08.05.2022	0.7	8.7	3.43				
	26.05.2022	0.7	10	2.1				
	07.05.2022	0.7	8.7	3.43				
NGC7469	18.10.2007	0.7	16	3.1				
	23.08.2009	0.7	15.8	2.4				
	31.08.2014	0.7	20	4.3	8.02±0.95	3.03±0.58	43.96±0.04	42.54±0.07
	10.11.2020	0.7	25	7.6	E+43	E+42		
	19.11.2020	1	24	6.5				

перехода к мощности излучения как в континууме, так и в эмиссионных линиях, сделано предположение о том, что галактики излучают энергию в пространство изотропно. При этом, зная количество энергии, поступающей на 1 см^2 земной поверхности, можно получить светимость галактики. Для этого можно использовать формулу $L = 2.23 \cdot 10^{57} Z^2 E_{obs} \text{ эрг/с} = 2.23 \cdot 10^{50} Z^2 \text{ ватт}$, где Z - красные смещения галактик, исправленные за вращение Галактики из [30]. Входящая в формулу постоянная Хаббла здесь $Z = 69.5 \text{ км/с Мпс}$. Светимости, полученные таким методом, могут оказаться как заниженными, так и завышенными. Заниженными они будут, если произошло ослабление излучения туманностями в самой галактике или в межгалактическом пространстве. Завышенные значения получаются, если у галактики наблюдается джет, направленный в сторону наблюдателя.

3. *Полученные результаты.* В табл.2 приводятся обозначения исследуемых галактик, даты наблюдений, диаметры телескопов и абсолютные потоки излучения в континууме на длине волны $6400 \text{ \AA}$ и в линиях водорода $\text{H}\alpha$ и азота $[\text{NII}]$. Точность результатов составляет 15%-20%. В столбцах 6 и 7 даны средние светимости в континууме (λL_{cont}) и в эмиссионных линиях L_{emis} , значения этих параметров, исправленные за поглощение в Млечном

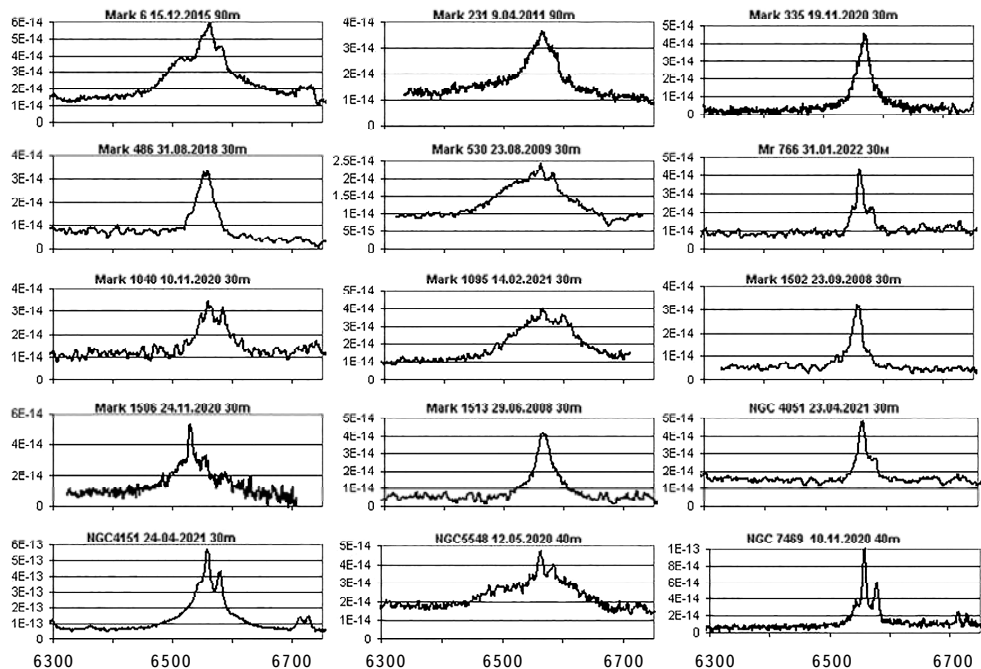


Рис.1. Профили эмиссионных линий $\text{H}\alpha + [\text{NII}]$ в спектрах исследуемых галактик.

Пути, приведены в двух последних столбцах табл.2.

Профили эмиссионных линий в спектрах всех исследуемых галактик приводятся на рис.1. Изменения уровня континуума и потока излучения в эмиссионных линиях зарегистрированы в спектрах нескольких галактик. Так, наблюдаются нерегулярные колебания значений $F(H\alpha + [NII])$ (в 2-3 раза) в спектрах Mrk 766, NGC 4051 NGC 5548. В апреле 2022г. в спектре NGC 4151 зарегистрировано резкое ослабление (в 5 раз) потоков излучения в линиях и в континууме, которое сопровождалось ослаблением блеска объекта. Кривая блеска NGC 4151 приводится на рис.2. При этом форма профилей эмиссионных линий практически не изменилась. Можно предположить, что наблюдаемые изменения возникли в результате увеличения поглощения на луче зрения. Также существенные спектральные изменения произошли в галактике NGC 7469 - к 2020г. излучение в эмиссионных линиях возросло в 2-3 раза.

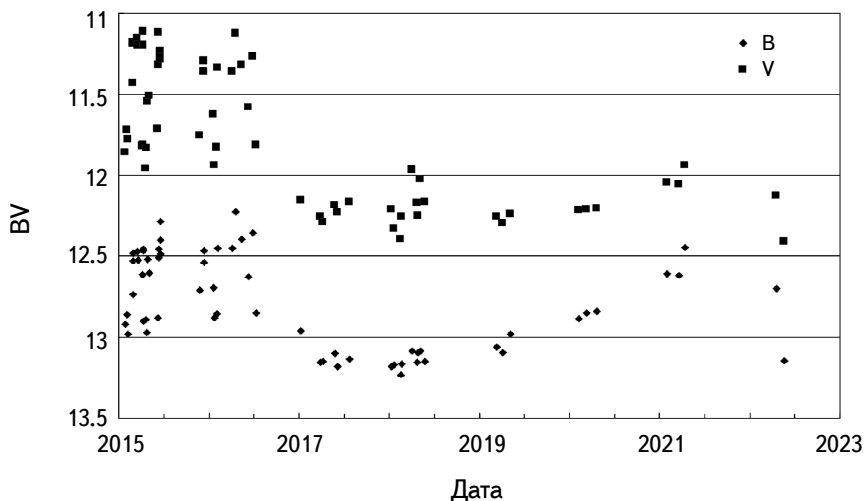


Рис.2. Кривые блеска галактики NGC 4151. Ось X - временная шкала (годы). Ось Y - звездные величины в фильтрах B и V

4. **Заключение.** Проведенные исследования в очередной раз подтвердили спектральную переменность большинства галактик из нашего списка. Наиболее ярко выраженными являются результаты, указывающие на быстрые изменения в спектрах галактик NGC 4151 и NGC 7469.

Анализ светимостей, полученных для наших объектов, показал, что существует некая зависимость интенсивности линий $[NII]$ от светимости галактики. Так, в спектрах галактик высокой светимости $L_{cont=6400\text{\AA}}$ линии азота существенно слабее.

На рис.3 приводятся данные из последнего столбца табл.2 в зависимости

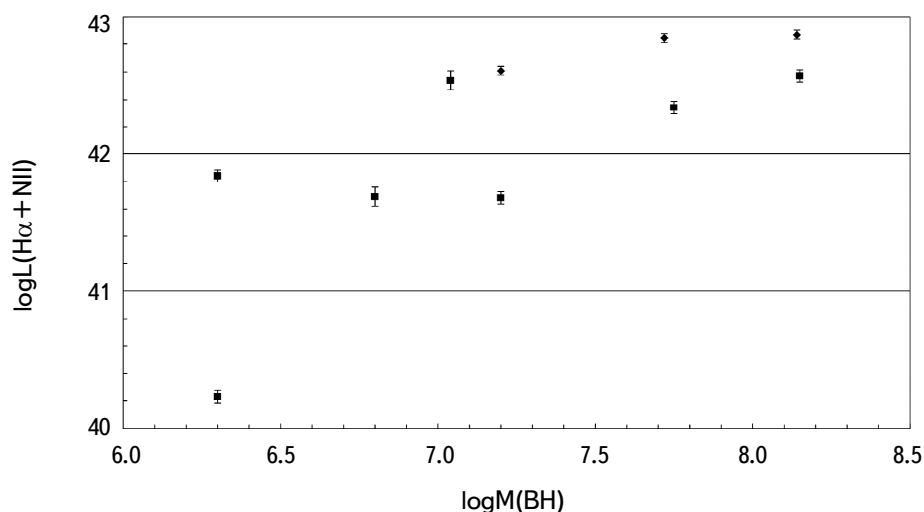


Рис.3. Светимости галактик в эмиссионных линиях $\text{H}\alpha + [\text{NII}]$ в зависимости от массы ЦТ. Ось X - массы ЦТ в логарифмической шкале, ось Y - светимость в логарифмической шкале.

от массы ЦТ. С ростом массы можно проследить тенденцию усиления потоков излучения в эмиссионных линиях. Большой разброс точек связан, в том числе, с ограниченным объемом используемых данных. Более подробные исследования взаимосвязи между массой черной дыры и оптическим излучением галактики проводились рядом авторов. При этом были получены противоречивые результаты. Так, в работе [30] получены четкие зависимости между потоком излучения в линии $\text{H}\beta$ и оптическим континуумом, а также выявлена взаимосвязь между массой ЦТ и общей светимостью галактики. Однако более поздние исследования, например [31,32], не выявили корреляций между массой ЦТ и светимостью в рентгеновском, радио и оптическом диапазонах.

Исследование финансируется Аэрокосмическим комитетом Министерства цифрового развития, инноваций и аэрокосмической промышленности Республики Казахстан (программа № BR 11265408).

Астрофизический институт им В.Г.Фесенкова, Алматы,
Казахстан, e-mail: eddenis@mail.ru

RESULTS OF THE SPECTRAL OBSERVATIONS OF FIFTEEN SEYFERT GALAXIES

E.K.DENISSYUK, R.R.VALIULLIN, S.A.SHOMSHEKOVA,
L.N.KONDRATYEVA, I.V.REVA, G.A.AIMANOVA, M.A.KRUGOV

The results of spectral studies of fifteen Seyfert galaxies in the red wavelength region based on the long-term observations, are presented. Some emission lines $H\alpha$, [NII], [OI] и [SII] are located in this wavelength range. Data on the absolute fluxes of radiation in emission lines and in continuum at the wavelength of $\lambda = 6400 \text{ \AA}$ are presented. In order to objectively compare the studied galaxies with each other, the values of their luminosities in absolute units were calculated, taking into account the distances to these objects.

Keywords: *active nuclei galaxie: seyfert galaxies: emission lines: emission fluxes*

ЛИТЕРАТУРА

1. *M.Pahari, I.McHardy, F.Vincentell et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **494**, 4057, 2020.
2. *M.Vestergaard et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **493**, 1227, 2020.
3. *K.Lu, Y.Huang, Z.Zhang et al.*, Astrophys. J., **877**, 23, 2019.
4. *L.Gallo, D.Blue, D.Grupe et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **478**, 2557, 2018.
5. *M.Dehghanian, G.Ferland, G.A.Kriss et al.*, Astrophys. J., **881**, 153, 2019.
6. *V.Oknyansky, M.Brotherton, S.Tsygankov et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **505**, 1029, 2021.
7. *C.Panagiotou, I.Papadakis, E.Kammoun et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **499**, 1988, 2020.
8. *A.Mickaelian, R.Andreasyan, H.Abrahamyan et al.*, A&AT, **32**, 331, 2021.
9. *L.Afanasiev, C.Popovic, A.Shapovalova et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **482**, 4985, 2019
10. *A.Shapovalova, L.Popovic, V.Chavushyan et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **466**, 4759, 2017.
11. *B.M.Peterson, D.M.Crenshaw, D.M.Meyers et al.*, Astrophys. J., **279**, 529, 1984.
12. *B.M.Peterson, I.Wanders, R.Bertram et al.*, Astrophys. J., **501**, 82, 1998.
13. *Y.Rashed, A.Eckart, M.Valencia-S et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **454**, 2918, 2015.
14. *H.Meusinger, V.Weiss*, Astron. Astrophys., **560**, 104, 2013.
15. *H.Guo, M.Gu*, Astrophys. J., **792**, 33, 2014.

16. *K.Lu, Y.Huang, Z.Zhang et al.*, *Astrophys. J.*, **877**, 23, 2019.
17. *S.Shomsheikova, E.Denisyyuk, R.Valiullin et al.*, *Astrophysics*, **62**, 163, 2019.
18. *E.Denisyyuk, R.Valiullin, V.Gaisina*, *Astron. Rep.*, **59**, 123, 2015.
19. *Э.К.Денисюк, Р.Р.Валиуллин, В.Н.Гайсина*, *Астрон. ж.*, **91**, №12, 1, 2014.
20. *E.Denisyyuk, R.Valiullin, V.Gaisina*, *Astron. Rep.*, **55**, 761, 2011.
21. *V.A.Lipovetsky, S.I.Neizvestny, O.N.Neizvestnya*, *SoSAO*, **55**, 5L, 1988.
22. *H.Bahe, J.-H.Woo, D.Park*, *Astrophys. J.*, **875**, 50, 2019.
23. *K.Dohyeong, I.Myungshin*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **216**, 17, 2015.
24. *C.Misty, E.Manne-Nicholas*, *Astrophys. J.*, **864**, 146, 2018.
25. *L.Winter, R.Mushotzky, C.Reynolds et al.*, *Astrophys. J.*, **690**, 1322, 2009.
26. *C.Hu, S.-S.Li, S.Yang*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **253**, 20, 2021.
27. *B.Misty, C.K.Sarah*, *Publ. Astron. Soc. Pacif.*, **127**, 67, 2015
28. *L.Afanasyev, L.Popović, A.Shapovalova*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **482**, 4985, 2019.
29. *А.В.Харитонов, В.М.Терещенко, Л.Н.Князева*, *Спектрофотометрический каталог звезд*, Алматы: Казак Университет, 2011, с.303.
30. *S.Kaspi, P.Smith, H.Netzer et al.*, *Astrophys. J.*, **533**, 631, 2000
31. *F.Panessa, X.Barcons, L.Bassani*, *AIPC*, **924**, 830, 2007.
32. *J.-H.Woo, C.M.Urri*, *Astrophys. J.*, **579**, 530, 2002.

PHOTOMETRIC AND SPECTROSCOPIC ANALYSIS OF THE SX Phe STAR BL Cam

M.ABDEL-SABOUR, M.I.NOUEH, A.SHOKRY, G.M.HAMED,
H.A.ISMAIL, A.TAKEY, S.A.ATA, I.ZEAD

Received 30 May 2022

Accepted 11 November 2022

In the present paper, we report the photometric and spectroscopic observations of the pulsating star BL Cam obtained by the 1.88 m telescope at the Kottamia astronomical observatory (KAO). Fourier analysis of the light curves indicates one frequency, 25.14427 c/d, with harmonics 51.112 c/d, 33.388 c/d, and 17.72464 c/d. The frequency of 31-32 c/d reported in the literature is not detected in our data except for one close to 33.3882934 c/d. A total of 55 new times of maximum light have been presented. A new value of $(1/P) dP/dt$ is estimated using the O-C diagram based on all newly obtained times of maximum light combined with those taken from the literature, assuming the periods are decreasing and changing smoothly. Using model atmosphere analysis, we computed the effective temperature and surface gravity as $T_{\text{eff}} = 7625 \pm 300$ K and $\log g = 4.30 \pm 0.37$. The bolometric magnitude $M_{\text{bol}} = 2.335$, radius $R = 1.69 R_{\odot}$, luminosity $L = 0.957 L_{\odot}$, the mass $M = 1.68 M_{\odot}$, and pulsation constant $Q = 0.025$ days. Locations of the star on the M - R and M - L diagrams indicate that it is close to the ZAMS track and is an unevolved star.

Keywords: *stars: variables: SX Phe stars: frequency and pulsation analysis: model atmosphere analysis*

1. *Introduction.* SX Phoenicis (SX Phe) stars are typically found in the galaxy's outer regions, known as the galactic halo. Their luminosity changes over 1-2 hours and have short periods (≤ 0.08 day) and large amplitudes (> 0.3 mag). In globular clusters, they are mostly found among blue stragglers [1]. These stars exhibit short-period pulsation behavior that varies on time scales ranging from 0.03 to 0.08 days (0.7 to 1.9 hours). SX Phe stars have spectral classifications in the A2-F5 range and magnitude differences of up to 0.7.

Giclas et al. [2] discovered BL Cam (= GD 428 in Simbad, 2MASS J03471987+6322422, Gaia DR2 487276688415703040), which was thought to be a candidate for a white dwarf. It is a pulsating star with a period of 0.039 days and an amplitude of 0.33 mag, according to Berg & Duthie [3]. McNamara [4] classified it as a Population II star with a metal abundance of $[\text{Fe}/\text{H}] = -2.4$. Previous researchers have investigated its multiperiodic character [5-7]. Hintz et al. [8] measured 32.679 c/d for the first overtone and 0.783 for the period ratio of the first overtone to the fundamental mode. Previous authors [9-12] had also

discovered the first overtone at 31.6 c/d, resulting in a period ratio of 0.810. On the other hand, the first overtone did not detect [7]. In a multi-site photometric investigation of BL Cam, 21 distinct pulsation frequencies (excluding the fundamental mode) with amplitudes ranging from 1.6 to 7.4 mmag were discovered [6].

As demonstrated by [1], the period content of BL Cam is dominated by 25.5790 ± 3 c/d and its two harmonics and an independent frequency of 25.247 ± 2 c/d. An analysis of their times of maxima from the literature [13] determined a periodic change that made BL Cam a binary system and demonstrated that the evolution of the ephemerides of the different authors was natural and correct, given the shortness of the available data at their times. They showed that a binary system causes long-term variation with a longer time horizon.

In the present paper, we carried out photometric and spectroscopic observations for the star BL Cam. We will use a model atmosphere to determine the star's effective temperature and surface gravity at different phases. Frequency analysis, O-C curve, and period change of the star are investigated. The structure of the paper is as follows. The photometric analysis is presented in section 2. The spectral analysis is described in section 3. Section 4 is devoted to determining the star's physical parameters and evolution state, and the conclusion reached is presented in section 5.

2. Photometric analysis.

2.1. Observation and data reduction. We present new photometric observations of BL Cam by using the 1.88m telescope of the Kottamia Astronomical Observatory (KAO), Egypt. We applied data reduction, bias subtraction, and flat-field correction to the raw CCD images without dark subtraction, which was already negligible. All observations were taken using an EEV 42-40 CCD camera with a format of 2048 x 2048 pixels, cooled by liquid nitrogen to -120°C . Fig.1

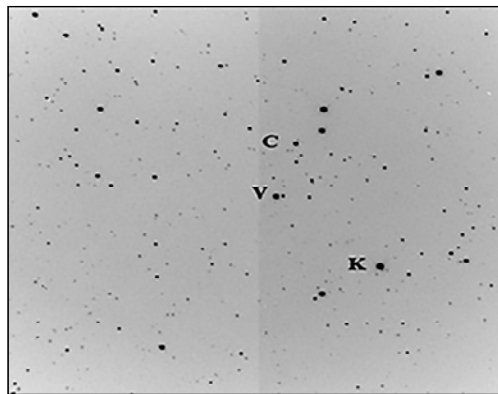


Fig.1. CCD image (8' x 8') of BL Cam taken with KFISP; the variable star is denoted as (V), the comparison star as (C), and the check star as (K).

shows the field BL Cam taken with the KAO. The variable star, the comparison star, and the check star are marked as V, C, and K, respectively. Fig.2 shows the KAO observations obtained in Johnson BVR filters and the SDSS in g , r , i , and z filters for the two nights, November 24 and November 26, 2021. All observations were analyzed using the MuniWin v.1.1.26 software [14], implementing the differential magnitudes method of aperture photometry.

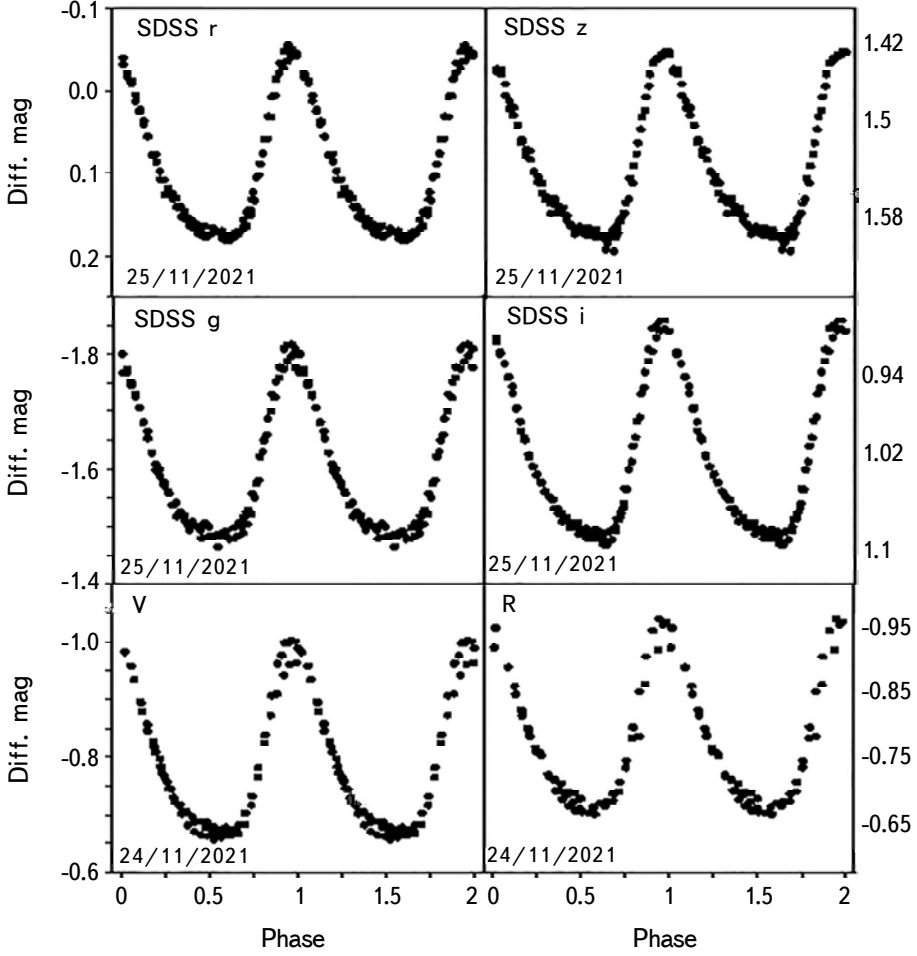


Fig.2. The differential magnitude of BL Cam; SDSS g , r , i , and z bands and VR bands.

2.2. Frequency and pulsation analysis. The frequency analysis of the BL Cam light curves was carried out with the help of two codes: Period04 [15] and Peranso V3.0.3.4 (www.cbabelgium.com/peranso). Both codes searched for significant peaks in the amplitude spectra using Fourier transformations of the light curves. Following the first frequency computation, we created the "periodogram"

by fitting a sinusoid to the Period04 period and subtracting the sinusoid from the original magnitude (pre-whitening). Then we calculate the periodogram again, but the first frequency will not be presented, so the highest peak in the periodogram will be the subsequent frequency. We repeated this procedure many times if necessary to search for other peaks until no more peaks could be seen in the periodogram. Results of our analysis presented in the Table 1. The sigma of the residuals is 6.747 mmag

Table 1

RESULTS OF FOURIER ANALYSIS APPLIED TO OUR DATA
SET OF KAO OBSERVATIONS

	Frequency (F) (c/d)	Amplitude (a) (mmag)	Phase (deg)	S/N
f_0	25.14427 $\pm$ 0.032979	157.193 $\pm$ 1.179	0.696 $\pm$ 0.001	85.50
$2f_0$		36.083 $\pm$ 1.180	0.750 $\pm$ 0.006	19.76
$3f_0$		7.4578 $\pm$ 1.199	0.928 $\pm$ 0.025	15.05
f_1	51.112 $\pm$ 0.0000342	14.762 $\pm$ 1.224	0.835 $\pm$ 0.013	64.30
f_2	33.3882934 $\pm$ 0.0000383	12.893 $\pm$ 1.211	0.732 $\pm$ 0.015	23.17
f_3	17.72464 $\pm$ 0.44729	11.590 $\pm$ 1.254	0.970 $\pm$ 0.016	41.90

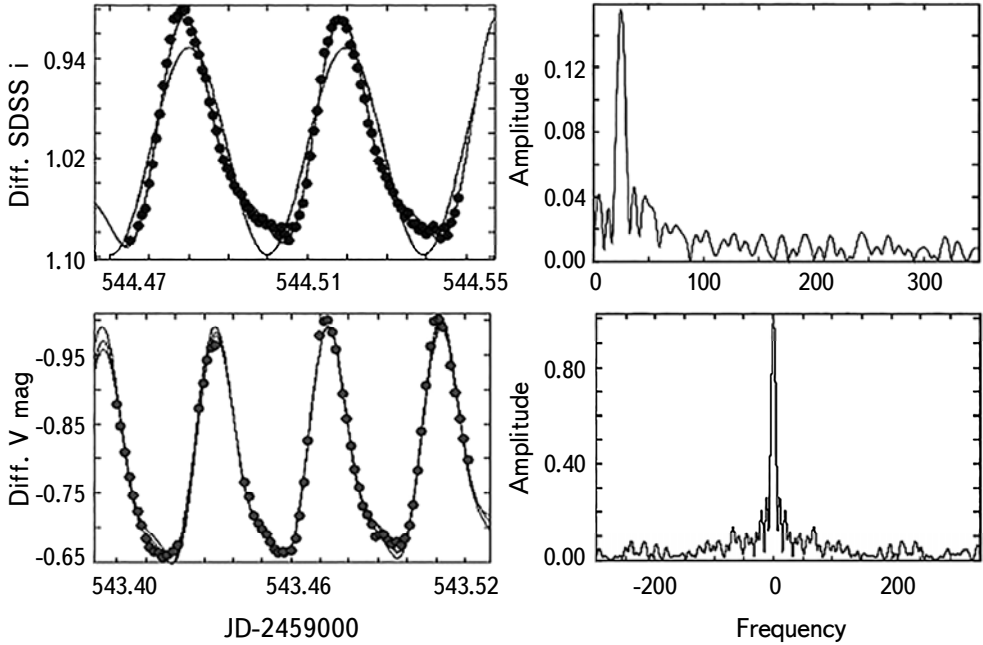


Fig.3. Observed light curves (left panel) represent the differential V and SDSS i magnitudes with the first frequency (25.5768439 c/d) in addition to other harmonics (solid lines), while the right panel is for the Fourier calculation using all data available from AAVSO and the spectral window in our observations.

The V-band light curve analysis reveals one peak in the periodogram at 0.03977049 d (25.1442704 ± 0.032979 c/d) (Fig.3).

We compared our results in Table 1 to that of [5], who used the data sets of [9,11] listed in Tables 5 and 6 together with the corresponding S/N values. Our results are in good agreement with those of [9]. The first impression from our results is; that we didn't find the secondary peak f_1 claimed by some authors in the region 31-32 c/d, [8] estimated f_1 as 32.6443 c/d, but we found the peak at 33.388 c/d. Also, we found a small difference between our f_0 (25.14427 c/d) and that of [7] (25.181 c/d) and [9] (25.5768 c/d). This difference may be attributed to our data being too short or not having enough data sets. In addition, independent frequencies f_2 and f_3 are detected together with the combinations $f_2 + f_3 \sim f_1 \sim 2f_0$, and the amplitudes of f_1 , f_2 , and f_3 are larger than $3f_0$. We do not detect at a significant level the linear combination $f_0 + f_1$ as reported by [9].

The sum of the squared residuals χ^2 derived from a multi-parameter least-squares fit of sinusoidal functions was used to calculate the error for each value. Fig.3 depicts the frequency spectra; Fourier fits on the observational points for all sets of observations and the spectral window of each star.

2.3. O-C curve and period change. We used the Hertzsprung [16] method to construct the O-C curve to determine the time of brightness minima or maxima. We used all the data published in the literature to fill in the gaps in the O-C diagram. We use it if the scatter is the same as the raw data (about 0.2 mag.). Fig.4 depicts the maximum-light times used to investigate the period change. To derive the O-C differences for BL Cam from a computed linear ephemeris, we used the method described by [16]. We establish a reference time of maximum light from existing photoelectric observations. The adopted pulsation period is based on recent observations of the star from KAO data. The following relationship gives the least-square fit by the quadratic elements:

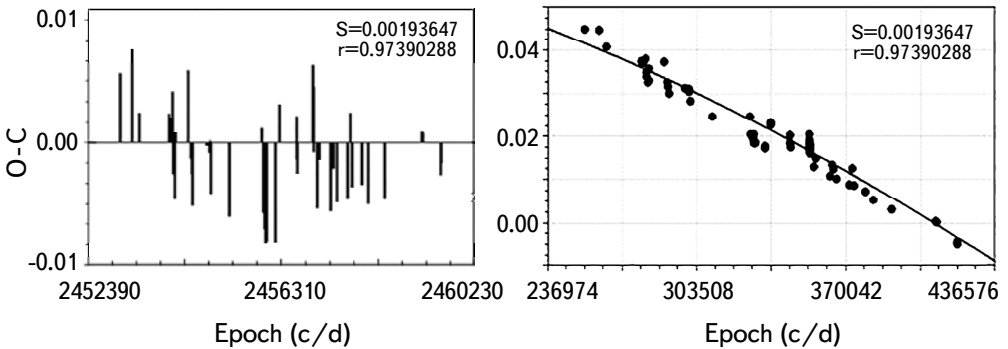


Fig.4. O-C data points fitted with a quadratic and the residuals of the quadratic fitting for BL Cam.

$$\text{HJD}_{\max} = M_0 + PE + QE^2, \quad (1)$$

where M_0 is a new epoch, P is the new period, and Q is used to measure the period change values (dP/dt) in seconds per year ($dP/dt = (2Q/P)365.25 \times 24 \times 60 \times 60$).

We employed a second-order polynomial least-squares approach to fit the O-C residuals. The revised ephemeris was evaluated using all available photometric observations from ASAS, KWS, and KAO to justify its validity throughout all observations. The linear ephemeris equation by [8] was used to calculate the light maximum

Table 2

THE NEW 55 TIMES OF MAXIMUM LIGHT, A NEW EPOCH, O-C,
NUMBER OF OBSERVATIONS, AND DATA SOURCE

HJD- 2450000	Epoch	O-C (days)	No. of Obs.	Ref.	HJD- 2450000	Epoch	O-C (days)	No. of Obs.	Ref.
3041.279	253607	0.04946	18	1	6186.419	334051	0.02209	60	1
3293.459	260057	0.04926	249	1	6186.458	334052	0.02170	56	1
3424.354	263405	0.04535	121	1	6280.259	336451	0.02717	35	1
4031.848	278943	0.04164	22	1	6280.298	336452	0.02776	40	1
4034.859	279020	0.04183	24	1	6623.336	345226	0.02268	262	1
4064.612	279781	0.04144	325	1	6623.375	345227	0.02287	220	1
4109.692	280934	0.04242	139	1	6623.416	345228	0.02483	255	1
4419.462	288857	0.04164	82	1	6630.372	345406	0.02189	201	1
4480.723	290424	0.03695	145	1	7034.402	355740	0.01740	28	2
4499.528	290905	0.03597	40	1	7074.440	356764	0.01935	44	1
4514.657	291292	0.03441	51	1	7314.652	362908	0.01525	58	2
4793.737	298430	0.03558	152	1	7362.901	364142	0.01779	48	1
4859.577	300114	0.03480	131	1	7370.719	364342	0.01681	48	2
4863.604	300217	0.03538	288	1	7437.457	366049	0.01466	37	2
4884.597	300754	0.03265	226	1	7651.398	371521	0.01329	37	2
5261.299	310389	0.02913	35	1	7715.639	373164	0.01701	133	1
5923.378	327323	0.02913	21	1	7745.935	373939	0.01310	47	2
5942.414	327810	0.02502	93	1	7942.947	378978	0.01173	41	2
5943.704	327843	0.02483	137	1	8077.636	382423	0.00977	39	2
5977.484	328707	0.02405	120	1	8394.755	390534	0.00762	35	2
5979.361	328755	0.02424	91	1	9168.884	410334	0.00469	60	1
5980.416	328782	0.02365	50	1	9177.642	410558	0.00450	93	1
5986.360	328934	0.02502	44	1	9543.434	419914	-0.00059	20	3
5993.357	329113	0.02326	42	1	9543.473	419915	-0.00039	17	3
5995.389	329165	0.02287	177	1	9543.512	419916	-0.00020	27	3
5996.367	329190	0.02346	156	1	9543.512	419916	-0.00020	7	3
6014.312	329649	0.02287	34	1	9544.529	419942	0.00000	90	3
6186.380	334050	0.02209	63	1					

1: AAVSO, 2: ASAS-SN, 3: KAO.

$$\text{HJD}_{\text{max}} = 2443125.8026 + 0.03909783 E. \quad (2)$$

The 55 new times of maximum light obtained for BL Cam are presented in Table 2. The least-squares fit for O-C with the root mean square $R^2 = 0.954$ is

$$O-C = 7.994(14) \cdot 10^{-2} - 5.0349(15) \cdot 10^{-8} E - 3.2757(69) \cdot 10^{-13} E^2. \quad (3)$$

The quadratic trend in O-C data reflects a regular period decrease or increase. After constructing the O-C diagram, we found the decreasing period rate given by the equation

$$dp/dt = 0.17028E - 02 \pm 0.14378E - 05 \text{ s/yr}.$$

The standard deviation of the residuals of a quadratic fit to the O-C values is $0^d.002$, with a correlation coefficient of 0.97.

3. Spectroscopic analysis. We observed BL Cam covering the spectral ranges 3360-5870 Å and 5300-9180 Å, with spectral resolutions of ~ 1000 . The spectra were taken with the Kottamia Faint Imaging spectropolarimeter (KFISP) mounted on the 1.88 m telescope at Kottamia Astronomical Observatory (KAO) for a single night on November 25, 2021. The data were reduced using the Astropy-affiliated package CCDPROC [18]. We used the LACosmic routine [19] to remove cosmic rays from the images processed by Astro-SCRAPPY [20]. A particular Python routine was used to extract the spectra and calibrate the wavelength. Using IRAF, the spectra were flux calibrated. The signal-to-noise ratio was calculated with the specutils snr derived function [21]. Table 3 shows the log of the spectroscopic observations, and we plotted the BL Cam spectra in Fig.5. The upper panel represents the blue region, while the lower panel represents the red region.

We created a small grid of synthetic spectra from LTE model atmospheres with the effective temperature range of $6000 \leq T_{\text{eff}} \leq 10000$ K. We adopted ATLAS9 grids [22] as input models for LTE computations, assuming solar metallicity, a microturbulent velocity of 2 km/s, and a mixing length to scale height ratio of

Table 3

OBSERVATION LOG OF THE BL Cam SPECTRA

Time (UT)	HJD-2450000	Phase	Exposure (s)	Standard Star	λ Range	R	Airmass	Average S/N
21:29:32.96	9544.39554	0.376	900	HR9087	3360-5870	1025	1.198	113.9
21:59:40.35	9544.41644	0.939	900	HR9087	3360-5870	1025	1.206	113.3
22:25:30.52	9544.43438	0.406	900	HR9087	3360-5870	1025	1.220	105.5
23:01:03.12	9544.45906	0.931	900	HR9087	3360-5870	1025	1.252	108.0
21:17:03.84	9544.38687	0.598	600	HR9087	5300-9180	1133	1.198	146.0
21:48:45.29	9544.40886	0.133	600	HR9087	5300-9180	1133	1.202	166.2
22:15:05.11	9544.42714	0.592	600	HR9087	5300-9180	1133	1.213	159.0
22:44:36.40	9544.44764	0.223	600	HR9087	5300-9180	1133	1.235	189.6

1.25. The effective temperatures span the model grid's temperature range of 250 K. The surface gravities of the models are of $1 \leq \log g \leq 5$. We used the SPECTRUM code [23,24] to synthesize the LTE spectra (for the range $\lambda\lambda 1500-8000\text{\AA}$). SPECTRUM takes the depth points, temperatures, and total pressure and calculates them at each stage using a system of seven nonlinear equilibrium equations.

We developed a FORTRAN code that compares the flux values at each point on the observed and theoretical spectra. It then tabulates the differences to produce a single number that characterizes how good the fit is. The synthetic spectra are convolved with a Gaussian profile with $\text{FWHM} = 5\text{\AA}$. We adjusted the wavelength scale to begin comparing the observed and theoretical spectra. After that, we developed a code that minimizes the Euclidian distance between the observed and theoretical spectra to compare the grid with the observed spectra. The equivalent

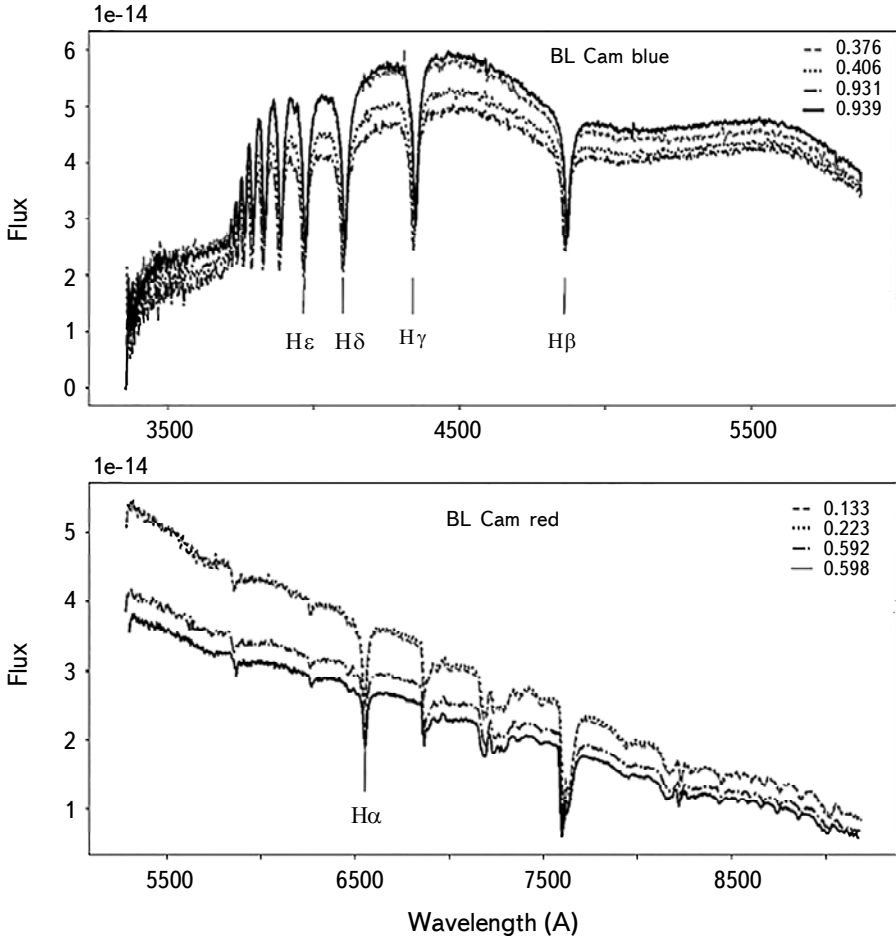


Fig.5. The observed spectra of BL Cam in the blue (upper panel) and red (lower panel) bands at different phases.

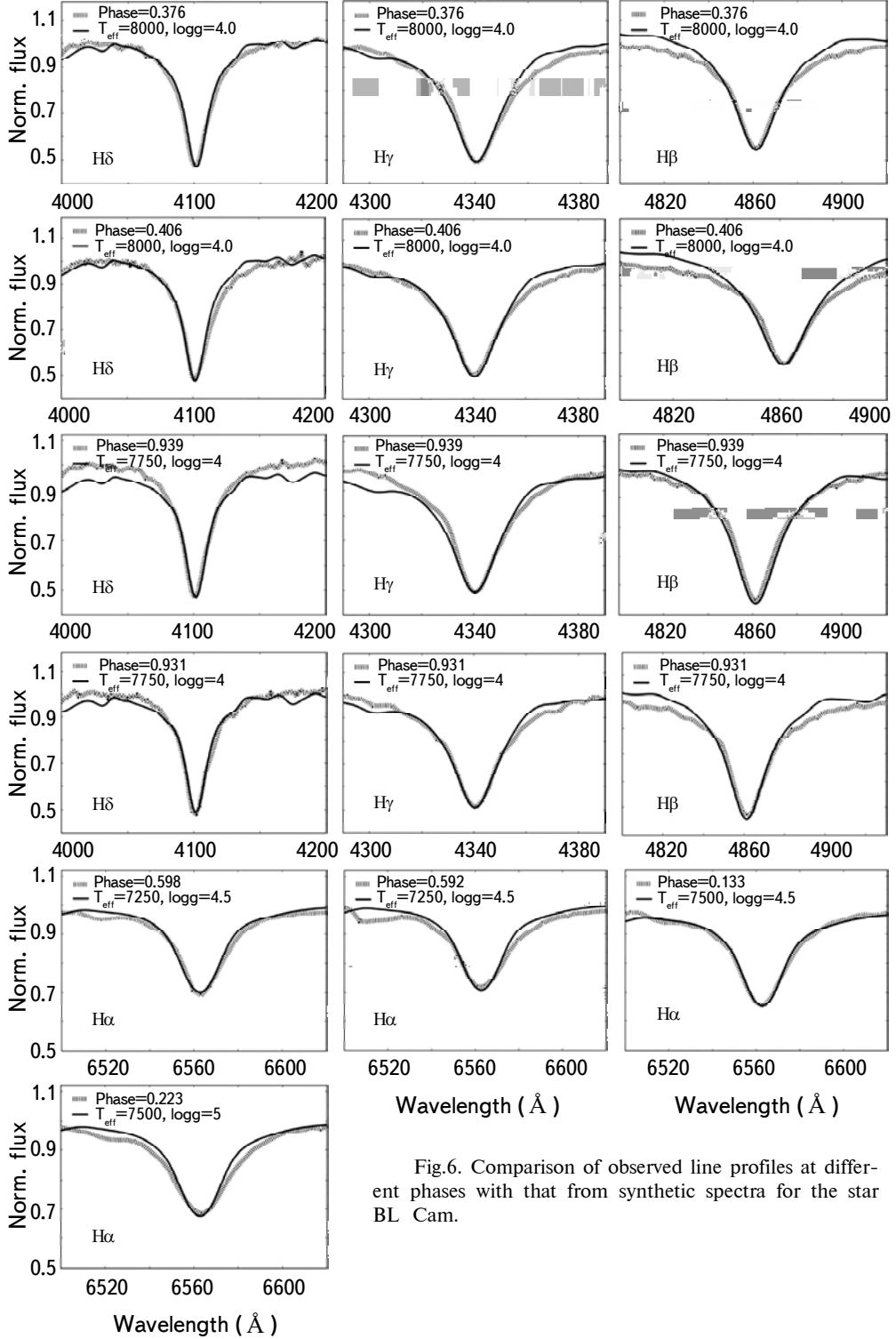


Fig.6. Comparison of observed line profiles at different phases with that from synthetic spectra for the star BL Cam.

Table 4

EFFECTIVE TEMPERATURES AND SURFACE GRAVITIES AT
DIFFERENT PHASES OF BL Cam

Phase	T_{eff} (K)	$\log g$
0.376	8000	4.0
0.406	8000	4.0
0.939	7750	4.0
0.931	7750	4.0
0.598	7250	4.5
0.592	7250	4.5
0.133	7500	4.5
0.233	7500	5.0
Mean	7625 ± 300	4.30 ± 0.37

widths of the spectral lines are calculated numerically using the Runge-Kutta technique.

Following the above procedure, we calculated the star's effective temperatures and surface gravities at different phases listed in Table 4. The mean effective temperature and surface gravity are adopted as $T_{eff} = 7625 \pm 300$ K and $\log g = 4.30 \pm 0.37$. Fig.6 shows the best fit of spectral lines H_α , H_β , H_γ , H_δ at different phases in both the red and blue parts of the spectrum. In most cases, we obtained a good fit for the line centers, while the significant difference between the observed and the synthetic spectra occurs for the line wings.

4. Physical parameters and the evolution state. We computed the physical parameters of BL Cam using the mean photometric colors, effective temperature, and the parallax. Adopting the effective temperature as $T_{eff} = 7625 \pm 300$ K, we calculated the bolometric correction as $BC = -0.089$ [25]; the star's absolute magnitude and bolometric magnitude in the visible filter as $M_v = 3.426 \pm 0.061$ and $M_{bol} = 3.337$.

The stellar radius is calculated from a polynomial fit to the temperature-radius relation of [23] as $R/R_\odot = 1.494 \pm 0.032$. The masses M can be calculated from the equation by [26] ($\log M = 0.46 - 0.10 M_{bol}$) as $M = 1.338 M_\odot$, and the luminosity is $L/L_\odot = 3.642$. The pulsational constant Q could be determined using the

Table 5

PHYSICAL PARAMETERS OF BL Cam

T_{eff} (K)	$M/M_\odot$	$\log L/L_\odot$	$R/R_\odot$	M_{bol}	$\log g$	Age(yr)	Q (days)
7625	1.68	0.957	1.69	2.335	4.3	2.295 Gy	0.025

frequencies in the periodogram (Table 1) from the equation

$$\log Q = 0.5 \log g + 0.1 M_{bol} + \log T_{eff} + \log P - 6.456. \quad (4)$$

Table 6

EFFECTIVE TEMPERATURES AND SURFACE GRAVITIES
OF SIX SX Phe STARS

Star name	T_{eff} (K)	$\log g$	Ref.
SX Phe	7850	4.2	30
KZ Hya	7650	4	31
CY Aqr	7930	4.13	32
BS Tuc	7250	3.75	33
DY Peg	7800	4	32
XX Cyg	7530	3.66	34

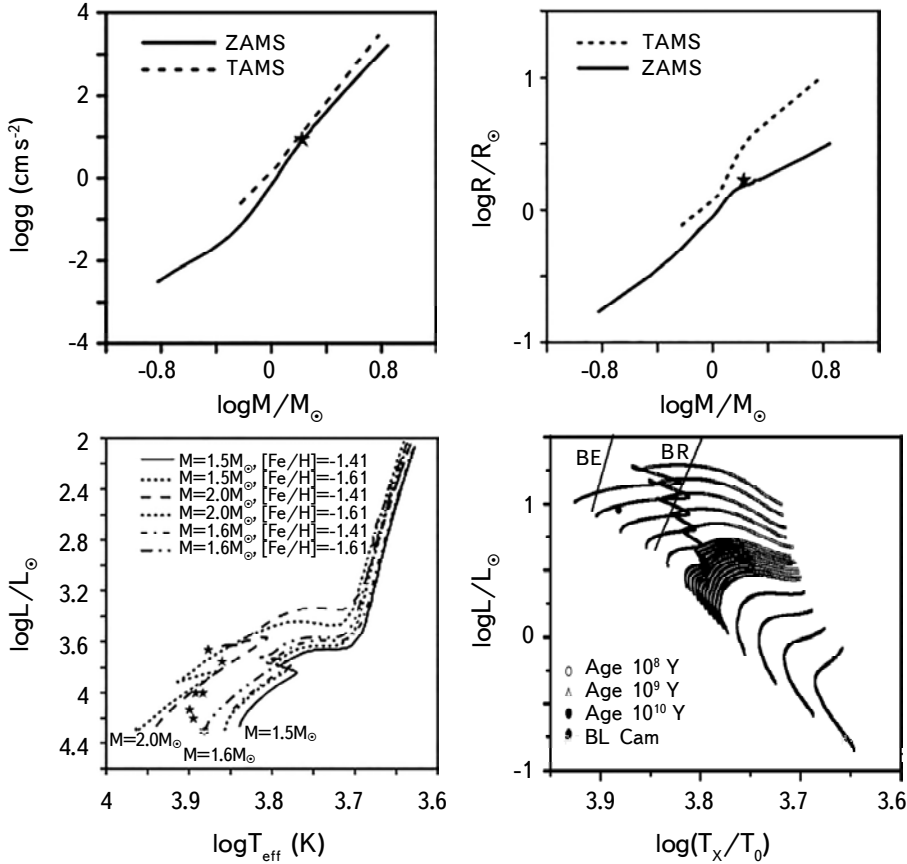


Fig.7. Locations of the BL Cam on the mass-luminosity (upper left panel) and temperature-radius (upper right panel) diagrams of [28] evolution models, and temperature-gravity (lower left panel), temperature-luminosity (lower right panel) of [28] evolution models for the metallicity $Z = 0.03$ (solid lines), and $Z = 0.019$ (dashed lines).

Consequently, the Q value of f_1 is 0.025(17), which is within the theoretical range, $0.0096 < Q < 0.067$, for the fundamental mode by [27]. The results are presented in Table 5; for the low-frequency pulsations ($\nu \leq 25$ c/d).

In Fig.7, we plotted the mass-luminosity relation ($M-L$) and mass-radius relation ($M-R$) for both zero-age main-sequence stars (ZAMS) and terminal-age main-sequence stars (TAMS) with metallicity $Z=0.014$ from the grid of [28]. The locations of BL Cam on the two diagrams are close to the ZAMS track, indicating an unevolved star.

Also, Fig.7 (lower left panel) illustrates the position of BL Cam and six SX Phe variables on the $\log T_{\text{eff}} - \log g$ diagrams for the mass tracks $1.4 M_{\odot} - 2 M_{\odot}$. The parameters of BL Cam agree well with those predicted for SX Phe candidates listed in Table 6 [29]. The tracks are plotted for the metallicity values $Z=0.019$ ($[\text{Fe}/\text{H}] = -1.61$) and $Z=0.03$ ($[\text{Fe}/\text{H}] = -1.41$). In the lower right panel of Fig.8, we plotted the isochrones appropriate for the effective temperature and luminosity of BL Cam. In this figure, we can notice that the star crossed the instability strip's red edge (RE). From this diagram, the age of BL Cam could be determined as 2.295 GY.

5. Conclusion. We thoroughly analyzed the star BL Cam using photometric and spectroscopic observations obtained at the Kottamia observatory. According to the Fourier analysis of the light curves, the fundamental mode is independent pulsation mode at 25.14427 c/d and three harmonics, 51.112 c/d, 33.388 c/d, and 17.72464 c/d. We combined the new times of maximum light with those provided by previous literature to perform an O-C analysis for the period change for BL Cam, yielding 55 times of maximum light. The variation rate of the fundamental period derived from the long-time scale of observations shows a negative period change ($dp/dt = 0.17028 E-02 \pm 0.14 E-05$ s/yr).

We used LTE model atmospheres to simulate the observed spectra. The effective temperatures and surface gravities at different phases are calculated by comparing the spectra to the appropriate synthetic spectra. We adopted the effective temperature and surface gravity of BL Cam as $T_{\text{eff}} = 7625 \pm 300$ K and $\log g = 4.30 \pm 0.37$, which is in good agreement with earlier studies. We located the star's physical parameters on the evolutionary models to investigate its evolution state. The calculated mass ($1.68 M_{\odot}$) is in good agreement with mass tracks around $1.6 M_{\odot}$ and higher than the possible masses ($1.0 M_{\odot} - 1.4 M_{\odot}$) of the SX Phe stars predicted by [29].

Acknowledgments. This paper is based upon work supported by Science, Technology & Innovation Funding Authority (STDF) under grant number 45779. We appreciate the editor's, the reviewers' valuable comments and suggestions which helped the authors improve the manuscript.

ФОТОМЕТРИЧЕСКИЙ И СПЕКТРОСКОПИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗВЕЗДЫ ТИПА SX Phe BL Cam

М.АБДЕЛ-САБУР, М.И.НОУ, А.ШОКРИ, Г.М.ХАМЕД,
Х.А.ИСМАИЛ, А.ТАКЕЙ, С.А.АТА, И.ЗЕАД

В настоящей работе представлены фотометрические и спектроскопические наблюдения пульсирующей звезды BL Cam, полученные 1.88-метровым телескопом в астрономической обсерватории Коттамия (КАО). Фурье-анализ кривых блеска показывает частоту 25.14427 ц/сут, с гармониками 51.112 ц/сут, 33.388 ц/сут и 17.72464 ц/сут. Частота 31-32 ц/сут, о которой сообщается в литературе, не обнаружена в наших данных, за исключением частоты, близкой к 33.3882934 ц/сут. В общей сложности представлено 55 новых максимумов блеска. Новое значение $(1/P) dP/dt$ оценивается с использованием диаграммы О-С, основанной на всех вновь полученных временах максимумов в сочетании с периодами, взятыми из литературы, предполагая, что периоды уменьшаются и изменяются плавно. Используя модельный анализ атмосферы, вычислены эффективная температура и ускорение силы тяжести $T_{eff} = 7625 \pm 300$ К и $\log g = 4.30 \pm 0.37$ dex. Болометрическая величина $M_{bol} = 2.335$, радиус $R = 1.69 R_{\odot}$, светимость $L = 0.957 L_{\odot}$, масса $M = 1.68 M_{\odot}$, константа пульсации $Q = 0.025$ сут. Расположение звезды на диаграммах $M-R$ и $M-L$ указывает на то, что она находится близко к ZAMS и является не эволюционировавшей звездой.

Ключевые слова: *звезды: переменные: звезды типа SX Phe: частотный анализ пульсаций: анализ моделей атмосфер*

REFERENCES

1. P.Zong, A.Esamdin, J.N.Fu et al., Publ. Astron. Soc. Pacif., **131**, 4202, 2019.
2. H.L.Giclas, R.Burnham, N.G.Thomas, Lowell Observatory Bulletin, **7**, 183, 1970.
3. R.A.Berg, J.G.Duthie, Astrophys. J. Lett., **215**, L25, 1977.
4. D.McNamara, Publ. Astron. Soc. Pacif., **109**, 1221, 1997.
5. S.Fauvaud, E.Rodriguez, A.Y.Zhou et al., Astron. Astrophys., **451**, 999, 2006.
6. E.Rodriguez, S.Fauvaud, J.A.Farrell et al., Astron. Astrophys., **471**, 255, 2007.
7. J.-N.Fu, C.Zhang, K.Marak et al., ChJAA, **8**, 237, 2008.
8. E.G.Hintz, M.D.Joner, D.H.McNamara et al., Publ. Astron. Soc. Pacif., **109**, 15, 1997.
9. A.-Y.Zhou, E.Rodriguez, S.-Y.Jiang et al., Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **308**,

- 631, 1999.
10. *C.Kim, E.-J.Sim*, JASS, **16**, 241, 1999.
 11. *A.-Y.Zhou, B.-T.Du, X.-B.Zhang et al.*, IBVS, **5061**, 1, 2001.
 12. *M.Wolf, M.Crlikova, M.Basta et al.*, IBVS, **5317**, 1, 2002.
 13. *J.H.Pena, J.D.Paredes, D.S.Piña et al.*, Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica, **57**, 419, 2021.
 14. *F.Hroch*, Proceedings of the 29th Conference on Variable Star Research, 30, 1998.
 15. *P.Lenz, M.Breger*, Communications in Asteroseismology, **146**, 53, 2005.
 16. *E.Hertzsprung*, BAN, **4**, 178, 1928.
 17. *M.Abdel-Sabour, A.Shokry, A.Ibrahim*, Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica, **56**, 287, 2020.
 18. *M.Craig, S.Crawford, M.Seifert et al.*, astropy/ccdproc: v1.3.0.post1, doi:10.5281/zenodo.1069648. <https://doi.org/10.5281/zenodo.1069648>, 2017.
 19. *P. van Dokkum*, Publ. Astron. Soc. Pacif., **113**, 1420, 2001.
 20. *C.McCully, S.Crawford, G.Kovacs et al.*, astropy/astroscrappy: v1.0.5 Zenodo Release, <https://zenodo.org/record/1482019>, 2018.
 21. *N.Earl, E.Tollerud, C.Jones et al.*, astropy/specutils: V1.5.0, v1.5.0, Zenodo, doi: 10.5281/zenodo.5721652, 2021.
 22. *R.L.Kurucz*, HiA, **10**, 407, 1995.
 23. *R.O.Gray*, Astron. Astrophys., **265**, 704, 1992.
 24. *R.O.Gray*, Astron. Astrophys., **273**, 349, 1993.
 25. *C.B.Reed*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **115**, 271, 1998.
 26. *A.N.Cox*, Proceedings of IAU Colloq. 111, held in Lincoln, NE, 15-17 August 1988. Edited by E.G.Schmidt, Cambridge Univ. Press.; p.1, 1989.
 27. *W.S.Fitch*, Proceedings of the Workshop, Tucson, Ariz., March 12-16, 1979. (A81-21401 07-90) Berlin, Springer-Verlag;; p.7-21, 1980.
 28. *L.Girardi, A.Bressan, G.Bretelli et al.*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **141**, 371, 2000.
 29. *J.Nemec, M.Mateo*, in C.Cacciari, G.Clementini, eds, Astronomical Society of the Pacific Conference Series Vol. 11, Confrontation Between Stellar Pulsation and Evolution, p.64-84, 1990.
 30. *M.S.Bessel*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **18**, 195, 1969.
 31. *A.Przybylski, M.S.Bessell*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **189**, 377, 1979.
 32. *D.H.McNamara, A.K.Feltz*, Publ. Astron. Soc. Pacif., **90**, 275, 1978.
 33. *A.W.Rodgers*, Astrophys. J., **152**, 109, 1968.
 34. *M.D.Joner*, Publ. Astron. Soc. Pacif., **94**, 289, 1982.

DOI: 10.54503/0571-7132-2022.65.4-489

FIRST LIGHT CURVE MODELLING OF ECLIPSING BINARY SYSTEMS V1264 Cas, V0664 Lac AND GSC 0199-2035

M.S.ALENAZI¹, M.M.ELKHATEEB²

Received 12 June 2022

Accepted 11 November 2022

Photometric analysis for the newly discovered systems V1264 Cas, V0664 Lac and GSC 0199-2035 were carried out using the most recent version of the Wilson-Devinney binary star modeling code (WD) based on model atmospheres by Kurucz. Accepted models revealed physical parameters use to adopt the spectral type of the components of the studied systems. Locations of the systems on the theoretical mass-luminosity and mass-radius relations revealed good fit for all the systems components except for the secondary components of the systems; V1264 Cas and GSC 0199-2035 where they lie above the TAMS track.

Keyword: *eclipsing binaries; light curve modelling; evolutionary state*

1. *Introduction.* Eclipsing binary systems are one of the variable stars groups which have a light curves shape that depends on the physical properties of the systems components and geometrical configuration (Hilditch [1]). The shapes of the binary components described and classified (detached-semidetached-contact) according to Roche geometry which depending on the degree of filling Roche lobe (Prša [2]). Orbital solutions for new discovery systems of eclipsing binary type are the main sources of knowledge about their physical and geometrical properties which reveal, among other solutions, relative dimensions of stars; their orbital inclination, effective temperatures, the eccentricity of the orbit, and potential spots. Combined orbital solutions using photometric observations together with radial velocities obtained from spectroscopic observations, reveal masses of the components, and radii. The estimated physical parameters for the eclipsing binary systems are of great importance in studies related to their stellar structure and evolution. In this paper we used an extensive photometric data to perform a comprehensive study of three newly discovered eclipsing binary systems: V1264 Cas, V0664 Lac and GSC 0199-2035. The variability of the discovered systems was detected for the first time during observations of other eclipsing binaries.

The structure of this paper is as follows: in Section 2 we display the basic information about the studied systems, Section 3 is devoted to the light curve modeling, and in Section 4 we discuss the evolutionary status of the studied

systems. Summary of the results and conclusion are outlined in Section 5.

2. Observations.

2.1. *V1264 Cas*. The system V1264 Cas was announced as variable star with period of $0^d.30408$ ($V=14^m.80$) by Liakos and Niarchos [3] and listed as eclipsing binary of W UMa type (overcontact) in the AAVSO data base. It was discovered inside the field of view of the known variable star V364 Cas. The observations were carried out at the Gerostathopoulion Observatory of the University of Athens in the period from 2007 to 2009, using a 40-cm Cassegrain telescope equipped

Table 1

BASIC INFORMATION OF THE VARIABLE, COMPARISON,
AND CHECK STARS

Star Name	α (2000.0)	δ (2000.0)	B	V	$B-V$
Variable (V1264 Cas)	$00^h51^m18^s.54$	$+50^\circ22'28''.11$	15.51	14.80	0.71
Comparison (GSC 3270-01412)	$00^h51^m41^s.05$	$+50^\circ22'52''.32$	12.64	--	--
Check (GSC 3270-00210)	$00^h51^m39^s.86$	$+50^\circ20'31''.02$	13.04	--	--
Variable (V0664 Lac)	$22^h14^m03^s.68$	$+48^\circ35'17''.90$	14.40	13.70	0.70
Comparison (USNO-A2.0 1350-16135725)	$22^h14^m10^s.32$	$+48^\circ37'47''.78$	12.84	--	--
Check (USNO-A2.0-1350-6139130)	$22^h14^m10^s.32$	$+48^\circ37'47''.78$	12.84	--	--
Variable (GSC 0199-2035)	$08^h07^m31^s.00$	$+01^\circ59'43''.50$	12.01	11.29	0.72
Comparison (GSC 0194-0498)	$08^h07^m35^s.88$	$+01^\circ56'06''.29$	10.69	10.13	0.56
Check (GSC 0194-0292)	$08^h07^m00^s.62$	$+01^\circ47'15''.53$	11.12	10.51	0.61

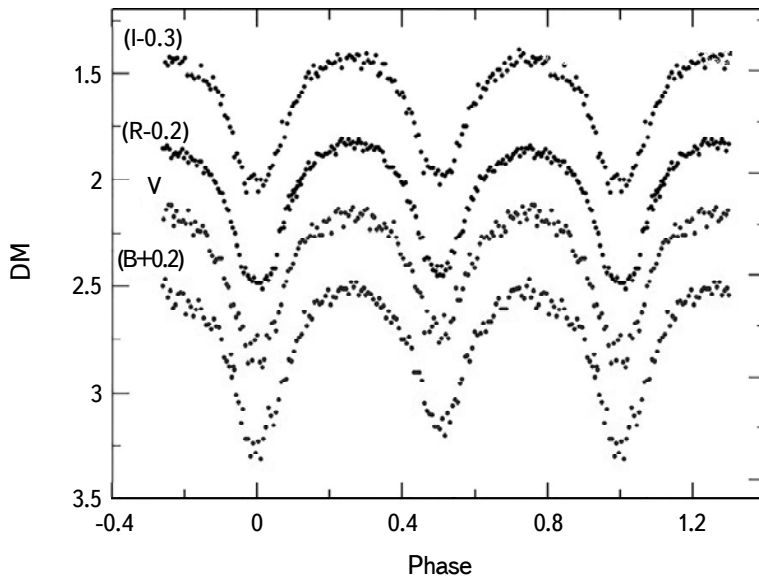


Fig.1. Observed light curves for the system V1264 Cas.

with ST-8XMEi and ST-10XME CCD cameras and the BVRI Bessell photometric filters. The stars GSC 3270-01412 and GSC 3270-00210, indicated in the finding chart, were used as comparison and check stars, respectively, during the observations. Table 1 lists their basic information while Fig.1 presents observed light curves in BVRI pass bands. The differential magnitudes were obtained for all systems using the software Muniwin v.1.1.26 (Hroch [4]). The shape of the observed light curve indicates typical W UMa (EW) eclipsing binary (MaxI - MinI = $-0^m.67$) and (MaxI - MinII = $-0^m.60$) in R filter. We used Equation (1) which represents the ephemeris adopted by Liakos and Niarchos [3] to calculate the individual phases of all observational data.

$$\text{MinI} = \text{HJD } 2455140.263 + 0.30408 E. \quad (1)$$

2.2. V0664 Lac. The system V0664 Lac ($P=0^d.65321$) was observed and reported as a variable star of Beta Lyrae type (semidetached) by Liakos and Niarchos [5]. The system was discovered in the field of view of the system AU Lac and observed in the period from Aug 29 to Dec 6, 2010 using $0^m.4$ Newtonian f/5.1 telescope equipped with SBIG ST-10XME CCD camera and the VI Bessell photometric filters, at the University of Athens Observatory. The stars USNO-A2.0-1350-16135725 and USNO-A2.0-1350-16139130 were used as a comparison and check stars, respectively, during the observations. The coordinates of the variable, comparison, and check stars are listed in Table 1, while Fig.2 displays the observed light curves in VI Bessell pass bands. Equation (2), represents the ephemeris adopted by Liakos and Niarchos [3] was used to calculate the individual phases of all observational data.

$$\text{MinI} = \text{HJD } 2455538.316 + 0.65321 E. \quad (2)$$

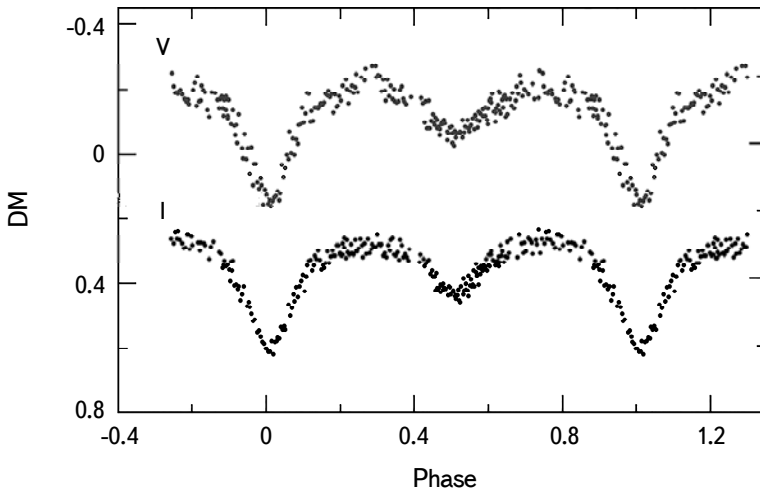


Fig.2. Observed light curves for the system V0664 Lac.

2.3. *GSC 0199-2035*. The variability of the system GSC 0199-2035 was discovered by Liakos and Niarchos [6], the system was classified as a detached system (EA) with a period of $P=1^d.012714$. First observations for the system were carried out in period from February 4 to March 29, 2010 in B and R pass bands using $0^m.2$ reflector f/5 telescope of the National and Kapodistrian University of Athens observatory supplied with SBIG ST-8XMEi CCD camera and BR Bessell photometric filters. They used GSC 0194-0498 and GSC 0194-0292, with coordinates listed in Table 1, as a comparison and check stars, respectively, during their observations. The variability of the system GSC 0199-2035 was discovered in the field of variable stars YY CMi and BI CMi. Fig.3 displays the observed light curve in BR (Bessell) pass bands, where the individual phases of the curves were calculated using the ephemeris of Equation (3), adopted by Liakos and Niarchos [6]:

$$\text{MinI} = \text{HJD } 2454933.536 + 1.012714 E. \quad (3)$$

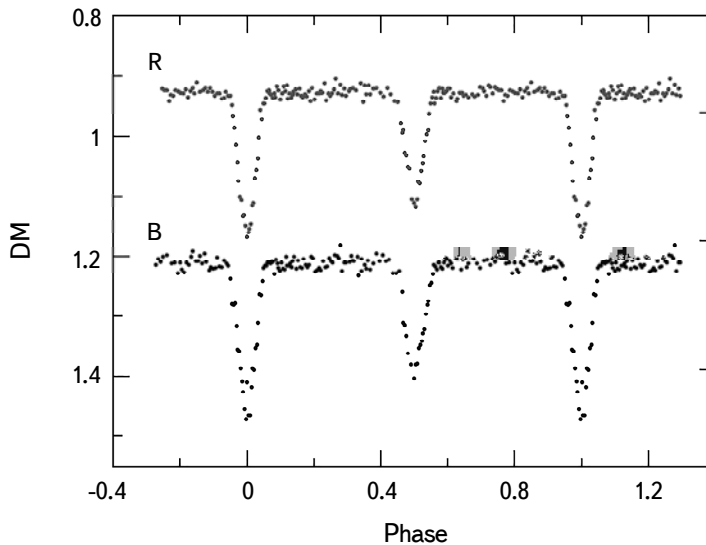


Fig.3. Observed light curves for the system GSC 0199-2035

3. *Light curve modelling*. Orbital elements determination and light curve analysis for the systems V1264 Cas, V0664 Lac and GSC 0199-2035 were performed by means of windows interface version of Wilson-Devinney binary star modeling (WD) code [7], which apply model atmosphere of Kurucz [8]. The adopted theoretical model reveals absolute parameters and synthetic light curves similar to the observed ones. The colour index (B-V) of the studied systems listed in SIMBAD (<http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/>) were used to estimate their primary stars temperatures T_1 by means of colour index temperature relation by

Takunaga [9]. The adopted primary stars temperatures were used as initial values in the light curve modelling. All individual observations of the observed light curves in each band were analyzed. We adopted gravity darkening and bolometric albedo exponents for convective envelopes ($T_{\text{eff}} < 7500$ K), where $A_1 = A_2 = 0.5$, Rucinski [10]) and $g_1 = g_2 = 0.32$, Lucy [11]. The logarithmic limb darkening coefficients were interpolated from the tables of Van Hamme [12]. The initial values of the mass ratio q was adopted by means of q -search technique, which assumed mass ratios q with the values ranging from 0.10 to 0.90 using the adopted mode for each system. The convergent solution implies sums of the squared deviations $\Sigma(\text{O}-\text{C})^2$ for each assumed q value which are plotted in Fig.4a, b, c for the studied systems. The adopted q values for each system corresponding to the minima of $\Sigma(\text{O}-\text{C})^2$ which are used as initial values in the system modelling runs. Each system was fitted with model containing seven free parameters: orbital inclination i , photometric mass ratio q , surface potentials of both components Ω_1 and Ω_2 , effective temperatures of the primary and secondary component T_1 and T_2 , and

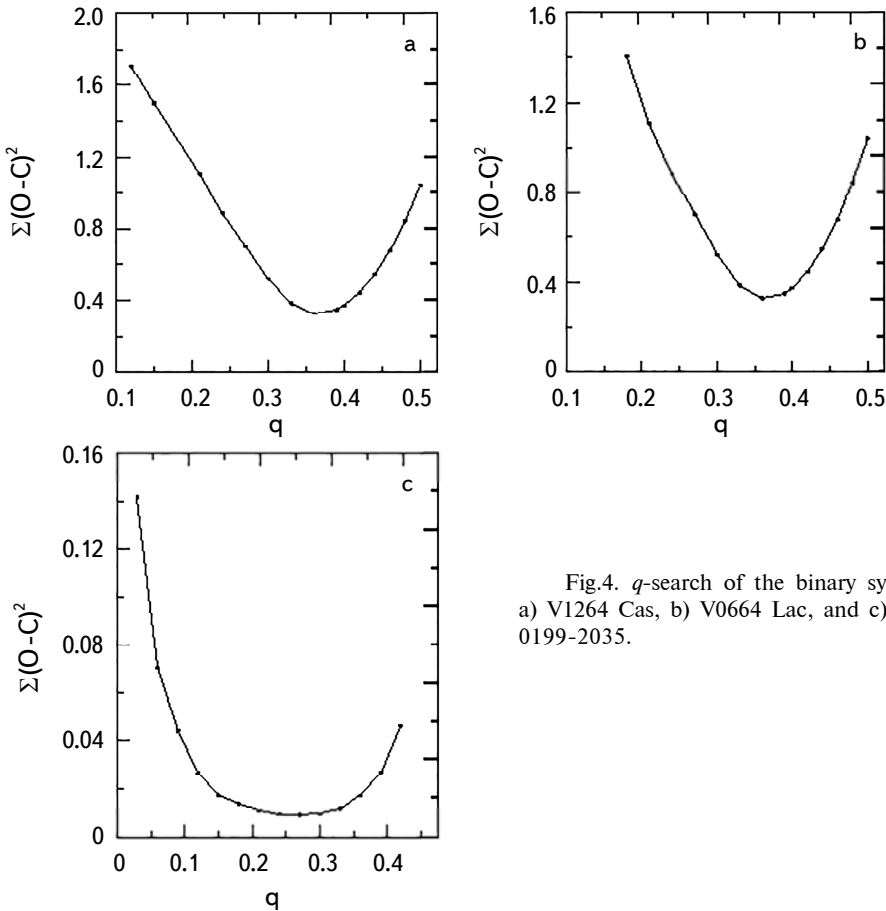


Fig.4. q -search of the binary systems:
a) V1264 Cas, b) V0664 Lac, and c) GSC 0199-2035.

Table 2

PHOTOMETRIC SOLUTIONS FOR THE SYSTEMS V1264 Cas,
V0664 Lac AND GSC 0199-2035

Parameter	V1264 Cas	V0664 Lac	GSC 0199-2035
i ($^{\circ}$)	82.94 ± 0.44	68.78 ± 0.20	78.82 ± 0.07
$g_1 = g_2$	0.32	0.32	0.32
$A_1 = A_2$	0.5	0.5	0.5
q (M_2/M_1)	0.4063 ± 0.0022	0.7118 ± 0.0049	0.2653 ± 0.0010
Ω_1	2.5974 ± 0.0067	3.7042 ± 0.0128	4.3913 ± 0.0048
Ω_2	2.5974 ± 0.0067	3.5147 ± 0.0132	3.1323 ± 0.0105
T_1 , K	5028 ± 17	5702 ± 57	5004 ± 8
T_2 , K	4880 ± 6	4415 ± 5	4748 ± 5
Ω_{in}	2.6908	3.2640	2.3881
Ω_{out}	2.4433	2.8565	2.2215
r_1 pole	0.4491 ± 0.0034	0.3302 ± 0.0052	0.2419 ± 0.0025
r_1 side	0.4838 ± 0.0047	0.3412 ± 0.0059	0.2442 ± 0.0026
r_1 back	0.5180 ± 0.0067	0.3548 ± 0.0071	0.2454 ± 0.0026
r_2 pole	0.3025 ± 0.0049	0.2952 ± 0.0054	0.1494 ± 0.0034
r_2 side	0.3183 ± 0.0062	0.3049 ± 0.0062	0.1506 ± 0.0035
r_2 back	0.3669 ± 0.0127	0.3232 ± 0.0082	0.1534 ± 0.0038
$\Sigma(O - C)^2$	0.13586	0.07593	0.00947

the primary star luminosity (L_1). Table 2 lists the accepted models for the studied systems with the estimated parameters.

3.1. *V1264 Cas*. Light curves of the system V1264 Cas in BVRI pass bands were analyzed using the WD code [7] under the condition of Mode 3 (over contact). Trials were made to estimate the set of parameters which represent the observed light curves. Best photometric fitting was reached after several runs, which shows that the primary component is hotter than the secondary one. The accepted model reveals parameters listed in Table 2, while Fig.5 displays the observed light curves of the system V1264 Cas together with the synthetic curves in BVRI pass bands. According to the accepted orbital solution, the components of the system V1264 Cas are of spectral types K1 and K2, respectively, (Popper [13]).

3.2. *V0664 Lac*. First CCD observations for the binary system V0664 Lac in VI pass bands were analysed using Mode 2 (detached) of the WD code [7]. Mass ratio q was adopted, as mentioned before, using a q -search method (see Fig.4b). An acceptable model was assumed after some trials with the adjustable parameters as listed in Table 2, which show that the primary component of the system V0664 Lac is hotter than the secondary one. According to the adopted temperatures T_1 and T_2 , the primary and secondary components are of spectral

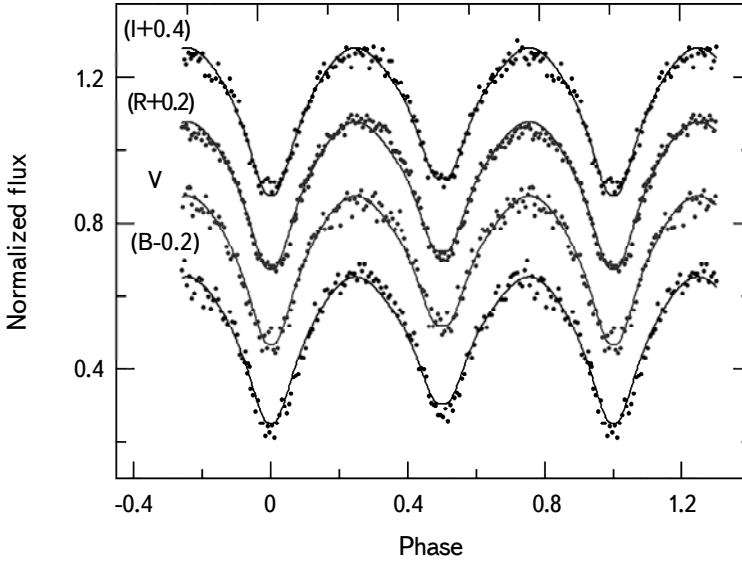


Fig.5. Synthetic (lines) and observed (dots) light curves for the system V1264 Cas.

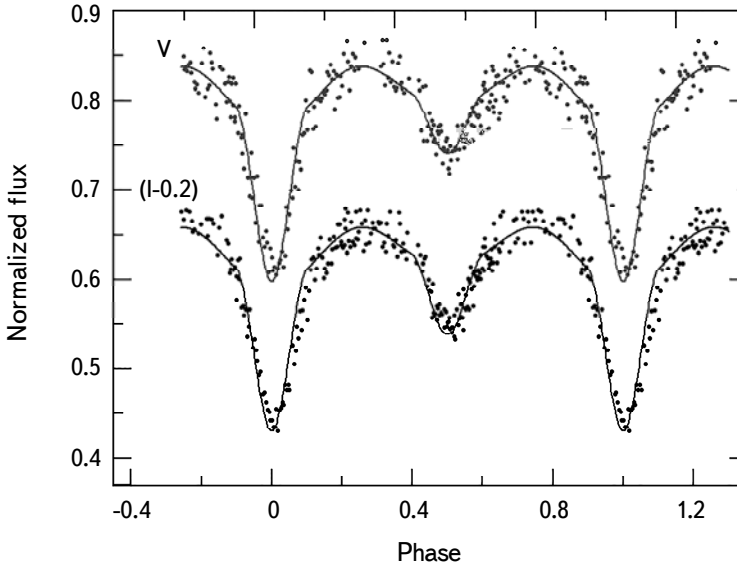


Fig.6. Synthetic (lines) and observed (dots) light curves for the system V0664 Lac.

types G3 and K5, respectively, (Popper [13]). Fig.6 presents the observed light curves together with synthetic light curves obtained by the model in VI pass bands.

3.3. *GSC 0199-2035*. Orbital solution of the discovered Algol system GSC 0199-2035 was carried out using the observed light curves in BR (Bessell) pass bands using Mode 2 (detached) of the WD code [7]. Photometric solution

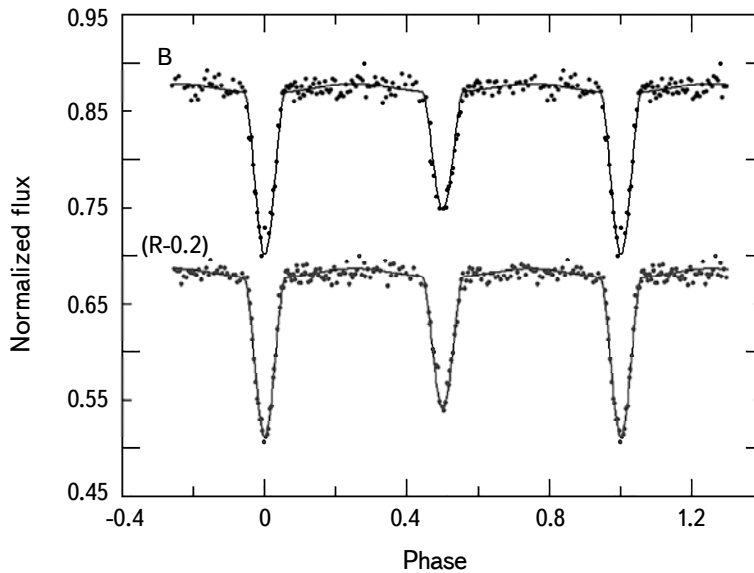


Fig.7. Synthetic (lines) and observed (dots) light curves for the system GSC 0199-2035.

parameters are listed in Table 2, it turns out that the spectral types of the primary and secondary components are K1 and K3, respectively, (Popper [13]). The adopted temperatures showed that the primary component of the system GSC 0199-2035 is hotter than the secondary one. Fig.7 displays the reflected observed points in BR (Bessell) pass bands together with the corresponding theoretical light curves obtained by the model.

The main source of data used in estimating the physical parameters of the eclipsing binary components came from spectroscopic observations of the radial velocity. Since the studied systems are new discovered systems, there are no previous spectroscopic observations, therefore, the absolute physical parameters of the systems were estimated using effective temperature-mass ($T_{\text{eff}}-M$) relation given by Harmanec [14]. Table 3 lists the calculated absolute physical parameters of the components of the systems V1264 Cas, V0664 Lac and GSC 0199-2035. The parameters show that all the primary components of the studied systems are massive than the secondary components. The calculated parameters assumed by the acceptable models were used in the software Package Binary Maker 3.03 (Bradstreet and Steelman [15]) to display the geometric structure of the studied systems as shown in Fig.8.

4. *Evolutionary states.* The physical parameters estimated in Table 3 were used to study the evolutionary states of the studied systems by means of mass-radius ($M-R$) relation for zero age main sequence (ZAMS) and terminal age main sequence (TAMS). Luminosity-effective temperature ($L-T_{\text{eff}}$) relation of non-

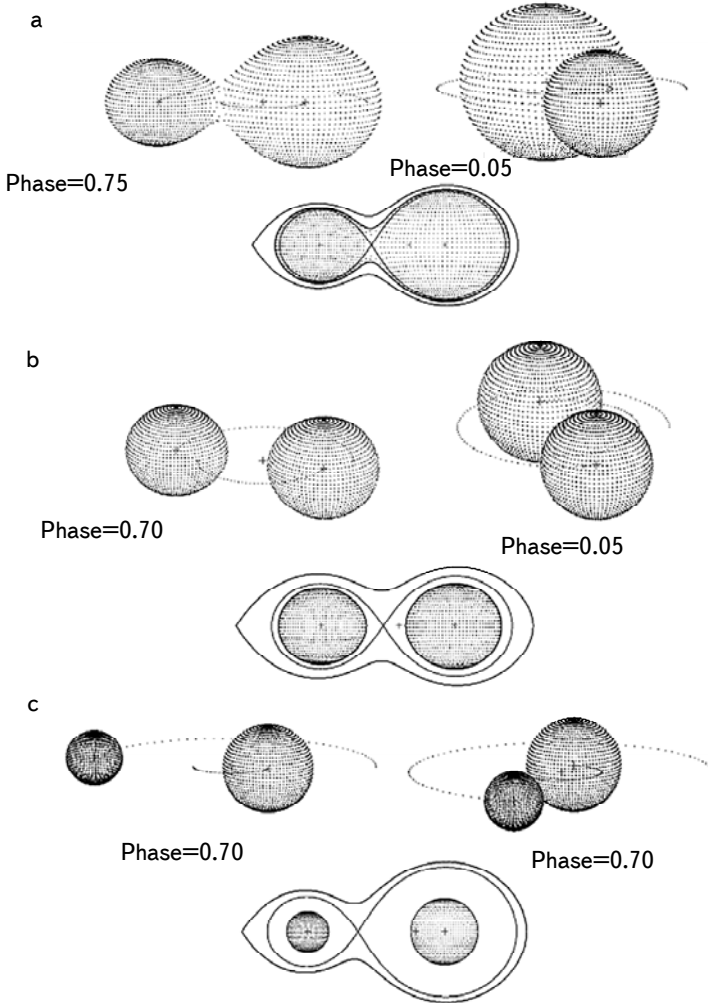


Fig.8. Three dimensional structure of the binary systems a) V1264 Cas, b) V0664 Lac, and c) GSC 0199-2035.

rotated models and the empirical mass-effective temperature ($M-T_{\text{eff}}$) relation of the intermediate and low mass eclipsing binaries were used. We also used the evolutionary tracks computed by Girardi et al. [16] for both ZAMS and TAMS main sequences with metallicity $z=0.019$. Fig.9a, b displays the locations of the components of the studied systems on the curve of mass-radius $M-R$ and mass-luminosity $M-L$ relations. The figures show that all the components of the studied systems located near the ZAMS track except for the secondary components of the systems; V1264 Cas and GSC 0199-2035 where they lie above the TAMS track.

Table 3

ABSOLUTE PHYSICAL PARAMETERS FOR THE SYSTEMS
V1264 Cas, V0664 Lac AND GSC 0199-2035

Parameter	Star name		
	V1264 Cas	V0664 Lac	GSC 0199-2035
$M_1 / M_{\odot}$	0.8530 ± 0.0348	1.0851 ± 0.0443	0.8446 ± 0.0345
$M_2 / M_{\odot}$	0.3466 ± 0.0142	0.7724 ± 0.0315	0.2241 ± 0.0092
$R_1 / R_{\odot}$	0.9492 ± 0.0388	1.1825 ± 0.0483	0.9405 ± 0.0384
$R_2 / R_{\odot}$	0.8953 ± 0.0366	0.7213 ± 0.0295	0.8465 ± 0.0346
$T_1 / T_{\odot}$	0.8702 ± 0.0355	0.9869 ± 0.0403	0.8660 ± 0.0354
$T_2 / T_{\odot}$	0.8446 ± 0.0345	0.7641 ± 0.0312	0.8217 ± 0.0336
$L_1 / L_{\odot}$	0.5159 ± 0.0211	1.3243 ± 0.0541	0.4969 ± 0.0203
$L_2 / L_{\odot}$	0.4073 ± 0.0166	0.1771 ± 0.0072	0.3263 ± 0.0133
M_{bol1}	5.4685 ± 0.2233	4.4450 ± 0.1815	5.5093 ± 0.2249
M_{bol2}	5.7252 ± 0.2337	6.6294 ± 0.2706	5.9660 ± 0.2436
Sp. Type	(K1) ¹ , (K2) ²	(G3) ¹ , (K5) ²	(K1) ¹ , (K3) ²

Note: The subscript/superscript 1 and 2 refers to the primary and secondary components, respectively.

Deviation in the locations of the secondary's components of the systems V1264 Cas and GSC 0199-2035 can be ascribed to energy transfer from the primary to the secondary component of the two systems through the common convective envelope as suggested by Lucy [17]. Using the non-rotating evolutionary models

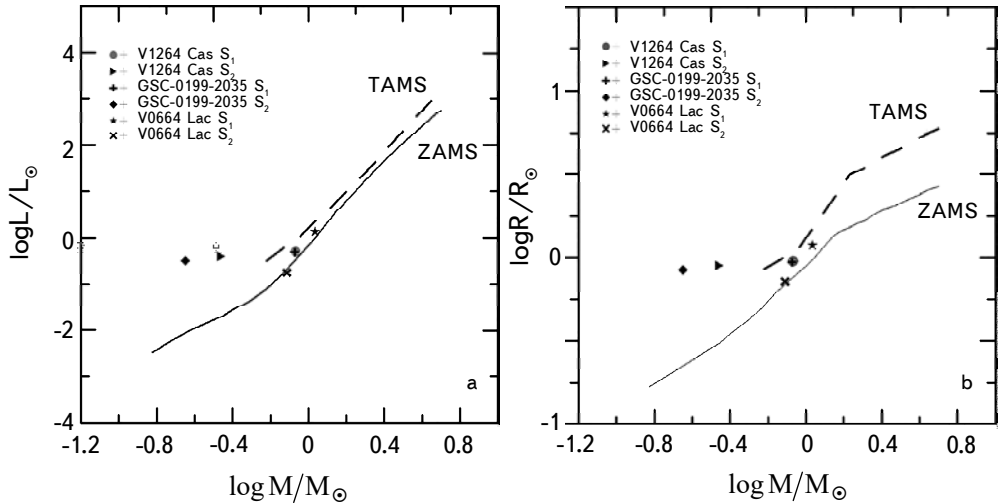


Fig.9. Positions of the components (S1, S2) of the systems V1264 Cas, V0664 Lac and GSC 0199-2035 on the theoretical: mass-luminosity diagram (a) and mass-radius diagram (b) of Girardi et al. [16].

of Ekstrom et al. [18] at solar metallicity $z=0.014$, the components of the studied systems were assigned on the $(T_{\text{eff}} - L)$ relation as shown in Fig.10, where all components of the studied systems lie on the expected tracks.

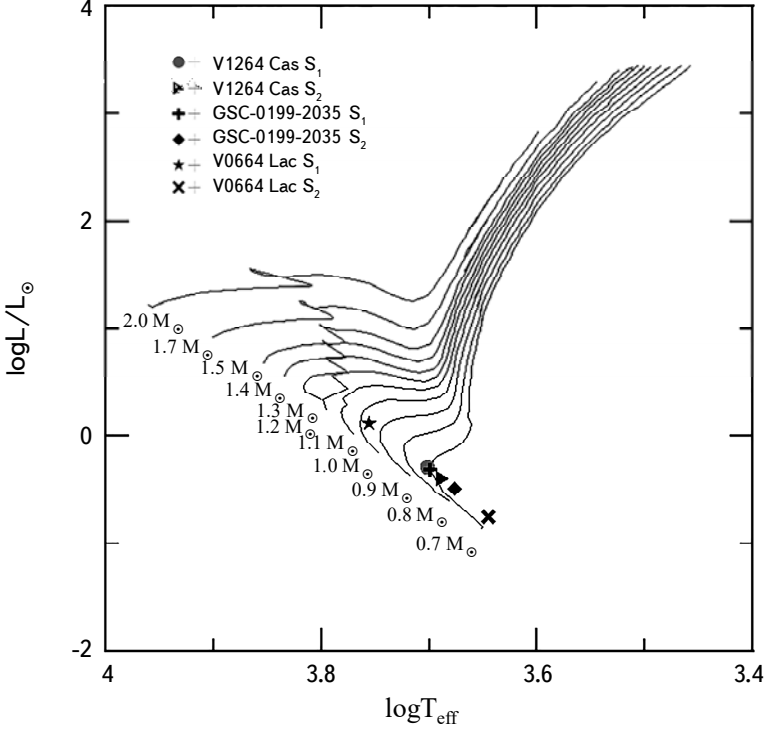


Fig.10. Positions of the components (S1, S2) of the systems V1264 Cas, V0664 Lac and GSC 0199-2035 on the effective temperature-luminosity diagram of Ekstrom et al [16].

Fig.11 displays the mass-effective temperature relation ($M - T_{\text{eff}}$) for intermediate and low-mass stars (Malkov [19]) for the components of the systems. Locations of the systems components on $M - T_{\text{eff}}$ diagram have a good fit except for the secondary's components of the systems V1264 Cas and GSC 0199-2035. It's clear that the same components have the same behaviour in terms of mass-luminosity and mass-radius relations, as shown in Fig.9, where we ascribed such behaviour to an energy transfer from the primary to the secondary component of the two systems through the common convective envelope as suggested by Lucy [17].

5. Discussion and conclusion. First orbital solutions were carried out for the new discovered eclipsing binary systems V1264 Cas, V0664 Lac and GSC 0199-2035 by means of CCD observations in different pass bands. A set of absolute parameters were estimated, which showed that the primary components of all

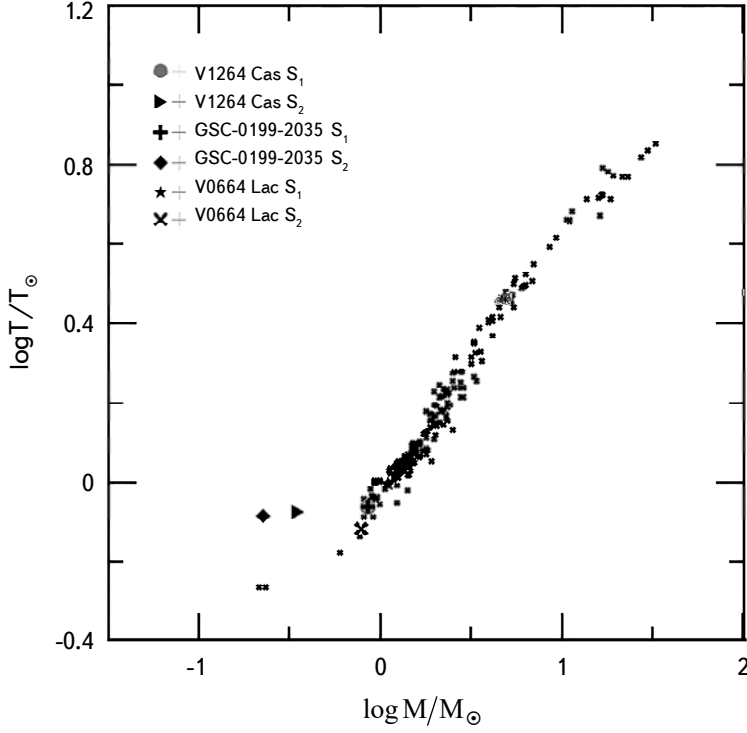


Fig.11. Positions of the components (S1, S2) of the systems V1264 Cas, V0664 Lac and GSC 0199-2035 on the empirical mass - T_{eff} relation for low-intermediate mass stars by Malkov [19].

studied systems are hotter and more massive than the secondary components. The spectral types of the systems components were assigned according to the estimated temperatures. Behaviour of the studied systems components in terms of $M-L$ and $M-R$ relations was investigated to explore their evolutionary states. It is found that all the components of the studied systems are located near ZAMS track except for the secondary components of the systems V1264 Cas and GSC 0199-2035, which we attributed to energy transfer from the primary to the secondary component of these two systems through the common convective envelope.

¹ Physics Dept., Faculty of Science, Northern Border University, Arar, Saudi Arabia, e-mail: m.alenazi@nbu.edu.sa

² Astronomy Dept., National Research Institute of Astronomy and Geophysics (NRIAG), Cairo, Egypt, e-mail: magdyelkhateeb55@gmail.com

ПЕРВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРИВЫХ БЛЕСКА ЗАТМЕННО-ДВОЙНЫХ СИСТЕМ V1264 Cas, V0664 Lac И GSC 0199-2035

М.С.АЛЕНАЗИ¹, М.М.ЭЛЬХАТИБ²

Фотометрический анализ недавно обнаруженных систем V1264 Cas, V0664 Lac и GSC 0199-2035 был проведен с использованием самой последней версии кода моделирования двойных звезд Уилсона-Девинни (WD), основанного на моделях атмосфер Куруца. Принятые модели используют выявленные физические параметры для определения спектрального класса компонентов исследуемых систем. Расположение систем по теоретическим соотношениям масса-светимость и масса-радиус выявило хорошее соответствие для всех компонентов систем, кроме второстепенных компонентов систем; V1264 Cas и GSC 0199-2035, где они лежат над последовательностью TAMS.

Ключевые слова: *затменно-двойные системы: моделирование кривой блеска: эволюционное состояние*

REFERENCES

1. *R.Hilditch*, An Introduction to Close Binary Stars (Cambridge University Press), 2010.
2. *A.Prša*, Modeling and Analysis of Eclipsing Binary Stars: The theory and design principles of PHOEBE (Institute of Physics Publishing), 2019.
3. *A.Liakos, P.Niarchos*, Journal Peremennye Zvezdy, **10**, 9, 2010.
4. *F.Hroch*, Proceedings of the 29th Conference on Variable Star Research, Brno, Czech Republic; eds. J.Dušek, M.Zejda, p.30, 1980
5. *A.Liakos, P.Niarchos*, IBVS, 5998, 2011.
6. *A.Liakos, P.Niarchos*, IBVS, 5999, 2011.
7. *R.Wilson, E.Devinney, W. Van Hamme*, ascl.soft04004W, 2020.
8. *R.Kurucz*, In: E.Milone (Ed.), Light Curve Modeling of Eclipsing Binary Stars. Springer-Verlag, New York, p.93, 1993.
9. *A.T.Tokunaga*, Allen's Astrophysical Quantities, fourth ed. AIP Press, Springer, New York, 2000.
10. *S.Rucinski*, Acta Astronaut., **19**, 156, 1969.
11. *L.Lucy*, Z. Astrophys., **65**, 89, 1967.
12. *W. Van Hamme*, Astron. J., **106**, 2096, 1993.

13. *D.Popper*, Ann. Rev. Astron. Astrophys., **18**, 115, 1980.
14. *P.Harmanec*, Bull. Astron. Inst. Czechosl., **39**, 329, 1988.
15. *D.Bradstreet, D.Stelman*, AAS, **201**, 7502, 2002.
16. *L.Girardi, A.Bressan, G.Bertelli et al.*, Astron. Astrophys. Suppl. Ser., **141**, 371, 2000.
17. *L.Lucy*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **22**, 381, 1973.
18. *S.Ekström, C.Georgy, P.Eggenberger et al.*, Astron. Astrophys., **537**, 146, 2012.
19. *O.Malkov*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **382**, 1073, 2007.

DOI: 10.54503/0571-7132-2022.65.4-503

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ИЗМЕНЕНИЯ БЛЕСКА КРАСНОГО КАРЛИКА V647 Her

Н.И.БОНДАРЬ¹, К.А.АНТОНЮК^{1,2}, Н.В.ПИТЬ¹

Поступила 29 июня 2022

Принята к печати 11 ноября 2022

Исследованы фотометрические ряды красного карлика V647 Her (M3.5V), полученные по результатам наблюдений 2019г. в Крымской астрофизической обсерватории и по данным каталога SuperWASP в 2004-2007гг. Анализ рассмотренных кривых блеска показал наличие переменности с амплитудой $0^m.04$ и периодом 20.69 дней. Исследована стабильность характеристик этой переменности в разные эпохи. Амплитуда переменности и фаза минимума сохраняются на интервале 40-60 дней. После вычитания вклада 20-дневной периодичности по ряду остатков 2019г. заподозрены быстрые изменения с периодом 1.1 дня с вероятностью около 95%. По данным каталога SuperWASP также обнаруживаются изменения блеска с таким периодом и случаи оптических вспышек.

Ключевые слова: *звезды: красные карлики: вспыхивающие звезды: фотометрическая переменность: V647 Her*

1. *Введение.* Магнитная активность поздних карликов исследуется как общее ее проявление по выборкам объектов и как конкретная характеристика отдельных звезд. М-карлики отличаются от звезд солнечного типа внутренним строением и топологией магнитных полей. Теоретические расчеты показывают, что красные карлики с массой меньше $0.35 M_{\odot}$ становятся полностью конвективными [1-3], а следовательно, условия генерации магнитных полей и действия динамо-процессов, приводящих к развитию звездной активности, будут отличаться от более массивных G-М карликов, во внутреннем строении которых присутствуют радиативная и конвективная зоны [4].

В двойной системе Gl 669AB один компонент (V639 Her, M4.5V) является полностью конвективной звездой, а у другого, более раннего спектрального класса (V647 Her, M3.5V), еще сохраняется радиативная зона. Эти звезды образуют широкую пару, разделенную в проекции на $16''.8$ [5,6], и рассматриваются как невзаимодействующие одиночные объекты [7]. Теоретические модели и результаты наблюдений показывают, что активность G-М карликов в значительной степени зависит от их скорости вращения [8-12]. У звезды V639 Her, согласно [13] $V \sin i \sim 6.79 \text{ км с}^{-1}$, период вращения V647 Her по данным [14] равен 19.81 дня. По поведению блеска на интервале 1939-2018гг.

у звезды заподозрено существование продолжительного цикла, до 76 лет [15], и тогда, согласно диаграмме период вращения - длина цикла, период вращения звезды должен быть несколько дней. По выборке V -величин фотометрического каталога SuperWASP (Wide Angle Search for Planets) в [16] был найден период вращения 1.09 сут. О быстром вращении звезды с периодом 0.95 сут сообщается в статье [17], однако позднее этот период был признан ложным [18]. Скорости вращения каждой из звезд в системе Gl 669AB обсуждались в [7], авторы пришли к выводу, что по результатам разных исследований обе звезды можно считать медленно вращающимися, но найденные в разных источниках значения периода вращения для V647 Her различаются. Для его уточнения необходимо получить качественные ряды наблюдений, а также определить угол наклона оси вращения.

В настоящей работе мы представляем результаты поиска периода вращения звезды V647 Her по фотометрическим данным, полученным на 1.25-м телескопе Крымской астрофизической обсерватории в 2019г. и по рядам 2004, 2006гг. с высоким временным разрешением из каталога SuperWASP. Сведения о фотометрии звезды в 2019г. и анализ поведения ее блеска приведены в разделах 1, 2; анализ данных из каталога SuperWASP - в разделе 3, в разделе 4 обсуждаются полученные результаты, в разделе 5 приведены выводы.

2. Фотометрия 2019г. и анализ кривой блеска.

2.1. *Фотометрические данные.* Фотометрические характеристики V647 Her, свидетельствующие о ее активности, определены в ряде работ по результатам широкополосной электрофотометрии и ПЗС- наблюдений. Блеск звезды в V -фильтре, согласно [19], равен $11^m.36$, согласно [5,20] $V=11^m.42$. Вспышечная активность V647 Her в фильтре B и в линии $H\alpha$ отмечается в работе [21]. По фотографическим данным 1939-1991гг. обнаружены изменения среднего годового блеска звезды [22], а анализ компилированной кривой блеска на интервале с 1939 по 2018гг. позволяет предположить наличие 76-летнего цикла фотосферной активности [15].

В этом разделе мы приводим результаты наблюдений в V -полосе, полученные в 2019г. с 21 июня по 24 ноября на 1.25-м телескопе Крымской астрофизической обсерватории (КраО) с помощью ПЗС- камеры ProLine PL230 с приемником (матрицей) e2v CCD230-42G. Размер кадра 2048×2048 пикселей, поле в кадре $10'.9 \times 10'.9$, размер пикселей 15 мкм, $0''.32/\text{пиксель}$. Патрульные наблюдения выполнены в полосах $BVRI$ системы Джонсона - Козинса с временным разрешением 1 мин, по 3 записи в каждом фильтре в дату наблюдений. За 92 ночи наблюдений (табл.1) получено 280 значений блеска в V -фильтре с точностью несколько тысячных звездных величин. Оценки блеска ΔV получены в инструментальной системе относительно

Таблица 1

ЖУРНАЛ НАБЛЮДЕНИЙ V647 HER НА 1.25-м ТЕЛЕСКОПЕ АЗТ-11

Дата, 2019г.	JD2450000+	Число дат наблюдений	Количество кадров
21.06-28.06	8656.34-8663.33	7	21
02.07-31.07	8667.30-8696.27	16	48
01.08-31.08	8697.29-8727.22	18	57
01.09-30.09	8728.26-8757.26	19	58
01.10-24.10	8758.22-8781.20	15	45
01.11-24.11	8789.19-8812.18	17	51
Всего	156	92	280

звезды сравнения TYC 2082-2143-1, $V=11^m.22$ (SIMBAD database). На рис.1 приведена кривая блеска, на которой ряд V -величин для дальнейшего анализа отмечен черными кружками ($N=258$), а исключенные значения, в том числе возможные вспышки, показаны открытыми кружками ($N=22$).

Кривая блеска характеризуется сохранением максимального уровня блеска в эпоху наблюдений и квазипериодическими его ослаблениями на $0^m.05$ - $0^m.07$ относительно максимального значения. Характеристики кривой блеска: $\Delta V_{max} = 0^m.14$ ($\sigma = 0.003$), $\Delta V_{min} = 0^m.21$ ($\sigma = 0.008$), изменения блеска $V_{var} = 0^m.07$.

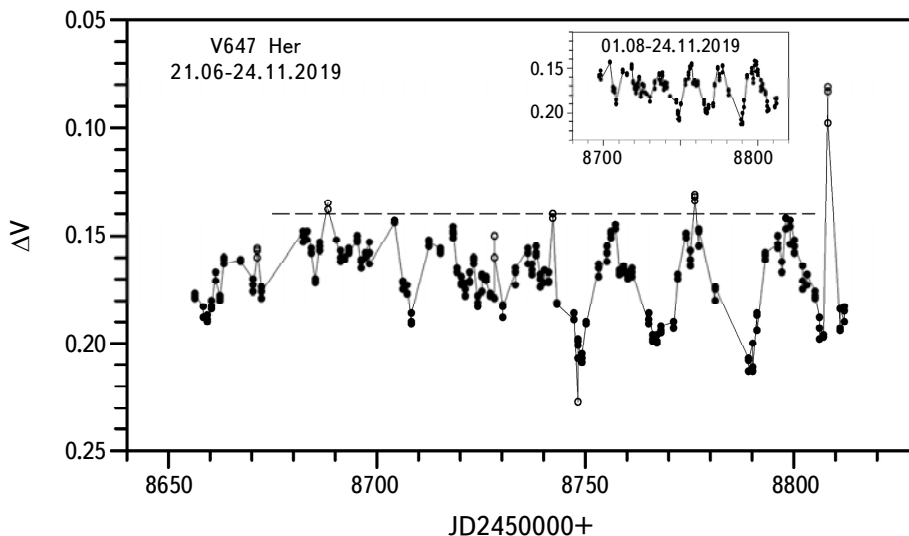


Рис.1 Кривая блеска V647 Her по результатам наблюдений на 1.25-м телескопе. По оси ординат - изменения блеска звезды относительно звезды сравнения. Открытые кружки отмечают ΔV -величины, исключенные из дальнейшей обработки ($N=22$). Пунктирной линией показан уровень максимального блеска. На вставке приведен ряд, выбранный для поиска фотометрического периода ($N=211$).

2.2. *Анализ кривой блеска.* Для поиска фотометрического периода выбран временной интервал 01.08 - 24.11 (JD2458697-2458812), на котором прослеживаются 6 последовательных вхождений в минимум блеска. Выбранный ряд приведен на вкладке рис.1, он содержит 211 оценок блеска. Поиск периодов выполнен методами Юркевича, Скаргля и Хартли с помощью

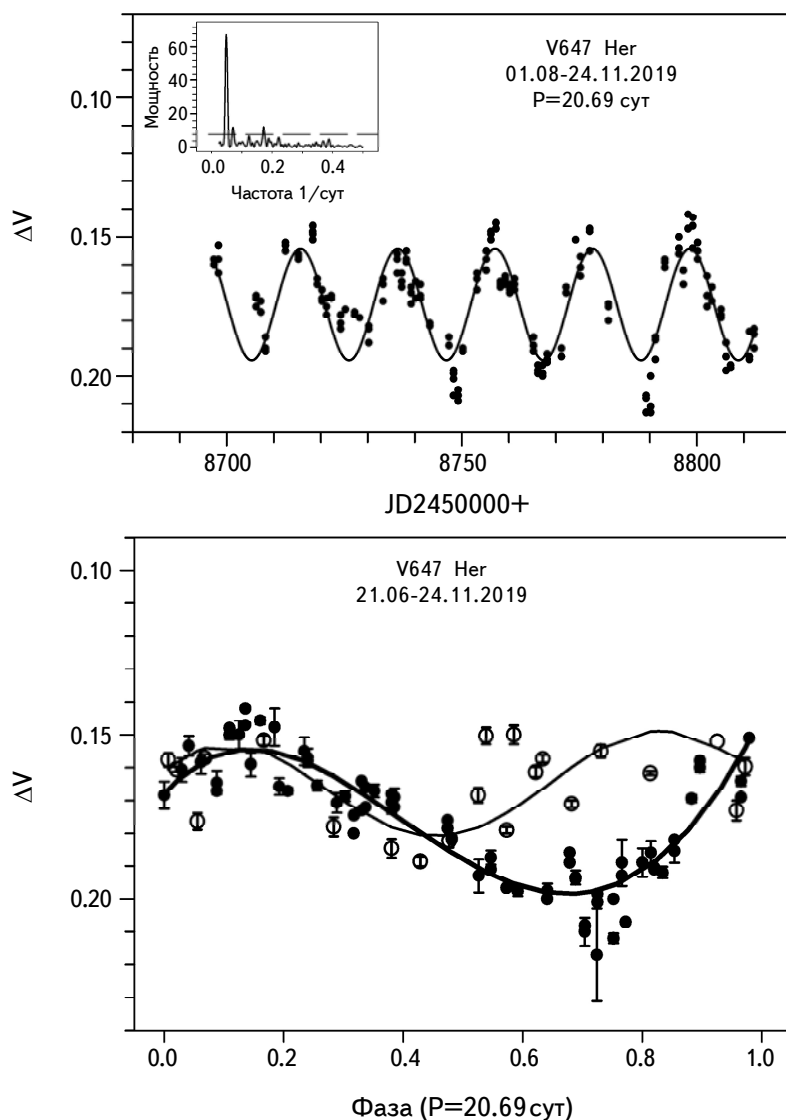


Рис.2. Изменения блеска у звезды V647 Нег с периодом 20.69 дня. На верхнем графике показаны изменения блеска на интервале 01.08-24.11.2019 с периодом 20.69 дня, на вставке - периодограмма Ломб-Скаргля, пунктирной линией отмечен уровень 2.5σ . На нижней панели приведены фазовые кривые для интервала 21.06-30.07 (открытые кружки) и 01.08-24.11 (зачерненные кружки); вертикальными черточками показаны ошибки средних по дате значений блеска.

программного пакета AVE [23]. Периодограммный анализ показал, что в интервале значений 1-40 дней наиболее значимый пик соответствует периоду 20.69 дня. Методом Ломб-Скаргля [24] обнаружены гармонические колебания с периодом 20.62 (± 0.07) дня (рис.2 верхняя панель), что в пределах точности определения согласуется со значением 20.69 дня. Амплитуда переменности составляет 0^m.047. Построенная согласно фотометрическим элементам $HJD = 2458733.2449 + 20.69 E$ фазовая кривая блеска для всего исследуемого ряда показала, что в разные эпохи минимум блеска приходится на разные фазы периода. На нижней панели рис.2 приведены фазовые кривые по наблюдениям с 21.06 по 30.07 и с 01.08 по 24.11 и аппроксимации средних в бинах 0.05 фазы значений блеска полиномами 4-й степени (тонкая и жирная линии, соответственно).

3. *Поведение блеска в 2004, 2006гг. по данным из каталога SuperWASP.* Большой объем данных о поведении блеска V647 Her получен в 2004, 2006-2007гг. в ходе обзорных широкоугольных наблюдений по проекту SuperWASP. Автоматизированные телескопы, используемые в этом проекте, оснащены ПЗС камерами, обеспечивающими поле кадра 7°.8 x 7°.8 и угловое разрешение 13".7 на пиксель. Точность фотометрии звезд, у которых V -величины $\sim 7^m.0 - 11^m.5$, около 1% [14,26,27]. Для V647 Her в каталоге SuperWASP содержится более 10.7 тыс оценок блеска с ошибками их определения. Очистка данных включала удаление явно ошибочных значений, затем для визуального выявления отклоняющихся значений строились кривые блеска на выделенных интервалах и исключались значения с учетом статистического критерия 3σ . Характеристики полученных рядов приведены в табл.2, значения V_{max} и V_{min} определены с точностью около 1%. Наблюдения 2007г. проводились только 12 дней и последующей обработке не подвергались.

Поиск периодичности выполнен методами, описанными в гл. 2.2, по наиболее плотному и продолжительному ряду 2004г. В 2006г. наблюдения проведены в течение 4 месяцев, но они представляют собой несколько коротких, разрозненных серий и рассмотрены для подтверждения периоди-

Таблица 2

ХАРАКТЕРИСТИКИ КРИВЫХ БЛЕСКА ПО
ДАННЫМ КАТАЛОГА SuperWASP

Дата	JD2450000+	$\Delta V = V_{max} - V_{min}$ (mag)	Число измерений
03.05-30.09.2004	3128.51-3278.40	11.19-11.29	4515
02.04-04.08.2006	3827.60-3951.42	11.19-11.28	5214
01.04-12.04.2007	4191.60-4202.75	11.04-11.18	547

чности, найденной по данным 2004г. Результаты периодограммного анализа, выполненного по всему ряду 2004г. и на отдельных интервалах, подтвердили

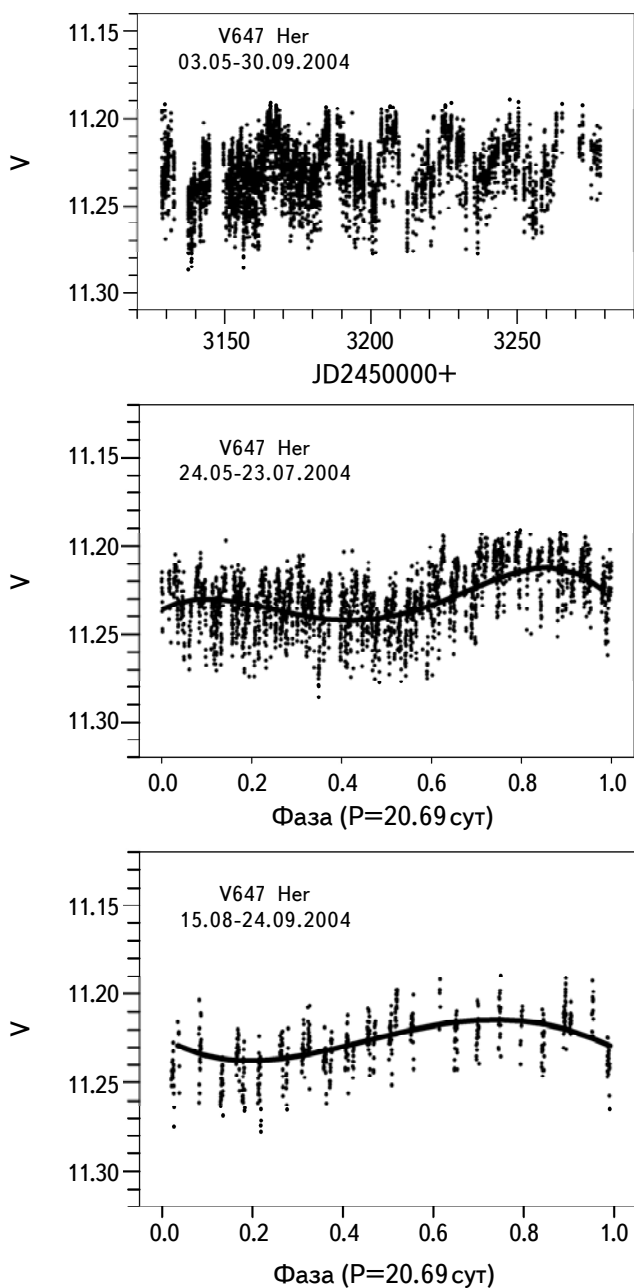


Рис.3. Изменения блеска V647 Her по наблюдениям 2004г. На верхней панели - кривая блеска, на средней и нижней панелях приведены свертки данных на указанных интервалах с периодом 20.69 дня и их аппроксимация полиномами.

присутствие периода 20.69 дня. Построенные с этим периодом фазовые кривые для произвольно выбранной начальной эпохи $T_0 = 2453128.5102$ показали, что лучшее согласие по фазе и амплитуде показывают данные на выделенных интервалах около 60 дней. На рис.3 приведен весь ряд V -величин 2004г. и свертки на указанных интервалах. Аппроксимирующие полиномы 4-й степени проведены по усредненным в бинах 0.05 фазы периода V -величинам. На рис.4. приведены данные 2006г. и фазовые кривые, построенные с указанными значениями периода и начальной фазы для серий на интервалах JD2453827.5964 - JD2453856.7350 (открытые кружки) и JD2453882.4462 - JD2453951.4223 (крестики). Каждая из рассмотренных серий наблюдений покрывает ограниченный интервал фаз, но видно, что формы фазовых кривых отличаются.

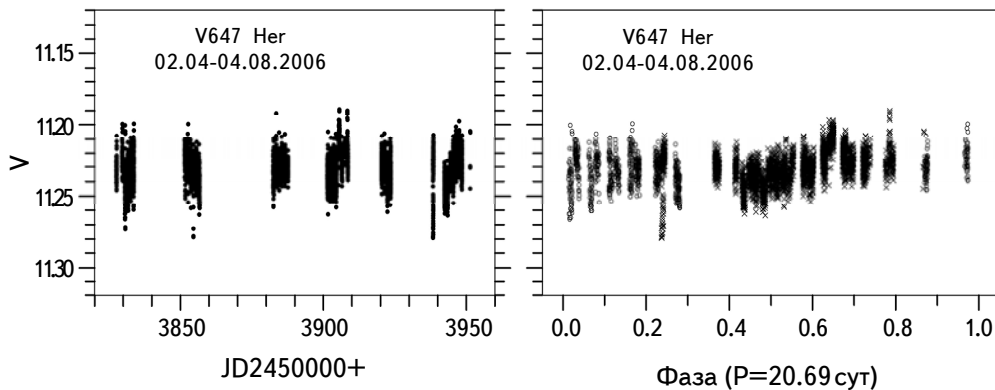


Рис.4. Кривая блеска по наблюдениям 2006г. (слева). Фазовые кривые (справа) построены для интервалов JD2453827 - 2453856 (открытые кружки) и JD2453882 - 2453951 (крестики), начальная эпоха $T_0 = 2453128.5102$.

4. *Обсуждение результатов.* Наблюдения, выполненные в 2019г. на 1.25-м телескопе КрАО, показали, что в течение нескольких месяцев уровень максимального блеска сохранялся. Стабильный уровень максимального блеска подтверждают и данные каталога SuperWASP за 2004г. и 2006г. Изменения блеска составляют $0^m.07 - 0^m.10$. Фазовые кривые, построенные с периодом 20.69 дня, показывают, что характеристики переменности, амплитуда и фаза минимума, сохраняются 40-60 дней. По данным 2004г. минимум блеска на интервале 24.05 - 23.07 наблюдался на фазе 0.43, а на интервале 15.08 - 24.09 - на фазе 0.17 с незначительным уменьшением амплитуды от $0^m.03$ до $0^m.026$ ($\sigma = 0.007$). Аппроксимированные полиномами фазовые кривые на указанных интервалах 2004г. представлены на рис.5 (вверху). На нижней панели этого рисунка приведены фазовые кривые, построенные с той же начальной эпохой по наблюдениям 2019г. на интервалах 21.06 - 31.07 и 1.08 - 24.11. Минимумы

блеска приходится на фазы 0.22 и 0.55, амплитуда изменяется от $0^m.027$ до $0^m.044$ ($\sigma = 0.005$).

Такой характер фотометрической переменности наблюдается у красных карликов при наличии на их поверхности холодных пятен, что приводит к малоамплитудной модуляции блеска с периодом вращения звезды, а изменения амплитуды и фазы минимумов вызваны процессами образования, распределения и разрушения пятен.

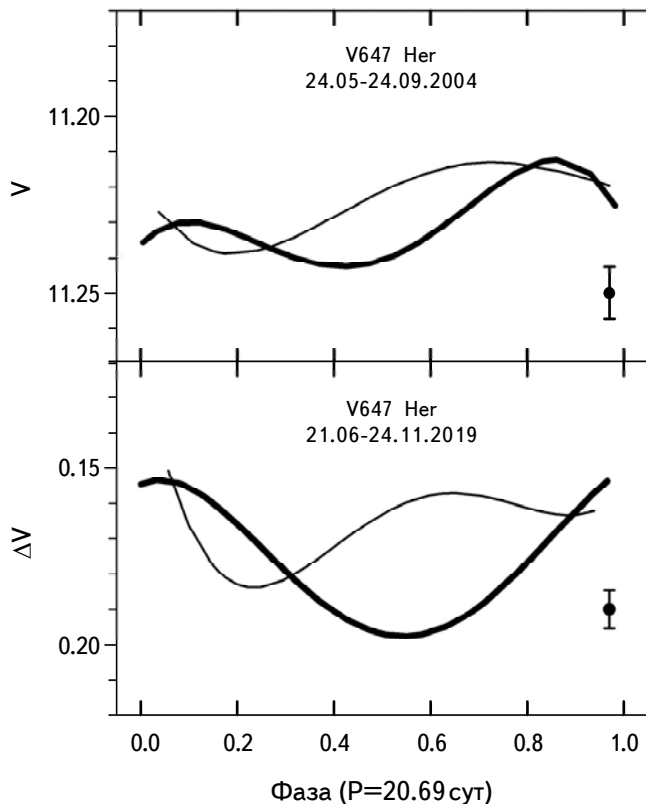


Рис.5. Амплитуда и фаза периодических изменений блеска V647 Нег в разные эпохи. 2004г.: 24.05-23.07 (жирная линия), 15.08-24.09 (тонкая линия); 2019г.: 21.06-31.07 (тонкая линия) и 01.08-24.11 - жирная линия, бары показывают среднюю квадратическую ошибку.

Таким образом, период 20.69 дня можно рассматривать как период вращения звезды, а наблюдаемые фазы минимума и сохранение уровня максимального блеска указывают на запятненность одной поверхности фотосферы. Период 20 дней является характерным для холодных карликов с $T_{eff} \sim 3500$ К [25]. Однако, согласно оценке возраста, V647 Нег относится к молодым звездам, их периоды вращения < 10 дней.

Мы выполнили анализ ряда остатков после учета вклада периодичности 20.69 дня по наблюдениям 2019г. Он приведен на рис.6 (слева), изменения блеска $\Delta V = 0.029$, что не превышает 2.2σ . По этому ряду найден период 1.098 дня (рис.6, справа). Близкие значения периодов получены по серии

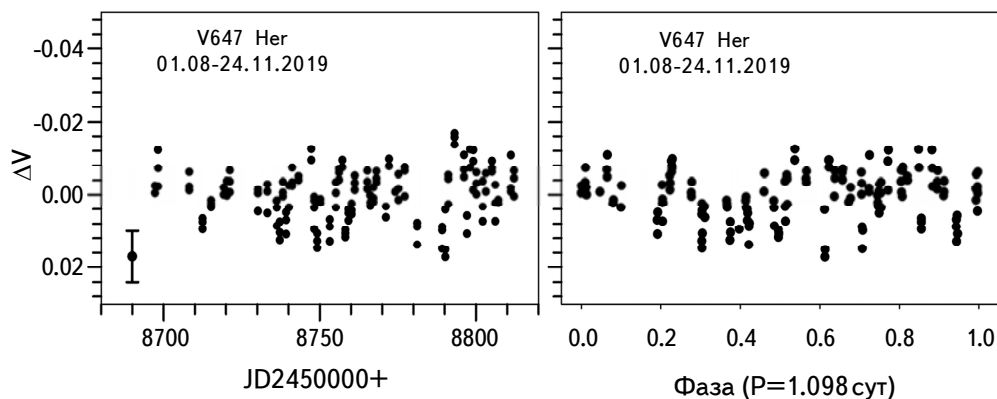


Рис.6. Изменения блеска V647 Her с периодом 1.098 сут по наблюдениям на 1.25-м телескопе КрАО в 2019г. Слева приведен ряд остатков после учета вклада периодичности 20.69 дня и значение средней квадратической ошибки, справа - свертка данных с указанным периодом.

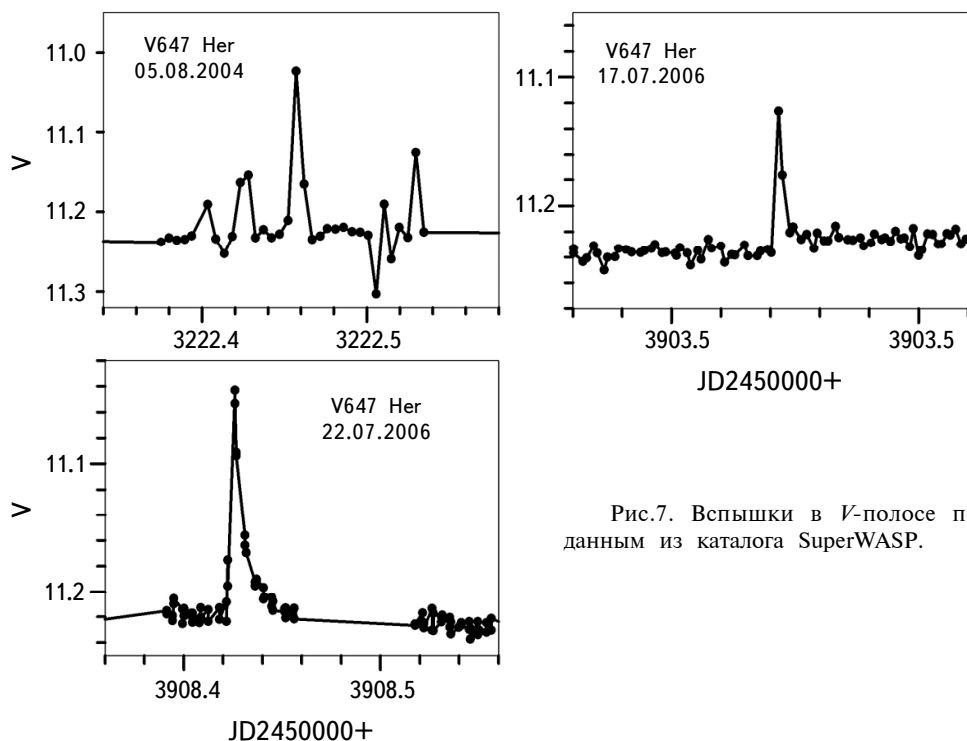


Рис.7. Вспышки в V-полосе по данным из каталога SuperWASP.

данных 2004г. из каталога SuperWASP [26,27], однако низкая точность определения этих периодов оставляет открытым вопрос о быстрой переменности.

Отметим, что по данным каталога SuperWASP, звезда проявляет вспышечную активность. Несколько событий быстрого повышения блеска на $0^m.1 - 0^m.2$ с его восстановлением за несколько десятков минут к уровню до вспышки приведены на рис.7. Изучение быстрой переменности требует автоматизированных многочасовых наблюдений в течение ночи.

5. *Выводы.* Фотометрические наблюдения V647 Her, выполненные в июне - ноябре 2019г. на 1.25-м телескопе КрАО, показали, что поведение блеска звезды характеризуется изменениями на $0^m.05 - 0^m.07$ относительно его максимального уровня с периодом 20.69 дня. Фаза минимума и амплитуда переменности сохраняются на интервале около 60 дней. Наблюдаемые характеристики переменности позволяют предположить, что на одной из полусфер звезды образуются холодные пятна, а период 20.69 сут является периодом вращения.

Данные каталога SuperWASP, полученные в 2004г. и 2006г., подтверждают полученное значение периода и характеристики периодических изменений блеска. Однако для уверенных выводов требуется изучение показателей цвета звезды.

Отметим также, что заподозрено присутствие быстрых изменений блеска с периодом 1.098 дня, а также развитие оптических вспышек, с профилем, характерным для активных звезд типа UV Cet.

Авторы выражают благодарность рецензенту за полезные замечания и рекомендации, а также коллективам, обеспечивающим использование ресурсов астрономических баз SIMBAD database, Страсбург, Франция и The International Variable Star Index (AAVSO), каталога SuperWASP, Чешская Республика.

¹ Крымская астрофизическая обсерватория РАН,
Россия, e-mail: otbn@mail.ru

² Специальная астрофизическая обсерватория РАН, Россия

PERIODIC VARIATIONS IN THE BRIGHTNESS OF THE RED DWARF V647 Her

N.I.BONDAR¹, K.A.ANTONYUK^{1,2}, N.V.PIT¹

The photometric series obtained for the red dwarf V647 Her (M3.5V) from the results of observations at the Crimean Astrophysical Observatory in 2019 and the data of 2004-2007 from the SuperWASP catalog are studied. An analysis of the considered light curves showed the presence of variability with an amplitude of 0^m.04 and a period of 20.69 days. The stability of the characteristics of this variability in different epochs has been studied. The amplitude of variability and phase of the minimum persist for 40-60 days. After subtracting the contribution of the 20-day periodicity, rapid brightness changes with a period of 1.1 days are suspected with a probability of about 95% in the residual series in 2019. According to the SuperWASP catalog rapid brightness changes with the same period and optical flare events are also noted.

Keywords: *stars: red dwarfs: flare stars: photometric variability: V647 Her*

ЛИТЕРАТУРА

1. *G.Chabrier, I.Baraffe*, Astron. Astrophys., **327**, 1039, 1997.
2. *G.Chabrier, M.Küker*, Astron. Astrophys., **446**, 1027, 2006.
3. *J.Morin, J.-F.Donati, P.Petit et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **407**, 2269, 2010.
4. *A.Reiners, G.Basri*, Astrophys. J., **684**, 1390, 2008.
5. *E.W.Weis*, Astron. J., **101**, 1882, 1991.
6. *N.Samus, E.V.Kazarovets, O.Durlevich et al.*, VizieR Online Data Catalog II/250, 2004.
7. *L.H.Quiroga-Nucez, H.T.Intema, J.R.Callingham et al.*, Astron. Astrophys., **633**, id.A130, 9, 2020.
8. *A.Skumanich*, Astrophys. J., **171**, 565, 1972.
9. *W.Dobler, M.Stix, A.Brandenburg*, Astrophys. J., **638**, 336, 2006.
10. *M.K.Browning*, Astrophys. J., **676**, 1262, 2008.
11. *M.K.Browning, G.Basri, G.W.Marcy et al.*, Astron. J., **139**, 504, 2010.
12. *A.Reiners, S.Mohanty*, Astrophys. J., **746**, 43, 2012.
13. *S.V.Jeffers, P.Schöfer, A.Lamert et al.*, Astron. Astrophys., **614**, A76, 2018.
14. *A.J.Norton, P.J.Wheatley, R.G.West et al.*, Astron. Astrophys., **467**, 785, 2007.
15. *N.I.Bondar*, Astron. Astrophys. Trans., **31**(3), 295, 2019.

16. *N.I.Bondar', M.M.Katsova, M.A.Livshits*, Geomagnetism and Aeronomy, **59**, 832, 2019.
17. *M.Kiraga, K.Stepień*, Acta Astron., **57**, 149, 2007.
18. *M.Kiraga*, Acta Astron., **62**, 67, 2012.
19. *G.J.Veeder*, Astron. J., **79**, 1056V, 1974.
20. *S.M.Rucinski*, Acta Astron., **31**, 363R, 1981.
21. *N.I.Shakchovskaya, W.Sofina*, Inf. Bull. Var. Stars, 730, 1972.
22. *N.I.Bondar*, Bull. Crimean Astrophys. Obs., **93**, 95, 1996.
23. *R.Barbera*, Analisis de Variabilidad Estelar. AVE code, 1998, <http://www.gea.cesca.es>.
24. *M.Zechmeister, M.Kürster*, Astron. Astrophys., **496**, 577, 2009.
25. *A.McQuillan, T.Mazeh, S.Aigrain*, Astrophys. J. Suppl. Ser., **211**, 24, 2014.
26. *D.L.Pollacco, I.Skillen, A.C.Cameron et al.*, Publ. Astron. Soc. Pacif., **118**, 1407, 2006.
27. *O.W.Butters, R.G.West, D.R.Anderson et al.*, Astron. Astrophys., **520**, L10, 2010.

DOI: 10.54503/0571-7132-2022.65.4-515

ДЕВЯТЬ БЛИЗКИХ К-ГИГАНТОВ С ПЛАНЕТАМИ: ДЕТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА

Л.С.ЛЮБИМКОВ, Д.Б.ПОКЛАД, С.А.КОРОТИН

Поступила 11 августа 2022

Принята к печати 11 ноября 2022

Исследован химический состав 9-ти К-гигантов с планетами, расположенных в пределах 100 пк от Солнца. При этом использованы фундаментальные параметры звезд, найденные нами ранее; для гиганта μ Leo по линиям FeI переопределены индекс металличности $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.26$ и параметр микротурбулентности $V_t = 1.3$ км/с. Определено содержание 17-ти химических элементов от лития ($Z=3$) до гафния ($Z=72$). Анализ линий некоторых элементов выполнен при отказе от предположения ЛТР (локальное термодинамическое равновесие). По инфракрасным линиям молекулы CN найдено содержание азота и отношение изотопов углерода $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$. Низкие значения $^{12}\text{C}/^{13}\text{C} = 8-18$ доказывают, что программные гиганты прошли глубокое конвективное перемешивание в фазе FDU (First Dredge-Up). При анализе полученных содержаний добавлены наши недавние данные для магнитных гигантов EK Eri и OU And, полученные по той же методике. Литий не был найден у 7 из 11-ти рассматриваемых гигантов. Отсутствие лития в атмосферах звезд, испытавших глубокое перемешивание в фазе FDU, соответствует предсказаниям теории. Однако у 4-х гигантов литий был нами обнаружен; ранее у 3 из них было найдено магнитное поле. Эти два явления, т.е. присутствие лития в атмосфере и наличие магнитного поля, неожиданные для post-FDU гигантов с точки зрения стандартной теории, находят объяснение в рамках единой гипотезы: захват звездой планеты с массой в несколько масс Юпитера. Для 11-ти рассмотренных гигантов мы нашли ярко выраженную корреляцию между величинами $[\text{N}/\text{C}]$ и $[\text{N}/\text{O}]$. Сравнение наблюдаемой зависимости с теоретической моделью, учитывающей вращение, показало, что теория не может объяснить высокие значения $[\text{N}/\text{C}] = 1.0-1.4$, полученные для большинства гигантов. По-видимому, здесь следует привлечь известную гипотезу дополнительного неконвективного перемешивания (extra mixing). Суммарное содержание C+N+O, которое, согласно теории, должно оставаться неизменным со времени формирования звезды, показало корреляцию с индексом металличности $[\text{Fe}/\text{H}]$. При этом для звезд с нормальной металличностью $[\text{Fe}/\text{H}] = \pm 0.1$ получена величина $\log(\text{C} + \text{N} + \text{O}) = 8.97$, которая отлично согласуется с солнечным значением $\log(\text{C} + \text{N} + \text{O}) = 8.94$. Для гиганта μ Leo с повышенной металличностью $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.26$ получено самое высокое значение $\log(\text{C} + \text{N} + \text{O}) = 9.31$. Найдена антикорреляция между величиной $[\text{RE}/\text{Fe}]$, средним содержанием редкоземельных элементов (относительно Fe) и индексом $[\text{Fe}/\text{H}]$. Она хорошо согласуется с данными для F- и G-карликов в окрестности Солнца и отражает начальный химический состав исследованных гигантов.

Ключевые слова: красные гиганты; химический состав; экзопланеты

1. *Введение.* Открытие тысяч экзопланет около холодных звезд поставило перед исследователями несколько важных вопросов. Один из них касается химического состава таких звезд. Не показывает ли он каких-либо отличий (в целом или в деталях) от химического состава "нормальных" звезд, не

имеющих планет? Не могли ли особенности химического состава, если они имеются, оказать определенное влияние на формирование планетных систем около таких звезд, или, гипотетически, на возникновение жизни на одной из планет?

Для решения проблемы химического состава звезд с планетами применяют статистический подход, рассматривая одновременно до тысячи таких звезд и используя при этом автоматические методы отбора и анализа спектральных линий. Мы применяем в данной работе иной, традиционный подход, в котором для избранных звезд проводится детальный анализ содержания многих элементов по всем доступным линиям, как в видимой, так и в инфракрасной области, по возможности при учете отклонений от локального термодинамического равновесия (ЛТР).

Здесь мы детально анализируем химический состав 9-ти близких и ярких К-гигантов с планетами, исследование которых было начато нами ранее (Любимков и др. [1]). В табл.1 приведен список этих гигантов вместе с некоторыми данными о них из [1], включая наблюдаемую скорость вращения $V \sin i$ и расстояние d , найденное по параллаксу π . Видно, что расстояния d варьируются от 10 до 93 пк, т.е. это действительно достаточно близкие звезды. Скорости вращения малы ($V \sin i = 2.4-6.9$ км/с), поэтому линии в спектрах этих звезд достаточно узкие и резкие, что важно при анализе химического состава.

В [1] приведены сведения о планетах, найденных около этих гигантов. Отметим, что массы планет m (точнее, величина $m \sin i$) варьируются от 1.8 до $8.8 M_{Jup}$, где M_{Jup} - масса Юпитера.

В [1] были определены фундаментальные параметры 9-ти гигантов, включая их эффективную температуру T_{eff} , ускорение силы тяжести в атмосфере $\log g$, индекс металличности $[Fe/H]$ и другие. Там же были определены содержания 3-х легких элементов - лития, углерода и кислорода (с учетом отклонений

Таблица 1

НЕКОТОРЫЕ ДАННЫЕ О 9-ти ПРОГРАММНЫХ ГИГАНТАХ

Звезда	HR	HD	V , mag	Sp	$V \sin i$, км/с	π , mas	d , пк
α Ari	617	12929	2.01	K1 III	4.2	49.56	20
α Tau	1457	29139	0.86	K5 III	4.3	48.94	20
β Gem	2990	62509	1.14	K0 III	2.8	96.54	10
	3145	66141	4.38	K2 III	4.7	12.84	78
β Cnc	3249	69267	3.52	K4 III	6.9	10.75	93
μ Leo	3905	85503	3.88	K2 III	4.5	26.28	38
γ^1 Leo	4057	89484	1.98	K1 III	4.3	25.96	39
β UMi	5563	131873	2.08	K4 III	5.0	24.91	40
ε CrB	5947	143107	4.13	K2 III	2.4	14.73	68

от ЛТР). Теперь мы можем существенно расширить наши данные о химическом составе этих звезд. В частности, чтобы иметь полные данные относительно группы CNO-элементов, необходимо определить содержание азота. Так как линии NI в спектрах К-гигантов слишком слабы, мы будем использовать инфракрасные линии молекулы CN. Анализ этих линий позволит также определить отношение изотопов углерода $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$, важный показатель эволюционного статуса красных гигантов.

Методика определения содержания N и отношения $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ по линиям CN, а также анализ содержаний элементов тяжелее железа от Cu до Hf были детально описаны в недавней работе Любимкова и др. [2]. В ней были рассмотрены два красных гиганта с магнитными полями, EK Eri (K0 III) и OU And (G1 III), которые предположительно являются потомками магнитных Ap-звезд. Там же был рассмотрен в качестве звезды сравнения гигант β Gem (Поллукс), который включен и в настоящую работу. Методика статьи [2] и полученные там результаты использованы нами в данном исследовании.

2. Фундаментальные параметры гигантов и методика расчетов. Фундаментальные (или базисные) параметры исследованных гигантов представлены в табл.2; они были получены в [1], за исключением параметров $[\text{Fe}/\text{H}]$ и V_r для μ Leo (см. ниже). Здесь приведены, прежде всего, эффективная температура T_{eff} звезды и ускорение силы тяжести в звездной атмосфере g (указана величина $\log g$). Далее представлены две величины, полученные из анализа линий FeI: индекс металличности $[\text{Fe}/\text{H}]$ и параметр микротурбулентности V_r . Напомним, что $[\text{Fe}/\text{H}] = \log \varepsilon(\text{Fe}) - \log \varepsilon_{\odot}(\text{Fe})$, где $\log \varepsilon(\text{Fe})$ и $\log \varepsilon_{\odot}(\text{Fe})$ - содержание железа в атмосфере звезды и Солнца,

Таблица 2

БАЗИСНЫЕ ПАРАМЕТРЫ 9-ти ПРОГРАММНЫХ ГИГАНТОВ, А
ТАКЖЕ ГИГАНТОВ EK Eri И OU And С МАГНИТНЫМИ ПОЛЯМИ,
ИССЛЕДОВАННЫХ В [2]

Звезда	T_{eff}	$\log g$	$[\text{Fe}/\text{H}]$	V_r , км/с	$M / M_{\odot}$	$\log t$
β Gem	4830	2.85	0.03	1.4	2.3	8.89
α Ari	4510	2.40	-0.11	1.2	2.0	9.10
μ Leo	4475	2.50	0.26	1.3	1.5	9.56
γ^1 Leo	4465	1.90	-0.35	1.7	2.8	8.62
ε CrB	4360	2.12	-0.10	1.4	2.0	9.10
HR 3145	4265	1.87	-0.35	1.8	1.2	9.73
β UMi	4020	1.31	-0.33	1.3	1.6	9.29
β Cnc	4010	1.37	-0.18	1.5	2.5	8.89
α Tau	3920	1.20	-0.37	1.4	1.2	9.74
EK Eri	5025	3.26	0.10	1.2	1.8	9.16
OU And	5330	2.83	-0.11	1.6	2.9	8.60

соответственно. В [1] для Солнца было принято содержание $\log \varepsilon_{\odot}(\text{Fe}) = 7.50$ [3]. В настоящей работе при вычислении $[\text{Fe}/\text{H}]$ мы использовали уточненное значение $\log \varepsilon_{\odot}(\text{Fe}) = 7.48$ [4].

Для гиганта μ Leo, химический состав которого представляет повышенный интерес (см. ниже) и поэтому требует особой точности от используемых величин $[\text{Fe}/\text{H}]$ и V_t , мы заново определили эти параметры, применив спектры PEPSI [5]. Проанализировав 21 линию FeI из списка [1], мы получили для μ Leo содержание железа $\log \varepsilon(\text{Fe}) = 7.74 \pm 0.06$ и параметр микротурбулентности $V_t = 1.29 \pm 0.09$ км/с. В дальнейших расчетах были приняты значения $[\text{Fe}/\text{H}] = 0.26$ и $V_t = 1.3$ км/с.

В табл.2 приведены также две величины, масса M и возраст t , которые были найдены в [1] с помощью эволюционных треков. При этом были использованы эволюционные треки Кларета [6,7]. Как было показано нами в [2] на примере β Gem, в случае наших гигантов переход к более современным трекам MIST [8] не приводит к заметным изменениям в эволюционных параметрах.

Для нашей задачи важно точное знание величин T_{eff} и $\log g$, так как на них основана модель звездной атмосферы, применяемая при анализе химического состава. Как известно, определяемые содержания элементов в случае холодных звезд особенно чувствительны к ошибкам в эффективной температуре T_{eff} . Точность значений T_{eff} , приведенных в табл.1, достаточно высока: согласно [1], ошибка определения T_{eff} для 3-х звезд (α Tau, γ^1 Leo и ε CrB) составляет ± 40 К; для остальных 6-ти гигантов она равна ± 30 К.

Отметим, что в [1] полученные нами для β Gem, μ Leo и α Tau параметры T_{eff} , $\log g$, $[\text{Fe}/\text{H}]$, V_t и M были сравнены со значениями, найденными в [9,10] для 34-х эталонных звезд ("benchmark stars") классов F, G и K, в том числе и для трех названных объектов. Учитывая новые определения $[\text{Fe}/\text{H}]$ и V_t для μ Leo (см. выше), мы приходим к выводу, что имеет место отличное согласие с данными [9,10]; тем самым мы еще раз подтверждаем высокую точность величин, приведенных в табл.1.

Интересно отметить, что для 2-х звезд из 9-ти гигантов, перечисленных в табл.1, были обнаружены слабые магнитные поля; согласно [11], максимум поля составляет $B_{\text{max}} = 0.7$ Гс для β Gem и 0.3 Гс для α Tau. Для гигантов EK Eri и OU And, исследованных в [2], поле существенно сильнее: $B_{\text{max}} = 98.6$ Гс и 41.4 Гс, соответственно (это наибольшие значения B_{max} , найденные в [11]).

Наши вычисления основаны на моделях атмосфер, рассчитанных по известной программе Куруца (Kurucz's code) ATLAS9 с использованием новых значений ODF [12]. Анализ содержаний элементов основывался на расчетах синтетических спектров и их сравнении с наблюдаемыми спектрами.

Атомные данные, необходимые для расчетов линий исследуемых элементов, а также линий других элементов, участвующих в вычислении синтетических спектров, были взяты из базы данных VALD3 [13].

Мы использовали наблюдаемые спектры звезд из базы данных PolarBase, полученные на спектрографе NARVAL [14]. Здесь разрешение было $R=65000$, отношение сигнал/шум $S/N > 350$, а диапазон длин волн составлял $3700\text{--}10480 \text{ \AA}$. Для нашего анализа химического состава было важно, что используемые спектры охватывают не только видимый, но и инфракрасный диапазон.

3. *Легкие элементы Li, C, N и O.* Эти легкие элементы часто называют ключевыми (key elements), имея в виду их ключевую роль в звездной эволюции. Содержания 3-х элементов, Li, C и O, были определены нами в [1] по атомарным линиям LiI, CI и OI, при этом учитывались отклонения от ЛТР. В случае азота из-за отсутствия атомарных линий NI в спектрах холодных звезд, как и в [2], использованы линии молекулы CN. Кроме содержания N, по линиям CN определено также отношение изотопов углерода $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$.

3.1. *Содержание лития.* Литий, как известно, является одним из самых чувствительных индикаторов звездной эволюции. Содержание этого элемента у 9-ти гигантов было определено в [1] путем подгонки синтетического спектра к наблюдаемому в области резонансной линии LiI $6707.76 \text{ \AA}$. Указанная линия была детектирована только в спектрах 2-х звезд, β Gem и μ Leo; для них были получены ЛТР-содержания лития $\log\epsilon(\text{Li})=0.73$ и 0.16 , соответственно (с ошибкой $\pm 0.06 \text{ dex}$). Для остальных 7-и гигантов удалось оценить лишь верхний предел величины $\log\epsilon(\text{Li})$. К найденным значениям $\log\epsilon(\text{Li})$ в [1] были добавлены не-ЛТР поправки Δ_{NLTE} , которые составили 0.19 dex для β Gem и 0.29 dex для μ Leo; величины Δ_{NLTE} были найдены на основе вычислений [15].

Недавно были выполнены новые не-ЛТР расчеты линии LiI $6707.76 \text{ \AA}$ для красных гигантов [16], которые привели к существенному пересмотру (уменьшению) не-ЛТР поправок в содержании лития. В частности, величина Δ_{NLTE} теперь составляет только -0.02 dex для β Gem и $+0.02 \text{ dex}$ для μ Leo. Поскольку для всех 9-ти гигантов не-ЛТР поправки Δ_{NLTE} оказались малы по сравнению с ошибками определения содержаний $\log\epsilon(\text{Li})$, мы ими пренебрегаем, т.е. окончательно принимаем для всех 9-ти гигантов содержания лития, полученные в [1] при условии ЛТР.

3.2. *Содержания C и O.* Не-ЛТР анализ содержаний углерода и кислорода был выполнен в [1]. Там же приведен список использованных линий CI и OI; он охватывает не только видимую, но и инфракрасную

область спектра (вплоть до линии $\text{C I } 9658.44 \text{ \AA}$). Примененная здесь методика не-ЛТР расчетов линий C I и O I разработана одним из авторов настоящей работы (САК) и описана в статьях [17,18]. Полученные содержания C и O приведены в табл.3. Видно, что содержание углерода у всех гигантов в табл.3 показывает дефицит относительно солнечного содержания $\log \epsilon_{\odot}(\text{C}) = 8.47$, чему соответствуют пониженные значения $[\text{C}/\text{Fe}]$ от -0.2 до -0.5 dex . Содержание кислорода, напротив, не показывает каких-либо систематических отклонений от солнечного значения $\log \epsilon_{\odot}(\text{O}) = 8.71$.

Таблица 3

**РЕЗУЛЬТАТЫ, ПОЛУЧЕННЫЕ ПО CNO-ЭЛЕМЕНТАМ ДЛЯ 9-ти
ПРОГРАММНЫХ ГИГАНТОВ И ГИГАНТОВ ЕК Eri И OU And,
ИССЛЕДОВАННЫХ В [2]**

Звезда	$\log \epsilon(\text{C})$	$\log \epsilon(\text{N})$	$\log \epsilon(\text{O})$	$[\text{N}/\text{C}]$	$[\text{N}/\text{O}]$	$\log \epsilon(\text{C} + \text{N} + \text{O})$	$^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$
$\beta \text{ Gem}$	8.12 ± 0.05	8.42 ± 0.04	8.71 ± 0.05	0.92 ± 0.06	0.57 ± 0.06	8.96 ± 0.08	17
$\alpha \text{ Ari}$	7.89 ± 0.07	8.57 ± 0.03	8.65 ± 0.05	1.30 ± 0.08	0.78 ± 0.06	8.95 ± 0.09	18
$\mu \text{ Leo}$	8.45 ± 0.06	8.86 ± 0.05	9.01 ± 0.07	1.03 ± 0.08	0.71 ± 0.09	9.31 ± 0.10	18
$\gamma^1 \text{ Leo}$	7.75 ± 0.10	8.22 ± 0.04	8.46 ± 0.10	1.09 ± 0.11	0.62 ± 0.11	8.71 ± 0.15	8
$\varepsilon \text{ CrB}$	7.88 ± 0.11	8.62 ± 0.04	8.65 ± 0.09	1.36 ± 0.12	0.83 ± 0.10	8.97 ± 0.15	9
HR 3145	7.84 ± 0.11	8.33 ± 0.05	8.52 ± 0.10	1.11 ± 0.12	0.67 ± 0.11	8.79 ± 0.16	-
$\beta \text{ UMi}$	7.82 ± 0.12	8.44 ± 0.03	8.48 ± 0.07	1.24 ± 0.12	0.82 ± 0.08	8.81 ± 0.14	13
$\beta \text{ Cnc}$	7.81 ± 0.11	8.61 ± 0.05	8.50 ± 0.10	1.42 ± 0.12	0.97 ± 0.11	8.90 ± 0.16	13
$\alpha \text{ Tau}$	7.73 ± 0.10	8.50 ± 0.06	8.37 ± 0.08	1.39 ± 0.12	0.99 ± 0.10	8.78 ± 0.14	13
ЕК Eri	8.15 ± 0.07	8.17 ± 0.06	8.81 ± 0.07	0.64 ± 0.09	0.22 ± 0.09	8.97 ± 0.12	17
OU And	7.90 ± 0.15	8.40 ± 0.10	8.80 ± 0.12	1.12 ± 0.18	0.46 ± 0.16	8.98 ± 0.21	-

3.3. *Содержание N и отношение $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$* . Как и в [2], определяя содержание азота и отношение изотопов углерода $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ по линиям молекулы CN , мы рассматривали спектральный интервал $7985\text{--}8025 \text{ \AA}$. Здесь наблюдается ряд линий ^{12}CN , содержащих изотоп ^{12}C , а также мультиплет $^{13}\text{CN } 8004.7 \text{ \AA}$ с изотопом ^{13}C . В этом интервале нами рассчитывался синтетический спектр звезды, который затем подгонялся к наблюдаемому спектру. При такой подгонке содержание углерода было фиксировано (оно определено выше), а содержание азота варьировалось.

Найденное содержание азота $\log \epsilon(\text{N})$ и отношение изотопов углерода $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ приведены в табл.3, где собраны все полученные нами данные по CNO-элементам. Здесь, наряду с 9-тью программными звездами, представлены также гиганты ЕК Eri и OU And, исследованные в [2] по той же методике. Видно, что содержание азота у всех гигантов в табл.3 показывает избыток относительно солнечного содержания $\log \epsilon_{\odot}(\text{N}) = 7.85$, чему соответствуют

повышенные значения $[N/Fe] = 0.54 - 1.12$.

Что касается отношения $^{12}C/^{13}C$, то пониженные значения $^{12}C/^{13}C = 8 - 18$, полученные для большинства гигантов в табл.3 (для Солнца $^{12}C/^{13}C = 89$), несомненно доказывают, что эти гиганты прошли фазу FDU. Величину $^{12}C/^{13}C$ не удалось определить для звезд HR 3145 и OU And. Как отмечено в [2], в случае OU And причина заключалась в относительно быстром вращении и повышенной эффективной температуре этой звезды, однако найденное для OU And высокое значение $[N/C] = 1.1$ могло служить подтверждением того, что и этот гигант прошел фазу FDU. В случае HR 3145 нам был доступен единственный наблюдаемый ИК спектр, который на месте мультиплета $^{13}CN\ 8004.7\ \text{\AA}$ демонстрировал сильную бленду, возможно, теллурическую линию. Однако и для HR 3145 значение $[N/C] = 1.1$, столь же высокое, как и для OU And, доказывает прохождение фазы FDU. Следует отметить, что в [1] для 7 из 9-ти гигантов были приведены значения $^{12}C/^{13}C$, найденные другими авторами ранее (из анализа эквивалентных ширин линий CN, а не с помощью синтетических спектров, как в нашей работе). Сравнение этих данных с табл.3 показывает хорошее согласие.

4. *Корреляция между $[N/C]$ и $[N/O]$.* Для красных гигантов давно известна антикорреляция между содержаниями азота и углерода. Как было показано в [17], в случае более массивных А-, F- и G-сверхгигантов антикорреляция "азот-углерод" отражает зависимость эволюционных изменений в содержаниях N и C от начальной скорости вращения звезд. Теория предсказывает, что более ярким показателем эволюции может быть зависимость между величинами $[N/C]$ и $[N/O]$.

На рис.1 показана зависимость между $[N/C]$ и $[N/O]$ для 9-ти программных звезд, а также для магнитных гигантов EK Eri и OU And, исследованных в [2]. Наблюдается ярко выраженная корреляция между этими величинами, при этом величина $[N/C]$ меняется от 0.64 (EK Eri) до 1.4 (β Cnc и α Tau), т.е. увеличивается почти на 0.8 dex. Корреляция хорошо аппроксимируется линейной зависимостью, что подтверждает штриховая прямая, проведенная методом наименьших квадратов.

Интересно сравнить зависимость между $[N/C]$ и $[N/O]$ для красных гигантов, звезд сравнительно малых масс ($M/M_{\odot} = 1.2 - 2.8$, см. табл.1), с аналогичной зависимостью для гораздо более массивных AFG-сверхгигантов ($M/M_{\odot} = 4 - 20$). В частности, как видно из рис.5 в [18], для большинства сверхгигантов величина $[N/C]$ варьируется от 0.4 до 1.6, что немного шире, чем вариации $[N/C]$ на рис.1.

На рис.1 представлена также теоретическая зависимость $[N/C]$ от $[N/O]$, следующая из расчетов [19] для модели вращающейся звезды с массой

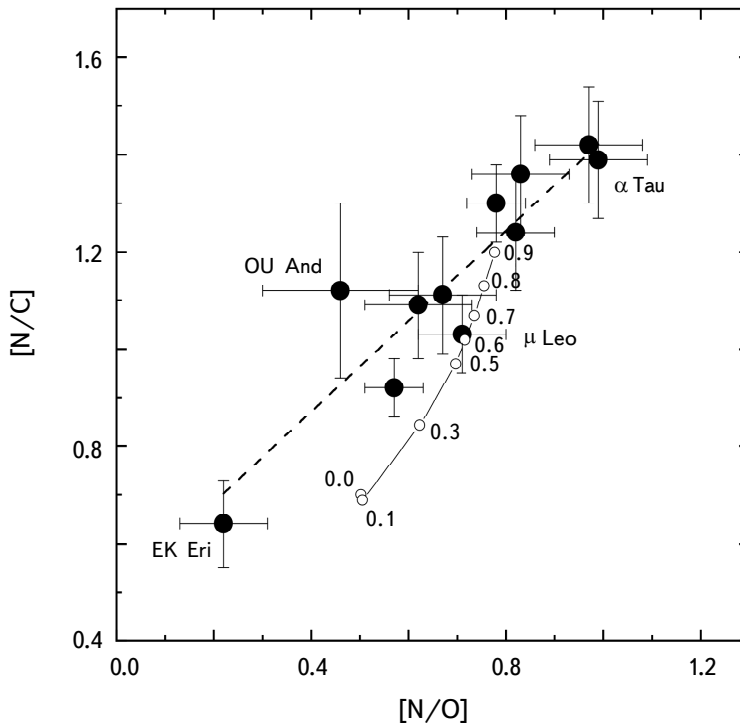


Рис.1. Корреляция между величинами $[N/C]$ и $[N/O]$ для 9-ти программных звезд, а также магнитных гигантов EK Eri и OU And [2]. Штриховая прямая проведена методом наименьших квадратов. Тонкой линией представлены результаты расчетов для модели вращающейся звезды с $M = 2.5 M_{\odot}$ [18]. Около узловых точек на этой кривой указаны значения относительной начальной угловой скорости вращения.

$2.5 M_{\odot}$ (тонкая сплошная линия). Представлены результаты расчетов для фазы post-FDU (конец горения гелия). Узловые точки на этой кривой соответствуют разным значениям Ω_0/Ω_{crit} , где Ω_0 - начальная угловая скорость вращения, а Ω_{crit} - критическая скорость вращения. Заметим, что изменениям Ω_0/Ω_{crit} от 0 до 0.9 соответствуют вариации начальной скорости вращения на экваторе от 0 до 316 км/с (см. [19]).

Видим, что расчеты для модели $M = 2.5 M_{\odot}$ не могут описать количественно наблюдаемую зависимость $[N/C]$ от $[N/O]$. Важно, что для большинства гигантов наблюдаемые высокие значения $[N/C]$ и $[N/O]$, согласно теории, могут быть достигнуты лишь при большой начальной скорости вращения, приближающейся к критической скорости или даже выше ее. В частности, теория не может объяснить высокие значения $[N/C] = 1.0 - 1.4$, полученные для большинства гигантов. Обсуждение этого расхождения, приводится ниже.

5. *Суммарное содержание C+N+O.* Важное предсказание теории

касается суммарного содержания $C+N+O$, а именно: несмотря на значительные изменения индивидуальных содержаний элементов C , N и O в процессе эволюции звезды, сумма содержаний $C+N+O$ должна оставаться неизменной с момента начала эволюции. Это означает, что у красных гигантов эта величина должна быть такой же, как и в начале их эволюции.

Значения суммарного содержания $\log \varepsilon(C+N+O)$ приведены в табл.3. На их основе построен рис.2, где показана зависимость $\log \varepsilon(C+N+O)$ от индекса металличности $[Fe/H]$.

На рис.2 обращает на себя внимание компактная группа точек, соответствующая пяти гигантам с нормальной металличностью $[Fe/H] = \pm 0.1$ и с очень близкими значениями $\log \varepsilon(C+N+O) = 8.95 - 8.98$ (в среднем 8.97), которые практически совпадают с солнечным значением 8.94 [4]. Этот результат важен по двум причинам.

Во-первых, подтверждено предсказание теории: гиганты с нормальной (солнечной) металличностью сохранили первоначальное (солнечное) суммарное содержание $C+N+O$. Во-вторых, этот результат можно рассматривать как объективный критерий точности наших результатов по CNO -элементам.

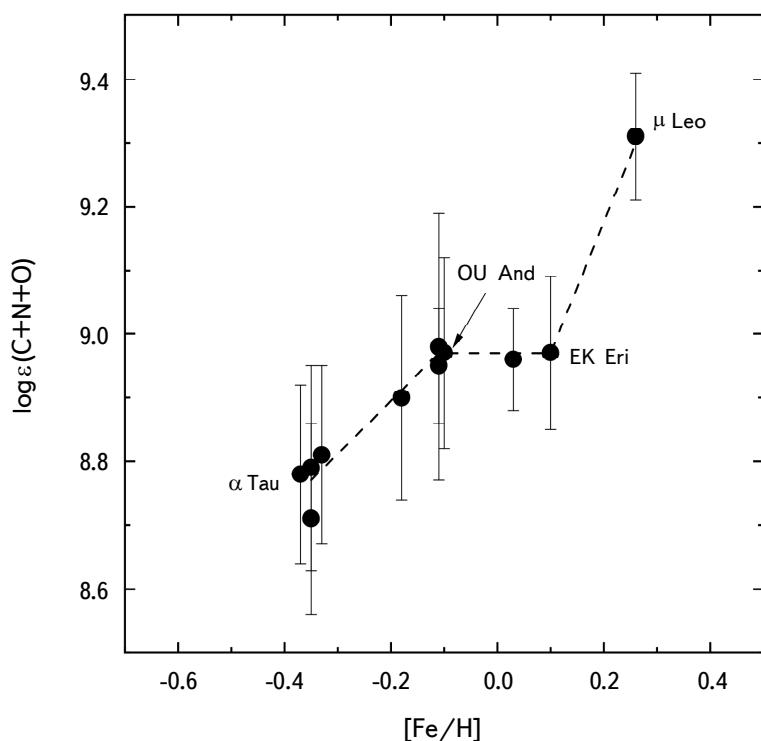


Рис.2. Суммарное содержание $C+N+O$ как функция индекса металличности $[Fe/H]$. Ломаная штриховая линия аппроксимирует наблюдаемый тренд.

Малое различие в 0.03 dex в значениях $\log \epsilon(\text{C} + \text{N} + \text{O})$ между пятью звездами не может быть случайным; мы считаем на этом основании, что реальная ошибка найденных нами для этих звезд содержаний C, N и O, вероятно, составляет не более $\pm 0.05 \text{ dex}$.

Другую компактную группу на рис.2 образуют четыре гиганта с пониженной металличностью; у них индекс $[\text{Fe}/\text{H}]$ заключен между -0.33 и -0.37 , а значения $\log \epsilon(\text{C} + \text{N} + \text{O})$ - между 8.71 и 8.81 (в среднем 8.77 , что на 0.17 dex ниже солнечного значения).

Штриховая линия на рис.2 аппроксимирует очевидный тренд величины $\log \epsilon(\text{C} + \text{N} + \text{O})$ с индексом металличности $[\text{Fe}/\text{H}]$. Особое положение здесь занимает гигант $\mu \text{ Leo}$ с повышенным индексом $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.26$ и высоким значением $\log \epsilon(\text{C} + \text{N} + \text{O}) = 9.31$, что на 0.37 dex больше, чем на Солнце. Возникает вопрос: насколько достоверно большое значение $\log \epsilon(\text{C} + \text{N} + \text{O})$ для $\mu \text{ Leo}$? Как уже упоминалось, при определении содержаний элементов для холодных звезд результаты особенно чувствительны к ошибкам в эффективной температуре T_{eff} . Точность определения T_{eff} в случае $\mu \text{ Leo}$ высока; подтверждением может служить табл.4, где для $\mu \text{ Leo}$ представлены как наши значения T_{eff} и $\log g$, так и результаты других авторов, полученные в последние годы. Видим, что имеет место отличное согласие в значениях T_{eff} (а также и в $\log g$), Таким образом, подтверждается повышенное значение $\log \epsilon(\text{C} + \text{N} + \text{O})$ для $\mu \text{ Leo}$.

Таблица 4

ПАРАМЕТРЫ T_{eff} И $\log g$, НАЙДЕННЫЕ В [1] ДЛЯ ГИГАНТА $\mu \text{ Leo}$, В СРАВНЕНИИ С ДАННЫМИ ДРУГИХ АВТОРОВ

T_{eff}	$\log g$	Работа, год
4475	2.50	[1], 2021
4474	2.51	[8], 2015
4471	2.45	[20], 2015
4461	2.65	[21], 2019

6. *Тяжелые элементы.* К тяжелым мы относим химические элементы тяжелее железа. Всего нами было рассмотрено 12 таких элементов от Cu до Hf; восемь из них (от La до Er) относятся к редким землям (Rear Earthes, далее RE), три элемента легче RE (Cu, Rb и Ba) и один тяжелее RE (Hf). Ранее в [2] для контроля мы определили содержания этих элементов для Солнца, причем по тем же спектральным линиям, что и в [2] и в настоящей работе. Было показано, что эти содержания хорошо согласуются с последними данными для Солнца [4] (см. табл.7 в [2]).

Анализ содержаний тяжелых элементов в данной работе был выполнен по методике, описанной в [2]. В частности, содержания меди, рубидия и бария были определены при отказе от условия ЛТР, а при анализе редких земель (RE) и гафния мы применили ЛТР-подход.

Полученные содержания всех элементов, в том числе тяжелых, представлены в табл.5. В последнем столбце даны современные данные для Солнца [4]; при этом уточненное содержание лития взято из [16]. Мы не указали здесь ошибки в содержаниях элементов (кроме Солнца), так как включение в эту таблицу таких ошибок увеличило бы ее размеры почти в два раза. Тем более, что для CNO-элементов ошибки уже приведены в табл.3, а для Li ошибка ± 0.06 dex в случае двух звезд с обнаруженным литием (β Gem и μ Leo) была указана в [1]. Ошибки в содержании железа представлены в [1,2] (отметим, что ошибки в содержании Fe варьируются в диапазоне от ± 0.05 до ± 0.09 dex). Для тяжелых элементов типичная ошибка составляет ± 0.10 dex.

Таблица 5

СОДЕРЖАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ $\log \epsilon(\text{El})$ В АТМОСФЕРАХ 9-ти
К-ГИГАНТОВ В СРАВНЕНИИ С ДАННЫМИ ДЛЯ СОЛНЦА [4]
(солнечное содержание Li см. в [16])

Z	Элемент	β Gem	α Ari	μ Leo	γ^1 Leo	ϵ CrB	HR 3145	β UMi	β Cnc	α Tau	Солнце
3	Li	0.72	≤ -0.12	0.16	≤ -0.24	≤ -0.27	≤ -0.43	≤ -1.05	≤ -0.63	≤ -1.15	0.96 ± 0.05
6	C	8.12	7.89	8.45	7.75	7.88	7.84	7.82	7.81	7.73	8.47 ± 0.06
7	N	8.42	8.57	8.86	8.22	8.62	8.33	8.44	8.61	8.50	7.85 ± 0.12
8	O	8.71	8.65	9.01	8.46	8.65	8.52	8.48	8.50	8.37	8.71 ± 0.04
26	Fe	7.51	7.37	7.74	7.13	7.38	7.13	7.15	7.30	7.11	7.48 ± 0.04
29	Cu	4.30	4.13	--	4.00	3.97	3.85	4.16	4.09	4.05	4.18 ± 0.05
37	Rb	2.39	2.25	2.75	2.12	2.27	2.10	2.21	2.10	2.24	2.47 ± 0.07
56	Ba	2.19	2.20	2.35	2.00	2.19	1.74	2.28	2.46	2.14	2.25 ± 0.07
57	La	1.15	1.09	1.23	0.91	0.98	0.82	0.97	1.11	0.82	1.11 ± 0.04
59	Pr	0.71	0.68	0.85	0.55	0.57	0.54	0.50	0.69	0.50	0.72 ± 0.04
60	Nd	1.51	1.48	1.56	1.27	1.39	1.09	1.38	1.46	1.03	1.42 ± 0.04
62	Sm	1.00	0.93	1.1	0.77	0.83	0.74	0.85	0.93	0.75	0.95 ± 0.04
63	Eu	0.55	0.49	0.81	0.42	0.45	0.37	0.43	0.51	0.30	0.52 ± 0.04
64	Gd	1.12	1.09	1.17	0.94	1.01	0.88	0.94	0.96	0.87	1.08 ± 0.04
66	Dy	1.11	1.20	1.22	0.92	0.88	0.77	0.64	0.80	0.56	1.10 ± 0.04
68	Er	0.93	0.80	0.86	--	--	0.60	0.89	--	0.74	0.93 ± 0.05
72	Hf	0.94	0.75	0.92	0.59	0.60	0.48	0.53	0.55	0.40	0.85 ± 0.05

Выше, при обсуждении рис.2, мы разделили исследованные гиганты на три группы в зависимости от их индекса металличности $[\text{Fe}/\text{H}]$. В группу с нормальной металличностью $[\text{Fe}/\text{H}] = \pm 0.1$ мы включили три программных гиганта (β Gem, α Ari и ϵ CrB), а также два магнитных гиганта, исследованных в [2], - EK Eri и OU And. Химический состав трех звезд из этой группы,

β Gem, EK Eri и OU And, уже обсуждался нами в [2]. В частности, было показано, что для тяжелых элементов от Fe до Hf найденные содержания отличаются от солнечных содержаний обычно в пределах ошибок определения. Анализируя данные табл.5, мы приходим к такому же выводу и в отношении двух оставшихся звезд из этой группы - α Agi и ε CrB.

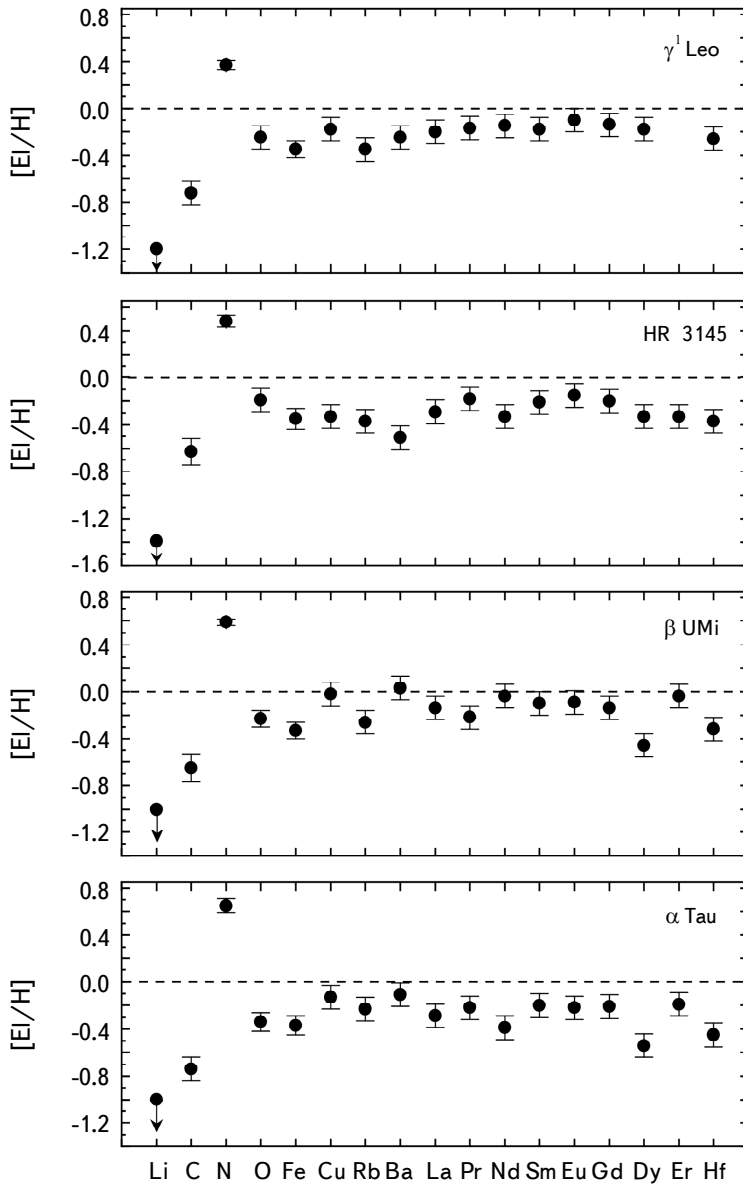


Рис.3. Содержание элементов (относительно Солнца) в атмосферах 4-х гигантов с пониженным индексом металличности $[Fe/H] = -(0.33-0.37)$.

Таким образом, для группы гигантов с нормальной металличностью получен вполне ожидаемый результат: они имеют практически солнечное содержание тяжелых элементов. О химическом составе гигантов с пониженной металличностью (у них $[\text{Fe}/\text{H}]$ между -0.33 и -0.37) можно судить по рис.3, где показана разность $[\text{El}/\text{H}]$ в содержаниях между звездой и Солнцем для всех исследованных элементов от Li до Hf. Чтобы по возможности уменьшить размеры этого рисунка для двух наиболее холодных звезд этой группы, β UMi и α Tau, указан завышенный верхний предел содержания лития $[\text{Li}/\text{H}] \leq -1.00$, в то время как реальный предел составляет $[\text{Li}/\text{H}] \leq -2.01$ и -2.11 для β UMi и α Tau, соответственно (см. табл.5).

Дополнить общую картину могут данные о химическом составе μ Leo, гиганта с повышенной металличностью $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.26$, показавшего аномально высокое суммарное содержание C+N+O (рис.2). На рис.4 мы представили для этой звезды содержания элементов $[\text{El}/\text{H}]$ относительно Солнца. Видим, что содержания RE-элементов отличаются от солнечных заметно меньше, чем содержание железа.

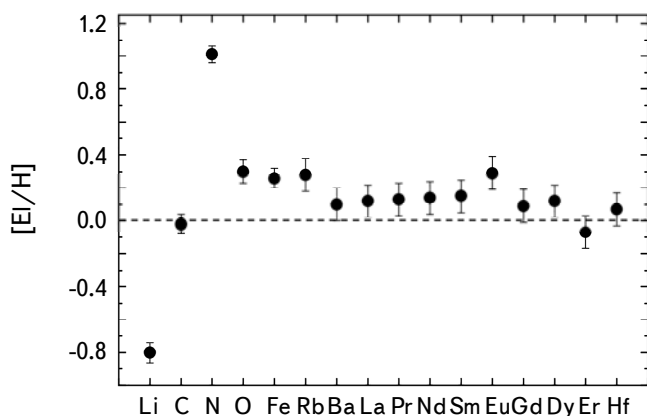


Рис.4. Содержание элементов (относительно Солнца) в атмосфере гиганта μ Leo с повышенным индексом металличности $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.26$.

Число линий, использованных нами при анализе какого-либо редкоземельного элемента, зависело от самого элемента и от конкретной звезды. Наибольшее количество линий (12-19) было привлечено для анализа содержания Nd. Самое малое число линий удалось использовать для Dy и Er: только 2-3 линии для Dy и 1-2 линии для Er (единственное исключение составил гигант β Gem с 4-5 линиями). Поэтому найденные содержания Dy и Er мы считаем менее надежными.

На рис.5 представлена величина $[\text{RE}/\text{Fe}]$, среднее значение $[\text{El}/\text{Fe}]$ для шести RE-элементов от La до Gd, как функция $[\text{Fe}/\text{H}]$ (результаты для Dy и

Er не были включены). Виден отчетливый тренд $[RE/Fe]$ с ростом $[Fe/H]$, при этом величина $[RE/Fe]$ уменьшается от $+0.2$ до $-(0.11-0.15)$ dex при увеличении $[Fe/H]$ от -0.35 до $0.10-0.26$ dex. Таким образом, при повышении $[Fe/H]$ на 0.6 dex величина $[RE/Fe]$ падает примерно на 0.3 dex.

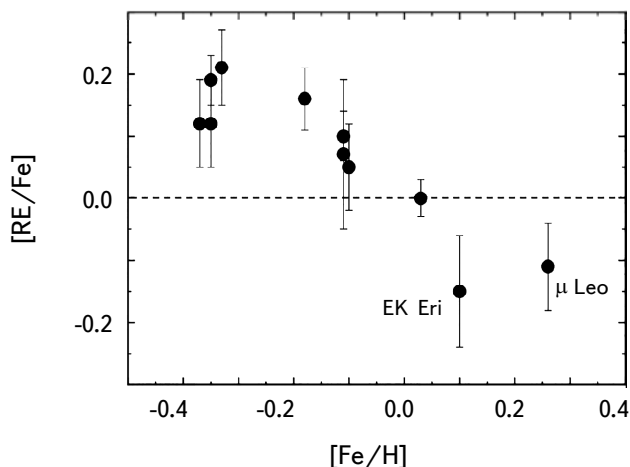


Рис.5. Средняя величина $[RE/Fe]$ для RE-элементов как функция индекса металличности $[Fe/H]$.

Напомним, что анализ содержаний RE-элементов был выполнен нами при предположении ЛТР. Возможно ли, чтобы приведенная на рис.5 зависимость объяснялась неучтенными не-ЛТР эффектами? Следует отметить, что линии RE-элементов в спектрах исследуемых звезд, как правило, очень слабы и образуются глубоко в их атмосферах. Для звезд с околосолнечной металличностью на таких глубинах велика концентрация электронов, соударения с которыми обеспечивают населенности уровней в атоме в соответствии с ЛТР. Это позволяет надеяться, что возможные не-ЛТР эффекты для них достаточно малы. Это предположение отчасти подтверждается не-ЛТР расчетами линий Pr II [22], Nd II [23] и Eu II [24] для Солнца, из которых следует, что применение ЛТР-анализа может вносить ошибку в определяемое содержание не более ± 0.03 dex. Эта величина на порядок меньше изменения $[RE/Fe]$ на 0.3 , показанного на рис.5. Для окончательного решения проблемы желательны прямые не-ЛТР расчеты линий RE-элементов для холодных гигантов, подобных нашим.

7. Обсуждение. Важный результат, полученный нами для 9-ти исследованных гигантов с планетами, состоит в том, что все они испытали глубокое конвективное перемешивание в фазе FDU. Этот факт важен именно при обсуждении их химического состава. К этому обсуждению мы подключили

и два магнитных гиганта, EK Eri и OU And, исследованных нами в [2] по той же методике (они тоже прошли фазу FDU, см. [2]).

Литий, самый легкий элемент в нашем списке, не был найден для 7 из 11-ти рассматриваемых гигантов. Этот результат является вполне ожидаемым для таких post-FDU объектов; действительно, у них вследствие глубокого перемешивания литий из звездной атмосферы был перенесен в глубокие и горячие слои звезды, где полностью выгорел. Однако у четырех гигантов (β Gem, μ Leo, EK Eri и OU And) литий был обнаружен, что противоречит стандартной теории эволюции звезд. Еще один непонятный факт состоит в том, что у трех из этих четырех гигантов (β Gem, EK Eri и OU And) было найдено магнитное поле, которого не должно быть у post-FDU объектов после глубокого перемешивания.

Как было отмечено нами в [2], у этих двух загадочных явлений может быть единое объяснение. Оно заключается в гипотетическом захвате звездой (уже после завершения фазы FDU) планеты-гиганта с массой в несколько масс Юпитера.

Расчеты [25] показали, что в результате падения на красный гигант планеты с массой до $15 M_J$ (где M_J - масса Юпитера) содержание лития на поверхности звезды может повыситься до величины $\log \epsilon(\text{Li}) \approx 2.2$. Следовательно, найденные нами значения $\log \epsilon(\text{Li}) = 0.16 - 1.52$ у четырех указанных выше гигантов вполне объяснимы в рамках этой гипотезы. Важно, что захват планеты, кроме увеличения содержания лития, приводит к значительному повышению скорости вращения красного гиганта. Согласно [26], следствием этого является запуск динамо-механизма и возникновение магнитного поля.

Для красных гигантов, у которых уже обнаружены планеты, такая гипотеза представляется достаточно реалистичной. При этом следует учитывать, что в формирующихся планетных системах происходит миграция планет, при которой падение одной из планет на центральную звезду является вполне вероятным. Согласно оценке [27], захват планет красными гигантами происходит в Галактике достаточно часто - примерно 3 события в год.

Переходя от лития к обсуждению группы CNO-элементов, следует остановиться на расхождении между наблюдениями и теорией относительно зависимости $[\text{N}/\text{C}]$ от $[\text{N}/\text{O}]$. Согласно рис.1, расчеты модели звезды с вращением не могут объяснить весь наблюдаемый диапазон этих двух величин. Более того, наблюдаемые на рис.1 для большинства гигантов высокие значения $[\text{N}/\text{C}] = 1.0 - 1.4$, согласно расчетам [19], могут быть получены лишь при начальных скоростях вращения более 150 км/с, что противоречит наблюдениям звезд с массами $1-3 M_{\odot}$.

В литературе уже более двух десятков лет обсуждается гипотеза дополнительного неконвективного перемешивания (extra mixing) в красных гигантах

после FDU, привлеченная для объяснения некоторых особенностей в наблюдаемых содержаниях легких элементов Li, C, N и O у таких звезд, которые не удастся объяснить в рамках стандартной теории. Например, идея "extra mixing" привлекалась в [28] для объяснения низкого отношения изотопов углерода $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ у таких звезд, а также в [29] при анализе величины $[\text{C}/\text{N}]$ для большого числа гигантов с разной металличностью. По-видимому, эта идея необходима и для объяснения полученной нами зависимости $[\text{N}/\text{C}]$ от $[\text{N}/\text{O}]$.

На рис.1 особенно низкое положение занимает гигант EK Eri, у которого было обнаружено значительное магнитное поле. Этот пример показывает, что химический состав магнитных красных гигантов заслуживает отдельного исследования.

Еще один интересный результат относительно CNO-элементов касается суммарного содержания C+N+O. Мы нашли, что, в полном соответствии с предсказанием теории, для 5-ти гигантов с нормальной (солнечной) металличностью $[\text{Fe}/\text{H}] = \pm 0.1 \text{ dex}$, полученные значения $\log \epsilon(\text{C} + \text{N} + \text{O}) = 8.95 - 8.98$ фактически совпадают с солнечным значением 8.94. Другими словами, несмотря на значительные изменения в индивидуальных содержаниях C и N в процессе эволюции, особенно после фазы FDU, сумма C+N+O остается неизменной с момента формирования звезды.

Особый интерес представляет зависимость суммарного содержания C+N+O от индекса металличности $[\text{Fe}/\text{H}]$ (рис.2). Она получена по 11-ти звездам, среди которых особое положение занимает гигант μ Leo с повышенным индексом металличности $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.26$ и с исключительно высоким значением $\log \epsilon(\text{C} + \text{N} + \text{O}) = 9.31$. По нашему мнению, для подтверждения и уточнения такой зависимости следует существенно увеличить число рассматриваемых звезд, добавив гиганты с металличностью $[\text{Fe}/\text{H}] < -0.4$, а также несколько звезд в интервале $[\text{Fe}/\text{H}]$ от 0.2 до 0.4, где пока мы имеем только гигант μ Leo. Если зависимость суммы C+N+O от $[\text{Fe}/\text{H}]$ подтвердится, это будет означать, что она имела место уже в том исходном межзвездном веществе, из которого сформировались рассматриваемые звезды. Тогда объяснение этому явлению необходимо будет искать в современных моделях химической эволюции Галактики.

Относительно тяжелых элементов представляет интерес найденная нами антикорреляция между средним содержанием RE-элементов и величиной $[\text{Fe}/\text{H}]$ (рис.5). Ранее аналогичная антикорреляция была получена в [30] для RE-элементов Nd, Sm и Eu при исследовании нескольких сотен F- и G-карликов в окрестности Солнца, причем в более широком диапазоне значений $[\text{Fe}/\text{H}]$ от +0.4 до -1.4 (см. рис.2 в [30]). В этом диапазоне, как оказалось, имеют место существенное понижение значений $[\text{Eu}/\text{Fe}]$ при повышении

[Fe/H], примерно 0.5-0.7 dex для Nd, Sm и Eu. (Обсуждение подобных трендов для других химических элементов можно найти, например, в [31]).

В современных моделях химической эволюции Галактики главная роль в образовании RE-элементов отводится r-процессу и s-процессу. Роль этих двух процессов в звездном нуклеосинтезе и в химической эволюции Галактики рассмотрена, например, в [32]; детальное обсуждение роли r-процесса приведено в обзоре [33]. Подчеркнем, что представленная на рис.5 зависимость [RE/Fe] от [Fe/H] никак не связана с эволюцией исследованных гигантов, а всего лишь отражает начальный химический состав этих звезд (или, другими словами, химический состав межзвездной среды, из которой они сформировались).

8. Заключение. В данной работе мы исследовали химический состав 9-ти К-гигантов, имеющих планеты и расположенных в пределах 100 пк от Солнца. При этом нами были использованы фундаментальные параметры звезд, найденные нами ранее [1]. Только для гиганта μ Leo мы заново проанализировали линии FeI и уточнили содержание железа и параметр микротурбулентности V_t .

Мы определили содержания 17-ти химических элементов от лития ($Z=3$) до гафния ($Z=72$). При этом анализ линий ряда элементов был выполнен при отказе от предположения ЛТР (локальное термодинамическое равновесие). Недавно по той же методике нами в [2] были исследованы гиганты EK Eri и OU And, у которых были обнаружены значительные магнитные поля и которые были объявлены вероятными потомками магнитных Ap-звезд. Анализируя содержания элементов, полученные в настоящей работе, мы добавили к ним результаты, найденные в [2] для EK Eri и OU And.

Мы показали, что все 9 программных К-гигантов прошли глубокое перемешивание в фазе FDU (First Dredge-Up). Для большинства гигантов на это указывает низкое отношение изотопов углерода $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}=8-18$, найденное нами по линиям молекулы CN. Для звезды HR 3145, где величину $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ определить не удалось, доказательством служит высокое отношение N/C (на 1.1 dex больше солнечного), характерное для post-FDU объектов. Ранее вывод о принадлежности к post-FDU объектам был получен также для звезд EK Eri и OU And.

Литий, являющийся чувствительным индикатором звездной эволюции, не был найден у 7 из 11-ти рассматриваемых гигантов. Отсутствие лития в атмосферах звезд, испытавших глубокое перемешивание в фазе FDU, это вполне ожидаемый результат. Однако у 4-х гигантов, также прошедших фазу FDU, литий был нами обнаружен. Одновременно у 3 из этих 4-х звезд ранее другими авторами было найдено магнитное поле. Эти два явления, присутствие лития в атмосфере и наличие магнитного поля, совершенно неожиданные для

post-FDU гигантов с точки зрения стандартной теории, сегодня находят общее объяснение в рамках единой гипотезы: захват (engulfment) звездой планеты с массой в несколько масс Юпитера.

Для группы CNO-элементов представляют интерес две зависимости, найденные нами. Первая из них - это ярко выраженная корреляция между величинами $[N/C]$ и $[N/O]$, которая является наблюдаемым проявлением эволюции звезд. Сравнение наблюдаемой зависимости с теоретической моделью, учитывающей вращение, показало, что теория не может объяснить высокие значения $[N/C] = 1.0 - 1.4$, полученные нами для большинства рассмотренных гигантов. По-видимому, здесь следует привлечь гипотезу дополнительного (неконвективного) перемешивания (extra mixing), которая обсуждается в литературе уже более двух десятков лет.

Вторая зависимость касается суммарного содержания $C+N+O$, которое, согласно теории, не должно меняться со времени формирования звезды. Мы показали, что у гигантов с околосолнечной металличностью $[Fe/H] = \pm 0.1$ полученные содержания $\log \epsilon(C+N+O) = 8.95 - 8.98$ (в среднем 8.97) фактически совпадают с солнечным значением 8.94. Найден тренд величины $\log \epsilon(C+N+O)$ с ростом $[Fe/H]$, однако для его подтверждения необходимо расширить диапазон значений $[Fe/H]$ и, соответственно, расширить список рассмотренных гигантов. Отдельного внимания заслуживает высокое значение $\log \epsilon(C+N+O) = 9.31$ для гиганта μ Leo, имеющего повышенную металличность $[Fe/H] = +0.26$.

Найдена антикорреляция между величиной $[RE/Fe]$, средним содержанием редкоземельных элементов La, Pr, Nd, Sm, Eu и Gd (относительно Fe) и индексом металличности $[Fe/H]$. Она хорошо согласуется с данными для F- и G-карликов в окрестности Солнца и отражает начальный химический состав исследованных гигантов.

Авторы благодарят рецензента за внимательное прочтение статьи и за полезные замечания, а также выражают благодарность Правительству Российской Федерации и Министерству науки и высшего образования Российской Федерации за поддержку (проект 075-15-2020-780).

Крымская астрофизическая обсерватория РАН,
e-mail: lyub@craocrimea.ru

NINE NEARBY K-GIANTS WITH PLANETS: A
DETAILED ANALYSIS OF THEIR CHEMICAL
COMPOSITION

L.S.LYUBIMKOV, D.B.POKLAD, S.A.KOROTIN

The chemical composition of nine K-giants with planets is studied, which are located within 100 pc from the Sun. The fundamental parameters of the stars obtained by us earlier are used in this regard; for the giant μ Leo the metallicity index $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.26$ and the microturbulent parameter $V_t = 1.3$ km/s are re-determined from FeI lines. Abundances of 17 chemical elements from lithium ($Z=3$) to hafnium ($Z=72$) are found. An analysis of lines of some elements is made without the supposition of LTE (local thermodynamic equilibrium). From the infrared CN molecular lines the nitrogen abundance and the carbon isotope ratio $^{12}\text{C}/^{13}\text{C}$ are found. The low values $^{12}\text{C}/^{13}\text{C} = 8-18$ show that the programme giants passed through the deep convecting mixing in the FDU (First Dredge-Up) phase. When analyzing the abundances obtained we added our recent data for the magnetic giants EK Eri and OU And found from the same technique. Lithium was not found for 7 of 11 giants in question. An absence of lithium in atmospheres of stars passed through the deep mixing in the FDU phase corresponds to the theory predictions. However for 4 giants lithium was found by us; earlier for 3 of these 4 stars the magnetic field has been detected. These two phenomena unexpected for post-FDU giants from the viewpoint of standard theory, i.e. the presence of lithium in atmosphere and the existence of magnetic field, can be explained in the framework of one hypothesis: an engulfment by a star of the planet with the mass of several Jupiter masses. For 11 giants considered we found the pronounced correlation between the $[\text{N}/\text{C}]$ and $[\text{N}/\text{O}]$ values. A comparison of the observed relation with the theoretical model computed with rotation showed that the theory cannot explain the high values $[\text{N}/\text{C}] = 1.0-1.4$ obtained for the most of the giants. Obviously, the known hypothesis of extra mixing is needed here. The summary abundance $\text{C}+\text{N}+\text{O}$, which, according to the theory, should remain constant from the star's formation, showed the correlation with the metallicity index $[\text{Fe}/\text{H}]$. In this regard for the stars with the normal metallicity $[\text{Fe}/\text{H}] = \pm 0.1$ the value $\log \epsilon(\text{C} + \text{N} + \text{O}) = 8.97$ was found that agrees perfectly with the solar value $\log \epsilon(\text{C} + \text{N} + \text{O}) = 8.94$. For the giant μ Leo with the higher metallicity $[\text{Fe}/\text{H}] = +0.26$ the greatest value $\log \epsilon(\text{C} + \text{N} + \text{O}) = 9.31$ was obtained. The anticorrelation was found between the $[\text{RE}/\text{Fe}]$ value, the mean abundance of rare earth (RE) elements (relative to Fe) and the index $[\text{Fe}/\text{H}]$. It is in good

agreement with data for F- and G-dwarfs in the solar neighborhood and reflects the initial chemical composition of the giants explored.

Keywords: *red giants: chemical composition: exoplanets*

ЛИТЕРАТУРА

1. *L.S.Lyubimkov, S.A.Korotin, D.V.Petrov et al.*, *Astron. Nachr.*, **342**, 497, 2021.
2. *Л.С.Любимков, С.А.Коротин, Д.В.Петров и др.*, *Астрофизика*, **65**, 63, 2022, (*Astrophysics*, **65**, 53, 2022).
3. *M.Asplund, N.Grevesse, A.J.Sauval et al.*, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **47**, 481, 2009.
4. *K.Lodders*, *Space Sci. Rev.*, **217**, id.44, 2021.
5. *K.G.Strassmeier, I.Ilyin, M.Weber*, *Astron. Astrophys.*, **612**, A45, 2018.
6. *A.Claret*, *Astron. Astrophys.*, **424**, 919, 2004.
7. *A.Claret*, *Astron. Astrophys.*, **453**, 769, 2006.
8. *J.Choi, A.Dotter, C.Conroy et al.*, *Astrophys. J.*, **823**, 102, 2016.
9. *U.Heiter, P.Jofré, B.Gustafsson et al.*, *Astron. Astrophys.*, **582**, A49, 2015.
10. *P.Jofré, U.Heiter, C.Soubiran et al.*, *Astron. Astrophys.*, **564**, A133, 2014.
11. *M.Aurière, R.Konstantinova-Antova, C.Charbonnel et al.*, *Astron. Astrophys.*, **574**, A90, 2015.
12. *Sz.Mészáros, C.Allende Prieto, B.Edvardsson et al.*, *Astron. J.*, **144**, 120, 2012.
13. *T.Ryabchikova, N.Piskunov, R.L.Kurucz et al.*, *Physica Scripta*, **90**, id. 054005, 2015.
14. *P.Petit, T.Louge, S.Théado et al.*, *Publ. Astron. Soc. Pacif.*, **126**, 469, 2014.
15. *K.Lind, M.Asplund, P.S.Barklem*, *Astron. Astrophys.*, **503**, 541, 2009.
16. *E.Wang, T.Nordlander, M.Asplund et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **500**, 2159, 2021.
17. *L.S.Lyubimkov, D.L.Lambert, S.A.Korotin et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **446**, 3447, 2015.
18. *L.S.Lyubimkov, S.A.Korotin, D.L.Lambert*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **489**, 1533, 2019.
19. *C.Georgy, S.Ekström, A.Granada et al.*, *Astron. Astrophys.*, **553**, A24, 2013.
20. *R.E.Luck*, *Astron. J.*, **150**, 88, 2015.
21. *M.Lomaeva, H.Jönsson, N.Ryde et al.*, *Astron. Astrophys.*, **625**, A141, 2019.
22. *A.M.K.Shaltout, M.K.Abdelrazek, Ali G.A.Abdelkawy et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **496**, 5361, 2020.
23. *A.G.Abdelkawy, A.M.K.Shaltout, M.M.Beheary et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 470, 4007, 2017.

24. *G.Zhao, L.Mashonkina, H.L.Yan et al.*, *Astrophys. J.*, 833, 225, 2016.
25. *C.Aguilera-Gómez, J.Chanamé, M.H.Pinsonneault et al.*, *Astrophys. J.*, **829**, id. 127, 2016.
26. *G.Privitera, P.Eggenberger, C.Georgy et al.*, *Astron. Astrophys.*, **593**, L15, 2016.
27. *А.В.Понков, С.Б.Понов*, *Известия Крымской астрофиз. общ.*, **114**, 70, 2018.
28. *C.Abia, S.Palmerini, M.Busso et al.*, *Astron. Astrophys.*, **548**, A55, 2012.
29. *M.Shetrone, J.Tayar, J.A.Johnson et al.*, *Astrophys. J.*, **872**, 137, 2019.
30. *C.Battistini, T.Bensby*, *Astron. Astrophys.*, **586**, A49, 2016.
31. *T.Bensby, S.Feltzing, I.Lundström et al.*, *Astron. Astrophys.*, **433**, 185, 2005.
32. *N.Prantzos, C.Abia, S.Cristallo et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **491**, 1832, 2020.
33. *J.J.Cowan, C.Snedden, J.E.Lawler et al.*, *Rev. Mod. Phys.*, **93**, id. 015002. 2021.

DOI: 10.54503/0571-7132-2022.65.4-537

ПЯТЕННАЯ АКТИВНОСТЬ МОЛОДОЙ ЗВЕЗДЫ HIP 94235 ИЗ ДВИЖУЩЕЙСЯ ГРУППЫ AB DORADUS

И.С.САВАНОВ

Поступила 14 сентября 2022

Принята к печати 11 ноября 2022

На основе высокоточного материала из архива космической миссии TESS проведено исследование фотометрической переменности блеска HIP 94235 – яркой звезды, входящей в движущуюся группу AB Doradus с возрастом 120 млн лет. Мы получили оценку периода вращения звезды и амплитуды переменности блеска, а также по стандартной методике оценили величину параметра запятненности A в абсолютной мере, которая составляет 31750 м.д.п. и существенно превосходит площадь пятен на Солнце. За интервал наблюдений с космической миссией TESS проявления вспышечной активности у HIP 94235 отсутствовали. Для каждого сектора наблюдений, последовательно охватывающего один период вращения звезды, из решения обратной задачи восстановления температурных неоднородностей звезды по кривой блеска получены карты поверхностных температурных неоднородностей, определены положения активных областей и изучена их эволюция со временем. По относительному различию в смещениях активных областей оценена величина параметра дифференциального вращения звезды $\Delta\Omega = 0.038 \pm 0.07$ рад/сут. Полученные результаты сопоставлены с данными о другой, изученной нами ранее, молодой звезде солнечного типа с экзопланетой TOI 837, члене южного скопления IC 2602 с возрастом 35 млн лет.

Ключевые слова: *звезды: активность: пятна: фотометрия: переменность: планетные системы*

1. *Введение.* В настоящее время группа исследователей THYME (TESS Hunt for Young and Maturing Exoplanets), проводит поиск и дальнейший анализ характеристик транзитных планет в молодых звездных ассоциациях (~10–20 млн лет) и в близлежащих молодых движущихся группах (YMG) (возраст <200 млн лет) (см. в [1]). Эта программа является естественным продолжением обзора ZEIT – поиск "зодиакальных экзопланет во времени". Статья [1] является уже восьмой по счету в серии публикаций THYME, в ней выполнено исследование двух систем KOI-3876 и Kepler-970 из молодой ассоциации MELANGE-3 с возрастом 105 ± 10 Myr.

Ряд примеров наших исследований активности звезд из объектов программ ZEIT и THYME можно найти в предыдущих работах (см. их краткое описание в [2]). Были изучены проявления пятенной и вспышечной активности объектов. На основании изучения диаграмм, связывающих площадь холодных пятен с возрастом, периодом вращения и числами Россби, нами был сделан

вывод о наличии общего характера зависимостей, установленных ранее для М карликов и звезд солнечного типа.

В настоящей работе представлены результаты анализа переменности блеска звезды HIP 94235, входящей в хорошо известную движущуюся группу AB Doradus с возрастом 120 млн лет [3], и сопоставления с данными исследования TOI 837 - молодой G0/F9 V звезды с экзопланетой из южного скопления IC 2602 с возрастом 35 млн лет.

2. HIP 94235 - молодая звезда - член группы AB Doradus.

Авторы [3] опубликовали результаты открытия планеты размером с мини-нептун у яркой звезды HIP 94235 ($V=8^m.3$), входящей в движущуюся группу AB Doradus с возрастом 120 млн лет, одну из самых молодых и близких звездных ассоциаций. Молодость звезды подтверждается авторами [3] по ее спектральным и фотометрическим характеристикам, таким как быстрое вращение и значительная фотометрическая модуляция, эквивалентная ширина линии лития и рентгеновское излучение. Неглубокие транзиты HIP 94235b (их глубина составляет 600 мд) были выявлены в единственном секторе наблюдений, полученных миссией TESS. Последующие наблюдения были выполнены с помощью космического телескопа CHEOPS и позволили подтвердить существование транзитов и улучшить способность прогнозировать будущее время транзитов для последующих исследований. Планета HIP 94235b имеет радиус около 3 радиусов Земли, период ее обращения равен 7.7 сут.

HIP 94235 является молодым аналогом нашего Солнца, ее масса составляет $M=1.08 \pm 0.11$ масс Солнца. Звезда принадлежит к карликам спектрального класса G1V, блеск в фильтрах B и V составляет $8^m.90$ и $8^m.347$, соответственно. Объект отождествлен с источником Gaia EDR3 6632318361397624960, его параллакс составляет π (mas) = 17.0609 ± 0.0365 . На основе анализа кинематических свойств, содержания лития и оценок периода вращения в [3] подтверждено, что HIP 94235 является членом движущейся группы AB Doradus, возраст которой составляет 120 млн лет.

Звезда HIP 94235 отождествлена с X-гау источником J191057.9 - 601611 из каталога 2nd ROSAT PSPC Catalog. Рентгеновская светимость HIP 94235 составляет $\log(L_x/L_{bol}) = -3.93 \pm 0.13$. Эффективная температура звезды равна 5991 ± 50 K, а логарифм ускорения силы тяжести составляет 4.46 ± 0.05 . Отметим, что перечисленные нами свойства звезды HIP 94235 приводятся согласно данным, указанным в [3] (табл.3) и в астрономической базе данных *Simbad*. HIP 94235 входит в двойную систему - второй компонент является звездой спектрального класса M с массой $0.26 \pm 0.04 M_{\odot}$. Расстояние между компонентами составляет около 60 а.е. Это одна из наиболее тесных систем с экзопланетой вокруг одной из компонент.

Для HIP 94235 в архиве TESS имеются данные 27-го сектора наблюдений. Наша обработка была аналогична проводимой ранее в случае измерений для других объектов из архива космического телескопа Кеплер и из архива наблюдений миссии TESS (см., например, [2]). На рис.1 представлены:

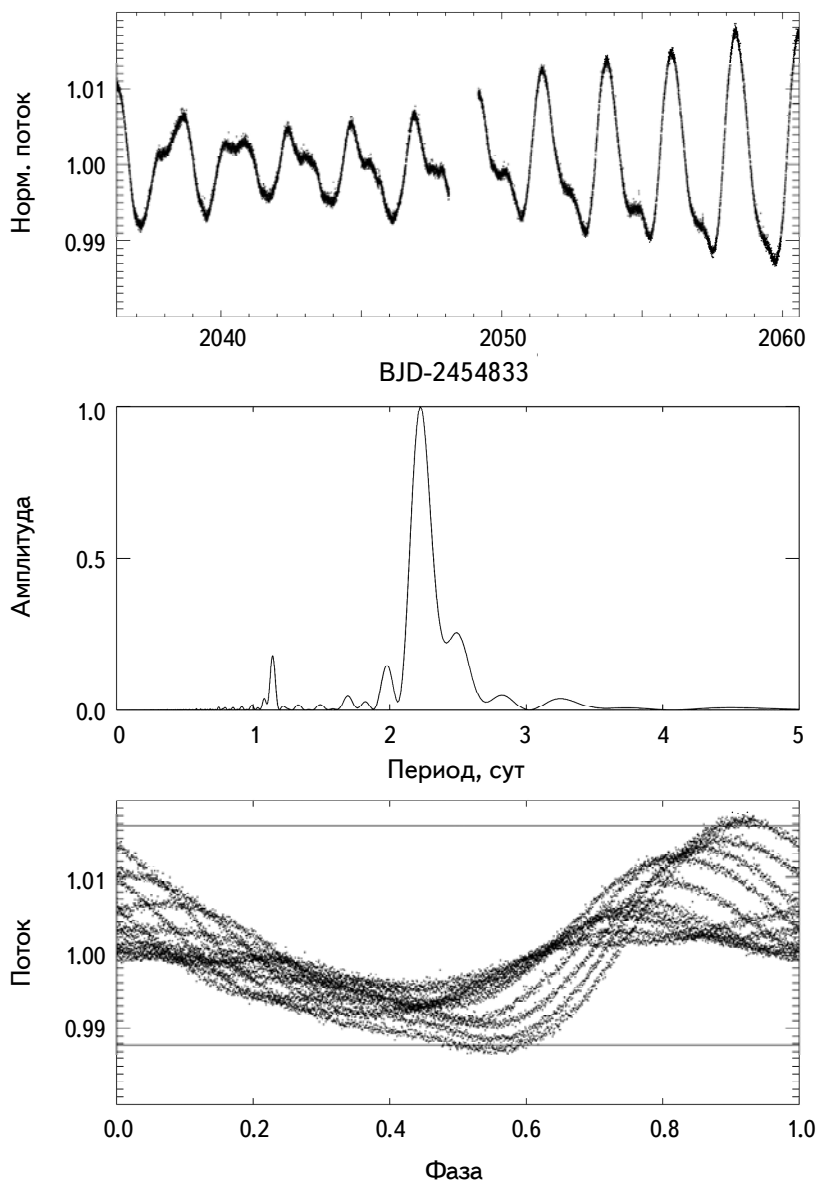


Рис.1. Сверху вниз: кривая блеска для HIP 94235, спектр мощности переменности блеска, фазовая диаграмма переменности блеска (горизонтальные линии характеризуют величину амплитуды переменности блеска). Данные приведены для наблюдений в секторе 27.

кривая блеска HIP 94235, соответствующий спектр мощности и фазовая диаграмма. Хорошо заметна периодическая модуляция блеска, обладающая заметной переменностью амплитуды. К концу сектора наблюдений звезда увеличила свою активность. На шкале времени порядка длительности наблюдений в одном секторе (около 30 суток) форма фазовой кривой и положения максимумов и минимумов претерпевали значительные изменения.

На построенных нами спектрах мощности имеется характерный пик, соответствующий величине периода вращения звезды $P = 2.223 \pm 0.065$ сут (погрешность оценена по полуширине пика). Авторами [3] была приведена, совпадающая с полученной нами, величина периода вращения HIP 94235 - 2.24 ± 0.11 сут.

Рассчитанные спектры мощности указывают на достаточно сложный характер изменений блеска изучаемой звезды. На спектре мощности центральный пик $P = 2.223$ сут имеет несимметричную форму, помимо него имеется пик меньшей амплитуды, соответствующий величине 2.500 сут, происхождение которого может быть связано (см. в [4]) с наличием у звезды, обладающей дифференциальным вращением, пятен (или групп пятен), расположенных на различных широтах. При этом изменения периодов переменности блеска могут соответствовать не только изменениям положений пятен по широте, но и эволюции (появлению и исчезновению) активных областей, лежащих на различных широтах на поверхности звезды. По методике, опубликованной в [4] для определения параметров дифференциального вращения 12300 звезд по наблюдениям с телескопом Кеплер, с найденными нами периодами мы вычислили возможное значение параметра дифференциального вращения звезды - $\Delta\Omega$.

Для HIP 94235 указанный подход привел к оценке параметра $\Delta\Omega = 0.31 \pm 0.14$ рад/сут, которая существенно выше солнечной величины, теоретических предсказаний из [5] и эмпирической зависимости из [6], но в пределах погрешности определений все еще сопоставима с максимальными оценками для звезд температурного диапазона 5800 - 6000 К из [4]. Тем не менее, с учетом того, что оценка параметра получена всего по одному сектору наблюдений продолжительностью 24 сут, а также, поскольку независимо найденная из анализа эволюции положений пятен на поверхности звезды (см. ниже) величина параметра $\Delta\Omega$ имеет отличающееся значение, мы не рассматриваем полученную оценку, как достоверную. Причина происхождения пика, соответствующего периоду в 2.500 сут, требует дальнейшего изучения.

Кроме того, на спектре мощности имеются пики в диапазоне, соответствующем половинному фотометрическому периоду вращения звезды, что свидетельствует о присутствии на поверхности звезды двух активных областей,

отстоящих друг от друга примерно на 180 градусов (см. ниже - поверхностные карты).

Амплитуда переменности блеска составляет около 2.5% от уровня среднего блеска звезды. По стандартной методике (см. в [2]) нами были оценены величины параметра запятненности HIP 94235, которые достигают 3.6% от площади поверхности звезды. Принимая оценку радиуса звезды $R = 1.08 \pm 0.11$ радиусов Солнца из [3], можно получить величину площади поверхности пятен A звезды в абсолютной мере (в миллионных долях видимой полусферы Солнца, м.д.п.). На Солнце средние по размерам пятна имеют площадь 10-200 м.д.п. (детали см. в [7]). Площадь пятен на поверхности HIP 94235 многократно превосходит максимальную площадь пятен на Солнце и составляет величину порядка 31750 м.д.п.

3. Температурные карты поверхности HIP 94235. Дальнейший анализ фотометрической переменности звезды был выполнен нами с фотометрическим периодом, составляющим 2.223 сут. Весь наблюдательный материал был разделен на 10 секторов, каждый из которых последовательно охватывает один период вращения звезды. Неполные секторы (а также сектор 5 с искаженными данными) не рассматривались, поскольку они не давали возможности оценить положения активных долгот (см. ниже).

Как и в наших предыдущих исследованиях карликов поздних спектральных классов мы выполнили анализ каждой индивидуальной кривой блеска с помощью программы iPH [8]. Программа решает обратную задачу восстановления температурных неоднородностей на поверхности звезды по кривой блеска в двухтемпературном приближении (интенсивность излучения от каждой элементарной площадки на поверхности звезды складывается из двух компонентов: фотосферы и холодного пятна). Описание программы и ее тесты представлены в [8]. Как указывалось выше, мы приняли температуру звезды равной 5991 K [3], а величину $\log g = 4.46$. Поскольку исследуемую нами звезду можно рассматривать как молодой аналог Солнца, температуру запятненной поверхности мы считаем равной температуре солнечного пятна - ниже температуры фотосферы на 1500 K.

Согласно нашей методике, для каждой элементарной площадки размером $6^\circ \times 6^\circ$ на поверхности звезды был определен фактор заполнения f (доля поверхности элементарной площадки, занимаемая пятнами). На рис.2 представлены результаты восстановления температурных неоднородностей на поверхности HIP 94235 для 10-ти секторов наблюдений (сектор 5 не рассматривается). На рисунке также приведены наблюдаемые и теоретические (построенные по восстановленной модели) кривые блеска. Если на поверхностных картах имеются концентрации пятен на двух долготах - их

значения регистрировались нами как две независимые активные долготы. Погрешность определений положений активных долгот составляет величину порядка около 0.06-0.08 в единицах фазы.

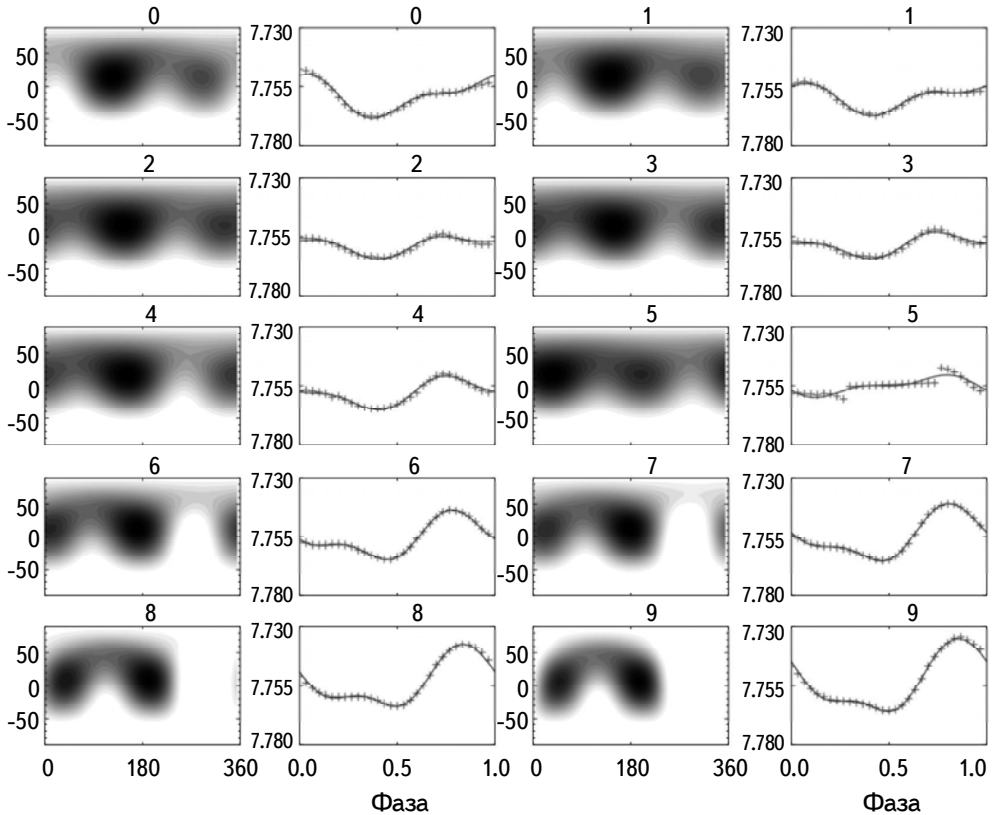


Рис.2. Результаты восстановления температурных неоднородностей на поверхности HIP 94235 для 10-ти секторов наблюдений. Карты поверхности представлены в единой шкале, более темные области на рисунках соответствуют более высоким значениям факторов заполнения f . На этом же рисунке также приводятся наблюдаемые кривые блеска и теоретические кривые блеска - построенные по восстановленной модели.

Поскольку согласно [3], величина угла i наклона оси вращения звезды к лучу зрения превосходит 70° , мы первоначально выполнили вычисления с $i = 70^\circ$. Затем, восстановление карт температурных неоднородностей было проведено нами еще для двух значений i (80° и 87°), которые могут рассматриваться как предельные значения. Как оказалось, в случае всех трех указанных величин i различия в картах не изменяют сделанных нами заключений (см. ниже) о положении и эволюции активных областей на поверхности HIP 94235. Мы проанализировали распределения факторов заполнения f в зависимости от времени и от долготы на поверхности звезды

(см. рис.3). На рис.3 хорошо прослеживаются положения двух активных долгот, отстоящих друг от друга примерно на 180° . Положения более активной (большей по площади) области отмечены кружками с величинами характерных погрешностей измерений, а менее активной - символами плюс. Согласно нашим вычислениям, обе области не остаются неподвижными, а обладают постоянным смещением, как правило, против направления вращения звезды. По относительному различию в смещениях активных областей мы нашли независимую оценку величины параметра дифференциального вращения звезды $\Delta\Omega = 0.038 \pm 0.070$ рад/сут. Эта оценка примерно в два раза меньше, чем величина $\Delta\Omega$ для Солнца, но сопоставима с другими определениями этого параметра для звезд температурного диапазона 5800 - 6000 К [4]. На наш взгляд, полученное значение параметра $\Delta\Omega$ является более достоверным, чем было найдено выше по расщеплению пика на спектре мощности.

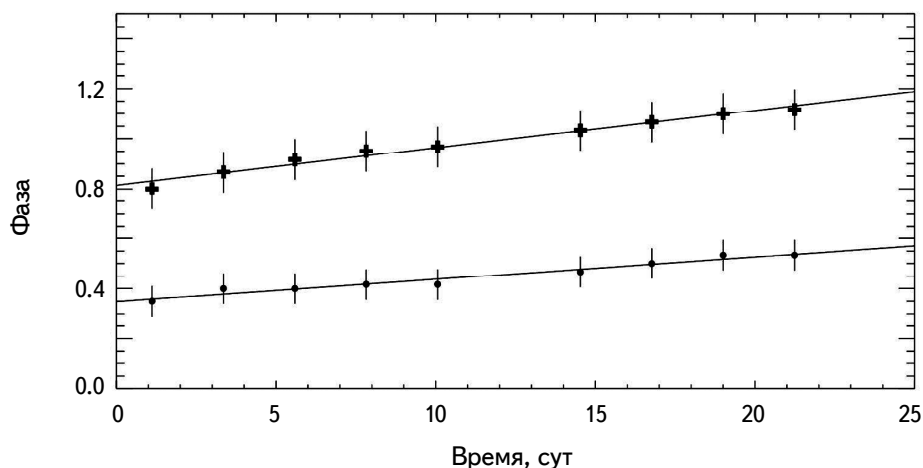


Рис.3. Положения двух систем активных областей на поверхности HIP 94235. Положения более активной области представлены кружками, менее активной - символами плюс. Представлены погрешности определений положений активных областей.

4. *Циклы активности.* Оценка возможных циклов активности HIP 94235 была проведена по данным из архива наблюдений обзора All Sky Automated Survey - www.astrouw.edu.pl/asas. Всего было рассмотрено 956 оценок блеска звезды в фильтре V. Представленные на рис.4 (вверху) данные несомненно свидетельствуют о присутствии цикличности в изменении блеска звезды. Вероятно, величина цикла превосходит длительность наблюдений обзора. На основе построенного спектра мощности для HIP 94235 можно предположить существование возможных циклов активности более 4000 - 4200 сут (11 - 11.5 лет) и менее значимых циклов в 400 сут и 1600 сут (рис.4, нижняя диаграмма). Цикл продолжительностью 400 сут отличается от годового

цикла (штриховая линия), который обычно имеет происхождение наблюдательного характера.

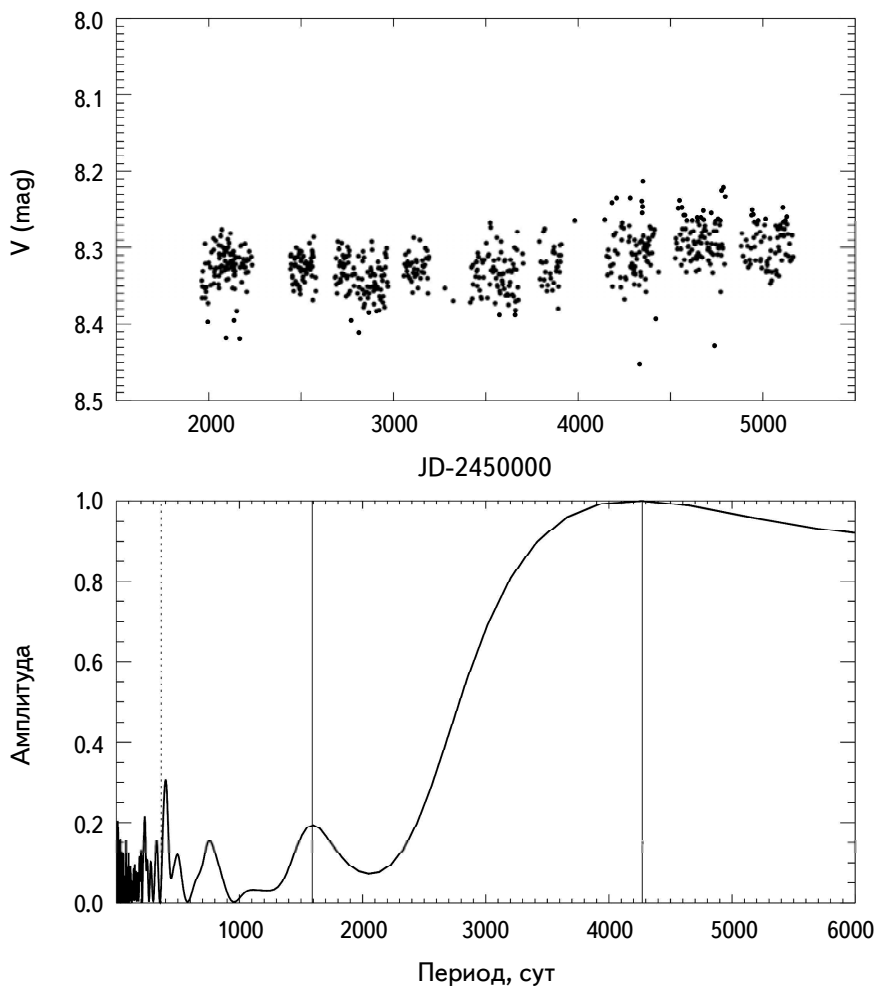


Рис.4. Вверху - кривая блеска HIP 94235 по данным из архива наблюдений All Sky Automated Survey. Внизу - спектр мощности для диапазонов периодов 1-6000 сут. Вертикальными линиями отмечены циклы продолжительностью 4200 и 1600 сут. Годовой цикл продолжительностью 365 сут отмечен штриховой линией.

5. Сопоставление активности звезд HIP 94235 и TOI 837.

Ранее в [9] на основе высокоточного материала из архива космической миссии TESS нами были представлены результаты исследования фотометрической переменности блеска TOI 837 - молодой G0/F9 V звезды с экзопланетой - члена южного скопления IC 2602 возрастом 35 млн лет [10]. Как и HIP 94235, TOI 837 можно рассматривать как прототип молодого Солнца. Обе звезды обладают экзопланетами. Эффективная температура TOI

837 равна 6047 ± 162 К, а логарифм ускорения силы тяжести $\log g = 4.467 \pm 0.049$. HIP 94235 обладает очень близкими параметрами - ее эффективная температура равна 5991 ± 50 К, а ускорение силы тяжести составляет 4.46 ± 0.05 . TOI 837 принадлежит к карликам спектрального класса G0/F9 V, а HIP 94235 - к карликам спектрального класса G1V. Оба объекта достаточно яркие и перспективны для дальнейших наблюдений - блеск для HIP 94235 и TOI 837 в фильтре V составляет $8^m.347$ и $10^m.64$, соответственно.

Молодые аналоги Солнца вращаются существенно быстрее Солнца, период вращения HIP 94235 равен $P = 2.223 \pm 0.065$ сут, а TOI 837 - 2.99 ± 0.08 сут.

Площади пятен A на поверхности исследуемых звезд сопоставимы между собой, но существенно превосходят площадь пятен на Солнце, для TOI 837 величина A находится в интервале от 21600 м.д.п. до 37700 м.д.п., а для HIP 9423 равна 31750 м.д.п.

Наконец, имеется различие в результатах оценок вспышечной активности рассматриваемых звезд. В [9] нами были исследованы проявления вспышечной активности TOI 837 за интервал наблюдений в четырех секторах с космической миссией TESS и рассмотрены две наиболее достоверные зарегистрированные вспышки. Энергия вспышек составляют $1.2 \cdot 10^{35}$ эрг и $2.1 \cdot 10^{35}$ эрг, а вероятная величина массы сопутствующего явления коронального выброса массы может достигать $2.5 \cdot 10^{21}$ г. Для HIP 94235 за интервал наблюдений в 27-м секторе с космической миссией TESS общей длительностью около 30 сут вспышек не было зарегистрировано.

Оценки величин циклов активности TOI 837 были проведены по данным из архива наблюдений обзора All Sky Automated Survey и указали на наиболее вероятный цикл активности в 1500 сут (4.1 года). На основе построенного спектра мощности для HIP 94235 можно предположить существование возможного цикла активности 4000 - 4200 сут (11 - 11.5 лет) и менее значимых циклов в 400 сут и 1600 сут.

6. Заключение. На основе высокоточного материала из архива космической миссии TESS проведено исследование фотометрической переменности блеска HIP 94235 - яркой звезды ($V = 8^m.3$), входящей в движущуюся группу AB Doradus возрастом 120 млн лет [3]. Полученные результаты сопоставлены с данными о другой изученной нами ранее молодой звезде солнечного типа с экзопланетой - TOI 837 (G0/F9 V) - члена южного скопления IC 2602 возрастом 35 млн лет.

По наблюдениям TESS мы нашли период вращения и амплитуду переменности блеска HIP 94235, а также по стандартной методике оценили величину параметра запятненности A в абсолютной мере. Площадь пятен на ее поверхности составляет 31750 м.д.п. и существенно превосходит площадь

пятен на Солнце. Установлено, что для HIP 94235 за интервал наблюдений с космической миссией TESS проявления вспышечной активности отсутствовали.

Для каждого сектора наблюдений, последовательно охватывающего один период вращения звезды, из решения обратной задачи восстановления температурных неоднородностей звезды по кривой блеска получены карты поверхностных температурных неоднородностей. По построенным картам мы определили положения активных областей и изучили их эволюцию со временем. По относительному различию в смещениях активных областей мы нашли оценку величины параметра дифференциального вращения звезды $\Delta\Omega = 0.038 \pm 0.07$ ад/сут.

Рассмотренные нами системы HIP 94235 и TOI 837 могут сыграть важную роль в понимании эволюции планетарных систем в течение первой сотни миллионов лет после их образования. Мини-нептун HIP 94235b является планетой радиусом порядка 3 радиусов Земли и периодом обращения 7.7 сут. Планеты, подобные HIP 94235b, лежащие вблизи "пустыни экзопланет - нептонов с короткими орбитальными периодами", могут обеспечить ключевые наблюдательные тесты для изучения механизмов потери массы на молодых планетах. HIP 94235b и другие недавно открытые планеты вокруг молодых звезд подвергаются значительному излучению высокой энергии, которое может быть основной причиной быстрой потери массы планетарной оболочки сразу после образования. Чтобы оценить эволюцию потери массы HIP 94235b, в [3] был использован аналитический подход [11]. Было обнаружено, что текущий радиус HIP 94235b можно воспроизвести с помощью модели, которая имеет высокую начальную массовую долю оболочки и обладает быстрой потерей массы со временем (особенно в первые 100 - 200 млн лет, см. рис.18 в [3]). При этом, в настоящее время скорость потери массы HIP 94235 b по оценке из [3] составляет примерно $5 M_{\oplus}/\text{Gyr}$ ($3 \cdot 10^{19}$ г/год). В итоге массовая доля оболочки может уменьшиться с 10% до 1% от общей массы планеты. Вероятно, такую эволюцию массы и радиуса следует ожидать для многих экзопланет - нептонов и супер-земель, расположенных близко к родительской звезде (в том числе солнечного типа).

Автор признателен правительству Российской Федерации и Министерству высшего образования и науки РФ за поддержку по гранту 075-15-2020-780 (N13.1902.21.0039).

Учреждение Российской академии наук, Институт астрономии РАН,
Москва, Россия, e-mail: igs231@mail.ru

ACTIVITY OF YOUNG STAR HIP 94235 WITH A
PLANETARY SYSTEM FROM THE
AB DORADUS MOVING GROUP

I.S.SAVANOV

Using high-precision data from archive of the TESS space mission a study of the photometric variability of the brightness of HIP 94235, a bright star belonging to the 120 million years old AB Doradus moving group was done. We estimated the rotation period of the star and the amplitude of the brightness variability, and also estimated the value of the spottedness parameter A in absolute measure which is 31750 MSH, and significantly exceeds the area of spots on the Sun. During the observation interval with the TESS space mission there were no manifestations of the flare activity on HIP 94235. For each set of observations sequentially covering one period of the star's rotation maps of surface temperature inhomogeneities were obtained from solving the inverse problem of restoring the temperature inhomogeneities of the star from the light curve. Positions of the active regions were determined and their evolution over time was studied. The differential rotation parameter of the star $\Delta\Omega = 0.038 \pm 0.07$ rad/d is estimated from the relative difference in the displacements of the active regions. The results obtained are compared with data on another previously studied young solar-type star with the exoplanet TOI 837, a member of the southern cluster IC 2602 with an age of 35 million years.

Keywords: *stars: activity: spots: photometry: variability: planetary systems*

ЛИТЕРАТУРА

1. *M.G.Barber, A.W.Mann, J.L.Bush et al.*, Astron. J., **164**, 88, 2022.
2. *I.S.Savanov*, Astrofizika, **64**, 178, 2021.
3. *G.Zhou, C.P.Wirth, C.X.Huang et al.*, Astron. J., **163**, 289, 2022.
4. *T.Reinhold, L.Gizon*, Astron. Astrophys., **583**, A65, 2015.
5. *M.Kuker, G.Rudiger*, Astron. Nachr., **332**, 933, 2011.
6. *J.R.Barnes, A.Collier Cameron, J.-F.Donati et al.*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **357**, L1, 2005.
7. *Y.A.Nagovitsyn, A.A.Pevtsov*, Astrophys. J., **906**, id. 27, 2021.
8. *I.S.Savanov, K.G.Strassmeier*, Astron. Nachr., **329**, 364, 2008.
9. *I.S.Savanov*, Astrophys. Bull., **77**, 2022, (в печати).
10. *L.G.Bouma, J.D.Hartman, R.Brahm et al.*, Astron. J., **160**, 239, 2020.
11. *J.E.Owen, Y.Wu*, Astrophys. J., **847**, 29, 2017.

DOI: 10.54503/0571-7132-2022.65.4-549

ИЗМЕНЕНИЕ ДОПЛЕРОВСКИХ СКОРОСТЕЙ И ПОЛУШИРИН ЛИНИИ D_3 СПИКУЛ

Д.ХУЦИШВИЛИ^{1,2}, Е.ХУЦИШВИЛИ¹, В.КАХИАНИ¹,
М.СИХАРУЛИДЗЕ¹

Поступила 17 августа 2022

Принята к печати 11 ноября 2022

В представленной работе анализируются спектральные наблюдения спикул в линии гелия D_3 , полученные в Абастуманской астрофизической обсерватории (Грузия) с помощью 53-см внеатомного коронографа. Сделан вывод, что изменения доплеровских (лучевых) скоростей и полуширины линии D_3 находятся в противофазе. Максимумы периодов колебаний доплеровских скоростей совпадают с минимумами колебаний полуширины D_3 .

Ключевые слова: *линия D_3 ; доплеровские скорости; полуширины линии*

1. *Введение.* Одной из основных проблем понимания процессов, протекающих в солнечной атмосфере, является механизм переноса энергии в короне. Согласно последним исследованиям, основными источниками нагрева короны являются солнечные спикулы, в частности, магнитогидродинамические волны (МНД) и вызываемые ими перемещения энергии и вещества из нижних слоев солнечной атмосферы в верхние. Спикулы являются связующим звеном между фотосферой и короной. Они являются тонкими динамичными образованиями. В исследовании физических процессов, происходящих в спикулах, основными проблемами являются сложность наблюдений, инструментальные ограничения, короткое время жизни, малая ширина, наложение изображений нескольких спикул друг на друга и др.

Несмотря на то, что спикулы обнаружены более 130 лет назад, в них много неразгаданного. Ряд физических характеристик до сих пор полностью не изучены, и это привело к созданию ряда различающихся между собой моделей природы спикул [1]. Новые космические наблюдения с помощью солнечного оптического телескопа (SOT aboard Hinode) выявили две категории спикул - классические спикулы I типа и спикулы II типа, которые, как выяснилось, имеют различные характер и механизмы формирования, времена жизни, скорости и др. Для спикул II типа время жизни составляет 10-150 с, диаметр и восходящая скорость равны 200 км и 50-150 км/с [2-5], в то время как для классических спикул I типа время жизни равно 5-15 мин, диаметр над диском Солнца, средняя высота и доплеровские скорости находятся в пределах

400-1500 км, 5000-10000 км и 15-40 км/с, соответственно [3,6-8]. Спикеры II типа движутся существенно быстрее и меньше живут, чем спикеры I типа, что многими исследователями объясняется их более быстрым нагреванием. Это подтверждено наблюдениями IRIS [9]. Исходя из результатов вышеприведенных наблюдений, необходимо изучение распределения полуширин линий излучения во времени. Различие результатов между классическими и космическими наблюдениями может быть обусловлено тем, что для спикеров I типа степень пространственно-временного разрешения меньше, чем для спикеров II типа и спикеры I типа доминируют в активных зонах, в то время как спикеры II типа наблюдаются в основном при спокойном Солнце и в корональных дырах.

Типичная электронная плотность спикеров составляет около $3.5 \cdot 10^{16} - 2 \cdot 10^{17} \text{ м}^{-3}$, температура в пределах 5000-8000 К [1,6]. Плотность спикеры приблизительно в 10 раз выше плотности окружающей среды [6], поэтому их можно рассматривать как горячие магнитные трубки, опущенные в существенно более горячую корональную плазму. Магнитогидродинамические волны способны ускорять солнечный ветер и нагревать корону [2,10].

В работе [11] приведены спектры в линии $\text{H}\alpha$, полученные для больших высот с целью минимизации эффекта наложения изображений спикеров друг на друга. Отмечается, что многие спикеры имеют асимметричный спектр, а некоторые имеют несколько пиков. Авторы указывают, что для 57 спикеров доплеровские скорости меняются в пределах 20-30 км/с. Также отмечается, что спикера состоит из нескольких "нитей/волокон". Для отдельных спикеров были обнаружены спектральные отклонения, что указывает на сложную динамическую структуру спикеров.

Распространено мнение, что спикеры разного типа возникают благодаря механизмам, рассмотренным в [12,13], где разработаны различные теоретические модели [1]. Эти модели должны объяснить, какая энергия необходима для удержания спикеров над краем Солнца в противоположность солнечному притяжению, какой механизм ускоряет их движение вверх и как он возникает.

Ранее Крат и др. [14-16] время высказали мнение, что спикеры состоят из разного типа "волокон" гелия, водорода и металлов с различной температурой. Никольский [17,18], Крат [15,16] и Woltjer [19] допускали, что водород излучает из внутренних, сравнительно холодных ($T \approx 6000 \text{ К}$) слоев, а гелий излучает из более горячих ($T \approx 20000 \text{ К}$) районов внешних слоев спикеров. В то же время, Никольский, Крат и Соболев [18,20,21] отметили, что в линии гелия видны более крупные и более различимые друг от друга спикеры. С увеличением высоты число водородных спикеров, по сравнению с гелиевыми, уменьшается быстрее [22]. Исследования показывают, что спикеры $\text{H}\alpha$ достигают высоты 10000 км, в то время как спикеры D_3

распространяются на большие высоты.

5-минутные вертикальные колебания в фотосфере впервые наблюдал Лейтон и др. [23]. Позже, 3-7-минутные (пик на 5 мин) колебания спикул отмечены в [24-29]. Колебания были изучены De Pontieu, Erdélyi & James [30], Khutsishvili et al. [31,32] и другими. Колебания спикул с меньшими периодами упоминаются в работе Nikolsky & Platova [33]. Они отмечают, что характерный период колебаний спикул составляет 1 мин. Аналогичные результаты (периоды <120 с) были получены позже [34]. Kukhianidze et al., [35] и Zaqarashvili et al., [36] получили для $H\alpha$ -спикул колебания доплеровских скоростей в диапазоне 30-100 с (см. также, [31,37,38]).

Возможность существования колебаний в магнитных трубках описана в работах [39-41]. Полученные в результате наблюдений периоды колебаний [42] формально можно разделить на две группы: относительно короткие (<2 мин) и длинные (>2 мин) периоды. Колебания с периодами более 2 мин статистически встречаются чаще и изучены относительно хорошо. Периоды таких колебаний в основном концентрируются в интервалах 3-7 мин и 50-110 мин.

Изучению колебаний спикул посвящено много статей [30,35,43,44]. То, что гелиосейсмология может определять свойства солнечных явлений по наблюдаемым колебаниям для хромосферных спикул, первоначально было предложено Zaqarashvili et al [36]. При оценке периода колебаний в спикулах наблюдаются два типа МГД-волн: изгибные волны [33,45,46] и альфвеновские волны, описанные Jess et al. [40]. Наблюдение колебаний солнечных спикул может служить косвенным свидетельством переноса энергии из фотосферы по направлению к короне. Статистическое исследование, проведенное Okamoto, De Pontieu [47] с использованием Hinode/SOT, показало, что 59% волн, обусловленных спикулами, распространяются вверх, 21% волн распространяются вниз и 20% волн представляют собой стоячие колебания.

Наблюдения за спикулами проводятся во многих спектральных линиях $H\alpha$, CaII H и K, HeI D_3 и 10830 Å. В основном наблюдают в линиях $H\alpha$, D_3 , и CaII H [48]. Спикулам отводится большая роль при изучении баланса веществ солнечной атмосферы.

Спикулы это тонкие, длинные, похожие на струи, магнитные образования, расположенные в очень динамичной и сложной области между солнечной фотосферой и короной. В качестве дальнейшего приближения спиккулы можно представить как осесимметричные цилиндрические волноводы, соединяющие нижнюю и верхнюю атмосферу Солнца. Поскольку спиккулы плотнее окружающей их корональной плазмы [6], их можно смоделировать как холодные магнитные трубки, погруженные в горячую корональную плазму. Многие явления, протекающие на солнечной поверхности (такие как перенос тепловой энергии и солнечные колебания), вызваны воздействием магнитного поля.

На уровне фотосферы плотность газа достаточно велика для создания кинетического давления, которое доминирует над магнитным давлением, в то время как в хромосфере и короне все наоборот - энергия магнитной плотности больше кинетической.

В данной работе изучены наблюдения в линии гелия D_3 , полученные в Абастуманской астрофизической обсерватории (Грузия) на 53-см большом внеатмосферном коронографе. В разделе 1 кратко рассматриваются параметры спикул. В разделе 2 описаны методы наблюдений и обработки данных. В 3-м разделе рассмотрен характер переменности во времени для доплеровских скоростей и полуширин линии D_3 . В 4-м - представлены результаты наблюдений.

2. Наблюдение и обработка данных. Одной из основных проблем, связанных с объяснением неоднородности хромосферы, является возбуждение гелия. Действительно: а) после водорода гелий является основным элементом в составе хромосферы; б) требуются особые условия для излучения - высокая кинетическая температура, либо сильное поле излучения; в) гелий интересен еще и тем, что он существует в двух особых состояниях: парагелий и ортогелий.

Можно принять, что водород и гелий не могут излучаться с одинаковой интенсивностью со всей площади хромосферы. Ярким примером этого являются хромосферные спикулы. Процессы, происходящие в спикулах из гелия и из водорода, отличаются друг от друга, в частности, доплеровскими скоростями и др.

Наблюдения спикул проводились с помощью 53-см коронографа Абастуманской астрофизической обсерватории, оснащенного высокодисперсионным решетчатым спектрографом ($0.96 \text{ \AA} / \text{мм}$ во втором порядке в районе $6000 \text{ \AA}$) и ПЗС-матрицей Arogee U9000 (3056×3056 пикселей, размер пикселя: $12 \times 12 \text{ мкм}$, размер матрицы: $36.7 \times 36.7 \text{ мм}$) 14 и 17 июля 2016г. Основная линза коронографа ($D = 530 \text{ мм}$, $F = 8000 \text{ мм}$) в сочетании с двумя ахроматическими линзами и полевая линза проецируют изображение Солнца (диаметром 125 мм) в фокусе Куде с эквивалентным фокусным расстоянием 13 м . Угловой масштаб спектров в фокальной плоскости спектрографа составляет 16 угл. с на мм .

Спектрограф системы Эберта-Фасти оснащен дифракционной решеткой площадью $230 \times 250 \text{ мм}$. Решетка имеет 600 штрихов/мм , что для видимой области дает максимальную концентрацию во 2-м порядке спектра. Разрешение прибора в фокальной плоскости спектрографа составляет 25 линий на мм . Для спектров 2-го порядка разрешение спектрографа составляет $0.04 \text{ \AA} / \text{мм}$. Спектрограф имеет круглую, концентрическую по отношению к лимбу Солнца, щель с диаметром, немного превышающим диаметр лимба, размером примерно 60° дуги лимба Солнца, в то время как изображение на CCD U9000 покрывает только 20° дуги лимба. Диаметр зеркала коллиматора

спектрографа составляет 360 мм, фокусное расстояние - 8 м, а для зеркала камеры 420 мм и 8 м, соответственно.

Во время наблюдения перед светоприемником мы размещали специальный комбинированный фильтр, составленный из нескольких светофильтров, изготовленных в обсерватории, который пропускает как линию D_3 для 2-3 порядков спектрографа, так и опорную линию $4410 \text{ \AA}$ для 3-4 порядков спектрографа. Комбинированный светофильтр состоит из двух разных светофильтров: (1) узкого D_3 -фильтра, пропускающего только спектральные изображения второго порядка и блокирующего все остальные порядки, и (2) зеленого светофильтра, пропускающего только опорные спектральные линии третьего порядка от фотосферы и блокирующие все остальные порядки.

На рис.1 показаны две типичные спектрограммы D_3 спикеры, полученные 14 и 17 июля 2016г. Щель спектрографа располагалась над краем Солнца на линейном расстоянии около 7500 и 8000 км. Время экспозиции каждого изображения равно 0.3 с. Изображения были получены сериями с интервалом

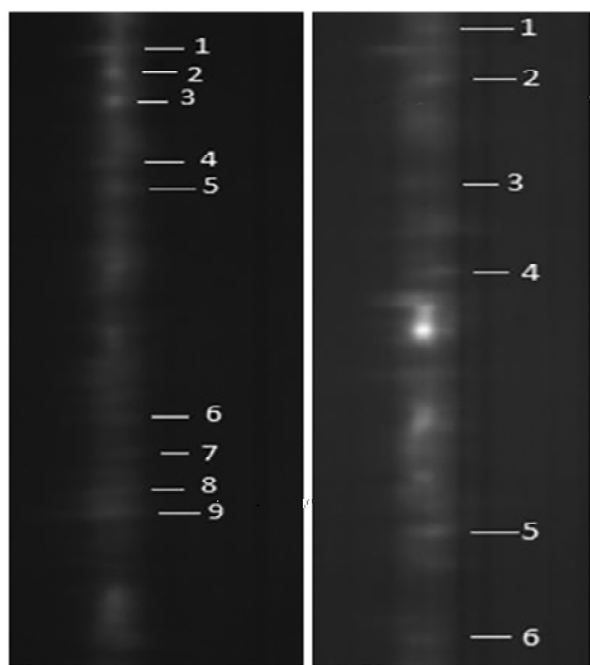


Рис.1. Типичные D_3 спектральные изображения спикер, полученные в 05:07:46 UT 14 июля 2016г. (слева) и в 04:35:53 UT 17 июля 2016г. (справа). Изображения центрированы на солнечный экватор и перекрывают $\pm 10^\circ$ широты по вертикали изображений. Спектральная дисперсия масштабом $0.91 \text{ \AA}/\text{мм}$ ориентирована по горизонтальной оси изображений. Спектральные D_3 изображения спикер видны вдоль лимба Солнца в вертикальном направлении изображений на высотах 7500 и 8000 км от фотосферы Солнца. Самые яркие объекты, видимые на снимках, это спектры D_3 протуберанцев.

около 3 с, который, в основном, обусловлен скоростью считывания данных с ПЗС. Около 25% кадров в серии были забракованы из-за низкого качества изображения. Таким образом, средний интервал между кадрами составил 4.5 с. Продолжительность каждой серии составила около 10 и 12 мин. Серия наблюдений проведена на восточной стороне лимба Солнца в пределах широт $\pm 10^\circ$ от солнечного экватора.

Методика обработки данных описана в нашей ранее опубликованной статье [32]. Для обработки ПЗС-изображений спектров спикул мы использовали обновленную версию программы обработки астрономических изображений AImaP 3.59, разработанную одним из авторов статьи (В.Кахиани). Помимо стандартной обработки ПЗС-изображения, программа позволяет вручную выбирать строку (или усреднять несколько строк) ПЗС-изображения и выполнять нелинейную полиномиальную аппроксимацию или аппроксимацию скользящим средним профилей D_3 спикулы и опорных спектральных линий. Далее программа калибрует профили с длинами волн по опорным линиям и преобразует расстояние между максимумами профиля в доплеровскую скорость спикулы. Одновременно программа вычисляет FWHM (полуширину) аппроксимированной спектральной линии D_3 . Образцы профилей D_3 изображены на рис.2. Эти профили соответствуют конкретной спикуле на рис.1, указанной белой линией с соответствующим номером.

На наблюдаемых спектрограммах были измерены серии изображений спектров для 15 спикул, в результате чего было получено распределение доплеровских скоростей и полуширин во времени. Для оценки статистической погрешности измерений доплеровских (лучевых) скоростей и полуширин спектральной линии D_3 , к полученным временным рядам была применена high pass фильтрация с частотой среза, равной 0.016 Гц (периоды 60 с), и рассчитаны стандартные отклонения отфильтрованных данных, которые равны следующим значениям: ± 0.3 км/с для доплеровских скоростей и ± 0.03 Å для полуширин.

3. Анализ данных. Морфологический анализ доплеровских скоростей и амплитуд колебаний полуширин ясно показывает наличие квазипериодических изменений этих параметров во времени. Однако иногда наблюдаются и "случайные" изменения. Графики изменения доплеровской скорости и полуширины во времени показаны на рис.2.

В первой серии было получено 230 спектрограмм, во второй - 290. В обеих сериях были отобраны и измерены доплеровские скорости 9 и 6-ти спикул. И в первой, и во второй сериях мы пронумеровали спикулы 1-9 и 1-6, соответственно.

Результаты обработки наших наблюдений (приведены данные только для

нескольких спикул) приведены в табл.1. В первом столбце указаны дата наблюдений и номера, которые мы условно присвоили спикулам. А второй (полуширины) и третий (доплеровские скорости) столбцы показывают периоды и фазы, соответственно. Уровень доверия равен 95% на пороговом уровне спектральной мощности 9.0, и 99% на уровне мощности 10.7, соответственно. Таким образом, уровни доверия практически всех полученных результатов достаточно высоки.

В отличие от спикул в Na , доплеровские скорости спикул в D_3 колеблются относительно ненулевых скоростей, что указывает на относительно непериодические колебания плазмы в спикулах. Такой ход доплеровских скоростей может быть вызван общими движениями хромосферной плазмы, относительно отклоненных от радиального направления спикул. Для иллюстрации на рис.2 приведены графики изменений доплеровской скорости (сплошные линии) и полуширины (штрих линии) спикул под номером 2 и 8, измеренных на спектрограммах первой серии от 14.07.2016, а также для второй серии от 17.07.2016г. (спикеры 1, 3).

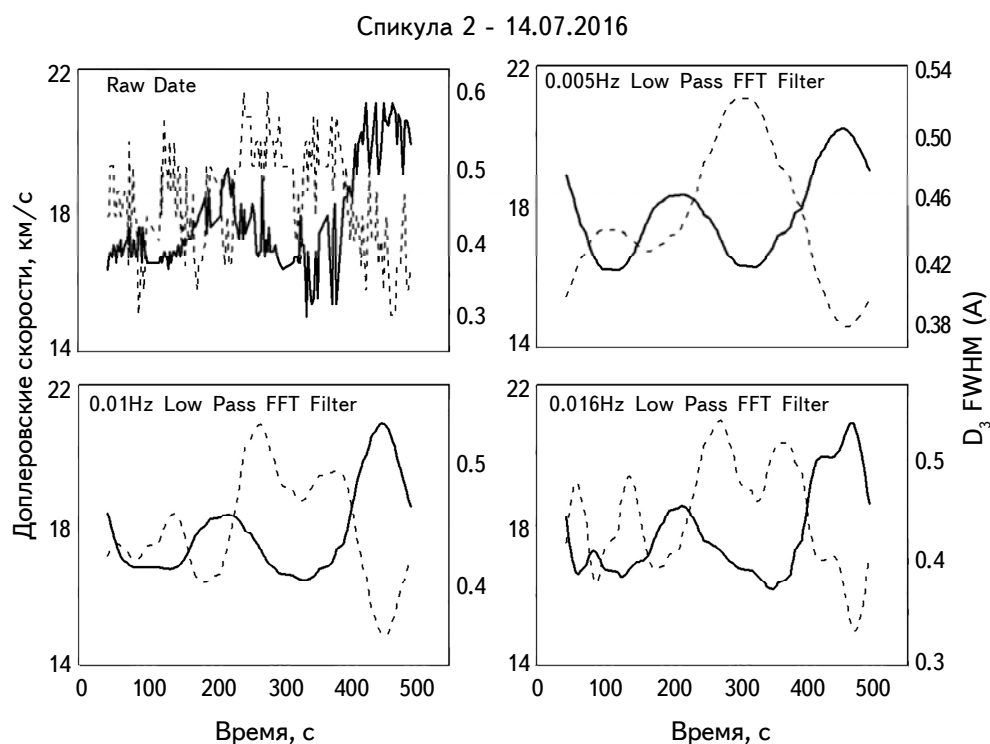
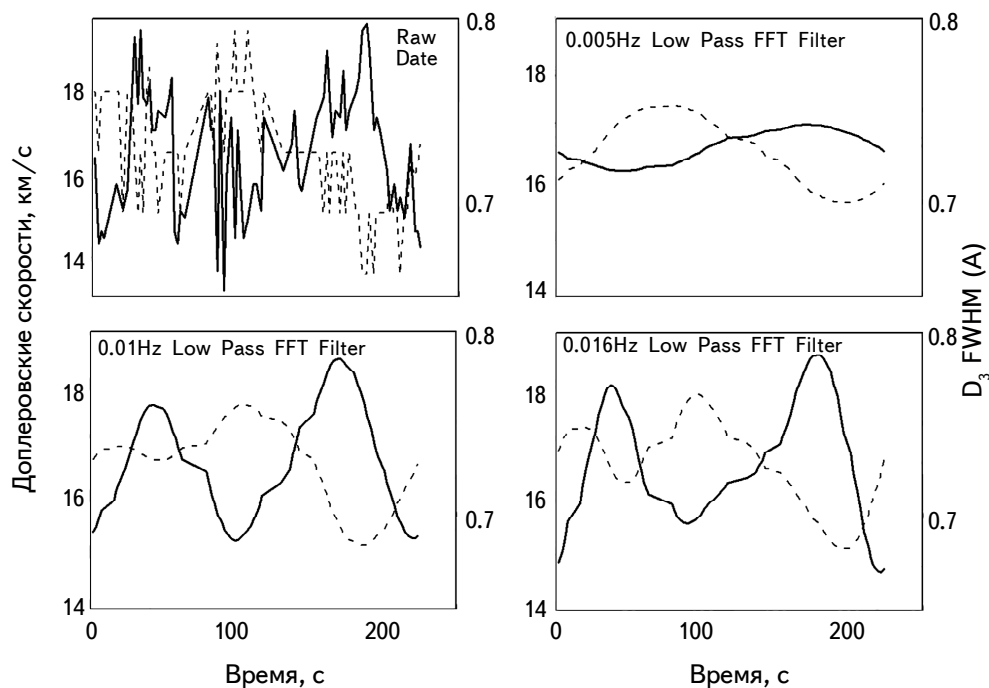


Рис.2. Изменения доплеровской скорости (сплошные линии) и полуширины (штрих линии) спикул 2, 8 (14.07.2016) и 1, 3 (17.07.2016),

Спикула 8 - 14.07.2016



Спикула 1 - 17.07.2016

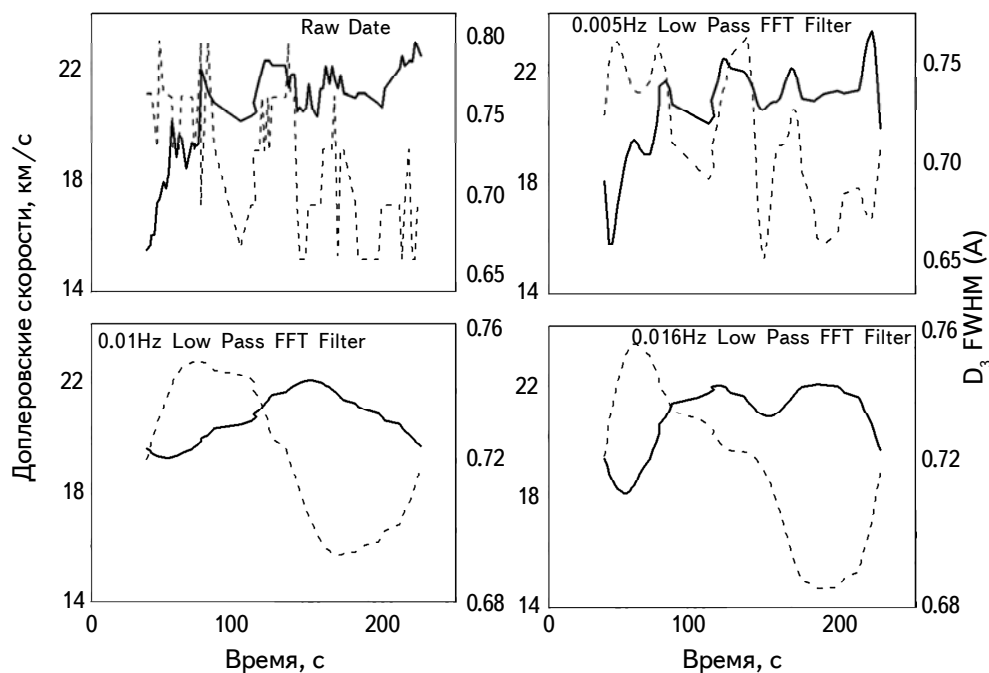


Рис.2. (Продолжение).

Спикула 3 - 17.07.2016

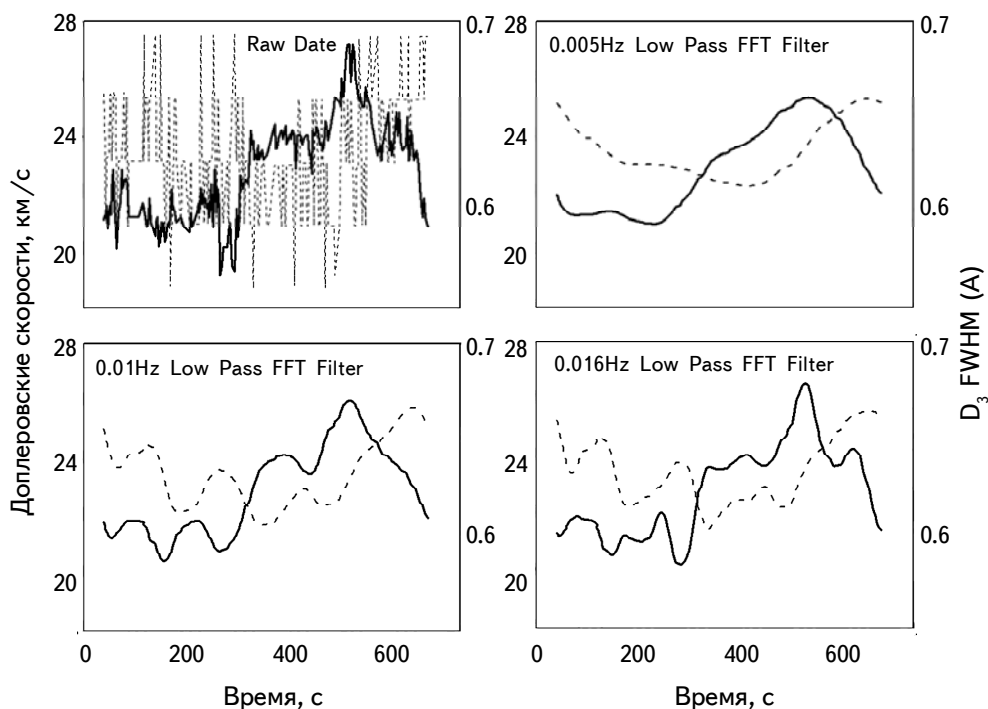


Рис.2. (Окончание).

По нашим оценкам точность определения доплеровской скорости в наших данных достигает ± 0.3 км/с, а полуширины ± 0.03 Å (рис.2). Для повышения точности периодов, отображаемых на рис.2 спикул, мы рассчитали средние спектральные мощности для одних и тех же дискретных частот в обеих группах и построили усредненную периодограмму (см. рис.3).

Таблица 1

Дата наблюдений и нумерация спикул		D ₃ FWHM		Доплеровские скорости	
		Частота	Период, с	Частота	Период, с
17.07.2016	Spic-1	0.02322	43	0.00597	167
		0.03450	29	0.01858	54
17.07.2016	Spic-3	0.00166	602	0.00228	438
		0.00394	253	0.00477	209
14.07.2016	Spic-2	0.00278	359	0.00278	359
				0.00445	225
14.07.2016	Spic-6	0.00306	326	0.00278	359
				0.00556	180
14.07.2016	Spic-8	0.00675	147	0.00844	118

На рис.3 показан график спектральной мощности колебаний доплеровских скоростей спикул, полученный "методом периодограмм Ломба-Скаргла" [50,51] Пороговые уровни доверия: горизонтальная верхняя линия - уровень доверия равен 99% и нижняя линия - уровень доверия 95%. Здесь данные доплеровских скоростей обрабатывались без фильтрации.

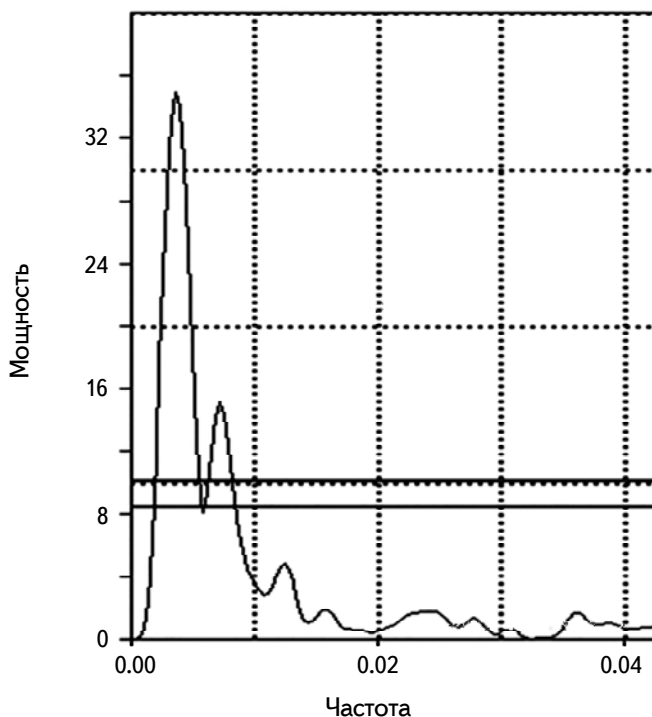


Рис.3. Периодограмма Ломба-Скаргла для колебаний доплеровских скоростей спикул.

Затем, для повышения точности анализа данных доплеровских скоростей, мы использовали известный метод фильтрации БПФ. Фильтровали в двух диапазонах 0.005-0.016 (111-63 с). Отфильтрованные данные были сначала обработаны "методом периодограмм Ломби" [49] и рассчитаны соответствующие частоты. Мы выбрали частоты, уровень доверия которых превышает 95%.

4. Выводы. Таким образом, на основании анализа данных о доплеровских скоростях и полуширинах линии исследуемых нами спикул, можно сделать вывод, что изменения доплеровских скоростей и полуширин спикул находятся в противоположных фазах. Максимум периода доплеровских колебаний скорости совпадает с минимумом периода колебаний полуширины. Приведены периоды колебаний нескольких спикул, отобранных из всего массива измеренных спикул, что наглядно показывает наличие противофазных колебаний

солнечных спикул во времени. Однако иногда наблюдаются "случайные" изменения, природа которых нами не выяснена и причина которых может быть разной.

Очевидно, что для получения спектрограмм высокого спектрального разрешения и для лучшего изучения колебательных движений в спикулах необходимы внеатмосферные наблюдения. На будущее, также хорошо было бы проводить одновременные (или хотя бы квазисовместные) наблюдения в двух разных спектральных линиях, например в линиях водорода $H\alpha$ и гелия D_3 . Эти линии имеют разные температуры возбуждения, поэтому возможно, что эти линии испускаются из разных областей спикул, и сравнение их поведения может улучшить наши знания о динамике спикул, например, турбулентные и винтовые движения в спикулах.

Объяснению подлежат также противофазные колебания наблюдаемых доплеровских скоростей и полуширин. Для решения этих вопросов полезны численные симуляции и моделирование.

¹ Национальная астрофизическая обсерватория Грузии им. Е.К.Харадзе, Грузия, e-mail: daviti.khutsishvili@gmail.com

² Тбилисский государственный университет, Тбилиси, Грузия,

CHANGE IN DOPPLER VELOCITIES AND HALF-WIDTHS OF SPICULES' D_3 LINE

D.KHUTSISHVILI^{1,2}, E.KHUTSISHVILI¹, V.KAKHIANI¹,
M.SIKHARULIDZE¹

This paper analyses spectral observations of spicules in the helium D_3 line obtained in the Abastumani astrophysical observatory (Georgia) with a 53 cm eclipse-free coronagraph. It is concluded that the changes in the Doppler radial velocities and half-widths of the D_3 line are antiphase. The maxima of the Doppler velocity oscillation periods coincide with those of the minima of the D_3 half-width oscillations.

Keywords: *line D_3 ; Doppler velocity; line half-width*

ЛИТЕРАТУРА

1. *A.C.Sterling*, *Sol. Phys.*, **196**, 79, 2000.
2. *B. De Pontieu, S.W.McIntosh, M.Carlsson et al.*, *Science*, **318**, 1574, 2007a.
3. *T.M.D.Pereira, B. De Pontieu, M.Carlsson*, *Astrophys. J.*, **759**, 18, (2012, 2013).
4. *D.H.Sekse, L.Rouppé van der Voort, B. De Pontieu et al.*, *Astrophys. J.*, **769**, 44, 2013.
5. *Y.Z.Zhang, K.Shibata, J.X.Wang et al.*, *Astrophys. J.*, **750**, 9, 2012.
6. *J.M.Beckers*, *Sol. Phys.*, **3**, 367, 1968.
7. *J.M.Pasachoff, W.A.Jacobson, A.C.Sterling*, *Sol. Phys.*, **260**, 59, 2009.
8. *T.V.Zaqarashvili, R.Erdélyi*, *Space Sci. Rev.*, **149**, 335, 2009.
9. *T.M.D.Pereira et al.*, *Astrophys. J.*, **792**, L15, 2014.
10. *H.Ebadi, T.V.Zaqarashvili, I.Zhelyazkov*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **337**, 33, 2012.
11. *H.Skogsrud, L.Rouppé van der Voort, B. De Pontieu*, *Astrophys. J. Lett.*, **795**, 6, 2014.
12. *R.Hammer, Z.E.Musielak, S.Routh et al.*, 12th European Solar Physics Meeting, Freiburg, Germany, held September, 8-12, 2008.
13. *J.Martínez-Sykora, V.Hansteen, B. De Pontieu et al.*, *Astrophys. J.*, **701**, 1569, 2009.
14. *В.А.Крам, Т.В.Крам, Л.М.Правдюк*, О физической неоднородности солнечной хромосферы. Изв. ГАО, **156**, 60, 1956.
15. *В.А.Крам, В.М.Соболев*, Солнечная хромосфера, Изв. ГАО, **21**, 116, 1957.
16. *В.А.Крам, В.М.Соболев*, О возбуждении гелия в солнечной хромосфере. Изв. ГАО, **20**, 68, 1958.
17. *Г.М.Никольский*, Строение и коротковолновое излучение верхней атмосферы Солнца. Докторская диссертация, М., с.300, 1964.
18. *Г.М.Никольский*, Наблюдения спектра спикул и тонкая структура солнечной хромосферы, *Астрон. ж.*, **42**, 86, 1965,
19. *L.A.Woltjer*, A photometric investigation of the spicules and the structure of the chromosphere, *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands*, **12**, 165, 1954,
20. *В.А.Крам, Т.В.Крам*, О физике солнечной хромосферы. Изв. ГАО, **167**, 6-51, 1961.
21. *В.М.Соболев, Ю.А.Наговицын*, Солнечные данные, **2**, 91, 1983.
22. *E.V.Khutsishvili*, *Sol. Phys.*, **106**, 75, 1986.
23. *R.B.Leighton, R.W.Noyes, G.W.Simon*, *Astrophys. J.*, **135**, 474, 1962.
24. *V.I.Kulidzanishvili, G.M.Nikolsky*, *Solar Phys.*, **59**, 21, 1978.
25. *V.I.Kulidzanishvili*, *Sol. Phys.*, **66**, 251, 1980.
26. *V.I.Kulidzanishvili, Iu.D.Zhugzhda*, *Sol. Phys.*, **88**, 35, 1983.
27. *B. De Pontieu, R.Erdelyi, A.G. de Wijn*, *Astrophys. J.*, **595**, L63, 2003.
28. *L.D.Xia, M.D.Popescu, J.G.Doyle et al.*, *Astron. Astrophys.*, **438**, 1115, 2005.
29. *A.Ajabshirizadeh, E.Tavabi, S.Koutchmy*, *New Astron.*, **13**, 93, 2008.
30. *B. De Pontieu, R.Erdélyi, S.P.James*, *Nature*, **430**, 536D, 2004.

31. *E.Khutshishvili, V.Kulidzanishvili, T.Kvernadze et al.*, *Astrophys. Space Sci.*, **354**, 259, 2014.
32. *D.Khutsishvili, T.V.Zaqarashvili, E.Khutsishvili et al.*, *Astron. Astrophys.*, (CAUCASUS), **2**, id. 19, 2017.
33. *G.M.Nikolski, A.G.Platova*, *Sol. Phys.*, **18**, 403, 1971.
34. *E.Tavabi, S.Koutchmy, A.Ajabshirizadeh*, *New Astron.*, **16**, 296, 2011a.
35. *V.Kukhianidze, T.V.Zaqarashvili, E.Khutsishvili*, *Astron. Astrophys.*, **449**, 35, 2006.
36. *T.V.Zaqarashvili, E.Khutsishvili, V.Kukhianidze et al.*, *Astron. Astrophys.*, **474**, 627, 2007.
37. *Y.-H.Kim, S.-C.Bong, Y.-D.Park et al.*, *J. Korean Astron. Soc.*, **41**, 173, 2008.
38. *H.Ebadi, T.V.Zaqarashvili, I.Zhelyazkov*, *Astrophys. Space Sci.*, **337**, 33, 2012.
39. *B.K.Carter, R.Erdelyi*, *Astron. Astrophys.*, **475**, 323, 2007.
40. *D.B.Jess, M.Mathioudakis, R.Erdélyi et al.*, *Science*, **323**, 1582, 2009.
41. *R.Erdélyi, B.Pinter, C.Malins*, *Astron. Nachr.*, **328**, 305, 2007.
42. *T.V.Zaqarashvili, R.Erdelyi*, *Space Sci. Rev.*, **149**, 335, 2009.
43. *D.Kuridze, G.Verth, M.Mathioudakis et al.*, *Astrophys. J.*, **779**, 8220, 2013.
44. *G.Verth, M.Goossens, J.-S.He*, *Astrophys. J. Lett.*, **733**, 15D, 2011.
45. *B. De Pontieu, S.W.McIntosh, M.Carlsson et al.*, *Science*, **318**, 1574, 2007.
46. *H.Ebadi, T.V.Zaqarashvili, I.Zhelyazkov*, *Astrophys. Space Sci.*, **337**, 33, 2012.
47. *T.J.Okamoto, B. De Pontieu*, *Astrophys. J.*, **736**, L24, 2011.
48. *H.Socas-Navarro I, D.Elmore*, *Astrophys. J.*, **619**, L195, 2005.
49. *N.R.Lomb*, *Astrophys. Space Sci.*, **39**, 447, 1976.
50. *J.D.Scargle*, *Astrophys. J.*, **263**, 835, 1982.

NEW ENTROPIES, BLACK HOLES, AND HOLOGRAPHIC DARK ENERGY

S.NOJIRI^{1,2}, S.D.ODINTSOV^{3,4}, V.FARAONI⁵

Received 19 July 2022

The Bekenstein-Hawking entropy is a cornerstone of horizon thermodynamics but quantum effects correct it, while inequivalent entropies arise also in non-extensive thermodynamics. Reviewing our previous work, we advocate for a new entropy construct that comprises recent and older proposals and satisfies four minimal key properties. The new proposal is then applied to black holes and to holographic dark energy and shown to have the potential to cause early universe inflation or to alleviate the current Hubble tension. We then analyze black hole temperatures and masses consistent with alternative entropies.

Keywords: *entropy: black holes: thermodynamics*

1. Introduction. Einstein said of thermodynamics that "A theory is the more impressive the greater the simplicity of its premises is, the more different kinds of things it relates, and the more extended is its area of applicability. Therefore the deep impression which classical thermodynamics made upon me. It is the only physical theory of universal content concerning which I am convinced that within the framework of the applicability of its basic concepts, it will never be overthrown" [1]. Indeed, thermodynamics is applied to a large variety of physical theories and situations, but its application to systems with long range interactions (where the partition function commonly diverges), and to gravity in particular, constitutes a challenge. A major discovery in the 1970s was the formulation of black hole thermodynamics [2,3]. It started with the discovery of the Bekenstein-Hawking entropy of black holes [4] $S = A/4G$, where A is the area of the event horizon and we use geometrized units in which the speed of light c , the reduced Planck constant $\hbar$, and the Boltzmann constant K_B are unity. The pieces of the puzzle fell into place when Hawking discovered that the Schwarzschild black hole radiates scalar quanta at the Hawking temperature

$$T_H = \frac{1}{8\pi M}, \tag{1}$$

where M is the black hole mass [5]. While, in classical thermodynamics, entropy is universal and defined uniquely, quantum effects correct the Bekenstein-Hawking entropy pointing to its modification in full quantum gravity, while inequivalent

entropies arise also in non-extensive thermodynamics. New entropy proposals come from classical gravity as well. Here we summarize recent work and ideas on the application of alternative entropies to cosmology and black holes [6,7].

New entropy proposals in the literature include non-extensive entropies that reduce to S in some limit, such as the Tsallis entropy ([8], see also [9,10]) for systems with long range interactions

$$S_T = \frac{A_0}{4G} \left(\frac{A}{A_0} \right)^\delta, \quad (2)$$

where A_0 is a constant area and the dimensionless parameter δ quantifies non-extensivity. Other proposals are the Rényi entropy [11-13]

$$S_R = \frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha S) \quad (3)$$

related to information theory, the Sharma-Mittal entropy [14]

$$S_{SM} = \frac{1}{R} \left[(1 + \delta S_T)^{R/\delta} - 1 \right] \quad (4)$$

(with R and δ free parameters), the Barrow entropy [15]

$$S_B = \left(\frac{A}{A_{\text{Pl}}} \right)^{1+\Delta/2} \quad (5)$$

proposed as a toy model for quantum spacetime foam (where A_{Pl} is the Planck area), the Kaniadakis entropy [16]

$$S_K = \frac{1}{K} \sinh(KS) \quad (6)$$

generalizing the Boltzmann-Gibbs entropy in relativistic statistical systems [16], and the non-extensive Loop Quantum Gravity proposal [12,17]

$$S_q = \frac{1}{1-q} \left[e^{(1-q)\Lambda(\gamma_0)S} - 1 \right], \quad (7)$$

where the entropic index q quantifies how the probability of frequent events is enhanced relatively to infrequent ones, $\Lambda(\gamma_0) = \ln 2 / \sqrt{3} \pi \gamma_0$, and γ_0 is the Barbero-Immirzi parameter, usually taking one of the two values $\ln 2 / \pi \sqrt{3}$ or $\ln 3 / 2 \pi \sqrt{2}$, depending on the gauge group used.

These new entropies share four properties, which we promote to minimal requirements for any alternative entropy proposal:

1. Generalized third law: The entropy vanishes when the Bekenstein-Hawking entropy S does. While, in the standard thermodynamics of closed systems in equilibrium, e^S expresses the number of states and the entropy S vanishes at zero temperature because the ground (vacuum) state should be unique, the Bekenstein-

Hawking entropy diverges when $T_H \rightarrow 0$ and vanishes as $T_H \rightarrow \infty$. We require generalized entropies to vanish when the Bekenstein-Hawking entropy S does.

2. Monotonicity: The entropy is a monotonically increasing function of the Bekenstein-Hawking entropy S .

3. Positivity: The entropy is positive, as the number of states e^S is greater than unity.

4. Bekenstein-Hawking limit: The entropy reduces to the Bekenstein-Hawking prescription S in an appropriate limit.

A new and very general entropy with the above properties and incorporating all the above-mentioned entropy proposals as special limits is [6]

$$S_G(\alpha_{\pm}, \beta_{\pm}, \gamma_{\pm}) = \frac{1}{\alpha_+ + \alpha_-} \left[\left(1 + \frac{\alpha_+}{\beta_+} S^{\gamma_+} \right)^{\beta_+} - \left(1 + \frac{\alpha_-}{\beta_-} S^{\gamma_-} \right)^{-\beta_-} \right], \quad (8)$$

where we assume all the parameters $(\alpha_{\pm}, \beta_{\pm}, \gamma_{\pm})$ to be non-negative. This proposal reproduces (2)-(7) for appropriate parameter values [6].

A simpler alternative proposal is the 3-parameter entropy [6]

$$S_G(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{1}{\gamma} \left[\left(1 + \frac{\alpha}{\beta} S \right)^{\beta} - 1 \right], \quad (9)$$

where (α, β, γ) are non-negative. This quantity reduces to the Sharma-Mittal entropy (4) with $S_T = S$ (or $\delta = 1$) when $\gamma = \alpha$. If $\gamma = (\alpha/\beta)^{\beta}$, the limit $\alpha \rightarrow \infty$ yields

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} S_G \left(\alpha, \beta, \gamma = \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{\beta} \right) = S^{\beta} \quad (10)$$

and the choices $\beta = \delta$ and $\beta = 1 + \Delta/2$ reproduce the Tsallis and Barrow entropies (2) and (5), respectively. The limit $\alpha \rightarrow 0$, $\beta \rightarrow 0$ with α/β finite gives instead the Rényi entropy (3) (where α/β is replaced by α and $\gamma = \alpha$). Finally, $\beta \rightarrow \infty$ and $\gamma = \alpha$ gives the new quantity $S_G(\alpha, \beta \rightarrow \infty, \alpha) \rightarrow (e^{\alpha S} - 1)/\gamma$ satisfying our four entropy requirements.

2. *Black holes and the holographic Universe.* Let us apply the generalized entropy to the Schwarzschild geometry

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{r} \right) dt^2 + \frac{dr^2}{1 - 2GM/r} + r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2), \quad (11)$$

where M is the black hole mass. One can attempt to identify the Tsallis or the Rényi entropies (2) or (3) with the black hole entropy [18]; then, if we assume that the mass M coincides with the thermodynamical energy E [12,13], $dS_G = dE/T_G$ requires the temperature T_G to be defined by

$$\frac{1}{T_G} \equiv \frac{dS_G}{dM} \neq \frac{1}{T_H}. \quad (12)$$

Alternatively, assuming the Hawking temperature (1) as the thermodynamic temperature, the first law

$$dE_G = T_H dS_G = \frac{\alpha}{\gamma \sqrt{16\pi G}} \left[S^{-1/2} + \frac{\alpha(\beta-1)}{\beta} S^{1/2} + O(S^{3/2}) \right] \quad (13)$$

gives

$$E_G = \frac{\alpha}{\gamma} \left[M + \frac{4\pi G \alpha(\beta-1)}{3\beta} M^3 + O(M^5) \right] \neq M. \quad (14)$$

The search for new entropies must deal with this problem, which requires a deeper reexamination of the broader thermodynamical formalism [6]. Black hole thermodynamics is expected to change drastically when quantum gravity becomes important. Eventually, the latter should change classical and black hole thermodynamics, not only redefining entropy but also correcting well-established quantities such as temperature and energy.

Thermodynamics has been applied fruitfully to another area of gravitational physics, that is, cosmology, to which we now turn our attention. In the holographic dark energy (HDE) scenario [19], thermodynamics plays a primary role since it is applied successfully to explain dark energy with the entropy of the cosmological horizon. In this context, the density of the HDE is proportional to the square of the inverse holographic cutoff L_{IR} , $\rho_{hol} = 3C^2/\kappa^2 L_{IR}^2$, where C is a free parameter. This holographic cutoff L_{IR} is usually taken to be the size of the particle horizon L_p or of the future horizon L_f , but there is no compelling argument for choosing this quantity. Following [19], the cutoff is assumed to depend on L_{IR} ($L_p, \dot{L}_p, \ddot{L}_p, \dots, L_f, \dot{L}_f, \dots, a$), which gives the "generalized HDE" [19]. In the spatially flat Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) universe described by the line element

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad (15)$$

in comoving coordinates, one speculates that the generalized HDE originates from the entropy of the cosmological horizon. The physical radii of the particle and event horizons of the FLRW universe (27) are $L_p \equiv a(t) \int_0^t dt'/a(t')$ and $L_f \equiv a(t) \int_t^\infty dt'/a(t')$ (when these integrals converge). Differentiating gives

$$H(L_p, \dot{L}_p) = \frac{\dot{L}_p}{L_p} - \frac{1}{L_p}, \quad H(L_f, \dot{L}_f) = \frac{\dot{L}_f}{L_f} + \frac{1}{L_f}, \quad (16)$$

where $H \equiv \dot{a}/a$, an overdot denoting differentiation with respect to t . In the thermodynamical approach to gravity (e.g., [20]), the Einstein-Friedmann equa-

tions are derived from the Bekenstein-Hawking entropy S : the apparent horizon of the universe (27) has radius $r_H = H^{-1}$, area $A = 4\pi H^{-2}$, and Bekenstein-Hawking entropy $S = \pi H^{-2}/G$. We have

$$dQ = -dE = -\frac{4\pi}{3} r_H^3 \dot{\rho} dt = -\frac{4\pi}{3 H^3} \dot{\rho} dt = \frac{4\pi}{H^2} (\rho + P) dt \quad (17)$$

using covariant conservation $\dot{\rho} + 3H(\rho + P) = 0$; from the Gibbons-Hawking temperature $T = H/2\pi$ and the first law of thermodynamics $TdS = dQ$, it follows that $\dot{H} = -4\pi G(\rho + P)$ and integration gives the Friedmann equation

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho + \frac{\Lambda}{3}, \quad (18)$$

where the cosmological constant Λ appears as an integration constant. If the Bekenstein-Hawking entropy S is replaced by a different (non-extensive) concept of entropy, the Friedmann equation (18) is modified, which is attributed to the HDE. For example, the Tsallis entropy (2) yields the modified Friedmann equation

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} (\rho + \rho_T) + \frac{\Lambda}{3}, \quad \rho_T = \frac{3}{8\pi G} \left[H^2 - \frac{\delta}{2-\delta} H_1^2 \left(\frac{H}{H_1} \right)^{2(2-\delta)} \right]. \quad (19)$$

Interpreting $\rho_T = 3C^2/\kappa^2 L_{IR,T}^2$ as the HDE due to the infrared holographic cutoff $L_{IR,T}$ leads to

$$L_{IR,T} = \frac{1}{C} \left[\left(\frac{\dot{L}_f}{L_f} + \frac{1}{L_f} \right)^2 - \frac{\delta}{2-\delta} H_1^2 \left(\frac{\frac{\dot{L}_f}{L_f} + \frac{1}{L_f}}{H_1} \right)^{2(2-\delta)} \right]^{-1/2}. \quad (20)$$

The Barrow entropy (5) describing the spacetime quantum foam phenomenologically gives

$$\rho_B = \frac{3}{8\pi G} \left[H^2 - \left(\frac{1+\Delta/2}{1-\Delta/2} \right) \frac{16\pi G}{A_{Pl}^2} \left(\frac{H^2}{4\pi A_{Pl}} \right)^{1-\Delta/2} \right] \quad (21)$$

while, with the new three-parameter entropy proposal (74), one obtains

$$\rho_G = \frac{3}{8\pi G} \left[H^2 - \frac{\pi\alpha}{G\beta\gamma(1-\beta)} \left(\frac{G\beta H^2}{\pi\alpha} \right)^{2-\beta} {}_2F_1 \left(1-\beta, 2-\beta, 3-\beta; -\frac{G\beta H^2}{\pi\alpha} \right) \right], \quad (22)$$

where ${}_2F_1(a, b, c; z)$ is the hypergeometric function.

The formal conservation law $\dot{\rho}_G + 3H(\rho_G + P_G) = 0$ defines the pressure P_G of the HDE and its equation of state parameter

$$\begin{aligned}
w_G \equiv \frac{P_G}{\rho_G} = & -1 - \frac{2\dot{H}}{3} \left[H^2 - \frac{\pi\alpha}{G\beta\gamma(1-\beta)} \left(\frac{G\beta H^2}{\pi\alpha} \right)^{2-\beta} {}_2F_1 \left(1-\beta, 2-\beta, 3-\beta; -\frac{G\beta H^2}{\pi\alpha} \right) \right]^{-1} \\
& \times \left[1 - \frac{2-\beta}{\gamma(1-\beta)} \left(\frac{G\beta H^2}{\pi\alpha} \right)^{1-\beta} {}_2F_1 \left(1-\beta, 2-\beta, 3-\beta; -\frac{G\beta H^2}{\pi\alpha} \right) \right. \\
& \left. + \frac{2-\beta}{\gamma(3-\beta)} \left(\frac{G\beta H^2}{\pi\alpha} \right)^{2-\beta} {}_2F_1 \left(2-\beta, 3-\beta, 4-\beta; -\frac{G\beta H^2}{\pi\alpha} \right) \right]. \quad (23)
\end{aligned}$$

When matter can be neglected and $\Lambda = 0$, the Friedmann equation $H^2 = (8\pi G/3)\rho_G$ and Eq. (22) yield ${}_2F_1 = 0$. The zeros Z_i of this hypergeometric function are de Sitter universes with Hubble functions given by $Z_i = -G\beta H^2/\pi\alpha$ and effective cosmological constants $\Lambda_{eff} = 3\pi\alpha Z_i/G\beta$. If Λ_{eff} is large, it can cause early universe inflation; if it is very small, it may describe the present accelerated expansion; if it is slightly larger than the present dark energy, it could potentially solve the Hubble tension problem [21,22].

Consider the case of a small Z_1 : the hypergeometric function is approximated as

$$\begin{aligned}
{}_2F_1 \left(1-\beta, 2-\beta, 3-\beta; -\frac{G\beta H^2}{\pi\alpha} \right) \approx & 1 - \frac{(1-\beta)(2-\beta)}{3-\beta} \frac{G\beta H^2}{\pi\alpha} \\
& + \frac{(1-\beta)(2-\beta)^2}{4-\beta} \left(\frac{G\beta H^2}{\pi\alpha} \right)^2, \quad (24)
\end{aligned}$$

then $Z_1 = -G\beta H^2/\pi\alpha \simeq -(3-\beta)/(1-\beta)(2-\beta)$ and $H^2 \sim (3-\beta)\pi\alpha/(1-\beta)(2-\beta)G\beta$. If $3-\beta \sim O(10^{-2n})$, $\alpha \sim O(10^{-2m})$, it is $H^2 \sim (10^{-n-m+28} \text{ eV})^2$ and $n+m=61$ gives the current dark energy scale $H \sim 10^{-33} \text{ eV}$. If another zero Z_2 exists with $|Z_2|$ slightly smaller than Z_1 , the effective cosmological constant can potentially solve, or alleviate, the Hubble tension problem [21,22].

In general, the hypergeometric function can have several or infinitely many zeros. If there are a root of order unity or a large and negative root Z_i , then one can obtain the large Hubble rate corresponding to the inflationary epoch. Retaining, for illustration, the first three terms in Eq. (24),

$$\frac{G\beta H^2}{\pi\alpha} = -\frac{4-\beta}{2(2-\beta)(3-\beta)} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4(3-\beta)^2}{(4-\beta)(1-\beta)}} \right), \quad (25)$$

and assuming $\beta \lesssim 3$, we have

$$Z_+ = -\frac{4-\beta}{2(2-\beta)(3-\beta)}, \quad Z_- = -\frac{3-\beta}{2(1-\beta)(2-\beta)}. \quad (26)$$

For $n+m=61$ one finds again the present Hubble scale. If, instead, $G\beta H^2/\pi\alpha = Z_+$, then $H^2 \sim (10^{-n-m+28} \text{ eV})^2$ and, for $n+m=61$, it is $H^2 \sim (10^{-2m+89} \text{ eV})^2$. At the GUT scale $\sim 10^{16} \text{ GeV} = 10^{25} \text{ eV}$ and inflation with $H \sim 10^{22} \text{ eV}$, we obtain $m \sim 33$ or 34, so Z_+ may explain early universe inflation.

One can also study generalized HDE from the full six-parameter entropy (72) instead of using the simpler proposal (73), as we did here. Correspondingly, there are many more possibilities to realize realistic cosmic histories.

3. Alternative entropies and corresponding energies. We describe spherical, static, and asymptotically flat spacetimes with the geometry

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -e^{2v(r)} dt^2 + e^{2\lambda(r)} dr^2 + r^2 d\Omega_{(2)}^2. \quad (27)$$

where $\lambda(r) \rightarrow 0$ and $v(r) \rightarrow 0$ as $r \rightarrow +\infty$. Let us consider Einstein gravity and interior solutions. The $t-t$ Einstein equation is

$$-\kappa^2 \rho = \frac{1}{r^2} (r e^{-2\lambda} - r)' , \quad (28)$$

where ρ is the energy density, $f' \equiv df/dr$, and the mass is given by

$$e^{-2\lambda} \equiv 1 - \frac{\kappa^2 m(r)}{4\pi r}, \quad (29)$$

$$4\pi r^2 \rho = m'(r). \quad (30)$$

Here

$$m(r) = 4\pi \int_0^r r'^2 \rho(r') dr' + m_0, \quad (31)$$

with m_0 an integration constant. The metric inside a matter ball must be regular at $r=0$, hence

$$\lambda \rightarrow 0, \quad \lambda'(r) = \frac{m - r m'}{r(r - 2m)} \rightarrow 0 \quad (32)$$

as $r \rightarrow 0$ or else there is a conical singularity. Then, $m_0 = 0$ and

$$m(r) = 4\pi \int_0^r r'^2 \rho(r') dr'. \quad (33)$$

For asymptotically Schwarzschild geometries

$$M = m(r \rightarrow \infty) = 4\pi \int_0^\infty dr r^2 \rho(r) \quad (34)$$

while, in the presence of a central singularity, the integration constant m_0 remains and

$$M = m(r = \infty) = 4\pi \int_0^\infty dr r^2 \rho(r) + m_0. \quad (35)$$

The total mass is not $m(r=\infty)$ but [7]

$$\begin{aligned}\bar{M} &= \int d^3x \sqrt{\gamma} \rho(r) = 4\pi \int_0^\infty \rho(r) r^2 \left[1 - \frac{2Gm(r)}{r} \right]^{-1/2} dr \\ &= 4\pi \int_0^\infty dr \rho(r) r^2 \left[1 + \frac{Gm(r)}{r} - \frac{3G^2 m^2(r)}{r^2} + O(G^3) \right],\end{aligned}\quad (36)$$

where γ is the determinant of the 3D Riemannian metric

$$\gamma_{\ell m} dx^\ell dx^m = e^{2\lambda} dr^2 + r^2 d\Omega_{(2)}^2. \quad (37)$$

The gravitational binding energy of the ball is $E_B = M - \bar{M}$. The second term in the last line of Eq. (36) is interpreted as the Newtonian gravitational potential energy

$$-4\pi G \int_0^\infty dr \rho(r) r^2 \frac{m(r)}{r} = -\frac{G}{2} \int dV \int dV' \frac{\rho(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad (38)$$

where the general-relativistic corrections are of order G^2 and higher.

If a black hole geometry is asymptotically Schwarzschild we can impose $m(r \rightarrow \infty) = M$, fixing the integration constant m_0 (one obtains $m_0 = M$ for the Schwarzschild black hole, for which ρ can be seen as proportional to a Dirac delta centered at $r=0$). The mass M coincides with the Arnowitt-Deser-Misner mass.

Let us consider now modified gravity, in which case we write the t - t field equation as

$$-\kappa^2 \rho_{eff} = \frac{1}{r^2} (r e^{-2\lambda} - r)'. \quad (39)$$

Now the effective energy density ρ_{eff} is defined by casting the field equations as effective Einstein equations with right-hand sides that contain effective stress-energy tensors built with the non-Einsteinian terms. Now the effective mass is

$$m_{eff}(r) = 4\pi \int_0^r dr' r'^2 \rho_{eff}(r'). \quad (40)$$

For example, for $F(R)$ gravity

$$S_{F(R)} = \frac{1}{2\kappa^2} \int d^4x \sqrt{-g} F(R) + S^{(matter)} \quad (41)$$

(where S is the action, R is the Ricci scalar, $F(R)$ is a nonlinear function, and g is the determinant of the metric $g_{\mu\nu}$), we write $F(R) \equiv R + f(R)$ and $f_R(R) \equiv df(R)/dR$. The (0, 0) field equation defines the total energy density $\rho_{eff} = \rho + \rho_{F(R)}$, where

$$\rho_{F(R)} \equiv \frac{1}{\kappa^2} \left\{ -\frac{f}{2} - e^{-2\lambda} \left[v'' + (v' - \lambda')v' + \frac{2v'}{r} \right] f_R + e^{-2\lambda} \left[f_R'' + \left(-\lambda' + \frac{2}{r} \right) f_R' \right] \right\}. \quad (42)$$

The resulting (effective) total mass

$$\bar{M}_{eff} = \int d^3x \sqrt{\gamma} \rho_{eff}(r) = \int d^3x \sqrt{\gamma} (\rho + \rho_{F(R)}). \quad (43)$$

receives contributions from both matter and gravity. The leading correction to the binding energy is

$$E_{B,eff} = -G \int dV \int dV' \frac{[\rho(\mathbf{r}) + \rho_{F(R)}(\mathbf{r})][\rho(\mathbf{r}') + \rho_{F(R)}(\mathbf{r}')] }{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} + \dots, \quad (44)$$

$M_{eff} = m_{eff}(r \rightarrow \infty)$ is the total mass-energy of the system, while $m_{eff}(r)$ is the mass-energy of a 2-sphere of radius r .

A black hole in alternative theories of gravity may have horizon radius $r_h \neq 2GM_{eff} \equiv 2m_{eff}(r \rightarrow \infty)$. Now, if M_{eff} is used as the internal energy and $S = 4\pi r_h^2/4$ as the black hole entropy, the new temperature given by

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dM_{eff}} \quad (45)$$

differs from the usual Hawking temperature T_H . Alternatively, if the Hawking temperature is used, the entropy

$$dS = \frac{dM_{eff}}{T_H} \quad (46)$$

must replace the Bekenstein-Hawking entropy. The difference $M_{eff} - m_{eff}(r_h)$ could then be identified with the energy outside the horizon. For this black hole, $m_{eff}(r_h)$ would be the internal energy and Eq. (46) would become

$$dS_{bh} = \frac{dm_{eff}(r_h)}{T_H}. \quad (47)$$

4. Temperatures corresponding to alternative entropies. Denote the metric coefficients as

$$h(r) \equiv e^{2v(r)}, \quad h_1(r) \equiv e^{-2\lambda(r)}, \quad (48)$$

then the roots of $h(r) = 0$ locate the event horizon. If $h_1(r)$ does not vanish simultaneously with $h(r)$, the spacetime curvature diverges as $h(r) \rightarrow 0$. If $h_1(r)$ and $h(r)$ do vanish simultaneously, the surface $h_1(r) = h(r) = 0$ is an event horizon. In fact, consider the curvature invariants

$$R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} = \frac{1}{4h^4r^4} \left[4r^4h''^2h^2h_1^2 + 4r^4hh_1h'h''(h_1'h - h'h_1) + (h'^2h_1r^2)^2 \right. \\ \left. - 2r^4h'^3h_1h_1'h + (rhh')^2(h_1'^2r^2 + 8h_1)^2 + 8h^4(r^2h_1'^2 + 2(1-h_1)^2) \right], \quad (49)$$

$$R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} = \frac{1}{8h^4r^4} \left[4r^4h''^2h^2h_1^2 + 4h[h(rh_1' + 2h_1)h' - rh'^2h_1 + 2h^2h_1']r^3h_1h'' \right. \\ \left. + r^4h'^4h_1^2 + r^2h^2(12h_1^2 + h_1'r^2)h'^2 - 2r^3hh_1(rh_1' + 2h_1)h'^3 \right. \\ \left. + 4rh^3(2h_1'rh_1 - 4h_1 + 4h_1^2 + h_1'^2r^2)h' + 4h^4(3h_1'^2r^2 + 4r(h_1 - 1)h_1' + 4(h_1 - 1)^2) \right], \quad (50)$$

$$R = \frac{2h''h_1r^2 - r^2h_1h'^2 + rh'h(rh_1' + 4h_1) + 4h^2(h_1 + rh_1' - 1)}{2h^2r^2}. \quad (51)$$

Their denominators contain positive powers of h and these invariants diverge as $h \rightarrow 0$. If $h_1(r)$ and $h(r)$ vanish simultaneously, the invariants (49) remain finite where $h_1(r) = h(r) = 0$ since $h_1(r) = h_2(r)h(r)$ and $h_2 \neq 0$ and is regular where $h(r) = 0$. Then the substitution of $h_1 = h_2h$ in Eq. (49) yields

$$R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma} = h''^2h_2^2 + h'h_2h_2' + \left(\frac{h'h_2'}{2}\right)^2 + \left(\frac{2h_2h'}{r}\right)^2 \\ + \frac{2[r^2(hh_2' + h'h_2)^2 + 2(h_2^2h^2 - 1)^2]}{r^4}, \quad (52)$$

$$R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} = \frac{h''^2h_2^2}{2} + \frac{h'h_2h_2'}{2} + \frac{h_2^2h'h''}{r} + \frac{h_2h^2(hh_2' + h_2h')}{r} + \frac{3h_2^2h'^2}{2r^2} \\ + \frac{h'^2h_2^2}{8} + \frac{h_2h'(hh_2' + h_2h')}{r^2} - \frac{2h_2^2h'}{r^3} + \frac{2hh_2^2h'}{r^3} + \frac{hh_2^2h'}{2r} + \frac{h_2h'^2h_2'}{r} \\ \times \frac{3(hh_2' + h_2h')r^2 + 4r(hh_2 - 1)(hh_2' + h_2h') + 4(1 - hh_2)^2}{2r^4}, \quad (53)$$

and

$$R = 2h_2h'' + \frac{2rh_2h'}{r} + \frac{h'h_2'}{2} + \frac{2[h_1 + r(hh_2' + h_2h') - 1]}{r^2}, \quad (54)$$

and these invariants remain finite as $h(r) \rightarrow 0$.

Given that $h_1(r)$ and $h(r)$ vanish simultaneously on the event horizon, we can write $h_1(r) = e^{-2\lambda(r)}$ and the radius of the event horizon is

$$r_h = \frac{\kappa^2 m(r_h)}{4\pi} = 2Gm(r_h). \quad (55)$$

Close to the horizon, i.e., at $r \equiv r_h + \delta r$,

$$e^{-2\lambda} = h_1 = hh_2 = \frac{C(r_h)(r - r_h)}{r_h}, \quad (56)$$

$$e^{2\nu} = h = \frac{h_1}{h_2} = \frac{C(r_h)(r - r_h)}{h_2(r_h)r_h}, \quad (57)$$

where $C(r_h) \equiv 1 - m'(r_h)$. Wick-rotating the time $t \rightarrow i\tau$, the near-horizon geometry (27) becomes

$$ds^2 \simeq \frac{C(r_h)\delta r}{h_2(r_h)r_h} d\tau^2 + \frac{r_h}{C(r_h)\delta r} d(\delta r)^2 + r_h^2 d\Omega_{(2)}^2. \quad (58)$$

Introduce the new radial coordinate defined by $d\rho = d(\delta r)\sqrt{r_h/C(r_h)\delta r}$ and

$$\rho = 2\sqrt{\frac{r_h\delta r}{C(r_h)}}, \quad \delta r = \frac{C(r_h)\rho^2}{4r_h}, \quad (59)$$

then the near-horizon geometry (58) reads

$$ds^2 \simeq \frac{C(r_h)^2}{4h_2(r_h)r_h^2} \rho^2 d\tau^2 + d\rho^2 + r_h^2 d\Omega_{(2)}^2 \quad (60)$$

To avoid conical singularities near $\rho=0$, one imposes that the Euclidean time $\tau +$ is periodic of period t_* ,

$$\frac{C(r_h)\tau}{2r_h\sqrt{h_2(r_h)}} \simeq \frac{C(r_h)\tau}{2r_h\sqrt{h_2(r_h)}} + 2\pi. \quad (61)$$

As a result, the temperature corresponds to t_*^{-1} . In the Euclidean path integral formulation of finite-temperature field theory

$$\int [D\phi] e^{\int_0^{t_*} L(\phi)} dt = \text{Tr}(e^{-t_* H}) = \text{Tr}(e^{-H/T}) \quad (62)$$

and the temperature of the Schwarzschild black hole

$$T = \frac{C(r_h)}{4\pi r_h \sqrt{h_2(r_h)}} = \frac{C(r_h)}{8\pi G m_{\text{eff}}(r_h) \sqrt{h_2(r_h)}} = \frac{C(r_h) T_H}{\sqrt{h_2(r_h)}} \quad (63)$$

follows which, in general, differs from the Hawking temperature

$$T_H \equiv \frac{1}{8\pi G m_{\text{eff}}(r_h)} \quad (64)$$

by the factor $C(r_h)/\sqrt{h_2(r_h)}$ that cannot be absorbed into a time rescaling because we have fixed the scale so that

$$h(r \rightarrow \infty) = h_2(r \rightarrow \infty) h_1(r \rightarrow \infty) = e^{2\nu(r \rightarrow \infty)} = 1. \quad (65)$$

Since Hawking radiation is a near-horizon phenomenon, thermal radiation can correspond to the temperature (63).

Identifying $m_{\text{eff}}(r_h)$ with the black hole internal energy, Eq. (47) yields

$$S_{bh} = \int \frac{dm_{\text{eff}}(r_h)}{T}. \quad (66)$$

The solutions of the gravitational field equations contain integration constants c_i for $i = 1, \dots, N$ (for example, in general relativity (GR) the mass M of the Schwarzschild black hole appears as an integration constant in the metric coefficients $e^{2v} = e^{-2\lambda} = 1 - 2M/r$ when integrating the Einstein equations for spherical and asymptotically flat vacuum). N depends on the theory and $\lambda(r)$, $v(r)$, $m(r)$, $h(r)$, and $h_{1,2}(r)$ depend on the integration constants c_i . The solution $r_h(c_i)$ of Eq. (55) also depends on these integration constants (again, for the Schwarzschild black hole of GR, $r_h = 2M$). Eq. (55) yields

$$m(r_h) = m(r = r_h(c_i); c_i) = \frac{r_h(c_i)}{2G}, \quad (67)$$

then the integration constants c_i 's can be parametrized with a single parameter ξ , $c_i = c_i(\xi)$ (for example, the Reissner-Nordström black hole can be parametrized by the charge-to-mass ratio).

In this way, Eq. (63) turns Eq. (66) into

$$S_{bh} = \frac{1}{2G} \int d\xi \frac{\left[4\pi r_h(c_i(\xi)) \sqrt{h_2(r = r_h(c_i(\xi)); c_i(\xi))} \right]}{1 - \frac{\partial m(r; c_i(\xi))}{\partial r} \Big|_{r=r_h(c_i(\xi))}} \sum_{i=1}^N \frac{\partial r_h(c_i)}{\partial c_i} \frac{\partial c_i}{\partial \xi} \quad (68)$$

and choosing $\xi = r_h$, Eq. (68) becomes

$$S_{bh} = \frac{1}{2G} \int_0^{r_h} d\xi \frac{\left(4\pi \xi \sqrt{h_2(r = \xi; c_i(\xi))} \right)}{1 - \frac{\partial m(r; c_i(\xi))}{\partial r} \Big|_{r=\xi}}, \quad (69)$$

where the integration constant is determined by the condition $S_{bh}(r_h = 0) = 0$. In GR, the Schwarzschild black hole with $h_2(x) = 1$, $m = M = \text{const}$ is characterized by the Bekenstein-Hawking entropy. The different choice in which $h_2(r \rightarrow r_h)$ gives a contribution leads to an entropy S_{bh} potentially different from the Bekenstein-Hawking one.

According to Eq. (69),

$$\frac{h_2(r = r_h; c_i(r_h))}{\left(1 - \frac{\partial m(r; c_i(r_h))}{\partial r} \Big|_{r=r_h} \right)^2} = 16G^2 [S'_{bh}(A)]^2 \quad (70)$$

and various entropy choices lead to corresponding forms of

$$\frac{h_2(r = r_h; c_i(r_h))}{\left(1 - \frac{\partial m(r; c_i(r_h))}{\partial r} \Big|_{r=r_h} \right)^2}. \quad (71)$$

In [6], we proposed two generalizations of entropy. We begin with the six-parameter entropy

$$S_G(\alpha_{\pm}, \beta_{\pm}, \gamma_{\pm}) = \frac{1}{\alpha_+ + \alpha_-} \left[\left(1 + \frac{\alpha_+}{\beta_+} S^{\gamma_+} \right)^{\beta_+} - \left(1 + \frac{\alpha_-}{\beta_-} S^{\gamma_-} \right)^{-\beta_-} \right], \quad (72)$$

where we take all the parameters $(\alpha_{\pm}, \beta_{\pm}, \gamma_{\pm})$ to be positive. Adjusting these parameters to suitable values, this entropy function reduces to the entropies (2)-(7). If we choose $\alpha_+ = \alpha_- = 0$ and $\gamma_- = \gamma_+ \equiv \gamma$, the values $\gamma = \delta$ or $\gamma = 1 + \Delta/2$ give back the Tsallis entropy (2) and the Barrow entropy (5). If we pick $\alpha_- = 0$ and we write $\alpha_+ = R$, $\beta_+ = R/\delta$, and $\gamma_+ = \delta$, then we recover the Sharma-Mittal entropy (4). Another possibility consists of the limit $\alpha_+ \rightarrow 0$ and $\beta_+ \rightarrow 0$ with $\alpha \equiv \alpha_+/\beta_+$ finite. Further setting $\gamma_+ = 1$, this procedure recovers the Rényi entropy (3). In the different limit $\beta_{\pm} \rightarrow 0$ of the entropy (72) with $\gamma_{\pm} = 1$ and $\alpha_{\pm} = K$ the latter is reduced to the Kaniadakis entropy (6). Finally, if we fix α and γ to the values $\alpha_- = 0$ and $\gamma_+ = 1$ in Eq. (72), the limit $\beta_+ \rightarrow +\infty$ in conjunction with $\alpha = 1 - q$ reproduces the Loop Quantum Gravity entropy (7) with $\Lambda(\gamma_0) = 1$.

Another proposal in [6], containing only three parameters, consists of

$$S_G(\alpha, \beta, \gamma) = \gamma^{-1} \left[\left(\frac{\alpha}{\beta} S + 1 \right)^{\beta} - 1 \right]. \quad (73)$$

We choose again positive values of the parameters α , β , and γ . When $\gamma = \alpha$, S_G is the same as the Sharma-Mittal entropy (4) with $S_T = S$ and $\delta = 1$. If we fix $\gamma = (\alpha/\beta)^{\beta}$, then (73) becomes the Tsallis entropy proposal (2) if $\beta = \delta$ and the Barrow entropy (5) if $\alpha \rightarrow \infty$. To conclude, the limit $(\alpha, \beta) \rightarrow (0, 0)$ with α/β finite yields the Rényi entropy (3), provided that we substitute α in place of α/β and that $\gamma = \alpha$.

Let us come to discuss spherical spacetimes while using the Tsallis entropy (2). Equation (70) then becomes

$$\frac{h_2(r = r_h; c_i(r_h))}{\left(1 - \frac{\partial m(r; c_i(r_h))}{\partial r} \Big|_{r=r_h} \right)^2} = \delta^2 \left(\frac{4\pi r_h^2}{A_0} \right)^{2(\delta-1)}. \quad (74)$$

In the same geometry, the Rényi entropy construct (3) yields instead

$$\frac{h_2(r = r_h; c_i(r_h))}{\left(1 - \frac{\partial m(r; c_i(r_h))}{\partial r} \Big|_{r=r_h} \right)^2} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\pi \alpha r_h^2}{G} \right)^2}. \quad (75)$$

By contrast, the Kaniadakis entropy (6) yields

$$\frac{h_2(r=r_h; c_i(r_h))}{\left(1 - \frac{\partial m(r; c_i(r_h))}{\partial r} \Big|_{r=r_h}\right)^2} = \cosh^2 \left(\frac{\pi K r_h^2}{G} \right), \quad (76)$$

while our six-parameter entropy (72) produces

$$\begin{aligned} \frac{h_2(r=r_h; c_i(r_h))}{\left(1 - \frac{\partial m(r; c_i(r_h))}{\partial r} \Big|_{r=r_h}\right)^2} &= \frac{1}{(\alpha_+ + \alpha_-)^2} \left[\alpha_+ \gamma_+ \left(\frac{\pi r_h^2}{G} \right)^{\gamma_+ - 1} \left(1 + \frac{\alpha_+}{\beta_+} \left(\frac{\pi r_h^2}{G} \right)^{\gamma_+} \right)^{\beta_+ - 1} \right. \\ &\quad \left. + \alpha_- \gamma_- \left(\frac{\pi r_h^2}{G} \right)^{\gamma_- - 1} \left(1 + \frac{\alpha_-}{\beta_-} \left(\frac{\pi r_h^2}{G} \right)^{\gamma_-} \right)^{-\beta_- - 1} \right]^2. \end{aligned} \quad (77)$$

We can also consider our simplified three-parameter entropy (73), which gives

$$\frac{h_2(r=r_h; c_i(r_h))}{\left(1 - \frac{\partial m(r; c_i(r_h))}{\partial r} \Big|_{r=r_h}\right)^2} = \frac{\alpha^2}{\gamma^2} \left[1 + \left(\frac{\pi \alpha r_h^2}{\beta G} \right) \right]^{2\beta - 2}. \quad (78)$$

Specific models realizing these relations have been discussed in [7].

5. Conclusions. The Bekenstein-Hawking entropy is modified by quantum gravity phenomenology, as exemplified by the Barrow and the Loop Quantum Gravity proposals (5) and (7), or by non-extensive thermodynamics. While specific modifications abound in the literature and may be questionable, the general idea of departures from the simpler Bekenstein-Hawking prescription in the presence of phenomena such as spacetime foam, loops, or the unusual weighting of frequent/infrequent states, appears reasonable. Lacking knowledge of the "correct" entropy, we propose a phenomenological prescription which incorporates many recent and older entropies proposed in the literature and embodies four key properties that we identify as essential requirements for any physically reasonable entropy. Our most general construct contains six parameters, but a simplified version limited to three parameters seems to achieve the same goals, as shown in [6,7,18] and summarized here.

In addition to containing the previous Barrow, Loop Quantum Gravity, Rényi, Tsallis, Sharma-Mittal, and Kaniadakis entropies as special cases, and to reducing to the Bekenstein-Hawking entropy in an appropriate limit, our new proposal exhibits interesting phenomenology when applied to holographic dark energy in cosmology. In this context, there is the possibility of generating an effective

cosmological constant, which can either cause early universe inflation or alleviate the current Hubble tension afflicting the standard Λ CDM cosmological model [21,22]. Even though tiny, Planck-scale suppressed, infrared corrections to low-energy physics could at first sight seem unable to generate observable cosmological effects, this may not be the case. While the details of possible quantum gravity corrections remain obscure, one can follow Einstein's insight on the wide applicability of thermodynamics in physics and search for these corrections through their effects on entropy and thermodynamics. The new entropy proposals outlined here and in [6] seem to offer a practical implementation of this approach to cosmology and gravity.

Changing the notion of entropy jeopardizes the thermodynamics, unless the temperature and mass (i.e., internal energy) are also changed in a suitable way. We have proposed ways of making the entire thermodynamics consistent with alternative entropies, but we have not exhausted all possibilities. Alternatives will be explored in the future.

Acknowledgments. This work is partially supported by JSPS Grant-in-Aid for Scientific Research (C) No. 18K03615 (S. N.), by MINECO (Spain) project PID2019-104397GB-I00 (S. D. O), and by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada grant 2016-03803 to V. F.

¹ Department of Physics, Nagoya University, Japan,
e-mail: nojiri@phys.nagoya-u.ac.jp

² Kobayashi-Maskawa Institute for the Origin of Particles and the Universe,
Nagoya University, Japan

³ Institució Catalana de Recerca i Estudis Avançats (ICREA),
Passeig Lluís Companys, Barcelona, Spain, e-mail: odintsov@ice.cat

⁴ Institute of Space Sciences (ICE-CSIC), Barcelona, Spain

⁵ Department of Physics & Astronomy, Bishop's University,
Sherbrooke, Québec, Canada, e-mail: vfaraoni@ubishops.ca

НОВЫЕ ЭНТРОПИИ, ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ И ГОЛОГРАФИЧЕСКАЯ ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ

Ш.НОЖИРИ^{1,2}, С.Д.ОДИНЦОВ^{3,4}, В.ФАРАОНИ⁵

Энтропия Бекенштейна-Хокинга является краеугольным камнем термодинамики черных дыр, но квантовые эффекты дают поправки к ней. Не эквивалентные энтропии появляются также в не-экстенсивной термодинамике.

Мы делаем обзор предыдущих работ и предлагаем новую энтропию, которая обобщает другие варианты энтропий и удовлетворяет четырем ключевым условиям. Новая энтропия рассмотрена в теории черных дыр и голографической темной энергии. Показано, что она может объяснить инфляцию ранней Вселенной и указать на возможность решить недавнюю проблему с параметром Хаббла. Сделан также анализ температур и масс черных дыр совместимых с альтернативными энтропиями.

Ключевые слова: *энтропия; черные дыры; термодинамика*

REFERENCES

1. *A.Einstein*, Autobiographical Notes, translated and edited by P.A. Schilpp, Open Court, La Salle & Chicago, Illinois, USA, 1979.
2. *J.M.Bardeen, B.Carter, S.W.Hawking*, Commun. Math. Phys., **31**, 161, 1973.
3. *R.M.Wald*, Living Rev. Rel., **4**, 6, 2001.
4. *J.D.Bekenstein*, Phys. Rev. D, **7**, 2333, 1973.
5. *S.W.Hawking*, Commun. Math. Phys., **43**, 199, 1975 [erratum: **46**, 206, 1976].
6. *S.Nojiri, S.D.Odintsov, V.Faraoni*, Phys. Rev. D, **105**, 044042, 2022.
7. *S.Nojiri, S.D.Odintsov, V.Faraoni*, [arXiv:2207.07905 [gr-qc]].
8. *C.Tsallis*, J. Stat. Phys., **52**, 479, 1988.
9. *J.Ren*, JHEP, **05**, 080, 2021.
10. *S.Nojiri, S.D.Odintsov, E.N.Saridakis*, Eur. Phys. J. C, **79**, 242, 2019.
11. *A.Rényi*, Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, J.Neyman ed., University of California Press, 1961, 547-561.
12. *V.G.Czinner, H.Iguchi*, Phys. Lett. B, **752**, 306, 2016.
13. *L.Tannukij et al.*, Eur. Phys. J. Plus, **135**, 500, 2020.
14. *A.Sayahian Jahromi et al.*, Phys. Lett. B, **780**, 21, 2018.
15. *J.D.Barrow*, Phys. Lett. B, **808**, 135643, 2020.
16. *G.Kaniadakis*, Phys. Rev. E, **72**, 036108, 2005.
17. *A.Majhi*, Phys. Lett. B, **775**, 32, 2017.
18. *S.Nojiri, S.D.Odintsov, V.Faraoni*, Phys. Rev. D, **104**, 084030, 2021.
19. *S.Nojiri, S.D.Odintsov*, Gen. Rel. Grav., **38**, 1285, 2006.
20. *T.Padmanabhan*, Rept. Prog. Phys., **73**, 046901, 2010.
21. *A.G.Riess et al.*, Astrophys. J. Lett., **908**, L6, 2021.
22. *N.Aghanim et al.*, Astron. Astrophys., **641**, A6, 2020.

DOI: 10.54503/0571-7132-2022.65.4-579

ПРОСТАЯ МОДЕЛЬ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЗВЕЗДЫ КАК ФИГУРЫ ГЮЙГЕНСА-РОША

Г.М.КАРЕЛИН¹, М.В.КОСТИНА², П.А.ТАРАКАНОВ²,
А.В.ДЕМЕНТЬЕВ², Ю.В.МИЛАНОВА²

Поступила 23 октября 2022

Принята к печати 11 ноября 2022

В работе для модели вращающейся звезды как фигуры Гюйгенса-Роша получены простые аналитические формулы экваториального радиуса и относительной скорости вращения как функции абсолютного и относительного углового момента. Проведено сравнение полученных результатов с результатами численного моделирования строения вращающихся звезд, показано, что рассматриваемая аналитическая модель достаточна для описания соответствующих параметров.

Ключевые слова: *вращающаяся звезда: фигура Гюйгенса-Роша*

1. Введение. Задача о динамическом взаимодействии планеты со своей звездой в настоящее время достаточно активно изучается. Есть множество работ, посвященных миграции планет, однако в них практически никогда не учитывается эволюция самой звезды.

Основной сложностью при проведении моделирования является то, что главным механизмом, определяющим динамическую эволюцию планетной системы, является приливное взаимодействие. Но в то же время существенное влияние на динамические характеристики звезды и, как следствие, на динамическую эволюцию системы в целом оказывает перестройка внутренней структуры звезды, определяемая процессами звездной эволюции. Также существенным для решения задачи является учет вращения звезды вокруг собственной оси. Тем самым данные факторы требуется учитывать совместно, что оказывается достаточно сложной задачей, поскольку модели звездной эволюции в общем случае не "встраиваются" в систему уравнений, определяющих динамическую эволюцию планетной системы.

Попытка реализовать подобное была предпринята в работе [1], однако она оказалась сопряжена со сложностями. Полноценная модель звездной эволюции слишком сложна для быстрой и эффективной реализации, поэтому необходимо использовать какой-либо существующий пакет моделирования внутреннего строения и эволюции звезд и тем или иным способом объединять его с моделированием динамической эволюции планетной системы. В упомянутой

выше работе такое объединение удалось выполнить с использованием пакета моделирования звездной эволюции MESA, однако это привело к необходимости модификации исходных кодов пакета.

Использование готовых табличных данных, содержащих сетки заранее вычисленных моделей, также сопряжено со сложностями. Например, сетки моделей эволюции вращающихся звезд (построенные в работе [2] и других работах той же группы) являются фактически единственными существующими результатами, однако и они доступны не полностью, а опубликованные данные представляют собой таблицы с небольшой степенью дискретизации, недостаточной для использования. Открытых же кодов, реализующих учет вращения звезды при расчете моделей звездной эволюции, не существует.

В данной работе исследуется другой возможный путь: получение эмпирических и полуэмпирических зависимостей, описывающих параметры звезд и их эволюции, для последующего использования их в модели динамической эволюции планетной системы.

2. Фигура Гюйгенса-Роша. Широко используемой моделью вращающейся звезды является фигура равновесия Гюйгенса-Роша [3,4] (хотя это и не единственный возможный вариант, в [5] рассматривается ряд других моделей, например, аналоги эллипсоидов Маклорена для дифференциального вращения). В данной модели фигура равновесия состоит из двух компонентов [6]:

1. притягивающий точечный центр;
2. невесомая твердотельно вращающаяся оболочка.

Допустимость использования такого грубого приближения объясняется тем, что плотность в звезде быстро убывает с радиусом.

Форма вращающейся фигуры равновесия в модели Гюйгенса-Роша зависит от скорости вращения [7]:

1. неподвижная оболочка имеет сферическую форму;
2. при медленном вращении фигура близка к сфероиду (эллипсоиду вращения);
3. для случая высоких скоростей фигура становится все более сплюснутой;
4. наконец, критическая фигура вращения содержит особенность на экваторе.

По результатам вычислительных экспериментов [2] полярный радиус фигуры слабо зависит от скорости вращения звезды. Поэтому в дальнейшем пренебрежем этой зависимостью и будем считать, что полярный радиус не меняется. В отличие от полярного экваториальный радиус в большинстве случаев неизвестен и существенно зависит от скорости вращения.

Существуют улучшения данной модели [8, 9], но для текущей работы их сложность избыточна, уточнение модели, по-видимому, не дает существенного улучшения результата.

Условие равновесия для фигуры Гюйгенса-Роша в простейшей параметризации [6] заключается в том, что потенциал силы тяжести на полярном расстоянии θ равен гравитационному потенциалу на полюсе:

$$\frac{GM}{R(\theta)} + \frac{\Omega^2 R^2(\theta) \sin^2 \theta}{2} = \frac{GM}{R_p}, \quad (1)$$

где G - гравитационная постоянная, M - масса звезды, $R(\theta)$ - радиус звезды на полярном расстоянии θ , Ω - угловая скорость вращения звезды и R_p - полярный радиус звезды.

Для радиуса R_e , соответствующего широте экватора ($\theta = \pi/2$), получаем:

$$\frac{GM}{R_e} + \frac{R_e^2 \Omega^2}{2} = \frac{GM}{R_p}.$$

Угловую скорость вращения звезды можно заменить на отношение углового момента J и полярного момента инерции I :

$$\frac{GM}{R_e} + \frac{J^2 R_e^2}{2 I^2} = \frac{GM}{R_p}.$$

Введем $F = I/MR^2$ - приведенный момент инерции (в англоязычной литературе именуемый "moment of inertia factor") - безразмерную величину, характеризующую распределение массы внутри тела, и преобразуем предыдущее соотношение:

$$\frac{GM}{R_e} + \frac{J^2}{2 F^2 M^2 R_e^2} = \frac{GM}{R_p}.$$

Решая это уравнение, получаем два корня вида

$$R_{e1,2} = \frac{R_p}{2} \pm \frac{\sqrt{R_p} \sqrt{F^2 G M^3 R_p + 2 J^2}}{2 F \sqrt{G} M^{3/2}}.$$

Для нахождения экваториального радиуса фигуры равновесия нужен больший корень. Для него при нулевой скорости вращения экваториальный радиус будет равен полярному, как и следует ожидать (а меньший корень будет равен нулю). В итоге получаем выражение для экваториального радиуса как функции углового момента:

$$R_e = \frac{R_p}{2} + \sqrt{\frac{F^2 G M^3 R_p^2 + 2 R_p J^2}{4 F^2 G M^3}}. \quad (2)$$

3. Критический режим вращения. Критический режим вращения определяется равенством модулей центробежного и гравитационного потенциала на экваторе:

$$\Omega_{crit}^2 R_{e_{crit}}^2 = \frac{GM}{R_{e_{crit}}},$$

откуда находим

$$\Omega_{crit}^2 = \frac{GM}{R_{e_{crit}}^3}. \quad (3)$$

При подстановке квадрата угловой скорости в изначальное условие равновесия (1) получаем, что для критической скорости вращения экваториальный и полярный радиус относятся как:

$$R_{e_{crit}} = \frac{3 R_{p_{crit}}}{2}.$$

Подставив это отношение в условие равновесия:

$$\frac{GM}{3 R_{p_{crit}}} = \frac{2 J^2}{9 F^2 M^2 R_{p_{crit}}^2},$$

получаем аналитические выражения для критических моментов импульса и инерции как функций массы, радиуса и приведенного момента инерции:

$$J_{crit} = \frac{F}{2} \sqrt{6 G M^3 R_{p_{crit}}}, \quad (4)$$

$$I_{crit} = \frac{9 F}{2} M R_{p_{crit}}^2. \quad (5)$$

4. Использование относительного углового момента. Перейдем к относительному угловому моменту инерции как новой независимой переменной. Для этого введем безразмерные величины: относительный параметр вращения ω ($0 \leq \omega \leq 1$):

$$\omega = \frac{\Omega}{\Omega_{crit}}$$

и относительный угловой момент j ($0 \leq j \leq 1$):

$$j = \left(\frac{J}{J_{crit}} \right) = \frac{J}{\frac{F}{2} \sqrt{6 G M^3 R_{p_{crit}}}}. \quad (6)$$

При медленном вращении оба параметра будут малы, а при режиме вращения, близком к критическому, будут близки к 1.

В общем случае R_p и F зависят от j . Как уже указывалось выше, полярный радиус слабо зависит от относительного параметра вращения (максимальное изменение: случай звезды с $1 M_{\odot}$ - уменьшение на 5% при критической скорости вращения [4]). Поэтому в дальнейшем будем считать,

что полярный радиус всегда совпадает с полярным радиусом при критическом режиме вращения, т.е. $R_p \equiv R_{p_{crit}}$.

При не зависящих от вращения R_p и F выражение для экваториального радиуса в зависимости от относительного углового момента примет вид:

$$R_e(j) = \frac{R_p}{2} \left(1 + \sqrt{1 + 3j^2} \right). \quad (7)$$

Тогда момент инерции на экваторе $I = FMR_e$ может быть выражен через относительный угловой момент следующим образом:

$$I(j) = FMR_p^2 \frac{1}{4} \left(1 + \sqrt{1 + 3j^2} \right)^2. \quad (8)$$

Также через относительный угловой момент можно выразить относительный параметр вращения:

$$\omega(j) = \frac{9j}{\left(1 + \sqrt{1 + 3j^2} \right)^2}, \quad (9)$$

и отношение линейной скорости на экваторе к критической:

$$\frac{v}{v_{crit}}(j) = \frac{3j}{\left(1 + \sqrt{1 + 3j^2} \right)^2}. \quad (10)$$

Из выражений (7) и (9) можно получить относительный угловой момент через относительную угловую скорость и отношение радиусов - "сжатие" фигуры равновесия.

$$j = \frac{4}{9} \frac{R_e^2(\omega)}{R_p^2(\omega)} \omega. \quad (11)$$

5. Обсуждение результатов. Таким образом, получены аналитические выражения для экваториального радиуса, относительной угловой скорости и линейной скорости на экваторе как функции относительного углового момента. Приближенные значения можно использовать как непосредственно, так и в качестве стартового приближения при численном поиске более точных значений.

Проведем сравнение этих результатов с результатами численного моделирования. Наиболее часто используемые сейчас в этой области результаты приведены в статье [2], которая, в частности, стала основой для написания второй главы в монографии [4]. Результаты сравнения приведены на рис.1 и рис.2. Для сравнения использованы модели со стандартной металличностью $Z=0.02$ в большом диапазоне масс. Следует отметить, что в работе [2] результаты были получены путем численного моделирования 112 звездных моделей без

предоставления промежуточных результатов вычислений и исходных кодов программ, что делает их малополезными для интересующей нас задачи.

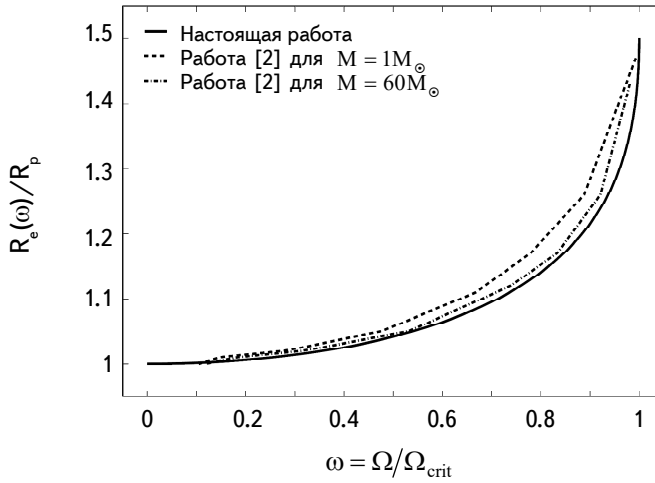


Рис.1. Сравнение зависимостей отношения экваториального и полярного радиусов от относительной угловой скорости вращения при одинаковых значениях прочих параметров с результатами моделирования в работе [2].

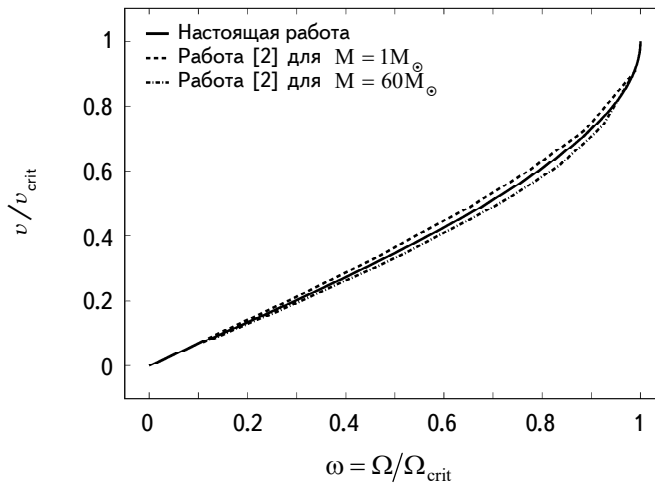


Рис.2. Сравнение зависимостей отношения линейной скорости вращения на экваторе к критической скорости от относительной угловой скорости вращения при одинаковых значениях прочих параметров с результатами моделирования в работе [2].

Приведем также сравнение со связывающим ω и R_e аналитическим выражением

$$R(\omega, \theta) = \frac{3R_p}{\omega \sin \theta} \cos \left(\frac{\pi + \arccos(\omega \sin \theta)}{3} \right), \quad (12)$$

полученным в работе [10] путем прямого решения уравнения (1). Видно (см. рис.3), что совпадение оказывается полным.

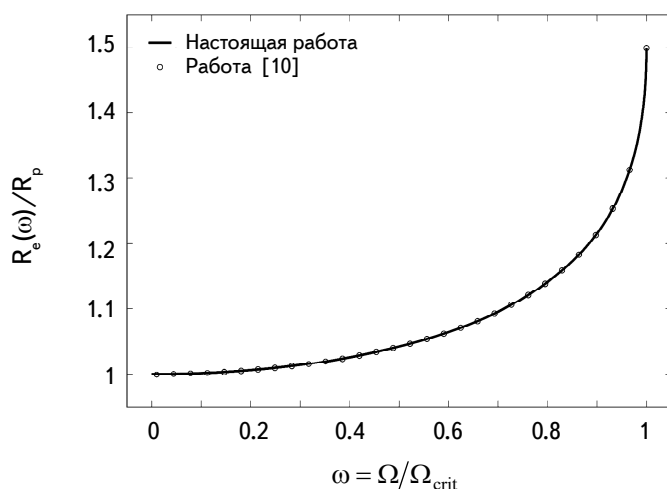


Рис.3. Сравнение зависимости отношения экваториального и полярного радиусов от относительной угловой скорости вращения при одинаковых значениях прочих параметров с аналитическим выражением, полученным в работе [10].

Тем самым для модели вращающейся звезды как фигуры равновесия Гюйгенса-Роша получены следующие результаты:

- найдены точные аналитические формулы экваториального радиуса и относительной скорости вращения как функции абсолютного и относительного углового момента;
- полученные результаты полностью согласуются с аналогичными, полученными ранее существенно отличающимся и более сложным способом - статистическим исследованием сеток моделей, поэтому могут быть использованы для последующего моделирования динамической эволюции планетных систем.

¹ Окинавский институт науки и технологии, Окинава, Япония

² Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Россия, e-mail: peter@astro.spbu.ru

THE SIMPLE MODEL OF A ROTATING STAR AS THE HUYGENS-ROCHE FIGURE

G.M.KARELIN¹, M.V.KOSTINA², P.A.TARAKANOV²,
A.V.DEMENTYEV², Yu.V.MILANOVA²

In the paper, simple analytical formulas for the rotating star model as a Huygens-Roche figure are obtained for the equatorial radius and relative rotation velocity as functions of absolute and relative angular momentum. The results are compared with the results of numerical simulations of the structure of rotating stars and it is shown that the considered analytical model is sufficient to describe those parameters.

Keywords: *rotating star: Huygens-Roche figure*

ЛИТЕРАТУРА

1. П.А.Тараканов, А.С.Артамонов, *Астрофизика*, **58**, 585, 2015, (*Astrophysics*, **58**, 550, 2015).
2. S.Ekström *et al.*, *Astron. Astrophys.*, **478**, 467, 2008.
3. A.Palacios, in "EAS Publications Series", Ed. by P.Hennebelle, C.Charbonnel, **62**, 227, 2013.
4. A.Maeder, "Physics, Formation and Evolution of Rotating Stars", *Astron. Astrophys. Library*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2008.
5. Ж.-Л.Тассуль, "Теория вращающихся звезд", М., Мир, 1982.
6. Н.П.Путьев, В.Б.Титов, К.В.Холишевников, "Фигуры равновесия небесных тел", Изд-во СПбГУ, 2002.
7. R.G.Deupree, *Astrophys. J.*, **735**, 69, 2011.
8. H.A.Folonier, S.Ferraz-Mello, K.V.Kholshevnikov, *Cel. Mech. Dyn. Astron.*, **122**, 183, 2015.
9. Z.F.Seidov, arXiv: 0407175 [astro-ph], 2004.
10. G.T. van Belle, *Astron. Astrophys. Rev.*, **20**, id. 51, 2012.

DOI: 10.54503/0571-7132-2022.65.4-587

ВЕРОЯТНОСТЬ ВЫХОДА И СРЕДНИЕ ЧИСЛА РАССЕЯНИЯ ФОТОНОВ. I. ТОЧНЫЕ И АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

Д.И.НАГИРНЕР, Ю.В.МИЛАНОВА, А.В.ДЕМЕНТЬЕВ, Е.В.ВОЛКОВ

Поступила 25 октября 2022

Принята к печати 11 ноября 2022

С использованием основных формул теории переноса излучения получены более подробные сведения о характеристиках рассеяния фотонов в плоском слое, а именно, найдены вероятности выхода фотонов отдельно через верхнюю и нижнюю границы слоя и средние числа рассеяния таких фотонов.

Ключевые слова: *перенос излучения; средние числа рассеяний фотонов*

1. *Введение.* По теории переноса излучения опубликованы монографии [1-7] и обзорные статьи [8-15], подводящие итог ее развития. Представляет интерес исследование более сложных случаев переноса, имеющих непосредственные приложения к астрофизическим объектам, таких как комптоновское рассеяние энергичных фотонов релятивистскими электронами в активных ядрах галактик или рассеяние излучения в сильных магнитных полях пульсаров. При этом появляется потребность в сведениях из традиционной теории переноса для более конкретных ситуаций и крайних значений параметров, на которые можно было бы опереться.

Исходя из потребностей указанных приложений, предпринята попытка пополнить результаты классической теории переноса. При этом обнаружились уголки теории, куда оказалось возможно внести неожиданные дополнения.

В статьях данной серии будут представлены детали статистического описания процесса многократного рассеяния. В данной статье приводятся общие формулы для вероятностей выхода фотонов из плоских сред и средних чисел их рассеяния в удобной для исследования и вычисления форме с уточнением для выхода через границы слоя. Получены также асимптотики различных характеристик поля излучения в глубоких слоях полубесконечной среды и оптически толстого плоского слоя.

Во второй статье серии в качестве примеров будут рассмотрены: рассеяние в одномерной среде, для которой все величины выражаются через элементарные функции, и (трехмерное) изотропное монохроматическое рассеяние, для которого

выведены асимптотики различных характеристик поля излучения в глубоких слоях полубесконечной среды и оптически толстого плоского слоя.

2. Основные характеристики и уравнения, описывающие рассеяние в плоском слое.

2.1. *Основное интегральное уравнение.* Основным интегральным уравнением теории переноса излучения в плоском слое служит уравнение

$$S(\tau) = S_0(\tau) + \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|) S(\tau') d\tau', \quad (1)$$

где τ_0 - оптическая толщина слоя, τ - оптическая глубина в слое, $0 < \lambda \leq 1$ - вероятность выживания фотона при однократном акте рассеяния, $S_0(\tau)$ - заданная функция, определяемая первичными источниками излучения, а $S(\tau)$ - искомая функция источников. Ядро интегрального уравнения выражается через ядерную функцию, которая предполагается представимой в виде суперпозиции экспонент:

$$K(\tau) = \int_a^b A(y) e^{-y\tau} dy, \quad (2)$$

где пределы $0 \leq a \leq b \leq \infty$, а весовая функция $A(y) \geq 0$ достаточно гладкая, например, имеющая кусочно непрерывную производную. Конкретная форма функции $A(y)$ определяется видом рассматриваемого рассеяния.

Наряду с ядерной функцией важную роль играют ее двустороннее преобразование Лапласа и преобразование Фурье:

$$\mathcal{U}(p) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-p\tau} K(|\tau|) d\tau = \int_a^b \frac{yA(y)dy}{y^2 - p^2}, \quad \mathcal{V}(u) = \mathcal{U}(iu) = \int_a^b \frac{yA(y)dy}{y^2 + u^2}. \quad (3)$$

Во всех случаях рассеяния $\mathcal{U}(0) = \mathcal{V}(0) \leq 1$. Для простоты предположим, что точно $\mathcal{U}(0) = \mathcal{V}(0) = 1$. Отличие от единицы можно переложить на значение λ .

2.2. *Резольвента и резольвентная функция.* Резольвента уравнения (1), определяемая уравнением

$$\Gamma(\tau, \tau_1, \tau_0) = \frac{\lambda}{2} K(|\tau - \tau_1|) + \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|) \Gamma(\tau', \tau_1, \tau_0) d\tau', \quad (4)$$

позволяет находить решение при произвольной функции $S_0(\tau)$:

$$S(\tau) = S_0(\tau) + \int_0^{\tau_0} \Gamma(\tau, \tau_1, \tau_0) S(\tau_1) d\tau_1. \quad (5)$$

Она выражается через свое частное значение - резольвентную функцию $\Phi(\tau, \tau_0) = \Gamma(\tau, 0, \tau_0)$:

$$\Gamma(\tau, \tau_1, \tau_0) = \Phi(|\tau - \tau_1|, \tau_0) + \int_0^{\min(\tau, \tau_1)} [\Phi(\tau - t, \tau_0)\Phi(\tau_1 - t, \tau_0) - \Phi(\tau_0 - \tau + t, \tau_0)\Phi(\tau_0 - \tau_1 + t, \tau_0)] dt, \quad (6)$$

которая удовлетворяет уравнению (следующему из (4) при $\tau_1 = 0$)

$$\Phi(\tau, \tau_0) = \frac{\lambda}{2} K(\tau) + \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|) \Phi(\tau', \tau_0) d\tau'. \quad (7)$$

2.3. Преобразование Лапласа. В теории вводится преобразование Лапласа от резольвенты по конечному промежутку

$$D(\tau, p, \tau_0) = e^{-p\tau} + \int_0^{\tau_0} \Gamma(\tau, \tau_1, \tau_0) e^{-p\tau_1} d\tau_1 = e^{-p\tau} + \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|) D(\tau', p, \tau_0) d\tau'. \quad (8)$$

Так как свободное слагаемое в уравнении (7) является суперпозицией экспонент $e^{-y\tau}$, то в силу линейности уравнения

$$\Phi(\tau, \tau_0) = \frac{\lambda}{2} \int_a^b A(y) D(\tau, y, \tau_0) dy. \quad (9)$$

Функция $D(\tau, p, \tau_0)$ удовлетворяет также уравнению

$$\frac{\partial D(\tau, p, \tau_0)}{\partial \tau} = -pD(\tau, p, \tau_0) + X(p, \tau_0)\Phi(\tau, \tau_0) - Y(p, \tau_0)\Phi(\tau_0 - \tau, \tau_0), \quad (10)$$

с помощью которого она выражается через свои частные значения и резольвентную функцию:

$$D(\tau, p, \tau_0) = X(p, \tau_0)\Psi(\tau, p, \tau_0) + Y(p, \tau_0)[\Psi(\tau_0 - \tau, -p, \tau_0) - X(p, \tau_0)e^{p(\tau_0 - \tau)}], \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} X(p, \tau_0) &= D(0, p, \tau_0), \quad Y(p, \tau_0) = D(\tau_0, p, \tau_0), \\ \Psi(\tau, p, \tau_0) &= e^{p\tau} \left[1 + \int_0^{\tau} e^{-p\tau'} \Phi(\tau', \tau_0) d\tau' \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Эти частные значения называются X - и Y - функциями Чандрасекара.

Прямо из интегрального уравнения (4) получается линейное уравнение для $D(\tau, p, \tau_0)$ с интегралом по второму аргументу:

$$[1 - \lambda \mathcal{V}(p)] D(\tau, p, \tau_0) = e^{-p\tau} - \frac{\lambda}{2} \int_a^b A(y) dy \left[\frac{D(\tau, y, \tau_0)}{y - p} + \frac{D(\tau_0 - \tau, y, \tau_0)}{y + p} e^{-p\tau_0} \right]. \quad (13)$$

При $p = \pm y$, $a < y < b$, интеграл для $\mathcal{V}(y)$ и интегралы справа понимаются как главное значение по Коши.

Заметим, что вместо резольвенты и резольвентной функции можно описывать многократное рассеяние функцией Грина и ее частным значением:

$$\Gamma_*(\tau, \tau_1, \tau_0) = \delta(\tau - \tau_1) + \Gamma(\tau, \tau_1, \tau_0), \quad \Phi_*(\tau, \tau_0) = \delta(\tau) + \Phi(\tau, \tau_0) \quad (14)$$

Тогда не требуется выделять внеинтегральные слагаемые в (4), (5), (7) и (8), но придется осторожно оперировать с дельта-функцией.

2.4. Вероятность выхода. Функция $D(\tau, p, \tau_0)$ пропорциональна вероятности выхода фотона из среды через границу $\tau = 0$, если первоначально фотон находился в поглощенном состоянии на глубине τ . Аргумент p определяет угловые и частотные характеристики выходящего фотона.

Нас здесь интересуют вероятности выхода фотона без уточнения этих характеристик. Для получения уравнений для них после замены p на y в (10) умножим это уравнение на $\frac{\lambda}{2} A(y) \frac{dy}{y}$ и проинтегрируем по y от a до b :

$$\frac{\partial P(\tau, \tau_0)}{\partial \tau} = -\Phi(\tau, \tau_0) + \Phi(\tau, \tau_0)P(0, \tau_0) - \Phi(\tau_0 - \tau, \tau_0)P(\tau_0, \tau_0). \quad (15)$$

Здесь полная вероятность выхода фотона с глубины τ через границу $\tau = 0$

$$P(\tau, \tau_0) = \frac{\lambda}{2} \int_a^b A(y) D(\tau, y, \tau_0) \frac{dy}{y}. \quad (16)$$

Для этой функции из (8) получается уравнение

$$P(\tau, \tau_0) = \frac{\lambda}{2} L(\tau) + \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|) P(\tau', \tau_0) d\tau', \quad L(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} K(\tau') d\tau', \quad (17)$$

из которого также можно вывести (15) непосредственным дифференцированием.

Еще проще выводится равенство

$$\frac{\partial P(\tau, \tau_0)}{\partial \tau_0} = \Phi(\tau_0 - \tau, \tau_0) P(\tau_0, \tau_0). \quad (18)$$

Сложив два равенства (15) и (18), получим

$$\frac{\partial P(\tau, \tau_0)}{\partial \tau} + \frac{\partial P(\tau, \tau_0)}{\partial \tau_0} = -\Phi(\tau, \tau_0) + \Phi(\tau, \tau_0)P(0, \tau_0). \quad (19)$$

Уравнение (15) можно проинтегрировать по τ от 0 до τ и получить

$$P(\tau, \tau_0) = P(0, \tau_0) + [P(0, \tau_0) - 1][\Psi(\tau, \tau_0) - 1] - P(\tau_0, \tau_0)[\Psi(\tau_0, \tau_0) - \Psi(\tau_0 - \tau, \tau_0)] =$$

$$= 1 - [1 - P(0, \tau_0)]\Psi(\tau, \tau_0) - P(\tau_0, \tau_0)[\Psi(\tau_0, \tau_0) - \Psi(\tau_0 - \tau, \tau_0)], \quad (20)$$

где интеграл от резольвентной функции

$$\Psi(\tau, \tau_0) = 1 + \int_0^{\tau} \Phi(\tau', \tau_0) d\tau' = \Psi(\tau, 0, \tau_0). \quad (21)$$

2.5. Крайние значения вероятности выхода. Подставим в (20) $\tau = \tau_0$:

$$\begin{aligned}
P(\tau, \tau_0) &= P(0, \tau_0) + [P(0, \tau_0) - 1][\Psi(\tau_0, \tau_0) - 1] - P(\tau_0, \tau_0)[\Psi(\tau_0, \tau_0) - 1] = \\
&= P(0, \tau_0) - [1 + P(\tau_0, \tau_0) - P(0, \tau_0)][\Psi(\tau_0, \tau_0) - 1] = \\
&= P(\tau_0, \tau_0) + 1 - [1 + P(\tau_0, \tau_0) - P(0, \tau_0)]\Psi(\tau_0, \tau_0).
\end{aligned} \tag{22}$$

Отсюда получается тождество

$$[1 + P(\tau_0, \tau_0) - P(0, \tau_0)]\Psi(\tau_0, \tau_0) = 1. \tag{23}$$

Еще одно тождество следует из уравнения (13). Подставив в него $\tau = 0$ и $p = 0$, воспользовавшись связью, вытекающей из определений (8) и (12):

$$D(0, 0, \tau_0) = \Psi(\tau_0, \tau_0), \tag{24}$$

получим

$$(1 - \lambda)\Psi(\tau_0, \tau_0) = 1 - P(\tau_0, \tau_0) - P(0, \tau_0). \tag{25}$$

Комбинирование двух тождеств дает соотношение

$$[1 - P(0, \tau_0) - P(\tau_0, \tau_0)][1 - P(0, \tau_0) + P(\tau_0, \tau_0)] = 1 - \lambda. \tag{26}$$

Для моментов крайних значений преобразования $D(\tau, p, \tau_0)$ вводятся специальные обозначения:

$$\alpha_n(\tau_0) = \int_a^b A(y)X(y, \tau_0) \frac{dy}{y^{n+1}}, \quad \beta_n(\tau_0) = \int_a^b A(y)Y(y, \tau_0) \frac{dy}{y^{n+1}}. \tag{27}$$

Соотношение (16) при $\tau = 0$ и $\tau = \tau_0$ дает связь вероятностей выхода с моментами, через которые можно записать равенство (23):

$$P(0, \tau_0) = \frac{\lambda}{2}\alpha_0(\tau_0), \quad P(\tau_0, \tau_0) = \frac{\lambda}{2}\beta_0(\tau_0), \quad \Psi(\tau_0, \tau_0) = \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{2}\alpha_0(\tau_0) + \frac{\lambda}{2}\beta_0(\tau_0)}. \tag{28}$$

В дальнейшем используем не моменты, а крайние значения полной вероятности выхода.

Складывая первую строчку (20) со второй с измененными аргументами $\tau \leftrightarrow \tau_0 - \tau$, получаем для вероятности выхода через обе границы

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}(\tau, \tau_0) &= P(\tau, \tau_0) + P(\tau_0 - \tau, \tau_0) = 1 - [1 - P(0, \tau_0) - P(\tau_0, \tau_0)] \times \\
&\times [\Psi(\tau, \tau_0) + \Psi(\tau_0 - \tau, \tau_0) - \Psi(\tau_0, \tau_0)].
\end{aligned} \tag{29}$$

Воспользовавшись тождеством (25), перепишем (29) в другом виде

$$\mathcal{P}(\tau, \tau_0) = 1 - (1 - \lambda)\Psi(\tau_0, \tau_0)[\Psi(\tau, \tau_0) + \Psi(\tau_0 - \tau, \tau_0) - \Psi(\tau_0, \tau_0)]. \tag{30}$$

Еще один вид записи односторонних вероятностей, полностью симметричный:

$$\begin{aligned}
P(\tau, \tau_0) &= \frac{1}{2} - [1 - P(0, \tau_0) - P(\tau_0, \tau_0)] \left[\Psi(\tau, \tau_0) - \frac{1}{2}\Psi(\tau_0, \tau_0) \right] - \\
&- P(\tau_0, \tau_0)[\Psi(\tau_0, \tau_0) - \Psi(\tau_0 - \tau, \tau_0)],
\end{aligned} \tag{31}$$

$$P(\tau_0 - \tau, \tau_0) = \frac{1}{2} - [1 - P(0, \tau_0) - P(\tau_0, \tau_0)] \left[\Psi(\tau_0 - \tau, \tau_0) - \frac{1}{2} \Psi(\tau_0, \tau_0) \right] + \\ + P(\tau_0, \tau_0) [\Psi(\tau, \tau_0) - \Psi(\tau_0 - \tau, \tau_0)]. \quad (32)$$

Получение суммы (29) при такой записи тривиально.

Снова применив (25), найдем порознь

$$P(0, \tau_0) = 1 - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\Psi(\tau_0, \tau_0)} + (1 - \lambda) \Psi(\tau_0, \tau_0) \right], \\ P(\tau_0, \tau_0) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\Psi(\tau_0, \tau_0)} - (1 - \lambda) \Psi(\tau_0, \tau_0) \right]. \quad (33)$$

3. Средние числа рассеяния.

3.1. *Определение.* По смыслу определения функции Грина (в расчете на единицу площади границы слоя рождается один фотон) произведение $\Gamma_*(\tau, \tau_1, \tau_0) d\tau$ представляет собой среднее число фотонов, излучающихся в слое $d\tau$ (также на единицу площади границы), или среднее число рассеяний, рожденных на глубине τ_1 фотона, причем первое излучение входит в это число. Среднее число рассеяний такого фотона во всей толщине слоя $N(\tau, \tau_0)$ равно интегралу от функции Грина и определяется уравнением, получающимся интегрированием уравнения для нее (т.е. уравнения (4) со свободным слагаемым $\delta(\tau - \tau_1)$) по τ . Ввиду симметричности $\Gamma_*(\tau, \tau_1, \tau_0)$ относительно аргументов τ и τ_1 можно интегрировать по τ_1 , а аргументом оставить τ :

$$N(\tau, \tau_0) = \int_0^{\tau_0} \Gamma_*(\tau, \tau_1, \tau_0) d\tau_1 = 1 + \frac{\lambda}{2} \int_0^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|) N(\tau', \tau_0) d\tau'. \quad (34)$$

Так как из этого следует, что $N(\tau, \tau_0) = D(\tau, 0, \tau_0)$, то согласно (11) с учетом того, что $X(0, \tau_0) = Y(0, \tau_0) = \Psi(\tau_0, \tau_0)$,

$$N(\tau, \tau_0) = X(0, \tau_0) [\Psi(\tau, \tau_0) + \Psi(\tau_0 - \tau, \tau_0)] - X^2(0, \tau_0) = \\ = \Psi(\tau_0, \tau_0) [\Psi(\tau, \tau_0) + \Psi(\tau_0 - \tau, \tau_0) - \Psi(\tau_0, \tau_0)]. \quad (35)$$

Путем комбинирования уравнений (17) и (34), определяющих функции $P(\tau, \tau_0)$ и $N(\tau, \tau_0)$, с использованием равенства

$$\int_0^{\tau_0} K(|\tau - \tau'|) d\tau' = 2 - L(\tau) - L(\tau_0 - \tau) \quad (36)$$

получается соотношение

$$(1 - \lambda) N(\tau, \tau_0) + P(\tau, \tau_0) = 1. \quad (37)$$

Из (37) и (30) следует, что

$$N(\tau, \tau_0) = \frac{1 - \mathcal{P}(\tau, \tau_0)}{1 - \lambda} = \Psi(\tau_0, \tau_0) [\Psi(\tau, \tau_0) + \Psi(\tau_0 - \tau, \tau_0) - \Psi(\tau_0, \tau_0)]. \quad (38)$$

3.2. Разделенные средние. Средние числа рассеяний разделяются для фотонов, выходящих из среды N_E и поглощаемых в ней N_A . Очевидно соотношение, служащее фактически определением этих средних:

$$N(\tau, \tau_0) = \mathcal{P}(\tau, \tau_0) N_E(\tau, \tau_0) + [1 - \mathcal{P}(\tau, \tau_0)] N_A(\tau, \tau_0). \quad (39)$$

Если найдено одно из них и известна вероятность $\mathcal{P}(\tau, \tau_0)$, то другое находится. Действительно, исключая из соотношений (37) и (39) $N(\tau, \tau_0)$, получаем

$$N_A(\tau, \tau_0) = \frac{1}{1 - \lambda} - \frac{\mathcal{P}(\tau, \tau_0)}{1 - \mathcal{P}(\tau, \tau_0)} N_E(\tau, \tau_0). \quad (40)$$

Еще более подробное рассмотрение предусматривает определение средних чисел рассеяний фотонов, которые вышли через определенную границу, как это было сделано по отношению к вероятностям выхода фотонов. Обозначим эти средние $N_+(\tau, \tau_0)$ и $N_-(\tau, \tau_0) = N_+(\tau_0 - \tau, \tau_0)$ соответственно для верхней и нижней границы. Полное число рассеяний вышедших фотонов есть взвешенное среднее:

$$N_E(\tau, \tau_0) = \frac{\mathcal{P}(\tau, \tau_0) N_+(\tau, \tau_0) + \mathcal{P}(\tau_0 - \tau, \tau_0) N_-(\tau_0 - \tau, \tau_0)}{\mathcal{P}(\tau, \tau_0)}. \quad (41)$$

Задачи о средних числах рассеяний решались многими теоретиками. Наиболее существенные результаты получены в работах [16-22].

3.3. Кратности рассеяния. Все функции можно разложить по кратностям рассеяния, т.е. по степеням λ . Начнем с функции Грина:

$$\Gamma_*(\tau, \tau_1, \tau_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n \Gamma_n(\tau, \tau_1, \tau_0). \quad (42)$$

При этом

$$\Gamma_0(\tau, \tau_1, \tau_0) = \delta(\tau - \tau_1), \quad \Gamma_n(\tau, \tau_1, \tau_0) = \frac{1}{2} \int_0^{\tau_0} e^{-|\tau' - \tau|} \Gamma_{n-1}(\tau', \tau_1, \tau_0) d\tau'. \quad (43)$$

Разложим по степеням λ вероятность и среднее число:

$$\mathcal{P}(\tau, \tau_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n \mathcal{P}_n(\tau, \tau_0), \quad N(\tau, \tau_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \lambda^n N_n(\tau, \tau_0). \quad (44)$$

Очевидно, что при чистом рассеянии, т.е. при $\lambda = 1$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \mathcal{P}_n(\tau, \tau_0) = 1. \quad (45)$$

Коэффициент $\mathcal{P}_n$ показывает, какой стала вероятность выхода после n -го рассеяния. Среднее число рассеяний (математическое ожидание) для этой

величины

$$N_E = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} n \lambda^n \mathcal{P}_n(\tau, \tau_0)}{\mathcal{P}(\tau, \tau_0)} = \frac{\lambda}{\mathcal{P}(\tau, \tau_0)} \frac{\partial \mathcal{P}(\tau, \tau_0)}{\partial \lambda} = \frac{\partial \ln \mathcal{P}(\tau, \tau_0)}{\partial \ln \lambda}. \quad (46)$$

Приведенные формулы позволяют выразить оба частных средних через полное число:

$$N_E(\tau, \tau_0) = \frac{\lambda N(\tau, \tau_0)}{1 - (1 - \lambda) N(\tau, \tau_0)} \left[1 - (1 - \lambda) \frac{\partial \ln N(\tau, \tau_0)}{\partial \lambda} \right], \quad (47)$$

$$N_A(\tau, \tau_0) = 1 + \lambda \frac{\partial \ln N(\tau, \tau_0)}{\partial \lambda}.$$

Все эти формулы были получены В.В.Соболевым в статьях [17-20] (кроме $N_{\pm}$).

Рассуждения, полностью совпадающие с теми, которые используются при выводе формулы (46), приводят к

$$N_+(\tau, \tau_0) = \lambda \frac{\partial \ln P(\tau, \tau_0)}{\partial \lambda}, \quad N_-(\tau, \tau_0) = \lambda \frac{\partial \ln P(\tau_0 - \tau, \tau_0)}{\partial \lambda} = N_+(\tau_0 - \tau, \tau_0). \quad (48)$$

Формула (41), конечно, соблюдается.

Способ нахождения средних чисел рассеяний через производные по λ был предложен В.А.Амбарцумяном [16]. Он рассматривал интенсивность выходящего излучения, но можно применить такое рассуждение и к другим величинам, в частности, к вероятностям выхода.

Производные по λ от вероятностей выхода, согласно формулам (31)-(32), выражаются через производные по λ от функции $\Psi(\tau, \tau_0)$ и вероятностей $P(0, \tau_0)$ и $P(\tau_0, \tau_0)$. Эти последние

$$\frac{\partial P(0, \tau_0)}{\partial \lambda} = -\frac{1}{2} \left[1 - \lambda - \frac{1}{\Psi^2(\tau_0, \tau_0)} \right] \frac{\partial \Psi(\tau_0, \tau_0)}{\partial \lambda} + \frac{1}{2} \Psi(\tau_0, \tau_0), \quad (49)$$

$$\frac{\partial P(\tau_0, \tau_0)}{\partial \lambda} = -\frac{1}{2} \left[1 - \lambda + \frac{1}{\Psi^2(\tau_0, \tau_0)} \right] \frac{\partial \Psi(\tau_0, \tau_0)}{\partial \lambda} + \frac{1}{2} \Psi(\tau_0, \tau_0). \quad (50)$$

Все приведенные формулы для средних чисел рассеяния справедливы для слоевых источников, т.е. расположенных на определенной глубине τ . Если источники распределены по слою, то для определения средних чисел рассеяния надо просто произвести усреднение по их распределению.

4. Точные решения для полубесконечной среды и асимптотики для толстого слоя.

4.1. Резольвентная функция полубесконечной среды. В случае полубесконечной среды все уравнения получают свою предельную форму, подставив в них $\tau_0 = \infty$, $X(p, \infty) = H(p)$, $Y(p, \infty) = 0$ и у других функций

опустив аргумент τ_0 . Тогда уравнение (7) допускает точное аналитическое решение:

$$\Phi(\tau) = C_0 e^{-k(\tau+\tau_e)} + \int_a^b \mathcal{R}(y, \lambda) \frac{dy}{H(y)}, \quad \mathcal{R}(y, \lambda) = \frac{\lambda}{2} \frac{A(y)}{[1 - \lambda \mathcal{V}(y)]^2 + \left[\frac{\lambda \pi}{2} A(y) \right]}. \quad (51)$$

Здесь k ($0 \leq k \leq a$) - характеристическое число, корень характеристического уравнения

$$1 - \lambda \mathcal{V}(k) = 0. \quad (52)$$

H -функция (носящая имя Чандрасекара) может быть найдена по точной формуле

$$\ln H(p) = -\frac{p}{\pi} \int_0^\infty \ln(1 - \lambda V(u)) \frac{du}{p^2 + u^2}. \quad (53)$$

Во внеинтегральном слагаемом коэффициент C_0 и величина τ_e , называемая экстраполированной длиной, определяются формулами

$$C_0 = \sqrt{\frac{2k}{\lambda \mathcal{V}'(k)}}, \quad \tau_e = \frac{\ln(2k \lambda \mathcal{V}'(k) H^2(k))}{2k}. \quad (54)$$

Для последней может быть получено выражение

$$\tau_e(\lambda) = \frac{1}{2k} \ln \frac{a+k}{a-k} - \frac{1}{\pi} \int_a^b \operatorname{arccotg}(\mathcal{X}(y, \lambda)) \frac{dy}{y^2 - k^2}, \quad \mathcal{X}(y, \lambda) = \frac{1 - \lambda \mathcal{V}(y)}{\lambda \pi A(y)/2}. \quad (55)$$

Если не существует решения (52), внеинтегральное слагаемое в (51) отсутствует и величины (54) не возникают.

4.2. Задача Милна. Если существует решение характеристического уравнения (52), то существует и решение задачи Милна, т.е. решение однородного уравнения (положим $S_M(0) = 1$)

$$S_M(\tau) = \frac{\lambda}{2} \int_0^\infty K(|\tau - \tau'|) S_M(\tau') d\tau'. \quad (56)$$

Это решение разбивается на растущую $e^{k\tau} H(k)$ и убывающую $\Psi_*(\tau)$ части, которые определяются формулами

$$S_M(\tau) = e^{k\tau} \left[1 + \int_0^\tau \Phi(\tau') e^{-k\tau'} d\tau' \right] = e^{k\tau} H(k) - \Psi_*(\tau), \quad (57)$$

$$\Psi_*(\tau) = \int_\tau^\infty e^{-k(\tau'-\tau)} \Phi(\tau') d\tau' = \int_0^\infty e^{-k\tau'} \Phi(\tau + \tau') d\tau'. \quad (58)$$

Для вывода выражения для нерастущей части решения задачи Милна исходим из явного выражения резольвентной функции (51). Подставив это

выражение в определение (58), получим

$$\Psi_*(\tau) = \frac{C_0}{2k} e^{-k(\tau+\tau_e)} + \int_a^b \mathcal{R}(y, \lambda) \frac{e^{-y\tau} dy}{(y+k)H(y)}. \quad (59)$$

Эта функция не растет с ростом τ , но внеинтегральное слагаемое, а с ним и вся функция обращаются в бесконечность при переходе к чистому рассеянию, т.е. при $k \rightarrow 0$, в отличие от полного решения $S_M(\tau)$, которое остается конечным, так как его внеинтегральное слагаемое $C_0 \frac{\text{sh } k(\tau + \tau_e)}{k}$. Значение в нуле и асимптотика при больших τ нерастущей части

$$\Psi_*(0) = H(k) - 1, \quad \Psi_*(\tau) \sim \frac{C_0}{2k} e^{-k(\tau+\tau_e)}. \quad (60)$$

Полный интеграл от нее

$$\int_0^\infty \Psi_*(\tau) d\tau = \frac{1}{k} \left[\int_0^\infty \Phi(\tau') d\tau' - \int_0^\infty \Phi(\tau') e^{-k\tau'} d\tau' \right] = \frac{H(0) - H(k)}{k} = \frac{1}{k} \left[\frac{1}{\sqrt{1-\lambda}} - H(k) \right]. \quad (61)$$

Интеграл при $k \rightarrow 0$ расходится как $1/k^2$. Интеграл по промежутку $[\tau, \infty]$

$$\int_\tau^\infty \Psi_*(\tau') d\tau' = \frac{C_0}{2k^2} e^{-k(\tau+\tau_e)} + \int_a^b \mathcal{R}(y, \lambda) \frac{e^{-y\tau} dy}{y(y+k)H(y)}. \quad (62)$$

Интегралы по промежуткам с левым концом 0 получаются как разности (61) и (62). Асимптотика при $\tau \gg 1$

$$\int_0^\tau \Psi_*(\tau') d\tau' \sim \frac{1}{k} \frac{1}{\sqrt{1-\lambda}} - \frac{H(k)}{k} (1 + e^{-k(\tau+2\tau_e)}), \quad H(k) = \frac{C_0}{2k} e^{k\tau_e}. \quad (63)$$

Приведем также интеграл от резольвентной функции:

$$\Psi(\tau) = 1 + \int_0^\tau \Psi(\tau') d\tau' = \frac{1}{\sqrt{1-\lambda}} - \frac{C_0}{k} e^{-k(\tau+\tau_e)} - \int_a^b \mathcal{R}(y, \lambda) \frac{e^{-y\tau} dy}{yH(y)}. \quad (64)$$

4.3. Асимптотики при больших τ_0 . Внеинтегральные слагаемые дают возможность получить асимптотики рассматриваемых величин.

Через представленные здесь функции при больших оптических толщинах слоя прежде всего выражается асимптотика резольвентной функции, определяемой уравнением (7) (см. [2,7]):

$$\Phi(\tau, \tau_0) \sim \Phi_{as}(\tau, \tau_0) = \Phi(\tau) - \frac{k}{\text{sh } k(\tau_0 + 2\tau_e)} \left[\Psi_*(\tau_0 - \tau) - e^{-k(\tau_0+2\tau_e)} \Psi_*(\tau) \right]. \quad (65)$$

Асимптотика ее крайнего значения

$$\Phi(\tau_0, \tau_0) \sim \Phi(\tau_0) - \frac{k}{\text{sh } k(\tau_0 + 2\tau_e)} \left[H(k) - 1 - e^{-k(\tau_0+3\tau_e)} \frac{C_0}{2k} e^{-k\tau_0} \right] \sim \frac{k}{\text{sh } k(\tau_0 + 2\tau_e)}. \quad (66)$$

Следующей найдем асимптотику функции (21) в крайней точке:

$$\Psi(\tau_0, \tau_0) \sim \Psi(\tau_0) - \frac{k}{\operatorname{sh} k(\tau_0 + 2\tau_e)} \left[\int_0^{\tau_0} \Psi_*(\tau_0 - \tau') d\tau' - e^{-k(\tau_0 + 2\tau_e)} \int_0^{\tau_0} \Psi_*(\tau') d\tau' \right]. \quad (67)$$

После подстановки асимптотик входящих сюда величин и сокращений, получается сравнительно простое выражение

$$\Psi(\tau_0, \tau_0) \sim \frac{1}{\sqrt{1-\lambda}} \operatorname{th} k \left(\frac{\tau_0}{2} + \tau_e \right). \quad (68)$$

Легко показать, что эта асимптотика удовлетворяет соотношению

$$\frac{d\Psi(\tau_0, \tau_0)}{d\tau_0} = \Psi(\tau_0, \tau_0) \Phi(\tau_0, \tau_0). \quad (69)$$

С помощью формул (33) и (68) получаем асимптотики

$$P(0, \tau_0) \sim 1 - \frac{\sqrt{1-\lambda}}{2} \left[\operatorname{cth} k \left(\frac{\tau_0}{2} + \tau_e \right) + \operatorname{th} k \left(\frac{\tau_0}{2} + \tau_e \right) \right] = 1 - \frac{\sqrt{1-\lambda}}{\operatorname{th} k(\tau_0 + 2\tau_e)}, \quad (70)$$

$$P(\tau_0, \tau_0) \sim \frac{\sqrt{1-\lambda}}{2} \left[\operatorname{cth} k \left(\frac{\tau_0}{2} + \tau_e \right) - \operatorname{th} k \left(\frac{\tau_0}{2} + \tau_e \right) \right] = \frac{\sqrt{1-\lambda}}{\operatorname{sh} k(\tau_0 + 2\tau_e)}, \quad (71)$$

$$\mathcal{P}(0, \tau_0) = P(0, \tau_0) + (\tau_0, \tau_0) = 1 - \sqrt{1-\lambda} \frac{\operatorname{ch} k(\tau_0 + 2\tau_e) - 1}{\operatorname{sh} k(\tau_0 + 2\tau_e)} = 1 - \sqrt{1-\lambda} \operatorname{th} k \left(\frac{\tau_0}{2} + \tau_e \right). \quad (72)$$

И эти асимптотики удовлетворяют уравнениям, следующим из (15) и (19):

$$\frac{dP(0, \tau_0)}{d\tau_0} = \Phi(\tau_0, \tau_0) P(\tau_0, \tau_0), \quad \frac{dP(\tau_0, \tau_0)}{d\tau_0} = -\Phi(\tau_0, \tau_0) [1 - P(0, \tau_0)], \quad (73)$$

$$\frac{d\mathcal{P}(0, \tau_0)}{d\tau_0} = -\Phi(\tau_0, \tau_0) [1 - \mathcal{P}(0, \tau_0)]. \quad (74)$$

Тождества (23) и (25) выполняются и для асимптотик.

4.4. Асимптотики X - и Y -функций. Асимптотики этих функций при наличии характеристического числа выглядят довольно просто [7]:

$$X(p, \tau_0) \sim H(p) \left[1 + \frac{k}{\operatorname{sh} k(\tau_0 + 2\tau_e)} \frac{e^{-k(\tau_0 + 2\tau_e)}}{k-p} \right] - H(-p) \frac{k}{\operatorname{sh} k(\tau_0 + 2\tau_e)} \frac{1}{k+p} e^{-p\tau_0}, \quad (75)$$

$$Y(p, \tau_0) \sim -H(p) \frac{k}{\operatorname{sh} k(\tau_0 + 2\tau_e)} \frac{1}{k-p} + H(-p) \left[1 + \frac{k}{\operatorname{sh} k(\tau_0 + 2\tau_e)} \frac{e^{-k(\tau_0 + 2\tau_e)}}{k+p} \right] e^{-p\tau_0}. \quad (76)$$

Связь между этими функциями $Y(p, \tau_0) = e^{-p\tau_0} X(-p, \tau_0)$ соблюдается и у их асимптотик. Вторые слагаемые, пропорциональные $e^{-p\tau_0}$, следует учитывать только тогда, если $p \leq a$.

4.5. Крупномасштабные асимптотики. Наряду с асимптотиками величин на краях слоя могут быть получены и так называемые асимптотики,

справедливые в предположениях, что в оптически толстом слое ($\tau_0 \gg 1$) рассматриваются слои, далекие от обеих границ, т.е. $\tau \gg 1$ и $\tau_0 - \tau \gg 1$. Получим такую асимптотику сначала для функции $\Psi(\tau, \tau_0)$. Для этого проинтегрируем равенство (65), справедливое при $\tau_0 \gg 1$ и всех $0 \leq \tau \leq \tau_0$, по τ от 0 до τ :

$$\Psi_{as}(\tau, \tau_0) = \Psi_{as}(\tau) - \frac{k}{\operatorname{sh} k(\tau_0 + 2\tau_e)} \left[\int_0^\tau \Psi_*(\tau_0 - \tau') d\tau' - e^{-k(\tau_0 + 2\tau_e)} \int_0^\tau \Psi_*(\tau') d\tau' \right]. \quad (77)$$

При принятых предположениях асимптотика интеграла от резольвентной функции полубесконечной среды

$$\Psi_{as}(\tau) = \frac{1}{\sqrt{1-\lambda}} - \frac{C}{k} e^{-k\tau} = \frac{1}{\sqrt{1-\lambda}} - \frac{C_0}{k} e^{-k(\tau + \tau_e)}. \quad (78)$$

Асимптотика интеграла от нерастающей части решения задачи Милна с аргументом $\tau_0 - \tau'$ получается из (62):

$$\int_0^\tau \Psi_*(\tau_0 - \tau') d\tau' = \int_{\tau_0 - \tau}^{\tau_0} \Psi_*(\tau') d\tau' = \int_{\tau_0 - \tau}^\infty \Psi_*(\tau') d\tau' - \int_{\tau_0}^\infty \Psi_*(\tau') d\tau' = \frac{C_0}{2k^2} e^{-k(\tau_0 + \tau_e)} (e^{k\tau} - 1). \quad (79)$$

Найдя разность в квадратных скобках, согласно (63), получим полную крупномасштабную асимптотику

$$\Psi_{as}(\tau, \tau_0) = \frac{\operatorname{cth} k(\tau_0 + 2\tau_e)}{\sqrt{1-\lambda}} - \frac{C_0}{k} \frac{\operatorname{ch} k(\tau_0 - \tau + \tau_e)}{\operatorname{sh} k(\tau_0 + 2\tau_e)}. \quad (80)$$

Следующей найдем вероятность по формуле (20):

$$P(\tau, \tau_0) \sim 1 - \frac{\sqrt{1-\lambda}}{\operatorname{th} k(\tau_0 + 2\tau_e)} \left[\frac{\operatorname{cth} k(\tau_0 + 2\tau_e)}{\sqrt{1-\lambda}} - \frac{C_0}{k} \frac{\operatorname{ch} k(\tau_0 - \tau + \tau_e)}{\operatorname{sh} k(\tau_0 + 2\tau_e)} \right] - \frac{\sqrt{1-\lambda}}{\operatorname{sh} k(\tau_0 + 2\tau_e)} \left[\frac{\operatorname{th} k(\tau_0/2 + \tau_e)}{\sqrt{1-\lambda}} - \frac{\operatorname{cth} k(\tau_0 + 2\tau_e)}{\sqrt{1-\lambda}} - \frac{C_0}{k} \frac{\operatorname{ch} k(\tau + \tau_e)}{\operatorname{sh} k(\tau_0 + 2\tau_e)} \right]. \quad (81)$$

Слагаемые, не содержащие множителя C_0 , сокращаются, а слагаемые при множителе $(C_0/k)\sqrt{1-\lambda}$ преобразуются. Окончательно получается простое выражение:

$$P(\tau, \tau_0) \sim \frac{C_0}{k} \sqrt{1-\lambda} \frac{\operatorname{sh} k(\tau_0 - \tau + \tau_e)}{\operatorname{sh} k(\tau_0 + 2\tau_e)}. \quad (82)$$

Полная вероятность равна сумме, так что

$$\mathcal{P}(\tau, \tau_0) \sim \frac{C_0}{k} \sqrt{1-\lambda} \frac{\operatorname{sh} k(\tau_0 - \tau + \tau_e) + \operatorname{sh} k(\tau + \tau_e)}{\operatorname{sh} k(\tau_0 + 2\tau_e)} = \frac{C_0}{k} \sqrt{1-\lambda} \frac{\operatorname{ch} k(\tau_0/2 - \tau)}{\operatorname{ch} k(\tau_0/2 + \tau_e)}. \quad (83)$$

Как и должно быть, асимптотика этой вероятности симметрична относительно

середины слоя.

5. Асимптотики чисел рассеяния.

5.1. *Полное число.* Асимптотические формулы для полного числа рассеяний получаются сразу из (3), (72) и (83). При крайних глубинах

$$N(0, \tau_0) = N(\tau_0, \tau_0) = \Psi(\tau_0, \tau_0) \sim \frac{1}{\sqrt{1-\lambda}} \operatorname{th} k(\tau_0/2 + \tau_e) \quad (84)$$

и крупномасштабная асимптотика, как и вероятность, симметричная относительно середины слоя:

$$N(\tau, \tau_0) \sim \frac{1}{1-\lambda} - \frac{C_0}{k\sqrt{1-\lambda}} \frac{\operatorname{ch} k(\tau_0/2 - \tau)}{\operatorname{ch} k(\tau_0/2 + \tau_e)}. \quad (85)$$

Получение же формул для частичных чисел рассеяния требует вычисления производных по λ . Начнем с величин, зависящих только от этой переменной.

5.2. *Производные от k , C_0 и τ_e .* Сначала, дифференцируя уравнение (52), находим производную от характеристического числа:

$$-v(k) - \lambda v'(k) \frac{dk}{d\lambda} = 0, \quad \frac{dk}{d\lambda} = -\frac{v(k)}{\lambda v'(k)}, \quad (86)$$

а также от коэффициента (54)

$$\frac{d \ln C_0}{d\lambda} = \frac{1}{2} \frac{v(k)}{\lambda v'(k)} \left(\frac{v''(k)}{v'(k)} - \frac{1}{k} \right) - \frac{1}{2\lambda}. \quad (87)$$

Следующими берем производные от экстраполированной длины (55):

$$\begin{aligned} \frac{d\tau_e}{d\lambda} = \frac{v(k)}{k\lambda v'(k)} & \left[\frac{1}{2k} \ln \frac{a+k}{a-k} - \frac{a}{a^2-k^2} + \frac{2k^2}{\pi} \int_a^b \operatorname{arccctg} X(y, \lambda) \frac{dy}{(y^2-k^2)^2} \right] - \\ & - \frac{1}{\lambda} \int_a^b \mathcal{R}(y, \lambda) \frac{dy}{y^2-k^2}, \end{aligned} \quad (88)$$

и произведения ее на k :

$$\frac{dk\tau_e}{d\lambda} = \frac{v(k)}{\lambda v'(k)} \left[\frac{1}{\pi} \int_a^b \operatorname{arccctg} X(y, \lambda) \frac{dy(y^2+k^2)}{(y^2-k^2)^2} - \frac{a}{a^2-k^2} \right] - \frac{k}{\lambda} \int_a^b \mathcal{R}(y, \lambda) \frac{dy}{y^2-k^2}. \quad (89)$$

5.3. *Границы слоя.* Для того, чтобы получить асимптотики средних чисел рассеяния фотонов с границ слоя по формулам (49)-(50), находим производную

$$\frac{\partial \Psi(\tau_0, \tau_0)}{\partial \lambda} \sim \Psi(\tau_0, \tau_0) \left[\frac{1}{2} \frac{1}{1-\lambda} + \frac{1}{\operatorname{sh} k(\tau_0 + 2\tau_e)} \mathcal{D}(\lambda, \tau_0) \right], \quad (90)$$

где

$$\mathcal{D}(\lambda, \tau_0) = \tau_0 \frac{dk}{d\lambda} + 2 \frac{dk \tau_e}{d\lambda}. \quad (91)$$

Тогда

$$\frac{\partial P(0, \tau_0)}{\partial \lambda} \sim \frac{\Psi(\tau_0, \tau_0)}{2} \left[1 + \frac{1}{2 \operatorname{sh}^2 k(\tau_0/2 + \tau_e)} - \frac{1 - \lambda}{\operatorname{sh} k(\tau_0 + 2\tau_e) \operatorname{sh}^2 k(\tau_0/2 + \tau_e)} \mathcal{D}(\lambda, \tau_0) \right], \quad (92)$$

$$\frac{\partial P(\tau_0, \tau_0)}{\partial \lambda} \sim \frac{\Psi(\tau_0, \tau_0)}{2} \left[1 - \frac{\operatorname{ch} k(\tau_0 + 2\tau_e)}{2 \operatorname{sh}^2 k(\tau_0/2 + \tau_e)} + \frac{1 - \lambda}{\operatorname{th} k(\tau_0 + 2\tau_e) \operatorname{sh}^2 k(\tau_0/2 + \tau_e)} \mathcal{D}(\lambda, \tau_0) \right]. \quad (93)$$

Сложение этих формул дает

$$\frac{\partial \mathcal{P}(0, \tau_0)}{\partial \lambda} \sim \Psi(\tau_0, \tau_0) \left[\frac{1}{2} - \frac{1 - \lambda}{\operatorname{sh} k(\tau_0 + 2\tau_e)} \mathcal{D}(\lambda, \tau_0) \right], \quad (94)$$

что, конечно, получается и из (25).

Полученные производные и приведенные выше формулы (47)-(48) позволяют найти асимптотики чисел рассеяния.

6. Заключение. Таким образом, в статье воспроизведены известные формулы теории переноса излучения в плоских средах, точные решения для полубесконечной среды и асимптотики основных величин для ее глубоких слоев при наличии решения характеристического уравнения в удобной компактной форме. Для плоского слоя найдены точные соотношения между вероятностями выхода фотонов из слоя и средними числами рассеяний. С их помощью для оптически толстого слоя получены асимптотики этих величин для границ слоя и для его внутренних слоев (крупномасштабные). При этом разграничиваются средние числа фотонов, выходящих через верхнюю и нижнюю границы.

Во второй статье серии полученные результаты будут применены к двум конкретным видам рассеяния.

Санкт-Петербургский государственный университет,
Россия, e-mail: dinagirner@gmail.com

THE ESCAPE PROBABILITY AND MEAN NUMBERS OF SCATTERINGS OF PHOTONS. I. EXACT AND ASYMPTOTIC FORMULAE

D.I.NAGIRNER, Y.V.MILANOVA, A.V.DEMENTYEV, E.V.VOLKOV

Using the basic formulae of the theory of radiative transfer, more detailed information on the characteristics of photon scattering in a plane layer is obtained. Namely, the probabilities of photon escape separately through the upper and lower boundaries of the layer and the mean numbers of scatterings of such photons are found.

Keywords: *radiation transfer: mean numbers of scatterings of photons*

ЛИТЕРАТУРА

1. С.Чандрасекар, Перенос лучистой энергии. М., ИЛ, 1953.
2. В.В.Соболев, Рассеяние света в атмосферах планет. М., Наука, 1972.
3. В.В.Иванов, Перенос излучения и спектры небесных тел. М., Наука, 1969.
4. V.V.Ivanov, Transfer of Radiation in Spectral Lines. Boulder, NBS, 385, 1973.
5. H.C. van de Hulst, Multiple Light Scattering. N.Y., Academic Press, 1980.
6. К.Кейз, П.Цвайфель, Линейная теория переноса. М., Мир, 1972.
7. D.I.Nagirner, Astrophys. Space Phys. Rev., **13**, 1, 2006.
8. Д.И.Нагирнер, Астрофизика, **26**, 157, 1987, (Astrophysics, **26**, 90, 1987).
9. Д.И.Нагирнер, Астрофизика, **10**, 445, 1974, (Astrophysics, **10**, 274, 1974).
10. D.I.Nagirner, Astrophys. Space Phys. Rev., **3**, 255, 1984.
11. V.V.Ivanov, S.I.Grachev, V.M.Loskutov, Astron. Astrophys., **318**, 315, 1996.
12. V.V.Ivanov, S.I.Grachev, V.M.Loskutov, Astron. Astrophys., **321**, 968, 1997.
13. В.П.Гринин, Астрофизика, **20**, 365, 1984, (Astrophysics, **20**, 190, 1984).
14. В.П.Гринин, Труды Астрон. обс. ЛГУ, **44**, 236, 1994.
15. С.И.Грачев, Труды Астрон. обс. ЛГУ, **44**, 203, 1994.
16. В.А.Амбарцумян, Докл. АН Арм. ССР, **8**, 101, 1948.
17. В.В.Соболев, Астрофизика, **2**, 135, 1966, (Astrophysics, **2**, 69, 1966).
18. В.В.Соболев, Астрофизика, **2**, 239, 1966, (Astrophysics, **2**, 119, 1966).
19. В.В.Соболев, Астрофизика, **3**, 5, 1967, (Astrophysics, **3**, 1, 1967).
20. В.В.Соболев, Астрофизика, **3**, 137, 1967, (Astrophysics, **3**, 69, 1967).
21. А.Г.Никогосян, Астрофизика, **21**, 324, 1984, (Astrophysics, **21**, 527, 1984).
22. А.Г.Никогосян, Астрофизика, **21**, 595, 1984, (Astrophysics, **21**, 685, 1984).

ОБЗОРЫ

МИСТИЧЕСКАЯ ВОЛНА РЭДКЛИФФА

В.В.БОБЫЛЕВ¹, А.Т.БАЙКОВА¹, Ю.Н.МИШУРОВ²

Поступила 25 июля 2022

Принята к печати 11 ноября 2022

Обзор посвящен волне Рэдклиффа, открытой недавно Алвесом и др. из анализа расположения молекулярных облаков. Эти авторы выделили узкую цепочку из молекулярных облаков, вытянутых практически в одну линию, расположенную под наклоном около 30° к галактической оси z . Собственно, волна Рэдклиффа очерчивает затухающие осцилляции в вертикальном распределении молекулярных облаков с максимальной амплитудой колебания около 160 пк и характерной длиной волны около 2.5 кпк. В настоящее время наличие волны Рэдклиффа подтверждено в вертикальном распределении: а) межзвездной пыли, б) источников мазерного излучения и радиозвезд, которые являются очень молодыми звездами и протозвездами, тесно связанными с молекулярными облаками, в) маломассивных звезд типа Т Тельца, г) более массивных ОВ-звезд и д) молодых рассеянных скоплений звезд. Волна Рэдклиффа прослеживается и в вертикальных скоростях молодых звезд. Большинство из рассмотренных результатов анализа вертикальных скоростей различных молодых звезд показывает, что колебания вертикальных положений и вертикальных скоростей звезд в волне Рэдклиффа происходят синхронно. Природа волны Рэдклиффа до конца не ясна. Многие исследователи связывают ее с предположением о внешнем гравитационном воздействии на галактический диск ударника типа карликовой галактики-спутника Млечного Пути.

Ключевые слова: волна Рэдклиффа: молекулярные облака: молодые звезды

1. *Открытие волны Рэдклиффа.* Вблизи Солнца известна волна Рэдклиффа, распространяющаяся приблизительно вдоль Местного рукава (рукава Ориона). Впервые она была обнаружена Алвесом и др. [1] из анализа распределения молекулярных облаков. Первые авторы этого научного коллектива являются представителями Института перспективных исследований Рэдклиффа в Кембридже, Массачусетс. Поэтому волну они называли в честь родного института.

Алвес и др. [1] выделили узкую цепочку из молекулярных облаков, вытянутых практически в одну линию, расположенную под наклоном около 30° к галактической оси z . Собственно волна наблюдается в вертикальных координатах z облаков. Таким образом, структура является трехмерной. Согласно Алвесу и др. [1], волна является затухающей и максимальное значение амплитуды наблюдается в непосредственной близости от Солнца, где расположен пояс Гулда [2]. Как отмечено в [1], волна Рэдклиффа должна

играть важную роль в понимании причины образования пояса Гулда. В частности, они считают, что наличие вертикальных возмущений закрывает гипотезу Блау [3] о взрыве гиперновой.

Обнаружение волны Рэдклиффа оказалось возможным благодаря работам Цукер и др. [4,5] по оценке расстояний до молекулярных облаков в области Местного рукава, расположенных на гелиоцентрических расстояниях от 150 пк до 2.5 кпк. Авторы разработали метод, объединяющий фотометрические данные с тригонометрическими параллаксами звезд из каталога Gaia DR2 [6]. По их оценке, расстояния до молекулярных облаков в итоге определены со средней ошибкой около 5%.

На рис.1 даны вертикальные координаты, выделенных Алвесом и др. [1], молекулярных облаков, расположенные вдоль оси y' , которая ориентирована под углом 30° к галактической оси y . На рисунке показан целый ряд моделей волны Рэдклиффа из работы этих авторов.

В настоящей работе мы рассматриваем гелиоцентрическую прямоугольную систему координат x, y, z , в которой ось x направлена от Солнца в центр Галактики, направление оси y совпадает с направлением вращения Галактики, а ось z направлена в северный галактический полюс, а также галактоцентрическую прямоугольную систему координат X, Y, Z , в которой ось X направлена от центра Галактики на Солнце, направление оси Y совпадает с направлением вращения Галактики, а ось Z направлена в северный галактический полюс. Таким образом, в этих двух системах координат различаются только направления осей x и X . При этом ориентация волны Рэдклиффа по отношению к осям y и Y отличается только знаком. Например, в гелиоцентрической системе координат переход к штрихованной оси y' осуществляется следующим образом:

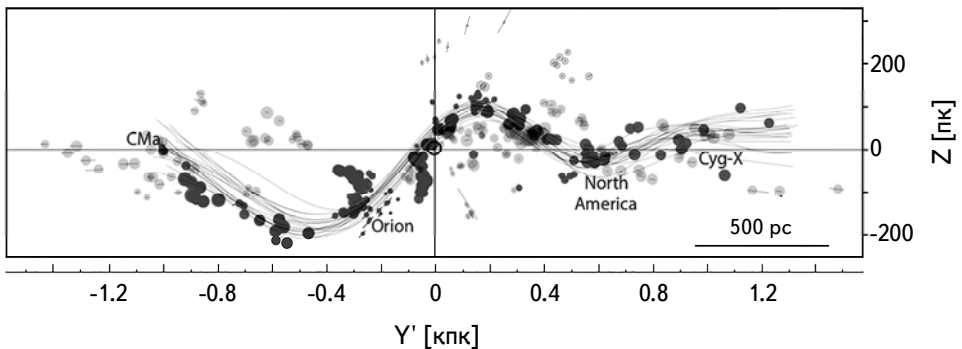


Рис.1. Вертикальные координаты молекулярных облаков z в зависимости от положения на оси y' (эта ось расположена под углом -30° к галактической оси y), темными кружками даны облака, трассирующие волну Рэдклиффа, светлыми кружками даны облака поля, серыми пунктирными линиями даны модели волны Рэдклиффа. Это рисунок из работы [1], к которому мы добавили более подробную шкалу y' .

$$y' = y \cos 30^\circ + x \sin 30^\circ. \quad (1)$$

В свете сказанного можем отметить, что при цитировании работ различных авторов мы не различаем обозначения z и Z , а также y' и Y' . Кроме того, пространственные скорости, направленные вдоль осей x, y, z обычно обозначаются как U, V, W . При этом на графиках из некоторых цитируемых работ вертикальные скорости обозначены как V_z .

Моделирование волны Рэдклиффа в работе [1] производилось с использованием квадратичной функции в пространстве координат x, y, z , заданной тремя наборами "опорных точек" (x_0, y_0, z_0) , (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2) . Волнообразное поведение относительно центра волны описывалось синусоидальной функцией относительно плоскости XY с затухающим периодом и амплитудой:

$$\Delta z(t) = A \exp \left[-\delta \left(\frac{d(t)}{\text{кпк}} \right)^2 \right] \sin \left[\left(\frac{2\pi d(t)}{P} \right) \left(1 + \frac{d(t)/d_{\max}}{\gamma} \right) + \phi \right], \quad (2)$$

где $d(t) = \|(x, y, z)(t) - (x_0, y_0, z_0)\|$ - расстояние конкретного облака от начала волны, заданное параметром t , $d_{\max}$ - расстояние от конца волны, A - амплитуда волны, P - период волны, ϕ - фаза волны, δ задает скорость затухания амплитуды, а γ задает скорость затухания периода. В итоге Алвес и др. [1] нашли следующие параметры модельной волны:

$$\begin{aligned} \lambda &= 2.7 \pm 0.2 \text{ кпк}, & A &= 160 \pm 30 \text{ пк}, \\ \sigma_{\text{scatter}} &= 60 \pm 15 \text{ пк}, & \text{Масса} &\geq 3 \cdot 10^6 M_{\odot}, \end{aligned} \quad (3)$$

где λ - длина волны, σ_{scatter} - среднеквадратическое отклонение облаков от модели (радиус волны), приведенные ошибки параметров в (3) соответствуют уровню 95% ($\pm 2\sigma$).

К настоящему времени уже опубликовано около десятка статей, посвященных определению геометрических и кинематических характеристик волны Рэдклиффа по данным о различных молодых объектах, а также гипотезам ее происхождения. Целью настоящей работы является обзор этих публикаций.

2. Подтверждение наличия волны Рэдклиффа.

2.1. *Молодые звезды, РЗС и пылевые облака.* Донада, Фигуэрос [7] проанализировали выборку очень молодых ОВ-звезд и рассеянных звездных скоплений (РЗС) моложе 30 млн лет из окрестности Солнца радиусом около 2 кпк. Авторами были разработаны критерии для перекрестного сопоставления этих объектов с идентифицированными комплексами облаков, принадлежащих волне Рэдклиффа. В работе уделено большое внимание оценке качества использованных астрометрических и фотометрических данных, на основе

которых были получены оценки расстояний до ОВ-звезд и РЗС. Авторы впервые попытались найти связь между структурными и кинематическими свойствами молодой звездной популяции, связанной с волной Рэдклиффа, и пришли к следующим выводам: 1) идентифицировано 13 РЗС, каждое из которых физически связано с молекулярными облаками (МО) вероятными членами волны Рэдклиффа; 2) по сравнению с РЗС одиночные ОВ-звезды хуже представляют собой вытянутую структуру, которая трассирует волну Рэдклиффа, поэтому основной упор в своей работе авторы сделали на анализе РЗС; 3) вертикальное движение 11 пар вида "РЗС-МО", связанных с волной Рэдклиффа, не противоречит простой модели гармонического движения в вертикальном направлении, и 4) траектории 13 РЗС, проинтегрированные в прошлое, с использованием гравитационного потенциала Галактики, не предполагают начала координат, связанного ни с точкой, ни с прямой линией в плоскости XZ . Из рис.2, взятого из [7], хорошо просматривается связь между вертикальными координатами z и вертикальными скоростями W одиннадцати РЗС, принадлежащих структуре волны Рэдклиффа.

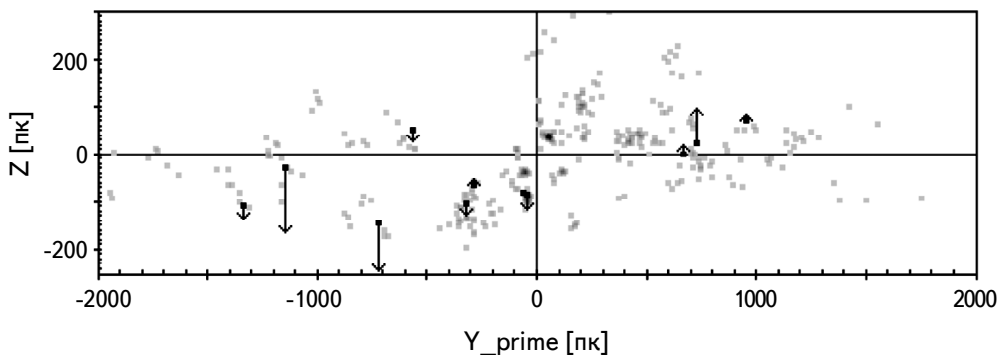


Рис.2. Вертикальные координаты z молодых РЗС в зависимости от расстояния y' , вертикальные скорости W одиннадцати пар вида "РЗС-МО" показаны черными стрелками, рисунок взят из работы Донады, Фигуэроса [7]).

Свиггум и др. [8] попытались выяснить пространственную связь между волной Рэдклиффа и Местным рукавом. Для этого были использованы данные о звездах высокой светимости и молодых РЗС из каталога Gaia EDR3 [9] в сочетании с трехмерными картами пыли. Набор этих данных был исследован в контексте цветовых градиентов, наблюдаемых в спиральных рукавах других галактик, где предсказания теории волн плотности и моделей инициированного звездообразования применялись для интерпретации конкретного расположения газопылевых облаков и ОВ-звезд. Авторы пришли к заключению о том, что волна Рэдклиффа представляет собой газовый резервуар в Местном рукаве, являющийся лабораторией по изучению образования звезд

и молекулярных облаков в Млечном Пути.

На рис.3 видно, что цепочка молекулярных облаков, которая ассоциируется с волной Рэдклиффа, расположена вдоль внутреннего края структуры P21. Структура P21 выявлена в работе [10] из анализа распределения молодых звезд, P3С и классических цефеид. Для этих объектов были использованы данные из каталога Gaia EDR3. Конечно, эта структура является частью Местного рукава. Неожиданностью является довольно большой угол, около 30° , под которым эта структура наклонена к оси Y .

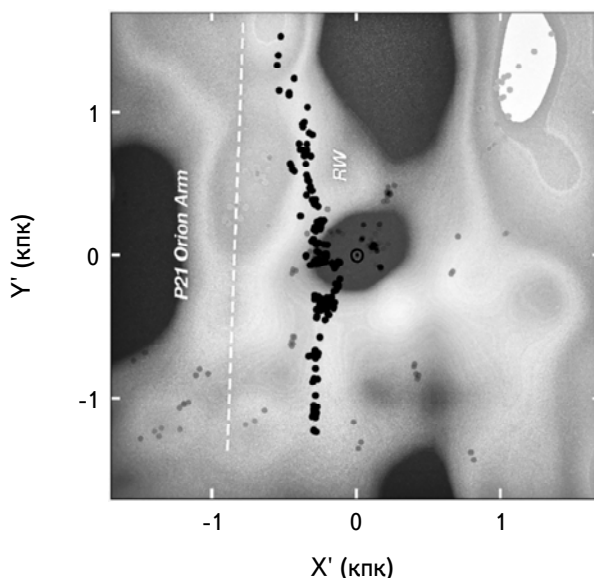


Рис.3. В повернутой (примерно на 30° относительно системы координат XY) системе координат $X'Y'$ дано распределение звездной плотности черно-серо-белой заливкой, серыми кружками дано распределение областей звездообразования, согласно [5], черными кружками отмечены облака, принадлежащие волне Рэдклиффа по [1], пунктирная белая линия показывает соответствие пикам избыточной звездной плотности вдоль структуры P21 [10], положение Солнца отмечено символом Солнца. Рисунок взят из работы Свиггума и др. [8].

Согласно определениям различных авторов, угол закрутки четырехрукавного спирального узора в Галактике заключен в интервале 10° - 15° [11-16]. Хотя Местный рукав не является спиральным рукавом "grand design", но он тесно связан со спиральной структурой Галактики. Значения угла закрутки, найденные по объектам Местного рукава, также лежат в довольно узком интервале значений, 9° - 16° [15-17]. Скорее всего, структура P21 указывает на локальное уклонение от общей ориентации Местного рукава.

В работе Лаллемента и др. [18] были объединены фотометрические данные о звездах из каталога Gaia EDR3 с инфракрасными измерениями из каталога 2MASS [19] для построения высокоточной трехмерной карты

межзвездного поглощения. На рис.4, взятом из работы [18], показано вертикальное распределение межзвездной пыли в четырех узких в горизонтальном направлении разрезах. Как можно видеть из этого рисунка, волнообразные отклонения от галактической плоскости в вертикальном направлении с амплитудой до 300 пк наблюдаются в различных направлениях. Для нас же наибольший интерес представляет разрез номер 3, ориентированный в направлении $l=60^\circ$ (таким образом проходит под углом -30° к галактической оси Y), ясно показывающий наличие волны Рэдклиффа в распределении межзвездной пыли.

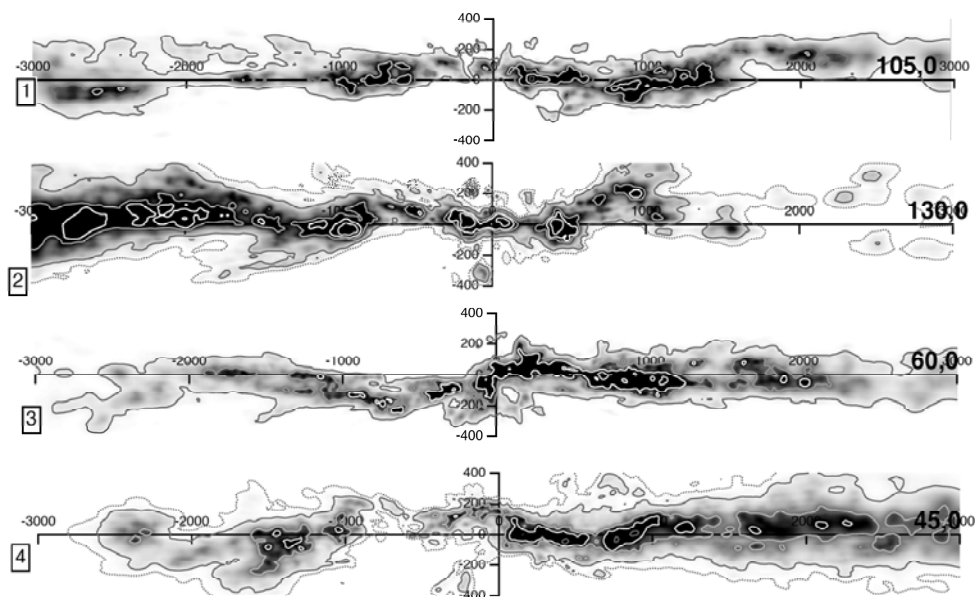


Рис.4. Распределения межзвездной пыли по вертикали в четырех разрезах, проходящих вблизи Солнца, где справа указана галактическая долгота конца разреза, слева указан номер разреза, рисунок взят из работы Лаллемента и др. [18].

В работе Туласидхарана и др. [20] по молодым звездам, расположенным в околосолнечной области радиусом 3 кпк, изучены их вертикальные скорости. Анализировались три выборки: ОВ-звезды, звезды из верхней части ГП (это главным образом звезды спектрального класса А) и выборка красных гигантов. В итоге было показано, что амплитуда вертикальных колебаний с длиной волны около 2.5-2.7 кпк (вдоль оси y') зависит от возраста звездного населения. Максимальную амплитуду вертикальных скоростей с величиной 3-4 км/с демонстрируют ОВ-звезды. По мнению авторов [20], основным механизмом обнаруженных таких вертикальных колебаний может служить реакция галактического диска на внешнее возмущение.

На основе изучения пространственного распределения в околосолнечной окрестности ОВ-звезд с высокоточными оценками расстояний, Гонсалес и др. [41] выделили интересную структуру, которую они назвали шпорой Цефея. Эта структура находится внутри Местного рукава, но расположена она под значительно большим углом к оси Y (под углом примерно 45°), чем сам рукав. По мнению авторов, эта структура связана с волной Рэдклиффа, так как наблюдается волнообразный характер в распределении вертикальных координат вдоль шпоры Цефея (рис.7 в работе Гонсалеса и др. [41]). Они также высказали предположение о том, что вертикальные колебания в галактическом диске могут быть ответственными за недавнее усиленное звездообразование на соответствующих гребнях и впадинах волны.

Ли и Чен [21] по данным о большом количестве молодых звезд, трассирующих волну Рэдклиффа, нашли связь между их возмущенными вертикальными положениями и вертикальными скоростями. Для этой цели были использованы маломассивные звезды, еще не достигшие стадии ГП. При этом вертикальные скорости звезд вычислялись без использования лучевых скоростей (из-за отсутствия таких измерений в используемой выборке). Поэтому результаты этих авторов следует считать предварительными.

2.2. Метод на основе Фурье анализа. Для изучения периодической структуры в координатах и скоростях звезд в работе Бобылева и др. [22] было предложено использовать спектральный анализ на основе стандартного преобразования Фурье исходной последовательности $z(y')$:

$$F(z(y')) = \int z(y') e^{-j2\pi y'/\lambda} = U(\lambda) + jV(\lambda) = A(\lambda) e^{j\varphi(\lambda)}, \quad (4)$$

где $A(\lambda) = \sqrt{U^2(\lambda) + V^2(\lambda)}$ - амплитуда спектра, а $\varphi(\lambda) = \arctan(V(\lambda)/U(\lambda))$ - фаза спектра. Особенностью настоящего подхода является поиск не просто монохроматической волны с постоянной амплитудой, а волны, наиболее точно описывающей исходные данные, спектр которого совпадает с главным пиком (лепестком) вычисленного спектра в диапазоне длин волн от λ_{min} до λ_{max} (внутри этих границ мощность спектра плавно уменьшается, начиная с максимального значения, а вне - начинает увеличиваться).

В итоге имеем искомую плавную кривую, аппроксимирующую исходные данные, которая вычисляется по формуле обратного преобразования Фурье в определенном нами диапазоне длин волн:

$$z(y') = 2k \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} A(\lambda) \cos\left(\frac{2\pi y'}{\lambda} + \varphi(\lambda)\right) d\lambda, \quad (5)$$

где k - коэффициент, вычисляющийся из условия минимума невязки.

2.2.1. Фурье анализ данных Алвеса и др. Вначале мы решили

протестировать метод Фурье анализа с использованием данных о молекулярных облаках, по которым Алвесом и др. [1] была обнаружена волна Рэдклиффа.

В объединенной выборке нами использованы два набора данных, которые анализировались в [1], и находящихся в открытом доступе: а) данные о плотных облаках взяты из <https://doi.org/10.7910/DVN/07L7YZ> и б) данные о более разреженных структурах взяты из <https://doi.org/10.7910/DVN/K16GQX>. Всего Алвесом и др. [1] были проанализированы 380 структур с оценками расстояний до них. Причем, случайные ошибки оценки расстояний до этих молекулярных облаков, согласно авторам, составляют около 5%.

На рис.5 дано распределение 380 молекулярных облаков в проекции на галактическую плоскость XY . Для изучения волны Рэдклиффа из них мы отобрали 189, расположенных в узкой зоне, наклоненной под углом -30° к оси Y , как показано на рисунке. Таким образом, имеем выборку, очень близкую к той, что анализировалась Алвесом и др. [1]. На рисунке показаны фрагменты четырехрукавного спирального узора с углом закрутки $i = -13^\circ$, согласно работе [11]. Здесь этот спиральный узор построен со значением расстояния от Солнца до центра Галактики $R_0 = 8.1$ кпк. Значение $R_0 = 8.1 \pm 0.1$ кпк было выведено

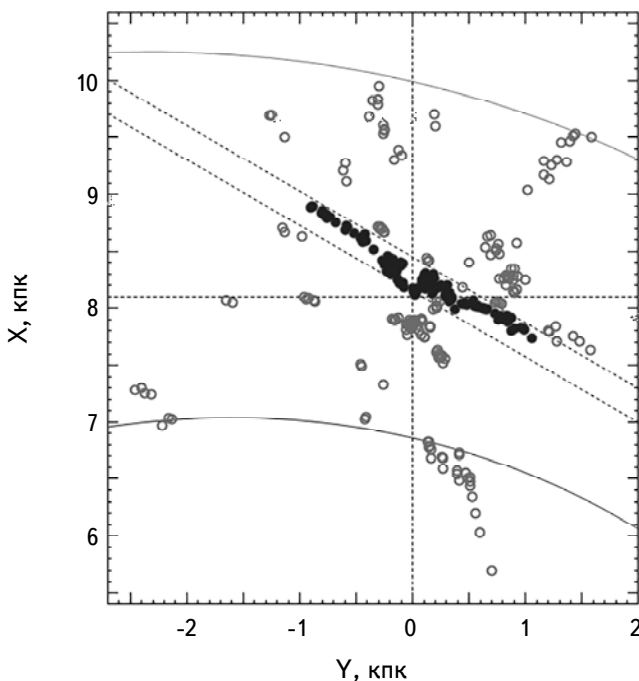


Рис.5. Распределение 380 молекулярных облаков из работы [1] в проекции на галактическую плоскость XY - серые кружки, 189 облаков из узкой зоны, проходящей под углом -30° к оси Y , даны черными кружками, отмечены два фрагмента четырехрукавного спирального узора с углом закрутки $i = -13^\circ$.

как средневзвешенное из большого количества современных индивидуальных оценок в работе [39].

Затем положения отобранных молекулярных облаков были спроецированы на ось y' , расположенную под углом -30° к оси y . В повернутой таким образом системе координат выполнен Фурье анализ их положений. Причем анализ проведен для двух случаев: а) для монохроматической волны, когда в спектре мощности берется одна частота, соответствующая максимуму спектра и б) для полихроматической волны, когда в спектре мощности взяты частоты, соответствующие интервалу от λ_{min} до λ_{max} , согласно выражению (5). Для каждого случая вычисляется значение среднеквадратического отклонения σ_z .

В случае монохроматической волны получены следующие оценки параметров волны:

$$\lambda = 2.5 \pm 0.1 \text{ кпк}, \quad z_{max} = 120 \pm 4 \text{ пк}, \quad \sigma_z = 60 \text{ пк}. \quad (6)$$

Ошибки параметров, которые мы даем здесь и далее, соответствуют уровню 68% ($\pm 1\sigma$). В случае полихроматической волны найдено:

$$\lambda = 2.5 \pm 0.1 \text{ кпк}, \quad z_{max} = 150 \pm 4 \text{ пк}, \quad \sigma_z = 46 \text{ пк}. \quad (7)$$

Здесь так же, как и в (6), значение длины волны λ соответствует максимуму спектра мощности (рис.6d). Отметим, что на рис.6d заштрихован главный лепесток спектра. При этом положение λ_{min} четко видно, а вот положение λ_{max} находится далеко за пределами рисунка.

В нашем методе мы отказались от обозначения амплитуды символом A ,

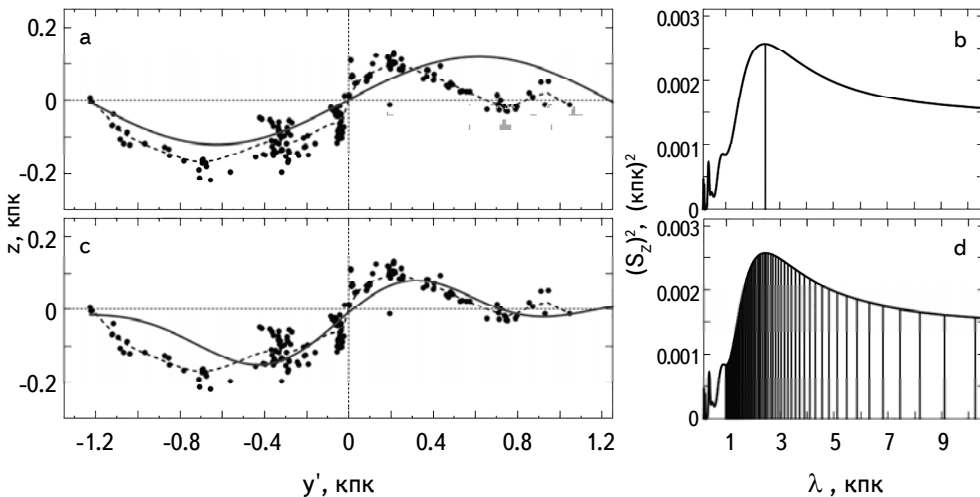


Рис.6. Вертикальные координаты z избранных молекулярных облаков из работы [1] в зависимости от расстояния y' (a) и (c), их спектры мощности (b) и (d), периодические жирные линии на графиках (a) и (c) отражают соответствующие результаты спектрального анализа, а пунктирные линии показывают сглаженные средние значения координат.

так как указываем максимальное значение волны z_{max} , которое в данном случае достигается при $y' = -0.43$ кпк. В решении (7) имеем меньшее по сравнению с (6) значение дисперсии σ_z . Таким образом, полихроматическая волна лучше согласуется с данными. Кроме того, она лучше согласуется и с результатами анализа Алвеса и др. [1], что можно видеть из сравнения рис.1 и рис.6, а также из сравнения найденных параметров (6) и (7) с (3). Отметим, что Алвес и др. [1] также отказались от использования монохроматической волны в пользу волны с затухающими амплитудой и периодом (2).

Оценки ошибок искомых параметров найдены с применением статистического моделирования методом Монте-Карло на основе выполнения 100 циклов вычислений. При этом числе циклов средние значения решений практически совпадают с решениями, полученными по исходным данным без добавления ошибок измерения. Ошибки измерения добавлялись в координаты источников x , y и z .

2.2.2. Фурье анализ выборки мазеров. Источниками мазерного излучения являются звезды с протяженными газопылевыми оболочками, в которых возникает эффект накачки. Эффектом мазерного излучения обладают как очень молодые звезды и протозвезды различной массы, так и старые звезды, например, мириды. В работе Бобылева и др. [22] для изучения волны Рэдклиффа были использованы РСДБ-наблюдения только молодых объектов, которые тесно связаны с областями активного звездообразования.

Важно отметить, что астрометрические РСДБ-наблюдения мазерных источников и радиозвезд очень точны. Так, ошибка определения тригонометрического параллакса составляет в среднем около 10 микросекунд дуги. Это позволяет, в частности, анализировать кинематику мазеров, расположенных вплоть до центра Галактики, с относительными ошибками расстояний около 10%.

Основные данные о мазерах содержатся в двух крупных компиляциях - Рида и др. [14] и Хироты и др. [23]. Ридом и др. [14] дана информация о 199 мазерах с результатами РСДБ-наблюдений различными авторами на нескольких радиочастотах в рамках проекта BeSSeL (The Bar and Spiral Structure Legacy Survey¹). В работе [23] описан каталог из 99 источников мазерного излучения, наблюдавшихся на частоте 22 ГГц по программе VERA (VLBI Exploration of Radio Astrometry²). Между выборками Рида и др. [14] и Хироты и др. [23] имеется большой процент общих измерений. Известен также ряд новых результатов определения параллаксов мазеров, выполненных после 2020г. [17,24,25].

Кроме собственно источников мазерного излучения, радионаблюдения

¹ <http://bessel.vlbi-astrometry.org>

² <http://veraserver.mtk.nao.ac.jp>

которых осуществляются в узких линиях, в нашем списке имеются радиозвезды, наблюдения которых выполнены РСДБ-методом в континууме на частоте 8.4 ГГц [26-29]. Это очень молодые звезды и протозвезды типа Т Тельца, расположенные главным образом в области пояса Гулда и Местного рукава. Они являются наиболее близкими по возрасту к молекулярным облакам, которые анализировались Алвесом и др. [1].

Как можно видеть из рис.7, взятом из работы [22], в интересующей нас зоне мазеров не так много, чтобы выбирать их в узкой зоне. Поэтому были отобраны практически все источники, расположенные в Местном спиральном рукаве. Четырехрукавный спиральный узор с углом закрутки $i = -13^\circ$ дан согласно работе [11]. Здесь этот узор построен со значением $R_0 = 8.1$ кпк, римскими цифрами пронумерованы следующие четыре спиральных рукава: I - Щита, II - Киля-Стрельца, III - Персея и IV - Внешний рукав. Черными кружками отмечены 68 отобранных для анализа источников. Из-за сильной скученности ряда ближайших мазеров в районе ассоциаций Ориона, Тельца или Скорпиона-Центавра, на рисунке их проекции сливаются в соответствующую

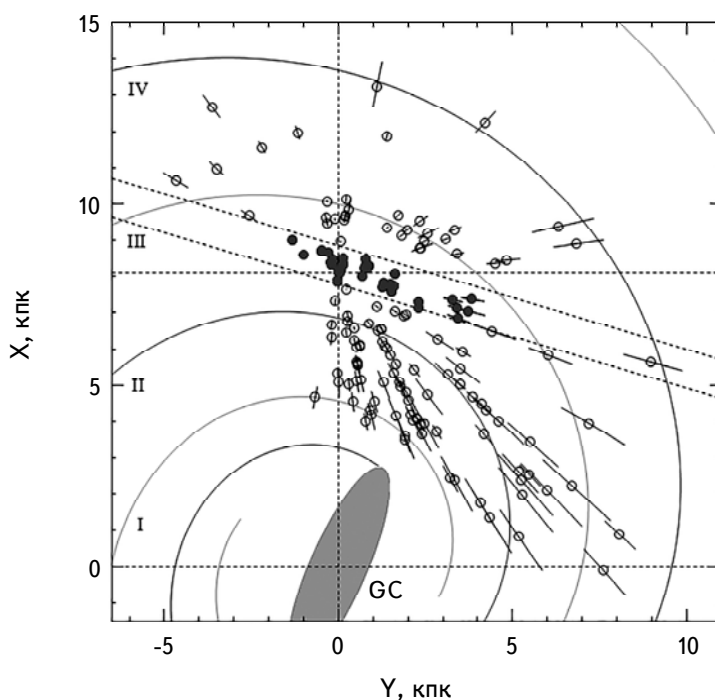


Рис.7. Распределение мазеров и радиозвезд с ошибками тригонометрических параллаксов менее 15% в проекции на галактической плоскости XY , 68 отобранных для анализа волны Рэдклиффа мазеров и радиозвезд отмечены черными кружками, показан четырехрукавный спиральный узор с углом закрутки $i = -13^\circ$ [11], отмечен центральный галактический бар, GC - центр Галактики. Рисунок взят из работы Бобылева и др. [22].

каждой ассоциации точку. Двумя параллельными пунктирными линиями, расположенными под наклоном -16° к оси Y , обозначены границы области отбора источников. Ширина зоны отбора составляет около 1.2 кпк. Также было использовано ограничение на гелиоцентрическое расстояние звезд, $r < 4$ кпк.

Положения мазеров были спроектированы на ось y' . И уже в этой, повернутой, системе координат был проведен спектральный анализ положений и вертикальных скоростей отобранных мазеров. В итоге были получены следующие оценки максимального значения координаты z (z_{max} , которое достигается при $y' = -0.28$ кпк) и длины волны λ :

$$z_{max} = 87 \pm 4 \text{ кпк}, \quad \lambda = 2.8 \pm 0.1 \text{ кпк} \quad (8)$$

из анализа положений источников. Из анализа же вертикальных скоростей W мазеров получена оценка максимального значения их скорости возмущения W_{max} (которое достигается при $y' = 1.4$ кпк) и длина волны этих возмущений λ :

$$W_{max} = 5.1 \pm 0.7 \text{ км/с}, \quad \lambda = 3.9 \pm 1.6 \text{ кпк}. \quad (9)$$

Результаты спектрального анализа отражены на рис.8. Пунктирными линиями на рис.8а и в показаны сглаженные средние значения данных. Хорошее

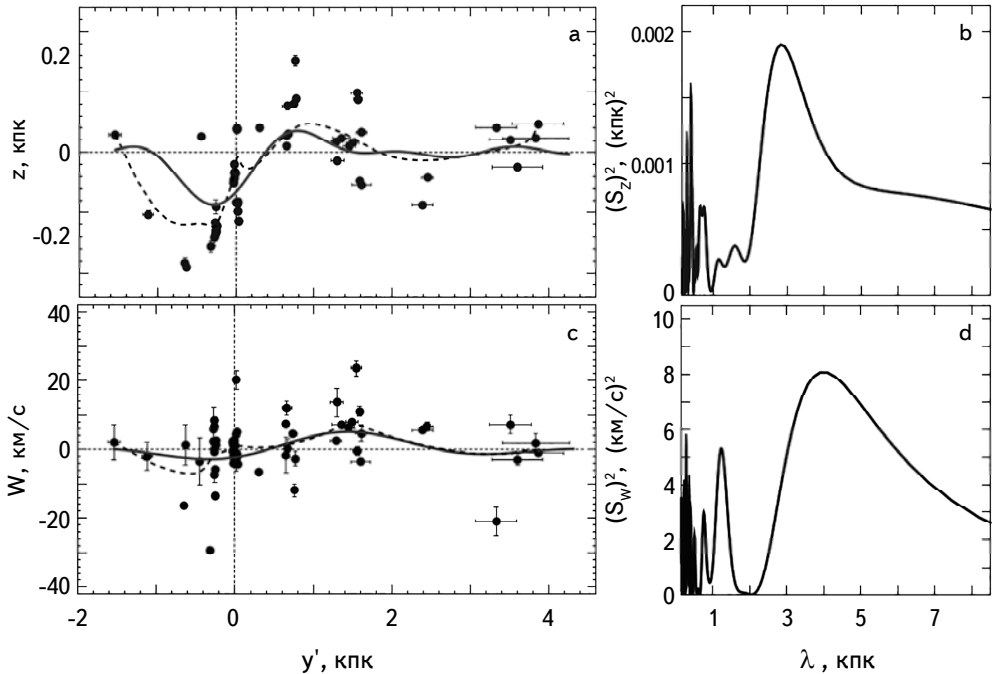


Рис.8. Координаты мазеров z в зависимости от расстояния y' (а) и их спектр мощности (б), вертикальные скорости мазеров W в зависимости от расстояния y' (с) и их спектр мощности (д), периодические кривые, показанные сплошными жирными линиями, отражают результаты спектрального анализа, пунктирными линиями показаны сглаженные средние значения. Рисунок взят из работы Бобылева и др. [22].

согласие в поведении сплошных и пунктирных линий в околосолнечной области говорит о надежности проведенного спектрального анализа. Отметим также согласие в характере распределения вдоль волны вертикальных скоростей на рис.8с и рис.2.

2.2.3. *Фурье анализ звезд типа Т Тельца.* В работе Бобылева и др. [22] для изучения волны Рэдклиффа были использованы данные о звездах типа Т Тельца. Основой выборки послужила работа Мартона и др. [30], в которой был произведен отбор молодых галактических звездных объектов из комбинации орбитальных наблюдений космических спутников - WISE [31], Planck [32] и Gaia [33]. Эта база имеет название Gaia DR2 $\times$ AllWISE. Она содержит более 100 млн объектов различной природы, которые разделены на 4 основных класса - молодые звездные объекты (Young Stellar Objects, далее YSO), звезды ГП, проэволюционировавшие звезды и внегалактические объекты. Для каждой звезды определена вероятность принадлежности к каждому из четырех рассматриваемых классов. Оценки вероятности были найдены с использованием звездных величин G из каталога Gaia DR2 [6], инфракрасных фотометрических полос W1-W4 из каталога WISE и J, H, K из каталога 2MASS. Чтобы решить, как источник связан с пылевой областью, Мартон и др. [30] использовали индекс прозрачности пыли (τ) для каждого объекта из карты Planck.

Параллаксы, собственные движения и лучевые скорости звезд из базы Gaia DR2 $\times$ AllWISE были взяты из каталога Gaia DR2 в работе [34]. Оказалось, что имеется очень мало измеренных лучевых скоростей для этих звезд. Это не позволяет вычислить полноценные пространственные скорости звезд. Поэтому было проанализировано только пространственное распределение отобранных молодых звезд.

Для отбора из базы Gaia DR2 $\times$ AllWISE наиболее молодых звезд, не достигших стадии ГП, были применены следующие критерии:

$$LY > 0.95, \quad SY > 0.98, \quad LMS < 0.5, \quad SMS < 0.5, \quad SE < 0.5, \quad SEG < 0.5, \quad (10)$$

где SY - вероятность того, что звезда является YSO, найденная без привлечения фотометрических полос W3 и W4 из каталога WISE, LMS - вероятность того, что звезда находится на стадии ГП, найденная с привлечением всех фотометрических полос из каталога WISE, SMS - вероятность того, что звезда находится на стадии ГП, найденная без привлечения фотометрических полос W3 и W4 из каталога WISE, SE - вероятность того, что это эволюционирующая звезда, найденная без привлечения фотометрических полос W3 и W4 из каталога WISE и SEG - вероятность того, что это внегалактический источник, найденный без привлечения фотометрических полос W3 и W4 из каталога WISE.

Известно, что тригонометрические параллаксы звезд из каталога Gaia DR2 имеют систематический сдвиг относительно инерциальной системы координат [35]. В частности, в работе [35] было показано, что значение такой поправки составляет $\Delta\pi = -0.029$ мсд. Это значение мы использовали при вычислении расстояний r до звезд через их параллаксы, $r = 1/\pi_{true}$. Причем, использование поправки уменьшает расстояния до звезд, т.к. $\pi_{true} = \pi + 0.029$.

Для изучения волны Рэдклиффа, на галактической плоскости XY звезды были отобраны из узкой зоны, расположенной под углом -25° к оси Y. Использовались звезды с ошибками тригонометрических параллакссов менее 10%. Всего в выборке оказалось около 600 звезд. Отметим, что в работе Туласидхарана и др. [20] при анализе трех выборок молодых звезд также поворот к оси y' производился на 25° . Дело в том, что при большем угле в выборке оказывается очень мало далеких звезд.

На рис.9 дана диаграмма показатель цвета-абсолютная звездная величина, построенная по выборке звезд из зоны, проходящей под углом -25° к оси Y. Показанная на рисунке ГП проведена согласно работе [36]. Мелкие детали нас интересуют мало, поэтому диаграмма построена без учета поглощения. Главное здесь то, что использование критериев отбора (10) позволяет отобрать действительно очень молодые звезды, не достигшие стадии ГП.

На основе Фурье анализа этой выборки были получены следующие оценки амплитуды z_{max} (которая достигается при $y' = -0.4$ кпк) и длины

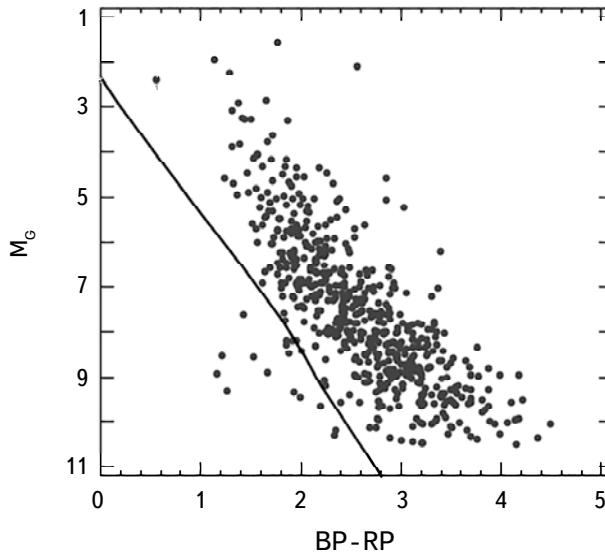


Рис.9. Диаграмма показатель цвета-абсолютная звездная величина, построенная по звездам из базы Gaia DR2 x AllWISE с относительными ошибками параллакссов менее 10%, сплошной линией отмечена ГП. Рисунок взят из работы Бобылева и др. [22].

волны λ :

$$z_{max} = 118 \pm 3 \text{ пк}, \quad \lambda = 2.0 \pm 0.1 \text{ кпк}. \quad (11)$$

Эти результаты отражены на рис.10.

Отметим работу Ли и Чена [21], в которой с целью изучения волны Рэдклиффа также анализировались очень молодые звезды, не достигшие стадии ГП. В отличие от нашей, здесь основой для классификации молодых звезд послужила более ранняя работа Мартона и др. [37]. Для анализа кинематики использовались собственные движения звезд из каталога Gaia DR2. При этом вертикальные скорости звезд вычислялись без использования лучевых скоростей. Применялся оригинальный метод поиска параметров наблюдаемой волны в положениях и вертикальных скоростях звезд. Авторы [37] заключили, что вертикальные положения и скорости звезд демонстрируют почти одинаковую периодичность с длиной волны λ около 1.5 кпк, оба колебания имеют затухающий характер, амплитуда колебаний относительно

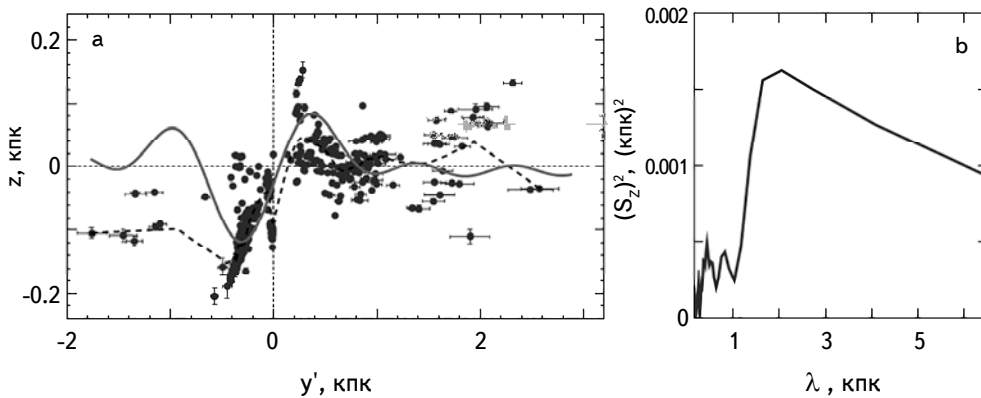


Рис.10. Координаты YSO z в зависимости от расстояния y' (а) и их спектр мощности (б), кривая отражает результаты спектрального анализа, периодическая жирная линия отражает результат спектрального анализа, пунктирная линия показывает сглаженные средние значения координат. Рисунок взят из работы Бобылева и др. [22].

средней плоскости диска Млечного Пути составляет $z_{max} = 130 \pm 20$ пк. Видно, что имеется неплохое согласие в оценках значений λ и z_{max} , найденных Ли и Ченом [21] и нами в решении (11).

2.2.4. Вертикальные скорости в волне Рэдклиффа. Обратим внимание на рис.2 и рис.8, из которых видно, что колебания вертикальных координат и вертикальных скоростей звезд практически синхронны. Похожий характер поведения координат и вертикальных скоростей молодых звезд получен в работе Туласидхарана и др. [20].

Анализ скоростей трех выборок молодых звезд, выполненный в работе

[20], отражен на рис.11. Символ "С" в левом верхнем углу на этом рисунке означает, что звезды принадлежат узкой полосе, ориентированной под углом 25° к оси Y . Вертикальные скорости выборок даны различными символами: скорости ОБ-звезд даны сплошным квадратом, скорости звезд из верхней части ГП (UMS) даны квадратом с белым кругом, скорости гигантов даны квадратом с белой полосой. Отметим хорошее согласие волны вертикальных скоростей ОБ-звезд и мазеров (рис.8).

А вот Ли, Чен [21] из анализа собственных движений звезд, не достигших стадии ГП, нашли разницу фаз с величиной около $2\pi/3$ между волной вертикальных координат и волной вертикальных скоростей. Это продемонстрировано на рис.12, который взят из работы [21] с небольшой заменой в обозначении оси абсцисс. При этом амплитуда вертикальных скоростей возмущений, $W_{max} = 7 \pm 0.6$ км/с, находится в хорошем согласии с оценками

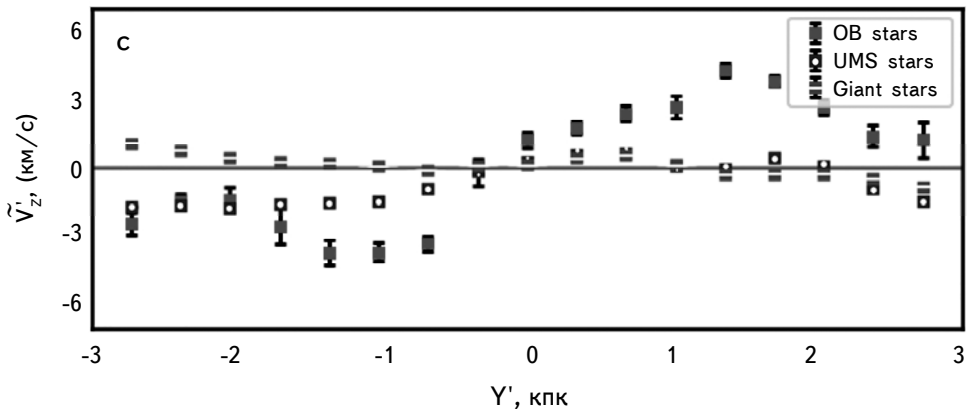


Рис.11. Вертикальные скорости трех выборок молодых звезд в зависимости от расстояния y' , положение Солнца здесь примерно соответствует значению $y' = 0$ кпк, рисунок взят из работы Туласидхарана и др. [20].

других авторов. Еще раз отметим, что авторы [21] вертикальные скорости звезд вычислили без использования лучевых скоростей. Эти звезды очень слабые, их спектры получить пока не удается. Поэтому массовые измерения лучевых скоростей этих звезд пока отсутствуют. К анализу Ли, Чена [21] вертикальных скоростей молодых звезд необходимо отнестись с осторожностью.

Можем с большой уверенностью говорить о том, что колебания вертикальных положений и вертикальных скоростей звезд в волне Рэдклиффа происходят синхронно.

Отметим работу Ту и др. [42], в которой выполнен трехмерный анализ положений и скоростей около 1100 молодых звезд, не достигших стадии ГП, связанных с волной Рэдклиффа. В отличие от работы [21], для вычисления пространственных скоростей звезд Ту и др. [42] использовали звезды с изме-

ренными лучевыми скоростями (из каталога Gaia DR2), собственными движениями и параллаксами. Основой работы послужил каталог молодых звезд из работы Зари и др. [43], где все звезды расположены не далее 500 пк от Солнца. Ту и др. [42] нашли хорошее согласие между известным из [1] поведением газа и пыли вдоль волны Рэдклиффа и поведением вертикальных координат молодых звезд. При этом эти авторы отмечают, что амплитуда вертикальных возмущений, найденная по выборке молодых звезд, немного меньше, чем у газа и пыли.

Этими авторами проведен довольно сложный анализ скоростей избранных молодых звезд - строились галактические орбиты в нескольких потенциалах.

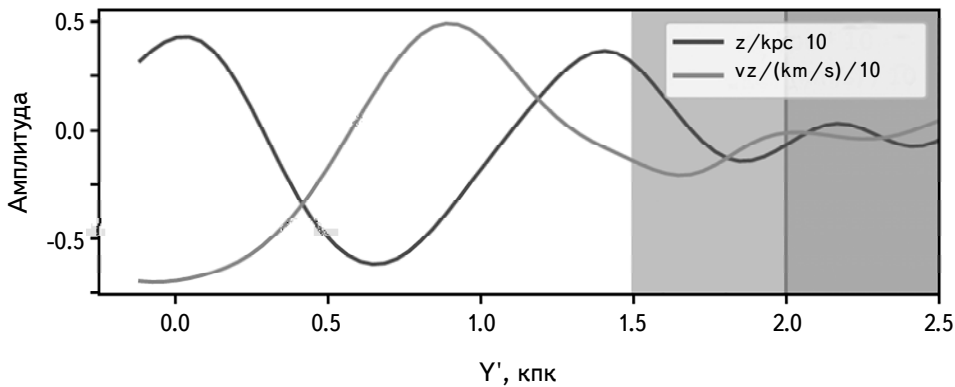


Рис.12. Поведение вертикальных координат (черная линия) и вертикальных скоростей (серая линия) звезд типа Т Тельца в зависимости от расстояния y' , положение Солнца здесь примерно соответствует значению $y' = 1.0$ кпк, рисунок взят из работы Ли и Чена [21].

Затем положения и скорости звезд выражались в терминах угол-действие и далее рассматривалась тенденция к изменению вертикального угла звезды (Ω_z) в зависимости от ее положения вдоль волны Рэдклиффа (y нас вдоль оси y'). Главный вывод Ту и др. [42] по кинематике молодых звезд заключается в том, что они не обнаружили значительных изменений вертикальных скоростей в зависимости от положения звезд вдоль волны Рэдклиффа. Они связывают это с качеством лучевых скоростей рассматриваемых звезд и выражают надежду на появление более точных массовых лучевых скоростей слабых звезд (например, в каталоге Gaia DR3).

3. Гипотезы происхождения волны Рэдклиффа. Согласно Флеку [38], происхождение волны Рэдклиффа могло быть вызвано неустойчивостью Кельвина-Гельмгольца, возникшей на границе раздела между галактическим диском и гало, вращающимися с разными скоростями. Упрощая, можно сказать, что эффект подобен волнам от ветра на реке. Критика подхода Флека заключается в том, что в случае работы эффекта, волны типа волны

Рэдклиффа должны наблюдаться по всему галактическому диску.

В работе Туласидхарана и др. [20] с использованием данных о молодых звездах в качестве индикаторов волны Рэдклиффа исследована возможность того, что это колебание является частью более масштабной вертикальной моды. Согласно этим авторам, в Галактике имеется кинематическая волна с амплитудой колебаний, зависящей от возраста звездного населения. На основе N-body моделирования изучено гравитационное воздействие на галактический диск карликовой галактики-спутника Млечного Пути типа известной карликовой галактики в Стрельце с массой около $2 \cdot 10^{10} M_{\odot}$. Авторы [20] нашли, что воздействие такого ударника вызывает кинематическую волну, распространяющуюся в радиальном от центра Галактики направлении с амплитудой вертикальных колебаний 4-5 км/с в области Солнца. Однако был получен слишком большой угол закрутки модельной волны по сравнению с необходимой для объяснения появления волны Рэдклиффа. Окончательный вывод авторы отложили до появления более совершенных наблюдательных данных.

Отметим, что в качестве ударника может выступать и шаровое скопление. Например, в работе Бобылева, Байковой [40] было показано, что шаровое скопление ω Сеп могло спровоцировать возникновение пояса Гулда. Правда, пролет этого шарового скопления через галактический диск, согласно полученным оценкам, должен был состояться около 90 млн лет назад. Чтобы оценить связь этого эффекта с волной Рэдклиффа, необходимо знать возраст волны. Проявление волны Рэдклиффа наблюдается в распределении ОВ-звезд [20]. Поэтому можно говорить о том, что возраст волны Рэдклиффа составляет не менее 40-50 млн лет. В принципе, это сопоставимо с возрастом пояса Гулда, ~ 60 млн лет.

В настоящее время известен ряд явлений различной природы, демонстрирующих наличие вертикальных осцилляций в диске Галактики. Например, хорошо установлено крупномасштабное искривление диска [44], наблюдаемое в распределении и кинематике газовых, пылевых облаков, а также звезд [45-49]. Вероятность связи волны Рэдклиффа с этим явлением ничтожно мала из-за характерного масштаба.

Возможны вертикальные колебания, связанные с возмущениями от галактической спиральной волны плотности [50,51]. Характерная длина волны таких колебаний (23 кпк) близка к найденной для волны Рэдклиффа. Однако ориентация волны Рэдклиффа (наклон к оси z) сильно отличается от угла закрутки спирального узора Галактики (10° - 15°). Поэтому связь волны Рэдклиффа с возмущениями от спиральной волны плотности, хотя и не исключена, но пока представляется маловероятной.

В работах [52,53] описаны периодические возмущения плотности и скоростей звезд, имеющие асимметричный характер для северного и южного

галактического полушария. В этих исследованиях использовались близкие к Солнцу звезды, принадлежащие ГП. Были задействованы звезды с возрастaми в сотни млн лет. Такое нарушение равновесия в галактическом диске обычно связывают с каким-то внешним воздействием на диск Галактики (падение карликовой галактики-спутника, сгустка темной материи, массивного высокоскоростного газового облака, шарового скопления и т.д.).

В итоге можно заключить, что волна Рэдклиффа обладает уникальными характеристиками. Такие характеристики трудно объяснимы. Имеется ряд вопросов на которые пока нет ответа. Во-первых, нет полной уверенности, что это есть волна. Во-вторых, откуда известно, что волна затухающая? Если она движется в направлении вращения галактики, то да, волна затухающая. А если против вращения Галактики, то волна уже не затухающая.

4. *Заключение.* В 2020г. Алвесом и др. [1] по данным о молекулярных облаках была обнаружена волна Рэдклиффа - волна затухающих вертикальных колебаний. Характерный масштаб волны составляет около 2.5 кпк, максимальное значение амплитуды составляет 160 пк. В настоящей работе дан обзор целого ряда публикаций, которые подтверждают наличие волны Рэдклиффа как в положениях, так и в вертикальных скоростях различных молодых звезд. Мы постарались отметить все доступные на сегодняшний день публикации, в которых либо в названии, либо в ключевых словах фигурирует термин волна Рэдклиффа.

Донада, Фигуэрос [7] проанализировали выборку очень молодых ОВ-звезд и РЗС из околосолнечной окрестности радиусом около 2 кпк. Авторы, по-видимому, впервые обнаружили связь между вертикальными координатами и вертикальными скоростями молодых объектов, принадлежащих структуре волны Рэдклиффа. При этом были использованы вертикальные скорости всего лишь 11 РЗС.

В работе Лаллемента и др. [18] по современным фотометрическим данным о звездах построены высокоточные трехмерные карты межзвездного поглощения и показано наличие волны Рэдклиффа в распределении межзвездной пыли.

В работе Туласидхарана и др. [20] выполнен анализ: а) ОВ-звезд, б) звезд из верхней части ГП и в) красных гигантов. Показано, что амплитуда вертикальных колебаний зависит от возраста звездного населения. Подтверждена связь между возмущенными вертикальными положениями и вертикальными скоростями молодых объектов. Максимальную амплитуду вертикальных скоростей с величиной 3-4 км/с демонстрируют ОВ-звезды. Причем здесь уже были исследованы вертикальные скорости большого количества звезд.

Анализ молодых звезд типа Т Тельца, проведенный в работах Ли, Чена [21], а также Бобылева и др. [22], показал наличие волны Рэдклиффа в

положениях этих звезд.

Помимо звезд типа Т Тельца, в работе Бобылева и др. [22] изучена выборка из 68 мазерных источников и радиозвезд, расположенных в Местном рукаве, с высокоточными РСДБ-измерениями их тригонометрических параллаксов и собственных движений. Анализ их положений и скоростей выполнен на основе Фурье анализа. Использование этого метода позволяет вписать в наблюдательные данные как монохроматическую, так и полихроматическую волну. Специально для настоящей работы Фурье анализ был применен к данным о молекулярных облаках, с использованием которых была обнаружена волна Рэдклиффа. Метод показал отличные результаты.

При анализе собственных движений звезд, не достигших стадии ГП, Ли, Чен [21] получили парадоксальный результат и нашли разницу фаз с величиной около $2\pi/3$ между волной вертикальных координат и волной вертикальных скоростей. В настоящей работе фактически проведено обсуждение результатов анализа вертикальных скоростей звезд, связанных с волной Рэдклиффа, полученных в работах Донады, Фигуэросы [7], Туласидхарана и др. [20], а также Бобылева и др. [22]. В итоге мы заключили, что колебания вертикальных положений и вертикальных скоростей звезд в волне Рэдклиффа происходят синхронно.

Для объяснения природы возникновения волны Рэдклиффа к настоящему моменту выдвинуты две гипотезы. Флек [38] предлагает связать происхождение волны Рэдклиффа с неустойчивостью Кельвина-Гельмгольца. Большая же часть исследователей придерживается предположения о внешнем гравитационном воздействии на галактический диск ударника типа карликовой галактики-спутника Млечного Пути.

¹ Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, С.-Петербург, e-mail: bob-v-vzz@rambler.ru

² Южный Федеральный Университет, Ростов-на-Дону

REVIEWS

THE MYSTERIOUS RADCLIFFE WAVE

V.V.BOBYLEV¹, A.T.BAJKOVA¹, Yu.N.MISHUROV²

The review is devoted to the Radcliffe Wave recently discovered by Alves et al. from the analysis of molecular clouds. These authors singled out a narrow chain

of molecular clouds, elongated almost in one line, located at an inclination of about 30° to the galactic axis y . The Radcliffe Wave itself outlines damped vertical oscillations of molecular clouds with a maximum oscillation amplitude of about 160 pc and a characteristic wavelength of about 2.5 kpc. To date, the presence of the Radcliffe Wave has been confirmed in the vertical distribution of a) interstellar dust, b) sources of maser radiation and radio stars, which are very young stars and protostars closely associated with molecular clouds, c) low-mass stars of the T Tau type, d) more massive OB stars and e) young open clusters of stars. The Radcliffe Wave is also traced in the vertical velocities of young stars. Most of the considered results of the analysis of the vertical velocities of various young stars show that the oscillations of the vertical positions and vertical velocities of stars in the Radcliffe Wave occur synchronously. The nature of the Radcliffe Wave is completely unclear. The majority of researchers associate its occurrence with the assumption of an external gravitational impact on the galactic disk of a striker such as a dwarf satellite galaxy of the Milky Way.

Keywords: *Radcliffe Wave; molecular clouds; young stars*

ЛИТЕРАТУРА

1. *J.Alves, C.Zucker, A.A.Goodman et al.*, Nature, **578**, 237, 2020.
2. *V.V.Bobylev*, Astrophysics, **57**, 583, 2014.
3. *A.Blaauw*, Koninkl. Ned. Akad. Wetenschap., **74**, No. 4, 1965.
4. *C.Zucker, J.S.Speagle, E.F.Schlaflly et al.*, Astrophys. J., **879**, 125, 2019.
5. *C.Zucker, J.S.Speagle, E.F.Schlaflly et al.*, Astron. Astrophys., **633**, 51, 2020.
6. Gaia Collab. (*A.G.A.Brown, A.Vallenari, T.Prusti et al.*), Astron. Astrophys., **616**, 1, 2018.
7. *J.Donada, F.Figueras*, arXiv: 2111.04685, 2021.
8. *C.Swiggum, J.Alves, E.D'Onghia et al.*, arXiv: 2204.06003, 2022.
9. Gaia Collab. (*A.G.A.Brown, A.Vallenari, T.Prusti et al.*), Astron. Astrophys., **649**, 1, 2021.
10. *E.Poggio, R.Drimmel, T.Cantat-Gaudin et al.*, Astron. Astrophys. Suppl. Ser., **651**, 104, 2021.
11. *V.V.Bobylev, A.T.Bajkova*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **437**, 1549, 2014.
12. *J.P.Vallée*, Astron. J., **135**, 1301, 2008.
13. *J.P.Vallée*, New Astron. Rev., **79**, 49, 2017.
14. *M.J.Reid, N.Dame, K.M.Menten et al.*, Astrophys. J., **885**, 131, 2019.
15. *C.J.Hao, Y.Xu, L.G.Hou et al.*, Astron. Astrophys., **652**, 102, 2021.
16. *L.Martinez-Medina, A.Pérez-Villegas, A.Peimbert*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **512**, 1574, 2022.

17. *Y.Xu, L.G.Hou, S.Bian et al.*, *Astron. Astrophys.*, **645**, L8, 2021.
18. *R.Lallement, J.L.Vergely, C.Babusiaux et al.*, *Astron. Astrophys.*, **661**, 147, 2022.
19. *M.F.Skrutskie, R.M.Cutri, R.Stiening et al.*, *Astron. J.*, **131**, 1163, 2006.
20. *L.Thulasidharan, E.D'Onglia, E.Poggio et al.*, *Astron. Astrophys.*, **660**, 12, 2022.
21. *G.-X.Li, B.-Q.Chen*, arXiv: 2205.03218, 2022.
22. *V.V.Bobylev, A.T.Bajkova, Yu.N.Mishurov*, *Astron. Lett.*, **48**, 436, 2022.
23. VERA Collab. (*T.Hirota, T.Nagayama, M.Honma et al.*), *Publ. Astron. Soc. J.*, **70**, 51, 2020.
24. *N.Sakai, H.Nakanishi, K.Kurahara et al.*, *Publ. Astron. Soc. J.*, **74**, 209, 2022.
25. *S.B.Bian, Y.Xu, J.J.Li et al.*, *Astron. J.*, **163**, 54, 2022.
26. *R.M.Torres, L.Loinard, A.J.Mioduszewski et al.*, *Astrophys. J.*, **671**, 1813, 2007.
27. *S.Dzib, L.Loinard, L.F.Rodriguez et al.*, *Astrophys. J.*, **733**, 71, 2011.
28. *G.N.Ortiz-León, L.Loinard, S.A.Dzib et al.*, *Astrophys. J.*, **865**, 73, 2018.
29. *P.A.B.Galli, L.Loinard, G.N.Ortiz-León et al.*, *Astrophys. J.*, **859**, 33, 2018.
30. *G.Marton, P.Ábrahám, E.Szegedi-Elek et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **487**, 2522, 2019.
31. *E.L.Wright, P.R.M.Eisenhardt, A.K.Mainzer et al.*, *Astrophys. J.*, **140**, 1868, 2010.
32. Planck Collab. (*R.Adam, P.A.R.Ade, N.Aghanim et al.*), *Astron. Astrophys.*, **594**, 10, 2016.
33. Gaia Collab. (*T.Prusti, J.H.J. de Bruijne, A.G.A.Brown et al.*), *Astron. Astrophys.*, **595**, A1, 2016.
34. *O.I.Krisanova, V.V.Bobylev, A.T.Bajkova*, *Astron. Lett.*, **46**, 370, 2020.
35. Gaia Collab. (*L.Lindgren, J.Hernandez, A.Bombrun et al.*), *Astron. Astrophys.*, **616**, 2, 2018.
36. *E.Zari, H.Hashemi, A.G.A.Brown et al.*, *Astron. Astrophys.*, **620**, 172, 2018.
37. *G.Marton, L.V.Tóth, R.Paladini et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **458**, 3479, 2016.
38. *R.Fleck*, *Nature*, **583**, 24, 2020.
39. *V.V.Bobylev, A.T.Bajkova*, *Astron. Rep.*, **65**, 498, 2021.
40. *V.V.Bobylev, A.T.Bajkova*, *Astron. Rep.*, **62**, 557, 2018.
41. *M.P.González, J. Maiz Apellániz, R.H.Barbá et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **404**, 2967, 2021.
42. *A.J.Tu, C.Zucker, J.S.Speagle et al.*, arXiv: 2208.06469, 2022.
43. *E.Zari, H.Hashemi, A.G.A.Brown et al.*, *Astron. Astrophys.*, **620**, 172, 2018.
44. *G.Westerhout*, *Bull. Astron. Inst. Netherlands*, **13**, 201, 1957.
45. *D.Russeil*, *Astron. Astrophys.*, **397**, 133, 2003.
46. *I.Yusifov*, astro-ph/0405517, 2004.
47. *R.Drimmel, R.L.Smart, M.G.Lattanzi*, *Astron. Astrophys.*, **354**, 67, 2000.
48. *M.López-Corredoira, A.Cabrera-Lavers, F.Garzón et al.*, *Astron. Astrophys.*, **394**, 883, 2002.
49. *L.N.Berdnikov*, *Astron. Lett.*, **13**, 45, 1987.
50. *Yu.N.Mishurov*, *Astron. Rep.*, **50**, 12, 2006.
51. *V.V.Bobylev, A.T.Bajkova*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **447**, L50, 2015.
52. *L.M.Widrow, S.Gardner, B.Yanny et al.*, *Astrophys. J. Lett.*, **750**, L41, 2012.
53. *M.Bennett, J.Bovy*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **482**, 1417, 2018.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

1. Рукописи могут быть представлены в печатном виде (hard copies) в двух экземплярах, отпечатанные на одной стороне листа формата А4, вместе с соответствующей электронной версией. Один из экземпляров должен быть подписан всеми авторами. Указываются сведения об авторах: фамилия, имя, отчество, название учреждения, электронный адрес.

2. *Рукопись* может быть набрана в виде файла с расширениями .doc, .docx, .rtf, через 1.5 интервала, используя Font 12pt.

3. *Рисунки* должны быть выполнены предельно аккуратно с разборчивыми надписями. Необходимые объяснения даются в подписях к рисункам, которые не должны повторяться в тексте. Рисунки необходимо отправить в виде .jpg, .bmp, .wmf, .eps файлов. С учетом формата журнала размеры рисунков редакцией могут быть изменены. В тексте рисунки нумеруются в порядке очередности (рис.1, рис.2, и т.д.). Если рисунок, состоит из двух или более панелей, то возможны обозначения типа рис.1a или рис.1a, b.

4. *Таблицы* должны иметь номера и информативные названия. Примечания должны быть сведены к минимуму и пронумерованы надстрочными арабскими цифрами.

5. *Цитирование литературы.* Цитируемая литература дается порядковым номером в строчку в квадратных скобках (например, [5]) и соответствует номеру в списке литературы. Список литературы должен быть оформлен следующим образом:

а) Для журнальных статей указываются инициалы и фамилии авторов курсивным шрифтом (в оригинальной транскрипции), название журнала в принятом сокращении (сокращения для некоторых наиболее часто встречаемых журналов, применяемых в "Астрофизике", дается в сайте журнала), номер тома жирным шрифтом, номер первой страницы, год издания. Для русскоязычных журналов, которые переводятся на английский язык, в скобках приводятся соответствующее название журнала на английском, том, страница и год публикации.

б) Для книг следует указывать инициалы и фамилию автора курсивом, место и год издания.

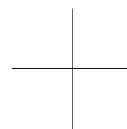
6. *Оформление рукописи.* На первой странице дается название статьи (по возможности кратко и информативно), инициалы, фамилия каждого автора и аннотация на русском языке. На второй странице приводятся название статьи, инициалы, фамилия каждого автора и текст аннотации на английском языке, который должен полностью соответствовать русскому. В аннотации должны быть изложены главные результаты работы без ссылок на литературу. Максимальный объем аннотации не должен превышать 5% основного текста. Таблицы, список литературы, рисунки и надписи к рисункам печатаются на отдельных страницах. Расположение таблиц и рисунков отмечается на полях основного текста. Аннотации, основной текст, список литературы и таблицы должны иметь одну общую нумерацию страниц. Суммарный объем не должен превышать 16 стандартных страниц. Объем краткого сообщения - не более 4 страниц.

Статья состоит из пронумерованных разделов, начиная с "1. *Введение*". Названия разделов печатаются курсивом в строке, они должны быть краткими и содержательными. Подразделы могут быть пронумерованы как 2.1, 2.2 и т.д. Необходимые сокращения терминов или названий могут быть использованы во всей статье, однако их объяснение дается лишь один раз при первом упоминании.

7. В случае представления двух или более статей одновременно необходимо указать желательный порядок их публикации.

8. Рукописи авторам не возвращаются.

9. Авторам статьи (независимо от их количества) представляется 10 оттисков бесплатно.



CONTENTS

Results of the spectral observations of fifteen Seyfert galaxies	
<i>E.K.Denissyuk, R.R.Valiullin, S.A.Shomshekova, L.N.Kondratyeva, I.V.Reva, G.A.Aimanova, M.A.Krugov</i>	465
Photometric and spectroscopic analysis of the SX Phe star BL Cam	
<i>M.Abdel-Sabour, M.I.Nouh, A.Shokry, G.M.Hamed, H.A.Ismail, A.Takey, S.A.Ata, I.Zead</i>	475
First light curve modelling of eclipsing binary systems V1264 Cas, V0664 Lac and GSC 0199-2035	
<i>M.S.Alenazi, M.M.Elkhateeb</i>	489
Periodic variations in the brightness of the red dwarf V647 Her	
<i>N.I.Bondar', K.A.Antonyuk, N.V.Pit'</i>	503
Nine nearby K-giants with planets: A detailed analysis of their chemical composition	
<i>L.S.Lyubimkov, D.B.Poklad, S.A.Korotin</i>	515
Activity of young star HIP 94235 with a planetary system from the AB Doradus moving group	
<i>I.S.Savanov</i>	537
Change in doppler velocities and half-widths of spicules' D ₃ line	
<i>D.Khutsishvili, E.Khutsishvili, V.Kakhiani, M.Sikharulidze</i>	549
New entropies, black holes, and holographic dark energy	
<i>S.Nojiri, S.D.Odintsov, V.Faraoni</i>	563
The simple model of a rotating star as the Huygens-Roche figure	
<i>G.M.Karelin, M.V.Kostina, P.A.Tarakanov, A.V.Dementyev, Yu.V.Milanova</i>	579
The escape probability and mean numbers of scatterings of photons. I. Exact and asymptotic formulae	
<i>D.I.Nagirner, Y.V.Milanova, A.V.Dementyev, E.V.Volkov</i>	587
REVIEWS	
The mysterious Radcliffe Wave	
<i>V.V.Bobylev, A.T.Bajkova, Yu.N.Mishurov</i>	603

СОДЕРЖАНИЕ (продолжение)

ИЗМЕНЕНИЕ ДОПЛЕРОВСКИХ СКОРОСТЕЙ И ПОЛУШИРИН ЛИНИИ D_3 СПИКУЛ	
<i>Д.Хуцишвили, Е.Хуцишвили, В.Кахиани, М.Сихарулидзе</i>	549
НОВЫЕ ЭНТРОПИИ, ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ И ГОЛОГРАФИЧЕСКАЯ ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ	
<i>Ш.Ножери, С.Д.Одинцов, В.Фараони</i>	563
ПРОСТАЯ МОДЕЛЬ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЗВЕЗДЫ КАК ФИГУРЫ ГЮЙГЕНСА-РОША	
<i>Г.М.Карелин, М.В.Костина, П.А.Тараканов, А.В.Дементьев, Ю.В.Миланова</i>	579
ВЕРОЯТНОСТЬ ВЫХОДА И СРЕДНИЕ ЧИСЛА РАССЕЯНИЯ ФОТОНОВ. I. ТОЧНЫЕ И АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ	
<i>Д.И.Нагирнер, Ю.В.Миланова, А.В.Дементьев, Е.В.Волков</i>	587
ОБЗОРЫ	
МИСТИЧЕСКАЯ ВОЛНА РЭДКЛИФФА	
<i>В.В.Бобылев, А.Т.Байкова, Ю.Н.Мишуров</i>	603