

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՈՒ
ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ
ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ
ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ
АКАДЕМИИ НАУК
АРМЯНСКОЙ ССР

ՖԻԶԻԿԱ
ФИЗИКА

1966 г.

ԽՐԱԳՐԱԿԱՆ ԿՈՒՆԳԻԱ՝

Գ. Մ. Ավագյանց, Պ. Հ. Բեգրգանյան, Է. Ս. Բոտունուզյան, Գ. Մ. Ղա-
րիբյան (պատասխանատու խմբագիր), Գ. Ս. Սահակյան (պատասխա-
նատու խմբագրի տեղակալ), Ռ. Ա. Սաղաթյան (պատասխանատու քար-
տուղար), Հ. Հ. Վաղապետյան, Ն. Մ. Քոչարյան, Յու. Ֆ. Օրբով

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Г. М. Авакьянц, П. А. Безириания, Э. С. Бурунсузьян,
Г. А. Вартапетян, Г. М. Гарибян (ответственный редак-
тор), Н. М. Кочарян, Ю. Ф. Орлов, Г. С. Саакян (за-
меститель ответственного редактора), Р. А. Сардарян
(ответственный секретарь)

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СТИМУЛИРОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ РУБИНА

М. Е. МОВСЕСЯН, Ю. С. ЧИЛИНГАРЯН, Н. Н. БАДАЛЯН

Исследованы спектральные и временные характеристики излучения импульсного рубинового генератора. С помощью эталона Фабри-Перо наблюдается тонкая структура линии вынужденного излучения. Наиболее вероятное значение частотного разделения между компонентами тонкой структуры различно для разных образцов рубинов. Временная развертка импульса излучения с помощью сверхскоростной установки СФР-2М позволила судить о времени появления той или иной частоты в спектре излучения.

Излучение импульсного оптического генератора на рубине состоит из большого числа пичков, во время генерации каждого из которых резонансные условия наилучшим образом осуществляются для определенных длин волн. Известно также [1—2], что индуцированное излучение появляется на длинах волн, близких к тем, которые соответствуют максимуму линии люминесценции. Частотное разделение аксиальных (осевых) типов колебаний определяется по формуле

$$\Delta\nu_{\text{рез.}} = \frac{1}{2d}, \quad (1)$$

где d — оптическая длина резонатора. Согласно [3], при комнатной температуре и при малых превышениях над порогом генерируются именно аксиальные и близаксиальные моды. Следовательно, спектр индуцированного излучения состоит из многих узких линий. Вопросам изучения частоты, ширины линии и временных характеристик излучения оптического импульсного генератора на рубине посвящен ряд работ (см., например, [4—9]). Исследование временного разрешения излучения генератора на рубине [4] показало наличие большого числа узкочастотных компонент в спектре выходного излучения. В [5, 6] при разных мощностях накачки наблюдалось излучение импульсного рубинового оптического генератора на ряде аксиальных мод, кратных частотному разделению резонатора. Интегральные снимки вынужденного излучения рубина при комнатной температуре [7] также обнаруживают дискретный характер спектра излучения. Исследование спектров излучения пучка в отдельных пульсациях проведено в работе [8], где в опытах при комнатной температуре была наблюденная одновременная генерация 5—8 аксиальных мод со спектральным интервалом $0,3 \text{ см}^{-1}$. В перечисленных работах исследования проводились на кристаллах рубина с нанесенными на торцы покрытиями, т. е. с резонаторами сравнительно малой длины. В эксперименте [9] изучался спектр гигантского импульса, полученного на установке с кристаллом рубина в резонаторе с выносными зеркалами. Применение резонаторов длиной в десятки сантиметров изменяет спектр излучения.

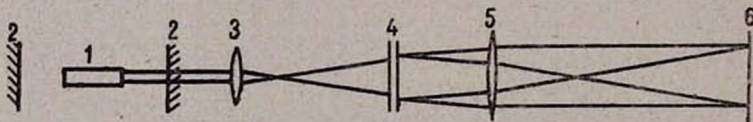
В настоящей работе исследовалась тонкая структура индуцированного излучения оптического генератора на рубине. В работе использовались рубины с концентрацией ионов хрома $0,05\%$ (длиной

52 мм, диаметром 5,5 мм, длиной 80 мм и диаметром 6 мм). Кристаллы представляли собой цилиндрические стержни с полированными и плоскими торцами. Оптическая ось составляла с геометрической 60 и 90°. В экспериментах использовалась осветительная система, состоящая из прямой ксеноновой импульсной лампы, завернутой вместе с рубином в посеребренную фольгу. Лампа питалась от конденсаторной емкостью 750 μF при подаваемом напряжении, варьируемом в пределах от 700 до 1200 в, что составляло 30–60 % превышения над порогом. Резонатор осуществляется плоскими зеркалами с диэлектрическими покрытиями с коэффициентами отражения 0,98 и 0,70. Измерения проводились при комнатной температуре.

В работе [2] сообщалось о наблюдении тонкой структуры в спектре излучения. Но, так как измерения проводились с помощью воздушного эталона Фабри-Перо толщиной в 3 мм, обеспечивающего разрешение $\delta\nu = 0,06 \text{ см}^{-1}$ и имеющего дисперсионную область $\Delta\nu = 1,66 \text{ см}^{-1}$, то при $\Delta\nu_{\text{рез.}} = 0,0083 \text{ см}^{-1}$ ($d \approx 60 \text{ см}$) можно было ожидать отсутствия тонкой структуры. Тем не менее она была наблюдается. В известной нам литературе подобная картина наблюдалась только в работе Бредли и др. [9], где, однако, исследовался спектр гигантского импульса.

Интерференционная картина фотографировалась нами с помощью камеры УФ-84, имеющей фокусное расстояние $F = 800 \text{ мм}$. Перед эталоном ставилась линза (на расстоянии, большем фокусного), что давало возможность работать в расходящемся пучке.

При работе без линзы в прямом пучке, из-за большой плотности и направленности излучения, на фотопластинках получают сильные почернения на участках, охватывающих малое число порядков. Это особенно заметно для центральных колец, где пятно не заполняет даже один полный порядок. Проводить измерения по таким интерференционным картинам оказывается практически невозможным. Преимуществом работы с линзой является наличие равномерного распределения интенсивности во всех порядках, обеспечивающее наилучшие условия для изучения аксиальных мод. В работе [7] применяется для этой же цели рассеивающая линза. Проведенное нами сравнение интерферограмм, полученных с помощью положительной и отрицательной линз, показало идентичность их для данной задачи. Схема установки приведена на фиг. 1.



Фиг. 1. Установка для исследования спектральных характеристик излучения: 1—кристалл рубина; 2—зеркала резонатора; 3—линза ($f=90 \text{ мм}$); 4—эталон Фабри-Перо; 5—объектив камеры УФ-84 ($F=800 \text{ мм}$); 6—фотопластинка.

Генерация исследована нами также с помощью сверхскоростной фоторегистрирующей камеры СФР-2М, что дало возможность оценить и время появления тех или иных частот в спектре излучения. С этой целью пучок света генератора направлялся на линзу, после которой помещался интерферометр Фабри-Перо. Изображение, получаемое после интерферометра и проектируемое на пленку, предварительно увеличивалось с помощью телескопа с трехкратным увеличением. Пу-

чок света полностью направлялся в одно из отверстий четырехрядной диафрагмы СФР-2М. При скоростях 15 000; 30 000; 45 000; 67500 об/мин, что при работе в режиме лупы времени соответствует временному разделению между кадрами 8; 4; 2,64; 1,76 мксек, фотографировался процесс длительностью в 500; 250; 166; 110 мксек. Таким образом, при скорости 15000 об/мин имелась возможность уместить весь импульс излучения, длящийся ~ 350 мксек, но при этом терялись некоторые пички из-за большого временного интервала между кадрами. При кадровой развертке со скоростью 67500 об/мин при уровнях накачки, которые использовались в работе, пички практически не терялись, как показали контрольные снимки, заснятые на СФР-2М в режиме фоторегистратора (непрерывная развертка). Поэтому для обработки использовались снимки, полученные при скорости 67500 об/мин. Причем имелись снимки, относящиеся к началу, середине и концу генерации, так что можно считать, что изучался полный импульс. На пленке, на которой снимался процесс генерации в режиме лупы времени, получались полные кольца интерференционной картины, содержащие, по крайней мере, 3—4 порядка (фиг. 2). Получаемые снимки обрабатывались методом прямоугольных таблиц.



Фиг. 2. Участок интерферограммы излучения, полученной на СФР-2М. Эталон $t=3$ мм; скорость развертки 67500 об/мин; превышение над порогом 50 %.

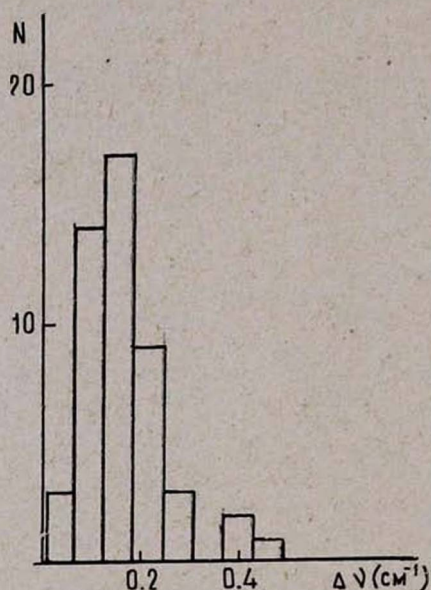
В течение одного импульса излучения при разрешении $\delta\nu=0,06$ см $^{-1}$ было замечено 6—8 спектральных линий, расстояния между которыми в среднем составляли 0,16 см $^{-1}$. На некоторых интерферограммах расстояние между соседними кольцами было больше чем 0,16 см $^{-1}$, однако в среднем оно являлось кратным 0,16 см $^{-1}$, т. е. создается впечатление, что пропущена какая-либо из линий. При увеличении размера активного резонатора число спектральных линий в спектре излучения уменьшается до 1—2.

Оценка ширины линии отдельной компоненты давала значение 0,06 см $^{-1}$, т. е. равнялась пределу разрешения спектрального прибора. Чтобы выяснить истинную ширину полученных отдельных линий излучения, использовался интерферометр толщиной в 3 см, имеющий разрешение $\delta\nu=0,006$ см $^{-1}$ и дисперсионную область $\Delta\nu=0,166$ см $^{-1}$. Такой интерферометр непригоден для измерения интегральной спектральной ширины линии. Однако предел разрешения дает возможность с большей точностью оценить ширину одной линии. Ширина отдельной линии тонкой структуры из этих измерений оценивается не более 0,015 см $^{-1}$.

Наличие 6—8 линий с частотным разделением в 0,16 см $^{-1}$ или 0,32 см $^{-1}$ затрудняло оценку спектрального интервала частот, участвующих в одном импульсе генерации. Контрольные измерения проведены с помощью интерферометра Фабри-Перо толщиной $t=1$ мм ($\Delta\nu=5$ см $^{-1}$; $\delta\nu=0,16$ см $^{-1}$). Как следовало ожидать, получаемая с толстым эталоном тонкая структура отсутствовала, а спектральный интервал не

превышал $1,3 \text{ см}^{-1}$. Это дает нам право работать с интерферометром толщиной $t = 3 \text{ мм}$ без опасения, что две линии из одного и того же спектрального интервала попадут в разные порядки. В работе [8] общая ширина полосы излучения рубинового генератора составляла 1 см^{-1} (при ширине линии люминесценции 10 см^{-1}), что близко значениям, полученным для наших кристаллов.

Исследование спектра излучения импульсного оптического генератора на рубине с помощью сверхскоростной фоторегистрирующей камеры СФР-2М проводилось для определения частотного разделения пиков, следующих друг за другом, и выяснения, подчиняются ли эти распределения частот какому-либо закону. При скоростях 67500 об/мин , что составляет $1,76 \text{ мксек}$ между кадрами, наблюдается в основном одна длина волны, а иногда две разные длины волн. По полученным разделенным во времени частотным характеристикам пиков нами восстанавливалась интегральная интерференционная картина, что достигалось наложением колец из всех кадров. Было восстановлено около 20 спектров излучения ОКГ. На фиг. 3 приводится



Фиг. 3. Диаграмма, иллюстрирующая наивероятное частотное разделение в импульсе излучения. Длина рубина $l = 52 \text{ мм}$; Оптическая длина резонатора $d \approx 60 \text{ см}$.

диаграмма, которая иллюстрирует наивероятное частотное разделение в импульсе излучения. По оси абсцисс отложены расстояния между двумя соседними кольцами в см^{-1} , по оси ординат — число совпадающих частотных интервалов. Ярко выраженный максимум свидетельствует о наличии предпочтительного расстояния, равного $0,16 \pm \pm 0,03 \text{ см}^{-1}$, которое очень хорошо совпадает с вычисленным средним значением, полученным из обработки данных эксперимента без временной развертки. В спектре излучения не появляются все резонансные частоты с интервалом $1/2d$. Это, по-видимому, надо объяснить взаимодействием такого типа, когда несколько близлежащих частот (в нашем

случае ~ 20) подавляются из-за усиления другой частоты. Такие же измерения были проделаны с разными рубиновыми стержнями и для них были получены разные значения наивероятного спектрального интервала. Это, по-видимому, свидетельствует о том, что появляющийся спектр обязан не резонатору, а рубину, и измерения вышеупомянутых интервалов длин волн для отдельных кристаллов, при наличии формулы, связывающей спектральные характеристики излучения со свойствами самого кристалла, дадут возможность судить о качестве кристалла для оптического генератора.

Ереванский государственный
университет

Поступила 23 декабря 1964

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. I. D. Abella, H. Z. Cummins, Journ. Appl. Phys., 32, 1177 (1961).
2. М. Е. Мовсисян, Ю. С. Чилингариан, ДАН АН Арм.ССР, 39, 217 (1964).
3. W. G. Wagner, G. Birnbaum, Journ. Appl. Phys., 32, 1185 (1961).
4. H. P. Hanes, B. P. Stotcheff, Nature 195, 587 (1962).
5. T. P. Hughes, Nature, 195, 325 (1962).
6. T. P. Hughes, K. M. Young, Nature, 196, 332 (1962).
7. I. J. D'Haenes, C. K. Asawa, Journ. Appl. Phys., 33, 3201 (1962).
8. В. В. Коробкин, А. М. Леонтович, ЖЭТФ, 44, 1847 (1963).
9. D. J. Bradley, A. W. DeSilva, D. E. Evans, M. J. Forrest, Nature, 199, 128 (1963).

ՌՈՒԲԻՆԻ ՍՏԻՄՈՒԼԱՅՎԱԾ ՀԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՍՊԵԿՏՐԱԼ ԲՆՈՒԹԱԳՐԻ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆԸ

Մ. Ե. ՄՈՎՍԵՍՅԱՆ, ՅՈՒ. Ս. ՉԻԼԻՆԳԱՐՅԱՆ, Ն. Ն. ԲԱԴԱԼՅԱՆ

Ուսումնասիրվել են իմպուլսային ուղիղալիճի զենիթատորի ճառագայթման սպեկտրալ և ժամանակային բնութագրերը: Ֆաբրի-Պերոյի էտալոնի օգնությամբ դիտվել է ստիմուլացված ճառագայթման դժի նուրբ ստրուկտուրան: Ամենահավանական հաճախային բաժանումը նուրբ ըստրուկտուրայի դժերի միջև տարբեր է տարբեր ուղիղալիճի համար: Նմուշներից մեկի համար այդ բաժանումը հավասար է $0,16$ սմ $^{-1}$: չափման իմպուլսի ժամանակային բացումը զերարագ կինոկամերայի СФР-2М օգնությամբ հնարավորություն է տալիս դատելու ճառագայթման սպեկտրում այս կամ այն հաճախականության երևան գալու ժամանակի մասին:

AN INVESTIGATION OF SPECTRAL CHARACTERISTICS OF STIMULATED RUBY RADIATION

by M. E. MOVSESSIAN, Y. S. CHILINGARIAN, N. N. BADALIAN

The spectral and time characteristics of the radiation from ruby optical maser are investigated. The fine structure of the line of stimulated radiation has been observed with the help of Fabry-Perot interferometer. The most probable value of frequency separation between the components of the fine structure has been found to vary with different ruby crystals. The time sweep of the pulse of radiation with the high speed camera makes it possible to judge of the time of appearance of one frequency or another in the radiation spectrum.

ТЕРМОЭДС В ПОЛУПРОВОДНИКАХ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Р. Г. ТАРХАНЯН

Показано, что выражение (6) для дифференциальной термоэдс в сильном (квантующем) магнитном поле остается в силе и в случае сферически-симметричной зоны с произвольным законом дисперсии энергии электронов проводимости. Получено общее выражение для плотности недиссипативного потока энергии. На основе формулы (6) вычислена термоэлектродвижущая сила в полупроводниках типа $n\text{-InSb}$ при произвольном вырождении электронов.

1. Известно, что в квантовой теории термоманитных явлений возникают трудности при непосредственном вычислении термоманитных тензоров, связывающих потоки заряда и тепла с градиентом температуры, в феноменологических уравнениях

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} - \beta \nabla T, \quad (1)$$

$$\mathbf{w} + \frac{\zeta}{e} \mathbf{j} = \gamma \mathbf{E} - \kappa \nabla T, \quad (2)$$

где тензоры σ , β , γ и κ зависят от магнитного поля $\mathbf{H}$, $\mathbf{j}$ — плотность электрического тока, $\mathbf{w}$ — плотность потока полной энергии, ζ — электрохимический потенциал, $\mathbf{E} = -\frac{1}{e} \nabla \zeta$, $(-e)$ — заряд электрона.

Подробное обсуждение этих трудностей, связанных с введением градиента температуры в матрицу плотности локально-равновесной системы, и решение проблемы при наличии упругого рассеяния электронов в квантующем магнитном поле дано в работе [1].

Существует, однако, и косвенный способ вычисления термоманитного тензора β , связанного через соотношение Онсагера с тензором γ (π — подход Херинга). При таком подходе вышеуказанные трудности не возникают, поскольку градиент температуры можно положить равным нулю и определить поток тепла при наличии электрического поля.

Известно, что в сильном магнитном поле ($\omega \tau \gg 1$, $\omega = \frac{eH}{mc}$ — циклотронная частота, τ — время релаксации электронов) в нулевом приближении по рассеянию отличны от нуля только недиагональные компоненты тензоров β и σ . Если магнитное поле направлено по оси z , а ∇T и $\mathbf{E}$ по оси x , то недиссипативный ток течет по оси y . Тогда из условия $j_y = 0$ получим, что дифференциальная термоэдс в нулевом приближении по рассеянию равна

$$\alpha = \frac{E_x}{\nabla_x T} = \frac{\beta_{yx}}{\sigma_{yx}}. \quad (3)$$

Холловский коэффициент σ_{yx} при произвольном законе дисперсии энергии в сильном магнитном поле равен

$$\sigma_{yx} = -\sigma_{xy} = \frac{ceN}{H}, \quad (4)$$

где N — концентрация электронов проводимости. Коэффициент β_{yx} был вычислен в работах [2–4] как непосредственным путем, т. е. путем вычисления термомагнитного тока, так и путем использования соотношения Онсагера [5]

$$\beta_{yx}(H) = \frac{\gamma_{xy}(-H)}{T}. \quad (5)$$

Как показал Ю. Н. Образцов [6], все эти вычисления неверны, поскольку в них не учитывается диамагнетизм электронов проводимости. Им же было показано, что при учете поверхностных токов [7]

$$\alpha = -\frac{s}{e}, \quad (6)$$

где s — энтропия, отнесенная к одному электрону. Это выражение, строго говоря, было доказано только для стандартной зоны ($\varepsilon \sim k^2$; k — волновой вектор электрона).

В работе [8] было показано, что выражение (6) может быть получено из кинетических соображений и в случае непараболической зоны типа n — $InSb$. В этой работе β_{yx} был вычислен прямым путем по методу Ансельма и Аскерова [9] с учетом диамагнетизма электронов.

В настоящей работе путем использования соотношений Онсагера показано, что выражение (6) остается в силе при произвольном законе дисперсии энергии электронов зоны проводимости. Приведены явные выражения для термоэдс в квантующем магнитном поле в случае непараболической зоны типа n — $InSb$ при произвольной степени вырождения электронного газа.

2. Рассмотрим образец n -типа, находящийся в однородном магнитном поле, направленном вдоль оси z . При наличии постоянного внешнего электрического поля E ($E, 0, 0$) недиссипативный ток течет по оси y . Плотность потока заряда

$$j_y = \dot{\sigma}_{yx} E_x = -eNv_y, \quad (7)$$

где $v_y = -\frac{cE}{H}$ — холловская скорость электронов, N — концентрация.

Отсутствие диссипации в сильном магнитном поле равносильно отсутствию источника энтропии, т. е. энтропия системы не меняется со временем. При постоянной концентрации электронов остается постоянной также энтропия, приходящаяся на каждый электрон.

В этом случае потоку электронов проводимости с плотностью Nv_y соответствует поток энтропии с плотностью

$$j_y^s = Sv_y, \quad (8)$$

где S — энтропия системы электронов проводимости.

Феноменологические уравнения

$$j_y = \sigma_{yx} E_x - \beta_{yx} \nabla_x T, \quad (1a)$$

$$w_y + \frac{\zeta}{e} j_y = \gamma_{yx} E_x - \chi_{yx} \nabla_x T \quad (2a)$$

преобразуем к виду

$$E_x = \frac{1}{\sigma_{yx}} j_y + \frac{\beta_{yx}}{\sigma_{yx}} \nabla_x T, \quad (9)$$

$$j_y^s = \frac{\gamma_{yx}}{T\sigma_{yx}} j_y + \left(\frac{\gamma_{yx}\beta_{yx}}{\sigma_{yx}} - \chi_{yx} \right) \frac{\nabla_x T}{T}, \quad (10)$$

где плотности потока тепла сопоставлена плотность потока энтропии

$$j_y^s = \frac{w_y + \frac{\zeta}{e} j_y}{T}. \quad (11)$$

В силу соотношения Онсагера термоэдс изотропной системы в нулевом приближении по рассеянию равна $\alpha = \frac{\gamma_{yx}}{T\sigma_{yx}}$. Положив в уравнении (10) $\nabla_x T = 0$, с помощью (7) и (8) сразу получим

$$\alpha = -\frac{S}{Ne} = -\frac{S}{e}, \quad (12)$$

где s энтропия в расчете на один электрон проводимости. При выводе формулы (12) предполагалось, что в переносе тока участвуют только электроны в зоне проводимости, закон дисперсии которых может произвольным образом отличаться от параболической формы вследствие взаимодействия с остальными непроводящими зонами.

3. С помощью выражений (7), (8) и (11), используя термодинамическое соотношение $U - \Omega - \zeta N = ST$ [12], справедливое для системы, находящейся в состоянии локального термодинамического равновесия, для плотности недиссипативного потока энергии получим

$$w_y = v_y (U - \Omega), \quad (13)$$

где U — плотность внутренней энергии, Ω — термодинамический потенциал большого канонического множества. Выражение (13) означает, что плотность недиссипативного потока энергии равняется произведению плотности энthalпии на холловскую скорость.

Образцовым было показано [6], что при учете диамагнетизма электронов проводимости

$$w_y = w_{H3} + cE \left(\frac{\partial \Omega}{\partial H} \right)_{\zeta, T}, \quad (14)$$

где w_{H3} — плотность потока неэлектростатической части энергии, а второй член учитывает поверхностный поток электростатической энергии. Величина w_{H3} для параболической зоны была вычислена в работе [2] (U_y в обозначениях [2]) и может быть приведена к виду

$$w_{H3} = -\frac{cE}{H} \left[U + H^2 \frac{\partial}{\partial H} \left(\frac{\Omega}{H} \right)_{\zeta, T} \right]. \quad (15)$$

Подставив (15) в (14), для w_y получим выражение, совпадающее с (13). Выражение (13) без достаточного обоснования было использовано также в работе [10].

Легко показать, что поток электростатической части энергии (без учета границы) в случае параболической зоны в линейном приближении по E равен

$$w_s = cEH \frac{\partial}{\partial H} \left(\frac{\Omega}{H} \right)_{\epsilon, T}, \quad (16)$$

и, следовательно, поток полной энергии без учета границы равен

$$w_0 = w_s + w_{H\Omega} = v_y U. \quad (17)$$

В приложении показано, что (17) остается в силе и в случае непараболической зоны проводимости. Таким образом, второй член в (13) представляет собой добавку к потоку энергии, связанную с учетом границы. Следует отметить также, что в случае непараболической зоны выражения для w_s и $w_{H\Omega}$ отличаются от соответствующих выражений (15) и (16) для параболической зоны. В силу этого обстоятельства выражение (14) справедливо только в случае параболической зоны. Более общее выражение (13) в случае обеих зон приводит к выражению (12) для термоэдс.

4. На основе формулы (12) вычислим термоэдс α в квантующем магнитном поле в полупроводниках типа n - InSb . При этом следует учитывать непараболичность зоны проводимости, а также энергию спина электронов в магнитном поле в силу большого g -фактора носителей тока в n - InSb , где $g \approx -50$. Поскольку энтропия

$$S = - \left(\frac{\partial \Omega}{\partial T} \right)_{\epsilon, H}, \quad (18)$$

то вычисление термоэдс сводится к определению термодинамического потенциала Ω , равного, как известно [12],

$$\Omega = -kT \sum_x \ln \left(1 + e^{\frac{\epsilon_x - E_z}{kT}} \right). \quad (19)$$

Здесь x — совокупность квантовых чисел n, k_y, k_z, σ , определяющих состояние электрона в магнитном поле, $\sigma = \pm 1$ в соответствии с двумя возможными ориентациями спина относительно магнитного поля.

При выборе вектор-потенциала в виде $\mathbf{A}(0, Hx, 0)$ так, чтобы магнитное поле было направлено по оси z , уровни энергии электрона для непараболической зоны с учетом спина имеют вид [13]

$$E_x = \epsilon_x + K_2 \frac{\epsilon_x^2}{\epsilon_g} + \sigma \left\{ \frac{1}{4} y g \hbar \omega + \frac{\hbar \omega}{\epsilon_g} \left[K_0 \hbar \omega \left(n + \frac{1}{2} \right) + K_1 \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \right] \right\}, \quad (20)$$

где

$$\epsilon_x = \hbar \omega \left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}, \quad \omega = \frac{eH}{mc},$$

$\hbar$ — постоянная Планка, деленная на 2π , $y = \frac{m}{m_0} = 0,013$ для InSb . Значения констант K_0, K_1, K_2 и g совпадают с теми, которые приведены в работе [13]; в предельном случае бесконечно большого спин-орби-

тального расщепления валентной зоны $K_0 = K_1 = \frac{1}{2}$, $K_2 = -1$, $yg = -1$. Используя выражение (20) для Ω -потенциала, после интегрирования по k_y и k_z в линейном приближении по малому параметру $\frac{kT}{\varepsilon_g} \left(\frac{\hbar\omega}{\varepsilon_g} \right)$ при произвольной степени вырождения электронного газа, получим

$$\Omega = -\hbar\omega \left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \sum_{\sigma=-1}^{+1} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ F_{\frac{1}{2}}(x) - \frac{kT}{\varepsilon_g} \left[K_2 \left(\frac{3}{4} F_{\frac{3}{2}}(x) + (2n+1)\nu F_{\frac{1}{2}}(x) + \nu^2 (2n+1)^2 F_{-\frac{1}{2}}(x) \right) + K_1 \nu \sigma F_{\frac{1}{2}}(x) + 2K_0 \nu^2 \sigma (2n+1) F_{-\frac{1}{2}}(x) \right] \right\}. \quad (21)$$

Здесь

$$F_r(x) = \frac{1}{\Gamma(r+1)} \int_0^{\infty} \frac{y^r dy}{1 + e^{y-x}} \quad (22)$$

интегралы Ферми-Дирака, подробные таблицы которых имеются в книге [14];

$$x = \frac{\zeta}{kT} - \nu(2n+1) - \sigma\mu, \quad (23)$$

$$\nu = \frac{\hbar\omega}{2kT}, \quad \mu = \frac{1}{2} yg\nu.$$

Химический потенциал ζ определяется из условия нормировки

$$N = \sum_z f(E_z) = - \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \zeta} \right)_{H, T}, \quad (24)$$

где $f(E_z)$ функция распределения Ферми. При этом

$$N = 2\nu \left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \sum_{\sigma, n} \left\{ F_{-\frac{1}{2}}(x) - \frac{kT}{\varepsilon_g} \left[K_2 \left(\frac{3}{4} F_{\frac{1}{2}}(x) + \nu(2n+1) F_{-\frac{1}{2}}(x) + \nu^2 (2n+1)^2 F_{-\frac{3}{2}}(x) \right) + 2K_0 \nu^2 \sigma (2n+1) F_{-\frac{3}{2}}(x) + K_1 \nu \sigma F_{-\frac{1}{2}}(x) \right] \right\}. \quad (24a)$$

Как легко видеть из выражений (21), (24a), при отсутствии магнитного поля

$$\Omega = - \frac{m^{3/2} (kT)^{3/2}}{2^{1/2} \pi^{3/2} \hbar^3} \left\{ F_{\frac{3}{2}}(\zeta_0) + \frac{15}{4} K_2 \frac{kT}{\varepsilon_g} \left[\frac{F_{\frac{1}{2}}(\zeta_0) F_{\frac{3}{2}}(\zeta_0)}{F_{-\frac{1}{2}}(\zeta_0)} - F_{\frac{5}{2}}(\zeta_0) \right] \right\}, \quad (25)$$

где ζ_0 корень уравнения

$$N(0) = 2 \left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} F_{\frac{1}{2}}(\zeta_0). \quad (25a)$$

Используя соотношения (12), (19) и (21) для термоэдс в нулевом приближении по рассеянию, получим

$$\alpha = \frac{k}{e} \frac{\nu}{N} \left(\frac{mkT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \sum_{n, \sigma} \left\{ -3F_{\frac{1}{2}}(x) + 2xF_{-\frac{1}{2}}(x) + \right. \\ \left. + \frac{kT}{\varepsilon_g} \left[K_2 \left(\frac{15}{4} F_{\frac{3}{2}}(x) - \frac{3}{2} x F_{\frac{1}{2}}(x) \right) + \nu (3F_{\frac{1}{2}}(x) - 2xF_{-\frac{1}{2}}(x)) \times \right. \right. \\ \left. \times (K_1\sigma + K_2(2n+1)) + \nu^2 (2n+1) (F_{-\frac{1}{2}}(x) - 2xF_{-\frac{3}{2}}(x)) \times \right. \\ \left. \left. \times (2K_0\sigma + K_2(2n+1)) \right] \right\}. \quad (26)$$

Как видно из выражения (23), при $\nu \gg 1$ аргумент интеграла Ферми с возрастанием значений n довольно быстро становится отрицательным. Это обстоятельство, связанное с тенденцией снятия вырождения магнитным полем, облегчает практическое суммирование по n в формулах (24а), (26). В случае невырожденного электронного газа, когда $F_r(x) = e^x$, выражение (26) заметно упрощается и принимает вид

$$\alpha = -\frac{k}{e} \left\{ \frac{3}{2} + \nu \operatorname{cth} \nu - \ln \left[\frac{4N \operatorname{sh} \nu}{\nu \operatorname{ch} \mu} \left(\frac{\pi \hbar^2}{2mkT} \right)^{3/2} \right] - \mu \operatorname{th} \mu + \right. \\ \left. + \frac{kT}{\varepsilon_g} \left[2K_0\nu^2 \left(\frac{\nu \operatorname{th} \mu}{\operatorname{sh}^2 \nu} - \frac{\mu \operatorname{cth} \nu}{\operatorname{ch}^2 \mu} \right) + K_1\nu \left(\operatorname{th} \mu - \frac{\mu}{\operatorname{ch}^2 \mu} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - K_2 \left(\frac{3}{2} + \frac{\nu^2}{\operatorname{sh}^2 \nu} + \nu \operatorname{cth} \nu + \frac{4\nu^3 \operatorname{cth} \nu}{\operatorname{sh}^2 \nu} \right) \right] \right\}. \quad (27)$$

Здесь химпотенциал заменен его значением, полученным из условия (24а). Выражение (27) совпадает с тем, которое было вычислено в работе [15].

При абсолютном вырождении, когда $F_r(x) = \frac{x^{r+1}}{\Gamma(r+2)}$, термоэдс в соответствии с принципом Нернста равняется нулю. В случае сильного вырождения, если плотность электронов достаточно велика, так что помимо условия $\frac{\zeta}{kT} \gg 1$ выполняется условие $\frac{\zeta}{\hbar\omega} \gg 1$, нетрудно убедиться, воспользовавшись формулой суммирования Пуассона, что термоэдс проявляет осцилляции, наличие которых является общим свойством физических величин, характеризующих вырожденный электронный газ в квантующем магнитном поле.

Легко видеть также, что в случае, когда химпотенциал полностью вырожденного газа удовлетворяет условию

$$1 + \frac{yg}{2} \leq \frac{2\zeta}{\hbar\omega} < 1 - \frac{yg}{2}, \quad (28)$$

то все носители тока занимают наинизший энергетический уровень, т. е. осуществляется квантовый предел и имеются электроны только с одним направлением спина ($\sigma = +1$). При этом для параболической зоны ($\varepsilon_g \rightarrow \infty$) имеем:

$$\zeta = \frac{\hbar\omega}{2} + \frac{1}{4} yg\hbar\omega + \frac{N^2}{a^2}, \quad (29)$$

$$a^2 = \frac{\omega^2 m^3}{2\pi^4 \hbar^4}.$$

Тогда термоэдс в первом исчезающем приближении по вырождению равна

$$\alpha = - \frac{k}{e} \frac{\omega^2 m^3 k T}{12\pi^2 N^2 \hbar^4}. \quad (30)$$

В случае же, когда концентрация электронов такова, что выполняется условие

$$3 + \frac{yg}{2} > \frac{2\zeta}{\hbar\omega} \gg 1 - \frac{yg}{2}, \quad (31)$$

т. е. реализуется квантовый предел и имеются электроны с обеими ориентациями спина,

$$\zeta = \frac{N^2}{4a^2} + \frac{\hbar\omega}{2} + \left(\frac{ayg\hbar\omega}{4N} \right)^2, \quad (32)$$

$$\alpha = - \frac{k}{e} \frac{\pi^2}{6} \left(\frac{N^2}{4a^2 k T} - \frac{\mu^2 a^2 k T}{N^2} \right)^{-1}. \quad (33)$$

Легко видеть, что при условии

$$\frac{N^2}{2a^2} = - \frac{1}{4} yg\hbar\omega, \quad (34)$$

выражения (29) и (32) дают одинаковое значение для химпотенциала

$$\zeta = \frac{\hbar\omega}{2} - \frac{1}{4} yg\hbar\omega,$$

совпадающее с уровнем энергии ($n=0$, $k_z=0$, $\sigma=-1$). При этом, как видно из формулы (33), α резко возрастает, что связано с возникновением электронов с $\sigma=-1$.

Следует отметить также, что значение магнитного поля, полученное из условия (34), представляет собой максимальное значение магнитного поля, допускаемое правой частью неравенства (31). Условие (34) может быть использовано для экспериментального определения g -фактора.

В заключение выражаю глубокую благодарность Ансельму А. И. и Образцову Ю. Н. за просмотр рукописи и ценные замечания.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вычислим без учета границы усредненный по ансамблю макроскопический поток энергии, переносимой электронами проводимости

$$w_0 = S_p \hat{\rho} \hat{w}_0 = \frac{1}{2} S_p \hat{\rho} (\hat{H} \hat{v} + \hat{v} \hat{H}). \quad (\text{П1})$$

Гамильтониан электрона в магнитном и электрическом ($E=E_x$) полях при отсутствии рассеивающего потенциала равен

$$\dot{H} = \dot{H}_0 + eEx, \quad (\text{П2})$$

где $\dot{H}_0$ в случае непараболической зоны [11] равен

$$\dot{H}_0 = \frac{\dot{P}^2}{2m} - \frac{\dot{P}_1}{(2m)^2 \varepsilon_g}. \quad (\text{П3})$$

Здесь кинетический импульс $\dot{P} = \frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r})$; $\mathbf{A}(0, Hx, 0)$ — вектор потенциал, m — эффективная масса электронов на дне зоны проводимости, ε_g — ширина запрещенной зоны. Собственные функции и собственные значения гамильтониана (П3) равны

$$\left. \begin{aligned} \Psi_\alpha &= e^{i(k_y y + k_z z)} \Phi_n(x - x_\alpha); & x_\alpha &= -\hbar k_y / m\omega \\ E_\alpha &= \varepsilon_\alpha \left(1 - \frac{\varepsilon_\alpha}{\varepsilon_g}\right); & \varepsilon_\alpha &= \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2}\right) + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \end{aligned} \right\}, \quad (\text{П4})$$

где α совокупность квантовых чисел n, k_y, k_z . Φ_n — осцилляционные волновые функции. Оператор скорости электрона [8]

$$\dot{\mathbf{v}} = \frac{d\dot{\mathbf{r}}}{dt} = \frac{\dot{\mathbf{P}}}{m} - \frac{1}{2m^2 \varepsilon_g} (\dot{\mathbf{P}} \dot{\mathbf{P}}^2 + \dot{\mathbf{P}}^2 \dot{\mathbf{P}}). \quad (\text{П5})$$

Одночастичная матрица плотности определяется из уравнения движения

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [\dot{H}, \rho]. \quad (\text{П6})$$

В линейном приближении по E в представлении, в котором диагонален $\dot{H}_0$,

$$\rho_{\alpha\alpha'} = f(E_\alpha) \delta_{\alpha\alpha'} + eEx_{\alpha\alpha'} \frac{f_\alpha - f_{\alpha'}}{E_\alpha - E_{\alpha'}}. \quad (\text{П7})$$

Вычислим поток энергии (П1) в представлении $\dot{H}_0$. Учитывая, что

$$x_{\alpha\alpha'} = \left\{ x_\alpha \delta_{n, n'} + \left(\frac{\hbar}{2m\omega} \right)^{\frac{1}{2}} \left[(n+1)^{\frac{1}{2}} \delta_{n', n+1} + n^{\frac{1}{2}} \delta_{n', n-1} \right] \right\} \delta_{k, k'}, \quad (\text{П8})$$

$$v_{\alpha\alpha'}^x = i \left(\frac{\hbar\omega}{2m} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_{\alpha'}}{\varepsilon_g} \right) \left[n^{\frac{1}{2}} \delta_{n', n-1} - (n+1)^{\frac{1}{2}} \delta_{n', n+1} \right] \delta_{k, k'}, \quad (\text{П9})$$

$$v_{\alpha\alpha'}^y = \left(\frac{\hbar\omega}{2m} \right)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{\varepsilon_\alpha + \varepsilon_{\alpha'}}{\varepsilon_g} \right) \left[n^{\frac{1}{2}} \delta_{n', n-1} + (n+1)^{\frac{1}{2}} \delta_{n', n+1} \right] \delta_{k, k'}, \quad (\text{П10})$$

после несложных преобразований получим

$$w_x^0 = 0, \quad w_y^0 = -\frac{cE}{H} \sum_\alpha f(E_\alpha) E_\alpha = v_y u. \quad (\text{П11})$$

Таким образом, в нулевом приближении по рассеянию поток энергии течет в направлении u , причем ω_u равняется, как и в случае параболической зоны, произведению внутренней энергии на холловскую скорость.

ЦНИ физико-техническая лаборатория
АН АрмССР

Поступила 19 июля 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Ансельм, Ю. Н. Образцов, Р. Г. Тарханян. ФТТ, 7, 2837 (1965).
2. А. И. Ансельм, Б. М. Аскеров. ФТТ, 3, 3688 (1961).
3. В. В. Андреев, А. М. Косевич. ЖЭТФ, 39, 741 (1960).
4. П. С. Зырянов. ФТТ 5, 2576 (1963).
5. А. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред. ГИТТЛ, М., 1957.
6. Ю. Н. Образцов. ФТТ, 6, 414 (1964).
7. Ю. Н. Образцов. ФТТ, 7, 573 (1965).
8. А. И. Ансельм, Ю. Н. Образцов, Р. Г. Тарханян. ФТТ, 6, 3620 (1964).
9. А. И. Ансельм, Б. М. Аскеров. ФТТ, 2, 2310 (1960).
10. S. M. Pury, T. H. Geballe. Phys. Rev., 136A, 1776 (1964).
11. R. F. Wallis, Phys. Chem. Sol. 4, 101 (1958).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Статистическая физика. Наука, М., 1964.
13. Р. Г. Тарханян. ФТТ, 7, 2688 (1965).
14. Дж. Блекмор. Статистика электронов в полупроводниках. Мир, М., 1964.
15. А. И. Ансельм, Р. Г. Тарханян. ФТТ, 6, 3357 (1964).

ԿԻՍՍԱՆՈՐԴԻԶՆԵՐԻ ԹԵՐՄՈԷԼԵԿՏՐՈՆԱԿԱՆ ՈՒՇԺ ՈՒՇԵՂ ՄԱԳՆԵՏԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ

Ռ. Հ. ԹԱՐԽԱՆՅԱՆ

Ցույց է տրված, որ ուժեղ մագնիսական դաշտում կամայական հաղորդականության գոտի ունեցող էլեկտրոնային կիսահաղորդիչի թերմոէլեկտրաշարժ ուժը, հոսանքակիրների ցրումը արհամարհելու դեպքում, արտահայտվում է (6) բանաձևով: Ստացված է ընդհանուր բանաձև ուժեղ մագնիսական դաշտում էներգիայի հոսքի խտության համար: Ստացված են նաև արտահայտություններ n -InSb տիպի կիսահաղորդիչների թերմոէլեկտրաշարժ ուժի համար՝ էլեկտրոնների ալլաքերիվածության կամայական աստիճանի դեպքում: Քննարկված են մի քանի մասնավոր դեպքեր:

THERMAL E.M.F. IN SEMICONDUCTORS IN A HIGH MAGNETIC FIELD

by. R. G. TARKHANIAN

It is shown that the expression for the thermal e.m.f. (6) in high quantising magnetic field remains valid in the presence of spherical-symmetrical zone with an arbitrary dispersion rule for the energy conduction electrons. A general expression for the indispersive energy current density is obtained. On the basis of (6) the thermoelectric power in n -type InSb in arbitrary degeneracy of electrons is calculated.

* Численный анализ общей формулы (26) показывает, что поправка, связанная с учетом непараболичности, составляет около 15% подтверждаемого на опыте теоретического значения термоэдс. Это обстоятельство еще раз показывает, что для правильного объяснения явлений переноса в полупроводниках типа n -InSb необходимо и обязательно принимать во внимание непараболичность зоны проводимости.

ВЛИЯНИЕ ПРИРОДЫ РАСТВОРИТЕЛЯ НА ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКУЮ ВЯЗКОСТЬ И РАЗМЕРЫ МАКРОМОЛЕКУЛ ПОЛИХЛОРОПРЕНА

А. В. ГЕВОРКЯН, Р. В. БАГДАСАРЯН, А. Г. МЕЛКОНЯН

В статье рассматривается влияние природы растворителя (в термодинамическом отношении) на характеристическую вязкость $[\eta]$ и размеры макромолекул $(\bar{M}^2)^{1/2}$ 5 узких фракций полихлоропрена (наирит II) в интервале молекулярных весов $(0,64 \div 2,85) \cdot 10^6$.

С увеличением межмолекулярного взаимодействия звеньев клубка с растворителем (A_2) размеры макромолекул возрастают 1,5—2 раза по сравнению с их величиной в θ -точке ($A_2 = 0$).

Найдены уравнения, связывающие $[\eta]$ и $(\bar{M}^2)^{1/2}$ с молекулярным весом $\bar{M}_w$ для толуола, дихлорэтана, хлороформа и диоксана.

При равных значениях степени полимеризации z размеры макромолекул в растворе определяются степенью гибкости молекулярных цепей и их взаимодействием с растворителем. Поэтому изучение (в данном случае светорассеяния и вязкости) одного и того же образца полимера в различных растворителях представляет определенный интерес с точки зрения характеристики влияния термодинамических параметров межмолекулярного взаимодействия (A_2) на размеры макромолекул, возмущенных в различных растворителях в разной степени [1].

С этой целью нами исследовался полихлоропрен, макромолекула которого обладает большой степенью свернутости (термодинамической гибкостью) молекулярных цепей [2].

Результаты и их обсуждение

Исходный образец полимера (наирит II), полученный эмульсионной полимеризацией при 40°C , был расфракционирован методом дробного осаждения из 1% бензольного раствора метанолом. Были выделены 22 узкие фракции, из высокомолекулярной части которых в настоящей работе использованы 5. Монодисперсность выделенных фракций была проверена турбидиметрическим титрованием. Размеры макромолекул и молекулярные веса определяли на визуальной круговой нефелометрической установке [3] методом асимметрии светорассеяния [4] и двойной экстраполяцией (метод Зимма) [5]. При исследовании использовался неполяризованный монохроматический пучок света с $\lambda = 5460 \text{ \AA}$, а в качестве стандарта для определения приведенной интенсивности R_0 был выбран тщательно очищенный, криоскопически чистый бензол, $R_{90^\circ} = 16,3 \cdot 10^{-6} \text{ см}^{-1}$. Светорассеяние и вязкость фракций определяли в растворителях: диоксан, дихлорэтан, толуол, хлороформ, а для Π^B -фракций также в бензоле, четыреххлористом углероде и идеальном (θ)-растворителе (смесь 82,45% бензол +

+17,55% метанол) при $T=21^{\circ}\text{C}$ [6]. Перед измерением светорассеяния растворы всех фракций очищались от пыли фильтрованием и 40—45-минутным центрифугированием в поле ускорения 20000g. Растворители очищались многократной перегонкой и фильтрованием через стеклянный фильтр № 4. Критерием их чистоты служило отсутствие ассиметрии светорассеяния.

Инкремент показателя преломления растворов определялся на рефрактометре ИРФ-23. Результаты представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты рефрактометрических измерений использованных растворителей и инкременты показателя преломления полихлоропрена в них

Растворители	n_D	$\frac{dn}{dc}$
Бензол	1,50147	0,053
Диоксан	1,42476	0,138
Дихлорэтан	1,44695	0,116
В-растворитель	1,46872	0,080
Толуол	1,49863	0,056
CCl_4	1,46234	0,104
Хлороформ	1,44568	0,127

Характеристическую вязкость $[\eta]$ растворов фракций определяли в модифицированных вискозиметрах типа Бишофа (с висичим уровнем). Поправка на кинетическую энергию (для всех растворителей) была мала и не вводилась. Все измерения вязкости растворов проводились при $T=20^{\circ}\text{C}$ с термостатированием до $0,1^{\circ}$. Результаты измерений представлены в табл. 2, на рис. 1—кривые светорассеяния для ПБ-фракций. Как видно из таблицы, воспроизводимость при определении средневесового молекулярного веса $\bar{M}_w$ лежит в пределах погрешности эксперимента (5—8%).

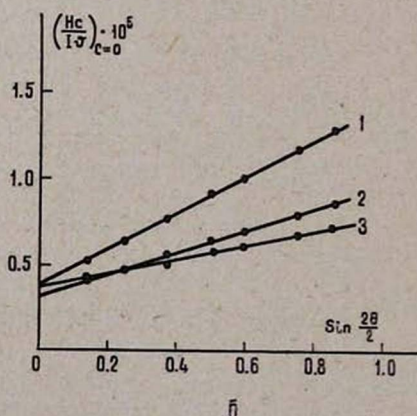
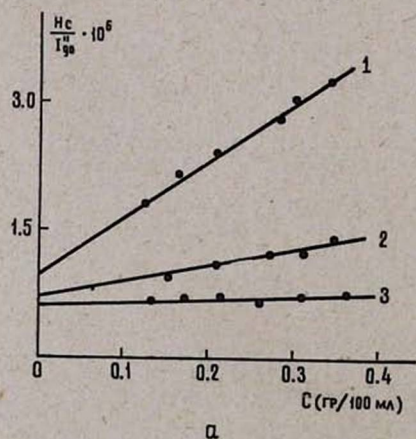


Рис. 1. Кривые зависимости $\frac{Hc}{I_{90}}$ от c (а) и $\left(\frac{Hc}{I_0}\right)_{c=0}$ от $\sin^2 \frac{\theta}{2}$ (б) для ПБ-фракции полихлоропрена в растворах: 1—в толуоле, 2—в дихлорэтане, 3—в диоксане.

Зависимости характеристической вязкости фракций $[\eta]$ и размеров макромолекул $(\bar{h}^2)^{1/2}$, в исследованных растворителях от молекулярного веса $\bar{M}_w$ (в двойном логарифмическом масштабе) приведены на рис. 2. Как видно из рисунков, точки вполне удовлетворительно (в пределах ошибки эксперимента) укладываются на прямой и могут быть описаны уравнениями:

$$[\eta] = 9,22 \cdot 10^{-5} \bar{M}_w^{0,74};$$

$$(\bar{h}^2)^{1/2} = 0,33 \bar{M}_w^{0,59} \text{ \AA} \text{ (толуол);}$$

$$[\eta] = 1,99 \cdot 10^{-4} \bar{M}_w^{0,67};$$

$$(\bar{h}^2)^{1/2} = 0,43 \bar{M}_w^{0,56} \text{ \AA} \text{ (дихлорэтан);}$$

$$[\eta] = 5,13 \cdot 10^{-4} \bar{M}_w^{0,59};$$

$$(\bar{h}^2)^{1/2} = 0,60 \bar{M}_w^{0,53} \text{ \AA} \text{ (хлороформ);}$$

$$[\eta] = 9,12 \cdot 10^{-4} \bar{M}_w^{0,54};$$

$$(\bar{h}^2)^{1/2} = 0,69 \bar{M}_w^{0,51} \text{ \AA} \text{ (диоксан);}$$

где экспоненты удовлетворяют условиям

$$[\eta] \sim M^a \text{ и } (\bar{h}^2)^{1/2} \sim M^{\frac{1+a}{3}}. \quad (2)$$

Здесь $a = \frac{1+3\varepsilon}{2}$, отсюда значения ε , обусловленные взаимодействием дальнего порядка (объемными эффектами) в полимерной цепочке, равны соответственно: $\varepsilon = 0,16; 0,11; 0,07$ и $0,02$. Теоретическое значение его лежит в пределах $0 \leq \varepsilon \leq 0,2$ [7].

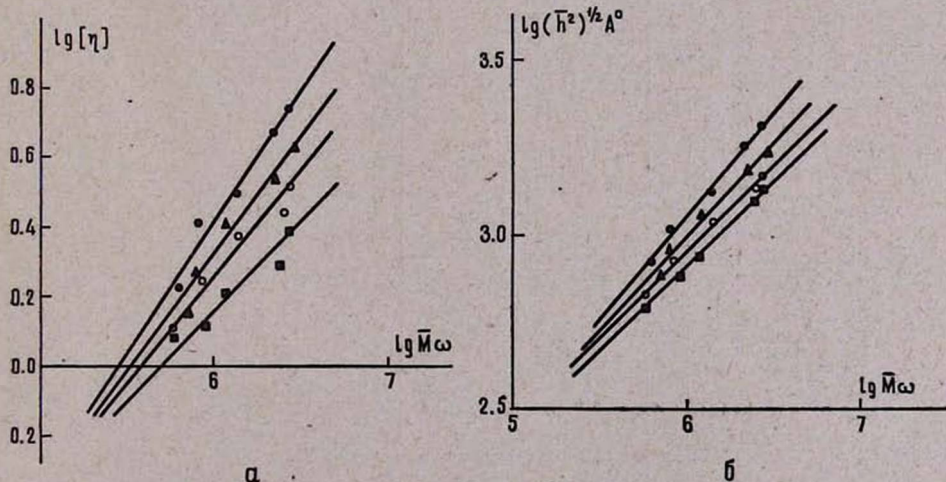


Рис. 2.—Зависимость $\lg[\eta]$ (а) и $\lg(\bar{h}^2)^{1/2}$ (б) от $\lg \bar{M}_w$ для фракций полихлоропрена в растворах: ●—в толуоле, ▲—в дихлорэтане, ○—в хлороформе, ■—в диоксане.

Таблица 2

Результаты измерений светорассеяния и вязкости фракций полихлоропрена в различных растворителях

№	Толуол				Бензол				Диоксан				θ-растворитель	
	$[\eta]$ дЛ/г	$\bar{M}_w \cdot 10^{-6}$	$A_2 \cdot 10^4$	$(\bar{h}^2)^{1/2}$ Å	$[\eta]$ дЛ/г	$\bar{M}_w \cdot 10^{-6}$	$A_2 \cdot 10^4$	$(\bar{h}^2)^{1/2}$ Å	$[\eta]$ дЛ/г	$\bar{M}_w \cdot 10^{-6}$	$A_2 \cdot 10^4$	$(\bar{h}^2)^{1/2}$ Å	$[\eta]$ дЛ/г	$(\bar{h}^2)^{1/2}$ Å
П ^Б	5,35	2,69	3,3	2070	5,67	2,98	3,60	2150	2,4	2,74	0,15	1390	2,08	1314
III	4,71	2,27	3,6	1810	—	—	—	—	1,95	2,51	0,17	1250	—	—
V	3,10	1,38	4,1	1330	—	—	—	—	1,64	1,19	0,25	890	—	—
IX	2,58	0,842	4,7	1040	—	—	—	—	1,30	0,913	0,42	775	—	—
XIII	1,65	0,653	4,9	836	—	—	—	—	1,22	0,602	0,54	614	—	—

Продолжение таблицы 2

№	Четыреххлористый углерод				Дихлорэтан				Хлороформ			
	$[\eta]$ дЛ/г	$\bar{M}_w \cdot 10^{-6}$	$A_2 \cdot 10^4$	$(\bar{h}^2)^{1/2}$ Å	$[\eta]$ дЛ/г	$\bar{M}_w \cdot 10^{-6}$	$A_2 \cdot 10^4$	$(\bar{h}^2)^{1/2}$ Å	$[\eta]$ дЛ/г	$\bar{M}_w \cdot 10^{-6}$	$A_2 \cdot 10^4$	$(\bar{h}^2)^{1/2}$ Å
П ^Б	4,74	2,86	2,1	1960	4,26	3,02	0,84	1750	3,23	2,80	0,42	1480
III	—	—	—	—	3,48	2,36	1,00	1560	2,80	2,56	0,47	1390
V	—	—	—	—	2,58	1,21	1,24	1150	2,35	1,40	0,63	1110
IX	—	—	—	—	1,88	0,82	1,56	887	1,72	0,872	0,80	854
XIII	—	—	—	—	1,40	0,68	1,86	772	1,30	0,584	1,07	677

Малое значение α (или ε) для системы полихлоропрен-диоксан свидетельствует об энергетической невыгодности контактов полимер-растворитель, что, естественно, обуславливает сравнительно небольшие размеры клубков полихлоропрена в данном растворителе (термодинамически плохом).

На рис. 3 изображено влияние „объемных эффектов“ на универсальную постоянную Флори Φ для ПБ-фракции полихлоропрена. С улучшением качества растворителя (в термодинамическом отношении) Φ убывает вследствие неоднородного разбухания клубка.

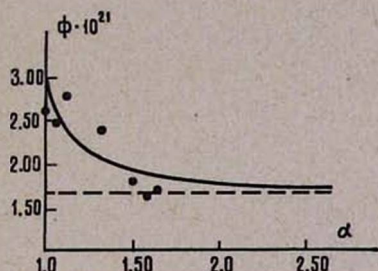


Рис. 3. Зависимость коэффициента Φ от коэффициента набухания клубков α . Сплошная кривая—теоретическая зависимость [7], пунктир—ее асимптота, $\bullet$ —полихлоропрен ($\bar{M}_w = 2,85 \cdot 10^6$) в различных растворителях.

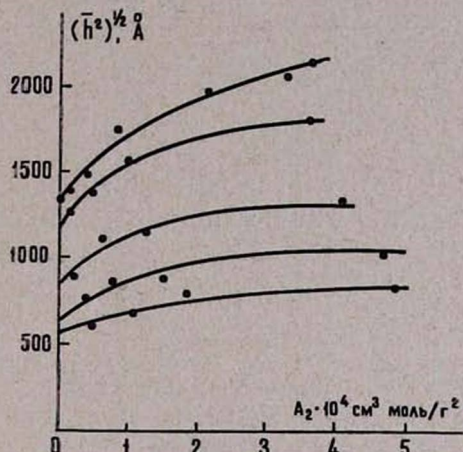


Рис. 4. Зависимость размеров клубков $(\bar{h}^2)^{1/2}$ от Второго вириального коэффициента A_2 для фракций полихлоропрена в различных растворителях.

На рис. 4 приведена зависимость размеров клубков от второго вириального коэффициента A_2 для фракций полихлоропрена в различных растворителях. Из рис. видно, что имеет место полная корреляция между размерами клубков $(\bar{h}^2)^{1/2}$ и величиной второго вириального коэффициента. При увеличении A_2 до $4-5 \cdot 10^{-1}$ размеры макромолекул увеличиваются $\sim 1,5-2$ раза по сравнению с их величиной в идеальном растворителе, что, очевидно, обусловлено усилением термодинамического взаимодействия сегментов (звеньев) клубка с растворителем.

ВЫВОДЫ

1. Исследованы светорассеяние и вязкость 5 узких фракций полихлоропрена в различных растворителях в интервале молекулярных весов $(0,64 \div 2,85) \cdot 10^6$.

2. Обработкой экспериментальных данных для данного полимергомологического ряда найдены уравнения, связывающие $[\eta]$ и $(\bar{h}^2)^{1/2}$ с молекулярным весом $\bar{M}_w$ для толуола, дихлорэтана, хлороформа и диоксана.

3. При увеличении межмолекулярного взаимодействия полимер-растворитель (A_2) размеры макромолекул возрастают до $1,5-2$ раз по сравнению с их величиной в θ -точке ($A_2 = 0$).

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. P. Flory, Principles of the Polymer Chemistry, N. Y., 1953. В. Н. Цветков, В. Е. Эскин, С. Я. Френкель, Структура макромолекул в растворах, Изд. "Наука", М. (1964).
2. Л. Г. Мелконян, Р. В. Багдасарян, А. В. Геворкян, Изв. АН АрмССР, серия хим. наук, 17, 5, 483 (1964), 18, 600 (1965).
3. В. Н. Цветков, В. С. Сказка, Оптика и спектроскопия, 7, 808 (1959).
4. В. Н. Цветков, К. Э. Фаттахов, О. В. Калистов, ЖЭТФ, 26, 351 (1954). В. Е. Эскин, Успехи физ. наук, 82, 649 (1964).
5. В. Н. Zimm, J. Chem. 16, 1099 (1948).
6. Л. Г. Мелконян, Р. В. Багдасарян, А. В. Геворкян, ДАН АрмССР, 41, 36 (1965).
7. О. Б. Птицын, Ю. Е. Эйзнер, Высокомолеку. соед., 1, 996 (1959), ЖТФ, 29, 1117 (1959).

ԼՈՒՄԻՆԵՐԵՆՏԻ ԲԵՐՆԱԿՈՒՄԻՆԱՆԸ ՊՈԼԻՔԼՈՐՈՊՐԵՆԻ ԽԱՐԱԿՏԵՐԻՍՏԻԿ ՄԱՇՈՒՆԻԿԱԿԱՆՈՒՄՆԵՐ ԵՎ ՄԱԿՐՈՄՈԼԵԿՈՒԼԻ ՉԱՓԵՐԻ ՎՐԱ

Ա. Վ. ԴԵՎՈՐԿՅԱՆ, Ռ. Վ. ԲԱԳԴԱՍԱՐՅԱՆ, Լ. Դ. ՄԵԼԿՈՆՅԱՆ

Աշխատանքում ուսումնասիրված է պոլիբլորոպրենի 5 նեղ ֆրակցիաների լուսա-
ցրումը և մածուցիկությունը տարբեր լուծիչներում, մոլեկուլայր կշիռների խտեղման
(2,85—0,64)·10⁵: էքզպերիմենտալ աշխատանքների մշակումը թույլ է տալիս դրելու հե-
տևյալ հավասարումները.

$$[\eta] = 9,22 \cdot 10^{-5} \bar{M}_w^{0,74};$$

$$(\bar{h}^2)^{1/2} = 0,33 \bar{M}_w^{0,59} \text{ \AA}. \quad (\text{առնում})$$

$$[\eta] = 1,99 \cdot 10^{-4} \bar{M}_w^{0,67}; \quad (\bar{h}^2)^{1/2} = 0,43 \bar{M}_w^{0,56} \text{ \AA}. \quad (\text{դեբորեթան})$$

$$[\eta] = 5,13 \cdot 10^{-4} \bar{M}_w^{0,59}; \quad (\bar{h}^2)^{1/2} = 0,60 \bar{M}_w^{0,53} \text{ \AA}. \quad (\text{բլորոֆորմ})$$

$$[\eta] = 9,12 \cdot 10^{-4} \bar{M}_w^{0,54}; \quad (\bar{h}^2)^{1/2} = 0,69 \bar{M}_w^{0,51} \text{ \AA}. \quad (\text{դեբուան})$$

Երկրորդ զիբեալ զործակցի (A_2) մեծացմանը զուգընթաց մակրոմոլեկուլի չափերը
մեծանում են 1,5—2 անգամ, համեմատած նրա չափերի հետ, երբ $A_2=0$ և $\alpha=1$ (իդեա-
լական լուծիչ):

EFFECT OF THE SOLVENT NATURE UPON INTRINSIC VISCOSITY AND MACROMOLECULE SIZE POLYCHLOROPRENE

by A. V. GEVORKIAN, R. V. BAGDASARIAN, L. G. MELKONIAN

The paper deals with the effect of the nature of the Solvent (with respect to thermodynamics) upon intrinsic viscosity $[\eta]$ and size of macromolecules $(\bar{h}^2)^{1/2}$ of five narrow fractions of polychloroprene (nairit II) in the molecular weight range of (0,64—2,85)·10⁵.

As the intermolecular interaction of the coil with the solvent (A_2) increases, the size of macromolecules increases ~ 1,5—2 times as compared to the size at the 0 point ($A_2=0$). Equations are derived to connect $[\eta]$ and $(\bar{h}^2)^{1/2}$ with the molecular weight M_w for toluene, dichloroethane, chloroform and dioxan.

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА РАЗМЕРЫ МОЛЕКУЛ ПОЛИХЛОРОПРЕНА В РАСТВОРЕ

А. В. ГЕВОРКЯН, Р. В. БАГДАСАРЯН, Л. Г. МЕЛКОНЯН

В работе исследована температурная зависимость размеров клубков 2 фракций полихлоропрена (с молекулярными весами $\bar{M}_w = 3,68 \cdot 10^5$ и $2,1 \cdot 10^5$) в смешанном растворителе (бензол+метанол). В сравнительно небольшом температурном интервале (от 21 (θ-точка) до 54°C) размеры макромолекул возрастают на 20—30% по сравнению с их величиной в θ-растворителе.

Изучение размеров изолированных макромолекул в настоящее время проводится с целью: а) выяснения зависимости размеров от молекулярного веса и б) влияния термодинамического взаимодействия полимера с растворителем и температуры на размеры макромолекулы. По первому вопросу имеется довольно много экспериментальных данных, однако второй вопрос весьма мало изучен.

В настоящей работе рассматривается влияние температуры в интервале (от 21 (θ-точка) [1] до 54°C) на размеры макромолекул двух узких фракций полихлоропрена. Изменение размеров фиксировалось по величине характеристической вязкости растворов $[\eta]$ согласно [2]

$$[\eta] = \Phi \frac{(\bar{h}^2)^{3/2}}{M}, \quad (1)$$

которая более чувствительна к изменению размеров клубков, нежели асимметрия светорассеивания, пропорциональная $\bar{h}^2$.

Результаты и их обсуждение

Исследуемый образец полихлоропрена был получен методом эмульсионной полимеризации при 40°C и расфракционирован на 22 фракции из 1% бензольного раствора метанолом. Для настоящей работы были использованы фракции 15 и 18, с молекулярными весами соответственно $\bar{M}_w = 3,68 \cdot 10^5$ и $2,1 \cdot 10^5$ (определены согласно [1]). Для измерений использовались криоскопически чистый бензол и тщательно обезвоженный и очищенный перегонкой метанол.

Перед измерением растворы, а также растворитель и осадитель, фильтровались через стеклянный фильтр № 2.

Характеристические вязкости растворов $[\eta]$ определялись модернизированным вискозиметром типа Бишофа (с висязим уровнем) со временем истечения растворителя в θ-точке ($T = 21^\circ\text{C}$, смесь: 82,45% бензол + 17,55% метанол (1)) ~ 200 сек. Расчет показал, что поправка на кинетическую энергию мала и поэтому ею пренебрегли. Результаты измерений представлены на рис. 1. Коэффициент k' в уравнении Хаггинса [3]

$$\frac{\eta_{yg}}{c} = [\eta] + k' [\eta]^2 c + \dots \quad (2)$$

(k' характеризует гидродинамическое взаимодействие макромолекул в данной системе полимер-растворитель) в θ -точке для обеих фракций равен $\sim 0,60$. С увеличением температуры значение его падает до 0,15 (при 54°C). Это вполне естественно, так как можно ожидать, что величина k' будет тем больше, чем хуже (в термодинамическом отношении) растворитель для данного полимера, поскольку вероятность случайных контактов макромолекул в таком растворителе больше, чем в хорошем [4]. Заметим, что параметр k' чувствителен и к сдвиговому напряжению, при котором производится измерение, что в свою очередь значительно усложняет проведение и интерпретацию результатов опыта. Так что попытки извлечь информацию о структуре макромолекул (например, разветвленность), что нередко делается в литературе, из измерений k' недостаточно убедительны, поскольку теория этого вопроса пока окончательно не разработана.

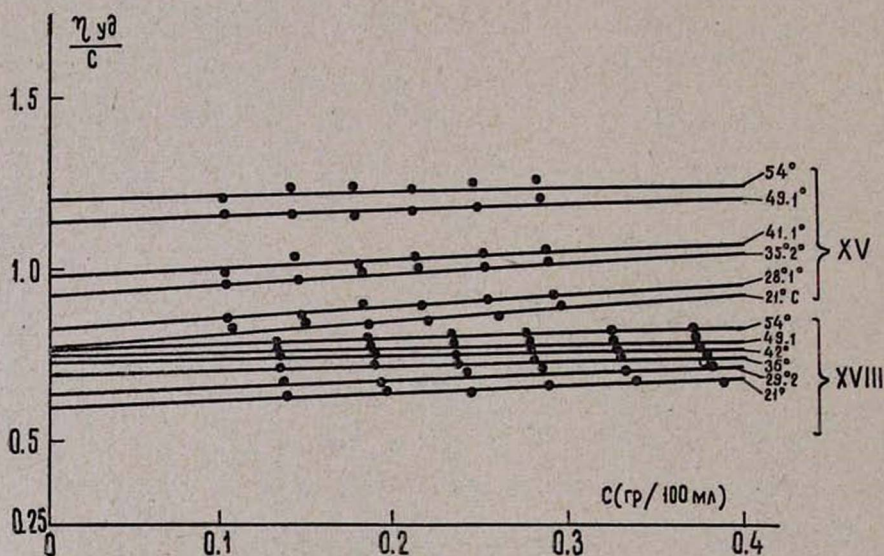


Рис. 1. Зависимость $\frac{\eta_{yg}}{c}$ при различных температурах от C для фракций полихлорпрена в смешанном растворителе (бензол + метанол).

Изменение температуры по-разному сказывается на размерах клубков $(\bar{M}^2)^{1/2}$ в хороших и плохих растворителях. На рис. 2 изображены результаты измерения характеристической вязкости $[\eta]$ для двух фракций полихлорпрена от температуры. Резкое увеличение набухания клубка, вследствие улучшения качества растворителя повышением его температуры, приводит к росту размеров макромолекулы. Это, несомненно, объясняется усилением (в термодинамическом отношении) взаимодействия полимер-растворитель, которое является преобладающим в отличие от случая хороших растворителей по сравнению с близкодействием („скелетного“ эффекта) в полимерной цепи.

Надо отметить, что в неидеальных растворителях с ростом температуры изменяется как ближнее, так и дальнее действие, что значительно усложняет интерпретацию получаемых результатов.

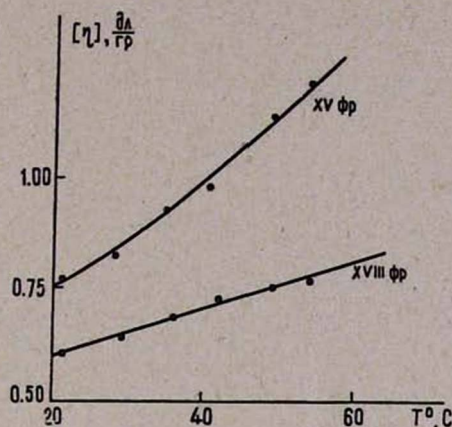


Рис. 2. Зависимость характеристической вязкости $[\eta]$ от температуры.

Гидродинамические размеры клубков полихлоропрена можно оценить, используя соотношение (1). Соответственно для фракций 15 и 18 получаем $(\bar{h}^2)^{1/2} = 464 \text{ \AA}$ и $354 \text{ \AA}$.

С улучшением качества растворителя (в данном случае повышением его температуры) неоднородное разбухание клубка, влияя на характер распределения сегментов (звеньев) внутри клубка, приводит к уменьшению значения Φ от $2,86 \cdot 10^{21}$ до $1,68 \cdot 10^{21}$, что в настоящее время считается экспериментально установленным и теоретически обоснованным фактом [5, 6]. Значение коэффициента Φ для большого числа хороших растворителей в среднем оказалось равным $2,1 \cdot 10^{21}$ [7]. С учетом этого при $T = 54^\circ\text{C}$ для изученных фракций полихлоропрена соответственно получаем $(\bar{h}^2)^{1/2} = 596 \text{ \AA}$ и $425 \text{ \AA}$. Таким образом, при сравнительно не очень большом температурном интервале размеры клубков увеличиваются по сравнению с их величиной в идеальном растворителе на $\sim 20\text{--}30\%$, что обусловлено осмотическим эффектом — увеличением степени растяжения клубка $\alpha = \frac{(\bar{h}^2)^{1/2}}{(\bar{h}^2)_0^{1/2}}$ (в данном случае

1,20 и 1,28) при усилении термодинамического взаимодействия полимер—растворитель. Роль „объемных эффектов“ особенно велика для первой фракции (рис. 2). В самом деле, именно для длинных и гибких полимерных цепей далекие атомы могут случайно (в результате теплового движения молекул) сблизиться на расстояние порядка их ван-дер-ваальсовых радиусов. Это и приводит к отклонению от гауссовой функции распределения для расстояний между концами цепи, увеличивая тем самым относительную вероятность больших расстояний [8].

ВЫВОДЫ

1. Исследовано изменение размеров макромолекул двух узких фракций полихлоропрена в растворе по величине характеристической вязкости $[\eta]$ в зависимости от температуры.

2. В небольшом температурном интервале (от $T = 21$ (θ-точка) до 54°C) размеры клубков возрастают на 20—30% по сравнению с их размерами в θ-растворителе.

ВНИИПолимер

Поступила 4 октября 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Г. Мелконян, Р. В. Багдасарян, А. В. Геворкян, ДАН АрмССР, 41, 36 (1965).
2. P. J. Flory, T. J. Fox, J. Amer. Chem. Soc., 73, 1904 (1951).
3. M. Huggins, J. Amer. Chem. Soc., 64, 2716 (1942).
4. В. Н. Цветков, В. Е. Эскин, С. Я. Френкель, Структура макромолекул в растворах, Из-во "Наука" М. (1964).
5. О. Б. Птицын, УФН, 69, 371 (1959).
6. W. Krigbaum, D. Carpenter, J. Phys. Chem., 59, 1166 (1955).
7. О. Б. Птицын, Ю. Е. Эйзнер, Высокомолекуляр. соед., 1, 966 (1959), ЖТФ, 29, 1117 (1959).
8. P. Flory, Principles of the Polymer Chemistry, N. Y. 1953.
9. М. В. Волькенштейн, Конфигурационная статистика полимерных цепей, Изд. АН СССР, М.—Л. (1959).

Ա. Վ. ԳԵՎՈՐԿՅԱՆ, Ռ. Վ. ԲԱԳԴԱՍԱՐՅԱՆ, Լ. Գ. ՄԵԼԿՈՆՅԱՆ

ՋԵՐՄԱՆԱՍԻՃԱՆԻ ԱՋԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ՊՈԼԻՔԼՈՐՈՊՐԵՆԻ
ՄԱԿՐՈՄՈԼԵԿՈՒԼԻ ՉԱՓԵՐԻ ՎՐԱ ԼՈՒԾՈՒՅՐՈՒՄ

Այնպիսի ժառանգական մեջ հետազոտված է պոլիքլորոպրենի երկու ֆրակցիաների (մոլեկուլային կշիռներով համապատասխանաբար $2,1$ և $2,68 \cdot 10^5$) մակրոմոլեկուլների չափերի փոփոխությունը՝ կախված լուծիչի ջերմաստիճանից: Ջերմաստիճանային ոչ մեծ միջակայքում 21°C (իզոալակալ լուծիչ) մինչև 54°C , մոլեկուլային կշիռների չափերը ավելանում են 20—30%-ով և լուծիչում նրանց ունեցած չափերի նկատմամբ:

THE INFLUENCE OF TEMPERATURE ON POLYCHLOROPRENE
MACROMOLECULE SIZE IN SOLVENT

by A. V. GEVORKIAN, R. V. BAGHDASSARIAN, Z. G. MELKONIAN

The temperature dependence of the coil size of two fractions of polychloroprene (with molecular weights $M_w = 3.68 \cdot 10^5$ and $2,1 \cdot 10^5$ respectively) in a mixed solvent (benzene and methanol) is investigated in the paper.

Over a comparatively small temperature range (from 21° (θ point) to 54° the sizes of macromolecules increase by ~20—30% as against their values in a θ-solvent.

ВЛИЯНИЕ ТЫЛОВОГО КОНТАКТА НА ВОЛЬТАМПЕРНУЮ ХАРАКТЕРИСТИКУ ДИОДА

Г. М. АВАКЬЯНЦ, Г. ХАШИМОВ

Исследуется влияние тылового контакта на распределение концентрации носителей тока. Выводятся основные соотношения, применимые для любых типов контактов. Определяется критическая концентрация электронов, при которой с тылового контакта начинается инжекция.

В зависимости от технологии изготовления и свойств материалов контакты могут быть омическими или выпрямляющими. Эти два вида являются предельными. Большинство реальных контактов имеет промежуточные свойства. С другой стороны, в зависимости от силы протекающего тока свойства одного и того же контакта могут плавно меняться. Например, неинжектирующий контакт может стать выпрямляющим. В связи с этим появляется необходимость учета влияния тылового контакта на процессы, происходящие в базе диода при прохождении тока.

Здесь выведены основные соотношения, применяемые при любом типе контакта.

§ 1. Распределение и градиент концентрации неосновных носителей

Рассмотрим структуру металл- p^+ - n -металл (рис. 1). Контакт между металлом и p^+ -областью считаем омическим, а в приконтактной области между полупроводником n -типа и металлом имеется барьер антизапорного или запиорного характера в зависимости от изготовления и природы контактирующих материалов. Следовательно, в дальнейшем речь будет идти только о контакте полупроводник n -тип-металл. Внешнее напряжение к p - n -переходу приложено в прямом направлении. Решив дифференциальное уравнение для распределения неосновных носителей в базе (n) диода без среднего члена [1], получим

$$p(x) - p_n = \frac{[p(0) - p_n] \operatorname{sh} \frac{x_1 - x}{L_p} + [p_0 - p_n] \operatorname{sh} \frac{x}{L_p}}{\operatorname{sh} \frac{x_1}{L_p}}. \quad (1.1)$$

Здесь $p(0)$, p_0 — концентрация дырок в точке $x = 0$ и $x = x_1$ соответственно;

p_n — равновесная концентрация дырок в базе;

L_p — длина диффузионного смещения дырок;

$$\frac{1}{L_p^2} = \frac{1}{D_p \tau_p} \frac{(b+1)p + bN_g}{(2p + N_g)b}, \quad (1.2)$$

x_1 — длина квазинейтральной области базы диода;

b — отношение подвижности $\frac{u_n}{u_p}$.

Второе слагаемое в числителе формулы (1,1) появилось вследствие неомичности контакта. Проанализируем его влияние на градиент концентрации дырок $\left(\frac{dp}{dx}\right)$ вдоль базы.

В общем виде

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_{p_0 > p_n} = - \frac{[p(0) - p_n] \operatorname{ch} \frac{x_1 - x}{L_p} - [p_0 - p_n] \operatorname{ch} \frac{x}{L_p}}{L_p \operatorname{sh} \frac{x_1}{L_p}}, \quad (1,3)$$

и при омическом контакте

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_{p_0 = p_n} = - \frac{[p(0) - p_n] \operatorname{ch} \frac{x_1 - x}{L_p}}{L_p \operatorname{sh} \frac{x_1}{L_p}}. \quad (1,4)$$

Сравнение (1,3) и (1,4) показывает, что

$$\left|\frac{dp}{dx}\right|_{p_0 = p_n} > \left|\frac{dp}{dx}\right|_{p_0 > p_n}, \quad (1,5)$$

т. е. неомичность контакта уменьшает $\frac{dp}{dx}$, а это может привести к уменьшению диффузионной составляющей дырочного тока по сравнению с полевым членом. Это справедливо во всех точках квазинейтральной области базы диода.

Берем отношение (1,3) к (1,4)

$$\nu = 1 - \eta^{-1} \operatorname{ch} \frac{x}{L_p} \operatorname{sch} \frac{x_1 - x}{L_p}, \quad (1,6)$$

где $\eta = [p(0) - p_n][p_0 - p_n]$.

Знак величины ν указывает направление $\frac{dp}{dx}$ (при $\nu > 0$ вдоль поля, а при $\nu < 0$ против поля).

Второе слагаемое в (1,6) характеризует отношение $\frac{dp}{dx}$, направленного против поля к $\frac{dp}{dx}$ вдоль поля в данной точке x .

В зависимости от η и расположения рассматриваемой точки в области $0 < x < x_1$ ν может быть различной и по знаку, и по величине (т. е. $\nu \leq 0$).

Рассмотрим два крайних значения ν в зависимости от x . Выпишем (1,6) для точки $x = 0$

$$\nu_0 = 1 - \eta^{-1} \operatorname{sch} \frac{x_1}{L_p}. \quad (1,7)$$

При выполнении $[p(0) - p_n] \geq [p_0 - p_n]$ (*) для любых малых значений $\frac{x_1}{L_p}$ второй член в (1.7) не будет равным единице. Следовательно, v_0 может быть $0 < v_0 < 1$, но не равно нулю. Это означает, что в точке $x = 0$ всегда существует $\frac{dp}{dx}$, направленный вглубь полупроводника и имеющий максимальное значение, когда контакт омический (т. е. при $p_0 = p_n$, $v_0 = 1$) (рис. 2).

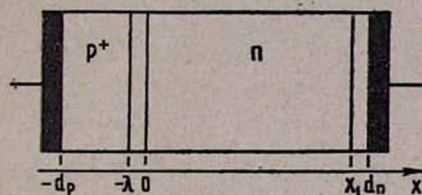


Рис. 1. Структура диода; λ — область p-n-перехода. ox_1 — длина квазинейтральной области базы. $x_1 d_n$ — ширина слоя объемного заряда.

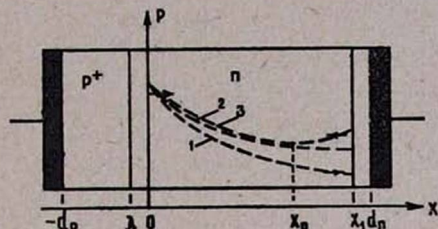


Рис. 2. Распределение дырок в базе (качественно): 1 — $\left(\frac{dp}{dx}\right)_{x_1} < 0$, 2 — $\left(\frac{dp}{dx}\right)_{x_1} = 0$, 3 — $\left(\frac{dp}{dx}\right)_{x_1} > 0$; стрелкой указано направление $\frac{dp}{dx}$. x_0 — точка минимума концентрации дырок.

Теперь выпишем формулу (1.6) для точки $x = x_1$

$$v_{x_1} = 1 - \eta^{-1} \operatorname{ch} \frac{x_1}{L_p}. \quad (1.8)$$

В отличие от рассуждений, сделанных по отношению к (1.7), здесь при выполнении (*) второе слагаемое в зависимости от $\frac{x_1}{L_p}$ может удовлетворять следующим условиям:

$$\eta^{-1} \operatorname{ch} \frac{x_1}{L_p} \begin{cases} \leq 1, \\ > 1, \end{cases} \quad (1.9)$$

соответственно каждому случаю.

Рассмотрим их в отдельности.

1. Пусть

$$\operatorname{ch} \frac{x_1}{L_p} < \eta, \quad (1.10)$$

тогда значение v_{x_1} удовлетворяет неравенству $0 < v_{x_1} < 1$ и результирующий $\frac{dp}{dx}$ направлен от полупроводника к металлу (рис. 2—1).

2. Пусть

$$\operatorname{ch} \frac{x_1}{L_p} = \eta, \quad (1.11)$$

тогда значение $v_{x_1} = 0$, т. е. результирующий $\frac{dp}{dx}$ равен нулю (рис. 2—2),

неосновные носители движутся только под действием приложенного поля.

3. Пусть

$$\operatorname{ch} \frac{x_1}{L_p} > \eta, \quad (1.12)$$

тогда значение v_{x_1} отрицательно ($v_{x_1} < 0$), т. е. в точке x_1 результирующий $\frac{dp}{dx}$ направлен от тылового контакта в глубь полупроводника (рис. 2—3). Полный дырочный ток в этом случае равен разности полевых и диффузионных членов и направлен в сторону контакта. При выполнении последнего неравенства (1.12) в области базы диода существует точка (x_0) минимума концентрации дырок, которая определяется из следующего соотношения

$$\eta \operatorname{ch} \frac{x_1 - x_0}{L_p} = \operatorname{ch} \frac{x_0}{L_p}, \quad (1.13)$$

а минимальная концентрация

$$p_{\min} - p_n = [p(0) - p_n] \operatorname{sch} \frac{x_0}{L_p} = [p_0 - p_n] \operatorname{sch} \frac{x_1 - x_0}{L_p}. \quad (1.13a)$$

Если $\eta = 1$, то точка x_0 расположена в центре участка ox_1 . Когда $\eta < 1$, точка минимума будет близка к p - n -переходу, а при $\eta > 1$ — близка к тыловому контакту.

При выполнении условия квазинейтральности ($p - p_n = n - N_g$) все сказанное справедливо и для электронов с заменой знака η на обратный.

§ 2. Дырочные и электронные токи

Теперь переходим к определению дырочных и электронных токов для двух рассмотренных крайних точек 0, x_1 .

На основе токовых уравнений легко найти для точки $x = 0$

$$j = j_p(0) + j_n(0) = \frac{(1 + a_1) b_2 + (1 + a_2) b_1}{1 - a_1 a_2}. \quad (2.1)$$

Значения приведенных обозначений даны в работе [2]. Величина j_{p0} , входящая в b_1 , в нашем случае имеет вид

$$j_{p0} = j_{ps} \left\{ \left[\frac{p(0)}{p_n} - 1 \right] - \left[\frac{p_0}{p_n} - 1 \right] \operatorname{sch} \frac{x_1}{L_p} \right\}, \quad (2.2)$$

где

$$j_{ps} = \beta_p \frac{q D_p}{L_p} p_n \operatorname{cth} \frac{x_1}{L_p}. \quad (2.3)$$

Подставляя в (2.1) значения a_1 , a_2 , b_1 , b_2 при условии $a_2 \ll 1$, $a_1 a_2 \ll 1$ [2], приходим к следующему уравнению для $p(0)/p_n$

$$\frac{p(0)}{p_n} = -\frac{N_g}{2p_n} \left(1 + \frac{\beta_n b_1^0 j_{sp}}{(1 + \alpha_1) j_{ns}} \right) \pm \left[\left(\frac{N_g}{2p_n} \right)^2 \left(1 + \frac{\beta_n b_1^0 j_{sp}}{(1 + \alpha_1) j_{ns}} \right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{N_g}{p_n} \left\{ \frac{j + j_{nr} (1 + \alpha_1) + b_1^0 j_{sp} \left[\left(\frac{p_0}{p_n} - 1 \right) \operatorname{sch} \frac{x_1}{L_p} + 1 \right]}{(1 + \alpha_1) \beta_n^{-1} j_{sn}} + 1 \right\} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.4)$$

Рассмотрим два частных случая:

1. Пусть $j_{nr} = 0$, т. е. рекомбинационный ток в p - n -переходе отсутствует, и второй член в квадратных скобках значительно меньше первого. Тогда получим, при выполнении $j_{ns} \ll j_{ps}$, обычный результат, когда через p - n -переход электронная составляющая тока не учитывается

$$p(0) - p_n = \frac{j p_n}{j_{sp} b_1^0} + (p_0 - p_n) \operatorname{sch} \frac{x_1}{L_p}. \quad (2.5)$$

2. Когда второй член в квадратных скобках больше первого, для $p(0)/p_n$ имеем

$$p(0) = \sqrt{\beta_n \frac{b N_g}{b + 1} \frac{j_{sp} b_1^0}{j_{sn}} \left[\frac{j p_n}{j_{sp} b_1^0} + (p_0 - p_n) \operatorname{sch} \frac{x_1}{L_p} + p_n \right]}. \quad (2.6)$$

Эта зависимость отличается от приведенной в работе [2] вторым членом под квадратным корнем, который определяет влияние тылового контакта.

Если

$$j \gg j_{sp} b_1^0 \left[\left(\frac{p_0}{p_n} - 1 \right) \operatorname{sch} \frac{x_1}{L_p} + 1 \right], \quad (2.7)$$

то

$$p(0) = \sqrt{\beta_n \frac{b N_g}{b + 1} p_n \cdot j / j_{sn}}. \quad (2.8)$$

Неравенство (2.7) обычно хорошо выполняется для длинных диодов. При неравенстве, обратном (2.7), получим

$$p(0) = \sqrt{\beta_n \frac{b N_g}{b + 1} b_1^0 p_n \frac{j_{sp}}{j_{sn}} \left[\left(\frac{p_0}{p_n} - 1 \right) \operatorname{sch} \frac{x_1}{L_p} + 1 \right]}. \quad (2.9)$$

Аналогично используя токовые уравнения, найдем дырочные и электронные токи в точке $x = x_1$, в форме

$$j_p(x_1) = \frac{j p_0}{b n_0 + p_0} - q D_n \frac{2 p_0 + N_g}{b n_0 + p_0} \left(\frac{dp}{dx} \right)_{x_1}, \quad (2.10)$$

$$j_n(x_1) = -\frac{j b n_0}{b n_0 + p_0} + q D_n \frac{2 p_0 + N_g}{b n_0 + p_0} \left(\frac{dp}{dx} \right)_{x_1}. \quad (2.11)$$

Дальнейший вид этих выражений зависит от значения $p(0)$, входящего в $\left(\frac{dp}{dx} \right)_{x_1}$.

Допустим, что мы рассматриваем такой случай, при котором значение $p(0)$ выражается формулой (2.5). Тогда $j_p(x_1)$ и $j_n(x_1)$ можно записать в виде

$$j_p(x_1) = \frac{j p_0}{(b+1)p_0 + b N_g} + \frac{j b (2p_0 + N_g) \operatorname{sch} \frac{x_1}{L_p}}{\beta_p b_1^0 [(b+1)p_0 + b N_g]} - \frac{q D_n}{L_p} \frac{(2p_0 + N_g)(p_0 - p_n)}{(b+1)p_0 + b N_g} \operatorname{th} \frac{x_1}{L_p}; \quad (2.12)$$

$$j_n(x_1) = \frac{j(p_0 + N_g)b}{(b+1)p_0 + b N_g} - \frac{j b (2p_0 + N_g) \operatorname{sch} \frac{x_1}{L_p}}{\beta_p b_1^0 [(b+1)p_0 + b N_g]} + \frac{q D_n}{L_p} \frac{(2p_0 + N_g)(p_0 - p_n)}{(b+1)p_0 + b N_g} \operatorname{th} \frac{x_1}{L_p}. \quad (2.13)$$

Здесь последние члены одинаковы и появились в результате учета влияния контакта. Очевидно, что они являются диффузионными составляющими дырочного и электронного токов, направленных против поля и приблизительно линейно зависят от концентрации, тогда как первые и вторые члены слабо зависят или почти не зависят от p_0 (при высоких уровнях инжекции). Вторые слагаемые в (2.12), (2.13) представляют собой диффузионный ток вдоль поля и, как видно, по знаку противоположны с последними членами.

Критическая концентрация электронов (или дырок), при которой $\left(\frac{dp}{dx}\right)_{x_1} = 0$, равна

$$n_{0\text{кр}} = N_g + \frac{j p_n}{b_1^0 j_{sp}} \frac{\operatorname{ch} \frac{x_1}{L_p}}{\operatorname{sh}^2 \frac{x_1}{L_p}}. \quad (2.14)$$

Условие $\left(\frac{dp}{dx}\right)_{x_1} \geq 0$ определяет начало инжекции через тыловой контакт, который осуществляется при $n_0 > n_{0\text{кр}}$. Если $n_0 < n_{0\text{кр}}$, то тыловой контакт является неинжектирующим. Коэффициент инжекции контакта

$$\gamma_k = \frac{j_n(x_1)}{j} = \frac{b n_0}{b n_0 + p_0} + \frac{q D_n (n_0 - N_g)}{j L_p} \frac{n_0 + p_0}{b n_0 + p_0} \operatorname{th} \frac{x_1}{L_p}. \quad (2.15)$$

Отсюда видно, что γ_k пропорционально $n_0 - N_g$, когда $n_0 \sim p_0$ при токах

$$j = 2 \frac{q D_n}{L_p} (n_0 - N_g) \operatorname{th} \frac{x_1}{L_p}, \quad (2.16)$$

коэффициент $\gamma_k = 1$.

Если зависимость концентрации дырок в точке $x=0$ от тока имеет форму (2.8), то при выполнении неравенства (2.7) $j_p(x_1)$, $j_n(x_1)$ имеют вид:

$$j_p(x_1) = h_1 j + \left[h \sqrt{\beta \frac{j}{j_{sn}} - h(p_0 - p_n) \operatorname{ch} \frac{x_1}{L_p}} \right], \quad (2.14)$$

$$j_n(x_1) = h_2 j - \left[h \sqrt{\beta \frac{j}{j_{sn}} - h(n_0 - N_g) \operatorname{ch} \frac{x_1}{L_p}} \right]; \quad (2.15)$$

следовательно, коэффициент инжекции контакта

$$\gamma_k = h_2 - \left[h \sqrt{\beta \frac{1}{j j_{sn}} - h \frac{n_0 - N_g}{j} \operatorname{ch} \frac{x_1}{L_p}} \right]. \quad (2.16)$$

При выполнении неравенства, обратного (2.7),

$$j_p(x_1) = h_1 j + \left[h \sqrt{\beta \frac{j_{sp}}{j_{sn}} b_1^0 \left[\left(\frac{p_0}{p_n} - 1 \right) \operatorname{sch} \frac{x_1}{L_p} + 1 \right] - h(p_0 - p_n) \operatorname{ch} \frac{x_1}{L_p}} \right], \quad (2.17)$$

$$j_n(x_1) = h_2 j - \left[h \sqrt{\beta \frac{j_{sp}}{j_{sn}} b_1^0 \left[\left(\frac{p_0}{p_n} - 1 \right) \operatorname{sch} \frac{x_1}{L_p} + 1 \right] - h(n_0 - N_g) \operatorname{ch} \frac{x_1}{L_p}} \right], \quad (2.18)$$

$$\gamma_k = h_2 - \left[h \sqrt{\frac{\beta b_1^0 j_{sp}}{j^2 j_{sn}} \left[\left(\frac{p_0}{p_n} - 1 \right) \operatorname{sch} \frac{x_1}{L_p} + 1 \right] - h \frac{n_0 - N_g}{j} \operatorname{ch} \frac{x_1}{L_p}} \right], \quad (2.19)$$

где

$$h_1 = p_0 [(b+1)p_0 + bN_g]^{-1}, \quad h = \frac{qD_n}{L_p \operatorname{sh} \frac{x_1}{L_p}} \frac{2p_0 + N_g}{(b+1)p_0 + bN_g},$$

$$h_2 = b(p_0 + N_g) [(b+1)p_0 + bN_g]^{-1}, \quad \beta = \beta_n \frac{bN_g^*}{b+1} p_n.$$

Первые члены в квадратных скобках в выражениях (2.14)–(2.19) представляют собой величину диффузионного тока в точке x_1 , направленного к контакту, а вторые — от контакта. Поэтому при выполнении условия (2.7) критическая концентрация равна

$$n_{0\text{кр}} = N_g + \sqrt{\beta \frac{j}{j_{sn}} \operatorname{sch}^2 \frac{x_1}{L_p}}, \quad (2.20)$$

а при обратном (2.7)

$$n_{0\text{кр}} = N_g \left[1 + \frac{\beta_n b b_1^0 j_{sp}}{(b+1) j_{sn} \operatorname{ch}^3 \frac{x_1}{L_p}} \right]. \quad (2.21)$$

Для длинного диода

$$n_{0\text{кр}} \approx N_g.$$

На основании (2.14), (2.20) и (2.21) можно заключить, что при одинаковых условиях (j , p_0 , контакт) двойная инжекция для длинного диода наступает быстрее, чем для короткого.

§ 3. Определение падения напряжения

Полное падение напряжения на диоде равно

$$v = v_{pn} + v_T + v_k. \quad (3.1)$$

Падение напряжения на p - n -переходе (v_{pn}) определяется из граничных условий $p(0) = p_n \exp\left(\frac{qv_{pn}}{kT}\right)$, когда применимо распределение Больцмана. Вычисление v_k оставим до выбора модели контакта.

Известно, что падение напряжения в толще диода равно

$$v_T = v_i + v_D, \quad (3.2)$$

где

$$v_D = \frac{kT}{q} \frac{b-1}{b+1} \ln \frac{p(0) + \frac{bN_g}{b+1}}{p_0 + \frac{bN_g}{b+1}}, \quad (3.3)$$

$$v_i = \frac{j}{qu_p(b+1)} \int_0^{x_1} \frac{dx}{Ae^{-\frac{x}{L_p}} + Be^{\frac{x}{L_p}} + C}, \quad (3.4)$$

$$A = \left\{ [p(0) - p_n] e^{\frac{x_1}{L_p}} - [p_0 - p_n] \right\}, \quad C = p_n + \frac{bN_g}{b+1}, \quad (3.5)$$

$$B = \left\{ [p_0 - p_n] - [p(0) - p_n] e^{-\frac{x_1}{L_p}} \right\},$$

Величина интеграла (3.4) зависит от знака коэффициентов A , B , C и отношения между ними. Как видно из (3.5), $C = \text{const} > 0$, и при условии (*), $A > 0$. Но коэффициент B может быть $B \leq 0$ в зависимости от η и $\frac{x_1}{L_p}$.

Заметим, что при омическом контакте может быть только $B < 0$. Рассмотрим эти случаи в отдельности.

1. Пусть $e^{\frac{x_1}{L_p}} < \eta$, тогда $B < 0$ и значение интеграла (3.4) будет при $C^2 \geq 4AB$

$$v_i = \frac{jL_p}{qu_p(b+1)\sqrt{\Delta}} \ln \frac{[2Be^{\frac{x_1}{L_p}} + C - \sqrt{\Delta}][2B + C + \sqrt{\Delta}]}{[2Be^{\frac{x_1}{L_p}} + C + \sqrt{\Delta}][2B + C - \sqrt{\Delta}]}, \quad (3.6)$$

где

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{C^2 - 4AB}.$$

2. Пусть $e^{\frac{x_1}{L_p}} = \eta$, тогда $B = 0$ и величина (3.4) имеет вид

$$v_i = \frac{jL_p}{qu_p(b+1)C} \ln \frac{Ce^{\frac{x_1}{L_p}} + A}{C + A}. \quad (3.7)$$

3. Пусть $e^{\frac{x_1}{L_p}} > \eta$, тогда $B > 0$ и значение интеграла (3.4) при $C^2 \gg 4AB$ совпадает с величиной (3.6), а при $C^2 \ll 4AB$

$$v_i = \frac{2jL_p}{qu_p(b+1)\sqrt{\Delta}} \left\{ \operatorname{arctg} \frac{2Be^{\frac{x_1}{L_p}} + C}{\sqrt{\Delta}} - \operatorname{arctg} \frac{2B + C}{\sqrt{\Delta}} \right\}, \quad (3.8)$$

где

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{C^2 + 4AB}.$$

Все три случая в принципе реальны. Но какой из них является более общим и охватывает большую область токов покажет конкретный выбор модели контакта и определение p_0 в зависимости от его параметров и силы тока. Заметим, что все эти случаи могут иметь место, хотя тыловой контакт остается еще неинъецирующим. Это объясняется тем, что условия $\operatorname{sh} \frac{x_1}{L_p} < \eta \leq e^{\frac{x_1}{L_p}}$ в принципе при выполнении в отдельности непротиворечивы.

Когда имеет место (1.11) и (1.12), v_i определяется только выражением (3.8).

Сравнивая (3.6), (3.8) и (3.7) и требования при получении их, можно сделать вывод, что с уменьшением рекомбинационных свойств толщи или прозрачности контакта (т. е. при p_0 , стремящемся к $p(0)$) или с увеличением базы диода (x_1) зависимость v_i от силы тока j переходит постепенно от экспоненциальной к степенной.

Все полученные соотношения применимы для любых отношений $\frac{x_1}{L_p}$ (в случае преобладания диффузий).

В заключение заметим, что начало инъекции электронов тыловым контактом $\left(\left(\frac{dp}{dx} \right)_{x_1} = 0 \right)$ соответствует случаю $\delta = \frac{j_p(x_1)}{j_n(x_1)} = \frac{p_0}{bn_0} < 1$ для базы n -типа и $\delta = 1$ для базы собственного полупроводника. На контакте n -тип полупроводник — металл электронные и дырочные токи могут быть равными друг другу при $\left(\frac{dp}{dx} \right)_{x_1} = -\frac{j(bn_0 - p_0)}{2qD_n(n_0 + p_0)} < 0$.

Институт радиопизики и электроники

Поступила 15 октября 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Стафеев, ЖТФ, 28, 1631 (1958).
2. Г. М. Авакьянц, Б. Атакулов, В. И. Мурыгин, А. Д. Ожередов, А. Тешабаев, Радиотехника и электроника, 8, 1594 (1963).
- 3 Известия АН АрмССР, Физика, № 2

Գ. Մ. ԱՎԱԿՅԱՆՑ, Գ. ՀԱՇԻՄՈՎ

ԹԻԿՈՒՆՔԱՅԻՆ ՍԵՂՄՈՂ ՄԻԱՑՈՒՄ ՈՒՆԵՑՈՂ ԴԻՈԴԻ
ՎՈԼՏԱՄՊԵՐԱՅԻՆ ԲԵՆԻԹԱԳԻՐԸ

Հաշվված է թիկունքային միացումում շփակվող շերտ և «քսիդային թաղանթ ունեցող դիոդի» վոլտամպերային բնութագիրը:

INFLUENCE OF REAR CONTACT ON VOLTAMPER
CHARACTERISTICS OF THE DIODE

by G. M. AVAKYANTS, G. HASHIMOV

The influence of rear contact on the distribution of concentration of the transfer is investigated. The basic relations applied to any type of contact are set forth. The critical concentration of electrons at which an injection from the rear contact begins is determined.

К ТЕОРИИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЛИННЫХ ДИОДОВ

Г. М. АВАКЬЯНЦ, Ш. КАНЯЗОВ

В статье теоретически анализируются некоторые особенности динамической характеристики длинного диода, в базе которого имеются атомы-примеси, создающие глубокие уровни в запрещенной зоне.

§ 1. Постановка задачи. Исходные уравнения

Ранее [1] были рассмотрены статические характеристики полупроводниковых элементов, выполненных в виде диодов с двойной инжекцией, база которых содержит примеси, создающие в запретной зоне полупроводника глубокие уровни. Было показано существование S-образного участка отрицательного сопротивления при смещении диода в прямом направлении, природа которого связана с работой элемента в режиме токов, ограниченных объемным зарядом.

В настоящей работе изучаются динамические свойства элемента на малом переменном сигнале и в случае, когда диод смещен в прямом направлении и через него течет постоянный ток J_0 , обусловленный постоянным смещающим напряжением V_0 .

Мы здесь не будем рассматривать влияния уровней прилипания для электронов на динамические свойства элемента, хотя они могут иметь существенное значение при определении таких свойств. Единственным видом глубоких уровней будем считать уровни рекомбинационного типа, причем зарядом электронов на этих уровнях нельзя пренебречь по сравнению с зарядом ионизированных доноров. Более того, с самого начала заряд связанных электронов практически равен заряду доноров (компенсированный полупроводник) (см. [1]).

Обозначим через $\tilde{E}$ и $\tilde{J}$ соответственно амплитуду напряженности переменного электрического поля внутри базы и амплитуду переменного тока. Уравнение для $\tilde{E}$ имеет вид

$$a \frac{d^2 \tilde{E}}{dx^2} + b \frac{d \tilde{E}}{dx} + c \tilde{E} + d = 0, \quad (1.1)$$

где

$$\begin{aligned} a &= \left(-\frac{J_0}{eu_n E_0} + i \frac{\omega}{\beta'} \right) E_0 \frac{D}{e}; \\ b &= - \left[\frac{Di\omega}{eu_n} \left(\frac{J_0}{eu_n E_0} + \delta_0 + N_n \right) - \frac{i\omega}{\beta'} \delta_0 + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{D(1-b)i\omega E_0 + J_0}{eu_n E_0} - \frac{Db}{eu_n \tau_p} \right) \left(\frac{J_0}{eu_n E_0} + i \frac{\omega}{\beta'} \right) \right]; \\ c &= - \left[\frac{Di\omega E_0 + J_0}{eu_n E_0^2} \left(2 \frac{J_0}{eu_n E_0} + \delta_0 + N_n + i \frac{\omega}{\beta'} \right) \frac{b}{u_n} \left(i\omega + \frac{1}{\tau_p} \right) - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{Di\omega}{eu_n} \left(2 \frac{J_0}{eu_n E_0^2} \frac{dE_0}{dx} - \frac{D}{e} \frac{d^2 E_0}{dx^2} \right) - \frac{J_0}{eu_n E_0^2} \frac{dE_0}{dx} \left(2 \frac{J_0}{eu_n E_0} + i \frac{\omega}{\beta'} \right); \\
 d = & \frac{\tilde{J}}{eu_n} \left[-2 \frac{J_0}{eu_n E_0^2} + \frac{D}{e} \frac{d^2 E_0}{dx^2} + \frac{b}{u_n} \left(2 \frac{J_0}{eu_n E_0^2} + \frac{\partial_0 + N_n}{E_0} + i \frac{\omega}{\beta'} \frac{1}{E_0} \right) \times \right. \\
 & \left. \times \left(i\omega + \frac{1}{\tau_p} \right) \right];
 \end{aligned}$$

$$\text{и } \partial_0 = \frac{D}{e} \frac{dE_0}{dx} \text{ (обозначения см. в [1]).}$$

Мы увидим в дальнейшем, что наибольший интерес представляет динамическая характеристика на относительно небольших частотах, таких, когда можно еще пренебречь током смещения, а также конечностью времени пролета и времени жизни носителей в базе.

Другими словами, представляется возможным ограничиться частотами, удовлетворяющими неравенствам

$$J_0 \gg D\omega E_0, \quad \omega \ll \tau_p^{-1}, \quad u_p E_0/d. \quad (1.2)$$

Кроме того, плотности токов будем считать удовлетворяющими соотношению

$$J_0 > \partial_0 eu_n E_0.$$

Это значит, что мы находимся на участке статической вольт-амперной характеристики за поворотной точкой (участок отрицательного дифференциального сопротивления) ближе к вертикальному участку характеристики.

Приняв указанные неравенства, можно упростить выражения для коэффициентов a , b , c и d . При этом, как показывает оценка, в уравнении (1.1) член с коэффициентом a будет малым по сравнению с двумя остальными (см. также [1]) и оно приобретает вид

$$b \frac{d\tilde{E}}{dx} + c\tilde{E} + d = 0, \quad (1.3)$$

где теперь

$$\begin{aligned}
 b = & - \left(\frac{J_0}{eu_n E_0} + a \right) \left(\frac{J_0}{eu_n E_0} + i \frac{\omega}{\beta'} \right); \\
 c = & - \left[\frac{J_0}{eu_n E_0^2} \left(2 \frac{J_0}{eu_n E_0} + \partial_0 + N_n + i \frac{\omega}{\beta'} \right) \frac{b}{u_n \tau_p} - \right. \\
 & \left. - \frac{J_0}{eu_n E_0^2} \frac{dE_0}{dx} \left(2 \frac{J_0}{eu_n E_0} + i \frac{\omega}{\beta'} \right) \right]; \\
 d = & \frac{\tilde{J}}{eu_n} \left[-2 \frac{J_0}{eu_n E_0^2} \frac{dE_0}{dx} + \left(2 \frac{J_0}{eu_n E_0^2} + \frac{\partial_0 + N_n}{E_0} + i \frac{\omega}{\beta'} \frac{1}{E_0} \right) \frac{b}{u_n \tau_p} \right].
 \end{aligned}$$

§ 2. Дифференциальное сопротивление на малом переменном сигнале

Решение уравнения (1.3) с граничным условием $\tilde{E}|_{x=0} = 0$ имеет вид

$$\tilde{E} = -\frac{\tilde{J}}{eu_n} \frac{1 + N_n t}{1 - \alpha t} \left[a_1 \ln \left(1 + i \frac{\omega}{\beta'} t \right) + b_1 \ln (1 + N_n t) - \frac{c_1 t}{1 + N_n t} \right], \quad (2.1)$$

где

$$a_1 = -\frac{1}{N_n - i \frac{\omega}{\beta'}}; \quad b_1 = \frac{N_n^2 + \alpha \left(N_n - i \frac{\omega}{\beta'} \right)}{N_n^2 \left(N_n - i \frac{\omega}{\beta'} \right)}; \quad c_1 = \frac{N_n + \alpha}{N_n}.$$

При получении соотношения (2.1) было использовано приближенное решение уравнения

$$E_0 \frac{D}{e} \frac{d^2 E_0}{dx^2} - \left(\frac{J_0}{eu_n E_0} + \alpha \right) \frac{dE_0}{dx} + \frac{b}{u_n \tau_p} \left(\frac{J_0}{eu_n E_0} + N_n \right) = 0, \quad (2.2)$$

имеющее вид

$$\left(1 + \frac{\alpha}{N_n} \right) \ln (1 + N_n t) - \alpha t = x_0 \frac{x}{d}, \quad (2.3)$$

где

$$\alpha = \frac{b}{u_n \tau_p} \frac{D}{e}, \quad N_n = N_0 - N_g, \quad t = \frac{eu_n \tilde{E}_0}{J_0},$$

$$x_0 = 2 \frac{eu_n N_n}{J_0 d} V_{\min}, \quad V_{\min} = \frac{bd^2}{2u_n \tau_p}.$$

Решение (2.3) имеет место, пока не нарушается неравенство

$$\frac{\alpha (N_n + \alpha)}{(1 - \alpha t_d)^3} t_d^2 < 1. \quad (2.4)$$

Здесь t_d значение t в точке d .

Амплитуду напряжения переменного сигнала $\tilde{V}$ мы находим из формулы

$$\tilde{V} = -\frac{\tilde{J} J_0 \tau_p}{e^2 u_n b} \left\{ \left[(1 + N_n t_d) \frac{\ln (1 + N_n t_d)}{N_n} - \left(1 + i \frac{\omega}{\beta'} t_d \right) \frac{\ln \left(1 + i \frac{\omega}{\beta'} t_d \right)}{i \frac{\omega}{\beta'}} \right] \times \right.$$

$$\left. \times \frac{1}{N_n - i \frac{\omega}{\beta'}} + \frac{\alpha (1 + N_n t_d) + N_n + \alpha}{N_n^3} \ln (1 + N_n t_d) - \frac{N_n + 2\alpha}{N_n^2} t_d \right\}. \quad (2.5)$$

Наибольший интерес представляет случай, когда $1 \gg N_n t_d$, $1 \gg \frac{\omega}{\beta'} t_d$. В этом приближении

$$\tilde{Z}_d = \frac{\tilde{V}}{J} = -\frac{J_0 \tau_p}{e^2 u_n b} \frac{t_d^2}{6} \left(a_2 - b_2 \left(\frac{\omega}{\beta'} t_d \right)^2 - i \frac{\omega}{\beta'} t_d d_2 \right), \quad (2.6)$$

где

$$\begin{aligned} a_2 &= (\alpha t_d + N_n t_d) (1 - N_n t_d), & b_2 &= \frac{1}{2} - \frac{3}{10} N_n t_d, \\ d_2 &= 1 - \frac{1}{2} N_n t_d, & t_d &= (1 - \sqrt{1 - \varepsilon^1}) (N_n + \alpha)^{-1}, \\ \varepsilon^1 &= 2 \frac{b e}{J_0 \tau_p} (N_n + \alpha) d. \end{aligned} \quad (2.6')$$

Из (2.6) видно, что реактивная часть носит индуктивный характер (> 0). Реальная часть при низких частотах отрицательна. С ростом частоты она уменьшается и при

$$\omega_0 = \frac{1}{\tau_n N_0} \sqrt{\frac{2(N_n + \alpha)}{t_d} \frac{1 - N_n t_d}{1 - \frac{3}{5} N_n t_d}} \quad (2.7)$$

обращается в нуль. При $1 \ll \frac{\omega}{\beta'} t_d$ она положительна и велика, а реактивная часть носит по-прежнему индуктивный характер.

§ 3. Свойства контура, содержащего диод и параллельную емкость

Дифференциальное сопротивление емкости c на частоте ω есть $\frac{1}{i\omega c}$. Таким образом, активная и реактивная части полного дифференциального сопротивления параллельного контура, состоящего из диода и емкости, согласно (2.6), соответственно равны

$$\operatorname{Re} \tilde{Z}_k = -\frac{J_0 \tau_p t_d^2}{e^2 u_n b} \frac{1}{6S} \frac{a_2 + b_2 \gamma^2}{(1 + c_2 d_2 \gamma^2)^2 - c_2^2 \gamma^2 (a_2 + b_2 \gamma^2)^2}, \quad (3.1)$$

$$\operatorname{Im} \tilde{Z}_k = \frac{J_0 \tau_p t_d^2}{e^2 u_n b} \frac{1}{6S} \gamma \frac{(1 + c_2 d_2 \gamma^2) d_2 - c_2 (a_2 + b_2 \gamma^2)^2}{(1 + c_2 d_2 \gamma^2)^2 - c_2^2 \gamma^2 (a_2 + b_2 \gamma^2)^2}, \quad (3.2)$$

где

$$c_2 = c \beta' \frac{J_0 \tau_p}{e^2 u_n b} \frac{1}{6S} t_d, \quad \gamma = i \frac{\omega}{\beta'} t_d,$$

S — площадь электронно-дырочного перехода в диоде.

На опыте наблюдается $|\tilde{V}|$. В линейном приближении и при синусоидальном токе и напряжении мы можем считать, что одновременно получаем данные для $|\tilde{Z}_k|$ ($\tilde{J} = \text{const}$).

Исследование $|\tilde{Z}_k|$ по формуле (2.8) и (2.9) на экстремум показывает, что $|\tilde{Z}_k|$ обращается в бесконечность при значениях емкости и частоты соответственно

$$c_{\text{ген}} = 3 \frac{\tau_n}{\tau_p} \frac{e^2 u_n b N_0}{J_0 t_d^2 (N_n + \alpha)} \frac{1 - \frac{3}{5} N_n t_d}{(1 - N_n t_d) \left(1 - \frac{1}{2} N_n t_d\right)}, \quad (3.3)$$

$$\omega_{\text{ген}} = \frac{1}{\tau_n N_0} \sqrt{\frac{2(N_n + \alpha)}{t_d} \frac{1 - N_n t_d}{1 - \frac{3}{5} N_n t_d}}. \quad (3.4)$$

Резонанс может наступить и при других значениях емкости. Рассмотрим случай, когда выполняется

$$\left| \frac{c - c_{\text{ген}}}{c_{\text{ген}}} \right| \lesssim 1, \quad \frac{\omega_{\text{ген}}}{\beta'} t_d < 1. \quad (3.5)$$

При этом резонансная частота определяется по формуле

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\frac{6S}{N_0 \tau_n \tau_p} \frac{e^2 u_n b}{c J_0 t_d^3} \frac{1}{1 - \frac{1}{2} N_n t_d}}, \quad (3.6)$$

или $\omega_{\text{рез}} = \omega_{\text{ген}} \sqrt{\frac{c_{\text{ген}}}{c}}$. Модуль сопротивления и добротность контура на резонансной частоте, согласно (3.1) и (3.2) при (3.5), будут равны:

$$\max |\tilde{Z}_k| = \frac{1}{6S} \frac{J_0 \tau_p t_d^2}{e^2 u_n b} \frac{2}{\left| 1 - \left(\frac{\omega_{\text{ген}}}{\omega_{\text{рез}}} \right)^2 \right|}, \quad (3.7)$$

$$Q = \frac{4 \sqrt{0,7}}{\frac{\omega_{\text{рез}}}{\beta'} t_d \left| \left(\frac{\omega_{\text{ген}}}{\omega_{\text{рез}}} \right)^2 - 1 \right|}. \quad (3.8)$$

Добротность Q определяли как отношение резонансной частоты к полуширине полосы на уровне модуля напряжения, равного 0,7 максимального (в нашем случае, вместо модуля напряжения говорим о модуле $\tilde{Z}_k$).

§ 4. Анализ полученных результатов

Остановимся несколько подробнее на динамических свойствах диода и в особенности на свойствах контура, содержащего изучаемый диод и емкость.

Эти свойства следующие.

а) Как уже указывалось, контур является параллельным, т. е. резонанс имеет место по напряжению.

б) Действительная часть комплексного сопротивления контура при резонансе имеет вид

$$(\operatorname{Re} \tilde{Z}_k)_{\text{рез}} = \frac{J_0 \tau_p t_d^2}{e^2 u_n b} \frac{1}{6S a_2 + b_2 \gamma^2}. \quad (4.1)$$

Откуда видно, что при низких частотах ($-b_2 \gamma^2 \lesssim a_2$) максимальное (резонансное) сопротивление по знаку является отрицательным. При этом оно больше статического отрицательного сопротивления диода, которое равно (см. (3.1)).

$$\operatorname{Re} \tilde{Z}_k = - \frac{J_0 \tau_p t_d^2}{e^2 u_n b} \frac{1}{6S} a_2.$$

Реактивная часть резонансного сопротивления при низких частотах меньше действительной и носит индуктивный характер.

в) Зависимость добротности от емкости является колоколообразной (см. (3.8) вместо (3.6)). При малых емкостях добротность растет с ростом емкости, тогда как при больших емкостях ($c > 3 \frac{\tau_n}{\tau_p} \frac{e^2 u_n b N_0}{J_0 t_d^2 (N_n + \alpha)}$) падает. Уменьшение добротности с ростом емкости является особенностью параллельного контура с постоянными индуктивностями и емкостями. Колоколообразная же зависимость есть следствие сложной зависимости отрицательного сопротивления и индуктивности диода от частоты.

Таким образом, диод нельзя представить как последовательное соединение отрицательного сопротивления и индуктивности, не зависящих от частоты.

г) При некотором значении емкости,

$$c = c_{\text{ген}},$$

добротность обращается в бесконечность (в бесконечность обращается также модуль комплексного сопротивления). Этот результат может означать, что в области такого значения емкости возможно возникновение генерации электрических колебаний в контуре. Этому значению емкости соответствует вполне определенная частота, определяемая из условия обращения в нуль обеих скобок в знаменателе (3.1). Вычисленную таким образом частоту (3.4), очевидно, следует отождествить с частотой генерируемых в контуре электрических колебаний. Вообще говоря, описание генерации выходит за рамки рассматриваемого нами линейного приближения. Однако мы видим, что в линейном приближении можно получить указания на возможность генерации колебаний в нашем контуре. Найденное значение частоты генерации совпало с частотой (2.7), отвечающей обращению в нуль активной части дифференциального сопротивления.

При достаточно больших токах ($J > 4(N_n + \alpha) e u_n \frac{V_{\min}}{d}$), если принять, что $J = e u_n \bar{n} \frac{V_{\min}}{d}$, где $\bar{n}$ — средняя концентрация электронов в базе (в области максимального поля), то $\omega_{\text{рез}}$ можно представить так:

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\frac{3c_g}{2ct_{\text{ис}}t_{\text{омт}}}}.$$

Здесь

$$c_g = \frac{DS}{d}, \quad t_{\text{ис}} = \frac{1}{\beta'n}, \quad t_{\text{омт}} = \frac{D}{eu_n n}.$$

По своему смыслу $t_{\text{ис}}$ есть среднее время жизни нейтрального состояния атома, создающего глубокий уровень. $t_{\text{омт}}$ — время омической релаксации при данной (текущей) концентрации электронов в базе. Оба указанных времени с ростом концентрации электронов уменьшаются. В итоге резонансная частота с ростом тока растет.

При значениях тока $J \gtrsim 4(N_n + \alpha)eu_n \frac{V_{\text{мин}}}{d}$ резонансная частота может уменьшаться с ростом тока.

При больших токах через соответствующие времена можно пред- ставить и формулу для частоты генерации $\omega_{\text{ген}}$ (3.4).

$$\omega_{\text{ген}} = \sqrt{2 \frac{t_{\text{омт}}}{t_{\text{ис}}^2 t_{\text{пр}}}}.$$

Здесь $t_{\text{пр}} = d^2/u_n V_{\text{мин}}$ — время пролета электронов через базу. В том случае, когда глубокие уровни создаются атомами золота в кремнии, $\omega_{\text{рез}}$ и $\omega_{\text{ген}}$ могут составлять несколько мегагерц для комнатной температуры. В этом случае плотность тока ~ 1 а/см².

§ 5. Усилительные свойства.

а. Усиление по напряжению

Под усилением по напряжению будем понимать превышение напряжения на диоде над напряжением на генераторе синусоидальных колебаний. При этом под напряжением подразумевается модуль его.

Пусть сначала параллельно диоду подключена емкость C . Ток от генератора колебаний подается на эту систему (диод + емкость) через последовательное включение пассивного сопротивления R . Если через A обозначить активную часть комплексного сопротивления диод плюс емкость (для краткости будем называть эту систему контуром), а через B реактивную часть сопротивления контура, то тогда нетрудно видеть, что напряжение на контуре по модулю равно

$$|V_k| = \sqrt{A^2 + B^2} J,$$

где J — ток, текущий в нашей цепи, состоящей из генератора, сопротивления R и контура.

Напряжение же на генераторе по модулю, очевидно, есть

$$|V_r| = \sqrt{(A + R)^2 + B^2} J.$$

Коэффициент усиления по напряжению K_v оказывается теперь равным

$$k_v = \frac{|V_k|}{|V_r|} = \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{\sqrt{(A + R)^2 + B^2}}. \quad (5.1)$$

Таким образом, чтобы имело место заметное усиление, необходимо, во-первых, чтобы активная часть сопротивления контура была бы отрицательной, и, во-вторых, реактивная часть сопротивления контура должна быть намного меньше активной

$$|B| \ll |A|. \quad (5.2)$$

Нетрудно видеть, что свойства контура, рассматриваемого в § 3, необходимым условием усиления удовлетворяют.

Согласно (2.8) и (2.9), неравенство (5.2) на резонансной частоте принимает вид

$$t_{d\pi} N_0 \frac{|\omega_{\text{ген}}^2 - \omega_{\text{рез}}^2|}{\omega_{\text{рез}}} \ll 1, \quad (5.3)$$

которое при $\omega_{\text{рез}} \approx \omega_{\text{ген}}$ хорошо выполняется. Причем A является отрицательным, пока $\omega_{\text{рез}} < \omega_{\text{ген}}$. Следовательно, в нашей схеме контур должен обладать значительными усилительными свойствами на резонансной частоте несколько меньшей, но близкой к частоте генерации. При этом R должно быть близко к $|A|$.

Рассмотрим теперь другую схему. В этой схеме емкость к диоду подключается последовательно, а не параллельно.

Напряжение V_k есть теперь напряжение на диоде без емкости. Значение активной A_1 и реактивной B_1 частей сопротивления диода определяется формулами (2.8) и (2.9). (Правую часть этих формул при этом следует еще поделить на S). Падение напряжения на диоде V_g равно

$$V_g = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} J,$$

и на генераторе

$$|V_r| = \sqrt{(A_1 + R)^2 + \left(B_1 - \frac{1}{\omega c}\right)^2} J.$$

Коэффициент усиления по напряжению равен

$$k_v = \frac{|V_g|}{|V_r|} = \frac{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}{\sqrt{(A_1 + R)^2 + \left(B_1 - \frac{1}{\omega c}\right)^2}}. \quad (5.4)$$

Даже при $R = 0$ есть такая частота ($\omega = \omega_{\text{ген}}$), при которой $|A|$ обращается в нуль. Если теперь подобрать емкость так, чтобы $B_1 - \frac{1}{\omega c}$ была бы равна нулю, то коэффициент усиления обратится в бесконечность. Из

$$B_1 - \frac{1}{\omega c} = 0$$

находим, что частота, обращающая в нуль левую часть этого уравнения, практически совпадает с резонансной частотой рассмотренного в § 3 параллельного контура. Эта частота $\omega_{\text{рез}}$ должна совпадать с $\omega_{\text{ген}}$, чтобы коэффициент усиления обратился бы в бесконечность. Если $R \neq 0$, то мы можем получить значительное усиление и на резонансных частотах, меньших $\omega_{\text{ген}}$. Следует здесь заметить, что усиление можно получить и на $\omega_{\text{рез}} > \omega_{\text{ген}}$, необходимо только, чтобы $\omega_{\text{рез}}$ не сильно отличалась от $\omega_{\text{ген}}$.

Это следует из (5.4) при $R=0$ (в этом случае A_1 должно быть значительно меньше B_1).

$$k_v = \frac{|B_1|}{\sqrt{\left(B_1 - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + A_1^2}} \gg 1.$$

Требование $|B_1| \gg A_1$ сводится вновь к неравенству (5.3).

Если генератор синусоидальных колебаний является генератором напряжений, то в обеих рассмотренных схемах должен наблюдаться резонанс по току.

6. Усиление по мощности

Чтобы рассчитать усиление не только по напряжению, но и по мощности, надо принять во внимание сдвиг фазы между током и напряжением ($\cos \varphi$). Усиление по мощности k_w равно

$$k_w = \frac{|A|}{|A+R|}$$

для параллельного контура и

$$k_w = \frac{|A_1|}{|A_1+R|}$$

для последовательного.

Таким образом, в обоих случаях усиление по мощности имеет место, если только активное дифференциальное сопротивление отрицательно ($A_1, A < 0$) и не зависит от величины реактивной составляющей сопротивления диода или контура. При $R = |A_1|$ или $|A|$ k_w обращается в бесконечность, но нужно помнить, что в этом случае и k_v обращается в бесконечность, а это значит, здесь мы выходим за рамки рассматриваемого линейного приближения.

Институт радиофизики и электроники

Поступила 1 ноября 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. М. Авакьянц, Радиотехника и электроника, 10, 1880 (1965).

ԵՐԿԱՐ ԴԻՈԴՆԵՐԻ ԴԻՆԱՄԻԿ ԲԵՈՒԹԱԳՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ

Գ. Մ. ԱՎԱԿՅԱՆՑ, Շ. ԿԱՆԻՅԱԶՈՎ

Հոդվածում տեսականորեն քննարկված են երկար դիոդի դինամիկ բնութագրի մի քանի առանձնահատկություններ, որոնց բաղադրում կան արգելված զոնայում խոր մակարդակներ առաջացնող խառնուրդային առումներ:

ON THE THEORY OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF LONG DIODES

by G. M. AVAKYANTS, SH. KANYAZOV

Some peculiarities of dynamic characteristics of long diodes with a traces of atoms in the base causing deep levels in forbidden gar banned zone are theoretically analysed in this paper.

ГЕНЕРАЦИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Г. М. АВАКЬЯНЦ, Ш. КАНЯЗОВ

Теоретически исследуется генерация колебаний в цепи, содержащей длинный диод, в базе которого имеются примесные атомы, создающие глубокие уровни в запрещенной зоне.

§. 1. Постановка задачи. Основные уравнения

В работе [1] были рассмотрены статические вольт-амперные характеристики длинного диода, в базе которого имеются атомы примеси, создающие глубокие уровни. Было показано существование S-образного участка отрицательного сопротивления при смещении диода в прямом направлении, природа которого связана с работой элемента в режиме токов, ограниченных объемным зарядом.

В работе [2] рассматривалась реакция диода и контура (содержащего диод и параллельную емкость) на внешний синусоидальный сигнал. Встает вопрос о том, не может ли система диод-емкость генерировать синусоидальные колебания при протекании через диод постоянного тока? Некоторые указания на возможность генерации синусоидальных колебаний мы получили при рассмотрении явлений резонанса и усиления. А именно, было показано, что добротность резонанса при определенной частоте обращается в бесконечность (см. работу [2]). Далее было показано, что на резонансной частоте может обратиться в бесконечность и коэффициент усиления по мощности. Эти особенности говорят в пользу возможности генерации колебаний, хотя и не являются признаками, достаточными для возникновения колебаний. Хотелось бы получить указания на возможность генерации гармонических колебаний, в нашем случае, рассматривая свойства диода, без привлечения внешнего источника синусоидальных колебаний.

Амплитуда напряжения переменного сигнала на диоде в зависимости от частоты ω дается формулой

$$\tilde{V} = -\frac{\tilde{J}J_0\tau_p}{e^2 u_n b} \left\{ \left[(1 + N_n t_d) \frac{\ln(1 + N_n t_d)}{N_n} - \left(1 + i \frac{\omega}{\beta'} t_d\right) \frac{\ln\left(1 + i \frac{\omega}{\beta'} t_d\right)}{i \frac{\omega}{\beta'}} \right] \times \right. \\ \left. \times \frac{1}{N_n - i \frac{\omega}{\beta'}} + \frac{\alpha(1 + N_n t_d) + N_n + \alpha}{N_n^3} \ln(1 + N_n t_d) - \frac{N_n + 2\alpha}{N_n^2} t_d \right\}, \quad (1.1)$$

где t_d определяется из

$$\left(1 + \frac{\alpha}{N_n}\right) \ln(1 + N_n t_d) - \alpha t_d = x_0 \quad (1.2)$$

и

$$\alpha = \frac{b}{u_n \tau_p} \frac{D}{e}; \quad N_n = N_0 - N_g; \quad x_0 = \frac{e N_n b d}{J \tau_p}. \quad (1.3)$$

Остальные обозначения смотрите в работе [2].

Если в формуле (1.1) $i\omega$ заменить на p -параметр преобразования Лапласа, то получим $\tilde{V}(p)$ -изображение переменного напряжения $\tilde{V}(t)$ независимо от того, является ли это напряжение $\tilde{V}(t)$ гармоническим или нет. Если теперь изображение $\tilde{V}(p)$ разложить в ряд по p и почленно перейти от изображения к оригиналу, то получим

$$\tilde{V}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{d^n}{dt^n} J(t), \quad (1.3)$$

где a_n коэффициенты разложения $\tilde{V}(p)$ в ряд по p

$$\tilde{V}(p) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n p^n J(p). \quad (1.4)$$

Рассмотрим цепь, состоящую из диода и последовательно подключенной к ней емкости c_0 . Из условия замкнутости этой цепи следует

$$\tilde{V}(t) + \frac{1}{c_0} \int J(t) dt = 0. \quad (1.5)$$

Выписанное уравнение, согласно (1.4), является дифференциальным уравнением бесконечно большого порядка. Попробуем найти приближенные решения (1.5), ограничившись в выражении первыми тремя членами суммы. Вместо (1.5) теперь имеем

$$a_2 \frac{d^2 J}{dt^2} + a_1 \frac{d J}{dt} + a_0 J = 0, \quad (1.6)$$

где

$$\begin{aligned} a_0 &= -\frac{1}{6} (\alpha + N_n) (1 - N_n t_d) \frac{J \tau_p}{e^2 u_n b} t_d^3, \\ a_1 &= \frac{1}{6} \left(1 - \frac{1}{2} N_n t_d\right) \frac{J \tau_p}{e^2 u_n b} \frac{t_d^3}{\beta'}, \\ a_2 &= -\frac{1}{6} \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{10} N_n t_d\right) \frac{J \tau_p}{e^2 u_n b} \frac{t_d^4}{(\beta')^2}. \end{aligned} \quad (1.7)$$

При получении коэффициентов (1.7) было принято неравенство $1 \gg N_n t_d, t_d$, согласно (1.2), равно

$$t_d = \frac{1}{N_n + z} (1 - \sqrt{1 - \varepsilon'}). \quad (1.8)$$

где

$$\varepsilon' = 2 \frac{be}{J\tau_p} (N_n + z) d.$$

§ 2. Генерация колебаний при прохождении тока

Опустим в (1.6) член с третьей производной. Будем искать решение получившегося уравнения в виде

$$J \sim e^{kt}.$$

Подстановкой этого решения в (1.6) находим следующие возможные значения для k :

$$k_{1,2} = -\frac{a_0}{2a_1} \pm \sqrt{\left(\frac{a_0}{2a_1}\right)^2 - \frac{1}{a_1 c_0}}.$$

Поскольку $a_0 < 0$, то при

$$\frac{a_0^2 c_0}{4a_1} < 1 \quad (2.1)$$

решение уравнения (1.6) имеет характер гармонического колебания с частотой

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{c_0 a_1} - \left(\frac{a_0}{2a_1}\right)^2} \quad (2.2)$$

и с нарастающей во времени амплитудой. Подстановка найденного решения в опущенный член с третьей производной показывает, что полученное решение справедливо, если выполняется неравенство

$$a_2 k^2 < \frac{1}{c_0}. \quad (2.3)$$

Это эквивалентно требованию (при малых c_0)

$$\frac{\omega_1}{\beta'} t_d < 1. \quad (2.4)$$

Заметим, что частота ω_1 совпадает (при малых c_0) с резонансной частотой $\omega_{\text{рез}}$, определенной в [2]

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\frac{6S}{N_0 \tau_n \tau_p} \frac{e^2 u_n b}{e_0 J t_d^3}} \quad (2.5)$$

(см. формулу (3.6) в [2]). $\omega_{\text{рез}}$ также удовлетворяет неравенству (2.4).

Можно показать, что найденные значения k_1 и k_2 при выполнении неравенства (2.3) удовлетворяют с большой точностью и уравнению (1.5).

Опустим теперь в (1.6) член с c_0 . И вновь будем искать решение в виде $J \sim e^{kt}$. Для возможных значений k_3, k_4 находим

$$k_{3,4} = -\frac{a_1}{2a_2} \pm \sqrt{\left(\frac{a_1}{2a_2}\right)^2 - \frac{a_0}{a_2}}. \quad (2.6)$$

Решение уравнения (1.6) в этом приближении, однако, не может быть сделано выбором значений параметров сколь угодно близким к решению точного уравнения (1.5). В интересном для нас случае, когда подкоренное выражение в $k_{3,4}$ отрицательно и мало по сравнению с каждым из членов, его составляющих, все же найденное решение удовлетворяет точному уравнению (1.5) с ошибкой, не превышающей 8 %.

Итак, выбором достаточно большой емкости c_0 мы можем прийти вновь к решениям уравнения (1.5), представляющим собой гармоническое колебание с нарастающей по времени амплитудой. Это будет иметь место, если

$$\frac{a_1^2}{4a_2a_0} < 1. \quad (2.7)$$

Причем частота колебания (круговая) равна

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{a_0}{a_2} - \left(\frac{a_1}{2a_2}\right)^2}, \quad (2.8)$$

при $\frac{a_1^2}{4a_2a_0} \ll 1$ эта частота совпадает с частотой $\omega_{\text{ген}}$ (формула (3.4) в [2]), т. е.

$$\omega_{\text{ген}} = \frac{1}{\tau_n N_0} \sqrt{\frac{2(N_n + \alpha)}{t_d} \frac{1 - N_n t_d}{1 - \frac{3}{5} N_n t_d}}. \quad (2.9)$$

Таким образом, обе характерные частоты $\omega_{\text{рез}}$ и $\omega_{\text{ген}}$ (или близкие к ним), появляющиеся при рассмотрении явлений резонанса и усиления, выступают так же и как частоты гармонических колебаний, могущих возникнуть в случае прохождения постоянного тока через диод. Полученные в линейном приближении решения задачи нарастающие гармонические колебания являются необходимым, но недостаточным условием генерации колебаний. Дело в том, что амплитуда (и, в частности, ее конечность) может быть выявлена лишь в нелинейной теории, так же как и точное значение частоты генерации.

§ 3. О распределении напряженности поля колебаний по базе диода

На основе формулы (2.1) в работе [2] представляется возможным выяснить распределение напряженности поля $\tilde{E}$ колебаний по базе диода.

При $N_n = 0$ имеем

$$\tilde{E} = -\frac{\tilde{J}}{eu_n} \frac{1}{1 - \alpha t} \left(\frac{\alpha}{2} t^2 - t + \frac{\ln \left(1 + i \frac{\omega}{\beta'} t \right)}{i \frac{\omega}{\beta'}} \right), \quad (3.1)$$

где

$$t = \left(1 - \sqrt{1 - 2 \frac{be}{J\tau_p} \alpha x}\right) / \alpha. \quad (3.2)$$

Если $2 \frac{be}{J\tau_p} \alpha x \ll 1$ и $\frac{be}{J\tau_p} \frac{\omega}{\beta'} x \ll 1$, тогда

$$\tilde{E} = -(\alpha_0 - i\omega\alpha_1) x^2 \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \beta_1 x i\omega \right], \quad (3.3)$$

где

$$\alpha_0 = 8 \frac{Du_n}{d^3 J^2} V_{\min}^3; \quad \alpha_1 = \frac{2eb}{d^2 \tau_p} \frac{V_{\min}}{J^2} \tau_n N_0;$$

$$\beta_1 = \frac{be}{J\tau_p} \tau_n N_0; \quad V_{\min} = \frac{bd^2}{2u_n \tau_p}.$$

Заменяя здесь $i\omega$ на p , а J на $J(p)$, затем от полученного изображения поля $E(x, p)$ можем перейти к оригиналу. Получим

$$\tilde{E}(x, t) = -\left(\alpha_0 - \frac{\partial}{\partial t} \alpha_1\right) x^2 \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \beta_1 \frac{\partial}{\partial t} \right] J(t). \quad (3.4)$$

Теперь сюда вместо $J(t)$ следует подставить найденные нами решения. Полагая $J(t)$ в виде

$$J = Ae^{kt}, \quad (3.5)$$

имеем

$$\tilde{E}(x, t) = -A(\alpha_0 - k\alpha_1) x^2 \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \beta_1 x k \right] e^{kt}. \quad (3.6)$$

Учитывая, что $\frac{2}{3} \beta_1 kx < 1$, перепишем это выражение еще так

$$\tilde{E}(x, t) = B(x, t) \exp \left[2\pi i \left(vt - \frac{x}{\lambda} \right) \right], \quad (3.7)$$

где

$$B(x, t) = \frac{1}{2} A(\alpha_0 - k\alpha_1) x^2 \exp \left[\left(-\frac{2}{3} \beta_1 x + t \right) \operatorname{Re} k \right],$$

$$v = \frac{\operatorname{Im} k}{2\pi}; \quad \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2}{3} \beta_1 \operatorname{Im} k.$$

Решение (3.7) представляется возможным рассматривать как волну с переменной по x, t амплитудой, с длиной волны λ и истинной частотой v . В нашем случае длина волны оказывается больше размеров базы.

Появление нарастающих гармонических решений ограничено неравенствами, которые можно усмотреть из вышеизложенного. Таким образом, генерация колебаний возникает лишь при определенных условиях.

Развитый метод исследования позволяет выяснить возможность генерации колебаний в любой схеме, содержащей диод.

Институт радиопизики и электроники

Поступила 1 ноября 1965

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Г. М. Авакьянц, Радиотехника и электроника, 10, 1880 (1965).
2. Г. М. Авакьянц, Ш. Каниязов, Изв. АН Армянской ССР, Физика (в печати).

ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՏԱՏԱՆՈՒՄՆԵՐԻ ԳԵՆԵՐԱՑԻԱՆ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴԻՉՆԵՐՈՒՄ ԵՐՐ ՆՐԱՆՑ ՄԻՋՈՎ ԱՆՑՆՈՒՄ Է ՀԱՍՏԱՏՈՒՆ ՀՈՍԱՆՔ

Գ. Մ. ԱՎԱԳՅԱՆՑ, Շ. ԿԱՆԻՅԱԶՈՎ

Տեսականորեն քննարկված է տատանումների գեներացիան երկար դիոդով շղթայում: Դիոդի բաղադրում կան խառնուրդային ատոմներ, որոնք արգելված զոնայում առաջացնում են խոր մակարդակներ:

ON THE GENERATION OF ELECTRIC OSCILLATIONS IN SEMICONDUCTORS DURING THE TRANSMISSION OF DIRENT CURRENT

by G. M. AVAKYANTS, SH. KANYAZOV

The generation of oscillations in circuit involving a long diode with traces of atoms in the base causing deep levels in banned zone is theoretically analysed.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В РЕЗОНАНСНОЙ СРЕДЕ

В. М. АРУТЮНЯН

Исследованы электромагнитные колебания в резонансной среде, состоящей из идентичных двухуровневых молекул без учета подкачки и релаксационных потерь.

1. Введение

Точные методы решения задачи об излучении квантов системой резонансных двухуровневых атомов на основе квантовой электродинамики представляют практический интерес, поскольку позволяют выяснить границы применимости различных полуклассических методов решения данной задачи. Указанному вопросу посвящен ряд работ [1, 2], где получены приближенные уравнения квантовой электродинамики без учета релаксационных потерь и влияния подкачки. В этих работах показано, что колебания плотности фотонов в резонансной среде носят периодический характер и в отличие от результатов, полученных на основе балансовых уравнений, весьма существенны коллективные эффекты. Наряду с пренебрежением потерь и подкачкой, в [1, 2] рассматривается приближение невзаимодействующих мод и квантово-механическое среднее $\langle pp \rangle$ заменяется произведением средних $\langle p \rangle \langle p \rangle$ (p — оператор числа квантов), в результате чего удается получить замкнутое нелинейное уравнение для $p(t) = \langle p \rangle$. При этом фактически пренебрегается вкладом недиагональных элементов матрицы оператора p . Представляет интерес получить точные уравнения квантовой электродинамики без указанного приближения.

В настоящей работе показано, что если написать уравнения не для матричных элементов оператора p , а для соответствующих амплитуд разложения волновой функции по базисным функциям, то для них получается система линейных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами. Особенно простой вид имеют эти уравнения, когда вначале возбуждено мало атомов. В этом случае удается решить указанную систему. Очень близок к этой задаче также случай, когда вначале среда равновесная (все атомы занимают нижний энергетический уровень) и имеется слабое (сильное) поле излучения. Эту задачу также удастся решить приближенно. Если написать уравнение для матрицы числа квантов и пренебречь недиагональными элементами этой матрицы, то можно получить уравнение, аналогичное соответствующему уравнению из работ [1, 2], однако совпадающее с ним только в случае, когда все атомы возбуждены. Мы более подробно рассматриваем также линейный по числу фотонов случай и находим поправки как за счет нелинейных, так и недиагональных членов. Для выяснения роли недиагональных членов на счетно-вычислительной машине указанная система решалась в случаях, когда среда состоит из 10, 50 и 150 активных атомов, которые все возбуждены. Результаты численных вычислений показывают, что колебания плотности фотонов носят нерегулярный характер и не согласуются с результатами [1, 2].

2. Система основных уравнений

Рассмотрим модельную задачу об излучении N идентичных двух-уровневых атомов без учета подкачки и релаксационных потерь. Считая матричный элемент перехода одинаковым для всех атомов, гамильтониан системы запишем в виде

$$H = \frac{\omega_0}{2} \left(\sum_j \sigma_j^{(j)} + 2 \sum_{\vec{k}, \lambda} c_{\vec{k}, \lambda}^+ c_{\vec{k}, \lambda} \right) + \sum_{\vec{k}, \lambda} H_{\vec{k}, \lambda}, \quad (1)$$

$$H_{\vec{k}, \lambda} = (\omega_{\vec{k}, \lambda} - \omega_0) c_{\vec{k}, \lambda}^+ c_{\vec{k}, \lambda} + \beta_{\vec{k}, \lambda}^* c_{\vec{k}, \lambda} \sum_j \sigma_j^{(j)} e^{i \vec{k} \cdot \vec{x}_j} + \beta_{\vec{k}, \lambda} c_{\vec{k}, \lambda}^+ \sum_j \sigma_j^{(j)} e^{-i \vec{k} \cdot \vec{x}_j}.$$

Здесь ω_0 — разность энергии верхнего и нижнего уровня изолированного атома, $c_{\vec{k}, \lambda}^+$ и $c_{\vec{k}, \lambda}$ — операторы излучения и поглощения фотона с

импульсом $\vec{k}$ и поляризацией λ , $\vec{x}_j$ — координата центра тяжести j -го атома, $\beta_{\vec{k}, \lambda}$ — матричный элемент перехода с верхнего уровня на ниж-

ний с излучением $\vec{k}$, λ — фотона, $\sigma_{j, \pm}$ — матрицы Паули.

При вычислении среднего числа фотонов данной моды

$$n_{\vec{k}, \lambda}(t) = \langle e^{iH} c_{\vec{k}, \lambda}^+ c_{\vec{k}, \lambda} e^{-iH} \rangle \quad (2)$$

мы можем опустить в H первое слагаемое, поскольку этот оператор коммутирует как с оператором $\sum_{\vec{k}, \lambda} H_{\vec{k}, \lambda}$, так и с оператором числа фотонов $c_{\vec{k}, \lambda}^+ c_{\vec{k}, \lambda}$. (Заметим, что в формуле (2) усреднение производится

по начальному состоянию системы). В дальнейшем мы ограничимся упрощенной задачей, когда в резонаторе имеет место лишь один какой-либо тип колебаний, а распределение атомов по уровням в начальный момент фиксировано (N_1, N_2 — число атомов на верхнем и нижнем уровнях соответственно, $N_1 + N_2 = N$). В этом случае полная волновая функция системы из N атомов и поля излучения данной моды $\vec{k}, \lambda$ удовлетворяет уравнению Шредингера:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi_{\vec{k}, \lambda}(t) = H_{\vec{k}, \lambda} \psi_{\vec{k}, \lambda}(t). \quad (3)$$

Пронумеруем атомы в порядке $j = 1, 2, \dots, N$ и предположим, что в момент $t = 0$ первые $j = N_1$ атомов занимают верхний уровень, остальные N_2 атомов — нижний уровень, а фотонов нет. Тогда начальная функция имеет вид

$$\psi_{\vec{k}, \lambda}(0) = \chi_1(1/2) \dots \chi_{N_1}(1/2) \chi_{N_1+1}(-1/2) \dots \chi_N(-1/2) \Phi_0, \quad (4)$$

где $\chi(\pm 1/2)$ — двухкомпонентный спинор с проекцией спина $\pm 1/2$, Φ_0 — волновая функция фотонного вакуума. Совершая преобразование

$\psi \rightarrow \exp\left(\frac{i\vec{k}}{2} \sum_j \vec{x}_j \sigma_j^{(j)}\right) \psi$ над волновой функцией, приведем гамильтониан к виду

$$H = (\omega - \omega_0) c^+ c + \beta^+ c J_+ + \beta c^+ J_-, \quad (5)$$

где $\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2$, $\vec{J}_{1,2}$ — операторы полного момента верхних и нижних атомов соответственно (в дальнейшем индексы $\vec{k}$, λ мы везде опускаем). При таком преобразовании волновая функция начального состояния, с учетом (4), получает некоторый фазовый сдвиг, что несущественно при вычислении среднего числа фотонов $n(t)$. Опуская указанный фазовый множитель, (4) можно записать в виде:

$$\psi(0) = \psi_1(j_1, j_1) \psi_2(j_2, -j_2) \Phi_0, \quad (6)$$

где $\psi(j, m)$ — волновая функция момента j с проекцией m , а $2j_{1,2} = N_{1,2}$. Гамильтониан (5) коммутирует с операторами J_1^2 , J_2^2 и J^2 , поэтому эти величины сохраняются. Поскольку гамильтониан зависит от операторов полного момента, то естественно в (6) переходить к представлению полного момента путем сложения моментов. Это дает

$$\psi(0) = \sum_{j=|j_1-j_2|}^{j_1+j_2} \left[\frac{(2j+1)(2j_1)!(2j_2)!}{(j_1+j_2+j+1)!(j_1+j_2-j)!} \right]^{1/2} \psi(j, j_1-j_2) \Phi_0. \quad (7)$$

Из того факта, что J^2 коммутирует с H , следует, что в любой момент времени $\psi(t)$ может содержать только указанный в (7) набор значений полного момента ($|j_1-j_2| \leq j \leq j_1+j_2$). В результате процессов излучения и поглощения меняется только проекция полного момента и, в частности, при излучении одного фотона проекция момента уменьшается, а при поглощении — увеличивается на единицу. Нетрудно видеть, что при данном j возможное число фотонов n меняется в пределах $0 \leq n \leq j+j_1-j_2$.

Представим теперь волновую функцию в виде следующего разложения:

$$\psi(t) = \sum_{j=|j_1-j_2|}^{j_1+j_2} \sum_{n=0}^{j+j_1-j_2} (\beta/\beta^*)^{n/2} a_{j,n}(t) \psi(j, j_1-j_2-n) \Phi_n, \quad (8)$$

где Φ_n — волновая функция системы n одинаковых фотонов в представлении вторичного квантования ($\Phi_n = \frac{(c^+)^n}{\sqrt{n!}} \Phi_0$). Из сравнения (7) и (8) мы находим, что

$$a_{j,n}(0) = \delta_{n0} \left[\frac{(2j+1)(2j_1)!(2j_2)!}{(j_1+j_2+j+1)!(j_1+j_2-j)!} \right]^{1/2}. \quad (9)$$

Чтобы получить уравнение для амплитуды $a_{j,n}(t)$, подставим (8) в (3) и воспользуемся гамильтонианом (5). Тогда легко показать, что $a_{j,n}(t)$ удовлетворяют следующей системе уравнений

$$i \frac{d}{dt} a_{j,n} = n \beta a_{j,n} + \sqrt{n(j+j_1-j_2-n+1)(j-j_1+j_2+n)} a_{j,n-1} +$$

$$+ \sqrt{(n+1)(j+j_1-j_2-n)(j-j_1+j_2+n+1)} a_{j, n+1}, \quad (10)$$

где $x = t|\beta|$, $\varepsilon = (\omega - \omega_0)|\beta|$. Зная амплитуды $a_{j, n}$, среднее число фотонов можно вычислить по формуле

$$n(t) = \sum_j n_j(t); \quad n_j(t) = \sum_n n |a_{j, n}(t)|^2. \quad (11)$$

Из условия сохранения нормы волновой функции

$$\sum_{n=0}^{j+j_1-j_2} |a_{j, n}(t)|^2 = \frac{(2j+1)(2j_1)!(2j_2)!}{(j_1+j_2+j+1)!(j_1+j_2-j)!} \quad (12)$$

и из определения (11) получается следующее полезное ограничение на величину $n_j(t)$:

$$n_j(t) \leq (j+j_1-j_2) \frac{(2j+1)(2j_1)!(2j_2)!}{(j_1+j_2+j+1)!(j_1+j_2-j)!}. \quad (13)$$

Преимущество системы (10) заключается в том, что это не операторное уравнение и различные компоненты по j не перепутываются. Если не переходить к представлению суммарного момента, а вводить, кроме квантового числа n , проекцию момента нижних атомов m , то тогда также можно получить аналогичную систему, однако она будет перепутывать, наряду с n , различные компоненты и по m . Особенно простой вид имеют уравнения (10), когда в среде возбуждено либо очень мало, либо очень много атомов. В этих случаях j принимает относительно небольшое число значений. Например, когда вначале возбуждены все атомы, то $j_2 = 0$, $2j_1 = 2j = N_1 = N$, и тогда

$$i \frac{d}{dx} a_n = n \varepsilon a_n + n \sqrt{N+1-n} a_{n-1} + (n+1) \sqrt{N-n} a_{n+1}. \quad (14)$$

Полезно также иметь уравнение для матричных элементов оператора числа фотонов. С этой целью запишем (10) в матричной форме

$$i \frac{d}{dx} a_j(x) = H_j a_j(x); \quad H_j = \varepsilon l + A_j + B_j,$$

$$l_{nk} = n \delta_{nk}; \quad (A_j)_{nk} = \sqrt{n(j+j_1-j_2-n+1)(j-j_1+j_2+n)} \delta_{n-1, k};$$

$$B = A^+ \quad (15)$$

и введем гейзенберговскую матрицу

$$L_j(x) = e^{i x H_j} l e^{-i x H_j}, \quad (16)$$

$(L_j)_{00}$ элемент которой связан с числом фотонов с помощью соотношения

$$n_j(t) = \frac{(2j+1)(2j_1)!(2j_2)!}{(j_1+j_2+j+1)!(j_1+j_2-j)!} (L_j)_{00}. \quad (17)$$

Непосредственное дифференцирование показывает, что матрица $L_j(x)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2}{dx^2} L_j = -6L_j^2 + [-\varepsilon^2 + 2(4j_1 - 4j_2 - 1)]L_j + \\ + 2(j + j_1 - j_2)(j - j_1 + j_2 + 1) + \varepsilon H, \quad (18)$$

или в интегральной форме

$$L_j(x) = \frac{2(j + j_1 - j_2)(j - j_1 + j_2 + 1)}{\lambda^2} (\operatorname{ch} \lambda x - 1) + \\ + l \left[\frac{\varepsilon^2}{\lambda^2} (\operatorname{ch} \lambda x - 1) + \operatorname{ch} \lambda x \right] + A_j \left[\frac{\varepsilon}{\lambda^2} (\operatorname{ch} \lambda x - 1) - \frac{i}{\lambda} \operatorname{sh} \lambda x \right] + \\ + B_j \left[\frac{\varepsilon}{\lambda^2} (\operatorname{ch} \lambda x - 1) + \frac{i}{\lambda} \operatorname{sh} \lambda x \right] - \frac{6}{\lambda} \int_0^x \operatorname{sh} \lambda (x - y) L_j^2(y) dy, \quad (19)$$

где $\lambda^2 = 2(4j_1 - 4j_2 - 1) - \varepsilon^2$. Уравнение (18) при $j_2 = 0$ и при пренебрежении недиагональными элементами матрицы L_j совпадает с аналогичным уравнением из работ [1, 2] для среднего числа фотонов $n(t)$. В остальных случаях (18) имеет лишь внешнее сходство с указанным уравнением. До сих пор мы рассматривали случай, когда в начальный момент поле излучения отсутствует. Иногда бывает необходимым учесть также начальное поле квантов. Такая задача возникает при прохождении квантов через резонансную среду, при вычислении диэлектрической проницаемости среды и т. д. Учесть начальное поле излучения можно легко, если в (8) суммирование по n начинать со значения $n = n_0$, где n_0 — число начальных квантов данной моды. Мы не будем приводить здесь общих уравнений, а рассмотрим только случай равновесной среды ($j_1 = 0$). Тогда соответствующие амплитуды удовлетворяют системе уравнений

$$i \frac{d}{dx} a_n = n \varepsilon a_n + \sqrt{(n+1)(n_0 - n)(N+1+n-n_0)} a_{n+1} + \\ + \sqrt{n(n_0 + 1 - n)(N - n_0 + n)} a_{n-1}, \quad (20)$$

что справедливо для поля $n_0 < N$. В случае сильного поля ($n_0 > N$) имеет место аналогичное уравнение.

3. Некоторые частные случаи

Система (10) имеет при данном j $j + j_1 - j_2 + 1$ чисто мнимых характеристических корней, нахождение которых в общем случае весьма затруднительно. Однако в некоторых частных случаях можно найти либо точные, либо приближенные решения. Рассмотрим сначала несколько случаев слабого возбуждения.

Если из всех атомов среды возбужден только один атом, то полный момент j может принимать два значения: $j = j_2 \pm 1/2$. В случае $j = j_2 - 1/2$ $n = 0$, поэтому достаточно ограничиться значением $j = j_2 + 1/2$. В этом случае имеются две амплитуды — a_0 и a_1 , которые удовлетворяют системе уравнений

$$i a'_0 = \sqrt{N_2 + 1} a_1; \quad a_0(0) = \frac{1}{\sqrt{N_2 + 1}}; \\ i a'_1 = \varepsilon a_1 + \sqrt{N_2 + 1} a_0; \quad a_1(0) = 0. \quad (21)$$

Для среднего числа фотонов получается значение

$$n(t) = \frac{4 \sin^2 \frac{x}{2} \sqrt{\varepsilon^2 + 4(N_2 + 1)}}{\varepsilon^2 + 4(N_2 + 1)}. \quad (22)$$

Формула отличается от излучения одного изолированного атома ($N_2 = 1$) не только тем, что меняется амплитуда колебаний, но отличается также спектром и периодом.

Рассмотрим теперь излучение двух возбужденных атомов в резонансе ($\omega = \omega_0$, $\varepsilon = 0$). В этом случае система (10) опять расщепляется на несколько простых уравнений, решение которых дает

$$n(t) = \frac{2}{N_2 + 2} \sin^2 x \sqrt{N_2} + \frac{2}{2N_2 + 3} \left[\frac{\sin^2 x \sqrt{4N_2 + 6}}{N_2 + 2} + \frac{2(1 - \cos x \sqrt{4N_2 + 6})^2}{2N_2 + 3} \right]. \quad (23)$$

Колебания числа фотонов в этом случае становятся, вообще говоря, нерегулярными. Первое слагаемое здесь соответствует вкладу $j = j_2$, второе слагаемое — $j = j_2 + 1$. При больших N_2 вклад от момента $j = j_2 + 1$ ничтожно мал, а вклад от момента $j = j_2$ дает значение два раза большее, чем $n(t)$, определяемое из формулы (22) при $\varepsilon = 0$. Это есть результат более общего утверждения, а именно, при $N_2 \gg N_1$ число фотонов определяется формулой

$$n(t) = \frac{4N_1}{\varepsilon^2 + 4N_2} \sin^2 \frac{x}{2} \sqrt{\varepsilon^2 + 4N_2}. \quad (24)$$

Это следует из следующих простых рассуждений. При $j_2 \gg j_1$, согласно (13), вклад высоких моментов j ничтожно мал. Поэтому при вычислении $n(t)$ мы можем ограничиться значением $j = j_2 - j_1 + 1$ (значению $j = j_2 - j_1$ соответствует $n = 0$, поэтому это значение j мы не рассматриваем). При $j = j_2 - j_1 + 1$ система (10) расщепляется на два уравнения ($n = 0, 1$), решение которых приводит к (24).

Формула (13) приводит также к существенному ограничению и в случае $j_1 \gg j_2$. При вычислении $n(t)$ можно ограничиться только значением $j = j_1 - j_2$. Тогда получается уравнение (14) со значением $N = N_1 - N_2$.

Относительно простое решение можно получить также для уравнения (20), если начальное поле слабое ($n_0 \ll N$), либо сильное ($n_0 \gg N$). Полагая в случае $n_0 \ll N$

$$a_n = \left[\frac{(n_0)!}{n! (n_0 - n)!} \right]^{1/2} A_n \quad (25)$$

и пренебрегая в (20) n_0 и n по сравнению с N , мы приходим к уравнению

$$i \frac{d}{dx} A_n = n \varepsilon A_n + (n_0 - n) A_{n+1} + n A_{n-1}, \quad (26)$$

коэффициенты которого — линейные функции от n . Такие системы имеют точное решение:

$$A_n(x) = e^{\frac{i}{2} n_0 p_2 x} \left(\frac{p_1 e^{\frac{i}{2} (p_1 - p_2) x} - p_2}{p_1 - p_2} \right)^{n_0} \left(2\sqrt{N} \frac{e^{\frac{i}{2} (p_1 - p_2) x} - 1}{p_2 - p_1 e^{\frac{i}{2} (p_1 - p_2) x}} \right)^{n_0 - n} \quad (27)$$

$$p_{1,2} = -\varepsilon \pm \sqrt{4N + \varepsilon^2}.$$

Вычисление $n(t)$ с помощью (27) дает [2]

$$n = n_0 \left(1 - \frac{4N}{4N + \varepsilon^2} \sin^2 \frac{x}{2} \sqrt{4N + \varepsilon^2} \right). \quad (28)$$

Точно так же можно рассмотреть случай сильного поля.

4. Линейная по числу фотонов область

Некоторые результаты можно получить, если линеаризовать уравнения (18) и (19) (пренебречь членами L_j^2). Нетрудно убедиться, что из (18) следует такое же линейное уравнение для $n = \sum n_j$, какое приводится в [1]. Чтобы выяснить границы применимости линеаризованного уравнения, мы вычислим также первую итерацию в точном интегральном уравнении (19), учитывая также вклад недиагональных элементов матрицы L_j . При вычислении числа фотонов мы воспользуемся следующим соотношением:

$$\sum_{j=|j_1-j_2|}^{j_1+j_2} [(j+j_1-j_2)(j-j_1+j_2+1)]^m \frac{(2j+1)(2j_1)!(2j_2)!}{(j_1+j_2+j+1)!(j_1+j_2-j)!} =$$

$$= \begin{cases} N_1 & \text{при } m=1 \\ N_1 N & \text{при } m=2 \end{cases} \quad (29)$$

которое легко получить, если вычислить среднее значение оператора $(J^2 - J_3^2 + J_3)^m$ в состоянии $\psi(0)$. Опуская в остальном очевидные выкладки, дадим окончательный результат:

$$n(t) = \frac{2N_1}{\lambda^2} (\text{ch } \lambda x - 1) - \frac{6N_1}{\lambda^4} (\text{ch } \lambda x - 1) \left[\frac{1}{2} \left(\frac{3\varepsilon^2}{\lambda^2} - 1 \right) + \frac{6N}{\lambda^2} \right] +$$

$$+ \frac{N_1}{\lambda^4} (\text{ch } 2\lambda x - \text{ch } \lambda x) \left[\left(1 + \frac{\varepsilon^2}{\lambda^2} \right) + \frac{4N}{\lambda^2} \right] + \frac{6N_1}{\lambda^3} x \text{sh } \lambda x \left(\frac{\varepsilon^2}{\lambda^2} + \frac{4N}{\lambda^2} \right).$$

Здесь первый член соответствует приближению линеаризованного уравнения, все члены, пропорциональные N , получаются от диагональных элементов оператора L_j , а все первые слагаемые в квадратных скобках соответствуют вкладу недиагональных элементов. Если N порядка λ^2 или ε^2 , то недиагональные элементы также оказываются существенными. Рассмотрим сначала область вблизи резонанса ($\varepsilon \sim 0$) и большие начальные перенаселенности ($N_1 - N_2 = N_- \gg 1$). Как это следует из (30), при $N \gg |N_-|^2$ поправка всегда порядка и больше линейного по n члена. В квантовых генераторах, как правило, $N_-^2 \gg N$. Тогда, оставляя экспоненциально большие члены, мы найдем

$$n(t) \approx \frac{N_1}{4N_-} \exp(i\lambda x) \left[1 + \frac{1}{8N_-} \left(1 + \frac{N}{N_-} \right) \exp(i\lambda x) \right], \quad (31)$$

так что линейный режим колебаний существует до значений $x \ll \frac{1}{\lambda} \ln 8N_-$.

В случае отрицательной перенаселенности, когда возбуждено мало атомов, из (30) получается уже известный результат (24).

5. Полностью возбужденная система

Если написать уравнение (18) для числа фотонов n_j и отбросить недиагональные элементы матрицы L_j , то полученное нелинейное уравнение решается, как и в [1], в эллиптических функциях. Однако здесь необходимо произвести дополнительное суммирование $\sum n_j$, что невозможно делать для произвольных j_1 и j_2 . Если же, однако, выполняется условие $(4N_- - \varepsilon^2)^2 \gg N_1(N_2 + 1)$, то $(L_j)_{00}$ от j не зависит и наши результаты совпадают с результатами [1, 2].

В одном частном случае, когда все атомы возбуждены, уравнение (18) совпадает с аналогичным уравнением Галицкого и др. Как показано ими, $n(t)$ выражается через эллиптические интегралы и является периодической функцией с минимальным и максимальным значениями ноль и N соответственно.

Математически более простое решение можно получить следующим методом. Заменим при $\varepsilon = 0$ разностно-дифференциальное уравнение (14) дифференциальным уравнением в частных производных первого порядка для функции $a(x, n)$, считая, что n пробегает непрерывный ряд значений (это фактически соответствует полуклассическому рассмотрению поля излучения). Нетрудно убедиться, что такая замена справедлива для больших N и при значениях n не очень близких к N . Если же, однако, распространить указанную процедуру на всевозможные значения n и учесть δ -образность функции $a(x, n)$ в точке $x = 0$, то можно показать, что $n(t)$ — периодическая функция с периодом $T = 2\tau_0 \ln 8N$ ($\tau_0^{-1} = 2|\beta| \sqrt{N}$), а значения $n(t)$ для моментов времени $0 \leq t \leq T/2$ определяются из уравнения

$$\frac{t}{\tau_0} - \ln \frac{\sqrt{N + 1/2} - \sqrt{N - n}}{\sqrt{N + 1/2} + \sqrt{N - n}} = \frac{T}{2\tau_0}, \quad \varepsilon = 0. \quad (32)$$

Число фотонов, как это следует из формулы, сначала по экспоненте растет, достигая максимального значения $n_{\max} = N$ при $t = T/2$ и затем экспоненциально падает до значения $n = 0$ при $t = T$.

Переход от дискретных к непрерывным n фактически эквивалентен пренебрежению недиагональными элементами матрицы $L(x)$. Действительно, поскольку $a(x, n)$ по x и n удовлетворяет дифференциальному уравнению в частных производных первого порядка, а начальное условие имеет вид δ -функции, то и в любой момент времени $|a(x, n)|^2 \sim \delta[\varphi(x, n)]$, причем нули функции $\varphi(x, n)$ определяются из уравнения (32). Поэтому $\langle nn \rangle = \sum n^2 |a(x, n)|^2 = \left(\sum |a(x, n)|^2 \right)^2 = \langle n \rangle^2$.

Для иллюстрации того факта, что недиагональные элементы могут оказаться весьма существенными, система (14) в случае точного резонанса при значениях $N = 10, 50, 150$ решалась на счетно-вычислительной машине. Численные результаты приведены на рисунке.

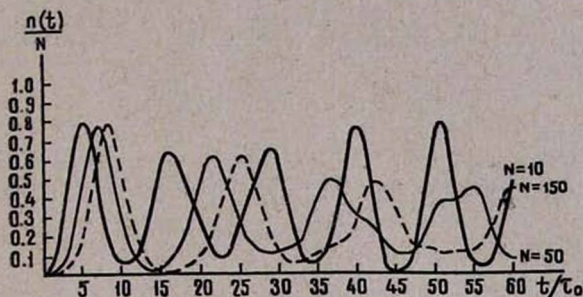


Рис. 1.

Как видно, колебания плотности фотонов носят нерегулярный характер, причем эти нерегулярности усиливаются с увеличением N . Значение $n_{\max} = N$ не достигается никогда, а зачастую пикки имеют высоту, равную лишь $N/2$. Можно, в принципе, предположить, что с увеличением N установится режим регулярных колебаний, соответствующий (32). Однако система (14) при $\varepsilon = 0$ содержит лишь один параметр N . Если имеется такой режим, то скорее всего он может наступить при значениях $N \gg 1$, так что асимптотические значения $n_{\max}$ и периода колебаний при значениях $N = 50$ и 150 должны были быть достигнуты. Это дает некие основания предположить, что регулярный режим колебаний при больших перенаселенностях отсутствует всегда и квантовый характер начальных условий запоминается системой во все последующие моменты времени.

Выражаю благодарность проф. М. Л. Тер-Микаеляну за многочисленные полезные обсуждения.

Физический институт ГКАЭ

Поступила 4 ноября 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. А. И. Алексеев, Ю. А. Вдовин, В. М. Галицкий, ЖЭТФ, 46, 320 (1964).
2. А. И. Алексеев, В. М. Галицкий, ЖЭТФ, 47, 1893 (1964).

ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ՏՍՏԱՆՈՒՄՆԵՐ ՌԵԶՈՆԱՆՍԱՅԻՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Վ. Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Դիտարկված են երկմակարդակների ատոմների էլեկտրամագնիսական տատանումներն առանց հաշվի առնելու ուղակիացիոն կորուստներն ալն դեպքում, երբ ռեզոնատորում գոյություն ունի տատանումների մեկ ձև, իսկ ատոմների բաշխումը ըստ մակարդակների՝ սկզբնական մոմենտում արդեն է: Ամպլիտուդների համար ստացված են քվանտային էլեկտրադինամիկայի ճշգրիտ հավասարումները: Դիտարկված են մի քանի մասնակի դեպքեր, որոնք ունեն կամ ճշգրիտ, կամ մոտավոր լուծումներ: Դիտարկված է տատանումների գծային տիրույթը: Ճշգրիտ հավասարումները

Բվային կերպով լուծված են այն դեպքերում, երբ ռեզոնատորը պարունակում է ընդամենը 10,50 և 150 ակտիվ ատոմներ: Ցույց է տրված, որ այդ դեպքերում ֆոտոնների տատանումներն ունեն ոչ ռեզոնանսային բնույթ:

ELECTROMAGNETIC OSCILLATIONS IN A RESONANCE MEDIUM

by V. M. HARUTYUNYAN

Electromagnetic oscillations are investigated for a resonance medium consisting of identical two-level molecules with no account of pumping and relaxation losses.

ПРОХОЖДЕНИЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ЧЕРЕЗ БИГИРОТРОПНУЮ ПЛАСТИНКУ

О. С. ЕРИЦЯН

В работе рассмотрено прохождение плоской электромагнитной волны через бигиротропную пластинку. Получено уравнение Френеля для такой среды. Получены и исследованы проходящая и отраженная волны в случае нормального падения.

Рассмотрено прохождение электромагнитной волны через пластинку, в которой имеет место электрическая и магнитная гиротропия.

1. Материальные уравнения для среды с электрической и магнитной гиротропией имеют следующий вид:

$$D_i = \varepsilon_{ik} E_k,$$

$$B_i = \mu_{ik} H_k,$$

где

$$\varepsilon_{ik} = \begin{pmatrix} \varepsilon & -i\varepsilon_2 & 0 \\ i\varepsilon_2 & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_1 \end{pmatrix}$$

$$\mu_{ik} = \begin{pmatrix} \mu & -i\mu_2 & 0 \\ i\mu_2 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_1 \end{pmatrix}$$

„Показатель преломления“ $\vec{n} = \frac{c}{\omega} \vec{k}$ для такой среды удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned} & n^4 (\mu \sin^2 \theta + \mu_1 \cos^2 \theta) (\varepsilon \sin^2 \theta + \varepsilon_1 \cos^2 \theta) - \\ & - n^2 \{ [\varepsilon_1 (\mu^2 - \mu_2^2) + \mu \mu_1 (\varepsilon^2 - \varepsilon_2^2)] \sin^2 \theta + 2\mu_1 \varepsilon_1 (\mu \varepsilon + \mu_2 \varepsilon_2) \cos^2 \theta \} + \\ & + \mu_1 \varepsilon_1 (\varepsilon^2 - \varepsilon_2^2) (\mu^2 - \mu_2^2) = 0, \end{aligned}$$

где θ угол между осью Oz и направлением волнового вектора $\vec{k}$;
Для случая нормального падения имеем

$$n^{\pm} = \sqrt{(\mu \pm \mu_2) (\varepsilon \pm \varepsilon_2)}.$$

2. В случае нормального падения в пластинке будут иметь место четыре волны, которые соответствуют двум различным направлениям распространения и двум различным значениям k : k^+ и k^- .

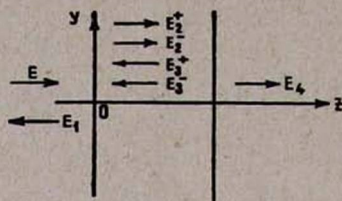


Рис. 1.

Для обоих направлений распространения получается следующее соотношение между x и y -компонентами поля:

$$E_y^{\pm} = \pm i E_x^{\pm},$$

т. е. имеет место правая и левая круговая поляризация.

3. Пусть волна падает из пустоты на пластинку; вектор поляризации падающей волны направлен по оси y — $\vec{E}(E_y)$. Условия непрерывности тангенциальных компонент полей дают следующие выражения для отраженной ($\vec{E}_1$) и проходящей ($\vec{E}_4$) волн:

$$E_{1x} = \sqrt{G_1} \cdot e^{i\psi_1} \frac{4E}{\Delta_1 \Delta_2},$$

$$G_1 = [\alpha^- (1 - \alpha^{+2} \sin k^+ d \cdot \cos k^- d - \alpha^+ (1 - \alpha^{-2}) \sin k^- d \cdot \cos k^+ d)]^2 + \\ + [(\alpha^{-2} - \alpha^{+2}) \sin k^+ d \cdot \sin k^- d]^2,$$

$$\operatorname{tg} \psi_1 = - \frac{(\alpha^{-2} - \alpha^{+2}) \sin k^+ d \cdot \sin k^- d}{\alpha^- (1 - \alpha^{+2}) \sin k^+ d \cos k^- d - \alpha^+ (1 - \alpha^{-2}) \sin k^- d \cos k^+ d},$$

$$E_{1y} = \sqrt{G_2} \cdot e^{i\psi_2} \frac{4E}{\Delta_1 \Delta_2},$$

$$G_2 = [\alpha^- (1 - \alpha^{+2}) \sin k^+ d \cos k^- d + \alpha^+ (1 - \alpha^{-2}) \sin k^- d \cos k^+ d]^2 + \\ + [(1 - \alpha^{+2} \alpha^{-2}) \sin k^+ d \sin k^- d]^2,$$

$$\operatorname{tg} \psi_2 = - \frac{\alpha^- (1 - \alpha^{+2}) \sin k^+ d \cos k^- d + \alpha^+ (1 - \alpha^{-2}) \cos k^+ d \sin k^- d}{(1 - \alpha^{+2} \alpha^{-2}) \sin k^+ d \sin k^- d},$$

$$E_{4x} = \sqrt{G_3} \cdot e^{i\psi_3} \frac{4E}{\Delta_1 \Delta_2},$$

$$G_3 = [2\alpha^+ \alpha^- (\cos k^+ d - \cos k^- d)]^2 + [\alpha^- (1 + \alpha^{+2}) \sin k^+ d - \\ - \alpha^+ (1 + \alpha^{-2}) \sin k^- d]^2$$

$$\operatorname{tg} \psi_3 = \frac{2\alpha^+ \alpha^- (\cos k^+ d - \cos k^- d)}{\alpha^- (1 + \alpha^{+2}) \sin k^+ d - \alpha^+ (1 + \alpha^{-2}) \sin k^- d},$$

$$E_{4y} = \sqrt{G_4} \cdot e^{i\psi_4} \frac{4E}{\Delta_1 \Delta_2},$$

$$G_4 = [2\alpha^+ \alpha^- (\cos k^+ d + \cos k^- d)]^2 + [\alpha^- (1 + \alpha^{+2}) \sin k^+ d + \alpha^+ (1 + \alpha^{-2}) \sin k^- d]^2,$$

$$\operatorname{tg} \psi_4 = - \frac{\alpha^- (1 + \alpha^{+2}) \sin k^+ d + \alpha^+ (1 + \alpha^{-2}) \sin k^- d}{2\alpha^+ \alpha^- (\cos k^+ d + \cos k^- d)},$$

где

$$\Delta_1 = 4\alpha^+ \cos k^+ d - i \cdot 2(1 + \alpha^{+2}) \cdot \sin k^+ d,$$

$$\Delta_2 = 4\alpha^- \cos k^- d - i \cdot 2(1 + \alpha^{-2}) \cdot \sin k^- d,$$

$$\alpha^\pm = \sqrt{\frac{\varepsilon \pm \varepsilon_2}{\mu \pm \mu_2}}.$$

Из этих формул видно, что вследствие многократных отражений от границ пластинки x и y -компоненты проходящей и отраженной волн имеют различные фазы. Для фаз x и y -компонент отраженной волны имеем соответственно:

$$\psi_1 = - \operatorname{arctg} \frac{(\alpha^{-2} - \alpha^{+2}) \sin k^+ d \sin k^- d}{\alpha^- (1 - \alpha^{+2}) \sin k^+ d \cos k^- d - \alpha^+ (1 - \alpha^{-2}) \sin k^- d \cos k^+ d},$$

$$\psi_2 = - \operatorname{arctg} \frac{\alpha^- (1 - \alpha^{+2}) \sin k^+ d \cos k^- d + \alpha^+ (1 - \alpha^{-2}) \cos k^+ d \sin k^- d}{(1 - \alpha^{+2} \alpha^{-2}) \sin k^+ d \sin k^- d}$$

и для компонент проходящей волны:

$$\psi_3 = \operatorname{arctg} \frac{2\alpha^+ \alpha^- (\cos k^+ d - \cos k^- d)}{\alpha^- (1 + \alpha^{+2}) \sin k^+ d - \alpha^+ (1 + \alpha^{-2}) \sin k^- d},$$

$$\psi_4 = - \operatorname{arctg} \frac{\alpha^- (1 + \alpha^{+2}) \sin k^+ d + \alpha^+ (1 + \alpha^{-2}) \sin k^- d}{2\alpha^+ \alpha^- (\cos k^+ d + \cos k^- d)}.$$

Угол поворота плоскости поляризации отраженной волны определяется отношением модулей E_{1y} и E_{1x} :

$$\psi_{\text{отр}} = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{G_2}}{\sqrt{G_1}}$$

и для проходящей волны:

$$\psi_{\text{прох}} = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{G_4}}{\sqrt{G_3}}.$$

Конечные формулы могут быть применены для определения параметров пластинки.

В заключение приношу глубокую благодарность О. С. Мергеляну за обсуждение результатов.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Электродинамика сплошных сред. Физматгиз, М., 1959.
2. О. С. Мерелян, Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 15, 75 (1962).
3. Ю. М. Айвазян, О. С. Мерелян, Изв. АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 17, 125 (1964).

ՀԱՐԹ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԵԻՍԱԿԱՆ ԱԼԻԳԻ ԱՆՑՈՒՄԸ
ԲԻԶԻՐՈՏՐՈՊ ԹԻԹԵՂԻ ՄԻՋՈՎ

Հ. Ս. ԵՐԻՑՅԱՆ

Դիտարկված է էլեկտրամագնիսական ալիքի անցումը բիհիռոտրոպ թիթեղի միջով: Ստացված են ֆրենելի բանաձևերը այդպիսի միջավայրերի համար: Նորմալ անցման դեպքի համար ստացված են արտահայտություններ անդրադարձող և անցնող ալիքների, ինչպես և այդ ալիքների բեկոացման հարթության պտտման անկյան համար:

THE PASSAGE OF PLANE ELECTROMAGNETIC WAVES
THROUGH THE BIGIROTROPIC SHEET

by O. S. YERITSIAN

The passage of the electromagnetic wave through the bigirotropic sheet is discussed in the paper. Frensel's equation is obtained for a similar medium. Passing and reflected waves are derived and examined for normal passage.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ОБ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УРОВНЯХ ДЕФЕКТОВ,
СОЗДАВАЕМЫХ БЫСТРЫМИ НЕЙТРОНАМИ В КРЕМНИИ
р-ТИПА

И. Д. КОНОЗЕНКО, Г. Н. ЕРИЦЯН, В. И. ХИВРИЧ

В настоящее время для кремния *p*-типа, в отличие от кремния *n*-типа, неизвестна достоверно природа энергетических уровней в запрещенной зоне, созданных радиационными дефектами, возникшими в результате облучения быстрыми нейтронами.

В ряде работ [1, 2, 3] показано, что быстрые нейтроны создают в кремнии *p*-типа энергетические уровни, расположенные в середине запрещенной зоны, и уровни, расположенные на 0,49 и 0,3 эв выше валентной зоны.

Нами были исследованы образцы кремния *p*-типа с удельным сопротивлением 80 ом.см (легирован бором) и плотностью дислокаций 10^4 см^{-2} с различной концентрацией кислорода. Образцы первого типа были выращены методом Чохральского и имели концентрацию кислорода 10^{16} см^{-3} ; образцы второго типа — зонной плавкой с концентрацией кислорода 10^{16} см^{-3} . Образцы имели размеры $1,5 \times 3 \times 10 \text{ мм}$, шлифовались и травились в СР-4. Контакты осуществлялись путем втирания галлия с цинком, обеспечивая омичность в интервале температур 100—340°K.

Облучение образцов производилось в реакторе ВВРМ при температуре 60°С быстрыми нейтронами. Тепловые нейтроны отсекались кадмиевым фильтром. По оценке относительный вклад γ -лучей по отношению к быстрым нейтронам составлял 4%. Образцы обоих типов были облучены дозой $6,6 \times 10^{18} \text{ н}^\circ/\text{см}^2$ в одинаковых условиях.

В результате облучения удельное сопротивление образцов первого типа возросло до $1,3 \times 10^6 \text{ ом. см}$, а второго типа — до 10^6 ом. см .

Подвижность дырок уменьшалась с 220 до 20 $\text{см}^2/\text{сек}$, почти одинаково для обоих типов образцов. На рис. 1 и 2 представлены результаты измерений эффекта Холла для первого и второго типа образцов соответственно. Эти данные указывают на то, что облучение быстрыми нейтронами резко уменьшает концентрацию дырок (почти на три порядка величины) и приводит к появлению радиационных дефектов типа донорной примеси, создающих новые электронные уровни. Из наклона кривых была вычислена глубина залегания этих уровней, которые оказались на $E_v + 0,45 \text{ эв}$ ($\pm 0,01 \text{ эв}$) и $E_v + 0,42 \text{ эв}$ ($\pm 0,01 \text{ эв}$) для первого и второго типа соответственно.

Исследование отжига возникших дефектов (рис. 3) показало, что они устойчивы вплоть до 300°С и отжигаются при 400°С. При этом появляется уровень $E_v + 0,29 \text{ эв}$, имеющий малую концентрацию ($2,74 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$), который был обнаружен и в работе [3]. Из данных рис. 1 и 2 можно также показать, что эффективность образования дефектов быстрыми нейтронами составляет 10^{-4} см^{-1} . Учитывая, что

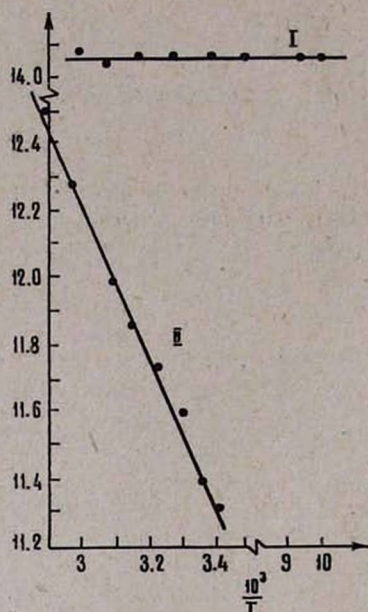


Рис. 1.

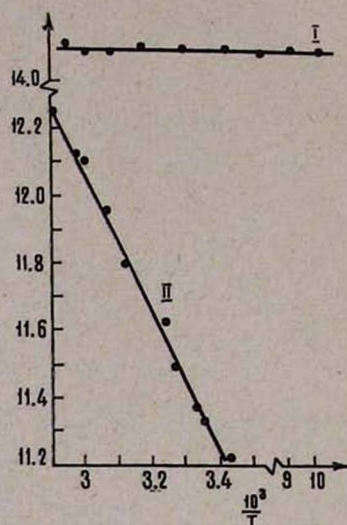


Рис. 2.

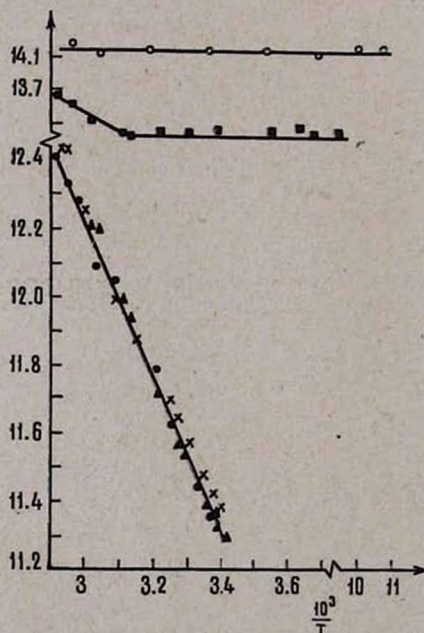


Рис. 3.

образцы имели одинаковую малую плотность дислокаций, следует предположить, что данные энергетические уровни не принадлежат к дефектам, локализованным на дислокациях.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. G. K. Wertheim, Phys. Rev., 111, 1500 (1958).
2. B. C. Багдасарян, УФН, 84, 431 (1964).
3. G. C. Bailey and C. M. Williams, J. Appl. Phys., 34, 1935 (1963).

ԱՐԱԳ ՆԵՅՏՏՐՈՆՆԵՐՈՎ ՌՄԲԱԿՈՇՎՈՂ p-Si-ՊԻ ՍԻԼԻՑԻՈՒՄԻ ՄԵՋ
ԱՌԱՋԱՅՈՂ ԷՆԵՐԳԵՏԻԿ ՄԱԿԱՐԴԱԿՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ի. Դ. ԿՈՆՈՏԵՆԿՈ, Հ. Ն. ԵՐԻՑՅԱՆ, Վ. Ի. ԽԻՎՐԻՉ

p-տիպի սիլիցիումը արագ նեյտրոններով ուժեղացված տեսակարար դիմադրությունը ստացվում է սեփականից բարձր՝ շարժունակության համարյա 10 անգամ նվազելու հետևանքով: Ռադիացիոն էներգետիկ մակարդակները՝ ստացվում են 0,45, 0,42, 0,29 էլեկտրոնվոլ՝ վալենտային շերտից վեր:

ON THE ENERGY LEVELS OF DEFECTS IN p-Si PRODUCED BY FAST NEUTRON

by J. D. KONSENKO, G. N. YERITSYAN, V. J. HIVRICH

Following a p-Si irradiation by fast neutrons; a resistivity higher than the intrinsic is obtained (in consequence of a decrease of the Hall mobility of the order almost one value) and three levels in the band gap 0,45; 0,42; 0,29 eV from the valence band are discovered.

О ВОЗМОЖНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ИОНИЗАЦИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В СТРИМЕРНОЙ КАМЕРЕ

Т. А. АСАТИАНИ, К. А. ГАЗАРЯН, В. Н. ЖМЫРОВ, В. А. ИВАНОВ,
Э. М. МАТЕВОСЯН, А. А. НАЗАРЯН, А. Ф. ФИЛОЗОВ, Р. О. ШАРХАТУНЯН

При исследовании свойств элементарных частиц с помощью трековых камер одной из основных задач является определение удельной ионизации заряженных частиц.

Возможность определения ионизирующей способности заряженных частиц в следящей искровой камере подробно рассмотрена в работе В. А. Любимова и др. [1]. В работе Фукуи и Захарова [2] имеется указание на наличие эффекта ионизации в проекционной искровой камере. Некоторые соображения и подсчеты по поводу возможности определения удельной ионизации в стримерной камере приведены в работе Г. Е. Чиковани и др. [3].

С целью экспериментальной проверки возможности определения удельной ионизации заряженных частиц в стримерной камере нами были поставлены опыты на протонном пучке синхроциклотрона ЛЯП ОИЯИ.

В настоящей статье приведены результаты первого эксперимента.

Через стримерную камеру объемом $(50 \times 35 \times 15)$ см³, наполненную чистым неоном до давления 1 атм, пропускались протоны

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. G. K. Wertheim, Phys. Rev., 111, 1500 (1958).
2. B. C. Багдасарян, УФН, 84, 431 (1964).
3. G. C. Bailey and C. M. Williams, J. Appl. Phys., 34, 1935 (1963).

ԱՐԱԳ ՆԵՅՏՐՈՆՆԵՐՈՎ ՌՄԲԱԿՈՑՎՈՂ p-ՏԻՊԻ ՍԻԼԻՑԻՈՒՄԻ ՄԵՋ
ԱՌԱՋԱՅՈՂ ԷՆԵՐԳԵՏԻԿ ՄԱԿԱՐԴԱԿՆԵՐԻ ՄԱՍԻՆ

Ի. Դ. ԿՈՆՈՏԵՆԿՈ, Հ. Ն. ԵՐԻՏՅԱՆ, Վ. Ի. ԽԻՎՐԻՉ

p-տիպի սիլիցիումը արագ նեյտրոններով ուժեղացված տեսակարար դիմադրությունը ստացվում է սեփականից բարձր՝ շարժունակության համարյա 10 անգամ նվազելու հետևանքով։ Ռադիացիոն էներգետիկ մակարդակները՝ ստացվում են 0,45, 0,42, 0,29 էլեկտրոնվոլ՝ վալենտային շերտից վեր։

ON THE ENERGY LEVELS OF DEFECTS IN p-Si PRODUCED BY FAST NEUTRON

by J. D. KONOSSENKO, G. N. YERITSYAN, V. J. HIVRICH

Following a p-Si irradiation by fast neutrons; a resistivity higher than the intrinsic is obtained (in consequence of a decrease of the Hall mobility of the order almost one value) and three levels in the band gap 0,45; 0,42; 0,29 eV from the valence band are discovered.

О ВОЗМОЖНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ИОНИЗАЦИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В СТРИМЕРНОЙ КАМЕРЕ

Т. А. АСАТИАНИ, К. А. ГАЗАРЯН, В. Н. ЖМЫРОВ, В. А. ИВАНОВ,
Э. М. МАТЕВОСЯН, А. А. НАЗАРЯН, А. Ф. ФИЛОЗОВ, Р. О. ШАРХАТУНЯН

При исследовании свойств элементарных частиц с помощью трековых камер одной из основных задач является определение удельной ионизации заряженных частиц.

Возможность определения ионизирующей способности заряженных частиц в следящей искровой камере подробно рассмотрена в работе В. А. Любимова и др. [1]. В работе Фукуи и Захарова [2] имеется указание на наличие эффекта ионизации в проекционной искровой камере. Некоторые соображения и подсчеты по поводу возможности определения удельной ионизации в стримерной камере приведены в работе Г. Е. Чиковани и др. [3].

С целью экспериментальной проверки возможности определения удельной ионизации заряженных частиц в стримерной камере нами были поставлены опыты на протонном пучке синхротрона ЛЯП ОИЯИ.

В настоящей статье приведены результаты первого эксперимента.

Через стримерную камеру объемом $(50 \times 35 \times 15)$ см³, наполненную чистым неоном до давления 1 атм, пропускались протоны

различных энергий: $E_1 = 660$ Мэв, $E_2 = 200$ Мэв, $E_3 \approx 100$ Мэв, $E_4 \approx 50$ Мэв. Протоны с энергией E_2 , E_3 и E_4 получались путем замедления протонов с энергией E_1 в полиэтиленовом поглотителе различной толщины. Рабочая интенсивность пучка была выбрана такой, что сцинтилляционный телескоп четырехкратных совпадений позволял выделять в камере только одну проходящую частицу. Питание камеры с задержкой $\sim 1,2$ мксек осуществлялось от генератора типа Аркадьева—Маркса высоковольтным импульсом треугольной формы с амплитудой 150 кВ (10 кВ/см), временами нарастания и спада $4,5 \cdot 10^{-8}$ и $3,5 \cdot 10^{-8}$ сек соответственно.

Фотографирование производилось на аэрофотопленку чувствительностью 1300 ед. ГОСТ объективами „Юпитер-3“ с относительными отверстиями 1:4 через прозрачный электрод* вдоль электрического поля и 1:2 через стеклянную стенку перпендикулярно электрическому полю.

Фотография протонного следа в боковой проекции со средней шириной ~ 30 мм дана на рис. 1. На рис. 2 приведены фотографии следов протонов различных энергий в лобовой проекции, которые ясно указывают на увеличение яркости следов с увеличением удельной ионизации.

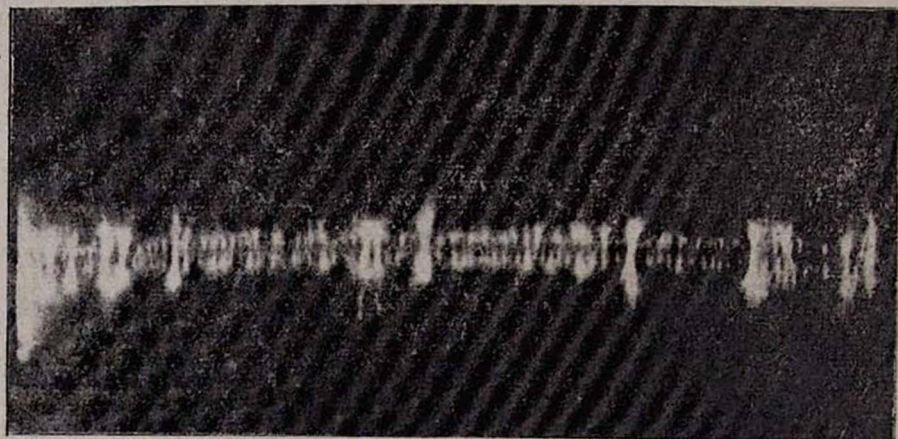


Рис. 1. Боковая проекция протонного следа.

Число светящихся центров на 1 см трека в натуре оказалось $n = 1,8 \pm 0,4$, а среднеквадратичный разброс светящихся центров от аппроксимирующей прямой $\sigma = 0,29$ мм. На микрофотометре МФ-4 профотометрировано для каждой энергии протонов по 10 треков, снятых в этой же проекции.

При фотометрировании [4] для каждого трека определялись относительная прозрачность $T_i = \frac{A_i}{A_{0i}}$, где A — прозрачность почерненного участка, а A_0 — непочерненного и $f_i = 1 - T_i$ почернение.

* Прозрачный электрод выполнен в виде стекла с натянутыми на нее тонкими проволочками. Второй электрод — дуралевый.

Из распределений f_i для каждой энергии определялись со своими среднеквадратичными ошибками средние почернения $\bar{f}$ для каждой энергии. Зависимость $\bar{f}$ от удельной ионизации $J/J_{\min}$ дана на рис. 3.

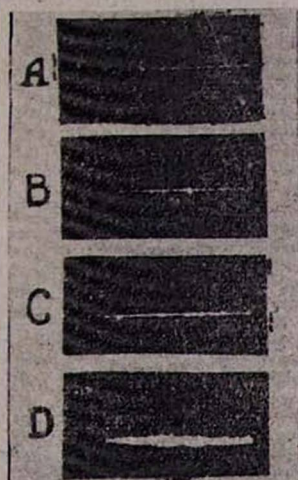


Рис. 2. Лобовая проекция протонного следа:
А—энергия протона 660 Мэв,
В—энергия протона 200 Мэв,
С—энергия протона 100 Мэв,
D—энергия протона 50 Мэв.

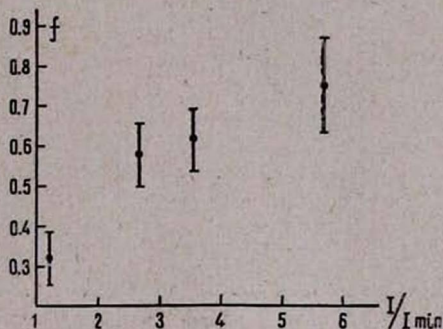


Рис. 3. Зависимость почернения от удельной ионизации.

Несмотря на то, что приведенные результаты носят скорее качественный характер, кривая почернения указывает на возможность измерения ионизации заряженных частиц в стримерной камере.

В заключение авторы выражают благодарность чл.-корр. АН СССР Алиханяну А. И. и доктору физико-математических наук Тяпкину А. А. за содействие и интерес к работе. Особую признательность авторы выражают канд. физ.-мат. наук Писареву А. Ф. за помощь при проведении эксперимента и полезные обсуждения, а также Прохорову В. Н. за непосредственную помощь в измерениях и Заневскому Ю. А. за содействие в работе.

Институт физики ГКАЭ

Поступила 5 сентября 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Любимов, Ю. В. Галактионов, Ф. А. Павловский, Ф. А. Еч, В. И. Сидоров. Препринт ИТЭФ, № 269 (1964).
2. S. Fukui, B. Zacharov, Nucl. Instr. and Methods, 23, 24 (1963).
3. Е. Г. Чиковани, В. Н. Ройншвили, В. А. Михайлов. Сообщения АН ГрузССР, 35, 1964.
4. К. Е. Björnerud, Rev. Sci. Instr., 26, 835 (1955).

**ՍՏՐԻՄԵՐԱՅԻՆ ԽՅԻԿՈՒՄ ԼԻՑԲԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ԻՈՆԻԶԱՑՈՒՄԸ
ԶԱՓԵԼՈՒ ՀՆԱՐԱՎՈՐՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ**

Թ. Լ. ԱՍԱՏԻԱՆԻ, Կ. Ա. ԳԱԶԱՐՅԱՆ, Վ. Ն. ԺՄԻՐՈՎ, Վ. Ա. ԻՎԱՆՈՎ, Է. Մ. ՄԱԹԵՎՈՍՅԱՆ,
Ա. Ա. ՆԱԶԱՐՅԱՆ, Ա. Ֆ. ՖԻԼՈԶՈՎ, Ռ. Օ. ՇԱՐԽԱՏՈՒՆՅԱՆ

*Զափված է էլեկտրական դաշտի նկատմամբ 90° անկյան տակ շարժվող պրոտոնների
իոնացնող ունակությունը և ցույց է տրված, որ հետքերի պայծառությունը կարող է ծառայել որ-
պես հարմար պարամետրի ստրիմերային խցիկում իոնացումը չափելու համար:*

**ON THE POSSIBILITY OF IONIZATION MEASUREMENTS
IN A STEAMER CHAMBER**

by T. L. ASATIANI, K. A. KAZARIAN, V. N. ZHMIROV, V. A. IVANOV,
E. M. MATEVOSIAN, A. A. NAZARIAN, A. F. FILOZOV, R. O. SARKHATUNIAN

The ionizing power of protons coming at 90° to the electrical field has been measured and the track brightness has been shown to serve as a good parameter for measuring ionization in the streamer chamber.

СОДЕРЖАНИЕ

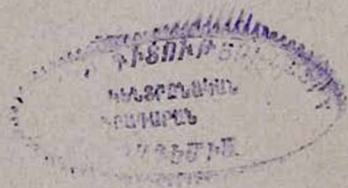
	Стр.
<i>М. Е. Мовсисян, Ю. С. Чилингарян, Н. Н. Бадалян</i> , Исследование спектральных характеристик стимулированного излучения рубина	61
<i>Р. Г. Тарханян</i> , Термоэдс в полупроводниках в сильном магнитном поле	66
<i>А. В. Геворкян, Р. В. Багдасарян, Л. Г. Мелконян</i> , Влияние природы растворителя на характеристическую вязкость и размеры макромолекул полихлоропрена	75
<i>А. В. Геворкян, Р. В. Багдасарян, Л. Г. Мелконян</i> , Влияние температуры на размеры макромолекул полихлоропрена в растворе	81
<i>Г. М. Авакьянц, Г. Хашимов</i> , Влияние тылового контакта на вольтамперную характеристику диода	85
<i>Г. М. Авакьянц, Ш. Каниязов</i> , К теории динамической характеристики длинных диодов	95
<i>Г. М. Авакьянц, Ш. Каниязов</i> , Генерация электрических колебаний в полупроводниках при прохождении постоянного тока	105
<i>В. М. Арутюнян</i> , Электромагнитные колебания в резонансной среде	111
<i>О. С. Ерицян</i> , Прохождение плоской электромагнитной волны через бигиротропную пластинку	121
Краткие сообщения	
<i>И. Д. Конозенко, Г. Н. Ерицян, В. И. Хиврич</i> , Об энергетических уровнях дефектов, создаваемых быстрыми нейтронами в кремнии р-типа	125
<i>Т. Л. Асатиани, К. А. Газарян, В. Н. Жмыров, В. А. Иванов, Э. М. Матвеев, А. А. Назарян, А. Ф. Филозов, Р. О. Шархатунян</i> , О возможности измерения ионизации заряженных частиц в стримерной камере	127

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ի Թ Յ Ո Ի Ն

Մ. Ե. Մովսիսյան, Յու. Ս. Զիլինգարյան, Ն. Ն. Բաղդյան, <i>Ռուբինի ստիմուլացված հառադայթման սպեկտրալ բնութագրերի ուսումնասիրությունը</i>	61
Ռ. Ն. Թարխանյան, <i>Գիտահաղորդիչների թերմոէլեկտրաշարժ ուժը ուժեղ մագնիսական դաշտում</i>	66
Ա. Վ. Գեորգյան, Ռ. Վ. Բաղդասարյան, Լ. Գ. Մելրոնյան, <i>Հուժիչի բնույթի ազդեցությունը պոլիբլորոպրենի խառկտերիստիկ մածուցիկության և մակրոմոլեկուլի չափերի վրա</i>	75
Ա. Վ. Գեորգյան, Ռ. Վ. Բաղդասարյան, Լ. Գ. Մելրոնյան, <i>Ջերմաստիճանի ազդեցությունը պոլիբլորոպրենի մակրոմոլեկուլի չափերի վրա լուծույթում</i>	81
Գ. Մ. Ավակյան, Ղ. Հաշիմով, <i>Թիկունքային սեղմող միացում ունեցող դիոդի վնասման պեղային բնութագրերը</i>	85
Գ. Մ. Ավակյան, Շ. Կանիյազով, <i>Երկար դեղձների դինամիկ բնութագրի տեսության վերաբերյալ</i>	95
Գ. Մ. Ավակյան, Շ. Կանիյազով, <i>Էլեկտրական տատանումների գեներացիան կիսահաղորդիչներում, երբ նրանց միջով անցնում է հաստատուն հոսանքը</i>	105
Վ. Մ. Հարությունյան, <i>Էլեկտրամագնիսական տատանումներ ռեզոնանսային միջավայրում</i>	111
Հ. Ս. Երիցյան, <i>Հարթ էլեկտրամագնիսական ալիքի անցումը բիհրոտրոպ թիթեղի միջով</i>	121

Համառոտ հաղորդումներ

Ի. Դ. Կոնոզենկո, Հ. Ն. Երիցյան, Վ. Ի. Խիվրիչ, Արադ <i>Նեյտրոններով ուժեղացվող ք-ալիզի սիլիցիումի մեջ առաջացող էներգետիկ մակարդակների մասին</i>	125
Թ. Լ. Ասատիանի, Կ. Ա. Գազարյան, Վ. Ն. Ժմիրով, Վ. Ա. Իվանով, Է. Մ. Մարկոսյան, Ա. Ա. Նազարյան, Ա. Ֆ. Ֆիլոզով, Ռ. Օ. Շարխատունյան, <i>Ստրիմերային խցիկում լիցքավորված մասնիկների իոնիզացումը չափելու հնարավորության մասին</i>	127



Технический редактор Л. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 04641. Подписано к печати 18/VI 1966 г. Тираж 520. Изд. № 2690. Заказ 132.

Формат бумаги 70×108¹/₁₆. Печ. л. 4,5. Бум. л. 3,06. Усл. печ. л. 6,13.

Уч. изд. лист. 5,04

Типография Изд. АН Армянской ССР, Ереван, Барекамутян, 24.