2 b 4 п ь 8 8 6 b г д о к л а д ы

XXXIX, № 4 1964

խմբագրական կոլեգիա

լ. Գ. ԱՖՐԻԿՅԱՆ, կենսարանական զիսությունների թեկնածու, Ա. Թ. ԲԱՐԱՑԱՆ,
ՀՍՍՌ ԳԱ թղթակից-անդամ, Վ. Մ. ԹԱՐԱՑՄՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ թղթակից-անդամ, Վ. Հ.
ՀԱՄԲԱՐՋՈՒՄՅԱՆ, ակաղեմիկոս, Վ. Հ.
ՂԱԶԱՐՅԱՆ, կենսարանական գիտությունների ղոկտոր (պատ. խմրադրի տեդակալ), Գ. Մ. ՂԱՐԻՐՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ թրդթակից-անդամ, Ս. Հ. ՄԻՐՋՈՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԴԱ
թղթակից-անդամ, Ս. Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, ՀՍՍՌ
ԳԱ ակադեմիկոս, Մ. Մ. ՋՐԲԱՇՅԱՆ, ՀՍՍՌ
ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմթագիր), Օ. Մ.
ՍԱՊՈՆՋՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ թղթակից-անդամ։

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Э. Г АФРИКЯН, кандидат биологических наук, А. Т. БАБАЯН, чл.-корресп. АН АрмССР, Г. М. ГАРИБЯН, чл.-корресп. АН АрмССР, М. М. ДЖРБАШЯН, академик АН АрмССР (отв редактор), В. О. КАЗАРЯН, доктор биологических наук (зам. отв. редактора), С. А. МИРЗОЯН, чл.-корресп. АН АрмССР, С. С. МКРТЧЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР, О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корресп. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корресп. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корресп. АН АрмССР

ዞበዺԱՆ ጉԱԿ**በ**ኮው 8 በ Ի Ն

Մաթեմաշիկա
Ս. Գ, Հովսեփյան Բազմակապ տիրույթներում լարի տատանման հավասար ման համար Դիրիխլեի խնդրի եղրային կետերի ծնող թազմության մասին .
Մեխանիկա
Կ. Ս. Կարապետյան և Ռ. Ա. Կոտիկյան— <i>Բետոնի ամրության և դե</i> ֆորմա ₋ տիվ հատկությունների հետազոտությունը բարդ լարվածային վիճակի դեպրում ա
Ա ռաձգականության թեսություն
Վ. Ս. Սարգսյան <i>—Բաղադրյալ ոչ օրթեռտրոպ պրիզմատիկ ձողերի ծոումը</i> ա
Ֆիզիկա
Մ․ Ե. Սովսեսյան 4 Ցու. Ս. Չիլինզարյան— <i>Ռութինի R_լ առաքման գծի</i> Հա- ձախականության և լայնության ջերմաստիձանային կախումը ․ ․ ․ ․ ․ ․
Պոլիմեrների ֆիզիկա
Ն. Մ. Քոչարյան, Հայկական ՍՍՌ ԳԱ Թղթակից-անդամ, Ն. Ա. Նալբանդյան Վ. 8. Առաթելյան և Հ. Ս. Ֆարշյան—Ուլտրաձայնային ալիջների կլանումը պոլիստի- րոլի բևնզոլային լուծույթներում
Ասուսֆիզիկա
Ա. Գ. Նիկողոսյան—Անվերջ խոր միաչափ միջավայրից դիֆուզ պոլիխրոմա- տիկ անդրադարձման ոչ գծային մի խնդրի մասին
Օրգանական քիմիա
Վ. Ի. Իսազուլյանց, Հայկական ՍՍՈԻ ԳՈՀ ակաղեմիկոս՝ և II. Գ. IIաֆարով— Կարրոնդիլային միացությունների հետ չհազեցած ածխանրածինների կոնդենսումը իոնավողատեսկիչ խեժի՝ որպես կատալիգատորի ներկայությամբ ․ ․ ․ ․ ․ ․ ․ ․ ․ ․ ․ ․ ․ ․ ․ ․ ․ ․ ․
Բի ոքիմ'իա
ժ. Ի. Հակոբյան –Վահանաձև գեղձի և մակերիկամի հորմոնների փոխհարա- թերությունը տիրոզինի օքսիդտցման պրոցեսում ․․․․․․․․․․․․ և
Հիդrոեrկrաբանություն
t. Ի. Տեր-Ստեփանյան և Ա. Պ. Ոռաքելյան – Կավերով ենթաշերտված լավա- ներում գետնաջրաբանական տիպեր
Սուտաիվուաֆիա
ե. Հ. Սարգսյան և Ս Ս Գրիգորյան—Օլիգոցենի ծովային նստվածջների հայտնաբնրումը Սևան-Շիրակի սինկլինորիումում ․․․․․․․․․․․․

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Matematuka	
С. Г. Овсепян — О порождающем множестве граничных точек в задаче дирихле для уравнения колебания струны в многосвязных областях	193
Механика	
К. С. Карапетян и Р. А. Котакян—Исследование прочности бетона при сложно-напряженном состоянии	201
Теория упругости	
В. С. Саркисян—Изгиб неортотропных составных призматических стержней	207
физика	
$M.~E.~Moscecs$ н и $Ю.~C.~Чилингарян$ —Температурная зависимость часто- ты и ширины излучения линии R_1 рубина $\cdots \cdots \cdots$	217
Физика полимеров	
Н. М. Кочарян, члкорр. АН Армянской ССР, Н. А. Налбандян, В. Ц. Аракелян и Г. С. ФаршянПоглощение ультразвуковых волн в растворах полистирола в бензоле · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	221
Астрофизика	
А. Г. Никогосян—Об одной нелинейной задаче полихроматического диф- фузного отражения от бесконечно глубокой одномерной среды · · · · · ·	227
Органическая химия	
В. И. Исагульянц, академик АН Армянской ССР, и М. Г. Сафаров— Конденсация непредельных углеводородов с карбонильными соединениями в присутствии катионообменной смолы в качестве катализатора · · · · · ·	235
Биохимия	
Ж. И. Акопян — Взаимоотношения между действием гормонов щитовид- ной железы и гормонов надпочечников в процессе окисления тирозина .	239
Гидрогеология	
Г. И. Тер-Степанян и А. П. Аракелян—Типы гидрогеологических по-	245
Стратиграфия	
О. А. Саркисян и С. М. Григорян—Открытие морских отложений олнго- цена в Севано-Ширакском синклинории (Малый Кавказ) · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	251

МАТЕМАТИКА

С. Г. Овсепян

О порождающем множестве граничных точек в задаче Дирихле для уравнения колебания струны в многосвязных областях

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 18/VI 1964)

В настоящей заметке изучается следующая задача Дирихле

$$(1+\lambda)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (1-\lambda)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \tag{1}$$

$$u \mid_{\Gamma} = \sigma(s) \tag{2}$$

в ограниченной многосвязной области D с границей Γ , где λ — вещественный параметр с модулем меньшим единицы.

Хорошо известно, что для гиперболических уравнений краевые задачи с заданием на полной границе не являются корректными. Тем не менее изучению таких задач посвящен ряд работ советских и зарубежных авторов (1-4 и др.).

Как сама задача (1), (2), так и порожденные ею спектральные разложения достаточно полно исследованы в работах Р. А. Александряна в том случае, когда рассматриваемая область является выпуклой.

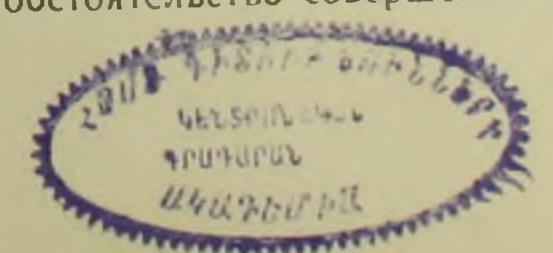
Оказалось, что в этом случае все связанные с задачей (1), (2) существенные результаты могут быть сформулированы в терминах специальных топологических отображений границы области на себя.

В частности, в работе (4) введено понятие порождающего множества граничных точек, выяснена его роль, и построено это множество в случае выпуклых областей.

Наша цель — исследовать соответствующие вопросы в случае

невыпуклых и многосвязных областей.

То обстоятельство, что характеристики уравнения (1) в рассматриваемых нами случаях пересекают границу области в более чем двух точках, естественным образом усложняет исследование, однако путем некоторых дополнительных построений удается выделить части границы области, где ситуация аналогична случаю выпуклых областей. В остальной части границы обстоятельство совершенно иное.



Построение порождающего множества дает возможность установить некоторые теоремы единственности, а также построить всю вокупность обобщенных собственных фукций, отвечающих фиксированным значениям числового параметра к.

Хорошо известно (1), что задача Дирихле (1), (2) для прямоугольных областей неустойчива по отношению к изменению области, а именно при $\kappa = 0$, если отношение сторон прямоугольника иррационально, то не может быть двух различных решений, тогда как при рациональном отношении сторон соответствующая однородная задача имеет нетривиальные решения.

Оказывается, что это обстоятельство имеет место не только для прямоугольных областей, но и для любой ограниченной многосвязной области D с кусочно-гладкой границей Γ , а именно, для любой такой области и для любого $\varepsilon = 0$ можно указать области D_1 и D_2 с границами Γ_1 и Γ_2 такие, что расстояние границ Γ_1 и Γ_2 от Γ меньше чем ε и решение задачи (1), (2) в области D_1 единственно, а в D_2 нет единственности ε .

Пусть $y - \mu x = \text{const}$ (соответственно $y + \mu x = \text{const}$) первое (соответственно второе) семейство вещественных характеристик уравнения (1), где положено $\frac{1-\lambda}{1+\lambda} = \mu^2$.

Многосвязную область D с кусочно-гладкой границей Γ назовем λ -допустимой, если она имеет конечное число λ -вершин и каждая характеристика уравнения (1) пересекает ее границу лишь в конечном числе точек.

Назовем характеристическими отрезками области D те отрезки характеристик уравнения (1), целиком принадлежащие $D-\Gamma$, концы которых принадлежат границе Γ .

Для выпуклых областей Р. А. Александряном (^{3, 4}) было дано два различных обобщения понятия решения краевой задачи (1), (2) и доказана их эквивалентность. Аналогом этих обобщений для краевой задачи (1), (2) в многосвязных областях будут:

Определение 1. Пусть $\mathfrak{z}(s)$ суммируемая на Γ функция. Суммируемую в D функцию $\mathfrak{u}(x,y)$ назовем обобщенным решением задачи (1). (2), если она удовлетворяет интегральному соотношению

$$\iint_{D} u(x, y) \left[(1+\lambda) \frac{\partial^{2} \varphi}{\partial x^{2}} - (1-\lambda) \frac{\partial^{2} \varphi}{\partial y^{2}} \right] dxdy =$$

Если потребовать не только близость границ, но и близость соответствующих касательных к инм, то, как показал Ю. М. Березанский (5), можно построить специальные области, в которых задача (1), (2) устойчива.

$$= \int_{\sigma} (s) \left[(1+\lambda) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \cos(n, x) - (1-\lambda) \frac{\partial \varphi}{\partial y} \cos(n, y) \right] ds \tag{3}$$

для любой функции $\varphi(x, y) \in \Phi_0(D)$, где $\Phi_0(D)$ множество всех глад-ких в D функций, исчезающих на границе Γ .

Определение 2. Суммируемую в D функцию u(x, y) назовем обобщенным решением задачи (1), (2), если она представима в виде суммы двух суммируемых в D функций

$$u(x, y) = f(x, y) + g(x, y),$$

где f(x, y) постоянна на почти всех характеристических отрезках первого семейства характеристик, а g(x, y) на почти всех характеристических отрезках второго семейства характеристик и если на границе Г u(x, y) почти везде равна $\sigma(s)$.

Лемма 1. Из того, что и (х, у) является обобщенным решением задачи (1), (2) в смысле определения 1, следует, что она является обобщенным решением той же задачи в смысле определения 2, и наоборот.

Можно доказать аналогично тому, как это сделано в работе (3), что если обобщенное решение задачи (1), (2) является гладкой функцией, то оно является решением в классическом смысле.

Как было указано выше, построение порождающего множества граничных точек играет принципиальную роль в исследовании задач типа Дирихле для уравнения (1). В этой работе мы укажем способ построения порождающего множества в случае класса многосвязных допустимых областей в терминах специальных отображений границы области на себя. Для этой цели нам понадобится ввести ряд определений и понятий.

Рассмотрим два отображения S_{λ}^{+} и S_{λ}^{-} границы Γ на себя. Образом исходной точки θ при отображении S_{λ}^{+} (соответственно S_{λ}^{+}) будем понимать второй конец каждого характеристического отрезка первого семейства характеристик (соответственно второго семейства характеристик), первый коней которого совпадает с точкой θ . Если для исходной точки характеристический отрезок вырождается в точку. То образом ее считается она сама.

Заметим, что в рассматриваемых нами случаях, в отличие от случая выпуклой области, отображения S_{λ} и S_{λ} определяются, вооб-

ще говоря, неоднозначно.

Назовем λ -циклом, порожденным граничной точкой 0 совокупность всех граничных точек, получаемых из исходной точки 0 путем поочередного применения отображений S, S_{λ} или наоборот, причем на каждом шаге применения многозначных отображений S_{λ} , S_{λ} понимается некоторый определенный образ.

Цикл называется замкнутым, если он состоит из конечного числа

точек.

Точку и—Т назовем периодической, если все порожденные совети и непериодической, если среди к-циклов нет замкнутый цикл, и непериодической, если среди к-циклов нет кнутого цикла.

Если периодическая точка в порождает только один лецика число точек этого цикла называется периодом точки в.

Заданная на Γ функция f называется инвариантной относительно отображения S, если для любой точки $\theta \in \Gamma$ она удовлетворяет условию

$$f(b) = f(Sb).$$

Пусть K—некоторый класс функций, определенных на Γ . Множество точек $E \subset \Gamma$ называется множеством единственности для класса K, если из того, что инвариантная относительно S, и S, функция $f \in K$ равна нулю на множестве E, следует, что она равна нулю тождественно.

Множество $F \subset \Gamma$ называется множеством продолжимости для класса K, если для произвольной функции $g \in K$ существует инвариантная относительно S_{ℓ} и S_{ℓ} функция f из K, которая на множестве F совпадает с g.

Множество т⊂Г называется порождающим для класса K, если оно является как множеством единственности, так и множеством продолжимости.

Обозначим через K(D) множество всех обобщенных решений

$$\{u(x, y) = f(x, y) + g(x, y)\}\$$

задачи (1), (2) для которых f(s), $g(s) \in K$.

Легко убедиться, что значения лишь одной компоненты f или g решения $u \in K(D)$ на порождающем множестве единственным образом определяют u(x, y) во всем D.

Очевидно, что любое расширение множества единственности снова будет множеством единственности и любое сужение множества продолжимости снова будет множеством продолжимости. Поэтому для существования порождающего множества необходимо и достаточно, чтобы существовало столь "узкое" множество единственности E и настолько "широкое" множество продолжимости F, чтобы $E \subseteq F$.

В дальнейшем под К будем понимать класс функций, определенных на Г, для которых в каждой точке Г существуют односторонние предельные значения. Легко видеть, что функции из К могут иметь разве лишь счетное число точек разрыва и, следовательно, К входит в первый класс Бэра. Две функции из К будем считать эквивалентными, если они могут отличаться не более, чем на счетном множестве точек.

Пусть $m(p, \Gamma)$ —совокупность всех ι -циклов точки p. Две точки p_1 и p_2 назовем ι -эквивалентными, если множества $m(p_1, \iota, \Gamma)$ и $m(p_2, \iota, \Gamma)$ совпадают или если существует граничная точка, кото-

рая является предельной точкой с одной и гой же стороны для этих множеств.

Обозначим через N_{λ} множество всех λ -вершин, а через $N_{\lambda}^{(0)}$ мнокество всех периодических λ -вершин.

Пусть B_k подмножество множества $N_{\lambda}^{(0)}$, состоящее из всех тех 7-вершин, каждая из которых 7-эквивалентна с некоторой точкой множества B_{k-1} (k=2, q), причем за B возьмем некоторую точку p_1 из $N_{\lambda}-N_{\lambda}^{(0)}$.

Пусть

$$N_{\scriptscriptstyle A}^{(1)} = \bigcup_{k=1}^{n} B_k.$$

Совершенно аналогично, исходя из некоторой точки $p_i \in \mathcal{N} = 0$ образуем множество $(i=2,\ 3,\cdots,\ l)$.

Таким образом,

$$N_{\lambda} = \bigcup_{k=0}^{l} N_{\lambda}^{(k)},$$

причем при $i \neq I$ каждая точка множества $N^{(I)}$ /-неэквивалентна с каждой точкой множества

Множество дуг на Γ называется инвариантным относительно S_{λ}^{-} и S_{λ}^{-} , если образы этих дуг при отображениях S_{λ}^{+} и S_{λ}^{-} принадлежат этому множеству дуг. Аналогичным образом определяется инвариантное относительно S_{λ}^{+} и S_{λ}^{-} множество точек на Γ .

Пусть M_{λ} —множество точек, образованное всеми λ -циклами всех вершин, тогда дополнение замыкания этого множества состоит из не более чем счетного числа открытых дуг

$$C\overline{M}_{\lambda} = \bigcup_{(k)} d_k.$$

Доказывается, что совокупность всех этих дуг d_{\bullet} инвариантна относительно S_{λ} и S_{λ}^{-} и что каждая из этих дуг является либо непериодической, либо периодической, причем число последних конечно. Для выпуклой области D такие периодические дуги (как и все периодические точки) имеют один и тот же период. Доказывается, что для многосвязных допустимых областей хоть и λ -неэквивалентные периодические дуги могут иметь разные периоды, однако все периодические точки λ -эквивалентных дуг имеют один и тот же период и что все точки одной и той же непериодической дуги из CM_{λ} λ -эквивалентны некоторой точке из $N_{\lambda}^{(i)}$ при одном и только одном i $(i=1,2,\cdots,I)$.

Пусть

$$F_{\lambda}^{(l)} = H_{\lambda}^{(l)} + \overline{M}_{\lambda}^{(l)} - \bigcup_{j \neq l} M_{\lambda}^{(l)}, \quad (i = 1, 2, \dots, l, j = 0, 1, 2, \dots, l).$$

где $M^{(0)}$ — множество всех периодических точек из \overline{M}_{i} , $M^{(i)}_{i}$ — сово-

купность всех κ -циклов точек N_i а $H_{\lambda}^{(i)}$ — совокупность точек всех непериодических дуг из $C\overline{N_{\lambda}}$, которые λ -эквивалентны некоторой точке из N_i ($i=1,\ 2,\cdots,\ I$).

Рассмотрим некоторую совокупность всех Λ -неэквивалентных между собой периодических дуг из $C\overline{M}_{\lambda}$. Оказывается, что дополнение множества $A_{\lambda}(d_{\rho})$ всех периодических точек для каждой дуги d_{ρ} из этой совокупности состоит из не более чем счетного числа открытых периодических дуг

$$CA_{\lambda}(d_p) = \bigcup_{(i)} d_i^{(p)}.$$

Пусть теперь I_{h} —совокупность граничных точек, которая I_{h} чается путем присоединения к сумме $\bigcup A_{h}(d_{p})$ периодических точек всех дуг d_{p} из вышеуказанной совокупности по одной точке (например, середины) из каждой дуги $d_{p}^{(p)}$ и по одной точке из $F_{h}^{(l)}$ ($l=1,2,\cdots,l$).

Имеет место следующая основная

Теорема 1. Для любой к-допустимой области D с граниией Г построенное множество граничных точек является поромсдающим множеством для класса К.

Теорема 2. Для единственности обобщенного решения краевой задачи (1), (2) в клиссе К(D) необходимо и достаточно, чтобы 7, состояло из одной точки.

Пусть Ад(т) - множество всех периодических точек из

Теорема 3. Для конечнократности собственного значения однородной задачи (1), (2) в классе K(D) необходимо и достаточно, чтобы $A_{\lambda}(\gamma)$ состояло из конечного числа точек, при этом кратность собственного значения). меньше числа точек γ_{λ} , не принадлежащих $A_{\lambda}(\gamma)$ на единицу.

Значение числового параметра λ_0 называется эргодическим для данной области D, если множество соответствующих полупериодических точек пусто.

Теорема 4. При всех эргодических значениях числового параметра и обобщенное решение краевой задачи (1), (2) для допустимой области D единственно в классе K (D).

Замечание. Если при эргодическом значении для допустимой области D существует граничная точка с плотным на Γ для допустимой единственность краевой задачи (1), (2) имеет место в первом классе Бэра. Это следует из следующей леммы.

Пемма 2. При эргодическом значении к для допустимой области D либо к-цикл кажоой граничной точки всюду плотен на Глибо не существует граничная точка с плотным на Глециклом.

Теорема 5. Для любой допустимой области D кусочнопостоянные собственные функции (принимающие только три значения 0 и = 1), соответствующие собственному значению 1, полны в смысле равномерной сходимости в классе всех собственных функций из K(D), соответствующих этому же собственному значению

Для иллюстрации вышесказанного рассмотрим один простой пример. Пусть R—прямоугольник с длинами сторон a и b. Разделим его на конечное число равных прямоугольников, разделив его стороны соответственно на n и m равных частей, где n и m произвольные натуральные числа. Пусть Ω — область, полученная из R путем выбрасывания некоторого числа маленьких прямоугольников, а Γ —грании полученной области. Доказывается, что если отношение $\frac{n n}{b}$ ранина полученной области. Доказывается, что если отношение $\frac{n n}{b}$ ранина полученной области. Доказывается, что если отношение $\frac{n n}{b}$ ранина полученной области.

ционально, то λ – неэргодическое, а если отношение $\frac{\mu \alpha}{b}$ иррационально, то λ — эргодическое, причем λ — цикл любой граничной точки всюду плотен на Γ .

Таким образом, заключаем, что для единственности в первом классе Бэра обобщенного решения краевой задачи (1), (2) в области 2 необходимо и достаточно, чтобы отношение $\frac{uz}{h}$ было иррационально.

Следствие. Задача Дирихле (1), (2) неустоичива по отношению к изменению области в том смысле, что для любой ограниченной многосвязной области D с кусочно-гладкой границей существуют сколь угодно близкие области Ω_1 и Ω_2 такие, что решение задачи (1), (2) в области Ω_1 единственно в первом классе Бэра, а в Ω_2 , наоборот, нет единственности.

Действительно, любую такую область можно аппроксимировать с любой степенью точности областями Ω , полученными вышеуказанным способом из прямоугольников R как с рациональным, так и μ ?

пррациональным отношением

Институт математики и механики Академии наук Армянской ССР

ሀ. ዓ. ՀበՎሀեቀ3ሀՆ

Բազմակապ որբույթներում լաբի հահանման հավասաբման համաբ Դիբիխլեյի խնդբի եզբային կեսեր ծնող բազմության մասին

Մեջիստու թյան մեջ սանմանափակ D տիրույթում դիտարկվում է Դիրիիդեյի նետևյալ խնդիրը

$$(1+\lambda)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (1-\lambda)\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \tag{1}$$

$$u = \sigma(s)$$
 (2)

որտեղ լ.ն րացարձակ արժերով մեկից փորբ իրական պարտահետր է։

Այն դեպքում, երը D տիրույթը ուսուցիկ է ինչպես

Ալեքսանդրյանի աչխատություններում։ Մասնավորապես Ռ Ա. Ալեքսանդրյանի կողժիչ
մտցվել է (1) (2) խնդրի եղրային կետերի ծնող րազմության դաղափարը

աիսույիներ դամար արվում է (1) (2) ինորի հղուրի հղուր կորեր ծեր մակարկարկան կրություն կա

nordplur gp Hud:

Այդ բաղմության կառուցումը չնարավորություն է տալիս ապացուցելու մի բանե միակության թեորեմաներ, ինչպես նաև կառուցելու տվյալ սեփական արժերին չամա պատասխանող րոլոր սեփական ֆունկցիաները։

Ապացուցվում է նաև, որ (1) (2) հզրային խնդիրը կայուն չէ տիրույթի փոփոխման

Shamanda sharing belanands

Ամեն մի կտոր առ կտոր ողորկ հղթեր ունեցող բազմակապ D ախրու B են այնպես, որ (1) (2) խնդրի լուծումը D, տիրույBում միակը լինի իսկ D_2 տիրույBում հաև B արտ B և D արտ D արտ D և D արտ D արտ

ЛИТЕРАТУРА— ԳРИЧИКОПЬ ВЗПЬК

¹ D. Bourgin, R. Duffin Bull. Amer. Math. Soc. 45(1939), 851—859. ² Ф. Джок Amer. Journ of Math. 63, № 1 (1941), 141. ³ Р. А. Александрян, Диссертация, МГУ, 1949. ⁴ Р. А. Александрян. Докторская диссертация, МГУ, 1962. ⁵ Ю. М. Березанский, Укр. матем. журн., 12. 4 (1960).

МЕХАНИКА

К. С. Карапетян и Р. А Котикян

Исследование прочности н деформативности бетона при сложно-напряженном состоянии

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 6/1 1964)

В области исследования прочности и деформативности бетона при сложно-напряженном состоянии пока сделано довольно мало. Такие исследования необходимы не только для отыскания условий прочности бетона при сложно-напряженном состоянии, но и для выяснения возможности получения связи между интенсивностями напряжений и деформаций из соответствующих опытов простого напряженного состояния.

Настоящая работа посвящена исследованию указанного вопроса при следующих сложно-напряженных состояниях:

- 1) кручение с последующим растяжением;
- 2) внутреннее давление с последующим сжатием.

Исследования прочностных и деформативных свойств бетона при сложно-напряженном состоянии были выполнены на полых цилиндрических образцах, наружным диаметром 204 мм, толщиной стенок 2 м, длиной 80 см.

Образцы были приготовлены из мелкозернистого бетона на кварцевом песке и пуцолановом портландцементе Араратского завода. активностью 503 кГ/см². Состав бетона приведен в табл. 1.

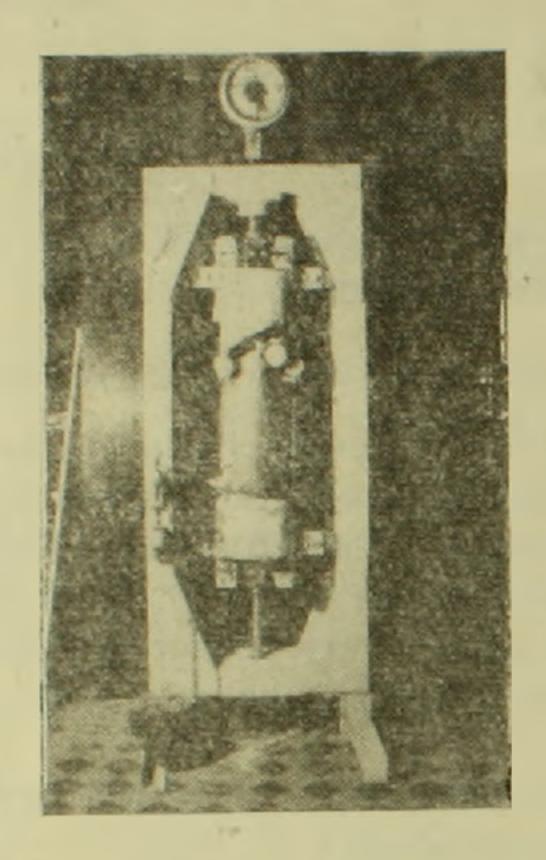
Состав бетона по весу пемент песок вода Объемный вес бетона в кГ/м в кГ/см 1:1.68 651 1095 448 2194 191

Образцы были приготовлены в металлических разборных формах. Приготовление бетона производилось вручную, а уплотнение на виброплощалке при продолжительности вибрации 30 секунд.

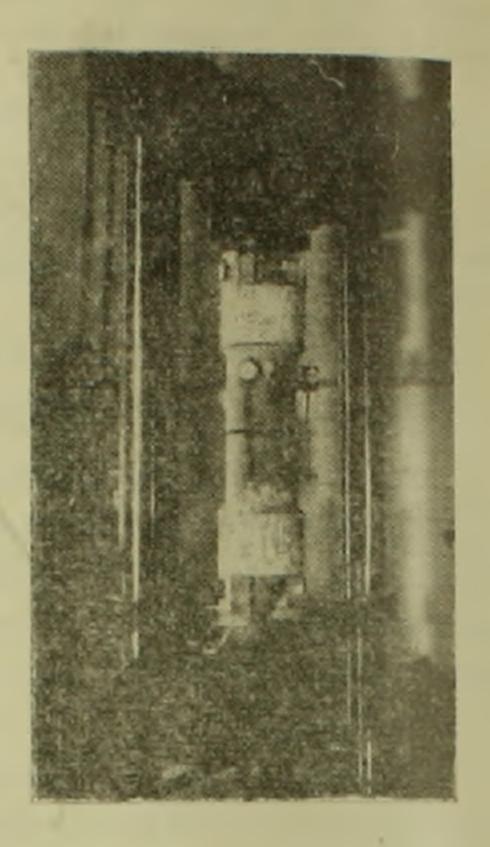
Из каждого замеса бетона приготавливались 18 образцов и необходимое количество кубиков размерами ребер 10 см. Всего было приготовлено 54 трубчатых образца. Освобождение образцов от форм производилось через 48 часов, после чего до момента их испытания

в 28-дневном возрасте они хранились во влажной камере, где отно-

Испытание образцов на кручение и последующее растяжение производилось на специально изготовленном приспособлении (фиг. 1). При испытании образцов сначала прикладывался постоянный крутящий момент, после чего образец доводился до разрушения растяжением.



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Крутящий момент и растягивающее усилие повышались ступенями и после каждой ступени измерялись продольные деформации измерялись по четы рем вертикалям на базе 250 мм. База измерений деформаций кручения составляла 400 мм. Под каждой ступенью нагрузки образец выдерживался лишь на время, необходимое для измерения деформаций. Помимо образцов, испытанных на сложно-напряженное состояние— кручение с последующим растяжением, для определения предела прочности бетона при кручении (R_{xz}) и растяжении (R_{xx}) , а также деформаций были испытаны образцы на чистое кручение и чистое растяжение. При этом $R_{xz} = 10.0 \ \kappa\Gamma/c M^2$, а $R_{xx} = 13.5 \ \kappa\Gamma/c M^2$. На фиг. 2 показан трубчатый образец после испытания на чистое растяжение.

При сложном нагружении напряжение от начального крутящего момента составляло 0,167, 0,334, 0,501, 0,667, 0,835, 0,891 и 0,946 от предела прочности бетона на чистое кручение.

Всего на кручение с последующим растяжением испытаны образцов, а на чистое кручение и чистое растяжение — 3 и 4 образца

Испытания на внутреннее давление с последующим сжатием производились на аналогичных трубчатых бетонных образцах на 100-тонном гидравлическом прессе. Для создания внутреннего дав

лення во внутреннюю полость опытного образца устанавливалась ревновая камера соответствующих размеров. Внутреннее давление создавалось путем подачи газа в камеру от баллона на котором установлены были редуктор и дополнительно контрольный манометр с ценой деления 0,05 атмосфер.

Внутреннее давление и сжимающая нагрузка повышались ступеиями и после каждой ступени нагрузки измерялись продольные и поперечные деформации. И в этих опытах продольные деформации измерялись по четырем вертикалям, а в двух перпендикулярных направлениях (по середине высоты образца) измерялись изменения диачетра образца.

При испытании образца предварительно создавалось определенное постоянное внутреннее давление, а затем образец доводился до разрушения сжимающей нагрузкой. Как и в предыдущем случае, об-

разцы испытывались без выдержки.

Величины предварительного внутреннего давления составляли 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 и $2.5 \kappa \Gamma/c.u^2$.

Помимо испытания образцов на сложное нагружение, и в этом случае были испытаны образцы на чистое внутрениее давление и начастое сжатие. Прочность трубчатых образцов на чистое сжатие $R_{\rm m}=182~\kappa I/cm^2$, а на внутрениее давление $R_{\rm m}=14.4~\kappa \Gamma/cm^2$. Всего на внутрениее давление с последующим сжатием были испытаны 7 образцов, а на чистое внутрениее давление и чистое сжатие по два образца.

Интенсивности напряжений и деформаций при сложном нагружеши кручение с последующим растяжением были определены по сле-

зующим формулам

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + 3\tau^2};$$
 (1)

$$\varepsilon_l = \frac{2}{3} \sqrt{\varepsilon_{xx}^2 + 3\gamma_{xz}^2}. \tag{2}$$

На фиг. За приведена кривая прочности бетона при данном сложном нагружении, построенная по формуле

$$\left(\frac{\tau}{R_{xz}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{xx}}{R_{xx}}\right)^2 = 1,\tag{3}$$

которая представляет эллипс

Как видно из фиг. За, зависимость (3) вполне удовлетворитель-

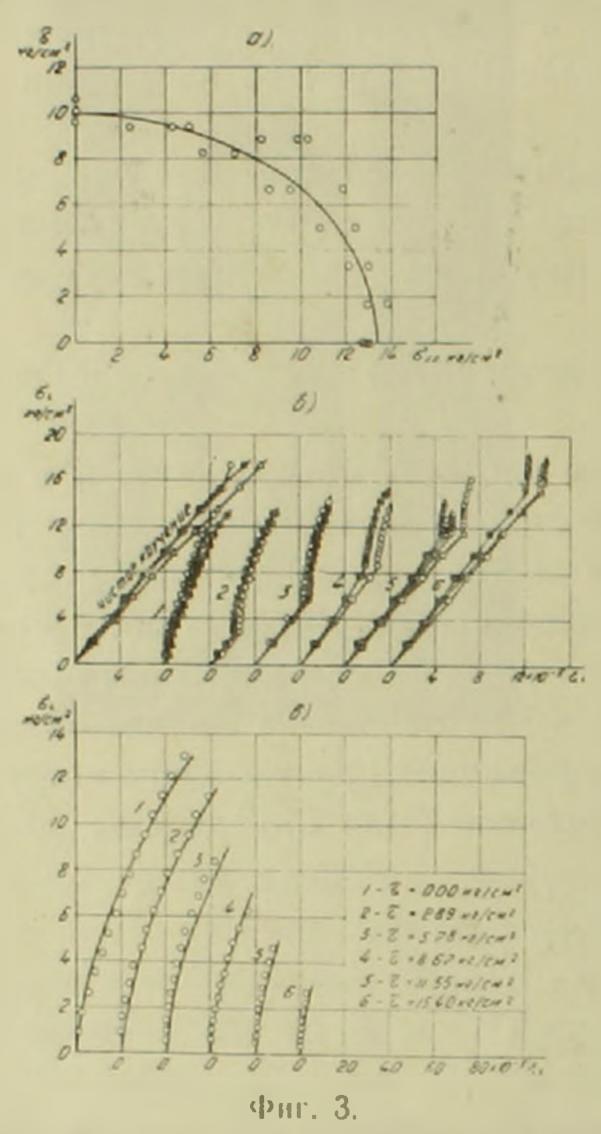
по отвечает опытным данным.

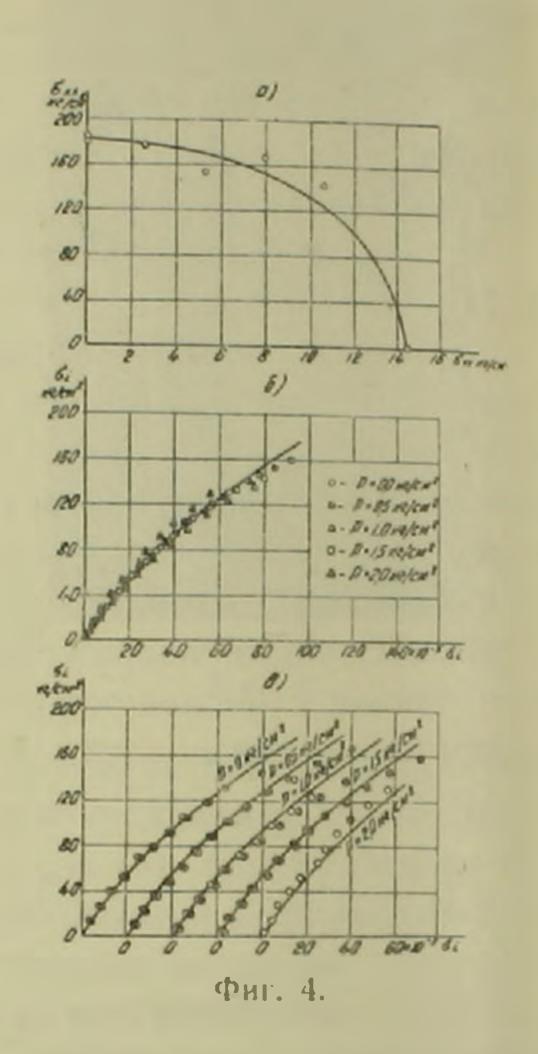
Таким образом предварительное кручение приводит к уменьшению предела прочности бетона на осевое растяжение. Причем это меньшение тем больше, чем больше касательное напряжение от крутящего момента. Аналогичная закономерность наблюдалась в опытах А. М. Скудра (1,2).

На фиг. 30 приведены экспериментальные кривые интенсивностей деформаций чистого кручения, чистого растяжения и кручения с

последующим растяжением.

Как уже отмечалось, одной из задач данных исследований было выяснение возможности описания кривых интенсивностей деформаций сложно-напряженного состояния бетона, исходя из опистов простого напряженного состояния. Как видно из фиг. 4, зависи, мость между интенсивностями напряжений и деформаций в случае сложно-напряженного состояния (кручение с последующим растяжением) имеет криволинейный характер, в случае чистого кручения линейный характер и в случае чистого растяжения — криволинейный





характер. Поэтому была сделана попытка описать кривую интенсианостей деформаций чистого растяжения бетона и проверить приемлемость полученной зависимости в отношении кривых интенсивностей деформаций сложно-напряженного состояния бетона. Для описания кривой интенсивностей деформаций чистого растяжения бетона быль принята зависимость следующего вида

$$z_i = A - B \sigma^n.$$

В формуле (4) A, B и n нараметры, определяемые из опыта. В результате описания кривой интенсивностей деформаций чистого растяжения была получена зависимость

$$z_i = (0.0815z_i + 0.0245z_i^2) \times 10^{-5}$$
.

Исследования показали, что данная зависимость вполне удовлетвори-

описывает также все экспериментальные кривые сложного наружения. Кривые, построенные по формуле (5), приведены на фиг. 3лесь же указаны экспериментальные точки, которые соответствуют средним значениям деформаций нескольких образцов для кажчого вида испытания.

Таким образом получается, что для выражения зависимости исжду интенсивностями напряжений и деформаций бетона при сложнапряженном состоянии—кручении с последующим растяжением, особой погрешности, можно воспользоваться соответствующей зашисимостью простого напряженного состояния—чистого растяжения.

Приведем результаты исследования прочности и деформативности образцов при сложно-напряженном состоянии— внутреннем давлении последующим сжатием.

Напряжение от внутреннего давления на внутренней грани поперечного сечения опытного образца определялось по формуле

$$\sigma_{zz} = \frac{pr^2}{R^2 - r^2} \left(1 + \frac{R^2}{y^2} \right). \tag{6}$$

в радиальном направлении по формуле

$$\sigma_{yy} = \frac{pr^2}{R^2 - r^2} \left(1 - \frac{R^2}{y^2} \right). \tag{7}$$

В указанных формулах R и r представляют наружный и внутренний радиусы поперечного сечения образца, p — внутреннее давление в $\kappa \Gamma/c M^2$.

Интенсивности напряжений и деформаций определялись по формулам

$$\sigma_{i} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^{2} + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^{2} + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^{2}}, \tag{8}$$

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + (\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{zz})^2 + (\varepsilon_{zz} - \varepsilon_{zz})^2}$$
(9)

На фиг. 4*а* приведена кривая прочности бетона при данном сложном нагружении, которая и в этом случае предстазляет эллипс. Кривая построена по формуле (10). которая удовлетворительно описывает опытные данные

$$\left(\frac{\sigma_{xx}}{R_{xx}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{yy}}{R_{yy}}\right)^2 = 1. \tag{10}$$

Таким образом, предварительное приложение внутреннего давления приводит к уменьшению предела прочности оетона на осевое сжатие. При этом это уменьшение тем больше, чем больше внутреннее давление

На фиг. 4 б приведены средние экспериментальные точки кри-

тенсивностей деформаций сложного нагружения при различных значениях внутреннего давления, откуда нетрудно заметить, что и з этом случае без особой погрешности экспериментальные кривые могут быть описаны одной общей зависимостью типа (4). Таким образом при данном сложном нагружении зависимость между интенсивностями напряжений и деформаций можеть быть получена от простого напраженного состояния.

В результате описания кривой интенсивности деформаций чист го сжатия получена следующая зависимость

$$\bar{z}_i = (0.292z_i + 0.014z_i^2) \times 10^{-5}$$
. (11)

Кривая чистого сжатия по формуле (11) приведена на фиг. 46 сплошной линией. На фиг. 48 по этой же формуле приведены как кривая чистого сжатия, так и кривые для сложного нагружения при различных значениях внутреннего давления.

Институт математики и механики Академии наук Армянской ССР

4. ป. 4แกนพธรรมช ๒๔ ก. ป 4ภรท43แช

Բեչոնի ամբության և դեֆոբմային հաշկությունների հեչագոչությունը բարդ լարվածային հիմակ դեպքում

Հողվածը նվիրված է ընտոնի ավրության և դեֆորմատիկ ռատկությունների ուսուժասիրությանը ըարդ լարվածային վերակի դեպքում։ Հետազոտված են

1. Hipport - dyned

2. Lupph's some of - uliquined

իտևմ լանվացայիր վիջանրբևն։

թին անում անդմում լարվածային վիճակների դեպթում ամրության կորերը էլիպաներ և

նանն։ հանձ մետնեսող դանուն որվ աջ հանուղջբնի ը մբֆանդանիաջբնի կանուն ցմղաջ ը հրշուլոբնի մբանատը էն կանընի է ամտամանջըն աստիչիչ մբանուղ դանուն ցմղաջ ը տնիաչբնի իչություն անվաչ առաջ անատումնուն կաչ չաղան ընկու նանվածայիչ անկաչերի կարաբան ցույց է առաջ ար ընտաչի կարուղչերի և արարականի կանում և հետուների

ЛИТЕРАТУРА - РРИЧИКОПЕРЗЯРЫ

А. М. Скудра, Деформации бетона при кручении с последующим растяжением. Сб. Исследования по бетону и железобетону, вып. IV, Рига, 1959. ² А. М. Скудра. Прочность бетона при кручении с последующим растяжением, Сб. Исследования по бетону и железобетону, вып. IV, Рига, 1959.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. С. Саркисян

Изгиб неортотропных составных призматических стержней

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 13/1V 1964)

Изгиб составных стержней через функцию кручения и изгиба сследован Н. И. Мусхелишвили (1). Эта же задача для анизотропных тержней рассмотрена К. И. Боршем (2). Задача об изгибе изотропных оставных стержней через функцию напряжения исслелована в рабо-ах (3-4), а с учетом линейной ползучести рассмотрена Н. Х. Арутю-яном и К. С. Чобаняном (5).

В настоящей работе рассматривается задача изгиба стержня, сопавленного из различных анизотропных (неортотропных) материалов, перез функцию напряжений при произвольном расположении поперечной изгибающей силы.

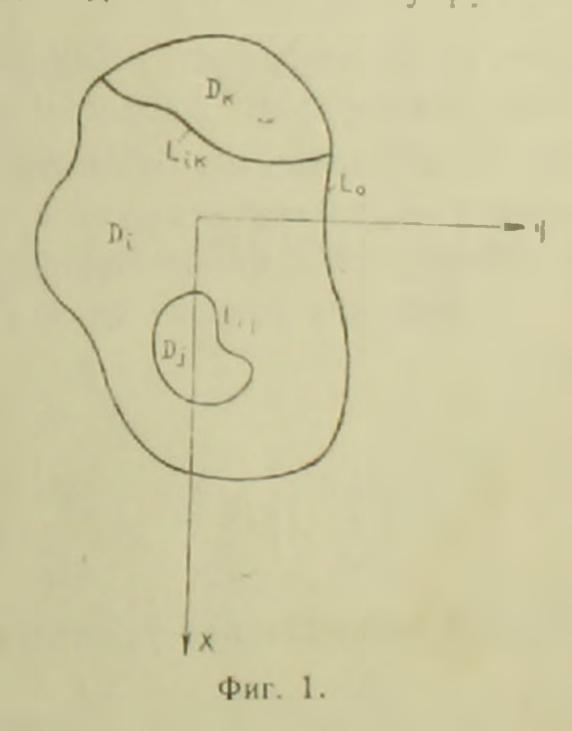
§ 1. Постановка задачи и основные уравнения. Рассмотрим аниогропный стержень, составленный из различных анизотропных приматических тел, спаянных или склеенных по боковым поверхностям могда упругие постоянные этих тел различны. Предположим, что в маждой точке каждого тела имеется лишь одна плоскость упругой

пметрии, нормальная к оси стержня с. е. каждое тело—неортотропное).

Область поперечного сечения, сопветствующую различным материалам пержия, обозначим через D_1, \cdots, D_n , инию раздела смежных областей D_k и D_l через L_{kl} , а контур всей обласнечения. По через L_n (фиг. 1).

Пусть один конец стержня заделан, к другому концу приложена попе-

ечная изгибающая сила $P(P, P_y)$ прозвольного направления. Поместим намло координат x, y, z в некоторой точсечения заделанного конца изгибаечого стержня. Ось z направим парал-



ельно образующим поверхности призматического составного анизоропного стержня, а оси х и у в плоскости поперечного сечения. Для принимаем следующее выражение

207

$$z_z = (A_0 x + B_0 y + K_0) (l - z), \tag{1.1}$$

где I — длина стержия, а A_0 , B_0 и K_0 — пока неизвестные постоянные Предположим, что коэффициенты Пуассона γ_{xz} , и коэффициенты взаимного влияния первого рода γ_{xy} , а материалов составляющих тел одинаковы.

Имеем

$$\sigma_{x}^{(i)} = \sigma_{xy}^{(i)} = \tau_{xy}^{(i)} = 0 \qquad (i=1,2,...,n) \qquad (1.2)$$

Уравнения обобщенного закона Гука, отнесенные к указанной системе координат, примут вид (6),

 $E_1 = -v_{xz} \cdot (A_0 x + B_0 y + K_0)(I - z),$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{y} &= -\gamma_{yz} \cdot (A_{0}x + B_{0}y + K_{0})(l - z), \\
\varepsilon_{z} &= (A_{0}x + B_{0}y + K_{0})(l - z), \\
\tau_{yz}^{(i)} &= a_{44}^{(i)} \quad \tau_{yz}^{(i)} + a_{45}^{(i)} \quad \tau_{xz}^{(i)} \\
\tau_{xz}^{(i)} &= a_{45}^{(i)} \quad \tau_{yz}^{(i)} + a_{55}^{(i)} \quad \tau_{xz}^{(i)} \\
\tau_{xy} &= \tau_{xy}, z \cdot (A_{0}x + B_{0}y + K_{0})(l - z).
\end{aligned} \tag{1.4}$$

Из условий равновесия части стержия, расположенной между свободным концом z=l и произвольным сечением z= const, для определения A_0 , B_0 и K_0 получаются уравнения

$$A_{0} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{s_{iy}}{a_{33}^{(i)}} + B_{0} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{s_{ix}}{a_{33}^{(i)}} + K_{0} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{s_{i}}{a_{33}^{(i)}} = 0,$$

$$A_{0} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{J_{ixy}}{a_{33}^{(i)}} + B_{0} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{J_{ix}}{a_{33}^{(i)}} + K_{0} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{s_{ix}}{a_{33}^{(i)}} = -P_{y},$$

$$A_{0} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{J_{iy}}{a_{33}^{(i)}} + B_{0} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{J_{ixy}}{a_{33}^{(i)}} + K_{0} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{s_{iy}}{a_{33}^{(i)}} = -P_{x}.$$
(1.5)

Здесь s_i — площадь области D_l , s_{lx} и s_{ly} — статические моменты площади s_l относительно осей x и y, а J_{ly} и J_{lxy} — моменты инерции и центробежный момент инерции площади s_l относительно осей x и y.

Уравнения равновесия для элемента стержня имеют вид,

$$\frac{\partial \tau_{xz}^{(t)}}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{yz}^{(t)}}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}^{(t)}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}^{(t)}}{\partial y} - \frac{1}{a_{33}^{(t)}} (A_0 x + B_0 y + K_0) = 0,$$
(1.6)

н будут тождественно удовлетворены, если положить

$$\tau_{xz}^{(l)} = \frac{\partial \Psi_{I}}{\partial y} + \frac{1}{2a_{33}^{(l)}} (A_{0}x^{2} + K_{0}x) + \varphi_{I}(y), \qquad (1.7)$$

$$-\frac{\partial \Psi_{I}}{\partial x} = -\frac{\partial \Psi_{I}}{\partial x} + \frac{1}{2a_{33}^{(I)}} (B_{0}y^{2} + K_{0}y) + \psi_{I}(x), \qquad (1.8)$$

где через $\Psi_I(x, y)$ обозначена функция напряжений в области D_I а (y) и (x) — произвольные функции.

Из условия совместности деформаций, учитывая (1.3), получим

$$\frac{\partial \gamma_{zx}^{(i)}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{yz}^{(i)}}{\partial x} = (2v_{xz} B_0 + v_{xy,z} A_0) x - (2v_{yz} A_0 + \eta_{xy,z} B_0) y + C_0, \quad (1.9)$$

здесь C_0 произвольная постоянная интегрирования.

Далее при помощи (1.4) и (1.7) из (1.9) находим, что

$$a_{0}^{\mu}\frac{\partial^{2}\Psi}{\partial x^{2}} - 2a_{43}^{\mu} \cdot \frac{\partial^{2}\Psi}{\partial x \partial y} + a_{55}^{(1)} \cdot \frac{\partial^{2}\Psi}{\partial y^{2}} = (2v_{xz} \cdot B_{0} + \eta_{xy} + A_{0})x - (2v_{xx} \cdot A_{0} + \eta_{yy} + A_{0})x - (2v_{$$

$$= (A_0 x - B_0 y) + \frac{a_{45}}{a_{33}} (A_0 x - B_0 y) + a_{41} y_1(x) - a_{45} = (y) - C_0.$$
 (2.10)

Так как боковая поверхность стержня свободна от внешних воздействий, то получим

$$\frac{\partial \Psi_{l}}{\partial s} = \left[\frac{1}{2a_{33}^{(l)}} \left(B_{0} y^{2} + K_{0} y \right) + \Psi_{l}(x) \right] \frac{dx}{ds} - \left[\frac{1}{2a_{33}^{(l)}} \left(A_{0} x^{2} + K_{0} x \right) + \varphi_{l}(y) \right] \frac{dy}{ds}$$

$$\text{Ha} \ L_{0}, \tag{1.11}$$

Из условия равновесия бесконечно малого элемента, находящегося в окрестности линии раздела L_{IJ} областей D_{IJ} и D_{JJ} , находим

$$\frac{\partial \Psi_i}{\partial s} = \frac{\partial \Psi_j}{\partial s} = f_{ij} \text{ Ha } L_{ij}, \qquad (1.12)$$

где

$$f_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a_{33}^{(i)}} - \frac{1}{a_{33}^{(i)}} \right) \left[(B_0 y^2 + K_0 y) \frac{dx}{ds} - (A_0 x^2 + K_0 x) \frac{dy}{ds} \right] + \left(\psi_i - \psi_j \right) \frac{dx}{ds} - (\varphi_i - \varphi_j) \frac{dy}{ds}.$$

Воспользуемся условием непрерывности перемещений на линиях раздела L_U . Напишем выражения составляющих деформации сдвига для области D затем учитывая (1.4), (1.7) и (1.8), получим

$$\frac{\partial w_{i}}{\partial x} = a_{45}^{(1)} \left[-\frac{\partial \Psi_{i}}{\partial x} + \frac{1}{2a_{33}^{(1)}} \left(B_{0} y^{2} + K_{0} y \right) + \psi_{i}(x) \right] + a_{55}^{(0)} \left[\frac{\partial \Psi_{i}}{\partial y} + \frac{1}{2a_{33}^{(0)}} \left(A_{0} x^{2} + h_{0} x \right) + \varphi_{i}(y) \right] - \frac{\partial u_{i}}{\partial z} \right]$$
(1.13)

$$\frac{\partial w_{i}}{\partial y} = a_{11} \left| -\frac{\partial \Psi_{i}}{\partial x} + \frac{1}{2a_{33}^{(i)}} (B_{0}y^{2} + K_{0}y) + \phi_{i}(x) \right| - a_{45}^{(i)} \left| \frac{\partial \Psi_{i}}{\partial y} - \frac{\partial \Psi_{i}}{\partial y} \right| - \frac{1}{2a_{33}^{(i)}} (A_{0}x^{2} + K_{0}y) - \varphi_{i}(y) \right| - \frac{\partial v_{i}}{\partial z}$$

$$= \frac{1}{2a_{33}^{(i)}} (A_{0}x^{2} + K_{0}y) - \varphi_{i}(y) \left| -\frac{\partial v_{i}}{\partial z} \right|$$
(1.14)

Умножая соотношение (1.13) на $\frac{dx}{ds}$, а 1.14—на $\frac{dy}{ds}$ складывая

результаты, устанавливаем

$$\left(\frac{\partial^* \Psi}{\partial n}\right)_i - \left(\frac{\partial^* \Psi}{\partial n}\right)_j = g_{ij}, \qquad (1.15)$$

SELSPITULE OF THE MANAGEMENT OF THE SELECTION OF THE SELE

$$g_{ij} = \frac{1}{2} (B_0 y^2 + K_0 y) \cdot \left[\left(\frac{a_{44}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} - \frac{a_{44}^{(j)}}{a_{33}^{(j)}} \right) \cdot \frac{dx}{dn} - \left(\frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} - \frac{a_{45}^{(j)}}{a_{23}^{(j)}} \right) \frac{dy}{dn} \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} (A_0 x^2 + K_0 x) \left[\left(\frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} - \frac{a_{45}^{(j)}}{a_{33}^{(i)}} \right) \frac{dx}{dn} - \left(\frac{a_{55}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} - \frac{a_{55}^{(j)}}{a_{33}^{(j)}} \right) \frac{dy}{dn} \right] + \left[\psi_i(x) \ a_{45}^{(i)} - \left(\frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} - \frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} \right) \frac{dy}{dn} \right] + \left[\psi_i(x) \ a_{45}^{(i)} - \left(\frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} - \frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} \right) \frac{dy}{dn} \right] + \left[\psi_i(x) \ a_{45}^{(i)} - \left(\frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} - \frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} \right) \frac{dy}{dn} \right] + \left[\psi_i(x) \ a_{45}^{(i)} - \left(\frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} - \frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} \right) \frac{dy}{dn} \right] + \left[\psi_i(x) \ a_{45}^{(i)} - \left(\frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} - \frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} \right) \frac{dy}{dn} \right] + \left[\psi_i(x) \ a_{45}^{(i)} - \left(\frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} - \frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} \right) \frac{dy}{dn} \right] + \left[\psi_i(x) \ a_{45}^{(i)} - \left(\frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} - \frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} \right) \frac{dy}{dn} \right] + \left[\psi_i(x) \ a_{45}^{(i)} - \left(\frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} - \frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} \right) \frac{dy}{dn} \right] + \left[\psi_i(x) \ a_{45}^{(i)} - \left(\frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} - \frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} \right) \frac{dy}{dn} \right] + \left[\psi_i(x) \ a_{45}^{(i)} - \left(\frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} - \frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} \right) \frac{dy}{dn} \right] + \left[\psi_i(x) \ a_{45}^{(i)} - \left(\frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} - \frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}^{(i)}} \right) \frac{dy}{dn} \right] + \left[\psi_i(x) \ a_{45}^{(i)} - \psi_i(x) \ a_{45}^{(i)}$$

Итак, рассматриваемая задача сводится к определению в области поперечного сечения D_0 функции напряжений $\Psi(x,y)$, удовлетворяющей в соответствующих областях D_1 дифференциальному уравнению (1.10), граничным условиям (1.12) и условиям (1.14) и (1.18) на линиях раздела L_{ij} .

Теперь выясним смысл C_0 . Для этого составим смешанные вторые производные же при помощи (1.16)—(1.17) и, приравнивая их, найдем

$$a_{44}^{(i)} \frac{\partial^{2} \Psi_{i}}{\partial x^{2}} - 2 a_{45}^{(i)} \frac{\partial^{2} \Psi_{i}}{\partial x \partial y} + a_{55}^{(i)} \frac{\partial^{2} \Psi_{i}}{\partial y^{2}} = \frac{a_{45}^{(i)}}{a_{33}} (A_{0}x - B_{0}y) + a_{44} + (x) - a_{55}^{(i)} z_{i}^{(i)}(y) - \frac{\partial^{2} v_{i}}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^{2} u_{i}}{\partial y \partial z}$$

$$(1.19)$$

Сравнирая (1.19) с (1.10), получим

$$-2\frac{\partial\Omega_{z}}{\partial z} = (2v_{xz}B_{0} + \eta_{xy, z}A_{0})x - (2v_{yz} \cdot A_{0} + \eta_{xy, z} \cdot B_{0})y + C_{0}, \quad (1.20)$$

где $\Omega_z = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x} - \frac{\partial u_i}{\partial y} \right)$ — поворот элемента поперечного сечения около оси z. Интегрируя (1.20) по области D_0 , получим (°)

$$C_0 + (2v_{xz}B_0 + \eta_{xy,z}A_0) \cdot x_t - (2v_x A_0 + \eta_{xy,z}B_0)y_t = -2\Theta, \quad (1.21)$$

где $\Theta = \frac{1}{s_0} \iint_{D_0}^{\frac{\partial Q}{\partial z}} \frac{dx}{dx} dy$, s_0 , x_c и y_c — площадь и координаты геоме-

трического центра тяжести области D_0 . Нетрудно установить, что условие

$$C_0 = (2v_{yz} \cdot A_0 + \tau_{ixz}, -B_0) y_c^* - (2v_{xz} \cdot B_0 + \tau_{ixv}, z \cdot A_0)$$
 (1.22)

необходимо и достаточно для того, чтобы поперечный изгиб анизотропного со тавного стержня не сопровождался кручением.

 $\S 2.$ О решении задачи изгиба неортотропных составных призматических стержней. Обозначим через и малый параметр для области D_1

$$\mu = \frac{a_{45}^{(I)}}{\sqrt{a_{44}^{(I)} a_{55}^{(I)}}} < 1, \tag{2.1}$$

причем $\mu = 0$ для ортотропного материала. Затем введем новые переменные α и β (7.8)

$$x = \alpha \ y = 7 \ \frac{a_{55}^{(I)}}{a_{44}^{(I)}}$$
 (2.2)

Тогда дифференциальное уравнение (1,10) можно представить так

$$\frac{\partial^2 U_k}{\partial a^2} = 2u t_k \frac{\partial^2 U_k}{\partial a \partial \beta} + b_k \frac{\partial^2 U_k}{\partial \beta^2} = F_{1k}(a, \beta, a_{ij}^{(k)}) + u F_{2k}(a, \beta, a_{ij}^{(k)}), \quad (2.3)$$

где

$$\Psi_{k}(x, y) = U_{k}(x, y), \lambda_{k} = \frac{a_{45}^{(k)} a_{44}^{(l)}}{a_{45}^{(l)} a_{44}^{(k)}}, \lambda_{k} = \frac{a_{55}^{(k)} a_{44}^{(l)}}{a_{55}^{(l)} a_{44}^{(k)}},$$

$$\gamma_{k} = \frac{a_{45}^{(k)}}{a_{45}^{(l)}} \sqrt{\frac{a_{44}^{(l)} a_{55}^{(l)}}{a_{55}^{(l)}}} \frac{1}{a_{35}^{(k)}},$$

$$F_{1k}(x_1; 3, a_{1l}^{(k)}) = \frac{1}{a_{44}^{(k)}} \left\{ a_{44}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(3) \sqrt{\frac{a_{55}^{(l)}}{a_{44}^{(l)}}} \right\} + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) = \frac{1}{a_{44}^{(k)}} \left\{ a_{44}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right\} + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) = \frac{1}{a_{44}^{(k)}} \left\{ a_{44}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right\} + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) = \frac{1}{a_{44}^{(k)}} \left\{ a_{44}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right\} + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) = \frac{1}{a_{44}^{(k)}} \left\{ a_{44}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right\} + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) = \frac{1}{a_{44}^{(k)}} \left\{ a_{44}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right\} + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) = \frac{1}{a_{44}^{(k)}} \left\{ a_{44}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right\} + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right\} + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right\} + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{55}^{(k)} \psi_k(x) \right) + 2 \left(v_{xz} B_0 x - a_{$$

$$-\nu_{yz}A_0\sqrt{\frac{a_{55}^{(1)}}{a_{44}^{(1)}}}3) + 2(\nu_{yz}\cdot A_0\cdot y_e^* - \nu_{zz}\cdot B_0x_e^*),$$

$$F_{2k}(\alpha, \beta, a_{ij}^{(k)}) = \frac{1}{a_{44}^{(k)}} \left\{ \left(A_0 \alpha - B_0 \beta \right) \left(\frac{\overline{a_{55}}}{a_{44}} \right) (\sigma + \gamma_k) + \sigma \left(B_0 y^* - A_0 x_c \right) \right\}$$

$$\eta_{xy,z} = s \cdot \mu$$
.

Граничные условия (1.12) и условия (1.14) и (1.15) при помощи (2.2) можно представить

$$\frac{\partial U_i}{\partial s} = f_i \quad \text{Ha} \quad L_0, \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial s} - \frac{\partial U_j}{\partial s} = f_i - f_i \quad \text{Ha} \ L_{ii} \,, \tag{2.5}$$

$$N_1[U]_i + \mu N_2[U]_i - N_1[U]_j - \mu N_2[U]_i = g_{ii} + \mu g_{ii}, \text{ Ha } L_{ij}$$
 (2.6)

где введены следующие обозначения

$$\begin{split} f_{l} &= -\left[\frac{1}{2a_{33}^{(l)}}\left(B_{0}\frac{a_{55}^{(l)}}{a_{44}^{(l)}}\beta + K_{0}\sqrt{\frac{a_{55}^{(l)}}{a_{44}^{(l)}}}\beta\right) + \psi_{l}(\alpha)\right]l_{2} - \left[\frac{1}{2a_{33}^{(l)}}\left(A_{0}\alpha^{2} + K_{0}\alpha\right) + \varphi_{l}\left(\beta\sqrt{\frac{a_{55}^{(l)}}{a_{44}^{(l)}}}\right)\right]l_{1},\\ N_{1}[]_{l} &= a_{44}^{(l)}l_{1}\frac{\partial}{\partial\alpha} + \bar{a}_{55}^{(l)}l_{2}\frac{\partial}{\partial\beta}, \ N_{2}[]_{l} &= -e_{l}\cdot\left(l_{1}a_{44}^{(l)}\frac{\partial}{\partial\beta} + l_{1}\sqrt{a_{44}^{(l)}a_{55}^{(l)}}\frac{\partial}{\partial\alpha}\right),\\ l_{1} &= \cos\left(n,x\right), \ l_{2} &= \cos\left(n,y\right), \ \bar{a}_{55}^{(l)} &= a_{55}^{(l)}\sqrt{\frac{a_{44}^{(l)}}{a_{55}^{(l)}}}, \ e_{l} &= \frac{a_{45}^{(l)}}{a_{45}^{(l)}}, \end{split}$$

$$\begin{split} \bar{g}_{ij} &= \frac{1}{2} \left(B_0 \beta^2 \cdot \frac{a_{55}^{(1)}}{a_{44}^{(1)}} + K_0 \beta \right) \left(\frac{a_{55}^{(1)}}{a_{55}^{(1)}} \right) \left(\frac{a_{44}^{(1)}}{a_{33}^{(1)}} - \frac{a_{44}^{(1)}}{a_{33}^{(1)}} \right) l_1 - \frac{1}{2} \left(A_0 \alpha^2 + K_0 \alpha \right) \left(\frac{a_{55}^{(1)}}{a_{33}^{(1)}} - \frac{a_{55}^{(1)}}{a_{33}^{(1)}} \right) l_2 + \left[\psi_i \left(\alpha \right) a_{44}^{(0)} - \psi_j \left(\alpha \right) a_{44}^{(0)} \right] l_1 - \frac{1}{2} \left(A_0 \alpha^2 + K_0 \alpha \right) \left(\frac{a_{55}^{(1)}}{a_{44}^{(1)}} \right) a_{55}^{(0)} \right) l_2 + \left[\psi_i \left(\alpha \right) a_{44}^{(0)} - \psi_j \left(\alpha \right) a_{44}^{(0)} \right] l_2 + \frac{1}{2} \left(\gamma_i - \gamma_j \right) \left(A_0 \alpha^2 + K_0 \alpha \right) l_1 - l_2 V a_{44}^{(1)} a_{55}^{(0)} \left[e_i \psi_i \left(\alpha \right) - e_j \psi_j \left(\alpha \right) \right] + l_1 V a_{44}^{(1)} a_{55}^{(0)} \right] e_i \psi_i \left(\beta \right) \left(\frac{a_{55}^{(0)}}{a_{44}^{(0)}} \right) - e_j \psi_i \left(\beta \right) \sqrt{\frac{a_{55}^{(0)}}{a_{43}^{(0)}}} \right]. \end{split}$$

Представим решение уравнения (2.3) в виде (7.8)

$$U_{k}(\alpha, \beta) = U_{k}^{(0)}(\alpha, \beta) + \sum_{i=1}^{n} U_{k}^{(i)}(\alpha, \beta) \cdot \mu^{i}_{(k-1, 2, \dots, n)}. \tag{2.7}$$

Из (2.7) и (2.3) находим

$$\Delta_k U_k^0 = F_{1k}(a, \beta, \alpha_{ij}^{(k)}) \quad (k-1, 2, \dots, n) , \qquad (28)$$

$$\Delta_k U_k^l = F_{2k}(\alpha, \beta, \alpha_{ij}^{(k)}) + \rho_k^{(l)}(\alpha, \beta),$$
 (2.9)

$$\Delta_k U_k^{(l)} = \rho_k^{(l)} (\alpha, \beta) \qquad (1 = 2, 3, ...)$$
 (2.10)

где

$$\rho_k^{(l)}(\alpha, \beta) = 2\lambda_k \frac{\partial^2 U_k^{(i-1)}}{\partial \alpha \partial \beta} \qquad (\ell-1, 2, \dots)$$

При помощи (2.1), (2.2) и (2.7) из (2.4), (2.5) и (2.6) получаются

$$\frac{\partial U_k^{(0)}}{\partial s} = f_k$$

$$\frac{\partial U_k^{(i)}}{\partial s} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, n)$$
Ha L₀

$$(2.1i)$$

$$\frac{\partial U_i^{(0)}}{\partial s} - \frac{\partial U_j^{(0)}}{\partial s} = f_i - f_j,$$

$$\frac{\partial U_i^{(l)}}{\partial s} - \frac{\partial U_i^{(l)}}{\partial s} = 0 \quad (i-1, 2, \cdots)$$
Ha L_{ij} (2.12)

$$N_{1}[U^{(0)}]_{i} = N_{1}[U^{(0)}]_{i} + \bar{g}_{ij},$$

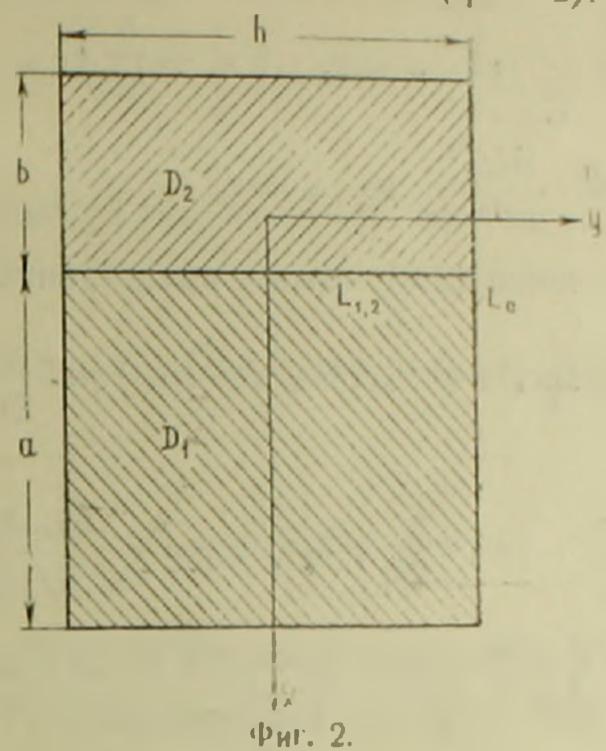
$$N_{1}[U^{(m)}]_{i} + N_{2}[U^{(m-1)}]_{i} = N_{1}[U^{(m)}]_{i} + N_{2}[U^{(m-1)}]_{i} + \bar{g}_{ij}$$

$$(m-1, 2, ...)$$
(2.13)

Таким образом, решение дифференциального уравнения с неразделяющимися переменными (2.3) с условнями (2.4)—(2.6) приво-

дится к рекуррентным дифференциальным уравнениям с разделяющимися переменными (2.8)-(2.10) с более простыми условиями (2.11)-(2.13).

§ 3. Изгиб неорторопных двухслойных призматических стерменей прямоугольного поперечного сечения (фиг 2). Если изгибающая



сила направлена по оси х, изгиб составной консоли не будет сопровождаться кручением. В этом случае напряжение представим в таком виде

$$\frac{dV_{i}}{dy} = \frac{\partial V_{i}}{\partial y} - \frac{1}{2a_{33}^{(i)}} (A_{0}x^{2} + 2K_{0}x) + \varphi_{i}(y),$$

$$\frac{dV_{i}}{dy} = -\frac{\partial V_{i}}{\partial x} + \psi_{i}(x),$$
(3.1)

Для произвольных функций фі (у) и фі (х) примем

$$\varphi_{1}(y) = -\frac{(b+2a)}{8a_{33}^{(1)}} [A_{0}(b+2a) + 4K_{0}], \ \varphi_{2}(y) = -\frac{b}{8a_{33}^{(1)}} (A_{0}b - 3K_{0}) \Big| .$$

$$\psi_{1}(x) = \psi_{2}(x) = 0. \tag{3.2}$$

Вычисление показывает, что

$$x_0 = \frac{a}{2}, \quad y_c^* = 0, \quad B_0 = 0, \quad A_0 = -K_0 \cdot \frac{2(a_0 + ba_0)}{a(a + b)a_0}$$
 (3.3)

$$K_0 = \frac{6a (a+b) Pa_{33}^1 (a_{33}^{11})^2}{h(aa_{33}^{11} + ba_{33}^1)[aa_{33}^{11} (4a^2 + 6ab + 3b^2) + ba_{33}^1 - 3a^2 (a+b)^2 h(a_{33}^{11})^2}$$

Для $U_k^{(0)}$ (α , β) в каждой области D_k (k=1,2) нужно решить уравнение (2.8) с условиями

$$\frac{\partial U_2^{(0)}}{\partial \alpha} = \frac{\partial U_1^{(0)}}{\partial \alpha} = 0 \quad \text{при } \beta = \pm \beta_1 \quad \left(\beta_1 = \frac{h}{2} \sqrt{\frac{a_{11}^{(1)}}{a_{55}^{(1)}}}\right), \tag{3.4}$$

$$\frac{\partial U_1^{(0)}}{\partial \beta} = 0 \quad \text{при } \alpha = \alpha_1 \left(\alpha_1 = a + \frac{b}{2} \right), \tag{3.5}$$

$$\frac{\partial U_2^{(0)}}{\partial \beta} = 0 \quad \text{при} \quad \alpha = \alpha_2 \left(\alpha_2 = -\frac{b}{2} \right), \tag{3.6}$$

$$\frac{\partial U_1^{(0)}}{\partial \beta} = \frac{\partial U_2^{(0)}}{\partial \beta} \qquad \text{Ha} \quad \alpha = \alpha_3 \quad \left(\alpha_3 = \frac{b}{2}\right), \tag{3.7}$$

$$a_{44}^{(I)} \cdot \frac{\partial U_{1}^{(0)}}{\partial \alpha} = a_{44}^{(II)} \cdot \frac{\partial U_{2}^{(0)}}{\partial \alpha}$$
 на $\alpha = \alpha_{3}$. (3.8)

Решение уравнения (2.8) можно представить

$$U_{k}^{(0)}(\alpha,\beta) = \sum_{j=1}^{\infty} (A_{kj} \operatorname{sh} c_{kj} \alpha + B_{kj} \operatorname{ch} c_{kj} \alpha - M_{kj}) \sin \frac{\pi j}{2\beta_1} (\beta + \beta_1) (k = 1, 2),$$
 где

$$M_{kj} = \frac{4\beta_1 a_{kj}}{\delta_k \pi^2 j^2}, \quad c_{kj} = \frac{\pi j}{2\beta_1} V \delta_k^-, \quad a_{kj} = -\frac{8\nu_{yz} A_0 \beta_1}{\pi j a_{44}^{(k)}} V \frac{\overline{a_{55}^{(1)}}}{a_{44}^{(0)}}. \quad (3.10)$$

Постоянные A_{k_i} и B_{k_j} определяются из (3.5)—(3.8). Второе приближение строим так. Подставляя выражения $U_k^{(0)}$ (2, β) из (3.9) в (2.9), получим

$$\Delta_k U_k^{(1)} = \sum_{j=1}^{n} E_{jk}(\alpha) \cos \frac{\pi j(\beta + \beta_1)}{2\beta_1} + F_{2k}(\alpha, \beta, \alpha_{n,m}^{(k)}), \qquad (3.11)$$

где

$$E_{jk}(\alpha) = \frac{\lambda_k \pi j c_{kj}}{\beta_1} - (A_{kj} \operatorname{ch} c_{kj} \alpha + B_{kj} \operatorname{sh} c_{kj} \alpha), \quad F_{2k} = \frac{A_0}{a_{41}^{(k)}} \left[\alpha(\sigma + \gamma_k) - \frac{\sigma a}{2} \right]$$
(3.12)

Из (2.11) - (2.13) для $U_k^{(1)}(\alpha, \beta)$ будем иметь следующие граничные условия

$$\frac{\partial U_1^{(1)}}{\partial z} = \frac{\partial U_2^{(1)}}{\partial z} = 0 \qquad \text{при } \beta = \pm \beta_1. \tag{3.13}$$

$$\frac{\partial U_1^{(1)}}{\partial \beta} = 0 \qquad \text{при} \quad \alpha = \alpha_1, \tag{3.14}$$

$$\frac{\partial U_2^{(1)}}{\partial \beta} = 0 \qquad \text{при} \quad \alpha = \alpha_2, \tag{3.15}$$

$$\frac{\partial U_1^{(1)}}{\partial \overline{S}} = \frac{\partial U_2^{(1)}}{\partial \overline{S}}$$
 Ha $\alpha = \alpha_3$, (3.16)

$$\frac{a_{44}^{(1)}}{a_{54}^{(1)}} \cdot \frac{\partial U_1^{(1)}}{\partial \alpha} = \frac{\partial U_2^{(1)}}{\partial \alpha} + \sum_{n=1}^{1} Q_n \left(c_{1n}, c_{2n}, \alpha \right) \sin \frac{\pi n \left(\beta + \beta_1 \right)}{2\beta_1} \quad \text{Ha } \alpha = \alpha_3, \quad (3.17)$$

где

$$Q_{n} = \frac{a_{44}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}} \left[\overline{B}_{n1}(z) - e_{2} B_{n2}(z) \right], \overline{B}_{nk}(z) = -\frac{1}{n!} \sum_{j=1, 3}^{\infty} \frac{nj}{j^{3} - n^{3}} (A_{ki} \operatorname{sh} c_{kj} z + B_{ki} \operatorname{ch} c_{ki} z - M_{ki})$$

$$+ B_{ki} \operatorname{ch} c_{ki} z - M_{ki}) \qquad (n=2, 4, \cdots).$$

решение дифференциального уравнения (3.12) представим в виде

$$U_k^{(1)}(\alpha,\beta) = \sum_{n} w_{nk}(\alpha) \sin^{\frac{\pi n}{2\beta_1}} \frac{(\beta+\beta_1)}{2\beta_1}$$
(3.18)

₁₃ (3.18) и (3.11) находим

$$W_{n2}^{\parallel} - h_k \left(\frac{\pi n}{2\beta_1}\right)^2 W_{nk} = \overline{Q}_{nk}(\alpha) \left[\overline{Q}_{nk}(\alpha) = -\frac{2}{\pi \beta_1} \sum_{j=1,3} E_{jk}(\alpha) \frac{n}{j^2 - n^2} \right]. \tag{3.19}$$

Решив уравнение (3.19), из (3.18) получаем для (2, 3) слетующее выражение

$$U_{k}^{(1)}(\alpha',\beta) = \sum_{n=2,4} \left[\overline{C}_{nk} \operatorname{sh} c_{kn} \alpha + \overline{D}_{nk} \operatorname{ch} c_{kn} \alpha + d_{kn}(\alpha) \right] \sin \frac{\pi n (\beta + \beta_1)}{2\beta_1}, \quad (3.20)$$

rne

$$d_{kn}(x) = \sum_{j=1,3} (R_{nkj} \operatorname{ch} c_{kj} x + T_{nk} \operatorname{sh} c_{nj} x),$$

$$R_{nkj} = \frac{2 \kappa_k \, nj \, c_{kj}}{\beta_1^2 \, (n^2 - j^2)} \cdot \frac{A_{kj}}{c_{kj} - \delta_k \left(\frac{\pi n}{2\beta_1}\right)^2} , T_{nkj} = \frac{2 \kappa_k \, nj \, c_{kj}}{\beta_1^2 (n^2 - j^2)} \cdot \frac{B_{ki}}{c_{kj} - \delta_k \left(\frac{\pi n}{2\beta_1}\right)^2} .$$

Постоянные C_{nk} и D_{nk} определяются из (3.14)—(3.16).

Таким образом, имея $U_k^{(1)}$ (z, 5), при помощи (2.10)—(2.13) аналогично можно построить решения и в последующих приближениях.

Ереванский государственный университет Институт математики и механики Академии наук Армянской ССР

Վ. Ս. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

Քաղաղուալ ոչ օորոշուպ պոիզմատիկ ձողերի ծուումը

Դիտարկված է տարրեր Նյուվերից կազմված ու օրինոտրոպ համեն մի կետում առանցիին ուղղաքայաց առաժակական մեկ տիմեարիայի հարթություն ունեցողի պրիզմատիկ ձոցերի ծաման խնցիրը:

Purpose the property of $i_{xz} = i_{xz}$, $i_{yz} = i_{yz}$, $i_{xy} = i_{xy}$, $i_{xy} = i_{xy}$, i = 1, 2, ..., n) as marginal to նիմնական դիֆերենցիալ ճավասարումները և անհրաժեշտ պայմանները, որոնց օգնությամբ միարժեր կերպով որոշվում են լարվածության ֆունկցիաները աված տիրույթ-Thomas ! s

Առաջագրված է խնդրի լուծվան հղանակ։

Ս.յդ եղանակով, ստացված չանջատվով փոփոխականներով ղիֆերենցիալ հավասաիու չորնեն հրավուղ բր արծուտվու փունսիութուրորի հիֆերբանիան չավաստանում որև աբhorpblum abounted for

Որպես կիրառություն լուծված է երկչերտ ուղղանկյուն ընդլայնական կտրվածը ունեցող ոչ օրթնուսրուց Հողի ծաժան խնդիրը։

ЛИТЕРАТУРА — ЧРИЧИКОВЬРЗОВЬ

¹ Н. И. Мусхелишвили, Некоторые основные зядачи теории упругости. На АН СССР. М., 1954. ² К. И. Борш, Studii și сетсеtări și int. Acad. RPR Fil Iași Mat., 1957, VIII, № 2, 163—190. ¹ К. С. Чобанян, ДАН АрмССР, т. ХХІІ, № 3 (1956. ⁴ К. С. Чобанян, Известия АН АрмССР, т. ХІ. № 5 (1958). ⁵ Н. Х. Арутюнян К. С. Чобанян. «Известия АН АрмССР», т. Х, № 5, (1957). ⁶ С. Г. Лехницкий, Теория упругости анизотропного тела, Гостехтеориздат, М.—Л., 1950. ⁷ В. С. Саркисян Известия АН СССР, ОТН, Механика и машиностросние, № 2, 1963, ⁸ В С. Саркисян Известия АН АрмССР», т. ХV, № 5 (1962), ⁹ А. М. Динник, Продольный изгиб, Кручение, Изд. АН СССР, М., 1955.

ФИЗИКА

М. Е. Мовсесян и Ю. С. Чилингарян

Температурная зависимость частоты и ширины излучения линии R_1 рубина

Представлено чл.-корр. АН Армянскон ССР М. Л. Тер-Микаеляном 10/Х 1963)

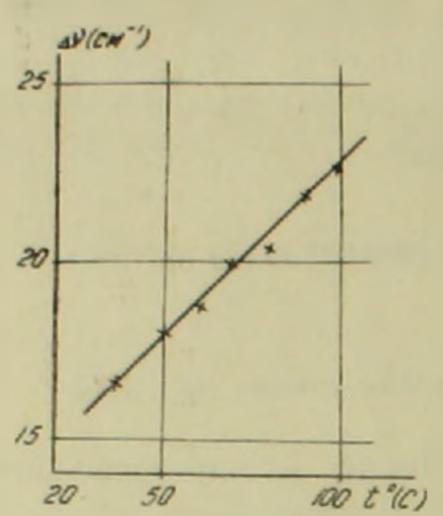
Условия для индуцированного излучения легче всего выполняотся для максимума линии люминесценции и, следовательно, должноиметь место полное совпадение зависимостей от температуры смешения максимумов линии люминесценции и индуцированного излучения. В настоящей работе исследовалось смещение максимума линии флуоресценции рубина R_1 в зависимости от температуры и сравнивалось но изменение с температурным изменением максимума индуцированного излучения.

Спектры исследовались на спектрографе ПСП-51 с автоколлимационной камерой Уф-85. Линейная дисперсия в исследуемой области составляла 10 А/мм. Спектры люминесценции и индуцированного излучения фотографировались и сравнивались со спектром железа, снятым рядом. Интенсивности определялись методом фотографической фотометрии, микрофотометром МФ-2. При исследовании люминесценции рубин помещался в подогреватель, который давал возможность изменять температуру рубина и одновременно возбуждать люминесценцию. При исследовании индуцированного излучения руояновый стержень нагревался от ламп-вспышек и температурой работы считалась температура рубина перед вспышкой. Температура измерялась с помощью термопары (медь-константан), которая контактировалась с боковой поверхностью рубинового стержня.

Температурная зависимость частоты исследовалась в интервале от 25 С до 125 С. Результаты обработки спектрограмм приведены на фиг 1. Как и следовато ожидать, смещение частоты индуцированного излучения из-за температуры хорошо совпадает со смещением максимума люминесценции.

Наши результаты совпадают с результатами работы (1), в которон ля области 25—80 C приведен наклон прямой 0,065 A град. Понашим данным (для нашего образца рубина) паклон такой же. Измерена гакже ширина линии ка люминесценции рубина в интервале 20 -100°С (фиг. 2). Из приведенного графика видно, что линия сильно

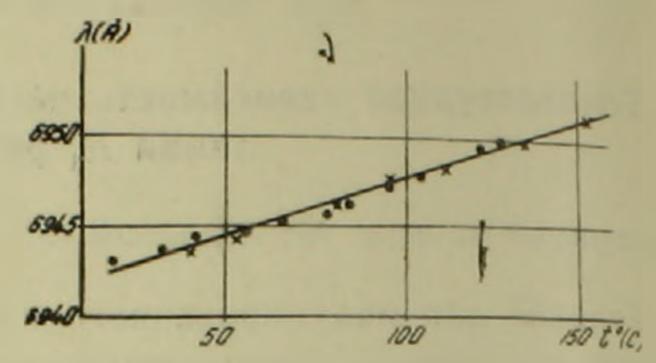
уширяется с увеличением температуры. В исследованном интерватемператур зависимость линейна. Надо учесть, что при более высь ких температурах линии R_1 и R_2 , расстояния между которыми $29_{\text{см}}$ сильно уширяются и из-за этого определение положения максимум и ширины линии R_1 затрудняется, так что точность при высоких температурах мала. Наклон прямой (фиг. 2), для исследуемого образи



Фиг. 1. Зависимость длины волны линии люминесценции R и стимулированного излучения рубина от температуры. — люминесщенция; — стимулиро-

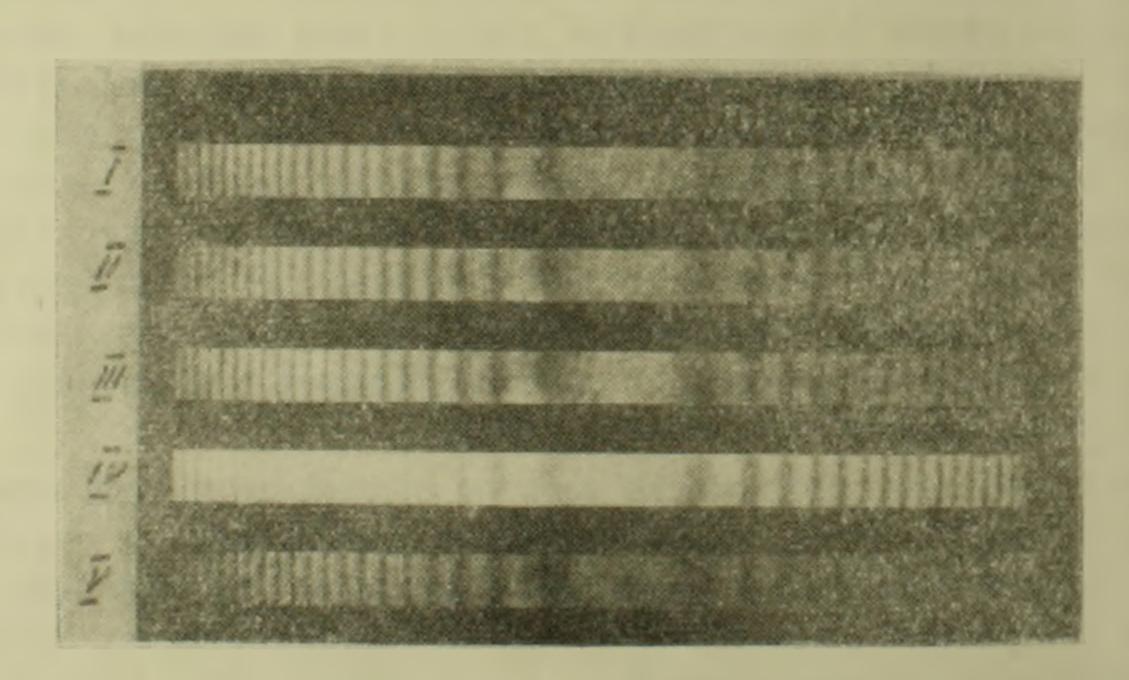
ванное излучение

рубина такой же, как и в работе (2). Однако для одной и той же температуры ширин линии нашего образца больше.



Фиг 2. Зависимость ширины лини^и люминесценции с рубина от температуры.

Для детального исследования линии индуцированного излучения нами использован воздушный эталон Фабри-Перо с камерой f=800 мм. Дисперсия эталона с камерой для этой области была 0,3 см⁻¹/мм. Несколько интерферограмм приведены на фиг. 3. Из них хорошо



Фиг. 3. Интерферограммы индуцированного излучения рубина (позитив) Температура растет от I к V, IV интерферограмма соответствует большей интепсивности.

видно, что индуцированное излучение состоит из ряда (6-8) узкилиний, которые смещаются по длине волны при изменении температуры. Указание о том, что индуцированное излучение рубина при $^{6-8}$ 218

ренционную картину мал. Для исследования неаксиальных мод необранию работать с большим превышением над порогом. Наблюденное обранием работать с большим превышением над порогом. Наблюденное порядка порядка порогом наблюдаются, в основном, аксиальные моды. Так что вклад неаксиальных мод в интерференционную картину мал. Для исследования неаксиальных мод необранию работать с большим превышением над порогом. Наблюденное резкое унеличение числа интерференционных колец одного порядка ори накачках, обеспечивающих значительное превышение над порогом, вндетельствует о генерации неаксиальных мод.

Для изучения узких колец в настоящее время проводятся дополнительные исследования поведения этих колец при изменении
температуры, свойств резонатора и других внешних факторов. Проводится также изучение временных характеристик интерференционной
картины.

Ереванский государственный университет

ሆ E ሆስተበናበያጠን FT 3UP በ- 3PFP ያብርያጠን

Ռուբինի /Հ առաքման գծի հաճախականության և լայնության «Խուքաութիճանային կախումը

թյունը կախմած չերմաստերանից և չամեմատված է ինվուկցված Հառաղանան ծերմասարձանային փուփոխության չետ։

Միլիդի **երկարություն փոփոխու**թյուն ուսումնասիրված Հու -ը Հերմաստի-

Սատցված արդյուն է ինդուկցված ատալիս, որ գծի տեղափոխուկյան հրակունը ծերմաստիձանի 25 — 109 C հրակում և ինդուկցված հրատունը ծերմաստիձանի 25 — 109 C հրակում և իրատուն և իրատուն և հրատուն և

քրունը ցույց ավեց, որ այն ըաղկացած է առանձին նեղ գժերի

литература — тешчили везика

1 11. A. Abeara, F. 3 Kawauhe. Thermal Tuning of Ruby Optical Maser, Journ Appl. Phys. 32, 1177 (1961). A. L. Schawlow, Fine Structure and Properties of Chromium Flourescence in Aluminum and Magnesium Oxide. Advances in Quantum Electronics P. 50. 1961. Columbia University Press New York and London. T. H. Aŭer Itolics P. 50. 1961. Columbia University Press New York and London. Aluctronics P. 50. 1961. Columbia University Press New York and London. The Aŭer Itolics P. 50. 1961. Columbia University Press New York and London. The Aluctronics P. 50. 1961. Columbia University Press New York and London. The Aluctronics P. 50. 1961. Columbia University Press New York and London. The Aluctronics P. 50. 1961. Columbia University Press New York and London. The Aluctronics P. 50. 1961. Columbia University Press New York and London. The Aluctronics P. 50. 1961. Columbia University Press New York and London. The Aluctronics P. 50. 1961. Columbia University Press New York and London. The Aluctronics P. 50. 1961. Columbia University Press New York and London. The Aluctronics P. 50. 1962. P. Aluctronics P. 50. 1962. P. Nature Vol. 1963. P. Nature Vol. 1963. P. 1962. P. Nature Vol. 1963. P. Nature Vol. 1963. P. Nature Vol. 1964. P. Nature Vol. 1964. P. Nature Vol. 1965. P. Nature Vol. 1966. P. Nature Vol. 19



ФИЗИКА ПОЛИМЕРОВ

н. м. Кочарян, чл.-корр. АН Армянской ССР, Н. А. Налбандян, В. Ц. Аракелян и Г. С. Фаршян

Поглощение ультразвуковых воли в растворах полистирола в бензоле

(Представлено 27 IV 1963)

Исследование распространения ультразвуковых волн в растворах олимеров представляет большой интерес с точки зрения молекулярвого механизма этого явления.

За последнее время был опубликован ряд работ по этому во-DOCY.

Согласно классической теории, коэффициент поглощения звука IBeH:

$$\alpha_{K,1} = \frac{2m^2}{3pc^3} \quad \tau_{L} \tag{1}$$

ле и плотность жидкости,

с - скорость звука, т - сдвиговая вязкость.

Для некоторых гомологических рядов (например, спиргов) налюдается удовлетворительное количественное согласие классической теории с опытом. Но для многих жидкостей (ароматических углевоцородов, ацегатов, формиатов и других) отсутствует даже качественне согласие классической теории с опытом.

Невозможность объяснения с точки зрения классической теории екоторых явлений, связанных с поглощением ультразвуковых волн в кидкостях, привела к созданию новой релаксационной теории (1) полощения ультразвуковых волн. В простейшем случае эта теория мет выражение для коэффициента поглощения в виле:

$$\alpha = \frac{\omega^2}{2\nu c^3} \left[\frac{4l_3 \eta}{1 - \omega^2} + \frac{\eta}{1 + \omega^2} \left(\frac{3\infty}{3} \right)^2 \right]$$
 (2)

де - время релаксации сдвиговой вязкости.

та — время релаксации объемной вязкости ∞ — мгновенная упругая сжимаемость.

- обычная статистическая сжимаемость. Смысл других обозначений прежний.

Как показывают эксперименты, в растворах полимеров $\eta = c_{ABR}$ говая вязкость очень велика, в то время, как поглощение в таких растворах значительно меньше, чем вычисленное по формулам (1) н (2).

Готлибом и Волькенштейном (2), Готлибом, Салиховым и соловьевым (4,4) была разработана теория поглощения ультразвуковых воли в растворах полимеров на представлении о частичном увлечении полимерной сетки движущимся растворителем. Концентрированные растворы полимеров представляют собой более или менее стабильную сетку, состоящую из полимерных цепочек, соединенных узлы постоянными химическими или временными вандервальсовскими связями, погруженную в растворитель.

Процесс распространения ультразвуковых воли можно представить как последовательное распространение ультразвука в растворителе и увлечение движущимся вязким растворителем полимерного сетки. Сетка неполностью увлекается растворителем. Это ведет к добавочным потерям энергии по сравнению с чистым растворителем. Эк спериментальные данные, полученные Михайловым и его сотрудниками (5,6) для разных растворителей и разных полимеров, подтверждам эту теорию.

Однако в работе (⁷) исследования поглощения в бензольном растворе метилметакрилата в разных степенях полимеризации на частоте 5,85 мгц показывают, что поглощение ультразвуковых воли растворах полиметилметакрилата до некоторой степени полимеризации уменьшается по сравнению с чистым растворителем-бензолом После этой степени полимеризации поглощение ультразвуковых воли раствора почти не меняется и остается равным поглощению раствори теля-бензола. Авторы этой работы утверждают, что уменьшени коэффициента поглощения ультразвуковых воли зависит от количества нереагирующих мономеров в полимере. Для подсчета количеств мономера ими была предложена эмпирическая формула.

Авторами работы (*) исследовалось поглощение в бензольно растворе некоторых монодисперсных полимеров, полистирола, полиметилметакрилата, полиакрилата метила и попарафина в зависимост от частоты для одной концентрации. Результаты этой работы полтверждают, что поглощение ультразвуковых воли в растворах полистирола и полиметилметакрилата после некоторой частоты уменьшает ся по сравнению с растворителем-бензолом.

Эги данные находятся в противоречии с данными работы (*), где для раствора полистирола и полиметилметакрилата в бензол получается заметное увеличение поглощения по сравнению с растворителем.

Исходя из противоречивых данных этих работ, мы поставил задачу провести подробное исследование зависимости поглощени ультразвуковых воли в бензольном растворе полистирола от концентрации, частоты и температуры. Измерение коэффициента поглощени проводилось импульсным методом.

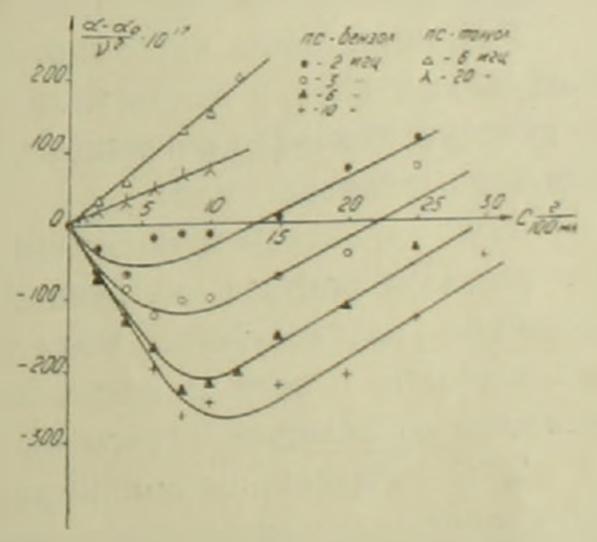
Погрешность измерения установки составляет не больше 8% от больютного значения измеряемой величины, при частоте 2 мгц порешность измерения получается немного больше из-за расхождения дытразвуковых волн. Для контроля установки измерили коэффициент постановки разных жидкостей при разных частотах и при разных килературах. Эти данные приведены в табл. 1.

	Частота	Поглощения 1017			
		20°C	30°C	40 C	50°C.
Бензо.1	6 9 20	850 875 81	940 945 900	10(0	1010 1000 1000
Толуол Дихлорэтан	15	137			

Поглощения ультразвуковых волн в зависимости от концентраши и температуры измерялись в следующих растворах при следующих частотах:

- 1) полистирол (M=280000) в бензоле при частоте 2, 3, 6, 10 мги. при температуре 20 С;
- 2) полистирол (M = 2500000) в бензоле при частоте 10 мгц. при температуре 20 С;
- 3) полистирол (M=280000) в толуоле при частоте 6, 20 мгц, при температуре 20 С;
- 4) полистирол (M= (280000) в бензоле при частоте 2 мгц, при температуре 35 С и 50 С;
- 5) полистирол (M=280000) в толуоле при частоте 6 мгц, при температуре 35 С и 50 С.

На фиг. 1 приведена зависимость избыточного поглощения в бензольном растворе полистирола (M=280000) от концентрации при частотах 2, 3, 6, 10 мгц. На этом же рисунке приседена зависимость избыточного поглощения в толуольном растворе того же полистирола. Как видно, в бензольном растворе полистирола при частотах 2, 3, 6, 10 мгц избыточное поглощение до некоторой концентрации получается отрицательным, т. е. коэффициент поглощения раствора меньше чем растворителя-бензола.



фиг. 1. Зависимость поглощения ультразвуковых воли от концентрации полистирола при гемпературе 20 г

¹¹³⁶ыточное поглощение $\frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2-2}{\sqrt{2}}$ 2 — коэффициент поглощения раст

Цля проверки подтверждения работы (1) (уменьшение коэфф. циента поглощения раствора относительно растворителя, от количе ства нереагирующих мономеров) нами также было измерено поглощение в бензольном растворе полистирола с молекулярным весом 2,5-106 (табл. 2).

Таблица Молскулярный вес 6 2,8-10 830 768 703 655 620 2,5.10 8:3 707 830 758

610

Для сравнения на табл. 2 приведено также избыточное поглощение в бензольном растворе полистирола с молекулярным весом 2,8-105. Как показывают наши эксперименты, в пределах ошибок, поглощения в этих двух растворах равны. Таким образом, уменьшение коэффициента поглощения ультразвуковых воли в бензольном растворе полистирола после некоторой степени полимеризации не связано с количеством нереагирующих мономеров, существующих в полимере. и получаемое в наших экспериментах аномальное поглощение невозможно объяснить исходя из работы (і).

По теории Готлиба, Волькенштейна (2) и Готлиба, Салихова (3-4), избыточный коэффициент поглощения всегда должен быть положительным, т. е. коэффициент поглощения раствора всегда должен превышать коэффициент поглощения растворителя.

По нашим данным, коэффициент поглощения ультразвуковых воли раствора до некоторой концентрации (которая зависит от частоты ультразвуковых волн и температуры) уменьшается, затем, проходя через минимум, начинает расти.

Для объяснения найденного нами аномального поглощения уль тразвуковых волн в бензольном растворе полистирола мы предлагаем следующий механизм поглощения, обеспечивающий протекание обону процессов одновременно:

- 1. С добавлением полимера уменьшается коэффициент поглощения раствора бензола, вызванный объемной вязкостью (в бензоле поглощение ультразвуковых волн зависит, главным образом, от объечной вязкости, и доля стоксовского* поглощения т. е. поглощения, 38висящего от обычной сдвиговой вязкости, невелика).
- 2. С. добавлением полимера поглощение раствора должно расти из-за частичного увлечения молекул полистирола растворителем (теория Готлиба, Волькенштейна (2), Готлиба, Салихова (3,4).

$$\frac{7}{100} \approx 100 \text{ H} \frac{7}{1} \approx 140.$$

^{*} Вычислениое по формуле (1) поглощение для бензода равло 88,6610 . а нъ меренный коэффициент—850-10-17, так что

1/3 сказанного следует, что в бензольном растворе полистирола вызывает рост полистиром поглощение состоит из двух слагаемых. Первое слагаемое вызывает рост порфициента поглощения. В бензольном растворе полистирола первое слагаемое имеет перевес (при малых концентрациях) над вторым поэтому избыточное поглощение получается отрицательным. Перевес первого слагаемого не останется постоянным с увелинением концентрации. После некогорой концентрации (которая завинят от частоты измерения) начинает превалировать второе, слагаемое, поглощение начинает расти, проходя через минимум.

Наш эксперимент показывает релаксационный характер поглощения ультразвуковых воли в растворе (кривые для 2, 3, 6, 10 мгц на фиг. 1). Эта релаксация связана, кроме сдвиговой вязкости, также с объемной вязкостью.

На фиг. 1 приведена также зависимость избыточного поглощения ультразвуковых воли в растворе того же полистирола ($M=2.8\cdot10^5$) в толуоле. В этом растворе избыточное поглощение всегда получается положительным, как предполагается теорией. Для толуола отношение вязкостей — =14. Это намного менаца, чем отношение для

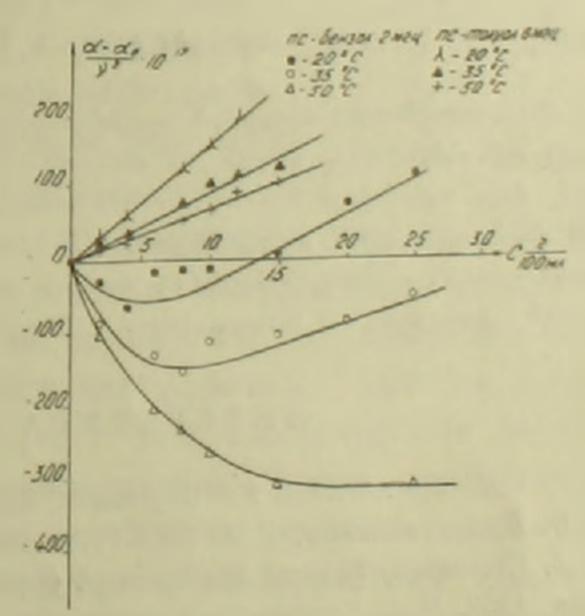
бензола, поэтому первое слагаемое получается меньше, чем второе, и избыточное поглощение получается положительным.

Таким образом, аномальное поглощение связано с отношением вязкостей $\frac{\tau'}{\tau}$ растворителя, причем чем больше $\frac{\tau'}{\tau}$, тем более расмолятся результаты экспериментов с предлагаемой теорией ($\frac{2\pi - 1}{\tau}$).

Для проверки этого предположения мы исследовали зависимость

коэффициента поглощения от температуры в растворе того же полистирола в бензоле и толуоле.

Как показано в работе ("), в бензоле и толуоле отношение вязкостей в исследуемых нами интервалах температур (20 С, 35 С и
ъ0 С) увеличивается, следовательно,
коэффициент поглощения раствора
в зависимости от концентрации должен уменьшаться с повышением
температуры. На фиг. 2 приведена
зависимость коэффициента избыточного поглощения ультразвуковых волн в бензольном и толуольвых волн в бензольном и толуольном растворе полистирола от концентрации при температурах 20 С,
з5 С и 50 С (частота измерения 2 м



фиг. 2. Зависимость поглощения ультразвуковых воли от концентрации полистирола при температурах 20°C, 35°C и 50°C.

35 С и 50 С (частота измерения 2 мги для раствора бензола и 6 мги 11я раствора толуола). Из этих данных следует, что с ростом температуры коэффициент поглощения уменьшается.

Из настоящей работы следует, что существующая теория для поглощения ультразвуковых волн в растворах полимеров может дать точную картину явления поглощения для тех растворителей, у которых отношение — близко к единице. Так как большинство органических жидкостей, применяемых в качестве растворителей, обладает заметной объемной вязкостью, то предлагаемая теория должна предусмотреть также вклад второй вязкости в процессе поглощения ультразвуковых волн.

Центральная научно-исследовательская физико-техническая лаборатория Академии наук Армянской ССР

Ն. Մ. ՔՈՉԱՐՅԱՆ, Ն. Ա. ՆԱԼԲԱՆԴՅԱՆ, Վ. Ց. ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ ԵՎ Հ. Ս. ՖԱՐՇՅԱՆ Ուլուաձայնային այիքների կլանումը պոլիսոիրոյի բենգոլային լուծույթներում

աջախականություններում և տարրեր ջերմաստիձաններում։ բենզոլային և տոլուոլային լուծույիներում կախված սլոլիստիրոլի կոնցենտրացիայից, տարթեր

Ձափումնները ցույց են տալիս, երբ լուծիչի մածուցիկուԹյունների ___ Տարարերը.

Թյունը (դ ծավալային մածուցիկուԹյուն, դ սածրի մածուցիկուԹյուն) բավականին մեն է բենդոլի համար ___ ≈ 140, ապա լրացուցիչ կլանումը ստացվում է րացասական, այսինչն լուծույթի կլանումը ստացվում է ավելի փոքր քան լուծիչի կլանումը։ Տոլուոլի մեջ, թի համար ___ ≈ 14-ի, լրացուցիչ կլանումը ստացվում է դրականո

արտակեր երան այն, որ առաջարկվում է նել կային դոլություն ունեցող տեսությունը։

Ալտրաձայնային ալիթների կլանման հանար առաջարկվող տեսունյունը կլանման վրա, արահայնային ալիթների կլանման կլանման վրա, արկիմներային լուծույթներով արտաժարանանի կլանման հարական արդինային արևիներային արևիներայիների հարարայիների հարարայիների հարարային արևիներային արևիներային արևիներայիներում է արևիներայիների հարարայիներում հարարային արևիներային արևիներայիների հարարայիների արևիներայիների հարարայիների արևիներային արևիներային արևիներային արևիներային արևիներային արևիներայիների արևիների արևիներայիների հարարայիների արևիներայիների արևիների արևիներայիների արևիներայիների արևիներայիների արևիներայիների արևիներայիների արևիներայիների արևիներայիների արևիներայիների արևիների արևիներայիների արևիներայիների արևիների ար

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1 Я. Френкель и Ю. Образцов, ЖЭТФ, 9, 9, 1081. (1939). ² Ю. Я. Готлиб и Н. В. Волькенштейн, ДАН СССР, 89, № 5 (1953). ³ Ю. Я. Готлиб, К. М. Салихов, В. А. Соловьев, Тезисы докладов 4 совещания по жидкому состоянию веществ. Киев, 1959, Изд. Киевского университета, 1962. ⁴ Ю. Я. Готлиб, К. М. Салихов. Акустический журнал т. ІХ, вып, 3, 1963. ⁵ И. Г. Михайлов, Применение ультратакустики к исследованию вещества, вып. 1, 1955. ⁶ И. Г. Михайлов и Н. М. Фиогрова, Вестник Ленингр ідского университета, № 16, серия физики и химии, вып. 3. 1958. ⁷ В. Ясаку, Ш. Сотоши, Ј. Асоцят Soc America, 25, № 3, 1953. ⁸ С. Канов. Р. Зана, Р. Серф, Сотртев Rendus, v. 252, 1961, 2229. ⁹ Н. Кошкин, Диссертания, МОПИ, 1953.

АСТРОФИЗИКА

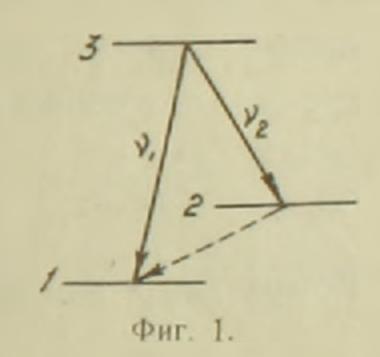
А. Г. Никогосян

Об одной нелинейной задаче полихроматического диффузного отражения от бесконечно глубокой одномерной среды

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 9/VIII 1964)

Ранее (1) был изучен один частный случай полихроматического чистого рассеяния в одномерной среде. При этом рассматривался случай среды, состоящей из агомов, имеющих три энергетических уровня. Вгорой уровень считался метастабильным, так что, ввиду отсутствия циклических переходов $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ и $1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$, задача сводилась к чистому рассеянию в каждой из частот v_{13} и v_{23} в отдельности (здесь и ниже частогы v_{13} и v_{23} назовем соответственно первой и второй частотами). Однако пренебрегать переходами $2 \rightarrow 1$ (обозначенный пунктиром на фиг. 1) можно не всегда, поскольку эти

переходы, даже если они обладают небольшой вероятностью, все же могут повести к появлению эффектов, имеющих для некоторых задач существенное значение. Эти переходы могут быть либо спонтанными, либо происходящими в результате столкновений. Мы рассмотрим случай переходов 2→1 без излучения, вызванных ударами второго рода. При этом мы будем пренебрегать возмож-



ными переходами $1 \to 2$ в результате ударов первого рода. Другими словами, из двух взаимно противоположных циклических процессов типа $1 \to 2 \to 3 \to 1$ и $1 \to 3 \to 2 \to 1$ мы принимаем во внимание лишь цикл $1 \to 3 \to 2 \to 1$, сопровождающийся переработкой квантов первой частоты во вторую, пренебрегая вместе с тем циклическими переходами, происходящими в обратном направлении. Такое приближение верно при низкой температуре среды и при соответственно малой пачальной энергии сталкивающихся частиц. При отсутствии циклических переходов условия стационарности одновременно являлись и условиями чистого рассеяния в каждой из частот. Теперь же, вследствие переходов $2 \to 1$, условия чистого рассеяния не соолюдаются. Условия стационарности имеют вид:

$$n_1B_{13}\rho_1=n_3B_{31}\left(\rho_1+q_1\right)+n_2b_{21},$$
 где $q_1=\frac{8\pi\hbar v^3}{c^4}$, $i=1,2$ $n_2\left(B_{23}\rho_2+b_{21}\right)=n_3B_{32}\left(\rho_2+q_2\right)$

 b_{21} — вероятность перехода $2 \to 1$ в результате столкновений. Вероятность выживания кванта первой частоты при элементарном выссеяния определяется так:

$$B_{13} \left(n_1 - \frac{g_1}{g_3} n_3 \right) \rho_1$$

где g и g обозначают статические веса, соответственно для первого и третьего уровней. А вероятность превращения кванта первой частогы в квант второй частоты при элементарном акте рассеяния будет 1 — /.

Если имеем дело с относительно малыми интенсивностями изпрения, то $\rho_1 \ll q_1$ и $\rho_2 \ll q_2$. Иначе говоря, если пренебрегать вынужденными переходами в из по сравнению со спонтанными, то приведенные выше уравнения примут вид:

$$n_1 B_{13} p_1 = n_3 B_{31} q_1 - n_2 p_{21}$$

$$n_2 (B_{23} p_2 + p_{21}) = n_3 B_{32} q_2$$
(1)

 $\frac{n_3}{n_1} \cdot \frac{B_{31}q_1}{B_{13}q_1} \tag{1}$

Определим из (1) отношение $\frac{n_3}{n_1}$, входящее в выражение для n_1

где введены обозначения:

$$\frac{b_{21}}{B_{23}} = a: \qquad \frac{b_{21}}{B_{13}} = b.$$

Теперь для / получим:

$$p_{2} + a + \frac{g_{2}q_{2}}{g_{1}q_{1}}b$$

или

ч

$$\frac{1}{1 + \frac{g_2 q_2}{(p_2 + a) g_1 q_1}}.$$
 (2)

Как видно из (2), λ меньше единицы вследствие того, что часть поглощенных квантов первой частоты переизлучается во второй частоте. С другой стороны λ теперь не постоянна, а зависит от плотности излучения, в чем проявляется нелинейность настоящей задачи. По тойже причине систематической переработки квантов одной частоты ($\hbar v_{13}$) в кванты другой частоты становится меньше единицы и коэффициент диффузного отражения в первой частоте. Вследствие этого пелесообразно рассмотреть при этих условиях проблему диффузного

отражения и прохождения.

В настоящей статье мы ограничимся задачей диффузного отражения от бесконечно глубокой одномерной среды, обладающей описанными свойствами. Пусть бесконечно глубокий слой освещается потоками света двух частот F_1 и F_2 (соответственно для и и V_{23}). Зададимся целью определить потоки H_1 и H_2 , отраженные от среды в соответствующих частотах. Здесь и далее всегда потоки будут выражаться не в энергетических единицах, а в числах квантов. Поскольку мы рассматриваем стационарную задачу, то в каждой точке будет иметь место определенное распределение атомов по состояниям. функцией $\varphi(F_1, F_2)$ выразим зависимость H_3 от падающего излучения. для получения дифференциального уравнения, которому удовлетворяла бы искомая функция $\varphi(F_1, F_2)$, воспользуемся "принципом инвариантности заключающимся в том, что прибавление к данной среде слоя бесконечно малой толщины не должно сказаться на отражательной способности среды. Для характеристики оптических свойств этого бесконечно тонкого слоя введем его оптические толщи и за соответственно для первой и второй частот. Отношение этих оптических толщин определяется полем излучения и не может быть задано заранее. Мы определим это отношение ниже. Введем коэффициент х, заменяющий в одномерном случае индикагрису рассеяния. Он равен вероятности распространения кванта в его прежнем направлении после элементарного акта рассеяния. Если обозначим через F_1 и F_2 значения потоков, идуших вглубь от границы прибавленного слоя, то, как не трудно убедиться из фиг. 2,

 $F_1' = F_1(1-\sigma_1) + \lambda x F_1 \sigma_1 + \lambda (1-x) H_1 \sigma_1$

Ограничимся случаем изотропного рассеяния,

когда
$$x = \frac{1}{2}$$
.

Фиг. 2

В этом случае

$$F_1' = F_1 (1 - \sigma_1) + \lambda \frac{F_1 + H_1}{2} \sigma_1. \tag{3}$$

113 (1) в качестве следствия вытекает равенство:

$$n_1 B_{13} + n_2 B_{23} P_2 - n_3 (A_{31} + A_{32}),$$

которое, как не трудно видеть, не что иное, как условие стационарности для третьего уровня, выражающее факт равенства числа поглощенных и излученных квангов. Избыток поглотивших первую частоту атомов над атомами, излучающими ту же частогу, переходит
во второе состояние, излучая при этом кванты второй частоты. Принимая сказанное во внимание, получим:

$$F_2 = F_2 (1 - \sigma_2) + F_2 x \sigma_2 + (1 - \lambda) x F_1 \sigma_1 + (1 - \lambda) (1 - x) H_1 \sigma_1 + (F_1 + F_2 - H_1) (1 - x) \sigma_2,$$

а при $x = \frac{1}{2}$

$$F_2 = F_2 + (1 - \lambda) \frac{F_1 + H_1}{2} \sigma_1 + \frac{F_1 - H_1}{2} \sigma_2,$$
 (4)

где Λ , как и в (3), определяется из (2), а также учтено, что от бесконечно глубокого слоя в двух частогах вместе огражается ровно такое суммарное количество квантов, какое падает на него, т. е. $F_1 + F_2 = H_1 + H_2$. Пользуясь этим, можно переписать выражение (2) для Λ несколько по-другому:

поскольку
$$\rho_2 = \frac{F_1 + 2F_2 - H_1}{c} h_{\nu_2}$$
, то
$$\frac{F_1 + 2F_2 - H_1 + m}{F_1 + 2F_2 - H_1 + n}$$
 (5)

rae $m = \frac{c\alpha}{h\nu_2}$; $n = m + \frac{c\alpha}{h\nu_2} \frac{g_2q_2}{g_1q_1}b$.

Для потока излучения, отраженного от новой границы среды, имеем:

$$H_1 = H_1'(1-\sigma_1) + \lambda \frac{F_1 + H_1'}{2} \sigma_1.$$

Согласно "принципу инвариантности" $H_1 = \varphi(F_1, F_2)$, отсюда

$$\begin{split} \varphi\left(F_{1},\ F_{2}\right) &= \varphi\left[F_{1}\left(1-\sigma_{1}\right) + \lambda\frac{F_{1}+H_{1}}{2}\sigma_{1};\ F_{2}+\left(1-\lambda\right)\frac{F_{1}+H_{1}}{2}\sigma_{1} + \\ &+ \frac{F_{1}-H_{1}}{2}\sigma_{2}\left[-H_{1}\sigma_{1}+\lambda\frac{F_{1}+H_{1}}{2}\sigma_{1}\right]. \end{split}$$

Разлагая в ряд по степеням τ_1 , получим нужное дифференциальное уравнение для $\varphi(F_1, F_2)$

$$\left(-F_1 + \lambda \frac{F_1 + H_1}{2}\right) \frac{\partial \varphi}{\partial F_1} + \left[(1 - \lambda) \frac{F_1 + H_1}{2} + \frac{F_1 - H_1}{2} \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right] \frac{\partial \varphi}{\partial F_2} - H_1 + \lambda \frac{F_1 + H_1}{2} = 0,$$

где следует помнигь, что отношение оптических толщ также зависит от плотности излучения. Как известно, можно написать:

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = k' \frac{n_2}{n_1}$$
, где $k' = \frac{B_{23} v_2 \Delta v_1}{B_{13} v_1 \Delta v_2}$ (1.3)

и где Δv_1 и Δv_2 — эффективные ширины соответствующих диний.

Определим
$$\frac{n_2}{n_1}$$
 из (1):

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{B_{13}p_1B_{32}q_2}{B_{31}q_1(B_{23}p_2 + b_{21}) + b_{21}B_{32}q_2}$$

WAH

 $\frac{\sigma_2}{\pi_1}$ получим:

$$\frac{5_2}{5_1} = k \frac{F_1 + H_1}{F_1 + 2F_2 - H_1 + H} \tag{6}$$

The $k=rac{B_{23}q_{2}g_{2}\Delta v_{1}}{B_{13}q_{1}g_{1}\Delta v_{2}}$

Для простоты введем обозначения $F_1 = y$, $F_2 = y_2$, $H_1 = z$. Тогда окончательно (учитывая (5) и (6)) наше уравнение примет вид: (ср. с (21) $\binom{2}{2}$)

$$\left(-y_{1} + \frac{y_{1} + 2y_{2} - z + m}{y_{1} + 2y_{2} - z + n} \frac{y_{1} + z}{2}\right) \frac{\partial z}{\partial y_{1}} + \frac{n - m + k(y_{1} - z)}{y_{1} + 2y_{2} - z + n} \frac{y_{1} + z}{2} \frac{\partial z}{\partial y_{2}} + \frac{y_{1} + 2y_{2} - z + m}{y_{1} + 2y_{2} - z + n} \frac{y_{1} + z}{2} = 0.$$
 (7)

Итак, задача сводится к решению квазилинейного уравнения с частными производными, решив которое, получим искомую зависимость отраженного от среды потока первой частоты H_1 от падающих на среду потоков F_1 и F_2 .

Уравнения характеристик суть:

$$\frac{dy_1}{-y_1 + 2y_2 - z + m} \frac{y_1 + z}{y_1 + 2y_2 - z - n} \frac{y_1 + z}{2}$$

$$\frac{dy_2}{n-m+k(y_1-z)} = \frac{dz}{z-\frac{y_1+2y_2-z+m}{y_1+2y_2-z+n}};$$

$$dy_{1} = \frac{-y_{1} + \frac{y_{1} + 2y_{2} - z + m}{y_{1} + 2y_{2} - z + n} \frac{y_{1} + z}{2}}{\frac{n - m + k(y_{1} - z)}{y_{1} + 2y_{2} - z + n} \frac{y_{1} + z}{2}} dy_{2}.$$
 (8)

$$dz = \frac{y_1 + 2y_2 - z + m}{y_1 + 2y_2 - z + n} \frac{y_1 + z}{2}$$

$$\frac{n - m + k(y_1 - z)}{y_1 + 2y_2 - z + n} \frac{dy_2}{2}.$$
(9)

вычтя из (8) и (9), имеем:

$$d(y_1-z)=-\frac{2(n-m)}{n-m+k(y_1-z)}dy_2$$

$$(n-m)(y_1+2y_2-z)+\frac{k}{2}(y_1-z)^2=c_1$$

Для получения второго интеграла, исходим из уравнения:

$$\left(z - \frac{y_1 + 2y_2 - z + m}{y_1 + 2y_2 - z + n} \frac{y_1 + z}{2}\right) dy_1 =$$

$$= \left(-y_1 + \frac{y_1 + 2y_2 - z + m}{y_1 + 2y_2 - z + n} \frac{y_1 + z}{2}\right) dz;$$

$$2d (zy_1) = \frac{y_1 + 2y_2 - z + m}{y_1 + 2y_2 - z + n} (y_1 + z) d (y_1 + z),$$

или же

$$2nd(zy_1) = (y_1 + 2y_2 - z)(y_1 - z)d(y_1 - z) + m(y_1 + z)d(y_1 + z)$$

несколько преобразуя, придем к выражению, которым воспользуемся ниже:

$$nd(zy_1) = \frac{(y_1 + 2y_2 - z)(y_1 - z)d(y_1 - z)}{2} + \frac{m - n}{2}(y_1 + z)d(y_1 + z) - \frac{n}{2}(y_1 + z)d(y_2 + z),$$

$$\frac{n-m}{2}(y_1+z)d(y_1+z) = \frac{y_1+2y_2-z+n}{2}(y_1-z)d(y_1-z). (10)$$

С другой стороны, складывая (8) и (9), получим:

$$\frac{n-m}{2}(y_1+z)d(y_1+z) + \frac{k}{2}(y_1-z)(y_1+z)d(y_1+z) =$$

$$= -(y_1+2y_2-z+n)(y_1-z)dy_2,$$

Вместе с (10) оно дает

$$(y_1 + 2y_2 - z + n) d(y_1 - z) + k(y_1 + z) d(y_1 + z) =$$

$$= -2(y_1 + 2y_2 - z + n) dy_2$$

н находим второй интеграл

$$(y_1 + 2y_2 - z + n)^2 + k(y_1 + z)^2 = c_2.$$

Уравнение $G(I_1, I_2) = 0$, где G — произвольная функция своих аргументов, дает решение нашего уравнения в неявной форме. Решение нашего уравнения (7) станет определенным, если учесть начальное условие z = 0 при $y_1 = 0$. Физически оно выражает факт отсутствия отраженного от среды излучения первой частоты, если в этой частоте на среду ничего не падает. При этом y_2 может быть любым. Подставляя $y_1 = 0$, z = 0 в I_1 , получим

$$2y_2 = \frac{c_1}{n - m},$$

сопоставляя с І., имеем

$$\left(\frac{c_1}{n-m}+n\right)^2=c_2$$

н получаем:

$$(n-m)(y_1+2y_2-z+n)(y_1-z)^2+\frac{\hbar}{4}(y_1-z)^4-(n-m)^2(y_1+z)^2=0. \tag{11}$$

Введя новые переменные

$$u_1 = \frac{y_1}{n} \quad u_2 = \frac{y_2}{n}, \quad v_1 = \frac{z}{n},$$

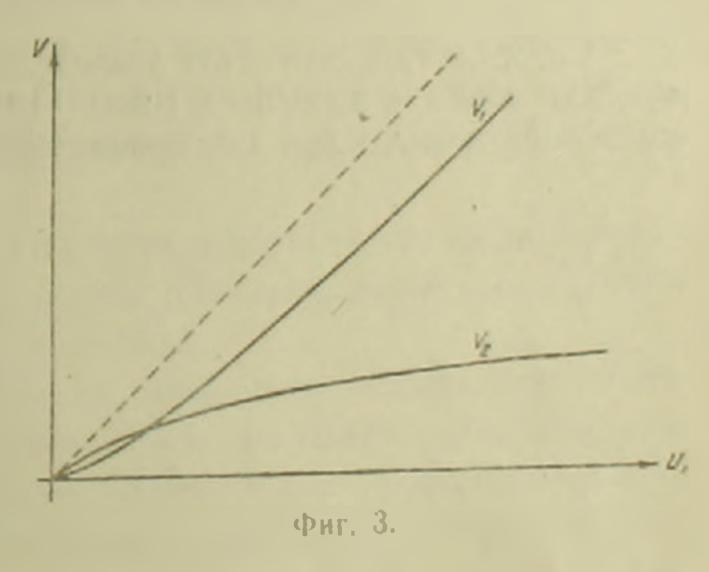
приведем полученное решение к более удобному для исследования виду:

$$2(u_1 + 2u_2 - v_1 + 1)(u_1 - v_1)^2 + \beta(u_1 - v_1)^4 + (u_1 + v_1)^2 = 0.$$

где
$$a = \frac{n}{n-m} = \frac{ka^2}{n-m}$$
 — постоянные, не имеющие рязмерности.

Особый интерес представляет случай, когда отсутствует падающее на среду излучение второй частоты ($u_2=0$). Применяя для облегчения вычислений поворот координатных осей на угол $\frac{1}{4}$ в плоскости (u_1 , v_1), можно построить зависимость v_1 (u_1), а следовательно и v_2 (u_1), соответственно для отраженного от среды потока во вгорой частоте. Эги зависимости приведены на прилагаемом графике (фиг. 3).

Как видно из графика, при больших и, и, следовательно, больших полях излучения в обеих частотах, атомы, попавшие на второй уровень, скорее возвращаются на третий уровень (поглощая квант hv_{23}) и далее на первый, нежели спускаются вниз путем соударений, реализуя переход $2 \rightarrow 1$. В случае $u_0 \neq 0$, мы получаем для разных и семейство кривых v_1 (u_1), причем боль-



шим u_2 соответствуют кривые, расположенные выше. С другой стороны, при одном и том же значении и чем облыше u_2 , т. е. палнощее на среду излучение второй частогы, тем олиже задача к случистого рассеяния, что видно и из (2).

В заключение выражаю благодарность академику В. А. Амбарцумяну, под руководством которого была выполнена настоящая работа

Бюраканская астрофизическая обсерватория Академии паук Армянской ССР

անդուսդառձման ոչ գծային մի խնդբի մասին անդուսդառձման ոչ գծային մի խնդբի մասին

դայուիյուն ունի ամասև պետանայևուղ լույսի նեղար խրմիերըի աղեսմե դի Հաևե՝ անար ույս ասիա իր ջասանունիլար որց խաստինուրքին դիմ մրաճաւղ շրահավաև չէ անչադանչի գիջավայրի օսկաիկակար չատկություսրբեր վետ ևրկրոմ ջաստմայիլոր տոնենություրը բար դին շրատենենություր ըր ըրբանանանրուղ տասղրբեն ևոռ վիջակրբեն վրևանան չբա կապված էֆեկտները, որոնք ձառադայիման մեծ խտությունների դեպքում դառնում են էա կան։ Այդ տեսակնտից ուշադրավ է դիտարկնլ անվերջ խոր միաչափ միջավայրից պոլիխրոմա. տիկ դիֆուղ անդրադարձման խնդիրը։ Ենքադրենք, որ հրեք Լնհրդետիկ մակարդակ ունեցող ատոմներից բաղկացած միջավայրը յուսավորվում է F_1 և F_2 հոսքերով $3 \rightarrow 1$ և $3 \rightarrow 2$ անցումրերին շամապատասխանող և և <u>Համախական</u>ություններում։ Երկրորդ մակարդակը հնթ_ա դրվում է մետաստաբիլ, ըստ որում հաշվի են առնվում 2—1 հարվածների շնորհիվ կատարվող անցումները։ Միևնույն ժամանակ արհամարհվում են նույն հարվածների պատճառով հնարա վոր 1 - 2 անցումները։ Ուրիշ խոսքով :աշվի է առնվում միայն 1-3-2-1 մեկ ուղղությամբ կատարվող ցիկլը, որի հետևանքով հա քվանտերը սիստեմատիկաբար վերածվում են հա րվանտերի։ Այդ մոտավորությունը ձիշտ է միջավայրի ցածր ջերմաստիճանի և համապատաս. խանարար հարվածող մասնիկների փոքր սկզրնական էներդիայի դեպքում։ Քվանտի վերապրելու ավանականությունը ցրման էլեմենտար ակտի ժամանակ 1-ն տրվում է (5)-ով, իսկ ____ գ. տիկական հաստությունները հարաբերությունը՝ (6)-ով։ Բանաձևերից երևում է, որ այդ մե ծությունների արժեքները կախված են ճառաղայթման դաշտի խտություններից, որով բնորու վում է խնդրի ոչ դծայնու $oldsymbol{eta}$ յունը։ Կիրառևլով ինվարիանտու $oldsymbol{eta}$ յան սկզրունքը, $oldsymbol{arphi}$ F_{-}) առա ջին շաձախականությունում անդրադարձած հոսքի համար ստացվում է կվաղիդծային մաս. նավոր ածանցյալներով դիֆերենցիալ հավաս<mark>արում (7)։ Նրա լուծումը մեզ տ</mark>ալիս է H_i $= \gamma(F_1,F_2)$ ը անրացանալտ տեսրով (11)։ Վևրջում քննարկվում է մեկ մասնավոր դեպը. Lpp F. O:

JI H T E P A T Y P A — SPUUL UU UU II P B A I V

В. А. Амбарцумян. ДАН АрмССР. т. XXXIX, № 4 (1964). ² В. А. Амбарцумян, ДАН АрмССР, XXXVIII. 4 (1964). В. А Амбарцумян, Научные труды, т. І, стр. 78—102, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1960.

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

В. И. Исагулянц, академик АН Армянской ССР, и М. Г. Сафарив

Конденсация непредельных углеводородов с карбонильными соединениями в присутствии катионообменной смолы в качестве катализатора

(Представлено 20/111 1964)

Реакция конденсации непредельных углеводородов с альдегидами впервые была изучена Принсом (1) на примере конденсации стирола с формальдегидом в присутствии серной кислоты как катализатора В дальнейшем эта реакция явилась предметом широкого изучения (-1). Оказалось, что взаимодействие стирола с формальдегидом приводит к 4-фенил-1,3-диоксану с 86—90% выходом.

В настоящее время реакция Принса приобретает большое практическое значение, поскольку, применяя ее, имеется возможность получения широкого ассортимента продуктов, которые могут быть использованы в

химической промышленности и народном хозяйстве.

В последнее время в органическом катализе в качестве катализатора широкое применение находят различные ионообменные смолы. В литературе отсутствуют данные по их применению в качестве катализатора реакции Принса.

В настоящей работе была изучена возможность применения сильнокислотной катионообменной смолы марки КУ-2 в реакции конденсации

стирола с водным раствором формальдегида.

Опыты проводились в статических условиях и по непрерывной схеме. При выбранном нами условии стирол и формальдегил образовывали

4-фенил-1,3-диоксан с выходом 99% от теоретического и незначительное количество высококипящего материала, по-видимому, полимеры исходных продуктов.

Было изучено влияние продолжительности реакции, температуры, от нощения «стирол: формальдегид» и количества катализатора на протекание реакции конденсации стирола с формальдегидом в присутствии смолы КУ-2. Полученные данные приведены ниже-

Как видно из табл. 1, при восьмичасовой продолжительности реакции наблюдается полное превращение стирола. Выход 4-фенил-1.3-диоксана при этом составляет 98,7% от теории. При осуществлении реакции в присутствии серной кислоты вследствие частичной полимеризации спрола выход диоксана бывает не более 90% от теории. Повышение выхода 4-фенил-1,3-диоксана при использовании в качестве катализатора реакции КУ-2 можно объяснить, по-видимому, более мягким действием катионита по сравнению с серной кислотой.

								Таблица 1
Віято в реакцию			условия проведения реакции.			Получено в результате реакции		
Стирол 2	формаль-	Ky 2**	Мольное ние "стир мальдеги	Время	Темп.	стирол	4-фенил- 1,3 диок- сан г	
52 52 52 52 52 52 52 52 52 52 52 52 52 5	37,5 37,5 37,5 37,5 37,5 37,5 37,5 37,5	10,0 10,0 10,0 10,0 20,0 10,0 10,0 10,0	1:2,5 1:2,5 1:2,5 1:2,5 1:2,5 1:2,5 1:2,5 1:2,5 1:2,5 1:2,5 1:2,5 1:2,5 1:2,5	246866666666666666666666666666666666666	93 93 93 93 93 93 93 80 80 80 80 93 93 93 93 93	24,7 10,5 3,0 21,6 13,9 3,0 47.0 23,4 3,0 26,1 16,4 3,0 1,6	42.8 65.0 76.6 80.8 34.0 59.7 76.6 81.0 7.9 45.0 76.6 40.7 55.6 76.6 79.9	52,5 80,5 94,2 100,0 58,5 73,3 91,2 100,0 9,7 55,0 94,2 49,9 68,5 94,2 97,0

Примечания:

В онытах использовался формални с содержанием 36,6 г формальлегида в 100 лгл.

Ранее одним из нас было показано (*), что в реакциях с использованием КУ-2 в качестве катализатора для достижения хороших результатов достаточно использовать 20 г сухой смолы на моль сырья. Полученные нами результаты еще раз подтверждают это.

Образование 4-фенил-1,3-диоксана идет за счет присоединения двух молекул формальдегида к молекуле стирола. Поэтому мольное отношение «стирол: формальдегид» в реакционной смеси должно быть не менее 1:2. Более полное превращение стирола в арилдноксан наблюдается при отношении 1:2,5—3-

Из приведенных данных видно, что реакция конденсации стирола с формальдегидом при комнатной температуре практически не идет. При работе без давления подходящей температурой является 93—95°C (температура кипения реакционной смеси).

Специальными опытами была установлена возможность многократного использования катионита в реакции.

Интересные результаты были получены при осуществлении реакции по непрерывной схеме (табл. 2). Оказалось, что реакцию конденсации стирола с формальдегидом при использовании смолы КУ-2 как катали

В расчете на сухую смолу.

ватора можно осуществить по непрерывной схеме при довольно высоких скоростях подачи реагентов.

Таким образом, на примере реакции конденсации стирола с формальдегидом, впервые показана возможность применения катнонообменпой смолы КУ-2 как катализатора реакции Принса.

						Таблици 2			
объемная с 1344 .7 .7 1	скорость по- кат. в час	Пропущено		Темпера- тура С	Получено в резидин		Степень превра- щения		
Стирола	Формалина	Стирола	формаль-		Стирода	4-фенил- 1,3-днок- сана, г	стирола		
2,307 1,675 1,120 0,462	3,690 2,680 1,792 0,740	45,5 45,5 45,5 45,5	32.7 32.7 32.7 32.7	88 88 88 88	23,4 21,3 4,6	34,6 41,0 50,3 (2,5)	45.6 71.0 90.0		

Конденсация стирола в формальдегидом. В трехгорлой колбе, спабженной механической мешалкой, термометром и обратным холодильником помещали свежеперегнанный стирол с темп. кип 145--146: п²⁰ 1.5470 д²⁰ 0,9065, водный раствор формальдегида (содержание формальдегида 36,6 г в 100 мл формалина) и катионит КУ-2 (влажность 33%, статическая обменная емкость 4,68 мг экв/г), предварительно переведенную в Н-форму. Обогрев колбы осуществлялся газовон горелкон. За температуру реакции принималась температура кипения реакционной смесн (92—94°С).

По окончании опыта колбу охлаждали до комнатной температуры. фильтрованием отделяли катализатор и при помощи делительной воронки разделяли водный (верхний) и органический (нижний) слои. Для меньшения потерь стирола и продуктов реакции катионит и водный слой экстрагировали эфиром. Остаток после отгонки эфира объединяли с органическим слоем и подвергали вакуумной перегонке. В результате перегонки получали две фракции: 35-40 мм и 95-98,3 мм. Первая фракция представляла собой не вступивший в реакцию стирол, а вторая-4-фенил-1.3-диоксан.

Для получения чистого образца дноксановую фракцию подвергали вакуумной перегонке на колонке чегкой ректификации (30 т. т.). Получался весьма чистый 4-фенил-1,3-диоксан с темп. кип. 94 2 мм. d_{10}^{20} 1,1089, n_{Λ}^{20} 1,5285 (литературные данные (1): темп. кип. 95/2 мм, d²⁵ 1,101, пд²⁵ 1,5288). Элементарный состав полученного лиоксана: С 73.1%, H 7,3%, 019,6%. Вычислено для С₁₀ Н₁₂О₂: С $\frac{73.2}{0}$, H $\frac{7.3^{\circ}}{0}$, 019,5%.

Для идентификации диоксана он был подвергнут гидрогенолизу по Буво и Блану (4) и каталитическому гидрированию водородом на меднохромокислом катализаторе. В обоих случаях получался 3-фенилпропанол-1 с высоким выходом.

Гидрогенолиз по Буво и Блану проводили в трехгорлой колбе снас женной мешалкой, капельной воронкой и холодильником подходящего размера. Нагрев колбы осуществляли посредством песочной бани. В кол бу загружали 100 г сухого толуола и 42 г металлического натрия Колб нагревали до температуры кипения толуола. При этой температуре на трий плавился и разбивался мешалкой на мелкие капли. После этого прекращали нагрев и тут же начинали подавать смесь 92,0 г обезвоженного изомилового спирта и 82 г 4-фенил-1,3-диоксана с такой скоростью чтобы реакционная смесь спокойно кипела. После окончания опыта и нейтрализации избыточного натрия спиртом продукты реакции вылива и в смесь льда и 120 г серной кислоты. Затем от волного слоя отделяли масляный слой, промывали последний водой, нейтрализовали NaHCO снова промывали водой. Продукт, оставшийся после отгонки толуола и изоамилового спирта подвергали вакуумной перегонке. При 120-124 15 мм отгоняется 3-фенилпропанол-1. Количество полученного свирта 56 г (выход 82,7%).

Фенилпропиловый спирт был получен и при гидрировании 4-фенил 1.3-диоксана водородом в присутствии меднохромокислого катализатора. Условия гидрирования: температура 175—180°С, давление 120—130 атм., продолжительность 3—3,5 часа.

После очистки через эфиры борной кислоты 3-фенилиропанол-1 имел следующие показатели: температура кип. 122 /15 мк, $n_{\rm d}^{20}$ 1.5255, $d_{\rm d}^{20}$ 1.0045, динитробензоат плавится при 46, гидроксильное число по Чугаеву—Церевитинову 12,4% (вычисленное значение 12,5%). Литературные данные (1): темп. кип. 86% им, $n_{\rm d}^{20}$ 1.5250, $d_{\rm d}^{20}$ 1.008. темп. плавления динитробензоата 46—46,5%.

Московский институт нефтехимической и газовой промышленности им. И. М. Губкина

Վ- Ի. ԻԱԱԳՈՒԼՅԱՆՑ ԵՎ Մ. Գ. ՍՍՖԱՐՈՎ

Կաբրոնիլային միացությունների հեռ չհագեցած ածխաջումինների կոնդենսումը իոնափոխանակիչ խեժի՝ ուպես կառալիզառուի նեւկայությամբ

ինու կատայիզատորների ներկայությունը ալդեհիղների հետ չհագեցած ածխաջոտծեններ - կոնդենտումը (Պրինսի ռեակցիան) հնարավորություն է տալիտ ստ<mark>անալու բազմաթիվ</mark> միացու-Ցյունենը, որոնը հնտարրըրություն են ներկայացնում արդյունաբերության համար

Ներկա աշխատության մեջ, ստիրոլի և ֆորմալդեհիզի օրինակի վրա ցույց է տրված, որ այդ ռեակցիան Հաջող ընթանում է KY — Հ իոնափոխանակիչ խեժի ներկայությամբ, իոչպես լնդհատ, այնպես էլ անընդ Հատ եղանակով։

ՈՒ ևակցիայի օպտիմալ պայմաններում 4 ֆենիլ-1,3-դիօրսանի ելթը կապքում է ԿԿԿ ւայտնի է, որ ծծմրական ԳՈՎի կիրառման դեպրում այն չի դերազանցում հետա

ЛИТЕРАТУР, - ЧРИЧИБИРИЗЯНЬ

¹ Х. Дж. Принс, Proc. Acad. Sci., Amsterdam, 22, 51, 1919. ² Э. Фурно, М. Бенио, Р. Фирмених, Bull. Soc. chim., 47, 860, 1930. ³ Р В. Шортридж, Ј. Атсhem. Soc., 70, 873-1948. ¹ М. Дж. Дж. Битс. Rec. trav. chim., 70, 20, 1951. ⁵ В. П. Исагуляни, Трулы МИНХ и ГП им. И. М. Губкина, вып. 28, 68, 1960.

БИОХИМИЯ

Ж. И. Акопян

Взаимоотношения между действием гормонов щитовидной железы и гормонов надпочечников в процессе окисления тирозина

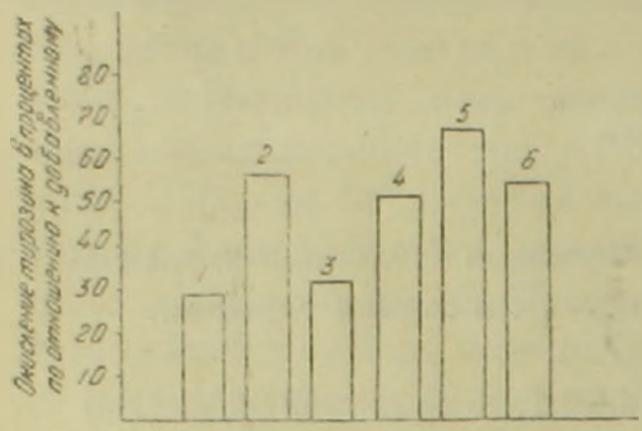
(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. Х. Бунятяном 12/VI 1964)

Влияние гормонов коры надпочечников на обмен тирозина и на адаптивное повышение активности ферментов, участвующих в окислении тирозина, было показано Ноксом и сотрудниками (1). Данные, полученные нами (2) и Литваком (3.4), относительно регулирующего влияния гормонов щитовидной железы на обмен тирозина и на адаптивное изменение активности тирозинкетоглутаровой трансаминазы позволили заключить, что тиреоидные гормоны наряду с кортикостероидами являются основными регуляторами окисления тирозина. Что же касается вопроса о изаимоотношениях между действием гормонов щитовидной железы и гормонов надпочечников в процессе окисления тирозина и адаптивного усиления активности тирозинкетоглутаровой трансаминазы никаких данных нам обнаружить не удалось, что и побудило нас предпринять настоящее исследование.

Опыты были поставлены на белых крысах весом 150—180 г. Тирозин и тироксин вводили внутрибрюшинно из расчета по 100 жг и 1.5 жг на крысу соответственно, кортизон-внутримышечно-80 мг/кг веса животного, адреналин-внутримышечно по 25 мкг на крысу. Состояние тиреотоксикоза достигалось повторным внутрибрюшинным введением L-тироксина по 1 мг в течение 5 дней. Тиреоидектомированных крыс брали в опыт через 1—1,5 месяца после операции. Крыс с тиреотоксикозом или с удаленной щитовидной железой исследовали после развития ясных признаков гиперфункции или недостаточности щитовидной железы. В случае сочетания гипотиреоза и адреналектомии сначала производили гиреоидектомию, а спустя I—1,5 месяца, т. е. после развития ясных признаков выключения щитовидной железы, удаляли надпочечники, такие животные вместо питьевой воды получали 1-процентный раствор поваренной соли. Их брали в опыт через 5—7 дней после удаления надпочечников. Интенсивность окисления тирозина определяли по методике, описанной ранее (5).

В первой серии опытов мы исследовали влияние одновременного

введения крысам тироксина и кортизона на процессы окисления тирозина в печени нормальных животных. Через 5 часов после введения обоих гормонов определяли интенсивность окисления тирозина в срезах пече ни. Полученные данные представлены на фиг. 1. Они показывают, что однократное введение одного тироксина даже в очень больших дозах (1,5 мг.) не влияет заметно на интенсивность окисления тирозина в пече-



Фиг. 1. Влияние одновременного введения тироксина и кортизона на интенсивность окисления тирозина в срезах печени пормальных крыс

1—норма окисления гирозина; 2—индукция тирозином; 3 введение тироксина; 4—введение тироксина и гирозина; 5—индукция кортизоном; 6 введение тироксина и кортизона. ни крыс через 5 часов после его введения. Очевидно, за этот периол у животных еще не возникает типертиреондного состояния и в связн с этим базальный (исходный) уровень окисления тирозина у них не меняется. Введение одного кортизона, как обычно, резко усиливает окисление тирозина, введение же тироксина совместно с кортизоном несколько тормозит действие одного кортизона. Такое же торможение тироксин вызывает, когда индукция тирозинкетоглутаровой трансаминазы вызывалась не введением коргизона, а введением субстрата тирозина (фиг. 1). Таким образом, тироксин как при индукции корти-

зоном, так и при индукции субстратом оказывает тормозящее действие на адаптивное усиление активности ферментов, принимающих участие в окислении тирозина. Это торможение, однако, выражено не очень сильно, несмотря на то, что в этих опытах были применевы сравнительно большие дозы тироксина. Это позволяет заключить, что кортизон в условиях наших опытов оказывает большее влияние на индукцию указанных ферментов, чем тироксин.

Несколько иная картина наблюдается, когда опыты проводили не на интактных, а на адреналектомированных и тиреоидектомированных крысах.

Как уже указывалось ранее (2), тиреоидектомия обусловливает повышение базального уровня окисления тирозина. Адреналектомия, по нашим данным, несколько снижает исходный уровень окисления тирозина и полностью предотвращает индукцию ферментов при введении тирозина.

Как видно из данных табл. 1, у адреналектомированных и тиреоидектомированных животных исходный уровень окисления тирозина значительно выше, чем у только адреналектомированных животных и несколько выше, чем у тиреоидектомированных. Таким образом, у этих животных выпадение тормозящего действия гормонов щитовидной железы оказывает большее влияние на окисление тирозина, чем выпадение стимулирующего действия гормонов коры надпочечников.

Влияние одновременной адреналектомии и тиреоидектомии на интенсивность окисления тирозина в срезах печени. Цифры обозначают °/° окисленного тирозина по отношению к добавленному.

№ №	Нормальные жи- вотные	Адреналектомиро-	Тиреоидектомиро-	Адреналектомия 1 тиреондектомия
1 9 3 4 5 6 7 8	26.3 28.5 28.0 27.7 25.5 31.0 29.0 25.7	21.3 21.5 24.3 20.9 22.2 22.2	44.0 40.9 47.0 48.2 45.0 41.3 37.7 44.8	31.5 33.7 35.2 32.8 34.3 30.7
	28.0 ± 0.67	22,0-0,49	42,9_1,3	33,0-0,71

При рассмотрении результатов приведенных выше исследовании относительно взаимоотношения между влиянием гормонов щитовидной железы и гормонов коры надпочечников мы учитываем выпадение после адреналектомии только функции гормонов коры надпочечников. Между тем в литературе в последние годы появились данные о том, что и гормоны мозгового слоя надпочечников могут оказывать влияние на окисление гирозина в печени. В работе Литвака и Войцеховской (6) было найдено, что добавление адреналина и норадреналина к инкубационной среде, сопержащей частично очищенный фермент, вызывает почти полное торможение активности фермента. Добавление к инкубационной среде вместе с адреналином аскорбиновой кислоты снимало тормозящий эффект. Тормозящее действие адреналина и норадреналина на функцию тирозинкегоглутаровой трансаминазы было подтвержлено и в опытах in vivo, в которых крысам вводили 1 мг/кг адреналина впутрибрюшинно. При обсужлении результатов своих исследований авторы высказывают мнение, что механизм действия адреналина на активность фермента может быть подобен действию тироксина in vitro на фермент, поскольку оба эти гормона обладают известным структурным сходством. Данные Литвака н Войцеховской были затем подтверждены в известной степени и в опытах Якоби и Ляду (7), которые показали также, что мощными ингибиторами указанного фермента являются и 5-окситриптофан и серотонин. На основании исследований Литвака и Войцеховской можно заключить, что надпочечники секретируют одновременно гормоны, стимулирующие активность тирозинкетоглутаровой трансаминазы (гормоны коры надпочечников), и гормоны, тормозящие эту активность (гормоны мозгового вещества надпочечников). Выпадение функции последних после адреналектомии должно было повысить активность фермента, однако, по нашим данным и по данным других авторов (18-12), исследовавших этот процесс. адреналектомия всегда ведет к снижению активности фермента. Из этого можно заключить, что выпадение стимулирующего влияния гормонов коры надпочечников после адреналектомии сильнее сказывается на активности фермента, чем выпадение тормозящего действия гормонов мозгового вещества. Можно также допустить, что повышение активности тирозинкетоглутаровой трансаминазы у адреналектомированных и тиреоидектомированных крыс, найденное нами, является следствием не только выпадения тормозящей функции гормонов щитовидной железы, но и тормозящего действия адреналина и норадреналина. В связи с этим мы сочли необходимым повторить опыты Литвака и Войцехонской іп vivo, но с применением таких доз адреналина, которые не вызывают гибели животных. В ряде предварительных опытов было установлено, что крысы хорошо переносят дозу адреналина, равную 200 мкг/кг веса, более высокие дозы вызывали гибель животных. Животные исследовались спустя 5 часов после введения адреналина. Результаты исследований приведены в табл. 2.

Таблица 2 Влияние введения адреналина на интенсивность окисления тирозина срезами печени нормальных и адреналектомированных крыс (обозначения те же, что и в табл. 1)

Нормаль	ные крысы	Адреналектомированные крысы			
без алреналина	введение адреналина	без адреналина	введение адрена-		
26,3	41,9	21,3	31,3		
28,5	33,4	24,3	30,8		
28.0	42,5	21.6	30,3		
25,5	37,8	20,9	30,8		
31,0	40,8	22,2	30,9		
28.5		22,2			
27,9-0,79	40,5 ÷ 0,78 P 0,001	22,0±0,49	30,8±0,29 P 0,001		

Как видно из таблицы, введение нормальным крысам максимально переносимых ими доз адреналина не только не тормозит окисление тирозина. но, наоборот, заметно ее повышает. Повышение статистически достоверно и в среднем достигает 45%. Такой же эффект оказывает введение алреналина адреналектомированным крысам. У контрольных адреналектомированных крыс окисление тирозина, как обычно, не превышает 22,2% по отношению к количеству добавленного к инкубационной среде тирозина. У адреналектомированных животных, которым вводили адреналин. оно в среднем достигает 30%, т. е. больше чем на 30% превышает уровень у контрольных животных. Противоречие между полученными нами ланными и результатами исследований Литвака и Войцеховской, а также Якоби и Ляду может быть объяснено только различиями в применяемых дозах адреналина. В опытах Литвака и Войцеховской in vitro, когда авторы добавляли к инкубационной среде такое количество адреналина (5 10 М), которое равнялось или превышало количество добавляемого субстрата, действительно могла иметь место конкуренция между адреналином и тирозином за присоединение к ферменту, что и должно было повести за собой торможение окисления тирозина. В опытах указанных авторов in vivo при введении 200 мкг адреналина на крысу, даже если животные быстро не погибали, у них должны были развиться весьма тяжелые нарушения кровообращения и возникнуть поражения печени, связанные с быстрым распадом гликогена, изменениями содержания липидов печени и т. д. Авторы указывают на морфологические изменения в печени после введения больших доз адреналина, но такие изменения имсют место, и они описаны в литературе. По-видимому, с этими изменениями и было связано торможение окисления тирозина, наблюдаемое авторами. Во всяком случае, у нас нет никаких оснований считать, что при даже больших, но все же еще физиологических дозах адреналина (30—40 мкг) окисление тирозина тормозится.

Таким образом, отпадает положение о том, что изменения в секрещии мозговой части надпочечников адреналина могут оказывать регулирующее влияние на окисление тирозина в печени, и эта роль, очевидно, принадлежит только гормонам коры надпочечников и щитовидной железы.

Полученные нами данные говорят об антагонизме между кортизоном, с одной стороны, и тироксином—с другой, в отношении влияния на окисление тирозина и на адаптивное образование в ней тирозинкетоглутаровой трансаминазы.

Институт биохимии Академии наук Армянской ССР

ታ· Ի ՀԱԿՈԲՅԱՆ

Վահանաձև գեղձի և մակեւակամի հումոննեւի փոխհաւաբեւությունը «իւոզինի օքսիդացման պացեսում

առաջացումը։

Ստացված տվյալները խոստում են այն մասին, որ դոյություն ունի անտագոնիզմ վահանաձև գեղծի և մակերիկամի կեղևոյին մասի հորմոնների ազդեցության միջև և թույլ են տալիս աներա որ դերը դերուների ազդեցության միջև և թույլ են տալիս աներա որ դերը դերուների է պատկանում հիմնական ռեռուլա արտին արտագանություն հերմենտների ազապահն

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ц. Лин и Е. Нокс, Biochim. Biophys. acta 26, 85, 1957. - *Ж. И. Акопян. Биохимия*, 29, 47 (1964). ³ Г. Литвак. Proc. Soc. Biol. Med. 93, 13, 1956. ⁴ Г. Литвак, І. Biol. chem. 228, 823, 1957. ⁵ Ж. И. Акопян, "Биохимия*, 28, 643, (1963). ⁶ Г. Литвак и В. Войцеховский. Nature 183, 1676, 1959. [†] Г. Якоби, В. Ляду, Federat. Proc. 21, 238, 1962. ⁸ Ф. Серени, Ф. Кенни и Н. Кретчмер, Ј. Biol. Chem. 234, 609, 1959., С. Я. Капланский и Ван Чжеун-Янь, Вопросы мед. химин, т. 7, в. 3, 227, 1961. [†] Т. Н. Протасова, "Биохимия* 27, 538, (1962). [†] О. Грингард, А. Смит и Г. Ацс. Ј. Biol. Chem. 238, 1548, 1963. ^{†2} Е. Кпох. Physiological adaptation. Washington, 107, 1958.

гидрогеология

Г. И. Тер-Степанян и А. П. Аракелян

Типы гидрогеологических поперечников в лавах, подстилаемых глинами

(Представлено академиком АН Армянской ССР К: Паффенгольцем 1/IV 1964 г.)

Детальное изучение сложного в геологическом отношении короткого участка ущелья р. Раздан в Ереване позволило выявить ряд не описанных ранее типов строения гидрогеологических поперечников каньонов, прорезающих лавовые плато, подстилаемые глинистой толщей. Эти типы попсречников возникли в результате сложного взаимодействия таких факторов, как соляная и глиняная тектоника, наличие крупных погребенных под лавами оползней и особенности гидрогеологических условии. Интерпретация этих поперечников и их эволюционная связь представляют самостоятельный интерес.

Геологическая история исследованного участка, начиная с верхнего миоцена, вкратце представляется следующим образом.

В основании залегают соленосная и гипсоносная толщи верхнего миоцена; они прикрыты слабозагипсованными песчано-глинистыми отложениями сармата (разданская толща), на размытой поверхности которых залегают песчано-глинистые отложения верхнеголиоценового возраста. Начиная с середины верхнего миоцена, в районе стала формироваться соляная тектоника, в результате которой возникли крупные соляно-купольные структуры, осложиенные по периферической части соляными куполами второго порядка и окаймляющими их компенсационными понижениями. Перед излиянием верхнеплиоценовых дав на крыльях некоторых из этих куполов произошли крупные оползни, которые затем были погребены под лавами. Вследствие излияния лав возникла глиняная тектоника. В дальнейшем развился каньон р. Раздан, который несколько раз заливался лавами более поздних излияний и вновь восстанавливался. Процесс соляной тектоники продолжается и в настоящее время.

Современная гидрогеологическая обстановка каньона определяется характером подземного рельефа осадочных пород, а именно пластикой куполов и межкупольных пространств, к которым приурочен поток груптовых вод. Этот поток в общем идет периендикулярно к направлению течения реки; грунтовые воды могут поступать в русло реки с левого берега и расходоваться на фильтрацию на правом берегу.

Потому при анализе гидрогеологических условий удобно водоносный горизонт разбить на два участка: гипсометрически высоко расположенный левобережный горизонт с сравнительно крутым падением зеркала вод и низко расположенный правобережный горизонт с почти горизонтальным положением зеркала вод, образующим подземный бассейн

Фильтрационные свойства горных пород резко различны: на одном краю этого ряда находятся практически водонепроницаемые загипсованные глины, а на другом краю—сильно водопроницаемые трещиноватые и раздробленные базальтовые лавы и шлаковые горизонты. Промежу точное положение занимают аллювиальные валунно-галечные и песчаные образования и отдельные немногочисленные участки и горизонты слаботрещиноватых лав.

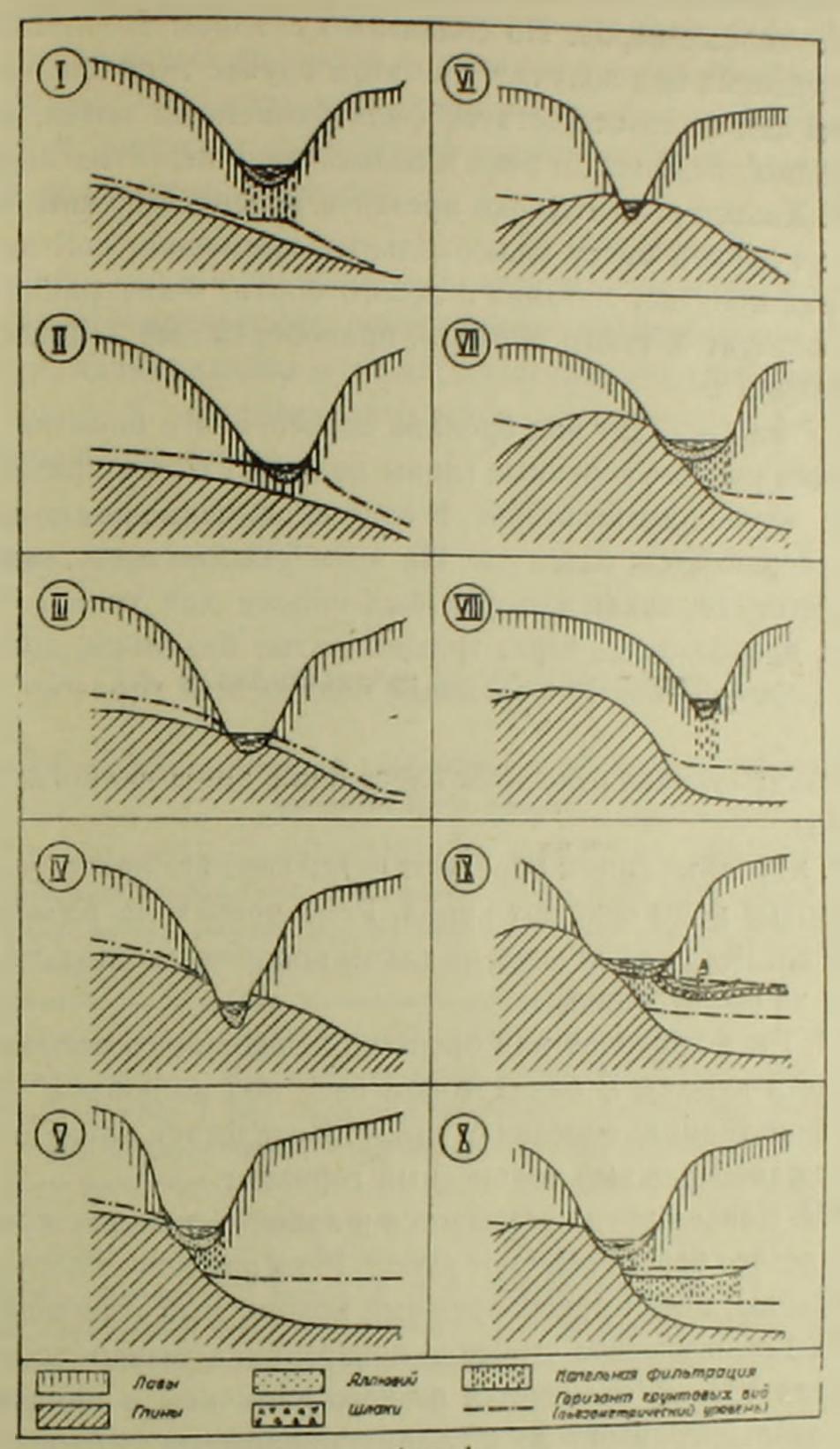
Сложная пластика подземного рельефа, резкое различие фильтрационных свойств пород, наличие погребенных оползней и различный врез реки в коренные породы—в погребенные базальтовые лавы и подстилающие глины—вызвали образование на коротком участке ущелья реки ряда типов гидрогеологических поперечников, связанных взаимными переходами.

Здесь выделяется по крайней мере десять различных типов гидрогеологических поперечников, в том числе пять типов, относящихся к участкам моноклинального падения кровли коренных глин или к периферическим частям куполов, и пять типов, относящихся к сводам куполов и осложняющим их погребенным оползням. Эти типы поперечников показаны на фиг. 1. которые изображают профили, если смотреть на них вниз по течению

С гидрогеологической точки зрения наиболее существенное различие между этими двумя группами профилей заключается в том, что на участках с моноклинальным падением кровли коренных пород или периферийных частях кунолов грунтовые воды текут по водо-упору, и, следовательно, при достижении рекой этого водоупора, река дренирует грунтовые воды левого берега, тогда как на участках куполов грунтовые воды огибают куполы, и, следовательно, даже при досгижении рекой водоупора, не имеет места питание реки грунтовыми водами.

К первой группе относятся следующие пять типов гидрогеологических профилей.

Тип I. Коренные глины (водоупор) с моноклинальным падением покрыты лавами (водонос). Каньон реки далеко не достигает водоупора. Русло реки сложено аллювием, водопроницаемость которого меньше водопроницаемости трещиноватых базальтов. Подземные воды текут по поверхности водоупора, сглаживая подземный рельеф. На участке под руслом реки происходит фильтрация вод через аллювий; при этом фильтрационный поток полностью заполняет поры грунта. При переходе воды в подстилающие трещиноватые базальты, ввиду высокой водопроницаемости этой породы, фильтрационный поток распадается на отдельные струи и в дальнейшем происходит капельная фильтрация; она может быть уподоблена дождю. По этой причине поверхность грунтовых вод под руслом образует выпуклость в связи с получением дополнительного питания.



Фиг. 1.

Тип II. Геологическое строение такое же, но каньон глубоко врезался в базальтовые лавы. Грунтовые воды левого борта дренируются рекой; в свою очередь река питает грунтовые воды правого борта. Часть фильтрационного потока проходит под руслом реки, по поверхности глин

Тип III. Геологическое строение такое же, но каньон несколько врезался в коренные глины. Аллювиальные отложения левого борта располагаются на глинах, а правого борта—на базальтах. Поэтому зеркалогрунтовых вод смыкается с поверхностью воды в реке. Как и в случае

типа II, река дренирует грунтовые воды левого берега. Воды, фильтруясь через аллювий правого борта, питают правобережный водоносный горизонт. Поверхность грунтовых вод на обоих берегах следует за поверхностью водоупорных пород. По сравнению с типом II правобережный горизонт грунтовых вод получает в этом случае несравненно меньшее питание, так как здесь отсутствует фильтрационный поток, идущий по поверхности глин под руслом реки в сильно трещиноватых лавах.

Тип IV. Каньон реки глубоко врезан в коренные глины; как на девом, так и на правом борту аллювиальные отложения контактируют с глинами. Река получает питание с левого борта. Фильтрация в правы борт не происходит и, таким образом, правобережный водоносный горизонт не образуется.

Тип V. Река проходит над бровкой погребенного оползня, в периферической части купола; коренные глины подходят слева примерно до оси реки, а далее круто падают вглубь. В правой половине под руслом располагаются трещиноватые базальты. На этом участке происходит капельная фильтрация, механизм которой был описан для типа I. Фильтрующиеся воды, проваливаясь через трещиноватые базальты, достигают водопора и формируют правобережный водоносный горизонт.

К участкам куполов относятся следующие типы гидрогеологических поперечников.

Тип VI. Коренные глины образуют купольное поднятие, покрытое лавами. Грунтовые воды огибают купол. Река прорезала базальты и врезалась в купол. Река не получает на таком поперечнике питания и не расходует воду на фильтрацию.

Тип VII. Река проходит над бровкой погребенного оползня в центральной части купола. В базальтовом слое под аллювием происходит капельная фильтрация, описанная выше. Вследствие этого в базальтах образуется правобережный водоносный горизонт.

Тип VIII. Каньон реки врезывается в лавы, не касаясь куполя. Грунтовые воды левого берега огибают купол. Река расходует воду на капельную фильтрацию, питая правобережный водоносный горизонт.

Тип IX. Геологическое строение поперечника асимметричное, как и в случае типа VII, но отличается от него наличием в правой половине ущелья шлаковых горизонтов в лавах, прикрытых малопроницаемым древнеаллювиальным слоем и примыкающих к современному аллювиальному ложу. Под левой половиной русла возникает знакомая капельная фильтрация, питающая правобережный водоносный горизонт, а под правой половиной русла образуется местный водоносный горизонт, приуроченный к шлаковому прослою; на участке А под малопроницаемыми породами возникают напорные условия.

Тип X. Геологическое строение асимметричное, как и в случае типов VII и IX. Базальтовая толща в правой половине русла характеризуется чередованием пород, обладающих различной фильтрационной способностью в вертикальном направлении Капельная фильтрация, возникающая

руслом рек, вызывает образование местного водоносного горизонта над первыми относительно водоупорными базальтовыми лавами. Этот водоупор отличается меньшей трещиноватостью и, следовательно, более назкой водопроницаемостью. Часть скопившейся воды просачивается через этот несовершенный водоупор и, попадая в расположенные ниже более трещиноватые базальты, вновь переходит в форму капельной фильтрации, пока не достигает следующего водоупора. Здесь образуется правобережный водоносный горизонт.

Естественно, что обнаруженные на коротком участке ущелья р. Разтипы гидрогеологических поперечников не исчерпывают всех возчожных форм, возникающих в лавах, подстилаемых глинами, и их дальнейшее изучение в пределах Армянского вулканического плато дополнит описанную выше серию.

Институт геологических наук Академии наук Армянской ССР

Գ. Ի. ՏԵՐ-ՍՏԵՓԱՆՅԱՆ ԵՎ Ա. Պ. ԱՌԱՔԵԼՅԱՆ

հավելով ենթաշերոված լավանելում գեռնաջրաբանական կումածքների դիպել

լերարերվում են զմրեների թաղերին և նրանց բարդացնող սողանրներին նել և)։

երը շերահը բազալաների տարրեր շրաթարակություն է առձրնանքան և կաթիլային ձձանցումը.

Առաջին տիպի կարվաձգի առանում է գետնաջրերի մակերևույթին 2-րդ—4-րդ տիպեր)։

Առաջին տիպի կարվաձգի առաջանում է գետնաջրերի մակերևույթին 2-րդ—4-րդ տիպեր)։

Արդ գետը խորանալիս Հատնում է գետնաջրերի մակերևույթին 2-րդ—4-րդ տիպեր անգ
հում է թաղված սողանթների եզրի վրայով։ Իններորդ տիպի կտրվածգի դեպբում գետի ռուսի

հում է տեղական բրարեր շերտ։ Տասերորդ տիպի կտրվածրում առաջանում են տեղակա, որա
վում է տեղական ջրարեր շերտ։ Տասերորդ տիպի կտրվածրում առաջանում են տեղակա, որա-



СТРАТИГРАФИЯ

О. А. Саркисян и С. М. Григорян

Открытие морских отложений олигоцена в Севано-Ширакском синклинории (Малый Кавказ)

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Габриеляном 18/1 1964)

В пределах Севано-Ширакского синклинория олигоценовые отжения имеют весьма ограниченное распространение. Отдельные олированные выходы их в последние годы были обнаружены в рестностях гор. Дилижана, в нерховьях р. Блдан и у с. Бандиван (1), овсеместно отложения олигоцена выражены в континентальных фаиях. Это пресноводно-озерные, речные и болотные глины, песчаники, онгломераты и мергели с прослоями горючих и углистых сланцев. В глинах и мергелях найдены многочисленные остатки флоры и пресоводных гастропод. Морские фации олигоцена в названной зоне до истоящего времени не были известны.

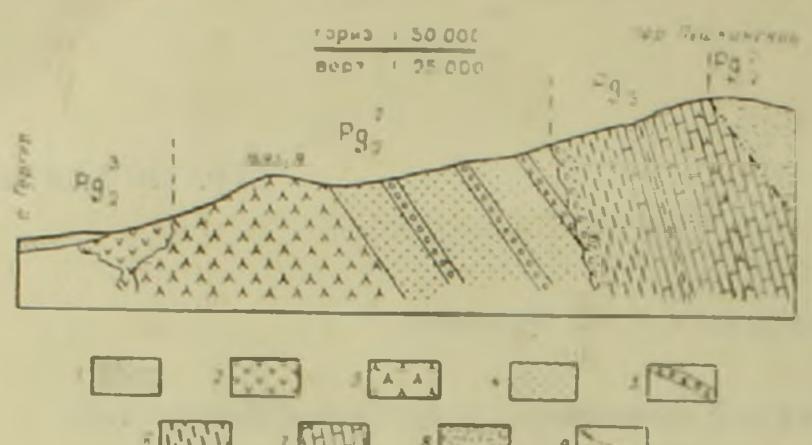
Полевыми исследованиями 1957, а затем 1962 гг. нами были полувны новые палеонтологические и стратиграфические данные, позволящие впервые выделить фаунистически хорошо охарактеризованные орские фации олигоцена в Степанаванском районе Армянской ССРсвязи с изучением палеогеновых отложений указанного района былосгавлен ряд детальных послойных разрезов по северному склону вазумского хребта. Один из лучших разрезов палеогена, установленый южнее с. Гергер на северном склоне Базумского хребта в районе бушкинского перевала (по старой грунтовой дороге), представляется следующем виде (фиг. 1).

Средний эоцен. Литологически разделяется на две свиты: нижнюю тоф рузивную и верхнюю — терригенно-туфогенную. Нижняя свита сложена зеленовато-серыми, нередко интепсивно гидротермально измеченными порфиритами и их пирокластами. Подошва порфиритов не общажается; видимая мощность свиты достигает 300 м. Верхняя свита. мощностью 250—260 м, в основном представлена туфстенными пестаниками, туфобрекчиями и конгломератами с маломощными прослой-

вами силицитов.

К северо-западу от описываемого разреза мощность свиты знаительно увеличивается, в ее различных горизонтах встречается богатый комплекс среднеэоценовых нуммулитов, а также брюхоногиоверзского возраста.

Верхний зоцен. Представлен экструзивными лаколлитообразными



Фиг. 1. Геологический профиль через северный склон Базумского хребта. 1— аллювиальные отложения: 2— дациты и трахидациты; 3— порфириты и пирокластолиты; 4— песчаники, частью туфогенные; 5— конгломераты; 6— глины и глинистые сланцы; 7— известняки; 8— гидротермально измененные псреды; 9— тектоническое нарушение.

телами и потоками флкидальных дацитов и трахидацитов, которые нерекрывают различные гоз ризонты среднезоценового разреза. В описываемом разрезе развиты, повидимому, кории излия ний трахидацитов, которые пересекают эффузив ную свиту среднего зоцена и генетически приурочены к тектоническо му разлому. Здесь же отметим, что непосредственный контакт между верхним эоценом и оли-

гоценом в данном пункте нами пока что не констатирован.

Олигоцен. Выше по разрезу трансгрессивно, с базальным конгломератом в основании, залегает терригенно-карбонатная флишевая свита, названная нами гергерской. Сводный разрез этой свиты представлен в следующем виде (снизу вверх):

- 1. На размытую поверхность песчаников среднего эоцена налегают базальные конгломераты. Последние средне- и мелкогалечные, плотные, массивно-слоистые известковистым цементом. Округленные гальки состоят из различных эффузивных пород и известняков. Конгломераты содержат многочисленные, по плохо сохрание иниеся остатки пелеципод и гастропод—мощность 15 м.

В песчаниках встречаются также многочисленные остатки конхилнофауны (устрицы, пектиниды, реже гастроподы) плохой сохранности.

- - 4. Глина серая, местами тонкослоистая с прослоями алевролита · · · · · 22 и

- 8. Известняк темно-серый, слоистый фукоидный с прослоями известковистой песчаника. Последний содержит остатки нуммулитов плохой сохранности · · · · 25 м

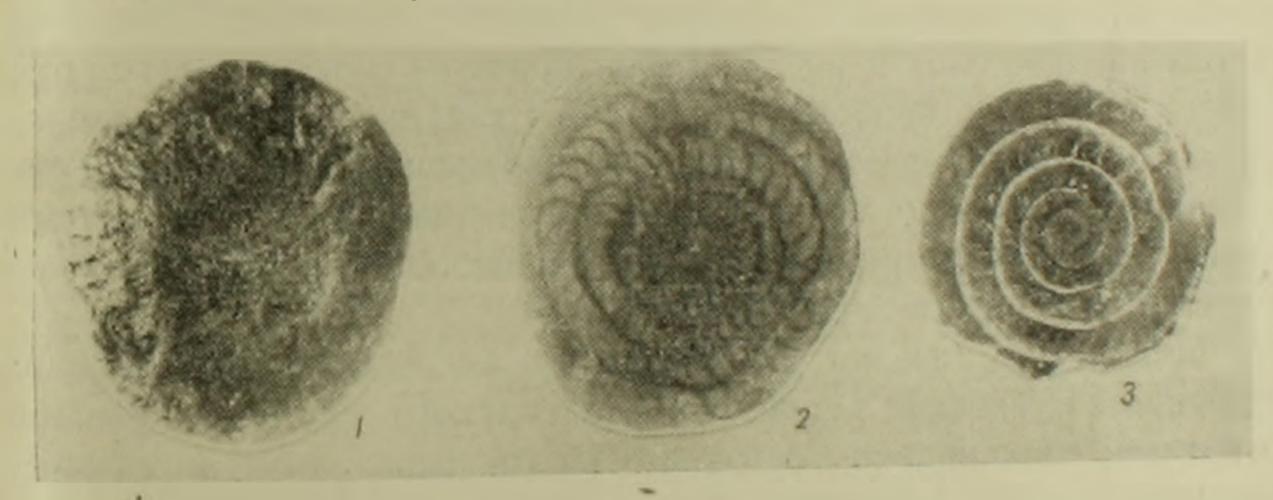
9. Известняк те	мно-серын, почти	чернын,	плотный,	слоистын (фукоид	ами. В
ровле слоя отмечают	ся следы размыва	• • • •				- 20 w
10. Туфоконгло:	черат мелкогалечні	ый, масс	ивнын, ок	раска желто	RATO-CED	20 A 11
11. Плагноклазо	вый андезит темно	э-серый,	плотный			- 35 v
12. Известняк а	налогичный слою 9					. 40 m
13. Чередования	е тонкозернистых,	желтова	вто-серых	туфонесча	иков и	серых
равелитов			• • • • •			· 10 w

Верхний контакт описанной свиты тектонический. В водораздельной части Базумского хребта на известняки олигоцена надвинуты интенсивно гидротермально измененные, обесцвеченные, местами пиритизированные, вулканогенные породы среднего эоцена.

Общая мощность гергерской свиты достигает 250 м. Литологически она отчетливо расчленяется на две подсвиты: нижнюю — глинистую (120 м) и верхнюю — карбонатно-вулканогенную (135 м).

Отложения описанной свиты имеют моноклинальное падение в рго-западные румбы и в связи с широким развитием пластичных глинистых и известковых пород дислоцированы более интенсивно (60 — 70°), по сравнению с подстилающими туфогенными породами среднето эоцена 30° -- 50° (фиг. 1).

Олигоценовый возраст отложений гергерской свиты хорошо обосвовывается наличием в них нуммулигов, характерных для олигоцена: Nummulites vascus Joly et Leym., N. incrassatus de la Harpe.



фиг. 2. 1 — Nummulites vascus Joly et Leym. \times 6,5 (B). Внешний вид. Степанаванский р-он; 2, 3 — Nummulites vascus Joly et Leym. (B) \times 6,5. Экваториальные разрезы. Там же.

N. vascus из указанного района своими внешними признаками (размер раковины, характер следов септ, отсутствие центрального бугорка) и внутренним строением (количество оборотов на один и тот радиус, характер септ и камер, количество септ в 1/4 оборота; см. табл. 1. и фиг. 2) почти не отличается от типичных N. vascus из олигоценовых отложений юго-западных районов Армянской ССР (*) и других районов Средиземноморской геосинклинальной зоны.

Морские фации олигоцена в Степанаванском районе имеют, повидимому, большое площадное распространение. Они по простиранию к северо-западу прослеживаются до района гор. Степанавана, где получают значительное развитие по северному и северо-западному скло-

нам г. Медвежья. Здесь отложения олигоцена перекрываются мощным андезитами и андезито-дацитами. Возраст последних, по-видимому также олигоценовый.

								विक्रमाप्य ।	
	Размеры		1.		Число септ в 1/4 оборота				
Наименование вида	Д	T		ротов на 2, 5 мл	3	+	5	6	
N. vastas (В) (из Швейцарии)	4-7	1-1,2	- 6-	-7	6	7-8	9-10	11	
N. vascus (из Шорагбюр- скои толици, Ар- мения	4-7	1-1,5	6-	-7	6	7	9	11	
N. vascus (В) (из Степанаван - ского района, Ар-мения)	4-5,5	1-1,5	(()	7-8	9-10	11	

Гергерская свита имеет четко выраженный трансгрессивный характер. В начале формирования свиты осадки ее отлагались в прибрежных зонах морского бассейна, о чем говориг развитие конгломератов в грубых песчаников в основании свиты и присутствие в них крупных устриц и других пелеципод с толстостенными створками. Затем имело место постепенное углубление бассейна, сопровождающееся осаждением глинистых илистых осадков (нижняя подсвита). Дальнейшее углубление бассейна и прекращение привноса поступавшего терригенного материала привели к осаждению карбонатных илов (верхняя подсвита). Таким образом, нследствие перемещения береговой линии бассейна происходило закономерное изменение фаций: грубые осадки нижней подсвиты кверху постепенно сменяются глинистыми породами, а затем известняками верхней подсвиты.

Вопрос соотношения этого морского бассейна с олигоценовыми бассеннами Куринской депрессии, Ахалцихского прогиба, Араратской котловины, синклинория Восточного Понта, равно, как и с пресноводным водоемом Дилижанской наложенной мульды, остается еще не ясным и подлежит дальнейшему изучению.

По комплексу фауны и литологическому составу рассматриваемые отложения можно сопоставить с майкопскими (нижнемайкопскими?) образованиями Ахалцихского прогиба, фаунистически хорошо охарактеризованными олигоценовыми отложениями юго-западных районов Армянской ССР (шорагбюрская и шагапская свиты) и других участков Кавказско-Черноморской области.

Открытие морского олигоцена в Севано-Ширакском синклинории имеет важное значение для выяснения ряда вопросов, касающихся истории геологического развития Армении в третичное время и уточнения возраста некоторых горизонтов вулканогенно-осадочных образований палеогена указанного синклинория.

Ереванский государственный университет Институт геологических наук Армянской ССР

Օլիգոցենի ծովային նոսվացքնե**ւի հայտնաբե**ւումը Սևան-Շիւակի սինկլինուիումում

Մևան-Շիրակի սինկլինորիումում օլիղոցենի նստվածքներն ունեն խիստ ապահանաակ տարածում և արտահայաված են բացառապես ցամարային ֆայիաներով։ Օլիզոցենի իովային նստվացբներ այդ դոնայում մինչև այժմ հայտնի չէին։ 1957 և 1962 թթ. Ստեարավարի շևնութի ուու թյունը որությունը դուրեր դուրեր գորադույ կարևագիտություն իրադակ մալ կարադամամ որ արակաի գարակաի գաղարակություն ու մակավրության որ արագրական որ արագրականատ վեցին առանձնացնել շլիզոցենի ծովայինանում միլական ինհրորկը լեմնամեմաստ միջժի -ոսան չորդունարկան աստահարման վաքար վե իր իրականան վարարակար այդ լորիրակ ըվերու այով ընու թագրված կարվածը գիտվում է Բաղումի լեռնաշղթայի հյուսիսային լանցում, գերգեր գյուղից ճարավ։ Հոդվածում տրված է այդ կտրվածքի մանրամասն նկարադրուարանը կարվածըն ակսվում է միջին էոցևնի հրարխածին և տերիզեն-տուֆածին ապատչերով, որոնք արանսգրեսիվ կերպով ծածկվում են կավա-կրաքարային շերտախմբով (դերդերի շերտախումը): Շերտախմրի ստորին մասի ավագաբարերում հանգիպում են Numnulites vascus Joly et Leym., N. incrassatus de la Harpe. phopogned bis bliphulon ապառների օլիդոցենյան հասակը: Հոդվածում տրված N. vascus-ի համաստա նկարագրությունից հրևում է, որ այն իր արտարին հատկանիշներով և ներքին կառուցվածքով չի -արըերվում Հայկական ՍՍՈՒ-ի հարավ-արեմտյան մասի և Միջերկրածովային դևոսինկինալային մարդի մյուս օրջանների օյիզոցենի նստվածըներում հանդիպող N. vascus-ից։

երևաննայի ինվացին, Հայկակար ՈՈՍ ջանավ-անողարը պան գարի ը ըսկար-որցակարը որում ան ըրանը և ըսկար-որցավուր

լարդի այլ շրջանների օլիզոցենի նատվածրների հետ։

ЛИТЕРАТУРА— ТРИЧИЕНТИЗНОТ

1 А. А Габриелян. А. Л. Тахтаджян и О. А. Саркисян. ДАН АрмССР, 1. XXVI, № 3, 1958. ² С. М. Григорян, Изв. АН АрмССР (геол. и геогр. науки), 1. XIII, № 3—4 (1960).

