

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

XXXV, № 3

1962

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Է. Մ. ԱԼԵԿՍԱՆՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ քղրակից-անդամ, Ա. Թ. ԲԱԲԱՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ քղրակից-անդամ, Գ. Ս. ԴԱՎԹՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ քղրակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, (պատ. խմբագրի տեղակալ), Գ. Մ. ՂԱՐԻԲՅԱՆ, ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների բեկնածու, Ս. Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս, Մ. Մ. ԶՐԲԱՇՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Օ. Մ. ՍԱՊՈՆՉՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ քղրակից-անդամ:

А. М. АЛЕКСАНИЯН, чл.-корресп. АН АрмССР, В. А. АМБАРՇՄՅԱՆ, академик АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, чл.-корресп. АН АрмССР, Г. М. ГАРИБЯН, кандидат физико-мат. наук, Г. С. ДАВТЯН, академик АН АрмССР, М. М. ДЖРБАШЯН, академик АН АрмССР (отв. редактор), В. О. КАЗАРЯН (зам. отв. редактора), С. С. МКРՇՅԱՆ, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР, О. М. САՇՈՆՇՅԱՆ, чл.-корресп. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корресп. АН АрмССР.

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ի Թ Յ Ո Ի Ն

Մաթեմատիկա

Մ. Մ. Զրբաշյան, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս—Մի ոչ լրիվ սիստեմի լրիվացման մասին 97

Ս. Հ. Սինանյան —Միջին մակերեսային մոտավորություններ անալիտիկ ֆունկցիաներով և բազմանդամներով 107

Մեխանիկա

Լ. Ա. Մովսիսյան—Գլանային թաղանթի սեփական ռեզոնանսային հաճախականություններով անցման մասին 113

Առօրոֆիզիկա

Ա. Ա. Նիկիտին—Մոլորակաձև միգամածություններում ազոտի հարաբերական քանակի մոտավոր գնահատականի մասին 119

Քիմիական սեխնոլոգիա

Վ. Վ. Ազատյան, Լ. Ա. Հակոբյան, և Ա. Բ. Նալբանդյան, ՀՍՍՌ ԳԱ թղթակից-անդամ—Ջրածնի, թթվածնի և զեյտերիումի Եզատ ատոմների հայտնաբերումը ածխածնի օքսիդի նոսր բոցում էլեկտրոնային սլարամագնիսական ռեզոնանսի մեթոդով 123

Օրգանական քիմիա

Ա. Թ. Բաբայան, ՀՍՍՌ ԳԱ թղթակից-անդամ, Գ. Թ. Մարտիրոսյան և Ջ. Վ. Գրիգորյան—Դիմեթիլանիլինի փոխազդեցությունը ալկիլհալոգենների հետ 129

Ստրատիգրաֆիա

Ա. Հ. Դաբրիձյան, ՀՍՍՌ ԳԱ թղթակից-անդամ, Ս. Մ. Գրիգորյան և Ն. Ա. Սահակյան—Նոր տվյալներ *Variamussium fallax* Korobkov և *Pecten arcuatus* Brocchi պարունակող շերտերի հասակի մասին 131

Միկրոբիոլոգիա

Հ. Կ. Փանոսյան, ՀՍՍՌ ԳԱ թղթակից անդամ, Ռ. Շ. Հարությունյան, Ն. Ա. Ավետիսյան, Ս. Վ. Զաքարյան և Վ. Գ. Նիկողոսյան—Ազոտոօրակտերների և ակտիվատոր բակտերիաների համատեղ ազդեցությունը ճակնդեղի բերքի վրա 141

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Математика

- М. М. Джрбашян*, академик АН Армянской ССР—О пополнении одной неполной системы 97
- С. О. Синанян*—Аппроксимация аналитическими функциями и полиномами в среднем по площади 107

Механика

- Л. А. Мовсисян*—О переходе через собственные резонансные частоты цилиндрической оболочки 113

Астрофизика

- А. А. Никитин*—О приближенной оценке относительного содержания азота в планетарных туманностях 119

Химическая физика

- В. В. Азатян, Л. А. Акопян и А. Б. Налбандян*, чл.-корр. АН Армянской ССР—Обнаружение свободных атомов водорода, кислорода и дейтерия в разреженных пламенах окиси углеводорода методом электронного парамагнитного резонанса 123

Органическая химия

- А. Т. Бабаян*, чл.-корр. АН Армянской ССР, *Г. Т. Мартиросян* и *Д. В. Григорян*—Взаимодействие галлоидных алкилов диметиланилином . . . 129

Стратиграфия

- А. А. Габриелян*, чл.-корр. АН Армянской ССР, *С. М. Григорян* и *Н. А. Саакяч*—Новые данные о возрасте слоев с *Variamissium fallax* Kogobkov и *Pecten arcuatus* Brocchi 135

Микробиология

- А. К. Паносян*, чл.-корр. АН Армянской ССР, *Р. Ш. Арутюнян, Н. А. Аветисян, С. В. Закарян* и *В. Г. Никогосян*—Совместное влияние азотобактера и бактерий-активаторов на урожай сахарной свеклы 141

МАТЕМАТИКА

М. М. Джрбашян, академик АН Армянской ССР

О пополнении одной неполной системы

(Представлено 20/VI 1962)

В заметке автора ⁽¹⁾ были намечены доказательства ряда предложений о пополнении и характеристике замкнутой линейной оболочки неполных систем вида $\{e^{-\mu_k x} x^{s_k - 1}\}_1^\infty$ в $L_2(0, +\infty)$.

Доказательство основной теоремы (теорема 2) заметки ⁽¹⁾ опиралось на одну общую теорему автора ⁽²⁾, обобщающую известную теорему С. Бохнера об аналитической характеристике унитарных операторов в L_2 .

В настоящей заметке мы ставим себе целью дополнить результат теоремы 2 нашей заметки ⁽¹⁾, при этом, пользуясь случаем, приводим еще два прямых доказательства этой теоремы, которые не опираются на понятия функционального анализа*.

Пусть $\{\mu_k\}_1^\infty$ ($\text{Re } \mu_k > 0$) — произвольная последовательность комплексных чисел $s_k \geq 1$ означает кратность появления числа μ_k в группе $\{\mu_1, \dots, \mu_k\}$.

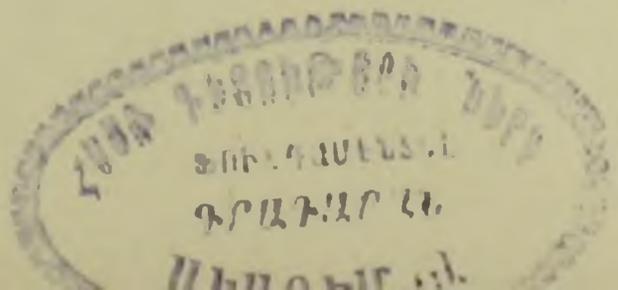
Последовательности чисел $\{\mu_k\}_1^\infty$ поставим в соответствие последовательность функций $\{e^{-\mu_k x} x^{s_k - 1}\}_1^\infty$, $e^{-\mu_k x} x^{s_k - 1} \in L_2(0, +\infty)$ и, наконец, через $\{\gamma_n(x)\}_1^\infty$ обозначим соответствующую ортогонализированную систему.

Функции системы $\{\gamma_n(x)\}_1^\infty$ представим в интегральной форме**

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{\frac{\text{Re } \mu_n}{\pi}} \frac{i}{t + i \mu_n} \prod_{k=1}^{n-1} \frac{t - i \bar{\mu}_k}{t + i \mu_k} e^{-ixt} dt = \begin{cases} \gamma_n(x), & x \in (0, +\infty) \\ 0, & x \in (-\infty, 0) \end{cases} \quad (1)$$

* В сущности эти доказательства были найдены мною раньше, чем доказательство, приведенное в заметке ⁽¹⁾. Более того, они легли в основу идеи обобщения теоремы Бохнера, сформулированной в ⁽²⁾. Намеченное в первой заметке доказательство теоремы 2 имело целью лишь проиллюстрировать применение установленной во второй заметке обобщенной теоремы Бохнера.

** Библиографические примечания об ортогональной системе $\{\gamma_n(x)\}_1^\infty$ приведены в нашей заметке ⁽³⁾.



Заметим, что последовательность комплексных чисел $\{i\bar{\mu}_k\}$ ($\text{Im}(i\bar{\mu}_k) = \text{Re}\mu_k > 0$) лежит уже в верхней полуплоскости $G^{(+)}$ ($\text{Im}z > 0$). Повсюду в дальнейшем, полагая, что

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\text{Re}\mu_k}{1+|\lambda_k|^2} < +\infty, \quad (2)$$

введем в рассмотрение сходящееся произведение Бляшке

$$B(z) = \prod_{k=1}^{\infty} \frac{z - i\bar{\mu}_k}{z + i\mu_k} \nu_k, \quad \nu_k = \frac{1 - \mu_k}{1 + \mu_k} \left| \frac{1 + \bar{\mu}_k}{1 - \mu_k} \right| \quad (3)$$

и ядра

$$K(\xi, x) = \frac{1}{2\pi i} \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \int_{-\sigma}^{\sigma} \overline{B(u)} \frac{e^{i\xi u} - 1}{i u} e^{-ixu} du, \quad (4)$$

$$K^*(\xi, x) = \frac{1}{2\pi} \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \int_{-\sigma}^{\sigma} B(u) \frac{e^{i\xi u} - 1}{i u} e^{-ixu} du, \quad (5)$$

принадлежащие $L_2(-\infty, +\infty)$ при любом $\xi \neq 0$, $\xi \in (-\infty, +\infty)$.

Применяя равенства Парсеваля для преобразований Фурье из (1) и (5), легко получим, что

$$\int_0^{\infty} \overline{K^*(\xi, x)} \gamma_n(x) dx = 0 \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (6)$$

Справедлива следующая теорема.

Теорема а) Пусть функция $f(x) \in L_2(0, +\infty)$ произвольна, тогда справедливо представление

$$\int_0^{\xi} f(x) dx = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \int_0^{\xi} \gamma_k(t) dt + \int_0^{\infty} \overline{K(\xi, x)} g(x) dx, \quad \xi \in [0, \infty) \quad (7)$$

где $g(x) \in L_2(0, +\infty)$ и

$$\int_0^{\xi} g(x) dx = \int_0^{\infty} \overline{K^*(\xi, x)} f(x) dx, \quad \xi \in [0, \infty), \quad (8)$$

$$c_k = \int_0^{\infty} f(x) \overline{\gamma_k(x)} dx \quad (k = 1, 2, \dots), \quad (9)$$

причем справедливо также равенство

$$\int_0^{\infty} |f(x)|^2 dx = \sum_{k=1}^{\infty} |c_k|^2 + \int_0^{\infty} |g(x)|^2 dx \quad (10)$$

б) Обратнo, если последовательность комплексных чисел $\{c_k\}_1^\infty$ такова, что $\sum_0^\infty |c_k|^2 < +\infty$ и $g(x) \in L_2(0, +\infty)$, то формула (7) определяет некоторую функцию $f(x) \in L_2(0, +\infty)$, причем соотношения (8), (9) и (10) остаются в силе.

Докажем сначала утверждение б) теоремы, а затем наметим два доказательства утверждения а).

Если $\sum_1^\infty |c_k|^2 < +\infty$, то по теореме Рисса-Фишера формула

$$\int_0^\xi f_1(x) dx = \sum_{k=1}^\infty c_k \int_0^\xi \gamma_k(t) dt, \quad \xi \in [0, +\infty) \quad (11)$$

определяет некоторую функцию $f_1(x) \in L_2(0, +\infty)$, причем ряд в правой части сходится абсолютно. Очевидно при этом, что будем иметь

$$c_k = \int_0^\infty f_1(x) \overline{\gamma_k(x)} dx, \quad (k = 1, 2, \dots),$$

и

$$\int_0^\infty |f_1(x)|^2 dx = \sum_{k=1}^\infty |c_k|^2. \quad (12)$$

Далее, если $g(x) \in L_2(0, +\infty)$, то функция

$$G(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty e^{ixw} g(x) dx, \quad w \in G^{(+)}, \quad (13)$$

голоморфна в полуплоскости $G^{(+)}$, ($\text{Im } w > 0$) и принадлежит классу $H_2^{(+)}$ *, при этом

$$\int_0^\infty |g(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^\infty |G(u)|^2 du, \quad (14)$$

где $G(u)$ суть граничные значения функции $G(w)$, которые почти для всех $u \in (-\infty, +\infty)$ определяются формулой

$$G(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{d}{du} \int_0^\infty \frac{e^{iux} - 1}{ix} g(x) dx. \quad (15)$$

Функция $G(w)$ $B(w)$ также принадлежит классу $H_2^{(+)}$, поэтому будем иметь

* Мы пользуемся обозначениями нашей заметки (4).

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{d}{dx} \int_{-\infty}^{\infty} B(u) G(u) \frac{e^{-ixu} - 1}{-iu} du = \begin{cases} f_2(x) \in L_2(0, \infty), & x \in (0, \infty), \\ 0, & x \in (-\infty, 0) \end{cases} \quad (16)$$

причем

$$\int_0^{\infty} |f_2(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |G(u)|^2 du, \quad (17)$$

ввиду того, что $|B(u)| = 1$ почти всюду на всей оси $(-\infty, +\infty)$.

Наконец, так как по (15)

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{d}{dx} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-iux} - 1}{-iu} G(u) du = \begin{cases} g(x), & x \in (0, +\infty) \\ 0, & x \in (-\infty, 0), \end{cases} \quad (15')$$

то, пользуясь определением (4) ядра $K(\xi, x)$ и равенством Парсеваля, получим

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \overline{K(\xi, x)} g(x) dx &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} B(u) \frac{e^{-i\xi u} - 1}{-iu} G(u) du = \\ &= \int_0^{\xi} f_2(x) dx, \quad \xi \in [0, \infty). \end{aligned}$$

Итак, формула

$$\int_0^{\xi} f_2(x) dx = \int_0^{\xi} \overline{K(\xi, x)} g(x) dx, \quad \xi \in [0, \infty) \quad (18)$$

определяет функцию $f_2(x) \in L_2(0, +\infty)$, причем по (14) и (17)

$$\int_0^{\infty} |f_2(x)|^2 dx = \int_0^{\infty} |g(x)|^2 dx. \quad (19)$$

Преобразование (18) обращается посредством формулы

$$\int_0^{\xi} g(x) dx = \int_0^{\xi} K^*(\xi, x) f_2(x) dx, \quad (20)$$

так как из определения (5) ядра $K^*(\xi, x)$ и ввиду (16) по равенству Парсеваля получим

$$\begin{aligned} \int_0^{\xi} \overline{K^*(\xi, x)} f_2(x) dx &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\left\{ B(u) \frac{e^{i\xi u} - 1}{iu} \right\}} \left\{ B(u) G(u) \right\} du = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\xi u} - 1}{-iu} G(u) du = \int_0^{\xi} g(x) dx, \end{aligned}$$

если учтем также формулу (15').

Из (11) и (18) вытекает, что формула (7) определяет функцию

$$f(x) = f_2(x) + f_2(x) \in L_2(0, +\infty)$$

и поэтому ввиду (12) и (19) для завершения доказательства утверждения б) достаточно установить справедливость формул

$$\int_0^{\infty} \overline{f_1(x)} f_2(x) dx = 0, \int_0^{\infty} f_2(x) \overline{\gamma_k(x)} dx = 0 \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (21)$$

$$\int_0^{\infty} \overline{K^*(\xi, x)} f_1(x) dx = 0. \quad (22)$$

Что касается формулы (22), то она непосредственно следует из свойства (6), если иметь в виду, что по определению (11) функции $f_1(x)$

$$f_1(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} l \cdot i \cdot m \cdot \sum_{k=1}^n c_k \gamma_k(x), \quad 0 < x < +\infty.$$

По той же причине имеем

$$\int_0^{\infty} f_2(x) \overline{f_1(x)} dx = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{c}_n \int_0^{\infty} f_2(x) \overline{\gamma_n(x)} dx,$$

и поэтому достаточно установить лишь второе из равенств (21).

Однако, в силу (1) и (6), по равенству Парсеваля

$$\int_0^{\infty} f_2(x) \overline{\gamma_n(x)} dx = -i \sqrt{\frac{\operatorname{Re} \mu_n}{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{u - i \mu_n} \prod_{k=1}^{n-1} \frac{u + i \mu_k}{u - i \mu_k} B(u) G(u) du,$$

причем при любом $n \geq 1^*$.

$$\Omega_n(\omega) = \prod_{k=1}^{n-1} \frac{\omega + i \mu_k}{\omega - i \mu_k} B(\omega) G(\omega) \in H_2^{(+)}, \quad \Omega_n(i \bar{\mu}_n) = 0$$

Итак,

$$\int_0^{\infty} f_2(x) \overline{\gamma_n(x)} dx = -i \sqrt{\frac{\operatorname{Re} \mu_n}{\pi}} 2\pi i \Omega_n(i \bar{\mu}_n) = 0 \quad (n = 1, 2, \dots).$$

Перейдем теперь к доказательству утверждения а).

Доказательство первое. Пусть $f(x) \in L_2(0, +\infty)$, тогда, определив коэффициенты $\{c_k\}_1^{\infty}$ по формулам (9) и обозначив

$$f_1(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} l \cdot i \cdot m \cdot \sum_{k=1}^n c_k \gamma_k(x), \quad 0 < x < \infty, \quad (23)$$

* При $n=1$ символ $\prod_{k=1}^{n-1}$ заменяется единицей.

из (6), имеем

$$\int_0^{\xi} \overline{K^*(\xi, x)} f_1(x) dx = 0, \quad \xi \in [0, \infty).$$

Поэтому, положив

$$f_2(x) = f(x) - f_1(x) \in L_2(0, +\infty), \quad (24)$$

получим

$$\int_0^{\xi} \overline{K^*(\xi, x)} f(x) dx = \int_0^{\xi} \overline{K^*(\xi, x)} f_2(x) dx, \quad (25)$$

причем очевидно также, что

$$\int_0^{\xi} f_2(x) \overline{\gamma_n(x)} dx = c_n - c_n = 0 \quad (n=1, 2, \dots). \quad (26)$$

Однако $\gamma_n(x)$ есть линейная комбинация системы функций $\{e^{-\mu_k x} x^{s_k - 1}\}_1^n$. Поэтому равенства (26) эквивалентны следующим

$$\int_0^{\xi} f_2(x) \overline{\{e^{-\mu_k x} x^{s_k - 1}\}} dx = 0 \quad (k=1, 2, \dots). \quad (27)$$

Рассматривая функцию

$$F(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} f_2(x) e^{ix\tau} dx \in H_2^{(+)} , \quad (28)$$

из (27) получим

$$F^{(s_k)}(i\mu_k) = 0 \quad (k=1, 2, \dots),$$

откуда следует, что функция

$$G(\tau) = \frac{F(\tau)}{B(\tau)} \quad (29)$$

также принадлежит классу $H_2^{(+)}$. Из (28) и (29) следует

$$\int_0^{\xi} f_2(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} B(u) G(u) \frac{e^{-i\xi u} - 1}{-iu} du,$$

и если обозначить

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{d}{dx} \int_{-\infty}^{\infty} G(u) \frac{e^{-ixu} - 1}{-iu} du \in L_2(0, +\infty),$$

то, пользуясь равенством Парсеваля, получим

$$\int_0^{\xi} f_2(x) dx = \int_0^{\xi} \overline{K(\xi, x)} g(x) dx, \quad \xi \in [0, \infty). \quad (30)$$

Но выше было уже показано, что преобразование (30) обращается формулой

$$\int_0^{\xi} g(x) dx = \int_0^{\infty} \overline{K^*(\xi, x)} f_2(x) dx$$

или, в силу (25), формулой

$$\int_0^{\xi} g(x) dx = \int_0^{\infty} \overline{K^*(\xi, x)} f(x) dx, \quad \xi \in [0, \infty). \quad (31)$$

Из (24), (23) и (30) следует требуемое представление (7) теоремы, а из (26), (30) и (31) следуют формулы (8) и (9). Наконец, равенство (10) вытекает уже из самого представления (7), как это было уже установлено выше.

Доказательство второе. Если $f(x) \in L_2(0, +\infty)$, то, вводя в рассмотрение функцию

$$F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{ix\omega} f(x) dx \in H_2^{(+)}, \quad (32)$$

имеем

$$\int_0^{\xi} f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-i\xi u} - 1}{-iu} F(u) du, \quad \xi \in [0, +\infty) \quad (32')$$

Применим к функции $F(\omega)$ результат теоремы 2 заметки⁽⁴⁾, положив $\lambda_k = i\bar{\mu}_k$ ($k = 1, 2, \dots$), тогда ввиду условия (2) имеем

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\text{Im}\lambda_k}{1 + |\lambda_k|^2} < +\infty. \quad (2')$$

Итак, согласно указанной теореме, почти для всех $u \in (-\infty, +\infty)$ справедливо представление

$$F(u) = \frac{d}{du} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} G_k(F) \int_0^u \Phi_k(t) dt \right\} + \frac{B(u)}{\sqrt{2\pi}} \frac{d}{du} \int_0^{\infty} \frac{e^{iut} - 1}{it} g(t) dt \equiv F_1(u) + F_2(u), \quad (33)$$

где

$$\Phi_n(\omega) = \frac{\sqrt{\text{Re}\mu_n}}{\omega + i\mu_n} \prod_{k=1}^{n-1} \frac{\omega - i\bar{\mu}_k}{\omega + i\mu_k} \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (34)$$

является системой Мальмквиста для всей оси $(-\infty, +\infty)$, ортонормальной с весом $\frac{1}{\pi} du^*$

* Подробнее об этой системе см. заметку⁽⁴⁾.

$$a_k(F) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(t) \overline{\Phi_k(t)} dt \quad (k = 1, 2, \dots), \quad (35)$$

$$\int_0^{\xi} g(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\xi t} - 1}{-it} \overline{B(t)} F(t) dt, \quad (36)$$

причем

$$\int_{-\infty}^{\infty} |F(u)|^2 du = \pi \sum_{k=1}^{\infty} |a_k(F)|^2 + \int_0^{\infty} |g(v)|^2 dv. \quad (37)$$

Кроме того, $F_1(\omega) \in R_2 \{-i\mu_k\}^*$, $F_2(\omega) \in H_2^{(+)}$ и

$$\int_{-\infty}^{\infty} F_1(u) \overline{F_2(u)} du = 0. \quad (38)$$

Заметим теперь, что ввиду (34) формулу (1) можно записать в виде

$$\int_0^{\xi} \gamma_k(t) dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\xi t} - 1}{-it} \left\{ \frac{i\Phi_n(t)}{\sqrt{\pi}} \right\} dt, \quad (1')$$

и поэтому, по равенству Парсеваля,

$$-i\sqrt{\pi} a_k(F) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t) \left\{ \frac{i\Phi_k(t)}{\sqrt{\pi}} \right\} dt = \int_0^{\infty} f(x) \overline{\gamma_k(x)} dx = c_k \quad (k = 1, 2, \dots). \quad (39)$$

Далее, из (36) и (5) по равенству Парсеваля получим

$$\begin{aligned} \int_0^{\xi} g(x) dx &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ B(u) \frac{e^{i\xi u} - 1}{iu} \right\} F(u) du = \\ &= \int_0^{\infty} \overline{K^*(\xi, x)} f(x) dx, \quad \xi \in [0, \infty), \end{aligned} \quad (40)$$

а из определения (33) функции $F_2(u)$ ввиду (4) следует

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\xi u} - 1}{-iu} F_2(u) du &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{e^{i\xi u} - 1}{iu} B(u) \right\} \times \\ &\times \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{d}{du} \int_0^{\infty} \frac{e^{ixu} - 1}{ix} g(x) dx \right\} du = \int_0^{\infty} \overline{K(\xi, x)} g(x) dx \end{aligned} \quad (41)$$

* Определение этого класса приведено в заметке (4).

Наконец, по (33), (1') и (35)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\xi u} - 1}{-iu} F_1(u) du &= \sum_{k=1}^{\infty} c_k \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\xi u} - 1}{-iu} \left\{ \frac{i\Phi_k(u)}{\sqrt{\pi}} \right\} du = \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} c_k \int_0^{\xi} \gamma_k(t) dt, \quad \xi \in [0, \infty). \end{aligned} \quad (42)$$

Заметив теперь, что по (32') и (33)

$$\int_0^{\xi} f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\xi u} - 1}{-iu} F_1(u) du + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-i\xi u} - 1}{-iu} F_2(u) du,$$

из (40) и (42) получим представление (7) теоремы. Наконец, если учесть, что по (32')

$$\int_0^{\infty} |f(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |F(u)|^2 du,$$

то из (37) и (35) следует также равенство (10); формулы же (8) и (9) уже установлены. Этим и завершается второе доказательство.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Մ. Մ. ԶՐԲԱՇՅԱՆ

Մի ոչ լրիվ սխեմի լրիվացման մասին

Ներկա հոդվածում մենք լրացնում ենք մեր աշխատանքի (1) 2-րդ թեորեմի արդյունքը և օգտվելով առիթից բերում ենք այդ թեորեմի ևս երկու ապացույց: Այդ ապացույցները ի տարբերություն արդեն հրատարակվածի, չեն հենվում ֆունկցիոնալ անալիզի հասկացողությունների վրա:

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- ¹ М. М. Джрбашян, ДАН СССР, т. 141, № 3 (1961). ² М. М. Джрбашян, ДАН СССР, т. 141, № 2 (1961). ³ М. М. Джрбашян, ДАН АрмССР, т. 35, № 1 (1962). ⁴ М. М. Джрбашян, ДАН АрмССР, т. 35 № 2 (1962).

С. О. Синанян

**Аппроксимация аналитическими функциями и полиномами
 в среднем по площади**

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. Н. Мергеляном 20/VI 1962)

Начнем с определений и обозначений.

1. *Определение 1.* Пусть F замкнутое ограниченное множество на комплексной плоскости. Рассмотрим класс функций A_F , аналитических вне F , не превосходящих по модулю единицу и имеющих вблизи $z = \infty$ разложение вида

$$\mu(z) = \frac{a_1}{z} + \frac{a_2}{z^2} + \dots$$

Число

$$\gamma(F) = \sup_{\mu \in A_F} |a_1|$$

называется мерой Альфорса или аналитической емкостью множества F (1).

Функцию $\gamma(F)$ можно определить на любом множестве e , полагая $\gamma(e) = \sup \gamma(F)$ в классе всех замкнутых множеств F , принадлежащих e .

Определение 2. Пусть F опять замкнутое ограниченное множество на комплексной плоскости. Через A_F^p обозначим множество аналитических вне F функций, исчезающих в бесконечности и удовлетворяющих условию:

$$\sup \left\{ \frac{1}{m(K-F)} \int \int_{K-F} |f(z)|^p dx dy \right\}^{\frac{1}{p}} \leq 1,$$

где верхняя грань берется по всевозможным кругам K (открытым), которые содержат F .

Величину

$$\gamma_p(F) = \sup_{f \in A_F^p} |a_1(f)|; \quad p \geq 1,$$

где $a_1(f)$ коэффициент в разложении

$$f(z) = \frac{a_1(f)}{z} + \frac{a_2(f)}{z^2} + \dots,$$

назовем p — мерой Альфорса или аналитической p - емкостью.

Определим функцию $\gamma_p(F)$ на любом множестве e , полагая $\gamma_p(e) = \sup \gamma_p(F)$ в классе всех замкнутых множеств F , принадлежащих e .

Отметим несколько свойств p — меры Альфорса.

а) $\gamma_p(F) \geq \gamma(F), \quad p \geq 1;$

б) $\gamma_{p'}(F) \geq \gamma_p(F), \quad 1 \leq p' < p;$

в) $\gamma_p(K) = r$ для круга радиуса $r, \quad p \geq 2;$

г) p — мера Альфорса любого замкнутого множества, которое принадлежит кругу радиуса r , не превосходит $27r$;

д) пусть \bar{E} произвольное, нигде не плотное замкнутое множество; для любого круга K

$$\gamma_p(K \cap \bar{C}E) \geq 2^{-\frac{1}{p}} \gamma_p(K), \quad 1 \leq p < 2;$$

е) для любого числа $N > 0$ можно указать такое замкнутое множество F , что $\gamma_p(F) \geq N \cdot \gamma(F)$ при любом $p \geq 1$.

Это свойство показывает, что p — мера Альфорса — существенно отличается от обычной меры Альфорса и, вообще говоря, превосходит ее.

Определение 3. Ограниченная односвязная область называется областью типа Каратеодори, если в любой окрестности каждой граничной точки содержится часть из бесконечной дополнительной области (2).

Определение 4. Открытое ограниченное множество назовем открытым множеством типа Каратеодори, если в любой окрестности каждой его граничной точки содержится часть из бесконечной дополнительной области.

Определение 5. Ограниченное замкнутое множество назовем замкнутым множеством Каратеодори, если в любой окрестности каждой его граничной точки содержится часть из бесконечной дополнительной области.

В работе рассматриваются только такие замкнутые множества, любая порция которых имеет положительную плоскую меру. Такие множества называются приведенные по мере.

Пусть F замкнутое ограниченное множество. Через $L_p(F), p \geq 1$, обозначим Банахово пространство, состоящее из функций $f(z)$, определенных на F , для которых конечна норма

$$\|f\|_p = \left(\int \int_F |f(z)|^p dx dy \right)^{\frac{1}{p}}.$$

Подпространство этого пространства, состоящее из аналитиче-

ских во внутренних точках множества F функций, обозначим через $H_p(F)$, $p \geq 1$.

Определим также Банахово пространство $H_p^\Delta(F)$, $p \geq 1$, состоящее из определенных на F действительных функций $u(z)$, которые гармоничны во внутренних точках F и для которых норма $\|u\|_p$ конечна.

Для доказательства первых четырех теорем используется обобщенная формула Коши и следующие леммы.

Лемма 1. Пусть замкнутое множество E такое, что в любом круге радиуса $\delta > 0$ содержится замкнутое множество F , принадлежащее к дополнению E , такое, что $\gamma_p(F) > \lambda \cdot \delta$, $p \geq 1$, где $\lambda > 0$ не зависит от F .

Тогда

существует функция $S_\zeta(z)$, определенная по обеим переменным в некотором открытом множестве Ω , $E \in \Omega$, аналитическая там по переменному z , и такая, что среди всех $S_\zeta(z)$, $\zeta \in E$, имеется лишь конечное число различных функций. Эта функция удовлетворяет неравенствам:

$$\left| \frac{1}{\zeta - z} - S_\zeta(z) \right| < c_1 \frac{\delta}{|\zeta - z|^2}, \quad \zeta \in E, \quad |\zeta - z| \geq 4\delta,$$

$$\left\{ \iint_E \left(\iint_{\substack{\zeta \in E \\ |\zeta - z| < 4\delta}} |S_\zeta(z)| d\xi d\eta \right)^p dx dy \right\}^{1/p} < c_2 \cdot \delta, \quad \zeta = \xi + i\eta,$$

где c_1 и c_2 постоянные, зависящие лишь от λ .

Лемма 2. Если в условиях леммы 1 потребовать, чтобы $\gamma_{2p}(F) > \lambda \cdot \delta$, то, кроме всех утверждений относительно функции $S_\zeta(z)$, имеет место также неравенство:

$$\left| \frac{1}{\zeta - z} - S_\zeta(z) \right| < c_3 \frac{\delta^2}{|\zeta - z|^3}, \quad \zeta \in E, \quad |\zeta - z| \geq 4\delta,$$

где c_3 постоянное, зависящее лишь от λ .

Теорема 1. Пусть F — замкнутое множество Каратеодори. Тогда множество алгебраических полиномов всюду плотно в пространстве $H_p(F)$, $p \geq 1$.

Частным случаем этой теоремы является теорема Маркушевича — Фареля, доказанная для областей типа Каратеодори ⁽¹⁾.

Теорема 2. Пусть опять F замкнутое множество Каратеодори. Тогда любую функцию в пространстве $H_p^\Delta(F)$ можно приближать гармоническими полиномами, $p \geq 1$.

В качестве нерешенной задачи вопрос о возможности приближения в среднем по площади гармонических функций гармоническими полиномами в Каратеодоровых областях предлагается в монографии А. Л. Шагиняна ⁽³⁾.

Теорема 3. Предположим, что замкнутое ограниченное множество F такое, что в каждом круге любого радиуса $\delta > 0$ с центром в граничных точках множества F находится замкнутое множество e такое, что

$$\gamma_{2p}(e) > \lambda \cdot \delta, \quad e \in C F, \quad p \geq 1,$$

где $\lambda > 0$ абсолютное постоянное.

При этих условиях множество аналитических на F функций всюду плотно в пространстве $H_p(F)$, $p \geq 1$.

Из этой теоремы получаются следствия:

Следствие 1. Если в условиях теоремы потребовать, чтобы $\gamma(e) > \lambda \cdot \delta$, где $\lambda > 0$ абсолютное постоянное, то множество аналитических на F функций окажется всюду плотным в пространстве $H_p(F)$, $p \geq 1$.

Следствие 2. Если замкнутое ограниченное множество F такое, что дополнение к нему состоит из конечного числа областей, то опять любую функцию в пространстве $H_p(F)$, $p \geq 1$, можно приближать аналитическими на F функциями.

Теорема 1, 2 и следствия 1, 2 можно получить используя, вместо вышеприведенных лемм, оценки ядра Коши в равномерной метрике (¹).

Теорема 4. Пусть замкнутое ограниченное множество F такое, что в каждом круге любого радиуса δ с центром в граничных точках этого множества находится такое замкнутое множество e , принадлежащее к дополнению F , что

$$\gamma_p(e) > \lambda \cdot \delta,$$

где $\lambda > 0$ абсолютное постоянное.

Тогда любую функцию $f(z)$, у которой средний модуль непрерывности удовлетворяет условию

$$\omega_p(\delta, f) = O(\log \delta);$$

в пространстве $H_p(F)$, $p \geq 1$, можно приближать аналитическими на F функциями.

Теорема 5. При $1 < p < 2$ любую функцию в пространстве $L_p(E)$ можно приближать рациональными функциями. Здесь E произвольное ограниченное множество.

2°. Пусть E замкнутое, ограниченное и нигде не плотное множество.

Ставится вопрос о полноте множества аналитических на E функций в пространстве $L_p(F)$, $p \geq 1$.

При $1 < p < 2$ ответ дает следующая теорема:

Теорема 6. Множество аналитических на E функций всюду плотно в пространстве $L_p(E)$ при любом $1 < p < 2$.

Построен пример нигде не плотного ограниченного замкнутого множества E_0 , для которого в любом $L_p(E)$, $p \geq 2$, нет полноты.

При $p \geq 2$ вопрос решается следующей теоремой:

Теорема 7. Для того, чтобы множество аналитических на E функций было всюду плотным в пространстве $L_p(E)$, $p \geq 2$, необходимо и достаточно, чтобы для любого круга K :

$$\gamma_p(K \cap SE) \geq 2^{\frac{1}{p}} \delta,$$

где $\delta > 0$ радиус круга K .

Заметим, что эта теорема по формулировке близка к теореме А. Г. Витушкина (5) о приближении непрерывных функций аналитическими на нигде не плотных замкнутых множествах в равномерной метрике, если эту теорему сформулировать в следующем эквивалентном виде:

Теорема А. Г. Витушкина. Для того, чтобы на нигде не плотном замкнутом множестве E любую непрерывную на этом множестве функцию было бы возможно равномерно аппроксимировать аналитическими на этом множестве функциями, необходимо и достаточно, чтобы для произвольного круга K

$$\gamma(K \cap E) \geq \delta,$$

где $\delta > 0$ радиус круга K .

В связи с теоремой 7 и теоремой А. Г. Витушкина приведем следующее утверждение.

Теорема 8. Существует такое, нигде не плотное, ограниченное, замкнутое множество E , на котором не все непрерывные функции можно равномерно приближать аналитическими на E функциями, в то время как множество аналитических на E функций всюду плотно в любом пространстве $L_p(E)$, $p \geq 1$.

В конце хочется отметить большое влияние работ С. Н. Мергеляна по вопросам приближения аналитическими функциями при выполнении настоящей работы. При доказательстве теоремы 7 также оказывается очень полезной теорема А. Г. Витушкина о приближении на нигде не плотных замкнутых множествах.

Мне приятно воспользоваться возможностью выразить благодарность академику АН Армянской ССР С. Н. Мергеляну за советы и постоянное внимание к данной работе.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Ս. Հ. ՍԻՆԱՆՅԱՆ

Միջին մակերեսային մոտավորություններ անալիտիկ ֆունկցիաներով և բազմանդամներով

Դիտարկվում են միջին մակերեսային իմաստով բազմանդամներով և սացիոնար ֆունկցիաներով մոտարկման հարցերը Ապագուցվում է, որ կարաթեոդորյան տիպի փակ բազմությունների վրա միջտ հնարավոր է այդ բազմություններին կետերում անա-

լիտիկ և եզրում կամայական (ինտեգրելի) ֆունկցիաները մոտարկել բազմանդամներով: Նույնպիսի արդյունք է ստացվում հարմոնիկ ֆունկցիաները հարմոնիկ բազմանդամներով մոտարկելու հարցում: Բերվում են ռացիոնալ կոտորակներով մոտարկելու բալարար հայտանիշներ: Տրվում է անհրաժեշտ և բալարար պայման ամենուրեք նոսր փակ բազմության վրա, որի դեպքում y անկախ δ ֆունկցիա $L_p(E)$, $p \geq 1$, տարածությունում հնարավոր է մոտարկել այդ բազմության վրա անալիտիկ ֆունկցիաներով:

ЛИТЕРАТУРА — ՉՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Дж. Л. Уолш, Интерполяция и аппроксимация рациональными функциями в комплексной области. Изд. лит. М., 1961. ² А. Н. Маркушевич, Теория аналитических функций, М.—Л., 1950. ³ А. Л. Шагинян, Теория приближения в комплексной области, Ереван, 1960. ⁴ С. Н. Мергелян, Равномерное приближение функций комплексного переменного, УМН, 7:2 (48), 31—122. ⁵ А. Г. Витушкин, ДАН СССР, 128, № 1 (1959), 17—20.

Л. А. Мовсисян

О переходе через собственные резонансные частоты
 цилиндрической оболочки

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 11/V 1962)

1. Рассматривается тонкая ортотропная оболочка, главные направления упругости материала которой совпадают с главными линиями кривизны. За координатные линии берутся линии главных кривизн, а в качестве координатных параметров — отношение длины дуги, образующей к радиусу оболочки (x), и центральный угол, отсчитываемый от некоторой образующей (y). Будем пользоваться теорией пологих оболочек.

Цель работы — определить амплитуды вынужденных колебаний путем сведения их к известной табулированной функции для случая, когда „частота“ возмущающей силы линейная функция времени.

Подобные задачи для систем с одной и со многими степенями свободы рассматривались А. П. Филипповым и Е. Г. Голоскоковым (1, 2).

Принимаются следующие предположения:

а) в уравнениях движения пренебрегаются инерционные члены, соответствующие перемещениям вдоль образующей (u) и по дуге (v) оболочки;

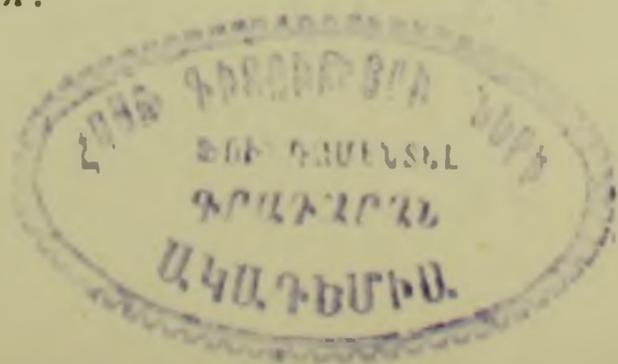
б) затухание в материале оболочки учитывается по „гипотезе вязкого сопротивления“;

в) в соотношениях упругости затухание учитывается в членах с радиальным перемещением (w), так, например,

$$T_1 = \frac{1}{r} \left[c_{11} \frac{\partial u}{\partial x} + c_{12} \frac{\partial v}{\partial y} + c_{12} \left(1 + \mu_{12} \frac{\partial}{\partial t} \right) w \right], \quad (1.1)$$

$$M_1 = - \frac{1}{r^2} \left[D_{11} \left(1 + \mu_{11} \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{12} \left(1 + \mu_{12} \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right],$$

где, кроме известных обозначений (3), приняты t — как время, а μ_{ij} — коэффициенты затухания.



В силу принятых предположений вынужденные колебания элемента оболочки описывается следующим дифференциальным уравнением относительно некоторой потенциальной функции F :

$$\begin{aligned} & \left(K_1 + L_1 \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^8 F}{\partial x^8} + \left(K_2 + L_2 \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^8 F}{\partial x^6 \partial y^2} + \left(K_3 + L_3 \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^8 F}{\partial x^4 \partial y^4} + \\ & + \left(K_4 + L_4 \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^8 F}{\partial x^2 \partial y^6} + \left(K_5 + L_5 \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^8 F}{\partial y^8} + r^2 \left(P_1 + Q_1 \frac{\partial}{\partial t} \right) \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + \\ & + Q_2 r^2 \frac{\partial^5 F}{\partial t \partial x^2 \partial y^2} + r^4 \rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(P_2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + P_3 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \right. \\ & \left. + P_4 \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} \right) = r^4 Z(x, y, t), \end{aligned} \quad (1.2)$$

где

$$\begin{aligned} K_1 &= D_{11} P_2, \quad K_2 = D_{11} P_3 + 2(D_{12} + 2D_{66}) P_2, \\ K_3 &= D_{11} P_4 + D_{22} P_2 + 2(D_{12} + 2D_{66}) P_3, \quad K_4 = D_{22} P_3 + 2(D_{12} + 2D_{66}) P_4, \\ K_5 &= D_{22} P_4, \quad L_1 = \mu_{11} K_1, \quad L_2 = \mu_{11} D_{11} P_3 + 2(D_{12} \mu_{12} + 2D_{66} \mu_{66}) P_2, \\ L_3 &= \mu_{11} D_{22} P_3 + 2(\mu_{12} D_{22} + 2\mu_{66} D_{66}) P_4, \quad L_5 = \mu_{22} K_5, \\ P_1 &= c_{66} (c_{11} c_{22} - c_{12}^2), \quad P_2 = c_{11} c_{66}, \quad P_3 = c_{11} c_{22} - \\ & - c_{12}^2 - 2c_{12} c_{66}, \quad P_4 = c_{22} c_{66}, \quad Q_1 = c_{66} (c_{11} c_{22} \mu_{22} - \\ & - c_{12}^2 \mu_{12}), \quad Q_2 = c_{12} c_{22} c_{66} (\mu_{12} - \mu_{22}), \end{aligned} \quad (1.3)$$

— радиус круга, h — толщина, ρ — плотность материала оболочки.

Рассмотрим замкнутую оболочку с шарнирно-опертыми краями. Ищем решение (1.2) в виде

$$F = \sum_{m, n} f_{mn}(t) \cdot \sin \lambda_m x \cdot \cos ny, \quad \lambda_m = \frac{m\pi r}{l}, \quad (1.4)$$

где l — длина оболочки.

Для определения $f_{mn}(t)$ получим уравнения

$$\frac{d^2 f_{mn}}{dt^2} + \chi_{mn} \frac{df_{mn}}{dt} + \omega_{mn}^2 f_{mn} = z_{mn}, \quad (1.5)$$

где

$$\chi_{mn} = \frac{L_1 \lambda_m^8 + L_2 \lambda_m^6 n^2 + L_3 \lambda_m^4 n^4 + L_4 \lambda_m^2 n^6 + L_5 n^8 + r^2 Q_1 \lambda_m^4 + r^2 Q_2 \lambda_m^2 n^2}{\Delta_{mn}}, \quad (1.6)$$

$$\omega_{mn}^2 = \frac{K_1 \lambda_m^8 + K_2 \lambda_m^6 n^2 + K_3 \lambda_m^4 n^4 + K_4 \lambda_m^2 n^6 + K_5 n^8 + r^2 P_1 \lambda_m^4}{\Delta_{mn}}, \quad (1.7)$$

$$z_{mn} = \frac{2r^5}{\pi l \Delta_{mn}} \int_0^{l/r} \int_0^{2\pi} Z \cdot \sin \lambda_m x \cdot \cos ny \, dx \, dy, \quad (1.8)$$

$$z_{m0} = \frac{r^5}{\pi l \Delta_{m0}} \int_0^{l/r} \int_0^{2\pi} Z \cdot \sin \lambda_m x \, dx \, dy,$$

$$\Delta_{mn} = h\rho r^4 [P_2 \lambda_m^4 + P_3 \lambda_m^2 n^2 + P_4 n^4]. \quad (1.9)$$

Пусть $Z = z(x, y) \cos\left(\frac{\delta t^2}{2} + \varepsilon_0\right)$, тогда из (1.5) будем иметь

$$\frac{d^2 f_{mn}}{dt^2} + z_{mn} \frac{df_{mn}}{dt} + \omega_{mn}^2 f_{mn} = z_{mn}^* \cos\left(\frac{\delta t^2}{2} + \varepsilon_0\right), \quad (1.10)$$

где z_{mn}^* получается из (1.8) заменой Z на z , δ — скорость „частоты“ возмущающей силы, ε_0 — начальная фаза.

Решения (1.10), а также дальнейшие преобразования делаются независимо от индексов mn , поэтому в дальнейшем, когда не надо особо подчеркнуть, индексы будем опускать.

Вместо f удобно пользоваться другой функцией φ , причем $f = \operatorname{Re} \varphi$. Тогда для φ будем иметь (для простоты принимаются нулевые начальные условия)

$$\varphi = \frac{z^*}{k} \int_0^t e^{i\left(\frac{\delta \tau^2}{2} + \varepsilon_0\right)} e^{-\frac{z}{2}(t-\tau)} \sin k(t-\tau) d\tau, \quad (1.11)$$

где $k = \omega^2 - \frac{z^2}{4}$.

(1.11) можно записать в виде

$$\varphi = -\frac{(1+i)z^*}{2k\sqrt{\delta}} \left\{ e^{-\xi^2} \int_{\xi_0}^{\xi} e^{\zeta^2} d\zeta - e^{-\eta^2} \int_{\eta_0}^{\eta} e^{\zeta^2} d\zeta \right\} e^{i\left(\frac{\delta t^2}{2} + \varepsilon_0\right)}, \quad (1.12)$$

где

$$\xi = \frac{1+i}{2\sqrt{\delta}} \left(\delta t - k - i \frac{z}{2} \right), \quad \xi_0 = -\frac{1+i}{2\sqrt{\delta}} \left(k + i \frac{z}{2} \right), \quad (1.13)$$

$$\eta = \frac{1+i}{2\sqrt{\delta}} \left(\delta t + k - i \frac{z}{2} \right), \quad \eta_0 = \frac{1+i}{2\sqrt{\delta}} \left(k - i \frac{z}{2} \right).$$

Обозначая

$$A_{mn}(t) = -\frac{(1+i)z_{mn}^*}{2k_{mn}\sqrt{\delta}} \left\{ e^{-\xi_{mn}^2} \int_{\xi_{mno}}^{\xi_{mn}} e^{\zeta^2} d\zeta - e^{-\eta_{mn}^2} \int_{\eta_{mno}}^{\eta_{mn}} e^{\zeta^2} d\zeta \right\} \quad (1.14)$$

для $f_{mn}(t)$ получим

$$f_{mn}(t) = |A_{mn}(t)| \cos\left(\frac{\delta t^2}{2} + \varepsilon_0 + \varepsilon_{mn}(t)\right), \quad \text{где } \varepsilon_{mn}(t) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} A_{mn}(t)}{\operatorname{Re} A_{mn}(t)}. \quad (1.15)$$

Интегралы в скобках (1.14) выражаются через табулированную функцию ⁽⁴⁾.

Если обозначить ⁽⁴⁾

$$W(\xi) = e^{-\xi^2} \int_0^{\xi} e^{-\zeta^2} d\zeta, \quad (1.16)$$

то для $A(t)$ получим

$$A(t) = -\frac{(1+i)z^*}{2k\sqrt{\delta}} \left\{ W(\xi) - e^{\xi_0^2 - \xi^2} W(\xi_0) - W(\eta) + e^{\eta_0^2 - \eta^2} W(\eta_0) \right\}. \quad (1.17)$$

Обозначим

$$f_{mn}^{(st)} = \frac{z_{mn}^*}{\omega_{mn}^2}. \quad (1.18)$$

Отношение $|A_{mn}(t)|$ к $f_{mn}^{(st)}$ называется динамическим коэффициентом вынужденных колебаний

$$\beta_{mn} = \frac{|A_{mn}(t)|}{f_{mn}^{(st)}}. \quad (1.19)$$

Из (1.4), (1.15) и (1.19) получаем

$$F = \sum_{mn} \beta_{mn} f_{mn}^{(st)} \cdot \sin \lambda_m x \cdot \cos n y \cdot \cos \left(\frac{\partial t^2}{2} + \varepsilon_0 + \varepsilon_{mn}(t) \right). \quad (1.20)$$

Таким образом, расчет амплитуд колебаний цилиндрической оболочки, когда „частота“ возмущающей силы — линейная функция времени сводится к ряду (1.20), где коэффициенты разложения выражаются через коэффициенты разложения той же нагрузки, но при статическом воздействии (1.18), умноженные на коэффициенты увеличения деформации β_{mn} , которые выражаются через табулированную функцию.

Заметим, что если для неупругого сопротивления принять гистерезисную петлю в эллиптической форме (5), то получим (1.20), где только в выражениях β_{mn} входят новые постоянные, и при надлежащем выборе этих постоянных обе гипотезы учета рассеяния энергии дают одни и те же результаты.

2. Пример расчета. В качестве примера рассмотрим стальную оболочку со следующими данными:

$$\sqrt{\frac{E}{\rho}} = 5 \cdot 10^5 \frac{\text{см}}{\text{сек}}, \quad r = 10 \text{ см}, \quad h = 0,2 \text{ см}, \quad l = 10\pi \text{ см}.$$

Из полученных в первом пункте формул легко получить формулы для изотропных оболочек, в частности, частоты определяются следующей формулой:

$$\omega_{mn}^2 = \frac{1}{r^2} \frac{E}{\rho} \left[\frac{h^2}{12r^2(1-\nu^2)} (\lambda_m^2 + n^2)^2 + \frac{\lambda_m^4}{(\lambda_m^2 + n^2)^2} \right]. \quad (2.1)$$

Первые частоты рассматриваемой оболочки следующие:

$$\omega_{13} = 5850 \text{ сек}^{-1}, \quad \omega_{14} = 5950 \text{ сек}^{-1}, \quad \omega_{15} = 8100 \text{ сек}^{-1}. \quad (2.2)$$

Коэффициент затухания принимается для каждой частоты в виде

$$\rho_{ij} = \frac{\psi}{2\pi\omega_{ij}}, \quad (2.3)$$

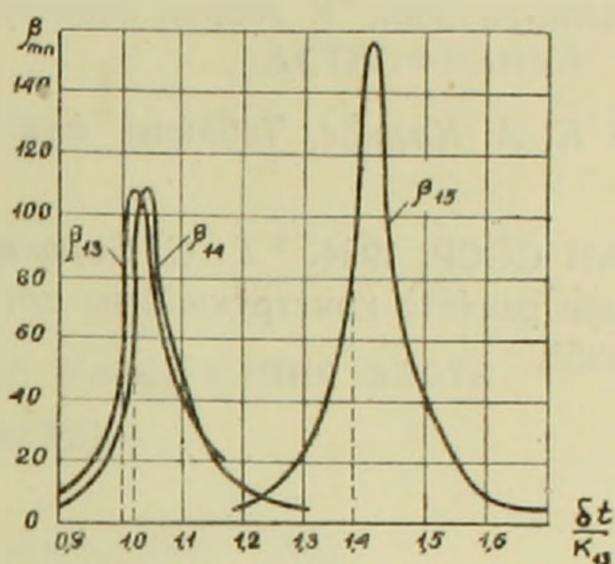
чтобы учесть независимость затухания от скорости деформации. Постоянное ψ — коэффициент поглощения энергии и для стали равен (5) 0,015.

На фиг. 1 приведены значения β_{mn} соответствующие частотам (2.2) для скорости перехода равной 4225 сек^{-2} .

Пунктирными линиями показано время, при котором „частота“ возмущающей силы равна соответственным собственным частотам (2.2).

Анализ полученных результатов показывает, что:

1) чем выше собственная частота, тем больше коэффициент β_{mn} , и в предельном случае, когда ω_{mn} стремится к бесконечности, то β_{mn} стремится к своему пределу, а именно к отношению амплитуды установившихся резонансных колебаний к $f_{mn}^{(st)}$ (для нашего случая это отношение равно приблизительно 419);



Фиг. 1.

2) $f_{mn}(t)$ можно приближенно принять $f_{mn}^{(st)} \cos\left(\frac{\delta t^2}{2} + \varepsilon_0 + \varepsilon_{mn}(t)\right)$

для тех форм, собственные частоты которых находятся вдали от „мгновенной частоты“ возмущающей силы;

3) особо опасны переходы через близкие друг от друга частоты (получается наложение динамических эффектов);

4) для оболочек, в отличие от стержней и пластин, наиболее опасен переход не через основную частоту, а через те верхние частоты, которым соответствуют формы с меньшим числом полуволн в поперечном направлении, чем у основной, так как для таких форм больше и β_{mn} и $f_{mn}^{(st)}$ по сравнению с основной.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Լ. Ա. ՄՈՎՍԻՍՅԱՆ

**Պլանային րադանքի սեփական ռեզոնանսային
հաճախականություններով անցման մասին**

Դիտարկվում է օրթոտրոպ և իզոտրոպ պլանային թաղանթ, երբ նրա վրա ազդող ուժի «հաճախականությունը» ցմային ֆունկցիա է ժամանակից:

Պլանի նյութում տատանումների մարտմը հաշվի է առնվում ըստ «մածուցիկ դիմադրության հիպոթեզի»:

Փրգոզ տատանումների ամպլիտուդի սրոշումը բերվում է հալանի ֆունկցիայի:

ЛИТЕРАТУРА — Т Р У Д У Ы П Р О Ф Е С С О Р О В

¹ А. П. Филиппов, Колебания упругих систем, Изд. АН УССР, 1956. ² А. П. Филиппов, Е. Г. Голоскоков, К вопросу о переходе через резонанс упругих систем, Труды ХПИ им. В. И. Ленина, серия инженерно-физическая, т. XIV, 1958. ³ С. А. Амбарцумян, К теории анизотропных пологих оболочек, ПММ, т. XII, в. 1, 1948.

⁴ К. А. Карпов, Таблицы функций $w(z) = e^{-z^2} \int_0^z e^{x^2} dx$ в комплексной области, Изд.

АН СССР, 1954. ⁵ Е. С. Сорокин, Метод учета неупругого сопротивления материала при расчете конструкций на колебания, Сб. Исследование по динамике сооружений, 1951.

АСТРОФИЗИКА

А. А. Никитин

О приближенной оценке относительного содержания азота
 в планетарных туманностях

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 24/V 1962)

Мультиплеты N III $\bar{\lambda}_2$ 4640 ($2s^2 3p^2 P-2s^2 3d^2 D$), $\bar{\lambda}_1$ 4100 ($2s^2 3s^2 S-2s^2 3p^2 P$) и $\bar{\lambda}_3$ 4379 ($2s^2 4f^2 F-2s^2 5g^2 G$), где $\bar{\lambda}_1$, $\bar{\lambda}_2$, $\bar{\lambda}_3$ —средние длины волн линий, входящих в указанные мультиплеты, весьма интенсивны в спектрах многих планетарных туманностей, особенно туманностей высокого возбуждения (1). Представляет интерес определить относительное содержание азота с помощью указанных выше мультиплетов, считая, что их появление обусловлено главным образом механизмом рекомбинации. Настоящая заметка посвящена этому вопросу. Как известно, количество энергии, излучаемое единицей объема туманности в линиях какого-либо мультиплета, дается выражением

$$E(n - n') = K \frac{b_n n^+ n_e}{T_e^{3/2}} F^*(n - n') h\nu(n - n') \quad (1)$$

$$K = \frac{h^3}{(2\pi m k)^{3/2}} \frac{4\pi^2 e^2}{mc^3} F^*(n - n') = \omega_{n'} \nu_{nn'}^2 f_{n'n} e^{-\frac{\chi_n}{kT_e}}$$

n_e —электронная плотность, n^+ —число ионов N IV в основном состоянии $2s^2 1S_0$; b_n —множитель, определяющий населенность уровня n (n включает всю совокупность квантовых чисел, определяющих уровень) может быть найден из уравнений стационарности для термов $3d^2 D$, $3p^2 P$, $5g^2 G$ (2). Прочие обозначения обычные.

Наблюдаемые интенсивности обычно выражаются в долях интенсивности линии водорода H_β . Ее интенсивность определяется выражением(3):

$$E(U_\beta) = 2,28 \cdot 10^{-19} \frac{n_e^2}{T_e^{3/2}} b_4 e^{a_4}; \quad a_4 = \frac{0,993 \cdot 10^4}{T_e} \quad (2)$$

Как показали расчеты для N III, произведение $b_n F^*(n - n')$ очень слабо изменяется с температурой электронов, поэтому все дальнейшие оценки будут производиться с $b_n F^*(n - n')$, найденными

при $T_e = 10^4$; для большинства рассматриваемых туманностей электронные температуры имеют примерно такой порядок величины.

b_4 — множитель, определяющий интенсивность линии H_β , может быть взят из известных теоретических расчетов или получен из наблюдений. Мы будем пользоваться b_4 , полученными из наблюдений (4). Деля выражение (1) на (2) и производя необходимые подсчеты, получаем следующие выражения:

$$\begin{aligned} \frac{n^+}{n_e} &= 0,077 b_4 e^{a_4} \frac{E(\bar{\lambda}_1)}{E(H_\beta)}; \\ \frac{n^+}{n_e} &= 0,12 b_4 e^{a_4} \frac{E(\bar{\lambda}_2)}{E(H_\beta)}; \\ \frac{n^+}{n_e} &= 1,35 b_4 e^{a_4} \frac{E(\bar{\lambda}_3)}{E(H_\beta)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Расчетные данные и результаты даны в табл. 1 и 2. Величины n_e и T_e взяты из (5). Для расчетов относительных интенсивностей линий с $\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3$ брались данные (1) и исправлялись за покраснение с помощью методов (6) и (7). Оба метода в среднем дают одни и те

Таблица 1

Туманность	n_e	T_e	b_4	$\frac{E(\bar{\lambda}_1)}{E(H_\beta)}$	$\frac{E(\bar{\lambda}_2)}{E(H_\beta)}$	$\frac{E(\bar{\lambda}_3)}{E(H_\beta)}$
NGC 7662	$5,10^4$	$1,310^4$	0,30	0,052	0,062	0,008
• 2440	$4,10^4$	$1,710^4$	0,35	0,126	0,09	0,014
• 7027	$4,10^4$	$1,910^4$	0,35	0,044	0,044	0,005
I C 2165	$2,810^4$	$1,510^4$	0,30	0,038	0,064	—
NGC 6572	$5,10^4$	$1,310^4$	0,26	0,025	0,018	0,003
NGC 7009	$1,510^4$	$1,210^4$	0,25	0,068	0,078	0,011

же результаты. Для расчетов можно также взять другие значения для n_e и T_e , определенные в (3), в этих данных T_e очень близко к 10^4 для ряда туманностей, но, как уже отмечалось выше, окончательные оценки от величин T_e сильно не зависят, и поэтому мы будем основываться только на данных табл. 1.

С помощью формул (3) и табл. 1 получаем нужный нам результат.

Табл. 2 показывает, что величины $\frac{n^+}{n_e}$, определенные по трем мультиплетам, удовлетворительно согласуются между собой. В других работах, из которых наиболее недавняя (8), предпринимались попытки определить относительное содержание азота по интенсивности запрещенных линий; хотя эти результаты по методике расчетов очень приближены, представляет интерес сравнить данные табл. 2 с расчетами других авторов. Расчеты (8) даны в табл. 3.

Значение в скобках для NGC 7027 дано в (9). Сравнение обеих таблиц показывает, что относительное содержание азота, полученное

Таблица 2

Туманн.	$\frac{n^+}{n_e}$			Туманн.	$\frac{n^+}{n_e}$		
	по $\bar{\lambda}_1$	по $\bar{\lambda}_2$	по $\bar{\lambda}_3$		по $\bar{\lambda}_1$	по $\bar{\lambda}_2$	по $\bar{\lambda}_3$
NGC 7662	$2,6 \cdot 10^{-3}$	$4,7 \cdot 10^{-3}$	$6,7 \cdot 10^{-3}$	I C 2165	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$	—
NGC 2440	$6,4 \cdot 10^{-3}$	$6,7 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	NGC 6572	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$
NGC 7027	$2,2 \cdot 10^{-3}$	$3,4 \cdot 10^{-3}$	$4,3 \cdot 10^{-3}$	NGC 2009	$3 \cdot 10^{-3}$	$5,2 \cdot 10^{-3}$	$8,1 \cdot 10^{-3}$

из исследования рекомбинационного спектра, систематически больше той же величины, найденной из запрещенных линий с помощью полуэмпирической диаграммы—относительное содержание против потен-

Таблица 3

Туманн.	$\frac{n}{n_e}$	Туманн.	$\frac{n}{n_e}$	Туманн.	$\frac{n}{n_e}$
NGC 7027	$4,9 \cdot 10^{-4}$ ($8,3 \cdot 10$) ⁻⁴	NGC 6740	10^{-3}	I C 2165	$3 \cdot 10^{-4}$
NGC 7662	$1,4 \cdot 10^{-5}$	NGC 2440	$2,5 \cdot 10^{-3}$	I C 5217	$4,4 \cdot 10^{-5}$

циала ионизации (у нас не учтены другие ионизации N , что еще больше усиливает расхождение). Расчет показывает, что азот, по-видимому, более обилен в планетарных туманностях (особенно высокого возбуждения), чем это считалось ранее. Некоторые другие результаты по этой проблеме будут приведены в последующих публикациях.

Автор благодарит чл.-корр. АН СССР В. В. Соболева за интерес, внимание к работе и ценные советы.

Ленинград, ЛГУ

Ա. Ա. ՆԻԿԻՏԻՆ

Մոլորակաձև միգամածութիւններում ազոտի հարաբերական բաժակի մոտավոր գնահատականի մասին

ՈւՍՍՐ-ի տեսական և եկամբրինացիոն սպեկտրը համեմատված է դիտված սպեկտրի հետ և այդ համեմատութիւննից ստացված է որոշ մոլորակաձև միգամածութիւնների թաղանթներում ազոտի տոկոսային պարունակութիւն մոտավոր գնահատականը: Ստացված մեծութիւնը միջին հաշվով ավելի բարձր է, քան արդելված գծերով ստացված նույն մեծութիւննից:

ЛИТЕРАТУРА — ЧИТАТЕЛЬСТВО

¹ А. Вийзе, *Ар. Ж.*, v. 95 № 3, 1942. ² А. А. Никитин, *Вестник ЛГУ* (в печати) 1962. ³ Сб. *Физические процессы в газовых туманностях*, Изд. И. Л. 1948, стр. 118, 127, 191. ⁴ В. Лиллер и Л. Аллер, *Ар. Ж.*, v. 120, № 1, 1954. ⁵ М. Симон, *М. Н.*, v. 115, № 3, 1955. ⁶ Л. Берман, *М. Н.* v. 96, 890, 1936. ⁷ А. Уитфорд, *Ар. Ж.* v. 107, № 1, 1948. ⁸ Л. Аллер, *Ар. Ж.* v. 125, № 1, 1957. ⁹ М. Симон, *Report on Progress in Physics*, v. 23, 313, 1960

ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

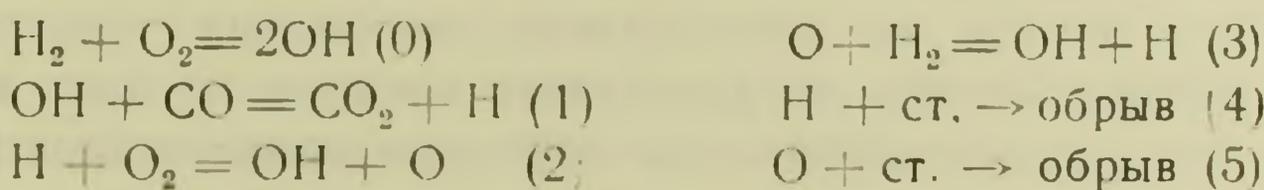
В. В. Азатян, Л. А. Акопян и А. Б. Налбандян, чл.-корр. АН Армянской ССР

Обнаружение свободных атомов водорода, кислорода и дейтерия
 в разреженных пламенах окиси углерода методом
 электронного парамагнитного резонанса*

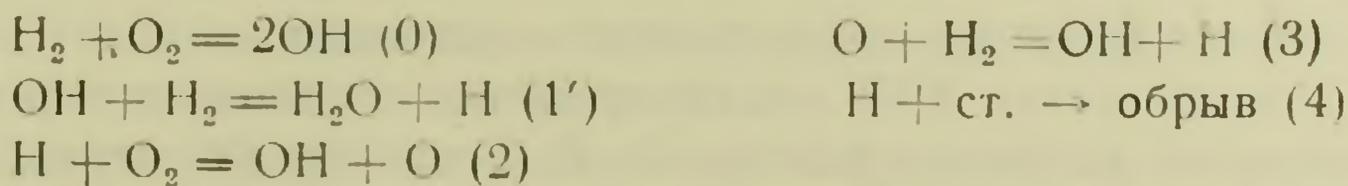
(Представлено 27/VI 1962)

Благодаря работам Р. Норриша с сотрудниками (1), В. Н. Кондратьева с сотрудниками (2), а также нашей лаборатории (3) механизм горения окиси углерода в присутствии малых добавок водорода, паров воды или других доноров водорода вблизи нижнего предела воспламенения смесей CO с O₂ можно считать в основном установленным.

Механизм реакции в случае небольших добавок молекулярного водорода может быть представлен совокупностью следующих элементарных процессов:



Сопоставление приведенной схемы горения окиси углерода со схемой горения водорода



показывает, что первая отличается от второй: а) реакцией (1), в которой радикал OH реагирует с CO с образованием CO₂ и H (вместо OH + H₂ = H₂O + H) и б) учетом в ней реакции (5) — рекомбинации атомов кислорода на поверхности сосуда.

В водородно-кислородных смесях, близких к стехиометрической, концентрации атомов кислорода и радикалов OH намного меньше атомов H, так как константа скорости реакции (2) намного меньше констант скоростей реакции (3) и (1') (OH + H₂ = H₂O + H). В связи с этим, как показывает анализ, в схеме окисления водорода можно пре-

* Работа доложена на общем собрании Отделения технических наук АН Армянской ССР 21 марта 1962 г.

небредь гибелью атомов О и радикалов ОН на стенках реакционного сосуда. При горении окиси углерода, катализированного небольшими добавками различных веществ доноров водорода, реакция (3) превращается в такую же лимитирующую реакцию, как и реакция (2). Реакция разветвления $\text{H} + \text{O}_2 = \text{OH} + \text{O}$ может реализоваться лишь при наличии реакции (3), скорость которой из-за малой концентрации донора водорода уменьшается и становится соизмеримой со скоростью реакции (2). В результате этого концентрация атомов О становится соизмеримой с концентрацией атомов Н. Поэтому в схеме окисления СО следует наряду с гибелью атомов Н учесть также гибель атомов О на поверхности, что и сделано введением реакции (5). Концентрация радикалов ОН в этих пламенах также, как в реакции окисления H_2 , намного меньше (Н) и (О), поскольку константа скорости реакции (1) больше константы скорости (3) и намного больше константы скорости реакции 2 ($^{4-7}$), а $(\text{CO}) \gg (\text{H}_2)$.

Большие концентрации гидроксила в разряженном пламени влажной смеси окиси углерода с кислородом были впервые обнаружены методом спектров поглощения В. Н. Кондратьевым с сотрудниками (2,7) и Л. И. Авраменко (8). Обнаруженные концентрации гидроксила в десятки тысяч раз превышали равновесную. Е. И. Кондратьева и В. Н. Кондратьев (9), используя метод термоэлектрического зонда, по теплоте рекомбинации обнаружили огромные концентрации свободных атомов и радикалов, значительно превышающие равновесную. Измеренные таким образом концентрации превосходили также концентрацию гидроксильных радикалов.

Прямых опытов по обнаружению свободных атомов Н и О в пламени окиси углерода до последнего времени не было проведено. Недавно нам удалось обнаружить огромные концентрации свободных атомов водорода и кислорода в пламени смесей окиси углерода с кислородом, содержащих малые добавки водорода (10,11) и атомов водорода в пламени влажных смесей окиси углерода с кислородом (12), методом электронного парамагнитного резонанса.

Впервые метод ЭПР для обнаружения атомов водорода в пламени водорода был успешно применен В. В. Воеводским с сотрудниками (13).

В настоящей работе описываются результаты опытов по обнаружению свободных атомов водорода, кислорода и дейтерия в разряженном пламени окиси углерода, катализированного небольшими добавками метана и молекулярного дейтерия.

Методика работы в основном та же, что и в работе (13). Для получения пламени при возможно низких давлениях, что обусловлено малой эффективностью гибели носителей цепи на стенках реакционного сосуда, кварцевая трубка была последовательно промыта плавиковой кислотой, водой и раствором тетрабората калия. С целью еще большей обработки стенок сосуд в течение длительного времени подвергался воздействию пламени $2\text{CO} + \text{O}_2 + (5-7\%) \text{H}_2$, возникающего в нагретом до $600-650^\circ\text{C}$ реакционном сосуде при пропускании

через него струи реагирующих газов. После такой обработки удалось снизить нижний предел самовоспламенения в трубках с внутренним диаметром 7—9 мм до 1,5—2,0 мм рт. ст. при относительно больших скоростях струи. Это позволило нам получить в пламени окиси углерода в присутствии молекулярного водорода линии спектра атомарного кислорода, обусловленные 3P_1 состоянием (фиг. 1). Полученный нами спектр идентичен со спектром, приводимым Улти⁽¹⁴⁾ для атомов кислорода, полученных из разряда. Улти также наблюдал сливание линий в спектре при повышении давления вследствие уширения.

Рассматривая механизм горения окиси углерода, мы видели, что роль доноров водорода в горючей смеси заключается в том, что благодаря реакции (3): $O + RH = OH + R$ (где R может быть H, OH, CH_3 , C_2H_5 и т. д.) реализуется результат процесса разветвления цепи: (2) $H + O_2 = OH + O$. Такими донорами водорода могут быть не только молекулы водорода, но и многие соединения, молекулы которых содержат в своем составе водород. В одной из работ нашей лаборатории было показано, что небольшие добавки метана к смеси $2CO + O_2$ (менее 1%) снижают нижний предел „чистой смеси“ окиси углерода с кислородом.

Действие малых добавок метана на нижний предел самовоспламенения $CO + O_2$ очевидно связано с реакцией $O + CH_4 = OH + CH_3$, реализующей реакцию разветвления (2). Таким образом, и в случае добавок метана к смеси CO и O_2 в пламени должны находиться большие концентрации атомов H и O.

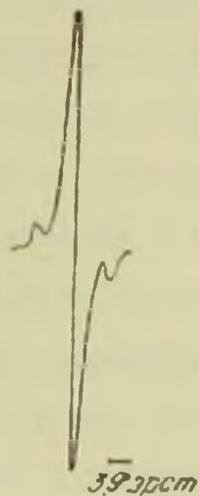
Опыты проводились со стехиометрической смесью CO и O_2 , с различными добавками метана. Объемная скорость струи поддерживалась равной $20 \text{ см}^3/\text{мин}$, что соответствовало в условиях пламени линейной скорости потока 2,9 м/сек. Опыты проводились при $T = 650^\circ\text{C}$ и $p = 6 \text{ мм рт. ст.}$

В этих условиях нами были зарегистрированы сигналы ЭПР как атомов водорода, так и атомов кислорода.

Зависимости (H), (O) от содержания CH_4 приведены в таблице 1.

Таблица 1

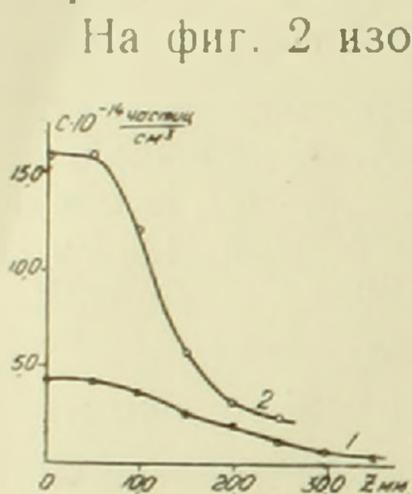
% CH_4	(H)	(O)	Отношение $\frac{(O)}{(H)}$
	$\frac{\text{частиц} \cdot 10^{-14}}{\text{см}^3}$	$\frac{\text{частиц} \cdot 10^{-14}}{\text{см}^3}$	
0,28	0,35	10,5	30,1
0,52	0,63	9,3	14,7
0,62	0,82	8,2	10,0
1,18	1,21	5,7	4,7
1,59	1,78	3,4	1,9
2,60	2,62	2,2	0,83
3,89	3,18	1,1	0,34



Фиг. 1. Спектр атомарного кислорода в смеси $2CO + O_2 + 4,5\% H_2$ при давлении 1,5 мм рт. ст.

Как видно из таблицы, в исследованном интервале концентраций с увеличением содержания метана концентрация Н увеличивается, а концентрация О уменьшается. В хорошем согласии с рассмотренной схемой горения СО, в присутствии небольших добавок метана концентрация атомов О не только может быть близкой к концентрации Н, но и в некоторых условиях может заметно превысить её. Это означает, что пламя может служить селективным источником атомарного кислорода. Это обстоятельство мы надеемся в дальнейшем использовать для количественных исследований методом ЭПР скоростей взаимодействия атомов кислорода с различными веществами.

Следует отметить, что определенные нами концентрации атомов не полностью отражают истинные, возникающие в самом пламени, поскольку измерения проводились на 8–10 мм ниже печи. С этой точки зрения представляло интерес определить, как изменяются концентрации атомов Н и О с расстоянием.



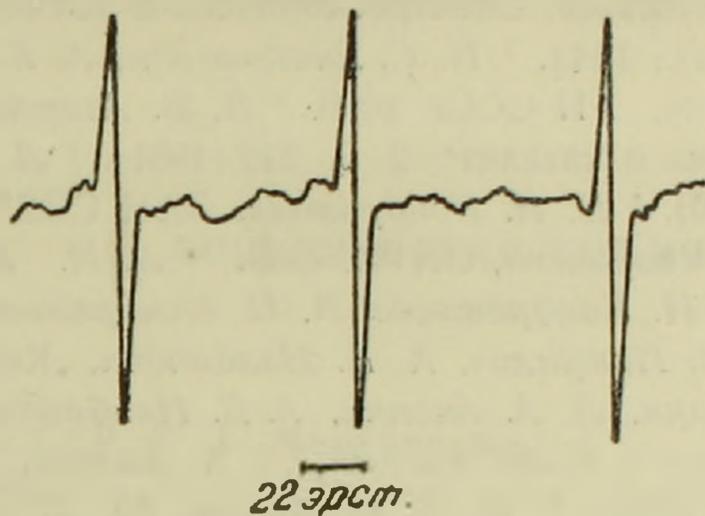
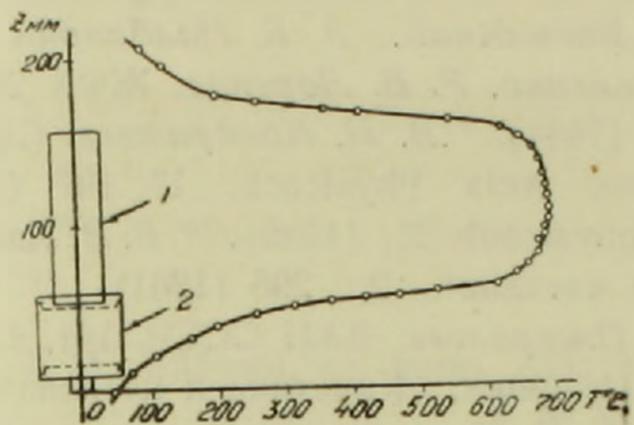
Фиг. 2. Зависимость концентраций атомов Н (кривая 1) и О (кривая 2) от расстояния от нижнего конца печи.

Однако уменьшение атомов Н происходит медленнее, чем атомов О. Это, очевидно, связано как с лучшей рекомбинацией атомов О на поверхности, так и с тем, что реакция (3) вне пламени протекает быстрее, чем (2). Независимое измерение эффективности рекомбинации атомов кислорода и водорода (15) показали, что атомы кислорода рекомбинируют на тетраборате калия быстрее, чем атомы водорода.

Для измерения температуры пламени и ее распределения по центру трубки был помещен тонкостенный капилляр со свободно перемещающейся внутри термопарой. Измерения проводились как со смесями, содержащими метан, так со смесями, содержащими молекулярный водород. На фиг. 3 приведена одна из кривых распределения температуры вдоль трубки. Для наглядности на оси ординат схематически изображены печка и резонатор. Как видно из фиг. 3, еще на расстоянии 10 мм от конца печи температура превышает 300°C. Одновременно измерялась температура между печью и реакционной трубкой в различных точках вдоль печи. Эти измерения показали, что максимальный разогрев при обычных давлениях эксперимента не превышает 8°.

Очевидно, что при замене молекулярного водорода или метана молекулярным дейтерием в качестве добавки к смеси углерода с ки-

слородом в пламени должны образоваться атомы дейтерия. Действительно, в пламени окиси углерода при малых добавках молекулярного дейтерия нами был зарегистрирован сигнал атомарного дейтерия



Фиг. 3. Распределение температуры вдоль реакционной трубки; 1—печь. 2—резонатор.

Фиг. 4. Спектр атомарного дейтерия.

с g фактором, равным 2, и состоящим из трех компонент, обусловленных сверхтонким расщеплением (фиг. 4).

При одинаковых условиях опыта концентрации атомов водорода и дейтерия практически равны.

Институт химической физики
Академии наук СССР

Վ. Վ. ՍՁԱՏՅԱՆ, Լ. Ա. ՀԱԿՈՒՅԱՆ ԵՎ Ա. Բ. ՆԱԼԲԱՆԴՅԱՆ

Ջրածնի, քրվածնի և դեյտերիումի ազատ ատոմների հայտնաբերումը ածխածնի օքսիդի նուր բոցում էլեկտրոնային պարամագնիսական ռեզոնանսի մեթոդով

Մինչև մի քանի տոկոս մեթան պարունակող ածխածնի օքսիդի ու թթվածնի ստեխիոմետրիկ խառնուրդի բոցում էլեկտրոնային պարամագնիսական ռեզոնանսի մեթոդով հայտնաբերված են ջրածնի ու թթվածնի ազատ ատոմներ: Նախնական խառնուրդում մեթանի կոնցենտրացիայի՝ 0,28-ից մինչև 3,89% փոխվելու հետ ջրածնի ատոմների կոնցենտրացիան աճում է $0,35 \cdot 10^{14}$ -ից մինչև $3,18 \cdot 10^{14}$ մասնիկ/սմ³, իսկ թթվածնի ատոմների կոնցենտրացիան նվազում է $10,5 \cdot 10^{14}$ -ից մինչև $1,1 \cdot 10^{14}$ մասնիկ/սմ³:

Ածխածնի օքսիդի օքսիդացման մեխանիզմի հիման վրա բացատրվում են ատոմար ջրածնի ու թթվածնի գոյությունը բոցում և դրանց կոնցենտրացիաների հարաբերությունը:

4,5% մոլեկուլյար ջրածին պարունակող ածխածնի օքսիդի ու թթվածնի խառնուրդի բոցում ստացված են ատոմար թթվածնի սպեկտրի 3p₁ վիճակով պայմանավորված դժերը:

Փոքր քանակներով մոլեկուլյար դեյտերիում պարունակող խառնուրդի բոցում հայտնաբերված է ատոմար դեյտերիում:

Ուսումնասիրված է ջերմաստիճանի բաշխումն ըստ ռեակցիոն խողովակի երկայնքի: Ցույց է տրված, որ ռեակցիայի ընթացքում անջատված ջերմությունը գործնականորեն չի ազդում ջերմաստիճանի վրա:

ЛИТЕРАТУРА — ЦИЦИЦЬ П Р Ф З П Р Ъ

- ¹ E. N. Буючлер, P. G. В. Норриш, Proc. Roy. Soc. 197, 318 (1938). ² В. Н. Кондратьев, Спектроскопическое изучение химических реакций, Изд-во АН СССР. М.—Л., 1944. ³ Н. С. Ениколопян, А. Б. Налбандян, Кинетика цепных реакций окисления, АН СССР 1950. ⁴ В. В. Азатян, В. В. Воеводский, А. Б. Налбандян, „Кинетика и катализ“, 2, 3, 340 (1961). ⁵ Л. И. Авраменко, P. В. Лоренцо, ЖФХ 24, 207 (1950). ⁶ В. Н. Кондратьев, ДАН СССР, 44, 21 (1944). ⁷ В. Н. Кондратьев, Свободный гидроксил, ОНТИ, 1939. ⁸ Л. И. Авраменко, Acta Physicoch. 17, 197 (1942). ⁹ Е. И. Кондратьева, В. Н. Кондратьев, Acta physicoch 21, (1946). ¹⁰ В. В. Азатян, В. Н. Панфилов, А. Б. Налбандян, „Кинетика и катализ“, 2, 295 (1961). ¹¹ В. В. Азатян, Л. А. Акопян, А. Б. Налбандян Б. В. Ожерельев, ДАН СССР, 141, 1, 129 (1961). ¹² В. В. Азатян, Л. А. Акопян, А. Б. Налбандян, „Кинетика и катализ“, 2, 6, 940 (1961). ¹³ В. Н. Панфилов, Ю. Д. Цветков, В. В. Воеводский, „Кинетика и катализ“, 1, 2, 333 (1960). ¹⁴ К. И. Улти, J. Phys. Chem., 64, 12, 1273 (1960). ¹⁵ Н. И. Горбань, В. В. Азатян, А. Б. Налбандян. ДАН СССР (1961).

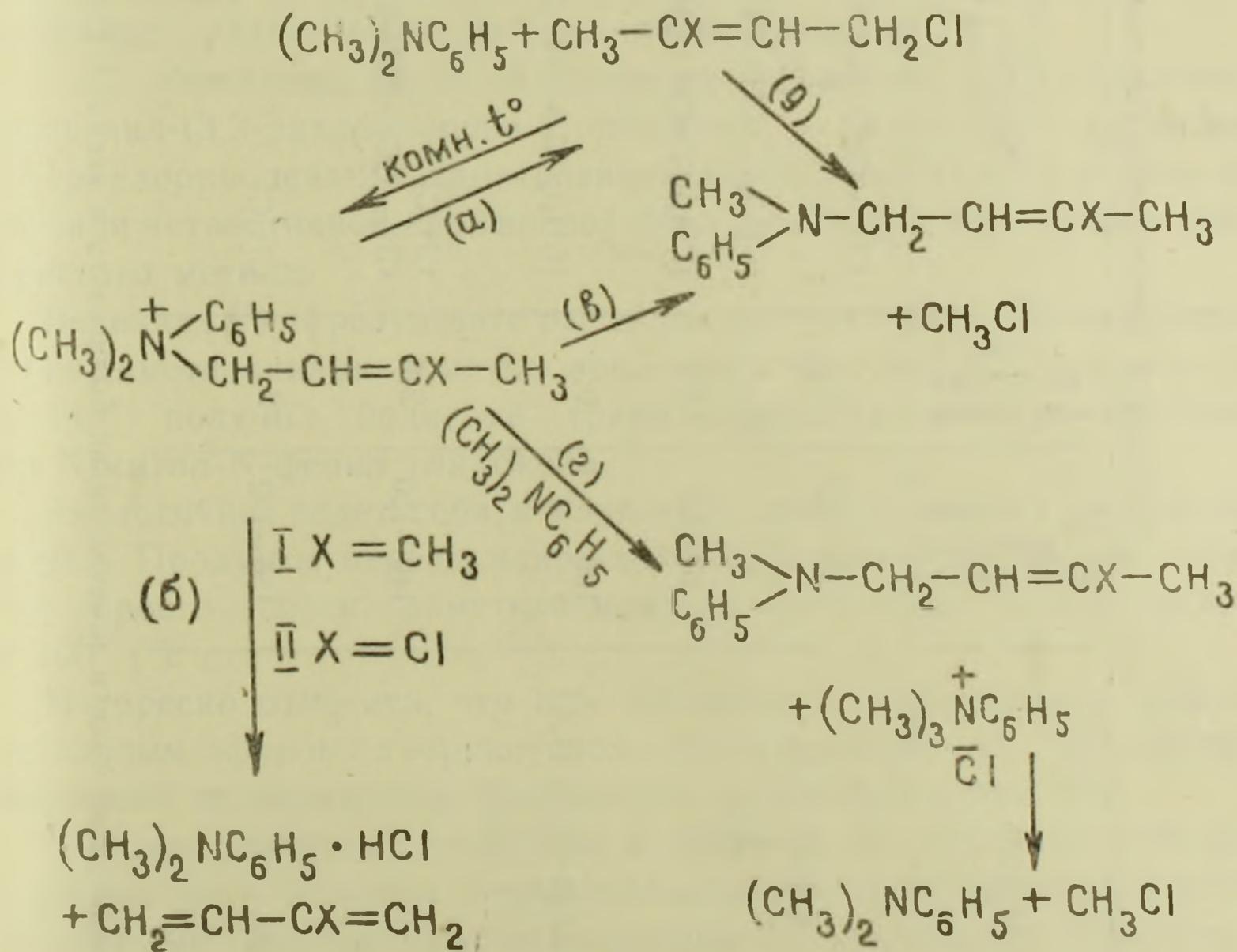
ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. Т. Бабаян, чл.-корр. АН Армянской ССР, Г. Т. Мартиросян
 и Д. В. Григорян

Взаимодействие галоидных алкилов дамтиланилином

(Представлено 30/V 1962)

Термическое расщепление четвертичных аммониевых солей I и II может протекать по следующим направлениям:



Было показано, что расщепление названных солей при 100—120° в качестве безазотистых продуктов реакции в первом случае (γ равное метилу) получают изопрен (б) и 1-хлор-3-метилбутен-2 (а), а во втором (γ равное хлору)—только 1,3-дихлорбутен-2 (а). Для получения изопрена нет необходимости в предварительном изготовлении соли I, ее можно заменить эквимолекулярной смесью диметиланилина и 1-хлор-3-метилбутена-2 (1,2).

Дальнейшие исследования показали, что молярное соотношение продуктов расщепления соли I по схемам (а) и (б) зависит от темпе-

Таблица 1

Результаты термического расщепления

№№ п/п	Исходная соль	Темп. реакционной смеси в °С	Продолжительность в часах	Безазотистые продукты реакции (выход в %)	Азотсодержащие продукты реакции (выход в %)
1	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \diagup \text{N}^+ \text{C}_6\text{H}_5 \\ \text{CH}_3 \diagdown \text{Cl}^- \\ \text{CH}_2-\text{CH}=\text{C}-\text{CH}_3 \\ \\ \text{CH}_3 \end{array}$	110—120	1	$\text{CH}_2=\text{CH}-\underset{\text{CH}_3}{\text{C}}=\text{CH}_2 \quad (70)$	$(\text{CH}_3)_2\text{N}-\text{C}_6\text{H}_5 \quad (80)$
2	.	50—60	0,1	$(\text{CH}_3)_2\text{C}=\underset{\text{CH}_3}{\text{CH}}-\text{CH}_2\text{Cl} \quad (10)$	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ \text{C}_6\text{H}_5 \end{array} \text{N}-\text{CH}_2-\text{CH}=\underset{\text{CH}_3}{\text{C}}-\text{CH}_3 \quad (10)$
3	.	100	0,5	$(\text{CH}_3)_2\text{C}=\text{CH}-\text{CH}_2\text{Cl} \quad (50)$	$(\text{CH}_3)_2\text{N}-\text{C}_6\text{H}_5 \quad (50)$
4	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \diagup \text{N}^+ \text{C}_6\text{H}_5 \\ \text{CH}_3 \diagdown \text{Cl}^- \\ \text{CH}_2-\text{CH}=\text{C}-\text{CH}_3 \\ \\ \text{CH}_3 \end{array}$	140—150	2,5	$(\text{CH}_3)_2\text{CCl}=\text{CH}-\text{CH}_2\text{Cl} \quad (80,5)$	$(\text{CH}_3)_2\text{N}-\text{C}_6\text{H}_5 \quad (77,5)$
5*	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \diagup \text{N}^+ \text{C}_6\text{H}_5 \\ \text{CH}_3 \diagdown \text{Cl}^- \\ \text{CH}_2-\text{CH}=\text{C}-\text{CH}_3 \\ \\ \text{CH}_3 \end{array} + \begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ \text{CH}_3 \end{array} \text{N}-\text{C}_6\text{H}_5$	156—192	2	$\text{CH}_3\text{Cl} \quad (51,5)$	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ \text{C}_6\text{H}_5 \end{array} \text{N}-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CCl}-\text{CH}_3 \quad (11)$
				$\text{CH}_3-\text{CCl}=\text{CH}-\text{CH}_2\text{Cl} \quad (40)$	$(\text{CH}_3)_2\text{N}-\text{C}_6\text{H}_5 \quad (47,3)$
				$\text{CH}_3\text{Cl} \quad (90)$	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ \text{C}_6\text{H}_5 \end{array} \text{N}-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CCl}-\text{CH}_3 \quad (46)$
					$\text{C}_6\text{H}_5-\text{N}(\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CCl}-\text{CH}_3) \quad (3)$
					$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ \text{C}_6\text{H}_5 \end{array} \text{N}-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CCl}-\text{CH}_3 \quad (89,3)$

*) Четвертичная аммониевая соль и диметиланилин были взяты в эквимолекулярных количествах.

ратурных условий реакции. С понижением температуры реакции увеличивается реакция (а) и, наоборот, с повышением температуры увеличивается доля реакции (б). Так, например, расщепление соли I имеет место уже при 60—65° (табл. 1, опыт 2), однако протекает оно исключительно по схеме (а), изопрена совершенно не образуется.

Можно было ожидать получения аналогичной картины и для соли II, т. е. образование хлоропрена при высокой температуре реакции расщепления. Однако, как это видно из полученных данных (табл. 1, опыт 4), вместо хлоропрена при температуре 140—150° получается хлористый метил наряду с метилфенил(3-хлорбутен-2-ил)амином с высокими выходами. То же наблюдается и при нагревании просто смеси 1,3-дихлорбутена-2 с диметиланилином (табл. 2, опыты 1—5). Следовательно, имеет место реакция по (в) или (г).

Ранее одним из нас совместно с Н. П. Гамбарян и Ниной Гамбарян⁽³⁾ было показано, что при нагревании хлористого диметилди-(3-хлорбутен-2-ил)аммония с диметиланилином происходит реакция переалкилирования последнего с образованием метилфенил-(3-хлорбутен-2-ил)-амина и хлористого триметил-(3-хлорбутен-2-ил)-аммония. Эти данные говорят в пользу реакции по схеме (г).

Р. Х. Фрейдлина и Н. А. Семенов⁽⁴⁾ считают, что образование метилфенил-(3,3-дихлорпропен-2-ил)-амина в результате нагревания 1,1,2-трихлорпропена-2 с диметиланилином протекает через стадию образования четвертичной аммониевой соли с последующим отщеплением хлористого метила.

Ведекин⁽⁵⁾ в результате расщепления четвертичной аммониевой соли из диметиланилина и метилового эфира йодуксусной кислоты при 125—140° получил йодистый триметилфениламмоний и метиловый эфир N-метил-N-фенил гликокола.

Аналогично ведет себя и йодистый диметилфенил (цинаметил) аммоний. Продукты переалкилирования образуются также при нагревании просто смеси диметиланилина и бром- или йод-ацетофенона при 100°⁽⁶⁾.

Интересно отметить, что при проведении аналогичной реакции с метиловым эфиром хлоруксусной кислоты хлористый триметилфениламмоний не образуется. Выделяется хлористый метил⁽⁷⁾.

Высокие выходы продуктов и простота эксперимента побудили нас осуществить реакцию переалкилирования диметиланилина также и хлористыми 3-хлор-5-метоксипентеном-2, кротилом и бензилом, а также бромистыми аллилом и бутилом, результаты приведены в табл. 2.

Таким образом, для реакции переалкилирования диметиланилина нет необходимости в предварительном изготовлении четвертичной аммониевой соли⁽⁸⁾, вполне достаточно нагревание диметиланилина с соответствующим галондным алкилом.

Таблица 2

Результаты переалкилирования диметиланилина взаимодействием с галоидными алкилами

№ п/п	Исходный галоидный алкил	Молярн. соотнош. амина и галоидалкила	Темп. реакции в °С	Продолж. в часах	Продукты реакции (выход в %)	Выход CH_3 гал. в %
1	2	3	4	5	6	7
1	$\text{CH}_3-\text{CCl}=\text{CH}-\text{CH}_2\text{Cl}$	1:1	119	12	$\begin{matrix} \text{CH}_3 \\ \text{C}_6\text{H}_5 \end{matrix} \text{N}-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CCl}-\text{CH}_3$ (46,9)	(52,6)
2	.	1:1	160-193	5	$\begin{matrix} \text{CH}_3 \\ \text{C}_6\text{H}_5 \end{matrix} \text{N}-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CCl}-\text{CH}_3$ (76) $\text{C}_6\text{H}_5-\text{N}(\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CCl}-\text{CH}_3)_2$ (7,5)	(98)
3	.	2:1	160-193	2	$\begin{matrix} \text{CH}_3 \\ \text{C}_6\text{H}_5 \end{matrix} \text{N}-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CCl}-\text{CH}_3$ (90)	(93)
4	.	3:1	160-192	1,2	$\begin{matrix} \text{CH}_3 \\ \text{C}_6\text{H}_5 \end{matrix} \text{N}-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CCl}-\text{CH}_3$ (86)	(91)
5	.	1:3	130-140	9	$\begin{matrix} \text{CH}_3 \\ \text{C}_6\text{H}_5 \end{matrix} \text{NCH}_2-\text{CH}=\text{CCl}-\text{CH}_3$ (71) $\text{C}_6\text{H}_5-\text{N}(\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CCl}-\text{CH}_3)_2$ (12)	(109)

1	2	3	4	5	6	7
6	$\text{CH}_2=\text{CH}-\text{CH}=\text{CH}-\text{CH}_2\text{Cl}$	2:1	100-190	8	$\begin{array}{l} \text{CH}_3 \\ \text{C}_6\text{H}_5 \end{array} \text{N}-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CH}-\text{CH}_3$ (70)	(83)
7	$\text{CH}_2=\text{CH}-\text{CH}_2\text{Br}$	2:1	100-190	1,75	$\begin{array}{l} \text{CH}_3 \\ \text{C}_6\text{H}_5 \end{array} \text{N}-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CH}_2$ (80)	(93)
8	$\text{C}_6\text{H}_5\text{CH}_2\text{Cl}$	2:1	190	2	$\begin{array}{l} \text{CH}_3 \\ \text{C}_6\text{H}_5 \end{array} \text{N}-\text{CH}_2-\text{C}_6\text{H}_5$ (72)	(95)
9	$\text{CH}_3\text{OCH}_2-\text{CH}_2-\text{CCl}=\text{CH}-\text{CH}_2\text{Cl}$	2:1	190-195	1,5	$\begin{array}{l} \text{CH}_3 \\ \text{C}_6\text{H}_5 \end{array} \text{N}-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CCl}-\text{CH}_2-\text{CH}_2\text{OCH}_3$ (67)	(90)
10	$\text{CH}_3-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{CH}_2\text{Br}$	2:1	110-190	10	$\begin{array}{l} \text{CH}_3 \\ \text{C}_6\text{H}_5 \end{array} \text{N}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{CH}_3$ (86)	(96)

Реакция эта может служить препаративным методом получения смешанных диалкиланилинов.

Институт органической химии
Академии наук Армянской ССР

Ա. Թ. ԲԱԲԱՅԱՆ, Գ. Թ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ ԵՎ Զ. Վ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ

Դիմեթիլանիլինի փոխազդեցությունը ալկիլհալոգենների հետ

Ցույց է տրվել, որ 1 ադի թերմիկ ճեղքման ժամանակ ստացվող իզոպրենի և 1-բլոր-3-մեթիլ-բութեն-2-ի բանակական հարաբերությունը կախված է ուսուցիչի պայմաններից: Այսպես օրինակ՝ այդ ադի ճեղքումը տեղի ունի արդեն 60—65°, բնդ որում այդ պայմաններում իզոպրեն բոլորովին չի գոյանում, ստացվում է միայն 1-բլոր-3-մեթիլբութեն-2: Իզոպրեն ստացվում է 100—105 և ավելի բարձր ջերմաստիճանում, ինչպես 1 ադից, այնպես էլ ուղղակի 1-բլոր-3-մեթիլբութեն-2-ի և դիմեթիլանիլինի խառնուրդից:

Հետաքրքիր էր պարզել նաև բլորոպրենի ստացման հնարավորությունը բարձր ջերմաստիճանային պայմաններում 1,3-դիբլորբութեն-2-ի և դիմեթիլանիլինի փոխներգործությունից: Ինչպես երևում է աղյուսակներում բերված տվյալներից այդ պայմաններում ուսուցիչի արդյունքը լինում է մեթիլբլորիդ և մեթիլֆենիլ-(3-բլորբութեն-2-ի)-ամին, այսինքն տեղի է ունենում դիմեթիլանիլինի վերալկիլացում (3), բլորոպրեն բոլորովին չի ստացվում: Ռեակցիոն պրոդուկտների բարձր ելքերը դրդեցին ուսումնասիրել այդ ուսուցիչի նաև այլ ալկիլհալոգենների հետ: Ստացված արդյունքները բերված են 2 աղյուսակում:

Այսպիսով, դիմեթիլանիլինի վերալկիլացման համար բոլորովին անհրաժեշտ չի նախորդ սինթեզել շորրորդային ամոնյակային ադի: Բավական է տարացնել դիմեթիլանիլինը համապատասխան ալկիլհալոգենի հետ: Այս ուսուցիչի կարող է ծառայել որպես №, № -դիալկիլ արոմատիկ ամինների ստացման հարմար եղանակ:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ А. Т. Бабаян, Г. Т. Мартиросян, ДАН АрмССР, 30, 271 (1960). ² А. Т. Бабаян, Г. Т. Мартиросян, ЖОХ, 31, 819 (1961): ³ А. Т. Бабаян, Н. П. Гамбарян, Нина Гамбарян ДАН АрмССР т. XVII, № 2, 39 (1953). ⁴ Р. Х. Фрейдлина и Н. А. Семенов, Изв. АН СССР, № 4, 466 (1957). ⁵ Е. Ведекинд, В. 35, 766 (1902). ⁶ Дж. Браун, В. 41, 2134 (1908). ⁷ Г. Зилберштейн, В. 17, 2660 (1884).

СТРАТИГРАФИЯ

А. А. Габриелян, чл.-корр. АН Армянской ССР,
 С. М. Григорян и Н. А. Саакян

Новые данные о возрасте слоев с *Variamussium fallax*
 Korobkov и *Pecten arcuatus* Brocchi

(Представлено 9/V 1962)

В последние годы вопрос возраста отложений, содержащих *Variamussium fallax* Korobkov и *Pecten arcuatus* Brocchi, является предметом оживленной дискуссии. Одни исследователи считают их олигоценовыми, а другие — верхнеэоценовыми. А. А. Габриелян в 1949 году на основании изучения фауны нуммулитов и моллюсков пришел к выводу об олигоценовом возрасте слоев с *V. fallax* и *P. arcuatus* в Армении, при этом в разрезах нижнеолигоценовых отложений Ереванского прогиба и басс. р. Веди он выделял зону *V. fallax* в основании олигоцена, а выше — горизонт с *P. arcuatus* (1).

Нижнеолигоценый возраст указанных горизонтов обосновывался тем, что их отложения содержат олигоценовую нуммулитовую фауну (*Nummulites vascus* J. et Leym., *N. intermedius* d'Arch.) и составляют с вышележащими заведомо олигоценовыми (слои с *Megatilotus crassatinus* Lam., *Potamides plicatus* Brug., *Pectunculus obovatus* Lam.) единый формационный комплекс, который местами согласно, а местами трансгрессивно налегает на фаунистически хорошо охарактеризованные слои верхнего эоцена.

Устанавливая нижнеолигоценый возраст слоев с *V. fallax* в Армении, А. А. Габриелян не оспаривал мнения тех исследователей, которые относят зону *V. fallax* на Северном Кавказе к верхам эоцена.

Подобное вертикальное распространение вида *V. fallax* в разных частях Крымско-Кавказской геосинклинальной области (в верхнем эоцене на Северном Кавказе и в нижнем олигоцене Армении) он поставил в прямую связь с изменением палеогеографической обстановки и, в частности, с климатическими условиями бассейнов на рубеже эоцена и олигоцена.

На Северном Кавказе в конце эоцена и в начале олигоцена в связи с преолигоценовыми горообразовательными движениями, происходившими по всей средиземноморской геосинклинальной области, тропические климатические условия сменяются бореальными, вследствие чего происходит миграция многих теплолюбивых форм (вариамусси-

умы, кораллы и др.) к югу—в южное Закавказье, где тропические климатические условия продолжают существовать и в олигоценовое время.

В дальнейшем П. М. Асланян на основании монографической обработки фауны моллюсков верхнеэоценовых и олигоценовых отложений юго-западных районов Армянской ССР пришел к выводу, что состав моллюсковой фауны зоны *V. fallax* Армении обнаруживает большое сходство с фауной зоны *V. fallax* Северного Кавказа и поэтому они одновозрастные и относятся к верхнему эоцену (2). П. М. Асланян в своих ранних работах к верхнему эоцену относил также горизонт с *P. arcuatus*, однако в дальнейшем он изменил свое мнение и стал приписывать слоям с *P. arcuatus* нижнеолигоценовый возраст. При этом он, как и до этого А. А. Габриелян, отметил наличие в составе фауны горизонта *P. arcuatus*, *V. fallax*.

В северо-восточных предгорьях Малого Кавказа, по данным И. Н. Асланова (3) и К. А. Ализаде (4), вид *V. fallax* встречается в нижних горизонтах отложений майкопской свиты, содержащих богатую моллюсковую фауну нижнеолигоценового (хадумского) возраста: *Nuculana crispata* Koen, *Nuculana perovalis* Koen., *Nucula korobkovi* Asl., *Cardium camerata* Koen., *Cryptodon ignota* Korob., *Variamusium fallax* Korob., *Dentalium novaki* Koen., *Astarte dilatata* Phill., *Planorbella* и др. Встречается также богатая фауна остракод, фораминифер и флора олигоценового возраста. В Ахалцихской депрессии слои с *Pecten arcuatus* Г. Абихом и Б. Ф. Меффертом относились к олигоцену.

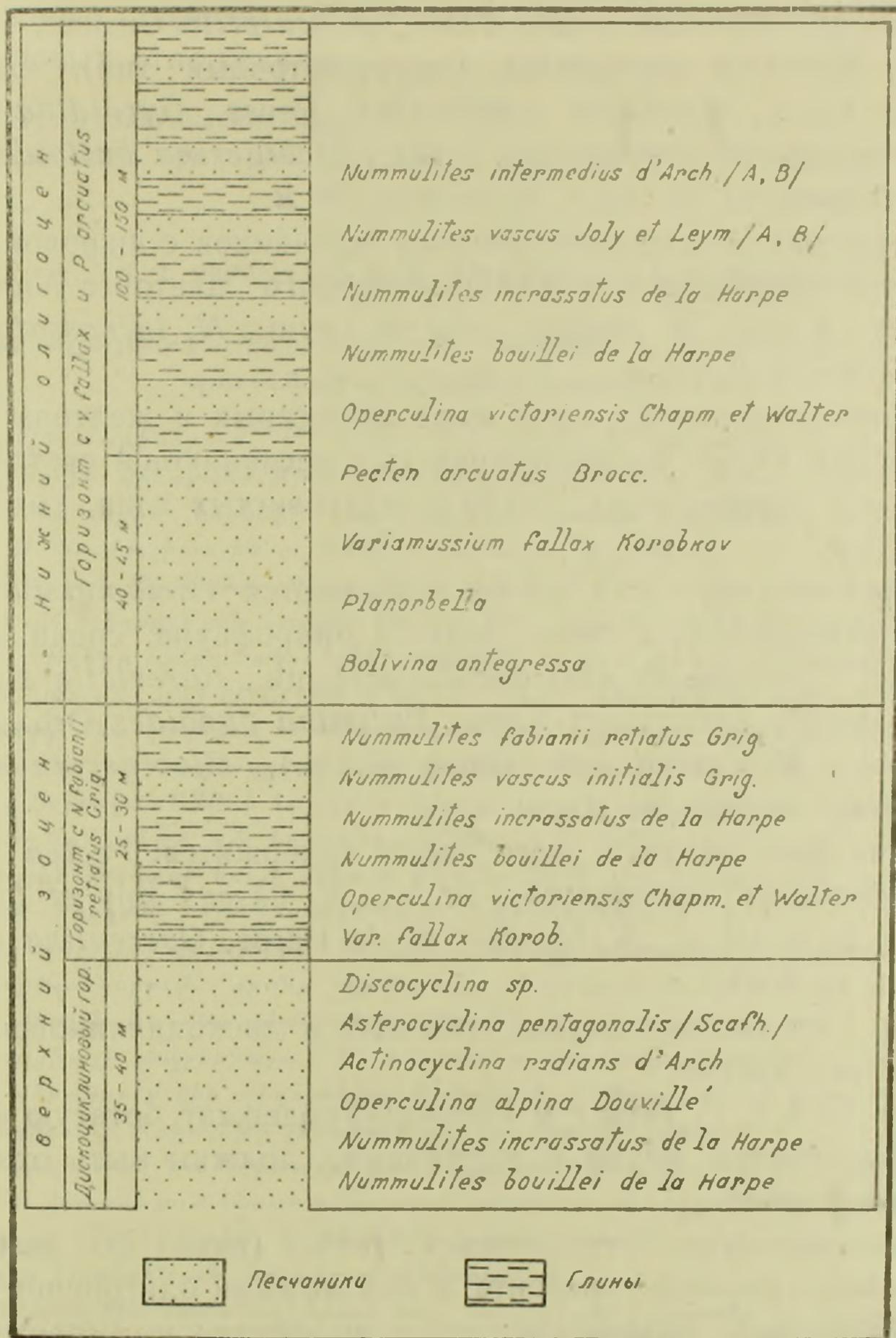
В дальнейшем, однако, исследования И. В. Качарава показали, что на северном склоне Тriaлетского хребта *P. arcuatus*, как и *V. fallax*, встречаются в отложениях, содержащих богатый комплекс нуммулитовой фауны верхнеэоценового возраста—*Nummulites jabi-anii* Prev., *N. chavannesi* de la Nafre и др. (5).

Дальнейшими исследованиями грузинских геологов (К. Г. Татнева и др.) было установлено, что *P. arcuatus* встречается не только в отложениях верхнего эоцена, но и в олигоцене (горизонт Каратубани). И. А. Коробков считает, что вид *P. arcuatus* встречается как в верхнеэоценовых, так и в олигоценовых отложениях и в зависимости от условий обитания может образовать массовое скопление в разновозрастных отложениях (6).

Интересные данные получены Ж. Р. Казахашвили. Ее исследования показали, что в разрезе по р. Лерциана (Ахалцихская депрессия) слои с *Variamusium* sp. (*fallax* Korob. ?) и *Pecten arcuatus* Восс. залегают над фаунистически охарактеризованными отложениями зоны *Bolivina* и содержат олигоценовую моллюсковую фауну (7).

При этом отложения с *V. fallax*, *P. arcuatus* и вышележащего горизонта Каратубани Ж. Р. Казахашвили синхронизирует с хадумским горизонтом.

В процессе полевых исследований в Приереванском районе С. М. Григорян удалось обнаружить разрез, в котором отчетливо выражено взаимоотношение слоев с *V. fallax* и *P. arcuatus* с нуммулитовыми горизонтами, выделенными авторами в верхнепалеогеновых отложениях Армянской ССР.



Ниже приводится описание этого разреза (снизу—вверх) у с. Ацаван, расположенного ок. 8 км к востоку от Еревана.

1. Пачка желтовато-серых, известковистых, среднезернистых песчаников с фауной *Discocyclus* sp., *Actinocyclus radians* d'Arch., *Asterocyclus pentagonalis* (Scafh.), *Operculina alpina* Douv., *Nummulites incrassatus* de la Harpe, *N. bouillei* de la Harpe. Мощность— 35—40 м.

2. Перемежающаяся пачка темно-серых, слабо известковистых глин и желтовато-серых и желтовато-бурых известковистых, мелко- и среднезернистых песчаников с *Nummulites fabianii retiatus* Grig.

(A, B) *N. vascus initialis* Grig. (A. B.) *N. incrassatus* de la Harpe, *N. bouillei* de la Harpe, *Operculina victoriensis* Chapm. et Walt., *Variamussium fallax* Korob., *Planorbella*.

Из мелких фораминифер Н. А. Саакян определены *Ammodiscus incertus* (d'Orb.), *Cyclamina acutidorsatum* (Hantk.), *Nonion umbilicatum* Mant., *Bulimina ovata* d'Orb., *B. sculptilis* Cushm., *B. pupoides* d'Orb., *Bolivina antegressa* (промежуточный тип), *Uvigerina jaksonensis* Cush., *Eponides umbonatus* Reuss., *Gyroidina soldanii* d'Orb., *Valvulineria erevanensis* Sahak., *Globigerina bulloides* d'Orb., *Cibicides dutempleis* (d'Ord.). Мощность 20 м.

3. Пачка мелко- и среднезернистых песчаников с шаровой отдельностью желтовато-серого и желтовато-бурого цветов с *Nummulites intermedius* d'Arch., *N. vascus* Joly et Leym., *N. incrassatus* de la Harpe. Мощность 40—45 м.

4. Перемежающаяся толща желтовато-серых и желтовато-бурых известковистых мелко- и среднезернистых песчаников и светло-серых, темно-серых и коричневатых, слабо известковистых глин, мощностью до 150—200 м.

В глинах нижней части толщи встречаются *Variamussium fallax* Korobkov, *Planorbella*, а также богатая микрофауна, среди которых определены: *Cyclamina acutidorsatum* Hantk., *Kareriella siphonella* (Reuss), *Bolivina antegressa* Subb., *Bulimina pupoides* Orb., *B. sculptilis* Cushm., *Uvigerina jacksonensis* (Lam.), *Globigerina bulloides* Orb., *Eponides umbonatus* Reuss и др.

В песчаниках верхней части толщи содержится: *Pecten arcuatus* Brocc., *Nummulites intermedius* d'Arch., *N. vascus* Joly et Leym., *N. incrassatus* de la Harpe, *N. bouillei* de la Harpe, *Operculina victoriensis* Chapm. et Walter.

Пачка 1 по составу фауны относится к дискоциклиновому горизонту верхнего эоцена,

Пачки 3—4 с *V. fallax* и *Parcuatus* содержат богатую олигоценую нуммулитовую фауну и, несомненно, должны быть отнесены к нижнему олигоцену.

Песчан-глинистые отложения *V. fallax* (пачка 2), залегающие выше дискоциклинового горизонта и под нижним олигоценом, как по стратиграфическому положению, так и по составу нуммулитовой фауны являются переходными между верхним эоценом и олигоценом и нами относятся к верхнему горизонту верхнего эоцена—горизонту с *N. fabianii retiatus* Grig.

Таким образом, описанный разрез показывает, что:

1) слои с *P. arcuatus* здесь, как и в других разрезах палеогеновых отложений Армянской ССР, являются по возрасту олигоценовыми;

2) вид *V. fallax* появляется в верхах верхнего эоцена и более широкое развитие получает в нижнем олигоцене;

3) отдельные виды, являющиеся руководящими в одном регионе, в других районах, в силу иных фациальных условий, могут встречаться в разновозрастных отложениях. Подтверждением этого положения является тот факт, что комплекс микрофауны, характерный для зоны *Bolivina* Северного Кавказа, в Армении, как это видно из приведенного разреза, встречается как в верхнеэоценовых, так и в олигоценовых отложениях.

Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР

Ա. Շ. ԳԱՐՐԻԵԼՅԱՆ, Ս. Մ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ ԵՎ Ն. Ա. ՍԱՀԱԿՅԱՆ

Նոր սվայցներ *Variamussium fallax* Korobkov և *Pecten arcuatus* Brocchi
պարունակող շերտերի հասակի մասին

Վերջին տարիներում *V. fallax* և *P. arcuatus* պարունակող շերտերի հասակի հարցը աշխույժ վիճարանության առարկա է դարձել: Որոշ հետազոտողներ այդ շերտերը վերագրում են վերին էոցենին, իսկ ուրիշները ստորին օլիգոցենին: Ա. Ն. Գարրիելյանը դեռ 1949 թ. նումուլիտային ու փափկամորթային ֆաունայի ուսումնասիրման հիման վրա, հանդես այն եզրակացության, որ *V. fallax* և *P. arcuatus* պարունակող շերտերը Հայաստանում օլիգոցենյան հասակի են (1): Ընդ որում, նա հիմք ընդունեց այն փաստը, որ նշված շերտերը պարունակում են օլիգոցենի նումուլիտներ (*Nummulites intermedius* d'Arch. *N. vascus* Joly et Leym.) և աճելի վերի տեղադրված օլիգոցենային հասակի նստվածքների հետ կապում են միասնական ֆորմացիա, որը տրանսգրեսիվ կերպով ծածկում է Ֆաունայով բնութագրվող վերին էոցենին: Հետագայում Պ. Մ. Ասլանյանը ուսումնասիրելով Հայկական ՍՍՏ-ի հարավ-արևմտյան շրջանների վերին պալեոցենի փափկամորթային ֆաունան, եկավ այն եզրակացության, որ *V. fallax* գոնայի ֆաունան շատ նման է Հյուսիսային Կովկասի նույն գոնայի ֆաունային և վերին էոցենյան հասակի է (2):

Փոքր Կովկասի հյուսիս-արևելյան նախալեռներում, ըստ Ի. Ն. Ասլանովի (3) և Կ. Ա. Ալիզադեյի (4) տվյալների, *V. fallax* տեսակը հանդիպում է մայկոսյան շերտախմբի ստորին հորիզոններում, որոնք պարունակում են ստորին օլիգոցենին ընդունող հարուստ փափկամորթային ֆաունա, մանր ֆորամինիֆերներ ու բրածո ֆլորա:

Ախալցխայի գեպրեսիայում *P. arcuatus* պարունակող շերտերը Հ. Արիսը և Բ. Ֆ. Մեֆերտը վերագրում էին օլիգոցենին: Սակայն Ի. Վ. Կաշարալայի հետազոտությունները ցույց տվեցին, որ Թրիալեթի լեռնաշղթայի հյուսիսային լանջում *V. fallax*-ը և *P. arcuatus*-ը հանդիպում են նումուլիտային ֆաունայով բնութագրվող վերին էոցենյան նստվածքներում (5): Հետագայում հաստատվեց, որ *P. arcuatus* տեսակը Ախալցխայի գեպրեսիայում զանվում է ոչ միայն վերին էոցենում, այլ նաև Ղարաթուրանի հորիզոնի նստվածքներում, որոնց օլիգոցենյան հասակը չի վիճարկվում:

Ամենավերջին ժամանակներում նոր հետաքրքիր փաստեր են ստացվել Ժ. Ռ. Կաղախաշվիլու կողմից:

Ըստ նրա տվյալների, Ախալցխայի գեպրեսիայում Լերցիանի գետի ափագանում *V. fallax* և *P. arcuatus* պարունակող շերտերը տեղադրված են բոլիվինային հորիզոնի (վերին էոցեն) վրա, ծածկվում են Ղարաթուրանի հորիզոնով և պարունակում են օլիգոցենյան հասակի փափկամորթային ֆաունա (7):

Ս. Մ. Գրիգորյանը երևանի շրջաններում կատարած իր հետազոտությունների ընթացքում, Հացափան գյուղի մոտ հայտնաբերեց մի կտրվածք, որում լավ արտահայտված է *V. fallax* և *P. arcuatus* պարունակող շերտերի փոխհարաբերությունը նումուլիտային հորիզոնների հետ: Այդ կտրվածքում, ինչպես և Հայաստանի պալեոցենի նստվածքների մյուս կտրվածքներում, *P. arcuatus* տեսակը հանդիպում է միայն նումուլիտային ֆաունայով բնութագրվող օլիգոցենի նստվածքներում, իսկ *V. fallax*-ը՝ ինչպես օլիգոցենում, այնպես էլ վերին էոցենի վերին հորիզոնում:

վերլուծելով այդ նոր տվյալները, մենք հանդում ենք հետևյալ եզրակացությունների.

1). *P. arcuatus* պարունակող շերտերը Հայկական ՍՍՌ-ի տերիտորիայում ստորին օլիգոցենյան հասակի են:

2). *V. fallax* տեսակը Հայաստանի պալեոգենյան նստվածքներում հանդես է գալիս էոցենի վերջում և ավելի լայն դարգացում է ստանում օլիգոցենում:

3). Փաունայի առանձին տեսակներ (տվյալ դեպքում *V. fallax*-ը), որոնք զեկավարող են համարվում որևէ շրջանի համար, մեկ այլ տեղամասում, ֆիզիկա-աշխարհագրական պայմանների փոփոխման հետևանքով կարող են հայտնաբերվել տարրեր հասակի ապառններում: Սույն դրույթի ցուցումն ապացույց են համարվում *V. fallax* տեսակը և բոլիվինային գոնայի միկրոֆաունայի կոմպլեքսը, որոնք Հյուսիսային Կովկասում հատուկ են միայն վերին էոցենին, իսկ Հարավային Անդրկովկասում հանդիպում են ինչպես էոցենի վերին հորիզոններում, այնպես էլ ստորին օլիգոցենում: Ա. Հ. Գարրիելյանը դեռ 1949 թ. այդ երևույթը բացատրեց էոցենի և օլիգոցենի սահմաններում տեղի ունեցած ֆիզիկա-աշխարհագրական պայմանների փոփոխմամբ: Հյուսիսային Կովկասում այդ մամուկ տրոպիկական կլիմայական պայմանները փոխվում են բորեալ պայմաններով, որի հետևանքով տաք ջրային ֆաունայի մի մասը մահանում է, իսկ մյուսները տեղափոխվում են Հարավային Անդրկովկաս, որտեղ նրանց համար նպաստավոր կլիմայական պայմանները պահպանվում են օլիգոցենի ընթացքում: Դրանով պետք է բացատրել այն փաստը, որ *V. fallax*, բոլիվինային հորիզոնի միկրոֆաունայից շատերը, ինչպես նաև բազմաթիվ այլ տաք ջրային տեսակներ, որոնք մեծ դարգացում են ստացել Հյուսիսային Կովկասի վերին էոցենում, նույն շրջանի օլիգոցենի նստվածքներում չկան: Հարավային Անդրկովկասում, որտեղ տրոպիկական կլիմայական պայմաններ եղել են ոչ միայն էոցենում, այլ նաև օլիգոցենում, այդ նույն կոմպլեքսի ֆաունան հանդիպում է ինչպես վերին էոցենում, այնպես էլ ստորին—միջին օլիգոցենի նստվածքներում:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ե Ր Փ Յ Ո Ւ Ն

¹ А. А. Габриелян, ДАН СССР, т. 66, № 4 (1949). ² П. М. Асланян, ДАН СССР, т. 119, № 5 (1958). ³ И. Н. Асланов, Палеогеновые отложения юга Европейской части СССР, 1960. ⁴ К. А. Ализаде, Тр. Совещания по разр. унифиц. старт. шкалы трет. отл. Крымско-Кавк. области, 1959. ⁵ И. В. Качарава, П. Д. Гамкрелидзе, М. В. Качарава, Палеогеновые отложения юга Европейской части СССР, 1960. ⁶ И. А. Коробков, Советская геология, № 9, 1961. ⁷ Ж. Р. Казахашвили, Сообщения АН Груз. ССР, т. XXVII, № 2 (1961).

МИКРОБИОЛОГИЯ

А. К. Паносян, чл.-корр. АН Армянской ССР, Р. Ш. Арутюнян,
Н. А. Аветисян, С. В. Закарян и В. Г. Никогосян.

Совместное влияние азотобактера и бактерий-активаторов на урожай сахарной свеклы

(Представлено 24/IV 1962)

Одной из важнейших задач современной микробиологии является углубленное изучение характера взаимоотношений микроорганизмов почв с высшими растениями. Выяснение природы взаимодействия растений с почвенной микрофлорой должно быть основой для разработки эффективных мероприятий, направленных на повышение плодородия почв и увеличение урожайности сельскохозяйственных культур.

Наиболее важным разделом данной проблемы является вопрос о биологической фиксации азота. Большой интерес к нему вполне понятен и обоснован в первую очередь в связи с его огромным практическим значением.

Успешная разработка этого вопроса не только позволит использовать микроорганизмы для повышения урожайности сельскохозяйственных культур, но и наметит пути искусственного получения пищевого белка.

Исследования последних лет (¹⁻⁵) показали, что в определенных типах почв Армении разные виды азотобактера неравномерно распределены или совершенно отсутствуют. Поэтому степень ассимиляции атмосферного азота или влияние используемых культур азотобактера на урожайность растений носит разный характер.

Наряду с многочисленными факторами, действующими на биологические особенности азотобактера, решающее влияние оказывают различные виды микроорганизмов, сопутствующие азотобактеру. Некоторые из них угнетают жизнедеятельность азотобактера, а другие виды, наоборот, интенсифицируют процесс ассимиляции атмосферного азота, повышая этим урожайность растений.

Как показывают вегетационные и мелкоделяночные полевые опыты (⁶), микроорганизмы почвы последней группы, развиваясь вместе с азотобактером, значительно повышают урожайность пшеницы и кукурузы. Имея в виду эту особенность бактерий-активаторов, нами в 1960—1961 г.г. были заложены полевые опыты в более широ-

ком масштабе. Для этой цели были выбраны земельные участки совхоза Спитак, Спитакского района Армянской ССР.

Взятая для опыта почва—каштановая, содержит 2,5% гумуса, карбонатная с тяжелой суглинистой структурой, pH=7,5; каждый вариант опыта занимал площадь в 3000—4000 м². Результаты опытов приводятся в табл. 1.

Как показывают данные табл. 1, урожай сахарной свеклы значительно увеличивается в случае, когда перед посевом семена пред-

Таблица 1

Совместное влияние азотобактера и бактерий-активаторов на урожай сахарной свеклы

Год	Варианты опыта	Площадь опытного участ. в м ²	Вес корне-плодов в 1 деланке в кг	Урожай в 1 га в цент	В % к кон-тролю	Прибавка урожая по сравнению с конт. в цент
1960	Контроль без заражения	4000	10710	267,8	100	—
	<i>Azotobacter chroococcum</i> № 53	4000	12040	301,0	112,3	33,2
	<i>Az. Chrooc.</i> № 53 + <i>B. megaterium</i> №5—17	4000	12460	311,5	116,3	43,7
	<i>Bac. megaterium</i> № 5—17	4000	11536	288,4	107,3	20,6
	<i>Az. Chroc.</i> № 53 + <i>Bac. subtilis</i> № 2—1	4000	12260	306,5	114,4	38,7
	<i>Bac. subtilis</i> № 2—1	4000	11320	283,0	104,9	15,2
1961	Контроль без заражения	3000	5310	177,0	100	—
	<i>Az. chroococcum</i> № 53	3000	6740	224,7	126,9	47,7
	<i>Az. chrooc.</i> № 53 + <i>Bac. megater.</i> № 5—17	3000	7370	245,9	138,9	68,9
	<i>Az. chrooc.</i> № 53 + <i>Bac. subtilis</i> № 2—1	3000	6180	202,7	114,1	25,7

варительно заражаются азотобактером и бактериями-активаторами. Так, например, семена сахарной свеклы, обработанные только азотобактером, дали урожай с 1 га на 52,4 ц (1960 г.) и на 47,7 ц (1961 г.) больше по сравнению с контролем, а в случае, когда семена обрабатывались азотобактером совместно с бактериями-активаторами, урожай увеличился на 45,7 ц (1960 г.) и 68,9 ц (1961 г.) по сравнению с контролем.

В случае заражения семян сахарной свеклы только бактериями-активаторами урожай повысился по сравнению с контролем, но был меньше урожая, полученного от использования одного только азотобактера. Как видно, урожай корнеплодов больше в том случае, когда производят предпосевную обработку семян азотобактером и бактериями-активаторами, чем когда обрабатывают отдельно азотобактером и бактериями-активаторами.

Свойством этих микроорганизмов является то, что они, развиваясь в ризисфере корней сахарной свеклы, не только снабжают растения легкоусвояемыми азотными и фосфорными соединениями, но также выделяют метаболиты, которые стимулируют рост и развитие сахарной свеклы.

Предпосевная обработка семян сахарной свеклы азотобактером и бактериями-активаторами не только дает возможность повысить урожай корнеплодов, но и содержание сахара в них (табл. 2).

Как показывают данные табл. 2, предпосевная обработка семян сахарной свеклы только азотобактером не оказывает почти никакого влияния на содержание сахара корнеплодов. Однако в случае обра-

Таблица 2

Совместное влияние азотобактеров и бактерий-активаторов на увеличение производства сахарной свеклы (к-во сахара в ‰)

Варианты опыта	Сахр	Прибавка сахара по сравнению с контролем
Контроль без заражения	16,0	—
Azotobacter chroococcum № 53	16,7	0,7
Az. chrooc. № 53+ Bac. megater. № 5—17	19,3	2,6
Az. chrooc. № 53 Bac. subtilis № 2—1	16,0	0,0

ботки семян сахарной свеклы культурами азотобактера совместно с бактериями-активаторами количество сахара в корнеплодах увеличивается на 2,6‰, что, несомненно, имеет большое экономическое значение. В этом случае из одной тонны корнеплодов можно получить на 26 кг больше сахара.

Из результатов опыта видно, что разные штаммы бактерий-активаторов увеличивают урожайность сахарной свеклы, но количество сахара в корнеплодах не подвергается изменениям.

Из вышеуказанного можно сделать следующие выводы.

1. Для поднятия урожайности сахарной свеклы большое значение имеют азотобактер и сопутствующие ему бактерии-активаторы.

2. Азотобактер и штамм 1-57 Bac. megaterium (бактерия—активатор) развивающиеся на корнях, не только повышают урожайность свеклы, но и увеличивают содержание сахара в корнеплодах.

Институт микробиологии
Академии наук Армянской ССР

Հ. Կ. ՓԱՆՈՍՅԱՆ, Ռ. Շ. ՀԱՐՈՒՅՅՈՒՆՅԱՆ, Ն. Ա. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ,
Ս. Վ. ԶԱՔԱՐՅԱՆ ԵՎ Վ. Գ. ՆԻԿՈՂՈՍՅԱՆ

Ազոտաբակտերիաների եւ ակտիվատոր բակտերիաների համասեղ ազդեցութիւնը ճակնգեղի բերքի վրա

Հողային միկրոօրգանիզմի արդի կարևորագույն խնդիրն է միկրոօրգանիզմների և բույսերի փոխազդեցութեան բնույթի բազմակողմանի ուսումնասիրութեանը, որը հնարավորութեան կտա մշակելու հողի բերրութեան և բույսերի բերքատուութեան բարձրացման համար էֆեկտիվ միջոցառումներ: Այդ ոլորտում կարևոր հարցերից մեկն էլ մթնոլորտային ազոտի ասիմիլյացիան է:

Հիշյալ պրոբլեմին վերաբերող հարցերի մշակումը մեզ հնարավորություն կտա միկրոօրգանիզմներին ոչ միայն օգտագործել բույսերի բերքատվությունը բարձրացնելու համար այլև օդի աղտոլից, արհեստական ճանապարհով, սննդային սպիտակուց սինթեզելու ուղիներ նշել:

Նշված խնդիրների լուծման ընթացքում վճռական նշանակություն է ունենալու ազոտորակտերների կենսագործունեություն վրա արտաքին գործոնների ազդեցության գրոտորումը:

Այդ ուղղությամբ մեր ուսումնասիրությունները ցույց տվեցին, որ՝

1. Երբ ազոտորակտերները զարգանում են հողային, այսպես կոչված, ակտիվատոր բակտերիաներերի հետ, նրանց կենսական պրոցեսներն ինտենսիվանում են, որով ոչ միայն մթնոլորտային ազոտի ասիմիլյացման պրոցեսն է ուժեղանում, այլև, օրինակ, շաքարի ճակնդեղի բերքատվությունն է բարձրանում:

2. Ճակնդեղի արմատների ոլորտում ազոտորակտերների հետ ակտիվատոր բակտերիաների տարրեր տեսակների զարգանալու զեպքում նրանք ազոտաբակտերի և ճակնդեղի աճեցողություն ու զարգացման վրա բարերար ներգործություն են թողնում իրենց մետաբոլիտներով, միայն այն տարրերով, որ յուրաքանչյուր ակտիվատոր բակտերիայի մետաբոլիտների ազդեցության աստիճանը շատ բնորոշ է և նման չէ այլ ակտիվատոր բակտերիաների մետաբոլիտների ազդեցության աստիճանին:

3. Ակտիվատոր բակտերիաներից հատկապես *Bac. megaterium*-ի № 1—57 շտամն անհամեմատ ավելի լավ խթանիչ ազդեցություն է գործում և՛ ազոտորակտերների, և՛ ճակնդեղի բույսի կենսագործունեության վրա: Նա ոչ միայն ճակնդեղի բերքի քանակն է ավելացնում, այլև 2,6% -ով բարձրացնում է արմատապալարի շաքարի սպարունակությունը: *Bac. megaterium*-ի № 1—57 շտամի այդ հատկանիշի շնորհիվ նրան ազոտորակտերի հետ ամենուրեք կարելի է կիրառել բույսերի բերքատվությունը բարձրացնելու համար:

ЛИТЕРАТУРА — Փ Բ Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ А. К. Паносян, „Микробиология“, т. VIII, в VIII, 1939. ² А. К. Паносян, Р. М. Ахинян, А. Д. Налбандян, Изв. АН Арм ССР (биолог. сельхоз наук), т. IX, № 9, (1956). А. К. Паносян, Р. М. Ахинян, А. Д. Налбандян, Изв. Арм ССР (биолог. и сельхоз. науки), т. IX, № 2, (1956). ³ А. К. Паносян, Вопросы сельхоз. и пром. микробиологии, АН АрмССР, в. IV (X), 1958. ⁴ А. К. Паносян, Р. Ш. Арутюнян, Н. А. Аветисян, ДАН АрмССР, т. XXXIII, № 3, (1961). ⁵ А. К. Паносян, Р. Ш. Арутюнян, Н. А. Аветисян, С. В. Закарян, Изв. АН АрмССР (биолог. науки), т. XV, № 2, (1962).

