ՀՍՍՀ ԳԱ
Տեղեկագիր

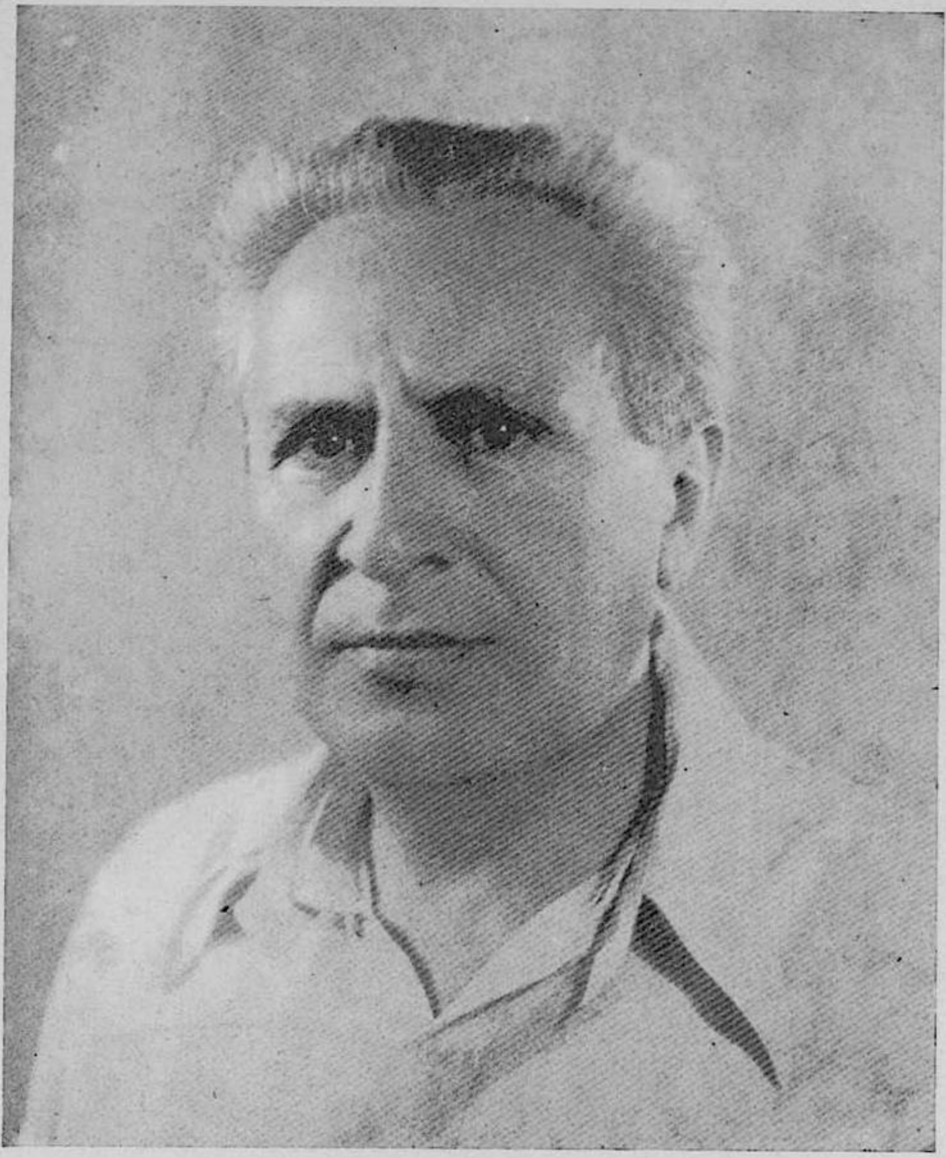
# ՖԻԶԻԿԱ
# ФИЗИКА

1970

## К 50-ЛЕТИЮ СОВЕТСКОЙ АРМЕНИИ

*Большими творческими достижениями отмечают ученые Советской Армении 50-летие своей республики. Годы Советской власти в Армении—это годы становления также и ее науки. Развитие физики в республике—яркое свидетельство того, чего может достигнуть народ, встав на путь социалистического развития. Советская Армения сегодня обладает большой армией талантливых ученых с огромным диапазоном физических исследований, начиная от физики нейтронных звезд и элементарных частиц и кончая такими прикладными областями как физика полупроводников и полимеров. Физический факультет Ереванского государственного университета является не только основным источником кадров для физических учреждений республики, но и крупным научным центром. Научно-исследовательские лаборатории и кафедры физического факультета проводят важные исследования по теоретической астрофизике, рентгеноструктурному анализу, квантовой оптике и т. п. Созданный в военные годы Ереванский физический институт превратился в один из широко признанных центров по исследованию элементарных частиц с крупнейшим в Советском Союзе ускорителем электронов на 6 миллиардов электрон-вольт. А в канун 50-летия Советской Армении группа ученых института была удостоена ленинской премии по науке за создание нового прибора, регистрирующего элементарные частицы. Институт Радиофизики и Электроники Академии Наук Армянской ССР за последние десять лет добился успехов в таких быстроразвивающихся областях современной радиофизики как радиофизика сверхвысоких частот и квантовая радиофизика. Это позволило создать в Институте уникальные высокочувствительные радиоприемные устройства, нашедшие широкое применение в специальных областях радиоэлектроники.*

*В последние годы в Ереване был создан Институт физических исследований Академии Наук Армянской ССР, где проводятся важные теоретические и экспериментальные исследования в области нелинейной оптики и квантовой электроники, физики твердого тела и магнитных явлений, кристаллофизики и др. Фундаментальные исследования физиков Армении получили признание во всем мире и все эти успехи стали возможны благодаря тем условиям, которые были созданы Советской властью для расцвета творческих возможностей армянского народа.*



Изв. АН Армянской ССР, Физика, 5, 399—401 (1970)

# АЛЕКСАНДР АРКАДЬЕВИЧ АКОПЯН

(к восьмидесятилетию со дня рождения)

26 декабря 1970 г. научная общественность Армении отмечает восьмидесятилетний юбилей одного из старейших ученых Армении, действительного члена Академии наук Армянской ССР, профессора Акопяна Александра Аркадьевича.

После окончания Петербургского политехнического института жизнь и деятельность А. А. Акопяна неразрывно связаны с Арменией.

Со дня основания Ереванского государственного университета А. А. Акопян принимает активное участие в организации преподавательской и научной работы в университете. Один из первых лекторов университета по физике он читает курсы молекулярной физики, теоретической механики, статистической физики, термодинамики и ряд других предметов. Работать приходилось в трудных условиях, когда не было книг, учебников, журналов, не говоря уже о приборах. Однако молодой Советской республике Армении требовались кадры специалистов и немногочисленная группа энтузиастов, одним из которых был также и А. А. Акопян, проделала огромную работу по постановке учебного дела в университете.

В 1921—22 гг. А. А. Акопян — заместитель декана технического факультета. К тому же времени (1922 г.) относится изданный им на стеклографе курс молекулярной физики. Несмотря на трудные условия, А. А. Акопян постоянно занимается научной работой. В 1927 году им были опубликованы работы, посвященные некоторым вопросам термодинамики. В 1929 году Государственный научный совет при Министерстве просвещения Армении присвоил ему звание профессора. В 1928—1929 гг. А. А. Акопян был деканом технического факультета, а после преобразования в 1930 г. технического факультета университета в самостоятельный институт с 1930 по 1936 год заведует кафедрой теоретической механики в Ереванском политехническом институте, а затем кафедрой теплотехники и термодинамики.

В 1935 году А. А. Акопян, учитывая, что Ереван находится в зоне сейсмической активности, создает сейсмическую станцию, которой руководит по 1944 г.

В 1936 году в Институте химии АН СССР в Москве А. А. Акопян защищает докторскую диссертацию на тему „Применение термодинамики к теории смесей“, а в 1937 году Комитет по делам высшей школы при Наркомате СССР переутвердил его в звании профессора. С 1936 по 1944 год А. А. Акопян был заместителем директора Ереванского политехнического института по учебной и научной работе. Трудно переоценить ту роль, которую сыграл А. А. Акопян в деле подготовки специалистов для народного хозяйства и научных кадров Советской Армении. Выдающиеся заслуги Акопяна были отмечены Советским правительством. За многолетнюю безупречную педагогическую работу он дважды был награжден орденом Ленина, в 1944 и 1953 годах.

С 1943 года с образованием Академии наук Армянской ССР Акопян Александр Аркадьевич — действительный член-учредитель АН АрмССР.

Научная деятельность А. А. Акопяна в основном была посвящена термодинамике. В своей докторской диссертации, посвященной применению термодинамики к смесям (растворы, газовые смеси, адсорбционный слой) А. А. Акопян применяет новый способ исследования, основанный на свойствах полного дифференциала. Этим способом были получены все уже известные закономерности и некоторые новые, относящиеся к адсорбации из смесей.

В другой серии работ он рассматривает принцип Ле-Шателье, который был подвергнут критике рядом известных ученых, таких как Эренфест, Раво, Планк и других. А. А. Акопяном было доказано, что принцип этот правильный и что эти ученые не учли точного смысла формулировки принципа, данной Ле-Шателье. Наряду с этим было показано, что существует параллельный ему принцип, в котором изменение факторов равновесия заменяется изменением величин типа объема.

В других работах А. А. Акопян рассматривает различные вопросы, связанные с обоснованием второго начала термодинамики, с правилом фаз Гиббса. В частности, в одной из работ выводится новое „правило фаз", гораздо более общее, чем соответствующее „правило" Гиббса.

Кроме того, перу А. А. Акопяна принадлежит несколько монографий. Им издан „Курс теоретической механики". Первая часть, статика, вышла в свет в 1941 году, вторая часть, кинематика, в 1964 году, а в настоящее время заканчивается третья часть, динамика. „Общая термодинамика" была издана в 1955 году и „Химическая термодинамика" в 1963 году, которая в 1968 году была переведена на румынский язык и издана в Бухаресте.

Сегодня в дни, когда празднуется пятидесятилетие установления Советской власти в Армении, научная общественность Армении, отмечая выдающиеся научные успехи, достигнутые республикой за годы Советской власти, с особой признательностью отдает дань уважения пионерам развития науки в Армении, и в их числе академику АН АрмССР, профессору Александру Аркадьевичу Акопяну.

Образ академика А. А. Акопяна был бы неполным, если не отметить его большую скромность, стремление не причинять никому беспокойства, умение довольствоваться малым и работать в самых неблагоприятных условиях и в то же время глубокую принципиальность и бескомпромисность там, где затрагиваются интересы дела.

Наконец небезынтересно, что кроме научно-педагогической деятельности А. А. Акопян занимался музыкой и преподавал игру на фортепиано в музыкальной студии, в создании которой он активно помогал известному армянскому композитору Романосу Меликяну в двадцатые годы.

С 1957 года А. А. Акопян на пенсии, но у него нет свободного времени. Он продолжает энергично работать.

Отмечая восьмидесятилетний юбилей Александра Аркадьевича Акопяна, научная общественность Армении желает ему крепкого здоровья и дальнейшей плодотворной деятельности.

С. ДАНЕЛЯН, Р. САРДАРЯН

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 5, 402—408 (1970)

# A NEW EQUATION OF MOTION FOR CLASSICAL CHARGED PARTICLES

T. C. MO and C. H. PAPAS

California Institute of Technology, Pasadena, California 91109

We propose a new equation of motion for classical charged particles, which is free from the well-known difficulties of Dirac's equation, is intuitively sound, and predicts reasonable radiation damping.

## 1. Introduction

The equation of motion of a charged particle has been a subject of interest for many years[1]. The equation now generally accepted was obtained by Dirac by decomposing the retarded self-field into a sum field that renormalizes mass and a difference field that gives reaction[2]. An explanation and re-derivation based on an absorber mechanism was provided by Wheeler and Feynman[3]. However, as is well recognized, Dirac's equation has certain inherent difficulties. First, it involves the derivative of the acceleration and hence needs one extra condition, in addition to the Newtonian initial conditions, to determine the motion. Second, it gives runaway solutions which can be avoided only by artificially introducing a pre-acceleration. Third, in certain cases it implies that the external energy supplied to the particle goes only into kinetic energy, and radiation is created from an acceleration energy which is negative and unphysical. It is the purpose of this work to obtain a new equation that is free from these difficulties and predicts reasonable results.

## 2. The New Equation

By following the old idea of expressing reaction only by the kinematical quantities of the particle, it is not possible to construct an equation that satisfactorily includes reaction. However, in classical electrodynamics in an inertial frame[4] the only field that can accelerate a charged particle and make it radiate is the external electromagnetic field $F^{\mu\nu}_{ext}$. Accordingly, radiation reaction should be expressible by $F^{\mu\nu}_{ext}$ and the particle kinematics. On the other hand, since a charge $e$ at rest experiences only an electric force $e\vec{E}$ and in motion experiences an additional magnetic force $e\vec{v}\times\vec{B}$, which together make up $e\,F^{\mu\lambda}_{ext}\,u_\lambda$, it is natural to assume that when accelerating a charge experiences still another force $e_1 F^{\mu\lambda}_{ext}\,\dot{u}_\lambda$ with $e_1$ a small constant (i. e., $e_1\,F^{\mu\lambda}_{ext}\,\dot{u}_\lambda \ll e\,F^{\mu\lambda}_{ext}\,u_\lambda$ in most physical cases) and $\dot{u}^\lambda \equiv du^\lambda/ds$. Here we use geometrized unit $c=1$, with signature $\eta_{\mu\nu}=(1, -1, -1, -1)$, $\{x^0, x^1, x^2, x^3\}\equiv\{t, x, y, z\}$, $s$ the proper time, and $u^\mu$ the four-velocity.

Now, given the motion $u^\mu(s)$ of a charge the rate of radiated energy momentum $(-2e^2/3)\,\dot{u}_\lambda \dot{u}^\lambda u^\mu$ is obtained by integrating Poynting's vector on far-zone retarded sphere[5]. By using the radiation-neglected equation $m\dot{u}^\mu = eF^{\mu\lambda}_{ext}\,u_\lambda$ this rate can be expressed as $(-2e^3/3m)\,F^{\lambda\alpha}_{ext}\,\dot{u}_\lambda u_\alpha u^\mu$ which is roughly the expression for radiation in terms of $F^{\mu\nu}_{ext}$. Equating the inertia and radiation to the forces the charge sees through $F^{\mu\nu}_{ext}$ we have the new equation of motion

$$m\dot{u}^\mu - \frac{2e^3}{3m}F^{\lambda\alpha}_{ext}\dot{u}_\lambda\, u_\alpha\, u^\mu = eF^{\mu\lambda}_{ext}u_\lambda + e_1\, F^{\mu\lambda}_{ext}\,\dot{u}_\lambda \tag{1}$$

where the requirement that (1) be an identity after scalar multiplication by $u_\mu$ implies $e_1 \equiv 2e^3/3m$ is indeed a small constant. For a system of charges, in (1) for the i-th charge $F^{\mu\nu}_{ext\,(i)}$ becomes $\sum_{j\neq i} F^{\mu\nu}_{ret\,(j)}$ where $F^{\mu\nu}_{ret\,(j)}$ is the retarded field of the *j-th* charge.

The general properties of (1) are:

1) Mass conservation; scalar multiplication by $u_\mu$ gives an identity and hence $m$ is constant. 2) Self-evident radiation term; scalar multiplication by $\dot{u}_\mu$ gives $(-2e^3/3m)\,F^{\lambda\alpha}_{ext}\,\dot{u}_\lambda u_\alpha \dot{u}^\mu = (-2e^2/3)\dot{u}_\lambda \dot{u}^\lambda u^\mu$ which always represents radiation. This justifies the second term on the left of (1) as radiation reaction with $\dot{u}^\mu$ determined by (1). 3) Newtonian motion; no more than the first derivative of velocity is involved and accordingly motion is determined by the initial velocity and position and by $F^{\mu\nu}_{ext}$. 4) No runaway solution (see below). 5) No pre-acceleration. 6) Additional effective external field; taking the radiation term to the right side and combining it with $e_1 F^{\mu\nu}_{ext}\,\dot{u}_\lambda$ one can think of the total acceleration-dependent external force as derived from an effective field

$$f^{\mu\nu} = \frac{2e^2}{3m}\dot{u}_\lambda\,(F^{\mu\lambda}_{ext}\,u^\nu - F^{\nu\lambda}_{ext}\,u^\mu) \tag{2}$$

in addition to $F^{\mu\nu}_{ext}$ which the charge sees through the Lorentz force.

## 3. Special Cases Compared with Dirac's Equation

Now we shall examine the implications of (1) for certain basic physical situations and compare the results with those[6] of the Dirac equation

$$m\dot{u}^\mu = eF^{\mu\lambda}_{ext}\,u_\lambda + \frac{2e^2}{3}(\ddot{u}^\mu + \dot{u}_\lambda \dot{u}^\lambda u^\mu). \tag{3}$$

a) No external field, $F^{\mu\nu}_{ext}=0$; (1) directly gives $u^\mu=\text{constant}$, but for (3) this solution has to be „physically" singled out from the infinity of runaway solutions.

b) Constant uniform electric field, $\vec{E}=\vec{e}_x E$; the new equation (1) gives $u^\mu=(\cosh\eta\,,\ \sinh\eta\,,\ 0,\ 0)$, where $\eta\equiv C_1+eEs/m$, for initial velocity $\vec{v}=\vec{e}_x\tanh C_1$; the Dirac equation (3) gives $u^\nu=(\cosh\xi,\ \sinh\xi,\ 0,\ 0)$, where $\xi\equiv K_1+K_2\exp(s/\tau)+eEs/m$ and $\tau\equiv 2e^2/3m$, which with the physical requirement $\ddot{u}^\mu=0$ when $E=0$ implies $K_2\equiv 0$. Thus (1) yields the same solution as (3), but (1) works all by itself. Also from (1) the radiation $(-2e^2/3)\dot{u}_\lambda\dot{u}^\lambda u^\mu=(2e^4E^2/3m^2)\,u^\mu$ is supplied by the external force $e_1F^{\mu\lambda}_{ext}\dot{u}_\lambda$, but from (3) it is supplied by the negative acceleration energy term $(2e^2/3)\ddot{u}^\mu$.

c) Incident rectangular pulse $\vec{E}=\vec{e}_x E$ for $0<s<s_1$; (1) gives

$$u^\mu_{(N)}=\begin{cases}(\cosh C_1,\ \sinh C_1,\ 0,\ 0) & s<0,\\ (\cosh\psi,\ \sinh\psi,\ 0,\ 0) & 0<s<s_1,\\ (\cosh\zeta,\ \sinh\zeta,\ 0,\ 0) & s_1<s,\end{cases} \tag{4}$$

where $\psi\equiv eEs/m+C_1$ and $\zeta\equiv eEs_1/m+C_1$. But (3) with $\dot{u}^i(\infty)=0$ gives

$$u^\mu_{(D)}=\begin{cases}(\cosh\alpha,\ \sinh\alpha,\ 0,\ 0) & s<0,\\ (\cosh\sigma,\ \sinh\sigma,\ 0,\ 0) & 0<s<s_1,\\ (\cosh\zeta,\ \sinh\zeta,\ 0,\ 0) & s_1<s,\end{cases} \tag{5}$$

where $\alpha\equiv C_1+(eE\tau/m)(1-\exp(-s_1/\tau))\exp(s/\tau)$,

$\sigma\equiv C_1+(eE\tau/m)(1-\exp[(s-s_1)/\tau])+eEs/m$. Thus (5) represents pre-acceleration whereas (4) shows that the electron does not respond until the pulse hits it. The limiting case of a delta pulse[2] is easily obtained by letting $s_1\to 0$ and keeping $Es_1$ constant. For this limit (4) gives simply a jump in velocity which is due only to idealizing the incident wave as a delta function, whereas (5) gives a purely pre-accelerational motion.

d) Motion perpendicular to uniform magnetic field $\vec{B}=\vec{e}_x B$; in this case exact analytic solutions cannot be found for (1) and (3), but a perturbation method can be used to obtain and compare their total correctional forces which spiral the circular orbit inward as a result of synchrotron radiation[7]. Now the first-order corrections,

$$\underset{(N1)}{f^\mu}\equiv\frac{2e^3}{3m}\underset{(1)}{\dot{u}_\lambda}\left(F^{\mu\lambda}_{ext}+F^{\lambda\alpha}_{ext}\underset{(1)}{u_\alpha}\underset{(1)}{u^\mu}\right)=-\frac{2e^4B^2}{3m^2}\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}\left\{\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}\underset{(1)}{u^\mu}+\right.$$

$$\left.+\left(0,\ 0,\ \sin\frac{eBs}{m},\ \cos\frac{eBs}{m}\right)\right\}=\frac{2e^2}{3}\left(\underset{(1)}{\ddot{u}^\mu}+\underset{(1)}{\dot{u}_\lambda}\underset{(1)}{\dot{u}^\lambda}\underset{(1)}{u^\mu}\right)\equiv\underset{(D1)}{f^\mu}, \tag{6}$$

are equal. Here $m\dot{u}^{\mu}_{(1)} \equiv eF^{\mu\lambda}_{ext}\, u_{\lambda}{}_{(1)}$ and $u^{\mu}_{(1)}$ represent circular motion without radiation perturbation. The second-order corrections are

$$f^{\mu}_{(N2)} = \frac{2e^3}{3m}\left[\dot{u}_{\lambda}{}_{(2)}\left(F^{\mu\lambda}_{ext} + F^{\lambda\alpha}_{ext} u_{\alpha}{}_{(1)} u^{\mu}_{(1)}\right) + \dot{u}_{\lambda}{}_{(1)} F^{\lambda\alpha}_{ext}\left(u_{\alpha}{}_{(1)} u^{\mu}_{(2)} + u_{\alpha}{}_{(2)} u^{\mu}_{(1)}\right)\right] =$$

$$= \frac{2e^3}{3m} F^{\lambda\alpha}_{ext}\, \dot{u}_{\lambda}{}_{(1)}\, a_{\alpha}{}_{(1)}\, u^{\mu}_{(2)} + \frac{4}{9}\frac{e^7B^3}{m^4}\frac{\beta}{(1-\beta^2)^{3/2}}\frac{eBs}{m}\left\{\frac{2\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}u^{\mu}_{(1)} + \left(0,\, 0,\, \sin\frac{eBs}{m},\right.\right.$$

$$\left.\left.\cos\frac{eBs}{m} + \frac{m}{eBs}\sin\frac{eBs}{m}\right)\right\}, \tag{7—a}$$

$$f^{\mu}_{(D2)} \equiv \frac{2e^2}{3}\left[\ddot{u}^{\mu}_{(2)} + 2\dot{u}_{\lambda}{}_{(1)}\dot{u}^{\lambda}_{(2)} u^{\mu}_{(1)} + \dot{u}_{\lambda}{}_{(1)}\dot{u}^{\lambda}_{(1)} u^{\mu}_{(2)}\right] = \frac{2e^2}{3}\dot{u}_{\lambda}{}_{(1)}\dot{u}^{\lambda}_{(1)} u^{\mu}_{(2)} +$$

$$+ \frac{4}{9}\frac{e^7B^3}{m^4}\frac{\beta}{(1-\beta^2)^{3/2}}\frac{eBs}{m}\left\{\frac{2\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}\left(1 + \frac{m}{2eBs}\sin\frac{2eBs}{m}\right)u^{\mu}_{(1)} +\right.$$

$$\left. + \left(0,\, 0,\, \sin\frac{eBs}{m} - \frac{2m}{eBs}\cos\frac{eBs}{m},\, \cos\frac{eBs}{m} + \frac{m}{eBs}\sin\frac{eBs}{m}\right)\right\}, \tag{7—b}$$

Here the second-order total solution $u^{\mu}_{(2t)} \equiv u^{\mu}_{(1)} + u^{\mu}_{(2)}$ which satisfies $m\dot{u}_{(2t)} = eF^{\mu\lambda}_{ext}\, u_{\lambda}{}_{(2t)} + f^{\mu}_{(N1)}$ is the same for (1) and (3). Comparing the difference of second-order forces $\Delta f^{l}_{(2)} \equiv f^{l}_{(D2)} - f^{l}_{(N2)}$ and the first-order correction force $f^{i}_{1}$ (1) to the main force $m\dot{u}^{l}$ we get

| $\Delta f^{l}_{(2)}$ | $f^{l}_{(1)}$ | $m\dot{u}^{l}_{(1)}$ | | |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{\beta^2}{(1-\beta^2)^2}\left(\frac{r_c}{r_1}\right)^2$ | $\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}\left(\frac{r_c}{r_1}\right)$ | 1 | for $\frac{\beta^2}{1-\beta^2} \lesssim 1$ | (8) |
| $\frac{\beta^4}{(1-\beta^2)^3}\left(\frac{r_c}{r_1}\right)^2$ | $\frac{\beta^3}{(1-\beta^2)^{3/2}}\left(\frac{r_c}{r_1}\right)$ | 1 | for $\frac{\beta^2}{1-\beta^2} \gtrsim 1$ | . |

Here $r_1$ is the radius of the circular orbit for $u^{\mu}_{(1)}$ and $r_c$ is the classical radius of the charged particle. Thus the new equation (1) predicts a faster inward spiraling than does Dirac's (3) by the deviation $\Delta f^{l}_{(2)}/m\,\dot{u}^{l}_{(1)}$ compared to the main unperturbed orbit. For a typical electron synchrotron of 5 Bev, $r_1 \sim 5$ meters, $r_c' = 2{\cdot}8 \times 10^{-15}$ meters this deviation is $10^{-8}$ — far below the quantum fluctuation of synchrotron photon emission[8]. However, for highly energetic charged particles in a very strong electromagnetic field, as in astrophysical applications[9] where $(1-\beta^2)^{-1}(e^2/m\varepsilon_0 c^2) \times \times (mc/eB)^{-1} \gtrsim 1$ (e. g. $b+2n \gtrsim 10$ for electrons of energy $10^n$ Bev in $B = 10^b$ gauss) the deviation is large. In such strong fields the new equation (1) predicts orbits quite different from Dirac's (3).

e) Motion in coulomb field $\vec{E}=(q/r^2)\,\vec{e}_r$; by perturbation method as above the first-order corrections are

$$f^{\mu}_{(N1)}=\frac{2m^2}{3q^2}\frac{\beta^8}{(1-\beta^2)^{5/2}}\left\{(1,0,0,0)-\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\cdot u^{\mu}_{(1)}\right\},$$

$$f^{\mu}_{(D1)}=\frac{2m^2}{3q^2}\frac{\beta^7}{(1-\beta^2)^{5/2}}\left\{-(0,-\sin\Omega s,\cos\Omega s,0)-\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}\,u^{\mu}_{(1)}\right\} \tag{9}$$

where $\Omega\equiv-m\beta^3/eq\,(1-\beta^2)$. It follows that $f^{i}_{(D1)}$ has more backward tangential correction that $f^{i}_{(N1)}$ and thus the Dirac orbit collapses faster than the new orbit by

$$\frac{\Delta f^{i}_{(1)}}{m\dot{u}^{i}_{(1)}}\equiv\frac{(2e^3/3m)\,\dot{F}^{i\lambda}_{ext}\,u_{\lambda (1)}}{m\dot{u}^{i}_{(1)}}\sim\frac{e}{q}\frac{\beta^3}{(1-\beta^2)}. \tag{10}$$

There is no experimental data on this deviation.

f) Oscillating electric field[10] $\vec{E}=\vec{e}_x\,E\cos\omega t$; for initial velocity zero the new equation (1) gives exactly

$$u^{\mu}_{(N)}=\left(\left(1+\left(\frac{eE}{m\omega}\sin\omega t\right)^2\right)^{1/2},\ \frac{eE}{m\omega}\sin\omega t,0,0\right) \tag{11}$$

which shows no damping because of the continuous supply of energy from the oscillating fields. Also the motion (11) is the same as that obtained from the radiation-neglected Newton's equation $m\dot{u}^{\mu}=eF^{\mu\lambda}u_{\lambda}$ because in this special case the radiation $(2e^4E^2/3m^2)\cos^2\omega t\,u^{\mu}$ is completely supplied by the additional external power-force $e_1\dot{F}^{\mu\lambda}_{ext}u_{\lambda}$. This result agrees with the usual Thomson scattering[11] and says the latter is exact up to the order of neglecting the magnetic force from the incident wave. For Dirac's eq. (3), a perturbation force

$$f^{\mu}_{(D1)}=-\frac{2e^3E}{3m}\sin\omega t\ u^{\circ}_{(N)}\,(u^{1}_{(N)},u^{\circ}_{(N)},0,0) \tag{12}$$

shifts the oscillation phase forward and decreases the amplitude[12] which deviates the motion from $u^{\mu}_{(N)}$ when $\omega\tau\gtrsim 1$ ($\tau\sim10^{-24}$ sec for $e^-$). But this cannot be checked experimentally because such high energetic Compton scattering must be treated quantum-electrodynamically.

## 4. Conclusion

The fact that (1) overcomes all former difficulties and predicts results not experimentally distinguishable from Dirac's in laboratory cases of basic importance, and the intuitive soundness of the new ideas on which it is based lead us to suggest that the new equation (1) correctly accounts for radiation reaction in the motion of classical charged particles and should replace the celebrated Dirac equation of motion (3).

The new equation can manifest itself by predicting different motion and radiation rate for high energetic charges in very strong electromagnetic field, e. g., as in astrophysical cases for electrons with $10^n$ Bev in $10^b$ gauss that $b+2n \gtrsim 10$. At present it seems not trivial to find an action integral for (1). However, there is no rigorously valid action integral[13] that leads to (3).

Also it can be shown that for $m=0$ equation (1) gives $\dot{u}^\mu=0$ and $u_\lambda u^\lambda \equiv 0$ independent of $F^{\lambda\nu}_{ext}$. Thus a massless particle follows a null geodesic and cannot interact with the electromagnetic field whether it be charged or not. This might add a new degree of freedom to the charge conservation law. The additional force (see (2)) appearing in (1) alters the conventional interaction $-J_\mu A^\mu_{ext}$. Thus this work is a first step in including radiation reaction in curved spacetime[14] and may possibly lead to changes in quantum theory.

## Acknowledgment

The authors wish to thank Prof. R. P. Feynman for enlightening discussions. Also we thank Prof. R. V. Langmuir and Prof. R. L. Walker for their comments.

Калифорнийский технологический институт, США

Поступила 26.IX.1970

## REFERENCES AND BIBLIOGRAPHICAL NOTES

1. *H. Lorentz*, Theory of Electrons (Dover Publications, 1915). 2nd ed.;
*G. Schott*, Electromagnetic Radiation (Gambridge, 1912); *L. Landau* and *E. Lifshitz*, Classical Theory of Fields (Addison-Wesley) 2nd ed. 1962, Sec. 75, 76.
*В. Л. Гинзбург*, УФН, 98, 569 (1969).
2. *P. A. M. Dirac*, Proc. Roy. Soc. (London) A167, 148 (1938).
3. *J. A. Wheeler* and *R. P. Feynman*, Rev. Mod. Phys. 17, 158 (1945).
4. For not-inertial frame, see *T. C. Mo*, J. Math, Phys., scheduled to appear in March 1970 issue.
5. *A. Schild*, J. Math. Anal. Appl. 1, 127 (1960).
6. *G. N. Plass*, Rev. Mod. Phys. 33, 37 (1961); *C. S. Shen*, Phys. Rev. Letters 24, 410 (1970).
7. *J. Schwinger*, Phys. Rev. 75, 1912 (1949); *D. H. Tomboulian* and *P. L. Hartman*, Phys. Rev. 102, 1423 (1956).
8. *M. Sands*, Phys. Rev. 97, 470 (1955); *T. Ebber*, Rev. Mod. Phys. 38, 626 (1966).
9. *H. Y. Chiu* and *V. Canuto*, Astrophys. J. 153, L157 (1968), Phys. Rev. Letters 22, 415 (1969); *J. E. Gunn* and *J. P. Ostriker*, Phys. Rev. Letters 22, 728 (1969); *F. Occhionero* and *M. Demianski*, Phys. Rev. Letters 23, 1128 (1969).
10. Suggested by *R. P. Feynman*; also suggestod by *P. A. M. Dirac* in private communication for basic test of time-dependent field.
11. Ref. 1, *Landau*. Sec. 78.
12. Ref. 6, *Plass*, Eq. (92—95).

13. By adding $A^{\mu}_{(-)}\, J_{\mu}$, where $A^{\mu}_{(-)} \equiv \frac{1}{2}(A^{\mu}_{ret} - A^{\mu}_{adv})$ and $J^{\mu} \equiv \underset{(0)}{\rho}\, u^{\mu}$, in the Lagrangian integrand and varying $u^{\mu}$ with $A^{\mu}_{(-)}$ fixed, then finally evaluating $F^{\mu\nu}_{(-)}$ at the charge to obtain Dirac's (3) is not a correct variation principle—see example *F. Rohrlich*, Ph. Rev. Letters 12, 575 (1964); since $A^{\mu}_{(-)}$ is a function of $u^{\mu}$.

14. For a work following Dirac's idea, see *B. S. DeWitt* and *R. W. Brehme*, Ann. Phys. (N. Y.) 9, 220 (1960).

## ՇԱՐԺՄԱՆ ՆՈՐ ԴԱՍԱԿԱՆ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄ ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

Տ. Ց. ՄՈ, Չ. Հ. ՓԱՓԱԶ

*Շարժման Դիրակի հավասարումը (3) իր գրման օրից (1938 թ.) հանդիսանում է էլեկտրամագնիսական դաշտերում լիցքավորված մասնիկի շարժման համար հանրաճանաչ հավասարում։ Սակայն քաջ հայտնի է, որ նա ունի հետևյալ անցանկալի հատկությունները.*

*ա) պարունակում է արագացման ածանցյալը և, հետևապես, շարժման միակ որոշման համար պահանջում է բացի Նյուտոնի սկզբնական պայմաններից ևս մեկ լրացուցիչ պայման.*

*բ) Ունի «ինքնարագացող» լուծումներ, որոնցից կարելի է ազատվել միայն գերարագացման գաղափարը մտցնելով։*

*գ) Որոշ դեպքերում հավասարումը բերում է նրան, որ արտաքին էներգիան լրիվ փոխանցվում է կինետիկ էներգիային, իսկ ճառագայթումը առաջանում է ի հաշիվ արագացման էներգիայի, որը բացասական է և հետևաբար զուրկ է ֆիզիկական իմաստից։*

*Սույն աշխատանքում առաջարկվում է լիցքավորված մասնիկի շարժման նոր դասական հավասարում, որը ազատ է վերոհիշյալ թերություններից և կանխագուշակում է խելամիտ արդյունքներ կարևոր էքսպերիմենտալ դեպքերի համար։ Ինտուիտիվ դատողությունները հանգեցնում են այն մտքին, որ նոր հավասարումը կոռեկտ կերպով է նկարագրում ճառագայթման ռեակցիան և գալիս է փոխարինելու Դիրակի հնացած հավասարումը։*

## НОВОЕ КЛАССИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

Т. Ц. МО, Ч. Г. ПАПАЗ

Уравнение движения Дирака (3) со времени его написания в 1938 г. является общепринятым классическим уравнением движения заряженной частицы в электромагнитных полях. Хорошо известно, однако, что оно обладает следующими нежелательными свойствами:

а) содержит производную ускорения и следовательно для однозначного определения движения нуждается, дополнительно к ньютоновским начальным условиям в еще одном условии,

б) содержит „самоускоряющиеся“ решения, которые могут быть исключены лишь введением понятия о сверхускорении,

в) в определенных случаях уравнение приводит к тому, что внешняя энергия целиком переходит в кинетическую энергию частицы, излучение же происходит за счет энергии ускорения, которая отрицательна и следовательно не имеет физического смысла.

В настоящей работе предлагается новое классическое уравнение движения для заряженной частицы, которое свободно от вышеуказанных недостатков и предсказывает разумные результаты для важных экспериментальных случаев. Интуитивные соображения наводят на мысль, что новое уравнение корректно учитывают реакцию излучения и должно заменить устаревшее уравнение движения Дирака.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 5, 409—417 (1970)

# К ПЕРЕХОДНОМУ ИЗЛУЧЕНИЮ В ПЛАЗМЕННОЙ ПЛАСТИНКЕ

Б. В. ХАЧАТРЯН, С. С. ЭЛБАКЯН

**Решена задача о переходном излучении в плазменной пластинке, помещенной в вакуум, в предположении диффузного отражения электронов плазмы на границе для случая слабой пространственной дисперсии. Рассмотрен также случай сильной пространственной дисперсии в импедансном приближении.**

В работе [1] в кинетическом приближении решена задача о переходном излучении в плазменной пластине, помещенной в вакуум, в предположении зеркального отражения электронов плазмы на границе с вакуумом. Граничное условие зеркального отражения, наложенное на функцию распределения электронов, должно отражать физику взаимодействия электронов среды с граничным слоем. Однако это условие является довольно приближенным. Условие диффузного отражения (для металлов) более соответствует экспериментальным данным в инфракрасной, видимой и ультрафиолетовой областях спектра [2, 3]. Поэтому представляет интерес рассмотреть переходное излучение в пластине в случае условий диффузного отражения электронов среды на границах.

1. Пусть заряженная частица, движущаяся равномерно вдоль оси $z$ со скоростью $v_0$, пролетает через безграничный слой плазмы толщиной $a$, находящийся в вакууме $(0 \leqslant z \leqslant a)$. Поле в плазме определится из системы уравнений Максвелла и линеаризованного кинетического уравнения для электронов в плазме (движением ионов пренебрегается):

$$\text{rot}\,\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}[\vec{j} + e\vec{v}_0\delta(\vec{r} - \vec{v}_0 t)],\ \vec{j} = e\int \vec{v} f d\vec{p},$$

$$\text{rot}\,\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t},\ \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v}\nabla f = -e\vec{E}\vec{v}\,\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}. \qquad (1)$$

Здесь $f$ — добавка к равновесной функции распределения $f_0$, которую предполагаем максвелловской; $\varepsilon$, $\vec{v}$, $\vec{p}$ — соответственно энергия, скорость и импульс электронов в плазме. Для функции распределения мы используем условия диффузного отражения

$$f(p_x,\ p_y,\ p_z > 0,\ 0) = 0, \quad f(p_x,\ p_y,\ p_z < 0,\ a) = 0. \qquad (2)$$

Систему (1) будем решать методом Фурье [1]. Если поле в среде искать в виде

$$\vec{E}_\rho(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \vec{E}_t(n) \cos \alpha_n z, \quad \vec{H}_\rho(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \vec{H}_t(n) \sin \alpha_n z,$$

$$\vec{E}_z(z)=\sum_{n=0}^{\infty}{}' \vec{E}_z(n)\sin\alpha_n z,\quad \vec{H}_z(z)=\sum_{n=0}^{\infty}{}'\vec{H}_z(n)\cos\alpha_n z, \tag{3}$$

где $\alpha_n=\frac{n\pi}{a}$ (штрих у суммы означает, что член суммы с $n=0$ надо умножить на 1/2), и воспользоваться условием (2), для коэффициентов Фурье полей получим следующую систему зацепляющихся уравнений:

$$i\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon^{tr}-k^2\right)\vec{E}_t+\vec{\varkappa}\left(1-\frac{\omega^2}{c^2}\frac{\varepsilon^{tr}-\varepsilon^l}{k^2}\right)\left(i\vec{\varkappa}\vec{E}_t+k_zE_z\right)=$$

$$=\frac{2\omega}{ac}\left\{[\vec{r}\vec{H}_\rho(o)]-(-1)^n[\vec{r}\vec{H}_\rho(a)]\right\}+\frac{8\pi e^2\omega}{ac^2}\int\limits_{v_z\geqslant 0}d\vec{p}f'_0\frac{\vec{w}}{v_z}\left\{\sum_{s=0}^{\infty}{}'\left(\frac{\zeta^2}{v_z^2}\vec{E}(s)\vec{w}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-i\alpha_s\zeta E_z(s)\right)R_{sn}\right\},$$

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon^{tr}-k^2\right)E_z+k_z\left(1-\frac{\omega^2}{c^2}\frac{\varepsilon^{tr}-\varepsilon^l}{k^2}\right)(i\vec{\varkappa}\vec{E}_t+k_zE_z)=$$

$$=-\frac{ie\omega k_z}{\pi^2ac^2}\frac{\left[1-(-1)^n e^{i\frac{\omega}{v_0}a}\right]}{\alpha_n^2-\frac{\omega^2}{v_0^2}}-$$

$$-\frac{8\pi i e^2\omega}{ac^2}\int\limits_{v_z\geqslant 0}d\vec{p}f'_0\left\{\sum_{s=0}^{\infty}{}'\left(\alpha_n\frac{\zeta}{v_z}\vec{E}(s)\vec{w}-\alpha_n\alpha_s v_zE_z(s)\right)R_{sn}\right\}, \tag{4}$$

где

$$R_{sn}=\frac{\left[(-1)^s e^{-\frac{\zeta}{v_z}a}-1\right]-\left[(-1)^{n+s}-(-1)^n e^{-\frac{\zeta}{v_z}a}\right]}{\left(\frac{\zeta^2}{v_z^2}+\alpha_s^2\right)\left(\frac{\zeta^2}{v_z^2}+\alpha_n^2\right)},\ \zeta=-i(\omega-\vec{v}\vec{\varkappa}),$$

$\vec{r}$ — единичный вектор вдоль оси $z$, $\vec{\varkappa}$ и $k_z\equiv\alpha_n=\frac{n\pi}{a}$ — тангенциальная и $z$—компоненты волнового вектора $\vec{k}$, ($\vec{w}=v_x,\ v_y$); $\varepsilon^{tr}$ и $\varepsilon^l$ — поперечная и продольная диэлектрические проницаемости, даваемые известными формулами [4]

$$\varepsilon^{tr}(\omega,k)=1-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dx e^{-\frac{x^2}{2}}}{\omega-xk\sqrt{\frac{\chi T_e}{m}}},$$

$$\varepsilon^l(\omega,k)=1-\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dx x^2e^{-\frac{x^2}{2}}}{\omega-xk\sqrt{\frac{\chi T_e}{m}}}, \tag{5}$$

где $\omega_0^2 = \frac{4\pi N_e e^2}{m}$ — ленгмюровская частота плазмы, $\varkappa$ — постоянная Больцмана, $N_e$, $T_e$ — равновесные плотность и температура электронов, $m$ — их масса, $v_T = \sqrt{\frac{\varkappa T_e}{m}}$ — средняя тепловая скорость. В (1) и (4) не учтены столкновения; будем считать, что $\omega$ имеет положительную мнимую добавку, которую в результатах необходимо устремить к нулю [4].

Решить бесконечную систему уравнений (4) в общем виде затруднительно. Эти уравнения упрощаются в случае слабой пространственной дисперсии $\left(\frac{kv_T}{\omega} \ll 1,\ \frac{v_T}{a\omega} \ll 1,\ k^2 = \varkappa^2 + \alpha_n^2\right)$. Если в (4) удержать только величины, линейные по $v_T$ [5] $\Bigl($отбрасываются члены $\sim v_T^3$, что соответствует разложению по $\frac{kv_T}{\omega}$ с точностью до $\left(\frac{kv_T}{\omega}\right)^2$ включительно$\Bigr)$, то зацепляющаяся система уравнений распадается, и для определения коэффициентов Фурье полей получим следующее векторное уравнение:

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon^{tr} - k^2\right)\left(i\vec{E}_t + \vec{E}_z\right) + \vec{k}\left(1 - \frac{\omega^2}{c^2}\frac{\varepsilon^{tr} - \varepsilon^l}{k^2}\right)\left(i\vec{\varkappa}\vec{E}_t + k_z E_z\right) =$$

$$= \frac{2\omega}{ac}\left\{[\vec{r}\vec{H}_\rho(o)] - (-1)^n[\vec{r}\vec{H}_\rho(a)]\right\} + \frac{\omega_0^2 v_T}{\omega a c^2\sqrt{\pi}}\left\{(-1)^n\vec{E}_\rho(a) + \vec{E}_\rho(0)\right\} -$$

$$- \frac{i\omega e\vec{k}_z\left[1 - (-1)^n e^{i\frac{\omega}{v_0}a}\right]}{\pi^2 a c^2\left(\alpha_n^2 - \frac{\omega^2}{v_0^2}\right)}. \qquad (6)$$

Здесь уже

$$\varepsilon^{tr}(\omega, k) = \varepsilon(\omega) - \alpha^{tr}\frac{c^2k^2}{\omega^2}, \quad \varepsilon^l(\omega, k) = \varepsilon(\omega) - \alpha^l\frac{c^2k^2}{\omega^2},$$

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}, \quad \alpha^{tr} = \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\frac{\varkappa T_e}{mc^2}, \quad \alpha^l = \frac{3\omega_0^2}{\omega^2}\frac{\varkappa T_e}{mc^2}. \qquad (7)$$

Условием применимости этих разложений является $|\varepsilon(\omega)| \ll \frac{mc^2}{\varkappa T_e}\left(\omega^2 \gg \omega_0^2\frac{\varkappa T_e}{mc^2}\right)$.

Мы будем вычислять поля излучения в вакууме. Сперва необходимо найти общее решение уравнений Максвелла в плазме и вакууме, а затем, воспользовавшись условиями непрерывности тангенциальных компонент полей на поверхностях раздела $z = 0$, $z = a$, получим для поля излучения перед пластинкой $(z < 0)$ следующее выражение:

$$\vec{E}_{t1}' = \frac{e i \vec{\varkappa}}{2\pi^2 F}\Bigg\{\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{A}}+\frac{1}{\lambda_1}\right)\alpha e^{-ia\sqrt{A}}+\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{A}}-\frac{1}{\lambda_1}\right)\beta e^{ia\sqrt{A}}+$$

$$+\frac{2\varepsilon}{\sqrt{A}}\gamma e^{i\frac{\omega}{v_0}a}+\frac{i\varkappa^2}{\lambda_1\sqrt{AB}}\operatorname{ctg} a\sqrt{B}\left(\alpha e^{-ia\sqrt{A}}+\beta e^{ia\sqrt{A}}\right)+$$

$$+\frac{i}{\sqrt{AB}}\frac{v_0}{\omega}\mu\operatorname{ctg} a\sqrt{B}\left[\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{A}}-\frac{1}{\lambda_1}\right)e^{ia\sqrt{A}}-\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{A}}+\frac{1}{\lambda_1}\right)e^{-ia\sqrt{A}}\right]+$$

$$+\frac{2iv_0\varkappa^2\omega}{\lambda_1 c^2\sqrt{AB}\sin a\sqrt{B}}\frac{1-\dfrac{\varepsilon}{1+\alpha^{tr}}}{\left(k^2-\dfrac{\omega^2}{c^2}\right)\left(k^2-\dfrac{\omega^2\varepsilon}{c^2(1+\alpha^{tr})}\right)}+$$

$$+\frac{2iv_0\mu}{\omega\lambda_1\sqrt{AB}\sin a\sqrt{B}}+\frac{2iv_0\varkappa^2}{AB\lambda_1\omega}\mu\sin a\sqrt{A}+$$

$$+\frac{\omega_0^2 v_T}{2\omega^3\sqrt{\pi}}\left(De^{ia\sqrt{A}}+D'e^{-ia\sqrt{A}}\right)+\frac{i\omega_0^2 v_T\varkappa^2}{\omega^3\sqrt{\pi}\sqrt{AB}\sin a\sqrt{B}}P-$$

$$-\frac{i\omega_0^2 v_T\varkappa^2}{2\omega^3\sqrt{\pi}\sqrt{AB}}\operatorname{ctg} a\sqrt{B}\left(Ge^{ia\sqrt{A}}-G'e^{-ia\sqrt{A}}\right)+\frac{2\varepsilon\varkappa^2\sin a\sqrt{A}}{A\sqrt{B}\sin a\sqrt{B}}\gamma e^{i\frac{\omega}{v_0}a}+$$

$$+\frac{iv_0\nu e^{i\frac{\omega}{v_0}a}}{\omega\sqrt{AB}\sin a\sqrt{B}}\left[\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{A}}+\frac{1}{\lambda_1}\right)e^{-ia\sqrt{A}}-\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{A}}-\frac{1}{\lambda_1}\right)e^{ia\sqrt{A}}\right]-$$

$$-\frac{2iv_0\nu}{\omega\lambda_1\sqrt{AB}}\operatorname{ctg} a\sqrt{B}\,e^{i\frac{\omega}{v_0}a}+\frac{i\omega_0^2 v_0 v_T\nu e^{i\frac{\omega}{v_0}a}}{\omega^4\sqrt{\pi}\sqrt{AB}\sin a\sqrt{B}}(\cos a\sqrt{A}-\cos a\sqrt{B})-$$

$$-\frac{\omega_0^2 v_T\varepsilon\left(1+\alpha^{tr}-\alpha^l\right)\left(1+\dfrac{\varkappa^2}{\sqrt{AB}}\dfrac{\sin a\sqrt{A}}{\sin a\sqrt{B}}\right)e^{i\frac{\omega}{v_0}a}}{\omega A\sqrt{\pi}c^2\alpha^l\left(1+\alpha^{tr}\right)\left(k^2-\dfrac{\omega^2\varepsilon}{c^2(1+\alpha^{tr})}\right)\left(k^2-\dfrac{\omega^2\varepsilon}{e^2\alpha^l}\right)}\Bigg\}, \tag{8}$$

где

$$F=\left\{\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{A}}+\frac{1}{\lambda_1}\right)^2 e^{-ia\sqrt{A}}-\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{A}}-\frac{1}{\lambda_1}\right)^2 e^{ia\sqrt{A}}+\right.$$

$$+\frac{2i\varkappa^2}{\lambda_1\sqrt{AB}\sin a\sqrt{B}}\left[\cos a\sqrt{B}\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{A}}+\frac{1}{\lambda_1}\right)e^{-ia\sqrt{A}}-\right.$$

$$\left.-\cos a\sqrt{B}\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{A}}-\frac{1}{\lambda_1}\right)e^{ia\sqrt{A}}-\frac{2}{\lambda_1}\right]-\frac{2i\varkappa^4\sin a\sqrt{A}}{\lambda_1^2 AB}+$$

$$+\frac{\omega_0^2 v_T}{\omega^3\sqrt{\pi}}\left[\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{A}}+\frac{1}{\lambda_1}\right)e^{-ia\sqrt{A}}+\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{A}}-\frac{1}{\lambda_1}\right)e^{ia\sqrt{A}}\right]+$$

$$+\frac{i\omega_0^2 v_T \varkappa^2}{\omega^3 \sqrt{\pi}\sqrt{AB}}\operatorname{ctg} a\sqrt{B}\left[\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{A}}+\frac{1}{\lambda_1}\right)e^{-ia\sqrt{A}}-\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{A}}-\frac{1}{\lambda_1}\right)e^{ia\sqrt{A}}+\right.$$

$$+\frac{1}{\lambda_1\cos a\sqrt{B}}\left(-4+\left(1+\frac{\varkappa^2}{\sqrt{AB}}\right)\cos a(\sqrt{A}+\sqrt{B})+\right.$$

$$\left.\left.+\left(1-\frac{\varkappa^2}{\sqrt{AB}}\right)\cos a(\sqrt{A}-\sqrt{B})\right]\right\}, \tag{9}$$

$$\left.\begin{matrix}\alpha\\ \\ \beta\end{matrix}\right\}=\frac{\pm\frac{\varepsilon}{\sqrt{A}}-\frac{v_0}{\omega}}{k^2-\frac{\omega^2}{c^2}}+\frac{\mp\frac{1}{\sqrt{A}}+\frac{v_0}{\omega}}{k^2-\frac{\omega^2\varepsilon}{c^2(1+\alpha^{tr})}}+\frac{\pm\frac{1}{\sqrt{A}}}{k^2-\frac{\omega^2\varepsilon}{c^2\alpha^l}}, \tag{10}$$

$$\gamma=\frac{-\frac{1}{\lambda_1}+\frac{v_0}{\omega}}{k^2-\frac{\omega^2}{c^2}}+\frac{\frac{1}{\lambda_1\varepsilon}-\frac{v_0}{\omega}}{k^2-\frac{\omega^2\varepsilon}{c^2(1+\alpha^{tr})}}-\frac{\frac{1}{\lambda_1\varepsilon}}{k^2-\frac{\omega^2\varepsilon}{c^2\alpha^l}}, \tag{11}$$

$$\mu=\frac{\varkappa^2}{k^2-\frac{\omega^2}{c^2}}+\frac{B}{k^2-\frac{\omega^2\varepsilon}{c^2\alpha^l}},\quad \nu=\frac{\varkappa^2}{k^2-\frac{\omega^2\varepsilon}{c^2(1+\alpha^{tr})}}+\frac{B}{k^2-\frac{\omega^2\varepsilon}{c^2\alpha^l}}, \tag{12}$$

$$P=\frac{2\left(\frac{v_0}{\omega}-\frac{1}{\lambda_1}\right)}{k^2-\frac{\omega^2}{c^2}}-\frac{\frac{v_0}{\omega}}{k^2-\frac{\omega^2\varepsilon}{c^2(1+\alpha^{tr})}}+\frac{\frac{v_0}{\omega}\frac{B}{\varkappa^2}}{k^2-\frac{\omega^2\varepsilon}{c^2\alpha^l}}, \tag{13}$$

$$\left.\begin{matrix}D\\ \\ D'\end{matrix}\right\}=\frac{\frac{2\varepsilon}{\sqrt{A}}\pm\left(\frac{v_0}{\omega}-\frac{1}{\lambda_1}\right)\left(1+\frac{\varkappa^4}{AB}\right)}{k^2-\frac{\omega^2}{c^2}}-\frac{\frac{1}{\sqrt{A}}\pm\frac{v_0}{\omega}}{k^2-\frac{\omega^2\varepsilon}{c^2(1+\alpha^{tr})}}+$$

$$+\frac{\frac{1}{\sqrt{A}}\left(1\pm\frac{v_0\varkappa^2}{\omega\sqrt{A}}\right)}{k^2-\frac{\omega^2\varepsilon}{c^2\alpha^l}}, \tag{14}$$

$$\left.\begin{matrix}G\\ \\ G'\end{matrix}\right\}=\frac{2\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{A}}\pm\frac{v_0}{\omega}\mp\frac{1}{\lambda_1}\right)}{k^2-\frac{\omega^2}{c^2}}-\frac{\frac{1}{\sqrt{A}}\pm\frac{v_0}{\omega}}{k^2-\frac{\omega^2\varepsilon}{c^2(1+\alpha^{tr})}}+\frac{\frac{1}{\sqrt{A}}\pm\frac{v_0}{\omega}\frac{B}{\varkappa^2}}{k^2-\frac{\omega^2\varepsilon}{c^2\alpha^l}} \tag{15}$$

$$A=\frac{\omega^2\varepsilon}{c^2(1+\alpha^{tr})}-\varkappa^2,\quad B=\frac{\omega^2\varepsilon}{c^2\alpha^l}-\varkappa^2,\ \lambda_1^2=\frac{\omega^2}{c^2}-\varkappa^2,$$

$$k^2=\varkappa^2+\frac{\omega^2}{v_0^2}.\ \operatorname{Re}A,\ B>0,\ \ \operatorname{Im}A,\ B>0,\ \ \operatorname{Re}\lambda_1>0 \tag{16}$$

$$\operatorname{Im}\lambda_1>0\ \text{ для }\ \omega>$$

Поле излучения за пластинкой получается из (8) заменой $v_0 \to -v_0$ и умножением на $e^{-i\left(\lambda_1 - \frac{\omega}{v_0}\right)a}$. Приведенная формула отличается от соответствующей формулы для поля излучения в случае слабой пространственной дисперсии при зеркальном отражении электронов на границе членами, пропорциональными тепловой скорости электронов $v_T$ [1, 6]. Вклад в излучение, обусловленный этими членами, также как и членами, зависящими от параметра $B$, мал. Отношение членов, пропорциональных $v_T$, к членам, зависящим от параметра $B$, гораздо меньше единицы, и нужны весьма тонкие эксперименты, чтобы обнаружить, имеет место зеркальное или диффузное отражение на границе.

При отсутствии пространственной дисперсии ($v_T = 0$) формула (8) переходит в формулу Пафомова [7] и Гарибяна и Чаликяна [8]. (Случай одной границы в общем случае пространственной дисперсии рассмотрен в работе [9]).

2. Рассмотрим теперь область частот, где выполнены условия сильной пространственной дисперсии: фазовая скорость волн в плазме $v_ф = \frac{\omega}{k}$ мала по сравнению со средней тепловой скоростью $v_T = \sqrt{\frac{\chi T_e}{m}}$, т. е. $v_ф \ll v_T$. Из этого неравенства следует, что $|n| \gg \frac{c}{v_T} \gg 1$, где $n$ — эффективный показатель преломления. Поскольку эффективная диэлектрическая проницаемость велика (магнитная проницаемость $\mu \sim 1$), то при вычислении спектральной плотности излучения можно описать плазму с помощью поверхностного импеданса $\zeta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \frac{E_t}{H_t}$, где $E_t$ и $H_t$ — значения тангенциальных компонент полей на поверхности плазмы. Чтобы найти излучение в импедансном приближении, можно, как известно, ограничиться решением только внешней электродинамической задачи. В этом приближении продольные волны в плазме не возникают и остается только переходное излучение [10]. Воспользовавшись граничным условием $\vec{E}_t = \zeta[\vec{H}_t \vec{n}]$, где $\vec{n}$ — нормаль к поверхности, направленная внутрь плазмы, можно вычислить поля и интенсивности излучения в вакууме в областях до пластины ($z < 0$) и после пластины ($z > a$). Для спектральной плотности излучения в области $z < 0$ получаем следующее выражение:

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2\beta^2 \sin^2\vartheta \cos^2\vartheta}{\pi^2 c (1 - \beta^2\cos^2\vartheta)^2} \left|\frac{1 - \beta\zeta}{\zeta + \cos\vartheta}\right|^2, \tag{17}$$

где $\beta = \frac{v_0}{c}$, $\vartheta$ — угол излучения, отсчитываемый от отрицательного направления оси $z$, $d\Omega$ — элемент телесного угла в направлении $\vartheta$.

Для получения интенсивности излучения после пластинки ($z > a$)

необходимо заменить $\beta$ на $-\beta$ и отсчитывать угол $\vartheta$ от положительного направления оси $z$.

В случае максвелловской плазмы импеданс равен

$$\zeta = \left(\frac{2}{27\pi}\right)^{1/3}\left(\frac{\omega^2\sqrt{m\varkappa T_e}}{N_e e^2 c}\right)^{1/3}(1 - i\sqrt{3}), \tag{18}$$

Чтобы получить импеданс для релятивистской плазмы, необходимо в (18) массу $m$ заменить на $\frac{8\varkappa T_e}{\pi c^2}$.

В рассматриваемом приближении величина импеданса мала, $|\zeta| \ll 1$ поскольку $\frac{|\varepsilon|\, v_T^2}{c^2} \sim \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\frac{v_T^2}{c^2} \gg 1$ для максвелловской плазмы и $\frac{\pi^2 N_e e^2 c^2}{\omega^2 \varkappa T_e} \gg 1$ для релятивистской плазмы. (Условие малости глубины скин-слоя по сравнению с толщиной плазменного слоя есть $\frac{\omega_0^2}{\omega^2}\frac{\omega^3 a^3}{v_T c^2} \gg 1$). Следовательно, во всей области углов, для которых $|\cos\vartheta| \gg |\zeta|$, переходное излучение такое же, как для идеально проводящей пластины:

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2\beta^2 \sin^2\vartheta}{\pi^2 c(1-\beta^2\cos^2\vartheta)^2}, \tag{19}$$

т. е. угловое распределение излучения в этом случае имеет один и тот же вид как для излучения назад ($z < 0$), так и для излучения вперед ($z > a$), и имеет место независимое излучение от передней и задней границ раздела. В случае, когда среда обладает достаточно большой магнитной проницаемостью $\mu$, условия сильной пространственной дисперсии выполняются за счет большой величины $\sqrt{\mu}$, а импеданс $\zeta$, пропорциональный $\sqrt{\mu}$, может быть не мал по сравнению с единицей [10]

В нерелятивистском случае ($\beta \ll 1$) при $|\zeta| \gg 1$ и $\beta|\zeta| \gtrsim 1$ излучения „вперед" и „назад" заметно отличаются друг от друга и их отношение равно $\left|\frac{1+\beta\zeta}{1-\beta\zeta}\right| \gg 1$.

Для релятивистской частицы ($\beta \sim 1$), переходя, как обычно, к приближению малых углов излучения $\vartheta$ и интегрируя по $\vartheta$ от 0 до $\infty$, получим для излучения „назад" и „вперед"

$$\frac{dW_H}{d\omega} = \frac{2e^2}{\pi c} R\left[\ln\frac{|1+\zeta|}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{2}\right], \tag{20}$$

$$\frac{dW_\text{в}}{d\omega} = \frac{2e^2}{\pi c}\left[\ln\frac{|1+\zeta|}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{2}\right],$$

где $R = \left|\frac{1-\zeta}{1+\zeta}\right|^2$ — коэффициент отражения.

Рассмотрим частные случаи выражений (20).

Если $|\zeta| \ll 1$ („идеально проводящая" поверхность), то

$$\frac{dW_{\text{в}}}{d\omega} = \frac{dW_H}{d\omega} = \frac{2e^2}{\pi c}\left[\ln\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{2}\right]. \tag{21}$$

В другом крайнем случае $|\zeta| \gg 1$ имеем

$$\frac{dW_{\text{в}}}{d\omega} = \frac{dW_H}{d\omega} = \frac{2e^2}{\pi c}\left[\ln\frac{|\zeta|}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{2}\right]. \tag{22}$$

В обоих случаях имеем логарифмическую зависимость от энергии, однако во втором случае интенсивность излучения можно сделать заметно больше за счет большой величины $|\zeta| \gg 1$.

В этом случае излучение значительно больше также по сравнению с излучением при отсутствии теплового движения ($v_T = 0$) в оптической области частот (см., напр., [11]).

В промежуточном случае $|\zeta| \gtrsim 1$ имеем

$$\frac{dW_H}{d\omega} \approx 0; \quad \frac{dW_{\text{в}}}{d\omega} = \frac{2e^2}{\pi c}\left[\ln\frac{2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{1}{2}\right]. \tag{22}$$

Поступила 25.V.1970

## ЛИТЕРАТУРА


1. *С. С. Элбакян*, Изв. АН АрмССР, Физика, 5, 29 (1969).
2. *R. B. Dingle*, Physica, 19, 311, 348, 729, 1187 (1953).
3. *А. В. Соколов*, Оптические свойства металлов, Физматгиз, М. (1961).

*В. П. Силин, А. А. Рухадзе*. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. Госатомиздат, М., 1961.

5. *А. Н. Кондратенко, В. И. Мирошниченко*, ЖТФ, 35, 2154 (1965), ЖТФ, 36, 25 (1966).
6. *В. П. Силин, Е. П. Фетисов*, ЖЭТФ, 45, 1572 (1963).
7. *В. Е. Пафомов*, ЖЭТФ, 33, 1074 (1957).
8. *Г. М. Гарибян, Г. А. Чаликян*, Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 12, 49 (1959).
9. *А. Ц. Аматуни*, ЖТФ, 34, 1354 (1964).
10. *Э. А. Канер, В. М. Яковенко*, ЖЭТФ, 42, 471 (1962).
11. *Н. А. Корхмазян, С. С. Элбакян*, Изв. АН АрмССР, Физика, 4, 3 (1969).


## ՊԼԱԶՄԱՅԻՆ ԹԻԹԵՂԻ ՄԵՋ ԱՆՑՈՒՄԱՅԻՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Բ. Վ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Ս. Ս. ԷԼԲԱԿՅԱՆ

*Լուծված է վակուումում տեղադրված պլազմային թիթեղի մեջ առաջացած անցումային ճառագայթման խնդիրը թույլ տարածական դիսպերսիայի դեպքի համար ենթադրելով պլազմայի էլեկտրոնների դիֆֆուզային անդրադարձում սահմանից։ Իմպեդանսային մոտավորությամբ քննարկված է նաև ուժեղ տարածական դիսպերսիայի դեպքը։*

# ON TNE PROBLEM OF TRANSITION RADIATION FOR A PLASMA PLATE

B. V. KHACHATRIAN, S. S. ELBAKIAN

**The problem of transition radiation in a plasma plate in vacuum is solved, assuming that the reflection of plasma electrons from plasma-vacuum boundary is a diffuse one. The limiting case of strong space dispersion is considered for a nonrelativistic eswell as relativistic plasma.**

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 5, 418—424 (1970)

# ГЕНЕРАЦИЯ ЖЕСТКИХ КВАНТОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ОНДУЛЯТОРАХ

Н. А. КОРХМАЗЯН

Рассмотрена задача об излучении заряженных релятивистских частиц в поперечном электростатическом синусоидальном поле. Получены формулы для полной излученной энергии и для числа фотонов с единицы пути пролета. Исследован спектр излучения. Он состоит из разных частотных гармоник, каждая из которых имеет определенные пределы и полусумма которых равна частоте максимального излучения. Число испущенных квантов в каждой гармонике при данной амплитуде и при данном периоде внешнего поля постоянно и не зависит от энергии частицы. Интенсивность излучения пропорциональна квадрату энергии частицы. Результаты работы дают возможность измерить энергию быстрых частиц.

1. Существуют несколько методов измерения энергии быстрых заряженных частиц, использующих особенности излучений, возникающих при определенных условиях.

Прежде всего — это эффект Вавилова-Черенкова [1]. Использование этого излучения для регистрации быстрых частиц очень удобно с точки зрения обильности излучения (несколько сот световых квантов с каждого сантиметра пути). Однако слабая энергетическая зависимость сильно ограничивает возможности черенковских счетчиков в области высоких энергий, $E/Mc^2 = \gamma > 10^2$.

Другое явление, которое может быть использовано для регистрации частиц высоких энергий, переходное излучение [2, 3]. Энергетическая зависимость переходного излучения в оптической области частот логарифмическая, а в заоптической—линейная [4, 5]. Для быстрых частиц это излучение сильно направленное [6]. Основная трудность здесь состоит в том, что излучение довольно слабое: испускается около $10^{-2}$ фотона при одном акте перехода резкой границы двух сред. Поэтому усилия здесь направлены на то, чтобы создать оптимальную слоистую стопку, собирающую излучение от многих границ.

При прохождении быстрых частиц через слоистую среду, из-за интерференции переходных излучений от различных слоев, возникает так называемое резонансное излучение, где разные частотные гармоники генерируются с разных пороговых значений энергии пролетающей частицы [7—9]. В слоистых средах определенных структур испускаются несколько квантов с одного метра пробега с частотами, намного превышающими оптические.

С точки зрения спектральной структуры испускаемого излучения задача о прохождении заряженной частицы через слоистую среду эквивалента задаче о пролете частицы через периодическое электрическое поле [10].

Однако интенсивность излучения и энергетическая зависимость совершенно другие. Именно поэтому ниже рассматривается задача об излучении быстрых заряженных частиц в поперечном электростатическом синусоидальном поле [11—13].

2. Пусть частица с зарядом $e$ и с энергией $\gamma \gg 1$ движется в пустоте вдоль оси $z$ с постоянной скоростью $v_z = v \to c$ в поперечном электростатическом поле

$$E_x = E_0 \cos \frac{2\pi z}{l}, \quad E_y = E_z = 0 \tag{1}$$

и в момент времени $t = 0$ находится в точке $x = -x_0$, $y = z = 0$. Из уравнений движения

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{E}, \quad \vec{p} = \frac{E}{c^2}\vec{v} \tag{2}$$

получим координаты и скорость частицы

$$\begin{aligned} \vec{r}(t) &= (-x_0 \cos \Omega t,\ 0,\ vt), \\ \vec{v}(t) &= (x_0\, \Omega \sin \Omega t,\ 0,\ v), \quad \Omega = \frac{2\pi c}{l},\ x_0 = \frac{ec^2 E_0}{\mathrm{E}\Omega^2}, \end{aligned} \tag{3}$$

где $\mathrm{E}$ энергия частицы, которую мы предполагаем постоянной. Постоянство энергии накладывает дополнительное условие, при котором получаются решения (3):

$$\left(\frac{M}{M_e}\right)^2 \gamma^2 \gg 10^{-8} E_0^2 l^2, \tag{4}$$

где $M$ — масса пролетающей частицы, а $M_e$ — масса электрона.

Спектральную интенсивность излучения вычислим по формуле [14]

$$\frac{dW_\omega}{d\omega do} = \frac{e^2\omega^2}{4\pi^2 c^3} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} [\vec{n}\vec{v}(t)] \exp\{i(\omega t - \vec{k}\vec{r}(t))\}\, dt \right|^2, \tag{5}$$

где $\vec{k} = \frac{\omega}{c}\vec{n}$, $do = \sin\vartheta d\vartheta d\varphi$, $\vec{n}$ — единичный вектор по направлению излучения.

Подставляя значения $\vec{r}(t)$ и $\vec{v}(t)$ из (3) в (5) и воспользовавшись соотношениями

$$e^{i\alpha\cos\Omega t} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m(\alpha)\, e^{im\Omega t}, \quad \alpha = \frac{\omega}{c} x_0 \sin\vartheta \cos\varphi,$$

$$2i\sin\Omega t = e^{i\Omega t} - e^{-i\Omega t}, \quad J_{m-1}(\alpha) + J_{m+1}(\alpha) = \frac{2m}{\alpha} J_m(\alpha), \tag{6}$$

получим

$$\frac{dW_\omega}{d\omega do}=\frac{e^2\omega^2}{4\pi^2c^3}\left|\vec{I}_\omega\right|^2,$$

$$\vec{I}_\omega=\sum_{m=-\infty}^{\infty}i^m\left(\vec{A}-\frac{m}{\alpha}\vec{B}\right)J_m(\alpha)\int_{-\infty}^{\infty}\exp i\left[(1-\beta\cos\vartheta)\,\omega+m\Omega\right]tdt. \qquad (7)$$

Здесь $J_m$—Бесселевы функции, вектора $\vec{A}$ и $\vec{B}$ имеют вид

$$\vec{A}=\vec{i}\,v\sin\vartheta\sin\varphi-\vec{j}\,v\sin\vartheta\cos\varphi,$$

$$\vec{B}=\vec{j}x_0\Omega\cos\vartheta-\vec{k}\,x_0\Omega\sin\vartheta\sin\varphi, \qquad (8)$$

а $(\vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k})$ — орты по осям $x$, $y$, $z$.

Отбрасывая в (7) все гармоники с положительными $m\geqslant 0$ (так как они не генерируются), заменяя, далее, как обычно, один интеграл временем пролета $T$, а другой на $2\pi\delta$-функцию получим

$$\frac{dW_\omega}{d\omega do}=\frac{e^2\omega^2}{2\pi c^3}\,T\sum_{m=1}^{\infty}(\vec{A}+\frac{m}{\alpha}\vec{B})^2J_m^2(\alpha)\,\delta\left\{(1-\beta\cos\vartheta)\,\omega-m\Omega\right\}. \qquad (9)$$

Проинтегрировав (9) по $\vartheta$ в пределах $(0,\ \pi)$ и разделив на $vT$, получим энергию, излученную с единицы пути в интервале частот $d\omega$ в виде

$$dJ_\omega=\frac{e^2\omega}{2\pi c^2}\,d\omega\sum_{m=1}^{\infty}\int_0^{2\pi}D_mJ_m^2(\alpha_m)\,d\varphi,$$

$$\alpha_m=\frac{\omega}{c}x_0\sin\vartheta_m\cos\varphi,\ \ \cos\vartheta_m=\frac{1}{\beta}-\frac{m\Omega}{\beta\omega}, \qquad (10)$$

$$D_m=\frac{\sigma_m^2}{\sin^2\vartheta_m\cos^2\varphi}-\frac{1}{\beta^2\gamma^2},\ \ \sigma_m=\frac{m\Omega}{\beta\omega},$$

Формула (10) по своему виду похожа на соответствующие формулы работы [10].

Воспользовавшись разложением [15]

$$J_m^2(\alpha_m)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\,\Gamma(2m+2n+1)\,\alpha_m^{2m+2n}}{2^{2m+2n}n!\,\left[\Gamma(m+n+1)\right]^2\Gamma(2m+n+1)}, \qquad (11)$$

и проинтегрировав (10) по $\varphi$, получим

$$dJ_\omega=\frac{e^2\omega d\omega}{c^2}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{m^2\Omega^2}{\beta^2}A_m^n\,(\omega\sin\vartheta_m)^{2m+2n-2}-$$

$$-\frac{e^2\omega d\omega}{c^2}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{\beta^2\gamma^2}B_m^n(\omega\sin\vartheta_m)^{2m+2n}, \qquad (12)$$

где введены обозначения

$$A_m^n = \frac{(-1)^n (2m+2n)!\,(2m+2n-2)!\,\tau^{2m+2n}}{2^{4m+4n-2}\,n!\,[(m+n)!]^2\,(2m+n)!\,[(m+n-1)!]^2},$$

$$B_m^n = \frac{(-1)^n [(2m+2n)!]^2\,\tau^{2m+2n}}{2^{4m+4n} n! [(m+n)!]^4\,(2m+n)!}, \tag{13}$$

$$\alpha_m = \tau\omega \sin\vartheta_m \cos\varphi, \quad \tau = \frac{x_0}{c}.$$

Из требования $-1 \leqslant \cos\vartheta_m \leqslant +1$ получаем интервал частот для $m$-ой гармоники излучения

$$\omega_{1m} = \frac{m\Omega}{1+\beta} = \frac{m\Omega}{2} \leqslant \omega \leqslant \frac{m\Omega}{1-\beta} = 2m\Omega\gamma^2 = \omega_{2m}. \tag{14}$$

Отсюда видно, что при $\beta \to 1$ нижний предел по частоте от энергии частицы не зависит, в то время как верхний предел растет пропорционально квадрату энергии. Замечая, что

$$\omega^2 \sin^2\vartheta_m = \frac{1}{\beta^2\gamma^2}(\omega - \omega_{1m})(\omega_{2m} - \omega), \tag{15}$$

проинтегрируем в (12) каждую гармонику по частотам в пределах от $\omega_{1m}$ до $\omega_{2m}$. В результате для полной излученной энергии с единицы пути получим следующее выражение:

$$J = \sum_{m=1}^{\infty} J_m = \frac{\pi^2 e^2}{l^2}\gamma^2 \sum_{m=1}^{\infty} m S_m,$$

$$S_m = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n\, m\, (2m+2n)!\,(m\Omega\tau_0)^{2m+2n}}{2^{2m+2n-2}\, n!\,[(m+n)!]^2\,(2m+n)!\,[4(m+n)^2-1]}, \quad \tau_0 = \gamma\tau. \tag{16}$$

Аналогично для полного числа испущенных фотонов с единицы пути получим

$$N = \sum_{m=1}^{\infty} N_m = \frac{e^2}{\hbar c}\,\frac{2\pi}{l} \sum_{m=1}^{\infty} S_m. \tag{17}$$

3. Рассмотрим некоторые числовые данные, полученные на электронно-вычислительных машинах „Раздан-3“ и „Раздан-2“. Если амплитуду электрического поля взять $E_0 = 3\cdot 10^6$ *в/см*, то для электронов при $\gamma \gtrsim 10^2$ $l$ можно варьировать в пределах $0 \div 25$ *см*, не противореча условию (4). В таблице работы [13] приведены числа фотонов, испускаемых с 1 *м* пути для разных значений $m$ и $l$, т. е. значения $N_m$

К сожалению, из-за переполнения памяти вычислительных машин, не удалось получить более полную таблицу. При необходимости можно прибегнуть к двойному программированию и получить гораздо больше данных. Однако и приведенная таблица уже дает возможность сделать некоторые заключения. Прежде всего, для каждого определенного $l$ число квантов $N_m$ уменьшается с ростом $m$, причем, чем больше $l$, тем это уменьшение происходит медленнее. Далее, для каждого $m$ имеется оптимальное $l$, при котором излучение максимальное, что вполне естественно.

В нашей таблице эта закономерность отражена лишь при $m=1$, когда число квантов растет при увеличении $l$ до значения 19 *см* и затем падает с дальнейшим его ростом. Распределение числа квантов в зависимости от частоты в пределах, даваемых формулой (14), можно найти, если выражение (12) поделить на $\hbar\omega$. Тогда, с учетом (15), заключаем, что каждое слагаемое в получаемой формуле имеет множитель типа $[(\omega-\omega_{1m})(\omega_{2m}-\omega)]^p = f_{m,\,p}(\omega)$. Эта функция имеет максимум при $\omega=\omega_{m,\,\max}=\frac{1}{2}(\omega_{1m}+\omega_{2m})\simeq\frac{1}{2}\omega_{2m}=m\Omega\gamma^2$ для любого значения $p$*. С ростом $p$ максимум становится резче. Средняя энергия испущенных фотонов в каждой гармонике равна $0{,}25\,\hbar\omega_{m,\,\max}$, так как по формулам (16) и (17) получаем $N_m\hbar\omega_{m,\,\max}\cdot 0{,}25=J_m$. Таким образом, при данном значении $m$ все члены суммы по $n$, а значит и сама сумма по $n$, имеет максимум при указанной частоте, т. е. в данной гармонике излучение сконцентрировано около верхнего края области частот.

Как показывает формула (17), число квантов не зависит от энергии частицы как для каждой гармоники, так и для всего излучения. Это согласуется с тем, что как полная излученная энергия (16), так и верхняя граница интервала частот (14) пропорциональна $\gamma^2$. С ростом $\gamma$ энергия каждого излученного кванта растет пропорционально $\gamma^2$, а число квантов остается при этом неизменным.

Так как $N_m$ уменьшается очень медленно с увеличением $m$, можно ожидать, что большое число гармоник будут давать существенный вклад в общее число квантов. Число таких гармоник можно оценить следующим образом. По своей структуре рассматриваемая задача схожа с задачей о синхротронном излучении. Как известно [16], интенсивность этого излучения при $1\ll m\ll\gamma^3$ растет пропорционально $m^{1/3}$. С другой стороны, частота излучения $\sim m$, а $N_m\sim m^{-2/3}$.

Если существенными (в смысле числа фотонов) считать все гармоники вплоть до $k$-ой, когда число фотонов уменьшается, например, в 10 раз по сравнению с числом квантов в первых гармониках, то получим $k\approx 35$. С учетом приведенной таблицы, мы заключаем, что с 1 *м* пути испускается около 50 квантов с энергиями в пределах $\hbar\Omega\gamma^2\div 35\hbar\Omega\gamma^2$. Ондулятор с длиной в несколько метров будет излучать около сотни таких квантов. Это обстоятельство дает возможность использовать описанное излучение для регистрации частиц высоких энергий. Для оценки верхнего предела энергии частиц, при котором справедлива рассмотренная задача, потребуем, чтобы полная излученная энергия была намного меньше энергии самой частицы, т. е. [11]

---

* Кроме первой гармоники, для которой эта функция имеет минимум.

$$\frac{2}{3}\left(\frac{e^2}{M_e c^2}\right)^2 E_0^2 L \gamma^2 \ll M_e \gamma c^2, \tag{18}$$

где $L$ длина ондулятора. Это условие совместно с нашим первоначальным предположением об энергии частицы дает $10^2 \lesssim \gamma \lesssim 10^7$.

Параметр $\Omega\tau_0$, входящий в формулу (16, 17), зависит от массы частицы, и для тяжелых частиц число квантов существенно уменьшается. Однако в этом случае вместо электрических ондуляторов можно пользоваться магнитными, имея в виду, что напряженность достижимых магнитных полей на два порядка выше электрических, что может компенсировать влияние массы мезонов на уменьшение числа испущенных фотонов.

В заключение выражаю благодарность С. С. Элбакяну за большую помощь в расчетах, а также И. М. Франку, Г. М. Гарибяну, Б. М. Болотовскому, Г. С. Саакяну, Г. А. Аскарьяну, М. Магомедову за обсуждения.

Ереванский государственный университет — Поступила 8.VI.1970

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Б. М. Болотовский*, УФН, 75, 295 (1961); 62, 201 (1957).
2. *Ф. Г. Басс, В. М. Яковенко*, УФН, 86, 189 (1965).
3. *И. М. Франк*, 87, 189 (1965).
4. *В. Л. Гинзбург, И. М. Франк*, ЖЭТФ, 16, 15 (1945).
5. *Г. М. Гарибян*, ЖЭТФ, 33, 1403 (1957).
6. *Н. А. Корхмазян, С. С. Элбакян*, Изв. АН АрмССР, Физика, 4, 3 (1969).
7. *М. Л. Тер-Микаелян*, ДАН СССР, 134, 318 (1960).
8. *Г. М. Гарибян*, ЖЭТФ, 35, 1435 (1958).
9. *А. Ц. Аматуни, Н. А. Корхмазян*, Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 13, № 5, 55 (1960).
10. *М. Л. Тер-Микаелян*, Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Изд. АН АрмССР, Е., 1969.
11. *В. Л. Гинзбург*, Изв. АН СССР, сер. физич., 11, 1965 (1947).
12. „Миллиметровые и субмиллиметровые волны" (сборник статей). Изд. ин. литературы, М., 1959.
13. *Н. А. Корхмазян*, Изв. АН АрмССР, Физика, 5, вып. 4 (1970).
14. *Дж. Джексон*, Классическая электродинамика. Изд. Мир, М., 1966.
15. *И. С. Градштейн, И. С. Рыжик*, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Гос. изд. физ. мат. литературы, М., 1962.
16. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, Теория поля, Гос. изд. физ.-мат. литературы, М., 1967.


## ԿՈՇՏ ՔՎԱՆՏՆԵՐԻ ԱՌԱՋԱՑՈՒՄԸ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՕՆԴՈՒԼՅԱՏՈՐՆԵՐՈՒՄ

Ն. Ա. ԿՈՐԽՄԱԶՅԱՆ

*Դիտարկված է գերարագ լիցքավորված մասնիկների ճառագայթումը ընդլայնական էլեկտրաստատիկ սինուսոիդալ դաշտում։ Ստացված են բանաձևեր լրիվ ճառագայթված էներգիայի և միավոր ճանապարհից ֆոտոնների թվի համար։ Ուսումնասիրված է ճառագայթման սպեկտրը, որը բաղկացած է տարբեր հաճախության հարմոնիկներից, որոնցից յուրաքանչյուրն ունի որո-*

շակի սահմաններ, որոնց կիսագումարը հավասար է մաքսիմալ ճառագայթման հաճախությանը։ Առաքված քվանտների թիվը յուրաքանչյուր հարմոնիկում արտաքին դաշտի տրված ամպլիտուդի և պարբերության համար հաստատուն է և կախված չէ մասնիկի էներգիայից։

Ճառագայթման ինտենսիվությունը ուղիղ համեմատական է էներգիայի քառակուսուն։ Աշխատանքի արդյունքները հնարավորություն են տալիս չափելու արագ մասնիկների էներգիան։

# PRODUCTION OF HARD QUANTA IN ELECTRIC ONDULATER

**N. A. KORHMAZIAN**

The problem of relativistic charged particles radiation in the transversal electrostatical sinusoidal field is considered. Formulae for total radiation energy and for photon number per path flight unit have been obtained. The radiation spectrum is also studied.

The spectrum consists of harmonics of various frequencies, each having certain limits, the half-sum of which is equal to the maximum of radiation frequency. The number of emitted quanta in each harmonic at the given amplitude and period of internal field is constant and does not depend on the particle energy. The raqiation intensity is proportional to the square of the particle energy. The results of the present work render the measurement of the fast particle energy possible.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 5, 425—432 (1970)

# МОДЕЛЬ НЕАКСИАЛЬНОГО РОТАТОРА ДЛЯ ЯДЕР СО СПИНОМ 7/2

Р. А. САРДАРЯН

**Модель неаксиального ротатора, в которой сохраняется проекция момента внешнего нуклона на ось $z$, применяется для описания спектра ядер, спин основного состояния которых равен 7/2. Рассчитанный спектр сравнивается со спектрами ядер $Ho^{165}$, $Lu^{177}$, $Dy^{165}$, $Yb^{169}$, $Yb^{175}$, $Er^{167}$, $Er^{169}$, $Er^{171}$, $Hf^{177}$ и $Hf^{179}$.**

В работе [1] была рассмотрена модель нечетных неаксиальных ядер в адиабатическом приближении, заключающемся в том, что коллективные степени свободы ядра могут рассматриваться независимо от одночастичных. Поводом для такого предположения явилось то обстоятельство, что, как было показано в работах [2, 3], при не очень больших значениях параметра неаксиальности $\gamma$ среднее значение проекции момента количества движения на ось $z$ для низколежащих состояний ядер равно спину основного состояния. То, что возбуждения, связанные с разрывом пары, лежат выше 1,5—2 *мэв*, позволяет исследовать коллективные движения в пренебрежении парными корреляциями. Таким образом, была поставлена задача, заключающаяся в выяснении влияния неаксиальности на основную и аномальную вращательные полосы. Основные предположения модели заключаются в следующем. Ядро состоит из неаксиального остова и нуклона, движущегося в поле остова. Хотя поле, в котором движется внешний нуклон, неаксиальное, предполагается, что момент количества движения $j$ внешнего нуклона и проекция его $\Omega$ на ось $z$, совпадающую с осью симметрии ядра при исчезновении неаксиальности, являются интегралами движения. Спин основного состояния ядра определяется моментом количества движения внешнего нуклона, $I_0$ (спин осн. сост.) $= j = \Omega$.

Гамильтониан системы записывается в виде

$$H = H_{vib} + H_{rot} + H_{int}, \tag{1}$$

где $H_{vib}$ — гамильтониан поверхностных колебаний, $H_{rot}$ — вращательный гамильтониан, $H_{int}$ — гамильтониан взаимодействия внешнего нуклона с несферической частью поля остова. Явный вид этих операторов выписан в работе [1]. Предполагая, что $\beta$-колебания можно отделить от остальных движений системы, при сделанных выше предположениях уравнение для переменных $\gamma\theta_i$ может быть записано в следующем виде:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - Dz^2 - \hat{R}(\gamma_0, \theta_i) + \Lambda'\right)\psi(z, \theta_i) = 0, \tag{2}$$

где

$$z = \gamma - \gamma_0, \tag{3}$$

$$\hat{R}(\gamma_0, \theta_i) = \frac{1}{3}\Gamma_1(\gamma_0)[I(I+1) - K^2] + \frac{1}{3}\Gamma_2(\gamma_0)(\hat{I}_1^2 - \hat{I}_2^2) + \Gamma_3(\gamma_0)\frac{(K-\Omega)^2}{12}, \tag{4}$$

$$\left.\begin{aligned} &\Gamma_1(\gamma_0) = \frac{3\sin\gamma_0}{\sin^2 3\gamma_0}(2+\cos 2\gamma); \quad \Gamma_2(\gamma_0) = -\frac{3\sqrt{3}\sin^2\gamma_0}{\sin^2 3\gamma_0}\sin 2\gamma_0; \\ &\Gamma_3(\gamma_0) = \frac{3}{\sin^2\gamma_0}; \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

$$K - \Omega = 2m; \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots \tag{6}$$

В уравнении (2) переменные $z$ и $\theta_i$ разделяются и вращательный спектр определяется уравнением

$$[\hat{R}(\gamma_0, \theta_i) - \varepsilon]\, U(\theta_i) = 0. \tag{7}$$

Диагонализируя оператор $\hat{R}(\gamma_0, \theta_i)$ в пространстве функций

$$|IK\tau\rangle = \sqrt{\frac{3I+1}{16\pi^2}}\{D^I_{MK}(\theta_i)\varphi^j_\Omega(x) + (-1)^{I-j}D^I_{M,-K}(\theta_i)\varphi^j_{-\Omega}(x)\}, \tag{8}$$

определим собственные значения энергии $\varepsilon$.

Отличные от нуля матричные элементы оператора $\hat{R}(\gamma_0, \theta_i)$ имеют вид

$$\langle IK\tau|\hat{R}|IK\tau\rangle = \frac{1}{3}\Gamma_1(\gamma_0)\{[I(I+1) - K^2] - (-1)^{I-j}(I+1/2)(j+1/2)\,\delta_{K1/2}\delta_{\Omega 1/2}\} + \Gamma_3(\gamma_0)\frac{(K-\Omega)^2}{12}, \tag{9}$$

$$\langle IK\tau|\hat{R}|I, K\mp 2, \tau\rangle = \frac{\Gamma_2(\gamma_0)}{6}\sqrt{(I\pm K)(I\pm K+1)(I\mp K+1)(I\mp K+2)}\,. \tag{10}$$

Диагонализация оператора $\hat{R}(\gamma_0\theta_i)$ проводилась на ЭМВ „Раздан-3", порядок диагонализируемых матриц определяется выражением $n=I+1/2$. На рис. 1 и 2 представлен энергетический спектр в зависимости от параметра неаксиальности для ядер со спином 7/2, полученный в результате указанной выше диагонализации. Эта система уровней зависит от двух параметров: 1) от параметра (обозначим его $A''$), имеющего тот же смысл, что и параметр $A$ в формуле

$$E(I) = AI(I+1) + BI^2(I+1)^2, \tag{11}$$

2) параметра неаксиальности $\gamma$. Для удобства пользования и наглядности на рис. 1 приведены основная вращательная полоса до уровня со спином 23/2 и два уровня аномальной полосы — нижайший со спином 3/2 и уровень с $I=(11/2)_3$. На рис. 2 представлена аномальная

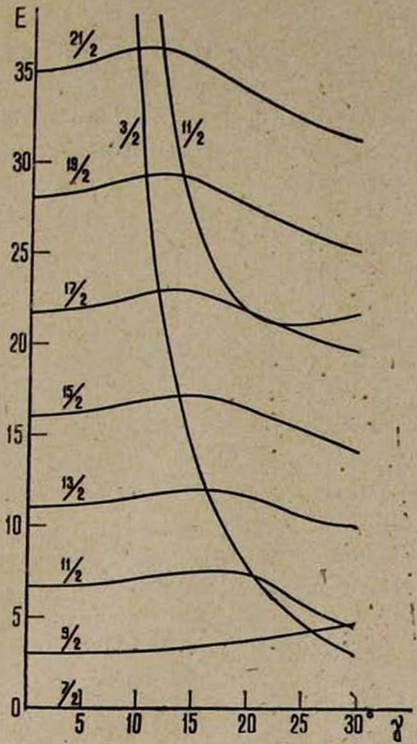


Рис. 1. Основная вращательная полоса и два уровня (нижайший и уровень со спином 11/2 ($K = 3/2$)) аномальной полосы с $m = 1$ в зависимости от параметра неаксиальности $\gamma$ для ядер со спином 7/2.

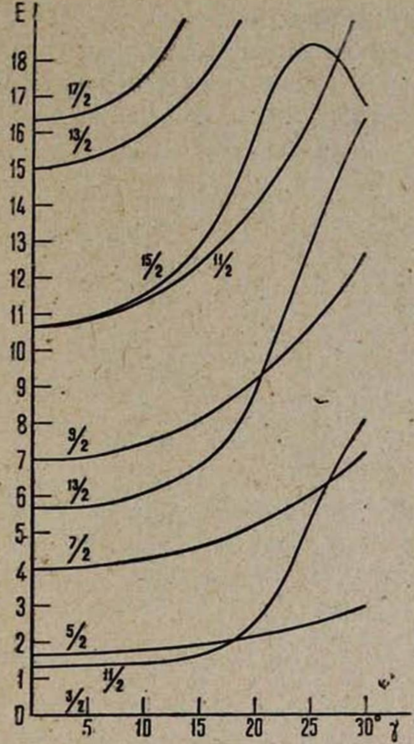


Рис. 2. Аномальная вращательная полоса с $m = 1$, отсчитываемая от нижайшего аномального уровня, в зависимости от параметра $\gamma$ для ядер со спином 7/2.

полоса, энергетические уровни которой отсчитываются от нижайшего аномального уровня с $I = 3/2$. Кривые имеют реальный смысл при $\gamma \lesssim 20°$. Это связано с тем обстоятельством, что гамильтониан (1) инвариантен относительно преобразования

$$\left.\begin{aligned} \gamma &\to \frac{\pi}{3} - \gamma \\ \beta &\to -\beta \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

(см., напр., [4]). Приближение $\Omega = \mathrm{const}$ нарушает эту инвариантность. Физически это связано со следующим обстоятельством. Преобразование $\gamma \to 60° - \gamma$ означает, что мы перешли от вытянутой формы ядра к сплюснутой. При этом меняется ось симметрии ядра. Если при $\gamma = 0°$ ось симметрии была направлена по оси $z$, то при $\gamma = 60°$ ось симметрии направлена по оси $y$. С этим связано то, что при $\gamma = 60°$ $\Omega$ уже не может быть интегралом движения, если смысл ее остается проекцией на ось $z$. Поэтому приближение $\Omega = \mathrm{const}$ будет справедливо до тех пор, пока ось $z$ приблизительно может еще считаться осью симметрии, т. е. до $\gamma \lesssim 20^\circ$.

При сравнении теории с экспериментом параметры $\gamma$ и $A''$ выбираются так же, как и в работе [1]. На рис. 3 проводится сравнение теоретических и экспериментальных уровней ядра $Ho^{165}$. Легко видеть, что адиабатическая теория, развиваемая в настоящей работе, дает не-

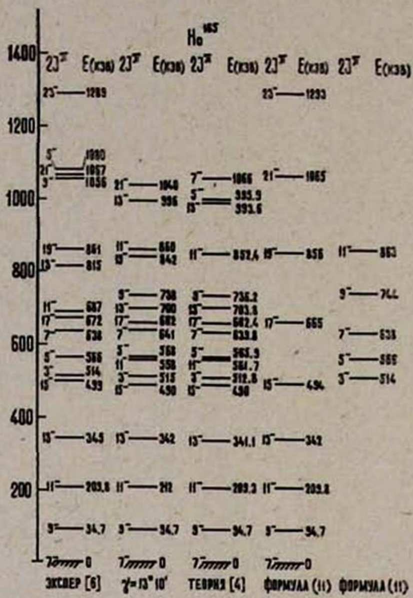



Рис. 3. Экспериментальные и теоретические спектры ядра $Ho^{165}$. В первом столбце (слева направо) даны экспериментальные значения энергий и спинов, во втором — рассчитанные в настоящей работе, в третьем — расчеты работы [4], в четвертом и пятом — основная и аномальная вращательные полосы, рассчитанные по формуле (11).

плохое согласие с экспериментом, причем адиабатический спектр очень близок к неадиабатическому, относящемуся к одночастичному состоянию с $|\Omega| = 7/2$ и рассчитанному в работе [3]. При этом основной вращательной полосе соответствуют две аномальные, причем, как отмечалось в работе [1], положение аномальной полосы, соответствующей $K = \Omega + 2$, строго определено положением полосы с $K = \Omega - 2$. Однако в эксперименте уровни $11/2-$, 687 *кэв* и $13/2-$, 815 *кэв* интерпретируются как аномальные уровни с $K = \Omega + 2$. Их положение довольно существенно отличается от предсказываемого теорией. Если эксперименты подтвердятся, то этому факту нужно будет найти объяснение. Следует, однако, отметить, что положение первого из этих уровней близко к теоретическому $13/2-$, 700 *кэв*, принадлежащему полосе с $K = \Omega + 2$, а второго - к уровню $11/2-$, 860 *кэв* полосы с $K = \Omega - 2$. Формула (11) также дает хорошее согласие с экспериментом, однако для описания основной и двух аномальных полос с $k = \Omega - 2$ и $K = \Omega + 2$ потребовалось бы восемь параметров, тогда как в настоящей работе всего два. Конкретные значения параметров, используемых при сравнении с опытом даны в таблице. Параметры $A'$ и $B'$ также относятся к формуле (11), но примененной для описания аномальной полосы.

*Таблица*

| Ядро | A | B | A′ | B′ | A″ | γ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $Ho^{165}$ | 10,53 | —0,0028 | 11,13 | —0,0049 | 9,6 | 13°10′ |
| $Lu^{177}$ | 13,76 | —0,0064 | 13,7 | +0,0048 | 12,9 | 10° |
| $Dy^{165}$ | 9,14 | 0,0032 | 9,01 | +0,0053 | 8,7 | 12°20′ |
| $Yb^{169}$ | 7,1 | 0,019 | 8,35 | | 7,5 | 10°05′ |
| $Yb^{175}$ | 11,8 | —0,0046 | 12,7 | —0,036 | 10,8 | 11°10′ |
| $Er^{167}$ | 8,5 | 0,0068 | 8,0 | 0,02 | 8,2 | 12° |
| $Er^{169}$ | 14,0 | —0,05 | 10,85 | 0,076 | 9,9 | 17°40′ |
| $Er^{171}$ | 12,65 | | 13,7 | —0,041 | 10,8 | 16°40′ |
| $Hf^{177}$ | 12,85 | —0,0073 | | | 11,4 | 14° |
| $Hf^{179}$ | 14,0 | —0,009 | 13,4 | —0,0143 | 12,0 | 15° |

На рис. 4 сравниваются теоретические и экспериментальные спектры ядра $Lu^{177}$. В этом ядре наблюдается аномальная полоса с $K = \Omega + 2$. Теория хорошо описывает эту аномальную полосу, однако

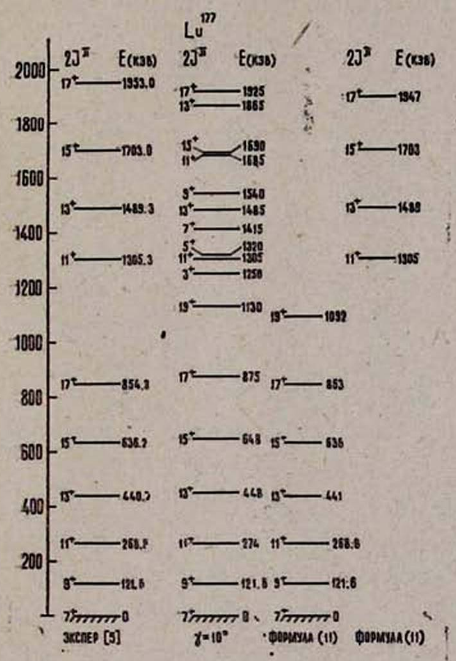


Рис. 4. То же, что и на рис. 3, для $Lu^{177}$, без расчетов работы [4].

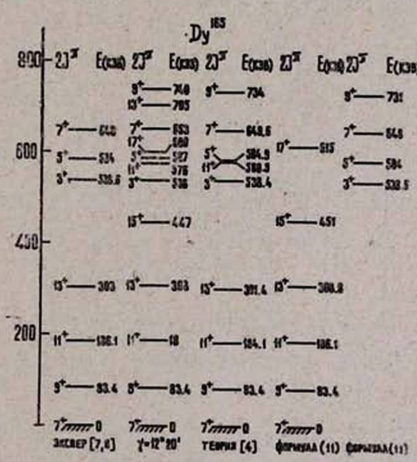


Рис. 5. То же, что и на рис. 3, для ядра $Dy^{165}$.

представляет большой интерес поиск в этом ядре аномальной полосы с $K = \Omega - 2$. Энергетическое расщепление полос с $K = \Omega + 2$ и $K = \Omega - 2$ могло бы быть дополнительным критерием применимости модели. На рис. 5—12 теоретический спектр сравнивается с экспериментальными спектрами ядер $Dy^{165}$, $Yb^{169}$, $Yb^{175}$, $Er^{167}$, $Er^{169}$, $Er^{171}$, $Hf^{177}$ и $Hf^{179}$. Во

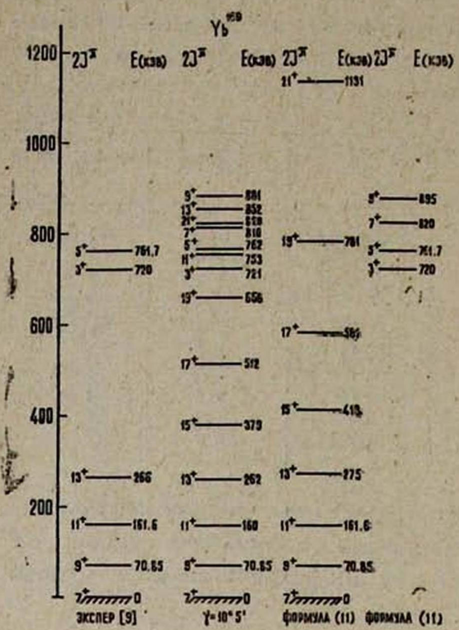



Рис. 6. То же, что и на рис. 4, для ядра Yb¹⁶⁹.

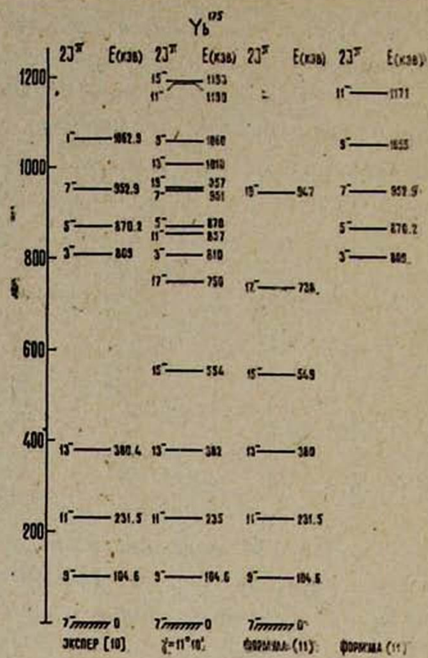



Рис. 7. То же, что и на рис. 4, для ядра Yb¹⁷⁵.

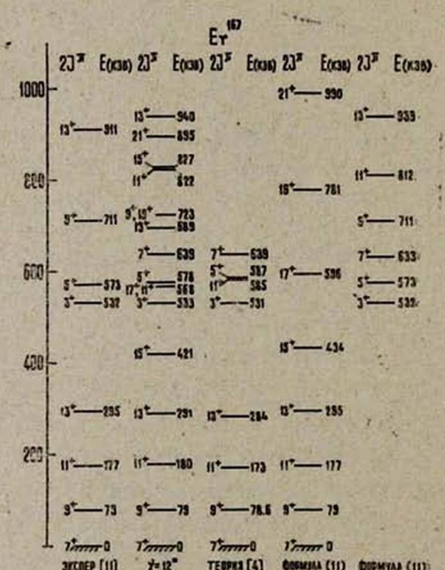



Рис. 8. То же, что и на рис. 3, для ядра Er¹⁶⁷.

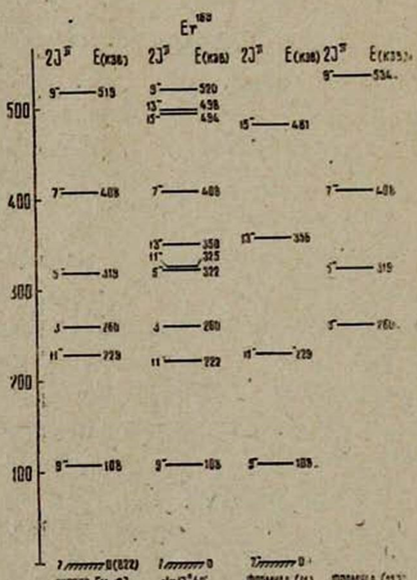



Рис. 9. То же, что и на рис. 4, для ядра Er¹⁶⁹.

всех случаях наблюдается хорошее согласие теории с экспериментом. Особый интерес представляет ядро $Hf^{177}$ (рис. 11), спектр которого промерен до уровней с довольно большими значениями спина. Легко видеть, что введение неаксильности приводит к некоторому опуска-

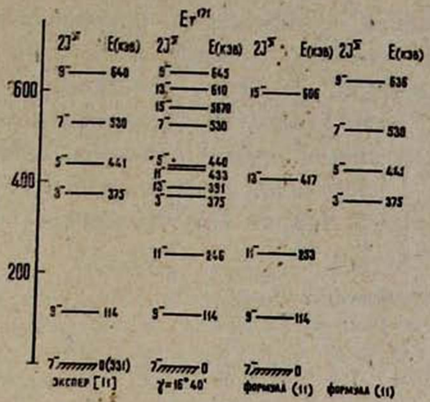



Рис. 10. То же, что и на рис. 4, для ядра $Er^{171}$.

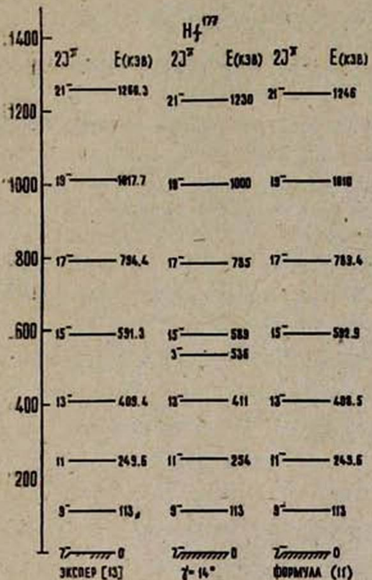



Рис. 11. То же, что и на рис. 4, для ядра $Hf^{177}$.

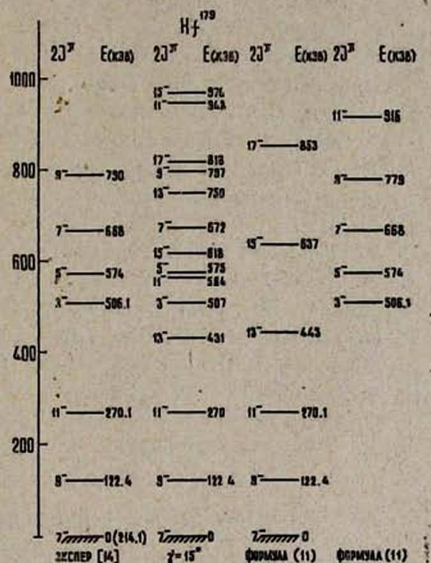



Рис. 12. То же, что на рис. 4, для ядра $Hf^{179}$.

нию уровней с большими спинами по сравнению с формулой $E(I) = AI(I+1)$, что улучшает согласие теории с экспериментом. Этой же цели служат введение члена $BI^2(I+1)^2$ в формуле (11). Однако введение неаксиальности не только улучшает вращательный спектр ядра, но задает также положение аномальных полос. Пока в эксперименте систематически наблюдаются только аномальные полосы с $K = \Omega - 2$. Поиски возбужденных состояний, которые можно было отнести к аномальной полосе с $K = \Omega + 2$ представляют большой интерес. При этом следует иметь в виду, что сравнение теоретического и экспериментального спектров еще недостаточно для однозначной интерпретации спектра, поэтому необходимо дальнейшее исследование свойств аномальных полос, в частности, электромагнитных переходов как между уровнями аномальной полосы, так и с уровней аномальной полосы на уровни основной. Что же касается энергетического спектра, то можно сделать следующий вывод. Адиабатическая модель неаксиальных нечетных ядер удовлетворительно описывает основную вращательную полосу, одну аномальную и предсказывает положение второй аномальной полосы с $|m|=1$ ядер, спин основного состояния которых равен 7/2. Кроме того, в теории автоматически получаются аномальные полосы с $|m|=2, 3$ и т. д.

**Ереванский физический институт** **Поступила 12.V.1970**

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Р. А. Сардарян*, препринт ИТФ-70—44, Киев (1970).
2. *В. В. Пашкевич*, Изв. АН СССР, серия физич., 30, 258 (1966).
3. *И. Е. Кашуба*, УФЖ. 12, 545 (1967).
4. *В. В. Пашкевич, Р. А. Сардарян*, Nucl. Phys., 65, 401 (1965), Изв. АН СССР, серия физич., 28, 1188 (1964).
5. *О. Натан, С. Г. Нильссон*, в книге „Альфа-, бета-, и гамма- спектроскопия" под редакцией К. Зигбана, вып. 2, Атомиздат, М., 1969.
6. *М. Р. Бейтынь, Н. Д. Крамер* и др., Программа и тезисы XX Ежегодного совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра, часть I, Л., 1970.
7. *R. K. Sheline* et al., Phys. Rev., 136, B351 (1964).
8. *O. W. Schult* et al., Z. fur. Physik., 182, 171 (1964).
9. *Н. А. Бонч-Осмоловская* и др., Изв. АН СССР, серия физич., 34, 12 (1970).
10. *W. Bondarenko* et al., Nucl. Phys., A102, 577 (1967).
11. *P. O. Tjøm, B. Elbek*, Det. Kongl. Dan. Vid. Selsk. Mat. Fys. Medd. 37, № 7 (1969).
12. *L. Funke* et al., Nucl. Phys., A118, 97 (1968).
13 *F. M. Bernthal, T. O. Rasmussen*, Nucl. Phys., A101, 513 (1967).
14. *P. Manfrass* et al., Nucl. Phys,, A102, 563 (1967).


## ՈՉ ԱԿՍԻԱԼ ՌՈՏԱՏՈՐԻ ՄՈԴԵԼԸ 7/2 ՍՊԻՆ ՈՒՆԵՑՈՂ ՄԻՋՈՒԿՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

Ռ. Ա. ՍԱՐԴԱՐՅԱՆ

*Ոչ ակսիալ ռոտատորի մոդելը, որում պահպանվում է արտաքին նուկլոնի մոմենտի պրոեկցիան z առանցքի վրա, օգտագործվում է հիմնական վիճակում 7/2 սպին ունեցող միջուկների սպեկտրի նկարագրման համար: Հաշված սպեկտրը համեմատվում է* $Ho^{175}$, $Lu^{177}$, $Dy^{165}$, $Yb^{169}$, $Yb^{175}$, $Er^{167}$, $Er^{169}$, $Er^{171}$, $Hf^{177}$, $Hf^{179}$ *միջուկների սպեկտրերի հետ:*

## THE NON-AXIAL ROTATOR MODEL FOR NUCLEI WITH THE SPIN OF 7/2

R. A. SARDARIAN

The model of non-axial rotator with conserving projection of the external nucleon momentum on the $z$ axis is used to describe the spectra of nuclei having in the ground state the spin 7/2. The spectrum calculated is compared with the experimental spectra of the nuclei $Ho^{165}$, $Lu^{177}$, $Dy^{165}$, $Yb^{169}$, $Yb^{175}$, $Er^{167}$, $Er^{169}$; $Er^{171}$, $Hj^{177}$ and $Hf^{179}$.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 5, 433—447 (1970)

# ПОЛНОЕ ВНЕШНЕЕ И ЗЕРКАЛЬНОЕ ОТРАЖЕНИЯ РЕНТГЕНОВЫХ ЛУЧЕЙ ОТ ТОНКИХ СЛОЕВ I

П. А. БЕЗИРГАНЯН, М. А. ЦЕРУНЯН, Ж. К. МАНУЧАРОВА

**Исследованы полное внешнее и зеркальное отражения рентгеновых лучей от тонких прозрачных диэлектрических и металлических слоев. Уточнено выражение для сдвига фаз между падающими и отраженными волнами при отражении от более плотной и менее плотной сред. Найдены точные условия возникновения интерференционных максимумов волн, отраженных от диэлектрических и металлических тонких слоев.**

В последнее десятилетие вопросы физики тонких слоев приобрели особо важное значение в связи с бурным развитием лазерной техники, электроники и кибернетики. В деле изучения физики тонких слоев (пленок) особое место занимают рентгеновские методы исследования, среди которых более успешное применение имеют методы полного внешнего и зеркального отражения рентгеновых лучей.

Впервые эксперименты по исследованию полного внешнего отражения рентгеновых лучей провел Комптон в двадцатых годах [1].

После этих работ Комптона в конце двадцатых и в начале тридцатых годов развернулось обширное экспериментальное исследование явления полного внешнего отражения, основные результаты которых опубликованы в [2—14]. В этих работах главным образом исследована зависимость интенсивности полного внешнего отражения от угла падения и от поглощения с целью определения коэффициента преломления металлов. Исследован вид кривой интенсивности полного внешнего отражения слоев в зависимости от их толщин и определена глубина проникновения падающей рентгеновской волны во вторую среду при полном внешнем отражении. Наблюдена и расшифрована интерференционная картина, полученная зеркальным отражением от тонких слоев за углами полного внешнего отражения, которая использовалась для определения толщин тонких пленок.

В работе [15] исследована зависимость интенсивности полного внешнего отражения от качества отражающей поверхности. В работе [16] исследованы полное внешнее и зеркальное отражения от многослойных пленок и разработана методика для определения толщин отдельных слоев без порчи пленки. В работе [17] исследована интенсивность полного внешнего отражения непосредственно в окрестностях, примыкающих первичному пучку, и замечены искажения кривой отражения, вносимые условиями эксперимента (регистрацией).

Более внимательный разбор работ, посвященных полному внешнему и зеркальному отражениям, показывает, что в этой области в вопросах фазовых сдвигов при полном внешнем и зеркальном отражениях между падающими и отраженными волнами существует путаница; часто неправильно определяются условия возникновения интерференционных максимумов и, следовательно, неправильно определяются толщины пленок. Не исследован случай интерференции рентгеновских лучей в многослойных пленках, представляющий практический интерес.

Действительно, почему-то в работах [9] и [19] ошибочно указывается, что якобы при полном внутреннем (внешнем) отражении от оптически менее плотной среды, как и в обычной оптике, нет потерь в фазе.

Однако, во-первых, в оптике хорошо известно, что полное внутреннее (внешнее) отражение происходит только при отражении от менее плотных сред и, во-вторых, именно в этой области углов падения отраженная волна претерпевает фазовые сдвиги, чем и объясняется эллиптическая поляризация отраженной волны при полном внутреннем отражении (параллелепипед Френеля).

Далее, разные авторы считают целесообразным для наблюдения интерференционных картин, полученных от тонких пленок (слоев), разные угловые области полного внешнего и зеркального отражений. В работе [18] найдено для одного частного случая условие для получения наиболее яркой и четкой интерференционной картины, но в последующих работах [20] это рациональное предложение почему-то не учитывается.

Цель нашей работы — детально исследовать полное внутреннее (внешнее) и зеркальное отражения от однослойных и многослойных пленок и нахождением точных фазовых сдвигов и условий возникновения интерференционных максимумов уточнить методику определения толщин тонких пленок.

## § 1. Сдвиг фаз между падающими и отраженными волнами

В вопросе сдвига фаз между падающими и отраженными волнами в литературе, как уже указывалось, существует путаница [21—26]. Обычно предполагают, что при отражении от менее плотной среды не происходит сдвига фаз между падающими и отраженными волнами. Далее ограничиваются исследованием сдвига фаз между двумя компонентами электрического вектора отраженной волны, параллельной и перпендикулярной к плоскости падения, и разные авторы приходят к различным выводам. Так, например, в работах [21, 24] разность фаз между компонентами $R_p$ и $R_s$ отраженной волны описывается картиной, показанной на рисунке 1.

$R_p$ и $R_s$ — компоненты электрического вектора отраженной волны, параллельные и перпендикулярные к плоскости падения соответственно,

$\alpha$ и $\alpha_Б$ — углы падения и Брюстера соответственно,

$\delta$ — разность фаз между $R_p$ и $R_s$.

В работах [22, 23 и 20] эта разность фаз описывается картиной, приведенной на рисунке 2. Согласно этим работам, такая зависимость для сдвига фаз между компонентами $R_p$ и $R_s$ получается как в случае отражения от оптически более плотной среды, так и в случае отражения от оптически менее плотной среды.

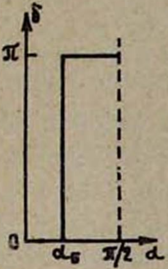



Рис. 1. Разность фаз между компонентами $R_p$ и $R_s$ по [21, 24].

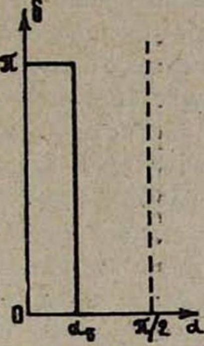



Рис. 2. Разность фаз между компонентами $R_p$ и $R_s$ по [22, 23, 20].

Отложив на время вопрос о том, какая из этих двух картин (рис. 1 и 2) зависимостей соответствует действительности, мы можем на основании любой из них констатировать:

Разность фаз между компонентами $R_p$ и $R_s$ или в области углов отражения от нуля до $\alpha_Б$ (угол Брюстера) равна $\pi$ (рис. 1), а в области углов $\alpha_Б$ до $\frac{\pi}{2}$ равна нулю, или наоборот (рис. 2). Отсутствие разностей фаз между $R_p$ и $R_s$ означает, что эти обе компоненты при отражении не меняют своих фаз относительно первичной волны или обе меняют свои фазы на $\pi$ (или меняют одинаково). Если разность фаз между этими компонентами равна $\pi$, то это означает, что одна из этих компонент свою фазу при отражении меняет на $\pi$, а другая — не меняет своей фазы так, что они отличаются друг от друга на $\pi$.

Следовательно, на основании вышеизложенного, приходим к следующим выводам:

1. Если при отражении от оптически более плотной среды в пределах углов падения от нуля до угла Брюстера отраженная волна меняет свою фазу на $\pi$, то в пределах углов падения от угла Брюстера до $\frac{\pi}{2}$ только одна из компонент $R_p$ или $R_s$ меняет свою фазу на $\pi$, или наоборот.

2. При отражении от оптически менее плотной среды в пределах углов от нуля до угла Брюстера фазу на $\pi$ меняет только одна из $R_p$ и $R_s$ компонент, а в пределах углов от угла Брюстера до $\frac{\pi}{2}$ ни одна из компонент не меняет фазы (здесь мы не имели в виду область полного внутреннего (внешнего) отражения, об этом речь будет идти ниже).

Таким образом, общее утверждение о том, что при любом угле отражения от более плотной среды отраженная волна меняет свою фазу на $\pi$ и при любом угле отражения от менее плотной среды отраженная волна не меняет своей фазы, в общем случае не верно.

Перейдем к вопросу нахождения истинной зависимости сдвига фаз отраженной волны от угла падения. Для этого мы должны иметь в виду следующие обстоятельства:

а) При определении разности фаз между падающей и отраженной волнами принято предполагать, что если $A_p$ и $R_p$ ($A_p$ — компоненты электрического вектора падающей волны, параллельной плоскости падения) имеют одинаковые знаки, то разность фаз между ними равна $\pi$, а в противном случае равна нулю. Однако легко убедиться в том, что это предположение верно только для нулевого угла падения, когда $A_p$ и $R_p$ антипараллельны (см. рис. 3в), а для углов падения, отличных от нуля (рис. 3а), оно не имеет смысла и видимо является источ-

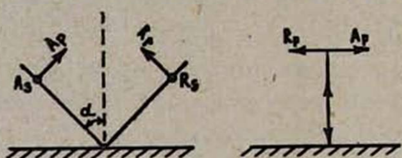



Рис. 3а — Отражение под углом $\alpha \neq 0$.
Рис. 3в — Отражение под углом $\alpha = 0$,

ником всех путаниц, существующих в литературе по вопросу разности фаз между компонентами $R_p$ и $R_s$.

Действительно, авторы этого предположения почему-то направление колебаний связывают с фазой. Ведь колебания, происходящие в разных направлениях, могут иметь одинаковые фазы, а изменение направления колебаний не обязательно сопровождается изменением фазы. Только в одном частном случае, когда направление колебания меняется на 180° (при нулевом угле падения), это равносильно изменению фазы на $\pi$. При этих углах падения, чтобы не допустить ошибки необходимо иметь в виду, что колебания векторов $A_p$ и $R_p$ не параллельны, но если знаки одинаковые, то и фазы одинаковые.

б) При отражении от менее плотной среды в области углов полного внешнего отражения компоненты $R_p$ и $R_s$ по-разному меняют свои фазы, поэтому получается разность фаз между ними, которая определяется по формуле

$$\operatorname{tg}\frac{\delta}{2} = \frac{\cos\alpha\sqrt{\sin^2\alpha - n^2}}{\sin^2\alpha}, \tag{1}$$

а разность фаз между компонентами $R_p$ и $A_p$ и компонентами $R_s$ и $A_s$ определяются с помощью формул

$$\operatorname{tg}\frac{\delta_p}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2\alpha - n^2}}{n^2\cos\alpha}, \tag{2}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\delta_s}{2} = \frac{\sqrt{\sin^2\alpha - n^2}}{\cos\alpha}, \tag{3}$$

где $\delta_p$ — разность фаз между $R_p$ и $A_p$,
$\delta_s$ — разность фаз между $R_s$ и $A_s$,
$\delta = \delta_p - \delta_s$.

Теперь, имея в виду последние обстоятельства и следующие формулы Френеля

$$R_p = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)} A_p, \qquad R_s = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} A_p,$$

где $\beta$ — угол преломления, составим таблицу сдвигов фаз между соответствующими компонентами падающей и отраженной волн в случае прозрачных диэлектриков.

*Таблица 1*

Случай, когда отражение происходит от более плотной среды ($n_1 < n_2$, $\alpha > \beta$)

| $\alpha+\beta$ | Разность фаз между $A_p$ и $R_p$ | Разность фаз между $A_s$ и $R_s$ |
|---|---|---|
| $\alpha+\beta < \frac{\pi}{2}$ | 0 | $\pi$ |
| $\alpha+\beta > \frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | $\pi$ |

*Таблица 2*

Случай, когда отражение происходит от менее плотной среды ($n_1 > n_2$, $\alpha > \beta$)

| $\alpha+\beta$ | Разность фаз между $A_p$ и $R_p$ | Разность фаз между $A_s$ и $R_s$ |
|---|---|---|
| $\alpha+\beta < \frac{\pi}{2}$ | $\pi$ | 0 |
| $\alpha+\beta > \frac{\pi}{2}$, $\alpha < \alpha_a$ | 0 | 0 |

где $\alpha_п$ — предельный угол полного внешнего отражения.

В последней строке таблицы 2 разность фаз между компонентами представлена только для углов падения от нуля до предельного угла полного отражения. В пределах углов падения полного отражения разности фаз между соответствующими компонентами падающей и отраженной волн, а также между компонентами отраженной волны, как уже сказано, дается формулами (1)—(3). Разности фаз между компонентами $R_p$ и $R_s$ отраженной волны, приведенные в таблицах 1 и 2 и формулами (1)—(3), можно представить графиками, приведенными на рисунках 4а и 4в.

Интересно исследовать зависимость величин $\delta_p$ и $\delta_s$ в области углов полного внешнего (внутреннего) отражения по формулам (2) и (3). Эта зависимость представлена на рисунке 5.

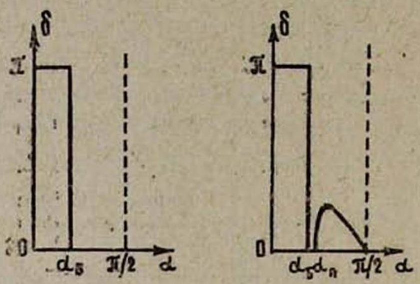
Из приведенных таблиц и графиков можно сделать следующие выводы:

1. При отражении от более плотной среды отраженная волна меняет свою фазу на $\pi$ только в пределах углов падения от угла Брюстера до $\frac{\pi}{2}$, а в пределах углов падения от нуля до угла

Брюстера свою фазу меняет на $\pi$ только $R_s$ компонента и в этом случае отраженный свет меняет свою внутреннюю структуру. Метод обнаружения этого эффекта подробно описан в работе [28].

Следовательно, в пределах углов падения от нуля до угла Брюстера (вернее $0<\alpha<\alpha_Б$) недопустимо предполагать, что при отражении от оптически более плотной среды волна, независимо от поляризации, меняет свою фазу на $\pi$.

2. При отражении от менее плотной среды отраженная волна не меняет своей фазы только в пределах углов падения от угла Брюсте-



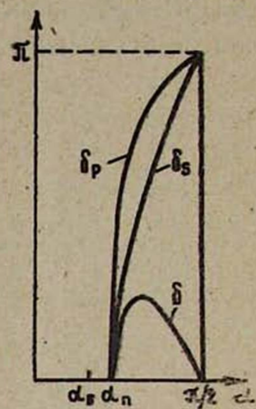




Рис. 4а. Отражение от более плотной среды.
Рис. 4в. Отражение от менее плотной среды.

Рис. 5. Фазовые сдвиги между соответствующими компонентами падающей и отраженной волн и между компонентами отраженной волны.

ра до предельного угла полного внешнего отражения. Следовательно, в пределах углов падения от нуля до угла Брюстера и от предельного угла полного отражения до $\frac{\pi}{2}$ $\left(\text{вернее } 0<\alpha<\alpha_Б,\ \alpha_n<\alpha\leqslant\frac{\pi}{2}\right)$ недопустимо предполагать, что при отражении от менее плотной среды волна, независимо от своей поляризации, не меняет своей фазы.

3. Недопустимо предполагать, что в области углов падения полного внешнего отражения изменения фазы отраженной волны не происходит.

Действительно, как видно (рис. 5), в пределах углов падения от $\alpha_n$ до $\frac{\pi}{2}$ компоненты $R_p$ и $R_s$ свои фазы монотонно меняют от нуля до $\pi$, а разность фаз между ними в этой области растет от нуля, принимая максимальное значение при

$$\operatorname{tg}\frac{\delta_{max}}{2}=\frac{1-n^2}{2n}, \tag{4}$$

и с дальнейшим увеличением угла падения падает до нуля при $\alpha=\frac{\pi}{2}$.

Следовательно, утверждение [9, 18, 19] о том, что при полном внутреннем отражении не происходит сдвига фаз, глубоко ошибочно. До сих пор мы исследовали сдвиг фаз между падающими и отраженными от границы раздела двух прозрачных диэлектриков волн.

Теперь мы рассмотрим фазовые сдвиги при отражении от границы раздела между диэлектриком и металлом.

В случае отражения волны от поверхности металла необходимо иметь в виду, что коэффициент преломления — величина комплексная. Если в прозрачных диэлектриках коэффициент преломления комплексный только в области полного внутреннего отражения, то для металлов (и поглощающих диэлектриков) он комплексен при всех углах падения.

Для исследования фазовых сдвигов между падающими и отраженными от поверхности раздела диэлектрика и металла волнами исходим из следующих условий Френеля:

$$\begin{gathered}\cos\alpha\,(A_p - R_p) = \cos\beta\cdot D_p,\\ A_s + R_s = D_s,\\ \cos\alpha\sqrt{\varepsilon_1}\,(A_s - R_s) = \cos\beta\sqrt{\varepsilon_2}\cdot D_s,\\ \sqrt{\varepsilon_1}(A_p + R_p) = \sqrt{\varepsilon_2}\cdot D_p.\end{gathered} \tag{5}$$

В последних выражениях $\sqrt{\varepsilon_1} = n_1$ и $\sqrt{\varepsilon_2} = n_2$ -- абсолютные коэффициенты преломления прозрачного диэлектрика и металла соответственно, $D_p$ и $D_s$ — компоненты преломленной волны. Так как коэффициент преломления металлов, т. е. $n_2$ — комплексная величина, равная

$$n_2 = n_2'(1 - ix), \tag{6}$$

то комплексной величиной является и относительный коэффициент преломления металлов

$$n = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_2'}{n_1} - i\frac{n_2'x}{n_1} = n_0 - in_0x, \tag{7}$$

где $n_0 = \dfrac{n_2'}{n_1}$.

Имея в виду (5) и (7), получим

$$\frac{R_p}{A_p} = \left|\frac{R_p}{A_p}\right| e^{i\delta_p} = \frac{n^2\cos\alpha - \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}{n^2\cos\alpha + \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}, \tag{8}$$

$$\frac{R_s}{A_s} = \left|\frac{R_s}{A_s}\right| e^{i\delta_s} = \frac{\cos\alpha - \sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \cos\alpha}. \tag{9}$$

Откуда для соотношения компонентов $R_p$ и $R_s$ отраженной волны получим

$$\frac{R_p}{R_s} = \left|\frac{R_p}{R_s}\right| e^{i(\delta_p - \delta_s)} = \left|\frac{R_p}{R_s}\right| e^{i\delta} = -\frac{\cos\alpha\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} - \sin^2\alpha}{\cos\alpha\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \sin^2\alpha}. \tag{10}$$

При выводе последнего выражения мы предполагали, что $|A_p| = |A_s|$.

Обычно предполагают [20], что действительная часть выражения (6) коэффициента преломления, т. е. $n_2'$, также, как и в случае прозрачных сред, представляет собой отношение скоростей распространения волны в ваккуме к распространению ее в металле. Однако нетрудно убедиться в том, что это предположение несостоятельно. Если обозначить фазовые скорости волны в металле и в вакууме через $C$ и $C_0$ соответственно, то отношение $\frac{C_0}{C} = n_2''$, которое является действительной величиной, не равно действительной части комплексного коэффициента преломления, $n_2'' \neq n_2'$. Более того, так как в поглощающих средах поверхности одинаковых фаз не совпадают с поверхностями одинаковых амплитуд, то в экстинкционном множителе амплитуды $\exp\{-n_2''\chi' z\}$ величина $\chi'$ не совпадает с величиной $x$ выражения (6) коэффициента преломления. Величины $n_2''$ и $\chi'$ связаны с величинами $n_2'$ и $x$ следующими соотношениями:

$$\begin{gathered} n''(1-\chi'^2) = n_2'(1-x^2), \\ n''^2\chi' \cos\beta = n_2'^2 x, \end{gathered} \tag{11}$$

где $\beta$ — угол между плоскостями одинаковых фаз и одинаковых амплитуд (действительный угол преломления).

Из последнего выражения видно, что $n''$ зависит от угла $\beta$, следовательно, и от угла падения $\alpha$, т. е. в поглощающей среде фазовая скорость зависит от угла отражения даже в изотропной среде: закон преломления не выполняется.

В случае рентгеновских лучей комплексный коэффициент преломления обозначают через $n = 1 - \Delta_1 - i\Delta_2$, предполагая, что $\Delta_1$ и $\Delta_2$ малые величины. Пренебрегая их квадратами и произведениями, и имея в виду, что $\alpha$ мало отличается от $\frac{\pi}{2}$, мы можем с достаточной точностью сделать следующие приближения:

$$n^2 = (1 - \Delta_1 - i\Delta_2)^2 \approx 1 - 2\Delta_1 - i2\Delta_2,$$

$$\sin^2\alpha = \cos^2\varphi \approx \left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right)^2 \approx 1 - \varphi^2,$$

$$\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} \approx \sqrt{\varphi^2 - 2\Delta_1 - i2\Delta_2},$$

$$\cos\alpha = \sin\varphi \approx \varphi,$$

$$n^2\cos\alpha = (1 - 2\Delta_1 - i2\Delta_2)\sin\varphi = \varphi(1 - 2\Delta_1 - i2\Delta_2).$$

Учитывая эти приближения, выражения (8)—(10) можно привести к следующему виду:

$$\frac{R_p}{A_p} = \frac{\varphi(1 - 2\Delta_1 - i2\Delta_2) - \sqrt{\varphi^2 - 2\Delta_1 - 2i\Delta_2}}{\varphi(1 - 2\Delta_1 - i2\Delta_2) + \sqrt{\varphi^2 - 2\Delta_1 - 2i\Delta_2}}, \tag{13}$$

$$\frac{R_s}{A_s} = \frac{\varphi - \sqrt{\varphi^2 - 2\Delta_1 - 2i\Delta_2}}{\varphi + \sqrt{\varphi^2 - 2\Delta_1 - 2i\Delta_2}}, \tag{13}$$

$$\frac{R_p}{A_s}=\frac{1-\varphi^2-\varphi\sqrt{\varphi^2-2\Delta_1-2i\Delta_2}}{1-\varphi^2+\varphi\sqrt{\varphi^2-2\Delta_1-2i\Delta_2}}. \tag{14}$$

Максимальное значение угла скольжения зеркального отражения порядка двух-трех десятков угловых минут, а в радианах квадрат этого угла имеет величину порядка $10^{-8}-10^{-7}$, поэтому мы можем пренебречь $\varphi^2$, $\Delta_1$, $\varphi$ и $\Delta_2\varphi$ относительно $2\Delta_1$ и $2\Delta_2$. Тогда выражения (12—14) с достаточной точностью можем переписать в следующем виде:

$$\frac{R_p}{A_p}\approx\frac{\varphi-i\sqrt{2\Delta_1+2i\Delta_2}}{\varphi+i\sqrt{2\Delta_1+2i\Delta_2}}, \tag{15}$$

$$\frac{R_s}{A_s}\approx\frac{\varphi-i\sqrt{2\Delta_1+2i\Delta_2}}{\varphi+i\sqrt{2\Delta_1+2i\Delta_2}}, \tag{16}$$

$$\frac{R_p}{A_s}=1. \tag{17}$$

Таким образом, при зеркальном отражении рентгеновых лучей от металлической поверхности $R_p$ и $R_s$ компоненты меняют свои фазы почти одинаково и, следовательно, разность фаз между ними почти равна нулю $\left(\frac{R_p}{R_s}=1\right)$.

Очевидно

$$\sqrt{\Delta_1+i\Delta_2}=a+ib,$$

где

$$a=\pm\sqrt{\frac{\Delta_1}{2}\pm\frac{\sqrt{\Delta_1^2+\Delta_2^2}}{2}}, \tag{18}$$

$$b=\pm\sqrt{-\frac{\Delta_1}{2}\pm\frac{\sqrt{\Delta_1^2+\Delta_2^2}}{2}}. \tag{19}$$

Так как $a$ и $b$ вещественные числа, удовлетворяющие условиям задачи, то

$$a=\pm\sqrt{\frac{\Delta_1}{2}+\frac{\sqrt{\Delta_1^2+\Delta_2^2}}{2}}, \tag{20}$$

$$b=\pm\sqrt{-\frac{\Delta_1}{2}+\frac{\sqrt{\Delta_1^2+\Delta_2^2}}{2}}. \tag{21}$$

Имея в виду последнее и переписав выражения (15)—(17) в виде

$$\frac{R_s}{A_s}=\frac{R_p}{A_p}=\frac{\varphi+b-ia}{\varphi-b+ia}=\frac{c_1-ia}{c_2+ia},$$

где $c_1=\varphi+b$, $c_2=\varphi-b$,
получим

$$\frac{R_p}{A_p}=\left|\frac{R_p}{A_p}\right|e^{i\delta_p}\approx\frac{R_s}{A_s}=\left|\frac{R_s}{A_s}\right|e^{i\delta_s},$$

где

$$\operatorname{tg}\delta_p \approx \operatorname{tg}\delta_s \approx \frac{-2a\varphi}{c_1c_2 - a^2},$$

или

$$\operatorname{tg}\delta_p \approx \operatorname{tg}\delta_s \approx \frac{-2a\varphi}{\varphi^2 - (a^2 + b^2)}. \tag{22}$$

Для выбора знаков $a$ и $b$ в (20) и (21) мы можем рассуждать так: при очень малых углах $\varphi$ в знаменателе (22) можем пренебречь $\varphi^2$ относительно $(a^2 + b^2)$, тогда (22) примет следующий вид:

$$\operatorname{tg}\delta_p = \operatorname{tg}\delta_s = \frac{2a\varphi}{a^2 + b^2}. \tag{23}$$

С другой стороны, в исходных выражениях (12—13) при $\varphi \to 0$ разность фаз между $R_p$ и $A_p$ и между $R_s$ и $A_s$ равна $\pi$, т. е. в (23) величина $\frac{2a\varphi}{a^2 + b^2}$ должна быть меньше нуля, следовательно, из (20) и (21) для $a$ и $b$ получим

$$a = -\sqrt{\frac{\Delta_1}{2} + \frac{\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}}{2}}, \tag{24}$$

$$b = -\sqrt{-\frac{\Delta_1}{2} + \frac{\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2}}{2}}. \tag{25}$$

Итак, исследовав сдвиг фаз при отражении от металлической поверхности, мы приходим к следующим выводам:

1. В области малых углов скольжения (больших углов падения), т. е. в пределах углов скольжения полного внешнего и зеркального отражения, отраженная волна, независимо от поляризации, меняет свою фазу приблизительно на $\pi$ (см. (8), (9), (15) и (16)).

2. Утверждение о том, что в области углов полного отражения отраженная волна не меняет своей фазы, неверно и для случая металлов.

3. При полном отражении в случае рентгеновых лучей разность фаз между компонентами $R_p$ и $R_s$ почти равна нулю: не возникает эллиптической поляризации отраженной волны.

## § 2. Интерференционная картина рентгеновских волн, отраженных от тонких слоев

Рассмотрев вопросы сдвигов фаз между падающими и отраженными волнами, перейдем к исследованию интерференционных картин, полученных рентгеновскими волнами, отраженными от тонких слоев.

### 1. Отражение от прозрачного диэлектрического слоя

Сначала рассмотрим простой случай, когда на прозрачной подложке нанесен один прозрачный слой. Ни слой, ни подложка не поглощают данное монохроматическое рентгеновское излучение. Коэффициенты преломления подложки и слоя обозначим через $n_1$ и $n_2$ соответственно. Рассмотрим случай, когда коэффициент преломления подложки больше, чем коэффициенты преломления слоя ($n_1 = 1 - \Delta_1 > n_2 = 1 - \Delta_2$, т. е. $\Delta_1 < \Delta_2$), и когда наоборот $n_1 < n_2$. Коэффициент преломления подложки относительно слоя будет

$$n_{12} = \frac{n_1}{n_2} \approx 1 + (\Delta_2 - \Delta_1).$$

В первом случае этот коэффициент преломления будет больше единицы ($\Delta_2 - \Delta_1 > 0$), а во втором случае меньше единицы ($\Delta_2 - \Delta_1 < 0$).

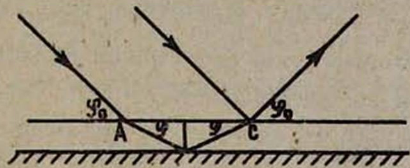



Рис. 6. Схема отражения рентгеновых лучей от тонкого слоя.

1. В первом случае в области углов полного внешнего отражения слоя на границе воздух — слой (рис. 6) рентгеновская падающая волна не доходит до подложки, если толщина слоя значительно больше, чем длина волны. Вне углов полного внешнего отражения слоя часть падающей энергии доходит до подложки и, если предельный угол скольжения зеркального отражеиия больше, чем предельный угол скольжения полного внешнего отражения, то часть энергии волны, доходящей до подложки, зеркально отражается от поверхности раздела слой-подложка и вне образца интерферирует с волной, отраженной от поверхности слоя.

Для нахождения условия возникновения интерференционных максимумов мы должны выяснить вопрос сдвига фаз. В рассматриваемом случае углы Брюстера, удовлетворяющие условию $\operatorname{tg} \alpha = n = 1 - \Delta$, имеют порядок величины $\frac{\pi}{4}$. Так как предельные углы падения полного внешнего отражения в рассматриваемом случае близки к $\frac{\pi}{2}$ и отражение происходит в пределах углов $\alpha_Б < \alpha < \alpha_n$, то следовательно, при отражении от границы слоя волна не меняет своей фазы, а при отражении от границы раздела слой-подложка происходит сдвиг фаз на $\pi$ (см. таблицы). Тогда условия возникновения интерференционных максимумов примут следующий вид:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} + \frac{\lambda}{2} = n\lambda. \qquad (26)$$

В случае рентгеновских лучей углы скольжения зеркального отражения малы, а углы падения зеркального отражения близки к $\frac{\pi}{2}$, так что заменяя угол падения углом скольжения, мы можем выражение (26) переписать в виде

$$2d\sqrt{2\Delta - \varphi^2} + \frac{\lambda}{2} = n\lambda, \tag{27}$$

где $\varphi = \frac{\pi}{2} - \alpha$ — угол сльольжения зеркального отражения.

2) Во втором случае, когда $n_1 < n_2$, т. е., когда $\delta_1 > \delta_2$, угловая область полного внешнего отражения подложки больше, чем угловая область полного внешнего отражения слоя:

$$\varphi_n' = \sqrt{2\Delta_1}, \quad \varphi_n'' = \sqrt{2\Delta_2}, \quad \varphi_n' > \varphi_n'',$$

где $\varphi_n'$ и $\varphi_n''$ — предельные углы скольжения полного внешнего отражения подложки и слоя соответственно.

В углах скольжения от нуля до $\varphi_n''$ падающая энергия полностью отражается от внешней поверхносги слоя, но в углах скольжения от $\varphi_n''$ до $\varphi_n'$ часть падающей энергии зеркально отражается от слоя, а другая часть входит в слой, доходит до подложки, откуда полностью отражается и, выходя из образца, интерферирует с волной, отраженной от внешней поверхности слоя.

В пределах углов скольжения от предельного угла скольжения полного внешнего отражения подложки до ее же предельного угла скольжения зеркального отражения, если, конечно, $\varphi_{зер.}' < \varphi_{зер.}''$, где $\varphi_{зер.}'$ и $\varphi_{зер.}''$ — предельные углы скольжения зеркального отражения подложки и слоя соответственно, часть энергии от слоя, а другая часть от подложки, зеркально отражаются и вне образца интерферируют между собой.

Условия возникновения интерференционных максимумов в пределах углов скольжения от $\varphi_n''$ до $\varphi_n'$ будут

для компоненты $R_p$

$$2d\sqrt{2\Delta - \varphi^2} + \frac{\lambda}{2\pi} 2\,\mathrm{arctg}\left(\frac{\sqrt{\sin^2\alpha - n^2}}{n^2\cos\alpha}\right) = n\lambda, \tag{28}$$

для компоненты $R_s$

$$2d\sqrt{2\Delta - \varphi^2} + \frac{\lambda}{2\pi} 2\,\mathrm{arctg}\left(\frac{\sqrt{\sin^2\alpha - n^2}}{\cos\alpha}\right) = n\lambda. \tag{29}$$

Как видно из последних выражений, максимумы разных компонентов электрического вектора, вообще говоря, получаются в разных углах (в разных местах). Однако в случае рентгеновских лучей коэффициент преломления незначительно отличается от единицы, поэтому условия (28) и (29) также незначительно отличаются друг от друга и, следовательно, максимумы $P$ и $S$ поляризации практически совпадают. При выводе (28) и (29) мы имели в виду обстоятельство, что при зеркальном отражении от внешней поверхности слоя отраженная волна своей фазы не меняет, а при полном внешнем отражении от поверхности подложки компоненты $R_p$ и $R_s$ свои фазы меняют по законам (2) и (3).

Условие возникновения интерференционных максимумов в пределах углов скольжения $\varphi_n' < \varphi < \varphi_{зер.}'$ будет

$$2d\sqrt{2\Delta-\varphi^2} = n\lambda. \tag{30}$$

При выводе последнего мы имели в виду, что как при отражении от внешней поверхности слоя, так и при отражении от подложки, отраженные волны своих фаз не меняют, так как в этих случаях отражения происходят от менее плотных сред и в пределах углов падения от угла $\alpha_Б$ Брюстера до угла $\alpha$ внешнего отражения.

## 2. Отражения от металлического слоя

Теперь рассмотрим случай, когда на прозрачной подложке нанесен один металлический слой.

Отражение световых волн от металлической поверхности рассмотрено в работе [29]. В случае света коэффициент преломления металлов всегда комплексен и коэффициент отражения большой, но в случае рентгеновых лучей, когда поглощение в отдельных случаях может быть ничтожным, коэффициент преломления почти вещественен, а коэффициент отражения мал.

В случае, когда коэффициент преломления металлов для рентгеновых лучей вещественный, интерференционная картина будет рассчитана подобно расчету, сделанному во втором параграфе для прозрачных диэлектриков.

Здесь мы рассмотрим интерференционную картину, полученную рентгеновскими лучами, отраженными от металлического слоя (с комплексным коэффициентом преломления), нанесенного на прозрачную диэлектрическую подложку. Коэффициент преломления металла обозначим, как и раньше, через $n_м = 1-\Delta_1 - i\Delta_2$, а коэффициент преломления подложки — $n_п = 1-\Delta_3$. В рассматриваемом случае коэффициент преломления подложки относительно металлического слоя будет

$$n_{пм} = \frac{1-\Delta_3}{1-\Delta_1 - i\Delta_2} \approx 1-\Delta_4 + i\Delta_2,$$

где $\Delta_4 = \Delta_3 - \Delta_1$.

Необходимо различать два случая, когда $\Delta_4 > 0$ и когда $\Delta_4 < 0$. В первом случае вещественная часть относительного коэффициента преломления $n_{пм}$ меньше единицы $1-\Delta_4 < 1$, во втором случае $1-\Delta_4 > 1$. Выбор знаков $a$ и $b$ в (24) и (25) сделан для случая, когда $\Delta_4 = \Delta_1 > 0$, поэтому мы здесь ограничимся рассмотрением случая $\Delta_4 > 0$. Для исследования случая $\Delta_4 < 0$ необходим соответствующий выбор знаков $a$ и $b$, что не представляет трудности.

В рассматриваемом случае интерференционная картина получается наложением волн, отраженных от внешней поверхности металлического слоя и от поверхности раздела между слоем и подложкой. Если угол скольжения падения $\varphi$ меньше, чем предельный угол скольжения зеркального отражения, то часть падающей энергии зеркально отражается от поверхностного слоя, а часть доходит до подложки и оттуда, зеркально отражаясь, выходит из слоя и интерферирует с первой отраженной волной. В этом случае условия образования интерференционных максимумов примут следующий вид:

$$2d\sqrt{2\Delta_1-\varphi^2}+\frac{\lambda}{2\pi}\,\mathrm{arc\,tg}\left(\frac{2a_1\varphi}{a_1^2+b_1^2}\right)-\frac{\lambda}{2\pi}\,\mathrm{arc\,tg}\left(\frac{2a_2\varphi}{a_2^2+b_2^2}\right)=n\lambda,$$

где значения $a_1$ и $b_1$ совпадают с выражениями (24) и (25), а $a_2$ и $b_2$ определяются выражениями

$$a_2=-\sqrt{\frac{\Delta_4}{2}+\frac{\sqrt{\Delta_4^2+\Delta_2^2}}{2}},\quad b_2=-\sqrt{-\frac{\Delta_4}{2}+\frac{\sqrt{\Delta_4^2+\Delta_2^2}}{2}}.$$

Как известно, для получения наблюдаемой интерференционной картины необходимо не только постоянство разностей фаз между интерферирующими волнами, но и необходимо, чтобы амплитуды этих волн мало отличались друг от друга. Ясно, что если амплитуды волн, отраженных от передней и задней поверхностей слоя, не одинакового порядка, то не получится наблюдаемой интерференционной картины: максимумы и минимумы так мало будут отличаться, что отделять их друг от друга будет практически невозможно.

Ереванский государственный университет

Поступила 25.V.1970

## ЛИТЕРАТУРА


1. *A. Compton*, Phys. Rev., 20, 84 (1922); Phil. Mag. 45, 1129 (1923).
2. Siegbahn und Lundquist, Siegbahn Spektroskopie der Röntgenstrahlen, Berlin, 1931.
3. *В. П. Линник* и *В. Е. Лашкарев*, Z. S. f. Phys., 38, 659 (1926).
4. *M. Ф. Nähring*, Phys. Zeitsch., 31, 401 (1930).
5. *H. Kiessig*, Ann. d. Phys. B, 10, 715 (1931), Ann. d. Phys. B, 11 (1931).
6. *H. E. Stauss*, Phys. Rev., 34, 1021 (1929).
7. *O. C. Edwards*, Phys. Rev., 32, 712 (1928), 33, 463 (1929).
8. *В. П. Линник*, Z. s. f. Phys., 65, 107 (1930).
9. *А. И. Алиханов*, Оптика рентгеновых лучей, Гос. тех.-теор. изд., Л.—М., 1933.
10. *E. H. Steps*, Ann. d. Phys., 1, 16, 949 (1933).
11. *Алиханов* и *Арцимович*, Z. s. f. Phys., 82, 489 (1933).
12. *R. Riedmiller*, Ann. d. Phys., 20, 390 (1934), 20, 377 (1934).
13. *В. А. Корчагин* и *Б. Исаев*, ЖЭТФ, 6, 941 (1936).
14. *Б. М. Равинский*, *В. М. Синайский* и *В. И. Сиденко*. Физика твердого тела, 12, 1, 138 (1970).
15. *П. А. Безирганян*, *М. А. Церунян*, *Я. М. Погосян*, *Г. Ширинян*, Изв. АН АрмССР, Физика, 5, 2 (1970).
16. *М. А. Церунян*, *Ж. К. Манучарова*, *С. А. Адамян*, *П. А. Безирганян*, Молодой научный сотрудник, ЕрГУ (в печати).
17. *М. А. Блохин*, Физика рентгеновых лучей, Изд. тех.-теор. литературы, М., 1957.
18. *Р. Джеймс*, Оптические принципы дифракции рентгеновых лучей. Изд-во ИЛ М., 1950.

19. *С. Метфессель*, Тонкие пленки, их изготовление и измерение, Госэнергоиздат, М.—Л., 1963.
20. *Г. С. Ландсберг*, Оптика, гос. тех.-издат., М., 1957.
21. *М. Борн*, Оптика, ОНТИ, Киев—Харьков, 1937.
22. *П. Друде*, Оптика, ОНТИ, Л.—М., 1935.
23. *А. В. Соколов*, Оптические свойства металлов, физ.-мат., гиз., М., 1961.
24. *А. Шустер*, Введение в теоретическую оптику, ОНТИ, Л.—М., 1935.
25. *Р. Дитчберн*, Физическая оптика, Наука, М., 1965.
26. *А. Зоммерфельд*, Оптика, ИЛ., М., 1953.
27. *П. А. Безирганян*, Оптика (в печати).
28. *П. А. Безирганян*, *К. А. Туманян*, Оптика (в печати).


## ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ՃԱՌԱԳԱՅԹՆԵՐԻ ԼՐԻՎ ԱՐՏԱՔԻՆ ԵՎ ՀԱՅԵԼԱՅԻՆ ԱՆԴՐԱԴԱՐՁՈՒՄՆԵՐԸ ԲԱՐԱԿ ԹԱՂԱՆԹՆԵՐԻՑ

Պ. Հ. ԲԵԶԻՐԳԱՆՅԱՆ, Մ. Հ. ԾԵՐՈՒՆՅԱՆ, Ժ. Կ. ՄԱՆՈՒՉԱՐՈՎԱ


*Ուսումնասիրված է ռենտգենյան ճառագայթների լրիվ արտաքին և հայելային անդրադարձումները մետաղական և թափանցիկ դիէլեկտրիկ բարակ թաղանթներից։ Ցույց է տրված, որ գրականության մեջ, ընկնող և անդրադարձող ալիքների միջև ֆազային թռիչքների հարցը խճճված է և մի քանի հեղինակների մոտ այդ հարցի վերաբերյալ կա սխալ պատկերացում։*

*Գտնված է ֆազային թռիչքների ճիշտ արտահայտությունը էլեկտրական վեկտորի ընկնող և անդրադարձող բաղադրիչների միջև։*

*Պարզված է տատանումների ուղղության ազդեցության հարցը համապատասխան ընկնող և անդրադարձող ալիքների ֆազային թռիչքների վերաբերյալ։*

*Ցույց է տրված, որ լրիվ արտաքին անդրադարձման ժամանակ անդրադարձված ալիքի էլեկտրական վեկտորի բաղադրիչների ֆազերը փոփոխվում են զրոյից մինչև π։*

*Ընկնող հարթությանը զուգահեռ և ուղղահայաց հարթություններում ռենտգենյան ճառագայթների լրիվ արտաքին անդրադարձման ժամանակ անդրադարձվող ալիքի բաղադրիչների միջև եղած ֆազերի տարբերությունը կարելի է անտեսել բավականին մեծ ճշտությամբ։*


## X-RAY TOTAL EXTERNAL AND SPECULAR REFLECTIONS FROM THIN LAYERS

P. H. BEZIRGANIAN, M. A. TSEROONIAN, J. K. MANOOCHAROVA


Total external and specular reflections of x-rays from thin transparent dielectric and metallic layers are studied.

The expression for phase shift between incident and reflected waves at reflection from more dense medium and less dense medium was specified.

Exact conditions of the rise of the wave interference peak reflected from dielectric and metallic thin layers are found.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 5, 448—452 (1970)

# СКОРОСТЬ УЛЬТРАЗВУКА В Н-ОКТАНЕ И Н-ДЕКАНЕ ПРИ ПОВЫШЕННЫХ ДАВЛЕНИЯХ

А. Л. БАДАЛЯН, Н. Ф. ОТПУЩЕННИКОВ, Ю. С. ШОЙТОВ

**Импульсным ультраакустическим методом измерена скорость ультразвука в жидких н-октане и н-декане в интервале температур 30÷140°С и давлений до 1200 *кГ/см*². Погрешность измерения скорости ультразвука составляла не более ±0,2%.**

**Установлено, что скорость ультразвука в жидких н-октане и н-декане в исследованном интервале температур и давлений с точностью до погрешности эксперимента по изотермам изменяется по нелинейному закону.**

**Показано, что коэффициент $k$ в уравнении (2) в зависимости от температуры для исследованных веществ уменьшается по линейному закону.**

Экспериментальное исследование скорости звука в жидкостях при высоких давлениях и температурах имеет не только научно-теоретическое, но и прикладное значение [1—8]. За последние 20 лет ультраакустические методы исследования строения и физических свойств вещества в трех его агрегатных состояниях получили широкое распространение, так как они обладают высокой чувствительностью. По акустическим свойствам вещества имеется возможность рассчитать многие весьма важные термодинамические характеристики жидкостей как по линии насыщения, так и в зависимости от приложенного давления [6—12].

Нами были проведены измерения скорости ультразвука в н-октане ($\rho_4^{20} = 0{,}7025$, $n_D^{20} = 1{,}3977$) и н-декане ($\rho_4^{20} = 0{,}7293$, $n_D^{20} = 1{,}4118$) в интервале температур 30÷140°С и при давлениях до 1200 *кГ/см*².

Измерение скорости ультразвука производилось на импульсной ультразвуковой установке [11] на частоте 2 *Мгц*, которая была несколько усовершенствована и приспособлена для измерения скорости ультразвука при давлениях до 1200 *кГ/см*². Температура измерялась платиновым термометром сопротивления, помещенным непосредственно в рабочий объем автоклава. Ошибка в измерении температуры не превышала ±0,05°С. При термостатировании исследуемых веществ пользовались термостатом ТС-16, который позволял поддерживать заданную температуру с точностью ±0,05°С. Необходимое давление в измерительной камере создавалось образцовым грузопоршневым манометром МП-2500 класса точности 0,05 через сильфон, отделяющий масло от исследуемой жидкости.

Суммарная относительная ошибка определения скорости ультразвука $c$ в зависимости от давления $p$ и температуры $T$

$$\left.\frac{\delta c}{c}\right|_{p,T} = \frac{\delta l}{l} + \frac{\delta \tau}{\tau} + \frac{1}{c}\left(\frac{\partial c}{\partial p}\right)_T \delta p + \frac{1}{c}\left(\frac{\partial c}{\partial T}\right)_p \delta T, \qquad (1)$$

*Таблица 1*

**Скорость ультразвука (м/сек) в н-октане и н-декане в зависимости от давления и температуры**

| p, кГ/см² \ t°, C | н-октан | | | | | | н-декан | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 30 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 | 30 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 | 140 |
| 0 | 1153 | 1112 | 1031 | 925 | 875 | 799 | 1215 | 1176 | 1100 | 1024 | 952 | 882 | 812 |
| 100 | 1222 | 1184 | 1108 | 1038 | 969 | 904 | 1277 | 1240 | 1168 | 1101 | 1035 | 973 | 913 |
| 200 | 1282 | 1246 | 1176 | 1111 | 1048 | 988 | 1333 | 1299 | 1231 | 1168 | 1107 | 1050 | 994 |
| 300 | 1337 | 1303 | 1236 | 1175 | 1117 | 1062 | 1384 | 1351 | 1287 | 1227 | 1171 | 1116 | 1066 |
| 400 | 1387 | 1355 | 1291 | 1234 | 1176 | 1125 | 1431 | 1400 | 1340 | 1282 | 1228 | 1176 | 1128 |
| 500 | 1434 | 1403 | 1342 | 1286 | 1234 | 1184 | 1476 | 1445 | 1387 | 1333 | 1281 | 1231 | 1185 |
| 600 | 1479 | 1448 | 1389 | 1337 | 1285 | 1238 | 1518 | 1488 | 1432 | 1380 | 1330 | 1282 | 1238 |
| 700 | 1520 | 1490 | 1437 | 1382 | 1334 | 1286 | 1558 | 1528 | 1475 | 1422 | 1375 | 1329 | 1286 |
| 800 | 1560 | 1531 | 1476 | 1426 | 1379 | 1333 | 1594 | 1567 | 1515 | 1465 | 1417 | 1374 | 1332 |
| 900 | 1596 | 1569 | 1513 | 1467 | 1419 | 1377 | 1631 | 1604 | 1550 | 1503 | 1457 | 1414 | 1375 |
| 1000 | 1632 | 1606 | 1552 | 1506 | 1459 | 1417 | 1665 | 1637 | 1588 | 1541 | 1496 | 1453 | 1415 |
| 1100 | 1666 | 1640 | 1588 | 1542 | 1498 | 1456 | 1698 | 1672 | 1623 | 1577 | 1533 | 1491 | 1453 |
| 1200 | 1699 | 1674 | 1623 | 1579 | 1554 | 1494 | 1730 | 1703 | 1658 | 1612 | 1568 | 1527 | 1490 |
| K, $\frac{м^4}{кг \cdot сек}$ | 28,79 | 28,20 | 26,96 | 25,96 | 24,84 | 23,73 | 28,80 | 28,29 | 27,32 | 26,36 | 25,32 | 24,27 | 23,32 |
| A, $\frac{м^4}{кг \cdot сек \cdot град.}$ | 0,0569 | | | | | | 0,0498 | | | | | | |

где $l$ — длина акустического пути, $\tau$ — время акустической задержки импульса, составляла на нашей установке не более $\pm 0{,}2\%$.

Результаты наших измерений скорости ультразвука в жидких н-октане и н-декане приведены в таблице 1.

В таблице 2 приведены результаты контрольных измерений скорости звука в указанных жидкостях при атмосферном давлении. Как следует из таблицы, значения скорости ультразвука, полученные нами, хорошо согласуются с наиболее надежными данными других авторов [13, 14]. Измеренная нами скорость ультразвука в н-октане в зависимости от давления по изотермам также хорошо согласуется (см. рисунок ) с данными [14], где проводилось исследование импульсным методом в том же интервале температур, но при давлении до 1400 *бар*.

*Таблица 2*

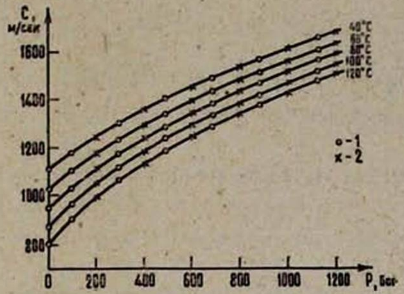
*c, м/сек*

| t, °C | н-октан | | | н-декан | |
|---|---|---|---|---|---|
| | наши изм. | данные других авторов | | наши изм. | данные [13] |
| 30 | 1153 | 1152 | [13] | 1215 | 1215 |
| 40 | 1112 | 1111 | [13] | 1176 | 1177 |
| | | 1110 | [14] | | |
| 50 | 1071 | 1070 | [13] | 1137 | 1139 |
| 60 | 1031 | 1031 | [13] | 1100 | 1100 |
| | | 1030 | [14] | | |
| 70 | 991 | 990 | [13] | 1062 | 1065 |
| 80 | 952 | 951 | [13] | 1024 | 1026 |
| | | 951 | [14] | | |
| 90 | 913 | 912 | [13] | 988 | 990 |
| 100 | 875 | 874 | [13] | 952 | 953 |
| | | 874 | [14] | | |
| 110 | 837 | 836 | [13] | 917 | 918 |
| 120 | 799 | 798 | [13] | 882 | 884 |
| | | 797 | [14] | | |
| 130 | | | | 847 | 849 |
| 140 | | | | 812 | 815 |

Обработка опытных данных показала, что скорость ультразвука в зависимости от давления по изотермам в указанных жидкостях подчиняется соотношению [11]

$$c = \sqrt[3]{c_0^3 + k(p - p_0)}, \tag{2}$$

где $c_0$ — скорость ультразвука при $p = p_0$, $p$ — приложенное давление, $p_0$ — атмосферное давление, $k$ — постоянная, зависящая от вещества и температуры. Уравнение (2) можно получить теоретически из термодинамического уравнения для скорости звука [15]. Как видно из уравнения (2), скорость ультразвука при постоянной температуре в зависимости от давления изменяется по нелинейному закону. С повышением давления коэффициент $\left(\frac{dc}{dp}\right)_T$ уменьшается, подчиняясь закону, который следует из уравнения (2). Значения коэффициента $k$, рассчитанные методом наименьших квадратов при различных температурах, приведены в табл. 1. Максимальное отклонение экспериментальных значений скорости ультразвука от рассчитанных по формуле (2) не превышает погрешности эксперимента.




1 — наши измерения, 2 — данные ]14].

Из таблицы 1 видно, что величина коэффициента $k$ с ростом температуры уменьшается. Уменьшение значения $k$ в зависимости от температуры для исследованиых веществ происходит по линейному закону

$$k = k_0 - A\,(t - t_0), \tag{3}$$

где $k_0$ — значение величины $k$ при $t = t_0$,

$A$ — константа.

Значения константы $A$, зависящей только от исследуемого вещества, приведены в табл. 1.

Характер установленной нами закономерности для коэффициента $k$ в виде уравнения (3) по-видимому будет выполнятся и для других членов гомологического ряда н-парафинов.

Курский гос. пед. институт Поступила 10.VI.1970

ЛИТЕРАТУРА

1. *И. Г. Михайлов, В. А. Соловьев, Ю. П. Сырников*, Основы молекулярной акустики, Наука, М., 1964.
2. *Б. Б. Кудрявцев*, Применение ультраакустических методов в практике физико-химических исследований, ГИТТЛ, М.—Л., 1952.
3. *В. Ф. Ноздрев*, Применение ультраакустики в молекулярной физике, ГИФМЛ, М., 1958.
4. *Л. Бергман*, Ультразвук, ИЛ, М., 1957.
5. *W. Schaafs*, Molekularakustik, Berlin, 1962.
6. *Ю. А. Неручев, В. В. Зотов, Н. Ф, Отпущенников*, Укр. физ., Ж. 12, 1387 (1967).
7. *В. В. Зотов, Ю. А Неручев, Н. Ф. Отпущенников*, Инж-физ., Ж., 15, 890 (1968).
8. *В. В. Зотов, Ю. А. Неручев*, Сб. Ультразвук и физико-химические свойства вещества, вып. 3, 42, М., 1969.
9. *Ю. А. Неручев*, Сб. Ультразвук и физико-химические свойства, вып. 3, 92, М., 1969.
10. *В. В. Зотов, Ю. А. Неручев, Н. Ф. Отпущенников*, ЖФХ, 43, 776 (1969).
11. *Ю. С. Шойтов, Г. М. Панькевич, Н. Ф. Отпущенников*, Теплоэнергетика, 10, 76 (1968).

12. *Г. М. Панькевич, Ю. С. Шойтов*, Сб. Ультразвук и физико-химические свойства вещества, вып. 3, 36, М., 1969.
13. *В. В. Зотов, Ю. А. Неручев, Н. Ф. Отпущенников*, Сб. Ультразвук и физико-химические свойства вещества, вып. 3, 25, М., 1969.
14. *J. W. M. Boelhauwer*, Physica, 34, 484 (1967).
15. *Н. Ф. Отпущенников*, Сб. Ультразвук и физико-химические сьойства вещества, вып. 4, Курск, 1970.

## ՈՒԼՏՐԱՁԱՅՆԻ ԱՐԱԳՈՒԹՅՈՒՆԸ ՆՈՐՄԱԼ-ՕԿՏԱՆՈՒՄ ԵՎ ՆՈՐՄԱԼ-ԴԵԿԱՆՈՒՄ ԲԱՐՁՐ ՃՆՇՈՒՄՆԵՐԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ա. Լ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ, Ն. Ֆ. ՕՏՊՈՒՇՉԵՆՆԻԿՈՎ, Յ. Ս. ՇՈՅՏՈՎ

*Իմպուլսային ուլտրաձայնային մեթոդով չափվել է ուլտրաձայնի արագությունը հեղուկ նորմալ-օկտանում և նորմալ-դեկանում 03—140°C ջերմաստիճանային միջակայքում և մինչև 1200 կգ/սմ2 ճնշման տակ։ Ուլտրաձայնի արագության չափման սխալը կազմել է 0,2%-ից ոչ ավելի։*

*Սահմանվել է, որ ուլտրաձայնի արագությունը հեղուկ նորմալ-օկտանում և նորմալ-դեկանում իզոթերմներով հետազոտված ջերմաստիճանային և ճնշման միջակայքում փորձի սխալի ճշտության սահմաններում փոփոխվում է ոչ գծային օրենքով։*

*Ցույց է տրվել, որ հետազոտված նյութերի համար (2) հավասարման մեջ մտնող* k *գործակիցը ջերմաստիճանից կախված փոքրանում է գծային օրենքով։*

## THE VELOCITY OF ULTRASOUND IN N-OCTANE AND N-DECANE AT HIGH PRESSURE

A. L. BADALIAN, N. F. OTPUSHCHENNIKOV, U. S. SHOYTOV

The velocity of ultrasound in liquid n-octane and n-decane was measured in a temperature range from +30 to 140°C and at pressures up to 1200 $kg/cm^2$ using an ultrasound pulse method. The accuracy is estimated to be no less than 0,2%.

Sound velocity in liquid n-octane and n-decane is found to be non-linear along isoterms within the accuracy of measurements in the mentioned range of temperature and pressure.

The coefficient $k$ in Eq. (2) for the investigated liquids is shown to reduce linearly with temperature.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 5, 453—457 (1970)

ТЕХНИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

# РЕНТГЕНОВСКИЙ ИНТЕРФЕРОМЕТР И ЕГО ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ

Ф. О. ЭЙРАМДЖЯН, П. А. БЕЗИРГАНЯН

**Изготовлен рентгеновский интерферометр из монокристалла кремния и с помощью полученных муаровых картин оценена чувствительность прибора.**

В оптике известно [1], что когерентными являются только волны, принадлежащие одному и тому же акту испускания данного атома и поэтому для получения когерентных волн необходимо испускаемое излучение расчленить на два потока и заставить их встретиться после того, как ими пройдены различные пути. Все оптические интерферометры осуществлены по этому принципу. Очевидно, что по этому же принципу можно было изготовить и рентгеновские интерферометры [2—9]. Однако после открытия интерференции рентгеновских лучей в кристаллах долгое время не были осуществлены рентгеновские интерферометры. Вероятно это объясняется тем, что из-за малой длины рентгеновской волны к интерферометрам этих волн предъявлялись более жесткие требования, и первым долгом предстояло преодолеть следующие трудности:

1) для получения четкой интерференционной картины необходимо, чтобы налагаемые волны были бы строго плоско-параллельными и монохроматическими, что достигается трудно в реальных кристаллах,

2) так как зеркальное отражение рентгеновских лучей получается только в области очень малых углов скольжения, поэтому расщепление первичного пучка практически возможно только с помощью Вульф-Бреговского отражения от атомных плоскостей, что требует достаточно точной ориентировки отдельных частей (блоков) интерферометра друг относительно друга,

3) практически интерференционная картина не наблюдается, когда амплитуды налагаемых волн намного отличаются друг от друга. С другой стороны, расщепление первичного пучка на волны, с мало отличающимися амплитудами, также нелегкая задача.

С развитием техники выращивания почти бездислокационных (идеальных) кристаллов и с открытием явления аномального поглощения [10—11] рентгеновских лучей стало возможным преодолеть перечисленные трудности и осуществить [2—9] рентгеновские интерферометры.

Задачей излагаемой работы была разработка, изготовление и испитание рентгеновского интерферометра: получение интерференционной картины и определение чувствительности прибора.

## Описание интерферометра

Интерферометр был изготовлен по схеме, показанной на рис. 1. Из почти бездислокационного монокристалла кремния (плотность дислокаций $\rho = 10-20$ *см*$^{-2}$) была вырезана Ш-образная фигура: три блока с общим основанием, изготовленные из одного и того же куска монокристалла (рис. 2). Отражающие плоскости (220) были перпенди-

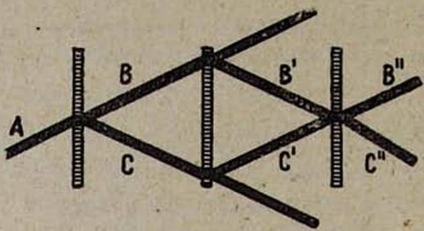



Рис. 1. Ход лучей в интерферометре.

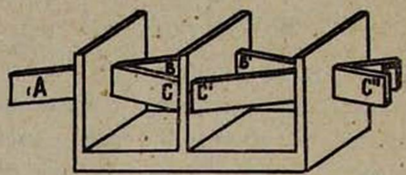



Рис. 2. Схема интерферометра.

кулярными к большим поверхностям кристаллов (блоков) и поверхности основания (рис. 2). Размеры блоков (без основания) были $14 \times 12 \times 0{,}7$ *мм*. Толщины кристаллов (блоков) контролировались с точностью до 3—4 микрона. После тщательной полировки и отжига кристаллов интерферометра были получены интерференционные картины от этого интерферометра (рис. 3) на камере КРС (Миускова-Ланге).

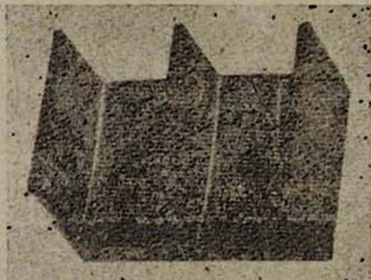


Рис. 3. Рентгеновский интерферометр.

## Разрешение интерферометра

Как видно из первого рисунка, в первом кристалле (блоке) падающий пучок $A$ расщепляется на два пучка ($B$ и $C$) и, если толщина этого кристалла и длина волны падающего излучения выбраны подходящим образом, то интенсивности этих пучков будут почти одинаковыми, что необходимо для получения интерференционной картины. Во втором кристалле происходят вторые отражения и пучки $B'$ и $C'$ налагаются друг на друга в третьем кристалле, где и возникают пучки $B''$ и $C''$.

В случае идеальных кристаллов интерферометра (бездислокационные, бездефектные кристаллы, имеющие одинаковые межплоскостные расстояния и идеальные точно-параллельные ориентировки) во всех точках облучаемого объема третьего кристалла пучки $B'$ и $C'$ будут находиться в одинаковых фазах и, следовательно, во всех точках поперечных сечений пучков $B''$ и $C''$ контрастность будет одинаковой.

При наличии дислокации в кристаллах интерферометра на пленках, вставленных перпендикулярно пучкам $B'$ и $C'$, получаются топограммы этих дислокаций.

С другой стороны, как известно [12—14], муаровые узоры возникают при наложении двух кристаллов, различающихся параметром или ориентировкой. Если кристалл рассматривать как штриховую дифракционную решетку, штрихи которой параллельны плоскостям решетки, находящимся в Вульф-Брегговском отражающем положении, то при наложении двух кристаллов с небольшой разницей в ориентации для периода муаровых узоров получим

$$D = \frac{d}{\theta}, \tag{1}$$

где $d$ — межплоскостное расстояние отражающих кристаллов,

$\theta$ — угол между отражающими плоскостями этих двух кристаллов

$D$ — период муаровых полос.

Как видно из (1), при достаточно малых $\theta$ период муаровых картин поворота $D$ будет намного больше, чем период решетки $d$, т. е. происходит сильное увеличение разрешения рентгеновской дифракционной картины.

При наложении двух строго параллельных кристаллов с несколько отличающимися периодами $d_1$ и $d_2$ также возникают муаровые узоры с увеличенным периодом

$$D = \frac{d_1 d_2}{d_1 - d_2}. \tag{2}$$

Как видно из последнего, если $d_1$ и $d_2$ достаточно мало отличаются, то период $D$ параллельного муара намного больше, чем межплокостные расстояния отражающих плоскостей этих параллельных кристаллов, т. е. и в этом случае резко увеличивается разрешение дифракционных картин.

Если налагаемые кристаллы отличаются друг от друга как параметрами, так и ориентировкой, то период муаровых картин определяется выражением

$$D = d_1 \left[ \frac{(d_1 - d_2)^2}{d_2^2} + \theta^2 \right]^{-1/2}. \tag{3}$$

Известно также, что муаровые полосы вращения получаются параллельно плоскости падения (перпендикулярно штрихам дифракционной решетки), а полосы параллельного муара перпендикулярны плоскости падения (параллельно штрихам решетки).

В случае, когда одновременно $d_1 - d_2$ и $\Theta$ отличны от нуля, получаются контуры (полосы), которые с дифракционным вектором составляют угол

$$\operatorname{arctg}\left(\frac{d_1 - d_2}{d_2\Theta}\right).$$

Муаровые узоры, полученные одним из наших интерферометров (см. рис. 3), приведены на рис. 4.

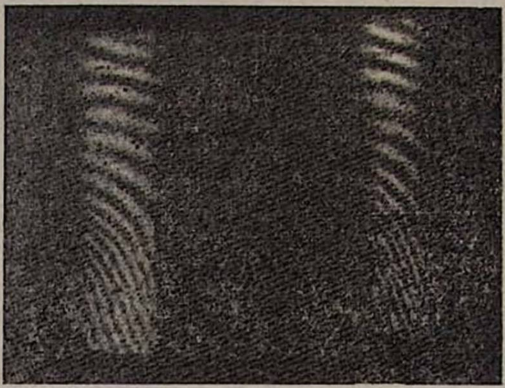


Рис. 4. Муаровая картина, полученная интерферометром.

Как видно из этого рисунка, полученная картина представляет из себя муаровые узоры вращения, так как полосы параллельны плоскостям падения и перпендикулярны отражающим плоскостям (отражающие плоскости вертикальны, а плоскость падения горизонтальна).

С помощью формулы (1) легко оценить величину разориентации $\Theta$, благодаря чему возникли эти узоры. Действительно, из муаровых картин, определив период полос $D$ и зная межплоскостное расстояние $d$, можно определить $\Theta$ по

$$\Theta = \frac{d}{D}. \tag{4}$$

Период муаровых картин $D = 1{,}35$ *мм*, межплоскостное расстояние рассеивающих плоскостей $d_{220} = 1{,}902$ Å, по этим данным из (4) получим $\Theta = 1{,}41 \cdot 10^{-7}$ радиан, который равен 0,027 угловым секундам.

Такое незначительное вращение без рентгеновского интерферометра не смогли бы обнаружить ни каким способом.

Таким образом, исходя из вышеизложенного, можно констатировать:

1) В Советском Союзе впервые изготовлен рентгеновский интерферометр из монокристалла кремния.

2) С помощью интерферометра получена интерференционная картина, в частности, муаровые узоры.

3) Оценена величина разрешения интерферометра и показано, что с помощью интерферометра можно разрешить разориентировки порядка сотых долей угловых секунд.

В заключение выражаем благодарность Пинскеру З. Г. за обсуждение результатов и за ценные советы.

Ереванский государственный университет Поступила 20.II.1970

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Г. С. Ландсберг*, Оптика М., 1965.
2. *U. Bonse, M. Hart*, Appl. Phys. lett. 6, 8 (1965).
3. *U. Bonse, M. Hart*, Appl. Phys. lett. 7, 4 (1965).
4. *U. Bonse, M Hart*, Z. für Physik, 188, 154 (1965).
5. *U. Bonse, M. Hart*, Z. für Physik, 190, 455 (1966).
6. *U. Bonse, M. Hart*, Z. für Physik, 191 (1966).
7. *U. Bonse, M. Hart*, Acta Cryst. A24, 240 (1968).
8. *U. Bonse, E. te Kaat*, Z. für Physik, 241 (1968).
9. *U. Bonse, H Hellkötter*, Z. für Physik, 223, 345 (1969).
10. *G. Borrmann*, Phys. Zs., 42, 157 (1941).
11. *M. Laue*, Acta Cryst, 2, 106 (1949).
12. *Р. Дичберн*, Физическая оптика, М., 1965.
13. *С. Амелинкс*, Методы прямого наблюдения дислокации, М., 1968.
14. *П. Хирш* и др., Электронная микроскопия тонких кристаллов, М., 1968.


## ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ԻՆՏԵՐՖԵՐՈՄԵՏՐԸ ԵՎ ՆՐԱ ԶԳԱՅՆՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ֆ. Հ. ԷՅՐԱՄՋՅԱՆ, Պ. Հ. ԲԵԶԻՐԳԱՆՅԱՆ

*Սիլիցիումի միաբյուրեղից պատրաստվել է «ատ»-աձև ռենտգենյան ինտերֆերոմետր։*

*Այդ ինտերֆերոմետրի օգնությամբ ստացվել են մուարի գծեր (ինտերֆերենցիոն պատկեր) և գնահատվել է նրա զգայնությունը։ Ցույց է տրված, որ ռենտգենյան ինտերֆերոմետրի միջոցով կարելի է բաղդատել ատոմային հարթությունների հարյուրերորդական վայրկյանի կարգի ապակողմնորոշումները։*

## AN X-RAY INTERFEROMETER AND ITS SENSIBILITY

F. H. EIRAMGIAN and P. H. BEZIRGANIAN

A threeblock X-ray interferometer is prepared from a silicon single crystal. With the interferometer prepared, moire patterns are obtained and its sensiblity is estimated. It is shown, that with its help one may obtain an atomic lpane disorientation resolution of a hundredth part of a second of arc.

Изв. АН Армянской ССР, Физика. 5, 458—460 (1970)

# ОПИСАНИЕ ИОНИЗАЦИОННОГО КАЛОРИМЕТРА, ДОПОЛНЕННОГО ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМИ СЧЕТЧИКАМИ

Х. П. БАБАЯН, Н. Г. БОЯДЖЯН, В. В. ВАСИЛЬЦОВ, Э. А. МАМИДЖАНЯН

Несколько лет тому назад нами был создан ионизационный калориметр с рабочей площадью 10 $м^2$, предназначенный для изучения ядерных взаимодействий частиц с энергией $10^{11}$—$10^{13}$ *эв* [1]. Измерения проводились на высоте 3200 *м* над уровнем моря на горе Арагац. За время работы был получен большой экспериментальный материал. Результаты опубликованы в ряде работ. Однако следует отметить, что при анализе экспериментального материала нам в ряде случаев нехватало информации, получаемой установкой.

Известно, что на высоте гор $\pi$-мезоны могут составлять до 30—40% от общего потока ядерно-активных частиц с энергией свыше $10^{12}$ *эв* [2]. Не исключено, что характеристики взаимодействий нуклонов и пионов с ядрами отличаются друг от друга. В то же время примененная аппаратура не позволяла в каждом индивидуальном случае определять природу ядерно-активной частицы, падающей на установку. Поэтому при интерпретации полученных данных мы в ряде случаев были вынуждены привлекать экспериментальные данные других авторов и некоторые косвенные соображения.

Для того, чтобы обойти эту трудность и увеличить получаемую информацию о взаимодействиях частиц при энергиях $10^{11}$—$10^{13}$ *эв*, ионизационный калориметр в настоящее время дополнен несколькими рядами пропорциональных счетчиков. В установке применяются пропорциональные счетчики прямоугольного сечения размерами $3000 \times 55 \times 110$ $мм^3$. В каждом счетчике можно измерять ионизацию, созданную в нем при прохождении от одной до нескольких сот релятивистских частиц. Подробное описание счетчика приведено в работе [3].

Схематическое изображение видоизмененной установки приведено на рисунке. Под верхним свинцовым фильтром, служащим для поглощения электронно-фотонной компоненты, находится фильтр-мишень М, в котором ядерно-активные частицы испытывают взаимодействия. В зависимость от поставленной физической задачи материал фильтра, его толщина и расстояние от ионизационного калориметра могут меняться. Над фильтром и под фильтром расположены по два ряда пропорциональных счетчиков. Каждый ряд состоит из 26 счетчиков. Верхние ряды предназначены для установления наличия или отсутствия заряда у ядерно-активной частицы. (В первом случае изучаемые взаимодействия могут вызываться как нуклонами, так и $\pi$-мезонами, во втором — только нуклонами). Два нижних ряда счетчиков предназначены для оценки числа заряженных частиц, родившихся в результате

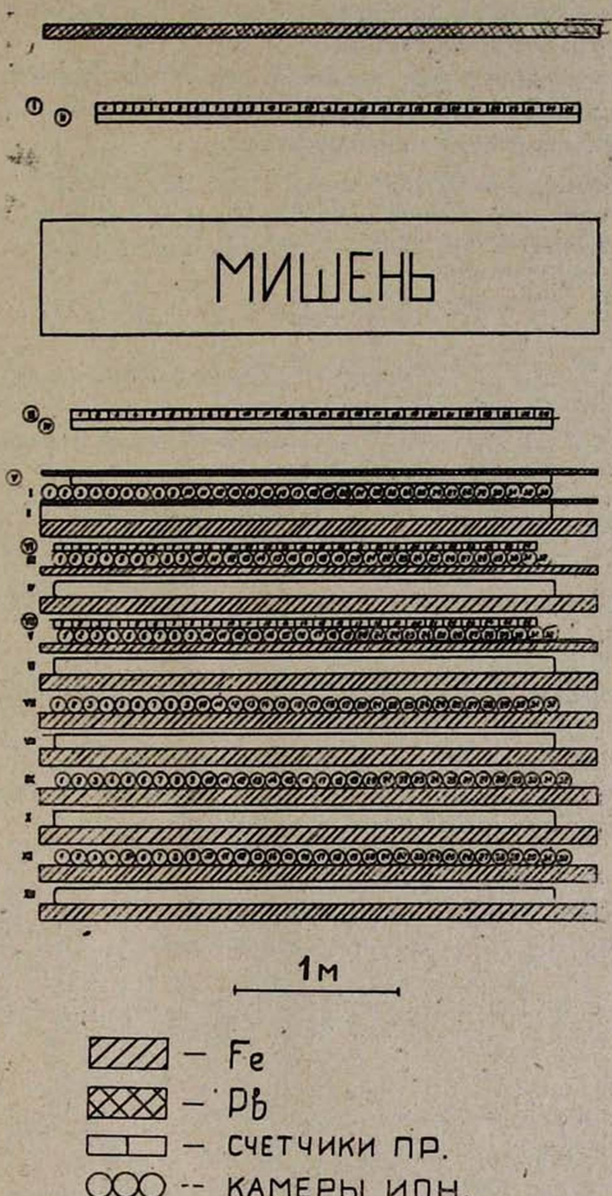



Рис. Схематическое изображение установки.

взаимодействия ядерно-активной частицы в фильтре. Оси счетчиков соседних рядов расположены во взаимноперпендикулярных направлениях, чтобы определять координаты заряженных ядерно-активных частиц.

Ниже находится ионизационный калориметр, подробное описание которого приведено в работе [1]. Изучение ядерных взаимодействий также, как и раньше, может вестись методом контролируемых фотоэмульсий. Три ряда пропорциональных счетчиков, расположенных внутри ионизационного калориметра, служат для выработки сигнала, управляющего работой счетчиков.

В настоящее время уже закончена серия измерений по изучению нуклонной компоненты космического излучения на вышеописанной установке. Результаты будут опубликованы.

Ереванский физический институт,
Научно-исследовательский институт ядерной физики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова

Поступила 5.VIII.1970

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Х. П. Бабаян, Н. Л. Григоров, В. А. Собиняков, В. Я. Шестоперов*, Сб. космические лучи, № 8, стр. 182, Изд. Наука, 1966.
2. *Н. Л. Григоров*, ЖЭТФ, 45, 1920 (1963).
3. *В. В. Васильцов, Н. Л. Григоров, В. Я. Шестоперов*, ПТЭ, № 1, 73 (1968).

## ՀԱՄԵՄԱՏԱԿԱՆ ՀԱՇՎԻՉՆԵՐՈՎ ԼՐԱՑՎԱԾ ԻՈՆԻԶԱՑԻՈՆ ԿԱԼՈՐԻՄԵՏՐԻ ՆԿԱՐԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Խ. Պ. ԲԱԲԱՅԱՆ, Ն. Գ. ԲՈՅԱՋՅԱՆ, Վ. Վ. ՎԱՍԻԼՑՈՎ, Է. Ա. ՄԱՄԻՋԱՆՅԱՆ

*Նկարագրված է սարքավորում, որը բաղկացած է իոնիզացիոն կալորիմետրից և համեմատական հաշվիչներից։ Սարքավորումը թույլ է տալիս որոշել թիրախում փոխազդեցություն առաջացնող միջուկային ակտիվ մասնիկի լիցքի նշանը և էներգիան։*

## DESCRIPTION OF AN IONIZATION CALORIMETER SUPPLEMENTED WITH PROPORTIONAL COUNTERS

Kh. P. BABAYAN, N. G. BOYADJIAN. V. A. VASSILTSOV and E. M. MAMIDJANIAN

An arrangement, consisting of an ionization calorimeter and a system of proportional counters, allowing the determination of the sign and the energy of the nuclear active particle producing interaction in the target is described.

Изв. АН Армянской ССР, Физика, 5, 461—464 (1970)

КРАТКОЕ СООБЩЕНИЕ

# РАЗРУШЕНИЕ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕНТРОВ В ТРЕКАХ ПРОТОНОВ И АЛЬФА-ЧАСТИЦ В ЩЕЛОЧНО-ГАЛОИДНЫХ КРИСТАЛЛАХ

Д. И. ВАЙСБУРД, А. Н. КРАВЕЦ, Л. А. МЕЛИКЯН, С. М. МИНАЕВ

При комнатной температуре и ниже электронные центры разрушаются подвижными дефектами-носителями дырок: 1) междоузельными атомами галогенов — $i_a^0$, например, подвижными $H$-центрами; 2) экситонами — $e^0$; 3) нелокализованными дырками — $h^+$, например, подвижными $V_k$-центрами. Соответственно возможны три вида механизмов разрушения $F$-центров: 1) аннигиляции с междоузельным атомом [1, 2]; 2) экситонный [3, 4]: 3) дырочный [5]. Задача—разделить их вклады.

1. Мы воспользовались тем, что эффективность коагуляции $F_1$ в $F_2$-центры и скорость накопления $F_2$-центров при 300°К почти в 100 раз больше, чем при $T < 200$°К. Монокристаллы NaCl облучались при 300°К протонами ($1 \div 6{,}5$ *Мэв*) либо альфа-частицами ($3 \div 26$) *Мэв* до накопления концентрации $F_2$-центров ($10^{16} \div 5 \cdot 10^{17}$) $см^{-3}$ (рис. 1а). За-

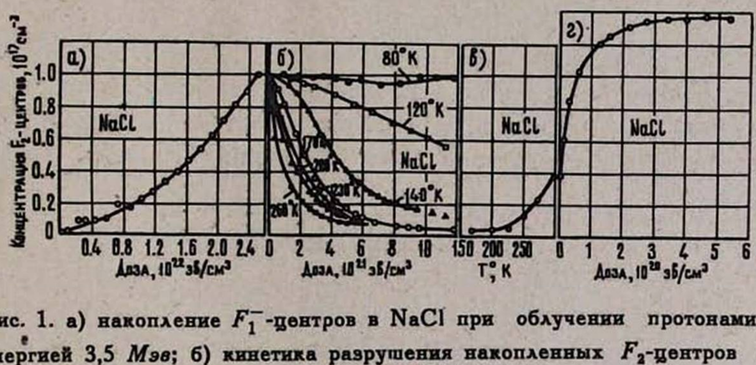



Рис. 1. а) накопление $F_1^-$-центров в NaCl при облучении протонами с энергией 3,5 *Мэв*; б) кинетика разрушения накопленных $F_2$-центров облучением при низких температурах; в) нагревание кристалла от температуры разрушения 170°К до 300°К; г) восстановление $F_2$-центров облучением протонами при 300°К.

тем охлаждались до определенной низкой температуры и вновь облучались. При этом в чистом виде наблюдается кинетика разрушения $F_2$-центров, неискаженная процессом их накопления (рис. 1б). Подобный эксперимент невозможен с $F_1$-центрами, так как скорость накопления их высока при всех температурах облучения и разрушение наблюдается только частично. Из рис. 1б видно, что с понижением температуры облучения скорость разрушения быстро уменьшается и становится незначительной при температурах $T<90°K$, когда полностью автолокализованы дырки [6] и анионные экситоны [7].

II. Так как междоузельные атомы галогенов теряют подвижность при более низких температурах, можно предположить, что вклад их в разрушение $F_2$-центров незначателен. Это предположение ниже доказывается экспериментально. Три механизма разрушения соответственно приводят к различным продуктам:

$$1) F_2 + i_a^0 \rightarrow F_1; \quad 2) F_2 + e^\circ \rightarrow F_2^+ + e^-; \quad 3) F_2 + h^+ \rightarrow F_2 \rightleftarrows F_1 + v_a^+,$$

где $F_2^+$ — однократно ионизованный $F_2$-центр, $e^-$ — электрон, $v_a^+$ — —анионная вакансия. Только первый механизм приводит к исчезновению анионной вакансии.

Однако следующий эксперимент доказывает, что при разрушении $F_2$-центров сохраняются входившие в их состав анионные вакансии. После разрушения $F_2$-центров низкотемпературным облучением (рис. 1б) кристалл нагревался до 300°К (рис. 1в). Последующее облучение при 300°К быстро восстанавливает исходную концентрацию $F_2$-центров (рис. 1г) сверх тех, которые образовались при нагревании кристалла за счет термостимулированной коагуляции $F_1$-центров, созданных низкотемпературным облучением. Выход $F_2$-центров при восстановлении почти в 200 раз больше, чем при первоначальном накоплении. Восстановление $F_2$-центра практически сводится к заполнению электроном анионной вакансии, расположенной рядом с $F_1$-центром:

$$v_a^+, F_1 + e^- \rightarrow F_2, \quad \text{либо} \quad F_2^+ + e^- \rightarrow F_2.$$

III. Для разделения вкладов дырочного и экситонного механизмов изучено влияние 1) примесных центров захвата дырок, создаваемых кальцием*, и 2) примесных центров захвата электронов ($Pb^{2+}$) на выход разрушения $F_2$-центров при облучении (рис. 2). Увеличение

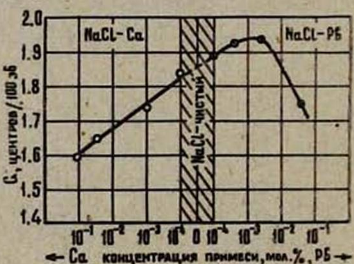



Рис. 2. Зависимость выхода ($G$) радиационного разрушения $F_2$-центров от концентрации примесей $Ca^{2+}$ и $Pb^{2+}$.

концентрации первых уменьшает выход разрушения, а увеличение до некоторой величины концентрации вторых увеличивает ее (рис. 2). Из

* Двухзарядный кальций $Ca^{2+}$ образует диполи ($v_c^-$ $Ca^{2+} \div v_c^-$), которые преимущественно являются центрами захвата дырок.

этого следует, что основной вклад в разрушение $F$-центров в треках протонов и альфа-частиц вносит дырочный механизм. Преимущественно, это — туннельная рекомбинация локализованных электронов с подвижными $V_k$-центрами [8]. Действительно, если бы вклад экситонов в разрушение $F$-центров был больше, чем дырок, то введение примесей приводило только к уменьшению выхода разрушения, так как при взаимодействии с примесями экситоны либо диссоциируют, либо аннигилируют. Аналогичные результаты получены для KCl и LiF.

IV. Быстрое восстановление $F_2$-центров можно использовать для определения эффективных объемов и радиусов треков протонов и альфа-частиц. Представим себе такую ситуацию, когда каждый протон в эффективном объеме своего трека ($\Omega$) восстанавливает все $F$-центры до предельной концентрации ($N$). Это возможно, если $N\Omega\varepsilon < E$, где $E$ — энергия протона; $\varepsilon$ — энергия, затрачиваемая на восстановление одного $F$-центра. Так как распределение треков является пуассоновским, то объем кристалла, перекрытый треками протонов не менее, чем однократно, составляет $1 - \exp(-\Omega\nu)$ единицы объема, где $\nu$ — концентрация треков протонов [8]. Среднестатистическая концентрация восстановленных центров в таком случае равна

$$n = N[1 - \exp(-\Omega\nu)]. \qquad (1)$$

Оказалось, что необходимое условие $N\Omega\varepsilon < E$ выполняется в NaCl при $N < 10^{17}$ *см*$^{-3}$ для протонов и $N < 2\cdot10^{17}$ *см*$^{-3}$ для альфа-частиц. При этом зависимость концентрации восстановленных $F_2$-центров ($n$) от концентрации треков ($\nu$) подчиняется простому закону (1) (рис. 3).

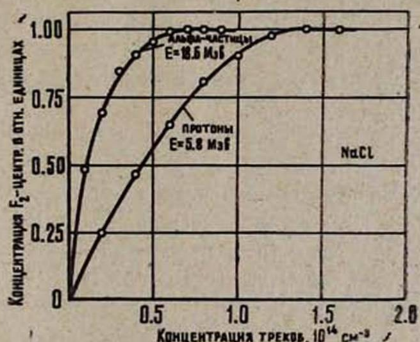



Рис. 3. Зависимость относительной концентрации восстановленных $F_2$-центров от концентрации треков протонов и альфа-частиц в кристаллах NaCl.

Из нее можно определить объем трека $\Omega$ и эффективный радиус трека $r = \sqrt{\Omega/(\pi R)}$, где $R$ — пробег частиц. Для протонов с энергией 3,5 *Мэв* радиус трека равен $(74 \pm 5)$ Å, а для альфа-частиц с энергией 14 *Мэв* $(155 \pm 15)$ Å.

Томский политехнический институт
имени С. М. Кирова

Поступила 28.IV.1970

## ЛИТЕРАТУРА


1. *J. Schatterley, W. D. Compton*, Phys., Rev., 135, A227 (1964).
2. *B. J. Faraday, W. D. Compton*, Phys. Rev., 138, A893 (1965).
3. *L. Apker, E. Taft*, Phys. Rev., 81, 698 (1951); 82, 814 (1951).
4. *Ч. Б. Лущик, Г. С. Лийдья*, Материалы VII совещания по люминесценции, Тарту, 1959, стр. 101; Труды ИФА АН ЭССР, 7, 193 (1958).
5. *F. Seitz*, Rev. Mod. Phys., 18, 384 (1946); 26, 7 (1954).
6. *W. Känzig*, Proc. Intern. Conf. Semicond. Phys., Prague, 1960.
7. *Ч. Б. Лущик, Н. С, Роозе, М. А. Эланго*, Труды ИФА АН ЭССР, 36, 57 (1969).
8. *И. К. Витол, Я. Р. Боган, В. Э. Зирап*, Изв. АН СССР, сер. физ., 31, 854 (1967).
9. *Д. И. Вайсбурд, И. Я. Мелик-Гайказян*, ДАН СССР, 165, 1029 (1965).


## ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ԿԵՆՏՐՈՆՆԵՐԻ ՔԱՅՔԱՅՈՒՄՆ ՈՒ ՎԵՐԱԿԱՆԳՆՈՒՄԸ ՊՐՈՏՈՆՆԵՐԻ ԵՎ ԱԼՖԱ-ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՀԵՏՔԵՐՈՒՄ ՀԻՄՆԱ-ՀԱԼՈԻԴԱՅԻՆ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐԻ ՄԵՋ

Դ. Ի. ՎԱՅՍԲՈՒՐԴ, Ա. Ն. ԿՐԱՎԵՑ, Լ. Ա. ՄԵԼԻՔՅԱՆ, Ս. Մ. ՄԻՆԱՅԵՎ

*Անջատված են էլեկտրոնային կենտրոնների քայքայման երեք ամենահնարավոր մեխանիզմները պրոտոնների և α-մասնիկների հետքերում հիմնա-հալոիդային բյուրեղների մեջ, որոնք են՝*

*1) հալոգենի ներհանգույցային ատոմի հետ անիհիլացիայի մեխանիզմը, 2) էքսիտոնային, 3) անցքային մեխանիզմները։ Ցույց է տրված, որ գերակշռող ներդրում էլեկտրոնային կենտրոնների քայքայման գործում կատարում է անցքային մեխանիզմը։*

## ELECTRON CENTRES DESTRUCTION AND RESTORATION IN PROTON AND ALPHA PARTICLE TRACKS IN ALKALI HALIDE CRYSTALS

D. I. VAISBURD, A. N. KRAVETZ, L. A. MELIKIAN, S. M. MINAEV

The contribution of the three most probable mechanisms of the destruction of electron centres in proton and α-particle tracks, to wit:

1) annigilation with an interstitial halogen atom, 2) exiton, and 3) hole mechanisms are separated. The holes are shown to prevail over the exitons and interstitials. It has been found, that $F_2$-centres, first destructed at low temperatures, fast restore under irradiation at the room temperature. The kinetics of $F_2$-centres restortion is used to determine the effective radii of proton and alpha-particle tracks in NaCl crystals.

# АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

## 5-го тома за 1970 г.

## ՀԵՂԻՆԱԿԱՅԻՆ ՑԱՆԿ
## ՀԱՏՈՐ 5 1970 Թ.

# ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ



## ՓՈՐՁԻ ՄԵԹՈԴԻԿԱ



## ՀԱՄԱՌՈՏ ՀԱՂՈՐԴՈՒՄՆԵՐ

## СОДЕРЖАНИЕ



### ТЕХНИКА ЭКСПЕРИМЕНТА



### КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ