

ԱՍՏՂԱՖԻԶԻԿԱ

АСТРОФИЗИКА

ТОМ 37

ФЕВРАЛЬ, 1994

ВЫПУСК I

| | |
|--|-----|
| НОВЫЕ ДАННЫЕ О ПЕРЕМЕННОСТИ СПЕКТРА КАЗ 163 <i>М.А.Казарян, П.Рафанелли, В.С.Тамазян, М.Туратто</i> | 5 |
| СКОПЛЕНИЕ ГАЛАКТИК А98 <i>А.Т.Каллоглян, Д.Нанни, Е.Г.Никогосян, А.Виньято</i> | 13 |
| ОБ ЭВОЛЮЦИИ СИСТЕМЫ МЕЖГАЛАКТИЧЕСКИХ ОБЛАКОВ <i>В.Г.Горбацкий</i> | 35 |
| ПЕРВЫЙ БЮРАКАНСКИЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ ОБЗОР НЕБА. ГОЛУ- БЫЕ ЗВЕЗДНЫЕ ОБЪЕКТЫ. VII. ПОЛОСА $+61^\circ \leq \delta \leq +65^\circ$. <i>Г.В.Абрамян, А.М.Микаелян</i> | 43 |
| ПОДСИСТЕМЫ ВСПЫХИВАЮЩИХ ЗВЕЗД РАЗНОГО ВОЗРАСТА В ОРИОНЕ И ПЛЕЯДАХ <i>Л.В.Мирзоян, В.В.Амбарян</i> | 59 |
| ИССЛЕДОВАНИЕ ЗВЕЗД ПОЗДНИХ СПЕКТРАЛЬНЫХ КЛАССОВ ОБЗОРА FVS.I. ЗВЕЗДЫ СПЕКТРАЛЬНЫХ КЛАССОВ M <i>Г.В.Абрамян, В.В.Амбарян, К.С.Гигоян</i> | 73 |
| ОБ ЭВОЛЮЦИИ АСТРОФИЗИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ <i>А.А.Акопян</i> | 83 |
| ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В РАДИАЦИОННОМ КАНАЛЕ ПУЛЬСАРА <i>Г.С.Саакян</i> | 97 |
| ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ В ЦИЛИНДРЕ. I. РЕЗОЛЬВЕНТА ОСНОВ- НОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ <i>Д.И.Нагирнер</i> | 111 |

(Продолжение на 4-й странице обложки)

ЕРЕВАН

Խմբագրական կոլեգիա Գ.Ս.Քինովյանի—Վոլյան, Վ.Գ.Գորբաչևի (գլխ. խմբագրի տեղակալ), Վ.Պ.Գրիբին, Վ.Վ.Իվանով, Ն.Ս.Կարաշչով, Վ.Ն.Վանդալով, Ա.Գ.Մանուկյան, Լ.Վ.Միրզոյան, (գլխ. խմբագիր), Գ.Ս.Սահակյան, Վ.Յու.Տիրերիծ, Ա.Տ.Բաղդուրյան (պահ. ծախսավար)։

Խմբագրական խորհուրդ՝ Ա.Ա.Բոյաջչյան, Ե.Կ.Խորանձե, Ի.Ս.Վոսիլով, Վ.Ն.Վանդալովյան, Լ.Վ.Միրզոյան, Վ.Վ.Սորբել (նախագահ)։

Редакционная коллегия: В.А.Амбарцумян, Г.С.Бмсноватый—Коган, В.Г.Горбачский (зам. главного редактора), В.И.Гринин, В.В.Иванов, А.Т.Каллоглян (отвст. секретарь), Н.С.Кардашев, А.Г.Масевич, Л.В.Мирзоян (главный редактор), Г.С.Саакян, В.Ю.Теребиж.

Редакционный совет: В.А.Амбарцумян, А.А.Боярчук, И.М.Копылов, Л.В.Мирзоян, В.В.Соболев (председатель), Е.К.Харадзе.

«АСТРОФИЗИКА» — научный журнал, издаваемый Национальной Академией наук Республики Армения. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой. Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

«ԱՍՏՂԱՖԻԶԻԿԱ» — ն գիտական հանդես է, որը հրատարակում է Հայաստանի Հանրապետության Գիտությունների Ազգային ակադեմիան: Հանդեսը տպագրում է ինքնատիպ հոդվածներ աստղերի ֆիզիկայի, միգամածությունների ու միջաստղային միջավայրի ֆիզիկայի, աստղաբաշխության և արտագալակտիկական աստղագիտության, ինչպես նաև աստղաֆիզիկային սահմանակից բնագավառների գծով: Հանդեսը նախատեսված է գիտական աշխատողների, ասպիրանտների եւ բարձր կուրսերի ուսանողների համար:

УДК: 524. 72

НОВЫЕ ДАННЫЕ О ПЕРЕМЕННОСТИ СПЕКТРА КАЗ 163

М.А.КАЗАРЯН, П.РАФАНЕЛЛИ, В.С.ТАМАЗЯН, М.ТУРАТТО

Поступила 1 декабря 1993
Принята к печати 15 января 1994

Приведены результаты новых спектральных наблюдений сейфертовского компонента тесной двойной галактики с УФ избытком Каз 163. Получены два новых спектра в 1986 и 1993гг. на 3-м телескопе Ликской обсерватории и 1,8-м телескопе в обсерватории Азиаго, соответственно.

Показано отсутствие кратковременной (около 1 месяца) переменности в спектре. Эмиссионные линии $\text{H}\beta\lambda$ 4866 и $\text{H}\alpha\lambda$ 5876 между 1984 и 1986гг. значительно усилились.

1. *Введение.* Как известно, среди галактик с ультрафиолетовым (УФ) избытком наиболее активными являются галактики типа Сейферта, в ядрах которых часто протекают активные процессы: выбрасываются голубые компактные образования, струи и т.д., иногда происходят взрывы.

Среди сейфертовских галактик встречаются физические пары, оба компонента которых типа Сейферта, а также пары где один из компонентов является нормальной галактикой.

Изучение таких пар, компоненты которых, по всей вероятности имеют общее происхождение, но по своей активности совершенно разные, может пролить свет на процесс эволюции как отдельных компонентов, так и системы в целом.

С этой точки зрения заслуживает внимания система Каз 163, которая является весьма тесной двойной галактикой, один из компонентов которой является галактикой типа Sy 1.5, а другой — нормальной эллиптической галактикой [1,2].

С 31 октября 1981г. до 6 июня 1986 г. на 6-м телескопе САО РАН были получены 14 спектров сейфертовского компонента галактики Каз 163. Анализ результатов этих наблюдений, приведенный в [3], показал, что в 1981г. в ядре сейфертовского компонента наблюдался взрыв, в 1984г. следы этого взрыва



почти полностью исчезли. Наблюдения, проведенные 6 июня 1986г., подтвердили этот результат. В [3] приведены профили линий и некоторые другие данные, которые показали существенные изменения.

Настоящая статья посвящена сравнению данных новых наблюдений с данными, опубликованными в работах [2,3].

2. *Общие сведения о галактике с УФ избытком Каз 163.* Красное смещение обоих компонентов совпадает и равно 0.063, а абсолютные величины соответственно сейфертовского и эллиптического компонентов составляют $M_{PB} = -21^m.3$ и $-19^m.5$ [2]. Расстояние между компонентами в проекции составляет около 9 секунд дуги или 11 кпк. Такие же и размеры самих компонентов.

Интегральная яркость сейфертовского компонента в лучах B составляет $15^m.3$, а показатели цвета $U - B = -0^m.50$, $B - V = +0^m.46$. Несколько голубее его ядро: $U - B = -0^m.63$, $B - V = +0^m.42$ [4].

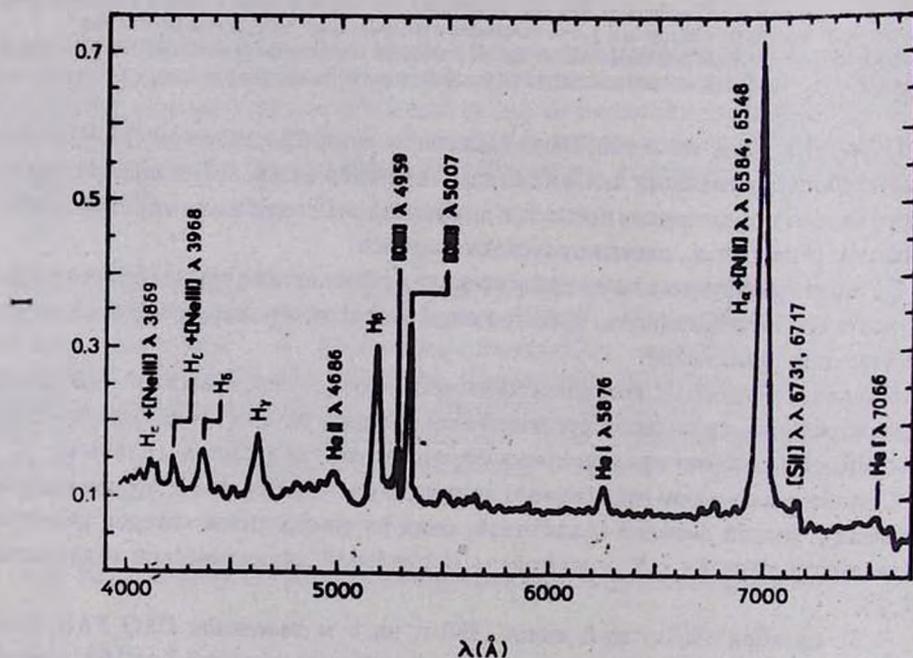


Рис. 1. Спектр Каз 163, полученный 3 июля 1986г. на 3-м телескопе ликской обсерватории. Интенсивности по оси ординат в $(\text{эрг}/\text{см} \text{Å}) \cdot 10^{-14}$.

Показатели цвета эллиптического компонента $U - B = +0^m.19, B - V = +0^m.70$ [4] характерны для обычных эллиптических галактик.

В последнее время стали доступными новые данные об УФ спектре Каз 163. В апреле 1988г. были получены 2 ее спектра в диапазоне $1200-3200 \text{ \AA}$ при помощи станции IUE [5]. На усредненном спектре, приведенном в каталоге [5], уверенно выделяются присущие сейфертовским галактикам эмиссии в L_{α} , CIV $\lambda 1549$, ряд других эмиссионных линий, а также сильное поглощение в линии Mg II $\lambda 2798 \text{ \AA}$.

3. Наблюдения и обработка спектров. В настоящей работе использованы два новых щелевых спектра сейфертовского компонента галактики Каз 163. Один из них был получен 3 июля 1986г. в кассегреновском фокусе 3-м телескопа им. Шейна Ликской обсерватории, при помощи трехфазного ПЗС "Тексас Инстру-

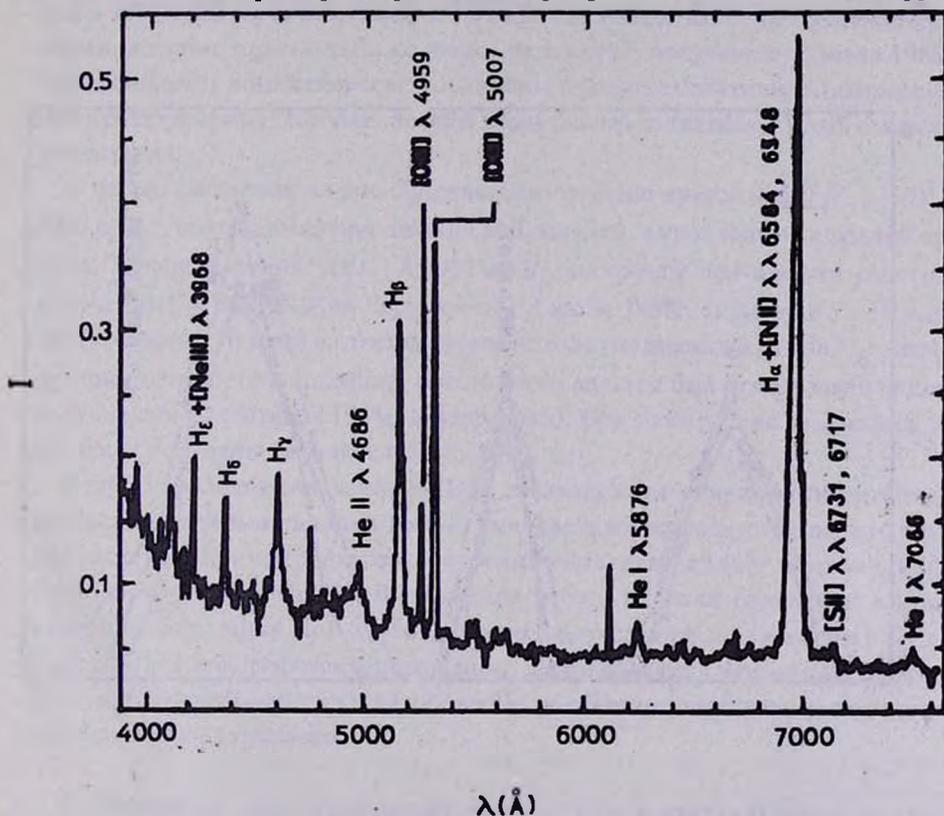


Рис.2. Спектр Каз 163, полученный 27 июля 1993г. на 1.8-м телескопе обсерватории Азиаго. Интенсивности по оси ординат в $(\text{эрг}/\text{см} \text{ \AA}) \cdot 10^{-14}$.

мент — 800", с размером элемента 15μ , в режиме "грим мод" [6,7]. Спектральный диапазон этого спектра $4000-7500 \text{ \AA}$, а спектральное разрешение, определенное при помощи линий сравнения, около 15 \AA .

Щель шириной $2''$ была ориентирована по позиционному углу 15° , а масштаб вдоль щели составляет 0.7 сек/элемент .

Спектр калиброван, откорректирован и обработан при помощи пакета программ "ВИСТА" Лилкской обсерватории [8]. На рис.1 приведен этот спектр.

На рис. 2 приведен второй спектр галактики Каз 163, который был получен на 1.8-м телескопе обсерватории Азиаго, 19 июля 1993г., со спектрографом Боллера-Чивевса с дифракционной решеткой 300 мт/мм и ПЗС. Его спектральный диапазон $3600-7600 \text{ \AA}$, а разрешение 11.5 \AA .

Обработка и исправление спектров проводились по стандартной программе ЕЮО "МИДАС".

Полуширины спектральных линий FWHM определялись по формуле

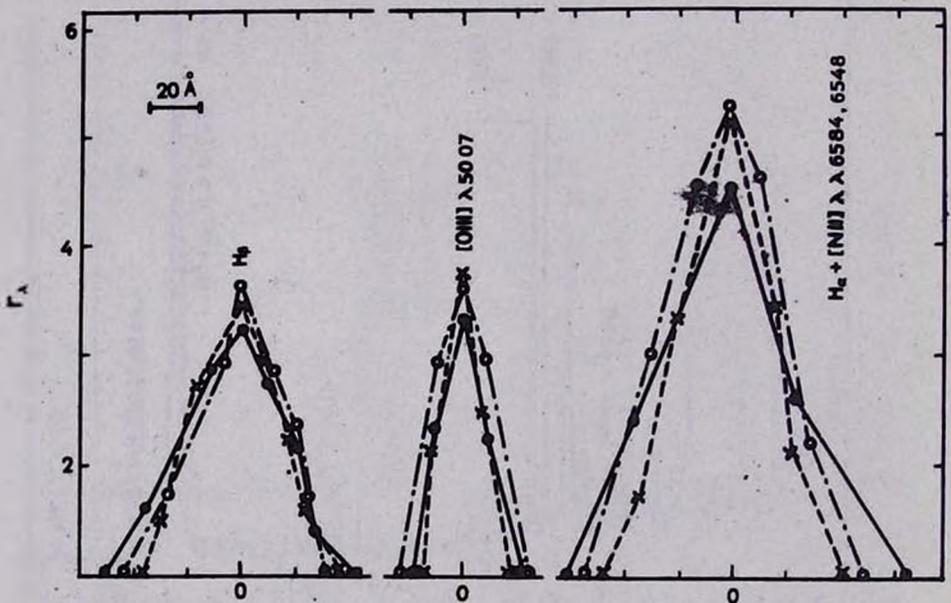


Рис.3. Профили некоторых эмиссионных линий в спектре Каз 163 в различные годы.

$$FWHM = \sqrt{(FWHM)_{\text{набл.}}^2 - (FWHM)_{\text{инстр.}}^2}$$

4. *Результаты.* На обоих спектрах, приведенных на рис. 1 и 2 наиболее сильными являются линии бальмеровской серии водорода вплоть до H_{ξ} , которые заметно шире линий [OIII] $\lambda\lambda$ 5007, 4959 \AA . Широки также линии HeII λ 4686 \AA и HeI λ 5876 \AA . Можно утверждать, что на спектрах, полученных 3 июля 1986г. и 19 июля 1993г. присутствуют линии [NeIII] $\lambda\lambda$ 3968, 3869, которые сливаются с линиями H_{γ} и H_{ξ} соответственно.

Дублет [NII] $\lambda\lambda$ 6584, 6548 \AA полностью слит с мощной линией H_{α} , а дублет серы [SII] $\lambda\lambda$ 6731, 6717 \AA , хотя уверенно отождествляется, из-за низкого разрешения не разделяется на отдельные компоненты. Среди слабых линий отметим HeI λ 7066 \AA , которая более уверенно выделяется на спектре, полученном в 1993 г. Следует отметить, что в этом же спектре заметны абсорбционные линии, которые практически не видны на спектре, полученном 3 июля 1986 г. Появление этих линий скорее всего связано с не вполне идентичным положением щели спектрографа, которая, по всей вероятности, захватила и часть северного компонента.

С целью сравнения на рис. 3 приведены профили ярких линий H_{α} , [OIII] λ 5007 и H_{β} , построенные при помощи наблюдений, выполненных в разные времена. Профили линий [OIII] λ 5007 и H_{β} построены при помощи спектров, полученных 6 июня 1986г. (кружочки), 3 июля 1986г. (крестики) и 19 июля 1993г. (точки). Первый из этих спектров не охватил диапазон линии H_{α} , поэтому при построении ее профиля вместо этого спектра был использован спектр, полученный 30 сентября 1984г. (квадратики). Оба спектра, как отмечалось выше, были получены на 6-м телескопе САО.

В табл.1 приведены значения FWHM, эквивалентных ширин и относительных интенсивностей эмиссионных линий, вычисленных по выше отмеченным четырем спектрам. Данные спектров, полученных 30 сентября 1984г. и 6 июня 1986г., были взяты из работы [3]. В последней работе не были приведены данные, относящиеся к линии HeII λ 4686, которые вычислялись и приведены в табл.1. Заметим, что все профотометрированные линии являются наиболее сильными в спектрах, что позволяет избежать больших ошибок при определении спектрофотометрических параметров.

5. *Обсуждение.* Как было сказано выше, в 1981г. в ядре сейфертовского компонента галактики Каз 163 произошел взрыв. У каждой эмиссионной линии, наблюдавшейся в его спектре как в коротковолновой, так и в длинноволновой

сторонах появились компоненты [2]. Наблюдения, проводимые в 1984г. показали, что эти компоненты исчезли [3]. Данные, приведенные в настоящей работе, позволяют судить о дальнейшем развитии спектральных характеристик сейфертовского компонента галактики Каз 163 не только в длительном, а также коротком промежутке времени. Например, между 6 июня и 3 июля 1986г., т.е. короче одного месяца. Весь наблюдательный период спектра Каз 163 охватывает более 12 лет.

Сравнивая данные, полученные в этом промежутке времени, можно судить о переменности разных характеристик этой галактики.

Таблица 1

ШИРИНЫ FWHM, ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ШИРИНЫ
И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ИНТЕНСИВНОСТИ УФ ГАЛАКТИКИ КАЗ 163

| Июн | | F W H M (км /с) | | | | W_{λ} (А) | | | | $I_{H_{\alpha}} / I_{H_{\beta}}$ | | | | |
|--------------|------|-----------------|------|------|------|-------------------|------|------|------|----------------------------------|------|------|------|------|
| | | сент. | июнь | июль | июль | сент. | июнь | июль | июль | сент. | июнь | июль | июль | |
| | | 1984 | 1986 | 1986 | 1993 | 1984 | 1986 | 1986 | 1993 | 1984 | 1986 | 1986 | 1993 | |
| [NII] | 6584 | | | | | | | | | | | | | |
| H_{α} | 6563 | 1370 | | 1610 | 1680 | 150 | | 167 | 181 | 2.9 | | 2.72 | 2.83 | |
| [NII] | 6548 | | | | | | | | | | | | | |
| HeI | 5876 | | | 1340 | 1200 | | | 10.9 | 10.0 | | | 0.18 | 0.16 | |
| [OIII] | 5007 | 650 | 710 | 520 | 480 | 26 | 60 | 46.3 | 54.9 | 0.50 | 0.86 | 0.72 | 0.82 | |
| [OIII] | 4959 | 540 | 600 | 490 | 480 | 8 | 19 | 14.7 | 15.8 | 0.17 | 0.27 | 0.22 | 0.24 | |
| H_{β} | 4861 | 1540 | 1540 | 1630 | 1370 | 45 | 70 | 68.8 | 64.3 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | 1.0 | |
| HeII | 4686 | | 1400 | 1250 | 1100 | | | 8.1 | 10.1 | 11.0 | | 0.15 | 0.12 | 0.10 |

Рассмотрение рис.3 и данных табл.1 показывает, что за период между 6 июня и 3 июля 1986г. профили линий [OIII] λ 5007 и H_{β} , а для линии H_{α} между 30 сентября 1984г. и 3 июля 1986г. остались практически неизменными. В пределах ошибок в этом промежутке времени совпадают также значения эквивалентных ширин и относительных интенсивностей линий, причем значения последних величин оставались стабильными и за весь период наблюдений. Эквивалентные ширины линий значительно уменьшились от 1982г. до 1984г., после чего до 1993г. они почти оставались стабильными.

Следует подробнее остановиться на линиях HeII λ 4686 и HeI $\lambda\lambda$ 5876 и 7066А, наблюдаемых в 1986 и 1993гг., которые не упоминаются в [2,3]. Как

показал просмотр спектров, полученных до 1984г. включительно эти линии являлись весьма слабыми. На спектре, полученном в июне 1986г., линия HeII λ 4686 \AA значительно интенсивнее, чем предыдущие годы. К сожалению, линия HeI λ 5876 была вне наблюдаемого диапазона, проводимого 6 июня 1986г. Эквивалентная ширина и относительная интенсивность линии HeII λ 4686, вычисленные при помощи этого спектра уже составляла 8 \AA и 0.15 соответственно. Как видно из табл. 1 эти величины не изменялись до 3 июля того же года и далее до 1993г.

Таким образом, можно констатировать, что значительное усиление интенсивности линий гелия произошло после 1984г., т.е. после отмеченного в [3] значительного уменьшения эквивалентных ширин всех линий в период между 1982 и 1984гт. По-видимому, интенсивность линии HeI λ 7066 \AA несколько увеличилась к 1993г., хотя она остается еще довольно слабой и эта оценка носит лишь качественный характер и нуждается в проверке.

6. *Заключение.* Проведенное исследование сейфертовского компонента УФ галактики Каз 163 приводит к следующим основным выводам:

- 1) В 1981г. в его ядре наблюдался взрыв.
- 2) Его спектральные характеристики потерпели существенные изменения в промежутке времени между 1982 и 1984гт., причем эквивалентные ширины после 1982г. уменьшились, контуры линий также сильно изменились.
- 3) После 1984г. физические параметры, а также контуры линий практически не изменились. Естественна также их стабильность в коротком промежутке времени (от 6 июня до 3 июля 1986гт.).
- 4) После значительного уменьшения эквивалентных ширин линии в спектре галактики между 1982 и 1984 гт. (при постоянстве значений относительных интенсивностей и FWHM) заметно усилились линии HeII λ 4686 и HeI λ 5876 \AA , которые с 1986г. по 1993 г. остаются неизменными.

Один из авторов (Т.В.С.) выражает благодарность руководству и сотрудникам обсерваторий Азиаго и г. Падуа за гостеприимство и создание наилучших условий для работы.

Ереванский государственный университет
 Кафедра астрономии университета г. Падуа, Италия
 Астрономическая обсерватория г. Падуа, Италия

NEW DATA ON SPECTRAL VARIABILITY OF KAZ 163

M.A.KAZARIAN, P.RAFANELLI, V.S.TAMAZIAN, M.TURATTO

The results of new spectral observations of Seyfert component of close double galaxies with UV excess Kaz 163 are presented. Two new spectra were obtained in 1986 and 1993 with 3-m telescope of Lick observatory and 1.8-m telescope of Asiago observatory respectively.

It is shown the absence of short-term (about one month) variability in the spectrum. The emission lines He II λ 4686 and He I λ 5876 were significantly stronger.

ЛИТЕРАТУРА

1. М.А.Казарян, *Астрофизика*, 15, 193, 1979.
2. М.А.Казарян, *Астрофизика*, 19, 411, 1983.
3. М.А.Казарян, В.С.Тамазян, Э.Л.Карапетян, *Астрофизика*, 31, 219, 1989.
4. М.А.Казарян, В.С.Тамазян, *Письма в АЖ*, 10, 815, 1984.
5. IUE—ULDA Access Guide N4 AGN, ESA SP 1153, p.644, 1992.
6. T.R.Lauer, J.S.Miller, C.S.Osborne, L.B.Robinson, R.J.Stover, *Proc. SPIE* 445, 132, 1984.
7. J.S.Miller, R.P.S.Stone, *Lick Obs. Tech. Rep. N48*, 1987.
8. D.E.Osterbrock, M.M.De Robertis, *Publ. Astron. Soc. Pacific*, 97, 1129, 1985.

УДК: 524.77

GALAXY CLUSTER ABELL 98

A. T. KALLOGHLIAN, D. NANNI, E. H. NIKOGHOSSIAN, A. VIGNATO

Received 10 January 1994

The results of *B* and *V* photometry of 594 galaxies in the field of A98 cluster are presented. The plate material is obtained with the 2.6m telescope of the Byurakan Astrophysical Observatory. The galaxy distribution, luminosity function and colour distribution constructed for A98 as a whole and A98S and A98N components show that the A98N component apparently is not an individual cluster as it was suggested earlier but only a condensation of galaxies in the cluster A98 like to condensations in many other clusters.

1. *Introduction.* The galaxy cluster Abell 98 belongs to richness class 3 and distance class 5 according to Abell [1]. Its Bautz–Morgan type is II–III [2], the redshift $z = 0.1033$ [3]. The optical and X-ray data show that the cluster consists of two main components with an angular separation between centers equal to about $10'$ and Bautz–Morgan classes I–II and II respectively [4]. They are designated as A98N and A98S. The redshifts of these two subclusters are 0.1038 and 0.1035. The component A98N is less populated than A98S which is located at the nominal cluster position. The spectra obtained by Henry et al [4] show no evidence for existence of any active galactic nuclei or QSO in the region of A98N. So the X-ray source detected at its position can be identified with the subcluster itself.

The coordinates and *F*–magnitudes of about 400 possible cluster galaxies have been determined by Dressler [5] and the luminosity function has been constructed. It was shown that the luminosity function is too steep at the bright end.

The magnitudes of brightest cluster galaxies in more than one colour band have been determined by Sandage [6], Schneider et al [3].

In this article the results of *B* and *V* two-colour photometry of about 600 galaxies in the region A98 brighter than $V = 20^m.0$ are presented. We discuss some brightness and colour properties of galaxies in both N and S components.

2. *Observations and reduction procedure.* The plates in *B* and *V* bands were obtained with the 2.6m telescope of the Byurakan Observatory of the National Academy of Sciences of Armenian Republic. ZU-21 ORWO emulsions with blue filter have been used for *B* band and 103aD emulsions in combination with yellow filter for *V* band. In every colour one plate of good quality has been elaborated. The instrumental colour system is very near to the standart *B, V* system. The plates were calibrated with the spot sensitometer printed on the blank parts of the plates with cluster image.

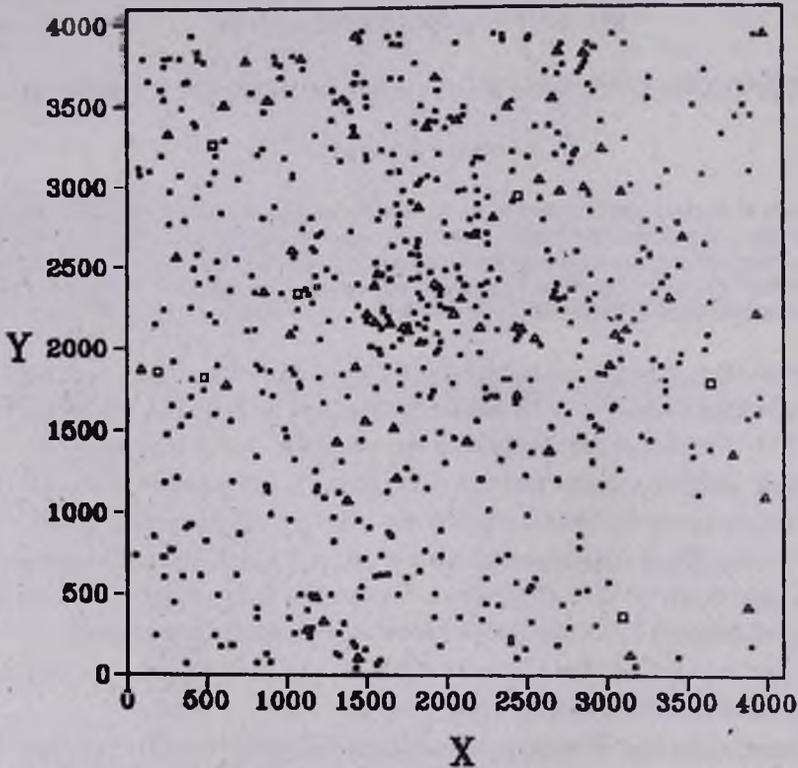


Fig.1. The galaxy cluster A98. The X and Y coordinates are in pixels.

The plates were scanned by the Rome Observatory PDS 1010G micro densitometer at Monteporzio in transparency mode. The aperture used was a square of $25 \mu m$ dimensions; $20 \mu m$ were the *X* and *Y* steps. The scanning provides a matrix of 4000×4000 pixels corresponding to an angular dimensions of $27' \times 27'$. As

photometrical zero points the B and V magnitudes of brightest galaxy taken from Sandage [6] were used.

The calibration method, searching algorithm and star-galaxy separation are described by Iannicola et al [7]. 594 galaxies with $V \leq 20.0$ mag have been identified in the scanned field. For all of these galaxies B and V magnitudes were obtained. The map of galaxies is given in Fig. 1. The coordinates are in pixels. The list of these galaxies is presented in Table 1.

3. Results.

3.1. *The luminosity function.* As it was shown by Dressler [5] the luminosity functions of many clusters have too steep bright ends, or alternatively, the faint ends

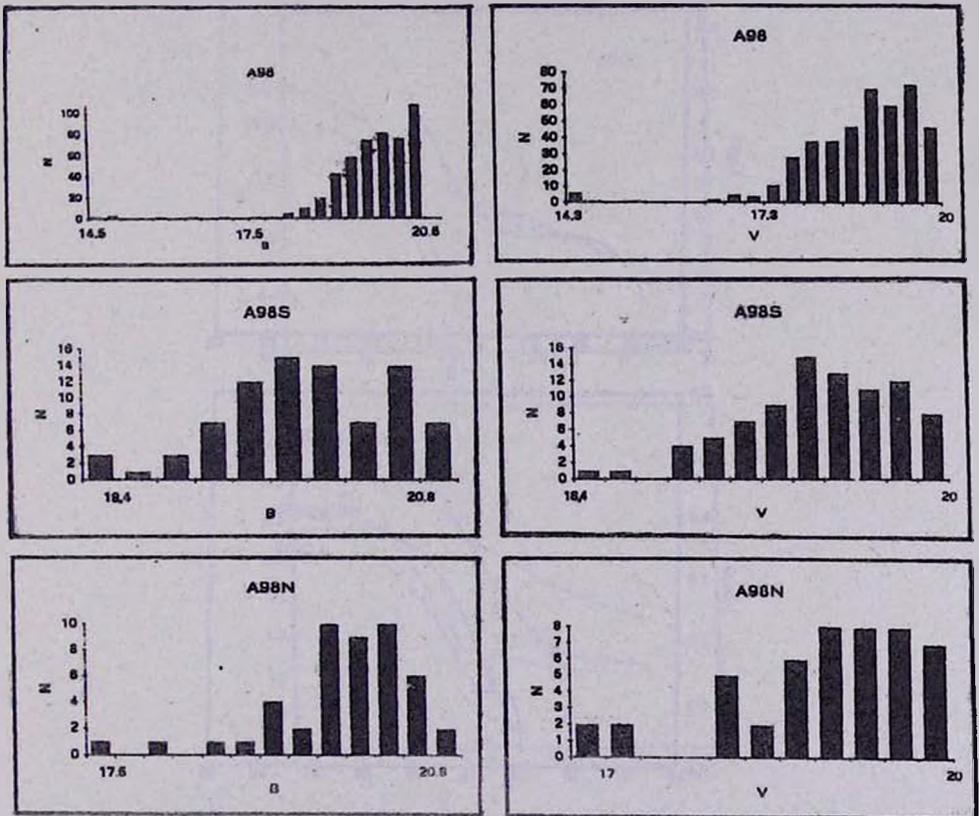


Fig.2. Differential luminosity functions of A98, A98S and A98N in B and V bands corrected for the density of field galaxies.

are rising more slowly than it would be expected from the appearance of the bright ends. This type of deviations from the proposed form show many clusters, in particular, the cluster A98.

The differential and integral luminosity functions for both B and V bands are given in Fig. 2 and 3. Counts were corrected for field galaxies according to the data given by Oemler [8] equal to 0.22 galaxies per square arcmin up to $m = 19.2$ which corresponds to about $V = 20.0$. The galactic absorption is negligible.

The maxima in differential function extend till 20.5 and 19.7 mag in B and V respectively. There is a flat tail at the bright end of the function in both B and V . Redshifts are needed to decide if these bright galaxies which are out of central parts

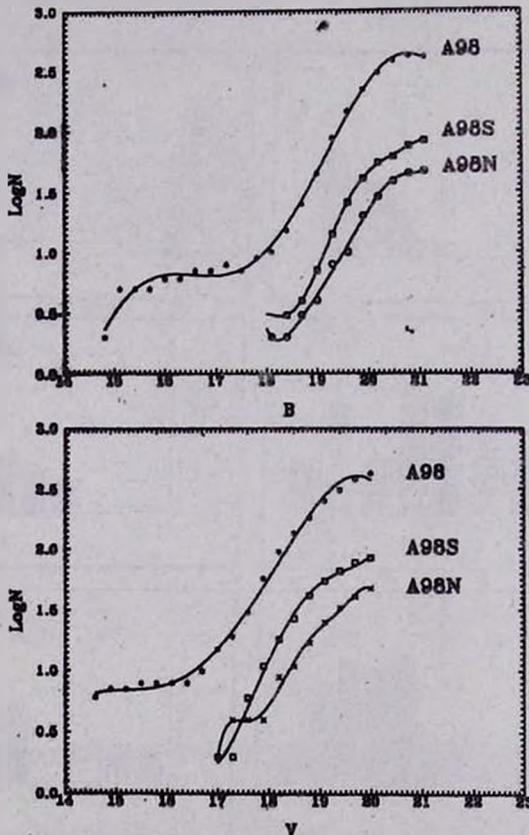


Fig.3. Integral luminosity functions of A98, A98S and A98N in B and V bands corrected for the density of field galaxies.

of the cluster, are cluster members. It is important to note that the central galaxies in A98S and A98N are of 16.3 mag in V and are much fainter than the brightest galaxy in the field.

There is no secondary maximum in differential luminosity function neither in B nor in V as it was suggested by Abell [9] for many clusters.

Consequently there is no obvious break in the integral luminosity function. According to Dressier [5] there are some deviations from Schechter's function too. For characteristic absolute magnitude M^* in F band Dressler has found -22.5 mag which corresponds to -21.7 mag in V band. In Fig.3 it corresponds to $V = 17.2$ mag if we adopt $m-M = 38.9$ for the cluster ($H = 50$ km/s/Mpc). A simple inspection of our curves shows no changing of slope at this magnitude. To our

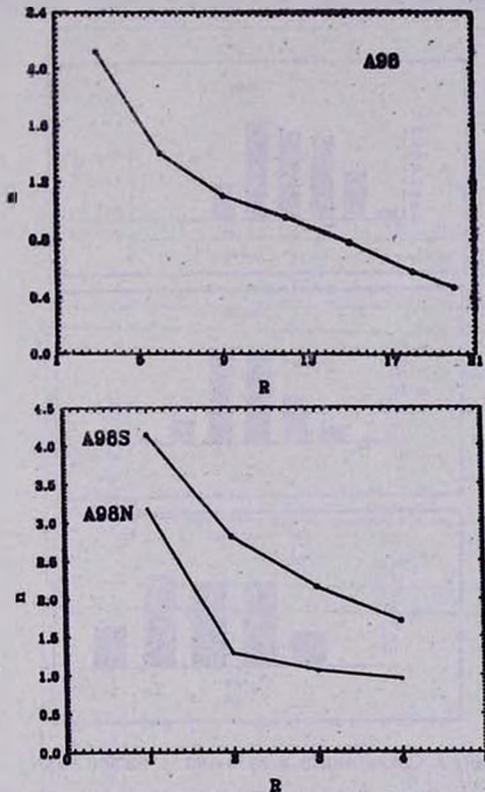


Fig.4. The galaxy distribution for A98, A98S and A98N. On Y-axis are the number of galaxies in arc-min⁻² in the given radius R (arcmin).

impression it is true also for the luminosity function constructed by Dressler (see Fig.4 of his article).

According to Beers et al [10] the cluster has been divided into two parts by drawing an E-W line intersecting the region of X-ray and bright galaxy density minimum between subclusters. The diameter of each circle centered on the dominant galaxy of each subcluster was about 9 arcmin. On our plates around the dominant galaxy of A98N we may draw a circle of 7.7 arcmin in diameter. A circle of the same size has been drawn around the brightest galaxy in A98S. None of the considered galaxies are included simultaneously in both components. In this way the total number of galaxies brighter than $V = 20$ is 86 and 48 in A98S and A98N components respectively. Thus the S-component is about twice more populated than N-component.

Fig.2 and 3 show the luminosity functions of A98S and A98N components. The background corrections are negligible and are not applied. Besides of differences in

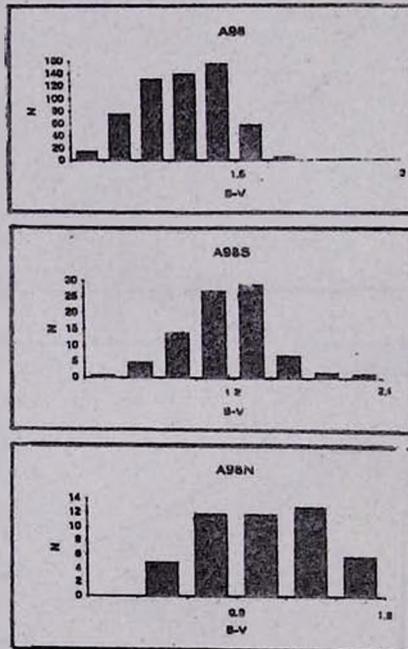


Fig.5. Colour distributions in A98, A98S and A98N.

population there are no other valuable differences between two distributions in both colours. The brightest galaxies are of the same magnitude.

3.2. *Galaxy distribution.* We have calculated the angular distances of galaxies from the centers of *S* and *N* components in arcminutes to study the azimuthally averaged distribution of galaxies. For galaxies of the cluster A98 as a whole the distances have been calculated from the nominal center of the cluster which coincides with the center of *S*-component. The azimuthally averaged distributions for all of three samples for galaxies brighter than $V = 20$ mag are given in Fig.4. On *X*-axis the distances *R* from corresponding centers are plotted in arcmin, while *Y*-axis shows the number of galaxies in arcmin averaged in a given radius. We see that the galaxy density in A98N is systematically lower than A98S. Besides at $R = 2$ arcmin the density in A98N drops more sharply than in A98S. The galaxy density in the cluster A98 as a whole is changing gradually without any secondary maximum which might occur due to the existence of *N*-component if the latter had a high galaxy density.

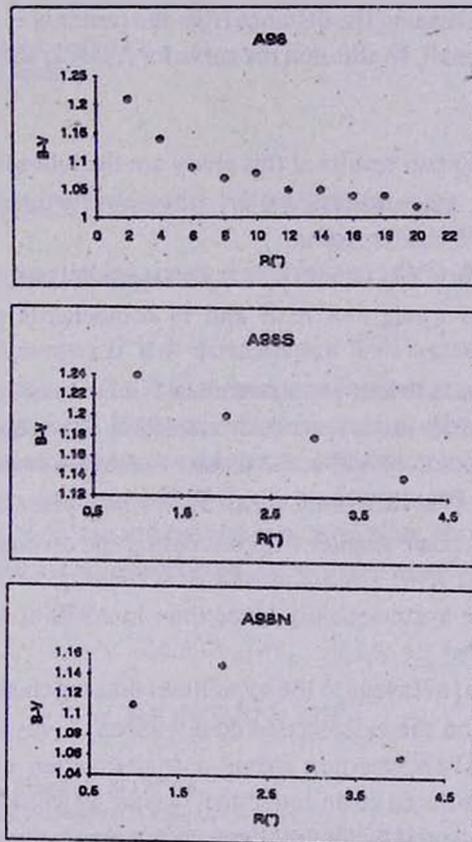


Fig.6. Dependence of $B-V$ colour on the distance from the centers of A98, A98S and A98N. Colours are averaged in the given radius R . The upper scale of *X*-axis refers to A98, the lower - to A98S and A98N.

3.3. *Colour distribution.* Colour distributions in A98, A98S and A98N are given in Fig.5. The galaxies were counted in bins of width 0.3 mag. In all three cases most of galaxies are concentrated in the interval $0.6 < B - V < 1.5$. As the A98 and A98S centers coincides the colour distributions of both samples are similar to each other. The distribution for galaxies in A98N is more flat than the other two. The mean colour index $B - V$ for A98N is $1^m.06 \pm 0^m.06$, for A98S $-1^m.16 \pm 0^m.36$ and for A98- $1^m.06 \pm 0^m.14$. Galaxies in A98N are in the mean slightly more blue than in A98S. It is important to note that the cluster A98 as a whole has in the mean a smaller colour index $B - V$ than A98S which is the central condensation of A98. This kind of distribution of colours is typical for many clusters. We looked for the dependence of $B - V$ on the distance from the center of each of three samples. These relations are shown in Fig.6. In all three cases there is a well defined tendency for $B - V$ to become bluer with increasing the distance from the center of each sample though the range of variation is small. In addition the curve for A98N is sistematically lower than for A98S.

4. *Discussion.* The main results of this study are the followings.

1. B and V magnitudes of 594 automatically identified galaxies have determined in the A98 cluster region.

2. The luminosity function in both colour bands, radial and colour distributions of galaxies in A98 as a whole and in S and N components separately have been investigated.

3. The N-component is less populated than the S-component. There is a sharp increase of galaxy density to the central parts of A98N. No secondary maximum exists in the density distribution of A98 at the distance of A98N component.

4. The galaxies in A98N are in the mean by 0.1 mag bluer than in A98S. There is a trend of $B - V$ to become smaller with increasing the distance from the centers of each of three samples A98, A98S and A98N. According to these distributions the galaxies in A98N are systematically bluer than in A98S at all distances from the corresponding centers.

The main argument in favour to the hypothesis that the cluster A98 consists of two subclusters is based on the existence of double lobed X-ray emission. There is no doubt that at the A98N position exists a condensation of galaxies. May this condensation be considered as an individual cluster which is in process of merging with A98S?. To our opinion the optical data are not conclusive for such a suggestion.

First of all the cluster A98 as a whole has a galaxy density distribution, a colour distribution and a luminosity function usual for normal clusters with only one center

of concentration. On the other hand the A98N component is not a rich one to be an individual cluster; in the mean the galaxies in A98N have a little lower value of $B - V$ than galaxies in A98S component. This is consistent with the fact that at the distance of A98N from the nominal center of A98 the colours of galaxies are bluer than at it's central parts. In addition if we exclude a few galaxies from the central parts of A98N the galaxy density drops significantly (Fig.4) and hardly one can recognize any cluster at it's position.

Thus the optical data give evidences to the suggestion that A98N component is only a condensation in the cluster A98 like to condensations in many other clusters. The existence of a relatively strong X-ray source at the position of A98N needs apparently another explanation than the merging process.

Acknowledgments. A. T. K is indebted to CNR of Italy for financial support. We are thankful to H. Poghosian for his invaluable help with observations.

Byurakan Astrophysical Observatory
Osservatorio Astrofisico di Roma

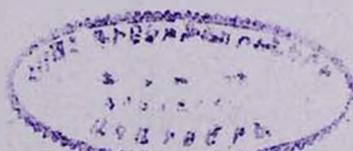
СКОПЛЕНИЕ ГАЛАКТИК А98

А. Т. КАЛЛОГЛЯН, Д. НАННИ, Е. Г. НИКОГОСЯН, А. ВИНЬЯТО

Представлены результаты B и V фотометрии 594 галактик в области скопления А98. Снимки получены на 2.6м телескопе Бюраканской астрофизической обсерватории. Исследование распределения галактик, функции светимости и распределения цветов как в самом скоплении А98, так и в компонентах А98S и А98N показывает, что компонент А98N, по-видимому, не является индивидуальным скоплением, как это предполагается, а только сгущением галактик в скоплении А98, подобным сгущениям во многих других скоплениях.

REFERENCES

1. G. O. Abell, *Astrophys. J. Suppl.*, 3, 211, 1958.
2. L. P. Bautz, W. W. Morgan, *Astrophys. J.* 162, L149, 1970.
3. D. P. Schneider, J. E. Gunn, J. G. Hoessel, *Astrophys. J.* 264, 337, 1983.
4. J. P. Henry, M. J. Henriksen, P. A. Charles, J. R. Thorstensen, *Astrophys. J.* 243, L137, 1981.
5. A. Dressler, *Astrophys. J.* 223, 765, 1978.



6. *A.Sandage*, *Astrophys. J.* 183, 721, 1973.
7. *G.Iannicola, A.Kalloghlian, D.Nanni, A.Vignato*, *Astron.Astrophys.* 182, 189, 1987.
8. *A.Oemler*, *Astrophys. J.* 194, 1, 1974.
9. *G.O.Abell*, in *IAU Symp. N 15, Problems of ExtraGalactic Research.* ed. *G.C.Mc Vittle*, New York, Macmillan, 1962, p.213.
10. *T.C.Beers, M.J.Geller, J.P.Huckra*, *Astrophys. J.* 257, 23, 1982.

Table 1

RECTANGULAR COORDINATES, MAGNITUDES AND COLOURS
OF GALAXIES IN THE A98 CLUSTER FIELD

| N: | X | Y | V | B-V | N: | X | Y | V | B-V |
|----|------|-----|-------|------|----|------|-----|-------|------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 1437 | 47 | 18.88 | 1.75 | 26 | 2400 | 235 | 19.78 | 0.78 |
| 2 | 3173 | 61 | 19.53 | 0.81 | 27 | 1142 | 240 | 19.44 | 1.14 |
| 3 | 1561 | 69 | 19.46 | 0.80 | 28 | 184 | 245 | 19.80 | 1.40 |
| 4 | 368 | 71 | 19.31 | 0.45 | 29 | 549 | 247 | 19.72 | 0.03 |
| 5 | 812 | 75 | 19.65 | 0.51 | 30 | 1327 | 260 | 18.17 | 1.28 |
| 6 | 894 | 83 | 19.32 | 1.80 | 31 | 1047 | 263 | 19.12 | 0.98 |
| 7 | 1589 | 96 | 18.32 | 1.33 | 32 | 1123 | 288 | 17.97 | 1.52 |
| 8 | 2435 | 111 | 18.43 | 1.18 | 33 | 1156 | 294 | 18.99 | 1.64 |
| 9 | 1446 | 112 | 17.88 | 1.25 | 34 | 2764 | 299 | 19.89 | 0.40 |
| 10 | 3443 | 117 | 19.12 | 0.69 | 35 | 2926 | 314 | 19.42 | 0.47 |
| 11 | 1325 | 122 | 18.38 | 1.66 | 36 | 1360 | 325 | 19.39 | 1.22 |
| 12 | 3143 | 135 | 17.55 | 1.16 | 37 | 1230 | 341 | 16.93 | 1.56 |
| 13 | 971 | 132 | 19.07 | 0.96 | 38 | 2219 | 345 | 19.03 | 0.86 |
| 14 | 1309 | 139 | 19.29 | 0.87 | 39 | 1019 | 356 | 18.83 | 0.89 |
| 15 | 1492 | 160 | 20.03 | 0.75 | 40 | 812 | 358 | 18.65 | 0.45 |
| 16 | 2492 | 167 | 18.16 | 1.23 | 41 | 2077 | 363 | 19.25 | 0.51 |
| 17 | 586 | 181 | 19.69 | 0.54 | 42 | 1924 | 363 | 18.31 | 1.42 |
| 18 | 1429 | 179 | 18.97 | 1.17 | 43 | 3098 | 366 | 14.40 | 0.42 |
| 19 | 659 | 187 | 19.02 | 1.25 | 44 | 1129 | 405 | 18.78 | 1.04 |
| 20 | 2691 | 190 | 19.74 | 0.60 | 45 | 812 | 412 | 18.15 | 0.73 |
| 21 | 3903 | 189 | 18.10 | 0.15 | 46 | 2320 | 433 | 19.21 | 2.49 |
| 22 | 1956 | 186 | 19.10 | 0.76 | 47 | 3884 | 434 | 16.73 | 0.38 |
| 23 | 1957 | 187 | 19.01 | 1.43 | 48 | 2717 | 438 | 19.97 | 0.43 |
| 24 | 2400 | 202 | 18.57 | 0.85 | 49 | 2246 | 441 | 19.81 | 0.81 |
| 25 | 1417 | 206 | 18.89 | 0.89 | 50 | 295 | 450 | 19.31 | 1.01 |

Table 1 (continued)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----|------|-----|-------|------|-----|------|------|-------|------|
| 51 | 1460 | 485 | 19.64 | 0.60 | 79 | 228 | 727 | 19.67 | 0.85 |
| 52 | 1183 | 489 | 17.69 | 1.28 | 80 | 57 | 735 | 19.38 | 0.51 |
| 53 | 1083 | 497 | 19.71 | 1.32 | 81 | 1591 | 736 | 18.16 | 1.33 |
| 54 | 1152 | 496 | 19.53 | 0.61 | 82 | 1967 | 737 | 19.78 | 1.31 |
| 55 | 569 | 494 | 19.21 | 1.39 | 83 | 2384 | 743 | 19.17 | 1.66 |
| 56 | 1276 | 497 | 18.36 | 1.00 | 84 | 1862 | 764 | 18.76 | 2.53 |
| 57 | 1703 | 500 | 18.76 | 1.47 | 85 | 279 | 770 | 18.52 | 0.55 |
| 58 | 1829 | 504 | 19.39 | 0.95 | 86 | 2829 | 783 | 19.05 | 1.06 |
| 59 | 2823 | 511 | 18.38 | 0.86 | 87 | 1293 | 823 | 18.44 | 1.53 |
| 60 | 2513 | 525 | 18.76 | 0.69 | 88 | 494 | 828 | 19.60 | 1.50 |
| 61 | 2879 | 527 | 19.96 | 0.06 | 89 | 167 | 855 | 19.60 | 0.70 |
| 62 | 2527 | 549 | 19.72 | 1.53 | 90 | 1656 | 857 | 18.85 | 1.65 |
| 63 | 1468 | 547 | 19.06 | 0.77 | 91 | 2830 | 865 | 19.39 | 0.87 |
| 64 | 2436 | 569 | 19.03 | 1.26 | 92 | 704 | 871 | 19.83 | 0.80 |
| 65 | 3011 | 576 | 18.89 | 0.71 | 93 | 1635 | 875 | 19.65 | 0.52 |
| 66 | 2242 | 597 | 20.00 | 1.75 | 94 | 1966 | 889 | 19.40 | 0.59 |
| 67 | 1753 | 598 | 18.20 | 1.30 | 95 | 373 | 907 | 18.90 | 2.00 |
| 68 | 2556 | 600 | 19.21 | 1.04 | 96 | 1515 | 906 | 19.72 | 0.70 |
| 69 | 1557 | 606 | 18.49 | 0.71 | 97 | 399 | 927 | 18.15 | 1.51 |
| 70 | 230 | 604 | 19.66 | 0.99 | 98 | 1455 | 951 | 19.45 | 0.31 |
| 71 | 351 | 608 | 19.54 | 0.93 | 99 | 1026 | 955 | 18.66 | 0.82 |
| 72 | 690 | 616 | 19.70 | 2.06 | 100 | 1297 | 967 | 19.93 | 1.31 |
| 73 | 459 | 615 | 19.59 | 1.08 | 101 | 2503 | 981 | 18.47 | 0.76 |
| 74 | 1592 | 619 | 19.16 | 0.45 | 102 | 900 | 990 | 19.40 | 1.42 |
| 75 | 1634 | 624 | 19.90 | 0.77 | 103 | 2263 | 1010 | 19.20 | 1.57 |
| 76 | 1835 | 642 | 19.90 | 0.82 | 104 | 1382 | 1078 | 17.71 | 1.52 |
| 77 | 2325 | 709 | 19.66 | 1.26 | 105 | 1235 | 1086 | 19.22 | 0.72 |
| 78 | 1485 | 719 | 18.61 | 1.09 | 106 | 3987 | 1103 | 17.25 | 0.26 |

Table 1 (continued)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----|------|------|-------|------|-----|------|------|-------|------|
| 107 | 3566 | 1107 | 18.02 | 0.47 | 135 | 3788 | 1360 | 17.89 | 0.64 |
| 108 | 1324 | 1119 | 19.52 | 1.08 | 136 | 2645 | 1376 | 17.95 | 1.42 |
| 109 | 1628 | 1126 | 18.21 | 1.41 | 137 | 3642 | 1380 | 19.74 | 0.10 |
| 110 | 1187 | 1128 | 19.78 | 0.42 | 138 | 3532 | 1405 | 19.63 | 0.39 |
| 111 | 881 | 1132 | 19.15 | 0.82 | 139 | 2420 | 1408 | 19.57 | 1.29 |
| 112 | 1876 | 1143 | 19.77 | 1.32 | 140 | 2912 | 1413 | 19.44 | 0.26 |
| 113 | 1194 | 1158 | 18.39 | 0.60 | 141 | 1320 | 1433 | 17.49 | 1.18 |
| 114 | 874 | 1161 | 19.31 | 1.16 | 142 | 3273 | 1437 | 19.16 | 1.55 |
| 115 | 2971 | 1167 | 19.54 | 0.76 | 143 | 2129 | 1435 | 17.63 | 1.39 |
| 116 | 238 | 1185 | 18.91 | 1.06 | 144 | 1474 | 1437 | 19.28 | 0.92 |
| 117 | 660 | 1191 | 18.01 | 1.40 | 145 | 1859 | 1442 | 19.97 | 1.12 |
| 118 | 2216 | 1202 | 19.09 | 0.36 | 146 | 2049 | 1449 | 18.19 | 1.21 |
| 119 | 2692 | 1203 | 19.36 | 0.93 | 147 | 1001 | 1457 | 19.12 | 0.58 |
| 120 | 1820 | 1208 | 19.29 | 0.98 | 148 | 3221 | 1462 | 19.64 | 1.29 |
| 121 | 314 | 1216 | 19.74 | 1.49 | 149 | 2843 | 1462 | 18.89 | 1.14 |
| 122 | 1689 | 1213 | 17.67 | 0.66 | 150 | 249 | 1477 | 19.72 | 0.75 |
| 123 | 2500 | 1225 | 18.44 | 1.55 | 151 | 1962 | 1480 | 19.81 | 0.84 |
| 124 | 1179 | 1256 | 19.17 | 0.98 | 152 | 992 | 1504 | 19.45 | 1.02 |
| 125 | 3083 | 1263 | 18.44 | 1.14 | 153 | 2969 | 1505 | 19.78 | 0.80 |
| 126 | 1748 | 1267 | 18.45 | 1.52 | 154 | 1673 | 1516 | 17.55 | 1.38 |
| 127 | 1989 | 1299 | 19.10 | 0.43 | 155 | 2657 | 1517 | 19.74 | 1.14 |
| 128 | 2907 | 1308 | 18.31 | 1.39 | 156 | 340 | 1529 | 19.49 | 1.37 |
| 129 | 1347 | 1310 | 19.49 | 1.46 | 157 | 2930 | 1529 | 18.41 | 1.01 |
| 130 | 2348 | 1315 | 19.56 | 0.87 | 158 | 2194 | 1551 | 19.49 | 0.68 |
| 131 | 1053 | 1323 | 18.25 | 1.57 | 159 | 658 | 1556 | 19.80 | 0.75 |
| 132 | 3543 | 1337 | 18.80 | 0.95 | 160 | 1496 | 1557 | 17.67 | 1.33 |
| 133 | 814 | 1344 | 19.25 | 1.16 | 161 | 3876 | 1567 | 18.07 | 1.20 |
| 134 | 2538 | 1364 | 19.62 | 1.75 | 162 | 2900 | 1581 | 19.09 | 0.74 |

Table 1 (continued)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----|------|------|-------|------|-----|------|------|-------|------|
| 163 | 390 | 1591 | 19.77 | 1.27 | 191 | 2246 | 1751 | 18.47 | 1.40 |
| 164 | 3933 | 1595 | 19.86 | 0.45 | 192 | 1909 | 1763 | 18.83 | 0.98 |
| 165 | 2766 | 1599 | 19.52 | 0.42 | 193 | 2780 | 1764 | 19.04 | 0.89 |
| 166 | 553 | 1602 | 18.51 | 0.47 | 194 | 1715 | 1769 | 19.04 | 0.97 |
| 167 | 3034 | 1626 | 19.67 | 0.70 | 195 | 625 | 1778 | 17.89 | 1.40 |
| 168 | 1712 | 1623 | 19.68 | 0.87 | 196 | 2040 | 1774 | 18.25 | 1.19 |
| 169 | 3370 | 1647 | 18.85 | 0.64 | 197 | 3645 | 1781 | 14.47 | 0.46 |
| 170 | 3052 | 1648 | 18.01 | 1.66 | 198 | 1082 | 1783 | 19.80 | 1.21 |
| 171 | 2717 | 1649 | 19.43 | 1.16 | 199 | 2530 | 1798 | 19.44 | 1.36 |
| 172 | 282 | 1652 | 19.15 | 1.28 | 200 | 3374 | 1801 | 19.74 | 0.31 |
| 173 | 3157 | 1656 | 17.86 | 1.19 | 201 | 2366 | 1804 | 18.96 | 0.86 |
| 174 | 2435 | 1664 | 18.84 | 1.27 | 202 | 2847 | 1802 | 18.22 | 1.18 |
| 175 | 1232 | 1666 | 19.48 | 1.72 | 203 | 2397 | 1806 | 18.89 | 1.48 |
| 176 | 2253 | 1691 | 18.16 | 0.76 | 204 | 408 | 1811 | 19.49 | 0.38 |
| 177 | 1904 | 1693 | 18.22 | 1.40 | 205 | 1205 | 1813 | 18.78 | 1.62 |
| 178 | 3956 | 1700 | 19.35 | 1.43 | 206 | 483 | 1816 | 14.73 | 0.05 |
| 179 | 2315 | 1702 | 19.77 | 0.61 | 207 | 3094 | 1829 | 18.55 | 1.64 |
| 180 | 2283 | 1706 | 19.86 | 0.49 | 208 | 1046 | 1836 | 19.05 | 1.06 |
| 181 | 400 | 1703 | 18.33 | 1.02 | 209 | 2988 | 1836 | 19.80 | 0.90 |
| 182 | 1386 | 1704 | 19.85 | 1.52 | 210 | 1353 | 1834 | 19.26 | 1.26 |
| 183 | 916 | 1711 | 19.50 | 0.64 | 211 | 2915 | 1843 | 19.57 | 1.13 |
| 184 | 1828 | 1711 | 19.47 | 0.17 | 212 | 194 | 1854 | 14.42 | 0.50 |
| 185 | 2443 | 1715 | 17.86 | 0.81 | 213 | 905 | 1856 | 18.48 | 1.23 |
| 186 | 1919 | 1732 | 19.59 | 1.30 | 214 | 1704 | 1857 | 18.74 | 0.63 |
| 187 | 852 | 1731 | 19.25 | 1.20 | 215 | 837 | 1867 | 19.64 | 0.60 |
| 188 | 3371 | 1738 | 18.63 | 0.58 | 216 | 1859 | 1871 | 19.76 | 0.93 |
| 189 | 485 | 1746 | 18.85 | 0.69 | 217 | 1027 | 1872 | 19.05 | 0.64 |
| 190 | 1564 | 1752 | 19.84 | 1.15 | 218 | 88 | 1877 | 17.63 | 1.25 |

Table 1 (continued)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----|------|------|-------|------|-----|------|------|-------|------|
| 219 | 1639 | 1879 | 19.50 | 1.03 | 247 | 2865 | 2043 | 18.24 | 1.09 |
| 220 | 1438 | 1884 | 18.00 | 1.17 | 248 | 3091 | 2046 | 19.80 | 1.08 |
| 221 | 3339 | 1891 | 18.92 | 1.36 | 249 | 1214 | 2052 | 18.76 | 1.45 |
| 222 | 811 | 1892 | 19.67 | 0.32 | 250 | 2557 | 2062 | 17.86 | 1.30 |
| 223 | 569 | 1894 | 18.93 | 1.46 | 251 | 2457 | 2074 | 18.77 | 1.43 |
| 224 | 3022 | 1900 | 17.63 | 1.40 | 252 | 1949 | 2082 | 19.35 | 1.49 |
| 225 | 3455 | 1907 | 19.02 | 0.85 | 253 | 3628 | 2080 | 19.02 | 1.31 |
| 226 | 292 | 1917 | 18.75 | 0.99 | 254 | 1027 | 2090 | 17.51 | 1.26 |
| 227 | 3262 | 1928 | 19.80 | 0.39 | 255 | 3056 | 2089 | 16.95 | 1.36 |
| 228 | 2835 | 1947 | 19.60 | 0.98 | 256 | 2070 | 2094 | 18.38 | 1.25 |
| 229 | 2084 | 1951 | 18.90 | 1.17 | 257 | 2323 | 2106 | 19.89 | 1.21 |
| 230 | 1592 | 1955 | 18.97 | 2.24 | 258 | 1764 | 2109 | 17.41 | 0.75 |
| 231 | 1593 | 1955 | 18.76 | 1.96 | 259 | 760 | 2108 | 19.43 | 1.25 |
| 232 | 3465 | 1960 | 18.82 | 0.41 | 260 | 809 | 2114 | 18.06 | 1.56 |
| 233 | 1933 | 1962 | 19.89 | 0.88 | 261 | 1601 | 2112 | 18.05 | 1.08 |
| 234 | 2215 | 1966 | 19.10 | 0.99 | 262 | 1871 | 2119 | 19.89 | 1.21 |
| 235 | 1954 | 1984 | 19.49 | 0.71 | 263 | 3124 | 2120 | 17.91 | 1.37 |
| 236 | 3615 | 1987 | 19.25 | 0.48 | 264 | 1061 | 2124 | 18.04 | 1.06 |
| 237 | 1593 | 1986 | 18.94 | 1.02 | 265 | 1733 | 2125 | 16.58 | 1.57 |
| 238 | 1533 | 2004 | 19.39 | 1.29 | 266 | 2473 | 2123 | 17.67 | 1.24 |
| 239 | 1669 | 2004 | 18.52 | 0.77 | 267 | 2215 | 2127 | 17.61 | 1.17 |
| 240 | 2595 | 2012 | 18.86 | 1.08 | 268 | 1763 | 2136 | 19.28 | 1.56 |
| 241 | 3187 | 2021 | 18.42 | 1.18 | 269 | 2441 | 2133 | 17.21 | 1.18 |
| 242 | 1869 | 2031 | 19.37 | 1.31 | 270 | 1826 | 2143 | 18.65 | 1.35 |
| 243 | 1964 | 2031 | 19.63 | 0.47 | 271 | 175 | 2151 | 19.32 | 0.60 |
| 244 | 1836 | 2034 | 17.56 | 1.74 | 272 | 2782 | 2153 | 18.95 | 1.40 |
| 245 | 1719 | 2045 | 18.56 | 1.19 | 273 | 1652 | 2152 | 17.77 | 1.36 |
| 246 | 2439 | 2046 | 19.94 | 0.54 | 274 | 560 | 2159 | 19.67 | 1.31 |

Table 1 (continued)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----|------|------|-------|------|-----|------|------|-------|------|
| 275 | 1560 | 2160 | 17.83 | 1.48 | 303 | 1964 | 2255 | 19.28 | 1.37 |
| 276 | 1506 | 2161 | 18.61 | 1.12 | 304 | 1170 | 2273 | 18.81 | 0.73 |
| 277 | 1296 | 2165 | 19.09 | 0.89 | 305 | 3644 | 2277 | 19.06 | 0.63 |
| 278 | 1875 | 2173 | 19.29 | 1.31 | 306 | 2892 | 2292 | 19.89 | 0.49 |
| 279 | 1396 | 2169 | 19.09 | 0.63 | 307 | 1845 | 2298 | 19.57 | 0.37 |
| 280 | 3174 | 2176 | 18.10 | 0.96 | 308 | 2705 | 2295 | 18.92 | 0.95 |
| 281 | 1635 | 2187 | 19.01 | 1.34 | 309 | 2671 | 2306 | 19.49 | 0.99 |
| 282 | 3082 | 2190 | 19.89 | 1.70 | 310 | 2096 | 2305 | 17.36 | 1.27 |
| 283 | 2256 | 2190 | 19.87 | 0.73 | 311 | 2747 | 2306 | 19.34 | 1.26 |
| 284 | 525 | 2207 | 19.14 | 1.04 | 312 | 3395 | 2311 | 17.53 | 1.33 |
| 285 | 2050 | 2209 | 17.49 | 1.34 | 313 | 1965 | 2319 | 18.57 | 1.16 |
| 286 | 1510 | 2210 | 16.88 | 1.51 | 314 | 1146 | 2325 | 19.05 | 0.52 |
| 287 | 1804 | 2214 | 19.38 | 0.88 | 315 | 2243 | 2321 | 18.49 | 1.08 |
| 288 | 2514 | 2216 | 19.25 | 0.69 | 316 | 2934 | 2331 | 19.72 | 1.23 |
| 289 | 3933 | 2214 | 17.92 | 1.35 | 317 | 1826 | 2329 | 18.66 | 1.13 |
| 290 | 1611 | 2219 | 19.25 | 1.33 | 318 | 1073 | 2333 | 15.34 | 0.66 |
| 291 | 2042 | 2232 | 18.02 | 1.48 | 319 | 973 | 2338 | 19.11 | 1.85 |
| 292 | 2722 | 2232 | 19.14 | 1.40 | 320 | 808 | 2339 | 18.64 | 1.49 |
| 293 | 1071 | 2237 | 18.97 | 0.83 | 321 | 3304 | 2336 | 18.89 | 1.25 |
| 294 | 230 | 2240 | 19.57 | 0.64 | 322 | 2683 | 2344 | 18.52 | 1.30 |
| 295 | 2908 | 2232 | 18.83 | 0.78 | 323 | 864 | 2348 | 17.70 | 1.33 |
| 296 | 2001 | 2235 | 18.42 | 0.91 | 324 | 2786 | 2353 | 19.41 | 1.31 |
| 297 | 3241 | 2239 | 19.08 | 0.97 | 325 | 656 | 2356 | 19.82 | 0.22 |
| 298 | 1610 | 2242 | 18.88 | 1.05 | 326 | 1124 | 2358 | 19.20 | 0.90 |
| 299 | 402 | 2249 | 19.99 | 1.39 | 327 | 1197 | 2375 | 19.51 | 0.53 |
| 300 | 2186 | 2249 | 18.66 | 1.67 | 328 | 1954 | 2371 | 17.62 | 1.52 |
| 301 | 1892 | 2253 | 18.25 | 1.41 | 329 | 2220 | 2377 | 18.05 | 0.81 |
| 302 | 1453 | 2255 | 18.70 | 1.53 | 330 | 2121 | 2379 | 19.61 | 1.99 |

Table 1 (continued)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----|------|------|-------|------|-----|------|------|-------|------|
| 331 | 2695 | 2390 | 18.63 | 0.55 | 359 | 2073 | 2498 | 19.24 | 1.45 |
| 332 | 1456 | 2387 | 19.92 | 1.34 | 360 | 3454 | 2507 | 19.54 | 0.58 |
| 333 | 1556 | 2385 | 17.98 | 1.39 | 361 | 1837 | 2512 | 18.53 | 1.11 |
| 334 | 1931 | 2392 | 17.99 | 1.38 | 362 | 1566 | 2519 | 19.94 | 1.08 |
| 335 | 3348 | 2388 | 18.89 | 1.40 | 363 | 3206 | 2529 | 19.77 | 1.17 |
| 336 | 451 | 2398 | 18.98 | 1.29 | 364 | 570 | 2536 | 19.06 | 0.94 |
| 337 | 2257 | 2397 | 19.79 | 0.27 | 365 | 2662 | 2534 | 19.87 | 0.64 |
| 338 | 1653 | 2414 | 19.40 | 0.85 | 366 | 690 | 2549 | 19.41 | 1.18 |
| 339 | 3030 | 2413 | 19.39 | 0.93 | 367 | 1046 | 2560 | 18.18 | 1.16 |
| 340 | 1781 | 2415 | 18.29 | 1.09 | 368 | 1834 | 2563 | 18.92 | 0.97 |
| 341 | 2335 | 2417 | 18.34 | 1.18 | 369 | 310 | 2567 | 18.00 | 1.25 |
| 342 | 2088 | 2421 | 19.08 | 0.91 | 370 | 3278 | 2571 | 19.95 | 2.45 |
| 343 | 1830 | 2424 | 19.02 | 0.85 | 371 | 1781 | 2572 | 18.88 | 1.00 |
| 344 | 1308 | 2429 | 18.44 | 0.89 | 372 | 443 | 2577 | 19.18 | 1.03 |
| 345 | 538 | 2431 | 19.02 | 1.61 | 373 | 2823 | 2592 | 19.67 | 1.18 |
| 346 | 1188 | 2440 | 19.08 | 0.95 | 374 | 2638 | 2599 | 19.57 | 0.63 |
| 347 | 790 | 2444 | 19.85 | 0.41 | 375 | 1181 | 2599 | 18.77 | 1.06 |
| 348 | 1605 | 2449 | 19.90 | 0.55 | 376 | 1041 | 2607 | 17.83 | 1.48 |
| 349 | 3386 | 2438 | 18.65 | 1.46 | 377 | 1171 | 2617 | 18.96 | 0.83 |
| 350 | 2904 | 2451 | 19.79 | 0.55 | 378 | 3233 | 2610 | 18.93 | 1.29 |
| 351 | 1579 | 2453 | 17.83 | 1.42 | 379 | 1818 | 2617 | 18.73 | 1.11 |
| 352 | 1906 | 2461 | 18.10 | 1.31 | 380 | 1670 | 2623 | 19.62 | 0.43 |
| 353 | 1999 | 2473 | 19.82 | 0.70 | 381 | 1668 | 2627 | 19.53 | 1.39 |
| 354 | 1257 | 2481 | 19.72 | 0.76 | 382 | 2266 | 2635 | 19.07 | 1.24 |
| 355 | 2281 | 2483 | 19.45 | 1.35 | 383 | 3610 | 2637 | 19.24 | 0.16 |
| 356 | 1650 | 2489 | 19.67 | 1.41 | 384 | 1749 | 2652 | 18.57 | 1.47 |
| 357 | 422 | 2490 | 18.01 | 1.03 | 385 | 1830 | 2656 | 18.53 | 1.06 |
| 358 | 2072 | 2488 | 19.68 | 0.46 | 386 | 2013 | 2687 | 18.39 | 1.56 |

Table 1 (continued)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----|------|------|-------|------|-----|------|------|-------|------|
| 387 | 1157 | 2691 | 18.30 | 1.09 | 415 | 927 | 2872 | 19.77 | 1.15 |
| 388 | 2130 | 2694 | 19.84 | 0.62 | 416 | 1694 | 2881 | 19.57 | 0.99 |
| 389 | 3477 | 2686 | 17.68 | 1.10 | 417 | 2202 | 2880 | 19.83 | 0.49 |
| 390 | 2182 | 2697 | 17.78 | 1.57 | 418 | 1784 | 2894 | 19.57 | 0.65 |
| 391 | 2258 | 2702 | 19.00 | 1.10 | 419 | 2422 | 2898 | 19.44 | 0.52 |
| 392 | 2202 | 2709 | 18.80 | 0.49 | 420 | 2594 | 2917 | 18.96 | 1.21 |
| 393 | 1226 | 2712 | 18.27 | 0.92 | 421 | 2265 | 2923 | 19.81 | 1.06 |
| 394 | 1409 | 2717 | 19.54 | 1.15 | 422 | 2453 | 2928 | 14.45 | 0.42 |
| 395 | 3336 | 2724 | 19.73 | 1.16 | 423 | 441 | 2933 | 19.88 | 0.95 |
| 396 | 1107 | 2734 | 19.38 | 0.49 | 424 | 2896 | 2939 | 18.30 | 1.53 |
| 397 | 1704 | 2761 | 20.01 | 1.16 | 425 | 2078 | 2960 | 19.28 | 1.12 |
| 398 | 266 | 2769 | 19.39 | 0.77 | 426 | 2201 | 2966 | 19.14 | 1.04 |
| 399 | 1993 | 2767 | 19.70 | 0.72 | 427 | 2118 | 2970 | 19.21 | 0.99 |
| 400 | 3449 | 2766 | 18.39 | 1.17 | 428 | 1739 | 2968 | 18.96 | 0.85 |
| 401 | 3253 | 2776 | 19.41 | 1.01 | 429 | 2714 | 2966 | 17.29 | 1.45 |
| 402 | 365 | 2785 | 19.20 | 0.57 | 430 | 3096 | 2965 | 17.46 | 0.11 |
| 403 | 2610 | 2787 | 19.73 | 0.76 | 431 | 271 | 2972 | 19.68 | 0.81 |
| 404 | 1578 | 2789 | 19.15 | 1.22 | 432 | 3326 | 2985 | 19.18 | 1.14 |
| 405 | 2151 | 2786 | 19.63 | 2.10 | 433 | 2863 | 2989 | 17.54 | 1.40 |
| 406 | 1159 | 2799 | 19.59 | 1.04 | 434 | 3155 | 3001 | 19.80 | 1.08 |
| 407 | 855 | 2801 | 19.32 | 0.79 | 435 | 1824 | 3006 | 19.12 | 1.40 |
| 408 | 2198 | 2804 | 18.15 | 1.26 | 436 | 522 | 3018 | 19.34 | 0.96 |
| 409 | 2299 | 2803 | 17.63 | 1.53 | 437 | 1948 | 3036 | 18.95 | 0.92 |
| 410 | 1713 | 2815 | 19.57 | 0.32 | 438 | 1844 | 3033 | 18.20 | 1.44 |
| 411 | 595 | 2833 | 19.43 | 0.36 | 439 | 2587 | 3040 | 17.60 | 0.88 |
| 412 | 1604 | 2837 | 19.19 | 0.59 | 440 | 699 | 3047 | 19.22 | 1.39 |
| 413 | 2901 | 2838 | 18.88 | 1.23 | 441 | 1043 | 3051 | 19.73 | 1.32 |
| 414 | 1831 | 2866 | 17.25 | 1.44 | 442 | 2188 | 3052 | 19.66 | 0.66 |

Table 1 (continued)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----|------|------|-------|------|-----|------|------|-------|------|
| 443 | 1890 | 3055 | 18.99 | 0.80 | 471 | 1952 | 3194 | 19.44 | 1.22 |
| 444 | 3601 | 3067 | 19.95 | 0.79 | 472 | 1677 | 3194 | 19.08 | 0.80 |
| 445 | 336 | 3070 | 19.43 | 0.72 | 473 | 825 | 3198 | 19.91 | 0.89 |
| 446 | 80 | 3074 | 19.80 | 0.99 | 474 | 2424 | 3203 | 18.61 | 0.40 |
| 447 | 1041 | 3077 | 19.38 | 0.73 | 475 | 2822 | 3213 | 19.41 | 0.80 |
| 448 | 1653 | 3082 | 18.68 | 1.44 | 476 | 1603 | 3234 | 18.78 | 1.17 |
| 449 | 3381 | 3088 | 19.62 | 0.48 | 477 | 1286 | 3238 | 19.72 | 0.54 |
| 450 | 1712 | 3088 | 19.79 | 0.45 | 478 | 855 | 3239 | 19.51 | 0.99 |
| 451 | 557 | 3093 | 19.42 | 1.12 | 479 | 2977 | 3231 | 17.59 | 1.08 |
| 452 | 2422 | 3088 | 19.60 | 1.29 | 480 | 2737 | 3241 | 18.29 | 1.26 |
| 453 | 3890 | 3086 | 18.66 | 1.32 | 481 | 543 | 3263 | 14.50 | 0.23 |
| 454 | 141 | 3098 | 19.84 | 0.57 | 482 | 615 | 3290 | 18.72 | 1.04 |
| 455 | 73 | 3119 | 19.44 | 0.18 | 483 | 3124 | 3289 | 18.51 | 1.35 |
| 456 | 2170 | 3135 | 19.26 | 0.87 | 484 | 1190 | 3316 | 19.72 | 0.86 |
| 457 | 2169 | 3135 | 19.17 | 0.95 | 485 | 3721 | 3318 | 18.92 | 1.52 |
| 458 | 2784 | 3139 | 18.76 | 0.47 | 486 | 2707 | 3324 | 19.12 | 0.68 |
| 459 | 1348 | 3155 | 19.38 | 0.70 | 487 | 1434 | 3328 | 17.00 | 1.55 |
| 460 | 2230 | 3165 | 19.83 | 0.81 | 488 | 260 | 3336 | 17.64 | 1.41 |
| 461 | 1513 | 3162 | 18.05 | 0.96 | 489 | 2532 | 3334 | 18.90 | 0.73 |
| 462 | 2516 | 3174 | 19.84 | 1.62 | 490 | 1995 | 3362 | 18.47 | 1.65 |
| 463 | 1807 | 3168 | 18.80 | 0.89 | 491 | 2564 | 3365 | 19.94 | 0.48 |
| 464 | 989 | 3175 | 18.93 | 0.92 | 492 | 1425 | 3369 | 18.67 | 0.95 |
| 465 | 2197 | 3172 | 18.76 | 0.76 | 493 | 1884 | 3369 | 17.29 | 1.40 |
| 466 | 218 | 3196 | 19.29 | 0.84 | 494 | 1650 | 3374 | 18.09 | 1.22 |
| 467 | 1504 | 3192 | 19.18 | 2.01 | 495 | 2652 | 3373 | 19.53 | 1.33 |
| 468 | 2801 | 3189 | 19.42 | 1.01 | 496 | 434 | 3380 | 18.66 | 0.89 |
| 469 | 2688 | 3191 | 19.84 | 1.02 | 497 | 1938 | 3397 | 19.12 | 1.33 |
| 470 | 563 | 3194 | 19.74 | 0.43 | 498 | 1811 | 3394 | 19.45 | 1.25 |

Table 1 (continued)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----|------|------|-------|------|-----|------|------|-------|------|
| 499 | 424 | 3406 | 19.18 | 1.10 | 527 | 2229 | 3544 | 18.11 | 1.65 |
| 500 | 2972 | 3397 | 18.18 | 1.20 | 528 | 2670 | 3547 | 17.90 | 1.16 |
| 501 | 1895 | 3406 | 18.24 | 1.26 | 529 | 1296 | 3569 | 19.55 | 1.05 |
| 502 | 1291 | 3412 | 19.25 | 1.64 | 530 | 1026 | 3579 | 19.70 | 0.76 |
| 503 | 2074 | 3413 | 16.50 | 1.44 | 531 | 2923 | 3577 | 19.49 | 1.63 |
| 504 | 2308 | 3419 | 19.69 | 0.52 | 532 | 780 | 3582 | 18.96 | 0.93 |
| 505 | 2030 | 3421 | 18.61 | 1.51 | 533 | 3844 | 3592 | 19.50 | 1.41 |
| 506 | 3803 | 3423 | 19.88 | 0.77 | 534 | 1950 | 3589 | 19.32 | 1.07 |
| 507 | 2113 | 3435 | 18.94 | 0.76 | 535 | 216 | 3603 | 19.14 | 0.94 |
| 508 | 3898 | 3434 | 18.74 | 0.31 | 536 | 2891 | 3621 | 19.80 | 1.24 |
| 509 | 1938 | 3464 | 19.75 | 1.01 | 537 | 365 | 3644 | 18.16 | 1.32 |
| 510 | 866 | 3464 | 19.84 | 1.26 | 538 | 1435 | 3638 | 19.25 | 0.59 |
| 511 | 1408 | 3469 | 18.70 | 0.86 | 539 | 1495 | 3643 | 18.62 | 1.50 |
| 512 | 344 | 3488 | 19.73 | 0.72 | 540 | 386 | 3653 | 19.94 | 0.37 |
| 513 | 2111 | 3490 | 20.00 | 0.37 | 541 | 129 | 3654 | 19.59 | 1.16 |
| 514 | 3850 | 3495 | 19.97 | 1.57 | 542 | 3263 | 3663 | 19.92 | 0.78 |
| 515 | 1508 | 3493 | 18.48 | 1.26 | 543 | 1660 | 3664 | 19.79 | 0.62 |
| 516 | 2388 | 3494 | 17.23 | 1.57 | 544 | 1724 | 3666 | 18.19 | 1.02 |
| 517 | 3540 | 3496 | 19.48 | 0.73 | 545 | 969 | 3674 | 19.14 | 0.80 |
| 518 | 1847 | 3500 | 18.05 | 1.20 | 546 | 1940 | 3676 | 16.90 | 1.55 |
| 519 | 612 | 3511 | 17.82 | 1.44 | 547 | 2700 | 3689 | 19.67 | 1.45 |
| 520 | 1385 | 3522 | 19.91 | 0.85 | 548 | 2824 | 3694 | 20.03 | 1.07 |
| 521 | 1315 | 3523 | 19.08 | 1.23 | 549 | 1444 | 3700 | 19.42 | 0.73 |
| 522 | 2417 | 3521 | 19.64 | 0.44 | 550 | 2625 | 3705 | 19.54 | 0.87 |
| 523 | 3265 | 3539 | 19.13 | 1.65 | 551 | 3613 | 3710 | 19.66 | 0.44 |
| 524 | 889 | 3542 | 17.78 | 2.92 | 552 | 2851 | 3728 | 19.85 | 1.20 |
| 525 | 1359 | 3544 | 18.48 | 0.74 | 553 | 1112 | 3728 | 18.75 | 1.02 |
| 526 | 1502 | 3549 | 19.75 | 1.37 | 554 | 230 | 3746 | 19.03 | 1.29 |

Table 1 (continued)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----|------|------|-------|------|-----|------|------|-------|------|
| 555 | 968 | 3749 | 19.47 | 0.01 | 575 | 1716 | 3872 | 19.72 | 0.69 |
| 556 | 2729 | 3746 | 19.18 | 1.40 | 576 | 2727 | 3872 | 19.96 | 0.82 |
| 557 | 1811 | 3759 | 19.10 | 1.10 | 577 | 2883 | 3874 | 19.91 | 0.47 |
| 558 | 933 | 3764 | 19.90 | 0.96 | 578 | 3118 | 3875 | 19.51 | 0.83 |
| 559 | 486 | 3771 | 18.73 | 0.79 | 579 | 2066 | 3882 | 19.06 | 1.26 |
| 560 | 2871 | 3762 | 18.47 | 0.95 | 580 | 1667 | 3878 | 19.02 | 0.94 |
| 561 | 747 | 3782 | 17.76 | 1.50 | 581 | 2362 | 3896 | 19.58 | 1.17 |
| 562 | 445 | 3788 | 18.25 | 0.85 | 582 | 1467 | 3899 | 19.68 | 1.01 |
| 563 | 230 | 3793 | 18.90 | 0.69 | 583 | 2515 | 3904 | 18.80 | 1.16 |
| 564 | 100 | 3794 | 19.52 | 1.51 | 584 | 2522 | 3921 | 19.34 | 1.40 |
| 565 | 268 | 3797 | 18.23 | 1.26 | 585 | 3921 | 3928 | 18.92 | 1.48 |
| 566 | 1099 | 3799 | 17.96 | 0.92 | 586 | 1643 | 3927 | 19.75 | 1.54 |
| 567 | 3331 | 3792 | 18.73 | 0.85 | 587 | 406 | 3937 | 19.80 | 0.39 |
| 568 | 927 | 3806 | 19.45 | 1.40 | 588 | 2361 | 3930 | 18.76 | 1.63 |
| 569 | 1041 | 3806 | 19.56 | 0.65 | 589 | 1441 | 3935 | 17.95 | 1.39 |
| 570 | 438 | 3832 | 19.51 | 0.55 | 590 | 3043 | 3933 | 19.10 | 1.21 |
| 571 | 2863 | 3821 | 18.00 | 0.98 | 591 | 1712 | 3941 | 19.17 | 1.52 |
| 572 | 2705 | 3831 | 17.70 | 1.41 | 592 | 2310 | 3942 | 19.62 | 0.78 |
| 573 | 2705 | 3832 | 17.83 | 1.54 | 593 | 3978 | 3941 | 16.15 | 0.29 |
| 574 | 2935 | 3852 | 19.06 | 1.13 | 594 | 1481 | 3957 | 19.02 | 0.94 |

УДК: 524. 575

ОБ ЭВОЛЮЦИИ СИСТЕМЫ МЕЖГАЛАКТИЧЕСКИХ ОБЛАКОВ

В.Г.ГОРБАЦКИЙ

Поступила 26 октября 1993

Наличие " L_{α} -леса" в спектрах квазаров рассматривается как свидетельство клочковатой структуры межгалактической среды. Массы "комков" (облаков) должны увеличиваться в результате их слияния. Когда лучевая концентрация нейтрального водорода в облаке достигает своего критического значения, должно начинаться засадообразование, и облако превращается в галактику. Кратко рассматриваются некоторые физические свойства облаков и предлагается новый подход к исследованию эволюции систем облаков.

1. *Физические свойства межгалактических облаков.* Изучение комплексов абсорбционных линий водорода L_{α} (т.н. " L_{α} -леса") в течение последнего десятилетия стало одним из важных предметов астрофизических исследований. По данным наблюдений возможно определять некоторые параметры поглотителей — предположительно газовых облаков или протяженных корон галактик — таких, как лучевая концентрация нейтрального водорода N_{HI} , температура и, в ряде случаев, их размеры. Содержание тяжелых элементов в поглотителях оказывается очень низким — $Z \leq 10^{-2} Z_{\odot}$, и поэтому имеются достаточные основания рассматривать поглотители как гигантские межгалактические облака, возникшие до образования галактик, или как гало галактик, не испытавшие обогащения тяжелыми элементами от звезд, сформированных в основном теле галактики.

При посредстве наземных телескопов L_{α} -лес можно наблюдать лишь в спектрах очень далеких квазаров ($z \geq 1.6$). Недавние наблюдения спектра квазара 3С 273 ($z = 0.156$), произведенные на хаббловском телескопе из космоса [1],

показали, что в этом случае имеет место избыток линий поглощения L_α — число поглотителей N_c при $z < 0.15$ на порядок превосходит ожидаемое по экстраполяции зависимости $N_c(z)$, найденной по далеким квазарам. Такое богатство L_α -леса может быть объяснено как следствие резкого падения потока УФ излучения от квазаров при $z < 2$ [2]. Степень ионизации водорода решающим образом сказывается на образовании наблюдаемых линий поглощения, и чтобы линия стала видимой, значение N_{HI} должно превышать 10^{12} см^{-2} . Возрастание потока ионизирующего излучения приводит к уменьшению концентрации нейтрального водорода. По указанной причине пространственная концентрация поглотителей при $z > 1.5$, принимавшаяся до сих пор, может быть заниженной.

Что касается физической природы поглотителей, то необходимо заметить, что присутствие у многих галактик очень обширных гало, состоящих из водорода, подтверждается наблюдениями — в ряде случаев масса гало превышает массу звездной составляющей. Такие гало могут служить поглотителями, однако предположение о газовых облаках как основном факторе, образующем L_α -лес, кажется более предпочтительным. Следует отметить, что облака, состоящие из нейтрального водорода и имеющие массы, сравнимые с массами галактик, в ряде случаев непосредственно наблюдаются в межгалактическом пространстве. Существует множество нерешенных проблем, касающихся устойчивости межгалактических облаков, их эволюции и т.п., но здесь мы не будем на них останавливаться, поскольку имеются многочисленные обзоры, посвященные этим вопросам.

Оценки лучевой концентрации в облаках по наблюдательным данным привели к выводу, что величина N_{HI} находится в интервале $10^{12} \leq N_{HI} \leq 10^{15} \text{ см}^{-2}$. Температура, найденная по ширине абсорбционных линий, лежит в пределах $2 \cdot 10^4 \leq T \leq 5 \cdot 10^4 \text{ К}$. Здесь уместно заметить, что для облака, состоящего из отдельных сгустков, или для вращающегося облака ширина линии может быть частично обусловлена макроскопическими движениями, и тогда указанные значения температуры должны быть скорректированы. Различные оценки размера облаков d привели к значениям $10 \text{ кпк} \leq d \leq 100 \text{ кпк}$.

Чтобы найти массу облака, необходимо знать состояние ионизации водорода в нем. Вычисления степени ионизации газа в облаках производились многими авторами (например, [3]) при предположениях об ионизационно-рекомбинационном равновесии и об однородности облака. Обычно принимается также, что поток УФ ионизирующего излучения обеспечивается квазарами. Эти расчеты показали, что

$$10^{-6} \leq \frac{n_{HI}}{n} \leq 10^{-5},$$

и при указанных выше значениях d и $N_{HI} \equiv n_{HI} d$ массы сферических облаков находятся в интервале

$$10^6 \leq \frac{m_{c1}}{m_{\odot}} \leq 10^9.$$

Хотя упомянутые выше предположения не всегда могут оправдываться, вывод о том, что в большинстве случаев массы облаков, создающих L_{α} -лес, того же порядка, что и массы карликовых галактик, представляется обоснованным. Принимая во внимание наблюдаемую пространственную плотность облаков можно также заключить, что полная масса газа в облаках сравнима с полной массой содержащихся в галактиках звезд.

2. *Взаимодействие облаков и его возможные следствия.* Пространственные скорости облаков вряд ли могут превосходить среднюю скорость движения галактик и поэтому должны быть порядка нескольких сотен км/с. Столкновения облаков должны происходить часто — в среднем интервал между столкновениями около 10^7 лет. Если при столкновениях достаточно часто происходит слияние сталкивающихся облаков, то первоначальный спектр масс облаков должен видоизменяться — облака будут в среднем становиться более массивными.

Скорость увеличения массы облака $m_1(t)$, имеющего скорость $v_1(t)$, в предположении, что остальные облака неподвижны, оценивается из выражения

$$dm_1(t) = \left[\int_{m_0}^{m_{\max}} \sigma(m; m_1) \cdot n(m, t) dm \right] v_1(t) dt, \quad (1)$$

где $\sigma(m; m_1)$ — сечение столкновения, $n(m; t)$ — пространственная плотность (концентрация) облаков с массой m , m_0 и m_{\max} — нижняя и верхняя границы спектра масс соответственно. Для однородных по плотности сферических облаков геометрическое сечение (при лобовом столкновении)

$$\sigma(m_1; m) = \pi R_1^2 \left(\frac{m}{m_1} \right)^{2/3}, \quad (2)$$

и поэтому вместо (1) можно записать

$$dm_1(t) = \pi \langle R_1^2 \rangle \left\langle \left(\frac{m}{m_1} \right)^{2/3} \right\rangle \langle \rho_c \rangle v_1(t) dt, \quad (3)$$

где через $\langle \rho_c \rangle$ обозначена средняя ("распределенная") плотность ансамбля облаков

$$\langle \rho_c \rangle = \int_{m_0}^{m_{\max}} m n_c(m, t) dm .$$

Процесс роста массы облака описывается соотношением (3) лишь очень приближенно, поскольку не учитываются гравитационные столкновения и кинематика "полевых частиц". Тем не менее это выражение пригодно для оценки эффективности взаимодействий облаков в ходе эволюции спектра масс. Принимая, например, что при

$$t = 0, \quad m_1 = 10^6 \text{ пр}_\odot, \quad v_1 = 10^7 \text{ см с}^{-1}, \quad R_1 = 10^{22} \text{ см},$$

$$\left\langle \left(\frac{m}{m_1} \right)^{23} \right\rangle = 10 \quad \text{и} \quad \langle \rho_c \rangle = 10^{-30} \text{ г см}^{-3}$$

получаем, что при $t = 10^9$ лет $m_1 \approx 10^8 \text{ пр}_\odot$, то есть масса облака возрастает на два порядка. Таким образом, процесс столкновения облаков является эффективным фактором, приводящим за время, меньшее хаббловского, к образованию значительно более массивных облаков, чем имевшиеся вначале. Этот вывод подтверждается и более точными расчетами.

Плотность в облаке в результате его столкновения с другим облаком должна увеличиваться вследствие сжатия газа ударной волной и его охлаждения путем излучения из-за фронта. Кроме того, гравитационная неустойчивость может приводить к уплотнению центральной части облака. В этих условиях степень ионизации водорода должна падать. Как известно, когда N_{HI} достигает критического значения $\approx 5 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-2}$, должно начинаться звездообразование [4]. Таким образом, на достаточно поздней стадии эволюции системы межгалактических облаков становится возможным образование галактик. В то же время образующиеся молодые галактики должны обладать обширными гало, состоящим из первичного газа без тяжелых элементов. Предлагаемый сценарий образования галактик близок к высказывавшейся ранее [5] гипотезе о формировании протогалактик как процессе агрегации газовых облаков. При этом механизм агрегации не конкретизировался.

3. *О расчете эволюции системы облаков.* Изучение эволюции системы частиц, которые способны "слипаться" (коагулирующих), производится путем решения уравнения Смолуховского, которое может быть записано в следующей форме:

$$\frac{\partial n(m;t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \int_0^m K(m', m-m', t) n(m', t) n(m-m', t) dm' - n(m, t) \int_0^m K(m, m', t) n(m', t) dm', \quad (4)$$

где $n(m, t)$ — число частиц, имеющих массу m в момент t , $K(m, m', t)$ — величина, характеризующая вероятность слипания двух частиц с массой m и m' соответственно. Система предполагается однородной в пространстве и поэтому можно за $n(m, t)$ принимать не полное число частиц, а их количество в единичном объеме.

Для рассматриваемой задачи об эволюции системы облаков уравнение Смолюховского нужно записать в несколько ином виде:

$$\frac{\partial n(m;t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \int_{m_{\min}}^m K(m', m-m', t) n_c(m', t) n_c(m-m', t) dm' - n_c(m, t) \int_{m_{\min}}^{m_{\max}-m} K(m, m', t) n_c(m', t) dm' - Q(m; t) \quad (5)$$

В (5) учитывается возможность преобразования облака, превосходящего по массе m_{\max} , в галактику, и "сток" облаков из системы в другую фазу (галактики) учитывается величиной $Q(m, t)$.

Попытка решения проблемы эволюции спектра масс для системы газовых облаков была предпринята в работе [6]. При этом использовалось уравнение Смолюховского в модифицированной форме, предложенной в [7], и учитывалось разрушение облаков при достижении ими критической массы, поскольку рассматривались межзвездные облака в Галактике. Был определен зависящий от времени спектр масс. Вследствие слияния облаков спектр со временем смещается в сторону больших масс. При решении задачи был сделан ряд очень грубых предположений, в частности, величина $\langle \rho_c \rangle$ принималась постоянной. Однако качественный характер изменения спектра отражается достаточно правдоподобно.

Решение уравнения (5) в аналитической форме затруднительно. Численное же решение сильно облегчается, если аппроксимировать распределение облаков по массам ступенчатой функцией. В этом случае уравнение (5) заменяется системой дифференциальных уравнений первого порядка, для решения которой на ЭВМ нетрудно использовать известные алгоритмы. Пусть ансамбль вначале состоит из облаков, имеющих массы, равные $k m_0$ ($k = 1, 2, \dots, N$). Если

количество облаков с массой km_o равно Y_k , то изменение со временем описывается уравнением

$$\frac{dY_k}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-1} K_{i,k-i} Y_i Y_{k-i} - \sum_{i=1}^N K_{i,k} Y_i Y_k \quad (6)$$

и для облаков наименьшей массы

$$\frac{dY_1}{dt} = - \sum_{i=1}^N K_{1,i} Y_1 Y_i . \quad (7)$$

Облако, достигшее массы, превышающей m_{\max} , превращается в галактику и поэтому теряется системой. Поскольку имеет место очевидное соотношение

$$\sum_{i=1}^N K_{ik} Y_i Y_k = \sum_{i=1}^{N-k} K_{ik} Y_i Y_k + \sum_{i=N-k+1}^N K_{ik} Y_i Y_k , \quad (8)$$

то число облаков, теряемых системой, получается путем суммирования

$$\sum_{k=1}^N Q(km_o, t) = \sum_{k=1}^N \left\{ \sum_{i=N-k+1}^N K_{ik} Y_i Y_k \right\} .$$

Если обозначить количество галактик, образовавшихся к моменту t , через X , то для скорости рождения галактик имеем уравнение:

$$\frac{dX}{dt} = \sum_{k=1}^N \left\{ \sum_{i=N-k+1}^N K_{ik} Y_i Y_k \right\} . \quad (9)$$

Нетрудно получить из приведенных соотношений и спектр масс образующихся указанным путем галактик. Заметим, что взаимодействия облаков с вновь образованными галактиками в (6) и (7) не учитывается.

Коэффициенты K_{ik} зависят от соответствующих эффективных сечений для процесса столкновения облаков и относительной скорости движения их. Результаты расчетов этих коэффициентов, выполненных при учете как контактных, так и гравитационных взаимодействий, имеются в форме таблиц и, как оказалось, достаточно хорошо аппроксимируются для сферических облаков анали-

тическими выражениями. Предварительные результаты расчетов эволюции ансамбля облаков, произведенные с использованием вычисленных коэффициентов по указанной методике, показали ее эффективность. Полные результаты расчетов как для систем межзвездных облаков, так и для систем, образующих L_α -лес, будут приведены позже в отдельной статье.

4. *Заключение.* Имеется три типа объектов, у которых наблюдается очень малое содержание тяжелых элементов ($Z \leq 10^{-2}$):

1. Межгалактические облака, образующие L_α -лес в спектрах квазаров.

2. Газ в некоторых нерегулярных галактиках (т.н. "изолированных III-областях").

3. Протяженные газовые гало у некоторых карликовых галактик (например, DDO 170).

Можно полагать, что эти объекты представляют различные стадии процесса образования галактик из предгалактической среды. На этот процесс должны оказывать сильное влияние внешние условия, в частности, величина потока ионизирующего водород излучения. Эти условия в различных областях пространства могут быть различными, и поэтому не одинаковой должна быть и скорость образования галактик.

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда фундаментальных исследований РФ (Проект 93-02-2957).

Санкт-Петербургский государственный университет

ON THE EVOLUTION OF THE INTERGALACTIC CLOUDS SYSTEM

V.G.GORBATSKY

The presence of " L_α -forest" in spectra of QSO is taken as the evidence of a clumpy structure of intergalactic medium. The masses of clumps ("clouds") must grow due to their coalescence. When the column density of neutral hydrogen in cloud reaches its critical value the star formation is ensued and the cloud transforms in galaxy. Some physical properties of clouds are considered shortly and a new approach to investigation of the clouds system evolution is proposed.

ЛИТЕРАТУРА

1. *S.J.Morris, R.J.Weymann, B.D.Savage, R.L.Gilliland, Astrophys.J.*, 377, L 21, 1991.
2. *S.Ikeuchi, E.L.Turner, Astrophys.J.*, 381, L 1, 1992.
3. *Ph.Maloney, Astrophys.J.*, 398, L 89, 1992.
4. *И.Г.Калесник, Phys. Processes in Fragmentation and Star Formation, Eds.R.Caputto-Dolcetti et al., Kluwer Acad.Press. 1990, p.187.*
5. *R.B.Larson, Publ. Astron. Soc. Pacif.*, 102, N653, 790, 1990.
6. *А.Г.Буткевич, Вестник ЛГУ, сер.1, N2,89, 1989.*
7. *J.Kwan, Astrophys.J.*, 229, 567, 1979.

УДК: 524. 3: 520. 18 (479. 25): 420. 843

ПЕРВЫЙ БЮРАКАНСКИЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ ОБЗОР НЕБА. ГОЛУБЫЕ ЗВЕЗДНЫЕ ОБЪЕКТЫ. VII. ПОЛОСА $+61^{\circ} \leq \delta \leq +65^{\circ}$.

Г.В.АБРАМЯН, А.М.МИКАЕЛЯН

Поступила 1 июля 1993
Принята к печати 5 сентября 1993

Приводится седьмой список голубых звездных объектов второй части Первого Бюраканского спектрального обзора неба (FBS). Объекты расположены в полосе $+61^{\circ} \leq \delta \leq +65^{\circ}$ и $5^h 30^m \leq \alpha \leq 18^h 40^m$. Список содержит данные о 119 голубых звездных объектах, из которых 73 открыты впервые. Проведена предварительная классификация объектов. Определены предельные звездные величины пластинок FBS с использованием фотометрической калибровки карт Паломарского обзора неба.

1. *Введение.* Настоящей работой продолжается вторая часть Первого Бюраканского спектрального обзора неба (FBS — First Byurakan Survey) — обзор голубых звездных объектов. В 6-и опубликованных списках [1-3] содержится 638 объектов, из которых 395 — открыто впервые. Эти объекты параллельно изучаются спектральным [4] и поляризметрическим [5,6] методами, что поддерживает обратную связь с выделенными призмными спектрами и позволяет по ходу обзора совершенствовать методику отбора объектов и ориентироваться на более интересные объекты. Установлена также связь между предварительной классификацией авторов (на основе призмных спектров) и общепринятой спектральной классификацией (на основе щелевых спектров, получаемых на ЗТА-2.6 м, а также на основе спектральных классов известных объектов).

Описание второй части FBS, методика отбора и принципы предварительной классификации объектов приведены в [1]. В настоящей работе приводится седьмой список голубых звездных объектов FBS, содержащий 119 объектов полосы

$+61^\circ \leq \delta \leq +65^\circ$. Приводятся также первые определения предельных звездных величин для 38 пластинок данной полосы.

2. *Фотографический материал*. Полоса $+61^\circ \leq \delta \leq +65^\circ$ и $5^h 30^m \leq \alpha \leq 18^h 40^m$ содержит 23 площадки каждая размерами $4^\circ \times 4^\circ$, и общей площадью в 368 квадратных градусов. В этой области Б.Е.Маркаряном, В.А.Липовецким и Дж.А.Степаняном в 1967–76гг. снято 38 фотопластинок Kodak и Agfa, которые трижды просматривались нами для обнаружения голубых звездных объектов. Далее в ходе определения звездных величин и координатов для выделенных объектов, определялись также предельные звездные величины для всех 38 пластинок данной полосы, так как у этих пластинок нет фотометрической калибровки. Эти величины определялись в результате усреднения звездных величин пяти наиболее слабых звезд вокруг центров пластинок. В учет брались едва различимые от фона спектры, причем отбрасывались те объекты, которые имели голубой или красный цвет (т.е. брались объекты, имеющие умеренный цвет). Отдельно определялись голубые (с O-карт Паломарского обзора) и красные величины (с E-карт). Величина m_v рассчитывалась по принципу, описанному в [7]. Отметим, что предельная звездная величина пластинок падает от центра до краев пластинок не более, чем на 0.5^m . Точность для m_v величин по нашим оценкам не хуже 0.5^m , а скорее всего около 0.3^m (для m_o и m_v точность чуть ниже — около 0.5^m).

В табл. 1 приводятся эти предельные звездные величины для пластинок полосы $+61^\circ \leq \delta \leq +65^\circ$ обзора FBS.

Из табл. 1 видно, что предельные звездные величины пластинок полосы $+61^\circ \leq \delta \leq +65^\circ$ (а по всей видимости и всего обзора FBS) на $0.5^m - 1.0^m$ выше, чем считалось раньше (например, согласно [8] — $17^m - 17.5^m$). Если учитывать лучшие пластинки на каждой площадке данной полосы, то будем иметь 23 пластинки со средними m_o , m_E и m_v соответственно в 18.3^m , 17.6^m и 17.9^m . Таким образом, имеем предел около 18^m . Однако для распознавания и выделения спектров различных типов объектов необходимо увидеть некоторые особенности, что достижимо для объектов лишь до $17^m - 17.5^m$. Учитывая, что предельная звездная величина наихудшей пластинки — 16.1^m , и что во время просмотра, как правило, пропускаем предельно слабые объекты, можно утверждать, что полнота выборки второй части FBS — $15.5^m - 16.0^m$.

3. *Список объектов.* В табл. 2 приведен список 119 голубых звездных объектов FBS, расположенных в полосе $+61^\circ \leq \delta \leq +65^\circ$ и $5^h 30^m \leq \alpha \leq 18^h 40^m$. В последовательных столбцах таблицы приведены: 1 — номер объекта в обзоре, 2 — обозначение объектов FBS согласно рекомендации подкомиссии N 28 МАС, 3, 4 — экваториальные координаты для эпохи 1950.0 года с точностью до 3^s (α) и $0.1'$ (δ), 5 — видимая звездная величина m_v с точностью до 0.3^m , 6 — обзорный тип объектов согласно предварительной классификации авторов, 7 — показатель цвета с точностью до 0.5^m , 8 — отождествление известных объектов (номер соответствующего источника в списке литературы).

Экваториальные координаты определены на картах Паломарского обзора неба глазомерным методом. Из-за уменьшения масштаба по α на высоких δ , точность α ниже, чем в двух предыдущих списках [3]. Звездные величины также определены с карт Паломарского обзора с помощью калибровки зависимости "диаметр изображения — звездная величина" согласно [16] и соответствуют стандартной фотометрической величине V системы Джонсона с точностью до 0.3^m , обоснованной в работе [7].

Впервые приводится оценка цвета объектов с карт Паломарского обзора. Точность показателя цвета — около 0.5^m . В случае наших объектов фактически получилось три значения для CI : -1.0 , -0.5 и 0.0 . Величина УФ избытка не всегда пропорциональна цвету объектов, так что показатель цвета — дополнительная характеристика для наших объектов. (Эти две характеристики не однозначно соответствуют друг другу, например, есть очень голубые объекты с умеренным или коротким УФ-хвостом на призмённых пластинках). Отметим, что почти все объекты с $CI = 0.0^m$ брались из-за аномального спектрального распределения и/или из-за наличия абсорбции или эмиссии.

4. *Заключение.* В полосе $+61^\circ \leq \delta \leq +65^\circ$ обзора FBS обнаружено 119 голубых звездных объектов, из которых 73 открыты впервые, а 46 — отождествлены с ранее опубликованными объектами из других обзоров. Среди последних есть 32 объекта Паломара—Грина (PG) — наиболее полного из всех обзоров голубых звездных объектов и наиболее близкого к нашему по своим критериям и имеющимся результатам.

Проведем некоторые сравнения. В области полосы $+61^\circ \leq \delta \leq +65^\circ$ в обзоре PG имеется всего 38 объектов. Из 6 необнаруженных нами объектов 5 не соответствуют нашим критериям отбора (УФ слабый) и 1 нами пропущен (такой малый процент пропуска допускается из-за различных эффектов, описанных в

[2]). С другой стороны, в области, пересекающейся с обзором PG в данной полосе (т.е. $8^h 00^m \leq \alpha \leq 17^h 30^m$) нами дополнительно обнаружено 24 объекта с показателями цвета -1.0 и -0.5 , не имеющих в обзоре Паломара—Грина (не считая объекты, которые нами взяты из-за других peculiarностей). 13 из них ограничены $m_v = 16.7^m$ (предельная величина PG). Таким образом, не считая областей, дополняющих все имеющиеся обзоры голубых звездных объектов (в том числе и PG), обзор FBS значительно дополняет их также и в пересекающихся областях, как в сторону слабых звездных величин, также и в диапазоне доступных им звездных величин.

В настоящем списке есть рекордно слабый объект с $m_v = 19.3^m$, отобранный при определении предела пластинки №1195. Еще один объект имеет $m_v = 18.2^m$ и 10 объектов — $m_v = 17^m - 17.5^m$. Не считая исключительные случаи, можно заключить, что в обзоре FBS достижимы выявлению голубые звездные объекты до $17.5^m - 18.0^m$.

Как известно, полнота выборки любого обзора на $1^m - 2^m$ ниже его предела. Действительно, если оценить полноту выборки PG по результатам сравнения с обзором FBS, то получим около $15^m - 15.5^m$. Полнота выборки второй части FBS вероятнее всего около 16^m .

Бюраканская астрофизическая
обсерватория

THE FIRST BYURAKAN SPECTRAL SKY SURVEY. BLUE STELLAR OBJECTS.

VII. ZONE $+61^\circ \leq \delta \leq +65^\circ$.

H.V.ABRAHAMIAN, A.M.MICKAELIAN

The seventh list of blue stellar objects of the second part of the First Byurakan spectral sky survey is given. The objects are situated in the zone with $+61^\circ \leq \delta \leq +65^\circ$ and $5^h 30^m \leq \alpha \leq 18^h 40^m$. The list contains data for 119 blue stellar objects among which 73 are new. A preliminary classification of objects is made. The magnitude limits for the FBS plates are given, determined by means of the photometric calibration for Palomar Sky survey charts.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.В.Абрамян, В.А.Липовецкий, Дж.А.Степанян, *Астрофизика*, 32, 29, 1990.
2. Г.В.Абрамян, В.А.Липовецкий, А.М.Микаелян, Дж.А.Степанян, *Астрофизика*, 33, 213, 1990; 33, 345, 1990; 34, 13, 1991.
3. Г.В.Абрамян, А.М.Микаелян, *Астрофизика*, 36, 109, 1993.
4. Г.В.Абрамян, А.М.Микаелян, *Астрофизика*, 35, 197, 1991.
5. А.М.Микаелян, М.А.Ерицян, Г.В.Абрамян, *Астрофизика*, 34, 351, 1991.
6. М.А.Ерицян, А.М.Микаелян, *Астрофизика*, 36, 203, 1993.
7. Г.В.Абрамян, А.М.Микаелян, *Сообщ. Бюракан. обсерв.*, т.66, в печати.
8. Б.Е.Маркарян, В.А.Липовецкий, Дж.А.Степанян, Л.К.Ерастова, А.И.Шаповалов, *Сообщ. САО*, 62, 5, 1989.
9. R.F.Green, M.Schmidt, J.Liebert, *Astrophys.J., Suppl. Ser.*, 61, 305, 1986.
10. T.Noguchi, H.Maehara, M.Kondo, *Ann. Tokyo Astron. Obs.*, 2nd ser., 18, 55, 1980.
11. H.L.Giclas, R.Burnham, Jr., N.G.Thomas, *Lowell Obs. Bulletin*, N 166, Vol.VIII, 6, 157, 1980.
12. W.J.Luyten, *A Search for Faint Blue Stars*, The Observatory Univ. of Minnesota, Minneapolis, 1952-1962.
13. J.Feige, *Astrophys. J.*, 128, 267, 1958.
14. В.А.Липовецкий, С.Н.Неизвестный, О.М.Неизвестная, *Сообщ. САО*, 55, 5, 1987.
15. H.Ritter, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 85, 1179, 1990.
16. I.R.King, M.I.Raff, *Publ. Astron. Soc. Pacific*, 89, 120, 1977.

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЗВЕЗДНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ ПЛАСТИНОК FBS

| N | α | m_0 | m_E | m_V | год | эмульсия |
|------|---------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|------|----------|
| 1365 | 05 ^h 52 ^m | 18.1 ^m | 18.0 ^m | 18.0 ^m | 1975 | IIaF |
| 1371 | 05 52 | 17.4 | 17.1 | 17.2 | 1975 | IIaF |
| 1405 | 06 26 | 18.7 | 18.4 | 18.5 | 1975 | IIF |
| 21 | 07 00 | 17.8 | 17.3 | 17.5 | 1969 | IIAF |
| 148 | 07 00 | 19.0 | 17.4 | 17.9 | 1969 | IIAF |
| 1173 | 07 34 | 18.7 | 17.3 | 17.7 | 1967 | IIaF |
| 1174 | 08 08 | 18.5 | 17.6 | 17.9 | 1967 | IIaF |
| 1175 | 08 42 | 17.7 | 16.3 | 16.7 | 1967 | IIaF |
| 1176 | 09 16 | 18.6 | 18.0 | 18.2 | 1967 | IIaF |
| 1834 | 09 22 | 18.8 | 18.0 | 18.3 | 1969 | IIaF |
| 1177 | 09 50 | 18.7 | 18.4 | 18.5 | 1967 | IIaF |
| 1178 | 10 24 | 18.0 | 17.7 | 17.9 | 1967 | IIaF |
| 1190 | 10 58 | 18.5 | 18.5 | 18.5 | 1967 | IIaF |
| 1191 | 11 32 | 18.6 | 18.4 | 18.5 | 1967 | IIaF |
| 1194 | 12 06 | 19.1 | 17.9 | 18.3 | 1967 | IIaF |
| 1195 | 12 40 | 19.0 | 18.6 | 18.7 | 1967 | IIaF |
| 1182 | 13 14 | 18.9 | 17.6 | 18.0 | 1967 | IIaF |
| 1197 | 13 14 | 19.0 | 17.9 | 18.2 | 1967 | IIaF |
| 1199 | 13 48 | 19.0 | 18.5 | 18.7 | 1967 | IIaF |
| 631 | 14 22 | 17.0 | 16.5 | 16.7 | 1972 | IIaF |
| 727 | 14 22 | 18.7 | 18.0 | 18.2 | 1973 | IIaF |
| 632 | 14 56 | 18.0 | 16.0 | 16.6 | 1972 | IIaF |
| 716 | 14 56 | 18.5 | 17.3 | 17.7 | 1973 | IIaF |
| 633 | 15 30 | 18.0 | 16.9 | 17.2 | 1972 | IIaF |
| 718 | 15 30 | 18.1 | 16.8 | 17.2 | 1973 | IIaF |
| 486 | 16 04 | 16.9 | 16.5 | 16.6 | 1971 | IIaF |
| 487 | 16 04 | 18.9 | 18.9 | 18.9 | 1971 | ZU-2 |

Таблица 1 (окончание)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|------|-------|------|------|------|------|------|
| 799 | 16 04 | 17.9 | 17.4 | 17.6 | 1973 | IIaF |
| 482 | 16 38 | 17.2 | 16.0 | 16.4 | 1971 | IIaF |
| 483 | 16 38 | 18.1 | 17.2 | 17.5 | 1971 | ZU-2 |
| 1562 | 16 38 | 18.4 | 18.0 | 18.1 | 1976 | IIF |
| 230 | 17 12 | 16.7 | 15.9 | 16.2 | 1970 | IIAF |
| 233 | 17 12 | 17.1 | 15.9 | 16.3 | 1970 | IIAF |
| 495 | 17 12 | 16.7 | 16.0 | 16.2 | 1971 | IIAF |
| 496 | 17 12 | 16.9 | 16.2 | 16.4 | 1971 | ZU-2 |
| 1589 | 17 12 | 16.4 | 16.0 | 16.1 | 1976 | IIF |
| 256 | 17 46 | 17.2 | 16.8 | 16.9 | 1970 | IIAF |
| 1303 | 18 20 | 17.4 | 16.8 | 17.0 | 1975 | IIaF |

Примечание: пластинки N 631, 632 и 633 имеют плохую фокусировку и в обзоре не использовались.

СПИСОК ГОЛУБЫХ ЗВЕЗДНЫХ ОБЪЕКТОВ FBS

| № | Название FBS | Координаты | | m_v | Тип | C/I | Литература |
|-----|-----------------|---|---------------|-------------------|-----|------|------------|
| | | α 1950 | δ 1950 | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 639 | 0538+619 | 05 ^h 38 ^m 16 ^s | +61°59.1' | 15.4 ^m | B2 | 0.0 | |
| 640 | 0539+646 | 05 39 05 | +64 38.8 | 12.1 | N1 | 0.0 | |
| 641 | 0550+641 | 05 50 51 | +64 07.7 | 13.3 | B1 | -0.5 | |
| 642 | 0608+619 | 06 08 38 | +61 51.8 | 14.5 | B1 | -0.5 | |
| 643 | 0610+627 | 06 10 40 | +62 43.8 | 14.0 | B1 | -1.0 | |
| 644 | 0614+639 | 06 14 47 | +63 58.0 | 16.7 | B2 | -1.0 | |
| 645 | 0619+628 | 06 19 47 | +62 48.1 | 15.4 | B1 | 0.0 | |
| 646 | 0628+635 | 06 28 15 | +63 30.4 | 16.3 | B2 | 0.0 | |
| 647 | 0632+631 | 06 32 49 | +63 04.9 | 15.2 | B1 | -0.5 | |
| 648 | 0637+637 | 06 37 29 | +63 43.0 | 12.0 | B1 | -0.5 | |
| 649 | 0641+635 | 06 41 44 | +63 30.6 | 15.5 | B1 | -0.5 | |
| 650 | 0644+635 | 06 44 23 | +63 32.8 | 15.7 | N1 | 0.0 | |
| 651 | 0658+627 | 06 58 53 | +62 40.6 | 13.2 | B2 | 0.0 | |
| 652 | 0659+644 | 06 59 31 | +64 23.8 | 13.8 | B2 | -0.5 | |
| 653 | 0702+616 | 07 02 15 | +61 38.7 | 13.0 | B1 | -0.5 | |
| 654 | 0712+623 | 07 12 32 | +62 19.6 | 15.9 | B2 | 0.0 | [11] |
| 655 | 0713+648 | 07 13 14 | +64 53.2 | 16.0 | N1 | -0.5 | |
| 656 | 0725+623 | 07 25 58 | +62 17.6 | 15.2 | B2 | -0.5 | [12] |
| 657 | 0730+617 | 07 30 59 | +61 39.2 | 13.7 | B1 | -0.5 | [12] |
| 658 | 0737+642 | 07 37 22 | +64 12.0 | 15.7 | B1 | 0.0 | |

Таблица 2 (продолжение)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----|----------|----------|----------|------|------|------|--------|
| 659 | 0738+640 | 07 38 13 | +64 00.6 | 13.3 | B2 | 0.0 | |
| 660 | 0742+625 | 07 42 52 | +62 33.0 | 11.9 | B1 | -0.5 | |
| 661 | 0805+639 | 08 05 28 | +63 53.8 | 17.2 | N2 | -0.5 | |
| 662 | 0808+628 | 08 08 06 | +62 45.5 | 14.0 | B2 | 0.0 | [9,15] |
| 663 | 0811+645 | 08 11 06 | +64 27.4 | 14.6 | B1a | 0.0 | [11] |
| 664 | 0821+633 | 08 21 15 | +63 16.7 | 15.5 | B2a | -0.5 | [9] |
| 665 | 0822+645 | 08 22 51 | +64 32.3 | 15.2 | B2 | -0.5 | [9] |
| 666 | 0825+616 | 08 25 40 | +61 37.1 | 16.8 | N1 | 0.0 | |
| 667 | 0836+619 | 08 36 31 | +61 58.4 | 14.3 | B1 | -1.0 | [9] |
| 668 | 0850+639 | 08 50 39 | +63 54.8 | 16.0 | N2e: | 0.0 | |
| 669 | 0852+622 | 08 52 13 | +62 17.9 | 17.5 | B2a: | -1.0 | |
| 670 | 0904+643 | 09 04 58 | +64 21.9 | 15.5 | B3 | 0.0 | |
| 671 | 0905+627 | 09 05 57 | +62 41.9 | 16.6 | B2 | -0.5 | [9] |
| 672 | 0907+640 | 09 07 43 | +64 02.6 | 16.8 | N2e: | 0.0 | |
| 673 | 0910+621 | 09 10 14 | +62 09.8 | 15.8 | B2 | 0.0 | [9] |
| 674 | 0910+634 | 09 10 37 | +63 23.1 | 16.0 | N3e: | 0.0 | |
| 675 | 0932+627 | 09 32 21 | +62 40.3 | 15.5 | N3 | 0.0 | [12] |
| 676 | 0933+625 | 09 33 05 | +62 28.3 | 15.9 | B2 | 0.0 | |
| 677 | 0933+614 | 09 33 33 | +61 25.2 | 15.9 | N1a: | 0.0 | |
| 678 | 0947+639 | 09 47 52 | +63 59.7 | 15.0 | B1 | -0.5 | [9] |
| 679 | 0948+632 | 09 48 55 | +63 12.1 | 15.0 | B1 | -0.5 | [9] |
| 680 | 1005+642 | 10 05 56 | +64 13.3 | 14.2 | B1 | -0.5 | [9,11] |
| 681 | 1009+621 | 10 09 53 | +62 05.3 | 16.1 | N2e: | 0.0 | |

Таблица 2 (продолжение)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----|----------|----------|----------|------|------|------|-----------|
| 682 | 1011+649 | 10 11 40 | +64 59.0 | 14.5 | B1 | -0.5 | [9] |
| 683 | 1027+638 | 10 27 06 | +63 48.7 | 16.2 | B1a: | 0.0 | |
| 684 | 1038+634 | 10 38 39 | +63 22.8 | 15.3 | B2 | -0.5 | [9] |
| 685 | 1040+631 | 10 40 49 | +63 09.6 | 16.9 | B2 | 0.0 | |
| 686 | 1049+617 | 10 49 21 | +61 41.3 | 16.2 | B3 | 0.0 | [14] |
| 687 | 1051+646 | 10 51 29 | +64 33.5 | 15.6 | N3 | 0.0 | |
| 688 | 1103+619 | 11 03 54 | +61 55.6 | 15.9 | B3 | 0.0 | |
| 689 | 1112+619 | 11 12 20 | +61 54.6 | 16.4 | N2 | 0.0 | |
| 690 | 1119+619 | 11 19 47 | +61 54.3 | 15.6 | B1 | -0.5 | [9,12] |
| 691 | 1123+639 | 11 23 36 | +63 54.9 | 16.9 | N2e: | -0.5 | |
| 692 | 1125+634 | 11 25 46 | +63 21.2 | 16.0 | N2e: | 0.0 | |
| 693 | 1131+648 | 11 31 40 | +64 50.4 | 16.1 | B2 | 0.0 | |
| 694 | 1132+641 | 11 32 49 | +64 05.9 | 17.2 | B2 | -0.5 | |
| 695 | 1136+621 | 11 36 52 | +62 06.4 | 16.1 | B3 | 0.0 | |
| 696 | 1144+623 | 11 44 19 | +62 16.6 | 16.2 | N3a: | -0.5 | |
| 697 | 1144+615 | 11 44 34 | +61 32.2 | 13.6 | B1 | -0.5 | [9,12,13] |
| 698 | 1154+617 | 11 54 39 | +61 40.8 | 17.0 | B2 | -0.5 | [12] |
| 699 | 1209+623 | 12 09 53 | +62 16.2 | 15.8 | B2 | -0.5 | [12] |
| 700 | 1214+613 | 12 14 40 | +61 17.6 | 16.2 | N2 | 0.0 | |
| 701 | 1215+628 | 12 15 17 | +62 47.9 | 16.2 | B1 | -0.5 | |
| 702 | 1223+617 | 12 23 34 | +61 41.2 | 17.0 | B1 | -0.5 | [9] |
| 703 | 1236+626 | 12 36 42 | +62 37.1 | 17.0 | N1 | 0.0 | |
| 704 | 1239+632 | 12 39 13 | +63 10.1 | 19.3 | N1e: | -0.5 | |

Таблица 2 (продолжение)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----|-----------|----------|----------|------|------|------|--------|
| 705 | 1240+631 | 12 40 29 | +63 06.3 | 18.2 | N2 | -1.0 | |
| 706 | 1241+651 | 12 41 14 | +65 09.4 | 16.0 | B2 | 0.0 | [11] |
| 707 | 1303+628 | 13 03 21 | +62 46.7 | 16.1 | N3a: | 0.0 | |
| 708 | 1315+645 | 13 15 13 | +64 30.9 | 14.9 | B1 | 0.0 | [9] |
| 709 | 1318+648 | 13 18 08 | +64 48.8 | 15.6 | B2 | -0.5 | |
| 710 | 1320+645 | 13 20 47 | +64 31.6 | 15.8 | B2 | -0.5 | [9] |
| 711 | 1322+627 | 13 22 45 | +62 42.5 | 15.8 | B2 | -0.5 | |
| 712 | 1330+648 | 13 30 24 | +64 45.7 | 15.1 | B2 | -0.5 | |
| 713 | 1343+630A | 13 43 14 | +63 01.7 | 16.0 | B2a | 0.0 | |
| 714 | 1343+630B | 13 43 34 | +63 03.3 | 17.5 | N2 | -0.5 | |
| 715 | 1351+640 | 13 51 45 | +64 00.3 | 14.8 | N2e | 0.0 | [9] |
| 716 | 1402+649 | 14 02 30 | +64 54.3 | 17.2 | N2a | -0.5 | |
| 717 | 1404+624 | 14 04 56 | +62 25.8 | 16.1 | N2a: | 0.0 | |
| 718 | 1412+612 | 14 12 53 | +61 14.9 | 14.8 | B1 | -0.5 | [9] |
| 719 | 1429+635 | 14 29 17 | +63 30.7 | 14.9 | N2 | 0.0 | |
| 720 | 1444+637 | 14 44 53 | +63 42.1 | 15.7 | B2 | -0.5 | |
| 721 | 1449+642 | 14 49 36 | +64 15.8 | 16.0 | B1 | 0.0 | |
| 722 | 1459+645 | 14 59 57 | +64 28.4 | 15.4 | B2 | -0.5 | [9] |
| 723 | 1501+642 | 15 01 26 | +64 09.9 | 16.5 | B2 | -0.5 | |
| 724 | 1508+637 | 15 08 47 | +63 43.9 | 15.2 | B1a | -0.5 | [9,11] |
| 725 | 1509+613 | 15 09 24 | +61 18.5 | 17.4 | B1 | -1.0 | |
| 726 | 1511+624 | 15 11 26 | +62 21.3 | 14.9 | B1 | -0.5 | [9] |
| 727 | 1518+637 | 15 18 59 | +63 40.4 | 16.3 | B2a | 0.0 | |

Таблица 2 (продолжение)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----|----------|----------|----------|------|------|------|--------|
| 728 | 1519+640 | 15 19 42 | +64 02.8 | 12.8 | B1 | -0.5 | [9] |
| 729 | 1522+613 | 15 22 40 | +61 20.7 | 16.7 | B1 | 0.0 | [12] |
| 730 | 1527+612 | 15 27 55 | +61 11.8 | 16.7 | B2 | -0.5 | [12] |
| 731 | 1535+622 | 15 35 02 | +62 12.1 | 16.7 | N1e: | 0.0 | |
| 732 | 1535+617 | 15 35 33 | +61 43.6 | 15.7 | B2 | 0.0 | |
| 733 | 1543+628 | 15 43 49 | +62 52.7 | 15.3 | B1 | -0.5 | [9,11] |
| 734 | 1547+632 | 15 47 29 | +63 12.0 | 15.1 | R1 | 0.0 | [9] |
| 735 | 1552+635 | 15 52 30 | +63 33.5 | 15.8 | B2a: | -0.5 | |
| 736 | 1601+618 | 16 01 32 | +61 48.2 | 16.0 | B3a | 0.0 | |
| 737 | 1603+639 | 16 03 36 | +63 58.8 | 14.6 | B3a | 0.0 | |
| 738 | 1605+627 | 16 05 50 | +62 40.9 | 15.3 | B2 | 0.0 | [9] |
| 739 | 1606+646 | 16 06 29 | +64 41.5 | 16.8 | B2 | -0.5 | |
| 740 | 1609+631 | 16 09 45 | +63 08.6 | 17.4 | B1a | -1.0 | [9] |
| 741 | 1615+637 | 16 15 42 | +63 41.1 | 15.7 | B2 | -0.5 | |
| 742 | 1619+648 | 16 19 57 | +64 43.9 | 15.6 | B1a | -0.5 | [9] |
| 743 | 1630+623 | 16 30 47 | +62 17.2 | 13.5 | B2 | 0.0 | |
| 744 | 1640+645 | 16 40 28 | +64 30.1 | 15.3 | B2 | -0.5 | [9] |
| 745 | 1645+610 | 16 45 01 | +61 02.6 | 14.8 | B2 | -0.5 | [9] |
| 746 | 1645+649 | 16 45 10 | +64 58.9 | 15.9 | B1a: | -0.5 | |
| 747 | 1653+633 | 16 53 55 | +63 22.2 | 16.6 | B2 | -1.0 | [9] |
| 748 | 1654+637 | 16 54 04 | +63 44.0 | 15.6 | B3a | -0.5 | [9] |
| 749 | 1703+649 | 17 03 58 | +64 55.3 | 13.7 | B1 | 0.0 | |
| 750 | 1708+614 | 17 08 09 | +61 21.5 | 14.4 | B2 | 0.0 | [9] |

Таблица 2 (окончание)

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----|----------|----------|----------|------|-----|------|---------|
| 751 | 1726+618 | 17 26 41 | +61 47.9 | 15.1 | B2 | -0.5 | |
| 752 | 1732+633 | 17 32 18 | +63 20.8 | 13.9 | B1 | -0.5 | |
| 753 | 1803+623 | 18 03 55 | +62 15.2 | 15.9 | B2 | -0.5 | [12] |
| 754 | 1811+616 | 18 11 29 | +61 37.2 | 16.3 | B2 | -0.5 | |
| 755 | 1821+643 | 18 21 36 | +64 20.4 | 15.4 | B1a | -0.5 | [10,12] |
| 756 | 1831+645 | 18 31 12 | +64 32.4 | 16.0 | B1 | -1.0 | [10] |
| 757 | 1832+631 | 18 32 24 | +63 06.8 | 16.5 | B2 | -0.5 | |

Примечания:

655 — двойная, слабый компонент имеет $m_v = 19.6$ и $C I = -1.0$.

662 — катаклизмическая переменная SU UMa.

687 — спектр слегка диффузный, возможно компактная галактика.

691 — кандидат в квазары.

696 — уже по призмному спектру можно классифицировать как DA.

704 — предельно слабый объект. Этот объект отмечен при определении предела пластинки N 1195. Такие объекты как правило не замечаются.

713 — уже по призмному спектру можно классифицировать как DA.

737 — уже по призмному спектру можно классифицировать как DA.

755 — центральная звезда планетарной туманности PK 094-27.1.

А С Т Р О Ф И З И К А

ТОМ 37

ФЕВРАЛЬ, 1994

ВЫПУСК 1

УДК: 524.338.6

**ПОДСИСТЕМЫ ВСПЫХИВАЮЩИХ ЗВЕЗД
РАЗНОГО ВОЗРАСТА В ОРИОНЕ И ПЛЕЯДАХ**

Л. В. МИРЗОЯН, В. В. АМБАРЯН

Поступила 1 декабря 1993

Сравниваются две наиболее хорошо изученные подсистемы вспыхивающих звезд в Орионе и Плеядах, имеющие существенно разный возраст. Показано, что наблюдаемые между ними различия находятся в согласии с эволюционным статусом вспыхивающих звезд, представляющих стадию эволюции красных карликовых звезд. Обнаружено, что средняя частота вспышек растет к звездам низких светимостей. Для звезд одинаковой светимости вспышечная активность ниже у более старых звезд.

1. *Введение.* В настоящее время можно считать достаточно обоснованным представление о том, что стадия вспыхивающей звезды (вспышечной активности) является закономерной стадией эволюции красных карликовых звезд, следующей за стадией, представляемой звездами типа Т Тельца (см., например, [1]).

Это представление, впервые высказанное Аро [2], использующего первые наблюдения вспыхивающих звезд в звездных ассоциациях, получило ряд наблюдательных подтверждений. Особое значение для него имело исследование Амбарцумяна [3], по разработке статистического метода оценки полного числа вспыхивающих звезд в системе, на основе наблюдений в ней звездных вспышек. Применение этого метода к скоплению Плеяды показало, что в этой сравнительно молодой системе почти все звезды низких светимостей являются вспыхивающими, что можно считать очень веским свидетельством в пользу нового представления.

Продолжительность стадии вспышечной активности красных карликовых звезд возрастает со старением звездной системы (скопления и ассоциации), а наиболее старые (наименьшей массы) вспыхивающие звезды встречаются в

общем галактическом звездном поле (звезды типа UV Кита окрестностей Солнца) [4]. Это дает основание допустить, что вспыхивающие звезды, в звездных скоплениях и ассоциациях и в общем звездном поле Галактики составляют единый класс вспыхивающих объектов и различия между ними, в общем случае, являются следствием различий распределений их масс, обусловленных различием возрастов соответствующих систем [4,5].

В настоящей статье рассматриваются две наиболее хорошо изученные подсистемы вспыхивающих звезд существенно разного возраста: в ассоциации Ориона и скоплении Плеяд, с точки зрения эволюционного статуса этих звезд.

2. Общие сведения о подсистемах вспыхивающих звезд в Орионе и Плеядах. Подсистема вспыхивающих звезд в ассоциации Ориона является одной из самых молодых (возраст порядка 10^6 лет [6]). Расстояние ассоциации Ориона около 500 пк [7]. Согласно "Каталогу вспыхивающих звезд области туманности Ориона" Нацвлишвили [8], в этой подсистеме к началу 1992г. была известна 491 вспыхивающая звезда.

Значительно старше подсистема вспыхивающих звезд в скоплении Плеяды. Возраст его оценивается $7 \cdot 10^7$ лет, а расстояние 125 пк [7]. В скоплении Плеяды к 1982г., по данным каталога Аро, Чавира и Гонсалес [9] было известно 519, а в настоящее время 530 вспыхивающих звезд [10].

Наблюдения свидетельствуют, что почти все вспыхивающие звезды, открываемые в областях скоплений и ассоциаций, являются членами соответствующих систем. Согласно статистическим оценкам [10], среди вспыхивающих звезд, наблюдаемых в этих областях, доля вспыхивающих звезд, принадлежащих к общему галактическому звездному полю, не может превышать 10%.

Отсюда следует, что вспышечную активность звезды можно рассматривать как критерий принадлежности звезд сравнительно высокой светимости к близлежащей системе [11].

С другой стороны, параметры вспыхивающих звезд, наблюдаемые в подсистемах Ориона и Плеяд, являются характерными для соответствующей стадии эволюции и их сравнение способно вскрыть факторы, обуславливающие эту эволюцию.

3. Различия, наблюдаемые в подсистемах вспыхивающих звезд Ориона и Плеяд. Первое, бросающееся в глаза различие между подсистемами вспыхивающих звезд Ориона и Плеяд является присутствие в первой из них звезд типа Т Тельца, которые отсутствуют во второй. Это серьезное различие, несомненно,

обусловлено существенной разницей возрастов обеих подсистем. Именно, благодаря крайней молодости ассоциации Ориона подсистема вспышкающих звезд в ней сосуществует с подсистемой звезд типа Т Тельца.

Очень веским свидетельством в пользу представления о физической родственности звезд типа Т Тельца и вспышкающих, составляющих эволюционную последовательность красных карликовых звезд [12,13], является существование в ассоциациях Ориона и Единорога (NGC 2264), звезд типа Т Тельца, проявляющих вспышечную активность [14,15], т.е. звезд, являющихся одновременно звездами типа Т Тельца и вспышкающими.

Новым, не менее веским, причем совершенно независимым, подтверждением этого представления явилось обнаружение в ассоциации Ориона более десятка динамически неустойчивых кратных систем типа Трапеции, состоящих из смеси звезд типа Т Тельца и вспышкающих [16].

В отличие от ассоциации Ориона в скоплении Плеяды, из-за сравнительно большего его возраста, уже больше нет не только "чистых" звезд типа Т Тельца,

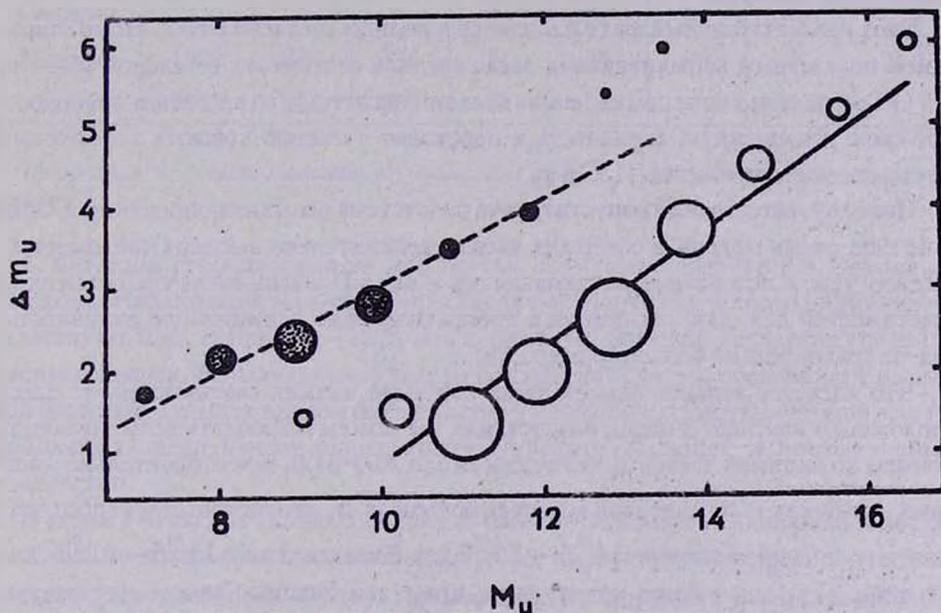


Рис. 1. Распределение вспышкающих звезд по абсолютной визуальной величине; в скоплении Плеяды (непрерывная линия) и ассоциации Ориона (пунктирная линия), по данным каталогов Нацвалишвили [8], Аро и др. [9], с небольшим дополнением [10].

но и более старых звезд этого типа Т Тельца, обладающих вспышечной активностью [17,18].

Следует считать, что все они уже завершили стадию активности типа Т Тельца, включая и фазу, когда звезда типа Т Тельца приобретает способность показывать время от времени вспышки и перешли в следующую стадию эволюции красных карликовых звезд — стадию вспыхивающей звезды [3,12,19,20].

Второе серьезное различие, тоже обусловленное различием возрастов подсистем вспыхивающих звезд в Орионе и Плеядах и подтверждающее их эволюционный статус, наблюдается в распределении светимостей вспыхивающих звезд.

Это хорошо видно на рис.1, где представлены распределения вспыхивающих звезд по абсолютной визуальной звездной величине (M_v) для этих подсистем. При составлении рис.1 модули расстояния подсистем в Плеядах и Орионе были приняты равными 5.5 и 8.5, соответственно [7].

Рис.1 показывает, что светимости ярчайших вспыхивающих звезд в ассоциации Ориона на 3^m превышают светимости ярчайших вспыхивающих звезд в скоплении Плеяды.

Этот наблюдательный факт находится в полном согласии с тем, что со старением подсистемы вспыхивающих звезд средняя светимость ее членов убывает [5]. Наиболее яркие вспыхивающие звезды подсистемы со временем прекращают свою вспышечную активность и переходят в стадию красных карликовых звезд постоянного блеска [13,19].

Поэтому, естественно допустить, что подсистема вспыхивающих звезд в Орионе еще очень молода и содержит звезды сравнительно высоких светимостей. Между тем, в подсистеме вспыхивающих звезд в Плеядах звезд таких высоких светимостей нет, так как они уже прекратили свою вспышечную активность, из-за сравнительно большого возраста.

Что касается вспыхивающих звезд наиболее низких светимостей, то здесь положение неясное. В обеих подсистемах мы можем наблюдать вспыхивающие звезды до видимой звездной величины около 20.0–21.0, при относительно мощных вспышках (с амплитудой вспышек больше 3^m). Это соответствует абсолютной визуальной величине $14^m.5$ – $15^m.5$ для Плеяд и только $11^m.5$ – $12^m.5$ для Ориона. Поэтому трудно утверждать, что в ассоциации Ориона существуют вспыхивающие звезды таких же низких светимостей, как в скоплении Плеяды. Можно лишь допустить, что ответ на этот вопрос — положительный.

Существенным различием двух рассматриваемых подсистем вспыхивающих звезд является значительно большее число повторных вспышек у известных вспыхивающих звезд в Плеядах, по сравнению с Орионом.

Об этом свидетельствуют данные табл.1, где представлены распределения вспыхивающих звезд этих подсистем по количеству наблюдавшихся у них вспышек [8–10]. Сравнение этих распределений для подсистем в Плеядах осенью 1972г. и в Орионе в настоящее время, когда продолжительность фотографических наблюдений для них была одинакова (около 1600 часов), показывает, что в скоплении Плеяды существуют звезды значительно чаще вспыхивающие, чем в ассоциации Ориона.

Это дает основание считать, что наблюдаемое превышение чисел повторных вспышек в Плеядах полностью обусловлено различием функций распределения средней частоты вспышек вспыхивающих звезд в Орионе и Плеядах.

Таблица 1

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВСПЫХИВАЮЩИХ ЗВЕЗД
ПО КОЛИЧЕСТВУ НАБЛЮДАВШИХСЯ У НИХ ВСПЫШЕК
В СКОПЛЕНИИ ПЛЕЯДЫ [9,10] И АССОЦИИ ОРИОНА [8]

| Система | Дата | n | n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | n_5 | $n_{\geq 6}$ |
|---------|------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|--------------|
| Плеяды | 1972 | 334 | 176 | 71 | 35 | 26 | 5 | 21 |
| Орион | 1993 | 491 | 382 | 74 | 23 | 7 | 1 | 4 |

Примечание: n — число известных вспыхивающих звезд, n_k — число звезд, показавших по k вспышек.

4. *Функции средних частот подсистем вспыхивающих звезд в Орионе и Плеядах.* Наблюдения вспыхивающих звезд в скоплениях и ассоциациях свидетельствуют (см., например, [13]), что существует большая дисперсия средних частот вспышек. Вспыхивающие звезды ближайших систем, обладающие высокой частотой вспышек в своем большинстве уже открыты. Гораздо больше вспыхивающих звезд имеют очень низкую частоту вспышек и поэтому еще неизвестны.

В связи с этим для полного описания данной системы вспыхивающих звезд необходимо знать не только их полное число, но и ее функцию распределения средних частот вспышек. — $f(\nu)$. Прямое определение этой функции из наблюдений практически невозможно даже для наиболее изученных систем. Вследствие ограниченности наблюдений, в них неизвестна значительная часть вспыхивающих звезд, а звезды, у которых наблюдалось более двух вспышек, составляют лишь небольшую долю их полного числа.

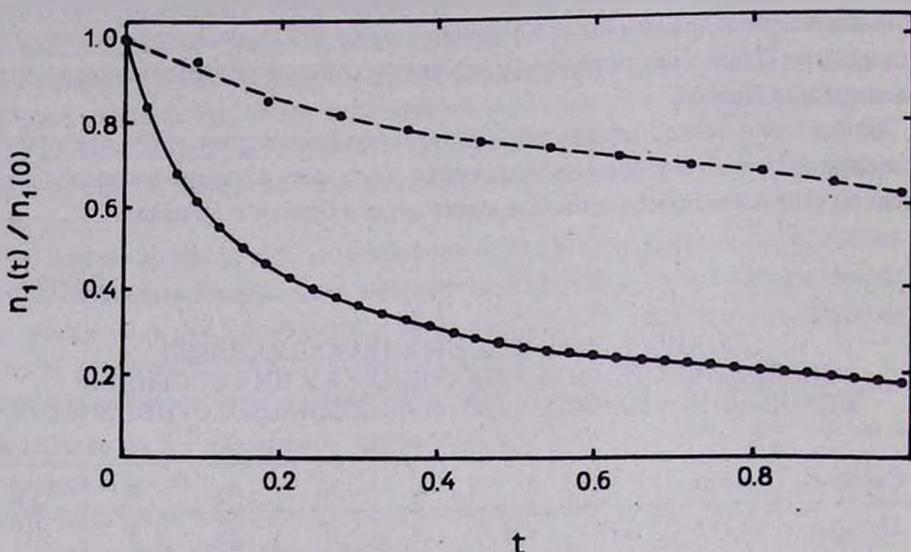


Рис. 2. Сглаженные кривые зависимости наблюдаемых значений $n_1(t) / n_1(0)$ от условного времени t , которое определяется как сумма длительностей экспозиций (продолжительность мониторинга) до данного момента реального времени: для вспыхающих звезд скопления Плеяды (непрерывная линия) и ассоциации Ориона (пунктирная линия).

Для преодоления этого затруднения Амбарцумян [21] определил функцию распределения $f(\nu)$ на основе статистических данных о совокупности наблюдаемых вспышек. Им было показано, что функция $n_1(t)$ распределения в момент открытия ("первых" вспышек) всех обнаруженных вспыхающих звезд в подсистеме равняется результату преобразования Лапласа искомой функции $f(\nu)$. Обращение этого преобразования позволило ему определить функцию $f(\nu)$ для вспыхающих звезд Плеяд.

Это решение задачи обременено большими ошибками и неопределенностями, характерными для решения обратных задач, в которых известная функция, в данном случае $n_1(t)$, определяется численно из наблюдений. Поэтому, для сравнения функций распределения средних частот вспышек $f(\nu)$ в подсистемах вспыхающих звезд в Орионе и Плеядах мы сравнили их функции $n_1(t) / n_1(0)$. Были рассмотрены только вспышки с амплитудой равной или

больше одной звездной величины. Число таких вспышек в этих подсистемах вспыхивающих звезд было равно 556 и 1259, соответственно.

На рис.2 представлены сглаженные кривые зависимости наблюдательных значений $n_1(t)/n_1(0)$ от времени t для обеих подсистем, которое течет только в период наблюдений. Кривые были построены по обобщенному методу Амбарцумяна [21], предложенному Арутюняном [22], позволяющему использовать хронологии вспышек высоких порядков.

Из рис.2 можно заключить, что функции распределения средней частоты вспышек для подсистем вспыхивающих звезд в ассоциации Ориона и скоплении Плеяды совершенно разные. В Плеядах значительно больше вспыхивающих звезд, обладающих сравнительно высокой средней частотой вспышек, а в Орионе преобладают вспыхивающие звезды, средняя частота вспышек которых очень низка.

Этот наблюдательный факт, отмеченный Парсамян [23], можно объяснить различием распределений светимостей вспыхивающих звезд в рассматриваемых подсистемах (рис.1).

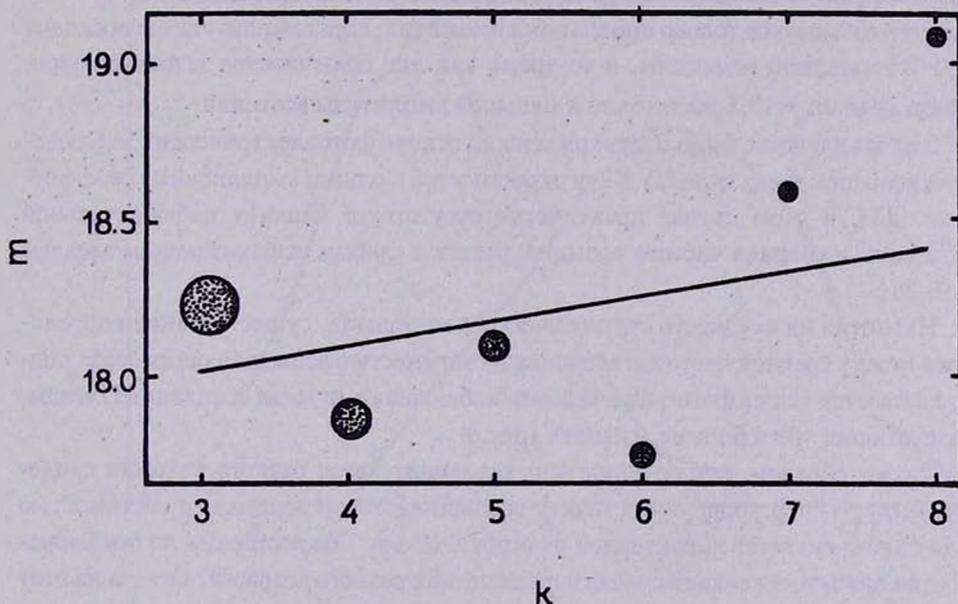


Рис. 3. Корреляция между светимостью вспыхивающих звезд, показавших 3 и более вспышек в скоплении Плеяды от кратности вспышек, по данным каталога Аро и др. [9]. Диаметры окружностей пропорциональны числам вспыхивающих звезд в соответствующих группах.

5. *Корреляция между средней частотой вспышек и светимостью вспыхвающих звезд.* Согласно исследованию Амбарцумяна [21] дисперсия средних частот вспышек в подсистеме вспыхвающих звезд скопления Плеяды меняется в широких пределах: от $(300 \text{ час})^{-1}$ до $(10000 \text{ час})^{-1}$. Это разнообразие средних частот вспышек звезд обусловлено разнообразием их светимостей.

Сравнение отношений $n_1(t)/n_1(0)$, для двух групп вспыхвающих звезд Плеяд, с ультрафиолетовой звездной величиной m_u меньше и равной $18^{m.5}$ и больше этой величины, выполненное Амбарцумяном [24], показало, что среди ярких вспыхвающих звезд число объектов, обладающих более высокими частотами вспышек, несколько больше, а среди слабых звезд имеется больше объектов со средними частотами порядка $(1000 \text{ час})^{-1}$.

Это свидетельствует, что для подсистемы вспыхвающих звезд в скоплении Плеяды средняя частота вспышек коррелирует со светимостью: она возрастает к ярким вспыхвающим звездам.

Можно показать, однако, что этот результат следствие наблюдательной селекции. На самом деле слабые вспыхвающие звезды вспыхвают гораздо чаще, чем обнаруживаются при наблюдениях. Действительно, звезды слабее $m_u = 18.5$ могут наблюдаться только при мощных вспышках, когда амплитуда превосходит 2.0–2.5 звездной величины, в то время как для большинства вспыхвающих звезд ярче $m_u = 18.5$ достаточно и меньшей амплитуды вспышки.

Это заключение было подтверждено на основе фотозлектрических наблюдений вспышек звезд типа UV Кита окрестностей Солнца, выполненных Моффетом [25]. В этом случае практически отсутствует влияние наблюдательной селекции и средняя частота вспышек растет к слабым вспыхвающим звездам [13,26].

Несмотря на скудность статистического материала, существование корреляции между средней частотой вспышек и светимостью вспыхвающих звезд подтверждается также фотографическими наблюдениями звезд скопления Плеяды, показавших три и больше вспышек (рис.3).

Таким образом, наблюдения вспыхвающих звезд разного возраста свидетельствуют, что корреляция между средней частотой вспышек и светимостью этих звезд является характерной их особенностью. Тожественны ли эти корреляции для вспыхвающих звезд в подсистемах разного возраста? Ответа на этот вопрос в настоящее время не имеется, из-за отсутствия достаточного количества наблюдений звездных вспышек.

Тем не менее, наблюдаемое различие в распределениях вспыхвающих звезд по светимости в подсистемах Ориона и Плеяд (рис.1), обусловленное различием

их возрастов, позволяет объяснять наблюдаемое различие между их функциями распределения средних частот вспышек (рис.2) этой корреляцией.

Возможно, что в этом различии определенную роль играют существующие в ассоциации Ориона звезды типа Т Тельца, обладающие вспышечной активностью, средняя частота вспышек которых обусловлена не только сравнительно высокой светимостью, но и фазой эволюции.

6. *Распределение амплитуд вспышек звезд, наблюдаемых в Орионе и Плеядах.* Амплитуды характеризуют относительную мощность звездной вспышки. Сравнение распределений вспышек по средним амплитудам в рассмотренных нами подсистемах вспыхивающих звезд приведено в табл.2 для периодов, когда они наблюдались примерно одинаковое время (около 1600 часов). Наблюдается некоторое превышение чисел вспышек с амплитудой $\Delta m_u > 5^m$ для подсистем Плеяд, над подсистемой Ориона. Однако это может быть следствием наблюдательной селекции.

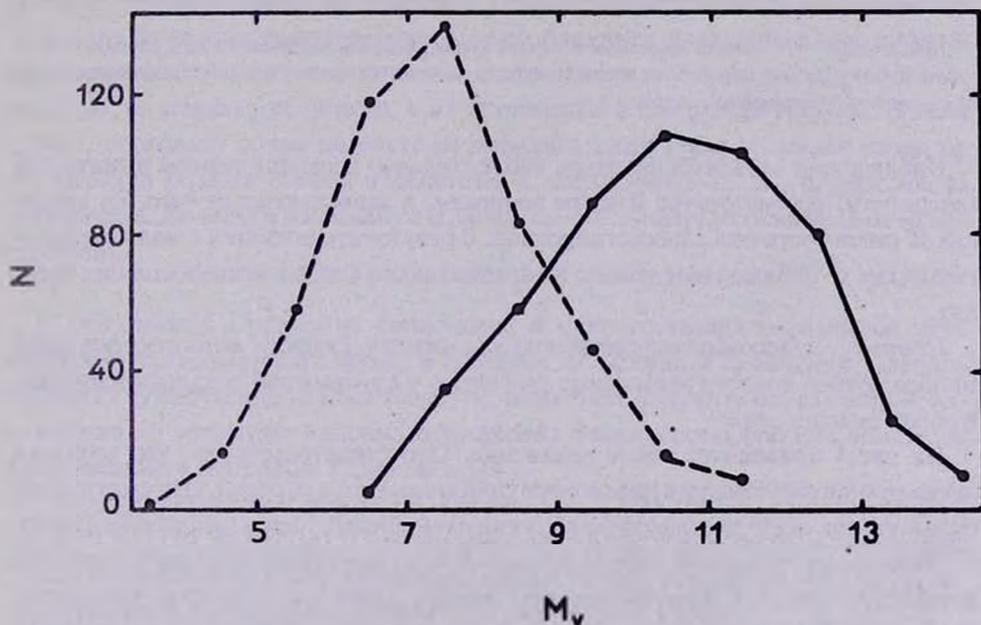


Рис. 4. Зависимость амплитуд звездных вспышек от светимости соответствующих вспыхивающих звезд, с учетом их чисел: в скоплении Плеяды (непрерывная линия) и ассоциации Ориона (пунктирная линия).

Следует отметить, что избирательность фотографических наблюдений звездных вспышек на звездах, находящихся на разных расстояниях могла бы оказать некоторое влияние на рис.4. Именно, вспышки сравнительно малых амплитуд на звездах более далекой подсистемы Ориона не могут быть обнаружены. Однако, можно считать, что обнаруженная закономерность реальна.

Таблица 2

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВСПЫХИВАЮЩИХ ЗВЕЗД
ПО СРЕДНЕЙ АМПЛИТУДЕ В СКОПЛЕНИИ
ПЛЕЯДЫ И АССОЦИИ ОРИОНА.**

| Система | Дата | N | n | Δm_m | | | | | | | |
|---------|------|-----|-----|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | | | | 1—2 | 2—3 | 3—4 | 4—5 | 5—6 | 6—7 | 7—8 | 8—9 |
| Плеяды | 1972 | 307 | 614 | 104 | 203 | 139 | 78 | 54 | 26 | 8 | 2 |
| Орион | 1993 | 425 | 556 | 63 | 225 | 141 | 77 | 38 | 9 | 1 | 2 |

Примечание: N — число известных вспыхвающих звезд, наблюдавшихся во вспышках с амплитудой Δm_m больше одной звездной величины, n — число таких вспышек, в последующих столбцах — из них со средней амплитудой Δm_m .

Наблюдения звездных вспышек избирательны: вспышка данной амплитуды (мощности) соответствует разным энергиям, в зависимости от того, на звезде какой светимости она зарегистрирована. В результате вспышки с малыми энергиями могут наблюдаться только на сравнительно слабых вспыхвающих звездах.

Поэтому, целесообразно сравнение для них зависимости амплитуд вспышек от абсолютной яркости вспыхвающих звезд, у которых наблюдались вспышки, в обеих подсистемах.

На рис.4 приводится такое сравнение. Оно свидетельствует, что вспышки звезд данной светимости в подсистеме Ориона имеют, в среднем, систематически большую (на одну-две звездные величины) мощность, чем в подсистеме Плеяд.

Этот примечательный наблюдательный факт дает основание допустить, что существует важная закономерность: звезды данной светимости производят вспышки тем большей мощности, чем моложе они, т.е. абсолютная вспышечная активность звезды убывает со старением.

7. *О пространственной плотности и объеме подсистем вспыхивающих звезд в Орионе и Плеядах.* Подсистема вспыхивающих звезд в ассоциации Ориона находится в четыре раза дальше подсистемы в скоплении Плеяды. Вследствие этого, фотографические наблюдения широкоугольными телескопами области Ориона охватывают около 15 раз больше поверхности и около 60 раз больше объема, чем наблюдения области скопления Плеяды. Если учесть, что оценки полного числа вспыхивающих звезд в подсистемах Ориона и Плеяд равны около 2000 [27] и 1000 [13], соответственно, то неизбежен вывод о том, что подсистема Ориона очень бедна вспыхивающими звездами, а их пространственная плотность меньше, чем в подсистеме Плеяды, по крайней мере, на один порядок.

Этот неестественный вывод, кажется, можно рассматривать, в основном, как следствие наблюдательной селекции. Как показывает рис. 1, число вспыхивающих звезд в ассоциации Ориона, на восходящей ветви, где отсутствует наблюдательная селекция, растет в 2–3 раза при переходе к слабым вспыхивающим звездам на одну звездную величину. С другой стороны, из-за значительного расстояния Ориона, мы в ней не наблюдаем таких вспыхивающих звезд низкой светимости, как в скоплении Плеяды.

Предполагая их существование, можно получить правдоподобную оценку пространственной плотности вспыхивающих звезд в ассоциации Ориона, совпадающую, по порядку величины, с их плотностью в скоплении Плеяды. В этом случае, поскольку объем подсистемы вспыхивающих звезд в Орионе почти на два порядка больше объема подсистемы в скоплении Плеяды, полное число вспыхивающих звезд в ассоциации Ориона, по-видимому, должно быть не меньше 10000.

8. *Обсуждение.* Сравнение физических и статистических параметров двух подсистем вспыхивающих звезд, в ассоциации Ориона и скопления Плеяды, имеющих существенно разные возрасты, позволяет получить определенные заключения об эволюции красных карликовых звезд, составляющих заметную часть звездного населения Галактики [10].

Они подтверждают ранее развитую Аро [2,28,29] и Амбарцумяном [3,12,19,30] (см. также [31]) принципиальную идею о том, что вспыхивающие звезды представляют собой стадию эволюции красных карликовых звезд, последующую наиболее ранней ее стадии — стадии типа Т Тельца.

Сосуществование вспыхивающих звезд со звездами типа Т Тельца в ассоциации Ориона — очень молодой системе, и отсутствие этих звезд в существенно более старом скоплении Плеяды, богатом вспыхивающими звездами, гармонирует с этой идеей.

В согласии с этой идеей находятся и значительно более высокие светимости (почти на 3^m) ярчайших вспыхивающих звезд в ассоциации Ориона, чем в скоплении Плеяды.

Существование большого числа повторных вспышек в скоплении Плеяд, по сравнению с ассоциацией Ориона, свидетельствует о различии функции распределения средней частоты вспышек у этих подсистем вспыхивающих звезд. Можно допустить, что это различие обусловлено различием их возрастов, т.е. различием эволюционных их состояний. Возможно, это различие обусловлено различием распределений вспыхивающих звезд по светимости в соответствующих подсистемах. Свидетельством в пользу такого объяснения является существование корреляции между средней частотой вспышек и светимостью вспыхивающих звезд, являющейся характерной их особенностью.

Анализ наблюдений показывает, что вспыхивающие звезды данной светимости производят более мощные (на одну-две звездные величины) вспышки в ассоциации Ориона, по сравнению с вспыхивающими звездами Плеяд. Это дает основание допустить, что абсолютная вспышечная активность звезд убывает с их старением.

Наблюдательные данные о подсистемах вспыхивающих звезд в Орионе и Плеядах позволяют оценить сравнительные размеры этих подсистем и полное число звезд, обладающих вспышечной активностью. Разумно считать, что пространственная плотность вспыхивающих звезд различается слабо, и вследствие больших размеров подсистемы в Орионе полное число вспыхивающих звезд в ней должно быть на порядок больше.

9. *Заключение.* В результате сравнения двух подсистем вспыхивающих звезд разного возраста, в скоплении Плеяды и ассоциации Ориона, а также рассмотрения параметров указанных звезд отмечены следующие различия между ними:

1. В ассоциации Ориона вспыхивающие звезды сосуществуют со звездами типа Т Тельца, которые отсутствуют в более старом скоплении Плеяды.
2. Ярчайшие вспыхивающие звезды в ассоциации Ориона почти на 3^m ярче, чем ярчайшие вспыхивающие звезды в скоплении Плеяд.
3. Функция распределения средней частоты в подсистемах вспыхивающих звезд Ориона и Плеяды значительно различаются, что обусловлено различием распределений светимостей в них.
4. Существует обратная корреляция между средней частотой вспышек и светимостью вспыхивающих звезд: средняя частота вспышек растет к звездам низких светимостей.

5. Вспышки звезд данной светимости в подсистеме Ориона имеют, в среднем, систематически большую (на одну-две звездные величины) мощность, чем в подсистеме Плеяды. Это свидетельствует, по-видимому, об убывании вспышечной активности со старением звезды.

6. Имеются основания допустить, что пространственная плотность вспыхивающих звезд в ассоциации Ориона не сильно уступает этой плотности в скоплении Плеяды. Наблюдаемое различие обусловлено, по-видимому, наблюдательной селекцией. Подсистема вспыхивающих звезд в ассоциации Ориона по размерам более чем на порядок величины больше подсистемы в скоплении Плеяды и если сделанное допущение верно, то полное число вспыхивающих в ней звезд должно быть не меньше 10000.

Многие из этих результатов, являющихся прямым следствием различия возрастов подсистем в Орионе и Плеядах, подтверждают эволюционный статус вспыхивающих звезд, представляющих собой одну из ранних стадий эволюции красных карликовых звезд (см., например, [31]).

Бюраканская астрофизическая обсерватория

FLARE STAR SUBSYSTEMS OF DIFFERENT AGES IN ORION AND PLEIADES

L.V.MIRZOYAN, V.V.HAMBARIAN

Two best studied subsystems of flare stars of various ages in Orion and Pleiades are compared. It is shown that the observed differences between them are in agreement with the evolutionary status of flare stars, presenting a stage in evolution of red dwarf stars. It is detected that the mean frequency of flares increases towards low-luminosity stars. For the same luminosity stars the flare activity is lower in older stars.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.В.Мирзоян, *Астрофизика*, 36, 277, 1993.
2. G.Haro, *Non-Stable Stars*, IAU Symposium N3, ed. G.H.Herbig, Cambridge University Press, Cambridge 1957, p.26.
3. В.А.Амбарцумян, *Звезды, туманности, галактики*, Бюраканский симпозиум, ред. В.В.Собелев, АН Армения, Ереван, 1969, с.283.
4. Л.В.Мирзоян, В.В.Амбарян, А.Т.Гарибджанян, А.Л.Мирзоян, *Астрофизика*, 29, 44, 1988.

5. Л.В.Мирзоян, В.В.Амбарян, *Астрофизика*, 28, 375, 1988.
6. К.А. Strand, *Astrophys. J.*, 128, 14, 1958.
7. К.У.Аллен, *Астрофизические величины*, Мир, М., 1977.
8. Р.Ш.Нацелшвили, *Астрофизика*, 34, 107, 1991.
9. G. Haro, E. Chavira, G. Gonzalez, *Boll. Inst. Tonantzintla*, 3, N1, 3, 1982.
10. Л.В.Мирзоян, В.В.Амбарцумян, А.Т.Гарибджанян, А.Л.Мирзоян, *Астрофизика*, 29, 531, 1988.
11. Л.В.Мирзоян, В.В.Амбарян, А.Л.Мирзоян, *Astrofizika*, 36, 1993.
12. V.A. Ambartsumian, L.V. Mirzoyan, *New Directions and New Frontiers in Variable Star Research*, IAU Colloquium N15, Veroff. Bamberg, 9, Nr. 100, 98, 1971.
13. Л.В.Мирзоян, *Нестационарность и эволюция звезд*, Изд. АН Армении, Ереван, 1981.
14. G. Haro, *The Galaxy and The Magellanic Clouds*, IAU-URSI Symposium N20, ed. F.J. Kerr, A.W. Rodgers, Australian Ac. Sci., Canberra, 1964, p.30.
15. L. Rosino, *Low-Luminosity Stars*, ed. S.S. Kumar, Gordon and Breach Science Publishers, New York-London-Paris, 1969, p.181.
16. В.В.Амбарян, *Астрофизика*, 28, 249, 1988.
17. G. Haro, E. Chavira, *Vistas in Astronomy*, vol. 8, ed. A. Beer, K. Aa. Strand, Pergamon Press, London, 1966, p.89.
18. В.А.Амбарцумян, *Астрофизика*, 6, 31, 1970.
19. Л.В.Мирзоян, *Ранние стадии эволюции звезд*, Изд. АН Армении, Ереван, 1991.
20. Л.В.Мирзоян, *Vistas in Astronomy*, 27, 77, 1984.
21. В.А.Амбарцумян, *Астрофизика*, 14, 367, 1978.
22. Г.А.Арутюнян, *Астрофизика*, 21, 163, 1984.
23. Э.С.Парсаян, *Астрофизика*, 16, 677, 1980.
24. В.А.Амбарцумян, *Вспыхивающие звезды, фуоры и объекты Хербига-Аро*, Бюраканский симпозиум, ред. Л.В.Мирзоян, АН Армении, Ереван, 1980, с.85.
25. T.J. Moffett, *Astrophys. J. Suppl. ser.*, 29, 1, 1974.
26. Л.В.Мирзоян, *Astrophys. Investigations*, Sofia, 6, 71, 1991.
27. Р.Ш.Нацелшвили, *Вспыхивающие звезды в областях Ориона и Плеяды*, кандидатская диссертация, Бюраканская астрофизическая обсерватория, 1987.
28. G. Haro, *Symposium on Stellar Evolution*, ed. J. Sahade, *Astron. Obs. Nat. Univ. of La Plata*, La Plata, 1962, p.37.
29. G. Haro, *Bol. Inst. Tonantzintla*, 2, 3, 1976.
30. В.А.Амбарцумян, *Астрофизика*, 7, 557, 1971.
31. Л.В.Мирзоян, *Flare Stars in Star Clusters, Associations and the Solar Vicinity*, IAU Symposium No.137, eds. L.V. Mirzoyan, B.P. Pettersen, M.K. Tavetkov, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht-London-Boston, 1990, p.1.

УДК: 524.316.7

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗВЕЗД ПОЗДНИХ СПЕКТРАЛЬНЫХ КЛАССОВ ОБЗОРА FBS. I. ЗВЕЗДЫ СПЕКТРАЛЬНЫХ КЛАССОВ M.

Г.В.АБРАМЯН, В.В.АМБАРЯН, К.С.ГИГОЯН

Поступила 20 октября 1993
Принята к печати 5 ноября 1993

Для 15 сравнительно слабых M звезд, выявленных на пластинках Первого Бюраканского Спектрального Обзора, приведены спектральные подклассы и классы светимости. Две звезды классифицированы как M карлики. Вероятно, большая часть новых M звезд является миридами.

1. *Введение.* Настоящая работа посвящена изучению слабых M звезд, отобранных на пластинках FBS обзора [1–4]. Критерий отбора M и C звезд на пластинках обзора приводится в работе [1].

Низкодисперсный спектральный материал обзора FBS в диапазоне длин волн 3600–6800 Å (пластинки имеют провал чувствительности на длине волны 5300 Å) позволяет уверенно выделить M звезды как ранних, так и поздних спектральных подклассов, а также R и N звезды. Однако определить класс светимости, т.е. выделить гиганты, сверхгиганты и карлики, практически невозможно. Следует отметить, что спектры для основной части новых сравнительно слабых M звезд, выявленных на пластинках FBS обзора [1–4], показывают довольно слабо выраженное коротковолновое излучение.

В настоящей работе для 15 сравнительно слабых M звезд приводятся результаты двумерной спектральной классификации на основе наблюдений, выполненных с дисперсией 100 Å/мм. Рассмотрена также и IRAS цвет–цвет диаграмма для 34 M звезд из наших списков [1–4], имеющих идентификации с IRAS источниками [5].

2. *Наблюдения.* Спектральные наблюдения М звезд были выполнены с помощью универсального дифракционного спектрографа UAGS в сочетании с ЭОП-ом УМК-91В, установленным в фокусе Кассегрена 2.6-м телескопа Бюраканской обсерватории. Спектрограммы получены на эмульсии Kodak 103a-0. Для построения дисперсионных кривых была использована спектральная лампа с He-Ne-Ar наполнением. Полученные спектры были прокалиброваны с помощью трубчатого фотометра. Для стандартизации спектров исследуемых звезд, в течение ночи, примерно на одинаковых зенитных расстояниях, наблюдались спектры стандартных звезд.

Регистрация спектров осуществлялась с помощью автоматического микроденситометра PDS-1010A. Сканирование спектров производилось с щелью 20мкм x 20мкм, с шагом в два раза меньше ширины сканирующей щели.

Построение дисперсионных кривых, линеаризация шкалы длин волн, построение характеристических кривых, фильтрация с помощью гауссианы, исправление спектров за спектральную чувствительность системы, разрисовка спектрограмм, определение различных спектральных параметров и т.д. была осуществлена полуавтоматически, с помощью макрофайлов в системе обработки изображений ADA [6], созданной на базе измерительно-вычислительного комплекса с ЭВМ СМ-4.

На 2.6-м телескопе получены 64 спектра 21 М звезд на высоких галактических широтах. Данные об этих наблюдениях представлены в табл.1, где последовательно приведены: FBS-обозначение, другое название звезды и литературный источник, IRAS-идентификация [5], звездная величина, дата наблюдений и количество полученных спектрограмм. Спектральные наблюдения проведены, в основном, в диапазоне длин волн 4700-6800А.

Из 21 звезды табл.1, 4 являются известными переменными звездами [7], 2 из Дирборнского каталога красных звезд [8], 4 из списка М звезд Стивенсона [9], а остальные 11 звезд являются нововывявленными М звездами из FBS-обзора [1].

3. *Спектральная классификация.* Спектральная классификация (псевдо-МК классы) для 15 слабых М звезд (табл.1) определена с помощью спектральных индексов, введенных в работе Притчета и Ван ден Берга [11]. Авторы работы [11], анализируя распределение энергии в спектрах 96 звезд разных

* — строго говоря, наши псевдо-МК классы не являются фундаментальными, так как они определены с помощью не оригинальных критериев, предложенных в МК системе.

Таблица 1

НАБЛЮДЕНИЯ ЗВЕЗД СПЕКТРАЛЬНЫХ ПОДКЛАССОВ M
НА ВЫСОКИХ ГАЛАКТИЧЕСКИХ ШИРОТАХ

| FBS обозначение | Другое назв. и лит. | IRAS идентиф. [6] | Звездная величина | Дата набл. | Количество спектров |
|--------------------|---------------------------|----------------------|----------------------|---------------|------------------------|
| 0120 + 405 | [1] | | 12 ^m .2* | 04.09.87 | 3 |
| 0136 + 390 | Y And [7] | 01366 + 3905 | (8.2-15.1) V | 04.09.87 | 4 |
| 0748 + 404 | St86-87 [9] | 07488 + 4023 | (>13.5) V | 09.02.88 | 3 |
| 0748 + 410 | [1] | | 12.2* | 09.02.88 | 3 |
| 1039 + 397 | St86-142 [9] | 10396 + 3944 | (13.5) V | 26.02.88 | 3 |
| 1822 + 395 | TW Lyr [7] | 18222 + 3933 | (9.5-14.9) V | 21.09.87 | 3 |
| 2202 + 374 | [1] | | 12.2* | 15.09.87 | 3 |
| 2203 + 375 | St86-550 [9] | 22032 + 3733 | (>13.5) V | 15.09.87 | 3 |
| 2204 + 383 | [1] | 22042 + 3822 | 11.8* | 04.09.87 | 3 |
| 2208 + 380 | [1] | 22081 + 3801 | 12.2* | 15.09.87 | 3 |
| 2208 + 379 | [1] | | 13.8* | 16.09.87 | 2 |
| 2214 + 380 | [1] | | 14.2* | 16.09.87 | 2 |
| 2215 + 376 | [1] | 22157 + 3739 | 14.2* | 20.09.87 | 3 |
| 2216 + 373 | [1] | | 12.8* | 21.09.87 | 3 |
| 2221 + 375 | [1] | | 12.2* | 19.09.87 | 3 |
| 2228 + 372 | D021536 [8] | 22281 + 3716 | (11.8) V | 04.09.87 | 5 |
| 2255 + 379 | D021919 [8] | 22557 + 3755 | (11.1) V | 04.09.87 | 5 |
| 2300 + 404 | [1] | 23007 + 4026 | 13.8* | 19.09.87 | 2 |
| 2318 + 393 | RY And [7] | 23182 + 3937 | (10-15.3) V | 19.09.87 | 2 |
| 2321 + 397 | BU And [7] | 32212 + 3927 | (10.6-13.9) P | 20.09.87 | 3 |
| 2341 + 390 | St86-557 [9] | 23418 + 3902 | (13.5) V | 21.09.87 | 3 |

Примечание. * — знак звездочки означает, что для соответствующих звезд были определены звездные величины в красном цвете [1] на Паломарских E-картах, согласно соотношения диаметр-звездная величина [10].

спектральных классов и светимостей в диапазоне длин волн 3800–6800Å, отмечали 33 характерных особенностей, которые чувствительны к температурам и светимостям звезд. Спектральный индекс данной характеристики определен с помощью следующего выражения:

$$W_F = 1 - I_F / \left[I_B + \frac{\lambda_F - \lambda_B}{\lambda_R - \lambda_B} (I_R - I_B) \right], \quad (1)$$

где λ_F , λ_R , λ_B и I_F , I_R , I_B , — длины волн и интенсивности данного признака (feature), красной стороны (red sideband), и синей стороны (blue sideband) соответственно. В некоторых случаях, когда невозможно определение интенсивности в одной из сторон данного признака, спектральный индекс определяется как величина:

$$W_S = 1 - I_F / I_S, \quad (2)$$

где I_S — интенсивность в одной из сторон данного признака (красная или синяя) [11].

Очевидно, что спектральный индекс, определенный таким образом, является некоторым соотношением между интенсивностью квазиконтинуума и спектральной линии или полосы поглощения молекул.

Для каждой исследуемой звезды нами определены 25 спектральных индексов из 33, приведенных в работе [11], так как наши спектральные наблюдения проведены, в основном, в диапазоне длин волн 4700—6800Å.

В качестве стандартных звезд для спектральной классификации были использованы 14 М звезд из работы [11], а также 11 М звезд из спектрофотометрического каталога [12], наблюдаемых примерно с одинаковым эффективным разрешением (4.5 \AA).

Вышеуказанным образом определенные спектральные индексы в основном характеризуют температуру и светимость звезд, однако вопрос о степени важности того или иного спектрального индекса при оценке спектрального класса и светимости звезды сводится к тому, что из совокупности спектральных индексов требуется выбрать такое подмножество, которое среди всех остальных подмножеств имело наиболее высокую предсказывающую способность. Такой набор индексов должен удовлетворительно коррелировать либо со спектральным классом, либо со светимостью звезды. Подобный подход, не уменьшая точности определения спектральных классов или светимостей звезд, может существенно сократить количество необходимых спектральных индексов. Одно из решений данной задачи осуществляется с помощью пошагового дискриминантного анализа [13].

При использовании вышеотмеченного метода многомерного статистического анализа, пошаговая процедура из 25 индексов отобрала два подмножества спек-

тральных индексов, которые хорошо коррелируют со спектральным подклассом и светимостью М звезд.

В табл.2 и 3 приводятся те характерные особенности, спектральные индексы [11] которых были выбраны пошаговой процедурой для определения спектральных подклассов и классов светимостей соответственно. Эти особенности были использованы для спектральной классификации исследованных М звезд. Результаты этой двумерной классификации приведены в табл.4. Среднее значение ошибки определения спектральных классов составляет один подкласс.

Таблица 2

ОСОБЕННОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ТЕМПЕРАТУРУ М ЗВЕЗД

| $\lambda_F(\text{Å})$ | $\lambda_B(\text{Å})$ | $\lambda_R(\text{Å})$ | Примечание |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|------------|
| 4918 | 4817 | 4961 | FeI |
| 5015 | 4961 | 5359 | FeI + TiI |
| 5174 | 5059 | 5246 | MgI + MgH |
| 5464 | 5224 | — | TiO |
| 6732 | 6522 | — | TiO |

Таблица 3

ОСОБЕННОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ СВЕТИМОСТЬ М ЗВЕЗД

| $\lambda_F(\text{Å})$ | $\lambda_B(\text{Å})$ | $\lambda_R(\text{Å})$ | Примечание |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|------------|
| 5246 | — | 5308 | FeI |
| 5333 | 5308 | — | FeI |
| 5589 | 5546 | 5827 | MgH + CaI |
| 5891 | 5827 | — | NaI + TiO |
| 6161 | — | 6197 | CaI + FeI |
| 6384 | 6345 | — | CaH |

На рис.1 приведены распределения энергии в спектрах 3 звезд из табл.4, которые имеют разные классы светимости.

4. *Обсуждение.* Как видно из табл.4, основная часть рассмотренных М звезд принадлежат к поздним подклассам высоких светимостей. Вообще говоря, среди М звезд, выявленных на пластинках FBS обзора, чаще всего наблюдаются периодические переменные высоких светимостей. Следует отметить, что спектральные индексы большинства исследованных звезд не различаются значительно от таковых у известных переменных звезд. Естественно предполагать, что они также являются мириадами или семи-регулярными переменными.

Таблица 4

СПИСОК 15 КЛАССИФИЦИРОВАННЫХ М ЗВЕЗД

| FBS обозначения | Другое название звезды | Двумерная классификация | Примечание |
|--------------------|---------------------------|----------------------------|--------------|
| 0120 + 405 | | M7.7 II | |
| 0748 + 404 | St86-87 | M6.9 II | |
| 0748 + 410 | | M4.1 V | |
| 1039 + 397 | St86-142 | M6.5 II | |
| 2202 + 374 | | M4.9 III | |
| 2203 + 375 | St86-550 | M6.2 III | H_{α} |
| 2204 + 383 | | M7.3 III | |
| 2208 + 379 | | M1.3 II | |
| 2208 + 380 | | M6.8 III | H_{α} |
| 2214 + 380 | | M6.8 II | |
| 2215 + 376 | | M6.9 III | |
| 2216 + 373 | | M4.7 I | |
| 2221 + 375 | | M1.0 V | H_{α} |
| 2300 + 404 | | M6.4 I | |
| 2341 + 390 | St86-557 | M5.0 III | |

Примечание. H_{α} — в последней колонке указывает на присутствие этой эмиссионной линии.

В подтверждение вышеуказанного высказывания как дополнительный аргумент часто рассматриваются цвет-цвет диаграммы [14,15] для ярких М звезд с IRAS идентификациями.

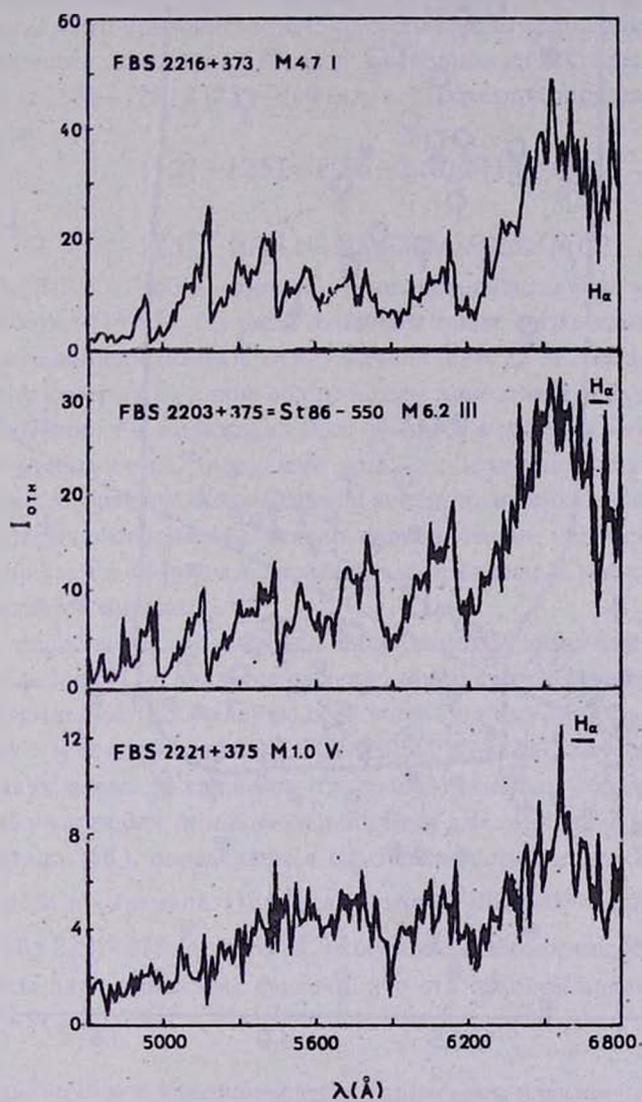


Рис. 1. Распределения энергии в спектрах M сверхгиганта FBS 2216+373 (M4.7 I), гиганта FBS 2203+375-St86-550 (M6.2 III) и карлика FBS 2221+375 (M1.0 V).

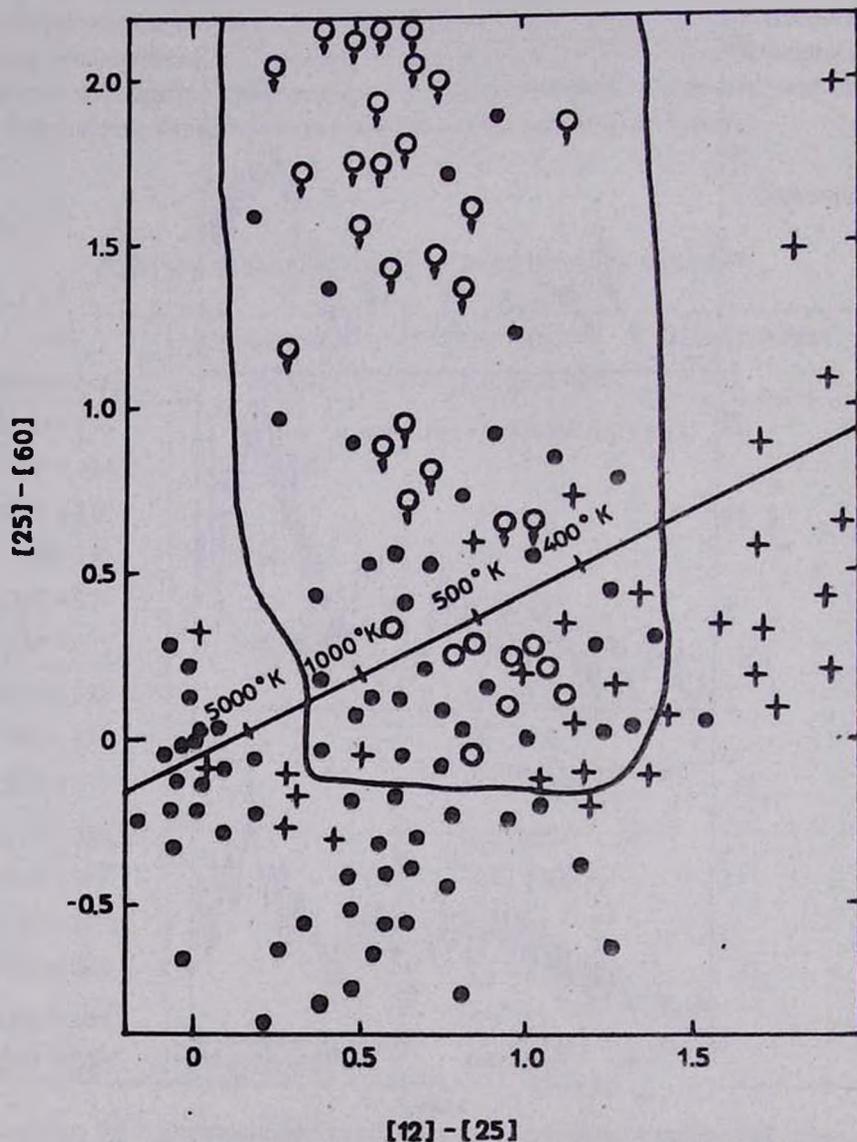


Рис. 2. IRAS цвет-цвет диаграмма М звезд. Светлыми кружками обозначены новые М звезды из наших списков [1-4]. Точки и крестики соответствуют М гигантам и сверхгигантам из IRC каталога [16]. Прямая линия на диаграмме соответствует линии излучения абсолютно черного тела.

Из всех выявленных М звезд FBS обзора [1-4] 41 имеет IRAS идентификацию. Среди них только 9 звезд имеют определенные значения плотностей потоков на длинах волн 12, 25 и 60 мкм, а для остальных 32 объектов в IRAS каталоге [5] приводятся верхние значения плотностей потоков на длинах волн 60 и 25 мкм.

На рис.2 нами приводится IRAS цвет-цвет диаграмма для этих 9 звезд [1-4] и для большого числа ярких М звезд, в основном из IRC каталога [16]. Показатели цвета [12]—[25] и [25]—[60] для всех объектов определены по следующим формулам:

$$[12] - [25] = 1.56 - 2.5 \lg F(12) / F(25), \quad (3)$$

$$[25] - [60] = 1.88 - 2.5 \lg F(25) / F(60), \quad (4)$$

где $F(12)$, $F(25)$ и $F(60)$ — соответственно потоки на длинах волн 12, 25 и 60 мкм, как в работах [14,15]. На рис.2 отмечены также (стрелками вниз) положения тех идентифицированных с IRAS источниками 25 М звезд из наших списков [1-4], для которых на длине волны 60 мкм приводятся верхние значения плотностей потоков, т.е. положения этих объектов в реальности ниже, чем положения, отмеченные на диаграмме (рис.2). Детальное изучение области на диаграмме, где расположены новые М звезды из наших списков, показало, что в этой области расположены только периодические переменные М гиганты и сверхгиганты, т.е. Мириды. Следовательно эти новые М звезды из наших списков тоже являются миридами.

Следует добавить, что избыток, наблюдаемый у звезд на длине волны 25 мкм, согласно работе [17], является хорошим индикатором разделения М звезд, имеющих кремневую (Si) пылевую оболочку. Поэтому, вероятно, такая оболочка существует и вокруг звезд FBS 2208+380 и FBS 2228+354.

Для двух новых М карликов (см. табл.4) оценены абсолютные визуальные звездные величины с помощью калибровки для карликовых М звезд окрестностей Солнца [18], определенная по спектральным индексам согласно работе Штауффера и Гартмана [19]. Для звезды FBS 0748+410 $M_v = +11.5$, а для звезды FBS 2221+375 $M_v = +8.5$. Полученные абсолютные звездные величины этих звезд дают основание считать, что эти объекты являются М карликами окрестностей Солнца.

5. Заключение. В настоящей статье приведены подклассы и классы светимостей для первых 15 слабых М звезд, выявленных на пластинках FBS-обзора. Основная часть этих объектов имеет поздний М подкласс (табл.4).

Две новые звезды классифицированы как М карлики и определены их абсолютные визуальные звездные величины.

По избытку на длине волны 25 мкм двух звезд (FBS 2208+380 и FBS 2228+354), вероятно, можно предположить, что вокруг них имеется пылевая оболочка.

Согласно расположению на IRAS цвет-цвет диаграмме, большая часть новых слабых M звезд, отобранных на пластинках FBS обзора [1-4] и идентифицированных с IRAS источниками, вероятно, являются миридами.

Авторы благодарны профессору Л.В.Мирзояну за замечания.

Бюраканская астрофизическая обсерватория

INVESTIGATION OF LATE SPECTRAL TYPE STARS OF FBS SURVEY. I. M TYPE STARS.

H.V.ABRAHAMIAN, V.V.HAMBARIAN, K.S.GIGOYAN

The spectral subclasses and the luminosity classes are given for the 15 faint M stars, detected on the plates of the First Byurakan Spectral Survey. Two stars are classified as M dwarfs. It is probable that the majority of new M stars are mirids.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.В.Абрамян, К.С.Гигоян, *Астрофизика*, 31, 601, 1989.
2. Г.В.Абрамян, К.С.Гигоян, *Астрофизика*, 32, 501, 1990.
3. Г.В.Абрамян, К.С.Гигоян, *Астрофизика*, 33, 317, 1990.
4. Г.В.Абрамян, К.С.Гигоян, *Астрофизика*, 36, 1993 (в печати).
5. G. Neugebauer, R.I. van Duijnen, H.J. Habing et al., *Infrared Astronomical Satellite (IRAS). Catalogs and Atlases. The Point Source Catalog. NASA RP-1190, v.2, 1988.*
6. С.В.Зарацян, Т.Ю.Магакян, *Сообщ. Бюракан. обс.*, 55, 80, 1984.
7. П.Н.Холопов и др., *Общий каталог переменных звезд*, т.1-2, М., 1985, т.3, Наука, М., 1987.
8. O.J. Lee, T.J. Bartlett, *Annals of the Dearborn Observ.*, 1, Part 1B, 1944.
9. С.В. Stephenson, *Astrophys. J.*, 301, 927, 1986.
10. I.R. King, M.I. Raff, *Publ. Astron. Soc. Pacific*, 89, 120, 1977.
11. C. Pritchett, van den Bergh, *Astron. J. Suppl. Ser.*, 34, 101, 1977.
12. G. Jacoby, D.A. Hunter, C.A. Christian, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 56, 257, 1984.
13. А.Афифи, С.Эйзен, *Статистический анализ. Подход с использованием ЭВМ*, М., Мир, 1982, с.354.
14. H.J. Walker, M. Cohen, *Astron. J.*, 95, 1801, 1988.
15. I.R. Little-Marenin, S.J. Little, *Astron. J.*, 99, 1173, 1990.
16. G. Neugebauer, R.B. Leighton, *Two-Micron Sky Survey. A Preliminary Catalog* (Washington: NASA Spec. Publ. N3047), 1969.
17. K. Noguchi, *Publ. Astron. Soc. Japan*, 41, 779, 1989.
18. Л.В.Мирзоян, В.В.Амбарян, А.Т.Гарибджанян, *Астрофизика*, 33, 5, 1990.
19. J.R. Stauffer, L.W. Hartman, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 61, 531, 1986.

УДК: 524.3-54

ОБ ЭВОЛЮЦИИ АСТРОФИЗИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ

А.А.АКОПЯН

Поступила 10 сентября 1993

Принята к печати 24 октября 1993

Предлагается сценарий эволюционного развития астрофизических объектов. Полученные выражения применены к эволюционной последовательности протозвезда-звезда Т Тау — вспыхивающая звезда. Получены оценки возрастов звездных ассоциаций Орион, NGC 2264, NGC 7000.

1. Введение. Вопросы эволюции астрофизических объектов занимают ведущее место в современных астрофизических исследованиях. Выводы относительно эволюции астрофизических объектов обычно основаны на теоретических расчетах моделей звезд и звездных систем, а также на сравнительном анализе наблюдательных данных. При этом редко учитывается относительное число эволюционно связанных объектов, которое, очевидно, должно быть связано с параметрами эволюционирующей системы. Цель данной работы получить соотношения, которые можно использовать для оценок этих параметров.

Для точного теоретического расчета относительных количеств эволюционно связанных объектов необходимо иметь четкие представления о физических процессах, определяющих эволюцию. Однако в настоящее время в данной области очень много нерешенных проблем. Это прежде всего касается механизма звездообразования, природы источников энергии нетеплового излучения, взаимодействия звезд с окружающей средой. Особенно большие трудности имеет классическая теория образования звезд и звездных систем путем конденсации диффузного вещества при попытке объяснить несплавные эволюционные изменения, которые сопровождаются выделением большого количества массы и энергии, глубокими изменениями внутреннего строения.

Новая же космогоническая гипотеза о рождении звезд и звездных систем из сверхплотного вещества, развиваемая В.А.Амбарцумяном и его последователя-

ми пока не приобрела своего выражения в конкретных физических моделях, да и в рамках этой гипотезы не исключается, что на определенных этапах эволюции астрофизических объектов действуют неизвестные пока физические законы [1].

Чтобы теоретически вычислить относительные количества эволюционно связанных астрофизических объектов, необходимо также задаваться начальными распределениями параметров, определяющих эволюцию. Однако выбор начальных распределений затруднен некоторыми обстоятельствами. Во-первых, из-за отсутствия четкого представления о физических процессах, определяющих эволюцию звезд и звездных систем, трудно представить, какие именно параметры играют в них определяющую роль. Во-вторых, даже для тех параметров, которые бесспорно влияют на ход эволюции, например, масса, химический состав и т.д., выбор начальных распределений затруднен отсутствием объективных критериев, а большое множество возможных наборов параметров и форм начальных распределений делают решение задачи неоднозначным. Кроме того, само понятие начального момента представляется очень спорным из-за общепринятого наблюдательного факта, свидетельствующего о том, что в звездных агрегатах звезды рождаются неодновременно.

Из вышесказанного следует, что точное теоретическое вычисление относительных количеств эволюционно связанных объектов в настоящее время является малоэффективным.

В настоящей работе предлагается другой подход, в основе которого лежит предположение о том, что из-за влияния множества известных и неизвестных факторов эволюционный процесс, в частности, темпы эволюции и переходы из одной стадии в другую стадию развития, приобретает статистический характер, или точнее говоря, что эволюционный процесс можно описать как статистический.

Такое предположение, сильно упрощая истинную картину эволюции, позволяет получить простые оценки для некоторых величин.

2. Основные формулы. Пусть $N_i(t)$ ($i=0,1,2, \dots$) — число астрофизических объектов находящихся на i -той стадии эволюции в момент времени t .

Предположим, что

а/ в момент времени $t=0$ все объекты эволюционирующей системы в количестве C находятся на начальной стадии $i=0$, т.е. $N_0(0)=C$, $N_i(0)=0$,

б/ непосредственный переход из стадии i возможен только в стадию $i+1$,

в/ число объектов, переходящих из стадии i в стадию $i+1$ за малый, по сравнению со средним временем жизни объекта на i -той стадии, промежуток времени $\Delta t=(t+\Delta t)-t$ пропорционально $N_i(t)$.

При этих предположениях для величин $N_i(t)$ имеем следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dN_0(t)}{dt} &= -\lambda_0 N_0(t), \\ \frac{dN_1(t)}{dt} &= -\lambda_1 N_1(t) + \lambda_0 N_0(t), \\ \frac{dN_2(t)}{dt} &= -\lambda_2 N_2(t) + \lambda_1 N_1(t), \\ &\dots\dots\dots, \\ \frac{dN_i(t)}{dt} &= -\lambda_i N_i(t) + \lambda_{i-1} N_{i-1}(t), \quad i=1, 2, \dots, \end{aligned} \tag{1}$$

со следующими начальными условиями: $N_0(0)=C, N_i(0)=0$. Здесь величина λ_i есть вероятность перехода из стадии i в стадию $i+1$ и, соответственно, λ_i^{-1} — среднее время жизни объекта на i -той стадии.

Система уравнений (1) встречается во многих задачах. В частности, такой системой описывается процесс радиоактивного распада элементов. В теоретической астрофизике аналогичной системой описывается процесс образования тяжелых элементов путем медленного захвата нейтронов — S-процесс. Решение системы (1) имеет следующий вид [2]:

$$\begin{aligned} N_0(t) &= C e^{-\lambda_0 t}, \\ N_1(t) &= C \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_1 - \lambda_0} e^{-\lambda_0 t} + \frac{\lambda_0}{\lambda_0 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} \right), \\ N_2(t) &= C \left[\frac{\lambda_0 \lambda_1 e^{-\lambda_0 t}}{(\lambda_2 - \lambda_0)(\lambda_1 - \lambda_0)} + \frac{\lambda_0 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_0 - \lambda_1)} + \frac{\lambda_0 \lambda_1 e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_0 - \lambda_2)(\lambda_1 - \lambda_2)} \right], \\ &\dots\dots\dots \\ N_i(t) &= C \sum_{k=0}^i a_{ik} e^{-\lambda_k t}, \end{aligned} \tag{2}$$

где

$$a_{ik} = \frac{\lambda_k}{\lambda_i} \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^i \frac{\lambda_j}{\lambda_j - \lambda_k},$$

а постоянная C , напомним, есть общее количество объектов эволюционирующих по данной эволюционной последовательности.

Очевидно, что когда $\lambda_n^{-1} \gg t$, т.е. среднее время жизни объекта на n -ой стадии эволюции намного больше возраста системы, в которую входит данный объект, то можно пренебрегать числом объектов, переходящих в стадию $n+1$. Тогда имеем

$$C \approx N_0(t) + N_1(t) + \dots + N_n(t). \quad (3)$$

Подставляя (3) в первое уравнение системы (2), после несложных преобразований получим

$$e^{\lambda_0 t} = 1 + \frac{N_1(t)}{N_0(t)} \cdot \frac{N_1(t) + N_2(t) + \dots + N_n(t)}{N_1(t)}. \quad (4)$$

Второе уравнение системы (2) можно представить в виде

$$N_1(t) = C e^{-\lambda_0 t} \cdot \frac{\lambda_0}{\lambda_1 - \lambda_0} (1 - e^{(\lambda_0 - \lambda_1)t}). \quad (5)$$

Учитывая, что $N_0(t) = C e^{-\lambda_0 t}$, из формулы (5) получим

$$\frac{N_1(t)}{N_0(t)} = \frac{\lambda_0}{\lambda_1 - \lambda_0} [1 - e^{(\lambda_0 - \lambda_1)t}]. \quad (5a)$$

Подставляя выражение (5a) в (4) получим

$$h = \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_0} \frac{e^{-\lambda_0 t} - 1}{e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_0 t}}, \quad (6)$$

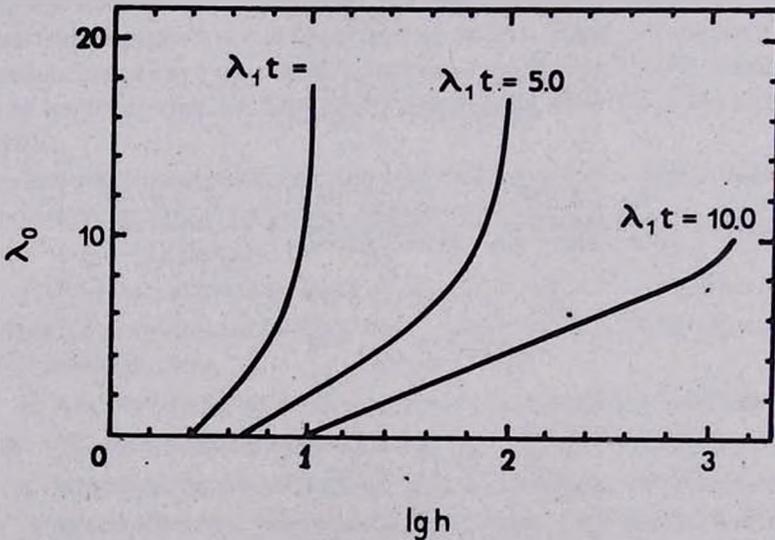


Рис.1. Зависимость $\lambda_0 t$ от $\lg h$ для некоторых значений $\lambda_1 t$.

где $h = \frac{\sum_{i=1}^n N_i(t)}{N_1(t)}$ — отношение общего количества объектов, находящихся на стадиях $i = 1, 2, 3, \dots, n$, к количеству объектов, находящихся на стадии $i = 1$. Характерная особенность величины h в том, что в отличие от величины $\frac{N_1(t)}{N_0(t)}$, которую невозможно оценить из-за труднообнаруживаемости астрофизических объектов на начальной стадии своей жизни, есть наблюдаемая или оцениваемая величина.

Решая численным методом трансцендентное уравнение (6) относительно $\lambda_0 t$, можно оценить среднее время жизни объекта на начальной стадии $i = 0$, а с помощью (5а) оценить относительное количество объектов $\frac{N_1(t)}{N_0(t)}$ в любой заданный момент времени.

На рис.1 приводится решение уравнения (6) в виде зависимости $\lambda_0 t$ от $\lg h$ при разных значениях $\lambda_1 t$. В некоторых случаях более удобно представить решение уравнения (6) несколько другим образом (рис.2).

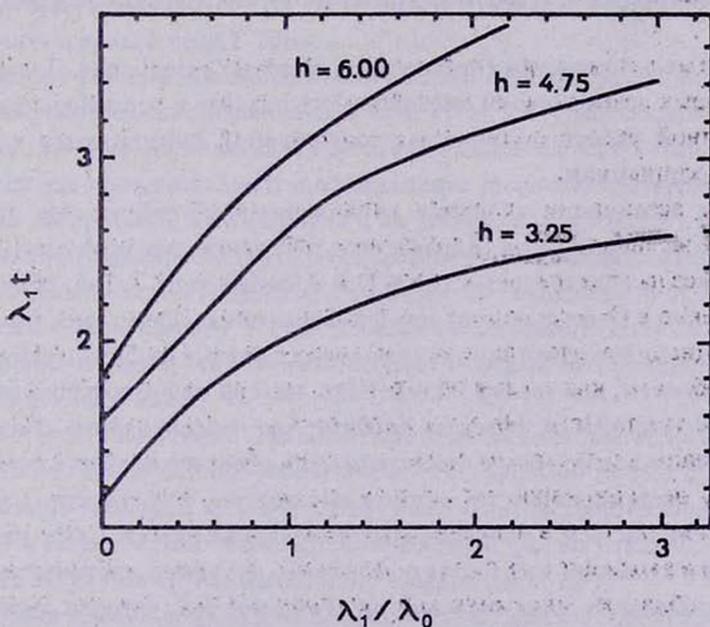


Рис.2. Зависимость $\lambda_0 t$ от $\frac{\lambda_1}{\lambda_0}$ для некоторых значений h .

Из формулы (6) следует, что для данного значения $\lambda_1 t$ величина h может принимать значение из строго определенного диапазона значений, что позволяет получить простые оценки для величин $\lambda_1 t$, h . Действительно, переходя к предельным значениям $\lambda_0 t$ из (6) имеем

$$h \rightarrow \frac{\lambda_1 t}{1 - e^{-\lambda_1 t}}, \text{ когда } \lambda_0 t \rightarrow 0, \\ h \rightarrow e^{\lambda_1 t}, \text{ когда } \lambda_0 t \rightarrow \infty.$$

Следовательно

$$\frac{\lambda_1 t}{1 - e^{-\lambda_1 t}} < h < e^{\lambda_1 t}, \quad (7)$$

откуда легко заметить, что с большой точностью имеют место неравенства

$$\ln h < \lambda_1 t < 2(h - 1) \quad (h \leq 2), \\ \ln h < \lambda_1 t < h \quad (h \geq 2). \quad (8)$$

Полученные неравенства (7) и (8) можно использовать для оценок величин $\lambda_1 t$, h , в зависимости от характера задачи.

Эволюционные уравнения можно написать также матричным способом. Полученные с помощью матричного подхода выражения аналогичны полученным выше выражениям. В данной работе описание матричного подхода не приводится.

3. Определение некоторых параметров звездных ассоциаций. Для иллюстрации некоторых возможностей предлагаемого подхода к решению задач эволюции, в данной работе полученные соотношения применяются к молодым звездным ассоциациям.

Звездные ассоциации являются уникальными объектами, где происходят рождение и эволюция звезд. Характерное население звездных ассоциаций составляют звезды спектральных типов O, B и звезды типа T Тау, объединенные соответственно в O-ассоциациях и в T-ассоциациях. Кроме этих типов звезд в состав ассоциаций входят также явно молодые и разные по физическим характеристикам объекты, как звезды Вольф-Райе, мазеры инфракрасного излучения, кометарные туманности, объекты Херbiga-Аро, молекулярные облака и т.д.. Объединяющим характерным признаком этих объектов является присущая им физическая нестационарность, которая выражается, в частности, в непрерывном истечении массы и в неправильных изменениях блеска. Сами же звездные ассоциации и входящие в их состав подсистемы, например, системы типа Трапеции, часто обладают динамической неустойчивостью, которая выражается в расширении и в распаде данной системы.

Большое разнообразие объектов, населяющих звездные ассоциации, наводит на мысль, что такое же разнообразие имеет место и для возможных эволюционных путей развития.

Для выявления этих путей наиболее эффективным оказался наблюдательный подход [3]. Исследование звездных ассоциаций показало, что в них звезды рождаются в разное время и в этих системах могут одновременно существовать несколько поколений звезд. Исследования подтвердили также теоретическое представление о том, что звезды с большими массами эволюционируют быстрее.

Существование нескольких поколений звезд и однотипных звезд, обладающих разными массами, и соответственно, разными темпами эволюции, приводит к тому, что в ассоциациях встречаются звезды в разных стадиях эволюции, что в конечном счете позволяет выявить последовательность стадий, проходимых звездой [4,5].

Существование Т-ассоциаций, характерное население которых составляют звезды типа Т Тау, указывает на то, что стадия звезды типа Т Тау является закономерной, причем первоначальной стадией развития для красных карликовых звезд. Исходя из физических соображений, Амбарцумян оценил продолжительность этой стадии 10^6 лет [6]. Такая короткая по астрономическим меркам продолжительность стадии указывает, что в звездных ассоциациях, возраст которых порядка 10^6 — 10^7 лет, наряду со звездами типа Т Тау, должны существовать и звезды пост Т Тау.

Впервые Аро [7] на основе наблюдений высказал мнение, что в эволюции красных карликовых звезд за стадией звезды типа Т Тау наступает стадия вспыхивающей звезды, т.е. именно вспыхивающие звезды являются пост Т Тау звездами. В дальнейшем это принципиальное предположение получило подтверждение в последующих работах Аро, Амбарцумяна и их последователей [4,8,9]. В частности, Амбарцумян [10], оценив число вспыхивающих звезд в Плеядах, пришел к заключению, что стадия вспыхивающей звезды является закономерной стадией эволюции красных карликовых звезд. Основные же свидетельства в пользу существования генетической связи между двумя этими закономерными стадиями эволюции следующие.

1. У некоторых звезд типа Т Тау наблюдаются классические вспышки. Первые такие вспышки обнаружили Аро, Розино и их сотрудники [8,11]. Впоследствии Амбарцумян [9] показал, что 25% звезд типа Т Тау ассоциации Ориона способны показать классические вспышки. Согласно [12], относительное число этих звезд среди звезд типа Т Тау ассоциации Ориона равно 50%.

2. Во время вспышки спектр вспыхивающей звезды становится похожим на спектр звезды типа Т Тау. Впервые на это обратил внимание Амбарцумян [13].

На основании этого факта он заключил, что вспыхивающие звезды и звезды типа Т Тау являются родственными по своей физической природе объектами.

3. Вспыхивающие звезды и звезды типа Т Тау одновременно присутствуют в молодых звездных системах, а в относительно старых системах звезды типа Т Тау отсутствуют. Этот факт, согласно данной гипотезе, указывает на то, что стадия вспыхивающей звезды, следующая за стадией звезды типа Т Тау, длится намного больше последней. Эволюционное значение этого факта отметил Аро [14].

Таким образом, на основе большого количества наблюдательных данных можно допустить, что в звездных ассоциациях эволюция красных карликовых звезд проходит по следующей эволюционной последовательности:

протозвезда—звезда типа Т Тау — вспыхивающая звезда — нормальная невспыхивающая красная карликовая звезда.

Подробнее эта эволюционная последовательность обсуждается в монографиях [4,5], там же можно найти ссылки на другие оригинальные работы.

Ясно, что предлагаемый подход к эволюции и полученные соотношения наиболее эффективно можно попытаться применить к молодым звездным ассоциациям, в которых присутствуют одновременно и звезды типа Т Тау и вспыхивающие звезды. В качестве таких мы выбрали ассоциации Ориона, NGC 2264 и NGC 7000.

Поскольку средняя продолжительность стадии вспыхивающей звезды 10^8 — 10^9 лет [4] намного больше возрастов молодых ассоциаций, то можно пренебрегать числом звезд, перешедших в стадию нормальной карликовой звезды.

Тогда величина h для данной эволюционной последовательности определится отношением числа вспыхивающих звезд — $N_2(t)$ к числу звезд типа Т Тау — $N_1(t)$:

$$h = 1 + \frac{N_2(t)}{N_1(t)}. \quad (9)$$

При оценке величины h были использованы оценки вспыхивающих звезд, полученные в работах [12] (для ассоциации Ориона) и [15], методом, предложенным Амбарцумяном [10]. Этот метод позволяет оценить число неизвестных вспыхивающих звезд в системе на основе чисел вспыхивающих звезд, показавших за время наблюдений по одной — n_1 и по две — n_2 вспышек, по формуле

$$n_0 = \frac{n_1^2}{2n_2}. \quad (10)$$

При выводе формулы (10) предполагалось, что последовательность вспышек во времени для каждой звезды является случайной и что средняя частота вспы-

шек одинакова для всех вспыхивающих звезд данной системы. Полученная при этом оценка является нижним пределом оценки числа неизвестных вспыхивающих звезд в системе [16].

В качестве чисел звезд типа Т Тау использованы числа звезд этого типа в данных ассоциациях по "Общему каталогу переменных звезд" [17]. Очевидно, что числа звезд типа Т Тау в этих ассоциациях больше. Эти исходные данные и соответствующие величины h для рассмотренных звездных ассоциаций приводятся в табл. 1.

Таблица 1

ЧИСЛА ВСПЫХИВАЮЩИХ ЗВЕЗД И ЗВЕЗД ТИПА Т ТАУ
В РАССМОТРЕННЫХ АССОЦИАЦИЯХ

| Ассоциация | Вспыхивающие звезды | Звезды типа Т Тау | h |
|------------|---------------------|-------------------|------|
| NGC 2264 | 442 | 197 | 3.25 |
| Орион | 2000 | 400 | 6.00 |
| NGC 7000 | 403 | 50 | 9.00 |

Рассмотрим вопрос, в каком отношении находятся полученные таким образом оценки величины h к истинным значениям h ?

Из-за специфических различий основных способов обнаружения степень обнаружения звезд типа Т Тау (спектральный способ обнаружения) значительно ниже степени обнаружения вспыхивающих звезд (фотографический способ), особенно при низких светимостях звезд. Учет этого факта приведет к уменьшению оценок h .

Существующая методика обнаружения вспышек не всегда позволяет определить к какому из рассматриваемых типов звезд принадлежит данная вспышка. Это приводит к тому, что к числу вспыхивающих звезд относят также звезды типа Т Тау, показавших классические вспышки. Выше было отмечено, что число таких звезд для ассоциации Ориона может составить от 25% до 50% числа всех звезд типа Т Тау. Учет этого факта приведет к уменьшению числа вспыхивающих звезд и, согласно [9], уменьшит также оценку h на величину p , где p - доля звезд типа Т Тау данной ассоциации, способных показать классические вспышки.

Из вышесказанного следует, что полученные оценки величины h представляют достаточно корректную оценку верхнего предела величины h .

Подставив полученные оценки h в неравенство (8), можно оценить возраст ассоциаций (t):

$$\begin{aligned} 1.2 \cdot \lambda_1^{-1} < t \text{ (NGC 2264)} < 3.25 \cdot \lambda_1^{-1}, \\ 1.8 \cdot \lambda_1^{-1} < t \text{ (Орион)} < 6.00 \cdot \lambda_1^{-1}, \\ 2.2 \cdot \lambda_1^{-1} < t \text{ (NGC 7000)} < 9.00 \cdot \lambda_1^{-1}, \end{aligned} \quad (11)$$

где λ_1^{-1} — среднее время жизни звезд типа Т Тау, которое, следуя [6], можно принять равным 10^6 лет.

Величину λ_0 можно определить из рис.2 или из уравнения (6). Для этого необходимо задаваться конкретным значением t возраста ассоциации. Принимая возраст ассоциации NGC 2264 равным $2 \cdot 10^6$ лет (выбор NGC 2264 обоснован тем, что согласно полученным выше оценкам его возраст определен с наименьшей ошибкой), получим $\lambda_0 = 10^{-6} \text{ лет}^{-1}$.

Делая естественное допущение о том, что величина λ_0 имеет одинаковое значение для всех ассоциаций, можно из формулы (6) получить зависимость возраст ассоциация — отношение числа вспыхивающих звезд к числу звезд типа Т Тау, что позволяет более конкретизировать оценки возрастов ассоциаций Ориона и NGC 7000, а также определить числа протозвездных объектов из (5a).

Действительно, в формуле (6) совершая предельный переход $\lambda_0 \rightarrow \lambda_1$ (поскольку при $\lambda_0 = \lambda_1$ в (6) получается неопределенность типа 0/0), и учитывая (9), получим

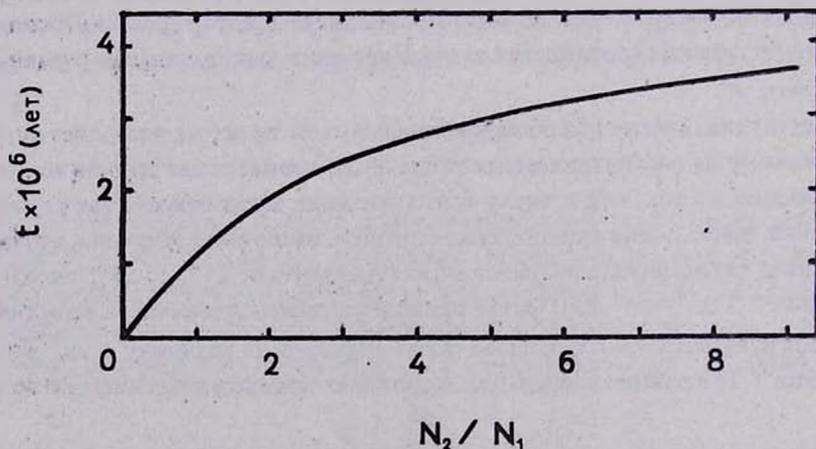


Рис.3. Зависимость возраста ассоциации t от отношения числа вспыхивающих звезд к числу звезд типа Т Тау: $\frac{N_2}{N_1}$.

$$\frac{N_2(t)}{N_1(t)} = \frac{e^{-\lambda t} - \lambda t - 1}{\lambda t},$$

а из (5а)

$$\frac{N_1(t)}{N_o(t)} = \lambda t,$$

где $\frac{N_2(t)}{N_1(t)}$ — отношение числа вспыхивающих звезд к числу звезд типа Т Тау,

а $\lambda = \lambda_o = \lambda_1 = 10^{-6} \text{ лет}^{-1}$.

Зависимость возраст ассоциации — отношение числа вспыхивающих звезд к числу типа Т Тау приводится на рис.3. Полученные из этой зависимости возрасты ассоциаций и количества протозвезд в данных ассоциациях представлены в табл.2.

Полученные оценки возрастов ассоциаций находятся в достаточно удовлетворительном согласии с другими оценками возрастов этих ассоциаций. Например, полученная нами оценка возраста ассоциации Ориона (11) не противоречит подавляющему большинству оценок, приведенных в обзорной работе Уоррена и Хессера [18]. Исключение составляет ассоциация NGC 2264, возраст которой чаще оценивается порядка 10^7 лет [19,20]. В неплохом согласии с полученной оценкой возраста находится кинематический возраст (10^6 лет) NGC 2264 [21], что, однако, на полпорядка больше кинематического возраста ассоциации Ориона $3 \cdot 10^5$ лет [22].

Таблица 2.

ОЦЕНКИ ВОЗРАСТОВ РАССМОТРЕННЫХ АССОЦИАЦИЙ
(В 10^6 ЛЕТ) И КОЛИЧЕСТВ ПРОТОЗВЕЗДНЫХ ОБЪЕКТОВ В НИХ

| Ассоциация | NGC 2264 | Орион | NGC 7000 |
|------------|----------|-------|----------|
| t | 2.0 | 3.0 | 3.4 |
| N_o | 100 | 133 | 15 |

Согласно же нашим оценкам ассоциация NGC 2264 более молодое образование, чем ассоциации Ориона и NGC 7000. Этот вывод находит косвенное подтверждение в работе [23], где установлена зависимость между средней светимостью вспыхивающих звезд и возрастом системы. В ней единственной звездной системой, не удовлетворяющей данной зависимости, является NGC

2264, у которой наибольшая средняя светимость вспыхивающих звезд. Согласно использованным в [23] данным, ассоциация NGC 2264 по возрасту старше Ориона и NGC 7000.

Зависимость между средней светимостью вспыхивающих звезд и возрастом соответствующей звездной системы с использованием новых и более полных данных подтверждена и в [24]. Результаты, полученные в [24], показывают, что функция распределения светимости вспыхивающих звезд смещается в сторону низких светимостей со старением системы, что является прямым следствием зависимости темпов эволюции от их масс, в результате которой абсолютно более яркие звезды системы раньше завершают стадию вспыхивающей звезды, чем звезды низких светимостей. Однако, как и в [23], из-за принятого значения возраста ассоциация NGC 2264 является единственной системой, не удовлетворяющей данной закономерности. Вывод о сравнительной молодости NGC 2264 устраняет это противоречие, делая данную зависимость полной.

Следует отметить, что с большей осторожностью нужно относиться к оценкам λ_0 и $N_0(t)$, поскольку они очень чувствительны к выбору величины λ_1^{-1} , т.е. среднему времени жизни звезд типа Т Тау. Например, если принять среднее время жизни звезд типа Т Тау равным $6.5 \cdot 10^5$ лет, то получим $\lambda_0 = 10^{-5} \text{ лет}^{-1}$.

Однако возможность оценить число протозвезд и их среднее время жизни достаточно привлекательна с той точки зрения, что дает критерий для поиска объектов-кандидатов на роль протозвезд.

Полученные оценки λ_0 и $N_0(t)$ позволяют оценить также темпы звездообразования $\dot{n}(t)$ в ассоциациях в настоящее время по формуле

$$\dot{n}(t) = \frac{\lambda_0 N_0(t)}{V},$$

где V — пространственный объем ассоциации, вычисленный с помощью известных данных о угловых диаметрах и расстояниях соответствующих систем [20], при предположении об их сферичности. Расчеты показывают, что темпы звездообразования равны соответственно $4 \cdot 10^{-9}$ звезд / год · пк³, $2 \cdot 10^{-9}$ звезд / год · пк³ для ассоциаций Ориона и NGC 2264 и на порядок меньше у NGC 7000.

Существующее разнообразие типов эволюции звездных объектов, населяющих звездные ассоциации указывает, что рождение и эволюция звезд проходит не только по данной эволюционной последовательности. Например, существование О-ассоциаций показывает, что значительная часть звезд эволюционирует через стадию О,В звезд по другой эволюционной последовательности. Поэтому

необходимо отметить, что полученные оценки относятся только к той части объектов, эволюция которых проходит по рассмотренной выше эволюционной последовательности.

4. *Заключение.* Полученные выше результаты показывают, что предлагаемый подход к решению эволюционных задач, основанный на предположении о том, что эволюционный процесс можно описать как статистический, может быть достаточно плодотворным.

В данной работе на основе данного подхода выведены соотношения, позволяющие оценить среднее время жизни и относительное количество находящихся на начальной стадии жизни объектов (например, для протозвезд) из формул (6) и (5а) соответственно. При этом важно отметить, что не делается никаких предположений о природе протозвездных объектов.

Полученные неравенства (8) позволяют оценить относительное количество h объектов, находящихся на разных стадиях эволюции, возраст t системы, в которую входят объекты, среднее время жизни объектов находящихся на стадии $i = 1$ следующей за начальной стадией — формулы (7) и (8).

Полученные соотношения применены к следующей эволюционной последовательности: протозвезда—звезда типа Т Тау — вспыхивающая звезда. Для этой последовательности применение фактически свелось к определению возрастов ассоциаций с помощью известных отношений количества вспыхивающих звезд и звезд типа Т Тау.

Получены оценки среднего времени жизни λ_0^{-1} и количества протозвезд, эволюция которых проходит по данной эволюционной последовательности. Оценены также темпы звездообразования $\dot{n}(t)$ в ассоциациях в настоящее время. Эти оценки λ_0 и $N_0(t)$, несмотря на большую чувствительность к выбору величины λ_1^{-1} , имеют определенную ценность.

Однако возможности использованного нами в настоящей работе подхода более широкие. К обсуждению этого вопроса будут посвящены последующие работы.

В заключение выражаю благодарность профессору Л.В.Мирзояну за весьма полезные критические замечания, учет которых значительно повлиял на качество предлагаемой работы.

ON THE EVOLUTION OF ASTROPHYSICAL OBJECTS

А.А.АКОПЯН

Scenario of evolution for astrophysical objects is proposed. The obtained relationships are applied to the evolution sequence protostar – T Tau star — flare star. Estimates of ages of stellar associations Orion, NGC 2264, NGC 7000 are obtained.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А.Амбарцумян, Усп. физ. наук, 96, 3, 1968.
2. H. Vatter, Proc. Camb. Phil. Soc., 15, 423, 1910.
3. В.А.Амбарцумян, Л.В.Мирзоян, Проблемы современной космогонии, гл.1,2, Наука, М., 1972.
4. Л.В.Мирзоян, Нестационарность и эволюция звезд, АН Армении, Ереван, 1981.
5. Л.В.Мирзоян, Ранние стадии эволюции звезд, АН Армении, Ереван, 1991.
6. В.А.Амбарцумян, Научные труды, АН Армении, Ереван, 1960, т.2, с.283.
7. G.Haro, Symposium On Stellar Evolution, Astron. Obs. Nat. Univ. of La Plata, La Plata, 1962, p.37.
8. G.Haro, E.Chavira, Vistas in Astronomy, 8, 89, 1966.
9. В.А.Амбарцумян, Астрофизика, 6, 31, 1970.
10. В.А.Амбарцумян, Звезды, туманности, галактики, АН Армении, Ереван, 1969, с.283.
11. L.Rosino et al., Contr. Asiago Obs., N69, 1956, N125, 1962, N127, 1964, N189, 1966.
12. Р.Ш.Нацалшвили, Вспыхивающие звезды в Орионе и в Плеядах, Бюраканская астрофизическая обсерватория, 1988.
13. В.А.Амбарцумян, Сообщ.Бюраканск.обс., 13, 1954.
14. G.Haro, Bol.Inst.Tonantzitla, 2, 3, 1976.
15. Л.В.Мирзоян, Г.Б.Оганян, Вспыхивающие звезды и родственные объекты, АН Армении, Ереван, 1986, с.86.
16. В.А.Амбарцумян, Л.В.Мирзоян, Э.С.Парсамян, О.С.Чавушян, Л.К.Ерастова, Астрофизика, 6, 3, 1970.
17. П.Н.Холопов и др., Общий каталог переменных звезд, Наука, М., 1985–1987.
18. W.H.Warren, J.E.Hesser, Ap.J.Suppl.Ser., 36, 497, 1978.
19. R.Sagar, A.E.Piskunov, V.I.Myakutin, U.C.Joshi, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 220, 383, 1987.
20. К.У.Аллен, Астрофизические величины, Мир, М., 1977.
21. L.Vienot, App.Astrophys., 28, 1008, 1965.
22. K.A.Strand, Astrophys.J., 128, 14, 1958.
23. Л.В.Мирзоян, Г.А.Брутян, Астрофизика, 16, 97, 1980.
24. Л.В.Мирзоян, В.А.Амбарян, Астрофизика, 28, 375, 1988.

УДК: 524. 354. 4

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В РАДИАЦИОННОМ КАНАЛЕ ПУЛЬСАРА

Г.С.СААКЯН

Поступила 29 ноября 1993

Исследовано электрическое поле пульсара для случаев соосного и косоого ротаторов. Найдено взаимосогласованное решение для электрического поля в нейтронной звезде, в ее магнитосфере (область закрытых магнитных силовых линий) и в радиационном канале (канал открытых магнитных силовых линий). В теории радиоизлучения пульсара важное значение имеет только продольная компонента напряженности электрического поля в радиационном канале: $E_{B^{\infty}} = (\vec{\Omega} \vec{B}_p) R^5 / c r^4$, где R — радиус звезды, B_p — магнитная индукция в ней, Ω — ее угловая скорость вращения и r — расстояние от ее центра.

1. *Введение.* В конце шестидесятых годов уже было очевидным, что сильно намагниченная вращающаяся нейтронная звезда окружена протяженной плазменной средой — так называемой *магнитосферой* [1], где и, несомненно, происходят процессы, приводящие в конечном счете к формированию радиоизлучения пульсара [2]. Следовательно для выяснения природы причин этого излучения необходимо иметь ясное представление о физических условиях в магнитосфере и, конечно, об электрическом поле в ней. Теория магнитосферы разрабатывалась в работах [1, 3—6] и в ряде других, благодаря которым в настоящее время сформировалось общее правильное представление по этому вопросу.

Значительный прогресс в деле раскрытия механизма формирования радиоизлучения пульсара был достигнут в начале семидесятых годов в работах [7, 8] и позже в [9, 10]. Нам кажется, что в этих работах найден ключ к разрешению проблемы радиоизлучения пульсаров и по сути дела предначертано правильное направление исследований, которые в конце концов должны привести к созданию полноценной теории явления.

Пульсар как космогонический объект состоит из трех основных областей: нейтронная звезда, окружающая ее область замкнутых магнитных силовых линий (магнитосфера) и образованные открытыми магнитными силовыми линиями два узких канала, которые ниже мы будем называть радиационными каналами.

В настоящее время с уверенностью можно утверждать, что именно в радиационном канале разыгрывается цепочка электромагнитных процессов, приводящая к формированию радиоизлучения, и по-видимому, основной части излучения пульсара на других диапазонах частот. В пульсарах имеется сильное магнитное поле, и поэтому в магнитосфере плазма до расстояния вблизи светового цилиндра, вморожена в это поле и фактически жестко вращается со звездой. Иная ситуация в радиационном канале; здесь частицы, свободно двигаясь по силовым линиям магнитного поля, уходят за пределы магнитосферы или падают на полюс звезды, смотря, каков их электрический заряд. Движение частиц в поперечном к силовым линиям направлении невозможно, так как при небольшом отклонении они мгновенно испускают синхротронное излучение и снова прижимаются к этим линиям.

Под давлением наблюдательных фактов мы приходим к неизбежному выводу о том, что радиоизлучение пульсара так или иначе обусловлено протекающим по радиационному каналу ультрарелятивистским потоком электронов или позитронов [7,8,11]. Считается [7,8], что этот поток инжектируется от полюса звезды, который затем у основания канала открытых магнитных силовых линий ускоряется до высоких ультрарелятивистских энергий, существующим здесь продольным (в отношении к силовым линиям) электрическим полем.

О величине электрического поля в радиационном канале нет единого мнения. В работах [7,8] исходят из представления, что над каждым из полюсов существует особая область, называемая магнитным зазором, в котором имеется сильное продольное электрическое поле. Наличие этого поля приводит к тому, что при прохождении через магнитный зазор электронов (позитронов) в нем разыгрываются бурные радиационные каскадные процессы рождения квантов изгибающего излучения $e \rightarrow e + \hbar\omega_c$ и последующей аннигиляции этих квантов $\hbar\omega_c \rightarrow e^+ + e^-$. В результате магнитный зазор с возрастающим темпом заполняется электрон-позитронной плазмой, которое продолжается до достижения ее перенасыщения, при котором происходит искревой разряд, а затем этот цикл периодически повторяется.

Электрическое поле в магнитном зазоре описывалось уравнением

$$\frac{d^2\varphi}{dz^2} = -4\pi\rho, \quad (1)$$

где z — высота над магнитной шапкой, ρ — плотность зарядов в движущемся по радиационному каналу облаке первичных частиц

$$\rho = -\frac{(\vec{\Omega}\vec{B})}{2\pi c} = -\frac{(\vec{\Omega}\vec{B}_s)R^3}{4\pi cr^3}(3\cos^2\theta - 1), \quad (2)$$

где R — радиус звезды, B_s — магнитная индукция в звезде, а магнитное поле считается дипольным.

В рассматриваемой области угол θ мал

$$\theta < \theta_m(r) \approx \left(\frac{\Omega r}{c}\right)^{1/2}, \quad (3)$$

где θ_m — полярный угол точек крайней магнитной силовой линии, которая не замыкается вовнутрь магнитосферы. Внутри светового цилиндра, т.е. при $r < c/\Omega$ этот угол мал. В области магнитного зазора $z \ll R$ и $\theta \approx \theta(R) \ll 1$, поэтому $\rho \approx -(\vec{\Omega}\vec{B}_s)/2\pi c$.

В такой ситуации для решения уравнения (1) с граничным условием $E(0) = 0$ имеем [7]

$$E(z) = -\frac{2(\vec{\Omega}\vec{B}_s)}{c} z, \quad (4)$$

а для граничного условия $E(z_m) = 0$ [8]:

$$E(z) = -\frac{2(\vec{\Omega}\vec{B}_s)}{c}(z_m - z), \quad (5)$$

где z_m — высота магнитного зазора, которая определяется моментом достижения перенасыщения плотности в плазме, при котором, как предполагается, наступит искровой разряд и исчезновение электрического поля.

Для высоты магнитного зазора было найдено [7]

$$z_m \approx 10^4 \rho_6^{2/7} B_{12}^{-4/7} \Omega^{-3/7}, \quad (6)$$

где $\rho_c = 10^6 \rho_6$ — радиус кривизны магнитной силовой линии вблизи полюса. Как видим, в упомянутых работах фактически предполагается, что в радиационном

канале электрическое поле определяется облаком зарядов, которое образуется протекающим по нему потоком первичных частиц, исходящих от полюса звезды.

Наконец, в работе [11] другим подходом было найдено решение

$$E = - \frac{(\vec{\Omega} \vec{B}_s) R^5}{c r^4} \quad (7)$$

для напряженности электрического поля в радиационном канале. Оно согласовано с электрическими полями в звезде и магнитосфере. Это поле в $R/z_m = 100$ раз мощнее по сравнению с приведенными в (4) и (5). В этой работе считается, что протекающий по радиационному каналу поток частиц является просто пробным зарядом и поэтому не может оказывать заметное влияние на исходное мощное электрическое поле, генерируемое вращением звезды.

Без аккуратного знания электрического поля в радиационном канале построение обоснованной теории радиоизлучения пульсара, безусловно, невозможно, если, конечно, при этом не делаются какие-то искусственные дополнительные допущения. Именно таково положение дел в работе [8], где необоснованно предполагается, что в области магнитного зазора радиус кривизны магнитных силовых линий приблизительно равен радиусу звезды (для дипольного поля он на два порядка больше). В этой работе делается и второе предположение о том, что радиоизлучение обусловлено изгибным излучением бунчев, которые образуются в протекающем по радиационному каналу потоке электрон-позитронной плазмы при прохождении через нее первичного потока частиц более высокой энергии. Основная цель настоящей статьи — это нахождение электрического поля в радиационном канале пульсара.

2. *Электрическое поле соосного ротатора.* Торможение вращения нейтронной звезды и ослабление ее магнитного поля происходят весьма медленно, поэтому электрическое поле в пульсарах с достаточной точностью можно считать потенциальным $\vec{E} = -\nabla\varphi$. Для определения электрического поля в звезде и магнитосфере будем исходить из выражений плотности токов:

$$\vec{j}_k = \rho_k [\vec{\Omega}, \vec{r}] + \sigma_k \left\{ -\nabla\varphi_k + \frac{1}{c} [[\vec{\Omega} \vec{r}] \vec{B}] \right\}, \quad (8)$$

где $k = 1; 2$, индекс 1 относится к звезде, а 2 — магнитосфере, ρ_k — плотность зарядов, σ_k — электропроводность. В (8) фактически считается, что плазма полностью увлекается вращением звезды.

Считая $\sigma_k \approx \infty$, получаем из (6)

$$\vec{E} \approx \frac{1}{c} [\vec{B} [\vec{\Omega} \vec{r}]] . \quad (9)$$

Начнем с рассмотрения случая, когда векторы магнитного диполя и угловой скорости направлены по одной линии. Тогда, если звезда намагничена однородно, то

$$\vec{B}_s = \pm B_s \hat{e}_z , \quad (10)$$

где \hat{e}_z — единичный вектор по оси z , которая совпадает с осью вращения. Учитывая (10), из (9) для напряженности электрического поля в звезде находим

$$\vec{E}_1 = - \frac{(\vec{\Omega} \vec{B}_s)}{c} r \left(\sin^2 \theta \cdot \hat{e}_r + \sin \theta \cdot \cos \theta \cdot \hat{e}_\theta \right) , \quad (11)$$

\hat{e}_r — единичный вектор по радиусу, а \hat{e}_θ — по меридиональному направлению. Соответствующий потенциал электрического поля равен

$$\varphi_1(r, \theta) = \frac{(\vec{\Omega} \vec{B}_s)}{2c} R^2 \left(\frac{r^2}{R^2} \sin^2 \theta + c_1 \right) , \quad (12)$$

где c_1 — постоянная интегрирования.

Теперь определим электрическое поле в магнитосфере. Считая магнитное поле нейтронной звезды дипольным с дипольным моментом

$$\vec{\mu} = \frac{1}{2} R^3 \vec{B}_s ,$$

из (9) получаем

$$\vec{E}_2 = \frac{(\vec{\Omega} \vec{B}_s) R^3}{2cr^2} \left(\sin^2 \theta \cdot \hat{e}_r - \sin 2\theta \cdot \hat{e}_\theta \right) . \quad (13)$$

Отсюда следует

$$\varphi_2(r, \theta) = \frac{(\vec{\Omega} \vec{B}_s)}{2c} R^2 \left(\frac{R}{r} \sin^2 \theta + c_2 \right) , \quad (14)$$

c_2 — постоянная интегрирования.

Наконец обсудим вопрос электрического поля в радиационном канале. Если, следуя [7,8] предположить, что электрическое поле определяется уравнением

$$\Delta \varphi = - 4\pi \rho \quad (15)$$

с выражением ρ , приведенным в (2), то мы приходим к результату

$$\varphi_3(r, \theta) = \frac{(\vec{\Omega} \vec{B}_z)}{2c} R^3 \left[\frac{\sin^2 \theta + c_3}{r} + c_4 \frac{R^2}{r^3} (3 \cos^2 \theta - 1) \right]. \quad (16)$$

Здесь в фигурных скобках первое выражение с точностью постоянного множителя представляет частное решение уравнения Пуассона (15), второе выражение — общее решение уравнения Лапласа $\Delta \varphi = 0$, а c_3 и c_4 — постоянные интегрирования.

Если теперь в (14) подставить $c_2 = 0$, т.е. потенциал φ_2 нормировать так, чтобы он на бесконечности обращался в нуль, и произвести сшивку решений (12), (14) и (16) на границах раздела областей, то приходим к результату

$$\varphi_2 = \varphi_3 = \frac{(\vec{\Omega} \vec{B}_z)}{2c} \frac{R^3}{r} \sin^2 \theta. \quad (17)$$

Его можно было угадать заранее, ибо, как нетрудно увидеть, электрическое поле в магнитосфере также описывается уравнением (15) с $\rho = -(\vec{\Omega} \vec{B})/2\pi c$. Электрическое поле, соответствующее потенциалу (17), существенно отличается от (4) и (5), хотя во всех случаях мы фактически имеем дело с одним и тем же исходным уравнением. Причиной этого обстоятельства, конечно, является различие в граничных условиях. Заметим, что в решениях (4) и (5) допущена та важная неточность, что они не согласованы с электрическим полем в самой нейтронной звезде.

В соответствии с (17) продольная компонента напряженности электрического поля в магнитном зазоре приблизительно равна

$$|E_3| \approx \frac{\Omega B_z R}{2c} \sin^2 \theta \leq \frac{1}{2} \left(\frac{\Omega B_z}{c} \right)^2 B_z.$$

Отношение этой напряженности к приведенным в (4) и (5) порядка

$$\frac{\Omega R}{c} \frac{R}{4z_m} \ll 1.$$

Отсюда можно заключить, что найденное электрическое поле явно недостаточно для того, чтобы обеспечить разыгрывающему в радиационном канале сценарию процессов, приводящих к формированию радиоизлучения пульсара. Утрируя,

можно сказать, что решение (17) фактически отвергается самим фактом существования радиоизлучения пульсара.

Итак мы приходим к заключению, что как решения (4) и (5), так и (17) не верны по той причине, что электрическое поле в радиационном канале непосредственно обусловлено вращением, а не протекающими по нему зарядами, играющими лишь роль пробных зарядов. Следовательно взамен уравнения Пуассона (15) мы должны исходить из уравнения Лапласа

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varphi_3}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \varphi_3}{\partial \theta} \right) = 0 .$$

Оно имеет следующее общее решение [12]

$$\varphi_3(r, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \left(A_1 r^l + \frac{A_2}{r^{l+1}} \right) P_l(\cos \theta) , \quad (18)$$

где A_1 и A_2 — постоянные.

Теперь решения (12), (14) и (18) мы должны сшивать на границах раздела областей, требуя

$$\varphi_1(R, \theta) = \varphi_2(R, \theta) ; \quad \varphi_1(R, \theta) = \varphi_3(R, \theta) .$$

В результате получаем

$$A_1 = 0 , \quad l = 2 , \quad c_1 = c_2 = -2/3 , \quad A_2 = -(\vec{\Omega} \vec{B}_s) R^5 / 3c$$

Таким образом мы имеем следующие взаимосогласованные решения для потенциалов электрического поля

$$\varphi_1 = \frac{(\vec{\Omega} \vec{B}_s)}{2c} R^2 \left(\frac{r^2}{R^2} \sin^2 \theta - \frac{2}{3} \right) , \quad (19)$$

$$\varphi_2 = \frac{(\vec{\Omega} \vec{B}_s)}{2c} R^2 \left(\frac{R}{r} \sin^2 \theta - \frac{2}{3} \right) , \quad (20)$$

$$\varphi_3 = -\frac{(\vec{\Omega} \vec{B}_s) R^5}{6cr^3} (3 \cos^2 \theta - 1) . \quad (21)$$

Итак, в соответствии с нашим предположением, что магнитное поле нейтронной звезды дипольное, электрическое поле пульсара оказывается квадрупольным.

Остановимся на некоторых особенностях найденного решения. Потенциал φ_2 на бесконечности стремится к пределу $-2/3$, но не следует забывать, что решение для магнитосферы относится только к расстояниям $r < c/\Omega$. Вне светового цилиндра безусловно электрическое поле совсем другое. Вторая особенность та, что на поверхности раздела радиационного канала и магнитосферы нарушается непрерывность потенциала: $\varphi_3(r, \theta_m) \neq \varphi_2(r, \theta_m)$, где $\theta_m \approx (\Omega r/c)^{1/2}$. Допустить нарушение непрерывности потенциала, конечно, нельзя, однако здесь ситуация совсем другая. Дело в том, что поверхность $\theta_m(r)$ представляющая геометрическое место последних магнитных силовых линий, которые не замыкаются в пределах магнитосферы, не совсем строго определена. Разумеется, магнитосфера не имеет резкой границы: на самом деле между ней и радиационным каналом должна существовать некоторая промежуточная область, где электрическое поле отличается как от (20), так и от (21). Для промежуточной области сделанные нами приближения не верны, поэтому вышеприведенным способом мы не можем определить электрическое поле в ней. Очевидно картина поля здесь такая, что обеспечивает его непрерывный переход между рассматриваемыми областями. Угловой раствор промежуточной области по-видимому порядка углового раствора радиационного канала.

В соответствии с (21) напряженность электрического поля в радиационном канале равна

$$\vec{E}_3 = -\frac{(\vec{\Omega}\vec{B}_0)R^5}{2cr^4} \left[(3\cos^2\theta - 1)\hat{e}_r + \sin 2\theta \cdot \hat{e}_\theta \right], \quad \theta < \left(\frac{\Omega r}{c}\right)^{1/2}. \quad (22)$$

Для теории радиоизлучения пульсара особый интерес представляет компонент этой напряженности вдоль магнитной силовой линии:

$$E_B = \frac{(\vec{E}_3 \vec{B})}{B} = -\frac{2(\vec{\Omega}\vec{B}_0)R^5}{cr^4} \frac{\cos^3\theta}{\sqrt{3\cos^2\theta + 1}} \approx -\frac{(\vec{\Omega}\vec{B}_0)R^5}{cr^4}, \quad (23)$$

что совпадает с полученным в работе [11] результатом (7), который, однако, фактически не был должным образом обоснован.

Сравнивая (11) с (13) и (22) мы замечаем, что на поверхности нейтронной звезды тангенциальная составляющая напряженности электрического поля не

испытывает скачка, следовательно, в рассматриваемом приближении поверхностного тока нет. Но имеются поверхностные заряды с плотностью

$$\sigma = \frac{E_{2r} - E_{1r}}{4\pi} = \frac{3(\Omega B_s)R}{8\pi c} \sin^2\theta, \quad \theta > \left(\frac{\Omega R}{c}\right)^{1/2}, \quad (24)$$

$$\sigma = \frac{E_{3r} - E_{1r}}{4\pi} = -\frac{(\vec{\Omega}\vec{B}_s)R}{8\pi c} (5\cos^2\theta - 3), \quad \theta < \left(\frac{\Omega R}{c}\right)^{1/2}.$$

Найденные выражения напряженности электрического поля, конечно, правомочны только до тех расстояний, где выполняется условие вмороженности плазмы (9). Прежде всего они не верны за световым цилиндром, но они становятся не корректными и задолго до того, где нарушается условие жесткого вращения магнитосферной плазмы. В области жесткого вращения магнитосферной плазмы напряженность электрического поля определяется формулой (9). Применяя оператор дивергенции к этому уравнению и учитывая соотношения $\text{div}\vec{E} = 4\pi\rho_2$, $\text{rot}\vec{B} = 4\pi\vec{j}/c$, $\vec{j} = \rho_2[\vec{\Omega}, \vec{r}]$, приходим к результату

$$\rho_2 \approx -\frac{(\vec{\Omega}\vec{B}_s)}{2\pi c \left(1 - \frac{\Omega^2 r^2}{c^2} \sin^2\theta\right)}. \quad (25)$$

Отсюда делается вывод, что при $r \sin\theta \rightarrow c/\Omega$ имеет место $(\vec{\Omega}\vec{B}_s) \rightarrow 0$ т.е. у поверхности светового цилиндра силовые линии магнитного поля выпрямляясь выходят наружу под прямым углом к его поверхности. Однако этот вывод не совсем корректен, так как вмороженность плазмы и ее жесткое вращение не строго выполняются до самой поверхности светового цилиндра.

3. *Электрическое поле косоугольного ротора.* Пусть магнитный момент звезды составляет угол α с осью вращения, которую по-прежнему примем за координатную ось z . Для векторов угловой скорости и магнитного момента имеем

$$\vec{\Omega} = \Omega \hat{e}_z, \quad \vec{\mu} = \frac{1}{2} R^3 B_s (\sin\alpha \cdot \cos\Omega t \hat{e}_x + \sin\alpha \cdot \sin\Omega t \hat{e}_y + \cos\alpha \hat{e}_z). \quad (26)$$

Декартовый координатный базис связан со сферическим базисом следующими формулами

$$\hat{e}_x = \sin\theta \cdot \cos\varphi \cdot \hat{e}_r + \cos\theta \cdot \cos\varphi \cdot \hat{e}_\theta - \sin\varphi \cdot \hat{e}_\varphi,$$

$$\hat{e}_y = \sin\theta \cdot \sin\varphi \cdot \hat{e}_r + \cos\theta \cdot \sin\varphi \cdot \hat{e}_\theta + \cos\varphi \cdot \hat{e}_\varphi, \quad (27)$$

$$\hat{e}_z = \cos\theta \cdot \hat{e}_r - \sin\theta \cdot \hat{e}_\theta.$$

При определении электрического поля в звезде и ее магнитосфере опять будем исходить из формулы (9). Начнем с рассмотрения электрического поля в нейтронной звезде. Подставляя в (9)

$$\vec{r} = r (\sin\theta \cdot \cos\varphi \cdot \hat{e}_x + \sin\theta \cdot \sin\varphi \cdot \hat{e}_y + \cos\theta \cdot \hat{e}_z),$$

получаем

$$\vec{E} = \frac{\Omega r}{c} \left([\hat{e}_x \vec{B}] \sin\theta \cdot \sin\varphi + [\vec{B} \hat{e}_y] \sin\theta \cdot \cos\varphi \right). \quad (28)$$

Подставляя сюда $\vec{B} = B_s (\sin\alpha \cdot \cos\Omega t \cdot \hat{e}_x + \sin\alpha \cdot \sin\Omega t \cdot \hat{e}_y + \cos\alpha \cdot \hat{e}_z)$ и затем по формулам (27), совершая переход к сферическому базису, приходим к результату

$$\begin{aligned} \vec{E}_1 = & -\frac{\Omega r}{c} B_s \left[(\cos\alpha \cdot \sin^2\theta - \sin\alpha \cdot \cos(\Omega t - \varphi) \sin\theta \cdot \cos\theta) \hat{e}_r + \right. \\ & \left. + (\cos\alpha \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta + \sin\alpha \cdot \cos(\Omega t - \varphi) \cdot \sin^2\theta) \hat{e}_\theta \right]. \quad (29) \end{aligned}$$

При $\alpha = 0$ это выражение напряженности электрического поля совпадает с соответствующим выражением (11) для случая соосного ротатора.

Перейдем к определению электрического поля в магнитосфере. Считая магнитное поле в магнитосфере дипольным

$$\vec{B} = \frac{3(\vec{\mu} \vec{r}) \vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{\mu}}{r^3},$$

и учитывая (27), находим

$$\begin{aligned} \vec{B} = & \frac{1}{2} B_s \left(\frac{R}{r} \right)^3 \left[(3A \sin\theta \cdot \cos\varphi - \sin\alpha \cdot \cos\Omega t) \hat{e}_x + \right. \\ & \left. + (3A \sin\theta \cdot \sin\varphi - \sin\alpha \cdot \sin\Omega t) \hat{e}_y + (3A \cos\theta - \cos\alpha) \hat{e}_z \right], \quad (30) \end{aligned}$$

где

$$A = \cos\alpha \cdot \cos\theta + \sin\alpha \cdot \sin\theta \cdot \cos(\Omega t - \varphi).$$

Подставив (30) в (28), и произведя выкладки, получаем

$$\vec{E}_2 = \frac{\Omega B_s R^3}{2cr^2} [(\cos\alpha - 3A \cos\theta) \hat{e}_r + 2A \hat{e}_z] ,$$

где при получении этого результата использована формула

$$\hat{e}_r = (\sin\theta \cdot \cos\varphi \cdot \hat{e}_x + \sin\theta \cdot \sin\varphi \cdot \hat{e}_y + \cos\theta \cdot \hat{e}_z) .$$

Исключая \hat{e}_z из последнего выражения напряженности электрического поля приходим к следующему результату

$$\vec{E}_2 = \frac{\Omega B_s R^3}{2cr^2} [(\cos\alpha \cdot \sin^2\theta - \sin\alpha \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta \cdot \cos(\Omega t - \varphi)) \hat{e}_r - 2(\cos\alpha \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta + \sin\alpha \cdot \sin^2\theta \cdot \cos(\Omega t - \varphi)) \hat{e}_\theta] . \quad (31)$$

При $\alpha = 0$, это выражение переходит в (13) для случая соосного ротатора.

Наконец приступим к определению электрического поля в радиационном канале пульсара. В случае соосного ротатора тангенциальная компонента напряженности электрического поля на поверхности нейтронной звезды не испытывает скачка, что является свидетельством отсутствия поверхностного тока. Это обстоятельство может служить основанием предположить, что и в случае косоного ротатора на поверхности нейтронной звезды ток не должен быть, т.е.

$$E_{3t}(R, \theta, \varphi) = E_{1t}(R, \theta, \varphi) . \quad (32)$$

Из этого условия следует, что

$$\vec{E}_3 = -\frac{\Omega B_s}{c} f(r) [\psi(\alpha, \theta, \varphi) \hat{e}_r + (\cos\alpha \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta + \sin\alpha \cdot \sin^2\theta \cdot \cos(\Omega t - \varphi)) \hat{e}_\theta] ,$$

где $f(r)$ и $\psi(\alpha, \theta, \varphi)$ — неизвестные функции. Аналогично случаю соосного ротатора будем исходить из уравнения

$$\text{div} \vec{E}_3 = 0 ,$$

т.е. мы считаем, что протекающие по радиационному каналу заряды являются пробными и поэтому не могут оказывать на существующее электрическое поле (прямо генерируемое вращением) заметного влияния. Таким образом

$$\frac{\psi}{r^2} \frac{d(r^2 f)}{dr} + \frac{f}{r} (2\cos\alpha \cdot \cos^2\theta - \cos\alpha \cdot \sin^2\theta + 3\sin\alpha \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta \cdot \cos(\Omega t - \varphi)) = 0 .$$

Произведем разделение переменных

$$\frac{1}{rf} \frac{d(r^2 f)}{dr} = - \frac{3\cos\alpha \cdot \cos^2\theta - \cos\alpha + 3\sin\alpha \cdot \cos(\Omega t - \varphi) \sin\theta \cdot \cos\theta}{\psi(\alpha, \theta, \varphi)} = -n(\alpha),$$

где $n(\alpha)$ — постоянное, которое в принципе может зависеть от α .

Отсюда следует

$$f(r) = \frac{k}{r^{n+2}} ; \quad \psi = \frac{3\cos\alpha \cdot \cos^2\theta - \cos\alpha + 3\sin\alpha \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta \cdot \cos(\Omega t - \varphi)}{n} ,$$

где k — постоянная интегрирования.

Следовательно

$$\vec{E}_3 = -k \frac{\Omega B_1}{c} r^{-n-2} \left[\frac{\cos\alpha (3\cos^2\theta - 1) + 3\sin\alpha \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta \cdot \cos(\Omega t - \varphi)}{n} \hat{e}_r + (\cos\alpha \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta + \sin\alpha \cdot \sin^2\theta \cdot \cos(\Omega t - \varphi)) \hat{e}_\theta \right] .$$

При $\alpha = 0$ это выражение напряженности электрического поля должно совпадать с (22). Из этого требования следует

$$k = R^5 ; \quad n(\alpha) = 2F(\alpha) , \quad F(0) = 1 .$$

Ниже мы примем $n(\alpha) = 2$ и, следовательно, приходим к результату

$$\vec{E}_3 = - \frac{\Omega B_1 R^5}{2cr^4} \left[[\cos\alpha (3\cos^2\theta - 1) + 3\sin\alpha \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta \cdot \cos(\Omega t - \varphi)] \hat{e}_r + 2 [\cos\alpha \cdot \sin\theta \cdot \cos\theta + \sin\alpha \cdot \sin^2\theta \cdot \cos(\Omega t - \varphi)] \hat{e}_\theta \right] . \quad (33)$$

Это выражение напряженности электрического поля справедливо в области углов

$$\alpha - \left(\frac{\Omega r}{c}\right)^{1/2} \leq \theta \leq \alpha + \left(\frac{\Omega r}{c}\right)^{1/2}; \quad \alpha \geq 2\left(\frac{\Omega r}{c}\right)^{1/2}$$

а для углов $\alpha \leq 2(\Omega r/c)^{1/2}$ мы по сути имеем дело со случаем соосного ротатора.

Для теории радиоизлучения пульсара важное значение имеет только продольная компонента напряженности электрического поля в радиационном канале:

$$E_B = \frac{(\vec{E}_B \vec{B})}{B} = -\frac{\Omega B_e R^5}{cr^4} f(\alpha, \theta), \quad (34)$$

где

$$f(\alpha, \theta) = \frac{2\cos^2\alpha\cos^3\theta + 0.2\sin 2\alpha\sin\theta\cos^2\theta\cos(\Omega t - \varphi) + 2\sin^2\alpha\cos\theta\sin^2\theta\cos^2(\Omega t - \varphi)}{[1 + 3\cos^2\alpha\cos^2\theta + 1.5\sin 2\alpha\sin 2\theta\cos(\Omega t - \varphi) + 3\sin^2\alpha\sin^2\theta\cos^2(\Omega t - \varphi)]^{1/2}}$$

В случае косоного ротатора поперечная компонента напряженности электрического поля в радиационном канале вообще говоря не малая величина, но она все таки не оказывает заметного влияния на движение частиц вдоль силовых линий магнитного поля и тем самым на конечный результат процесса формирования радиоизлучения. Под влиянием поперечной компоненты напряженности электрического поля, частица, конечно, испытывает смещение в поперечном к силовой линии направлении, однако, благодаря тому, что синхротронное излучение действует весьма эффективно (магнитное поле очень сильное), она быстро теряет энергию этого направления движения и снова прижимается к силовой линии.

По своей величине функция $f(\alpha, \theta)$ порядка единицы, поэтому, в радиационном канале продольное электрическое поля E_B примерно одинаково независимо от того, каков угол α . Это обстоятельство в сочетании с тем, что в вопросе радиоизлучения роль поперечного электрического поля не существенна, приводит к заключению, что в деле построения теории радиоизлучения пульсара совершенно не важно, какая модель ротатора, соосная или косая, принимается в рассмотрение. Другой вопрос, что для того, чтобы излучение пульсара на Земле имело пульсирующий характер, необходимо считать $\alpha \neq 0$.

THE ELECTRICAL FIELD IN PULSAR'S RADIATION CANAL

G.S.SAHAKIAN

The pulsar's electrical field is investigated for the cases of aligned and skewed rotators. A self-consistent solution is found for the electrical field in neutron star, in its magnetosphere (in the region of the closed magnetic field lines) and in radiation canal (in the canal of opened field lines). Only the longitudinal component of electrical field is important in the theory of pulsar's radio radiation: $E_B \approx -(\Omega \vec{B}_z) R^5 / cr^4$, where R is the star's radius, B_z - magnetic induction in it, Ω - its angular velocity and r - distance from the center.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Goldrich, W.H. Yulian, *Astrophys. J.*, 157, 869, 1969.
2. T. Gold, *Nature*, 221, 25, 1969.
3. F.C. Michel, *Astrophys. J.*, 180, 207, 1973.
4. L. Mestel, *Astrophys. Space Sci.*, 24, 289, 1973.
5. L. Mestel, Y.M. Wang, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 188, 799, 1979.
6. F.C. Michel, *Rev. Mod. Phys.*, 54, 1, 1982.
7. P.A. Starrok, *Astrophys. J.*, 164, 529, 1971.
8. M.A. Ruderman, P.G. Sutherland, *Astrophys. J.*, 196, 51, 1975.
9. В.С. Бескин, А.В. Гуревич, Я.Н. Истолин, *ЖЭТФ*, 58, 401, 1983.
10. V.S. Beskin, A.V. Gurevich, Ya.N. Istomln, *Astrophys. Space Sci.*, 146, 205, 1988.
11. Г.С. Саакян, *Астрофизика*, 36, 87, 1993.
12. Г.Кори, Т.Кори, *Справочник по математике*, Наука, М., 1970.

УДК: 52-64

ПЕРЕНОС ИЗЛУЧЕНИЯ В ЦИЛИНДРЕ. I. РЕЗОЛЬВЕНТА ОСНОВНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Д. И. НАГИРНЕР

Поступила 10 декабря 1993

Принята к печати 23 декабря 1993

Предлагается новый метод расчета переноса излучения в спектральной линии при изотропном рассеянии с полным перераспределением по частоте или без изменения частоты в однородном бесконечном вдоль оси прямом круговом цилиндре. Одновременно с цилиндром исследуется рассеяние в слое, симметричном относительно середины, и шаре. Получены уравнения, которым удовлетворяет резольвента основного интегрального уравнения, описывающего рассматриваемые случаи рассеяния. Путем применения преобразования Ганкеля по конечному промежутку резольвента выражается через вспомогательную функцию. Для вспомогательной функции выведено уравнение, которое удобно решать итерациями, причем скорость их сходимости увеличивается с ростом радиуса области рассеяния.

1. *Введение.* Большинство астрофизических объектов, в которых существенную роль играет перенос излучения, — звездные атмосферы и оболочки, атмосферы планет и Земли, планетарные и диффузные туманности и др. — могут рассматриваться как среды плоской или сферической геометрии. Однако ряд объектов, протяженность которых значительно больше их поперечника, более адекватно представляются в виде вытянутых цилиндров. К ним относятся прежде всего солнечные образования: протуберанцы, спикулы, корональные лучи и арки, а также, возможно, гранулы и элементы горизонтальной неоднородности фотосферы и хромосферы. Подобная геометрия встречается и у других светящихся объектов, в том числе и нестационарных. Примерами могут служить такие нестационарные образования, как джеты активных ядер галактик и аккреционных дисков, струи и потоки в двойных системах.

Большой интерес представляет задача о переносе излучения в цилиндре для

физики газового разряда. Идентичное математическое описание имеет перенос нейтронов в стержнях. Те же уравнения описывают перенос тепла.

Теория многократного рассеяния излучения в плоских средах подробно разработана. Она изложена, например, в монографиях В.В.Соболева [1,2] и В.В.Иванова [3] (см. также обзоры автора [4,5]). Задачи об изотропном рассеянии при сферической геометрии часто сводятся к плоским. Монохроматическое рассеяние и рассеяние в спектральной линии в шаре при полном перераспределении по частоте (ППЧ) аналитически рассматривалось В.В.Соболевым [6] и автором [7]. Анизотропное монохроматическое рассеяние в средах сферической геометрии было рассмотрено А.К.Колесовым [8], получившим решения ряда задач. Более ранние работы цитируются в указанных статьях. Можно сказать, что сферическая симметрия освоена так же хорошо, как и плоская.

Изучению же рассеяния в цилиндрах посвящено относительно немного работ. В книге [9] выведены уравнения для расчета плотности нейтронов внутри цилиндра при любых аксиально симметричных источниках для изотропного и простейшего неизотропного рассеяния. Задача о переносе тепла в рамках предположения об изотропном монохроматическом рассеянии в цилиндрических областях с внешними и внутренними источниками, с отражающими и свободными границами рассматривалась в работах [10, 11]. В [10] получено основное уравнение, а в [11] решение через разложение по некоторым функциям. Выведены соотношения между решениями различных задач [12—14]. Приводятся выражения для интенсивностей и потоков в радиальном и осевом направлениях [15]. Найдены элементарные решения типа кейзовских для бесконечной среды с аксиальной симметрией при анизотропном рассеянии [16]. Выведены асимптотики решений вдали от оси симметрии [17].

Получены численные решения некоторых задач. Рассчитывалось рассеяние нейтронов в среде, представляющей два соосных цилиндра, внутренний из которых размножающий [18]. Метод дискретных ординат применялся в работе [19]. Другие численные методы использованы в [20—22].

Основные уравнения, описывающие перенос излучения в спектральной линии при ППЧ в случае цилиндрической геометрии, приведены в [23]. В [24] найдена асимптотика числа рассеяния фотонов в цилиндре с цилиндрическим слоевым источником, когда оптический радиус цилиндра $\tau_0 \rightarrow \infty$. Характерные функции задач с цилиндрической симметрией изучены в работе [25]. Возбуждение атомов в цилиндрической среде в работе [26] было найдено методом вероятности выхода Соболева.

Сделаны некоторые приложения теории. Расчет поля излучения в облаках с аэрозолем, состоящим из сферических частиц M_i с определенными распределениями по размерам, произведен в работе [27]. Модель цилиндрического проту-

беранца представлена в [28]. Свечение и спектры цилиндрического пылевого облака вокруг вращающейся протозвезды найдены в зависимости от параметров системы и от углов наклона к линии наблюдения [29].

В ряде работ исследовался спектр основного интегрального уравнения для бесконечного цилиндра в связи с задачей о критичности. В [30] получена асимптотика первого собственного значения (с.з.), а в [31] предложен метод расчета асимптотик всех с.з. и собственных функций (с.ф.) для цилиндра большого оптического радиуса $\tau_0 \gg 1$ при рассеянии с ППЧ.

Книга [32] содержит изложение асимптотической теории спектра основного интегрального уравнения для цилиндра при изотропном монохроматическом рассеянии нейтронов. Методом интегральных преобразований в [9] получены уравнения для решения задачи критичности при изотропном и простейшем неизотропном рассеянии. Близкие уравнения для расчета критических радиусов выведены в [33,34]. Критические радиусы цилиндров табулированы с высокой точностью (до 12 десятичных знаков) для сферической [35] и простейшей несферической [36] (методом Галеркина) индикатрис рассеяния.

Настоящая серия работ состоит из трех частей и посвящена исследованию изотропного рассеяния излучения в бесконечно протяженном вдоль оси круговом цилиндре методом интегральных преобразований. В первой части получены удобные уравнения для некоторых вспомогательных функций, путем решения которых может быть найдена резольвента основного интегрального уравнения переноса. Во второй части рассмотрены конкретные модельные задачи и получены асимптотики ряда характеристик поля излучения для случая консервативного рассеяния в спектральной линии при ППЧ в цилиндре большого радиуса. Наконец, в третьей части предлагается способ расчета спектра задачи. Краткое изложение результатов этой, третьей части приведено в статье автора [37].

2. *Основное интегральное уравнение переноса для цилиндра.* Рассмотрим перенос излучения в линии некоторого атома в двухуровневом приближении. Примем, что рассеиваются фотоны на этих атомах изотропно и с полным перераспределением по частоте при каждом рассеянии (ППЧ) (см. [1,3]), причем вынужденными процессами можно пренебречь. Тогда, как известно (см., например, [3]), задача расчета поля излучения в такой линии в однородной выпуклой среде сводится к интегральному уравнению для функции источников, пропорциональной степени возбуждения атомов:

$$S(\vec{\tau}) = S_0(\vec{\tau}) + \lambda \int K_p(|\vec{\tau} - \vec{\tau}'|) S(\vec{\tau}') d^3\tau'. \quad (1)$$

Здесь $\vec{\tau}$ — оптический радиус-вектор точек области рассеяния, рассчитанный для центра линии, λ — вероятность выживания фотона при каждом рассеянии,

$S_0(\tau)$ — функция, описывающая распределение мощности первичных источников излучения. Ядро уравнения зависит от вида рассеяния и определяется формулой

$$K_P(\tau) = \frac{A}{4\pi\alpha^2} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2(x) \exp(-[\alpha(x) + \beta]\tau) dx, \quad (2)$$

где x — безразмерная частота, отсчитываемая от центра линии, $\alpha(x)$ — симметричный профиль коэффициента поглощения в линии, $\alpha(0) = 1$, A — множитель, нормирующий интеграл от $\alpha(x)$ по всем x на 1, β — отношение поглощения в континууме и в центре линии. Интегрирование в (1) производится по объему, занимаемому атомами.

Ядро (2) может быть приведено к виду суперпозиции экспонент

$$K_P(\tau) = \frac{1}{4\pi\alpha} \int_a^b y A(y) e^{-y\tau} dy, \quad (3)$$

где $a = \beta$, $b = \infty$,

$$A(y) = \frac{A}{y} \begin{cases} 2 \int_{x(y-\beta)}^{\infty} \alpha^2(x) dx, & \beta \leq y \leq 1 + \beta, \\ \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2(x) dx, & y \geq 1 + \beta, \end{cases} \quad (4)$$

а $x(y) \geq 0$ — функция, обратная $y = \alpha(x)$.

Рассмотрим единообразно области трех геометрий: симметричный относительно срединной плоскости плоский слой толщины $2\tau_0$, бесконечно протяженный круговой цилиндр и шар с радиусами τ_0 . Все три области для краткости будем называть цилиндрическими с радиусом (оптическим) τ_0 . Можно сказать, что в основании этих трех областей лежат m -мерные "шары" ($m = 1, 2$ и 3 соответственно), а $3 - m$ измерений являются "осями" симметрии (в случае настоящего шара их нет). Обозначим через τ расстояние от осей симметрии, то есть от плоскости симметрии слоя, от оси цилиндра и от центра трехмерного шара. Считаем, что функция S_0 и, следовательно, S зависят только от τ . Тогда, как легко показать, уравнение (1) сводится к

$$S(\tau) = S_0(\tau) + \lambda \int_0^{\tau_0} K(\tau, \tau') S(\tau') \tau'^{2\nu+1} d\tau'. \quad (5)$$

Здесь $\nu = m/2 - 1$,

$$K(\tau, \tau') = (\tau, \tau')^{-\nu} \int_a^b y A(y) I_\nu(y \tau_m) K_\nu(y \tau_M) dy, \quad (6)$$

причем τ_M и τ_m — большее и меньшее из τ и τ' , а I_ν и K_ν — модифицированные функции Бесселя.

При $m = 1$ и 3 , то есть для слоя и шара, когда $\nu = -1/2$ и $1/2$, функции Бесселя вырождаются в экспоненты. Тогда в случае слоя

$$K(\tau, \tau') = [K(|\tau - \tau'|) + K(|\tau + \tau'|)] / 2, \quad (7)$$

а в случае шара

$$K(\tau, \tau') = [K(|\tau - \tau'|) - K(|\tau + \tau'|)] / (2\tau\tau'), \quad (8)$$

где

$$K(\tau) = A \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2(x) E_1(\tau[\alpha(x) + \beta]) dx \quad (9)$$

или

$$K(\tau) = \int_a^b A(y) e^{-y\tau} dy. \quad (10)$$

Использование соотношений (7) и (8) приводит к известному заключению, что для решения (5) в этих случаях достаточно решить одно уравнение для несимметричного слоя с ядром $K(|\tau - \tau'|)$. Соответствующие резольвенты $R(\tau, \tau_1, \tau_0)$ выражаются через резольвенту указанного уравнения для несимметричного слоя $\Gamma(\tau, \tau_1, 2\tau_0)$. Уравнение с ядром от модуля разности аргументов, как отмечалось выше, подробно изучено. Интерес представляет лишь случай настоящего цилиндра, то есть $m = 2$, $\nu = 0$, когда в (6) реально остаются бесселевы функции I_0 и K_0 . Мы, однако, будем изучать уравнения с ядром вида (6) с произвольным $\nu \leq 1/2$, так как, во-первых, общее рассмотрение имеет эвристическое значение, во-вторых, при $\nu = \pm 1/2$ должны получаться известные результаты, и, в-третьих, такое совместное рассмотрение демонстрирует существенные отличия теории при $\nu \neq \pm 1/2$.

Заметим, что при монохроматическом рассеянии $a = 1$, $b = \infty$, $A(y) = 1/y$ при $y \geq 1$. Мы же сейчас на время отвлечемся от конкретных видов рассеяния и будем рассматривать произвольные ядра вида (6), считая $0 \leq a < b \leq \infty$, а функцию $A(y) \geq 0$ непрерывной и удовлетворяющей условию Гельдера (см.

[38]) на промежутке (a, b) . При этом мы будем следовать обозначениям статьи автора [37].

Приведем некоторые сведения об известных в теории переноса функций, которые понадобятся нам в дальнейшем.

3 *Ядерные функции.* В аналитической теории уравнений с ядром от модуля разности большую роль играют преобразования Лапласа от ядерной функции (10)

$$\bar{K}(p) = \int_0^{\infty} K(\tau) e^{-p\tau} d\tau = \int_a^b A(y) dy / (y+p) \quad (11)$$

и двустороннее преобразование Лапласа от нее

$$U(p) = [\bar{K}(p) + \bar{K}(-p)] / 2. \quad (12)$$

Легко видеть, что $\bar{K}(p)$ для ядер вида (10) является интегралом типа Коши, регулярным на всей комплексной плоскости p , кроме отрезка $[-b, -a]$. С помощью формул Сохоцкого-Племеля [38] находим, что при $a < y < b$ выполняется

$$U(y \pm i0) = U(y) \mp i\pi \operatorname{sign}(y) A(|y|), \quad (13)$$

где при вычислении $U(y)$ один из интегралов (11) в (12) понимается в смысле главного значения по Коши.

При положительных $A(y)$ и $a > 0$ могут существовать два изолированных корня $\pm k (k \geq 0)$ характеристического уравнения

$$1 - \lambda U(k) = 0 \quad (14)$$

Корни могут сливаться в один двукратный $k = 0$. Мы примем, что такие корни имеются: если их нет, как, например, при рассеянии в линии [3,4]; то все содержащие их слагаемые в различных соотношениях должны быть опущены. При наличии корня обозначим вычет

$$\operatorname{res} \frac{1}{1 - \lambda U(p)} \Big|_{p = \pm k} = \mp \frac{C_0^2}{2k}, \quad C_0 = \left[-\frac{2kU(k)}{U'(k)} \right]^{1/2}. \quad (15)$$

Важной величиной теории является также так называемая H -функция [3,4], факторизирующая характеристическую функцию ядра (12):

$$[1 - \lambda U(p)] H(p) H(-p) = 1 \quad (16)$$

(соотношение Винера-Хопфа). Для нее известно явное выражение [3]

$$\ln H(p) = -\frac{p}{\pi} \int_0^{\infty} \ln [1 - \lambda V(u)] \frac{du}{p^2 + u^2}, \quad (17)$$

где $V(u) = U(iu)$ — преобразование Фурье от ядерной функции. H - функция имеет линию ветвления $[-b, -a]$, как и $\bar{K}(p)$, а также возможный полюс $-k$ — решение уравнения (14), причем вычет ее в этой точке

$$\operatorname{res} H(p) \Big|_{p=-k} = C_0 \exp(-k\tau_\epsilon), \quad (18)$$

где

$$\tau_\epsilon = \frac{1}{k} \ln \frac{2kH(k)}{C_0} \quad (19)$$

— экстраполированная длина.

Приведем здесь также формулы, связывающие функции Бесселя I_ν с K_ν [37]

$$I_\nu(p) = \frac{1}{\pi} \left[e^{\pi i/2} K_\nu(e^{\pm \pi i} p) + e^{\mp \pi i(\nu+1/2)} K_\nu(p) \right], \quad (20)$$

где верхние знаки берутся при $-3\pi/2 < \arg p < \pi/2$, нижние при $-\pi/2 < \arg p < 3\pi/2$. Различие в знаках для разных аргументов комплексного p отражает ветвление функций Бесселя и связанное с ним известное явление Стокса [39].

4. *Резольвента*. Уравнение, определяющее резольвенту уравнения (5), имеет вид

$$R(\tau, \tau_1, \tau_0) = \lambda K(\tau, \tau_1) + \lambda \int_0^{\tau_0} K(\tau, \tau') R(\tau', \tau_1, \tau_0) \tau'^{2\nu+1} d\tau'. \quad (21)$$

С ее помощью любое решение (5) выражается через свободное слагаемое

$$S(\tau) = S_0(\tau) + \int_0^{\tau_0} R(\tau, \tau_1, \tau_0) S_0(\tau_1) \tau_1^{2\nu+1} d\tau_1. \quad (22)$$

Резольвента $R(\tau, \tau_1, \tau_0)$ симметрична относительно своих аргументов τ и τ_1 , так как хотя уравнение (21) не симметрично, оно может быть симметризовано домножением на $(\tau \tau_1)^{\nu+1/2}$.

Получим некоторые дополнительные соотношения, которым удовлетворяет резольвента. Непосредственно из (21) получается соотношение

$$\frac{\partial R(\tau, \tau_1, \tau_0)}{\partial \tau_0} = \tau_0^{2\nu+1} R(\tau, \tau_0, \tau_0) R(\tau_1, \tau_0, \tau_0), \quad (23)$$

откуда

$$R(\tau, \tau_1, \tau_0) = R(\tau, \tau_1, \infty) - \int_{\tau_0}^{\infty} R(\tau, t, t) R(\tau_1, t, t) t^{2\nu+1} dt. \quad (24)$$

Первое слагаемое в этом соотношении — известная функция, так как является характеристикой бесконечной среды, все решения для которой выражаются через одну функцию, определяемую уравнением (см. [3, 4])

$$\Phi_0(\tau) = \frac{\lambda}{2} K(|\tau|) + \frac{\lambda}{2} \int_{-\infty}^{\infty} K(|\tau - \tau'|) \Phi_0(\tau') d\tau'. \quad (25)$$

Для этой функции известно явное выражение

$$\Phi_0(\tau) = \frac{C^2}{2k} e^{-k\tau} + \frac{\lambda}{2} \int_a^b A(y) R(y) e^{-y\tau} dy, \quad (26)$$

где

$$R(y) = \left\{ [1 - \lambda U(y)]^2 + [\lambda \pi A(y)/2]^2 \right\}^{-1}. \quad (27)$$

Легко проверить, что ядро (6) обладает свойством

$$(D_\tau - D_{\tau_1})K(\tau, \tau_1) = 0, \quad (28)$$

где оператор

$$D_\tau = \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \frac{2\nu+1}{\tau} \frac{\partial}{\partial \tau}. \quad (29)$$

С помощью соотношения (28) можно убедиться, что из уравнения (21) следует еще одно соотношение, которому подчиняется резольвента

$$(D_{\tau} - D_{\tau_1}) R(\tau, \tau_1, \tau_0) = \\ = \tau_0^{2\nu+1} \left[R(\tau, \tau_0, \tau_0) \frac{\partial R(\tau_1, \tau_0, \tau_0)}{\partial \tau_0} - R(\tau_1, \tau_0, \tau_0) \frac{\partial R(\tau, \tau_0, \tau_0)}{\partial \tau_0} \right]. \quad (30)$$

Уравнение (30) является обобщением соотношения между резольвентой плоского слоя (несимметричного) $\Gamma(\tau, \tau_1, \tau_0)$ и ее частным (граничным) значением $\Phi(\tau, \tau_0) = \Gamma(\tau, 0, \tau_0)$, полученного В.В.Соболевым [40] (см. также [2,3]). Такие уравнения в общем случае рассматривались в работе [41]. Однако соотношение В.В.Соболева позволяет выразить Γ через Φ и ограничиться нахождением только $\Phi(\tau, \tau_0)$. В общем случае уравнение (30) не первого порядка, как для Γ , а второго. Кроме того, производные по τ_0 , входящие в (30), очень сингулярны при граничных значениях $\tau = \tau_0$ и $\tau_1 = \tau_0$. Поэтому использование (30) для цилиндра затруднительно, и мы будем действовать другим путем.

5. *Интегральное преобразование от резольвенты.* Введем преобразование от резольвенты R типа преобразования Ганкеля по конечному промежутку:

$$Q(\tau, p, \tau_0) = p^{1/2} \tau^{-\nu} I_{\nu}(p\tau) + p^{1/2} \int_0^{\tau_0} \tau_1^{\nu+1} I_{\nu}(p\tau_1) R(\tau, \tau_1, \tau_0) d\tau_1. \quad (31)$$

По определению резольвенты (22) функция $Q(\tau, p, \tau_0)$ удовлетворяет уравнению (5) со свободным слагаемым, совпадающим с первым слагаемым справа в (31).

Если применить преобразование (31) к уравнению (21), то получится линейное уравнение для функции $Q(\tau, p, \tau_0)$ с интегралом по второму ее аргументу:

$$[1 - \lambda U(p)] Q(\tau, p, \tau_0) = p^{1/2} \tau^{-\nu} I_{\nu}(p\tau) - \quad (32)$$

$$- \lambda p^{1/2} \int_a^b y^{1/2} A(y) Q(\tau, y, \tau_0) F_1(y, \tau_0, p, \tau_0) \frac{dy}{y^2 - p^2},$$

где

$$F_1(y, p) = y K_{\nu+1}(y) I_{\nu}(p) + p K_{\nu}(y) I_{\nu+1}(p). \quad (33)$$

При выводе (32) использованы интегралы от бesselевых функций, приводимые, например, в [42] (формулы 1.11.3.3 и 1.12.3.1). Уравнение (32) схоже по виду с полученными в [9 33, 34].

Уравнение (32), хотя оно и не является сингулярным, так как особенности справа и слева взаимно уничтожаются, все же решать трудно. Мы из него получим более удобное для решения уравнение типа Фредгольма.

Перед выводом указанного уравнения приведем еще одно соотношение для Q , легко получаемое из (31) и (23):

$$\frac{\partial Q(\tau, \rho, \tau_0)}{\partial \tau_0} = \tau_0^{2\nu+1} Q(\tau_0, \rho, \tau_0) R(\tau, \tau_0, \tau_0). \quad (34)$$

Из (32) следует, что при $|\operatorname{Re} p| \leq a$

$$Q(\tau, \rho, \infty) = \rho^{1/2} \tau^{-\nu} I_\nu(\rho\tau) / [1 - \lambda U(\rho)]. \quad (35)$$

Это равенство, несмотря на то, что интеграл в (31) при $\tau_0 = \infty$ расходится, можно аналитически продолжить на все комплексные p , как и в плоском случае. Равенства (34) и (35) позволяют написать соотношение вида (24) и для $Q(\tau_0, \rho, \tau_0)$.

6. Уравнение для вспомогательной функции. Введем еще одну функцию

$$q(\tau, \rho, \tau_0) = \frac{\lambda}{2} e^{\pi\sigma_0} \rho^{1/2} \int_a^b y^{1/2} A(y) Q(\tau, y, \tau_0) F_K(y, \tau_0, \rho, \tau_0) \frac{dy}{y^2 - \rho^2}, \quad (36)$$

где

$$F_K(y, \rho) = y K_{\nu+1}(y) K_\nu(\rho) - \rho K_\nu(y) K_{\nu+1}(\rho). \quad (37)$$

При помощи (36) с учетом (20) уравнение (32) можно переписать так:

$$\begin{aligned} [1 - \lambda U(\rho)] Q(\tau, \rho, \tau_0) &= \rho^{1/2} \tau^{-\nu} I_\nu(\rho\tau) - \\ &- e^{\pi\sigma_0} q(\tau, e^{\pm\pi i} \rho, \tau_0) - e^{-\pi\sigma_0} e^{\pm\pi i(\nu+1/2)} q(\tau, \rho, \tau_0). \end{aligned} \quad (38)$$

Знаки здесь расставляются по тому же правилу, что и в (20). Неоднозначность их — кажущаяся. При $\nu = \pm 1/2$ ее вообще нет, так как тогда фазовый множитель во втором слагаемом (38) справа равен ± 1 .

Получим уравнение для вспомогательной функции $q(\tau, \rho, \tau_0)$. Для этого сначала заменим в (38) ρ на $-\rho$, соблюдая правило знаков. Затем напишем формулу Коши с интегралом вдоль мнимой оси для функции $H(p) q(\tau, \rho, \tau_0)$. Это можно сделать, ибо из определения (36) видно, что так как $F_K(y, \tau_0, \rho, \tau_0)$ обращается в нуль при $\rho = y$, то при $\text{Re } \rho > 0$ функция $q(\tau, \rho, \tau_0)$ регулярна. Из (31) также следует, что при $\rho \rightarrow \infty$ она имеет порядок не выше, чем $(1/\rho) \ln \rho$. В то же время $H(\infty) = 1$. Воспользовавшись (38), получим

$$H(p)q(\tau, \rho, \tau_0) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{H(p') dp'}{p' - \rho} ([1 - \lambda U(p')] Q(\tau, e^{\mp \pi i} p', \tau_0) e^{-p' \tau_0} - e^{2p' \tau_0} e^{\mp \pi i k(\nu + 1/2)} q(\tau, e^{\mp \pi i} p', \tau_0) + \tau^{-\nu} (e^{\mp \pi i} p')^{1/2} I_{\nu}(e^{\mp \pi i} p \tau)) \quad (39)$$

Часть подынтегральной функции в (39), соответствующая первому слагаемому в фигурной скобке, регулярна при $\text{Re } p' < 0$ и может быть отброшена. Интеграл от второй части преобразуем к отрицательной ветви вещественной оси, где регулярна функция q , стоящая там множителем. При преобразовании контура интегрирования надо учесть формулу (13), отражающие ветвление H -функции на отрезке $[-b, -a]$ согласно (16), и различие множителей $e^{\mp \pi i k(\nu + 1/2)}$ сверху и снизу промежутка $(-\infty, 0)$, отражающее ветвление функций Макдональда K_{ν} и $K_{\nu+1}$ в (36). Надо также взять вычет в полюсе H -функции $-k$. При преобразовании интеграла от третьего слагаемого нужно принимать во внимание только особенности H -функции. В результате получим

$$H(p) q(\tau, \rho, \tau_0) = C_0 \frac{k^{1/2} \tau^{-\nu}}{k+p} I_{\nu}(k\tau) e^{-k(\tau_0 + \tau)} + \frac{\lambda}{2} \int_a^b \frac{A(y)R(y)}{H(y)} \frac{y^{1/2} \tau^{-\nu}}{y+p} I_{\nu}(y\tau) e^{-y\tau_0} dy + \sin(\pi\nu) C_0 \frac{q(\tau, k, \tau_0)}{k+p} e^{-k(\tau_0 + 2\tau)} + \frac{1}{\pi} \int_a^b \frac{bR(y)}{H(y)} dy \frac{q(\tau, y, \tau_0)}{y+p} e^{-2y\tau_0} \left[\frac{\lambda\tau}{2} A(y) \sin(\pi\nu) - [1 - \lambda U(y)] \cos(\pi\nu) \right] - \frac{\cos(\pi\nu)}{\pi} \int dy \frac{q(\tau, y, \tau_0)}{y+p} e^{-2y\tau_0} \frac{1}{H(y) [1 - \lambda U(y)]} \quad (40)$$

Здесь функция $R(y)$ определяется формулой (27).

Последний интеграл в (40) берется по дополнению отрезка $[a, b]$ до полуоси $[0, \infty]$ и понимается в смысле главного значения по Коши. Заметим, что при $\nu = \pm 1/2$ этот интеграл не возникает, так же, как и слагаемое в фигурных скобках с множителем $\cos(\pi\nu)$. Эти особенности характерны для цилиндра.

Уравнение (40) можно решать итерациями. При $\nu = \pm 1/2$ искомую функцию $q(\tau, \rho, \tau_0)$ достаточно найти при $\rho = y$ из $[a, b]$ и $\rho = k$, в общем же случае — для всех $\rho = y \geq 0$.

7. *Обращение преобразования.* Рассчитав функцию $q(\tau, \rho, \tau_0)$ можно найти и резольвенту R , знание функции Q при этом не требуется.

Обращением преобразования (31) служит

$$R(\tau, \tau_1, \tau_0) = \frac{1}{\tau_1 \pi i} \int_{-\infty}^{\infty} [Q(\tau, \rho, \tau_0) - \rho^{1/2} \tau^{-\nu} I_{\nu}(\rho\tau)] \rho^{1/2} K_{\nu}(\rho\tau_1) d\rho. \quad (41)$$

Можно получить несколько отличную от (41) формулу обращения, где подинтегральная функция быстрее убывает при $\rho \rightarrow \infty$. Для этого продолжим резольвенту на значения ее аргументов τ и τ_1 большие τ_0 , то есть вне цилиндра. Сделаем это с помощью уравнения (21). Легко показать, что при $\tau_1 \geq \tau_0$ из (21) следует

$$R(\tau, \tau_1, \tau_0) = \lambda \int_a^b y^{1/2} A(y) dy \tau_1^{-\nu} K_{\nu}(y\tau_1) Q(\tau, y, \tau_0). \quad (42)$$

Преобразование от этой функции вида (31), но по промежутку $\tau_0 \leq \tau_1 < \infty$ дает первое интегральное слагаемое в (32). Поэтому преобразование от R по τ_1 по всему промежутку $[0, \infty]$ равно $\lambda U(\rho) Q(\tau, \rho, \tau_0)$, так что

$$R(\tau, \tau_1, \tau_0) = \frac{\lambda}{\tau_1 \pi i} \int_{-\infty}^{\infty} U(\rho) Q(\tau, \rho, \tau_0) \rho^{1/2} K_{\nu}(\rho\tau_1) d\rho. \quad (43)$$

Теперь преобразуем контур интегрирования в (43), подставив туда выражение для Q из (38). Контур надо преобразовывать к особенностям функции $[1 - \lambda U(\rho)]^{-1}$, причем налево при $\tau > \tau_1$ и направо в противоположном случае. Примем также во внимание, что из (35) следует

$$R(\tau, \tau_1, \infty) = \frac{1}{\tau^{\nu} \tau_1^{\nu}} \left[C_0^2 I_{\nu}(k\tau_m) K_{\nu}(k\tau_m) + \lambda \int_a^b A(y) y^{1/2} dy R(y) I_{\nu}(y\tau_m) K_{\nu}(y\tau_m) \right]. \quad (44)$$

Тогда, действуя так же, как при выводе (40), получим

$$R(\tau, \tau_1, \tau_0) = R(\tau, \tau_1, \infty) - \pi_1^{-\nu} \left[C_0^2 K^{-1/2} e^{-K\tau} I_{\nu}(K\tau_m) q(\tau_m, k, \tau_0) + \lambda \int_a^b A(y) y^{1/2} dy R(y) q(\tau_m, y, \tau_0) e^{-y\tau} I_{\nu}(y\tau_m) \right]. \quad (45)$$

Заметим, что для вычисления резольвенты значения функции $q(\tau, y, \tau_0)$ при y вне промежутка $[a, b]$ не нужны (кроме $q(\tau_m, k, \tau_0)$).

Теперь упомянем об одном обобщении наших уравнений.

8. *Случай пространства произвольного числа измерений.* Мы рассматривали уравнения для физического, трехмерного пространства. Представляет некоторый интерес рассмотреть рассеяние излучения в пространствах с числом измерений, отличным от трех. В теории переноса излучения в начале ее развития, а в сложных случаях и сравнительно недавно рассматривалось рассеяние в одномерной среде, когда считается, что фотоны рассеиваются только вперед и назад (см. [1, 43, 44, 45]). Были работы, например, [46, 47], в которых изучалось рассеяние в двумерной среде, когда фотоны не выходят из некоторой фиксированной плоскости. Одномерная среда моделирует трехмерную в двухпоточковом приближении [1], двумерная — среду с цилиндрической симметрией. В [46] приближенно двумерной среде использовалось при изучении давления радиации во вращающихся и расширяющихся аксиально симметричных оболочках, а в [47] изучалось рассеяние на выстроенных цилиндрических частицах. В [31] размерность цилиндрической области, где рассеиваются фотоны, считалась произвольной. Общее рассмотрение может дать возможность оценить ошибку, вносимую заменой размерности пространства.

Заметим, что уравнения настоящей статьи сохраняют свой вид и для пространств любого числа $N \geq 1$ измерений. Надо лишь вместо (3) предположить, что трансляционно инвариантное ядро уравнения с интегралом по N -мерной области $\vec{\tau}^N$

$$S(\vec{\tau}) = S_0(\vec{\tau}) + \lambda \int K_{PN}(|\vec{\tau} - \vec{\tau}'|) S(\vec{\tau}') d^N \tau' \quad (46)$$

представляется в виде

$$K_{PN}(\tau) = \int_a^b y A(y) dy G_N(y, \tau), \quad (47)$$

где G_N — функция Грина уравнения Гельмгольца

$$G_N(y, \tau) = (2\pi)^{-N/2} (y/\tau)^{N/2-1} K_{N/2-1}(y\tau). \quad (48)$$

Тогда для цилиндрической области, в основании которой лежит m -мерный шар, а осями симметрии служат остальные $N-m$ измерений, уравнение (46) переписывается в виде (5), ядром будет функция вида (6), где по-прежнему $\nu = m/2 - 1$, а функция $A(y)$ может быть любой (не связанной с теорией переноса).

Ядро уравнения, описывающего рассеяние фотонов в N -мерном пространстве, имеет вид

$$K_{PN}(\tau) = \frac{1}{\sigma_N \tau^{N-1}} A \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2(x) \exp(-\tau[\alpha(x) + \beta]) dx, \quad (49)$$

где $\sigma_N = 2\pi^{N/2}/\Gamma(N/2)$ — площадь N -мерной единичной сферы. Смысл (49) тот же, что и у (2): множитель перед интегралом отражает геометрическую диллюцию излучения, а экспонента под интегралом — ослабление за счет поглощения в линии и континууме фотонов определенной частоты. Множитель $A\alpha(x)$ характеризует вероятность излучения фотона в частоте x , а второй множитель $\alpha(x)$ — вероятность поглощения его в этой частоте.

Легко показать, что (49) приводится к виду (47) с $a = \beta$, $b = \infty$ и функцией $A(y)$ вида

$$A_N(y) = \frac{4A\sigma_{N-1}}{y\sigma_N} \begin{cases} \int_{x(y-\beta)}^{\infty} \alpha^2(x) \{y^2 - [\alpha(x) + \beta]^2\}^{N/2-3/2} dx, & \beta \leq y \leq 1 + \beta, \\ \int_0^{\infty} \alpha^2(x) \{y^2 - [\alpha(x) + \beta]^2\}^{N/2-3/2} dx, & y \geq 1 + \beta, \end{cases} \quad (50)$$

Нетрудно установить связи между функциями, соответствующими ядрам (49) при разных N . Например, для преобразований Фурье

$$V_N(u) = A \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha^2(x) dx}{\alpha(x) + \beta} F\left(\frac{1}{2}, 1, \frac{N}{2}, -\frac{u^2}{[\alpha^2(x) + \beta]^2}\right) =$$

$$= \frac{2\Gamma(N/2)}{\Gamma(N/2 - 1/2)\pi^{1/2}} \int_0^1 (1-t^2)^{N/2-3/2} V_1(ut) dt . \quad (51)$$

Как уже говорилось, вид ядра и всех уравнений сохраняется при произвольных N . Заметим также, что мы считали $|v| \leq 1/2$, то есть $m \leq 3$. При больших m и ν в некоторых из уравнений появляются расходящиеся интегралы, которые должны быть модифицированы, но мы на этом не останавливаемся.

Таким образом, задачи о свечении симметричного слоя, шара (что уже было известно [7]) и цилиндра сводятся к решению уравнений одного вида для вспомогательной функции $q(\tau, \rho, \tau_0)$, а именно уравнений (40). Эти уравнения удобны тем, что поддаются решению итерациями, причем итерации ввиду наличия множителей $e^{-2\alpha\tau_0}$ сходятся тем скорее, чем больше τ_0 . При этом при ν полуцелых (шар и слой) и $a > 0$ итерации (40) сходятся со скоростью $e^{-2\alpha\tau_0}$. В общем же случае (произвольные ν или $a = 0$) поправки убывают пропорционально некоторой степени τ_0 . Отметим еще раз, что в случаях, когда ν не полуцелое, в частности, в случае цилиндра при $a > 0$ или $b < \infty$ уравнение (40) для вспомогательной функции $q(\tau, \rho, \tau_0)$ сложнее, чем при полуцелых ν , так как содержит дополнительные интегралы и требует расчета функции $q(\tau, \rho, \tau_0)$ для более широкой области ее аргумента ρ . Для случая рассеяния в линии при ППЧ и отсутствия поглощения в континууме этой дополнительной трудности не возникает.

Во второй статье этой серии рассмотрим случаи конкретных источников излучения и конкретных видов рассеяния. В частности, мы получим асимптотики соответствующих решений при $\tau_0 \rightarrow \infty$ для консервативного рассеяния в спектральной линии и некоторые численные решения полученных уравнений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93—02—2957).

RADIATIVE TRANSFER IN A CYLINDER. I. THE RESOLVENT OF THE BASIC INTEGRAL EQUATION

D.I.NAGIRNER

A new method for calculation of the transfer of spectral line radiation in homogeneous, infinite along the axis cylinder is proposed. The scattering is supposed to be isotropic with complete redistribution in frequency. Simultaneously with the cylinder the transfer of radiation is investigated in slab which is symmetric relative to its middle plane and in sphere. The equations are obtained which determine the resolvent of the basic integral equation, describing the scattering considered. Using Hankel transform on finite interval the resolvent is expressed in terms of an auxiliary function. For this function the equation is derived which is convenient to solve by iterations. The rate of iteration convergence increases with the growth of the optical dimension of the scattering medium.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.В.Соболев, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, ГИТТЛ, М., 1956.
2. В.В.Соболев, Рассеяние света в атмосферах планет, Наука, М., 1972.
3. В.В.Иванов, Перенос излучения и спектры небесных тел, Наука, М., 1969.
4. Д.И.Нагирнер, Теория переноса излучения в спектральной линии. Итоги науки и техн. Астрономия, ВИНТИ АН СССР, 22, 220, 1983 (Sov. Sci. Rev. Sect. E, Astrophys. Space Phys. 3, 255, 1984).
5. Д.И.Нагирнер, Астрофизика, 26, 157, 1987.
6. В.В.Соболев, Астрофизика, 8, 197, 1972.
7. Д.И.Нагирнер, Астрофизика, 5, 507, 1969.
8. А.К.Калесов, Астрофизика, 22, 178, 1985.
9. Ю.И.Ершов, С.Б.Шихов, Методы решения краевых задач теории переноса, Атомиздат, М., 1977.
10. S.T.Thynel, M.N.Ozisc, J.Quantit. Spectrosc. Rad. Trans., 36, 497, 1986.
11. S.T.Thynel, M.N.Ozisc, J.Quantit. Spectrosc. Rad. Trans., 38, 413, 1987.
12. S.A.El Wakil, E.A.Saad, Astrophys. Space Sci., 139, 321, 1987.
13. A.L.Crosbi, L.C.Lee, J.Quantit. Spectrosc. Rad. Trans., 38, 231, 1987.
14. M.Madkour, Astrophys. Space Sci., 168, 1, 1990.
15. S.T.Thynel, J.Quantit. Spectrosc. Rad. Trans., 42, 117, 1989.
16. А.К.Калесов, Докл. АН СССР, 287, 115, 1986.
17. Е.Б.Павельева, Асимптотика решения уравнения переноса излучения в диске большого радиуса с источником в окрестности оси симметрии, Ин-т Прикладной математики, Препр. N 97, 1990, 27с.
18. R.M.Westfall, D.R.Metcalf, Nucl. Sci. Eng., 52, 1, 1973.
19. P.Gouttebroze, Astron. and Astrophys., 228, 295, 1990.
20. A.L.Crosbi, L.C.Lee, J.Quantit. Spectrosc. Rad. Trans., 48, 441, 1992.
21. C.E.Stewart, J.R.Thomas Jr., J.Quantit. Spectrosc. Rad. Trans., 48, 227, 1992.
22. Wu Shang-Chen, Wu Chin-Yang, J.Quantit. Spectrosc. Rad. Trans., 48, 279, 1992.
23. M.A.Heaslet, R.F.Warming, J.Quantit. Spectrosc. Rad. Trans., 6, 751, 1966.
24. А.М.Дыхне, А.П.Напартович, Перенос резонансного излучения в неоднородной плазме, Ин-т Атомной энергии ИАЭ-2066, М., 1970.
25. G.J.Pert, J.Quantit. Spectrosc. Rad. Trans., 46, 367, 1991.

26. *A.I. Shestakov, D.C. Eder, J. Quantit. Spectrosc. Rad. Trans.*, **42**, 483, 1989.
27. *S.A. El Wakil, M.T. Attia, M.A. Madkour, J. Quantit. Spectrosc. Rad. Trans.*, **45**, 235, 1991.
28. *P. Gouttebroze*, In: *IAU Coll.* **117**, 1990, p. 278.
29. *A. Efstathiou, M. Rowan-Robinson*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, **252**, 528, 1991.
30. *T. Holstein*, *Phys. Rev.* **83**, 1159, 1951.
31. *C. Van Trigt*, *J. Math. Phys.*, **14**, 863, 1973.
32. *К. Кейс, П. Цвайфель*, *Линейная теория переноса*, Мир, М., 1972.
33. *R.M. Westfall, D.R. Metcalf*, *Trans. Amer. Nucl. Soc.*, **15**, 266, 1972.
34. *J.R. Thomas Jr., J.D. Southers, C.E. Stewart*, *Nucl. Sci. Eng.*, **84**, 79, 1983.
35. *R. Sanchez, B.D. Ganapol*, *Nucl. Soc. Eng.* **84**, 61, 1983.
36. *R.M. Westfall*, *Trans. Amer. Nucl. Soc.*, **44**, 281, 1983.
37. *Д.И. Назирнер*, *Докл. АН СССР*, **289**, 606, 1986.
38. *Ф.Д. Гахов*, *Краевые задачи*, Наука, М., 1977.
39. *Г. Бейтмен, Ф. Эрдейи*, *Высшие трансцендентные функции*, т. 2. Наука, М., 1974.
40. *В.В. Соболев*, *Изв. АН Арм.ССР, сер. ф.-м. наук*, **11**, 39, 1958.
41. *А.Б. Нерсисян*, *Изв. АН Арм.ССР, Математика*, **17**, 442, 1982.
42. *А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев*, *Интегралы и ряды. Специальные функции*. Наука, М., 1983.
43. *В.В. Иванов*, *Вестн. Ленинградского ун-та*, вып. 19, 117, 1960.
44. *С.И. Грачев*, *Астрофизика*, **13**, 185, 1977.
45. *Г.А. Арутюнян, А.Г. Никогосян*, *Докл. АН СССР*, **242**, 66, 1978.
46. *В.П. Гринин*, *Астрофизика*, **14**, 537, 1978.
47. *М.И. Мищенко*, *Кинематика и физика небес. тел.*, **3**, 48, 1987.

УДК: 52-64

К ТЕОРИИ ИЗОТРОПНОГО РАССЕЯНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛОСКОМ СЛОЕ. О ВОЗМОЖНОСТИ ПОЛНОГО АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ.

Э.Х.ДАНИЕЛЯН

Поступила 29 ноября 1993

Принята 22 декабря 1993

Проведены дальнейшие аналитические исследования метода линейных несингулярных интегральных уравнений, предложенного в работе [2] для решения задач теории переноса излучения в среде конечной оптической толщины при изотропном рассеянии. Показано, что в общем случае, при наличии истинного поглощения, решение задач указанного класса сводится к нахождению лишь функций $u^\pm(\eta, \tau)$. Найдены явные выражения этих функций при $\tau = 0$.

Приводится новая формулировка возможности полного аналитического решения проблемы — как решение интегрального уравнения (25) на полуоси, с ядром представимым в виде суперпозиции экспонент.

Обсуждается вопрос выбора эффективного способа нахождения φ — функции Амбарцумяна полубесконечной среды. В частности, приводится новое уравнение для нее.

1. *Введение.* Нахождение характеристик поля диффузного излучения при изотропном рассеянии в плоском слое конечной оптической толщины (от функций Амбарцумяна, до функции Грина — $G(\tau, \tau', \tau_0, \eta, \xi)$ зависящей от пяти аргументов) сводится [1] к одной либо двум квадратурам по угловой переменной, если известны вспомогательные функции $a(\eta, \tau)$ и $b(\eta, \tau)$. Для них недавно были найдены [2] элементарные (алгебраические) выражения посредством некоторых функций $u^\pm(\eta, \tau)$ и $v^\pm(\eta, \tau)$, удовлетворяющих следующим несингулярным, линейным интегральным уравнениям:

$$u^\pm(\eta, \tau) = 1 \pm \frac{\lambda}{2} \eta \int_0^1 \frac{g(\mu, \tau)}{\mu + \eta} u^\pm(\mu, \tau) d\mu, \quad (1)$$

$$v^{\pm}(\eta, \tau) = \frac{\eta}{1+k\eta} \pm \frac{\lambda}{2} \eta \int_0^1 \frac{g(\mu, \tau)}{\mu+\eta} v^{\pm}(\mu, \tau) d\mu. \quad (2)$$

В этих уравнениях обозначено:

$$g(\mu, \tau) = e^{-\frac{\tau}{\mu}} / R(\mu) \varphi^2(\mu), \quad (3)$$

где $R(\mu) = T^2(\mu) + \left(\frac{\lambda \pi \mu}{2}\right)^2$, $T(\mu) = 1 - \frac{\lambda}{2} \mu \ln \frac{\mu+1}{\mu-1}$ (вычисляя эту функцию для значений $\mu \in [0; 1]$, выражение под знаком логарифма следует брать по модулю), $\varphi(\eta)$ – функция Амбарцумяна, λ – альbedo однократного рассеяния, а k – корень характеристического уравнения $T\left(\frac{1}{k}\right) = 0$.

В работе [2] говорилось о том, что функции v^{\pm} можно элементарно выразить посредством функций u^{\pm} . Там же была получена (довольно тривиальным образом) формула, устанавливающая связь между ними лишь для частного случая консервативного рассеяния ($\lambda = 1$; $k = 0$):

$$v^{\pm}(\eta, \tau) = \eta \frac{u^{\pm}(\eta, \tau)}{u^{\pm}(\infty, \tau)}. \quad (4)$$

При наличии истинного поглощения ($\lambda < 1$) установление связи между функциями u^{\pm} и v^{\pm} уже не так тривиально и не приводилось в [2] из соображений экономии объема статьи. Однако, на наш взгляд, с точки зрения возможности полного аналитического решения проблемы переноса излучения в конечном слое, установление такой связи для любых значений параметра λ носит принципиальный характер. Дело в том, что лишь в этом случае можно будет утверждать, что для нахождения любой характеристики поля диффузного излучения в слое конечной оптической толщины достаточно решить лишь одно (одну пару) интегральное уравнение (1) и далее уже ограничиться одной, либо двумя квадратурами по угловой переменной и алгебраическими операциями.

Что же касается решения основного уравнения (1) в конечном виде, то ниже будут обсуждены некоторые аспекты этой проблемы, а также будет получено его решение для частного случая $\tau = 0$.

С целью облегчения восприятия основных целей работы, некоторые математические подробности даются отдельно в конце статьи в "Математическом приложении", а в основном тексте в соответствующих местах даются ссылки в виде (П1), (П2) и т.д.

2. Функции $v^{\pm}(\eta, \tau)$ при наличии истинного поглощения. Выражения для функций v^{\pm} посредством u^{\pm} можно получить по-разному. Кратчайший путь состоит в следующем. Помимо уравнений (1), рассмотрим следующие три пары интегральных уравнений, опуская временно явную зависимость от аргумента τ :

$$v_0^{\pm}(\eta) = \eta \pm \frac{\lambda}{2} \eta \int_0^1 \frac{g(\mu) v_0^{\pm}(\mu)}{\mu + \eta} d\mu, \quad (5)$$

$$U^{\pm}(\eta, z) = \frac{1}{\eta + z} \pm \frac{\lambda}{2} \eta \int_0^1 \frac{g(\mu) U^{\pm}(\mu, z)}{\mu + \eta} d\mu, \quad (6)$$

$$V^{\pm}(\eta, z) = \frac{\eta}{\eta + z} \pm \frac{\lambda}{2} \eta \int_0^1 \frac{g(\mu) V^{\pm}(\mu, z)}{\mu + \eta} d\mu. \quad (7)$$

В последних двух уравнениях z — произвольное, вообще говоря, комплексное число. Интересующие нас величины v^{\pm} , очевидно равны

$$v^{\pm}(\eta) = \frac{1}{k} V^{\pm}(\eta, \frac{1}{k}). \quad (8)$$

Воспользовавшись тождеством $\eta/(\mu + \eta) = 1 - \mu/(\mu + \eta)$, а также свойством линейности интегральных уравнений (1) и (5)–(7), легко получить следующие соотношения между их решениями:

$$v_0^{\pm}(\eta) = \eta \frac{u^{\mp}(\eta)}{u^{\mp}(\infty)}, \quad (9)$$

$$\eta U^{\pm}(\eta, z) = V^{\mp}(\eta, z) \pm I^{\pm}(z) v_0^{\mp}(\eta), \quad (10)$$

$$V^{\pm}(\eta, z) = u^{\pm}(\eta) - z U^{\pm}(\eta, z). \quad (11)$$

В них обозначено:

$$u^{\pm}(\infty) = 1 \pm \frac{\lambda}{2} \int_0^1 g(\mu) u^{\pm}(\mu) d\mu \quad \text{и} \quad \Gamma^{\pm}(z) = \frac{\lambda}{2} \int_0^1 g(\mu) U^{\pm}(\mu, z) d\mu .$$

Исключая из (9)–(11) временно введенные величины v_0^{\pm} и U^{\pm} , для V^+ и V^- , получим следующую алгебраическую систему уравнений:

$$\begin{cases} \eta V^+(\eta, z) + z V^-(\eta, z) = \eta u^+(\eta) Q^-(z) , \\ z V^+(\eta, z) + \eta V^-(\eta, z) = \eta u^-(\eta) Q^+(z) , \end{cases} \quad (12)$$

формальное решение которого дает:

$$(z^2 - \eta^2) V^{\pm}(\eta, z) = z \eta u^{\mp}(\eta) Q^{\pm}(z) - \eta^2 u^{\pm}(\eta) Q^{\mp}(z) . \quad (13)$$

В (12) и (13) обозначено $Q^{\pm}(z) = 1 \pm z \Gamma^{\mp}(z) / u^{\mp}(\infty)$. Для нахождения величин Q^{\pm} воспользуемся предельными соотношениями, следующими из (7)

$$\lim_{\eta \rightarrow z} (z^2 - \eta^2) V^+(\eta, z) = 0 ; \quad \lim_{\eta \rightarrow -z} (z^2 - \eta^2) V^+(\eta, z) = -2z^2 ,$$

с помощью которых из (13) получим систему уравнений

$$\begin{cases} u^-(z) Q^+(z) - u^+(z) Q^-(z) = 0 , \\ u^-(z) Q^+(z) + u^+(z) Q^-(z) = 2 , \end{cases} \quad (14)$$

откуда $Q^{\pm}(z) = u^{\pm}(z) / D(z)$, а $D(z) = u^+(z) u^-(z) + u^-(z) u^+(z)$.

Можно показать, что (П1) $D(z) = 1$, а следовательно

$$Q^{\pm}(z) = u^{\pm}(z) , \quad (15)$$

тогда из (13) сразу получаем следующее выражение для величин V^{\pm} , зависящих от двух аргументов посредством функций u^{\pm} , зависящих от одного аргумента (не считая τ)

$$V^{\pm}(\eta, z) = \frac{\eta}{z^2 - \eta^2} \left[u^{\mp}(\eta) u^{\pm}(z) z - u^{\pm}(\eta) u^{\mp}(z) \eta \right] , \quad (16)$$

так что конкретно интересующие нас функции $v^{\pm}(\eta, \tau)$ выражаются посредством функций $u^{\pm}(\eta, \tau)$ (здесь, и далее, во избежание недоразумений, мы опять будем указывать явную зависимость от аргумента τ) следующим образом

$$v^{\pm}(\eta, \tau) = \frac{\eta}{1 - k^2 \eta^2} \left[u^{\mp}(\eta, \tau) u^{\pm}\left(\frac{1}{k}, \tau\right) - k \eta u^{\pm}(\eta, \tau) u^{\mp}\left(\frac{1}{k}, \tau\right) \right]. \quad (17)$$

Заметим, что из (17), при $k = 0$, следует уже известный результат для чистого рассеяния (4).

В выражения для функций $a(\eta, \tau)$ и $b(\eta, \tau)$, полученные в [2] входят также величины $v^{\pm}\left(\frac{1}{k}, \tau\right)$, которые можно найти из (17), устремляя η к $1/k$. При вычислении пределов, возникающую неопределенность типа $0:0$ легко устранить, используя правило Лопиталя. Опуская несложные выкладки, приведем окончательное выражение:

$$v^{\pm}\left(\frac{1}{k}, \tau\right) = \frac{1}{2k} u^+\left(\frac{1}{k}, \tau\right) u^-\left(\frac{1}{k}, \tau\right) \pm \frac{1}{2} \left[u^{\pm}\left(\frac{1}{k}, \tau\right) u_1^{\mp}(\tau) + u^{\mp}\left(\frac{1}{k}, \tau\right) u_1^{\pm}(\tau) \right], \quad (18)$$

в котором обозначено

$$u_1^{\pm}(\tau) = \frac{\lambda}{2} \int_0^1 \frac{g(\mu, \tau) u^{\pm}(\mu, \tau) \mu d\mu}{(1 + k\mu)^2}. \quad (19)$$

Таким образом, получение полного аналитического решения проблемы переноса излучения в среде конечной оптической толщины сводится к решению основных уравнений (1) в замкнутой форме (в конечном виде).

3. *О некоторых возможностях решения основных уравнений в конечном виде.* Уравнения (1) являются интегральными уравнениями Фредгольма второго рода, поэтому искомые функции можно выразить посредством резольвенты, соответствующей ядру этих уравнений. Поскольку в них свободные члены равны единице, то

$$u^{\pm}(\eta, \tau) = 1 \pm \int_0^1 R^{\pm}(\eta, \xi; \tau) d\xi, \quad (20)$$

а резольвента $-R^{\pm}(\eta, \xi; \tau)$ удовлетворяет уравнению

$$R^{\pm}(\eta, \xi; \tau) = \frac{\lambda}{2} \eta \frac{g(\xi, \tau)}{\xi + \eta} \pm \frac{\lambda}{2} \eta \int_0^1 \frac{g(\mu, \tau)}{\mu + \eta} R^{\pm}(\mu, \xi; \tau) d\mu. \quad (21)$$

Легко видеть, что последняя, с точностью до множителя, равна введенной выше функции V^{\pm}

$$R^{\pm}(\eta, \xi; \tau) = \frac{\lambda}{2} g(\xi, \tau) V^{\pm}(\eta, \xi; \tau). \quad (22)$$

Эти результаты хотя и не приближают нас явным образом к поставленной цели, однако позволяют с использованием (16) получить два весьма нетривиальных соотношения для функций u^{\pm} и \bar{u}^{\pm} :

$$u^{\pm}(\eta, \tau) = 1 \pm \frac{\lambda}{2} \eta \int_0^1 \frac{g(\xi, \tau)}{\xi^2 - \eta^2} \left[\xi u^{\pm}(\xi, \tau) u^{\mp}(\eta, \tau) - \eta u^{\mp}(\xi, \tau) u^{\pm}(\eta, \tau) \right] d\xi. \quad (23)$$

Решение основного уравнения (ний) можно, в частности, представить в виде преобразования Лапласа

$$u^{\pm}(\eta, \tau) = 1 \pm \int_0^{\infty} e^{-\frac{\tau}{\eta} x} x^{\pm}(z, \tau) dz \quad (24)$$

от некоторой функции x^{\pm} , удовлетворяющей интегральному уравнению Фредгольма на полуоси

$$x^{\pm}(z, \tau) = K(z + \tau) \pm \int_0^{\infty} K(z + \tau + z') x^{\pm}(z', \tau) dz' \quad (25)$$

с ядром, представимым в виде суперпозиции экспонент

$$K(\tau) = \frac{\lambda}{2} \int_0^1 \frac{e^{-\frac{\tau}{\mu}}}{\mu} G(\mu) d\mu, \quad (26)$$

где $G(\mu) = g(\mu, 0)$, т.е. $G(\mu) = 1/R(\mu) \varphi^2(\mu)$. Формула "обратная" по отношению к (24) имеет вид:

$$x^{\pm}(z, \tau) = \frac{\lambda}{2} \int_0^1 \frac{e^{-\frac{z+\tau}{\xi}}}{\xi} u^{\pm}(\xi, \tau) G(\xi) d\xi . \quad (27)$$

В справедливости указанных формул можно убедиться простой проверкой. Так, подставляя (27) в (24), приходим к (1), обратная же подстановка (24) в (27), с учетом (26), – к уравнению (25). Таким образом, основная задача (решение уравнения (1) в явном виде) может рассматриваться в другой, эквивалентной, форме, как аналитическое решение (в конечном виде) уравнения (25).

4. *Явные выражения функций u^{\pm} при $\tau = 0$.* К настоящему времени нам пока не удалось найти явные выражения для функций $u^{\pm}(\eta, \tau)$. Однако представляет большой интерес нахождение таковых для хотя бы отдельных значений параметра τ . Рассматривая крайние значения из области изменения этого параметра – ноль и бесконечность, убеждаемся в тривиальности результата во втором случае, поскольку при этом очевидно, что

$$u^+(\eta, \infty) = u^-(\eta, \infty) = 1 .$$

Что касается случая $\tau = 0$, то здесь все обстоит сложнее, хотя бы потому, что при этом уравнение (1), равно как и (25), почти сохраняют свою исходную форму. И тем не менее, явные выражения для $u^+(\eta, 0)$ и $u^-(\eta, 0)$ удастся найти с использованием ряда аналитических результатов, полученных выше и в работе [2]. Нахождение этих величин, отнюдь, не является самоцелью, а по нашему глубокому убеждению, может во многом способствовать нахождению величин u^{\pm} для любого τ , являясь тем самым "предпоследним" шагом на пути полного аналитического решения проблемы переноса излучения в конечном слое. Кроме того, $u^+(\eta, 0)$ и $u^-(\eta, 0)$ представляют собой соответственно точную верхнюю и точную нижнюю границы функций $u^+(\eta, \tau)$ и $u^-(\eta, \tau)$, поскольку из (1) с очевидностью следует, что для любого фиксированного $\eta \in [0; \infty)$ первая из них с ростом τ монотонно убывает, а вторая монотонно возрастает. Поэтому

$$u^-(\eta, 0) \leq u^-(\eta, \tau) \leq 1 \leq u^+(\eta, \tau) \leq u^+(\eta, 0) . \quad (28)$$

В работе [2] приводились выражения для суммы (S) и разности (H) функций $a(\eta, \tau)$ и $b(\eta, \tau)$

$$\varphi(\eta)S(\eta, \tau) = u^+(\eta, \tau) + \frac{Ce^{-k\tau}}{\varphi\left(\frac{1}{k}\right)} S\left(\frac{1}{k}, \tau\right) v^+(\eta, \tau), \quad (29)$$

$$\varphi(\eta)H(\eta, \tau) = u^-(\eta, \tau) - \frac{Ce^{-k\tau}}{\varphi\left(\frac{1}{k}\right)} H\left(\frac{1}{k}, \tau\right) v^-(\eta, \tau), \quad (30)$$

в которых $C = k(1 - k^2)/(k^2 - 1 + \lambda)$.

По определению

$$S(\eta, \tau) = 1 - \frac{\lambda}{2} \eta \int_0^1 \frac{\varphi(\mu, \tau)}{\mu + \eta} d\mu + \frac{\lambda}{2} \eta \int_0^1 \frac{\psi(\mu, \tau)}{\mu + \eta} d\mu, \quad (31)$$

$$H(\eta, \tau) = 1 - \frac{\lambda}{2} \eta \int_0^1 \frac{\varphi(\mu, \tau)}{\mu + \eta} d\mu - \frac{\lambda}{2} \eta \int_0^1 \frac{\psi(\mu, \tau)}{\mu + \eta} d\mu, \quad (32)$$

следовательно $S(\eta, 0) = 1$, а $H(\eta, 0) = h(\eta)$, где

$$h(\eta) = 1 - \lambda \eta \ln\left(1 + \frac{1}{\eta}\right), \quad (33)$$

поскольку $\varphi(\eta, 0) = \psi(\eta, 0) = 1$. Полагая в (29) и (30) $\tau = 0$, легко видеть, что

$$\varphi(\eta) = u^+(\eta) + cv^+(\eta), \quad (34)$$

$$h(\eta) \varphi(\eta) = u^-(\eta) - ch\left(\frac{1}{k}\right)v^-(\eta). \quad (35)$$

Здесь введены следующие обозначения: $u^{\pm}(\eta, 0) = u^{\pm}(\eta)$, $v^{\pm}(\eta, 0) = v^{\pm}(\eta)$ и $c = C/\varphi\left(\frac{1}{k}\right)$. Далее, исключая с помощью (16) из (34) и (35) величины $v^{\pm}(\eta)$ после довольно утомительных выкладок, получаем окончательные выражения:

$$u^+(\eta) = \varphi(\eta) \frac{\left[1 - q k^2 \eta^2 - k \eta \frac{h(\eta)}{h(1/k)} (1 - q)\right]}{1 - k^2 \eta^2}, \quad (36)$$

$$u^-(\eta) = h(\eta) \varphi(\eta) \frac{\left[1 - \frac{k^2 \eta^2}{q} + k \eta \frac{h(\frac{1}{k})}{h(\eta)} \left(\frac{1}{q} - 1 \right) \right]}{1 - k^2 \eta^2}, \quad (37)$$

в которых обозначено

$$q = 1 - ch\left(\frac{1}{k}\right) \frac{v^-(\infty)}{u^-(\infty)} = \frac{1}{1 + c \frac{v^+(\infty)}{u^+(\infty)}}.$$

Однако из (36) и (37), полагая в них $\eta \rightarrow \infty$ и учитывая, что $\varphi(\infty) = \frac{1}{\sqrt{1-\lambda}}$, а $h(\infty) = 1 - \lambda$, можно получать другие выражения для нахождения постоянной q :

$$u^+(\infty) = \frac{q}{\sqrt{1-\lambda}} \text{ и } u^-(\infty) = \frac{\sqrt{1-\lambda}}{q}. \quad (38)$$

Заметим, что отсюда следует интересный результат

$$u^+(\infty) u^-(\infty) = 1, \quad (39)$$

который, между прочим, справедлив (П2) и для любых значений $\tau > 0$. Постоянную q можно найти из (38), если известны либо $u^+(\infty)$, либо $u^-(\infty)$. Найдем ее с помощью $u^+(\infty)$.

Из основного уравнения (1) (полагая в нем $\tau = 0$ и $\eta \rightarrow \infty$) следует, что

$$u^+(\infty) = 1 + \frac{\lambda}{2} \int_0^1 G(\mu) u^+(\mu) d\mu.$$

Подставив в правую часть выражение (36), учитывая что

$$\frac{\lambda}{2} \int_0^1 \frac{d\mu}{R(\mu) \varphi(\mu)} = \frac{1}{\sqrt{1-\lambda}} - 1 - \frac{c}{k}$$

после небольших преобразований находим, что

$$q = \frac{kI}{c+kI} ,$$

где через I обозначен следующий интеграл

$$I = 1 + \frac{\lambda}{2} \int_0^1 \frac{[1 - k\mu \frac{h(\mu)}{h(1/k)}]}{R(\mu)\varphi(\mu)(1-k^2\mu^2)} d\mu , \quad (40)$$

который удастся выразить (П4) в элементарных функциях, так что окончательно получаем, что

$$q = 1 - \frac{\lambda \ln(1-k^2)}{k(1 - \frac{\lambda}{1-k})} . \quad (41)$$

Таким образом, выражения (36) и (37) в совокупности с (33) и (41) полностью решают задачу, поставленную в настоящем разделе.

В случае чистого рассеяния выражения (35) и (36) сильно упрощаются и с учетом того, что

$$\lim_{k \rightarrow 0} q = 0 , \quad \lim_{k \rightarrow 0} h(1/k) = 0 , \quad \lim_{k \rightarrow 0} \frac{k}{h(1/k)} = 2$$

принимают следующий вид:

$$u^+(\eta) = \varphi(\eta)[1 - 2\eta h(\eta)] , \quad u^-(\eta) = \varphi(\eta)h(\eta) .$$

Последние выражения позволяют установить границы изменения этих функций. Устремляя в них η к бесконечности, получаем:

$$u^+(\infty) = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad \text{и} \quad u^-(\infty) = \frac{\sqrt{3}}{2} . \quad (42)$$

С другой стороны очевидно, что $u^+(0) = u^-(0) = 1$. С учетом же (28) и монотонности функций $u^\pm(\eta, \tau)$ по переменной η , получим для них следующую цепочку неравенств

$$\frac{\sqrt{3}}{2} < u^-(\eta, \tau) \leq 1 \leq u^+(\eta, \tau) < \frac{2}{\sqrt{3}}, \quad (43)$$

имеющих место при чистом рассеянии и для любых $\tau \in [0; \infty)$ и $\eta \in [0; \infty)$. При наличии истинного поглощения границы изменения функций u^\pm можно найти из соотношений (33). Как видим, функции u^\pm меняются в очень узких пределах и отклоняются от единицы максимум на 13–15% (при $\lambda = 1$ и $\eta \gg 1$). На основном же интервале $\eta \in [0; 1)$ это отклонение меньше и быстро стремится к нулю с ростом τ . Это свойство функций u^\pm позволяет получить множество приближенных формул любой степени точности, но здесь мы на этом останавливаться не будем.

5. О функции Амбарцумяна – $\varphi(\eta)$. В работе [2] говорилось о том, что эффективность развиваемого метода во многом зависит от выбора способа наложения численных значений функции Амбарцумяна – $\varphi(\eta)$ быстро и с большой точностью. Специальное изучение этого вопроса привело нас к трем способам, удовлетворяющим оговоренным требованиям. Первый – численное решение нелинейного интегрального уравнения, приводимого в [3]. Приведем его в наших обозначениях:

$$\varphi(\eta) = \frac{1 + \frac{k}{\sqrt{1-\lambda}} \eta}{1 + k\eta} + \frac{\lambda}{2} \eta \varphi(\eta) \int_0^1 \frac{\left(1 - \frac{k\mu}{\sqrt{1-\lambda}}\right)}{(1 - k\mu)(\mu + \eta)} \varphi(\mu) d\mu. \quad (44)$$

Это уравнение несколько громоздко на вид и после простейших преобразований переходит в обычное уравнение Амбарцумяна [4]

$$\varphi(\eta) = 1 + \frac{\lambda}{2} \eta \varphi(\eta) \int_0^1 \frac{\varphi(\mu)}{\mu + \eta} d\mu, \quad (45)$$

но в отличие от последнего весьма эффективно при численном решении.

Второй способ предполагает использование (неизвестного до сих пор) нелинейного интегрального уравнения (ПЗ)

$$[h(1/k) + h(\eta)] \varphi(\eta) = 1 + h(1/k) - \frac{\lambda}{2} \eta \int_0^1 \frac{[h(\mu) - h(1/k)]}{R(\mu) \varphi(\mu)(\mu + \eta)} d\mu. \quad (46)$$

Напомним, что функция $h(\eta)$ дается формулой (33). При численном решении как уравнения (44), так и (46) скорость сходимости последовательных приближений, как и достигаемая точность примерно одинаковы и практически не зависят от значения параметра λ .

И, наконец, третий – несколько громоздкий способ, дающий по-видимому несколько большую точность (при прочих равных условиях), состоит в использовании линейного уравнения с фредгольмовым ядром:

$$\varphi(\eta) = 1 + r(\eta) + \frac{c\eta}{1+k\eta} + \frac{\lambda}{2} \eta \int_0^1 \frac{[r(\mu) - r(\eta)]}{\mu - \eta} \varphi(\mu) d\mu, \quad (47)$$

в котором

$$r(\eta) = \frac{\lambda}{2} \eta \int_0^1 \frac{d\mu}{R(\mu)(\mu + \eta)}, \quad \text{причем} \quad \lim_{\mu \rightarrow \eta} \frac{r(\mu) - r(\eta)}{\mu - \eta} = \frac{\lambda}{2} \int_0^1 \frac{\mu d\mu}{R(\mu)(\mu + \eta)^2}.$$

Уравнение (47) легко вывести из уравнения полученного в [5] (см. также формулу (ПЗ.1)) с использованием (45). Из (47) видно, что φ – функцию можно представить в виде

$$\varphi(\eta) = \alpha(\eta) + c\beta(\eta), \quad (48)$$

где функции α и β удовлетворяют такому же уравнению (47), но соответственно со свободными членами $1 + r(\eta)$ и $\eta/(1+k\eta)$. После численного решения этих уравнений, постоянную c можно найти по формуле

$$c = \frac{1 - \frac{\lambda}{2} \int_0^1 \frac{\alpha(\eta)}{1+k\eta} d\eta}{\frac{1}{c} + \frac{\lambda}{2} \int_0^1 \frac{\beta(\eta)}{1+k\eta} d\eta} \quad (49)$$

а окончательно φ – функцию из (48). Следует отметить, что при составлении комплексных программ для ЭВМ при расчете задач теории переноса в конечном слое предлагаемым методом, вычисление φ – функции последним способом является, на наш взгляд, наиболее естественным и выгодным, что, разумеется, не исключает возможность использования для этой цели как уравнения (44), так и (46).

6. Заключение. В заключение необходимо отметить, что метод предлагаемый

нами в [1,2] и в настоящей статье для решения задач теории переноса в слое конечной оптической толщины является частичным повторением и существенным развитием метода, найденного Малликиным еще в середине 60-х годов [6-9]. Эти работы, на наш взгляд, явились значительным вкладом в классическую теорию переноса, после основополагающих работ Амбарцумяна, Чандрасекара и Соболева, но не привлекли к себе должного внимания со стороны специалистов и, в частности, до последнего времени не были известны нам в этом качестве, о чем мы весьма сожалеем. Нам было известно лишь то, что в [9] имеются таблицы X и Y -функций, а также, что в [8] осуществлено разделение угловых переменных.

Основное отличие изложения в нашей версии метода Малликина от оригинального является введение в качестве исходных (альтернативных) функций $a(\eta, \tau)$ и $b(\eta, \tau)$ вместо φ и ψ -функций Амбарцумяна (X и Y -функций Чандрасекара), а также функция $B(\tau, \tau_0, \eta)$ (или f и \bar{f}) [1] вместо функции источника $\rho(\tau, \tau_0, \eta)$ ($J(t, \mu, \tau)$), как более гибких в математическом отношении, посредством которых удастся выразить решения стандартных задач теории переноса излучения в конечном слое проще всего. В результате, если обе версии практически идентичны при нахождении функции источника лишь на границах рассматриваемого слоя (т.е., при нахождении φ и ψ -функций), то при нахождении той же функции источников внутри слоя, или, скажем, резольвенты $\Gamma(\tau, \tau', \tau_0)$ ($R(x, y; \tau)$), после решения основных уравнений - в версии Малликина следует провести соответственно 3 и 4 интегрирования [7,8], в нашей же соответственно одно и два.

Заканчивая этой статьей изложение метода "линейных несингулярных интегральных уравнений", автор надеется на привлечение внимания исследователей в этой области к решению уравнений (1) или (25) в конечном виде, призывая осуществить тем самым то, что еще вчера казалось невозможным.

Пользуясь случаем, приношу искреннюю благодарность Н.Н.Роговцову, благодаря обсуждениям с которым появилась идея нахождения φ -функции из уравнения (47) изложенным выше способом. Выражаю искреннюю признательность Г.А.Арутюняну за осуществление численной реализации многих результатов, полученных выше.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ

П1. Умножим уравнение (1) для u^+ на $\frac{\lambda}{2} \xi \frac{g(\eta, \tau) \bar{u}(\eta, \tau)}{\eta + \xi} d\eta$, а для \bar{u} на $\frac{\lambda}{2} \xi \frac{g(\eta, \tau) u^+(\eta, \tau)}{\eta + \xi} d\eta$ и после интегрирования от 0 до 1, составим разность от полученных выражений. Тогда, с учетом (1), получим

$$0 = 1 - \bar{u}(\xi, \tau) - u^+(\xi, \tau) + 1 + I^+ + I^- . \quad (\text{П1.1})$$

Здесь обозначено

$$I^\pm = \frac{\lambda}{2} \xi \int_0^1 g(\mu, \tau) u^\pm(\mu, \tau) d\mu \frac{\lambda}{2} \int_0^1 \frac{\eta}{(\eta + \xi)(\mu + \eta)} g(\eta, \tau) \bar{u}(\eta, \tau) d\eta . \quad (\text{П1.2})$$

Воспользовавшись тождеством $\frac{\eta}{(\eta + \xi)(\mu + \eta)} \equiv \frac{1}{(\xi - \mu)} \left(\frac{\xi}{\eta + \xi} - \frac{\mu}{\mu + \eta} \right)$ из (П1.1) с учетом (1) нетрудно получить

$$I^+ + I^- = u^+(\xi, \tau) \frac{\lambda}{2} \xi \int_0^1 \frac{g(\mu, \tau) \bar{u}(\mu, \tau)}{\xi - \mu} d\mu - \bar{u}(\xi, \tau) \frac{\lambda}{2} \xi \int_0^1 \frac{g(\mu, \tau) u^+(\mu, \tau)}{\xi - \mu} d\mu . \quad (\text{П1.3})$$

Далее, используя аналитические продолжения функций u^\pm для отрицательных значений угловой переменной

$$u^\pm(-\xi, \tau) = 1 \mp \frac{\lambda}{2} \xi \int_0^1 \frac{g(\mu, \tau) u^\pm(\mu, \tau)}{\mu - \xi} d\mu \quad (\text{П1.4})$$

вместо (П1.3), получим выражение

$$I^+ + I^- = u^+(\xi, \tau) [1 - \bar{u}(-\xi, \tau)] - \bar{u}(\xi, \tau) [u^+(-\xi, \tau) - 1] ,$$

которое после подстановки в (П1.1) дает формулу

$$u^+(\xi, \tau) \bar{u}(-\xi, \tau) + \bar{u}(\xi, \tau) u^+(-\xi, \tau) = 2 , \quad (\text{П1.5})$$

которой и обосновывается справедливость равенств (15).

П2. Если в (1) и в (П1.4) угловую переменную устремить к бесконечности, то легко видеть, что

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} u^{\pm}(\eta, \tau) = \lim_{\xi \rightarrow \infty} u^{\pm}(-\xi, \tau),$$

поэтому, совершив в (П1.5) предельный переход $\xi \rightarrow \infty$, получим

$$u^+(\infty, \tau) u^-(\infty, \tau) = 1, \quad (\text{П2.1})$$

т.е., обобщение формулы (39) для любых значений $\tau > 0$.

П3. Если в формулах (22) и (23) работы [2] положить $\tau = 0$, то получим два уравнения для функции Амбарцумяна:

$$\varphi(\eta) = 1 + \frac{c\eta}{1+k\eta} + \frac{\lambda}{2} \eta \int_0^1 \frac{d\mu}{R(\mu)\varphi(\mu)(\mu+\eta)} \quad (\text{П3.1})$$

и

$$h(\eta)\varphi(\eta) = 1 - \frac{c\eta}{1+k\eta} h\left(\frac{1}{k}\right) - \frac{\lambda}{2} \eta \int_0^1 \frac{h(\mu)d\mu}{R(\mu)\varphi(\mu)(\mu+\eta)} \quad (\text{П3.2})$$

первое из которых было получено в [5], а второе приводится здесь впервые. Исключая из них слагаемое с константой c , доставляющее серьезные неудобства при их численной реализации, приходим к (46).

П4. Для вычисления интеграла (40) необходимо, во-первых, воспользоваться следующими тождествами:

$$\frac{1}{1-k^2\mu^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1-k\mu} + \frac{1}{1+k\mu} \right); \quad \frac{-k\mu}{1-k^2\mu^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1-k\mu} - \frac{1}{1+k\mu} \right)$$

и, далее, после небольших преобразований, можно найти, что

$$2h\left(\frac{1}{k}\right)I = 1 + h\left(\frac{1}{k}\right) - \frac{\lambda}{2} \int_0^1 \frac{[h(\mu) - h\left(\frac{1}{k}\right)]}{R(\mu)\varphi(\mu)(1 - k\mu)} d\mu.$$

С другой стороны, полагая в (46) $\eta = -\frac{1}{k}$, имеем

$$\lim_{\eta \rightarrow -\frac{1}{k}} [h(\eta) + h\left(\frac{1}{k}\right)] \varphi(\eta) = 1 + h\left(\frac{1}{k}\right) - \frac{\lambda}{2} \int_0^1 \frac{[h(\mu) - h\left(\frac{1}{k}\right)]}{R(\mu)\varphi(\mu)(1 - k\mu)} d\mu.$$

Предел, стоящий в левой части последнего равенства можно представить как произведение следующих двух пределов

$$\lim_{\eta \rightarrow -\frac{1}{k}} [h(\eta) + h\left(\frac{1}{k}\right)] \varphi(\eta) = \frac{1}{k} \lim_{\eta \rightarrow -\frac{1}{k}} (1 + k\eta) \varphi(\eta) \cdot \lim_{\eta \rightarrow -\frac{1}{k}} \frac{h(\eta) - h\left(-\frac{1}{k}\right)}{\eta - \left(-\frac{1}{k}\right)}.$$

Здесь учтено, что $h\left(\frac{1}{k}\right) = -h\left(-\frac{1}{k}\right)$ согласно определению этой функции (33).

Далее, из (ПЗ.1) сразу следует, что

$$\lim_{\eta \rightarrow -\frac{1}{k}} (1 + k\eta) \varphi(\eta) = -\frac{c}{k},$$

второй же сомножитель, очевидно, равен производной функции $h(\eta)$ в точке $\eta = -\frac{1}{k}$, вычислив которую, находим

$$h'(\eta) \Big|_{\eta = -\frac{1}{k}} = -\frac{\lambda k}{1-k} - \lambda \ln(1-k).$$

С учетом последних соотношений, получаем значение искомого интеграла:

$$I = \frac{c}{2k h(1/k)} \left[\frac{\lambda}{1-k} + \frac{\lambda}{k} \ln(1-k) \right] - \frac{c}{2k},$$

что и приводит к выражению (41) для q .

ON THE THEORY OF ISOTROPIC SCATTERING RADIATION
IN THE PLANE SLAB.
ON THE POSSIBILLITY OF COMPLETE ANALYTICAL
SOLUTION
OF THE PROBLEM.

E.KH.DANIELIAN

Subsequent analytical investigations of the method of linear, nonsingular integral equations, suggested in the paper [2] for the solution of transfer theory problems in the slab with finite optical thickness with isotropic scattering has been carried out. It has been shown that in the general case when there is proper absorption, the finding only functions $u^{\pm}(\eta, \tau)$ is enough for the solution of the problems of mentioned class. The explicit expressions for functions u^{\pm} when $\tau=0$ are found.

The problem of choosing an effective way of finding Ambartsumian's φ — function for semi-infinite medium. In particular, a new equation is given for that function.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Э.Х. Даниелян, *Астрофизика* 19, 335, 1983.
- 2 Э.Х. Даниелян, *Астрофизика*, 36, 225, 1993.
- 3 К.М. Кейз, П.Ф. Цвайфель, *Линейная теория переноса*, Мир, М., 1972.
- 4 В.А. Амбарцумян, *Научные труды*, т.1, Ереван, 1960.
- 5 Р.Р. Андреасян, Э.Х. Даниелян, *Сообщ. Бюраканской обс.*, 50, 114, 1978.
- 6 Т.В. Mullikin, *Trans. Amer. Math. Soc.*, 113, 316, 1964.
- 7 А. Leonard, Т.В. Mullikin, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 52, 683, 1964.
- 8 Т.В. Mullikin, *Proc. Interdisciplinary Conference on Electromagnetic Scattering*. Univ., Massachusetts. 697, 1965.
- 9 J.L. Carlstedt, Т.В. Mullikin, *Astroph. J. Suppl. Ser.*, 12, N 113, 1966.

УДК: 52: 531: 51

БИМЕТРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА СКАЛЯРНО-ТЕНЗОРНЫХ ТЕОРИЙ ГРАВИТАЦИИ И ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ

А.А.СААРЯН

Поступила 27 июля 1993

Принята к печати 3 сентября 1993

Скалярно-тензорные теории сформулированы на фоне плоского пространства-времени. Получены выражения для различных тензоров энергии-импульса гравитационного поля и соотношения между ними. Рассмотрены интегральные законы сохранения и выведены формулы для 4-импульса и тензора момента импульса гравитационного поля вместе с материей.

1. *Общезвестно*, что в стандартном формализме общей теории относительности (ОТО) невозможно построить лагранжиан гравитационного поля, являющийся скаляром и одновременно содержащий производные от метрики не выше первого порядка (см., например, [1]). Это можно сделать введением в теорию наряду с физическим пространством, геометрия которого в ОТО является объектом вариации, некоторого дополнительного фиксированного пространства [2-7]. В этом, так называемом биметрическом формализме лагранжиан гравитационного поля с требуемыми свойствами имеет вид (о других возможных вариантах лагранжианов см. [8])

$$\Lambda_{\gamma} = g^{ik} (\bar{\Gamma}_{in}^l \bar{\Gamma}_{kl}^n - \bar{\Gamma}_{ik}^l \bar{\Gamma}_{in}^n), \quad (1)$$

где $\bar{\Gamma}_{ik}^l = \Gamma_{ik}^l - \overset{\gamma}{\Gamma}_{ik}^l$ - тензор аффинной деформации, равный разности символов Кристоффеля физической g_{ik} и фоновой γ_{ik} метрик. Фоновую метрику ниже будем полагать плоской (случай неплоских фоновых пространств рассмотрен в [9,10]). В этом случае из (1) вытекают уравнения Эйнштейна, что непосредст-

венно следует из равенства

$$\Lambda_g = R - \bar{W}_{;i}^i, \quad \bar{W}^i = g^{mn} \bar{\Gamma}_{mn}^i - g^{im} \bar{\Gamma}_{mn}^n, \quad (2)$$

R — скалярная кривизна метрики g_{ik} , точка с запятой означает ковариантную производную относительно g_{ik} . Наличие второй метрики позволяет выписать импульсно-энергетические характеристики гравитационного поля через истинные тензоры (об еще одном преимуществе биметрического формализма см. [11]). В данной работе рассмотрена биметрическая формулировка скалярно-тензорных теорий гравитации. Уже здесь отметим существенное различие обсуждаемого ниже формализма от предложенной в [12,13] биметрической скалярно-тензорной теории гравитации (БСТТ), где фоновая метрика фигурирует в уравнениях гравитационного поля.

2. *Скалярно-тензорные теории* (далее СТТ) являются одной из наиболее часто обсуждаемых альтернатив ОТО. В их основу положена гипотеза Дирака о переменности гравитационной постоянной. Как следует из названия в СТТ гравитация характеризуется скалярным полем φ и метрическим тензором g_{ik} . В стандартной формулировке наиболее общее выражение для действия имеет вид [14,15]

$$S = \int \left[-\frac{1}{2} \varphi R + \frac{1}{2} \zeta(\varphi) g^{ik} \varphi_{;i} \varphi_{;k} / \varphi - \Lambda(\varphi) + L_m \right] \sqrt{-g} d^4x, \quad (3)$$

где $\varphi_{;i} = \partial\varphi/\partial x^i$; $\zeta(\varphi)$ — безразмерная функция связи, $\Lambda(\varphi)$ — космологическая функция. Теория является метрической и поэтому в лагранжиан материи L_m гравитационное поле входит только через метрический тензор g_{ik} :

$$L_m = L_m(q_a, g_{ik}), \quad (4)$$

q_a — материальные переменные. Чтобы написать действие (3) в виде содержащем производные не выше первого порядка, воспользуемся равенством (2). Выражая R через Λ_g и отбрасывая 4-дивергенцию, находим

$$S = \int (\tilde{L}_g + \tilde{L}_m) d^4x, \quad (5)$$

$$L_g = -\frac{1}{2} \varphi \Lambda_g + \frac{1}{2} \varphi_{;i} \bar{W}^i + \frac{1}{2} \zeta(\varphi) g^{ik} \varphi_{;i} \varphi_{;k} / \varphi - \Lambda(\varphi)$$

(здесь и ниже используется обозначение $\tilde{f} = f \sqrt{-g}$ для тензорной плотности соответствующее величине f). Выражение (5) является исходным для действия

СТТ в биметрической формулировке. Оно отличается от действия БСТТ наличием дополнительного второго слагаемого в выражении (5) для L_2 , что существенно отличает эти теории.

Уравнения, получаемые из условия экстремальности действия (5) относительно вариации g_{ik} и φ , соответственно имеют вид

$$\varphi R_{ik} - \frac{1}{2} \varphi g_{ik} R - \Lambda g_{ik} - \xi (\varphi_{;i} \varphi_{;k} - \frac{1}{2} g_{ik} \varphi_{;n} \varphi^{;n}) / \varphi - \varphi_{;ik} + g_{ik} \varphi_{;n} = T_{ik} \quad (6a)$$

$$2 \xi \varphi_{;n}^n + (\xi' - \xi/\varphi) \varphi^n \varphi_{;n} + \varphi (R + 2\Lambda') = 0 \quad , \quad (6b)$$

T_{ik} — тензор энергии-импульса вещества и негравитационных полей, штрих означает производную по φ . Эти уравнения, как уже отмечалось, совпадают с уравнениями вытекающими из действия (3) (см., например, [16]). В стандартном формализме для получения однозначного решения системы (6) нужно наложить на g_{ik} в общем случае четыре дополнительных условия, фиксирующие координатную систему. В рамках биметрического формализма нековариантные координатные условия заменяются ковариантными условиями соответствия метрик γ_{ik} и g_{ik} . Например, условию гармоничности соответствует

$$(\sqrt{g/\gamma} g^{ik})_{;k} = -g^{kl} \bar{\Gamma}_{kl}^i = 0 \quad ,$$

где вертикальная черточка означает ковариантную производную по метрике γ_{ik} .

3. Для вывода законов сохранения в биметрическом формализме СТТ воспользуемся тем обстоятельством, что для любой физической системы с плотностью лагранжиана \tilde{L} и набором переменных X_A (включая метрику γ_{ik} фонового пространства-времени) имеют место следующие сильные тождества (см., например, [17])

$$t_k^i = H_{kll}^{il} + d_{Ak}^i \frac{\delta \tilde{L}}{\delta X_A} \quad , \quad t_{kll}^i = - \frac{\delta \tilde{L}}{\delta X_A} X_{Aik} \quad , \quad H_k^{il} = - H_k^{li} \quad , \quad (7)$$

где

$$t_k^i = - \tilde{L} \delta_k^i + \frac{\partial \tilde{L}}{\partial X_{A;l}} X_{Aik} \quad (8)$$

— плотность канонического тензора энергии-импульса системы,

$$H_k^{il} = \frac{\partial \tilde{L}}{\partial X_{A,l}} d_{Ak}^l, \quad (9)$$

d_{Ak}^l — коэффициенты, определяющие вариацию Ли функции X_A , а $\delta/\delta X_A$ — вариационная производная. Тождества (7) являются непосредственным следствием инвариантности действия

$$S = \int \tilde{L} d^4x$$

относительно координатных преобразований $x^i \rightarrow x^i + \eta^i(x)$. Допустим γ_{ik} единственная абсолютная переменная теории:

$$X_A = \{Y_A, \gamma_{ik}\},$$

Y_A — динамические переменные. Тогда из второго тождества (7) с учетом уравнений движения системы $\delta \tilde{L} / \delta Y_A = 0$ получим дифференциальный закон сохранения для канонического тензора энергии-импульса

$$t_{k|l}^l = 0. \quad (10)$$

В свою очередь отсюда и из двух остальных тождеств (7) следует аналогичный закон для метрического тензора энергии импульса

$$\gamma^{in} t_{Mkn|l} = 0, \quad t_{Mkn} \equiv 2 \frac{\delta \tilde{L}}{\delta \gamma^{kn}}. \quad (11)$$

Рассмотрим тождества (7) в рамках биметрического формализма СТТ. В этом случае набор переменных следующий

$$X_A = \{\varphi, g_{ik}, q_a, \gamma_{ik}\} \quad (12)$$

Сначала подставим в (7) $L = L_g$. Имея в виду уравнения гравитационного поля (см., (6)):

$$\frac{\delta \tilde{L}_g}{\delta g^{mk}} = - \frac{\delta \tilde{L}_m}{\delta g^{mk}} = - \frac{1}{2} T_{mk}, \quad \frac{\delta L_g}{\delta \varphi} = 0 \quad (13)$$

приходим к соотношениям

$$t_{(s)k}^i = H_{(s)k|l}^{il} - \tilde{T}_k^i + \gamma^{im} t_{Mmk}^i, \quad (14a)$$

$$t_{(s)k|i}^i = \frac{1}{2} g_{ik}^{mn} \tilde{T}_{mn}. \quad (14б)$$

При выводе (14а) было использовано лишь первое уравнение (13) и поэтому эти уравнения эквивалентны. Из (14) с учетом равенства

$$\tilde{T}_{k|i}^i + \frac{1}{2} \tilde{T}_{mn} g_{ik}^{mn} = \tilde{T}_{k,i}^i \quad (15)$$

получим

$$\tilde{T}_{k,i}^i = \gamma^{im} t_{Mmk|i}^i \quad (16)$$

как следствие одних лишь уравнений гравитационного поля. В случае плотности лагранжиана (5) для метрического тензора энергии-импульса можно получить следующее выражение

$$t_M^{ik} = [\varphi (\gamma^{nl} \tilde{g}^{ik} + \gamma^{ik} \tilde{g}^{nl} - \gamma^{kn} \tilde{g}^{il} - \gamma^{in} \tilde{g}^{kl})]_{|ln} / 2, \quad (17)$$

которое с учетом перестановочности индексов ковариантного дифференцирования по γ_{ik} можно представить также в виде

$$t_M^{ik} = [\varphi (\gamma^{ln} \tilde{g}^{ik} + \gamma^{ik} \tilde{g}^{ln} - \gamma^{kl} \tilde{g}^{in} - \gamma^{in} \tilde{g}^{kl})]_{|ln} / 2. \quad (18)$$

Выражение в квадратных скобках антисимметрично относительно перестановки индексов i и l и поэтому соотношение

$$t_{M|i}^{ik} = 0 \quad (19)$$

выполняется тождественно, независимо от динамических уравнений движения. Это является следствием того, что в уравнения СТТ не входит фоновая метрика γ_{ik} . В теориях, где это не так (примером служит БСТТ) (19) выполняется лишь на классе решений уравнений движения гравитационного поля и материи. Как следствие (15) и (19) получаем, что в СТТ ковариантный закон

$$\tilde{T}_{k,i}^i = 0 \quad (20)$$

является следствием одних лишь уравнений гравитационного поля. Уравнение (20) вытекает также из уравнений негравитационной материи

$$\frac{\delta \tilde{L}_m}{\delta q_a} = 0, \quad (21)$$

причем если число последних равно четырем, то (20) и (21) эквивалентны. Действительно, выбирая в тождествах (7) $L = L_m$ с учетом (19) получим

$$t^i_{(m)k} = \tilde{T}^{il}_{(m)k|l} + \tilde{T}^i_k, \quad t^i_{(m)k|l} = -\frac{1}{2} \tilde{T}^{mn} g^m_{|k} g^n_{|l}, \quad (22)$$

отсюда следует равенство

$$t^i_{(m)k|l} = \tilde{T}^i_{k|l}. \quad (23)$$

Сопоставляя (23) со вторым соотношением (22) с учетом (15), приходим к ковариантному закону сохранения (20). В соотношениях (14) и (22) величины $t^i_{(\alpha)k}$ и $H^{il}_{(\alpha)k}$, $\alpha = m, g$ определяются выражениями (8) и (9) с $L = L_\alpha$. Складывая соответствующие уравнения в (14) и (22) получим следующие дифференциальные законы сохранения

$$(t^i_{(g)k} + t^i_{(m)k})_{|l} = (t^i_{(g)k} + \tilde{T}^i_k)_{|l} = 0. \quad (24)$$

Выражение для плотности канонического тензора энергии-импульса гравитационного поля в случае лагранжиана (5) имеет вид

$$t^i_{(g)k} = \varphi \sqrt{-g} (g^{jl} \bar{\Gamma}_{kl}^n \bar{\Gamma}_{nm}^m + g^{ln} \bar{\Gamma}_{kl}^i \bar{\Gamma}_{mn}^m + g^{ln} \bar{\Gamma}_{ln}^i \bar{\Gamma}_{km}^m - 2g^{ln} \bar{\Gamma}_{lm}^i \bar{\Gamma}_{kn}^m - \\ - g^{ln} \bar{\Gamma}_{kn}^m \bar{\Gamma}_{lm}^i) / 2 + \sqrt{-g} \zeta \varphi^i \varphi_{,k} / \varphi - \tilde{L}_g \delta^i_k + \quad (25)$$

$$+ \sqrt{-g} \varphi_{,m} (g^{mn} \bar{\Gamma}_{kn}^i + g^{ln} \bar{\Gamma}_{kn}^m - 2g^{im} \bar{\Gamma}_{kn}^n) / 2 + \sqrt{-g} \varphi_{,k} (g^{mn} \bar{\Gamma}_{mn}^i - g^{im} \bar{\Gamma}_{mn}^n).$$

Независимо от того, поднимается ли индекс k с помощью g^{km} или γ^{km} величина $t^i_{(g)}$ несимметрична. Чтобы получить симметричный тензор энергии-им-

пульса поступим следующим образом. Вычислим $H_{(g)k}^{ll}$, используя выражение (5) для L_g :

$$H_{(g)k}^{ll} = \frac{1}{2} \varphi [g_{km} U_{ln}^{lilmn} / \sqrt{-g} - \gamma_{km} (\gamma^{lm} \tilde{g}^{ln} + \gamma^{ln} \tilde{g}^{lm} - \gamma^{lm} \tilde{g}^{ln} - \gamma^{ln} \tilde{g}^{lm})_{,n}] + \frac{1}{2} \varphi_{,n} \gamma_{km} (\gamma^{im} \tilde{g}^{ln} + \gamma^{ln} \tilde{g}^{lm} - \gamma^{im} \tilde{g}^{ln} - \gamma^{ln} \tilde{g}^{lm}), \quad (26)$$

где

$$U^{lilmn} = \tilde{g}^{lm} \tilde{g}^{ln} - \tilde{g}^{ln} \tilde{g}^{lm}, \quad U^{lilmn} = -U^{lilmn} \quad (27)$$

и подставим в уравнение (14а). С учетом (17) получим

$$[\frac{1}{2} \varphi g_{km} U_{ln}^{lilmn} / \sqrt{-g} + \gamma_{kn} \varphi_{,m} (\gamma^{in} \tilde{g}^{ml} - \gamma^{ln} \tilde{g}^{im})]_{,l} = t_{(g)k}^i + \tilde{T}_k^i. \quad (28)$$

Из вывода следует, что это уравнение эквивалентно уравнению (6а). Заметим, что вследствие антисимметричности выражения в квадратных скобках относительно перестановки индексов i и l из (28) непосредственно следует дифференциальный закон сохранения (24). Уравнение (28) представим в виде

$$U_{lp}^{lilm} = 2 \sqrt{-g} (\tilde{T}^{lm} + t_{LL}^{lm}) / \varphi, \quad (29)$$

где

$$t_{LL}^{lm} = g^{mk} \left\{ t_{(g)k}^l - [\varphi_{,n} (\delta_k^l \tilde{g}^{in} - \delta_k^i \tilde{g}^{ln})]_{,l} - \frac{1}{2} \left(\frac{\varphi}{\sqrt{-g}} g_{kn} \right)_{,l} U_{lp}^{lilm} \right\} \quad (30)$$

является ковариантным обобщением симметричного псевдотензора Ландау-Лифшица ОТО на случай СТТ. Соответствующий псевдотензор в рамках обычной формулировки теории Йордана-Бранса-Дикке (частный случай СТТ: $\zeta = \text{const}, \Lambda = 0$) рассмотрен в [18]. Из (29) следует закон сохранения

$$[\sqrt{-g} (\tilde{T}^{lm} + t_{LL}^{lm}) / \varphi]_{,l} = 0. \quad (31)$$

Можно получить более общий закон сохранения

$$[\sqrt{-g} (\tilde{T}^{lm} + \tilde{t}_{LL}^{lm}) F(\varphi)/\varphi]_{,l} = 0, \quad (32)$$

если написать уравнение (29) в эквивалентном виде

$$[F(\varphi)U^{limp}]_{,pi} = 2\sqrt{-g} (\tilde{T}^{lm} + \tilde{t}_{LL}^{lm}) F(\varphi)/\varphi \quad (33)$$

с симметричным тензором

$$\tilde{t}_{LL}^{lm} = \tilde{t}_{LL}^{lm} + \frac{\varphi}{2\sqrt{-g}F} [(F_{,p}U^{limp})_{,il} + (F_{,i}U^{limp})_{,lp}], \quad (34)$$

$F(\varphi)$ — произвольная функция. Симметричность этого тензора непосредственно следует из (33). Отметим, что, вообще говоря, \tilde{t}_{LL}^{lm} содержит вторые производные скалярного поля. Найдем вид функции $F(\varphi)$, для которой эти производные сокращаются. Для этого достаточно потребовать равенство

$$\tilde{g}^{mk}(\partial_k^i \tilde{g}^{ln} - \partial_k^l \tilde{g}^{in}) = \frac{\varphi F'}{2F} U^{limn},$$

откуда следует уравнение

$$F'/F = 2/\varphi$$

с решением $F(\varphi) \sim \varphi^2$. Соответствующий псевдотензор в обычной формулировке теории Йордана-Бранса-Дикке рассмотрен в работе [19].

4. Для симметричного тензора τ^{ik} из уравнения $\tau^{ik}_{,k} = 0$ следует интегральный закон сохранения (см., например, [20])

$$(\int \tau^{\alpha i} \xi_i \sqrt{-\gamma} d^3x)_{,o} = -\oint \tau^{\alpha i} \xi_i \sqrt{-\gamma} dS_\alpha \quad (35)$$

в плоском фоновом пространстве-времени с десятью векторами Киллинга ξ_i . Если в правой части поток через поверхность интегрирования равен нулю, то ковариантное выражение

$$P = \int \tau^{\alpha i} \xi_i \sqrt{-\gamma} d^3x \quad (36)$$

является сохраняющейся величиной. В произвольной криволинейной системе координат x^i псевдоевклидова пространства-времени векторы Киллинга имеют вид [20]

$$\xi_i = f_{,i}^k a_k + f_{,i}^k f^l \omega_{kl}, \quad (37)$$

где a_k — произвольный постоянный бесконечно малый вектор, ω_{kl} — произвольный постоянный бесконечно малый антисимметричный тензор, f^k — функция, связывающие координаты x^i с декартовыми координатами x'^k :

$$x'^k = f^k(x^i).$$

С учетом (37) из общего выражения (36) получаем сохраняющиеся для изолированной системы величины 4-импульса

$$P^i = \int \tau^{0k} f^i_{,k} \sqrt{-\gamma} d^3x \quad (38)$$

и антисимметричный тензор момента импульса

$$M^{ik} = \int \tau^{0m} (f^i_m f^k - f^k_m f^i) \sqrt{-\gamma} d^3x. \quad (39)$$

В биметрическом формализме СТТ выберем

$$\tau^{lm} = \frac{\sqrt{-g} F(\varphi) \varphi_{,l} \varphi_{,m}}{-\gamma F(\varphi_0) \varphi} (\bar{T}^{lm} + \bar{t}^{lm}), \quad \tau^{lm} = \sigma^{lim} = \lambda^{limp} \quad (40)$$

с суперпотенциалом (см. уравнение (33))

$$\sigma^{lim} = \frac{\varphi_0}{2F(\varphi_0)} \left[\frac{F(\varphi)}{-\gamma} U^{limp} \right]_{|p}, \quad \sigma^{lim} = -\sigma^{ilm}. \quad (41)$$

Прямое следствием существования суперпотенциала (41) является возможность вычисления сохраняющихся величин, используя лишь значения полевых переменных в асимптотической области вдали от изолированной системы. Чтобы убедиться в этом подставим τ^{lm} из второго соотношения (40) в общее выражение (36). В результате получим

$$P = \int [(\sigma^{olm}\xi_m)_{|i} - (\lambda^{olmp}\xi_{m|l})_{|p} + \lambda^{uimp}\xi_{m|lp}] \sqrt{-\gamma} d^3x .$$

В силу антисимметрии (41) и $\lambda^{olmp}\xi_{m|l} = -\lambda^{plmo}\xi_{m|l}$ с учетом свойств ковариантной производной и соотношения

$$\xi_{m|lp} = -\xi_k R_{pmi}^k = 0$$

отсюда имеем следующую формулу

$$P = \oint (\sigma^{\alpha m}\xi_m - \lambda^{\alpha ima}\xi_{m|i}) \sqrt{-\gamma} dS_\alpha , \quad (42)$$

где интегрирование производится по обычной двумерной поверхности, окружающей систему. Для подгруппы трансляций

$$\xi_m = f_{,m}^k a_k , \quad \xi_{m|i} = 0$$

из (42) следует выражение для 4-импульса

$$P^i = \oint \sigma^{\alpha m} f_{,m}^i \sqrt{-\gamma} dS_\alpha \quad (43)$$

Аналогичным образом, при

$$\xi_m = f_{,m}^i f^k \omega_{ik}$$

получим формулу момента импульса системы

$$M^{ik} = \oint [\sigma^{\alpha m} (f_{,m}^i f^k - f_{,m}^k f^i) - \lambda^{\alpha nma} (f_{,m}^i f_{,n}^k - f_{,m}^k f_{,n}^i)] \sqrt{-\gamma} dS_\alpha . \quad (44)$$

Рассмотрим постоянное гравитационное поле, создаваемое системой тел, заключенных в конечной области пространства. Нетрудно убедиться в том, что на больших расстояниях от системы характеризующие гравитационное поле величины можно представить в виде (ниже полагаем $\Lambda = 0$)

$$g_{\infty} = 1 - \frac{2GM}{r} , \quad g_{\alpha\beta} = -\delta_{\alpha\beta} \left(1 + 2G \frac{M - 2M_z}{r} \right) ,$$

$$\varphi = \varphi_0 \left(1 + \frac{2GM_s}{r} \right), \quad (45)$$

где G – ньютоновская гравитационная постоянная, M и M_s – гравитационная и, так называемая, скалярная массы системы. В СТТ, в отличие от БСТТ, нельзя требовать, чтобы на больших расстояниях от системы выполнялось

$$\varphi \rightarrow \varphi_0 = \frac{1}{8\pi G},$$

так как в этом случае для слабых полей теория не переходит в ньютоновскую теорию гравитации. Чтобы такой предельный переход имел место, необходимо выполнение равенства [21]

$$\varphi_0 = \frac{4+2\xi_0}{3+2\xi_0} \frac{1}{8\pi G}, \quad \xi_0 = \xi(\varphi_0). \quad (46)$$

Фоновую метрику, соответствующую (45), выберем в виде

$$\gamma_{ik} = \text{diag} (1, -1, -1, -1).$$

Вычисления по формуле (43) полной энергии системы приводят к следующему результату

$$P^0 = 8\pi G \varphi_0 \left[M + \left(\frac{\varphi_0 F'_0}{2F_0} - 2 \right) M_s \right], \quad F_0 = F(\varphi_0). \quad (47)$$

Выбирая различные функции $F(\varphi)$, получаем, что для изолированной системы отдельно сохраняется как M , так и M_s . В случае переменного гравитационного поля изменения этих величин вследствие гравитационного излучения определяются формулой (35). В постньютоновском приближении СТТ (см., например, [21])

$$M_s = \frac{M}{2(2+\xi_0)}$$

и с учетом (46) имеем

$$P^0 = M + \frac{M}{(3 + 2\xi_0)} \left(\varphi_0 \frac{F_0'}{2F_0} - 1 \right). \quad (48)$$

Если теперь определить инертную массу согласно $M_{in} = P^0$ и потребовать, чтобы в ньютоновском приближении она равнялась гравитационной массе: $M_{in} = M$, получим

$$\varphi_0 F_0' / 2F_0 = 1, \quad (49)$$

т.е. мы снова приходим к условию $F(\varphi) \sim \varphi^2$. Еще раз отметим, что лишь в этом случае соответствующий тензор энергии-импульса (34) не содержит вторые производные полевых переменных. При условии (49) формула (47) примет вид

$$P^0 = 8\pi G \varphi_0 (M - M_s).$$

Для разности гравитационной и скалярной масс в случае постоянного гравитационного поля в работе [22] выведена следующая формула

$$M - M_s = \frac{1}{8\pi \varphi_0 G} \int (T_0^0 - T_\alpha^\alpha) \sqrt{-g} d^3x, \quad \alpha=1-3, \quad (50)$$

и поэтому

$$P^0 = \int (T_0^0 - T_\alpha^\alpha) \sqrt{-g} d^3x \quad (51)$$

тем самым мы выразили полную энергию гравитационного поля и материи через тензор энергии-импульса одной только материи. Формула (51) совпадает с формулой Толмена ОТО. Аналогичная формула для гравитационной массы, например, в теории Йордана-Бранса-Дикке, имеет вид [22]

$$M = \int \left(T_0^0 - \frac{1+\xi}{2+\xi} T_\alpha^\alpha \right) \sqrt{-g} d^3x.$$

Сопоставление этой и предыдущей формул приводит к следующей связи между гравитационными и инертными массами системы

$$P^0 = M - \frac{1}{2+\xi} \int T_\alpha^\alpha \sqrt{-g} d^3x.$$

Отсюда в постньютоновском приближении с учетом теоремы вириала находим [16]

$$P^0 = M - \frac{\Omega}{2 + \zeta},$$

где

$$\Omega = -G \int \frac{\rho(\vec{r}) \rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3x d^3x'$$

— гравитационная энергия связи системы, ρ — плотность гравитирующей материи.

Преимущество формул (43) и (44) по сравнению с аналогичными формулами обычного формализма СТТ состоит в том, что в отличие от последних, в них можно использовать произвольные криволинейные координаты. В качестве примера рассмотрим сферически-симметричное гравитационное поле в теории Йордана-Бранса-Дикке, задаваемое решением Гекмана (см. [23]). Выпишем лишь необходимый нам асимптотический вид полевых переменных

$$\begin{aligned} g_{00} &= 1 - \frac{2GM}{r}, \quad g_{11} = -\left(1 + 2G \frac{M - 2M_s}{r}\right), \quad g_{22} = -r^2, \\ g_{33} &= -r^2 \sin^2 \theta, \quad \varphi = \varphi_0 \left(1 + \frac{2GM_s}{r}\right). \end{aligned} \quad (52)$$

Массы M и M_s связаны с постоянными r_0 и β_0 книги [23] соотношениями

$$\beta_0 = -M_s/M, \quad 2GM = r_0/2h (1 + 2\beta_0).$$

Вычисление полной энергии по формуле (43) для фоновой метрики

$$\gamma_{ik} = \text{diag} (1, -1, -r^2, -r^2 \sin^2 \theta)$$

снова приводит к результату (47), тогда как использование координат (52) в рамках обычного формализма привело бы к бесконечному значению энергии системы.

BIMETRIC FORMULATION OF SCALAR-TENSOR THEORIES OF GRAVITATION AND CONSERVATION LAWS

A.A. SAHARIAN

The scalar-tensor theories are formulated in a flat background space-time. The expressions for the various energy-momentum tensors of the gravitational field and the relations between them are obtained. The integral conservation laws are considered. The formulae of the energy-momentum and of the angular momentum for matter and gravitational field are derived.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Теория поля. Наука, М., 1973.
2. N.Rosen, Phys. Rev., 57, 147, 1940.
3. И.И.Гутман, ЖЭТФ, 37, 1639, 1959.
4. Д.Е.Бурланков, ЖЭТФ, 44, 1941, 1963.
5. N.Rosen, The III International School of Cosmology and Gravitation, Erice, 8-20 May, 1974, p.2.
6. L.P.Grishchuk, A.N.Petrov, A.D.Popova, Commun. Math. Phys., 94, 379, 1984.
7. Л.П.Гришук, А.Н.Петров, ЖЭТФ, 92, 9, 1987.
8. R.M.Avakian, L.Sh.Grigorian, Astrophys. and Space Sci., 146, 183, 1988.
9. N.Rosen, J.Gen. Rel. and Grav., 9, 339, 1978.
10. Н.А.Черников, Сообщ. ОИЯИ, P2-87-683, Дубна, 1987.
11. Л.Ш.Григорян, Астрофизика, 30, 380, 1989.
12. L.Sh.Grigorian, A.A.Saharian, Astrophys. and Space Sci., 167, 271, 1990.
13. А.А.Саарян, Л.Ш.Григорян, Астрофизика, 32, 491, 1990.
14. B.G.Bergmann, Int. J. Theor. Phys., 1, 25, 1968.
15. R.V.Wagoner, Phys. Rev., D1, 3209, 1970.
16. К.Уилл, Теория и эксперимент в гравитационной физике. Энергоатомиздат, М., 1985.
17. А.А.Саарян, Л.Ш.Григорян, Астрофизика, 33, 107, 1990.
18. D.L.Lee, Phys. Rev., D10, 2374, 1974.
19. Y.Nutku, Astrophys. J., 158, 991, 1971.
20. А.А.Логунов, М.А.Меставиришвили, Релятивистская теория гравитации. Наука, М., 1989.
21. С.Вейнберг, Гравитация и космология. Мир, М., 1975.
22. М.Р.Авакян, Л.Ш.Григорян, А.А.Саарян, Астрофизика, 34, 265, 1991.
23. Г.С.Саакян, Равновесные конфигурации вырожденных газовых масс. Наука, М., 1972.

УДК: 52—337

К ВОПРОСУ ОБ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ФЕРМИ-ГАЗА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

М.А.ИВАНОВ, С.С.ЛИПОВЕЦКИЙ, В.С.СЕКЕРЖИЦКИЙ

Поступила 1 февраля 1993

Принята к печати 3 апреля 1993

Получены выражения для химического потенциала, давления и средней полной энергии крайне вырожденного идеального релятивистского газа заряженных фермионов с учетом их статических аномальных магнитных моментов в присутствии квантующегося магнитного поля. Рассмотрены случаи квантового предела сверхсильных магнитных полей и слабых полей, в которых можно не учитывать квантование Ландау при описании ферми-газов в сверхплотном веществе.

Согласно существующим представлениям, в сверхплотных астрофизических объектах могут существовать фермионы релятивистских и ультрарелятивистских энергий, а сами эти объекты обладают весьма сильными магнитными полями. Термодинамические свойства равновесной релятивистской плазмы в сильном магнитном поле рассматривались в [1–6], но при этом не учитывалась величина аномального магнитного момента релятивистского электрона. В настоящем сообщении мы получим общие соотношения для вычисления энергетических характеристик крайне вырожденного релятивистского газа заряженных фермионов в магнитном поле с учетом статических аномальных магнитных моментов микрочастиц.

Спектр энергии свободного заряженного релятивистского фермиона в постоянном и однородном магнитном поле с индукцией B определяется выражением [7]:

$$\varepsilon = \left\{ c^2 p_x^2 + \left[\sqrt{m^2 c^4 + 2mc^2 \mu B (2n+1+s)} + s(\sigma-1) \mu B \right]^2 \right\}^{1/2}, \quad (1)$$

где m — масса частицы, p_z — проекция ее импульса p на направление вектора индукции поля, n — номер квантового уровня Ландау, $s = \pm 1$, $\mu = e\hbar(2mc)^{-1}$, e — заряд фермиона, σ — отношение собственного магнитного момента частицы к магнетону μ .

Воспользовавшись методом, изложенным в [8], для большого термодинамического потенциала ферми-газа получим:

$$-\Omega(B) = 0.5N \sqrt{\chi^2(0) - m^2 c^4} \cdot R_1 \cdot R_2^{-4/3} \quad (2)$$

Здесь N — число частиц в объеме V , χ — химический потенциал,

$$R_1 = 1.5 \sum_s \sum_{n=0}^l \left\{ \sqrt{x^2+y} \sqrt{x^2-z} - 0.5(y+z) \ln \left| \frac{\sqrt{x^2+y} + \sqrt{x^2-z}}{\sqrt{x^2+y} - \sqrt{x^2-z}} \right| \right\}, \quad (3)$$

$$R_2 = 1.5 \sum_s \sum_{n=0}^l \sqrt{x^2-z} \quad ; \quad x^2 = \frac{\chi^2(B) - m^2 c^4}{2mc^2 \mu B} \quad ; \quad y = \frac{mc^2}{2\mu B}, \quad (4)$$

$$z = (2n+1+s) + \frac{(\sigma-1)^2}{4y} + s(\sigma-1) \sqrt{1 + 1/y(2n+1+s)}, \quad (5)$$

суммирование в (3) и (4) ведется до тех пор, пока $x^2 \geq z$.

Отсюда для химического потенциала, давления и средней полной энергии соответственно получаем:

$$\chi(B) = \left\{ m^2 c^4 + [\chi^2(0) - m^2 c^4] \cdot x^2 \cdot R_2^{-2/3} \right\}^{1/2}, \quad (6)$$

$$P(B) = -\Omega(B) V^{-1} = 0.5 N V^{-1} \sqrt{\chi^2(0) - m^2 c^4} \cdot R_1 \cdot R_2^{-4/3}, \quad (7)$$

$$E(B) = \Omega(B) + N \chi(B) = 0.5 N \sqrt{\chi^2(0) - m^2 c^4} (2\sqrt{x^2+y} R_2 - R_1) R_2^{-4/3}. \quad (8)$$

В квантовом пределе сверхсильных магнитных полей $n = 0$, $s = -1$,

$$x^2 \leq 2 + \frac{(\sigma-1)^2}{4y} - (\sigma-1) \sqrt{1 + 2/y} \quad ; \quad z = (\sigma-1) \left(\frac{\sigma-1}{4y} - 1 \right). \quad (9)$$

Полученные формулы описывают свойства крайне вырожденного релятивистского газа заряженных фермионов в магнитном поле, не оказывающем влияния на величины аномальных магнитных моментов микрочастиц. Это ограничивает их применимость условием $B \ll 4.414 \cdot 10^{13}$ Гс для электронов и $B \leq 10^{17}$ Гс для протонов. При $B \geq 10^{13}$ Гс для релятивистских электронов $\sigma = \sigma(B)$, однако известно, что в сильном магнитном поле аномальный магнитный момент электрона, малый по сравнению с магнетоном Бора ($\sigma = 1.00116$), имеет тенденцию к уменьшению [7]. Тем самым, при $B \geq 10^{13}$ Гс мы вправе положить $\sigma \approx 1$, что не отразится существенно на точности численных расчетов термодинамических величин, но значительно их упростит. При этом

$$z = 2n + 1 + s, \quad (10)$$

$$\epsilon = [c^2 p_{\perp}^2 + m^2 c^4 + 2mc^2 \mu B(2n + 1 + s)]^{1/2}. \quad (11)$$

Формулы [4–6], описывающие термодинамические характеристики ультрарелятивистского электронного газа в квантующем магнитном поле, являются частным случаем полученных нами соотношений при $\sigma = 1$ и $\chi \gg mc^2$.

Известно, что магнитное поле оказывает заметное квантующее действие на движение электрона, если ларморовский радиус последнего порядка и меньше длины волны де Бройля. Полагая импульс электрона равным импульсу Ферми при $B=0$, несложно показать, что магнитное поле будет квантующим для релятивистских электронов при

$$B \geq B_{кв} = \frac{\chi^2(0) - m^2 c^4}{4\pi mc^2 \mu} = \frac{(3\pi^2)^{2/3} \hbar^2 N^{2/3}}{4\pi mc^2 \mu}. \quad (12)$$

Для протонов электронейтральной плазмы нижняя граница квантующего магнитного поля та же. В табл.1 приведены значения $B_{кв}$ для заданных концентраций электронов. При величинах B , меньших указанных в таблице, мы вправе считать газ парамагнитным и не учитывать квантование Ландау. В частности, для $\sigma = 1$ в этом случае имеем:

$$\epsilon = (c^2 p^2 + m^2 c^4 + 2mc^2 \mu B s)^{1/2}, \quad (13)$$

$$R_1 = 0.12s \sum_j \left[\sqrt{x^2+y} \sqrt{x^2-s} (2x^2 - 3y - 5s) + \right. \\ \left. + 1.5(y+s)^2 \ln \left| \frac{\sqrt{x^2+y} + \sqrt{x^2-s}}{\sqrt{x^2+y} - \sqrt{x^2-s}} \right| \right] ; R_2 = 0.5 \sum_s (x^2 - s)^{3/2} . \quad (14)$$

Сверхсильные магнитные поля для релятивистского парамагнитного электронного газа рассматривать не приходится, т.к. условию $s = -1$ ($x^2 \leq 1$) соответствует $B \geq 2^{2/3} \pi B_{кс} > B_{кс}$.

Для протонов $\sigma = \text{const}$ при $B \leq 10^{17}$ Гс. При этом энергия взаимодействия протона с магнитным полем $\sigma \mu B < 1$ МэВ, что существенно меньше $mc^2 \sim 1$ ГэВ. Аналогичная ситуация имеет место и для нейтронного газа. Поэтому для нуклонов целесообразно ограничиться лишь нерелятивистским приближением, что вполне приемлемо для описания свойств вещества при плотностях, меньших ядерной. Соответствующие выражения для термодинамических характеристик крайне вырожденных нерелятивистских ферми-газов в магнитном поле получены нами в [9, 10].

Таблица 1

| $N/V, \text{см}^{-3}$ | $\sqrt{x^2(0) - m^2 c^4}, \text{МэВ}$ | $B_{кс}, \text{Гс}$ |
|-----------------------|---------------------------------------|---------------------|
| 10^{27} | $6.2 \cdot 10^{-2}$ | 10^{11} |
| 10^{28} | $1.3 \cdot 10^{-1}$ | $4.6 \cdot 10^{11}$ |
| 10^{29} | $2.7 \cdot 10^{-1}$ | $2.2 \cdot 10^{12}$ |
| 10^{30} | $6.1 \cdot 10^{-1}$ | 10^{13} |
| 10^{31} | 1.3 | $4.6 \cdot 10^{13}$ |
| 10^{32} | 2.7 | $2.2 \cdot 10^{14}$ |
| 10^{33} | 6.1 | 10^{15} |
| 10^{34} | $1.3 \cdot 10$ | $4.6 \cdot 10^{15}$ |
| 10^{35} | $2.7 \cdot 10$ | $2.2 \cdot 10^{16}$ |
| 10^{36} | $6.1 \cdot 10$ | 10^{17} |

Приведенные соотношения могут быть использованы для расчета термодинамических параметров вещества оболочек нейтронных звезд и недр магнитных белых карликов в рамках модели крайне вырожденных идеальных ферми-газов.

Брестский педагогический институт

ON THE PROBLEM OF ENERGETIC CHARACTERISTICS OF RELATIVISTIC FERMI-GAS IN MAGNETIC FIELD

M.A.IVANOV, S.S.LIPOVETSKI, V.S.SEKERJITSKI

Relations for chemical potential, pressure and average full energy of extremely degenerated ideal relativistic gas of charged fermions are derived taking into account their static abnormal magnetic moments in the presence of quantized magnetic field. The cases of quantum limit of superforced magnetic fields and week fields are considered, in which it may be not taken into account the Landau quantizing to describe the Fermi-gas in the superdense matter.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А.Рубан, Изв. вузов. Физ., 3, 67, 1967.
2. V. Caputo, H. Y. Chiu, Phys. Rev., 173, 1210, 1220, 1229, 1968.
3. V. Caputo, H. Y. Chiu, Space Sci. Rev., 12, 3, 1977.
4. Г.А.Шульман, Изв. вузов. Физ., 10, 24, 1974.
5. Г.А.Шульман, Астрофизика, 10, 543, 1974; 11, 89, 1975.
6. Г.А.Шульман, Астрон. ж., 52, 1166, 1975; 53, 755, 1976; 56, 51, 1979.
7. С.В.Вонсовский, Магнетизм микрочастиц, М., Наука, 1973.
8. Ю.Б.Румер, М.Ш.Рыбкин, Термодинамика, статистическая физика и кинетика, М., Наука, 1977.
9. С.С.Липовецкий, А.А.Олесик, В.С.Секержицкий, Изв. вузов. Физ., 5, 21, 1987.
10. М.А.Иванов, С.С.Липовецкий, В.С.Секержицкий, Астрофизика, 31, 191, 1989.

УДК: 52: 531: 51

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В БСТТ

Л.Ш.ГРИГОРЯН, А.А.СААРЯН

Поступила 15 декабря 1993
 Принята к печати 26 декабря 1993

В рамках биметрической скалярно-тензорной теории гравитации получены ковариантные выражения сохраняющихся 4-импульса и момента импульса гравитационного поля вместе с материей. Эти величины представлены в виде поверхностных интегралов, позволяющих вычислить их значения лишь на основе данных в асимптотической области вдали от источника.

В биметрической скалярно-тензорной теории (БСТТ) гравитации переменными гравитационного поля являются искривленная метрика g_{ik} и скалярное поле φ , рассматриваемые на фоне плоского пространства — времени с метрикой γ_{ik} . Полное действие теории имеет вид [1,2]

$$S = \int \left[-\frac{1}{2} \varphi \Lambda_g + \frac{1}{2} \zeta(\varphi) g^{ik} \varphi_{,i} \varphi_{,k} / \varphi + L_m \right] \sqrt{-g} d^4x, \quad (1)$$

где $\varphi_{,i} = \partial \varphi / \partial x^i$, $\zeta(\varphi)$ — безразмерная функция связи, L_m — плотность лагранжиана негравитационной материи,

$$\Lambda_g = g^{ik} (\bar{\Gamma}_{in}^l \bar{\Gamma}_{kl}^n - \bar{\Gamma}_{ik}^l \bar{\Gamma}_{ln}^n), \quad \bar{\Gamma}_{ik}^l = \Gamma_{ik}^l - \overset{\vee}{\Gamma}_{ik}^l, \quad (2)$$

Γ_{ik}^l и $\overset{\vee}{\Gamma}_{ik}^l$ — символы Кристоффеля для метрик g_{ik} и γ_{ik} соответственно. Для исследования интегральных законов сохранения уравнения гравитационного поля, вытекающие из (1), удобно записать в виде [3]

$$U_{|p|}^{limp} = 2(T^{lm} + t_{LL}^{lm})g/\gamma\varphi, \quad U^{limp} = (g^{lm}g^{lp} - g^{lp}g^{im})g/\gamma \quad (3a)$$

$$2\xi\varphi_{;n}^n + (d\xi/d\varphi - \xi/\varphi)g^{ik}\varphi_{;i}\varphi_{;k} + \varphi\Lambda_g = 0. \quad (36)$$

Вертикальная черточка и точка с запятой обозначают ковариантные производные соответственно по метрикам γ_{ik} и g_{ik} , T^{lm} — метрический тензор энергии — импульса негравитационной материи, t_{LL}^{lm} (явное выражение приведено в [3]) — ковариантное обобщение псевдотензора Ландау-Лифшица общей теории относительности (ОТО) на случай БСТТ, t_{LL}^{lm} — симметричный тензор, зависящий только от первых производных гравитационного поля. Вследствие антисимметричности U^{limp} относительно перестановки двух первых индексов из (3a) следует дифференциальный закон сохранения

$$[(T^{lm} + t_{LL}^{lm})g/\gamma\varphi]_{|i} = 0. \quad (4)$$

Можно вывести более общее соотношение (аналогичный вывод в случае теории Йордана-Бранса-Дикке приведен в [4,5]), если записать (3a) в следующем эквивалентном виде

$$\sigma_{|i}^{lim} = \tau^{lm}, \quad (5)$$

где

$$\sigma_{|p}^{lim} = \lambda_{|p}^{limp} = [f(\varphi)U^{limp}]_{|p}\varphi_0/2f_0, \quad f_0 = f(\varphi_0),$$

$$\tau^{lm} = (\bar{t}_{LL}^{lm} + T^{lm})g\varphi_0 f(\varphi)/\gamma\varphi f_0, \quad (6)$$

$$\bar{t}_{LL}^{lm} = t_{LL}^{lm} + [(f_{;p}U^{limp})_{|i} + f_{;i}U_{|p}^{limp}] \varphi\gamma/2gf(\varphi),$$

а $f(\varphi)$ — произвольная функция, φ_0 — постоянная размерности φ . Для случая изолированной гравитирующей системы постоянную φ_0 выберем равной асимптотическому значению скалярного поля вдали от системы. Заметим, что в отличие от t_{LL}^{lm} симметричный тензор \bar{t}_{LL}^{lm} в общем случае содержит вторые производные скалярного поля. Аналогично (4) из уравнения (5) следует ковари-

антный дифференциальный закон сохранения для материи и гравитационного поля взятых вместе:

$$\tau_{;i}^{;lm} = 0 \quad (7)$$

Чтобы записать это уравнение в обычном виде, содержащем частные производные, воспользуемся тем обстоятельством, что фоновое пространство-время является плоским, и поэтому обладает десятью векторами Киллинга ξ_m :

$$\xi_{m;n} + \xi_{n;m} = 0 \quad (8)$$

В силу симметричности τ^{lm} теперь (7) можно представить в виде

$$(\sqrt{-\gamma} \xi_m \tau^{lm})_{;i} = 0 \quad (9)$$

откуда следует, что ковариантная величина

$$P = \int \sqrt{-\gamma} \xi_m \tau^{lm} dV_i \quad (10)$$

сохраняется, если соответствующий поток на бесконечности равен нулю. В (10) интегрирование производится по любой бесконечной гиперповерхности, охватывающей все трехмерное пространство. Важным следствием существования у тензора энергии-импульса τ^{lm} суперпотенциала $\sigma^{lim} = \sigma^{ilm}$ (см. (5)) является вывод о том, что (10) можно представить в виде поверхностного интеграла, и поэтому возможно вычисление интегральных сохраняющихся величин лишь на основе данных в асимптотической области вдали от источника (см., например, [6]). Действительно, с учетом (5) и (6) величину (10) можно представить в виде

$$P = \int [(\sigma^{lim} \xi_m)_{;i} - (\lambda^{limp} \xi_{mli})_{;p} + \lambda^{limp} \xi_{mli}] \sqrt{-\gamma} dV_i \quad (11)$$

Поскольку фоновое пространство-время плоское, то $\xi_{mli;p} = 0$. Учитывая также антисимметричность σ^{lim} и равенство

$$\lambda^{limp} \xi_{mli} = -\lambda^{piml} \xi_{mli}$$

из (11) получим выражение

$$P = \int (\sigma^{lm} \xi_m + \lambda^{lpmi} \xi_{m|p})_{,i} \sqrt{-\gamma} dV_l, \quad (12)$$

которое преобразуется в интеграл по двумерной поверхности:

$$P = \frac{1}{2} \oint (\sigma^{lm} \xi_m + \lambda^{lpmi} \xi_{m|p}) \sqrt{-\gamma} df_{ll}^*. \quad (13)$$

Если в формуле (12) в качестве области интегрирования выбрать гиперплоскость $x^0 = \text{const}$, то в (13) поверхность интегрирования оказывается чисто пространственной

$$P = \oint (\sigma^{\alpha m} \xi_m + \lambda^{\alpha p m a} \xi_{m|p}) \sqrt{-\gamma} dS_\alpha. \quad (14)$$

Здесь и далее греческие индексы пробегают значения 1, 2, 3.

Поскольку плоское пространство-время обладает десятью независимыми векторами Киллинга, то из (13) вытекает десять независимых интегральных сохраняющихся величин 4-импульса и момента импульса. Для подгруппы трансляции (см., например, [7])

$$\xi_m = f_{,m}^k a_k$$

и поэтому из (13) вытекает следующее выражение для 4-импульса системы

$$P^k = \frac{1}{2} \oint \sigma^{lm} f_{,m}^k \sqrt{-\gamma} df_{ll}^* = \oint \sigma^{\alpha m} f_{,m}^k \sqrt{-\gamma} dS_\alpha, \quad (15)$$

где f^k — функции, связывающие координаты x^i с координатами x'^i , в которых метрический тензор фонового пространства-времени диагонален $\gamma_{ik} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$:

$$x'^k = f^k(x^i).$$

Аналогичным образом, выбирая

$$\xi_m = f_{,m}^i f^k \omega_{ik}, \quad \omega_{ik} = -\omega_{ki}$$

получаем момент импульса системы:

$$M^{ik} = \frac{1}{2} \oint [\sigma^{ipm} (f_{,m}^i f^k - f_{,m}^k f^i) - \lambda^{inmp} (f_{,m}^i f_{,n}^k - f_{,m}^k f_{,n}^i)] \sqrt{-\gamma} df_{lp}^* = \\ = \oint [\sigma^{\alpha m} (f_{,m}^i f^k - f_{,m}^k f^i) - \lambda^{\alpha n m} (f_{,m}^i f_{,n}^k - f_{,m}^k f_{,n}^i)] \sqrt{-\gamma} dS_{\alpha} . \quad (16)$$

Формулы (15) и (16) позволяют вычислить значения сохраняющихся величин для гравитирующей системы, используя лишь значения полевых переменных в асимптотической области.

В качестве примера вычислим полную энергию системы в случае постоянного гравитационного поля. При этом вдали от системы искривленную метрику и скалярное поле в системе координат

$$\gamma_{ik} = \text{diag} (1, -1, -1, -1) \quad (17)$$

можно представить в виде [8]

$$g_{\alpha\alpha} = 1 - \frac{2GM}{r} + \dots , \quad g_{\alpha\beta} = -\delta_{\alpha\beta} \left(1 + \frac{2GM}{r}\right) + \dots \\ \varphi = \varphi_0 \left(1 + \frac{2GM_s}{r}\right) + \dots , \quad \varphi_0 = \frac{1}{8\pi G} , \quad (18)$$

где M — гравитационная масса системы, а M_s — так называемая скалярная масса. Из (15) для полной энергии системы находим

$$P^0 = \oint \lambda^{\alpha 0 p} dS_{\alpha} = M + \frac{\varphi_0 f_0'}{2f_0} M_s \quad (19)$$

В [9], используя постньютоновское приближение теории было показано, что БСТТ удовлетворяет сильному принципу эквивалентности, и поэтому гравитационная и инертная массы должны равняться друг другу. Чтобы инертная масса, определенная как P^0 , удовлетворяла этому требованию, нужно выбрать $f_0' = 0$, т.е., например,

$$f(\varphi) = \text{const} . \quad (20)$$

Отметим, что лишь в этом случае тензор τ^{lm} не содержит вторые производные скалярного поля. Таким образом, при условии (20)

$$M_i \equiv P^0 = M = \int (T^0_0 - T^a_a) \sqrt{-g} d^3x \quad (21)$$

(мы воспользовались формулой для M , выведенной в [8]).

В заключение покажем, что определенная нами инертная масса совпадает с коэффициентом M_i в выражении

$$S = S_g + S_m = -M_i \int dt \quad (22)$$

для полного действия в системе покоя гравитирующего тела. В (22) действие рассматривается на решениях уравнений поля (см. также [1]). Это нетрудно сделать, если воспользоваться равенством

$$\xi(\varphi) g^{ik} \varphi_{,i} \varphi_{,k} / \varphi - \varphi \Lambda_g = (\varphi \bar{W}^n)_{,n} + T, \quad (23)$$

которое является следствием системы (3), T — след тензора энергии импульса материи, а

$$\bar{W}^i = g^{ln} \bar{\Gamma}^i_{ln} - g^{ll} \bar{\Gamma}^n_{ln}.$$

Подставив (23) в выражение (1), получим

$$S = \frac{1}{2} \int [(\varphi \bar{W}^n)_{,n} + T + 2L_m] \sqrt{-g} d^4x.$$

Трёхмерный пространственный интеграл в первом слагаемом можно преобразовать, используя теорему Гаусса, (17), (18), а также равенство $L_m = -T^0_0$ справедливое для материи. После этого достаточно воспользоваться формулой (21), чтобы прийти к искомому соотношению:

$$S = -\frac{M}{2} \int dt - \int (T^0_0 - T/2) \sqrt{-g} d^4x = M_i \int dt.$$

INTEGRAL CONSERVATION LAWS IN BSTT

L.SH.GRIGORIAN, A.A.SAHARIAN

The covariant expressions of the energy-momentum and angular momentum for matter and gravitational field are derived within the framework of Bimetric Scalar-Tensor Theory of gravity. These quantities are expressed as surface integrals, which allows to evaluate energy-momentum and angular momentum completely in the asymptotic region, without any detailed knowledge of the near-field behavior.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Ш.Григорян, А.А.Саарян, *Астрофизика*, 31, 359, 1989.
2. L.Sh.Grigorian, A.A.Saharian, *Astrophys. and Space Sci.*, 167, 271, 1990.
3. А.А.Саарян, Л.Ш.Григорян, *Астрофизика*, 33, 107, 1990.
4. D.L.Lee, *Phys. Rev.*, D10, 2374, 1974.
5. А.А.Саарян, *Астрофизика*, в печати.
6. D.L.Lee, A.P.Lightman, W.-T.Ni, *Phys. Rev.*, D10, 1685, 1974.
7. А.А.Логунов, М.А.Мествиришвили, *Релятивистская теория гравитации*, Наука, М., 1989.
8. М.Р.Авакян, Л.Ш.Григорян, А.А.Саарян, *Астрофизика*, 34, 265, 1991.
9. А.А.Саарян, Л.Ш.Григорян, *Астрофизика*, 32, 491, 1990.

CONTENTS

| | |
|---|-----|
| New data on spectral variability of Kaz 163 <i>M.A.Kazarian, P.Rafanelli, V.S.Tamazian, M.Turatto</i> | 5 |
| Galaxy cluster Abell 98 <i>A.T.Kalloghlian, D.Nanni, E.H.Nikoghossian, A.Vignato</i> | 13 |
| On the evolution of the intergalactic clouds system <i>V.G.Gorbatsky</i> | 35 |
| The first byurakan spectral sky survey. Blue stellar objects. VII. Zone $+61^{\circ} \leq \delta \leq +65^{\circ}$. <i>H.V.Abrahamian, A.M.Mickaelian</i> | 43 |
| Flare Star Subsystems of Different Ages in Orion and Pleiades <i>L.V.Murzoyan, V.V.Hambarian</i> | 59 |
| Investigation of late spectral type stars of FBS survey. I. M type stars. <i>H.V.Abrahamian, V.V.Hambarian, K.S.Gigoyan</i> | 73 |
| On the evolution of astrophysical objects <i>A.A.Akopyun</i> | 83 |
| The Electrical field in Pulsar's radiation canal <i>G.S.Sahakian</i> | 97 |
| Radiative transfer in a cylinder. I. The resolvent of the basic integral equation <i>D.I.Nagirner</i> | 111 |
| On the theory of isotropic scattering radiation in the plane slab. On the possibility of complete analytical solution of the problem. <i>E.KH.Danielian</i> | 129 |
| Bimetric formulation of scalar-tensor theories of gravitation and conservation laws <i>A.A.Saharian</i> | 147 |
| On the problem of energetic characteristics of relativistic Fermi-gas in magnetic field <i>M.A.Ivanov, S.S.Lipovetski, V.S.Sekerjitski</i> | 161 |
| Integral conservation laws in BSTT <i>L.SH.Grigorian, A.A.Saharian</i> | 167 |

500 грее]

ИНДЕКС 70022

СО Д Е Р Ж А Н И Е (продолжение)

| | | |
|---|---|-----|
| К ТЕОРИИ ИЗОТРОПНОГО РАССЕЯНИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В ПЛОСКОМ СЛОЕ. О ВОЗМОЖНОСТИ ПОЛНОГО АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ | <i>Э.Х. Даниелян</i> | 129 |
| БИМЕТРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА СКАЛЯРНО-ТЕНЗОРНЫХ ТЕОРИЙ ГРАВИТАЦИИ И ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ | <i>А.А. Саарян</i> | 147 |
| К ВОПРОСУ ОБ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ФЕРМИ-ГАЗА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ | <i>М.А. Иванов, С.С. Липовецкий, В.С. Секержицкий</i> | 161 |
| ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В БСТТ | <i>Л.Ш. Григорян, А.А. Саарян</i> | 167 |