

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

XXIX. № 2

1959

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ս. ԴԱՎԹՅԱՆ, ՀՍՍՐ ԳԱ ակադեմիկոս.
Ա. Լ. ԹԱԽՏԱԶՅԱՆ, ՀՍՍՐ ԳԱ բոլորակից անդամ.
Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ՀՍՍՐ ԳԱ ակադեմի-
կոս (պատ. խմբագիր). Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ.
Ա. Լ. ՄՆՋՈՅԱՆ, ՀՍՍՐ ԳԱ ակադեմիկոս.
Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՐ ԳԱ բոլորակից անդամ.
Մ. Մ. ԶՐԱՇՅԱՆ, ՀՍՍՐ ԳԱ ակադեմիկոս
(պատ. խմբագրի տնօրեն):

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН академик АН АрмССР
(отв. редактор). Г. С. ДАВТЯН, акаде-
мик АН АрмССР. М. М. ДЖРБАШЯН,
академик АН АрмССР (зам. отв. редакто-
ра). В. О. КАЗАРЯН, А. Л. МНДЖОЯН,
академик АН АрмССР. А. Г. НАЗАРОВ,
чл. корресп. АН АрмССР. А. Л. ТАХТА-
ДЖЯН, чл. корресп. АН АрмССР.

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

61

Մարեմաթիկա

Հ. Մ. Մարտիրոսյան — Շտուրմ-Լիուվիլի մի ընդհանրացված խնդրի մասին

48

Շինարարական մեխանիկա

Ս. Ս. Դարբինյան — Ազատության երկու աստիճան ունեցող սխառեմի սահմանափակումները առաձգա-պլաստիկական դեֆորմացիաների հաշվառումով

59

Աստրոֆիզիկա

Ս. Հ. Սահակյան — Կրկնակի աստղերի կոմպոնենտների միջև եղած սահմանային հեռավորությունների մասին

63

Շինարարական կոնստրուկցիաներ

Հ. Յա. Վիներ և Վ. Վ. Փինաջյան — Երկաթբետոնե կարճ կառուցվածքների արտակենտրոն-սեղման աշխատանքի վրա բետոնի սողքի ազդեցության փորձնական ուսումնասիրությունը

73

Օրկարանություն

Ս. Ս. Վանյուշին — Դայկային կոմպլեքսի տեղը Հայկական ՍՍՌ Դափանի հանքային դաշտի սոմխեթ-դարաբազյան գեոսինկլինալի դարգացման տեկտոնոմագնիսական պատմության մեջ

81

Միկրոբիոլոգիա

Է. Գ. Աֆրիկյան և Ռ. Հ. Բոբիկյան — Վիտամին B₁₂-ի օտկայությունը և նրա առաջացումը հողում

89

Ֆիզիոլոգիա

Ս. Կ. Կարապետյան, ՀՍՍՌ ԴԱ ակադեմիկոս, և Վ. Ա. Վարդանյան — Սողունների, երկենցաղների և թռչունների արյան ձեւային էլեմենտների հաշվարկելու մեթոդ

93

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Математика	
<i>Р. М. Мзртиросян</i> — Об одной обобщенной задаче Штурма—Ливилля	49
Строительная механика	
<i>С. С. Дарбинян</i> — Сдвиговые колебания системы с двумя степенями свободы с учетом упруго-пластических деформаций	59
Астрофизика	
<i>Р. А. Саакян</i> — О расстояниях между компонентами визуально двойных звезд	63
Строительные конструкции	
<i>Л. Я. Винер и В. В. Пинаджян</i> — Экспериментальное изучение влияния ползучести бетона на работу внецентренно-сжатых железобетонных коротких стоек	
Геология	
<i>С. С. Ванюшин</i> — Место даечного комплекса Кафанского рудного района Армянской ССР в тектоно-магматической истории развития сомхетско-карабахской геосинклинали	81
Микробиология	
<i>Э. К. Африкян и Р. А. Бобикян</i> — Наличие и образование витамина B_{12} в почве	89
Физиология	
<i>С. К. Карапетян</i> , академик АН Армянской ССР, и <i>В. А. Вартанян</i> — Метод исчисления форменных элементов крови птиц, амфибий и рептилий	93

Р. М. Мартиросян

Об одной обобщенной задаче Штурма-Лиувилля

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. М. Джрбашяном
 11.IV.1959)

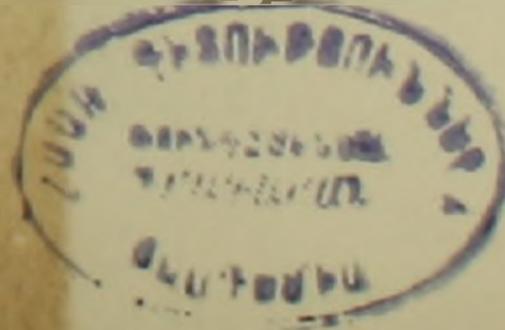
Вопрос о строении спектра оператора $-u'' + pu$ с комплексным потенциалом $p(x)$ был впервые изучен М. А. Наймарком⁽¹⁾, который для получения соответствующих результатов пользовался найденной им асимптотикой решений на полуоси. Ясно, что этот метод может встретить значительные затруднения, если возмущения оператора $-u''$ гораздо более сложной природы и не удастся выяснить асимптотический характер решений. Тем не менее в ряде случаев представляет интерес рассмотреть более общие операторы. Отметим в этой связи интересную задачу, предложенную впервые М. М. Джрбашяном, о разложении по собственным функциям оператора вида

$$-u'' + pu + \int_a^x K(x, t) u(t) dt,$$

решение которой на конечном промежутке дано в работе А. Б. Нерсесяна⁽²⁾ и исследование которой продолжается этим автором в различных направлениях. В настоящей заметке мы ставим более скромную задачу — выяснить характер спектра соответствующих операторов, но при этом для операторов гораздо более общего вида.

Метод доказательства приводимых ниже теорем имеет точки прикосновения с заметкой И. М. Гельфанда⁽³⁾, исследование которого довольно неполно и по идее ближе к исследованию автора⁽⁴⁾, посвященному спектру несамосопряженного оператора Шредингера. Однако из-за наличия интегрального оператора и оператора L пришлось по-существу дать новые доказательства, краткое изложение которых будет дано в этой заметке, ради удобства, лишь для операторов, заданных на всей оси. Заметим, что все результаты почти без изменения рассуждений переносятся и на случай полуоси.

Переходя к точным формулировкам, обозначим через Ω область определения гипермаксимального оператора $-u''$, заданного в гильбертовом пространстве $L_2(-\infty, \infty)$. Как известно, этот оператор яв-



ляется замыканием в L_2 оператора $-u''$, рассматриваемого на многообразии всех финитных функций.

Пусть, далее, $p(x)$ — произвольная ограниченная комплекснозначная функция, суммируемая с квадратом, а комплекснозначная функция $K(x, t)$ типа Гильберта-Шмидта, т. е.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |K(x, t)|^2 dx dt < \infty. \quad (1)$$

Обозначив через L произвольный (несамосопряженный) ограниченный оператор в L_2 , введем в рассмотрение оператор

$$Tu = -u'' + p(x)Lu + \int_{-\infty}^{\infty} K(x, t)u(t) dt \quad (u \in \Omega) \quad (2)$$

с той же областью определения Ω , что и у оператора $-u''$.

Теорема 1. Непрерывный спектр оператора T совпадает с положительной полуосью, а точки спектра, лежащие в остальной части комплексной плоскости, могут быть лишь собственными значениями, не имеющими точек накопления вне положительной полуоси.

Доказательство. Известно, что если $f(x) \in L_2(-\infty, \infty)$ и λ неположительно, то решения уравнения $-u'' - \lambda u = f$ ($u \in \Omega$) даются формулой $u = B_\lambda f$, где резольвента B_λ оператора $-u''$ имеет вид

$$B_\lambda f = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{iV\lambda|x-t|}}{2iV\lambda} f(t) dt \quad (\text{Im} V\lambda > 0). \quad (3)$$

Рассмотрим теперь уравнение

$$Tu - \lambda u = -u'' + p(x)Lu + \int_{-\infty}^{\infty} K(x, t)u(t) dt - \lambda u = f. \quad (4)$$

Если λ неположительно, то очевидно это уравнение равносильно следующему

$$u = B_\lambda f - B_\lambda \left\{ p(x)Lu + \int_{-\infty}^{\infty} K(x, t)u(t) dt \right\}. \quad (5)$$

Покажем, что при таких λ последний член правой части (5) вполне непрерывный интегральный оператор, порождаемый некоторым ядром типа Гильберта-Шмидта $K_0(x, t; \lambda)$. В самом деле, легко видеть, что

$$-B_\lambda \left\{ p(x)Lu + \int_{-\infty}^{\infty} K(x, t)u(t) dt \right\} = \int_{-\infty}^{\infty} K_0(x, t; \lambda)u(t) dt. \quad (6)$$

где

$$K_0(x, t; \lambda) = L^* \left(\frac{e^{i\sqrt{\lambda}|x-t|}}{2i\sqrt{\lambda}} \overline{p(t)} \right) + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\sqrt{\lambda}|x-s|}}{2i\sqrt{\lambda}} K(s, t) ds. \quad (7)$$

Поскольку $\operatorname{Im} \sqrt{\lambda} = \tau > 0$, то, применяя неравенство Буняковского, легко убедиться, что интеграл в последней формуле типа Гильберта-Шмидта. Далее

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left| L^* \left(\frac{e^{i\sqrt{\lambda}|x-t|}}{2i\sqrt{\lambda}} \overline{p(t)} \right) \right|^2 dt < \|L\|^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-2\tau|x-t|}}{4|\lambda|} |p(t)|^2 dt.$$

Интегрируя это неравенство по x и принимая во внимание, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\tau|x-t|} dx = \frac{1}{\tau}$$

не зависит от t , убеждаемся в справедливости на-

шего утверждения. Предположим теперь, что λ неположительно и не является собственным значением оператора T . Тогда однородное уравнение (4), а следовательно и однородное уравнение (5), имеют лишь тривиальное решение. Поэтому в силу альтернативы Фредгольма уравнение (5), а следовательно и (4) разрешимы при любой $f(x) \in L_2$. Итак, замкнутый оператор $(T - \lambda E)^{-1}$ определен на всем пространстве и, следовательно, ограничен. Таким образом точками спектра оператора T , лежащими вне положительной полуоси, могут быть лишь собственные значения. Эти последние определяются из уравнения

$$u + B_\lambda \left\{ p(x) Lu + \int_{-\infty}^{\infty} K(x, t) u(t) dt \right\} = 0.$$

Но поскольку вполне непрерывный оператор

$$B_\lambda \left\{ p(x) Lu + \int_{-\infty}^{\infty} K(x, t) u(t) dt \right\}$$

аналитически зависит от параметра λ вне положительной полуоси, то в силу известного результата М. В. Келдыша⁽⁵⁾ собственные значения оператора T , лежащие вне положительной полуоси, могут иметь точки накопления лишь на положительной полуоси. Переходя к доказательству первой части теоремы, предположим сперва, что при некотором неположительном λ существует резольвента $R_\lambda = (T - \lambda E)^{-1}$ оператора T и покажем, что она является интегральным оператором вида

$$R_\lambda f = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ -\frac{e^{i\sqrt{\lambda}|x-t|}}{2i\sqrt{\lambda}} + H(x, t; \lambda) \right\} f(t) dt, \quad (8)$$

где

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |H(x, t; \lambda)|^2 dx dt < \infty. \quad (9)$$

Действительно, если существует R_λ , то уравнение (4) разрешимо при любом f , причем решение удовлетворяет уравнению (5). Поэтому если резольвентное ядро для ядра $K_0(x, t; \lambda)$ обозначить через $H_0(x, t; \lambda)$, то

$$R_\lambda f = - \int_{-\infty}^x \frac{e^{i\sqrt{\lambda}|x-t|}}{2i\sqrt{\lambda}} f(t) dt - \int_{-\infty}^x H_0(x, t; \lambda) \left\{ \int_{-\infty}^x \frac{e^{i\sqrt{\lambda}|t-s|}}{2i\sqrt{\lambda}} f(s) ds \right\} dt,$$

откуда и следуют (8) и (9), поскольку, как известно, $H_0(x, t; \lambda)$ тип Гильберта-Шмидта. Получив представление (8), допустим теперь, что при некотором положительном $\lambda = \lambda_0 > 0$ существует резольвента R_λ оператора T . Рассмотрим уравнение:

$$-u'' - \lambda_0 u = Tu - p(x) Lu - \int_{-\infty}^x K(x, t) u(t) dt - \lambda_0 u = f. \quad (10)$$

Очевидно, оно эквивалентно уравнению

$$u = R_{\lambda_0} f + R_{\lambda_0} Cu, \quad (11)$$

где положено

$$Cu = p(x) Lu + \int_{-\infty}^x K(x, t) u(t) dt.$$

Покажем, что $R_{\lambda_0} Cu$ — вполне непрерывный оператор. Для этого заметим, что из существования R_{λ_0} следует существование R_λ в некоторой окрестности $\lambda = \lambda_0$. Выберем из этой окрестности последовательность неположительных $\lambda = \lambda_n$ так, чтобы $\lambda_n \rightarrow \lambda_0$. В силу ограниченности оператора C будем иметь $\|R_{\lambda_n} C - R_{\lambda_0} C\| \rightarrow 0$. Но из представления (8) легко следует, что все $R_{\lambda_n} C$ вполне непрерывны, а поэтому и $R_{\lambda_0} C$ вполне непрерывен. С другой стороны, поскольку однородное уравнение (10), как известно, имеет лишь тривиальное решение, то, как и выше, пользуясь альтернативой Фредгольма, убеждаемся в разрешимости уравнения (10) при любой $f(x) \in L_2$. Но в силу замкнутости оператора $-u''$ это означает существование ограниченной резольвенты B_λ оператора $-u''$. Полученное противоречие и доказывает теорему

Теорема 2. Если $|p(x)| \leq M$ и $\|K\|^2 = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^x |K(x, t)|^2 dx dt$, то

весь спектр оператора T лежит внутри параболы $\eta^2 = 4x(a + \xi)$, где $a = \sqrt{2}(M\|L\| + \|K\|)$, $\xi = \text{Re}\lambda$, $\eta = \text{Im}\lambda$.

Доказательство. Если $u(x, \lambda)$ есть собственная функция, соответствующая собственному значению λ^2 , то

$$u(x, \lambda) = \frac{1}{2i\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda(x-t)} \left\{ p(t) Lu + \int_{-\infty}^{\infty} K(t, s) u(s) ds \right\} dt. \quad (12)'$$

Но, считая $u(x, \lambda)$ нормированной, будем иметь

$$\left| p(t) Lu(t) + \int_{-\infty}^{\infty} K(t, s) u(s) ds \right| \leq 2M^2 |Lu(t)|^2 + 2 \int_{-\infty}^{\infty} |K(t, s)|^2 ds.$$

Теперь из (12) получаем оценку (полагая $\lambda = \sigma + i\tau$, $\tau > 0$),

$$|u(x, \lambda)|^2 \leq \frac{1}{4|\lambda|^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau|x-t|} dt \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau|x-t|} \left\{ 2M^2 |Lu(t)|^2 + 2 \int_{-\infty}^{\infty} |K(t, s)|^2 ds \right\} dt.$$

Еще одно интегрирование по x , с учетом нормировки $u(x, \lambda)$, приводит к неравенству

$$1 \leq \frac{2 \|M\| \|L\| + \|K\|^2}{|\lambda|^2 \tau^2},$$

или, принимая во внимание наши обозначения, к неравенству $|\lambda|^2 \tau^2 \leq 1^2$. Отсюда $\tau^2 \leq \alpha$. С другой стороны, если положить $\eta = \text{Im} \lambda^2$, $\xi = \text{Re} \lambda^2$, то легко видеть, что $\tau^2 = 4\tau^2 (\tau^2 + \xi)$, откуда и следует утверждение теоремы.

Теорема 3. Предположим, что оператор L ограничен, если его рассматривать над пространством ограниченных функций из $L_2(-\infty, \infty)$ с нормой $\|u\| = \sup |u(x)|$. Если, кроме того, $p(x)$ суммируема и

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |K(x, t)| dx dt < \infty,$$

то дискретный спектр оператора T ограничен.

Доказательство. Предварительно заметим, что все функции из области определения оператора T ограничены и непрерывны, что легко следует хотя бы из (3). Пусть теперь $u(x, \lambda)$ — собственная функция, соответствующая собственному значению λ^2 . Тогда

$$u(x, \lambda) = \frac{1}{2i\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda(x-t)} p(t) Lu(t, \lambda) dt +$$

$$+ \frac{1}{2i\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda|x-s|} K(s, t) ds \right\} u(t, \lambda) dt.$$

Положим $\|L\|_C = M_1$, где $\|L\|_C$ означает норму оператора L , рассматриваемого над пространством ограниченных функций. Пусть, далее

$$\int_{-\infty}^{\infty} |p(t)| dt = M_2, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |K(s, t)| ds dt = M_3.$$

Тогда, если обозначить $\sup |u(x, \lambda)| = C_\lambda$, то из написанного уравнения следует

$$C_\lambda < \frac{M_1 M_3 + M_2}{2|\lambda|} C_\lambda,$$

что невозможно при больших λ .

Переходя к следующей теореме, предположим, что L — единичный оператор. Таким образом, Tu имеет вид

$$Tu = -u'' + p(x)u + \int_{-\infty}^{\infty} K(x, t) u(t) dt. \quad (13)$$

Теорема 4. Если при некотором $\varepsilon_0 > 0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{2\varepsilon_0|t|} |p(t)| dt < \infty, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\varepsilon_0(|x|+|t|)} |K(x, t)| dx dt < \infty,$$

то дискретный спектр оператора T , определенного равенством (13), конечен.

Доказательство. Как мы уже знаем, собственные функции определяются из уравнения

$$u(x, \lambda) = \frac{1}{2i\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} L(x, t; \lambda) u(t, \lambda) dt, \quad (14)$$

где

$$L(x, t; \lambda) = e^{i\lambda|x-t|} p(t) + \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda|t-s|} K(s, t) ds \quad (\text{Im} \lambda > 0). \quad (15)$$

Поэтому собственные значения являются нулями знаменателя Фредгольма

$$D(\lambda) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{d_n}{n!}, \quad (16)$$

где положено

$$d_n = \frac{1}{(2i\lambda)^n} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} a_n(\lambda, x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 \cdots dx_n \quad (17)$$

и

$$a_n(\lambda, x_1, \dots, x_n) = \det \|L_{ik}\|, \quad L_{ik} = e^{i\lambda|x_i - x_k|} p(x_k) + \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda|x_i - s|} K(s, x_k) ds. \quad (18)$$

Очевидно, L_{ik} аналитичны по λ при $|\operatorname{Im} \lambda| > -\varepsilon_0$. Покажем, что все d_n могут иметь лишь полюсы первого порядка в точке $\lambda = 0$. Действительно, $a_n(0, x_1, \dots, x_n) = 0$, ибо при $\lambda = 0$ все строки этого определителя совпадают. При дифференцировании по λ до $(n-2)$ -го порядка получим некоторую сумму определителей, в каждом из которых по крайней мере две строки совпадут при $\lambda = 0$. Итак, d_n может иметь лишь простой полюс с вычетом $a_{-1}^{(n)}$, равным

$$a_{-1}^{(n)} = \frac{1}{(2i)^n (n-1)!} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^{n-1} a_n(0, x_1, \dots, x_n)}{\partial \lambda^{n-1}} dx_1 \cdots dx_n. \quad (19)$$

Чтобы оценить эти вычеты, заметим, что подынтегральная функция является суммой n определителей, в каждом из которых одна строка из a_n сохранена, а все другие продифференцированы один раз по λ , и λ положено равным нулю. Если элементы одного из этих определителей обозначить через β_{ik} и положить

$$\beta_{ik} = A_{ik} \frac{e^{\varepsilon_0|x_i|}}{\varepsilon_0}, \quad (20)$$

то на основании (18) легко получить оценку

$$|A_{ik}| \leq e^{\varepsilon_0|x_k|} |p(x_k)| + \int_{-\infty}^{\infty} e^{\varepsilon_0|s|} |K(s, x_k)| ds,$$

если β_{ik} получено в результате дифференцирования соответствующей строки определителя a_n и оценку

$$|A_{ik}| \leq \varepsilon_0 \left\{ e^{\varepsilon_0|x_k|} |p(x_k)| + \int_{-\infty}^{\infty} e^{\varepsilon_0|s|} |K(s, x_k)| ds \right\}$$

в прогивном случае. На основании этих оценок с помощью неравенства Адамара находим

$$\det \|A_{ik}\| \leq \varepsilon_0^n \prod_{k=1}^n \left\{ e^{\varepsilon_0|x_k|} |p(x_k)| + \int_{-\infty}^{\infty} e^{\varepsilon_0|s|} |K(s, x_k)| ds \right\}. \quad (21)$$

Положим теперь

$$M = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2\varepsilon_0|x|} |p(x)| dx + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\varepsilon_0|x|} e^{\varepsilon_0|s|} |K(s, x)| ds dx. \quad (22)$$

Тогда, учитывая (19) и (20), а также сделанное выше замечание, из (21) получаем

$$|a_{-1}^{(n)}| \leq \frac{1}{2^n (n-1)!} n \frac{n^{\frac{n}{2}} M^n}{\varepsilon_0^{n-1}}. \quad (23)$$

Покажем теперь, что функция $D(1)$ аналитична по λ в области $|\operatorname{Im} \lambda| > -\varepsilon_0$ и может иметь лишь полюс в точке $\lambda = 0$. Для этого положим

$$B_{ik} e^{\varepsilon_0|x_k|} = L_{ik}, \quad (24)$$

где L_{ik} определены формулой (18). Так же, как и выше, получаем оценку

$$|B_{ik}| \leq e^{\varepsilon_0|x_k|} |p(x_k)| + \int_{-\infty}^{\infty} e^{\varepsilon_0|s|} |K(s, x_k)| ds.$$

Пользуясь вновь неравенством Адамара, находим отсюда

$$|\det \|B_{ik}\| | \leq n^{\frac{n}{2}} \prod_{k=1}^n \left\{ e^{\varepsilon_0|x_k|} |p(x_k)| + \int_{-\infty}^{\infty} e^{\varepsilon_0|s|} |K(s, x_k)| ds \right\}.$$

Теперь, учитывая (24) и (17), имеем

$$|d_n| \leq \frac{1}{2^n |\lambda|^n} n^{\frac{n}{2}} M^n,$$

где M определено формулой (22). Таким образом, мажорантным для (16) является сходящийся ряд

$$1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n |\lambda|^n n!} n^{\frac{n}{2}} M^n.$$

Итак, $D(1)$ аналитична по λ в области $|\operatorname{Im} \lambda| > -\varepsilon_0$ и может иметь особенность лишь в точке $\lambda = 0$. Но эта особенность может быть лишь полюсом. В самом деле, соответствующий ряду (16) ряд из вычетов

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{a_{-1}^{(n)}}{n!}$$

мажорируется в силу оценки (23) сходящимся рядом

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n [(n-1)!]^2} \frac{n^{\frac{n}{2}} M^n}{\varepsilon_0^{n-1}}$$

Чтобы завершить доказательство теоремы, остается вспомнить, что нули $D(1)$ совпадают с собственными значениями, и воспользоваться предыдущей теоремой.

В заключение заметим, что все теоремы, установленные выше, справедливы и для оператора

$$Tu = -u'' + p(x)Lu + \int_0^x K(x,t)u(t)dt,$$

рассматриваемого по полуоси $(0, \infty)$ с краевыми условиями вида

$$\alpha u(0) + \beta u'(0) = 0, \quad \alpha^2 + \beta^2 \neq 0. \quad (25)$$

Здесь оператор B_α , т. е. резольвента оператора $-u''$ при условиях (25) имеет вид

$$B_\alpha f = \frac{1}{2i\alpha} \int_0^\infty \left| \frac{i\beta - \alpha}{i\beta + \alpha} e^{i\beta(t-x)} + e^{i\alpha(x-t)} \right| f(t) dt$$

и все рассуждения можно полностью повторить с очень незначительными усложнениями.

Институт математики и механики
Академии наук Армянской ССР

2. Մ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ

Շառլի-Լիուվիլի մի բնդիանուցված խնդրի մասին

Դիցուք Ω -ն ամբողջ առանցքի վրա դիտարկվող $-u''$ հիպերմաքսիմալ սպեքտորի որոշման տիրույթն է, $p(x)$ -ը սահմանափակ և ժառանգուսով ինտեգրելի կամպլեքս ֆունկցիա է, իսկ $K(x,t)$ -ը հարթույթյան վրա ժառանգուսով ինտեգրելի ֆունկցիա է: Ω -ի վրա դիտարկվում է

$$Tu = -u'' + p(x)Lu + \int_{-x}^x K(x,t)u(t)dt \quad (u \in \Omega)$$

սպեքտորը, որտեղ L -ը կամայական (ոչ ինքնահամալուծ) սահմանափակ սպեքտոր է: Ապացուցվում են հետևյալ թեորեմները:

Թեորեմ 1. T սպեքտորի անընդհատ սպեկտրը նամրնկնում է իրական կիս առանցքի հետ: Կոմպլեքս հարթույթյան մնացած մասում սպեկտրի կետեր կարող են լինել միայն սեփական արժեքները, որոնք չեն կարող ունենալ կուտակման կետեր իրական կիսաառանցքից դուրս:

Թեորեմ 2. Եթե $|p(x)| < M$ և

$$\int_{-x}^x \int_{-x}^x |K(x,t)|^2 dx dt = \|K\|^2,$$

ապա T սպեքտորի ամբողջ սպեկտրը ընկած է $\gamma_\xi^2 = 4x(x + \xi)$ պարաբոլի ներսը, որտեղ $x = \sqrt{2(M\|L\| + \|K\|)}$, $\xi = \text{Re} \lambda$, $\gamma = \text{Im} \lambda$:

Քեորեմ 3. Ենթադրենք, որ L օպերատորը սահմանափակ է, եթե այն դիտարկենք $L_2(-\infty, \infty)$ դասին պատկանող սահմանափակ ֆունկցիաների վրա, որոնց նորման որոշումն է $\|u\| = \sup |u(x)|$ հավասարությունով: Եթե բացի այդ $p(x)$ -ը և $K(x, t)$ -ը հանրագումարելի են, ապա T օպերատորի դիսկրետ սպեկտրը կլինի սահմանափակ:

Քեորեմ 4. Եթե որևէ $\varepsilon_0 > 0$ -ի համար ունենք

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{\varepsilon_0 |t|} |p(t)| dt < \infty, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{\varepsilon_0 |x|} e^{\varepsilon_0 |t|} |K(x, t)| dx dt < \infty$$

և L -ը միավոր օպերատոր է, ապա T օպերատորի դիսկրետ սպեկտրը վերջավոր է:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ М. А. Наймарк, ДАН СССР, 85, 1 (1952). ² А. Б. Нерсисян, «Известия АН АрмССР» (серия физ.-мат. наук), т. XII, № 3 (1959). ³ И. М. Гельфанд, Успехи матем. наук, VII, 6 (1952). ⁴ Р. М. Мартиросян, «Известия АН АрмССР» (серия физ.-мат. наук), т. X, № 1 (1957). ⁵ М. В. Келдыш, ДАН СССР, 77, 1 (1951).

С. С. Дарбинян

Сдвиговые колебания системы с двумя степенями свободы с учетом упруго-пластических деформаций

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 25.V.1959)

В работе рассматриваются сдвиговые колебания системы с двумя степенями свободы с учетом упруго-пластических деформаций (фиг. 1).

Принимается, что упруго-пластические свойства данной системы характеризуются диаграммой зависимости напряжений от деформаций, представленной на фиг. 2 (1,2).

Согласно этой диаграмме зависимость между напряжением и деформацией выражается следующими уравнениями:

$$\tau = G [(1 - \lambda) \gamma + \lambda \gamma_T] \quad (\text{при нагружении}),$$

$$\tau = G |\gamma - \lambda (\gamma_{\max} - \gamma_T)| \quad (\text{при разгрузении}),$$

где λ — коэффициент упрочнения материала, а G — модуль упругости при сдвиге.

При рассматриваемых зависимостях возможны следующие случаи деформированных состояний (фиг. 1).

Случай I. В обоих участках системы имеют место упругие колебания.

Случай II. Первый участок находится в упруго-пластической стадии работы, а второй — в упругой стадии.

При этом может быть, что:

- 1) первый участок находится в зоне нагружения;
- 2) первый участок находится в зоне разгрузки.

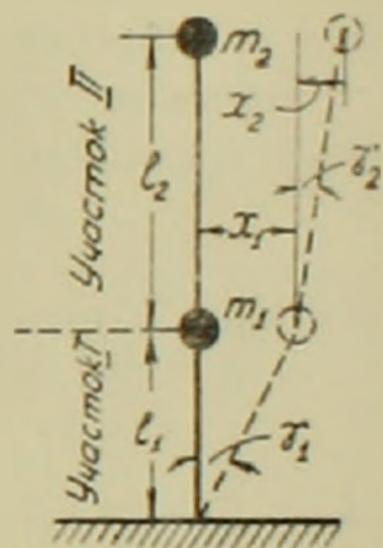
Случай III. Первый участок находится в упругой стадии работы, а второй — в упруго-пластической стадии. При этом возможно, что:

- 1) второй участок находится в зоне нагружения;
- 2) второй участок находится в зоне разгрузки.

Случай IV. В обоих участках системы имеют место упруго-пластические деформации.

При этом возможны следующие варианты:

- 1) оба участка находятся в зоне нагружения;



Фиг. 1.

2) оба участка находятся в зоне разгрузки;

3) первый участок находится в зоне нагружения, а второй — в зоне разгрузки;

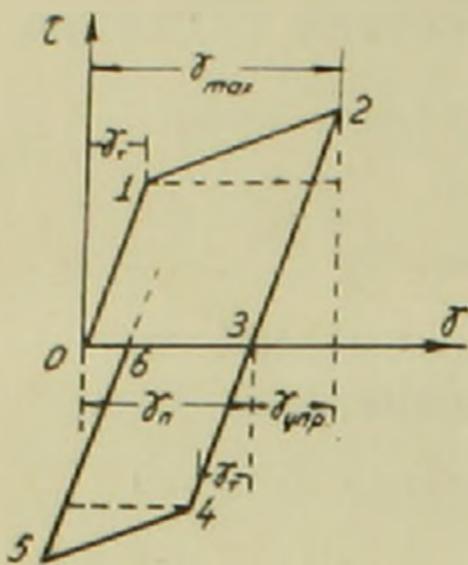
4) второй участок находится в зоне нагружения, а первый — в зоне разгрузки.

Будем считать, что на массы m_1 и m_2 действуют внешние силы $P_1(t)$ и $P_2(t)$, под действием которых система претерпевает сдвиговые колебания.

Дифференциальные уравнения движения рассматриваемой системы запишутся следующим образом:

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + c_1 x_1 - c_2 x_2 = P_1(t) + \mu_1, \quad (1)$$

$$m_2 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + c_2 x_2 = P_2(t) + \mu_2,$$



Фиг. 2.

где

$$\lambda_i = l_i \gamma_i \quad (i = 1, 2).$$

Величины c_1 , c_2 , μ_1 и μ_2 , входящие в (1), принимают различные значения в стадии упруго-пластического нагружения и разгрузки (для разных случаев деформированных состояний), поэтому интегрирование уравнений (1) осуществляется по участкам диаграммы, показанной на фиг. 2 (3), при соблюдении условий сопряжения перемещений и скоростей на границе этих участков.

Значения этих величин для всевозможных случаев деформированных состояний приведены в табл. 1.

Таблица 1

Варианты	Случай I	Случай II	Случай III	Случай IV
1	$c_1 = k_1$ $c_2 = k_2$ $\mu_1 = \mu_2 = 0$	$c_1 = k_1(1 - \lambda)$ $c_2 = k_2$ $\mu_1 = -\lambda k_1 x_{1T}$ $\mu_2 = 0$	$c_1 = k_1$ $c_2 = k_2(1 - \lambda)$ $\mu_1 = -\mu_2 = k_2 \lambda x_{2T}$	$c_1 = k_1(1 - \lambda)$ $c_2 = k_2(1 - \lambda)$ $\mu_1 = -\lambda k_1 x_{1T} - \mu_2$ $\mu_2 = -\lambda k_2 x_{2T}$
2		$c_1 = k_1, c_2 = k_2$ $\mu_1 = k_1 x_{1n}, \mu_2 = 0$	$c_1 = k_1, c_2 = k_2$ $\mu_1 = -\mu_2 = -k_2 x_{2n}$	$c_1 = k_1, c_2 = k_2$ $\mu_1 = k_1 x_{1n} - \mu_2$ $\mu_2 = k_2 x_{2n}$
3				$c_1 = k_1(1 - \lambda)$ $c_2 = k_2$ $\mu_1 = -\lambda k_1 x_{1T} - \mu_2$ $\mu_2 = k_2 x_{2n}$
4				$c_1 = k_1$ $c_2 = k_2(1 - \lambda)$ $\mu_1 = k_1 x_{1n} - \mu_2$ $\mu_2 = -\lambda k_2 x_{2T}$

где

$$k_i = \frac{GF_i}{l_i}, \quad x_{iT} = l_i \gamma_{iT}, \quad x_{in} = \lambda(x_{imax} - x_{iT}), \quad (i = 1, 2),$$

$x_{i\max}$ — максимальные смещения первой и второй масс.

Решение однородных уравнений, соответствующих (1), представим в виде:

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \sin(\omega t + \varphi), \\ x_2 &= A_2 \sin(\omega t + \varphi). \end{aligned} \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получим уравнение частот, решение которого дает:

$$\omega^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{c_1 + c_2}{m_1} + \frac{c_2}{m_2} \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{c_1 + c_2}{m_1} + \frac{c_2}{m_2} \right)^2 - \frac{c_1 c_2}{m_1 m_2}} \quad (3)$$

На основании (3) решение (2) запишется так:

$$\begin{aligned} x_1 &= A_{11} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_{12} \sin(\omega_2 t + \varphi_2), \\ x_2 &= A_{21} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_{22} \sin(\omega_2 t + \varphi_2). \end{aligned} \quad (4)$$

Коэффициенты A_{21} и A_{22} определяются по формулам, полученным из уравнений частот (4):

$$\beta_1 = \frac{A_{21}}{A_{11}} = \frac{c_1 - m_1 \omega_1^2}{c_2}, \quad \beta_2 = \frac{A_{22}}{A_{12}} = \frac{c_1 - m_1 \omega_2^2}{c_2} \quad (5)$$

Частные решения дифференциальных уравнений (1) ищем в виде:

$$\begin{aligned} x_1 &= a_1 \sin \nu t + d_1, \\ x_2 &= a_2 \sin \nu t + d_2, \end{aligned} \quad (6)$$

при этом предполагаем, что внешние силы $P_1(t)$ и $P_2(t)$ изменяются по гармоническому закону с одной и той же частотой:

$$P_1(t) = b_1 \sin \nu t, \quad P_2(t) = b_2 \sin \nu t. \quad (7)$$

Подставляя (6) и (7) в (1), получим систему уравнений, решение которых дает:

$$\begin{aligned} d_2 &= \frac{P_2}{c_2}, \quad d_1 = \frac{P_1 + P_2}{c_1}, \\ a_1 &= \frac{b_1(-m_2 \nu^2 - c_2) + b_2 c_2}{(-m_1 \nu^2 + c_1)(-m_2 \nu^2 + c_2) - m_2 c_2 \nu^2}, \\ a_2 &= \frac{b_2(-m_1 \nu^2 + c_1) + m_2 b_1 \nu^2}{(-m_1 \nu^2 + c_1)(-m_2 \nu^2 + c_2) - m_2 c_2 \nu^2}. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, общие решения дифференциальных уравнений движения (1) запишутся следующим образом:

$$x_1 = A_{11} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_{12} \sin(\omega_2 t + \varphi_2) + a_1 \sin \nu t + \frac{P_1 + P_2}{c_1}, \quad (8)$$

$$x_2 = A_{11} \beta_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + A_{12} \beta_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) + a_2 \sin \nu t + \frac{P_2}{c_2}.$$

Входящие в (9) произвольные постоянные A_{11} , A_{12} , φ_1 и φ_2 определяются начальными условиями или условиями сопряжения (условия непрерывности перемещений и скоростей в точках 1, 2, 3 и т. д.).

Величины ω_1 , ω_2 , β_1 , β_2 , a_1 и a_2 определяются по формулам (3), (5) и (8).

После того как перемещение дойдет до точки 3 (фиг. 2), ее можем принимать за новое начало отчета движения и составить аналогичные дифференциальные уравнения для следующих стадий движения (зоны 3—4, 4—5 и т. д.).

Из (3) нетрудно заметить, что величины ω_1 и ω_2 при наличии упруго-пластических деформаций меньше соответствующих их значений при упругих колебаниях.

Следует отметить, что полученные результаты можно приложить также к вопросам сейсмостойкости; для этого следует принимать

$$P_1(t) = -m_1 \frac{d^2 x_0}{dt^2}, \quad P_2(t) = -m_2 \frac{d^2 x_0}{dt^2},$$

где x_0 — закон колебания почвы.

Институт строительных материалов и сооружений

Ս. Ս. ԴԱՐԲԻՆՅԱՆ

Ազատության երկու աստիճան ունեցող սխեմի սահմանային հասանումները առաձգա-պլաստիկական դեֆորմացիաների հաշվառումով

Հոդվածում ուսումնասիրվում է ազատության երկու աստիճան ունեցող սխեմի սահմանային հասանումները առաձգա-պլաստիկական դեֆորմացիաների հաշվառումով: Դեֆորմացիաների և լարումների միջև եղած կապը բնորոշվում է ըստ զծ. 2 պատկերված դիագրամայի:

Առաձգա-պլաստիկական դեֆորմացիաների բոլոր հնարավոր դեպքերի համար տրված են շարժման դիֆերենցիալ (1) հավասարումները, որոնց մեջ մտնող գործակիցների արժեքները տարրեր դեպքերի համար բերվում են 1 աղյուսակում:

Շարժման (1) դիֆերենցիալ հավասարումների ինտեգրումը իրականացվում է շարժման տարրեր էտապների (զծ. 2) համար առանձին-առանձին տեղափոխումների և արագությունների անխզելիության պայմանների օգտագործումով:

(1) հավասարումների ընդհանուր լուծումները արված են (9) բանաձևերի միջոցով: Ատացված արդյունքները կարելի է կիրառել նաև սեյսմոկայունության հարցերում:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ В. В. Москвитин, Изв. АН СССР, отд. техн. наук, № 2, 1957. ² С. С. Дарбинян, Изв. АН АрмССР, серия техн. наук, т. XII, № 1, 1959. ³ И. М. Рабинович, К динамическому расчету сооружений за пределом упругости. Сб. ст. Исследование по динамике сооружений, Строиниздат, 1947. ⁴ И. Г. Пановко, Основы прикладной теории упругих колебаний. Машгиз, М., 1957.

АСТРОФИЗИКА

Р. А. Саакян

О расстояниях между компонентами визуально двойных звезд

(Представлено академиком В. А. Амбарцумяном 23.3.1959)

Физические звездные пары можно с полной достоверностью выделить только на основании изучения относительных движений в них. Однако при составлении каталогов двойных звезд и при собирании статических данных о них приходится считаться с тем, что относительные движения в них в большинстве случаев не изучены. Поэтому часто приходится пользоваться критерием взаимного углового расстояния компонент, требуя, чтобы эти расстояния были достаточно малы. Так, например, принимаются следующие верхние пределы расстояний в зависимости от суммарного блеска пары (¹).

Таблица 1

Суммарный блеск компонент	Расстояние	Суммарный блеск компонент	Расстояние
2 ^m	40"	9 ^m	5"
4	20"	11	3"
6	10"	>11	1"

Эйткен (²) для предельного углового расстояния между компонентами двойных систем предлагает формулу:

$$\lg a'' = 2,8 - 0,2m, \quad (1)$$

где m — видимая суммарная звездная величина компонент. Эта формула основана на предположении, что видимая величина звезды определяет ее расстояние от нас, т. е. что нет дисперсии абсолютных величин, а также на допущении, что независимо от физического типа звезды мы имеем один и тот же верхний предел линейных расстояний.

Надо однако иметь в виду, что при определении предельного углового расстояния между компонентами двойных систем можно ставить перед собой две различные задачи:

а) определение наибольшего возможного углового расстояния между компонентами физической двойной звезды при данном ее расстоянии от нас, что должно быть основано на определении предельного возможного линейного расстояния между составляющими;

б) определение углового расстояния в данном месте небесной сферы, которое надо взять в качестве предельного для каталога двойных звезд, с тем чтобы процент оптических двойных, наличие которых может сильно исказить статистику визуально-двойных, был бы достаточно мал.

Вместе с тем, желательно, чтобы этот предел был настолько высоким, чтобы процент физических двойных звезд, остающихся вне списка, был бы небольшим, т. е. чтобы большинство физических двойных звезд было бы охвачено каталогом. Оказывается, что во встречающихся на практике случаях можно одновременно удовлетворить обоим этим условиям.

Для определения указанного процента, необходимо иметь реальные предельные расстояния физических двойных звезд. Для этого следует прежде определить реальные предельные расстояния между компонентами физических двойных звезд.

Реальные предельные расстояния между компонентами физических двойных. При решении первой из указанных задач, т. е. при определении предельного линейного расстояния между компонентами физических двойных звезд, мы сначала допустим, что возможно существование пар со всевозможными расстояниями, при которых они устойчивы по отношению к приливным силам, исходящим от центра Галактики и от отдельных звезд.

Обозначим расстояние двойной звезды до центра Галактики через R , расстояние между компонентами через a , тогда, если принять, что кроме притяжения к центру Галактики нет других внешних возмущающих сил, разрушающих двойные системы, то для предельного расстояния a между компонентами двойных звезд можно приближенно написать:

$$\frac{M}{R^2} - \frac{M}{(R+a)^2} = \frac{m_1 + m_2}{a^2}, \quad (2)$$

где m_1 и m_2 — массы компонент, M — масса центральной части Галактики

Из формулы (2) получим:

$$a_n = c_2 (m_1 + m_2)^{1/2}, \quad (3)$$

Теперь, если допустим, что кроме притяжения к центру Галактики есть и другие силы, разрушительно влияющие на двойную звезду, действие которых выражается в форме внешних гравитационных полей, то для предельного расстояния между компонентами двойных звезд можно опять написать:

$$a_n = c (m_1 + m_2)^{1/2}, \quad (4)$$

где c уже зависит от характера встречающихся гравитационных полей

Возмущения в системах двойных звезд происходят также от случайных сближений со звездами поля. Однако количество прохождений, которые испытала звезда до настоящего времени, должно зависеть от

возраста звезды, так как со временем происходит аккумуляция отдельных возмущений. Следовательно c зависит и от возраста звезды. А возраст звезд с разными массами может быть разным.

Легко видеть, что c у менее массивных звезд будет меньше, чем у более массивных, так как последние, по-видимому, являются сравнительно более молодыми звездами. По этой причине коэффициент c в (4) должен быть возрастающей функцией массы системы. Несмотря на это мы c будем принимать постоянным. Тем самым мы примем более слабое возрастание a_n с массой, чем это должно иметь место на самом деле.

Нам представляется, что вряд ли можно уверенно определить c из данных наблюдений.

Выберем c_0 и $c_1 > c_0$ таким образом, чтобы пары, для которых a заключено между значениями:

$$a_0 = c_0 (m_1 + m_2)^k, \quad a_n = c_1 (m_1 + m_2)^k$$

составили постоянную часть всего количества пар, у которых a заключено в интервале (a_0, a_n) , a_0 — нижний предел расстояния между центрами компонент.

Согласно изложенному и закону распределения расстояний в двойных звездах Эрика можем написать:

$$\frac{\lg a_n - \lg a_0}{\lg a_n - \lg a_0} = \frac{\lg c_1 - \lg c_0}{\lg c - \lg c_0} = k,$$

откуда получим:

$$c_1 = c^k c_0^{1-k}.$$

Таким образом „предельные“ расстояния между компонентами мы будем определять по формуле:

$$a_n = c_1 (m_1 + m_2)^k. \quad (4)$$

Мы попытаемся найти c_1 , исходя из эмпирических данных.

На основании имеющихся данных о звездных парах с наибольшими значениями линейного расстояния между составляющими (см. табл. 2) для звезд типа A2 при $m_1 = m_2$ „предельное“ расстояние между компонентами принимаем 14800 а. е. Тогда для значения c_1 получим:

$$c_1 = 8 \cdot 10^3,$$

откуда приближенно:

$$a_n = 8 \cdot 10^3 (m_1 + m_2)^k, \quad (5)$$

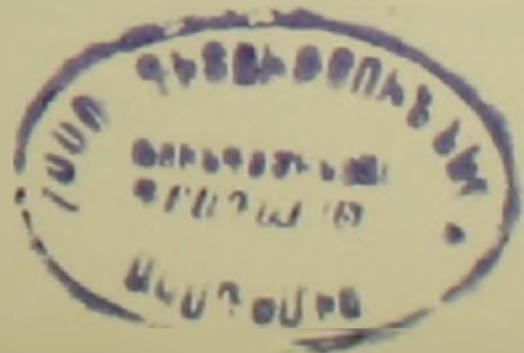
где масса выражена в долях массы Солнца.

В дальнейшем мы будем считать двойными звезды, у которых a меньше a_n , определенного по формуле (5).

Зависимость между массами и болюметрическими величинами имеет вид (3):

$$\lg m = 0,59 - 0,12 M_b, \quad (6)$$

где масса выражена в долях массы Солнца.



Из формул (5) и (6) получим:

$$a_p = 8 \cdot 10^3 \sqrt[3]{m_1(1 + 10^{-0,12\Delta m})}, \quad (7)$$

где Δm — разница звездных величин компонент двойной системы, m_1 — масса главной компоненты.

Предельное угловое расстояние между компонентами определяется из соотношения:

$$\lg a'' = \lg a - 1 - 0,2(m_1 - M_1), \quad (8)$$

где m_1 и M_1 — видимая и абсолютная величины главной звезды.

Из формул (7) и (8) получим:

$$\lg a'' = 2,9 - 0,2(m_1 - M_1) + \frac{1}{3} \lg m_1(1 + 10^{-0,12\Delta m}). \quad (9)$$

Для учета поглощения света в межзвездном пространстве надо вместо m , взять $m_1 - A$. Тогда получим:

$$\lg a'' = 2,9 + 0,2M_1 + \frac{1}{3} \lg m_1(1 + 10^{-0,12\Delta m}) - 0,2(m_1 - A). \quad (10)$$

Вероятность оптических пар. До сих пор мы обсуждали вопрос о реальном предельном угловом расстоянии между компонентами двойных звезд. Однако при составлении каталогов звездных пар следует руководствоваться не только и не столько формулой (9), а, как указывалось выше, тем пределом, при котором оптических пар, попадающих в каталог, не будет слишком много.

Определить по формуле (10) вероятность того, что данная наблюдаемая пара будет физической или оптической — невозможно. Для определения этого надо исходить из концентрации в данном месте звезд, блеск которых больше или равен блеску спутника.

Для того чтобы определить вероятность того, что случайно взятая звезда может иметь оптического спутника, надо определить в данном месте радиус круга, на который в среднем приходится одна звезда.

Для этой цели обозначим число звезд, ярче звездной величины m , приходящихся на один квадратный градус неба данной галактической широты через $N(m, b)$. Тогда радиус круга, на который приходится в среднем одна звезда, определяется из соотношения:

$$\lg a'' = 3 \cdot 306 - 0,5 \lg N(m, b). \quad (12)$$

Вероятность, что данная звезда может иметь оптический спутник на расстоянии ρ'' , будет:

$$w = 1 - e^{-\frac{\rho''^2}{a''^2}}, \quad (13)$$

где a'' определяется по формуле (12). При малых ρ'' можно написать:

$$w = \frac{\rho''^2}{a''^2}. \quad (13')$$

Формулы предельных расстояний между компонентами двойных звезд для использования на практике. Пользуясь формулами (9) и (13), мы возьмем для предельного углового расстояния между компонентами двойной системы такую величину, при которой процент оптических систем был бы относительно невелик и угловое расстояние между компонентами у большинства физических двойных, расстояния между компонентами которых меньше $a_{ли}$, было бы меньше этой величины. При этом условимся расстояние между компонентами взять такое, чтобы соблюдались неравенства:

$$0.7 < b + p < 1; \quad b < p,$$

где b — отношение числа оптических пар, а p — отношение числа сочитанных физических пар к общему числу физических пар, находящихся в интервале $(a_0, a_{ли})$.

Исходя из необходимости удовлетворить вышенаписанным неравенствам, мы для предельных угловых расстояний между компонентами двойных звезд подобрали путем проб эмпирические формулы (14а), (14б) и (14в)*. Они показывают, что эти предельные угловые расстояния между компонентами зависят от спектрального типа главной звезды, от концентрации в данном месте звезд, имеющих звездные величины \leq звездной величине спутника и от разницы звездных величин компонент.

Исходя из этого, данную пару, со спутником звездной величины m_2 , будем считать подлежащей внесению в каталог, если угловое расстояние между компонентами меньше a_2^* , которое определяется формулами (14а), (14б) и (14в). Для звезд спектральных типов O-B3 величина a_2^* определяется формулой:

$$\lg a_2^* = 1.3 - 0.5 \lg N(m_2, b) + 0.12(m_2 - m_1), \quad (14а)$$

для звезд спектральных типов B4-A9 — формулой:

$$\lg a_2^* = 1.3 + 0.05k_{sp} - 0.5 \lg N(m_2, b) + (0.12 - 0.005k_{sp})(m_2 - m_1), \quad (14б)$$

где принимаем: $K_{B4} = 1$, $K_{B5} = 2 \dots$, $K_{A8} = 15$, $K_{A9} = 16$,

для звезд типов F0-G0 — формулой:

$$\lg a_2^* = 2.1 - 0.5 \lg N(m_2, b) + 0.04(m_2 - m_1), \quad (14в)$$

где m_1 — звездная величина главной компоненты.

При таком ограничении вероятность, что данная звезда на галактической широте $b = -2^\circ$ может образовать оптическую пару, дана в табл. 4, которая составлена на основе данных о плотности звезд на небесной сфере (4).

Предлагаемые нами формулы для определения верхнего предела углового расстояния между компонентами двойных звезд имеют то преимущество, что в них учтена плотность звезд в данном участке неба, чего не было в формуле Эйткена.

* Формулы (14а), (14б) и (14в) составлены для звезд главной последовательности.

В самом деле, табл. 3, составленная с помощью формул Эйткена и (12), показывает, что вероятность того, что данная звезда может случайно образовать оптическую пару, увеличивается при увеличении Δm , начиная с 0,001 до 1. Но по формуле Эйткена все эти звезды в равной мере могут считаться или не считаться двойными.

Из этой таблицы следует, что достаточно большая часть звезд находящихся в каталоге Эйткена, имеющих большое Δm , может оказаться оптическими парами.

С другой стороны, как показывает табл. 6, в каталог, составленный на основании критерия Эйткена, не входит значительная часть физических двойных звезд, имеющих малую разницу звездных величин компонент (Δm).

Пользуясь выведенными выше формулами, можно подсчитать процент остающихся вне счета физических пар.

Процент физических двойных звезд, считаемых двойными по формуле (14), по отношению к числу всех физических двойных звезд, у которых предельное значение a определяется формулой (9), на основании формулы Эпика⁽⁵⁾ $dN = c \frac{da}{a}$, можно определить через:

$$p = \frac{\lg a_2^* - \lg a_0^*}{\lg a_n^* - \lg a_0^*} 100, \quad (15)$$

где a_2^* определяется из (14), a_{n1}^* — из (9), a_0^* — нижнее предельное расстояние.

Формула (15) показывает, что процент p увеличивается при увеличении b , ибо при увеличении b увеличивается a_2^* , а a_0^* остается постоянным.

По формулам (9), (14) и (15), принимая $a_0^* = 0,1$ и пользуясь данными о плотности звезд на небесной сфере⁽⁴⁾, составим табл. 5 для галактической широты $b = -2$.

Как видно из табл. 5, большинство физических двойных звезд 6-ой, 8-ой и 9-ой звездной величины находится в интервале (a_0^* , a_2^*). У звезд ранних типов звезды, входящие в этот интервал, составляют подавляющее большинство физических двойных звезд. К этому надо прибавить, что приблизительно 10% всех одиночных звезд может оказаться оптически двойными (табл. 4). Если теперь принять что вообще двойные звезды составляют 1/16 часть всех звезд, то получается, что к физическим двойным, находящимся в пределах (a_0^* , a_2^*), примерно в количестве 16% от общего их числа прибавляются оптические двойные. Эти два явления, т. е. 1) что часть физических двойных остается вне счета и 2) часть одиночных звезд считается двойными, могут статистически частично компенсировать друг друга.

Из вышеизложенного следует, что при статистическом исследовании каталогов двойных звезд необходимо исключать из них пары у которых вероятность, что они могут быть оптическими, велика.

Таблица 2

Физические двойные звезды, имеющие большие расстояния между компонентами

№	Sp	m_1 (v)	m_2 (v)	a^*	$\lg a$	$a \cdot 10^{-1}(a-e)$	Спутник	M_1 (v)
6012	A	6 ^m 6	11 ^m	74	3,83	6,80	BC	1 ^m 8
7137	A2	6,1	11,1	187	4,27	18,70	AC	1,1
10129	A2	5,0	5,0	90	3,73	5,40	AC	1,1
14126	B8	6,0	8,5	69	4,14	13,80	AB-C	-0,5
14504	B8	6,0	11,0	140	4,45	28,00	AC	-0,5
146	G4	0,3	11,3	7849	4,01	10,30	AB	4,7
167	K2	5,17	6,53	732	3,62	4,20	AC	6,4

Примечание. Первые 5 звезд этой таблицы взяты из каталога двойных звезд Эйткейна, а две звезды из данных работы Кейпера (*). Линейные расстояния между компонентами этих двойных звезд определены по (8), где в качестве M_1 для первых пяти звезд взяты средние абсолютные звездные величины данного спектрального класса, а для двух звезд из данных работы Кейпера (*).

Таблица 3

Вероятность того, что отобранные на основе критерия Эйткейна звезды могут быть оптическими парами

$m_1 \backslash m_2$	6	8	10	12	14	16
4 ^m	0,0001	0,002	0,04	0,10	0,45	1,00
5	0,0002	0,001	0,01	0,04	0,22	0,98
6	0,0001	0,0004	0,005	0,01	0,10	0,48
7		0,0001	0,0016	0,005	0,04	0,22
8		0,0001	0,001	0,002	0,014	0,10
9			0,0004	0,001	0,006	0,04

Примечание. Данные табл. 3 получены по формуле

$$w = 1 - e^{-\psi^2 a^2},$$

где ψ^2 определяется по формуле Эйткейна a^* — по (12).

Таблица 4

Вероятность того, что отобранные на основе критериев (14 а, б, в) звезды могут быть оптическими парами

$$b = -2$$

$Sp \backslash m_2$	6	12	15
B0	0,0001	0,0026	0,014
B3	0,0001	0,0026	0,014
A9	0,0039	0,012	0,02
G0	0,0039	0,012	0,02

$m_1 = 6^m$

Таблица 5

Отношение числа пар, удовлетворяющих критериям (14 а, б, в), к числу пар, определяемому формулой:

$$N = c |\lg a_{11} - \lg a_0|$$

$$b = -2$$

$Sp \backslash m_2$	6	12	15
B0	1,00	0,86	0,75
B3	1,00	0,79	0,69
A9	1,00	0,70	0,56
G0	0,94	0,65	0,52

$m_1 = 6^m$

$S_p \backslash m_2$	8	12	15	
B0	0,0001	0,001	0,005	$m_1 = 8^m$
B3	0,0001	0,001	0,005	
A9	0,0039	0,0083	0,014	
G0	0,0039	0,0083	0,014	

$S_p \backslash m_2$	8	12	15	
B0	1,00	0,90	0,77	$m_1 = 8^m$
B3	0,99	0,93	0,71	
A9	1,00	0,77	0,60	
G0	0,92	0,71	0,56	

$S_p \backslash m_2$	9	12	15	
B0	0,0001	0,0005	0,0026	$m_1 = 9^m$
B3	0,0001	0,0005	0,0026	
A9	0,0039	0,0069	0,02	
G0	0,0039	0,0069	0,012	

$S_p \backslash m_2$	9	12	15	
B0	1,00	0,93	0,78	$m_1 = 9^m$
B3	0,98	0,83	0,71	
A9	1,00	0,80	0,63	
G0	0,95	0,74	0,57	

Примечание. В табл. 4 и 5 a_n^* определено по (14 а, б, в), a_n^* — по (1), a_n^* — по (9), $a_0^* = 0,1$.

Таблица 6

Отношение числа пар, удовлетворяющих критерию (1), к числу пар, определяемому формулой:

$$\Lambda = c |\lg a_n - \lg a_0|$$

$$m_1 = m_2, \quad b = -2$$

	6	8	9
B0	1,00	1,00	1,00
B3	0,97	0,96	0,96
A9	0,75	0,72	0,70
G0	0,70	0,67	0,65

Примечание. a_n^* определено по формуле Эйткена, a_n^* — по (9), $a_0^* = 0,1$.

Бюраканская астрофизическая обсерватория
Академии наук Армянской ССР

Ռ. Հ. ՍՆՆԱԿՅԱՆ

**Կրկնակի աստղերի կամպոնենտների միջև եղած
հեռավորությունների մասին**

Կրկնակի աստղերի կատալոգներ կազմելու և վիճակագրական տեղեկություններ հավաքելու մասանակի ի նկատի ունենալով, որ նրանց մեծ մասում հարաբերական շոյ մասերը չեն ուսումնասիրված, հարկ է լինում ավելի զույգը հաշվել ֆիզիկական, եր նրա կոմպոնենտների միջև եղած հեռավորությունը չի դերագանցում որոշ սահմանի Այտենը այդ սահմանը որոշելու համար աստղարկել է մի բանաձև, որը սնչով չի հի հավորված և պարզում է, որ նրա հիման վրա կազմված կրկնակի աստղերի կատալոգը

կարող են լինել յաճապանաչափ սպեկտրական դույզներ, նաեւ պետք է մեծ ձողիկները (կոմպոնենտների սաստղային մեծութիւնների տարբերութիւնը) ունենող սաստղերի մեջ, իսկ մասկողմից կարող է կատարուից դուրս մնալ ուշ տիպի կրկնակի սաստղերի մի զգալի մասը:

Ակնհայտ է, որ կրկնակի սաստղերի կոմպոնենտների միջև եղած սահմանային նեոափորութիւնների նարցի բննարկման ժամանակ պետք է տարբերել նրա երկու կողմը՝ ֆիզիկական դույզների կոմպոնենտների միջև եղած նեոափոր սահմանային նեոափորութիւնների և այն նեոափորութիւնների, որոնց կարելի է վերցնել որպէս կոմպոնենտների միջև եղած սահմանային նեոափորութիւններ: որոնց դեպքում սպեկտրական դույզների տակտը այդ սահմանների իման վրա կազմված կատարուում մեծ չի լինի և ֆիզիկական դույզների մեծ մասը կմտնի նրա մեջ:

Այս աշխատութեան մեջ քննարկված են նարցի երկու կողմը և արտածված են նամակատարան բանաձևեր թիւրական սահմանային նեոափորութիւնների և թե՛ այն սահմանային նեոափորութիւնների նամար, որոնք կարելի է ոգտագործել պրակտիկայում:

Պարզվում է, որ պրակտիկայում ոգտագործելու նամար սառցված սահմանային նեոափորութիւնները կախված են սաստղային մեծութիւնից, սաստղերի սպեկտրալ տիպից և կոմպոնենտների սաստղային մեծութիւնների տարբերութիւններից, ընդ որում կոմպոնենտների սաստղային մեծութիւնների տարբերութիւնների մեծացման դեպքում անկյունային սահմանային նեոափորութիւնները մեծանում են, իսկ տարբեր սպեկտրալ տիպերի մեջ անկյունային սահմանային նեոափորութիւնները մեծ են այն սաստղերի մաս, որոնց սպեկտրալ կարգը ավելի ուշ է:

ЛИТЕРАТУРА — Ц И Л И Н И Т Ъ В П И Т Ы

¹ I. A. Шайн и другие. Курс астрофизики и звездной астрономии, часть вторая, 256, 1936, М.—Л. ² P. Zimken, The Binary Stars, 35, 1935, NY—L. ³ П. П. Паренаго, Курс звездной астрономии, 156, 1938, М.—Л. ⁴ П. Ван-Рајн, Gron. Publ. № 43, 1929. ⁵ E. Эрик, Tartu observatory, Publ. 25, 1924. ⁶ Г. Келлер, Арх 95, 201, 1942.

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

Л. Я. Вниер и В. В. Пинаджян

Экспериментальное изучение влияния ползучести бетона на работу внецентренно-сжатых железобетонных коротких стоек

Представлено чл.-кorr. АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 27.V.1959

Описанные в статье опыты были предприняты в связи с постройкой в Закавказье ряда городских железобетонных мостов с несущим арматурным каркасом, один из которых является наиболее крупным сооружением этого типа в нашей стране. Вследствие допущения повышенных монтажных напряжений в элементах каркаса и действия усадки и ползучести бетона возникли сомнения в отношении длительной несущей способности сооружения. Произведенными опытами затронутый вопрос получил некоторое освещение.

Объем произведенных испытаний характеризуется табл. 1.

Образцы испытаний изготавливались из полужесткого бетона марки „250“, состава 1:2, 1:3 при водоцементном отношении 0,52. В качестве заполнителя применялся гранулированный базальтовый щебень с максимальной крупностью фракций в 25 мм и речной песок. В качестве вяжущего — цемент Араратского завода марки „400“. Модуль упругости арматурной стали, определенный опытным путем, оказался равным $E_a = 2010000 \text{ кг/см}^2$; предел текучести стали $\sigma_s = 2700 \text{ кг/см}^2$.

Длительные испытания производились на специальных пружинных установках (фиг. 1), способных развивать усилие до 33 т, в помещении, где температура в течение всего периода испытаний колебалась от 18 до 25°C, а относительная влажность воздуха в пределах 70—80%. Для всех образцов испытания в помещении соблюдался одинаковый режим хранения.

Ввиду того, что на осуществленных в Закавказье железобетонных мостах с несущим арматурным каркасом максимальное отклонение кривой давления арок от геометрической оси арок не превышало 10% высоты сечения, в опытах эксцентриситет приложения нагрузки был принят равным $e = 0,1h$ (h — высота сечения).

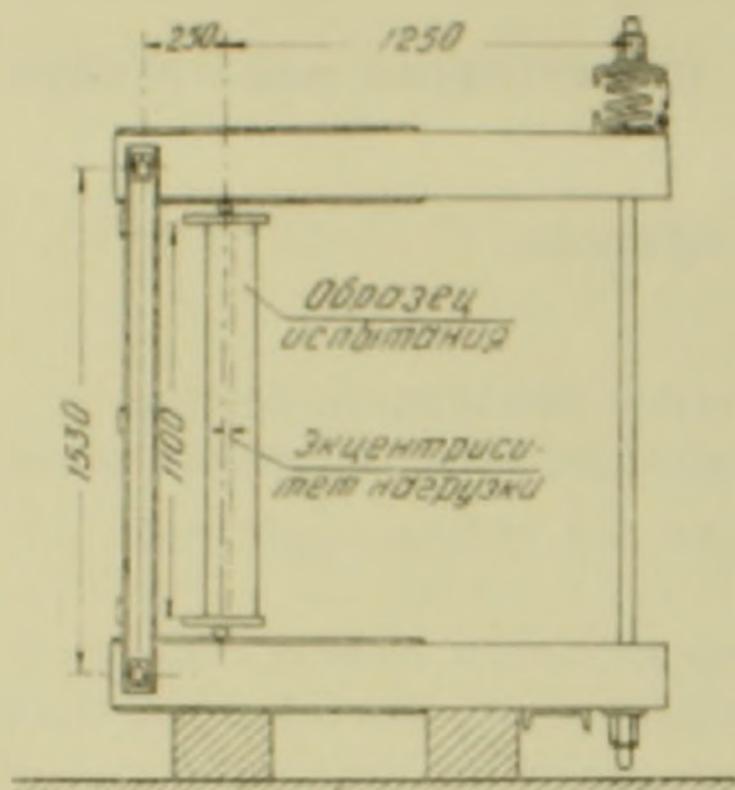
Длительная нагрузка была принята постоянной, имея в виду, что основной силой, вызывающей ползучесть бетона, является собственный вес моста.

В опытах измерение деформаций бетона и арматуры производилось индикаторными тензометрами с базой 300 мм с микронными индикаторами при кратковременных испытаниях и десятимикронными индикаторами при длительных испытаниях.

Опытные величины мгновенных упругих и прочностных характеристик бетона в зависимости от

его возраста и интенсивности сжимающего напряжения ($\sigma = 25, 50$ и 75 кг/см^2), приведены в табл. 2.

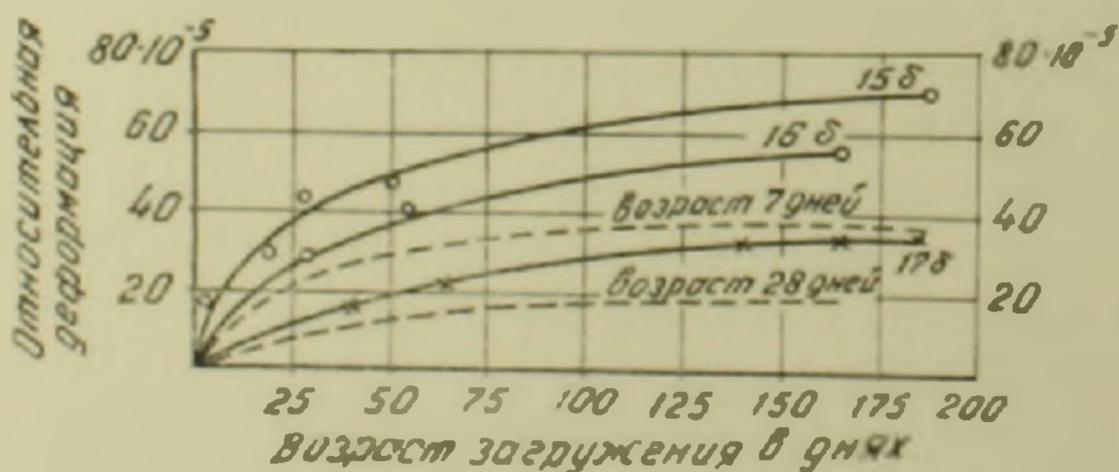
Результаты испытания железобетонных стоек под осевой и внецентренно-сжимающей кратковременно действующей силой представлены в табл. 3. Образец 11ж в отличие от остальных при возрасте бетона 1 сутки был нагружен осевой силой 17,2 т, а в возрасте 28 суток этот образец был нагружен силой равной 30 т, приложенной с эксцентриситетом $e = 15$ мм. После длительного нагружения образец был доведен до разрушения



Фиг. 1.

кратковременной нагрузкой.

Результаты длительного нагружения трех бетонных призм при осевом сжатии представлены на фиг. 2. Интенсивность сжимающего напряжения составляла 50 кг/см^2 . Возраст бетона одной призмы в момент нагружения составлял 7 дней, остальных — 28 дней. Сплошными линиями на фиг. 2 показаны полные относительные деформации бетона, в зависимости от длительности нагружения. Сплошной линией с



Фиг. 2.

крестиками показаны относительные усадочные деформации бетона. Пунктирные кривые, характеризующие ползучесть бетона, получены вычитанием из полных деформаций соответствующих усадочных деформаций.

В табл. 4 приведены значения мгновенных стрел прогибов, а также стрел прогибов при длительном нагружении железобетонных внецентренно-сжатых стоек.

Таблица 1

Вид образцов	Вид испытания	Количество образцов	Размеры образцов в см
Бетонные стойки	Определение усадки	2	
	Определение мгновенного модуля деформации и призмочной прочности при центральном сжатии	3	15 × 15 × 110 ($F_a = 15 \times 15 \text{ см}^2$)
	Центральное сжатие под длительной нагрузкой	2	
Бетонные кубки	Определение мгновенного модуля деформации и призмочной прочности при центральном сжатии	12	10 × 10 × 40 15 × 15 × 110
	Определение прочности бетона в различном возрасте	48	15 × 15 × 15 20 × 20 × 20
Железобетонные стойки	Определение усадки	3	
	Центральное сжатие под кратковременной нагрузкой до разрушения	5	
	Внецентренное сжатие под кратковременной нагрузкой до разрушения	3	15 × 15 × 110 ($F_a = 9,08 \text{ см}^2$ $F_b = 216 \text{ см}^2$)
	Центральное сжатие под длительной нагрузкой	2	
	Внецентренное сжатие под длительной нагрузкой	6	
	Определение стрел прогибов внецентренно-сжатых ж.-б. стоек при длительном нагружении	5	

В табл. 5 приведены мгновенные и полные относительные деформации жесткой арматуры внецентренно-сжатых железобетонных образцов при длительном нагружении сжимающей силой $P = 30 \text{ т}$, приложенной с эксцентриситетом.

В железобетонной стойке под действием осевой силы с течением времени происходит перераспределение усилий между арматурой и бетоном, при этом бетон разгружается, а арматура догружается.

Уравнение, позволяющее определить усилие в арматуре центрально-сжатой железобетонной стойки в любой момент времени t при $P = \text{const}$, имеет вид (1-2).

$$P_{at} = P_a(1 - \bar{\varphi}_t), \quad (1)$$

где характеристика ползучести железобетонного сечения

$$\bar{\varphi}_t = \frac{\varepsilon_{at}}{\varepsilon_a} = \frac{1}{\gamma} (1 - e^{-\beta \varphi t}), \quad (2)$$

Таблица 2

Возраст бетона в днях	1	2	3	7	14	28	210	240-300
Предел прочности на сжатие (кг/см^2) кубиков с размерами ребер 15 и 20 см	от 25 до 32	от 47 до 50	от 79 до 87	от 140 до 178	190	от 204 до 258	от 240 до 310	от 287 до 310
Средняя кубиковая прочность бетона кг/см^2 (R_k)	30	49	82	160	190	240	275	290
Предел прочности на сжатие бетонных призм кг/см^2 (R_n)	—	40	65	120	—	170	—	200
Модуль упругой (мгновенной) деформации бетона (E_b) кг/см^2	$\varepsilon = 25$	—	—	125000	250000	—	290000	—
	$\varepsilon = 50$	—	—	56000	225000	—	270000	—
	$\varepsilon = 75$	—	—	—	190000	—	250000	—

Таблица 3

Вид испытания	№№ образцов	Возраст бетона при испытаниях в днях	Средний предел прочности (кг/см^2) бетонных		Разрушающая нагрузка образца в тоннах		Примечание
			кубиков (R_k)	призм (R_n)	опытная	по ф-лам НвГУ 123-55	
Центральное сжатие	4ж	2	49	40	33,0	33,1	До испытания стойка не загружалась То же То же То же Находилась под внеш. сжим. нагрузкой $P = 30 \text{ т}$
	1ж	3	82	65	38,0	38,5	
	13ж	28	240	170	58,6	61,0	
	5ж	270	290	200	63,8	67,5	
	11ж	270	290	200	60,0	67,5	
Внецентренное сжатие	21ж	28	240	170	47,0	48	До испытания стойка не загружалась То же В течение 200 дней находилась под вн. сж. нагрузкой $P = 30 \text{ т}$
	6ж	280	290	250	51,0	53	
	2ж	300	290	250	52,0	53,0	

Таблица 4

Образец	Мгновенная стрела прогиба (м.м)	Стрела прогиба ж. б. стоек (м.м) при длительном внецентренном сжатии в днях		Примечание
		100	200	
2 ж	0,85	1,1	1,5	Мессуры устанавливались по середине высоты стоек и на расстоянии 1 см от торцов стоек (фиг. 3)
3 ж	0,88	1,48	1,92	
9 ж	1,6	2,08	2,28	
11 ж	—	2,35	—	
12 ж	0,80	1,32	—	

Таблица 5

№№ стоек	Мгновенная деформация $\times 10^2$		Относительная деформация арматуры $\leq 70^\circ$ при длительности нагружения в днях*							
			50		100		150		200	
	ϵ_{at1}	ϵ_{at2}	ϵ_{at1}	ϵ_{at2}	ϵ_{at1}	ϵ_{at2}	ϵ_{at1}	ϵ_{at2}	ϵ_{at1}	ϵ_{at2}

А. Ползучесть + усадка

2 ж	52	18	35,0	13,0	59,0	15,0	72,0	15,0	75,0	15,0
3 ж	57	20	36,0	1,0	62,0	3,0	79,0	4,0	82,0	5,0
9 ж	75	11	54,0	2,0	86,0	3,0	92,0	3,0	94,0	3,0
11 ж	—	—	78,0	-6,0	86,0	-8,0	—	—	—	—
12 ж	54	22	45,0	8,0	63,0	10,0	72,0	10,0	—	—

Б. Ползучесть

2 ж	52	18	9,0	7,0	51,0	7,0	63,0	6,0	65,0	5,0
3 ж	57	20	30,0	-5,0	54,0	-5,0	71,0	-5,0	72,0	-5,0
9 ж	75	11	48,0	-3,0	78,0	-5,0	83,0	-6,0	84,0	-7,0
11 ж	—	—	72,0	0,0	78,0	0,0	—	—	—	—
12 ж	54	22	39,0	2,0	55,0	2,0	63,0	1,0	—	—

* Индексы 1 и 2 при ϵ показывают относительные деформации соответственно с вогнутой и выпуклой стороны внецентренно-сжатого стержня.

$$\xi = \gamma \left(1 - \frac{\gamma}{\delta \varphi_t} \cdot \ln \frac{1 + \gamma + \delta \varphi_t}{1 + \gamma} \right); \quad (3)$$

$$\gamma = \frac{E_a \cdot F_a}{E_b \cdot F_b}; \quad (4)$$

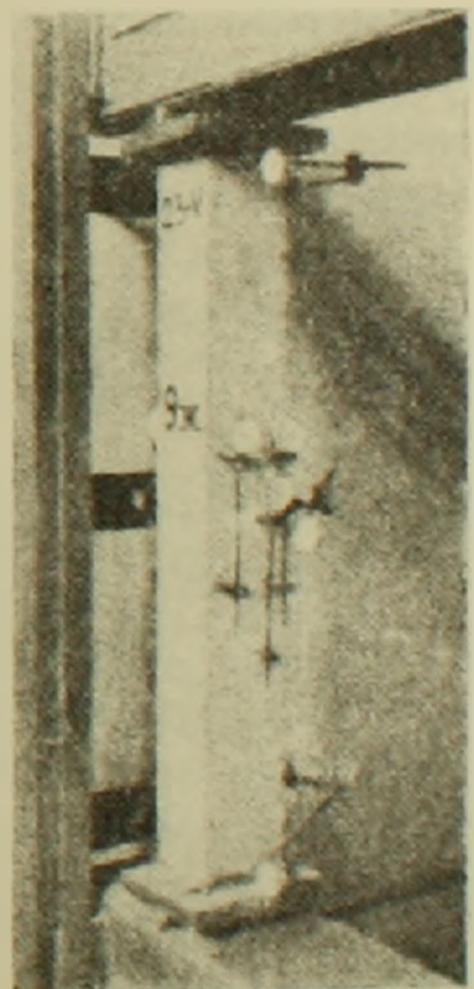
$$\delta = \frac{1}{\varphi_t} \left(\frac{E_{at}}{E_b} - 1 \right) \approx \text{const.} \quad (5)$$

$P_a = \frac{\gamma P}{1 + \gamma}$ — усилие, воспринимаемое арматурой железобетонного сечения в момент нагружения стойки ($t = 0$);

F_a, F_b — площади поперечных сечений, соответственно арматуры и бетона;

E_a — модуль упругости арматурной стали;

E_b — модуль упругой (мгновенной) деформации бетона в момент нагружения стойки;



Фиг. 3.

E_{ct} — модуль упругой деформации бетона к произвольному моменту времени t ;

$\varepsilon_t = \frac{E_{ct}}{E_c}$ — характеристика ползучести неармированного бетона к моменту времени t ;

ε_{ct} — относительная упругая (мгновенная) деформация неармированного бетона в момент загрузки;

ε_{ct} — относительная деформация ползучести неармированного бетона к моменту времени t ;

ε_a — относительная деформация арматуры в момент загрузки железобетонной стойки;

ε_{at} — относительная деформация арматуры в момент времени t .

В табл. 6 результаты опыта сопоставлены с расчетными данными.

Таблица 6

Длительность загрузки в днях (t)	Опытные величины					Расчетные величины	
	для неармированных призм ($\sigma = 50 \text{ кг/см}^2$)			для ж. б. стоек		$\bar{\varepsilon}_t$	$\frac{P_{at}}{P_a}$
	ε_t	$E_{ct} \text{ кг/см}^2$	$\frac{E_{ct}}{E_c}$	8ж	14ж		
0	0,0	270,000	1	0,0	0,0	0,0	1
50	0,70	294,000*	1,09	0,55	0,42	0,51	1,51
100	0,97	317,000*	1,17	0,67	0,55	0,66	1,66
150	1,08	340,000*	1,26	0,72	0,58	0,73	1,73
240—300	—	370,000	1,37	—	—	—	—

* Вычислены линейной интерполяцией по опытным величинам для $t = 0$ и $t = 240 - 300$ дней.

В графах 2—4 табл. 6 приведены опытные величины, полученные в результате кратковременных и длительных испытаний неармированных бетонных стоек. В графах 5 и 6 табл. 6 приведены величины характеристик ползучести, полученных опытным путем для железобетонных стоек при осевом сжатии.

В последних двух графах табл. 6 приведены расчетные величины $\bar{\varepsilon}_t$ и P_{at}/P_a по формулам (1) и (2) при следующих параметрах, принятых в опытах:

$$P = 30m;$$

$$\bar{\varepsilon}_t = \frac{2.010.000 \times 9,08}{270000 \times 216} = 0,31 \text{ — по формуле (4);}$$

$$\delta = 0,18 \text{ — по формуле (5);}$$

$$\xi = 0,24 \text{ — по формуле (3).}$$

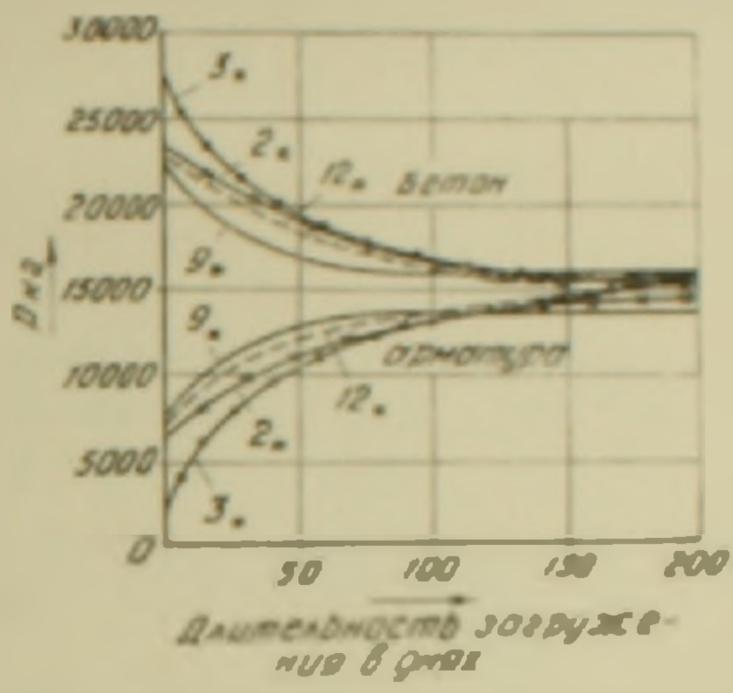
Данные, приведенные в табл. 6, показывают, что в связи с ползучестью бетона усилие в арматуре центрально-сжатых железобетонных стоек увеличилось при длительности загрузки в 50 дней на 42—52% — по опыту и на 51% — по расчету; при длительности загрузки в 150 дней на 58—72% — по опыту и на 73% — по расчету.

На фиг. 4 показаны кривые перераспределения усилий между арматурой и бетоном для четырех внецентренно-сжатых железобетонных стоек при загрузении их в течении 200 дней.

Произведенные опыты показывают, что при кратковременном загрузении расчетные формулы НИТУ 123—55 находятся в полном согласии с опытными данными.

Опыты показывают, что длительное загрузение коротких железобетонных стоек с жесткой арматурой силой, равной 0,5—0,6 от разрушающей, не влияет на длительную несущую способность стоек.

Прямыми измерениями установлено, что при нагрузке, равной половине разрушающей, во внецентренно-сжатых железобетонных стойках спустя 100—120 дней с момента загрузения наиболее сжатая арматура переходит в стадию пластических деформаций. При развитии метода расчета железобетонных стержней с учетом ползучести это обстоятельство должно быть принято во внимание.



Фиг. 4.

Авторы выражают благодарность академику АН Армянской ССР Н. Х. Арутюняну за советы, данные им при выполнении этой работы.

Институт строительных материалов и сооружений

Լ. ՅԱՒԱՆԻ ԵՎ Վ. Վ. ՓԻՆԱՉՅԱՆ

Երկաթբետոնե կամ կանգնակների արտադրություն-սեղման աշխատանքի վրա բեռների սողի ազդեցության փորձնական ուսումնասիրությունը

Հոդվածում բերված են երկաթաե բեռնվածքի զեղբում կենտրոնական և արտա-կենտրոն սեղմված երկաթբետոնե կանգնակների աշխատանքի փորձնական ուսումնա-սիրության արդյունքները:

Ազյուսակ 1-ում տեղ գտած ազյուները բնորոշում են փորձնական աշխատանքների ծավալը: Բետոնի առաջնականությունը և ածրությունը բնութագրող փորձնական մեծու-թյունները, կախված նրա հասակից, բերված են ազյուսակ 2-ում: Բետոնե պրիզմաների կենտրոնական սեղման երկաթաե բեռնվածքի զեղբում ստացված արդյունքները ներ-կայացված են նկ. 3-ի կորերով: Ազյուսակներ 4 և 5-ում արված են երկաթբետոնե նմուշների զեֆորմացիաները՝ նրանց 7 աժայտ աեղույթյան բեռնվածքի զեղբում: Երկար 5 ցույց է սալիս, որ ուժի ներգործության զեղբում ժամանակի ընթացքում բե-տոնի և աժրանի միջև լարվածությունը վերաբաշխում է սեղի ունենում, բա սրում բե-տոնը բեռնաթափում է, իսկ աժրանը լրացուցիչ բեռնվածքում է մեղ բերում: Վերը նիշված երեւոյթը բաժարար նշանությամբ կարելի է հաշվի առնել (1)-(3) բանաձևերի աջնությամբ:

Փորձերը ցույց են տալիս, որ կանգնակների երկաթաե բեռնվածքում չի ազդում նրանց կրող-կանության վրա, եթե ազգոց ուժը հաճաար է կանգնակի բարձր ուժի

0,3 0,5 մեծությամբ: Այդպիսի ուժի ազդեցությամբ սակայն ստեղծվում է մեծ ծանրություն և 120 սր հետքեր առաջանում են սեղմված կանգնակների մեծ ծանրությունից սեղմված մեծ ծանրությունից և պլաստիկ-կանգնակների զեֆորմացիայի ստացումը:

Л И Т Е Р А Т У Р А — Կ Ր Ա Կ Ի Լ Ե Ս Ի Բ Յ Ի Կ

1. Ф. Думангер, Эластич и пластиче деформации де железобетонных конструкций и insbesondere де Bogenbrücken, „Bauingenieur“, II, 56, 21/22, 31/32, 47/48, 1948.
2. Н. Н. Улицкий, Расчет бетонных и железобетонных арочных и комбинированных конструкций с учетом длительных процессов, Гостехиздат Украины, 1950.

ГЕОЛОГИЯ

С. С. Ванюшин

**Место даечного комплекса Кафанского рудного района
 Армянской ССР в тектоно-магматической истории развития
 сомхетско-карабахской геосинклинали**

(Представлено академиком АН Армянской ССР К. Н. Паффенгольцем
 4.V.1959)

Кафанский рудный район расположен в юго-восточной части Ар-
 мении, в бассейне реки Вохчи. В геологическом отношении он сложен
 вулканогенно-осадочной толщей юры, собранной в крупную симме-
 тричную складку брахиантиклинального типа, прорванную многочис-
 ленными, разнообразными по составу и возрасту, дайками и мелкими
 штоками кислых и основных пород.

Выяснение металлогенической роли дайковых образований Ка-
 фанского рудного поля имеет весьма важное значение, так как может
 оказать помощь в деле изучения генезиса, возраста, закономерностей
 размещения рудных участков и других вопросов рудообразования. В
 геологической литературе и рукописных материалах по Кафану эти
 вопросы еще не освещались исследователями и описание даечного
 комплекса его ограничивалось лишь петрографической характеристи-
 кой даечных пород, без рассмотрения условий формирования их в
 связи с общей историей геологического развития геосинклинали. Дан-
 ная статья имеет цель частично заполнить этот пробел.

Все даечные образования описываемого района относятся к типу
 плутонических даек, входящих в группу эндодаек, сформированных
 путем выполнения тектонических трещин магматическими породами⁽¹⁾.
 Часть даек, возможно, является корневыми или субэффузивными, од-
 нако генетическая принадлежность их к таковым затуманена эроди-
 рованностью ранее питаемых ими эффузивных покровов.

В пределах района нами⁽²⁾ выделяется четыре интрузивных
 цикла — три юрских и один — нижнемеловой. К первому юрскому
 циклу относятся дайки древнего диабазы, ко второму циклу — дайки
и штоки кварцевого порфира, а также дайки интравудных диабазов
(секущихся жилками кальцита и марказита), и к третьему циклу —
штоки и дайки кварцевого альбитофира. К четвертому (меловому) циклу
 относятся все остальные типы даек различного петрографического со-

става, имеющие пострудный возраст, в число их входят: габбро-диориты, микродиориты, плагиоклазовые порфириты, авгитовые порфириты, диоритовые порфириты, диабазовые порфириты и диабазы.

Интенсивность развития даечного комплекса в Кафанском рудном поле определяется концентрацией в нем, на площади в 35—40 км², 190 проявлений, представленных 176 дайками и 14 штоками.

Пространственно они распределены неравномерно. Более половины их сконцентрировано на юго-западной и южной окраинах, в эродированных брекчиевидных порфиритах нижнего байоса. Меньшая часть даек и штоков (30—35%) залегает в вулканогенной толще верхнего байоса среди кварцевых, кварцплагиоклазовых и плагиоклазовых порфиритов, их туфов и туфобрекчий. Остальная часть их (10—15%) находится в туфогенных образованиях верхней юры (лузитан-киммеридж). Таким образом, отмечается увеличение числа даек в нижних стратиграфических горизонтах юрской толщи.

Все разнообразие даечного комплекса района, в порядке последовательности выделения, представлено следующими петрографическими разновидностями: диабазы дорудные — 5 даек, кварцевые порфиры — 3 штока и 28 даек, кварцевые альбитофиры — 3 штока и 11 даек, габбродиориты — 6 штоков и 17 даек, микродиориты — 1 шток и 8 даек, плагиоклазовые порфириты — 5 даек, диабазы и диабазовые порфириты (пострудные) — 1 шток и 72 дайки. Количественно резко преобладают диабазовые дайки — 38%, затем кварцевые порфиры — 16% и менее всех развиты диоритовые порфириты — 1% и диабазы дорудные — 1%.

Наиболее распространены дайки маломощные (0,5—10 м), СВ и СЗ простирания, мало даек широтного направления (12 шт.) и совсем редко встречаются дайки меридиональные (4 шт.); 31 дайка имеет мощность от 20 до 80 метров. Из 14 штоков шесть имеют северо-западное простирание, 5 меридиональное и 3 — широтное. Протяженность даечных образований обычно ограничивается 100—300 метрами и только в единичных случаях доходит до 1,0 км.

Сопоставляя развитие даечных комплексов в Кафанском и Алавердском рудных полях, отмечаем, что в первом из них на 1 км² приходится 5—6 даек, тогда как во втором, по данным П. Ф. Сопко, на 1 км² имеется около 60 даек, что свидетельствует о значительно большей тектонической нарушенности Алавердского рудного поля.

Все дайки локализованы в контурах центральной части Кафанской брахиантиклинали на площади рудного поля, в пределах которого все проявления медного и полиметаллического оруденения стратифицированы в туфогенно-осадочной толще среднеюрского возраста.

Взаимоотношения даек с рудопроявлениями выражаются в наличии: 1) дорудных даек древних диабазов и кварцевых порфиров; 2) интарудных даек диабаз, секущих рудные тела ранних стадий минерализации и пересекаемых прожилками кальцита и марказита, выделенными последней стадией минерализации; и 3) пострудных даек:

кварцевых альбитофиров, габбродиорита, микродиорита, плагиоклазовых порфиритов, диоритовых порфиритов и диабазовых порфиритов. Большинство пострудных даек развито в безрудных породах нижнего байоса и в меньшей степени в верхнеюрских отложениях.

Видимая пространственная связь даек и штоков кварцпорфира с рудоносными участками: Норащеника, Арчадзора, Барабатума, Чинара, Софика, Арфика, рудников №№ 1—2, 6, и 7—10—указывает на возможную парагенетическую связь оруденения в них с магматическим очагом, породившим кварцпорфиры. Таким образом, из всего многообразия даечных пород Кафана только кварцевые порфиры являются рудоконтролирующим фактором.

В связи с тем, что у представителей отдельной школы геологов⁽²⁾ существует твердо установившееся мнение о якобы дорудном возрасте всех даечных образований в рудных полях, нами подчеркивается здесь абсолютная достоверность пострудного характера диабаза и габбродиорита в Кафанском месторождении. Подтверждением этого являются многочисленные, легко доступные для наблюдения, пересечения дайками этих пород рудных жил и штокверков во всех рудниках, а также факт наличия впаянного в габбродиорит „ксенолита“ халькопирита, с ореолом капельной вкрапленности того же минерала в дайке габбродиорита, секущего богатую жилу № 29 на гор. 746 (— 22^а) рудника № 6.

Пострудный возраст других даечных образований, развитых вне рудных участков, определяется пересечениями ими даек диабаза и габбродиорита.

Характерной особенностью даечного комплекса в Кафанском рудном поле, отличающей его от других рудных районов СССР и Армении, является максимальное развитие в нем даечного этапа много позже окончания гидрогермального этапа, а не наоборот, как в других районах. Это связано с более поздней фазой магматизма.

Все даечные образования, по формам связи их с интрузивными и эффузивными телами, относятся к группе даек, развивающихся независимо от батолитовых интрузий. Некоторое количество их возможно удастся в будущем отнести к группе даек субэффузивных (горневых).

По отношению к структурам и интрузивам даечные образования Кафана, по их морфогенетическим особенностям, относятся к дайкам местного значения, приуроченным к поздним трещинам в эффузивных породах, контролируемым мелкими элементами геологической структуры.

Все дайки, за исключением одной, имеют простое строение и образованы однократным внедрением магматического расплава. Автором еще в 1950—54 гг. в Кафанском рудном поле наблюдались дайки сложного строения. Одной из них является маломощная дайка широтного простирания, залегающая на водоразделе ручьев Водопойного и Нурибагского, заполненная двухкратным внедрением магмы, первоначально диабазового и позже микродиоритового состава. Вторым при-

мером может служить дайка габбродиорита мощностью 10—11 метров с зональным строением, вызванным фаціальным переходом габбродиорита в порфириовидный кварцевый диорит на фланге дайки (горизонт 960 рудника № 6) или в диабаз в зальбандах другой дайки габбродиорита в том же руднике, уже на гор. 746.

Петрографическое разнообразие даечных пород Кафанского рудного поля объясняется, по-видимому, первичным составом расплавок, которые в порядке дифференциации дают различные типы дайковых пород. В. С. Контев-Дворников⁽⁴⁾ подобное разнообразие в интрузивах Центрального Казахстана объясняет существованием фации промежуточных или дополнительных интрузий.

Магматические и постмагматические образования описываемого отрезка сомхетско-карабахской геосинклинали связаны преимущественно с деятельностью магмы, внедрившейся в верхний структурно-геологический ярус (мезозойская складчатая толща) и контролируются не региональными, а местными элементами геологической структуры.

Несколько неясен вопрос о глубине залегания магматического источника для даек основного состава — диабазов и диабазовых порфиритов, вероятно таковой находится в нижних структурных горизонтах.

Особое положение занимают излияния нижнечетвертичных базальтов, связанные по глубинным разломам с базальтовой постелью.

Работами Ю. А. Билибина⁽⁵⁾, В. И. Серпухова⁽⁶⁾ и других геологов ВСЕГЕИ изучены формы проявления магматизма и сопровождающего его дайкообразования, в процессе превращения геосинклиналей в складчатые зоны. Они подразделили общий ход магматизма на четыре следующих этапа: добатолитовый (начальный и ранний), батолитовый (средний), этап малых интрузий (поздний) и дайковый (конечный). Продолжительность каждого из них определяется десятками миллионов лет, а весь период преобразования геосинклинали в консолидированную орогеническую область охватывает, по-видимому, отрезок времени в 130—150 миллионов лет.

На основе анализа геологической истории ряда важнейших рудных районов СССР (Урала, Алтая, Казахстана и ДВК) этими исследователями были выделены три типа металлогенических провинций: 1) Провинции с максимальным проявлением добатолитовых и батолитовых этапов, 2) Провинции с максимальным развитием батолитового и постбатолитового этапов и 3) Провинции с почти одинаковым развитием всех этапов.

В свете работ вышеуказанных геологов, формирование магматических комплексов в Кафанском рудном районе, на отдельном отрезке сомхетско-карабахской геосинклинали, автору представляется в порядке последовательного неполного развития в нем трех этапов, кратко описываемых ниже.

Добатолитовый этап. Начальный подэтап геосинклинального развития участка характеризуется весьма интенсивным эффузивным вулканизмом на дне мелководного моря, продолжавшимся периодически с неослабевающей силой, в течение длительного периода времени, начиная с нижней юры до нижнего мела.

В начальном подэтапе была отложена толща вулканогенных пород юрского возраста, мощностью 2,5—3,0 км, представленная (снизу вверх): брекчиевидными эпидотизированными порфиритами, миндалевидными плагиоклазовыми порфиритами, кварцевыми порфиритами, диабазовыми порфиритами (мало), плагиоклазовыми порфиритами, туфобрекчиями и туфоконгломератами, с прослоями туфопесчаников и линзами известняков.

С первой (донецкой) фазой складкообразования связано внедрение в среднеюрское время мелких интрузий диабазов и кварцевых порфиров (Арчадзор-Баши, Норашенник, Саяддаш, Кавартдаш, Барабатум) и кварцевых альбитофиров в верхней юре (на горе Саяддаш). Таким образом, в Кафанском рудном районе Армении, так же как и в Колымской рудной провинции (1), отмечается довольно редко встречающаяся петрологическая закономерность, выражающаяся во внедрении малых интрузивов и даек кварцевых порфиров и кварцевых альбитофиров значительно ранее нормальных гранитоидов. Этот факт дает основание допускать возможность проявления процессов дифференциации на более ранних этапах магматического очага. В описываемом районе таковые имели место в добатолитовом этапе.

Субэффузивные дайки (типичные для начального подэтапа в других районах) в описываемом рудном поле, в наглядном переходе их в покровные излияния, ни одним исследователем еще нигде не обнаружены, хотя несомненно в нем имеются. Возможно, что к числу таковых следует относить наблюдавшиеся автором в руднике № 1—2 и в Барабатумском руднике древние дорудные дайки весьма сильно измененных диабазов, не имеющие выходов на поверхность и представленные осветленными породами желтовато-зеленого цвета.

К начальному подэтапу приурочено формирование всех рудных участков Кафанского рудного поля, генезис которого, по-видимому, связан с единым магматическим очагом, породившим как кислые и умеренно кислые эффузии, так и кислые интрузии юрского возраста. Как известно, А. И. Заварицкий происхождение уральских медных месторождений связывал также с начальным подэтапом.

Проявлений магматизма раннего подэтапа добатолитового этапа развития геосинклинали, с характерной для него в других районах СССР очередностью интрузий: гипербазита, габбродиорита и щелочных пород, в Кафанском рудном районе совершенно не имеется. Этим самым он резко отличается от рудных провинций восточных склонов Урала (2) и Северного Казахстана, имеющих полный цикл магматизма раннего подэтапа.

Батолитовый или средний этап. Магматические проявления, типичные для батолитового этапа (многофазные гранитоидные батолиты и мелкие штоки с дайками аплитов и пегматитов), в пределах описываемого района отсутствуют.

В 15—20 км к юго-востоку от него имеется Цавский гранитоидный интрузив, нижнемелового возраста, образованный двумя фазами внедрения — серыми гранодиоритами и розовыми гранитами. Дачный комплекс на периферии массива и внутри его развит очень слабо. Оруденение в ближайших окрестностях (3—10 км) массива отсутствует.

Выпадение батолитового этапа из истории развития Кафанского рудного района является важной чертой закономерности развития магматизма в нем во времени и пространстве.

Этап малых интрузий (поздний), сопряженный с предсеноманской орогенической фазой, протекал в меловое время и выражен весьма четко мелкими интрузиями габбродиоритов и многочисленными плутоническими дайками габбродиоритов, микродиоритов, плагиоклазовых порфиритов, диоритовых порфиритов, диабазовых порфиритов и диабазов.

Проявлений кислых и щелочных пород, типичных для данного этапа, здесь не установлено.

Особенностями позднего этапа в Кафанском рудном районе являются: 1) развитие малых интрузий только одних основных пород, 2) продолжение магматической деятельности после формирования малых интрузий, выразившееся во внедрении даек разнообразного состава.

Субэффузивные дайки не установлены.

Дайковый (конечный) этап развития геосинклиналей, как известно, характеризуется трещинными излияниями магмы, преимущественно основного и ультраосновного состава.

В Кафанском рудном районе этому этапу соответствуют трещинные излияния базальтов нижне-четвертичного возраста, развитые по долине р. Халадж, в виде потока длиной 10 км.

Выводы. Из краткого рассмотрения истории формирования магматического комплекса и сопровождающих его даек, на небольшом отрезке геосинклинали, видно: 1) что Кафанский рудный район Армянской ССР относится к типу металлогенических провинций с максимальным развитием только добатолитового и постбатолитового этапов, при полном отсутствии проявлений батолитового этапа, и 2) этот тип металлогенической провинции не укладывается в разработанную коллективом геологов ВСЕГЕИ, классификацию металлогенических провинций.

Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР

Գալիպոլի կամպլեքսի հեղը Հայկական ՍՍՌ-ի Արարատի հանրապետության հանրապետական գեոտեխնիկական կոմիտեի կողմից կատարված հետազոտության արդյունքների մասին

Հայկանի հանրապետության հանրապետական կոմիտեի կողմից կատարված է 1960 թվականներին և մանր շտակներով, տարբեր բաղադրությունների հասակի, թիվի և հիմնային ապարների արտահայտված շորս ինտրոդիվային ցիկլերով—յուրային և կավիճի հասակի:

Դասակարգման արտահայտմանը մետաղադոզայան դերի պարզումը Հայկանի հանրապետության հանրապետական կոմիտեի կողմից կատարված հետազոտության արդյունքների մասին հանրապետական կոմիտեի կողմից կատարված հետազոտության արդյունքների մասին:

Դասակարգման արտահայտմանը մետաղադոզայան դերի պարզումը Հայկանի հանրապետության հանրապետական կոմիտեի կողմից կատարված հետազոտության արդյունքների մասին:

1. Հին դիտարկների և կվարց-պորֆիրների միջհանրային դասակարգմանը:

2. Դիտարկների միջհանրային դասակարգմանը:

3. Կվարցային ալբիտոֆիրի, գալլոգիտրիտի, միկրոգիտրիտի և պլագիոկլասային դիտարկմանը և դիտարկային պորֆիրիտների հետհանրային դասակարգմանը:

Դասակարգման արտահայտմանը մետաղադոզայան դերի պարզումը Հայկանի հանրապետության հանրապետական կոմիտեի կողմից կատարված հետազոտության արդյունքների մասին:

Դասակարգման արտահայտմանը մետաղադոզայան դերի պարզումը Հայկանի հանրապետության հանրապետական կոմիտեի կողմից կատարված հետազոտության արդյունքների մասին:

Դասակարգման արտահայտմանը մետաղադոզայան դերի պարզումը Հայկանի հանրապետության հանրապետական կոմիտեի կողմից կատարված հետազոտության արդյունքների մասին:

Դասակարգման արտահայտմանը մետաղադոզայան դերի պարզումը Հայկանի հանրապետության հանրապետական կոմիտեի կողմից կատարված հետազոտության արդյունքների մասին:

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Կ Ա Ն Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

1. X. M. Абдулаев, Дайки и оборудование. Госгеолтехиздат. М., 1957. 2. С. С. Вайношин, Э. Г. Малхасян, ДАН АрмССР, т. XXIII, № 3, (1956). 3. Ф. И. Вольфсон, Проблемы изучения гидротермальных месторождений. Изд. АН СССР, 1953. 4. В. С. Коптень-Дворников, Изв. АН СССР (сер. геол.), № 4 (1952). 5. Ю. А. Билибин, Изв. АН СССР (сер. геол.), № 4, 1948. 6. В. И. Серпухов, Сб. Сов. Геол. № 43, 1955. 7. А. П. Васильковский, Петрология рудоносных жил Калымского района. Мат. по геологии и полез. ископ. Охото-Калымского края. Изд. Дальстрой, вып. 9, 1937. 8. Н. И. Бородаевский, Изв. АН СССР, (сер. геол.), № 2, (1956).

МИКРОБИОЛОГИЯ

Э. К. Африкян и Р. А. Бобикян

Наличие и образование витамина B_{12} в почве

(Представлено академиком АН Армянской ССР М. А. Тер-Карапетяном
 28.II.1959)

Работами многих авторов с достоверностью установлено наличие в почве различных витаминов и витаминоподобных веществ (1-3). Особенно хорошо это показано в отношении витаминов группы В. Витамины и другие ростовые вещества почвы оказывают большое влияние на развитие высших растений и деятельность почвенных микроорганизмов (4,5). Ряд авторов (6) плодородие почвы ставит в связь с содержанием в ней различных ростовых веществ, например, ауксина.

Витамин B_{12} в отличие от других витаминов образуется различными микроорганизмами и отчасти водорослями, и изучение его распространения в почве может в известной мере служить показателем микробиологической активности и биогенности данной почвы. С другой стороны, определенные закономерности его распределения в почве могут послужить основанием для объяснения различных вопросов экологии отдельных видов почвенных микроорганизмов—продуцентов витамина B_{12} или культур бактерий, нуждающихся в нем. Предпосылкой к подобной постановке вопроса являются данные многих авторов о широком распространении в почве микроорганизмов—продуцентов витамина B_{12} и наличие в почве сравнительно большого числа бактерий, нуждающихся для своего развития в присутствии этого витамина (7,8). Работ по изучению содержания витамина B_{12} в разных типах почв не проведено.

Нами было изучено содержание витамина B_{12} на материале более 200 образцов различных типов почв, представляющих как широтную, так и вертикальную зональность. Почвенные образцы брались с активного пахотного горизонта, на глубине 0—20 см.

Определение витамина B_{12} в почве производилось микробиологическим методом, разработанным в Институте биохимии АН СССР с некоторыми видоизменениями. Стандартный раствор витамина готовился на ацетатном буфере рН 4,6 с добавлением 0,01% раствора KCN

на дистиллированной воде с расчетом 10 мг KCN на 10 γ витамина B_{12} . Стандартный раствор разливался в ампулы, которые запаивались, стерилизовались в автоклаве при 1 атм. 10 мин. и сохранялись в холодильнике. На каждое определение бралось по 5 г обследуемого образца почвы, к которому добавлялось 50 мл воды, 2 мл 0,01% раствора KCN. Наши опыты показали, что в ряде случаев предварительное подкисление разводки почвы на дистиллированной воде не достигает цели, так как карбонатность и буферность почвы очень быстро, после кратковременного нагревания, восстанавливают первоначальную реакцию. Последующее автоклавирование образца почвы при щелочной реакции приводит к разрушению витамина, и поэтому данный метод подготовки образца неприемлем для анализа карбонатных почв. Более пригодным надо считать разводку почвенного образца на ацетатном буфере с pH 4,6, хотя в ряде случаев также не удается поддержать кислую реакцию среды, особенно, когда исследуются сильно карбонатные бурые или сероземные почвы. При обследовании кислых почв (красноземы, некоторые горнолуговые почвы и др.) предварительного подкисления почвенной разводки не требуется.

По данным ряда авторов (⁹), с применением вместо цианидов других веществ (натрий нитрит, натрий сульфит и др.), стабилизирующих витамин B_{12} , достигается больший выход витамина в почве. Проверка нами этих данных не выявила значительной разницы в количестве определяемого витамина; из испытанных веществ сравнительно лучшие результаты получались с нитритом натрия. В качестве тест-организмов применялись индикаторная культура кишечной палочки Института биохимии АН СССР и американская культура этого вида 113—3. Интенсивность роста культуры бактерий определялась нефелометром с помощью ФЭКН-54.

В табл. 1 приведены сводные данные содержания витамина B_{12} в разных типах почв. Образцы почв взяты, в основном, на территории Армянской ССР, образцы красноземов из Махарадзевского района Грузинской ССР. Количество витамина B_{12} варьирует в известных пределах в образцах одного и того же типа почв, отмечается и определенная разница в содержании витамина B_{12} на фоне окультуривания почвы. Как правило, почвы, занятые бобовыми и травосмесями, отличаются сравнительно большим содержанием витамина.

Как показывают данные приведенной таблицы, содержание витамина B_{12} сравнительно велико в горнолуговых почвах, несколько меньше его в лесных, а затем в черноземных почвах. В бурых почвах этот витамин обнаруживается, в среднем, в количестве 1—2 γ /кг почвы, причем в целинных почвах и того меньше. В обследованных нами образцах красноземов витамин B_{12} обнаруживался в очень малом количестве или не отмечался вовсе. В большинстве случаев, по данным наших опытов, содержание витамина B_{12} в различных образцах почв варьирует в определенных пределах, характерных для данного типа почв. Значительно больше он обнаруживается в богатых органическим

веществом почвах, гораздо меньше в красноземах и бурых почвах, где протекают интенсивные процессы минерализации органики.

Таблица 1

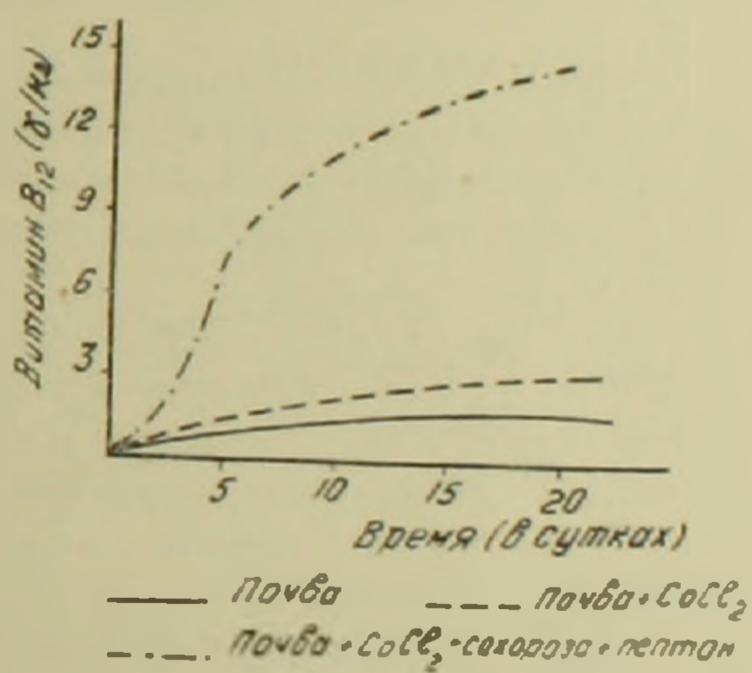
Содержание витамина B_{12} в различных типах почв ($\gamma/\text{кг}$ воздушно-сухой почвы)

Почвы		Число обследованных образцов	Витамин B_{12} $\gamma/\text{кг}$
Бурые	окультуренные	85	1—3
	неокультуренные	21	0,5—2
Черноземы	окультуренные	34	2—5
	неокультуренные	8	2—4
Горнолуговые		18	3—10
Лесные		6	3—5
Красноземы		20	0—1,0

Для установления факта образования и накопления витамина B_{12} в естественных условиях нами был поставлен специальный опыт. Буряя почва с содержанием витамина B_{12} $0,5 \gamma/\text{кг}$ заполнялась в чашках Петри, увлажнялась, стерилизовалась в автоклаве и заражалась суспензией культуры спорообразующей бактерии — продуцента витамина. В процессе инкубации при 26°C определялось развитие бактерий и количество витамина B_{12} в почве. Опыт ставился в двухкратной повторности при 60% от полной влагоемкости почвы. Применялись культуры *Bac. megaterium* и *Bac. puv. sp.* Почвы заражались суспензией указанных культур с расчетом 50 тыс. клеток на 1 г почвы. Опыт ставился в различных вариантах: в одном случае в почву вносился хлористый кобальт в количестве 2 мг Co на 1 кг почвы, в другом — в почву добавлялись пептон и сахароза в конечной концентрации $0,5\%$.

Результаты опытов, представленные в табл. 2, показывают, что витамин B_{12} значительно накапливается в почве, особенно в варианте опытов с внесением в почву пептона и сахарозы. Биосинтез витамина имеет место в зависимости от интенсивности развития бактерий в почве (фиг. 1).

Представленный материал исследований показывает, что витамин B_{12} обнаруживается в различных типах почв в определенных количествах. Он образуется и накапливается в условиях почвы в процессе развития бактерий — продуцентов витамина B_{12} .



Фиг. 1.

Образование витамина B₁₂ в почве (число бактерий в млн г. содержание витамина B₁₂ γ/кг)

Вариант опыта	3 суток		5 суток		10 суток		15 суток	
	число б-ий	вит. B ₁₂						
Bac. megaterium, шт. 10								
Почва	80	0,5	200	0,6	200	0,6	300	0,7
Почва + CoCl ₂	85	0,7	250	0,8	300	0,8	300	1,0
Почва + пептон + CoCl ₂ + сахара-роза	300	3,0	1000	3,5	1200	4,0	1200	6,0
Bac. nov. sp., шт. 212								
Почва	25	0,6	150	1,0	360	1,4	300	1,4
Почва + CoCl ₂	20	0,8	200	1,2	250	2,0	300	3,0
Почва + пептон + CoCl ₂ + сахара-роза	1000	3,0	1500	8,0	2000	11,5	2000	13,0

Է. Գ. ԱՅՐԻԿՅԱՆ ԵՎ Ռ. Ն. ԲՈՒԲԿՅԱՆ

Վիտամին B₁₂-ի առկայությունը և նրա առաջացումը հողում

Հողում կատարվող բիոլոգիական սրույեսնների և բույսերի դարդացման համար մեծ նշանակություն ունեն հողում տարբեր վիտամինների և ածծան զործոնների առկայությունը և տարածվածությունը: Վիտամին B₁₂-ը արտադրվում է միկրոօրգանիզմների կողմից և հանդիսանում է հողի բաղաժիժ բաղադրիսանների ածծան անհրաժեշտ նյութերից մեկը:

Մեր կողմից հետազոտվել է վիտամին B₁₂-ի տարածվածությունն աճելի բան 200 տարբեր տիպի հողերի նմուշներում: Վիտամին B₁₂-ի բանակուժյունը որոշվել է միկրոօրգանիզմիկան մեթոդով՝ աղիքային ցուպիկի ինդիկատորային շտամի սղնուժյամբ:

Մեր հետազոտություններից պարզվել է, որ վիտամին B₁₂-ը հայտնարերվում է գանազան տիպի հողերում տարբեր բանակուժյամբ: Առաժիկ մեծ բանակուժյամբ նա գտնըվում է մարդագետնային, անտասային և մասամբ սևահողերում (4-10 γ/կգ): Վիտամին B₁₂-ը համեմատարար փոքր բանակուժյամբ գանվում է օրգանական նյութերով ազրաս զորշ հողերում: Մեր կողմից հետազոտված կարմրահողերի նմուշներում աճյալ վիտամինը կամ բացակայել է, կամ հայտնարերվել է շնշին բանակուժյամբ (0,5 γ/կգ):

Ինչպես ցույց աճեցին մեր կողմից կատարված փորձերը հողում վիտամին B₁₂ արտադրող բակտերիաների դարդացման ժամանակ նկատվում է նշված վիտամինի դրասիկուսակում:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1 Ս. Ա. Красильников, Успехи совр. биол., в. 3, 321, 1952. 2 Մ. Ա. Руде, Experimentia 4, 14, 1948. 3 Ն. Ս. Schopfer, Plants a. vitamins, 1943. 4 Ս. Ա. Красильников, Микроорганизмы почвы и высшие растения, М., 1958. 5 К. Е. Овчаров, Витамины в жизни растений, М., 1955. 6 Н. Стьюарт и др., Soil Sci., 53, 1942. 7 А. Г. Локшид, Вест. Rev 22, № 3, 145, 1958. 8 А. Г. Локшид и М. О. Бартон, Can. g. Microb. 3, 35, 1957. 9 П. Р. Беркхольдер и Л. М. Беркхольдер, Science, 123, 1071, 1956.

ФИЗИОЛОГИЯ

С. К. Карапетян, академик АН Армянской ССР, и В. А. Вартанян

Метод исчисления форменных элементов крови птиц,
 амфибий и рептилий

(Представлено 25.V.1959)

Применяемый в настоящее время метод исчисления форменных элементов крови у животных не дифференцирован с учетом морфологических особенностей этих элементов у различных классов животных.

В качестве разводящей жидкости для исчисления лейкоцитов крови человека и животных в клинических и исследовательских лабораториях бесспорно принято употреблять трехпроцентную уксусную кислоту, к которой обычно добавляют генцианвиолет как краситель.

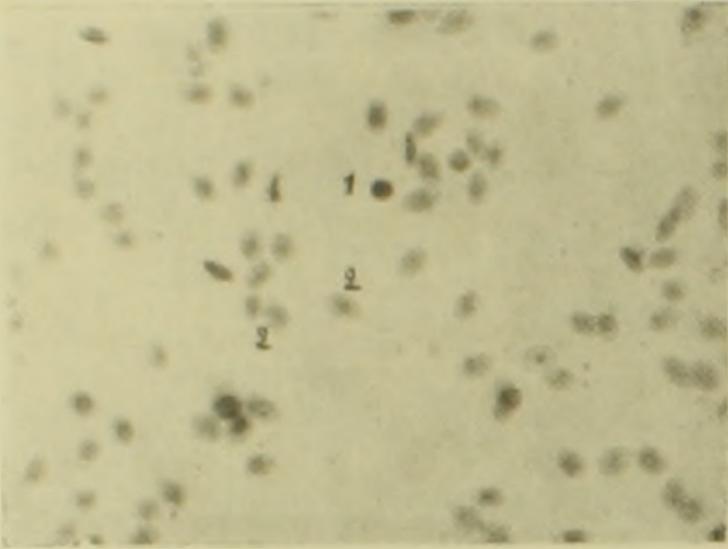
Применяя вышеуказанный растворитель для исчисления белой крови у животных с ядерными эритроцитами (птиц, рептилий и амфибий) имеет место полное исчезновение контура эритроцитов и окрашивание их ядер. Одновременно становятся прозрачной протоплазма лейкоцитов, а также окрашиваются их ядра. Вследствие этого исследователю не всегда удается дифференцировать элементы белой крови от оставшихся видимыми ядер эритроцитов, что и приводит к неточностям при подсчете форменных элементов крови указанных видов животных.

С этими затруднениями мы встретились, в частности, при проведении гематологических исследований.

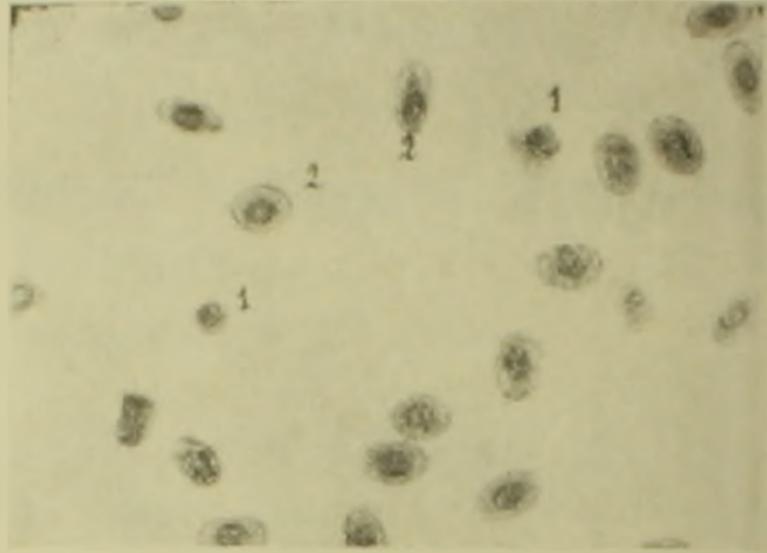
В доступной нам литературе не удалось отыскать других более совершенных методов исчисления лейкоцитов у представителей класса рептилий, амфибий и птиц, что и побудило разработать публикуемый метод.

В наших поисках из серии изготовленных разводящих жидкостей лучшей оказалась растворитель, имеющий следующую пропись:

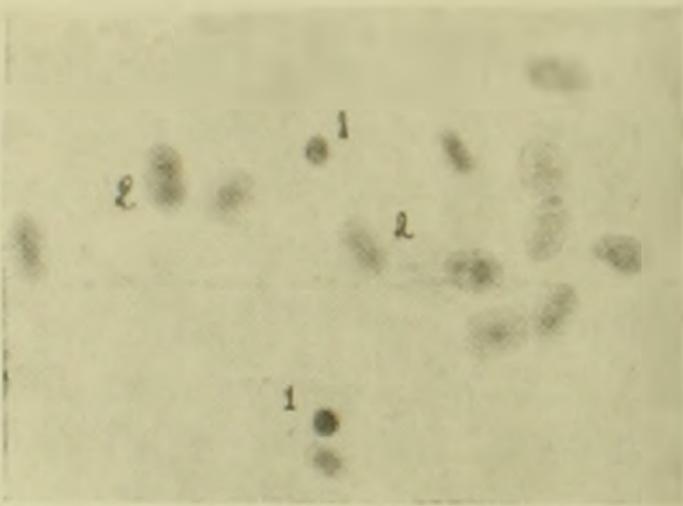
Дистиллированной воды	89 мл
Хлористого натрия	0,85 г
Формалина	10 мл
Генцианвиолет 1% водный раствор	1 мл



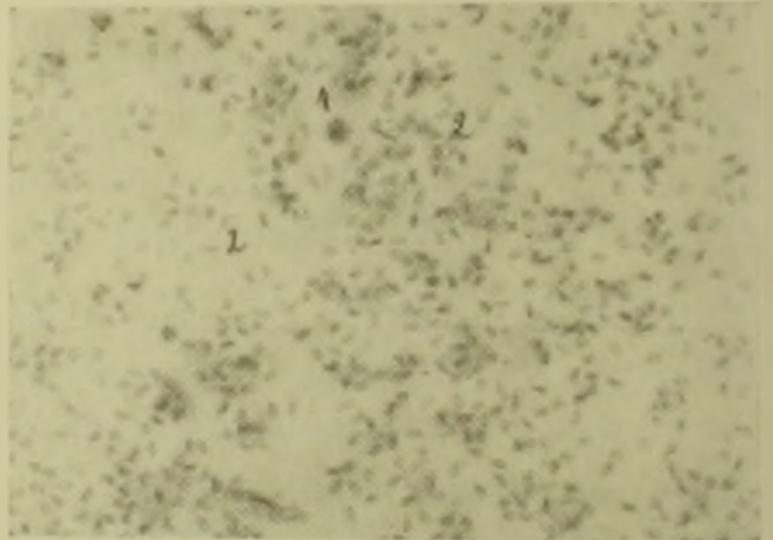
Фиг. 1. Кровь курицы. 1—лейкоцит;
2—эритроцит.
Окуляр № 8, объектив № 24.



Фиг. 2. Кровь лягушки. 1—лейкоцит;
2—эритроцит.
Окуляр № 8; объектив № 24.



Фиг. 3. Кровь черепахи. 1—лейкоцит;
2—эритроцит.
Окуляр № 8; объектив № 24.



Фиг. 4. Кровь курицы—общепринятая
разводящая жидкость (3-процентная
уксусная кислот.). 1—лейкоцит;
2—ядра эритроцит.
Окуляр № 8; объектив № 24.

Предлагаемый растворитель обеспечивает одновременную суправитальную окраску и фиксацию форменных элементов крови, что позволяет совершенно четко различать не только лейкоциты от эритроцитов и вести их исчисление в одной и той же капле разведенной крови, но и отличать различные элементы белой крови — лимфоциты и моноциты от сегментоядерных.

Для исчисления эритроцитов и лейкоцитов мы предлагаем пользоваться одним и тем же смесителем, предназначенным для красной крови. Кровь у птиц набирают в смеситель до метки, обозначенной 0,5, а у амфибий и рептилий — до метки, обозначенной 1; разводящая жидкость насасывается до метки, обозначенной 101.

Исчисления проводятся в камере Горяева общепринятым способом, т. е. для эритроцитов сосчитывают 5 больших (80 малых) квадратов, для лейкоцитов 100 больших квадратов.

При расчетах учитывается степень разведения крови как для эритроцитов, так и лейкоцитов.

Предлагаемый метод исключает возможность допущения неточностей при исчислении форменных элементов крови и значительно сокращает затраты времени на проведение гематологических исследований.

Для иллюстрации приводятся микрофотографии форменных элементов крови курицы (фиг. 1), лягушки (фиг. 2) и черепахи (фиг. 3), при исчислении которых был применен предлагаемый растворитель.

На фиг. 4 иллюстрирована микрофотография форменных элементов крови курицы, при исчислении которых была применена общепринятая разводящая жидкость.

Институт физиологии Академии наук
Армянской ССР

Ս. Կ. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ ԵՎ Վ. Ա. ՎՍՏՐԱՆՅԱՆ

Սողունների, երկկենցաղների և քոչուկների արյան ձեվային էլեմենտների հաշվարկելու մեթոդ

Կենդանիների արյան ձևային էլեմենտների (կարմիր և սպիտակ գնդիկների) հաշվարկելու ներկայումս սդտադործվող մեթոդը չի ղիֆերենցված և հաշվի չի առնում այդ էլեմենտների մորֆոլոգիական առանձնահատկությունները տարբեր դասերի կենդանիների նստ:

Մարդու և կենդանիների արյան սպիտակ գնդիկների հաշվարկման համար մինչև որս էլ, որպես լուծող հեղուկ, ընդունված է օդտարածել երեքտոկոսանոց քաղախաթթուն, որին սովորաբար ավելացնում են ղենցիանվիոլետը որպես ներկող: Սակայն, երբ այդ լուծիչը օդտարածվում է նաև այն կենդանիների արյան սպիտակ գնդիկները հաշվարկելու համար, սրանց արյան կարմիր գնդիկները կործանվում են (սողունների, երկկենցաղների, քոչուկների) տեղի է ունենում էրիտրոցիտների եզրագծի լիովին անհետացում, իսկ նրանց կորիզները ներկվում են: Միատամանակ թափանցիկ է դառնում լեյկոցիտների նախայուրը (պրոտոպլազման) և նույնպես ներկվում են նաև նրանց կորիզները: որի հետևանքով ոչ միայն է հնարավոր լինում տարբերել սպիտակ արյան էլեմենտները տեսանելի մնացած արյան կարմիր գնդիկների կորիզից և կատարել վերը նշված կենդանիների արյան ձևային էլեմենտների ճշգրիտ հաշվարկ:

Առաջարկվող մեթոդը հնարավորություն է տալիս խուսափելու սխալներից և ապահովում է հետազոտության լիակատար ճշտությունը:

Հեղինակներին ուսումնասիրությունը պայմանավորված է արագ և արդյունավետ հետազոտություններ կատարելու համար:

- Քորած ջուր 80 մլ
- Վերականգնող նյութում 0,83 գ
- Ֆորմալին 10 մլ
- Կենցիտանվիտին (1% ջրային լուծույթ) 1 մլ:

Առաջարկվող լուծույթը սպասարկում է հնարավորություն է տալիս ոչ միայն ստույգ կերպով տարբերելու էրիտրոցիտները լեյկոցիտներից, այլև դանազաններու նաև սպիտակ արյան լեյկոցիտները — լիմֆոցիտները և մոնոցիտները սեղմնատակորիզավորներից:

Հեղինակները առաջարկում են էրիտրոցիտները և լեյկոցիտները հաշվարկելու համար սպիտակ նույն խառնուրդ (մեկանմանից), որը նախատեսված է կարմիր արյան համար: Քուչունի արյունը խառնելի մեջ ներթափում է մինչև 0,5 նիչը, իսկ սողունների և երկկենցաղների արյունը — մերցուրի — մինչև 1 նիչը: Բացոյց հեղուկը ներթափում է խառնուրդ մեջ մինչև 101 նիչը:

Հաշվարկը կատարվում է Կորյակի կամերայում հանրաճանաչ եղանակով, այսինքն էրիտրոցիտների համար հաշվում են 5 մեծ (80 փոքր) քառակուսիներ, իսկ լեյկոցիտների համար — 100 մեծ քառակուսիներ: Հաշվարկումների ժամանակ հաշվի է առնվում արյան լուծվածության աստիճանը ինչպես էրիտրոցիտների, այնպես էլ լեյկոցիտների համար:

Առաջարկվող մեթոդը բացի նրանից, որ լիովին բացատրում է արյան ձևային լեյկոցիտները հաշվարկելու անճշտություններ թույլ տալու հնարավորությունը, միաժամանակ ապահովում է ժամանակի խնայում և աշխատանքի բարձր արտադրողականությունը հեմատոլոգիական հետազոտություններ կատարելիս:

