

209-5

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

XXXIV, № 2

1962

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Ա. Մ. ԱԼԵԿՍԱՆՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ քղրակից-անդամ, Ա. Թ. ԲԱԲԱՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ քղրակից-անդամ, Գ. Ս. ԴԱՎԹՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ քղրակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, (պատ. խմբագրի տեղակալ), Գ. Մ. ՂԱՐԻԲՅԱՆ, ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների բեկնածու, Ս. Ս. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս, Մ. Մ. ՋՐԲԱՇՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Օ. Մ. ՍԱՊՈՆՉՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ քղրակից-անդամ:

А. М. АЛЕКСАНИЯН, чл.-корресп. АН АрмССР, В. А. АМБАРՇՄՅԱՆ, академик АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, чл.-корресп. АН АрмССР, Г. М. ГАРИБЯН, кандидат физико-мат. наук, Г. С. ДАВТЯН, академик АН АрмССР, М. М. ДЖРБАШЯН, академик АН АрмССР (отв. редактор), В. О. КАЗАРЯН (зам. отв. редактора), С. С. МКРТЧЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР, О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корресп. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корресп. АН АрмССР.

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ի Թ Յ Ո Ի Ն

Մաթեմատիկա

Հ. Մ. Մարտիրոսյան—Որոշ սպեռատորների սպեկտրի և դեֆեկտի ինդեքսների մասին 49

Ռ. Ա. Օհանյան—Վերլուծություն ըստ մի երկրորդ կարգի եզրային խնդրի սեփական ֆունկցիաների կիսաառանցքի վրա 57

Ֆիզիկա

Հ. Ս. Մերգելյան—Էլեկտրամագնիսական ալիքների անդրադարձումը և բեկումը շարժվող միջավայրերի դեպքում 63

Ինժեներական սեյսմոլոգիա

Ն. Կ. Կարապետյան—Սեյսմիկ տատանումների անպարբերականության հաշվառումով սպեկտրի որոշման եղանակ 71

Օրգանական բիմիա

Ս. Թ. Բարսյան, ՀՄՄԹ ԳԱ թղթակից-անդամ, Մ. Կ. Ինջիլյան և Հ. Բ. Բաղդասարյան—Չորրորդային ամոնիակային ազերի վերախմբավորման ճեղքման նոր սեակցիայի մասին 75

Ագրոբիմիա

Վ. Լ. Անանյան—Ռադիոստրոնցիումի կլանումը բույսի կողմից Հայաստանի տարբեր հողերից 83

Բույսերի ֆիզիոլոգիա

Վ. Հ. Ղազարյան և Կ. Հ. Կարապետյան—Ծաղկափթթությունների վեգետատիվ անցույց տվող բույսերի տերևներում ամինոթթվային կազմի փոփոխության հարցի մասին 89

Միջաճաբանություն

Վ. Ա. Տրյապիցին—Հայաստանի և Ուզբեկստանի ֆաունայի համար թուրանական վահանակրի *Diaspidiotus prunorum* (Laing) նոր պարագիտը 97

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Математика	
<i>Р. М. Мартиросян</i> —Об индексах дефекта и спектре некоторых операторов	49
<i>Р. А. Оганян</i> —Разложение по собственным функциям одной краевой задачи второго порядка на полуоси	57
Физика	
<i>О. С. Мергелян</i> —Отражение и преломление электромагнитных волн в случае движущейся среды	65
Инженерная сейсмология	
<i>Н. К. Карапетян</i> —Методика определения спектра с учетом неперIODичности сейсмических колебаний	71
Органическая химия	
<i>А. Т. Бабаян</i> , чл.-корр. АН АрмССР, <i>М. Г. Инджикян</i> и <i>Г. Б. Багдасарян</i> —О новой реакции перегруппировки-расщепления четвертичных аммониевых солей	75
Агрохимия	
<i>В. Л. Ананян</i> —Поглощение растениями ячменя радиостронция из различных почв Армении	83
Физиология растений	
<i>В. О. Казарян</i> и <i>К. А. Карапетян</i> —К вопросу об изменении аминокислотного состава листьев вегетативно израстающих растений	89
Энтомология	
<i>В. А. Тряпцин</i> —Новый паразит туранской щитовки <i>Diaspidiotus prunorum</i> (Laing) в фауне Армении и Узбекистана	93

МАТЕМАТИКА

Р. М. Мартиросян

Об индексах дефекта и спектре некоторых операторов

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 27/XII 1961)

Следуя Денфорду, точку λ_0 назовем точкой непрерывного спектра оператора A (несамосопряженного), если λ_0 не является собственным значением этого оператора и область значений $\Delta_{A-\lambda_0 E}$ оператора $A - \lambda_0 E$ всюду плотна и незамкнута.

Теорема 1. Пусть R_λ — резольвента самосопряженного оператора A (неограниченного) в гильбертовом пространстве H и S — ограниченный линейный оператор (несамосопряженный). Точка λ_0 непрерывного спектра оператора A остается точкой непрерывного спектра возмущенного оператора $T = A + S^2$, если для какой-нибудь последовательности вещественных чисел τ_n , $\lim_{n \rightarrow \infty} \tau_n = 0$ имеет место оценка

$$\overline{\lim}_n \|SR_{\lambda_0 + i\tau_n} S\| = q < 1.$$

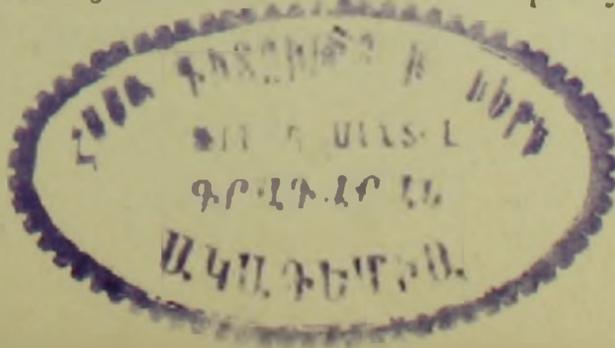
Наметим доказательство этой теоремы. Заметим сперва, что если λ_0 является точкой непрерывного спектра оператора A и если уравнение $Au - \lambda_0 u = f$ при некотором $f \in H$ разрешимо, то можно показать, что

$$u = \lim_{\tau \rightarrow 0} R_{\lambda_0 + i\tau} f \quad (\text{Im } \tau = 0).$$

Для этого надо предварительно установить оценку

$$\| -i\tau R_{\lambda_0 + i\tau} u \| \leq \| (E_{\lambda_0 + V|\tau|} - E_{\lambda_0 - V|\tau|}) u \| + 2V|\tau| \| u \|,$$

где E_λ — разложение единицы оператора A . Допустим теперь, что λ_0 является собственным значением оператора $T = A + S^2$ и пусть $Au + S^2 u = \lambda_0 u$, $\| u \| > 0$. Тогда легко видеть, что $\varphi = Su$ удовлетворяет уравнению $\varphi = \lim_{\tau \rightarrow 0} SR_{\lambda_0 + i\tau} S\varphi$, $\| \varphi \| > 0$, что противоречит условию теоремы. Нетрудно также видеть, что многообразие элементов вида $Tu - \lambda_0 u$, ($u \in D_T = D_A$) плотно в H , поскольку $\|SR_{\lambda_0 + i\tau_n} S\| = \|S^* R_{\lambda_0 - i\tau_n} S^*\|$. Наконец, λ_0 не может быть регулярной точкой опе-



ратора T . В самом деле, в противном случае существовала бы резольвента B_{λ_0} оператора $T = A + S^2$ в точке λ_0 . Но тогда можно доказать, что оператор $(E - SB_{\lambda_0}S)^{-1}$ существует и определен на всем H . Для этого надо установить сперва, что оператор $(E - SB_{\lambda_n}S)^{-1}$, ($\lambda_n = \lambda_0 + i\tau_n$) существует и ограничен, а затем показать, что

$$\overline{\lim}_n \|(E - SB_{\lambda_n}S)^{-1}\| \leq 1 + q.$$

Из сказанного следует, что уравнение $\varphi = SB_{\lambda_0}S\varphi + SB_{\lambda_0}f$ разрешимо при всех $f \in H$. Положим $u = B_{\lambda_0}S\varphi + B_{\lambda_0}f$, где φ — решение этого уравнения. Легко показать, что u удовлетворяет уравнению $Au - \lambda_0 u = f$ при всех $f \in H$, а это противоречит условию теоремы.

Теорема 2. Пусть B — ограниченный самосопряженный оператор в гильбертовом пространстве H и пусть на многообразии $D_A \subset H$, плотном в H , задан симметрический оператор A . Для того, чтобы индексы дефекта оператора $A + B$ были равны $(0, 0)$, необходимо и достаточно, чтобы существовала последовательность ограниченных самосопряженных операторов C_n ($n = 1, 2, \dots$), перестановочных с оператором A ($C_n A \subseteq A C_n$), удовлетворяющих следующим условиям

а)
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|C_n u - u\| = 0, \quad u \in H$$

б)
$$\|A C_n u\| \leq M_n \|u\|, \quad u \in D_A.$$

Заметим, что теорему достаточно доказать в случае, когда $B = 0$. В самом деле, если, например, индексы дефекта оператора $A + B$ равны $(0, 0)$, то оператор $\overline{A + B} = \overline{A} + B$ — самосопряженный и для вещественных λ существует оператор $(\overline{A} + B - \lambda E)^{-1}$. Для любого $f \in H$ обозначим через $g \in H$ решение уравнения $g - B(\overline{A} + B - \lambda E)^{-1}g = f$. Очевидно, последнее уравнение всегда разрешимо, если мнимую часть λ брать настолько большой, чтобы $\|B(\overline{A} + B - \lambda E)^{-1}\| < 1$. Пусть $(\overline{A} + B - \lambda E)u = g$, $u \in D_{\overline{A+B}} = D_{\overline{A}}$. Тогда $(\overline{A} - \lambda E)u = g - Bu = g - B(\overline{A} + B - \lambda E)^{-1}g = f$ и, следовательно, замыкание \overline{A} оператора A самосопряженно. Обратное, легко видеть, что если индексы дефекта оператора A равны $(0, 0)$, то индексы дефекта оператора $A + B$ также равны $(0, 0)$. В случае же, когда $B = 0$, необходимость условий (а) и (б) теоремы следует из того, что в качестве C_n можно принять оператор $C_n = E_n - E_{-n}$, где E_λ — разложение единицы замыкания \overline{A} оператора A . Для доказательства достаточности надо установить сперва, что и для сопряженного оператора A^* справедливо условие (б) теоремы. После этого можно доказать, что если $u \in D_{A^*}$ и $v = A^*u$, то существует такая последовательность $\psi_n \in D_A$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \|\psi_n - u\| = 0$, для которой

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|C_n \psi_n - u\| = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \|A C_n \psi_n - v\| = 0.$$

Поскольку $C_n \psi_n \in D_A$ в силу перестановочности операторов C_n с опе-

ратором A , то отсюда заключаем, что оператор A^* содержится в замыкании оператора A и, следовательно, совпадает с ним.

Заметим, что операторы C_n могут и не иметь отношения к разложению единицы оператора A , как это видно, например, из приводимого ниже следствия 3 доказанной теоремы.

Условимся обозначать через $L_2(\Omega, \sigma)$ гильбертово пространство функций $u(x)$, суммируемых с квадратом в области $\Omega \subset R_n$ (ограниченной или неограниченной) евклидова пространства R_n по мере σ со скалярным произведением

$$(f, g) = \int_{\Omega} f(x) \overline{g(x)} d\sigma.$$

Следствие 1. Пусть $D \subset L_2(\Omega, \sigma)$ — некоторое линейное многообразие функций, плотное в $L_2(\Omega, \sigma)$. Пусть, далее, последовательность вещественных измеримых функций $\omega_n(x)$ обладает следующими свойствами. Функции $\omega_n(x)$ являются мультипликаторами для D , т. е. если $u \in D$, то $\omega_n u \in D$; для любой $u(x) \in L_2(\Omega, \sigma)$ имеем $\omega_n(x) u(x) \in L_2(\Omega, \sigma)$ и

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|u(x) - \omega_n(x) u(x)\| = 0, \quad u(x) \in L_2(\Omega, \sigma).$$

Если измеримая вещественная функция $h(x)$ такова, что из $u(x) \in D$ следует $u(x) h(x) \in L_2(\Omega, \sigma)$ и

$$\sup |h(x) \omega_n(x)| \leq M_n < \infty,$$

то, какова бы ни была комплексная константа β , $\text{Im } \beta \neq 0$ и ограниченный самосопряженный в $L_2(\Omega, \sigma)$ оператор B , система функций вида

$$\{h(x) + \beta\} u(x) + Bu, \quad u \in D,$$

плотна в $L_2(\Omega, \sigma)$.

В самом деле, определим на D симметрический оператор A формулой $Au = h(x) u(x)$, $u \in D$; введем также в рассмотрение ограниченные самосопряженные операторы C_n по формулам $C_n u(x) = \omega_n(x) u(x)$, $u(x) \in L_2(\Omega, \sigma)$. Тогда наше утверждение является очевидным следствием теоремы 2.

Укажем еще одно следствие теоремы 2. Для этого обозначим через L_2 пространство $L_2(\Omega, \sigma)$ в том частном случае, когда Ω совпадает с n -мерным евклидовым пространством R_n , а σ — с обычной лебеговой мерой в R_n .

Следуя И. М. Гельфанду, обозначим через Z линейное многообразие функций $\psi(s) = \psi(s_1, s_2, \dots, s_n)$, которые допускают аналитическое продолжение на все n -мерное комплексное пространство S_n и удовлетворяют неравенствам

$$|(\sigma_1 + i\tau_1)^{q_1} \dots (\sigma_n + i\tau_n)^{q_n} \psi(\sigma_1 + i\tau_1, \dots, \sigma_n + i\tau_n)| \leq C_q e^{a_1|\tau_1| + \dots + a_n|\tau_n|}, \quad (1)$$

где C_q — константа.

Следствие 2. Если вещественная измеримая функция $h(s)$ (при вещественных s) допускает оценку

$$|h(s)| \leq C(1 + |s_1|)^{q_1} \cdots (1 + |s_n|)^{q_n}, \quad (2)$$

то, какова бы ни была комплексная константа β , $\operatorname{Im} \beta \neq 0$ и ограниченный самосопряженный в L_2 оператор B , многообразие функций вида

$$(h(s) + \beta)\psi(s) + B\psi, \quad \psi \in Z$$

плотно в L_2 , иначе говоря, самосопряженный оператор умножения на функцию $h(s)$ является замыканием своего сужения на Z .

В самом деле, как известно ⁽¹⁾, Z плотно в L_2 и состоит из преобразований Фурье всех финитных неограниченно дифференцируемых функций. Рассмотрим функцию

$$\chi(x, h) = \begin{cases} \frac{1}{zh^n} e^{\frac{|x|^2}{|x|^2 - h^2}}, & \text{при } |x| = \sqrt{x_1^2 + \cdots + x_n^2} < h \\ 0, & \text{при } |x| \geq h, \end{cases}$$

где

$$z = \int_{|x| < 1} e^{\frac{|x|^2}{|x|^2 - 1}} dx.$$

Легко видеть, что $\chi(x, h)$ — неограниченно дифференцируемая функция, оператор

$$T_h u = \int_{R_n} \chi(x - y; h) u(y) dy$$

ограничен в $L_2(R_n)$ с нормой, не превосходящей единицы, и для всех $u \in L_2(R_n)$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \|T_h u - u\| = 0.$$

Пусть

$$\omega_h(s) = \int_{R_n} \chi(x; h) e^{i(x_1 s_1 + \cdots + x_n s_n)} dx.$$

Тогда $\omega_h(s) \in Z$ и преобразование Фурье $T_h u$ для финитной бесконечно дифференцируемой функции $u(x)$ совпадает с $\omega_h(s) \bar{u}(s)$, где $\bar{u}(s) \in Z$ — преобразование Фурье функции $u(x)$. Кроме того, $\omega_h(s)$ вещественна в силу четности функции $\chi(x; h)$. Пользуясь еще равенством Парсеваля, легко видеть, что $\omega_{\frac{1}{n}}(s)$ ($n = 1, 2, \dots$) и $h(s)$ удовлетворяют всем условиям следствия 1 теоремы 2.

Отметим еще одно следствие указанной теоремы. Пусть на многообразии $\Omega \subset L_2(R_n)$ всех неограниченно дифференцируемых и финитных функций в n -мерном пространстве R_n определен оператор A_ψ формулой

$$A_\psi u = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}} \int_{\mathbb{R}^n} \psi(s) \tilde{u}(s) e^{-i(s_1 x_1 + \dots + s_n x_n)} ds, \quad (3)$$

где

$$\tilde{u}(s) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}} \int_{\mathbb{R}^n} u(x) e^{i(s_1 x_1 + \dots + s_n x_n)} dx,$$

а вещественная измеримая функция $\psi(s)$ допускает оценку (2).

Следствие 3. Пусть B — ограниченный самосопряженный оператор, действующий в $L_2(\mathbb{R}^n)$, а оператор A_ψ определен на многообразии Ω по формуле (3). Тогда индексы дефекта оператора $A_\psi + B$ равны $(0, 0)$. В частности, если дифференциальный оператор Au на Ω определен формулой

$$Au = \sum_{a_1 \dots a_n} a_{a_1 \dots a_n} \left(\frac{1}{i} \right)^{a_1 + \dots + a_n} \frac{\partial^{a_1 + \dots + a_n} u}{\partial x_1^{a_1} \dots \partial x_n^{a_n}}, \quad (4)$$

где все коэффициенты $a_{a_1 \dots a_n}$ — вещественные константы, то оператор $A + B$ имеет единственное самосопряженное расширение.

Чтобы сформулировать следующую теорему, обозначим ради краткости вновь через A_ψ замыкание оператора, определенного на многообразии Ω формулой (3), и заметим, что, согласно следствию 3 теоремы 2, этот оператор самосопряженный.

Теорема 3. Пусть непрерывная комплекснозначная функция $q(x)$, заданная на всем \mathbb{R}^n , стремится к нулю на бесконечности, а вещественная измеримая функция $\psi(s)$ стремится к бесконечности на бесконечности (т. е. при $|s| = \sqrt{s_1^2 + \dots + s_n^2} \rightarrow \infty$) и допускает оценку (2). Тогда все точки непрерывного спектра оператора A_ψ принадлежат спектру оператора $Tu = A_\psi u + q^2 u$, причем точками спектра оператора T , лежащими вне спектра оператора A_ψ , могут быть лишь собственные значения, не имеющие предельных точек вне спектра оператора A_ψ .

Пусть R_λ — резольвента оператора A_ψ . Согласно теореме 1, приведенной в работе автора (2), достаточно доказать, что оператор $qR_\lambda q$, состоящий в том, что функция $u \in L_2$ сначала умножается на q , затем к результату применяется оператор R_λ и, наконец, полученная функция снова умножается на q , — вполне непрерывен при всех невещественных λ . Предположим сперва, что $q(x)$ — финитная и неограниченно дифференцируемая функция. В силу унитарной эквивалентности оператора A_ψ оператору умножения на $\psi(s)$ и в силу того, что для любой функции $u(x) \in L_2$ имеем $q(x)u(x) \in L_2$, причем преобразование Фурье $\tilde{qu}(s)$ произведения $q(x)u(x)$ равно

$$\begin{aligned} \widetilde{qu}(s) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}} \text{l.i.m.}_{R \rightarrow \infty} \int_{|x| < R} q(x) u(x) e^{i(x_1 s_1 + \dots + x_n s_n)} dx = \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}} \int_{\dot{R}_n} \widetilde{q}(s-t) \widetilde{u}(t) dt, \end{aligned}$$

где \widetilde{q} и \widetilde{u} являются преобразованиями Фурье соответственно функциям $q(x)$ и $u(x)$, оператору $qR_\lambda u$ в пространстве преобразований Фурье соответствует оператор

$$\widetilde{qR}_\lambda \widetilde{u} = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}} \int_{\dot{R}_n} \widetilde{q}(s-t) \frac{\widetilde{u}(t)}{\psi(t) - \lambda} dt.$$

Этот оператор вполне непрерывен в силу суммируемости $\widetilde{q}(s)$, поскольку $|\psi(t)| \rightarrow \infty$ при $|t| \rightarrow \infty$ и

$$\begin{aligned} & \int_{\dot{R}_n} \left\{ \int_{|t| > R} \left| \widetilde{q}(s-t) \frac{\widetilde{u}(t)}{\psi(t) - \lambda} \right| dt \right\}^2 ds \leq \\ & \leq \int_{\dot{R}_n} \left\{ \int_{|t| > R} |\widetilde{q}(s-t)| dt \cdot \int_{|t| > R} |\widetilde{q}(s-t)| \frac{|\widetilde{u}(t)|^2}{|\psi(t) - \lambda|^2} dt \right\} ds \leq \\ & \leq \left(\int_{\dot{R}_n} |\widetilde{q}(s)| ds \right)^2 \cdot \int_{|t| > R} \frac{|\widetilde{u}(t)|^2}{|\psi(t) - \lambda|^2} dt \leq \max_{|t| > R} \left| \frac{1}{\psi(t) - \lambda} \right|^2 \left(\int_{\dot{R}_n} |\widetilde{q}(s)| ds \right)^2 \|u\|^2. \end{aligned}$$

Таким образом, и оператор $qR_\lambda u$ вполне непрерывен. Ясно, что $q(x)$ можно теперь считать произвольной непрерывной финитной функцией, поскольку любая такая функция равномерно аппроксимируется финитными неограниченно дифференцируемыми функциями. Легко также видеть, что если $q(x)$ — любая непрерывная на вещественной оси функция, а $\chi_R(x)$ — характеристическая функция шара радиуса R с центром в начале координат, то оператор $\chi_R qR_\lambda u$ вполне непрерывен, ибо $\chi_R qR_\lambda = \chi_R q_1 R_\lambda$, где q_1 финитна и $q_1 = q$ внутри шара радиуса R . Наконец, легко видеть, что, если $q(x) \rightarrow 0$ на бесконечности, то оператор $qR_\lambda u$ равномерно аппроксимируется операторами вида $\chi_R qR_\lambda$. Таким образом, оператор qR_λ , а следовательно, и оператор $qR_\lambda q$, вполне непрерывен, что и доказывает теорему.

Следствие. Пусть дифференциальный оператор Au определен формулой (4) на многообразии Ω неограниченно дифференцируемых и финитных функций. Обозначим через \bar{A} замыкание этого оператора. Тогда, если непрерывная комплекснозначная функция $q(x)$ стремится к нулю на бесконечности, то все точки непрерывного спектра опера-

տորա \bar{A} անդամները ստացված են հիմնականում հետևյալ արդյունքները.

Թեորեմ 1. Դիցուք R_λ -ն H հիլբերտյան տարածության մեջ որոշված A ինքնահամալուծ օպերատորի ռեզոլվենտն է և S -ը սահմանափակ զծային օպերատոր է: A օպերատորի անընդհատ սպեկտրի λ_0 -կետը մնում է $T = A + S^2$ զրգոված օպերատորի անընդհատ սպեկտրի կետ, եթե որևէ իրական թվերի τ_n , $\lim_{n \rightarrow \infty} \tau_n = 0$ հաջորդականության համար տեղի ունի

Հ. Մ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ

Որոշ օպերատորների սպեկտրի և դեֆեկտի ինդեքսների մասին

Աշխատանքում ստացված են հիմնականում հետևյալ արդյունքները.

Թեորեմ 1. Դիցուք R_λ -ն H հիլբերտյան տարածության մեջ որոշված A ինքնահամալուծ օպերատորի ռեզոլվենտն է և S -ը սահմանափակ զծային օպերատոր է: A օպերատորի անընդհատ սպեկտրի λ_0 -կետը մնում է $T = A + S^2$ զրգոված օպերատորի անընդհատ սպեկտրի կետ, եթե որևէ իրական թվերի τ_n , $\lim_{n \rightarrow \infty} \tau_n = 0$ հաջորդականության համար տեղի ունի

$$\lim_n \|SR_{\lambda_0 + i\tau_n} S\| = q < 1$$

զննատականը:

Թեորեմ 2. Դիցուք B -ն սահմանափակ ինքնահամալուծ օպերատոր է H հիլբերտյան տարածության մեջ և A -ն սիմետրիկ օպերատոր է: Որպեսզի $A + B$ օպերատորի դեֆեկտի ինդեքսները հավասար լինեն $(0, 0)$ -ի, անհրաժեշտ է և բավարար. որ գոյություն ունենա A օպերատորի հետ տեղափոխելի C_n սահմանափակ և ինքնահամալուծ օպերատորների այնպիսի հաջորդականություն, որ

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \|C_n u - u\| = 0$, $u \in H$, b) $\|AC_n u\| \leq M_n \|u\|$, $u \in D_A$:

Թեորեմ 3. Դիցուք A -ն մասնական ածանցյալներով հաստատուն գործակիցներով ինքնահամալուծ դիֆերենցիալ օպերատոր է որոշված ամբողջ R_n -էվկլիդյան տարածության մեջ: Եթե $q(x_1, \dots, x_n)$ կոմպլեքս ֆունկցիան ձգտում է զերոյի անվերջում, ապա A օպերատորի անընդհատ սպեկտրի կետերը պատկանում են $Tu = Au + qu$ օպերատորի սպեկտրին, ընդ որում A -օպերատորի սպեկտրից դուրս T օպերատորը կարող է ունենալ միայն սեփական արժեքներ, որոնք չեն կուտակվում այնտեղ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ И. М. Гельфанд и Г. Е. Шиллов, Обобщенные функции и действия над ними, вып. I, Физматгиз, М., 1958. ² Р. М. Мартиросян, „Известия АН АрмССР“, серия физ.-мат. наук, т. XIV, № 5 (1961).

Р. А. Оганян

**Разложение по собственным функциям одной краевой задачи
 второго порядка на полуоси**

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 22/1 1962)

Пусть $l(y)$ — заданное на полуоси $[0, +\infty)$ дифференциальное выражение вида $l(y) = -(py')' + qy$, где $p(x)$ и $q(x)$ — вещественны, причем для любого $b > 0$

$$\int_0^b \frac{dx}{|p(x)|} < \infty, \quad \int_0^b |q(x)| dx < \infty.$$

Рассмотрим краевую задачу на полуоси $[0, +\infty)$:

$$l(y) = \lambda y \tag{A}$$

$$y(0) = \vartheta(\lambda) p(x) y'(x)|_{x=0}, \tag{B}$$

где $\vartheta(\lambda)$ — мероморфна, $l\vartheta(\lambda) \geq 0$ при $l\lambda > 0$, $\overline{\vartheta(\lambda)} = \vartheta(\bar{\lambda})$. Представим $\vartheta(\lambda)$ в виде $\vartheta(\lambda) = \frac{\vartheta_1(\lambda)}{\vartheta_2(\lambda)}$, где $\vartheta_1(\lambda)$, $\vartheta_2(\lambda)$ — целые функции, не имеющие общих корней. Обозначим через $v(x, \lambda)$ — решение задачи (A) — (B) нормированное условиями:

$$v(0, \lambda) = \vartheta_1(\lambda), \quad p(x) v'(x, \lambda)|_{x=0} = \vartheta_2(\lambda).$$

В случае, когда оператор, порожденный операцией $l(y)$, с минимальной областью определения, имеет индекс дефекта (1,1), А. В. Штраусом (1) доказана следующая

Теорема А. Для любой функции $f(x) \in L^2_{(0, \infty)}$ имеют место формулы

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} V_f(\lambda) v(x, \lambda) d\rho(\lambda), \tag{1}$$

$$V_f(\lambda) = \int_0^{\infty} f(x) v(x, \lambda) dx \tag{2}$$

и справедливо уравнение замкнутости

$$\int_0^{\infty} |f(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |V_f(\lambda)|^2 d\rho(\lambda), \quad (3)$$

где $\rho(\lambda)$ — неубывающая функция, а интегралы в правых частях формул (1) и (2) сходятся соответственно в смысле метрик пространств $L^2_{(0, \infty)}$ и $L^2_{\rho(-\infty, +\infty)}$.

Пользуясь этой теоремой и методом В. А. Марченко ⁽²⁾, мы докажем формулы (1)–(3) без указанного ограничения на индекс дефекта.

§ 1. *Спектральный функционал задачи (A)–(B)*. 1. Обозначим через K — множество всех финитных функций из $L^2_{(0, \infty)}$, а через K_ε — множество всех функций из $L^2_{(0, \infty)}$, равных нулю при $x > \varepsilon$. Введем линейное множество Z , состоящее из всех функций вида

$$\Phi(\lambda) = \sum_{i=1}^m a_i V_{f_i}(\lambda) V_{g_i}(\lambda), \quad (4)$$

где $f_i(x)$ и $g_i(x)$ — произвольные функции из K , a_i — произвольные комплексные числа. Следуя В. А. Марченко ⁽²⁾, линейный функционал R , определенный над Z , назовем спектральным функционалом краевой задачи (A)–(B), если

$$(R, V_f(\lambda) V_g(\lambda)) = \int_0^{\infty} f(x) g(x) dx, \quad (5)$$

для любых $f(x)$ и $g(x)$ из K .

2. Рассмотрим вспомогательную краевую задачу

$$l_\varepsilon(y) \equiv -(p_\varepsilon y')' + q_\varepsilon y = \lambda y, \quad (A_\varepsilon)$$

$$y(0) = \vartheta_1(\lambda), \quad p(x) y'(x) |_{x=0} = \vartheta_2(\lambda), \quad (B)$$

где $p_\varepsilon(x)$ и $q_\varepsilon(x)$ равны соответственно $p(x)$ и $q(x)$ при $0 \leq x \leq \varepsilon$ и 1 и 0 при $x > \varepsilon$.

Обозначим через $v_\varepsilon(x, \lambda)$ — решение этой задачи при условиях:

$$v_\varepsilon(0, \lambda) = \vartheta_1(\lambda), \quad p(x) v'_\varepsilon(x, \lambda) |_{x=0} = \vartheta_2(\lambda),$$

а через $V_\varepsilon^f(\lambda) = v_\varepsilon$ — преобразование Фурье функции $f(x)$.

Очевидно для $0 \leq x \leq \varepsilon$

$$v_\varepsilon(x, \lambda) = v(x, \lambda),$$

поэтому для любого $f(x)$ из K_ε

$$V_\varepsilon^f(\lambda) = V_f(\lambda). \quad (6)$$

Как известно ⁽³⁾, оператор, порожденный операцией $l_\varepsilon(y)$, с минимальной областью определения, имеет индекс дефекта (1,1), поэтому, по теореме А. В. Штрауса, для любых $f(x)$ и $g(x)$ из K имеем:

$$\int_0^{\infty} f(x) g(x) dx = \int_0^{\infty} V_f^{\sigma}(\lambda) V_g^{\sigma}(\lambda) d\rho_{\sigma}(\lambda),$$

отсюда ввиду (6) следует, что для любых $f(x)$ и $g(x)$ из K ,

$$\int_0^{\infty} f(x) g(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} V_f(\lambda) V_g(\lambda) d\rho_{\sigma}(\lambda). \quad (7)$$

3. Лемма—Для любых $f_i(x)$ и $g_i(x)$ из K , для которых

$$\sum_{i=1}^m a_i V_{f_i}(\lambda) V_{g_i}(\lambda) \equiv 0 \quad (8)$$

справедливо равенство

$$\sum_{i=1}^m a_i \int_0^{\infty} f_i(x) g_i(x) dx = 0. \quad (9)$$

Доказательство—Так как $m < \infty$, то существует такое ε , что $f_i(x), g_i(x) \in K$, ($i = 1, 2, \dots, m$). Тогда согласно (7) имеем

$$\int_0^{\infty} f_i(x) g_i(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} V_{f_i}(\lambda) V_{g_i}(\lambda) d\rho_{\sigma}(\lambda) \quad (i = 1, 2, \dots, m).$$

Умножив эти равенства на a_i и просуммировав по i от 1 до m , мы получим формулу, откуда ввиду (8) следует (9).

Теорема 1. Спектральный функционал задачи (A)—(B) существует.

Доказательство. По определению Z каждый его элемент $\Phi(\lambda)$ можно представить в виде

$$\Phi(\lambda) = \sum_{i=1}^m a_i V_{f_i}(\lambda) V_{g_i}(\lambda). \quad (10)$$

Заметим, что это представление не единственное. Функционал R над Z определим по формуле:

$$(R, \Phi(\lambda)) = \sum_{i=1}^m a_i \int_0^{\infty} f_i(x) g_i(x) dx. \quad (11)$$

Из предыдущей леммы следует, что значение R на $\Phi(\lambda)$ не зависит от способа представления $\Phi(\lambda)$ в виде (10).

Очевидно, R —искомый функционал.

4. Функционал R , определенный над Z , назовем позитивным, если из

$$\Phi(x) \geq 0 \quad (\Phi(\cdot) \in Z, -\infty < x < +\infty)$$

следует, что

$$(R, \Phi(\lambda)) \geq 0.$$

Теорема 2. Спектральный функционал задачи (A) — (B) — позитивен.

Доказательство. Из формулы (11) и (7) следует, что для любого $\Phi(\lambda)$ из Z существует такое ε , что

$$\begin{aligned} (R, \Phi(\lambda)) &= \sum_{i=1}^m a_i \int_0^{\infty} f_i(x) g_i(x) dx = \\ &= \sum_{i=1}^m a_i \int_{-\infty}^{\infty} V_{f_i}(\lambda) V_{g_i}(\lambda) d\rho_{\varepsilon}(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\lambda) d\rho_{\varepsilon}(\lambda), \end{aligned}$$

где $\rho_{\varepsilon}(\lambda)$ — неубывающая функция. Отсюда следует позитивность.

§ 2. Общий вид спектрального функционала R . Нахождение общего вида R основано на следующей теореме М. Г. Крейна (⁴), обобщающей известную теорему М. Рисса (⁵).

Рассмотрим произвольное линейное множество U непрерывных вещественных функций $f(x)$ ($-\infty < x < +\infty$), в котором имеется хотя бы одна строго-положительная функция.

Назовем функцию $f(x) \in U$ мажорируемой, если в множестве U найдется такая функция $g(x) \geq 0$, что

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{|f(x)|}{g(x)} = 0.$$

Теорема В. Пусть \tilde{R} — аддитивный однородный и позитивный функционал, заданный на множестве U , тогда на всех мажорируемых функциях этого множества

$$(\tilde{R}, f(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) d\rho(x), \quad (12)$$

где $\rho(x)$ — некоторая неубывающая функция.

1. Возьмем в качестве множества U все вещественные функции вида

$$f(x) = \Phi(x) \quad (-\infty < x < +\infty),$$

где $\Phi(\lambda)$ — произвольная функция из Z , вещественная на вещественной оси.

Очевидно, U — линейное множество непрерывных вещественных функций. Покажем, что в этом множестве есть строго-положительная функция. Пусть $\{\lambda_k\}_0^{\infty}$ — множество всех корней $V_f(\lambda)$, лежащих на вещественной оси, где $f(x)$ — фиксированная, вещественная, финитная функция. Отметим, что $V_f(\lambda)$ — целая функция, поэтому множество всех ее корней счетно.

Пусть

$$v_r(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq r \\ 0, & x > r \end{cases}.$$

$V_{v_r}(\lambda)$ обозначим через $V(\lambda, r)$, очевидно

$$V(\lambda, r) = \int_0^r v(x, \lambda) dx.$$

Пусть T_k — множество всех корней уравнения

$$V(\lambda_k, r) = 0.$$

Множество всех предельных точек T_k счетно. Действительно, если r_0 — предельная точка для T_k , то

$$V_r'(\lambda_k, r_0) = v(r_0, \lambda_k) = 0,$$

а множество всех корней уравнения

$$v(r, \lambda_k) = 0$$

счетное (в силу единственности решения задачи Коши для уравнения (A)). Отсюда следует, что и T_k счетно, поэтому и $\sum_{k=0}^{\infty} T_k$ счетно.

Пусть теперь $r \in \overline{\sum_{k=0}^{\infty} T_k}$, тогда $V(\lambda_k, r) \neq 0$ ($k = 0, 1, \dots$), поэтому и функция $V_f^2(\lambda) + V_{v_r}^2(\lambda)$ не имеет корней на вещественной оси. Рассмотрим функцию $\Phi(\lambda) = V_f^2(\lambda) + V_{v_r}^2(\lambda)^2$. Очевидно, $\Phi(\lambda) \in Z$ и $\Phi(x) > 0$ ($-\infty < x < +\infty$).

2. Позитивный спектральный функционал R — индуцирует на множестве U аддитивный, однородный и позитивный функционал \tilde{R}

$$(\tilde{R}, \Phi(x)) = (R, \Phi(\lambda))$$

согласно (12)

$$(R, \Phi(\lambda)) = (\tilde{R}, \Phi(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x) d\rho(x) \quad (13)$$

на всех $\Phi(\lambda)$, которые имеют мажоранту в U .

Пусть K^0 — множество всех гладких функций из K , удовлетворяющих условиям: $f(0) = f'(0) = 0$, $l(f) \in K$.

Если $f(x) \in K^0$, то $\lambda V_f(\lambda) = V_{l(f)}(\lambda)$.

Отсюда легко заключить, что всякая функция $f(x)$ из U вида

$$f(x) = |V_{\psi}(\lambda) \pm V_{\phi}(\lambda)|^2,$$

где $\varphi(x)$ и $\psi(x)$ —вещественные функции из K , имеет мажоранту вида

$$g(x) = [V_{I(\varphi)}(\lambda) \pm V_{I(\psi)}(\lambda)]^2.$$

Теорема 3. Для любых $f(x)$ и $g(x)$ из K^0 имеем

$$(R, V_f(\lambda) V_g(\lambda)) = \int_{-\infty}^{\infty} V_f(\lambda) V_g(\lambda) d\rho(\lambda),$$

где $\rho(\lambda)$ —неубывающая функция.

Доказательство. Пусть $f(x)$ и $g(x)$ —вещественные функции из K . Очевидно

$$V_f(\lambda) V_g(\lambda) = \frac{1}{4} [V_f(\lambda) + V_g(\lambda)]^2 - \frac{1}{4} [V_f(\lambda) - V_g(\lambda)]^2,$$

где каждое слагаемое имеет мажоранту, поэтому из аддитивности функционала R и формулы (13) следует теорема.

3. Из теоремы 3 и формулы (5) следует равенство Парсеваля

$$\int_0^{\infty} f(x) g(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} V_f(\lambda) V_g(\lambda) d\rho(\lambda), \quad (14)$$

которое доказано пока только для любых $f(x)$ и $g(x)$ из K^0 . Но ввиду $\overline{K^0} = L^2_{(0, \infty)}$ его распространение на произвольные функции из $L^2_{(0, \infty)}$ производится стандартным методом.

Из равенства Парсеваля (14) обычным путем можно получить формулы обращения (1)–(2).

Итак, формулы (1)–(3) доказаны без указанного ограничения на индекс дефекта.

В заключение выражаю глубокую благодарность В. А. Марченко, под руководством которого выполнена настоящая работа.

Ереванский государственный университет

Ռ. Ա. ՕՉԱՆԱՆ

Վերլուծության ըստ մի երկրորդ կարգի եզրային խնդրի սեփական ֆունկցիաների կիսաառանցքի վրա

Աշխատության մեջ դիտարկվում է հետևյալ եզրային խնդիրը $[0, +\infty)$ կիսաառանցքի վրա

$$-(py')' + qy = \lambda y \quad (A)$$

$$y(0) = \vartheta(\lambda) p(x) y'(x)|_{x=0} \quad (B)$$

որտեղ $p(x)$ -ը, $q(x)$ -ը իրական են և կամայական դրական b -ի համար

$$\int_0^b \frac{dx}{|p(x)|} < \infty, \quad \int_0^b |q(x)| dx < \infty$$

իսկ $\vartheta(\lambda)$ -ն բազարարում է հետևյալ սլայմաններին $\vartheta(\lambda) = \frac{\vartheta_1(\lambda)}{\vartheta_2(\lambda)}$, որտեղ $\vartheta_1(\lambda)$ -ն և $\vartheta_2(\lambda)$ -ն կամայական ամբողջ ֆունկցիաներ են.

$$I\vartheta(\lambda) \geq 0, \quad \text{երբ } I\lambda > 0, \quad \overline{\vartheta(\lambda)} = \vartheta(\bar{\lambda}):$$

Գիցուք $v(x, \lambda)$ -ն, $(A) - (B)$ խնդրի այնպիսի լուծումն է, որ

$$v(0, \lambda) = \vartheta_1(\lambda), \quad p(x) v'(x, \lambda)|_{x=0} = \vartheta_2(\lambda):$$

Ապացուցվում է հետևյալ թեորեմը.

Թեորեմ. Կամայական $f(x)$ -ի համար, որը պատկանում է $L^2_{(0, \infty)}$ -ին իրավացի են հետևյալ բանաձևերը.

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} V_f(\lambda) v(x, \lambda) d\rho(\lambda), \quad V_f(\lambda) = \int_0^{\infty} f(x) v(x, \lambda) dx$$

$$\int_0^{\infty} |f(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |V_f(\lambda)|^2 d\rho(\lambda),$$

որտեղ $\rho(\lambda)$ -ն շնվազող ֆունկցիա է, իսկ առաջին երկու բանաձևերում ինտեգրալները դուրսմիտում են $L^2_{(0, \infty)}$ և $L^2_{\rho(0, \infty)}$ տարածությունների մետրիկաների իմաստով (համապատասխանաբար):

Մասնավոր դեպքում, երբ (A) հավասարումը ունի միայն մեկ անկախ լուծում $L^2_{(0, \infty)}$ -ում (զոնե մեկ λ -ի համար), նշված թեորեմը ապացուցել է Ա. Վ. Շարաուսը⁽¹⁾:

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ А. В. Штраус, О разложении по собственным функциям одной краевой задачи второго порядка на полуоси. ИАН, сер. матем., 20 (1956), 783—792. ² В. А. Марченко, Разложение по собственным функциям несамосопряженных сингулярных дифференциальных операторов II-го порядка, Матем. сб., 52 (94): 2 (1960), 739—788. ³ М. А. Наймарк, Линейные дифференциальные операторы, ГТТИ, стр. 261. ⁴ Н. И. Ахиезер и М. Г. Крейн, О некоторых вопросах теории моментов. Хрк. 1938, стр. 134. ⁵ М. Русс, Sur le problème des moments, 3-me note, Ark. för Mat., Astr. och. Fys., 17, № 16 (1923).

О. С. Мергелян

Отражение и преломление электромагнитных волн в
 случае движущейся среды

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. М. Кочаряном 9/XII 1961)

Отражение и преломление электромагнитных волн в случае движущихся сред рассматривалось в работах (1,2).

В настоящей работе рассмотрены вопросы, связанные с отражением и преломлением электромагнитных волн при падении на границу неподвижной и движущейся сред при тангенциальном разрыве скоростей. В общем случае получены фазовые соотношения и уравнения для амплитуд полей. Подробно рассмотрены случаи $\varphi = 0$ и $\varphi = \frac{\pi}{2}$

Показано, что для углов $\varphi \neq 0$ при отражении от движущейся среды плоскость поляризации поворачивается (независимо от поляризации падающей волны). Полученные формулы могут быть применимы для диагностики движущейся плазмы.

Пусть плоскость $z = 0$ является границей раздела двух сред с постоянными ϵ_1, μ_1 (область $z < 0$) и ϵ_2, μ_2 (область $z > 0$). Среда ϵ_2, μ_2 движется со скоростью $u = u_x$, и на границу раздела из неподвижной среды падает электромагнитная волна частоты ω . Угол падения в плоскости (\vec{k}, z) обозначим через θ_0 (отсчитывается от оси z), угол падения в плоскости (xy) обозначим через φ_0 (отсчитывается от оси x).

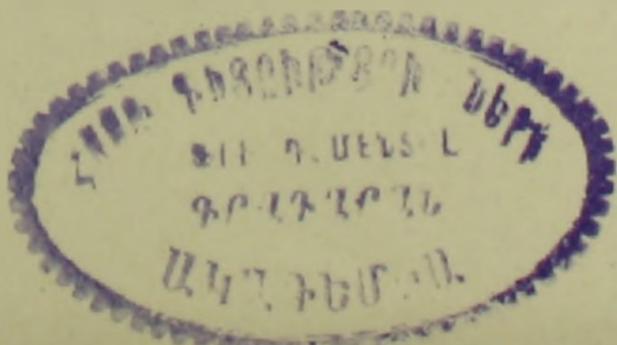
1. Рассмотрим фазовые соотношения, определяющие частоты и волновые вектора для падающей, отраженной и преломленной волн.

Представим поля в виде

$$\vec{E}_i = \vec{E}_i(\vec{k}) e^{i(\vec{k}_i \vec{r} - \omega t)} \quad i = 0, 1, 2, \quad (1)$$

индекс 0 соответствует падающей волне, 1 — отраженной, а 2 — преломленной.

Поля (1) будут решениями уравнений Максвелла при выполнении следующих дисперсионных соотношений:



$$\begin{aligned}
k_{0x}^2 + k_{0y}^2 + k_{0z}^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 \mu_1, \\
k_{1x}^2 + k_{1y}^2 + k_{1z}^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 \mu_1, \\
k_{2x}^2 + k_{2y}^2 + k_{2z}^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} + \frac{\varepsilon_2 \mu_2 - 1}{c^2 (1 - \beta^2)} (k_{2x} u - \omega)^2, \\
\beta &= \frac{u}{c}.
\end{aligned} \tag{2}$$

Из непрерывности тангенциальных компонент \vec{k} следует

$$\begin{aligned}
k_{0x} &= k_{1x} = k_{2x} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \sin \theta_0 \cos \varphi_0, \\
k_{0y} &= k_{1y} = k_{2y} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \sin \theta_0 \sin \varphi_0.
\end{aligned} \tag{3}$$

Для нормальных компонент \vec{k} мы имеем

$$\begin{aligned}
k_{0z} &= -k_{1z} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cos \theta_0, \\
k_{2z} &= \frac{\omega}{c} \left\{ 1 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0 + \frac{\varepsilon_2 \mu_2 - 1}{1 - \beta^2} (\beta \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \sin \theta_0 \cos \varphi_0 - 1)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}.
\end{aligned} \tag{4}$$

Из формул (3) и (4) следует, что падающая, отраженная и преломленная волны лежат в одной плоскости, угол падения равен углу отражения, а закон преломления имеет следующий вид:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_0} = \frac{\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} (1 - \beta^2)^{\frac{1}{2}}}{\left[\beta^2 \varepsilon_1 \mu_1 (\varepsilon_2 \mu_2 - 1) \sin^2 \theta_0 \cos^2 \varphi_0 - 2\beta \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} (\varepsilon_2 \mu_2 - 1) \sin \theta_0 \cos \varphi_0 + \varepsilon_2 - \beta^2 \right]^{\frac{1}{2}}}. \tag{5}$$

Угол θ_0 , начиная с которого имеет место полное внутреннее отражение, определяется из

$$\sin \theta_2 = \frac{\beta (\varepsilon_2 \mu_2 - 1) \cos \varphi_0 - \sqrt{(1 - \beta^2) [\varepsilon_2 \mu_2 - \beta^2 - \beta^2 (\varepsilon_2 \mu_2 - 1) \cos^2 \varphi_0]}}{\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} [\beta^2 (\varepsilon_2 \mu_2 - 1) \cos^2 \varphi_0 - (1 - \beta^2)]}. \tag{6}$$

Кроме того, полное отражение имеет место при углах, соответствующих отрицательному значению подкоренного выражения в (5).

2. Выведем соотношения между амплитудами электрических и магнитных векторов. Эти соотношения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
E_{1x} k_y \left[\xi k_{2z} + \frac{\mu_2}{\mu_1} k_z (1 - \beta^2) \right] - E_{1y} \left(\beta \chi \frac{\omega}{c} + k_x \xi \right) \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} k_z + k_{2z} \right) + \\
+ E_{1z} \beta \chi \frac{\mu_2}{\mu_1} k_y \left(\beta k_x - \frac{\omega}{c} \right) = - E_x k_y \left[\xi k_{2z} - \frac{\mu_2}{\mu_1} k_z (1 - \beta^2) \right] -
\end{aligned}$$

$$-E_y \left(\beta \chi \frac{\omega}{c} + k_x \xi \right) \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} k_z - k_{2z} \right) - E_z \beta \chi \frac{\mu_2}{\mu_1} k_y \left(\beta k_x - \frac{\omega}{c} \right) \quad (7)^*$$

$$E_{1x} \left[\mu_1 \varepsilon_2 \left(k_x \xi + \beta \chi \frac{\omega}{c} \right) + \beta \chi \frac{c}{\omega} k_z k_{2z} \right] + \mu_1 \varepsilon_2 (1 - \beta^2) k_y E_{1y} +$$

$$+ k_{2z} \left(\varepsilon_1 \mu_1 \xi + \beta \chi k_x \frac{c}{\omega} \right) E_{1z} = -E_x \left[\mu_1 \varepsilon_2 \left(k_x \xi + \beta \chi \frac{\omega}{c} \right) - \beta \chi \frac{c}{\omega} k_z k_{2z} \right] -$$

$$- \mu_1 \varepsilon_2 (1 - \beta^2) k_y E_y - k_{2z} \left(\varepsilon_1 \mu_1 \xi + \beta \chi k_x \frac{c}{\omega} \right) E_z,$$

$$k_x E_{1x} + k_y E_{1y} - k_z E_{1z} = 0, \quad \chi = \varepsilon_2 \mu_2 - 1, \quad \xi = 1 - \beta^2 \varepsilon_2 \mu_2.$$

Зная E_{1x} , E_{1y} и E_{1z} , из граничных условий

$$E_x + E_{1x} = E_{2x}; \quad E_y + E_{1y} = E_{2y}; \quad D_z + D_{1z} = D_{2z}$$

можно найти амплитуды полей преломленной волны. Уже из уравнений (7) видно, что при $\varphi_0 \neq 0$ плоскость поляризации при отражении поворачивается, причем это имеет место и в тех случаях, когда падающая волна поляризована в плоскости падения или перпендикулярно к ней.

Подробно рассмотрим следующие два случая: $\varphi_0 = 0$ и $\varphi_0 = \pi/2$.

а) $\varphi_0 = 0$;

$$k_y = 0; \quad k_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \sin \theta_0; \quad k_z = -k_{1z} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cos \theta_0, \quad (8)$$

$$k_{2z} = \frac{\omega}{c} \left\{ 1 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0 + \frac{\chi}{1 - \beta^2} (\beta \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \sin \theta_0 - 1)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Вообще говоря, в этом случае падающая волна может иметь все три компоненты электрического вектора и три магнитного. Соотношения между амплитудами даются следующими формулами:

$$E_{1y} = \frac{\mu_2 \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cos \theta_0 - \mu_1 \sqrt{1 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0 + \frac{\chi}{1 - \beta^2} (\beta \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \sin \theta_0 - 1)^2}}{\mu_2 \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cos \theta_0 + \mu_1 \sqrt{1 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0 + \frac{\chi}{1 - \beta^2} (\beta \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \sin \theta_0 - 1)^2}} E_y, \quad (9)$$

$$H_{1y} = \frac{\varepsilon_2 \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cos \theta_0 - \varepsilon_1 \sqrt{1 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0 + \frac{\chi}{1 - \beta^2} (\beta \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \sin \theta_0 - 1)^2}}{\varepsilon_2 \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cos \theta_0 + \varepsilon_1 \sqrt{1 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0 + \frac{\chi}{1 - \beta^2} (\beta \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \sin \theta_0 - 1)^2}} H_y,$$

* В формулах (7) и далее под k_x , k_y и k_z следует понимать k_{0x} , k_{0y} и k_{0z} .

$$E_{2y} = \frac{2\mu_2 \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cos \theta_0}{\mu_2 \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cos \theta_0 + \mu_1 \sqrt{1 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0 + \frac{\chi}{1 - \beta^2} (\beta \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \sin \theta_0 - 1)^2}} E_y,$$

$$H_{2y} = \frac{2\mu_2 \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cos \theta_0}{\varepsilon_2 \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cos \theta_0 + \varepsilon_1 \sqrt{1 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0 + \frac{\chi}{1 - \beta^2} (\beta \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \sin \theta_0 - 1)^2}} H_y.$$

Коэффициент отражения определяется как

$$R = R_{\perp} + R_{\parallel} = \frac{|E_{1y}|^2}{|E_y|^2} + \frac{|H_{1y}|^2}{|H_y|^2}, \quad (10)$$

где первый член характеризует отраженную волну, поляризованную перпендикулярно плоскости падения, а второй относится к волне, поляризованной в плоскости падения. Интерференция между различно поляризованными волнами отсутствует. Для определения углов полной поляризации будем считать $\mu_1 = \mu_2 = 1$.

Если произвольным образом поляризованная волна падает под углом θ'_p , определенным выражением

$$\sin \theta'_p = \frac{1}{\beta \sqrt{\varepsilon_1}} \left(1 \pm \sqrt{(1 - \beta^2) \frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_2 - 1}} \right), \quad (11)$$

то отраженная волна поляризована в плоскости (xz). В случае неподвижных сред угол θ'_p не имеет аналога. Если же угол падения θ'_p удовлетворяет уравнению

$$\varepsilon_2^2 \cos^2 \theta''_p = \varepsilon_1 \left[1 - \varepsilon_1 \sin^2 \theta''_p + \frac{\chi}{1 - \beta^2} (\beta \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \sin \theta''_p - 1)^2 \right], \quad (12)$$

то отраженная волна поляризована перпендикулярно плоскости падения. В неподвижной среде углу θ''_p соответствует угол Брюстера. При $\varepsilon_1 = 1$ угол θ''_p определяется формулой

$$\sin \theta''_p = \frac{\beta + \sqrt{\varepsilon_2 (\varepsilon_2 + 1) [1 - \beta^2 (2 + \beta^2)]}}{\varepsilon_2 + 1 - \beta^2 \varepsilon_2}. \quad (12')$$

Формула (11) имеет место при больших скоростях среды и при $\varepsilon_1 \neq 1$, а формула (12) для очень больших скоростей (при $\varepsilon_1 = 1$ существует ограничение на скорость движущейся среды $\beta^2 \leq \sqrt{2} - 1$).

б) Рассмотрим другой крайний случай, когда $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

$$k_x = 0; \quad k_y = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \sin \theta_0; \quad k_z = -k_{1z} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \cos \theta_0;$$

$$k_{2z} = \frac{\omega}{c} \left\{ \frac{\varepsilon_2 \mu_2 - \beta^2}{1 - \beta^2} - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0 \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Обозначим $\sqrt{\frac{\varepsilon_2 \mu_2 - \beta^2}{1 - \beta^2}} = n_2$; n_2 в данном случае играет роль показателя преломления в движущейся среде.

Связь между амплитудами полей будет в данном случае сложнее, чем в предыдущем:

$$E_{1x} = \frac{B}{A} E_x + \frac{2\beta\chi\varepsilon_1 \sin \theta_0}{A} [\xi (n_2^2 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0) - \varepsilon_2 \mu_2 (1 - \beta^2)] E_y, \quad (13)$$

$$E_{1y} = \frac{G}{A} E_y + \frac{2\beta\chi\varepsilon_1 \sin \theta_0 \cos \theta_0}{A} [\xi (n_2^2 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0) - \varepsilon_2 \mu_2 (1 - \beta^2)] E_x,$$

где

$$\begin{aligned} A = & \frac{\beta^2 \chi^2}{\mu_1} (\varepsilon_2 \mu_1 + \cos \theta_0 \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \sqrt{n_2^2 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0}) \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} + \right. \\ & \left. + \cos \theta_0 \sqrt{n_2^2 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0} \right) + \sin^2 \theta_0 (\varepsilon_1 \mu_2 (1 - \beta^2) \cos \theta_0 + \\ & + \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \xi \sqrt{n_2^2 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0}) (\varepsilon_2 \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} (1 - \beta^2) \cos \theta_0 + \varepsilon_1 \xi \sqrt{n_2^2 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0}), \\ B = & \frac{\beta^2 \chi^2}{\mu_1} (\cos \theta_0 \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \sqrt{n_2^2 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0} - \varepsilon_2 \mu_1) \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} + \right. \\ & \left. + \cos \theta_0 \sqrt{n_2^2 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0} \right) + \sin^2 \theta_0 (\cos \theta_0 (1 - \beta^2) \varepsilon_1 \mu_2 - \\ & - \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \xi \sqrt{n_2^2 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0}) (\cos \theta_0 \varepsilon_2 \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} (1 - \beta^2) + \varepsilon_1 \xi \sqrt{n_2^2 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0}), \\ G = & \frac{\beta^2 \chi^2}{\mu_1} (\varepsilon_2 \mu_1 + \cos \theta_0 \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \sqrt{n_2^2 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0}) \left(\cos \theta_0 \sqrt{n_2^2 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0} - \right. \\ & \left. - \frac{\mu_2}{\mu_1} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \right) + \sin^2 \theta_0 (\varepsilon_1 \mu_2 (1 - \beta^2) \cos \theta_0 + \\ & + \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \xi \sqrt{n_2^2 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0}) (\varepsilon_1 \xi \sqrt{n_2^2 - \varepsilon_1 \mu_1 \sin^2 \theta_0} - \varepsilon_2 \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} (1 - \beta^2) \cos \theta_0). \end{aligned}$$

Амплитуды полей в движущейся среде легко получить из граничных условий.

Из формул (13) видно, что поворот плоскости поляризации при отражении волны, поляризованной в плоскости падения или перпендикулярно к ней, является эффектом первого порядка от β (добавочный член в амплитудах отраженной волны пропорционален β).

Пусть падающая волна поляризована в плоскости падения или перпендикулярна к ней. Тогда, если угол падения удовлетворяет условию

$$\sin^2 \theta_0 = \frac{\beta^2 (\varepsilon_2 \mu_2 - 1)^2}{\varepsilon_1 \mu_1 (\beta^2 \varepsilon_2 \mu_2 - 1)}, \quad (14)$$

то поляризация отраженной волны совпадает с поляризацией падающей.

3. Приведенные формулы можно использовать для определения параметров движущейся среды. Это можно сделать, определяя пово-

рот плоскости поляризации, угол полного отражения и угол, при котором отражение отсутствует. Остановимся на двух последних возможностях. Будем считать $\varepsilon_1 = \mu_1 = \mu_2 = 1$, $\varepsilon_2 = 1 - \omega_0^2/\omega^2$, где ω_0 —собственная частота плазмы.

Если $\varepsilon_2 > \beta^2$ ($\varphi_0 = \pi/2$), т. е. $1 - \beta^2 > \omega_0^2/\omega^2$, то полное отражение имеет место при углах θ_0 , удовлетворяющих

$$\cos^2 \theta_0 \geq \frac{\omega_0^2}{\omega^2 (1 - \beta^2)}. \quad (15)$$

Если же $\omega_0^2/\omega^2 > 1 - \beta^2$, то полное отражение имеет место при любых углах падения.

Если $\beta^2 \leq \sqrt{2} - 1$, то можно использовать формулу (12), т. е. фиксировать угол θ_0 ($\varphi_0 = 0$), при котором отраженная волна отсутствует.

В заключение пользуюсь случаем выразить благодарность Б. М. Болотовскому за ценные советы и обсуждение результатов.

Физический институт
Академии наук Армянской ССР

Հ. Ս. ՄԵՐԳԵԼՅԱՆ

Էլեկտրամագնիսական ալիքների անդրադարձումը և բեկումը շարժվող միջավայրերի դեպքում

Ուսումնասիրված է էլեկտրամագնիսական ալիքների անդրադարձումը և բեկումը շարժվող և անշարժ միջավայրերի սահմանից: Ստացված են անդրադարձման և բեկման օրենքները, ուսումնասիրված է անդրադարձած ճառագայթի բևեռացումը:

Ստացված են բանաձևեր լրիվ բևեռացման անկյունների համար (անշարժ միջավայրում սրանց համապատասխանում է Բրյուստերի անկյունը): Յուրյ է տրված, որ $\varphi \neq 0$ ($0 < \theta < \pi/2$) անկյան տակ ընկնող ալիքի համար, շարժվող միջավայրից անդրադարձման դեպքում բևեռացման հարթությունը շուտ է գալիս:

ЛИТЕРАТУРА — Պ Ր Ո Ւ Ա Ն Ո Ւ Ք Յ Ո Ւ Ն

¹ Б. М. Болотовский, С. Н. Столяров, „Известия вузов“, Радиофизика, 6, 1961. ² Я. Б. Файнберг, Докторская диссертация, ФИАН 1960.

ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

Н. К. Карапетян

Методика определения спектра с учетом неперидичности
 сейсмических колебаний

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 13/XI 1961)

Проблема изучения сейсмических колебаний может быть в значительной мере разрешена путем применения спектрального анализа.

Спектральный анализ сейсмических волн позволит дополнить и уточнить наши представления о внутреннем строении Земли. Для оценки поведения сооружений во время землетрясений также необходимо знать спектральные характеристики землетрясений. Знание преобладающих периодов и спектрального состава колебаний почвы, а также их зависимости от интенсивности землетрясений, эпицентрального расстояния и глубины залегания очага, грунтовых и геологических условий, от характера затухания сейсмических волн может служить одной из характеристик сейсмичности данного района.

Спектр сейсмических колебаний можно определять или непосредственно во время колебательного процесса в результате его воздействия на определенный прибор или же путем последующего анализа записи полученной с помощью сейсмографа или акселерографа.

Нами используется второй путь получения спектров.

Сейсмические колебания представляют собой нестационарную функцию, имеющую сплошной спектр с преобладанием отдельных периодов. Следовательно, при определении спектрального состава колебаний почвы необходимо учитывать их неперидичность.

Нами предлагается сейсмические колебания почвы представлять в виде интеграла Фурье

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (1)$$

Величина $S(\omega) d\omega = dC$ является комплексной амплитудой каждого отдельного составляющего колебания при частоте ω . Функция $f(t)$ в нашем случае описывает закон колебания грунта при прохождении сейсмических волн в течение конечного времени. Главная часть

комплексного спектра этой функции заключена в области частот $(0, \omega)$. Поэтому интегрирование мы можем выполнять в пределах от момента начала колебательного процесса до его замирания и в области частот от 0 до ω

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (2)$$

Величина $S(\omega)$, являющаяся комплексной функцией круговой частоты ω , определяет спектральную плотность комплексной амплитуды. Каждая гармоническая составляющая частоты ω полностью определяется спектральной плотностью ее амплитуды $\Phi(\omega)$ и начальной фазой $\varphi(\omega)$ (1)

$$S(\omega) = \Phi(\omega) e^{i\varphi(\omega)}. \quad (3)$$

Модуль $\Phi(\omega)$ комплексного спектра $S(\omega)$ представляет амплитудный спектр функции $f(t)$, а аргумент $\varphi(\omega)$ — фазовый спектр этой же функции.

Эти спектры определяются через коэффициенты Фурье

$$A(\omega) = \int_0^t f(t) \cos \omega t dt \quad \text{и} \quad B(\omega) = \int_0^t f(t) \sin \omega t dt \quad (4)$$

следующим образом:

$$\Phi(\omega) = \sqrt{A(\omega)^2 + B(\omega)^2} \quad (5)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{B(\omega)}{A(\omega)}. \quad (6)$$

Таким образом, исследование спектрального состава колебаний почвы при землетрясении сводится к определению его амплитудного и фазового спектра.

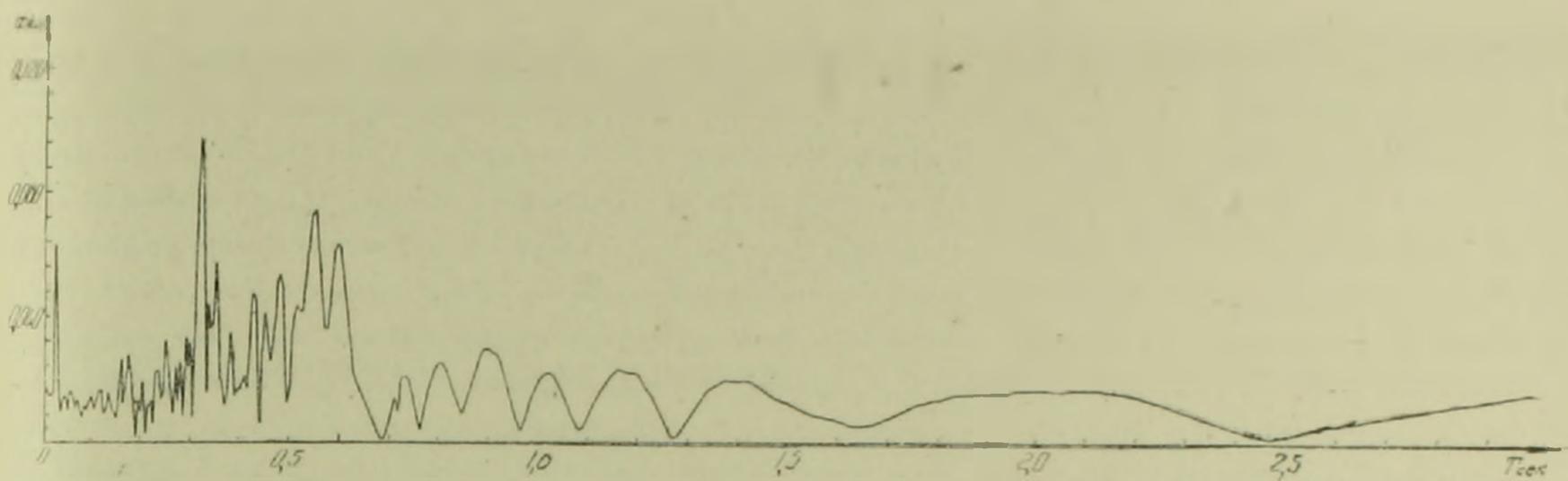
Согласно предлагаемой методике определения спектра сейсмических колебаний по реальной сейсмограмме или акселерограмме или же записи взрыва определяются значения функции $f(t)$ в зависимости от времени через определенные, достаточно малые интервалы времени. Затем по формулам (4) вычисляются значения $A(\omega)$ и $B(\omega)$. По этим данным определяются для различных периодов значения $\Phi(\omega)$ по формуле (5) и $\varphi(\omega)$ по формуле (6) и по ним строятся амплитудный и фазовый спектры.

С целью построения амплитудного и фазового спектра анализирована акселерограмма восьмибалльного Калифорнийского землетрясения 9 марта 1949 года.

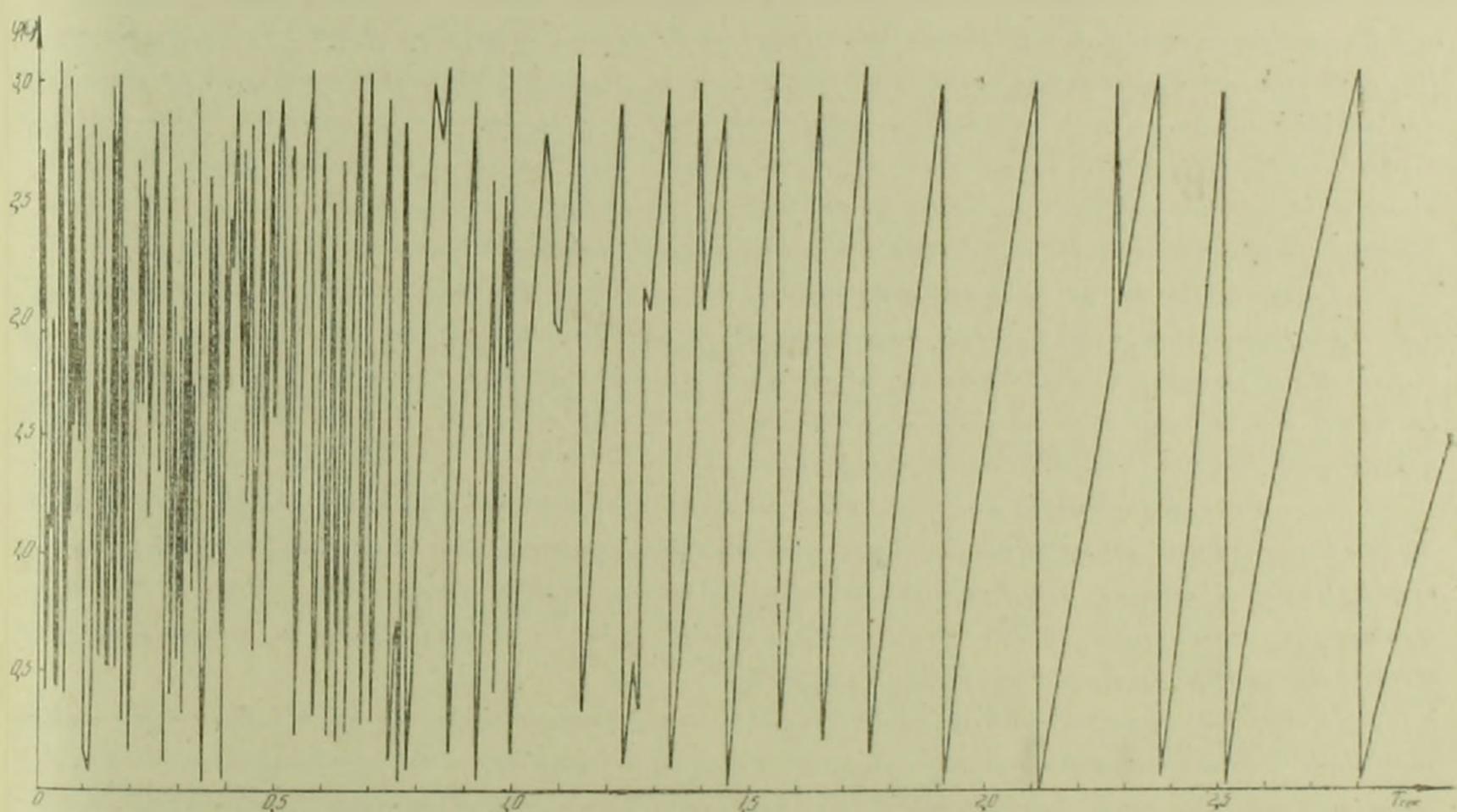
Запись ускорения произведена станцией „Холистер“. Эпицентр землетрясения находился в 22 км от этой станции. Нами подвергнута анализу горизонтальная составляющая колебания. При этом угол между

направлением на эпицентр и направлением регистрируемого колебания составляет 21° .

Запись увеличена примерно в 10 раз и по ней измерены значения функции $f(t)$, т. е. ускорения почвы в зависимости от времени начиная от 0 до 12,12 сек, через каждые 0,024 сек, всего 505 значений.



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Эти величины сведены в таблицу, с помощью которой в Вычислительном центре Академии наук Армянской ССР были получены значения $\Phi(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ для периодов от 0,005 сек. до 3 сек., через каждые 0,005 сек. до 1 сек. и через каждые 0,01 сек. до 3 сек. По полученным данным построены амплитудный и фазовый спектры, представленные соответственно на фиг. 1 и 2. На графиках по оси абсцисс отложены периоды, а по оси ординат — в первом случае спектральная плотность амплитуды $\Phi(\omega)$, во втором случае — начальная фаза $\varphi(\omega)$. Полученные спектры являются непрерывными.

Институт геофизики и инженерной сейсмологии
Академии наук Армянской ССР

**Սեյսմիկ տատանումների անպարբերականության
հաշվառումով սպեկտրի սրուման եղանակ**

Հոդվածում առաջարկվում է սեյսմիկ տատանումների սպեկտրի սրուման մի եղանակ, որում հաշվի է առնվում տատանումների անպարբերականությունը: Փորձ է արված բնահողի սեյսմիկ տատանումները ներկայացնել ֆուրյեի ինտեգրալի տեսքով՝ այսինքն, հաճախությունների անընդհատ հերթականության սինուսոիդների ինտեգրալային գումարի տեսքով ⁽¹⁾: Անյբանով որ սեյսմիկ տատանումների հիմնական մասը $f(t)$ ըստ ժամանակի սահմանափակվում է ինչ-որ $(0, t)$ ինտերվալով, իսկ սպեկտրի գլխավոր մասը ընկնում է $(0, \omega)$ հաճախության գոնայում, ապա ինտեգրումը կատարվում է ոչ թե անվերջության սահմանում, այլ միայն տատանողական պրոցեսի սկզբի և նրա մարման սահմանի համար, 0 -ից մինչև ω հաճախությունների տիրույթում ⁽²⁾: ω -հաճախությունների յուրաքանչյուր հարմոնիկ բաղադրիչը ամբողջությամբ որոշվում է նրա $\Phi(\omega)$ ամպլիտուդի սպեկտրային խտությամբ և սկզբնական ֆազայով ⁽³⁾: Այսպիսով երկրաշարժի ժամանակ բնահողի տատանումների սպեկտրային կազմի հետազոտությունը բերվում է նրա ամպլիտուդային և ֆազային սպեկտրի որոշմանը:

Համաձայն սեյսմիկ տատանումների սպեկտրի որոշման առաջարկվող եղանակի, որտեղ օգտագործվում են իրական սեյսմոգրամներ կամ ակսելերոգրամներ և կամ սլայթեցումների գրանցումներ, անհրաժեշտ է որոշել $f(t)$ ֆունկցիայի արժեքները կախված ժամանակի որոշակի բավականին կարճ ինտերվալների համար: Այնուհետև ⁽⁴⁾ բանաձևերի համաձայն հաշվվում է $A(\omega)$ և $B(\omega)$ արժեքները: Այդ ավյալների հիման վրա ⁽⁵⁾ բանաձևով $\Phi(\omega)$ -ի տարրեր պարբերությունների արժեքների համար և ⁽⁶⁾ բանաձևով $\varphi(\omega)$ -ի համար կառուցվում է ամպլիտուդային և ֆազային սպեկտրները:

Նպատակ ունենալով կառուցել ամպլիտուդային և ֆազային սպեկտր, կալիֆորնիայի 9.3.1949 թվականի ութրալանոց երկրաշարժի ակսելերոգրամը մեծացվել է մոտ 10 անգամ և ըստ նրա չափվել է $f(t)$ ֆունկցիայի արժեքները՝ այսինքն, բնահողի արագացումները կախված ժամանակից յուրաքանչյուր 0,024 վայրկյանի համար, սկսած 0-ից մինչև 12,12 վայրկյանը՝ ընդամենը 505 նշանակություն:

Այս մեծությունները բերված են աղյուսակային ձևի, որի օգնությամբ Հայկական ՍՍՌ Գիտությունների ակադեմիայի Հաշվողական կենտրոնում ստացվել են $\Phi(\omega)$ և $\varphi(\omega)$ -ի արժեքները հետևյալ պարբերությունների համար. 0,005 վայրկյանից մինչև 3 վայրկյանը յուրաքանչյուր 0,005 վայրկյանի համար՝ մինչև 1 վայրկյանը և յուրաքանչյուր 0,01 վայրկյանի համար մինչև 3 վայրկյանը:

Ստացված արդյունքների հիման վրա կառուցված ամպլիտուդային և ֆազային սպեկտրները համապատասխանաբար բերված են 1 և 2 նկարներում: Գրաֆիկներում արտցիսի վրա տրված են պարբերությունները, իսկ օրդինատային առանցքի վրա՝ ստացված զեպում $\Phi(\omega)$ ամպլիտուդի սպեկտրալ խտությունը, երկրորդում՝ $\varphi(\omega)$ սկզբնական ֆազան: Ստացված սպեկտրները անխզելի են:

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ Н. И. Гурвич, Сейсмическая разведка. М., 1960.

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. Т. Бабаян, чл.-корр. АН Армянской ССР, М. Г. Инджикян и
 Г. Б. Багдасарян

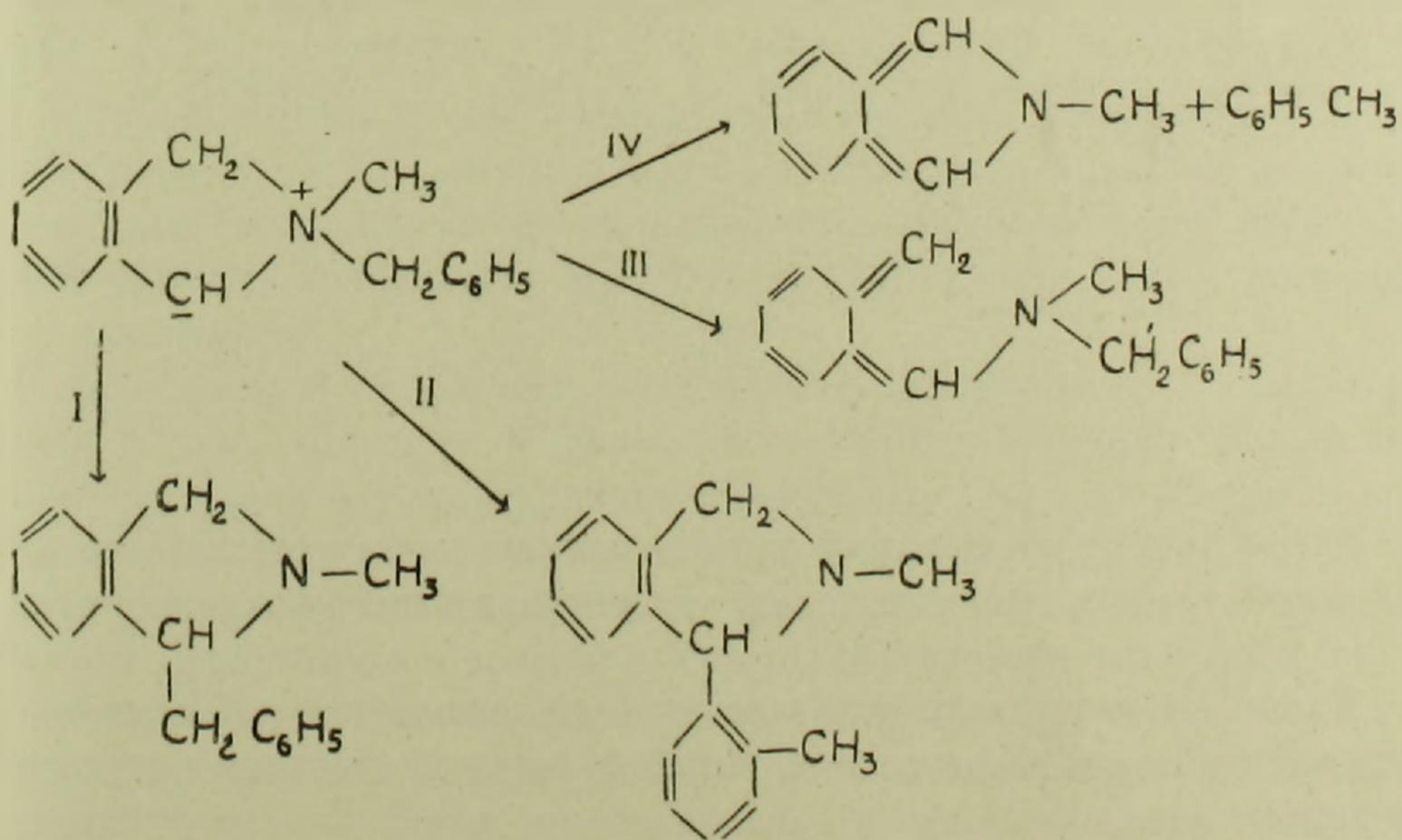
О новой реакции перегруппировки-расщепления четвертичных
 аммониевых солей*

(Представлено 8/XII 1961)

Как известно, четвертичные аммониевые соединения, содержащие группы типа бензил, аллил и ряд других, под действием протоноакцепторных реагентов подвергаются внутримолекулярным перегруппировкам, приводящим к образованию третичного амина с тем же числом углеродных атомов.

Перегруппировки эти происходят через промежуточное образование биполярного комплекса, названного Виттигом-илид (1). Известны три вида перегруппировок илида. В хронологическом порядке их открытия это перегруппировки — Стивенса (I) (2), Соммеле (II) (3) и Виттига (III) (4). Известен также очень интересный вид перегруппировки-расщепления илида (IV), открытый также Виттигом с сотрудниками (4).

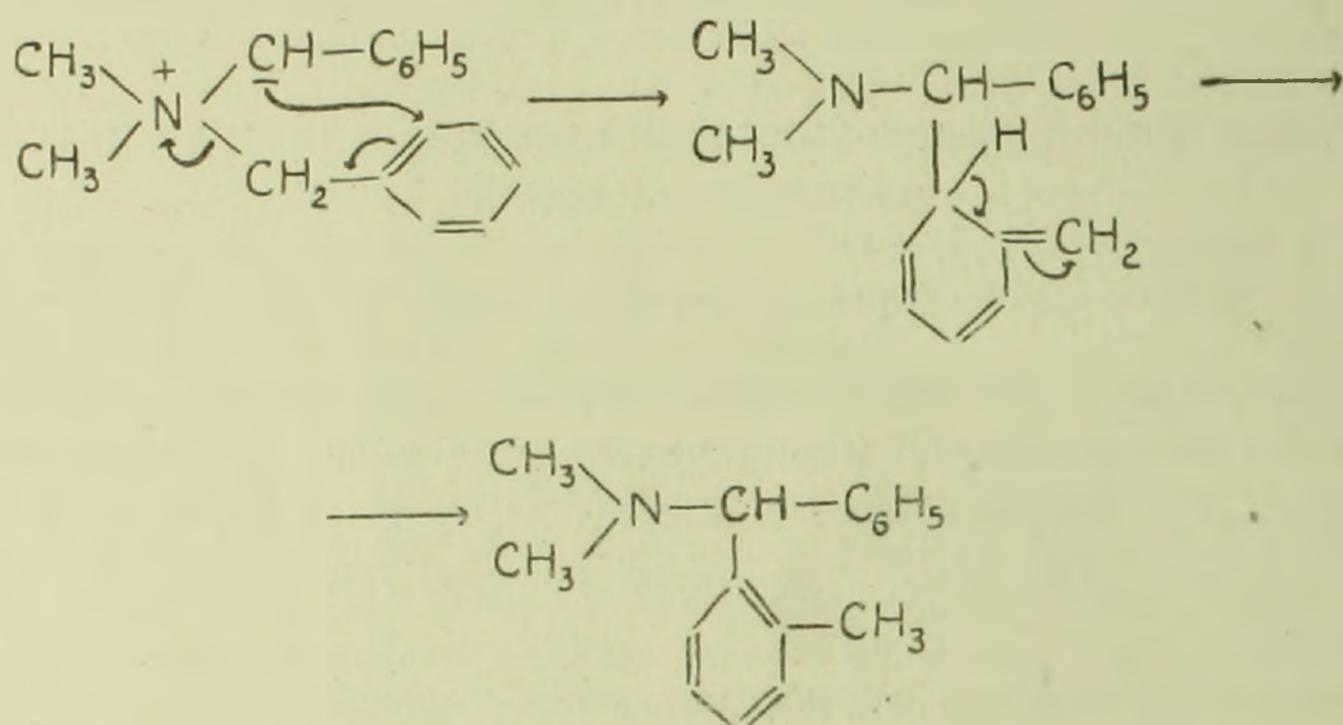
Для краткости схемы всех трех перегруппировок и перегруппировки-расщепления (IV) приводим на примере одного и того же илида:



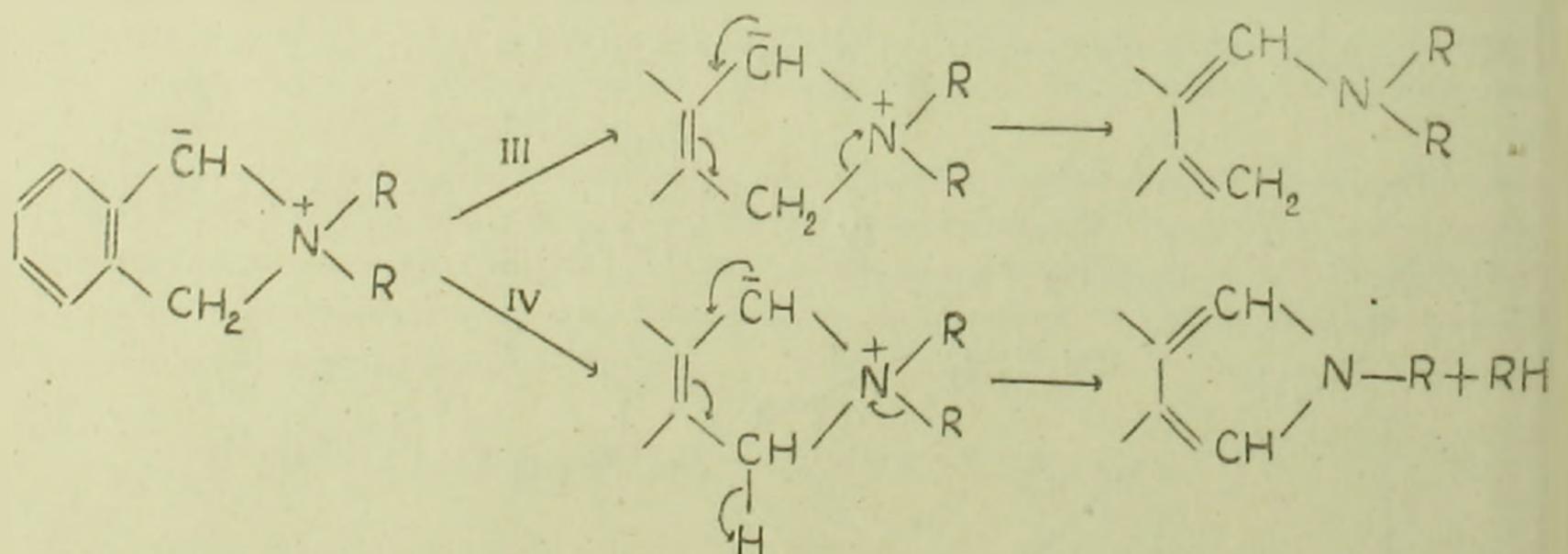
* Доложено на юбилейной сессии АН Грузинской ССР 1 декабря 1961 г.

Согласно механизму, предложенному Стивенсом (5) и развитому Виттигом и Лайбом, (6) при реакции I α -углеродный атом мигрирующей группы через трехчленный циклический механизм вступает во взаимодействие с неподеленной электронной парой анионного центра ильда, и вся группа перемещается к этому центру в виде катиона без потери силового поля аммониевого иона (7).

Для реакции II Кантором и Хаузером предложен «ароматический нуклеофильный механизм», заключающийся в перегруппировке ильда через пятичленный циклический механизм с последующей ароматизацией образовавшегося эксометиленамин (8).

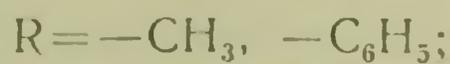
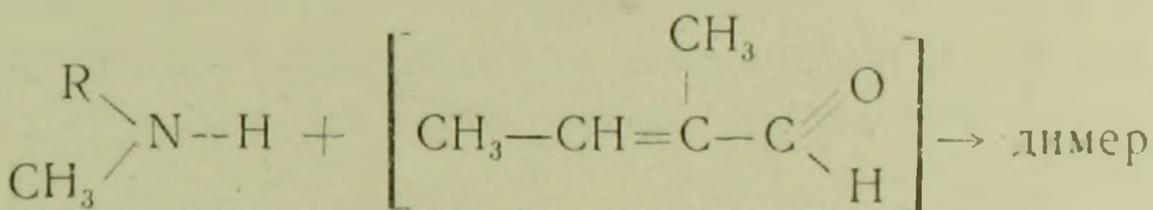
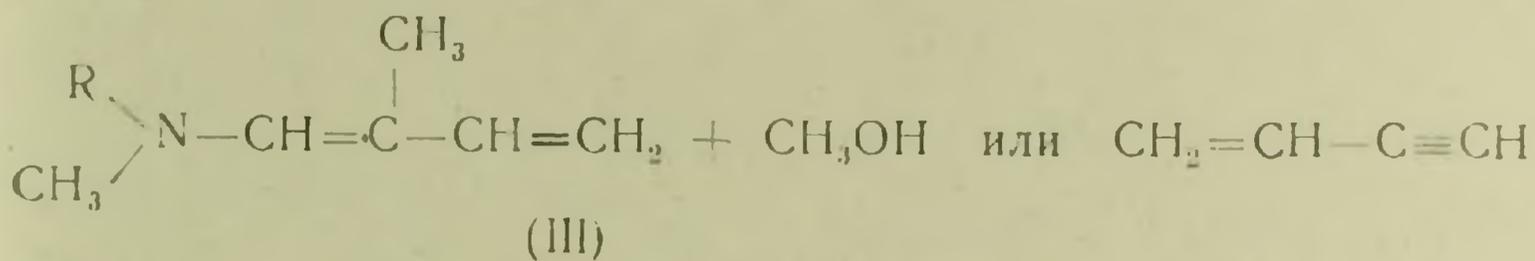
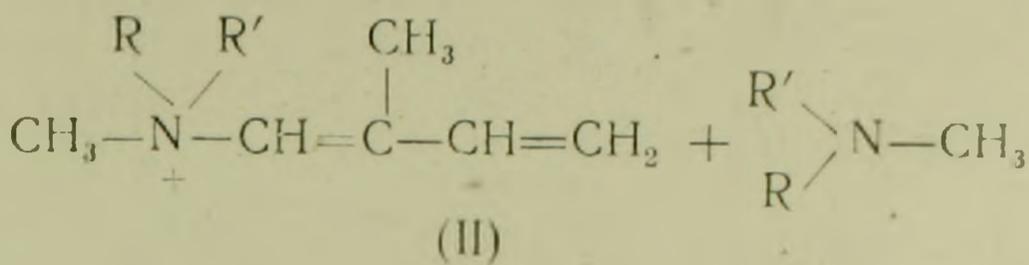
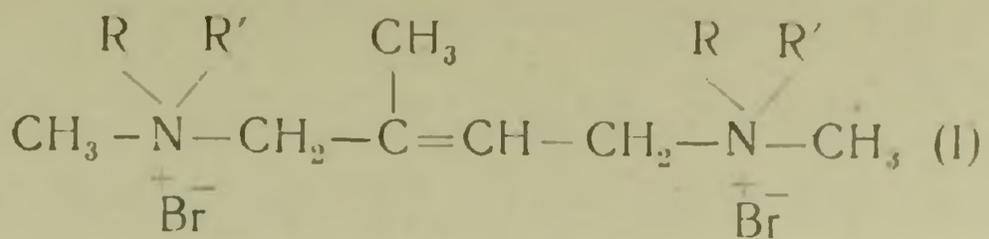


Для реакций III и IV Виттиг с сотрудниками предлагают два возможных механизма. Приводим тот, которому авторы сами отдают предпочтение:



В ходе работ по щелочному расщеплению дичетвертичных аммониевых солей нами установлен новый вид реакции перегруппировки-расщепления.

Ранее (9) нами было показано, что воднощелочное расщепление дичетвертичных аммониевых солей общей формулы I протекает ступенчато, по схеме:



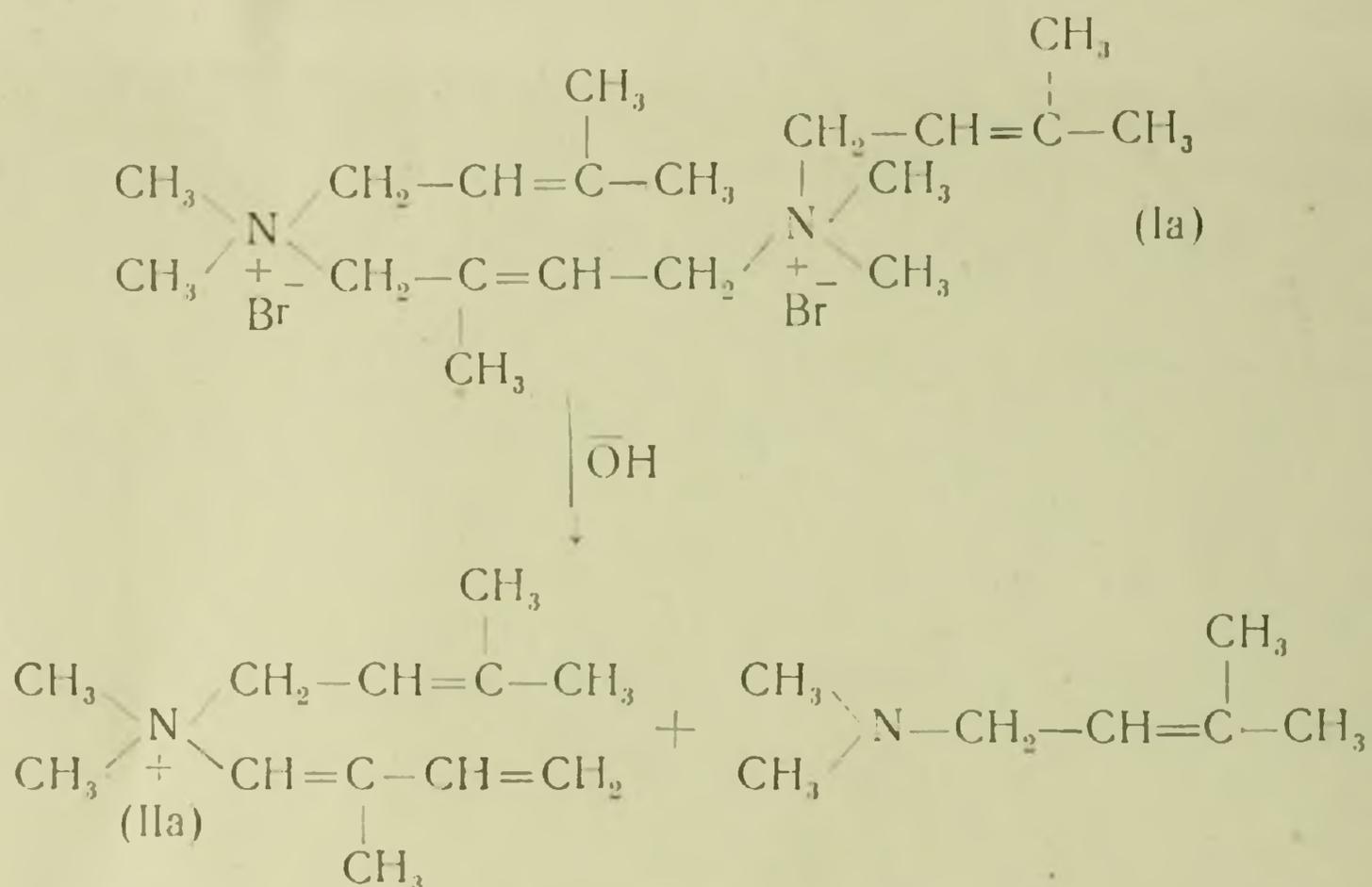
При R равном фенилу, диенамин (III) получается с высоким выходом. При R равном метилу, выход диенамина невысок, в основном получают продукты его дальнейшего превращения — диметиламин и карбонильное соединение, являющееся продуктом конденсации α -метилкротонового альдегида.

Согласно этой схеме, при расщеплении дичетвертичной аммониевой соли 1a (R равное метилу, R' равное 3-метилбутен-2-илу) следовало ожидать образования эквимолекулярных количеств диметил-(3-метилбутен-2-ил)-амина, изопрена и 1-диметиламино-2-метилбутадиена-1,3 (III) наряду с продуктами его дальнейшего превращения, а именно — диметиламином и продуктом конденсации α -метилкротонового альдегида.

Воднощелочное расщепление соли 1a произошло очень легко при температуре кипящей водяной бани и привело к образованию диметил-(3-метилбутен-2-ил)-амина, диметиламина и карбонильного соединения $\text{C}_{10}\text{H}_{16}\text{O}$. В продуктах реакции нам не удалось обнаружить ни следов изопрена, ни диенамина. Согласно данным спектрального анализа, соедине-

ние $C_{10}H_{16}O$ имеет незамещенные винильные группы, не сопряженные с карбонильной группой.

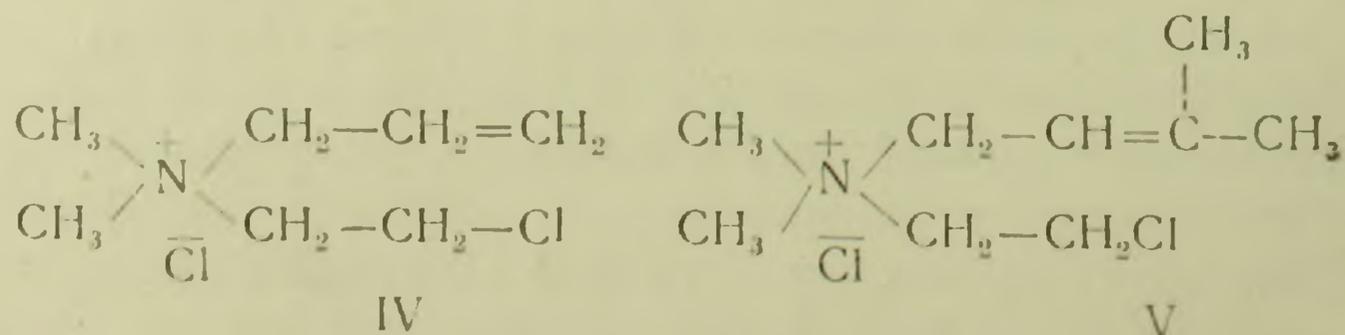
Образование диметил-(3-метилбутен-2-ил)-амина указывало на то, что первая стадия расщепления соли Ia протекает согласно вышеприведенной схеме:



Отсутствие изопрена и наличие диметиламина в продуктах реакции наводило на мысль об образовании карбонильного соединения за счет обеих непредельных групп промежуточно образующегося моноаммониевого комплекса IIa.

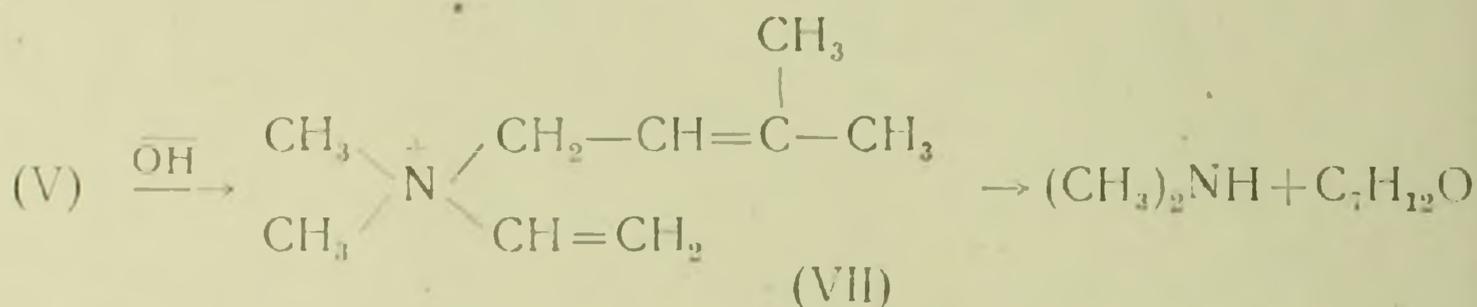
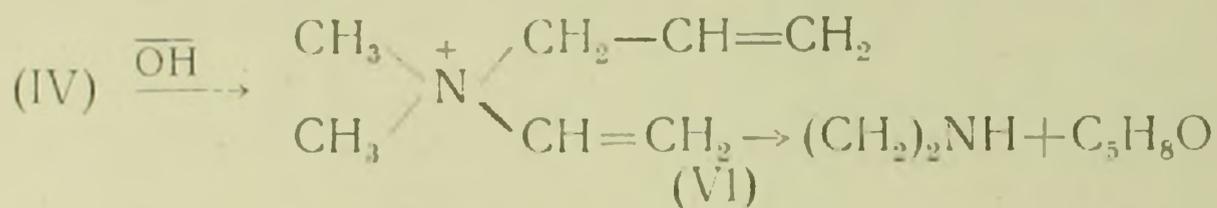
В случае справедливости данного предположения при расщеплении дичетвертичных аммониевых солей с одинаковым общим радикалом, но с различными аллильного типа группами следовало ожидать образования различных карбонильных соединений, в которых количество углеродных атомов должно было равняться сумме углеродных атомов общего радикала соли и группы R. И действительно, в результате расщепления соли Ib (R равное аллил) было получено карбонильное соединение $C_8H_{12}O$.

Можно было предположить, что наблюдаемая реакция имеет общий характер и присуща вообще винилаллиловым аммониевым солям; поэтому мы перешли к изучению реакции винилаллиламмониевых солей с водной щелочью. С этой целью взаимодействием диметилаллиламина и диметил-(3-метилбутен-2-ил)-амина с 1,2-дихлорэтаном были получены соответствующие аммониевые соли IV и V, содержащие β -хлорэтильную группу. Ранее одним из нас совместно с А. А. Григорян было показано,



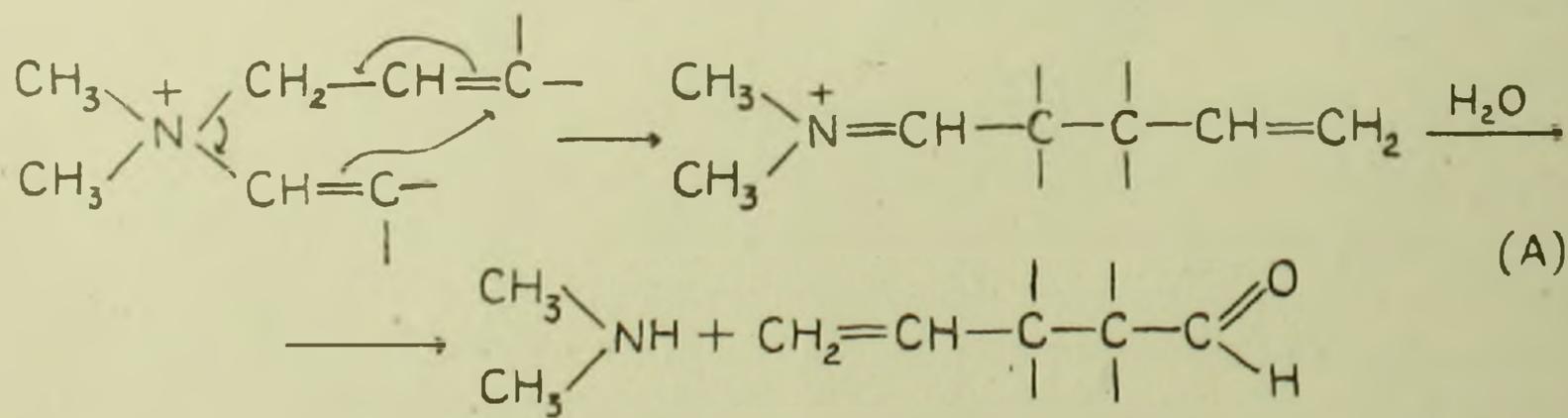
Исходная соль	Образующийся альдегид	Выход в %	d ₄ ²⁰	n _D ²⁰	%C		%H		Т. пл. семи-карбазона
					найд.	вычис.	найд.	вычис.	
$\begin{array}{c} \text{CH}_2-\text{CH}=\text{C}(\text{CH}_3)_2 \\ \\ (\text{CH}_3)_2\text{N}^+-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{C}-\text{CH}_2-\text{N}^+(\text{CH}_3)_2 \\ \quad \\ \text{Br}^- \quad \text{CH}_3 \quad \text{Br}^- \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ \\ \text{CH}_2=\text{CH}-\text{C}-\text{C} \begin{array}{l} \text{O} \\ // \\ \text{H} \end{array} \\ \\ \text{CH}_3-\text{C}-\text{CH}_3 \\ \\ \text{CH}=\text{CH}_2 \end{array}$	76	0,8803	1,4643	78,70	78,94	10,51	10,25	131°
$\begin{array}{c} \text{CH}_2-\text{CH}=\text{CH}_2 \\ \\ (\text{CH}_3)_2\text{N}^+-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{C}-\text{CH}_2-\text{N}^+(\text{CH}_3)_2 \\ \quad \\ \text{Br}^- \quad \text{CH}_3 \quad \text{Br}^- \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ \\ \text{CH}_2=\text{CH}-\text{C}-\text{C} \begin{array}{l} \text{O} \\ // \\ \text{H} \end{array} \\ \\ \text{CH}_2-\text{CH}=\text{CH}_2 \end{array}$	52	0,9100	1,4800	77,60	76,40	10,03	9,68	187°
$\begin{array}{c} \text{CH}_2-\text{HC}=\text{C}(\text{CH}_3)_2 \\ \\ (\text{CH}_3)_2\text{N}^+-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CH}-\text{CH}_2-\text{N}^+(\text{CH}_3)_2 \\ \quad \\ \text{Cl}^- \quad \text{Cl}^- \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{O} \\ // \\ \text{CH}_2=\text{CH}-\text{CH}-\text{C} \begin{array}{l} \text{H} \\ \end{array} \\ \\ \text{CH}_3-\text{C}-\text{CH}_3 \\ \\ \text{CH}=\text{CH}_2 \end{array}$	58	0,8950	1,4725	77,10	78,11	9,6	10,14	94
$\begin{array}{c} \text{CH}_2-\text{CH}=\text{CH}_2 \\ \\ (\text{CH}_3)_2\text{N}^+-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CH}-\text{CH}_2-\text{N}^+(\text{CH}_3)_2 \\ \quad \\ \text{Br}^- \quad \text{Br}^- \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{O} \\ // \\ \text{CH}_2=\text{CH}-\text{CH}-\text{C} \begin{array}{l} \text{H} \\ \end{array} \\ \\ \text{CH}_2-\text{CH}=\text{CH}_2 \end{array}$	50	0,8836	1,4633	75,53	76,36	9,05	9,09	190°
$\begin{array}{c} \text{CH}_2-\text{CH}_2\text{Cl} \\ \\ (\text{CH}_3)_2\text{N}^+ \\ \\ \text{CH}_2-\text{CH}=\text{CH}_2 \\ \\ \text{Cl}^- \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{O} \\ // \\ \text{CH}_2=\text{CH}-\text{CH}_2-\text{C}-\text{C} \begin{array}{l} \text{H} \\ \end{array} \\ \\ \text{CH}_2=\text{CH}-\text{CH}_2-\text{CH} \end{array}$	59	0,8846	1,4829	80,83	80	9,42	9,33	128°
$\begin{array}{c} \text{CH}_2-\text{CH}_2\text{Cl} \\ \\ (\text{CH}_3)_2\text{N}^+ \\ \\ \text{CH}_2-\text{CH}=\text{C}(\text{CH}_3)_2 \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{CH}_3 \\ \\ \text{CH}_2=\text{CH}-\text{C}-\text{CH}_2-\text{C} \begin{array}{l} \text{O} \\ // \\ \text{H} \end{array} \\ \\ \text{CH}_3 \end{array}$	82	0,8400	1,4230	74,50	75	11,6	10,7	154°

что, вопреки литературным данным ⁽¹⁰⁾, триалкил-β-хлорэтиламмониевые соли при взаимодействии со щелочью сначала подвергаются дегидрохлорированию с образованием виниламмониевого соединения и затем только расщеплению ⁽¹¹⁾. Таким образом, в результате взаимодействия солей IV и V с двойным молярным количеством водной щелочи можно было ожидать реакции их дегидрохлорирования в аллиламмониевые катионы VI и VII и далее их перегруппировки — расщепления на диметил-амин и карбонильное соединение C₅H₈O в первом случае

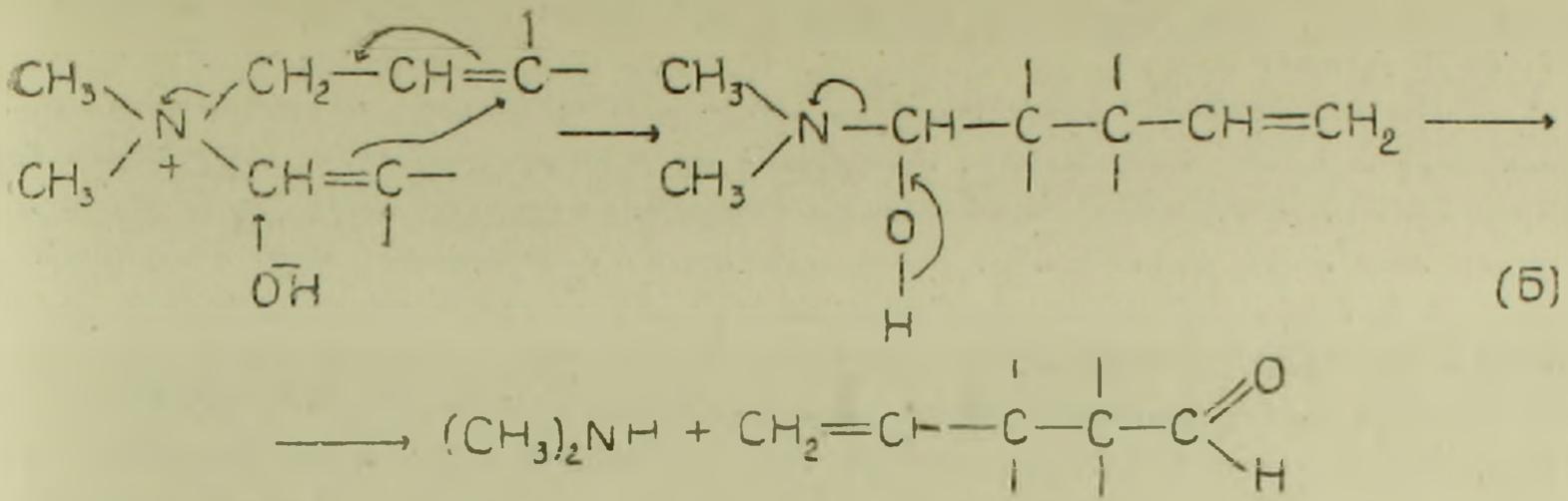


и C₇H₁₂O во втором. Действительность вполне оправдала наши ожидания. Правда, в первом случае ожидаемый альдегид был получен с небольшим выходом, в основном был получен продукт его кротоновой конденсации C₁₀H₁₄O. По данным спектрального анализа, в соединении C₁₀H₁₄O имеются незамещенные винильные группы и двойная связь, сопряженная с карбонильной группой. В соединении C₇H₁₂O, полученном из соли V, согласно данным спектрального анализа, имеется незамещенная винильная группа, не сопряженная с карбонильной.

На основании полученных данных можно было предположить, что имеем дело с чисто внутримолекулярной реакцией перегруппировки винилаллиловых аммониевых солей, протекающей аналогично механизму реакции Клайзеновской перегруппировки винилаллиловых эфиров. Образовавшееся при этом иммониевое соединение далее гидролизуется на вторичный амин и карбонильное соединение:



Однако такое чисто внутримолекулярное протекание реакции в аммониевом ионе нам кажется мало вероятным. Тем более, что наблюдаемая нами реакция, в отличие от Клайзеновской перегруппировки, сама по себе только под действием нагревания не имеет места, а в присутствии водной щелочи в некоторых случаях легко протекает уже при комнатной температуре. Поэтому мы считаем более вероятной следующую схему:



Далее было показано, что едкая щелочь может быть заменена аминами.

Таким образом, можно сказать, что эта новая реакция перегруппировки-расщепления также протекает через промежуточную стадию образования биполярного комплекса. Однако анионный центр этого биполярного иона как по своему происхождению, так и по положению отличается от анионного центра в илиде. Если в илиде анионный центр образуется у α -углеродного атома за счет отщепления протона под действием протоноакцепторных реагентов, то в нашем случае анионный центр образуется у β -углеродного атома за счет присоединения нуклеофильного реагента к α -углеродному атому вичильной группы.

В таблице приведены исходные соли и некоторые данные относительно полученных из них карбонильных соединений.

Институт органической химии
Академии наук Армянской ССР

Ա. Թ. ԲԱԲՄԱՆ, Մ. Գ. ԻՆՋԻԿՅԱՆ ԵՎ Ն. Ք. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ

Չորրորդային ամոնիակային աղերի վերախմբավորման ճեղքման նոր ուսակցիայի մասին

Ինչպես հայտնի է, բենզիլ և ալիլ տիպի խմբեր պարունակող չորրորդային ամոնիակային աղերը պրոտոնոակցեպտոր նյութերի ապացեցության տակ ենթարկվում են ներմուկեկուլյար վերախմբավորման (2-4):

Այդ վերախմբավորումները կատարվում են շնորհիվ իլիզ կոչվող (1) միջանկյալ երկրենու կոմպլեքսի առաջացման:

Երկչորրորդային ամոնիակային աղերի հիմնային ճեղքման աշխատանքների կատարման ընթացքում մեր կողմից հայտնարեբված է վերախմբավորման-ճեղքման ուսակցիայի մի նոր տեսակ:

Այս ուսակցիայի էությունը կայանում է նրանում, որ շահեցած ընդհանուր և կողմնային ալիլային տիպի խմբեր պարունակող երկչորրորդային ամոնիակային աղերը (օրինակ Նa աղը), ինչպես նաև վինիլային ու ալիլային խմբեր պարունակող չորրորդային աղերը ջրահիմնային ճեղքման ժամանակ հանգեցնում են կարբոնիլային մի այնպիսի միացության, որը պարունակում է նույնքան անխառնային ատոմներ, որքան պարունակում էին ընդհանուր և կողմնային ալիլային խումբը միասին վերցրած (տես աղյուսակը):

Ցույց է տրված նաև, որ կծու հիմքերը կարելի է փոխարինել ամիններով:

Կարելի էր ենթադրել, որ տեղի է ունենում զուտ ներմուկեկուլյար վերախմբավորում, նման վինիլալիլային էթերների կլայգենյան վերախմբավորման, որից հետո, առա-

Չացած իմոնիումային միացութեան հիդրոլիզը հանդեպնում է կարբոնիլային միացութեան համաձայն A սխեմայի:

Սակայն ամոնիում իոնի այդպիսի գուտ ներմուծելույն վերախմբավորումը մեղ թվում է ոչ այնքան հավանական, մանավանդ որ ի տարբերութուն կլայդենյան վերա- խմբավորման, մեր կողմից հայտնաբերված վերախմբավորումը սոսկ ջերմութեան ազդե- ցութեան տակ տեղի չի ունենում, իսկ ջրահիմնային միջավայրում որոշ դեպքերում ըն- թանում է նույնիսկ սենյակի ջերմաստիճանում: Այդ պատճառով մենք ավելի հավանա- կան ենք համարում B սխեման:

Այսպիսով, կարող ենք ասել որ, այս նոր սեակցիան նույնպես ընթանում է երկ- րեւո կոմպլեքսի առաջացմամբ, սակայն այդ կոմպլեքսի անիոնային կենտրոնը թե՛ իր առաջացմամբ և թե՛ իր դիրքով տարբերվում է իլիդի անիոնային կենտրոնից: Վերջինում անիոնայի կենտրոնը գտնվում է α -ածխածին ատոմի մոտ և ստացվում է ի հաշիվ α դիր- քից պրոտոն պոկելու, այնինչ մեր դեպքում անիոնային կենտրոնը գտնվում է β -ած- խածին ատոմի մոտ և առաջանում է ի հաշիվ ածխածնային ատոմին նուկլեոֆիլ սեա- դենտի միացման:

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

- ¹ G. Wittig, G. Felletchin, Ann., 555, 133 (1943). ² T. C. Stevens, E. M. Groyton, A. B. Gordon, M. M. Nicol, Soc., 1928, 3193. ³ M. Commele, Compt. rend., 205, 56 (1937). ⁴ G. Wittig, G. Tenhaiff, B. Shox, G. Konich, Ann. 572, 1 (1951). ⁵ И. Ц. Дюн, Т. С. Стивенс, Soc., 1932, 1926. ⁶ G. Wittig, G. Лайб, Ann., 580, 57 (1953). ⁷ И. Г. Бревстер, М. В. Клайп, J. Ann. chem. Soc., 74, 5179 (1952). ⁸ С. В. Кантор, К. Р. Хаузер, J. Am. chem. Soc., 73, 4122 (1951). ⁹ А. Т. Бабаян, М. Г. Инджикян, Г. Б. Багдасарян. ДАН СССР, том 133, № 6, 1334 (1960). ¹⁰ К. К. Ингольд, Механизм реакций и строение органических соединений, стр. 349, Изд. иностр. литературы, Москва 1959 г. ¹¹ А. Т. Бабаян, А. А. Григорян, А. Н. Григо- рян, ЖОХ, 27, 1827 (1957).

В. Л. Ананян

Поглощение растениями ячменя радиостронция из различных почв Армении

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. С. Давтяном 24/VII 1961)

Изучение накопления радиостронция в растениях в зависимости от характера почв является важнейшим вопросом в общей проблеме круговорота радиостронция в природе.

Исследования ряда авторов (1-7) показали, что поступление радиостронция в растения зависит от свойств почвы. При этом чем тяжелее механический состав почвы и выше обменная емкость и насыщенность почв кальцием, тем сильнее поглощение радиостронция и меньше его поступление в растение. Накопление радиостронция в урожае находится также в прямой зависимости от концентрации его в почве (8).

Нас интересовал вопрос, каковы величины накопления радиостронция в растениях в зависимости от свойств основных типов почв Армении.

Опыты* проводились в вегетационных сосудах емкостью 3,5 л. Опыт заложен на фоне без удобрения и NPK (в некоторых случаях ввиду небольшого количества почвы был оставлен только вариант NPK).

Удобрения (аммиачная селитра, суперфосфат и калий хлористый) давались из расчета 0,2 г действующего начала на 1 кг почвы. Радиостронций был внесен при поливе в фазе кущения. На сосуд внесли 41,6 мккюри радиостронция. Повторность опыта 3-кратная.

Агрохимическая характеристика почв, на которых проводились опыты, приведена в табл. 1. По механическому составу эти почвы принадлежат к тяжелым суглинкам и легким глинам.

Растения ячменя были доведены до спелости. Однако колосья оказались стерильными—семян не образовалось (в то время как в параллельном опыте без радиостронция они образовались). Очевидно, это результат радиационного эффекта, хотя имеющиеся в литературе

* В экспериментальной части работы принимали участие Е. А. Погосян и А. Ш. Аветисян.

данные утверждают, что радиационный эффект наступает при значительно более высоких дозах (9-11). Использованный радиостронций представлял из себя смесь изотопов Sr⁹⁰ и Sr⁸⁹. Последний, как известно, обладает довольно жестким излучением (1,46 Мэв). В результате этого, возможно, произошло явление „радиационного ансамбля“, т. е. суммирование дозы внешнего и внутреннего облучения, на которое обратил внимание В. М. Ключковский (10).

Таблица 1

Агрохимическая характеристика почв

№ почвы	Название почвы, место	Гигроскопическая влажность в %	Гумус в %	CaCO ₃ в %	мг-экв. на 100 г почвы		рН в суспензии (1:2,5)	
					обменный Са	обменный Mg	H ₂ O	In KCl
I	Бурая, карбонатная, культурно-поливная, Бамбакашат	5,7	1,70	7,77	28,81	10,32	7,79	7,37
II	Светло-каштановая бескарбонатная, Уджан	5,3	1,83	0,19	20,46	11,95	6,77	6,59
III	Каштановая, слабокарбонатная, Егвард	5,0	1,93	0,56	32,60	5,49	7,95	7,22
IV	Темно-каштановая, карбонатная, Спитак	5,4	3,92	9,78	32,63	7,21	7,60	7,23
V	Чернозем, карбонатный, Дзорашен	не опр.*	4,95	4,48	26,39	нет	7,41	7,10
VI	Выщелоченный чернозем, Артагюх	4,7	не опр.	нет	11,58	30,82	6,97	6,82
VII	Слабо выщелоченный чернозем, Агин	7,3	4,86	0,38	39,77	8,27	7,21	6,82
VIII	Выщелоченный чернозем, Апаран	6,4	5,03	нет	25,74	14,16	6,50	6,50
IX	Слабо выщелоченный чернозем, Гегарот	2,4	3,85	0,36	10,96	18,39	6,61	6,41
X	Тучный выщелоченный чернозем, Краносельск	9,1	11,48	нет	24,85	9,96	5,43	5,37

* Данные приведены на воздушно-сухую почву.

Определение содержания радиостронция производилось в средних образцах размельченной общей массы урожая.

Урожайные данные (табл. 2) показывают, что на всех почвах внесение полного минерального удобрения резко повысило урожай общей массы ячменя.

Результаты опыта показали (табл. 2, фиг. 1), что накопление радиостронция на единицу сухого вещества (1 г) было высоким в вариантах без удобрения. Внесение удобрений (варианты NPK) зна-

чительно уменьшило накопление радиостронция. На уменьшение поступления радиостронция в растения под влиянием удобрений указывает также ряд авторов (12-15).

Таблица 2

Урожай ячменя и накопление радиостронция

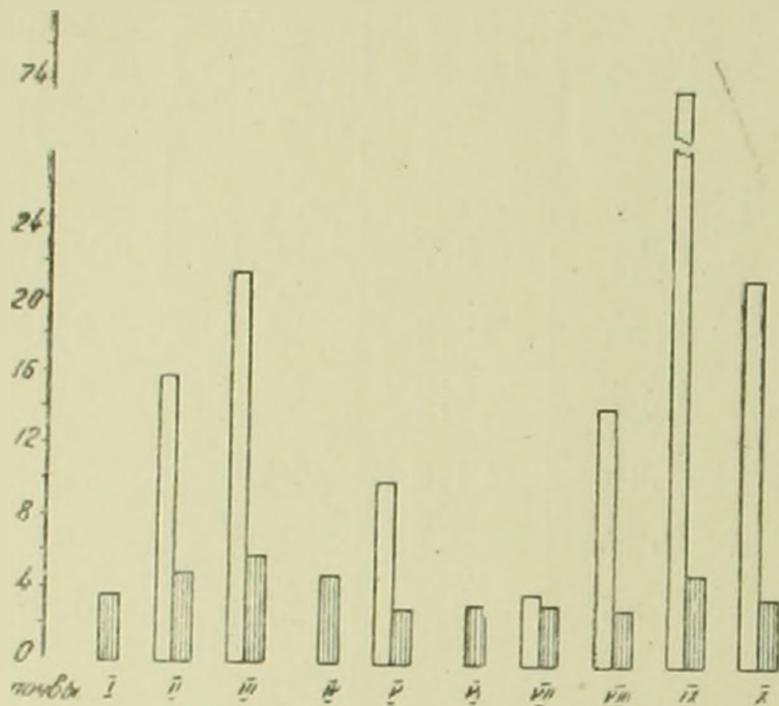
№ почвы	Название почвы, место	Вариант	Общий урожай в г на сосуд	Содержание Sr ⁹⁰ в тысячах имп/мин		Вынос Sr ⁹⁰ в % от влеса сеного
				на 1 г сухого вещества	на урожай	
I	Бурая, культурно-поливная, карбонатная, Бамбакашат	NPK	8,01	3,7	30,1	2,4
II	Светло-каштановая, безкарбонатная, Уджан	Без удобрения	1,63	15,8	25,8	2,1
		NPK	7,91	4,9	38,6	3,1
III	Каштановая слабокарбонатная, Егвард	Без удобрения	1,13	21,5	24,3	2,0
		NPK	6,45	5,9	38,2	3,1
IV	Темно-каштановая, карбонатная, Спитак	NPK	4,55	4,9	22,3	1,8
V	Чернозем карбонатный, Дзорашен	Без удобрения	1,65	10,0	16,5	1,3
		NPK	7,31	3,1	22,7	1,8
VI	Выщелоченный чернозем, Артагюх	NPK	9,44	5,3	50,0	4,1
VII	Слабо выщелоченный чернозем, Агин	Без удобрения	3,36	3,9	13,2	1,1
		NPK	8,45	3,3	27,9	2,3
VIII	Выщелоченный чернозем, Апаран	Без удобрения	2,19	14,2	31,1	2,5
		NPK	9,37	3,1	29,2	2,4
IX	Слабо выщелоченный чернозем, Гегарот	Без удобрения	1,71	73,6	125,8	10,2
		NPK	7,01	5,1	35,7	2,9
X	Тучный, выщелоченный чернозем, Красносельск	Без удобрения	1,05	21,3	22,4	1,82
		NPK	8,11	3,8	30,5	2,48

Этот факт может иметь практическое значение, так как дает возможность применением удобрений уменьшить накопление радиостронция в растениях.

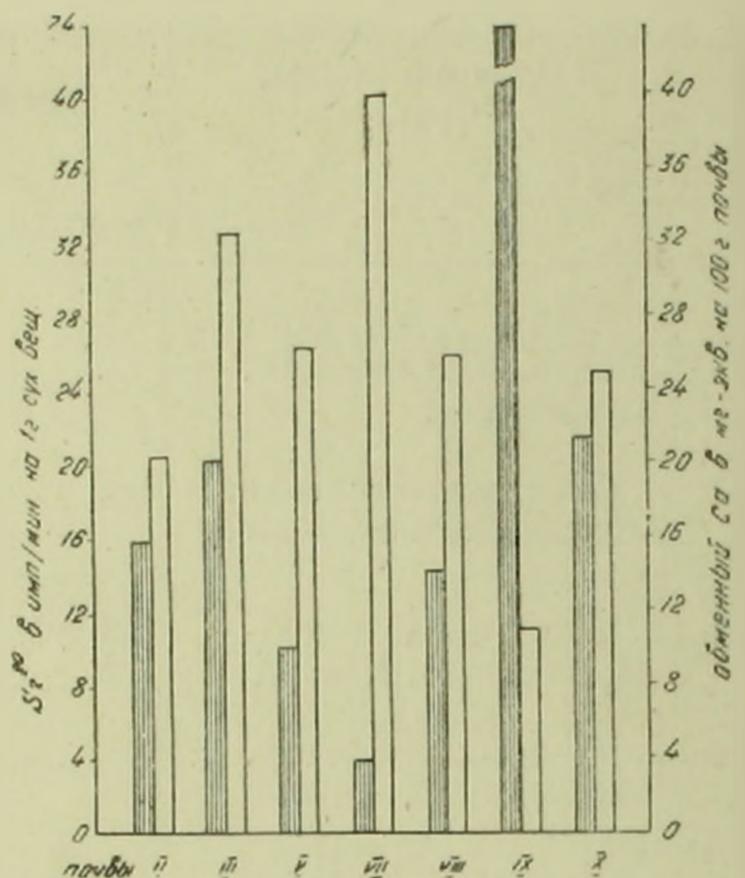
На различных почвах накопление радиостронция в варианте без удобрения сильно отличается, а при внесении удобрений (NPK) эти различия в значительной степени сглаживаются.

Сопоставление данных (фиг. 2) содержания радиостронция в вариантах без удобрения (в имп/мин. на 1 г сухого вещества) с показателями содержания обменного кальция (в мг-экв. на 100г почвы) показывает коррелятивную связь. При этом чем больше содержание обменного Са, тем меньше накопление радиостронция в растении. Например, на слабо выщелоченном черноземе из Агина, где содержание обмен-

ного Са равно 39,8 мг-экв. на 100 г почвы, отмечается наименьшее накопление радиостронция 3,9 тыс. имп/мин. Наоборот, в черноземе из Гегарота, где отмечено наименьшее количество обменного кальция, содержание радиостронция доходит до 73,6 тыс. имп/мин. Эта закономерность проявляется особенно четко на черноземных почвах.



Фиг. 1. Накопление радиостронция в ячмене в зависимости от почв и применения удобрений (В тыс. имп/мин. на 1 г сух. вещ. Без штриховки—без удобрения, штриховка—NPK).



Фиг. 2. Содержание обменного Са в почвах и накопление радиостронция в 1 г сухой массы ячменя (вариант без удобрения). Штриховка— Sr^{90} , без—обменный Са.

Вынос радиостронция урожаем в % от внесенного количества в вариантах без удобрений на различных почвах колеблется в небольших пределах от 1,1 до 2,5 (за исключением чернозема из Гегарота, где эта величина достигла 10%).

Таким образом, при внесении удобрений содержание радиостронция на единицу веса (1 г) меньше, чем в вариантах без удобрения, но так как урожай значительно выше, то и общий вынос несколько повышается.

Лаборатория агрохимии
Академии наук Армянской ССР

Վ. Լ. ԱՆԱՆՅԱՆ

**Ռադիոստրոնցիումի կլանումը բույսի կողմից
Հայաստանի տարբեր հողերից**

Ձերմամբջուկային դեմքի փորձարկման հետևանքով տեղի է ունենում միջուկային աղտոտում տրոհման պրոդուկտների, որը բերում է հողի և բուսա անության ռադիոակտիվության մակարդակի բարձրացման: Տրոհման պրոդուկտների մեջ ռադիոստրոնցիումը (Sr^{90}) համարվում է ամենից վնասակար, որովհետև ակտիվորեն մտնում է հող-բույս-կենդանի շղթայի մեջ:

Ստրոնցիումի կուտակումը բույսերում մեծ չափով պայմանավորվում է հողի բնույթով, հատկապես փոխանակային Ca քանակությամբ:

Այդ կապակցությամբ մեծ հետաքրքրություն է ներկայացնում այն հարցը թե չափստանի տարրեր հողերում որքան ազդիստրոնցիում է կուտակվում բույսի մեջ:

Վեգետացիոն փորձերի տվյալները ցույց են տվել, որ սեահողերում գոյություն ունի հակառակ կապ փոխանակային Ca քանակության և բույսերում ազդիստրոնցիումի կուտակման միջև:

Պարարտանյութերի կիրառման շնորհիվ (NPK) մեծ չափով փոքրանում է ազդիստրոնցիումի կուտակումը բույսի մեջ (1 դր. չոր զանգվածի հաշվով):

Առանց պարարտացման վարիանտում ազդիստրոնցիումի ընդհանուր քանակը բերրի մեջ ($^{0}/_{0}$ մտցված քանակությունից) տատանվում է 1,1—2,5 $^{0}/_{0}$: Պարարտացման դեպքում, չնայած բերքը մի քանի տնդամ ավելանում է, սակայն ազդիստրոնցիումի քանակը չի անցնում 1,8—4,1 $^{0}/_{0}$:

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Վ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ И. В. Гулякин, А. В. Коровина, Сб. „О поведении радиоактивных продуктов деления в почвах, их поступление в растения и накоплении в урожае“. Изд. АН СССР, 1956. ² И. В. Гулякин и Е. В. Юдинцева, Известия ТСХА, 2, 1957. ³ И. В. Гулякин и Е. В. Юдинцева, Известия ТСХА, 3, 1957. ⁴ И. В. Гулякин и Е. В. Юдинцева, Известия ТСХА, 6, 1959. ⁵ В. М. Клечковский, Г. Н. Целищева, Сб. „О поведении радиоактивных продуктов деления в почвах, их поступление в растения и накоплении в урожае“. Изд. АН СССР, 1956. ⁶ Шеффер Людвиг, Atompraxis, 1958, 4, № 11 (реф.). ⁷ Шеффер Людвиг, Pflanzenernähr., Dung. Bodenkunde 1959, 85, № 3, (реф.). ⁸ И. В. Гулякин и Е. В. Юдинцева, Доклады ТСХА вып. 57, 1960. ⁹ И. В. Гулякин и Е. В. Юдинцева, Известия ТСХА, 3, 1959. ¹⁰ В. М. Клечковский, Известия ТСХА, 3, 1957. ¹¹ Р. А. Ширшова, ДАН СССР, т. 138, № 4 (1961). ¹² Л. С. Доценко и др. „Сборник трудов по агрохимической физиологии“, вып. 8, 1960. ¹³ В. М. Клечковский и И. В. Гулякин, „Почвоведение“, № 3, 1958. ¹⁴ Либби Science, 1958, 128, № 3332 (реф.). ¹⁵ Рассель, Скуайр, J. Exptl. Bot. 1958, 9, № 26 (реф.).

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

В. О. Казарян и К. А. Карапетян

К вопросу об изменении аминокислотного состава
листьев вегетативно израстающих растений

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. Х. Бунятыном 26/ХІІ 1961)

Формирование вегетативных органов (листьев) на верхушке растущего соцветия растений в результате изменения фотопериодического режима с давних пор привлекает внимание исследователей (¹⁻⁶ и др.). Наряду с выяснением условий, приводящих к вегетативному израстанию соцветия, были предприняты также некоторые попытки для объяснения природы этого явления (⁷⁻⁹), которые, однако, не увенчались успехом.

Согласно новым представлениям одного из авторов настоящего сообщения (¹⁴) вегетативное израстание соцветия обуславливается качеством ассимилятов, поступающих из листьев. В условиях короткодневных фотопериодов листья направляют к эмбриональным клеткам конуса нарастания соответствующие ассимилянты для формирования генеративных органов. С изменением фотопериодического режима меняется качество указанных веществ, которые теперь уже обеспечивают образование вегетативных органов.

В одной из наших работ (¹⁵) экспериментально показано, что как в молодых длиннодневных, так и во вновь формирующихся на вершине цветочного стебля листьях идентифицируются одни и те же свободные аминокислоты. Этот факт косвенно свидетельствует об онтогенетической равноценности указанных листьев, получивших в начальной фазе их развития 6 коротких дней.

В этих работах, к сожалению, не исследовался состав связанных аминокислот, которые лучше, чем свободные, характеризуют готовность листьев к стимулированию образования генеративных органов. В качестве косвенного свидетельства этого положения могут являться результаты наших исследований (¹¹⁻¹⁴), показывающие коренные изменения состава связанных аминокислот листьев и других органов при переходе растений к генеративной фазе развития. Исходя из этого мы ставили целью выявить различие в составе указанных аминокислот (спирторастворимых, щелочнорастворимых и нерастворимых фракций) в листьях растений, получивших коротко-

дневные фотопериоды до закладки зачаточных бутонов, а затем переставленных на длинный день для стимулирования вегетативного израстания соцветий.

Подопытные растения, с которых были взяты соответствующие листья для анализа, были разделены на 7 групп (в каждой по 6 растений):

I—14	кор. дней	—	нижележащие листья
II—14	" " +77 длинных дней	—	" "
III—14	" " + " "	—	молодые листья от израстающего соцветия
IV—22	" "	—	нижележащие листья
V—22	" " +77 длинных дней	—	" "
VI—22	длин. дней	—	" "
VII—91	" "	—	" "

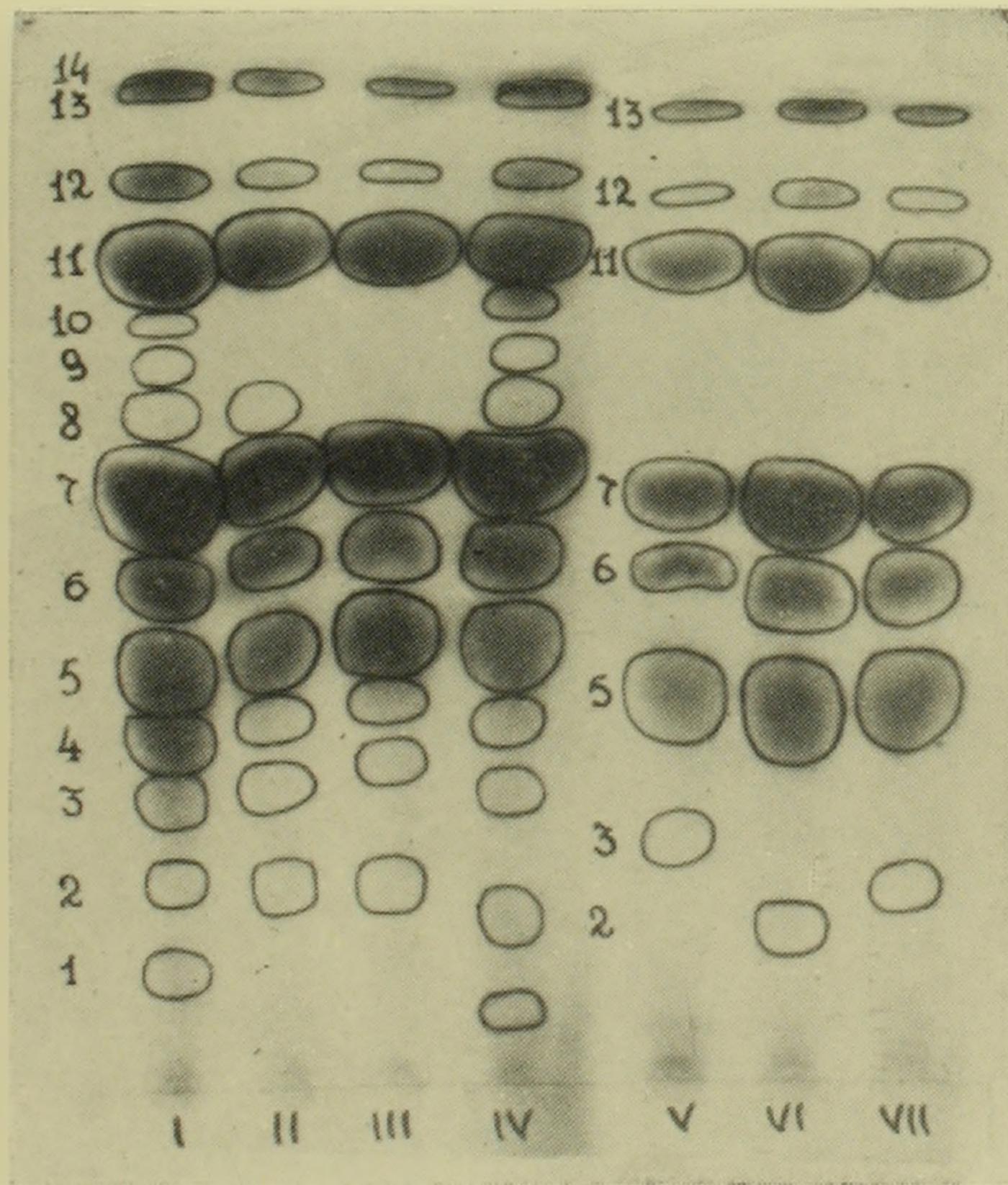
Как следует из приведенного перечня, у всех групп, за исключением III, подвергались анализу листья, получившие короткодневную фотопериодическую индукцию 14 и 22 дней. После этого растения переносились в условия не оптимальных фотопериодов продолжительностью 77 дней с целью выяснения вопроса о том исчезает ли влияние фотопериодического последствия?

Результаты анализов, проведенные с применением бумажной хроматографии, описанной еще ранее нами (10), иллюстрированы на четырех хроматограммах. На первой из них (фиг. 1) показан состав свободных аминокислот. Сравнительный анализ аминокислотного состава листьев различных групп показывает, что среди последних обнаруживаются три идентичных по аминокислотному составу варианта:

1. У групп I и IV. В данном случае мы видим, что хотя растения I группы получили на 8 дней меньше оптимальных фотопериодов, чем растения IV группы, тем не менее не обнаружено различия между ними по составу свободных аминокислот. Следовательно, после воздействия 14 короткодневных фотопериодов не происходит изменения в аминокислотном комплексе. Последующее фотопериодическое воздействие необходимо лишь для стимулирования подобных изменений во вновь формирующихся молодых листьях.

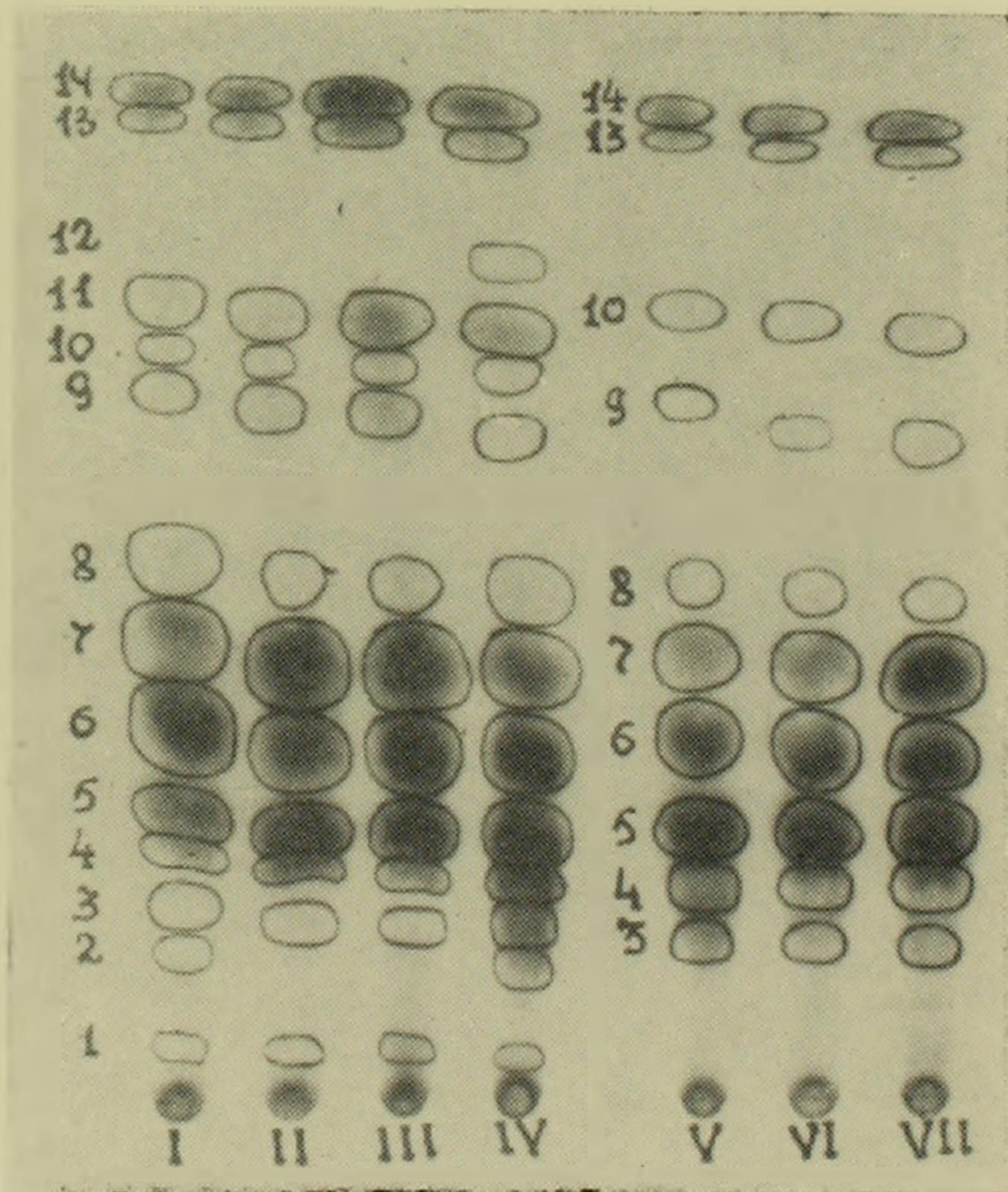
2. У листьев растений II и III групп. Разница в составе свободных аминокислот между указанными группами заключается лишь в том, что в листьях II группы обнаруживался пролин. Отсюда следует, что расхождение в составе свободных аминокислот листьев контрольных и вегетативно израстающих растений почти исчезает после воздействия на последних 77 длинных дней.

В опытах же Зиварта (16) влияние трехдневной короткодневной индукции у периллы не исчезло после 4-недельного воздействия длиннодневными фотопериодами. Отсюда следует, что снятие влияния фотопериодической индукции обусловлено, с одной стороны, продолжительностью воздействия короткодневных фотопериодов, с другой —

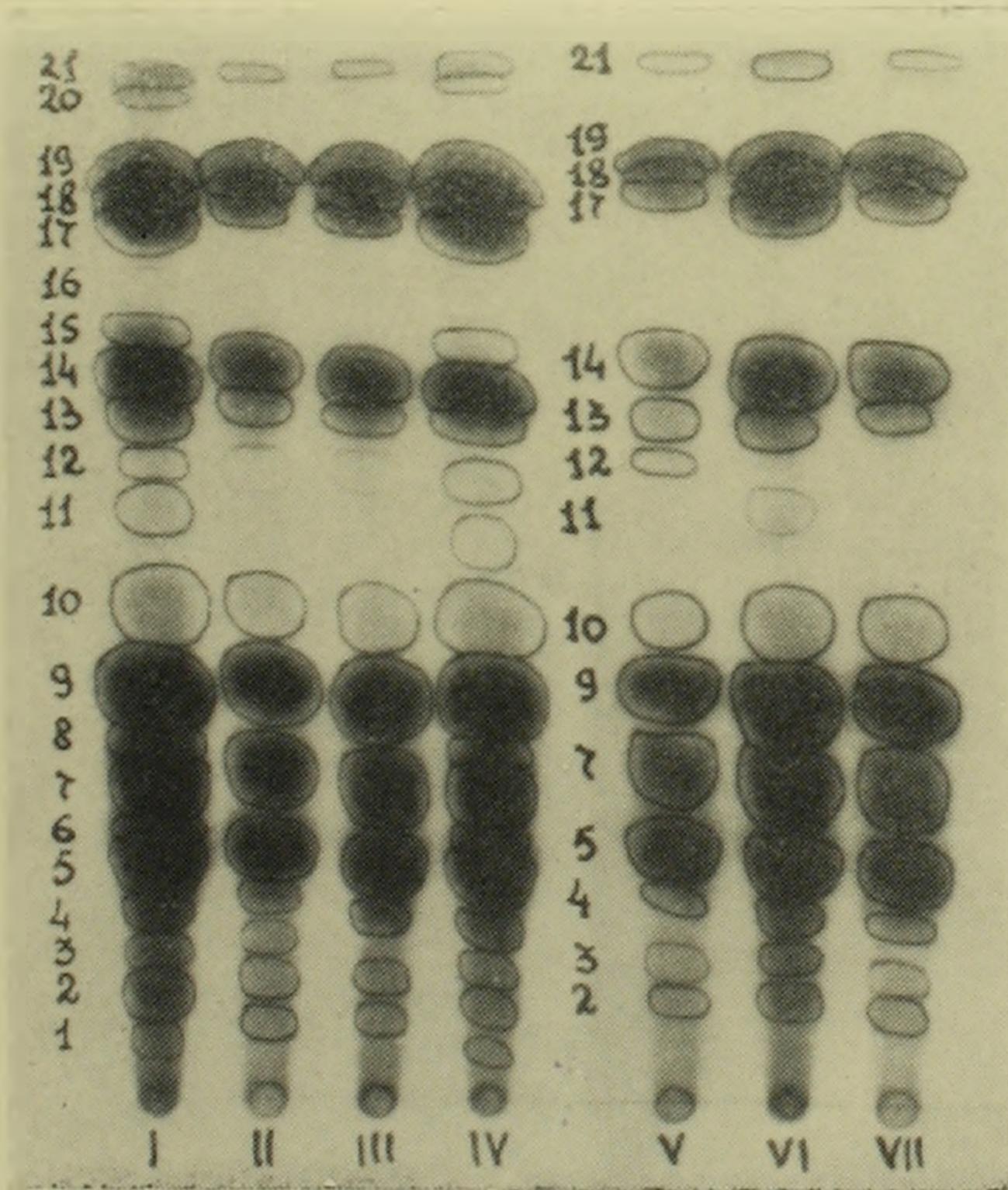


Фиг. 1. Состав свободных аминокислот в листьях растений всех вариантов (I—VII).

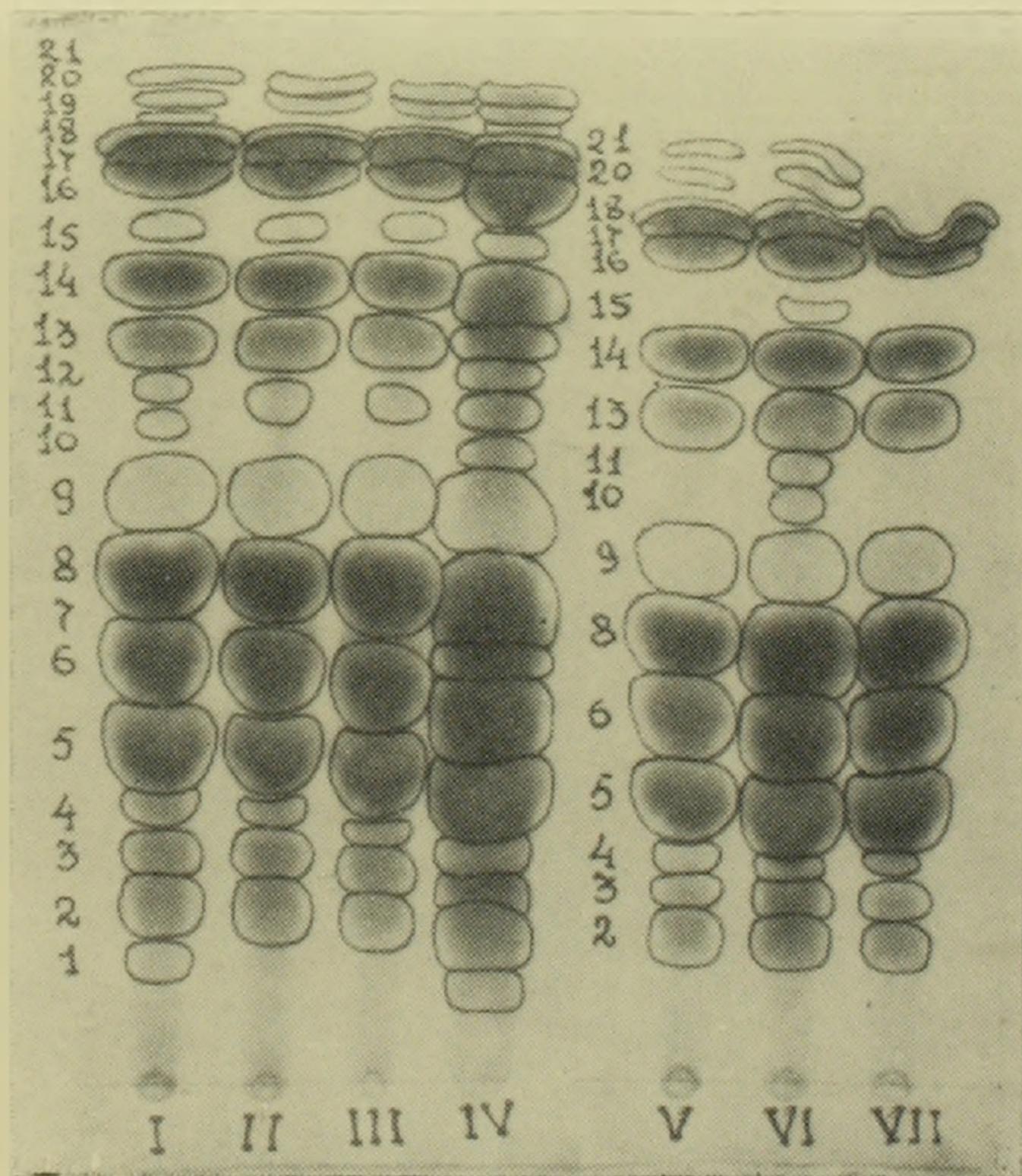
1—цистеин; 2—лизин; 3—аспарагин; 4—аспаргиновая кислота; 5—серин + глицин; 6—глутаминовая кислота; 7— α -аланин; 8—пролин; 9—тирозин; 10—триптофан; 11—валин; 12—метионин; 13—изолейцин; 14—лейцин.



Фиг. 2. Аминокислотный состав спирторастворимой фракции растений всех вариантов (I—VII). 1—цистеин; 2—гистидин; 3—аспарагин; 4—аспарагиновая кислота; 5—серин + глицин; 6—глутаминовая кислота; 7— α -алин; 8—пролин; 9—тирозин; 10—триптофан; 11—валин; 12—метионин; 13—изолейцин; 14—лейцин.



Фиг. 3 Аминокислотный состав щелочнорастворимых фракций растений всех групп (I—VII). 1—цистеин; 2—лизин; 3—аргинин; 4—аспарагинская кислота; 5—серин; 6—глицин; 7—глутаминская кислота; 8—треонин; 9— α -аланин; 10—пролин; 11— α -аминомасляная кислота; 12—тирозин; 13—триптофан; 14—валин; 15—метионин; 16—неидентифицированная аминокислота; 17—фенилаланин; 18—изолейцин; 19—лейцин; 20 и 21—транслейцины.



Фиг. 4. Аминокислотный состав кислотнорастворимой фракции растений всех вариантов (I—VII). 1—цистеин; 2—лизин; 3—гистидин; 4—аргинин; 5—серин + глицин; 6—глутаминовая кислота; 7—треонин; 8— α -аланин; 9—пролин + β аланин; 10— α -аминомасляная кислота; 11—аминоглутаровая кислота; 12—тирозин; 13—триптофан; 14—валин; 15—метионин; 16—фенилаланин; 17—изолейцин; 18—лейцин; 19, 20 и 21—транслейцины.

длительностью выдержки индуцированных листьев в условиях длинного дня.

3. У листьев V, VI и VII групп. Здесь, аналогично листьям растений II группы, опять-таки имело место исчезновение эффекта короткодневных фотопериодов в отношении изменения состава свободных аминокислот. По общему же состоянию листья V группы резко отличались от последних двух групп, будучи довольно старыми и полусохшими. По темно-зеленой окраске лучше всех выглядели листья растений VI группы.

Аналогичная картина, но выраженная более сильно, наблюдалась в отношении изменения состава аминокислот спирторастворимых фракций (фиг. 2). Разница лишь выражалась в том, что в листьях растений IV группы был обнаружен метионин, отсутствующий в листьях I группы.

Подобная картина в отношении идентичности состава аминокислот в листьях подопытных групп обнаружена у щелочнорастворимой фракции (фиг. 3), за исключением листьев VI группы, где взамен тирозина идентифицирована α -аминомасляная кислота, а в листьях VII группы отсутствовал тирозин и α -аминомасляная кислота. Наиболее резкая разница в составе аминокислот у листьев растений была обнаружена у кислотной фракции (фиг. 4), хотя имеется общее сходство в их составе по аналогичным группам. Полная идентичность в составе аминокислот кислотной фракции обнаруживается лишь у листьев растений II и III групп. У листьев же I и IV групп разница выражается в том, что у последней группы идентифицирована α -аминомасляная кислота и треонин, отсутствующие в листьях I группы. Это обстоятельство можно рассматривать как показатель онтогенетической молодости листьев, формирующихся на вершине соцветия, по сравнению с нижележащими, которые получили, сначала 14 коротких, а затем 77 длинных дней.

Следующее столь заметное расхождение в составе указанных аминокислот листьев обнаружено у последних трех групп. Как известно, в возрастном отношении наиболее молодыми являются листья растений VI группы, обладающие максимальным числом аминокислот—17. В отличие от листьев растений V группы у них идентифицированы α -аминомасляная кислота, аминоклотоваровая кислота и метионин. Следующее место по числу аминокислот—14 занимают листья V группы. У последних, в отличие от листьев VII группы, выявлены два транслейцина, отсутствующие в листьях последней группы. Все эти данные приводят нас к следующим основным выводам.

1. В листьях краснолистной периллы, получивших 14 и 22 короткодневных фотопериода, протекают идентичные изменения в составе аминокислот различных фракций.

2. Изменения, происходящие в составе аминокислот у листьев при воздействии 14 короткодневных фотопериодов, исчезают после выдержки их в условиях 77 длиннодневных фотопериодов.

3. Как длиннодневные молодые, так и вновь формирующиеся на вершине цветочного стебля листья проявляют идентичность по составу аминокислот всех фракций.

Ботанический институт
Академии наук Армянской ССР

Վ. Ն. ՂԱԶԱՐՅԱՆ ԵՎ Կ. Ն. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

Ծաղկափթթությունների վեգետատիվ աճ ցույց տվող բույսերի տերևներում ամինոթթվային կազմի փոփոխության հարցի մասին

Բույսերի ծաղկափթթությունների վեգետատիվ աճը վաղուց հետազոտողների ուսումնասիրությունների առարկան է հանդիսանում: Բազմաթիվ աշխատանքներով պարզված է այդ երևույթի դրսևորման պայմանները և միաժամանակ փորձեր են արված բացատրելու նրա էությունը: Այս հաղորդման հեղինակներից մեկի վերջին աշխատանքներից մեկում ցույց է տրված, որ բույսերի աճման կոնների էմբրիոնալ ըջիջներից որակապես տարբեր օրգանների առաջացումը հիմնականում պայմանավորված է տերևներից եկող սլյաստիկ նյութերի որակով: Երկար օրվա պայմաններում կարճ օրվա բույսերի տերևներում սինթեզվում են նյութեր վեգետատիվ օրգանների առաջացման համար, իսկ կարճ օրվա ազդեցության տակ, ընդհակառակը՝ նյութեր գեներատիվ օրգանների կազմավորման համար:

Նիշյալ եղրակացությունն արված է հիմնականում ֆոտոպերիոդիկ ազդեցության ենթարկված բույսերի տերևներում ազատ ամինոթթուների կազմի ուսումնասիրությունների հիման վրա:

Ներկա աշխատությունը նպատակ է ունեցել ուսումնասիրելու կապված ամինոթթուների կազմը 14 և 22 կարճ օր ստացած բույսերի տերևներում, որոնք հետագայում 77 օր գտնվել են երկար օրվա պայմաններում:

Ստացված տվյալները հեղինակներին բերել են հետևյալ եղրակացությունների՝

1. Կարճրատերև պերիլլայի տերևներում 14 և 22 կարճ օրվա ազդեցության պայմաններում տարբեր ֆրակցիաների ամինոթթվային կազմում ընթանում են նույն կարգի փոփոխություններ:

2. 15 կարճ օր ստացված բույսերի տերևներում ամինոթթուների կազմում տեղի ունեցած փոփոխությունները վերանում են 77 երկար օր ստանալուց հետո:

3. Ինչպես երկար օրվա երիտասարդ, այնպես էլ ծաղկափթթույններից առաջացած տերևները բնորոշվում են տարբեր ֆրակցիաների ամինոթթուների համանման կազմով:

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ Г. Клебс, Произвольные изменения растительных форм. Соч. К. А. Тимирязева, 6, 1939. ² Гарнер и Г. А. Аллард, Journ. Agric. res., 18, 1920. ³ В. Н. Любименко, Сов. бот., 6, 1933. ⁴ В. В. Ботвиновский, Бот. журнал СССР, 1, 1934. ⁵ В. В. Ботвиновский, Сб. раб. пам. Любименко В. Н., Киев, 1934. ⁶ Д. Я. Вакулин, ДАН СССР, 15, 5 (1937). ⁷ М. Х. Чайлахян, Гормональная теория развития растений, М., 1937. ⁸ В. О. Казарян, Стадийность развития и старения однолетних растений, Ереван, 1952. ⁹ Б. С. Мошков, ДАН СССР, 31, 7 (1941). ¹⁰ В. О. Казарян и Э. С. Авунджян, ДАН АрмССР, XXVII, № 2 (1958). ¹¹ В. О. Казарян, Э. С. Авунджян и К. А. Карапетян, ДАН АрмССР, XXIX, № 5 (1959). ¹² В. О. Казарян, Э. С. Авунджян и К. А. Карапетян, ДАН АрмССР, XXIX, № 4 (1959). ¹³ В. О. Казарян, Э. С. Авунджян и К. А. Карапетян, ДАН АрмССР, XXX, № 2 (1960). ¹⁴ В. О. Казарян, Физиологические основы онтогенеза растений, Изд. АН АрмССР, XXVII, № 2 (1958). ¹⁵ В. О. Казарян, Э. С. Авунджян и К. А. Карапетян, ДАН АрмССР XXVIII, № 3 (1959). ¹⁶ А. Зиварт, Proc. Koninkl. nederl. akad. wet., № 3, 60, 1957.

ЭНТОМОЛОГИЯ

В. А. Тряпицын

Новый паразит туранской щитовки *Diaspidiotus prunorum*
 (Laing) в фауне Армении и Узбекистана

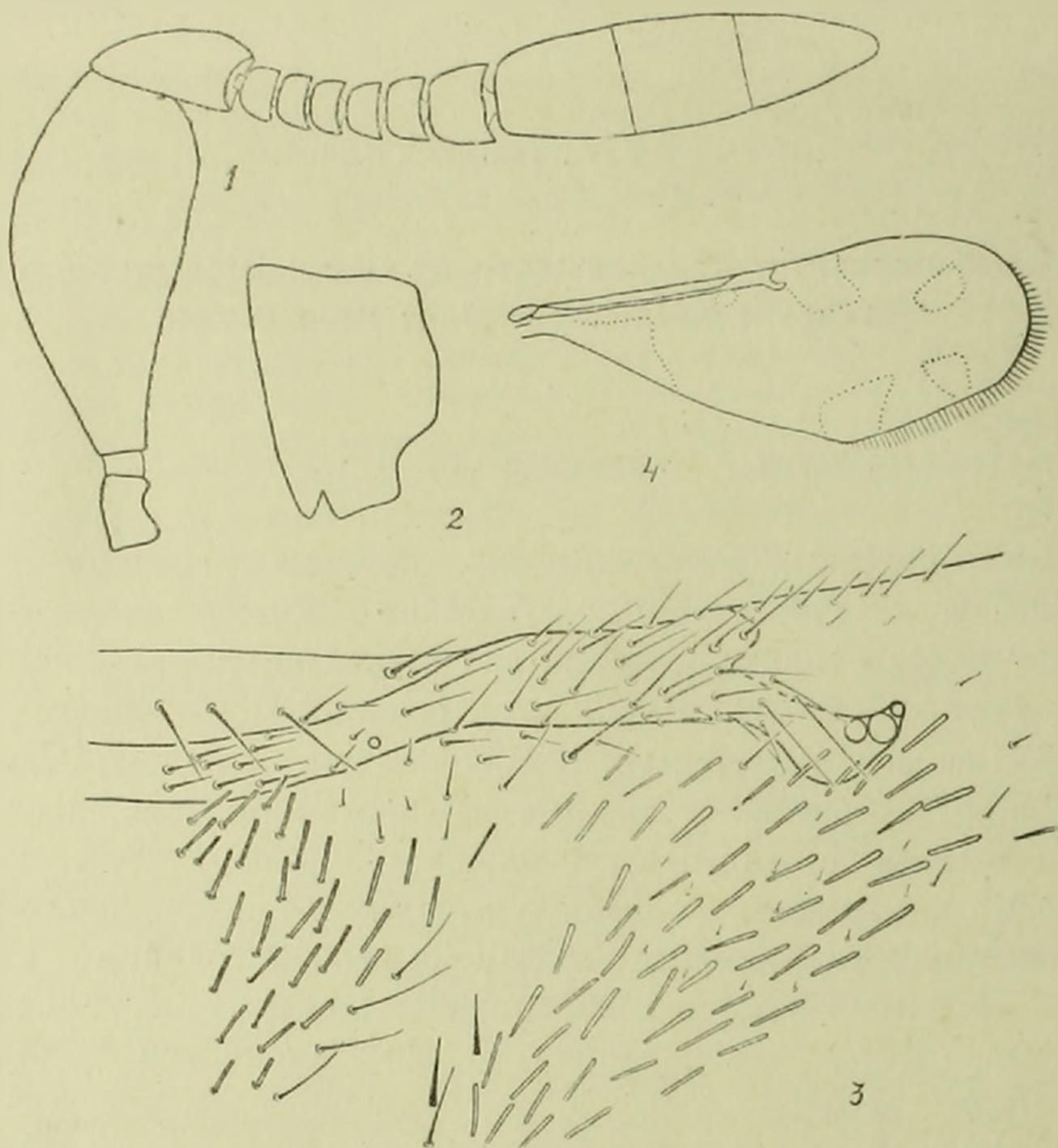
(Представлено академиком АН Армянской ССР В. О. Гулканяном 24/IV 1961)

Изучение полезных паразитических перепончатокрылых Армении имеет большое теоретическое и практическое значение, так как эти насекомые уничтожают многих опасных вредителей сельского и лесного хозяйства. Очень интересна, в частности, паразитофауна широко распространенной на юге республики туранской щитовки *Diaspidiotus prunorum* (Laing)—серьезного вредителя сливы и миндаля, нередко доводящего дерева до полного засыхания. Согласно М. А. Тер-Григорян^(1,2), в Армении обнаружено уже 4 вида паразитов туранской щитовки—афелиниды *Prospaltella fasciata* Malen. и *Pteroptrix* sp. и энциртиды *Habrolepis zetterstedti* (Westw.) и *Chiloneurinus microphagus* (Mayr) (определения М. Н. Никольской из Зоологического института АН СССР)*. В этот список не вошел еще один паразит туранской щитовки, выведенный из нее М. А. Тер-Григорян в 1950 г. в Ереване и оказавшийся новым видом рода *Habrolepis* Foerst. (Chalcidoidea, Encyrtidae). В коллекции Зоологического института АН СССР имеются также среднеазиатские экземпляры этого вида из *Diaspidiotus prunorum* и фиолетовой щитовки *Parlatoria oleae* (Colvée). Новый вид, описание которого дается ниже, назван именем кокцидолога Магдалины Арамовны Тер-Григорян. Голотип и паратипы хранятся в коллекции Зоологического института АН СССР в Ленинграде.

Habrolepis tergrigorianae Trjapitzin, sp. n. Самка. Голова немного уже груди и почти вдвое шире своей длины. Темя и лоб немного длиннее ширины. Глазки в остроугольном треугольнике. Усики (фиг. 1, 1) причленяются примерно на уровне нижнего края глаз. Основ-

* *Habrolepis zetterstedti* относят в настоящее время к роду *Anabrolepis* Timb., а род *Chiloneurinus* Merc. считается синонимом рода *Apterencyrtus* Ashm.

ной членик сильно расширенный, примерно вдвое длиннее своей наибольшей ширины и немного более чем вдвое длиннее поворотного. Длина основного членика приблизительно вчетверо превышает расстояние между усиковыми ямками. Поворотный членик немного длиннее четырех первых члеников жгутика вместе взятых. Членики жгутика поперечные, первые четыре приблизительно одинаковые, почти не расширяющиеся по направ-



Фиг. 1. *Naborolepis tergrigorianae*, sp. n., ♀:
1—усик; 2—мандибула; 3—жилкование перед-
него крыла; 4—общий вид переднего крыла.

лению к вершине жгутика, пятый немного шире и длиннее четвертого, шестой значительно больше каждого из остальных члеников жгутика. Булава широколанцетовидная, равна по длине поворотному членику вместе со жгутиком и вдвое шире первого членика жгутика. Мандибулы с зубцом и широким усечением (фиг. 1, 2). Чешуйки щитика наполовину длиннее основного членика усиков. Маргинальная жилка передних крыльев (фиг. 1, 3) втрое длиннее ширины, радиальная короче маргинальной, постмаргинальная очень короткая. Наибольшая длина волосков краевой бахромки переднего крыла примерно в 7 раз меньше наибольшей ширины крыла. Шпора средней голени равна первому членику средней лапки. Брюшко немного короче головы с грудью. Яйцеклад слегка выдается, его наружные пластинки вчетверо длиннее своей наибольшей ширины. Тело тонко

шагренированное, темя и лоб с зернистой, щитик с ячеистой скульптурой.

Темя и лоб зеленые с изумрудным оттенком и слабым золотистым блеском. Передний край лба бронзовый. Лицо и щеки фиолетово-бронзовые. Щеки около нижнего края глаз синие. Щит среднеспинки по бокам синий или сине-фиолетовый, посередине ярко золотисто-зеленый с бронзовым, почти пурпурным, блеском. Щитик тусклый, зеленовато-бронзовый. Бока среднегруди темные, синие или синеватые. Брюшко темно-бурое, с золотисто-бронзовым блеском, его основание с синим, а бока с фиолетовым оттенком. Основной членик усиков темный, с золотисто-бронзовым блеском. Поворотный членик и первые пять члеников жгутика бурые, последний бурый или грязновато-желтый; основание булавы темнобурое, вершина грязновато-желтая или желтовато-белая. Передние крылья затемненные, со светлым основанием и пятью светлыми пятнами (фиг. 1, 4): два больших неправильно четырехугольных пятна расположены одно против другого у переднего и заднего краев крыла за маргинальной жилкой; два небольших пятна находятся в вершинной части крыла; маленькое пятно имеется у основания маргинальной жилки. Ноги бурые, с белыми лапками; средние голени белые, с бурыми основаниями. Выступающая часть яйцеклада бурая, со светлой вершиной. Длина тела около 0.8—1 мм. Самец неизвестен.

Исследованный материал. Ереван, из *Diaspidiotus prunorum* (Laing), 20 V 1950, 4 ♀♀, в том числе голотип (М. Тер-Григорян). Самарканд, из *D. prunorum* на сливе, III—V 1958, 7 ♀♀ (Б. Романевич). Ташкент, из *Parlatoria oleae* (Colvée), 17 VI 1948, 5 ♀♀ (получены из Центральной карантинной лаборатории МСХ СССР).

Новый вид близок к *Habrolepis pascuorum* Merc., описанному из Испании (3), отличаясь от него следующими признаками:

<i>Habrolepis pascuorum</i> Merc., ♀	<i>Habrolepis tergrigorianae</i> , sp. n., ♀
Основной членик усиков в 3 1/2 раза длиннее своей наибольшей ширины и равен по длине поворотному и пяти первым членикам жгутика вместе взятым. Булава в 2 с лишним раза длиннее своей наибольшей ширины.	Основной членик усиков (фиг. 1, 1) вдвое длиннее своей наибольшей ширины и почти равен по длине поворотному членику и жгуту вместе взятым. Булава в 3 с лишним раза длиннее своей ширины.
Темя и лоб синие. Лицо синеватое. Вершина переднего крыла с более или менее прерывистой светлой полосой. Передние голени желтые, с темной полосой сверху.	Темя и лоб зеленые, с изумрудным оттенком и слабым золотистым блеском. Лицо фиолетово-бронзовое. Вершина переднего крыла с двумя светлыми пятнами (фиг. 1, 4). Передние голени бурые.

Зоологический институт
Академии наук СССР

Հայաստանի և Ուզբեկստանի ֆաունայի համար բուրանական վահանակրի
Diaspidiotus prunorum (Laing) նոր պարագիսը

Ներկա հոդվածում արվում է հարավային Հայաստանում տարածված սալորենիների և նշենիների համար լուրջ վնասատու հանդիսացող թուրանական վահանակրից Երևանում Մ. Տեր-Գրիգորյանի (Հայկ. Գիտ. Ակադեմիայի կենդանաբանական ինստիտուտ) կողմից ստացված թաղանթաթևավոր միջատների կարգին սլատկանոց *Habrolepis tergrigorianae* Trjapitzin sp. n. (Hymenoptera, Chalcidoidea, Encyrtidae) օգտակար սլարադիտի նկարագրությունը: Պարագիսը հայտնաբերված է նաև Ուզբեկստանում:

Նոր տեսակը մոտ է Իսպանիայից նկարագրված (Mercet, 1921) *Habrolepis pascuorum* Merc. տեսակին, որից տարբերվում է բեխիկների խիստ լայնացած հիմնական հատվածով, ավելի երկարացած լախտով, նաև յուրահատուկ գունավորմամբ (դադաթը և ճակատը կանաչ են, առջևի թևի դադաթի վրա կան 2 սպիտակ բծեր, առջևի ոտքերը դորշ են):

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ М. А. Тер-Григорян, Изв. АН АрмССР, т. VII № 3, 61—72 (1954). ² М. А. Тер-Григорян, Зоол. сборник АН АрмССР, IX: 33—58 (1956). ³ R. G. Mercet, Fauna Ibérica. Himenópteros fam. Encirtidos. Madrid, 1—732. 1921.

