

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

XXIX, № 5

1959

Խմբագրական կոլեգիա

Դ. Ս. ԴԱՎԹՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս.
Ա. Լ. ԹԱՆՏԻԱՋՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ բյուրակից անդամ.
Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԴԱ ակադեմի-
կոս (պատ. խմբագիր). Վ. Հ. ԴԱԶՈՒՄՅԱՆ.
Ա. Լ. ՄՆՋՈՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս.
Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՌ ԴԱ բյուրակից անդամ.
Մ. Մ. ԶԻՐԱՇՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս
(պատ. խմբագրի տեղակալ):

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРУМЯН, академик АН АрмССР
(отв. редактор). Г. С. ДАВТЯН, акаде-
мик АН АрмССР. М. М. ДЖРБАШЯН,
академик АН АрмССР (зам. отв. редакто-
ра). В. О. КАЗАРЯН, А. Л. МНДЖОЯН,
академик АН АрмССР. А. Г. НАЗАРОВ,
чл.-корресп. АН АрмССР. А. Л. ТАХТА-
ДЖЯН, чл.-корресп. АН АрмССР.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿԶՈՒԹՅՈՒՆ

Ե Ր Ե Վ Ա Ն

Е Р Е В А Н

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

Մաքեմասիկա

Ա. Ն. Ալեկսիսյան — Երկու թերեմ անկյունային տիրույթներում անալիտիկ ֆունկցիաների մասին 193

Առանգականության հետաքննություն

Բ. Լ. Աբրահամյան և Ա. Մ. Բաբլոյան — Երկայնական ափսոսանքի կամ ատամների և կենտրոնական շրթով խորոզ ունեցող կոորդինատների ոլորումը 203

Ֆիզիկա

Ա. Ա. Խեյֆեց — Ըստ շառավղի աճող մադնիսական շաշտով արագացուցիչում մասնիկների կայուն ուղղահայաց շարժում ստեղծելու մեթոդ 211

Ա. Մ. Խզարյան — Պլազմայում ոչ զծային տատանումների տեսությունը արտաքին հաստատուն և համասեռ մադնիսական դաշտի նկատմամբ 213

Դ. Հ. Բեգիրզանյան — Իենտդենյան ճառագայթների ինտերֆերենցիայի դինամիկ տեսությունը վերջավոր բյուրեղի համար 223

Գեոֆիզիկա

Յ. Գ. Հակոբյան — Հայաստանի մադնիսական դաշտը և նրա կապը տեկտոնական զոնակալության հետ 231

Դեղագործական բիմիա

Ա. Լ. Մնջոյան, ՀՍՍՌ ԳԱ ազգային ակադեմիայի Գ. Տ. Թադևոսյան և Ա. Գ. Ալբալյան — Հետազոտության տեղակալված քաղախաթթուների ածանցյալների քննադատումը հաղորդում XIX 235

СОДЕРЖАНИЕ

Математика

- А. Е. Аветисян* — Две теоремы о функциях, аналитических в угловых областях 193

Теория упругости

- Б. Л. Абрамян и А. А. Баблоян* — Кручение круглых стержней, имеющих продольные выточки или зубцы и центрально-расположенную полость . 203

Физика

- С. А. Хейфец* — Способ создания устойчивости вертикального движения в ускорителе с увеличивающимся по радиусу магнитным полем 211

- С. М. Хзарджян* — К теории нелинейных колебаний в плазме при постоянном внешнем магнитном поле 215

- П. А. Безирганян* — Динамическая теория интерференции рентгеновских лучей для конечного кристалла 223

Геофизика

- Ц. Г. Акопян* — Магнитное поле Армении и его связь с тектонической зональностью 231

Фармацевтическая химия

- А. А. Мнджоян*, академик АН АрмССР, *Г. Т. Татевосян* и *С. Г. Агбальян* — Исследование в области замещенных уксусных кислот. Сообщение XIX . 235

Физиология растений

- В. О. Казарян, Э. С. Авунджян и К. А. Карапетян* — Количественное изменение связанных аминокислот в различных органах хризантемы по фазам развития. Сообщение II 245

МАТЕМАТИКА

А. Е. Аветисян

Две теоремы о функциях, аналитических в угловых областях

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашьяном 21. X. 1959)

Отнесем к классу $A^{(\alpha)}[\rho_1, \tau_1]$ (где $\rho_1 \geq 0, \tau_1 \geq 0, 0 < \alpha < 2$) функции, голоморфные внутри угла $\Delta_\alpha \left(|\arg z| < \frac{\pi}{2} \alpha \right)$, для которых имеет место оценка вида

$$|F(z)| \leq M_F e^{\tau_1 |z|^{\rho_1}}, \quad z \in \Delta_\alpha, \quad (1)$$

где M_F — постоянная, зависящая только от функции $F(z)$.

Полагая, что $F(z) \in A^{(\alpha)}[\rho_1, \tau_1]$, рассмотрим интеграл

$$g(z) = \rho (ze^{-i\theta})^{2\rho} z^{-1} \int_0^\infty F(te^{-i\theta}) e^{-t^\rho (ze^{-i\theta})^\rho} t^{2\rho-1} dt \quad |\theta| < \frac{\pi}{2} \alpha, \quad (2)$$

$$\text{где } \rho \geq \max\{\rho_1, (2-\alpha)^{-1}\}; \quad \frac{1}{2} < \rho < \frac{1}{2} + \frac{1}{\rho}.$$

Здесь, как и впредь, для данных $\theta \ (-\pi < \theta < \pi)$ и $\gamma > 0$ в разрезанной по лучу $\arg z = \theta + \pi$ плоскости мы будем рассматривать те ветви функции $(ze^{-i\theta})^\gamma$, которые принимают вещественные и положительные значения на луче $\arg z = \theta$.

Обозначим через $D(\theta, \rho, \sigma)$ множество тех точек плоскости z , для которых выполняется условие

$$\operatorname{Re}(ze^{-i\theta})^\rho > \sigma \quad \left(|\arg z - \theta| < \frac{\pi}{2\rho} \right).$$

Сумму всех областей $D(\theta, \rho, \sigma) \left(|\theta| \leq \frac{\pi}{2} \alpha \right)$ обозначим через

$D_*(\rho, \sigma)$. Пусть $L_*(\rho, \sigma)$ — ее граница.

Контур $L_*(\rho, \sigma)$ состоит из дуги окружности $|z| = \sigma^{1/\rho} \quad |\arg z| < \frac{\pi}{2} \alpha$ и из кривых



$$I_{\alpha}^{(+)}(\rho, \sigma); z = z^{(+)}(\tau) = e^{i\left(\frac{\pi}{2}\alpha + \frac{\pi}{2\rho}\right)} \sqrt{\tau - i\sigma} \quad (0 < \tau < \infty) \quad (3)$$

$$I_{\alpha}^{(-)}(\rho, \sigma); z = z^{(-)}(\tau) = e^{i\left(\frac{\pi}{2}\alpha + \frac{\pi}{2\rho}\right)} \sqrt{\tau + i\sigma}.$$

В работе [1] доказана следующая

Теорема А. Пусть функция $F(z)$ принадлежит классу $A^{(\alpha)}[\rho_1, \tau_1]$, тогда функция

$$g(z) = \rho (ze^{-i\theta})^{2\rho} z^{-1} \int_0^{\infty} F(te^{-i\theta}) e^{-t^{\rho}(ze^{-i\theta})^{\rho}} t^{2\rho-1} dt \quad |\theta| < \frac{\pi}{2}\alpha, \quad (4)$$

где $\rho > \max\{\rho_1, (2-\alpha)^{-1}\}$, $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{1}{2} + \frac{1}{\rho}$ голоморфна во всей области $D_2(\rho, \tau_1)$ (формулой (4) она определяется в области $D(0, \rho, \tau_1)$).

Имеет место интегральное представление

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_{\alpha}(\rho, \tau)} E_{\rho}(z^*; \mu) g(\tau) d\tau, \quad z \in \Delta_{\alpha}, \quad (5)$$

где $E_{\rho}(z; \mu) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\Gamma(\mu + n\rho^{-1})}$ — целая функция типа Миттаг-Лефлера, $\tau > \tau_1$ — любое, а интеграл (5) сходится абсолютно.

В первой части настоящей заметки на основании теоремы А доказывается теорема типа Г. Поля(2) для функций, аналитических в области угла и имеющих там порядок роста ρ и тип α . Во второй части доказывается теорема об интегральном представлении функций, аналитических на системе угловых областей, вершины которых находятся в начале координат.

1°. Пусть $\rho > \frac{1}{2}$. Рассмотрим в плоскости z семейство кривых

$$\operatorname{Re}(ze^{-i\varphi})^{\rho} = \tau, \quad |\arg z - \varphi| < \frac{\pi}{2\rho}, \quad (6)$$

где $z = re^{i\theta}$, а параметры φ и τ изменяются соответственно в пределах $[0, 2\pi]$ и $[0, \infty)$. Любая кривая из семейства (6) делит плоскость z на две бесконечные области. Замыкание каждой из этих областей назовем элементарной ρ -выпуклой областью. При $\tau > 0$ одна из этих областей содержит точку $z = 0$, а при $\tau = 0$ кривые (6) представляют собой совокупность двух лучей, исходящих из начала координат и составляющих угол с раствором $\frac{\pi}{\rho}$ и с биссектрисой $\arg z = \varphi$.

Определение. Точечное множество M называется ρ -выпуклым, если оно может быть представлено как пересечение (конечного или бесконечного множества) элементарных ρ -выпуклых областей.

Пересечение M_p — всех p — выпуклых областей, содержащих множество M , назовем наименьшей p — выпуклой оболочкой множества M . Для p — выпуклого множества D определим p — опорную функцию $K_p(\varphi)$ следующим образом

$$K_p(\varphi) = \begin{cases} \max_{\substack{z \in D \\ re^{i\theta} \in D}} \operatorname{Re}(e^{-i\varphi} z)^p = \max_{\substack{re^{i\theta} \in D \\ |\arg z - \varphi| \leq \frac{\pi}{2p}}} r^p \cos p(\theta - \varphi) \\ 0, \text{ когда в угле } |\arg z - \varphi| \leq \frac{\pi}{2p} \text{ не имеется точек} \\ \text{из } D. \end{cases}$$

Пусть $F(z)$ — аналитическая функция в области $|\arg z| < \frac{\pi}{2}\alpha$, $(0 < \alpha < 2)$ и там имеет порядок $\rho > (2 - \alpha)^{-1}$ и нормальный тип σ , т. е.

$$\rho = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\ln \ln M_{\alpha, f}(r)}{\ln r} \text{ и } \sigma = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\ln M_{\alpha, f}(r)}{r^\rho},$$

где

$$M_{\alpha, f}(r) = \max_{\substack{|z|=r \\ |\arg z| < \frac{\pi}{2}\alpha}} |F(z)|$$

Пусть, далее, $h(\varphi)$ — индикатриса роста функции $F(z)$

$$h(\varphi) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\ln |F(re^{i\varphi})|}{r^\rho} \quad |\varphi| < \frac{\pi}{2}\alpha.$$

Рассмотрим функцию

$$g(z) = p(z e^{-i\varphi})^{\mu p} z^{-\frac{1}{p}} \int_0^\infty F(te^{-i\varphi}) e^{-t^p |e^{-i\varphi} z|^p} t^{\mu p - 1} dt$$

$$\left(\frac{1}{2} < \mu < \frac{1}{2} + \frac{1}{p} \right). \quad (7)$$

Из теоремы А имеем, что функция $g(z)$ аналитична в области $D_\alpha(\rho, \sigma)$, т. е. все ее особенности лежат в дополнительной к $D_\alpha(\rho, \sigma)$ области.

Относительно связи расположения особых точек $g(z)$ и роста функции $F(z)$ справедлива следующая

Теорема 1. Пусть 1) $F(z)$ — голоморфна в угле $|\arg z| < \frac{\pi}{2}\alpha$ и имеет там порядок $\rho > (2 - \alpha)^{-1}$ и тип $\sigma > 0$. 2) $K_p(\varphi)$ — p — опорная функция наименьшей p — выпуклой оболочки M_p множества M всех особых точек функции $g(z)$.

Тогда функции $K_p(\varphi)$ и $h(-\varphi)$ в отрезке $-\frac{\pi}{2}\alpha \leq \varphi < \frac{\pi}{2}\alpha$

положительны для одних и тех же φ и для таких φ имеет место равенство

$$K_p(\varphi) = h(-\varphi).$$

Доказательство. Достаточно доказать утверждение теоремы для любых φ из открытого интервала $\left(-\frac{\pi}{2}\alpha, \frac{\pi}{2}\alpha\right)$, так как утверждение теоремы в случае $|\varphi| = \frac{\pi}{2}\alpha$ будет следовать из непрерывности функций $K_p(\varphi)$ и $h(\varphi)$. Пусть $\varphi \in \left(-\frac{\pi}{2}\alpha, \frac{\pi}{2}\alpha\right)$ и $K_p(\varphi) > 0$. Это значит, что внутри угла $\Delta_p(\varphi) \left(|\arg z - \varphi| < \frac{\pi}{2\rho}\right)$ имеется хотя бы одна точка из M_p . Для функции $F(z)$ по теореме А имеем представление

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_\alpha(\rho, \sigma + \delta)} E_p(z\zeta; \mu) g(\zeta) d\zeta, \quad z \in \Delta_\alpha, \quad (8)$$

где $\delta > 0$ — любое, а интеграл сходится абсолютно.

Из (8) имеем

$$\begin{aligned} |F(re^{-i\varphi})| &\leq \frac{1}{2\pi} \int_{L_\alpha(\rho, \sigma + \delta)} |E_p(re^{-i\varphi}\zeta; \mu)| |g(\zeta)| |d\zeta| = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{L'_\alpha(\rho, \sigma + \delta)} |E_p(re^{-i\varphi}\zeta; \mu)| |g(\zeta)| |d\zeta| + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \int_{L''_\alpha(\rho, \sigma + \delta)} |E_p(re^{-i\varphi}\zeta; \mu)| |g(\zeta)| |d\zeta|, \end{aligned} \quad (9)$$

где $L'_\alpha(\rho, \sigma + \delta)$ та часть (конечная) кривой $L_\alpha(\rho, \sigma + \delta)$, на которой $|\arg \zeta - \varphi| < \frac{\pi}{2\rho} + \eta$, где η достаточно малое число. Так как, очевидно, $g(z)$ голоморфна вне M_p , то любая часть контура $L_\alpha(\rho, \sigma + \delta)$, находящаяся в угле, внутреннем к $\Delta_{\alpha + \frac{1}{\rho}}$, можно заменить любой кривой с теми же концами, лежащей вне M_p .

Пусть $\varepsilon > 0$ произвольное. Мы можем $L''_\alpha(\rho, \sigma + \delta)$ заменить кривой $I(\eta, \varepsilon)$, которая обладает следующими свойствами: 1) $I(\eta, \varepsilon)$ лежит вне M_p и имеет те же концы, что и $L''_\alpha(\rho, \sigma + \delta)$, 2) часть $I(\eta, \varepsilon)$ кривой $I(\eta, \varepsilon)$, лежащая в угле $|\arg z - \varphi| < \frac{\pi}{2\rho} + \frac{\eta}{2}$, настолько близка к M_p (и η — настолько мала), что

$$\max_{\zeta \in I'(\eta, \varepsilon)} \operatorname{Re} (e^{-i\varphi}\zeta)^\rho < K_p(\varphi) + \varepsilon. \quad (10)$$

Из (9) и из асимптотических свойств функции $E_1(z; \mu)$ (3) имеем

$$|F(re^{-i\varphi})| < A \max_{\zeta \in l'(\rho, \sigma + \delta)} \{ (re^{-i\varphi\zeta})^{\rho(1-\mu)} \} \times \\ \times \exp \left[\max_{\zeta \in l'(\rho, \sigma + \delta)} \operatorname{Re} (re^{-i\varphi\zeta})^{\rho} \right] + B(r), \quad (11)$$

где A постоянная, а $B(r) > 0$ остается ограниченным при $r \rightarrow \infty$.
Имея в виду (10), из (11) получаем

$$h(-\varphi) \leq K_{\rho}(\varphi) \quad (12)$$

в предположении, что внутри угла $\Delta_{\rho}(\varphi)$ имеются точки из M_{ρ} . Пусть теперь в угле $\Delta_{\rho}(\varphi) \left(|\varphi| < \frac{\pi}{2}\alpha \right)$ не имеется точек из M_{ρ} . Снова имеем соотношение (9). Для заданного $\varepsilon > 0$ снова можем $L'_{\alpha}(\rho, \sigma + \delta)$ заменить кривой $l(\eta, \varepsilon)$, которая лежит вне M_{ρ} , имеет те же концы, что и $L'_{\alpha}(\rho, \sigma + \delta)$ и ее часть $l'(\eta, \varepsilon)$, лежащая в угле $|\arg z - \varphi| < \frac{\pi}{2\rho} + \frac{\eta}{2}$, настолько близка к сторонам угла $\Delta_{\rho}(\varphi)$, что

$$\max_{\zeta \in l'(\eta, \varepsilon)} \operatorname{Re} (e^{-i\varphi\zeta})^{\rho} < \varepsilon$$

и снова, как и выше, получаем

$$h(-\varphi) \leq 0,$$

когда в указанном угле не имеется точек из M_{ρ} . Но в этом случае по определению $K_{\rho}(\varphi) = 0$. Таким образом, соотношение (12) имеет место для всех $\varphi \in \left(-\frac{\pi}{2}\alpha, \frac{\pi}{2}\alpha \right)$. Отсюда следует, что если $h(-\varphi) > 0$

$\left(|\varphi| < \frac{\pi}{2}\alpha \right)$, то $K_{\rho}(\varphi) > 0$. Обратно, из $K_{\rho}(\varphi) > 0$ следует, что $h(-\varphi) > 0$. Действительно, из $h(-\varphi) < 0$ в силу формулы (7) следовало бы, что $g(z)$ не имеет особых точек внутри угла $\Delta_{\rho}(\varphi)$, что противоречит условию $K_{\rho}(\varphi) > 0$.

Пусть $h(-\varphi) > 0$, докажем неравенство, обратное к (12). При $z \in D(\varphi, \rho, \sigma)$ имеем

$$|g(z)| < A |z|^{\mu\rho-1} \int_0^{\infty} e^{-t^{\rho}} |\operatorname{Re} (e^{-i\varphi} z)^{\rho} - h(-\varphi) - \varepsilon| t^{\mu\rho-1} dt.$$

Из этой оценки следует, что все особые точки $g(z)$, лежащие в угле $\Delta(\varphi)$, находятся в области

$$\operatorname{Re} (e^{-i\varphi} z)^{\rho} \leq h(-\varphi) + \varepsilon.$$

Отсюда в силу произвольности $\varepsilon > 0$ получаем

$$K_p(\varphi) \leq h(-\varphi). \quad (13)$$

Из (12) и (13) следует утверждение теоремы.

В случае, когда имеется целая функция $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{\Gamma(\mu + np^{-1})} z^n$ порядка $\rho > \frac{1}{2}$ и типа $\sigma > 0$, то функция $g(z)$, определяемая в области $D(\varphi, \rho, \sigma)$ формулой (7), голоморфна в области $|z| > \varepsilon^{1/\rho}$ и в этой области представима рядом $g(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{z^{n+1}} \quad (1)$.

Разделим всю плоскость z на угловые части с общей вершиной в начале координат с растворами меньшими, чем $\pi\gamma$, где $\gamma < 2 - \frac{1}{\rho}$. Применяя в каждой части теорему 1, мы получим следующее следствие для целых функций.

Следствие 1. Пусть $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{\Gamma(\mu + np^{-1})} z^n$ — целая функция порядка $\rho > \frac{1}{2}$ и конечного типа $\sigma > 0$. 2) $K_p(\varphi)$ — ρ — опорная функция наименьшей ρ — выпуклой оболочки M_ρ множества M всех особых точек функции $g(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{z^{n+1}}$ и $h(\varphi)$ индикатриса роста функции $f(z)$. Тогда функции $K_p(\varphi)$ и $h(-\varphi)$ ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$) одновременно положительны и там, где они положительны, имеет место равенство

$$K_p(\varphi) = h(-\varphi).$$

Результат этого следствия был изложен в заметке (5). В несколько менее четкой форме он содержится в более ранней работе (6).

2°. Пусть $F(z) \in A^*[p, \sigma_1]$, $g(z) \in B_\rho$ ассоциированная с $F(z)$ функция в смысле теоремы А, определяемая в области $D(0, \rho, \sigma_1)$ формулой (7), где $\rho > (2 - \alpha)^{-1}$ и $\frac{1}{2} < \mu < \frac{1}{2} + \frac{1}{\rho}$. Теорема А утверждает, что при $z \in \Delta_\alpha$ интеграл (5) сходится абсолютно. Этот интеграл, вообще говоря, не имеет смысла вне угла Δ_α . Однако оказывается, что в некоторых случаях этот интеграл абсолютно сходится в определенных областях, лежащих вне угла Δ_α . Обозначим через $B(\alpha, \rho)$ область угла $|\arg z| > \frac{\pi}{2}\alpha + \frac{\pi}{\rho}$. При вышеуказанных предположениях справедливы следующие предложения.

Лемма 1. Если $\frac{\pi}{2} \alpha + \frac{\pi}{\rho} < \pi$ ($0 < \alpha < 2$), то интеграл

$$\int_{L_{\beta}(\rho, z)} E_{\rho}(z'; \mu) g(\zeta) d\zeta, \quad (z > z_1 - \text{любое}),$$

где $0 < \beta < \alpha$ абсолютно сходится внутри угла $B(\alpha, \rho)$.

Лемма 2. Если $\frac{\pi}{2} \alpha + \frac{\pi}{\rho} < \pi$ и $0 < \beta < \beta' < \alpha$, то при $z \in B(\alpha, \rho)$

$$\int_{L_{\beta}(\rho, z)} E_{\rho}(z'; \mu) g(\zeta) d\zeta = \int_{L_{\beta'}(\rho, z)} E_{\rho}(z'; \mu) g(\zeta) d\zeta.$$

Лемма 3. Если $\frac{\pi}{2} \alpha + \frac{\pi}{\rho} < \pi$ и $\beta < \alpha$, то при $z \in B(\alpha, \rho)$

$$\lim_{\beta \rightarrow \alpha} \int_{L_{\beta}(\rho, z)} E_{\rho}(z'; \mu) g(\zeta) d\zeta = \int_{L_{\alpha}(\rho, z)} E_{\rho}(z'; \mu) g(\zeta) d\zeta.$$

При доказательстве лемм 1 — 3 существенно используются асимптотические свойства функции $E_{\rho}(z; \mu)$ и тот факт, что когда $z \in D_{\alpha}(\rho, z_1)$ и $|\arg z| \leq \frac{\pi}{2} \left(\alpha + \frac{1}{\rho} \right) - \delta$ (где $0 < \delta < \frac{\pi}{2} \left(\alpha + \frac{1}{\rho} \right) - \text{любое, но фиксированное число}$), то при $|z| \rightarrow \infty$

$$g(z) = O\left(\frac{1}{z}\right) \quad (14)$$

равномерно относительно рассматриваемых значений z .

Лемма 4. Если $\frac{\pi}{2} \alpha + \frac{\pi}{\rho} < \pi$ и $z \in B(\alpha, \rho)$, то

$$\int_{L_{\alpha}(\rho, z)} E_{\rho}(z'; \mu) g(\zeta) d\zeta = 0. \quad (15)$$

Доказательство. Обозначим через Γ_R замкнутый контур, пробегаемый в положительном направлении и составленный из части кривой $L_{\beta}(\rho, z)$ ($\beta < \alpha$), лежащей в круге $|z| \leq R$, и из дуги L_R окружности $|z| = R$, соединяющей уходящие в бесконечность ветви кривой $L_{\beta}(\rho, z)$. По теореме Коши

$$\int_{\Gamma_R} E_{\rho}(z'; \mu) g(\zeta) d\zeta = 0. \quad (16)$$

Дуга L_R при всяком R целиком лежит в угле $|\arg z| < \frac{\pi}{2} \alpha + \frac{\pi}{2\rho}$.

Поэтому согласно (14) на L_R

$$|g(\zeta)| = O\left(\frac{1}{|\zeta|}\right). \quad (17)$$

С другой стороны, если $\zeta \in L_R$ и $z \in B(x, \rho)$, то $|\arg z \zeta| > \frac{\pi}{2\rho}$ и поэтому

$$|E_\rho(z\zeta; \mu)| = O\left(\frac{1}{|\zeta|}\right). \quad (18)$$

Из (17) и (18) следует, что

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{L_R} E_\rho(z\zeta; \mu) g(\zeta) d\zeta = 0. \quad (19)$$

Из (16) и (19) при $z \in B(x, \rho)$ имеем

$$\int_{L_\beta(\rho, z)} E_\rho(z\zeta; \mu) g(\zeta) d\zeta = 0.$$

Утверждение леммы 4 следует из леммы 3.

Пусть задана конечная система угловых областей

$$A_\Delta^n(x, \psi); \Delta_{\alpha_1}(\psi_1), \Delta_{\alpha_2}(\psi_2) \dots \Delta_{\alpha_n}(\psi_n) \quad (20)$$

$(\Delta_{\alpha_k}(\psi_k))$ — есть угол $|\arg z - \psi_k| \leq \frac{\pi}{2} \alpha_k$, $0 < \alpha_k < 2$, $k = 1, 2, \dots, n$), при-

чем углы не перекрываются и имеют общую вершину в начале координат. Дополнение этой системы углов также состоит из конечного числа угловых областей. Величину наименьшего из дополнительных углов обозначим через $\frac{\pi}{\gamma}$.

Пусть в угле $\Delta_{\alpha_k}(\psi_k)$ ($k = 1, 2, \dots, n$) задана функция $f_k(z)$, принадлежащая классу $A^{(\alpha_k)}[\rho_k, \varepsilon_k]$.

Обозначим через $f(z)$ функцию, которая задана на системе (20) и такая, что

$$f(z) = f_k(z), \text{ когда } z \in \Delta_{\alpha_k}(\psi_k). \quad (21)$$

Допустим, что $g_k(z)$ ($k = 1, 2, \dots, n$) — B_ρ ассоциированная с $f_k(z)$ функция в смысле теоремы А. При этом мы предполагаем, что входящие в определение $g_k(z)$ величины ρ и μ удовлетворяют условию

$$\rho \geq \max\{\gamma, \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n\}, \quad \frac{1}{2} < \mu < \frac{1}{2} + \frac{1}{\rho}.$$

Под $L_{\alpha_k}(\rho, z, \psi_k)$ мы будем понимать кривую $L_{\alpha_k}(\rho, \sigma)$, повернутую

на угол ψ_k по отношению точки o в положительном направлении (луч $\arg z = \psi_k$ — есть ось симметрии кривой $L_{\alpha_k}(\rho, \sigma, \psi_k)$).

Теорема 2. Для функции $f(z)$, определенной согласно формуле (21), справедливо интегральное представление

$$f(z) = \sum_{k=1}^n \int_{L_{\alpha_k}(\rho, \sigma'_k, \psi_k)} E_{\rho}(z\zeta; \mu) g_k(\zeta) d\zeta, \quad z \in A''_{\Delta}(\alpha, \psi), \quad (22)$$

где $\rho \geq \max\{\gamma, \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n\}$, а $\sigma'_k > \sigma_k$ — любые.

Доказательство. По теореме А для функции $f_k(z)$ имеем представление

$$f_k(z) = \int_{L_{\alpha_k}(\rho_1, \sigma'_k, \psi_k)} E_{\rho}(z\zeta; \mu) g_k(\zeta) d\zeta, \quad z \in \Delta_{\alpha_k}(\psi_k), \quad (23)$$

$(k = 1, 2, \dots, n)$

где интеграл сходится абсолютно.

Так как $\rho \geq \gamma$, то из леммы 4 следует

$$f_k(z) = 0, \text{ когда } z \in \Delta_{\alpha_m}(\psi_m) \text{ } m \neq k.$$

Суммируя равенства (23) по k от 1 до n и имея в виду (21), получим представление (22).

Институт математики и
механики Академии наук Армянской ССР

Ա. Է. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ

Եզկու քերեմ անկուհային սիւռլքներում անսլիսիկ ֆունկցիաների մասին

Աշխատանքում սահմանվում են ρ - ուղուցիկ տիրույթի, ամենափոքր ρ -ուղուցիկ թաղանթի և ρ - հենման ֆունկցիայի պադափարները: Սահմանվում է նաև անկյան մեջ անսլիսիկ ֆունկցիաների $A(\alpha) [\rho, \sigma]$ դասը և այդ դասի ֆունկցիաների հետ $\mathbb{B}$ - ասոցացված ֆունկցիաների պադափարը: Ապացուցվում է երկու թեորեմ, որոնք վերահիշյալ սահմանումների օգնությամբ ձևակերպվում են այսպես:

Թեորեմ 1. Դիցուք 1) $F(z)$ -ը հոլոմորֆ է $|\arg z| < \frac{\pi}{2} + \alpha$ ($\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$) անկյան մեջ և այնտեղ ունի $\rho > (2 - \alpha)^{-1}$ կարգ և $z > 0$ տիպ 2) $K(\varphi)$ -ն

$$g(z) = \rho (ze^{-i\theta})^{\mu} z^{-1} \int_0^{\infty} F(re^{-i\theta}) e^{-t^{\rho} (ze^{-i\theta})^{\rho}} t^{\mu\rho-1} dt \quad \left(\frac{1}{2} < \mu < \frac{1}{2} + \frac{1}{\rho} \right)$$

ֆունկցիայի եզակի կետերը պարունակող ամենափոքր ρ -ուղուցիկ թաղանթի ρ -հենման ֆունկցիան է:

Այդ դեպքում $K_{\rho}(\varphi)$ և $h(-\varphi)$ ֆունկցիաները $[h(\varphi)$ -ն $F(z)$ -ի ինգիկատորն է] $\left[-\frac{\pi}{2} - \alpha, \frac{\pi}{2} + \alpha \right]$ հատվածում դրական են միևնույն φ -երի համար և այդպիսի φ -երի համար տեղի ունի

$$k_p(\tau) = h(-\tau)$$

ստանդարտներ:

Դիցուք տված է սկզբնականում ընդհանուր դադաթ ունեցող անկյունային տիրույթներ ձևի սխեմով $A''_{\Delta}(z, \psi): \Delta_{\alpha_k}(\psi_k) \quad |\arg z - \psi_k| < \frac{\pi}{2} \alpha_k, k = 1, 2, \dots, n)$ ընդ որում

անկյունները միմյանց չեն ծածկում: Այդ սխեմի լրացումը կազմված է վերջավոր թվով անկյունային տիրույթներից: Դրանցից մեկնափոքրի բացվածքի մեծությունը նշանակենք

$$\frac{\pi}{\gamma} - \alpha_k$$

Դիցուք $\Delta_{\alpha_k}(\psi_k)$ անկյան մեջ տրված է $f_k(z)$ ֆունկցիան, որը ստացված է այնտեղ $A(\alpha_k)(\rho_k, \sigma_k)$ դասին: Թող $g_k(z)$ -ը լինի $f_k(z)$ -ի հետ B_ρ -ասոցացված ֆունկցիան: Թեորեմ 2. Եթե $f(z)$ -ը տված է $A''_{\Delta}(z, \psi)$ սխեմի վրա և

$$f(z) = f_k(z) \text{ երբ } z \in \Delta_{\alpha_k}(\psi_k),$$

ապա նրա համար տեղի ունի

$$f(z) = \sum_{k=1}^n \int_{L_{\alpha_k}(\rho, \sigma_1, \psi_k)} E_\rho(z; \mu) g(\tau) d\tau$$

իմաստավոր ներկայացումը, որտեղ $\rho > \max\{\gamma, \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n\}$, $\sigma_1 > \sigma_k$, իսկ $L_{\alpha_k}(\rho, \sigma_k, \psi_k)$ -ն որոշակի կոնտուր է, որի համար $\arg z = \psi_k$ -ն սիմետրիայի սուանցք է և որի 2 ճյուղերը անվերջ հեռանում են մոտենալով $|\arg z - \psi_k| < \frac{\pi}{2} \alpha_k + \frac{\pi}{2\rho}$ անկյան կողմերին:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ М. М. Джрбашян, А. Е. Аветисян, ДАН СССР, т. 120, №3 (1958), 457—460.
- ² Г. Полюа, Untersuchungen über Lücken und Singularitäten von Potenzreihen, Math. Zeits. 29 (1929), 549—640.
- ³ М. М. Джрбашян, Известия АН СССР, серия матем., 18, (1954), 427—448.
- ⁴ М. М. Джрбашян, Матем. сборник, 33(75), 3 (1953), 485—530.
- ⁵ А. Е. Аветисян, ДАН СССР, т. 105, №5 (1955), 885—888.
- ⁶ Г. Матисон, Certain integral functions related to exponential sums, Duke. Math. J. 4(1938), 9.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

Б. Л. Абрамян и А. А. Баблоян

Кручение круглых стержней, имеющих продольные выточки
 или зубцы и центрально расположенную полость

(Представлено академиком АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняном 2.VI 1959)

Рассматривается задача о кручении круглых призматических стержней, имеющих симметрично расположенные продольные выточки или зубцы в форме кольцевого сектора и центрально расположенную круглую полость, а также круглых стержней, имеющих центрально расположенную круглую полость с симметричными продольными пазами.

Точное решение этой задачи получено методом введения вспомогательных функций, изложенного в работах ⁽¹⁻³⁾.

Определение постоянных интегрирования сведено к решению бесконечных систем линейных уравнений. Доказано, что полученные системы вполне регулярны и имеют ограниченные сверху и стремящиеся к нулю (при $k \rightarrow \infty$) свободные члены.

Для двух частных случаев, когда стержень имеет а) круглую полость и шесть наружных продольных выточек, б) круглую полость и одну наружную продольную выточку, вычислены жесткости и напряжения.

А для другого случая, когда круглый стержень имеет центрально расположенную полость с шестью продольными пазами, вычислена жесткость.

Полученные результаты приведены в табл. 1, 2 и 3.

Для задачи о кручении подобных, но сплошных стержней приближенные решения были получены в работах Стенеску и Думитреску ⁽⁴⁾ и Маня ⁽⁵⁾.

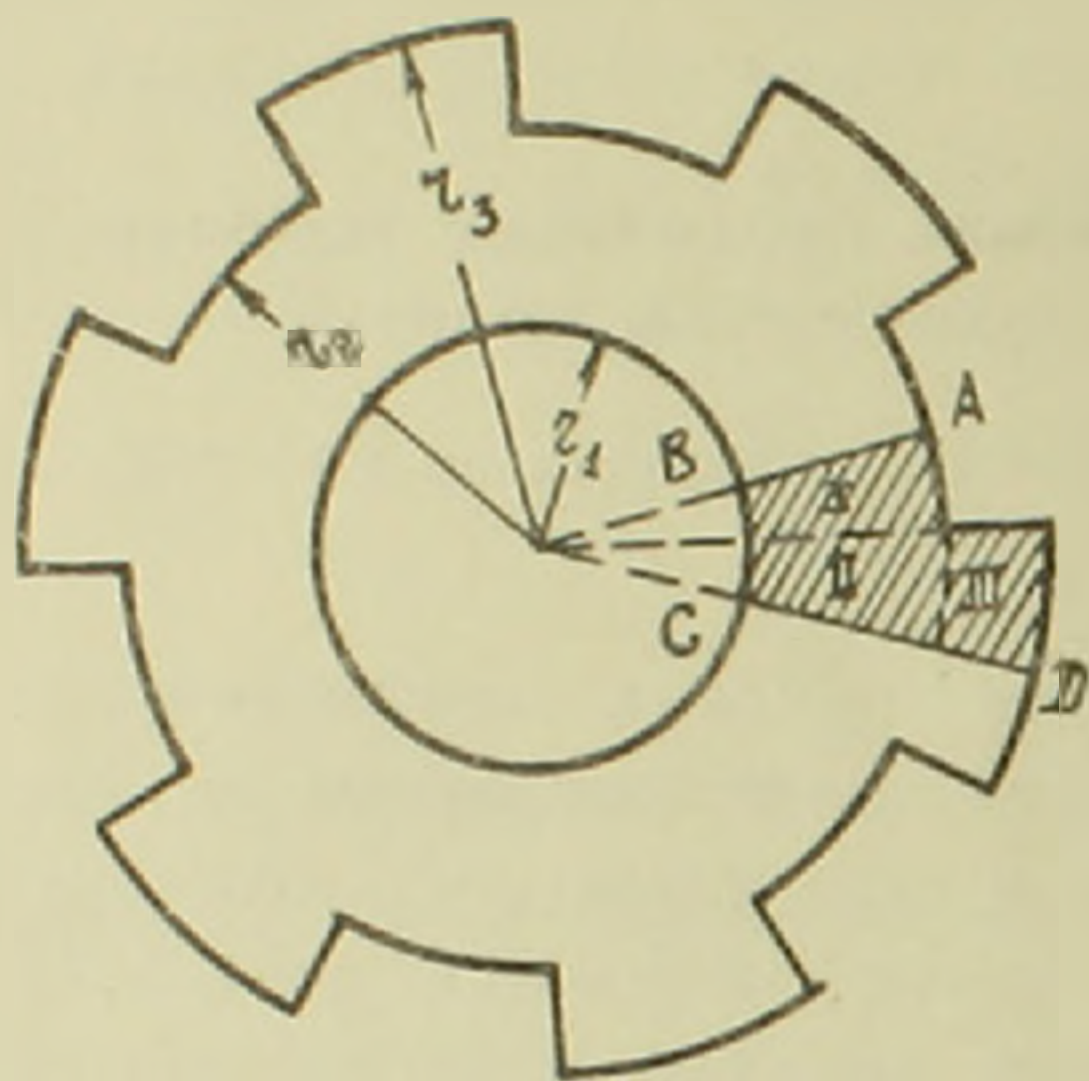
Рассмотрим задачу кручения круглого призматического стержня, имеющего симметрично расположенные наружные продольные зубцы (или выточки) и центрально расположенную круглую полость (фиг. 1). Функция напряжения при кручении призматических стержней в полярных координатах удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} = -2 \quad (1)$$

в области сечения стержня.

Полагаем, что эта функция на внешнем контуре сечения обращается в нуль, а на внутреннем контуре сечения принимает постоянное значение U_0 .

В силу симметрии области сечения функцию $U(r, \varphi)$ отыскиваем только в $\frac{1}{2n}$ -ой части области сечения, где n — число выточек.



Фиг. 1.

Переходя к переменной

$$t = \ln \frac{r}{r_2} \quad (2)$$

и представляя функцию $U(r, \varphi)$ в виде

$$U(r, \varphi) = U^*(t, \varphi) = \Phi(t, \varphi) - \frac{r_2^2 e^{2t}}{2} \quad (3)$$

для определения функции $\Phi(t, \varphi)$, получим уравнение

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (4)$$

Разбивая $\frac{1}{2n}$ -ую часть области

на простейшие области I, II и III, полагаем, что функция $\Phi(t, \varphi)$ в этих областях принимает соответственно значения Φ_1 , Φ_2 и Φ_3 . Вспомогательные функции $\Phi_i(t, \varphi)$ ($i = 1, 2, 3$) должны удовлетворять следующим граничным условиям и условиям сопряжения

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1(0, \varphi) - \frac{r_2^2}{2} &= \Phi_1(-t_1, \varphi) - \Phi_0 = \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=\varphi_1} = 0 \\ \Phi_2(-t_1, \varphi) - \Phi_0 &= \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=-\varphi_2} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi_3(t_2, \varphi) - \frac{r_3^2}{2} &= \Phi_3(t, 0) - \frac{r_2^2 e^{2t}}{2} = \left(\frac{\partial \Phi_3}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=-\varphi_3} = 0 \\ \Phi_1(t, 0) &= \Phi_2(t, 0), \quad \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=0} = \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial \varphi} \right)_{\varphi=0} \\ \Phi_2(0, \varphi) &= \Phi_3(0, \varphi), \quad \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \right)_{t=0} = \left(\frac{\partial \Phi_3}{\partial t} \right)_{t=0} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= \ln \frac{r_2}{r_1}, \quad t_2 = \ln \frac{r_3}{r_2} \\ \varphi_1 &= \frac{\pi}{2n}, \quad \varphi_2 = \frac{\pi}{n} - \frac{\pi}{2n}, \quad \Phi_0 = U_0 + \frac{r_1^2}{2} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

а α — число, характеризующее ширину выемки или зубца.

Решая уравнение (4) методом разделения переменных и удовлетворяя условиям (5) и (6), для функций Φ_i ($i = 1, 2, 3$) получим следующие значения:

$$\begin{aligned} \Phi_1(t, \varphi) = & \frac{r_2^2}{2} \left(1 + \frac{t}{t_1} \right) - \Phi_0 \frac{t}{t_1} + \\ & + \frac{1}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{X_k \operatorname{ch} \beta_k (\varphi_1 - \varphi)}{\beta_k \operatorname{ch} \beta_k \varphi_1} \sin \beta_k t \quad (0 \leq \varphi \leq \varphi_1, -t_1 \leq t \leq 0) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Phi_2(t, \varphi) = & \frac{r_2^2}{2} \left(1 + \frac{t}{t_1} \right) - \Phi_0 \frac{t}{t_1} + \\ & + \frac{1}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{X_k \operatorname{ch} \beta_k (\varphi_2 + \varphi)}{\beta_k \operatorname{ch} \beta_k \varphi_2} \sin \beta_k t + \\ & + \frac{m}{\varphi_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Y_k \operatorname{sh} \lambda_k (t_1 + t)}{\lambda_k \operatorname{sh} \lambda_k t_1} \sin \lambda_k \varphi \quad (-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0, -t_1 \leq t \leq 0) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Phi_3(t, \varphi) = & \frac{r_2^2}{2} \left(1 - \frac{t}{t_2} \right) + \frac{r_3^2 t}{2 t_2} + \\ & + \frac{m}{\varphi_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Y_k \operatorname{sh} \lambda_k (t_2 - t)}{\lambda_k \operatorname{sh} \lambda_k t_2} \sin \lambda_k \varphi - \\ & - \frac{4 r_2^2}{t_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1 + (-1)^{k+1} e^{2 t_2}}{\gamma_k (\gamma_k^2 + 4)} \cdot \frac{\operatorname{ch} \gamma_k (\varphi_2 + \varphi)}{\operatorname{ch} \gamma_k \varphi_2} \sin \gamma_k t, \quad (-\varphi_2 \leq \varphi \leq 0, 0 \leq t \leq t_2) \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\beta_k = \frac{k\pi}{t_1}, \quad \lambda_k = \frac{(2k-1)\pi}{2\varphi_2}, \quad \gamma_k = \frac{k\pi}{t_2}, \quad (11)$$

а неизвестные постоянные X_k и $Y_k m$ определяются из бесконечной системы линейных уравнений

$$\left. \begin{aligned} X_k &= \sum_{p=1}^{\infty} a_{kp} Y_p \\ Y_k &= \sum_{p=1}^{\infty} b_{kp} X_p + Q_k \end{aligned} \right\} \quad (k = 1, 2, \dots, \infty) \quad (12)$$

В (12) введены следующие обозначения:

$$\left. \begin{aligned} a_{kp} &= \frac{2\beta_k m}{\varphi_2 (\operatorname{th} \beta_k \varphi_1 + \operatorname{th} \beta_k \varphi_2) (\lambda_p^2 + \beta_k^2)} \\ b_{kp} &= \frac{2\lambda_k}{m t_1 (\operatorname{cth} \lambda_k t_1 + \operatorname{cth} \lambda_k t_2) (\beta_p^2 + \lambda_k^2)} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} Q_k &= - \frac{2\lambda_k r_2^2}{(\lambda_k^2 - 4)(\operatorname{cth} \lambda_k t_1 + \operatorname{cth} \lambda_k t_2)} \left[1 + \frac{\lambda_k^2 - 4}{2\lambda_k^2 t_1} \left(\frac{2\Phi_0}{r_2^2} - 1 \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{\lambda_k} \left(\operatorname{cth} \lambda_k t_2 - \frac{e^{2t_2}}{\operatorname{sh} \lambda_k t_2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Системы (12) вполне регулярны, ибо для суммы модулей коэффициентов этих систем имеют место следующие неравенства

$$\sum_{p=1}^{\infty} |a_{kp}| \leq m, \quad \sum_{p=1}^{\infty} |b_{kp}| < \frac{1}{2m}. \quad (15)$$

Выбираем постоянное число m равным

$$m = \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad (16)$$

Постоянное значение Φ_0 определяется при помощи теоремы Бредта о циркуляции касательного напряжения при кручении

$$\int_{\Gamma_0} \tau_s ds = 2G\tau\Omega_0, \quad (17)$$

где Γ_0 — внутренний контур сечения, $\Omega_0 = \pi r_1^2$ — площадь, ограниченная контуром Γ_0 .

Подставляя значения

$$\tau_s = \tau_{z\varphi} \Big|_{t=-t_1} = - \frac{G\tau e^{-t}}{r_2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} - r_2^2 e^{2t} \right) \Big|_{t=-t_1}, \quad ds = r_2 e^{-t_1} d\varphi \quad (18)$$

в (17), это равенство приведем к виду

$$\int_{-\varphi_2}^{\varphi_1} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)_{t=-t_1} d\varphi = \int_{-\varphi_2}^0 \left(\frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \right)_{t=-t_1} d\varphi + \int_0^{\varphi_1} \left(\frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \right)_{t=-t_1} d\varphi = 0. \quad (19)$$

Подставляя значения функций Φ_1 и Φ_2 из (8) и (9) в (19) и производя интегрирование, после некоторого преобразования для определения постоянной Φ_0 получим следующую формулу:

$$(\varphi_1 + \varphi_2)(r_2^2 - 2\Phi_0) - \frac{2m}{\varphi_2} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{Y_p}{\lambda_p^2} = 0. \quad (20)$$

Неизвестные коэффициенты Y_p , входящие в уравнение (20), определяются из вполне регулярных бесконечных систем линейных уравнений (12) и выражаются через постоянную Φ_0 . Подставляя определенные из (12) значения Y_p в (20) и разрешая полученное соотношение относительно Φ_0 , получим ее значение.

Жесткость при кручении двухсвязного профиля определяется формулой

$$\begin{aligned} C &= 2G \left| -U_0^* \Omega_0^* + U_0 \Omega_0 + \int_{\Omega^*} U d\Omega \right| = \\ &= 2G \left| -U_0^* \Omega_0^* + U_0 \Omega_0 + 2\pi \int_{\Omega^*} U d\Omega \right|, \end{aligned} \quad (21)$$

где U_0^* — значение функции напряжения на внешнем контуре, а U_0 — на внутреннем контуре сечения, Ω_0^* — площадь, ограниченная внешним контуром Γ_0^* , Ω_0 — площадь, ограниченная внутренним контуром Γ_0 , Ω — область сечения стержня, $\Omega^* = \frac{1}{2n}$ — ая часть области сечения.

Подставляя в (21) значение (3) и пользуясь выражениями (8) — (10), после интегрирования для жесткости стержня получим следующую формулу

$$\begin{aligned} C &= 2G \left\{ \frac{\pi}{4} (r_2^4 - r_1^4) + \frac{\pi}{4t_1} (2\Phi_0 - r_2^2)(r_2^2 - r_1^2) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{n\varphi_2}{4} (r_3^4 - r_2^4) - \frac{n\varphi_2}{4t_2} (r_3^2 - r_2^2)^2 + \right. \\ &\quad \left. + 2n \left[\frac{mr_2^2}{\varphi_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{Y}{\lambda_k (4 - \lambda_k^2)} \left(\operatorname{cth} \lambda_k t_1 + \operatorname{cth} \lambda_k t_2 - \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{e^{-2t_1}}{\operatorname{sh} \lambda_k t_1} - \frac{e^{2t_2}}{\operatorname{sh} \lambda_k t_2} \right) - \frac{4r_2^4}{t_2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\operatorname{th} \gamma_k \varphi_2}{\gamma_k (4 + \gamma_k^2)^2} [1 + (-1)^{k+1} e^{2t_2}]^2 - \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{r_2^2}{t_1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{X_k [1 + (-1)^{k+1} e^{-2t_1}]}{\beta_k (4 + \beta_k^2)} (\operatorname{th} \beta_k \varphi_1 + \operatorname{th} \beta_k \varphi_2) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (22)$$

В табл. 1 приведены значения жесткостей с избытком и с недостатком, вычисленные по формуле (22) для стержней с шестью зубцами (фиг. 1), когда

$$\frac{r_2}{r_1} = 1,964; \quad \frac{r_3}{r_2} = 1,252; \quad t_1 = 0,675; \quad t_2 = 0,225; \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{12} \quad (23)$$

и для стержней с одной выточкой (фиг. 2), когда

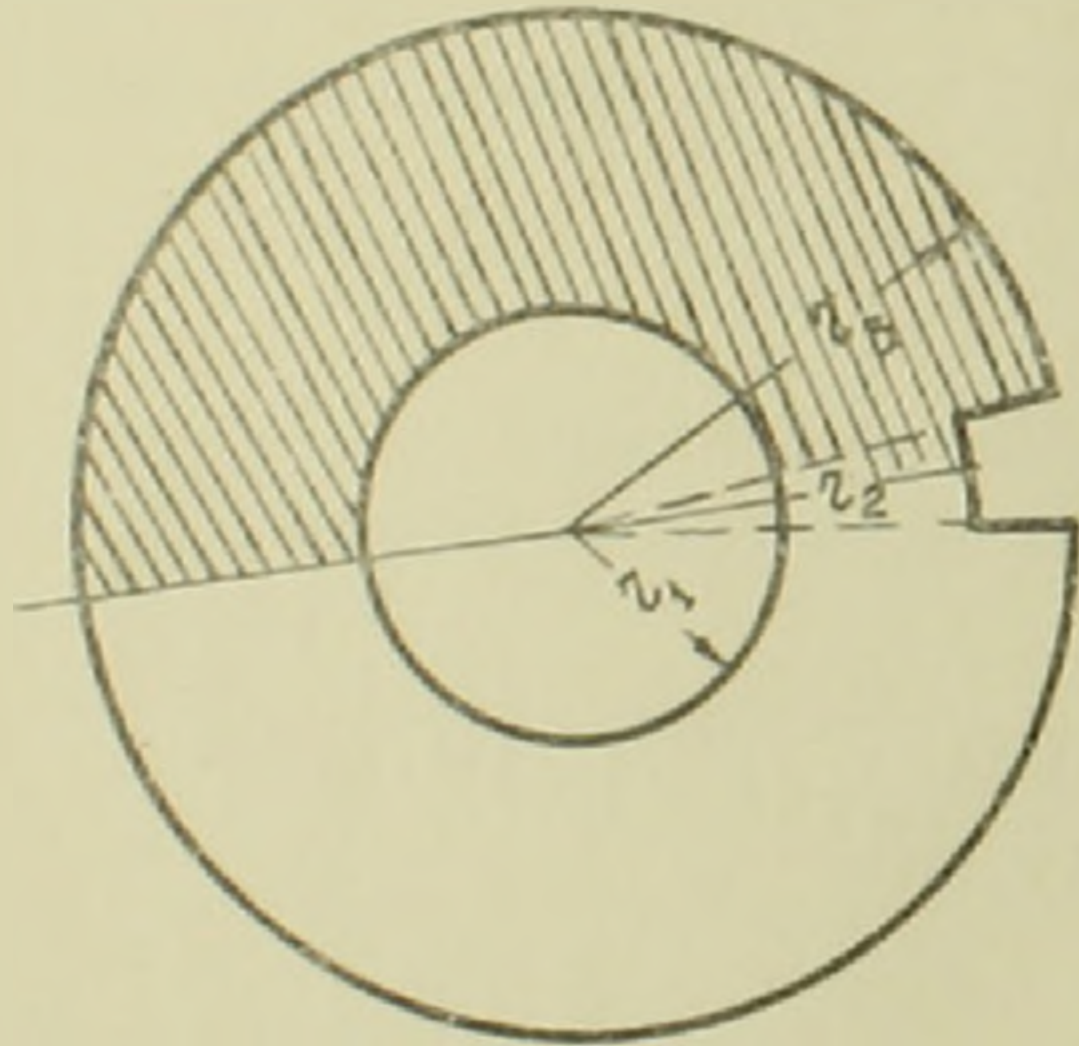
$$\frac{r_2}{r_1} = 1,964; \quad \frac{r_3}{r_2} = 1,252; \quad \varphi_1 = 7^\circ 09' 43''; \quad \varphi_2 = 172^\circ 50' 17''. \quad (24)$$

В этой же таблице для сравнения приводятся также жесткости стержней с сечениями в виде круговых колец с размерами $\frac{r_2}{r_1} = 1,964$ и $\frac{r_3}{r_1} = 2,4595$, из которых первое кольцо получается из профиля с зубцами (фиг. 1), если зубцы снять ($r_3 = r_2$), а второе кольцо получа-

Таблица 1

	Круговое кольцо $\frac{r_2}{r_1} = 1,964$	Круговое кольцо с 6-ю наружными зубцами			Круговое кольцо с одной выточкой			Круговое кольцо $\frac{r_3}{r_1} = 2,4595$
		недост.	избыток.	средн.	недост.	избыток.	средн.	
Постоянные $\frac{2\Phi_0}{r_2^2}$	1.0	1.237	1.238	1.2375	1.523	1.525	1.524	1.568
жесткости $\frac{C}{Gr_2^4}$	1.465	2.929	2.941	2.935	3.621	3.628	3.624	3.758

ется из профиля с выточкой (фиг. 2), если выточку заполнить ($r_2 = r_1$). В табл. 1 приводятся также значения постоянной Φ_0 с избытком и с недостатком, вычисленные по формуле (20).



Фиг. 2.

В табл. 2 приведены напряжения $\tau_{2\varphi}$ при кручении круглого полого стержня, имеющего шесть наружных, симметрично расположенных зубцов (фиг. 1) с размерами, данными в (23).

Аналогичным способом рассмотрено кручение круглого призматического стержня, имеющего центрально расположенную полость с симметричными продольными пазами или зубцами (фиг. 3)

Таблица 2

Точки сечения		$(0, \varphi_1)$	$(-\frac{t_1}{2}, \varphi_1)$	$(-t_1, \varphi_1)$	$(t_2, -\varphi_2)$	$(\frac{t_2}{2}, -\varphi_2)$	$(-\frac{t_1}{2}, -\varphi_2)$	$(-t_1, -\varphi_2)$
$\frac{\tau_{2\varphi}}{Gr_2}$	с недостатком	1.227	0.804	0.545	0.676	0.563	0.611	0.474
	с избытком	1.229	0.804	0.546	0.676	0.564	0.612	0.475

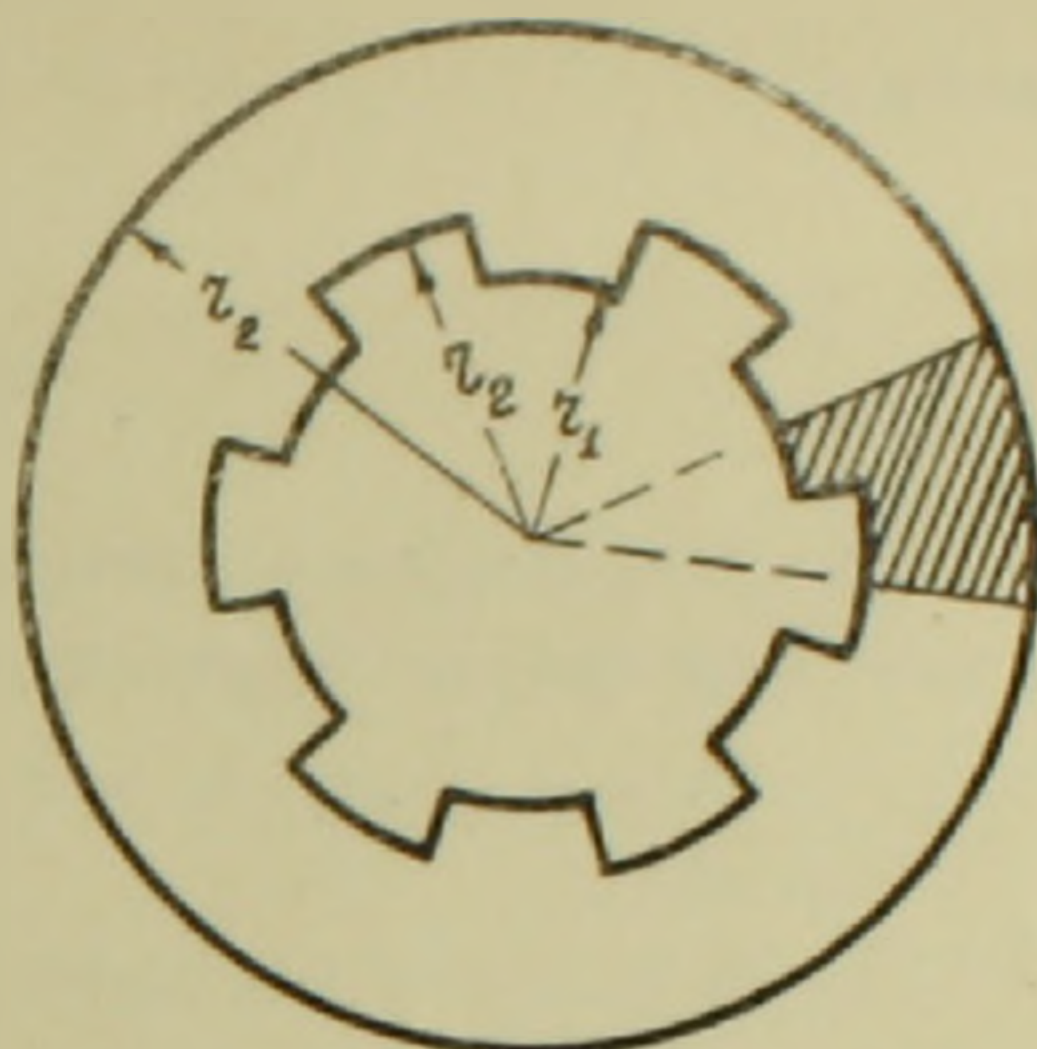
В табл. 3 приводятся значения жесткостей, вычисленные для таких стержней с шестью зубцами, когда

$$\frac{r_3}{r_1} = \frac{r_3}{r_2} = 1,964; \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{12}. \quad (25)$$

В этой же таблице для сравнения приводятся также жесткости стерж-

Таблица 3

	Круговое кольцо $\frac{r_3}{r_2} = 1,964$	Круговое кольцо с 6-ю внутренними зубцами			Круговое кольцо $\frac{r_3}{r_1} = 3,857$
		недост.	избыток.	средн.	
Жест- кости C	21.801	22.062	22.086	22.074	23.266
Gr_2^4					



Фиг. 3.

ней с сечениями в виде круговых колец

с размерами $\frac{r_3}{r_2} = 1,964$ и $\frac{r_3}{r_1} = 3,857$.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

Բ. Լ. ԱՔՐԱՀԱՄՅԱՆ ԵՎ Ս. Մ. ԲԱԲԼՈՅԱՆ

Լծկալուծական ակոսներ կամ առամհեր և կենտրոնական դիրեկտ խոռոչ ունեցող կլոր ձողերի ոլորումը

Հոդվածում դիտարկվում են առանցքի նկատմամբ սիմետրիկ դասավորված երկայնական արտաքին ակոսներ և կենտրոնական կլոր խոռոչ ունեցող, ինչպես նաև կենտրոնական խոռոչով և ներքին երկայնական ակոսներ ունեցող կլոր ձողերի ոլորման խնդիրները:

Այս խնդիրների ճշգրիտ լուծումը ստացված է սժանդակ ֆունկցիաների ներմուծման եղանակով, որը շարադրված է (1-3) աշխատանքներում:

Ինտեգրման հաստատունների որոշումը բերվում է գծային անվերջ հավասարումների սիստեմների լուծման: Ապացուցված է, որ ստացված սիստեմները լիովին ունենում են և ունեն վերևից սահմանափակված և գերոյի ձգտող ազատ անդամներ (երբ $k \rightarrow \infty$):

Երկու դեպքի համար՝ երբ ձողն ունի ա) կլոր խոռոչ և 6 արտաքին երկայնական ակոսներ, բ) կլոր խոռոչ և մի արտաքին երկայնական ակոս հաշվված են ոլորման կոշտությունները և լարումները: Իսկ մի ուրիշ դեպքի համար՝ երբ գլանաձև ձողն ունի կենտրոնական խոռոչ և 6 ներքին երկայնական ակոսներ հաշվված է ոլորման կոշտությունը:

Ստացված արդյունքների մի մասը բերված են №№ 1, 2 և 3 աղյուսակներում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ Н. Х. Арутюнян, ПММ, т. XIII, в. 1, 107 — 112 (1949), ДАН АрмССР, т. IX, № 2, 67 — 74, 1948. ² Б. Л. Абрамян, ДАН АрмССР, т. XXVIII, № 3, 109 — 116, 1954. ³ Б. Л. Абрамян, ДАН АрмССР, т. XXVIII, № 5, 1959. ⁴ Стэнеску и Думи-преску, Torsiunea barelor cilindrice prevazute cu canal de pana, Comun. Acad. RPR, 3, № 6, 1958. ⁵ Маня, Torsiunea arborelui cu caneluri radiale exterioare, Studii si cercetari mec. apl. Acad. RPR, 1958, 9, № 2, 423 — 433.

ФИЗИКА

С. А. Хейфец

Способ создания устойчивости вертикального движения
 в ускорителе с увеличивающимся по радиусу магнитным полем

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. И. Алиханяном 17. III 1959)

Как известно, для поддержания резонанса в циклотроне необходимо увеличивающееся по радиусу магнитное поле. Такое поле является дефокусирующим для движения частиц в вертикальном направлении. Вследствие этого вертикальное движение оказывается неустойчивым. Однако устойчивость вертикального движения можно создать специальным электростатическим полем. При условиях, приведенных ниже (4, 6), фокусирующее действие электростатического поля оказывается сильнее дефокусирующего действия магнитного.

Рассмотрим, например, квадратичное магнитное поле:

$$H_z = H_0 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{r_M} \right)^2 - \left(\frac{z}{r_M} \right)^2 \right]$$

$$H_r = H_0 \frac{rz}{r_M^2} \quad (1)$$

В таком поле при выполнении неравенства $r/r_M \ll 1$ частица обращается с постоянной частотой ω_s , что является необходимым условием циклотронного резонанса. Константа r_M , входящая в (1), равна c/ω_s .

Уравнение движения по координате z в поле (1) вблизи плоскости $z = 0$ имеет вид:

$$\ddot{z} + \frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon} \dot{z} - \omega_s^2 \frac{r_s^2}{r_M^2} z - \frac{c^2 e}{\epsilon_s} E_z, \quad (2)$$

где ϵ — полная энергия частицы, r_s — радиус ее равновесной орбиты. В правую часть уравнения (2) мы добавили силу, действующую на частицу в электростатическом поле E_z .

Предположим, что E_z пропорциональна z , кроме того, сила, действующая на частицу, достаточно быстро осциллирует вследствие движения частицы:



$$eL_z = -gz \sin 2t.$$

В таком случае уравнение (2) принимает вид:

$$\ddot{z} = \left(\omega_s^2 \frac{r_s^2}{r_M^2} - \frac{c^2 e g}{\varepsilon_s} \sin 2t \right) z. \quad (3)$$

В (3) мы пренебрегли несущественным здесь затуханием. Применяя для решения уравнения (3) метод, предложенный П. Л. Капицей⁽¹⁾, получим, что при выполнении неравенства

$$gcr_M/H_s r_s \Omega > \sqrt{2} \quad (4)$$

вертикальное движение является колебательным с частотой

$$\omega_z = \omega_s \frac{r_s}{r_M} \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{gcr_M}{H_s r_s \Omega} \right)^2 - 1}. \quad (5)$$

Для справедливости этого вывода необходимо, чтобы частота Ω была бы достаточно велика:

$$c^2 e g / \varepsilon_s \Omega^2 < 1. \quad (6)$$

Электростатическое поле нужного вида может быть создано специальной конфигурацией электродов. При этом оно не обязательно должно быть линейным по z . Достаточно оказывается, чтобы E_z было нечетной функцией z .

Укажем, в качестве примера, параметры системы, при которых выполняются неравенства (4) и (6): $H_0 \sim 10^4$ эрст, $\Omega/\omega_s = 5$, $g \sim 50-70$ кв/см². Для ускорения протонов до кинетической энергии ~ 350 Мэв при таких параметрах радиус полюсов оказывается равным ~ 2 м, при ускорении дейтонов до кинетической энергии ~ 750 Мэв радиус полюсов вдвое больше.

Ограничение разложения поля (1) в ряд квадратичными членами не является принципиальным и было сделано для упрощения задачи. Дополнительная дефокусировка вертикальных колебаний отброшенными членами более высокого порядка несущественна, если ограничиться ускорением частиц до энергий $\sim 1,4 mc^2$, что соответствует $(r/r_M)^2 \sim 1/2$. Протоны, ускоренные до такой энергии, будут иметь кинетическую энергию ~ 350 Мэв, что вполне достаточно для рождения мезонов в ядерных столкновениях. При этом можно ожидать, что выход мезонов несмотря на близость к порогу рождения будет на несколько порядков выше, чем в фазотроне.

Физический институт
Академии наук Армянской ССР

Ս. Ս. ԽԵՅԵՅ

Ըստ համալիրի ածող մազնիսական դաշտով ստացացուցիչում մասնիկների կայուն ուղղահայաց շարժումն ունեղծելու մեքոդ

Առաջարկվող մեքոդը մասնիկների ուղղահայաց շարժումը դարձնում է կայուն, չնայած շառավիղով ածող մազնիսական դաշտի Կեֆոկուսացնող հատկուծյանը: Մեքոդը կայունում է նրանում, որ օգտադործվում է հատուկ ընտրված էլեկտրոստատիկ դաշտ՝ որոշակի կոնֆիգուրացիա ունեցող էլեկտրոդների օգնուծյամբ:

Անհավասարությունների ձևով, որոնք կապում են արագացուցիչի պարամետրները, ստացված են ուղղահայաց տատանումների կայունություն (1) և (6) պայմանները, զնա-
նազանում են անհավասարությունների մեջ մտնող մեծությունների արժեքները:

Բերված մեթոդի կիրառումը հնարավորություն է կտա ցիկլոտրոնային սեփմում գրոտոնները արագացնել մինչև ~ 350 միլիոն էլեկտրոն վոլտ կինետիկ էներգիան: Այս-
պիսի էներգիայի ժամանակ կարելի է սպասել, որ մեզոնների ելքը կստացվի մի քանի
կարգ բարձր քան ֆազատրոնում, չնայած նրան, որ այդ էներգիան մոտ է մեզոնների
առաջացման շեմին:

ЛИТЕРАТУРА — ԴՐԱՆԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ П. Л. Капица, ЖЭТФ, т. 21, № 5 (1951).

С. М. Хзарлжян

К теории нелинейных колебаний в плазме при постоянном внешнем магнитном поле

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. М. Кочаряном 27. VII 1959)

В настоящей работе мы будем рассматривать нелинейные эффекты, связанные с распространением продольных волн в плазме перпендикулярно внешнему постоянному однородному магнитному полю на основе уравнения А. А. Власова⁽¹⁾. Следует отметить, что на продольные волны, распространяющиеся по направлению магнитного поля, последнее никакого влияния не оказывает. Как главный нелинейный эффект рассматривается перенос вещества волнами, выступающий как эффект второго порядка малости. Нелинейное уравнение решается по методу, предложенному в работе⁽²⁾, только с тем отличием, что, следуя работе⁽³⁾, разлагается в ряд производная по времени.

Исходным уравнением является уравнение А. А. Власова⁽¹⁾.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla_r f - \frac{1}{m} \nabla_v F \nabla_r [\Phi(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)] d\mathbf{r}' [f(\mathbf{r}', \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} + \frac{e}{mc} [\mathbf{v}, \mathbf{H}] \nabla_v f = 0, \quad (1)$$

где: $F = f_0 + f$ — функция распределения частиц,
 f_0 — функция распределения равновесного состояния,
 $\Phi(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$ — потенциальная энергия взаимодействия частиц,
 m — масса частиц.

Подставим

$$f = \sum_{c=1}^{\infty} \lambda^c \varphi_c, \quad \frac{\partial}{\partial t} = \sum_{c=0}^{\infty} \lambda^c \partial^c, \quad (2)$$

где λ — малый параметр.

Ищем φ_c в виде

$$\varphi_c = \sum_{l=-c}^c A_{c,l}(\mathbf{v}) \cdot e^{-il(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}. \quad (3)$$

Условие действительности $\varphi_c = A_{c,l}(\mathbf{v}) = A_{c,-l}(\mathbf{v})$,
на φ_c накладывается условие (2') $\int \varphi_c d\mathbf{v} < \infty$, $A_{c,l}(-\infty) = A_{c,l}(\infty) = 0$.
Задача заключается в определении коэффициентов разложения.

Подставляя (2) в (1) и приравнивая члены с одинаковыми степенями малости, имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_c}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla_r \varphi_c - \frac{1}{m} \nabla_v f_0 \nabla_r \int \Phi(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \varphi_c' d\mathbf{r}' d\mathbf{v} - \frac{e}{mc} [\mathbf{v}, \mathbf{H}] \frac{\partial \varphi_c}{\partial \mathbf{v}} = \\ = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{c-1} \nabla_v \varphi_j \times \nabla_r \int \Phi(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \varphi_{c-j}' d\mathbf{r}' d\mathbf{v}'. \end{aligned} \quad (4)$$

После подстановки (3) в (4), приравниваем члены с одинаковыми $\exp\{-il(\omega t - k\mathbf{r})\}$; учитывая, что ∂^0 действует на $\exp\{-il(\omega t - k\mathbf{r})\}$ как производная по времени, а ∂^1 , ∂^2 и т. д. на коэффициенты $A_{c,l}(\mathbf{v})$, получим (3)

$$\begin{aligned} \frac{1}{i} \sum_{n=1}^{c-1} \partial^n A_{c-n,l} + \left[(k\mathbf{v} - \omega) A_{c,l}(\mathbf{v}) - \frac{\sigma_{lk}}{m} k \nabla_v f_0 a_{c,l} \right] \cdot l + \\ + \frac{e}{imc} [\mathbf{v}, \mathbf{H}] \cdot \frac{\partial A_{c,l}}{\partial \mathbf{v}} = \frac{k}{m} \sum_{j=1}^{c-1} \sum_{m'} \nabla_v A_{j,m'}(\mathbf{v}) a_{c-j,l-m'} \sigma_{(l-m')k} \cdot (l - m'), \end{aligned} \quad (5)$$

где $a_{c,l} = \int A_{c,l} d\mathbf{v}$ и $\sigma_{lk} = \int \Phi(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) e^{i(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \cdot \mathbf{k}} d\mathbf{r}$.

Направим магнитное поле по оси Z и, введя цилиндрическую систему координат в пространстве скоростей (4), получим

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{c-1} \partial^n A_{c-n,l} + \left[(k\mathbf{v} - \omega) \cdot A_{c,l}(\mathbf{v}) - \frac{\sigma_{lk}}{m} k \nabla_v f_0 \cdot a_{c,l} \right] \cdot l - \omega_1 \frac{\partial A_{c,l}(\mathbf{v})}{\partial \theta} = \\ = \frac{k}{m} \sum_{j=1}^{c-1} \sum_{m'} \nabla_v A_{j,m'}(\mathbf{v}) \cdot a_{c-j,l-m'} \cdot \sigma_{(l-m')k} \cdot (l - m'), \end{aligned} \quad (5)$$

где $\omega_1 = \frac{e \cdot H}{mc}$.

Решим уравнение (5) в различных приближениях.

1-е приближение $c = l = 1$

$$\left[(k\mathbf{v} - \omega) \cdot A_{1,1}(\mathbf{v}) - \frac{\sigma_k}{m} k \cdot \nabla_v f_0 a_{1,1} \right] \cdot l - \frac{\omega_1}{i} \cdot \frac{\partial A_{1,1}(\mathbf{v})}{\partial \theta} = 0. \quad (6)$$

Направим $\mathbf{k}$ по оси X , тогда решением (6) с учетом того, что $A_{1,1}(\theta)$ есть периодическая функция от (θ) (с периодом 2π), будет

$$A_{1,1}(\mathbf{v}) = - \frac{i}{\omega_1} \exp \left\{ \frac{i}{\omega_1} k v \sin \theta - \omega \theta \right\} \cdot \int \frac{\sigma_k}{m} k \frac{\partial f_0}{\partial v_x} \times$$

$$\times a_{1,1} \cdot \exp \left[-\frac{i}{\omega_1} (k\rho \sin\theta - \omega\theta) \right] d\theta, \quad (7)$$

где ρ есть скорость, которая определяется при переходе к цилиндрическим координатам

$$\left. \begin{aligned} v_x &= \rho \cos\theta \\ v_y &= \rho \sin\theta \end{aligned} \right\} \rho^2 = v_x^2 + v_y^2.$$

II-е приближение A. $c = 2, l = 1$

$$\begin{aligned} \frac{1}{i} \partial^l A_{1,1} + \left[k\rho \cos\theta - \omega \right] \cdot A_{2,1}(v) - \frac{\varepsilon_k}{m} \cdot k \cdot \frac{\partial f_0}{\partial v_x} a_{2,1} \Big] = \\ - \frac{\omega_1}{i} \frac{\partial A_{2,1}(v)}{\partial \theta} = \frac{k}{m} \frac{\partial A_{1,0}}{\partial v_x} \cdot a_{1,1} \cdot \varepsilon_k. \end{aligned} \quad (8)$$

Предполагая, что $A_{2,1} = 0$ (3), мы получим из (8)

$$\frac{1}{i} \partial^l A_{1,1} = \frac{k}{m} \cdot \frac{\partial A_{1,0}}{\partial v_x} \cdot a_{1,1} \cdot \varepsilon_k. \quad (8')$$

Интеграция (8') по скоростям с учетом условия (2) дает

$$\partial^l a_{1,1} = 0.$$

Следовательно, мы (8') можем записать как

$$\frac{k}{m} \cdot \frac{\partial A_{1,0}}{\partial v_x} \cdot a_{1,1} \cdot \varepsilon_k = 0, \quad \text{значит } A_{1,0} = C,$$

$$\text{из условия (2) получим } A_{1,0}(v) = 0. \quad (9)$$

Так как перенос вещества волнами должен определяться членом $A_{1,0}$, то выражение (9) показывает, что в первом приближении переноса вещества нет.

II-е приближение B. $c = 3, l = 1$.

Из (5) имеем:

$$\begin{aligned} \left[[k\rho \cos\theta - \omega] A_{2,2}(v) - \frac{\varepsilon_{2k}}{m} k \frac{\partial f_0}{\partial v_x} \cdot a_{2,2} \right] - \frac{\omega_1}{2i} \cdot \frac{\partial A_{2,2}(v)}{\partial \theta} = \\ = \frac{k}{m} \cdot \frac{\partial A_{1,1}(v)}{\partial v_x} \cdot a_{1,1} \cdot \varepsilon_k. \end{aligned} \quad (9)$$

Решением которого будет:

$$\begin{aligned} A_{(2,2)}(\theta) = -\frac{2i}{\omega_1} \cdot \exp \left[\frac{2i}{\omega_1} [k\rho \sin\theta - \omega\theta] \right] \cdot \int \left[\frac{\varepsilon_{2k}}{m} k \frac{\partial f_0}{\partial v_x} a_{2,2} + \right. \\ \left. + \frac{k}{2m} \cdot \frac{\partial A_{1,1}}{\partial v_x} \cdot a_{1,1} \varepsilon_k \right] \cdot \exp \left[-\frac{2i}{\omega_1} (k\rho \sin\theta - \omega\theta) \right] d\theta. \end{aligned}$$

III-е приближение $c = 3, l = 1$.

Из (5) следует
$$\frac{1}{i} \partial^{\Pi} A_{1,1} + \left[(k\rho \cos \theta - \omega \theta) A_{3,1}(\mathbf{v}) - \right. \\ \left. - \frac{\sigma_k}{m} k \frac{\partial f_0}{\partial v_x} a_{3,1} \right] - \frac{\omega_1}{i} \cdot \frac{\partial A_{3,1}(\mathbf{v})}{\partial \theta} = \frac{k}{m} \left[\frac{\partial A_{1,-1}(\mathbf{v})}{\partial v_x} a_{2,2} \cdot \sigma_{2k} \cdot 2 + \right. \\ \left. + \frac{\partial A_{2,2}(\mathbf{v})}{\partial v_x} \cdot a_{1,-1} \cdot \sigma_{-k} \cdot (-1) + \frac{\partial A(v)_{2,0}}{\partial v_x} \cdot a_{1,1} \cdot \sigma_k \right],$$

предполагая $A_{3,1} = 0$ (3), получим

$$\frac{1}{i} \partial^{\Pi} A_{1,1}(\mathbf{v}) = \frac{k}{m} \cdot \left[\frac{\partial A_{1,-1}(\mathbf{v})}{\partial v_x} \cdot a_{2,2} \cdot \sigma_{2k} \cdot 2 + \right. \\ \left. + \frac{\partial A_{2,2}(\mathbf{v})}{\partial v_x} a_{1,-1} \cdot \sigma_{-k} \cdot (-1) + \frac{\partial A_{2,0}}{\partial v_x} a_{1,1} \cdot \sigma_k \right], \quad (10)$$

интегрируя (10) по $\mathbf{v}$, получим

$$\partial^{\Pi} a_{1,1} = 0.$$

Следовательно (10) можно переписать как

$$\frac{\partial A_{1,-1}(\mathbf{v})}{\partial v_x} a_{2,2} \cdot \sigma_{2k} \cdot 2 + \frac{\partial A_{2,2}(\mathbf{v})}{\partial v_x} \cdot a_{1,-1} \cdot \sigma_{-k} \cdot (-1) + \\ + \frac{\partial A_{2,0}}{\partial v_x} \cdot a_{1,1} \cdot \sigma_k = 0. \quad (11)$$

Из (11) легко получить

$$A_{2,0}(\mathbf{v}) = \frac{a_{1,-1} \cdot \sigma_{-k}}{a_{1,1} \cdot \sigma_k} \cdot A_{2,2}(\mathbf{v}) - \frac{a_{2,2} \cdot \sigma_{2k} \cdot 2}{a_{1,1} \cdot \sigma_k} \cdot A_{1,-1}(\mathbf{v}) + C.$$

Из условия (2) получим $C = 0$.

Плотность переноса вещества волнами будет

$$J_{2,0} = \int A_{2,0}(\mathbf{v}) \cdot v_x d\mathbf{v}. \quad (12)$$

Обозначим

$$J_1 = \int_{(v)} A_{2,2}(\mathbf{v}) \cdot v_x d\mathbf{v}, \quad J_2 = \int_{(v)} A_{1,-1}(\mathbf{v}) \cdot v_x \cdot d\mathbf{v},$$

и

$$\alpha' = \frac{a_{1,-1} \cdot \sigma_{-k}}{a_{1,1} \cdot \sigma_k}, \quad \gamma = \frac{2a_{2,2} \cdot \sigma_{2k}}{a_{1,1} \cdot \sigma_k}.$$

Получим

$$J_{2,0} = \alpha' \cdot J_1 - \gamma J_2.$$

В дальнейшем, употребляя соотношение $e^{iz \sin \theta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z) \cdot e^{in\theta}$

где $J_n(z)$ — функция Бесселя) и свойства бesselевых функций

$$J_n(-z) = (-1)^n J_n(z), \quad J_{-n}(z) = (-1)^n \cdot J_n(z)$$

и вводя обозначения

$$A^\pm(n, n' \pm 2\gamma) = \frac{(n + n' \pm 2\gamma) J_{n+n' \pm 2\gamma} \left(\frac{2ks}{\omega_1} \right)}{\left(n \pm 1 + \frac{\omega}{\omega_1} \right) \left(n + n' \pm 2\gamma + \frac{2\omega}{\omega_1} \right)},$$

После довольно громоздких вычислений получим

$$\begin{aligned} J_1 = & -\frac{\sigma_{2k}}{2m} a_{2,2} \int_0^\infty \frac{\partial f_0}{\partial \rho} \sum J_n \left(\frac{2k\rho}{\omega_1} \right) \left[\frac{(n+1) \cdot J_{n+1} \left(\frac{2k\rho}{\omega_1} \right)}{n+1+2 \frac{\omega}{\omega_1}} + \right. \\ & \left. + \frac{(n-1) \cdot J_{n-1} \left(\frac{2k\rho}{\omega_1} \right)}{n-1+2 \cdot \frac{\omega}{\omega_1}} \right] \rho d\rho - \frac{k\sigma_k^2 \cdot a_{1,1}^2}{8m^2\omega_1} \int_0^\infty \left\{ \frac{\partial^2 f_0}{\partial \rho^2} \sum_n \sum_{n'} J_n \left(\frac{k\rho}{\omega_1} \right) \times \right. \\ & \times J_{n'} \left(\frac{k\rho}{\omega_1} \right) \cdot \sum_{\gamma=0}^1 A^\pm(n, n' \pm 2\gamma) \rho + \frac{\partial f_0}{\partial \rho} \sum_n \sum_{n'} \frac{\partial J_n \left(\frac{k\rho}{\omega_1} \right)}{\partial \rho} \times \\ & \times J_{n'} \left(\frac{k\rho}{\omega_1} \right) \cdot \sum_{\gamma=0}^1 A^\pm(n, n' \pm 2\gamma) \rho + \frac{\partial f_0}{\partial \rho} \sum_n \sum_{n'} J_n \left(\frac{k\rho}{\omega_1} \right) \times \\ & \times J_{n'} \left(\frac{k\rho}{\omega_1} \right) \{ (n+1) [A^+(n, n'+2) - A^+(n, n')] + \\ & \left. + (n-1) \cdot [A^-(n, n') - A^-(n, n'-2)] \} \right\} d\rho. \end{aligned}$$

Совершая аналогичное вычисление для J_2 и употребляя приближенное выражение функции Бесселя при малых аргументах

$$J_n(z) = \frac{z^n}{2^n n!}, \quad J_0(z) = \left(1 - \frac{z^2}{4} \right)$$

и выбирая функцию $f_0(\rho) = n \cdot \frac{m}{\lambda T} e^{-\frac{m}{2\lambda T} \rho^2}$.

λ — постоянная Больцмана, окончательно получим

$$J_{2,0} = |a_{1,1}|^2 \frac{\sigma_{-k}\sigma_k}{m^2} \left(\frac{k}{\omega_1} \right)^3 n \left(\frac{\omega_1}{\omega} \right)^2 \left\{ \frac{3}{4} - \frac{3}{4} \frac{\sigma_{2k}}{m} \frac{nk^2}{\omega_1^2} \frac{\omega_1}{\omega} \frac{1}{1 - \frac{\sigma_{2k}}{\sigma_k}} + \right.$$

$$+ \frac{8xT}{m} \left(\frac{k}{\omega_1} \right)^2 \left[\frac{\tau_{2k}}{m} n \left(\frac{k}{\omega_1} \right)^2 \left(\frac{\omega_1}{\omega} \right)^3 \frac{483}{202} \frac{1}{1 - \frac{\tau_{2k}}{\tau_k}} + \frac{141}{768} \right] \quad (13)$$

В выражении (13) рассмотрен случай $\omega \gg \omega_1$.

Исследуем последнее выражение, условием обращения которого в нуль будет

$$\frac{\tau_{2k}}{m} \frac{nk^2}{\omega_1^2} \frac{\omega_1}{\omega} \frac{1}{1 - \frac{\tau_{2k}}{\tau_k}} = 1$$

$$\frac{8xT}{m} = \frac{3}{4} \frac{\omega_1^2}{k^2} \frac{\frac{\tau_{2k}}{m} n \left(\frac{k}{\omega_1} \right)^2 \left(\frac{\omega_1}{\omega} \right)^3 \frac{483}{202} \frac{1}{1 - \frac{\tau_{2k}}{\tau_k}} + \frac{141}{768}}{\quad} \quad (14)$$

Выражение (13) показывает, что плотность переноса частиц существенно зависит от сил взаимодействия между частицами. Когда $\tau_k < 0$, плотность потока при нулевой температуре больше, чем в случае $\tau_k > 0$, причем с увеличением температуры поток при $\tau_k > 0$ уменьшается быстрее, чем при $\tau_k < 0$.

Выражение (14) показывает, что при некоторых температурах плотность потока для определенных магнитных полей исчезает, конечно, последнее соотношение не дает точной закономерности, так как при его выводе в выражении (13) в фигурных скобках первый член принят равным второму, а в действительности наше приближение верно, когда второй член всегда меньше первого. Но тем не менее, оно достаточно верно отражает качественную сторону явления.

В заключение выражаю глубокую благодарность моему научному руководителю А.А. Власову за предложенную тему и за ценные советы при выполнении работы.

Физический факультет Московского государственного
университета им. Ломоносова

Ս. Ս. ԽԶԱՐԶՅԱՆ

**Պլազմայում ոչ դժային հասանումների էներգիաներ արտաթիվ
հաստատում և համասեռ մագնիսական դաշտի նկատմամբ**

Հիմնվելով Ս. Լ. Վլասովի (1) համասարման վրա, հողվածում ուսումնասիրվել են երկայնական ալիքների շնորհիվ կատարվող ոչ դժային տատանումները պլազմայում, արտաթիվն հաստատուն և համասեռ մագնիսական դաշտի առկայության դեպքում: Քանի որ մագնիսական դաշտը մագնիսական դաշտի ուղղությամբ տարածվող երկայնական ալիքների վրա ոչ մի ազդեցություն չի գործում, ապա հողվածում ուսումնասիրվում են միայն արտաթիվն մագնիսական դաշտային ուղղահայաց տարածվող երկայնական ալիքները: Որպես գլխավոր ոչ դժային երևույթ է համարվում նյութի տեղափոխումը ալիքների միջոցով: Ոչ դժային համասարումը լուծվում է (2) աշխատանքում առաջադրված

խիստ դժուար է միայն այն տարրերու թիւը որ հետեւելով (3) աշխատանքին, ածանցյալը բոլոր
ժամանակի շարքի է վերածվում:

Արդյունքները ցույց են տալիս, որ մասնիկների տեղափոխումը ալիքների միջոցով
կապիկ կախված է մասնիկների փոխազդեցութեան ուժից և մազնիսական դաշտի միջոցով
կարելի է դիտարկել մասնիկների տեղափոխման հոսքի խտութեան մեծութիւնը:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Կ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

¹ А. А. Власов, Теория многих частиц, М.—Л., 1950. ² С. М. Хзарджян, «Из-
вестия АН АрмССР» (серия физ.-мат. наук), т. XII, № 6 (1959). ³ П. А. Стуррок,
Proc. Roy. Soc. Ser. A. mat. and phys. sciences, № 1230, vol. 242, 1957. ⁴ Гросс, Phys.
Rev. vol. 82, № 2, 1951.

П. А. Безирганян

Динамическая теория интерференции рентгеновских лучей для конечного кристалла

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 29. VII. 1959)

Как известно, задача динамической теории интерференции рентгеновских лучей решена только для плоско-параллельной неограниченной кристаллической пластинки (для случая, когда кристалл ограничен двумя параллельными бесконечными плоскостями). Определена зависимость интенсивности отраженных волн от толщины только такой кристаллической пластинки (¹⁻³).

Однако у реального кристалла ограничена не только толщина, но и ширина и длина. Возникает естественный вопрос — как зависит интенсивность отраженных волн от ширины и длины отражающего кристалла?

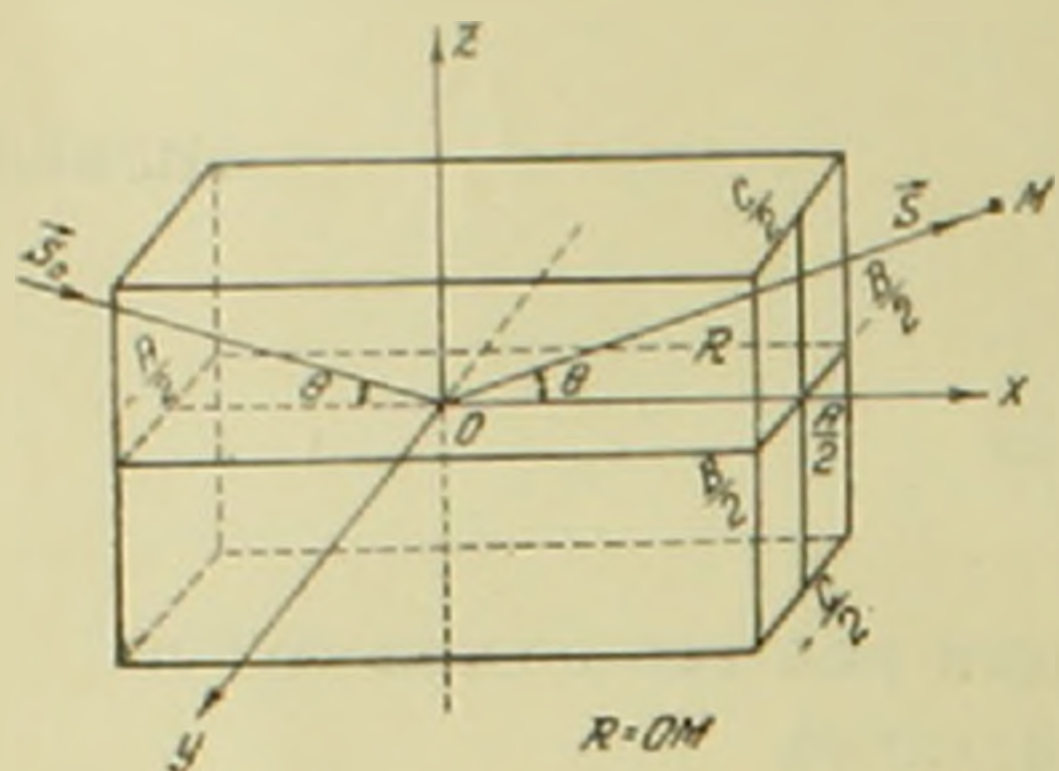
Доказано (^{4,5}), что интенсивность отраженных волн не зависит от длины и ширины отражающего кристалла, т. е. от размеров отражающих плоскостей, только в том случае, если размеры кристалла (ширина и длина) больше, чем 10^{-2} см и что кинематическая теория интерференции рентгеновских лучей (теория Лауэ) верна только для кристаллов, размеры которых меньше, чем 10^{-4} см. Следовательно, для кристаллов, размеры которых больше 10^{-5} см и меньше 10^{-2} см, невозможно точно определить интенсивность отраженных волн ни по расчетам кинематической теории, ни по расчетам динамической теории. Далее доказано, что поправка Дарвина к формуле Лауэ на первичную экстинкцию для таких кристаллов также неверна.

В настоящей работе решена задача динамической теории интерференции рентгеновских лучей для конечного кристалла.

Пусть плоская монохроматическая волна падает на кристалл в направлении единичного вектора $\vec{S}_0$ (фиг. 1) и точка наблюдения из начала координат видна в направлении $\vec{S}$. Допустим, что вектора $\vec{S}_0$ и $\vec{S}$ имеют следующие направляющие косинусы:

$$\vec{S}_0 (\cos\theta, 0, -\sin\theta), \quad \vec{S} (\cos\theta, 0, \sin\theta).$$

Огражающие плоскости кристалла параллельны плоскости xoy . Размеры кристалла в направлениях x , y и z соответственно равны A , B и C , периоды кристалла в направлениях x , y и z соответственно равны a , b и c . Если падающая волна в начале координат $(0, 0, 0)$



Фиг. 1.

имеет вид e^{ikct} , т. е. амплитуда падающей волны в этой точке равна единице, то волна, отраженная от плоскости кристалла, совпадающей с плоскостью xoy , будет:

$$G = \frac{n}{R} \cdot \frac{e^2}{mc^2} f(2\theta, k) \exp[ik(ct - R)] \times$$

$$\times \int_{-\frac{A}{2}}^{\frac{A}{2}} \exp\left(-ik \frac{x^2 \sin^2 \theta}{2R}\right) dx \times$$

$$\times \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \exp\left(-ik \frac{y^2}{2R}\right) dy$$

или

$$G = \frac{n}{R} \frac{e^2}{mc^2} f(2\theta, k) \int_0^A \exp\left(-ik \frac{x^2 \sin^2 \theta}{2R}\right) dx \times$$

$$\times \int_0^B \exp\left(-ik \frac{y^2}{2R}\right) dy,$$

где n — число атомов на единицу площади плоскости. Амплитуда этой волны будет

$$G_0 = \frac{n}{R} \frac{e^2}{mc^2} f(2\theta, k) \int_0^A \exp\left(-ik \frac{x^2 \sin^2 \theta}{2R}\right) dx \int_0^B \exp\left(-ik \frac{y^2}{2R}\right) dy,$$

откуда, после простых преобразований, получим:

$$G_0 = \frac{n \cdot e^2}{2mc^2 \sin \theta} f(2\theta, k) \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \sin^2 \theta} \cdot R} \exp\left(-i \frac{\pi}{2} x^2\right) dx \times$$

$$\times \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} B} \exp\left(-i \frac{\pi}{2} y^2\right) dy.$$

В общем случае эта амплитуда комплексная, вещественная и мнимая части которой выражаются следующим образом:

$$G_0' = \frac{n\lambda e^2}{2mc^2 \sin\theta} f(2\theta, k) \left\{ \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \sin\theta} A} \cos \frac{\pi}{2} x^2 dx \times \right. \\ \left. \times \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} B} \cos \frac{\pi}{2} y^2 dy - \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \sin\theta} A} \sin \frac{\pi}{2} x^2 dx \cdot \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} B} \sin \frac{\pi}{2} y^2 dy \right\};$$

$$G_0'' = - \frac{n\lambda e^2}{2mc^2 \sin\theta} f(2\theta, k) \left\{ \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \sin\theta} A} \cos \frac{\pi}{2} x^2 dx \times \right. \\ \left. \times \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} B} \sin \frac{\pi}{2} y^2 dy + \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \sin\theta} A} \sin \frac{\pi}{2} x^2 dx \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} B} \cos \frac{\pi}{2} y^2 dy \right\},$$

где $G_0 = G_0' + iG_0''$.

Амплитудой волны, отраженной от этой же плоскости в направлении падающего пучка, будет

$$\Sigma_0' = \frac{n\lambda e^2}{2mc^2 \sin\theta} f(0, k) \left\{ \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \sin\theta} A} \cos \frac{\pi}{2} x^2 dx \times \right.$$

$$\left. \times \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} B} \cos \frac{\pi}{2} y^2 dy - \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \sin\theta} A} \sin \frac{\pi}{2} x^2 dx \cdot \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} B} \sin \frac{\pi}{2} y^2 dy \right\},$$

$$\Sigma_0'' = - \frac{n\lambda e^2}{2mc^2 \sin\theta} f(0, k) \left\{ \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \sin\theta} A} \cos \frac{\pi}{2} x^2 dx \cdot \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}} B} \sin \frac{\pi}{2} y^2 dy + \right.$$

$$\left. + \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \sin \theta} A} \sin \frac{\pi}{2} x^2 dx \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} B}} \cos \frac{\pi}{2} y^2 dy \right\},$$

где Σ'_0 и Σ''_0 — вещественная и мнимая части амплитуды Σ_0 этой волны.

Случай непоглощающего кристалла. Составив и решив разностные (рекуррентные) уравнения, в случае непоглощающего и неполярного кристалла, получим (6), (7):

$$\frac{S_0}{T_0} = \frac{G'_0 + iG''_0}{1 - x(1 + \Sigma'_0 + i\Sigma''_0) \exp(-ikd \sin \theta)}, \quad (1)$$

где

T_0 — амплитуда падающей волны на поверхности кристалла,

S_0 — амплитуда отраженной от кристалла волны на поверхности кристалла.

x — определяется с помощью следующего уравнения:

$$T_r = T_0 x^r,$$

где T_r — амплитуда волны, распространяющейся в направлении первичного пучка, над плоскостью $r + 1$,

d — межплоскостное расстояние отражающих плоскостей.

Имея в виду, что:

а) коэффициент преломления рентгеновских лучей очень мало отличается от единицы, следовательно и угол θ мало отличается от угла θ_0 , где θ_0 — угол, удовлетворяющий уравнению Вульфа — Брегга ($2d \sin \theta_0 = n\lambda$);

б) величина x по абсолютной величине должна быть меньше единицы и мало отличаться от единицы,

в) G'_0 , G''_0 , Σ'_0 и Σ''_0 — малые величины, уравнение (1) можно привести к следующему виду

$$\frac{S_0}{T_0} = \frac{G''_0 - iG'_0}{i\Sigma'_0 - \Sigma''_0 + dk(\sin \theta - \sin \theta_0) \pm L},$$

$$\text{где } L = \sqrt{[i\Sigma'_0 - \Sigma''_0 + dk(\sin \theta - \sin \theta_0)]^2 - (iG'_0 - G''_0)^2}. \quad (2)$$

Разность синусов можно преобразовать следующим образом:

$$\sin \theta - \sin \theta_0 = 2 \cos \frac{\theta - \theta_0}{2} \sin \frac{\theta - \theta_0}{2} \approx (\theta - \theta_0) \cos \theta_0.$$

Имея в виду (3), из (2) получим

$$\frac{S_0}{T_0} = \frac{G''_0 - iG'_0}{i\Sigma'_0 - \Sigma''_0 + dk(\theta - \theta_0) \cos \theta_0 \pm L_1},$$

где

$$L_1 = \sqrt{|i\Sigma'_0 - \Sigma_0'' + dk(\theta - \theta_0) \cos \theta_0|^2 - (iG'_0 - G_0'')^2}. \quad (4)$$

Знак у квадратного корня выбирается так, чтобы имело место

$$\left| \frac{S_0}{T_0} \right|^2 < 1. \quad (5)$$

Для определения интенсивности найдем квадрат модуля

$$\left| \frac{S_0}{T_0} \right|^2 = \left| \frac{G'_0 - iG_0''}{i\Sigma'_0 - \Sigma_0'' + dk(\theta - \theta_0) \cos \theta_0 \pm L_1} \right|^2. \quad (6)$$

Знаменатель последнего уравнения можно записать в виде:

$$\begin{aligned} & i\Sigma'_0 - \Sigma_0'' + dk(\theta - \theta_0) \cos \theta_0 \pm \\ & \pm \sqrt{|i\Sigma'_0 - \Sigma_0'' + dk(\theta - \theta_0) \cos \theta_0|^2 - (iG'_0 - G_0'')^2} = \\ & = \sqrt{|dk(\theta - \theta_0) \cos \theta_0 - \Sigma_0''|^2 + (\Sigma'_0)^2} \cdot e^{i\varphi_1} \pm \\ & \pm \sqrt{\{2\Sigma'_0 |dk(\theta - \theta_0) \cos \theta_0 - \Sigma_0''| + 2G'_0 G_0''\}^2 + L_2} \cdot e^{i\varphi_2}, \end{aligned}$$

где

$$L_2 = \{|dk(\theta - \theta_0) \cos \theta_0 - \Sigma_0''|^2 + (G'_0)^2 - (\Sigma'_0)^2 - (G_0'')^2\}^2, \quad (7)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{\Sigma'_0}{dk(\theta - \theta_0) \cos \theta_0 - \Sigma_0''}, \quad (8)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{2\Sigma'_0 |dk(\theta - \theta_0) \cos \theta_0 - \Sigma_0''| + 2G'_0 G_0''}{|dk(\theta - \theta_0) \cos \theta_0 - \Sigma_0''|^2 + (G'_0)^2 - (\Sigma'_0)^2 - (G_0'')^2}. \quad (9)$$

Имея в виду (7), (8) и (9), из (6) получим

$$\left| \frac{S_0}{T_0} \right|^2 = \frac{[G'_0]^2 + [G_0'']^2}{U + W + V}, \quad (10)$$

где

$$U = |dk(\theta - \theta_0) \cos \theta_0 - \Sigma_0''|^2 + |\Sigma'_0|^2, \quad (11)$$

$$W = \pm \sqrt{\{2\Sigma'_0 |dk(\theta - \theta_0) \cos \theta_0 - \Sigma_0''| + 2G'_0 G_0''\}^2 + L_2}, \quad (12)$$

$$V = 2 \sqrt{UW} \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (13)$$

Для сравнения с результатами теории Дарзина вычислим интенсивность в дифракционном максимуме при отражении рентгеновских лучей $M_0 K_{\alpha_1}$ от кристалла кальцита. Вычислим структурный фактор для кальцита (плоскости (211)), имея в виду, что кальцит состоит из перемежающихся плоскостей Са, С и О-атомов. Как известно, в единичной ячейке кальцита содержится 10 атомов, имеющих следующие координаты:

$$2Ca \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right), \left(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4} \right) \\ 2C \left(0, 0, 0 \right), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \quad (14)$$

$$6O \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 0 \right), \left(\frac{3}{4}, 0, \frac{1}{4} \right), \left(0, \frac{1}{4}, \frac{3}{4} \right), \left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right) \left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4} \right).$$

В этом случае в выражениях (10) вместо атомных факторов надо взять структурные факторы, которые через атомные факторы выражаются следующим образом:

$$G_0 = D(a_1 b_1 - a_2 b_2) \left\{ \sum_i f_{Ca}(2\theta, k) e^{i2\pi N(hx_j + ky_j + lz_j)} + \right. \\ \left. + \sum_j f_C(2\theta, k) e^{i2\pi N(hx_j + ky_j + lz_j)} + \sum_j f_O(2\theta, k) e^{i2\pi N(hx_j + ky_j + lz_j)} \right\},$$

где N — порядок отражения,

x_j, y_j, z_j — координаты атома j в единичной ячейке,

(h, k, l) — индексы Миллера отражающих плоскостей.

Имея в виду координаты (14), из последнего для $N = 1$, получим:

$$\Sigma_0' = D(a_1 b_1 - a_2 b_2) 2 |f_{Ca}(0, k) + f_C(0, k) + f_O(0, k)|,$$

$$\Sigma_0'' = -D(a_1 b_2 + a_2 b_1) 2 |f_{Ca}(0, k) + f_C(0, k) + f_O(0, k)|,$$

$$G_0' = D(a_1 b_1 - a_2 b_2) 2 |f_{Ca}(2\theta, k) + f_C(2\theta, k) + f_O(2\theta, k)|,$$

$$G_0'' = -D(a_1 b_1 + a_2 b_1) 2 |f_{Ca}(2\theta, k) + f_C(2\theta, k) + f_O(2\theta, k)|,$$

где

$$a_1 = \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \sin \theta \cdot A}} \cos \frac{\pi}{2} x^2 dx, \quad a_2 = \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \sin \theta \cdot A}} \sin \frac{\pi}{2} x^2 dx,$$

$$b_1 = \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R} \cdot B}} \cos \frac{\pi}{2} y^2 dy, \quad b_2 = \int_0^{\sqrt{\frac{2}{\lambda R}}} \sin \frac{\pi}{2} y^2 dy, \quad D = \frac{n\lambda e^2}{2mc^2 \sin \theta}.$$

Для кальцита, в случае падающей волны $M_0 K\alpha_1$ ($\lambda = 0,708 \text{ \AA}$), из экспериментальных данных известны (6)

$$\frac{f_{Ca}(2\theta, k)}{f_{Ca}(0, k)} = 0,768; \quad \frac{f_C(2\theta, k)}{f_C(0, k)} = 0,65 \quad \text{и} \quad \frac{f_O(2\theta, k)}{f_O(0, k)} = 0,775.$$

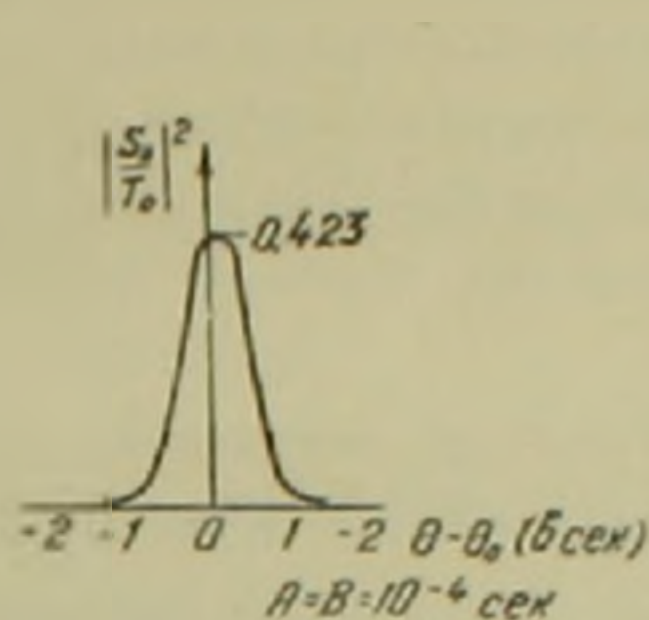
Рассчитали $\left| \frac{S}{T} \right|^2$ в зависимости от θ для следующих двух случаев:

первый случай — $R = 8$ см, $A = B = 10^{-4}$ см, $\lambda = 0,708$ Å,

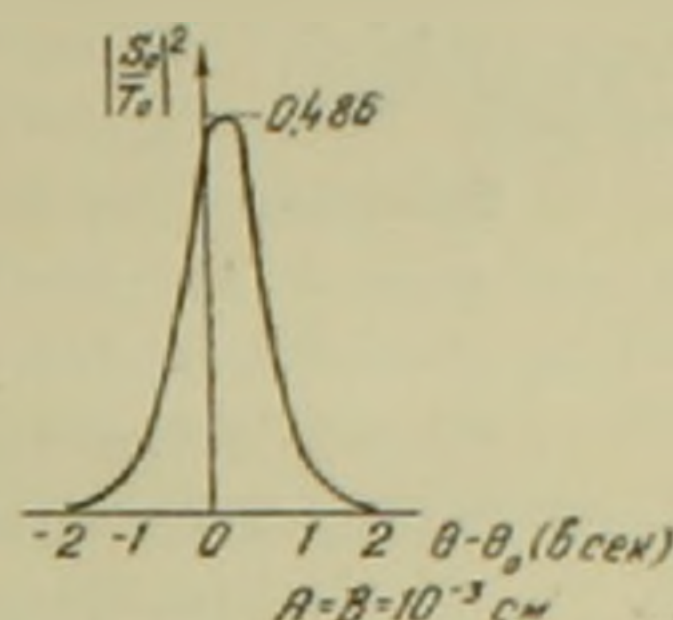
второй случай — $R = 8$ см, $A = B = 10^{-3}$ см, $\lambda = 0,708$ Å.

Результаты расчетов представлены на фиг. 2 и 3.

Согласно динамической теории Дарвина в случае непоглощающего кристалла получается полное отражение, направление максимального отражения и коэффициент преломления рентгеновских лучей не зависят от размеров отражающего кристалла.



Фиг. 2.



Фиг. 3.

Однако исследование выражения (10) показывает, что в случае ограниченного кристалла (реальный кристалл):

а) полное отражение не получается (фиг. 2 и 3) и интенсивность отраженной волны зависит от размеров отражающего кристалла, пока размеры кристалла меньше, чем $10^{-2} - 10^{-1}$ см (в зависимости от длины волны, фиг. 2 и 3);

б) максимальное отражение получается в случае

$$dk(\theta - \theta_0)\cos\theta_0 - \Sigma_0'' = 0,$$

откуда, для направления максимального отражения, получается

$$\theta = \theta_0 + \frac{\Sigma_0''}{dk\cos\theta_0}, \quad (15)$$

т. е. направление и ширина области максимального отражения до тех пор зависят от размеров кристалла, пока эти размеры меньше $10^{-2} - 10^{-1}$ см;

в) коэффициент преломления рентгеновских лучей зависит от размеров кристалла и выражается следующей формулой

$$\mu = 1 + \frac{\sin\theta_0}{dk} \Sigma_0', \quad (16)$$

В случае неограниченного кристалла выражения (10), (15) и (16) совпадают с соответствующими выражениями динамической теории Дарвина, т. е. результаты динамической теории Дарвина получаются из (10), (15) и (16) как частный случай.

Ռենտգենյան ճառագայթների ինտերֆերենցիայի դինամիկ տեսությանը վերջավոր բյուրեղի համար

Ռենտգենյան ճառագայթների ինտերֆերենցիայի դինամիկ տեսության խնդիրը լուծված էր միայն հարթ-զուգահեռ անսահմանափակ բյուրեղի դեպքում: Տվյալ աշխատանքում լուծված է ռենտգենյան ճառագայթների դինամիկ տեսության խնդիրը վերջավոր բյուրեղի համար կլանման քաղակալության դեպքում:

Ստացված է արտահայտություններ բյուրեղից անդրադարձած դումար ալիքի ամպլիտուդայի և ինտենսիվության համար: Լուծման արդյունքներից կարելի է անել հետևյալ հետևությունները.

ա) լրիվ անդրադարձում չի ստացվում և անդրադարձած ալիքի ինտենսիվությունը կախված է բյուրեղի չափերից, քանի դեռ անդրադարձնող բյուրեղի չափերը փոքր են $10^{-2} - 10^{-1}$ սանտիմետրից (կախված ալիքի երկարությունից).

բ) մաքսիմալ անդրադարձում ստացվում է այն դեպքում, երբ բախարարվում է

$$dk(\theta - \theta_0) \cos \theta_0 - \Sigma_j = 0$$

սլայմանը.

որտեղ θ_0 -ն Վույֆի Բրեյի անկյունն է.

Σ_j -ն անդրադարձած ալիքի ամպլիտուդայի կեղծ մասն է.

d -ն անդրադարձնող հարթության նեերի միջև եղած հեռավորությունն է.

իսկ k -ն ալիքային թիվն է.

գ) Ռենտգենյան ճառագայթների բեկման ցուցիչը նույնպես կախված է բյուրեղի չափերից:

Անսահմանափակ բյուրեղի դեպքում տվյալ աշխատանքում ստացված բանաձևերը համընկնում են Դարվինի համապատասխան բանաձևերի հետ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ С. С. Дарвин, Phil. Mag., 27, 315 (1914). ² М. Von Laue, Röntgenstrahl-interferenzen (1948). ³ Н. Zachariasen, Theory of X-ray Giffraction in Crystals. ⁴ П. А. Безурганян, Диссертация, МГУ, 1953. ⁵ П. А. Безурганян и И. Б. Боровский, Известия АН АрмССР (серия физ. - мат. наук), т. XIII, № 1 (1960). ⁶ А. Комптон и С. Алисон Рентгеновские лучи, теория и эксперимент, ОИИЗ, 1941. ⁷ Г. С. Жданов, Основы рентгеновского структурного анализа (1940).

ГЕОФИЗИКА

Ц. Г. Акопян

Магнитное поле Армении и его связь с тектонической
 зональностью

Представлено академиком АН Армянской ССР С. С. Мкртчяном 25.VI 1959

Магнитное поле Армянской ССР и прилежащих частей Малого Кавказа имеет весьма сложный характер, что обусловлено сложным геологическим строением региона; однако представляется возможным расчленить его, в зависимости от интенсивности и характера изменения, на три крупные зоны: Северную, Центральную и Южную, имеющие в общем общекавказское (северо-запад — юго-восток) прости-
 рание.

а) Северная зона характеризуется пологим с небольшим горизон-
 тальным градиентом аномалий $|\Delta T/a|$ в основном положительного
 знака. Южную границу ее можно провести через населенные пункты
 Джаджур (в 5 км к северу) — Кировакан — Дилижан — Красносельск (в
 4 км к северу) — Ростом — Алиев.

б) Центральная зона характеризуется резко переменным магнит-
 ным полем, с наличием значительных по интенсивности и размерам
 положительных и отрицательных аномалий. Южная граница этой
 обширной зоны, являющейся одновременно северной границей южной
 зоны, проходит через населенные пункты Талыш — Аштарак — Аван — Ке-
 ланлу — Шатин — Терп.

в) Южная зона характеризуется однородным, близким к нормаль-
 ному, магнитным полем.

В каждой из указанных зон выделяются несколько подзон,
 которые характеризуются рядом максимумов и минимумов $|\Delta T/a|$
 второго порядка.

Из сопоставления магнитных зон с гравитационными явствует,
 что южная зона аномального магнитного поля в региональном плане
 соответствует юго-западному максимуму силы тяжести, Центральная
 зона — центральному минимуму силы тяжести, а северная зона — северо-
 восточному максимуму силы тяжести (¹).

Северная зона аномального магнитного поля $|\Delta T/a|$ в основном
 соответствует области развития юрских и меловых отложений, про-
 рванных гранодиоритовыми интрузиями верхнего эоцена.

Центральная зона магнитного поля обусловлена крупным опусканием, происходившим в течение мела и палеогена. Эта зона совпадает с центральной частью Армении, в общем представляющей собой обширный антиклинорий, сложенный главным образом меловыми и третичными образованиями, перекрытыми покровами четвертичных андезито-базальтовых лав.

Южная зона магнитного поля в региональном плане соответствует относительно высокому залеганию палеозойского и кембрий-докембрийского фундамента, представленного практически немагнитными ($\chi = 10 - 20 \times 10^{-6}$ CGSM) и относительно плотными ($\sigma = 2,65 - 2,7$ г/см³) породами (²).

Сопоставляя магнитные зоны со схематической картой тектонического районирования Малого Кавказа, составленной К. Н. Паффенгольцем (³), мы отмечаем, что: 1) южная зона аномального магнитного поля соответствует Нахичеванской складчатой зоне, пространственно отвечающей Нахичеванскому антиклинорию; последняя сложена в ядре породами палеозоя, при относительно высоком залегании кембрий-докембрийского фундамента; 2) центральная зона $|\Delta T/a|$ отвечает складчатой зоне Армении, пространственно совпадающей с площадью распространения вулканогенной фации; она представлена относительно неплотными ($\sigma = 2,3 - 2,4$ г/см³) и сравнительно более магнитными ($\chi = 3000 \times 10^{-6}$ CGSM) породами палеогена, неогена и антропогена, при относительно глубоком залегании кембрий-докембрийского фундамента; 3) северная зона $|\Delta T/a|$, в основном, соответствует Сомхетско-Кировабадской пологоскладчатой зоне пространственно, отвечающей области развития юрских и меловых отложений, которые залегают непосредственно на образованиях кембрия-докембрия.

Наряду со сходством отмечаются и существенные различия в конфигурации и пространственном расположении магнитных и тектонических зон.

При детальном сопоставлении карты $|\Delta T/a|$ с геологической картой, составленной К. Н. Паффенгольцем, вытекает, что в строении Нахичеванской складчатой зоны значительную роль играют средне- и верхнепалеозойские отложения, представленные мощным комплексом пород (известняки, сланцы, песчаники) геосинклинального типа. Эти образования практически немагнитны, что дало возможность методом магниторазведки не только оконтурить Нахичеванскую тектоническую зону с северо-востока, но и уточнить ее границы на участке сс. Гарни—Ехегнадзор, покрытого лавами.

Тот факт, что вулканическая толща в районе с. Ехегнадзор и его окрестностях характеризуется относительно пониженными значениями магнитного поля, дает возможность сделать предположение о вероятно резком уменьшении мощности этих отложений и залегании последних непосредственно на немагнитных палеозойских породах. Уменьшение интенсивности аномального магнитного поля и появление слабых отрицательных аномалий в районе южнее сс. Ехегнадзор, Марти-

рос обусловлены, по-видимому, гипсоносной толщей Нахичеванского соленосного бассейна.

Интенсивные отрицательные поля в районе массива г. Арагац можно объяснить, с одной стороны, наличием мощных (обратно намагниченных) андезитобазальтовых лав, с другой стороны, приближением к дневной поверхности практически немагнитных пород кембрия-докембрия. Выходы указанных пород в районе сс. Арзакан и Апаран и наблюдаемые слабые отрицательные поля над ними делают высказанное предположение весьма вероятным.

Интенсивные магнитные аномалии Центральной части Армении обусловлены мощной вулканогенной толщей среднего-верхнего эоцена Памбакского хребта, прорванной гранодиоритами, с которыми генетически связаны Судагянское и другие железорудные проявления Маманской надвиговой зоны.

Положительная аномальная полоса юго-западного побережья оз. Севан вызвана вулканогенными образованиями Гегамского хребта, которые, судя по карте $\Delta T/a$, резко погружаются на северо-восток, слагая впадину большого Севана.

Полоса ультраосновных пород (гипербазитовый пояс Армении) северо-восточного побережья оз. Севан отчетливо отражается на карте магнитного поля в виде аномальной полосы с интенсивностью $\Delta T/a$ порядка 400—500 гамм. Судя по магнитному полю, эта полоса прослеживается далее на запад по дну озера до пос. Агбулах.

Мазринская котловина, по данным наземной и аэромагнитной съемок, представляет собой крупную синклинали, ось которой проходит через населенные пункты Каракоюн—Нариманлу—Басаргечар—Цовак, где шарнир складки погружается далее на запад под дно озера Севан.

Мощность озерных отложений оценивается в 500 м.

По данным магнитной съемки, намечается отчетливо выраженный глубинный разлом в привершинной части Гегамского хребта между сс. Верхн. Ахта (на северо-западе) и Горс (на юго-востоке): указанный разлом служил, по-видимому, каналом для поднятия и излияния на дневную поверхность жидкой магмы. Региональный разлом северо-западного—юго-восточного простирания наблюдается довольно отчетливо также по следующим линиям: 1) Маралик—г. Арагац—Арзни—Зар, 2) г. Берглю—Бюракан—Аштарак, 3) Большой Севан, на участке Карчагбюр—Норадуз. Данные магнитной съемки подтверждают существование Мурхузской и Красносельской группы разломов и дают возможность прослеживать их далее на северо-запад.

Аэромагнитная съемка с учетом данных наземной съемки дает возможность уточнить основные черты глубинной тектоники Армянской ССР и прилежащих частей Малого Кавказа и, в частности, тектоническое районирование Армянской ССР (4).

Предположения И. Г. Магакьяна и С. С. Мкртчяна о наличии регионального разлома, проходящего через оз. Севан и отделяющего друг от друга два металлогенических пояса, а именно, Алаверди-Ка-

франский меднорудный и Памбак-Зангезурский медномолибденовый, находит себе подтверждение данными магнитной съемки.

Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР

Յ. Գ. ՇԱԿՈՒՅԱՆ

Հայաստանի մագնիսական դաշտը եւ նրա կապը հեկտոնական գոնալականության հետ

Հայկական ՍՍՏ եւ նրան կից Փոքր Կովկասի մագնիսական դաշտը բաղ ինտենսիվությամբ եւ փոփոխության բնույթի բաժանվում է 3 խոշոր գոնաների՝ հյուսիսային, կենտրոնական եւ հարավային:

Հյուսիսային գոնան բնութագրվում է անոմալ մագնիսական դաշտի համեմատաբար բարձր արժեքներով եւ հորիզոնական դրադիենտի աննշան փոփոխությամբ:

Կենտրոնական գոնան, որի հյուսիսային սահմանը անցնում է արեւմուտքում՝ Ջաջուռ իսկ արեւելքում՝ Ռոստոմ Ալիկ վայրերով, բնութագրվում է անոմալ մագնիսական դաշտի արժեքների կարուկ փոփոխություններով, մեծ քանակությամբ ինտենսիվ ինչպես դրական այնպես էլ բացասական նշանի անոմալիաներով եւ հորիզոնական դրադիենտի նշանակալից փոփոխությամբ:

Հարավային գոնան բնութագրվում է համասեռ, նորմալ մագնիսական դաշտով, ինչպիսի գոնայի հյուսիսային սահմանը անցնում է Թալիշ—Փառնի—Թերի վայրերով: Անոմալ մագնիսական դաշտի նշված գոնաները ունեն հյուսիս արեւմտյան-հարավ արեւելյան տարածում:

Համեմատելով մագնիսական դաշտի գոնաները Կ. Ն. Պաֆենզոլցի Փոքր Կովկասի տեկտոնական գոնալականության քարտեզի հետ կարելի է նկատել, որ անոմալ մագնիսական դաշտի հարավային գոնան տարածականորեն համապատասխանում է Նախիջևանի ծալքավոր գոնային՝ Նախիջևանի անտիկլինորին, որի միջուկում մերկանում են պալեոգոյի հասակի ապարները, բեմբրի-մինչբեմբրի հիմքի ավելի բարձր տեղադրությամբ:

Մագնիսական դաշտի կենտրոնական գոնան համապատասխանում է Հայաստանի ծալքավոր գոնային, որտեղ լայն տարածում ունեն երրորդական եւ չորրորդական հասակի հրաբխածին ապարները, բեմբրի-մինչբեմբրի հիմքի ավելի խոր տեղադրությամբ:

Մագնիսական դաշտի հյուսիսային գոնան համապատասխանում է Ումխեթ—Կիրովաբադյան հարթ ծալքավոր գոնային, որը ներկայացված է յուրայի եւ կավճի հասակի հրաբխածին ու նստվածքային ապարներով, բեմբրի-մինչբեմբրի հիմքի ավելի բարձր տեղադրությամբ:

Ողային եւ ցամաքային մագնիսական հանույթները հնարավորություն են տալիս բացահայտելու Հայաստանի եւ նրան կից Փոքր Կովկասի խորքային երկրաբանական կառուցվածքը եւ խորքային տեկտոնական խախտման դեբրը: Մագնիսական հետախուզության տվյալների համաձայն նշվում են ռեզիոնալ բնույթի խորքային տեկտոնական խախտումներ Գեղամա լեռնաշղթայի առանցքային մասով (Վերին Ախտա—Գորս), Մեծ Սեփանով (Նորատուս—Կարճաղբյուր), եւ Արագած լեռան դանդաղվածով (Մարալիկ—Արզնի, Բերզյուլիս—Բյուրական—Աշտարակ) եւ այլն:

Նկատարար, մագնիսական հետախուզության տվյալները կարելի է օգտագործել ինչպես երկրաբանական քարտեզագրության, այնպես էլ խորքային կառուցվածքի ուսումնասիրության եւ տեկտոնական գոնալականության հարցերի լուծման գործում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Э. Б. Аджимамудов, ДАН АрмССР, т. XXIV, № 4 (1957). ² Ц. Г. Акопян О магнитных свойствах горных пород Армении. Труды Тбилисского института геофизики, т. XIV, 1955. ³ К. Н. Паффенгольц, Сейсмоструктура Армении и прилежащих частей Малого Кавказа, Изд. АН АрмССР, Ереван, 1946. ⁴ И. Г. Магакьян, С. С. Мкртчян, Изв. АН АрмССР, серия геологич. и географических наук, т. X, № 4 (1957).

ФАРМАЦЕВТИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А. Л. Мнджоян, академик АН Армянской ССР, Г. Т. Татевосян
 и С. Г. Агбалян

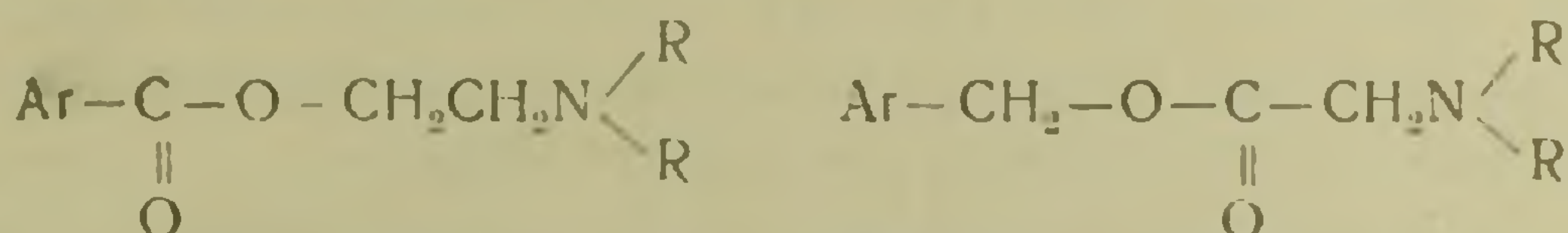
Исследование в области замещенных уксусных кислот

Сообщение XIX. Синтез β-замещенных фенилэтиловых эфиров
 диалкиламиноуксусных кислот

(Представлено 28.III 1959)

В аспекте изучения механизма действия аминоэфиров ароматических кислот в организме интересен синтез их изомеров — соответствующих им по структуре эфиров аминокислот.

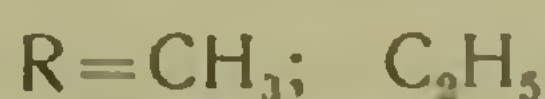
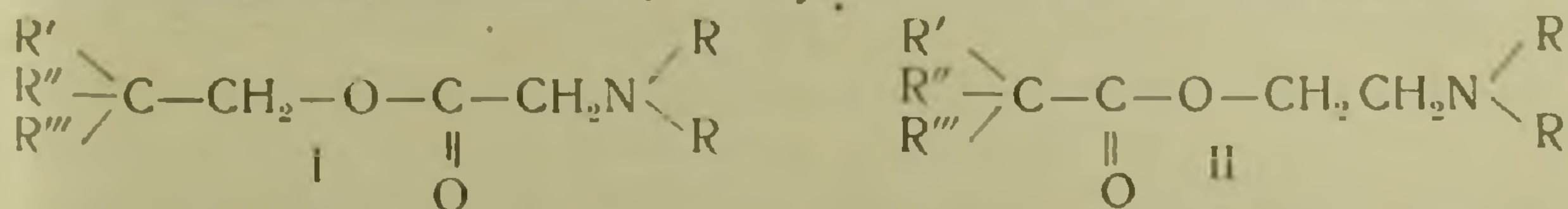
Продукты гидролиза сложных эфиров ароматических кислот и эфиров аминокислот совершенно отличны друг от друга по химической структуре и физико-химическим свойствам



Однако согласно имеющимся литературным данным β,β-дифенилэтиловый эфир диэтиламиноуксусной кислоты, изомерный спазмолитину, а также эфиры аминокислот с дифенилкарбинолом биологически активны (1,2).

Аналогичное физиологическое действие изомеров, построенных из совершенно отличных по строению кислотных и спиртовых компонентов, по-видимому, свидетельствует об определяющей роли структуры всей молекулы в целом.

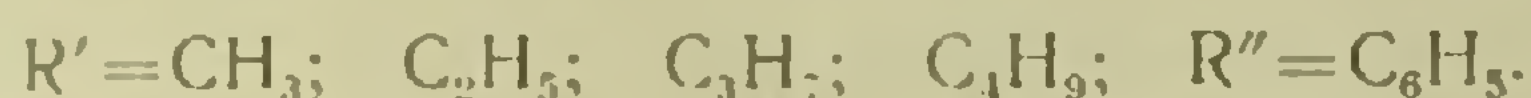
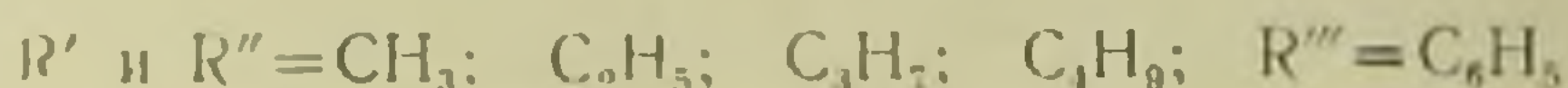
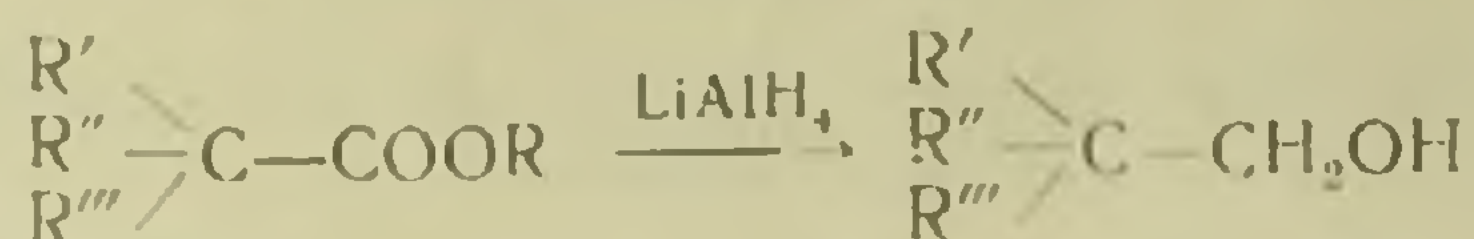
Весьма вероятно, что β,β,β-трехзамещенные этиловые эфиры диалкиламиноуксусных кислот (I), изомерные ранее синтезированным аминоэфиром трехзамещенных уксусных кислот (II) (3), обладающих холинолитическим действием, окажутся активными соединениями.



Трехзамещенная кислота и алифатический аминоспирт, из которых были образованы аминоэфиры, в данном случае изменены на али-

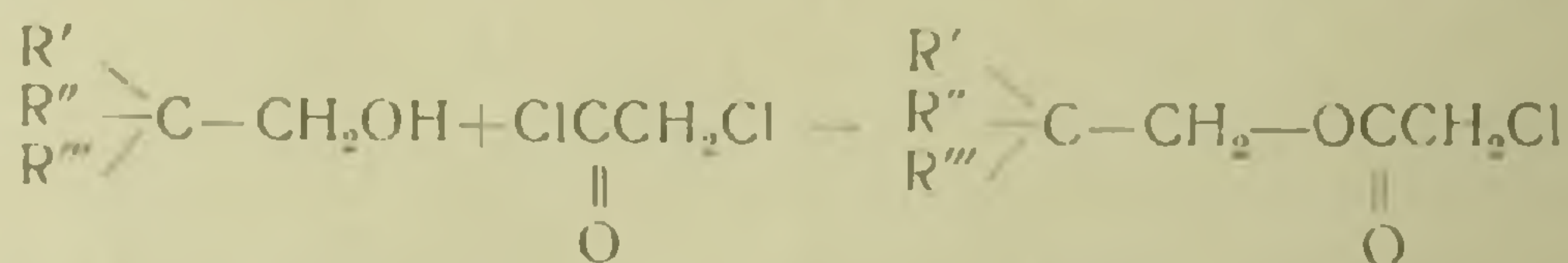
фатическую кислоту и трехзамещенный этиловый спирт, т. е. „утя-
желение“, которым объясняют проявление холинолитических свойств,
произошло в спиртовой части молекулы. Несомненно, что внесенные
в структуру изменения могут изменить, в той или иной мере, харак-
тер биологического действия.

Трехзамещенные этиловые спирты были получены восстановле-
нием этиловых эфиров трехзамещенных уксусных кислот с помощью
алюмогидрида лития.

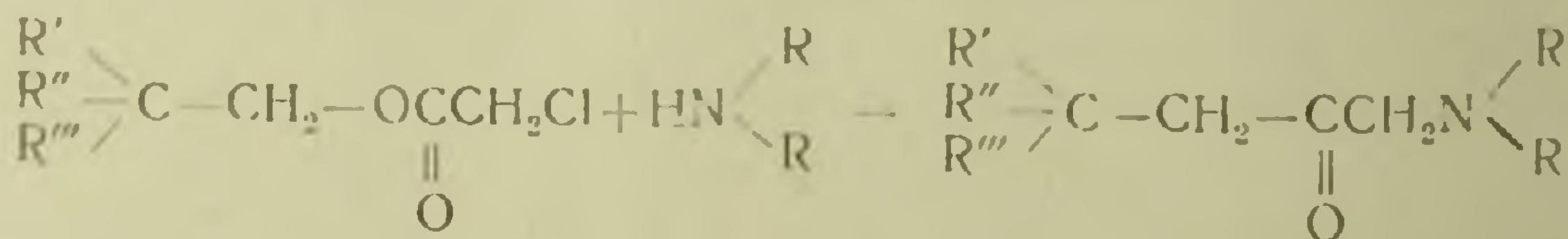


На восстановление брались метиловые и этиловые эфиры кислот,
так как имелись литературные данные относительно трудной восста-
навливаемости трехзамещенных уксусных кислот, например, трифе-
нилуксусной, вследствие образования промежуточного труднораство-
римого комплекса (¹). Однако восстановление отдельных диалкилфе-
нилуксусных кислот, впоследствии проведенное нами, прошло вполне
удовлетворительно, без образования нерастворимого комплекса. Таким
образом, трехзамещенные этиловые спирты могут быть получены с
высокими выходами восстановлением как трехзамещенных уксусных
кислот, так и их этиловых или метиловых эфиров.

Конденсацией вышеописанных спиртов с хлорангидридом монохлор-
уксусной кислоты в эквимолекулярных количествах были получены
описываемые впервые β, β, β -трехзамещенные этиловые эфиры моно-
хлоруксусной кислоты.



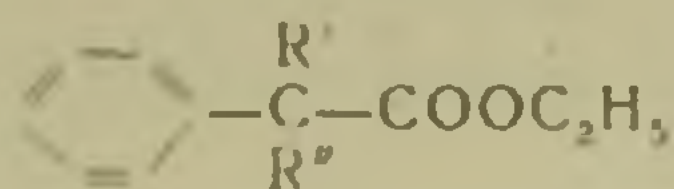
Аминированием последних диметил- и диэтиламиноом получены ряд
новых эфиров диметил- и диэтиламиноуксусных кислот.



Для идентификации, а также для биологического испытания син-
тезированных эфиров аминокислот получены их хлористоводородные
соли, иодметилаты и иодэтилаты.

Экспериментальная часть. Этиловые эфиры диалкилфенилуксусных кислот. Смесь 0,5 моля диалкилфенилуксусной кислоты, 250 мл абсолютного этилового спирта и 1 мм серной кислоты кипятят 30—40 часов. После обычной обработки и перегонки в вакууме получены этиловые эфиры с выходами 70—85% (табл. 1).

Таблица 1



R'	R''	Выход в %	Т. кип. в °С	Давление в мм	n _D ²⁰	d ₄ ²⁰	MRD		Анализ в %			
							вычислено	найдено	С		Н	
									вычислено	найдено	вычислено	найдено
CH ₃	CH ₃	85.5	107—108	4—5	1.4930	1.0039	55.23	55.65	75.00	75.31	8.33	8.54
CH ₃	C ₂ H ₅	73.4	103—104	2	1.4900	0.9804	61.28	60.83	75.72	75.48	8.74	8.99
CH ₃	C ₃ H ₇	78.7	118—119	2—3	1.4830	0.9728	64.90	64.65	76.36	76.56	9.09	9.14
CH ₃	C ₄ H ₉	67.8	122—123	5	1.4890	0.951	69.52	69.55	76.88	76.60	9.46	10.10
C ₂ H ₅	C ₂ H ₅	75.0	125—126	5	1.4880	0.9764	65.90	65.00	76.36	76.16	9.09	9.19
C ₂ H ₅	C ₃ H ₇	70.6	125—126	2	1.4835	0.9684	69.52	69.16	76.88	76.82	9.46	9.87
C ₂ H ₅	C ₄ H ₉	75.6	133—134	4	1.4863	0.9579	74.14	74.22	77.33	77.21	9.67	10.00
C ₃ H ₇	C ₃ H ₇	80.0	125—126	2	1.4822	0.9591	73.14	73.85	77.33	77.55	9.7	9.49
C ₃ H ₇	C ₄ H ₉	73.3	136	2—3	1.4810	0.9486	78.77	78.71	77.80	77.43	9.98	9.79
C ₄ H ₉	C ₄ H ₉	83.1	149	1	1.4812	0.9455	83.37	83.21	78.26	78.02	10.14	10.12

Метилловые эфиры дифенилалкилуксусных кислот. Получены алкилированием метилового эфира дифенилуксусной кислоты (3).

Диалкилфенилэтанола и дифенилалкилэтанола. К 3,8 г (0,1 м) алюмогидрида лития, растворенного в 200 мл абсолютного эфира, при перемешивании прикапывают раствор 0,2 моля эфира диалкилфенилуксусной кислоты с такой скоростью, чтобы эфир равномерно кипел.

При перемешивании кипятят реакционную смесь, имеющую вид густого светло-желтого сиропа, 8—10 часов.

После охлаждения холодной водой, осторожно прикапывают 30 мл воды для разложения избытка алюмогидрида и образовавшегося промежуточного комплекса. Эфирный слой декантируют с осадка. Последний промывают эфиром 3 раза, порциями по 50 мл. Соединенные эфирные экстракты высушивают над прокаленным сульфатом натрия, а остаток после отгонки эфира перегоняют в вакууме. Полученные спирты—бесцветные вещества с легким приятным запахом. Диалкилфенилэтанола довольно подвижные, а дифенилалкилэтанола—тяжелые густые жидкости. Выходы и физико-химические константы синтезированных спиртов приведены в табл. 2.

Восстановление диэтилфенилуксусной кислоты. Взято 19,2 г (0,1 моля) диэтилфенилуксусной кислоты, растворенной в 100 мл абсолютного эфира. Смесь прикапана к раствору 3,8 г (0,1 моля) алюмогидрида лития в 150 мл абсолютного эфира. Реакционная смесь кипятит-

лась 18 часов. После обычной обработки и перегонки в вакууме получено 15,1 г диэтилфенилэтанола, т. кип. 125—126/2 мм. Выход 77,0%. Аналогично восстановлены и другие диалкилфенилуксусные кислоты.

Эфиры хлоруксусной кислоты. К 11,1 г (0,1 моля) хлорангидрида хлоруксусной кислоты, находящимся в 100 миллилитровой колбе, при охлаждении водой осторожно прибавляют 0,1 моля трехзамещенного этилового спирта. Реакция сопровождается обильным выделением хлористого водорода. Для завершения реакции необходимо 2—4-часовое нагревание на водяной бане.

Для освобождения от хлористого водорода реакционную смесь продувают сильной струей воздуха, а затем перегоняют в вакууме. Полученные эфиры хлоруксусной кислоты—бесцветны, либо окрашены в светло-желтые тона. Некоторые из них обладают резким цветочным запахом. Выходы и физико-химические константы приведены в табл. 3.

Эфиры диметиламиноуксусной кислоты. К 0,05 моля эфира хлоруксусной кислоты, растворенного в 25 мл абсолютного бензола, медленно прикапывают раствор 9 г диметиламина в 50 мл абсолютного бензола (необходимо охлаждение водой). Колбу закрывают пробкой и оставляют на 2—3 дня, а затем нагревают на водяной бане 3—4 часа. Реакционную смесь разбавляют абсолютным эфиром для полного выпадения хлоргидрата диметиламина в осадок, отфильтровывают последний и промывают 2—3 раза абсолютным эфиром. Отогнав эфир, остаток перегоняют в вакууме. Все эфиры диметиламиноуксусной кислоты—высококипящие жидкости, имеющие аминный запах. Их выходы и свойства даны в табл. 4.

Эфиры диэтиламиноуксусной кислоты. К 0,05 моля эфира хлоруксусной кислоты, растворенного в 50 мл абсолютного бензола, прикапывают 14,6 г (0,2 моля) диэтиламина. Реакционную смесь нагревают 4 часа, обрабатывают так, как описано в предыдущем опыте. Полученные эфиры диэтиламиноуксусной кислоты являются высококипящими жидкостями. Свойства, температуры кипения и выходы сведены в табл. 5.

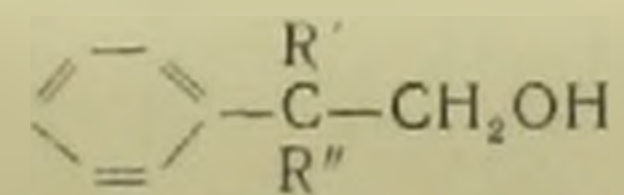
Хлоргидраты, в основном, белые кристаллические вещества. Получены взаимодействием сухого хлористого водорода с эфирным раствором эфиров аминокислот.

Иодметилаты и йодэтилаты эфиров диалкиламиноуксусных кислот выпадают при стоянии в виде кристаллических веществ, либо тяжелых масел. Получены взаимодействием эфиров с галоидными алкилами в ацетоне, затем осаждены эфиром.

Выводы: 1. С целью фармакологического изучения синтезированы β , β , β —трехзамещенные этиловые эфиры диметил- и диэтиламиноуксусных кислот.

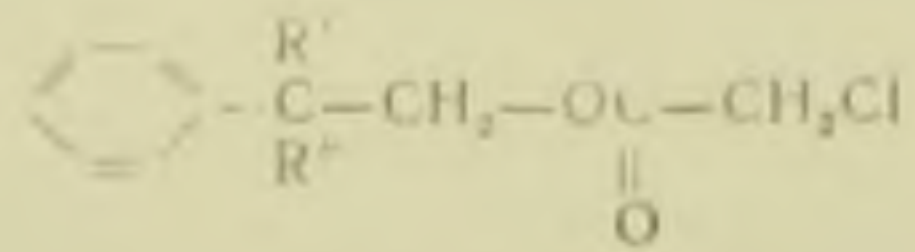
2. Получен ряд не описанных в литературе этиловых эфиров диалкилфенилуксусных кислот.

3. Восстановлением эфиров диалкилфенил- и дифенилалкилуксусных

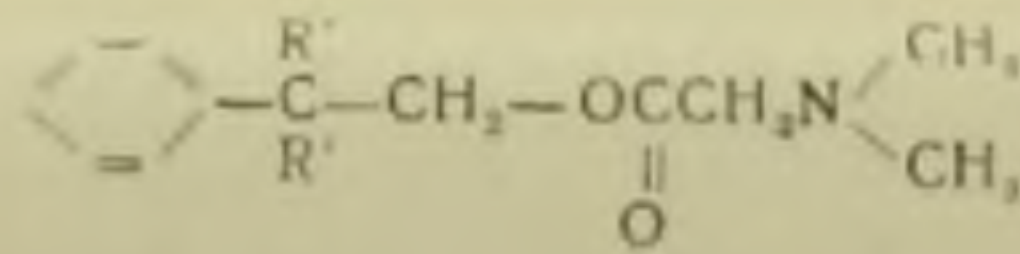


R'	R''	Выход в %	Точка кипения в °C	Давление в мм	d ₄ ²⁰	n _D ²⁰	MR _D		Анализ в %					
									ОН		С		Н	
							вычис- лено	найдено	вычис- лено	найдено	вычис- лено	найдено	вычис- лено	найдено
CH ₃	CH ₃	85,5	92—93	1—5	1,0005	1,5209	46,30	45,69	11,32	11,95	80,01	80,06	9,40	9,51
CH ₃	C ₂ H ₅	90,0	98—100	1—2	0,9807	1,5067	50,92	49,81	10,34	9,52	80,41	80,47	9,81	9,37
CH ₃	C ₃ H ₇	84,0	124	1	0,9648	1,5061	54,54	55,89	9,60	9,91	80,83	80,70	10,17	10,51
CH ₃	C ₄ H ₉	88,1	125	2	0,9567	1,5100	60,16	60,07	8,83	8,94	81,19	81,02	10,48	10,74
C ₂ H ₅	C ₂ H ₅	90,4	124	1	0,9678	1,5055	55,54	54,67	9,60	11,11	80,83	80,67	10,17	10,06
C ₂ H ₅	C ₃ H ₇	87,3	125—127	1	0,9592	1,5080	60,16	59,76	8,83	9,31	81,19	81,40	10,48	10,55
C ₂ H ₅	C ₄ H ₉	88,5	140—141	2	0,9474	1,5027	64,78	64,33	8,23	10,23	81,39	81,19	10,73	10,72
C ₃ H ₇	C ₃ H ₇	90,4	143—144	6	0,9483	1,5045	64,78	64,48	8,23	8,06	81,39	81,57	10,73	10,67
C ₃ H ₇	C ₄ H ₉	87,3	135—136	1	0,9392	1,5060	69,40	67,75	7,71	7,42	81,65	81,72	10,97	10,71
C ₄ H ₉	C ₄ H ₉	93,5	168—170	5	0,9382	1,5098	74,02	73,61	7,29	7,80	83,01	82,12	11,18	11,34
CH ₃	C ₆ H ₅	87,4	160—161	2	1,0844	1,5830	65,79	65,42	8,01	9,86	84,85	84,41	7,63	7,27
C ₂ H ₅	C ₆ H ₅	86,1	165	4	1,0792	1,5838	70,41	70,16	7,51	8,69	84,88	85,41	8,04	7,49
C ₃ H ₇	C ₆ H ₅	87,5	158—160	1—2	1,0681	1,5520	75,03	74,96	7,07	7,27	84,93	84,97	8,40	8,15
C ₄ H ₉	C ₆ H ₅	93,3	173—174	2—3	1,0708	1,5700	79,15	79,47	6,68	6,33	85,00	85,09	8,49	8,76

Таблица 3

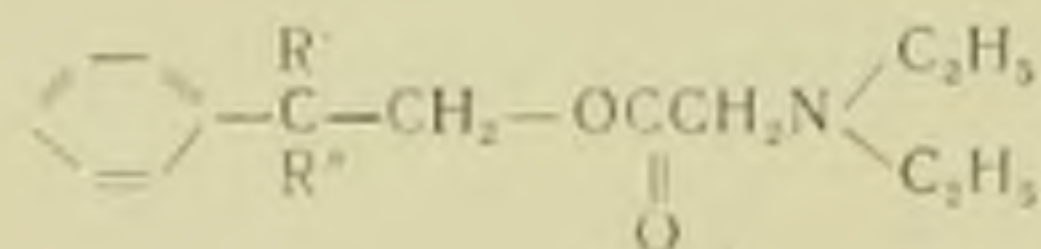


R'	R''	Выход в %	Точка кипения в °C	Давление в мм	d ₄ ²⁰	n _D ²⁰	MR _D		А н а л и з в %					
									N		C		H	
							вычис- лено	найдено	вычис- лено	найдено	вычис- лено	найдено	вычис- лено	найдено
CH ₃	CH ₃	89,5	128	1	1,1291	1,5152	60,53	60,56	15,74	15,57	63,13	66,36	6,65	6,70
CH ₃	C ₂ H ₅	81,4	144—146	4	1,0975	1,5030	65,52	65,71	14,74	14,36	64,86	64,49	7,12	7,17
CH ₃	C ₃ H ₇	78,5	147—149	1	1,0805	1,5030	69,74	69,69	13,93	13,90	66,01	66,11	7,52	7,60
CH ₃	C ₄ H ₉	79,9	160—161	2	1,0679	1,5008	74,39	74,09	13,21	13,22	67,05	67,31	7,80	7,81
C ₂ H ₅	C ₂ H ₅	80,0	154—156	2	1,0880	1,5112	69,74	70,15	13,93	13,70	66,01	65,90	7,52	7,46
C ₂ H ₅	C ₃ H ₇	82,6	158—160	2	1,0671	1,5020	74,39	74,33	13,21	13,76	67,05	66,87	7,80	7,85
C ₂ H ₅	C ₄ H ₉	83,0	182	1—2	1,0476	1,4990	79,01	79,26	13,21	12,98	67,95	69,13	8,19	8,47
C ₃ H ₇	C ₃ H ₇	89,0	180	2	1,0324	1,4926	79,01	79,52	12,56	11,42	67,95	69,20	8,19	8,74
C ₃ H ₇	C ₄ H ₉	86,6	183	1	1,0225	1,4927	83,63	84,07	12,01	11,66	68,79	68,90	8,49	8,45
C ₄ H ₉	C ₄ H ₉	70,4	186—187	1	1,0326	1,4995	88,24	88,46	11,42	11,51	69,53	69,36	8,76	9,02
CH ₃	C ₆ H ₅	76,1	185—186	1	1,1811	1,5655	79,12	79,69	12,29	12,44	70,69	70,88	5,93	5,76
C ₂ H ₅	C ₆ H ₅	78,5	199—200	2	1,1715	1,5635	84,24	84,00	11,72	11,95	71,39	71,00	6,32	6,61
C ₃ H ₇	C ₆ H ₅	76,0	200	1	1,1654	1,5625	88,86	88,23	11,20	11,59	72,00	72,08	6,68	6,38
C ₄ H ₉	C ₆ H ₅	77,0	204—205	1—2	1,1449	1,5582	93,87	93,61	10,79	10,66	72,58	72,81	7,01	6,61



R'	R''	Выход в %	Точка кипения в °C	Давление в мм	d ₄ ²⁰	n _D ²⁰	MR _D		А н а л и з в %						Температура плавления солей в °C		
							вычис- лено	найдено	N		C		H		хлор- гидратов	йодмети- латов	йодэти- латов
									вычис- лено	найдено	вычис- лено	найдено	вычис- лено	найдено			
CH ₃	CH ₃	85,5	150	10	1,0069	1,4970	68,84	68,41	5,99	5,98	71,46	71,63	9,03	9,16	151	173	—
CH ₃	C ₂ H ₅	65,1	147	2	0,9947	1,4930	73,46	72,86	5,62	5,92	72,34	72,38	9,30	9,33	100—101	—	—
CH ₃	C ₃ H ₇	80,0	176	7—8	0,9890	1,4910	78,08	77,12	5,31	5,46	72,97	72,83	9,57	9,24	—	85—87	—
CH ₃	C ₄ H ₉	95,2	176—178	3	0,9703	1,4890	82,70	82,50	5,05	5,32	73,59	73,56	9,83	9,61	—	98	—
C ₂ H ₅	C ₂ H ₅	65,0	155	1	0,9833	1,4970	78,08	78,37	5,31	5,27	72,97	72,35	9,57	9,60	129	115	—
C ₂ H ₅	C ₃ H ₇	70,4	184	6—7	0,9779	1,4900	82,70	82,01	5,05	5,30	73,59	73,19	9,83	10,00	—	87	—
C ₂ H ₅	C ₄ H ₉	81,7	172	3	0,9684	1,4878	87,31	86,67	4,81	4,87	74,18	74,05	10,03	9,89	—	84	—
C ₃ H ₇	C ₃ H ₇	69,2	160—2	1	0,9609	1,4864	87,31	87,13	4,81	4,91	74,18	74,83	10,03	9,82	—	—	—
C ₃ H ₇	C ₄ H ₉	92,2	190—192	4—5	0,9540	1,4850	91,94	91,76	4,58	4,34	74,69	74,83	10,23	10,53	94	86	—
C ₄ H ₉	C ₄ H ₉	84,7	183—184	1	0,9498	1,4840	96,55	96,25	4,38	4,11	75,18	75,12	10,41	10,25	68—69	92	—
CH ₃	C ₆ H ₅	95,1	179	2	1,0760	1,5505	88,33	88,11	4,76	4,55	76,68	76,48	7,80	7,91	177	188	121—122
C ₂ H ₅	C ₆ H ₅	84,1	192	2	1,0601	1,5475	92,45	93,29	4,52	4,30	77,16	76,98	8,09	7,89	149—150	135	—
C ₃ H ₇	C ₆ H ₅	71,1	210	6—7	1,0531	1,5450	97,57	97,70	4,32	4,13	77,51	77,33	8,37	8,57	132	140—142	—
C ₄ H ₉	C ₆ H ₅	95,1	190—194	1	1,0560	1,5435	102,19	101,40	4,14	3,87	77,84	77,61	8,61	8,79	117—118	180	126

Таблица 5



R'	R''	Выход в %	Точка кипения в °C	Давление в мм	d ₄ ²⁰	n _D ²⁰	MR _D		А н а л и з в %						Температура плавления солей в °C		
							вычис- лено	найдено	N		C		H		хлор- гидратов	подме- тилатов	подэти- латов
									вычис- лено	найдено	вычис- лено	найдено	вычис- лено	найдено			
CH ₃	CH ₃	83,4	162	6	0,9910	1,4845	78,08	77,43	5,31	5,32	72,97	73,10	9,57	9,11	79	114	136
CH ₃	C ₂ H ₅	65,8	156—157	2	0,9880	1,4910	82,72	81,31	5,05	5,25	73,59	73,15	9,83	9,71	—	—	—
CH ₃	C ₃ H ₇	88,3	156	2	0,9626	1,4862	87,32	86,93	4,81	4,90	74,18	74,46	10,03	9,99	72	91	—
CH ₃	C ₄ H ₉	92,5	188—192	2	0,9596	1,4870	91,93	91,38	4,58	4,84	74,69	74,69	10,23	10,72	78	—	—
C ₂ H ₅	C ₂ H ₅	65,0	167	1	0,9766	1,4970	87,32	86,97	4,81	4,87	74,18	74,02	10,03	9,95	—	—	—
C ₂ H ₅	C ₃ H ₇	91,5	180—181	1	0,9644	1,4880	91,93	91,25	4,58	4,35	74,69	74,79	10,23	10,15	—	—	—
C ₂ H ₅	C ₄ H ₉	83,4	204—205	5	0,9528	1,4854	96,55	96,17	4,38	4,52	75,18	75,50	10,41	10,19	94—95	—	—
C ₃ H ₇	C ₃ H ₇	71,4	174—176	1	0,9587	1,4892	96,55	96,16	4,38	4,05	75,18	75,23	10,41	10,51	—	87—88	—
C ₃ H ₇	C ₄ H ₉	87,1	200—202	5—6	1,0373	1,5358	101,17	101,22	4,20	4,48	75,63	75,74	10,58	11,40	132	168	149
C ₄ H ₉	C ₄ H ₉	80,0	186—187	1	0,9588	1,4548	105,78	103,95	4,03	4,05	76,03	76,22	10,73	10,52	—	100	—
CH ₃	C ₆ H ₅	78,7	204	2	1,0477	1,5382	97,57	97,18	4,32	4,07	77,51	77,40	8,37	8,05	115	143	160
C ₂ H ₅	C ₆ H ₅	75,0	200	4	1,0427	1,5370	102,19	101,67	4,14	4,43	77,84	77,77	8,61	8,42	127	164	167
C ₃ H ₇	C ₆ H ₅	76,8	198	1	0,9618	1,4840	106,81	105,12	3,68	3,84	78,14	78,31	8,84	8,73	—	—	—
C ₄ H ₉	C ₆ H ₅	78,7	200—202	3	1,0328	1,5340	111,43	110,00	3,83	4,17	78,43	78,23	9,06	9,11	133	135	130

кислот получено 14 β , β , β — трехзамещенных этиловых спиртов, в большинстве своем описываемых впервые.

4. В качестве промежуточных продуктов синтезированы неизвестные ранее β , β , β — трехзамещенные этиловые эфиры монохлоруксусной кислоты.

Институт тонкой органической химии
Академии наук Армянской ССР

Ա. Լ. ՄՆՁՈՅԱՆ, Գ. Տ. ԹԱԴԵՎՈՍՅԱՆ ԵՎ Ս. Գ. ԱՂԲՅԱԼՅԱՆ

Հետազոտություն հեղակաված բացախաբրուների ածանցյալների բնագավառում

Հաղորդում XIX: Գիտելիլ-ամինոքացախաբրուների β -սեղակաված ֆենիլէրիլ
էսթերների սինթեզը

Արոմատիկ $\beta\beta$ -ուների ամինոէսթերների ազդեցութեան մեխանիզմի ուսումնասիրութեան տեսակետից հետաքրքիր էր սինթեզել նրանց իզոմերները, այսինքն իրենց առուկտուրային համապատասխանող ամինոէսթերների էսթերները:

Այդ նպատակով մենք սինթեզել ենք մի շարք գիմեթիլ և դիէթիլ-ամինոքացախաբրուների β , β , β -նոտեղակաված էթիլ էսթերներ, որոնք հանդիսանում են նախկինում սինթեզված նոտեղակաված քացախաէսթերների ամինոէսթերների իզոմերները:

Այդ միացութիւնների սինթեզը կատարված է հետևյալ ճանապարհով. նոտեղակաված քացախաէսթերների մեթիլ կամ էթիլ էսթերների վերականգնումով, ինքուամայրումինիում հիդրատի միջոցով, ստացված են մի շարք հիմնականում դրականությամբ մեջ չնկարագրված β , β , β -նոտեղակաված էթիլ-սպիրտներ: Վերահիշյալ սպիրտների և քլոր-քացախաէսթիլի քլորանհիդրիդի փոխազդեցութեամբ սինթեզված են մոնո-ուորքացախաէսթիլի նոտեղակաված էթիլ էսթերներ:

Վերջիններիս ամինացմամբ գիմեթիլ և դիէթիլ-ամիններով, սինթեզված են գիմեթիլ և դիէթիլ-ամինոքացախաէսթերների մի շարք նոր էսթերներ: Պատրաստված են այդ միացութիւնների քլորջրածնական և չորրորդային աղերը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ А. Л. Ремизов и Н. В. Хромов-Борисов, ЖОХ 26, 1171 (1956). ² С. Х. Чинарелли, Ann. chim. (Rome) 42, 62 (1952) [С. А. 46, 11160 hi (1952)]. ³ А. Л. Мнджоян, Г. Т. Татевосян и С. Г. Азбалаян, ДАН АрмССР, XXV, 11 (1957). ⁴ Р. Ф. Найстром, В. Г. Браун, J. Am. Chem. Soc. 69, 2548 (1947). ⁵ А. Л. Мнджоян, Г. Т. Татевосян, С. Г. Азбалаян и Р. Х. Бостанджян, ДАН АрмССР, XXVIII, 11 (1959).

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

В. О. Казарян, Э. С. Авунджян и К. А. Карапетян

Количественное изменение связанных аминокислот в различных органах хризантемы по фазам развития

(Сообщение II)

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. Х. Буниятыном 6. VII 1959)

В ряде работ (¹⁻⁸) установлено, что с переходом растений к цветению коренным образом изменяется состав свободных аминокислот, поступающих из листьев к конусам роста. Одна из основных причин формирования генеративных органов, по всей вероятности, должна быть связана именно с этим обстоятельством, так как аминокислоты являются теми веществами, которые дают качественно новые белки.

В этих исследованиях, к сожалению, не были предприняты попытки для выяснения изменения в составе связанных аминокислот в различных органах растений. Вряд ли можно допустить, что изменение состава свободных аминокислот в тех или иных органах осуществляется без участия конституционных или запасных белков клеток. Самое вероятное предположение должно заключаться в том, что появление новых аминокислот в клетках данного органа обусловлено наличием соответствующих белков, в результате которых освобождаются эти новые аминокислоты.

Исходя из этого предположения, нами в 1957—1958 гг. были предприняты некоторые исследования с целью выявления различия качественного состава запасных и конституционных белков клеток отдельных органов растений, находящихся на разных фазах развития.

Объектом нашего исследования являлась хризантема (сорт Монако), выращенная сначала в условиях длинного дня, а затем переставленная в различные сроки на короткий день для ускорения цветения.

В фазах вегетативного роста, цветения и отцветания с подопытных растений были взяты листья, корни, стебли и цветки для определения состава связанных аминокислот в гидролизатах белков. Последние экстрагировались 70% этанолом для получения альбуминов, глобулинов и проламинов, а затем 0,2% NaOH для выделения глюте-

линов, а нерастворимый остаток гидролизровался отдельно. Белки, экстрагируемые 70% этанолом, осаждались 2% CCl_3COOH , а остаток гидролизировался 8N H_2SO_4 в кипящей водяной бане в течение 24 часов. Остаточная фракция, после экстракции 70% этанолом, экстрагировалась 0,2% NaOH и гидролизировалась вслед за нейтрализацией NaOH раствором H_2SO_4 (0,1N). Дальнейшая обработка раствора аминокислот производилась таким же способом, как и при хроматографировании свободных аминокислот (³).

На первой хроматограмме (фиг. 1) иллюстрируется состав связанных аминокислот, обнаруженных в отдельных органах хризантемы, находящейся на различных фазах развития. Данные всех трех хроматограмм, а также приведенной таблицы показывают, что в фазе вегетации во всех органах растений не обнаруживается большого разнообразия в составе связанных аминокислот. Стебель и корень содержат по 14 аминокислот, листья — 15, а клетки конуса нарастания — 16. Во всяком случае, число обнаруженных аминокислот в гидролизатах сравнительно больше, по сравнению с числом свободных аминокислот, выявленных в тканях этих же органов растений в фазе вегетации (⁶).

Более интересны данные хроматограмм связанных аминокислот, выявленных в фазе цветения у различных органов растений (фиг. 2). Максимальное число связанных аминокислот обнаруживается в гидролизате белков, экстрагируемых 0,2% NaOH . Общий набор аминокислот во всех органах колеблется от 24 до 26. Этот факт уже свидетельствует, что переход растений к цветению характеризуется нарастанием числа связанных аминокислот, т. е. качественным изменением конституционных и запасных белков во всех органах и частях растений. В данном случае, численное увеличение свободных аминокислот у растений в фазе цветения, установленное нами еще раньше (⁶), следует рассматривать как показатель усиления гидролитического распада соответствующих белков растений. Отсюда логически вытекает, что цветению сначала предшествует образование сложных белков в клетках растений, затем их распад и выделение многочисленных и разнообразных аминокислот, обеспечивающих образование качественно новых белков в клетках верхушечной меристемы, а в дальнейшем — качественно новых органов из этих клеток. Таким образом влияние оптимального фотопериодического воздействия на растения, в первую очередь, выражается в том, что изменяется качество белковых компонентов клеток листьев, а затем корней и других органов. Наступление цветочноспелого состояния растений обусловлено именно этим обстоятельством.

Подробное различие в составе связанных аминокислот, обнаруженных в гидролизате верхушечных почек цветущего и вегетирующего растения *Kalanchoe blossfeldiana*, установлено также Мецнером (⁷).

Такое повышенное содержание аминокислот в клетках листьев и других органов, однако, долго не продолжается. После отцветания

и высухания цветков вновь уменьшается число связанных аминокислот (фиг. 3), что свидетельствует о полном распаде белков в разных органах растений в фазе цветения.

Численное изменение связанных аминокислот в различных органах растений по фазам развития более наглядно показано в приведенной ниже таблице.

Изменение числа связанных аминокислот в различных органах хризантемы, находящейся на разных фазах развития

Фракция	Фаза развития											
	Вегетация				Цветение					Отцветание		
	листья	стебель	корни	конус нараста-ния	листья	стебель	корни	лепестки	цвето-ложе	листья	стебель	корни
1. Гидролизат белков, растворимых в 70% этаноле	12	12	6	13	6	7	14	13	8	8	4	11
2. Гидролизат белков, растворимых в 0,2% NaO ₂	12	11	11	11	12	20	13	19	12	12	12	6
3. Гидролизат нерастворимых белков	13	13	13	12	7	8	8	14	2	10	12	10
4. Общий набор аминокислот	15	14	14	16	25	24	25	26	24	14	14	14

Приведенные в таблице цифровые данные являются интересными в том отношении, что показывают, главным образом, изменение общего набора аминокислот, обнаруженных в различных органах растений по фазам их развития. В этом случае опять-таки максимальное число связанных аминокислот обнаруживается в фазе цветения, минимальное — в фазах вегетации и отцветания. В фазе цветения появляются следующие новые аминокислоты, не обнаруженные в остальных фазах: в листьях 3 аминоксахара (?) и 3 неидентифицированных аминокислоты, γ-аминоглутаровая кислота, метионин, глутамин и триптофан. В стеблях — 1 аминоксахар (?), глутамин, треонин и пролин. В корнях — 3 аминоксахара (?), 2 — неидентифицированных аминокислоты, серин и треонин.

В почках роста вегетирующих растений обнаружены аспарагин и глицин, отсутствующие в цветках. Оба они, по всей вероятности, диаминизируются, служа источником аминных групп в процессах вторичного синтеза белков.

Формирование качественно новых органов заключается, по-видимому, в образовании этих аминокислот, которые участвуют в синтезе качественно новых белков, составляющих живое содержимое клеток генеративных органов и цветков.

Фиг. 1. Хроматограмма связанных аминокислот хризантемы в фазе вегетативного роста.

I—конус нарастания; II—листья; III—корень; IV—стебель.

а) гидролизат белков, растворимых в 70% этаноле, х-неидентифицированная аминокислота; 1—лизин; 2—гистидин; 3—аспарагин; 4—аспарагиновая кислота; 5—глицин; 6—глутаминовая кислота; 7— α -аланин; 8—пролин+ β -аланин; 9— γ -аминомасляная кислота; 10—тирозин; 11—валин; 12—фенилаланин; 13—лейцин.

б) гидролизат белков, растворимых в 0,2% NaOH.

1—цистеин+цистин; 2—лизин; 3—гистидин; 4—аспарагиновая кислота; 5—глутаминовая кислота; 6— α -аланин; 7— β -аланин; 8— γ -аминомасляная кислота; 9—тирозин; 10—валин; 11—фенилаланин; 12—лейцин.

в) гидролизат нерастворимых белков.

1—цистеин+цистин; 2—лизин; 3—аргинин; 4—аспарагиновая кислота; 5—глутаминовая кислота; 6— α -аланин; 7— β -аланин; 8—триптофан; 9—валин; 10—метионин; 11—фенилаланин; 12—изолейцин; 13—лейцин.

Фиг. 2. Хроматограмма связанных аминокислот хризантемы в фазе цветения.

I—лепестки, II—цветоложе, III—стебель, IV—листья, V—корень.

а) гидролизат белков, растворимых в 70% этаноле.

Х-неидентифицированные аминокислоты и аминосакхара: 1—цистеин+цистин; 2—гистидин; 3—аргинин; 4—аспарагиновая кислота; 5—глицин; 6—глутаминовая кислота; 7— α -аланин; 8—9—пролин+ β -аланин; 10— γ -аминоглутаровая кислота; 11—валин; 12—фенилаланин; 13—изолейцин; 14—лейцин;

б) гидролизат белков, растворимых в 0,2% NaOH;

х-неидентифицированные аминокислоты и аминосакхара: 1—лизин; 2—гистидин; 3—аргинин; 4—аспарагиновая кислота; 5—глутамин; 6—серин; 7—глутаминовая кислота; 8—треонин; 9— α -аланин; 10— γ -аминоглутаровая кислота; 11— γ -аминомасляная кислота; 12—триптофан; 13—треонин; 14—валин; 15—метионин; 16—фенилаланин; 17—изолейцин; 18—лейцин.

в) гидролизат нерастворимых белков.

х-неидентифицированная аминокислота; 1—цистеин+цистин; 2—лизин; 3—аргинин; 4—аспарагиновая кислота; 5—глицин; 6—глутаминовая кислота; 7— α -аланин; 8—пролин; 9— γ -аминоглутаровая кислота; 10—тирозин; 11—триптофан; 12—валин; 13—фенилаланин; 14—изолейцин; 15—лейцин.

Фиг. 3. Хроматограмма связанных аминокислот хризантемы в фазе отцветания. I—листья, II—корень, III—стебель.

а) гидролизат белков, растворимых в 70% этаноле.

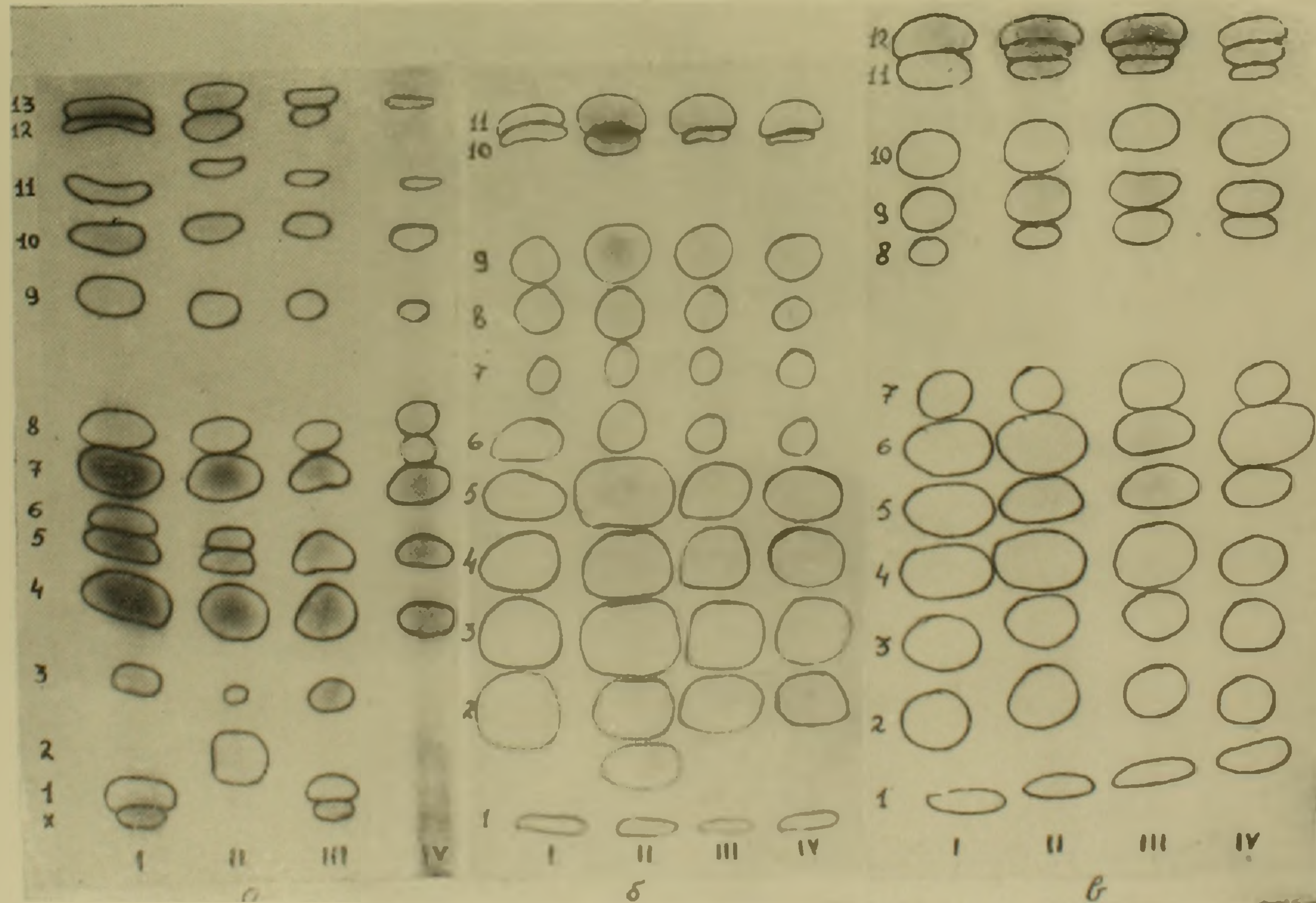
х-неидентифицированная аминокислота; 1—лизин; 2—гистидин; 3—аргинин; 4—аспарагиновая кислота; 5—глутаминовая кислота; 6— α -аланин; 7—пролин; 8—тирозин; 9—валин; 10—метионин; 11—лейцин.

б) гидролизат белков, растворимых в 0,2% NaOH.

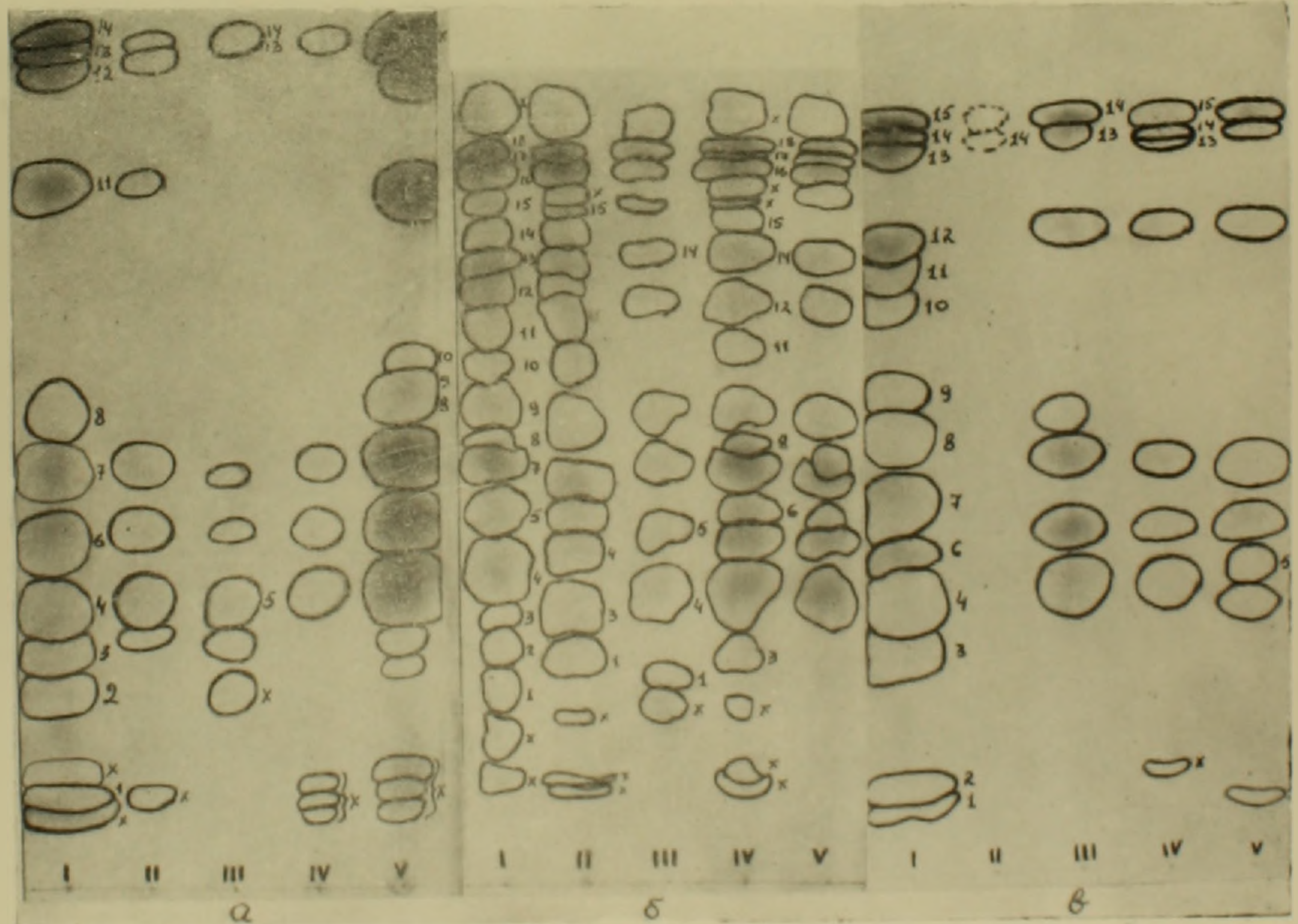
1—цистеин+цистин; 2—лизин; 3—аспарагиновая кислота; 4—глутаминовая кислота; 5— α -аланин; 6— β -аланин; 7—тирозин; 8—триптофан; 9—валин; 10—метионин; 11—фенилаланин; 12—лейцин.

в) гидролизат нерастворимых белков.

1—цистеин+цистин; 2—лизин; 3—гистидин; 4—аргинин; 5—аспарагиновая кислота; 7— α -аланин; 8—тирозин; 9—валин; 10—метионин; 11—фенилаланин; 12—лейцин.



Фиг. 1.





Фиг. 3.

Резюмируя полученные данные, мы приходим к выводу, что одним из важнейших коренных внутренних изменений, происходящих в клетках листьев растений в условиях оптимальных фотопериодов, является изменение качества конституционных и запасных белков. С усилением гидролитической направленности ферментов происходит распад этих белков и передача их составных компонентов (аминокислот) к растущим конусам нарастания, где происходят, с одной стороны, вторичный синтез белков, с другой — формообразовательные процессы. Появление многочисленных новых аминокислот в листьях и в других органах, по всей вероятности, является продуктом распада этих сложных белков или же продуктом обновления и разрушения последних.

Ботанический институт Академии наук
Армянской ССР

Վ. Ն. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Է. Ս. ՇԱՎՈՒՆՋՅԱՆ ԵՎ Կ. Ն. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

Խորիզանքների գաղափարաբան «արբեր» փուլերում նրա ամսանների օրգաններում կապված ամֆոֆոսֆոսների փոփոխության մասին

Մի շարք ուսումնասիրություններով ցույց է տրված, որ բույսի ծաղկման ժամանակ արմատապես փոփոխում է տերևներից զեպի աճման կոնները շարժվող ազատ ամինոթթուների կազմը: Վերջիններս հանդիսանալով սպիտակուցների սինթեզի էլանյութ, անկասկած պետք է որ կարևոր դեր խաղան զեննրատիվ օրգանների առաջացման պրոցեսում:

Վերը նշված աշխատություններում փորձ չի արվում ուսումնասիրելու կապված ամինոթթուների կազմի փոփոխությունը բույսերի տարբեր օրգաններում: Իժմար է պատկերացնել, որ ազատ ամինոթթուների կազմի փոփոխությունը կարող է տեղի ունենալ առանց պահեստային կամ կաուցվածքային սպիտակուցների մասնակցությամբ: Լեմնահաճմանական էնթադրությունն այն է, որ այս կամ այն օրգանի բջիջներում նոր ամինոթթուների ի հայտ գալը պայմանավորված է համապատասխան մեկ կամ մի թանի սպիտակուցների առկայությամբ, որոնց հիդրոլիզի հետևանքով ազատվում են այդ նոր ամինոթթուները:

Ելնելով այս էնթադրությունից 1957—1958 թթ. մեր կողմից կատարվել են մի շարք հետադրություններ, որոնց նպատակն է եղել պարզել զարգացման տարբեր փուլերում գտնվող բույսերի առանձին օրգաններում սպիտակուցների ամինոթթվային կազմը: Մեր ուսումնասիրությունների առարկան հանդիսացել է Մոնակո սորտի խրիզանթեմը, որն զգրում աճեցվել է երկար սրվա պայմաններում և ապա ծաղկումը արագացնելու նպատակով տեղափոխվել է կարճ սրվա պայմաններ: Բույսերի տարբեր օրգաններում խրոմատոգրաֆիկ եղանակով կատարվել է կապված ամինոթթուների որոշումներ նրանց վեգետատիվ աճման, ծաղկման և ծաղկաթափման փուլերում:

Առաջված փորձնական տվյալների հիման վրա հեղինակները եկել են այն եզրակացության, որ սպտիմալ ֆոտոպերիոդների պայմաններում բույսերի տերևների բջիջներում տեղի ունեցող ամենակարևոր և արմատական փոփոխություններից մեկը՝ դա նրանց սպիտակուցների որակի փոփոխությունն է: Ֆերմենտների հիդրոլիզոգ ուղղության ուղեղացման հետևանքով այդ սպիտակուցները ճեղքվում են և նրանց բազադրիչ մասերը (ամինոթթուները) տեղափոխվում են աճման կոնների բջիջները, որտեղ տեղի է ունենում մի կողմից սպիտակուցների երկրորդային սինթեզ, մյուս կողմից էլ ձևափոխման պրոցեսներ: Տերևներում և այլ օրգաններում բազմաթիվ նոր ամինոթթուների հանդես գալը, աճման հաճմանականությամբ, հանդիսանում է այդ բարդ սպիտակուցների բարդաման արդյունք:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Կ Ր Ո Շ Ա Ն ՈՒ Ր Յ ՈՒ Ն

¹ Мецнер, Abh. Dtsch. Akad. Wiss. Math. Phys., 2, 19, 1954. ² Миэттине, Suom. tied. toimit., А. П., 1955. ³ В. О. Казарян и Э. С. Авунджян, ДАН АрмССР, т. XXVII, IV, 2 (1958). ⁴ В. О. Казарян, Э. С. Авунджян и К. А. Карапетян, ДАН АрмССР, XXVI, IV, 5 (1958). ⁵ В. О. Казарян и Э. С. Авунджян, ДАН АрмССР, т. XXVIII, IV, 3 (1959). ⁶ В. О. Казарян, Э. С. Авунджян и К. А. Карапетян, ДАН АрмССР (в печати). ⁷ Мецнер, Abh. Dtsch. Akad. Wiss. Kl. Chem. Geol. u. Biol. 5, 1955.

Մարեմաթիկա

Ա. Վ. Չարմաղյան— <i>Եվկլիդեսի տարածությունը երկակի նորմալացված մակերևույթների մասին</i>	3
Հ. Մ. Մարտիրոսյան— <i>Շատրվ-էրուզիլի մի ընդհանրացված խնդրի մասին</i>	49
Հ. Մ. Մարտիրոսյան— <i>Շրջանագծի ընդհանրացված օպերատորի սուբկորի մասին</i>	97
Ա. Ա. Դոլգերգ— <i>Տարրական դիտողություններ շատ փոփոխականների ամբողջ ֆունկցիաների կարգի և տիպի որոշման բանաձևերի մասին</i>	145
Ա. Ս. Ավետիսյան— <i>Երկու թևորեմ անկյունային տիրույթներում անալիտիկ ֆունկցիաների մասին</i>	193

Մեխանիկա

Ա. Գ. Բազդեյ— <i>Հեղուկի մեջ նշման որոշման նոր եղանակ</i>	153
---	-----

Շինարարական մեխանիկա

Ս. Ս. Դարբինյան— <i>Աղատություն երկու աստիճան ունեցող սխտեմի սահմանափակումները առաձգա-պլաստիկական դեֆորմացիաների հաշվառումով</i>	159
--	-----

Առաձգականության հետաքննություն

Ս. Ա. Համբարձումյան, ՀՍՍՌ ԳԱ Թղթակից-անդամ, և Ա. Ա. Խաչատրյան— <i>Անիզոտրոպ սալերի կայունությունը և տատանումների մասին</i>	59
Բ. Հ. Աբրահամյան և Ա. Ա. Բաբլոյան— <i>Երկայնական ալոսներ կամ ատամներ և կենտրոնական զիջքով խողով ունեցող կլոր ձողերի ոլորումը</i>	203

Պլաստիկության հետաքննություն

Ն. Խ. Հարությունյան ՀՍՍՌ ԳԱ ակադեմիկոս, և Ս. Մ. Մանուկյան— <i>Կոնաձև ձողի պլաստիկական ոլորումը</i>	9
--	---

Ֆիզիկա

Ն. Մ. Քոչարյան, ՀՍՍՌ ԳԱ Թղթակից-անդամ, Զ. Ա. Կիրսեկոսյան, Է. Գ. Շարոյան և Ա. Պ. Պիկալով— <i>Կոսմիկական ճառագայթման մեղունների բեկորումը գեոմետրիկ տակ</i>	17
Գ. Ս. Սամակյան— <i>Միջավայրում էլեկտրոնային դույզների ծնման և անիզիլացման նոր մեխանիզմ</i>	23
Հ. Վ. Բաղդյան— <i>Դեյտրոնների ծնման էֆեկտիվ կտրվածքի կախումն սկզբնական նուկլոնների էներգիայից</i>	29
Ս. Ա. Խեյֆեց— <i>Ըստ շառավիղի աճող ռադիոսական դաշտով արագացուցիչում մասնիկների կայուն ուղղահայաց շարժում ստեղծելու մեթոդ</i>	211
Ս. Մ. Խաբոջյան— <i>Պլազմայում ոչ զմային տատանումների տեսությունը արտաքին հաստատուն և համասեռ մադնիսական դաշտի նկատմամբ</i>	215
Պ. Հ. Բեգլարյան— <i>Մեխանիզմների ճառագայթների ինտերֆերենցիայի դինամիկ տեսությունը վերջավոր բյուրեղի համար</i>	223

Առաջադիպիկա

Ա. Ա. Նիկիտին— <i>Հելիումի ատոմների զրգուր և իոնացումը՝ պայմանավորված երկու էլեկտրոնների պրզումամբ՝ աստղերի մթնոլորտներում</i>	33
Մ. Ա. Առաքելյան— <i>Ռելյատիվիստական էլեկտրոնների ճառագայթման գույնի մասին</i>	35
Ռ. Հ. Սամակյան— <i>Կրկնակի աստղերի կոմպոնենտների միջև եղած սահմանային հեռավորությունների մասին</i>	63
Ս. Գ. Իսկուլյարյան— <i>Սկուլպտորի տիպի մի նոր ենթադրելի սխտեմ</i>	103

Ս. Ա. Աւարեկյան — Բռնկիող աստղերի սպեկտրներում տնընդհատ առարման մասին	167
---	-----

Գեոֆիզիկա

Շ. Ա. Հովհաննիսյան — Գրավիմետրական դժահանման կիրառման փորձ Ալյավերդու տիպի կոլչեզանային կույր հանքային մարմինների որոշումների և հետախուզման մասանակ	175
---	-----

Յ. Գ. Հովոբյան — Հայաստանի մագնիսական դաշտը և նրա կապը տեկտոնական զոնալականության հետ	231
---	-----

Շինարարական կոնստրուկցիաներ

Լ. Յա. Վիներ և Վ. Վ. Փինոջյան — Երկաթբետոնե կարճ կանոնակների արտակենտրոն-սեղման աշխատանքի վրա բետոնի սոդրի աղդեցության փորձնական ուսումնասիրությունը	73
--	----

Օրգանական բիմբա

Վ. Դ. Ազատյան — Կետոնների սինթեզ՝ մետաղական ալյումինիմումի ներկայությամբ	111
--	-----

Ս.գրոբիմբա

Գ. Բ. Բաբայան և Ս. Ա. Կարազուլյան — Կորնզանի ազոտա-ֆոսֆորական սերնդառության մի բանի առանձնահատկությունները	181
--	-----

Դեղագործական բիմբա

Ա. Լ. Մնջոյան, ՀՍՍՌ ԳԱ աղագեմիկոս, Հ. Լ. Մնջոյան և Է. Ս. Բաղդասարյան — Հետազոտության ֆուրանի ածանցյալների բնագավառում: Հաղորդում XXII	41
---	----

Ա. Լ. Մնջոյան, ՀՍՍՌ ԳԱ աղագեմիկոս, Կ. Տ. Թադևոսյան, Ս. Կ. Ազբալյան և Ս. Ս. Բուստանջյան — Հետազոտության հասարակ ածինոթերների բնագավառում: Հաղորդում II	187
---	-----

Ա. Լ. Մնջոյան, ՀՍՍՌ ԳԱ աղագեմիկոս, Կ. Տ. Թադևոսյան և Ս. Կ. Ազբալյան — Հետազոտության տեղակալված բաղախաթիթուների ածանցյալների բնագավառում: Հաղորդում XIX	235
--	-----

Ընկերաբանություն

Ս. Ս. Վանյուշին — Դայկային կոմպլեքսի տեղը Հայկական ՍՍՌ Ղափանի հանքային դաշտի սոմթեթա-դարարողյան գետինկլինալի դարգացման տեկտոնո-մադնիտական պատմության մեջ	81
--	----

Յու. Ա. Լեյն — Նոր տվյալներ Ղափանի հանքային դաշտի կվարցային պորֆիրների ֆայթանների հասակի և փոխադարձ կապի մասին	115
--	-----

Ասրախիգրաֆիա

Հ. Հ. Սարգսյան — Սեան-Շիրակի Ֆանկլինորիումի ուղղեղների առաջացումների ստրատիգրաֆիական մասնատման սխեման	119
---	-----

Պալեոնեոլոգիա

Ա. Ա. Արաբեկյան — Վերին Աղզան դյուղի (Հայկական ՍՍՌ) շրջակայքի միջին ալքի աճոնիաի մասին	127
--	-----

Գեոէսթիկա

Ռ. Ն. Սարկիսով — Թթենու շերամի բացառիկներ, ռեցեսիվ անհատների հարցի մասին	133
--	-----

Միկրոքիտոզիա

Է. Գ. Աֆրիկյան և Ն. Բորիկյան — Վիտամին B ₁₂ -ի առկայությունը և նրա առաջացումը հողում	89
---	----

Բույսերի ֆիզիոլոգիա

Վ. Հ. Ղազարյան, Է. Ս. Հավունջյան և Կ. Հ. Կարապետյան — Խրիզանթեմի զարգացման տարրերը փուլերում և օրգաններում ազատ ամինոթթուների քանակական փոփոխության մասին	137
Վ. Հ. Ղազարյան, Է. Ս. Հավունջյան և Կ. Հ. Կարապետյան — Խրիզանթեմի զարգացման տարրերը փուլերում նրա առանձին օրգաններում կապված ամինոթթուների փոփոխության մասին	245

Միջատաբանություն

Ս. Մ. Խնձորյան — Նոր ծաղկափռչակեր Արարսի հովտից (Coleoptera, Alleculidae)	141
---	-----

Ֆիզիոլոգիա

Ս. Կ. Կարապետյան, ՀՍՍՏ ԴԱ աղագիմիկոս, և Վ. Ա. Վարդանյան — Սոդունների, Էրկենցաղների և թռչունների արյան ձևային էլեմենտների հաշվարկելի մեթոդ	93
---	----

СОДЕРЖАНИЕ XXIX ТОМА

Математика

А. В. Чакмазян — О двойственно нормализованных поверхностях евклидова пространства	3
Р. М. Мартиросян — Об одной обобщенной задаче Штурма — Лиувилля	19
Р. М. Мартиросян — О спектре обобщенного оператора Шредингера	97
А. А. Гольдберг — Элементарные замечания о формулах для определения порядка и типа целых функции многих переменных	145
А. Е. Аветисян — Две теоремы о функциях, аналитических в угловых областях	193

Механика

А. Г. Багдоев — Новый способ определения давления в жидкости	153
--	-----

Строительная механика

С. С. Дарбинян — Сдвиговые колебания системы с двумя степенями свободы с учетом упруго-пластических деформаций	59
--	----

Теория упругости

С. А. Амбарцумян, чл.-корр. АН АрмССР, и Н. Н. Хачатрян — Об устойчивости и колебаниях анизотропных пластинок	159
Б. Л. Абрамян и А. А. Баблоян — Кручение круглых стержней, имеющих продольные выточки или зубцы и центрально расположенную полость	203

Теория пластичности

Н. Х. Арутюнян, академик АН АрмССР, и М. М. Макукян — Пластическое кручение конического стержня	9
---	---

Физика

Н. М. Кочарян, чл.-корр. АН АрмССР, Э. А. Киракосян, Э. Г. Шароян и А. П. Пикалов — Поляризация π - мезонов космического излучения под землей	17
Г. С. Саакян — Новый механизм рождения и аннигиляции электронных пар в среде	23
Г. В. Бадалян — Зависимость сечения образования дейтронов от энергии первичных нуклонов	29
С. А. Хейфец — Способ создания устойчивости вертикального движения в ускорителе с увеличивающимся по радиусу магнитным полем	211
С. М. Хзарджян — К теории нелинейных колебаний в плазме при постоянном внешнем магнитном поле	215
П. А. Безиргян — Динамическая теория интерференции рентгеновских лучей для конечного кристалла	223

Астрофизика

А. А. Никитин — Возбуждение и ионизация атомов гелия в атмосферах звезд, обусловленные возбуждением двух электронов	33
М. А. Аракелян — О цвете излучения релятивистских электронов	35
Р. А. Саакян — О расстояниях между компонентами визуально двойных звезд	63
С. Г. Исхударян — Об одной предполагаемой системе типа Скульптора	103
М. А. Аракелян — О непрерывной эмиссии в спектрах вспыхивающих звезд	167

Геофизика

- Ш. С. Оганисян* — Опыт применения гравиметровой съемки при поисках и разведке слепых колчеданных рудных тел алавердского типа 157

- Ц. Г. Акопян* — Магнитное поле Армении и его связь с тектонической зональностью 312

Строительные конструкции

- Л. Я. Винер и В. В. Пинаджян* — Экспериментальное изучение влияния ползучести бетона на работу внецентренно-сжатых железобетонных коротких стоек 73

Органическая химия

- В. Д. Азатян* — Синтез кетонов в присутствии металлического алюминия 111

Агрохимия

- Г. Б. Бабаян и С. А. Карагулян* — Некоторые особенности азотно-фосфорного питания эспарцета 181

Фармацевтическая химия

- А. Л. Мнджоян*, академик АН АрмССР, *О. Л. Мнджоян* и *Э. Р. Багда-сарян* — Исследование в области производных фурана. Сообщение XXII 41

- А. Л. Мнджоян*, АрмССР, *Г. Т. Татевосян*, *С. Г. Агбальян* и *Р. Х. Бостанджян* — Исследование в области простых аминоэфиров. Сообщение II 187

- А. Л. Мнджоян*, академик АН АрмССР, *Г. Т. Татевосян* и *С. Г. Агбальян* — Исследование в области замещенных уксусных кислот. Сообщение XIX 235

Геология

- С. С. Ванюшин* — Место лаечного комплекса Кафанского рудного района Армянской ССР в тектоно-магматической истории развития сомхетско-карабахской геосинклинали 81

- Ю. А. Лейе* — Новые данные о фациях, возрасте и взаимосвязи кварцевых порфиров Кафанского рудного поля 115

Стратиграфия

- О. А. Саркисян* — Схема стратиграфического расчленения палеогеновых образований Севано-Ширакского синклинория 119

Палеонтология

- А. А. Атабекян* — О среднеальбском аммоните окрестностей сел. Верин Агдан (Армянская ССР) 127

Генетика

- Р. Н. Саркисов* — К вопросу об исключительных рецессивных особях тутового шелкопряда 113

Микробиология

- Э. К. Африкян и Р. А. Бобикян* — Наличие и образование витамина B₁₂ в почве 89

Физиология растений

- В. О. Казарян, Э. С. Авунджян и К. А. Карапетян — О количественном изменении свободных аминокислот в различных органах хризантемы по фазам развития. Сообщение I 137
- В. О. Казарян, Э. С. Авунджян и К. А. Карапетян — Количественное изменение связанных аминокислот в различных органах хризантемы по фазам развития. Сообщение II 245

Энтомология

- С. М. Хизорян — Новый пылесед из долины (Coleoptera, Alleculidae) *Muscetocharina riabovi* Klinzorian sp. nov 141

Физиология

- С. К. Карапетян, академик АН Армянской ССР, В. А. Вартанян — Метод исчисления форменных элементов крови птиц, амфибий и рептилий 93

