ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ

XIII, № 2
1951

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

СОДЕРЖАНИЕ

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
XIII 1951 2

МАТЕМАТИКА

С. Н. Мергелян

О равномерных приближениях на замкнутых множествах

(Представлено А. Л. Шагиняном 14 II 1951)

Пусть K — замкнутое множество, дополнение к которому состоит из одной области, содержащей бесконечно удаленную точку, а f(z) — функция, непрерывная на K и аналитическая во всех внутренних точках K.

Вопрос о возможности равномерной аппроксимации f(z) на K полиномами от z рассматривался при различных предположениях относительно множества K.

Для того случая, когда K содержит внутренние точки, наиболее сильный результат получен в 1945 году М. В. Келдышем и формулируется следующим образом [1].

Если множество внутренних точек K составляет одну область D, и K совпадает с замыканием этой области, то равномерная аппроксимация функции f(z) полиномами на K возможна.

С другой стороны, если K не содержит внутренних точек, проблема равномерной аппроксимации на K полностью решена в 1934 году М. А. Лаврентьевым [2]. Согласно его результату, любую функцию, непрерывную на ограниченном континууме, не разбивающем плоскость и не имеющем внутренних точек, можно представить в виде ряда полиномов, равномерно сходящегося к f(z) на K.

В настоящей заметке рассматриваются приближения на континуумах более общего вида, содержащих как нигде не плотные порции, так и внутренние точки.

Теорема 1. Если ограниченный континуум K *не разбивает плоскость и множество внутренних точек* K *составляет конечное число областей, то любую функцию* f(z), *аналитическую во внутренних точках* K *и непрерывную на* K, *можно представить в виде ряда полиномов от* z, *равномерно сходящегося к* f(z) *на множестве* K.

Замечание. Из этой теоремы, как частные случаи, следуют сформулированные выше теоремы М. В. Келдыша и М. А. Лаврентьева, причем применяемый нами метод доказательства отличен от тех методов, которые использовались для доказательства этих теорем.

Доказательство теоремы 1. Пусть множество внутренних точек К состоит из n областей $D_1, D_2, \ldots, D_n$,

$$D = D_1 + D_2 + \ldots + D_n \quad \text{и} \quad \Gamma = K - D.$$

Лемма. Для любого $\varepsilon > 0$ можно найти рациональную функцию $R(z)$ так, чтобы

$$\max_{z \in \Gamma} | f(z) - R(z) | < \varepsilon$$

Доказательство этой леммы аналогично тем рассуждениям, которые применялись в работе (3) для доказательства теоремы М. А. Лаврентьева.

Если α_k — произвольная точка D_k ($K = 1, \ldots, n$), то рациональную функцию $R(z)$ можно выбрать так, чтобы ее полюсы были расположены в точках $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$.

Пусть аналитические кривые C_m ограничивают односвязные области B_m, дополнения которых сходятся при $m \to \infty$ к дополнению К, причем $B_m \in B_{m+1} \in K$.

Пусть также функция $\psi_{km}(z)$ осуществляет конформное отображение области B_m на D_k, при котором

$$\psi_{km}(\alpha_k) = \alpha_k, \quad \psi'_{km}(\alpha_k) > 0.$$

Так как $\{B_m\}$ — последовательность областей, сходящихся к своему ядру — области D_k, то для любого замкнутого множества $F \in D_k$ имеем

$$(1) \ldots \lim_{m \to \infty} \max_{z \in F} | \psi_{km}(z) - z | = 0, \quad k = 1, 2, \ldots, n.$$

Пусть $R(z)$ — рациональная функция с полюсами в $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$, удовлетворяющая неравенству

$$\max_{z \in \Gamma} | f(z) - R(z) | < \frac{\varepsilon}{n}$$

Число $\eta > 0$ выберем так, чтобы это неравенство продолжало выполняться и в тех точках К, которые принадлежат η — окрестности Γ. Через r_i обозначим расстояние α_i до Γ, d_i — круг с центром в точке α_i радиуса $\frac{r_i}{4}$.

Функция

$$S_m(z) = \sum_{k=1}^{n} \{ f[\psi_{km}(z)] - R[\varphi_{km}(z)] \}$$

аналитична в B_m за исключением точек $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$, где она имеет полюсы; поэтому для любого $\omega > 0$ можно найти рациональную функцию $T_m(z)$ с полюсами в $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$, для которой неравенство

$$| T_m(z) - S_m(z) | < \omega \ldots \qquad (2)$$

выполняется в точках K, расположенных вне $\sum\limits_{i=1}^{n} d_i$. Пусть $M_{k\eta}$ — те точки области D_k, расстояние которых до границы D_k превосходит η. В силу равномерной сходимости $\varphi_{km}(z)$ к z в области D_k, число m можно выбрать настолько большим, чтобы

$$\varphi_{km}(z) \in D_k - M_{k\eta}$$

для тех z, которые принадлежат $K - D_k$.

Таким образом, если $z \in K - D_k$, то $\varphi_{km}(z)$ принадлежит η — окрестности Γ, т. е.

$$| f[\psi_{km}(z)] - R[\varphi_{km}(z)] | < \frac{\varepsilon}{n} \ldots \qquad (3)$$

откуда находим

$$\max_{z \in \Gamma} | S_m(z) | < \varepsilon \ldots \qquad (4)$$

Число m можно выбрать, кроме того, настолько большим, чтобы на множестве $\overline{M}_{k\eta}$ выполнялось неравенство

$$| \varphi_{km}(z) - z | < \omega, \ldots \qquad (5)$$

где $\omega = \varphi(\varepsilon)$, $\varphi(x)$ — функция, обратная к модулю непрерывности функции $f(z) - R(z)$ в $K - \sum\limits_{i=1}^{n} d_i$

Рассмотрим теперь функцию $S_m(z)$ на окружности $|z - \alpha_k| = \frac{r_k}{4}$.

Имеем в силу выбора ω, а также в силу (3)

$$\max_{|z-\alpha_k| = \frac{r_k}{4}} \Big| S_m(z) - \{ f[\varphi_{km}(z)] - R[\varphi_{km}(z)] \} \Big| < (n-1) \frac{\varepsilon}{n} < \varepsilon$$

Принимая во внимание (5), находим

$$\max_{|z-\alpha_k| = \frac{r_k}{4}} | f[\varphi_{km}(z)] - R[\varphi_{km}(z)] - f(z) + R(z) | < \varepsilon,$$

откуда следует

$$\max_{|z-\alpha_k| = \frac{r_k}{4}} | S_m(z) - [f(z) - R(z)] | < 2\varepsilon, \quad K = 1, 2, \ldots, n.$$

Сравнивая с (2) и (4), заключаем, в силу принципа максимума, что

$$\max_{z \in K - \sum\limits_{i=1}^{n} d_i} | T_m(z) - f(z) + R(z) | < 3\varepsilon.$$

Обозначим $T_m(z) + R(z) = R_1(z)$, совокупность окружностей

$| (z) - \alpha_k | \frac{r_k}{4}$, $K = 1,2, \ldots, n$, обозначим через C.

Имеем

$$R_1(z) = \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{C_m} \frac{R_1(t)}{t-z} dt + \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{C} \frac{R_1(t)}{t-z} dt =$$

$$= \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{C_m} \frac{R_1(f)}{t-z} dt + \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{C} \frac{R_1(t) - f(t)}{t-z} dt + \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{C} \frac{f(t)}{t-z} dt.$$

Последний член для $z \in \Gamma$ равен нулю, так как $f(z)$ аналитична в D, а

$$\max_{z \in \Gamma} \left| \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{C} \frac{R_1(t) - f(t)}{t-z} dt \right| R < 2n\varepsilon.$$

Таким образом, если $z \in \Gamma$, то

$$\left| f(z) - \frac{1}{2\pi i} \int\limits_{C_m} \frac{R_1(t)}{t-z} dt \right| < 2n\varepsilon;$$

так как $\varepsilon > 0$ —произвольно, а $\frac{1}{2\pi i} \int\limits_{C_m} \frac{R_1(t) - f(t)}{t-z} dt$ — функция, аналитическая на K, то теорема доказана.

Рассмотрим возможность равномерной аппроксимации на K в том случае, когда на множество K никаких ограничений не накладывается.

Как известно, любую непрерывную на K функцию возможно равномерно приблизить на K полиномами от x и y. Через $E_n(f, K)$ обозначим нижнюю грань чисел

$$\max_{z = x+iy \in K} | f(z) - Q_n(x, y) |$$

по всевозможным полиномам $Q_n(x, y)$ от x и y степени $\leqslant n$.

Теорема 2. Если ограниченный континуум K *не разбивает плоскость, а непрерывная на* K *функция* $f(z)$ *аналитична во всех внутренних точках* K *и удовлетворяет дополнительному условию*

$$\lim_{n \to \infty} \inf n^2 E_n(f, K) = 0 \ldots \tag{6}$$

то f(z) *возможно представить в виде ряда полиномов от* z, *равномерно сходящегося к* f(z) *на* K.

Заметим, что теорема 2, повидимому, справедлива и без выполнения условия (6).

Сектор математики и механики
Академии наук Армянской ССР
Ереван, 1951, январь.

Ս. Ն. ՄԵՐԳԵԼՅԱՆ

Փակ բազմությունների վրա հավասարաչափ մոտավորությունների մասին

Դիցուք K-ն հարթությունը չբաժանող սահմանափակ կոնտինուում է, իսկ f(z) *K-ի վրա անընդհատ և K-ի բոլոր ներքին կետերում անալիտիկ ֆունկցիա է։*

Հայտնի է, որ եթե K-ն չի պարունակում ներքին կետեր, ապա f(z) *կարելի է ներկայացնել նրան հավասարաչափ զուգամիտող* z*-ի պոլինոմների շարքի տեսքով։ Մյուս կողմից հայտնի է, որ եթե K-ի ներքին կետերի բազմությունը կազմում է տիրույթ, որի փակույթը* (замыкание) *համընկնում է K-ի հետ, ապա հավասարաչափ մոտավորություն նույնպես հնարավոր է։*

Տվյալ հոդվածում ապացուցվում է, որ եթե K-ի ներքին կետերի բազմությունը կազմում է վերջավոր թվով տիրույթներ, ապա կամավոր, K-ի վրա անընդհատ և նրա ներքին կետերում անալիտիկ ֆունկցիան հնարավոր է պոլինոմներով ցանկացած ճշտությամբ հավասարաչափ մոտենալ։

Հետազոտվում է նույնպես կամավոր, հարթությունը չբաժանող K բազմությունների վրա հավասարաչափ մոտենալու հնարավորությունը։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. *М. В. Келдыш.* Математический сборник 16 (58), № 3.1945. 2. *М. А. Лаврентьев.* Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР, 1934. 3. *С. И. Мергелян.* О теореме М. А. Лаврентьева, ДАН СССР (в печати).

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

XIII 1951 2

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

Г. И. Тер-Степанян

О канонических формах уравнений цепных номограмм

(Представлено А. Г. Назаровым 23 I 1951)

Номографирование уравнения со многими переменными вида

$$F(x_1, x_2, \ldots x_n) = 0 \tag{1}$$

методом многократного выравнивания точек состоит в разъединении переменных заданного уравнения для получения эквивалентной ему системы уравнений с тремя переменными в каждом:

$$\left.\begin{array}{l} f_1\ (x_1,\ x_2,\ \rho_1) = 0 \\ f_2\ (\rho_1,\ x_3,\ \rho_2) = 0 \\ \cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot \\ f_{n-2}\ (\rho_{n-3},\ x_{n-1},\ x_n) = 0 \end{array}\right| \tag{2}$$

где ρ_1, ρ_2 ...... ρ_{n-3} вспомогательные функции; и в построении для каждого из уравнений системы (2) номограммы из выравненных точек. Условиями номографируемости являются: *а*—возможность разъединения переменных уравнения (1) и получения заменяющей его системы уравнений (2); *б*—возможность построения для каждого из уравнений системы (2) номограммы из выравненных точек; и *в*—общность шкал для вспомогательных функции ρ_1, ρ_2, . . . ρ_{n-3} (1, 2, 3).

Номограммы, построенные для отдельных уравнений системы (2) были названы з в е н ь я м и* номограммы уравнения (1). В общем случае уравнения системы (2) являются различными в номографическом отношении элементами, в соответствии с чем отдельные звенья номограммы уравнения (1) будут обладать различной геометрической структурой. Однако геометрическая структура отдельных звеньев номограммы

* М. В. П е н т к о в с к и й называет их элементарными номограммами (3). Н. А. Г л а г о л е в называет отдельные уравнения системы (2) звеньями цепи уравнений (1).

не может быть независимой друг от друга, так как шкалы вспомогательных функции $\rho_1, \rho_2 \ldots \rho_{n-3}$ обязательно должны быть общими. Номограммы уравнений со многими переменными, построенные по этому принципу, называются составными номограммами.

Номографический порядок уравнений. Для морфологической характеристики составных номограмм следует установить их номографический порядок. Номографическим порядком уравнения со многими переменными назовем число различных функций переменных, получающихся после развертывания цепи уравнений Соро, исключения вспомогательных функции и упрощения.

Низший возможный порядок номографического уравнения с n переменными будет n-ный, так как это означает, что каждое переменное представлено в виде одной функции. Эта функция может входить в строку уравнения Соро, относящуюся к данному переменному, или только в столбец, отвечающий ординатам (шкала прямолинейна и вертикальна), или только в столбец, отвечающий абсциссам (шкала прямолинейна и горизонтальна), или, наконец, в оба столбца (шкала прямолинейна и наклонна, или же шкала криволинейна); в этом последнем случае, после развертывания определителя и его упрощения, остается опять таки только одна функция переменного. Уравнения, порядок которых соответствует числу независимых переменных, будем называть изономными номографическими уравнениями (т. е. уравнениями равного номографического порядка).

Высший возможный порядок номографического уравнения с n переменными будет $2n$-ный, когда все функции в цепи уравнений Соро различны, и когда после развертывания определителей и исключения вспомогательных функции, упрощение и сокращение не приводит к уменьшению числа функций заданных переменных. Таким образом, в этом случае и абсциссы, и ординаты каждой из шкал являются различными функциями переменных. Отсюда следует, что число различных функций переменных, с которыми придется оперировать, будет вдвое больше числа переменных исследуемого уравнения. Во всех остальных случаях число m различных функций переменных будет находиться в пределах между n и $2n$. Уравнения, порядок которых выше числа переменных $(n < m \leqslant 2n)$, будем называть номографическими уравнениями высших порядков.

Данное выше определение номографического порядка уравнения со многими переменными является общим, и заключает в себе тот критерий разрешимости в номограммах из выравненных точек, которым пользуются при исследовании уравнений с тремя переменными. Оно объясняет, почему в теории номографирования функции с тремя переменными для уравнений высших порядков не рассматриваются случаи, когда аргумент представлен более, чем двумя существенно различными функциями. Логика этого требования ясна из рассмотрения уравнения Соро.

Цепные номограммы. Совершенно особенное место среди составных номограмм для функции многих переменных занимают цепные номограммы. Цепными номограммами для функции многих переменных нами были названы составные изономные номограммы из многократно выравненных точек, звенья которых состоят из одинаковых в номографическом отношении элементов и следовательно обладают одинаковой геометрической структурой. Под номографически одинаковыми элементами понимаются звенья, обладающие одинаковым номографическим порядком, одним и тем же жанром и одной и той же канонической формой уравнения.

При разъединении переменных в уравнении цепных номограмм получается система уравнений третьего номографического порядка, так как уравнения цепных номограмм имеют равный порядок, и число переменных равно числу функции.

Геометрическая структура звеньев цепных номограмм тесно связана с их жанром. Известно, что номограммы третьего номографического порядка могут иметь нулевой жанр (три прямолинейные шкалы), второй жанр (две криволинейные шкалы на общем носителе—кривой второго порядка и одна прямолинейная шкала) и третий жанр (три криволинейные шкалы на общем носителе—уникурсальной кривой третьего порядка). В соответствии с этим различаются цепные номограммы нулевого, второго и третьего жанров.

Было указано, что общность шкал вспомогательных функций является необходимым условием построения составных номограмм. Требование, чтобы все звенья этих номограмм представляли собой одинаковые в номографическом отношении элементы не позволяет произвольно назначать шкалы для заданных и вспомогательных функций, а обязывает подчинять это определенному порядку.

Легко видеть, что в цепных номограммах нулевого жанра шкалы вспомогательных функций должны располагаться на однородных, напр. параллельных носителях; на них же должны находиться шкалы первой функции независимой переменной и ответная шкала функции зависимой переменной (в ряде отношений все эти шкалы имеют много общего). В цепных номограммах второго жанра эти последние шкалы должны быть расположены на общем криволинейном носителе; все же шкалы для остальных функций независимых переменных должны быть прямолинейными. В цепных номограммах третьего жанра шкалы всех функций, как заданных, так и вспомогательных, располагаются на общем криволинейном носителе. Отсюда видно, что звенья цепных номограмм второго и третьего жанров являются слившимися.

Цепные номограммы второго и нулевого жанров являются теми частными случаями цепной номограммы третьего жанра, когда кривая третьего порядка распадается на кривую второго порядка и прямую, или на три прямых. Так как общий носитель цепной номограммы третьего жанра представляет собой, по существу, результат совмещения ряда одинаковых уникурсальных кривых третьего порядка, то при таком распадении каждой кривой третьего порядка могут получиться совпадающие кривые второго порядка и прямые, или по три прямых. Отсюда делается ясным, почему номограммы третьего номографического порядка не могут быть первого жанра: для получения одной криволинейной и двух прямолинейных шкал необходимо иметь кривую по крайней мере четвертого порядка. Отсюда также понятно, почему обе криволинейные шкалы номограмм второго жанра должны обязательно иметь общего носителя.

Канонические формы уравнений цепных номограмм. Среди уравнений цепных номограмм можно различить три канонические (основные) формы уравнений. При этом цепные номограммы нулевого жанра могут относиться только к первой или второй каноническим формам уравнений; как известно, номограмм нулевого жанра для уравнений, приведенных к третьей канонической форме, построить нельзя ([1]). Цепные номограммы второго и третьего жанров имеют все три канонические формы уравнений.

Первая каноническая форма уравнений цепных номограмм имеет вид:

$$f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) \cdot \ldots \cdot f_{n-1}(x_{n-1}) = f_n(x_n) \qquad (3)$$

При разъединении переменных этого уравнения получается система уравнений первой канонической формы третьего номографического порядка вида:

$$f_1(x_1) \cdot f_2(x_2) = \rho_1$$

и т. д. Цепные номограммы нулевого жанра первой канонической формы уравнений представляют собой цепь зет-номограмм, т. е. цепь, состоящую из параллельных шкал для первой заданной функции независимой переменной, для всех вспомогательных функций и для функции зависимой переменной, и из наклонных шкал для всех остальных функций независимых переменных. Цепные номограммы второго жанра этой канонической формы представляют собой кривую второго порядка с теми же шкалами, которые в номограммах нулевого жанра имеют параллельные носители, и пересекающие эту кривую прямолинейные шкалы остальных функций. Цепные номограммы третьего жанра первой канонической формы уравнений имеют общий для всех шкал носитель—уникурсальную кривую третьего порядка с узловой точкой.

Вторая каноническая форма уравнений цепных номограмм имеет вид:

$$f_1(x_1) + f_2(x_2) + \ldots\ldots + f_{n-1}(x_{n-1}) = f_n(x_n). \qquad (4)$$

При разъединении переменных этого уравнения получается система уравнений второй канонической формы третьего номографического порядка вида:

$$f_1(x_1) + f_2(x_2) = \rho_1$$

и т. д. Цепные номограммы нулевого жанра второй канонической формы уравнений представляют собой цепь, состоящую из звеньев, имеющих по три параллельных шкалы. Исследованию цепных номограмм этого типа посвящены работы автора [4,5].

Цепные номограммы второго жанра второй канонической формы уравнений представляют собой кривую второго порядка с теми же шкалами, что и в случае цепных номограмм первой канонической формы уравнении, и касающиеся этой кривой прямолинейные шкалы остальных функций. Цепные номограммы третьего жанра второй канонической формы уравнений имеют общий для всех шкал носитель— уникурсальную кривую третьего порядка с точкой возврата.

Третья каноническая форма уравнений цепных номограмм при разъединении переменных приводится к системе уравнений с тремя переменными в каждом, относящихся к третьей канонической форме уравнений третьего номографического порядка вида:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{f_1(x_1)+f_2(x_2)}{f_1(x_1)\cdot f_2(x_2)-1}=\rho_1 \\[2ex] \dfrac{\rho_1+f_3(x_3)}{\rho_1\cdot f_3(x_3)-1}=\rho_2 \\[2ex] \cdots\cdots\cdots \\[2ex] \dfrac{\rho_{n-3}+f_{n-1}(x_{n-1})}{\rho_{n-3}\cdot f_{n-1}(x_{n-1})-1}=f_n(x_n) \end{array}\right| \qquad (5)$$

Цепные номограммы второго жанра третьей канонической формы уравнений представляют собой кривую второго порядка с теми же шкалами, что и в случае цепных номограмм первой канонической формы уравнений, и не пересекающие эту кривую прямолинейные шкалы остальных функций. Цепные номограммы третьего жанра третьей канонической формы уравнений имеют общий для всех шкал носитель—уникурсальую кривую третьего порядка с изолированной точкой.

Указанные канонические формы уравнений цепных номограмм могут комбинироваться друг с другом и давать уравнения составных номограмм. Среди различных сочетаний практически наиболее осуществимой и удобной для построения является номограмма уравнения вида:

$$f_1(x_1)\cdot f_2(x_2)\ldots f_{k-1}(x_{k-1})+f_k(x_k)+f_{k+1}(x_{k+1})+\ldots+ \\ +f_{n-}(x_{n-1})=f_n(x_n) \qquad (10)$$

Решение составной номограммы этого уравнения, представляющего собой сочетание уравнений цепных номограмм первой и второй канонических форм может быть осуществлено теми же приемами расчета и построения, какие применяются для цепных номограмм.

Институт геологических наук
Академии наук Армянской ССР
Ереван, 1951, январь.

ԳԵՈՐԳ ՏԵՐ-ՍՏԵՓԱՆՅԱՆ

Շղթայավոր նոմոգրամների հավասարությունների կանոնավոր ձևերի մասին

Մի քանի փոփոխականներով հավասարության (1) համար կարելի է կառուցել հավասարեցված կետերից նոմոգրամ, եթե այդ հավասարությունը բավարարում է հետևյալ պայմաններին.

1. Եթե այդ հավասարությունը կարելի է փոխարինել էկվիվալենտ հավասարությունների սիստեմայով (2), որոնցից յուրաքանչյուրն ունեն երեք փոփոխական, որտեղ β_1 $\beta_2 \ldots \beta_{n-3}$ օժանդակ ֆունկցիաներ են։

2. Եթե ամեն մի հավասարության համար կարելի է կառուցել հավասարեցված կետերից նոմոգրամ։

3. Եթե օժանդակ ֆունկցիաների շկալաներն ընդհանուր են։ Նոմոգրամները, որոնք կառուցվում են (2) սիստեմայի տարբեր հավասարությունների համար, կոչվում են նոմոգրամի օղակներ, իսկ ինքը նոմոգրամը, որը բաղկացած է մի քանի օղակից,— կազմված նոմոգրամ։

Ընդհանուր դեպքում կազմված նոմոգրամի տարբեր օղակներն իրենցից ներկայացնում են նոմոգրաֆիկ տեսակետից տարբեր էլեմենտներ, այսինքն նրանք կարող են տարբերվել իրենց կարգով, ժանրով և կանոնավոր ձևով, հետևաբար այդ օղակները պետք է ունենան տարբեր երկրաչափական կառուցվածք։

Մի քանի փոփոխականներով հավասարության նոմոգրաֆիկ կարգը կոչվում է փոփոխականների տարբեր ֆունկցիաների թիվը Սորոյի հավասարությունների շղթայում, օժանդակ ֆունկցիաները բացառելուց, կազմալուծելուց և պարզեցնելուց հետո։

n փոփոխականների նոմոգրաֆիկ հավասարության հնարավոր ամենացածր կարգը կլինի n, իսկ ամենաբարձր կարգը կլինի 2 n:

Երբ հավասարությունների կարգը հավասար է փոփոխականների թվին, ապա նրանք կոչվում են հավասար կարգի հավասարություններ։

Եթե հավասարությունների կարգը ավելի բարձր է, քան փոփոխականների թիվը, ապա նրանք կոչվում են բարձր կարգի հավասարություններ։

Կազմված նոմոգրամների մեջ յուրահատուկ տեղ են գրավում շղթայական նոմոգրամները։

Շղթայական նոմոգրամները կոչվում են այն նոմոգրամները, որոնք ունեն հավասար նոմոգրաֆիկ կարգ և բաղկացած են նոմոգրաֆիկ միատեսակ օղակներից և հետևաբար ունեն միատեսակ երկրաչափական կառուցվածք։

Շղթայական նոմոգրամների օղակներն ունեն երրորդ նոմոգրաֆիկ կարգ, պատկանում են զրոյական, երկրորդ կամ երրորդ ժանրին և կարող են ունենալ առաջին, երկրորդ կամ երրորդ կանոնավոր ձև։

Վերոհիշյալների հիման վրա կարելի է տարբերել շղթայական նոմոգրամների երեք կանոնավոր ձև։

Շղթայական նոմոգրամների առաջին կանոնավոր ձևը ներկայացված է (3) բանաձևով, իսկ երկրորդ կանոնավոր ձևը (4) բանաձևով։ Երրորդ կանոնավոր ձևի հավասարությունը փոփոխականներն առանձնացնելուց հետո վերածվում է (5) բանաձևերի սիստեմայի։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. *Н. А. Глаголев.* Теоретические основы номографии. ОНТИ, М—Л., 1936. 2. *О. В. Ермолова.* Ученые записки МГУ, 1939, 28: 43—54. 3. *М. В. Пентковский.* Номография. ГИТТЛ, М—Л., 1949. 4. *Г. И. Тер-Степанян.* ДАН Арм. ССР, 1950, 12 (1): 3—8. 5. *Г. И. Тер-Степанян.* Цепные номограммы с параллельными шкалами для функции многих переменных (в печати).

ГИДРОЛОГИЯ

А. Н. Важнов

Формулы для расчета коэфициентов вариации годового стока в условиях проницаемого покрова

(Представлено И. В. Егиазаровым 18 I 1951)

Практика гидроэнергетического строительства ставит перед гидрологами задачу расчета многолетней изменчивости годового стока рек.

При наличии длительных наблюдений (более 15—20 лет) эта задача может быть приближенно решена путем построения кривой обеспеченности среднегодовых расходов. При этом, для экстраполяции кривой заранее задается вид функции распределения вероятностей, и данные наблюдений служат лишь для определения значения параметров этой функции*.

В практике гидрологических расчетов наиболее употребительной является асимметричная одномодальная кривая распределения Пирсона 3 рода, с конечным минимальным значением аргумента и неограниченно возрастающим максимальным. Эта кривая характеризуется тремя параметрами: средним значением ряда, коэфициентом вариации и коэфициентом асимметрии.

При отсутствии или недостаточной длительности наблюдений для определения параметров кривой обеспеченности прибегают к косвенным, приближенным способам. При этом в первую очередь требуется определить коэфициент вариации.

Для выяснения факторов изменчивости годового стока рассмотрим уравнение водного баланса отдельного гидрологического года в виде

$$У = X - Z \pm U \pm W.$$

В этом уравнении: X — годовая сумма атмосферных осадков в бассейне, $У$ — годовой сток, Z — испарение, U — пополнение или убыль запасов подземных вод и W — подземный переток воды через водораздел.

* Непосредственное определение вида функции распределения по данным наблюдений невозможно ввиду недостаточной их длительности для этой цели.

Каждый из элементов, стоящих в правой части уравнения, характеризуется своей изменчивостью в многолетнем разрезе, т. е. своим коэфициентом вариации. Следовательно, изменчивость стока зависит от изменчивости этих величин.

Первые два слагаемых правой части уравнения указывают на то, что вариация годового стока зависит в первую очередь от климатических факторов. Последние, как известно, выравниваются для больших территорий, и изменчивость стока, таким образом, должна уменьшаться с увеличением площади бассейнов.

Третье слагаемое — пополнение или убыль запасов подземных вод — может быть выражено в виде:

$$U = \frac{\int_T dt \int_\Omega a d\omega}{\Omega}, \text{ где}$$

a — количество воды, пополнившей подземный запас или расходуемой им за единицу времени, отнесенное к единице площади водосбора, Ω — площадь водосбора, а T — время, в нашем случае равное году.

Величина a, а, следовательно, и U, зависят от геологического строения бассейна.

В районах с сильно проницаемым покровом значение U больше по абсолютной величине, а следовательно, будет больше и подземное питание рек. Последнее отличается, как известно, более равномерным режимом, чем поверхностный сток. Вследствие этого реки в районах с проницаемым покровом должны отличаться более зарегулированным стоком и менее изменчивым по годам.

С увеличением площади бассейнов, особенно в равнинных условиях, с одной стороны выравниваются их гидрогеологические характеристики, а с другой — относительно возрастает роль подземного стока.

В результате этого изменчивость стока с увеличением размеров бассейна должна уменьшаться.

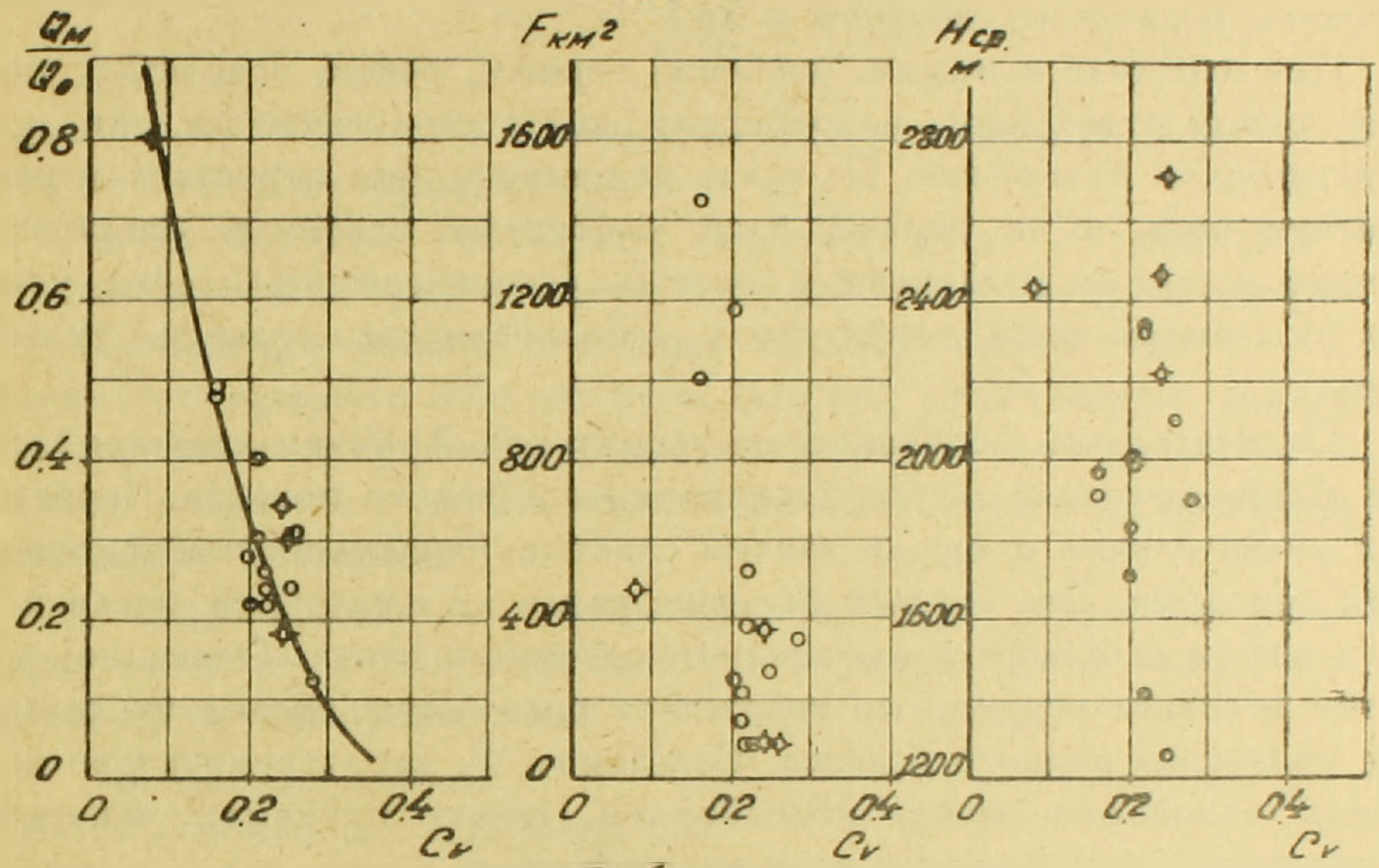
Последнее слагаемое — подземный водообмен между соседними водосборами — может быть выражено:

$$W = \frac{\int_T dt \int_S bds}{\Omega}, \text{ где}$$

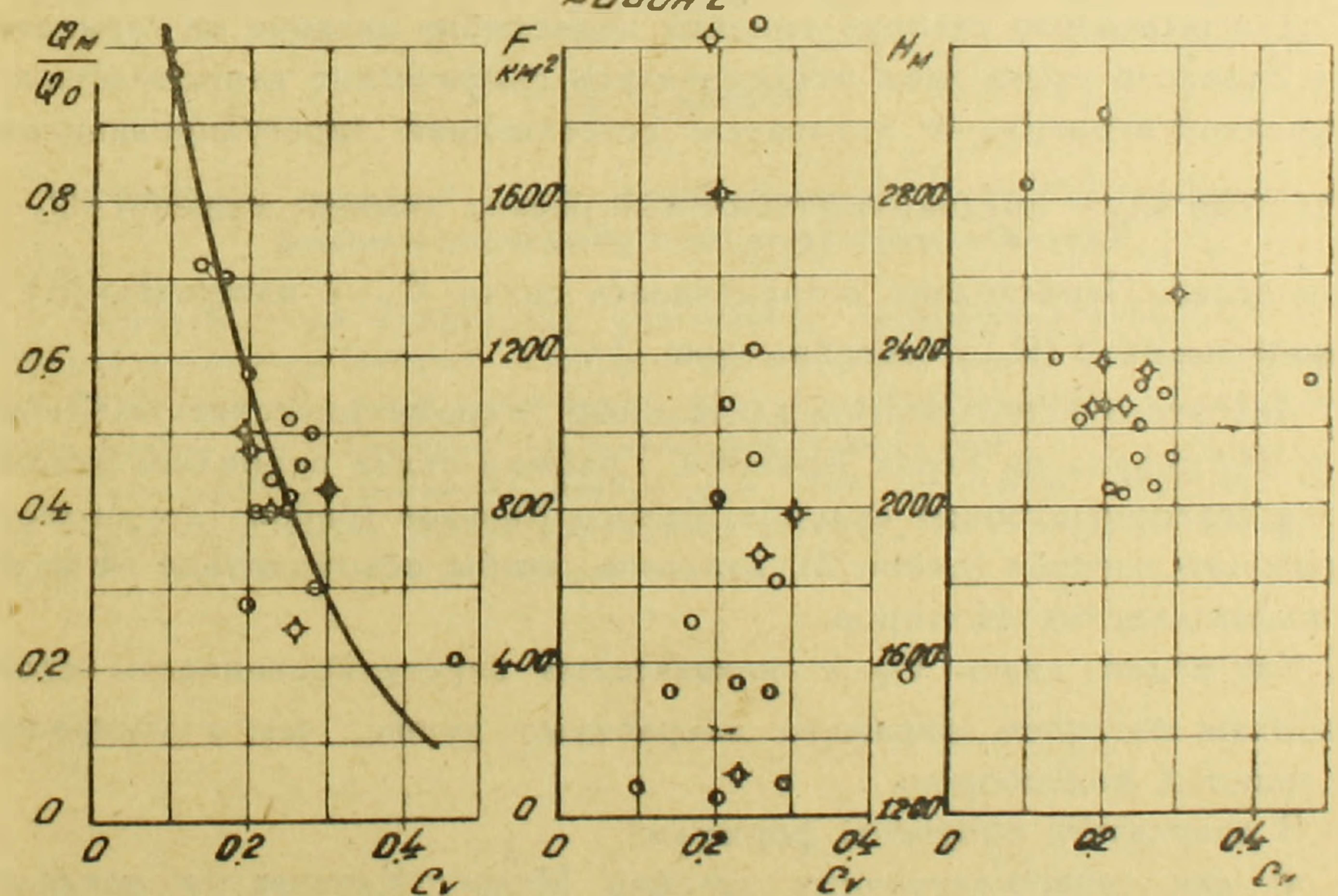
b — количество воды, втекшей или вытекшей на единицу длины водораздела в единицу времени; S — длина водораздела.

С увеличением площади водосбора величина W убывает с отношением $\frac{S}{\Omega}$. Учитывая также то обстоятельство, что величины перетока через водораздел на разных участках могут иметь противоположные знаки, величина W для больших бассейнов становится пренебрежимо

Район 1



Район 2



малой по сравнению с другими слагаемыми уравнения, и при практических расчетах ею часто пренебрегают.

Всё вышеизложенное позволяет сделать вывод, что влияние перечисленных выше факторов на изменчивость годового стока может быть в известной степени учтено размерами бассейна.

Поэтому большинство эмпирических формул для расчета коэфициента вариации в качестве основного, а подчас и единственного аргумента имеют площадь бассейна (формулы Соколовского, Менкеля и Крицкого, Шевелева, Антонова и др.).

При переходе к малым, особенно горным, рекам, возрастает различие между отдельными водосборами как в геологическом, так и в климатическом отношении. Площадь водосбора уже перестает играть заметную роль, и на первый план выступают основные природные факторы и притом различные в разных физико-географических условиях (подземные воды, озерность и заболоченность, ледники, рельеф и др.)

Отличительной особенностью территории Армении является большое распространение сильно проницаемого лавового покрова. Наряду с этим, значительные площади заняты слабопроницаемыми или водоупорными породами. Это создает большие различия в условиях питания и стока рек, и особенно в отношении подземного стока. Очевидно, что в этих условиях неизмеримо возрастает роль двух последних слагаемых уравнения водного баланса. Слагаемое W, характеризующее подземный водообмен между водосборами, может принимать значения, соизмеримые с остальными членами уравнения.

Для выяснения степени влияния подземного питания на изменчивость годового стока нами исследовались графические зависимости коэфициентов вариации от показателя естественной зарегулированности $\frac{Q_м}{Q_0}$, где $Q_м$ — средний минимальный расход зимней межени, Q_0 — норма стока. Параллельно исследовалась связь C_v с площадью (F) и средней высотой ($H_{ср}$) бассейна (рис. 1).

Для этого использованы длительные гидрометрические наблюдения в 34 створах на реках Армении. Графики связи строились отдельно для северо-восточных склонов Малого Кавказа (район 1) и области Армянского нагорья (район 2), для того, чтобы освободиться от влияния климатических факторов.

Как видим, связь C_v с показателем зарегулированности стока подземным питанием выражена несравнимо лучше, чем с площадью или высотой водосборов.

В результате получены формулы:

а) для северо-восточных склонов Малого Кавказа (в пределах Армении)

$$C_v = 0{,}51 - 0{,}21 \lg \frac{Q_м}{Q_0}; *$$

б) для Армянского вулканического нагорья

$$C_v = 0{,}93 - 0{,}42 \lg \frac{Q_м}{Q_0} .^*$$

Проверка формул на материалах наблюдений дала среднюю погрешность $10{,}6^0/_0$. Если учесть, что вероятная ошибка вычисления C_v по ряду наблюдений в 15 членов, вычисляемая по известной формуле

$$m_{c_v} = \frac{0{,}674}{\sqrt{2n}} \sqrt{1+2Cv^2},$$

равна около $13^0/_0$, точность вышеприведенных формул следует признать вполне удовлетворительной.

Таким образом, полученные формулы могут служить для практических расчетов коэфициентов вариации стока неизученных рек.

Предыдущий анализ позволяет сделать вывод, что в условиях сильно проницаемого покрова роль фактора естественной зарегулированности рек подземным питанием в изменчивости годового стока настолько возрастает, что для малых рек доминирует над всеми другими природными факторами.

Очевидно, что и в равнинных условиях при разработке расчетных формул для вычисления коэфициентов вариации стока малых рек этим фактором нельзя пренебречь.

Водно-энергетический
институт Академии наук Армянской ССР

Ա. Ն. ՎԱԺՆՈՎ

Բանաձևեր տարեկան հոսքի վարիացիայի գործակիցներ հաշվարկելու համար ջրաթափանց ծածկույթի պայմաններում

Տարեկան հոսքի վարիացիայի գործակիցներ հաշվարկելու գոյություն ունեցող էմպիրիկ բանաձևերը հիմնված են խոշոր հարթավայրային գետերի վրա կատարված դիտման մատերիալների վրա։ Այդ բանաձևերը կիրառելի չեն փոքր լեռնային գետերի համար, որտեղ կարևոր դեր է կատարում հիդրոգեոլոգիական ֆակտորը։

Օգտագործելով Հայաստանի գետերի վրա եղած դիտումները, հեղինակը տալիս է նոր բանաձևեր լեռնային գետերի վարիացիայի գործակիցներ հաշվարկելու համար, որոնք հաշվի են առնում գետերի ստորերկրյա սնուցումը։

* Величина $\frac{Q_м}{Q_0}$ берется в процентах.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
XIII 1951 2

БИОХИМИЯ

Г. В. Камалян

К физиологической характеристике коламина и N-ацетил-коламина

(Представлено Г. Х. Бунятяном 21 XI 1950)

Общеизвестно, что холин и коламин являются составными частями как животных, так и растительных ненасыщенных фосфатидов. В живых организмах холин и коламин встречаются также в свободном виде. Значение холина в животном организме изучено многими авторами, и в этой области имеется большое количество исследований. Однако роль коламина в животном организме мало изучена. Известно его значение в синтезе фосфатидов и холина.

Наши исследования с коламином начались с изучения его роли в самоокислении жиров, витамина „А“ и „С“.

Многочисленные опыты показали, что коламин сам по себе является антиоксидантом, сочетаясь же с медью образует сильную прооксидантную систему, как при самоокислении жиров животного происхождения, так и жиров растительного происхождения ([1, 2, 3]).

Аналогичные данные были получены и при окислении аскорбиновой кислоты ([4]). Другие опыты показали, что антиоксидантное действие кефалина зависит от коламина, а не от фосфорной кислоты, как это принимают Олькотт и Маттил ([2]).

Опыты же, поставленные с целью выяснения совместного действия аскорбиновой кислоты и коламина, показали, что аскорбиновая кислота усиливает антиоксидантное действие коламина, и значительно уменьшает прооксидантную силу комбинации коламин + медь ([3,5]).

Имея в виду литературные данные о роли холина и ацетилхолина, а также некоторую общность свойств коламина и холина, мы заинтересовались вопросом: могут ли проявлять коламин и ацетилколамин ацетил-холиноподобное действие. Это было интересно и потому, что, как указывается в литературе, кефалин и ацетал-фосфатиды, основным компонентом которых является коламин, в достаточном количестве имеются в головном мозгу. В тканях животного организма обнаружен и свободный коламин.

Первые опыты были поставлены с коламином на сокращение кишечной петли морской свинки. В этих опытах коламин брался в концентрациях $\frac{n}{20}$ и $\frac{n}{16}$ 1 : 20 разв. в количестве 0,6—2 $см^3$.

Результаты этих опытов показали, что коламин в количестве от 150—200 гамм усиливает перистальтику кишки морской свинки.

Нас интересовало также действие слабых концентраций коламина. С этой целью опыты были поставлены с 2—3 гаммами коламина. Как показывают данные, коламин в слабых концентрациях еще эффективнее вызывает перистальтику кишки.

В дальнейшем опыты были поставлены с N-ацетил-коламином. Для сравнения брались ацетил-холин и коламин.

Результаты опытов показали:

1. Ацетил-коламин действует подобно ацетил-холину, однако в 5 раз слабее.

2. Коламин действует в 10 раз слабее ацетил-холина, но действие коламина проявляется позже, держится дольше и зачастую постепенно усиливается.

Мы заинтересовались также вопросом: действует ли коламин и ацетил-коламин подобно ацетил-холину на нервные элементы или, наоборот, они действуют непосредственно на мышечную ткань? С этой целью мы ставили опыты, подвергнув кишку предварительной атропинизации.

Результаты этих опытов показали, что коламин и ацетил-коламин действуют подобно ацетил-холину, ибо атропин снимает их действие.

Одновременно нами наблюдалось, что после действия коламина и ацетил-коламина на кишечную петлю, после ее атропинизации, она быстрее восстанавливает свою способность сокращаться под действием ацетил-холина.

Если отравленная атропином кишка повторно реагирует на ацетил-холин лишь после 15—20 минут и 3-х кратного промывания жидкостью тирода, то при добавлении после атропина коламина или ацетил-коламина кишка реагирует на ацетил-холин после одного промывания и через 5—10 минут.

Таким образом, подытоживая результаты наших опытов, мы считаем возможным сделать следующие предварительные выводы:

1) Коламин в количествах 2—200γ усиливает сокращение кишечной петли морских свинок.

2) Подобным же образом, но еще сильнее, действует N-ацетил-коламин.

3) Коламин и ацетил-коламин оказывают ацетил-холиноподобное действие, которое, однако, проявляется слабее, чем у ацетил-холина. С другой стороны действие коламина проявляется позднее и держится значительно дольше.

4) Ацетилирование коламина усиливает его ацетил-холиноподобное действие.

5) Коламин и ацетил-коламин сокращают время, необходимое для восстановления физиологической функции кишки морской свинки после ее отравления атропином.

Опыты, находящиеся в стадии разработки, поставленные на животных, помогут нам в более ясной форме ответить на указанные вопросы.

Ереванский зооветинститут
Ереван, 1950, ноябрь.

Գ. Վ. ՔԱՄԱԼՅԱՆ

Կոլամինի եվ N-ացետիլ-կոլամինի ֆիզիոլոգիական բնութագրման շուրջը

Ի նկատի առնելով գրականության մեջ եղած տվյալները խոլինի և ացետիլ-խոլինի դերի մասին ու խոլինի և կոլամինի որոշ ընդհանուր հատկությունները, մեզ համար հետաքրքիր էր պարզել՝ կարող են արդյոք կոլամինն ու ացետիլ-կոլամինը ցուցաբերել ացետիլ-խոլինի նման ազդեցություն։

Այդ հետաքրքիր էր և այն պատճառով, որ, ինչպես հայտնի է գրականությունից, կեֆալինն ու ացետալֆոսֆատիդները, որոնց հիմնական կոմպոնենտն է կոլամինը, բավականին չափով գտնվում են գանգուղեղում։

Բազմաթիվ փորձերը, որոնք դրվել են ծովախոզուկի մեկուսացված աղիքի վրա կոլամինի և ացետիլ-կոլամինի հետ, հնարավորություն են տալիս մեզ գալու հետևյալ նախնական եզրակացությունների.

1. Կոլամինը 2-ից մինչև 200 (20 մ. լ. մեջ) քանակությամբ ուժեղացնում է ծովախոզուկի աղիքի կծկումը։

2. Նույն ձևով, սակայն ավելի ուժեղ, ազդում է ացետիլ-կոլամինը։

3. Կոլամինն ու ացետիլ-կոլամինը ցուցաբերում են ացետիլ-խոլինի նման ազդեցություն, որը, սակայն, արտահայտվում է ավելի թույլ, քան ացետիլ-խոլինի մոտ։ Միևնույն ժամանակ կոլամինի ազդեցությունը հանդես է գալիս ավելի ուշ և տևում է ավելի երկար։

4. Կոլամինի ացետիլացումն ուժեղացնում է նրա ացետիլխոլինանման ազդեցությունը։

5. Կոլամինն ու ացետիլ-կոլամինը կրճատում են այն ժամանակը, որն անհրաժեշտ է վերականգնելու ծովախոզուկին աղիքի ֆիզիոլոգիական ֆունկցիան ատրոպինով թունավորելուց հետո։

Փորձերը, որոնք դրվում են կենդանիների վրա և գտնվում են մշակման փուլում, կարող են ավելի պարզ պատասխան տալ հիշված հարցերին։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. *Г. В. Камалян.* Научн. тр. Инст. физиол. АН Арм. ССР, 1948. 2. *Г. В. Камалян.* ДАН Арм. ССР, 8, № 1, 1948. 3. *Г. В. Камалян.* Тр. Ерев. зооветинст., вып. 11, 1949. 4. *Г. В. Камалян.* Тр. Ерев. зооветинст., вып. 5, 57, 1941. 5. *Г. Х. Бунятян* и *Г. В. Камалян.* Научн. тр. Инст. физиол. АН Арм. ССР, 1, 1948.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
XIII 1951 2

ЗООЛОГИЯ

П. П. Гамбарян

Об аномальном строении двуглавого мускула плеча m. biceps brachii у белки Sciurus persicus anomalus Gmel.

(Представлено В. О. Гулканяном 2 X 1950)

У млекопитающих двуглавый мускул плеча имеет разнообразное строение. Большинство исследователей склоняется к тому мнению, что он произошел из двух слившихся мускулов (Ковешникова—1924, Иванов—1930 и др.). Двойной двуглавый мускул встречается у однопроходных (Лехе-Leche—1888—97). У остальных млекопитающих происходит слияние этих двух компонентов в один мускул, который первоначально имеет две головки и два хвостика. Одна из головок называется длинной, другая короткой. Длинная головка начинается на бугре лопатки, а короткая начинается на коракоидном отростке вместе с m. coracobrachialis. Один из хвостиков оканчивается на лучевой кости и соответственно этому называется лучевым, а другой, оканчивающийся на локтевой кости, называется локтевым. У сумчатых сращение короткой и длинной головок происходит около костей предплечья, и почти сразу после сращения двуглавый мускул делится на два хвостика. Таким образом, у сумчатых ясно видно двойственное происхождение двуглавого мускула. У других млекопитающих, у которых в этой мышце имеются две головки и два хвостика, обычно наблюдается более раннее срастание обеих головок в одно брюшко и более позднее разделение брюшка на хвостики. Объединение головок в одно брюшко у этих животных наблюдается в проксимальной трети общей длины мускула. Такое строение двуглавого мускула отмечено для следующих млекопитающих: приматы, многие неполнозубые, грызуны и насекомоядные. Но у многих млекопитающих замечается редукция частей этого мускула. Обычно в первую очередь редуцируется короткая головка, но иногда редуцируется и какой-либо хвостик.

У грызунов наличие двух головок и двух хвостиков отмечено для Neotoma (Ховелль-Howell—1926), для крысы (Грин-Green—1935), Geomys (Хилл-Hill—1930), песчанок—Meriones persicus и M. blackleri, хомячка—Cricetulus migratorius, слепушонки—Ellobius lutescens, водяной крысы—Arvicola amphibius и др. (Гамбарян—1948) (рис. 2). В то же время у части грызунов двуглавый мускул бывает с одной головкой, как правило длинной, и одним хвостиком, который оканчивается на локтевой или лучевой кости. Двуглавый мускул с длинной головкой и локтевым хвостиком встречается у слепца и цокора (Гамбарян—1949). Для белки—Sciurus vulgaris Хоффманн и Вайенберг (Hoffmann a. Weyenbergh—1870), а также для кавказской белки—Sciurus persicus Никольская (1950) описывают у двуглавого мускула одну головку (длинную) и один хвостик (лучевой) (рис. 1 и 4).

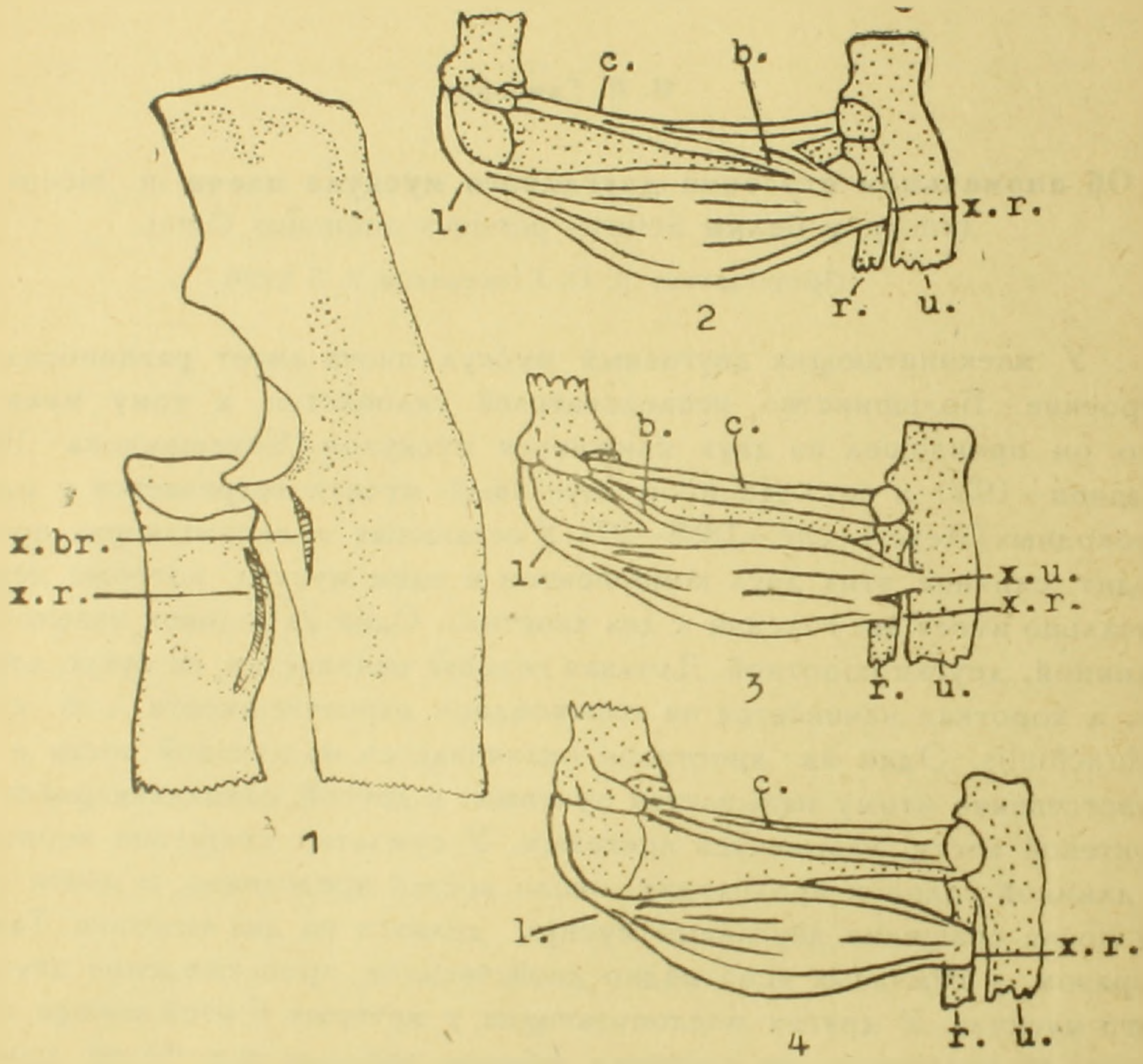


Рис. 1—4. 1—окончание двуглавого и плечевого мускулов на костях предплечья; 2—аномальное строение двуглавого мускула у белки; 3—двуглавый мускул человека; 4—обычное строение двуглавого мускула у белки. x. br.—хвостик плечевого мускула; x. r.—лучевой хвостик двуглавого мускула; c.-m. coracobrachialis; l.—длинная головка двуглавого мускула; b.—короткая головка двуглавого мускула; u.—локтевая кость; r.—лучевая кость; x. u.—локтевой хвостик двуглавого мускула.

При препаровке кавказской белки—Sciurus persicus anomalus была обнаружена короткая головка. Обычно короткая головка начинается вместе с m. coracobrachialis; она отделяется от него в проксимальной четверти плечевой кости и сливается с длинной головкой в общее брюшко. В описываемом случае брюшко двуглавого мускула, также как приводят Хоффманн и Вайенберг, Никольская и др. для белок, образуется лишь длинной головкой, но к дистальной трети брюшка, у самого его окончания на лучевой кости, присоединяются мышечные пучки, идущие от m. coracobrachialis (рис. 2). Эти пучки, несомненно, гомологичны короткой головке других млекопитающих, но сам факт такого дистального прикрепления их к брюшку двуглавого мускула представляет большой интерес. Такое глубокое разделение короткой головки от длинной наблюдается только у сумчатых и является весьма примитивным. Боманн (Bohmann—1939), описывая m. coracobrachialis у обыкновенной белки—Sciurus vulgaris L., приводит в нем три части. Первая оканчивается вместе с двуглавым мускулом на костях предплечья, вторая оканчивается на медиальном надмыщелке плечевой кости, третья оканчивается у самой головки плечевой кости. Вторая и третья части, приведенные Боманном, действительно принадлежат m. coracobrachialis, но первая несомненно гомологична короткой головке двуглавого мускула плеча других млекопитающих и должна с ним описываться. Случаи такого оригинального строения двуглавого мускула плеча у некоторых экземпляров двух видов белок позволили решить о возможности нахождения еще каких-либо вариаций в строении этой мышцы у беличьих. Автору удалось просмотреть 10 экземпляров другого представителя этого семейства (суслика—Citellus xanthoprymnus Bennet). У пяти экземпляров найдена как короткая, так и длинная головки; в пяти других случаях была найдена лишь длинная головка. Интересно, что строение двуглавого мускула у экземпляров сусликов с наличием короткой головки обычное (рис. 3), а не такое как у описанного выше экземпляра белки. Факт такого сильного варьирования в строении двуглавого мускула плеча указывает на то, что у беличьих сейчас происходит процесс редукции короткой головки, так как только в этом случае может наблюдаться такое разнообразие в строении двуглавого мускула.

Как считают Иванов (1930), Ковешникова (1924), примитивным является такое строение двуглавого мускула, когда наблюдается присутствие короткой и длинной головок, а также лучевого и локтевого хвостиков. В процессе приспособительной эволюции может происходить редукция каких-либо компонентов этой мышцы. У лазающих животных в связи с приспособлением к большой подвижности луча по отношению локтевой кости может наступить редукция локтевого хвостика. В дальнейшем, ввиду того, что вращательные и сгибающие движения вполне достаточно обслуживаются длинной головкой, короткая головка редуцируется. За то, что именно в первую очередь редуцируется локтевой хвостик, говорит приведенный случай, где редукция локтевого хвостика уже наступила, а редукция короткой головки еще не произошла. Окончание двуглавого мускула полностью на лучевой кости отчасти невыгодно для функции сгибания локтевого сустава, и у тех животных, у которых важна именно эта функция, редуцируется лучевой хвостик, а не локтевой (слепец, цокор и др.). У белок лазанье связано с прыжками и обхватыванием веток, при которых функция сгибания локтевого сустава играет второстепенную роль. У сусликов, а также по Боманну и у сурков, у которых тоже отсутствует локтевой хвостик, для усиления функции сгибания локтевого сустава, возникает новообразование в дельтовидной мышце. У этих животных в дельтовидной мышце возникает четвертая часть, которая начинается на ключице и оканчивается на локтевой кости. Эта часть дельтовидной мышцы компенсирует ослабление функции сгибания локтевого сустава у роющих форм из семейства беличьих.

Приведенная аномалия имеет тот интерес, что еще раз подтверждается двойственность происхождения двуглавого мускула плеча.

В результате можно притти к следующим выводам: 1. По литературным данным двуглавый мускул плеча у белок имеет лишь длинную головку и лучевой хвостик. 2. У одного экземпляра кавказской белки—Sciurus persicus anomalus найдена и короткая головка. Она начинается от дистальной трети m. coracobrachialis и, срастаясь с основной частью мускула, идет на лучевую кость, где и оканчивается. 3. Приведенный случай говорит за то, что у белок сначала редуцировался локтевой хвостик двуглавого мускула плеча, а затем и короткая головка. По всей вероятности редукция локтевого хвостика произошла из-за специализации к повороту лучевой кости вокруг своей оси. 4. Приведенный случай является очень примитивным по типу строения двуглавой мышцы плеча и она больше всего напоминает таковое сумчатых. Этот случай еще раз подтверждает мнение о двойственном происхождении двуглавого мускула плеча.

Պ. Պ. ՂԱՄԲԱՐՅԱՆ

Սկյուռի (Sciurus persicus anomalus Gmel.) ուսի երկգլխանի մկանի (m. biceps brachii) անոմալ կազմության մասին

Կովկասյան սկյուռի ուսի երգլխանի մկանի կազմության մեջ հայտնաբերված է հետաքրքիր անոմալիա։ Բացի երկար գլխիկից մկանն ունի կարճ գլխիկ, որը միանում է մկանին նրա դիստալ մասում այնպես, ինչպես պարկավորների մոտ։ Այս անոմալիան հաստատում է այն կարծիքը, որ կաթնասունների մոտ ուսի երկգլխանի մկանն առաջացել է երկու մկաններից։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. *Гамбарян П. П.* Изв. АН Арм. ССР, г. 1., № 3, Ереван, 1948. 2. *Гамбарян П. П.* Изв. АН Арм. ССР, т. II, № 4. Ереван, 1949. 3. *Иванов С. В.* Архив анатомии, гистологии и эмбриологии, т. IX, в. 2, Ленинград, 1930. 5. *Ковешникова А. К.* Изв. Научн. ин-та им. Лесгафта, т. XIV, в. 1, и 2, 1950. 6. *Bohmann L.* Zeitschrift für Morphologie und Okologie der Tiere. 1939. *Hoffmann und Weyenbergh.* Die Osteologie und Myologie von Sciurus vulgaris, 1935. 8. *Green E. E.* Anatomy of the Rat, 1935. 9. *Howell A. B.* Anatomy of the wood Rat. Monographs of the American society of mam mologits. Baltimora, 1926. 10. *Leche W.* Dr. H. G. Bronn's Klassen und Ordnungen des Tier-Reichs. Bd. VI. Abt. V, 1888—97.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
XIII 1951 2

ГЕЛЬМИНТОЛОГИЯ

Э. Е. Погосян

О нахождении галловой нематоды Heterodera marioni Cornu в Армянской ССР

(Представлено В. О. Гулканяном 24 I 1951)

Галловая нематода принадлежит к числу серьезных вредителей растений. Она является весьма многоядным видом, поражающим корневую систему свыше 1500 видов различных растений.

На территорию СССР галловая нематода завезена давно: первыми очагами заражения явились помещичьи хозяйства царской России, куда нематода была привезена из-за границы и откуда постепенно расселилась в другие районы.

В настоящее время галловая нематода довольно широко распространена в Советском Союзе. Ареалом ее распространения являются Белоруссия, Украина, Крым, Черноморское побережье, Восточная Грузия, Азербайджан—на Апшероне, Туркмения, Казахстан, Узбекистан, Киргизия и некоторые районы других республик.

Особенно сильно вредит галловая нематода в южных республиках СССР, а из них в Азербайджане.

В СССР галловая нематода зарегистрирована уже на 359 видах растений, относящихся к 74 семействам. Наиболее восприимчивы к ней пасленовые, тыквенные, бобовые, маревые, сложноцветные и зонтичные растения, а из древесных—шелковица, инжир, персик, гранат, ива и другие.

Инвазионные личинки галловой нематоды заражают лишь стадийно молодые корни. На корнях зараженных растений развиваются характерные вздутия—галлы нематоды. В зараженных корнях происходят изменения пораженных тканей, разрушаются волокнисто-сосудистые ткани, и, таким образом, основной поток пищевых веществ уходит для питания паразита. Растения сильно голодают. Корни растений на зараженных местах разрушаются под влиянием жизнедеятельности нематоды, вследствие чего открывается путь различным патогенным бактериям и грибам, ускоряющим процесс разрушения и гниения корней. Таким образом, галловая нематода может привести к сильному угнетению или гибели растения.

Биология галловой нематоды полностью не изучена. Инвазионные личинки галловой нематоды в галлах линяют 3 раза, и через 30—40 дней из них снова развиваются половозрелые самки, способные к откладке яиц, или самцы. Количество поколений в сезоне зависит от тепловых условий. Установлено, что в районе Черноморского побережья нематода за сезон дает около 7 поколений, а в Узбекистане—около 5 поколений.

Наши исследования, проведенные в 1950 году, обнаружили галловую нематоду Heterodera marioni Cornu в Мегринском районе (с. Мегри) Армянской ССР на следующих 9 культурах: помидор, баклажан, дыня, арбуз, огурцы, тыква, фасоль, маш и картофель.

Мы приводим несколько рисунков поврежденных галловой нематодой корней: помидора (рис. 1), баклажана (рис. 2), дыни (рис. 3) и огурца (рис. 4).

Все зараженные растения имели сильно угнетенный вид, частично завяли или полностью высохли.

Очень сильно были заражены растения помидоров и баклажан, на корнях которых были большие галлы; все корни у большинства растений были сильно деформированы. Плоды помидоров были мелкие.

Так же сильно были заражены растения огурцов, дынь, тыкв и арбузов, корни которых были менее деформированы. Все растения дынь, арбузов и огурцов, после цветения, за очень короткий срок почти полностью высохли.

Немного больше средней зараженности имели растения маша, у которых главный корень в большинстве случаев был разрушен, а на других корнях наблюдались большие деформированные участки.

Меньше всего были заражены растения фасоли, на корнях которых были отмечены единичные галлы.

Судя по внешнему виду и по повреждениям корневой системы зараженных растений, нетрудно заметить серьезный вред, причиняемый галловой нематодой, однако мы не можем дать пока точных данных о степени ее вредоносности, так как специальный учет нами не проводился.

Просмотрена корневая система ряда других растений, как культурных, в том числе некоторых плодовых (персика, шелковицы, винограда), так и сорняков, но на них галловая нематода нами пока не обнаружена.

Список зараженных галловой нематодой растений несомненно в дальнейшем увеличится, так как далеко не все виды растений были нами просмотрены.

Почвенно-климатические условия Мегри вполне благоприятствуют развитию галловой нематоды. Почвенный покров долины реки Мегри, где расположены сады и огороды,—песчаный, климат континентальный. Зима малоснежная, лето очень жаркое и сухое, с малым количеством осадков. Несмотря на это, Мегри нисколько не страдает недостатком

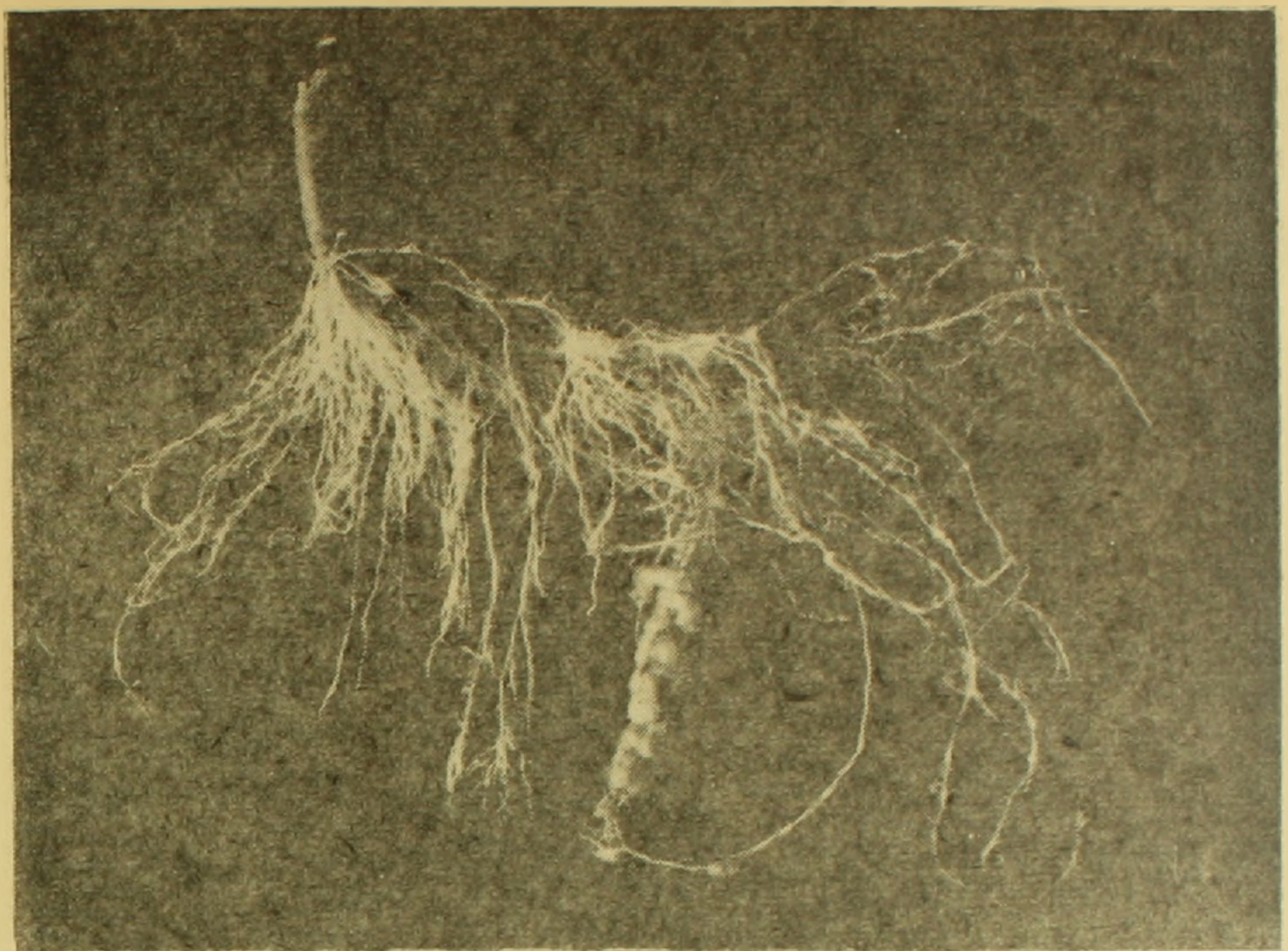


Рис. 1. Корни помидора, поврежденные галловой нематодой.

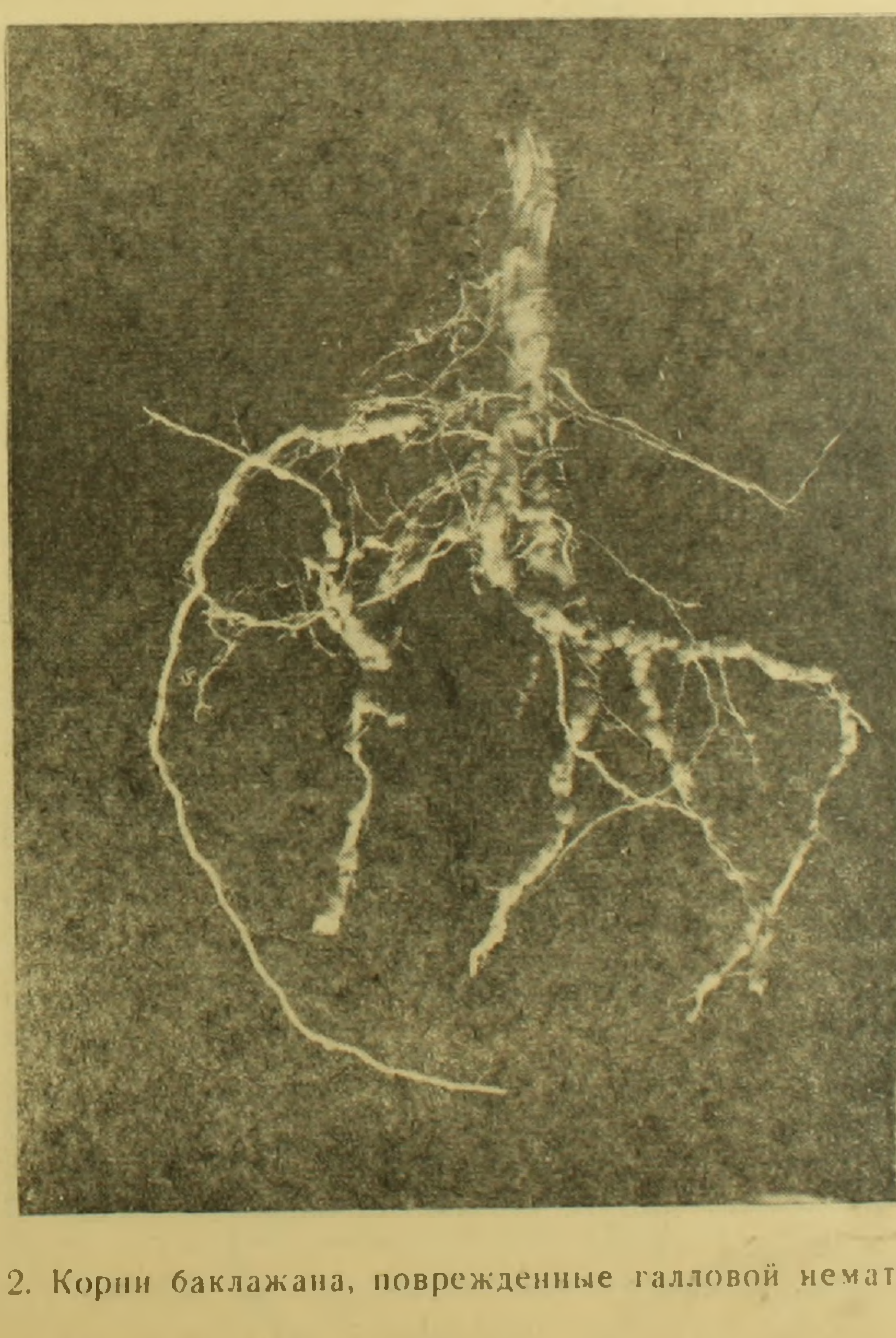


Рис. 2. Корни баклажана, поврежденные галловой нематодой.

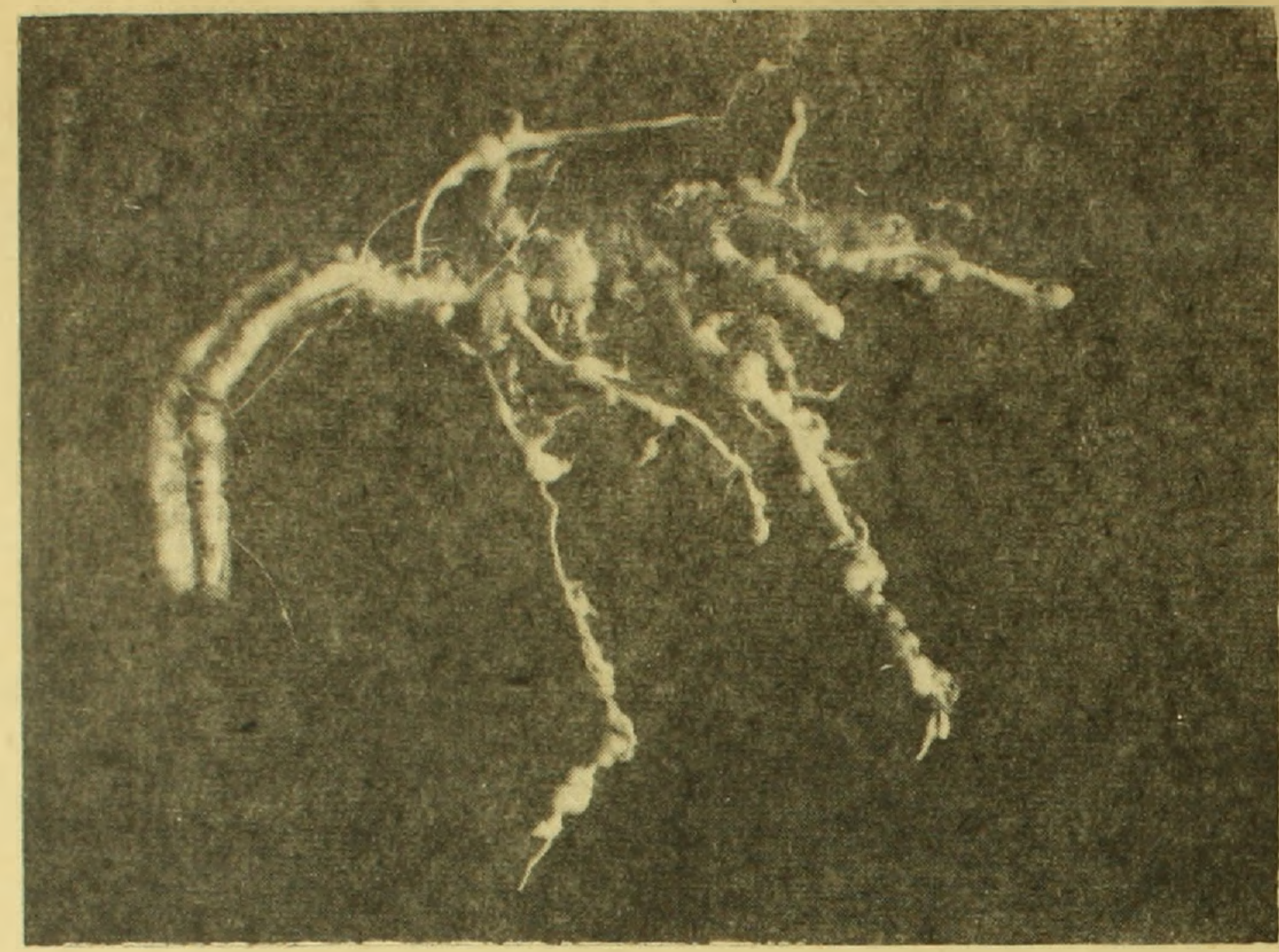


Рис. 3. Корни дыни, поврежденные галловой нематодой.

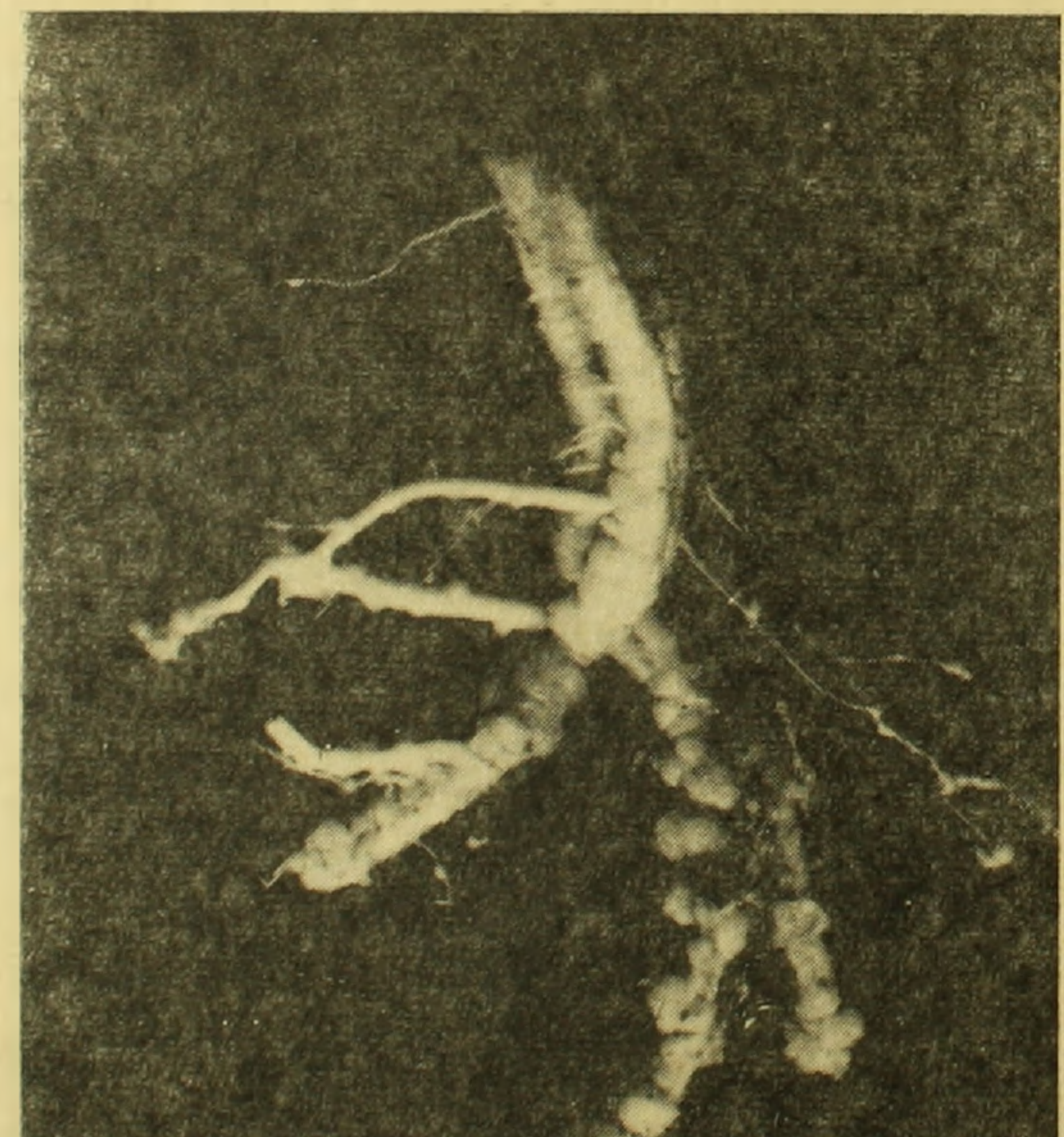


Рис. 4. Корни огурца, поврежденные галловой нематодой.

влаги, так как река Мегри, орошающая сады и огороды, полностью обеспечивает необходимое количество влаги в почве.

Очевидно, галловая нематода в Мегри заслуживает внимания с хозяйственной точки зрения.

Институт фитопатологии и зоологии
Академии наук Арм. ССР

Հ. Ե. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

Heterodera marioni Cornu նեմատոդի հայտնաբերումը Հայկական ՍՍՌ-ում

Հայկական ՍՍՌ-ում կատարած մեր հետազոտությունները առաջին անգամ Հայաստանում 1950 թ. Մեղրիում հայտնաբերեցին արմատային բնորոշ ուռուցիկներ-գորտնուկներ առաջացնող Heterodera marioni Cornu *նեմատոդը հետևյալ իննը կուլտուրաների վրա՝ պամիդոր, բադրիջան, վարունգ, սեխ, ձմերուկ, դդում, լոբի, մաշ և կարտոֆիլ:*

Heterodera marioni Cornu-*ն խիստ տարածված և լուրջ վնասատուներից է, վնասում է մոտ 1500 տարբեր տեսակի բույսերի արմատային սիստեմը: ՍՍՌՄ-ում* H. marioni-*ն արձանագրված է 359 տարբեր տեսակի բույսերի վրա: Ամենից շատ վարակվում են մորմազգիները, թելուկազգիները, դդմազգիները, բարդածաղկավորները, հովանոցավորները, ծառաբույսերից՝ թթենին, նռենին, թզենին, դեղձենին, ուռենին և շատ ուրիշները:*

Վարակված բույսերի զարգացումը ճնշվում է, դանդաղում, պտուղները մանր են լինում, զարգացման վաղ շրջանում բույսերը թառամում են, դեղնում և կարճ ժամանակից հետո չորանում են:

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. *Гурвич Г. А.* Корневая нематода Heterodera marioni Cornu (1879) (Heterodera radicicola Greff. 1872) на культурах восточного побережья Черного моря. Паразитологический сборник, V. Москва-Ленинград, 1935. 2. *Ихтинская Г. А., Архангельская М. Н.* Результаты работ по изучению галловой нематоды на лаванде в Крыму. Сб. раб. по нематодам сх. растений, Москва-Ленинград, 1939. 3. *Кирьянова Е. С.* Обзор изученности нематодных болезней растений в СССР (там же), 1939. 4. *Кирьянова Е. С.* Галловая нематода и борьба с нею. Тезисы докладов XVIII пленума Объединенной сессии секции защиты растений ВАСХНИЛ и отд. биолог. наук АН Азербайджанской ССР, т. 1, 1949. 5. *Кирьянова Е. С.* Круглые черви-нематоды (Nematodes) (растительные и почвенные виды). Животный мир СССР. т. III. Зона степей, 1950. 6. *Касимова Г. А.* Галловая нематода огородно-бахчевых культур на Апшероне и меры борьбы с нею. Тез. докл. XVIII пленума ВАСХНИЛ. т. I. 1949. 7. *Кораб И. И.* Галловая нематода Heterodera marioni Cornu и меры борьбы с нею (там же), 1949. 8. *Литвинов Н. Ф.* Галловая нематода в Казахской ССР. Сб. раб. по нематодам сх. растений. Москва-Ленинград, 1939. 9. *Устинов А. А.* Корневая (галловая) нематода в СССР (там же), 1939. 10. *Устинов А. А.* Галловая нематода (некоторые итоги изучения и первоочередные работы). Тез. докл. XVIII пленума ВАСХНИЛ, т. I. 1949. *Филипьев И. Н.* Нематоды вредные и полезные в сельском хозяйстве. Сельхозгиз. Москва-Ленинград, 1934.