

ԱՍՏՐՈՓԻԶԻԿԱ

ТОМ 40

АВГУСТ, 1997

ВЫПУСК 3

- СПЕКТРАЛЬНАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ЗВЕЗД ВТОРОГО
БЮРАКАНСКОГО ОБЗОРА НЕБА. II
С.К.Балаян 327
- О ВОЗМОЖНОМ ФРАКТАЛЬНОМ ХАРАКТЕРЕ КРИВЫХ
БЛЕСКА БЛАЗАРОВ
С.Г.Марченко, А.В.Гаген-Торн 341
- ТОЧНЫЕ И ЧИСЛЕННЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ
КОМПАНЕЙЦА: ЭВОЛЮЦИЯ СПЕКТРА И СРЕДНИХ
ЧАСТОТ
Д.И.Нагирнер, В.М.Лоскутов, С.И.Грачев 349
- ИССЛЕДОВАНИЕ ГРУППЫ БЫСТРОВРАЩАЮЩИХСЯ
А - ЗВЕЗД С ИЗБЫТКОМ ИЗЛУЧЕНИЯ НА IRAS ВОЛНАХ
Дж.Б.Оганесян 365
- СИГНАЛЫ ОТ SN 1987A В АНТЕННАХ АМАЛЬДИ-ВЕБЕРА
КАК ВОЗМОЖНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ СКАЛЯРНЫХ ГРАВИТА-
ЦИОННЫХ ВОЛН
Ю.В.Барышев 377
- НЕЙТРОННЫЕ ЗВЕЗДЫ В БИМЕТРИЧЕСКОЙ
СКАЛЯРНО-ТЕНЗОРНОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ.
I. НОВЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ПОЛЯ
Л.Ш.Григорян, П.Ф.Казарян, Г.Ф.Хачатрян 391
- ВРАЩЕНИЕ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ МОДЕЛИ НЕЙТРОННОЙ
ЗВЕЗДЫ В РАМКАХ ОТО
Д.М.Седракян 403

(Продолжение на 4-й стр. обложки)

ЕРЕВАН

Խմբագրական կոլեգիա՝ Գ.Ս.Բանովադի-Կոզան, Վ.Գ.Գորբաչևի (գլխ. խմբագրի տեղակալ), Վ.Պ.Գրինին, Վ.Վ.Իվանով, Ն.Ս. Կարդաշև, Վ.Հ.Համբարձումյան, Ա.Գ.Մասիշ, Լ.Վ.Միրզոյան (գլխ. խմբագիր), Գ.Ս.Սահակյան, Վ.Յու.Տերերիժ, Ա.Տ.Բալլոդյան (պատ. քարտուղար):

Խմբագրական խորհուրդ՝ Ա.Ա.Բոյարշուկ, Ե.Կ.Մարաձե, Ի.Ս.Կոպիլով, Վ.Հ.Համբարձումյան, Լ.Վ.Միրզոյան, Վ.Վ.Սորոլև (նախագահ):

Редакционная коллегия: **В.А.Амбарцумян**, Г.С.Бисноватый-Коган, В.Г.Горбачкий (зам. главного редактора), В.П.Гринин, В.В.Иванов, А.Т.Каллоглян (ответ. секретарь), Н.С.Кардашев, А.Г.Масевич, Л.В.Мирзоян (главный редактор), Г.С.Саакян, В.Ю.Теребиж.

Редакционный совет: **В.А.Амбарцумян**, А.А.Боярчук, И.М.Копылов, Л.В.Мирзоян, В.В.Соболев (председатель), Е.К.Харадзе.

"АСТРОФИЗИКА" - научный журнал, издаваемый Национальной Академией наук Республики Армения. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и висгалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой. Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

«ԱՍՏՐՈՖԻԶԻԿԱ»-ն գիտական հանդես է, որը հրատարակում է Հայաստանի Հանրապետության Գիտությունների Ազգային ակադեմիան: Հանդեսը տպագրում է ինքնատիպ հոդվածներ աստղերի ֆիզիկայի, միգամածությունների և միջաստղային միջավայրի ֆիզիկայի, աստղաքաղաքային և արտագալակտիկական աստղագիտության, ինչպես նաև աստղաֆիզիկային ստեղծակից բնագավառների զծով: Հանդեսը նախատեսված է գիտական աշխատակիցների, սպաիրանտների և բարձր կուրսերի ուսանողների համար:

Издание журнала частично финансируется спонсором
СУРЕНОМ ФЕСЧЯНОМ (США).

Հանդեսի հրատարակությունը մասամբ ֆինանսավորում է հովանավոր
ՍՈՒՐԵՆ ՖԵՍՉՅԱՆԸ (ԱՄՆ)։

УДК: 520.849

СПЕКТРАЛЬНАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ЗВЕЗД ВТОРОГО БЮРАКАНСКОГО ОБЗОРА НЕБА. II

С. К. БАЛАЯН

Поступила 15 апреля 1997

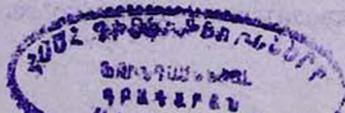
Принята к печати 1 июля 1997

Приводятся результаты спектральной классификации 310 звезд и объектов с континуальным спектром, отобранных в ходе Второго Бюраканского спектрального обзора неба. В работе использованы щелевые спектры, полученные с 1978 по 1994 гг., в основном на 6-м телескопе САО РАН, часть спектров получена на 2,6-м телескопе БАО НАН Армении и 4,5-м телескопе ММТ (США), с разрешением 5А - 15А. Выборка содержит объекты в диапазоне звездных величин $11.0 \leq m(pg) \leq 19.5$. Обнаружено: 93* DA, 2 DO, 12 DB и 1 DC белых карликов, 83 sdB и 20 sdO субкарликов, 34 NHV, 2 катаклизмические переменные, 48 звезд поздних спектральных типов, 8 спектроскопически двойных систем и 7 объектов с континуальным спектром. Для каждого из представленных спектральных классов приведено по несколько регистрограмм.

1. *Введение.* Второй Бюраканский спектральный обзор неба (SBS) [1], наряду с отбором и составлением выборок внегалактических объектов, также известен отбором звезд. По предварительным оценкам около 30% отобранных объектов являются звездами. Их исследование важно не только для получения характеристик обзора. Составление подвыборок различных типов звезд, их изучение (в целом), обеспечивает информацией о звездной эволюции и является трудной задачей. Не менее интересной задачей является выделение объектов, показывающих различную пекулярность в спектре, с целью выявления физической природы этих объектов. Ввиду их малочисленности, обнаружение подобных объектов представляет большой интерес.

Это вторая статья, представляющая выборку звезд SBS. В предыдущей статье [2] приводятся результаты спектральной классификации 316 звезд и объектов с континуальным спектром в области от $07^{\text{h}}45^{\text{m}}$ до $12^{\text{h}}00^{\text{m}}$ по прямому восхождению и от $+49^{\circ}$ до $+61^{\circ}$ по склонению.

В настоящей работе представлены результаты спектральной классификации 303 звезд и 7 объектов с континуальным спектром SBS обзора и приводятся спектры для некоторых из них. Объекты расположены в области от $12^{\text{h}}00^{\text{m}}$ до $17^{\text{h}}15^{\text{m}}$ по прямому восхождению и от $+49^{\circ}$ до $+61^{\circ}$ по склонению.



2. *Наблюдательный материал и результаты спектральной классификации.* В работе использованы спектральные наблюдения, полученные в течение 16 лет. С января 1978 г. в первичном фокусе 6-м телескопа САО РАН со спектрографом UAGS в комбинации с ЭОП типов УМ-92 или УМК-91В на фотографической эмульсии А-500 или А-600, с дисперсией около 90-100 А/мм и спектральным разрешением 5-10 А. С сентября 1984 г. по 1994 г. наблюдения проводились в фокусе Нэсмита со спектрографом СП-124 на 1024-канальном счетчике фотонов (IPCS) [3]. Использовались дифракционные решетки с дисперсией 1.7 и 3.5 А/канал со спектральным разрешением 8-15 А.

Наиболее яркие объекты с $m(pg) < 16.5$ наблюдались на 2.6-м телескопе БАО НАН в фокусе Кассегрена со спектрографом UAGS и ЭОП УМ-92 на фотоэмульсии "Kodak" 103а-О с дисперсией 100 А/мм и разрешением 10А.

В апреле 1993 г. наблюдения для некоторой части объектов выполнены на 4.5-м телескопе ММТ (США) с помощью "blue channel" спектрографа, оснащенного 2048x1024 ПЗС матрицей со спектральным разрешением 6 А.

В декабре 1994 г. для нескольких десятков объектов спектры получены в прямом фокусе 6-м телескопа со спектрографом UAGS на 580x530 ПЗС матрице со спектральным разрешением около 15 А [4].

Итоговая выборка состоит из 629 объектов, из них 153 ранее известные. Для нее получено 689 спектров, из которых: 208 фотографических, 115 на 6-м и 93 на 2.6-м телескопах; 389 ИПС и ПЗС спектров на 6-м телескопе и 92 ПЗС спектра на ММТ. Для некоторых объектов получено более одного спектра, в основном для исследования объекта в различных спектральных диапазонах, улучшения разрешения и отношения сигнал-шум.

Классификация щелевых спектров, полученных на фотоэмульсиях, проводилась путем записи спектра объекта с ночным небом и спектра сравнения на микроденситометре. Редукция спектров, полученных на ММТ, проводилась с помощью пакета программ IRAF. Наблюдения на 6-м телескопе с 580x530 ПЗС матрицей и ИПС обрабатывались с помощью пакетов программ СИПРАН [3] и VLV Soft [5], соответственно, которые разработаны в САО РАН и включают стандартные процедуры обработки астрономических данных.

Спектральная классификация проводилась согласно классификационным системам, описанным в [2, 6-8]. Практически для всех 153 ранее известных объектов, спектральный класс остался без изменений. Для большинства из представленных спектральных классов, на рис. 1 и 2 приводится по несколько регистрограмм.

Данные о результатах классификации спектров звезд и объектов с континуальным спектром представлены в табл. 1, где (по столбцам): 1 - название объекта согласно SBS, следуя IAU обозначениям; 2 и 3 - координаты для эпохи 2000 года; 4 - звездная величина $m(pg)$, согласно визуальным оценкам, принятым в SBS; 5 - спектральный тип; 6 - альтернативное название объекта (из других каталогов); 7 - ссылки на различные данные по объекту, приведенные в литературе.

Таблица 1.

РЕЗУЛЬТАТЫ КЛАССИФИКАЦИИ СПЕКТРОВ ЗВЕЗД И
ОБЪЕКТОВ С КОНТИНУАЛЬНЫМ СПЕКТРОМ

SBS name	R.A.	Decl.	$m(pg)$	Тип	other name	Литература
1	2	3	4	5	6	7
1202+608	12 04 38.92	+60 32 06.12	13.13	sdB	GD314, PG	7
1203+587	12 05 51.61	+58 29 56.24	18.5	DA		20
1203+574	12 06 24.40	+57 09 35.82	14.92	sdB	LB2211, PG	7
1204+560	12 06 54.76	+55 46 47.77	17.0	DA		
1204+543	12 07 28.45	+54 01 30.01	15.75	sdOC	LB2216, PG	7
1205+528	12 07 37.02	+52 37 10.39	17.0	HBB		
1209+551	12 12 10.89	+54 52 27.17	18.0	F:		13,21
1209+512	12 12 30.01	+50 54 00.14	17.0	sd		
1210+537	12 12 57.88	+53 26 55.12	18.0	sdB-O		13
1210+533	12 13 24.83	+53 03 56.63	13.92	DAO	PG	7
1212+553	12 14 24.96	+55 02 24.04	16.5	sd		13,21
1213+528	12 16 09.70	+52 32 45.58	13.87	DA4	EG 087	17
1215+552	12 18 15.77	+54 58 05.11	19.5	Cont		13,21
1216+521	12 19 05.37	+51 55 31.71	17.5	F		
1216+610	12 19 22.09	+60 44 40.77	17.5	G		
1217+535	12 19 48.19	+53 14 12.41	18.0	DB		13,21
1217+559	12 20 20.98	+55 43 05.85	18.0	F		13
1218+497	12 21 05.77	+49 27 17.72	15.64	DA1	LB2318, PG	7
1218+539	12 21 22.06	+53 37 21.65	19.5	sd		13
1219+533	12 21 29.28	+53 04 33.48	12.41	sd	PG	7
1219+551	12 21 54.39	+54 50 45.83	18.0	sdB		13,21
1220+564	12 23 03.33	+56 12 58.95	19.5	F		13,21
1221+537	12 23 37.18	+53 28 27.42	19.0	DA		13
1223+533	12 25 39.40	+53 02 14.16	18.5	F:		13
1224+582	12 26 37.15	+57 59 28.54	16.39	sd	LB242, PG	7
1224+569	12 27 17.52	+56 38 26.33	19.0	DA		13
1226+570	12 28 43.82	+56 45 01.19	18.5	sdB		13

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	7
1227+553	12 29 37.00	+55 06 15.21	16.5	Cont		13,21
1228+551	12 30 36.73	+54 50 59.10	18.0	F:		13
1229+566	12 32 10.25	+56 23 57.53	18.0	sd		13,21
1229+580	12 32 11.87	+57 47 08.77	17.0	DA		
1232+500	12 34 50.77	+49 47 21.52	14.03	sd	LB2392, PG	7
1233+524	12 35 41.95	+52 06 08.82	17.0	DA		
1234+563	12 36 47.46	+56 04 41.34	17.5	DA		13,21
1234+505	12 36 52.82	+50 15 10.66	14.85	sdB	TON90, PG	7
1238+515	12 40 38.23	+51 16 01.38	13.21	sdOB	TON102, PG	7
1239+509	12 41 57.00	+50 36 01.49	16.5	DA:		
1240+507	12 43 04.35	+50 27 23.89	17.0	sdB		
1241+562	12 43 40.27	+55 56 04.05	17.5	G		
1241+586	12 44 07.69	+58 23 52.48	17.5	DAO		
1242+604	12 45 06.83	+60 10 19.51	15.69	sdB-O	LB 651, PG	7
1244+566	12 46 45.52	+56 20 00.20	17.0	DA		
1244+498	12 47 03.23	+49 34 18.26	16.0	DB		
1245+567	12 47 28.12	+56 29 59.97	16.5	sd		
1245+553	12 47 37.64	+55 02 28.55	17.0	sd+G		
1247+575	12 49 16.60	+57 18 03.24	16.23	DA	LB 244, PG	7
1246+568	12 49 17.15	+56 32 15.83	17.5	sdB		
1247+523	12 49 22.24	+52 01 54.61	16.5	F		
1247+553	12 50 04.73	+55 06 00.62	11.36	DA3	GD319, PG	7
1251+585	12 54 00.12	+58 19 47.44	18.0	DA		
1255+546	12 57 49.45	+54 25 35.13	13.40	sdOA	PG	7
1257+609	12 59 38.30	+60 38 56.24	16.5	sdB		
1257+576	12 59 44.29	+57 23 43.52	16.5	Cont		
1258+593	13 00 35.05	+59 04 09.92	15.22	DA4	EG234, LB2520, PG	7
1300+523	13 02 35.17	+52 07 13.08	16.0	DAB		
1301+544	13 03 31.89	+54 12 24.21	15.51	DA2	LB248, PG	7
1302+597	13 04 32.76	+59 27 27.14	13.98	DAB	EG235, LB2539, PG	7
1303+536	13 05 39.59	+53 22 06.63	17.0	DA:		
1304+565	13 06 02.94	+56 15 33.66	17.0	DAF:		
1304+491A	13 06 15.91	+48 50 19.75	13.46	sdB-O	F73, PG	7
1304+541	13 06 35.68	+53 50 06.94	17.0	DA		
1306+563	13 08 30.51	+56 05 34.71	17.0	sdB		
1309+544	13 11 48.13	+54 11 05.84	17.0	DA+K		
1310+511	13 12 07.28	+50 53 27.79	16.0	DA:		
1310+548	13 12 49.56	+54 32 44.65	15.70	sdB-O	LB249, PG	7
1310+583	13 12 56.86	+58 05 13.25	13.89	DA5	PG	7
1312+526	13 14 06.72	+52 23 50.09	17.5	sdO:		
1312+537	13 14 16.66	+53 27 58.45	16.5	Cont		
1314+537	13 16 40.78	+53 27 15.82	16.5	DA:		

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	7
1316+503	13 18 26.37	+50 03 50.72	17.0	Cont		
1317+526A	13 19 28.96	+52 23 33.77	17.0	DA:		
1317+601	13 19 37.56	+59 52 54.62	17.0	sd		
1318+556	13 20 15.75	+55 23 52.76	16.5	sdB	Mkn 252	2,15,16
1319+555	13 21 18.06	+55 16 43.84	17.0	DA		
1321+496	13 24 00.86	+49 22 30.49	12.0	sdB		
1325+512	13 27 25.69	+50 57 11.53	17.0	DA		
1327+546	13 29 17.55	+54 20 27.96	15.17	sdB	P G	7
1329+579	13 31 58.99	+57 45 10.06	16.5	DB		
1330+588	13 32 31.57	+58 38 17.77	16.5	F		
1331+590	13 33 38.06	+58 49 33.04	15.01	sdB	L270, PG	7
1333+510	13 35 14.69	+50 50 10.86	16.39	DA	P G	7
1333+497	13 35 21.16	+49 31 05.87	15.30	DA2	P G	7
1333+524	13 35 47.14	+52 12 53.02	16.22	DA3	LB2694, PG	7
1337+570	13 39 46.66	+56 45 04.69	17.5	DA		
1339+606	13 40 59.95	+60 26 09.17	17.0	DA		
1340+607	13 41 59.62	+60 29 38.69	12.56	sdB	P G	7
1340+572	13 42 19.10	+57 01 17.73	17.28	DA4	GR 103	10
1340+575	13 42 27.97	+57 20 18.39	17.5	sdB		
1343+577	13 45 01.42	+57 30 12.44	13.44	HBB	P G	7
1343+547	13 45 15.71	+54 27 39.60	16.0	NHB		
1344+572	13 46 03.18	+57 00 24.24	12.95	DA3	G223-24, PG	7
1344+509	13 46 24.60	+50 41 01.14	15.93	DA3	P G	7
1346+607	13 48 03.91	+60 31 28.27	16.0	G		
1348+606	13 50 16.07	+60 24 35.47	15.78	sdOC	PG	7
1349+552	13 51 20.15	+54 57 41.50	15.51	DA4	LP133-144, PG	7
1349+545	13 51 41.66	+54 19 46.39	16.0	Mag	WD	11
1352+542	13 54 34.43	+54 01 17.48	17.5	F		
1353+579	13 55 02.62	+57 40 57.08	16.5	sd+G:		
1353+538	13 55 16.13	+53 34 39.31	11.0	sdOA		
1353+519	13 55 52.00	+51 44 40.85	17.0	HBB		
1355+502	13 57 24.37	+49 58 58.37	17.0	DB		
1356+564	13 57 51.83	+56 11 00.39	17.0	DA		
1357+501	13 59 18.17	+49 53 58.90	15.94	sdB	P G	7
1357+518	13 59 43.40	+51 38 27.19	16.5	NHB		
1359+506	14 01 00.67	+50 25 26.83	17.0	HBB		
1359+521B	14 01 13.17	+51 55 29.13	16.5	NHB		
1400+530	14 01 57.72	+52 48 08.47	17.5	HBB		
1401+523*	14 03 44.81	+52 06 52.12	16.5	DA7	GD330, GR392	10,18
1402+529	14 04 38.92	+52 43 25.22	17.0	sd:		
1406+516B	14 08 22.22	+51 23 17.18	17.0	DB	CSO608	18
1406+598	14 08 32.32	+59 40 25.65	13.10	DA1	F091, EG257	17

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	7
1407+528	14 08 50.03	+52 39 07.09	17.0	DA	CSO 610	18
1407+521	14 09 34.84	+51 53 57.04	17.0	DA		
1408+524	14 10 16.56	+52 12 10.60	15.0	sdOA	CBS258	18
1409+604	14 11 01.70	+60 14 12.29	14.53	sdB-O	PG	7
1410+592	14 12 29.51	+59 01 12.92	16.5	sd		
1411+498	14 13 01.71	+49 39 53.87	16.5	DB	CSO616	18
1411+590	14 13 12.45	+58 46 11.05	15.68	sdB	PG	7
1411+546	14 13 17.81	+54 23 39.50	17.0	sd	CBS259	18
1412+542	14 14 20.10	+54 03 48.58	16.5	DA	CBS260	18
1414+538	14 15 49.30	+53 36 37.47	16.0	sdB	CBS261	18
1415+491	14 17 02.88	+48 57 26.95	14.44	sdOD	PG, CBS263	7,18
1415+573	14 17 11.27	+57 07 16.42	16.5	NHB		
1416+519	14 18 06.98	+51 43 55.88	18.0	DA:		
1417+603	14 19 14.34	+60 04 52.24	16.5	NHB		
1418+524	14 20 20.91	+52 15 47.38	17.0	DA:	CBS264	18
1419+576	14 21 05.20	+57 24 55.60	17.5	DB+dM		
1420+518	14 22 42.03	+51 35 37.72	15.75	sdB	PG, CBS266	7,18
1421+593	14 22 49.83	+59 08 32.87	17.5	DA		
1422+589A	14 23 35.70	+58 44 36.46	17.5	F		
1422+589B	14 23 56.89	+58 45 14.10	17.0	G		
1422+497	14 24 40.77	+49 29 58.18	16.0	DA:	CSO 645	18
1424+534	14 25 55.65	+53 15 21.86	15.86	1159	PG, CBS 267	7,18
1425+590	14 27 00.18	+58 47 00.73	15.74	sdOC	PG	7
1425+578	14 27 30.16	+57 39 08.83	17.5	HBB		
1425+540*	14 27 37.94	+53 48 21.65	15.07	DBA3	GR295, PG	7,10,18
1426+574	14 28 24.70	+57 10 58.78	17.5	F		
1426+499	14 28 39.10	+49 41 42.51	17.5	DA+G:		
1427+499	14 28 52.42	+49 39 43.49	17.5	G	CSO655	18
1427+503	14 28 54.70	+50 07 41.22	17.0	G	CSO656	18
1428+490A	14 29 54.81	+48 48 35.94	17.5	sdB	CBS270	18
1428+567	14 29 56.70	+56 31 46.33	16.0	sdB		
1428+512	14 30 06.47	+51 03 13.36	16.25	sdOB	PG, CBS271	7,18
1428+490B	14 30 21.28	+48 51 38.78	14.0	sdB	CBS272	18
1430+592	14 32 24.01	+59 01 00.19	17.5	F		
1431+533	14 33 14.77	+53 09 36.10	17.0	sdB	CBS274	18
1432+503	14 34 31.14	+50 10 59.80	17.0	Fə		
1433+538*	14 34 44.16	+53 35 18.91	15.92	DA3	GR363, PG	7,10,18
1433+511	14 35 14.77	+50 52 22.53	17.0	DA		
1434+549	14 35 54.38	+54 44 46.38	16.0	NHB	CBS 277	18
1434+592	14 35 59.48	+59 00 14.27	17.5	NHB		
1435+592	14 36 19.95	+59 03 55.40	17.5	F		
1436+526	14 37 42.04	+52 23 12.10	16.33	DA2	PG, CBS 279	7,18

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	7
1438+602A	14 39 37.08	+60 04 05.13	17.5	F		
1438+602B	14 39 38.38	+60 02 45.18	17.0	NHB		
1441+562	14 42 18.46	+56 02 28.32	17.5	Cont		
1441+514	14 42 53.18	+51 17 15.58	17.0	NHB	CBS 280	18
1441+519	14 43 01.89	+51 44 08.93	16.0	DA	F 102, CBS 281	18
1442+495	14 43 46.85	+49 17 32.25	17.0	sdB	CBS 282	18
1443+590	14 45 17.90	+58 50 32.16	17.5	DB		
1445+583A	14 46 57.18	+58 09 17.37	15.84	CV	PG	7,9
1449+582	14 51 14.74	+58 05 33.99	15.43	sdB	PG	7
1449+498	14 51 17.32	+49 41 04.89	17.0	F	CSO 694	18
1449+530	14 51 17.63	+52 50 19.25	15.13	sdO	PG, CBS 290	7,18
1449+513	14 51 18.70	+51 10 45.46	16.0	DA	CBS 289	18
1451+528	14 52 42.04	+52 37 03.33	16.23	sdB	PG, CBS 292	7,18
1451+491	14 53 04.57	+48 59 31.82	12.93	HBB	PG, CBS 293	7,18
1451+605	14 53 11.20	+60 24 06.40	17.5	G		
1452+600	14 53 23.79	+59 50 57.31	17.5	DA		
1452+553	14 54 16.02	+55 11 50.08	16.0	DA	CBS 295	18
1453+491	14 55 02.99	+48 55 23.54	17.0	HBB		
1453+571	14 55 21.74	+56 55 44.08	15.0	DA		
1454+578	14 56 00.62	+57 41 49.42	16.5	DA		
1454+502	14 56 06.59	+50 01 52.99	16.02	sd	PG, CBS 297	7,18
1454+493	14 56 06.84	+49 11 14.66	16.39	sd	PG, CBS 296	7,18
1455+531	14 56 55.26	+52 58 04.55	17.5	DA	CSO 704	18
1455+500	14 56 57.74	+49 53 09.05	15.83	sdB	PG, CBS 298	7,18
1500+520	15 02 07.21	+51 52 04.17	17.0	DA	CSO 715	18
1504+546	15 06 05.73	+54 28 15.95	16.0	DA+dMe	CBS 301	18
1506+496	15 07 56.26	+49 25 45.19	16.0	G	CSO 724	18
1507+577	15 08 29.58	+57 32 30.09	18.0	Cont		
1508+561	15 09 48.14	+55 56 15.55	17.5	DB:		
1508+548*	15 09 53.85	+54 39 44.84	15.71	DA3	PG, GD340	7,10,18
1509+536	15 11 26.85	+53 26 02.93	16.5	DA	CBS 306	18
1510+566	15 11 52.74	+56 25 01.90	16.47	DA6	G201-039, GR112	10
1510+510	15 12 11.63	+50 48 50.01	17.0	G		
1513+600	15 14 07.67	+59 49 56.50	17.5	F		
1512+503	15 14 09.76	+50 10 59.74	17.0	sdB-O	CBS 307	18
1514+590	15 15 46.06	+58 54 20.25	17.5	DA		
1514+503	15 16 16.79	+50 11 17.48	17.0	G	CSO 734	18
1515+608	15 16 25.85	+60 38 01.47	18.0	G		14,21
1516+519	15 17 43.65	+51 44 44.68	17.0	sd	CBS 310	18
1517+553	15 18 47.71	+55 11 54.01	17.5	HBB		
1517+502	15 19 06.30	+50 06 59.37	17.0	DA+dC	CBS 311	11,18
1518+541	15 20 01.76	+53 57 38.02	16.0	DA	CBS 313	18

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	7
1518+520	15 20 06.00	+51 53 03.10	17.0	G	CSO 740	18
1518+558	15 20 16.66	+55 41 15.36	16.0	DA	CBS 314	18
1519+500	15 20 42.10	+49 51 38.99	16.17	DA2	PG, CBS 316	7,18
1520+525	15 21 46.85	+52 22 01.83	15.56	1159	PG, CBS 317	7,18
1520+545	15 22 12.29	+54 22 53.48	17.5	DA	CSO 745	18
1522+545	15 23 56.90	+54 22 54.42	17.0	DA	CSO 750	18
1522+552	15 24 08.25	+55 00 49.93	17.5	DA		
1525+491	15 26 34.84	+48 58 01.54	17.0	sdO	CBS 319	18
1526+558	15 28 09.78	+55 39 06.50	17.0	DA	CBS 320	18
1527+612A	15 28 43.58	+61 02 04.33	17.5	HBB		14
1527+598	15 28 47.50	+59 40 30.90	17.0	HBB		14
1527+612B	15 28 52.25	+61 01 45.96	17.5	DA		14
1528+577A	15 29 58.00	+57 31 57.64	18.0	DA		14,21
1529+590	15 30 13.14	+58 52 40.37	18.0	G:		14,21
1529+519	15 31 00.76	+51 45 06.37	17.0	sdOC	CSO 764	18
1530+603	15 31 03.82	+60 10 31.22	17.5	HBB		14
1531+572B	15 32 37.29	+57 05 02.19	18.0	G		14,21
1532+522	15 33 30.00	+52 06 47.24	14.22	sdB	PG	7
1532+585A	15 33 37.75	+58 19 52.24	19.0	F:		14,21
1532+583	15 33 47.25	+58 09 33.46	17.5	G		14,21
1532+547	15 34 11.27	+54 33 44.14	16.0	NHB:		
1533+599	15 34 12.11	+59 48 32.52	19.5	CV		9,19
1533+575	15 35 02.18	+57 22 41.77	18.0	F:		14,21
1534+571A	15 35 52.53	+57 01 32.06	17.5	NHB		14
1534+588	15 36 00.24	+58 43 56.96	17.0	DA:		14,21
1534+523	15 36 09.78	+52 08 59.12	16.5	NHB		
1534+503	15 36 15.26	+50 13 57.37	16.36	DA6	GD347, GR365, PG	7,10
1534+522	15 36 16.11	+52 06 41.59	17.0	NHB		
1536+520	15 37 26.20	+51 51 25.12	17.0	DBA		
1538+588	15 39 33.91	+58 41 27.02	18.0	G		14,21
1538+587	15 39 57.56	+58 34 58.01	18.5	G		14,21
1539+530	15 40 54.34	+52 52 41.73	15.93	DA2	PG	7
1539+550	15 41 06.84	+54 50 42.77	16.0	sdB		
1540+505	15 42 01.60	+50 25 33.88	17.0	DB		
1542+495	15 43 18.34	+49 22 39.31	17.0	DA		
1542+517	15 44 15.19	+51 33 13.81	17.0	DA		
1543+603	15 44 32.14	+60 08 49.97	16.0	NHB		
1544+600	15 45 09.69	+59 55 01.91	14.74	sdB	PG	7
1545+519	15 46 35.51	+51 46 50.24	17.5	G		
1545+592	15 46 55.40	+59 04 08.74	17.5	G		
1546+504	15 47 42.69	+50 16 57.14	17.0	G:		
1554+569	15 55 13.87	+56 47 09.82	17.0	DA		

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	7
1554+582	15 55 17.58	+58 06 37.84	17.5	sd		
1554+496B	15 55 38.56	+49 32 16.11	17.0	NHB		
1554+505	15 56 22.62	+50 21 56.18	16.01	sd	PG	7
1555+504	15 56 43.03	+50 15 36.45	16.00	sdOC	PG	7
1556+605	15 56 53.71	+60 24 16.73	17.0	sdB		
1556+559	15 57 45.64	+55 46 10.39	17.0	sdO		
1559+533	16 01 12.37	+53 11 50.52	14.38	sdOA	PG	7
1600+587	16 01 22.36	+58 34 37.18	15.0	F		
1600+576	16 01 54.91	+57 27 21.74	18.5	DA:		
1601+581	16 02 42.09	+57 58 10.86	14.30	DA5	PG	7
1602+601	16 03 21.50	+59 57 50.99	17.5	NHB		
1602+508	16 04 15.09	+50 45 00.83	17.5	sd		
1604+504	16 05 34.55	+50 18 48.07	15.73	sdB-O	PG	7
1605+607	16 05 43.26	+60 33 39.09	17.0	G		
1605+514	16 07 10.35	+51 18 29.43	17.0	DA		
1607+608	16 08 20.19	+60 40 19.47	17.5	G		
1610+528	16 11 21.40	+52 46 06.65	11.95	sdB-O	PG	7
1610+586B	16 11 50.97	+58 32 27.73	17.5	F		
1610+519	16 12 00.58	+51 49 42.29	13.81	sdB	PG	7
1611+580C	16 12 19.97	+57 54 28.97	17.5	G		
1611+573	16 12 31.84	+57 14 48.04	17.5	sdB		
1612+605	16 13 06.27	+60 23 44.95	17.5	DA		
1612+555	16 13 17.05	+55 21 23.39	16.5	DA		
1614+544	16 15 19.99	+54 21 10.38	17.0	HBB		
1614+552	16 15 33.01	+55 04 15.34	17.0	sd:		
1615+597	16 16 42.43	+59 38 51.53	17.0	G		
1618+562	16 19 26.89	+56 06 00.12	11.31	sdB	PG	7
1619+525	16 20 24.47	+52 23 19.68	15.77	DA3	PG	7
1619+606	16 20 37.43	+60 33 32.36	17.5	DAF		
1619+522	16 20 38.86	+52 06 07.55	12.84	sdB	PG	7
1620+600	16 21 03.24	+59 54 15.96	17.5	sd		
1620+513	16 21 24.22	+51 11 33.55	16.00	DA4	PG	7
1620+502	16 21 37.16	+50 08 19.39	17.0	sdB		
1621+564	16 22 38.25	+56 22 43.25	17.0	sdB		
1621+558	16 22 51.62	+55 44 15.76	17.0	G		
1622+587	16 22 59.46	+58 40 33.96	17.5	DB _э		
1628+553	16 29 12.38	+55 15 17.15	15.55	sdOC	PG	7
1628+530	16 29 35.90	+52 55 52.17	15.64	sdB-O	PG	7
1629+601	16 29 55.92	+59 59 42.89	18.5	DA:		
1629+590	16 30 29.80	+58 58 03.19	17.5	HBB		
1632+587	16 34 05.80	+58 37 19.55	15.95	sdOB	PG	7
1635+533	16 36 14.24	+53 12 58.72	15.66	sdB	PG	7

Таблица 1 (окончание)

1	2	3	4	5	6	7
1635+608	16 36 35.40	+60 41 59.79	16.01	DA3	PG	7
1636+603	16 37 34.24	+60 17 00.85	17.5	sdB		
1638+593	16 38 53.79	+59 12 27.32	17.5	HBB		
1639+537	16 40 57.79	+53 41 18.38	15.92	DC7	GR329,GD356, P	7,10
1641+567	16 43 30.62	+56 37 10.97	17.5	DA		
1642+515	16 43 30.83	+51 24 56.89	16.5	sdB-O		
1643+582	16 44 30.49	+58 07 20.00	18.0	G		
1643+516	16 45 13.76	+51 31 26.14	17.0	sdO+dMe		
1646+607	16 46 44.40	+60 37 06.46	16.07	sdOB	PG	7
1647+591	16 48 24.91	+59 03 37.59	12.41	DA	GR368,G226-029,	10
1648+536	16 49 59.91	+53 31 30.57	14.17	sdB	PG	7
1649+522	16 50 39.93	+52 07 35.17	16.09	sdB	PG	7
1652+517	16 54 13.07	+51 39 00.62	16.01	sdB	PG	7
1653+544	16 54 54.20	+54 20 27.04	15.55	sdB-O	PG	7
1653+520	16 55 10.50	+51 56 58.82	17.0	DA		
1655+588	16 56 24.37	+58 48 05.69	16.5	sdB		
1656+600	16 56 50.17	+59 55 39.58	15.90	sdB	PG	7
1656+552	16 57 51.60	+55 11 33.08	15.37	sdB	PG	7
1657+584	16 58 41.19	+58 23 30.41	17.5	NHB		
1705+536	17 06 14.69	+53 35 28.30	12.03	HBB	PG	7
1705+504	17 07 07.43	+50 23 44.82	16.27	sdB	PG	7
1708+602	17 09 15.91	+60 10 08.98	13.31	sdOC	PG	7
1709+535	17 10 13.32	+53 26 44.95	12.5	DA:		
1710+566	17 11 20.71	+56 35 32.28	15.99	sdB	PG	7
1711+564	17 12 37.30	+56 25 08.23	16.12	sdB	PG	7
1712+575	17 12 53.59	+57 30 35.57	18.5	F		
1712+593	17 13 08.75	+59 19 35.87	17.5	sdB		
1712+579	17 13 10.47	+57 50 06.18	17.0	sdB		
1715+604	17 15 40.87	+60 24 52.05	16.5	NHB		
1715+556	17 16 17.29	+55 34 46.53	16.5	sdB		
1715+536	17 16 20.75	+53 36 34.88	15.0	sdB		

* 1401+523=CBS 256, 1425+540=CBS 269, 1433+538=CBS 276, 1508+548=CBS 304

3. *Заключение.* Это вторая статья из серии, представляющей звездную выборку Второго Бюраканского спектрального обзора неба. Определены спектральные классы для 310 звезд и объектов с континуальным спектром, для большинства впервые.

Основная часть представленного спектрального материала - это белые карлики и субкарлики. В последующих статьях планируется исследование

как выборки в целом, так и отдельных подвыборок из приведенных списков.

Автор благодарен всем лицам, участвовавшим в получении наблюдательного материала. Лидирующей группе, занимающейся SBS, в составе Дж.А. Степаняна, В.О. Чавушяна, Л.К. Ерастовой, в которой автор работал на протяжении 6 лет. В.А. Липовецкому и сотрудникам лаборатории «Структура» САО РАН, чьим руководителем он являлся на протяжении последних лет жизни, Ф.Г. Чаффи и С.Б. Фольц, благодаря которым проводились наблюдения на ММТ.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория, Армения

SPECTRAL CLASSIFICATION OF STARS FROM THE SECOND BYURAKAN SKY SURVEY.II.

S.K.BALAYAN

Results of spectral classification of 310 stars and objects with continual spectra, selected during Second Byurakan Sky Survey (SBS) are reported. The sample contains objects in a range of apparent magnitudes $11.0 \leq m (pg) \leq 19.5$. The slit spectra of resolution of 5A - 15A received during 1978 - 1994 on the 6-m telescope of SAO (Russia), 2.6-m telescope of BAO (Armenia) and 4.5-m telescope MMT (USA) were used for the carried classification. There are 93* DA, 2 DO, 12 DB, 1 DC white dwarf, 83 sdB and 20 sdO subdwarfs, 34 NHB, 2 cataclysmic variables, 48 stars of late spectral types, 8 spectroscopic binary systems and 7 objects with continual spectra revealed. For each of submitted spectral classes a few spectra are presented.

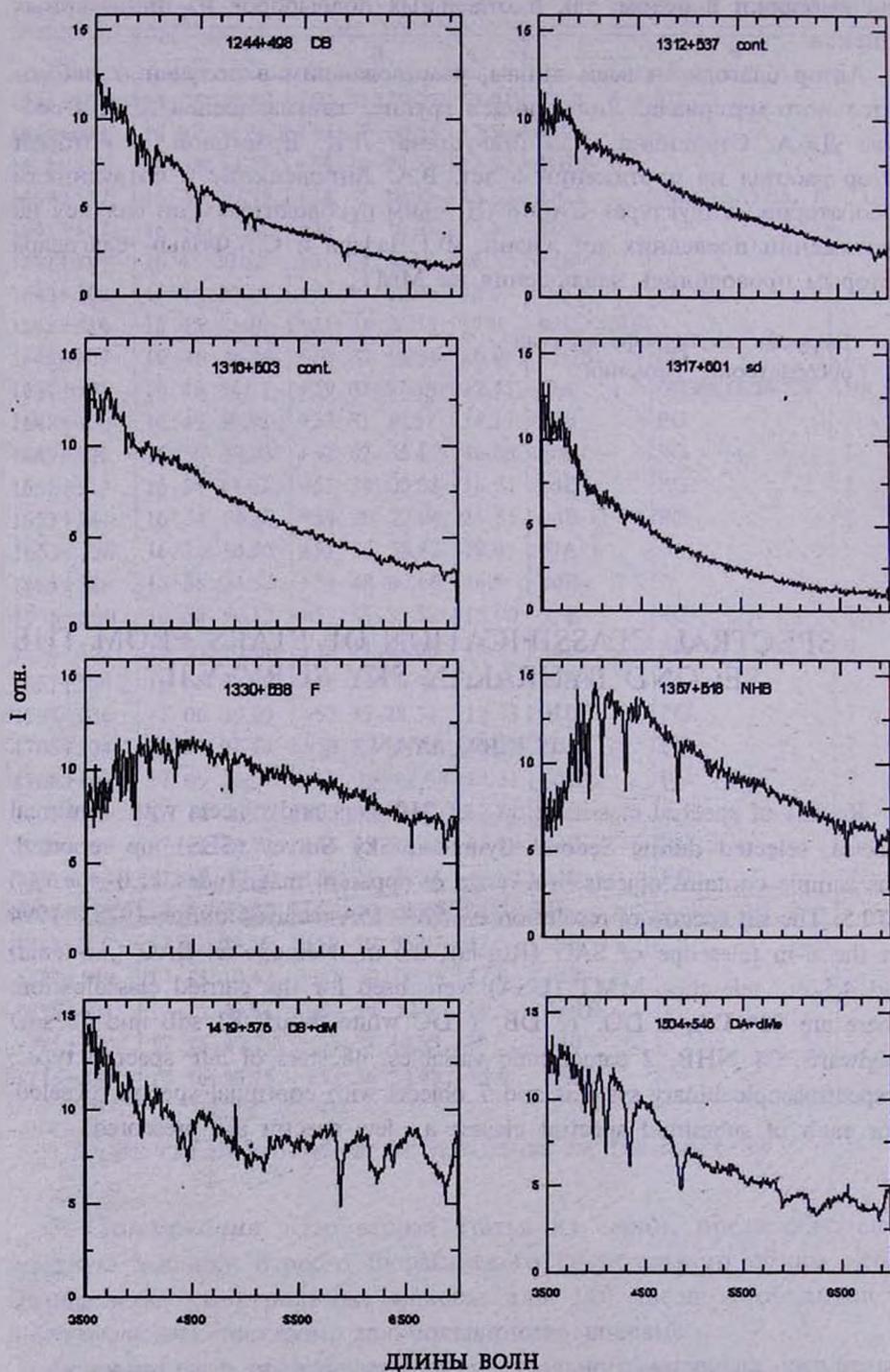


Рис.1. Спектры звезд, отобранных в ходе SBS обзора.

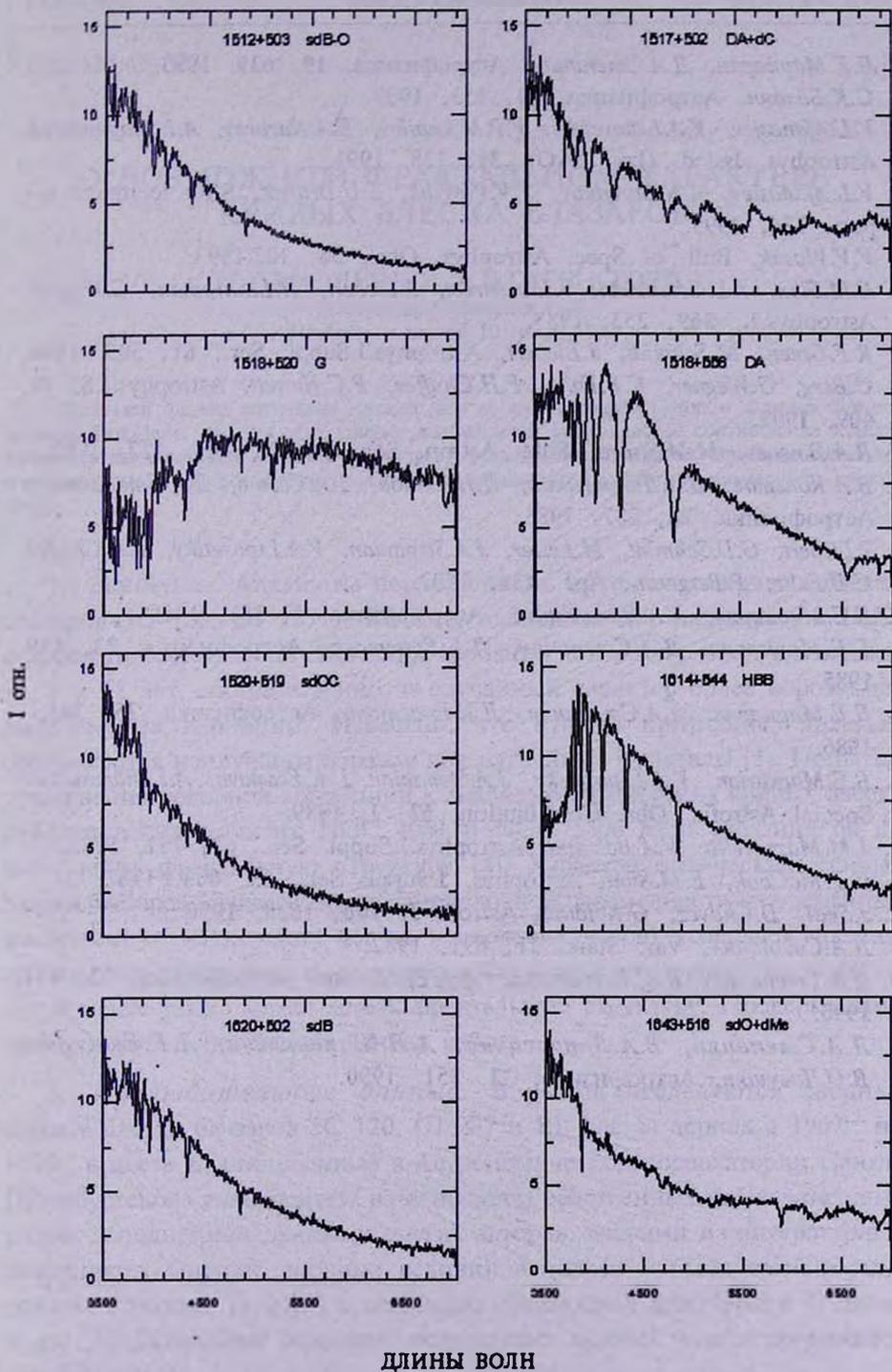


Рис.2. Спектры звезд, отобранных в ходе SBS обзора.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Б.Е.Маркарян, Д.А.Степанян*, *Астрофизика*, 19, 639, 1983.
2. *С.К.Балаян*, *Астрофизика*, 40, 153, 1997.
3. *V.L.Afanasjev, V.A.Lipovetsky, V.P.Mikhailov, E.A.Nazarov, A.I.Shapovalova*, *Astrophys. Issled. (Izv. SAO)*, 31, 128, 1991.
4. *V.L.Afanasiev, A.N.Burenkov, V.V.Vlasyuk, S.U.Drabek*, *SAO technical report*, 234, 1995.
5. *V.V.Vlasuk*, *Bull. of Spec. Astrophys. Obs.*, 36, 107, 1993.
6. *E.M.Sion, J.L.Greenstein, J.Landstreet, J.Liebert, H.L.Shipman, G.Wegner*, *Astrophys.J.*, 269, 253, 1983.
7. *R.F.Green, M.Schmidt, J.Liebert*, *Astrophys.J.Suppl. Ser.*, 61, 305, 1986.
8. *C.Berg, G.Wegner, C.B.Foltz, F.H.Chaffee, P.C.Hewett*, *Astrophys.J.S.*, 78, 409, 1992.
9. *R.A.Downes, M.M.Shara*, *Publ. Astron. Soc. Pacific*, 105, 127, 1993.
10. *В.А.Копылов, В.А.Липовецкий, Н.Н.Сомов, Т.А.Сомов, Д.А.Степанян*, *Астрофизика*, 28, 287, 1988.
11. *J.Liebert, G.D.Schmidt, M.Lesser, J.A.Stepanian, V.A.Lipovetsky, F.H.Chaffee, C.B.Foltz, P.Bergeron*, *ApJ*, 421, 1993.
12. *Б.Е.Маркарян, В.А.Липовецкий*, *Астрофизика*, 5, 581, 1969.
13. *Б.Е.Маркарян, Д.А.Степанян, Л.К.Ерастова*, *Астрофизика*, 23, 439, 1985.
14. *Б.Е.Маркарян, Д.А.Степанян, Л.К.Ерастова*, *Астрофизика*, 25, 345, 1986.
15. *В.Е.Маркарян, В.А.Липовetsky, J.A.Stepanian, L.K.Erastova, A.I.Shapovalova*, *Special Astrofiz. Obs. Contribution*, 62, 1, 1989.
16. *J.M.Mazzarella, V.A.Bolzano*, *Astrophys.J.Suppl. Ser.*, 62, 751, 1986.
17. *G.P. McCook, E.M.Sion*, *Astrophys. J.Suppl. Ser.*, 65, 603, 1987.
18. *J.Seal, D.Chavez, G.Kojoian*, *Astron. J.*, 100, 1028, 1990.
19. *Д.А.Степанян*, *Var. Stars*, 21, 691, 1982.
20. *Д.А.Степанян, В.А.Липовецкий, Л.К.Ерастова*, *Астрофизика*, 32, 441, 1990.
21. *Д.А.Степанян, В.А.Липовецкий, А.И.Шаповалова, Л.К.Ерастова, В.О.Чавушян*, *Астрофизика*, 33, 351, 1990.

УДК: 524.45-823

О ВОЗМОЖНОМ ФРАКТАЛЬНОМ ХАРАКТЕРЕ
КРИВЫХ БЛЕСКА БЛАЗАРОВ

С.Г.МАРЧЕНКО, А.В.ГАГЕН-ТОРН

Поступила 15 февраля 1997

Принята к печати 10 марта 1997

Проведен анализ оптических кривых блеска трех блазаров методом нормированного размаха. Показано, что для этих кривых выполняется эмпирическое соотношение Херста, в соответствии с которым найдены параметры Херста для каждой кривой. При предположении о самоаффинности кривых блеска блазаров они определяют фрактальную размерность кривых $D \sim 1.1$.

1. *Введение.* Анализ на периодичность оптических кривых блеска блазаров 3C 120, OJ 287 и BL Lac, выполненный, например, в [1,2], показал присутствие циклических вариаций с характерными временами 15, 8 и 11 лет, соответственно, и случайный характер более короткопериодических вариаций. Известно, что многие природные явления описываются наилучшим образом как случайные фракталы [3]. Попытки применения подобной концепции к анализу рентгеновских кривых блеска сейфертовских галактик NGC 4051 и NGC 5506 дали указания на их возможную фрактальную структуру [4]. Характер оптических кривых блеска блазаров (существование самоподобной переменности на временных масштабах от нескольких лет до нескольких часов) позволяет предположить, что переменность на временных масштабах порядка нескольких лет и менее также может иметь фрактальную структуру. Проверке этой возможности и посвящена данная работа.

2. *Наблюдательные данные.* В работе исследуются сводные кривые блеска блазаров 3C 120, OJ 287 и BL Lac за период с 1967г. по 1989г. в цвете B , построенные в Астрономической обсерватории Санкт-Петербургского университета на основании собственных наблюдательных рядов, дополненных данными других авторов, взятыми из литературных источников. Оценки звездных величин в полосе B были трансформированы в потоки (в мЯн) с помощью абсолютной калибровки О'Делла и др. [5]. Подробное описание полученных кривых блеска содержится в работах [1,2].

Для проведения анализа на фрактальность кривые блеска были

преобразованы в равномерные массивы несколькими способами, которые отличались типом интерполяции (линейная, сплайн 3-его порядка или использование одновременно линейной интерполяции для заполнения недостающих значений, когда имеющиеся наблюдения располагаются близко к требуемой дате, и аппроксимации сплайном в случае сезонных лакун) и шагом усреднения исходных данных (без усреднения, с шагом 10 дней и с шагом 30 дней). Оказалось, что окончательный результат в пределах точности определения не зависит от того, каким способом получен равномерный ряд. В данной статье приводятся результаты, полученные на основе равномерных рядов, построенных из исходных кривых блеска при совмещении линейного способа интерполяции и интерполяции сплайном при шаге усреднения 10 дней.

Полученные массивы были исследованы методом нормированного размаха с целью выяснения, подчиняется ли переменность блеска блазаров эмпирической закономерности, отмеченной Херстом для ряда природных процессов.

3. *Методика нормированного размаха Херста.* Временные последовательности наблюдений природных процессов могут быть исследованы с помощью метода нормированного размаха или метода Херста [3]. Такие последовательности измерений характеризуются показателем Херста H . При выполнении ряда условий (в частности, для самоаффинных кривых) запись наблюдений представляет кривую фрактальной размерности $D=2-H$.

Как было получено Херстом, для многих временных рядов наблюдаемый нормированный размах R/S очень хорошо описывается эмпирическим соотношением

$$R(\tau) / S(\tau) = (\tau / 2)^H, \quad (1)$$

где τ - длительность рассматриваемого промежутка времени, а $R(\tau)$ и $S(\tau)$ определяются следующими соотношениями:

$$R(\tau) = \max X(t, \tau) - \min X(t, \tau), \quad (2)$$

где $X(t, \tau)$ - функция накопления, т.е. размах $R(\tau)$ определяется как разность максимального и минимального значений функции накопления $X(t, \tau)$, где t - дискретное время, принимающее целочисленные значения в промежутке $[1, \tau]$. Функция $X(t, \tau)$ характеризует накопившиеся за время t отклонения наблюдаемых величин $\xi(u)$, где $u = 1, \dots, t$, от среднего значения $\langle \xi \rangle$, т.е.

$$X(t, \tau) = \sum_{u=1}^t (\xi(u) - \langle \xi \rangle_\tau), \quad (3)$$

где

$$\langle \xi \rangle_\tau = \frac{1}{\tau} \sum_{u=1}^{\tau} \xi(u). \quad (4)$$

Размах $R(\tau)$ нормируется на величину стандартного отклонения $S(\tau)$, определяемую соотношением:

$$S(\tau) = \left(\frac{1}{\tau} \sum_{u=1}^{\tau} (\xi(u) - \langle \xi \rangle_\tau)^2 \right)^{1/2}. \quad (5)$$

Этот метод был реализован авторами статьи в системе Linux на языке программирования Си.

Используя безразмерный нормированный размах R/S можно сравнивать размахи для разных явлений, причем для анализа активности ядер галактик этот метод применяется впервые.

4. *Применение метода Херста к оптическим кривым блеска блазаров.* Для каждого источника функция накопления $X(t, \tau)$ считалась многократно для различных значений τ , начиная с $\tau_0=1$ году и до

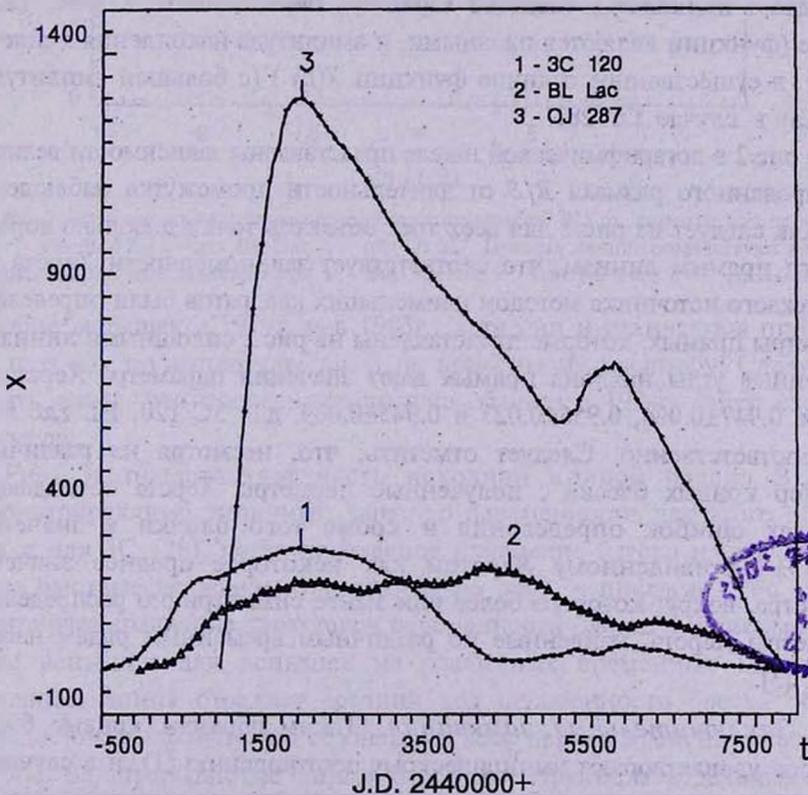


Рис.1. Функция накопления: 1 - для 3C 120; 2 - для BL Lac; 3 - для OJ287.

значения, соответствующего максимальному периоду наблюдений данного источника, с шагом $\Delta\tau=1$ году. На рис.1 представлены графики функций накопления для всех трех объектов при максимально возможном значении τ в случае наших рядов наблюдений. Поскольку ряды были приведены к равномерным рядам с шагом по времени 10 дней, т.е., например, $\xi(t)$ при $t=1$ есть среднее значение плотности потока объекта за период с первого имеющего наблюдения +9 дней, то τ_0 равное 1 году соответствует значению числа декад, укладывающихся в этом интервале. Именно это значение τ и использовалось при вычислениях по формулам (1), (4), (5). Однако на рис.1 для сохранения наглядности временной зависимости переменности функций накопления временная шкала приведена в юлианских датах соответствующих наблюдений.

Из анализа рис.1 следует, что функция накопления может являться довольно хорошим критерием характера кривой блеска объекта. Неоднократно отмечалось, что кривые блеска блазаров можно разделить на два типа: имеющие плавные синусоидальные вспышки и демонстрирующие резкое импульсное возрастание блеска. К первому типу можно отнести блазары 3C 120 и BL Lac, ко второму - OJ 287. Рис.1. ясно показывает имеющееся сходство характера переменности для 3C 120 и BL Lac (функции являются плавными, и амплитуда накопления меняется слабо), и существенное отличие функции $X(t, \tau)$ (с большой амплитудой размаха) в случае OJ 287.

На рис.2 в логарифмической шкале представлены зависимости величин нормированного размаха R/S от длительности промежутка наблюдения $\tau/2$. Как следует из рис.2 для всех трех объектов точки довольно хорошо следуют прямым линиям, что соответствует закономерности Херста (1). Для каждого источника методом наименьших квадратов были определены параметры прямых, которые представлены на рис.2 сплошными линиями. Найденные углы наклона прямых дают значения параметра Херста H , равные 0.947 ± 0.024 , 0.956 ± 0.023 и 0.945 ± 0.039 , для 3C 120, BL Lac и OJ 287, соответственно. Следует отметить, что, несмотря на различный характер кривых блеска, полученные параметры Херста совпадают в пределах ошибок определения и кроме того близки к значению $H=0.73 \pm 0.09$, найденному Херстом как некоторое среднее значение параметра, вокруг которого более или менее симметрично распределены параметры Херста, найденные по различным временным рядам наблюдений [3].

5. *Заключительные замечания.* Таким образом, кривые блеска блазаров удовлетворяют эмпирическому соотношению (1), и в случае их самоаффинного (самоподобного, см.[3]) характера это позволяет оценить их фрактальную размерность.

Указание на самоаффинный характер кривых блеска можно получить при качественном анализе переменности блазаров на различных временных масштабах. Так, например, для OJ 287 в [6] отмечается структурное

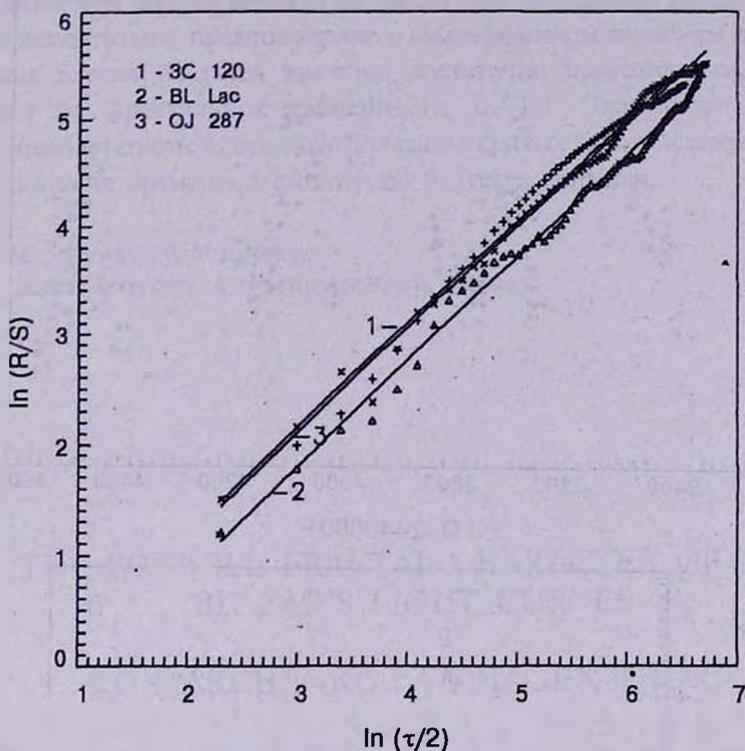


Рис.2. Зависимость величины нормированного размаха R/S от длительности промежутка $\tau/2$: + - для 3C 120, x - для BL Lac; Δ - для OJ 287. Прямые линии соответствуют линейной аппроксимации этих зависимостей: 1 - для 3C 120, 2 - для BL Lac; 3 - для OJ 287.

подобие вспышек в 1971г. и в 1983г., хотя они и отличаются примерно в 2 раза как по амплитуде, так и по временному масштабу. Следует заметить также, что последняя вспышка объекта в 1994г. имеет сходную структуру.

Рис. 3а представляет часть исходной кривой блеска BL Lac, демонстрирующую типичный характер переменности для этого объекта (как и для 3C 120), когда на плавное изменение блеска накладываются более быстрые вспышки, отмеченные на рис. 3а цифрами. Рис. 3б иллюстрирует сравнение характеров переменности блеска в зависимости от фазы вспышки для вспышек на различных временных масштабах. Сплошная линия отражает средний ход переменности блеска объекта (усреднение выполнено по сезонам) за весь период времени, указанный на рис. 3а, прерывистые линии отражают структуры отдельных более коротких вспышек этого периода, отмеченных цифрами на рис. 3а (в

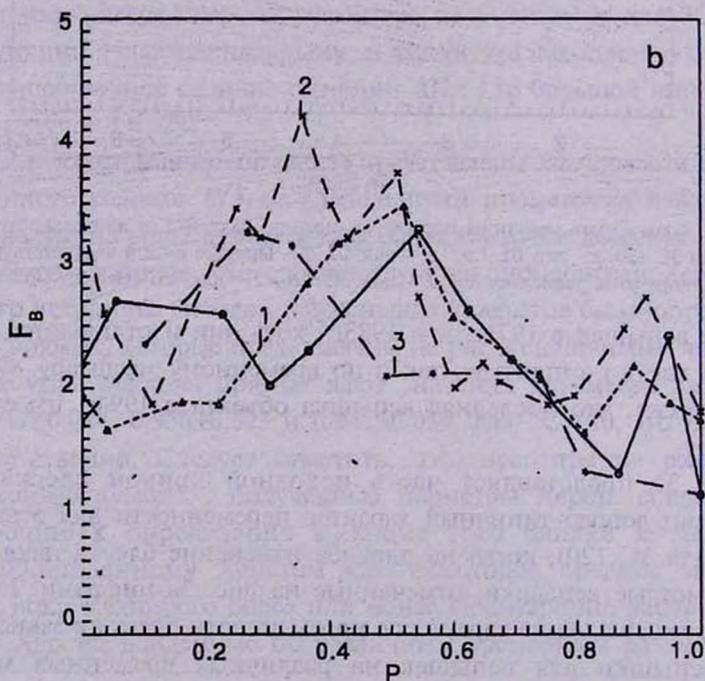
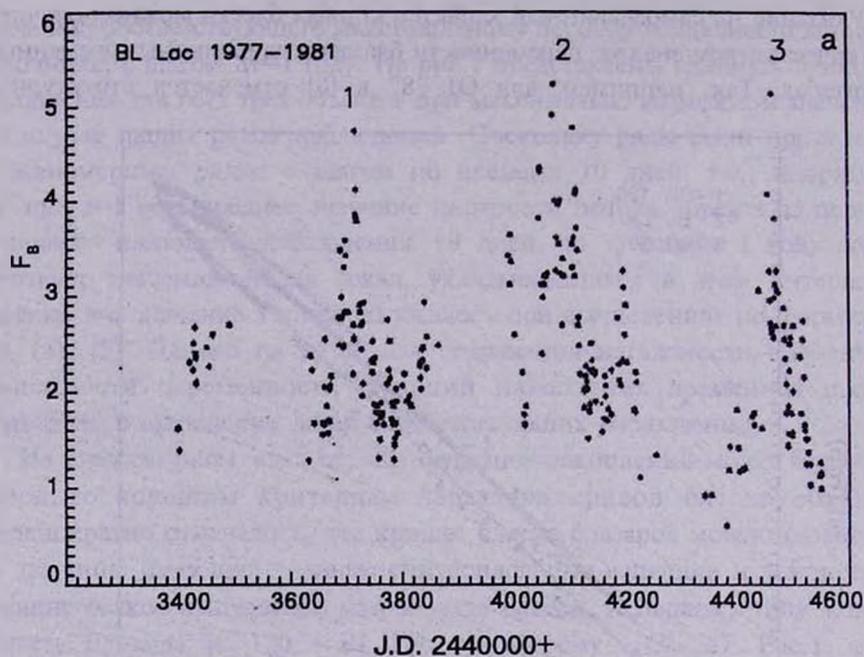


Рис.3. а - кривая блеска BL Lac за 1977-1981гг., вспышка 1 - J. D. 2443636-2443790; вспышка 2 - J. D. 2443992 - 2444219; вспышка 3 - J. D. 2444428-2444549;

б - плавный характер изменения блеска BL Lac в зависимости от фазы вспышки; сплошная линия описывает вариации блеска за весь период 1977-1981 гг., пунктирные линии соответствуют вспышкам, отмеченным на рис. За цифрами: Δ - 1, $*$ - 2, x - 3.

данном случае усреднение выполнено с шагом по времени, равным 10-и дням). Если учесть неравномерность наблюдательных данных, то рис. 3b достаточно убедительно демонстрирует подобие характера переменности блеска объекта на различных временных масштабах.

Следовательно, предположение о самоаффинном характере оптических кривых блеска блазаров является достаточно правомочным, что дает оценку их фрактальной размерности $D=1.1$. Это может позволить выполнить статистическое моделирование кривых блеска блазаров с целью предсказания времени и амплитуды будущих вспышек.

Астрономический институт
Санкт-Петербургского университета, Россия

THE POSSIBLE FRACTAL CHARACTER OF THE BLAZAR'S LIGHT CURVES

S.G.MARCHENKO, A.V.HAGEN-THORN

The analysis of the optical light curves of three blazars is carried out by the Hurst's method. It is shown that these light curves follow the empirical Hurst's dependence. This enables us to obtain Hurst's parameters for the light curves and estimate their fractal dimension as $D\sim 1.1$ in the case of selfaffinity of the light curves.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В.А.Гаген-Торн, С.Г.Марченко, О.В.Миколайчук, В.А.Яковлева*, Астрон. ж., 1997 (в печати).
2. *В.А.Гаген-Торн, С.Г.Марченко, О.В.Миколайчук, В.А.Яковлева*, Астрон. ж., 1997 (в печати).
3. *Е.Федер*, Фракталы, Мир, М., 1991.

4. *I.Mc Hardy, B.Czerny, Nature, 325, 696, 1987.*
5. *S.L.O'Dell, J.J.Puschell, W.A.Stein, et al., Astrophys.J, 224, 22, 1978.*
6. *A.Sillanpaa, P.Teerikorpi, S.Haarala, et al., Astron. Astrophys., 147, 67, 1985.*

УДК: 52-6-355:517.9

ТОЧНЫЕ И ЧИСЛЕННЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ КОМПАНЕЙЦА: ЭВОЛЮЦИЯ СПЕКТРА И СРЕДНИХ ЧАСТОТ

Д.И.НАГИРНЕР, В.М.ЛОСКУТОВ, С.И.ГРАЧЕВ

Поступила 10 мая 1997

Принята к печати 25 мая 1997

Путем решения уравнения Компанейца рассчитывается эволюция спектра изотропного однородного излучения в бесконечном пространстве, заполненном однородным нерелятивистским электронным газом. Для бесконечно узкого исходного спектра в линейном приближении уравнения определена зависимость средней частоты и дисперсии частот от времени. Вводятся характерные времена, соответствующие изменениям характера этой зависимости. Предложены две схемы численного метода решения нелинейного уравнения: неконсервативная с равномерной сеткой по частоте и консервативная с автоматическим выбором адаптивной сетки по частоте и времени. Для линейного уравнения метод дает результаты, согласующиеся с расчетами его решений через разложения по собственным функциям оператора Компанейца, рассчитанным в работе [16]. В качестве примеров применения метода прослежено влияние нелинейности на эволюцию спектра первоначально монохроматического излучения различной интенсивности.

1. *Введение.* Уравнения Компанейца, описывающее временную эволюцию спектра однородного и изотропного излучения в бесконечном пространстве при рассеянии его равновесным почти нерелятивистским и невырожденным электронным газом в горячей разреженной плазме, который также однороден и изотропен, имеет вид [1]:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[x^4 \left(\frac{\partial n}{\partial x} + n + n^2 \right) \right]. \quad (1)$$

Здесь $x = h\nu/k_B T$ - безразмерная частота (h и k_B - постоянные Планка и Больцмана, ν - обычная частота, T - температура электронного газа), t - безразмерное время, измеряемое в единицах $mc/\sigma_0 n_e k_B T$, где $\sigma_0 = (8\pi/3)(e^2/mc^2)^2$ - томсоновское сечение, а n_e - концентрация электронов. Уравнение справедливо, если выполняются два неравенства $h\nu \ll mc^2$ и $k_B T \ll mc^2$.

Искомая функция $n(x, t)$ представляет собой среднее число заполнения фотонных состояний, так что произведение $(2h\nu^3/c^2)n$ - обычная

интенсивность. Для полной постановки задачи для уравнения (1) достаточно задать начальное распределение $n(x,0)$.

Из уравнения следует, что интеграл

$$\int_0^{\infty} x^2 n(x,t) dx = \int_0^{\infty} x^2 n(x,0) dx = C \quad (2)$$

не зависит от времени.

Если средние числа заполнения малы, $n \ll 1$, в частности, если мало значение интеграла (2), $C \ll 1$, можно ограничиться линейным приближением уравнения Компанейца

$$\frac{\partial n(x,t)}{\partial t} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[x^4 \left(\frac{\partial n}{\partial x} + n \right) \right] \quad (3)$$

Постоянство (2) сохраняется и в случае линейного уравнения.

История уравнения Компанейца и его основные свойства отражены в обзорах [2] и [3]. Уравнение применялось для решения ряда физических и астрофизических задач. В линейном приближении (3) изучалась комптонизация начального тормозного спектра [4]. Эволюция планковского излучения с температурой, отличной от электронной, и других начальных спектров, а также влияние тормозных процессов на ход комптонизации рассчитаны в работе [5]. В линейном приближении исследовались эффект Зельдовича-Сюняева [6], влияние энерговыделения в ранней Вселенной на искажения реликтового излучения [7-10], формирование спектров рентгеновских источников за счет комптонизации холодного излучения [11]. Обзоры некоторых из этих результатов содержатся в [2,12]. С помощью нелинейного уравнения изучался нагрев газа вблизи активных ядер галактик [13] и радиоисточников [14].

В настоящей работе сначала приводятся аналитические выражения для решений уравнения (3) и для средних частот и дисперсий частоты при исходном бесконечно узком спектре. Рассчитывается временная эволюция средних. Затем предлагается и опробуется численный метод решения уравнения (1).

2. *Точные решения линейного уравнения.* Решение уравнения (3) при произвольной начальной функции $n(x,0)$ выражается через эту функцию и функцию Грина:

$$n(x,t) = \int_0^{\infty} G(x, x_1, t) n(x_1, 0) dx_1. \quad (4)$$

Функцию $G(x, x_1, t)$ можно представить разложением по с.ф.

оператора, стоящего справа в (3). Полную систему функций на промежутке $[0, \infty)$ составляют две ортогональных и нормированных на единицу дискретных с.ф., а также набор с.ф. непрерывного спектра, нормированных на δ -функцию и ортогональных дискретным с.ф.:

$$\chi_0(x) = \frac{x}{\sqrt{2}} e^{-x/2}, \quad \chi_2(x) = \frac{x-2}{\sqrt{2}} e^{-x/2}, \quad (5)$$

$$\chi_{9/4+\mu^2}(x) = \left[\frac{2}{\pi} \frac{\mu \operatorname{sh}(\pi\mu)}{(1/4 + \mu^2)(9/4 + \mu^2)} \right]^{1/2} \frac{1}{x} W_{2,t\mu}(x), \quad (6)$$

где $W_{2,t\mu}(x)$ - функция Уиттекера. Указанное разложение имеет вид

$$G(x, x_1, t) = \frac{x_1}{x} e^{(x_1-x)/2} \left[\chi_0(x)\chi_0(x_1) + \chi_2(x)\chi_2(x_1) e^{-2t} + \int_0^\infty \chi_{9/4+\mu^2}(x)\chi_{9/4+\mu^2}(x_1) e^{-(9/4+\mu^2)t} d\mu \right]. \quad (7)$$

При малых величинах аргументов x и x_1 функция Грина (7) близка к своему предельному значению

$$G_d(x, x_1, t) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \alpha G(\alpha x, \alpha x_1, t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{x_1}{\pi x^3 t}} e^{-\ln^2(x/x_1)/4t - 9t/4}. \quad (8)$$

Это выражение получается из интегрального слагаемого в (7). Оно является функцией Грина уравнения, в которое переходит (3), если в этом последнем во внутренней скобке оставить только слагаемое с производной. Выражение (8) было получено Я.Б.Зельдовичем и Р.А.Сюняевым [15] непосредственно из предельного уравнения.

В статье [16] был дан метод вычисления функций $W_{2,t\mu}(x)$ при любых положительных x и μ с пятью значащими цифрами. Вычисление по формуле (7) при малых t требует больших усилий по предотвращению потерь точности и поэтому весьма трудоемко. Для конкретных начальных распределений можно сначала вычислить интеграл по аргументу x_1 согласно (4), что упрощает последующее вычисление интеграла по μ .

Для степенно-показательных начальных спектров $n(x, 0) = x^p e^{-\alpha x}$ интегралы по x_1 можно вычислить аналитически. Интегралы с двумя дискретными модами элементарны, а для вычисления интеграла с непрерывными модами воспользуемся формулами 7.621.3 и 9.131.1 из справочника [17]. В результате получим

$$n(x, t) = e^{-x} \frac{\Gamma(p+2)}{2s^{p+3}} \left[p+2 + \left(1 - \frac{2}{x}\right) e^{-2t} (p+2-2s) \right] + \frac{2}{\pi x^2} e^{-x/2} e^{-9t/4} \times \\ \times \int_0^{\infty} e^{-\mu^2 t} W_{2, i\mu}(x) \frac{\mu d \operatorname{ush}(\pi\mu)}{(\mu^2 + 1/4)(\mu^2 + 9/4)} \Gamma\left(p + \frac{3}{2} + i\mu\right) \Gamma\left(p + \frac{3}{2} - i\mu\right) V(p, \mu, s). \quad (9)$$

Здесь введено обозначение для функции, которая с точностью до множителя является гипергеометрической функцией Гаусса с двумя комплексными параметрами:

$$V(p, \mu, s) = \frac{s^{-p-3}}{\Gamma(p)} F(-3/2 + i\mu, -3/2 - i\mu; p, 1-s). \quad (10)$$

Для выбора оптимального численного метода нас интересует сравнение результатов, получаемых путем численного решения уравнения и по аналитической формуле. При этом желательно провести сравнение при всех временах. Между тем при малых t интегрирование в (9) необходимо доводить до достаточно больших μ . При таких μ становится трудно вычислять функцию (10) ввиду быстрого роста ее первых слагаемых. Однако указанное сравнение можно произвести на частных случаях. Поэтому мы возьмем начальный спектр в виде $n(x, 0) = x^p e^{-x}$. Тогда гипергеометрическая функция обращается в единицу и формула (9) сильно упрощается.

3. *Средние степени частоты.* Определим сначала среднюю l -тую степень излучаемой частоты при начальной частоте x_1

$$\bar{x}^l = \frac{1}{x_1^2} \int_0^{\infty} x^{l+2} G(x, x_1, t) dx. \quad (11)$$

Подставив сюда выражение (7), вычислив первые два интеграла по x для дискретных мод и воспользовавшись формулой 7.621.11 из [17] для непрерывных, получим ($W_2(x, \mu) = e^{-x/2} W_{2, i\mu}(x)$)

$$\bar{x}^l = \frac{1}{2} \Gamma(l+3) + \frac{l}{2} \left(1 - \frac{2}{x_1}\right) \Gamma(l+2) e^{-2t} + \frac{2}{\Gamma(l) x_1^2} e^{-9t/4} \times \\ \times \int_0^{\infty} e^{-\mu^2 t} \frac{\mu d \operatorname{ush}(\pi\mu)}{(\mu^2 + 1/4)(\mu^2 + 9/4)} W_2(x_1, \mu) \Gamma(l+3/2 + i\mu) \Gamma(l+3/2 - i\mu). \quad (12)$$

При целых l можно воспользоваться формулой дополнения для гамма-функции, что позволяет представить интеграл в следующем виде:

$$\bar{x}^l = \frac{1}{2}(l+2)! + \frac{l}{2}\left(1 - \frac{2}{x_1}\right)(l+1)!e^{-2t} + \frac{2l}{l!} \frac{1}{x_1^2} e^{-9t/4} \int_0^\infty e^{-\mu^2 t} \mu d\mu \text{th}(\pi\mu) W_2(x_1, \mu) \prod_{j=2}^l \left[\left(j + \frac{1}{2}\right)^2 + \mu^2 \right]. \quad (13)$$

Здесь, как обычно, пустое произведение (при $l < 2$) считается равным 1. В частности, для $l = 0, 1, 2$ получается $\bar{1} = \Gamma(3)/2 = 1$,

$$\bar{x} = 3 + \left(1 - \frac{2}{x_1}\right)e^{-2t} + \frac{2}{x_1^2} e^{-9t/4} \int_0^\infty e^{-\mu^2 t} \mu d\mu \text{th}(\pi\mu) W_2(x_1, \mu), \quad (14)$$

$$\bar{x}^2 = 12 + 6\left(1 - \frac{2}{x_1}\right)e^{-2t} + \frac{2}{x_1^2} e^{-9t/4} \int_0^\infty e^{-\mu^2 t} \mu d\mu \text{th}(\pi\mu) W_2(x_1, \mu) \left(\mu^2 + \frac{25}{4}\right). \quad (15)$$

Формула для \bar{x} была получена Компанейцем в виде комплексного интеграла.

Если x_1 достаточно мало, а время t не очень велико, то можно воспользоваться предельным выражением для функции Грина (8).

Подставив эту формулу в (11), найдем $\bar{x}^l = x_1^l e^{l(l+3)t}$. Экспоненциальный рост энергии фотонов (средней частоты, то есть приведенная формула при $l = 1$) был установлен в [5].

На рис.1 представлены результаты вычислений средних частот для

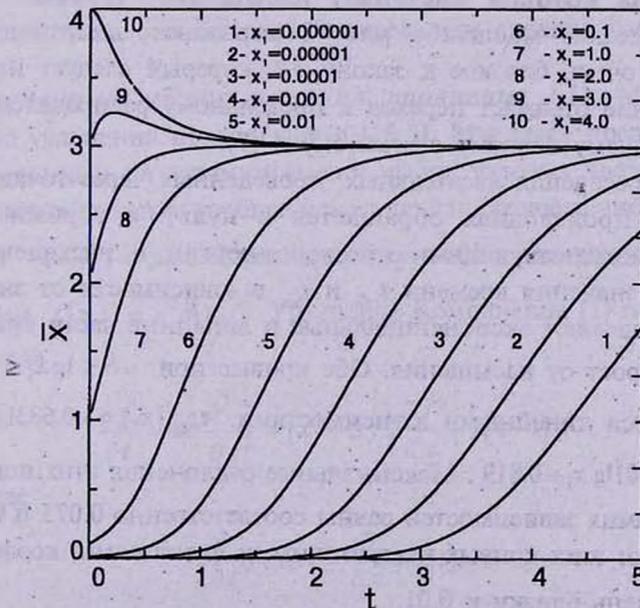


Рис. 1 Решения линейного уравнения Компанейца: эволюция средней частоты \bar{X} для функции Грина.

ряда значений начальных частот. Более подробная информация для малых x_1 и t дана на рис. 2. Из рисунков видно, что экспоненциальная часть

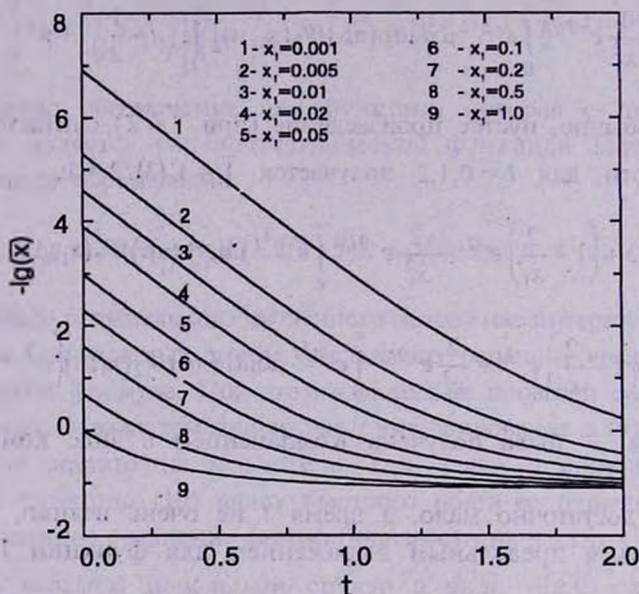


Рис. 2 То же, что и на рис.1, но при малых x_1 и t .

графиков, осуществляющаяся при $-\lg(\bar{x})$ и достаточно малых t , сменяется линейной, за которой наступает насыщение. Прямые линии в логарифмическом масштабе рис. 2 отражают экспоненциальное возрастание, очень близкое к закону e^{at} , который следует из решения (8). Насыщение отражает переход к предельному распределению Вина, соответствующему первому слагаемому в (7).

Точки пересечения касательных, проведенных через точки перегиба (где вторая производная обращается в нуль), с горизонтальными прямыми, соответствующими нулевой энергии и насыщению, дают характерные значения времени $t_{\text{сдн}}$ и $t_{\text{нас}}$ в зависимости от значения x_1 . Точки $t_{\text{сдн}}$ разделяют экспоненциальные и линейные части кривых, а $t_{\text{нас}}$ - линейный рост от насыщения. Обе кривые при $-6 \leq \lg x_1 \leq 0$ хорошо представляются линейными зависимостями: $t_{\text{сдн}}(x_1) = -0.633 \lg x_1 - 0.410$, $t_{\text{нас}}(x_1) = -0.901 \lg x_1 + 0.819$. Максимальные отклонения этих подгоночных формул от самих зависимостей равны соответственно 0.075 и 0.085. При представлении этих кривых квадратичными функциями, коэффициенты при $\lg^2 x_1$ очень близки к 0.01.

Рис. 3 отражает эволюцию корня из дисперсии частот $\sigma = \sqrt{x^2 - \bar{x}^2}$.

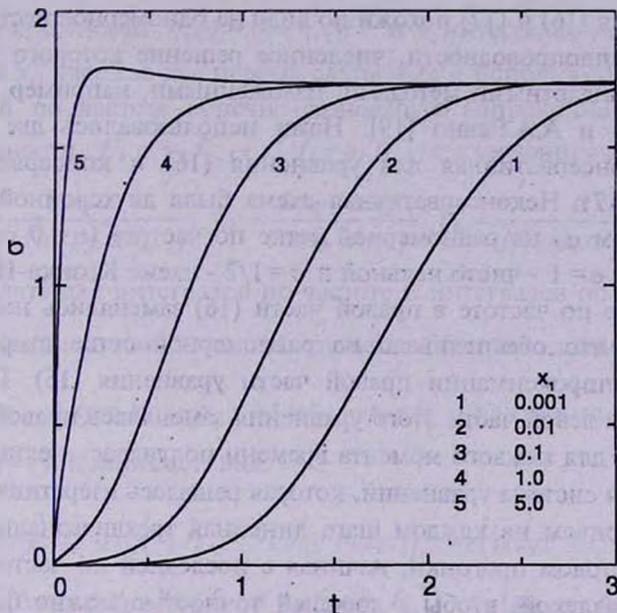


Рис. 3 Эволюция дисперсии частот.

При малых частотах и небольших временах $\sigma = x_1 e^{St} \sqrt{1 - e^{-2t}}$. Когда $t \rightarrow 0$ величина $\sigma \sim x_1 \sqrt{2t}$, а при $t \rightarrow \infty$ стремится к $\sqrt{3}$, причем на асимптотическое значение она выходит быстрее, чем средняя частота.

4. Численный метод решения уравнения (1). Метод решения линейного уравнения применялся в [18,5]. Мы здесь предложим метод, ориентированный на автоматический выбор узловых частот и времен.

Численные решения удобнее искать не для среднего числа заполнения состояний $n(x,t)$, а для безразмерной функции распределения фотонов по частотам $f(x,t) \equiv x^2 n(x,t)$. Уравнение Компанейца (1) переписывается тогда в виде

$$\frac{\partial f}{\partial t} = x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + (x^2 + 2f) \frac{\partial f}{\partial x} + 2(x-1)f \quad (16)$$

или в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} f(x,t) = \frac{\partial}{\partial x} g(x,t), \quad (17)$$

где

$$q(x, t) = x^2 \frac{\partial}{\partial x} f(x, t) + (x^2 - 2x) f(x, t) + f^2(x, t). \quad (18)$$

Уравнения (16) и (17) похожи по виду на одномерное нестационарное уравнение теплопроводности, численное решение которого может быть получено стандартными методами, изложенными, например, в учебнике Н.М.Беляева и А.А.Рядно [19]. Нами использовались две численные схемы: неконсервативная для уравнения (16) и консервативная для уравнения (17). Неконсервативная схема была двухслойной и неявной (с параметром σ) на равномерной сетке по частоте ($\sigma = 0$ соответствует явной схеме, $\sigma = 1$ - чисто неявной и $\sigma = 1/2$ - схеме Крэнка-Никольсона). Производные по частоте в правой части (16) заменялись центральными разностями, что обеспечивало на равномерной сетке второй порядок локальной аппроксимации правой части уравнения (16). Производная по времени в левой части этого уравнения заменялась правой разностью. В результате для каждого момента времени получалась нелинейная трехдиагональная система уравнений, которая решалась итеративным методом Ньютона, причем на каждом шаге линейная трехдиагональная система решалась методом прогонки, начиная с последней по частоте точки x_N , достаточно далекой, чтобы с хорошей точностью можно было считать, что $f(x_N, t) = 0$. Эта схема использовалась нами, в основном, в случае слабой нелинейности или в линейном приближении (с отброшенным нелинейным слагаемым в правой части (16)). В случае же сильной нелинейности, когда решение может очень резко меняться со временем и с частотой, приходится использовать адаптивную частотно-временную сетку, которая по необходимости оказывается неравномерной, а на неравномерной сетке порядок локальной аппроксимации по частоте в описанной выше схеме снижается на 1.

От этого недостатка свободна консервативная разностная схема, которая строится следующим интегро-интерполяционным методом (см., например, тот же учебник [19]). На произвольно выбранной частотно-временной сетке $\{x_0, x_1, \dots, x_N\}, \{t_0, t_1, \dots, t_I\}$ выберем ячейку $(x_{k-1/2} \leq x \leq x_{k+1/2}, t_i \leq t \leq t_{i+1})$ (здесь $x_{k-1/2} = (x_k + x_{k-1})/2, x_{k+1/2} = (x_k + x_{k+1})/2$) и проинтегрируем уравнение (17) по этой ячейке:

$$\int_{x_{k-1/2}}^{x_{k+1/2}} [f(x, t_{i+1}) - f(x, t_i)] dx = \int_{t_i}^{t_{i+1}} [q(x_{k+1/2}, t) - q(x_{k-1/2}, t)] dt, \quad k = 1, 2, \dots, N-1. \quad (19)$$

При $k = 0$ вместо (19) имеем

$$\int_0^{x_{1/2}} [f(x, t_{i+1}) - f(x, t_i)] dx = \int_{t_i}^{t_{i+1}} [q(x_{1/2}, t) - q(0, t)] dt, \quad (20)$$

причем $q(0, t) = f^2(0, t)$ согласно (18).

Разложим подинтегральные функции в ряд Тейлора в интегралах по времени в окрестности $t_{i+1/2} = (t_i + t_{i+1})/2$ и в интегралах по частоте - в окрестности x_k , удержав два первых слагаемых и использовав для первой производной по частоте конечно-разностную аппроксимацию второго порядка точности $f'_k = w_k f_{k-1} + v_k f_k + u_k f_{k+1}$ с коэффициентами

$$w_k = -\frac{\Delta x_k}{\Delta x_{k-1}(\Delta x_k + \Delta x_{k-1})}, \quad v_k = \frac{\Delta x_k - \Delta x_{k-1}}{\Delta x_k \Delta x_{k-1}}, \quad u_k = \frac{\Delta x_{k-1}}{\Delta x_k(\Delta x_k + \Delta x_{k-1})}. \quad (21)$$

В результате для интегралов по частоте и интегралов по времени получаются оценки с точностью до слагаемых соответственно $O(\Delta x_k^3)$ и $O(\Delta t^3)$, где $\Delta x_k = x_{k+1} - x_k$, $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ и уравнение (19) (при $k = 1, 2, \dots, N-1$) принимает вид

$$\begin{aligned} \hat{f}_k + \frac{1}{4}(\Delta x_k - \Delta x_{k-1})(w_k \hat{f}_{k-1} + v_k \hat{f}_k + u_k \hat{f}_{k+1}) - \varkappa_k(\hat{q}_{k+1/2} - \hat{q}_{k-1/2}) = \\ = f_k + \frac{1}{4}(\Delta x_k - \Delta x_{k-1})(w_k f_{k-1} + v_k f_k + u_k f_{k+1}) + \varkappa_k(q_{k+1/2} - q_{k-1/2}), \end{aligned} \quad (22)$$

а уравнение (20) - вид

$$\hat{f}_0 + \frac{1}{3}\hat{f}_1 - \varkappa_0(\hat{q}_{1/2} - \hat{q}_0) = f_0 + \frac{1}{3}f_1 + \varkappa_0(q_{1/2} - q_0), \quad (23)$$

где

$$\varkappa_k = \frac{\Delta t}{\Delta x_k + \Delta x_{k-1}}, \quad \varkappa_0 = \frac{4\Delta t}{3\Delta x_0}. \quad (24)$$

В уравнениях (22) и (23) мы ввели для краткости следующие обозначения: $f_k = f(x_k, t_i)$, $\hat{f}_k = f(x_k, t_{i+1})$ (и аналогично для $q(x, t)$), считая, что t_i и t_{i+1} - предыдущий и текущий моменты времени. Далее, в целых точках $x_{k-1/2}$ имеем $f_{k-1/2} = (f_k + f_{k-1})/2$, $f'_{k-1/2} = (f_k - f_{k-1})/\Delta x_{k-1}$ с точностью до слагаемых $O(\Delta x_{k-1}^2)$. Подстановка этих аппроксимаций

в (18) дает для $\hat{q}_{k\pm 1/2}$ и $q_{k\pm 1/2}$, входящих в уравнения (22) и (23), представления с локальной точностью второго порядка. В итоге из (22) и (23) получается следующая нелинейная трехдиагональная система уравнений:

$$\hat{a}_k \hat{f}_{k-1} + \hat{b}_k \hat{f}_k + \hat{c}_k \hat{f}_{k+1} = d_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad (25)$$

где (при $k = 1, 2, \dots, N-1$)

$$\hat{a}_k = \varepsilon_k \left(-y_{k-1/2} + z_{k-1/2} + \frac{1}{2} \hat{f}_k + \frac{1}{4} \hat{f}_{k-1} \right) + \frac{1}{4} (\Delta x_k - \Delta x_{k-1}) w_k, \quad (26)$$

$$\hat{b}_k = 1 + \varepsilon_k (y_{k+1/2} + y_{k-1/2} - z_{k+1/2} + z_{k-1/2}) + \frac{1}{4} (\Delta x_k - \Delta x_{k-1}) u_k, \quad (27)$$

$$\hat{c}_k = -\varepsilon_k \left(y_{k+1/2} + z_{k+1/2} + \frac{1}{2} \hat{f}_k + \frac{1}{4} \hat{f}_{k+1} \right) + \frac{1}{4} (\Delta x_k - \Delta x_{k-1}) w_k, \quad (28)$$

$$\begin{aligned} d_k = & -\varepsilon_k \left(-y_{k-1/2} + z_{k-1/2} + \frac{1}{2} f_k + \frac{1}{4} f_{k-1} \right) f_{k-1} + \\ & + f_k \left[1 - \varepsilon_k (y_{k+1/2} + y_{k-1/2} - z_{k+1/2} + z_{k-1/2}) \right] + \\ & + \varepsilon_k \left(y_{k+1/2} + z_{k+1/2} + \frac{1}{2} f_k + \frac{1}{4} f_{k+1} \right) f_{k+1} + \\ & + \frac{1}{4} (\Delta x_k - \Delta x_{k-1}) (w_k f_{k-1} + u_k f_k + u_k f_{k+1}) \end{aligned} \quad (29)$$

(где обозначено $y_k = x_k^2 / \Delta x_k$, $z_k = x_k (x_k - 2) / 2$), а при $k=0$ имеем $\hat{a}_0 = 0$,

$$\hat{b}_0 = 1 + \frac{1}{8} \varepsilon_0 [\Delta x_0 (6 - \Delta x_0) + 6 \hat{f}_0], \quad \hat{c}_0 = \frac{1}{3} - \frac{1}{8} \varepsilon_0 [\Delta x_0 (\Delta x_0 - 2) + 4 \hat{f}_0 + 2 \hat{f}_1], \quad (30)$$

$$\begin{aligned} d_0 = & f_0 \left[1 - \frac{1}{8} \varepsilon_0 (\Delta x_0 (6 - \Delta x_0) + 6 f_0) \right] + \\ & + f_1 \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{8} \varepsilon_0 (\Delta x_0 (\Delta x_0 - 2) + 4 f_0 + 2 f_1) \right]. \end{aligned} \quad (31)$$

Следует отметить, что уравнение (25) с коэффициентами (26-31) аппроксимирует уравнения (19) и (20) с локальной точностью второго порядка как по частоте, так и по времени.

Поскольку очевидно, что $f(x, t) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$, то последняя по частоте точка x_N выбирается достаточно далекой, чтобы положить $f(x_N, t) = 0$. При этом (учитывая сохранение числа фотонов) необходимо, чтобы с заданной точностью выполнялось равенство, являющееся следствием (2):

$$\int_0^{x_N} f(x, t) dx = \int_0^{\infty} f(x, 0) dx \equiv C, \quad (32)$$

где $f(x, 0) = x^2 n(x, 0)$ - начальное распределение фотонов. Для вычисления интегралов использовался аналог квадратурной формулы Симпсона на неравномерной частотной сетке: интегралы по трем соседним точкам

x_{k-1}, x_k, x_{k+1} ($k = 1, 3, \dots, N-1$, где N - четное число) рассчитывались по формуле парабол и затем суммировались.

5. *Результаты решения системы (25)*. Для решения нелинейной системы (25) мы применяем итерационную процедуру Ньютона: на s -ом итерационном шаге представляем решение в виде $\hat{f}_k = \hat{f}_k^{(s)} + \delta \hat{f}_k^{(s)}$ и линеаризуем систему (25), получив для приращений $\delta \hat{f}_k^{(s)}$ линейную трехдиагональную систему уравнений. Эту систему решаем методом прогонки, начиная с последней точки, в которой полагаем $\delta \hat{f}_N^{(s)} = 0$. При этом начальное решение системы (25) берется в линейном приближении, т.е. с коэффициентами (26)-(31), в которых текущие значения (\hat{f}_k) заменены на предыдущие (f_k) . Итерации заканчивались при выполнении условия $\max_k |\delta \hat{f}_k^{(s)}| < \varepsilon$ (обычно полагалось $\varepsilon = 10^{-5}$).

Использовалась адаптивная частотно-временная сетка: во-первых, после определения текущего решения проводилось его сравнение с решением на предыдущем шаге, а именно вычислялось $D = \max_k |\hat{f}_k - f_k| / \hat{f}_k$, и если оказывалось, что $D > D_{\max}$, то временной шаг уменьшался в 2 раза и процесс вычисления текущего решения повторялся до выполнения условия $D < D_{\max}$. Если же оказывалось, что $D < D_{\min}$, то временной шаг увеличивался в 2 раза и процесс решения продолжался. Во-вторых, на каждом временном шаге вычислялось относительное изменение решения $d_k = |\hat{f}_k - \hat{f}_{k-1}| / \hat{f}_{k-1}$ на каждом частотном интервале, и если на некотором интервале оказывалось $d_k > d_{\max}$, то посередине интервала вводилась дополнительная точка, в которой решение определялось посредством параболической интерполяции. Если же на двух соседних интервалах получалось $d_k < d_{\min}$ и $d_{k+1} < d_{\min}$, то граничная между интервалами точка x_k отбрасывалась. При этом обычно полагалось $D_{\max} = 0.5$, $d_{\max} = 0.1$, $D_{\min} = d_{\min} = 10^{-4}$.

В качестве начального распределения использовалась либо показательная функция

$$f(x, 0) = \frac{sC}{\Gamma(p+1)} (sx)^p e^{-sx}, \quad (33)$$

либо функция вида

$$f(x,0) = \frac{C}{\varepsilon\sqrt{\pi}} e^{-(x-x_1)^2/\pi^2}, \quad (34)$$

которая стремится к $C\delta(x-x_1)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Для линейного уравнения Компанейца проведено сравнение численного решения с решением, найденным по явным формулам (см. выше пункт 2). При начальном распределении (33) с $p=3$ и $s=1$ получено совпадение этих решений почти везде с пятью значащими цифрами, и даже в случае распределения вида (34), которое при $\varepsilon \rightarrow 0$ и $C=1$ является начальным для функции Грина $G(x, x_1, t)$, численное решение при $\varepsilon = 0.01$, $C = 1$, $x_1 = 1$ и $t > 0.01$ отличалось от функции Грина, рассчитанной по явным формулам в [16], лишь в четвертом знаке.

Наибольший интерес, однако, представляет получение численного решения нелинейного уравнения Компанейца. В качестве иллюстрации влияния нелинейности мы приводим решения для начального распределения вида (34) при $\varepsilon = 0.01$, $x_1 = 1$ и $C = 1$, 10 и 50 (рис.4-6).

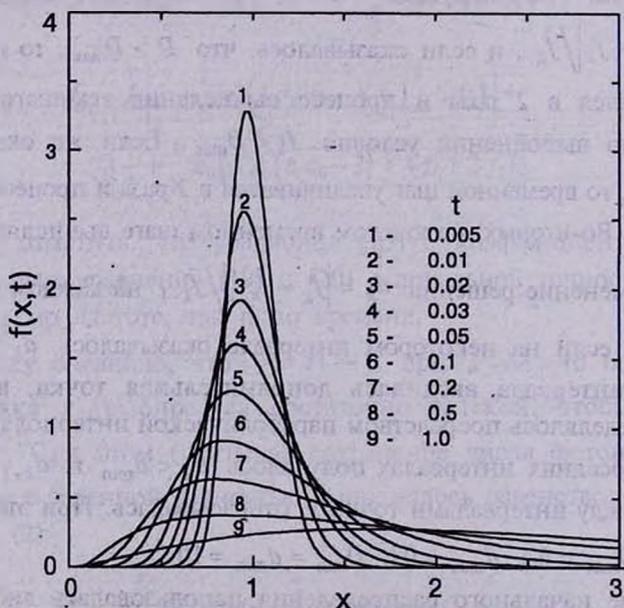
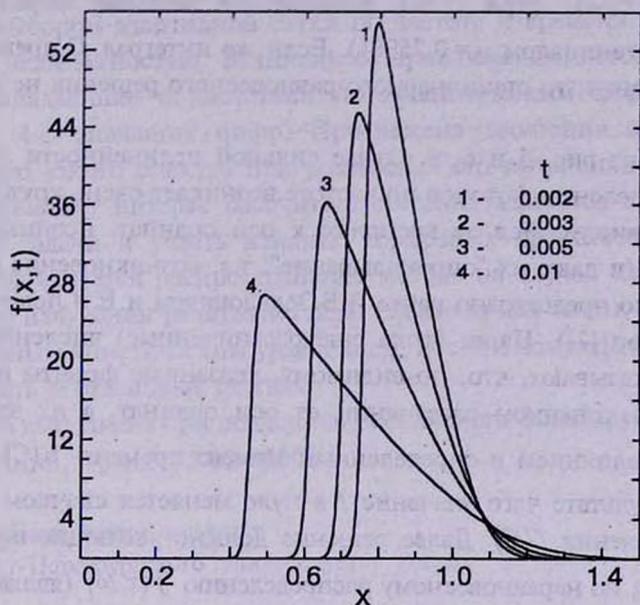
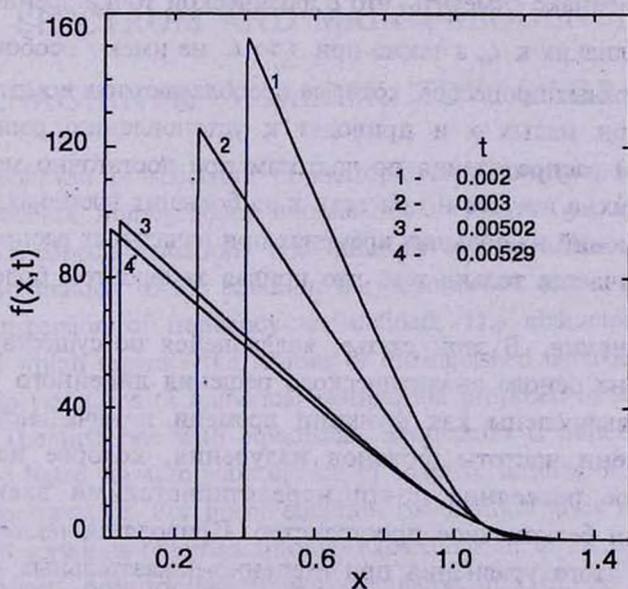


Рис. 4 Решения нелинейного уравнения Компанейца: эволюция начального спектра (34) при $\varepsilon = 0.01$, $x_1 = 1$, $C = 1$.

Следует отметить, что если $C \leq \zeta(3) \approx 2.404$ ($\zeta(z)$ - ζ функция Римана), решения нелинейного уравнения при $t \rightarrow \infty$ стремятся к предельному, равновесному распределению Бозе-Эйнштейна

Рис. 5 То же, что и на рис. 4, но при $C = 10$.Рис. 6 То же, что и на рис. 4, но при $C = 50$.

$f = x^2 / [\exp(\mu + x) - 1]$ (при $C = 1$ равновесное решение определяется химическим потенциалом $\mu = 0.75961$). Если же интеграл C превосходит указанное значение, то стационарного равновесного решения не существует.

Как видно из рис. 5 и 6, в случае сильной нелинейности за малое время в распределении фотонов по частоте возникает очень крутой передний фронт, движущийся со временем к оси ординат. Возникновение таких фронтов (и даже их "опрокидывание", т.е. возникновение неоднозначности) было предсказано ранее Я.Б.Зельдовичем и Е.В.Левичем [20] (см. также обзор [2]). Наши (пока еще ограниченные) численные эксперименты показывают, что, по-видимому, указанные фронты не опрокидываются на конечном расстоянии от оси ординат, а их эволюция заканчивается слиянием в определенный момент времени $t_*(C)$ с осью ординат, в результате чего значение f в нуле меняется скачком от 0 до некоторого значения $f_*(C)$. Далее решение должно эволюционировать к стационарному, но неравновесному распределению $f(x, \infty)$ (являющемуся решением уравнения $q(x, \infty) = \text{const} \neq 0$, где $q(x, t)$ определено выше формулой (18), а константа зависит от величины интеграла C), которое, как легко показать, отлично от 0 в нуле и убывает на бесконечности $\propto x^{-2}$. Следует однако отметить, что с физической точки зрения расчеты при t , очень близких к t_* , а также при $t \gg t_*$ не имеют особого смысла без учета тормозных процессов, которые преобладают над комптоновским рассеянием при малых x и приводят к установлению равновесного (планковского) распределения по частотам при достаточно малых x на любых временах, а в итоге и при всех x на больших временах. Характер поведения решений на больших временах при начальных распределениях вида (33) отличается только тем, что кривая за фронтом более полого.

6. Заключение. В этой статье, являющейся по- существу продолжением [16], на основе аналитического решения линейного уравнения Компанейца вычислены как функции времени и начальной частоты средние степени частоты фотонов излучения, которое испытывает комптоновское рассеяние почти нерелятивистскими электронами, заполняющими бесконечное пространство. Приводятся также формулы для решений этого уравнения при степенно-показательных начальных спектрах.

Предложены две модификации неявного численного метода (неконсервативная и консервативная) решения нелинейного уравнения Компанейца. Неконсервативная схема применима для слабо нелинейного

случая и использует равномерную сетку по частоте. Консервативная схема с выбором адаптивной сетки по частоте и времени справляется с сильной нелинейностью. В линейном приближении метод дает результаты, совпадающие с расчетами по аналитическим формулам [16] в пределах 4-5 значащих цифр. Прослежена эволюция первоначально бесконечно узкого спектра при различных его интенсивностях.

Представляет интерес рассчитать средние величины с учетом нелинейности задачи и учесть влияние тормозных процессов. Интересной проблемой является распространение метода на случай комптоновского рассеяния излучения релятивистским электронным газом, описываемого интегральным кинетическим уравнением. Все эти вопросы предполагается рассмотреть в отдельных статьях.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант 95-02-05004-а.

Астрономический институт

Санкт-Петербургского университета, Россия

ANALITICAL AND NUMERICAL SOLUTIONS OF KOMPANEETS EQUATION: THE EVOLUTION OF SPECTRUM AND MAIN FREQUENCIES

D.I.NAGIRNER, V.M.LOSKUTOV, S.I.GRACHEV

The evolution of spectrum of isotropic and homogeneous radiation in infinite space of homogeneous nonrelativistic electron gas is calculated by solving Kompaneets equation. For infinitely narrow initial spectrum in a linear approximation of the equation the dependence of the mean frequency and the dispersion of frequency are defined. The characteristic times are introduced which separate the regions of distinguished behaviour of the main values. Two variations of numerical method are proposed to solve the general equation. The first one with equidistant frequencies is nonconservative. The second one based on automatic choice of adaptive meshes of frequencies and times is conservative. For linear equation the method gives results in accordance with solutions obtained through expansions in terms of eigenfunctions of Kompaneets operator which was calculated in [16]. As an example of application of the method the effects of nonlinearity on the evolution of the spectrum of initially monochromatic radiation are watched.

ЛИТЕРАТУРА

1. *А.С.Компанеец*, Ж. эксперим. и теор. физ., 31, 876, 1956.
2. *Я.Б.Зельдович*, Успехи физ. наук, 115, 161, 1975.
3. *Л.А.Поздняков, И.М.Соболь, Р.А.Сюняев*, Итоги науки и техн., сср. Астрономия, ВИНТИ, М, 31, 265, 1986.
4. *G.Charlone, J.Stevens*, Astrophys. J., 184, 1041, 1973.
5. *А.Ф.Илларионов, Р.А.Сюняев*, Астрон. ж., 51, 698, 1974.
6. *Р.А.Сюняев*, Письма в Астрон. ж., 6, 387, 1980.
7. *R.Weutann*, Astrophys. J., 145, 560, 1966.
8. *Я.Б.Зельдович, А.Ф.Илларионов, Р.А.Сюняев*, Ж. эксперим. и теор. физ., 62, 1217, 1972.
9. *А.Ф.Илларионов, Р.А.Сюняев*, Астрон. ж., 51, 1162, 1974.
10. *J.Bartlett, J.Silk*, Astrophys. J., 353, 399, 1990.
11. *А.Ф.Илларионов, Р.А.Сюняев*, Астрон. ж., 49, 58, 1972.
12. *Р.А.Суняев, Я.В.Зел'дович*, Ann. Rev. Astron. Astrophys., 18, 537, 1980.
13. *Е.В.Левич, Р.А.Сюняев*, Астрон. ж., 48, 461, 1971.
14. *Р.А.Сюняев*, Астрон. ж., 48, 244, 1971.
15. *Я.В.Зел'дович, Р.А.Суняев*, Astrophys. Space Sci., 4, 301, 1969.
16. *Д.И.Нагирнер, В.М.Лоскутов*, Астрофизика, 40, 97, 1997.
17. *И.С.Градштейн, И.М.Рыжик*, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Наука, М., 1971.
18. *S.Miyamoto*, Astron. Astrophys., 63, 69, 1978.
19. *Н.М.Беляев, А.А.Рядно*, Методы теории теплопроводности, часть 2, Высшая школа, М., 1982.
20. *Я.Б.Зельдович, Е.В.Левич*, Ж. эксперим. и теор. физ., 55, 2433, 1968.

УДК: 524.314-6

ИССЛЕДОВАНИЕ ГРУППЫ БЫСТРОВРАЩАЮЩИХСЯ А - ЗВЕЗД С ИЗБЫТКОМ ИЗЛУЧЕНИЯ НА IRAS ВОЛНАХ

Дж.Б.ОГАНЕСЯН

Поступила 29 апреля 1997

Принята к печати 7 июля 1997

Анализируются IRAS наблюдения у 13 нормальных и четырех оболочечных А - звезд, с целью обнаружения околозвездного вещества вокруг них. Звезды в основном быстро вращающиеся, пять из них ранее изучались. Путем сравнения наблюдаемых потоков, IUE и наземных, с моделями Курусца в области 0.17-0.9 μ m, определены параметры звезд (T , g и угловой диаметр), с помощью которых найдены избытки потока в ИК - области сверх фотосферного излучения. ИК - избытки обнаружены у 15 звезд. Сами избытки интерпретируются как тепловая эмиссия пылевых частиц с эффективной температурой в пределах от 70 до 200 К. Эффективный радиус околозвездного диска оценен в пределах от 7 до 400 R_{\odot} .

1. *Введение.* Судя по результатам анализа данных каталога IRAS, ИК - избыток обнаружен почти у 500 объектов [1-4]. Эти объекты могут быть разделены на две категории [5]. У первой, это в основном нормальные звезды типа В, А, F и G, иначе звезды "типа Вега", бедный газом и оптически тонкий для пыли диск интерпретируется как свидетельство существования вокруг них планетарных систем. В дисках объектов второй категории, в основном молодых звезд типа Ве, Т Тауи и Herbig Be/Ae, доминирует газ, пыль оптически толстая.

Среди звезд "типа Вега" особо выделяется β Pic: холодная и горячая пыль в протяженном, простирающемся до 1100 АЕ диске, центральная полость с истекающей и падающей плазмой [6-8]. Еще у одной звезды спектрального типа А, HR 4796 обнаружена околозвездная оболочка с плотностью пыли почти в два раза больше, чем у β Pic [9]. Нахождение плотности пыли в оболочках этих двух молодых звезд в промежутке для двух категорий объектов с ИК - избытком, случайность, закономерный результат эволюционного развития или имеет другое объяснение?

Настоящие исследования посвящены поиску и изучению объектов с характеристиками β Pic. Поиск следует проводить в первую очередь среди оболочечных звезд, как молодых и потенциально могущих иметь околозвездную пыль. С помощью IRAS у А - оболочечных звезд поток и, ассоциируемый только с этой категорией объектов аномальный избыток, детектированы только на 12 μ m [10]. Однако этого не достаточно для предположения о наличии пыли вокруг этих звезд до тех пор, пока

не будет зарегистрирован избыток также на более длинных волнах. Присутствие одновременно пыли и газа в околозвездной оболочке зарегистрировано только у четырех из полсотни А - звезд с ИК - избытком [11-13]. Наблюдения эпизодически оболочечных деталей у быстровращающихся звезд [14] предполагают целесообразным поиск объектов, подобных β Pic, среди них также.

В настоящей статье проводится анализ IRAS потоков в отношении 17, в основном быстровращающихся и находящихся на относительно высоких галактических широтах, А - звезд, наблюдательные данные для которых приведены в разделе 2. В разделе 3 определены параметры звезд (T , g и угловой диаметр). В разделе 4 интерпретируется ИК - избыток, получены температура, угловой и эффективный диаметр околозвездного диска. В 5 и 6 разделах обсуждаются результаты и делаются выводы.

2. *Данные наблюдений.* Список исследуемых 17 звезд, а также шести ярчайших представителей систем "типа Вега" (отмечены звездочкой) приведены в первом столбце табл.1. В третьем столбце даны скорости вращения звезд согласно [15].

В ультрафиолетовой области использованы потоки, измеренные с высокодисперсионных IUE сканов (по два-три скана для каждой звезды). Стандартный процесс редукции сканов проведен на обсерватории IUE и в центре NASA. В результате, для всех звезд мы имели с шагом 0.05 А абсолютные потоки с систематической относительной и абсолютной ошибкой порядка 1-2% и $\pm 10\%$, соответственно. Для увеличения точности абсолютных потоков до (2-3%), применена поправка к стандартной калибровочной кривой, согласно [16].

Данные о потоках в визуальной области взяты из Спектрофотометрического каталога звезд [17]; Каталога спектрофотометрических сканов [18]; Спектрофотометрического каталога ГАИШ [19]. Относительная и абсолютная точность этих данных порядка (~2-3%). Каталоги расположены в порядке приоритетности использования.

В ближней ИК-области использованы данные из: Спектрофотометрия звезд в диапазоне $\lambda\lambda$ 550-900 нм [20]; наблюдения в полосах (1.2-3.8 μm) [21].

Наблюдаемые потоки на 12, 25, 60 и 100 μm взяты из FSS IRAS (Faint Source Survey) и PSC IRAS (Point Source Catalogue) [22, 23]. Идентификация с источником в FSS и PSC IRAS проводилась в круге диаметром в 2' вокруг координат звезды. Для 16 звезд имеются надежные данные о потоках на 12 и 25 μm , для 2 и 7 звезд также на 60 и 100 μm и на 60 μm соответственно. Неоднократные наблюдения HD 97603 на IRAS волнах не зарегистрировали излучение даже от фотосферы, что

неожиданно для этой довольно яркой звезды.

3. *Физические параметры звезд.* На рис.1 для 16 звезд приведены абсолютные потоки от УФ - до далеких ИК - волн (крестик и крестик в кружке). Неуверенно измеренные IRAS - потоки отмечены в виде крестика в кружке. Из-за отсутствия IRAS - данных у HD 97603, распределение потока в исследуемой области для этой звезды не приводится. Наблюдаемые потоки звезд с $E(B-V) > 0^m.04$ корректировались за межзвездное поглощение.

Путем сравнения на каждой длине волны λ потоки - наблюдаемый $F_{(наб)}$ с расчетным F_r из сетки моделей Курусца [24] для солнечного обилия, значений T_{eff} от 7500 до 11000K и $lgg=3.5;4;4.5$, определены параметры (T_e , g , и ПС.) для всех 17 звезд. В табл. 1 (столбцы 4-6) приведены значения этих параметров, а на рис.1 соответствующие им

Таблица 1

ПАРАМЕТРЫ ЗВЕЗД И ОКОЛОЗВЕЗДНЫХ ДИСКОВ

HD	SpT	$V \sin i$ км/с	T_e К	lgg	θ_e marcs	T_e К	θ_e marcs	R_p	$lg \tau_p$
9672	A3V	195	8900	4.0	0.33	70	131	400	-3.0421
16970	A2V	195	8800	4.5	0.747	-	-	-	-
14055*	A0Vn	235	9750	4.0	0.496	85	62	124	-3.8862
18978	A5V	125	8500	4.5	0.622	100	21	35	-4.5581
38678	A3V	232	8900	4.0	0.687	200	15	21	-3.833
β Pic*	A6V	140	8350	4.0	0.675	95	257	380	-2.5717
50241	A5V	185	7950	4.0	0.91	200	6	6	-4.3974
87696	A7V	168	8250	4.0	0.524	110	18	34	-4.3407
95418*	A1VI	35	9550	4.0	1.1	100	54	49	-4.7605
97603	A4V	175	8400	4.0	1.14	-	-	-	-
102647*	A3V	115	8800	4.0	1.34	110	48	36	-4.4528
103287	A0V	155	9500	4.25	1.07	100	30	28	-4.9006
118232	A4V	160	8150	4.0	0.467	90	28	59	-4.1626
138629	A5V	175	8300	4.0	0.39	75	37	96	-4.1092
139006*	A0V	125	9550	4.0	1.18	120	33	27	-4.5663
148283	A5V	200	8200	4.5	0.29	90	20	67	-4.0653
149630	B9V	280	9950	4.0	0.471	85	33	77	-4.2278
161868	A0V	200	9350	4.5	0.609	73	95	156	-3.9221
Beta*	A0V	15	9700	3.95	3.26	75	239	73	-4.5306
188899	A2VI	110	8900	4.0	0.364	80	32	88	-4.168
203280	A7VI	260	7750	4.0	1.475	200	11	7	-4.3531
210418	A2V	250	9000	4.5	0.7	120	13	19	-4.8154
216956	A3V	85	8500	4.0	2.224	68	300	135	-4.0098

* - прототипы систем "типа Beta"

теоретические потоки (тонкая линия) из моделей Курусца. Для длин волн $\lambda > 20 \mu\text{m}$ потоки экстраполированы к абсолютно черному телу с яркостной температурой звезды на $\lambda = 20 \mu\text{m}$. Параметры для HD 9672 и HD 148283 определены исключительно на основе IUE - данных. Основное требование процедуры сравнения: среднеквадратичное отклонение средней величины относительной разности δ между наблюдаемыми и расчетными потоками:

$$\delta = 2 \times \left[F_{(\text{набл})} - F. \right] / \left[F_{(\text{набл})} + F. \right] \quad (1)$$

для визуального (0.36-0.9 μm) и ультрафиолетового (0.17-0.36 μm) участков спектра минимальное. ПС - параметр сдвига и представляет собой коэффициент преобразования потока в моделях в поток на Земле и связан с угловым диаметром звезды θ , следующим образом:

$$\theta = 2 * 206264806 * \text{sqrt}[\exp(\text{ПС}) / \pi i] \quad (\text{marcs}). \quad (2)$$

Для корректности процедуры сравнения IUE потоки деградированы в полосе шириной 0.0025 μm для эффективных длин волн λ в соответствии с табуляцией Курусца [24]. Для звезд спектрального типа A2 и позднее, из-за большого числа скачков металлов, потоки на длинах волн короче 1700A не использовались.

В основном имеется хорошее согласие между результатами сравнения для визуального и ультрафиолетового участков спектра. Исследования средних величин δ и их среднеквадратичных ошибок в обоих участках не выявили систематических отклонений и модели Курусца хорошо изображают наблюдаемые распределения потока у 15 звезд в области 0.17-0.9 μm , а у HD 9672 и HD 148283 в области 0.17-0.3 μm . Среднеквадратичные отклонения величин δ для обоих участков - практически величины одного порядка и не превышают 10%.

Среди исследуемых звезд, четыре оболочечные: две слабо возбужденные - HD 103287 и HD 118232 и две - HD 138629 и HD 148283 средней возбужденности [14]. Ни у одной из них не обнаружены никакие особенности в распределении потока в УФ - области по сравнению с нормальными звездами. Наблюдаемые потоки для этих звезд также хорошо ложатся на теоретическую кривую моделей Курусца.

4. *Интерпретация избытка излучения на IRAS волнах.* Анализ наблюдаемых IRAS потоков в основном проводится путем изучения соответствующих им ИК - цветов, неуверенность порядка 0^а.14 определения которых сильно ограничивает детектирование слабых источников [1-4]. В этом отношении более перспективен анализ монохроматических IRAS потоков.

Для получения монохроматических потоков на 12, 25, 60 и 100 μm

в наблюдаемые потоки необходимо ввести цветовые поправки, учитывающие изменения эффективной длины волны IRAS полосы в зависимости от температуры источника. Эта процедура проведена, используя цветовые температуры и соответствующие им цветовые поправки согласно таблице VI.C.6 в [23].

Как видно из рис.1, монохроматические потоки на IRAS волнах у 15 программных звезд имеют избыток сверх фотосферного излучения. Наибольший избыток наблюдается у HD 9672, IRAS потоки HD 16970

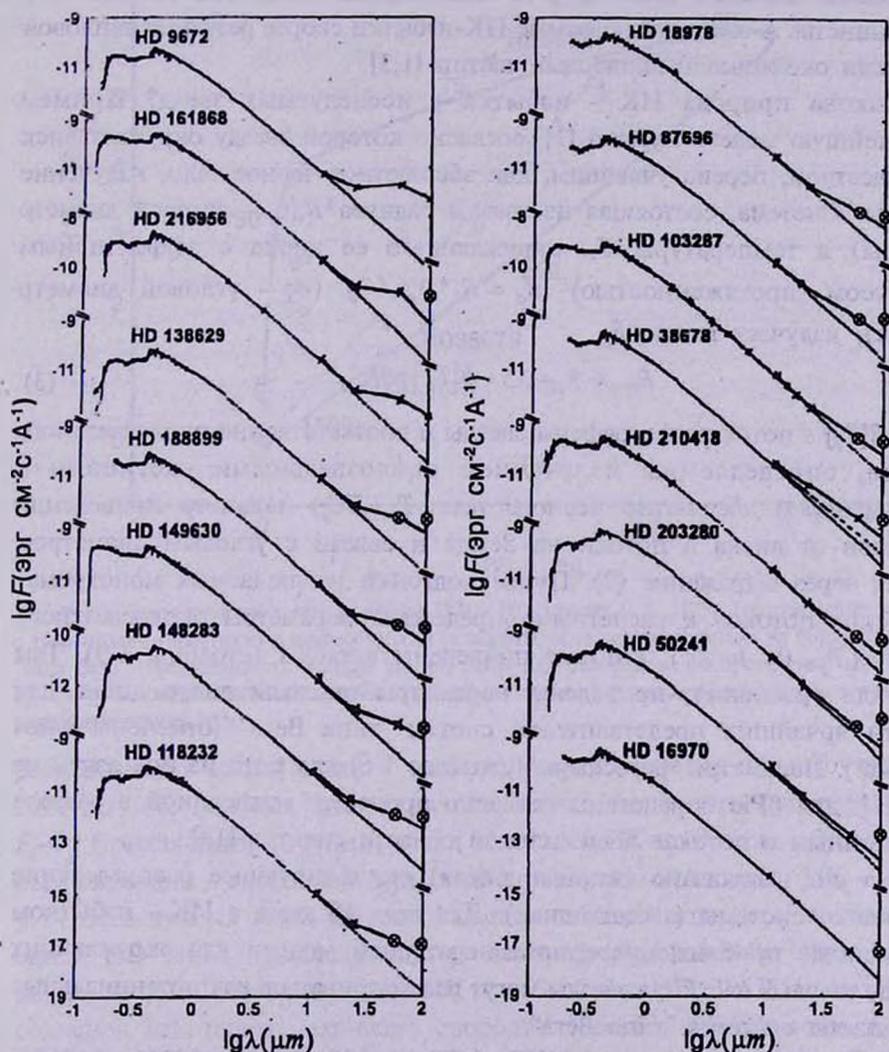


Рис.1 Распределение энергии (эрг см⁻²с⁻¹А⁻¹) в спектре 16 программных звезд. Потoki, наблюдаемые (крестики и крестик в кружке), расчетные (тонкая линия) для звезды и (жирная линия) для системы звезда + диск, (штриховая линия) - степенное распределение потока $F_{\lambda} \sim \lambda^{-3}$

имеют фотосферное происхождение.

Избыток на IRAS волнах может быть инструментом для детектирования не только пыли, но и газа в околозвездных оболочках (дисках). Если избыток излучения вблизи $60\mu\text{m}$ и на более длинных волнах однозначно указывает на присутствие пыли, то на 12 и $25\mu\text{m}$ может быть результатом как теплового излучения околозвездной пыли, так и свободно - свободной эмиссии в плазме звездного ветра или околозвездной газовой оболочки [12]. Свидетельства существования ионизованной плазмы у ранних А - звезд [25] предполагают возможным действие механизма свободно - свободной эмиссии также и у А-оболочечных звезд. Тем не менее, у большинства А-звезд наблюдаемые ИК-избытки скорее результат тепловой эмиссии околозвездных твердых частиц [1,3].

Какова природа ИК - избытка у исследуемых звезд? Примем простейшую модель Аумана [1], согласно которой звезду окружает диск с веществом, переизлучающим, как абсолютное черное тело, излучение звезды. Система, состоящая из звезды радиуса R_* (θ_* - угловой диаметр звезды) и температуры T_* , окружающего ее диска с эффективным радиусом (протяженностью) $R_d = R_* \cdot \theta_d / \theta_*$ (θ_d - угловой диаметр диска), излучает поток F_{sys}

$$F_{\text{sys}} = F_* + 0.5 \cdot B[T_d] \cdot \text{PC}_d \quad (3)$$

F_* и $B[T_*]$ - поток от фотосферы звезды и соответственно околозвездного диска, определяемый излучением околозвездными частицами с температурой абсолютно черного тела T_d . (PC_d) параметр приведения потоков от диска в потоки на Земле и связан с угловым диаметром диска через выражение (2). Путем подгонки наблюдаемых монохроматических потоков к расчетным определены параметры околозвездного диска (T_d , θ_d и R_d), которые приведены в табл.1 (столбцы 7-9). Там же, для сравнения, приведены параметры околозвездного диска для шести ярчайших представителей систем "типа Вега" (отмечены звездочкой). Параметры фотосферы (столбцы 4-6) для пяти из них взяты из [26,27], для βPic определены согласно процедуре, описанной в разделе 3 и данным о потоках в визуальной области спектра [18].

На рис.1 показано (жирная линия) результирующее распределение потока от системы (звезды+диск). Для всех 15 звезд с ИК - избытком применимо приближение однотемпературной модели для окружающих звезду твердых частиц, а звезды могут рассматриваться как потенциальные кандидаты системы "типа Вега".

Только для семи звезд (HD 9672, 16970, 38678, 50241, 149630, 161868 и 216956) имеются надежные измерения потока на $60\mu\text{m}$, а для первой и последней также на $100\mu\text{m}$. Для остальных 9 исследуемых звезд

IRAS каталоги дают верхний предел потока на $60\mu\text{m}$. Следовательно, для шести звезд определены "точные", а для остальных девяти звезд только нижняя и верхняя граница значений температуры и протяженности околозвездного диска.

Проэкструируем ИК- цвета исследуемых звезд на цветовой диаграмме [12]-[25] против [12]-[60] рис.2. На этой диаграмме звезды "типа Вега"

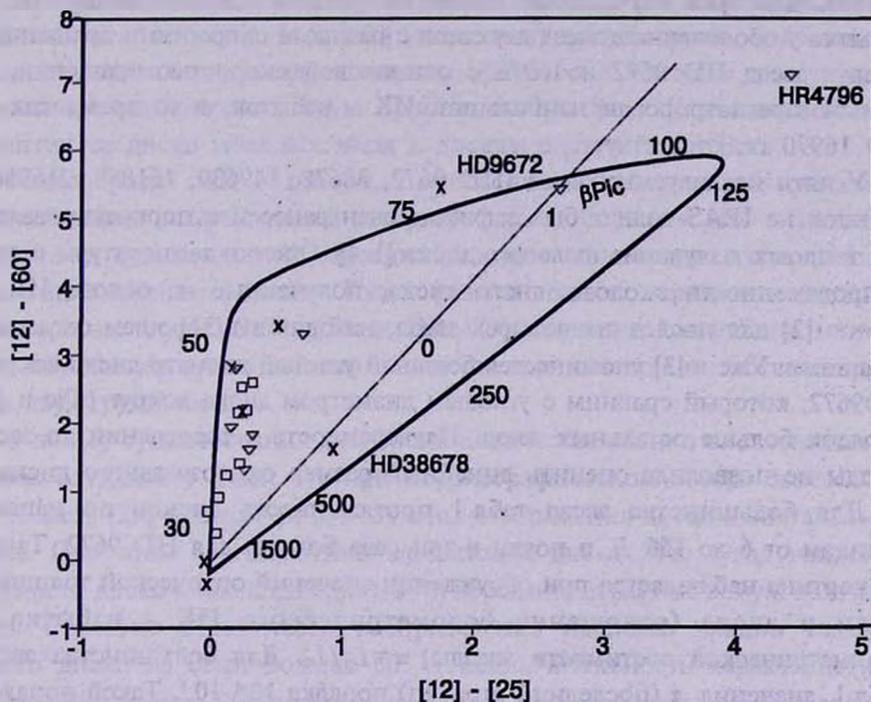


Рис.2. Диаграмма цветовых индексов [12] - [60] против [12] - [25]. Программные звезды с уверенными (крестики) и неуверенными (квадраты) измерениями потока на $60\mu\text{m}$, системы "типа Вега" (треугольники). Тонкая линия, цвета для степенного распределения излучения $F_{\nu} \sim \nu^{-\alpha}$ с указаниями значений индекса α . Жирная линия изображает цвета черного тела для указанных температур.

располагаются вдоль петли с температурой абсолютно черного тела от 2000 до 30К (жирная линия), вдоль линии степенного распределения $F_{\nu} \sim \nu^{-\alpha}$ (тонкая линия) группируются объекты с ИК-избытком, обусловленным свободно - свободной эмиссией ионизованной плазмы. ИК - цвета у 14 исследуемых звезд близки к цветам систем "типа Вега" и только у одной HD 38678 - подходят под степенное распределение. Однако, как видно из рис.1, наблюдаемый ИК - избыток у HD 38678 может быть объяснен действием механизма свободно - свободной эмиссии только частично, и полностью излучением абсолютно черного тела с $T_{\text{eff}}=200\text{K}$ (жирная линия).

5. *Обсуждение.* Из 17 исследуемых на IRAS-волнах звезд у одной не зарегистрированы потоки, у одной нет избытка, шесть однозначно и девять вероятно окружены околозвездным пылевым диском. Для 15 звезд применимо приближение изотермального околозвездного пылевого диска и распределение ИК - избытка может быть представлено излучением абсолютно черного тела с одной единственной температурой от 70 до 120K и 200K для трех случаев. Не отмечены различия в поведении ИК - избытка у оболочечных звезд и у звезд с разными скоростями вращения. У двух звезд HD 9672 и 16970 с одинаковой скоростью вращения, у первой зарегистрирован наибольший ИК - избыток, в то время как у HD 16970 он отсутствует.

У пяти исследуемых звезд (HD 9672, 38678, 149630, 161868, 216956) избыток на IRAS-волнах был зафиксирован ранее и интерпретировался как тепловое излучение пылевого диска [1-4]. Оценки температуры пыли и протяженности околозвездного диска, полученные на основе ИК - цветов [2] для последних четырех звезд, находятся в хорошем согласии с нашими. Уже в [3] упоминается большой угловой диаметр диска вокруг HD9672, который сравним с угловым диаметром диска вокруг β Pic и на порядок больше остальных звезд. Неуверенность в расстоянии до этой звезды не позволила оценить линейный размер околозвездного диска.

Для большинства звезд табл.1 протяженность дисков по нашим оценкам от 6 до 156 R_* и почти в три раза больше для HD 9672. Такая же картина наблюдается при обсуждении значений оптической толщины пыли в диске (отношение болометрического ИК - избытка к болометрической светимости звезды) $\tau = L_p/L_*$. Для большинства звезд табл.1, значения τ (последний столбец) порядка 10^{-4} - 10^{-5} . Такой порядок величины оптической толщины околозвездных дисков характерен для звезд "типа Вега" и наблюдается у 25% нормальных A - звезд [28]. Оптическая толщина пыли у HD 9672, а также у β Pic, HD 98800 и HR 4796 порядка 10^{-3} , что соответствует промежуточным значениям τ , в последовательности от систем "типа Вега" ($\tau \sim 10^{-5}$) к звездам перед главной последовательностью и с истечением вещества ($\tau \sim 10^{-2}$). Молодость HR 4796 предполагает, что околозвездная пыль вокруг нее остаток протозвездного вещества [9]. Эта гипотеза пока не может быть распространена на HD 9672 и β Pic, так как нет свидетельств, что они также молоды как HR 4796. Однако это направление размышлений перспективно и проскальзывает из примера HD 98800, известной ранее как система "типа Вега/ β Pic", с одним из наиболее протяженных пылевых дисков и рассматриваемая сегодня как T Тац дисковая система с слабыми линиями [5].

Как видно из рис.2, между ИК - цветовыми индексами HD 9672,

β Pic и HR 4796 и остальными звездами табл.1 имеются различия. Звезды "типа Вега" (квадраты) в основном сконцентрированы в области с малыми значениями индекса цвета [12]-[25], в то время как у HD 9672, β Pic и HR 4796 (крестики) они намного больше. Это имеет место и у индекса цвета [12] - [60]. Подобие IRAS цветовых индексов, оптической толщины пыли и протяженности диска этих трех звезд, с одной стороны, и отличие параметров диска как от систем "типа Вега", так и молодых звезд с истечением вещества, с другой, позволяет предположить, что околозвездные диски этих звезд, во-первых, физически подобны, во-вторых, вероятно, занимают некоторую промежуточную фазу в эволюционном развитии от диска молодых звезд к дискам систем "типа Вега".

Разнообразие ИК - цветов, протяженностей дисков обусловлено разнообразием излучательной площади диска: большие ИК-излишки возникают при тепловой эмиссии большого количества пыли, т.е. у более протяженного диска. Тогда, резкий скачок параметров дисков при переходе от HD 9672, β Pic и HR 4796 к звездам "типа Вега" может быть обусловлен существенным изменением количества вещества вокруг этих двух групп звезд.

В пользу существования дисперсии количества пыли в околозвездных дисках служит тот факт, что при коронографическом обзоре более 100 А - К звезд [29] только у β Pic получены изображения диска в визуальных лучах. При этом благоприятная ориентация диска β Pic (угол наклона плоскости диска к наблюдателю $i \sim 60^\circ$), вероятно, играет не самую важную роль. Согласно вероятности распределения наклона, наклон только одного диска из семи больше 60° и исключительность характеристик диска β Pic может быть объяснена большим количеством вещества, рассеивающим оптические лучи и позволяющим наблюдать диск непосредственно. В пользу этого свидетельствует также, что для большинства звезд верхний предел поверхностной яркости диска в визуальных лучах на 2-3 величины слабее, чем у β Pic.

6. **Выводы.** Установлено наличие инфракрасных избытков у 15 звезд типа А. В предположении о тепловой природе этих избытков, найдены эффективные температура пыли и протяженности газо-пылевых дисков, окружающих эти звезды. Отсутствие селективного поглощения в УФ - области предполагает, что ИК - избыток вызван частицами намного большего размера межзвездной пыли. Эти звезды могут быть отнесены к вероятным кандидатам в протопланетарные системы.

Считаю своим долгом поблагодарить сотрудника NASA М. Переза за содействие в получении и обработке архивных записей IUE.

INVESTIGATION OF THE GROUP OF RAPID ROTATING A - TYPE STARS WITH INFRARED EXCESS

J.B.OHANESYAN

With the purpose of detection circumstellar matter around 13 normal and four shell A - type stars, data of their IRAS observations are analysed. In general the stars are rapid rotating, five of them were studied earlier. By comparison of IUE and ground observable fluxes with Kurucz models the parameters of stars (T_e , g , and angular diameter) have been determined by means of which the excess of IR-fluxes over photosphere radiation are found. The IR-excess is found for 15 stars. The excess are interpreted as thermal emission of dusty particles with effective temperature from 70 up to 200K. The effective radius of circumstellar disks are estimated from 7 up to 400 R_* .

ЛИТЕРАТУРА

1. *H.H.Aumann*, Publ. Astron. Soc. Pacif., **97**, 885, 1985.
2. *J.Cote*, Astron. Astrophys., **181**, 77, 1987.
3. *H.J.Walker, R.R.Wolstencroft*, Publ. Astron. Soc. Pacif., **100**, 1509, 1988.
4. *R.D.Oudmaijer, W.E.C.J.van der Veen, L.B.F.M.Waters, N.R.Trams, C.Waelkens, E.Engelsman*, Astron. Astrophys. Suppl. Ser., **96**, 625, 1992.
5. *P.Artymowicz*, Stockholm Observ. Preprint №66, 1996.
6. *Y.Kondo, F.C.Bruhweiler*, Astrophys.J., **193**, L1, 1985.
7. *L.M.Hobbs, A.M.Lagrange-Henri, R.Ferlet, A.Vidal-Madjar, D.E.Welty*, Astrophys.J., **334**, L41, 1988.
8. *D.Mouillet, A.M.Lagrange*, Astron. Astrophys., **297**, 175, 1995.
9. *M.Jura, B.Zuckerman, E.E.Becklin, R.C.Smith*, Astrophys.J., **418**, L37, 1993.
10. *M.Jaschek, C.Jaschek, D.Egret*, Astron. Astrophys., **158**, 325, 1986.
11. *A.M.Lagrange-Henri, H.Beust, R.Ferlet, L.M.Hobbs, A.Vidal-Madjar*, Astron. Astrophys., **227**, L13, 1990.
12. *K.-P.Cheng, C.A.Grady, F.C.Bruhweiler*, Astrophys.J., **366**, L87, 1991.
13. *C.A.Grady, J.M.S.Silvis*, Astrophys.J., **404**, L61, 1993.
14. *C.Jaschek, Y.Jaschek, A.Andrillat*, Astron. Astrophys., **72**, 505, 1988.
15. *A.Uesugi, I.Fukuda*, Revised Cat. St. Rot. Vel. Department of Astr., Kyoto Univ., Kyoto, Japan, 1982.
16. *R.C.Bohlin*, Space Telescope Institute, Pr.ser. N1008, 1996.
17. *А.В.Харитонов, В.М.Терешенко, Л.Н.Князев*, Спектрофотометрический

- каталог звезд. Наука, Алма-Ата, 1988, с.478.
18. *M. Breger*, *Astrophys.J. Suppl. Ser.*, **32**, 7, 1976.
 19. *И.Б.Волошина, И.Н.Глушневa, В.Т.Дорошенко и др.*, Спектрофотометрия ярких звезд, Наука, М., 1982, с.256.
 20. *Н.С.Комаров, В.А.Позигун, С.И.Белик и др.*, Спектрофотометрия звезд в диапазоне $\lambda\lambda$ 550-900нм. Киев. Наук. думка. 1983, с.312.
 21. *Catalog of Infrared Observations*, NASA RP 1294, 1993.
 22. *M.Moshir et al.*, Explanatory Supplement to the IRAS Faint Source Survey (Pasadena: JPL), 1989.
 23. IRAS Explanatory Supplement to the Catalogs and Atlases, Eds. *C.A.Beichman et al.*, Point Source Catalogue, 1985.
 24. *R.L.Kurucz*, *Astrophys.J. Suppl. Ser.*, **40**, 1, 1979.
 25. *F.C.Bruhweiler, CA.Grady, W.A.Chiu*, *Astrophys.J.*, **340**, 1038, 1989.
 26. *M.L.Malagnini, C.Morossi*, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **85**, 1015, 1990.
 27. *И.Н.Глушневa*, *Астрон.ж.*, **62**, 1132, 1985.
 28. *Н.Н.Aumann*, *Astron.J.*, **96**, 1415, 1988.
 29. *B.A.Smith, J.M.Fountain, R.J.Terrile*, *Astron. Astrophys.*, **261**, 415, 1992

УДК: 52-336

СИГНАЛЫ ОТ SN 1987A В АНТЕННАХ АМАЛЬДИ-ВЕБЕРА КАК ВОЗМОЖНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ СКАЛЯРНЫХ ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

Ю. В. БАРЫШЕВ

Поступила 1 апреля 1997

Принята к печати 10 мая 1997

Получено выражение для поперечного сечения металлического цилиндра Вебера относительно скалярных гравитационных волн, возможных в рамках полевой теории гравитации. Показано, что сигналы, зарегистрированные гравитационно-волновыми антеннами Амальди и Вебера в момент вспышки сверхновой SN 1987A, могут быть интерпретированы как результат воздействия скалярных гравитационных волн на твердотельные детекторы. Необходимая энергия гравитационных волн имеет величину около $1M_{\odot}c^2$. Вместе с наблюдаемым избытком (около 1%) гравитационного излучения от двойной системы с пульсаром PSR 1913+16, сигналы от SN 1987A являются вторым наблюдательным свидетельством в пользу реального существования скалярных гравитационных волн. Современные твердотельные антенны третьего поколения способны обнаруживать скалярные волны от событий, аналогичных SN 1987A, с расстояния до 5 Мпк. Ожидаемый уровень сигнала от SN 1993I составляет около 7мК. С помощью интерферометрических антенн на свободных массах возможна экспериментальная проверка продольного характера скалярных волн.

1. *Введение.* В работе Вебера [1] возобновляется дискуссия о сигналах, зарегистрированных во время вспышки сверхновой SN 1987A гравитационными антеннами в Риме (группа Амальди) и в Мэрилэнде (группа Вебера) [2,3]. В [1] отмечается, что вероятность случайной корреляции сигналов на выходе детекторов гравитационных волн с сигналами на выходе нейтринных детекторов Mont Blanc (UNO) и Kamioka составляет менее 10^{-5} .

Острота дискуссии вокруг сигналов Амальди-Вебера обусловлена тем, что до сих пор не предложено реалистичной интерпретации этих событий. Действительно, оба детектора в тот момент работали при комнатной температуре и имели эффективную шумовую температуру около 30К. В частности, сигнал на выходе римского детектора в момент прихода пяти нейтринных импульсов ($02^h52^m36^s$ UT 23 февраля 1987г.) составил 4σ. Для того, чтобы объяснить это событие воздействием тензорной гравитационной волны в рамках общей теории относительности (ОТО), необходимо потребовать превращения более чем $2000M_{\odot}$ в энергию этих волн, тогда как масса предсверхновой составляла около $20M_{\odot}$ [4].

В работе [1] Вебер предлагает отказаться от классической формулы для поперечного металлического цилиндра, полученной в рамках ОТО, и заменить ее квантовомеханическим расчетом взаимодействия безмассовых частиц спина 2 (гравитонов) с большим числом атомов, составляющих антенну. В этом случае согласно [1] удастся повысить поперечное сечение детектора более чем в 10^4 раз и таким образом снять проблему энергии гравитационного излучения. Однако возражением против такого подхода является то, что в пределе большого числа гравитонов квантовый расчет должен дать результат, совпадающий с классической теорией, аналогично тому, как взаимодействие большого числа фотонов, составляющих электромагнитную волну, с электронами описывается классической электродинамикой.

В настоящей работе предлагается другая интерпретация сигналов гравитационных антенн, в которой классический и квантовый подходы дают одинаковый результат. События Амальди-Вебера можно действительно рассматривать как реальное обнаружение воздействия гравитационных волн на детектор, однако эти волны должны быть не тензорными (спин 2), а скалярными (спин 0). В п.2 приводятся параметры антенн и имеющиеся наблюдательные данные. В п.3 дается классическая оценка ожидаемого квадрупольного излучения в стандартной модели коллапса. В п.4 рассмотрена качественная картина гравитационного коллапса в полевой теории гравитации и получена оценка величины и характера скалярного гравитационного излучения. В п.5 приводится расчет поперечного сечения цилиндра Вебера для скалярных волн. В п.6 дается интерпретация событий Амальди-Вебера как обнаружения скалярных гравитационных волн. В п.7 обсуждаются другие возможные источники скалярных волн. Основные выводы сформулированы в п.8.

2. *Гравитационно-волновые наблюдения SN 1987A.* Хотя к началу 1987 года существовали криогенные установки, обеспечивающие работу твердотельных детекторов гравитационных волн второго поколения с эффективной шумовой температурой около 20мК, в момент прихода первых нейтринных сигналов от взрыва SN 1987A в Большом Магеллановом Облаке, включенными оказались только две антенны при комнатной температуре - антенна группы Амальди в Риме и антенна группы Вебера в Мэрилэнде, расположенные на расстоянии около 8000км друг от друга.

Римская антенна (GEOGRAV) имела следующие параметры: массу алюминиевого цилиндра $M=2300$ кг, резонансную частоту $\nu_R=858$ Гц, скорость звука в цилиндре $V_s=2.85 \cdot 10^3$ см/с, время затухания $\tau_c=10$ с, время накопления сигнала $\Delta t=1$ с, эффективную шумовую температуру $T_{эф}=29$ К. Параметры антенны в Мэрилэнде: $M=3100$ кг, $\nu_R=1660$ Гц, $\Delta t=0.1$ с,

$T_{эф} = 22\text{K}$. Отдельные фрагменты записей сигнала на выходе этих детекторов приведены в работах [2,3].

Корреляционный анализ сигналов от гравитационных антенн и импульсов нейтрино, зарегистрированных нейтринными обсерваториями Mont Blanc и Kamioka, обнаружил несколько совпадающих событий [2,3,1], наиболее выдающимся из которых является сигнал на выходе римской антенны в $02^h52^m35^s$, достигший амплитуды 135K и опередивший группу из пяти нейтринных импульсов на 1.2с [2]. Согласно [1] вероятность случайного совпадения импульсов на выходе гравитационных и нейтринных детекторов менее 10^{-5} . Кроме того, фурье-анализ комбинированных данных для детекторов Рим, Мэрилэнд и Kamioka обнаружил периодическую составляющую в 192-х нейтринных событиях Kamioka с периодом 67.3с в интервале длительностью около двух часов с центром в $02^h52^m36^s$ [1].

3. *Релятивистский коллапс в общей теории относительности.* Если считать, что в момент излучения второго нейтринного сигнала (зарегистрированного в $07^h35^m40^s$) в центре предсверхновой выделилась в виде тепла энергия $E \approx 3 \cdot 10^{51}$ эрг, то вся последующая картина развития взрыва SN 1987A хорошо описывается современной теорией, включая форму и энергетику нейтринного сигнала, а также массу сброшенной оболочки $10-15M_{\odot}$ [4,5].

Однако главной, не решенной до сих пор проблемой, является выяснение механизма выделения этой тепловой энергии в центре звезды, позволяющей сбросить оболочку. Численные расчеты поздних стадий эволюции массивных звезд в рамках ОТО показали [5], что для массы СО-ядра, большей $3-10M_{\odot}$, происходит "тихий" коллапс ядра в черную дыру без выделения энергии, достаточной для сброса массивной оболочки. Последнее связано с тем, что релятивистские поправки ОТО приводят к быстрому росту эффективной силы гравитации (формально до бесконечности), которой не может противостоять никакое реальное давление вещества, что и приводит к образованию черной дыры.

Численные расчеты излучения тензорных (квадрупольных) гравитационных волн в процессе релятивистского коллапса ядра предсверхновой представляют чрезвычайно трудную задачу. Дело в том, что сферически-симметричные движения не генерируют тензорных волн, и вычислительной мощности современных компьютеров недостаточно для выполнения реалистических трехмерных расчетов гравитационного коллапса [6]. Однако качественная картина излучения гравитационных волн коллапсирующим ядром в рамках ОТО хорошо известна и проверена численными расчетами при различных приближениях [7,6]. Гравитационное излучение носит характер короткого импульса или последователь-

ности нескольких импульсов с длительностью $\tau_g \approx 10^{-3}$ с и полосой излучаемых частот $\Delta\nu_g \approx 10^3$ Гц. КПД преобразования ϵ энергии коллапса в энергию гравитационных волн может быть представлен в виде произведения

$$\epsilon = \alpha \cdot \beta, \quad (1)$$

коэффициента несферичности $\alpha \approx \Delta R / R$ и степени релятивизма $\beta \approx R_g / R$. Оптимистические оценки величины ϵ составляют менее 10^{-3} для характерных параметров ядра предсверхновой.

Поперечное сечение цилиндра Вебера, рассчитанное в рамках ОТО для тензорного неполяризованного излучения, дается выражением [8]

$$\Sigma_{(GR)} = (64 / 15) (G / c) (v_s / c)^2 M \sin^4 \theta, \quad (2)$$

где M - масса цилиндра, v_s - скорость звука в материале детектора, θ - угол между осью детектора и направлением распространения волны.

Для римского детектора формула (2) дает $\Sigma_{(GR)} \approx 10^{-21} \text{см}^2 \text{Гц}$, где учтено, что в момент прихода сигнала $\theta = 60^\circ$. Для амплитуды зарегистрированного сигнала $T = 100 \text{К}$ спектральная плотность энергии в импульсе на Гц частоты составит

$$S_v = kT / \Sigma_{(GR)} \approx 1.3 \cdot 10^7 \text{ эрг / см}^2 \text{Гц}. \quad (3)$$

Учитывая, что $\Delta\nu_g \approx 10^3$ Гц и расстояние до SN 1987A D = 52 кпк, получаем величину полной энергии, выделившейся в виде гравитационного излучения в процессе коллапса:

$$E_g = 4\pi D^2 S_v \Delta\nu_g \approx 2200 M_\odot c^2. \quad (4)$$

Полная же энергия коллапса с учетом оптимистического КПД $\epsilon \approx 10^{-3}$ составит

$$E_{\text{tot}} = E_g / \epsilon \approx 2.2 \cdot 10^6 M_\odot c^2, \quad (5)$$

тогда как масса предсверхновой, отождествленной с голубым сверхгигантом В31а Sk-69202 в Большом Магеллановом Облаке, составляла около $20 M_\odot$ [4].

Абсурдность оценки (5) привела Вебера [1] к отказу от формулы (2) для поперечного сечения твердотельной антенны. Его квантовомеханический расчет Σ дал величину на шесть порядков больше, чем (2), что дает приемлемую величину полной энергии около $1 M_\odot c^2$. Однако в этом случае нарушается классический предел теории, и гипотеза Вебера не получает признания.

4. Картина релятивистского коллапса в полевой теории

гравитации. Взрыв сверхновой SN1987A в Большом Магеллановом Облаке дает уникальную возможность провести сравнение предсказаний различных теорий гравитации потому, что источником энергии для этого взрыва является релятивистский гравитационный коллапс. В рамках ОТО результат коллапса известен, мы обсудили его в предыдущем параграфе: излучение гравитационных волн может быть связано только с отклонениями от сферической симметрии (при этом $\epsilon \ll 1$), носит характер короткого всплеска (невозможны длительные пульсации) и излучается широкий спектр частот $\Delta\nu_g \approx 10^3$ Гц.

Совершенно иная картина гравитационного коллапса имеет место в полевой теории гравитации (ПТГ). ПТГ - это релятивистская квантовая теория гравитационного поля в плоском пространстве-времени Минковского, в которой все классические релятивистские эффекты слабого гравитационного поля имеют ту же величину, что и в ОТО. Основы ПТГ были заложены в работах Пуанкаре, Фирца, Паули, Биркгофа, Тирринга, Фейнмана. Обзор полевого подхода к гравитации содержится в работе [9] (см. также [10,11]).

В рамках ПТГ гравитационное поле описывается симметричным тензором второго ранга ψ^{ik} , которому соответствует совокупность частиц с разными спинами:

$$\{\psi^{ik}\} = \{2\} \oplus \{1\} \oplus \{0\} \oplus \{0\}. \quad (6)$$

В квантовых виртуальных процессах участвуют все эти частицы, а в свободном состоянии могут находиться только частицы спина 2 (тензорные волны) и спина 0 (скалярные волны):

$$\{\psi^{ik}\} = \{2\} \oplus \{0\}. \quad (7)$$

Источник скалярных гравитационных волн описывается следом $T_{(\Sigma)}$ тензора энергии-импульса $T_{(\Sigma)}^{ik}$ системы частицы + гравитационное поле, так что уравнение для скалярной компоненты $\psi = \eta_{ik}\psi^{ik}$ гравитационного поля ψ^{ik} в плоском пространстве с метрикой Минковского η^{ik} имеет вид:

$$\square\psi = -8\pi G T_{(\Sigma)} / c^2. \quad (8)$$

Решения волнового уравнения (8) в запаздывающих потенциалах описывают излучение скалярных гравитационных волн [12].

Согласно [11] тензор энергии-импульса плоских монохроматических скалярных гравитационных волн имеет вид

$$T_{(0)}^{ik} = (1 / 32\pi G)\psi^i\psi^k. \quad (9)$$

Если использовать безразмерный скалярный потенциал

$h(t) = \psi(t) / c^2 = h_0 \cos(\omega t)$, то для усредненного по периоду колебаний потока энергии в плоской монохроматической волне будем иметь

$$F = \left(c^3 / 64\pi G \right) \omega^2 h_0^2 \left(\text{эрг} / \text{с см}^2 \right), \quad (10)$$

В приближении медленных движений в источнике мощность излучения скалярных волн для тензора энергии-импульса (9) дается выражением

$$L_{\{0\}} = \frac{G}{2c^5} \left(\dot{E}_k \right)^2 \left(\text{эрг} / \text{с} \right), \quad (11)$$

где E_k - кинетическая энергия частиц.

Скалярные гравитационные волны являются продольными и могут излучаться при сферических пульсациях тел. На релятивистских стадиях коллапса, когда размеры тел близки к гравитационному радиусу R_g и скорости близки к скорости света c , энергия, уносимая скалярными волнами, сравнима с энергией всего коллапсирующего тела Mc^2 [12,13].

Второй отличительной особенностью ПТГ является отсутствие сингулярностей и черных дыр, неизбежных в рамках ОТО. Невозможность достижения любым телом его гравитационного радиуса в рамках ПТГ есть прямое следствие закона сохранения энергии для самого гравитационного поля [9,10,11]. При этом энергия гравитационного поля является величиной строго положительной и локализуемой - гравитон обладает энергией $h\nu$. Физическая причина выделенности гравитационного радиуса любого тела в ПТГ связана с тем, что энергия E_g , запасенная в гравитационном поле вокруг тела с массой покоя M и радиусом R , есть интеграл от положительной величины, а именно, T^{00} компоненты самого гравитационного поля, равной $(\nabla\phi_N)^2 / 8\pi G$. Из условия $E_g < Mc^2$ следует условие $R > R_g = GM / c^2$. Это условие совершенно аналогично условию применимости классической электродинамики ($E_{el} < m_e c^2$ означает, что $R > R_e = e^2 m_e c^2$) и носит чрезвычайно общий характер.

Вследствие конечного запаса энергии в гравитационном поле, в процессе релятивистского коллапса сила гравитации не стремится к бесконечности (как это имеет место в ОТО), а, напротив, после достижения некоторого максимального значения начинает уменьшаться, так что наступает момент времени, когда внутреннее давление превышает силу гравитации и тело начинает расширяться. Таким образом, релятивистский коллапс в ПТГ должен иметь пульсационный характер. Это утверждение является следствием таких фундаментальных физических принципов, как положительность энергии гравитонов и выполнимость

законов сохранения энергии-импульса, включая само гравитационное поле (см. [9,10,11]). Уравнения движения релятивистского газа в ПГТ рассматривались в работе [14].

Следовательно в рамках ПГТ нет принципиальной проблемы с объяснением взрыва массивных сверхновых звезд. Пульсирующее релятивистское ядро предсверхновой способно как остановить падающую массивную оболочку, так и выделить достаточное количество энергии для ее сброса. Кроме того, сферически-симметричные пульсации ($\epsilon \approx 1$) будут генерировать мощное узкополосное скалярное гравитационное излучение, которое может регистрироваться имеющимися детекторами гравитационных волн. Пока это только качественная картина и для детального расчета процесса релятивистского коллапса в ПГТ требуется как развитие самой теории гравитации на случай сильных полей, так и проведение численных расчетов для реалистичных уравнений состояния вещества предсверхновой. Однако уже этой качественной картины достаточно для получения оценки величины и характера гравитационного излучения от коллапса ядра сверхновой, что и будет сделано в п.б.

5. Поперечное сечение цилиндра Вебера для скалярных волн.

Для оценки энергии скалярных гравитационных волн, воздействующих на детектор, необходимо получить выражение для поперечного сечения гравитационной антенны. Методика расчета поперечного сечения цилиндра Вебера описана в [8] и легко переносится на случай скалярных волн.

Рассмотрим модель резонансного детектора скалярных гравитационных волн в виде осциллятора, состоящего из двух масс m_0 , расположенных на концах пружины, длина которой в состоянии равновесия равна l_0 . Под действием скалярной гравитационной волны $h(t) = h_0 \cos(\omega t)$ пробные массы совершают малые продольные колебания в направлении распространения волны. Пусть детектор обладает собственной угловой частотой колебаний ω_0 и временем затухания $\tau_\alpha = Q/\omega_0$ (где Q - добротность резонатора). Тогда, в случае малости длины детектора l_0 по сравнению с длиной волны λ гравитационного излучения, для относительного смещения масс $\xi(t)$ будем иметь уравнение

$$\ddot{\xi} + \dot{\xi} / \tau_\alpha + \omega_0^2 \xi = A \cos(\omega t), \quad (12)$$

где амплитуда вынуждающего ускорения A есть

$$A = (1/4) l_0 \omega^2 h_0 \cos\theta \quad (13)$$

и θ - угол между направлением распространения волны и осью детектора.

Стационарное решение уравнения (12) имеет вид

$$\xi(t) = b \cos(\omega t + \delta), \quad (14)$$

где величины b и δ вблизи резонанса, когда $\omega = \omega_0 + \gamma$ и γ - малая величина, с учетом того, что $\omega_0 \gg 1/\tau_\alpha$, даются выражениями

$$b = A/2\omega_0 \left(\gamma^2 + (1/2\tau_\alpha)^2 \right)^{1/2}, \quad (15)$$

$$\text{tg} \delta = \tau_\alpha / 2\gamma. \quad (16)$$

Скорость диссипации энергии волны во внутреннюю энергию детектора вблизи резонанса будет

$$I(\gamma) = \frac{2m_0 A^2 (1/2\tau_\alpha)}{4(\gamma^2 + (1/2\tau_\alpha)^2)}. \quad (17)$$

Ее можно приравнять скорости поглощения энергии приходящих волн, которая равна поперечному сечению $\Sigma(\gamma)$, умноженному на падающий поток F (формула (10)) в плоской монохроматической скалярной гравитационной волне

$$I(\gamma) = F \cdot \Sigma(\gamma) = c^3 \omega^2 h_0^2 \Sigma(\gamma) / 64\pi G. \quad (18)$$

Таким образом, поперечное сечение антенны для поглощения энергии монохроматических гравитационных волн вблизи резонанса будет

$$\Sigma(\gamma) = \frac{\pi G (2m_0) l_0^2 - \omega_0^2 \cos^2 \theta}{2c^3 \tau_\alpha (\gamma^2 + (1/2\tau_\alpha)^2)}. \quad (19)$$

В случае гравитационного сигнала с непрерывным спектром в интервале $\Delta\nu_g \approx 1/\tau_g$ и при условии $\Delta\nu_g \geq \Delta\nu_\alpha$ необходимо пользоваться резонансным интегралом от поперечного сечения

$$\Sigma_\alpha = \int \Sigma(\gamma) d\gamma = (\pi/2) (G/c^3) (2m_0) l_0^2 \omega_0^2 \cos^2 \theta. \quad (20)$$

Для перехода к распределенной массе в цилиндре Вебера обычно делают замену: $M=2m_0$ - масса цилиндра, $L=\pi^2 l_0/4$ - длина цилиндра, $V_s = \omega_0 L/\pi$ - скорость звука в цилиндре, тогда

$$\Sigma_\alpha = (8/\pi) (G/c^3) M V_s^2 \cos^2 \theta. \quad (21)$$

Формула (21) дает поперечное сечение веберовского цилиндра для поглощения скалярных гравитационных волн. Скалярные волны являются продольными и фактор $\cos^2 \theta$ учитывает направление прихода волны.

6. Возможное обнаружение скалярных гравитационных волн от SN 1987A. В рамках ПТГ релятивистский гравитационный коллапс имеет характер сферически симметричных пульсаций, которые генерируют мощное скалярное гравитационное излучение в узкой полосе частот. Оценим энергию скалярного излучения, необходимую для объяснения

основного события на выходе римского детектора [2], совпадающего с приходом пяти нейтринных импульсов UNO в момент $2^h52^m35^s$.

Рассмотрим предельный случай, когда частота волны совпадает с резонансной частотой антенны GEOGRAV $\nu_0 = \nu_R = 858$ Гц, и пусть длительность гравитационного сигнала составляет порядка 10 с, т.е. $\Delta\nu_g \approx 0.1$ Гц. Время затухания антенны $\tau_\alpha \approx 10$ с, так что $\Delta\nu_\alpha \approx \Delta\nu_g \approx 0.1$ Гц, и условия для использования резонансного интеграла приближенно выполняются. В момент прихода сигнала угол $\theta=60^\circ$ и согласно формуле (21) поперечное сечение антенны $\Sigma_\alpha \approx 3 \cdot 10^{-22}$ см²Гц.

Регистрируемые отсчеты на выходе антенны содержат смесь шума и сигнала, так что точное значение чистого сигнала неизвестно. В качестве консервативной оценки сигнала можно принять значение, равное дисперсии шумовых отсчетов, т.е. $T_s \approx 30$ К. Тогда спектральная плотность энергии скалярных гравитационных волн на Гц частоты будет

$$S_\nu \approx kT_s / \Sigma_\alpha \approx 1.4 \cdot 10^7 \text{ (эрг/см}^2\text{Гц)}. \quad (22)$$

Полная энергия, выделившаяся в виде скалярных гравитационных волн,

$$E_g = 4\pi D^2 S_\nu \Delta\nu_g \approx 0.25 M_\odot c^2, \quad (23)$$

а так как пульсации сферически-симметричны ($\alpha=1$) и близки к гравитационному радиусу ($\beta \approx 0.1$), то КПД $\epsilon \approx 0.1$, и следовательно полная энергия коллапса

$$E_{\text{кл}} = E_g / \epsilon \approx 2.5 M_\odot c^2. \quad (24)$$

Оценка полной энергии (24) согласуется с представлениями о коллапсе ядра предсверхновой с массой 3-10 M_\odot и, таким образом, в рамках ПТГ существует принципиальная возможность качественного объяснения сигнала на выходе гравитационной антенны как обнаружения скалярной гравитационной волны.

Главной отличительной особенностью данного объяснения является узкополосность ($\Delta\nu_g \approx 0.1$ Гц) и эффективность ($\epsilon \approx 0.1$) генерации скалярных волн, что становится возможным только в ПТГ, где на релятивистских стадиях коллапса сила гравитации конечна и невозможно образование черных дыр. В случае узкополосного сигнала возникает проблема точного совпадения частоты сигнала с резонансной частотой детектора. Однако она может быть решена, если учесть, что в реальном процессе коллапса частота пульсации ядра изменяется со временем. Тогда дрейф частоты может привести к тому, что в какой-то момент времени частота волны будет соответствовать частоте детектора. Кроме того, реальная форма пульсации может содержать и высшие гармоники

N_{ν_0} , так что возможно появление сигнала на нескольких частотах одновременно или с запаздыванием. По-видимому, в случае SN 1987A наблюдалась такая ситуация, так как антенна в Мэрилэнде имела резонансную частоту примерно в два раза большую, чем GEOGRAV. Для получения более детальной картины коллапса в ПТГ необходимо провести трудоемкие численные расчеты релятивистских стадий с учетом излучения гравитационных волн и нейтрино для реалистических уравнений состояния.

7. *Дополнительные свидетельства обнаружения скалярных волн.* В работе [15] приводятся данные о наличии корреляции между сигналами на выходе антенн Амальди-Вебера и сигналами с датчиков продольных микросейсмических колебаний, записанными в течение двух часов, включая момент основного события $2^{\text{h}}52^{\text{m}}$. При этом не было обнаружено корреляции между сигналами на выходе гравитационных антенн и сейсмическими данными, записанными датчиками поперечных колебаний. Характер сейсмических сигналов согласуется как с продольностью скалярных гравитационных волн, так и с достаточно большой длительностью (10-20 с) воздействия скалярной волны на Землю.

В настоящее время существует несколько твердотельных гравитационных антенн третьего поколения (ALLEGRO, AURIGA, EXPLORER, NAUTILUS, UWA), которые способны непрерывно работать в течение нескольких месяцев с эффективной шумовой температурой в несколько мК. Поскольку выигрыш в чувствительности по сравнению с наблюдениями SN 1987A составляет 10^4 раз, то сигнал, аналогичный обнаруженному от SN 1987A, можно зарегистрировать на расстоянии $50 \text{кпк} \cdot 10^2 = 5 \text{Мпк}$. Учитывая среднюю частоту вспышек сверхновых, можно рассчитывать на появление одного события в месяц.

Согласно [16], существуют записи сигнала на выходе антенн ALLEGRO и EXPLORER в интервале времени около двух месяцев вокруг вспышки сверхновой SN 1993J. В результате анализа данных не было найдено совпадений сигналов на уровне 200 мК. Однако в случае узкополосного сигнала таких совпадений и не должно быть, так как резонансные частоты детекторов различны. Таким образом, необходимо использовать другие критерии отбора событий, например, введение задержки в зависимости от разности резонансных частот детекторов. Ожидаемый уровень сигнала от SN 1993J составляет 7 мК.

В ближайшее время начнут работу высокочувствительные интерферометрические антенны со свободными массами LIGO (USA) и VIRGO (Европе). С помощью этих антенн возможна проверка продольного характера скалярных гравитационных волн, при этом в схеме отбора сигналов необходимо учитывать, что изменение длин плеч интерферометра будет

происходить синфазно. Направление максимальной чувствительности антенны к скалярным волнам совпадет с направлениями плеч интерферометра.

Кроме вспышек сверхновых, источниками скалярного гравитационного излучения являются двойные звезды с эллиптическими орбитами (в случае круговой орбиты скалярного излучения нет) [12]. Так, для двойной системы с пульсаром PSR1913+16 излучение скалярных волн приводит к дополнительной потере орбитальной энергии, кроме хорошо известной потери энергии на тензорное (квадрупольное) излучение. Величина дополнительных потерь зависит от конкретного выбора вида тензора энергии-импульса скалярного поля [12,17,11]. Для ТЭИ вида (9) скалярное гравитационное излучение приводит к избытку потери энергии величиной 0.735% от расчетного значения для тензорных волн. Наблюдаемая величина избытка составляет $0.9\% \pm 0.4\%$ [18], что согласуется с предсказанной величиной скалярного гравитационного излучения этой системой [11].

8. *Заключение.* Начиная с 1970г., гравитационные антенны непрерывно работали, ожидая сигнала от взрыва сверхновой. И когда 23 февраля 1987г. такой сигнал был получен, оказалось, что он не может быть объяснен в рамках общей теории относительности. Этот факт, безусловно, стимулирует более внимательное рассмотрение альтернативных теорий гравитации и, в особенности, предсказаний характера релятивистского гравитационного коллапса.

В рамках полевой теории гравитации, вследствие положительности и локализованности энергии гравитационного поля, а также выполнения закона сохранения для этой энергии, релятивистский коллапс имеет характер сферически-симметричных пульсаций, которые генерируют мощное скалярное гравитационное излучение. В этой теории существует принципиальная возможность объяснения событий Амальди-Вебера как реального обнаружения скалярных гравитационных волн. Требуемая энергия гравитационного излучения при этом составляет около $1M_{\odot}c^2$, что согласуется с представлениями о ядре предсверхновой для SN 1987A.

Обнаружение продольных микросейсмических сигналов, коррелирующих с сигналами на выходе антенн Амальди-Вебера (при отсутствии корреляций с поперечными микросейсмическими сигналами), можно считать аргументом в пользу продольного характера воздействовавших на Землю гравитационных волн.

Имеющиеся твердотельные антенны третьего поколения способны обнаруживать скалярные гравитационные волны от событий, аналогичных SN1987A, с расстояний до 5M пк, причем разница в резонансных частотах антенн играет определяющую роль. Ожидаемый уровень сигнала от SN

1993J составляет около 7 мК. С помощью интерферометрических антенн со свободными массами возможна экспериментальная проверка продольности скалярных волн.

Дополнительным свидетельством в пользу реальности существования скалярных гравитационных волн является наблюдаемый избыток потери орбитальной энергии (по сравнению с расчетной величиной для чисто тензорного излучения) двойной системой с пульсаром PSR1913+16.

Астрономический институт
Санкт-Петербургского университета, Россия

EVENTS OBSERVED BY AMALDI-WEBER ANTENNAS FROM SN1987A AS A POSSIBLE DETECTION OF SCALAR GRAVITATIONAL WAVES

Yu.V.BARYSHEV

Cross section of Weber bar antenna for scalar gravitational radiation is derived within the framework of field gravitation theory. It is shown that events observed by Amaldi and Weber gravitational wave antennas at the moment of supernova SN 1987A explosion can be explained as the result of the scalar gravitational wave interaction with the bar detectors. Total radiated gravitational energy required for observed signals is about one solar mass energy. Together with the observed excess (about 1%) of gravitational radiation from the binary pulsar PSR 1913+16, the SN 1987A signal is the second observational evidence in favor of the scalar gravitational waves. Modern third generation bar antennas could detect scalar waves from the supernova explosions up to the distance 5 Mpc. Expected level of signal from SN 1993I is about 7 мК. Interferometer gravitational antennas could experimentally check the longitudinal character of the scalar waves.

ЛИТЕРАТУРА

1. *J.Weber*, First Edoardo Amaldi Conference on Gravitational Wave Experiments, eds. E.Coccia, G.Pizzella, F.Ronga, World Scientific, 1995, p.416.
2. *E.Amaldi et al.*, Europhys. Lett., 3, 1325, 1987.

3. *E.Amaldi et al.*, Supernova 1987A in the Large Magellanic Cloud, eds. M.Kafatos, A.Michalitsianos, Cambridge Univ. Press, 1987, p.453.
4. *Д.Моррисон*, Успехи физ. наук, 156, 719, 1988.
5. *В.С.Имшеник, Д.К.Надежин*, Итоги науки и техн., Астрономия, 21, 63, 1982.
6. *B.Schutz*, First Edoardo Amaldi Conference on Gravitational Wave Experiments, eds. E.Coccia, G.Pizzella, F.Ronga, World Scientific, 1995, p.3.
7. *K.Thorne*, Three Hundred Years of Gravitation, eds. S.Hawking, W.Israel, Cambridge Univ. Press, 1987, p.330.
8. *Э.Амальди, Г.Пиццелла*, Астрофизика, кванты и теория относительности, Мир, М., 1982, с.241.
9. *Ю.В.Барышев*, Гравитация, т.2, вып.2, с.3, 1996.
10. *V.V.Sokolov*, Astrophys. Space Sci., 191, 231, 1992.
11. *Yu.V.Baryshev*, First Edoardo Amaldi Conference on Gravitational Wave Experiments, eds. E.Coccia, G.Pizzella, F.Ronga, World Scientific, 1995, p.251.
12. *Ю.В.Барышев*, Астрофизика, 18, 93, 1982.
13. *Ю.В.Барышев, В.В.Соколов*, Астрофизика, 21, 361, 1984.
14. *Ю.В.Барышев*, Вестн. ЛГУ, сер.1, вып.2, с.80, 1988.
15. *V.K.Kravchuk, V.N.Rudenko*, First Edoardo Amaldi Conference on Gravitational Wave Experiments, eds. E.Coccia, G.Pizzella, F.Ronga, World Scientific, 1995, p.424.
16. *Z.K.Geng et al.*, First Edoardo Amaldi Conference on Gravitational Wave Experiments, eds. E.Coccia, G.Pizzella, F.Ronga, World Scientific, 1995, p.128.
17. *V.V.Sokolov*, Astrophys. Space Sci., 198, 53, 1992.
18. *J.Taylor et al.*, Nature, 355, 132, 1992.

УДК: 524.354.6

НЕЙТРОННЫЕ ЗВЕЗДЫ В БИМЕТРИЧЕСКОЙ СКАЛЯРНО-ТЕНЗОРНОЙ ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ. I. НОВЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ПОЛЯ

Л.Ш.ГРИГОРЯН^{1,2}, П.Ф.КАЗАРЯН², Г.Ф.ХАЧАТРЯН¹

Постулила 25 декабря 1996

Принята к печати 15 февраля 1997

Найдены новые решения уравнений биметрической скалярно-тензорной теории гравитации для нейтронных звезд. В этих решениях скалярное поле постоянно: $\varphi = \varphi_0$, а метрический тензор пространства-времени определяется уравнениями ОТО. Задача состояла в нахождении фоновой метрики, соответствующей φ_0 . Решения с переменным φ были изучены ранее [15] и определяются безразмерным параметром теории ζ . Отличия между решениями с постоянным и переменным φ значительны при $|\zeta| \leq 1$.

1. *Введение.* В Биметрической Скалярно-Тензорной Теории (БСТТ) гравитационное поле описывается метрическим тензором g_{ik} искривленного пространства-времени и динамическим скалярным полем φ [1,2]. В теории фигурирует также фоновая плоская метрика γ_{ik} (не динамическая переменная). В наипростейшем варианте теории действие гравитирующей системы определяется выражением

$$S = \frac{1}{c} \int \left(-\frac{1}{2} \varphi \Lambda_g + \frac{1}{2} \zeta \frac{\varphi_{,n} \varphi^{,n}}{\varphi} + L_m \right) \sqrt{-g} d^4x, \quad (1)$$

где L_m - плотность лагранжиана вещества и негравитационных полей, $\varphi^{,n} = g^{nm} \varphi_{,m}$, $\varphi_{,n} = \partial\varphi/\partial x^n$, ζ - безразмерная постоянная, а

$$\Lambda_g = g^{ik} \left(\bar{\Gamma}_{in}^i \bar{\Gamma}_{ik}^n - \bar{\Gamma}_{ik}^i \bar{\Gamma}_{in}^k \right), \quad \bar{\Gamma}_{ik}^i = \Gamma_{ik}^i - \check{\Gamma}_{ik}^i, \quad (2)$$

c - скорость света, в (2) $\bar{\Gamma}_{ik}^i$ - т.н. тензор аффинной деформации, Γ_{ik}^i и $\check{\Gamma}_{ik}^i$ - символы Кристоффеля для метрик g_{ik} и γ_{ik} соответственно. В Скалярно-Тензорной Теории (СТТ) Йордана-Бранса-Дикке [3,4] действие также определяется выражением (1), однако, вместо Λ_g входит R - скалярная кривизна пространства-времени. Как известно, R и Λ_g связаны

соотношением

$$R = \Lambda_g + w_{;n}^n, \quad w^n = g^a \bar{\Gamma}_{ik}^n - g^{in} \bar{\Gamma}_{ik}^k \quad (3)$$

(см., например, [5]). В силу переменности φ выражение $\varphi w_{;n}^n$ не является 4-дивергенцией, и поэтому БСТТ и СТТ должны отличаться друг от друга.

Условие экстремальности (1) по отношению к g_{ik} и φ приводит к уравнениям

$$\varphi R_{ik} + \varphi_{;n} \bar{\Gamma}_{ik}^n - \varphi_{;(i} \bar{\Gamma}_{k)n}^n - \zeta \frac{\varphi_{;i} \varphi_{;k}}{\varphi} = T_{ik} - \frac{1}{2} g_a T, \quad (4a)$$

$$2\zeta \varphi_{;n}^n - \zeta \frac{\varphi_{;n} \varphi^{;n}}{\varphi} + \varphi \Lambda_g = 0, \quad (4b)$$

где $f_{(ik)} = 0.5(f_{ik} + f_{ki})$, а T_{ik} - тензор энергии-импульса вещества и негравитационных полей. Эти уравнения нужно дополнить уравнениями гидродинамики

$$T_{i;k}^k = 0. \quad (5)$$

Последние не являются следствием (4) из-за наличия фоновой метрики γ_{ik} . Используя (3), (4a), уравнение (4b) можно записать в более компактном виде:

$$\left(2\zeta \varphi^{;n} - \varphi w_{;n}^n \right)_{;n} = T. \quad (6)$$

В отличие от уравнений СТТ (см., например, [6,7]) уравнения (4) допускают решения с $\varphi = \text{const}$. Чтобы убедиться в этом, следуя [8,9], подставим

$$\varphi = \frac{c^4}{8\pi G} \equiv \varphi_0 \quad (7)$$

(G - ньютоновская гравитационная постоянная) в (4a) и (6). Ясно, что (4a) перейдет в

$$\varphi_0 R_{ik} = T_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} T, \quad (8)$$

а (6) - в

$$\varphi_0 w_{;n}^n + T = 0. \quad (9)$$

Уравнения Эйнштейна (8) не содержат γ_{ik} и в заданной системе координат определяют метрику искривленного пространства-времени:

$$g_{ik} = g_{ik}(x^n, \varphi_0). \quad (10)$$

Подставив (10) в (9), приходим к некоторому скалярному уравнению по отношению к фоновой плоской метрике

$$\gamma_{ik} = \gamma_{nm}^* \frac{\partial u^n}{\partial x^i} \frac{\partial u^m}{\partial x^k}, \quad \gamma_{nm}^* = \text{diag}(1, -1, -1, -1), \quad (11)$$

с квадратом интервала

$$\gamma_{ik} dx^i dx^k = (du^0)^2 - (du^1)^2 - (du^2)^2 - (du^3)^2. \quad (12)$$

Вместе с условием

$$g_{ik} \approx \gamma_{ik} \quad (13)$$

для слабого гравитационного поля уравнение (9) накладывает ограничение на выбор четырех функций $u^n(x^i)$. Для одной из космологических моделей $u^n(x^i)$ найдены в [8,9].

Целью данной работы является нахождение $u^n(x^i)$ в случае сверхплотных звезд. В разделе 2 выведено аналитическое решение уравнения (9) за пределами небесного тела. В следующем разделе найдены численные решения этого уравнения. В *Заключении* подведены итоги работы.

2. Аналитическое решение за пределами небесного тела. Рассмотрим статическое сферически-симметричное небесное тело. Симметрия системы позволяет выписать следующее выражение для квадрата интервала искривленного пространства-времени:

$$g_{ik} dx^i dx^k = e^\nu c^2 dt^2 - e^\lambda dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \quad (14)$$

(шварцшильдовская система координат). При этом фоновую метрику γ_{ik} можно представить в виде

$$\gamma_{ik} dx^i dx^k = c^2 dt^2 - du^2 - u^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (15)$$

где u - функция от r , определяющая преобразование (12):

$$\begin{aligned} u^0 &= ct, & u^1 &= u(r)\sin\theta\cos\varphi, \\ u^2 &= u(r)\sin\theta\sin\varphi, & u^3 &= u(r)\cos\theta. \end{aligned} \quad (16)$$

Подставив (14) и выражение для тензора энергии-импульса

$$T_{ik} = (\rho c^2 + P)V_i V_k - P g_{ik} \quad (17)$$

в (8), приходим к уравнениям Оппенгеймера-Волкова [10]:

$$\frac{dP}{dr} = -G\left(\rho + \frac{P}{c^2}\right) \frac{m + 4\pi r^3 P/c^2}{r(r - 2Gm/c^2)},$$

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi\rho r^2, \quad (18)$$

где

$$e^{-\lambda} = 1 - \frac{2Gm}{rc^2}, \quad \frac{dv}{dr} = 2G \frac{m + 4\pi r^3 P/c^2}{r(r c^2 - 2Gm)}, \quad v(\infty) = 0, \quad (19)$$

P и ρc^2 - давление и плотность полной энергии звездного вещества, $m(r)$ - тяготеющая масса, накопленная внутри сферического слоя радиуса r . Зная уравнение состояния $\rho = \rho(P)$ сверхплотного вещества и задавая центральное давление $P(0)$, можно определить шварцшильдовский радиус R_s и тяготеющую массу

$$M = m(r) \text{ при } r \geq R_s, \quad (20)$$

путем интегрирования (18) с начальным условием

$$m(0) = 0. \quad (21)$$

При этом радиус небесного тела $r = R_s$ определяется из условия $P(R_s) = 0$ или $\rho(R_s) = \rho_s$ (ρ_s - плотность вещества на поверхности небесного тела), а функции $\lambda(r)$ и $v(r)$ - из уравнений (19). Результаты расчетов можно найти в [6, 11-13] и др. работах.

Теперь перейдем к уравнению (9). Подставив (14), (15) в определение w^n (см. (3)), получим

$$w^n = \frac{2}{r^2} F \delta_1^n, \quad (22)$$

где

$$F = 2r - u \frac{dr}{du} - \frac{r^2}{u} \left(1 - \frac{2Gm}{rc^2}\right) \frac{du}{dr} + \frac{G}{c^2} \left(\frac{4\pi}{c^2} r^3 P - 3m\right). \quad (23)$$

В результате (9) принимает вид

$$\frac{d}{dr} \frac{F e^{v/2}}{\sqrt{1 - \frac{2Gm}{rc^2}}} = -\frac{r^2}{2\varphi_0} e^{v/2} \frac{\rho c^2 - 3P}{\sqrt{1 - \frac{2Gm}{rc^2}}}, \quad (24)$$

и поэтому интегрируется за пределами небесного тела. Подставив решение Шварцшильда:

$$e^\nu = e^{-\lambda} = 1 - \frac{2GM}{rc^2}, \quad r \geq R_g, \quad (25)$$

находим

$$\frac{u}{r_g} \frac{dr}{du} = \frac{r}{r_g} + \varepsilon - \frac{1}{2} \pm \sqrt{2\varepsilon \frac{r}{r_g} + \left(\varepsilon - \frac{1}{2}\right)^2}, \quad \varepsilon \geq 0, \quad (26)$$

где $r_g = 2GM/c^2$ - гравитационный радиус небесного тела. Постоянная интегрирования ε неотрицательна, поскольку только в этом случае на больших расстояниях от небесного тела правая часть (26) является действительной величиной. Вторичное интегрирование приводит к

$$u = u_0 \left[\left(z \pm \varepsilon \right)^2 - \frac{1}{4} \right] \left(\frac{z \pm \varepsilon + 0.5}{z \pm \varepsilon - 0.5} \right)^{\pm 2\varepsilon}, \quad \text{при } \varepsilon > 0, \quad (27)$$

где

$$z = \sqrt{2\varepsilon \frac{r}{r_g} + \left(\varepsilon - \frac{1}{2}\right)^2}. \quad (28)$$

Постоянная u_0 определяется условием (13) на больших расстояниях от небесного тела: $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{u(r)}{r} = 1$, и оказывается равной

$$u_0 = \frac{r_g}{2\varepsilon}. \quad (29)$$

Наконец,

$$u = \begin{cases} r & \text{(а)} \\ r - r_g & \text{(б)} \end{cases} \quad \text{при } \varepsilon = 0 \quad (30)$$

(случаи (а) и (б) соответствуют знакам \pm в (26)).

Равенства (27), (30) определяют функции (16) и фоновую метрику (15) за пределами небесного тела.

3. Численное интегрирование внутри небесного тела. Интегрируя (24), находим

$$\Omega + \frac{1}{\Omega} = 2A, \quad (31)$$

и поэтому

$$A + \sqrt{A^2 - 1} = \begin{cases} \frac{1}{\Omega} & \text{(а)} \\ \Omega & \text{(б),} \end{cases} \quad (32)$$

где

$$\Omega = \frac{r}{u} \frac{du}{dr} \sqrt{1 - \frac{2Gm}{rc^2}}$$

$$4A = 3\sqrt{1 - \frac{2Gm}{rc^2}} + \frac{1 + Pr^2/\varphi_0}{\sqrt{1 - \frac{2Gm}{rc^2}}} + \frac{\Phi}{re^{v/2}}, \quad (33)$$

а

$$\Phi = 4l + \frac{1}{\varphi_0} \int_0^r \frac{\rho c^2 - 3P}{\sqrt{1 - \frac{2Gm}{rc^2}}} e^{v/2} r^2 dr, \quad (34)$$

l - постоянная интегрирования. Разумеется, (32) должно переходить в (26) за пределами небесного тела. Поэтому должно выполняться условие

$$\varepsilon r_g + \frac{3}{c^4} G \int P \sqrt{-g} d^3x = l \quad (35)$$

(мы воспользовались формулой Толмена

$$M = \int (\rho + 3P/c^2) \sqrt{-g} d^3x = 4\pi \int_0^{R_g} \left(\rho + \frac{3P}{c^2} \right) \frac{r^2 e^{v/2}}{\sqrt{1 - \frac{2Gm}{rc^2}}} dr \quad (36)$$

для тяготеющей массы), а знаки \pm в (26) должны соответствовать случаям (а) и (б) в (32). В силу $\varepsilon \geq 0$ имеем

$$l \geq \frac{3}{c^4} G \int P \sqrt{-g} d^3x \equiv l_{\min} \leq \frac{3GMP(0)}{\rho(0)c^4}. \quad (37)$$

Уравнение (9) исследовано в [14]. В этой работе предполагалось $l = 0$, что не позволило сшить внутренние и внешние решения уравнения (9) на поверхности конфигурации. Заметим также, что для небесного тела со слабым гравитационным полем $u(r)$ должно мало отличаться от r (см. (13)-(15)). Подстановка $u(r) \approx r$ в (26) приводит к $\varepsilon r_g \ll R_g$, и поэтому

$$l \ll R_g \quad \text{при} \quad r_g \ll R_g. \quad (38)$$

В центральной области небесного тела

$$A \approx 1 + \frac{l}{re^{v(0)/2}}, \quad (39)$$

и поэтому из (32), (33) приходим к

$$u \sim \begin{cases} \sqrt{r+\Delta} & (a) \\ r^2 e^{-2\Delta/r} & (б) \end{cases} \text{ при } r \rightarrow 0, \quad (40)$$

где $\Delta = |e^{-v(0)}|^2$. Следовательно, условие

$$u(r) \sim r \text{ при } r \rightarrow 0 \quad (41)$$

нарушается, в результате чего некоторые из компонентов тензора аффинной деформации, например,

$$\bar{\Gamma}_{12}^2 = \bar{\Gamma}_{13}^3 = \frac{1}{r} - \frac{1}{u} \frac{du}{dr}, \quad (42)$$

расходятся при $r \rightarrow 0$. Это обстоятельство не противоречит уравнениям (4), поскольку в (4а) слагаемые $\sim \bar{\Gamma}_{kl}^i$ не дают вклада (φ постоянно), а в (4б) слагаемое

$$\Lambda_g = g^{ik} (\bar{\Gamma}_{in}^l \bar{\Gamma}_{lk}^n - \bar{\Gamma}_{ik}^l \bar{\Gamma}_{kl}^n) = 0 \quad (43)$$

во всем пространстве (следует из (3), (8), (9)).

На рис. 1 и 2 приведены графики функции $u(r)$ для нейтронных

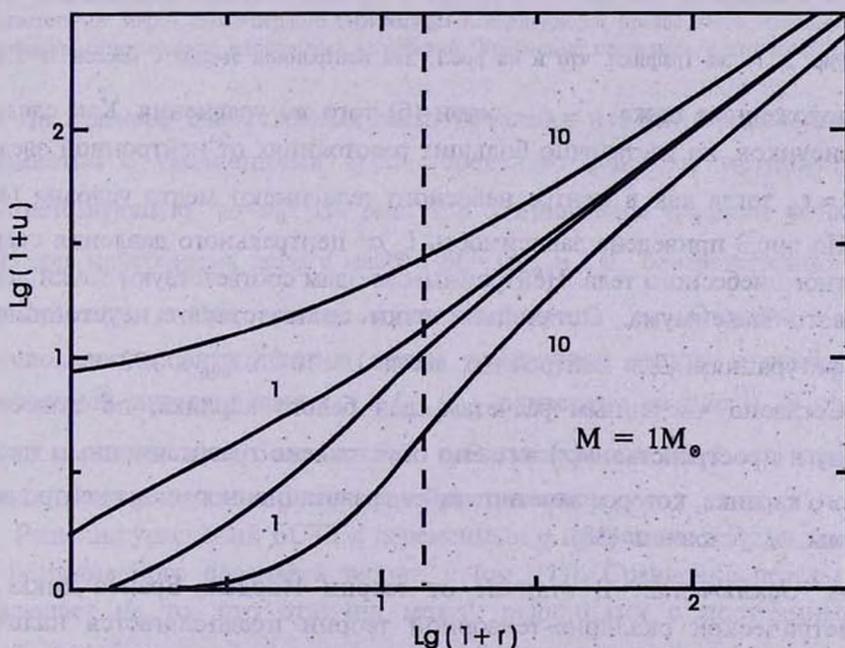


Рис.1. Графики функции $u(r)$ для нейтронной звезды с массой $M = 1 M_{\odot}$. Вертикальная пунктирная прямая соответствует поверхности небесного тела; u (км) определяет фоновую метрику (15); r (км) - псевдцилиндрическая радиальная координата. Рядом с кривыми приведены значения постоянной интегрирования l/l_{\min} (см. (37)). За пределами нейтронной звезды $u(r)$ определяется выражением (27) в случае $l > l_{\min}$ и (30) в случае $l = l_{\min}$, а внутри конфигурации - интегрированием (18), (19) и (32). Уравнение состояния сверхплотного вещества взято из [12].

звезд с массами $1M_{\odot}$ и $2M_{\odot}$ соответственно. Кривые, расположенные выше прямой $u = r$, соответствуют ветви (а) уравнения (32), а кривые,

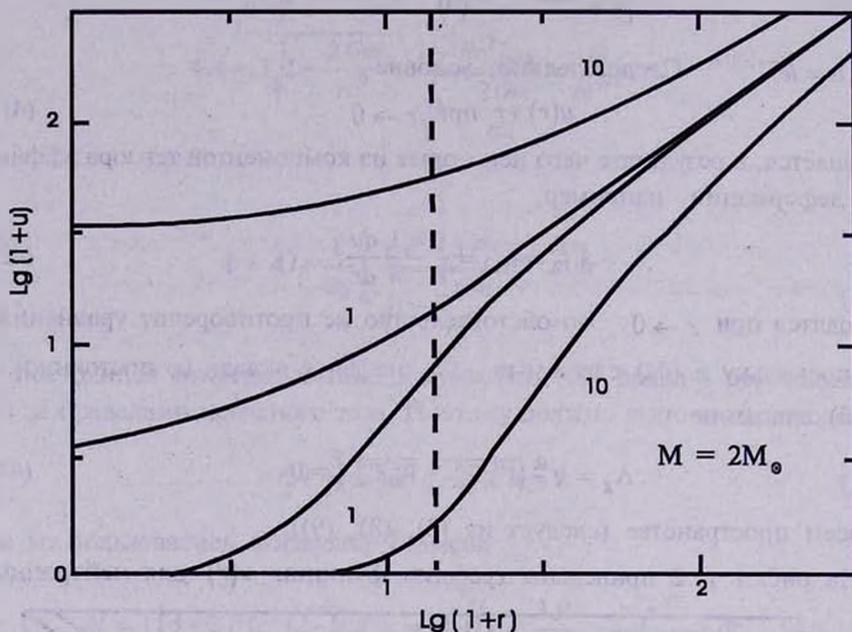


Рис. 2. Те же графики, что и на рис.1, для нейтронной звезды с массой $M=2M_{\odot}$.

расположенные ниже $u = r$ - ветви (б) того же уравнения. Как следует из рисунков, на достаточно больших расстояниях от нейтронной звезды $u(r) \approx r$, тогда как в центре небесного тела имеют место условия (40).

На рис.3 приведена зависимость l_{\min} от центрального давления сверхплотного небесного тела. Нейтронным звездам соответствуют точки левее первого максимума. Остальные точки соответствуют неустойчивым конфигурациям. Для нейтронных звезд $1.6 \cdot 10^{-4} \leq l_{\min} \leq 0.92$ км.

Согласно численным расчетам, для белого карлика, по существу, всюду в пространстве $u(r) = r$. Это обусловлено гравитационным полем белого карлика, которое заметно слабее гравитационного поля нейтронной звезды, и условием (38).

4. *Заключение.* В отличие от теории Йордана-Бранса-Дикке, в биметрической скалярно-тензорной теории предполагается наличие фоновой метрики γ_{ik} . Благодаря этому обстоятельству уравнения БСТТ (см. (4)) допускают решения с постоянным ϕ . Подстановка

$$\phi = \frac{c^4}{8\pi G} = \phi_0$$

в (4) приводит к совместимой системе уравнений (8), (9), в которой (8) - уравнения ОТО.

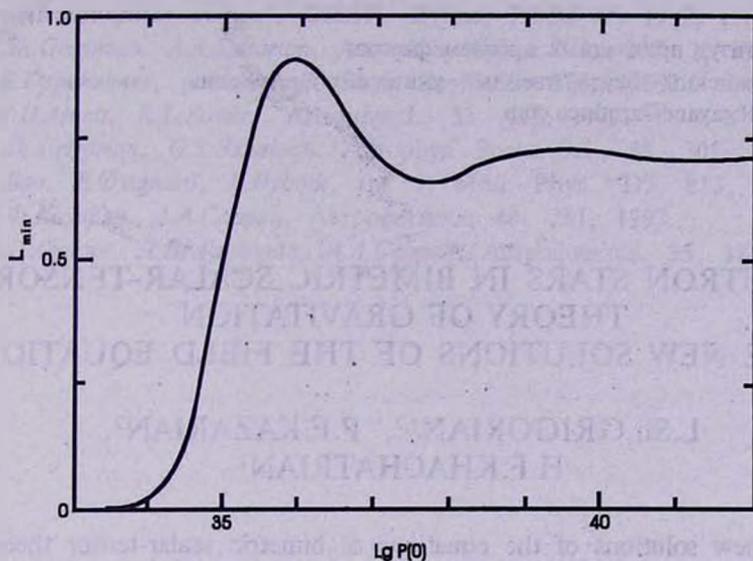


Рис. 3 Минимальное значение l (см. (37)) в зависимости от центрального давления $P(0)$ сверхплотного небесного тела, l - в км, $P(0)$ - в эрг см⁻³. Нейтронным звездам соответствуют точки левее первого максимума. Конфигурации правее этого максимума не устойчивы относительно радиальных колебаний. Уравнение состояния взято из [12].

На примере сверхплотных звезд показано, что интегрирование (9) совместно с уравнениями ОТО определяет фоновую метрику γ_{ik} , соответствующую $\phi = \phi_0$. На рис. 1 и 2 приведены графики функции $u(r)$ для нейтронных звезд с массой $M = 1M_\odot$ и $2M_\odot$ соответственно. Используя $u(r)$ и (16), можно найти компоненты γ_{ik} . Отличие u от r обусловлено гравитационным полем нейтронной звезды и свободной постоянной интегрирования $l \geq l_{\min}$ (l_{\min} приведено на рис.3). В случае белых карликов из-за более слабого гравитационного поля $u(r)$ практически не отличается от r во всем пространстве.

Решения уравнений БСТТ с переменным ϕ приведены в [15] и зависят от безразмерного параметра теории ζ (см. (1)). Сравнение результатов указывает на то, что отличия между решениями с постоянным и переменным ϕ значительны для нейтронных звезд при $|\zeta| \leq 1$.

Авторы признательны А.А.Сааряну за полезные обсуждения полученных результатов.

В расчетах использован РС Pentium, подаренный Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG).

Работа выполнена в рамках гранта 96-855 Министерства образования и науки Республики Армения.

¹Институт прикладных проблем физики

2Ереванский государственный университет, Армения

e-mail: gayane@arminco.com

NEUTRON STARS IN BIMETRIC SCALAR-TENSOR THEORY OF GRAVITATION

I. THE NEW SOLUTIONS OF THE FIELD EQUATIONS

L.Sh.GRIGORIAN^{1,2}, P.F.KAZARIAN²,
H.F.KHACHATRIAN¹

The new solutions of the equations of bimetric scalar-tensor theory of gravitation for neutron stars are found. In these solutions the scalar field is constant: $\varphi = \varphi_0$, and the metric tensor of the space - time is determined by the equations of GR. The problem consisted in the finding of the background metric, corresponding $t_c \varphi_0$. The solutions with variable φ were investigated earlier [15] and are determined by the dimensionless parameter of the theory ζ . The differences between the solutions with constant and variable φ are significant at $|\zeta| < 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Ш.Григорян, А.А.Саарян, *Астрофизика*, 31, 359, 1989; 32, 491, 1990; 33, 107, 1990.
2. L.Sh.Grigorian, A.A.Saharian, *Astrophys. Space Sci.*, 167, 271, 1990; 180, 39, 1991.
3. P.Jordan, *Schwerkraft und Weltall*, 2nd ed., Vieweg und Sohn, 1955.
4. C.Brans, R.H.Dicke, *Phys. Rev.*, 124, 925, 1961.
5. L.P.Eisenhart, *Rimannian Geometry*, Princeton Univ. Press, Princeton, 1949.
6. Г.С.Саакян, *Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс*, Наука, М., 1972.

7. *С.Вайнберг*, Гравитация и космология, Мир, М., 1975.
8. *А.А.Саарян, Л.Ш.Григорян*, Тр. IV семинара "Гравитационная энергия и гравитационные волны", ОИЯИ, Дубна, P2-92-12, 1992, с.193.
9. *L.Sh.Grigorian, A.A.Saharian*, *Astrophys. Space Sci.*, 207, 1, 1993.
10. *J.R.Oppenheimer, G.M.Volkoff*, *Phys. Rev.*, 55, 374, 1939.
11. *W.D.Arnett, R.L.Bowers*, *Astrophys.J.*, 33, 415, 1977.
12. *L.Sh.Grigorian, G.S.Sahakian*, *Astrophys. Space Sci.*, 95, 305, 1983.
13. *G.Bao, E.Østgaard, B.Dybnik*, *Int. J. Mod. Phys.*, D3, 813, 1994.
14. *П.Ф.Казарян, А.А.Саарян*, *Астрофизика*, 40, 281, 1997.
15. *М.Р.Авакян, Л.Ш.Григорян, А.А.Саарян*, *Астрофизика*, 35, 121, 1991.

УДК: 524.354.6

ВРАЩЕНИЕ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ МОДЕЛИ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ В РАМКАХ ОТО

Д.М.СЕДРАКЯН

Поступила 27 декабря 1996

Принята к печати 17 февраля 1997

Получены уравнения динамики вращения двухкомпонентной модели нейтронной звезды в рамках Общей теории относительности. Показано, что при стационарном вращении нормальной компоненты звезды, $\Omega = \text{const}$, угловая скорость сверхтекучей компоненты Ω_s зависит от координат и равняется $\Omega_s = \Omega + \omega$, где ω - недиагональная компонента метрического тензора.

1. *Введение.* Динамические уравнения, описывающие вращение сверхтекучей жидкости в плоском пространстве, были получены в работе [1]. Эти уравнения были применены для исследования скачков и после-скачковой релаксации угловой скорости пульсаров [2]. Несмотря на хорошее согласие теории с наблюдениями скачков угловой скорости пульсара Vela, для построения окончательной теории необходим учет эффектов Общей теории относительности (ОТО). Следовательно первоочередной задачей является обобщение полученных в работе [1] уравнений динамики вращения сверхтекучей жидкости в случае искривленного гравитацией пространства.

Недавно такое рассмотрение было проведено в работах [3,4] с предположением, что угловая скорость $\Omega < \Omega_{кр}$, где $\Omega_{кр}$ - критическая скорость образования сверхтекучих вихрей во вращающейся звезде. Однако реальные угловые скорости вращения пульсаров $\Omega \gg \Omega_{кр}$, что говорит о наличии довольно плотной вихревой решетки в нейтронной звезде.

Целью данной статьи является получение уравнения динамики вращения двухкомпонентной модели нейтронной звезды (звезды, состоящей из смеси сверхтекучей и нормальной жидкостей) в рамках ОТО.

Для получения уравнений динамики мы ограничимся простой моделью нейтронной звезды, состоящей из нормальной коры и сверхтекучего ядра, которое в основном состоит из нейтронов. В ядре также имеется незначительное количество (5%) сверхпроводящих протонов и нормальных электронов. Трение между сверхтекучей нейтронной жидкостью и

нормальными электронами осуществляется взаимодействием электронов с магнитным полем нейтронных вихрей [5]. В нейтронных звездах значительные изменения коэффициента трения происходят на макроскопических расстояниях, которые гораздо больше межвихревых расстояний, что позволяет описать поведение вихрей гидродинамическим приближением. Мы также предполагаем, что нормальные электроны вращаются как твердое тело. Это условие удовлетворяется благодаря наличию внутри звезды сверхсильных магнитных полей $\sim 10^{12}$ Гаусс, что связывает нормальную компоненту (электроны) в сверхтекучем ядре с твердой корой звезды [2,5]. Также предположим, что во время движения вихри остаются параллельными оси вращения. Исследование проводится в предположении наличия цилиндрической симметрии.

2. *Интервал и четырехмерные скорости двухкомпонентной вращающейся жидкости.* Рассмотрим метрику гравитационного поля, создаваемого вращением распределения масс. Введем обозначения $x^0 = t$, $x^3 = \varphi$, а x^1 и x^2 выберем как R и θ или z и r при использовании сферических или цилиндрических координат соответственно. Здесь используется система единиц $k = c = 1$, где k - гравитационная постоянная, а c - скорость света. Очевидно, что распределение масс, а также гравитационное поле будут аксиально - симметричными, то есть:

$$g_{ik} = g_{ik}(x^1, x^2, \Omega_c). \quad (1)$$

В общем случае угловая скорость нормальной компоненты звезды может зависеть от t , x^1 , x^2 и имеет вид:

$$\Omega_c = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (2)$$

Произведем преобразование координат $t' \rightarrow -t$, $x^1 = x^1$, $x^2 = x^2$ и $\varphi' = -\varphi$. Тогда угловая скорость Ω_c не меняется, следовательно и g_{ik} не меняется. Из требования инвариантности интервала непосредственно следует:

$$g_{01} = g_{13} = g_{23} = g_{02} = 0.$$

Таким образом, в наиболее общем случае четырехмерный интервал можно записать в виде:

$$\begin{aligned} -ds^2 = & -g_{00} dt^2 + g_{11} (dx^1)^2 + g_{22} (dx^2)^2 + \\ & + g_{33} d\varphi^2 + 2g_{03} d\varphi dt + 2g_{12} dx^1 dx^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Дальнейшего упрощения в этом выражении можно добиться подходящим преобразованием координат x^1 и x^2 . Так, потребуем, чтобы в новых координатах имело место:

$$g_{12} = 0 \text{ и } g_{33} = g_{22} f(x^2), \quad (4)$$

где $f(x^2)$ - произвольная функция, и выбирается в случае сферических координат $\sin^2\theta$, а в случае цилиндрических - r^2 . Для удобства введем обозначения:

$$g_{11} = e^\lambda, \quad g_{22} = e^\mu, \quad g_{33} = \omega e^\mu f(x^2), \quad g_{00} = \omega^2 e^\mu f(x^2) - e^\nu. \quad (5)$$

В новых обозначениях четырехмерный интервал можно переписать в виде

$$ds^2 = \left(e^\nu - \omega^2 e^\mu f(x^2) \right) dt^2 - e^\mu \left((dx^2)^2 + f(x^2) d\varphi^2 \right) - 2\omega e^\mu f(x^2) d\varphi dt - e^\lambda (dx^1)^2, \quad (6)$$

где λ, μ, ω и ν - функции от x^1, x^2 и $\Omega_c(t, x^1, x^2)$. Так как метрика должна быть инвариантна относительно преобразования $t \rightarrow -t$, а угловая скорость нормальной жидкости при этом преобразовании меняет знак, то очевидно, что все компоненты метрического тензора, кроме ω , будут четными функциями от Ω_c . Что касается функции ω , то она должна быть нечетной функцией от Ω_c .

Если ограничить наше рассмотрение твердотельным вращением нормальной компоненты звезды, то Ω_c будет функцией только времени. В нестационарных проявлениях вращения пульсаров изменение угловой скорости Ω_c во времени мало по сравнению с угловой скоростью пульсара. Так, даже при больших скачках угловой скорости пульсаров $\Delta\Omega_c / \Omega_c \approx 10^{-6}$, а "шумы" угловой скорости между скачками еще меньше: $\Delta\Omega_c / \Omega_c \approx 10^{-9}$. Угловые скорости пульсаров имеют также малые вековые изменения: $\dot{\Omega}_c / \Omega_c \approx 10^{-13} + 10^{-15} \text{ с}^{-1}$. Из сказанного вытекает, что в реальных задачах астрофизики быстровращающиеся небесные тела вращаются в основном с постоянной угловой скоростью. Сделанное замечание позволяет нам, при рассмотрении нестационарных явлений пульсаров, считать гравитационное поле и распределение масс в звезде не зависящими от времени, однако необходимо учитывать зависимость от времени гидродинамических скоростей сверхтекучей и нормальной жидкостей.

Обозначим контравариантные компоненты четырехмерных гидродинамических скоростей нормальной и сверхтекучей жидкостей следующим образом: $u^i(c)$ и $u^i(s)$. В случае вращения отличны от нуля только компоненты с $i=0$ и $i=3$. Следовательно, мы имеем две пары неизвестных компонент четырехмерной скорости двухкомпонентной жидкости, которые являются функциями x^1, x^2 и t и определяются из уравнений

динамики вращения звезды. Две из неизвестных функций выберем, $u^0(c)$ и $u^0(s)$, а вместо функций $u^3(c)$ и $u^3(s)$ введем другие неизвестные функции, Ω_c и Ω_s , следующим образом:

$$\begin{aligned} u^3(c) &= \Omega_c u^0(c), \\ u^3(s) &= -\frac{g_{03}}{g_{33}} u^0(s) + \Omega_s u^0(s). \end{aligned} \quad (7)$$

Такой выбор новых неизвестных функций связан с тем, что при стационарном вращении они имеют простой физический смысл. Действительно, как показано в работе [6], при стационарном вращении звезды, состоящей из нормального вещества, минимум энергии соответствует состоянию, в котором $u^3(c)$ и $u^0(c)$ связаны соотношением (7), где Ω_c - постоянно и представляет собой угловую скорость твердотельного вращения звезды. Аналогично, если Ω_s назвать угловой скоростью сверхтекучей компоненты жидкости, то она должна быть пропорциональна плотности квантовых вихрей вращающейся сверхтекучей жидкости. Первое слагаемое во второй формуле (7) добавлено в связи с тем, что при отсутствии квантовых вихрей, т.е. при $\Omega_c < \Omega_{кр}$, как показано в работе [4], $u^3(s)$ имеет вид:

$$u^3(s) = -\frac{g_{03}}{g_{33}} u^0(s).$$

Используя известное соотношение для четырехмерных скоростей: $u^i(s)u_i(s) = u^i(c)u_i(c) = 1$, можно выразить $u^0(c)$ и $u^0(s)$ через компоненты метрического тензора g_{ik} и угловых скоростей Ω_c и Ω_s . Простой расчет дает:

$$\begin{aligned} u^0(c) &= \left[g_{00} + 2\Omega_c g_{03} + \Omega_c^2 g_{33} \right]^{-1/2}, \\ u^0(s) &= \left[g_{00} + 2(\Omega_s - \omega) g_{03} + (\Omega_s - \omega)^2 g_{33} \right]^{-1/2}. \end{aligned} \quad (8)$$

При необходимости можно найти ковариантные компоненты четырехмерных скоростей из требования $u_i = g_{ik}u^k$. В частности, для ковариантных компонент с $i=3$ имеем:

$$\begin{aligned} u_3(c) &= (\Omega_c + \omega) g_{33} u^0(c), \\ u_3(s) &= \Omega_s g_{33} u^0(s). \end{aligned} \quad (9)$$

В конце отметим, что в случае твердотельного вращения коры звезды естественно предположить, что Ω_c есть функция только от времени,

тогда как Ω_s будет зависеть от координат и времени.

3. *Уравнение динамики вращения двухкомпонентной жидкости.* Как показано в аботе [4], уравнение, описывающее волновую функцию сверхтекучего конденсата: $\Psi = \phi e^{i\delta}$, является уравнением Клейна-Гордона для скалярной функции:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^i} \left(\sqrt{-g} g^{ik} \frac{\partial}{\partial x^k} \Psi \right) + m(\phi^2) \Psi = 0, \quad (10)$$

где $m(\phi^2)$ - переменная эффективной массы. Решение этого уравнения для плотности тока сверхтекучей жидкости дает следующее выражение:

$$j_i = n u_i(s) = \phi^2 \frac{\partial}{\partial x^i} \delta, \quad (11)$$

где $u_i(s)$ - ковариантная компонента четырехмерной гидродинамической скорости сверхтекучей жидкости, n - концентрация сверхтекучих частиц. Известно также [7]:

$$m(\phi^2) u_i(s) = n p_i, \quad (12)$$

где p_i - четырехмерный импульс сверхтекучих частиц, а

$$m(\phi^2) = \frac{n}{\phi^2} = \frac{\rho_s + \Phi_s}{n} = \frac{w(s)}{n}.$$

Здесь $w(s) = \rho_s + \Phi_s$ есть тепловая функция сверхтекучей жидкости. Как видно из уравнений (11) и (12), в случае отсутствия вихрей потенциальной функцией является:

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha} \delta = \frac{j_\alpha}{\phi^2} = \frac{n}{\phi^2} u_\alpha(s) = m(\phi^2) u_\alpha(s), \quad (13)$$

где x^α являются только пространственные координаты: т.е. $\alpha=1,2,3$.

Условие градиентности выражения $m(\phi^2) u_\alpha$ в декартовых координатах можно написать в следующем виде:

$$e^{\alpha\beta\gamma} \left(\frac{\partial}{\partial x^\beta} m(\phi^2) u_\gamma - \frac{\partial}{\partial x^\gamma} m(\phi^2) u_\beta \right) = 0, \quad (14)$$

где $e^{\alpha\beta\gamma}$ - антисимметричный единичный тензор. В случае наличия вихревой решетки условие квантования дает обобщение уравнения (14) в следующем виде:

$$e^{\alpha\beta\gamma} \left(\frac{\partial}{\partial x^\beta} m(\phi^2) u_\gamma - \frac{\partial}{\partial x^\gamma} m(\phi^2) u_\beta \right) = 2\pi\hbar e^\alpha \delta(\vec{r} - \vec{r}_i), \quad (15)$$

где e^α - компонента единичного вектора по направлению вихря, \vec{r} -

координаты точки в плоскости, перпендикулярной вектору \bar{e} , а \bar{r}_i - точка пересечения вихря с этой плоскостью. Если считать, что расстояния между вихрями малы по сравнению с макроскопическими расстояниями звезды, то можно ввести плотность вихрей [8]:

$$n = \sum_i \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \delta(\bar{r} - \bar{r}_i), \quad (16)$$

где γ - определитель трехмерного метрического тензора, определяющий геометрические свойства пространства с постоянным гравитационным полем, и связан с определителем метрики $g_{\mu\nu}$ известным соотношением $-g = g_{00}\gamma$. Тогда уравнение (15) примет вид:

$$\frac{e^{a\beta\gamma}}{\sqrt{\gamma}} \left(\frac{\partial}{\partial x^\beta} m(\phi^2) u_\gamma - \frac{\partial}{\partial x^\gamma} m(\phi^2) u_\beta \right) = 2\pi\hbar e^\alpha n(r, t). \quad (17)$$

Если учесть, что при нерелятивистском пределе $m(\phi^2)$ переходит в массу куперовской пары нейтронов, равной $2m_n$, то, при отсутствии гравитационного поля, уравнение (17) переходит в известное условие квантования в плоском пространстве [1]:

$$\text{rot} \bar{v}_s = \bar{v} n(r, t),$$

где $\bar{v} = \frac{\pi\hbar}{m_n} \bar{e}$ и \bar{v}_s - скорость сверхтекучей жидкости.

Движение вихревой решетки в искривленном пространстве описывается четырехмерным током вихрей:

$$j_L^i = \sum_j \frac{1}{\sqrt{-g}} \delta(\bar{r} - \bar{r}_j) \frac{dx_L^i}{dt} = \frac{1}{\sqrt{g_{00}}} n(r, t) \frac{dx_L^i}{dt}. \quad (18)$$

Здесь $\frac{dx_L^i}{dt}$ - скорость движения вихревой решетки. Тогда уравнение непрерывности, при отсутствии пиннинга вихрей, имеет вид:

$$j_{L,i}^i = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^i} (\sqrt{-g} j_L^i) = 0. \quad (19)$$

Подставляя в (19) выражение j_L^i из (18), получим:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\sqrt{\gamma} n) + \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \left(\sqrt{\gamma} n \frac{dx_L^\alpha}{dt} \right) = 0. \quad (20)$$

Для определения скорости движения вихревой решетки $\frac{dx_L^\alpha}{dt}$ мы должны знать силы, действующие на нейтронный вихрь. Если скорость сверхтекучей жидкости отличается от скорости вихря, то на него действует сила Магнуса. Под действием этой силы вихрь ускоряется. При

движении вихря появляется сила трения, направленная против движения вихря. При равенстве этих двух сил вихрь будет двигаться равномерно со скоростью $\frac{dx_L^\alpha}{dt}$. Следовательно, $\frac{dx_L^\alpha}{dt}$ можно найти из требования равенства силы Магнуса и трения.

Выражение для силы Магнуса можно найти из закона Бернулли, который имеет вид [4]:

$$m(\phi^2) \frac{\sqrt{g_{00}}}{\Gamma} = \text{const},$$

где Γ - Лоренц - фактор в искривленном пространстве. После несложных операций найдем ковариантную компоненту силы Магнуса:

$$F_\alpha = \frac{2\pi\hbar}{m(\phi^2)} w(s) \sqrt{-g} e_{\alpha\beta\gamma} (v_{(s)}^\beta e^\gamma - v_{(s)}^\gamma e^\beta). \quad (21)$$

Здесь v^α - пространственная компонента четырехмерной скорости сверхтекучей жидкости в системе покоя вихря, $e_{\alpha\beta\gamma}$ - единичный четырехмерный антисимметрический тензор. В случае плоского пространства в нерелятивистском пределе: $m(\phi^2) = 2m_n$, $w(s) = \rho_s$ и $\sqrt{-g} = 1$, (21) переходит в известную формулу для силы Магнуса:

$$\vec{F} = \rho_s [\vec{v}, \vec{v}_s].$$

Предположим, что имеет место линейная связь между силой трения и пространственными компонентами четырехмерной скорости нормальной жидкости в системе покоя вихря и напомним:

$$F_\alpha = -\eta v_\alpha(c), \quad (22)$$

где $v_\alpha(c)$ - скорость нормальной жидкости в системе покоя вихря.

Если ввести цилиндрические координаты $(x^1 = z, x^2 = r)$, то, используя (21) и (22) и соответствующие выражения для контрвариантных компонент сил, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\chi}{\sqrt{-g}} v_3(s) &= -v^2(c), \\ \chi \sqrt{-g} v^2(s) &= v_3(c), \end{aligned} \quad (23)$$

где введено обозначение: $\chi = \frac{2\pi\hbar}{m(\phi^2)} \cdot \frac{w(s)}{\eta}$. Если учесть также, что радиальная скорость сверхтекучей и нормальной компонент в системе

покоящегося наблюдателя равняется нулю, то

$$\frac{v^2(c)}{v^0(c)} = \frac{v^2(s)}{v^0(s)} = -\frac{dx_L^2}{dt},$$

и уравнения (23) можно переписать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{dx_L^2}{dt} &= -\frac{v_3(c)}{\chi\sqrt{-gv^0(s)}}, \\ v_3(c) &= -\frac{\chi^2}{1+\chi^2} \frac{v_3(s)v^0(s) - v_3(c)v^0(c)}{v^0(c)}. \end{aligned} \quad (24)$$

Подставляя второе выражение из этих уравнений в первое, получим выражение для радиальной скорости вихря:

$$\frac{dx_L^2}{dt} = \frac{\chi}{1+\chi^2} \frac{v_3(s)v^0(s) - v_3(c)v^0(c)}{\sqrt{-gv^0(c)v^0(s)}}. \quad (25)$$

Из (25) видно, что радиальные скорости вихрей малы, когда скорости вращения сверхтекучей и нормальной жидкостей близки друг другу. В астрофизических задачах вращения пульсаров это условие хорошо выполняется, следовательно $\frac{dx_L^0}{dt} \ll 1$. Это означает, что для покоящегося наблюдателя вихрь в основном совершает вращательное движение. Следовательно, для покоящегося наблюдателя система покоя вихря - это система, совершающая вращение с угловой скоростью $\Omega_L(r, t)$. Из второго уравнения (24) видно, что при сильных трениях, т.е. $\chi \rightarrow 0$, вихрь вращается вместе с нормальной жидкостью ($\Omega_L \rightarrow \Omega_c$), а при отсутствии трения, т.е., $\chi \rightarrow \infty$, вихрь вращается со сверхтекучей жидкостью ($\Omega_L \rightarrow \Omega_s$).

Считая вихрь параллельным оси вращения звезды, напишем уравнение (17) в цилиндрических координатах:

$$\frac{\partial}{\partial r}(\mu_s u_3(s)) = \sqrt{\gamma} n(r, t), \quad (26)$$

где $\mu_s = \frac{m(\phi^2)}{2\pi\hbar}$. Отсюда, в частности, следует:

$$\mu_s u_3(s) = \int_0^r n(r', t) \sqrt{\gamma} dr'.$$

Напишем также уравнение (20) в цилиндрических координатах и, интегрируя его по r' от 0 до r , получим:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^r n(r', t) \sqrt{\gamma} dr' = -n(r, t) \sqrt{\gamma} \frac{dx_L^2}{dt}. \quad (27)$$

Из (26) и (27) окончательно имеем:

$$\frac{\partial}{\partial t} \mu_s \mu_3(s) = -\sqrt{\gamma} n(r, t) \frac{dx_L^2}{dt}, \quad (28)$$

где $\frac{dx_L^2}{dt}$ определяется из уравнения (25).

Чтобы замкнуть систему динамических уравнений, описывающих вращение звезды, мы должны добавить уравнение релятивистского момента вращения звезды в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int \{w(c) u_3(c) u^0(c) + w(s) u_3(s) u^0(s)\} \sqrt{-g} dV = M_{\text{ext}}, \quad (29)$$

где M_{ext} - внешний тормозящий момент сил. Уравнения (24), (26), (28) и (29) составляют замкнутую систему динамических уравнений, описывающих нестационарное вращение нейтронной звезды - пульсара. Конечно, к этим уравнениям необходимо добавить и уравнение ОТО Эйнштейна для определения компонентов метрического тензора $g_{\mu\nu}$, которые входят в вышеуказанные уравнения.

В заключение отметим, что при отсутствии тормозящих сил, т.е. при $M_{\text{ext}}=0$, вращение звезды становится стационарным. Тогда из

уравнения (28) следует, что $\frac{dx_L^2}{dt} = 0$. Это условие, согласно формуле (25), дает:

$$v_3(c) v^0(c) = v_3(s) v^0(s). \quad (30)$$

В этом случае вихри совершают только вращательное движение с угловой скоростью Ω_L , следовательно, согласно (8) и (9), имеем:

$$\begin{aligned} v_3(s) &= g_{33}(\Omega_s - \Omega_L) v^0(s), \quad v_3(c) = g_{33}(\Omega_c - \Omega_L + \omega) v^0(c), \\ v^0(s) &= \left[g_{00} + 2g_{03}(\Omega_s - \Omega_L - \omega) + g_{33}(\Omega_s - \Omega_L - \omega)^2 \right]^{-1/2}, \\ v^0(c) &= \left[g_{00} + 2g_{03}(\Omega_c - \Omega_L) + g_{33}(\Omega_c - \Omega_L)^2 \right]^{-1/2}. \end{aligned} \quad (31)$$

Подставляя найденные выражения для v_3 и v^0 в условие (30), получим:

$$\begin{aligned} & \frac{\Omega_s - \Omega_L}{g_{00} + 2g_{03}(\Omega_s - \omega - \Omega_L) + g_{33}(\Omega_s - \omega - \Omega_L)^2} = \\ & = \frac{\Omega_c - \Omega_L + \omega}{g_{00} + 2g_{03}(\Omega_c - \Omega_L) + g_{33}(\Omega_c - \Omega_L)^2}. \end{aligned} \quad (32)$$

Легко увидеть, что решением этого уравнения является:

$$\Omega_s = \Omega_c + \omega. \quad (33)$$

Это условие для плоского пространства, т.е. при $\omega \rightarrow 0$, переходит в известное условие $\Omega_s = \Omega_c$.

Автор благодарит участников семинара кафедры теоретической физики ЕГУ за обсуждение результатов.

Ереванский государственный
университет, Армения.

ROTATION OF THE TWO-COMPONENT MODEL OF NEUTRON STAR IN FRAME OF GRT

D.M.SEDRAKIAN

Dynamical equations of rotation of two-component model of neutron star have been derived in frame of General Relativity theory. It has been shown, that in stationary rotation of the normal component on the star: $\Omega_c = \text{const}$, the angular velocity of superfluid component Ω_s depends on coordinates and is equal to $\Omega_c + \omega$ where ω – is the nondiagonal component of the metric tensor.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Д.Седракян, Д.М.Седракян, Ж. эксперим. и теор. физ., 108, 2(8), 631, 1995.
2. A.D.Sedrakian, D.M.Sedrakian, J.M.Cordes, Y.Terzinn, Astrophys.J., 447, 324, 1995.
3. А.Ю.Андреев, Д.А.Киржниц, С.Н.Юдин, Письма в ЖЭТФ, 61, 825, 1995.
4. Д.А.Киржниц, С.Н.Юдин, Успехи физ. наук, 165, №11, 1335, 1995.
5. A.D.Sedrakian, D.M.Sedrakian, Astrophys.J., 447, 305, 1995.
6. J.B.Hartle, D.H.Sharp, Astrophys.J., 147, 317, 1967.
7. B.Carter, D.Langlois, Prepr, Observ. Meudon, № 95024, 1995.
8. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Теория Поля, Наука, М., с.332, 1988.

УДК: 52-355:51

ЗАКОН ПОДОБИЯ ПРИ СПЕКТРАЛЬНОМ ОЦЕНИВАНИИ ВРЕМЕННОГО РЯДА. III

В.Ю.ТЕРЕБИЖ

Поступила 9 октября 1996

Принята к печати 10 декабря 1996

Продолжение статей [1,2]. Найдено точное представление основной величины, характеризующей обратную задачу - матрицы Фишера для коэффициентов ковариации. Применение неравенства информации (Рао-Крамера) позволило найти нижнюю границу дисперсии произвольной несмещенной оценки ковариационных коэффициентов. Выводы иллюстрируются примером процесса авторегрессии первого порядка.

6. *Оценки коэффициентов ковариации.* Наиболее употребительными статистическими оценками параметров являются оценки наименьших квадратов и максимального правдоподобия. Как известно, для гауссовых случайных величин эти две оценки совпадают. Оценка максимального правдоподобия $\hat{r}(y)$ (ML-оценка) вектора r есть то значение искомого (векторного) параметра, при котором вероятность получить наблюдаемое значение реализации максимальна, то есть $\hat{r}(y)$ доставляет максимум плотности распределения $\varphi(y|r)$, рассматриваемой в качестве функции r при фиксированной реализации y . Необходимые условия экстремума задают $\hat{r}(y)$ как решение системы уравнений

$$\frac{\partial}{\partial r_k} \ln \varphi(y|r) = 0, \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (6.1)$$

Из (5.3) следует:

$$-\frac{\partial}{\partial r_k} \ln \varphi(y|r) = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \ln D}{\partial r_k} + y' \frac{\partial R^{-1}}{\partial r_k} y \right]. \quad (6.2)$$

При помощи формулы (A3) из *Приложения А* первое слагаемое в квадратных скобках (6.2) можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial \ln D}{\partial r_k} = \text{tr} \left(R^{-1} \frac{\partial R}{\partial r_k} \right), \quad (6.3)$$

где $\text{tr}(A)$ означает след матрицы A . Представим далее ковариационную матрицу R , заданную соотношением (2.18), как суперпозицию определенных в *Приложении В* матриц Z_k :

$$R = r_0 Z_0 + 2 \sum_{k=1}^{N-1} r_k Z_k. \quad (6.4)$$

Отсюда следует:

$$\frac{\partial R}{\partial r_0} = Z_0 = E_N, \quad \frac{\partial R}{\partial r_k} = 2 Z_k, \quad k = 1, 2, \dots, N-1, \quad (6.5)$$

где E_N - единичная $N \times N$ -матрица. Таким образом,

$$\frac{\partial \ln D}{\partial r_0} = \text{tr}(R^{-1}), \quad \frac{\partial \ln D}{\partial r_k} = 2 \text{tr}(R^{-1} Z_k), \quad k = 1, 2, \dots, N-1. \quad (6.6)$$

Что касается второго слагаемого в (6.2), то, согласно (A1),

$$\frac{\partial R^{-1}}{\partial r_k} = -R^{-1} \frac{\partial R}{\partial r_k} R^{-1}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (6.7)$$

Здесь вновь следует учесть (6.5).

Подставляя все полученные выше выражения для производных в (6.2), мы приходим к следующей системе уравнений, служащей для нахождения ML-оценки $\hat{R} = R(\hat{r})$ ковариационной матрицы:

$$\text{tr}(\hat{R}^{-1} Z_k) = y' \hat{R}^{-1} Z_k \hat{R}^{-1} y, \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (6.8)$$

Для придания (6.8) более компактного вида учтем, что правая часть этой системы равна, как и всякий скаляр, собственному следу. Принимая во внимание также известное свойство $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$, находим:

$$\text{tr}[(\hat{R}^{-1} S - E_N) \hat{R}^{-1} Z_k] = 0 \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (6.9)$$

Здесь все выборочные данные сосредоточены в матрице $S \equiv yy'$, так что ML-оценка ковариационной матрицы зависит именно от S . Доумножая (6.9) на r_k , суммируя все полученные уравнения и принимая во внимание разложение (6.4), получаем также:

$$\frac{1}{N} \text{tr}(\hat{R}^{-1} S) = 1. \quad (6.10)$$

На основании равенств $y' R^{-1} y = \text{tr}(y' R^{-1} y) = \text{tr}(R^{-1} yy') = \text{tr}(R^{-1} S)$ последнему соотношению можно придать эквивалентную форму:

$$\frac{1}{N} y' \hat{R}^{-1} y = 1. \quad (6.10a)$$

Найдем еще значение информации в точке максимального правдоподобия. Из (5.3) и (6.10) следует:

$$J(y|\hat{r}) = \frac{1}{2} [N \ln(2\pi e) + \ln D(\hat{r})]. \quad (6.11)$$

Правая часть здесь совпадает со значением энтропии (5.5) в точке $r = \hat{r}$, так что

$$J(y|\hat{r}) = \mathcal{E}(\hat{r}). \quad (6.12)$$

В обратных задачах оценки максимального правдоподобия и наименьших квадратов (близкие к так называемому *инверсному* решению) часто оказываются неудовлетворительными: они требуют слишком тесного с вероятностной точки зрения соответствия данных и модели (см. [3,4]). Строго говоря, ввиду случайности реализации y выборочная информация $J(y|r)$ также представляет собой случайную величину, и потому на опыте мы вправе ожидать реализации не минимального ее значения $J_{\min}(y) = J(y|\hat{r})$, а только близкого к среднему $\langle J(y|r) \rangle = \mathcal{E}(r)$. Поэтому разумно ввести, следуя [5], совокупность *оценок средней информации* $\bar{r}(y)$, определенных условием

$$J(y|\bar{r}) = \mathcal{E}(\bar{r}). \quad (6.13)$$

Подчеркнем, что это соотношение задает, вообще говоря, не одну, а множество оценок. Всякая *приемлемая* (feasible) в статистическом смысле оценка r обязана быть близкой к слою (6.13), однако это условие, конечно, не является достаточным для нахождения *эффективной* оценки (подробное обсуждение можно найти в [3,4]). В случае гауссова процесса определение (6.13) конкретизируется с помощью (5.3) и (5.5) следующим образом:

$$\frac{1}{N} y' \bar{R}^{-1} y = 1. \quad (6.13a)$$

Как видно из (6.12) и (6.13), особенность максимально правдоподобной оценки $\hat{r}(y)$ коэффициентов ковариации временного ряда заключается в том, что она одновременно является и оценкой средней информации (среднего правдоподобия). Таким образом, отвергнуть $\hat{r}(y)$ можно было бы только с привлечением более сильных по сравнению с условием (6.13) требований. В отличие от обычной для обратных задач ситуации, здесь сохраняется интерес к непосредственному инверсному оцениванию $\hat{r}(y)$.

В этой связи отметим, что соотношения (6.10) и (6.11) были ранее найдены Бергом и др. [6], причем указанные авторы полагают, что ML-оценка должна находиться из (6.10). В нашей интерпретации (6.10) есть интегральное следствие системы уравнений (6.9), само по себе

задающее множество оценок средней информации, включая и ML-оценку. Для нахождения последней должны использоваться уравнения (6.8) или (6.9).

К сожалению, найти аналитическое решение этих уравнений пока не удастся. Дальше возможно продвинуться в исследовании решений уравнения (6.13а). Заметим прежде всего, что в качестве возможных оценок \bar{R} рассматриваются не произвольные матрицы, но только матрицы Лорана со структурой (2.18), которые определяются значениями N элементов. Известно (см. [7], §3.7), что при $N \gg 1$ спектр матриц Лорана аппроксимируется спектром симметрических циркуляционных матриц. Последние имеют весьма простое спектральное представление, что позволяет существенно упростить (6.13а), а в частных случаях и решить это уравнение. Общее же решение, по-видимому, является сложной функцией выборки u .

Сказанное выше заставляет более внимательно изучить два известных представления для оценок коэффициентов ковариации:

$$c_n = \frac{1}{N-n} \sum_{k=0}^{N-1-n} y_k y_{k+n}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1; \quad (6.14)$$

и

$$\tilde{c}_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1-n} y_k y_{k+n}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1. \quad (6.15)$$

Ввиду (2.10) среднее значение

$$\langle c_n \rangle = \frac{1}{N-n} \sum_{k=0}^{N-1-n} \langle \xi_k \xi_{k+n} \rangle = \frac{1}{N-n} \cdot (N-n) r_n = r_n, \quad (6.16)$$

то есть c - *несмещенная* оценка r . Поскольку $\tilde{c} = (1 - n/N) \cdot c$, оценка (6.15) при всяком конечном значении n обладает смещением, лишь асимптотически стремящимся к нулю.

Качество $c(y)$ и $\tilde{c}(y)$, рассматриваемых в качестве оценок вектора r , проверялось следующим образом. Для нескольких значений $N \leq 64$ мы моделировали совокупность реализаций временного ряда y для процесса AR-1 при различных значениях ρ (см. §3), затем для каждой реализации согласно (6.14) и (6.15) вычислялись оценки $c(y)$, $\tilde{c}(y)$ и, наконец, вычислялась левая часть (6.10). Ее разброс и систематическое смещение от теоретического значения 1 могут рассматриваться как мера качества рассматриваемой оценки r . Результаты моделирования показывают, что обе оценки $c(y)$ и $\tilde{c}(y)$ удовлетворяют (6.10) с неплохой точностью, причем смещенная оценка $\tilde{c}(y)$ в этом смысле явно предпочтительнее

несмещенной $c(y)$. Поскольку для нас этот вопрос не играет заметной роли, мы будем далее чаще пользоваться представлением (6.14).

Пусть случайный вектор $\eta(y)$ с компонентами

$$\eta_n = c_n - r_n, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (6.17)$$

описывает расхождение между выборочными несмещенными оценками коэффициентов ковариации и их истинными значениями, так что $\langle \eta \rangle = 0$. Пусть далее

$$Q = \langle (c-r) \cdot (c-r)' \rangle = \langle \eta \cdot \eta' \rangle \quad (6.18)$$

- ковариационная матрица c , совпадающая с таковой для вектора η . Точное представление матрицы Q для произвольных значений N можно найти в теореме 8.2.6 [8]. В асимптотической области $N-m \gg 1$, $N-n \gg 1$ элементы Q_{mn} можно выразить либо через спектральную плотность процесса $g_0(v)$:

$$Q_{mn} \approx \frac{2}{\sqrt{(N-m)(N-n)}} \int_{-1/2}^{1/2} \cos(2\pi v m) \cos(2\pi v n) g_0^2(v) dv, \quad (6.19)$$

либо через ковариационную функцию $\{r_n\}$:

$$Q_{mn} \approx \frac{1}{\sqrt{(N-m)(N-n)}} \sum_{k=-\infty}^{\infty} r_k (r_{m+n-k} + r_{m-n-k}). \quad (6.20)$$

Как показывают расчеты, в обычных на практике условиях последние два представления имеют приемлемую точность уже при значениях $N-m$ и $N-n$ порядка 10. Для частотно-ограниченного белого шума мы имеем из (2.15) и (6.19):

$$Q_{00} \approx 2/N, \quad Q_{nn} \approx 1/(N-n), \quad n = 1, 2, \dots, N-1, \quad (6.21)$$

а недиагональные элементы можно считать равными нулю.

Что касается плотности распределения случайного вектора η , то при $N \gg 1$ она стремится к гауссовой плотности с нулевым средним и ковариационной матрицей Q ([8], теорема 8.4.2).

Задача оценивания спектральной плотности $s(f)$ по выборочным значениям ковариационной функции ставится на основании (6.17) и (4.1) следующим образом:

$$c_n = \int_{-1/2}^{1/2} \exp(i \cdot 2\pi n f) s(f) df + \eta_n, \quad n = 0, 1, \dots, N-1. \quad (6.22)$$

Эти уравнения описывают типичную обратную задачу восстановления

оригинала $\mathcal{J}(f)$ на основании наблюдаемой реализации s и гауссовой ошибки η , характеризующейся ковариационной матрицей Q .

7. *Матрица Фишера для ковариационных коэффициентов.* По определению (см. [9]), матрица Фишера задается усреднением вторых производных от логарифма плотности распределения по искомым параметрам. С учетом соотношения (5.1) можно написать:

$$I_{ik}(r) = \langle \frac{\partial^2}{\partial r_i \partial r_k} J(\xi|r) \rangle, \quad i, k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (7.1)$$

Подстановка сюда выражения (5.3) дает:

$$2I_{ik}(r) = \frac{\partial^2 \ln D}{\partial r_i \partial r_k} + \left\langle \xi' \frac{\partial^2 R^{-1}}{\partial r_i \partial r_k} \xi \right\rangle. \quad (7.2)$$

Согласно формуле (A4) Приложения А,

$$\frac{\partial^2 \ln D}{\partial r_i \partial r_k} = \text{tr} \left(R^{-1} \frac{\partial^2 R}{\partial r_i \partial r_k} - R^{-1} \frac{\partial R}{\partial r_i} R^{-1} \frac{\partial R}{\partial r_k} \right). \quad (7.3)$$

Поскольку выражение в угловых скобках (7.2) есть скаляр, можно написать:

$$\begin{aligned} \langle \xi' \frac{\partial^2 R^{-1}}{\partial r_i \partial r_k} \xi \rangle &= \langle \text{tr} \left(\xi' \frac{\partial^2 R^{-1}}{\partial r_i \partial r_k} \xi \right) \rangle = \langle \text{tr} \left(\xi \xi' \frac{\partial^2 R^{-1}}{\partial r_i \partial r_k} \right) \rangle = \text{tr} \left(R \frac{\partial^2 R^{-1}}{\partial r_i \partial r_k} \right) = \\ &= \text{tr} \left(\frac{\partial R}{\partial r_i} R^{-1} \frac{\partial R}{\partial r_k} R^{-1} + \frac{\partial R}{\partial r_k} R^{-1} \frac{\partial R}{\partial r_i} R^{-1} - \frac{\partial^2 R}{\partial r_i \partial r_k} R^{-1} \right), \end{aligned} \quad (7.4)$$

где мы воспользовались также (A2). Из последних трех формул следует:

$$I_{ik}(r) = \frac{1}{2} \text{tr} \left(\frac{\partial R}{\partial r_i} R^{-1} \frac{\partial R}{\partial r_k} R^{-1} \right), \quad i, k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (7.5)$$

Полученное представление матрицы Фишера справедливо для произвольной ковариационной матрицы R . В рассматриваемом здесь случае R есть лорановская матрица вида (6.4). Подстановка этого выражения в (7.5) дает искомое точное представление матрицы Фишера для случая гауссова процесса:

$$\begin{cases} I_{00}(r) = \frac{1}{2} \text{tr}(R^{-2}), \\ I_{0k}(r) = I_{k0}(r) = \text{tr}(R^{-1} Z_k R^{-1}), & k = 1, \dots, N-1, \\ I_{ik}(r) = 2 \text{tr}(Z_i R^{-1} Z_k R^{-1}), & i, k = 1, \dots, N-1, \end{cases} \quad (7.6)$$

где семейство матриц $\{Z_k\}$ определено в *Приложении В*.

Рассмотрим в качестве простого примера частотно-ограниченный белый шум (2.15) с единичной дисперсией $\sigma^2 = r_0 = 1$. При этом все старшие коэффициенты ковариации равны нулю, спектральная плотность $s(f) = 1$, а ковариационная матрица R в (2.18) и матрица R^{-1} , обратная к ней, совпадают с единичной матрицей E_N . Обращаясь к формулам (7.6), нетрудно найти, что матрица Фишера $I(r)$ диагональна, причем элементы на главной диагонали равны

$$I_{\infty}(r) = N/2, \quad I_{nn}(r) = N - n, \quad 1 \leq n \leq N - 1. \quad (7.7)$$

Важно отметить, что в данном случае $I(r)$ в точности равна обратной матрице Q , определенной в (6.18). В общем случае это равенство не выполняется, однако при $N \gg 1$ можно считать

$$I(r) = Q^{-1}. \quad (7.8)$$

Так, численные оценки для случая процесса AR-1 показывают, что соотношение (7.8) выполняется с неплохой точностью уже при $N \approx 10$, если только модуль коэффициента корреляции процесса ρ не слишком близок к 1.

В качестве примера на рис. 7.1 показан вычисленный по формулам (7.6) профиль матрицы $I(r)$ для процесса AR-1. Для удобства построения графика всем элементам матрицы было придано постоянное положительное смещение. По мере возрастания объема выборки N матрица Фишера все более приближается к чисто диагональной матрице, что свидетельствует об асимптотической некоррелированности оценок

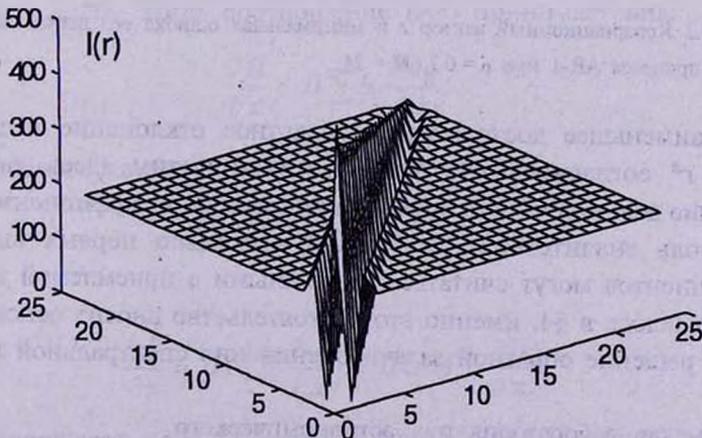


Рис. 7.1 Матрица Фишера $I(r)$ для процесса AR-1 при $\rho = 0.7$ и $N = 24$; всем элементам матрицы придано положительное смещение 180.702.

коэффициентов ковариации.

Как известно [9], знание матрицы Фишера какой-либо величины позволяет указать нижнюю границу для дисперсии наилучшей несмещенной оценки этой величины. Пусть в данном случае $r^*(y)$ означает произвольную несмещенную оценку вектора ковариаций r . Тогда ее дисперсия

$$\text{Var}(r^*) \geq \text{diag}[I^{-1}(r)], \quad (7.9)$$

где $\text{diag}(C)$ означает вектор с элементами, находящимися на главной диагонали квадратной матрицы C .

На рис. 7.2 приведены точные значения компонентов вектора r для тех же условий, которые были описаны выше в связи с рис. 7.1, а

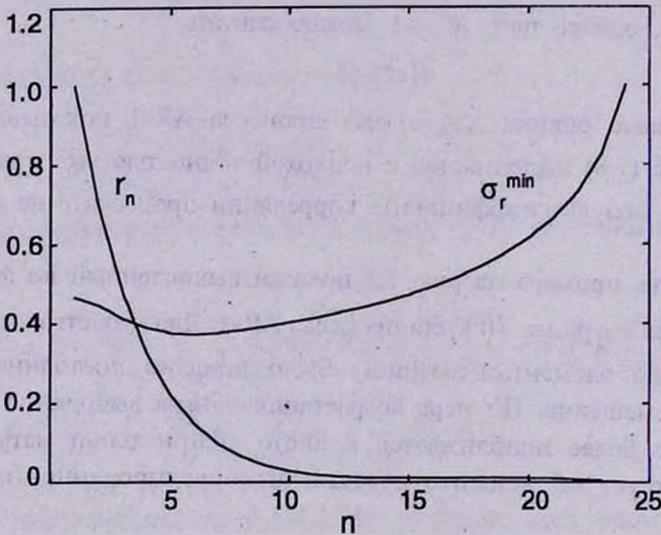


Рис. 7.2 Ковариационный вектор r и минимальная ошибка его несмещенной оценки σ_r^{\min} для процесса AR-1 при $\rho = 0.7$, $N = 24$;

также наименьшее достижимое стандартное отклонение несмещенной оценки r^* согласно (7.9). Мы отчетливо видим здесь характерное положение дел: неточность определения старших коэффициентов ковариации столь значительна, что только несколько первых выборочных коэффициентов могут считаться найденными с приемлемой точностью. Как отмечалось в §4, именно это обстоятельство вносит основные трудности в решение обратной задачи оценивания спектральной плотности.

Приложение А

Производные от обратной матрицы и определителя. Пусть A - произвольная неособенная матрица размерами $N \times N$, элементы которой $a_y(x, y)$ являются функциями скаляров x и y . Обозначим через D определитель матрицы A и через A^{-1} - матрицу, обратную A . Тогда

$$\frac{\partial A^{-1}}{\partial x} = -A^{-1} \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \cdot A^{-1}, \quad (\text{A1})$$

$$\frac{\partial^2 A^{-1}}{\partial x \partial y} = A^{-1} \cdot \left[\frac{\partial A}{\partial x} \cdot A^{-1} \cdot \frac{\partial A}{\partial y} + \frac{\partial A}{\partial y} \cdot A^{-1} \cdot \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{\partial^2 A}{\partial x \partial y} \right] \cdot A^{-1}, \quad (\text{A2})$$

$$\frac{\partial \ln D}{\partial x} = \text{tr} \left[A^{-1} \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \right], \quad (\text{A3})$$

$$\frac{\partial^2 \ln D}{\partial x \partial y} = \text{tr} \left[A^{-1} \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial x \partial y} - A^{-1} \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \cdot A^{-1} \cdot \frac{\partial A}{\partial y} \right], \quad (\text{A4})$$

где $\text{tr}(C)$ - след матрицы C .

Формула (A1) следует из определения обратной матрицы: $A \cdot A^{-1} = E_N$. Повторное дифференцирование (A1) приводит к (A2).

Далее, принимая во внимание определение алгебраического дополнения A_y элемента a_y , мы можем написать:

$$\frac{\partial D}{\partial x} = \sum_{i,j} \frac{\partial D}{\partial a_y} \frac{\partial a_y}{\partial x} = \sum_{i,j} A_y \frac{\partial a_y}{\partial x}. \quad (\text{A5})$$

Обозначим для упрощения записи $A^{-1} \equiv B$, так что элементы матрицы B суть $b_{ij} = A_{ij}/D$. Тогда соотношение (A5) принимает вид:

$$\frac{\partial D}{\partial x} = D \sum_{i,j} b_{ij} \frac{\partial a_y}{\partial x}. \quad (\text{A6})$$

Но если некоторая матрица $C = B \cdot A$, то ее след

$$\text{tr}(C) \equiv \sum_i c_{ii} = \sum_{i,j} b_{ij} a_{ij}. \quad (\text{A7})$$

Поэтому

$$\frac{\partial D}{\partial x} = D \text{tr} \left(B \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \right) = D \text{tr} \left(A^{-1} \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \right), \quad (\text{A8})$$

что и утверждает (A3). Наконец, формула (A4) получается путем дифференцирования (A3).

Приложение В

Z-матрицы. Пусть все ненулевые элементы $N \times N$ -матрицы T расположены над ее главной диагональю и равны 1. Определим семейство симметрических матриц $\{Z_k\}$ соотношениями:

$$Z_k \equiv \frac{1}{2}(T^k + T^{*k}), \quad k = 0, 1, \dots \quad (B1)$$

В частности,

$$Z_0 = E_N, \quad Z_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 010 \dots 00 \\ 101 \dots 00 \\ \dots \dots \dots \\ 000 \dots 01 \\ 000 \dots 10 \end{bmatrix} \quad (B2)$$

В матрице Z_k , $k \geq 1$ единичные элементы расположены на диагоналях, параллельных главной диагонали и сдвинутых от нее на $\pm k$ шагов.

Из теоремы 6.5.5 [8] следует, что собственные числа Z_1 равны

$$\lambda_j = \cos\left(\frac{\pi j}{N+1}\right), \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (B3)$$

а элементы соответствующих ортонормированных собственных векторов суть

$$V_{kj} = \left(\frac{2}{N+1}\right)^{1/2} \sin\left(\frac{\pi kj}{N+1}\right), \quad k, j = 1, 2, \dots, N. \quad (B4)$$

Представляет значительный интерес спектральное разложение других матриц рассматриваемого семейства.

SIMILARITY LAW IN A TIME SERIES SPECTRAL ESTIMATION. III

V.Yu.TEREBIZH

Continuation of [1,2]. An exact analytic representation of Fisher matrix for covariation coefficients is given. An application of the information (Rao-Cramer) inequality allows us to find a lower boundary for variance of any unbiased estimate of covariation coefficients. The results are illustrated by an example of autoregression process of first order.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Ю.Теребиж, *Астрофизика*, **40**, 139, 1997 (часть I данной серии).
2. В.Ю.Теребиж, *Астрофизика*, **40**, 273, 1997 (часть II данной серии).
3. В.Ю.Теребиж, *Успехи физ. наук*, **165**, 143, 1995.
4. V.Yu.Terebizh, *Int. Journ. of Imaging Systems and Technology*, **6**, 358, 1995.
5. V.Yu.Terebizh, V.V.Biryukov, *Astron. and Astrophys. Transact.*, **6**, 37, 1994.
6. J.P.Burg, D.G.Luenberger, D.L.Wenger, *Tr. IEEE*, **70**, 963, 1982.
7. D.R.Brillinger, *Time Series. Data Analysis and Theory*. Holt, Rinehart and Winston, New York, 1975; Д.Бриллинджер, *Временные ряды. Обработка данных и теория*, Мир, М., 1980.
8. T.W.Anderson, *The Statistical Analysis of Time Series*, Wiley, New York, 1971; Т.Андерсон, *Статистический анализ временных рядов*, Мир, М., 1976.
9. А.А.Боровков, *Математическая статистика*, Наука, М., 1984.

УДК: 524.45

К ИССЛЕДОВАНИЮ ПОДСТРУКТУРЫ СКОПЛЕНИЙ ГАЛАКТИК МЕТОДОМ S -ДИАГРАММ: НЕТОЧЕЧНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

К.М.БЕКАРЯН, А.А.МЕЛКОНЯН

Поступила 20 августа 1996

Принята к печати 10 апреля 1997

В работе представлено дальнейшее развитие метода S -древесных диаграмм для изучения иерархической структуры скоплений галактик. Во-первых, дано обобщение для системы N -сфер, т.е. сделан переход к неточечным моделям, и описывается способ построения новой соответствующей матрицы D . Во-вторых, представлен алгоритм для анализа информации, полученной методом S -древесных диаграмм. Представленный алгоритм дает возможность определения иерархической подструктуры и состава каждой подгруппы исследуемой системы.

1. Введение. Изучение подструктуры скоплений галактик является одной из важных проблем для понимания механизма образования крупномасштабной структуры Вселенной. Это обусловлено тем, что масштаб динамического времени скоплений галактик сравним с их возрастом и, следовательно, их иерархические свойства отражают информацию о начальных данных этих систем.

Имеется ряд методов исследования подструктуры скоплений галактик [1,2,3]. В большинстве своем эти методы основаны на анализе позиционной информации галактик, в сочетании с информацией об их красном смещении. Например, метод "волн" (wavelet) [4] обычно использует для анализа данные по $2D$ координатам галактик, однако, может быть также применен к одномерным данным красного смещения. Однако подобная процедура не является самосогласованной. С этой точки зрения метод S -древесных диаграмм самосогласованно использует и позиционные, и кинематические данные о системе [5] путем рассмотрения геометрических свойств фазового пространства N -частичной системы и, следовательно, нахождения типичных свойств системы. Метод S -древесных диаграмм уже был применен для изучения подструктуры Местной группы галактик [6], ядра скопления Девы [7] и скоплений Эйбла из главной программы ESO (ENACS) [8]. Существующие версии метода древесных диаграмм [2] были основаны на дискретной аппроксимации N -частичной системы,

т.е. с пренебрежением размеров галактик. Однако, если, скажем, в звездной динамике точечное приближение вполне справедливо, то в подавляющем большинстве задач "неточечность" галактик может быть существенна.

Ниже мы развиваем технику S -древесных диаграмм в неточечном приближении, а именно, рассматриваем галактики как сферы с данным радиусом, так что скопление является множеством N - сфер. Мы начнем с введения необходимых понятий и затем опишем соответствующий алгоритм. Наша вторая цель описание алгоритма анализа численной выходной информации алгоритма S - диаграмм.

2. Метод S - древесных диаграмм. Кратко представим основные понятия метода S - древесных диаграмм; для подробностей см. [2,9].

Основная идея метода S - древесных диаграмм заключается в следующем:

1. В определении аффинного параметра связности, как степени взаимодействия частиц системы.

2. Выявление подмножеств частиц с заданным параметром связности. Имеем N - частичную систему X .

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\},$$

где x_i ($i=1, \dots, N$) характеризуется следующими величинами:

$L_i(i_1^1, i_1^2, i_1^3)$ L_i - вектор координат, $V_i(v_1^1, v_1^2, v_1^3)$ V_i - вектор скорости, M_i - масса i -ой частицы.

Для функции P : $P: X \times X \rightarrow R_+$ и $\rho \in R_+$.

Дадим следующие определения.

Определение 2.1. Будем говорить, что $\forall x \in X$ и $\forall y \in X$ ρ - связны, если $P(x, y) \geq \rho$.

Определение 2.2. Будем говорить, что $U \subset X (U \neq \emptyset)$ ρ - связная группа, если:

a) $\forall x \in U$ и $\forall y \in X \setminus U \Rightarrow P(x, y) < \rho$,

b) $\forall x \in U$ и $\forall y \in U \exists x = x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k} = y$,

такие, что $P(x_{i_l}, x_{i_{l+1}}) \geq \rho \quad \forall l = 1, \dots, k-1$.

Определение 2.3. Будем говорить, что U_1, \dots, U_d является распределением множества X по ρ - связным группам, если:

a) $\bigcup_{i=1}^d U_i = X$

b) $i \neq j \quad (i = 1, \dots, d; j = 1 \dots d) \Rightarrow U_i \cap U_j = \emptyset$,

с) $\forall U_d$ ($i=1, \dots, d$) является ρ -связной группой.

Замтим, что любую функцию P можно представить как матрицу $A(a_{ij})$. В частности, как элементы матрицы A при заданных l_i и v_i , можно рассматривать следующие величины [9]:

$$i=1, \dots, N \quad j=1, \dots, N \quad a_{ij}=0$$

$$a) \quad a_{ij} = \frac{1}{r_{ij}},$$

$$b) \quad a_{ij} = -\frac{Gm_i m_j r_{ij}}{|r_{ij}|^3},$$

$$c) \quad a_{ij} = \max_{i,j} |K_{ij}^\mu|,$$

где K кривизна римана на конфигурационном пространстве N -частичной

системы, а $r_{ij} = \left(\sum_{y=1}^3 (l_i^y - l_j^y)^2 \right)^{1/2}$.

Итак, с помощью алгоритма S -древесных диаграмм мы можем получить искомое разбиение N -частичной системы для данной матрицы A и $\forall \rho$. Это распределение будет удовлетворять определениям 2.1, 2.2, и 2.3. Алгоритм действителен при любом значении ρ , так что мы получаем эволюцию количественного и качественного состава групп в зависимости от ρ . Окончательный результат представим либо в виде таблицы, либо в виде графа (S -дерево). Как может быть выбрано конечное распределение, будет описано ниже.

3. *Разбиение по матрице D.* Рассмотрим вновь множество X . Обозначим через M_i проекцию M на плоскость $l^1 l^2$.

Введем следующее множество: $Q = \{Q_1(\bar{M}_1, R_1), \dots, Q_N(\bar{M}_N, R_N)\}$,

где $R_i \in R_+$, $i=1, \dots, N$ и

$$Q_i(\bar{M}_i, R_i) = \left\{ (l^1, l^2) \left| (l^1 - l_i^1)^2 + (l^2 - l_i^2)^2 \leq R_i^2 \right. \right\}.$$

Рассмотрим функцию \bar{P} , как:

$$\bar{P}: X \rightarrow Q, \quad \bar{P}(x_i) = Q_i(\bar{M}_i, R_i)$$

Для $P_\rho: Q \times Q \rightarrow R_+$, и $\forall \rho \in R_+$ дадим определения, эквивалентные определениям 2.1-2.3.

Определение 3.1. Будем говорить, что $\forall x_i \in X \quad \forall x_j \in X$ ρ -связны,

если:

$$P_{\bar{p}}(Q_i, Q_j) \geq \rho, (i \neq j).$$

Определение 3.2. Будем говорить, что $U \subset X (U \neq \emptyset)$ является ρ -связной группой, если:

$$a) \forall x_i \in U, \forall x_j \in \bar{U} \Rightarrow P_{\bar{p}}(Q_i, Q_j) < \rho.$$

$$b) \forall x_i \in U \quad \forall x_j \in U (i \neq j), \exists x_i = x_{i_0}, x_{i_1}, \dots, x_{i_k} = x_j, \forall t \in (0, \dots, k-1),$$

$$P_{\bar{p}}(Q_{i_t}, Q_{i_{t+1}}) \geq \rho.$$

Определение 3.3. Будем говорить, что U_1, \dots, U_d является разбиением X по ρ -связным группам, если:

$$a) \bigcup_{i=1}^d U_i = X,$$

$$b) U_i \cap U_j = \emptyset, \text{ если } i \neq j, \forall i, j = 1, \dots, d,$$

$$c) \forall U_i \quad i = 1, \dots, d \text{ является } \rho\text{-связной группой.}$$

Заметим, что $\forall i \quad P_{\bar{p}}(Q_i, Q_i) = 0.$

Очевидно, что любую функцию $P_{\bar{p}}$ можно представить в виде матрицы $D(d_p)$. Продемонстрируем один из возможных способов построения матрицы D .

$$\text{Если } i = j \quad \forall i, j = 1, \dots, N \quad d_{ij} = 0,$$

если $i \neq j$

$$d_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{если } \bar{Q}_i \cap \bar{Q}_j = \emptyset, \\ S_{Q_i \cap Q_j} & \text{если } \bar{Q}_i \cap \bar{Q}_j \neq \emptyset. \end{cases}$$

где $\bar{Q}_i = Q_i \setminus \Gamma_i$, Γ_i является множеством граничных точек Q_i и $S_{Q_i \cap Q_j}$ есть площадь пересечения множеств Q_i и Q_j . Если значения $R_p, R_r, \bar{M}_i, \bar{M}_j$ известны, то очевидно, что нахождение пересечения $S_{Q_i \cap Q_j}$ не представляет трудности.

Итак, используя алгоритмы S -древесных диаграмм, мы смогли построить разбиение множества X по ρ -связным группам, которое удовлетворяет определениям 3.1-3.3.

Введем следующую функцию:

$$H = P_{\bar{p}} \circ \hat{P},$$

где $\hat{P}: X \times X \rightarrow Q \times Q$.

$\hat{P}(x_i, x_j) = (\tilde{p}(x_i), \tilde{p}(x_j)) = (Q_i, Q_j)$. В этом случае можно использовать непосредственно определения 2.1-2.3, так как: $H: X \times X \rightarrow R$.

4. *Алгоритм обработки выходной информации.* Результаты метода S - диаграмм обычно представляются в виде таблицы [5,2]. Для оптимизации процедуры поиска конечного распределения исследуемой системы, т.е. поиска нужного этажа таблицы, предлагается нижеследующий алгоритм.

Первым шагом является представление информации о количественном и качественном составе каждого разбиения в более удобной форме. Подобный переход требует порядка $M \times N$ действий, где $(M \times N)$ есть размерность матрицы (a_{ij}) . Сопоставим каждому этажу разбиения числа U_i , где

$$U_i = \sum_{j=1}^N a_{ij}, \quad i = 1, \dots, M.$$

Нетрудно заметить, что для первого и последнего этажей матрицы (a_{ij})

$$U_1 = N, \quad U_M = \sum_{j=1}^N j.$$

Можно сказать, что в некотором смысле величина U_i отражает "плотность" распределения подгрупп исследуемой системы. Для уменьшения времени работы алгоритма представляется разумным прекратить исследование матрицы, начиная с некоторого числа U_p , где p - номер той строки, где $U_p \geq S$. S можно выбрать, например, как $x\% U_M$. Величина процента зависит только от размерности матрицы.

Следующим шагом является построение цепочки вспомогательных матриц, отражающих динамику количественного и качественного изменения распределений. Вспомогательные матрицы необходимы для построения конечной матрицы K .

Каждая i -ая матрица отражает количественную динамику i -ой подгруппы. Нетрудно заметить, что i -ую матрицу можно представить в виде функции:

$$f_i^*(p_t) = n_t^i,$$

где $i = 1, \dots, N$, $t = 1, \dots, M$ и n_t^i есть количество элементов i -ой подгруппы на t -ом этаже.

Заметим, что если мы "позэтажно склеим" все вспомогательные матрицы, то как раз и получим искомую матрицу K .

Перейдем теперь к матрице K . Прежде всего рассмотрим поведение подгруппы, содержащей максимальное количество элементов ($m \geq 2$). Пусть ее порядковый номер ρ_i^m . Определим интервал $\Delta\rho_i$ следующим образом: $\Delta\rho_i = \rho_i^m - \rho_i^c$, где ρ_i^c - порядковый номер того этажа, когда вышеупомянутая подгруппа либо сохраняет свой состав неизменным, либо теряет, например, $x\%$ своего состава. Заметим, что $x\%$ определяются для каждой матрицы, исходя из ее локальных особенностей (размерность, количество и размерность подгрупп и т.д.). Если подгруппа сразу теряет более $x\%$ от своего состава, процесс будет продолжен, начиная со следующего этажа.

Очевидно, что вышеописанный процесс конечен в силу ограниченности количества подгрупп c_i :

$$c_1 < c_i < c_M,$$

где $c_1=1$ и $c_M=N$, т.е. на первом этаже все частицы собраны в одну группу, а на последнем - каждая частица представляет собой отдельную группу. Это прямо следует из определений 2.1-2.3 и способа задания ρ_i [9]. Затем выберем наибольшее $\Delta\rho_i$ и рассмотрим соответствующее разбиение. Этаж, непосредственно следующий за этажом, где произошло "разрушение" упомянутого разбиения и является искомым распределением.

Для реализации описанного алгоритма необходимо порядка $D = M^a \times N^b$ действий [10], где $a, b > 0$.

Проиллюстрируем схему данного алгоритма на простом примере: Видоизменение первоначальной матрицы.

$$\begin{pmatrix} A & A & A & A \\ A & B & A & A \\ A & B & A & C \\ A & B & C & D \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Вспомогательные матрицы.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & & 3 & 4 \\ 1 & & 3 & \\ 1 & & & \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 4 \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & * \\ 1 & & 3 & 4 & * & 2 \\ 1 & & 3 & & * & 2 & * & 4 \\ 1 & & & & * & 2 & * & 3 & * & 4 \end{pmatrix}$$

Очевидно, что для реальных скоплений галактик размерность матрицы K намного больше [7].

Вышеописанный алгоритм уже применен для анализа ряда скоплений

галактик, например (LGG-14, Perseus). Эти результаты, наряду с обсуждением других астрофизических аспектов, будут представлены в отдельных работах.

5. *Заключение.* В представленной работе было рассмотрено возможное развитие метода S - древесных диаграмм для учета дополнительных эффектов. Вышеописанный метод учитывает протяженность, а именно, используется приближение сфер. Данное обобщение метода S - диаграмм дает возможность построения N - мерных моделей нового типа, что может быть особенно существенно для исследования плотных центральных областей скоплений галактик.

Представлен также алгоритм обработки выходной информации метода S - диаграмм. Как показали проведенные численные эксперименты, данная процедура является особенно эффективной при исследовании скоплений, содержащих 1000 и более галактик. Исследования скоплений с более тысячью галактик с известными красными смещениями и звездными величинами являются ближайшей целью современных наблюдательных программ (см. [11]).

Авторы выражают свою благодарность В.Г. Гурзядяну и К.Оганесяну за полезные обсуждения.

Ереванский Физический институт, Армения.

ON THE STUDY OF THE SUBSTRUCTURE OF GALAXY CLUSTERS: S-TREE TECHNIQUE IN NON-POINT APPROXIMATION

K.M.BEKARIAN, A.A.MELKONIAN

The further development of S -tree technique of study of the hierarchical structure of the clusters of galaxies, is presented. First, the generalization of the method for the system of N -spheres, i.e. in non-point approximation, is performed, and the ways of construction of a new D matrix are shown. Second, an efficient algorithm for analyzing of the S -tree output information is presented, enabling to reveal the existence of subgroups and the membership of galaxies in each subgroup.

ЛИТЕРАТУРА

1. *P.J.E.Peebles*, Principles of Physical Cosmology, Princeton University press, 1993.
2. *V.G.Gurzadyan, A.A.Kocharyan*, Paradigms of the Large±Scale Universe, Gordon & Brech, 1994.
3. *P.Coles, F.Lucchin*, The Origin and Evolution of Cosmic Structure, Wiley, Chichester, 1995.
4. *E.Escalera et al.*, Astrophys.J., 423, 539, 1994.
5. *V.G.Gurzadyan, V.V.Harutyunyan, A.A.Kocharyan*, Astron. Astrophys., 281, 964, 1994.
6. *V.G.Gurzadyan, A.A.Kocharyan, A.R.Petrosian*, ApSS, 201, 243, 1993.
7. *A.R.Petrosian, V.G.Gurzadyan, et al.* (в печати).
8. *V.G.Gurzadyan, A.Mazure*, The Observatory, 116, 391, 1996.
9. *K.M.Bekarian, V.G.Gurzadyan*, Preprint ICTP-416, Trieste, 1993.
10. *Э.Г.Копфманн*, Теория расписаний и вычислительные машины, 1984.
11. *F.Durret, A.Mazure, S.White* (Eds.), Clusters of galaxies, Editions Frontieres, 1995.

УДК: 524.726

О СВЯЗИ РАДИОСВЕТИМОСТЕЙ И ОПТИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЯРКОСТЕЙ СПИРАЛЬНЫХ ГАЛАКТИК

В.Г.МАЛУМЯН

Поступила 25 мая 1997

Принята к печати 27 июня 1997

Показано, что радиосветимости спиральных галактик коррелируют с их оптическими поверхностными яркостями. Галактики с высокой поверхностной яркостью в среднем обладают более мощным радиоизлучением. У них отношение радио- и оптических светимостей по сравнению с галактиками более низкой поверхностной яркости также больше.

1. *Введение.* Еще в 1977г. М.А.Аракелян обратил внимание на зависимость между оптической поверхностной яркостью галактик и уровнем их радиоизлучения. Оказалось, что относительно количество галактик, отождествленных с радиоисточниками, возрастает с ростом средней поверхностной яркости [1].

В [2] было показано, что среди галактик с поверхностной яркостью $B < 22^m$ с квадратной секунды дуги в системе [3] объекты, обладающие на частоте 3.66ГГц светимостью больше 10^{23} Вт/Гц, встречаются в несколько раз чаще, чем среди галактик с $B > 22$. Это имеет место как для эллиптических и линзовидных, так и для спиральных и иррегулярных галактик.

В дальнейшем Филлипс и Дисни [4] пришли к выводу, что спиральные галактики из Второго справочного каталога ярких галактик [5], отождествленные с радиоисточниками, по поверхностной яркости превосходят галактики, не являющиеся радиоисточниками. В [4] также было показано, что существует корреляция между отношением радио- и оптических светимостей и поверхностной яркостью спиральных галактик. Объекты с большим отношением радио- и оптических светимостей в среднем обладают высокой поверхностной яркостью.

В последние годы опубликован ряд обзоров радиоизлучения галактик, проведенных с помощью радиотелескопов высокой разрешающей способности и чувствительности [6-11]. Благодаря этому, значительную часть объектов. удалось обнаружить. Для очень многих обнаруженных

галактик измерены и опубликованы радиальные скорости. Все это дает возможность прямого сравнения радиосветимостей и поверхностных яркостей большого количества галактик.

2. *Результаты сравнения.* Согласно некоторым работам (см, например, [12]), мощность радиоизлучения спиральных галактик зависит от морфологического подтипа. Галактики поздних морфологических подтипов по сравнению с ранними, обладают несколько более мощным радиоизлучением. Поэтому для корректного сравнения радиосветимостей и поверхностных яркостей спиральных галактик необходимо проводить его для объектов одних и тех же подтипов или учесть зависимость радиосветимостей от морфологических подтипов галактик. Согласно [13] существует зависимость между морфологическими подтипами и оптической поверхностной яркостью спиральных галактик. Однако в [14] на основании анализа поверхностных яркостей 500 спиральных галактик разных морфологических подтипов из [5] показано, что эта зависимость очень слабая.

В [6,7] приведены результаты наблюдений более 300 спиральных галактик из Пересмотренного каталога Шепли-Эймс [15] на частоте 1.49 ГГц с помощью радиотелескопа VLA с чувствительностью 1мЯн. Благодаря такой высокой чувствительности по крайней мере 94% наблюдавшихся галактик были обнаружены. Для галактик с сравнительно большими угловыми размерами, плотности потоков которых при измерениях на VLA могут быть занижены, в [6,7] даны потоки, измеренные с помощью радиотелескопов со сплошной апертурой.

Среди около 15000 галактик, для которых М.А.Аракелян (не опубликовано) вычислены поверхностные яркости в фотографических лучах, находится 171 спиральная галактика, обнаруженная на VLA. Из них 70 галактик, согласно [15], принадлежат подтипу Sc (включая и галактики с перемычкой).

Для изучения зависимости радиосветимостей от поверхностной яркости, мы разделили объекты подтипа Sc на две примерно равные части, что достигается при поверхностной яркости $B = 24$. Затем сравнивались зависимости логарифмов светимостей L на частоте 1.49 ГГц от поверхностных яркостей отдельно для двух интервалов поверхностных яркостей: $B < 24$ и $B \geq 24$. Поскольку средние радиосветимости галактик коррелируют с их оптическими светимостями [16], сравнение проводилось для объектов одних и тех же абсолютных величин. Светимости на частоте 1.49 ГГц и абсолютные величины ($H = 50\text{км/с Мпк}$) брались из [6,7].

Результаты сравнения Sc галактик для интервалов поверхностных яркостей $B < 24$ и $B \geq 24$ показаны на рис.1, где на горизонтальной оси отложены медианные значения абсолютных величин для интервалов

шириной $\Delta M = 1$, а на вертикальной оси - медианные значения логарифмов радиосветимостей галактик соответствующих абсолютных величин. Прямыми показаны линии регрессий зависимостей $(\lg L)_m \sim M_m$, построенных с учетом весов, равных корням из числа галактик, использованных в каждом интервале.

Из рис.1 следует, что средние радиосветимости S_c галактик с $B < 24$

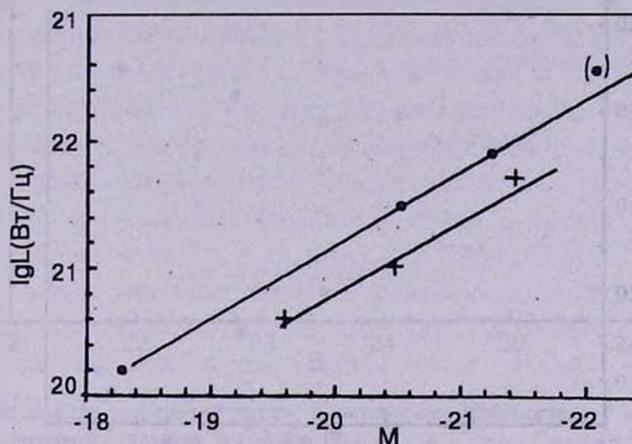


Рис.1. Сравнение радиосветимостей галактик из обзоров [6,7] в интервалах поверхностных яркостей $B < 24$ (точки) и $B \geq 24$ (крестики). В скобках указана точка, где количество использованных объектов меньше пяти. Прямые представляют линии регрессий зависимостей $(\lg L)_m \sim M_m$.

в два с половиной раза выше по сравнению со светимостями галактик с $B \geq 24$ этого же подтипа.

Сравнение радиосветимостей всех 171 спиральной галактики разных подтипов из [6,7] для тех же интервалов поверхностных яркостей показывает, что галактики с $B < 24$ по радиосветимости почти в два раза превосходят галактики с $B \geq 24$. Такое сравнение корректно, так как относительные количества галактик разных морфологических подтипов в выборках объектов с $B < 24$ и $B \geq 24$ практически одинаковы.

В [8] приведены результаты наблюдений 88 Sbc (согласно [5]) галактик на частоте 1.47 ГГц также с помощью VLA. Из сравнения радиосветимостей 60 Sbc галактик из [8] в интервалах $B < 24$ и $B \geq 24$ следует, что галактики в интервале $B \geq 24$ по радиосветимости в среднем, примерно, в два раза уступают Sbc галактикам, имеющим $B < 24$.

Аналогичные сравнения проводились для спиральных галактик (всех подтипов вместе взятых) из обзоров [9,10] на 1.4 ГГц и [11] на 2.7 ГГц для интервалов поверхностных яркостей $B < 23.5$ и $B \geq 23.5$. (Такое, немного отличающееся от предыдущих случаев, разделение на интервалы вызвано стремлением иметь примерно одинаковое количество объектов

в обоих интервалах). Во всех трех случаях галактики с $B < 23.5$ по радиосветимости в 1.6-2 раза превосходят галактики с $B \geq 23.5$.

Как уже отмечалось, отношения радио- и оптических светимостей спиральных галактик также зависят от поверхностных яркостей. Для Sc галактик из [6,7] эта зависимость представлена на рис.2, где на

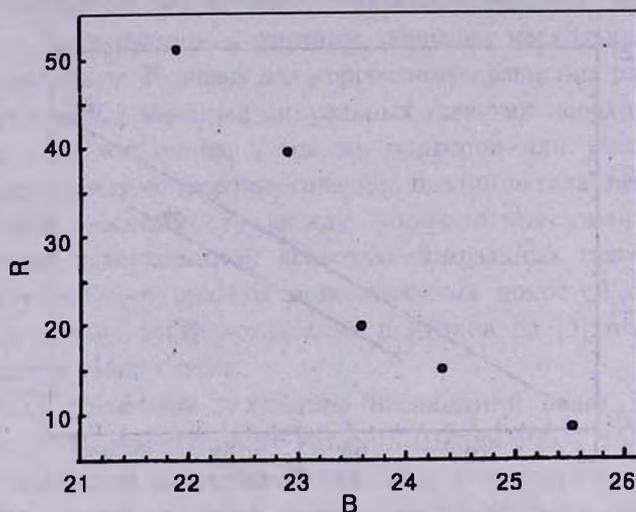


Рис.2 Зависимость отношений радио- и оптических светимостей от поверхностной яркости для Sc галактик из [6,7].

горизонтальной оси отложены медианные значения поверхностных яркостей для интервалов единичной ширины, а по вертикальной оси - медианные значения отношений радио- и оптических светимостей галактик соответствующих поверхностных яркостей. Отношения радио- и оптических светимостей вычислялись как

$$R = S \times 10^{\frac{m-12.5}{2.5}},$$

где S - плотность потока радиоизлучения в миллиАнских на какой - нибудь частоте, m - видимая звездная величина, исправленная за поглощение. При вычислении R для Sc галактик использовались потоки на частоте 1.49 ГГц и звездные величины B_T , приведенные в [6,7]. На рис.3 представлена аналогичная зависимость для спиральных галактик всех подтипов из обзора [9]. При определении R в этом случае использованы величины B_T^0 из [5].

3. *Обсуждение.* Из проведенного анализа, следует, что как мощности радиоизлучения, так и отношения радио - и оптических светимостей спиральных галактик коррелируют с их оптическими поверхностными яркостями. Галактики с высокой поверхностной яркостью

обладают в среднем большей мощностью радиоизлучения и большим отношением радио- и оптических светимостей.

Как известно, спиральные галактики являющиеся членами пар галактик, по радиосветимости и отношению радио - и оптических светимостей в 2-2.5 раза превосходят изолированные одиночные галактики

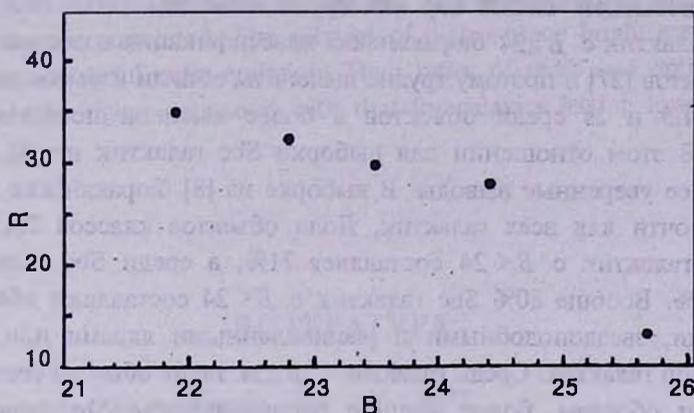


Рис.3. Зависимость отношений радио- и оптических светимостей от поверхностной яркости для спиральных галактик из обзора [9].

[17-19]. По этим параметрам члены групп галактик также превосходят одиночные галактики, но уступают членам пар [20]. С другой стороны результаты работы [21] свидетельствуют, что спиральные члены пар галактик в среднем обладают несколько более высокой поверхностной яркостью, чем одиночные галактики.

Согласно [22] спиральные галактики с диффузными, звездообразными и расщепленными ядрами обладают в 2.5-3 раза большей радиосветимостью по сравнению с галактиками, не имеющими таких ядер.

В связи с этим интересно выяснить, не обусловлена ли зависимость между радиосветимостью и поверхностной яркостью спиральных галактик избытком членов пар и групп галактик, а также галактик с звездообразными, диффузными и расщепленными ядрами (центральные части таких галактик, согласно бюраканской классификации, оцениваются баллами 4,5,2 и 2s) среди галактик с более высокой поверхностной яркостью.

Попробуем ответить на этот вопрос в случае Sc галактик из [6,7], которые использовались нами для сравнения радиосветимостей этих объектов в интервалах поверхностных яркостей $B < 24$ и $B \geq 24$. Среди галактик с $B < 24$ члены пар галактик из каталога Караченцева [23] составляют всего 13%. Среди объектов с $B \geq 24$ их доля 9%. Члены пар из каталога Петерсона [24] среди объектов с $B < 24$ составляют 8%, а среди галактик с $B \geq 24$ - 15%. Члены групп галактик из [25] среди галак-

тик с $B < 24$ - 45%, а среди галактик с более низкими поверхностными яркостями - 41%. Доля одиночных галактик из каталога [26] среди галактик из [6-7], использованных нами, составляет 21% среди объектов с $B < 24$ и 25% среди объектов с $B \geq 24$.

Как видим, превосходство в радиосветимости галактик с $B < 24$ нельзя объяснить избытком членов пар или групп галактик.

Из 32 галактик с $B \geq 24$ бюраканская классификация известна только для 16 объектов [27] и поэтому трудно выяснить, есть ли избыток галактик классов 2,4,5 и 2s среди объектов с более высокой поверхностной яркостью. В этом отношении для выборки Sbc галактик из [8] можно сделать более уверенные выводы. В выборке из [8] бюраканские классы известны почти для всех галактик. Доля объектов классов 2,4,5 и 2s среди Sbc галактик с $B < 24$ составляет 71%, а среди Sbc галактик с $B \geq 24$ - 83%. Вообще 80% Sbc галактик с $B < 24$ составляют объекты с диффузными, звездоподобными и расщепленными ядрами или члены пар или групп галактик. Среди галактик с $B \geq 24$ такие объекты составляют 89%. Таким образом, более мощное радиоизлучение Sbc галактик с поверхностной яркостью $B < 24$, по сравнению с Sbc галактиками с $B \geq 24$, не является результатом избытка галактик с оценками центральных частей 2,4,5 и 2s или членов пар и групп галактик.

То же самое можно сказать о выборке спиральных галактик всех морфологических подтипов из [6,7]. В этой выборке среди галактик с $B < 24$ примерно 80% объектов, а среди галактик с $B \geq 24$ - 70% объектов входят в состав пар и групп галактик или принадлежат к бюраканским классам 2,4,5 и 2s. Эта разница слишком малая, чтобы объяснить повышенное радиоизлучение галактик, имеющих $B < 24$.

Учет галактик с активными ядрами (галактик Сейферта и Маркаряна, лайнеров и т.д.), многие из которых принадлежат к классам 2,4,5 и 2s или являются членами пар и групп галактик, также показывает, что их избытком среди галактик с высокой поверхностной яркостью нельзя объяснить повышенное радиоизлучение последних.

Таким образом, повышенное радиоизлучение спиральных галактик с высокой оптической поверхностной яркостью не может быть полностью обусловлено избытком среди них галактик с активными ядрами, членов пар и групп галактик и галактик бюраканских классов 2,4,5 и 2s.

ON RELATIONSHIP BETWEEN RADIO LUMINOSITY AND OPTICAL SURFACE BRIGHTNESS OF SPIRAL GALAXIES

V.H.MALUMIAN

It has been shown that radio luminosities and optical surface brightness of spiral galaxies are correlated. The galaxies of high surface brightness have on average more powerful radio emission. Their ratios of radio and optical luminosities are also higher compared with that for galaxies having lower surface brightness.

ЛИТЕРАТУРА

1. *М.А.Аракелян*, *Астрофизика*, **13**, 245, 1977.
2. *В.Г.Малумян*, *Астрофизика*, **16**, 657, 1980.
3. *М.А.Аракелян*, *Сообщ. Бюраканской обсерватории*, **47**, 3, 1975.
4. *S.Phillips, M.Disney*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **205**, 563, 1983.
5. *G.deVaucouleurs, A.DeVaucouleurs, H.Corwin*, *Second Reference Catalogue of Bright Galaxies*. University of Texas. Austin, 1976.
6. *J.J.Condon*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **65**, 485, 1987.
7. *J.J.Condon, Q.F.Yin, D.Burstein*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **65**, 543, 1987.
8. *E.Hummel, A.Pedlar, J.M.van der Hulst, R.Davies*, *Astron, Astrophys. Suppl. Ser.*, **60**, 293, 1985.
9. *E.Hummel*, *Astron, Astrophys. Suppl. Ser.*, **41**, 151, 1980.
10. *J.Pfleiderer*, *Astron, Astrophys. Suppl. Ser.*, **28**, 313, 1977.
11. *J.Pfleiderer, C.Durst, K.H.Gebler*, *Mon. Notic. Roy. Astron, Soc.*, **192**, 635, 1980.
12. *G.Gavazzi, A.Cocito, P.Vettolani*, *Astrophys. J.*, **305**, L15, 1986.
13. *В.Е.Маркарян, Дж.А.Степанян*, *Астрофизика*, **13**, 627, 1977.
14. *M.Disney, S.Phillips*, *Mon. Notic. Roy. Astron, Soc.*, **216**, 53, 1985.
15. *A.Sandage, G.A.Tamman*, *A Revised Shapley - Ames Catalog of Bright Galaxies*. Carnegie Institution of Washington, 1981.
16. *T.Hummel*, *Astron, Astrophys.*, **93**, 93, 1981.
17. *D.R.Altshuler, С.А.Pantoja*, *Astron, J.*, **89**, 1531, 1984.
18. *В.Г.Малумян*, *Астрофизика*, **25**, 19, 1986.
19. *В.Г.Малумян*, *Астрофизика*, **30**, 223, 1989.
20. *В.Г.Малумян*, *Астрофизика*, **26**, 311, 1987.
21. *М.А.Аракелян, А.П.Магтесян*, *Астрофизика*, **17**, 53, 1981.
22. *В.Г.Малумян*, *Астрофизика*, **31**, 241, 1989.

23. *И.Д.Караченцев*, Двойные галактики. М., 1987.
24. *S.Peterson*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **40**, 527, 1979.
25. *M.J.Geller, J.P.Huchra*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **52**, 61, 1983.
26. *В.Е.Караченцева*, *Сообщ. Спец. астрофиз. обс. АН СССР*, **8**, 3, 1973.
27. Классификация центральных частей 711 галактик. *Сообщ. Бюраканской обс.*, **47**, 43, 1975.

УДК: 524.45

СВЯЗЬ ГАЛАКТИК МАРКАРЯНА С ИХ ОКРУЖЕНИЕМ

А.П.МАГТЕСЯН, В.Г.МОВСЕСЯН, В.М.МАГТЕСЯН

Поступила 31 июля 1996

Принята к печати 10 апреля 1997

Изучена выборка групп галактик с целью выяснения вопроса о частоте встречаемости Маркарянских галактик (МГ) в разных группах и среди одиночных галактик. Изучены также зависимости характеристик групп от наличия в них МГ. Получены следующие результаты: 1) Частота встречаемости МГ в группах галактик статистически меньше, чем среди одиночных галактик. Она уменьшается при переходе от малочисленных групп к сравнительно многочисленным группам. 2) Другие характеристики групп не зависят от наличия в них МГ.

1. *Введение.* Изучение вопроса о зависимости наблюдаемых физических характеристик галактик Маркаряна (МГ) от окружающей среды является важным для понимания физической природы этих объектов.

Еще Маркарьном в [1] отмечено, что галактики с ультрафиолетовым континуумом избегают скоплений. Позже такой результат получен в работах Комберга [2] и Гислера [3]. Такаси [4] показал, что частота встречаемости ультрафиолетово-ярких галактик из списка Kiso, а также галактик Маркаряна в скоплениях меньше, чем в поле и еще уменьшается при переходе к более плотным центральным частям скоплений. Несмотря на это, галактики с ультрафиолетовым континуумом явно ассоциируются с обыкновенными галактиками и вместе с ними участвуют в сгучивании [5-11].

В данной работе исследуются группы галактик с целью выяснения вопроса о частоте встречаемости МГ в разных системах и среди одиночных галактик. Рассмотрен также вопрос о связи спектральных характеристик МГ с некоторыми характеристиками системы.

2. *Выборка.* Группы галактик выбраны по новому методу [12,13], на основе CfA обзора красных смещений [14]. Общий список групп приведен в [15].

Галактики, которые не входят в эти группы, составляют выборку одиночных галактик. Ввиду ограничения выборки по видимой звездной величине, часть этих галактик может представлять собой только первые по светимости галактики групп (т.е. ложные "одиночные" галактики), так как вторые по светимости галактики имеют видимые звездные

Таблица 1

ХАРАКТЕРИСТИКИ ГРУПП, СОДЕРЖАЩИХ МГ, И
СПЕКТРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭТИХ ГАЛАКТИК

Номер группы	n	\bar{V}	σ_v	R_v	ρ	τ	Mk	Sp (Марк)	Sp
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	4558	11	0.13	0		545	ds3(e)	SB
7	2	4473	55	0.0	0.5		341	sd2(e)	e
11	2	3799	157	0.32	0.5		558	ds3	e
15	5	5248	180	0.45	0.8	0.103	562	ds3e	-
16	3	5219	102	1.27	0.667	1.279	565	ds3	Sy?
23	2	3057	112	0.39	0.5		1002	ds2(e)	SB
25	4	5208	134	1.52	0.5	1.120	1007	s3(e)	a
28	4	5173	184	0.50	0.25	0.276	575	sd3e	SB
							577	s2(e)	a
29	7	2798	153	0.31	0.286	0.121	363	d2	SB
52	4	3452	109	0.35	0.5	0.117	616	ds3	a
54	2	5010	82	1.06	0.5		101	s1	e,a
57	2	4444	13	0.48	0.5		102	ds3(e)	SB
72	2	1498	19	0.02	0		404	d2	HII
79	2	1337	41	0.04	0.5		131	sd2	e,a
116	2	6957	86	0.17	0.5		1288	s3(e)	a
118	13	2153	294	0.71	0.308	0.165	169	sd2(e)	e
126	2	3407	10	0.0	0		171	sd1e	HII
130	3	3615	80	0.24	0	0.245	179	sd3(e)	a
135	2	1166	14	0.19	0.5		743	ds2e	SB
136	2	2925	60	0.02	0		744	s2e	Sy1.8
144	16	6791	319	1.77	0.563	0.297	181	ds3	e
151	3	3714	81	0.33	0.333	0.428	432	ds2(e)	e
153	3	6118	151	2.80	0.333	1.965	752	s2(e)	SB
157	12	1632	105	0.77	0.5	0.418	195	s1e	e
162	8	4151	108	0.70	0.25	0.235	761	s3e	-
							766	s2e	Sy1
170	80	1028	280	1.70	0.163	0.346	186	ds1e	e
							190	sd2	SB

Таблица 1 (окончание)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
							1479	ds2e	e
172	2	7770	3	0.03	0.5		1325	ds3(e)	Sy3
174	226	1633	589	1.98	0.376	0.227	1466	sd2e	e
							759	sd3(e)	Sy3
							1315	d1e	e
							49	ds1e	HII
							769	s2e	SB
							1326	sd3	-
176	3	7334	369	0.63	0.667	0.178	649	sd3	e,a
177	5	957	229	0.34	0.2	0.071	773	d3(e)	e
180	4	5187	210	0.47	0	0.165	220	sd1e	SB
182	2	4467	142	0.22	0.5		442	sd3e	e
191	4	1273	133	0.18	0	0.139	449	d2e	SB
193	2	1285	27	0.05	0		1346	ds1e	e
195	3	5684	177	0.36	0.667	0.085	452	sd3	a
205	2	7925	17	0.06	0		271	d3e	Sy2
206	15	2767	172	0.62	0.2	0.181	1485	sd1(e)	HII
							281	sd2e	e
210	6	3741	250	0.44	0.167	0.092	1508	s2e	-
211	3	5881	85	0.65	0.667	0.611	1365	s3e	e
224	7	3484	171	0.68	0.429	0.155	470	sd3(e)	e
232	3	4516	97	0.51	0.333	0.488	686	ds2	Sy2
234	7	5863	62	4.08	0.571	2.105	480	d2	SB
236	2	1581	47	0.02	0		829	sd2e	e
244	3	2215	125	0.08	0	0.055	1512	d3e	-
253	6	2079	203	0.16	0.667	0.051	313	sd2	e,a
							314	d2(e)	e
258	10	3438	205	0.82	0.7	0.192	527	sd3e	e
							531	sd2(e)	e
259	3	3477	70	0.49	0	0.280	325	d2e	e
							326	ds3e	SB
260	2	5024	10	0.07	0.5		534	ds3e	e
264	2	5180	27	0.02	0		1134	sd2e	SB
271	3	4929	71	0.36	0.333	0.130	333	d3e	e,a

величины $m > m_{\text{lim}}$. Резкое увеличение отношения числа "одиночных" галактик к числу выявленных членов групп при расстояниях больше, чем 80 Мпк ($H = 100 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1}$) (см. [16]), даст нам основание предположить, что при расстояниях больше, чем 80 Мпк относительное число ложных одиночных галактик может стать существенным. Поэтому выборки "одиночных" и групп галактик ограничены по расстоянию: $r < 80 \text{ Мпк}$ (расстояние групп галактик оценено по средней виргоцентрической лучевой скорости членов группы). С другой стороны, учитывая, что при выявлении групп расстояния галактик оценены по закону Хаббла, который не применим для близких галактик, исследуемые выборки ограничены также по расстояниям снизу: $r > 3 \text{ Мпк}$.

Маркарянские галактики нашей выборки взяты из списка [17].

В табл. 1 приведены некоторые характеристики групп, содержащих МГ, а также спектральные характеристики этих галактик, взятые из [17].

В столбцах таблицы приведены следующие величины: 1 - номер группы, 2 - число галактик в группе n , 3 - виргоцентрическая (см. [13]) радиальная скорость группы \bar{V} (средняя скорость членов в км/с), 4 - дисперсия радиальных скоростей членов группы (км/с):

$$\sigma_v = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (V_i - \bar{V})^2 \right]^{1/2}; \quad (1)$$

5 - среднее попарное расстояние между членами группы (Мпк):

$$R_p = \frac{\sum_{j>i}^n \sum_{i=1}^{n-1} r_{i,j}}{n(n-1)}; \quad (2)$$

где $r_{i,j} = 2(\bar{V}/H) \sin(d_{ij}/2)$, d_{ij} - угловое расстояние между i -ым и j -ым членами группы, H - постоянная Хаббла; 6 - относительное число эллиптических и линзовидных галактик в группе (морфологическое содержание группы):

$$p = n(T < 0)/n \quad (3)$$

(морфологические типы галактик T взяты из [14]), 7 - время пересечения группы (в единицах времени Хаббла):

$$\tau = \frac{2 R_p H}{3 \sigma_v}, \quad (4)$$

где R_p - среднее линейное гармоническое расстояние между членами группы, 8 - номера МГ, входящих в данную группу, 9 - спектральные

$$R_h = \left[\frac{2 \sum_{j>1}^n \sum_{i=1}^{n-1} 1 / r_{i,j}}{n(n-1)} \right]^1;$$

характеристики этих галактик по Маркаряну [1,17]:

s - изображения спектров мало отличаются от изображений спектров звезд,

d - спектры с размытыми краями,

sd, ds - спектры промежуточного вида,

1,2,3 - степень интенсивности ультрафиолетового континуума (1 - наиболее интенсивный, 3 - умеренный, 2 - промежуточный),

e - спектры с эмиссионными линиями,

(e) - подозревается присутствие слабой эмиссии,

10 - спектроскопические данные этих галактик с щелевыми спектрографами [17]:

Sy1, Sy1.5, Sy1.8, Sy1.9, Sy2 - сейфертовские галактики,

SB - галактики со вспышкой звездообразования,

e - галактики с эмиссионными линиями,

e,a - галактики как с эмиссионными, так и с абсорбционными линиями,

a - галактики с абсорбционными линиями.

В табл. 2 приведены спектральные характеристики одиночных МГ. Обозначения те же, что и в табл. 1.

3. Частота встречаемости МГ в системах с различным числом членов. В табл. 3 приведены наблюдаемые (верхние строки) и ожидаемые (средние строки) числа МГ, а также их наблюдаемые частоты встречаемости (нижние строки) в системах галактик с разным числом членов. Через N_g обозначено общее число галактик в данной системе. Ожидаемое число МГ подсчитано, предполагая, что их относительное число одно и то же как среди членов всех групп, так и в одиночных галактиках.

В последней строке таблицы приведены статистические значимости различий распределений наблюдаемых и ожидаемых чисел МГ по системам с разным числом членов, оцененные по критерию χ^2 .

Из табл.3 следует, что МГ относительно чаще встречаются среди одиночных галактик, чем в группах. Доля МГ уменьшается при переходе от бедных членами групп к относительно богатым группам. Такая закономерность сохраняется, когда исследуются МГ с разными спектральными характеристиками (s/sd, ds/d, 1/2, 3, e, (e)/a).

Учитывая тот факт, что системы с различным числом членов отличаются друг от друга по распределению видимых звездных величин,

СПИСОК ОДИНОЧНЫХ МАРКАРЯНОВСКИХ ГАЛАКТИК

Мк	<i>Sp</i>	<i>Sp</i>	Мк	<i>Sp</i>	<i>Sp</i>	Мк	<i>Sp</i>	<i>Sp</i>
	Марк			Марк			Марк	
1	2	3	1	2	3	1	2	3
334	sd2e	Sy1.8	146	s1	e	213	sd2(e)	SB
335	s1e	Sy1	149	s3(e)	SB	778	d3	-
547	ds3	-	1260	sd2	e	656	ds2e	a
555	sd3(e)	e	35	ds1e	HII	446	s2(e)	SB
353	s3e	SB	1264	sd3	e	781	s2(e)	SB
993	sd3(e)	Sy1.9	155	ds3(e)	e	59	d1e	HII
359	sd2e	Sy1	156	d2e	e	1341	s2e	e,a
571	sd3(e)	e	418	d2(e)	e	249	sd3(e)	a
1003	s3(e)	e	1267	s2(e)	e	256	d1e	e
573	sd2e	Sy2	157	d2e	a	270	ds3(e)	Sy2
582	d3e	e	158	s2(e)	SB	461	sd3e	e
587	d3e	e	161	s2(e)	SB	799	sd2e	SB
589	s2e	e	731	sd2(e)	e	800	d3	e
1027	ds2e	e	1443	d2e	e	806	ds2(e)	-
590	sd2e	Sy1.5	736	sd3e	a	669	sd3(e)	a
370	ds2	e	175	ds3(e)	a	1510	sd3(e)	e
602	sd2e	SB	178	sd2e	HII	1509	s1e	Sy1
1068	ds3(e)	e	1301	s2e	SB	286	sd2	SB
1080	s2e	e	741	d3(e)	e	809	s2e	SB
1230	sd2	e	1507	d3e	-	814	d3	e
394	s2(e)	-	185	sd3	SB	479	d3	e
400	d2	e	747	d2(e)	e	691	s2e	e
114	s3	e	1304	d1e	e	861	sd3	e
401	sd3	SB	188	sd3	a	1496	d3	e
1418	sd2(e)	e	430	sd2e	SB	297	s1(e)	e
119	d2(e)	e	431	s2(e)	a	1104	sd1e	e
1425	sd2	e	1308	s1e	SB	900	d2	e
409	d3e	SB	201	ds2e	SB	307	d2e	SB
710	sd1e	SB	203	sd3(e)	SB	1514	s1e	Sy1
712	ds2(e)	e	439	sd2(e)	SB	323	sd2	e
25	s2(e)	e	207	ds2(e)	e	538	s2e	SB
33	sd1e	HII	52	sd2e	SB	332	s2e	SB

Таблица 3

НАБЛЮДАЕМОЕ И ОЖИДАЕМОЕ ЧИСЛА МГ В СИСТЕМАХ С
РАЗНЫМ ЧИСЛОМ ЧЛЕНОВ (n)

Наблюдаемое число МГ								
Ожидаемое число МГ								
Наблюдаемая частота МГ								
	N_c	s/sd	ds/d	1/2	3	e	(e)/a	МГ
Одиночные галактики (n=1)	974	61	35	63	33	42	54	96
		42.3	28.5	44.1	26.7	32.1	38.7	70.8
		0.063	0.036	0.065	0.034	0.043	0.055	0.099
$2 \leq n \leq 4$	519	18	19	18	19	17	20	37
		22.5	15.2	23.5	14.2	17.1	20.6	37.7
		0.035	0.037	0.035	0.037	0.033	0.039	0.071
$5 \leq n \leq 18$	388	11	6	11	6	7	10	17
		16.9	11.4	17.6	10.6	12.8	15.4	28.2
		0.028	0.015	0.028	0.015	0.018	0.026	0.044
n=80,226	306	5	4	7	2	6	3	9
		13.3	9.0	13.9	8.4	10.1	12.2	22.2
		0.016	0.013	0.023	0.007	0.020	0.010	0.029
Группы галактик	1213	34	29	36	27	30	33	63
		52.7	35.5	54.9	33.3	39.9	48.3	88.2
		0.028	0.024	0.030	0.022	0.025	0.027	0.052
Все галактики	2187	95	64	99	60	72	87	159
		-	-	-	-	-	-	-
		0.043	0.029	0.045	0.027	0.033	0.040	0.073
$\alpha \chi^2$		6.610^{-4}	0.046	1.110^{-3}	0.016	0.055	4.310^{-4}	4.310^{-5}

можно было предположить, что именно этим и обусловлена полученная разница в частотах встречаемости МГ в разных системах. Это предположение основывается на том, что при переходе от одиночных галактик к богатым группам увеличивается доля ярких галактик, а среди МГ яркие галактики встречаются относительно реже (рис.1). Чтобы избежать влияния распределения звездных величин, необходимо вычисления ожи-

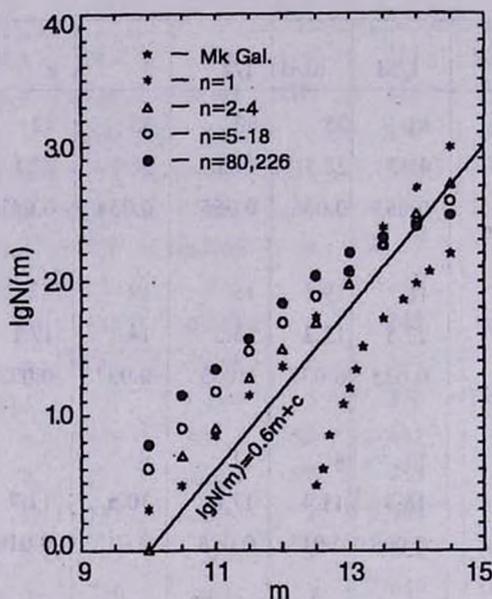


Рис.1 Распределение видимых звездных величин галактик для систем с различным числом членов и для МГ.

даемых количеств МГ проводить для небольших интервалов по видимым звездным величинам (m). С этой целью мы разделили множество возможных значений m на пять интервалов и провели те же вычисления для каждого интервала по отдельности. В табл.4 для каждой системы приведены: общее число галактик, наблюдаемое и ожидаемое числа МГ, а также их наблюдаемая частота внутри вышеупомянутых интервалов по m . В последнем столбце приведены суммы этих величин по всем интервалам. Сравнивая последние столбцы таблиц 3 и 4, можно заметить, что несколько ослаблено различие во встречаемости МГ в системах с разным числом членов. Однако вычисление статистической значимости этих различий, по критерию χ^2 , показывает, что все еще с достаточной уверенностью можно утверждать, что доля МГ увеличивается при переходе от богатых групп к бедным и далее к одиночным галактикам. Следует также отметить, что это различие вызвано в основном яркими галактиками

Таблица 4

НАБЛЮДАЕМОЕ И ОЖИДАЕМОЕ ЧИСЛА МГ В СИСТЕМАХ С
РАЗНЫМ ЧИСЛОМ ЧЛЕНОВ (n) ДЛЯ РАЗНЫХ ИНТЕРВАЛОВ
ЗВЕЗДНЫХ ВЕЛИЧИН

	Общее число галактик Наблюдаемое число МГ Ожидаемое число МГ Наблюдаемая частота МГ					
	$m \leq 12$	$12 < m \leq 13$	$13 < m \leq 13.5$	$13.5 < m \leq 14$	$14 < m \leq 14.5$	Все m
Одиночные галактики (n=1)	23 0 0 0	96 9 4.8 0.094	124 22 13.7 0.177	241 26 21.3 0.108	490 39 35.3 0.080	974 96 75.2 0.099
$2 \leq n \leq 4$	31 0 0 0	63 3 3.2 0.048	90 8 9.9 0.089	128 13 11.3 0.102	207 13 14.9 0.063	519 37 39.1 0.071
$5 \leq n \leq 18$	49 0 0 0	67 2 3.4 0.030	65 2 7.2 0.031	83 5 7.3 0.060	124 8 8.9 0.065	388 17 26.8 0.044
$n=80.226$	68 0 0 0	92 2 4.6 0.022	48 4 5.3 0.083	45 0 4.0 0.00	53 3 3.8 0.057	306 9 17.7 0.029
Группы галактик	148 0 0 0	222 7 11.2 0.032	203 14 22.3 0.069	256 18 22.7 0.070	384 24 27.7 0.063	1213 63 83.8 0.052
Все галактики	171 0 - 0	318 16 - 0.050	327 36 - 0.110	497 44 - 0.089	874 63 - 0.072	2187 159 - 0.073
α_{χ^2}		0.11	0.014	0.086	0.81	0.0021

($m < 13.5^m$).

В [16] было показано, что при переходе от одиночных галактик к группам, частота встречаемости Sy1 и Sy2 галактик не меняется, а частота встречаемости Sy3 галактик увеличивается. Если ожидаемое количество сейфертовских галактик (СГ) вычислить аналогично табл.4, то ослабевают различия в частотах встречаемости СГ среди членов групп и среди одиночных галактик. Поэтому вывод об увеличении относительного количества Sy3 галактик при переходе от одиночных галактик к членам групп нужно считать предварительным. Мы надеемся вернуться к этому вопросу после накопления наблюдательных данных относительно слабых СГ.

На рис.2-4, для членов групп галактик и для одиночных галактик, приведены распределения относительных количеств (в процентах) МГ по виду спектра (рис.2), по интенсивности ультрафиолетового континуума (рис.3), по наличию в спектрах эмиссионных линий (рис.4) (по классификации Маркаряна [1, 17], см. выше).

Сравнение приведенных распределений по критерию χ^2 показывает, что МГ в группах и в одиночных галактиках имеют не отличающиеся друг от друга распределения относительного числа как по виду спектра (s, sd/ds, d) и по интенсивности ультрафиолетового континуума (1,2,3), так и по наличию в спектрах эмиссионных признаков (e,(e),a).

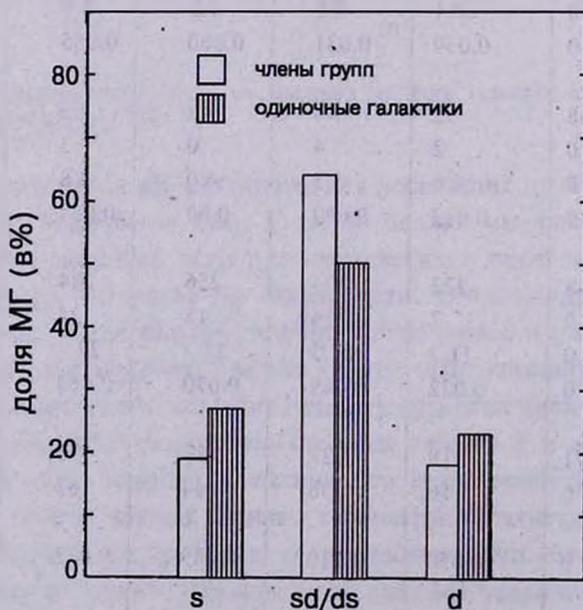


Рис.2 Распределения относительных количеств МГ по виду спектра для членов групп и для одиночных галактик.

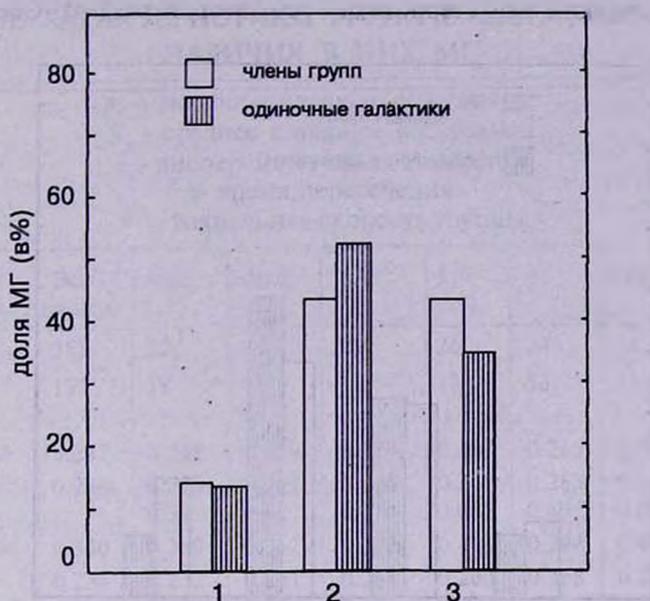


Рис.3 Распределения относительных количеств МГ по интенсивности ультрафиолетового континуума для членов групп и для одиночных галактик.

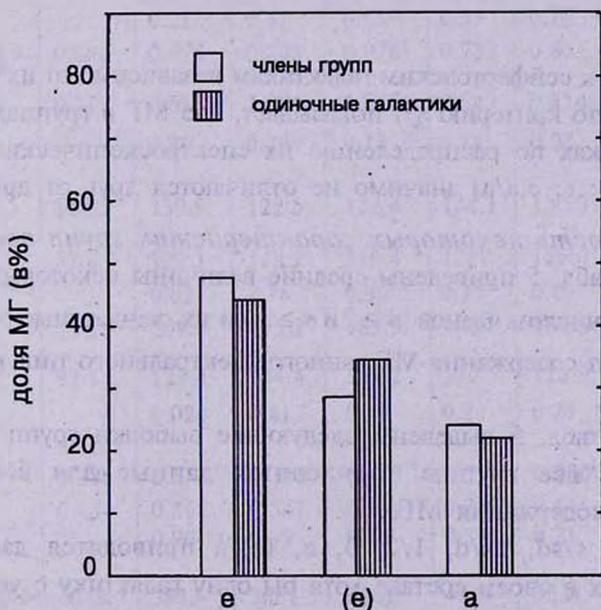


Рис.4 Распределения относительных количеств МГ по наличию в спектрах эмиссионных линий для членов групп и для одиночных галактик.

На рис. 5 приведены распределения относительных количеств МГ по спектроскопическим характеристикам (см. второй раздел). Обозначение

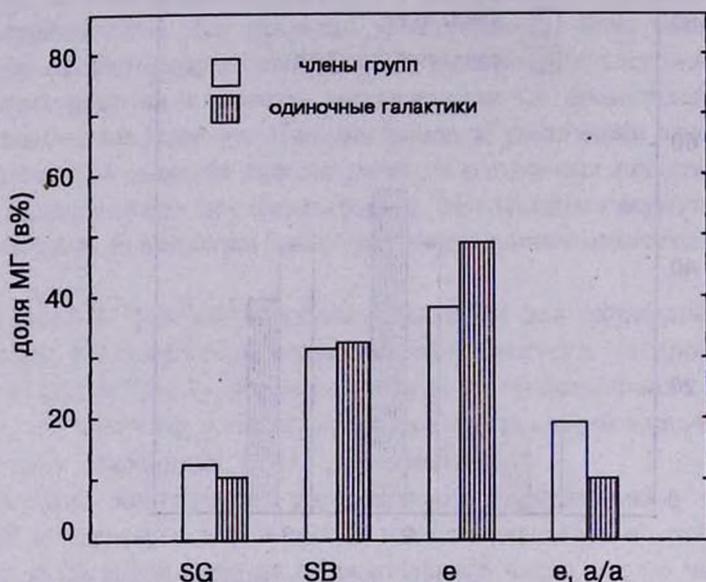


Рис.5 Распределения относительных количеств МГ по спектроскопическим характеристикам для членов групп и для одиночных галактик.

“SG” относится к сейфертовским галактикам независимо от их подтипов.

Сравнение (по критерию χ^2) показывает, что МГ в группах и в одиночных галактиках по распределению их спектроскопических характеристик (SG; SB; e; e,a/a) значительно не отличаются друг от друга.

4. *Зависимость некоторых характеристик групп от наличия в них МГ.* В табл. 5 приведены средние величины некоторых характеристик групп (с числом членов $n \geq 2$ и $n \geq 3$) и их стандартные отклонения в зависимости от содержания МГ данного спектрального типа по Маркаряну.

В столбцах табл. 5 выделены следующие выборки групп:

В столбце “все группы” приводятся данные для всех групп, независимо от содержания МГ.

В столбцах s/sd, ds/d, 1/2, 3, e, (e)/a приводятся данные для групп, имеющих в своем составе хотя бы одну галактику с указанными спектрами.

В столбце МГ приводятся данные для групп, имеющих в своем составе хотя бы одну МГ, независимо от ее спектрального типа.

Обозначения величин в строках табл. 5 следующие:

Таблица 5

 СРЕДНИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГРУПП В ЗАВИСИМОСТИ ОТ
 НАЛИЧИЯ В НИХ МГ

p - морфологическое содержание
 R_p - среднее попарное расстояние
 σ_p - дисперсия лучевых скоростей
 τ - время пересечения
 \bar{V} - радиальная скорость группы

		Все группы	s/sd	ds/d	1/2	3	e	(e)/a	МГ
$n \geq 2$	N_p	258	27	26	29	26	24	31	50
$n \geq 3$	N_p	127	18	16	18	18	15	21	31
$n \geq 2$	$\langle p \rangle$	0.297	0.346	0.338	0.274	0.407	0.246	0.410	0.339
	s_p	0.286	0.243	0.251	0.228	0.248	0.263	0.200	0.246
	α_1		0.39	0.48	0.67	0.065	0.40	0.032	0.33
$n \geq 3$	$\langle p \rangle$	0.340	0.380	0.362	0.302	0.421	0.294	0.415	0.369
	s_p	0.234	0.232	0.251	0.208	0.260	0.268	0.200	0.241
	α_1		0.49	0.72	0.51	0.17	0.48	0.16	0.54
$n \geq 2$	$\langle R_p \rangle$	0.490	0.641	0.619	0.668	0.564	0.453	0.785	0.591
	S_{R_p}	0.585	0.676	0.897	0.921	0.523	0.503	0.904	0.766
	α_1		0.21	0.31	0.15	0.53	0.76	0.013	0.29
$n \geq 3$	$\langle R_p \rangle$	0.686	0.875	0.898	0.976	0.733	0.681	1.032	0.847
	S_{R_p}	0.717	0.685	1.054	1.035	0.543	0.514	0.989	0.860
	α_1		0.29	0.29	0.13	0.78	0.98	0.052	0.28
$n \geq 2$	$\langle \sigma_p \rangle$	116.7	159.9	122.5	132.4	144.1	130.0	152.9	128.6
	S_{σ_p}	88.6	123.1	128.2	119.4	128.1	126.0	123.0	109.9
	α_1		0.021	0.76	0.38	0.15	0.49	0.039	0.40
$n \geq 3$	$\langle \sigma_p \rangle$	154.0	209.3	175.2	185.9	183.7	184.5	198.1	177.4
	S_{σ_p}	93.8	121.4	134.4	122.2	130.5	128.9	122.0	109.4
	α_1		0.024	0.41	0.19	0.23	0.25	0.055	0.23
$n \geq 3$	$\langle \tau \rangle$	0.388	0.373	0.390	0.437	0.314	0.230	0.481	0.397
	S_τ	0.484	0.468	0.547	0.594	0.347	0.144	0.606	0.519
	α_1		0.90	0.99	0.70	0.53	0.21	0.43	0.93
$n \geq 2$	$\langle \bar{V} \rangle$	4048	3913	3681	3161	4724	3531	4062	3932
	$S_{\bar{V}}$	2141	1771	2066	1564	1766	1831	1898	1877
$n \geq 3$	$\langle \bar{V} \rangle$	3963	3906	3450	3375	4327	3452	3954	3895
	$S_{\bar{V}}$	2118	1808	1838	1577	1706	1628	1859	1759

N_g - число групп; p - морфологическое содержание группы (3), s_p - стандартное отклонение величин p ; R_p - среднее попарное расстояние между галактиками группы (2), s_{R_p} - стандартное отклонение величин R_p ; σ_v - дисперсия радиальных скоростей галактик группы (1); s_{σ_v} - стандартное отклонение величин σ_v ; τ - время пересечения группы (4), s_τ - стандартное отклонение величин τ ; \bar{V} - средняя скорость галактик группы; $s_{\bar{V}}$ - стандартное отклонение величин \bar{V} ; α - статистическая значимость различий (по критерию t) средних от изучаемых величин для групп, содержащих МГ данного типа, и для всех групп, не зависимо от содержания МГ.

Из табл. 5 следует, что группы, содержащие МГ, и группы, не содержащие их, по своим морфологическим содержаниям, по своим средним попарным расстояниям между галактиками, по своим дисперсиям скоростей членов, по своим временам пересечения статистически не отличаются друг от друга. Почти одинаковые средние расстояния изучаемых подвыборок групп указывают на то, что данный результат реален и не искажен наблюдательной селекцией.

5. *Заключение.* Таким образом, из данного исследования можно сделать следующие выводы:

1) Частота встречаемости МГ с большой статистической значимостью выше среди одиночных галактик по сравнению с группами галактик.

Частота встречаемости МГ также меняется в группах галактик с разными количествами членов. Она уменьшается при переходе от малонаселенных групп к относительно многонаселенным.

2) МГ в группах и в одиночных галактиках не отличаются по распределениям их спектральных характеристик.

3) По своим морфологическим содержаниям, пространственным плотностям (средним попарным расстояниям между членами), дисперсиям радиальных скоростей членов и временам пересечения группы, содержащие МГ, статистически не отличаются от групп, их не содержащих.

Данная работа поддержана правительством Армении, а также грантом ESO C&EE No. A-04-069.

Бюраканская астрофизическая
обсерватория, Армения

CONNECTION BETWEEN MARKARIAN GALAXIES
AND THEIR ENVIRONMENT

A.P. MAHTESSIAN, V.H. MOVSESSIAN, V.M. MAHTESSIAN

A sample of groups of galaxies is investigated for the occurrence of Markarian galaxies (MG) in different groups as well as in single galaxies. The correlation between the characteristics of the groups and the availability of MG is also discussed. The following results are obtained. 1) The frequency of occurrence of MG is statistically smaller in galaxy groups than among the single galaxies. The one decrease from member-poor groups to member-rich groups. 2) Other characteristics of the groups does not depend on the availability of MG in the groups.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б.Е.Маркарян, *Астрофизика*, 3, 55, 1967.
2. Б.В.Комберг, препр. ИКИ, N274.
3. G.R. Gisler, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, 183, 633, 1978.
4. B. Takase, *Publ. Astron. Soc. Japan*, 32, 605, 1980.
5. М.А.Аракелян, В.Ю.Теребиж, *Письма в Астрон. ж.*, 8, 139, 1982.
6. А.Р.Петроссян, М. Turratto, *Astron. Astrophys.*, 163, 26, 1986.
7. L.A. Thompson, *Astrophys. J.*, 266, 446, 1983.
8. А.А.Егуизарян, С.В.Зарацян, А.П.Магтесян, *Сообщ. Бюраканской обсерв.*, 61, 53, 1989.
9. J. Heidmann, А.Т.Каллохлиан, *Астрофизика*, 9, 72, 1973.
10. J. Heidmann, А.Т.Каллохлиан, *Астрофизика*, 11, 229, 1975.
11. Р.А.Вартанян, Ю.К.Мелик-Алавердян, *Астрофизика*, 11, 21, 1975.
12. А.П.Магтесян, *Астрофизика*, 28, 255, 1988.
13. А.П.Магтесян, *Астрофизика*, 40, 45, 1997.
14. J. Huchra, M. Davis, D.L. Latham, J. Tonry, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 52, 89, 1983.
15. А.П.Магтесян, *Кандид. дис.*, Ереван, 1989.
16. А.Р.Махтесян, Е.Е.Хачикян, Н.Тьерш, *Astron. Nachr.*, 316, 381, 1995.
17. Б.Е.Маркарян, В.А.Липовецкий, Дж.А.Степанян, Л.К.Ерастова, А.И.Шаповалова, *Сообщ. Спец. астрофиз. обсерв.*, 62, 5, 1989.

УДК: 524.45:524.352

ГАЛАКТИКИ С УФ-ИЗБЫТКОМ, В КОТОРЫХ НАБЛЮДАЛИСЬ ВЗРЫВЫ СВЕРХНОВЫХ ЗВЕЗД

М.А.КАЗАРЯН

Поступила 17 июля 1996

Принята к печати 30 июня 1997

Составлен список галактик с УФ-избытком, в которых взрывалась хотя бы одна сверхновая звезда (SN). Получены распределения линейных расстояний SN в синтетических галактиках, построенные для галактик с УФ-избытком и нормальных галактик. Показано, что вспышечная активность SN в галактиках с УФ-избытком и в нормальных галактиках одинакова.

1. *Введение.* В течение последних тридцати лет на 100-см телескопе системы Шмидта Бюраканской обсерватории с 1^o.5 объективной призмой спектральным методом и на 105-см телескопе обсерватории Кизо той же системы, методом трехцветной фотометрии были обнаружены более десяти тысяч галактик с УФ-избытком. Данные об этих галактиках опубликованы в [1-4].

Результаты исследования этих объектов, полученные во многих обсерваториях мира, оказали сильное влияние на проблему развития и эволюции галактик и систем, образуемых ими.

Ниже рассматривается вопрос, связанный со вспышечной активностью сверхновых звезд (SN) в галактиках с УФ-избытком. Для изучения этого вопроса, а также родственных ему задач, первоначально необходимо составить список галактик с УФ-избытком, в которых наблюдался хотя бы один взрыв SN. Для этого из каталога SN, приведенного в [5], подбираются галактики с УФ-избытком, которые одновременно входят в каталоги [1,2] и списки [3,4].

Кроме этого рассматриваются статистические особенности распределения SN как в галактиках с УФ-избытком, так и в нормальных галактиках. Обсуждаются также другие статистические особенности, связанные с разными физическими величинами галактик с УФ-избытком и SN, взрывающихся в них.

2. *Список галактик с УФ-избытком, в которых взрывались SN.* Подавляющее большинство галактик с УФ-избытком, обнаруженных до настоящего времени, приведены в [1,2] и списках [3,4]. Поэтому из каталога [5], где собраны данные о SN и галактиках, в которых

наблюдались взрывы SN до июня 1993 г., подбираются те галактики, которые одновременно входят в [1-4]. Число таких галактик оказалось 90, из них 16 являются галактиками Маркаряна [1], 69 галактик были обнаружены Такаси с коллегами [2] и 5 - обнаружены Казаряном [3,4]. В этих галактиках взрывалась 101 SN, т.е. среди них имеются такие, в которых взрывались несколько SN, например, в галактике Kiso 5149, обнаруженной Такаси с коллегами в обсерватории Кизо [2], взрывались четыре SN.

Данные об этих SN и галактиках, в которых они наблюдались, приведены в табл. 1. В первом и втором столбцах этой таблицы приведены номера и угловые размеры в секундах дуги галактик, которые имеются в каталогах [1,2], составленных для галактик Маркаряна, обнаруженных в обсерватории Кизо, а также в списках [3,4] - для галактик, обнаруженных Казаряном. В последующих столбцах приведены морфологические классы, звездные величины и радиальные скорости галактик, дата взрыва SN в данной галактике, координаты SN в секундах дуги в данной галактике, звездные величины (m_s) SN во время наблюдения взрыва и типы SN, соответственно. Все эти данные были взяты из каталога [5]. В шестом и одиннадцатом столбцах приведены абсолютные звездные величины галактик (M_s) и SN (M_s), которые были вычислены нами при $H=75$ км/с Мпк.

Морфологические классы Mark 516 и галактик из списков Казаряна были определены нами по их описаниям [1,3,4]. Все символы, использованные нами, известны, кроме Sph(n), который означает, что галактика сферическая, с ядром. Морфологические классы галактик Kiso 158, 1769, 3195, 3736, 5101, 5773, 5920, 6173 и 6486 были взяты из [2], так как для них в [5] не были отмечены их классы.

Из табл. 1 видно, что в галактиках Kiso 1267, Mark 386, Kiso 3896, Mark 185, Kiso 4511 и Kiso 5526 взрывались по две SN, в Kiso 3697 - три, а в галактике Kiso 5149 было отмечено четыре SN.

3. *Распределение SN в галактиках.* Важным вопросом, на наш взгляд, является распределение линейных расстояний SN от центров родственных галактик. Однако этот вопрос не разрешим для единичной галактики, так как в каждой галактике этот феномен удастся наблюдать очень редко. Из каталога [5] видно, что в основном в каждой галактике была обнаружена одна SN, только примерно у 6% галактик, вошедших в этот каталог, наблюдались более одной SN. Самое большое количество наблюдалось в галактике NGC 5236-6 SN.

Затронутый вопрос можно разрешить путем построения синтетической галактики, т.е. путем суперпозиции всех галактик с УФ-избытком, приведенных в табл. 1 или вошедших в каталог [5], при совмещении их

ДАнные СВЕРХНОВЫХ ЗВЕЗД И ТЕХ ГАЛАКТИК, В КОТОРЫХ ОНИ ВЗРЫВАЛИСЬ

№ галактик по [1-4]	Размеры	Морфологический тип	m_r	Радиальная скорость (км/с)	M_r	Дата взрыва сверхновой	Положение сверхновой а галактик		m_c	M_c	Тип
							E или W	N или S			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Mark 545	60x30"	SBa	12 ^m .8	4568	-21 ^m .1	10.1955	10E	10N	16 ^m .0	-17 ^m .9	
Kiso 153	42x12	Sc	16.5	7286	-18.4	08.1971	5W	5N	17.0	-17.9	
Kiso 158	12x12	c	16.5			12.1988			19.7		
Kiso 281	24x12	S	14.0	5246	-20.2	08.1961	16E	37N	17.0	-17.2	
Kiso 382	30x24	Sbc	17.7			10.1963	0	0	17.5		
Mark 358	12	SBb	15	13524	-21.3	10.1969	5E	7N	18.0	-18.3	
Kiso 418	48x42	Sc	15.6			12.1967	13W	14S	15.0		
Kiso 441	36x18	S:	15.7			12.1968	1W	5N	18.5		
Kiso 490	30x12	S:	16			12.1975	2E	21N	15.0		
Kiso 608	66x66	Sc	13.9	5514	-20.4	09.1952	5W	12N	18.6	-15.7	
Mark 1039	50x14	SBc	15.5			09.1985	15E	15S	12.8		
Kiso 1212	144x66	Sa	12.9	3665	-20.5	09.1961	0	36S	14.3	-19.0	Ia
Kiso 1216	168x168	Sc	12.4	1515	-19.1	08.1984	32W	22S	14.0	-17.5	Ib
Mark 1050	30x13	SBa	14.2	4800	-19.8	11.1938	8W	28S	15.2	-18.8	I
Kiso 1267	144x144	Sc	12.2	519	-17.0	12.1961	76E	17N	12.7	-16.5	V
"	"	"	"	"	"	12.1969	190E	110S	13.1	-16.1	IIp
Kiso 1282	180x78	Sc	11.2	1465	-20.3	09.1963	33E	8S	14.0	-17.5	Ia

Таблица 1(продолжение)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Kiso 1769	90x60	Sk	13.6			11.1987	15W	49SS	16.0		
Kiso 2089	78x78x	Im	14.5	2254	-17.9	03.1984	24E	19S	16.0	-16.4	
Kiso 2097	120x54	Sc	13.1	41.35	-20.6	01.1901	19E	7N	14.7	-19.0	
Mark 386	30x16	SBbc	13.4	3684	-20.1	09.1960	13W	34N	15.7	-17.8	I
"	"	"	"	"	"	03.1992	28W	7N	18.0	-15.5	II
Mark 90	35x20	Sc	14	4270	-19.8	03.1987	12E	16S	17.3	-16.5	II
Mark 389	24	Sa	13.0	4532	-20.9	03.1965	13E	5N	15.7	-18.2	
Kiso 2410	120x60	SBb	12.8	2119	-19.5	01.1920	19W	5N	11.8	-20.5	I
Kiso 2720	78x24	S	14	4212	-19.7	01.1966	3E	10S	15.5	-18.2	
Kiso 3195	24x18	?	16.5			01.1993	11W	78N	19.0		II
Mark 122	36x20	SBab	14.3	6538	-20.4	02.1989	2E	23N	16	-18.7	Ia
Kiso 3302	372x90	SBc	12.2	1476	-19.3	02.1961	34E	17N	13.0	-18.5	IV
Kiso 3338	48x12	Sb	16.9	6595	-17.8	03.1965	36W	5N	16.4	-18.3	
Kiso 3401	48x42	Irr	14.9	5482	-19.0	12.1963	2W	9N	15.9	-18.9	
Kiso 3697	468x468	Scd	10.4	418	-18.3	04.1921	32E	160S	13.5	-15.2	II
"	"	"	"	"	"	12.1921	79E	236S	11.0	-17.1	I
"	"	"	"	"	"	12.1937	5E	149S	13.7	-15.3	II
Kiso 3709	54x48	SBbc	13.9	9145	-21.5	01.1988	0	10N	15.5	-19.9	Ia
Kiso 3736	60x6	Sk	16	11260	-19.9	03.1988	5E	1N	19	-16.9	II pec.
Kiso 3896	216x96	Sc	11.5	1586	-20.1	01.1990	12W	1S	16.0	-15.6	II
"	"	"	"	"	"	02.1992	27E	10S	14	-17.6	Ia
Kiso 4108	48x36	S	14.7			03.1955	8E	14N	16.5		

Таблица 1 (продолжение)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Mark 732	18	Ep	14	8768	-21.3	04.1989	18E	18S	20	-15.3	I
Mark 736	7	SBc	12.9	2507	-19.7	01.1989	21W	18S	14.0	-18.6	Ia
Mark 171	60x30	SBmp	12.0	3033	-21.0	02.1990	18E	8N	radio		
Kiso 4349	54x24	S	14.6			12.1984	2W	12N	16.8		
Kiso 4401	234x120	Sbc	21.1	1071	-18.7	01.1975	54W	34S	15.7	-15.1	II:p
Mark 185	55x30	SBcd	12.7	3120	-20.4	02.1969	9E	6N	14.4	-18.7	Ia
"-	"-	"-	"-	"-	"-	06.1971	30W	17S	16.2	-16.9	II
Kiso 4511	168x168	Sd	14.2	855	-16.1	05.1963	5W	12S	13.3	-17.0	Ia
"-	"-	"-	"-	"-	"-	03.1979	40E	20N	12.3	-18.0	Ia
Kiso 4567	78x48	SBd	14.3	3206	-18.9	01.1991	28E	10S	17.0	-16.2	Ic
Kiso 4578	42x12	Sc	15.5			02.1967	12W	9N	19.5		
Kiso 4639	150x48	Sm	12.7	3340	-20.5	12.1988	17W	34S	16.5	-16.7	
Kiso 4805	24x12	SBb	14.9	6740	-19.9	02.1960	4W	9N	17.0	-17.9	
Kiso 4848	216x168	Sc	11.6	445	-17.3	04.1941	44E	67S	16.8	-12.1	
Kiso 4918	132x78	Sbc	12.3	2546	-20.4	03.1965	19E	23S	14.0	-18.7	
Kiso 4931	72x30	Sa	14.2	1849	-17.8	04.1971	3E	30S	13.7	-18.3	I
Kiso 4975	126x96	SBc	12.5	2115	-19.8	07.1966	20W	36N	14.6	-17.7	II
Kiso 5020	540x336	Im	10.3	290	-17.6	04.1954	84E	216S	9.8	-18.1	Ib
Kiso 5101	36x24	Sp	14.5	6697	-20.3	02.1980	9E	9S	15.5	-19.3	
Kiso 5149	402x372	Sc	10.1	1568	-21.5	03.1901	110W	4N	15.6	-16.0	I
"-	"-	"-	"-	"-	"-	03.1914	24E	111S	15.7	-15.9	
"-	"-	"-	"-	"-	"-	09.1959	58E	21S	17.5	-14.1	I

Таблица 1.(продолжение)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Mark 1325	10	SOp	14.2	7533	-19.8	04.1979	58E	87S	11.2	-20.4	II
Kiso 5207	24x18	S:	16.5			12.1965	17E	10N	15.9	-19.1	I
Kiso 5210	192x108	Sc	10.9	715	-20.0	05.1974	27E	56S	12.4	-17.5	Ia
Mark 210	13x10	SBb	14.7	7800	-20.4	05.1960	5E	11S	15.7	-19.4	I
Kiso 5279	468x300	SBb	10.1	625	-19.5	03.1982	35E	20S	15.5	-14.1	IIp
Kiso 5446	102x42	Sc	13.4	4746	-20.6	03.1987	20E	5S	15.3	-18.7	II pec.
Kiso 5445	270x204	SBm	11.3	540	-18.0	06.1985	13E	6N	12.1	-17.2	Ib
Kiso 5526	606x402	Sab	10.0	1114	-20.9	05.1940	95E	118N	12.8	-18.1	II
Mark 1365	24x13	SBO	14.1	5700	-20.3	04.1954	13W	0	19.4	-15.0	
Kiso 5595	30x18	Sa	16.3	8163	-18.9	06.1963	2W	7S	15.7	-19.5	I
Kiso 5641	36x18	SOp	15.1			01.1991	6W	2N	18.0		
Kiso 5681	36x18	SO	16.0	6137	-18	01.1962	11W	7N	15.2	-19.4	I
Kiso 5773	48x48	Sp	14.9	5146	-19.3	03.1972	4W	0	14.0	-20.2	
Kiso 5920	36x24	Sp	15.6	7900	-19.5	02.1989	5E	1N	18.6	-16.5	Ib
Kiso 6173	24x24	Sp	16.5	19200	-20.5	05.1991	8E	11N	19.5	-17.5	Ia
Kiso 6402	96x66	SOa	13.1	5060	-21.0	06.1984			16.1	-18.0	II
Kiso 6435	42x18	P	14.2	2304	-18.2	05.1955	3W	7S	18.4	-14	
Kiso 6486	18x12	Sk	16			07.1991	7E	5S	18.5		Ia
Kiso 6753	48x12	SBc	13.5	2169	-18.8	03.1991	36E	60N	14.4	-17.9	Ia
Kiso 6898	24x12	Sc	16.6			03.1965	11W	2N	18.0		

Таблица 1 (окончание)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Kiso 7101	48x48	Sc	15.2	8580	-20.1	10.1968	2E	14S	18.0	-17.3	
Kiso 7135	36x24	SBbc	14.8	9072	-20.6	07.1992	7E	16N	18	-17.4	Ia
Kiso 7156	96x24	SBa	15.0			09.1983	7E	5S	16.0		I
Kaz 155	20x12	Rn	16.5			09.1991	2W	9N	20.0		
Kaz 160	30x25	S	15.5			05.1992		11S	18		II
Kaz 198	120x14	Irr	14.0	4226	-19.8	08.1989	9W	47S	16.6	-17.2	Ia
Mark 516	20x15	Sph	15.4	8922	-19.4	10.1985	0	4S	15	-20.4	I:
Kaz 290	80x54	Irr	12.8	934	-17.7	06.1964	28W	9S	14.8	-15.7	II
Kaz 299	27x15	E	15.2	7386	-19.8	06.1960	10W	6S	19.0	-16.0	
Kiso 7464	144x60	Sbc	12.0	2199	-20.3	10.1980	27W	4N	13.5	-18.8	
Kiso 7510	270x204	SBc	11.6	2378	-20.9	07.1990	22W	54S	16	-16.5	Ib/c
Kiso 7543	12x6	SO	14.8	11756	-21.2	12.1986	15E	33N	16.5	-19.5	Ia
Kiso 7591	48x12	Sc	15.7	4648	-18.3	11.1964	IW	8S	17.0	-17.0	
Kiso 7655	24x12	Sb	15.7	15708	-20.3	12.1973	4W	3N	18.0	-18.8	
Kiso 7679	24x24	Sb	16.5			07.1968	5W	7S	15.4		
Kiso 7765	30x18	Sc	15.7	9278	-19.8	06.1973	5W	6S	18.5	-17.0	
Kiso 7776	24x24	Sc	15			08.1971	7E	2S	16.8		
Kiso 7876	18x12	Sa	16			07.1968	5E	3S	16.8		

центров. В такой галактике распределение SN по направлениям одинаково. Поэтому для решения вышеотмеченной задачи достаточно определить их линейные расстояния от центра синтетической галактики. Фактически таким путем интегрируются SN по направлениям и одновременно увеличивается вес распределения их расстояний. Для получения такого же распределения SN Мк Карти [6] построил подобную галактику, называя ее "стандартной галактикой".

В выборке, приведенной в табл. 1, подавляющее большинство галактик (около 80%) - спиральные. Как известно они, в отличие, например, от иррегулярных галактик, имеют либо центральную область, либо ядро, которые позволяют точнее определить координаты SN относительно центра. Такая выборка также способствует повышению реалистичности распределения SN в синтетической галактике.

Расстоянием каждой SN от центра синтетической галактики считается ее расстояние от центра той галактики, в которой она наблюдалась.

Оно, в свою очередь, определяется по соотношению $R = \sqrt{x^2 + y^2}$, где R - линейное расстояние от центра данной галактики, а x и y - координаты SN, которые приведены в табл.1, выраженные в линейных единицах.

Важно отметить, что для получения реального распределения SN необходимо иметь точные расстояния их родственных галактик. В настоящее время расстояния галактик были определены достаточно точно, например в каталоге [7], средняя точность скоростей удаления галактик, по которым определяются их расстояния, примерно равна 27 км/с. Это означает, что при определении расстояний с точностью 1% или выше галактика должна иметь скорость 27000 км/с и больше. Количество таких галактик составляет примерно 58.4% от общего количества галактик, приведенных в [7]. А если определить расстояния с точностью до 5%, то количество таких галактик - в [7] будет примерно 96.2%.

В настоящей работе для определения расстояний родственных галактик мы использовали их скорости, приведенные в [5]. Эти данные в каталоге [5] собраны из разных источников, с разными точностями. С целью оценки их точностей скорости, приведенные для случайно выбранных 70 ярких ($m \leq 14^m.5$) галактик в каталоге [5], сравнивались со скоростями этих же галактик, приведенных в каталоге [7]. Результаты показали, что разница этих данных у 45% галактик не превышает 1%, у 26% галактик эта разница достигает до 5%, а у 15% галактик она не превосходит 10%. У остальных 14% галактик разница превышает 10%, в одном случае для Ic 4182 она достигает до 45%.

Таким образом, используемые скорости, приведенные в [5], позволяют достаточно точно определить линейные расстояния SN от центров их родственных галактик.

На рис. 1 приведена гистограмма расстояний SN от центра синтетической галактики (сплошная линия), шаг расстояния 1 клс. На этом рисунке приведены данные для 80 SN, наблюдавшихся в 69 галактиках

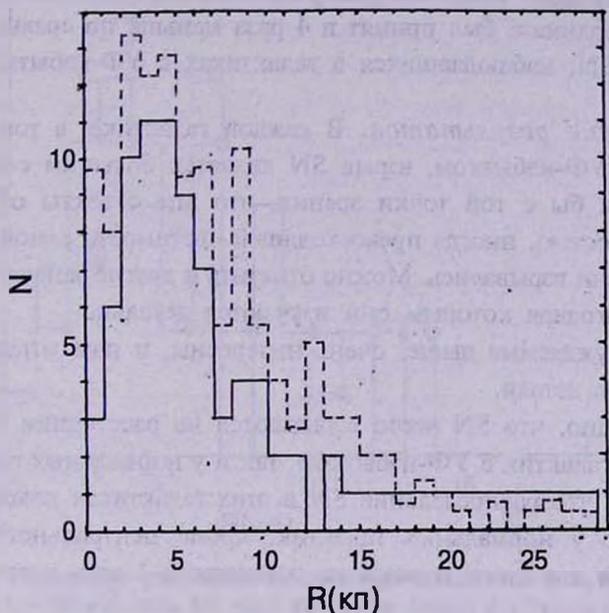


Рис. 1. Гистограммы расстояний SN от центров синтетической галактики, построенные для галактик с УФ-избытком.

с УФ-избытком, для которых известны скорости удаления.

Таким же путем была построена синтетическая галактика для остальных галактик, вошедших в [5], количество которых по сравнению с галактиками с УФ-избытком, приведенными в табл. 1, примерно 8.2 раза больше. Среди них только у 485 галактик известны скорости, по которым определяются их расстояния. В этих галактиках наблюдались 524 SN, для которых должны получить распределения. Подавляющее большинство этих галактик являются нормальными галактиками, несмотря на то, что область галактик, вошедших в [5], более обширная, чем область обзоров в [1-4]. Например, в этих обзорах не были охвачены те области неба, для которых координата δ меньше -20° , галактики с такими δ в [5] составляют примерно 22%. Ясно, что среди них будут также галактики с УФ-избытком. Такие объекты будут также среди тех галактик, области которых не были охвачены в обзорах [1-4].

Учитывая результат, полученный в [4] о том, что галактики с УФ-избытком составляют примерно 19% от общего количества галактик, можно заключить, что среди вышеупомянутых галактик количество галактик с УФ-избытком будет мало, и они существенно не могут влиять

на распределение расстояний SN от центра, наблюдавшихся в вышеупомянутых галактиках, и это распределение можно принять как распределение расстояний SN в нормальных галактиках.

На рис. 1 приведено также это распределение (прерывистая линия), где масштаб по ординате был принят в 4 раза меньше по сравнению с распределением SN, наблюдавшихся в галактиках с УФ-избытком.

4. *Обсуждение результатов.* В каждой галактике, в том числе и в галактике с УФ-избытком, взрыв SN является большим событием в ее жизни, хотя бы с той точки зрения, что эти объекты обладают огромной светимостью, иногда превосходящей светимость самой галактики, в которой они взрывались. Можно отметить и другие замечательные особенности, благодаря которым они изучаются детально.

Вопросы, обсуждаемые выше, очень интересны, и нам хотелось бы обсудить и другие детали.

Из рис. 1 видно, что SN часто взрываются на расстоянии 3-6 кпк от центра, как у галактик с УФ-избытком, так и у нормальных галактик. Из рис. 1 видно, что распределение SN в этих галактиках похоже друг на друга, только у нормальных галактик, кроме центрального пика, наблюдаются еще два пика: первый на расстоянии 1 кпк, а второй на 9 кпк.

Однако при построении гистограмм, приведенных на рис. 1, не были учтены поправки расстояний SN для наклонов родственных галактик. При учете отмеченного эффекта эти гистограммы могут меняться. Поэтому было бы желательно в синтетической галактике построить отмеченные гистограммы с заранее исправленными значениями расстояний SN для наклонов родственных галактик. Чтобы учитывать этот эффект сначала делаются предположения, что SN в каждой галактике являются членами ее плоской подсистемы и сама галактика плашмя имеет вид окружности. Кроме того для каждой галактики надо знать угол наклона ее плоскости относительно перпендикулярной плоскости луча зрения, позиционный угол ее большой оси и скорость удаления.

Для 32 галактик с УФ-избытком, приведенных в табл. 1, известны эти данные, они были взяты из каталога [5]. В этих галактиках наблюдались 42 SN. Вышеотмеченным путем (рис. 1) построили гистограммы этих объектов (рис. 2), без учета (сплошная линия) и с учетом (кружочки, соединенные прерывистыми линиями) наклонов.

На рис. 3 такие же гистограммы были построены для 218 SN, которые наблюдались в 203 нормальных галактиках. Вышеотмеченные данные для этих галактик также были взяты из [5].

При учете наклонов сделанное предположение, что каждая галак-

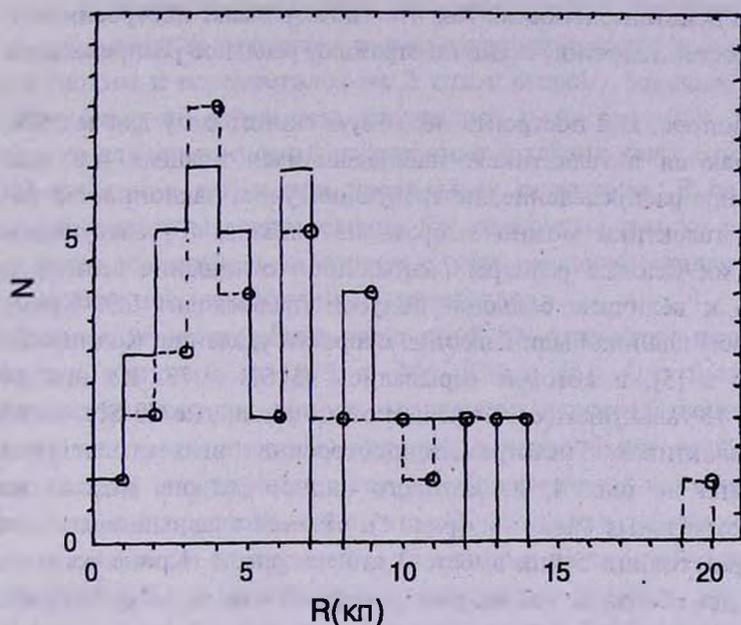


Рис. 2. Гистограммы расстояний SN от центра синтетической галактики, построенные для галактик с УФ-избытком без учета (сплошная линия) и с учетом (кружочки, которые были сделаны прерывистыми линиями) наклонностей.

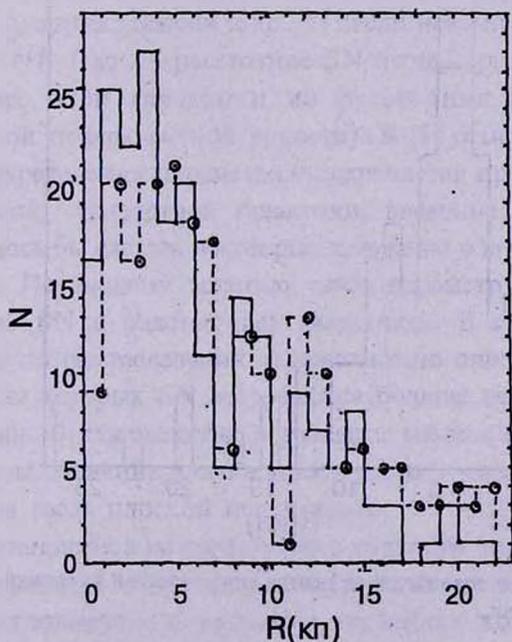


Рис. 3. Гистограммы расстояний SN от центра синтетической галактики, построенные для нормальных галактик без учета (сплошная линия) и с учетом (кружочки, которые были соединены прерывистыми линиями) наклонностей.

тика плашмя имеет вид окружности, только в частных случаях может соответствовать действительности. Так что гистограммы, построенные с учетом наклонностей галактик, также не отражают реальное распределение SN.

Возникает вопрос, как построить подобную гистограмму для тех SN, которые взрываются в галактиках, наблюдавшихся плашмя, т.е. как получить реальное распределение, не требующее учета наклонностей галактик? Такие галактики можно выбрать из каталога [5] следующим образом: либо их угловые размеры равны, либо отношение величины малой полуоси к величине большой полуоси превосходит 0.9. Кроме того, нужно чтобы для них были известны скорости удаления. Количество таких галактик в [5], в которых взрывались 93 SN - 73. Из них 14 наблюдались в 13 галактиках с УФ-избытком, а остальные 79 SN - в 60 нормальных галактиках. Гистограмма, построенная вышеотмеченным путем, приведена на рис. 4, из которого видно, что она похожа на гистограмму нормальных галактик (рис. 1). На ней главный максимум получился на расстоянии 5 кпк вместо 3 кпк на рис. 1. Кроме того, на рис. 4 получились оба пика, как на рис. 1, первый - на то же расстояние

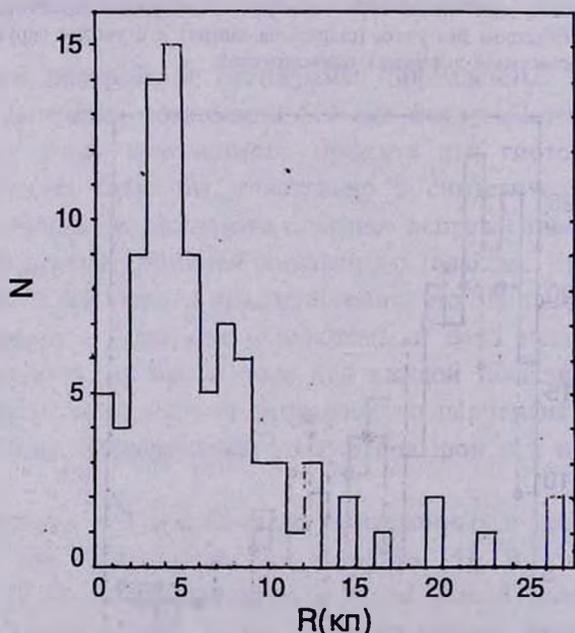


Рис. 4. Гистограммы расстояний SN от центра синтетической галактики, построенные для плашмя видимых галактик.

1 кпк, а другой - на 8 кпк вместо 9 кпк.

Таким образом, предложенный подход, который позволяет получить, по всей вероятности, истинное распределение расстояний SN в синте-

тической галактике (рис. 4), приводит к заключению, что это распределение в общих чертах похоже на распределение, приведенное на рис. 1 для нормальных галактик, только главный максимум на рис.4 стал более четким и переместился на 2 кпк в сторону больших расстояний.

Подобные же результаты получились и на рис. 2 и 3, т.е. после поправки для наклонностей родственных галактик как в случае галактик с УФ-избытком, так и при нормальных галактиках. В первом случае главный максимум распределения SN остался на том же расстоянии и стал более высоким, а во втором случае он переместился на 1 кпк в сторону больших расстояний и уменьшился.

Распределение линейных расстояний SN от центров их родственных галактик получено в 1973 г. Мк Карти [6]. Он построил такое распределение как для данных, полученных непосредственно из наблюдений, так и для данных, которые заранее были исправлены для наклонностей родственных галактик. Для внесения наклонностей в [6] были сделаны предположения, что SN находятся в плоскостях родственных галактик и одновременно толщинами плоскостей пренебрегается.

В этой работе максимальное количество взрывов SN попадает в интервал 2-4 кпк от ядер родственных галактик. Этот результат примерно совпадает с подобными результатами, полученными в настоящей работе.

В [8] отмечается, что для того, чтобы освободиться от недостатков, допускаемых в [6], в частности от ошибок определения расстояний родственных галактик, Барбон и др. [8] ввели независимый от расстояний параметр $\theta = r/R$ (где r - расстояние SN от ядра родственных галактик, а R - радиус этой галактики до расстояния изофоты какой-то фиксированной поверхностной яркости). В [8] отмечается также: чтобы получить распределения параметра θ сохраняется процедура построения, так называемой, стандартной галактики, введенная в [6].

Нам хотелось бы сделать некоторые замечания о внесении и значимости параметра θ . По нашему мнению, этот параметр не дает истинного распределения SN в родственных галактиках. В самом начале можно отметить, что по распределению θ невозможно определить те линейные расстояния, на которых SN встречаются больше всего, так как той же самой величине θ для галактик с разными расстояниями соответствуют разные размеры. Решение этого вопроса, на наш взгляд, является важным для эволюции звезд плоской подсистемы.

Теперь остановимся на трудностях в точности определения параметра θ . В этом параметре общее для всех галактик - только фиксированная поверхностная яркость, т.е. величина, по выбору которой определяются условные радиусы галактик (R), следовательно и множества чисел параметра θ . Когда эта величина выбирается в сторону ярких значений,

то в множестве θ количество чисел больше единицы увеличивается. Чем ярче фиксированная поверхностная яркость, тем больше возможности увеличить количество галактик в рассматриваемой выборке.

Градиенты изменения поверхностной яркости от центра галактики к ее периферии у разных галактик разные, т.е. данная фиксированная поверхностная яркость у одной галактики будет близка к ее центру, а у другой - достигнет крайней далекой области. Изофота, нанесенная точками такой яркостью, охватывает галактику разными фигурами (окружность, эллипс, иррегулярное изображение и т.д.). По изофоте можно определять ее радиус R . Только в частном случае, если фигура есть круг, ее радиус определяется точно, в остальных случаях R определяется приблизительно. Кроме того, необходимо, чтобы для всех галактик, участвующих в данной выборке, были построены изофоты в той же цветовой системе с достаточной точностью, иначе при определении радиусов опять могут вкратиться неточности. Из вышеизложенного ясно, что очень трудно составить такую выборку, которая удовлетворяла бы отмеченным выше требованиям.

Что касается метода, применяемого в [6] и в настоящей работе, то у него нет таких трудностей, а неточности распределения SN, связанные с неточностями скоростей удаления родственных галактик, уже были обсуждены выше.

Распределение SN по методу, разработанному в [8], т.е. по параметру q , было выполнено в работах [9-11]. В [9] приведено распределение 12 SN, которые наблюдались в 11 галактиках Маркаряна. В [10] с этой целью была рассмотрена выборка, состоящая из 35 SN, наблюдавшихся в 28 галактиках. Из них 14 являются сейфертовскими галактиками, а 14 - лайнерами. В [11] была рассмотрена выборка, состоящая из 54 SN, которые наблюдались в 14 изолированных парах и 32 взаимодействующих галактиках. В этой работе отмечается, что в ярких компонентах двойных галактик SN взрываются в два раза больше, чем в слабых компонентах.

Как было отмечено выше, около 80% галактик с УФ-избытком, приведенных в табл. 1, являются спиральными галактиками. Для галактик, приведенных в каталоге [5], преобладающим морфологическим классом также являются спиральные, т.е. взрывы SN как в галактиках с УФ-избытком, так и в нормальных галактиках, чаще всего происходят в спиральных галактиках.

Одним из важных вопросов является определение процента галактик с УФ-избытком, в которых наблюдались взрывы SN, по сравнению с общим числом галактик с УФ-избытком. Важно также полученный результат сравнить с таковым значением, полученным для нормальных галактик. Для решения этих вопросов были использованы данные из каталогов [5,7]. В каталоге [7] приведены данные всех галактик ярче

14^m.5 звездной величины, которые приведены в каталогах Цвикки и др. [12,13].

Исследования, приведенные многими авторами, например в [1,2], показали, что галактики с УФ-избытком, имеющие звездные величины 14^m.5 и ярче и одновременно вошедшие в каталоги [1,2] и в списки [3,4], полные, т.е. галактики с УФ-избытком с отмеченными звездными величинами в областях неба, которые были охвачены в вышеприведенных обзорах, были обнаружены полностью. И поэтому те галактики с УФ-избытком, которые включены в каталог [7] и которые имеют общую площадь на небе с вышеотмеченными обзорными наблюдениями, обязательно будут включены в один из каталогов или списков, составленных для галактик с УФ-избытком.

Количество галактик с УФ-избытком, вошедших в каталоги [1,2] и в списки [3,4] и которые одновременно содержатся в каталоге [7], составляет 454. Из них у 28 или примерно у 6.0% галактик наблюдались взрывы SN.

Такие же подсчеты, проводимые для остальных 1947 галактик каталога [7], которые, по всей вероятности, являются нормальными галактиками, показывают, что у 115 из них или примерно у 6.0% галактик наблюдались взрывы SN, причем у 28 галактик взрывалось более одной SN, в галактиках NGC 3184, NGC 4254, NGC 4303 и NGC 5457 наблюдались взрывы трех, а в NGC 4321 - четырех SN.

Таким образом, как в галактиках с УФ-избытком, так и в нормальных галактиках SN взрываются примерно с одинаковой частотой.

По данным каталога [5] у 6 галактик взрывы SN произошли в их центрах ($x = y = 0$), так как пять из них спиральные, естественно предположить, что взрывы произошли в их ядрах. Одна из них типа S_b , является галактикой с УФ-избытком (Kiso 382). Для шестой галактики не известен морфологический тип. Если бы эта галактика также имела ядро и взрыв SN произошел бы в нем, то все равно лишь у незначительной части галактик (примерно 0.7%) взрывы SN наблюдались в их ядрах. Этот результат говорит в пользу того, что взрывы SN фактически не играют роли в активности ядер галактик.

Как известно, среди ядер галактик с УФ-избытком самыми активными ядрами обладают галактики типа Сейферта. В каталоге [5] имеются 33 такие галактики. Взрывы SN в этих галактиках произошли во вне ядерных областей.

Таким образом, частота взрывной активности SN, а также их распределения в галактиках с УФ-избытком и нормальных галактиках одинаковы и не зависят от активности их ядер.

THE GALAXIES WITH UV-EXCESS IN WHICH HAVE BEEN OBSERVED THE BURST OF THE SUPERNOVAE STARS

M.A.KAZARIAN

The main results, obtained in present work are followings:

1) The list of galaxies with UV-excess in which have been observed though one supernova star (SN) is composed. The data of these galaxies and of the SN, which are burst in theirs are presented in Table 1. 2) The distributions of linear distances of SN from the centers of syntetic galaxies, which are constructed for the galaxies with UV-excess and for the normal galaxies, are obtained. 3) It is shown that the flash activity of the SN in the galaxies with UV-excess and normal galaxies approximately are the indential.

ЛИТЕРАТУРА

1. *J.M.Mazarella, V.A.Balzano*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **62**, 750, 1986.
2. *B.Takase, N.Miyauchi-Isobe*, Kiso survey for ultraviolet-excess galaxies, XVIII, *Publ. Natl. Astron. Observ., Jpan*, **3**, 169, 1993.
3. *М.А.Казарян*, *Астрофизика*, **15**, 5, 193, 1979.
4. *М.А.Казарян, Э.С.Казарян*, *Астрофизика*, **16**, 17, 1980; **18**, 512, 1982; **19**, 213, 1983.
5. *R.Barbon, E.Cappellaro, M.Turatto*, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **81**, 421, 1989.
6. *M.McCarthy*, *Ric. Astron. Spec. Vaticana*, **8**, 411, 1973.
7. *J.Huchra, M.Davis, D.Latham, J.Tonry*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **52**, 89, 1983.
8. *R.Barbon, M.Cappaccioli, F.Ciatti*, *Astron. Astrophys.*, **44**, 267, 1975.
9. *M.Turatto, E.Cappellaro, A.R.Petrosian*, *Astron. Astrophys.*, **217**, 79, 1989.
10. *A.R.Petrosian, M.Turatto*, *Astron. Astrophys.*, **239**, 63, 1990.
11. *A.R.Petrosian, M.Turatto*, *Astron. Astrophys.*, **279**, 49, 1995.
12. *F.Zwicky*, Catalogue of selected compact galaxies and of posteruptive Galaxies, *Publ. CH 3073, Guemling (BE), Zwitzerland*, 1971.
13. *F.Zwicky, E.Herzog, P.Wild, M.Karpowicz, C.Kowal*, Catalogue of galaxies and of Clusters of Galaxies, Pasadena: California Institute of Technology, vol., 1-6, 1961-1968.

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ON THE 3D VELOCITY RECONSTRUCTION OF CLUSTERS OF GALAXIES*

1. The reconstruction of the 3D velocities of the clusters of galaxies and their large-scale motion remains one of the central problems of observational cosmology (see [2,7] and references therein). The reason is clear: these properties should contain crucial information on the mechanisms of formation of the filaments and even on more early phases of evolution of the Universe, as well as on the present values of the cosmological parameters.

Below we are formulating the problem of the 3D velocity reconstruction of the cluster of galaxies based essentially on the measured redshift i.e. 1D velocity distribution of the galaxies within the cluster. The procedure we propose includes the following steps: a) the determination of the physical cluster; b) the obtaining of the galaxy redshift distribution of that cluster; c) the reconstruction of the mean 3D velocity distribution of the cluster from the redshift distribution of galaxies.

The first step can be performed by S-Tree [4,5,8] or similar technique enabling one the separation of the physically interacting galaxies from the 2D-image of the cluster area. We illustrate the proposed reconstruction procedure by numerical simulation, thus revealing the possibilities and the limitations posed by the observational parameters of the clusters of galaxies.

2. In 1935 Ambartsumian [1] has solved the stellar dynamical problem of reconstruction of 2D and 3D velocity distributions based on the observed line-of-sight velocity distribution of stars. The main assumption made was the independence of the distribution functions on the spatial regions (directions). Ambartsumian's formula relating the 3D velocity distribution function $\phi(v_x, v_y, v_z)$ with the observed line-of-sight velocity distribution $f(v, l, b)$ has the form:

* This article has been reported at the French-Armenian Joint Colloquium held in Byurakan in 1995.

$$\phi(v_x, v_y, v_z) = -\frac{1}{8\pi^2} \int dW \frac{1}{W} \frac{d}{dW} \int \frac{\cos b dl db}{\eta(l, b)} f(v_x \cos l \cos b + v_y \sin l \cos b + v_z \sin b + W, l, b) \quad (1)$$

where $W = v_r - x \cos \alpha - y \sin \alpha$ in some frame. Computer experiments show that the direct application of this formula is hardly possible for that purpose: the given distribution for the numerically simulated clusters does not coincide with the reconstructed one by means of that formula. The reason is clear: the derivation of a smooth function based on discrete information on relatively small number of points (10^2 - 10^3) in a nonlinear problem. This fact is a consequence of the principal difference between the N -body problem in stellar dynamics and dynamics of clusters of galaxies.

However, we notice that the Ambartsumian's formula has an interesting feature - the radial velocity parameter W is entering into it in a similar way as the coordinates. Therefore an additional physically reasonable information on the features of the function $\phi(v_x, v_y, v_z)$ can make the problem correctly formulated and much stable with respect to the initial noise. In the following, we explore such an approach.

3. Our assumption is the representation of the 3D velocity distribution in the following form:

$$\phi(v_x, v_y, v_z) d v_x d v_y d v_z = \prod_{i=1}^3 g_i(v_i; v_0^i, \sigma_v^i) d v_i \quad (2)$$

with $g_i(x; x_0, \sigma_x)$ being a smooth probability density function centered on x_0 and of dispersion σ_x . The peculiar velocity field within the cluster is thus split into a mean 3-dimensional velocity $v_c = (v_0^1, v_0^2, v_0^3)$ plus random components of velocity dispersion σ_v^i . Herein, we consider the isotropic case, choosing $g_i \equiv g$ gaussian, i.e. the random component has a 3D Maxwellian distribution of dispersion σ_v .

Note that the peculiar radial velocity $v_r = \hat{r} \cdot v$ of the galaxies is not completely furnished by the observed redshift $z = H_0 r + \hat{r} \cdot v$, with H_0 the Hubble's constant. Instead of usually made assumption that all galaxies lie at the same distance we prefer a more realistic one, permitting the cluster to have a spatial line-of-sight extension σ_c , with galaxies isotropically distributed around the center of the cluster.

Then, we rewrite the theoretical density probability in terms of the observable variables z , l and b . The successive integrations over the distance r and over 2 components of the 3-dimensional velocity field give the following observed probability density:

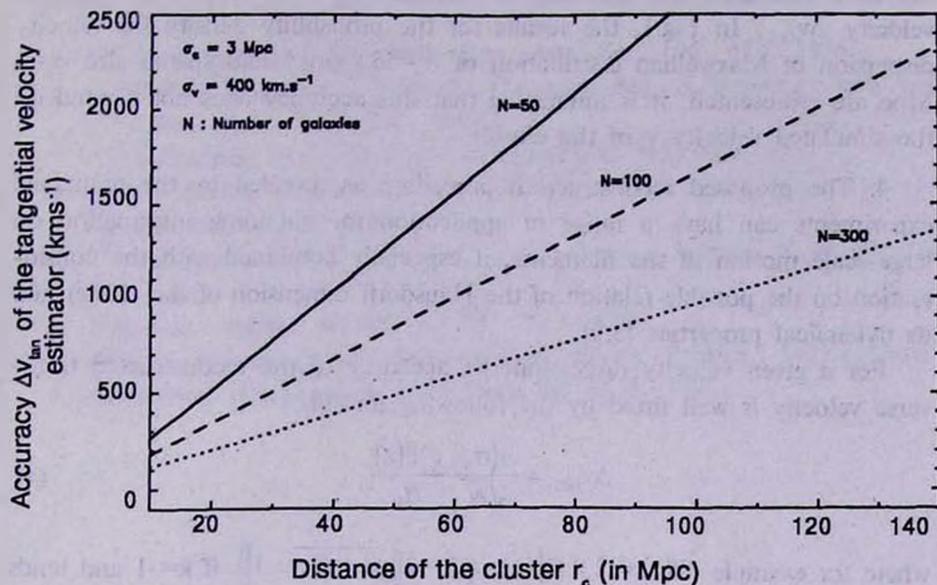


Fig.1

$$dP_{\text{obs}} = g(z - H_0 r_c; v_1 \cos l \cos b - v_2 \sin l \cos b - v_3 \sin b, \sqrt{\sigma_v^2 + \sigma_s^2}) \times \eta(l, b) \cos b \, dl \, db \, dz.$$

The estimates of the parameters v_1 , v_2 and v_3 are obtained by the maximized likelihood function with respect to v_1 , v_2 , v_3 , $H_0 r_c$, s_v and s_c .

For $A = \cos l \cos b - \langle \cos l \cos b \rangle$, $B = \sin l \cos b - \langle \sin l \cos b \rangle$, $C = \sin b - \langle \sin b \rangle$,

$D = z - \langle z \rangle$ where $\langle \cdot \rangle$ denotes the average on the sample, we obtain the following system of linear equations:

$$\begin{bmatrix} \langle A^2 \rangle & \langle A.B \rangle & \langle A.C \rangle \\ \langle B.A \rangle & \langle B^2 \rangle & \langle B.C \rangle \\ \langle C.A \rangle & \langle C.B \rangle & \langle C^2 \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle A.D \rangle \\ \langle B.D \rangle \\ \langle C.D \rangle \end{bmatrix} \quad (3)$$

One can see that spatial line-of-sight expansion σ_s is added quadratically to the peculiar velocity dispersion σ_v , enhancing thus the redshift scatter σ_z (in kms^{-1}) of the cluster. Moreover, because the distance r_c of the cluster normally is also an unknown parameter, it is impossible to disentangle the estimates of $H_0 r_c$ and of the mean radial velocity $v_{\text{rad}} (v_{\text{rad}} = \langle \hat{r} \cdot v)$. However it turns out that without the knowledge of r_c , one can evaluate the mean tangential velocity v_{tan} of the cluster

$$v_{\text{tan}} \cdot \langle \hat{r} \rangle = 0.$$

We have estimated the accuracy of reconstruction of the mean tangential velocity Δv_{tan} . In Fig.1, the results for the probability density for velocity dispersion of Maxwellian distribution of $\sigma_v=550 \text{ kms}^{-1}$ and spatial size $\sigma_r=3 \text{ Mpc}$ are represented. It is interesting that this accuracy does not depend on the simulated velocity v_c of the cluster.

4. The proposed reconstruction procedure as revealed by the numerical experiments can have a range of application for obtaining information on large-scale motion of the filaments, if especially combined with the consideration on the possible relation of the Hausdorff dimension of the cluster and its dynamical properties [3,6].

For a given velocity dispersion the accuracy of the reconstructed transverse velocity is well fitted by the following formula:

$$\Delta v_{\text{tan}} = \frac{A(\sigma_v) c \Psi(z)}{\sqrt{N} H_0}, \quad (4)$$

where for example $\Psi(z) = 2 / \Omega \left(\Omega z + (\Omega - 2) \left[\sqrt{1 + \Omega z} - 1 \right] \right)$ if $k=-1$ and tends to z for small redshifts, $A(\sigma_v) = \sqrt{\sigma_c^2 + \sigma_v^2}$, thus relating the reconstructed Δv_{tan} with the Hubble constant and other cosmological parameters.

V.G. was supported by French-Armenian PICS.

23 September 1996

Yerevan Physics Institute, Armenia

Universite de Provence and Centre

de Physique Theorique - C.N.R.S.; France

V.G.GURZADYAN

S.RAUZY

О ВОССТАНОВЛЕНИИ 3D СКОРОСТИ СКОПЛЕНИЙ ГАЛАКТИК

В.Г.ГУРЗАДЯН, С.РОЗИ

Сформулирована проблема восстановления 3D - скорости скоплений галактик с помощью распределения красных смещений этих же галактик. Хотя численные эксперименты указывают на невозможность прямого использования формулы Амбарцумяна (выведенной для звездных систем) из-за небольшого числа объектов в скоплениях, дополнительное физическое допущение о форме искомого распределения скоростей может дать возможность получения поперечной скорости скопления. Оценена точность предлагаемой восстановительной процедуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. *V.A.Ambartsumian*, Mon. Not. Roy. Astr. Soc., **96**, 172, 1936.
2. *K.B.Fisher, O.Lahav, Y.Hoffman, D.Lynden-Bell, S.Zaroubi*, Mon. Not. Roy. Astr. Soc., **272**, 885, 1995.
3. *V.G.Gurzadyan, A.A.Kocharyan*, Europhys.Lett. **15**, 801, 1991.
4. *V.G.Gurzadyan, A.A.Kocharyan*, 'Paradigms of the Large-Scale Universe', Gordon and Breach, 1994.
5. *V.G.Gurzadyan, V.V.Harutyunyan, A.A.Kocharyan*, Astron. Astrophys. **281**, 964, 1994.
6. *P.Monaco*, Astron. Astrophys. **287**, L13, 1994.
7. *S.Rauzy, M.Lachieze-Rey, R.N.Henriksen*, Inverse Problems, 1995 (in press).
8. *K.Bekarian, A.Melkonian*, Astrofizika, **40**, 425, 1997.

[7009r]

СОДЕРЖАНИЕ (продолжение)

ЗАКОН ПОДОБИЯ ПРИ СПЕКТРАЛЬНОМ ОЦЕНИВАНИИ
ВРЕМЕННОГО РЯДА. III
В.Ю.Теребиж 413

К ИССЛЕДОВАНИЮ ПОДСТРУКТУРЫ СКОПЛЕНИЙ ГАЛАКТИК
МЕТОДОМ S-ДИАГРАММ: НЕТОЧЕЧНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ
К.М.Бекарян, А.А.Мелконян 425

О СВЯЗИ РАДИОСВЕТИМОСТЕЙ И ОПТИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТНЫХ
ЯРКОСТЕЙ СПИРАЛЬНЫХ ГАЛАКТИК
В.Г.Малумян 433

СВЯЗЬ ГАЛАКТИК МАРКАРЯНА С ИХ ОКРУЖЕНИЕМ
А.П.Магтесян, В.Г.Мовсесян, В.М.Магтесян 441

ГАЛАКТИКИ С УФ-ИЗБЫТКОМ, В КОТОРЫХ НАБЛЮДАЛИСЬ
ВЗРЫВЫ СВЕРХНОВЫХ ЗВЕЗД
М.А.Казарян 457

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ON THE 3D VELOCITY RECONSTRUCTION OF CLUSTERS OF
GALAXIES
В.Г.Гурзадян, С.Рози 473

CONTENTS

Spectral classification of stars from the second Byurakan sky survey. II. <i>S.K.Balayan</i>	327
The possible fractal character of the blazar's light curves <i>S.G.Marchenko, A.V.Gagen-Thorn</i>	341
Analytical and numerical solutions of Kompaneets equation: the evolution of spectrum and main frequencies <i>D.I.Nagirner, V.M.Loskutov, S.I.Grachev</i>	349
Investigation of the group of rapid rotating A-type stars with infrared excess <i>J.B.Ohanesyan</i>	365
Events observed by Amaldi-Weber antennas from SN1987A as a possible detection of scalar gravitational waves <i>Yu.V.Baryshev</i>	377
Neutron stars in bimetric scalar-tensor theory of gravitation. I. the new solutions of the field equations <i>L.Sh.Grigorian, P.F.Kazarian, H.F.Khachatryan</i>	391
Rotation of the two-component model of neutron star in frame of GRT <i>D.M.Sedrakian</i>	403
Similarity law in a time series spectral estimation. III <i>V.Yu.Terebizh</i>	413
On the study of the substructure of galaxy clusters: S-tree technique in non-point approximation <i>K.M.Bekarian, A.A.Melkonian</i>	425
On relationship between radio luminosity and optical surface brightness of spiral galaxies <i>V.H.Malumian</i>	433
Connection between Markarian galaxies and their environment <i>A.P.Mahtessian, V.H.Movsessian, V.M.Mahtessian</i>	441
The galaxies with UV-excess in which have been observed the burst of the supernovae stars <i>M.A.Kazarian</i>	457
NOTES	
On the 3D velocity reconstruction of clusters of galaxies <i>V.G.Gurzadyan, S.Rauzy</i>	473