

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

XXXVII, № 4

1963

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Է. Գ. ԱՅՐԻՑՅԱՆ, կենսաբանական գի-
տությունների բեկնաձու, Ա. Թ. ԲԱՐԱՅԱՆ,
ՍՍՌ ԳԱ քղրակից-անդամ, Վ. Մ. ԲԱՌԱ-
ՅԱՆ, ՍՍՌ ԳԱ քղրակից-անդամ, Վ. Հ.
ՍՄԻՐԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ.
ԱԶԱՐՅԱՆ, կենսաբանական գիտու-
թյունների դոկտոր (պատ. խմբագրի տե-
ղակալ), Գ. Մ. ՂԱՐԻՐՅԱՆ, ՍՍՌ ԳԱ քղ-
րակից-անդամ, Ս. Հ. ՄԻՐՉՈՅԱՆ, ՍՍՌ ԳԱ
քղրակից-անդամ, Ս. Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, ՍՍՌ
Ա ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՍՍՌ
Ա ակադեմիկոս, Մ. Մ. ԶՐՐԱՇՅԱՆ, ՍՍՌ
Ա ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Ս. Մ.
ԳՈՆԶԱՆ, ՍՍՌ ԳԱ քղրակից-անդամ:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Э. Г.
АФРИКЯН, кандидат биологических
наук, А. Т. БАБАЯН, чл.-корресп. АН
АрмССР, Г. М. ГАРИБЯН, чл.-корресп.
АН АрмССР, М. М. ДЖРБАШЯН, ака-
демик АН АрмССР (отв. редактор), В. О.
КАЗАРЯН, доктор биологических наук
(зам. отв. редактора), С. А. МИР-
ЗОЯН, чл.-корресп. АН АрмССР, С. С.
МКРТЧЯН, академик АН АрмССР, А. Г.
НАЗАРОВ, академик АН АрмССР, О. М.
САПОНДЖЯН, чл. корресп. АН АрмССР,
В. М. ТАРАЯН, чл.-корресп. АН АрмССР

Ի Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

Առդքի սեսուքյուն

Մ. Մ. Մանուկյան—Ուժեղացնող բարակ ծածկույթ ունեցող փոփոխական տրամագծով բաղադրյալ պրիզմայաձև ձողի ոլորումը ոչ գծային սողքի պայմաններում 177

Ֆիզիկա

Է. Դ. Գաղադյան և Հ. Ս. Մերգելյան—Գծային հոսանքների նաուսպայթումը ուղիղահանգիստ և հիշատարույ միջավայրում 185
Յան Շի—Ալիքային խտության տեսության վերաբերյալ 191
Պ. Հ. Բեգիրզանյան—Սպեկտրալ դժի լայնություն և ինտենսիվության կախումը սենտդենյան սղրյուրի կոհերենտ նաուգայթման տևողությունից 197

Դինամիկական օդերևութաբանություն

Ն. Հ. Պետրոսյան—Ուղղաձիգ վարընթաց արագությունների ազդեցությունը բամուկաշաղի տրանսֆորմացիայի պրոցեսի վրա 203

Դեոմիա

Ա. Ս. Փարամազյան և Է. Խ. Խուլիշուլյան—Մոլիբդենիումի մոլիբդենի և սենիումի միջև իզոմորֆիզմի հարցի շուրջը 211

Բիոմիա

Ա. Ա. Գալսյան և Ն. Վ. Կոբոլյով—Խղիային խրամատոգրաֆիայի միջոցով անջատված բծերի բիմիական բաղադրության ուսումնասիրությունը էմիսիոն-միկրոսպեկտրալ անալիզի մեթոդով 217

Մեկրաբանություն

Ս. Դ. Սարգսյան և Մ. Ա. Մովսիսյան—Տատանողական շարժումների հայտնաբերման ննարավորությունների մասին մերձերևանյան շրջանի միոցինի հասակի ադատար հաավածքում բոտանիզրիդի առկայության 221

Հանքաբանություն

Չ. Հ. Չիրախչյան—Երկրակման համեմատական դիսպերսիայի միջոցով պլազմային լիգանդների բաղադրակ հասակի որոշման մեթոդի մասին 227

Բույսերի ֆիզիոլոգիա

Պ. Հ. Գաղադյան և Վ. Ա. Գալսյան—Բույսերի գեներատիվ պարզացման պրոցեսների ազդեցությունը ֆոտոսինթեզի գիշերային դեպրեսիայի վրա 231

Ֆիզիոլոգիա

Ն. Դ. Միրայելյան—Գլխուղեղի տարրեր բաժինների դերը կաթնասունների բաղադրման ֆունկցիայում 237

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Теория ползучести

- М. М. Манукян*—Кручение призматического составного стержня с тонким усиливающим покрытием в условиях нелинейной ползучести 177

Физика

- Э. Д. Газизян и О. С. Мкртчян*—Излучение линейных токов в оптически активных и гиротропных средах 185
- Ян Ши*—К теории волны спиновой плотности 191
- П. А. Безирганян*—Зависимость ширины и интенсивности спектральной линии от длительности когерентного излучения рентгеновского источника . . 197

Динамическая метеорология

- Н. А. Петросян*—Влияние вертикальных нисходящих токов на процесс трансформации поля ветра 203

Геохимия

- А. С. Фарамазян и Э. Х. Хуршудян*—К вопросу об изоморфизме между молибденом и рением в молибденитах 211

Биохимия

- А. А. Галоян и Н. В. Королев*—Применение эмиссионного микроспектрального анализа к исследованию пятен на бумажных хроматограммах 217

Геология

- С. Г. Саркисян и М. А. Мовсисян*—О возможности выявления колебательных движений по содержанию ангидрита в миоценовой соленосной толще Приереванского района 221

Минералогия

- З. О. Чибухчян*—Об определении абсолютного возраста плагиоклазов методом сравнительной дисперсии двупреломления 227

Физиология растений

- В. О. Казарян и В. А. Давтян*—Влияние процессов генеративного развития на ночную фотосинтетическую депрессию растений 231

Физиология

- Н. Г. Микаелян*—Роль различных отделов головного мозга в функции размножения у млекопитающих 237

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Э. Е. Хачиян

К вопросу о влиянии деформации сдвига при свободных и
 вынужденных колебаниях гибких сооружений

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 10/V 1963)

При решении динамических задач сейсмостойкости в ряде случаев необходим совместный учет деформаций изгиба и сдвига, причем влиянием инерции вращения можно пренебречь. Это допустимо, так как при колебаниях реальных сооружений преобладающее значение имеют первые две-три формы колебания. В последнее время в литературе появились некоторые исследования в этом направлении. Они, в основном, относятся к свободным колебаниям. В настоящей статье приводится решение задачи о свободных и вынужденных колебаниях гибких сооружений с использованием неоднородных граничных условий. Из уравнения Тимошенко ⁽¹⁾, пренебрегая инерцией вращения, получим уравнение свободных колебаний балки с учетом деформации сдвига.

$$EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{q}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{q}{g} \frac{EJk'}{FG} \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где y — общий прогиб балки с учетом деформаций изгиба и сдвига, E — модель упругости при растяжении, G — модуль упругости при сдвиге, J — момент инерции поперечного сечения, F — площадь поперечного сечения, k' — коэффициент, зависящий от формы поперечного сечения, q — вес единицы длины балки, g — ускорение свободного падения. При этом изгибающие моменты и поперечные силы имеют следующие значения

$$M = EJ \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{EJk'}{FG} \frac{q}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad (2)$$

$$Q = EJ \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} - \frac{EJk'}{FG} \frac{q}{g} \frac{\partial^3 y}{\partial t^2 \partial x}. \quad (3)$$

Решение уравнения (1) ищем в следующем виде:

$$y(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} Y_j(x) T_j(t). \quad (4)$$



Подставляя выражение (4) в уравнение (1) и разделяя переменные, получим следующие уравнения для определения фундаментальных функций $Y_j(x)$ и обобщенных координат $T_j(t)$

$$Y_j^{IV}(x) - \alpha_j Y_j(x) + \beta_j Y_j''(x) = 0, \quad (5)$$

$$\ddot{T}_j(t) + p_j^2 T_j(t) = 0, \quad (6)$$

где приняты обозначения:

$$\alpha_j = \frac{p_j^2 q}{g EJ}, \quad \beta_j = \frac{p_j^2 q k'}{g FG}. \quad (7)$$

Здесь p_j — круговая частота свободных колебаний j -ой формы. Решение уравнения (5) ищем в виде

$$Y_j(x) = A_j \sin \lambda_{1j} x + B_j \cos \lambda_{1j} x + C_j \operatorname{sh} \lambda_{2j} x + D_j \operatorname{ch} \lambda_{2j} x. \quad (8)$$

Подставляя (8) в уравнение (5), убедимся, что λ_{1j} и λ_{2j} должны удовлетворять следующим уравнениям:

$$\lambda_{1j}^4 - \lambda_{1j}^2 \beta_j - \alpha_j = 0, \quad (9)$$

$$\lambda_{2j}^4 + \lambda_{2j}^2 \beta_j - \alpha_j = 0.$$

Коэффициенты A_j , B_j , C_j и D_j , а также круговые частоты p_j определяются из граничных условий. На свободно опертом конце, где прогиб и изгибающий момент равны нулю, будем иметь:

$$y_j(x, t) = 0, \quad EJ \frac{\partial^2 y_j}{\partial x^2} = \frac{E J k'}{F G} \frac{q}{g} \frac{\partial^2 y_j}{\partial t^2}. \quad (10)$$

На закрепленном конце равны нулю прогиб и угол наклона от изгиба, и мы имеем:

$$y_j(x, t) = 0, \quad \frac{EJ}{FG} \frac{\partial^3 y_j}{\partial x^3} = - \frac{\partial y_j}{\partial x} + \frac{E J k'}{F G} \frac{q}{g} \frac{\partial^3 y_j}{\partial t^2 \partial x}, \quad (11)$$

или

$$\frac{\partial y_j}{\partial x} = \frac{k'}{F G} \int_0^x \frac{q}{g} \frac{\partial^3 y_j}{\partial t^2} dx. \quad (12)$$

На свободном конце, где равны нулю изгибающий момент и поперечная сила, имеем:

$$EJ \frac{\partial^2 y_j}{\partial x^2} = \frac{E J k'}{F G} \frac{q}{g} \frac{\partial^2 y_j}{\partial t^2}, \quad EJ \frac{\partial^3 y_j}{\partial x^3} = \frac{E J k'}{F G} \frac{q}{g} \frac{\partial^3 y_j}{\partial t^2 \partial x}. \quad (13)$$

Рассмотрим часто встречающийся в инженерной практике случай консольного бруса.

Начало координат возьмем в точке защемления, направляя ось ox вертикально вверх.

Граничные условия для этого случая на основании формул (10) — (13) будут:

$$\text{при } x=0 \quad Y_j(x)=0, \quad Y_j'(x)=\beta_j \int_0^l Y_j(x) dx, \quad (14)$$

$$\text{при } x=l \quad Y_j''(x)=-\beta_j Y_j(x), \quad Y_j'''(x)=-\beta_j Y_j'(x). \quad (15)$$

Подставляя выражение (8) в граничные условия (14) и (15), получим следующую систему уравнений для определения коэффициентов A_j ; B_j ; C_j ; D_j ;

$$\begin{aligned} B_j + D_j &= 0, \\ A_j \left(-\frac{\cos \lambda_{1j} l}{\lambda_{1j}} + \frac{1}{\lambda_{1j}} - \frac{\lambda_{1j}}{\beta_j} \right) + B_j \frac{\sin \lambda_{1j} l}{\lambda_{1j}} + \\ + C_j \left(\frac{\operatorname{ch} \lambda_{2j} l}{\lambda_{2j}} - \frac{1}{\lambda_{2j}} - \frac{\lambda_{2j}}{\beta_j} \right) + \frac{D_j \operatorname{sh} \lambda_{2j} l}{\lambda_{2j}} &= 0, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} A_j (-\lambda_{1j}^2 + \beta_j) \sin \lambda_{1j} l + B_j (-\lambda_{1j}^2 + \beta_j) \cos \lambda_{1j} l + \\ + C_j (\lambda_{2j}^2 + \beta_j) \operatorname{sh} \lambda_{2j} l + D_j (\lambda_{2j}^2 + \beta_j) \operatorname{ch} \lambda_{2j} l &= 0, \\ A_j \lambda_{1j} (-\lambda_{1j}^2 + \beta_j) \cos \lambda_{1j} l + B_j \lambda_{1j} (\lambda_{1j}^2 - \beta_j) \sin \lambda_{1j} l + \\ + C_j \lambda_{2j} (\lambda_{2j}^2 + \beta_j) \operatorname{ch} \lambda_{2j} l + D_j \lambda_{2j} (\lambda_{2j}^2 + \beta_j) \operatorname{sh} \lambda_{2j} l &= 0. \end{aligned}$$

Приравнявая нулю определитель полученной системы уравнений (16), получим уравнение частот в виде:

$$\frac{\omega_j^4 + k_j^4}{k_j^2 - \omega_j^2} \operatorname{ch} \omega_j \cos k_j - \omega_j k_j \sin k_j \operatorname{sh} \omega_j + \frac{2k_j^2 \omega_j^2}{k_j^2 - \omega_j^2} = 0. \quad (17)$$

Заметим, что при отсутствии сдвига $\beta_j = 0$, $k_j = \omega_j$ и уравнение (17) переходит в обычное уравнение частот изгибных колебаний ⁽¹⁾

$$\operatorname{ch} k \cos k + 1 = 0. \quad (18)$$

Если же в уравнении (17) положить $\omega_j = 0$, то получим уравнение частот при чисто сдвиговых колебаниях ⁽²⁾

$$\cos k = 0.$$

Из уравнений (9) получим еще одно уравнение, связывающее ω_j и k_j ,

$$\frac{k_j^2}{\sqrt{1 + v^2 k_j^2}} = \frac{\omega_j^2}{\sqrt{1 - v^2 \omega_j^2}}, \quad (19)$$

где приняты обозначения:

$$\lambda_{1j} l = k_j, \quad \lambda_{2j} l = \omega_j, \quad v^2 = \frac{E J k'}{F G l^2}. \quad (20)$$

На основании формул (7) и (9) для круговой частоты p_j , имеем:

$$p_j = \frac{1}{l^2} \sqrt{\frac{k_j^4}{1 + v^2 k_j^2}} \sqrt{\frac{g E J}{q}}. \quad (21)$$

Из системы уравнений (16) для коэффициентов A_j , B_j , C_j , D_j получим:

$$\begin{aligned} A_j &= \frac{-k_j^2 \omega_j \operatorname{sh} \omega_j \sin k_j - k_j \omega_j^2 \operatorname{ch} \omega_j \cos k_j - k_j^3}{-k_j^2 \omega_j \operatorname{ch} \omega_j \cos k_j + k_j \omega_j^2 \operatorname{sh} \omega_j \sin k_j - \omega_j^3} C_j, \\ B_j &= \frac{k_j \omega_j^2 \operatorname{ch} \omega_j \sin k_j - k_j^2 \omega_j \operatorname{sh} \omega_j \cos k_j}{-k_j^2 \omega_j \operatorname{ch} \omega_j \cos k_j + k_j \omega_j^2 \operatorname{sh} \omega_j \sin k_j - \omega_j^3} C_j, \\ D_j &= -\frac{k_j \omega_j^2 \operatorname{ch} \omega_j \sin k_j - k_j^2 \omega_j \operatorname{sh} \omega_j \cos k_j}{-k_j^2 \omega_j \operatorname{ch} \omega_j \cos k_j + k_j \omega_j^2 \operatorname{sh} \omega_j \sin k_j - \omega_j^3} C_j. \end{aligned} \quad (22)$$

Фундаментальные функции $Y_j(x)$ будут иметь следующий окончательный вид:

$$Y_j(x) = A_j \sin k_j \frac{x}{l} + B_j \cos k_j \frac{x}{l} + C_j \operatorname{sh} \omega_j \frac{x}{l} + D_j \operatorname{ch} \omega_j \frac{x}{l}. \quad (23)$$

Теперь допустим, что на систему действует произвольная сила $f(x, t)$, тогда уравнение вынужденных колебаний будет иметь вид:

$$EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{q}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{q}{g} \frac{EJk'}{FG} \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} = f(x, t). \quad (24)$$

Решение уравнения (24) состоит из двух частей

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t),$$

где $y_1(x, t)$ — общее решение без правой части, которое мы уже нашли, а $y_2(x, t)$ — частное решение с правой частью. Частное решение $y_2(x, t)$ будем искать по методу академика А. Н. Крылова ⁽³⁾ в виде разложения в ряд по фундаментальным функциям

$$y_2(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} Y_j(x) S_j(t). \quad (25)$$

Подставляя выражение (25) в уравнение (24) и учитывая, что $Y_j(x)$ удовлетворяют уравнению (5), получим

$$\sum_{j=1}^{\infty} \left[Y_j(x) - \frac{EJk'}{FG} Y_j^*(x) \right] [p_j^2 S_j(t) + S_j^*(t)] = \frac{g}{q} f(x, t). \quad (26)$$

Умножая обе части уравнения (26) на

$$Y_k(x) - \frac{EJk'}{FG} Y_k^*(x)$$

и интегрируя от 0 до l , получим

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{\infty} \int_0^l \left[Y_j(x) - \frac{EJk'}{FG} Y_j^*(x) \right] \left[Y_k(x) - \frac{EJk'}{FG} Y_k^*(x) \right] [p_j^2 S_j(t) + S_j^*(t)] dx = \\ = \frac{g}{q} \int_0^l f(x, t) \left[Y_k(x) - \frac{EJk'}{FG} Y_k^*(x) \right] dx. \end{aligned} \quad (27)$$

Теперь докажем, что имеет место равенство

$$\int_0^l \left[Y_k(x) - \frac{EJk'}{FG} Y_k^*(x) \right] \left[Y_j(x) - \frac{EJk'}{FG} Y_j^*(x) \right] dx = 0, \text{ при } j \neq k, (28),$$

которое будет условием ортогональности в случае учета влияния деформации сдвига на прогиб балки.

Действительно, согласно (5) имеем:

$$\begin{aligned} Y_k^{IV} &= \frac{p_k^2 q}{gEJ} \left(Y_k - \frac{EJk'}{FG} Y_k^* \right), \\ Y_j^{IV} &= \frac{p_j^2 q}{gEJ} \left(Y_j - \frac{EJk'}{FG} Y_j^* \right), \end{aligned} \quad (29)$$

Умножая первое уравнение системы (29) на $Y_j - \frac{EJk'}{FG} Y_j^*$, а второе — на $Y_k - \frac{EJk'}{FG} Y_k^*$, вычитывая из первого второе, и интегрируя в интервале $[0, l]$ получим:

$$\begin{aligned} \frac{q}{gEJ} (p_k^2 - p_j^2) \int_0^l \left(Y_k - \frac{EJk'}{FG} Y_k^* \right) \left(Y_j - \frac{EJk'}{FG} Y_j^* \right) dx = \\ = \int_0^l \left[Y_k^{IV} \left(Y_j - \frac{EJk'}{FG} Y_j^* \right) - Y_j^{IV} \left(Y_k - \frac{EJk'}{FG} Y_k^* \right) \right] dx. \end{aligned} \quad (30)$$

Интегрируя правую часть (30) по частям, получим

$$\begin{aligned} \frac{q}{gEJ} (p_k^2 - p_j^2) \int_0^l \left(Y_k - \frac{EJk'}{FG} Y_k^* \right) \left(Y_j - \frac{EJk'}{FG} Y_j^* \right) dx = \\ = \left[Y_k''' Y_j - Y_j''' Y_k + Y_k'' Y_j' - Y_j'' Y_k' + \frac{EJk'}{FG} (Y_j''' Y_k^* - Y_j'' Y_k''') \right] \Big|_0^l. \end{aligned} \quad (31)$$

На основании граничных условий (10)–(13) можно убедиться, что правая часть выражения (31) равна нулю.

Однако для доказательства последнего лучше пользоваться граничными условиями для деформаций изгиба и сдвига в отдельности. Так, например, для консольного стержня представляя общий прогиб балки через сумму прогибов от деформации изгиба Y_u и от деформации сдвига Y_c

$$Y = Y_u + Y_c,$$

будем иметь следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} \text{при } x = 0 \quad Y_u = 0, \quad Y_u' = 0, \quad Y_c = 0, \\ \text{при } x = l \quad Y_u'' = 0, \quad Y_u''' = 0, \quad Y_c' = 0, \end{aligned} \quad (32)$$

Причем Y_u и Y_c удовлетворяют уравнениям

$$Y_u'' - a^2 Y_u = 0, \quad Y_c'' + b^2 Y_c = 0 \quad (33)$$

и условию совместности деформаций изгиба и сдвига

$$Q = \frac{dM}{dx}, \quad Q = -\frac{FG}{k'} \frac{dY_c}{dx}, \quad M = EJ \frac{d^2 Y_u}{dx^2},$$

откуда

$$EJ \frac{d^3 Y_u}{dx^3} = -\frac{FG}{k'} \frac{dY_c}{dx}. \quad (34)$$

Учитывая условия (32) и уравнения (33) и (34), легко убедиться, что правая часть выражения (31) при $k \neq j$ равна нулю.

Теперь выражение (27) примет вид

$$\begin{aligned} & \int_0^l \left[Y_k(x) - \frac{EJk'}{FG} Y_k''(x) \right]^2 [S_k' + p_k^2 S_k] dx = \\ & = \frac{q}{g} \int_0^l f(x, t) \left[Y_k(x) - \frac{EJk'}{FG} Y_k''(x) \right] dx, \end{aligned}$$

или

$$S_k'(t) + p_k^2 S_k(t) = H_k(t), \quad (35)$$

где

$$H_k(t) = \frac{q}{g} \frac{\int_0^l f(x, t) \left[Y_k(x) - \frac{EJk'}{FG} Y_k''(x) \right] dx}{\int_0^l \left[Y_k(x) - \frac{EJk'}{FG} Y_k''(x) \right]^2 dx}. \quad (36)$$

Общее решение (35) есть

$$S_k(t) = C_1 \sin p_k t + C_2 \cos p_k t + \frac{1}{p_k} \int_0^t H_k(\xi) \sin p_k (t - \xi) d\xi. \quad (37)$$

Таким образом, общее решение задачи будет

$$y(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \left[Y_j(x) (C_1 \sin p_j t + C_2 \cos p_j t) + \frac{Y_j(x)}{p_j} \int_0^t H_j(\xi) \sin p_j (t - \xi) d\xi \right]. \quad (38)$$

Постоянные C_1 и C_2 определяются из начальных условий.

Полученные здесь результаты предполагается использовать для определения сейсмических сил по акселерограммам сильных землетрясений.

Армянский НИИ
стройматериалов и сооружений

ՃԼՈՒՆ ԿԱՌԱՍՐՎԱԾԲՆԵՐԻ ՈՒՓԱԿԿԱՆ և ՍԵԻՍՄՈԴԱԿԱՆ ԲԱՌԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ԺԱՄԱՆԱԿ ՍԱԽԲԻ ՂԵՖՈՒՄԱՑԻԱՅԻ ԱՂԳԵՑՈՒՔՅԱՆ ԽԱՐՑԻ ԸՈՒՐՋԸ

Հոդվածում բերվում է ձուլերի տատանումների ժամանակ սահքի ղեֆորմացիաների աղղեցության ուսումնասիրությունը: Սեփական տատանումների ղիֆերենցիալ հավասարումը ունի (3) տեսքը: Այդ հավասարման լուծումն ընտրելով (4) տեսքով, ֆունկցիաների ֆունկցիաների որոշման համար ստացված է (5) հավասարումը, որի լուծումն ընտրվում է (8) ձևով: Կոնսոլային ձողի համար ելնելով (10) — (13) եզրային պայմաններից՝ A_j, B_j, C_j, D_j անորոշ գործակիցների համար ստացվում է (16) հավասարումների սխեմներ, որի համատեղելիության պայմանից ստացվում է համախառնությունների (17) հավասարումը: Անորոշ գործակիցները որոշվում են (22) վերջնական հավասարումներով:

Ստիպողական տատանումների ղիֆերենցիալ հավասարումն ունի (24) տեսքը, որի մասնավոր լուծումը որոշվում է (25) ձևով: Կատարելով որոշ ձևափոխություններ և ապացուցելով, որ տեղի ունի (28) պայմանը, որը հանդիսանում է սահքի ղեֆորմացիաների ղեպքում օրթոգոնալության պայմանը, ստացված է ստիպողական տատանումների (35) վերջնական հավասարումը: Խնդրի ընդհանուր լուծումը տրվում է (38) հավասարումով, որտեղ C_1 և C_2 գործակիցները որոշվում են նախնական պայմաններից:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱՎԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ С. П. Тимошенко, Колебания в инженерном деле, Физматгиз, 1959. ² А. Г. Назаров, Метод инженерного анализа сейсмических сил, Изд. АН Армянской ССР, Ереван, 1959. ³ А. И. Крылов, О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики, Гостехиздат, 1950.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. С. Тоноян

Об одной плоской контактной задаче для упругой
 четверть-плоскости

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 16/III 1963)

Плоская контактная задача теории упругости была рассмотрена в работах Н. И. Мусхалишвили (¹⁻³), И. Я. Штаермана (⁴), Л. А. Галина (⁵⁻⁶), Д. И. Шермана (⁷), Н. М. Бородачева (⁸) и других. Подробный обзор о плоских контактных задачах сделан в докладе Д. И. Шермана (⁹).

В настоящей работе получено решение задачи о давлении жесткого штампа, приложенного на части кромки упругой изотропной четверть-плоскости в предположении отсутствия трения. Задача решается методом Фурье. Решение представлено в виде интегралов Фурье. Определение коэффициентов интегрирования сведено к решению системы „тройных“ интегральных уравнений (¹⁰) и интегрального уравнения Фредгольма второго рода. Причем решение системы „тройных“ интегральных уравнений сводится к определению коэффициентов дуальных тригонометрических рядов (¹¹⁻¹²).

§ 1. *Постановка задачи.* Рассмотрим задачу о давлении жесткого штампа нормальной силой P на прямолинейную границу упругой четверть-плоскости (фиг. 1). Как известно (¹³), в плоской задаче теории упругости напряжения и перемещения могут быть определены посредством одной бигармонической функции $\Phi(x, y)$, которая может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} \Phi(x, y) = & \int_0^{\infty} [A(\alpha) + \alpha x B(\alpha)] e^{-\alpha y} \sin(\alpha x) d\alpha + \\ & + \int_0^{\infty} [C(\beta) + \beta y D(\beta)] e^{-\beta x} \sin(\beta y) d\beta. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь $A(\alpha)$, $B(\alpha)$, $C(\beta)$ и $D(\beta)$ — функции, подлежащие определению из граничных условий при $x=0$ и $y=0$. Используя обычные формулы для напряжений и перемещений, будем иметь

$$\sigma_x = - \int_0^\infty \alpha^2 [A(\alpha) + \alpha x B(\alpha)] e^{-\alpha x} \sin(\alpha y) d\alpha +$$

$$+ \int_0^\infty \beta^2 [C(\beta) - 2D(\beta) + \beta y D(\beta)] e^{-\beta y} \sin(\beta x) d\beta,$$

$$\sigma_y = \int_0^\infty \alpha^2 [A(\alpha) - 2B(\alpha) + \alpha x B(\alpha)] e^{-\alpha x} \sin(\alpha y) d\alpha -$$

$$- \int_0^\infty \beta^2 [C(\beta) + D(\beta) \beta y] e^{-\beta y} \sin(\beta x) d\beta,$$

$$\tau_{xy} = \int_0^\infty \alpha^2 [A(\alpha) - B(\alpha) + \alpha x B(\alpha)] e^{-\alpha x} \cos(\alpha y) d\alpha +$$

$$+ \int_0^\infty \beta^2 [C(\beta) - D(\beta) + \beta y D(\beta)] e^{-\beta y} \cos(\beta x) d\beta,$$

$$u = \frac{1}{E} \int_0^\infty \alpha [(1+\nu) A(\alpha) + (1-\nu) B(\alpha) + (1+\nu) \alpha x B(\alpha)] e^{-\alpha x} \sin(\alpha y) d\alpha -$$

$$- \frac{1}{E} \int_0^\infty \beta [(1+\nu) C(\beta) - 2D(\beta) + (1+\nu) \beta y D(\beta)] e^{-\beta y} \cos(\beta x) d\beta - a_0 y + b_0$$

$$v = - \frac{1}{E} \int_0^\infty \alpha [(1+\nu) A(\alpha) - 2B(\alpha) + (1+\nu) \alpha x B(\alpha)] e^{-\alpha x} \cos(\alpha y) d\alpha +$$

$$+ \frac{1}{E} \int_0^\infty \beta [(1+\nu) C(\beta) + (1-\nu) D(\beta) + (1+\nu) \beta y D(\beta)] e^{-\beta y} \sin(\beta x) d\beta +$$

$$+ a_0 x + c_0, \quad (1.2)$$

где E — модуль упругости, ν — коэффициент Пуассона.

Граничные условия в данном случае будут иметь вид

$$\sigma_x(0, y) = 0 \quad \text{при } 0 < y < a$$

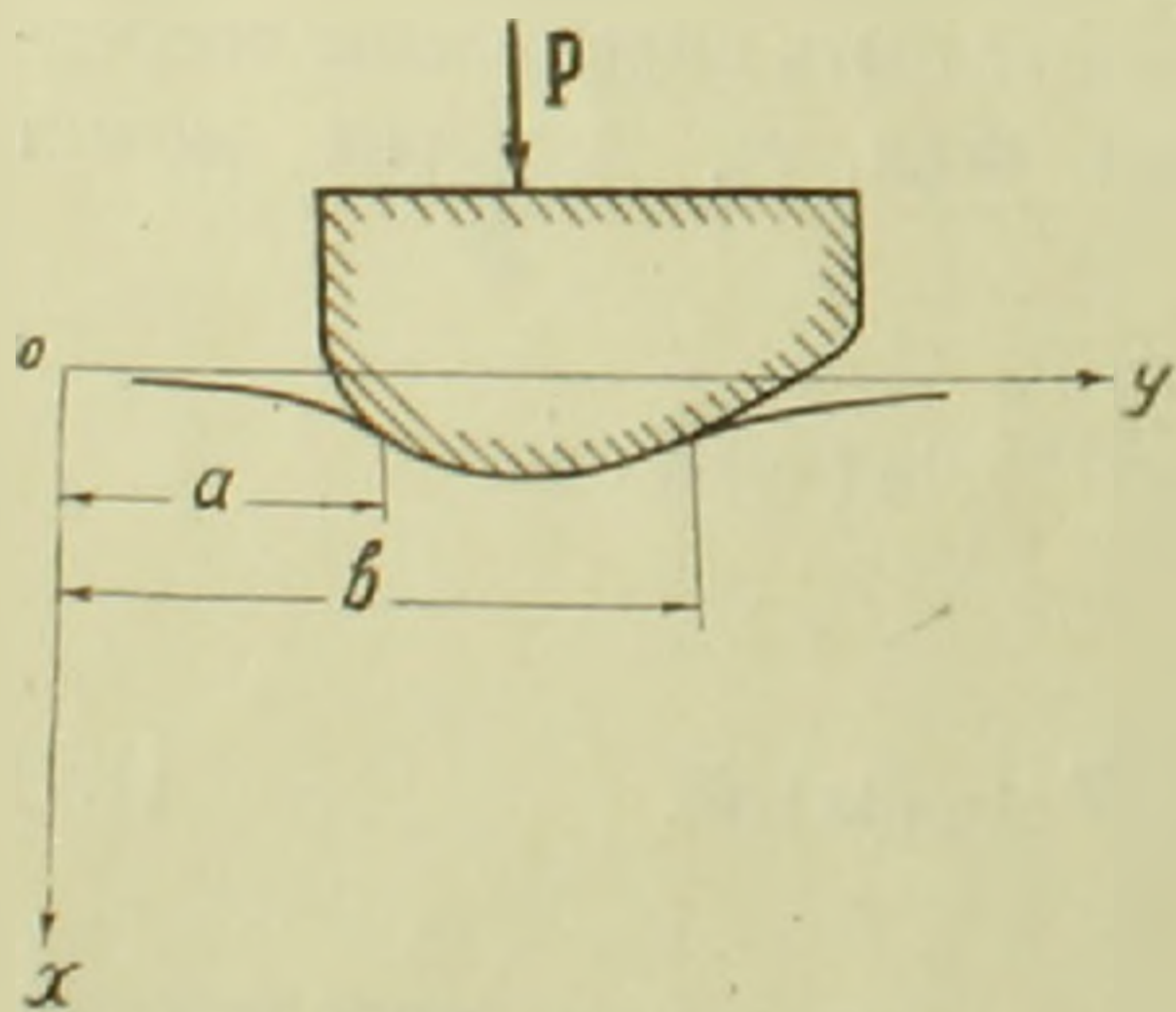
$$u(0, y) = f(y) \quad \text{при } a < y < b \quad (1.3)$$

$$\sigma_x(0, y) = 0 \quad \text{при } y > b$$

$$\tau_{xy}(0, y) = 0 \quad \text{при } 0 < y < \infty$$

$$\sigma_y(x, 0) = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \sigma_y(x, 0) = 0 \\ \tau_{xy}(x, 0) = 0 \end{array} \right\} \quad (0 < x < \infty); \quad (1.4)$$

$$\tau_{xy}(x, 0) = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \sigma_y(x, 0) = 0 \\ \tau_{xy}(x, 0) = 0 \end{array} \right\} \quad (0 < x < \infty);$$



Фиг. 1

Так как при $x \rightarrow \infty$ и $y \rightarrow \infty$ перемещения $u(x, y)$ и $v(x, y)$

должны стремиться к нулю, то следует в формулах (1.2) положить $a_0 = b_0 = c_0 = 0$.

Учитывая это и удовлетворяя условиям (1.3) и (1.4), получим

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \alpha^2 A(\alpha) \sin(\alpha y) d\alpha &= 0 \quad (0 < y < a) \\ \int_0^{\infty} \alpha [(1 + \nu) A(\alpha) + (1 - \nu) B(\alpha)] \sin(\alpha y) d\alpha - \\ - \int_0^{\infty} \beta [(1 + \nu) C(\beta) - 2D(\beta) + (1 + \nu) \beta y D(\beta)] e^{-\beta y} d\beta &= Ef(y) \quad (a < y < b) \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \alpha^2 A(\alpha) \sin(\alpha y) d\alpha &= 0 \quad (y > b) \\ \int_0^{\infty} \alpha^2 [A(\alpha) - B(\alpha)] \cos(\alpha y) d\alpha + \\ + \int_0^{\infty} \beta^2 [C(\beta) - D(\beta) + \beta y D(\beta)] e^{-\beta y} d\beta &= 0 \quad (0 < y < \infty) \\ \int_0^{\infty} \beta^2 C(\beta) \sin(\beta x) d\beta &= 0 \quad (0 < x < \infty) \\ \int_0^{\infty} \alpha^2 [A(\alpha) - B(\alpha) + \alpha x B(\alpha)] e^{-\alpha x} d\alpha + \\ + \int_0^{\infty} \beta^2 [C(\beta) - D(\beta)] \cos(\beta x) d\beta &= 0 \quad (0 < x < \infty). \end{aligned} \quad (1.6)$$

Используя формулу обращения Фурье, из (1.6) получим

$$C(\beta) = 0,$$

$$A(\alpha) - B(\alpha) = \frac{4}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\beta^3 D(\beta)}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} d\beta, \quad (1.7)$$

$$\beta^2 D(\beta) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \alpha^3 \left[\frac{A(\alpha)}{\alpha^2 + \beta^2} - \frac{2\beta^2 B(\alpha)}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} \right] d\alpha. \quad (1.8)$$

Подставив значение $B(\alpha)$ из (1.7) в (1.8), получим

$$\beta^2 D(\beta) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\alpha^3 (\alpha^2 - \beta^2)}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} A(\alpha) d\alpha + \\ + \frac{16\beta^2}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{\gamma^3 D(\gamma)}{(\beta^2 - \gamma^2)^3} \left[\ln \frac{\beta}{\gamma} (\beta^2 + \gamma^2) - (\beta^2 - \gamma^2) \right] d\gamma. \quad (1.9)$$

Подставляя (1.7) в (1.5), для определения $A^*(\alpha)$ получим систему „трояных“ интегральных уравнений

$$\int_0^\infty A^*(\alpha) \sin(\alpha y) d\alpha = 0 \quad (0 < y < a), \\ \int_0^\infty \frac{A^*(\alpha) \sin(\alpha y) d\alpha}{\alpha} = F(y) \quad (a < y < b), \quad (1.10) \\ \int_0^\infty A^*(\alpha) \sin(\alpha y) d\alpha = 0 \quad (y > b),$$

где использованы обозначения

$$A^*(\alpha) = \alpha^2 A(\alpha); \quad F(y) = \frac{E}{2} f(y) + \int_0^\infty [y\gamma^2 - \gamma] e^{-\gamma y} D(\gamma) d\gamma. \quad (1.11)$$

Задача о распределении напряжений $\sigma_x(0, y)$, возникающих в упругой четверть плоскости под штампом, будет решена, если будут определены функции $A^*(\alpha)$ и $D(\beta)$ из „трояных“ интегральных уравнений ⁽¹⁰⁾ (1.10) и из уравнения (1.9).

§ 2. Определение функции $A^*(\alpha)$. Имея в виду, что ⁽¹¹⁾

$$\int_0^\infty J_{2n-1}(b\alpha) \sin(y\alpha) d\alpha = \begin{cases} \frac{\sin[(2n-1) \arcsin(y/b)]}{\sqrt{b^2 - y^2}} & (y < b) \\ 0 & (y > b) \end{cases} \\ \int_0^\infty \frac{J_{2n-1}(b\alpha) \sin(y\alpha) d\alpha}{\alpha} = \begin{cases} \frac{1}{2n-1} \sin[(2n-1) \arcsin(y/b)] & (y \leq b) \\ \frac{b^{2n-1} (-1)^{n+1}}{(2n-1) (y + \sqrt{y^2 - b^2})^{2n-1}} & (y \geq b) \end{cases} \quad (2.1)$$

где $J_i(x)$ функция Бесселя i -го порядка первого рода с действительным аргументом, функцию $A^*(\alpha)$ ищем в виде

$$A^*(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n^* J_{2n-1}(b\alpha). \quad (2.2)$$

Здесь A_n^* неизвестные пока коэффициенты, подлежащие определению.

Тогда третье уравнение (1.10) удовлетворяет тождественно. Из остальных двух уравнений после изменения порядка интегрирования и суммирования получаем

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{2n-1} \cos \frac{2n-1}{2} \theta = \varphi(\theta) \quad (0 < \theta < \lambda) \quad (2.3)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \frac{2n-1}{2} \theta = 0 \quad (\lambda < \theta < \pi)$$

где

$$A_n = (-1)^{n+1} A_n^*.$$

$$\varphi(\theta) = F[b \cos(\theta/2)] = \frac{E}{2} f[b \cos(\theta/2)] +$$

$$+ \int_0^{\infty} [b \cos(\theta/2) \gamma^2 - \gamma] e^{-b\gamma \cos(\theta/2)} D(\gamma) d\gamma \quad (2.4)$$

и использованы обозначения

$$y = b \cos(\theta/2); \quad a = b \cos(\lambda/2). \quad (2.5)$$

Такие дуальные тригонометрические ряды рассматривались в работах К. Трантера ⁽¹¹⁾ и В. Ф. Шеферда ⁽¹²⁾. Используя результаты К. Трантера, получаем

$$A_n = 2\xi(0) \sin\left(\frac{\lambda}{2}\right) +$$

$$+ 4n(1-n) \sin^3\left(\frac{\lambda}{2}\right) \int_0^1 s \xi(s) F\left(n+1, -n; 2; s^2 \sin^2 \frac{\lambda}{2}\right) ds, \quad (2.5^*)$$

где

$$\xi(s) = \frac{4}{\pi} \int_0^s \frac{\mu \varphi' \left\{ 2 \arcsin \left(\mu \sin \frac{\lambda}{2} \right) \right\}}{\sqrt{s^2 - \mu^2}} d\mu + C. \quad (2.6)$$

Здесь $F(\alpha, \beta; \gamma; z)$ — гипергеометрический ряд, C — постоянная.

Постоянная C может быть найдена путем подстановки (2.5*) и (2.6) в первое уравнение (2.3). Таким образом коэффициенты A_n^* определяются из уравнений (2.4), (2.5*) и (2.6), а функция $A(x)$ — из (2.2), (1.11) и выражается через $D(\beta)$.

§ 3. Определение функции $D(\beta)$. Из (1.1), (2.2) и (2.4) имеем

$$x^2 A(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} A_n J_{2n-1}(bx). \quad (3.1)$$

Подставляя (3.1) в (1.9) и имея в виду ⁽¹⁴⁾, что

$$\begin{aligned}
& \int_0^\infty \frac{\alpha (\alpha^2 - \beta^2)}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} J_{2n-1}(b\alpha) d\alpha = \\
& = \frac{\pi}{4} \frac{(-1)^n (b\beta/2)^{2n-1}}{(2n-1)!} \left[(2n+1)_1 F_2 \left(\frac{2n+3}{2}; \frac{2n+1}{2}, 2n; \frac{b^2\beta^2}{4} \right) - \right. \\
& \quad \left. - (2n-1)_1 F_2 \left(\frac{2n+1}{2}; \frac{2n-1}{2}, 2n; \frac{b^2\beta^2}{4} \right) \right] + \\
& \quad + \frac{1}{2n-1} \left[{}_1F_2 \left(2; \frac{2n+1}{2}, -\frac{2n-3}{3}; \frac{b^2\beta^2}{4} \right) - \right. \\
& \quad \left. - \frac{(b\beta)^2}{(2n+1)(2n-3)} {}_1F_2 \left(2; \frac{2n+3}{2}, -\frac{2n-5}{5}; \frac{b^2\beta^2}{4} \right) \right], \quad (3.2)
\end{aligned}$$

где ${}_pF_q(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p; \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q; z)$ — обобщенный гипергеометрический ряд, получим

$$\begin{aligned}
\beta^2 D(\beta) &= \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} A_n \left\{ \frac{\pi}{4} \frac{(-1)^n (b\beta/2)^{2n-1}}{(2n-1)!} \left[(2n+1)_1 F_2 \times \right. \right. \\
& \quad \times \left(\frac{2n+3}{2}; \frac{2n+1}{2}, 2n; \frac{b^2\beta^2}{4} \right) - \\
& \quad \left. - (2n-1)_1 F_2 \left(\frac{2n+1}{2}; \frac{2n-1}{2}, 2n; \frac{b^2\beta^2}{4} \right) \right] + \\
& \quad + \frac{1}{2n-1} \left[{}_1F_2 \left(2; \frac{2n+1}{2}, -\frac{2n-3}{2}; \frac{b^2\beta^2}{4} \right) - \right. \\
& \quad \left. - \frac{(b\beta)^2}{(2n+1)(2n-3)} {}_1F_2 \left(2; \frac{2n+3}{2}, -\frac{2n-5}{2}; \frac{b^2\beta^2}{4} \right) \right] \right\} + \\
& \quad + \frac{16\beta^2}{\pi^2} \int_0^\infty \frac{\gamma^3 D(\gamma)}{(\beta^2 - \gamma^2)^3} \left[(\beta^2 + \gamma^2) \ln \frac{\beta}{\gamma} - (\beta^2 - \gamma^2) \right] d\gamma. \quad (3.3)
\end{aligned}$$

Согласно (2.4) имеем

$$\begin{aligned}
\varphi'(\theta) &= -\frac{Eb}{4} \sin(\theta/2) f' \left(b \cos \frac{\theta}{2} \right) + \\
& \quad + \int_0^\infty \frac{b\gamma^2}{2} \sin(\theta/2) [b\gamma \cos(\theta/2) - 2] e^{-b\gamma \cos(\theta/2)} D(\gamma) d\gamma. \quad (3.4)
\end{aligned}$$

Следовательно

$$\varphi' \left\{ 2 \arcsin \left(\mu \sin \frac{\lambda}{2} \right) \right\} = -\frac{Eb}{4} \mu \sin \frac{\lambda}{2} f' \left(b \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\lambda}{2}} \right) +$$

$$+ \frac{b\mu}{2} \sin \frac{\lambda}{2} \int_0^{\infty} \mu \left(b\gamma \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\lambda}{2}} - 2 \right) e^{-b\gamma \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\lambda}{2}}} D(\gamma) d\gamma. \quad (3.5)$$

С учетом (3.5) перепишем (2.6) в виде

$$\begin{aligned} \xi(s) = & -\frac{Eb}{\pi} \sin \frac{\lambda}{2} \int_0^s \frac{\mu^2 f'(b \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\lambda}{2}})}{\sqrt{s^2 - \mu^2}} d\mu + \\ & + \frac{2b}{\pi} \sin \frac{\lambda}{2} \int_0^{\infty} \gamma^2 D(\gamma) \times \\ & \times \left[\int_0^s \frac{\mu^2 \left(b\gamma \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\lambda}{2}} - 2 \right) e^{-b\gamma \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\lambda}{2}}}}{\sqrt{s^2 - \mu^2}} d\mu \right] d\gamma + C. \quad (3.6) \end{aligned}$$

Учитывая (3.6) и подставляя (2.5*) в (3.3), для определения функции $D(\beta)$ получим интегральное уравнение Фредгольма второго рода

$$\Psi(\beta) = g(\beta) + \int_0^{\infty} K(\beta, \gamma) \Psi(\gamma) d\gamma, \quad (3.7)$$

где введены обозначения

$$\Psi(\beta) = \beta^2 D(\beta) \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} g(\beta) = & \sin \frac{\lambda}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{(b\beta/2)^{2n-1}}{(2n-1)!} \left[(2n-1) {}_1F_2 \left(\frac{2n+1}{2}; \frac{2n-1}{2}, 2n; \frac{b^2\beta^2}{4} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - (2n+1) {}_1F_2 \left(\frac{2n+3}{2}; \frac{2n+1}{2}, 2n; \frac{b^2\beta^2}{4} \right) \right] + \right. \\ & \left. + \frac{4(-1)^{n+1}}{\pi(2n-1)} \left[{}_1F_2 \left(2; \frac{2n+1}{2}, -\frac{2n-3}{2}; \frac{b^2\beta^2}{4} \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{(b\beta)^2}{(2n+1)(2n-3)} {}_1F_2 \left(2; \frac{2n+3}{2}, -\frac{2n-5}{2}; \frac{b^2\beta^2}{4} \right) \right] \right\} \times \\ & \times \left\{ C \left[1 + n(1-n) \sin^2 \frac{\lambda}{2} {}_3F_2 \left(1, 1+n, -n; 2, 2; \sin^2 \frac{\lambda}{2} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{2Eb}{\pi} n(n-1) \sin^3 \frac{\lambda}{2} \times \right. \right. \end{aligned}$$

$$\times \int_0^1 \left[s F\left(n+1, -n; 2; s^2 \sin^2 \frac{\lambda}{2}\right) \int_0^s \frac{\mu^2 f'\left(b \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\lambda}{2}}\right)}{\sqrt{s^2 - \mu^2}} d\mu \right] ds \Bigg\} \quad (3.9)$$

$$K(\beta, \gamma) = I_1(\beta, \gamma) + I_2(\beta, \gamma), \quad (3.10)$$

где

$$I_1(\beta, \gamma) = \frac{16}{\pi^2} \left[\frac{\gamma \beta^2 (\beta^2 + \gamma^2)}{(\beta^2 - \gamma^2)^3} \ln \frac{\gamma}{\beta} - \frac{\gamma \beta^2}{(\beta^2 - \gamma^2)^2} \right], \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} I_2(\beta, \gamma) = & \frac{16b}{\pi^2} \sin^4 \frac{\lambda}{2} \sum_{n=1}^{\infty} n(1-n) \left\{ \frac{\pi}{4} \frac{(b\beta/2)^{2n-1}}{(2n-1)!} \times \right. \\ & \times \left[(2n-1) {}_1F_2\left(\frac{2n+1}{2}; \frac{2n-1}{2}, 2n; \frac{b^2\beta^2}{4}\right) - \right. \\ & \left. - (2n+1) {}_1F_2\left(\frac{2n+3}{2}; \frac{2n+1}{2}, 2n; \frac{b^2\beta^2}{4}\right) \right] + \\ & + \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} \left[{}_1F_2\left(2; \frac{2n+1}{2}, -\frac{2n-3}{2}; \frac{b^2\beta^2}{4}\right) - \right. \\ & \left. - \frac{(b\beta)^2}{(2n+1)(2n-3)} {}_1F_2\left(2; \frac{2n+3}{2}, -\frac{2n-5}{2}; \frac{b^2\beta^2}{4}\right) \right] \Bigg\} \times \\ & \times \int_0^1 \left[s F\left(n+1, -n; 2; s^2 \sin^2 \frac{\lambda}{2}\right) \times \right. \\ & \times \int_0^s \frac{\mu^2 \left(b\gamma \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\lambda}{2}} - 2\right) e^{-b\gamma \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\lambda}{2}}}}{\sqrt{s^2 - \mu^2}} d\mu \Bigg] ds. \quad (3.12) \end{aligned}$$

Для решения уравнения (3.7) сперва докажем, что

$$\int_0^{\infty} |K(\beta, \gamma)| d\gamma < 1. \quad (3.13)$$

Действительно, из (3.10)

$$\int_0^{\infty} |K(\beta, \gamma)| d\gamma \leq \int_0^{\infty} I_1(\beta, \gamma) d\gamma + \int_0^{\infty} I_2(\beta, \gamma) d\gamma.$$

Произведя интегрирование, получим

$$\int_0^{\infty} I_1(\beta, \gamma) d\gamma = \frac{16}{\pi^2} \frac{1}{2} \int_0^1 \left[\frac{(x+1) \ln x}{(x-1)^3} - \frac{2}{(x-1)^2} \right] dx =$$

$$= \frac{8}{\pi^2} \left[\frac{1}{x-1} - \frac{\ln x}{x-1} - \frac{\ln x}{(x-1)^2} \right] \Big|_0^1 = \frac{8}{\pi^2} \frac{1}{2} = \frac{4}{\pi^2}. \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \int_0^\infty I_2(\beta, \gamma) d\gamma &\leq \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^\infty \frac{\pi}{4} \left\{ \frac{n(1-n)(b\beta/2)^{2n-1}}{(2n-1)!} \times \right. \\ &\times \left[(2n-1) {}_1F_2\left(\frac{2n+1}{2}; \frac{2n-1}{2}, 2n; \frac{b^2\beta^2}{4}\right) - \right. \\ &- (2n+1) {}_1F_2\left(\frac{2n+3}{2}; \frac{2n+1}{2}, 2n; \frac{b^2\beta^2}{4}\right) \Big] + \\ &+ \frac{(-1)^{n+1}\pi}{4} \left[{}_1F_2\left(2; \frac{2n+1}{2}, -\frac{2n-3}{2}; \frac{b^2\beta^2}{4}\right) - \right. \\ &- \frac{(b\beta)^2}{(2n+1)(2n-3)} {}_1F_2\left(2; \frac{2n+3}{2}, -\frac{2n-5}{2}; \frac{b^2\beta^2}{4}\right) \Big] \Big\} \leq \\ &\leq \frac{2}{\pi} \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Следовательно

$$\int_0^\infty |K(\beta, \gamma)| d\gamma < \frac{4}{\pi^2} + \frac{1}{2} < 1, \quad (3.16)$$

а функция $g(\beta)$ ограничена.

Решая (3.7) методом последовательных приближений и пользуясь (3.8), получаем выражение функции $D(\beta)$. Подставляя полученное выражение для $D(\beta)$ в (2.5*), найдем выражение для коэффициентов A_n . Подставляя далее последнее выражение в (3.1), определим $A(x)$, а пользуясь соотношением (1.7), также и $B(x)$. Определив $A(x)$, $B(x)$ и $D(\beta)$, по формулам (1.2) определим компоненты деформаций и напряжений.

Если вместо (1.4) возьмем граничные условия в виде

$$\begin{aligned} u(x, 0) = 0 \\ \tau_y(x, 0) = 0 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} u(x, 0) = 0 \\ \tau_y(x, 0) = 0 \end{aligned}} \right\} \quad (0 < x < \infty) \quad (3.17)$$

$$\tau_{xy}(0, y) = 0 \quad (0 < y < \infty),$$

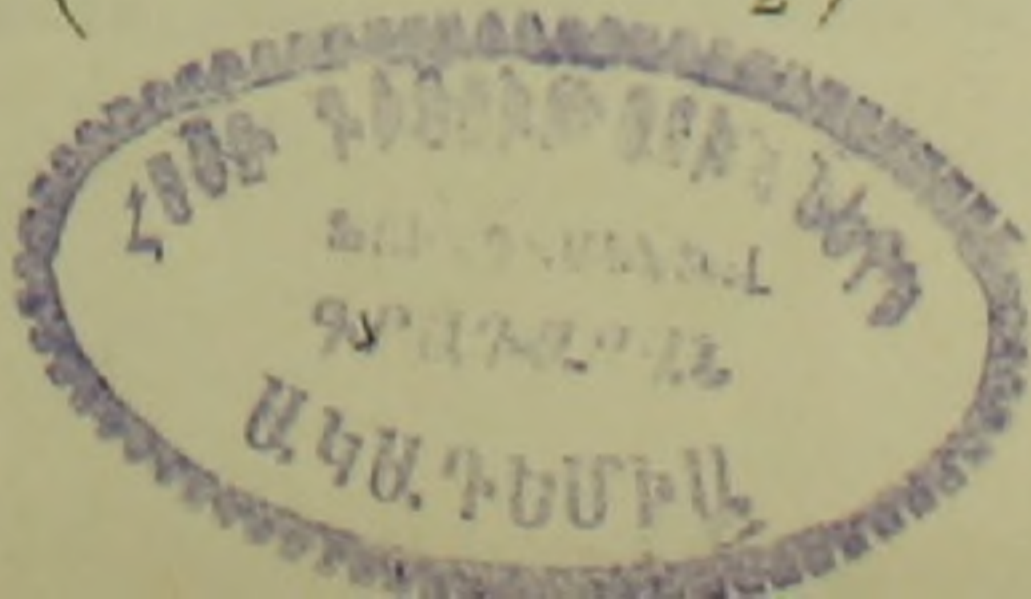
то получим

$$C(\beta) = D(\beta) = 0 \quad (3.18)$$

$$A(\alpha) = B(\alpha) = \frac{1}{\alpha^2} \sum_{n=1}^\infty (-1)^{n+1} A_n J_{2n-1}(b\alpha),$$

где

$$A_n = 2 \sin \frac{\lambda}{2} \xi(1) F\left(n, 1-n; 1; \sin^2 \frac{\lambda}{2}\right) -$$



$$- 2 \sin \frac{\lambda}{2} \int_0^1 \xi'(s) F\left(n, 1-n; 1; s^2 \sin^2 \frac{\lambda}{2}\right) ds, \quad (3.19)$$

$$\xi(s) = \frac{4}{\pi} \int_0^s \frac{\mu \xi' \left\{ 2 \arcsin \left(\mu \sin \frac{\lambda}{2} \right) \right\}}{\sqrt{s^2 - \mu^2}} d\mu + C, \quad (3.20)$$

$$\varphi(\theta) = \frac{E}{2} f\left(b \cos \frac{\theta}{2}\right), \quad (3.21)$$

то есть решение получим в замкнутом виде. Этим же методом можно решить плоскую контактную задачу для упругого тела конечной ширины.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Վ. Ս. ՏՈՆՈՅԱՆ

Առաձգական բառորդ հարթության կոնտակտային մի խնդրի մասին

Հոդվածում դիտարկվում է առաձգական բառորդ հարթության եզրագծի վրա շտամպի ճնշման խնդրի լուծումը, այն ենթադրությամբ, որ շփումը բացակայում է: Խնդիրը լուծված է Ֆուրյեի մեթոդով: Լուծումը ներկայացված է Ֆուրյեի ինտեգրալների տեսքով: Ինտեգրման գործակիցների որոշումը բերվել է «երկրական» ինտեգրալ հավասարումների սխեման (10) և Ֆրեդհոլմի երկրորդ սեռի ինտեգրալ հավասարման լուծմանը: Ընդ որում «երկրական» ինտեգրալ հավասարումների սխեման լուծումը բերվում է գույգ եռանկյունաչափական շարքերից կազմված հավասարումների լուծմանը (11—12):

Л И Т Е Р А Т У Р А

- ¹. Н. И. Мусхелишвили, Некоторые основные задачи математической теории упругости, Изд. АН СССР, М., 1954.
- ². Н. И. Мусхелишвили, ДАН СССР, т. VII, № 2 (1953), 51—54.
- ³. Н. И. Мусхелишвили, Сообщения АН ГрузССР, т. 2, № 10 (1941).
- ⁴. Н. Я. Штаерман, Контактная задача теории упругости, Гостехиздат, М.-Л., 1949.
- ⁵. Л. А. Галин, Контактные задачи теории упругости, ГИТТЛ, М., 1953.
- ⁶. Л. А. Галин, ДАН СССР, т. 39, № 3 (1943), 88—93.
- ⁷. Д. И. Шерман, Труды сейсмологического ин-та АН СССР, № 88, 1938.
- ⁸. Н. М. Бородачев, Изв. АН СССР. ОТН, Механика и машиностроение, № 6, 1962, 170—172.
- ⁹. Д. И. Шерман, Труды Всесоюзного съезда по теоретической и прикладной механике, Издат. АН СССР, М.-Л., 1962, 405—468.
- ¹⁰. Трантер, The opening of a pair of coplanar Griffith cracks under internal pressure. Quart. J. Mech. and App. Math., Vol. 4, part. 3, 1961, 283—292.
- ¹¹. Трантер, Dual trigonometrical series. Proc. Glasgow Math. Assoc. Vol. 4, part. 2, 1959, 49—57.
- ¹². Шенерд, On trigonometrical series with mixed conditions. Pros. London Math. Soc. (2), Vol. 43, 1937, 366—375.
- ¹³. С. П. Тимошенко, Теория упругости. ОНТИ, М., 1937.
- ¹⁴. И. С. Градштейн и И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Физматгиз, М., 1962.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

В. С. Саркисян

К решению задачи изгиба анизотропных
 (неортотропных) пластин

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 18/IV 1963)

Здесь предлагается способ решения задачи изгиба неортотропных пластин, когда в каждой точке пластинки имеется одна плоскость упругой симметрии, параллельная срединной плоскости.

Решение представляется в виде ряда по степеням малого параметра μ , зависящего от упругих постоянных анизотропной (неортотропной) пластинки и обращающегося в нуль в случае ортотропного материала.

1. Задача о нахождении прогибов неортотропных пластинок, изгибающихся под действием перпендикулярных к ее плоскости сил, сводится к решению дифференциального уравнения с частными производными с неразделяющимися переменными ^{(1)*}

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{16} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \\ + 4D_{26} \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x, y), \quad (1.1)$$

при определенных граничных условиях.

Произведя преобразования

$$x = \sqrt[4]{D_{11}} \alpha, \quad y = \sqrt[4]{D_{22}} \beta, \quad w(x, y) = \Psi(\alpha, \beta), \quad q(x, y) = q_0(\alpha, \beta), \quad (1.2)$$

из (1.1) придем к следующему дифференциальному уравнению для прогиба $\Psi(\alpha, \beta)$:

$$\frac{\partial^4 \Psi}{\partial \alpha^4} + 4\mu K_1 \frac{\partial^4 \Psi}{\partial \alpha^3 \partial \beta} + 2K \frac{\partial^4 \Psi}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + 4\mu' K_1 \frac{\partial^4 \Psi}{\partial \alpha \partial \beta^3} + \frac{\partial^4 \Psi}{\partial \beta^4} = q_0(\alpha, \beta),$$

или

* Здесь и в дальнейшем приняты общепринятые обозначения.

$$\frac{\partial^4 \Psi}{\partial \alpha^4} + 2K \frac{\partial^4 \Psi}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + \frac{\partial^4 \Psi}{\partial \beta^4} + 4\mu \left[K_1 \frac{\partial^4 \Psi}{\partial \alpha^3 \partial \beta} + K_2 \frac{\partial^4 \Psi}{\partial \alpha \partial \beta^3} \right] = q_0(\alpha, \beta), \quad (1.3)$$

где

$$\mu = \frac{D_{16}}{\sqrt{D_{11}D_{66}}} < 1, \quad \mu' = \frac{D_{26}}{\sqrt{D_{22}D_{66}}} < 1, \quad \mu' = \mu \lambda,$$

$$K_1 = \frac{\sqrt{D_{66}}}{\sqrt[4]{D_{11}D_{22}}}, \quad K_2 = \lambda K_1, \quad K = \frac{D_{12} + 2D_{66}}{\sqrt{D_{11}D_{22}}}.$$

Здесь легко заметить, что для ортотропной пластинки $\mu = 0$ и $\mu' = 0$.

Решение дифференциального уравнения (1.3) представим в виде ряда по степеням малого параметра μ :

$$\Psi(\alpha, \beta) = w_0(\alpha, \beta) + \sum_{m=1}^{\infty} w_m(\alpha, \beta) \mu^m. \quad (1.4)$$

Подставляя значения $\Psi(\alpha, \beta)$ из (1.4) в (1.3) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях μ , находим

$$\frac{\partial^4 w_0}{\partial \alpha^4} + 2K \frac{\partial^4 w_0}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + \frac{\partial^4 w_0}{\partial \beta^4} = q_0(\alpha, \beta), \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial^4 w_m}{\partial \alpha^4} + 2K \frac{\partial^4 w_m}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + \frac{\partial^4 w_m}{\partial \beta^4} = q_m(\alpha, \beta) \quad (m=1, 2, \dots), \quad (1.6)$$

где

$$q_m(\alpha, \beta) = -4 \left[K_1 \frac{\partial^4 w_{m-1}}{\partial \alpha^3 \partial \beta} + K_2 \frac{\partial^4 w_{m-1}}{\partial \alpha \partial \beta^3} \right] \quad (m=1, 2, \dots). \quad (1.7)$$

Таким образом, решение дифференциального уравнения с неразделяющимися переменными (1.3) сводится к решению рекуррентных дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными (1.5) и (1.6) при определенных граничных условиях ⁽¹⁾.

2. Рассмотрим задачу об изгибе неортотропной прямоугольной пластинки с опертыми сторонами.

Пусть прямоугольная пластинка оперта (шарнирно закреплена) по всем четырем сторонам и изгибается нормальной нагрузкой, распределенной по закону $q(x, y) = \tilde{q} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}$. Оси x и y направим вдоль сторон a и b .

Граничными условиями рассматриваемой задачи будут ⁽¹⁾

$$\left. \begin{aligned} w=0, \quad M_x &= - \left(D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2D_{16} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) = 0 \\ &\text{для } x=0, \quad x=a, \\ w=0, \quad M_y &= - \left(D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2D_{26} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) = 0 \\ &\text{для } y=0, \quad y=b. \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

Пользуясь формулами преобразований (1.2), выражением (1.4) и затем, что поскольку по краям $w=0$, то по соответствующим краям пластинки справедливы $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \alpha^2} = 0$ и $\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \beta^2} = 0$. Следовательно граничные условия (2.1) примут вид

$$\begin{aligned} w_m = 0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad \frac{\partial^2 w_0}{\partial \alpha^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 w_m}{\partial \alpha^2} = -2K_1 \frac{\partial^2 w_{m-1}}{\partial \alpha \partial \beta}, \\ (m = 1, 2, \dots) \quad \text{при} \quad \alpha = 0 \text{ и } \alpha = a_1, \\ w_m = 0 \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad \frac{\partial^2 w_0}{\partial \beta^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 w_m}{\partial \beta^2} = -2K_2 \frac{\partial^2 w_{m-1}}{\partial \alpha \partial \beta}, \\ (m = 1, 2, \dots) \quad \text{при} \quad \beta = 0 \text{ и } \beta = b_1, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где

$$a_1 = \frac{a}{\sqrt[4]{D_{11}}} \quad \text{и} \quad b_1 = \frac{b}{\sqrt[4]{D_{22}}}.$$

Таким образом, для определения функции $\Psi(\alpha, \beta)$ нужно решить уравнения (1.5) и (1.6) при условиях (2.2).

Решение уравнения (1.5) представим в виде

$$w_0(\alpha, \beta) = C \sin \frac{\pi \alpha}{a_1} \sin \frac{\pi \beta}{b_1}, \quad (2.3)$$

здесь C — пока неизвестная постоянная величина.

Очевидно, что для $w_0(\alpha, \beta)$ все граничные условия (2.2) удовлетворены. Из дифференциального уравнения (1.5) при помощи (2.3) определяется постоянная C . Следовательно, для $w_0(\alpha, \beta)$ имеем

$$w_0(\alpha, \beta) = \frac{\tilde{q}}{\left(\frac{1}{a_1^4} + \frac{2K}{a_1^2 b_1^2} + \frac{1}{b_1^4}\right) \pi^4} \sin \frac{\pi \alpha}{a_1} \sin \frac{\pi \beta}{b_1}, \quad (2.4)$$

что является первым приближением решения.

Второе приближение строим следующим образом. Подставляя выражения $w_0(\alpha, \beta)$ из (2.4) в (1.6) и учитывая (1.7), получим

$$\frac{\partial^4 w_1}{\partial \alpha^4} + 2K \frac{\partial^4 w_1}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + \frac{\partial^4 w_1}{\partial \beta^4} = \tilde{q}_1 \cos \frac{\pi \alpha}{a_1} \cos \frac{\pi \beta}{b_1}, \quad (2.5)$$

где

$$\tilde{q}_1 = \frac{4C\pi^4}{a_1 b_1} \left(\frac{K_1}{a_1^2} + \frac{K_2}{b_1^2} \right), \quad C = \frac{\tilde{q}}{\left(\frac{1}{a_1^4} + \frac{2K}{a_1^2 b_1^2} + \frac{1}{b_1^4}\right) \pi^4}. \quad (2.6)$$

Из (2.2), учитывая (2.4), для $w_1(\alpha, \beta)$ будем иметь следующие граничные условия

$$\left. \begin{aligned} w_1 = 0, \quad \frac{\partial^2 w_1}{\partial \alpha^2} = -f(\beta) \quad \text{при} \quad \alpha = 0, \\ w_1 = 0, \quad \frac{\partial^2 w_1}{\partial \alpha^2} = f(\beta) \quad \text{при} \quad \alpha = a_1, \end{aligned} \right\}, \quad (2.7)$$

$$\left. \begin{aligned} w_1 = 0, \quad \frac{\partial^2 w_1}{\partial \beta^2} = -\varphi(\alpha) \quad \text{при} \quad \beta = 0, \\ w_1 = 0, \quad \frac{\partial^2 w_1}{\partial \beta^2} = \varphi(\alpha) \quad \text{при} \quad \beta = b_1, \end{aligned} \right\}, \quad (2.8)$$

где

$$f(\beta) = 2C K_1 \frac{\pi^2}{a_1 b_1} \cos \frac{\pi \beta}{b_1}, \quad \varphi(\alpha) = 2C K_2 \frac{\pi^2}{a_1 b_1} \cos \frac{\pi \alpha}{a_1}, \quad (2.9)$$

Решение дифференциального уравнения (2.5) при условиях (2.7) и (2.8) можно представить в виде

$$\begin{aligned} w_1(\alpha, \beta) = \sum_{n=2,4}^{\infty} \left[A_n \operatorname{ch} \frac{n\pi s_1 \alpha}{b_1} + B_n \operatorname{sh} \frac{n\pi s_1 \alpha}{b_1} + C_n \operatorname{ch} \frac{n\pi s_2 \alpha}{b_1} + D_n \operatorname{sh} \frac{n\pi s_2 \alpha}{b_1} + \right. \\ \left. + d_n \cos \frac{\pi \alpha}{a_1} \right] \sin \frac{n\pi \beta}{b_1} + \sum_{m=2,4}^{\infty} \left[\bar{A}_m \operatorname{ch} \frac{m\pi s_1 \beta}{a_1} + \bar{B}_m \operatorname{sh} \frac{m\pi s_1 \beta}{a_1} + \right. \\ \left. + \bar{C}_m \operatorname{ch} \frac{m\pi s_2 \beta}{a_1} + \bar{D}_m \operatorname{sh} \frac{m\pi s_2 \beta}{a_1} + g_m \cos \frac{\pi \beta}{b_1} \right] \sin \frac{m\pi \alpha}{a_1}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Здесь

$$A_n = \frac{d_n s_2^2 + R_n}{s_1^2 - s_2^2},$$

$$B_n = \frac{R_n \left(2 \operatorname{ch} \frac{n\pi s_2 a_1}{b_1} - \operatorname{ch} \frac{n\pi s_1 a_1}{b_1} - 1 \right) - d_n \left(s_2^2 + s_1^2 \operatorname{ch} \frac{n\pi s_1 a_1}{b_1} \right)}{(s_1^2 - s_2^2) \operatorname{sh} \frac{n\pi s_1 a_1}{b_1}},$$

$$C_n = \frac{-d_n s_1^2 - R_n}{s_1^2 - s_2^2}, \quad D_n = \frac{R_n \left(\operatorname{ch} \frac{n\pi s_2 a_1}{b_1} - 1 \right) - d_n s_1^2 \left(1 + \operatorname{ch} \frac{n\pi s_2 a_1}{b_1} \right)}{(s_2^2 - s_1^2) \operatorname{sh} \frac{n\pi s_2 a_1}{b_1}},$$

$$\bar{A}_m = \frac{g_m s_2^2 + L_m}{s_1^2 - s_2^2},$$

$$\bar{B}_m = \frac{L_m \left(2 \operatorname{ch} \frac{m\pi s_2 b_1}{a_1} - \operatorname{ch} \frac{m\pi s_1 b_1}{a_1} - 1 \right) - g_m \left(s_2^2 + s_1^2 \operatorname{ch} \frac{m\pi s_1 b_1}{a_1} \right)}{(s_1^2 - s_2^2) \operatorname{sh} \frac{m\pi s_1 b_1}{a_1}},$$

$$\bar{C}_m = \frac{-g_m s_1^2 - L_m}{s_1^2 - s_2^2}, \quad \bar{D}_m = \frac{L_m \left(\operatorname{ch} \frac{m\pi s_2 b_1}{a_1} - 1 \right) - g_m s_1^2 \left(1 + \operatorname{ch} \frac{m\pi s_2 b_1}{a_1} \right)}{(s_2^2 - s_1^2) \operatorname{sh} \frac{m\pi s_2 a_1}{b_1}},$$

$$d_n = - \frac{4\tilde{q}_1^{(1)}}{\pi^5 \left[\frac{1}{a_1^4} + \frac{2Kn^2}{a_1^2 b_1^2} + \frac{n^4}{b_1^4} \right]} \frac{n}{1 - n^2}, \quad R_n = \left[d_n \left(\frac{\pi}{a_1} \right)^2 - F_n \right] \frac{b_1^2}{n^2 \pi^2},$$

$$F_n = - \frac{8CK_1\pi}{a_1 b_1} \frac{n}{1 - n^2}, \quad g_m = - \frac{4\tilde{q}_1^{(2)}}{\pi^5 \left[\frac{1}{b_1^4} + \frac{2Km^2}{a_1^2 b_1^2} + \frac{m^4}{a_1^4} \right]} \frac{m}{1 - m^2},$$

$$L_m = \left[g_m \left(\frac{\pi}{b_1} \right)^2 - G_m \right] \frac{a_1^2}{m^2 \pi^2}, \quad G_m = - \frac{8CK_2\pi}{a_1 b_1} \frac{m}{1 - m^2}, \quad \tilde{q}_1 = \tilde{q}_1^{(1)} + \tilde{q}_1^{(2)},$$

а s_1 и s_2 корни характеристического уравнения

$$s^4 - 2Ks^2 + 1 = 0. \quad (2.11)$$

В зависимости от значения K ($K = \frac{D_{12} + 2D_{66}}{\sqrt{D_{11}D_{12}}}$) возможны три случая для корней этого уравнения.

Случай I. Корни уравнения (2.11) вещественные, неравные:

$$\pm s_1, \pm s_2 \quad (s_1 > 0, s_2 > 0).$$

Случай II. Корни уравнения (2.11) вещественные, равные попарно:

$$\pm s \quad (s > 0).$$

Случай III. Корни уравнения (2.11) комплексные:

$$s \pm ti, \quad -s \pm ti \quad (s > 0, t > 0).$$

Мы ограничивались лишь рассмотрением случая I; так как решения для остальных определяются путем предельного перехода при $s_1 = s_2 = s$, либо путем отделения вещественной части комплексного выражения, которое получается, если положить $s_1 = s + ti$, $s_2 = s - ti$.

Таким образом, имея $\psi_1(\alpha, \beta)$, при помощи (1.6) и (2.2), аналогично, можно построить решения и в последующих приближениях. Имея выражения для прогиба, при помощи известных формул (1) можно определить моменты и перерезывающие силы.

Ограничиваясь первыми двумя приближениями, учитывая (1.4), (3.4) и (2.10), для прогиба $\Psi(\alpha, \beta)$ получим следующее выражение

$$\Psi(\alpha, \beta) = \frac{\tilde{q} \sin \frac{\pi \alpha}{a_1} \sin \frac{\pi \beta}{b_1}}{\pi^4 \left(\frac{1}{a_1^4} + \frac{2K}{a_1^2 b_1^2} + \frac{1}{b_1^4} \right)} + \mu \sum_{n=2,4}^{\infty} \left\{ \left[A_n \operatorname{ch} \frac{n\pi S_1 \alpha}{b_1} + B_n \operatorname{sh} \frac{n\pi S_1 \alpha}{b_1} + \right. \right. \\ \left. \left. + C_n \operatorname{sh} \frac{n\pi S_2 \alpha}{b_1} + D_n \operatorname{sh} \frac{n\pi S_2 \alpha}{b_1} + d_n \cos \frac{\pi \alpha}{a_1} \right] \sin \frac{n\pi \beta}{b_1} + \right. \\ \left. + \left[\bar{A}_n \operatorname{ch} \frac{n\pi S_1 \beta}{a_1} + \bar{B}_n \operatorname{sh} \frac{n\pi S_1 \beta}{a_1} + \bar{C}_n \operatorname{ch} \frac{n\pi S_2 \beta}{a_1} + \right. \right. \\ \left. \left. + \bar{D}_n \operatorname{sh} \frac{n\pi S_2 \beta}{a_1} + g_n \cos \frac{\pi \beta}{b_1} \right] \sin \frac{n\pi \alpha}{a_1} \right\}$$

или, принимая во внимание (1.2), для $\omega(x, y)$ находим

$$\omega(x, y) = \frac{\tilde{q} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}}{\pi^4 \left[\frac{D_{11}}{a^4} + \frac{2(D_{12} + 2D_{66})}{a^2 b^2} + \frac{D_{22}}{b^4} \right]} + \\ + \frac{D_{16}}{\sqrt{D_{11} D_{66}}} \sum_{n=2,4}^{\infty} \left\{ \left[A_n \operatorname{ch} \frac{\pi S_1 n x}{b} \sqrt{\frac{D_{22}}{D_{11}}} + B_n \operatorname{sh} \sqrt{\frac{D_{22}}{D_{11}}} \frac{n\pi S_1 x}{b} + \right. \right. \\ \left. \left. + C_n \operatorname{ch} \sqrt{\frac{D_{22}}{D_{11}}} \frac{n\pi S_2 x}{b} + D_n \operatorname{sh} \sqrt{\frac{D_{22}}{D_{11}}} \frac{n\pi S_2 x}{b} + d_n \cos \frac{\pi x}{a} \right] \sin \frac{n\pi y}{b} + \right. \\ \left. + \left[\bar{A}_n \operatorname{ch} \sqrt{\frac{D_{11}}{D_{22}}} \frac{n\pi S_1 y}{a} + \bar{B}_n \operatorname{sh} \sqrt{\frac{D_{11}}{D_{22}}} \frac{n\pi S_1 y}{a} + \bar{C}_n \operatorname{ch} \sqrt{\frac{D_{11}}{D_{22}}} \frac{n\pi S_2 y}{a} + \right. \right. \\ \left. \left. + \bar{D}_n \operatorname{sh} \sqrt{\frac{D_{11}}{D_{22}}} \frac{n\pi S_2 y}{a} + g_n \cos \frac{\pi y}{b} \right] \sin \frac{n\pi x}{a} \right\}. \quad (2.12)$$

Наконец отметим, что этим методом можно решить уравнение (1.1) при разных граничных условиях.

Ереванский государственный университет

Институт математики и механики

Академии наук Армянской ССР

Վ. Ս. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

Անիզոտրոպ (ոչ օրթոտրոպ) սալերի ծուխան խնդրի լուծման մասին

Առաջադրված է ոչ օրթոտրոպ սալերի ծուխան խնդրի լուծման եղանակ:

Լուծումը ներկայացված է չարքի տեսքով բառ փոքր պարամետրի (ֆիզիկական պարամետր), որը օրթոտրոպ նյութի համար հավասար է զրոյի:

Այդ եղանակով շանջատվող մոտոստիկաներով մասնական ածանցյալներով չորրորդ կարգի դիֆերենցիալ հավասարման լուծումը բերվում է անջատվող մոտոստիկաներով մասնական ածանցյալներով ուղիղ գծով դիֆերենցիալ հավասարման լուծման:

Որպես կիրառություն լուծված է անիզոտրոպ (ոչ օրթոտրոպ) աղաս հենված ուղղանկյուն սալի ծուխան խնդիրը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ С. Г. Лехницкий. Анизотропные пластинки, Гос. издат. тех.-теорет. лит. М., 1957.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

О. М. Сапонджян, чл.-корр. АН Армянской ССР

Об одном случае изгиба тонкой прямоугольной плиты

(Представлено 8/V 1963)

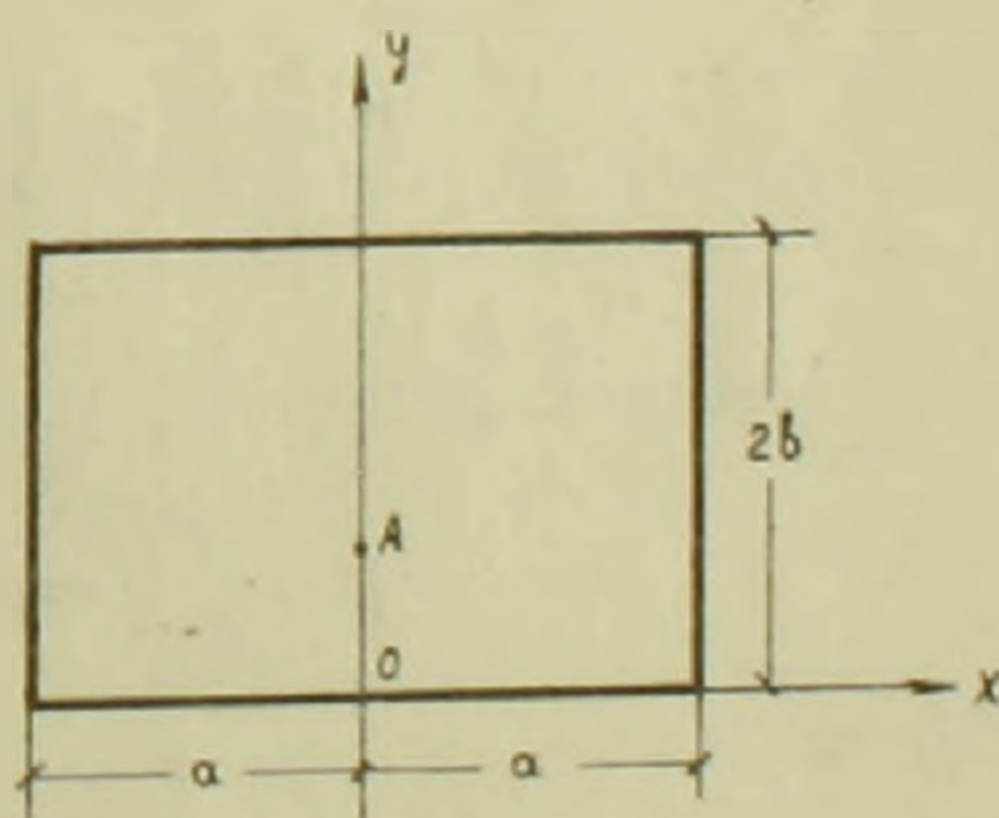
1. Рассмотрим задачу об изгибе прямоугольной плиты (фиг. 1), опертой по сторонам $y=0$ и $y=2b$ и как угодно закрепленной по сторонам $x=\pm a$. Вдоль отрезка OA заданы некоторые возможные условия закрепления.

При решении рассматриваемой задачи применяем метод, развитый автором (1).

Представим прогиб плиты в следующем виде

$$\begin{aligned} w = f(x, y) + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \operatorname{ch} \lambda_k x + B_k x \operatorname{sh} \lambda_k x + C_k \operatorname{sh} \lambda_k x + \\ + D_k x \operatorname{ch} \lambda_k x) \sin \lambda_k y \pm \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{\delta_k}{2} \left[\operatorname{ch} \lambda_k x - \frac{1-\sigma}{2} \lambda_k x \operatorname{sh} \lambda_k x \right] + \right. \\ \left. + \frac{\alpha_k}{4\lambda_k} [(1+\sigma) \operatorname{sh} \lambda_k x + (1-\sigma) \lambda_k x \operatorname{ch} \lambda_k x] - \right. \\ \left. - \frac{m_k}{4D\lambda_k} x \operatorname{sh} \lambda_k x + \frac{q_k}{4D\lambda_k^3} (\operatorname{sh} \lambda_k x - \lambda_k x \operatorname{ch} \lambda_k x) \right\} \sin \lambda_k y, \end{aligned} \quad (1.1)$$

где $f(x, y)$ — частное решение дифференциального уравнения упругой поверхности плиты, σ — коэффициент Пуассона, D — жесткости плиты; $A_k, B_k, C_k, D_k, \delta_k, \alpha_k, m_k$ и q_k постоянные коэффициенты, подлежащие определению, а $\lambda_k = k\pi/2b$. Из двойных знаков перед второй суммой — плюс относится к области $x \geq 0$, а минус — к области $x \leq 0$.



Фиг. 1.

Легко проверить, что выражение (1.1) дает на линии $x=0$ для прогиба w ,

угла наклона $\frac{\partial w}{\partial x}$, изгибающего момента $-D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$ и обоб-

щенной поперечной силы $-D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right]$ разрывы, величины которых соответственно равны:

$$\sum_1^{\infty} \delta_k \sin \lambda_k y, \quad \sum_1^{\infty} \alpha_k \sin \lambda_k y, \quad \sum_1^{\infty} m_k \sin \lambda_k y, \quad \text{и} \quad \sum_1^{\infty} q_k \sin \lambda_k y.$$

Коэффициенты A_k , B_k , C_k и D_k определяются из условий, заданных на сторонах прямоугольника. Подходящим выбором коэффициентов δ_k , α_k , m_k и q_k можно удовлетворить заданные условия на отрезке OA .

Для симметричной относительно оси ou задачи имеем:

$$C_k = D_k = 0, \quad \delta_k = m_k = 0.$$

Если при этом вдоль отрезка OA плита опирается на балку или на стенку, то надо дополнительно принять $\alpha_k = 0$. Если же вдоль отрезка OA имеется разрез, оба края которого свободны от опор, то коэффициенты q_k принимают заданные значения.

Для антисимметричной относительно оси ou задачи имеем

$$A_k = B_k = 0, \quad \alpha_k = q_k = 0.$$

Если при этом вдоль отрезка OA плита опирается на балку или на стенку, то надо дополнительно принять $\delta_k = 0$, а если вдоль отрезка OA имеется разрез, края которого свободны от опор, то коэффициенты m_k принимают заданные значения.

При несимметричных относительно ou условий вдоль отрезка OA (например, один край разреза заделан, а другой свободен от опор) решение задачи значительно усложняется.

2. В качестве примера рассмотрим задачу об изгибе прямоугольной плиты, опертой по всему контуру и разрезанной вдоль отрезка $OA = b$, края которого свободны от опор.

Для простоты предполагаем, что внешняя нагрузка p зависит только от y и разлагается в ряде Фурье:

$$p = \sum_1^{\infty} a_k \sin \lambda_k y, \quad a_k = \frac{1}{b} \int_0^{2b} p \sin \lambda_k y dy. \quad (2.1)$$

Частное решение, удовлетворяющее условиям

$$f = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0, \quad \text{при} \quad y = 0 \quad \text{и} \quad y = 2b,$$

будет

$$f(y) = \frac{16b^4}{\pi^4 D} \sum_1^{\infty} \frac{a_k}{k^4} \sin \lambda_k y. \quad (2.2)$$

Для рассматриваемой задачи формула (1.1) принимает следующий вид

$$w = f(y) + \sum_1^{\infty} (A_k \operatorname{ch} \lambda_k x + B_k x \operatorname{sh} \lambda_k x) \sin \lambda_k y \pm \pm \sum_1^{\infty} \frac{\alpha_k}{4} [(1 + \sigma) \operatorname{sh} \lambda_k x + (1 - \sigma) \lambda_k x \operatorname{ch} \lambda_k x] \sin \lambda_k y. \quad (2.3)$$

Это выражение удовлетворяет условиям опирания на сторонах $y = 0$ и $y = 2b$.

Подчинив (2.3) условиям опирания

$$w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \quad \text{при } x = \pm a,$$

получим

$$A_k = - \frac{16 b^4 \alpha_k}{\pi^4 k^4 \operatorname{ch} \lambda_k a} \left(1 + \frac{\lambda_k a}{2} \operatorname{th} \lambda_k a \right) - \alpha_k \left[\frac{1 + \sigma}{4 \lambda_k} \operatorname{th} \lambda_k a + \frac{1 - \sigma}{4} \frac{a}{\operatorname{ch}^2 \lambda_k a} \right], \quad (2.4)$$

$$B_k = \frac{\alpha_k}{2 \lambda_k^3 \operatorname{ch} \lambda_k a} - \frac{1 - \sigma}{4} \alpha_k \operatorname{th} \lambda_k a.$$

Из условий симметрии вытекает, что на линии $x = 0$ обобщенная поперечная сила равна нулю. Следовательно выражение (2.3) надо подчинить также следующим двум условиям:

а) условию равенства нулю изгибающего момента вдоль разреза

$$-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0, \quad \text{при } 0 \leq y \leq b. \quad (2.5)$$

б) условию непрерывности угла наклона $\frac{\partial w}{\partial x}$ вдоль неразрезанной части линии $x = 0$. Это условие приводится к равенству

$$\sum_1^{\infty} \alpha_k \sin \lambda_k y = 0, \quad \text{при } b \leq y \leq 2b. \quad (2.6)$$

Условия (2.5) и (2.6) равносильны соответственно следующим условиям

$$\int_0^b \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{x=0} \sin 2\lambda_n y dy = 0, \quad (2.7)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k \int_b^{2b} \sin \lambda_k y \sin 2\lambda_n (y - b) dy = 0.$$

Из (2.7), с учетом (4) и (5), получим

$$a_{2n} = \frac{8n(-1)^n}{\pi} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{k^2 - 4n^2} a_k, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} & \frac{(1-\sigma)n\pi}{8} \left[(3+\sigma) \operatorname{th} 2\lambda_n a + 2(1-\sigma) \frac{\lambda_n a}{\operatorname{ch}^2 \lambda_n a} \right] a_{2n} + \\ & + \frac{1-\sigma}{2} n(-1)^n \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{k a_k (-1)^{\frac{k-1}{2}} \left[(3+\sigma) \operatorname{th} \lambda_k a + (1-\sigma) \lambda_k \frac{a}{\operatorname{ch}^2 \lambda_k a} \right]}{k^2 - 4n^2} \\ & = -\frac{a_{2n} b^3}{\pi^2 n^3} \left[\frac{\sigma n}{4} - \frac{\sigma}{2 \operatorname{ch} 2\lambda_n a} + \frac{(1-\sigma) \pi a n^2 \operatorname{th} 2\lambda_n a}{4b \operatorname{ch} 2\lambda_n a} \right] - \\ & - \frac{16 b^3 (-1)^n n}{\pi^3} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{a_k (-1)^{\frac{k-1}{2}}}{k^2 (k^2 - 4n^2)} + \frac{32 b^3 (-1)^n n}{\pi^3} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{a_k}{k^2 \operatorname{ch} \lambda_k a} \times \\ & \times \left[\frac{\sigma}{2} - (1-\sigma) \frac{k \pi a}{8b} \operatorname{th} \lambda_k a \right] \frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{k^2 - 4n^2}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.9) \end{aligned}$$

Исключив из (2.9) с помощью (2.8) коэффициенты a_{2n} и, для простоты, рассматривая случай равномерно распределенной нагрузки при которой

$$f(y) = \frac{p}{24D} y(y^3 - 4by^2 + 8b^3), \quad a_{2n} = 0, \quad a_{2n+1} = \frac{4p}{\pi(2n+1)}, \quad n = 0, 1, \dots$$

получим относительно коэффициентов a_{2k+1} систему бесконечных уравнений:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k a_{2k+1}}{2k - 2n + 1} \mu(k, n) = \nu_n, \quad (2.10)$$

где

$$\begin{aligned} \mu(k, n) = & \frac{1}{2k - 2n + 1} \left\{ 2n \left[\operatorname{th} \frac{n\pi a}{b} + \frac{1-\sigma}{3+\sigma} \frac{n\pi a}{b \operatorname{ch}^2 \frac{n\pi a}{b}} \right] + \right. \\ & \left. + (2k+1) \left[\operatorname{th} \frac{(2k+1)\pi a}{2b} + \frac{1-\sigma}{2(3+\sigma)} \frac{\pi a}{b} \frac{2k+1}{\operatorname{ch}^2 \frac{(2k+1)\pi a}{2b}} \right] \right\}, \quad (2.11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nu_n = & \frac{2pb^3\sigma}{(1-\sigma)(3+\sigma)} \left\{ \frac{1}{2n^2} + \frac{1 - (-1)^n}{\pi^2 n^4} - \right. \\ & \left. - \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{k-1}{2}}}{k^3 (k^2 - 4n^2) \operatorname{ch} \frac{k\pi a}{2b}} \left(\frac{k\pi a}{4b} \frac{1-\sigma}{\sigma} \operatorname{th} \frac{k\pi a}{2b} - 1 \right) \right\}. \quad (2.12) \end{aligned}$$

В случае бесконечной полосы ($a \rightarrow \infty$) из (2.10), с учетом (2.11) и (2.12), получим:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k a_{2k+1}}{2k - 2n + 1} = \frac{pb^3\sigma}{(1-\sigma)(3+\sigma)\pi} \left[\frac{1}{2n^2} + \frac{1 - (-1)^n}{\pi^2 n^4} \right]. \quad (2.13)$$

Эти уравнения можно привести к регулярному виду. Для этого надо предварительно исключить из них коэффициент α_1 , а затем применить способ, указанный в (2).

Заметим, что при $\sigma = 0$ из (2.13) и (2.8) получим $\alpha_k = 0$ ($k = 1, 2, \dots$). Далее из (2.4) имеем $A_k = B_k = 0$. Тогда формула (2.3) даст $\omega = f(y)$, что можно было бы предвидеть, не решая задачу.

При $b \rightarrow \infty$ из (2.10) и (2.8) получим $\alpha_k \rightarrow \infty$, вследствие чего прогибы стремятся к бесконечности, что вполне закономерно, так как при этом рассматриваемая система становится геометрически изменяемой.

Можно показать, что кроме последнего случая для всех остальных значений параметра $a:b$ система (2.10), начиная с некоторого значения натурального числа $n \geq 1$, приводится к регулярному виду, причем свободные члены приведенной системы будут относительно числа n порядка не ниже чем $\frac{1}{n^2}$.

Таким образом рассматриваемая задача теоретически решена. Для получения числовых результатов надо пользоваться методами решения бесконечных систем уравнений (2).

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Օ. Մ. ՍԱՊՈՆԺՅԱՆ

Ուղղանկյուն բարակ սալի ծոման մի դեպքի մասին

Դիտարկվում է ուղղանկյուն սալի (գծ. 1) ծոման, երբ դա ազատ հենված է $y = 0$ և $y = 2b$ կողմերով և ունի ցանկացած ամրացումներ $x = \pm a$ կողմերում, իսկ OA հատվածի վրա տրված են հնարավոր ամրացման պայմաններ: Խնդիրը լուծված է լրացուցիչ ազդեցությունների մեթոդով (1): Լուծումը կառուցված է այնպես, որ $x = 0$ ուղղի վրա խզման և ենթարկվում ճկվածքը, սալի ուղղածիգ էլեմենտի պտտման անկյունը Oy առանցքի նկատմամբ, ծոռ դոմենալը նույն առանցքի նկատմամբ և ընդհանրացած կտրոդ ուժը: Խզման մեծությունների պարամետրերի հարմար ընտրությամբ միջոցով հնարավոր է լուծում բավարարել ամրացման պայմանները OA հատվածի վրա:

Որպես օրինակ դիտարկված է եզրագծով ազատ հենված ուղղանկյուն սալի ծոման խնդիրը, երբ $OA = b$ հատվածի երկայնքով սալը ճեղքված է, որի եզրերն ազատ են հեղուկներից: Պարզության համար դիտարկված է հավասարաչափ բաշխված բեռի դեպքը: Խզման մեծություններից դրոյից տարրեր է միայն պտտման անկյունը, որի պարամետրերի նկատմամբ ստացվել է անվերջ հավասարումների սխեմ: Այդ սխեմը կարելի է բերել ուղղանկյուն տեսքի:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ О. М. Сапонджян, ПММ, т. XIII, в. 5, 1949. ² Л. В. Канторович и В. И. Крылов, Приближенные методы высшего анализа, Госиздат ТТЛ, Л.—М., 1952.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

П. О. Галфаян

Об изгибе защемленной прямоугольной балки

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 17/V 1963)

Известно, что классическое решение задачи об изгибе консольной балки прямоугольного сечения обладает существенным недостатком: граничные условия в заделанном конце выполняются точно только в средней точке сечения. Более точно удовлетворяются граничные условия в заделанном конце в работе ⁽¹⁾, где на заделке удовлетворены весьма смягченные условия, именно: $u=0$, $v=0$ в трех и пяти точках на краю $x=0$. Очевидно, что распределение напряжений вблизи места закрепления консоли будет зависеть в таких условиях от самого способа закрепления.

В настоящей работе приводится решение смешанной плоской задачи теории упругости для прямоугольника. Стороны $y=0$ $y=h$ свободны от напряжений. На конце балки $x=l$ известны касательные напряжения; на этом конце нормальные напряжения равны нулю. Другой конец балки $x=0$ предполагается заделанным, т. е. во всех точках края $x=0$ имеем $u=0$, $v=0$.

Функция напряжений рассматриваемой задачи представляется в виде рядов Фурье. Для определения коэффициентов разложений получены бесконечные системы линейных уравнений. Доказывается, что полученная система квазивполне регулярна и имеет ограниченные сверху свободные члены.

Подобные методы решения плоской задачи теории упругости для прямоугольника были применены в работах ⁽¹⁻⁵⁾.

1. Функция напряжений Эри при отсутствии массовых сил удовлетворяет ⁽⁶⁾ дифференциальному уравнению

$$\Delta^2\Phi = \frac{\partial^4\Phi}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4\Phi}{\partial x^2\partial y^2} + \frac{\partial^4\Phi}{\partial y^4} = 0 \quad (1.1)$$

внутри прямоугольника $0 \leq x \leq l$, $0 \leq y \leq h$.

Напряжения через функцию Φ выражаются следующим образом

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \quad (1.2)$$

перемещения определяются соотношениями

$$u = \frac{1}{E} \left\{ \int \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} dx - \nu \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right\} - a \cdot y + b, \quad (1.3)$$

$$v = \frac{1}{E} \left\{ \int \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} dy - \nu \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right\} + a \cdot x + c.$$

Здесь E — модуль упругости, ν — коэффициент Пуассона, a , b и c — постоянные, которые определяются из условий $u(0, 0) = u(0, h) = v(0, y) = 0$.

Рассмотрим плоское напряженное состояние прямоугольника, на контуре которого выполняются следующие условия

$$\sigma_y(x, 0) = \tau_{xy}(x, 0) = \sigma_y(x, h) = \tau_{xy}(x, h) = \sigma_x(l, y) = u(0, y) = v(0, y) = 0$$

$$\tau_{xy}(l, y) = \frac{b_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cdot \cos \beta_k y. \quad (1.4)$$

Функцию напряжений ищем в виде

$$\Phi(x, y) = Axy + \sum_{k=1}^{\infty} [A_k \operatorname{ch} \alpha_k y + B_k \operatorname{sh} \alpha_k y + \alpha_k y (C_k \operatorname{ch} \alpha_k y + D_k \operatorname{sh} \alpha_k y)] \times$$

$$\times \cos \alpha_k x + \sum_{k=1}^{\infty} [E_k \operatorname{ch} \beta_k x + F_k \operatorname{sh} \beta_k x + \beta_k x (G_k \operatorname{ch} \beta_k x + H_k \operatorname{sh} \beta_k x)] \sin \beta_k y, \quad (1.5)$$

где

$$\alpha_k = (2k-1) \frac{\pi}{2l}, \quad \beta_k = \frac{k\pi}{h}, \quad 0 < x < l, \quad 0 < y < h. \quad (1.6)$$

Используя граничные условия (1.4), после некоторых преобразований для определения неизвестных коэффициентов a , b , c , A , A_k , B_k , ..., H_k , получаем соотношения

$$a = \frac{\nu}{2E} \cdot b_0, \quad b = 0, \quad c = -\frac{2}{Eh} \sum_{k=1}^{\infty} \left(C_k + D_k \operatorname{th} \frac{\alpha_k h}{2} \right) \operatorname{sh} \alpha_k h,$$

$$A = -\frac{b_0}{2}, \quad A_k = 0, \quad B_k = -\alpha_k h (D_k + C_k \cdot \operatorname{cth} \alpha_k h), \quad (1.7)$$

$$E_k = -\left[G_k \cdot \left(\beta_k l + \frac{1-\nu}{1+\nu} \operatorname{th} \beta_k l \right) + H_k \cdot \beta_k l \cdot \operatorname{th} \beta_k l \right], \quad F_k = \frac{1-\nu}{1+\nu} \cdot G_k$$

и бесконечную систему линейных уравнений

$$X_p = \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} a_{pk} \cdot Z_k + \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} b_{pk} \cdot W_k + m_p,$$

$$Y_p = \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} c_{pk} \cdot Z_k + \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} d_{pk} \cdot W_k + n_p, \quad (p=1,2,\dots) \quad (1.8)$$

$$Z_p = \sum_{k=1}^{\infty} e_{pk} \cdot X_k + \sum_{k=1}^{\infty} f_{pk} \cdot Y_k + r_p,$$

$$W_p = \sum_{k=1}^{\infty} g_{pk} \cdot X_k + \sum_{k=1}^{\infty} h_{pk} \cdot Y_k + s_p,$$

где

$$C_k = -(-1)^k \frac{h}{\alpha_k^2} \left(X_k \cdot \operatorname{th} \frac{\alpha_k h}{2} + Y_k \cdot \operatorname{cth} \frac{\sigma_k h}{2} \right), \quad D_k = (-1)^k \frac{h}{\alpha_k^2} (X_k + Y_k), \quad (1.9)$$

$$G_k = \frac{l}{\beta_k^2} (Z_k + W_k), \quad H_k = -\frac{l}{\beta_k^2 \operatorname{ch} \beta_k l} [Z_k \cdot (\operatorname{sh} \beta_k l - 1) + W_k \cdot (\operatorname{sh} \beta_k l + 1)],$$

$$a_{pk} = \frac{4\alpha_p^2}{h\zeta_p} \left[\beta_k - \frac{(-1)^p}{1+\nu} \cdot \frac{\alpha_p^2 - \nu\beta_k^2}{\alpha_p} \right] \frac{1}{(\beta_k^2 + \alpha_p^2)^2},$$

$$b_{pk} = -\frac{4\alpha_p^2}{h\zeta_p} \left[\beta_k + \frac{(-1)^p}{1+\nu} \cdot \frac{\alpha_p^2 - \nu\beta_k^2}{\alpha_p} \right] \frac{1}{(\beta_k^2 + \alpha_p^2)^2}, \quad (1.10)$$

$$c_{pk} = \frac{4\alpha_p^2}{h\eta_p} \left[\beta_k - \frac{(-1)^p}{1+\nu} \cdot \frac{\alpha_p^2 - \nu\beta_k^2}{\alpha_p} \right] \frac{1}{(\beta_k^2 + \alpha_p^2)^2},$$

$$d_{pk} = -\frac{4\alpha_p^2}{h\eta_p} \left[\beta_k + \frac{(-1)^p}{1+\nu} \cdot \frac{\alpha_p^2 - \nu\beta_k^2}{\alpha_p} \right] \frac{1}{(\beta_k^2 + \alpha_p^2)^2},$$

$$e_{pk} = \frac{4\beta_p^2}{l} \times$$

$$\times \frac{[1 - (-1)^p](M_p + N_p)}{M_p^2 - N_p \cdot L_p} \left[\alpha_k + (-1)^k \frac{R_p}{\beta_p} \cdot \frac{\alpha_k^2 - \nu\beta_p^2}{1+\nu} \right] \frac{1}{(\alpha_k^2 + \beta_p^2)^2},$$

$$f_{pk} = \frac{4\beta_p^2}{l} \times$$

$$\times \frac{[1 + (-1)^p](M_p + N_p)}{M_p^2 - N_p \cdot L_p} \left[\alpha_k + (-1)^k \frac{R_p}{\beta_p} \cdot \frac{\alpha_k^2 - \nu\beta_p^2}{1+\nu} \right] \frac{1}{(\alpha_k^2 + \beta_p^2)^2}, \quad (1.11)$$

$$g_{pk} = -\frac{4\beta_p^2}{l} \times$$

$$\times \frac{[1 - (-1)^p](M_p + L_p)}{M_p^2 - N_p \cdot L_p} \left[\alpha_k - (-1)^k \frac{Q_p}{\beta_p} \cdot \frac{\alpha_k^2 - \nu\beta_p^2}{1+\nu} \right] \frac{1}{(\alpha_k^2 + \beta_p^2)^2},$$

$$h_{pk} = -\frac{4\beta_p^2}{l} \times$$

$$\times \frac{[1 + (-1)^p](M_p + L_p)}{M_p^2 - N_p \cdot L_p} \left[\alpha_k - (-1)^k \frac{Q_p}{\beta_p} \cdot \frac{\alpha_k^2 - \nu \beta_p^2}{1 + \nu} \right] \frac{1}{(\alpha_k^2 + \beta_p^2)^2} \cdot$$

$$m_p = 0, \quad n_p = \frac{(-1)^p}{lh} \cdot \frac{b_0}{\alpha_p \tau_{lp}}, \quad r_p = -\frac{b_p}{l} \cdot \frac{M_p + N_p}{M_p^2 - N_p \cdot L_p},$$

$$s_p = \frac{b_p}{l} \cdot \frac{M_p + L_p}{M_p^2 - N_p \cdot L_p},$$
(1.12)

$$\zeta_p = \left(1 + \frac{\alpha_p h}{\operatorname{sh} \alpha_p h} \right) \operatorname{th} \frac{\alpha_p h}{2}, \quad \tau_{lp} = \left(1 - \frac{\alpha_p h}{\operatorname{sh} \alpha_p h} \right) \operatorname{cth} \frac{\alpha_p h}{2},$$

$$R_p = \frac{M_p - N_p}{M_p + N_p},$$

$$Q_p = \frac{M_p - L_p}{M_p + L_p}, \quad L_p = \frac{3 - \nu}{1 + \nu} \cdot \frac{\operatorname{sh} \beta_p l - 1}{\operatorname{ch} \beta_p l} - \frac{\operatorname{sh} \beta_p l + 1}{\operatorname{ch} \beta_p l} + \frac{2\beta_p l}{\operatorname{ch} \beta_p l} \cdot \operatorname{th} \beta_p l.$$
(1.13)

$$M_p = \frac{4}{1 + \nu} \operatorname{th} \beta_p l + \frac{2\beta_p l}{\operatorname{ch}^2 \beta_p l},$$

$$N_p = \frac{3 - \nu}{1 + \nu} \cdot \frac{\operatorname{sh} \beta_p l + 1}{\operatorname{ch} \beta_p l} - \frac{\operatorname{sh} \beta_p l - 1}{\operatorname{ch} \beta_p l} - \frac{2\beta_p l}{\operatorname{ch} \beta_p l} \operatorname{th} \beta_p l.$$

2. Совокупность бесконечных систем (1.8) квазивполне регулярна.

Для суммы абсолютных значений коэффициентов уравнений первой бесконечной системы (1.8) при p нечетном будем иметь

$$\sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} |a_{pk}| + \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} |b_{pk}| = \frac{4x_p^2}{\pi \zeta_p} \left\{ \sum_{k=1,3,\dots}^{k_p^0} \frac{1}{(k^2 + x_p^2)^2} \left[k + \frac{x_p^2 - \nu k^2}{(1 + \nu) x_p} \right] - \right.$$

$$- \sum_{k_p^0 + 2}^{\infty} \frac{1}{(k^2 + x_p^2)^2} \left[k + \frac{x_p^2 - \nu k^2}{(1 + \nu) x_p} \right] -$$

$$- \sum_{k=1,3,\dots}^{k_p^1} \frac{1}{(k^2 + x_p^2)^2} \left[k - \frac{x_p^2 - \nu k^2}{(1 + \nu) x_p} \right] +$$

$$+ \sum_{k_p^1 + 2}^{\infty} \frac{1}{(k^2 + x_p^2)^2} \left[k - \frac{x_p^2 - \nu k^2}{(1 + \nu) x_p} \right] \Bigg\},$$
(2.1)

Здесь k_p^0 и k_p^1 нечетные числа, определяемые из следующих неравенств

$$k + \frac{1}{1+\nu} \cdot \frac{x_p^2 - \nu \cdot k^2}{x_p} \geq 0 \quad \text{при всех нечетных } k \leq k_p^0, \quad (2.2)$$

$$k - \frac{1}{1+\nu} \cdot \frac{x_p^2 - \nu \cdot k^2}{x_p} \leq 0 \quad \text{при всех нечетных } k \leq k_p^1.$$

Из формул (2.2) получим

$$k_p^0 \leq \nu_0 \cdot x_p, \quad k_p^1 \leq \nu_1 \cdot x_p, \quad (2.3)$$

где

$$x_p = \frac{a_p h}{\pi} = (2p-1) \frac{h}{2l}, \quad \nu_0 = \frac{\sqrt{(1+\nu)^2 + 4\nu} + (1+\nu)}{2\nu},$$

$$\nu_1 = \frac{\sqrt{(1+\nu)^2 + 4\nu} - (1+\nu)}{2\nu}. \quad (2.4)$$

Из (2.3) и (2.4) легко заметить, что

$$k_p^0 \geq k_p^1. \quad (2.5)$$

В силу (2.5) для выражения (2.1) будем иметь

$$\sum_{k=1,3}^{\infty} |a_{pk}| + \sum_{k=1,3}^{\infty} |b_{pk}| \leq \frac{8x_p^2}{\pi^2 \varepsilon_p(x_p)} \left\{ \sum_{k=1,3}^{\infty} \frac{k}{(k^2 + x_p^2)^2} + J_1(x_p, \nu) \right\} = \varepsilon_1(x_p, \nu), \quad (2.6)$$

где

$$\sum_{k=1,3}^{\infty} \frac{k}{(k^2 + x_p^2)^2} \leq S_1(x_p) = \begin{cases} \frac{1}{(1+x_p^2)^2} + \frac{21+x_p^2}{4(9+x_p^2)^2} & \text{при } x_p \leq 3 \\ \frac{3+x_p^2}{4(1+x_p^2)^2} + \frac{1}{8x_p^3} & \text{при } x_p > 3 \end{cases} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} J_1(x_p, \nu) \leq & \frac{1}{4x_p^2} \left\{ \frac{\nu_0}{1+\nu_0^2} - \frac{x_p^2}{x_p^2 + (2+\nu_0 \cdot x_p)^2} + \frac{1}{1+\nu_1^2} + \right. \\ & + \frac{(2+\nu_1 \cdot x_p) x_p}{x_p^2 + (2+\nu_1 \cdot x_p)^2} - \frac{x_p^2}{1+x_p^2} \left(1 + \frac{\nu}{1+\nu} \cdot \frac{1}{x_p} \right) + \frac{1+2\nu}{1+\nu} \cdot \frac{1}{x_p} + \\ & \left. + \frac{\nu}{1+\nu} \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{x_p} + \frac{1-\nu}{1+\nu} \left[\operatorname{arctg} \nu_0 + \operatorname{arctg} \left(\nu_1 + \frac{2}{x_p} \right) - \frac{\pi}{2} \right] \right\}. \quad (2.8) \end{aligned}$$

Оценки (2.7) получаются при помощи формул для приближенного интегрирования (2).

Из (2.6)–(2.8) и (1.13) получаем

$$\lim_{x_p \rightarrow \infty} \varepsilon_1(x_p, \nu) = \frac{2}{\pi} + f_1(\nu), \quad (2.9)$$

где

$$f_1(v) = \frac{2}{\pi} \left[\frac{v_0 - 1}{1 + v_0^2} + \frac{1 + v_1}{1 + v_1^2} + \frac{1 - v}{1 + v} \left(\operatorname{arctg} v_0 - \operatorname{arctg} v_1 - \frac{\pi_0}{2} \right) - 1 \right]. \quad (2.10)$$

Расчеты показывают, что

$$f_1(0) = 0,5, \quad f_1(0,5) = 0,3. \quad (2.11)$$

Для производной функции $f_1(v)$ имеем

$$f_1'(v) = -\frac{4}{\pi} \cdot \frac{1}{(1 + v)^2} \left[\operatorname{arctg} v_0 + \operatorname{arctg} v_1 - \frac{\pi}{2} \right]. \quad (2.12)$$

Обозначим

$$z = \operatorname{arctg} v_0 + \operatorname{arctg} v_1. \quad (2.13)$$

Тогда

$$\operatorname{tg} z = \frac{v_0 + v_1}{1 - v_0 \cdot v_1} = -\frac{\sqrt{(1 + v)^2 + 4v}}{1 - v}. \quad (2.14)$$

Следовательно,

$$z > \frac{\pi}{2}. \quad (2.15)$$

На основании (2.12) и (2.15) получаем

$$f_1'(v) < 0 \quad \text{при} \quad 0 \leq v \leq 0,5 \quad (2.16)$$

Из отрицательности $f_1'(v)$ следует, что функция $f_1(v)$ монотонно убывает, а из (2.11) получаем, что она меняется в пределах от 0,5 до 0,3. Поэтому функция $f_1(v)$ получает свое максимальное значение при $v = 0$. Следовательно,

$$\sum_{k=1,3}^{\infty} |a_{pk}| + \sum_{k=1,3}^{\infty} |b_{pk}| \leq \frac{2}{\pi} + f_1^{\max}(v) \leq 1,1366. \quad (2.17)$$

Оценки для сумм абсолютных значений коэффициентов остальных уравнений (1.8) при p нечетном получаем аналогичным образом

$$\sum_{k=2,4}^{\infty} |c_{pk}| + \sum_{k=2,4}^{\infty} |d_{pk}| \leq \frac{2}{\pi} + f_1^{\max}(v) \leq 1,1366. \quad (2.18)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} |e_{pk}| \leq \frac{2}{\pi} + f_2^{\max}(v) \leq 0,7535. \quad (2.19)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} |g_{pk}| \leq \frac{2}{\pi} + f_2^{\max}(v) \leq 0,7535. \quad (2.20)$$

Подставляя из первых двух систем (1.8) X_p и Y_p в следующие системы, получаем новую систему для Z_p и W_p

$$Z_p = \sum_{k=1}^{\infty} e_{pk} \left(\sum_{n=1,3}^{\infty} a_{kn} \cdot Z_n + \sum_{n=1,3}^{\infty} b_{kn} \cdot W_n \right) + \sum_{k=1}^{\infty} e_{pk} \cdot m_k + r_p \quad (p = 1, 3, 5, \dots) \quad (2.21)$$

$$W_p = \sum_{k=1}^{\infty} g_{pk} \left(\sum_{n=1,3}^{\infty} a_{kn} \cdot Z_n + \sum_{n=1,3}^{\infty} b_{kn} \cdot W_n \right) + \sum_{k=1}^{\infty} g_{pk} \cdot m_k + s_p.$$

Для сумм абсолютных значений коэффициентов системы (2.21) будем иметь оценки

$$\sum_{k=1}^{\infty} |e_{pk}| \cdot \left(\sum_{n=1,3}^{\infty} |a_{kn}| + \sum_{n=1,3}^{\infty} |b_{kn}| \right) \leq \left[\frac{2}{\pi} + f_2^{\max}(\nu) \right] \left[\frac{2}{\pi} + f_1^{\max}(\nu) \right] \leq \\ \leq 0,7535 \cdot 1,1366 = 1 - \theta. \quad (2.22)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} |g_{pk}| \cdot \left(\sum_{n=1,3}^{\infty} |a_{kn}| + \sum_{n=1,3}^{\infty} |b_{kn}| \right) \leq \left[\frac{2}{\pi} + f_2^{\max}(\nu) \right] \left[\frac{2}{\pi} + f_1^{\max}(\nu) \right] \leq \\ \leq 0,7535 \cdot 1,1366 = 1 - \theta, \quad (2.23)$$

где

$$0 < \theta = 0,1436 \quad \text{при} \quad 0 \leq \nu \leq 0,5. \quad (2.24)$$

Аналогичные оценки получим для сумм коэффициентов бесконечной системы для X_p и Y_p .

Точно такие же оценки получаются при p четном.

Нетрудно заметить, что свободные члены бесконечной системы (2.21) будут ограничены сверху и имеют порядок не ниже, чем p^{-1} , если внешняя нагрузка удовлетворяет условиям Дирихле.

Таким образом, решение рассматриваемой задачи сводится к отысканию значений X_k , Y_k , Z_k и W_k , определяемых квазивполне регулярной системой бесконечных уравнений с ограниченными сверху свободными членами.

Квазивполне регулярность бесконечной системы (1.8) вместе с ограниченностью свободных членов (1.12) позволяет определять искомые коэффициенты разложения $\Phi(x, y)$ (1.5) с любой степенью точности (*). А при помощи этих оценок определяются верхняя и нижняя границы для напряжений σ_x , σ_y , τ_{xy} и перемещений u и v .

Отметим, что в случае, когда продольные кромки прямоугольника $y = 0$ и $y = h$ не свободны от внешней нагрузки, а перемещения u , v и напряжения σ_x , τ_{xy} заданы произвольно, новых трудностей при решении этой задачи не возникает, так как система уравнений в этом случае будет отличаться от системы (1.8) лишь свободными членами, которые не влияют на ее регулярность.

В заключение выражаю глубокую благодарность К. С. Чобаняну, под руководством которого была выполнена настоящая работа.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Պ. Զ. ԳԱԼՅԱՅԱՆ

Ամրակցված ուղղանկյուն հեծանի ծովան մասի

Հայտնի է, որ ուղղանկյուն կոնսոլային հեծանի ծովան խնդրի կլասիկ լուծման մեջ հեծանի ամրակցված հատվածքում եզրային պայմանները բավարարվում են միայն մի կետում: Ամրակցված հատվածում եզրային պայմանները համեմատաբար ճիշտ են բավարարված (1) աշ-

խատույթյան մեջ, և կենհայտ է, որ լարվածային վիճակի բաշխման օրենքը ամրակցված է զրո մոտ էապես կախված է այդ եզրի ամրացման պայմաններից:

Ներկա հոդվածում դիտարկվում է առաձգականության տեսության խառը հարթ խնդիրը ուղղանկյուն կոնսոլի համար, երբ ուղղանկյան $y = 0$ և $y = h$ եզրերը ազատ են արտաքին բեռից, $x = l$ եզրում ազդում են միայն շոշափող լարումները, իսկ $x = 0$ հիմքը և նթաղրվում է ամրակցված ($x = 0$ եզրի ընդհանուր կետերում ունենք $u = 0, v = 0$ պայմանները):

Խնդրի լուծումը բերվում է ուղղանկյան ներսում լարումների էրիի $\Phi(x, y)$ ֆունկցիայի որոնմանը խառը եզրային պայմաններում:

Դիտարկվող խնդրում $\Phi(x, y)$ ֆունկցիան ներկայացվում է եռանկյունաչափական շարքերով, որի վերլուծության գործակիցները որոշելու համար ստացվում են գծային հավասարումների անվերջ սիստեմ: Լկացուցվում է ստացված գծային հավասարումների անվերջ սիստեմի կվադրիիտիկ ռեզուլյարությունը և ազատ անդամների վերինից սահմանափակ լինելը:

Л И Т Е Р А Т У Р А Կ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ В. К. Прокопов, Инженерный сборник, т. 11, 151—160, 1952. ² Б. Л. Абрамян, ПММ, т. 21, № 1, 89—100, 1957. ³ Г. М. Валов Изв. АН СССР, ОТН, мех. и маш., № 3, 133—142, 1961. ⁴ В. К. Прокопов ПММ, т. 16, № 1, 45—56, 1952. ⁵ В. Л. Абрамян и М. М. Манукян ДАН АрмССР, т. 25, № 4, (1957). ⁶ С. П. Тимошенко, Теория упругости, ОНТИ, М.—Л., 1934. ⁷ Л. В. Канторович, В. И. Крылов Л. В. Приближенные методы высшего анализа, Гостехиздат, М.—Л., 1962.

ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

Р. М. Киракосян

Об одной задаче нелинейно-ползучей конической оболочки вращения

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 7/V 1963)

В настоящей заметке на основе безмоментной теории оболочек рассматривается ползучесть конической оболочки вращения под действием слабо меняющейся во времени нормальной поверхностной нагрузки, когда один конец оболочки защемлен, а другой растягивается (сжимается) вдоль образующих. В качестве теории ползучести принимается теория нелинейной наследственности ⁽¹⁾. Решение задачи сводится к определению одной функции интегрирования, относительно которой получается нелинейное интегральное уравнение. В случае, когда кольцевые напряжения по величине превосходят упруго-мгновенные продольные напряжения (последние полагаются сжимающими), переходя в уравнениях ползучести от интенсивности касательных напряжений к близкой ей величине — максимальному касательному напряжению, дается точное решение в замкнутом виде.

1. Рассмотрим круговую коническую оболочку постоянной толщины h . Положение какого-либо параллельного круга срединной поверхности будем определять длиной отрезка по образующей s , отсчитываемой от некоторого параллельного круга $s_0 = 0$.

Пусть рассматриваемая оболочка несет слабо меняющуюся во времени t равномерно распределенную нормальную поверхностную нагрузку интенсивностью $p(t)$ и пусть ее один конец ($s = s_0$) защемлен, а другой ($s = l$) растягивается (сжимается) по направлениям образующих на величину $u_0(t)$.

Краевые условия задачи будут

$$\begin{aligned} u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = u_0(t) \\ v(0, t) = v(l, t) = 0. \end{aligned} \tag{1.1}$$

Пользуясь уравнениями равновесия и соответствующими геометрическими соотношениями безмоментной теории оболочек, с учетом (1.1) для напряжений σ_1 , σ_2 и перемещений u , v , w получим ⁽²⁾

$$\sigma_1 = \bar{\sigma}_1 + A_1 C(t), \quad \sigma_2 = -\frac{pr}{h \cos \vartheta} \quad (1.2)$$

$$u = \int_0^s \varepsilon_1 ds, \quad v = 0, \quad w = \frac{r}{\cos \vartheta} \varepsilon_2 + \operatorname{tg} \vartheta \int_0^s \varepsilon_1 ds, \quad (1.3)$$

где

$$\bar{\sigma}_1(s, t) = \frac{p(t)}{2h \cos \vartheta} \frac{r_0^2 - r^2(s)}{r(s)}, \quad A_1(s) = \frac{1}{r(s) h \cos \vartheta}, \quad r_0 = r(0) \quad (1.4)$$

r —расстояние от точек срединной поверхности до оси вращения,
 ϑ —угол конусности.

Таким образом задача сводится к определению функции интегрирования $C(t)$.

В общем случае пространственного напряженного состояния уравнение, связывающее интенсивность напряжений $\sigma_i(t)$ и интенсивность деформаций $\varepsilon_i(t)$ с учетом ползучести материала и изменения его модуля мгновенной деформации, имеет вид ⁽¹⁾

$$\varepsilon_i(t) = \frac{\sigma_i(t)}{G(t)} - \int_{\tau_1}^t \sigma_i(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{G(\tau)} \right] d\tau - \int_{\tau_1}^t F[\sigma_i(\tau)] \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (1.5)$$

Здесь $C(t, \tau)$ —мера ползучести материала при одноосном напряженном состоянии, $F(\sigma_i)$ —некоторая функция, характеризующая нелинейную зависимость между напряжениями и деформациями ползучести для данного материала, определяемая из опыта в результате испытания на простую ползучесть, нормированная условием $F(1) = 1$. $G(t)$ —модуль мгновенной деформации сдвига, τ_1 —возраст материала в момент приложения нагрузки.

Пользуясь обычными формулами перехода и принимая, что девиаторы напряжений и деформаций имеют одинаковые главные направления в любой момент времени, а объемная деформация упругая, из (1.5) получим ⁽²⁾

$$\begin{aligned} \varepsilon_1(t) = K\sigma + \frac{\sigma_1 - \sigma}{2G} - \frac{\sigma_1 - \sigma}{2\sigma_1} \int_{\tau_1}^t \left\{ \sigma_i(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{G(\tau)} \right] + \right. \\ \left. + F[\sigma_i(\tau)] \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \right\} d\tau; \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_2(t) = K\sigma + \frac{\sigma_2 - \sigma}{2G} - \frac{\sigma_2 - \sigma}{2\sigma_1} \int_{\tau_1}^t \left\{ \sigma_i(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{G(\tau)} \right] + \right. \\ \left. + F[\sigma_i(\tau)] \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \right\} d\tau. \end{aligned}$$

* Обозначение всех аргументов часто будем опускать, оставляя только необходимые.

Здесь $K = K(t)$ — коэффициент объемного расширения. Среднее давление σ и интенсивность напряжений σ_1 имеют вид (4)

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{3}, \quad \sigma_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2}. \quad (1.7)$$

Соотношения ползучести (1.6) описывают процессы деформирования с учетом как старения, так и наследственности материала оболочки.

2. Внося значения напряжений σ_1, σ_2 из (1.2) в выражение интенсивности (1.7), получим

$$\sigma_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{A_2 + A_3 C(t) + A_1^2 C^2(t)}, \quad (2.1)$$

где

$$A_2(s, t) = \frac{p^2(t)}{4h^2 r^2 \cos^2 \vartheta} [(r_0^2 - 2r^2)^2 + 4r^4] \quad (2.2)$$

$$A_3(s, t) = -\frac{p^2(t)}{h^2 r^2 \cos^2 \vartheta} (2r^2 - r_0^2).$$

Краевое условие $u(l, t) = u_0(t)$ с помощью первого соотношения (1.6), (2.1) и (1.2) запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned} C(t) - \frac{C(t) G h \sin 2\vartheta}{2\sqrt{3} (1 + KG) \ln \frac{r_0}{r_1}} \int_0^l \frac{A_1}{(A_2 + A_3 C(t) + A_1^2 C^2(t))^{1/2}} \times \\ \times \left\{ \int_{\tau_1}^t \left[\frac{1}{\sqrt{3}} (A_2 + A_3 C(\tau) + A_1^2 C^2(\tau))^{1/2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{G(\tau)} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + F \left[\frac{1}{\sqrt{3}} (A_2 + A_3 C(\tau) + A_1^2 C^2(\tau))^{1/2} \right] \times \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \right] d\tau \right\} ds = \\ = \frac{u_0(t) - \frac{p(t) r_0^2 \ln \frac{r_0}{r_1}}{3Gh \sin 2\vartheta} (1 + KG) + \frac{p(t) K (r_1^2 - r_0^2)}{2h \sin 2\vartheta}}{\frac{1 + KG}{3G} \frac{2 \ln \frac{r_0}{r_1}}{h \sin 2\vartheta}} + \\ + \frac{G h \sin 2\vartheta}{4\sqrt{3} (1 + KG) \ln \frac{r_0}{r_1}} \int_0^l \frac{2\bar{\sigma}_1 - \sigma_2}{(A_2 + A_3 C(t) + A_1^2 C^2(t))^{1/2}} \times \end{aligned}$$

$$\times \left\{ \int_{\tau_1}^t \frac{1}{V^3} \left(A_2 + A_3 C(\tau) + A_1^2 C^2(\tau) \right)^{1/2} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{G(\tau)} \right) + \right. \\ \left. + F \left[\frac{1}{V^3} \left(A_2 + A_3 C(\tau) + A_1^2 C^2(\tau) \right)^{1/2} \right] \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \right] d\tau \right\} ds. \quad (2.3)$$

Выражение (2.3) является сложным нелинейным интегральным уравнением относительно функции $C(t)$. Оно допускает лишь численное решение.

Допустим, что для любых s и t

$$\sigma_2 \leq \sigma'_1 \leq \sigma_3 = 0, \quad \text{где} \quad \sigma'_1 = \bar{\sigma}_1 + A_1 C'(t). \quad (2.4)$$

Пользуясь формулами (1.2) и (1.4), из (2.3) и (2.4) находим следующее ограничение внешних воздействий

$$-\frac{p(t)(r_0^2 + r_1^2)}{2} \leq C'(t) \leq -\frac{p(t)(r_0^2 - r_1^2)}{2}, \quad (2.5)$$

где

$$C'(t) = \frac{u_0(t) - \frac{p(t)r_0^2 \ln \frac{r_0}{r_1}}{3Gh \sin 2\vartheta} (1 + KG) + \frac{p(t)K(r_0^2 - r_1^2)}{2h \sin 2\vartheta}}{\frac{1 + KG}{3G} \frac{2 \ln \frac{r_0}{r_1}}{h \sin 2\vartheta}}, \quad (2.6)$$

при соблюдении которого упруго-мгновенные продольные напряжения в любой момент времени по величине будут меньше кольцевых напряжений.

Если полагать

$$K(t) = \frac{1 - 2\nu(t)}{E(t)}, \quad G(t) = \frac{E(t)}{2[1 + \nu(t)]}, \quad (2.7)$$

где ν , E — упругие постоянные материала, то (2.5) с учетом (2.6) можно привести к виду

$$-\frac{p(t) \left[2r_1^2 \ln \frac{r_0}{r_1} + (1 - 2\nu)(r_0^2 - r_1^2) \right]}{4Gh(1 + \nu) \sin 2\vartheta} \leq u_0(t) \leq \\ \leq \frac{p(t) \left[2r_1^2 \ln \frac{r_0}{r_0} - (1 - 2\nu)(r_0^2 - r_1^2) \right]}{4Gh(1 + \nu) \sin 2\vartheta}. \quad (2.8)$$

При достаточно больших t перемещение конца оболочки $u_0(t)$ по сравнению с тем перемещением, которое вызывается деформациями

* Штрихом обозначены значения соответствующих величин без учета влияния ползучести и наследственности изменения мгновенного модуля деформации материала, т. е. упруго-мгновенные значения.

ползучести. слишком мало и им можно пренебречь. Следовательно, напряженное состояние в оболочке для больших t будет определяться только деформациями ползучести, которые не вызывают изменения объема. Поэтому продольные напряжения для больших t по величине почти в два раза будут меньше кольцевых напряжений, которые не зависят от ползучести материала (см. (1.2)). С другой стороны, при монотонности внешних воздействий $p(t)$ и $u_0(t)$ напряжения σ_1 вследствие ползучести во времени будут меняться тоже монотонно. Следовательно, при соблюдении условий (2.5), (2.8) для истинных напряжений будем иметь

$$\sigma_2 \ll \sigma_1 \leq \sigma_3 = 0. \quad (2.9)$$

Тогда максимальное касательное напряжение будет

$$\tau_{\max}(s, t) = \frac{|\sigma_2|}{2} = \frac{p(t) r(s)}{2h \cos \vartheta} \quad (2.10)$$

Заменяя в уравнениях ползучести (1.6) интенсивность касательных напряжений максимальным касательным напряжением и удовлетворяя краевому условию $u(l, t) = u_0(t)$, для определения искомой функции $C(t)$ получим следующую формулу

$$C(t) = \frac{C'(t) + F_1(t)}{1 - F_2(t)}, \quad (2.11)$$

где

$$F_1(t) = \frac{G(t) h \sin 2\vartheta}{4[1 + K(t) G(t)]} \int_0^l \frac{2\bar{\sigma}_1 - \sigma_2}{\tau_{\max}(s, t)} \left\{ \int_{\tau_1}^t \left[\tau_{\max}(s, \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{G(\tau)} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + F\left(\tau_{\max}(s, \tau) \right) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \right] d\tau \right\} ds. \quad (2.12)$$

$$F_2(t) = \frac{G(t) h \sin 2\vartheta}{2[1 + K(t) G(t)]} \int_0^l \frac{A_1}{\tau_{\max}(s, t)} \left\{ \int_{\tau_1}^t \left[\tau_{\max}(s, \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{1}{G(\tau)} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + F\left(\tau_{\max}(s, \tau) \right) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \right] d\tau \right\} ds. \quad (2.13)$$

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Ռ. Մ. ԿԻՐԱԿՈՍՅԱՆ

Պատման կոնական բաղանդի ոչ գծային սողի մի խնդրի մասին

Դիտարկվում է մի ծայրում ամրակցված, մյուս ծայրում ծնիչների ուղղությամբ ձգվող (սեղմվող) կոնական պատման թաղանթի շկայունացված սողի խնդիրը, երբ թաղանթը բեռնված է ժամանակի ընթացքում դանդաղ փոփոխվող հավասարաչափ բաշխված մակերևութա-

ին նորմալ ուժերով, ինչի լուծումը բերվում է միայն ժամանակից կախված մեկ ֆունկցիայի որոշման, որի նկատմամբ ոչ գծային ժառանգականության տեսության (1) հիման վրա ստացվում է բարդ, ոչ գծային ինտեգրալ հավասարում, Այն դեպքում, երբ երկայնական լարումները սեղմող են և չափով չեն դեբազանցում շրջանային լարումներին, խնդիրը լուծվում է ճշգրիտ: Ընդ որում սողքի հավասարումներում շոշափող լարումների ինտենսիվությունը փոխարինվում է նախօրոք հայտնի մաքսիմում շոշափող լարմամբ:

ЛИТЕРАТУРА — ЧИТАЙТЕ ЭТО

¹ Н. Х. Арутюнян, Некоторые вопросы теории ползучести, Гостехиздат, М.—Л., 1952. ² В. И. Розенблюм, О неустановившейся ползучести безмоментных оболочек, ПМТФ, № 4, 1960. ³ Ю. Н. Работнов, Некоторые вопросы теории ползучести, Вестник МГУ, № 10, 1948. ⁴ Л. М. Качанов, Теория ползучести, Физматгиз, М., 1960.

А. А. Галоян и Р. А. Алексанян

**Влияние нейрогормона, выделенного из гипоталамуса
на венечное кровообращение в условиях
коронароспазма**

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. Х. Бунятяном 14/III 1963)

В наших предыдущих сообщениях (¹⁻⁶) было показано, что между медиаторами нервной деятельности, образованием и транспортом нейросекреторных гормонов существуют глубокие функционально-биохимические связи. Решение многочисленных проблем, вегетативно-эндокринных нарушений во многом зависит от влияния химических путей взаимодействия нервных и гормональных звеньев регуляции.

Несмотря на многочисленные данные, накопленные по взаимоотношению между нейрогуморальными агентами и нейросекреторным гормонообразованием—ряд интимных сторон данного вопроса остается не раскрытым. Это затрудняется и тем, что до сих пор не полностью ясна химическая структура нейросекреторного вещества, вырабатываемого нейросекреторными клетками гипоталамуса и полный гормоносостав нейросекреторных гранул. Не исключена возможность, что вещество «Р» также входит в состав нейросекрета.

Недавние наши исследования (⁷) показали наличие фактора, стимулирующего образование АКТГ в переднем гипоталамусе: который, по-видимому, входит в состав нейросекреторного вещества.

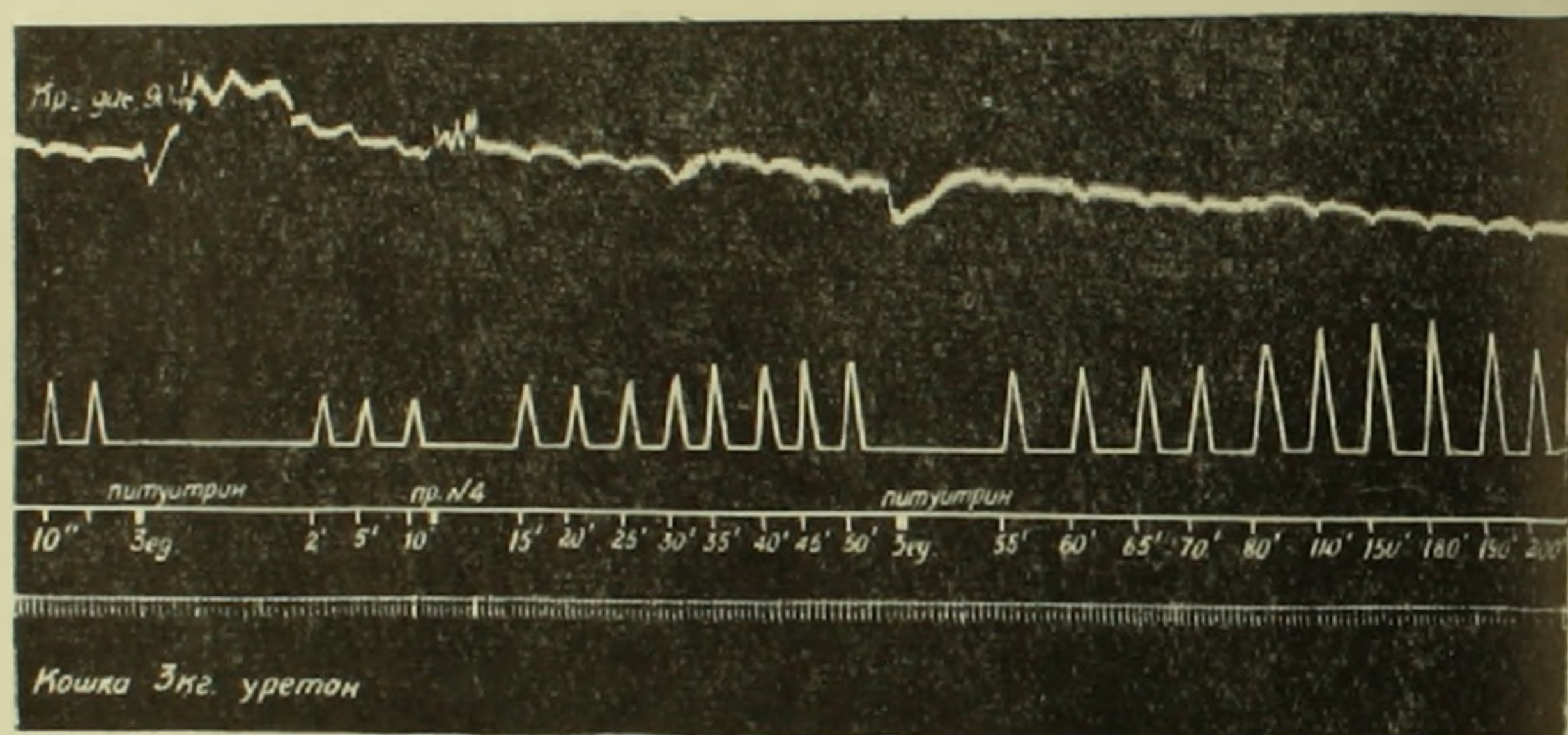
Опытами хроматографирования удалось из гипоталамо-нейрогипофизарной системы выделить новые, биологически активные вещества, оказывающие различное влияние на коронарные сосуды (⁸). Несмотря на минимальное содержание этих веществ (которые, по всей вероятности, относятся к полипептидным или к нуклеопептидам), а элюаты, полученные после хроматографирования экстракта на бумаге, вызывают выраженное действие на объемную скорость коронарного оттока. У кошек при внутривенном введении одна фракция оказывает суживание коронарных сосудов продолжительностью свыше 30 минут с последующим восстановлением коронарного кровообращения до исходного уровня. Под влиянием фракции 4 вслед за небольшим латентным периодом наступает расширение коронарных сосудов, через час количество крови, оттекающей из ве-

нозных сосудов сердца, достигает 100%, а иногда и 300—400%. Эффекты усиленного кровотока продолжаются на протяжении 3—4 часов и более. Активные начала не оказывают влияния ни на кровяное давление, ни на дыхание. Они оказались термостабильными и проходят через полупроницаемую мембрану.

В настоящей работе ставится задача выяснить: эффекты коронарорасширяющей фракции на объемную скорость коронарного оттока в условиях питуитринного коронароспазма.

Элюаты хроматографических пятен были изучены на коронарное кровообращение у наркотизированных уретаном кошек по методу, описанному Н. В. Кавериной⁽⁹⁾. Сущность метода заключается в том, что определяется объем крови, оттекающей из коронарного синуса за единицу времени. Испытуемые вещества вводились внутривенно, причем нейрого르몬, выделенный из гипоталамуса, вводили как до введения питуитрина, так и на фоне питуитринового коронароспазма.

В одной серии опытов изучалось влияние коронарорасширяющей фракции на фоне действия питуитрина. Как видно из фиг. 1, после введе-

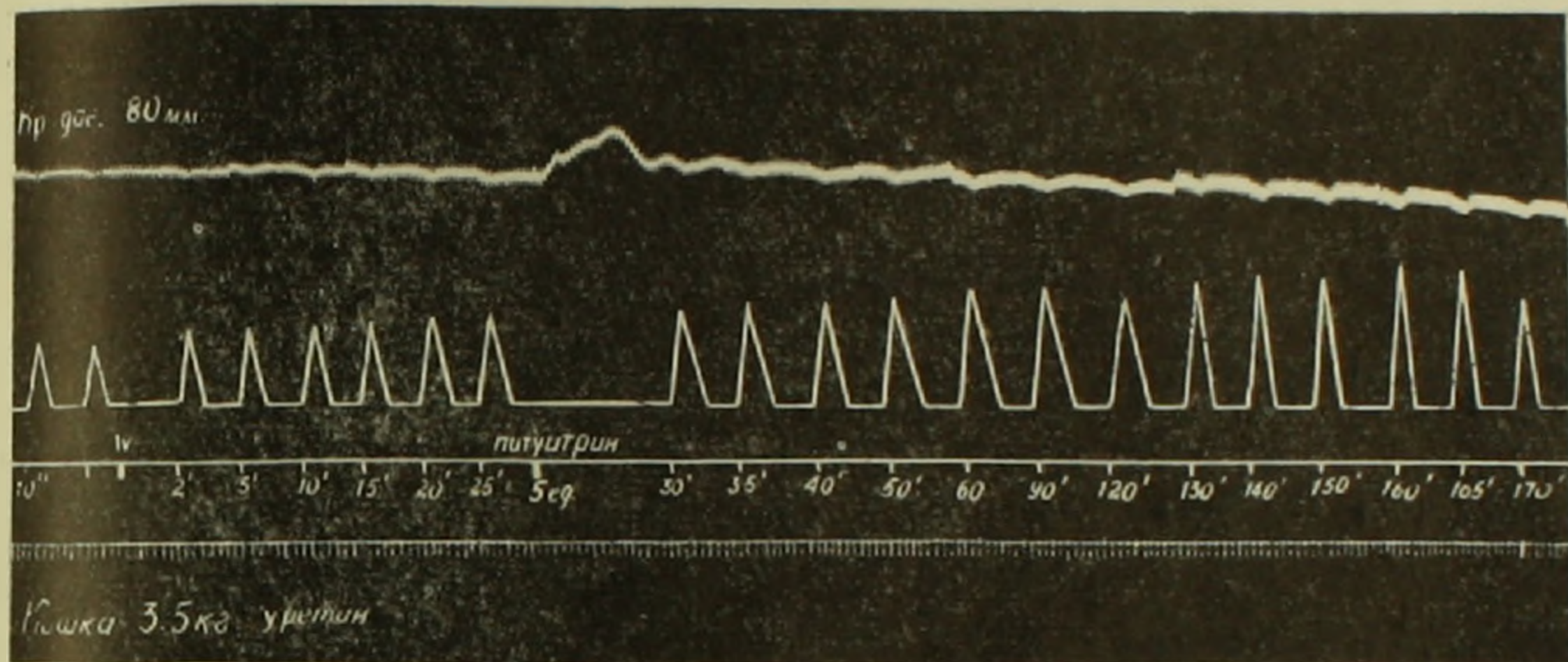


Фиг. 1. Кошка (3 кг) под уретановым наркозом. Обозначение сверху вниз: кровяное давление, отток крови из коронарного синуса, высота столбиков соответствует объемной скорости кровотока за 10", отметка внутривенного введения вещества и отметка времени (3").

ния питуитрина в дозе 3 единицы внутривенно, через 2—3 минуты наступает явно выраженное сужение коронарных сосудов. Обычно эффект продолжается в течение 25—30 минут. Одновременно с первых же минут после введения питуитрина кровяное давление повышается (25—30 мм ртутного столба), которое через 3—5 минут возвращается к исходному уровню. Через 10 минут на фоне влияния питуитрина вводилась фракция 4. Как видно из фиг. 1, после введения этой фракции коронаросуживающее влияние питуитрина больше не продолжается (которое без введения фракции 4 должно было продолжаться в течение 25—30 минут), а наоборот, сейчас же начинает восстанавливаться и через 5 минут доходит до нормы, а в дальнейшем продолжает расширять коронарные сосуды. На 50-ой минуте, когда коронарные сосуды заметно расширены, на этом фоне повтор-

но вводился питуитрин. Несмотря на то, что уже было введено 6 единиц питуитрина в условиях действия фракции 4 коронарные сосуды не суживаются и эффект этой фракции продолжает оставаться. Следует отметить, что при введении питуитрина характерное повышение кровяного давления не наступает, а на первых минутах даже падает. Эти данные свидетельствуют о сложности механизма влияния питуитрина на фоне влияния коронарорасширяющего гормона.

Во второй серии опытов на фоне развивающегося коронарорасширяющего влияния фракции 4 вводили одновременно 5 единиц питуитрина.



Фиг. 2. Обозначения те же, что и на фиг. 1

Как видно из фиг. 2, питуитрин совершенно безэффективен в отношении коронарного кровообращения в условиях влияния фракции 4. Однако наблюдается легкое, но быстро проходящее повышение кровяного давления. В течение более чем трех часов коронарорасширяющее влияние фракции 4 продолжает нарастать и кровяное давление абсолютно не подвергается каким-либо сдвигам.

Выводы. 1. На фоне развивающегося коронароспазма, вызванного питуитрином (3 единицы), внутривенное введение кошкам коронарорасширяющего вещества, выделенного из гипоталамуса, предотвращает сужение. Коронарорасширяющее влияние фракции 4 продолжается.

2. В условиях развивающегося коронарорасширяющего влияния фракции 4, питуитрин в дозе 5 единиц совершенно не проявляет своего коронаросуживающего действия.

3. На фоне влияния фракции 4 введение 3 единиц питуитрина не вызывает повышения кровяного давления, а наоборот, вызывает кратковременное и легкое падение (5—10 рт. столба) кровяного давления. Введение же 5 единиц слегка повышает кровяное давление.

Институт биохимии
Академии наук Армянской ССР.

Պիրուիտինի միջոցով սրտի պսակաձև անոթների կծկման կանխումը և վերացումը հիպոթալամուսից անջատված նեյրոհումոնով

Մեր կողմից (1-6) կատարված բազմաթիվ աշխատանքների միջոցով ցույց է տրված, որ հիպոթալամուսի հորմոնները կարևոր նշանակություն ունեն ադենոհիպոֆիզային հորմոնների առաջացման գործում: Ցույց է տրված նա, որ ուղեղի նեյրոհումորալ գործոնների և նեյրոսեկրետոր հորմոնների առաջացման և փոխանցման գործում գոյություն ունի խորը ֆունկցիոնալ-բիոքիմիական կապ: Այդ ուղղությամբ կատարվող փորձերը ցույց տվեցին, որ նեյրոսեկրետոր բջիջներն արտադրում են նոր հորմոններ (5), որոնք սպեցիֆիկ ազդեցություն ունեն սրտի պսակաձև անոթների վրա: Նրանցից մեկը զգալի կերպով լայնացնում է սրտի պսակաձև անոթները: Սույն հետազոտությամբ մենք նսյատակ ենք դրել պարզելու, թե այդ հորմոնը կարող է կանխել պիրուիտինի կողմից առաջացած պսակաձև անոթների նեղացումը: Հետազոտության արդյունքները ցույց տվեցին, որ այդ հորմոնը ոչ միայն նկատելի կերպով հանում է պսակաձև անոթների պիրուիտինային սպազմը, այլև որոշակիորեն կանխում է պիրուիտինի անոթասեղմիչ ազդեցությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ A. A. Galojan, X Congress International de Biologie Cellulaire, Paris, p. 241 1960. ² A. A. Galojan, Pathologie et Biologie Paris, 9, 5-6, 682, 1961. ³ A. A. Галоян, Вопросы биохимии 2, 47, Ереван, 1961. ⁴ A. A. Галоян, Вопросы биохимии 2, 39, Ереван, 1961. ⁵ A. A. Галоян, Вопросы биохимии нервной системы. Труды III Всесоюзной конференции по биохимии нервной системы, Ереван, 1963. ⁶ A. A. Галоян, Тезисы III Закавказского съезда физиологов, биохимиков и фармакологов, Баку, 347, 1962. ⁷ A. A. Галоян, ДАН АрмССР, XXXVI, № 1 (1963). ⁸ A. A. Галоян, ДАН АрмССР, XXXIV, № 3, 109 (1962). ⁹ Н. В. Каверина, Фармакол. и токсикол., № 1, стр. 39, 1958.

ГЕОЛОГИЯ

Б. М. Меликсетян и Р. Г. Геворкян

К вопросу о возрастных взаимоотношениях
щелочных и гранитоидных интрузий Памбакского хребта

(Представлено академиком АН Армянской ССР И. Г. Магакьяном 26/V 1963)

В геологическом строении центральной части Памбакского хребта принимают участие вулканогенно-осадочная толща среднего эоцена и щелочная вулканогенно-обломочная толща верхнего эоцена, образующие здесь Памбакскую синклиналь, прорванную верхнеэоценовыми интрузиями, представленными щелочными и нефелиновыми сиенитами Тежсарского комплекса и порфировидными граносиенитами Амзачиманского массива.

Всеми без исключения исследователями Памбака—В. Н. Котляр^(1,2), Г. П. Багдасарян⁽³⁻⁶⁾, А. Т. Асланян⁽⁷⁾, К. А. Мкртчян⁽⁸⁾ и др.—схема развития третичного магматического цикла представляется в следующей последовательности внедрения отдельных интрузивных фаз.

- I. Габбро-пироксениты, габбро и габбро-диориты.
- II. Диориты кварцевые и бескварцевые, монцониты и гранодиориты.
- III. Порфировидные граносиениты и сиенито-граниты.
- IV. Щелочные и нефелиновые сиениты Тежсарского комплекса.

Таким образом, считается твердо установленным, что щелочные и нефелиновые сиениты Тежсарского щелочного комплекса являются наиболее юными, завершающими палеогеновый магматический цикл Памбака, образованиями.

Если возрастные взаимоотношения интрузивов начальных двух фаз между собой и со щелочными породами Тежсарского комплекса решаются однозначно на основании геолого-петрографических и стратиграфических данных, то относительно возрастного положения и времени формирования интрузий щелочных, нефелиновых сиенитов и порфировидных граносиенитов по нашим исследованиям складывается иное мнение, отличающееся от существующих представлений.

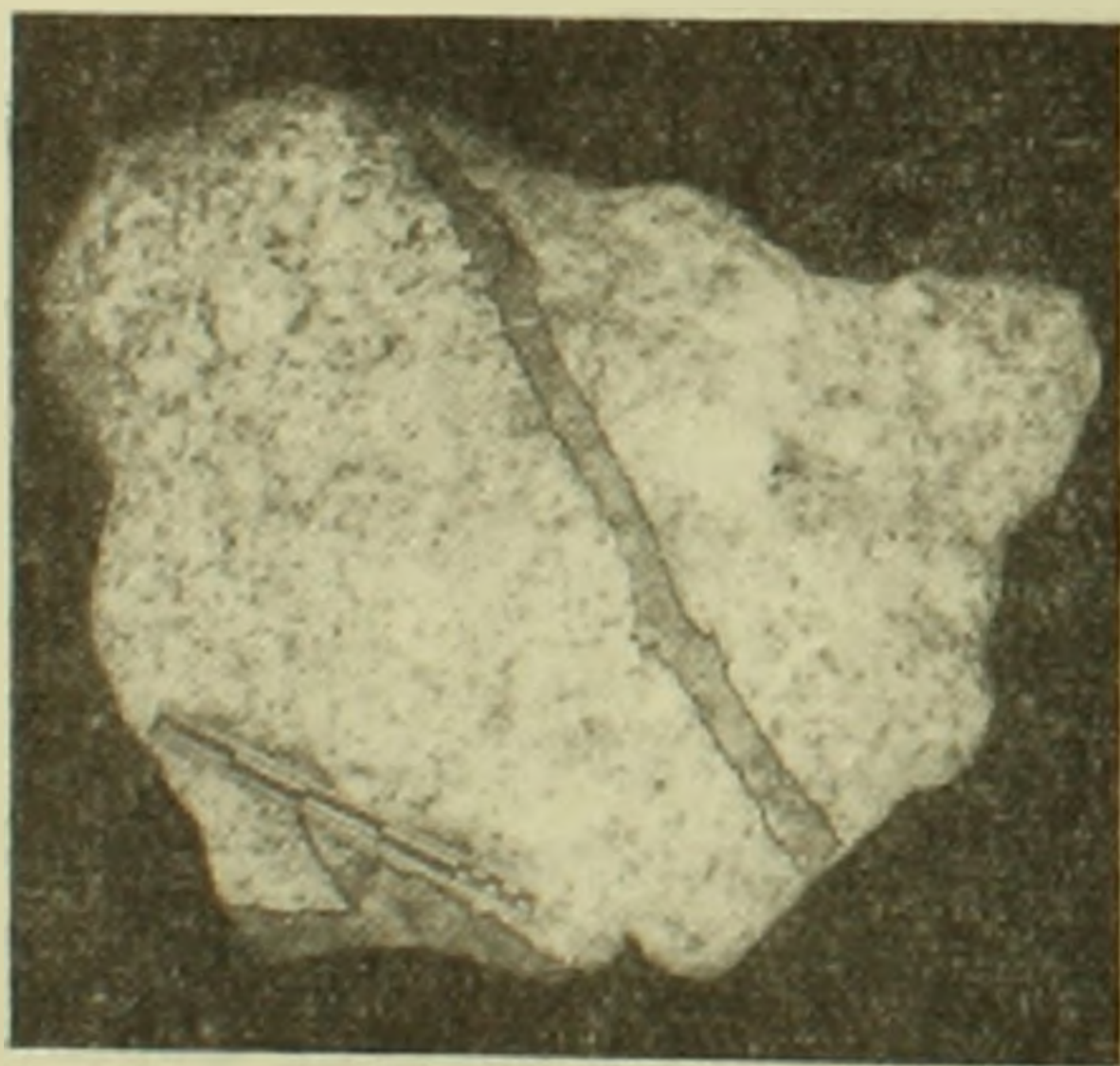
В 1962 г. авторами в совместном маршруте в районе «Лисьего питомника» и Архошанского выходов кольцевой интрузии щелочных сиенитов, непосредственно контактирующих с порфировидными граносиенитами Амзачиманского массива, установлены факты, доказывающие более молодой возраст последних.

Зона контакта, где обнаружено резкое прорывание порфировидными граносиенитами щелочных сиенитов, была детально обследована и на основании непосредственных наблюдений в обнажениях и микроскопических исследований установлено следующее:

1. В приконтактовой полосе щелочные сиениты несут явные следы магматического и послемагматического воздействия интрузии граносиенитов, выражающиеся в зональном расположении поперек контакта метасоматически измененных сиенитов, интенсивность изменения которых при приближении к контакту возрастает.

Серые крупнозернистые свежие щелочные сиениты, состоящие из калишпат-пергита (60—65%), олигоклаз-андезина (25—30%), щелочной роговой обманки, эгирина (2—5%) и анальцима (10%), а также меланита, флюорита и сфена, при приближении к контакту приобретают мелкозернистый лейкократовый облик и метасоматически сильно изменены: биотитизированы, мусковитизированы и альбитизированы. В результате приконтактового изменения щелочных сиенитов плагиоклаз нацело альбитизуется, в калишпате увеличивается содержание пертитового альбита и чешуек мусковита, темноцветные минералы хлоритизируются, появляются цеолит, кварц и турмалин.

2. Порфировидные граносиениты в контакте приобретают аплитовидный облик (зона закалки) и в виде апофиз и небольших жил (1—3 см) пронизывают измененные щелочные сиениты, проникая внутрь на 0,5—1 м (фиг. 1). Под микроскопом вдоль гранитных апофиз, состоящих из калишпат-пергита (70—75%), кварца (25—30%) и редких призм обыкновенной роговой обманки, наблюдаются язычки кварца и калишпата, разъедающие полевые шпаты щелочного сиенита (фиг. 2).



Фиг. 1. Апофизы граносиенитов (серый) в щелочных среднезернистых измененных сиенитах (белый).



Фиг. 2. Микрофото апофизы граносиенита в щелочных сиенитах. Кв — кварц; кш — калишпат.

3. В непосредственном стыке наблюдается зона (шириной 10—20 см) магматического замещения гранитным расплавом щелочного сиенита, в результате которого в последних наблюдаются порфиробластические вы-

деления розового микроклина и кварца неправильной, иногда полосчатой формы (фиг. 3). Под микроскопом заметны замещения альбитизированных полевых шпатов сиенита поздним калишпатом, обычно менее пертитизированного и пелитизированного, постоянно ассоциирующегося, иногда сростающегося с кварцем (фиг. 2).

4. В контактовой полосе, где языкообразные выступы порфировидных граносиенитов проникают в щелочные сиениты, главные трещины отдельности имеют различное направление. В граносиенитах они направлены поперек контакта с азимутом падения ЮВ 125° под углом 55° , а в щелочных сиенитах вдоль линии контакта, с азимутом СВ 25° под углом 45° .

Таким образом устанавливаются неоспоримые факты резкого прорывания порфировидными граносиенитами щелочных сиенитов, которые пронизаны апофизами граносиенита, гранитизированы в непосредственном стыке и подвергнуты сначала калиевому, а позже натриевому метасоматозу.

Данные определения абсолютного возраста пород Тежсарского щелочного комплекса и массива порфировидных граносиенитов К—А, методом, приводимые в работах Г. П. Багдасаряна (^{3,4}), подтверждают верхнеэоценовый—нижнеолигоценовый возраст этих интрузий—37—39 млн. лет.

Следует также отметить, что аналогичного мнения о более молодом возрасте порфировидных граносиенитов в последнее время придерживаются на основании провизорных данных А. Г. Мидян и С. М. Кравченко.

Полученные новые данные о возрастных взаимоотношениях щелочных и гранитоидных интрузий Памбака имеют важное петрологическое значение и позволяют уточнить последовательность развития палеогеновой магматической деятельности в этом регионе с выделением двух интрузивных комплексов:

А. Среднеэоценовый щелочноземельный интрузивный комплекс:

I. Габбро-пироксениты, габбро, габбро-диориты;

II. Кварцевые и бескварцевые диориты, монцониты, гранодиориты.

Б. Верхнеэоценовый щелочной и субщелочной интрузивный комплекс.

I. Щелочные и нефелиновые сиениты;

II. Порфировидные граносиениты.



Фиг. 3. Контактная зона между порфировидными граносиенитами и щелочными сиенитами. Заметно магматическое замещение граносиенитом щелочных сиенитов.

**Փամբակի լեռնաշղթայի ալկալային և գրանիտային ինտրուզիաների
հասակային փոփոխությունների մասին**

Փամբակի լեռնաշղթան ուսումնասիրողները մինչև այժմ տալիս էին այդ շրջանի երրորդական ինտրուզիվ ցիկլի ապարների ներդրման հետևյալ հաջորդականությունը՝ 1—գարրոիդներ, 2—դիորիտներ, մոնցոնիտներ, գրանոդիորիտներ, 3—պորֆիրանման գրանոսիենիտներ և 4—ալկալային նեֆելինային սիենիտներ:

Հեղինակները համատեղ մարշրուտների ժամանակ Լևոնտյանի ալկալային սիենիտները շրջանում հայտնաբերել են փաստեր, որոնք ապացուցում են պորֆիրանման գրանոսիենիտները ավելի երիտասարդ լինելը: Ալկալային սիենիտները հատվում են գրանոսիենիտների ելուստներով, որոնց կոնտակտում առաջինները գրանիտացվել են և ենթարկվել են սկզբում՝ կալիական (րիոտիտացում, միկրոկլինսցում և մոսկովիտացում) և ավելի ուշ՝ նատրիական մետասոմատոզի (ալրիտացում):

Փամբակի ինտրուզիաների հասակային հարաբերությունների նոր փաստերն ունեն կարևոր պետրոլոգիական նշանակություն և օժանդակում են ճշտելու մագմատիկ գործունեության զարգացման հերթականությունը հետևյալ ձևով՝ 1—գարրոիդներ, 2—դիորիտներ, մոնցոնիտներ, գրանոդիորիտներ, 3—ալկալային և նեֆելինային սիենիտներ, 4—պորֆիրանման գրանոսիենիտներ:

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- ¹ В. Н. Котляр, Интрузии сев. части Армянской ССР, Груз. ГУ, Тбилиси, 1936.
- ² В. Н. Котляр, Памбак, АН АрмССР, Ереван, 1958.
- ³ Г. П. Багдасарян, ДАН АрмССР, т. XXVIII, № 2 (1959).
- ⁴ Г. П. Багдасарян, Вопросы вулканизма, Тр. первого всесоюзного вулканологического совещания, АН СССР, стр. 165, 1962.
- ⁵ Г. П. Багдасарян и др. Тр. X сессии комиссии по опред. абс. возраста, АН СССР, стр. 285, 1962.
- ⁶ Г. П. Багдасарян, Изв. АН АрмССР (естествен. науки), № 1, 1947.
- ⁷ А. Т. Асланян, Региональная геология Армении, Айпетрат, Ереван, 1958.

ГЕОЛОГИЯ

И. Х. Петросов

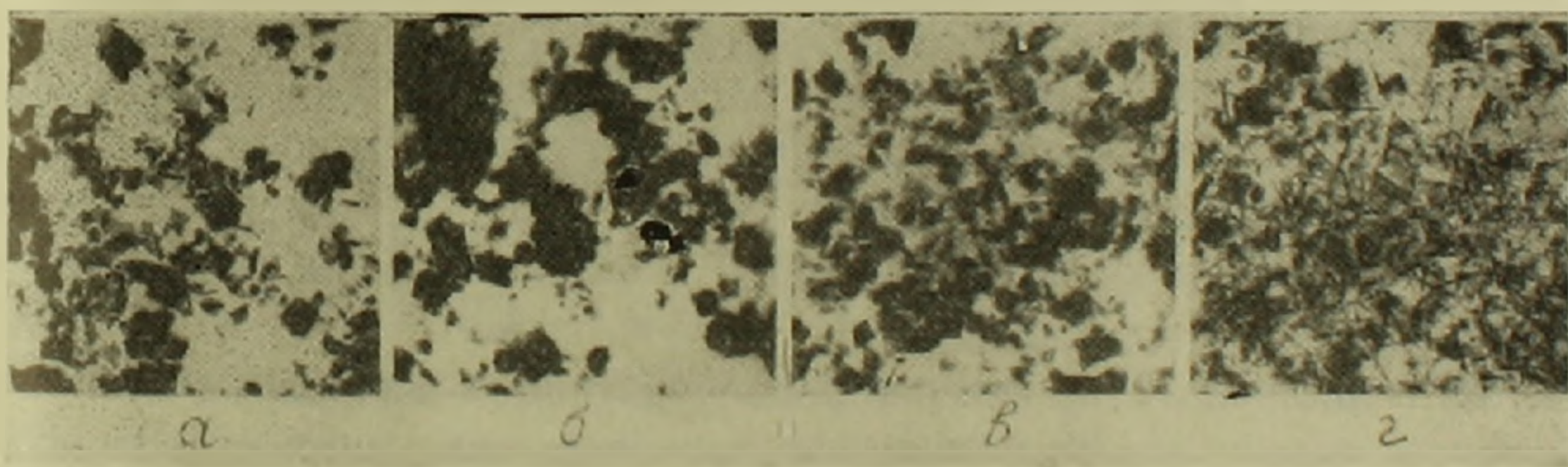
Ассоциации глинистых минералов в верхнетретичных отложениях
приереванского района Армянской ССР

(Представлено академиком АН Армянской ССР И. Г. Магакьяном 21/VI 1963)

Верхнетретичные песчано-глинистые толщи формировались в различных фациальных условиях: морских (шорагбюрская и зангинская толщи), континентальных (красноцветная толща), лагунных (гипсоносная толща) и в солеродном бассейне (соленосная толща).

В результате комплексного исследования глин в них установлены следующие глинистые минералы.

Гидрослюда. Породообразующий минерал зангинских, гипсоносных, соленосных и красноцветных глин. На рентгенограммах исследованных образцов (насыщенных глицерином и прокаленных при 600°C) имеется целочисленная серия базальных рефлексов от $d(001) = 10 \text{ \AA}$. Гидрослюда относится к диоктаэдрическому типу, так как $d(060) = 1,5 \text{ \AA}$. Полученные электронографическим методом параметры его ячейки имеют следующие значения: $a = 5,17 \text{ кх}$, $b = 8,98 \text{ кх}$, $c \sim 10 \text{ кх}$, $\rho = 100^{\circ}$.

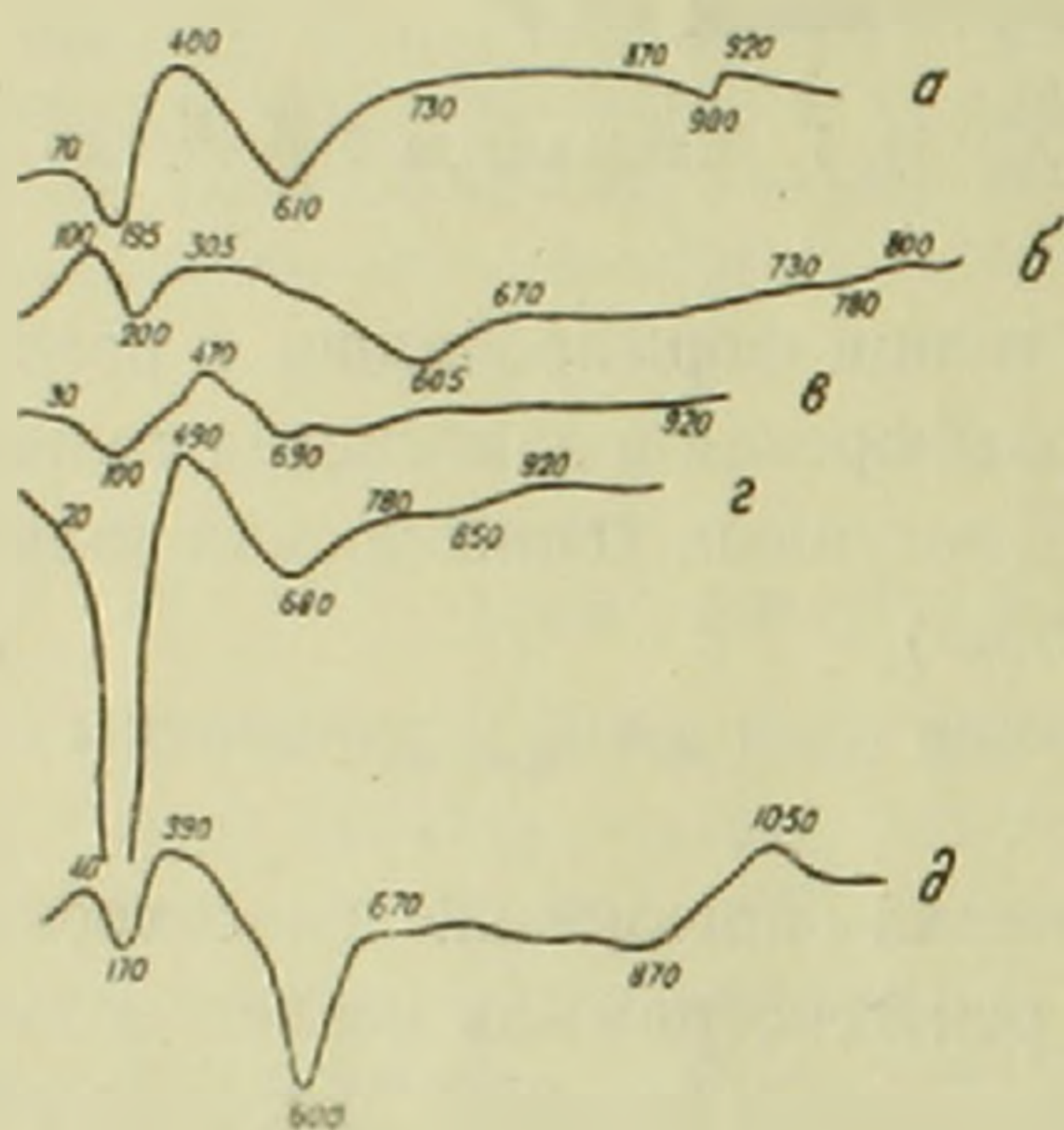


фиг. 1.

На электронномикроскопических снимках (фиг. 1а) гидрослюда присутствует в виде изометричных полупрозрачных и непрозрачных частиц с резкими очертаниями. На термограммах (фиг. 2а) она диагностируется тремя эндоэффектами соответственно при $150-400$, $400-680$, и $810-910^{\circ}\text{C}$ и одним экзоэффектом с максимумом при $910-920^{\circ}\text{C}$.

Химическими анализами глинистой фракции устанавливается до 5% K_2O , что также указывает на присутствие значительного количества гидрослюда.

Хлорит. Является породообразующим минералом глин гипсоносной, соленосной, красноцветной и зангинской толщ. Триоктаэдрический хлорит выявляется по наличию целочисленной серии рефлексов от $d(001) \sim 14 \text{ \AA}$, которая не изменяется при насыщении глицерином. После прокаливания при температуре 600°C на некоторых рентгенограммах появляются сильные рефлексы с $d = 14 \text{ \AA}$ и слабый с $d = 7,1 \text{ \AA}$. Триоктаэдричность надежно устанавливается по сильному рефлексу с $d(060) = 1,54 \text{ \AA}$. Хлорит железистый, поскольку почти на всех рентгенограммах первый и



Фиг. 2.

третий порядки отражений не фиксируются, а имеются лишь отражения второго порядка с $d = 7 \text{ \AA}$ и четвертого порядка с $d = 3,5 \text{ \AA}$. Обработка образцов в кислоте показала, что указанные линии не принадлежат каолиниту. Имея в виду, что хлориты более чем диоктаэдрические гидрослюда склонны к изменениям, нам кажется, что к первым следует отнести те частицы, которые имеют менее четкие линии ограничения (фиг. 1б). Придерживаясь этого принципа, можно сказать, что во многих образцах хлорита содержится порядка

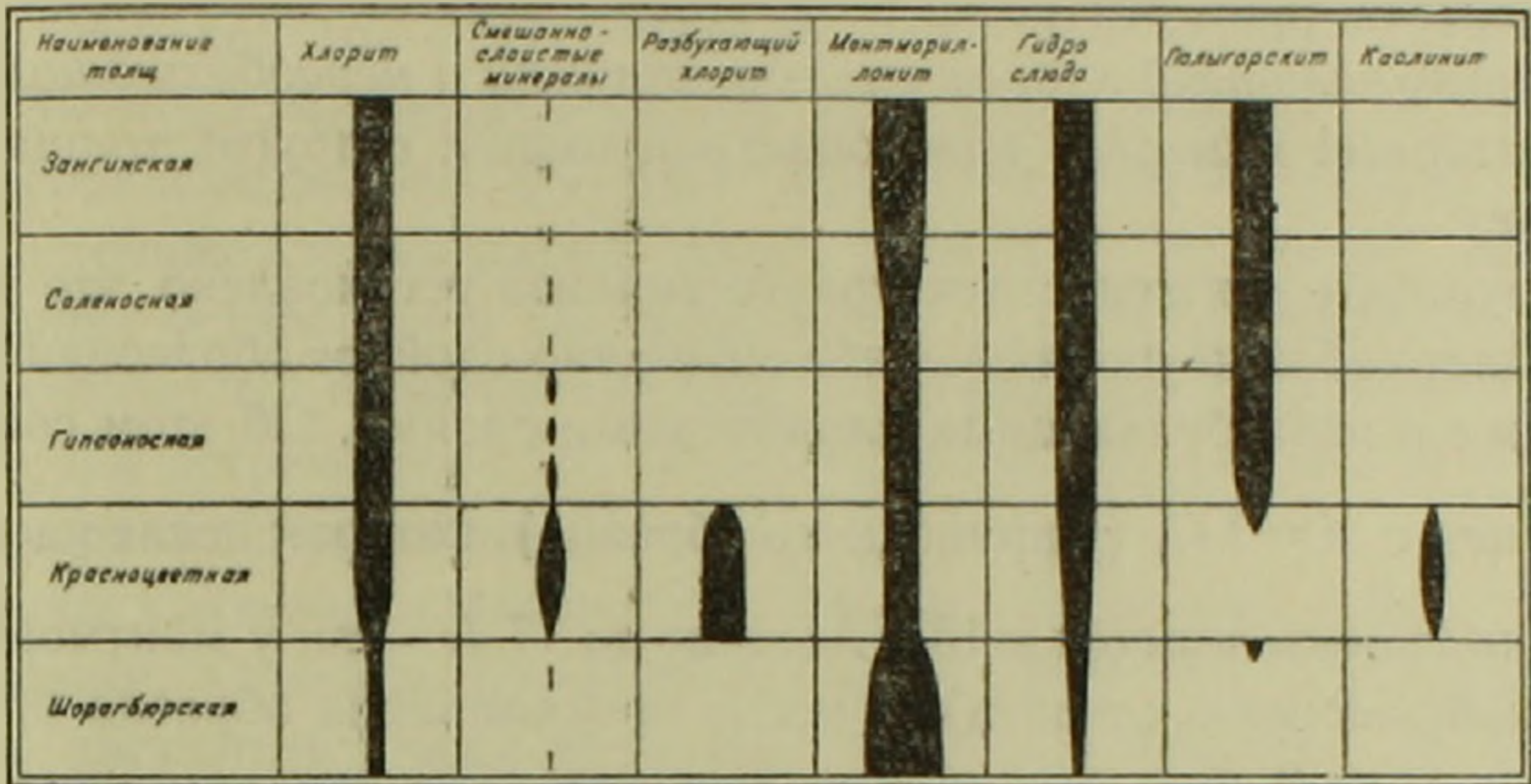
40%. Электронографически в них определены следующие параметры ячейки хлоритового компонента: $a = 5,30 \text{ кх}$, $b = 9,28 \text{ кх}$, $c = 14,6 \text{ кх}$, $\beta = 96,5^\circ$. Обращает внимание значение параметра b (9,28), которое характерно для сильно железистых хлоритов.

На дифференциальных кривых (фиг. 2б) наличие хлорита (гидратированного) обнаруживается по слабому низкотемпературному эндоэффекту, более интенсивному эндоэффекту между $500\text{—}700^\circ\text{C}$ и раздвоенному эндотермическому пику при $750\text{—}850^\circ\text{C}$ (выделение воды типа «ОН» из бруситовых и слюдистых слоев).

Монтмориллонит. Является породообразующим минералом глин шор-агбюрской толщи, в значительных количествах присутствует и в других изученных глинах.

Диоктаэдрический монтмориллонит диагностируется по наличию на рентгенограммах сильного рефлекса с $d(001) = 14 \text{ \AA}$, который после насыщения образцов глицерином смещается к $d = 17,7 \text{ \AA}$ с возникновением рефлексов с $d = 8,9 \text{ \AA}$; $5,9 \text{ \AA}$ и т. д. После прокаливания на рентгенограммах возникает интенсивная линия с $d = 10 \text{ \AA}$. Последняя на рентгенограммах необработанных образцов имеет среднюю интенсивность; после про-

калывания интенсивность ее значительно возрастает в результате дегидратации монтмориллонита. На электронномикроскопических снимках (фиг. 1в) монтмориллонит фиксируется в виде полупрозрачных неправильных агрегатов с сильно размытыми линиями ограничения; размеры различные, но преобладают мелкие агрегаты. В результате электронографического исследования ряда образцов для монтмориллонита установлены следующие параметры ячейки: $a = 5,16$ кх, $b = 8,94$ кх, $c = 10$ кх, $\beta = 100^\circ$.



Фиг. 3.

На дифференциальных кривых (фиг. 2г) фиксируются три эндоэффекта с максимумами соответственно при 160—180, 610—680 и 850—880°C и один экзоэффект с максимумом при 900—920°C. Первый значительно интенсивнее других.

На присутствие монтмориллонита указывает отношение $\text{SiO}_2/\text{R}_2\text{O}$ (в глинах шорагбюрской толщи оно достигает 4 и более; избыток — за счет свободной SiO_2).

Палыгорскит. Является породообразующим минералом глин гипсоносной и соленосной толщ; в значительных количествах присутствует также в глинах зангинской толщи; редкие кристаллы встречаются и в глинах верхних горизонтов шорагбюрской и красноцветной толщ.

Присутствие палыгорскита на рентгенограммах обнаруживается по линиям с $d = 10,5$ А; 6,4 А; 5,5 А и 3,28 А.

На электронномикроскопических снимках (фиг. 1г) фиксируются две разновидности: очень тонкие короткие волокнистые образования и относительно удлиненные игольчатые кристаллы.

Дифференциальные кривые (фиг. 2в) глин с породообразующим палыгорскитом имеют три эндоэффекта с максимумами приблизительно при 200, 450 и 630°C.

О присутствии большого количества палыгорскита в глинах гипсо-носно-соленосной толщи свидетельствует повышенное содержание в них магния (анализ слабой солянокислой вытяжки показал, что последний не связан с карбонатами).

Каолинит. Присутствует как примесь в глинах красноцветной толщи. Наличие каолинита обнаруживается на рентгенограммах по линиям с $d = 7,1 \text{ \AA}$; $3,5 \text{ \AA}$ и $(060) = 1,490 \text{ \AA}$. Они не изменяются после насыщения образцов глицерином, но не принадлежат хлориту, поскольку не смещаются и при кипячении их в 20% кислоте.

На электронномикроскопических снимках каолинит фиксируется в виде редких гексагональных чешуек. На термограммах интенсивность второго эндоэффекта (фиг. 20) резко возрастает.

Смешанно-слоистый хлорит с разбухающими и неразбухающими слоями. Характерный минерал красноцветной толщи; в других толщах почти отсутствует.

В результате рентгеноструктурного анализа установлено, что минерал представляет собой неупорядоченное смешанно-слоистое образование с разбухающими и неразбухающими хлоритовыми слоями. Об этом свидетельствует линия с $d = 14 \text{ \AA}$ (у природного образца), которая после насыщения этиленгликолем смещается к $15,8 \text{ \AA}$ (но не до $17 \text{ \AA}$ —как у монтмориллонита или разбухающего хлорита), а после прокаливания образца при 600°C это расстояние уменьшается до $13,8 \text{ \AA}$. Интересно отметить, что у некоторых образцов (нижняя часть красноцветной толщи) разбухающие слои представлены монтмориллонитом, поскольку линия с $d = 16,6 \text{ \AA}$ после прокаливания смещается к $d = 10 \text{ \AA}$. Очевидно здесь имеет место разрушение хлоритовых структур и переход последних в монтмориллонит. Отметим еще, что эти структурные преобразования на термограммах выражаются в резком увеличении интенсивности низкотемпературного эндоэффекта.

Разбухающий хлорит. Присутствует лишь в глинах красноцветной толщи. Рентгенограммы некоторых насыщенных этиленгликолем образцов по внешнему виду не отличаются от рентгенограмм монтмориллонита (разбухают все слои, у которых $d(001) = 17 \text{ \AA}$). Однако после прокаливания разбухающие слои уменьшаются до $14 \text{ \AA}$, а не до $10 \text{ \AA}$, как это мы наблюдаем на рентгенограммах типичного монтмориллонита. Описываемый минерал представляет собой продукт наиболее глубокого изменения хлорита, а его структура является переходной (промежуточной) от четырехэтажной (хлоритовой) к трехэтажной (монтмориллонитового типа). Очевидно такой переход осуществляется в результате разрушения в хлорите бруситовых слоев.

Изучение особенностей распределения этих минералов в олигоцен-миоценовых отложениях Приереванского района позволило выявить внутри каждого фациально-генетического комплекса характерные ассоциации глинистых минералов, которые могут иметь корреляционное значение.

Глины морского генезиса (шорагбюрская толща). Плотные, обычно светло-серого и буровато-серого цвета (окраска равномерная); характер-

ны алевритовые разности. Текстуры слабо ориентированные, излом неровный, иногда раковистый. Средняя карбонатность составляет 18%. Содержат богатую микрофауну; часто в них встречаются обуглившиеся растительные остатки и шарообразные стяжения пирита.

В крупной фракции постоянно присутствуют измененные в различной степени плагиоклазы — 70—100%, кварц (1—5%), вулканическое стекло (1—10%), обломки изверженных пород (1—20%, редко 50%), авгит (р—10%)*, обыкновенная роговая обманка (р—10%), биотит (р—1), апатит (р—1%), циркон (р—2%), глаукофан (р—2%), пирит (15—35%), магнетит (5—15%), ильменит+хромит (5—15%), лимонит (30—40%), другие гидроокислы железа (1—5%). Из аутигенных минералов (кроме пирита) встречаются: ангидрит, барит, целестин, глауконит, халцедон. В этих глинах установлены две ассоциации: А) хлорит-гидрослюда-монтмориллонитовая; Б) палыгорскит-хлорит-гидрослюда-монтмориллонитовая.

Первая встречается по всему разрезу, вторая характерна только для ее верхних горизонтов.

Глины континентального генезиса (красноцветная толща). Плотные или рыхлые; красного, розового и (реже) серого цвета. Окраска равномерная; пигментирующим веществом являются гидроокислы железа. Характерны песчанистые разности; текстуры беспорядочные, излом землистый, неровный. Остатков фауны и флоры не содержат. Среднее содержание карбонатов составляет 12%. В крупной фракции постоянно присутствуют: измененные плагиоклазы среднего и основного состава (80—100%), кварц (р—2%), вулканическое стекло (1—10%) обломки изверженных пород (1—10%, реже до 50%), авгит (1—10%), обыкновенная роговая обманка (1—3%), биотит (р—2%), циркон (р—2%), апатит (р—1%), гематит (1—10%), гидроокислы железа (40—80%), магнетит (2—15%), ильменит+хромит (2—10%).

Из аутигенных минералов встречаются: ангидрит, барит, целестин.

Выявлены три ассоциации: А) гидрослюда-хлорит-монтмориллонитовая; Б) палыгорскит-гидрослюда-хлорит-монтмориллонитовая; В) каолинит-смешанно-слоистый хлорит (с разбухающими и неразбухающими слоями)—смешанно-слоистый хлорит-монтмориллонит (разбухающий) хлорит-монтмориллонитовая.

Первая ассоциация наиболее характерна для глин аванского разреза, вторая встречается во всех разрезах и только в верхней части толщи; третья характерна главным образом для отложений егвардского и шорагбюрского разрезов и распространена преимущественно в нижней части.

Глины лагунного генезиса (гипсоносная толща). Представлены алевритовыми и алевритистыми разностями. Имеют ориентированные или слабо ориентированные текстуры. Плотные; излом шероховатый, ровный, раковистый. Цвет серый, желтовато-серый. В трещинах часто наблюдаются скопления гидроокислов железа. Содержание карбонатов в среднем составляет 13%. Остатков фауны и флоры не имеется, но содержат богатые комплексы спор и пыльцы.

* Р—1—2 зерна в препарате.

В крупной фракции постоянно присутствуют: измененные в различной степени плагиоклазы (80—100%), кварц (р—5%), вулканическое стекло (р—5%), обломки эффузивных пород (р—2%), ангидрит (5—50%, редко до 90%), целестин (5—90%), пирит (2—40%, иногда 80%), авгит (р—4%), роговая обманка обыкновенная (р—4%), биотит (р—2%).

Установлены две ассоциации: А) хлорит-монтмориллонит-палыгорскит-гидрослюдистая; Б) смешанно-слоистый хлорит с разбухающими и неразбухающими слоями-хлорит-монтмориллонит-палыгорскит-гидрослюдистая. Обе ассоциации встречаются по всему разрезу гипсоносной толщи; однако первая более характерна для верхней ее части, а вторая—для нижней.

Глины, образовавшиеся в солеродном бассейне (соленосная толща).

Карбонатность глин в среднем составляет 8%. Другие особенности пород не отличаются от вышеописанных.

Выявлена лишь одна ассоциация: хлорит-монтмориллонит-палыгорскит-гидрослюдистая.

Все указанные компоненты распределены в разрезе равномерно и почти в одинаковых количествах.

Глины морского генезиса (зангинская толща). Плотные, реже комковатые, сильно карбонатные (до 25% в среднем); желтовато-серого цвета. Представлены песчанистыми и алевроитовыми разностями (алевропелитовые и псаммопелитовые структуры); текстуры обычно беспорядочные. На поверхности образцов наблюдаются многочисленные скопления гидроокислов железа; часто сильно огипсованы; нередко содержат остатки обуглившихся растений. В них обнаружена довольно богатая микрофауна, а также комплексы спор и пыльцы.

В крупной фракции глин постоянно присутствуют измененные плагиоклазы (90—100%), андезин (р—3%), лабрадор (р—2%), кварц (р—2%), вулканическое стекло (р—2%), обломки изверженных пород (р—10%), авгит (10—15, иногда 60%), роговая обманка обыкновенная (5—10%), глаукофан (р—5%), роговая обманка базальтическая (р—5%), апатит (р—10%), биотит (р—3%), циркон (р—2%), пирит (р—15%), магнетит (р—10%), гидроокислы железа (20—50%). Из аутигенных минералов (кроме указанных) имеются: доломит, ангидрит, барит, целестин.

Как и в соленосной толще, здесь выделяется одна ассоциация: хлорит-монтмориллонит-палыгорскит-гидрослюдистая. Указанные компоненты распространены почти в одинаковых количествах.

В настоящей заметке не представляется возможным подробно рассмотреть вопрос о генезисе глинистых минералов; однако уже из изложенного можно заключить, что фациальная обстановка осадконакопления мало влияла на формирование ассоциаций глинистых минералов: так, глины, образовавшиеся в морских (зангинская толща) и лагунных условиях (гипсоносная толща), а также в солеродном бассейне (соленосная толща) представлены одной и той же ассоциацией.

Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР

Կավային միներալների ասոցիացիան ՀՍՍՌ-Մեծերեվանյան շրջանի վերին կավերի հասակի նստվածքներում

Ռենտգենոգրաֆիական, թերմիկ, էլեկտրոնոմիկրոսկոպային, քիմիական և այլ տիպի առաջին օգտագործումը թույլ տվեցին հայտնաբերել կավային միներալների բնորոշ ասոցիացիաներ մերձերևանյան շրջանի վերին ուղիղոցեն-միոցենային հաստվածքներում:

Շորադրյուրի շրջանի ծովային ծագման կավերում բնորոշ է երկու ասոցիացիա՝ ա) քլորիտ-հիդրոփայլար-մոնոմորիլոնիտային, բ) պալիգորսկիտ-հիդրոփայլար-քլորիտ-մոնոմորիլոնիտային:

Կարմրագույն հաստվածքի կավերում (ցամաքային ծագման) հայտնաբերված են երեք տիպի ասոցիացիաներ՝ ա) հիդրափայլար-քլորիտ-մոնոմորիլոնիտային, բ) պալիգորսկիտ-հիդրոփայլար-քլորիտ-մոնոմորիլոնիտային, գ) կաոլինա-խառը-շերտավոր քլորիտ-մոնոմորիլոնիտ-ուռչող քլորիտ-մոնոմորիլոնիտային:

Հալունային ծագման (զիպսատար) կավերում հայտնաբերված են երկու ասոցիացիա՝ ա) քլորիտ-մոնոմորիլոնիտ-պալիգորսկիտ-հիդրոփայլարային, բ) խառը-շերտավոր քլորիտ-ուռչող և չուռչող շերտերով-քլորիտ-մոնոմորիլոնիտ-պալիգորսկիտ-հիդրոփայլարային:

Սկզբին մարզում առաջացած կավերում (աղատար հաստվածք) հայտնաբերված է մեկ ասոցիացիա՝ քլորիտ-մոնոմորիլոնիտ-պալիգորսկիտ-հիդրոփայլարային: Վերջինս բնորոշ է նաև Հրազդանի հաստվածքի համար:

Նշված ասոցիացիաները կարող են ունենալ կորելյատիվ նշանակություն:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 Методическое руководство по петрографо-минералогическому изучению глин. Госгеолтехиздат, 1957.

В. В. Фанарджян

Анализ путей осуществления реакции вовлечения, вызванной раздражением мозжечка

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. К. Карапетяном 3/IV 1963)

В предыдущем сообщении (¹) было показано, что реакция вовлечения, возникающая в ассоциативных зонах контралатерального полушария коры мозга в ответ на низкочастотное электрическое раздражение структур неомозжечка, исчезает после разрушения ростральных ядер зрительного бугра — *N. reticularis* и *N. ventralis anterior*. Это дало основание связывать ее с деятельностью неспецифической таламо-кортикальной проекционной системы. Настоящая работа представляет дальнейшее изучение этого вопроса, в конечном счете направленное на выяснение функционального значения морфологически обнаруженных связей мозжечка с неспецифическими ядрами таламуса (²⁻⁴).

Исследование проводилось на кошках, находящихся под легким хлоралозным наркозом. Регистрация электрической активности проводилась моно- или биполярно серебряными пуговчатыми электродами с поверхности коры больших полушарий. Индифферентный электрод вкалывался в кости лобной пазухи.

Электрическое раздражение ядер мозжечка осуществлялось биполярным электродом. Локальное разрушение структур промежуточного и среднего мозга производилось электролитически постоянным током (5—10 мА в течение 0,5—1 мин.), пропускаемым через глубинный монополярный электрод. Электроды для раздражения и разрушения ориентировались стереотаксическим аппаратом. Локализация раздражения и повреждения определялась гистологически.

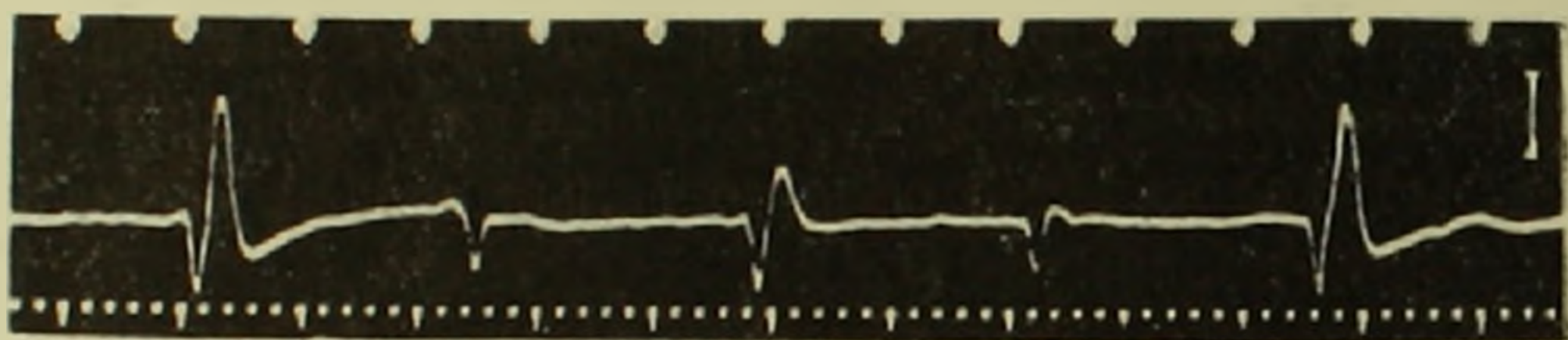
Реакция вовлечения регистрировалась из *G. suprasylvius medialis* и *anterior* контралатерального полушария коры мозга на низкочастотное (5—10 в 1 сек.) раздражение зубчатого или промежуточного ядер мозжечка. Параллельно с этим из специфических зон коры мозга отводились первичные ответы на одиночную стимуляцию тех же ядер.

Каждый эксперимент состоял в прослеживании за этими реакциями до и после разрушения различных структур промежуточного и среднего мозга, через которые могла быть предположена передача и интеграция импульсов, обуславливающих реакцию вовлечения в коре мозга в ответ

на раздражение мозжечка. Указанные структуры повреждались обычно контралатерально по отношению к раздражаемым ядрам мозжечка. При необходимости производилось их билатеральное разрушение. Эффект повреждения прослеживался в течение 2—8 часов.

Наиболее четкие результаты были обнаружены при изучении роstralных ядер — *N. reticularis* и *N. ventralis anterior*, обширное электролитическое разрушение которых приводило к исчезновению реакции вовлечения в ассоциативных областях при сохранении первичных ответов в специфических зонах коры мозга. Менее отчетливое влияние на потенциалы вовлечения оказывало разрушение таких ядер как *N. centralis lateralis*, *N. ventralis medialis* и *N. centrum medianum*.

В ряде опытов, при повреждении вышеперечисленных ядер, вместо реакции вовлечения с ее характерным свойством возрастания и убывания амплитуды потенциалов, отводились одиночные ответы с более выраженным начальным поверхностно-положительным отклонением, что иногда придавало им форму первичного ответа. Часто наряду с последними, а также независимо от их наличия, регистрировались небольшие поверхностно-положительные отклонения (50—150 мкв), следующие за ритмом частотного раздражения. (фиг. 1). Дополнительное билатеральное повреждение таламических структур не влияло на указанные реакции. Последние



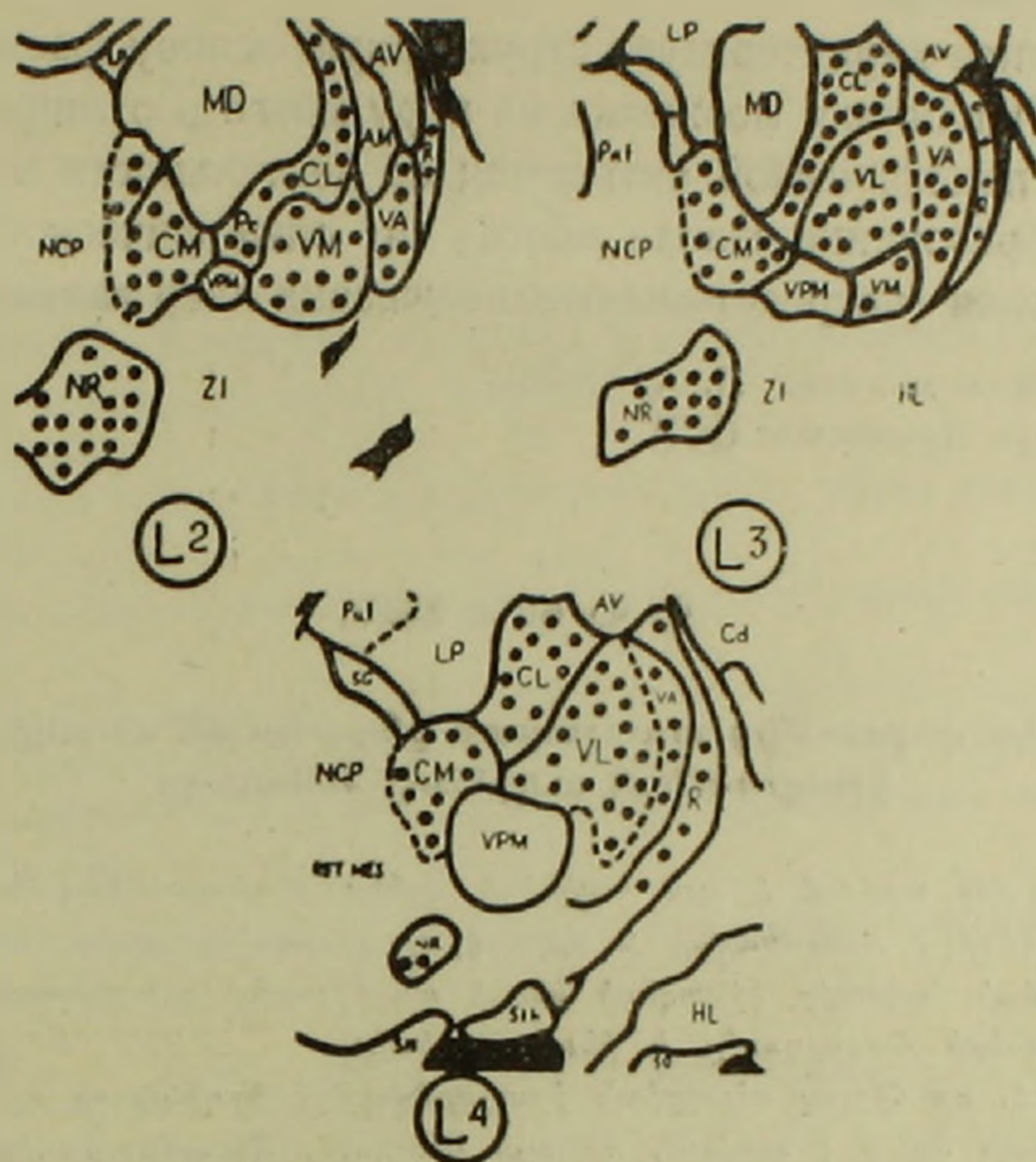
Фиг. 1. Электрические потенциалы в *g. suprasylvius medialis* коры контралатерального полушария мозга, вызванные раздражением *n. dentatus* мозжечка после разрушения *n. centrum medianum* таламуса. Калибровка—0,2 мв. Отметка времени по 0,1 (верх.) и 0,02 (нижн.) сек. Отклонение вверх—отрицательность под активным электродом.

топографически отводились из тех же полей ассоциативных зон коры мозга, из которых до разрушения были зарегистрированы потенциалы вовлечения.

Разрушение срединных ядер таламуса (*N. centralis medialis*, *N. reuniens*, *N. rhomboideus*, *N. submedius*) приводило в большинстве случаев к уменьшению, реже к исчезновению потенциалов вовлечения. Интересно отметить, что реакция вовлечения подавлялась или исчезала после разрушения вентро-латерального ядра (*N. ventralis lateralis*), являющегося таламическим реле передачи специфических импульсов в кору мозга. Тот же эффект был обнаружен при повреждении хорошо известного звена в мозжечково-корковом пути — красного ядра. В двух опытах разрушение, произведенное непосредственно над красным ядром, также привело к значительному подавлению корковых потенциалов вовлечения.

В другой серии экспериментов исследовалась роль сетчатого образо-

вания среднего мозга в осуществлении изучаемого феномена. Проведенные опыты показали, что одностороннее разрушение мезэнцефалической ретикулярной формации не влияет на реакцию вовлечения и первичные ответы, вызванные раздражением контралатеральных ядер мозжечка. То же наблюдалось и при ее билатеральном обширном разрушении.



Фиг. 2. Схема парасагиттальных срезов промежуточного и верхнего отдела среднего мозга кошки (по атласу Джаспера и Аймон-Марсана), произведенных на 2(L₂), 3(L₃), и 4(L₄) мм латеральнее от срединно-сагиттальной плоскости. Темными кружками отмечены структуры, принимающие участие в интеграции и проведении реакции вовлечения, регистрируемой из коры мозга в ответ на раздражение мозжечка.

Сокращения:

AM-N. anterior medialis; AV-N. anterior ventralis; Cd-N. caudatus; CL-N. centralis lateralis; CM-N. centrum medianum; HL-Hypothalamus lateralis; LP-N. lateralis posterior; MD-N. medialis dorsalis; NCP-N. commissurae posterioris; NR-N. ruber; Pc-N. paracentralis; Prt-praetectum; Pul-Pulvinar; R-N. reticularis; RET. MES.-Substantia reticularis mesencephalica; SG-N. suprageniculatus; SN-Substantia nigra; SO-N. supraopticus; Sth-N. subthalamicus; VA-N. ventralis anterior; VL-N. ventralis lateralis; VM-N. ventralis medialis; Vpm-N. ventralis postero-medialis; ZI-Zona incerta.

Представленные экспериментальные данные свидетельствуют о широком охвате неспецифических структур зрительного бугра при осуществлении феномена вовлечения на раздражение мозжечка (фиг. 2). Тем самым в определенной степени освещается физиологическая значимость анатомии

ческих находок относительно связей мозжечка с неспецифическими ядрами таламуса.

Наряду с этим, проведенные опыты позволяют прийти к заключению, что разрушение ростральных неспецифических ядер таламуса оказывает большее влияние на изучаемую реакцию вовлечения, чем повреждение его каудальных структур.

Все сказанное характеризует структурную основу фазического неспецифического ⁽⁵⁾ влияния мозжечка на кору мозга в отличие от известной тонической неспецифической активации ее деятельности мозжечком (через сетчатое образование ствола мозга) и специфического мозжечково-коркового влияния (посредством специфических ядер таламуса).

Институт физиологии им. акад. Л. А. Орбели
Академии наук Армянской ССР

Վ. Վ. ՖԱՆԱՐԺՅԱՆ

Ուղեղիկի գրգռումից առաջացած բնոգրկման ունակցիաների իրագործման ուղիների անալիզը

Աշխատության մեջ տրվում է այն ուղիների էլեկտրո-անատոմիական անալիզը, որոնք ապահովում են ուղեղիկի ատամնավոր և միջանկյալ կորիզների ցածր հաճախականությամբ գրգռումից, գլխուղեղի հակադիր կիսագնդի կեղևի ասոցիատիվ դոնաներում առաջացած բնոգրկման ունակցիաների հաղորդումը և ինտեգրացիան:

Ապացուցվում է, որ հիշյալ ունակցիան իրագործվում է թալամուսի ոչ սպեցիֆիկ համակարգության միջոցով: Յույց է տրվում, որ այս դեպքում, թալամուսի հետին դոյացությունների համեմատ, առաջնային կորիզները ավելի կարևոր դեր են կատարում:

Ստացված տվյալները բնորոշում են կեղևի վրա ուղեղիկի ու սպեցիֆիկ ֆազիկ ազդեցության կառուցվածքային հիմքը, որը տարբերվում է ուղեղիկի տոնիկ ոչ սպեցիֆիկ ակտիվացնող ազդեցությունից (ուղեղի հիմքի ցանցանման գոյացության միջոցով) և, սպեցիֆիկ ուղեղիկ-կեղևային ազդեցությունից (թալամուսի սպեցիֆիկ կորիզների միջոցով):

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ В. В. Фанарджян, ДАН АрмССР, 1963—в печати. ² Д. М. Томас, Р. П. Коуфмач, Я. М. Спрейг, В. В. Чамберс, J. Anat., 90, 371, 1956. ³ Д. Коен, В. В. Чамберс, Я. М. Спрейг, J. Comp. Neurol., 109, 233, 1958. ⁴ Р. Е. Мак-Мастерс, Anal. rec. 127, 331, 1957. ⁵ Г. Г. Джаспер, в кн: Ретикулярная формация мозга, 286. Медгиз, 1962.

