

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

АЖ 144
XXXIV, № 1

1962

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Ա. Մ. ԱԼԻՔՍԱՆՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ քղրակից-անդամ, Ա. Թ. ԲԱՐԱՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ քղրակից-անդամ, Գ. Ս. ԴԱՎԹՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Մ. ԹԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ քղրակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, (պատ. խմբագրի տեղակալ), Գ. Մ. ՂԱՐԻՐՅԱՆ, ֆիզիկա-մաթեմատիկական գիտությունների բեկաձու, Ս. Ս. ՍԿՐՏՉՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս, Մ. Մ. ԶՐԲԱՇՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Օ. Մ. ՍԱՊՈՆՉՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ քղրակից-անդամ:

А. М. АЛЕКСАНИЯН, чл.-корресп. АН АрмССР, В. А. АМБАРУМЯН, академик АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, чл.-корресп. АН АрмССР, Г. М. ГАРИБЯН, кандидат физико-мат. наук, Г. С. ДАВТЯН, академик АН АрмССР, М. М. ДЖРБАШЯН, академик АН АрмССР (отв. редактор), В. О. КАЗАРЯН (зам. отв. редактора), С. С. МКРТЧЯН, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР, О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корресп. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корресп. АН АрмССР.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՂ

Մաթեմատիկա

Ս. Ա. Հակոբյան—Մի ինտեգրալ ձևափոխութեան մասին	3
Վ. Գ. Տախլովա—Ֆունկցիաների կրիտիկական կետերը և եզրային ինդեքսը վերջավոր թերթանի ռիմանյան մակերևութի վրա	13

Աստրոֆիզիկա

Ա. Տ. Քալլոդյան—Գալակտիկաների մի քանի խմբերի դինամիկական անկա- յունութեան մասին	19
--	----

Երկրաբանություն

Վ. Թ. Հակոբյան և Հ. Գ. Ղազարյան—Նոր տվյալներ Բազումի լեռնաշղթայի (Հայկական ՍՍՌ) մետամորֆային թերթաքարերի մասին	25
---	----

Հանքաբանություն

Է. Գ. Մալխասյան—Հալվարի դոմորտերիտը	31
---	----

Միջառաքանություն

Վ. Ա. Ռիստեր—Գիշաճանճերի (Diptera, Asilidae) նոր և քիչ հայտնի տե- սակներ Հայկական ՍՍՌ ֆաունայում	37
---	----

Ֆիզիոլոգիա

Վ. Վ. Ֆանարջյան—Ուղեղիկի արհոսական (աֆերենտային) համակարգութեան փոխորոշողութեան մասին	43
--	----

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр
Математика	
<i>С. А. Акопян</i> —Об одном интегральном преобразовании	3
<i>В. Г. Таирова</i> —Критические точки и граничный индекс функций на конечнолистных римановых поверхностях	13
Астрофизика	
<i>А. Т. Каллоглян</i> —О динамической неустойчивости некоторых групп галактик	19
Геология	
<i>В. Т. Акопян и А. Г. Казарян</i> —Новые данные о метаморфических сланцах Базумского хребта в Армянской ССР	25
Минералогия	
<i>Э. Г. Малхасян</i> —Лалварский дюмортьерит	31
Энтомология	
<i>В. А. Рихтер</i> —Новые и малоизвестные виды ктырей (Diptera, Asilidae) из Армянской ССР	37
Физиология	
<i>В. В. Фанарджян</i> —О взаимодействии афферентных систем мозжечка. Сообщение II	43

МАТЕМАТИКА

С. А. Акопян

Об одном интегральном преобразовании

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашьяном 26/XII 1961)

В работах М. М. Джрбашьяна ⁽¹⁻³⁾ была предложена общая конструкция построения теории интегральных преобразований типа Ватсона—Планшереля на лучах в комплексной области. В настоящей работе при помощи указанной общей конструкции строится интегральное преобразование в комплексной области, ядром которого служит функция вида

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{(k + \vartheta)^{\frac{k}{\rho_1} + \mu_1} \left[\Gamma\left(\frac{k}{\rho_2} + \mu_2\right) \right]^{\frac{1}{\rho_3}}}, \quad (1)$$

где параметры ϑ , ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 — положительные, а μ_1 и μ_2 — произвольные. Функция $F(z)$ — целая порядка

$$\rho = \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2 \rho_3} \right)^{-1} \quad (2)$$

$$\text{и типа } \sigma = \left(\frac{1}{\rho e} \right)^{\frac{\rho}{\rho_1}} \left(\frac{\rho_2}{\rho} \right)^{\frac{\rho}{\rho_2 \rho_3}} = \frac{1}{\rho e} (\rho_2 e)^{\frac{\rho}{\rho_2 \rho_3}}. \quad (3)$$

При частных значениях параметров функция $F(z)$ совпадает с хорошо известными функциями: типа Миттаг—Лефлера, Линделефа и других.

Для построения интегрального преобразования в $L_2(0, \infty)$, ядром которого являются значения функции $F(z)$ на определенных лучах комплексной плоскости z , необходимо установить вид преобразования Меллина для $F(re^{i\alpha})$ ($\alpha_0 \leq \alpha \leq \alpha_1$). С этой целью введем в рассмотрение следующую функцию

$$\Phi(s; \alpha) = \frac{i\rho(\pi - \alpha)(s + \mu - 1) - \left[\mu_1 - \frac{\rho}{\rho_1}(s + \mu - 1) \right] \log[\vartheta - \rho(s + \mu - 1)]}{\pi \rho e} \frac{1}{\sin \pi \rho (s + \mu - 1) \left[\Gamma\left(\mu_2 - \frac{\rho}{\rho_2}(s + \mu - 1)\right) \right]^{\frac{1}{\rho_3}}}, \quad (4)$$

мероморфную в плоскости комплексного переменного s ($s = r + it$), разрезанной вдоль луча $\left[1 - \mu + \frac{1}{\rho} \min(\vartheta, \mu_2 \rho_2), +\infty \right)$.

На входящие в эту функцию параметры с самого начала наложим следующие ограничения:

$$\text{а) } \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2 \rho_3}; \quad (5)$$

$$\text{б) } \mu = \mu_1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{\rho_3} \left(\mu_2 - \frac{1}{2} \right); \quad (6)$$

$$\text{в) для данного } \rho \geq \frac{1}{2} \quad (7)$$

$$\frac{\pi}{2\rho} \leq \alpha \leq 2\pi - \frac{\pi}{2\rho}.$$

Л е м м а 1. Пусть параметр μ удовлетворяет условию

$$\frac{1}{2} < \mu < \frac{1}{2} + \frac{1}{\rho} \min(1; \vartheta), \quad (8)$$

$$\text{тогда } \sup_{-\infty < t < \infty} \left| \Phi \left(\frac{1}{2} + it; \alpha \right) \right| < +\infty. \quad (9)$$

Действительно, в силу (8) функция $\Phi(s; \alpha)$ не имеет ни полюсов, ни логарифмических особенностей на линии $\operatorname{Re} s = \frac{1}{2}$, поэтому достаточно лишь убедиться в том, что при $|t| \rightarrow \infty$ функция $\Phi\left(\frac{1}{2} + it; \alpha\right)$ остается ограниченной. С этой целью воспользуемся формулой

$$|\Gamma(r + it)| = O(|t|^{r - \frac{1}{2}} e^{-\frac{\pi}{2}|t|}), \quad |t| \rightarrow \infty \quad (10)$$

и заметим, что при $t \rightarrow +\infty$

$$\log \left[\vartheta - \rho \left(\mu - \frac{1}{2} \right) \pm i\rho t \right] = \log t \pm i \frac{\pi}{2} + \log \rho + O\left(\frac{1}{t}\right). \quad (11)$$

Ввиду (10) и (11) имеем при $t \rightarrow +\infty$

$$\left| \Phi \left(\frac{1}{2} + it; \alpha \right) \right| = O(e^{-2\pi\rho t + \alpha\rho t + \frac{\pi}{2}t}),$$

$$\left| \Phi \left(\frac{1}{2} - it; \alpha \right) \right| = O(e^{-\alpha\rho t + \frac{\pi}{2}t}),$$

откуда в силу (7) следует ограниченность функции $\Phi\left(\frac{1}{2} + it; \alpha\right)$ при $|t| \rightarrow +\infty$.

Л е м м а 2 При выполнении условия

$$\frac{1}{2} < \mu < \frac{1}{2} + \frac{1}{\rho} \min(1; \vartheta; \mu_2 \rho_2) \quad (12)$$

имеет место равенство:

$$\frac{1}{2\pi i} \lim_{a \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{2} - ia}^{\frac{1}{2} + ia} \frac{\Phi(s; \alpha)}{1-s} x^{-s} ds = \frac{1}{x} \int_0^x F(e^{i\alpha} t^{\frac{1}{\rho}}) t^{\mu-1} dt, \quad (0 < x < \infty) \quad (13)$$

Доказательство. В силу условия (12) функция

$$\Phi(1-s; \alpha) = \frac{i\rho(\pi-\alpha)(\mu-s) - \left[\mu_1 - \frac{\rho}{\rho_1}(\mu-s)\right] \log[\vartheta - \rho(\mu-s)]}{\pi\rho e^{\frac{1}{\rho_3} \sin \pi\rho(\mu-s) \left[\Gamma\left(\mu_2 - \frac{\rho}{\rho_2}(\mu-s)\right) \right]^{\frac{1}{\rho_3}}}}$$

регулярна в полуплоскости $\operatorname{Re} s \geq \frac{1}{2}$, кроме точек

$$s_k = \frac{k}{\rho} + \mu \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

где она имеет простые полюсы. Заметим, что

$$\operatorname{Res}_{s=s_k} \frac{\Phi(1-s; \alpha)}{s} x^{s-1} = \frac{e^{i\alpha k} x^{\frac{k}{\rho} + \mu - 1}}{(k + \vartheta)^{\frac{k}{\rho_1} + \mu_1} \left[\Gamma\left(\frac{k}{\rho_2} + \mu_2\right) \right]^{\frac{1}{\rho_3}} \left(\frac{k}{\rho} + \mu\right)} \quad (k = 0, 1, 2, \dots). \quad (14)$$

Пусть $R_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{1}{\rho} + \mu$ ($n = 0, 1, 2, \dots$), а L_n означает контур области D_n , являющийся пересечением круга $|s| < R_n$ с полуплоскостью $\operatorname{Re} s \geq \frac{1}{2}$. Функция

$$\frac{\Phi(1-s; \alpha)}{s} x^{s-1} \quad (0 < x < \infty)$$

голоморфна в области D_n , кроме точек $s_k = \frac{k}{\rho} + \mu$ ($k = 0, 1, \dots, n$),

где она имеет простые полюсы с вычетами (14). Поэтому для $x \in (0, +\infty)$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi i} \int_{L_n} \frac{\Phi(1-s; \alpha)}{s} x^{s-1} ds = \\ & = x^{\mu-1} \sum_{k=0}^n \frac{(e^{i\alpha} x^{\frac{1}{\rho}})^k}{(k + \vartheta)^{\frac{k}{\rho_1} + \mu_1} \left[\Gamma\left(\frac{k}{\rho_2} + \mu_2\right) \right]^{\frac{1}{\rho_3}} \left(\frac{k}{\rho} + \mu\right)} = \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{x} \int_0^x \left\{ \sum_{k=0}^n \frac{(e^{i\alpha} t^{\frac{1}{\rho}})^k}{(k + \vartheta)^{\frac{k}{\rho_1} + \mu_1} \left[\Gamma\left(\frac{k}{\rho_2} + \mu_2\right) \right]^{\frac{1}{\rho_3}}} \right\} t^{\mu-1} dt. \quad (15)$$

Пусть $\frac{1}{2} \pm R_n^*$ — точки пересечения окружности $|s| = R_n$ с прямой $\operatorname{Re} s = \frac{1}{2}$, так как $R_n^* = \sqrt{R_n^2 - \frac{1}{4}}$, то $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n^* = \infty$. Напишем формулу (15) в развернутом виде:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi i} \int_{\frac{1}{2} - iR_n^*}^{\frac{1}{2} + iR_n^*} \frac{\Phi(1-s; \alpha)}{s} x^{s-1} ds = \\ & = \frac{1}{x} \int_0^x \left\{ \sum_{k=0}^n \frac{(e^{i\alpha} t^{\frac{1}{\rho}})^k}{(k + \vartheta)^{\frac{k}{\rho_1} + \mu_1} \left[\Gamma\left(\frac{k}{\rho_2} + \mu_2\right) \right]^{\frac{1}{\rho_3}}} \right\} t^{\mu-1} dt + Y_n(x), \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$Y_n(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\substack{|s| = R_n \\ \operatorname{Re} s \geq \frac{1}{2}}} \frac{\Phi(1-s; \alpha)}{s} x^{s-1} ds, \quad x \in (0, +\infty). \quad (17)$$

Оценим теперь $Y_n(x)$. Воспользуемся оценкой

$$|\Gamma(a + Re^{i\varphi})| = O(R^{R \cos \varphi + a - \frac{1}{2}} e^{-R(\varphi \sin \varphi + \cos \varphi)}), \quad (18)$$

справедливой при любом $a \in (-\infty, +\infty)$, когда $R \rightarrow \infty$ и $|\varphi| \leq \pi - \delta$ ($\delta > 0$) (при этом порядок правой части равномерен относительно всех значений $|\varphi| \leq \pi - \delta$), и неравенством ⁽¹⁾

$$\begin{aligned} & \left| \frac{e^{i\rho(\mu-s)(\pi-\alpha)}}{\sin \pi\rho(\mu-s)} \right| \leq \\ & \leq \begin{cases} 2\sqrt{2} \exp \{ \rho R_n [(\pi - \alpha) \sin \varphi - \pi |\sin \varphi|] \}, & \text{если } \frac{\pi}{4} \leq |\varphi| \leq \frac{\pi}{2} \\ \exp \{ \rho R_n (\pi - \alpha) \sin \varphi \}, & \text{если } |\varphi| \leq \frac{\pi}{4} \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

при $s = R_n e^{i\varphi}$, $n \geq n_0$.

Предположим, что ρ_2 отлично от ∞ , в противном случае, если $\rho_2 = \infty$, то положим $\mu_2 = \frac{1}{2}$, тогда из (18) следует, что при $s = R_n e^{i\varphi}$ и $n \geq n_0$

$$\left| \left[\Gamma \left(\mu_2 - \frac{\rho}{\rho_2} \mu + \frac{\rho}{\rho_2} R_n e^{i\varphi} \right) \right]^{\frac{1}{\rho_3}} \right| =$$

$$= O \left(\left(\frac{R_n \rho}{\rho_2} \right)^{-\frac{\rho}{\rho_2 \rho_3} R_n \cos \varphi - \frac{1}{\rho_3} \left(\mu_2 - \frac{1}{2} \right) + \frac{\rho}{\rho_2 \rho_3} \mu - \frac{\rho}{\rho_2 \rho_3} R_n (\varphi \sin \varphi + \cos \varphi)} \right). \quad (20)$$

Заметим также, что при $s = R_n e^{i\varphi}$, $n \geq n_0$

$$\left| e^{-\left[\mu_1 - \frac{\rho}{\rho_1} (\mu - s) \right] \log [\vartheta - \rho (\mu - s)]} \right| =$$

$$= O \left(e^{-\left(\mu_1 - \frac{\rho}{\rho_1} \mu + \frac{\rho}{\rho_1} R_n \cos \varphi \right) \log \rho R_n + \frac{\rho}{\rho_1} R_n \varphi \sin \varphi} \right). \quad (21)$$

Обозначая через c_i ($i = 1, 2, \dots$) — постоянные, не зависящие от n , имеем, что при $s = R_n e^{i\varphi}$, $\frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$, $n \geq n_0$

$$|\Phi(1-s; \alpha) x^s| \leq c_1 R_n^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\sigma e x}{R_n} \right)^{R_n \cos \varphi} e^{-R_n (\rho \alpha - \varphi) \sin \varphi},$$

а при $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq -\frac{\pi}{4}$

$$|\Phi(1-s; \alpha) x^s| \leq c_2 R_n^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\sigma e x}{R_n} \right)^{R_n \cos \varphi} e^{-R_n [\rho (2\pi - \alpha) + \varphi] \sin \varphi}.$$

Но ввиду (7) из этих оценок следует, что при $s = R_n e^{i\varphi}$, $\frac{\pi}{4} \leq |\varphi| \leq \frac{\pi}{2}$, $n \geq n_0$,

$$|\Phi(1-s; \alpha) x^s| \leq c_3 R_n^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\sigma e x}{R_n} \right)^{R_n \cos \varphi}. \quad (22)$$

Далее, при $|\varphi| \leq \frac{\pi}{4}$, $n \geq n_0$ получим

$$|\Phi(1-s; \alpha) x^s| \leq c_4 R_n^{\frac{1}{2}} \left(\frac{c_5 \sigma e x}{R_n} \right)^{R_n \cos \varphi}. \quad (22')$$

Неравенства (22), (22') дают возможность оценить интеграл (17) и показать, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Y_n(x) = 0 \quad x \in (0, +\infty) \quad (23)$$

В тождестве (16), переходя к пределу при $n \rightarrow \infty$, ввиду (23) будем иметь

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi i} \int_{\frac{1}{2} - iR_n^*}^{\frac{1}{2} + iR_n^*} \frac{\Phi(1-s; \alpha)}{s} x^{s-1} ds =$$

$$= \frac{1}{x} \int_0^x F(e^{i\alpha} t^{\frac{1}{\rho}}) t^{\mu-1} dt, \quad x \in (0, +\infty). \quad (24)$$

Равенство (24) сохраняется и в том случае, если в его левой части числа R_n^* заменить любыми числами a_n , удовлетворяющими условию

$$a_1 < a_2 < \dots < a_n < \dots, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty.$$

На этом доказательство формулы (13) заканчивается.

В дальнейшем будем обозначать

$$\Phi^{(+)}(s) = \Phi\left(s; \frac{\pi}{2\rho}\right); \quad \Phi^{(-)}(s) = \Phi\left(s; 2\pi - \frac{\pi}{2\rho}\right)$$

и введем следующие функции

$$H^{(\pm)}(s) = e^{\pm i \frac{\pi}{2} s} e^{\left[\mu_1 - \frac{\rho}{\rho_1} (\mu - s)\right] \log[\vartheta - \rho(\mu - s)]} \left| \Gamma\left(\mu_2 - \frac{\rho}{\rho_2} (\mu - s)\right) \right|^{\frac{\Gamma}{\rho_2}} \quad (25)$$

Функции $\Phi^{(\pm)}(s)$ и $H^{(\pm)}(s)$ на всей плоскости комплексного переменного s связаны соотношением

$$e^{-i \frac{\pi}{2} (1-\mu)} \Phi^{(+)}(s) H^{(-)}(1-s) + e^{i \frac{\pi}{2} (1-\mu)} \Phi^{(-)}(s) H^{(+)}(1-s) = 2\pi\rho. \quad (26)$$

Лемма 2. При условии

$$\mu < \frac{1}{2} + \frac{1}{\rho} \min(\vartheta; \mu_2 \rho_2) \quad (27)$$

имеет место

$$\sup_{-\infty < t < \infty} \left| H^{(\pm)}\left(\frac{1}{2} + it\right) \right| < +\infty. \quad (28)$$

Действительно, при выполнении условия (27) функции $H^{(\pm)}(s)$ не имеют особенностей на линии $\operatorname{Re} s = \frac{1}{2}$, а при $|t| \rightarrow \infty$ имеем

$$\left| H^{(\pm)}\left(\frac{1}{2} + it\right) \right| = O\left(e^{-\frac{\pi}{2} (|t| \pm t^*)}\right) = O(1).$$

По теореме Меллина ⁽⁴⁾ существуют пределы в среднем

$$\frac{1}{2\pi i} \text{l. i. m.}_{a \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{2} - ia}^{\frac{1}{2} + ia} \frac{H^{(\pm)}(s)}{1-s} x^{-s} ds = \frac{h^{(\pm)}(x)}{x} \in L_2(0, +\infty).$$

Далее, обозначая

$$k^{(\pm)}(x) = \int_0^x F(e^{\pm i \frac{\pi}{2\rho} t^{\frac{1}{\rho}}}) t^{\mu-1} dt,$$

мы можем сформулировать следующую теорему, доказательство которой мы не приводим, так как оно не отличается от доказательств соответствующих теорем работ (1-3).

Теорема. Пусть

$$1) \quad \frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2 \rho_3} \leq 2$$

$$2) \quad \frac{1}{2} < \mu = \mu_1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{\rho_3} \left(\mu_2 - \frac{1}{2} \right) < \frac{1}{2} + \frac{1}{\rho} \min(1; \vartheta; \mu_2 \rho_2),$$

где параметры ϑ и $\mu_2 > 0$, причем при $\rho_2 = \infty$ примем $\mu_2 = \frac{1}{2}$.

Тогда

а) для любой функции $g(y) \in L_2(0, \infty)$ формула

$$f^{(\pm)}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\rho}} \frac{d}{dy} \int_0^\infty \frac{k^{(\pm)}(xy)}{y} g(y) dy$$

определяет почти всюду функции $f^{(\pm)}(x)$, принадлежащие классу $L_2(0, +\infty)$; двойственная формула

$$\begin{aligned} g(y) = & \frac{1}{\sqrt{2\pi\rho}} e^{-i \frac{\pi}{2} (1-\mu)} \frac{d}{dy} \int_0^\infty \frac{h^{(+)}(xy)}{y} f^{(-)}(x) dx + \\ & + \frac{1}{\sqrt{2\pi\rho}} e^{i \frac{\pi}{2} (1-\mu)} \frac{d}{dy} \int_0^\infty \frac{h^{(-)}(xy)}{x} f^{(+)}(x) dx \end{aligned}$$

также имеет место почти всюду на $(0, \infty)$;

б) обратно, для любой функции $f(x) \in L_2(0, \infty)$ формула

$$g^{(\pm)}(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\rho}} \frac{d}{dy} \int_0^\infty \frac{h^{(\pm)}(xy)}{x} f(x) dx$$

определяет почти всюду на $(0, \infty)$ функции $g^{(\pm)}(y) \in L_2(0, \infty)$.
Двойственная формула

$$f^{(\pm)}(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\rho}} e^{-i \frac{\pi}{2} (1-\mu)} \frac{d}{dx} \int_0^\infty \frac{k^{(-)}(xy)}{y} g^{(+)}(y) dy +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{2\pi\rho}} e^{i\frac{\pi}{2}(1-\rho)} \frac{d}{dx} \int_0^\infty \frac{k^{(+)}(xy)}{y} g^{(-)}(y) dy$$

также имеет место почти всюду на $(0, \infty)$.

Рассмотрим теперь некоторые специальные случаи полученного результата.

а) Положим $\rho_2 = \rho_2 = 1$, $\rho_3 = \infty$, тогда

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{(k+\vartheta)^{\frac{n}{\rho} + \mu_1}} \equiv F_1(z),$$

и при условии

$$\frac{1}{2} < \mu = \mu_1 + \frac{1}{2} < \frac{1}{2} + \frac{1}{\rho} \min(1; \vartheta) \quad \left(\rho \geq \frac{1}{2}\right)$$

функция

$$k_1^{(\pm)}(x) = \int_0^x F_1(e^{\pm i\frac{\pi}{2\rho}t^{\frac{1}{\rho}}}) t^{\mu-1} dt$$

является ядром интегрального преобразования. Отметим связь этой функции с функцией типа Линделефа

$$L_\rho(z; \mu) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^{\frac{n}{\rho} + \mu}},$$

предложенной М. М. Джрбашьяном. Если

$$L_\rho^*(z; \mu) = \frac{L_\rho(z; \mu) - 1}{z} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{(n+1)^{\frac{n}{\rho} + \frac{1}{\rho} + \mu}},$$

то очевидно, что при $\vartheta = 1$

$$F_1(z) = L_\rho^*\left(z; \mu_1 - \frac{1}{\rho}\right).$$

б) Полагая $\rho_1 = \infty$, $\rho_2 = \mu_2 = 1$, имеем

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{(k+\vartheta)^{\mu_1} (k!)^{\frac{1}{\rho}}} \equiv F_2(z),$$

и при условии

$$\frac{1}{2} < \mu = \mu_1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2\rho} < \frac{1}{2} + \frac{1}{\rho} \min(1; \vartheta)$$

функция

$$k_2^{(\pm)}(x) = \int_0^x F_2(e^{\pm i\frac{\pi}{2\rho}t^{\frac{1}{\rho}}}) t^{\mu-1} dt$$

является ядром интегрального преобразования.

$$b) \rho_1 = \infty, \rho_3 = 1$$

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{(k + \vartheta)^{\mu_1} \Gamma\left(\frac{k}{\rho} + \mu_2\right)} \equiv F_3(z),$$

и при условии

$$\frac{1}{2} < \mu = \mu_1 + \mu_2 < \frac{1}{2} + \frac{1}{\rho} \min(1; \vartheta; \mu_2 \rho)$$

функция

$$k_3^{(\pm)}(x) = \int_0^x F_3(e^{\pm i \frac{\pi}{2\rho} t^{\frac{1}{\rho}}}) t^{\mu-1} dt$$

также является ядром интегрального преобразования. Очевидно, что при $\mu_1 = 0$ имеем $\mu_2 = \rho$ и при условии

$$\frac{1}{2} < \mu < \frac{1}{2} + \frac{1}{\rho}$$

ядром преобразования будет служить функция типа Миттаг—Лефлера.

Отметим, что этот случай, с вытекающими отсюда важными следствиями о параметрическом представлении целых функций, впервые был исследован в работе (1).

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Ս. Ս. ՀԱՎՈՐՅԱՆ

Մի ինտեգրալ ձևափոխության մասին

Ներկա աշխատանքում կառուցված է մի ինտեգրալ ձևափոխության L_2 —տեսակի թվումը, որի համար կորիզ է ծառայում

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{(k + \vartheta)^{\frac{k}{\rho_1} + \mu_1} \left[\Gamma\left(\frac{k}{\rho_2} + \mu_2\right) \right]^{\frac{1}{\rho_3}}}$$

ամբողջ ֆունկցիայի արժեքները կոմպլեքս հարթության որոշակի ճառագայթների վրա։ Դիցուք բավարարվում են հետևյալ պայմանները.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2 \rho_3} \leq 2$$

$$\frac{1}{2} < \mu = \mu_1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{\rho_3} \left(\mu_2 - \frac{1}{2} \right) < \frac{1}{2} + \frac{1}{\rho} \min(1; \vartheta; \mu_2 \rho_2),$$

Յ, $\mu_2 > 0$, ընդ որում $\rho_2 = \infty$ դեպքում ընդունում ենք $\mu_2 = \frac{1}{2}$, դիցուք նաև

$$k^{(\pm)}(x) = \int_0^x F(e^{\pm i \frac{\pi}{2\rho}} t^{\frac{1}{\rho}}) t^{\mu-1} dt$$

L

$$h^{(\pm)}(x) = \frac{x}{2\pi i} \lim_{a \rightarrow \infty} \int_{\frac{1}{2} - ia}^{\frac{1}{2} + ia} \frac{H^{(\pm)}(s)}{1-s} x^{-s} ds,$$

որտեղ՝

$$H^{(\pm)}(s) = e^{\pm i \frac{\pi}{2}s} e^{\left[\mu_1 - \frac{\rho}{\rho_1}(\mu-s)\right] \log[\vartheta - \rho(\mu-s)]} \left[\Gamma\left(\mu_2 - \frac{\rho}{\rho_2}(\mu-s)\right) \right]^{\frac{1}{\rho_2}}$$

Տեղի ունի հետևյալ պնդումը. ցանկացած $f(x) \in L_2(0, \infty)$ ֆունկցիայի համար

$$g^{(\pm)}(y) = \frac{1}{V 2\pi\rho} \frac{d}{dy} \int_0^\infty \frac{h^{(\pm)}(xy)}{x} f(x) dx$$

բանաձևով համարյա մեկնուրեք $(0, +\infty)$ -ի վրա որոշվում են $g^{(\pm)}(y) \in L_2(0, \infty)$ ֆունկցիաներ: Համարյա մեկնուրեք $(0, +\infty)$ -ի վրա տեղի ունի շրջման բանաձև՝

$$f(x) = \frac{1}{V 2\pi\rho} e^{-i \frac{\pi}{2}(1-\mu)} \frac{d}{dx} \int_0^\infty \frac{k^{(-)}(xy)}{y} g^{(+)}(y) dy + \\ + \frac{1}{V 2\pi\rho} e^{i \frac{\pi}{2}(1-\mu)} \frac{d}{dx} \int_0^\infty \frac{k^{(+)}(xy)}{y} g^{(-)}(y) dy:$$

Աշխատանքը կատարելիս օգտվել ենք Մ. Մ. Ջրբաշյանի կողմից ⁽¹⁻³⁾ աշխատանքներում զարգացված կոմպլեքս տեղում ժամ վատսոն-պլանշերելյան տիպի ինտեգրալ ձևափոխությունների տեսությունից:

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ Մ. Մ. Джрбашян, Изв. АН СССР (серия матем.), том 19 (1955), ² Մ. Մ. Джрбашян, Изв. АН АрмССР (серия физ.-мат. наук), том XIII, № 3 (1960), ³ Մ. Մ. Джрбашян, Изв. АН СССР (серия матем.), 24, 387—420 (1960). ⁴ Е. Титчмарш. Введение в теорию интегралов Фурье, ОГИЗ, Гостехиздат, М.-Л, 1946.

МАТЕМАТИКА

В. Г. Таирова

Критические точки и граничный индекс функций
 на конечнолистных римановых поверхностях

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном 25/XII 1961)

В статье основная теорема М. Морса ⁽¹⁾ распространяется на случай, когда функции заданы не в однолистной области, а на конечнолистной римановой поверхности. Обобщению результатов М. Морса на случай, когда функции заданы на конечнолистной римановой поверхности, посвятил свою статью ⁽²⁾ И. М. Мельник, но метод, которым он пользовался, заставил его наложить обременительные условия на рассматриваемый им класс римановых поверхностей. В нашей работе на класс римановых поверхностей никаких дополнительных ограничений не налагается. Пользуемся случаем поблагодарить И. М. Мельника за ценные обсуждения.

Пусть R — λ -листная риманова поверхность, накрывающая z -плоскость, ограниченная α замкнутыми кривыми B_j , $j = 1, \dots, \alpha$, ориентированными так, что при обходе B_j в направлении, указанном ориентацией, риманова поверхность остается слева; n_j -угловой порядок ⁽¹⁾ проекции B_j на z -плоскость с ориентацией, индуцированной ориентацией B_j .

Пусть $w(z)$ — аналитическая или псевдоаналитическая* ^(1,3) на R функция, которая не имеет других особых точек, кроме точек ветвления и, возможно, конечного числа полюсов.

В дальнейшем будем полагать, что функция $w(z)$ — аналитическая функция, переход к случаю псевдоаналитической функции не вызывает дополнительных трудностей. Известно, что такая функция может быть представлена элементами вида:

$$\sum_{j=\mu'}^{\infty} a_j (z - z_0)^{-\frac{j}{\nu}} + a_0 = P_{z_0}(z - z_0), \text{ если } z_0 \neq \infty$$

$$\sum_{j=\mu'}^{\infty} a_j z^{-\frac{j}{\nu}} + a_0 = P_{\infty}(z),$$

где a_j — комплексные числа, $a_{\mu'} \neq 0$, $\mu' \neq 0$, $\nu \geq 1$, причем $\nu > 1$, если над z_0 лежит точка ветвления ν — 1-го порядка. Штрих у знака суммы означает, что $j \neq 0$.

* У Морса псевдоаналитическая функция называется функцией, которая дает внутреннее отображение в смысле С. Стоилова.

Точку z_0 назовем обыкновенной, если $|\mu'| = \nu = 1$. В остальных случаях точку z_0 будем называть критической, а число $\mu = |\mu'|$ — порядком функции $w(z)$ в точке z_0 . Пусть функция $w = w(z)$ отображает риманову поверхность R на риманову поверхность R' над w -плоскостью взаимно-однозначно. Тогда $\mu - 1$ — порядок точки ветвления R' в точке $w_0 = w(z_0)$.

Найдем соотношения, связывающие суммарный угловой порядок граничных кривых римановой поверхности R , граничный индекс функции $u(x, y) = \operatorname{Re} w(z)$ и числа μ и ν , характеризующие критические точки функции.

Пусть $w(z)$ не имеет на R других особых точек, кроме точек ветвления. Следуя Морсу⁽¹⁾, обозначим через U_c замкнутое множество точек на R , в которых $u(x, y) \leq c$, а через E_c — эйлерову характеристику U_c . Так же, как у Морса, можно показать, что при возрастании c характеристика E_c изменяется только при прохождении $u(x, y) = c$ через точки относительного минимума и в случае, когда на кривой $u(x, y) = c$ есть критические точки, а также, что

$$E = m - S - s, \quad (1)$$

где E — эйлерова характеристика R , m — число точек относительного минимума $u(x, y)$ на R , $S(s)$ — число седловых точек на R (на границе R).

Точка $z_0 = x_0 + iy_0$ является внутренней седловой точкой функции $u(x, y) = \operatorname{Re} w(z)$ тогда и только тогда, когда $t = 0$ является нулем $\frac{d}{dt} P_{z_0}(t^s)$; при этом кратность седловой точки равна кратности нуля $\frac{d}{dt} P_{z_0}(t^s)$. Следовательно из (1) вытекает.

Теорема 1. Пусть $w(z)$ — аналитическая или псевдоаналитическая на римановой поверхности R функция, не имеющая других особых точек, кроме точек ветвления*, тогда

$$-\sum (\mu_i - 1) = E + J, \quad (2)$$

где сумма распространяется на все критические точки функции $w(z)$, μ_i — их порядки, $J = s - m$ — граничный индекс функции** $u(x, y) = \operatorname{Re} w(z)$.

Отметим, что равенство (2) — топологическое соотношение. Но в некоторых задачах возникает необходимость знать $\sum (\nu_i - 1) = -\sum (\mu_i - 1)$, где $\nu_i - 1$ порядок i -ой точки ветвления R . Числа ν_i не

* Как будет вытекать из дальнейшего, формула (2) справедлива и в случае, когда $w(z)$ имеет на R конечное число полюсов.

** Для простоты полагаем, что для функции $u(x, y)$ выполняются граничные условия А⁽¹⁾.

являются топологическими инвариантами (относительно топологических отображений R), поэтому все соотношения, которые содержат ν_i , уже не носят топологический характер.

Допустим сначала, что R — ограниченная риманова поверхность, т. е. поверхность, накрывающая ограниченную область в z -плоскости. Пусть E_q , $q = 1, \dots, \lambda$, — эйлерова характеристика открытого множества K_q на z -плоскости, над каждой точкой которого лежит по крайней мере q внутренних точек поверхности R . Тогда ⁽⁴⁾

$$E = \sum_{q=1}^{\lambda} E_q - \sum (\nu_i - 1), \text{ где вторая сумма распространяется на все}$$

точки ветвления поверхности R . Учитывая это, из (2) получаем

$$\sum (\nu_i - 1) - \sum (\mu_i - 1) = \sum_{q=1}^{\lambda} E_q + J, \quad (3)$$

где суммы распространяются на все критические точки функции $w(z)$.

Не уменьшая общности, можем полагать, что кривая, являющаяся проекцией граничной кривой поверхности R на z -плоскость, имеет не более конечного числа точек самопересечения. Проекции граничных кривых на z -плоскости разобьем на конечное число жордановых дуг $\{\Gamma_k\}$, $k = 1, \dots, n$, причем у двух различных дуг общими могут быть только концы. Каждую дугу множества ориентируем, т. е. указываем ее начало и конец таким образом, чтобы при обходе соответствующей дуги границы поверхности R в направлении от начала к концу поверхность R оставалась слева. Множеству ориентированных дуг $\{\Gamma_k\}$ поставим в соответствие множество угловых порядков этих дуг $\{\gamma_k\}$.

Нетрудно показать, что ориентированные границы открытых множеств K_q состоят из дуг $\{\Gamma_k\}$, причем каждая дуга множества входит как составляющая в границу одного и только одного открытого множества K_q , $q = 1, \dots, \lambda$. Кроме того, отметим, что угловой порядок ориентированной границы K_q равен E_q . Следовательно,

$$\sum_{i=1}^n \gamma_i = \sum_{q=1}^{\lambda} E_q. \text{ Отсюда}$$

$$\sum (\nu_i - 1) - \sum (\mu_i - 1) = \sum_{i=1}^{\alpha} n_i + J, \quad (4)$$

где α — число граничных кривых римановой поверхности R , а n_i , $i = 1, \dots, \alpha$, — их угловые порядки.

Пусть теперь R не обязательно ограниченная риманова поверхность, а $w(z)$ не имеет полюсов. Пусть над ∞ лежит l ($l \leq \lambda$) точек римановой поверхности R (если над ∞ лежит точка ветвления порядка $r - 1$, то ее считаем r раз). Тогда среди K_q , $q = 1, \dots, \lambda$ есть l множеств, содержащих ∞ . А E_q для открытого множества K_q , содержащего ∞ , равна увеличенной на две единицы сумме угловых

порядков дуг множества $\{\Gamma_k\}$, которые входят в состав границы K_q . Следовательно,

$$\sum (\nu_i - 1) - \sum (\mu_i - 1) = \sum_{i=1}^{\alpha} n_i + 2l + J, \quad (5)$$

где суммы распространяются на все критические точки функции $w(z)$.

Допустим теперь, что $w(z)$ может иметь конечное число полюсов.

Лемма* (3). Пусть $t=0$ — полюс функции $P_{z_0}(t')$ порядка n . Существует такая замкнутая кривая β , ограничивающая достаточно малую окрестность $z=z_0 \in R$, которая не содержит внутренних седловых точек, что привзнос J_β граничного индекса функции $u(x, y)$ относительно поверхности, не содержащей $z=z_0$, равен $-n$.

Удалив из поверхности R окрестности полюсов, о которых идет речь в лемме, получим поверхность R^* , которая уже не содержит полюсов и для которой выполняется (1), т. е. $E^* = m^* - S - s^*$, где E^* — эйлерова характеристика R^* , m^* — число точек относительного минимума $u(x, y)$ на R^* , $S(s^*)$ — число седловых точек на R (на границе R).

По лемме $m^* - s^* = m - s - \sum_{i=1}^k \mu'_i$, где m — число точек относительного минимума $u(x, y)$ на R , k — число полюсов функции $w(z)$; а сумма берется по всем полюсам $w(z)$. Эйлерова характеристика E поверхности R равна $E^* + k$. Пусть l' — число точек R' , которые лежат над ∞ , тогда $l' = \sum_{i=1}^k \mu_i$. Отсюда получаем $E = m - s - \sum_{i=1}^k (\mu'_i -$

$$- 1) = m - s - S - \sum_{i=1}^k (\mu_i - 1) + 2l', \text{ т. е. справедлива}$$

Теорема 2. Пусть $w(z)$ аналитическая или псевдоаналитическая на римановой поверхности R функция, не имеющая других особых точек, кроме точек ветвления и, возможно, конечного числа полюсов. Тогда

$$\sum (\nu_i - 1) - \sum (\mu_i - 1) = \sum_{i=1}^{\alpha} n_i + 2(l - l') + J, \quad (6)$$

$$\sum (\nu_i - 1) - \sum (\mu'_i - 1) = \sum_{i=1}^{\alpha} n_i + 2l + J, \quad (6')$$

где суммы распространяются на все критические точки функции $w(z)$, α — число граничных кривых римановой поверхности R , n_i , $i = 1, \dots, \alpha$, — угловые порядки ориентированных граничных кривых, $l(l')$ — число точек $R(R')$, лежащих над ∞ , J — граничный индекс функции $u(x, y) = \operatorname{Re} w(z)$.

* Лемма справедлива и для полюса функции $P_{\infty}(t')$.

Следствие. Если $z = z(w)$ — функция на R' , обратная $w = w(z)$, J' — ее граничный индекс на R' , n'_i — угловой порядок граничной кривой B'_i на R' , то $\sum_{i=1}^n n'_i + J' = -\left(\sum_{i=1}^n n_i + J\right)$.

Покажем теперь, что из (6') вытекает упомянутый выше результат И. М. Мельника. Пусть $\bar{R}$ — λ -листная замкнутая риманова поверхность; R — λ -листная ограниченная риманова поверхность такая, что $R \subset \bar{R}$. Точку z_0 на z -плоскости, над которой не лежат точки ветвления поверхности $\bar{R}$, соединим жордановыми кривыми с проекциями точек ветвления поверхности $\bar{R}$. Разрежем риманову поверхность $\bar{R}$ по всем кривым, проекциями которых являются упомянутые жордановы кривые. Тогда риманова поверхность $\bar{R}$ распадется на λ областей, которые мы будем называть листами римановой поверхности $\bar{R}$. При этом R также распадется на λ листов, но они, вообще говоря, не будут областями.

Пусть риманова поверхность R такая, что: 1°. каждый ее лист является областью; 2°. поверхность R может быть гомеоморфно отображена так, что все однолистные области и только они перейдут в однолистные области, и каждая кривая B_i перейдет в кривую B_i^* , которая проектируется на z -плоскости в окружность.

Равенство (6') перепишем так:

$$\sum (v_i - 1) - \sum (p'_i - 1) = \sum n_i^+ + \sum n_i^- + J,$$

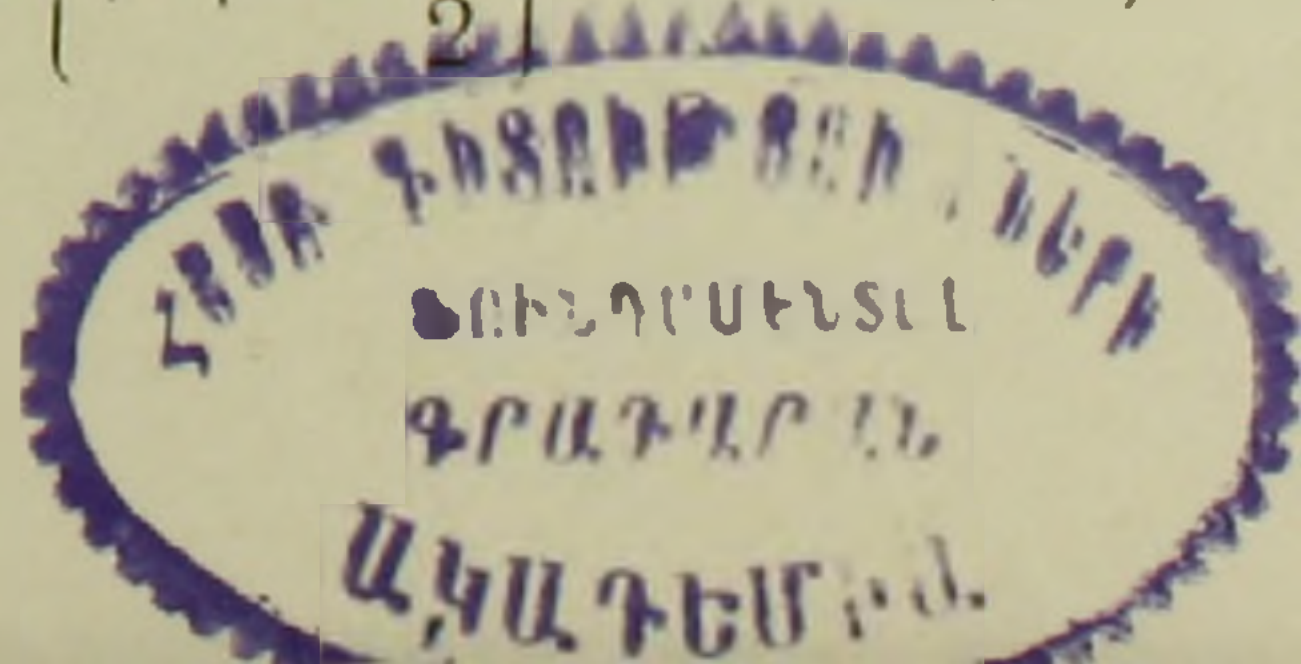
где $n_i^+ = \max(n_i, 0)$, $n_i^- = \min(n_i, 0)$.

Очевидно, что $\sum n_i^+ = \lambda$, следовательно,

$$\sum (v_i - 1) - \sum (p'_i - 1) = 2\lambda - \sum |n_i| + J. \quad (7)$$

Легко видеть, что (7) справедливо также, если снять условие ограниченности R . Формула (7) является основным результатом И. М. Мельника. Легко построить примеры, показывающие, что для справедливости (7) ограничения 1° и 2° существенны. Приведем пример, доказывающий существенность ограничения 2°.

Пример. Пусть R состоит из двух листов $S_1: \left\{ |z| < \frac{1}{8}, 0 < \arg z < 2\pi \right\}$ и $S_2: \text{область } \left\{ |z| < 2, |z - 1| < \frac{1}{2} \right\}$ с разрезом вдоль $\text{Im } z = 0, 0 < \text{Re } z < \frac{1}{2}$, соединенных вдоль этого разреза. R ограничена двумя кривыми Γ_1 и Γ_2 , которые проектируются соответственно в $|z| = 2$ и в $\left\{ |z - 1| = \frac{1}{2} \right\} \cup \left\{ |z| = \frac{1}{2} \right\}$. Очевидно, $\lambda = 2$, $|n_1| = 1$,



$|n_2|=0$. Рассмотрим на R функцию $w = \sqrt{z(z-1)}$, $z=0$ — критическая точка этой функции на R с $\nu=2$, $\mu=1$. Легко видеть, что $J=0$. Равенство (7) не справедливо.

Пусть $u(x, y)$ — гармоническая или псевдогармоническая ⁽¹⁾ на римановой поверхности R функция.

Распространяя метод Морса ⁽¹⁾ на этот случай, как и выше, получаем такую теорему.

Теорема 3. Пусть $u(x, y)$ — функция гармоническая или псевдогармоническая на римановой поверхности R , за исключением, возможно, M логарифмических полюсов, тогда

$$-\sum (\nu_i - 1) + M = E + J, \quad (8)$$

$$\sum (\nu_i - 1) - \sum (\mu_i - 1) + M = \sum_{i=1}^n n_i + 2l + J, \quad (9)$$

где суммы слева распространяются на все точки ветвления R и на все седловые точки $u(x, y)$, $\mu_i - 1$ — порядки седловых точек, J — граничный индекс $u(x, y)$, α , n_i , ν_i , l означают то же, что и выше.

Ужгородский государственный
университет

Վ. Գ. ՏԱԻՐՈՎԱ

Ֆունկցիաների կրիտիկական կետերը և եզրային ինդեքսը վերջավոր քերթանի ռիմանյան մակերևույթի վրա

⁽¹⁾ աշխատանքի հիմնական թեորեմը տարածվում է այն ֆունկցիաների վրա, որոնք տված են վերջավոր թերթանի ռիմանյան մակերևույթների վրա: Արդյունքներից մեկը հետևյալն է՝

Թեորեմ 1. Եթե $w(z)$ -ը անալիտիկ կամ փսևդոանալիտիկ է R ռիմանյան մակերևույթի վրա և բացի ճյուղավորման կետերից չունի ուրիշ եզակի կետեր, ապա՝

$$-\sum (\nu_i - 1) = E + J$$

որտեղ գումարը տարածված է $w(z)$ ֆունկցիայի բոլոր կրիտիկական կետերով, ν_i -ն նրանց կարգն է, E -ն R -ի էյլերյան խարակտերիստիկն է, իսկ $J = s - m$ -ը $u(x, y) = \operatorname{Re} w(z)$ -ֆունկցիայի եզրային ինդեքսն է:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆ ՈՒԹՅՈՒՆ

¹ М. Морс, Топологические методы теории функций комплексного переменного, ИЛ, 1951. ² И. М. Мельник, Изв. АН СССР (сер. мат.), 25, 815—824 (1961). ³ Ф. Д. Гахов и Ю. М. Крукунов, Изв. АН СССР (сер. мат.), 20, 207—240 (1956). ⁴ Р. Неванlinna, Однозначные аналитические функции, Гостехиздат, 1941.

АСТРОФИЗИКА

А. Т. Каллоглян

О динамической неустойчивости некоторых групп галактик

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 15/IX 1961)

Благодаря работам В. А. Амбарцумяна ⁽¹⁾ в последние годы стало известно, что применение теоремы о вириале к некоторым группам и скоплениям галактик приводит к завышенным значениям масс последних по сравнению со значениями масс, определенными на основе исследования собственного вращения отдельных галактик. Поскольку теорема о вириале применима только к системам, полная энергия которых отрицательна, то был сделан естественный вывод о том, что такие группы и скопления галактик обладают положительной энергией. Иными словами, как указывает В. А. Амбарцумян, дисперсии скоростей в некоторых группах и скоплениях галактик столь велики, что они должны представлять собой распадающиеся системы.

В дальнейшем детальный анализ имеющихся данных относительно скопления галактик в Гаркулесе и квинтета Стефана привел Барбиджов к выводу, что эти системы также должны обладать положительной энергией, если не допустить для компонентов этих систем весьма высокое значение отношения масса-светимость ^(2,3). К тому же выводу пришел де Вокулер относительно системы ярких галактик в Скульпторе ⁽⁴⁾.

С другой стороны, высокое значение отношения масса-светимость для эллиптических компонентов двойных галактик, полученное недавно Пейджом ⁽⁵⁾, приводит к предположению, что среди них также могут встречаться системы с положительной энергией.

Возражения Лимбера и Матью ⁽⁶⁾ относительно динамической неустойчивости квинтета Стефана, хотя и не лишены интереса, кажутся нам несколько искусственными. Во всяком случае, их возражения могут относиться лишь к вопросу о знаке полной энергии этого квинтета.

В настоящей статье рассмотрены четыре группы галактик, которые, судя по имеющимся данным, должны обладать положительной энергией.

Радиальные скорости галактик взяты из работы Хюмасона, Мэйо-ла и Сандейджа (⁷).

1. *Группа NGC 68, 69, 71, 72 и анонимная.* Эти пять галактик составляют тесную группу около центра: $\alpha_{1950} = 0^h 15^m 9$, $\delta_{1950} = +29^\circ 47'$. Она находится на расстоянии 9×10^7 пс., если принять, как и в дальнейшем, значение хаббловской постоянной $H = 75$ км/сек на 1 Мпс. Радиальная скорость NGC 68 (несомненно, связанная с группой) относительно центра масс системы составляет -775 км/сек. Применение теоремы о вириале к этой группе при факторах проекции для расстояния между членами группы $\rho = 1.5$ и для перевода радиальных скоростей в пространственные $K = \sqrt{3}$ приводит к нижеприведенным данным:

NGC	Тип	V_r (км/сек)	m_{pg}	M_{pg}	$L_z / L_\odot$	$m_z / m_\odot$ (при $f_E = 60$)	$m_z / m_\odot$ (из теоремы вириала)
68	SO	6012	$14^m.68$	$-20^m.6$	2.5×10^{10}	1.5×10^{12}	1×10^{13}
69	SBO	6862	15.89	-19.4	8.1×10^9	4.8×10^{11}	3.1×10^{12}
71	E2	6816	14.92	-20.4	2.0×10^{10}	1.2×10^{12}	8.0×10^{12}
72	SBa	7201	14.75	-20.5	2.2×10^{10}	1.3×10^{12}	8.7×10^{12}
Анон	E4	7032	15.87	-19.4	8.1×10^9	4.8×10^{11}	3.1×10^{12}

Видимые звездные величины галактик взяты из списка Петита (⁸). Отношения $L_r / L_\odot$ были вычислены, как и в дальнейшем, при $M = +5^m.37$ (⁹), с учетом галактического поглощения по формуле $A_{pg} = 0.25 \cos \epsilon$.

В предпоследнем столбце таблицы приведены массы, вычисленные при $f_E = \frac{m_r / m_\odot}{L_r / L_\odot} = 60$ для всех пяти галактик. Последний столбец таблицы содержит массы, полученные при применении теоремы о вириале, допуская, что массы галактик пропорциональны их светимостям. Как видно из приведенных данных, применение теоремы о вириале приводит к завышению масс почти всех членов на один порядок. Для отношения масса-светимость получается значение:

$$f_E = 385,$$

что слишком велико даже для эллиптических галактик, а в особенности для одного члена группы типа SBa.

2. *Группа, содержащая NGC 80 и 83.* Физическая связь галактик NGC 80 и 83, типов SO и EO, не подлежит сомнению ($\alpha_{1950} = 0^h 15^m 9$, $\delta_{1950} = +22^\circ 7'$). Их радиальные скорости отличаются друг от друга почти на 1000 км/сек. В области NGC 80 и 83 имеются более слабые галактики, входящие, по-видимому, в ту же группу. Звездные величины NGC 80 ($13^m.9$) и 83 ($14^m.3$) были взяты из списка Сандейджа (⁷). Звездные величины остальных 11 галактик были грубо оценены нами на паломарской карте, причем все яркости были нарочно несколько завышены. Наиболее яркая из этих галактик имеет звездную величину $15^m.5$.

За исключением радиальных скоростей других галактик, кроме NGC 80 и 83, были вычислены гравитационные потенциалы в точках расположения последних. Значение кинетической энергии вычислялось исходя из радиальной скорости каждой из этих галактик относительно их центра масс. На основании допущения об отрицательности полной энергии каждой из этих галактик была определена нижняя граница отношения масса-светимость для эллиптических галактик (f_E), принимая при этом, что для спиральных галактик это отношение (f_S) равняется половине f_E . Такое предположение уменьшает конечное значение f_E , так как в группе имеются спиральные галактики поздних типов, для которых $f_S < \frac{f_E}{2}$. Значения факторов проекции те же, что и в предыдущем случае.

В результате вычислений получены следующие значения для отношения масса-светимость:

$$f_E = 330$$

по NGC 80 и

$$f_E = 270$$

по NGC 83.

3. *Двойная галактика* NGC 7385, 7386. Физическая связь этих галактик не подлежит сомнению. ($\alpha_{1950} = 22^h 47^m 5$, $\delta_{1950} = +11^\circ 24'$). По сравнению с окружающими галактиками NGC 7385 (EO) и 7386 (SO) являются весьма яркими. Поэтому мы пренебрегли окружающими галактиками и вычислили нижний предел суммы масс двойной галактики при $p = 1.5$ и $K = \sqrt{2}$. В результате было получено:

$$m_1 + m_2 = 4.8 \times 10^{13} m_\odot.$$

Сумма масс, вычисленная по светимостям обеих галактик при $f_E = 60$, равняется $4.2 \times 10^{12} m_\odot$. Таким образом, для устойчивости системы необходимо, чтобы масса каждой из двух галактик была на один порядок больше, чем получается по их светимостям. Для отношения масса-светимость имеем:

$$f_E = 685.$$

4. *Цепочка галактик*. $\alpha_{1950} = 1^h 4^m 6$, $\delta_{1950} = +32^\circ 8'$. Эта группа состоит из девяти членов, семь из которых составляют цепочку галактик. В области системы находятся галактики, намного слабее ее составляющих и, весьма вероятно, не принадлежащих к исследуемой системе. Сравнительно яркие галактики встречаются лишь на расстоянии более чем $20'$ от центра группы.

Звездные величины членов группы взяты из списка Сандейджа. Звездная величина NGC 382 оценена нами на паломарской карте ($15^m 5$). Все девять составляющих группы принадлежат к типам E или SO.

Применение теоремы о вириале к данной группе приводит к значению

$$f_E = 260,$$

при $p = 1.5$, $K = \sqrt{3}$.

Закключение. Полученные результаты показывают, что для динамической устойчивости исследованных групп галактик необходимо, чтобы отношение масса-светимость для эллиптических галактик и галактик типа SO было порядка 300 для трех групп и около 700—для пары NGC 7385, 7386. Из подробного анализа имеющихся данных относительно отдельных и двойных галактик, сделанного Лимбером⁽¹⁰⁾, следует, что отношение масса-светимость для галактик типов E и SO должно быть в среднем около 40. В последней своей работе Пейдж⁽⁵⁾ получил $f_E = 70$ при допущении $H = 75$ км/сек на Мпс. Наличие межгалактической материи может значительно уменьшить это значение лишь при плотностях не менее 10^{-24} г/см³, что уже сравнимо с плотностью материи в спиральных галактиках. Однако, как было отмечено выше, не исключена возможность, что среди двойных галактик имеются системы с положительной энергией, способствующих увеличению отношения масса-светимость. Тем не менее, принятое в настоящей работе значение $f_E = 60$ при определении масс галактик посредством их светимостей является, по-видимому, верхним пределом этого отношения для галактик типов E и SO.

Отметим, что в случае NGC 80 и 83 было принято $f_s = f_E/2$, причем для f_E получилось значение около 300. Следовательно, для устойчивости системы отношение масса-светимость для входящих в эту группу спиральных галактик должно быть более чем на один порядок больше, чем обычно получается для одиночных и входящих в двойные системы спиральных галактик.

Таким образом, полученные выше результаты приводят к заключению, что, если не допустить очень высокие значения для отношения масса-светимость в эллиптических галактиках, то при всей неуверенности в значениях факторов проекции и при любых разумных значениях плотности межгалактической материи, исследуемые группы галактик должны обладать положительной энергией, т. е. должны находиться в процессе распада.

Бюраканская астрофизическая обсерватория
Академии наук Армянской ССР

Ա. Տ. ՔԱԼԵՆԼՅԱՆ

Գալակտիկաների մի բանի խմբերի դինամիկական անկայունության մասին

Կայունության պայմանների, այդ թվում՝ զիրիայի թեորեմի կիրառումը գալակտիկաների չորս ուսումնասիրված խմբերի նկատմամբ բերում է դանդաղ-լուսաավազան հարաբերության շատ մեծ արժեքների՝ համեմատած առանձին և կրկնակի գալակտիկաների վերաբերյալ նույն հարաբերության գոյություն ունեցող արժեքների հետ։ Այստեղից արվում է հետևություն, որ գալակտիկաների բննարկվող խմբերը միջգալակտիկ նյութի բնդունելի խտության և սլոնեկցիայի գործակիցների մեջ եղած հնարավոր սխալների զեպքում պետք է ունենան զրական էներգիա, այսինքն՝ պետք է գտնվեն քայքայման վիճակում։

ЛИТЕРАТУРА — ՉՐԱՇԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ В. А. Амбарцумян, Изв. АН АрмССР (серия физ-мат наук), II, N 5, 9 (1958). ² Г. Р. Барбидж и Е. М. Барбидж, Ар. J. 130, 15, 1959. ³ Г. Р. Барбидж и Е. М. Барбидж, Ар. J. 130, 629, 1959. ⁴ Ж. дэ Вокулер, Ар. J. 130, 718, 1959. ⁵ Т. Л. Пейдж, Ар. J. 132, 910, 1960. ⁶ Д. Н. Лимбер и В. Г. Матью, Ар. J. 132, 286 1960. ⁷ М. Л. Хюмасон, Н. У. Мэйол и А. Р. Сандейдж, А. J. 61, 97, 1956. ⁸ Е. Петит, Ар. J. 120, 413, 1954. ⁹ Дж. Стеббинс и Г. Крон, Ар. J. 126, 266, 1957. ¹⁰ Д. Н. Лимбер, Ар. J. 131, 168, 1960.

ГЕОЛОГИЯ

В. Т. Акопян и А. Г. Казарян

Новые данные о метаморфических сланцах Базумского хребта в Армянской ССР

(Представлено чл.-корресп. АН Армянской ССР А. А. Габриеляном 18/XI 1961)

В период 1959—1960 гг. нами детально изучались выходы метаморфических пород северного склона Базумского хребта. При этом В. Т. Акопян установил стратиграфическое положение кристаллических сланцев и обосновал их возраст, а А. Г. Казарян дал петрографическое их описание. В литературе о возрасте кристаллических сланцев существует ряд противоречивых мнений.

Впервые о наличии метаморфических сланцев в районе упоминает Г. В. Абих, который указанные породы в верховьях р. Гергер условно относил к нижнему палеозою, по аналогии с кристаллическими сланцами Дзирульского массива (¹). Некоторые петрографические сведения о метаморфических породах верховьев р. Гергер приводятся в рукописных работах И. В. Барканова (1937 г.), Ю. А. Арапова и Н. Я. Монахова (1939 г.), принимавшие также условно их докембрийский — нижнепалеозойский возраст. В дальнейшем точку зрения упомянутых исследователей о возрасте метаморфических пород и о взаимоотношении их с карбонатными породами принял и К. Н. Паффенгольц (²). Большинство вышеуказанных исследователей считало, что метаморфические породы трансгрессивно перекрываются толщей карбонатных пород, по их мнению, верхнемелового возраста.

Ю. А. Арапов и Н. Я. Монахов оспаривали это положение, считая, что в верховьях р. Гергер контакты метаморфических сланцев как с толщей карбонатных пород мела, так и с эффузивной толщей эоцена, тектонические.

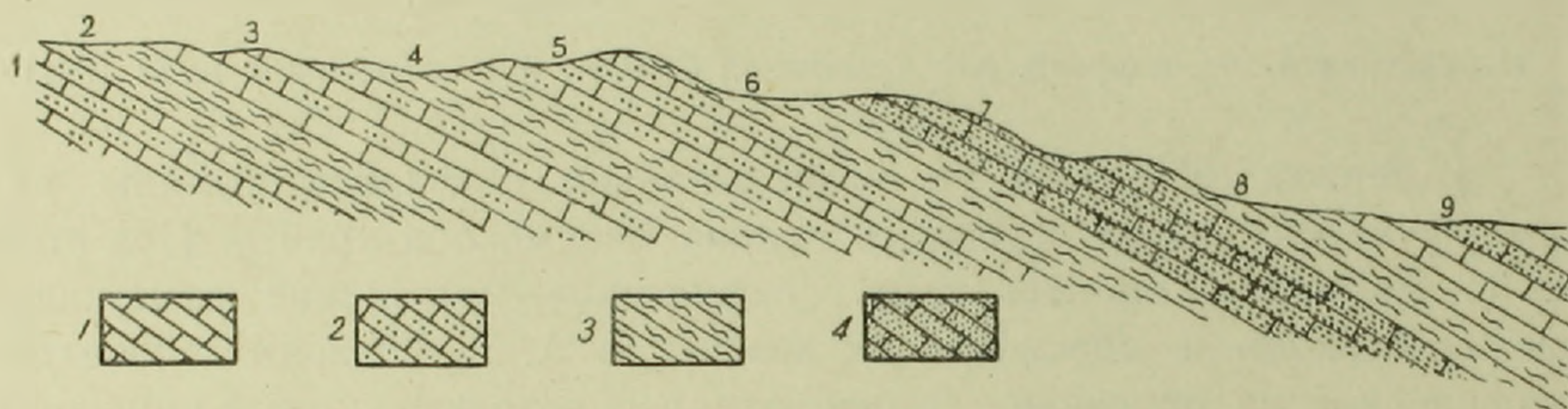
Сторонником докембрийского — нижнепалеозойского возраста сланцев является и П. Л. Епремян (1955 г.).

А. Т. Асланян (³) метаморфические породы относит к верхней юре, считая, что они входят в состав, по его мнению, верхнеюрской „черной свиты“, наряду с плейчатыми глинистыми сланцами, известняками и вулканогенными образованиями.

Полученные нами данные проливают свет на однозначное решение вопроса о возрасте метаморфических сланцев.

Эти данные показывают, что более обоснованным является мнение А. Т. Асланяна о взаимоотношении метаморфических сланцев и вмещающих их карбонатно-терригенных осадков, для которых В. Т. Акопяном установлен нижнемеловый возраст (⁴).

Метаморфические сланцы на Базумском хребте, кроме бассейна р. Гергер, имеют значительное развитие и в верховьях р. Дзорагет (в районе г. Коч-Гырлан и коч. сел. Узунлар). Здесь эти породы подчинены нижнемеловой спитакской свите карбонатных пород и многократно чередуются с последними (⁴), что подтверждается нижеприведенным разрезом (фиг. 1), составленным восточнее коч. сел. Узунлар в 2 км к юго-западу от г. Коч-Гырлан:



Фиг. 1.

Чередование сланцев и карбонатно-терригенных пород спитакской свиты восточнее коч. сел. Узунлар.

1—известняки; 2—песчанистые известняки; 3—сланцы; 4—известковистые песчаники.

1. Светло-серые рассланцованные тонкослоистые мраморизованные песчанистые известняки. Подстилающие эту пачку породы здесь не обнажаются.

Мощность 10 м.

2. Серые с зеленоватым оттенком плотные хлорит-серицитовые сланцы с гранатом. Часто в сланцах встречаются маломощные (3—5 см) линзы кварца.

7 м.

3. Светло-серые тонкослоистые мраморизованные известняки с прослоями песчанистых известняков.

8 м.

4. Серые слабо зеленоватые хлорит-серицитовые сланцы с зернами гранатов.

10 м.

5. Серые мраморизованные серицитовые песчанистые известняки с тонкими (2—3 мм) прослойками глинистого материала.

9 м.

6. Серые гранатсодержащие хлорит-серицитовые сланцы.

6 м.

7. Серые плотные песчанистые известняки. Отдельные прослои слабо мраморизованы.

11 м.

8. Пачка тонкочередующихся серых и светло-серых часто мраморизованных известняков, известковистых песчаников и хлорит-серицитовых сланцев с преобладанием первых.

30—35 м.

9. Серые и светло-серые сильно рассланцованные известняки. В этих известняках, входящих в состав верхней части спитакской свиты, редко встречаются прослои перекристаллизованных и серицитовых песчанистых известняков.

Породы всех указанных пачек имеют моноклиналиное падение на юго-восток 150° , под углом 40° .

К северу, ближе к ядру узкой антиклинальной складки в русле р. Дзорагет, кроме вышеуказанных метаморфических пород, встречаются также кианит-роговообманковые сланцы, а на горе Коч-Гырлан развиты эпидот-актинолитовые сланцы, которые подстилаются рассланцованными известняками.

Подобные взаимоотношения между метаморфическими сланцами и вмещающими карбонатно-терригенными породами наблюдаются и в бассейне р. Гергер, где сланцы в основном подчинены чах-чахской свите альбского возраста (⁴). Наряду с известными разновидностями сланцев здесь нами были встречены и кианитовые сланцы.

Краткие петрографические данные о метаморфических сланцах Базумского хребта таковы.

Хлорит-серицитовые сланцы имеют широкое развитие как в верховьях р. Дзорагет, так и в бассейне р. Гергер. Цвет породы серый с зеленоватым оттенком. Под микроскопом структура лепидобластовая. Порода состоит из кварца, хлорита, серицита, граната (последний присутствует не повсеместно). Кварц составляет большую часть породы. В тесном срастании с кварцем находятся изометрические зерна граната. Хлорит и серицит отчетливо ориентированы, что придает породе сланцеватую структуру. Количественные соотношения их различны. Местами серицит преобладает над хлоритом и в этом случае размеры зерен граната увеличиваются в 2—3 раза.

Эпидот-актинолитовые сланцы имеют подчиненное распространение в районе, однако на отдельных участках они представлены широко.

Кианит-роговообманковые сланцы верховья р. Дзорагет представлены плотными зеленовато-серыми породами шелковистого блеска с микроплитчатостью. Структура порфиробластовая-нематобластовая. Большую часть породы составляет роговая обманка. Кианит представлен в виде порфиробластовых выделений, с высоким рельефом и отчетливо выраженной шагреновой поверхностью. Кианит выявляет более раннее образование по отношению к роговой обманке. Кианитовые сланцы,

развитые в бассейнах рр. Гергер и Холодный родник, в отличие от таковых верховьев р. Дзорагет, своеобразны.

Макроскопически это серо-зеленоватые, с синеватым оттенком, тонко рассланцованные плотные породы с шелковистым блеском. Отчетливо наблюдается в породе гофрированность. Местами видны игольчатые кристаллы кианита. Под микроскопом порода имеет порфиро-бластовую структуру. Она состоит из кианита, минерала из группы эпидота, карбоната, серицита и рудного минерала.

Кианит составляет около 20% породы. Цвет голубой. Представлен слабо плеохричными, удлинёнными призматическими кристаллами. Угасание косое. Удлинение положительное. Двуосный, отрицательный. Двупреломление порядка 0,012. Характерно отметить на первую находку голубого кианита в Армянской ССР и в частности в метаморфических сланцах.

Во всех вышеприведенных кристаллических сланцах встречаются линзы и жиллообразные тела кварца, мощностью до 3 м, направление которых в общем совпадает со сланцеватостью. Однако наблюдаются и случаи, когда кварцевые обособления пересекают сланцеватость. Подобные образования представляют собой продукты метаморфической дифференциации.

Полное описание метаморфических сланцев будет дано в специальной статье.

Вышеизложенный материал приводит нас к выводу, что образование кристаллических сланцев происходило после накопления нижнемеловых свит, которым они подчинены.

Меловой возраст этих образований в бассейне р. Гергер недавно подтвердился также на основании радиологических методов (⁵).

Метаморфические сланцы Базумского хребта образовались за счет туфов и песчано-мергелистых осадков спитакской и чах-чахской свит. В вышеприведенном разрезе хлорит-серицитовые сланцы с гранатом встречаются в зависимости от положения песчанистых или туфогенных пород внутри спитакской свиты.

По данным В. С. Соболева (⁶), кианит возникает в условиях наибольшего давления пород на 10 000 атм. и больше, что в верхней части земной коры возможно лишь при тектонических напряжениях.

Необходимо отметить, что аналогичные случаи неверного определения возраста метаморфических сланцев имели место и в отношении пород других районов Армении. Так, до последнего времени к докембрию-нижнему палеозою были отнесены сланцы Зангезура. Детальные исследования последних лет в районах сс. Татев и Сварани показали, что указанные породы несравненно моложе, так как они образовались за счет верхнемеловых отложений (⁷). Древний возраст подобных сланцев оспаривается Н. А. Ситковским в бассейне р. Гасансу и А. Г. Казаряном в районе Анкаванского месторождения (⁸).

Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР

Նոր տվյալներ Բազումի լեռնաշղթայի (Հայկական ՍՍՌ) մետամորֆային թերթաքարերի մասին

1959—60 թթ. հեղինակների կողմից մանրամասն ուսումնասիրության են ենթարկվել Բազումի լեռնաշղթայի մետամորֆային թերթաքարերը, որոնց հասակի մասին գրականության մեջ կան տարբեր կարծիքներ: Հետազոտողների մեծ մասը նշված ապագաները վերագրում է մինչքեմրիին — ստորին պալեոզոյին^(1,2), մյուս մասը՝ վերին յուրային⁽³⁾:

Ստացված նոր տվյալները ցույց են տալիս, որ մետամորֆային թերթաքարերը ներկայացված են քլորիտ-սերիցիտային, կիանիտ-հոնրլենդային, էպիդոտ-ակտինոլիտային և այլ տարատեսակներով, որոնք կտրվածքում հերթափոխվում են ստորին կավճի կրաքարային նստվածքների հետ (նկ. 1): Պարզ է, որ այդ թերթաքարերը առաջացել են ստորին կավճի ավազա-մերգելային և տուֆային ապսոսների հաշվին, և հետևաբար, չեն կարող ունենալ կավճից հին հասակ:

Բնորոշ է նշել, որ Հայկական ՍՍՌ-ում և մասնավորապես մետամորֆային թերթաքարերում առաջին անգամ հայտնաբերված է երկնադույն կիանիտ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆ ՈՒՐՅՈՒՆ

- ¹ Г. В. Абих, Геология Армянского нагорья. Западная часть, Зап. Кавк. Русск. отд. геогр. общ., кн. XXI, 1890. ² К. Н. Паффенгольц, Геология Армении (на арм. яз.). Изд. АН АрмССР, 1947. ³ А. Т. Асланян, Региональная геология Армении, Аппетрат, 1958. ⁴ В. Т. Акопян, К стратиграфии меловых отложений Базумского хребта (Северная Армения). Изв. АН АрмССР (сер. геол. и геогр. наук), т. XV, № 1, (1962). ⁵ Г. П. Багдасарян, Р. Х. Гукасян, О возрасте палеозойских интрузий Армянской ССР. Изв. АН АрмССР (сер. геол. и географ. наук), т. XIV, № 4 (1961). ⁶ В. С. Соколов, Об условиях минералообразования при ориентированном давлении. Минер. сб. Львовского геол. об-ва, № 11, 1957. ⁷ В. Т. Акопян, О возрасте верхнемеловых образований района сс. Сваранц и Татев, Изв. АН АрмССР (сер. геол. и геогр. наук), т. XI, № 3, (1958). ⁸ А. Г. Казарян, Околорудные изменения вмещающих пород Анкаванского месторождения. Тр. II Закавказ. конф. молод. научн. сотруд., Баку, 1960.

МИНЕРАЛОГИЯ

Э. Г. Малхасян

Лалварский дюмортьерит

(Представлено академиком АН Армянской ССР, К. Н. Паффенгольцом 31/X 1961)

Редко распространенный в природе силикат — дюмортьерит в Армении впервые был отмечен В. Г. Грушевым и К. Н. Озеровым (¹). Однако авторами указанной статьи, кроме скудных геологических данных, о находке дюмортьерита не приводятся ни его минералогические данные и, ни генезис.

В связи с более детальным изучением геологического строения горы Лалвар (²), нами было обращено особое внимание на ее вторичные кварциты, обогащенные дюмортьеритом, как возможное сырье на огнеупоры.

Своеобразие указанных образований, а также то обстоятельство, что они до сих пор еще не изучены сколько-нибудь детально, побудили нас провести их минералогическое изучение, результаты которого и излагаются ниже.

В геологическом отношении район развития вторичных кварцитов с дюмортьеритом представляет область развития верхнеюрских (оксфордских) порфиристов, прорванных штоком гранитоидного состава. Это пока единственное поле распространения вторичных кварцитов в северной Армении, которое насыщено дюмортьеритом. Судя по реликтовым текстурам, структурам и переходам во вмещающие породы, вторичные кварциты образованы по юрским порфиристам.

В минералогическом составе вторичных кварцитов, помимо кварца и дюмортьерита констатированы также (в порядке их уменьшения): андалузит, силлиманит (?), альбит, апатит и редкие чешуйки серицита.

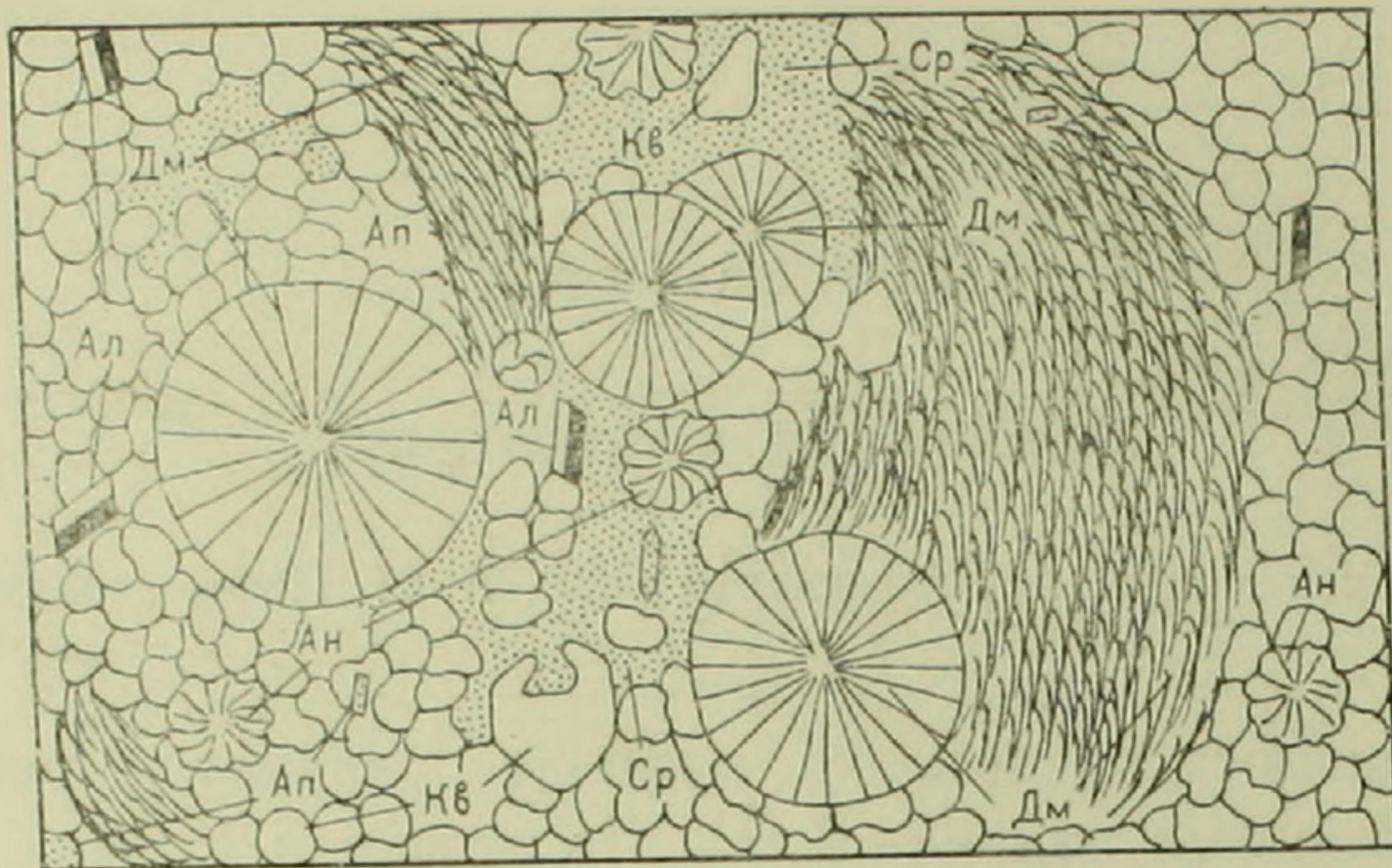
Содержание дюмортьерита во вторичных кварцитах доходит до 5—8, редко составляя 10% общего объема породы.

Макроскопически дюмортьерит хорошо выделяется благодаря ярко-синему цвету. Он в большинстве случаев представлен сфероидами, величиною до 2—2,5 мм в диаметре, образованиями, которые иногда легко отделяются от породы.

Микротвердость минерала (средние результаты 10 определений),

определенная на приборе ПМТ—3 дала абсолютную твердость 1071 кг/мм^2 и относительную $H = 7,14^*$.

Микроскопически сфероиды имеют радиально-лучистое строение („солнц“), иногда они бывают сложные, с несколькими центрами, встречаются также образования с волокнистым строением (фиг. 1),



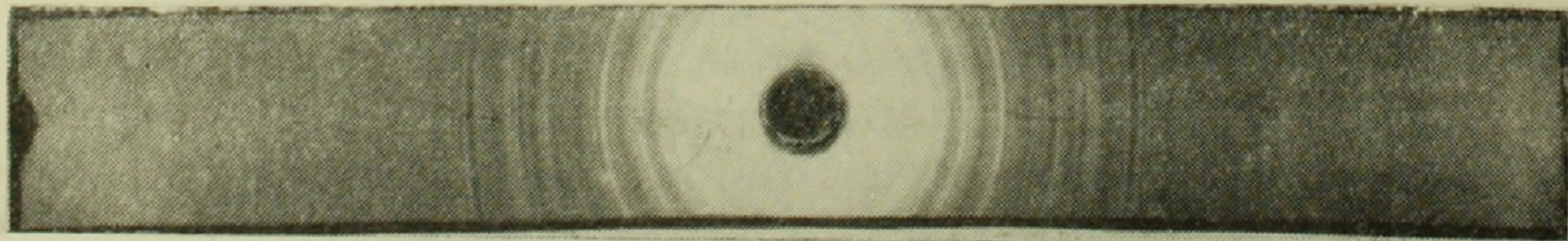
Дм — дюмортьерит, Ан — андалузит, Кв — кварц, Ср — серицит
Ап — апатит, Ал — альбит

Фиг. 1.

изредка минерал выступает столбчатыми кристалликами. Для сферoidalных образований характерна бесцветная окраска, а для волокнистых — кобальтово-голубой цвет с сильным плеохроизмом. Плеохроизм от кобальтово-голубого цвета до бесцветного (N_p — ярко кобальтово-голубой, $N_m = N_g$ — бледно-голубой до бесцветного). — $2v = 31^\circ$, $N_g = 1,705$, $N_p = 1,685$. $N_g - N_p = 0,020$. Рельеф сильный, интерференционные цвета низкие (как у кварца), удлинение отрицательное.

Помимо кристаллооптического исследования минерала, он подвергался также рентгеноструктурному изучению — методом Дебая**.

Исследование велось в камере РКД диаметром 57,3 мм на медном излучении с Ni фильтром при режиме трубки 30 kv 18 mA, эксп. 3 ч. Поправки вводились по особому снимку смеси образца с NaCl. Результаты рентгенограммы следующие (см. таблицу и фиг. 2)***.



Фиг. 2.

* Определения произведены Н. М. Чернышевым.

** Рентгеновское исследование дюмортьерита велось в рентгено-структурной лаборатории ИГН АН АрмССР Э. Х. Хуршудян.

*** Поскольку в литературе имеется всего лишь несколько рентгенограмм этого редкого минерала, здесь полностью приводятся цифровые значения лалварского дюмортьерита.

№ линий п/п	J	dz/n	№ линий п/п	J	dz/n	№№ линий п/п	J	dz/n
1	5	6,27	12	2	2,665	23	5	1,494
2	10	5,94	13	8	2,571	24	2	1,469
3	3	5,27	14	3	2,191	25	2	1,423
4	4	5,09	15	7	2,087	26	3	1,350
5	6	4,52	16	3	1,997	27	3	1,243
6	4	3,88	17	1	1,926	28	1	1,166
7	4	3,45	18	1	1,870	29	1	1,124
8	3	3,234	19	2	1,779	30	2	1,059
9	3	3,074	20	2	1,731	31	1	1,004
10	6	2,913	21	5	1,654	32	1	0,935
11	2	2,726	22	3	1,614	33	1	0,870
						34	1	0,853

Результаты рентгеноструктурного анализа исследуемого образца сравнивались с дебаеграммами образцов дюмортьерита из классических месторождений дюмортьерита Гумбольдт Ко в Неваде, Сан Диего Ко в Калифорнии, Юма в Аризоне и района Кутной Горы в Чехословакии (3,4). При сопоставлении отмечалась аналогия описываемого образца с вышеотмеченными.

Спектрически в лалварском дюмортьерите установлены*:

№№ п.п.	№№ образц.	> 10%	1—3%	0,1—0,3%	0,01—0,03%	0,001—0,003%
1	217	Si, Al	~B	Mg, Ca, Fe, Ti, Sb, K, Na	Mn, Zr, Nb, Sr, Ba, Li	V, Cr, Cu, Sn, Ge, Ga, Yt, Be
2	320	Si, Al	Fe, B	Mg, Ca, Ti, K, Na	Mn, Zr, Nb, Sr, Ba	Ni, V, Cr, Cu, Ga, Yt, Be
3	501	Si, Al	Fe, B	Mg, Ca, Ti, K, Na	Mn, Zr, Nb, Sr, Ba, Li	Ni, V, Cr, Cu, Ge, Ga, Yt, Be

Ниже приводятся анализы химических составов дюмортьеритов из разных месторождений мира и лалварского. Как видно из таблицы, все они имеют тождественный химизм, не отличаются друг от друга и хорошо укладываются в эмпирическую формулу дюмортьерита — $8\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot \text{B}_2\text{O}_3 \cdot \text{H}_2\text{O} \cdot 6\text{SiO}_2$ (5).

Совокупность детальных и разносторонних исследований приводит к заключению о принадлежности описываемого минерала к группе дюмортьерита. Он химически и физически несколько не отличается от известных в литературе дюмортьеритов. Замечаются только несколько повышенные цифры по световым волнам (6).

* Анализы выполнены в спектральной лаборатории ИГН АН АрмССР, аналитиками Г. М. Мкртчяном и М. Я. Мартиросяном.

Химические составы дюмортьеритов из разных месторождений:

Компо- ненты	1	2	3	4	5	6	7	8
SiO ₂	30,11	30,28	28,81	28,68	29,86	30,34	31,24	28,51
TiO ₂	0,28	0,08	0,20	1,45	—	0,59	—	0,95
Al ₂ O ₃	62,01	60,30	63,46	63,31	63,56	61,24	61,26	59,75
Fe ₂ O ₃	0,52	1,49	0,65	0,23	0,23	0,71	0,10	2,48
FeO	следы	0,71	—	—	—	0,29	—	—
MnO	следы	0,03	—	—	—	—	—	—
MgO	0,05	0,63	0,22	—	—	0,18	—	—
CaO	0,22	0,91	—	—	—	0,36	—	0,68
Na ₂ O	0,20	—	—	—	—	0,18	—	—
K ₂ O	0,35	—	—	—	—	0,05	—	—
B ₂ O ₃	5,41	5,18	5,12	5,37	5,26	5,00	6,14	5,54
+H ₂ O	1,35	1,27	1,38	1,52	1,41	1,29	2,07	2,12
Сумма	100,50	100,88	99,84	100,56	100,32	100,23	100,81	100,03
Место- нахож- дение	г. Лалвар (Арм. ССР)	Кутна Гора Куклик	Кутна Гора Ми- сковце	Калифор- ния	Аризона	Мада- гаскар	около Нью- Йорка	Скама- ния (США)
Автор	Э. Г. Малхасян	И. Ло- серт	Ф. Фиала	В. Шал- лер	В. Форд	М. Раулд	М. Форд	В. Шал- лер
Анали- тик	А. А. Петросян ИГН АН АрмССР	—	З. Па- цаль	Среднее из 2 определ.	Среднее из 3-х анализов	—	—	—

Генезис дюмортьерита, обнаруженного только в одном локализованном участке, по-видимому, следует объяснить более поздним проникновением из магмы борной кислоты, которая в условиях давления и медленного охлаждения частично преобразовала силлиманит в дюмортьерит. Близкий по своему происхождению случай описывается также Шаллером (7) для калифорнийского месторождения дюмортьерита. Предположение, что первоисточник бора для образования дюмортьерита мог находиться в вмещающих породах, отпадает, так как последние представлены вулканогенными образованиями и даже спектроскопически в них бор не отмечен. Не исключается возможность, что привнос бора из магмы связан с захватом бора из боковых пород осадочного происхождения из глубоких горизонтов и переносом его магматическим расплавом гранитоидного состава.

Помимо теоретического значения, вторичные кварциты восточного склона г. Лалвар, обогащенные дюмортьеритом, могут стать предметом специального исследования в качестве минерального сырья на огнеупоры. Произведенный химический анализ* описываемых пород дал следующие результаты — SiO₂—96,25%, Al₂O₃—1,4%, CaO—0,83%. Такие образования вполне удовлетворяют требованиям, предъявляемым к качеству минерального сырья для огнеупоров в области черной металлургии.

Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР

* Анализ произведен в НИИХ СНХ АрмССР, аналитик Е. А. Ерзинкян.

Լավարի գյուժորտերիտը

Հոգվածում նկարագրվում է Լավար սարում հայտնաբերված գյուժորտերիտի մի-
ներալոգիական կազմը և նրա ծագումը:

Գյուժորտերիտը լինելով աշխարհում տարածված հալվադյուտ միներալներից մեկը,
լրիվ միներալոգիական բնութագրման ենթարկվել է քիչ, հատկապես քիչ է եղել նրա
ոենտոգենոլոգիական ուսումնասիրությունները: Իրեն օպտիկական, քիմիական, օենտոգե-
նոլոգիական և այլ ֆիզիկական հատկություններով Լավարի գյուժորտերիտը համարյա
չի տարբերվում աշխարհում հայտնի գյուժորտերիտներից, բացի երկրեկման ուժից:

Ծագմամբ գյուժորտերիտը հիմնականում պարտական է մագմայից բորի ավելի ուշ
ներթափանցմանը շրջապատող ապառների մեջ, որտեղ ճնշման և դանդաղ սառեցման
հետևանքով սխիմանիտը վերափոխվել է գյուժորտերիտի: Այն ենթադրությունը, որ
բորի սկզբնաղբյուրը կարող էր հանդիսանալ շրջապատի ապառները չի հաստատվում,
քանի որ նրանք ներկայացված են հրաբխածին ապառներով և նույնիսկ սպեկտրոսկոպիկ
ճանապարհով նրանցում բոլորովին բոր չի հայտնաբերված:

Բացի տեսական նշանակությունից, գյուժորտերիտով հարուստ կվարցիտները կարող
են դառնալ հատուկ ուսումնասիրության առարկա հրակայուն հումք ստանալու համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ В. Г. Грушевой и К. Н. Озеров, „Разведка недр“, № 16, 1935; ² Г. А. Ка-
зарян и Э. Г. Малхасян, Зап. Арм. отд. ВМО, № 1, 1959; ³ Ф. Фудала, Sbornik
Narodniho Musea v Praze, vol. X, B. № 2, Praha, 1954; ⁴ И. Лосерт, Rozpravy Ge-
skoslovenske Akademie ved, Rocnik 66, sesit 1, Praha, 1956; ⁵ Д. С. Сердюченко,
Изв. АН СССР, сер. геол., № 2, 1958. ⁶ А. Н. Винчелл, Оптическая минералогия
ИЛ, 1949. ⁷ В. Т. Шаллер, Ueber Dumortierit. Zeitschr. f. Krist., Bd. 41, 1906.

ЭНТОМОЛОГИЯ

В. А. Рихтер

Новые и малоизвестные виды ктырей (Diptera, Asilidae)
из Армянской ССР

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. О. Гулкянном 24/IV 1961)

В настоящей статье приводятся описания новых видов ктырей, а также новые данные по географическому распространению некоторых видов, полученные в результате обработки материалов, собранных автором в Закавказье в 1959—1960 годах. Типы описанных видов находятся в коллекции Зоологического института Академии наук СССР в Ленинграде.

1. *Neomochtherus nairicus* V. Richter, sp. n. Лицо, лоб, темя и задняя поверхность головы покрыты серебристо-белой пылью; лоб по бокам и глазковый бугорок в белых волосках; заглазные щетинки, щетинки лицевой бороды, волоски на щупиках и бакенбарды белые. Основные членики антенн желтые, в светлой пыли и белых волосках; базальный членик темнее второго членика, третий членик антенн вместе с аристой черный.

Среднеспинка в желтовато-белой пыли, в своей передней части в коротких стоячих белых и черных волосках, за поперечным швом в более длинных белых волосках; ширина срединной бурой полосы среднеспинки вдвое превышает расстояние между глазами; в продольном направлении она разделена узкой сероопыленной полоской; щетинки среднеспинки смешанные, белые и черные—причем одни и те же щетинки у разных экземпляров могут быть окрашены в разный цвет; боковые бурые полосы среднеспинки более светлые, разделены узкой серебристо-серой полосой, проходящей по поперечному шву, на два пятна. Бочки груди в серебристо-серой пыли; гипоплевры с вертикальным рядом из 5—6 длинных и толстых белых волосков; птероплевры с рядом белых волосков и щетинок; щиток в серебристо-белой пыли и довольно густых белых стоячих волосках, с двумя желтовато-белыми щетинками по заднему краю.

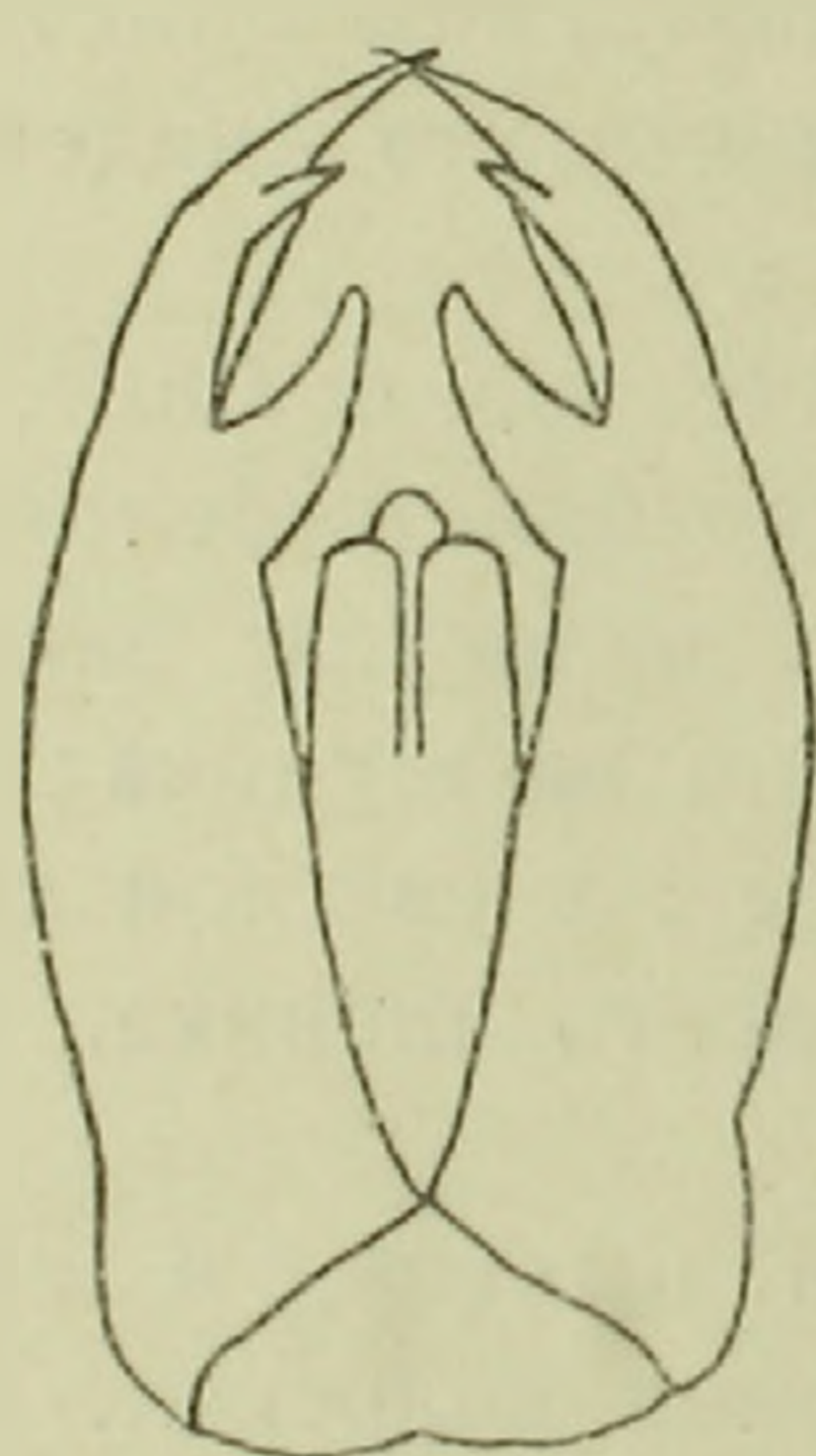
Тазики покрыты серебристо-белой пылью, в грубых белых волосках; вертлуги желтые или бурые, или желтые с темно-бурой вершиной; бедра целиком темные или с желтой полосой по задней и

вентральной поверхностям, со светлыми щетинками и волосками; голени желтые, по крайней мере спереди с темной полосой, со светлыми щетинками, лишь их вершинные шпоры черные; лапки темно-бурые, в черных щетинках и волосках.

Крылья прозрачные; жилки бурые, лишь в основании крыла желтые.

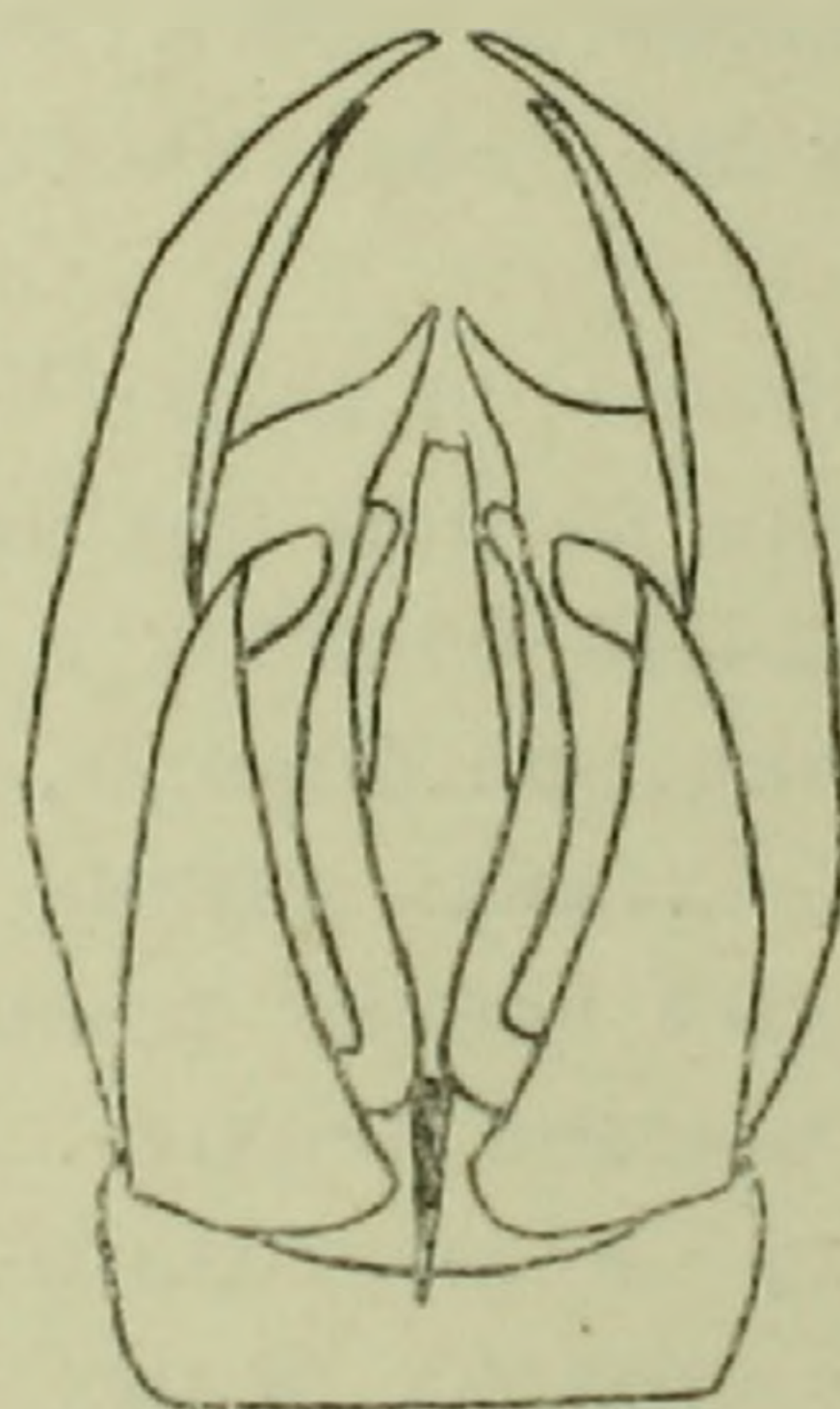
Брюшко в серебристо-серой пыли и прилегающих белых волосках (у ♀ тергиты брюшка в черных волосках); тергиты с хорошо развитыми краевыми щетинками; задние края тергитов красноватые, гладкие, с шелковистым блеском; первый стернит брюшка с длинными тонкими белыми волосками на поверхности.

Гипопигий ♂ в густых светлых волосках; ерандриум, за исключением вершины, церки и базальные членики гонопод темнобурые, вершины ерандриум и дистальные членики гонопод желтовато-красные; обе половины ерандриум сверху по внутреннему краю с широким изогнутым зубцом, на вершине с выступающими узкими площадками, сбоку имеющими вид маленького зубца, немного ниже вершины с узким отростком, отходящим от их нижнего края (фиг. 1,3); базальные членики гонопод с изогнутыми вершинами (фиг. 2); hypandrium



Фиг. 1.

Neomochtherus nairicus
V. Richt., sp. n. Ги-
пипигий ♂ сверху.



Фиг. 2.

Neomochtherus nairicus
V. Richt., sp. n. Ги-
пипигий ♂ снизу.

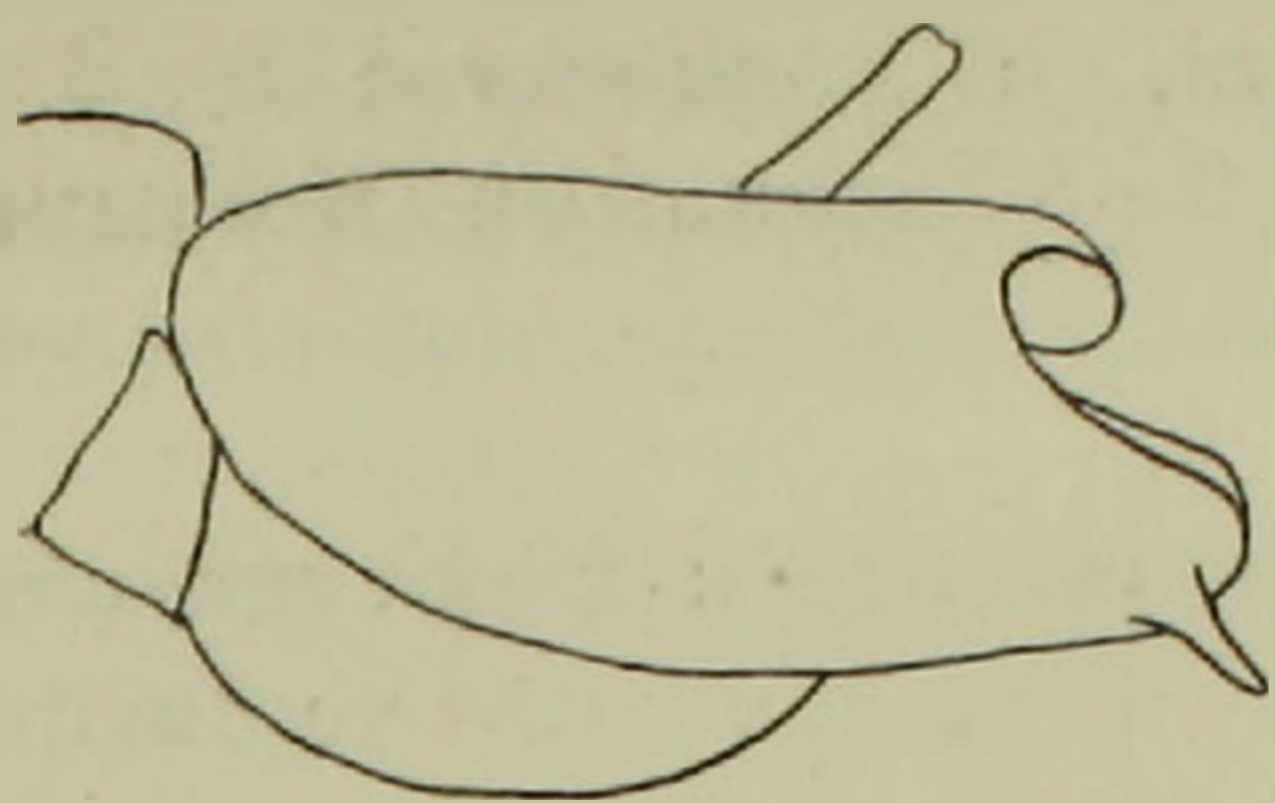
узкий, с выемкой по середине заднего края (фиг. 2). Яйцеклад ♀ буровато-желтый.

Длина тела 12—14 мм.

Мат.: Армения, Веди, 1 ♂, 1 ♀, 10/VIII 1959 (В. Рихтер); 3 ♂♂ и 4 ♀♀, 13/VIII 1959 (В. Рихтер), среди них голотип и аллотип.

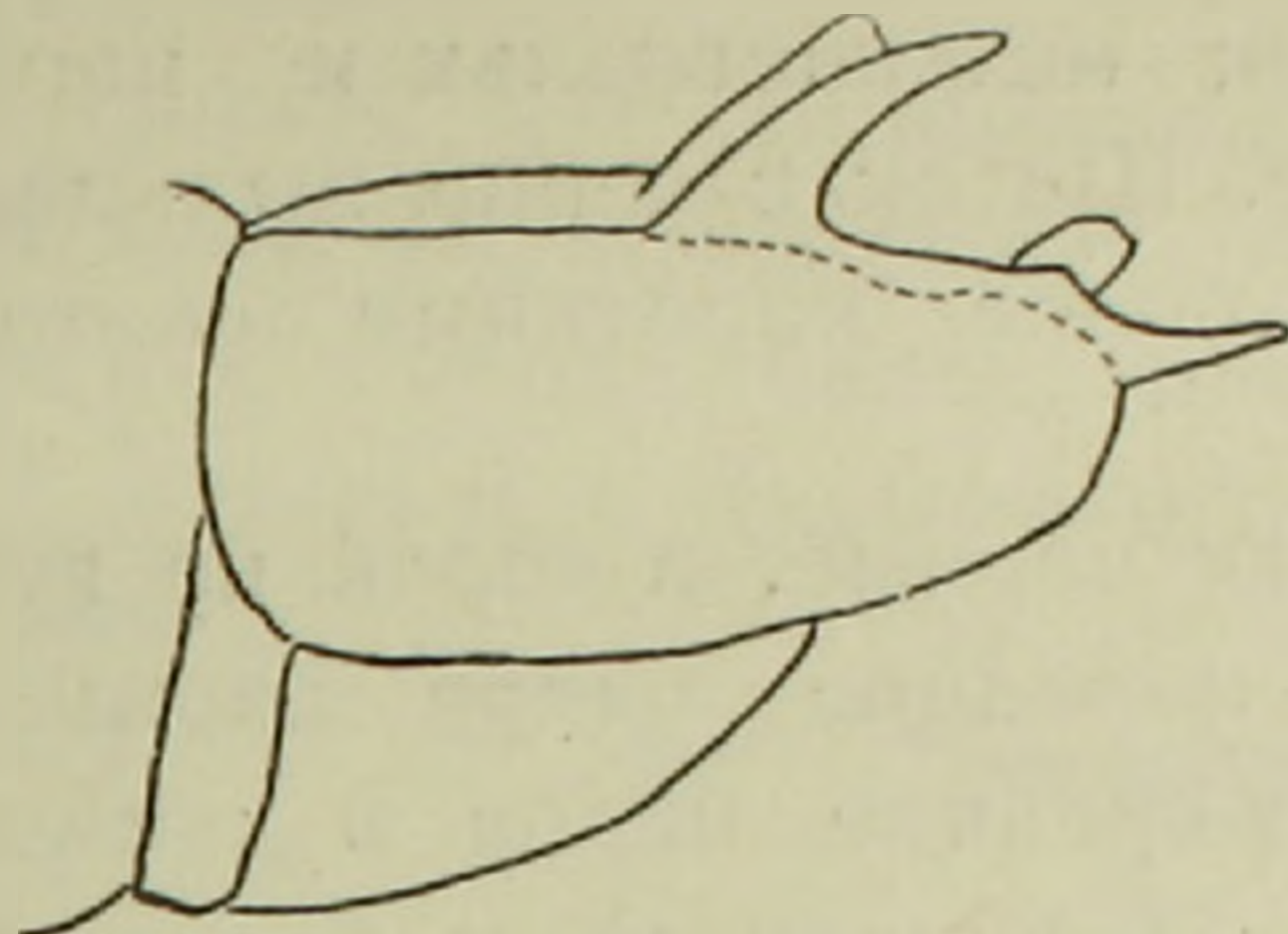
Этот вид внешне похож на *N. tridentatus* Loew (^{1,2}), от которого отличается по следующим особенностям гипопигия: обе половины ерандриум сверху по внутреннему краю с широким изогнутым зубцом, на вершине с выступающими узкими площадками, сбоку имеющими вид маленького зубца и, немного ниже вершины, с узким отростком, отходящим от их нижнего края (у *N. tridentatus* Loew обе

половины epandrium гипопигия сверху по внутреннему краю с длинным отростком, а перед вершиной с более широкими выступающими площадками и с узким отростком на вершине (фиг. 4).



Фиг. 3.

Neomochtherus nairicus
V. Richt., sp. n. Гипопигий
♂ сбоку.



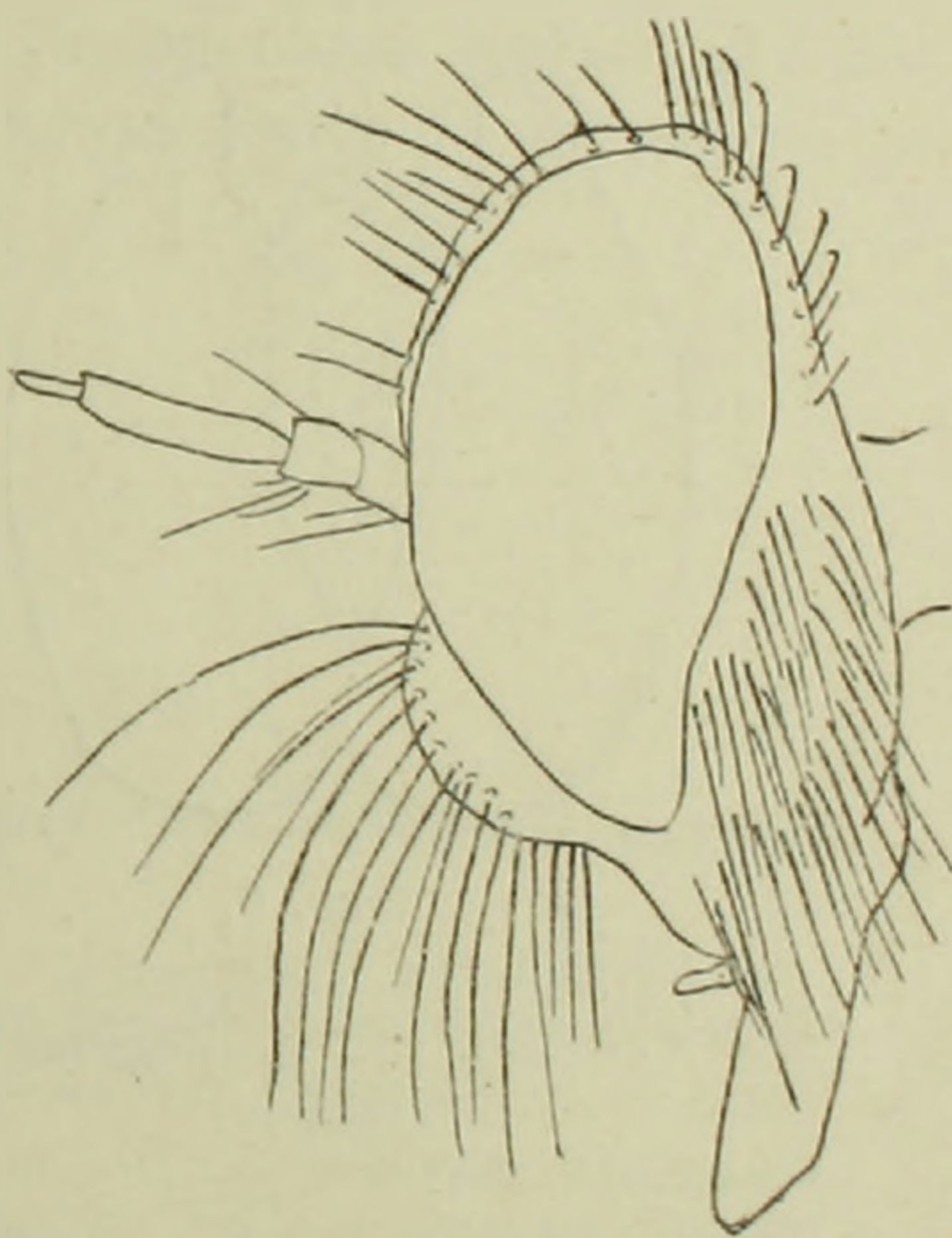
Фиг. 4.

Neomochtherus tridentatus
Loew. Гипопигий ♂ сбоку.

2. *Oligopogon hybotinus* Loew. Мат.: Армения, Асни Вединск. р-на, 1 ♀, 4/VII 1959 (В. Рихтер).

Вид был известен из Греции (остров Родос); для фауны СССР указывается впервые.

3. *Lasiopogon avetianae* V. Richter, sp. n. Лицо в серебристо-белой пыльце, покрывающей лицевой бугорок; под лицевым бугорком лицо черное, блестящее; задняя поверхность головы в густой серебристо-белой пыльце; лоб, темя и глазковый бугорок в более редкой сероватой пыльце; лицевой бугорок умеренно развитый (фиг. 5); лицевая борода белая, лишь ее верхние 3—4 щетинки черные; волоски на поверхности лба черные, многочисленные; затылочные щетинки длинные, черные, загнуты вперед; хоботок черный; щупальца черные; бакенбарды густые, белые. Антенны черные, их первый и второй членики равны друг другу по величине, с черными щетинками; третий членик длиннее первого и второго члеников вместе взятых, с 2-члениковой аристой.



Фиг. 5.

Lasiopogon avetianae V. Richt.,
sp. n. Голова в профиль.

Вся грудь, ее бочки и щиток в серой пыльце; вершины плечевых бугорков желтые, среднеспинка на диске с срединной бурой полосой, раз-

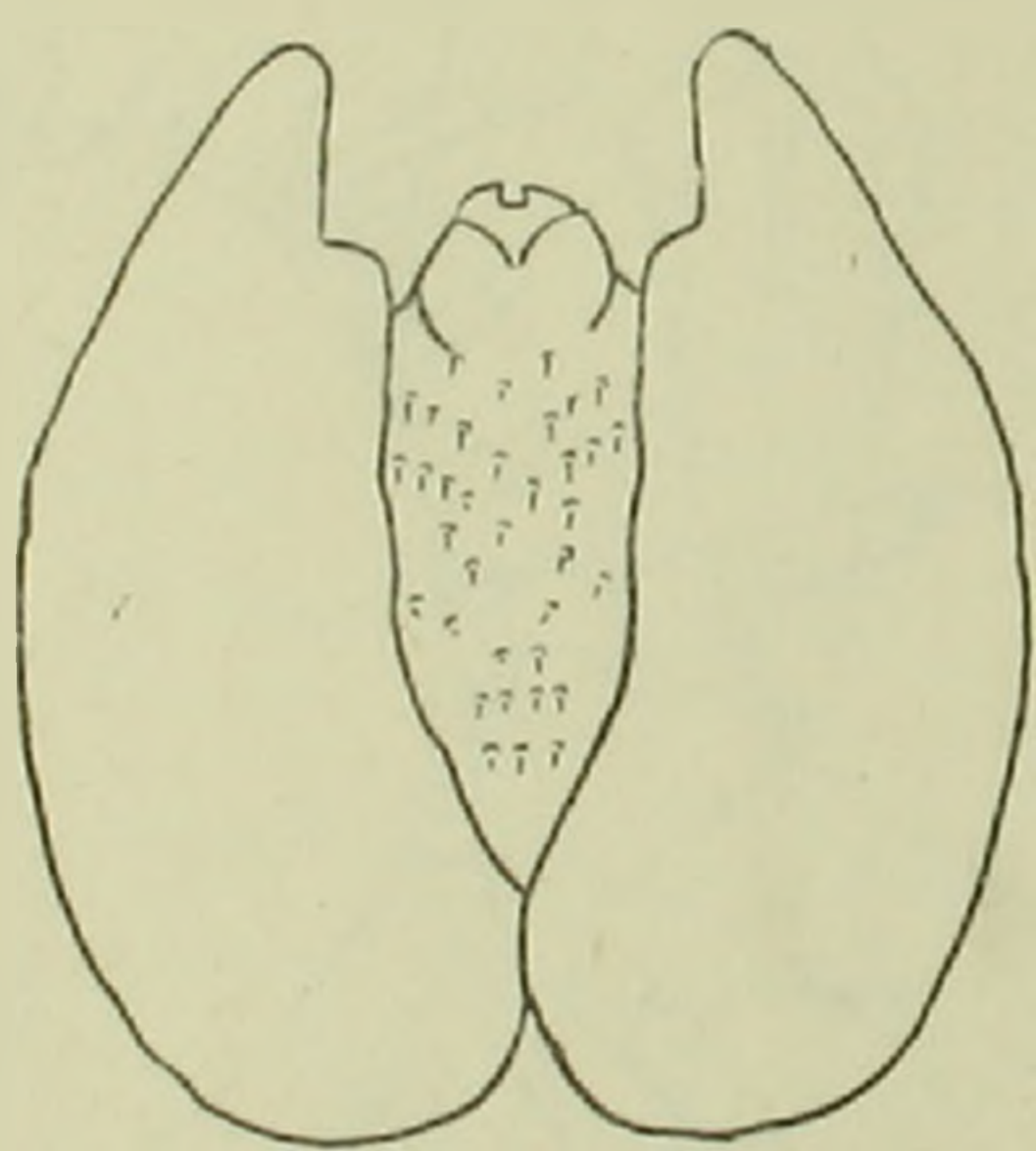
деленной серыми, опыленными полосками на 3 узкие бурые полосы, и боковыми бурыми полосами, разбитыми на два пятна: первое пятно, сливающееся с срединной полосой, и второе пятно, прилегающее спереди к поперечному шву. Среднеспинка в коротких светлых волосках и длинных черных щетинках. Акростихальные ще-

тинки светлые, волосковидные; 5—6 пар дорзоцентральных, 2 предшовных, 1 надкрыловая и 2 закрыловых щетинки. Мезоплевры в задней своей части с вертикальным рядом из пяти светлых или темных волосков; метаплевральные щетинки, в количестве 5—6, светлые, длинные. Щиток в серой пыльце, с 6—8 длинными темными щетинками и более короткими светлыми волосками, расположенными в 2 ряда.

Ноги черные, в серой не густой пыльце и коротких светлых волосках; передние бедра дорзально в вершинной части с 3—4 щетинками; средние бедра в длинных светлых волосках; задние бедра дорзально с щетинками у вершины; голени и лапки в длинных многочисленных черных щетинках; коготки черные, пульвиллы желтые.

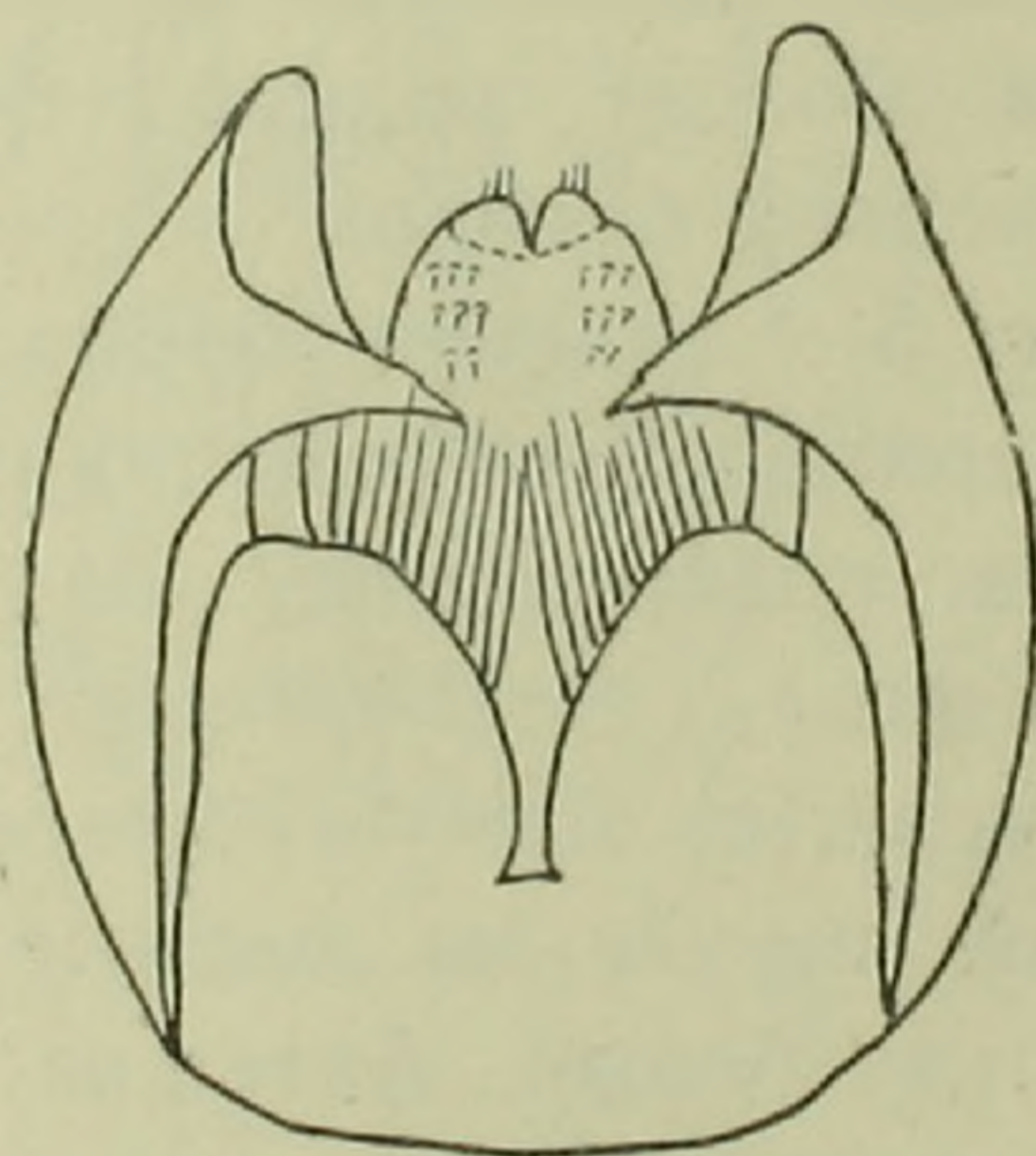
Крылья прозрачные, без пятен, узкие, с темными жилками, желтоватыми при основании; дискоидальная ячейка не расширяется на вершине; средняя поперечная жилка расположена над основной половиной дискоидальной ячейки, ближе к ее основанию. Жужжальца желтые с большим темным пятном.

Брюшко черное, в коротких прилегающих светлых волосках на поверхности тергитов и длинных торчащих волосках по бокам; тергиты брюшка в буроватой не густой пыльце; их задние края окаймлены широкими сероопыленными полосами, которые по бокам расширяются и доходят до переднего края тергита.



Фиг. 6.

Lasiopogon avetianae
V. Richt., sp. n. Гипопигий
♂ снизу.



Фиг. 7.

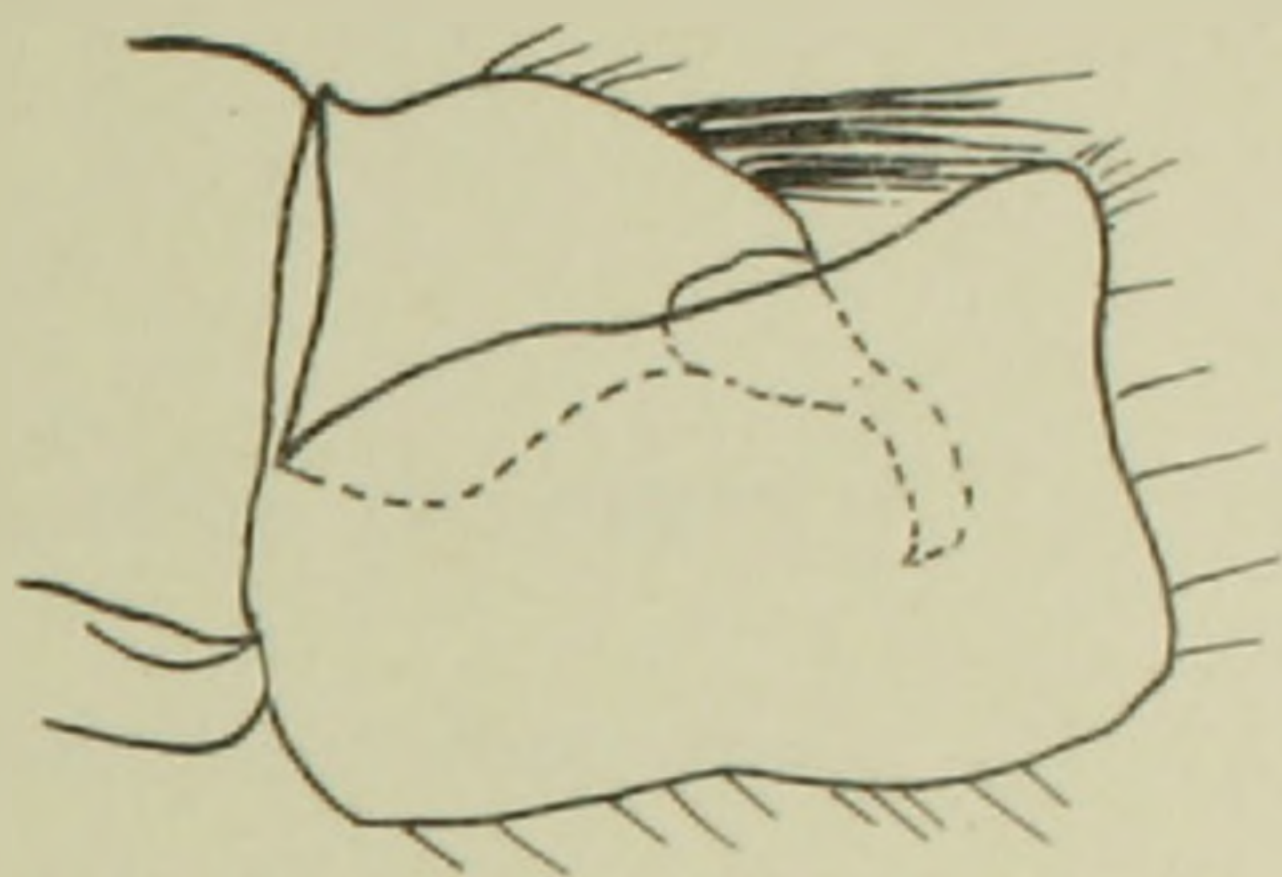
Lasiopogon avetianae
V. Richt., sp. n. Гипопигий
♂ сверху.

Гипопигий самца красный с бурыми вершинами обеих половинок *epandrium*; обе половины *epandrium* на вершине снизу слегка сужены и закруглены (фиг. 6), сверху перед вершиной с острым зубцом, направленным к средней линии (фиг. 7); церки отдельные; основные членики гонопод в основании слиты друг с другом, с густым пучком крепких и длинных черных щетинок на вершине; дистальные их членики узкие, темно-бурые, изогнуты на вершине (фиг. 8).

8 тергит ♀ темнобурый, 8 и 9 стерниты красные. Длина тела 6—6,5 мм.

Мат.: Армения, Мегри, берег Аракса, 2 ♂♂ (среди них голотип), 2 ♀♀ (среди них аллотип), 17/IV 1960 (В. Рихтер). Обрывистый берег Аракса; на сравнительно крупных камнях.

Этот вид, судя по описаниям, близок к *L. nitidicauda* Bezzi и *L. spinisquama* Bezzi, описанным из Италии (³); от первого он отличается следующими признаками: лицевая борода белая, лишь 2—3 щетинки ее черные, гипопигий ♂ красный с бурыми вершинами ерандриум; обе половины ерандриум слабо расширены на вершине, с зубцом по внутреннему краю верхней поверхности; коготки черные (у *L. nitidicauda* Bezzi лицевая борода черная, гипопигий ♂ сверху черный, обе половины ерандриум сильно расширены на вершине, коготки красные с черной вершиной).



Фиг. 8.

Lasiopogon aveiianae V. Richt.,
sp. n. Гипопигий ♂ сбоку.

От *L. spinisquama* Bezzi описываемый вид отличается следующими признаками. Обе половины ерандриум по внутреннему краю своей верхней поверхности с шипом, направленным вниз и к середине; лапки целиком черные (у *L. spinisquama* Bezzi обе половины ерандриум с длинным шипом, направленным кверху, лапки отчасти красноватые).

Вид назван именем энтомолога Асмик Седраковны Аветян, большой помощью которой автор постоянно пользовался при работе в Армении.

Зоологический институт
Академии наук СССР

Վ. Ս. ՌԻԽՏԵՐ

Դիպեդանիդներ (Diptera, Asilidae) Գոր և Բիչ հայտնի տեսակներ Հայկական ՍՍՌ-ի ֆաունայում

1959—1960 թվականներին Հայկական ՍՍՌ տարրերը շրջաններում հավաքած մատերիալի որոշման ընթացքում հայտնաբերված են նոր տեսակներ՝ *Neomochtherus* Loew և *Lasiopogon* Loew սեռերից: Ներկա հոդվածը նվիրված է այդ տեսակների նկարագրությանը և նրանց համեմատությունը հարակից տեսակների հետ (*Neomochtherus tridentatus* Loew, *Lasiopogon nitidicauda* Bezzi և *Lasiopogon spinisquama* Bezzi): Նկարագրված տեսակները օժտված են նրանց հիմնական հատկանիշների նկարներով: Վեղիի շրջանում հայտնաբերված է նաև մի հազվագյուտ տեսակ՝ *Oligopogon hybotinus* Loew, որը առաջ հայտնի էր միայն Հունաստանից:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Е. О. Энгель, Asilidae. In Lindner: Die Fliegen der palaearktischen Region, 24: 69—85, 305—321, 1930. ² П. А. Лер. К познанию ктырей (Diptera, Asilidae) Казахстана. Тр. Инст. защ. раст. Казахск. Акад. с-х наук, IV:189—209, 1958. ³ М. Бецци, Il genere *Lasiopogon* Loew (Dipt., Asilidae) Boll. Labor. Zoolog. Gener. Agrar. Portici, XI: 250—281, 1916.

ФИЗИОЛОГИЯ

В. В. Фанарджян

О взаимодействии афферентных систем мозжечка

Сообщение II. Взаимодействие кожных и мышечных импульсов у
децеребрированных кошек

(Представлено чл.-корресп. АН Армянской ССР А. М. Алексаняном 10/XI 1961)

Одной из характерных особенностей афферентных систем мозжечка является поразительно обширное перекрытие и совпадение их проекций в коре мозжечка. Соответственно этому наблюдается конвергенция между импульсами широкого круга модальностей. Наряду с этим степень представительства той или иной афферентной системы находится в прямой зависимости от функционального состояния экспериментального животного. В частности, нембуталовый наркоз приводит к максимальному сужению проекционного поля кожных и мышечных импульсов.

В связи со сказанным представляет интерес выяснение вопроса имеется ли зависимость между особенностями взаимодействия конвергирующих импульсов и широтой их локализации, что в определенной мере должно осветить некоторые механизмы интегративной деятельности мозжечка.

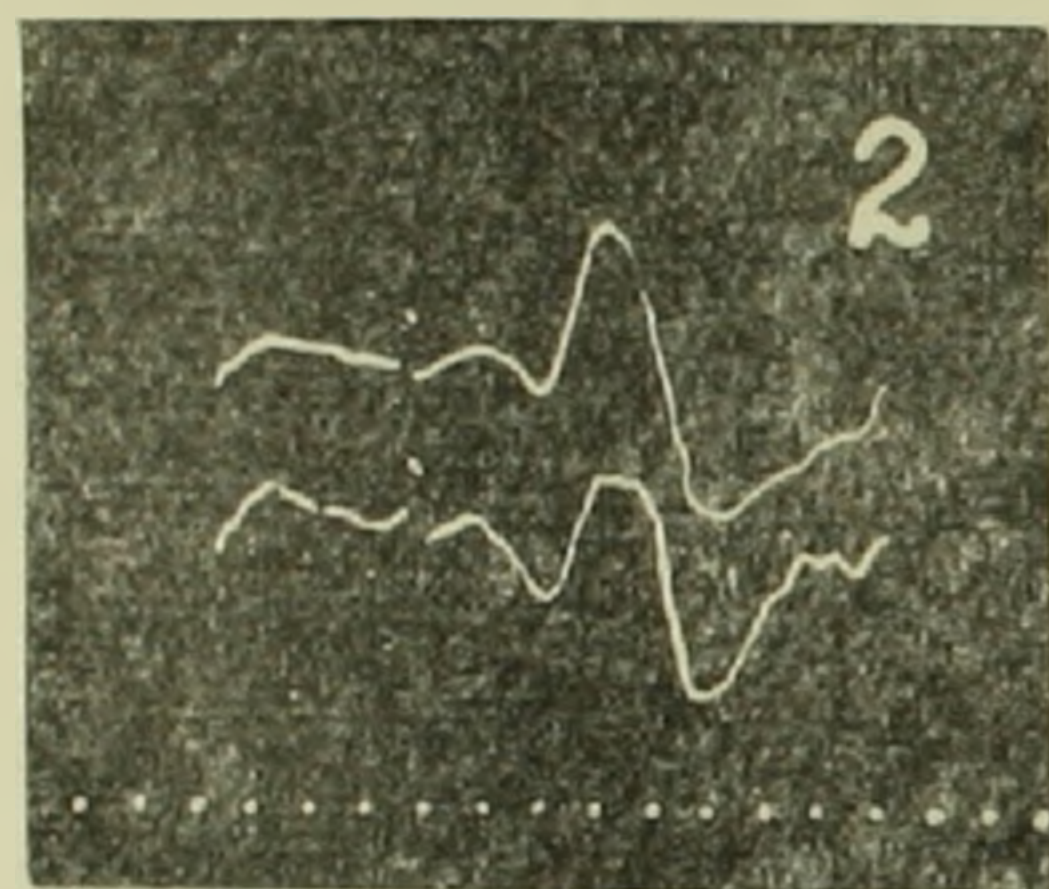
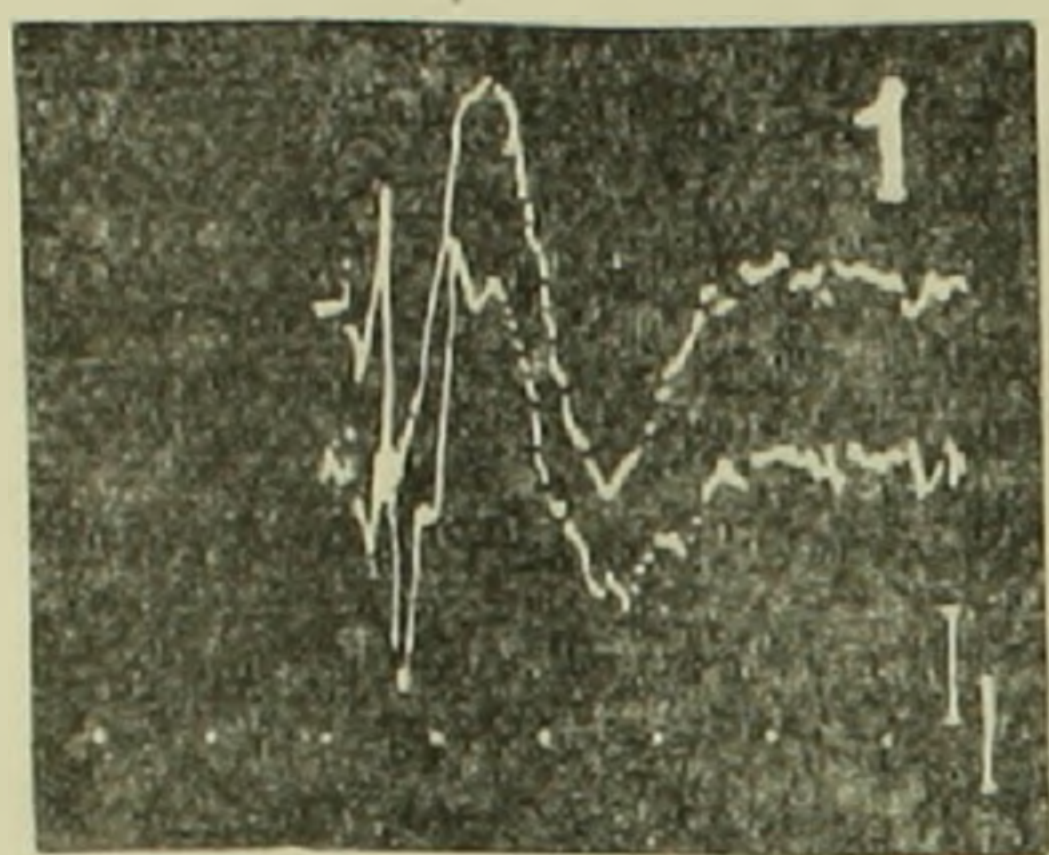
Данные, обнаруженные на нембутализированных животных, были приведены в предыдущем сообщении (¹). С целью сравнения полученных результатов, настоящая работа выполнялась на децеребрированных кошках, не осложненных каким-либо наркозом.

Взаимодействие афферентных систем мозжечка прослеживалось на примере изменения первичных биоэлектрических ответов коры мозжечка, вызываемых одиночными электрическими раздражениями кожных и мышечных нервов передних конечностей (центральные концы кожной и мышечной веточки лучевого нерва). Методика исследования взаимодействия периферических импульсов была той же, как и в предыдущей работе (¹).

Электрическая активность коры мозжечка отводилась монополярно серебряными пуговчатыми электродами с поверхности l. l. centralis, culmen, simplex и l. paramedianus. Биопотенциалы подавались на низкочастотный усилитель (частотная характеристика от 0,5 гц до 4 кгц) с симметричным входом. Фотографирование производилось с экрана двухлучевого катодного осциллографа.

В приведенных условиях на одиночное электрическое раздражение периферического нерва с поверхности мозжечка регистрировалась первичная биоэлектрическая реакция, состоящая из поверхностно-положительного отклонения, продолжающегося 20—35 мсек., и следующей за ним поверхностно-отрицательной волны длительностью 30—70 мсек. Часто перед положительным отклонением первичного ответа регистрировалась небольшая отрицательная волна.

На нисходящее колено положительной волны накладывался отрицательный пик и разделяя ее соответственно на два положительных компонента: коротколатентный и длиннолатентный. Продолжаясь в среднем



Фиг. 1. Первичные ответы из симметричных точек коры мозжечка на одиночное раздражение кожной веточки лучевого нерва правой передней лапы. Децеребрированная кошка. Электрическая активность регистрируется из контра (верхний луч)—и ипсилатеральной (нижний луч) половины *l. centralis*. Калибровка—100 микровольт. Отметка времени—20 (1) и 200 (2) в 1 сек. Отклонение вверх означает отрицательность под активным электродом. То же на последующих фигурах.

5—12 мсек., отрицательный пик выявлялся только при хорошем состоянии препарата, достигая по своей амплитуде до 300 μV . Скрытый период первичного ответа равнялся 5—9 мсек. Часто вслед за первичным ответом выявлялись дополнительные волны, представленные положительно-отрицательным комплексом. В некоторых опытах после первичного ответа, можно было отметить появление очень поздней вызванной активности коры мозжечка (со скрытым периодом порядка 150 мсек), по форме и полярности сходной с первичным ответом на периферический импульс. Систематическое исследование и анализ указанной активности были невозможны из-за непостоянного ее обнаружения.

У децеребрированных кошек локализация первичных ответов на раздражение кожных и мышечных нервов полностью совпадала. Они могли быть зарегистрированы из всей области *l. l. culmen* и *simplex*, а также из двух задних лепестков в *l. centralis*. Зона наибольшей активности была представлена областью, ограниченной с обеих сторон паравермнальными венами. Латеральнее последних активность была более выраженной на ипсилатеральной стороне. Скрытый период первичного

ответа ипсилатеральной половины передней доли был короче такового контралатеральной на 1—3 мсек (фиг. 1).

Возникновение первичного ответа на контралатеральной половине коры передней доли мозжечка не связано с появлением вызванного потенциала на ее гомолатеральной половине при раздражении ипсилатерального нерва и, следовательно, не является результатом возбуждения интра-

кортикальных связей. Контрольные опыты показали, что удаление или повреждение коркового вещества на гомолатеральной половине передней доли мозжечка (глубиной 3—7 мм) не упраздняло первичного ответа из симметричной области контралатеральной половины на раздражение ипсилатерального нерва (2).

Из *l. paramedianus* отводились вызванные потенциалы меньшей амплитуды. Проекция их распространялась на большинство лепестков долики.

Изучение взаимодействия афферентных импульсов при нанесении их с короткими интервалами позволило подтвердить ранее описанный факт — суммирование отрицательной волны первичного ответа (2-7).

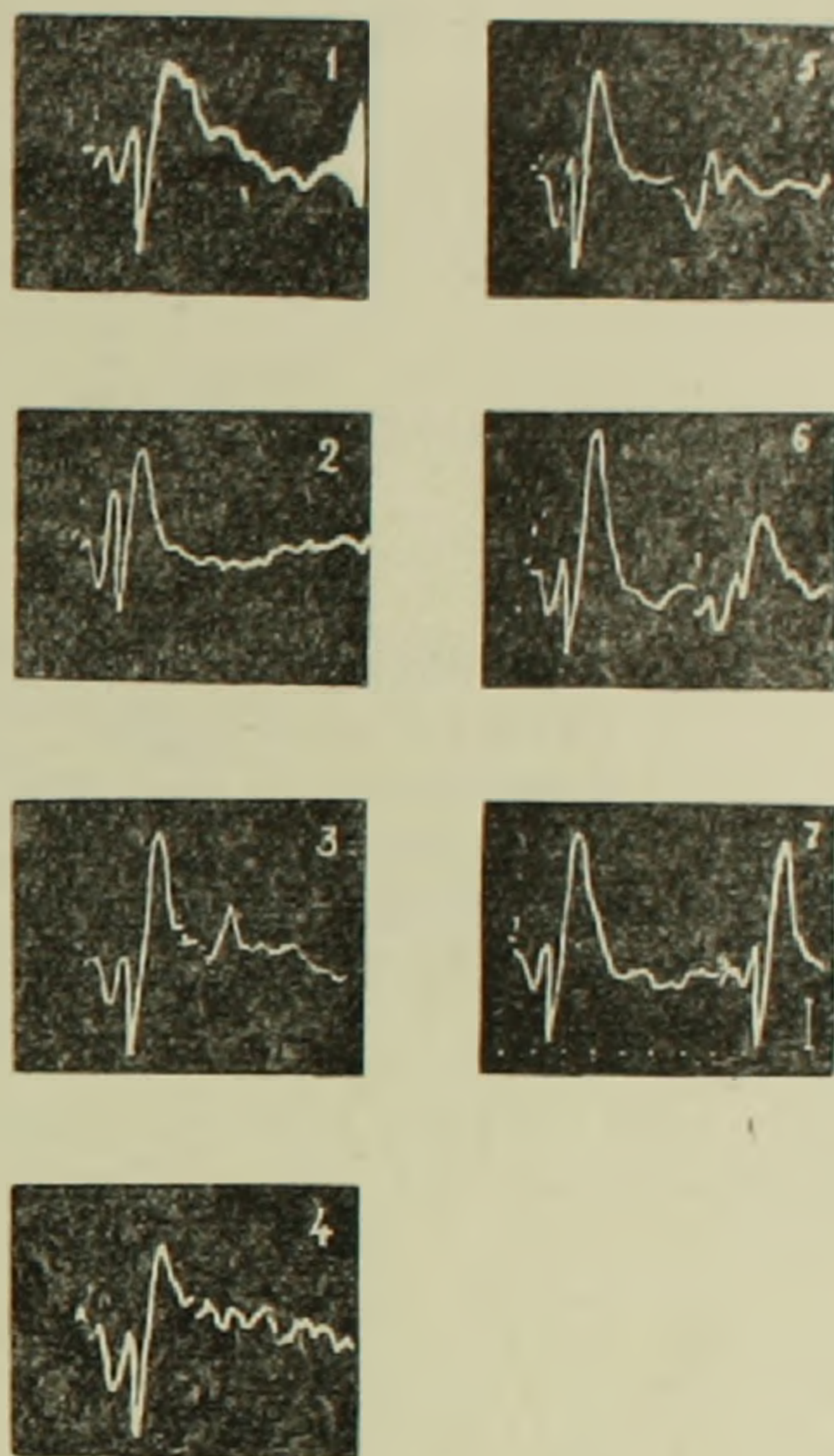
Наряду с этим нами наблюдалось увеличение амплитуды отрицательного пика при расстоянии между стимулами 0,15—3 мсек и подавление его при 10—15 мсек. Детальное исследование вопроса затруднялось из-за фоновых колебаний амплитуды первичных ответов у ненаркотизированных животных.

У последних при нанесении гомо- и гетерогенных периферических стимулов с интервалом более 10—15 мсек. отмечались следующие два типа взаимодействия афферентных импульсов.

а) В первом типе первоначально ответ на испытательный удар появлялся при интервале между импульсами 10—25 мсек; далее он увеличивался и доходил до нормы через 70—150 мсек. после нанесения обусловливающего раздражения (однофазное течение).

в) Во втором типе испытательный ответ, появившись при интервале между импульсами 10—25 мсек., претерпевал подавление на 35—50 мсек., после чего наступало возрастание его величины и достижение нормы на 70—150 мсек (двухфазное течение).

При конвергенции гетерогенных нервных импульсов был характерен второй тип взаимодействия (фиг. 2), тогда как нанесение пары стимулов на один и тот же нерв или на гомогенные нервы симметричных лап давало картину первого, однофазного типа взаимодействия афферентов (фиг. 3). Интересно

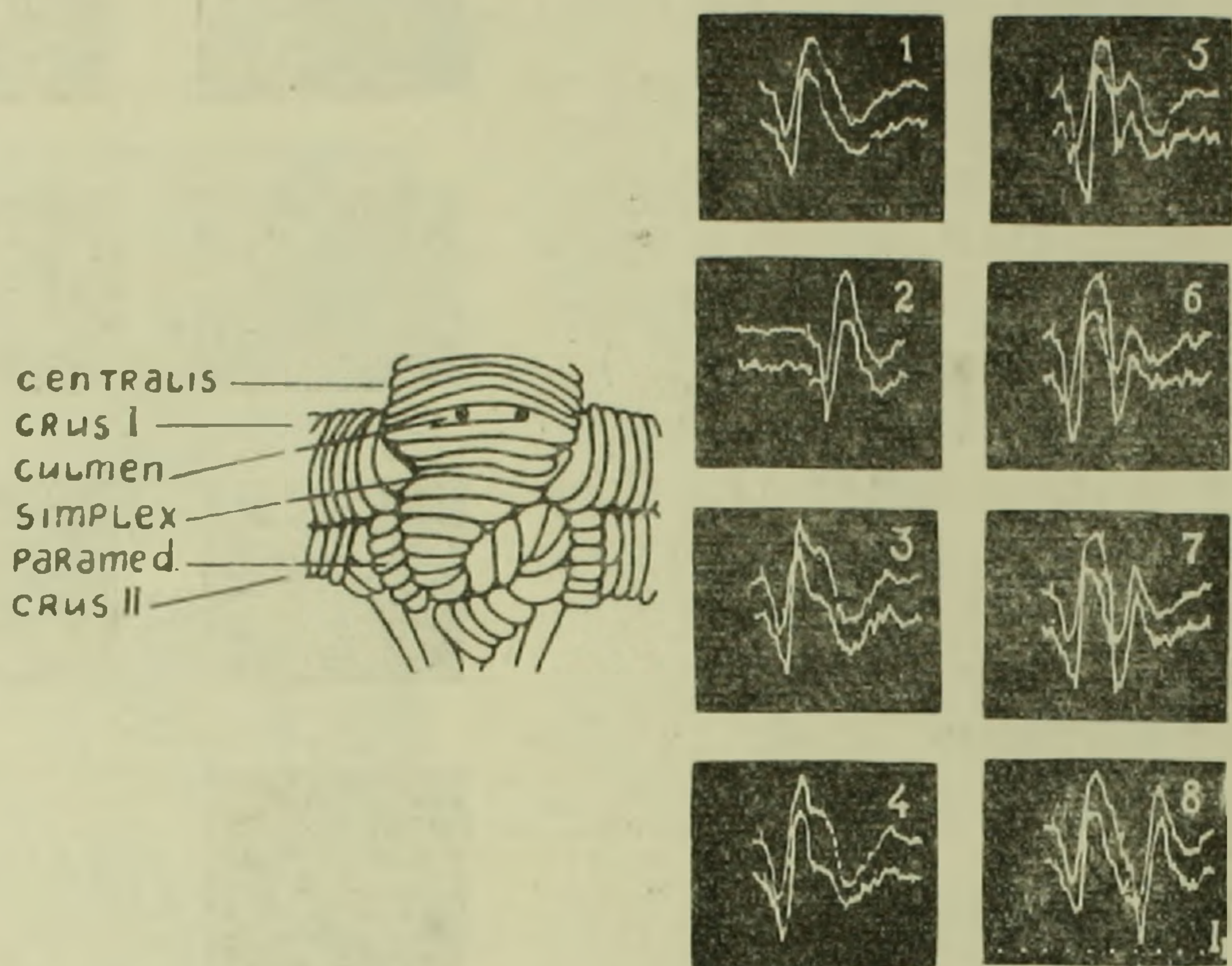


Фиг. 2. Биоэлектрическая активность мозжечка при взаимодействии кожных и мышечных афферентных импульсов у децеребрированной кошки. Отводятся первичные ответы коры мозжечка из *l. culmen* справа. Обусловливающее раздражение прикладывается к мышечной веточке правого лучевого нерва, испытательное раздражение — к кожной веточке того же нерва.

1 — одно обусловливающее раздражение; 2 — одно испытательное раздражение; 3 — сочетание обусловливающего и испытательного раздражения с интервалом 30 мсек; 4 — то же с интервалом 36 мсек; 5 — то же с интервалом 42 мсек; 6 — то же с интервалом 53 мсек; 7 — то же с интервалом 70 мсек. Калибровка — 100 микровольт. Отметка времени — 100 в 1 сек.

отметить, что последний, однофазный тип взаимодействия редко наблюдался и при гетерогенных импульсах, что скорее всего следует объяснить ухудшением функционального состояния препарата децеребрированной кошки.

Проведенные исследования показали, что особенности взаимодействия периферических импульсов не зависят от того, какие области мозжечка подвергаются обследованию. В частности, одинаковая картина на-



Фиг. 3. Биоэлектрическая активность симметричных точек коры мозжечка при взаимодействии периферических афферентных импульсов. Децеребрированная кошка. Отводятся первичные ответы коры мозжечка из области I. culmen справа (верхний луч) и слева (нижний луч). Обуславливающее раздражение прикладывается к кожной веточке левого лучевого нерва, испытательное—к кожной веточке правого лучевого нерва. 1—одно обуславливающее раздражение; 2—одно испытательное раздражение; 3—сочетание обуславливающего и испытательного раздражения с интервалом 25 мсек; 4—то же с интервалом 27 мсек; 5—то же с интервалом 37 мсек; 6—то же с интервалом 50 мсек; 7—то же с интервалом 55 мсек; 8—то же с интервалом 73 мсек. Калибровка—100 микровольт. Отметка времени—20 в 1 сек.

блюдается в симметричных точках коры мозжечка (фиг. 3). Помимо этого, можно было отметить ряд общих черт в эволюции вызванного ответа на второй, испытательный удар. Как правило, он появлялся в виде коротколатентного компонента и отрицательного пика положительной волны первичного ответа. Дальнейшее увеличение расстояния между импульсами приводило к выявлению длиннолатентного компонента положительной волны и отрицательного отклонения вызванного потенциала. Последние два компонента появлялись одновременно; часто отрицательная волна первичного ответа обнаруживалась раньше (фиг. 2).

Приведенный факт неодинакового влияния первого, обуславливающего раздражения на разные компоненты первичного ответа от второго,

испытательного раздражения может служить косвенным доказательством тому, что взаимодействие афферентных импульсов происходит на уровне коры мозжечка. Последнее не исключает возможности их одновременного взаимовлияния и в других структурах афферентной системы.

Институт физиологии им. Л. А. Орбели
Академии наук Армянской ССР

Վ. Վ. ՖԱՆԱՐԺՅԱՆ

**Ուղեղիկի առնումական (աֆերենտային) համակարգության
փոխգործողության մասին**

**Հաղորդում II: Մաշկային և մկանային իմպուլսների փոխգործողությունը
դեցերեբրացիայի ենթարկված կատուների մոտ**

Ուղեղիկի կեղևում առաջացված պոտենցիալների մեթոդի օգնությամբ ուսումնասիրվել է մաշկային և մկանային իմպուլսների փոխգործողությունը ծույց է տրված, որ պերիֆերիկ իմպուլսները կախված նրանց ծագումից մեկ կամ մի քանի հետերոգեն նյարդերից, ունեն փոխգործողություն տարբեր ձևեր:

Հոդվածում բերված են նաև տվյալներ, դեցերեբրացիայի ենթարկված կատուների ուղեղիկի կեղևում, պերիֆերիկ զրգոումների հետևանքով ծագած առաջացված պատասխանների տեղակայման և առանձնահատկությունների մասին:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ В. В. Фанарджян, ДАН АН АрмССР, XXXII, № 2, 123, (1961). ² К. Комбс Journ. Neurophysiol., 17, 123, 1954. ³ Г. Куртис Proc. Soc. Exper. Biol. a. Med., 44, 664, 1940. ⁴ Р. Дэй и Р. Андерсон Journ. Neurophysiol., 5, 303, 1942. ⁵ Ф. Бремер и В. Бонэ, Journ. physiol., (Paris), 43, 662, 1951. ⁶ Т. Сабо и Д. Альбе-Фессар Journ. physiol., (Paris), 46, 528, 1954. ⁷ Ф. Морин, Я. Каталано и Г. Ламарше Am. Journ. Physiol., 188, 263, 1957.

