

# ԱՍՏՐՈՓԻԶԻԿԱ

ТОМ 38

ФЕВРАЛЬ, 1995

ВЫПУСК 1

МНОГОЦВЕТНЫЕ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И ФОТОГРАФИЧЕСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ЗВЕЗДЫ Y01	<i>Н.Д. Меликян, С.Д. Якубов</i>	5
О СИСТЕМАХ ТИПА ТРАПЕЦИИ, СОДЕРЖАЩИХ ЗВЕЗДЫ ТИПА Т ТЕЛЬЦА	<i>А.Л. Гольбурдян</i>	17
О ВОЗМОЖНОСТИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НАБЛЮДЕНИЙ ОТКРЫТИЯ ЗВЕЗДНЫХ ВСПЫШЕК	<i>А.Л. Мирзоян, В.В. Амбарян</i>	25
ШТАРК-ЭФФЕКТ В ЗВЕЗДНЫХ ВСПЫШКАХ	<i>В.В. Соболев, В.П. Гринин</i>	33
СВЯЗЬ КАРЛИКОВЫХ ГАЛАКТИК С ЯРКИМИ ГАЛАКТИКАМИ С ПЕРЕМЫЧКОЙ В СКОПЛЕНИИ VIRGO	<i>А.Т. Каллогян</i>	45
ЛЕГКАЯ ПОДСИСТЕМА С ЛИНЕЙНЫМ ПОЛЕМ СКОРОСТЕЙ ВНУТРИ ГРАВИТИРУЮЩЕЙ СФЕРЫ	<i>М.Г. Абрамян, Х.Г. Кокобелян</i>	55
ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ В ЦИЛИНДРЕ. Ш. СПЕКТР ОСНОВНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ	<i>Д.Н. Нагирнер</i>	75
ОБ ОДНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧЕ ПЕРЕНОСА ПРИ ЧАСТИЧНОМ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИИ ПО ЧАСТОТАМ	<i>А.Х. Хачатрян</i>	89
СТРУННАЯ ЭФФЕКТИВНАЯ ГРАВИТАЦИЯ И РАСТЯНУТАЯ ИНФЛЯЦИЯ	<i>А.А. Саарян</i>	101
АНАЛИЗ НЕРАДИАЛЬНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ОДНОРОДНОЙ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ	<i>С.Н. Баструков, Н.В. Молодцова, А.А. Букатина</i>	123
РАДИОИЗЛУЧЕНИЕ ПУЛЬСАРОВ	<i>Г.А. Саакян</i>	143

Выходит с 1965 г.  
на русском и английском языках

Խմբագրական կոլեգիա՝ Գ.Ս.Բինոյան-Վոզան, Վ.Գ.Գորբաչևի (գլխ. խմբագրի տեղակալ), Վ.Պ.Գրինին, Վ.Վ.Իվանով, Ն.Ս. Կարդաշև, Վ.Հ.Համբարձումյան, Ա.Գ.Մասնիչ, Լ.Վ.Միրզոյան (գլխ. խմբագիր), Գ.Ս.Սահակյան, Վ.Յու.Տերեբիժ, Ա.Տ.Բալլոդյան (պատ. քարտուղար):

Խմբագրական խորհուրդ՝ Ա.Ա.Բոյարչուկ, Ե.Վ.Խարաձե, Ի.Ս.Կոպիլով, Վ.Հ.Համբարձումյան, Լ.Վ.Միրզոյան, Վ.Վ.Սոբոլև (նախագահ):

**Редакционная коллегия:** В.А.Амбарцумян, Г.С.Бисноватый-Коган, В.Г.Горбачевский (зам. главного редактора), В.П.Гринин, В.В.Иванов, А.Т.Каллоглян (ответ. секретарь), Н.С.Кардашев, А.Г.Масевич, Л.В.Мирзоян (главный редактор), Г.С.Саакян, В.Ю.Теребиж.

**Редакционный совет:** В.А.Амбарцумян, А.А.Боярчук, И.М.Копылов, Л.В.Мирзоян, В.В.Соболев (председатель), Е.К.Харадзе.

"АСТРОФИЗИКА" - научный журнал, издаваемый Национальной Академией наук Республики Армения. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, соприкасающимся с астрофизикой. Журнал предназначен для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

«ԱՍՏՂՄՅԻԶԻԿԱ»-ն գիտական հասկոյն է. որը հրատարակում է Հայաստանի Հանրապետության Գիտությունների Ազգային ակադեմիան: Հանդեսը տպագրում է ինքնատիպ հոդվածներ աստղերի ֆիզիկայի, միգամածությունների և միջաստղային միջավայրի ֆիզիկայի, աստղաբաշխության և որոտագրակտիկական աստղագիտության, ինչպես նաև աստղաֆիզիկային սահմանակից բնագավառների գծով: Հանդեսը նախատեսված է գիտական շախատակիցների, ասպիրանտների և բարձր կուրսերի ուսանողների համար:

УДК:524.33:520.8

## МНОГОЦВЕТНЫЕ ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И ФОТОГРАФИЧЕСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ ДОЛГОПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ЗВЕЗДЫ $\Upsilon$ Ori

Н.Д.МЕЛИКЯН, С.Д.ЯКУБОВ

Поступила 10 апреля 1995

Принята к печати 25 апреля 1995

Приводятся результаты наблюдений долгопериодической переменной звезды  $\Upsilon$  Ori. Фотоэлектрические наблюдения выполнены на 60 см телескопе на высокогорной Майданакской станции Ташкентского астрономического института, осенью 1989 г. в *UBVR* областях спектра. Приводятся кривые блеска в *UBVR* лучах и изменение показателей цветов *U-B*, *B-V* и *V-R*. Фотографические наблюдения выполнены на 40" телескопе системы Шмидта Бюраканской обсерватории и на 70 см телескопе Максутова Абастуманской обсерватории. Вблизи максимума блеска в красной области спектра обнаружена туманность вокруг звезды  $\Upsilon$  Ori. Такое образование наблюдается впервые не только у звезды  $\Upsilon$  Ori, но и у долгопериодических переменных звезд вообще. В настоящей работе обсуждаются полученные результаты.

1. *Введение.* Долгопериодические переменные звезды типа Миры Кита являются холодными красными гигантами и сверхгигантами спектральных классов M, R, N и S. В максимуме блеска они в среднем излучают в 100 раз больше энергии, чем Солнце. Их периоды охватывают диапазон от 100 до 800 суток, а амплитуда блеска в визуальных лучах колеблется в среднем на  $5^m$ . Следует отметить, что амплитуда изменения блеска может изменяться, т.е. звезда может не вернуться к прежнему максимуму. Отметим также, что в среднем, звезды с более длинным периодом относятся к более поздним спектральным классам.

Изучением долгопериодических переменных звезд в Бюраканской астрофизической обсерватории занимаются еще с шестидесятых годов. Они привели к некоторым важным результатам. Так, например, поляриметрические наблюдения Варданяна [1-3] показали, что довольно большая часть звезд этого типа имеет собственную поляризацию света.

Настоящая работа в основном посвящена изучению звезды  $\Upsilon$  Ori. Эта звезда известна как долгопериодическая переменная звезда типа Миры Кита, и имеет спектр M3E-M5 [4]. Мы на нее обратили внимание случайно, во время синхронных фотографических *UBV* наблюдений вспыскивающих звезд области Ориона. Во время этих наблюдений звезда  $\Upsilon$  Ori была зарегистрирована в максимуме блеска [5].

Мы решили при возможности продолжить изучение этой звезды более детально. Особенно нас интересовал характер изменения цветов *U-B*, *B-V*, *V-R*. С этой целью мы поставили задачу провести многоцветные фотоэлектрические наблюдения звезды  $\Upsilon$  Ori.

**2. Наблюдения.** В настоящей работе приводятся результаты многоцветных фотоэлектрических наблюдений звезды  $\Upsilon$  Ori, выполненных на высокогорной Майданакской станции Ташкентского астрономического института, и результаты фотографических наблюдений, выполненных в Бюраканской и Абастуманской астрофизических обсерваториях.

Фотоэлектрические наблюдения проводились осенью 1989г. с 10 сентября по 27 декабря на 60см цейссовском телескопе, и охватывают период возгорания и затухания блеска звезды вокруг максимума. Однако из-за погодных условий не удалось получить наблюдательный материал в максимуме блеска звезды. Во время фотоэлектрических наблюдений звезды  $\Upsilon$  Ori в течение каждой ночи были сделаны несколько измерений. Так как звезда в течение этого времени не показала никаких изменений блеска, в табл.1 приводится одно значение звездной величины звезды для каждой ночи. Ошибки измерений при фотоэлектрических наблюдениях изменяются в пределах  $0^m.01-0^m.04$ .

Использованы также фотографические наблюдения, выполненные до 1985 г. включительно в Бюраканской и Абастуманской астрофизических обсерваториях. Эти наблюдения были проведены на широкоугольных 40" и 70 см телескопах. На 70 см телескопе Максудова Абастуманской обсерватории часто проводились наблюдения также в красной и инфракрасной областях спектра. При этом использовались светофильтры KC-10 и RG-5 и фотоэмульсии Kodak 103a-F и Kodak IVN. Фотопластинки Kodak IVN были использованы после сенсibilизации. На 40" телескопе системы Шмидта Бюраканской обсерватории наблюдения проводились в основном в ультрафиолетовых *U* и фотографических *Pg*, а в некоторых случаях и *B*, *V* областях спектра. Использованы светофильтры UG-1, GG-385 и GG-495 в сочетании с фотоэмульсиями Kodak 103aO, 103aD и ORWO

Таблица 1

РЕЗУЛЬТАТЫ  $UBVR$  ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ  
ФОТОМЕТРИИ ЗВЕЗДЫ  $\gamma$  Ori

JD 2447+	$U$	$B$	$V$	$R$	$U-B$	$B-V$	$V-R$
780	16 <sup>m</sup> .04	14 <sup>m</sup> .43	12 <sup>m</sup> .22	8 <sup>m</sup> .74	1 <sup>m</sup> .61	2 <sup>m</sup> .21	3 <sup>m</sup> .48
781	-	14.44	12.12	8.66	-	2.32	3.46
794	-	13.12	11.03	8.06	-	2.09	2.97
832	13.60	12.22	10.08	7.50	1.38	2.14	2.58
833	13.65	12.26	10.09	7.52	1.39	2.17	2.57
834	13.63	12.23	10.09	7.51	1.40	2.14	2.58
835	13.70	12.28	10.11	7.54	1.42	2.17	2.57
836	13.65	12.28	10.11	7.54	1.37	2.17	2.57
839	13.74	12.34	10.19	7.50	1.40	2.14	2.69
843	13.89	12.46	10.23	7.50	1.43	2.23	2.73
849	13.75	12.40	10.32	7.61	1.35	2.08	2.71
850	13.88	12.55	10.35	7.61	1.33	2.20	2.74
853	13.90	12.60	10.45	7.66	1.30	2.15	2.79
857	13.96	12.73	10.52	7.65	1.23	2.21	2.87
860	14.11	12.92	10.70	7.80	1.19	2.22	2.90
861	14.01	12.88	10.66	7.75	1.13	2.22	2.91
868	13.57	13.14	10.96	7.94	0.43	2.18	3.02
880	14.57	13.79	11.60	8.34	0.78	2.19	3.26
881	14.79	13.87	11.64	8.36	0.92	2.23	3.28
885	14.89	14.14	11.87	8.52	0.75	2.27	3.33
887	14.93	14.24	11.99	8.60	0.69	2.25	3.39

ZU21. Получены также спектры звезд области Ориона с помощью  $4^{\circ}$  объективной призмы. При этом использовались фотопластинки Kodak IIIaF и светофильтры RG-1 и RG-2. Результаты фотографических наблюдений в настоящей работе были использованы в основном во время обсуждения вопроса о туманности, зарегистрированной вокруг звезды  $\gamma$  Ori. Ошибки измерений фотографических наблюдений равны  $0^m.1$  (для звезд с  $m=11^m.0$ ) и достигают до  $0^m.4$  (для звезд с  $m=17^m.0$ ).

В табл.1 приводятся результаты этих *UBVR* фотоэлектрических наблюдений звезды *Y Ori*: дата наблюдения (JD), величина звезды в *U*, *B*, *V*, *R* лучах и цвета *U-B*, *B-V*, *V-R*, в звездных величинах. Наблюдения продолжались 107 дней.

3. *Кривые блеска и цвета звезды Y Ori.* Кривые блеска в *UBVR* лучах и ход изменения цветов звезды *Y Ori* построены на основе данных, приведенных в табл.1.

На основе богатого наблюдательного материала была построена полная кривая, с большой точностью определен период изменения блеска звезды

$$P=270^d.5 \pm 0^d.2,$$

а также время возгорания  $t_{\text{в}}=83^d.9$  и время спада блеска звезды  $t_{\text{с}}=186^d.6$  [5]. Блеск звезды в максимуме приблизительно 10-12 дней оставался почти постоянным.

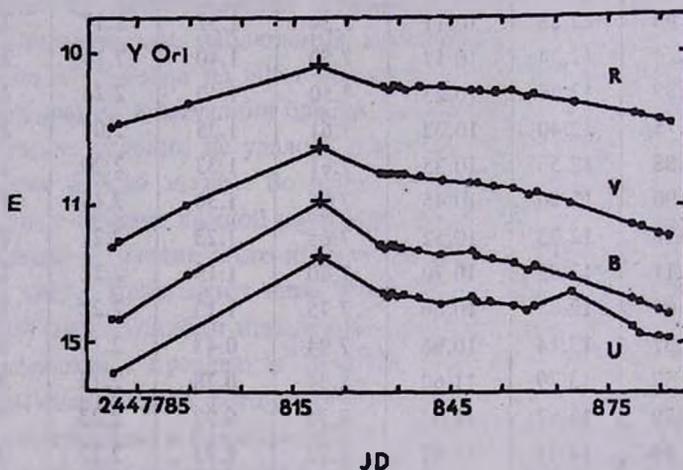


Рис. 1. Кривые блеска звезды *Y Ori* в *UBVR* лучах. Крестиками отмечены значения максимума блеска звезды по данным работы [5].

На рис. 1 приводятся кривые блеска звезды *Y Ori* в *UBVR* лучах. Из рисунка видно, что блеск звезды в *B*, *V*, *R* лучах монотонно убывает, тогда как в ультрафиолетовых лучах на нисходящей ветви кривой блеска выделяются отдельные повышения. Следует особенно отметить повышение

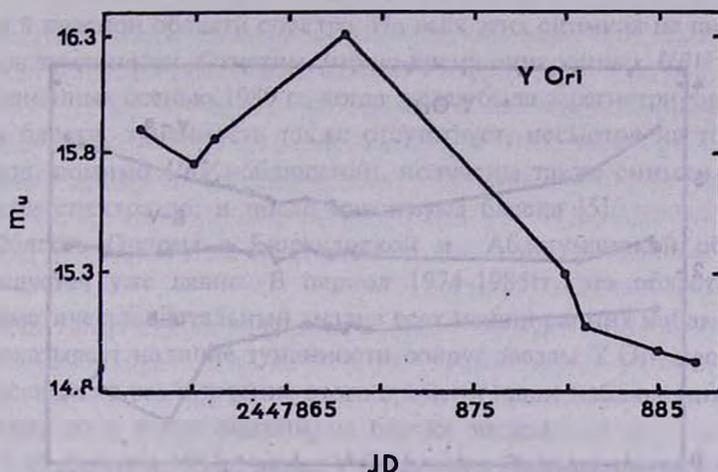


Рис. 2. Повышения блеска в  $U$  лучах через 48 дней после максимума.

блеска в ультрафиолетовых лучах через 48 дней после максимума блеска (см. рис. 2). В этом случае амплитуда блеска составляет приблизительно  $0^m.7$ , что намного превышает ошибки измерений. Интересно, что это повышение блеска не повторяется в  $B$ ,  $V$  и  $R$  областях спектра.

На рис.3 приводятся изменения цветов  $U-B$ ,  $B-V$  и  $V-R$  в течение времени. Как хорошо видно, затухания блеска звезды в  $B$ ,  $V$  и  $R$  лучах почти синхронно повторяют друг друга, вследствие чего значения показателей цветов  $B-V$  и  $V-R$ , во время фотоэлектрических наблюдений, после максимума блеска увеличиваются очень медленно.

Показатели цветов за 40 дней до максимума блеска имеют следующие значения:  $B-V=2^m.21$  и  $V-R=3^m.48$ . Приближаясь к максимуму значение цвета  $B-V$  уменьшается на  $0^m.1-0^m.15$ , а затем слабо увеличиваясь в течение 67 суток достигает значения  $2^m.25-2^m.27$ . Показатель цвета  $V-R$  меняется больше. Вблизи максимума блеска  $V-R=2^m.57-2^m.58$ , а через 67 суток после максимума  $V-R=3^m.39$ .

Мы имеем совсем другую картину при изменении показателя цвета  $U-B$ . Результаты многоцветной фотоэлектрической фотометрии звезд типа Миры Кита показывают, что минимальные значения показателя цвета  $U-B$  наблюдаются вблизи минимума блеска звезды [6,7]. Фотографические  $UBV$  наблюдения звезды  $\gamma$  Ori показали, что вблизи максимума показатель

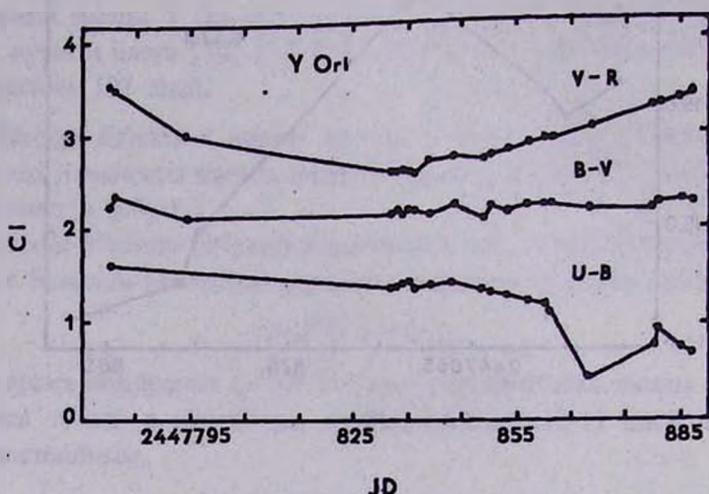


Рис. 3. Ход изменения цветов  $U-B$ ,  $B-V$  и  $V-R$  во время наших наблюдений.

цвета  $U-B=+1^m.3-1^m.4$ , после чего его значение уменьшается и цвет звезды становится синим [5].

Результаты настоящих многоцветных  $UBVR$  фотоэлектрических наблюдений также указывают, что показатель цвета  $U-B=1^m.4$  вблизи максимума, после чего  $U-B$  уменьшаясь, достигает значения  $0^m.69$ . К сожалению мы не знаем, каких значений достигает показатель цвета  $U-B$ , приближаясь к минимуму. Как уже было отмечено, на нисходящей ветви кривой блеска звезды Y Ori в ультрафиолетовых лучах выделяются отдельные повышения. В это время показатель цвета  $U-B$  имеет значение  $0^m.43$ .

4. *Образование туманности вокруг звезды Y Ori.* Во время фотографических наблюдений было замечено, что вблизи максимума звезды Y Ori появилась туманность [5]. Туманность зарегистрирована на фотопластинках, полученных с 2 по 11 февраля.

В декабре 1982 г. у нас имеются наблюдения в ультрафиолетовых и фотографических лучах, выполненные на 40" телескопе Бюраканской обсерватории. Эти наблюдения охватывают начало возгорания блеска звезды Y Ori за 50 дней до максимума. В то же время, 17 и 22 декабря на 70см телескопе Абастуманской обсерватории были получены снимки

$\Upsilon$  Ori в красной области спектра. На всех этих снимках не видно никаких следов туманности. Отметим, что во время синхронных *UBV* наблюдений, выполненных осенью 1980 г., когда звезда была зарегистрирована в максимуме блеска, туманность также отсутствует, несмотря на то, что в этот период, помимо *UBV* наблюдений, получены также снимки и в красной области спектра до, и после максимума блеска [5].

Область Ориона в Бюраканской и Абастуманской обсерваториях исследуется уже давно. В период 1974–1985 гг. эта область снималась систематически. Детальный анализ всех наших ранних наблюдений также не показывает наличие туманности вокруг звезды  $\Upsilon$  Ori, несмотря на то, что несколько раз в течение этого времени наши наблюдения охватывали периоды до и после максимума блеска звезды.

15–25 февраля 1983 г. звезда  $\Upsilon$  Ori должна была находиться в максимуме блеска. 2–11 февраля этого года у нас есть наблюдения области туманности Ориона в красных лучах. Фактически эти наблюдения охватывают период непосредственно до максимума блеска. На всех этих снимках видно, что вокруг звезды  $\Upsilon$  Ori четко выделяется туманное образование. На рис. 4 для иллюстрации приводится изображение звезды во время образования туманности (а) и за 50 суток до максимума (б). Как это хорошо видно на рис. 4, туманность в проекции имеет форму эллипса.

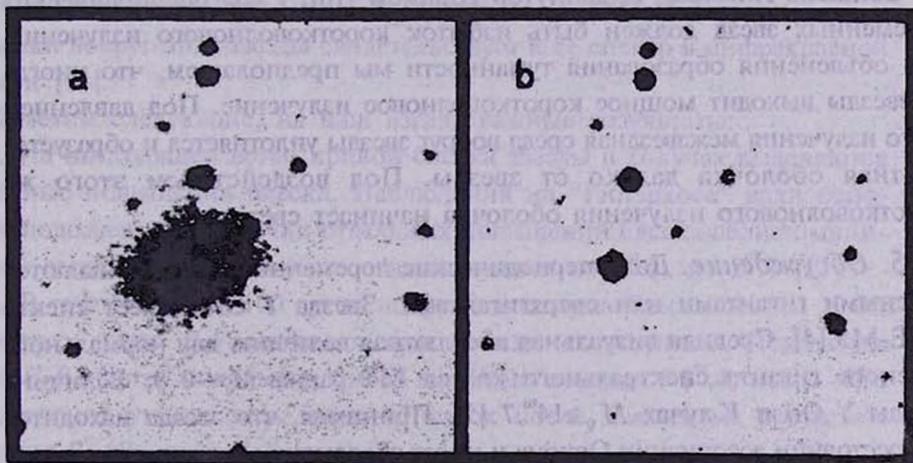


Рис. 4. Изображение звезды во время образования туманности (а) и за 50 суток после максимума (б).

Спектральные исследования долгопериодических переменных звезд показывают, что над нормальным обрашающим слоем имеется газовая оболочка, расширяющаяся со скоростью от -10 до -37 км/с. Размеры оболочки обычно неизвестны. У двойной звезды  $\alpha$  Her, согласно наблюдениям Дейча [8], оболочка имеет внешний радиус, по крайней мере в 200 000 раз больше радиуса Солнца. Наличие расширяющихся оболочек представляет большой интерес при исследовании истечения материи из звезд в межзвездное пространство.

На основе наших фотографических наблюдений можно грубо оценить размеры туманности вокруг звезды  $\Upsilon$  Ori. Туманность зарегистрирована на 70см телескопе Абастуманской обсерватории. Масштаб на пластинках, полученных на этом телескопе, составляет 98"/мм. Размеры туманности, измеренные на этих пластинках равны 23"×16". Это соответствует тому, что размеры туманности по большой оси эллипса равны 0.05 пк, а по малой - 0.035 пк. Наши измерения сделаны с учетом, что звезда  $\Upsilon$  Ori находится на расстоянии ассоциации Ориона в среднем около 450 пк [9]. Таким образом, получаются довольно большие размеры для туманности, которая образовалась в течение менее чем 50 суток.

Туманность не может быть следствием выброшенной материи из недр звезды, так как в этом случае понадобилось бы, по крайней мере, 600 лет для достижения таких размеров.

Согласно гипотезе, выдвинутой Шайном [10], у долгопериодических переменных звезд должен быть избыток коротковолнового излучения. Для объяснения образования туманности мы предполагаем, что иногда от звезды выходит мощное коротковолновое излучение. Под давлением этого излучения межзвездная среда вокруг звезды уплотняется и образуется плотная оболочка далеко от звезды. Под воздействием этого же коротковолнового излучения оболочка начинает светиться.

**5. Обсуждение.** Долгопериодические переменные звезды являются красными гигантами или сверхгигантами. Звезда  $\Upsilon$  Ori имеет спектр МЗЕ-М5 [4]. Средняя визуальная абсолютная величина для нормального красного гиганта спектрального класса М4 равна  $M_v = -0^m.8$ . Величина звезды  $\Upsilon$  Ori в И-лучах  $M_v \geq 14^m.7$  [5]. Принимая, что звезда находится на расстоянии ассоциации Ориона и имеет абсолютную звездную величину нормального красного гиганта, можно вычислить межзвездное поглощение:  $A_v = 7^m.24$ . То, что в Орионе в некоторых местах поглощение может достигать до  $7^m.0$  и больше, свидетельствуют результаты изучения в этой области

методом звездных подсчетов. В работе Коен и Куи [11] приводятся спектральные классы и поглощение  $A_v$  для более чем 100 звезд области Ориона. Самое большое значение получено для звезды Наго 4-255 спектрального класса K7:  $A_v=3^m.68$ . Даже это значение вдвое меньше, чем получаемое нами для звезды  $\gamma$  Ori. По-видимому, или эта звезда является звездой дальнего фона, что мало вероятно, или же она окружена холодной поглощающей материей.

Для классификации источников из каталога IRAS, отождествленных с Т Тау звездами, Лада [12] предложил метод, основанный на определении спектральных наклонов в инфракрасной области спектра. Используя эти спектральные наклоны  $a_{12}$  и  $a_{25}$  Вейнтрауб [13] сделал классификацию для более чем 300 звезд. Спектральные наклоны  $a_{12}$  и  $a_{25}$  выражаются с помощью инфракрасных потоков и частот следующим образом:

$$a_{12} = \lg(v_{12}F_{12}/v_{25}F_{25})/\lg(v_{12}/v_{25}),$$

$$a_{25} = \lg(v_{25}F_{25}/v_{60}F_{60})/\lg(v_{25}/v_{60}),$$

где  $F$  и  $v$  значения потока и частоты излучения на длинах волн 12  $\mu\text{m}$ , 25  $\mu\text{m}$  и 60  $\mu\text{m}$ . В частности результаты исследований Вейнтрауба показывают, что если спектральные наклоны  $a_{12}$  и  $a_{25}$  для отдельного источника одновременно принимают отрицательные значения, то источник окружен очень холодной материей. Отметим, что для звезды  $\gamma$  Ori нами получены следующие значения:  $a_{12}=-3.64$ ,  $a_{25}=-0.88$ . В пользу наличия оболочки вокруг этой звезды свидетельствует и ее спектр в инфракрасной области [14].

Отметим следующие, на наш взгляд важные результаты:

1. На нисходящей ветви кривой блеска звезды в  $U$ -лучах выделяются отдельные повышения блеска. Наблюдения на "Гипаркосе" дали основание подозревать о наличии отдельных повышений блеска вблизи минимума у звезд типа Миры Кита с амплитудами от  $0^m.5$  до  $2^m.1$  [15]:

2. В течение более 100 суток вокруг максимума блеска звезды  $\gamma$  Ori показатель цвета  $B-V$  оставался практически постоянным. Показатель цвета  $U-B$  вблизи максимума имеет значения порядка  $+1^m.4$ , после чего эти значения уменьшаясь, через 67 суток после максимума достигают значения  $0^m.69$ .

3. Вблизи максимума блеска вокруг звезды образовалась туманность, которая имеет форму эллипса с размерами  $0.05 \times 0.035$  пк. Такое образование вокруг долгопериодических переменных звезд, вообще, и вокруг

звезды  $\Upsilon$  Ori, в частности, наблюдается впервые. Предполагается, что звезда погружена в довольно плотную, холодную межзвездную материю, которая и светится под воздействием сильного коротковолнового излучения.

Авторы считают своим приятным долгом поблагодарить профессора Л.В.Мирзояна, Р.А.Варданяна и В.В.Амбаряна за обсуждение настоящей работы и ценные советы.

Бюраканская астрофизическая обсерватория, Армения  
Ташкентский астрономический институт, Узбекистан

## MULTICOLOUR PHOTOELECTRIC AND PHOTOGRAPHIC OBSERVATIONS OF LONG PERIOD VARIABLE STAR $\Upsilon$ ORI

N.D.MELIKIAN, S.D.JAKUBOV

Results of observations of a long period variable star  $\Upsilon$  Ori are presented. The photoelectric observations in *UBVR* bands of spectrum have been carried out with the 60 cm telescope of high mountain Maydanak station of Tashkent Astronomical Institute in Autumn of 1989. The light curves in *UBVR* bands as well as the variations of colour indices *U-B*, *B-V* and *V-R* are presented. The photographic observations have been obtained with the 40" Schmidt telescope of Byurakan Observatory and with the 70 cm Maksutov telescope of Abastumani Observatory. Near the maximum of brightness in red light a nebulosity was discovered around  $\Upsilon$  Ori. Such a formation not only for the star  $\Upsilon$  Ori but for long period variables in general has been observed for first time. In the present paper the obtained results are discussed.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Р.А.Варданян, Астрон.циркуляр. №471, 1968.
2. Р.А.Варданян, Астрофизика, 4, 152, 1968.
3. Р.А.Варданян, Астрофизика, 6, 77, 1970.

4. П.Н.Холопов, Р.Р.Самусь, В.П.Горанский, Н.А.Горыня, Е.В.Казаровец, Н.Н.Киреева, Н.П.Кукаркина, Н.Е.Курочкин, Г.И.Медведева, Н.Б.Перова, А.С.Расторгуев, М.С.Фролов, С.Ю.Шугаров, Общий Каталог переменных звезд, т.2, М., Наука, 1985.
5. Н.Д.Меликян, Р.Ш.Нацвалишвили, М.Делла Валле, *Астрофизика*, **28**, 329, 1988.
6. V.Mendoza, *Bol. Obs. Tonantzintla*, **4**, 28, 1967.
7. L.Celis S., *Astron. J.*, **87**, 1791, 1982.
8. A.J.Deutsch, *Astrophys. J.*, **123**, 210, 1956.
9. К.У.Аллен, *Астрофизические величины*, изд. Мир, М., 1977.
10. Г.А.Шайн, *Изв. АН СССР, сер. физ.*, **9**, 161, 1945.
11. M.Cohen, L.V.Kuhi, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **41**, 743, 1979.
12. C.Lada, in: *Star Forming Regions*, eds. M. Peimbert and J.Jugaku (Boston: Reidel), 1987, p.1.
13. D.A.Weintraub, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **74**, 575, 1990.
14. F.M.Olson, E.Raimond, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **65**, 607, 1986.
15. С.Мэган, частное сообщение.

УДК:524.338.5

## О СИСТЕМАХ ТИПА ТРАПЕЦИИ, СОДЕРЖАЩИХ ЗВЕЗДЫ ТИПА Т ТЕЛЬЦА

А.Л.ГЮЛЬБУДАГЯН

Поступила 13 апреля 1995

Принята к печати 25 апреля 1995

Приведены результаты спектрального исследования четырех звезд, составляющих систему Трапеции в туманности Sh 155. Звезды имеют ряд эмиссионных линий, типичных для эмиссионных красных звезд и звезд типа Т Тельца. Эта система является одной из тринадцати систем, найденных нами на Паломарском атласе. Показано, что все эти системы входят в ОВ ассоциации.

1. *Введение.* Как известно, кратные системы типа Трапеции являются молодыми нестационарными образованиями [1]. Подобные системы, особенно те, которые состоят из звезд малых масс или объектов Хербига-Аро, являются нестабильными, а эволюционная связь компонентов систем бесспорна.

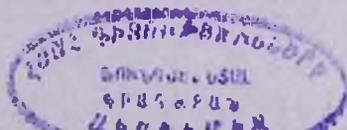
В работе [2] были приведены результаты поисков на картах Паломарского атласа систем типа Трапеции, состоящих из звезд малых масс и низкой светимости. Было просмотрено большинство областей Млечного Пути, содержащих темные облака. При выборе кратных систем были наложены следующие ограничения.

1. Все расстояния между компонентами системы должны быть величинами одного порядка.

2. Разница между звездными величинами компонентов системы не должна превышать  $2^m$ .

3. Системы должны быть связаны с темными облаками.

Приведенные выше ограничения дают возможность с большей вероятностью утверждать, что найденные системы являются физическими. Было найдено 12 подобных систем. Звезды, входящие в эти системы, в основном слабые ( $17^m$ - $19^m$ ), что затрудняет их спектральные наблюдения.



В работе [3] приводятся данные о спектральных исследованиях двух систем из этого списка (системы №8, состоящей из 4-х звезд, и системы №10, состоящей из 8-и звезд). У всех исследованных звезд спектры содержат сильные переменные эмиссионные линии, типичные для звезд типа Т Тельца. Спектральные классы этих звезд заключены в интервале поздний G - ранний M.

В настоящей статье представлены результаты спектральных исследований звезд одной из вышеназванных систем (системы №12), а также исследована связь вышеназванных кратных систем с ОВ - ассоциациями.

2. Система типа Трапеции в Sh 155. Одной из систем, приведенных в работе [2], является система №12, по виду точно воспроизводящая прототип - классическую Трапецию в Орионе. На снимках, полученных нами в прямом фокусе 2.6-м телескопа Бюраканской обсерватории в ноябре 1981г. [4] в ночь с хорошей прозрачностью, можно увидеть связанную с одной из звезд Трапеции (самой слабой звездой на синей

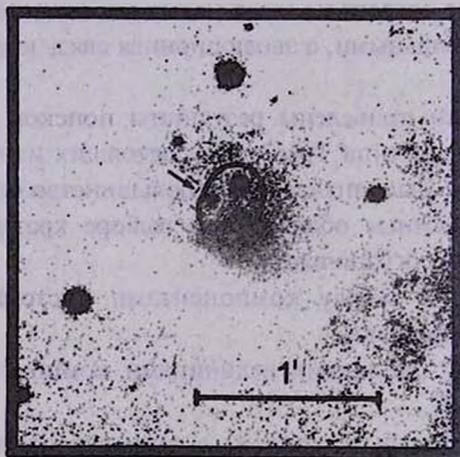


Рис. 1. Система №12 в Sh 155. Система обведена кружком, стрелкой отмечена звезда с кометарной туманностью. Снимок получен на 2.6-м телескопе Бюраканской обсерватории 25/26 ноября 1981г., Zu 21, 35<sup>m</sup>, север наверху, восток слева. Нумерация звезд системы №12 согласно [6] следующая. Начиная со звезды, отмеченной стрелкой, номера звезд по часовой стрелке соответственно 26, 24, 29 и 28.

карте, но самой яркой на инфракрасной) кометарную туманность в виде запятой. Размеры туманности около 3", что при расстоянии 730 пс до ассоциации Сер ОВЗ [5], с которой связана туманность Sh 155, соответствует 2000 а.е. Эта туманность не видна на картах Паломарского атласа, возможно из-за более неблагоприятных погодных условий или вследствие разницы в масштабах Паломарских карт и снимков в первичном фокусе 2.6-м телескопа (см. рис. 1). Нумерация звезд Трапедии на рис. 1 соответствует принятой в [6].

Сама Трапедия находится в яркой эмиссионной туманности, являющейся частью светлой туманности Sh 155. Ответственными за излучение Sh 155 могут быть находящиеся поблизости яркие звезды HD 217086 и 217061, входящие в ассоциацию Сер ОВЗ [6].

Трапедия №12 и ее окрестности недавно привлекли внимание группы астрономов из Мексики и Германии [6]. В своей интересной работе эти астрономы открыли вблизи Трапедии около сотни звезд - поздних карликов с эмиссией  $H_{\alpha}$  в спектре. Многие из этих звезд могут быть звездами типа Т Тельца. В работе [6] предполагается, что звезды Трапедии являются звездами типа  $A_c / V_c$  Хербига. Далее нами будет показано, что эти звезды имеют более поздние спектры. В [6] справедливо считается, что открытые эмиссионные звезды обязаны своим появлением упомянутым выше звездам HD 217086 и 217061, которые ионизовали часть молекулярного облака, сделав тем самым видимыми погруженные в него эмиссионные звезды. Таким образом это уже вторая известная Т - ассоциация, связанная с Сер ОВЗ. Первая связана с молекулярным облаком Сер А, входящим в Сер ОВЗ.

Из этого можно заключить, что Сер ОВЗ является ассоциацией типа О+Т. Не исключено, что со временем после открытия новых групп звезд типа Т Тельца, количество чистых ОВ ассоциаций может резко сократиться.

В данной статье представлены результаты спектральных наблюдений звезд упомянутой выше Трапедии. Наблюдения проведены на 6-м телескопе Специальной астрофизической обсерватории (Россия) 12 июля 1983г.

В табл. 1 приведены результаты измерений эквивалентных ширин эмиссионных и абсорбционных линий, имеющих в спектрах звезд Трапедии №12. В первом столбце таблицы приведены длины волн спектральных линий (*em* - эмиссионных, *abs* - абсорбционных). Линия  $\lambda 6179$  встречается в туманности Ориона. Во втором, третьем, четвертом и пятом

столбцах приведены эквивалентные ширины линий соответствующих звезд в Å.

Попытаемся оценить спектральные классы исследуемых звезд, исходя из их спектров. Способ оценки спектральных классов слабых звезд на основе их низкодисперсионных спектров приводится в работе [7]. В спектре звезд 26, 29 и 28 есть линия поглощения  $\lambda 5893$  ( $\lambda \lambda 5890, 96$  NaI), следовательно, согласно [7], эти звезды имеют спектральный класс K. У звезды 24 в спектре есть полоса поглощения  $\lambda 6240$  TiO, следовательно, согласно [7], спектральный класс этой звезды лежит в интервале K2-M0.

Таблица 1

## СПЕКТРЫ ЗВЕЗД СИСТЕМЫ №12

Линия	Звезда			
	24	26	29	28
5876 HeI <i>em</i>	3.05	1.31	1.77	2.07
5893 NaI <i>abs</i>	-	2.00	2.85	4.17
5883 <i>abs</i>	-	1.86	-	-
6143 <i>em</i>	1.31	2.58	3.14	7.45
6179 Oг10п <i>em</i>	0.61	1.13	2.55	1.14
6240 TiO <i>abs</i>	3.41	-	-	-
6300 [OI] <i>em</i>	11.79	13.78	5.34	1.10
6363 [OI] <i>em</i>	-	3.41	-	0.71
6563 H <i>em</i>	32.90	26.10	6.66	23.60
6583 NII <i>em</i>	14.10	12.40	3.72	1.06
6548 NII <i>em</i>	-	-	2.22	-
6705 <i>em</i>	-	-	0.59	0.70
6710 <i>abs</i>	-	-	0.58	1.18
6717 [SII] <i>em</i>	1.07	5.37	1.80	2.41
6731 [SII] <i>em</i>	1.92	2.00	1.82	1.91
6813 <i>em</i>	-	1.80	1.70	1.74
6821 <i>abs</i>	-	есть	0.90	0.61
6833 <i>em</i>	-	-	1.15	3.21
6844 <i>abs</i>	-	-	1.70	1.44
6864 <i>em</i>	-	-	1.15	1.83
6869 <i>abs</i>	-	-	2.88	3.31

Сравним спектры звезд Трапеции, исходя из результатов табл. 1. У всех четырех звезд находятся в эмиссии  $H_{\alpha}$ ,  $\lambda 6583$  NII,  $\lambda 6300$  [OI],  $\lambda 5875$  HeI, характерные для красных эмиссионных звезд и звезд типа Т Тельца.

Сравним звезды Трапеции №12 с исследованными в работе [3]. Спектры восьми звезд Трапеции №10 оценены в [3] как К-М, а из спектров звезд системы №8 три имеют спектр класса G и одна класса K. Из этих данных видно, что звезды системы №12 ближе по спектру к звездам системы №10. Близки и спектральные характеристики звезд систем №10 и 12. Так, у звезд обеих систем эквивалентные ширины  $H_{\alpha}$  достигают нескольких десятков, а у звезд системы №8 - всего  $1+2\text{\AA}$ . Довольно сильна линия  $\lambda 6300$  у звезд обеих систем, а у звезд системы №8 эта линия почти не заметна.

Системы №10 и 12 близки и по их местоположению. Система №12 принадлежит к звездам типа Т Тельца, расположенным в ассоциации Сер OB3, а система №10 - звездам типа Т Тельца, расположенным в ассоциации Суг OB7. Обе системы своим происхождением обязаны находящимся поблизости ярким звездам, ионизовавшим часть молекулярного облака, в которое были погружены звезды Трапеций. Сходное же расположение у звезд системы №8. Она находится на краю темного облака LDN 0291. В этом облаке имеются объекты Хербига-Аро GGD 27 и 28 и звезда с кометарной туманностью GM I-75. Облако LDN 0291 относится к ассоциации Суг OB7.

#### 4. Связь систем типа Трапеции со звездными ассоциациями.

Как уже было отмечено выше, со временем выясняется, что все большее число OB ассоциаций содержат звезды типа Тельца, т.е. являются не чистыми OB ассоциациями, а O+T ассоциациями. Попробуем выяснить, связаны ли найденные нами Трапеции с OB ассоциациями и с какими именно.

Результаты этого поиска приведены в табл. 2, в столбцах которой приводятся: номер Трапеций, их координаты, название связанной с Трапецией ассоциации, расстояние  $d$  до ассоциации в кпк [5], точечные источники IRAS [8], с которыми связаны Трапеции и кратность Трапеций.

Как видно из табл. 2, все Трапеции, исследованные нами, связаны с OB ассоциациями. Трапеция №1 связана с ассоциацией, открытой нами [9]. Из табл. 2 также видно, что все Трапеции, кроме №10, связаны с точечными источниками IRAS, что лишний раз подтверждает их связь с областями звездообразования. Об этом свидетельствует и близость многих

Таблица 2

## СВЯЗЬ ТРАПЕЦИЙ СО ЗВЕЗДНЫМИ АССОЦИАЦИЯМИ

NN	$\alpha_{1950}$	$\delta_{1950}$	Ассоциация	$d$ (кпк)	IRAS	Кратн.
1	0 <sup>h</sup> 55 <sup>m</sup> 50 <sup>s</sup>	56 <sup>o</sup> 12 <sup>'</sup>	Ori OB1	0.45	00557+5612	3
2	4 36 57	25 58	"-"	0.45	04368+2557	3
3	5 55 33	-14 06	"-"	0.45	05555-1405	4
4	6 01 10	-9 46	"-"	0.45	06010-0943	5
5	6 28 24	10 28	Mon OB1	0.55	06283+1028	5
6	7 07 00	-10 45	CMa OB1	0.95	07069-1045	4
7	7 22 40	-24 23	Pup OB1	2.5	07227-2423	4
8	18 16 29	-21 02	Sgr OB7	1.86	18165-2104	4
9	20 22 12	35 42	Cyg OB1	1.9	20222+3541	4
10	20 56 31	43 42	Cyg OB7	0.74	-	8
11	22 14 55	60 34	Cep OB2	0.74	22148+6033	4
12	22 55 06	62 22	Cep OB3	0.73	22551+6221	4

из Трапедий с нестационарными образованиями - объектами Хербига-Аро и кометарными туманностями. Так, с объектами NHL [2] и CLN [2] в непосредственном соседстве находятся следующие Трапедии: №5 (NHL 43a), №6 (NHL 49), №7 (NHL 51,52), №8 (NHL 60,61); №2 (CLN 38), №4 (CLN 79), №5 (CLN 96), №7 (CLN 116), №8 (CLN 138), №9 (CLN 154), №12 (Anon).

Характерной особенностью большинства найденных нами Трапедий является, кроме связи с темными туманностями, их связь также с маленькими эмиссионными или отражательными туманностями (системы №№1, 3, 4, 5, 11, 12).

После опубликования работы [2] нами была найдена еще одна система ( $\alpha_{1950}=6^h05^m56^s$ ,  $\delta_{1950}=-9^o35'.0$ ). Эта система связана с ассоциацией Ori OB1, состоит из 4-х звезд, связана с группой объектов Хербига-Аро NHL 35a, а также с маленькой отражательной туманностью.

**5. Заключение.** В данной статье приводятся результаты спектрального исследования системы типа Трапедии, находящейся в туманности Sh 155. Выяснилось, что все четыре звезды Трапедии имеют эмиссионные линии, характерные для звезд типа Т Тельца. Спектральный класс звезд

оценен как К-М. Эта система является одной из двенадцати систем, найденных нами при просмотре карт Паломарского атласа [2]. Показано, что все эти системы связаны с ОБ ассоциациями. Это обстоятельство позволяет предположить, что со временем число "чистых" ОБ ассоциаций будет уменьшаться (в связи с открытием в них новых групп звезд типа Т Тельца), и мы будем иметь вместо них смешанные O+T ассоциации.

Автор выражает благодарность сотрудникам САО РАН за помощь при наблюдениях на 6-м телескопе по теме "Исследование найденных в Бюракане объектов Хербига-Аро и тесных систем типа Трапеции, содержащих звезды типа Т Тельца".

Бюраканская астрофизическая  
обсерватория, Армения

## ABOUT THE TRAPEZIUM-LIKE SYSTEMS, CONTAINING T TAURI TYPE STARS.

A.L.GYULBUDAGHIAN

The results of spectral investigation of four stars, constructing Trapezium-type system in the nebula Sh 155, are given. It is shown that the stars have several emission lines, typical for the red emission stars and for the T Tauri type stars. This system is one of the 13 systems, found by us on PSS prints. It is shown, that all these systems are members of OB associations.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.А.Амбарцумян, *Астрон. ж.*, 26, 3, 1949.
2. А.Л.Гюльбудагян, Р.Шварц, Ф.С.Назаретян, *Сообщ. Бюракан. обсерв.*, 63, 3, 1990.
3. А.Л.Гюльбудагян, *Астрофизика*, 33, 31, 1990.
4. А.Л.Гюльбудагян, *Астрофизика*, 18, 660, 1982.
5. В. Balazs (ed.), *Catalogue of Star Clusters and Associations, Supplement 1, Budapest, 1981.*

- 6. *M.A. Moreno-Corral, C. Chavarria - K., E. de Lava, S. Wagner, Astron. Astrophys., 273, 619, 1993.*
- 7. *M. Cohen, L. Kuhi, Astrophys. J. Suppl. Ser., 41, 743, 1979.*
- 8. *IRAS Point Source Catalog, 1985, Joint Science Working Group, Washington, D.C.*
- 9. *А.Л.Гюльбудагян, Г.В.Оганян, Л.Г.Ахвердян, Астрофизика, 1994, (в печати).*

ABOUT THE TRAPEZIUM-LIKE SYSTEMS  
CONTAINING T YAURI TYPE STARS

A.L. GYULBUCHANIAN

The results of spectral investigation of two stars, containing Trapezium-like system in the orbits B2 155 and B2 156 are given. It is shown that the stars have spectral emission lines typical for the red emission stars and for the T Yauri type stars. This system is one of the 13 systems found by us on B25 paper. It is shown that all these systems are members of OB associations.

ЛІТЕРАТУРА

1. *А.Л.Гюльбудагян, Астрофизика, 22, 3, 1989.*  
 2. *А.Л.Гюльбудагян, Астрофизика, 23, 31, 1990.*  
 3. *А.Л.Гюльбудагян, Астрофизика, 18, 80, 1985.*  
 4. *В.Б.Андреев, Изв. Общества любителей астрономии, 1981.*

УДК:524.338.6-13

## О ВОЗМОЖНОСТИ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НАБЛЮДЕНИЙ ОТКРЫТИЯ ЗВЕЗДНЫХ ВСПЫШЕК

А.Л.МИРЗОЯН, В.В.АМБАРЯН

Поступила 10 марта 1995

Принята к печати 25 марта 1995

Показано, что хронологию открытий вспыхивающих звезд в звездном скоплении Плеяды и ассоциации Ориона можно удовлетворительно описывать с помощью различных функций (гамма распределения, биномальное распределение, экспоненциально убывающая функция и дельта функция) распределений средних частот звездных вспышек. Однако, оказалось, что это обусловлено неопределенностью выведенной из наблюдений функции распределения средней частоты звездных вспышек. Наиболее вероятной является функция, полученная Амбарцумяном, имеющая физическую обоснованность.

Задача восстановления функции распределения средних частот -  $\nu$  звездных вспышек в звездных скоплениях и ассоциациях по хронологии наблюдаемых вспышек, впервые была рассмотрена Амбарцумяном [1]. Им было показано, что эту функцию -  $f(\nu)$  для вспыхивающих звезд данной системы можно получить путем обращения Лапласа формулы

$$\frac{n_1(t)}{n_1(0)} = \frac{1}{V} \int_0^{\infty} e^{-\nu t} \nu f(\nu) d\nu, \quad (1)$$

с учетом условия нормировки

$$\int_0^{\infty} f(\nu) d\nu = 1. \quad (2)$$

Причем, отношение  $n_1(t)/n_1(0)$ , представляющее собой относительную долю "первых" вспышек (открываемых вспыхивающих звезд) среди всех вспышек, происходящих за единицу времени, как функция времени, определяется из наблюдений.

Имея в виду, что операция, обратная обращению Лапласа, приводит к очень большим относительным ошибкам в определении искомой функции распределения частот  $f(v)$ , Амбарцумян [1] предложил вычислить величины  $n_1(t)$  с помощью наблюдательных данных о вспыхивающих звездах, имевших вспышки в период наблюдений вторично. Это позволило существенно улучшить точность определения функции  $f(v)$ .

В итоге оказалось, что функция распределения средних частот звездных вспышек  $f(v)$ , для подсистемы вспыхивающих звезд скопления Плеяды, имеет следующий вид [1]:

$$f(v) = C e^{-vs} v^{-4/3}, \quad (3)$$

где  $C$  и  $S$ -постоянные.

Метод Амбарцумяна [1] определения функции распределения средней частоты вспышек  $f(v)$ , на основе статистических данных о совокупности наблюдаемых вспышек, был обобщен Арутюняном [2], что позволило использовать хронологии вспышек высоких порядков.

Иной путь определения функции распределения  $f(v)$  был предложен в работах Мнацаканяна и одного из авторов [3, 4]. В них задача восстановления функции распределения средних частот на основе фотографических наблюдений вспыхивающих звезд была решена с помощью следующей формулы:

$$n_r(t) = \sum_{k=r}^{\infty} n_k(1) C_k^r t^r (1-t)^{k-r}, \quad r = 0, 1, \dots, \quad (4)$$

где  $t$  - текущее "условное" время наблюдений, измеряемое количеством обнаруживаемых в звездной системе вспышек,  $n_r(t)$  - количество звезд, показавших за время  $t$  ровно  $r$  вспышек,  $C_k^r$  - число сочетаний из  $k$  элементов по  $r$  и  $n_k(1)$  - количество вспыхивающих звезд в звездной системе, показавших на настоящее время ( $t=1$ ) ровно  $k$  вспышек.

В принципе, функция распределения средних частот звездных вспышек  $f(v)$  должна позволить прогнозировать вспышечную активность вспыхивающих звезд в данной звездной системе как на прошлые, так и на будущие времена эволюции этой системы.

Однако в работе [4] было показано, что прогнозирование вспышечной активности на времена, превышающие двойную продолжительность наблюдений данной звездной системы ( $2T$ ), оказывается невозможным.

Этот результат дает основание утверждать, что задача восстановления функции средних частот звездных вспышек, на основе наблюдений, неразрешима без дополнительных предположений относительно вида этой функции.

Более того, анализ этой обратной задачи показывает, что ее математическая некорректность чрезвычайно высока, и поэтому на данном этапе наблюдений (когда для отдельно взятой звезды не зарегистрировано достаточно большое количество вспышек) определение функции распределения частот звездных вспышек представляется крайне затруднительным.

В настоящей заметке показывается возможность представления наблюдательных данных о звездных вспышках в двух, наиболее хорошо изученных, подсистемах вспыхивающих звезд: в скоплении Плеяды и ассоциации Ориона, существенно разными функциями распределения частот.

В работах [1, 4] было показано, что наблюдения звездных вспышек в подсистемах вспыхивающих звезд удовлетворительно описываются формулами как (3), так и (4), определенными на основе наблюдений.

Однако этими двумя распределениями не исчерпывается возможность представления наблюдений.

Таблица 1

ЧИСЛО ВСПЫХИВАЮЩИХ ЗВЕЗД В СКОПЛЕНИИ ПЛЕЯД,  
ПРИ ДАННОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЧАСТОТ

$f(v)$ \ $t$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$f(v) = Ce^{-\lambda v^{-1/3}}$	105	184	237	304	355	398	439	476	516	544
$n(t) = n(1) - \sum_{k=1}^{\infty} n_k (1-t)^k$	88	166	237	299	355	403	446	484	516	544
$f(v) = Ae^{-av}$	94	174	242	302	355	401	443	480	514	544
$f(v) = N_0 \delta(v - v_0)$	89	167	237	299	353	402	445	483	517	544
Наблюдаемое число	108	188	242	297	357	413	449	489	516	544

Оказывается, наблюдаемая последовательность открытий вспыхивающих звезд в этих подсистемах удовлетворительно представляется также следующими двумя распределениями:

$$\text{экспоненциально убывающим, } f(v) = Ae^{-\alpha v},$$

$$\text{дельта-функцией, } f(v) = N_0 \delta(v - v_0),$$

где  $A$ ,  $\alpha$ ,  $N_0$  и  $v_0$  являются постоянными величинами.

Подтверждением этого вывода являются табл. 1 и 2, где представлены все фотографические наблюдения звездных вспышек, соответственно, в скоплении Плеяды и ассоциации Ориона. Общая продолжительность фотографических наблюдений звездных вспышек первой системы составляет около 3100 часов [5], а второй системы - около 1600 часов [6]. Эти периоды были разделены на десять частей.

Представленные в табл. 1 и 2 числа соответствуют ожидаемым числам известных вспыхивающих звезд в этих периодах для данной функции распределения. В последнем столбце этих таблиц даются числа известных в этот период вспыхивающих звезд.

Сравнение представленных в табл. 1 и 2 чисел свидетельствует, что все четыре рассмотренные нами функции распределения частот могут в пределах естественных флуктуаций удовлетворительно представлять наблюдения.

Таблица 2

### ЧИСЛО ВСПЫХИВАЮЩИХ ЗВЕЗД В АССОЦИАЦИИ ОРИОНА, ПРИ ДАННОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЧАСТОТ

$f(v)$ \ $t$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$f(v) = Ce^{-\alpha v - v^2/\beta}$	61	119	173	224	274	321	366	409	451	490
$n(t) = n(1) - \sum_{k=1}^t n_k(1)(1-t)^k$	63	122	177	228	278	325	369	412	452	490
$f(v) = Ae^{-\alpha v}$	62	121	177	229	278	325	370	412	453	490
$f(v) = N_0 \delta(v - v_0)$	62	120	176	229	278	326	370	413	453	490
Наблюдаемое число	58	115	169	219	264	313	362	409	452	490

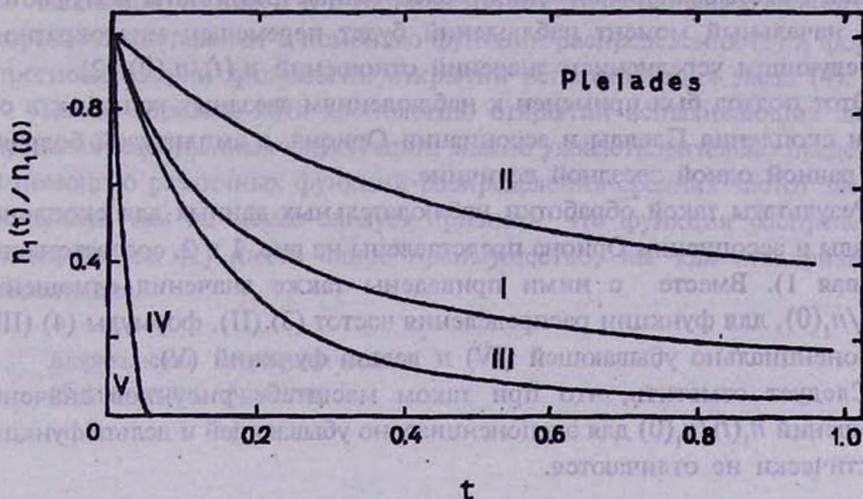


Рис. 1. Зависимость отношения  $n_1(t)/n_1(0)$  от условного времени наблюдения  $t$  для наблюдательных данных и различных функций распределения средних частот звездных вспышек в области скопления Плеяды: I - наблюдательные данные, II - функция распределения, предложенная Амбарцумяном [1] (формула (3)), III - биномиальное распределение, предложенное в работе Мнацаканяна и одного из авторов [3, 4] (формула (4)), IV - экспоненциально убывающая функция и V - дельта функция. Кривые IV и V при таком масштабе рисунка практически не отличаются.

Однако удовлетворительное представление хронологии открытий вспыхивающих звезд, вообще говоря, не означает адекватное соответствие данной функции к "истинной" функции распределения средних частот звездных вспышек.

Очевидно, что функция распределения средних частот звездных вспышек одинаково "хорошо" должна представлять как хронологию открытий вспыхивающих звезд, так и хронологию открытия звездных вспышек в данной подсистеме вспыхивающих звезд. Поэтому, для вышеприведенных функций распределения средних частот звездных вспышек следует сравнить также с хронологией открытий звездных вспышек (например, отношение  $n_1(t)/n_1(0)$ ).

Однако отношение  $n_1(t)/n_1(0)$  имеет большой разброс и только сглаживание данных с помощью хронологий повторных вспышек позволяет получить более точные результаты [1, 2].

Как показывают вычисления, более точные результаты получаются, если начальный момент наблюдений будет перемещен многократно с последующим усреднением значений отношений  $n_1(t)/n_1(0)$  [2].

Этот подход был применен к наблюдениям звездных вспышек в области скопления Плеяды и ассоциации Ориона, с амплитудой большей или равной одной звездной величине.

Результаты такой обработки наблюдательных данных для скопления Плеяды и ассоциации Ориона представлены на рис. 1 и 2, соответственно (кривая 1). Вместе с ними приведены также значения отношений  $n_1(t)/n_1(0)$ , для функции распределения частот (3) (II), формулы (4) (III), экспоненциально убывающей (IV) и дельта функций (V).

Следует отметить, что при таком масштабе рисунков значения отношений  $n_1(t)/n_1(0)$  для экспоненциально убывающей и дельта функций практически не отличаются.

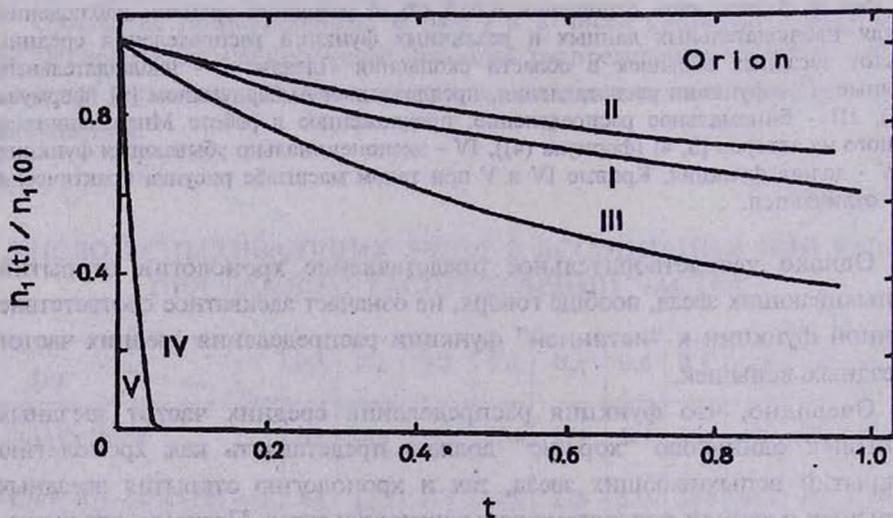


Рис. 2. Зависимость отношения  $n_1(t)/n_1(0)$  от условного времени наблюдения  $t$  для наблюдательных данных и различных функций распределения средних частот звездных вспышек в области ассоциации Ориона: I - наблюдательные данные, II - функция распределения, предложенная в работе Нацвлишвили [6] (формула (3)), III - биномиальное распределение, предложенное в работе Мнацканыя и одного из авторов [3, 4] (формула (4)), IV - экспоненциально убывающая функция и V - дельта функция. Кривые IV и V практически не отличаются.

Как видно из рис. 1 и 2 хронологию открытия вспышек сравнительно хорошо представляют с помощью функции распределения (3) и формулы прогнозирования хронологии открытий вспыхивающих звезд (4).

Таким образом, хотя хронологию открытий вспыхивающих звезд, в пределах естественных флуктуаций, можно удовлетворительно представить с помощью различных функций распределения средних частот звездных вспышек, тем не менее следует признать, что функция распределения Амбарцумяна [1] имеет явное преимущество, так как она физически обоснована.

Бюраканская астрофизическая  
обсерватория, Армения

## ON THE POSSIBILITY OF PRESENTATION OF THE OBSERVATIONS OF DISCOVERIES OF THE STELLAR FLARES

A.L.MIRZOYAN, V.V.HAMBARIAN

It is shown that the chronology of discoveries of flare stars in star cluster Pleiades and association Orion can be satisfactorily described by using different functions ( $\gamma$  function, binomial distribution, exponentially decreasing and delta functions) of distribution of the mean frequencies of stellar flares. However, it turned out that it is conditioned by the uncertainty of the distribution function of mean frequencies of the stellar flares. The most probable is the function obtained by Ambartsumian having a physical validity.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.А.Амбарцумян, *Астрофизика*, 14, 367, 1978.
2. Г.А.Арутюнян, *Астрофизика*, 21, 163, 1984.
3. М.А.Мнацаканян, А.Л.Мирзоян, *Астрофизика*, 29, 32, 1988.
4. М.А.Мнацаканян, А.Л.Мирзоян, in *Flare Stars in Star Clusters, Associations and the Solar Vicinity*, eds. L.V.Mirzoyan, B.P.Pettersen,

*M.K.Tsvetkov*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht-London-Boston, 1990, p.113.

5. *Г.Б.Оганян*, Картотека вспыхивающих звезд в области скопления Плеяды, Бюраканская астрофизическая обсерватория (не опубликовано).

6. *Р.Ш.Нацлишвили*, *Астрофизика*, 34, 107,-1991.

УДК:524.338.6

## ШТАРК-ЭФФЕКТ В ЗВЕЗДНЫХ ВСПЫШКАХ

В.В.СОБОЛЕВ, В.П.ГРИНИН

Поступила 15 апреля 1995

На основе теоретических моделей вспышек звезд типа UV Кита рассматривается образование штарковских крыльев водородных линий. Показано, что при определенных условиях (зависящих от мощности пучка заряженных частиц и их энергетического спектра) могут образовываться очень широкие крылья, простирающиеся на 20 и более ангстрем от центра линии. Наблюдения таких крыльев могут дать ценную информацию об энергетических спектрах частиц, вызывающих вспышку.

**1. Введение.** В статье авторов [1] было высказано и подробно аргументировано представление о том, что звездные вспышки вызываются нагревом некоторой части атмосферы звезды потоками частиц высоких энергий. Эти частицы порождаются "взрывом" в высоких слоях атмосферы и проникают затем в более глубокие слои - с концентрацией атомов порядка  $10^{15}$ - $10^{17}$ см<sup>-3</sup>. Сделанные на основе такого представления расчеты различных характеристик непрерывного спектра вспышек в общих чертах подтверждаются наблюдениями, полученными в импульсной фазе звездных вспышек (когда роль быстрых частиц в нагреве газа особенно велика). В последующих работах [2,3] рассматривался процесс нагрева атмосферы отдельно протонами и электронами.

В указанных работах речь шла лишь об излучении в непрерывном спектре. Однако при вспышках наблюдаются и эмиссионные линии, возникающие в среднем в более высоких слоях, чем непрерывный спектр. Вопрос о происхождении таких линий мы рассмотрим позднее, здесь же сосредоточим внимание на поведении крыльев линий. Как известно, крылья линий формируются приблизительно на тех же глубинах, что и непрерывный спектр. Поскольку же согласно нашим представлениям о вспышках концентрация атомов на этих глубинах весьма высока, то большую роль в расширении линий должен играть эффект Штарка.

В настоящей работе на основе построенных ранее [2] моделей вспышек производится расчет крыльев бальмеровских линий, расширяемых эффектом Штарка, и из сравнения с наблюдениями делаются некоторые выводы.

*2. Обзор предыдущих работ.* Спектральные наблюдения вспышек звезд типа UV Кита показывают (см. обзор [4] и статьи [5-8]), что эмиссионные линии при вспышках резко усиливаются и становятся шире. Уширение частично вызвано эффектом Доплера, обусловленным крупномасштабными движениями газа. Об этом свидетельствует наблюдаемая асимметрия линий: красное крыло линии часто бывает интенсивнее синего, что указывает на движение газа в глубь атмосферы. В газодинамических моделях вспышек [9] это явление объясняется прохождением по атмосфере звезды ударной волны, вызванной быстрым энерговыделением в поверхностных слоях звезды.

Другой причиной уширения линий может быть эффект Штарка. Подобная интерпретация рассматривалась в ранних работах по спектроскопии звездных вспышек [8,10]. Однако в последние годы наметилась тенденция объяснять широкие крылья линий во вспышках случайными движениями газа, аппроксимируя их одной или двумя гауссовскими функциями [5-7, 11-13]. Причины, по которым авторы указанных работ отказались от Штарк-эффекта различны. В одних случаях принятой электронной концентрации  $10^{13}$ - $10^{14}$  см<sup>-3</sup> оказалось недостаточно для объяснения наблюдаемых крыльев. В других - штарковский профиль хорошо описывал крыло линий, но расходился с наблюдениями в центральных участках линии, или наоборот. Во всех этих случаях авторы указанных выше работ полагали, что имеют дело с оптически тонкой плазмой. Такое предположение, однако, не соответствует действительности.

*3. Оптические толщины звездных вспышек.* В работе авторов [1] было показано, что оптическая толщина излучающего газа в импульсной фазе звездных вспышек может быть настолько велика, что он становится непрозрачным не только в линиях бальмеровской серии, но и в бальмеровском континууме. При этом оптическая толщина вспышки непосредственно за бальмеровским скачком  $\tau(B_c)$  может достигать значений порядка 10, что соответствует колонковой плотности водородных атомов  $N_2$ , находящихся на втором уровне, порядка  $10^{18}$  см<sup>-2</sup>. Легко показать, что оптическая толщина такой вспышки в частотах бальмеровских

линий будет весьма значительной даже в далеких штарковских крыльях линий.

Как известно (см., например, [14]), в штарковском крыле бальмеровской линии коэффициент поглощения имеет вид:

$$k(\lambda - \lambda_0) = CF_0^{3/2} [1 + R(N_e, T)(\lambda - \lambda_0)^{1/2}] / (\lambda - \lambda_0)^{5/2}, \quad (1)$$

где  $F_0 = 1.25 \cdot 10^{-9} N_e^{2/3}$ ;  $C$  - постоянная, зависящая от номера линии;  $R(N_e, T)$  - медленно меняющаяся функция электронной концентрации  $N_e$ , температуры  $T$  и номера линии;  $\lambda$  и  $\lambda_0$  - выражены в ангстремах.

Заметим, что первый член в квадратных скобках учитывает столкновения атомов с протонами, второй член учитывает уширяющее действие электронов, которое, как показывают приведенные ниже расчеты, доминирует в звездных вспышках.

С учетом этого можно написать выражение, связывающее расстояние от центра линии  $\Delta\lambda_1 = \lambda_1 - \lambda_0$ , на котором оптическая толщина газа в рассматриваемой линии  $\tau(\Delta\lambda_1)$  равна единице, с колонковой плотностью атомов водорода, находящихся на втором уровне  $N_2$ :

$$\tau(\Delta\lambda_1) = \int_0^{z_0} n_2 k(\Delta\lambda_1) dz = N_2 k(\Delta\lambda_1) = 1, \quad (2)$$

где  $n_2$  - концентрация атомов водорода на втором уровне,  $z_0$  - геометрическая толщина излучающего газа.

Величину  $N_2$  удобно выразить через оптическую толщину газа  $\tau(B_c)$  за бальмеровским скачком (коэффициент поглощения в расчете на один поглощающий атом непосредственно за скачком равен  $1.4 \cdot 10^{17}$ ). Рассчитанные таким путем значения  $\Delta\lambda_1$  для электронной концентрации  $N_e = 10^{14} \text{ см}^{-3}$  и температуры  $T = 10^4 \text{ К}$  представлены на рис. 1 как функция  $\tau(B_c)$ .

Видно, что в случае мощных вспышек, когда  $\tau(B_c)$  достигает значений порядка 10, излучающий газ может быть непрозрачен в крыльях бальмеровских линий до очень больших расстояний от центра: в линии  $H_\alpha$  - вплоть до  $20 \text{ \AA}$ , в линиях  $H_\beta$  и  $H_\gamma$  - до примерно  $15 \text{ \AA}$ .

4. *Выбор модели вспышек.* Звездные вспышки подобно вспышкам на Солнце характеризуются значительной неоднородностью физических условий. По этой причине области, в которых образуются оптический

континуум вспышки и эмиссионные линии, пространственно не совпадают. Согласно современным представлениям (см. [1], обзор [15] и цитированную там литературу) оптический континуум в импульсной фазе вспышки образуется в плотных слоях, при концентрации атомов  $10^{15}$ - $10^{17}$  см<sup>-3</sup>, нагреваемых до температур порядка  $T=5000$ - $10000$  К. Первичный нагрев осуществляется пучками ускоренных частиц (протонами [2] или электронами [3]), имеющих, по-видимому, более жесткий энергетический спектр по сравнению с солнечными вспышками. Важную роль в нагреве самых глубоких слоев вспышки играет лучистая теплопроводность [2,3].

Поверхностные слои вспышки нагреваются до температур порядка ( $10^5$ - $10^7$  К) и выше и излучают в основном в ультрафиолетовом и рентгеновском диапазонах. Ударная волна, распространяющаяся из этой об-

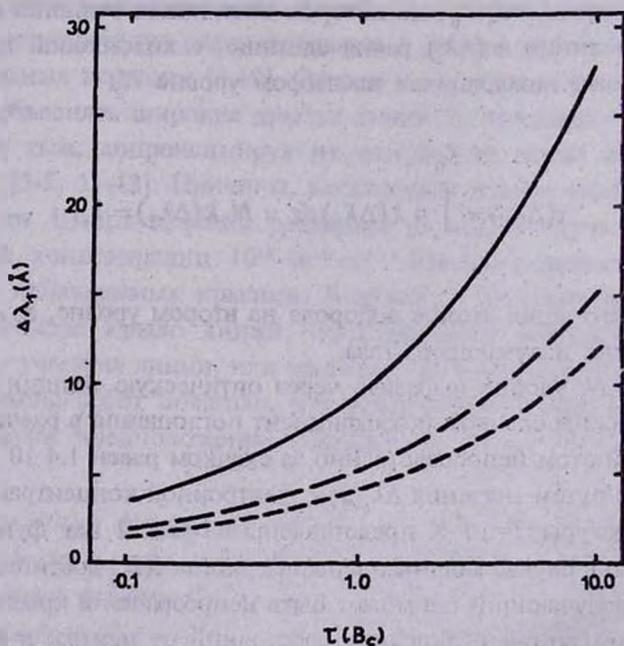


Рис. 1. Расстояние от центра бальмеровских линий в ангстремах, на котором оптическая толщина газа за границей бальмеровской серии равна единице:  $H_{\alpha}$  - сплошная линия;  $H_{\beta}$  - пунктир;  $H_{\gamma}$  - штрих-пунктир. Электронная концентрация и температура газа равны:  $N_e=10^{14}$  см<sup>-3</sup>,  $T_e=10^4$  К.

ласти вспышки вниз, быстро диссипирует при вхождении в слои с концентрацией атомов порядка  $10^{15} \text{ см}^{-3}$  [9]. Поэтому роль газодинамических эффектов в нагреве плотных слоев атмосферы относительно невелика.

Линейчатый спектр вспышек формируется в более высоких слоях [4], в которых газодинамические эффекты, вызванные быстрым энерговыделением, играют весьма важную роль [9]. Однако при расчете крыльев линий можно в хорошем приближении ограничиться рассмотрением самых плотных слоев вспышки, пространственно совпадающих с областью образования континуума вспышки. В случае солнечных вспышек этот факт хорошо известен из наблюдений, так называемых, белых вспышек [16]: широкие крылья линии  $H_{\alpha}$  в них образуются в компактных областях, пространственно совпадающих с "пятнами" непрерывной эмиссии.

5. *Метод расчета.* С учетом сказанного выше при рассмотрении далеских штарковских крыльев линий можно, во-первых, воспользоваться результатами расчетов [1, 2] областей звездных вспышек, в которых формируется их оптический континуум. Во-вторых, с хорошей степенью точности можно принять, что населенности атомных уровней в этой области вспышки полностью термализованы и могут быть описаны в приближении ЛТР. В этом случае выражение для интенсивности выходящего излучения имеет вид:

$$I(\lambda, \mu) = \int_0^{z_0} [\varepsilon_l(\lambda - \lambda_0, z) + \varepsilon_c(\lambda_0, z)] e^{-\int_0^z [\alpha_l(\lambda - \lambda_0, z') + \alpha_c(\lambda_0, z')] dz'/\mu} dz/\mu, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_l$  и  $\varepsilon_c$  - объемные коэффициенты излучения в частотах спектральной линии и в континууме соответственно на расстоянии  $z$  от верхней границы вспышки. В приближении ЛТР они связаны с соответствующими объемными коэффициентами поглощения и функцией Планка в точке  $z$ . Например,  $\varepsilon_l(\Delta\lambda, z) = \alpha_l(\Delta\lambda, z) B(\lambda_0, z)$ , где  $\alpha_l(\Delta\lambda, z) = n_2(z) k(\Delta\lambda, z)$ . Заметим, что, следуя [1], при расчете объемных коэффициентов излучения и поглощения во вспышке учитываются свободно-свободные и свободно-связанные переходы атомов водорода и его отрицательных ионов.

В табл. 1 приведены данные о моделях звездных вспышек, для которых были рассчитаны штарковские крылья бальмеровских линий. Согласно [2] они наилучшим образом объясняют цветовые характеристики

Таблица 1

## ПАРАМЕТРЫ ПРОТОННЫХ МОДЕЛЕЙ ВСПЫШЕК

 $E_1$  - пороговая энергия частиц; $F_1$  - полный поток энергии в пучке на верхней границе вспышки

Модель	$E_1$ (МэВ)	$F_1$ (эрг/см <sup>2</sup> с)
1	1	1.0E+11
2	1	3.0E+11
3	1	5.0E+11
4	3	5.0E+10
5	3	1.0E+11
6	3	3.0E+11
7	10	1.0E+11

оптического излучения мощных звездных вспышек вблизи максимума блеска. Расчеты выполнены по методике, описанной в [2], в предположении, что первичный нагрев газа осуществляется пучками быстрых частиц. Для определенности принята протонная модель вспышки. Аргументы в пользу этой модели приведены в [2, 17, 18]. Следует, однако, подчеркнуть, что вопрос о доминирующем источнике первичного нагрева газа (протоны или электроны) до конца не выяснен даже для солнечных вспышек. С точки зрения рассматриваемого здесь эффекта Штарка оба механизма нагрева приводят к одним и тем же результатам, если при одинаковых интегральных потоках энергии пучков, энергии электронов в  $(m_e/m_p)^{1/2}=43$  раза больше энергии протонов. В этом случае длины свободного пробега частиц, а следовательно, и энерговыделение в единичном объеме газа одинаковы.

В табл. 1 приведены: номер модели, пороговая энергия протонов (их начальный энергетический спектр предполагается степенным с показателем  $\gamma=3$ ) и поток энергии в пучке на верхней границе вспышки.

6. *Результаты расчетов.* На рис. 2-4 приведены результаты расчетов, иллюстрирующие влияние параметров вспышек на штарковские крылья трех главных членов бальмеровской серии. На всех графиках профили нормированы в единицах интенсивности континуума вспышки, на частоте рассматриваемой линии. Наиболее протяженные крылья, как

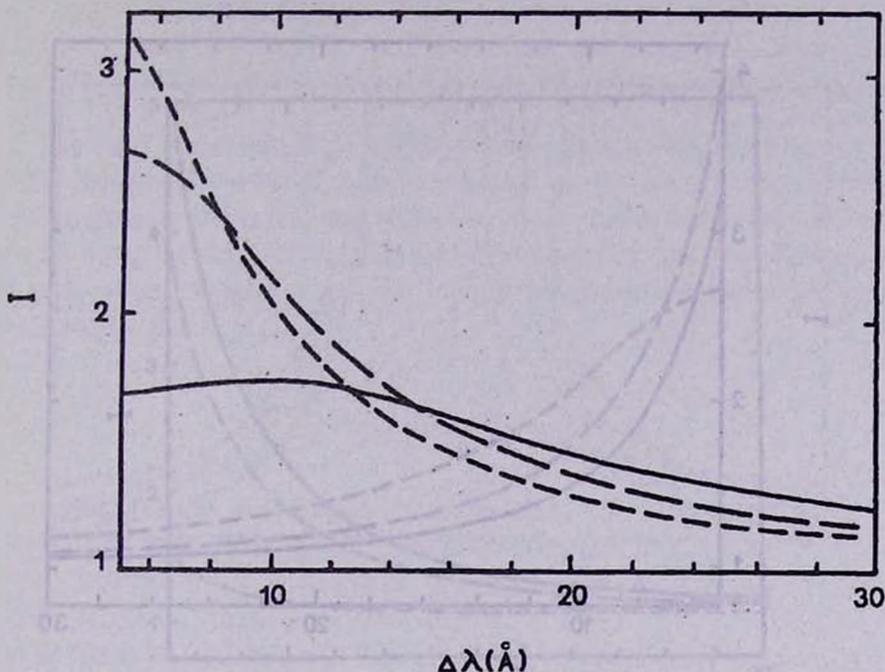


Рис. 2. Пример штарковских крыльев балмеровских линий в модели б:  $H_\alpha$  - сплошная линия;  $H_\beta$  - пунктир;  $H_\gamma$  - штрих-пунктир. Здесь и далее профили нормированы на интенсивность континуума вспышки на частоте соответствующей линии.

и следовало ожидать, имеет линия  $H_\alpha$  (рис. 2), поскольку оптическая толщина газа в частотах этой линии максимальна. Расчеты показывают, что с увеличением мощности вспышки крылья линий вначале усиливаются в результате увеличения температуры и степени ионизации газа. Затем по мере нагрева более глубоких слоев вспышки (за счет лучистой теплопроводности) происходит усиление континуума и, как следствие этого, штарковские крылья на фоне усиливающегося континуума начинают ослабевать (рис. 3).

Вид профиля зависит также от положения вспышки на диске звезды. Расчеты показывают, что при переходе от центра к краю может происходить как ослабление штарковских крыльев линий, так и их усиление.

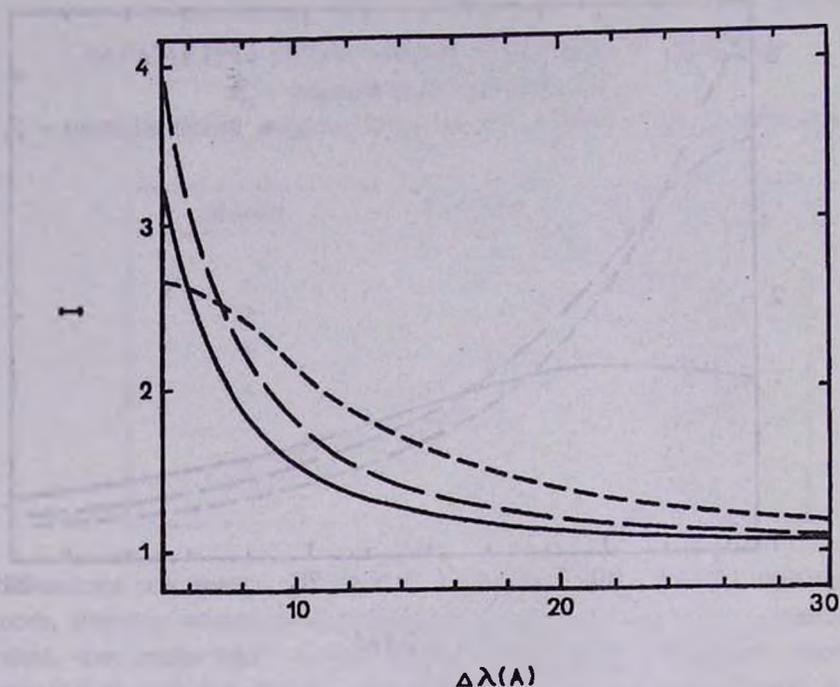


Рис. 3. Зависимость штарковских крыльев линии  $H_{\beta}$  от мощности вспышки: сплошная линия - модель 4, пунктир - модель 5, штрих-пунктир - модель 6.

Из трех рассмотренных значений пороговой энергии частиц  $E_1$  наиболее интенсивные крылья линий получаются при наименьшем значении этого параметра. Это объясняется тем, что градиент температуры в таких моделях из-за малой длины свободного пробега ускоренных частиц максимален. Поэтому эффективная глубина образования континуума соответствует более низкой температуре газа. Таким образом, усиление крыла линии при уменьшении  $E_1$  это скорее результат понижения интенсивности подложки, чем усиления эмиссии в линии.

На рис. 5 представлены теоретические профили линии  $H_{\beta}$ , рассчитанные для моделей с пороговой энергией частиц  $E_1$  и результаты наблюдений вспышки EV Lac 1.09.92 из статьи [6]\*. Видно, что удовлетвори-

\* Мы признательны Р.Е.Гершбергу за предоставленную возможность воспользоваться результатами наблюдений EV Lac до их опубликования.

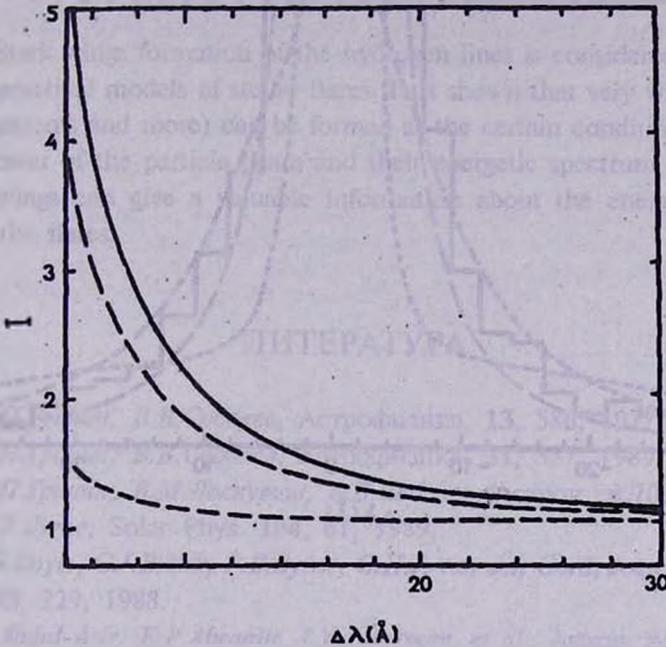


Рис. 4. Штарковские крылья линии  $H_{\beta}$  в моделях с разными значениями пороговой энергии:  $E_1=1$  МэВ - сплошная линия;  $E_1=3$  МэВ - пунктир;  $E_1=10$  МэВ - штрих-пунктир. Во всех трех случаях поток энергии в пучке один и тот же:  $F_1 = 10^{11}$  эрг/см<sup>2</sup>/с.

тельное согласие с наблюдениями достигается в моделях с потоками энергии  $F_1=2-3 \cdot 10^{11}$  эрг/см<sup>2</sup>/с. Заметим, что электронная концентрация газа в этих моделях достигает значений порядка  $10^{15}$  см<sup>-3</sup>. Сравнение с моделями, рассчитанными для других значений  $E_1$ , показало, что штарковские крылья линии  $H_{\beta}$  в них заметно слабее наблюдавшихся во вспышке EV Lac.

**7. Заключение.** Из сказанного выше следует, что наблюдаемые в спектрах мощных звездных вспышек широкие крылья бальмеровских линий могут быть вполне объяснены эффектом Штарка. При этом надо считать, что крылья линий возникают в тех же слоях, в которых образуется

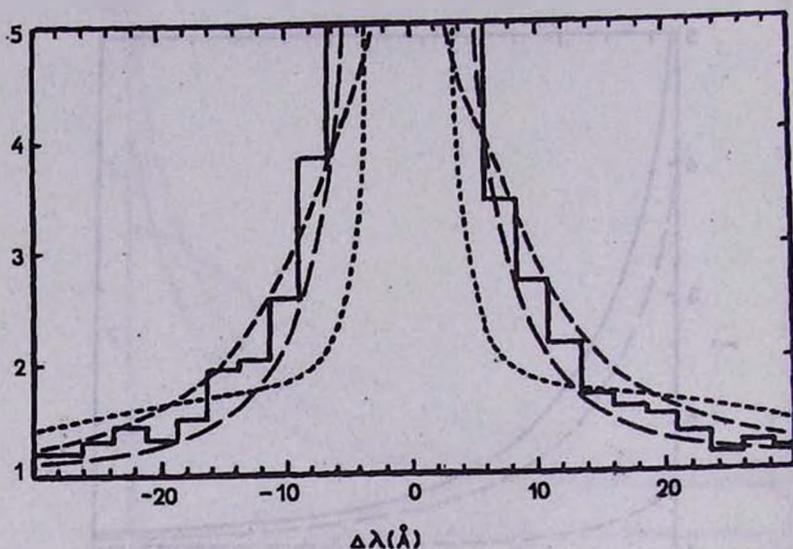


Рис. 5. Сравнение крыльев линии  $H_{\beta}$ , наблюдавшейся в максимуме блеска вспышки EV Lac 1.09.92 (данные работы [6]), с результатами расчетов: модель 1 - пунктир; модель 2 - штрих-пунктир; модель 3 - точки.

непрерывный спектр вспышки. Ранее [2,3] были определены физические условия в области вспышки и показатели цвета выходящего из нее излучения. Теперь показано, что при таких же физических условиях возникают и крылья линий. Одновременные наблюдения показателей цвета и крыльев линий дают возможность более точного определения энергетических спектров частиц, вызывающих вспышку.

Так как широкие крылья линий могут возникать лишь при больших концентрациях свободных электронов, то появление таких крыльев служит еще одним подтверждением взгляда, что оптическое излучение в импульсной фазе вспышек возникает в глубоких слоях атмосфер вспыхивающих звезд.

## STARK-EFFECT IN STELLAR FLARES

V.V.SOBOLEV, V.P.GRININ

The Stark wings formation of the hydrogen lines is considered on the base of the theoretical models of stellar flares. It is shown that very wide wings (up to 20 angstroms and more) can be formed at the certain conditions depending on the power of the particle beam and their energetic spectrum. Observations of such wings can give a valuable information about the energetic particles initiated the flares.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.П.Гринин, В.В.Соболев, *Астрофизика*, **13**, 586, 1977.
2. В.П.Гринин, В.В.Соболев, *Астрофизика*, **31**, 527, 1989.
3. В.П.Гринин, В.М.Лоскутов, В.В.Соболев, *Астрон. ж.* **70**, 350, 1994.
4. Р.В.Бурне, *Solar Phys.* **104**, 61, 1989.
5. J.G.Doyle, C.J.Butler, P.V.Byrne, G.H.J. van den Oord, *Astron. Astrophys.* **193**, 229, 1988.
6. H.Abdul-Aziz, E.P.Abranin, I.Yu.Alekseev, et al., *Astron. Astrophys.*, (in press), 1995.
7. J.G.Doyle, M.Mathioudakis, H.P.Murphy, et al., *Astron. Astrophys.* **278**, 499, 1993.
8. D.M.Zarro, H.Zirin, *Astron. Astrophys.* **148**, 240, 1985.
9. М.М.Кацова, А.Г.Косовичев, М.А.Лившиц, *Астрофизика*, **17**, 285, 1981.
10. П.П.Петров, П.Ф.Чугайнов, А.Г.Щербаков, *Изв. Крым. астрофиз. обсерв.*, **69**, 3, 1984.
11. E.L.Eason, M.S.Giampapa, R.R.Radick, et al., *Astron. J.*, **104**, 1161, 1992.
12. R.D.Robinson, in *Solar and Stellar Flares*, IAU Coll. N **104**, eds. V.M.Haish and M.Rodono, Poster Papers, Catania, p.83, 1989.
13. A.G.Gunn et al., *Astron. Astrophys.*, **285**, 157, 1994.
14. В.В.Соболев, *Курс теоретической астрофизики*, Наука, М., с. 98, 1975.
15. V.P.Grinin in *Flare Stars in Star Clusters, Associations and the Solar Vicinity*, eds. L.V.Mirzoyan et al., IAU Symp. printed in the Netherlands, 1990, p. 299.

16. *А.Б.Северный*, Крым. астрофиз. обсерв. 17, 129, 1957.
17. *G.H.J. van den Oord*, Astron. Astrophys., 207, 101, 1988.
18. *G.M.Sinnett*: in Solar and Stellar Flares, Poster papers, eds. *B.M.Haish*,  
*M.Rodono*, Catania Astrophys. Observ., Special., Publ., p.357, 1989.

УДК:524.77

## СВЯЗЬ КАРЛИКОВЫХ ГАЛАКТИК С ЯРКИМИ ГАЛАКТИКАМИ С ПЕРЕМЫЧКОЙ В СКОПЛЕНИИ VIRGO

А.Т.КАЛЛОГЛЯН

Поступила 15 мая 1995

На основании обширного наблюдательного материала статистически показано, что карликовые галактики более часто появляются вокруг галактик с перемычкой, чем вокруг нормальных спиральных галактик. При этом, чем больше в данной области спиральных галактик с перемычкой, тем больше там карликовых галактик.

1. *Введение.* Отождествление и морфологическая классификация карликовых галактик проводились в сравнительно близких скоплениях галактик, как скопления Virgo [1, 2], Coma [3], Fornax [4]. Установлено, что по своему пространственному распределению в проекции карликовые галактики повторяют распределение ярких галактик. Однако крупномасштабный характер распределения карликовых галактик оказывается разным для их разных типов. В частности, Ривсом [5] показано, что в скоплении Virgo ни один тип карликов не имеет столь широкое распределение, как нормальные спирали.

Бингелли и др. [6] обстоятельно изучили общее строение скопления Virgo как по распределению ярких, так и карликовых галактик. В этой работе, в частности, показано, что распределение карликовых эллиптических галактик типа dE похоже на распределение гигантских E+S0-галактик. При этом dE карлики с ядрышками также сильно сконцентрированы к центру скопления, как и яркие E и S0-галактики. Карлики более поздних типов показывают более широкое распределение, чем гиганты. Более того, Ривс [1] предполагает, что в скоплении Virgo нет карликовых спиральных и, возможно, карликовых иррегулярных галактик.

Иннанен и Вальтонен [7] считают, что карликовые галактики факти-

чески могут выжить в приливном отношении допустимых окрестностях больших, ярких галактик.

Томсон и Грегори [3] показали, что в скоплении Coma отношение числа карликовых галактик к ярким не выше, чем это наблюдается в скоплении Virgo и, следовательно, это отношение перестает увеличиваться с возрастанием богатства скопления.

При изучении взаимосвязи карликовых галактик с яркими спиральными галактиками спирали с перемычкой обычно рассматривались вместе с нормальными спиралями без перемычки. Однако еще в 1970г. автором этой статьи [8] было показано, что в скоплении Virgo карликовые галактики типа Скульптора более тесно связаны с галактиками с перемычкой, чем с нормальными спиралями, показывая в этом отношении сходство с эллиптическими галактиками. Тогда было известно лишь около 100 карликовых галактик типа Скульптора.

В настоящей работе, используя обширный каталог Бингелли, Сандейджа и Тамманна [2], исследуется вопрос о связи карликовых галактик низкой светимости в скоплении Virgo с SB-галактиками и S-галактиками отдельно. Мы не будем затрагивать вопрос связи карликовых галактик с яркими эллиптическими галактиками.

2. *Описание выборки и метода исследования.* Каталог Бингелли, Сандейджа и Тамманна (далее каталог BST) содержит 2096 объектов на общей площади 140 кв.градусов в области скопления Virgo [2]. Принадлежность галактики к скоплению устанавливалась путем применения разных критериев. В случае карликовых галактик низкой светимости, для которых радиальные скорости обычно неизвестны, основным критерием их принадлежности к скоплению являются морфологические особенности.

В результате установлено, что 1277 галактик, т.е. более 60% от общего числа объектов в Каталоге BST являются достоверными членами скопления, 574 - возможными членами, а 245 - галактиками общего поля. При этом почти нет галактик переднего фона.

Каталог BST включает все действительные и возможные члены скопления Virgo с  $B_T \leq 18^m$ , независимо от типа галактики. При модуле расстояния  $m-M=31.7$ , принятого в Каталоге, этой величине соответствует абсолютная звездная величина  $M_{B_T} = -13.7$ . В Каталоге имеются также объекты слабее  $18^m$ , но только карликовые галактики типов dE и Im с поверхностной яркостью слабее, чем 25.5 звездной величины с кв.секунды

дути. Наиболее слабые объекты имеют примерно 20-ую звездную величину, соответствующую абсолютной звездной величине  $M_{BT} = -11.7$ .

В настоящей работе мы рассматриваем лишь галактики, как карликовые, так и яркие, являющиеся достоверными членами скопления, т.е. галактики, отмеченные в Каталоге буквой "м" (member).

Из Каталога BST были отобраны все спиральные галактики с  $V_T \leq 14^m$ , т.е. с абсолютной величиной  $M_{BT} \leq -17.0$ . Эти галактики впредь будем называть яркими галактиками. До указанного предела в Каталоге имеются 175 спиральных галактик - членов скопления. Из них 52 являются SB-спиралями, остальные 123 - нормальными S-спиралями.

Распределение обоих типов ярких галактик по морфологическим подтипам приведено в табл. 1. Таблица состоит из двух частей - для SB и S-галактик.

В первом столбце табл. 1 указаны морфологические подтипы. Во втором и четвертом приведены количества галактик соответствующих морфологических подтипов, а в третьем и пятом - процентное содержание галактик среди данного типа. В последней строке указаны суммарные данные.

Согласно данным табл. 1, яркие SB-галактики составляют 30% от общего числа обоих типов спиралей, а S-галактики - 70%. В обоих

Таблица 1

### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЯРКИХ СПИРАЛЬНЫХ ГАЛАКТИК ПО МОРФОЛОГИЧЕСКИМ ТИПАМ

Морф. подтип	SB-галактики		S-галактики	
	$n_{SB}$	$n_{SB}$ (в %)	$n_S$	$n_S$ (в %)
0	24	46.1	39	31.7
a	4	7.7	19	15.4
b	4	7.7	9	7.3
c	11	21.2	44	35.8
d	4	7.7	6	4.9
m	5	9.6	6	4.9
Сумма	52	100%	123	100%

распределениях имеются два хорошо выраженных пика - в случае S0-SB0 и Sc-SBc галактик.

В Каталоге BST карликовыми галактиками мы считаем объекты с абсолютными звездными величинами  $M_r \geq -15$  или же с видимыми звездными величинами  $B_r \geq 16.7$ . Общее число таких галактик в Каталоге - достоверных членов скопления - 748, независимо от их морфологических типов.

Вокруг каждой из ярких спиральных галактик были описаны круги с радиусами в 200 кпк и 100 кпк. Внутри этих концентрических кругов были подсчитаны как карликовые, так и яркие галактики.

3. *Результаты.* Сравнение результатов подсчета с числом случайных совпадений осложняется тем, что круги часто перекрывают друг друга, из-за чего одна и та же галактика, как карликовая, так и яркая, фигурирует в подсчетах более чем один раз. Например, суммарное число карликовых галактик, подсчитанных во всех кругах с радиусом 200 кпк вдвое больше, чем число этих объектов в Каталоге BST. Поэтому вместо сравнения с числом случайных совпадений, мы решили провести лишь сравнение результатов подсчета карликовых галактик, приходящих на одну область вокруг ярких спиралей с перемычкой и нормальных спиральных галактик. При этом в случае ярких нормальных спиралей мы будем различать области без галактик с перемычкой от областей, куда попадают яркие галактики с перемычкой с  $B_r \leq 14.7$ .

Распределение рассмотренных областей по этим трем категориям следующее:

- 1) Число областей, в центре которых SB-галактика — 52,
- 2) Число S-областей, содержащих SB-галактики — 60,
- 3) Число S-областей, не содержащих SB-галактик — 63.

Количества этих областей близки друг другу и можно допустить, что фактор перекрытия областей почти одинаков.

В табл. 2 приводятся суммарные данные подсчетов и количество карликовых галактик, приходящих на одну область с радиусом 200 кпк и 100 кпк. В первом столбце таблицы указаны морфологические типы центральных галактик. При этом обозначения  $S^{+SB}$  и  $S^{-SB}$  означают, что области, где центральные галактики являются S-галактиками, соответственно содержат или не содержат галактики с перемычкой. Далее приводятся суммарное число карликовых галактик  $N_{dw}$  в областях с данным морфологическим типом центральных галактик, число областей  $n_i$  и число

Таблица 2

## РЕЗУЛЬТАТЫ ПОДСЧЕТОВ

Морф. тип	R=200 кпк			R=100 кпк		
	$N_{dw}$	$n_f$	$N_{dw}/n_f$	$N_{dw}$	$n_f$	$N_{dw}/n_f$
SB0	237	24	9.9	62	24	2.6
S0 <sup>+SB</sup>	294	22	13.4	15	6	2.5
S0 <sup>-SB</sup>	121	17	7.1	102	33	3.1
SBa	84	4	21.0	23	4	5.8
Sa <sup>+SB</sup>	122	9	13.6	11	2	5.5
Sa <sup>-SB</sup>	57	10	5.7	29	17	1.7
SBb	47	4	11.8	15	4	3.8
Sb <sup>+SB</sup>	59	5	11.8	23	5	4.6
Sb <sup>-SB</sup>	31	4	7.8	6	4	1.5
SBc	53	11	4.8	17	11	1.5
Sc <sup>+SB</sup>	161	17	9.5	17	3	5.7
Sc <sup>-SB</sup>	143	27	5.3	54	41	1.3
SBd, SBm	55	9	6.1	14	9	1.6
(Sd,Sm) <sup>+SB</sup>	37	6	6.2	0	1	0
(Sd,Sm) <sup>-SB</sup>	19	6	3.2	13	11	1.2

карликовых галактик  $N_{dw}/n_f$ , приходящих на одну область. Все данные приведены для обоих значений радиусов.

Данные табл. 2 показывают, что отношение  $N_{dw}/n_f$  систематически меньше для тех областей, в которых нет галактик с перемичкой. Это имеет место в случае обоих радиусов. В подтипе "а" это различие доходит до 4-х раз, однако в этом случае число областей мало.

Приравнивая в табл. 2 числа областей в тройках к наибольшему из них и, соответственно, увеличивая число карликовых галактик, приходящих на одну область данного морфологического типа, мы вычислили уровень значимости отклонений результатов для S<sup>-SB</sup>-областей от тех, в

которых имеются галактики с перемычкой. Он оказался равным 99%. Вторым следствием из данных табл. 2 является то, что число карликовых галактик, приходящих на одну область, заметно уменьшается, когда центральная галактика принадлежит к более позднему морфологическому типу. У подтипов "с" и позже это число в среднем уменьшается почти вдвое по сравнению с теми областями, где центральные яркие галактики более ранних типов.

Из факта преобладания карликовых галактик в областях с яркими галактиками с перемычкой возникает вопрос, не возрастает ли их количество в зависимости от числа SB-галактик в данной области. Чтобы выяснить это области с одинаковым числом SB-галактик были объединены для одного и того же морфологического подтипа центральной галактики.

Таблица 3

ЗАВИСИМОСТЬ СРЕДНЕГО ЧИСЛА КАРЛИКОВЫХ ГАЛАКТИК  
ОТ ЧИСЛА ЯРКИХ SB-ГАЛАКТИК В ОБЛАСТИ ПО  
МОРФОЛОГИЧЕСКИМ ТИПАМ

"Крат- ность" SB-га- лактик	SB0	SBa,SBb	SBc	SBd,SB <sub>m</sub>	S0	Sa,Sb	Sc	Sd,Sm
	$N_{SB}/n_j, n_j$	$N_{SB}/n_j, n_j$	$N_{SB}/n_j, n_j$	$N_{SB}/n_j, n_j$	$N_{SB}/n_j, n_j$	$N_{SB}/n_j, n_j$	$N_{SB}/n_j, n_j$	$N_{SB}/n_j, n_j$
0					7.9 17 ±1.3	7.2 14 0.9	5.3 27 0.8	3.2 6 1.4
1	8.416 ±1.3	4 2 2	4.8 6 1.7	3 3 2	8.4 13 2	8.8 9 1.2	7.9 16 1.2	6.2 6 3
2	9.7 6 ±3.5	4 2 1.5	5 4 0.7	3 4 0.5	17 7 2.4	30 1 -	- -	- -
3	22 2 ±9	24 3 7.5	4 1 -	17 2 4.5	25 1 -	13.7 3 5.8	- -	- -
4	-	-	-	-	40 1 -	31 1 -	35 1 -	- -
5	-	42 1 -	-	-	-	-	-	-

В табл. 3 приводятся результаты подсчетов карликовых галактик как в S-областях, не содержащих SB-галактики, так и S- и SB-областях, содержащих одну или более галактик с перемычкой ярче 14.7 видимой звездной величины. В первом столбце таблицы указана "кратность" SB-галактик. В последующих столбцах приводится среднее число карликовых галактик в зависимости от "кратности" SB-галактик и от морфологического типа центральных ярких спиралей с соответствующими среднеквадратическими отклонениями от среднего. В столбцах  $n_j$  указаны числа областей, по которым проведено усреднение. С целью улучшения статистики некоторые подтипы объединены.

Данные табл. 3 показывают, что во многих случаях число карликовых галактик, приходящих на одну область сильно возрастает при увеличении количества SB-галактик в областях. Любопытно, что в этом отношении при наличии SB-галактик S-области выявляют особенности SB-областей. Исходя из этого, ради наглядного представления полученной закономерности, мы объединили данные S- и SB-областей, содержащих одинаковое число SB-галактик и подсчитали число карликовых галактик, приходящих на одну область. Результаты приведены в табл. 4, где представлены "кратность" SB-галактик, общее число карликовых галактик  $N_{dw}$  в  $n_j$  областях и число карликовых галактик, приходящих на одну область со среднеквадратическими отклонениями от среднего.

Таблица 4

## КАРЛИКОВЫЕ ГАЛАКТИКИ И "КРАТНОСТЬ" SB-ГАЛАКТИК

"Кратность" SB-галактик	$N_{dw}$	$n_j$	$N_{dw} / n_j$	$\sigma$
0	397	61	6.2	$\pm 0.54$
1	528	74	7.4	$\pm 0.63$
2	248	24	10.3	$\pm 1.86$
3	221	12	18.4	$\pm 3.2$
4	106	3	35.3	$\pm 2.6$
5	42	1	42	-

Хотя число областей в последних двух строках мало, общая тенденция к увеличению числа карликовых галактик, приходящих на одну область с увеличением числа SB-галактик в исследуемых областях, не вызывает сомнения. Области с 4-5 SB-галактиками содержат 6-7 раз больше карликовых галактик, чем те, в которых нет галактик с перемычкой.

4. *Заключение.* Результаты настоящего исследования показывают, что карликовые галактики низкой светимости более часто появляются в областях, где имеются яркие галактики с перемычкой, чем в областях, где этих типов галактик нет. При этом, чем больше ярких SB-галактик в данной области, тем в среднем больше число карликовых галактик. Эти результаты, безусловно, свидетельствуют о тесной связи карликовых галактик с яркими галактиками с перемычкой.

Обычно считается, что выявление характера распределения карликовых галактик относительно ярких галактик поможет пониманию вопросов происхождения галактик и процессов звездообразования, а также выбору моделей происхождения галактик. В нашем случае можно полагать, что высокая частота встречаемости карликовых галактик около SB-галактик связана с наличием бара у этих галактик. Присутствие бара в спиральных галактиках часто приводит к внутренним специфическим особенностям SB-галактик, отличающимся от нормальных спиралей, а именно, более активный характер ядер, более частая локализация радиоизлучения в ядерных областях [9]. Недавно в [10] Мартином и Джин-Рене Роем было показано, что SB-галактики отличаются от нормальных спиралей по градиенту отношения  $O/H$ . Авторы считают, что полученные ими результаты находятся в соответствии с моделями о радиальных истечениях вещества.

Амбарцумян [11] выдвинул предположение о возможном, за время эволюции галактики, выбросе вещества перемычки из ядра соответствующей галактики. При допущении такого предположения можно полагать, что по крайней мере часть карликовых галактик образуется в результате взрывных процессов, происходящих в ядрах SB-галактик.

Бюраканская астрофизическая  
обсерватория, Армения

THE CONNECTION OF DWARF GALAXIES WITH  
BARRED SPIRALS IN VIRGO CLUSTER

A.T.KALLOGHLIAN

By using extensive observational data it has been statistically shown that in Virgo cluster the dwarf galaxies appear more oftenly around barred than around normal spiral galaxies. As many barreds in the given field as consequently many dwarfs are observed there.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *G.Reaves*, *Astrophys. J. Suppl.*, **53**, 375, 1983.
2. *B.Binggelli, A.Sandage, G.A.Tammann*, *Astron. J.*, **90**, 1681, 1985.
3. *L.A.Thompson, S.A.Gregory*, *Astron. J.*, **106**, 2197, 1993.
4. *N.Caldwell*, *Astron. J.*, **94**, 1116, 1987.
5. *G.Reaves*, *Pub.A.S.P.*, **89**, 620, 1977.
6. *B.Binggelli, G.A.Tammann, A.Sandage*, *Astron. J.*, **94**, 251, 1987.
7. *K.A.Innanen, M.J.Valtonen*, *Astrophys. J.*, **214**, 692, 1977.
8. *А.Т.Каллоглян*, *Астрофизика*, **6**, 683, 1970.
9. *А.Т.Каллоглян, Р.А.Кандалян*, *Астрофизика*, **24**, 47, 1986.
10. *P.Martin, Roy Jean-Rene*, *Astrophys. J.*, **424**, 599, 1994.
11. *V.A.Ambartsumian*, *The Structure and Evolution of Galaxies*, Interscience Publishers, London-New York-Sydney, 1965, p.1.

УДК:524.3-423

## ЛЕГКАЯ ПОДСИСТЕМА С ЛИНЕЙНЫМ ПОЛЕМ СКОРОСТЕЙ ВНУТРИ ГРАВИТИРУЮЩЕЙ СФЕРЫ

М.Г.АБРАМЯН, Х.Г.КОКОБЕЛЯН

Поступила 8 декабря 1994

Принята к печати 10 января 1995

Получены возможные фигуры равновесия легкой подсистемы с внутренними течениями вещества постоянной завихренности внутри гравитирующей однородной сферы. Наряду с эллипсоидальными фигурами равновесия - легкими аналогами эллипсоидов Римана, получены фигуры равновесия в виде наклонно вращающихся одно- и двуполостных гиперboloидов.

1. *Введение.* В наиболее общей постановке теория эллипсоидальных фигур равновесия вращающихся гравитирующих тел была развита в работах Дирихле и Римана. Эллипсоидальные фигуры гравитирующей жидкости с внутренними течениями вещества во многом обогатили теорию фигур и способствовали выявлению тесных генетических связей между различными сериями эллипсоидальных фигур [1, 2].

С точки зрения астрофизических приложений более плодотворной оказалась теория вложенных фигур равновесия, рассматривающая поведение гравитирующей или негравитирующей (легкой) подсистемы внутри другой гравитирующей массы заданной геометрии. Результаты, полученные в рамках этой теории, во многом способствуют пониманию динамики различных подсистем галактик [3-7].

Настоящая работа посвящена изучению поведения вращающейся легкой подсистемы с внутренними течениями вещества с линейным полем скоростей внутри гравитирующей сферы. Это есть задача Дирихле для легкой подсистемы внутри гравитирующей сферы.

2. *Основные уравнения.* Пусть внутри гравитирующей сферы однородной плотности массы и потенциала во внутренней точке

$$V^*(\bar{x}) = -\frac{2}{3}\pi G \rho_* (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) \quad (1)$$

имеется легкая подсистема, главные оси которой неподвижны во вращающейся с угловой скоростью  $\bar{\Omega}$  системе отсчета, начало декартовых координат которой помещено в центре сферы. В этой системе отсчета легкая подсистема имеет стационарные внутренние течения вещества с линейным полем скоростей\*

$$u_i = \varepsilon_{jik} v_k \frac{a_i}{a_j} x_j; \quad (i, j, k = 1, 2, 3), \quad (2)$$

где  $\varepsilon_{jik}$  - единичный антисимметричный тензор Леви-Чивита,  $v_i$ ,  $a_i$  - параметры, характеризующие частоты внутренней циркуляции вещества и геометрические размеры фигуры равновесия легкой подсистемы, соответственно.

Относительное равновесие вложенной подсистемы определяется уравнением

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} = -u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_i} [\bar{\Omega} \bar{x}]^2 + 2\varepsilon_{ilm} u_l \Omega_m + \frac{\partial V^*}{\partial x_i} \quad (3)$$

В классической теории фигур равновесия гравитирующей массы с внутренними течениями вещества типа (2) равновесие требует, чтобы или  $\bar{\Omega}$  и  $\bar{v}$  были параллельны и оба направлены вдоль одной из главных осей эллипсоида, или были не параллельны, но лежали в одной из главных плоскостей (теорема Римана [1, 2]).

Два случая, различимые теоремой Римана, приводят к существенно различным конфигурациям: в первом случае получаются линейные последовательности эллипсоидов (частными случаями которых являются последовательности Маклорена, Якоби и Дедекинда), названные Чандрасекаром эллипсоидами Римана типа  $S$ , а во втором случае - эллипсоиды с наклонным вращением (эллипсоиды Римана типов I, II, III).

Нетрудно доказать, что теорема Римана справедлива для всех равновесных конфигураций с полем скоростей (2) как гравитирующих, так и легких подсистем в поле с квадратичным потенциалом.

\* Здесь и в дальнейшем по повторяющимся индексам производится суммирование.

Отдельно рассмотрим случаи для легкой подсистемы, различные теоремой Римана.

3. *Легкие аналоги S эллипсоидов.* Пусть отличными от нуля компонентами  $\bar{\Omega}$  и  $\bar{v}$  являются

$$\Omega_3 \equiv \Omega; v_3 = \lambda \Omega. \quad (4)$$

При этом поле скоростей

$$u_1 = -\lambda \Omega \frac{a_1}{a_2} x_2; u_2 = \lambda \Omega \frac{a_2}{a_1} x_1; u_3 = 0 \quad (5)$$

характеризуется эллиптическими линиями тока во вращающейся системе отсчета.

Интегрирование уравнения относительного равновесия (3) с учетом (1), (4), (5) для парциального давления легкой подсистемы дает

$$p(\bar{x}) = p_{\alpha} \left\{ 1 - \frac{x_3^2}{a_3^2} - \frac{4/3 - \Omega^2(1 + \lambda^2 + 2\lambda a_2/a_1)}{4a_3^2/3} x_1^2 - \frac{4/3 - \Omega^2(1 + \lambda^2 + 2\lambda a_1/a_2)}{4a_3^2/3} x_2^2 \right\}, \quad (6)$$

где постоянная интегрирования выбрана в виде  $p_{\alpha} = \frac{2\pi}{3} G \rho_p \rho a_3^2$ .

Здесь и в дальнейшем время измеряется в единицах  $(\pi G \rho_p)^{-1/2}$ .

Из полученного выражения (6) для давления видно, что при условии

$$\begin{aligned} \Omega^2(1 + \lambda^2 + 2\lambda a_2/a_1) &= \frac{4}{3}(1 - a_3^2/a_1^2), \\ \Omega^2(1 + \lambda^2 + 2\lambda a_1/a_2) &= \frac{4}{3}(1 - a_3^2/a_2^2), \end{aligned} \quad (7)$$

равновесие легкой подсистемы возможно в виде трехосного эллипсоида с полуосями  $a_i$ .

Для сфероидов  $a_1 = a_2 (= a)$  оба уравнения (7) вырождаются в одну,

которая дает

$$\Omega_{с.ф.}^2 = [\Omega(1 + \lambda)]^2 = \frac{4}{3}(1 - a_3^2/a^2), \quad (8)$$

где  $\Omega_{с.ф.}$  - угловая скорость вращения вложенного легкого сфероида относительно неподвижной инерциальной системы отсчета.

В общем случае из (7) получаем

$$\Omega^2 = \frac{2}{3} \frac{f^2}{1 \pm \sqrt{1 - f^2}}; \lambda = \frac{1 \pm \sqrt{1 - f^2}}{f}, \quad (9)$$

где

$$f = -\frac{a_3^2}{a_1 a_2}, \quad (9')$$

определяющие геометрию и кинематику вложенных легких эллипсоидов с полем скоростей (1), которые назовем легкими аналогами  $S$  эллипсоидов Римана.

Заметим, что уравнения (7) инвариантны относительно преобразования  $\lambda \rightarrow 1/\lambda$  и  $\Omega \rightarrow \lambda\Omega$ . Это означает выполнение теоремы Дедекинда о сопряженных эллипсоидах [1, 2] для легких вложенных подсистем: если эллипсоид с угловой скоростью вращения  $\Omega$  и частотой внутренней циркуляции  $\nu$  является фигурой равновесия легкой подсистемы, то эллипсоид той же геометрии остается фигурой равновесия, если  $\Omega$  и  $\nu$  меняются ролями (сопряженные эллипсоиды). В формулах (9') знаки  $\pm$  соответствуют сопряженным конфигурациям.

Равновесие легкой подсистемы требует действительность  $\lambda$  и  $\Omega$ , которая дает возможную геометрию легких  $S$  эллипсоидов:

$$|f| \leq 1, \quad a_3/a_1 \leq \sqrt{a_2/a_1}. \quad (10)$$

Без ограничения общности можно предположить, что полуось  $a_1$  для  $S$  эллипсоидов является наибольшей. При этом условие (10) в плоскости  $(a_2/a_1, a_3/a_1)$  представляет область возможных геометрий легких  $S$  эллипсоидов. На рис. 1 легкие  $S$  эллипсоиды занимают область ОМК, огра-

ниченную сверху последовательностью самосопряженных эллипсоидов  $OM$ , которым соответствует  $\lambda = -1$  ( $f = -1$ ) и, следовательно, все они вращаются с угловой скоростью  $\Omega = \sqrt{2/3}$ , а вещество внутри них циркулирует с частотой  $\nu = -\sqrt{2/3}$ .

В отличие от классических эллипсоидов Римана, область геометрий

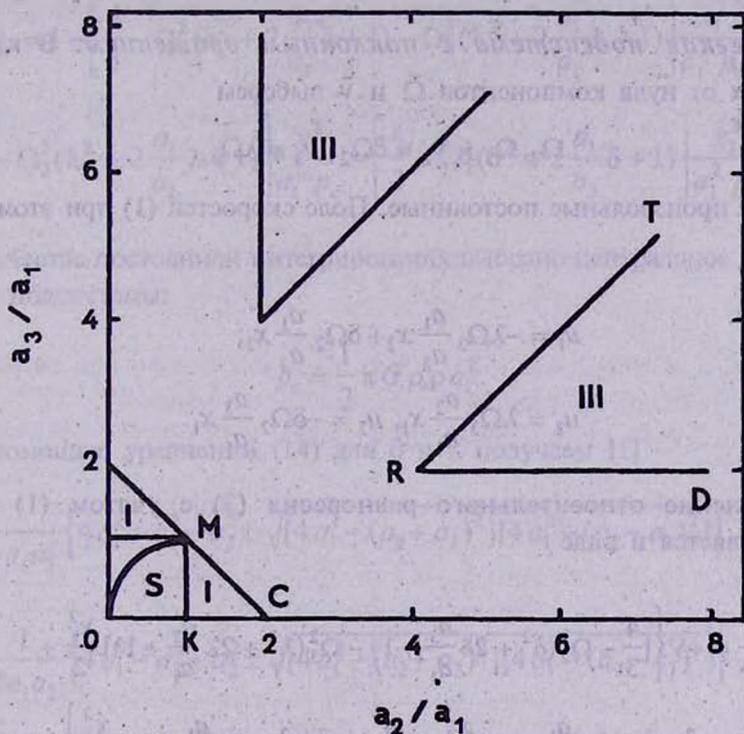


Рис. 1. Области геометрий "легких" аналогов эллипсоидов Римана внутри гравитирующей сферы.

которых разделена на две части последовательностью эллипсоидов Якоби ( $\lambda = 0$ ), на эллипсоиды с  $\lambda < 0$  и на эллипсоиды с  $\lambda > 0$  [1], легким  $S$  эллипсоидам соответствуют лишь отрицательные значения  $\lambda$ . Это означает, что циркуляция вещества внутри легких  $S$  эллипсоидов происходит в противоположном направлении вращения системы, т.е. имеет характер противотока (отрицательная внутренняя циркуляция).

Все последовательности легких  $S$  эллипсоидов отвечают от соответствующих легких сфероидов (отрезок МК на рис.1) путем нейтрализации тороидальных мод колебаний [4, 5]. В этом отношении имеется полная аналогия с классическими эллипсоидами Римана [1].

В пределе  $a_3 \rightarrow 0$  возможной фигурой равновесия является лишь круглый ( $a_1 = a_2$ ) холодный диск, вращающийся с угловой скоростью  $\Omega = 2/\sqrt{3}$  в неподвижной инерциальной системе отсчета.

4. *Легкая подсистема с наклонным вращением.* В качестве отличных от нуля компонент  $\bar{\Omega}$  и  $\bar{v}$  выберем

$$\Omega_2, \Omega_3 \text{ и } v_2 \equiv \delta\Omega_2, v_3 \equiv \lambda\Omega_3, \quad (11)$$

где  $\delta$  и  $\lambda$  произвольные постоянные. Поле скоростей (1) при этом имеет вид

$$\begin{aligned} u_1 &= -\lambda\Omega_3 \frac{a_1}{a_2} x_2 + \delta\Omega_2 \frac{a_1}{a_3} x_3; \\ u_2 &= \lambda\Omega_3 \frac{a_2}{a_1} x_1; u_3 = -\delta\Omega_2 \frac{a_2}{a_1} x_1. \end{aligned} \quad (12)$$

Уравнение относительного равновесия (3) с учетом (1) и (12) представляется в виде

$$\begin{aligned} \nabla \frac{p}{\pi G \rho_0 \rho} = -\nabla \left\{ \left[ \frac{4}{3} - \Omega_2^2 (\delta^2 + 2\delta \frac{a_3}{a_1} + 1) - \Omega_3^2 (\lambda^2 + 2\lambda \frac{a_2}{a_1} + 1) \right] \frac{x_1^2}{2} + \right. \\ \left. + \left[ \frac{4}{3} - \Omega_3^2 (\lambda^2 + 2\lambda \frac{a_1}{a_2} + 1) \right] \frac{x_2^2}{2} + \left[ \frac{4}{3} - \Omega_2^2 (\delta^2 + 2\delta \frac{a_1}{a_3} + 1) \right] \frac{x_3^2}{2} \right\} - \\ - \hat{j} \Omega_2 \Omega_3 (1 + 2\delta \frac{a_1}{a_3} + \frac{a_2}{a_3} \lambda \delta) x_3 - \hat{k} \Omega_2 \Omega_3 (1 + 2 \frac{a_1}{a_2} \lambda + \frac{a_3}{a_2} \lambda \delta) x_2. \end{aligned} \quad (13)$$

Ввиду произвольности  $\delta$  и  $\lambda$  потребуем обращения в нуль неградиентных членов в уравнении (13):

$$\lambda\delta + 2\frac{a_1}{a_2}\delta + \frac{a_3}{a_2} = 0; \lambda\delta + 2\frac{a_1}{a_3}\lambda + \frac{a_2}{a_3} = 0, \quad (14)$$

которые совпадают с соответствующими соотношениями эллипсоидов Римана (1). При этом для парциального давления легкой подсистемы получаем выражение

$$p(\bar{x})/p_c = 1 - \left[ \frac{4}{3} - \Omega_2^2(\delta^2 + 2\frac{a_3}{a_1}\delta + 1) - \Omega_3^2(\lambda^2 + 2\frac{a_2}{a_1}\lambda + 1) \right] \frac{x_1^2}{a_1^2 p_c} - \left[ \frac{4}{3} - \Omega_3^2(\lambda^2 + 2\frac{a_1}{a_2}\lambda + 1) \right] \frac{x_2^2}{a_1^2 p_c} - \left[ \frac{4}{3} - \Omega_2^2(\delta^2 + 2\frac{a_1}{a_3}\delta + 1) \right] \frac{x_3^2}{a_1^2 p_c}, \quad (15)$$

где в качестве постоянной интегрирования выбрано центральное давление легкой подсистемы:

$$p_c = \frac{1}{2} \pi G \rho_r a_1^2.$$

С помощью уравнений (14) для  $\delta$  и  $\lambda$  получаем [1]

$$\delta = -\frac{1}{4a_1a_3} \left\{ 4a_1^2 + a_3^2 - a_2^2 \pm \sqrt{[4a_1^2 - (a_2 + a_3)^2][4a_1^2 - (a_2 - a_3)^2]} \right\}, \quad (16)$$

$$\lambda = -\frac{1}{4a_1a_2} \left\{ 4a_1^2 - a_3^2 + a_2^2 \pm \sqrt{[4a_1^2 - (a_2 + a_3)^2][4a_1^2 - (a_2 - a_3)^2]} \right\} \quad (17)$$

(знакам  $\pm$  соответствуют сопряженные конфигурации), а также тождества

$$\delta^2 + 2\frac{a_3}{a_1}\delta + 1 = -\frac{4a_1^2 - 3a_3^2 - a_2^2}{2a_1a_3}\delta; \delta^2 + 2\frac{a_1}{a_3}\delta + 1 = \frac{a_2^2 - a_3^2}{2a_1a_3}\delta; \quad (18)$$

$$\lambda^2 + 2\frac{a_2}{a_1}\lambda + 1 = -\frac{4a_1^2 - 3a_2^2 - a_3^2}{2a_1a_2}\lambda; \lambda^2 + 2\frac{a_1}{a_2}\lambda + 1 = \frac{a_3^2 - a_1^2}{2a_1a_2}\lambda. \quad (19)$$

Соотношения (15)-(17) полностью решают проблему о формах фигур равновесия легкой подсистемы с линейным полем скоростей (12) во вращающейся системе отсчета, вложенной внутри гравитирующей сферы.

5. *Эллипсоиды с наклонным вращением.* Из выражения для парциального давления (15) видно, что при

$$p_c = \frac{4}{3} + \frac{1}{2} \left( \frac{\delta \Omega_2^2}{a_1 a_3} + \frac{\lambda \Omega_3^2}{a_1 a_2} \right) (4 a_1^2 - a_2^2 - a_3^2) - \left( \frac{a_3}{a_1} \delta \Omega_3^2 + \frac{a_2}{a_1} \lambda \Omega_3^2 \right), \quad (20)$$

$$p_c = \frac{4 a_2^2}{3 a_1^2} + \lambda \Omega_3^2 \frac{a_2^2 - a_3^2}{2 a_1^2} \frac{a_2}{a_1}, \quad (21)$$

$$p_c = \frac{4 a_3^2}{3 a_1^2} - \delta \Omega_2^2 \frac{a_2^2 - a_3^2}{2 a_1^2} \frac{a_3}{a_1}, \quad (22)$$

где учтены соотношения (18) и (19), фигурой равновесия легкой подсистемы является трехосный эллипсоид с полуосями  $a_1$ .

Из последних двух уравнений получаем

$$\frac{a_2}{a_1} \lambda \Omega_3^2 + \frac{a_3}{a_1} \delta \Omega_2^2 = -\frac{8}{3}; \quad \frac{1}{2} \left( \frac{\delta \Omega_2^2}{a_1 a_3} + \frac{\lambda \Omega_3^2}{a_1 a_2} \right) = -p_c \frac{a_1^2}{a_2^2 a_3^2}, \quad (23)$$

с учетом которых из (20)-(22) находим

$$p_c = \frac{4 a_2^2 a_3^2}{(4 a_1^2 - a_2^2 - a_3^2) a_1^2 + a_2^2 a_3^2}, \quad (24)$$

$$\lambda \Omega_3^2 = -\frac{8 a_1 a_3}{3(a_2^2 - a_3^2)} \frac{(4 a_1^2 - a_3^2)(a_3^2 - a_1^2)}{(4 a_1^2 - a_2^2 - a_3^2) a_1^2 + a_2^2 a_3^2}, \quad (25)$$

$$\lambda \Omega_3^2 = \frac{8 a_1 a_2}{3(a_2^2 - a_3^2)} \frac{(4 a_1^2 - a_2^2)(a_3^2 - a_1^2)}{(4 a_1^2 - a_2^2 - a_3^2) a_1^2 + a_2^2 a_3^2}. \quad (26)$$

Возможными являются лишь те эллипсоиды, которым соответствуют действительные значения  $\delta$ ,  $\lambda$ ,  $\Omega_2$ ,  $\Omega_3$  и неотрицательные  $p_c$ .

Заметим, что соотношения (16), (17), (24)-(26), определяющие физические и геометрические свойства легких эллипсоидов с наклонным вращением, симметричны относительно величин  $a_2$  и  $a_3$ . Следовательно области, занимаемые этими эллипсоидами в плоскости  $(a_2/a_1, a_3/a_1)$  должны быть расположены симметрично относительно прямой  $a_2 = a_3$ . Поэтому ограничимся исследованием полуплоскости  $a_2 \geq a_3$ . Аналогичным свойством обладают и эллипсоиды Римана [1, 2].

Условие действительности  $\delta$  и  $\lambda$  требует, чтобы [1]

$$\text{или } a_2 + a_3 \leq 2a_1, \quad \text{или } |a_2 - a_3| \geq 2a_1. \quad (27)$$

Эти два случая рассмотрим отдельно.

1. Случай.  $a_2 + a_3 \leq 2a_1, \quad a_2 \geq a_3$ . Из (16) и (17) при этом получаем

$$\delta < 0; \quad \lambda < 0. \quad (28)$$

Условие  $\rho_c > 0$  удовлетворяется при этом автоматически, а действительность  $\Omega_2$  и  $\Omega_3$  требует

$$2a_1 \geq a_2 \geq a_1; \quad a_1 \geq a_3. \quad (29)$$

В плоскости  $(a_2/a_1, a_3/a_1)$  эти эллипсоиды занимают область эллипсоидов Римана типа I (рис. 1) и являются их "легкими" аналогами (см. [1]).

В отличие от легких  $S$  эллипсоидов, которые в пределе  $a_3 \rightarrow 0$  дают лишь невращающийся холодный круглый диск, легкие эллипсоиды типа I переходят в эллиптические диски с наклонным вращением, вытянутые вдоль оси вращения  $a_3/a_1$  (отрезок КС на рис. 1).

2. Случай  $a_2 - a_3 \geq 2a_1$ .

При этом  $a_2^2 - a_3^2 > 4a_1^2$  и из (16), (17) находим

$$\delta > 0; \quad \lambda < 0. \quad (30)$$

Так как неотрицательность  $\rho_c$  требует

$$(4a_1^2 - a_2^2 - a_3^2)a_1^2 + a_2^2 a_3^2 > 0,$$

то условие действительности  $\Omega_2$  и  $\Omega_3$  даст

$$a_3(2a_1 - a_3)(a_1 - a_2) \geq 0; \quad (2a_1 - a_2)(a_1 - a_3) \geq 0. \quad (31)$$

Здесь выделяются два случая:  $a_3 < a_1$  и  $a_3 \geq a_1$ .

Случаю  $a_3 < a_1$  соответствуют мнимые значения угловой скорости  $\Omega_2$  за исключением холодных эллиптических дисков с наклонным вращением, для которых

$$\Omega_3 = \frac{4}{\sqrt{3}} \frac{a_1}{a_2}, \quad (32)$$

$$\Omega_2 = \frac{4}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{a_2^2}}. \quad (33)$$

Эти формулы справедливы для всех дискообразных эллипсоидов с наклонным вращением, включая легкие эллиптические диски типа I. В области  $a_3 < a_1$ ,  $a_2 \geq 2a_1$  (ось абсцисс, начиная с точки C на рис. 1) эти фигуры являются единственно возможными и представляют легкие аналоги эллипсоидов Римана типа II (см.[1]).

Случай  $a_3 \geq a_1$  соответствует легким эллипсоидам, занимающим в плоскости  $(a_2/a_1, a_3/a_1)$  область (рис. 1)

$$a_2 - a_1 \geq a_3 \geq 2a_1; \quad a_2 \geq 4a_1. \quad (34)$$

Эти эллипсоиды являются легкими аналогами эллипсоидов Римана типа III. Заметим, что эта область снизу ограничена последовательностью с  $a_3/a_1 = 2$ ,  $a_2/a_1 \geq 4$  (луч RD), для которой  $\Omega_2 = 0$ . Следовательно, члены этой последовательности одновременно являются легкими S эллипсоидами. В следующей работе мы покажем, что последовательности легких эллипсоидов с наклонным вращением типа III ответвляются именно от соответствующих членов последовательности легких S эллипсоидов RD. Что касается легких эллипсоидов типов S и I, то они ответвляются от легких сфероидов (отрезок МК на рис. 1) путем нейтрализации тороидальных и поперечно-скошенных мод колебаний, соответственно. В этом отношении имеется полная аналогия между классическими эллипсоидами Римана [1, 2] и их легкими аналогами (см. также [3-5]).

**6. Гиперболоидальные фигуры равновесия.** Из общего выражения для парциального давления (15) видно, что при определенных условиях фигурами равновесия могут быть гиперboloиды - как двуполостные, так и однополостные.

**Двуполостные гиперboloиды. ДГ, и ДГВ-фигуры.** Рассмотрим случай вращения легкой подсистемы вокруг одной оси и воспользуемся

формулами (4) и (5). При этом из (6) следует, что если

$$\Omega^2(1 + \lambda^2 + 2\lambda a_2/a_1) = \frac{4}{3}(1 + a_3^2/a_1^2), \quad (35)$$

$$\Omega^2(1 + \lambda^2 + 2\lambda a_1/a_2) = \frac{4}{3}(1 + a_3^2/a_2^2), \quad (36)$$

то равновесие подсистемы в пределах гравитирующей сферы возможно в виде двуполостного гиперboloида (ДГ, рис. 2а). Для этих фигур

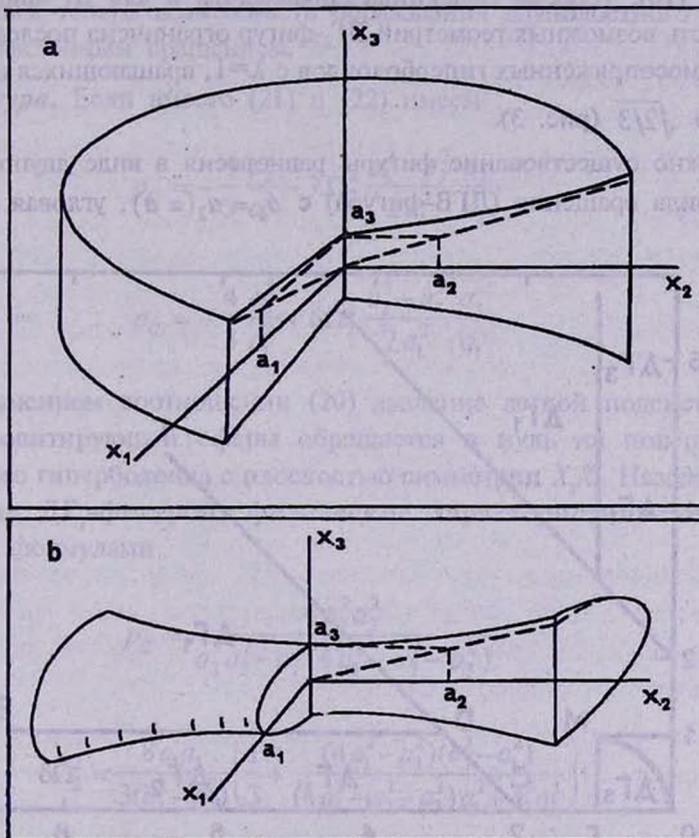


Рис. 2. а) Срез двуполостно-гиперboloида. б) Срез однополостно-гиперboloида.

справедливы формулы (9'), но вместо (9) теперь имеем

$$f = \frac{a_3^2}{a_1 a_2} > 0, \quad (37)$$

откуда видно, что этим фигурам соответствуют положительные  $\lambda$ . Эти фигуры равновесия назовем двуполостными гиперboloидами типа S (ДГ<sub>S</sub>). Следовательно, ДГ<sub>S</sub>-фигурам соответствуют сопутствующие внутренние течения вещества (положительная внутренняя циркуляция).

В плоскости  $(a_2/a_1, a_3/a_1)$  ДГ<sub>S</sub>-фигуры занимают область, определяемую формулой (10). Теорема Дездекинда справедлива и для ДГ<sub>S</sub>-фигур. При этом область возможных геометрий ДГ<sub>S</sub>-фигур ограничена последовательностью самосопряженных гиперboloидов с  $\lambda=1$ , вращающихся с угловой скоростью  $\sqrt{2/3}$  (рис. 3).

Возможно существование фигуры равновесия в виде двуполостного гиперboloида вращения (ДГВ-фигура) с  $a_1 = a_2 (= a)$ , угловая скорость

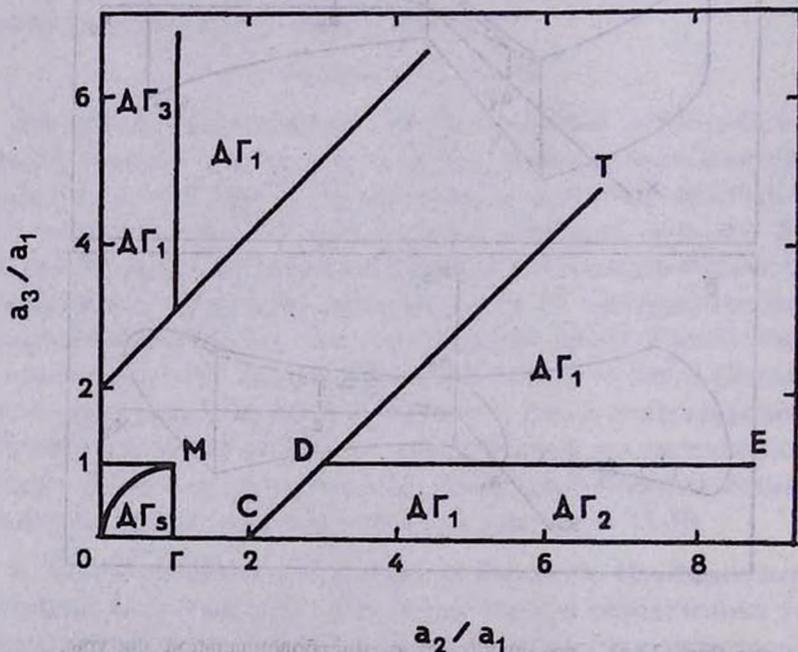


Рис. 3. Области геометрий двуполостно-гиперboloидальных фигур равновесия внутри гравитирующей сферы.

которой в инерциальной системе отсчета определяется формулой [6, 7]

$$\Omega^2_{ГВ} = \frac{4}{3} \left( 1 + \frac{a_3^2}{a^2} \right).$$

Очевидно, что ДГВ-фигурам соответствуют большие значения угловой скорости вращения, чем легким аналогам  $S$  эллипсоидов (см.(8)). На рис. 3 отрезок МГ представляет ДГВ-фигуры, от которых отходят трехосные ДГ<sub>1</sub>-фигуры [5].

Рассмотрим теперь возможность образования двуполостного гиперболоида с наклонным вращением.

*ДГ<sub>1</sub>-фигура.* Если вместо (21) и (22) имеем

$$p_c = -\frac{4}{3} \frac{a_2^2}{a_1^2} - \lambda \Omega_3^2 \frac{a_2^2 - a_3^2}{2a_1^2} \frac{a_2}{a_1}, \quad (38)$$

$$p_c = -\frac{4}{3} \frac{a_3^2}{a_1^2} + \delta \Omega_2^2 \frac{a_2^2 - a_3^2}{2a_1^2} \frac{a_3}{a_1}, \quad (39)$$

то при неизменном соотношении (20) давление легкой подсистемы в пределах гравитирующей сферы обращается в нуль на поверхности двуполостного гиперболоида с плоскостью симметрии  $X_3X_2$ . Назовем этот гиперболоид ДГ<sub>1</sub>-фигурой, физические характеристики которой выражаются формулами

$$p_c = \frac{4a_2^2 a_3^2}{a_2^2 a_3^2 - a_1^2 (4a_1^2 - a_2^2 - a_3^2)}, \quad (40)$$

$$\delta \Omega_2^2 = \frac{8a_1 a_3}{3(a_2^2 - a_3^2)} \left( \frac{1}{3} + \frac{(4a_1^2 - a_3^2)(a_2^2 - a_1^2)}{(4a_1^2 - a_2^2 - a_3^2)a_1^2 + a_2^2 a_3^2} \right), \quad (41)$$

$$\lambda \Omega_3^2 = \frac{-8a_1 a_2}{a_2^2 - a_3^2} \left( \frac{1}{3} + \frac{a_1^2 a_3^2}{a_2^2 a_3^2 - a_1^2 (4a_1^2 - a_2^2 - a_3^2)} \right). \quad (42)$$

Совместно с (12), (16) и (17) приведенные соотношения полностью описывает поведение ДГ<sub>1</sub>-фигур.

Симметричность этих формул относительно  $a_2$  и  $a_3$  позволяет ограничиться рассмотрением полуплоскости  $a_2 \geq a_3$ .

Так как для фигур равновесия легкой подсистемы с наклонным вращением формулы (16) и (17) универсальны, то возможные ДГ<sub>1</sub>-фигуры следует искать в областях плоскости  $(a_2/a_1, a_3/a_1)$ , определяемых неравенствами (27).

Для ДГ<sub>1</sub>-фигур область  $a_2 + a_3 \leq 2a_1$  является нефизической из-за отрицательности давления  $p_c$ . Неотрицательность  $p_c$  и действительность угловых скоростей  $\Omega_2$  и  $\Omega_3$  обеспечены в области  $a_2 - a_3 \geq 2a_1$ . На рис. 3 эта область ограничена между лучом СТ и осью абсцисс (а также симметричная относительно прямой  $a_2 = a_3$  область). ДГ<sub>1</sub>-фигуры указанных двух симметричных областей в принципе ничем не отличаются друг от друга.

**ДГ<sub>2</sub> или ДГ<sub>3</sub>-фигуры.** Если вместе (20) и (22) имеют место соотношения

$$p_c = -\frac{1}{2} \left( \frac{\delta\Omega_2^2}{a_1 a_3} + \frac{\lambda\Omega_3^2}{a_1 a_2} \right) (4a_1^2 - a_2^2 - a_3^2) + \left( \frac{a_3}{a_1} \delta\Omega_2^2 + \frac{a_2}{a_1} \lambda\Omega_3^2 \right) - \frac{4}{3}, \quad (43)$$

$$p_c = -\frac{4}{3} \frac{a_3^2}{a_1^2} + \delta\Omega_2^2 \frac{a_2^2 - a_3^2}{2a_1^2} \frac{a_3}{a_1}, \quad (44)$$

то при неизменном соотношении (21) парциальное давление (15) обращается в нуль на поверхности двуполостного гиперболоида с плоскостью симметрии  $X_1 X_3$  (ДГ<sub>2</sub>-фигура). Физические характеристики этих фигур определяются формулами (16), (17) и

$$p_c = \frac{-4a_2^2 a_3^2 (a_2^2 - a_3^2)}{(a_2^2 + a_3^2)(4a_1^2 - a_2^2 - a_3^2) a_1^2 - a_2^2 a_3^2 (4a_1^2 - a_2^2 + a_3^2)}; \quad (45)$$

$$\delta\Omega_2^2 = \frac{8a_1 a_3}{a_2^2 - a_3^2} \left( \frac{1}{3} + \frac{a_3^2}{4a_1^2} p_c \right); \quad (46)$$

$$\lambda\Omega_3^2 = \frac{8a_1a_2}{a_2^2 - a_3^2} \left( \frac{a_2^2}{4a_1^2} \rho c - \frac{1}{3} \right). \quad (47)$$

Формулы (45)-(47) не симметричны относительно параметров  $a_2$  и  $a_3$ . При этом анализ этих формул показывает, что в полуплоскости  $a_2 \leq a_3$  ДГ<sub>2</sub>-фигур не существует. Существование этих фигур в области  $a_2 + a_3 \leq 2a_1$ ,  $a_2 > a_3$  тоже невозможно из-за недействительности угловой скорости  $\Omega_3$ .

В области  $a_2 - a_3 \geq 2a_1$ ,  $a_2 > a_3$ , где  $\delta > 0$ ,  $\lambda < 0$  физические решения получаются при  $a_3/a_1 \leq 1$ . В плоскости  $(a_2/a_1, a_3/a_1)$  эта область представляет узкую полосу, ограниченную лучами СТ, DE и осью абсцисс (см. рис. 3). Граничная последовательность DE представляет ДГВ-фигуры, вращающиеся вокруг оси  $X_2$ , так как знаку равенства соответствует  $\Omega_3 = 0$ .

Симметричную область в плоскости  $(a_2/a_1, a_3/a_1)$  представляет гиперболоидальная фигура с наклонным вращением с плоскостью симметрии  $X_1X_2$  (ДГ<sub>3</sub>-фигура). Формулы, описывающие свойства этих фигур равновесия можно получить из (45)-(47) заменой  $a_2 \leftrightarrow a_3$ . Эти фигуры не отличаются от ДГ<sub>2</sub>-фигур.

Граничная последовательность ДГ<sub>2</sub> (ДГ<sub>3</sub>)-фигур, представленная осью абсцисс (ординат), описывает плоские (в плоскости  $X_1X_2$  ( $X_1X_3$ )) гиперboloиды, для которых

$$\Omega^2 = \frac{4}{3} \left( 1 - 4 \frac{a_1^2}{a_2^2} \right), \quad (48)$$

$$\lambda\Omega_3^2 = -\frac{8a_1}{3a_2} \frac{a_2^4 + 4a_1^4}{a_2^4 + 4a_1^4 - a_1^2a_2^2}, \quad \lambda^2 + \frac{a_2^2 + 4a_1^2}{2a_1^2} \lambda + 1 = 0. \quad (49)$$

**Однополостные гиперboloиды. ОГ<sub>8</sub>-фигуры.** Рассмотрим случай, когда легкая подсистема вращается вокруг главной оси  $X_3$ . Из (6) теперь следует, что если

$$\Omega^2(1 + \lambda^2 + 2\lambda a_2/a_1) = \frac{4}{3}(1 - a_3^2/a_1^2), \quad (50)$$

$$\Omega^2(1 + \lambda^2 + 2\lambda a_1/a_2) = \frac{4}{3}(1 + a_3^2/a_2^2),$$

то равновесие возможно в виде однополостного гиперboloида с осью  $X_2$

(ОГ, рис. 2b):

$$p = p_c \left( 1 - \frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} - \frac{x_3^2}{a_3^2} \right). \quad (51)$$

Физические параметры этих фигур выражаются формулами (9') с

$$f = \frac{a_3^2(a_1^2 + a_2^2)}{a_1 a_2 (a_1^2 - a_2^2 - 2a_3^2)}. \quad (52)$$

Возможную геометрию этих фигур получаем из условия действительности  $\lambda$  и  $\Omega$ :  $|f| \leq 1$ . Заметим, что  $f$  может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Это значит, что внутренняя циркуляция вещества у  $ОГ_s$ -фигур может быть как положительной ( $\lambda > 0$ ), так и отрицательной ( $\lambda < 0$ ). Для положительных  $\lambda$  условие  $f \leq 1$  даст

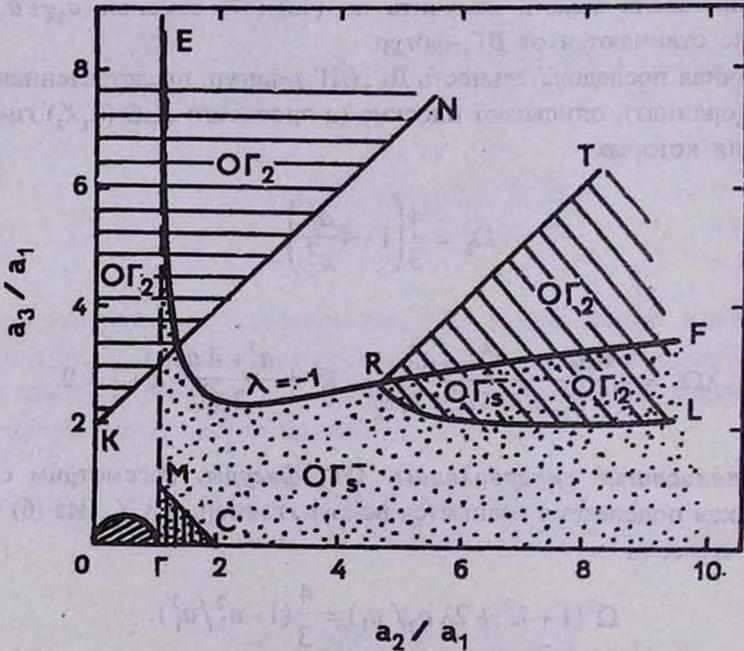


Рис. 4. Области геометрий однополостно-гиперboloидальных фигур равновесия легкой подсистемы внутри гравитирующей сферы.

$$a_3^2 \leq \frac{a_1 a_2 (a_1 - a_2)}{a_1 + a_2}, \quad (53)$$

представляющая в плоскости  $(a_2/a_1, a_3/a_1)$  область, заключенную между кривой ОГ и осью абсцисс (рис. 4). Эти фигуры равновесия обозначим  $ОГ_3^+$ . Кривая ОГ представляет последовательность самосопряженных  $ОГ_3^+$ -фигур с  $\lambda=1$ , которые вращаются с угловой скоростью

$$\Omega_+^2 = \frac{2}{3} \frac{a_1^2 + a_2^2}{(a_1 + a_2)^2}. \quad (54)$$

Для отрицательных  $\lambda$  условие  $|f| \leq 1$  дает

$$a_3^2 \leq \frac{a_1 a_2 (a_1 + a_2)}{a_2 - a_1}, \quad (55)$$

представляющая на рис. 4 область ниже кривой ЕF. Граничная последовательность ЕF представляет самосопряженные  $ОГ_3^-$ -фигуры с  $\lambda=-1$ , вращающиеся с угловой скоростью

$$\Omega_-^2 = \frac{2}{3} \frac{a_1^2 + a_2^2}{(a_2 - a_1)^2}. \quad (56)$$

$ОГ_3^-$ -фигуры с осью  $X_1$  ничем не отличаются от рассмотренных.

7. *ОГ-фигуры с наклонным вращением.* Анализ формул (17), (16), (20)-(22) показывает, что легкая подсистема не имеет фигур равновесия с наклонным вращением в виде однополостного гиперблоида с осью  $X_1$ . Однако возможно образование наклонно вращающихся  $ОГ$ -фигур с осью  $X_2$  (или  $X_3$ ).

*ОГ<sub>2</sub> или ОГ<sub>3</sub>-фигуры.* Если вместо (21) имеем

$$p_c = -\frac{4}{3} \frac{a_2^2}{a_1^2} - \lambda \Omega^2 \frac{a_2^2 - a_3^2}{2a_1^2} \frac{a_2}{a_1}, \quad (57)$$

то при неизменных соотношениях (20) и (22) парциальное давление принимает вид (51). Полученная  $ОГ$ -фигура является наклонно вращающейся ( $ОГ_2$ -фигура) со следующими характеристиками

$$p_c = \frac{4 a_2^2 a_3^2 (a_2^2 - a_3^2)}{(a_2^2 + a_3^2)(4 a_1^2 - a_2^2 - a_3^2) a_1^2 - a_2^2 a_3^2 (4 a_1^2 - a_2^2 + a_3^2)}, \quad (58)$$

$$\delta \Omega_2^2 = -\frac{2 a_1^2}{a_2^2 - a_3^2} \frac{a_1}{a_3} \left( p_c - \frac{4 a_3^2}{3 a_1^2} \right), \quad (59)$$

$$\lambda \Omega_3^2 = -\frac{2 a_1^2}{a_2^2 - a_3^2} \frac{a_1}{a_2} \left( p_c + \frac{4 a_2^2}{3 a_1^2} \right). \quad (60)$$

К ним следует добавить (16) и (17).

Формулы (51), (58)-(60) несимметричны относительно  $a_2$  и  $a_3$ . Заменой  $a_2 \rightleftharpoons a_3$  получим формулы, описывающие  $OG_3$ -фигуры с осью  $X_3$ , которые в принципе не отличаются от  $OG_2$ -фигур.

Физические решения для  $OG_2$ -фигур в областях (27) таковы.

1.  $a_2 + a_3 \leq 2a_1$ , ( $\delta < 0$ ,  $\lambda < 0$ ). В плоскости  $(a_2/a_1, a_3/a_1)$   $OG_2$ -фигуры занимают треугольную область МГС, причем МГ не входит в эту область (рис. 4)

2.  $a_2 - a_3 \geq 2a_1$ , ( $\delta > 0$ ,  $\lambda < 0$ ). Физическими являются  $OG_2$ -фигуры области TRL на рис. 4. Граничная последовательность RL одновременно является последовательностью  $OG_2^-$ -фигур, так как для них  $\Omega_2 = 0$ , а  $\Omega_3$  определяется формулой (9') с учетом (52). Хотя в области TRF фигуры  $OG_2^-$  и  $OG_2$  геометрически одинаковы, но кинематически они сильно отличаются, так как последние являются наклонно вращающимися. Совпадение имеет место лишь на кривой RL.

3. Во всей области  $a_3 - a_2 \geq 2a_1$  ( $\delta < 0$ ,  $\lambda > 0$ )  $OG_2$  являются фигурами равновесия (область, ограниченная лучом KN и осью ординат на рис. 4).

8. *Заключение.* В заключение сделаем некоторые замечания.

1. Хотя результаты настоящей работы были получены в предположении об однородности вложенной массы, но все они справедливы и для неоднородных легких подсистем с произвольным баротропным уравнением состояния.

2. Рассмотренные фигуры равновесия легкой подсистемы являются односвязными образованиями с  $p_c \geq 0$ . Не исключена возможность формирования фигур равновесия легкой подсистемы в виде гиперboloидов, материя в которых заполняет двухсвязную область.

3. Полученные эллипсоидальные фигуры равновесия легкой подсистемы целиком заключены внутри гравитирующей сферы. Однако не исключена возможность того, что эллипсоид вдоль своей большой оси частично выходит за пределы сферы, где вращение легкой подсистемы уже является дифференциальным. В указанном случае, а также во всех других, когда фигурой равновесия является гиперboloид, возникает задача исследования формы распределения материи легкой подсистемы вне гравитирующей сферы.

Этим, а также проблеме устойчивости полученных фигур и установления генетических связей между различными сериями этих фигур будут посвящены последующие работы этой серии.

Арм. пединститут им. Х.Абовяна  
Иджеванский филиал ЕГУ, Армения

## LIGHT SUBSYSTEM WITH LINEAR VELOCITY FIELD IN THE GRAVITATING SPHERE

M.G.ABRAMIAN, Kh.G.KOKOBELIAN

The possible equilibrium figures of light gaseous subsystem with inner current of constant vorticity in the gravitating sphere are established. Besides of ellipsoids having similar properties of Riemann's ellipsoids, the figures of equilibrium in the form of one and two-sheet hyperboloids are obtained.

### ЛИТЕРАТУРА

1. С.Чандрасекар, Эллипсоидальные фигуры равновесия. Мир, М., 1969.
2. Б.П.Кондратьев, Динамика эллипсоидальных гравитирующих фигур. Наука, М., 1989.
3. М.Г.Абрамян, С.А.Каплан, *Астрофизика*, **10**, 665, 1974.
4. М.Г.Абрамян, С.А.Каплан, *Астрофизика*, **11**, 121; 319, 1975.
5. М.Г.Абрамян, *Астрофизика*, **25**, 173; 342, 1986.
6. М.Г.Абрамян, Д.М.Седракян, М.А.Чалабян, *Астрон. ж.*, **63**, 1089, 1986.
7. М.Г.Абрамян, Динамика вложенных гравитирующих подсистем. Докторская диссертация, Бюракан, 1986. с. 350

УДК:52-64

## ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ В ЦИЛИНДРЕ. III. СПЕКТР ОСНОВНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Д.И. НАГИРНЕР

Поступила 28 октября 1994

Принята к печати 7 ноября 1994

Предлагается метод расчета спектра интегрального уравнения переноса излучения в цилиндре. Метод, как и в предыдущих частях серии, основан на применении к уравнению преобразования типа Ганкеля. Расчет спектра сведен к решению уравнения для вспомогательной функции для каждого собственного значения (с.з.) отдельно. Соответствующая собственная функция (с.ф.) затем определяется дополнительным интегрированием. Найдены асимптотические выражения для с.з. и с.ф. при большом оптическом радиусе цилиндра для случая рассеяния в спектральной линии при полном перераспределении по частоте со степенным профилем коэффициента поглощения, а также уравнения для определения входящих в эти выражения величин. Для простейшего ядра уравнения все величины выражены через бесселевы функции и корни некоторого трансцендентного уравнения.

1. *Постановка задачи.* В первых двух частях этой серии [1, 2] мы изучали перенос излучения в бесконечном вдоль оси круговом цилиндре с внутренними источниками излучения, распределение которых также аксиально симметрично. Точнее мы единообразно рассматривали случаи симметричного плоского слоя, цилиндра и шара. В этой, заключительной части мы дадим метод расчета спектра основного интегрального уравнения, как это было сделано для плоского слоя в [3]. Рассматриваемое уравнение может и не быть связано с переносом излучения. Решению близкой задачи о критичности в теории переноса нейтронов посвящено несколько работ ([4, 5] и др.), которые уже упоминались в [1]. Наш метод отличается видом окончательных уравнений, подлежащих численному решению: они, как нам кажется, более удобны для исследования и решения.

Определение спектра интегрального уравнения переноса представляет интерес для построения приближенных и асимптотических решений, а также для решения нестационарных задач.

Рассмотрим уравнение на собственные значения (с.з.)

$$S_n(\tau, \tau_0) = \lambda_n \int_0^{\tau_0} K(\tau, \tau') S_n(\tau', \tau_0) \tau'^{2\nu+1} d\tau', \quad (1)$$

где  $n = 0, 1, 2, \dots$ , а ядро представляется в виде

$$K(\tau, \tau') = (\tau, \tau')^{-\nu} \int_a^b y A(y) I_\nu(y\tau_m) K_\nu(y\tau_M) dy, \quad (2)$$

причем  $\tau_M$  и  $\tau_m$  - большее и меньшее из  $\tau$  и  $\tau'$ , функция  $A(y) \geq 0$  непрерывна при  $0 \leq a < b \leq \infty$  и удовлетворяет условию Гельдера на  $(a, b)$ . Число  $\nu$  можно считать произвольным, мы ограничимся  $|\nu| \leq 1/2$ . Значение  $\nu=0$  отвечает цилиндру с бесконечной осью,  $\nu=-1/2$  и  $1/2$  - плоскому слою и шару.

Условие нормирования собственных функций (с.ф.) имеет вид

$$\int_0^{\tau_0} S_n^2(\tau, \tau_0) \tau^{2\nu+1} d\tau = 1. \quad (3)$$

Получим выражение для производной от с.з.  $\lambda_n(\tau_0)$  по длине промежутка интегрирования в (1), то есть по радиусу цилиндра. Дифференцируя (1) по  $\tau_0$ , убеждаемся, что производная  $\partial S_n / \partial \tau_0$  удовлетворяет уравнению с тем же ядром. Свободный член этого уравнения должен быть ортогонален с.ф. с весом  $\tau^{2\nu+1}$ . С учетом нормировки (3) отсюда имеем

$$\frac{1}{\lambda_n} \frac{\partial \lambda_n}{\partial \tau_0} + \tau_0^{2\nu+1} S_n^2(\tau_0, \tau_0) = 0. \quad (4)$$

С помощью (4) легко показывается, что с.з.  $\lambda_n(\tau_0)$  лежат на промежутке  $[1/V(0), \infty)$ , где  $V(u)$  - важная функция теории [6]

$$V(u) = U(iu) = \int_a^b \frac{yA(y)}{y^2+u^2} dy, \quad U(p) = \int_a^b \frac{yA(y)}{y^2-p^2} dy. \quad (5)$$

Действительно, функция  $V(u)$  в силу положительности  $A(y)$  монотонно убывает при изменении  $u$  от 0 до  $\infty$ . При  $\tau_0 = \infty$  с.з. образуют непрерывный спектр и заполняют весь указанный промежуток:  $\lambda = 1/V(u)$ ,  $u \geq 0$ . Соответствующие с.ф., нормированные на  $d(u-u)$ , как несложно проверить,

$$S(\tau, u) = u^{1/2} \tau^{-\nu} J_{\nu}(\tau u). \quad (6)$$

Согласно же (4) дискретные с.з. с ростом  $\tau_0$  убывают и не могут выйти из промежутка  $[1/V(0), \infty)$ . Таким образом, мы можем положить  $\lambda_n(\tau_0) = 1/V(u_n(\tau_0))$ ,  $u_n(\tau_0) > 0$ .

2. *Преобразование с.ф. и вспомогательная функция.* Введем, как в ч. I [1] для резольвенты уравнения вида (1), преобразование типа Ганкеля от с.ф. по конечному промежутку:

$$Q_n(p, \tau_0) = p^{1/2} \int_0^{\tau_0} \tau^{\nu+1} I_{\nu}(p\tau) S_n(\tau, \tau_0) d\tau. \quad (7)$$

Эта функция регулярна при  $\text{Re} p > 0$ . Применив преобразование (7) непосредственно к уравнению (1) и воспользовавшись интегралами от бесселевых функций 1.11.3.3 и 1.12.3.1 из [7], найдем уравнение для преобразования (7):

$$[1 - \lambda_n U(p)] Q_n(p, \tau_0) = -\lambda_n p^{1/2} \int_a^b \frac{y^{1/2} A(y)}{y^2 - p^2} F_I(y \tau_0, p \tau_0) Q_n(y, \tau_0) dy, \quad (8)$$

где

$$F_I(y, p) = y K_{\nu+1}(y) I_{\nu}(p) + p K_{\nu}(y) I_{\nu+1}(p). \quad (9)$$

Введем еще одну функцию

$$q_n(p, \tau_0) = \frac{\lambda_n}{\pi} e^{p \tau_0} p^{1/2} \int_a^b y^{1/2} A(y) Q_n(y, \tau_0) F_K(y \tau_0, p \tau_0) \frac{dy}{y^2 - p^2}, \quad (10)$$

где, как и в предыдущих частях работы,

$$F_K(y, p) = y K_{\nu+1}(y) K_{\nu}(p) \pm p K_{\nu}(y) K_{\nu+1}(p). \quad (11)$$

Поскольку при  $a < y < b$  функция  $F_K(y, y) = 0$ , то величина  $q_n(p, \tau_0)$  регулярна при  $\text{Re} p > 0$ . Интеграл в уравнении (8) можно выразить через эту функцию. Ввиду того, что отрицательная часть вещественной оси является линией ветвления функции Макдональда и поэтому выражения  $I_{\nu}(z)$  через  $K_{\nu}(z)$  различны при различных аргументах комплексного числа  $z$  (см. (I.19), т.е. формулу (19) из [1]), в уравнении также появляется кажущаяся неоднозначность:

$$[1 - \lambda_n U(p)] Q_n(p, \tau_0) = -e^{p\tau_0} q_n(e^{\pm p} p, \tau_0) - e^{\mp \pi i (v+1/2)} e^{-p\tau_0} q_n(p, \tau_0). \quad (12)$$

Верхние знаки здесь берутся при  $-\pi/2 < \arg p < \pi/2$ , нижние - при  $-\pi/2 < \arg p < 3\pi/2$ .

Так как  $\lambda_n = 1/V(u_n)$ , то при  $p = \pm i u_n$  левая часть (12) обращается в нуль и мы получаем условие

$$q_n(e^{\pm i u_n} i u_n, \tau_0) = w_n e^{\pm i u_n \tau_0 - \pi i (v+3/2) u_n}, \quad (13)$$

где  $w_n$  можно считать вещественным.

Соотношение (12) можно преобразовать в уравнение для вспомогательной функции  $q_n(p, \tau_0)$ . Для этого нужно воспользоваться аналитическими свойствами  $H$ -функции, являющейся продолжением обычной  $H$ -функции теории переноса (см. [8, 9]) на спектральные значения параметра  $\lambda = 1/V(u) \geq 1$ . Здесь мы будем обозначать эту функцию, как и обычную,  $H(p)$ . Приведем ее основные свойства.

3. *H-функция на спектре.* Она была введена и подробно изучена в [8, 9]. Эта функция регулярна при  $\operatorname{Re} p > 0$  и удовлетворяет уравнению, являющемуся обобщением соотношения Винера-Хопфа:

$$H(p)H(-p)(u^2 + p^2)[1 - U(p)V(u)] = p^2, \quad (14)$$

из которого она может быть найдена в явном виде:

$$H(p) = \frac{p^2}{p^2 + u^2} \exp \left\{ -\frac{p}{\pi} \int_0^{\infty} \ln \left[ \frac{1 - V(u') / V(u)}{(u')^2 - u^2} (u')^2 \right] \frac{du'}{(u')^2 + p^2} \right\}. \quad (15)$$

Из (14) видно, что  $H(p)$  имеет линию ветвления  $[-b, -a]$  и два полюса  $p = \pm i u$ . В отличие от задач с источниками, когда  $\lambda$  - вероятность выживания фотона, т.е.  $0 < \lambda \leq 1$ , и характеристическое уравнение  $1 - \lambda U(k) = 0$  может не иметь корней, а  $H$ -функция полюсов, здесь всегда  $H(p)$  имеет полюса  $p = \pm i u$ , где обращаются в нуль два множителя в левой части (14). Вычеты  $H$ -функции в этих полюсах

$$\operatorname{res}_{p=\pm i u} H(p) = \frac{C_0}{2} e^{\pm i u \tau_0}, \quad (16)$$

где для спектральных значений  $\lambda = 1/V(u)$

$$C_0 = \left[ -\frac{2uV(u)}{V'(u)} \right]^{1/2}, \quad \tau_\epsilon = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \ln \left[ \frac{u^2 - (u')^2}{V(u') - V(u)} \right] \frac{du'}{(u')^2 - u^2}. \quad (17)$$

Другие выражения для  $H(p)$  и  $\tau_\epsilon$  приведены в [9].

4. *Уравнение для вспомогательной функции.* Запишем формулу Коши для произведения  $H(p)q_n(p, \tau_0)/p$ , где  $H(p)$  берется для  $u=u_n(\tau_0)$ , с интегралом вдоль мнимой оси и обходом полюсов  $\pm iu_n$  справа. Затем преобразуем контур интегрирования к отрицательной части вещественной оси. На линии ветвления  $U(p)$  - отрезке  $[-b, -a]$  - воспользуемся формулами Сохоцкого (см. [10], а также ч. I [1]) и соотношением (12) после замены  $p$  на  $-p$ . Взяв вычеты в полюсах  $\pm iu_n$  с учетом (13), получим уравнение для  $q_n(p, \tau_0)$ , справедливое при любых  $p$ :

$$\begin{aligned} \frac{1}{p} H(p) q_n(p, \tau_0) &= w_n \frac{C_0}{U_n} \frac{p \sin r_n + u_n \cos r_n}{p^2 + u_n^2} - \\ &- \frac{1}{\pi} \int_a^b e^{-2y\tau_0} \frac{y dy}{y+p} \frac{R(y) q_n(y, \tau_0)}{(y^2 + u_n^2) H(y)} B_v(y) + \\ &+ \frac{\cos \pi v}{\pi} \int_{[a, \infty] \cup [b, \infty)} e^{-2y\tau_0} \frac{y dy}{y+p} \frac{q_n(y, \tau_0)}{(y^2 + u_n^2) H(y)} \frac{1}{1 - \lambda_n U(y)}. \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь введены обозначения

$$B_v(y) = (\lambda_n \pi / 2) A(y) \sin \pi v - [1 - \lambda_n U(y)] \cos \pi v, \quad (19)$$

$$R(y) = \left\{ [1 - \lambda_n U(y)]^2 + [(\lambda_n \pi / 2) A(y)]^2 \right\}^{-1}, \quad (20)$$

$$r_n = u_n(\tau_0 + \tau_\epsilon) - \pi \left( v + \frac{3}{2} \right) / 2 - \pi n. \quad (21)$$

Интеграл в (20) для  $U(y)$  при  $a \leq y \leq b$  понимается в смысле главного значения по Коши. Напомним, что  $H(p)$ ,  $C_0$  и  $\tau_\epsilon$  должны вычисляться при  $u=u_n(\tau_0)$ .

Последний интеграл в (18) берется по дополнению отрезка  $[a, b]$  до  $[0, \infty)$ . Разность  $1 - \lambda_n U(y)$  в нем не обращается в нуль, так как  $\lambda_n > 1/V(0)$ , при  $0 \leq y < a$  функция  $U(y) \geq U(0) = V(0)$ , а при  $y \geq b$  ее значения отрицательны.

Умножив (18) на  $p$  и устремив  $p \rightarrow \infty$ , получим

$$\sin r_n = \frac{u_n}{C_0 w_n} \left[ \frac{1}{\pi} \int_a^b e^{-2y\tau_0} \frac{y dy}{y^2 + u_n^2} \frac{q_n(y, \tau_0)}{H(y)} R(y) B_v(y) - \right. \\ \left. - \frac{\cos \pi v}{\pi} \int_{[a, a], [b, \infty)} e^{-2y\tau_0} \frac{y dy}{y^2 + u_n^2} \frac{q_n(y, \tau_0)}{H(y)} \frac{1}{1 - \lambda_n U(y)} \right] \quad (22)$$

$$q_n(p, \tau_0).$$

5. *Выражение для с.ф.* Обращение преобразования (7) производится по той же формуле, что и в [1]:

$$\tau^v S_n(\tau, \tau_0) = \frac{1}{\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} Q_n(p, \tau_0) p^{1/2} K_v(p\tau) dp. \quad (23)$$

Преобразуя контур интегрирования в интеграле (23) с учетом (12) к отрицательной части вещественной оси, убеждаемся, что существенно лишь ветвление функции  $U(p)$  на отрезке  $[-b, -a]$ , а особенности функции  $q_n(p, \tau_0)$  сокращаются с особенностями  $K_v(p\tau)$ . Вычисляя вычеты в полюсах  $\pm iu_n$ , снова принимая во внимание (12) и пользуясь формулами Сохоцкого, получаем выражение с.ф. через  $q_n$ :

$$\tau^v S_n(\tau, \tau_0) = (-1)^n w_n C_0^2 \pi J_v(u_n, \tau) u_n^{-1/2} - \\ - \lambda_n \int_a^b A(y) R(y) y^{1/2} \pi I_n(g\tau) e^{-y\tau} q_n(y, \tau_0) dy. \quad (24)$$

Здесь  $w_n$  - постоянная, определяемая из условия нормировки с.ф. (3).

Для граничного значения с.ф. можно получить кроме следующего из (24) еще одно выражение. Для этого заметим, что из (10), (7) и (12) вытекает существование конечного предела у  $p q_n(p, \tau_0)$  при  $p \rightarrow \infty$ , который равен  $(2\pi)^{-1/2} \tau_0^{v+1/2} S_n(\tau_0, \tau_0)$ . Обозначим через  $M_n$  постоянную, такую, что

$$S_n(\tau_0, \tau_0) = (2\pi)^{1/2} \tau_0^{-v-1/2} w_n C_0 M_n. \quad (25)$$

Тогда из (18) получим, что  $M_n$  выражается через  $q_n$ :

$$M_n = \cos r_n + \frac{1}{w_n C_0} \left[ \frac{1}{\pi} \int_a^b e^{-2y\tau_0} \frac{y^2 dy}{y^2 + u_n^2} \frac{q_n(y, \tau_0)}{H(y)} R(y) B_\nu(y) - \right. \\ \left. \frac{\cos \pi \nu}{\pi} \int_{[a, a] \cup [b, \infty)} e^{-2y\tau_0} \frac{y^2 dy}{y^2 + u_n^2} \frac{q_n(y, \tau_0)}{H(y)} \frac{1}{1 - \lambda_n U(y)} \right] \quad (26)$$

Таким образом, задача отыскания с.з. и с.ф. (1) сведена к решению уравнения (18) для вспомогательной функции  $q_n(y, \tau_0)$  и последующему вычислению интеграла (24) отдельно для каждого  $n$ , что аналогично случаю плоского слоя, когда  $\nu = \pm 1/2$ . Заметим, что при таких  $\nu$  в уравнении (24) присутствуют слагаемые только с  $\sin \pi \nu$ , а когда  $\nu = 0$  - только с  $\cos \pi \nu$ . При этом, когда  $\nu \neq \pm 1/2$ , даже если  $a > 0$  и  $b < \infty$ , функцию  $q_n(y, \tau_0)$  приходится находить во всем промежутке  $[0, \infty)$ , а не только при  $a \leq y \leq b$ . При  $a = 0$  и  $b = \infty$  это различие исчезает. Отметим, что значения  $q_n(y, \tau_0)$  вне промежутка  $[a, b]$  не входят в выражение (24) для с.ф.

Решать уравнение (18) можно итеративно. По  $r_n$  из (21) находятся  $u_n$  и  $\lambda_n$ . Затем по  $q_n(y, \tau_0)$  определяется эта функция в следующем приближении. Новое значение  $r_n$  ищется через выражение (22) для  $\sin r_n$ . В нулевом приближении, вообще говоря, достаточно положить  $q_n(p, \tau_0) = 0$ ,  $r_n = 0$ . Тогда

$$u_n[\tau_0 + \tau_e] = \pi \left( \nu + \frac{3}{2} \right) / 2 - \pi n \quad (27)$$

служит уравнением для определения начального значения  $u_n(\tau_0)$ . Решение (18) благодаря множителям  $\exp(-2y\tau_0)$  под интегралами производится тем легче, чем больше значения  $\tau_0$  и  $n$ . Однако и здесь проявляется выделенность полуцелых  $\nu$  и  $a > 0$ : для них отличие  $u_n$  от нулевого приближения (определяемого из (27)) имеет порядок  $\exp(-2a\tau_0)$ . Это верно для  $q_n$  и  $S_n$ . В общем же случае (не полуцелых  $\nu$  и  $a = 0$ ) поправки к нулевому приближению с ростом  $\tau_0$  убывают как некоторая степень  $1/\tau_0$ .

Теперь для вывода асимптотик спектра при рассеянии в линии напомним формулы, отражающие асимптотическое поведение ядерных функций.

6. *Асимптотики ядерных функций.* Рассмотрим, как и в ч. II [2], случай рассеяния в линии при полном перераспределении по частоте без непрерывного поглощения: Тогда  $a=0$ ,  $b=\infty$  и при  $u \rightarrow +0$

$$1 - V(u) \sim V_0 u^{2\gamma}, \quad (28)$$

где  $0 < \gamma \leq 1$  (см. [6, 2]). Можно показать, что в этом случае при  $\gamma < 1$  выполняются асимптотики ( $y \rightarrow +0$ ,  $u \rightarrow +0$ )

$$A(y) \sim (2V_0 \sin \pi\gamma / \pi) y^{2\gamma}, \quad 1 - U(y) \sim \cos \pi\gamma V_0 y^{2\gamma}, \quad (29)$$

$$\tau_e \sim \pi(1 - \gamma) / 4u, \quad C_0 \sim (\gamma V_0)^{-1/2} u^{1-\gamma}. \quad (30)$$

В [8, 9] была получена также асимптотика  $H$ -функции на спектре: при  $y \rightarrow 0$ ,  $u \rightarrow 0$ ,  $y/u = t = \text{const}$

$$H(tu) \sim t(1+t^2)^{-1/2} u^{-\gamma} V_0^{-1/2} h_\gamma(t), \quad (31)$$

$$h_\gamma(t) = \exp \left\{ -\frac{t}{\pi} \int_0^\infty \ln |1 - u^{2\gamma}| \frac{du}{u^2 + t^2} \right\}, \quad h_\gamma(1/t) = h_\gamma(t) t^\gamma. \quad (32)$$

Свойства асимптотической функции  $h_\gamma(t)$  также описаны в [9]. Заметим, что если  $\gamma$  правильная дробь, то  $h_\gamma(t)$  - либо элементарная функция, либо комбинация элементарных функций и интегрального арктангенса.

7. *Асимптотики спектра для рассеяния в линии.* Будем считать  $n = \text{const}$ ,  $\tau_0 \rightarrow \infty$ . Из (24), (28) и асимптотики  $\tau_e$  (30) следует асимптотическое поведение с.з.

$$\lambda_n - 1 \sim V_0 (y_n / \tau_0)^{2\gamma}, \quad (33)$$

где через  $y_n$  обозначен конечный предел  $u_n \tau_0$  при  $\tau_0 \rightarrow \infty$ :

$$\nu_n = \pi(n + \nu / 2 + 1 / 2 + \gamma / 4) + r_n. \quad (34)$$

Из (3) и (24) получаем, что при  $\tau_0 \rightarrow \infty$  и  $\tau/\tau_0 = \xi = \text{const}$

$$S_n(\tau, \tau_0) \sim \tau_0^{-\nu-1} S_n(\xi), \quad (35)$$

где асимптотическая с.ф. удовлетворяет условию нормировки

$$\int_0^1 \xi^{2\nu+1} S_n^2(\xi) d\xi = 1. \quad (36)$$

Из (4) и (33) находим, что асимптотика  $S_n(\tau_0, \tau_0)$  имеет более высокий порядок малости

$$S_n(\tau_0, \tau_0) \sim (2\gamma V_0)^{1/2} \nu_n^\gamma \tau_0^{-\gamma-\nu-1}, \quad (37)$$

так что при  $\tau_0 \sim \tau$

$$S_n(\tau_0, \tau_0) \sim (2\gamma)^{1/2} (\lambda_n - 1)^{1/2} S_n(\tau, \tau_0) / S_n(\xi), \quad (38)$$

что аналогично соотношению между граничным и внутренними значениями функции источников при  $0 < \lambda < 1$ .

Анализ уравнения (18) показывает, что при  $\tau_0 \rightarrow \infty$  можно положить

$$q_n(u_n t, \tau_0) \sim w_n (1 + t^2)^{1/2} \gamma^{-1/2} q_n(t) / h_\gamma(t). \quad (39)$$

Асимптотическая функция  $q_n(t)$  определяется уравнением

$$q_n(t) = \frac{t \sin r_n + \cos r_n}{1 + t^2} - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty e^{-2\nu_n r} \frac{dr}{r^2 + t^2} f(r) q_n(r'), \quad (40)$$

где обозначено для краткости

$$f(r) = \frac{\cos \pi \nu - \cos \pi (\nu + \gamma) r^{2\gamma}}{1 - 2 \cos \pi \gamma r^{2\gamma} + r^{4\gamma}} \frac{1}{h_\gamma^2(r)}. \quad (41)$$

Сравнение (37) и (25) даст асимптотику нормировочной постоянной

$$w_n \sim \pi^{-1/2} \gamma V_0 \nu_n^{2\gamma-1} \tau_0^{1/2-2\gamma} / M_n, \quad (42)$$

где постоянная  $M_n$  выражается через  $q_n(t)$ :

$$M_n = \cos r_n + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-2\nu n t} dt f(t) q_n(t), \quad (43)$$

как и величина  $r_n$ :

$$\sin r_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-2\nu n t} dt f(t) q_n(t). \quad (44)$$

В нулевом приближении  $q_n(t) = 0$ ,  $r_n = 0$  и

$$\nu_n \sim \nu_n^0 = \pi(n + \nu/2 + 1/2 + \gamma/4). \quad (45)$$

Последняя формула есть одновременно асимптотика  $\nu_n$  при  $n \rightarrow \infty$ . Действительно, тщательное рассмотрение (40) показывает, что при  $t \rightarrow 0$  функция  $q_n(t)$  пропорциональна степени  $t^{1/2 - |\nu|}$ , так что при  $|\nu| = 1/2$  значение  $q_n(0)$  конечно. При  $\nu = 0$  появляется множитель  $\ln 1/t$ . Из этого, согласно (44), следует, что при  $|\nu| = 1/2$  величина  $r_n$  пропорциональна  $\cos \pi \nu n^{-|\nu| - 3/2}$  и  $n^{-1-2\gamma}$  при  $|\nu| = 1/2$ . Формула (45) приведена без вывода в [11] для  $\nu = 0, \pm 1/2$ .

Подстановка (39), (42), (33) и (30) в (24) даст выражение для асимптотической с.ф., не содержащее  $\tau_0$  и  $V_0$ :

$$S_n(\xi) = \frac{1}{M_n} \xi^{-\nu} \left[ (-1)^n (\pi \nu_n)^{1/2} J_{\nu}(\nu_n \xi) - \right. \\ \left. - 2\gamma^{1/2} \frac{\sin \pi \gamma}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{t^{\gamma+1/2} (\pi \nu_n)^{1/2} I_{\nu}(\nu_n \xi t) e^{-\nu n t} (1+t^2)^{1/2} dt}{h_{\gamma}(t)(1-2\cos \pi \gamma t^{2\gamma} + t^{4\gamma})} \right]. \quad (46)$$

Можно показать, что  $S_n(0) = 0$ . Это равенство отражает более быстрое убывание  $S_n(\tau_0, \tau_0)$  при  $\tau_0 \rightarrow \infty$  по сравнению с  $S_n(\tau, \tau_0)$  при  $\tau_0 \sim \tau$ .

Вычисление асимптотик спектра для цилиндра несколько сложнее, чем для слоя или шара, что объясняется отличием от нуля значения  $f(0)$ . Эта трудность аналогична возникающим при расчете функций источников для монохроматического рассеяния (см. ч. II [2]) и поэтому схему и

результаты расчетов мы приведем в отдельной статье. Здесь же изучим случай, когда решения получаются в явном виде.

8. *Спектр простейшего ядра.* Рассмотрим частный случай ядра (2) при  $A(y) = \delta(y-1)$ , т.е.

$$K(\tau, \tau_1) = (\tau \tau_1)^{-\nu} I_\nu(\tau_m) K_\nu(\tau_M). \quad (47)$$

Легко показать, как было сделано в [1] для резольвенты, что с.ф. удовлетворяют уравнению

$$\frac{\partial^2 S_n(\tau, \tau_0)}{\partial \tau^2} + \frac{2\nu+1}{\tau} \frac{\partial S_n(\tau, \tau_0)}{\partial \tau} = (1-\lambda_n) S_n(\tau, \tau_0) \quad (48)$$

и условию на границе

$$\left. \frac{\partial S_n(\tau, \tau_0)}{\partial \tau} \right|_{\tau=\tau_0} = -\frac{K_{\nu+1}(\tau_0)}{K_\nu(\tau_0)} S_n(\tau_0, \tau_0). \quad (49)$$

Учитывая, что при  $t = 0$  с.ф. должна быть конечной, получаем для нее выражение

$$S_n(\tau, \tau_0) = D_n(\tau_0) \tau^{-\nu} J_\nu(u_n \tau), \quad \lambda_n = 1 + u_n^2(\tau_0), \quad (50)$$

а из условия (49) уравнение для определения с.з., которое можно записать двумя способами:

$$u_n \frac{J_{\nu+1}(u_n \tau_0)}{J_\nu(u_n \tau_0)} = \pm \frac{K_{\nu+1}(\tau_0)}{K_\nu(\tau_0)}. \quad (51)$$

Здесь надо брать либо все верхние, либо все нижние знаки.

Постоянная нормировки определяется из условия (3), которое после подстановки в него (50) принимает вид

$$D_n^2(\tau_0) \tau_0^2 J_\nu^2(u_n \tau_0) \left[ 1 + \frac{K_{\nu-1}(\tau_0) K_{\nu+1}(\tau_0)}{u_n^2 K_\nu^2(\tau_0)} \right] = 2 \quad (52)$$

Функции  $Q_n$  и  $q_n$  из (7), (50) и (10) получаются следующими:

$$Q_n(p, \tau_0) = p^{1/2} D_n(\tau_0) J_\nu(u_n \tau_0) F_I(\tau_0, p \tau_0) / K_\nu(\tau_0) (p^2 + u_n^2), \quad (53)$$

$$q_n(p, \tau_0) = p^{1/2} D_n(\tau_0) J_\nu(u_n \tau_0) e^{p\tau_0} F_K(\tau_0, p \tau_0) / \pi K_\nu(\tau_0) (1 - p^2). \quad (54)$$

Можно показать, что эти функции удовлетворяют уравнениям (12) и (18). Во втором из них нужно при этом отбросить интеграл по  $[a, b]$ , как содержащий квадрат  $A(y) = \delta(y-1)$  в знаменателе подынтегральной функции (см. ч. II [2]), а оставшийся интеграл распространить на всю полуось и подставить  $U(p) = 1/(1-p^2)$ ,  $\tau_e = \text{arctg } u/u$ ,  $H(p) = p(1+p)/(p^2+u^2)$ .

Спектр ядра (47) при  $|v| = 1/2$ , т.е. для монохроматического рассеяния в одномерной среде был определен В.В.Соболевым [12, 13].

Асимптотика спектра ядра (47) при  $\tau_0 \rightarrow \infty$  согласуется с полученной в предыдущем пункте. Действительно, асимптотический вид уравнения (51) для определения с.з. следующий:  $J_{\nu}(v_n) = 0$ , так что  $v_n$  в случае ядра (47) - корни функции Бесселя. Асимптотическая с.ф. имеет вид

$$S_n(\xi) = 2^{1/2} \xi^{-\nu} J_{\nu}(v_n \xi) / J_{\nu+1}(v_n). \quad (55)$$

Асимптотические выражения для других величин из точных формул для них получаются следующие:

$$q_n(t) = (-1)^n v_n J_{\nu+1}(v_n) e^{v_n t^{1/2}} K_{\nu}(v_n t) / (1+t^2), \quad (56)$$

$$M_n = (-1)^n \left( \frac{\pi u_v \tau_0}{2} \right)^{1/2} \frac{K_{\nu+1}(\tau_0)}{K_{\nu}(\tau_0)} J_{\nu+1}(u_n \tau_0) \sim (-1)^n \left( \frac{\pi v_v}{2} \right)^{1/2} J_{\nu+1}(v_n), \quad (57)$$

$$w_n = (-1)^n D_n(\tau_0) u_n^{1/2} (1+u_n^2)^{-1/2} \pi^{-1/2} - (-1)^n (2v_n)^{1/2} \tau_0^{3/2} / \pi J_{\nu+1}(v_n). \quad (58)$$

Все приведенные функции удовлетворяют определяющим их уравнениям предыдущего пункта.

При больших  $n$  верна асимптотика (см. формулу 8.547 из [14])

$$v_n - v_n^0 = r_n \sim \frac{1-4v^2}{8v_n^0} \left[ 1 + \frac{28v^2-31}{384(v_n^0)^2} + \dots \right], \quad (59)$$

где  $v_n^0$  дается формулой (45) при  $\gamma=1$ . Отсюда видно, что в общем случае, в частности, для цилиндра ( $v=0$ ) величина  $v_n$  отличается от  $v_n^0$ . Эти

величины совпадают ( $r_n=0$  при всех  $n$ ) только при  $\nu=\pm 1/2$ , т.е. для слоя и шара, когда для ядра (47) уравнение (27) является точным.

В заключение заметим, что в этой серии статей мы стремились построить теорию переноса излучения в цилиндре по аналогии с той, которая развита для слоя и шара. Ценой ряда усложнений (дополнительные интегральные слагаемые в уравнениях, подлежащих численному решению, что приводит к большим трудностям при выборе процедуры решения) и потерь (отсутствуют выражения резольвенты через ее частные значения) это сделать, в общем удалось.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93-02-2957).

Санкт-Петербургский государственный  
университет

## RADIATIVE TRANSFER IN A CYLINDER. III. SPECTRUM OF THE BASIC INTEGRAL EQUATION

D.I. NAGIRNER

A method to compute the spectrum of radiative transfer integral equation in a cylinder is proposed. The method is based on the Hankel-type transformation as in the previous parts of this work. The calculation is reduced to solution of an equation for some auxiliary function for each eigenvalue separately. Corresponding eigenfunction must be obtained after that by one integration. The asymptotic expressions are found for eigenvalues and eigenfunctions for large optical radius of the cylinder if the scattering occurs under the condition of the complete redistribution in frequency with the power profile of absorption coefficient. The equations defining the values entering the expressions are given as well. For the simplest kernel all values describing the scattering are expressed in terms of Bessel functions and roots of transcendental equations.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Д.И.Нагирнер*, *Астрофизика*, **37**, 111, 1994.
2. *Д.И.Нагирнер*, *Астрофизика*, **37**, 1994 (в печати)
3. *Д.И.Нагирнер*, *Астрофизика*, **15**, 485, 1979.
4. *Ю.И.Ершов, С.Б.Шихов*, *Методы решения красивых задач теории переноса*, Атомиздат, М., 1977.
5. *R.M.Westfall, D.R.Metcalf*, *Trans. Amer. Nucl. Soc.*, **15**, 266, 1972.
6. *В.В.Иванов*, *Перенос излучения и спектры небесных тел*, Наука, М., 1969.
7. *А.П.Прудников, Ю.А.Брычков, О.И.Маричев*, *Интегралы и ряды. Специальные функции*, Наука, М., 1983.
8. *Д.И.Нагирнер*, *Астрофизика*, **5**, 31, 1969.
9. *Д.И.Нагирнер*, *Астрофизика*, **15**, 229, 1979.
10. *Ф.Д.Гахов*, *Красивые задачи*, Наука, М., 1977.
11. *C.Van Trigt*, *J.Math. Phys.*, **14**, 863, 1973.
12. *С.С.Соболев*, *Астрон. ж.*, **29**, 406, 1952.
13. *С.С.Соболев*, *Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет*. ГИТТЛ, М., 1956.
14. *И.С.Градштейн, И.М.Рыжик*, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Наука, М., 1971.

УДК 52-323

## ОБ ОДНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ЗАДАЧЕ ПЕРЕНОСА ПРИ ЧАСТИЧНОМ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИИ ПО ЧАСТОТАМ.

А.Х.ХАЧАТРЯН

Поступила 16 сентября 1994

Принята к печати 15 февраля 1995

В статье приводится общий анализ систем уравнений нестационарного переноса резонансного излучения с учетом нелинейных эффектов и при частичном перераспределении квантов по частотам на модели двухуровневых атомов. Предлагается способ решения соответствующей задачи в трехмерной плоскопараллельной среде.

**1. Введение.** Как известно, поле излучения резонансного рассеяния зависит от плотности возбужденных атомов, а тем самым и от распределения атомов по скоростям, с одной стороны, а распределение возбужденных атомов по скоростям обусловлено полем излучения, с другой [1-6]. Поэтому строгое рассмотрение задачи резонансного рассеяния в линии в звездных атмосферах при NLTE требует совместного решения уравнения переноса и соответствующего кинетического уравнения.

Сперва вышеуказанные задачи рассматривались в предположении, что распределение атомов как в основном, так и в возбужденном состоянии является максвелловским [7]. Впервые в работе [1] на модели двухуровневых атомов показано, что если распределение атомов в основном состоянии близко к максвелловскому, то то же самое нельзя сказать для атомов, находящихся в возбужденном состоянии. Это связано с тем, что длина свободного пробега возбужденного атома намного меньше длины свободного пробега атомов, а также по сравнению с характеристическими длинами изменения макроскопических величин (температура, плотность и т.д.).

Нестационарные задачи переноса были рассмотрены другими авторами [8-11] для некоторых частных случаев. В работах [10, 11] были рассмотрены

нелинейные нестационарные задачи переноса, рассеяние считая либо когерентным, либо полностью некогерентным, что в скрытой форме предполагает максвелловское распределение атомов по скоростям.

В настоящей работе рассматривается задача при довольно общих условиях, а именно: выводится система уравнений нелинейного нестационарного переноса излучения при частичном перераспределении по частотам. Предлагается способ решения соответствующей задачи в плоском слое.

2. *Рассмотрим газ*, состоящий из двухуровневых атомов и свободных электронов. Макроскопические параметры - температура  $T$ , плотность атомов  $n_0$  и электронов  $n_e$  будем считать заданными. Будем считать также, что внешние силы отсутствуют. В рамках выбранной нами модели поле излучения не меняет максвелловского распределения всех атомов по скоростям. Однако на разных уровнях, особенно на верхнем уровне, отклонение распределения по скоростям от максвелловского ощутимо. В линейном приближении вполне естественно предполагать, что распределение атомов по скоростям в основном состоянии является максвелловским, в отличие от распределения возбужденных атомов. Это предположение связано с тем, что в звездных атмосферах время жизни возбужденного атома  $t_{ex} \sim 1/A_{21}$  намного меньше по сравнению со временем между двумя последовательными столкновениями ( $t_{ст}$ )

$$\delta = \frac{t_{ex}}{t_{ст}} = \frac{n_s \sigma v \sqrt{1 + \frac{m}{m_s}}}{A_{21}}$$

где  $\sigma$  - эффективное сечение рассеяния,  $n_s$  и  $m_s$  - концентрация и масса сталкивающихся частиц,  $v$  - скорость теплового движения атома,  $m$  - масса атома. Оценки показывают, что почти всегда  $\delta \ll 1$ . Так, например, для резонансной линии H  $\lambda$  1215 ( $L_{\alpha}$ ),  $\delta \sim 10^{-2}$  (для звезд типа G0) и  $\delta \sim 10^{-4}$  (для A0), для линии CaII ( $\lambda$ 3933)  $\delta$  порядка  $5 \cdot 10^{-2}$  (для звезд типа F0) и 0.5 (для G0), и, наконец, для линии HeI  $\lambda$ (584),  $\delta \sim 5 \cdot 10^{-3}$  (для B0). Это означает, что распределение атомов в возбужденном состоянии на самом деле далеко от равновесного. Последнее утверждение в свою очередь означает, что допущение о совпадении профилей поглощения и спонтанного излучения ( $\varphi = \psi$ ) далеко от реальности. Эта модель согласована с моделью Оксенюса, предложенной им в 1965 г. (см.[1]).

Имссм

$$F_1(\bar{r}, \bar{v}, t) + F_2(\bar{r}, \bar{v}, t) = n_0 f_0^M, \quad (1)$$

$$n_1 + n_2 = n_0, \quad (2)$$

где  $F_1 = n_1 f_1(\bar{v})$  и  $F_2 = n_2 f_2(\bar{v})$  функции распределения атомов, соответственно, в основном и возбужденном состоянии, причем

$$\int F_k(\bar{r}, \bar{v}, t) d^3 v = n_k(\bar{r}, t) \quad (k = 1; 2). \quad (3)$$

Кинетическое уравнение Больцмана для возбужденных атомов имеет вид:

$$\frac{\partial F_2}{\partial t} + \bar{v} \frac{\partial F_2}{\partial \bar{r}} = StF_2. \quad (4)$$

Здесь  $StF_2$  - интеграл столкновения,  $\bar{v}$  - средняя скорость теплового движения атома.

В работах [2, 4] детально изучается конвекционный перенос возбужденных атомов, и было показано, что в звездных атмосферах он пренебрежимо мал. В этих работах было показано, что членом, учитывающим диффузионный поток возбужденных атомов, можно

пренебречь, если выполняется условие  $\frac{l_{ex}}{l_{ph}} \ll 1$ , где  $l_{ex}$  - длина свободного

пробега возбужденных атомов  $l_{ex} \sim \frac{v}{A_{21}}$ ,  $l_{ph}$  - длина свободного пробега фотонов.

В интеграл столкновения входят следующие члены

$$StF_2 = \left( \frac{\partial F_2}{\partial t} \right)_{inel} + \left( \frac{\partial F_2}{\partial t} \right)_{ph}, \quad (5)$$

где

$$\left( \frac{\partial F_2}{\partial t} \right)_{inel} = a_{12} F_1(\bar{v}) - a_{21} F_2(\bar{v}), \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial F_2}{\partial t}\right)_{ph} = B_{12}F_1(\bar{v})M(\bar{v}) - A_{21}F_2(\bar{v}) - B_{21}F_2(\bar{v})N(\bar{v}). \quad (7)$$

Член  $\left(\frac{\partial F_2}{\partial t}\right)_{inel}$  описывает неупругие столкновения с электронами, а второй член описывает взаимодействие с полем. Здесь  $a_{12}$  и  $a_{21}$  - коэффициенты электронных ударов первого и второго рода,  $B_{12}$ ,  $B_{21}$ ,  $A_{21}$  - эйнштейновские коэффициенты переходов.

$$M(\bar{v}) = \iint I_\nu(\bar{n}') q\left(\nu - \frac{v_0}{c} \bar{n}' \bar{v}\right) \frac{d\Omega'}{4\pi} d\nu', \quad (8)$$

$$N(\bar{v}) = \iint I_\nu(\bar{n}') E\left(\nu - \frac{v_0}{c} \bar{n}' \bar{v}\right) \frac{d\Omega'}{4\pi} d\nu'. \quad (9)$$

Здесь  $I_\nu(\bar{n}, \bar{r})$  - искомая интенсивность излучения с частотой  $\nu$ , с направлением  $\bar{n}$ ,  $q\left(\nu - \frac{v_0}{c} \bar{n} \bar{v}\right)$  и  $E\left(\nu - \frac{v_0}{c} \bar{n} \bar{v}\right)$  - нормированные микроскопические профили поглощения и излучения, соответственно, в системе отсчета атома,  $d\Omega$  - телесный угол,  $c$  - скорость света.

Следует отметить, что приближение полного перераспределения по частотам в лабораторной системе означает следующие предположения (см. [1-6]):

а) распределение атомов по скоростям в основном и возбужденном состоянии является максвелловским,

б) полное перераспределение в системе отсчета атома, т.е.  $E=q$ . В дальнейшем в отличие от условия а), будем считать, что условие б) выполняется.

Умножая обе части уравнения (4) на  $q\left(\nu - \frac{v_0}{c} \bar{n} \bar{v}\right)$  с учетом (5)-(9), и интегрируя по всем скоростям, получим

$$\frac{\partial n_2 \Psi_v(\bar{n})}{\partial t} = n_1 \left[ a_{12} \Phi_v(\bar{n}) + B_{12} \iint R(v, \bar{n}, v', \bar{n}') I_v(\bar{n}') \frac{d\Omega'}{4\pi} d v' \right] - n_2 \Psi_v(\bar{n}) [a_{21} + A_{21} + B_{21} J_v(\bar{n})], \quad (10)$$

где

$$\Phi_v(\bar{n}) = \int f_1(\bar{v}) q\left(v - \frac{v_0}{c} \bar{n} \bar{v}\right) d^3 v, \quad (11)$$

$$\Psi_v(\bar{n}) = \int f_2(\bar{v}) q\left(v - \frac{v_0}{c} \bar{n} \bar{v}\right) d^3 v. \quad (12)$$

Профили поглощения и излучения, соответственно,

$$R(v, \bar{n}, v', \bar{n}') = \int f_1(\bar{v}) q\left(v - \frac{v_0}{c} \bar{n} \bar{v}\right) q\left(v' - \frac{v_0}{c} \bar{n}' \bar{v}\right) d^3 v, \quad (13)$$

функция перераспределения по частотам и направлениям,

$$J_v(\bar{n}) = \frac{\int f_2(\bar{v}) N(\bar{v}) q\left(v - \frac{v_0}{c} \bar{n} \bar{v}\right) d^3 v}{\int f_2(v) q\left(v - \frac{v_0}{c} \bar{n} \bar{v}\right) d^3 v}. \quad (14)$$

Предположим, что функция  $N(\bar{v})$  слабо зависит от  $\bar{v}$  и заменим ее усредненным значением:

$$J = \langle N(\bar{v}) \rangle = \int f_2(\bar{v}) N(\bar{v}) d^3 v = \iint \Psi_v(\bar{n}') I_v(\bar{n}') d v' \frac{d\Omega'}{4\pi}. \quad (15)$$

Это предположение было принято также другими авторами (см. [3, 12-14])

С учетом (15), уравнение (10) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_2 \Psi_\nu(\bar{n})}{\partial t} = & n_1 \left[ a_{12} \varphi_\nu(\bar{n}) + B_{12} \iint R(\nu, \bar{n}, \nu', \bar{n}') I_\nu(\bar{n}') d\nu' \frac{d\Omega'}{4\pi} \right] - \\ & - n_2 \Psi_\nu(\bar{n}) \left[ a_{21} + A_{21} + B_{21} \iint \Psi_\nu(\bar{n}') I_\nu(\bar{n}') d\nu' \frac{d\Omega'}{4\pi} \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Уравнение переноса в спектральной линии имеет вид (см. [1]):

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu(\bar{n}, \bar{r}, t)}{\partial t} + \bar{n} \frac{\partial I_\nu(\bar{n}, \bar{r}, t)}{\partial \bar{r}} = \\ = - \frac{h\nu_0}{4\pi} [n_1 B_{12} \varphi_\nu(\bar{n}) - n_2 B_{21} \Psi_\nu(\bar{n})] I_\nu(\bar{n}, \bar{r}, t) + \frac{h\nu_0}{4\pi} n_2 A_{21} \Psi_\nu(\bar{n}). \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь  $c$  - скорость света.

Интегрируя уравнение (16) по  $\nu$  от 0 до  $+\infty$  и по  $\Omega$  с учетом

$$\int \varphi_\nu(\bar{n}) d\nu \frac{d\Omega}{4\pi} = \int \Psi_\nu(\bar{n}) d\nu \frac{d\Omega}{4\pi} = 1$$

получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_2}{\partial t} = & n_1 \left[ a_{12} + B_{12} \int \varphi_\nu(\bar{n}') I_\nu(\bar{n}') \frac{d\Omega'}{4\pi} \right] - \\ & - n_2 \left[ a_{21} + A_{21} + B_{21} \int \Psi_\nu(\bar{n}') I_\nu(\bar{n}') \frac{d\Omega'}{4\pi} \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Таким образом, задача сводится к совместному решению уравнений (1), (17), (16), (18). Очевидно, что эта задача является достаточно сложной.

3. *Ниже мы опишем простой метод решения задачи в случае плоской геометрии.* Этот метод примыкает к методу полной линсаризации [7], в котором члены, описывающие вынужденное излучение, учитываются приближенно. Пусть плоско-параллельный слой, заполненный атомами одного типа с двумя энергетическими уровнями и свободными электронами, со стороны границы  $z=0$  освещается излучением, распределение которого по частотам, направлениям и временам

описывается интенсивностью  $I_0(x, \eta, t)$ , где  $x = \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_D}$  - безразмерная

частота,  $\Delta\nu_D$  - ширина линии,  $\nu_0$  - центральная частота линии. Сначала будем считать, что температура газа низкая  $h\nu_0 \gg kT$  ( $h\nu_0$  - энергия возбуждения атома), и что интенсивность падающего излучения не слишком велика (линейное приближение).

В линейном приближении уравнение переноса (17) и уравнение (16) принимает вид:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I(z, x, \eta, t)}{\partial t} + \eta \frac{\partial I(z, x, \eta, t)}{\partial z} = -\frac{h\nu_0}{4\pi} n_1 B_{12} \varphi(x) I(z, x, \eta, t) + \frac{h\nu_0}{4\pi} n_2 A_{21} \Psi(x). \quad (19)$$

$$\frac{\partial n_2 \Psi}{\partial t} = n_1 \left[ a_{12} \varphi(x) + \frac{B_{12}}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x') dx' \int_{-1}^1 I(z, x', \eta, t) d\eta \right] - \quad (20)$$

$$-n_2 \Psi(x) [a_{21} + A_{21}],$$

где  $r(x, x')$  - усредненная по направлениям функция перераспределения.

В уравнении (19) перейдем к новому аргументу

$$d\tau = \frac{h\nu_0}{4\pi} n_1 B_{12} dz. \quad (21)$$

Тогда будем иметь

$$t_2 \frac{\partial I}{\partial t} + \eta \frac{\partial I}{\partial \tau} = -\varphi(x) I(\tau, x, \eta, t) + Q(\tau, x, t). \quad (22)$$

Здесь

$$Q(\tau, x, t) = \frac{n_2 A_{21} \Psi(x)}{n_1 B_{12}}; \quad t_2 = \frac{4\pi}{h\nu_0 c n_1 B_{12}}, \quad (23)$$

где  $t_2$  - среднее время, проводимое фотоном в пути между двумя последовательными рассеяниями.

Из (20) с учетом (23) имеем

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial Q}{\partial t} = -Q(\tau, x, t) + \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x') dx' \int_{-1}^1 I(\tau, x', \eta) d\eta + \frac{\lambda}{2} g_0 \varphi(x). \quad (24)$$

Здесь введены следующие обозначения

$$\lambda = \frac{A_{21}}{A_{21} + a_{21}}; \quad g_0 = \frac{2 a_{12}}{B_{12}}, \quad (25)$$

где  $t = \beta^{-1} = \frac{1}{A_{21} + a_{21}}$  - среднее время, проводимое фотоном в поглощенном состоянии, или среднее время между двумя последовательными столкновениями (спонтанное или неупругое) возбужденных атомов.

К уравнению (24) присоединяется начальное условие

$$Q(\tau, x, 0) = q_0(\tau, x). \quad (26)$$

Интегрируя уравнение (24) с начальным условием (26), и подставляя в уравнение (22), для искомой интенсивности получаем следующее интегро-дифференциальное уравнение

$$\begin{aligned} t_2 \frac{\partial I}{\partial t} + \eta \frac{\partial I}{\partial \tau} = & -\varphi(x) I(\tau, x, \eta, t) + \frac{\lambda}{2} \varphi(x) g_0 [1 - e^{-\beta t}] + \\ & + \frac{\lambda}{2} \beta \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x') dx' \int_{0-1}^{1-1} \int_{0-1}^{1-1} e^{-\beta(t-t')} I(\tau, x', \eta', t') d\eta' dt' + q_0(\tau, x) e^{-\beta t} \end{aligned} \quad (27)$$

с граничными условиями:

$$\begin{aligned} I(0, x, \eta, t) &= I_0(x, \eta, t), \quad \text{при } \eta > 0, \\ I(\tau_0, x, \eta, t) &= 0, \quad \text{при } \eta < 0. \end{aligned} \quad (28)$$

Применим к уравнению (27) преобразование Лапласа по  $t$ .

В результате получим

$$\begin{aligned}
 & t_2 [I(0, \tau, x, \eta) - s\bar{I}(s, x, \eta, \tau)] + \eta \frac{\partial \bar{I}(\tau, x, \eta, s)}{\partial \tau} = \\
 & = -\varphi(x) \bar{I}(\tau, x, \eta, s) + \frac{g_0(\tau, x)}{\beta + s} + \frac{\lambda}{2} g_0 \varphi(x) \frac{\beta}{\beta + s} + \\
 & + \frac{\lambda}{2} \frac{\beta}{\beta + s} \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x') \int_{-1}^1 I(\tau, x', \eta, s) d\eta dx',
 \end{aligned} \tag{29}$$

где

$$\bar{I}(\tau, x, \eta, s) = \int_0^{\infty} e^{-st} I(\tau, x, \eta, t) dt. \tag{30}$$

Отметим, что существует ряд методов решения линейных нестационарных задач (см. [8, 9]). Следуя работе [9], решение уравнения (29) ищем по степеням  $1/s$ .

$$\bar{I}(\tau, x, \eta, s) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{I_k(\tau, x, \eta)}{s^k}. \tag{31}$$

Целесообразность представления функции  $I(\tau, x, \eta, s)$  в виде (31) связано с тем, что обращение Лапласа совершается автоматически. Функцию  $I_0(x, \eta, s)$  представим также в виде разложения по  $1/s$

$$I_0(x, \eta, s) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{I_k(x, \eta)}{s^k}. \tag{32}$$

Воспользуемся равенством

$$\frac{\beta}{(\beta + s)s} = \frac{1}{s} - \frac{1}{(\beta + s)}, \tag{33}$$

а также разложением

$$\frac{1}{\beta + s} = \frac{1}{s} \left[ 1 + \frac{\beta}{s} + \frac{\beta^2}{s^2} + \dots \right] = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\beta^m}{s^{m+1}}. \quad (34)$$

Подставляя (31) в (29), с учетом (33), (34), и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях  $s$ , получаем следующее рекуррентное соотношение относительно коэффициентов разложения  $I_k(\tau, x, \eta)$ :

$$\begin{aligned} & -I_{n+1}(\tau, x, \eta) + \eta \frac{\partial I_n(\tau, x, \eta)}{\partial \tau} = \\ & = -\varphi(x) I_n(\tau, x, \eta) + \left[ q_0(\tau, x) - \frac{\lambda}{2} g_0 \varphi(x) \right] \beta^{n-1} + \\ & + \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x') dx' \int_{-1}^1 \sum_{k=1}^{n-1} \beta^{n-k} I_k(\tau, x, \eta) d\eta \quad n \geq 2, \end{aligned} \quad (35)$$

причем

$$I_2(\tau, x, \eta) = \eta \frac{\partial I_1(\tau, x, \eta)}{\partial \tau} + \varphi(x) I_1(\tau, x, \eta) + q_0(\tau, x),$$

$$I_1(\tau, x, \eta) = t_2 I(0, x, \eta, \tau).$$

После нахождения функции  $I_k(\tau, x, \eta)$ , решение уравнения (27) представляется в виде степенного ряда

$$I(\tau, x, \eta, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{I_k(\tau, x, \eta)}{k!} t^k,$$

который сходится в силу появления в знаменателе коэффициентов  $k!$ .

Предположим, что решение линейной задачи известно, и что имеются определенные значения  $I^0(z, x, \eta, t)$ ;  $n^0_1(z, t)$ ;  $n^0_2(z, t)$ .

Уравнение (17) и (16) перепишем в форме

$$\begin{aligned} & \frac{1}{c} \frac{\partial I}{\partial t} + \eta \frac{\partial I}{\partial z} = -\frac{h\nu_0}{4\pi} n_1 B_{12} \varphi(x) I(z, x, \eta, t) + \\ & + \frac{h\nu_0}{4\pi} n_2 A_{21} \psi + \frac{h\nu_0}{4\pi} B_{21} n_2^0 \psi I^0(z, x, \eta, t), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial n_2 \psi}{\partial t} = n_1 \left[ a_{12} \varphi(x) + \frac{B_{12}}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x') dx' \int_{-1}^1 I(z, x', \eta', t) d\eta' \right] -$$

$$- n_2 \psi [a_{21} + A_{21}] - n_2^0 \frac{B_{21}}{2} \psi \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x') dx' \int_{-1}^1 I^0(z, x', \eta', t) d\eta'.$$

После перехода к новому аргументу, согласно (21), будем иметь

$$t_2 \frac{\partial I}{\partial t} + \eta \frac{\partial I}{\partial \tau} = -\varphi(x) I(\tau, x, \eta, t) + Q(\tau, x, \eta, t) + Q^0(\tau, x, \eta, t), \quad (36)$$

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial Q}{\partial t} = -Q(\tau, x, t) + \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x') dx' \int_{-1}^1 I(\tau, x', \eta', t) d\eta' +$$

$$+ \frac{\lambda}{2} g_0 \varphi(x) - \bar{Q}^0(\tau, x, t), \quad (37)$$

где

$$Q^0(\tau, x, \eta, t) = \frac{n_2^0 A_{21} \psi I^0(\tau, x, \eta, t)}{n_1^0 B_{12}},$$

$$\bar{Q}^0(\tau, x, t) = \frac{n_2^0 B_{21} \psi}{n_1^0 B_{12}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x') dx' \int_{-1}^1 I^0(\tau, x', \eta', t) d\eta'.$$

Замтим, что функция  $Q^0(\tau, x, \eta, t)$  в уравнении переноса (36) выступает в качестве внутреннего источника.

Интегрируя уравнение (37) с условием (26) и подставляя в (36), получим

$$t_2 \frac{\partial I}{\partial t} + \eta \frac{\partial I}{\partial \tau} = -\varphi(x) I + \frac{\lambda}{2} \varphi(x) g_0 [1 - e^{-\beta t}] + q_0(\tau, x) e^{-\beta t} +$$

$$+ \frac{\lambda}{2} \beta \int_{-\infty}^{\infty} r(x, x') dx' \int_{0-1}^1 \int_0^1 e^{-\beta(t-t')} I(\tau, x', \eta', t') dt' d\eta' +$$

$$+ \beta \int_0^1 \bar{Q}^0(\tau, x, t') e^{-\beta(t-t')} dt'.$$

Полученное уравнение можно решить заново, применяя вышеописанную процедуру.

Автор выражает глубокую благодарность профессору Н.Б.Енгибаряну за обсуждения и полезные замечания.

Бюраканская астрофизическая  
обсерватория, Армения

## ON ONE NON-STATIONARY TRANSFER PROBLEM FOR PARTIAL LAWS OF FREQUENCY REDISTRIBUTION.

A.KH.KHACHATRIAN

In the present paper general analyses of the system of non-stationary transfer equations taking into account non-linear effects and partial laws of frequency redistribution on the model of two level atoms are given. The solution method of corresponding problem in plane parallel medium is suggested.

### ЛИТЕРАТУРА

1. *J.Oxenius*, J.Q.R.S., **5**, 771, 1965.
2. *J.Oxenius*, Astron., Astrophys., **76**, 312, 1979.
3. *I.Hubeny*, Bull Astron.Inst.Crechosl, **32**, 271, 1981.
4. *I.Hubeny*, Astron. Astrophys., **100**, 314, 1981.
5. *I.Hubeny, J.Oxenius, E.Simonian*, J.Q.S.R.T., **29**, 477, 1983.
6. *A.Kh.Khachatrian*, Astrophys.Space Science, **172**, 167, 1990.
7. *Д.Михалас*, Звездные атмосферы, 1,2 Мир, М., 1982.
8. *И.Н.Минин*, Астрофизика, **3**, 345, 1967.
9. *Н.Б.Енгибарян*, Астрофизика, **2**, 31, 1966.
10. *Р.С.Варданян, Н.Б.Енгибарян*.Уч.записки ЕрГУ, **3**, 94, 1968.
11. *Р.С.Варданян, Н.Б.Енгибарян*., Астрофизика, **5**, 203, 1969.
12. *B.Baschek, D.Mihalas, J.Oxenius*, Astron.Astrophys., **97**, 43, 1981.
13. *R.Stenitz, R.A.Shine*, Mon.Notic.Roy.Astron.Soc.,**162**, 197, 1973.
14. *D.G.Hummer*, Mon.notic.Roy.Astron.Soc.,**145**, 95, 1969.

УДК:52 - 423

## СТРУННАЯ ЭФФЕКТИВНАЯ ГРАВИТАЦИЯ И РАСТЯНУТАЯ ИНФЛЯЦИЯ

А.А. СААРЯН

Поступила 10 апреля 1995

Принята к печати 23 мая 1995

Рассмотрена низкоэнергетическая струнная гравитация для случая редукции с переменным (в струнных единицах) внутренним пространством. Построена плоская космологическая модель соответствующей четырехмерной теории. Проведен качественный анализ уравнений модели для потенциально-доминированного скалярного поля в качестве источника. Показано, что в отличие от случая постоянного внутреннего пространства, здесь возможна стадия растянутой инфляции с одним лишь скалярным полем дилатона. Обсуждается картина космологической эволюции в различных конформных представлениях.

1. *Введение.* Общепринято, что классическая теория гравитации должна быть эффективным приближением более фундаментальной квантовой гравитации. В настоящее время наиболее реальным кандидатом такой фундаментальной теории является теория струн [1]. В отличие от обычной квантовой теории поля, теория струн постулирует, что элементарными составляющими материи являются струны - одномерно протяженные объекты, размер и энергия возбуждения которых характеризуется планковской длиной и планковской массой. Все струнные модели в своем бозонном гравитационном секторе, помимо гравитона (симметричное тензорное поле  $G_{MN}$ ), содержат также антисимметричное тензорное поле  $B_{MN}$  и скалярное поле дилатона  $\phi$ .

В низкоэнергетическом приближении теория струн приводит к эффективной локальной теории поля, действие которой может быть получено различными способами: а) из условия обращения в нуль соответствующих  $\beta$ -функций [2,3], б) интегрированием по квантовым флуктуациям струны [4,5], в) из выражений для соответствующих струнных амплитуд рассеяния [6]. В древесном приближении, с точностью до членов линейных по натяжению струны, такое действие имеет вид

$$S^{(D)} = \int d^D x \sqrt{-\tilde{G}} e^{-2\tilde{\varphi}} \left[ -\frac{1}{16\pi k_D} \left( \tilde{R} + 4\tilde{\partial}^M \tilde{\varphi} \partial_M \tilde{\varphi} - \frac{1}{12} H_{MNP} \tilde{H}^{MNP} \right) + L_m \right], \quad (1)$$

где  $D$  - размерность пространственно-временного многообразия, на фоне которого распространяется струна (одним из замечательных достижений квантовой теории струн является предсказание значения  $D$ :  $D=26$  для бозонных струн и  $D=10$  для суперструн), константа  $k_D$  определяет  $D$ -мерную гравитационную постоянную  $\tilde{\partial}^M \tilde{\varphi} = \tilde{G}^{MN} \partial_N \tilde{\varphi}$ ,  $\tilde{R}$  - скаляр Риччи метрики  $\tilde{G}_{MN}$ ,  $H_{MNP} = 3\delta_{[P} B_{MN]}$  - антисимметричный тензор напряженности поля  $B_{MN}$ . Здесь и ниже символом  $\sim$  над буквой будем обозначать величины в струнном конформном представлении, когда  $L_m$  в рассматриваемом приближении не зависит от дилатона:

$$L_m = L_m(\tilde{G}_{MN}, \psi), \quad (2)$$

где  $\psi$  - другие поля, а индексы обозначаемые большими латинскими буквами пробегает значения  $0, 1, \dots, D-1$ .

Четырехмерную теорию, получившуюся из (1) размерной редукцией, обычно рассматривают как возможную основу для реализации сценария растянутой (extended) инфляции [7,8]. В работе [9] показано, что решения такого типа отсутствуют в варианте редукции с постоянным внутренним пространством и нулевым антисимметричным тензором. В данной работе рассмотрена редукция с переменным внутренним пространством. В разделе 2 исследованы конформные свойства действия (1). Показано, что оно описывает  $D$ -мерную обобщенную скалярно-тензорную теорию. Размерная редукция этой теории для случая постоянного в конформном представлении внутреннего пространства проведена в разделе 3. Гравитационная часть действия соответствующей четырехмерной теории совпадает с гравитационным действием теории Йордана-Бранса-Дикке (ЙБД) для определенного значения параметра  $\omega$ . Эти теории отличает наличие в лагранжиане струнной гравитации непосредственного взаимодействия дилатон-материя. Выбором конформного представления зависимость негравитационного лагранжиана от дилатона можно устранить лишь в частных случаях. В разделе 4 выведены уравнения теории. Для плоской космологической модели они сводятся к динамической системе второго

порядка (раздел 5). Подробно рассмотрен случай потенциально-доминированного скалярного поля. Выписаны частные решения для масштабного фактора и гравитационного скаляра, имеющие вид степенных функций от времени, а также проведен качественный анализ динамической системы (раздел 6), результаты которого подытожены на рис.1. Показано, что возможна реализация модели растянутой инфляции. Обсуждается картина расширения в различных конформных представлениях. Показано, что они являются физически эквивалентными и соответствуют различным выборам единиц измерения. В конце рассмотрены возможные эффекты многопетлевых струнных поправок, приводящие к отличной от (1) связи дилатон-материи. В данной работе не обсуждаются возможные ограничения на параметры струнной эффективной гравитации, следующие из современных наблюдательных данных на гравитационное взаимодействие. Это можно найти в работе [10].

**2. Конформные свойства.** В гравитационных теориях важную роль играют конформные преобразования метрики, позволяющие по известным решениям одной модели генерировать решения другой (см., например, [11-14]). С их помощью теорию можно записать в различных физически эквивалентных представлениях, отличающихся единицами измерения. Например, в теории ЙБД [15,16] обычно рассматривают два представления. В первом из них, называемом представлением Йордана, лагранжиан негравитационной материи не зависит от скалярного поля (гравитационный скаляр) и калибровочные константы постоянны, в то время как эффективная гравитационная "постоянная" является функцией пространственно-временных координат. В другом представлении [17] часть действия, содержащая скаляр Риччи, имеет эйнштейновский вид, но лагранжиан материи зависит от скалярного поля. В этом, так называемом эйнштейновском представлении, гравитационная константа связи постоянна, но вследствие зависимости лагранжиана материи от скалярного поля эффективные калибровочные коэффициенты связи являются переменными.

Рассмотрим поведение струнного эффективного действия (1) при конформных преобразованиях

$$\tilde{G}_{MN} = e^{c\phi} G_{MN} \quad (3)$$

$D$  - мерной метрики, где  $c$  - произвольная постоянная, различные значения

которой соответствуют тому или иному конформному представлению: С помощью закона преобразования

$$\tilde{R} = e^{-c\tilde{\varphi}} \left[ R - c(D-1)G^{MN}D_M D_N \tilde{\varphi} - \frac{c^2}{4}(D-1)(D-2)\partial^M \tilde{\varphi} \partial_M \tilde{\varphi} \right],$$

где  $D_M$  - ковариантная производная по метрике  $G_{MN}$ , в новом представлении действие (1) запишется в виде

$$S^{(D)} = \int d^D x \sqrt{-G} e^{b\tilde{\varphi}} \left\{ -\frac{1}{16k_D \pi} \left[ R + \left( \frac{c^2}{4}(D-1)(D-2) - 2c(D-1) + 4 \right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \partial_M \tilde{\varphi} \partial^M \tilde{\varphi} - \frac{1}{12} e^{-2c\tilde{\varphi}} H_{MNP} H^{MNP} \right] + e^{c\tilde{\varphi}} L_m(e^{c\tilde{\varphi}} G_{MN}, \Psi) \right\}, \quad (4)$$

где введено обозначение

$$b = c D/2 - c - 2. \quad (5)$$

Выбирая конкретное значение

$$c = 4/(D-2) \quad (6)$$

приходим к эйнштейновскому представлению

$$S^{(D)} = \int d^D x \sqrt{-G} \left\{ -\frac{1}{16\pi k_D} \left[ R - \frac{4}{(D-2)} \partial^M \tilde{\varphi} \partial_M \tilde{\varphi} - \frac{1}{12} \exp\left(-\frac{8\tilde{\varphi}}{D-2}\right) \times \right. \right. \\ \left. \left. \times H_{MNP} H^{MNP} \right] + \exp\left(\frac{4\tilde{\varphi}}{D-2}\right) L_m\left(\exp\left(\frac{4\tilde{\varphi}}{D-2}\right) G_{MN}, \Psi\right) \right\}, \quad (7)$$

где в отличие от струнного представления кинетический член дилатона имеет правильный знак. В частности, для безмассового скалярного поля  $\psi$  с лагранжианом  $L_m = \partial^M \psi \partial_M \psi$  негравитационная часть действия в этом представлении не содержит поля дилатона.

В дальнейшем нас будут интересовать эффекты дилатонного поля и антисимметричный тензор мы положим равным нулю. В этом случае для произвольного значения параметра  $c$  действие (4) представляет обобщенную многомерную скалярно-тензорную теорию, которую удобно записать через новос скалярное поле

$$\Phi = e^{b\bar{\phi}}, \quad b \neq 0. \quad (8)$$

Действие представится в виде

$$S^{(D)} = \int d^D x \sqrt{-G} \left[ \frac{1}{16\pi k_D} (-\Phi R + \omega \bar{\sigma}^m \Phi \partial_m \Phi / \Phi) + \right. \\ \left. + \Phi^{1+c/b} L_m \left( \Phi^{c/b} G_{MN}, \Psi \right) \right] \quad (9)$$

с параметром

$$\omega = -(D-1-4/b^2)/(D-2) \quad (10)$$

и эффективным лагранжианом материи зависящим от скалярного поля  $\Phi$ . Заместим, что вообще говоря, выбором параметра  $c$  эту зависимость невозможно устранить.

3. *Размерная редукция эффективного действия.* Действие (9) описывает теорию гравитации в  $D$  измерениях. Для того, чтобы можно было дать такой теории четырехмерную интерпретацию,  $D$ -мерное пространственно-временное многообразие должно быть произведением компактного  $(D-4)$ -мерного пространства и обычного четырехмерного пространства-времени. Четырехмерная физика получается размерной редукцией  $D$ -мерной теории.

Рассмотрим простейший вариант редукции с фиксированным внутренним пространством:

$$G_{MN} = \text{diag}(g_{\mu\nu}, g_{mn}), \quad g_{mn} = \text{const}, \quad (11)$$

где греческие индексы принимают значения  $0 - 3$ , а малые латинские индексы - значения  $\overline{1, D-4}$ . Разлагая поля по координатам внутреннего пространства и удерживая лишь нулевые моды (о такой процедуре для различных полей см., например, [18]), подходящим преобразованием констант связи и полей, для редуцированного действия получим (чтобы не усложнять запись дальнейших формул новые поля мы будем обозначать теми же символами, что и исходные)

$$S = \frac{1}{16\pi} \int d^4 x \sqrt{-g} \left[ -\Phi R + \omega \partial^m \Phi \partial_m \Phi / \Phi + \right. \\ \left. + 16\pi \Phi^{1+c/b} L_m \left( \Phi^{c/b} g_{\mu\nu}, \Psi \right) \right], \quad (12)$$

где мы выбрали единицы измерения, в которых значение ньютоновской гравитационной постоянной равно единице,  $g = \det g_{\mu\nu}$ , а  $R$  - скаляр Риччи метрики  $g_{\mu\nu}$ . Выражение (12) отличается от действия теории ЙБД зависимостью негравитационной части от поля дилатона. Лишь тогда, когда конформным преобразованием метрики эту зависимость можно устранить, струнная эффективная гравитация эквивалентна теории ЙБД с соответствующим значением параметра  $\omega$ . При отсутствии же негравитационной материи в теории струн можно получить любое значение  $\omega$  в зависимости от конформного параметра  $c$  (см. (10)), т.е. эта теория не фиксирует  $\omega$ . Этот факт был указан в работе [9].

Рассмотрим конформные свойства четырехмерного действия (13) относительно преобразований

$$g_{\mu\nu} = \Phi^d \bar{g}_{\mu\nu}, \quad (13)$$

где  $d$  - произвольная постоянная. С учетом приведенного выше закона преобразования скаляра Риччи (с  $D=4$ ) действие можно представить в виде

$$S = \frac{1}{16\pi} \int d^4 x \sqrt{-\bar{g}} \Phi^{1+d} \left\{ -\bar{R} + \left[ \omega - 3d(d/2 + 1) \right] \bar{g}^{\mu\nu} \partial_\mu \Phi \partial_\nu \Phi / \Phi^2 + \right. \\ \left. + 16\pi \Phi^{d+c/b} L_m \left( \Phi^{d+c/b} \bar{g}_{\mu\nu}, \Psi \right) \right\}. \quad (14)$$

Наиболее важными частными случаями являются значения  $d=-1$ , соответствующие эйнштейновскому представлению:

$$S = \frac{1}{16\pi} \int d^4 x \sqrt{-\bar{g}} \left\{ -\bar{R} + \left( \omega + \frac{3}{2} \right) \bar{g}^{\mu\nu} \partial_\mu \Phi \partial_\nu \Phi / \Phi^2 + \right. \\ \left. + 16\pi \Phi^{c/b-1} L_m \left( \Phi^{c/b-1} \bar{g}_{\mu\nu}, \Psi \right) \right\}. \quad (15)$$

и значение  $d=-c/b$ , соответствующее струнному представлению

$$S = \frac{1}{16\pi} \int d^d x \sqrt{-\bar{g}} \Phi^{1-c/b} \left\{ -\bar{R} + \left[ \omega + \frac{3c}{b} \left( 1 - \frac{c}{2b} \right) \right] \bar{g}^{\mu\nu} \partial_\mu \Phi \partial_\nu \Phi / \Phi^2 + \right. \\ \left. + 16\pi L_m(\bar{g}_{\mu\nu}, \Psi) \right\}. \quad (16)$$

Из этих выражений следует важный вывод: струнная эффективная теория (12) при

$$c = 4/(D-4), \quad (17)$$

когда  $b=c$ , эквивалентна ОТО независимо от характера негравитационной материи. Покажем, что действия (12) для различных значений параметра  $c$  конформно неэквивалентны: т.е. не существует конформное преобразование (13) и одновременно преобразование поля  $\Phi$  связывающее эти действия. В противном случае, как это следует из вышесказанного, теория (12) при любом  $c$  была бы эквивалентна ОТО. Запишем (14) через новую функцию  $\varphi = \Phi^{1+d}$

$$S = \frac{1}{16\pi} \int d^d x \sqrt{-\bar{g}} \varphi \left\{ -\bar{R} + [\omega - 3d(d/2 + 1)](d+1)^{-2} \bar{g}^{\mu\nu} \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi / \varphi^2 + \right. \\ \left. + 16\pi \varphi^{d_1} L_m(\varphi^{d_1} \bar{g}_{\mu\nu}, \Psi) \right\}, \quad d_1 = \frac{d+c/b}{d+1}. \quad (18)$$

Чтобы это действие снова имело вид (12) с некоторым  $c_1 \neq c$  должно быть выполнено

$$(d+1)^2 \omega_1 = \omega - 3d(d/2 + 1), \quad (d+1)c_1/b_1 = d+c/b,$$

где  $\omega_1$  и  $b_1$  определяются согласно (5), (10) с заменой  $c \rightarrow c_1$ . Для произвольно заданных  $c$  и  $c_1$  эта система не имеет решения относительно  $d$ , что и означает конформную неэквивалентность действий (12) со значениями  $c$  и  $c_1$ . Исключением является случай  $D=4$ , когда выбором  $d=b_1/b-1$  можно удовлетворить оба уравнения. В этом случае теории с различными  $c$  конформно эквивалентны (см. ниже).

Из выражения (14) следует, что вообще говоря, для произвольного  $c$

не существует конформное представление, в котором негравитационная часть лагранжиана не зависит от поля дилатона (аналог представления Йордана в теории ЙБД). Такое представление существует, когда лагранжиан материи является однородной функцией метрики со степенью однородности  $\beta$ . Тогда выбор конформного фактора из условия

$$d(\beta+2) = -1-(1+\beta)c/b \quad (19)$$

приводит к требуемому результату. Исключением является случай  $\beta=-2$  (электромагнитное поле).

Рассмотрим конкретные примеры лагранжианов. Для системы не-взаимодействующих точечных частиц [16]

$$L_m(g_{\mu\nu}, x_n^\mu) = -\frac{1}{\sqrt{-g}} \sum_n m_n \int d\tau_n \left[ g_{\mu\nu}(x_n) \frac{dx_n^\mu}{d\tau_n} \frac{dx_n^\nu}{d\tau_n} \right]^{1/2} \delta^{(4)}(x-x_n), \quad (20)$$

где  $\tau_n$  и  $x_n^\mu$  собственное время и мировая линия  $n$ -ой частицы, степень однородности равна  $\beta=-3/2$ . Лагранжиан скалярного поля  $\psi$

$$L_m = \partial^\mu \psi \partial_\mu \psi - V(\psi) \quad (21)$$

представляет собой пример, когда представление Йордана не существует. Для свободного массивного поля  $V(\psi)=m_0^2\psi^2$ . Из (14) следует, что в конформном представлении (14) масса частиц поля является переменной и равна

$$m = \Omega^{d+c/b} m_0 \quad (22)$$

В потенциально доминированном случае (важном, в частности, в инфляционных космологических моделях) вкладом кинетического члена в (21) можно пренебречь. Такому лагранжиану соответствует  $\beta=0$  и выбор

$$d = -(1+c/b)/2 \quad (23)$$

исключает поле дилатона из негравитационной части действия.

Мы рассмотрели редукцию (11) десятимерного пространства времени с внутренним пространством, постоянным в конформном представлении (3). В струнных единицах это соответствует переменному внутреннему пространству с метрикой

$$\tilde{g}_{mn} = e^{c\bar{\varphi}} g_{mn} = \Phi^{c/b} g_{mn}, \quad g_{mn} = \text{const.} \quad (24)$$

Редукцию можно было бы провести непосредственно в струнном представлении (см., например, [19])

$$\tilde{G}_{MN} = \text{diag}(\tilde{g}_{\mu\nu}, \tilde{g}_{mn}), \quad \tilde{g}_{mn} = \text{const} \quad (25)$$

и далее исследовать свойства соответствующего действия по отношению к конформным преобразованиям

$$\tilde{g}_{\mu\nu} = e^{c\bar{\varphi}} g_{\mu\nu}. \quad (26)$$

Получающееся эффективное четырехмерное действие по-прежнему имеет вид (12) (это действие можно получить и из (5) подстановкой  $c=0$  с конформным преобразованием (14)), однако, в отличие от рассматриваемого нами случая (12), когда  $D=10$ , теперь нужно положить  $D=4$ , и теории с различными значениями  $c$  конформно эквивалентны. Заметим, что в этом варианте исключается возможность (17), когда теория эквивалентна ОТО. Для потенциально доминированного скалярного поля, соответствующая (26) теория эквивалентна теории ЙБД с  $\omega=1/2$  [9]. Таким образом, в зависимости от последовательности двух операций: конформного преобразования и редукции с постоянным внутренним пространством, получаются различные теории. Этого и следовало ожидать в силу некоммутативности указанных операций.

4. *Уравнения поля.* Проведенный в предыдущем разделе анализ показывает, что действие эффективной четырехмерной струнной гравитации в произвольном конформном представлении можно записать в виде

$$S = \frac{1}{16\pi} \int d^4 x \sqrt{-g} \{-\varphi R + \bar{\omega} g^{\mu\nu} \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi / \varphi + \\ + 16\pi \bar{L}_m(\varphi, g_{\mu\nu}, \psi)\}, \quad (27)$$

где метрика  $g_{\mu\nu}$  и скалярное поле  $\varphi$  связаны с соответствующими величинами в струнном представлении соотношениями

$$g_{\mu\nu} = e^{-(c+bd)\bar{\varphi}} \tilde{g}_{\mu\nu}, \quad \varphi = e^{(1+d)b\bar{\varphi}}, \quad (28)$$

$d$  - произвольный параметр, определяющий выбор конформного представления (при  $d=-1$  действие задается выражением (15)). В (27) введены следующие обозначения

$$\bar{\omega} = \frac{\omega + 3/2}{(d+1)^2} - \frac{3}{2}, \quad \bar{L}_m = \varphi^{1+d_i} L_m(\varphi^{d_i} g_{\mu\nu}, \psi), \quad (29)$$

а  $d_i$  определено согласно (18). Напомним, что параметром  $s$  определяется эволюция внутреннего пространства в струнных единицах (см. (24)).

Действие (27) представляет обобщенную скалярно-тензорную теорию, характерной чертой которого является зависимость негравитационной части от дилатона. Соответствующие уравнения имеют вид (см. также [19, 20])

$$R_{\mu\nu} = 8\pi \left( T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right) / \varphi + \bar{\omega} \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi / \varphi^2 + \left( D_\mu D_\nu \varphi + \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \varphi \right) \quad (30a)$$

$$\square \varphi = \frac{8\pi}{2\bar{\omega} + 3} \left[ T + \frac{2\varphi}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\bar{L}_m \sqrt{-g})}{\delta\varphi} \right], \quad (30b)$$

где  $\square$  - ковариантный даламбертиан,

$$T_{\mu\nu} = \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\bar{L}_m \sqrt{-g})}{\delta g^{\mu\nu}} \quad (31)$$

-тензор энергии-импульса негравитационной материи с ковариантной дивергенцией

$$D_\nu T_\mu^\nu = - \frac{\partial_\mu \varphi}{\sqrt{-g}} \frac{\delta(\bar{L}_m \sqrt{-g})}{\delta\varphi} \quad (32)$$

При выводе второго уравнения (30) использована свертка первого. Для однородных по метрике лагранжианов

$$L_m(\varphi g_{\mu\nu}, \psi) = \varphi^\beta L_m(g_{\mu\nu}, \psi), \quad T = -2(\beta + 2) \bar{L}_m, \quad (33)$$

в частности, для электромагнитного поля  $\beta=-2$  и  $T=0$ . Подстановка  $\bar{L}_m$  из (33) в уравнения (30b) и (32) при  $\beta \neq -2$  приводит к следующему

результату

$$\square \varphi = \frac{8\pi T}{2\bar{\omega} + 3} (1 - 2\xi), \quad D_\nu T_\mu^\nu = \xi T \partial_\mu \varphi / \varphi, \quad (34)$$

где

$$\xi = \frac{(1 + \beta) d_I + 1}{2\beta + 4} \quad (35)$$

Если выбрать конформное представление согласно (19), то  $\xi=0$  и уравнения теории совпадают с уравнениями теории ЙБД.

5. *Плоская космологическая модель.* В ранних стадиях эволюции Вселенной, когда важны струнные поправки, эффектами кривизны пространства можно пренебречь. Поэтому здесь мы рассмотрим однородную и изотропную плоскую космологическую модель. Четырехмерный метрический тензор и гравитационный скаляр имеют вид

$$g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -R^2, -R^2, -R^2), \quad R=R(t), \quad \varphi=\varphi(t) \quad (36)$$

Из уравнения (30а) следует диагональность тензора энергии-импульса и равенство его пространственных компонент. Введя соответствующие обозначения можно написать

$$T_{\mu\nu} = \text{diag}(\varepsilon, -p, -p, -p). \quad (37)$$

Уравнения поля, дополненные уравнением (34) ковариантной дивергенции тензора энергии-импульса, сводятся к следующей системе (см., также соответствующие уравнения в теории ЙБД [16] и [19])

$$\begin{aligned} \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 - \frac{\bar{\omega}}{6} \left(\frac{\dot{\varphi}}{\varphi}\right)^2 + \frac{\dot{R}}{R} \frac{\dot{\varphi}}{\varphi} &= \frac{8\pi\varepsilon}{3\varphi} \\ \bar{\varphi} + 3 \frac{\dot{R}}{R} \dot{\varphi} &= 8\pi(\varepsilon - 3p) \frac{1 - 2\xi}{2\bar{\omega} + 3} \\ \dot{\varepsilon} + 3 \frac{\dot{R}}{R}(\varepsilon + p) &= \xi(\varepsilon - 3p) \frac{\dot{\varphi}}{\varphi}. \end{aligned} \quad (38)$$

Для полноты она должна быть дополнена уравнением состояния, которое мы выберем в наиболее простом виде

$$p = a\epsilon, \quad -1 \leq a \leq 1, \quad (39)$$

включающее в себя наиболее важные частные случаи пылевидной материи ( $a=0$ ), излучения ( $a=1/3$ ) и скалярного вакуума ( $a=-1$ ). Обозначая

$$x = 3\dot{R}/R, \quad y = \dot{\phi}/\phi, \quad f(x, y) = x^2 + 3xy - 3\bar{\omega}y^2/2, \quad (40)$$

систему (38) можно записать в более симметричном виде

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -x(x+y) + b_1 f(x, y) \\ \dot{y} &= -y(x+y) + b_2 f(x, y), \end{aligned} \quad (41)$$

где коэффициенты  $b_i$  равны

$$b_1 = [\bar{\omega}(1-a) + \xi(1-3a) + 1] / (2\bar{\omega} + 3), \quad b_2 = (1-2\xi)(1-3a) / (6\bar{\omega} + 9). \quad (42)$$

Плотность энергии теперь выражается через функцию  $f$  согласно

$$\epsilon = \phi f(x, y) / 24\pi. \quad (43)$$

Уравнения (41) представляют собой автономную динамическую систему второго порядка. Аналогичные системы возникают и при исследовании плоских космологических моделей ряда других теорий гравитации. В работе [21] они подробно исследованы с точки зрения качественной теории динамических систем, где в параметрическом виде выписаны также точные решения. Здесь мы остановимся лишь на моделях космологической инфляции.

**6. Модель инфляции.** Модель космологической инфляции была предложена как возможное решение ряда проблем стандартной теории горячей Вселенной, таких как проблемы горизонта, плоскостности пространства, крупномасштабной однородности и изотропии, образования галактик и т.д. (см. [22, 23]). Согласно этой модели, Вселенная на самых ранних стадиях своей эволюции находилась в неустойчивом вакуумно-подобном состоянии и быстро расширялась. Затем происходил распад вакуумно-подобного состояния. Вселенная разогревалась, дальнейшая ее эволюция описывалась стандартной теорией горячей Вселенной. В настоящее время существует несколько реализаций сценария инфляционной Вселенной (см., например, [24]). Однако каждая из них приводит к новым проблемам. Например, старая инфляционная модель [25]

сталкивается с проблемой “красивого выхода” (“graceful exit” problem) [26], в то время как новая [27] и хаотическая [28] сценарии требуют точной подгонки (fine-tuning) микрофизических параметров. В модели растянутой инфляции [7, 8], основанной на теории ЙБД, была возрождена основная идея старой инфляции, согласно которой переход из метастабильной фазы в стабильное происходит путем фазового перехода первого рода с образованием пузырьков новой фазы. В связи с тем, что космологические ограничения на параметр теории ЙБД, возникающие в модели растянутой инфляции [29] трудно согласовать с современными наблюдательными данными в Солнечной системе [20], в настоящее время эта модель обсуждается в рамках других скалярно-тензорных теорий [30-33], и теорий типа Калузы-Клейна [34, 35]. Обычно в качестве аргумента в пользу модели растянутой инфляции приводят тот факт, что теории типа ЙБД являются низкоэнергетическими приближениями теории струн. В работе [9] показано, что в эффективной теории струн с одним лишь дилатонным полем (о моделях с дополнительными модулярными (modulus) полями см. [36]) в варианте редукции (25) модель растянутой инфляции не реализуется. Здесь мы рассмотрим вариант редукции (11) с постоянным в конформном представлении внутренним пространством.

В большинстве моделей инфляции источником гравитации является потенциально доминированное скалярное поле  $\psi$  с потенциалом  $V(\psi)$ . Как уже было отмечено, в этом случае выбор конформного параметра  $d$ , согласно (23), соответствует представлению, в котором  $\bar{L}_m$  не зависит от поля дилатона. Струнная эффективная гравитация теперь эквивалентна теории ЙБД с

$$\bar{\omega} = 2(D-2) \frac{D-4+8/b^2}{(D-4-4/b)^2} - \frac{3}{2}, \quad \bar{\omega} \geq 1/2. \quad (44)$$

В варианте редукции (25) нужно положить  $D=4$  и мы приходим к значению  $\bar{\omega} = 1/2$  [9] независимо от значения параметра  $c$ . Это является отражением отмеченного выше факта, что в этом случае различные значения  $c$  соответствуют конформно-эквивалентным представлениям. Значения коэффициентов  $b_i$  получаются из (42) подстановкой  $\xi=0$ ,  $a = -1$ :

$$b_1 = \frac{2\bar{\omega}+1}{2\bar{\omega}+3}, \quad b_2 = \frac{4}{6\bar{\omega}+9}. \quad (45)$$

Для этих значений динамическая система (41) имеет частные решения типа

$$x = v_i, y, i = \overline{1,3}; v_1 = 3(2\overline{\omega} + 1) / 4, v_{2,3} = \frac{3}{2}(-1 \pm \sqrt{2\overline{\omega} / 3 + 1}), \quad (46)$$

имеющие вид [37-40]

$$y = \frac{1}{a_i t + c_1}, \quad \varphi = \text{const} |a_i t + c_1|^{1/a_i}, \quad R = \text{const} |a_i t + c_1|^{v_i/3a_i}, \quad (47)$$

где  $c_1$  - постоянная интегрирования, определяющая начало отсчета времени,

$$a_i = 1/2, a_i = v_i + 1, i = 2, 3, \quad (48)$$

причем, так как  $v_i/a_i > 0$ , то эти решения описывают модели расширения при  $t > -c_1/a_i$  и сжатия - при  $t < -c_1/a_i$ . Отметим, что инфляционные модели со степенным законом масштабного фактора существуют и в ОТО для скалярных полей с экспоненциальными потенциалами [41-43]. Это непосредственно видно также из (15), которое при соответствующем переопределении  $\Phi$  представляет собой ОТО со скалярным полем с экспоненциальным потенциалом.

Обычно, в качестве решения, реализующим модель растянутой инфляции выбирают решение (47) с  $k=1$ . При  $D=4$  получается линейный закон расширения и мы приходим к заключению работы [9] о невозможности растянутой инфляции в струнной гравитации для случая редукции (25) с постоянным в струнных единицах внутренним пространством (необходимым условием инфляции для закона расширения  $R \sim t^p$  является  $p > 1$  [41, 42]). Для редукции же (11) с изменяющимся по закону (24) внутренним пространством нужно положить  $D=10$  и расширение происходит по закону  $R \sim t^{\overline{\omega}+1/2}$  с зависящим от  $c$  параметром, определяемым согласно (44). Что касается двух остальных решений из (47) ( $i=2, 3$ ), то для них получаем  $\epsilon=0$ , т.е. они описывают расширение пустого пространства.

Качественная картина фазовых траекторий динамической системы определяется расположением и характером особых точек, для которых правые части системы одновременно обращаются в нуль [44, 45]. В случае системы (41) единственной особой точкой в конечной части фазовой плоскости является начало координат  $x=y=0$  с равными нулю

собственными числами (вырожденная особая точка.) При исследовании таких точек, обычно переходят к полярным координатам в плоскости  $(x, y)$ . При этом вместо точки  $(0, 0)$  вклеивается окружность  $S^1 = \{r = 0, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$  (см. рисунок). Особыми точками системы (40), написанной в полярных координатах, являются следующие точки окружности  $S^1$ :

$$A_m(r = 0, \theta = \theta_m), \quad m = \overline{1, 6}; \quad \theta_n = \operatorname{arctg} v_n, \quad \theta_{n+3} = \theta_n + \pi, \quad n = \overline{1, 3}. \quad (49)$$

Поведение фазовых траекторий в окрестности этих точек определяется знаком и относительной величиной собственных чисел  $\lambda_i^{(m)}$ ,  $i=1, 2$ . Конкретный расчет показывает, что они отличны от нуля и действительны, т.е. точки  $A_m$  невырождены и являются или узлами, или седловыми точками. Далее, как нетрудно убедиться из вида правых частей системы (41), собственные векторы  $\bar{n}_i$ , соответствующие собственным числам  $\lambda_i$ , в полярных координатах имеют компоненты  $\bar{n}_1(1, 0)$ ,  $\bar{n}_2(0, 1)$ , т.е. совпадают с осями координатной системы  $(r, \theta)$ . Знаки и относительные величины собственных чисел следующие:

$$\begin{aligned} \lambda_1^{(1)} < 0, \lambda_1^{(2)} < 0 < \lambda_2^{(2)}, \lambda_1^{(3)} < 0 < \lambda_2^{(3)} \\ |\lambda_1^{(m)}| < |\lambda_2^{(m)}|, \lambda_1^{(m+3)} = -\lambda_1^{(m)}, \quad i = 1, 2, \quad m = \overline{1, 3}, \end{aligned} \quad (50)$$

где  $\lambda_1^{(m)}$  - собственные числа точки  $A_m$ . Последнее соотношение между собственными числами первой и второй тройки особых точек является следствием инвариантности системы (41) относительно замены

$$(x, y, t) \rightarrow (-x, -y, -t). \quad (51)$$

Таким образом, согласно (50), точка  $A_1 (A_4)$  является устойчивым (неустойчивым) узлом, а точки  $A_2, A_3, A_5, A_6$  - седловыми точками. Поскольку для всех точек  $|\lambda_1| < |\lambda_2|$ , то в окрестности узлов все траектории, кроме исключительных, касаются собственного вектора  $\bar{n}_1$ , т.е. входят в узел радиально.

Для исследования поведения фазовых траекторий на бесконечности воспользуемся координатами  $(\rho, \theta)$ ,  $\rho = 1/r$ . При таком отображении бесконечно удаленные точки переходят в точки окружности  $\bar{S}^1 = \{\rho = 0, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$ . Анализ получающейся системы аналогичен

вышеприведенному. Здесь особыми являются точки

$$\bar{A}_m(\rho = 0, \theta = \theta_m), \quad m = \overline{1, 6}, \quad (52)$$

собственные числа  $\bar{\lambda}_i^{(m)}$  которых связаны с соответствующими величинами точек  $A_m$  соотношениями

$$\bar{\lambda}_1^{(m)} = -\lambda_1^{(m)}, \quad \bar{\lambda}_2^{(m)} = \lambda_2^{(m)}, \quad (53)$$

а собственные векторы, по-прежнему, совпадают с ортами полярной системы координат. Отсюда следует, что точки  $\bar{A}_1$  и  $\bar{A}_4$  являются седловыми точками,  $\bar{A}_2$  и  $\bar{A}_3$  ( $\bar{A}_5$  и  $\bar{A}_6$ ) неустойчивыми (устойчивыми) узлами. В окрестности узлов, все траектории, кроме исключительных, входят в эти точки касаясь радиального направления.

Основанный на этом анализе фазовый портрет динамической системы (41) для параметров из (45) изображен на рис. 1.

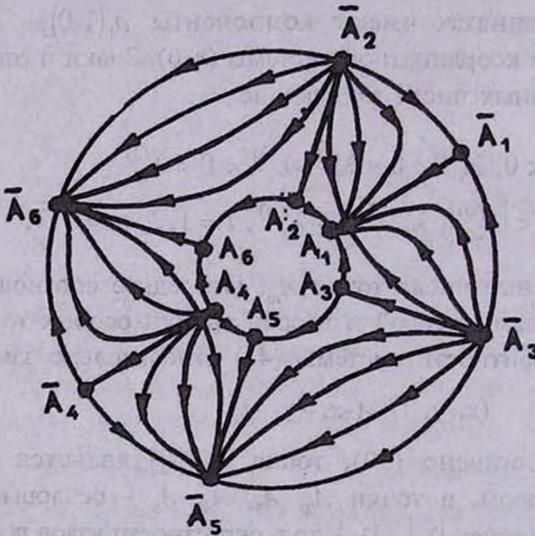


Рис. 1. Фазовый портрет динамической системы (41) для потенциально-доминированных космологических моделей (значения параметров из (45)). Предварительно проведено отображение фазовой плоскости на кольцеобразную область между окружностями

$$A_1 \dots A_6 \quad (r = 0, 0 \leq \theta \leq 2\pi) \quad \text{и} \quad \bar{A}_1 \dots \bar{A}_6 \quad (r = \infty, 0 \leq \theta \leq 2\pi).$$

Траектории  $A_l \bar{A}_l$ ,  $l = 1, 3$  соответствуют частным решениям (46), (47).

Предварительно проведено отображение фазовой плоскости  $(x, y)$  на кольцообразную область между окружностями  $A_1 \dots A_6$  (образ  $S^1$ ) и  $\bar{A}_1 \dots \bar{A}_6$  (образ  $\bar{S}^1$ ). Частным решениям (47) соответствуют траектории  $\bar{A}_1 A_1, A_4 \bar{A}_4$  ( $i = 1$ ),  $\bar{A}_2 A_2, A_5 \bar{A}_5$  ( $i = 2$ ) и  $\bar{A}_3 A_3, A_6 \bar{A}_6$  ( $i = 3$ ), являющиеся сепаратрисами соответствующих седловых точек. Из инвариантности системы относительно (51) следует, что траектории, соответствующие моделям сжатия ( $x < 0$ ), получаются из траекторий расширения заменой  $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$  и изменением направления стрелок. Из рисунка видно, что расширение пустого пространства ( $\varepsilon = 0$ ), описываемое траекториями  $\bar{A}_i A_i$ ,  $i = 2, 3$ , неустойчиво: при появлении сколь угодно малого  $\varepsilon$  траектории удаляются от них. Траектория же расширения  $\bar{A}_1 A_1$  устойчива и при  $t \rightarrow \infty$  является аттрактором для решений с  $\varepsilon \neq 0$ . Внутри областей  $A_2 A_3 \bar{A}_3 \bar{A}_2$  и  $A_5 A_6 \bar{A}_6 \bar{A}_5$  отношение  $\varepsilon/\varphi$ , поэтому и  $\varepsilon$  положительно (так как согласно (28)  $\varphi$  положительно), причем траектория решения (47) с  $i = 1$  находится в этих областях (поскольку  $v_3^{-1} < v_1^{-1} < v_2^{-1}$ ).

Анализ потенциально доминированных космологических моделей проводился выше в конформном представлении с независимым от поля дилатона негравитационным лагранжианом. Рассмотрим картину космологической эволюции в струнном представлении для случая редукции (11). Эти представления связаны соотношением (28), где  $d$  определяется из (23). Метрика четырехмерного пространства-времени в струнном представлении запишется в виде

$$d\bar{s}^2 = \varphi^{-1} \left( dt^2 - R^2 (dx^\alpha)^2 \right) = d\bar{t}^2 - \bar{R}^2 (dx^\alpha)^2,$$

где для придания метрике вида Робертсона-Уокера введено новое время согласно

$$d\bar{t} = \varphi^{-1/2} dt,$$

а функция

$$\bar{R} = \varphi^{-1/2} R(t)$$

- масштабный фактор. Например, для решения (47) с  $i = 1$  имеем

$$t = t_0 \exp(\tilde{r}/\tilde{r}_0), \quad \tilde{R} \sim t^{\alpha-1/2} \sim \exp[(\bar{\alpha} - 1/2)\tilde{r}/\tilde{r}_0].$$

Физика, конечно, не должна зависеть от конкретного конформного представления. Пусть, например, длины измеряются в единицах комптоновской длины волны частиц свободного массивного скалярного поля  $\psi$ . В представлении (14), (23)

$$\lambda_c \sim m^{-1} = m_0^{-1} \Phi^{-(d+c/b)/2} = m_0^{-1} \Phi^{1/2}$$

и поэтому

$$R(t) / \lambda_c \sim R(t) \Phi^{-1/2} = \tilde{R}(t) \sim \tilde{R}(t) / \tilde{\lambda}_c,$$

так как в струнном представлении массы частиц постоянны. Следовательно, в обоих представлениях масштабные факторы, измеренные в единицах комптоновской длины волны, равны [9].

Выше мы рассмотрели связь дилатона с материей в форме задаваемой действием (1), где как уже отмечалось  $L_{\text{м}}$  не зависит от дилатона. Такая связь соответствует древесному приближению струнных диаграмм. Чтобы установить вид связи дилатон-материя вне этого приближения заметим, что параметром струнного петлевого разложения является  $e^{2\bar{\phi}}$  [46]. Соответствующее разложение для эффективного действия в струнном представлении можно записать в виде

$$S^{(D)} = \sum_{l=0}^{\infty} S_l^{(D)}, \quad (54)$$

где  $S_0^{(D)}$  задается формулой (1), а

$$S_l^{(D)} = \int d^D x \sqrt{-\tilde{G}} e^{2(l-1)\bar{\phi}} L^{(l)}, \quad l \geq 1$$

является вкладом струнных диаграмм с  $l$  ручками (петлями), такие поправки изменяют как кинетические, так и потенциальные члены исходного лагранжиана. Здесь нас будут интересовать эффекты потенциала  $V^0$ , когда потенциалы низших порядков равны нулю, т.е. действие имеет вид

$$S^{(D)} = S_0^{(D)} - \int d^D x \sqrt{-\tilde{G}} e^{2(l-1)\bar{\phi}} V^{(l)} + \dots \quad (55)$$

Соответствующее редуцированное действие дается выражением (14), где теперь

$$\bar{L}_m = -\varphi^{1+d} \frac{2\sqrt{b}l}{d+1} V^{(l)}.$$

Исключение поля дилатона из этого лагранжиана достигается выбором

$$d = -\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{c+2l}{b} \right).$$

Соответствующая теория эквивалентна теории ИБД с параметром

$$\bar{\omega} = 2(D-2) \frac{D-4+8/b^2}{[D-4-2(2+(D-2)l/b)]^2} - \frac{3}{2},$$

$$\bar{\omega} \geq 2 \left( 1 + 2l + \frac{D-2}{2} l^2 \right)^{-1} - \frac{3}{2}. \quad (57)$$

При  $D=4$  отсюда получим  $\bar{\omega} = 2(l+1)^{-2} - \frac{3}{2} < -1$ , при  $l \geq 1$ , т.е. как и при  $l=0$  модели растянутой инфляции в этом варианте отсутствуют [9]. В случае редукции (11) нужно положить  $D=10$  и модели растянутой инфляции реализуются в интервале

$$-\sqrt{6l(2l+1)} < \frac{4(l+1/4)^2 - 1}{2c-1} - 3(l+1/4) < \sqrt{6l(2l+1)}, \quad l \geq 1$$

для значений параметра  $c$ . Напомним, что при  $l=0$  расширения типа растянутой инфляции существуют при любом отличном от нуля значении  $c$ . Таким образом, в варианте компактификации с постоянным в конформном представлении (3) внутренним пространством, модель растянутой инфляции можно реализовать, как в древесном, так и в многопетлевом приближениях.

В конце сделаем следующее замечание. В рассмотренном выше струнном эффективном действии отсутствует потенциальный член для поля дилатона. Возможный такой член должен иметь непертурбативный характер и обычно связывается с нарушением суперсимметрии в теории [47-49].

Автор признателен Г.С.Саакяну и Л.Ш.Григоряну за ценные обсуждения и поддержку.

Ереванский государственный университет,  
Армения

## STRING EFFECTIVE GRAVITATION AND THE EXTENDED INFLATION

A.A.SAHARIAN

The low-energy string gravitation is considered in the case of the variable (in string units) inner space reduction. The flat cosmological model of the corresponding four dimensional theory is constructed. Unlike the case of the constant inner space, in the suggested variant the realization of the extended inflation scenario is possible. The other dilaton-matter couplings, which arise beyond string tree level, are considered. The cosmological expansion is discussed in the various conformal frames.

### ЛИТЕРАТУРА

1. М.Грин, Дж.Шварц Э.Виттен, Теория суперструн, т.1, 2, Мир.М., 1990.
2. C.G.Callan, D.Friedan, E.J.Martinec, M.J.Perry, Nucl.Phys., **B262**, 593, 1985.
3. C.G.Callan, I.R.Klebanov, M.J.Perry, Nucl.Phys., **B278**, 78, 1986.
4. E.S.Fradkin, A.A.Tseytlin, Phys.Lett., **B158**, 316, 1985.
5. E.S.Fradkin, A.A.Tseytlin, Nucl. Phys., **B261**, 1, 1985.
6. D.J.Gross, J.H.Sloan, Nucl. Phys., **B291**, 41, 1987.
7. D.La, P.J.Steinhardt, Phys. Rev.Lett., **62**, 376, 1989.
8. D.La, P.J.Steinhardt, Phys.Lett., **B220**, 375, 1989.
9. B.A.Campbell, A.Linde, K.A.Olive, Nucl.Phys., **B355**, 146, 1991.
10. T.Damour, A.M.Polyakov, Nucl.Phys., **B423**, 532, 1994.
11. Г.Г.Арутюнян, В.В.Папоян, Астрофизика, **25**, 217, 1986.

12. Г.Г.Арутюнян, В.В.Папоян, *Астрофизика*, **30**, 409, 1989.
13. C.Wetterich, *Nucl.Phys.*, **B302**, 645, 1988.
14. S.Kalara, N.Kaloper, K.A.Olive, *Nucl.Phys*, **B341**, 252, 1990.
15. C.Brans, R.H.Dicke, *Phys.Rev.*, **124**, 925, 1961.
16. С.Вайнберг, *Гравитация и космология*, Мир, М., 1975.
17. R.H.Dicke, *Phys.Rev.*, **125**, 2163, 1962.
18. Е.Креммер, в кн.: "Введение в супергравитацию", Мир, М., 1985.
19. J.A.Casas, J.Garcia-Bellido, M.Quiros, *Nucl.Phys*, **B361**, 713, 1991.
20. К.Уилл, *Теория и эксперимент в гравитационной физике*, Энергоатомиздат, М., 1985.
21. А.А.Саарян, *Астрофизика*, **37**, 481, 1994.
22. А.Д.Линде, *Физика элементарных частиц и инфляционная космология*, Наука, М., 1990.
23. K.A.Olive, *Phys.Rep.*, **190**, 307, 1990.
24. J.D.Barrow, *Phys.Rev.D*, **48**, 1585, 1993.
25. A.H.Guth, *Phys.Rev.D*, **23**, 347, 1981.
26. A.H.Guth, E.J.Weinberg, *Nucl.Phys.*, **B212**, 321, 1983.
27. A.D.Linde, *Phys. Lett.*, **B108**, 389, 1982.
28. A.D.Linde, *Phys. Lett.*, **B129**, 177, 1983.
29. E.J.Weinberg, *Phys. Rev. D*, **40**, 3950, 1983.
30. E.S.Accetta, J.J.Trester, *Phys. Rev. D*, **39**, 3854, 1989.
31. P.J.Steinhardt, F.S.Accetta, *Phys. Rev.Lett.*, **64**, 2740, 1990.
32. R.Holman, E.W.Kolb, Y.Wang, *Phys. Rev.Lett.*, **65**, 17, 1990.
33. J.Garcia-Bellido, M.Quiros, *Phys. Lett.*, **B243**, 45, 1990.
34. R.Holman, E.W.Kolb, S.L.Vadas, Y.Wang, *Phys. Rev. D*, **43**, 995, 1991.
35. A.S.Majumdar, S.K.Sethi, *Phys. Rev. D*, **46**, 5315, 1992.
36. J.Garcia-Bellido, M.Quiros, *Nucl. Phys.*, **B368**, 463, 1992.
37. R.H.Dicke, *Astrophys. J.*, **154**, 892, 1968.
38. H.Nariai, *Prog.Theor. Phys.*, **40**, 49, 1968; **42**, 544, 1968.
39. J.O'Hanlon, B.J.Tupper, *Nuovo Cimento*, **37**, 305, 1972.
40. C.Romero, H.P.Oliviera, *Astrophys. Space Sci.*, **159**, 1, 1989.
41. L.F.Abbot, M.B.Wise, *Nucl.Phys.*, **B244**, 541, 1984.
42. F.Lucchin, S.Matarrese, *Phys. Rev. D*, **32**, 1316, 1985.
43. A.L.Berkin, K.J.Maeda, J.Yokoyama, *Phys. Rev. Lett.*, **65**, 141, 1990.
44. Н.И.Баутин, Е.А.Леснтович, *Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости*, Наука, М., 1976.

45. О.И.Богоявленский, Методы качественной теории динамических систем в астрофизике и газовой динамике, Наука, М.,1980.
46. E.Witten, Phys.Lett., B149, 351, 1984.
47. J.P.Derendinger, L.E.Ibanez, H.P.Niles, Phys. Lett., B155, 65, 1985.
48. M.Dine, R.Rohm, N.Sciberg, E.Witten, Phys. Lett., B156, 55, 1985.
49. S.Ferrara, N.Magnoli, T.R.Taylor, G.Veneziano, Phys.Lett., B245, 409, 1990.

УДК:524.354.6

## АНАЛИЗ НЕРАДИАЛЬНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ОДНОРОДНОЙ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ

С.И.БАСТРУКОВ, И.В.МОЛОДЦОВА, А.А.БУКАТИНА

Поступила 16 марта 1995

Принята к печати 5 апреля 1995

Изучаются нерадиальные пульсации изолированной нейтронной звезды в двух континуальных моделях - самогравитирующей сферической массы невязкой несжимаемой жидкости и упругого ферми-континуума. Приведен детальный аналитический вывод частот собственных сфероидальных и крутильных колебаний однородной нейтронной звезды массой  $1.4M_{\odot}$ , основанный на представлениях о нейтронной материи как упругом ферми-континууме. Сравнение численных оценок частот собственных колебаний показывает, что обе модели предсказывают одинаковый порядок частот пульсаций  $\sim 10^4$  Гц, однако частоты сфероидальных мод, рассчитанные в модели упругого ферми-континуума приблизительно в 2-2.5 раза выше частот, вычисленных в рамках гидродинамической теории Кельвина.

1. *Введение.* Изучение сейсмологии большинства звезд основывается на представлении о звездной материи как самогравитирующем веществе, находящемся в жидком агрегатном состоянии. В соответствии с этим звездная динамика конвекционных движений и пульсаций описывается уравнениями нерелятивистской гидродинамики и ньютоновской гравитации [1, 2]. В частности, для расчета частот нерадиальных пульсаций и звездотрясений часто применяется теория колебаний тяжелой сферической массы несжимаемой невязкой жидкости, развитая Кельвином (см., например, [2-4]). В работе [5] теория Кельвина, краткое изложение которой мы приводим в разделе 3, применена для анализа динамики вещества нейтронной звезды. Такой подход подразумевает, что движения ядерной сплошной среды подчиняются уравнениям классической гидродинамики. Между тем, исследования, проведенные в ядерной физике за два прошедших десятилетия, выявили тот факт, что ядерная материя обладает динамическими свойствами, присущими скорее упругой среде, а не жидкости. Концепция упругого ядерного ферми-континуума, введенная Бэрчем в работе [6], в последние годы получила существенное конструк-

тивное развитие и в настоящее время составляет основу практически всех макроскопических методов изучения коллективной ядерной динамики (см., например, [7-9] и литературу, приведенную в этих работах). Поскольку нейтронная звезда является объектом с крупномасштабным распределением ядерной материи, то представляется целесообразным исследовать ее сейсмологию с точки зрения уравнений макроскопической ядерной теории, в которой ядерная среда трактуется как упругий ферми-континуум. Первая попытка в этом направлении предпринята в короткой заметке [10]. В настоящей работе мы приводим детальный и существенно откорректированный анализ нерадиальных пульсаций нейтронной звезды в модели однородной сферической массы самогравитирующего упругого ферми-континуума нейтронов. В теории звездных пульсаций под нерадиальными колебаниями понимаются такие, при которых зависимость поля скорости флуктуирующего потока от радиуса не содержит узлов в объеме звезды. Одним из главных предместов нашего изучения является выяснение отличия между предсказаниями гидродинамической модели, в которой движения нейтронной материи описываются уравнениями самогравитирующей идеальной несжимаемой жидкости (эта модель исследована в [5]), и моделью упругого ферми-континуума, управляемого макроскопическими уравнениями ядерной среды. Так же как и в работе [5], эффекты собственной гравитации мы описываем в ньютоновском приближении. В литературе неоднократно отмечалось [11-13], что поскольку радиусы нейтронных звезд порядка гравитационного радиуса  $R_G = 2GM/c^2$ , то точные результаты могут быть получены с учетом эффектов общей теории относительности. Тем не менее, тот факт, что модель, основанная на ньютоновской теории тяготения, правильно передает значения статических равновесных параметров нейтронной звезды (прежде всего ее массы и радиуса) дает основания полагать, что использование нерелятивистской теории гравитации не приведет к серьезным ошибкам при получении оценок для динамических характеристик нейтронной звезды, таких как собственные частоты пульсаций.

2. *Нейтронная звезда в модели упругого самогравитирующего ферми-континуума.* Приводимые ниже построения основаны на выводах макроскопической ядерной теории, главный из которых состоит в том, что при плотностях порядка нормальной ядерной плотности, когда адронное вещество находится в нуклонной фазе, движения сплошной

ядерной материи подчиняются уравнениям флюид-динамического вида [7, 8, 14]:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial V_l}{\partial x_l} = 0, \quad (2.1)$$

$$\rho \frac{dV_l}{dt} + \frac{\partial P_{lk}}{\partial x_k} + \rho \frac{\partial U}{\partial x_l} = 0, \quad (2.2)$$

$$\frac{dP_{ij}}{dt} + P_{ik} \frac{\partial V_l}{\partial x_k} + P_{jk} \frac{\partial V_l}{\partial x_k} + P_{ij} \frac{\partial V_k}{\partial x_k} = 0. \quad (2.3)$$

Принципиальным отличием рассматриваемого континуального подхода от гидродинамического является то, что наряду с уравнением непрерывности (2.1) и уравнением для скорости потока вещества (2.2) (основными уравнениями гидродинамики) используется уравнение (2.3), описывающее эволюцию упругих напряжений\*. В равновесии эти напряжения обусловлены жесткостью орбит ферми-движения нуклонов в самосогласованном среднем поле  $U$ . Как отмечено выше мы изучаем движения однородной ядерной материи на таких масштабах, где доминирующую роль играют объемные силы ньютоновской самогравитации. Последнее означает, что потенциальная энергия собственной гравитации  $U$  подчиняется уравнению Пуассона:

$$\Delta U = 4\pi G\rho, \quad (2.4)$$

где  $G$  - гравитационная постоянная. В результате мы пришли к замкнутой самосогласованной системе уравнений, которая составляет основу изучаемой нами модели самогравитирующего упругого ферми-континуума нейтронов.

Равновесное распределение ньютоновского поля собственной гравитации выражается хорошо известным решением уравнения (2.4):

\* В современной теории сплошных сред уравнения (2.1)-(2.3) известны как уравнения тринадцатимоментного приближения [15]. Такая терминология связана с определением массовой плотности  $\rho$ , трех компонент скорости потока  $V_l$  и девяти компонентного тензора упругих напряжений  $P_{ij}$  как соответственно нулевого, первого и второго импульсных моментов одночастичной функции распределения в фазовом пространстве. Эти уравнения получены на основе бесстолкновительного кинетического уравнения Больцмана, интегрированием последнего по объему импульсного пространства с импульсными весами нулевого, первого и второго порядка, соответственно (см., например, [7, 8]).

$$U_0^{\text{in}} = \frac{2\pi}{3} G \rho_0 (r^2 - 3R^2), \quad r \leq R, \quad (2.5)$$

$$U_0^{\text{ex}} = -\frac{4\pi R^3}{3r} G \rho_0, \quad r > R, \quad (2.6)$$

где  $R$  - радиус звезды. Индексом "0" отмечены ее равновесные характеристики. Следствием сферической симметрии ньютоновского взаимодействия является изотропное равновесное распределение напряжений в объеме звезды:

$$P_{ij}^0(r) = P_0(r) \delta_{ij}. \quad (2.7)$$

Явная радиальная зависимость этого поля может быть установлена из уравнения равновесия с таким граничным условием, что в центре звезды давление однородно, а главный вклад в него определяется давлением нерелятивистского вырожденного ферми-газа нейтронов (см., например, параграф 35 и, в частности, уравнение (35.5) в [11], где приведено обоснование данных граничных условий):

$$\nabla P_0(r) = -\rho_0 \nabla U_0^{\text{in}}(r), \quad P_0(0) = P_F. \quad (2.8)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$P_0(r) = -\frac{2\pi}{3} G \rho_0^2 r^2 + P_F. \quad (2.9)$$

При заданной плотности из (2.9) может быть получена оценка на радиус нейтронной звезды, который определяется как радиус свободной от напряжений сферической поверхности  $P_0(R)=0$ , то есть поверхности, где давление, обусловленное собственной гравитацией

$$P_G = -\frac{2\pi}{3} G \rho_0^2 r^2, \quad (2.10)$$

уравновешивается внутренним давлением нерелятивистского вырожденного ферми-газа нейтронов [11, 12]:

$$P_F = K \rho_0^{5/3} = \text{const}, \quad K = \frac{\hbar^2 (3\pi^2)^{2/3}}{5m_n^{5/3}}. \quad (2.11)$$

Здесь  $m_n^*$  - эффективная масса нейтрона в ядерной среде с плотностью  $\rho_0$ . Из условия

$$P_0(R) = 0, \text{ или } P_F = \frac{2\pi}{3} G \rho_0^2 R^2, \quad (2.12)$$

следует, что равновесный радиус определяется выражением

$$R = \sqrt{\frac{3P_F}{2\pi G} \rho_0^{-1}}. \quad (2.13)$$

В рассматриваемой однородной модели плотность  $\rho_0$  и давление

$$P_0(r) = P_F + P_G, \quad r < R \text{ и } P_0(R) = 0, \quad (2.14)$$

являются основными равновесными параметрами невращающейся изолированной нейтронной звезды. Как мы уже отмечали, несмотря на предположение об однородном распределении массы нейтронной сплошной материи, самогравитирующей в соответствии с теорией ньютоновского тяготения, рассматриваемая модель приводит к оценкам интегральных статических параметров нейтронной звезды, хорошо согласующихся с результатами "эволюционных" расчетов, полученных с учетом ее реальной стратифицированной структуры. При равновесной плотности  $\rho_0$ , равной удвоенной нормальной ядерной плотности  $\rho_0 = 2\rho_N$ , где  $\rho_N = 2.810^{14} \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$ , и эффективной массе нейтрона, равной  $m_n^* = 0.72m_n$ , модель даст следующие значения равновесного радиуса  $R = 10.6 \text{ км}$  и массы  $M = 1.4M_\odot$ . При плотности  $\rho_0 = 1.5\rho_N$  и эффективной массе  $m_n^* = 0.7m_n$  из вышеприведенных формул получаем для массы -  $M = 1.35M_\odot$  и радиуса  $R = 11.7 \text{ км}$  (см. для сравнения [13, 16]).

*2.1. Гамильтониан нерадиальных пульсаций.* Расчет фундаментальных частот собственных колебаний звезды может быть выполнен стандартным вариационным методом. Предполагая, что нейтронная материя является несжимаемой, а поток массы в равновесном состоянии отсутствует, и используя процедуру линеаризации, уравнения (2.1)-(2.4) преобразуются к виду

$$\frac{\partial \delta V_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2.15)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \delta V_i}{\partial t} + \frac{\partial P_{ij}}{\partial x_j} + \rho_0 \frac{\partial \delta U}{\partial x_i} = 0, \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial \delta P_{ij}}{\partial t} + \rho_0 \left( \frac{\partial \delta V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \delta V_j}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij} \left( \delta V_k \frac{\partial P_l}{\partial x_k} \right) = 0, \quad (2.17)$$

$$\Delta \delta U = 0. \quad (2.18)$$

Далее, умножая скалярно уравнение (2.16) на  $\delta V_i$  и интегрируя по объему звезды, получаем уравнение энергетического баланса

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \frac{1}{2} \rho_0 \delta V^2 d\tau - \int_V \delta P_{ij} \frac{\partial \delta V_i}{\partial x_j} d\tau + \oint_S \left[ \rho_0 \delta U \delta V_i + \delta P_{ij} \delta V_j \right] \delta \sigma_i = 0 \quad (2.19)$$

которое контролирует сохранение энергии в процессе колебаний. Флуктуации в скорости возмущенного потока  $\delta V_i$  и в потенциале самогравитации  $\delta U$  представим в виде

$$\delta V_i(r, t) = \xi_i^L(r) \dot{\alpha}_L(t), \quad \delta U(r, t) = \phi^L(r) \alpha_L(t), \quad (2.20)$$

где  $L$  - мультипольный порядок колебания. Нормальная координата  $\alpha_L(t)$  определяет зависимость от времени флуктуирующих переменных. Через  $\xi^L(r)$  обозначено поле мгновенных смещений вещества в звезде. Подставляя (2.20) в (2.17), находим, что флуктуации в напряжениях определяются тензором

$$\delta P_{ij}(r, t) = - \left[ \rho_0(r) \left( \frac{\partial \xi_i^L(r)}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j^L(r)}{\partial x_i} \right) + \delta_{ij} \left( \xi_k^L(r) \frac{\partial P_0(r)}{\partial x_k} \right) \right] \alpha_L(t) \quad (2.21)$$

Благодаря разделению пространственной и временной зависимости флуктуирующих переменных, подстановка (2.20) и (2.21) в уравнение энергетического баланса (2.19) позволяет свести последнее к гамильто-

ниану (собственной энергии) нормальных колебаний

$$H = \frac{M_L \dot{\alpha}_L^2}{2} + \frac{K_L \alpha_L^2}{2}, \quad (2.22)$$

который является интегралом движений. Параметры инерции  $M_L$  и жесткости  $K_L$  определяются выражениями

$$M_L = \int_V \rho_0 \xi_i^L \xi_i^L d\tau, \quad (2.23)$$

$$K_L = \frac{1}{2} \int_V p_0 \left( \frac{\partial \xi_i^L}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j^L}{\partial x_i} \right)^2 d\tau + \oint_S \left( \rho_0 \phi^L - \xi_j^L \frac{\partial p_0}{\partial x_j} \right) \xi_i^L d\sigma_i. \quad (2.24)$$

Первый член в (2.24) явно отражает вклад объемных анизотропных упругих деформаций в восстанавливающую силу колебаний.

Отметим, что приведенное выражение для жесткости колебаний  $K_L$  получено с учетом условия свободной поверхности.

С физической точки зрения имеет смысл представить коэффициент жесткости в виде суперпозиции

$$K_L = K_L^F + K_L^G \quad (2.25)$$

что отвечает представлению внутреннего давления в виде суммы (2.14).

Коэффициент  $K_L^F$  описывает отклик нейтронной ферми-системы на упругие деформации ферми-сферы:

$$K_L^F = \frac{1}{2} \int_V p_F \left( \frac{\partial \xi_i^L}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j^L}{\partial x_i} \right)^2 d\tau. \quad (2.26)$$

Коэффициент жесткости  $K_L^G$ , обусловленный гравитационной упругостью среды

$$K_L^G = \frac{1}{2} \int_V P_G \left( \frac{\partial \xi_i^L}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j^L}{\partial x_i} \right)^2 d\tau + \oint_S \left( \rho_0 \phi^L - \xi_j^L \frac{\partial P_G}{\partial x_j} \right) \xi_i^L d\sigma_i \quad (2.27)$$

Таким образом, для расчета фундаментальных частот  $\omega_L^2 = K_L / M_L$  гармонических во времени пульсаций звезды необходимо вычислить:

- 1) пространственную зависимость поля флуктуирующей скорости  $\delta V_i$  (более точно, поля смещений  $\xi_i^L$ );
- 2) пространственную зависимость флуктуаций в потенциале тяготения  $\delta U$ , определяемую функцией  $\phi^L$ .

**2.2. Частоты сфероидальных пульсаций.** При сфероидальных мультипольных колебаниях произвольная сферическая поверхность в объеме звезды приобретает формы гармонических сфероидов, уравнение поверхности которых имеет вид:

$$R(t) = R (1 + \alpha_L(t) P_L(\cos\theta)). \quad (2.28)$$

Здесь  $R$  - радиус невозмущенной сферической поверхности,  $P_L(\cos\theta)$  - полином Лежандра порядка  $L$ ; мы используем систему с фиксированной полярной осью. Сфероидальные колебания сопровождаются мгновенными смещениями вещества в среде, которые могут быть описаны потенциальным векторным полем вида  $\xi_i^L = \text{grad}_i \psi^L$ . Подставляя это поле в уравнение несжимаемости (2.15), получаем

$$\Delta \psi^L = 0, \quad \psi^L = A_L r^L P_L(\cos\theta). \quad (2.29)$$

Произвольная константа  $A_L$  фиксируется условием совместности флуктуаций радиальной компоненты поля смещений со скоростью искажений поверхности, задаваемой уравнением (2.28). Это условие имеет вид:

$$\delta V_r = R(t) \quad (2.30)$$

Окончательное выражение для поля смещений при сфероидальных колебаниях однородной звезды представляется следующим образом:

$$\xi_i^L = \frac{1}{LR^{L-2}} \frac{\partial \psi}{\partial x_i}. \quad (2.31)$$

Параметр инерции  $M_L$ , рассчитанный с полем (2.31), равен:

$$M_L = \frac{4\pi\rho_0 R^5}{L(2L+1)} \quad (2.32)$$

Вариация пространственного распределения поля собственной гравитации  $\delta U$  находится как решение уравнения Лапласа (2.18), которое должно быть дополнено следующими граничными условиями

$$U^{in} + \delta U^{in} = U^{ex} + \delta U^{ex}, \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial U^{in}}{\partial r} + \frac{\partial \delta U^{in}}{\partial r} = \frac{\partial U^{ex}}{\partial r} + \frac{\partial \delta U^{ex}}{\partial r}, \quad \text{при } r = R(t). \quad (2.34)$$

Регулярное в центре решение уравнения (2.18) с граничными условиями (2.33) и (2.34) имеет вид:

$$\delta U^{in} = -\frac{4\pi}{R^{L-2}} \frac{G\rho_0}{(2L+1)} r^L P_L(\cos\theta) \alpha_L. \quad (2.35)$$

Откуда находим, что функция  $\phi^L$  в выражении для жесткости колебаний равна:

$$\phi^L = -\frac{4\pi G\rho_0 R^2}{(2L+1)} P_L(\cos\theta). \quad (2.36)$$

Коэффициент жесткости, связанный с упругими деформациями ферми-сферы имеет вид:

$$K_L^F = 8\pi K \rho_0^{5/3} R^3 \frac{L-1}{L}. \quad (2.37)$$

Для жесткости гравитационно-упругих колебаний получаем

$$K_L^G = \frac{32}{3} \pi^2 G \rho_0^2 R^5 \frac{(L-1)}{(2L+1)^2} \left[ 1 - \frac{4L^2-1}{2L} \right]. \quad (2.38)$$

Детали расчета объемных интегралов представлены в Приложении. Из приведенных выражений для жесткостей сфероидальных колебаний

видно, что дипольная мода исключена. Возбуждение дипольного поля смещений дает вклад только в кинетическую энергию, что соответствует движению звезды как целого без изменения ее внутреннего состояния. Данный вывод является следствием предположения о несжимаемости нейтронной материи.

Собственные частоты сфероидальных пульсаций звезды в рассматриваемой однородной модели даются выражением

$$\omega_L^2 = \omega_F^2 2(2L+1)(L-1) + \omega_G^2 \frac{2L(L-1)}{(2L+1)} \left[ 1 - \frac{4L^2-1}{2L} \right], \quad (2.39)$$

где  $\omega_F^2 = P_F / (\rho_0 R^2)$  и  $\omega_G^2 = 4\pi G \rho_0 / 3$ . Характерное отличие основной частоты квантово-упругих колебаний  $\omega_F$  от частоты гравитационно-упругих колебаний  $\omega_G$  состоит в том, что первая зависит от радиуса звезды, в то время как вторая - только от ее плотности. Численные значения частот квадрупольной, октупольной и гексадекапольной сфероидальных мод, рассчитанных по формуле (2.39) при средней плотности нейтронной материи  $\rho_0 = 2\rho_N$  для звезды радиуса 10.6 км и массой, равной  $1.4M_\odot$ , приведены в табл. 1.

Таблица 1

Мультипольный порядок моды  L	Частота $\omega_L$	
	упругий континуум	невязкая жидкость $\times 10^4$ Гц
2	2.1	1.1
3	3.0	1.6
4	3.7	2.0

*Частоты сфероидальных пульсаций мультипольного порядка L для однородной нейтронной звезды радиуса 10.6 км и массы  $1.4M_\odot$ , в моделях упругого ферми-контиуума и невязкой несжимаемой жидкости. Средняя плотность нейтронного вещества в звезде  $\rho_0 = 2\rho_N$  где  $\rho_N = 2.8 \cdot 10^{14}$  г см<sup>-3</sup>.*

2.3. *Крутильные осцилляции нейтронной звезды.* Свойство динамической упругости нейтронного ферми-вещества позволяет обсудить возможность возбуждения в объеме звезды сдвиговых крутильных колебаний. Такие колебания не могут быть описаны в гидродинамической модели звездной материи. Поперечно-сдвиговые колебания связаны с возбуждением локальных ротационных осцилляций, описываемых тороидальным полем скорости

$$\delta \mathbf{V} = A_L \operatorname{rot} r^L P_L(\cos\theta) \dot{\alpha}_L(t) = [\mathbf{r} \times \boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}, t)], \quad (2.40)$$

где

$$\boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}, t) = -A_L \operatorname{grad} r^L P_L(\cos\theta) \dot{\alpha}_L(t),$$

частота локальных (нетвердотельных) вращательных осцилляций. Нормальная координата  $\alpha_L(t)$  в этом случае имеет смысл азимутального угла закручивания потока вокруг полярной оси. Скорости крутильных колебаний соответствует поле мгновенных смещений следующего вида

$$\boldsymbol{\xi} = A_L \operatorname{rot} r^L P_L(\cos\theta). \quad (2.41)$$

Подставляя последнее выражение в формулу для массового коэффициента упругих пульсаций (2.23), получаем

$$\mathcal{M}_L = 4\pi\rho_0 R^{2L+3} A_L^2 \frac{L(L+1)}{(2L+1)(2L+3)}. \quad (2.42)$$

Этот коэффициент имеет смысл момента инерции ротационных колебаний. Действительно, при  $L=1$  поле завихренности  $\boldsymbol{\omega}$  оказывается однородным, что соответствует твердотельному вращению. Легко проверить, что массовый коэффициент  $\mathcal{M}_1$  точно совпадает с моментом инерции твердого шара  $\mathcal{J} = \mathcal{M}_1 = (2/5)MR^2$ , если принять, что произвольная константа  $A_L = 1/(R^{L-1})$ . Для нейтронной звезды массой  $1.4M_\odot$  и радиуса 10.6 км момент инерции равен  $\mathcal{J} = 1.310^{45} \text{ г}^2 \cdot \text{см}^2$ . В соответствии с данным значением константы  $A_L$  выражение (2.42) приобретает вид:

$$\mathcal{M}_L = \frac{4\pi\rho_0 R^5 L(L+1)}{(2L+1)(2L+3)}. \quad (2.43)$$

Коэффициент жесткости крутильных колебаний, связанный с реакцией изотропного равновесного ферми-распределения нейтронов на его анизотропные искажения, имеет вид:

$$\kappa_L^F = 8\pi K \rho_0^2 / 3 R^2 \frac{L(L-1)(L+1)}{(2L+1)}. \quad (2.44)$$

Для коэффициента гравитационно-упругой жесткости получаем

$$\kappa_L^G = \frac{8\pi^2}{3} G \rho_0^2 R^5 \frac{L(L-1)(L+1)}{(2L+1)(2L+3)}. \quad (2.45)$$

Заметим, что поверхностный интеграл в выражении (2.24) равен нулю и, следовательно, поверхностные флуктуации в потенциале тяготения не дают вклада в восстанавливающую силу поперечно-сдвиговых пульсаций. Другими словами, крутильные осцилляции нейтронной звезды имеют объемное происхождение. Как следует из полученных выражений для жесткостей упругих колебаний, дипольная крутильная мода - отсутствует. При возмущении тороидального поля смещений дипольной симметрии восстанавливающая сила не возникает. Поэтому вся энергия расходуется на кинетическую энергию твердотельного вращения.

Частота крутильных колебаний однородной сферической массы несжимаемого самогравитирующего нейтронного ферми-газа представляется выражением:

$$\omega_L^2 = \omega_F^2(2L+3)(L-1) - \omega_G^2(L-1). \quad (2.46)$$

Численные значения частот нижайших крутильных мод с  $L=2, 3$  и  $4$  равны:

$$\omega_2 = 1.2 \cdot 10^4 \text{ Гц}, \quad \omega_3 = 1.8 \cdot 10^4 \text{ Гц}, \quad \omega_4 = 2.2 \cdot 10^4 \text{ Гц}.$$

Сравнение этих оценок с частотами сфероидальных колебаний, приведенных в табл. 1, показывает, что частоты крутильных колебаний всегда ниже частот сфероидальных пульсаций.

**3. Нерадиальные пульсации нейтронной звезды в модели однородной сферической массы невязкой несжимаемой жидкости.** Для того, чтобы выяснить различие между моделью однородной звезды, движения материи в которой контролируются уравнениями

упругой среды (2.1)-(2.3), и моделью, в которой звездная среда описывается уравнениями гидродинамики (2.1)-(2.2), мы приводим вывод кельвиновских мод собственных колебаний сферической однородной массы несжимаемой невязкой жидкости, используя изложенный выше вариационный метод.

Гидродинамика невязкой самогравитирующей жидкости описывается уравнениями:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial V_i}{\partial x_i} = 0, \quad (3.1)$$

$$\rho \frac{\partial V_i}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x_k} + \rho \frac{\partial U}{\partial x_i} = 0, \quad (3.2)$$

$$\Delta U = 4\pi G \rho. \quad (3.3)$$

Пространственное распределение равновесных напряжений определяется из уравнения равновесия с граничным условием, отвечающим свободной поверхности:

$$\nabla P_0(r) = -\rho_0 \nabla U_0^m(r), \quad P_0(R) = 0. \quad (3.4)$$

Решение имеет вид

$$P_0 = \frac{2\pi}{3} G \rho_0^2 (R^2 - r^2). \quad (3.5)$$

В линейном приближении эволюция возмущений в несжимаемой жидкости подчиняется уравнениям:

$$\frac{\delta V_i}{\partial x_i} = 0, \quad (3.6)$$

$$\rho_0 \frac{\delta V_i}{\partial t} + \frac{\delta P}{\partial x_i} + \rho_0 \frac{\delta U}{\partial x_i} = 0, \quad (3.7)$$

$$\Delta \delta U = 0. \quad (3.8)$$

Умножая скалярно линеаризованное уравнение Эйлера (2.29) на  $\delta V$ , и интегрируя по объему звезды, снова получаем уравнение энергетического баланса:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho_0 \frac{\delta V^2}{2} d\tau + \oint_S (\delta P + \rho_0 \delta U) \delta V_i \delta \sigma_i = 0. \quad (3.9)$$

Расчет флуктуаций скорости  $\delta V$ , возбуждаемого потока и потенциала собственного тяготения  $\delta U$  проводится по схеме предыдущего раздела. Единственной неизвестной переменной является вариация давления  $\delta P$ . Действуя оператором дивергенции на уравнение (3.7), и учитывая (3.6) и (3.8), находим, что  $\delta P$  подчиняется уравнению Лапласа, которое дополняется условием отсутствия каких-либо напряжений на пульсирующей поверхности:

$$\Delta \delta P = 0, \quad P_0(r') + \delta P(r') = 0 \Big|_{r'=R', (r=R)}. \quad (3.10)$$

Решение уравнения (3.10) имеет вид:

$$\delta P = p^L(r) \alpha_L(t), \quad p^L(r) = \frac{4\pi}{3 R^{L-2}} G \rho_0^2 r^L P_L(\cos \theta). \quad (3.11)$$

Подставляя (2.20), (2.36) и (3.11) в (3.9), получаем стандартное уравнение нормальных колебаний

$$M_L \ddot{\alpha}_L^2 + K_L \alpha_L^2 = 0, \quad (3.12)$$

в котором массовый параметр  $M_L$  определяется выражением (2.32), а параметр жесткости

$$K_L = \oint_S (p^L + \rho_0 \phi^L) \xi_i^L d\sigma_i = \frac{32}{3} \pi^2 G \rho_0^2 R^5 \frac{(L-1)}{(2L+1)^2}. \quad (3.13)$$

В результате приходим к хорошо известному результату Кельвина:

$$(\omega_L^K)^2 = \omega_G^2 \frac{2L(L-1)}{2L+1}. \quad (3.14)$$

Кельвиновские моды соответствуют собственным нерадиальным пульсациям самогравитирующей сферической массы невязкой несжимаемой жидкости. В табл. 1 приведены частоты нижайших мод для однородной звезды радиуса  $R=10.6$  км и массы  $M=1.4M_\odot$ .

Видно, что частоты, рассчитанные в гидродинамической модели, оказываются систематически ниже, чем частоты предсказываемые моделью упругого ферми-континуума нейтронов, движения которого подчиняются уравнениям самогравитирующего упругого ферми-континуума.

4. *Заключение.* В настоящей работе представлен анализ нерадиальных пульсаций однородной нейтронной звезды в двух континуальных динамических моделях. В гидродинамической модели движения звездного вещества описываются уравнениями гидродинамики невязкой несжимаемой жидкости. Сфероидальные пульсации в этой модели характеризуются кельвиновскими модами, которые зависят лишь от плотности вещества.

Параллельно рассмотрен вариационный метод анализа нерадиальных пульсаций нейтронной звезды в рамках модели упругого нейтронного ферми-континуума. Устойчивость равновесной конфигурации рассчитана как результат уравнивания давления, обусловленного собственной гравитацией, давлением нерелятивистского вырожденного ферми-газа нейтронов. Спектр нерадиальных гравитационно-упругих колебаний получен в аналитическом виде, аналогичном кельвиновским модам собственных пульсаций однородной сферической массы самогравитирующей несжимаемой невязкой жидкости. Показано, что частоты сфероидальных колебаний заданной мультипольности для звезды, моделируемой самогравитирующей однородной массой упругого ферми-континуума нейтронов в 2-2.5 раза выше частот, предсказываемых гидродинамической моделью. Изучены объемные поперечно-сдвиговые колебания пульсации нейтронной звезды, которые обусловлены исключительно динамической упругостью ядерного ферми-континуума. В звездной среде, управляемой уравнениями гидродинамики, такие моды не возникают.

В заключение отметим, что в настоящее время имеются лишь косвенные свидетельства о пульсациях нейтронных звезд. Так, по мнению Кокса [1], тонкие детали, наблюдаемые в переменном радиоизлучении пульсаров и имеющие характерное время порядка нескольких миллисекунд [17], вполне могут быть следствием пульсаций. Добавим также, что нерадиальные пульсации могут быть одной из причин наблюдаемых сбоев в спектре пульсаров. Регистрируемая длительность сбоев  $T=2\pi/\omega \approx 10^{-4}$  с, что находится в согласии с полученными в данной работе оценками для периодов нерадиальных пульсаций нейтронной звезды.

Авторы признательны проф. В.В.Папоюну за обсуждение ряда вопросов, затронутых в настоящей статье.

### Приложение.

В системе с фиксированной полярной осью компоненты поля мгновенных смещений при сфероидальных пульсациях звезды имеют вид:

$$\xi_r = A_L L r^{L-1} P_L(\mu), \quad \xi_\theta = -A_L (1-\mu^2)^{1/2} r^{L-1} \frac{dP_L(\mu)}{d\mu},$$

$$\xi_\phi = 0, \quad A_L = \frac{1}{LR^{L-2}},$$

где  $\mu = \cos\theta$ .

Компоненты тензора напряжений представляются соотношениями

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} = \frac{\partial \xi_r}{\partial r} = A_L L(L-1) r^{L-2} P_L(\mu),$$

$$\frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} = -\frac{(1-\mu^2)^{1/2}}{r} \frac{\partial \xi_\theta}{\partial \mu} + \frac{\xi_r}{r} = A_L r^{L-2} \left( \mu \frac{dP_L(\mu)}{d\mu} - L^2 P_L(\mu) \right)$$

$$\frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} = \frac{1}{r(1-\mu^2)^{1/2}} \frac{\partial \xi_\phi}{\partial \phi} + \frac{\xi_r}{r} + \frac{\xi_\theta}{r} \frac{\mu}{(1-\mu^2)^{1/2}} = A_L r^{L-2} \left( LP_L(\mu) - \mu \frac{dP_L(\mu)}{d\mu} \right)$$

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} = -\frac{(1-\mu^2)^{1/2}}{r} \frac{\partial \xi_\theta}{\partial \mu} - \frac{\xi_\theta}{r} = -A_L(L-1) r^{L-2} (1-\mu^2)^{1/2} \frac{dP_L(\mu)}{d\mu},$$

$$\frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} = \frac{\partial \xi_0}{\partial r} = -A_L(L-1)r^{L-2}(1-\mu^2)^{1/2} \frac{dP_L(\mu)}{d\mu} = \frac{\partial \xi_1}{\partial x_2},$$

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} = \frac{1}{r(1-\mu^2)^{1/2}} \frac{\partial \xi_r}{\partial \phi} - \frac{\xi_\phi}{r} = 0, \quad \frac{\partial \xi_3}{\partial x_1} = \frac{\partial \xi_\phi}{\partial r} = 0,$$

$$\frac{\partial \xi_2}{\partial x_3} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \xi_0}{\partial \mu} - \frac{\xi_\phi}{r} \frac{\mu}{(1-\mu^2)^{1/2}} = 0, \quad \frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} = -\frac{(1-\mu^2)^{1/2}}{r} \frac{\partial \xi_\phi}{\partial \mu} = 0.$$

Вычисления значительно упрощают следующие интегралы

$$\int_{-1}^{+1} P_L^2(\mu) d\mu = \frac{2}{(2L+1)}; \quad \int_{-1}^{+1} (1-\mu^2) \left( \frac{dP_L(\mu)}{d\mu} \right)^2 d\mu = \frac{2L(L+1)}{(2L+1)};$$

$$\int_{-1}^{+1} \mu P_L(\mu) \frac{dP_L(\mu)}{d\mu} d\mu = \frac{2L}{(2L+1)}; \quad \int_{-1}^{+1} \left( \mu \frac{dP_L(\mu)}{d\mu} \right)^2 d\mu = \frac{L(L+1)(2L-1)}{(2L+1)}.$$

Два последних получены с использованием рекуррентных соотношений между полиномами Лежандра. Объемный интеграл в формулах для жесткости сфероидальных колебаний приводится к выражению

$$\frac{1}{2} \int_V P_0(r) \left( \frac{\partial \xi_i^L}{\partial x_j} + \frac{\partial \xi_j^L}{\partial x_i} \right)^2 d\tau = 8\pi A_L^2 L(L-1)(2L-1) \int_0^R P_0(r) r^{2L-2} dr,$$

где  $P_0(r)$  произвольная функция радиуса  $r$ . Аналогичные выражения для расчета частот крутильных колебаний приведены в [8].

ANALYSIS OF NONRADIAL PULSATIONS  
OF HOMOGENEOUS NEUTRON STAR

S.I.BASTRUKOV, I.V.MOLODTSOVA, A.A.BUKATINA

We study nonradial pulsations of isolated neutron star within two continuum models - self-gravitating spherical mass of incompressible inviscid liquid and an elastic Fermi-continuum. Analytic derivation of frequency of spheroidal and torsional pulsations is presented for a homogeneous neutron star with mass  $1.4M_{\odot}$  which is modelled by spherical mass of an elastic neutron matter. Both models predict the same order of magnitude for the frequencies of eigenpulsation  $\sim 10^4$  Hz, however, the frequencies of spheroidal modes computed in the model of an elastic Fermi-continuum has been found to be 2-2.5 times higher than those calculated from hydrodynamic Kelvin theory.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *J.P.Cox*, Theory of stellar pulsations, Princeton, 1980.
2. *W.Unno, Y.Osaki, H.Ando, H.Shibahashi*, Nonradial oscillations of stars, Tokyo University Press, 1979.
3. *S.Chandrasekhar*, Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Clarendon, 1961.
4. *M.L.Aizerman and P.Smeyers*, Astrophys. and Space Sci. **48**, 123, 1976.
5. *N.K.Glendenning, F.Weber and S.A.Moszkowski*, Phys. Rev., **C45**, 844, 1992.
6. *G.F.Bertsch*, Ann. Phys. **86**, 138, 1974.
7. *J.R.Nix and A.J.Sierk*, Phys. Rev. **C21**, 396, 1980.
8. *S.I.Bastrukov and V.V.Gudkov*, Z. Phys. **A341**, 395, 1992; *С.И.Баструков, И.В.Молодцова*, ЭЧАЯ **26**, 415, 1995.
9. *S.I.Bastrukov, I.V.Molodtsova and V.M.Shilov*, Int. J. Mod. Phys. **E2**, 731, 1993; Phys. Scripta **51**, 54, 1995.
10. *S.I.Bastrukov*, Mod. Phys. Lett. **A8**, 711, 1993.
11. *Г.С.Саакян*, Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс, Наука, М., 1972.
12. *S.L.Shapiro and S.A.Teukolsky*, Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars, Wiley, New York, 1983.

13. *А.Б.Мигдал, Д.Н.Воскресенский, Е.Е.Саперштейн, М.А.Троицкий*, Пионные степени свободы в ядерной материи, Наука, М., 1991.
14. *S.I.Bastrukov*, Phys.Rev E49, No.3, 1994.
15. *Ю.Л.Климонтович*, Статистическая физика, Наука, М., 1982.
16. Conference Proceedings, Kyoto, Japan, Nov.6-10, 1990; The structure and evolution of NEUTRON STARS, 1992. Edited by Pines, D., Tamagaki, R., and Tsuruta S. Addison-Wesley, New York.
17. *J.H.Taylor and G.R.Huguenin*, Astrophys. J. 167, 273, 1971.

УДК:524.354.4-77

## РАДИОИЗЛУЧЕНИЕ ПУЛЬСАРОВ

Г.С.СААКЯН

Поступила 20 февраля 1995

Развит новый вариант теории радиоизлучения пульсара для случая соосного ротатора. При этом за основу приняты электрическое поле, установленное в нашей работе [8] для радиационного канала (канал открытых магнитных силовых линий), и полученные в [9] удобные аппроксимации для энергии электрона. Показано, что в нижней части радиационного канала, благодаря процессам испускания частицей кванта изгибного излучения  $e \rightarrow e + \hbar\omega_c$

и аннигиляции кванта  $\hbar\omega_c \rightarrow e^+e^-$  формируется особая область (магнитная воронка), где происходит бурный процесс каскадного размножения частиц. Высота магнитной воронки  $h \approx 6R\Omega^{0.2}$ , где  $R$  - радиус нейтронной звезды,  $\Omega$  - ее угловая скорость вращения. В результате перенасыщения плотности плазмы в магнитной воронке, через каждый промежуток времени  $\tau \approx 5 \cdot 10^{-7} \Omega^{-0.8} B_{12}^{-1.4} R_6^{0.2}$  с происходит разряд, т.е. продольное электрическое поле исчезает ( $B$  - магнитная индукция в звезде). За время активных радиационных процессов в магнитной воронке формируются два основных потока частиц высокой ультрарелятивистской энергии: идущий вверх поток электронов и падающий на магнитную шапку звезды поток позитронов. Эти потоки сопровождаются узкими полосками соответственно позитронного и электронного потоков значительно малой энергии, являющимися достаточно мощными когерентными источниками радиоизлучения. Вычислена радиосветимость пульсара:

$L \approx 7.4 \cdot 10^{22} \Omega^{3.8} \mu_{30}^3 R_6^{-2}$  эрг/с, где  $\mu = BR^3/2$  - магнитный момент звезды. Сравнивая

этот результат с наблюдательными данными, сделал вывод, что, в среднем, магнитный момент и, следовательно, масса нейтронной звезды быстрых пульсаров, по-видимому, должны быть заметно меньше, чем у медленных. Показано, что по интервалам между микроимпульсами в профилях импульсов пульсара можно определить магнитный момент нейтронной звезды. Обсуждается проблема происхождения макроструктуры пульсарного радиопучка.

1. *Введение.* В общих чертах физическая природа пульсаров была понята сразу же после их открытия [1]. Но за этим немедленно возникла сложная проблема мощного радиоизлучения для такого скромного по размерам объекта, каким является нейтронная звезда. После нескольких лет интенсивных поисков прорыв по этой проблеме был совершен в основополагающих работах [2, 3]. Позже, родственные по идеологии исследования в этой области были проведены в [4-6]. Сделано многое,

но тем не менее пока рано говорить о существовании лишенной недостатков общепризнанной теории. Бесспорным достижением этих работ является представление о том, что радиоизлучение пульсара формируется в канале открытых магнитных силовых линий магнитосферы нейтронной звезды, и что оно является изгибным излучением небольших по размерам сгустков очень большого числа заряженных частиц.

На пути разработки полноценной теории необходимо иметь правильное представление о физических условиях, господствующих в канале открытых магнитных силовых линий, которые ниже будем называть *радиационным каналом* пульсара. В комплексе факторов, обуславливающих явление пульсаров, основными являются магнитное и электрическое поля. Если в вопросе магнитного поля ситуация более или менее ясная, то это нельзя сказать относительно электрического поля. В принципе, казалось бы, в вопросе электрического поля проблемы не должны были существовать, ибо оно генерируется вращением намагниченной нейтронной звезды, тем не менее по этому вопросу общего мнения не существует, что, конечно, обусловлено сложным характером физических условий в магнитосфере пульсара. Здесь мы имеем в виду продольное (относительно магнитных силовых линий) электрическое поле в радиационном канале, которым и обусловлен комплекс радиационных процессов, в конечном счете приводящий к формированию относительно мощного направленного потока радиоизлучения.

Так или иначе без определенных допущений как относительно физических условий в магнитосфере нейтронной звезды и, в особенности, в ее радиационном канале, так и о природе конкретных когерентных источников радиоизлучения, продвижения вперед невозможно. При таких обстоятельствах гарантом развития теории в правильном направлении должен служить учет особенностей радиоизлучения пульсаров, а также использование основных результатов (масса, радиус, момент инерции) теории нейтронных звезд. В этом вопросе, кроме хорошо известных фактов, важную роль должно играть знание микроструктуры профилей пульсарного излучения, полной радиосветимости, а также спектра энергии радиоизлучения.

В недавно опубликованной работе [7], посвященной изучению структуры профилей импульсов пульсаров сообщаются важные сведения, которые, как нам кажется, имеют перспективное значение для теории. К этой работе мы вернемся позже.

Проблеме радиоизлучения пульсаров посвящен также ряд наших работ, в котором наряду с критикой уже сложившихся представлений, мы, в основном, оставаясь на их платформе, пытались придать существующей теории новые оттенки. Положительным итогом этих поисков является то, что мы достигли более или менее глубокого понимания проблемы радиоизлучения пульсаров. В нашей работе [8] определено электрическое поле в радиационном канале пульсара, которое существенно отличается от тех, которые приняты за основу в [2, 3]. Затем в [9] проведено детальное исследование движения частиц в радиационном канале и в соответствии с этой ситуацией предложены новые возможные каналы формирования радиоизлучения пульсара.

Настоящая статья, посвященная разработке основ теории радиоизлучения пульсаров, является продолжением и развитием наших вышеупомянутых работ и в определенном смысле итогом наших длительных поисков.

## 2. Электрическое поле в радиационном канале пульсара.

Электрическое поле в пульсаре было определено в работе [8] при следующих допущениях: 1) магнитное поле нейтронной звезды дипольное, 2) плазма в звезде и в ее магнитосфере (область замкнутых магнитных силовых линий) заморожена в магнитное поле и жестко вращается со звездой, 3) в радиационном канале электрическое поле непосредственно определяется вращением: протекающие по нему заряды играют лишь роль пробных зарядов и не оказывают существенного влияния на это основное поле. В соответствии с этим представлением о радиационном канале принято за основу уравнение Лапласа  $\Delta\varphi=0$  для потенциала электрического поля и найдено согласованное с другими областями пульсара решение.

На основе вышеупомянутых допущений в случае соосного ротатора было найдено следующее решение для потенциала электрического поля [8],

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \frac{\Omega B_S R^2}{2c} \left( \frac{r^2}{R^2} \sin^2\theta - \frac{2}{3} \right), \\ \varphi_2 &= \frac{\Omega B_S R^2}{2c} \left( \frac{R}{r} \sin^2\theta - \frac{2}{3} \right), \\ \varphi_3 &= -\frac{\Omega B_S R^5}{6cr^3} (3\cos^2\theta - 1).\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь  $R$  - радиус нейтронной звезды,  $\Omega$  - ее угловая скорость вращения,  $B_S$  - магнитная индукция в звезде (она предполагается однородно намагниченной),  $r$  - расстояние от центра звезды, индекс 1 относится к звезде, 2 - к магнитосфере (область замкнутых магнитных силовых линий), и 3 - к радиационному каналу. Эти формулы относятся к случаю, когда вектор угловой скорости вращения параллелен вектору магнитной индукции, в антипараллельном случае потенциалы имеют обратный знак. В соответствии с тем, что магнитное поле звезды дипольное, электрическое поле оказывается квадрупольным. Звезда и ее магнитосфера заряжены: в звезде плотность заряда постоянна и равна  $\rho_1 = -\Omega B_S / 2\pi c$ , а в магнитосфере  $\rho_2 = -\Omega B / 2\pi c$ , при  $r \ll c/\Omega$ .

Напряженность электрического поля в радиационном канале равна

$$\vec{E} = -\frac{\Omega B_S R^5}{2cr^4} [(3\cos^2\theta - 1)\hat{e}_r + \sin 2\theta \cdot \hat{e}_\theta], \quad (2)$$

где  $\hat{e}_r$  и  $\hat{e}_\theta$  - единичные векторы по радиальному и меридиональному направлениям. В радиационном канале  $\theta \ll 1$ , ибо  $\theta < \theta_m(r)$ , где  $2\theta_m$  - угловой растрор этой воронкообразной области на расстоянии  $r$

$$\theta_m(r) \approx \left(\frac{\Omega r}{c}\right)^{1/2}, \quad (3)$$

т.е. это угол точки последней открытой магнитной силовой линии. На всех расстояниях  $\theta_m \ll 1$ , за исключением точек вблизи светового цилиндра.

В теории радиоизлучения пульсара интерес представляет только проекция напряженности электрического поля на направление магнитной силовой линии:

$$E_B = -\frac{2\Omega B_S R^5 \cos^3\theta}{cr^4 \sqrt{3\cos^2\theta + 1}} \approx -\frac{\Omega B_S R^5}{cr^4} \quad (4)$$

Исходя из тех же предпосылок, что и для соосного ротатора в нашей работе [8], было определено также электрическое поле в случае наклонного ротатора:

$$\vec{E}_l = -\frac{\Omega B_S}{c} r \left\{ [\cos\alpha \sin^2\theta - \sin\alpha \sin\theta \cos\theta \cos(\Omega t - \varphi)] \hat{e}_r + \right. \\ \left. + [\cos\alpha \sin\theta \cos\theta + \sin\alpha \sin^2\theta \cos(\Omega t - \varphi)] \hat{e}_\theta \right\},$$

$$\begin{aligned} \bar{E}_2 &= \frac{\Omega B_s R^3}{2 cr^2} \left\{ [\cos\alpha \sin^2\theta - \sin\alpha \sin\theta \cos\theta \cos(\Omega t - \varphi)] \hat{e}_r - \right. \\ &\quad \left. - 2[\cos\alpha \sin\theta \cos\theta + \sin\alpha \sin^2\theta \cos(\Omega t - \varphi)] \hat{e}_\theta \right\}, \\ \bar{E}_3 &= -\frac{\Omega B_s R^5}{2 cr^4} \left\{ \cos\alpha (3\cos^2\theta - 1) + 3\sin\alpha \sin\theta \cos\theta \cos(\Omega t - \varphi) \right\} \hat{e}_r + \\ &\quad + 2[\cos\alpha \sin\theta \cos\theta + \sin\alpha \sin^2\theta \cos(\Omega t - \varphi)] \hat{e}_\theta \}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\alpha$  - угол наклона магнитной оси звезды, относительно ее оси вращения, обозначение областей прежнес. По-прежнему ось вращения принята за координатную ось  $z$ .

Продольный компонент напряженности электрического поля в радиационном канале равен

$$E_B = -\frac{\Omega B_s R^5}{cr^4} f(\alpha, \theta, \varphi) \cos\alpha, \quad (6)$$

где

$$f = \frac{2[\cos\alpha \cos\theta + \sin\alpha \sin\theta \cos(\Omega t - \varphi)]^2}{\left\{ 1 + 3[\cos\alpha \cos\theta + \sin\alpha \sin\theta \cos(\Omega t - \varphi)]^2 \right\}^{1/2}}.$$

Решения (1) и (5) для соосного и наклонного ротаторов корректны только при  $r < c/\Omega$ . Вблизи светового цилиндра и, в особенности, вне его, электрическое поле совсем другое. Заметим также, что в решении (1) потенциал электрического поля на поверхности раздела радиационного канала и магнитосферы испытывает скачок. Нарушение непрерывности потенциала, конечно, недопустимо, однако здесь совершенно другая ситуация. Дело в том, что поверхность  $\theta_m(r)$ , представляющая геометрическое место последних открытых магнитных силовых линий, не замыкающихся в пределах магнитосферы, не совсем строго определена. По своей природе магнитосфера, как область замкнутых магнитных силовых линий, не имеет резкой границы в виде геометрической поверхности. На самом деле между ней и радиационным каналом должна существовать некоторая тонкая промежуточная область, где электрическое поле отличается как от  $\varphi_2$ , так и от  $\varphi_3$ . Для этой области сделанные при

получении решения (1) допущения не проходят, поэтому мы не можем определить электрическое поле в ней. Очевидно, картина здесь, по-видимому, такая, что обеспечивает непрерывное изменение потенциала  $\varphi$  при переходе между рассматриваемыми областями пульсара. Угловой растров промежуточной области, по-видимому, должен быть порядка углового раствора радиационного канала.

В пульсарах мы имеем дело с наклонным ротатором. Следовательно, при построении теории их радиоизлучения, вообще говоря, должны были принять за основу решение (5) для электрического поля. Однако в этом случае возникают осложнения, не имеющие отношения к процессу формирования радиоизлучения пульсара. Поэтому во избежание излишних осложнений ниже мы исходим из решения (1) для случая соосного ротатора.

Приведем аргументы, оправдывающие такой упрощенный подход к проблеме радиоизлучения. Радиационные процессы, ответственные за радиоизлучение пульсара, определяются продольным электрическим полем  $E_{\parallel}$ , которое, как видно из (4) и (6), в обоих случаях приблизительно одинаково: множитель  $f(\alpha, \theta, \varphi)$  в формуле (6) не имеет существенного значения, ибо он по величине порядка единицы. В этом вопросе важное значение имеет также время формирования пучка радиоизлучения, которое на много порядков меньше периода пульсаров. В самом деле позже мы увидим, что характерное время цепочки процессов, которое в итоге приводит к формированию радиоизлучения пульсара, порядка  $10^{-6}$ с (см. (44)). Таким образом, факт наклона магнитной оси симметрии относительно оси вращения не играет роли в вопросе формирования пучка радиоизлучения пульсара, за исключением, конечно, самого явления его пульсации. Существенное отличие между соосным и наклонным ротаторами можно ожидать, когда  $|\pi/2 - \alpha| \ll 1$ . В этом случае необходимо специальное рассмотрение.

Формулы (1)-(6) относятся к случаю, когда векторы угловой скорости  $\Omega$  и магнитной индукции  $\vec{B}_S$  направлены в одну сторону, т.е. когда угол наклона  $\alpha < \pi/2$ . В случае же, когда  $\alpha \geq \pi/2$  знаки перед формулами нужно заменить на обратные. Ниже мы имеем дело только со случаем  $\alpha = 0$ .

В пульсарах магнитное поле очень сильное  $B \sim 10^{12}$ Гаусс, поэтому в радиационном канале движение частиц происходит только по силовым линиям магнитного поля, так как любое их отклонение в поперечном направлении сразу же гасится весьма эффективным синхротронным

излучением. Таким образом, мы имеем дело с уникальной ситуацией: электрон (позитрон) движется по магнитной силовой линии, вдоль которой действует мощное электрическое поле, и поскольку эта линия кривая, он испускает излучение, называемое изгибным излучением (curvature radiation). При этом под влиянием электрического поля, частица на сравнительно коротком отрезке пути приобретает ультрарелятивистскую энергию. Но дальнейшему чрезмерному росту энергии частицы препятствует изгибное излучение, которое с возрастанием энергии быстро растет.

Согласно (1) между краем и центром магнитной шапки существует огромная разность потенциалов:

$$\begin{aligned} \varphi_3(\theta_m) - \varphi_3(0) &= \frac{\Omega B_S R^2}{2c} \sin^2 \theta_m \approx \\ &\approx \frac{\Omega^2 B_S R^3}{2c^2} \approx 2 \cdot 10^6 B_{12} R_6^3 \Omega^2 \text{ Вольт,} \end{aligned} \quad (7)$$

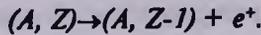
где в соответствии с (3)  $\theta_m \approx (\Omega R/c)^{1/2}$ . Нам кажется, что несмотря на это большое напряжение, по вышеупомянутой причине, вдоль радиуса магнитной шапки поток частиц, по-видимому, не должен существовать.

Из полюса в радиационный канал непрерывно поступают электроны, которые здесь образуют движущееся со скоростью близкой скорости света облако. Плотность частиц в этом облаке равна [2, 3]:

$$n_0(r) = \frac{\Omega B_S R^3}{2\pi e c r^3}. \quad (8)$$

Когда вектор магнитной индукции  $B_S$  направлен против оси вращения (антипульсар) напряженность электрического поля в радиационном канале имеет противоположное направление, поэтому в этом случае через магнитную шапку звезды в этот канал должен поступать поток положительных частиц. Разумно считать, что этими частицами являются позитроны, а не атомные ядра (в оболочке неаккрецирующей нейтронной звезды протонов нет). Но, спрашивается, откуда берутся эти частицы, которых в свободном виде в звезде нет? Дело в том, что электромагнитное поле вместе с веществом нейтронной звезды и с ее магнитосферой

образуют единую взаимосогласованную квазиравновесную систему. Для поддержания этой общей картины взаимосогласованности необходимо наличие сравнительно небольшого потока позитронов, а эти позитроны легко могут образоваться в процессах  $\beta$  - распада атомных ядер



Для этого процесса нет какого-либо барьера, а времена релаксации здесь очень малые.

Разумется точно такой же поток электронов (позитронов)

$$j = cn_0 = \frac{\Omega B_S}{2\pi e} \quad (9)$$

выбрасывается и из противоположного полюса звезды. Но это еще не все. В условиях наличия мощного продольного электрического поля, в радиационных каналах происходят бурные процессы образования электронно-позитронных пар. Под влиянием продольного электрического поля электроны по магнитным силовым линиям стремятся по радиационному каналу вверх, а позитроны - вниз, к полюсу звезды. В результате в радиационном канале формируются значительно более мощные противоположно направленные потоки вторичных электронов и позитронов, чем вышеупомянутый первичный поток электронов  $cn_0(r)$ .

3. *Движение электрона в радиационном канале.* Движение первичного электрона в радиационном канале в предположении, что продольное электрическое поле определяется формулой (4), исследовалось сначала в работе [10], а затем более обстоятельно в [9]. В случае, когда направление вектора магнитной индукции  $\vec{B}_s$  совпадает с направлением угловой скорости звезды мы имеем следующее уравнение движения электрона

$$\frac{d\gamma_e}{dr} = \frac{e\Omega B_S R^3}{m_e c^3 r^4} - \frac{2e^2 \gamma^4}{3m_e c^2 \rho_c^2} - \frac{2e^4 B_S^2 R^{10} \Omega^2}{3m_e^3 c^8 r^8} \quad (10)$$

Здесь  $\gamma$  - релятивистский множитель частицы ( $\gamma m_e c^2$  - ее энергия), для интервала времени подставлен  $dt = dr/c$ ,  $\rho_c$  - радиус кривизны силовой линии магнитного поля: для области радиационного канала, где  $\theta \ll 1$ ,

$$R \approx \frac{4r}{3\theta} \quad (11)$$

в предположении, что магнитное поле преимущественно дипольное. В (10) первый член представляет электрическую силу, второй - силу радиационного торможения, обусловленную изгибным излучением, наконец, третий - силу радиационного торможения, обусловленную тем, что частица под влиянием продольного электрического поля движется с ускорением. Поскольку для точек радиационного канала  $\theta \ll 1$ , поэтому принято  $dr \approx ds$ , где  $ds$  - элемент длины вдоль магнитной силовой линии. Обоснование уравнения (10) приведено в нашей работе [10]. В этом уравнении, за исключением небольшого расстояния над магнитной шапкой, последний член мал по сравнению с первыми двумя и поэтому без заметного ущерба точности его можно опустить.

Для силовой линии дипольного магнитного поля

$$\frac{\sin^2 \theta}{r} = \text{const.}$$

При интегрировании уравнения (10) это соотношение мы должны учесть. Для силовых линий внутри радиационного канала можно написать  $\theta^2/r \approx \text{const.}$

Введя безразмерный параметр (интеграл движения)

$$\frac{c\theta^2}{\Omega r} \equiv \beta, \quad 0 \leq \beta \leq 1, \quad (12)$$

учитывая (11) и опуская последний член уравнения движения (10), перепишем его в виде

$$\frac{d\gamma}{dr} \approx \frac{e\Omega B_S R}{m_e c^3} \left( \frac{R^4}{r^4} - \frac{3\beta e \gamma^4}{8 R B_S r} \right). \quad (13)$$

При малых высотах над магнитной шапкой  $z=r-R$ , когда второй член в скобках уравнения (13) достаточно мал по сравнению с первым, параметр  $\gamma$  в зависимости от  $z$  растет линейно

$$\gamma(z) \approx \frac{e\Omega B_S R}{m_e c^3} z. \quad (14)$$

Отброшенный член растет пропорционально  $z^4$  и быстро становится

сравнимым с первым, поэтому рост  $\gamma$  постепенно замедляется. При некотором  $z=z_m$  параметр  $\gamma$  достигает максимума, после чего медленно убывает.

Из условия  $d\gamma/dz=0$  получаем максимальное значение  $\gamma$ :

$$\gamma_m = \left( \frac{e D_S R^2}{3 e \beta} \right)^{1/4} = 2.73 \cdot 10^8 (R_6^2 B_{12} \beta^{-1})^{1/4}. \quad (15)$$

Сравнивая (14) с (15), мы можем оценить значение  $z$ , при котором  $\gamma$  достигает максимума,

$$z_m \approx \frac{R}{a} = \frac{1.4 \cdot 10^4}{\Omega} \beta^{-1/4} R_6^{-1/2} B_{12}^{-3/4} \text{ см}, \quad (16)$$

где

$$a = \frac{e \Omega B_S R^2}{m_e c^3 \gamma_m} = 71.5 \beta^{1/4} R_6^{3/2} B_{12}^{3/4} \Omega.$$

Введем безразмерные переменные

$$x=r/R, \quad y(x)=\gamma/\gamma_m,$$

тогда уравнение (13) запишется в удобном для численного интегрирования виде:

$$\frac{dy}{dx} = a \left( \frac{1}{x^4} - \frac{y^4}{x} \right); \quad y(1) \approx 0. \quad (17)$$

В работе [9] это уравнение было интегрировано численно для ряда значений параметра  $\Omega\beta^{1/4}$ . Варьируя  $\Omega$  и  $\beta$  в разумных пределах при постоянных  $\Omega\beta^{1/4}$  из имеющихся данных можно получить необходимые сведения и для любого значения параметров  $\Omega$  и  $\beta$ .

Результаты численного интегрирования были аппроксимированы [9] следующими формулами

$$y(x) \approx a(x-1), \quad 1 < x < 1 + 0.02 / \Omega \quad (18)$$

$$y(x) \approx x^{-3/4}, \quad 1 + 0.02 / \Omega < x < 7\sqrt{\Omega} \quad (19)$$

$$y(x) \approx [200\Omega \ln(x/7\sqrt{\Omega})]^{-1/3}, \quad x > 7\sqrt{\Omega}. \quad (20)$$

Сшивка этих аппроксимаций обеспечена с точностью порядка 30%. Точность же каждой из этих формул в своих областях применения порядка нескольких процентов.

Найденное решение  $\gamma(x) = \gamma_m y(x)$  относится к определенной магнитной силовой линии, представителем которой является введенный в (12) параметр  $\beta$ . Для вторичных же частиц, рожденных в радиационных процессах, такой параметр не используется.

Аппроксимации (18)-(20) при  $\beta \rightarrow 0$  где-то становятся некорректными. Это видно хотя бы из того, что когда  $\beta = 0$  постоянная  $a = 0$  и, следовательно,  $y = \text{const}$  (см. (17)). Поэтому необходимо выяснить до каких значений параметра  $\beta$  можно пользоваться ими. Из разумного требования  $z_m < R$  получаем следующее ограничение на значения  $\beta$ :

$$\beta > \frac{4 \cdot 10^{-8}}{\Omega}.$$

Смысл этого требования состоит в том, что основные радиационные процессы ответственные за радиоизлучение пульсара, должны произойти на расстояниях  $z \sim R$  над магнитной шапкой, где электрическое поле сравнительно сильное.

Можно найти и другое приближенное решение уравнения (13), применимое для любого значения  $\beta$ , однако заметно менее точное, чем (18)-(20). Для частицы, движущейся по магнитной силовой линии с  $\beta = 0$  (ось симметрии магнитного поля) имеем

$$\gamma(r) = \gamma_0 \left( 1 - \frac{R^3}{r^3} \right), \quad (21)$$

где

$$\gamma_0 = \frac{e\Omega B_s R^2}{3m_e c^3} = 6.5 \cdot 10^9 \Omega B_{12} R_6^2.$$

Приближенное решение уравнения (13) можно получить, используя следующие две особенности. Первая - это то, что для случая  $\beta = 0$  релятивистский множитель  $\gamma$  при  $r > R$  быстро достигает насыщения. Вторая особенность состоит в том, что функция  $y(x)$  слабо зависит от  $\Omega$ . Это видно из результатов численных расчетов, воплощением которых является аппроксимация  $y \approx x^{-3/4}$ . Произведя некоторые упрощения, допустимые

упомянутыми особенностями, получаем следующее приближенное решение для уравнения (13):

$$\gamma(r) \approx \gamma_0 \left( 1 + c_1 \beta \gamma_0^3 \ln \frac{r}{r_1} \right)^{-1/3} \quad (22)$$

Здесь

$$c_1 = 1.4 e^2 / m_e c^3 = 1.32 \cdot 10^{-23}, \quad r_1 \approx 3 R,$$

$r_1$  - расстояние, на котором решение (22) достигает насыщения. Для расстояний  $8R < r < 20R$  эта аппроксимация хорошо согласуется с результатами численных расчетов, при  $r < 8R$  она даст заниженный, а при  $r > 20R$  завышенный результат с ошибкой до 50%.

4. *Основные радиационные процессы.* В радиационном канале электрон (позитрон), двигаясь по магнитной силовой линии, испускает изгибное излучение. Характерная энергия квантов изгибного излучения равна

$$\hbar \omega_c = \frac{3 c \hbar}{2 \rho_c} \gamma^3. \quad (23)$$

Эту формулу можно сразу же получить из соответствующей формулы синхротронного излучения [13], поскольку оно сходно с явлением изгибного излучения. Для последующего важно иметь в виду, что аналогично с синхротронным излучением спектр энергии квантов здесь имеет хорошо выраженный максимум для энергии (23). Подставляя в (23)  $g = g_{\text{н}} y$  и учитывая (11) и (12), получаем

$$\hbar \omega_c = \frac{9 c \hbar \theta}{8 r} \gamma^3 = 2.61 \cdot 10^6 \frac{y^3(x)}{\sqrt{x}} \Omega^{1/2} R_6 B_{12}^{3/4} \beta^{-1/4} \text{ МэВ} \quad (24)$$

Средняя длина свободного пробега электрона  $l_e$  для испускания одного кванта изгибного излучения с энергией (24) определяется уравнением

$$\frac{2 e^2 \gamma^4}{3 \rho_c^2} l_e \approx \frac{3 c \hbar}{2 \rho_c} \gamma^3. \quad (25)$$

Здесь выражение с левой стороны представляет собою энергию, теряемую частицей на отрезке пути длиной  $l_e$ . Из этого уравнения получаем

$$l_e \approx \frac{9}{4} \frac{\hbar c}{\gamma e^2} R \approx \left( \frac{cr}{\beta \Omega} \right)^{1/2} \frac{3\hbar c}{\gamma e^2} = \frac{260\sqrt{x}}{\sqrt{\Omega} y(x)} (\beta B_{12})^{-1/4} \text{ см}, \quad (26)$$

где опять использован интеграл движения (12), а  $y(x)$  определяется одной из формул (19) и (20), смотря с каким расстоянием имеем дело.

На небольших высотах  $z \ll R$  над полюсом звезды, когда энергия частицы еще сравнительно мала, пробег  $l_e \gg R$ . В области расстояний  $z < R/a \approx 1.4 \cdot 10^4 / \Omega$ , где функция  $y(x)$  определяется формулой (18), с возрастанием расстояния над магнитной шапкой  $l_e$  убывает обратно пропорционально  $z$ . При  $z = z_m \approx R/a$  функция  $y(x)$  имеет максимум  $y(z_m) = 1$ , на этом расстоянии пробег  $l_e$  достигает своего наименьшего значения, а затем растет пропорционально  $x^{5/4}$  - эта область расстояний, где  $y(x) \approx x^{-3/4}$ . Максимальное значение пробега  $l_e$  равно

$$l_e \approx \frac{260}{\sqrt{\Omega}} (\beta B_{12})^{-1/4} \text{ с}. \quad (27)$$

Здесь мы имеем дело с электронами ультрарелятивистских энергий, поэтому квант изгибного излучения испускается по направлению касательной к магнитной силовой линии, вдоль которой движется частица. После прохождения некоторого расстояния, при котором квант пересекает магнитные силовые линии под заметным углом, он аннигилирует, рождая электронно-позитронную пару. В этом процессе магнитное поле играет роль третьего тела, обеспечивающего сохранение импульса. Средняя длина свободного пробега для акта аннигиляции кванта в магнитном поле определяется формулой [14, 3]

$$l_\gamma = \frac{10^6}{B_\perp} \exp\left(\frac{1.17 \cdot 10^{14} m_e c^2}{B_\perp \hbar \omega_e}\right). \quad (28)$$

Здесь  $B_\perp$  - поперечный (относительно направления распространения кванта) компонент магнитной индукции в точке, где происходит аннигиляция кванта:  $B_\perp = B \sin \psi$ , где

$$\sin \psi \approx \psi \approx l / \rho_c$$

угол между направлением распространения кванта и магнитной силовой линии [9].

Учитывая формулу (11), находим

$$B_{\perp} \approx B \frac{l_{\gamma}}{R} \approx B_S \left( \frac{R}{r} \right)^3 \frac{3\theta}{4r} l_{\gamma} = 7.5 \cdot 10^5 \frac{B_{12}}{R_6} \frac{\theta l_{\gamma}}{x^4}. \quad (29)$$

Здесь  $\theta$  и  $r$  - координаты места, где был испущен квант изгибного излучения.

Учитывая (24) и (29) из (28) находим

$$\theta l_{\gamma} \approx 1.15 \left( \frac{R_6 \theta}{B_{12}} \right)^{1/2} x^2 \exp \left( \frac{15.3 \beta^{1/4} x^{9/2}}{B_{12}^{7/4} \Omega^{1/2} y^3 \theta l_{\gamma}} \right) \quad (30)$$

Вблизи полюса звезды, в области применения аппроксимации (18) выражение в экспоненте равно

$$\left( \frac{3.47 \cdot 10^4}{\Omega^{7/6} z} \right)^3 \frac{R_6^{-3/2} B_{12}^{-4} \beta^{-1/2}}{\theta l_{\gamma}}.$$

Вблизи максимума  $y(x)$ , чуть выше  $z_m$ , где

$$3.47 \cdot 10^4 / \left( z \Omega^{7/6} \right) < 1$$

пробег  $l_{\gamma}$  имеет свое наименьшее значение

$$l_{\gamma} \approx \frac{1.15}{\sqrt{\theta}} \approx 1.15 \left( \frac{c}{\Omega R} \right)^{1/4} \approx \frac{15}{\Omega^{1/4}} \text{ см.}$$

Наиболее важным для теории радиоизлучения пульсара является область радиационного канала, где вступает в силу аппроксимация (19), поскольку, как видно будет позже, именно здесь происходит формирование радиоизлучения пульсара. Далее по очевидной причине основной вклад в это излучение дает наружный слой радиационного канала. В соответствии со сказанным, подставляя в (30)  $y = x^{-3/4}$ ,  $\beta \approx 1$ ,  $\theta \approx \theta_m \approx (\Omega r/c)^{1/2}$ , получаем

$$I_{\gamma} \approx 15 \frac{R_6^{1/4} x^{7/4}}{B_{12}^{1/2} \Omega^{1/4}} \exp \left( \frac{2.65 \cdot 10^3 x^{25/4}}{B_{12}^{7/4} \Omega R_6^{1/2} I_{\gamma}} \right). \quad (31)$$

Отсюда, как достаточно хорошее приближение, находим

$$I_{\gamma} \approx \frac{828}{\Omega B_{12}^{7/4} R_6^{1/2}} x^{25/4}. \quad (32)$$

Напомним, что  $r = Rx$  - расстояние, где был испущен квант изгибного излучения. Эта формула подогнана для области расстояний  $1.2 < x < 20$ .

Из формулы (30) видно, что для заданного расстояния  $x$  произведение  $\theta I_{\gamma}(x, \theta)$  не зависит от угла  $\theta$ , т.е.  $\theta I_{\gamma}(x, \theta) \approx \theta_m(x) I_{\gamma}(x, \theta_m)$ , отсюда с учетом (32) получаем

$$I_{\gamma}(x, \theta) \approx \frac{5}{B_{12}^{7/4} \sqrt{\Omega}} \frac{x^{25/4}}{\theta}.$$

5. *О вторичных частицах.* Релятивистский множитель частиц, образованных при аннигиляции кванта изгибного излучения с энергией (24) равен:

$$\gamma_{\pm}(r_a) \approx \frac{\hbar \omega_c}{2 m_e c^2} = 2.55 \cdot 10^6 \frac{y^2(x_{\gamma})}{\sqrt{x_{\gamma}}} \Omega^{1/2} R_6 B_{12}^{3/4}. \quad (33)$$

Здесь  $r_{\gamma} = Rx_{\gamma}$  - расстояние, где испущен квант изгибного излучения, а  $r_a = r_{\gamma} + l_{\gamma}$  - расстояние, где произошла аннигиляция этого кванта. Так как  $\hbar \omega_c \gg 2 m_e c^2$  - поперечные компоненты импульсов частиц, очень малые по сравнению с продольными, поэтому частицы движутся вдоль магнитной силовой линии, касательной к линии распространения кванта. В (33) параметр  $\beta$  опущен, и в дальнейшем также он опускается, так как в вопросах, касающихся радиоизлучения пульсара  $\beta \approx 1$ .

Рассмотрим поведение электрона и позитрона сразу же после их рождения. Электрон ускоряется электрическим полем, а движение позитрона тормозится (случай  $\vec{B}_{\gamma} \parallel \vec{\Omega}$ ) при этом значения релятивистских

множителей частиц в зависимости от расстояния определяются формулой

$$\gamma_{\pm}(r) \approx \gamma_{\pm}(r_a) \mp \frac{e}{m_e c^2} \int_{r_a}^r E_B dr, \quad (34)$$

где верхний знак относится к позитрону, а нижний - к электрону. Здесь не учтена сила радиационного торможения, обусловленная изгибным излучением, что для электрона оправдано при небольших расстояниях от места его рождения  $r - r_a < R/a$ , а для позитрона уравнение (34) достаточно точное. Учитывая формулу (4) для продольного электрического поля, получаем

$$\gamma_{\pm}(r) \approx \gamma_{\pm}(r_a) \mp \frac{e \Omega B_S R^5}{3 m_e c^3 r_a^3} \left( 1 - \frac{r_a^3}{r^3} \right). \quad (35)$$

В радиационном канале, на расстояниях  $r \leq 10 R$  продольное электрическое поле достаточно сильное, так что позитрон после своего появления на сравнительно коротком отрезке пути тормозится до остановки, а затем с ускорением движется к полюсу и скоро, набирая достаточно высокую энергию, сам становится источником радиационных процессов  $e^+ \rightarrow e^+ + \hbar \omega_c$ ,  $\hbar \omega_c \rightarrow e^+ e^-$ . Электрон же, продолжая свое движение вверх, скоро приобретает энергию, сравнимую с энергией первичного электрона и наравне с первичными электронами принимает участие в процессе каскадного размножения квантов и  $e^+ e^-$  - пар.

Рассмотрим нижнюю часть радиационного канала с  $x \leq 10$ . Оценим длину отрезка расстояния  $\Delta r$ , после прохождения которого энергия вторичного электрона становится примерно такой, какая у первичного электрона. В (35), опуская сравнительно малый член  $\gamma_{\pm}(r_a)$ , имеем

$$\frac{e \Omega B_S R^5}{3 m_e c^3 x_a^3} \left( 1 - \frac{x_a^3}{x^3} \right) \approx \gamma_m \gamma(x),$$

где выражение справа представляет энергию первичного электрона на рассматриваемом расстоянии. Введя обозначение  $\Delta r = r - r_a$  и учитывая, что  $\Delta r \ll r$  из этого уравнения получаем

$$\Delta r \approx \frac{R}{a} x^{13/4} = \frac{1.4 \cdot 10^4}{\Omega} R_0^{-1/2} B_{12}^{-3/4} x^{13/4}. \quad (36)$$

Как видим в области  $x < 7\Omega^{1/4}$

$$\frac{0.014}{\Omega} < \frac{\Delta r}{r} < 1,$$

т.е. для тех  $\Omega$ , которые мы имеем в пульсарах,  $\Delta r \ll r$  при  $x \leq 10$ . Таким образом, в области  $R < r < 10R$  радиационного канала, в вопросе развития радиационного каскадного процесса размножения частиц, нет принципиальной разницы между первичными и вторичными электронами.

Обсудим теперь уравнение (35) для случая позитронов. Поставив в нем  $\gamma_+(r) \approx 0$ , мы получаем уравнение, определяющее величину отрезка пути  $\Delta r_+$ , на котором происходит полное торможение движения позитрона. Введя обозначение  $r_+ = Rx_+$  для расстояния, где происходит остановка позитрона, и учитывая, что  $\Delta x_+ = x_+ - x_a \ll x_a$  получаем:

$$\Delta r_+ \approx \frac{131}{\sqrt{\Omega} B_{12}^{1/4}} \frac{x_a^4}{x_+^{11/4}} \approx \frac{131}{\sqrt{\Omega}} x_a^{5/4} B_{12}^{-1/4} \text{ см}, \quad (37)$$

который в самом деле весьма небольшой отрезок:  $\Delta r_+ / r \approx 10^{-4} / \sqrt{\Omega}$ . Итак, позитрон на сравнительно коротком расстоянии теряет свою кинетическую энергию, а затем, изменяя направление движения, с ускорением падает на магнитную шапку звезды и при этом, подобно своему напарнику электрону, он также на отрезке пути длиной порядка (36) приобретает примерно такую энергию, какая у первичного электрона на этом месте.

Теперь для дальнейшего рассмотрения необходимо уточнить высоту области радиационного канала, где происходят бурные процессы размножения частиц. Речь идет об области, названной в работе [3] магнитным зазором. В нашем случае высота этой области значительно больше, чем в упомянутой работе. Имея в виду это обстоятельство и то, что она по своей внешней форме похожа на воронку, дальше мы ее будем называть *магнитной воронкой*. Процесс размножения частиц определяется пробегом  $l = \Delta r + l_e + l_\gamma$ , где  $\Delta r$  приведенный в (36) отрезок расстояния, на котором только что рожденная частица приобретает энергию, необходимую для испускания кванта с энергией  $\hbar\omega_c \gg m_e c^2$ , он порядка  $z_m$ .

Учитывая, что  $\Delta r < l_\gamma$  и  $l_e < l_\gamma$  ниже, имея в виду формулу (32) примем

$$l \approx l_1 \approx 10^3 x^{2/4} \Omega^{-1} B_{12}^{-7/4} R_6^{-1/2} \text{ см.} \quad (38)$$

Напомним, что здесь  $r=Rx$  - расстояние, где испущен квант изгибного излучения с характерной энергией  $\hbar\omega_c$ . Очевидно, для того, чтобы в магнитной воронке шел процесс размножения частиц, ее высота  $h$  должна быть такой, чтобы в ней укладывалась хотя бы одна цепочка событий  $e \rightarrow e + \hbar\omega_c, \hbar\omega_c \rightarrow e^+e^-$ . В соответствии со сказанным потребуем, чтобы квант, испущенный в средней части магнитной воронки, аннигилировал у его потолка. Таким образом, подставляя в (38)  $x=1+0.5h/R$  и  $l \approx h/2$ , приходим к результату:

$$h \approx 6 \cdot 10^6 \Omega^{4/19} B_{12}^{7/19} R_6^{25/19} \text{ см.} \quad (39)$$

На основании вышеприведенного анализа движения вторичных частиц мы приходим к важному выводу о том, что в области радиационного канала ( $1 < x < 1 + h/R$ ) нет существенной разницы между энергиями первичного электрона и вторичных частиц. Это означает, что вторичный электрон и позитрон наравне с первичным электроном принимают участие в происходящих в магнитной воронке радиационных процессах  $e \rightarrow e + \hbar\omega_c, \hbar\omega_c \rightarrow e^+e^-$ . Поэтому в результате многократно повторяющихся актов рождений кванта и  $e^+e^-$  - пары в этой части радиационного канала образуется богатая ультрарелятивистская электронно-позитронная плазма, в которой как мы увидим ниже, плотность частиц со временем экспоненциально растет до наступления разряда.

*6. Режим работы магнитной воронки.* Образование богатой плазмы в магнитной воронке обеспечивается стационарным потоком первичных электронов от магнитной шапки и процессами рождения квантов и  $e^+e^-$  - пар с примерно одинаковым темпом во всех его точках. Но в этом вопросе, пожалуй, решающим является не столь роль первичного потока частиц, сколько то обстоятельство, что пробеги радиационных процессов  $\Delta r, l_e$  и  $l_\gamma$  здесь достаточно короткие. Именно благодаря этому обстоятельству и обеспечивается быстрое размножение частиц и рост плотности в плазме. Этот процесс неизбежно происходит даже при наличии одного случайного электрона или позитрона в

магнитной воронке, если, конечно, верно наше представление о наличии в радиационном канале столь сильного электрического поля, какое предполагается в (4). Можно сказать, что в условиях наличия такого сильного продольного электрического поля в радиационном канале, его нижняя часть с высотой  $h \approx 6R$  неустойчива относительно спонтанного образования электронно-позитронной плазмы.

Итак, в магнитной воронке безусловно должна существовать плазма с некоторой средней плотностью частиц  $n(r, t)$ . Напомним, что здесь потоки частиц происходят только по силовым трубкам магнитного поля: рой электронов со скоростью близкой к скорости света стремится вверх, рой позитронов - вниз к полюсу звезды. В соответствии с этой картиной плотность частиц в плазме должна быть пропорциональна магнитной индукции, т.е. предполагается примерно равномерное распределение частиц в магнитной воронке, с поправкой на то, что силовые линии магнитного поля с удалением от полюса расходятся. Для дипольного магнитного поля  $B \sim r^{-3}$ , поэтому:

$$n(r, t) \approx n(t) \frac{R^3}{r^3}. \quad (40)$$

Плазма в магнитной воронке вообще говоря локально не нейтральная. Несмотря на это, она не рассивается по боковым сторонам, так как движение частиц в поперечном к силовому направлению гасится весьма эффективным синхротронным излучением. Локальная нейтральность в плазме не имеет места не только из-за того, что существует непрерывная инжекция первичных электронов, но и по той причине, что вторичные электроны и позитроны движутся по противоположным направлениям. Поэтому трудно представить такую ситуацию, когда в каждой точке пространства заряды, уносимые токами этих частиц, точно компенсировали бы друг друга.

В магнитной воронке плазма свособразная и в вопросе энергетического распределения частиц: энергия частиц изменяется в широком интервале  $m_e c^2 < \epsilon < m_e c^2 \gamma_m \nu(x)$ , где  $\nu(x)$  определяется выражениями (18) и (19). Спектр энергии неоднородный, в нем имеется сильное численное преобладание частиц с энергией  $\gamma_m \nu(x) m_e c^2$ .

Площадь поперечного сечения радиационного канала на расстоянии  $r$  от центра звезды равна

$$S(r) \approx \pi (r 0_m)^2 \approx \frac{\pi \Omega}{c} r^3, \quad (41)$$

где  $\theta_m$  - приведенный в (3) угол. Используя (40) и (41) вычислим полное число частиц в магнитной воронке в данный момент времени

$$N(t) = \int_R^{R+h} n(r, t) S(r) dr \approx \frac{\pi \Omega h R^3}{c} n(t). \quad (42)$$

Число частиц  $N$  определяется следующим уравнением баланса

$$dN \approx 2 \int_R^{R+h} \frac{n(r, t) S(r) dr c dt}{l(x)} - S(R+h) n(R+h) c dt - S(R) n(R, t) c dt. \quad (43)$$

Здесь первый член представляет общее число электронов и позитронов, образованных в магнитной воронке в актах аннигиляции квантов изгибного излучения, за интервал времени  $dt$ , второй и последний члены соответственно представляют утечку частиц от потолка и дна магнитной воронки,  $l(x)$  - пробег, приведенный в (38).

Подставляя в (43) соотношения (40)-(42) и затем при выкладках, опуская явно малые слагаемые, приходим к результату

$$\frac{dn(t)}{n(t)} \approx \frac{dt}{\tau},$$

где

$$\tau \approx 4.75 \cdot 10^{-7} \Omega^{-15/19} B_{12}^{-105/76} R_6^{-7/38} \quad (44)$$

представляет собой масштаб времени активной работы магнитной воронки, т.е. существования в ней сильного продольного электрического поля. В магнитной воронке возрастание числа частиц со временем происходит так быстро, что утечка частиц из него не играет заметной роли и поэтому полученный результат обусловлен первым членом уравнения (43). Таким образом временная зависимость плотности частиц в магнитной воронке описывается формулой

$$n(r, t) \approx \frac{n(0)}{x^3} e^{t/\tau}. \quad (45)$$

Постоянную  $n(0)$ , имеющую смысл начальной плотности частиц в плазме, можно отождествлять с плотностью в первичном инжекционном потоке электронов вблизи полюса звезды, которая в соответствии с (8) равна

$$n(0) = \frac{\Omega B_s}{2\pi e c}. \quad (46)$$

Однако по развиваемой здесь идеологии такая интерпретация необязательна. Более важным является вопрос о продолжительности работы магнитной воронки в период экспоненциального роста плотности частиц в ней. В самом деле, выбор того или иного значения постоянной  $n(0)$  непосредственно сказывается только на эту продолжительность.

Экспоненциальный рост плотности частиц в магнитной воронке, конечно, не может продолжаться сколь угодно долго. Он через некоторое время  $t > \tau$  должен привести к захлопыванию магнитной воронки, т.е. к снятию падения напряжения в ней.

Таким образом, кроме времени  $\tau$ , работа в магнитной воронки характеризуется еще двумя другими интервалами времени. Первое - это время  $\tau_1$ , в течение которого в магнитной воронке происходят бурные процессы рождения и аннигиляции квантов с энергией  $\hbar\omega_c \gg 2m_e c^2$ . Второе - это время  $\tau_2$ , требуемое для полного восстановления мощного продольного электрического поля в магнитной воронке.

Времена  $\tau_1$  и  $\tau_2$  имеют важное значение. Время  $\tau_1$  является одним из параметров, от которых зависит радиосветимость пульсара, к этому вопросу мы вернемся позже. Что касается времени  $\tau_2$ , то в определении его величины проблем нет. Разумно считать, что восстановление магнитной воронки после ее захлопывания начинается от поверхности магнитной шапки звезды с образованием над ней небольшого зазора, потолок которого затем со скоростью света раздвигается вверх до достижения высоты  $h$ , следовательно,

$$\tau_2 \approx h/c \approx 2 \cdot 10^{-4} \Omega^{4/19} B_{12}^{7/19} R_6^{25/19} \text{ с}. \quad (47)$$

Однако, следует иметь в виду, что разделение между этапами восстановления и активной работы магнитной воронки в значительной мере условное. В самом деле, в радиационном канале бурные радиационные процессы начинаются уже с расстояний  $r \sim R \approx 10^4/\Omega$  (см.(16)), т.е. задолго до достижения потолка образовавшегося зазора предельной высоты  $h$ . Из сказанного следует, что

$$\tau < \tau_1 < \tau_2.$$

Необходимо заметить, что времена  $\tau_1$  и  $\tau_2$  имеют прямое отношение

к микроструктуре профиля импульсов пульсара. Очевидно, профиль радиоимпульса должен иметь микроструктуру с характерной периодической модуляцией, в которой  $\tau_1$  соответствует полуширине микроимпульса, а  $\tau_2$  - промежутку между микроимпульсами. Возможно,  $\tau_1$  и  $\tau_2$  не строго постоянны: со временем они могут испытывать флуктуации, поэтому в местах появления микроимпульсов в профилях флуктуации могут быть. Примечательно, что время (47) примерно такое, какое было установлено для характерных масштабов времени микроструктур пяти пульсаров [16]. Так, например, для PSR 2016+28, с  $\Omega \approx 11.3 \text{ с}^{-1}$  было найдено  $\tau_2 \approx 2.910^{-4} \text{ с}$ , а по формуле (47) оно приблизительно равно  $3.3 \cdot 10^{-4} \text{ с}$ . К сожалению, мы не располагаем новыми данными, чтобы провести более серьезное обсуждение этого важного вопроса. Во всяком случае, указанное согласие времени  $\tau_2$  с характерным временем микроструктуры профилей импульсов для этих пяти объектов свидетельствует о том, что наше представление о наиболее важном структурном элементе пульсара - о магнитной воронке, по-видимому, правильно. Параметры  $\tau_1$  и  $\tau_2$  микроимпульсов не зависят от частоты излучения, их определение позволит получить ценную информацию не только для теории радиоизлучения пульсаров, но и для самих нейтронных звезд.

*7. Об источниках радиоизлучения пульсара.* В § 5 мы убедились, что после рождения новой частицы, в актах аннигиляции кванта, ее энергия на сравнительно коротком отрезке пути (36) становится примерно такой, какая у первичной частицы. Благодаря этому обстоятельству, в магнитной воронке формируются два ультррелятивистских потока частиц: стремящийся по радиационному каналу вверх поток электронов и падающий на магнитную шапку звезды поток позитронов. Таким образом на данной высоте энергия основной части частиц в потоках электронов и позитронов приблизительно определяется аппроксимацией (19). Ниже мы исходим из этой усредненной картины о потоках частиц в магнитной воронке.

Теперь детально исследуем поведение электрона и позитрона после их рождения в акте аннигиляции кванта. Сначала рассмотрим частицы в тех парах, которые сопровождают направленный по радиационному каналу вверх основной поток электронов. Только что рожденный электрон, под воздействием мощного продольного электрического поля, с ускорением движется по магнитной силовой линии вверх и на сравнительно

коротком отрезке пути, приобретая достаточно высокую энергию, становится равноправным членом основного потока электронов.

Позитрон же после своего появления на сравнительно небольшом отрезке пути, преодолевая тормозящее действие электрической силы, сначала движется вверх. Однако, пройдя небольшое расстояние (37), исчерпав свою кинетическую энергию, и изменив направление движения, он с ускорением падает на полюс звезды. Перед изменением направления движения, на узком отрезке пути энергия позитрона становится такой, что частота его изгибного излучения приходится в радиодиапазон.

Релятивистский множитель позитрона перед изменением направления движения равен

$$\gamma_+(\xi) \approx \frac{eE_B}{m_e c^2} \xi \approx \frac{e\Omega B_S R}{m_e c^3 x^4} \xi, \quad (48)$$

где  $\xi$  - расстояние до места изменения направления движения,  $r = Rx$  - расстояние, где произошла аннигиляция кванта. Напомним, что длина отрезка, на котором происходит полное торможение позитрона, очень мала  $\Delta r \ll r$ , поэтому на этом отрезке пути  $x$  можно считать постоянным. Характерная частота изгибного излучения этого позитрона равна

$$\omega \approx \frac{9c\theta}{8r} \gamma_+^3 \approx 2.51 \cdot 10^{17} R_6^2 B_{12}^3 \frac{\Omega^3 \theta \xi^3}{x^{13}}. \quad (49)$$

Здесь  $\theta(r)$  - полярная координата точек магнитной силовой линии, по которой движется позитрон. Подставив в (49) выражение (3) для  $\theta$ , можно составить представление о характерном значении расстояния  $\xi$ , при котором частота изгибного излучения позитрона попадает в радиодиапазон:

$$\xi \approx 1.9 \cdot 10^{-2} \frac{\omega_{10}^{1/3} x^{25/6}}{\Omega^{7/6} B_{12} R_6^{5/6}}. \quad (50)$$

Соответствующее значение релятивистского множителя равно

$$\gamma_+ \approx 372 \omega_{10}^{1/3} \left( \frac{R_6 x}{\Omega} \right)^{1/6}.$$

Уточним геометрические параметры отрезка позитронного тока, частота изгибного излучения которого приходится в радиодиапазон. Подставляя в (50)  $\omega_{\min} \approx 0.01 \omega_{\max} \approx 10^8$  получаем

$$\xi_{\min} \approx 0.1 \xi_{\max},$$

т.е. толщина излучающего в радиодиапазоне отрезка тока порядка  $\xi_m$ . В поперечном же к магнитным силовым линиям направлении для заданного  $\xi$  имеем

$$\theta_{\min}(r) \approx \frac{\omega_{\min}}{\omega_{\max}} \theta_m(r) \approx 10^{-3} \theta_m(r),$$

т.е.

$$\theta_m(r) - \theta_{\min}(r) \approx \left( \frac{\Omega r}{c} \right)^{1/2}.$$

Таким образом полоса позитронного тока, генерирующая изгибное излучение в радиодиапазоне имеет форму шайбы с радиусом  $r\theta_m$  и толщиной приблизительно равной  $\xi$ .

Изгибное излучение этой полосы позитронного тока существенно немонохроматическое. В каждой из них, как в продольном, так и в поперечном к магнитным силовым линиям направлениях, частота изгибного излучения позитронов изменяется в широком интервале, охватывая весь диапазон радиочастот.

Ниже при оценке мощности излучения позитронного тока мы пользуемся формулой дипольного излучения для заданной частоты. Она содержит быстро изменяющийся множитель  $\gamma^4 \sim \xi^4$ , а также сильно зависит от угла  $\theta$ . Поэтому необходимо рассматриваемый слой позитронного тока разбить на кольцевые элементы, для которых можно применить эту формулу.

Для заданного  $\xi$  из (49) имеем

$$\Delta\theta = \frac{\Delta\omega}{\omega} \theta,$$

где  $\Delta\theta$  - изменение меридионального угла, соответствующее изменению частоты на  $\Delta\omega$ . Монохроматичность в поперечном направлении будет обеспечена, если  $\Delta\omega < \omega$ . Ниже мы примем  $\Delta\omega \approx \omega/b$ , где  $b$  число порядка единицы. Следовательно изгибное излучение кольцевого элемента тока с меридиональным углом в интервале  $(\theta, \theta + \Delta\theta)$  приблизительно является монохроматическим, если

$$\Delta\theta \approx \theta/b, \quad (51)$$

при заданном фиксированном значении  $\xi$ .

Для заданного кольцевого слоя  $r\Delta\theta$  частота изгибного излучения зарядов быстро изменяется и в зависимости от переменной  $\xi$ . Так из той же

формулы (49) для заданного угла  $\theta$  имеем

$$\frac{\Delta\xi}{\xi} = \frac{1}{3} \frac{\Delta\omega}{\omega}.$$

Отсюда с той же точностью монохроматичности, как в перпендикулярном к магнитным линиям направлении, имеем

$$\Delta\xi = \frac{1}{3b} \xi \quad (52)$$

Таким образом кольцообразные элементы позитронного тока с размерами  $r\Delta\theta$ ,  $\Delta\xi$  и  $2\pi r \sin\theta$  являются когерентными источниками изгибного радиоизлучения с определенными частотами и разными мощностями. Каждый из этих элементов со скоростью света движется по своей трубке магнитных силовых линий вверх по радиационному каналу. При этом излучения соседних колец не перекрываются, так как они испускаются в касательном к силовым линиям направлении.

Теперь определим область радиационного канала, где действует рассматриваемый механизм генерации радиоизлучения. Снизу какого-либо ограничения нет: он эффективно работает, начиная с поверхности магнитной шапки. Однако, по понятным причинам, определенное ограничение существует сверху. Обсуждаемая идея о формировании радиоизлучения основана на факте быстрого торможения движения позитрона после его рождения в акте аннигиляции кванта. Следовательно этот механизм исчезает, когда в радиационном канале в результате достаточного ослабления продольного электрического поля торможение движения позитрона после его рождения станет несущественным. Из (35) видно, что это наступает тогда, когда второе слагаемое в этой формуле станет заметно меньше по сравнению с первым

$$\frac{e\Omega B_s R^2}{3m_e c^3 x_a^3} < 2.55 \cdot 10^6 \frac{\Omega^{1/2} B_{12}^{3/4} R_6}{x_\gamma^{11/4}}.$$

Здесь  $x_\gamma$  указывает место, где электроном был испущен квант изгибного излучения, а  $x_a = r_a/R$  - расстояние, на котором произошла аннигиляция этого кванта

$$x_a = x_\gamma + l_\gamma / R \approx x_\gamma + 10^{-3} \Omega^{-1} B_{12}^{-7/4} R_6^{-3/2} x_\gamma^{-7/4}.$$

В неравенстве для  $x_\gamma$  использована формула (33), а в последнем уравнении

для  $l_r$  использована (38).

Решая вышеприведенное неравенство находим, что уменьшение параметра  $\gamma_+(r)$  после рождения позитрона становится сравнительно несущественным, начиная с расстояния  $x=x_m$ , где

$$x_m \approx 7\Omega^{2/29} (B_{12} R_p)^{11/29}. \quad (53)$$

Сравнивая это расстояние с формулой (39) для высоты магнитной воронки замечаем, что  $r_m - R \approx h$ . Это примечательный результат, указывающий на то, что формирование радиоизлучения по рассматриваемому механизму происходит в области магнитной воронки. Этот результат согласуется с нашим представлением о режиме работы магнитной воронки, рассмотренным в предыдущем параграфе. Позже мы, увидим, что он согласуется также с выводами из наблюдательных фактов о местах формирования радиоизлучения пульсара.

Итак, направленный по радиационному каналу вверх основной ультрарелятивистский поток электронов сопровождается полосками позитронного тока, которые генерируют изгибное радиоизлучение когерентным образом. Эти полоски в среднем разделены интервалом расстояния  $l_e + l_r$ . Реальность такой полосатой структуры потока позитронов обусловлена достаточно определенными значениями пробега испускания кванта изгибного излучения с характерной энергией  $\hbar\omega_c$  и пробега для акта аннигиляции этого кванта. Насколько обосновано это утверждение о пробегах  $l_e$  и  $l_r$ ?

Из определения (28) и следующей из него формулы (32) для  $l_r$  видно, что этот пробег действительно имеет достаточно точные значения в зависимости от  $x$ . Относительно менее точно определен пробег  $l_e$ , хотя, как можно заключить из его определения (25), он все-таки не может иметь большой разброс. Обусловленная им неопределенность мест появления интересующих нас полосок потока вторичных позитронов не может быть значительной. О справедливости последнего утверждения свидетельствует тот факт, что спектр энергии изгибного излучения имеет довольно четкий максимум для энергии кванта  $\hbar\omega_c = 3c\hbar\gamma^3 / 2R$ , а пробег  $l_e \sim \hbar\omega_c$ .

Рассмотрим теперь падающий на магнитную шапку основной поток позитронов. В нем энергия частиц в зависимости от расстояния  $r$  также приблизительно описывается формулой (19). Можно сказать, что здесь

мы имеем дело примерно с тем же потоком частиц, что и в случае электронов только в противоположном направлении. Очевидно, что в этом случае также, в среднем через каждый интервал расстояния  $l_e(x)$ , рождается интенсивный поток квантов высокой энергии (примерно столько квантов, сколько частиц в основном потоке позитронов). Этот поток квантов, пройдя расстояние  $l_e(x)$  исчезает, рождая поток  $e^+e^-$ -пар: т.е. основной поток позитронов в среднем, через каждый интервал расстояния  $l_e + l_e$ , создает равный своей интенсивности поток  $e^+e^-$ -пар.

Сначала на небольшом расстоянии (37) электрон в этих парах вместе со своим напарником - позитроном движется вниз в сторону полюса звезды, затем после полного торможения, изменяя направление своего движения, стремится вверх, и на отрезке пути порядка (50), приобретая энергию  $m_e c^2 \gamma_+$ , где  $\gamma_+$  - порядка (48), испускает изгибное радиоизлучение. В результате образуется картина полосок электронного тока, сходная с вышеописанной картиной полосок позитронного тела. Таким образом, в магнитной воронке существуют два сходных канала когерентного излучения радиоволн.

8. *Радиосветимость пульсара.* На базе вышеразвиваемой идеологии можно произвести разумную оценку радиосветимости пульсара. Мы исходим из представления, что радиоизлучение пульсара является изгибным излучением полосок потока вторичных частиц, образованных при аннигиляции квантов.

Рассмотрим когерентно излучающий элемент потока позитронов с размерами  $\Delta\xi$ ,  $r\Delta\theta$  и  $2\pi r \sin\theta$  соответственно в продольном (относительно силовых линий магнитного поля), поперечном и азимутальном направлениях. Электрический заряд этого кольцеобразного элемента равен

$$Q \approx 2\pi r \sin\theta \cdot r \Delta\theta \cdot \Delta\xi \cdot 0.5n(r, t),$$

где  $\Delta\theta$  и  $\Delta\xi$  определяются формулами (51) и (52) соответственно,  $0.5n$  - плотность позитронов в полосках потока вторичных позитронов,  $n$  - приведенная в (45) общая плотность частиц в магнитной воронке в момент времени  $t$ . Учитывая (45), (51) и (52), а также имея в виду, что в радиационном канале  $\sin\theta \approx \theta$  получаем

$$Q \approx 5.56 \cdot 10^{12} \frac{\Omega B_{12} R_6^2 \xi_0^2}{b^2 x} e^{1/\xi}. \quad (54)$$

Этот заряд движется по магнитной силовой трубке со скоростью близкой скорости света и испускает изгибное излучение с мощностью

$$P = \frac{2Q^2}{3c^3} \left( \frac{c^2 \gamma_+^2}{\rho_c} \right)^2 \approx 5.05 \cdot 10^{40} b^{-4} (\Omega B_{12} R_6)^6 \frac{\xi^6 \theta^6}{x^{20}} e^{2/\tau}. \quad (55)$$

Здесь для радиуса кривизны магнитной силовой линии  $\rho_c$  использована формула (11), а для параметра  $\gamma_+$  - формула (48).

Теперь нужно  $P$  усреднить по времени за один период работы магнитной воронки. Среднее значение  $\exp(2t/\tau)$  равно

$$\overline{e^{2t/\tau}} \approx \frac{\tau}{2\tau_1} e^{2\tau_1/\tau} = k, \quad (56)$$

если  $2\tau_1 \gg \tau$ , что очевидно из смысла времен  $\tau$  и  $\tau_1$ . Следовательно средняя мощность излучения одного когерентно излучающего кольцеобразного элемента позитронного тока равна

$$\bar{P} \approx 5.05 \cdot 10^{40} k b^{-4} (\Omega B_{12} R_6)^6 \frac{\xi^6 \theta^6}{x^{20}}. \quad (57)$$

Мощность же всего слоя позитронного тока, которая дает излучение в радиодиапазоне, равна

$$\Delta L \approx \int_{\xi_{\min}}^{\xi_{\max}} \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \bar{P} \frac{d\xi}{\Delta\xi} \frac{d\theta}{\Delta\theta},$$

где  $\Delta\theta$ ,  $\Delta\xi$ ,  $\xi_{\max}$  и  $\theta_{\min}$  соответственно определяются формулами (51), (52), (50) и (3), а  $\xi_{\min} \approx 0.1\xi_{\max} \approx 0.1\xi_m$ .

После интегрирования получаем

$$\Delta L \approx 7.33 \cdot 10^{15} \omega_{10}^2 \frac{k \Omega^2 R_6^4}{b^2} x^8, \quad x \leq x_m. \quad (58)$$

Напомним, что  $x$  - расстояние рассматриваемой полосы позитронного потока от центра звезды, в единицах  $R$ , а  $x_m$  определяется формулой (53). Формула (58) дает мощность радиоизлучения одной полосы позитронного тока в зависимости от расстояния  $r$ . Сильная зависимость мощности от расстояния  $r$  естественна, ибо с удалением от магнитной шапки звезды геометрические размеры диска излучающего позитронного тока быстро растут. Подчеркнем еще, что формула (58) относится только к расстояниям

$x \leq x_m \approx 7\Omega^{2/29}$ . Вне этой области расстояний (фактически вне магнитной воронки) рассмотренный механизм образования радиоизлучения не работает.

Полученные формулы для радиоизлучения позитронных токов относятся также к вышеупомянутым отрезкам токов вторичных электронов, сопровождающих падающий на магнитную шапку звезды основной поток позитронов.

Теперь можно вычислить также полную радиосветимость пульсара. Для этого необходимо произвести суммирование мощностей полос позитронных и электронных токов, которые дают изгибное радиоизлучение в области радиодиапазона частот:

$$L \approx 2 \int_R^{r_m} \Delta L \frac{dr}{l}.$$

Здесь  $l$  - приведенный в (38) пробег цепочки радиационных процессов,  $r_m = R x_m$  и двойка перед интегралом написана для того, чтобы учесть вклад от системы полосок потока вторичных электронов, сопровождающий падающий на магнитную шапку звезды основной поток позитронов.

Учитывая (58) и (53) и то что  $x \gg 1$ , после интегрирования приходим к следующему результату

$$L \approx 2.52 \cdot 10^{21} \frac{k \omega_{10}^2}{b^2} \Omega^{3.78} B_{12}^{2.98} R_6^{6.73} \text{ эрг/с.} \quad (59)$$

Прежде чем приступить к обсуждению полученной формулы радиосветимости пульсара, необходимо иметь конкретное представление о величине параметра  $k$ . Поскольку время  $\tau$  нам уже известно, то речь идет об оценке времени  $\tau_1$ . По своему физическому смыслу очевидно, что  $\tau_1 > \tau$ . Попробуем теперь найти ограничение на  $\tau_1$  сверху.

Из выражений (1) для потенциалов электрического поля пульсара, следует, что нейтронная звезда заряжена:

$$Q = \frac{\Omega B_p R^3}{c} - \frac{2\Omega B_p R^3}{3c} = \frac{\Omega B_p R^3}{3c}, \quad (60)$$

где первое слагаемое представляет поверхностный, а второе - объемный заряды звезды. Это соответствует нормальному состоянию вращающейся нейтронной звезды, которое с высокой степенью точности квазистационарно. Свидетельством этого является весьма медленное торможение

темпа вращения пульсара. Процессы, происходящие в радиационном канале, в принципе вносят некоторый элемент нестационарности в эту ситуацию. Однако в соответствии с вышеуказанным это нарушение является лишь малым возмущением на общем стабильном фоне состояния нейтронной звезды с ее магнитосферой, за исключением, конечно, очага нестационарности - радиационного канала. Воспользуемся этим фактом для получения новой информации о времени работы магнитной воронки  $\tau_1$ .

За время активного этапа работы магнитной воронки, когда в ней существует значительное продольное электрическое поле, на звезду, через ее магнитную шапку, падает поток позитронов. В результате этого звезда приобретает положительный заряд

$$Q_1 \approx 2 \int_0^{\tau_1} \pi (R\theta_p)^2 c e \cdot 0.5 n(R, t) dt \approx \frac{B_p \Omega^2 R^3}{c} \tau e^{\tau_1/\tau}. \quad (61)$$

Здесь  $R\theta_p \approx R(\Omega R/c)^{1/2}$  - радиус магнитной шапки звезды,  $n(R, t)$  - плотность частиц вблизи полюса, она определяется формулами (45) и (46) при  $r=R$ , а  $0.5nc$  - падающий на полюс звезды поток позитронов. Двойка перед интегралом написана для того, чтобы учесть вклад от второго полюса звезды, далее при получении результата (61), учтено то обстоятельство, что  $\tau_1 > \tau$ .

Со временем накопление на звезду заметного количества положительного заряда, сверх того, которое присуще равновесному состоянию, не происходит. По-видимому, заряд (61) непрерывно удаляется обратным током, который по всей вероятности должен существовать в промежуточном слое между радиационным каналом и магнитосферой [11]. Но более правдоподобно, что он выбрасывается по радиационному каналу обратно, когда в нем продольное электрическое поле исчезает.

Итак, логика фактов вынуждает нас считать, что  $Q_1 \ll Q$ , откуда следует

$$e^{\tau_1/\tau} \ll \frac{1}{3\Omega\tau}.$$

Учитывая (44) и отбрасывая сравнительно малое слагаемое

$\ln(\Omega^{0.2} B_{12}^{-1.4} R_6^{-0.2})$ , для  $\tau_1$  получаем  $\tau_1 < 13\tau$ , следовательно  $\tau < \tau_1 < 13\tau$ .

Отсюда можно заключить, что  $\tau_1 \approx c_1 \tau$ , где  $c_1 \approx 1+3$ .

Прежде чем начать обсуждение формулы (59), необходимо выяснить, каким наблюдательным материалом мы располагаем по радиосветимостям

Таблица 1

РАДИОСВЕТИМОСТИ ПУЛЬСАРОВ И МАГНИТНЫЕ  
МОМЕНТЫ НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД

PSRB	P (с)	$\lg L_0$ (эрг/с)	$R_6^{-0.74} k^{1/3} \mu_{30}$ (сгс)	$\mu_{30} / R_6^{0.74} (\text{г}^{1/2} \text{см}^3/2\text{с}^{-1})$	
				$\tau_1 = 2\tau$	$\tau_1 = 3\tau$
1845-19	4.308	26.85	20.3	8.50	4.99
2151-56	1.374	25.77	2.08	0.871	0.512
1039-55	1.171	28.41	12.8	5.36	3.15
1648-42	0.844	29.30	17.8	7.46	4.38
1302-64	0.5716	30.00	17.5	7.33	4.30
1223-58	0.478	29.57	10.1	4.23	2.48
1159-58	0.4528	28.33	3.62	1.52	0.890
0254-53	0.4477	26.93	1.22	0.511	0.300
1900-06	0.4319	28.87	5.16	2.16	1.27
1732-07	0.4193	28.07	2.69	1.13	0.662
1240-64	0.3885	29.79	9.15	3.83	2.25
1356-60	0.1275	29.14	1.35	0.566	0.332
0833-45	0.0893	28.68	0.603	0.253	0.148
1913+16	0.0590	27.89	0.194	0.0813	0.0477
0531+21	0.0331	29.16	0.247	0.103	0.0607

Таблица 2

**ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ УСТОЙЧИВЫХ НЕЙТРОННЫХ  
КОНФИГУРАЦИЙ**

$10^{-33}\rho(0)$ (эрг. см <sup>-3</sup> )	$10^{-14}\rho(0)$ (г. см <sup>-3</sup> )	Радиус $R$ (км)	Масса $M/M_{\odot}$	Момент инерции $10^{47}I(\text{г.см}^2)$
373	16.9	12.23	2.140	17.85
179	9.77	12.84	2.040	11.98
98.4	6.82	12.85	1.760	6.911
60.1	5.41	12.41	1.414	4.984
39.6	4.65	11.73	1.087	4.250
27.7	4.21	10.98	0.818	4.045
15.3	3.76	9.615	0.461	4.023
12.0	3.63	9.065	0.351	4.017
9.58	3.55	8.615	0.270	4.496
7.81	3.48	8.262	0.211	5.922
6.48	3.43	8.002	0.166	8.846
3.54	3.39	7.833	0.133	14.53
3.97	3.33	7.779	0.0882	51.00
2.31	3.23	9.422	0.0428	111.4
1.82	3.19	12.82	0.0309	271.1

пульсаров. Насколько нам известно, полноценные сведения о спектральном распределении потоков радиоизлучения пульсаров не имеются. Однако имеются данные об интенсивностях потоков радиоизлучения на определенных частотах, при этом, как правило, всегда для частоты  $\nu=400$  МГц, вблизи которой спектр энергии радиоизлучения большинства пульсаров имеет максимум.

Ниже мы пользуемся итоговыми данными о монохроматических радиосветимостях пульсаров, приведенными в работе [17]:

$$L_\nu = S_{400} d^2,$$

где  $S_{400}$  - интенсивность потока радиоизлучения на частоте  $\nu=400$  МГц, а  $d$  - расстояние объекта. Для большинства пульсаров правильное представление о величине полной радиосветимости можно составить, умножив  $L_\nu$  на  $4 \cdot 10^8$ :

$$L_0 \approx 4 \cdot 10^8 S_{400} d^2. \quad (62)$$

Из приведенной в [17] таблицы мы отобрали пятнадцать пульсаров. два с наибольшими периодами, пять с короткими и восемь - с промежуточным значением периода. Среди последних объектов имеются с наибольшими и наименьшими радиосветимостями. Ниже радиосветимости этих пульсаров используются для обсуждения корректности формулы (59).

В (59) произведя замену

$$B_* = 2\mu/R^3,$$

где  $\mu$  - магнитный момент нейтронной звезды, получаем

$$L \approx 2 \cdot 10^{22} \left( \frac{\omega_{10}}{b} \right)^2 k \Omega^{3.78} \mu_{30}^{2.98} R_*^{-2.21}. \quad (63)$$

Теперь время уточнить роль множителя  $(\omega_{10}/b)^2$ . В формуле светимости  $\omega_{10}$  происходит из выражения (50) для толщины отрезка позитронного тока, генерирующий радиоизлучение: он имеет смысл наибольшей частоты изгибного радиоизлучения. Число же  $b = \omega/\Delta\omega$  является мерой монохроматичности излучаемых волн. Ниже мы примем  $(\omega_{10}/b)^2 \approx 1$ , считая  $\omega_{10} \approx 10$ ,  $b \approx 10$ .

Зависимость радиосветимости  $L$  от параметров  $\Omega$ ,  $\mu$  и  $R$  сильная.

Может показаться, что роль радиуса здесь не важна, однако это на самом деле не так. У нейтронных звезд разброс значений радиуса вокруг традиционно предполагаемого значения  $R=10$  км до 30% вполне реален (см. табл. 2). А это может привести к изменению светимости до двух раз.

Приравнивая (63) к наблюдаемой радиосветимости  $L_0$ , получаем

$$\mu_{30} \approx \left( \frac{5 \cdot 10^{-23} L_0}{k} \right)^{1/3} \frac{R_6^{0.74}}{\Omega^{1.27}} \text{ сгс.} \quad (64)$$

В табл. 1 приведены радиосветимости пятнадцати пульсаров и вычисленные по формуле (64) магнитные моменты соответствующих нейтронных звезд. В четвертом столбце приведены значения комбинаций  $R^{0.74} k^{1/3} \mu_{30}$ , а в последних двух столбцах отношение  $\mu_{30}/R_6^{0.74}$  для случаев  $\tau_1=2\tau$  и  $\tau_1=3\tau$  (соответствующие значения  $k$  равны 13.6 и 67.2). Из этих данных видно, что  $\tau \leq \tau_1 \leq 2\tau$ , ибо большие значения  $\tau_1$  приводят для быстрых пульсаров к нелепому результату в вопросе магнитного момента.

Из четвертого столбца табл. 1 отчетливо видно, что магнитные моменты медленных пульсаров заметно больше быстрых; так, например, отношение магнитных моментов пульсаров PSR (1845-19) и PSR(0531+21) равно 82. Этот результат совсем неожиданный, ибо в рамках сложившихся представлений казалось бы магнитный момент нейтронной звезды должен быть тем больше, чем больше ее угловая скорость вращения. Как понимать это: мы имеем дело с некорректностью теории или же тут есть что-то новое в понимании ситуации по этому вопросу?

Оказывается здесь нет серьезного затруднения, и оно просто сводится к правильному пониманию реальной ситуации по вопросу параметров нейтронных звезд. Обычно даже в серьезных теоретических разработках принимается, что масса нейтронной звезды  $M=1.4M_\odot$ , радиус  $R \approx 10$  км и момент инерции  $I \approx 10^{45}$  г·см<sup>2</sup>. Если в вопросе радиуса такое приближенное представление более или менее оправдано, то для массы и момента инерции нейтронных звезд оно просто ошибочное и в ряде специальных случаев может привести к неверным последствиям.

Посмотрим, какая на самом деле истинная картина. В табл.2 мы приводим вышеупомянутые параметры для всей устойчивой ветви нейтронных конфигураций, вычисленные с использованием релятивистской теории гравитации и хорошо обоснованного уравнения состояния

[15, 18]. В первых двух столбцах табл. 2 приведены давление и плотность массы в центре конфигурации: этими данными описывается уравнение состояния вырожденного (по сути адронного) вещества. В последних же трех столбцах приведены соответствующие радиусы, массы и моменты инерции. Нужно учесть, что в табл. 2 даны значения координатного радиуса. Истинный радиус чуть больше и равен

$$R_0 = \int_0^R \left( 1 - \frac{2Gu(r)}{c^2 r} \right)^{-1/2} dr \approx \left( 1 + \frac{0.15 M}{R_0 M_\odot} \right) R,$$

где  $u(r)$  - "масса" на расстоянии  $r$  от центра конфигурации: для самой плотной конфигурации, представленной на первой строке,  $R_0 \approx 1.4R$ , а для сравнительно менее плотных, представленных на последних строках  $R_0 \approx R$ .

Вернемся к вопросу о магнитных моментах нейтронных звезд. Если исходить из представления о нейтронных звездах, как о небесных телах с примерно одинаковыми массами, радиусами и моментами инерции, то, безусловно, приведенные в табл. 1 результаты о магнитных моментах следует считать ошибочными. Теперь обсудим эти результаты, используя данные о параметрах нейтронных звезд, приведенные в табл. 2. В этом случае мы приходим к совершенно другому выводу, если при этом учесть следующие два очевидных утверждения:

1. В пульсарах нейтронные звезды с малой массой в среднем вращаются быстрее, чем более массивные.

2. Магнитный момент нейтронной звезды зависит от массы: он тем больше, чем больше ее масса.

Первое утверждение разумно по интуитивным соображениям, а в пользу второго утверждения можно привести веские аргументы. Магнитный момент небесного тела несомненно зависит от массы. Так, например, согласно формуле Блекетта для вращающегося небесного тела

$$\mu = \frac{\sqrt{G}}{c} I,$$

где  $I$  - момент количества движения. Очевидно, что  $I$  пропорционален массе тела  $M$ , следовательно, магнитный момент также пропорционален  $M$ . Тогда из приведенных в табл. 2 данных о массах нейтронных звезд следует, что отношение магнитных моментов нейтронных звезд с наи-

большими и наименьшими массами должно быть

$$\frac{\mu(2.14)}{\mu(0.0309)} \approx 69.$$

А если допустить, что механический и магнитный моменты нейтронной звезды подобно адронам имеют спиновое происхождение [19], то это отношение оказывается равным 284. Но эта версия не проходит, так как она для магнитных моментов нейтронных звезд дает сильно завышенный результат. Таким образом, если учесть реальную ситуацию, существующую в вопросе параметров нейтронных звезд, то по крайней мере явного противоречия с фактами мы не замечаем и, по-видимому, приведенная в (63) оценка радиосветимости пульсара корректна.

9. *Микроструктура радиопучка и магнитный момент.* Заманчивая возможность для определения дипольного магнитного момента нейтронной звезды в пульсаре таит в себе формула (47), представляющая время восстановления магнитной воронки. В соответствии с развиваемой идеологией пики микроимпульсов в профилях импульсов радиоизлучения в среднем должны быть разделены интервалом времени

$$\tau_{\mu} \approx c_2 \tau_2, \quad (65)$$

где  $\tau_2$  - определяется формулой (47), а коэффициент  $c_2$  - число порядка единицы, который вводится для того, чтобы учесть возможные флуктуации в моментах появления пиков излучения, а также для учета неизбежных ошибок, допускаемых в измерениях микроструктуры профилей импульсов радиоизлучения.

Подставив выражение  $\tau_2$  в (65), затем произведя замену  $B_s = 2\mu/R^3$  и разрешая полученное уравнение относительно  $\mu$  получаем

$$\mu_{\mu} \approx \frac{5.48 \cdot 10^9}{(\Omega R_0)^{3/2}} \left( \frac{\tau_{\mu}}{c_2} \right)^{2/7}, \quad (66)$$

где под  $\tau_{\mu}$  мы подразумеваем измеренное характерное время микроструктуры профилей радиоимпульсов.

В табл. 3 представлены пять пульсаров, для которых время  $\tau_{\mu}$  известно [16, 20]. В четвертом и шестом столбцах приведены значения магнитных моментов нейтронных звезд, вычисленные по формулам (66) и (64),

Таблица 3

ХАРАКТЕРНЫЕ ВРЕМЕННЫЕ МАСШТАБЫ МИКРОИМПУЛЬСОВ  
ПЯТИ ПУЛЬСАРОВ [20] И МАГНИТНЫЕ МОМЕНТЫ ИХ  
НЕЙТРОННЫХ ЗВЕЗД.

PSRB	P (с)	$\tau_{\mu}$ (мкс)	$R_0^{4/7} C_2^{19/7} \mu_{30}$ (сгс)	$\lg L$ (эрг·с <sup>-1</sup> )	$\mu_{30}/R_0^{0.74}$ (сгс)	$C_2 R_0^{0.48}$
0950+08	0.253	175	0.0555	26.34	0.243	0.581
2016+28	0.558	290	0.344	28.17	2.70	0.469
1133+16	1.188	575	3.39	26.92	2.70	1.09
0834+06	1.274	1050	18.1	27.22	3.72	1.79
1919+21	1.337	1220	28.0	27.52	4.98	1.89

соответственно. В последнем случае предположено  $\tau = \tau_1$ , т.е.  $k \approx 3.69$ . В последнем столбце приведены значения коэффициента  $c_2$ , для которого магнитный момент, вычисленный по обоим способам, даст одинаковый результат. Это значение коэффициента определяется формулой

$$c_2 = R_0^{-0.48} (N_{\tau} / N_L)^{7/19},$$

где  $N_{\tau}$  и  $N_L$  - числа, приведенные в четвертом и шестом столбцах табл. 3. Среднее арифметическое значение этого коэффициента приблизительно равно 0.95, его колебания, по-видимому, обусловлены ошибками в определении светимости  $L$  и времени  $\tau_{\mu}$ .

10. *О макроструктуре пульсарного радиопучка.* Ранкиной [7] было проведено исследование геометрической структуры профилей импульсов 150 пульсаров и установлено, что в ряде случаев радиопучок состоит из внутреннего и наружного полых конусообразных пучков. Утверждается, что у 6% пульсаров это несомненный факт, при этом у большинства из них радиопучок имеет также центральный компонент (core beam). Для угловых радиусов этих компонент радиопучка было

найденно

$$\frac{1}{2} W_{\text{core}} = \frac{8.53 \cdot 10^{-3}}{\sin \alpha} \sqrt{\Omega}; \rho_{\text{outer}} = 0.04 \sqrt{\Omega}; \rho_{\text{inner}} = 0.029 \Omega^{0.52}, \quad (67)$$

где  $W$  - полуширина по мощности при частоте 1 GHz,  $\alpha$  - угол наклона магнитной оси относительно оси вращения звезды, углы выражены в радианах.

Утверждение о том, что пульсарный пучок состоит из трех четко выраженных компонент, равносильно тому, что радиоизлучение пульсара формируется в радиационном канале на трех разных высотах над магнитной шапкой. Вполне естественно, что радиопучок по форме похож на полый конус. Так и должно быть, ибо образование основной части радиоизлучения связано с наружным сравнительно тонким слоем магнитных силовых линий, который по форме подобен поверхности усеченного конуса, или, можно сказать, на воронку с толстой стенкой. Строго говоря, центральный компонент радиопучка также должен быть канального вида с полым центром. Но он формируется у основания радиационного канала - вблизи магнитной шапки, где угловая ширина стенок магнитных силовых линий, эффективно охваченная излучением радиоволн, примерно такая же, как и угловая полуширина конуса, поэтому в измерениях этот компонент воспринимается как сплошной пучок. Весьма ценной для теории является информация о том, что радиоизлучение пульсара формируется на трех высотах вблизи магнитного полюса, а не на больших расстояниях от него, как считалось раньше.

Половина угла раствора пучка радиоизлучения пульсара равна [21]

$$\alpha_1 \approx 1.5 \theta_m, \quad (68)$$

где  $\theta_m = (\Omega r / c)^{0.5}$  и  $r$  - координата места формирования радиоизлучения. Отличие между углами  $\theta_m(r)$  и  $\alpha_1(r)$  обусловлено только тем, что изгибное радиоизлучение испускается не вдоль радиуса вектора, а по направлению касательной к магнитной силовой линии в точке  $(\theta, r)$ .

Угол  $\alpha_1$  можно отождествить с углами, приведенными в (67), откуда можно определить расстояния, где формируются соответствующие компоненты радиопучка. Но при этом мы будем иметь дело с заметными ошибками, поскольку по объективным причинам как в определении углов (67), так и в приведенном в (3) определении угла  $\theta_m$  некоторая

неточность неизбежна. Поэтому мы сперва определим место образования центрального компонента, а затем, используя этот результат, сравнительно точно можем определить также расстояния, где формируются остальные компоненты радиопучка.

Так, в приведенном в (67) выражении для  $0.5W_{\text{core}}$  подставим  $\alpha=\pi/2$  и приравнявая с (68), получаем  $r_{\text{core}}=0.97 \cdot 10^6$  см. Этот результат свидетельствует о том, что центральный компонент пульсарного радиопучка формируется вблизи полюса звезды на расстояниях  $z \ll R$  над ним. Наше представление о механизме образования радиоизлучения пульсара согласуется с этим выводом.

Зная, что центральный компонент радиопучка образуется вблизи магнитной шапки, можно определить и места формирования других его компонент. Можно считать, что на всех высотах рождение изгибного радиоизлучения в основном обусловлено наружным, сравнительно тонким, слоем магнитных силовых линий. Учитывая это обстоятельство, соотношение  $\theta^2/r \approx \text{const}$  и результат  $r_{\text{core}} \approx R$ , из (67) получаем

$$r_{\text{inner}} \approx 1.16 \cdot 10^7 R_g; \quad r_{\text{outer}} \approx 2.2 \cdot 10^7 R_g \text{ см.} \quad (69)$$

Эти расстояния меньше или порядка высоты магнитной воронки, которая согласно (39) равна  $h \approx 1.26 \cdot 10^7 \Omega_1^{4/19} \mu_{30}^{7/19}$ , где  $\Omega_1 = 0.1 \Omega$ . Таким образом, мы приходим к заключению, что все компоненты радиоизлучения пульсара формируются в области магнитной воронки, что говорит в пользу нашей версии образования радиоизлучения.

Направивается мысль отождествить конические компоненты радиоизлучения с излучением верхних полос тока вторичных частиц. Мощность излучения одной полосы тока вторичных позитронов определяется формулой (58), а полная радиосветимость пульсара - формулой (59). Отношение их равно

$$\frac{\Delta L}{L} \approx 3.64 \cdot 10^{-7} \frac{R_g^{6.2} x^8}{\Omega^{1.78} \mu_{30}^3}. \quad (70)$$

Подставляя в эту формулу  $x_{\text{inner}} \approx 11.6$  и  $x_{\text{outer}} \approx 22$  получаем

$$\frac{\Delta L_{\text{inner}}}{L} \approx 120 R_g^{6.2} \Omega^{-1.78} \mu_{30}^{-3}, \quad (71)$$

$$\frac{\Delta L_{\text{outer}}}{L} \approx 2 \cdot 10^4 R_g^{6.2} \Omega^{-1.78} \mu_{30}^{-3}. \quad (72)$$

Из требования  $\Delta L_{\text{outer}} < L$  следует, что для пульсаров с конической структурой радиопучка

$$\mu_{30} \geq 27 \Omega^{-0.6}.$$

Таким образом, мы опять приходим к выводу о том, что магнитные моменты медленных пульсаров в среднем должны быть больше, чем у быстрых.

Трудно представить такую ситуацию, когда у всех пульсаров с заметной макроструктурой, высоты формирования компонент радиопучка (т.е. в формуле (67) коэффициент при  $\sqrt{\Omega}$ ) были строго одинаковыми. Нам кажется, здесь мы имеем дело только с приблизительным равенством этих высот: скорее всего в зависимости от магнитного момента  $\mu$  и угловой скорости вращения  $\Omega$  для разных объектов они должны быть разными. Если такая зависимость действительно существует, то она должна быть достаточно слабой. Правдоподобность этого замечания подтверждается той реальной картиной, которая имеется на графиках  $\rho(P)$ , представленных на рис. 3+6 работы [7], а также данными, приведенными в шести таблицах в ее дополнительном сообщении [21]. Параметры  $\rho_{\text{inner}}$ ,  $\rho_{\text{outer}}$  содержат в себе определенную информацию о магнитном моменте  $\mu$  и радиусе  $R$  нейтронной звезды, которая при усреднении по объектам теряется. Поэтому мы считаем важным, в исследованиях, посвященных изучению макроструктуры пульсарного радиопучка, сосредоточить внимание на более точном определении обсуждаемых параметров для каждого объекта.

11. *Резюме.* В нашей предыдущей работе [8], предполагая, что магнитное поле нейтронной звезды дипольное, было определено электрическое поле пульсара в случае соосного и наклонного ротаторов. Для теории радиоизлучения пульсара особый интерес представляет электрическое поле в радиационном канале, а именно компонент напряженности по направлению магнитной силовой линии  $E_{\parallel}$ . В случае соосного ротатора  $E_{\parallel} \approx \Omega B_p R^2 / cr^2$ . Исходя из этого выражения для напряженности продольного электрического поля исследована проблема радиоизлучения пульсаров. При этом не сделано никаких специальных предположений относительно радиуса кривизны магнитной силовой линии, и даже относительно механизма образования радиоизлучения, не считая, конечно, очевидного обстоятельства, что оно безусловно является изгибным

излучением сгустка заряженных частиц.

Рассмотрено движение электрона в радиационном канале с учетом радиационного трения, обусловленное изгибным излучением. Частицы двигаются, оставаясь все время прижатыми к силовым линиям магнитного поля: в условиях сильного магнитного поля эффективность процесса синхротронного излучения весьма большая, поэтому их движение в поперечном направлении невозможно. Для энергии электрона найдены достаточно точные и удобные аппроксимации, описываемые формулами (18)-(20).

Важным параметром, характеризующим комплекс радиационных процессов, приводящих в конечном счете к формированию радиоизлучения пульсара, является пробег

$$l = l_e + l_\gamma + \Delta r \approx 30 \Omega^{-1} \mu_{30}^{-7/4} R_6^{19/4} \chi^{23/4} \text{ см,}$$

где  $l_e$  - пробег испускания кванта изгибного излучения электроном (см. (26)),  $l_\gamma$  - пробег аннигиляции кванта на пару электрон-позитрон (его определение приведено в (28)) и  $\Delta r$  - отрезок расстояния, на котором частица успеет приобрести энергию насыщения, описываемую формулами (18) и (19), он по сравнению с  $l_\gamma$  очень мал.

Процессы размножения квантов и электронно-позитронных пар особенно интенсивно происходят в нижней части радиационного канала, где продольное электрическое поле достаточно сильное. Благодаря этому здесь образуется область, называемая магнитной воронкой, в которой плотность частиц со временем экспоненциально растет. Разумеется, процесс роста плотности частиц не может продолжаться долго, он должен завершиться разрядом магнитной воронки и, следовательно, исчезновением продольного электрического поля  $E_{\parallel} = 0$ . Высота магнитной воронки

$$h \approx 1.26 \cdot 10^7 \Omega_1^{4/19} \mu_{30}^{7/19} R_6^{4/19} \text{ см, } \Omega_1 \leq 0.1 \Omega,$$

продолжительность ее активной работы:

$$\tau \approx 3 \cdot 10^{-8} \Omega_1^{-0.8} \mu_{30}^{-1.4} R_6^4$$

и время восстановления  $\tau_2 \approx h/c$ .

Заметим, что для формирования и функционирования магнитной

в радиационный канал и вообще существует он или нет. В самом деле, при таком мощном продольном электрическом поле, магнитная воронка вообще не устойчива относительно спонтанной вспышки процессов рождения квантов высокой энергии и рождения электронно-позитронных пар. Для этого достаточно того, чтобы хотя бы одна частица попала в радиационный канал. Возможность попадания частиц в радиационный канал вполне реальна за счет аккреции межзвездного вещества.

За время разыгрывания радиационных процессов рождения квантов и частиц, в магнитной воронке формируются два основных потока частиц высокой энергии  $m_e c^2 \gamma_m \nu$ , где  $\nu(x)$  в основном определяется аппроксимацией (19) (значение  $\gamma_m$  приведено в (15)): стремящийся вверх поток электронов и такой же поток падающий на магнитный полюс позитронов. Эти основные потоки сопровождаются узкими полосками потока "вторичных" позитронов (в первом случае) и "вторичных" электронов (во втором случае) с умеренным значением релятивистского множителя  $\gamma \approx 400(x/\Omega)^{1/6}$ . Толщина этих сопровождающихся слоев тока порядка и меньше длин радиоволн и в них содержатся достаточно много частиц, поэтому они являются когерентными источниками изгибного излучения радиоволн.

Образование этих излучающих радиоволн слоев тока связано с пробегом полного цикла радиационных процессов  $l$ . Из определений (25) и (31) пробегов  $l_e$ ,  $l_p$  и отрезка пути разгона частиц  $\Delta r$  (см. (37)) видно, что на заданном расстоянии  $\Delta l \ll l$ , где  $\Delta l$  - возможные флуктуации в значении пробега  $l$ . Поэтому в магнитной воронке формируется определенная динамическая картина системы излучающих в радиодиапазоне полосок позитронного и электронного токов. Эти полоски потоков "вторичных" частиц можно интерпретировать также, как небольшой хвост в распределении частиц по энергиям в основном потоке.

На базе вышеупомянутых предпосылок вычислена мощность радиоизлучения одной полосы потока вторичных позитронов:

$$\Delta L \approx 2.7 \cdot 10^{16} \Omega^2 R_6^4 x^8, \quad x \leq 7\Omega^{0.24},$$

( $x$  - расстояние полосы потока от центра звезды), и радиосветимость пульсара:

$$L \approx 7.4 \cdot 10^{22} \Omega^{2.8} \mu_{30}^3 R_6^{-2} \text{ эрг / с.}$$

Произведено сравнение теоретической радиосветимости с наблюдаемой для ряда пульсаров. Установлено, что согласие существует, если считать, что в среднем магнитные моменты нейтронных звезд быстрых пульсаров заметно меньше медленных. Этот нетривиальный вывод становится очевидным, если учесть, что массы нейтронных звезд [15, 18] изменяются в широком интервале  $0.0309 < M/M_{\odot} < 2.14$  и еще то, что вообще говоря, магнитный момент звезды с возрастанием массы должен расти. При том, в среднем нейтронная звезда с меньшей массой должна вращаться быстрее, чем звезда с большей массой.

Показано, что изучение микроструктуры профилей импульсов пульсаров может служить эффективным средством для определения магнитных моментов нейтронных звезд. К сожалению, мы не располагаем необходимым экспериментальным материалом по этому вопросу. Естественно, интервалы между микроимпульсами нужно отождествить со временем восстановления магнитной воронки  $\tau \approx h/c$ . Тем не менее результаты сравнения времени  $\tau$  с имеющимися в нашем распоряжении скудными данными о временных масштабах микроимпульсов для 5 объектов представляют определенный интерес (см. табл. 3).

В связи с работой Ранкиной [7] обсужден вопрос о макроструктуре пульсарного радиопучка. Центральную составляющую радиопучка (core beam) можно отождествить с изгибным излучением полосок тока вторичных частиц в нижней половине магнитной воронки, где они расположены сравнительно близко друг от друга. Число таких полосок здесь приблизительно равно

$$N \approx 2 \int_R^{R+h/3} \frac{dr}{i} \approx 1.4 \cdot 10^4 \Omega_1 \mu_{30}^{7/4} R_6^{-15/4},$$

среднее расстояние между полосками порядка

$$h/3N \approx 300 \Omega_1^{-0.79} \mu_{30}^{-1.38} R_6^4 \text{ с м, } \Omega_1 = 0.1 \Omega$$

Установленные в упомянутой работе конусообразные компоненты радиопучка можно интерпретировать как излучение последних двух полосок тока вторичных позитронов в верхней половине магнитной воронки.

Необходимо, по-видимому, просмотреть полученные здесь результаты также для случая наклонного ротатора. Нельзя при этом исключить и

проявления некоторых важных особенностей.

Выражаю свою признательность профессору Л.В.Мирзояну за проявленный интерес к работе и ценное обсуждение.

Ереванский государственный университет,  
Армения

## RADIO RADIATION OF PULSARS

G.S.SAHAKIAN

A new version of pulsar's radio radiation theory is developed for the case of aligned rotator. Here we used the formula for the electrical field and suitable approximations for electron energy in the radiation channel (channel of open field lines), which were found in our previous works [8,9]. It is shown that due to the processes of curvature radiation of quantum  $e \rightarrow e + \hbar\omega_c$  and annihilation of quantum  $\hbar\omega_c \rightarrow e^+e^-$ , at the radiation channel bottom a special region (magnetic funnel) is formed, where violent process of cascading multiplication of particles takes place. The height of magnetic funnel is  $h \approx 6R\Omega^{0.2}$ , where  $R$  is the radius of neutron star and  $\Omega$  is its rotation angular velocity. In magnetic funnel periodically the longitudinal electrical field vanishes, i.e. a discharge takes place, due to the partial density supersaturation over each time interval  $\tau \approx 5 \times 10^{-7} \Omega^{-0.8} B^{-1.4} R^{-0.2}$  ( $B$  is the magnetic induction in the neutron star). In magnetic funnel, during the course of active rotation processes two basic streams of high energy particles are formed: a striking up stream of electrons and a stream of positrons incident on the magnetic cap of the star. These basic particle streams are accompanied by thin strips of lower energy secondary positron and electron streams, presenting sufficiently powerful coherent sources of radio radiation. The radio luminosity of pulsar is estimated:  $L \approx 7.4 \times 10^{22} \Omega^{3.8} \mu_{30}^3 R^2 \text{ erg/s}$ , where  $\mu = BR^3/2$  is the magnetic moment of the star. A comparison is made with observational data, and is concluded that on average the magnetic moments and consequently the masses of neutron stars of faster pulsars must be noticeably smaller than that for slower pulsars. The problem of microstructure of pulsars' impuls is discussed and it is shown that the magnetic moment of neutron star may be determined by means of intervals

between microimpulses. The problem of pulsar's radio beam macrostructure is discussed.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *T.Gold*, *Nature*, **221**, 25, 1969.
2. *P.A.Sturrock*, *Astrophys. J.*, **164**, 529, 1971.
3. *M.A.Ruderman*, *P.G.Sutherland*, *Astrophys. J.*, **196**, 51, 1975.
4. *В.С.Бескин*, *А.В.Гуревич*, *Я.Н.Истомин*, *Ж.Экспер. и теор.физ.*, **58**, 401, 1983.
5. *V.S.Beskin*, *A.V.Gurevich*, *Ya.N.Istomin*, *Astrophys. Space Sci.*, **102**, 301, 1984.
6. *V.S.Beskin*, *A.V.Gurevich*, *Ya.N.Istomin*, *Astrophys. Space Sci.*, **146**, 205, 1988.
7. *Yoanna M.Rankin*, *Astrophys. J.*, **405**, 285, 1993.
8. *Г.С.Саакян*, *Астрофизика*, **37**, 97, 1994.
9. *Г.С.Саакян*, *Э.В.Чубарян*, *Астрофизика*, **37**, 255, 1994
10. *Г.С.Саакян*, *Астрофизика*, **36**, 87, 1993.
11. *В.С.Бескин*, *А.В.Гуревич*, *Я.Н.Истомин*, *УФН*, **150**, 257, 1986.
12. *Г.С.Саакян*, *Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс*, Наука, М., 1972.
13. *Л.Д.Ландау*, *Е.М.Лифшиц*, *Теория поля*, Наука, М., 1967.
14. *T.Erber*, *Rev.Mod.Phys.*, **38**, 516, 1966.
15. *L.Sh.Grigorian*, *G.S.Sahakian*, *Astrophys. Space Sci.*, **95**, 305, 1983.
16. *Р.Манчестер*, *Дж.Тейлор*, *Пульсары*, Изд. Мир, М., 1980.
17. *У.Н.Taylor*, *R.N.Manchester*, *A.G.Lyne*, *Astrophys. J., Suppl.Series*, **88**, 529, 1933.
18. *Г.С.Саакян*, *Физика нейтронных звезд*, Изд.ОИЯИ, г.Дубна, 1995.
19. *Р.М.Мурадян*, *Astrophys.Space Sci.*, **69**, 325, 1980.
20. *У.М.Cordes*, *Pulsar Micro structure*, University of California, San Diego, 1975.
21. *Yoanna M.Rankin*, *Astrophys. J., Suppl.Ser.*, **85**, 145, 1993.

## CONTENTS

Multicolour photoelectric and photographic observations of long period variable star YOri	<i>N.D.Melikian, S.D.Ježubov</i>	5
About the trapezium-like systems, containing T Tauri type stars	<i>A.L.Gyulbudaghlian</i>	17
On the possibility of presentation of the observations of discoveries of the stellar flares	<i>A.L.Mirzoyan, V.V.Hambarian</i>	25
Stark-effect in stellar flares	<i>V.V.Sobolev, V.P.Grtin</i>	33
The connection of dwarf galaxies with barred spirals in Virgo cluster	<i>A.T.Kalloghlian</i>	45
Light subsystem with linear velocity field in the gravitating sphere	<i>M.G.Abramian, Kh.G.Kokobellian</i>	55
Radiative transfer in a cylinder. III. spectrum of the basic integral equation	<i>D.I.Nagirner</i>	75
On one non-stationary transfer problem for partial laws of frequency redistribution	<i>A.Kh.Khachatryan</i>	89
String effective gravitation and the extended inflation	<i>A.A.Saharian</i>	101
Analysis of nonradial pulsations of homogeneous neutron star	<i>S.I.Bastrukov, I.V.Molodtsova, A.A.Bukatina</i>	123
Radio radiation of pulsars	<i>G.S.Sahakian</i>	143