

ԱՍՏՐՈՓԻԶԻԿԱ

ТОМ 57

АВГУСТ, 2014

ВЫПУСК 3

ЭВОЛЮЦИЯ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ СР-ЗВЕЗД НА ГЛАВНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ. IV

Ю.В.Глазголевский 337

МОЛОДОЕ ЗВЕЗДНОЕ СКОПЛЕНИЕ В ОКРЕСТНОСТЯХ ИСТОЧНИКА IRAS 05137+3919

Е.Г.Никогосян, Н.Азатян 355

ТРЕХКОМПОНЕНТНАЯ МОДЕЛЬ ЗАПЯТНЕННОСТИ КЛАССИЧЕСКОЙ RS CVn СИСТЕМЫ UX Aг1

И.Ю.Алексеев 371

ИССЛЕДОВАНИЕ SBS 1202+583. ОСОБЕННОСТИ В РАСПРЕДЕЛЕНИИ РАДИАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ ПО ПОЛЮ

С.А.Акопян 381

ИССЛЕДОВАНИЕ КОМПАКТНЫХ РАДИОГАЛАКТИК В 7С II ОБЛАСТИ

А.В.Абрамян, Р.Р.Андреасян, М.А.Оганнисян, Г.М.Паронян 389

JHKLM-НАБЛЮДЕНИЯ УНИКАЛЬНОЙ ЗАТМЕННОЙ СИСТЕМЫ ЭПСИЛОН ВОЗНИЧЕГО ВО ВРЕМЯ ВТОРИЧНОГО МИНИМУМА

И.А.Маслов, А.Э.Наджип, О.Г.Таранова, А.М.Татарников, В.И.Шенаверин 401

(Продолжение на 4-й стр. обложки)

Выходит с 1965г.
на русском и английском языках

Խմբագրական կոլեգիա

Գլխավոր խմբագիր՝ Դ.Մ.Սեդրակյան (Հայաստան)
Գլխավոր խմբագրի տեղակալներ՝ Վ.Պ.Գրիմին (Ռուսաստան), Ա.Գ.Նիկողոսյան (Հայաստան)
Պատասխանատու քարտուղար՝ Ս.Տ.Զալլոդյան (Հայաստան)
Ժ.Ալեքսյան (Ֆրանսիա), Գ.Ս.Բիսնովատի-Կոզան (Ռուսաստան), Ա.Ա.Բոյարչուկ (Ռուսաստան), Յու.Ն.Գնեդին (Ռուսաստան), Ե.Թերզյան (ԱՄՆ), Վ.Վ.Իվանով (Ռուսաստան), Է.Ե.Խաչիկյան (Հայաստան), Ի.Դ.Կարաչենց (Ռուսաստան), Հ.Ա.Հարությունյան (Հայաստան), Ա.Մ.Չերեպաշչուկ (Ռուսաստան), Է.Ս.Պարսամյան (Հայաստան), Գ.Ն.Սալուկվաձե (Վրաստան) Մ.Տուրատտո (Իտալիա)

Редакционная коллегия

Главный редактор: Д.М.Седракян (Армения)
Заместители главного редактора: В.П.Гринин (Россия), А.Г.Никогосян (Армения)
Ответственный секретарь: А.Т.Каллоглян (Армения)

Ж.Алесян (Франция), Г.А.Арутюнян (Армения), Г.С.Бисноватый-Коган (Россия), А.А.Боярчук (Россия), Ю.Н.Гнедин (Россия), В.В.Иванов (Россия), И.Д.Караченцев (Россия), Э.С.Парсамян (Армения), Г.Н.Салуквалдзе (Грузия), Е.Терзян (США), М.Туратто (Италия), Э.Е.Хачикян (Армения), А.М.Черепашук (Россия)

"АСТРОФИЗИКА" - научный журнал, издаваемый Национальной академией наук Республики Армения. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопредельным с астрофизикой. Журнал предназначен для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

"ԱՍՏՐՈՖԻԶԻԿԱ"-ն գիտական հանդես է, որը հրատարակում է Հայաստանի Հանրապետության Գիտությունների Ազգային Ակադեմիան: Հանդեսը տպագրում է ինքնատիպ հոդվածներ աստղերի ֆիզիկայի, միգամածությունների և միջաստղային միջավայրի ֆիզիկայի, աստղաբաշխության և արտագալակտիկական աստղագիտության, ինչպես նաև աստղաֆիզիկային սահմանակից բնագավառների գծով: Հանդեսը մախատեսված է գիտական աշխատակիցների, ասպիրանտների և բարձր կուրսերի ուսանողների համար:

Адрес редакции: Республика Армения, Ереван 19, пр. Маршала Баграмяна 24
Редакция ж. "Астрофизика", тел. 56 81 38
e-mail: astrofiz@sci.am

ЭВОЛЮЦИЯ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ СР-ЗВЕЗД НА ГЛАВНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ. IV

Ю.В.ГЛАГОЛЕВСКИЙ

Поступила 15 марта 2014

Принята к печати 30 апреля 2014

Предлагается один из возможных сценариев происхождения и эволюции магнитных звезд, основанный на накопленных к настоящему времени наблюдательных данных. Объясняется причина значительного различия магнитных структур и проблема преимущественной ориентации магнитных диполей, объяснен механизм отделения 10% магнитных звезд от нормальных, обнаружена причина медленного осевого вращения и недостатка тесных двойных, найдена причина отсутствия сильных магнитных полей у звезд Ae/Be Хербига.

Ключевые слова: *СР-звезды; магнитные поля*

1. *Введение.* В работах [1–4] мы пытались проанализировать наблюдательные данные с целью выяснения особенностей эволюции магнитных звезд. Задача данного исследования состоит в выяснении влияния условий, происходивших в период эволюции до Главной последовательности, на свойства магнитных химически пекулярных (СР) звезд и выработка предварительного сценария формирования и эволюции этих звезд вплоть до момента их выхода на линию нулевого возраста Главной последовательности (ZAMS). Этим мы определяем также план будущих исследований. Основные свойства магнитных звезд, которые пока не совсем понятны с точки зрения гипотезы реликтового механизма [5], состоят в следующем:

а) магнитное поле сжимается вместе с содержащим его газо-пылевым облаком, но у большинства СР-звезд магнитный диполь не лежит в центре звезды, где плотность максимальна;

б) непонятно, почему у большей части СР-звезд магнитные диполи лежат в плоскости экватора вращения (раньше это называлось проблемой β для звезд с центральным диполем, для остальных звезд в первом приближении $\alpha = 90^\circ - \beta$);

в) неизвестно, почему скорости вращения $v \sin i$ у магнитных и химически пекулярных звезд малы;

г) непонятно, почему у звезд Ae/Be Хербига не обнаруживаются сильные магнитные поля;

д) неизвестна причина того, что у 17% звезд магнитная структура описывается комбинацией из нескольких диполей;

е) следует выяснить, чем отличается природа магнитных СР-звезд от немагнитных;

ж) до сих пор не решена проблема, почему только 10% звезд являются магнитными.

2. Основные этапы начальных стадий эволюции звезд. Расчеты сферического коллапса протозвездных облаков проводятся обычно с применением идеализированных моделей и при использовании очень неопределенных начальных условий, что приводит к результатам далеким от наблюдаемых. Тем не менее, постараемся оценить путь магнитных звезд на ранних стадиях эволюции в рамках современных представлений. С точки зрения реликтового механизма магнитное поле во время коллапса остается вмороженным в вещество на всех стадиях эволюции. Амбиполярная диффузия и нестационарные процессы сильно уменьшают магнитный поток, но до нас доходит значительная его часть и можно заметить следы длительных преобразований магнитного поля.

На Главной последовательности магнитные звезды наблюдаются с разными структурами магнитных полей, схематически показанными на

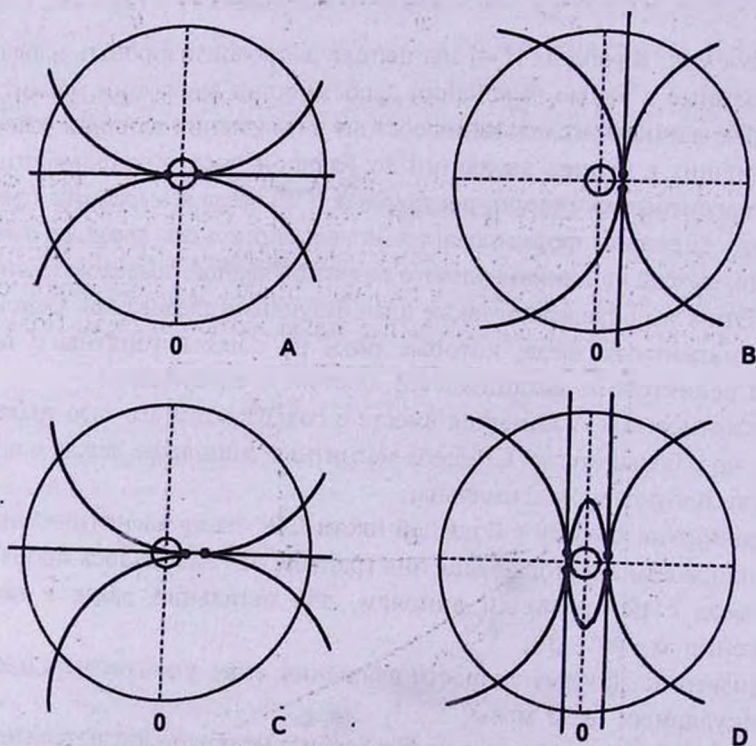


Рис.1. Основные магнитные структуры: А - магнитный диполь находится в центре звезды; В - диполь смещен из центра поперек оси; С - диполь смещен из центра вдоль оси; D - два смещенных поперек оси диполя.

рис.1 [6,7], причем характерным свойством является то, что наклон магнитных диполей к плоскости экватора вращения преимущественно равен $\alpha = 0^\circ - 20^\circ$, как это видно из зависимости распределения звезд по углам α на рис.2 [4,7]. Максимальная напряженность магнитного поля

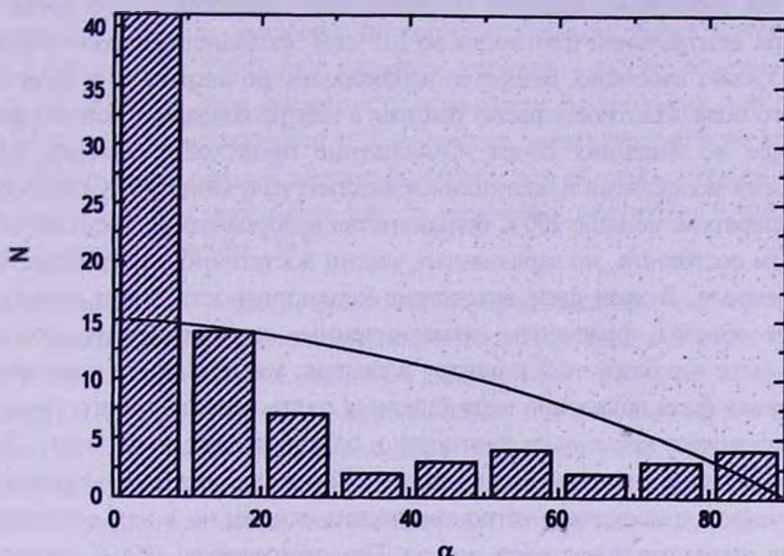


Рис.2. Количество звезд с разным наклоном α магнитных диполей к плоскости экватора. Сплошная линия - распределение звезд при равновероятной ориентации диполей.

в месте расположения магнитного диполя чаще всего не совпадает с центром звезды (варианты В, С, D), хотя при сжатии протозвездных облаков она должна была бы совпадать с максимумом плотности. Интересно посмотреть при каких условиях, и на каких этапах это могло произойти.

В [8] хорошо представлены основные этапы эволюции звезд. Пользуясь

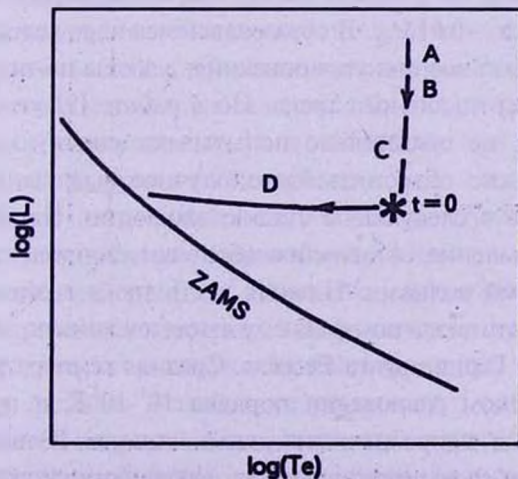


Рис.3. Схема эволюционного трека (описание в тексте).

их описанием, попробуем качественно выяснить основные условия эволюции магнитных полей звезд. Магнитные звезды имеют массы $M > 2M_{\odot}$, а эволюционные треки таких протозвезд имеют вид, показанный на рис.3 [9].

А. Фаза свободного падения (верхняя часть вертикального трека на рис.3). При центральной плотности до $10^{-13} \text{ г см}^{-3}$ коллапс изотермический и вещество падает свободно. Вещество неоднородно по плотности и величине магнитного поля. Плотность растет быстрее в центре коллапсирующей сферы и медленнее во внешних слоях. Охлаждение происходит сильнее всего водородными молекулами и частицами вследствие излучения в ИК-диапазоне. Пока температура меньше 200 К большинство водородных молекул остается в основном состоянии, но заряженных частиц достаточно, чтобы сохранять магнитное поле. В этой фазе вследствие неоднородности могут возникать обширные объемы, фрагменты, намагниченные сильнее других, которые затем, по мере приближения к центру и сжатия, уменьшаются в размерах.

В. Первая фаза появления ядра (средняя часть вертикального трека на рис.3) происходит, как только плотность в центре превысит $10^{-13} \text{ г см}^{-3}$. Температура в центре и давление увеличиваются. Возникает достаточно стабильное ядро диаметром в несколько астрономических единиц, но в нем содержится пока лишь незначительная часть массы. При температуре 1000 К молекулы водорода возбуждены полностью вращательно и колебательно. Магнитные фрагменты продолжают уменьшаться в размерах, и приближаются к центру.

С. В фазе неустойчивости (нижняя часть вертикального трека на рис.3) температура внутри достигает 2000 К, молекулы водорода начинают диссоциировать, что вызывает второй коллапс, потому что внутренний градиент давления не достаточно крутой, чтобы противостоять увеличивающемуся гравитационному давлению. Несколько циклов сжатия происходит затем вследствие ионизации He и легких элементов. Масса ядра к этому моменту оказывается порядка $\sim 0.01M_{\odot}$. В образовавшемся ядре вследствие сильной непрозрачности может возникнуть конвекция, а звезда по-прежнему эволюционирует вдоль вертикального трека. Но в работе [9] утверждается, что звезды с $M > 2M_{\odot}$ не обязательно испытывают сильную конвективную стадию и этим можно объяснить благополучное выживание магнитного поля и переход его в следующую стадию эволюции. На образовавшееся ядро происходит падение оставшейся оболочки, сопровождаемое аккреционными ударными волнами. Нижняя часть трека возникает в адиабатической фазе и протозвезда по-прежнему движется вниз по эволюционному треку на диаграмме Гершпрунга-Рессела. Средняя температура внутри при квазигидростатическом равновесии порядка 10^4 - 10^5 К и практически не зависит от массы, а непрозрачность очень высока. В таком состоянии протозвезда начинает свою четвертую жизнь, аккреционную стадию эволюции

на горизонтальном участке трека.

D. В аккреционной фазе (горизонтальная ветвь на рис.3) ядро становится оптически толстым. Этот момент принимают за нулевой возраст звезды ($t=0$), причем начинает развиваться аккреционный диск и наблюдения показывают существование протозвезды. Возникает лучистое ядро без конвекции и звезда движется по горизонтальному треку вплоть до ГП. Это стадия Ae/Be Хербига с сильным активным аккреционным диском.

У звезд малых масс аккреция прекращается до того, как они достигнут Главной последовательности и обнаженная звезда продолжает сжиматься до тех пор, пока она не достигнет ZAMS, когда начнет гореть водород. Промежуточные и массивные звезды, вероятно, достигают ZAMS все еще в состоянии аккреции [10].

3. Поведение магнитного поля в разных фазах эволюции. В А и В фазах сжатие происходит спокойно. Некоторые авторы отмечают, что в начальных стадиях коллапса эффективно магнитное торможение облака [11,12], но уже при концентрациях $\sim 10^4$ в более поздних стадиях эволюции оно становится менее эффективным, причем в начальных фазах оно происходит одинаково для будущих нормальных и магнитных звезд. Но облака с моментом вращения больше критического, вероятно, потеряют полоидальную структуру магнитного поля вследствие вытягивания силовых линий по поверхности. Из таких облаков впоследствии возникнут "нормальные" звезды. Окончательное разделение их происходит, скорее всего, позднее, в 4-й фазе, когда звезда сформировалась. До момента разделения путь нормальных и магнитных звезд одинаков.

Возможные причины возникновения сложных структур магнитного поля заключаются в следующем. На рис.4 схематически показаны разные варианты коллапса протозвездных облаков с разным распределением магнитного поля в нем.

1) Если протозвездное облако достаточно однородно по плотности и величине магнитного поля, то магнитное поле усиливается в центре, где возникает максимальная плотность (рис.4А).

2) В случае неоднородного поля вблизи центра может возникнуть область ("магнитный фрагмент") с повышенным магнитным полем. При коллапсе этот фрагмент приближается к центру и уменьшается в объеме, сохраняя преимущественное направление силовых линий. Таким путем возникает "смещенный диполь". Вероятно, магнитное поле сдерживает аккрецию и усиливает величину смещения "магнитного фрагмента". Некоторые авторы считают, что аккрецирующее вещество имеет тенденцию коллапсировать вдоль силовых линий, в результате чего возникает псевдодиск [12,13]. Однако наблюдаемые сейчас магнитные конфигурации не показывают никаких признаков существования псевдодиска. Возможно, в момент появ-

ления конвективного ядра псевдодиск разрушается. На рис.4В показан вариант, когда область с повышенной напряженностью находится справа вверх. В результате мы получим структуру диполя, смещенного вдоль оси.

3) На рис.4С показан вариант, когда "магнитный фрагмент" смещен из центра поперек силовых линий. В дальнейшем такая структура будет описываться диполем, смещенным поперек силовых линий.

4) На рис.4D показан вариант, когда магнитное поле будет описываться двумя смещенными поперек оси диполями, расположенными по разные стороны от центра. Таким способом можно получить и другие конфигурации. Как будет показано ниже, рассмотренные крупные структуры являются долгоживущими, поэтому мы наблюдаем их в настоящее время.

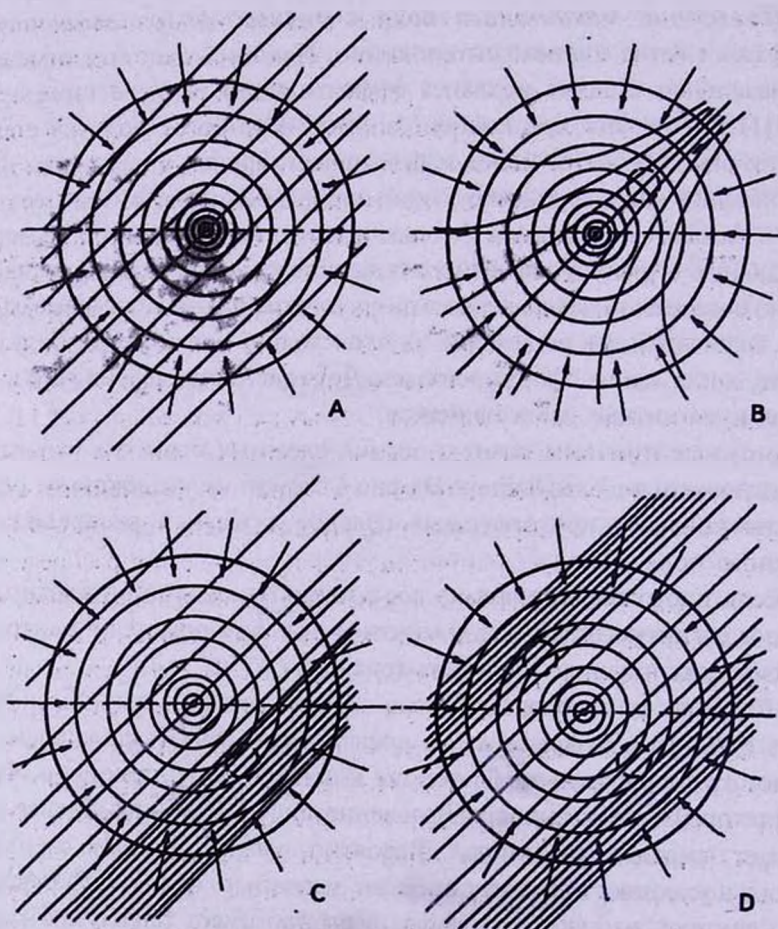


Рис.4. Сжатие намагниченных протозвездных облаков. А - сжатие равномерно намагниченного облака; В - максимальная напряженность поля справа вверх от центра сжатия; С - максимальная напряженность справа внизу; D - две области с максимальным полем.

В нестационарной С фазе любая структура магнитного поля претерпевает сложные преобразования нестационарными процессами, после чего силовые линии оказываются запутанными. Нестационарные процессы не в состоянии существенно изменить крупные магнитные структуры, и они сохраняются, но силовые линии внутри них, по-видимому, приобретают сложный, запутанный вид, но с равнодействующей, соответствующей начальной реликтовой ориентации. Полный вектор магнитного поля $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \Sigma \mathbf{B}_i$, где $\mathbf{B}_0$ - реликтовая полоидальная составляющая магнитного поля, а $\mathbf{B}_i$ - поле отдельных мелких неоднородностей, фрагментов, возникших после действия неустойчивости. Кроме того, поле упрощается вследствие натяжения вдоль силовых линий (натяжение силовой трубки поперечного сечения A с силой $T = A \cdot H^2 / 4\pi$ [14], где H - напряженность поля). Такие намагниченные фрагменты неизмеримо меньше основных глобальных магнитных конфигураций, поэтому последние остаются в тех же объемах, а основная их реликтовая ориентация по-прежнему равна $\alpha \sim 0^\circ$ (см. раздел 7), потому что по четкому виду зависимости на рис.2 не заметно, чтобы она была сильно размыта. Крупные магнитные конфигурации изменяются медленно (см. раздел 4), а чтобы их исказить, нужны катастрофические события. На Солнце поверхностная структура магнитных полей очень сложная, но дипольная составляющая отчетливо фиксируется. Такая же ситуация происходит и с магнитными звездами после нестационарного этапа эволюции.

В фазе D образуется молодая звезда с лучистым переносом. В этот момент концентрация частиц $>10^4$ и магнитное торможение становятся менее эффективными, чем в самых начальных фазах коллапса [11,12], тем более что нет магнитосферы. Некоторые авторы [13] считают, что когда возникает плотное лучистое центральное ядро, то дальнейшее сжатие происходит крайне неоднородно и анизотропно. Неоднородность может возникать вследствие начальной неоднородной плотности и распределения магнитного поля. Тем не менее, современные данные показывают, что в центре молодой звезды условия уже достаточно стабильны и начинается медленная релаксация (см. раздел 4) магнитного поля и звезда выходит на ZAMS, имея уже заметную дипольную структуру [15,16]. Мелкие магнитные структуры в, расходуют энергию на джоулевы потери быстрее крупных структур. На протозвезду могут по-прежнему выпадать новые массы с фрагментами усиленного магнитного поля, которые могут корректировать начальные конфигурации. Если бы мы могли в этой фазе измерить сильное продольное магнитное поле, то мы не обнаружили бы его ввиду сложнейшей поверхностной структуры. Внешняя нестационарная зона препятствует магнитному полю, находящемуся внутри, выход наружу [17]. В центре должно сохраниться основное, "реликтовое", направление силовых линий и его полный вектор $\mathbf{B}_0$.

Если в фазе эволюции D возможно выпадение достаточно крупных аккреционных масс, то возможны искажения уже начавшегося формироваться дипольного магнитного поля. Такие события должны нарушать начавшуюся релаксацию магнитного поля и она будет продолжаться на Главной последовательности. Возможно, в некоторых случаях поздние выпадения крупных аккреционных масс являются дополнительной причиной возникновения несимметричных относительно центра магнитных структур.

В результате действия перечисленных механизмов возникают основные типы структур магнитных полей, а доля звезд с разными структурами приведена в табл.1 [18]. Эти данные в свою очередь демонстрируют вероятность

Таблица 1

КОЛИЧЕСТВО ЗВЕЗД С РАЗНЫМИ СТРУКТУРАМИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Структура	Доля звезд
Центральный диполь	17%
Смещенный диполь вдоль оси	32
Смещенный диполь поперек оси	9
Сложная структура	20
Неизвестная структура	20

различных протозвездных ситуаций. В разряд неизвестных структур входят те объекты, для которых либо мало данных, либо наблюдается слишком большой разброс точек на фазовых зависимостях изменений магнитного

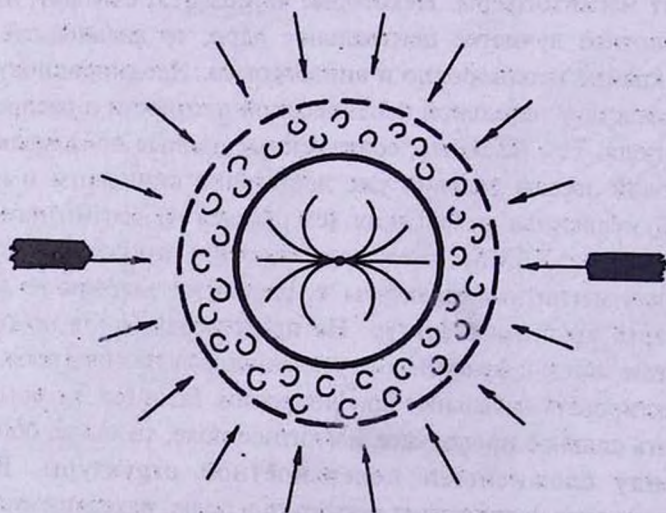


Рис.5. В момент $t=0$ в центральной части звезды возникает лучистый перенос и начинается релаксация магнитных неоднородностей, возникших в фазе неустойчивости. Возникает диск. Внешняя часть возмущена аккреционными процессами.

поля. Тем не менее, среди них, по-видимому, большинство звезд либо с центральным диполем, либо со слабо смещенным диполем. Обращает на себя внимание большое число случаев со смещением диполя вдоль оси и малое число смещений поперек оси. Скорее всего, это объясняется тем, что вдоль силовых линий коллапс происходит легче, а поперек оси труднее. Достаточно большое число звезд с центральным диполем свидетельствует о том, что звезды формируются в основном из однородных облаков.

Таким образом, в отсутствии конвекции в фазе D начинается медленная релаксация магнитного поля в центральных областях звезды, где нет аккреционных возмущений. При этом поверхностные слои остаются нестабильными, вследствие продолжающейся аккреции и взаимодействия их с активным аккреционным диском [19]. Магнитные силовые линии в момент $t=0$ на поверхности сильно запутаны (рис.5). Поэтому поля после вскрытия звезды оказываются небольшими, либо вообще не обнаруживаются. Только после потери звездой основной массы окружающего облака и диска возможно обнаружить слабое реликтовое дипольное поле.

4. *Скорость релаксации сложных структур.* На основании сказанного выше видно, что протозвезда по мере эволюции претерпевает сложные нестационарные процессы, протозвездные облака имеют изначально большой диапазон плотностей и величин магнитного поля. В результате наблюдаемые магнитные звезды имеют большое разнообразие величин магнитного поля и структур. В процессе изучения различных корреляций приходится сталкиваться с большим рассеянием точек и, вследствие этого, с недостаточной надежностью результатов. В первую очередь следует иметь в виду, что после нестационарного периода C, когда молодая звезда вступила в стадию лучистого переноса, релаксация магнитного поля происходит быстро только вначале, когда "выгорают" мелкие фрагменты. Затем процесс замедляется и нельзя ждать появления магнитосфер с сильным дипольным полем в конце стадии эволюции D (Ae/Be Хербига). Нами неоднократно делались попытки найти сильные поля у звезд этого типа, такого же порядка, как у обычных магнитных звезд, но они оказались безуспешными [16,20-22], потому что таких звезд среди них нет.

Наиболее сильное среднее поверхностное поле B_s с дипольной структурой было найдено у звезд HD 101412, 200775, V381 Ori, в среднем равное $B_s = 2165$ Гс [1,15]. Эти звезды уже подходят к ZAMS, но их поле в среднем в три раза меньше среднего поля магнитных звезд V класса светимости и в 15-16 раз меньше максимальных величин. Дело в том, что время жизни намагниченного объемного элемента в звезде вследствие омических потерь ограничено и равно $t = 4\pi\sigma l^2$, где l - характерный размер элемента, σ - электропроводность [23]. При тех диаметрах, которые имеют магнитные звезды, величина $t = 10^{10} - 10^{11}$ лет. Из этой формулы следует, что релаксация

неоднородностей магнитного поля быстрее происходит среди мелких структур, крупные структуры появляются только перед выходом звезд на ZAMS. Кроме того, поле упрощается вследствие натяжения вдоль силовых линий (натяжение силовой трубки поперечного сечения A с силой $T = A \cdot H^2 / 4\pi$ [14], где H - напряженность поля). По нашему мнению, процесс избирательной релаксации является одним из *фундаментальных* свойств магнитных звезд. На примере указанных выше объектов время появления заметной дипольной структуры около $t = 0.5 \cdot 10^7$, 10^6 и $0.5 \cdot 10^7$ лет, соответственно. Это значит, что при выходе на ZAMS на звезде сохраняются магнитные фрагменты размером $l > 0.01$ диаметра звезды. Магнитные поля мелких фрагментов направлены произвольно, они маскируют глобальное поле основной дипольной структуры. По мере исчезновения мелких структур, магнитное поле после ZAMS быстро увеличивается, затем скорость изменения по мере исчезновения мелких структур замедляется. Это увеличение происходит, по-видимому, вплоть до ухода звезды с Главной последовательности [1]. Рассматриваемое свойство магнитных полей приводит к тому, что в течение всего времени нахождения звезды на Главной последовательности на крупномасштабные дипольные структуры накладываются мелкомасштабные, которые присутствуют даже у самых старых объектов [1-4]. Это же свойство приводит к тому, что для появления дипольного магнитного поля необходимо присутствие в протозвезде некоторого достаточно крупного фрагмента, который намагничен сильнее, чем объем всей звезды и у которого имеется преобладающий вектор магнитного поля. Может ли он возникнуть в процессе неустойчивой фазы? По-видимому, нет, так как для этого необходимы слишком мощные процессы, охватывающие большой объем, асимметричный по отношению к центру звезды. Нестационарные процессы имеют скорее слоевой характер. Те структуры, которые мы наблюдаем сейчас - реликтовые.

5. *Разделение звезд.* Это самая интересная проблема. Разделение звезд на магнитные (и химически пекулярные без поля) и нормальные исследовалось нами в работах [5,16,24]. Совершенно определенно можно сделать вывод о том, что величина момента вращения является фундаментальным фактором, отделяющим магнитные (и немагнитные CP-звезды) от "нормальных". Зависимость относительного числа магнитных звезд N/N (norm) - $\sin i$ (рис.6) с очевидностью показывает, что чем медленнее звезда вращается, тем больше вероятность стать магнитной (или химически пекулярной без поля). Этот же эффект является аргументом против гипотезы динамо, требующей обратной зависимости. Очевидно, что разделение происходит после потери момента вращения (см. раздел 6). Выше мы упоминали, что уже на ранних фазах эволюции A и B вращение протозвездного облака, превышающее критическое, приводит к закручиванию силовых линий и уничтожению поло-

идальной структуры. Таким образом, уже на ранних стадиях эволюции можно ожидать процесс предварительного разделения звезд на магнитные и нормальные (т.е. на звезды с не полоидальной структурой поля).

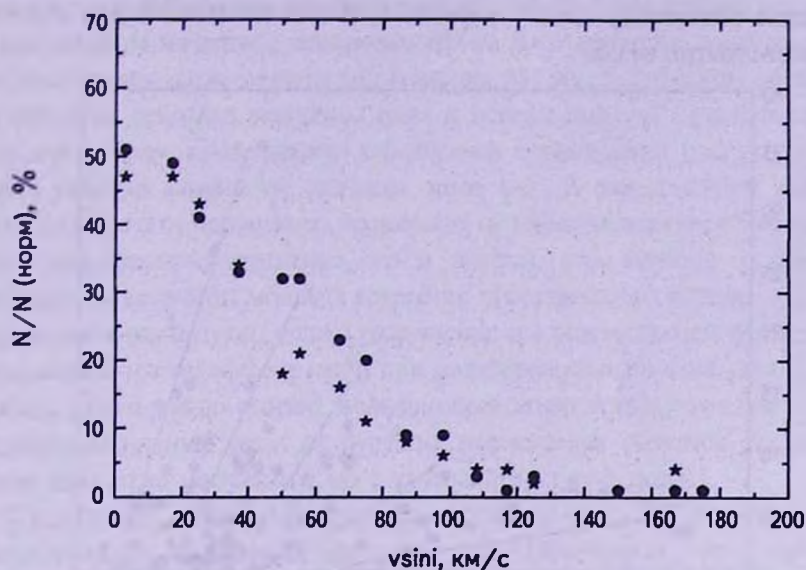


Рис.6. Зависимость доли магнитных (точки) и химически пекулярных звезд (звездочки) от скорости вращения $v \sin i$.

В указанных выше работах сделано предположение, что формирование нормальных звезд без поля может происходить вследствие действия дифференциального вращения, возникающего при скоростях вращения звезд больше критических, которое закручивает силовые линии в невидимую тороидальную форму (фактически "нормальные звезды" это тоже магнитные звезды, но с другой структурой магнитного поля). То, что форма зависимости на рис.6 для магнитных и немагнитных звезд одинаковая, свидетельствует о том, что магнитное поле непосредственно не участвует в механизме разделения звезд на "нормальные" и магнитные (плюс немагнитные химически пекулярные), и действует только фактор медленного вращения. Магнитное поле "готовит" объекты для процесса разделения уже на самых ранних стадиях эволюции (см. далее). Немагнитные Am, HgMn объекты должны происходить из облаков с наименьшим моментом вращения, как говорят, из "хвоста" распределения. Из рис.6 видно также, что процесс разделения звезд начинается при $v \sin i < 100-120$ км/с, т.е. при периодах вращения $P > 1^d$, когда начинает исчезать дифференциальное вращение. Это же видно и на рис.7, представляющем положение магнитных звезд в поле координат $B_s - \log P$ (величины B_s приведены к моменту $R/R_z = 1.4$, чтобы исправить их за изменение при эволюционном движении поперек полосы Главной

последовательности). Действительно, магнитные звезды с $\log P < 0$ полностью отсутствуют. О влиянии дифференциального вращения можно говорить только при рассмотрении звезд в стадии эволюции D. Так когда же происходит разделение звезд - в фазах A, B или D? Пока будем считать, что равновероятно везде.

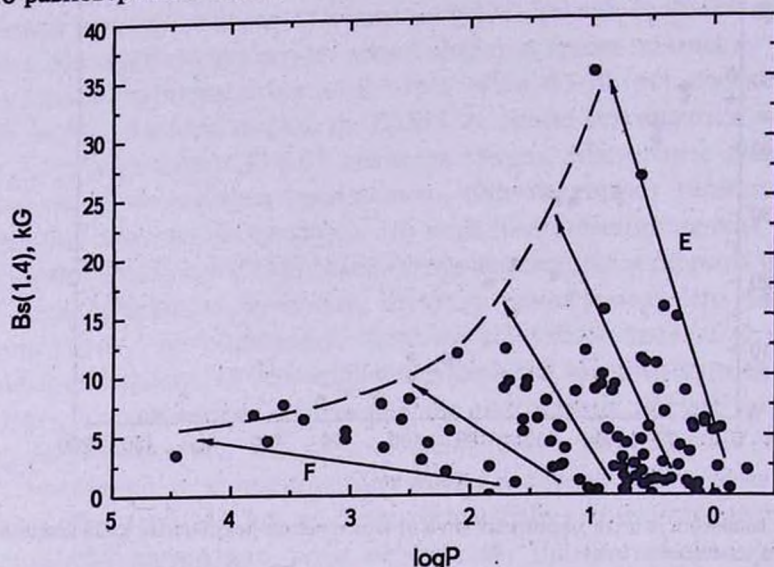


Рис.7. Зависимость среднего поверхностного магнитного поля от скорости вращения. Область $\log P = 0 - 1$ представляет собой зону возникновения дифференциального вращения.

На рис.7 обнаруживается интересная деталь, а именно наличие максимума магнитного поля на $\log P = 0 - 1$. В ранних исследованиях мы пытались найти прямые зависимости скорости вращения от магнитного поля (по усредненным зависимостям), но полученные зависимости не удавалось интерпретировать однозначно. Ситуация оказалась много сложнее. На рис.7 хорошо видны четкие границы области, занимаемой магнитными звездами. Правая граница, обозначенная на рисунке как *E*, наклонена, т.е. разделение звезд на магнитные и нормальные происходит не строго при $\log P = 0$, или 1, но при разных скоростях вращения, зависящих от величины магнитного поля. Самые намагниченные звезды отделяются от нормальных на $\log P = 1$, а не на $\log P = 0$. Однако дифференциальное вращение (или турбулентия) должно было бы подавляться магнитным полем и зависимость должна быть наклонена скорее в обратную сторону. Следовательно, для объяснения наклона границы *E* надо учитывать еще какой то неизвестный эффект.

Из рисунка видно, что левая граница зависимости нелинейная, причем, чем больше период вращения, тем меньше максимальное наблюдаемое поле. Это может указывать на то, что величина магнитного поля облаков, из

которых формировались эти звезды, зависит от их момента вращения. Чем больше момент вращения, тем больше поле. Такая зависимость, вероятно, связана с тем, что наиболее быстрые движения в облаках генерируют более сильное поле. Максимальное поле у звезд с $\log P = 1$ происходит из облака с максимальным моментом вращения. Но на распределение звезд на данном графике влияет также эффект торможения. На рис. 7 стрелками обозначены направления действия величины поля и потери момента вращения под его действием. Точно также эффект торможения поворачивает правую границу E влево, поэтому справа от границы звезд нет. В таком случае отделение магнитных звезд от нормальных происходит не только вследствие возникновения дифференциального вращения, но и потому, что, начиная с некоторой критической величины момента вращения протозвездного облака, происходит закручивание магнитного поля и разрушение его полоидальной структуры, т.е. наблюдается тот же эффект как и при дифференциальном вращении. Таким образом, уже на ранних стадиях эволюции происходит предварительное отделение будущих магнитных звезд от будущих нормальных объектов (которые на самом деле тоже магнитные, но с другой структурой поля).

Существует еще одна граница, обозначенная на рисунке как F , показывающая, что левее нее звезд нет. Получается, что, начиная с некоторого малого момента вращения (соответствует $\log P > 2$), магнитное поле в протозвездных облаках не генерируется. Это предварительный вывод, который надо подтвердить после пополнения наблюдательных данных. Таким образом, приходится принять два способа разделения звезд на магнитные и нормальные, это ранний, когда происходит искажение полоидального поля при быстром вращении протозвездного облака и более поздний, когда разделение дифференциальным вращением происходит среди молодых звезд. Важно отметить, что слабомагнитные химически пекулярные звезды типа Am, HgMn и др. можно отделить только путем медленного вращения, при котором возникают благоприятные условия для диффузии химических элементов. Таким образом, вид зависимости на рис. 6 можно объяснить только процессами на ранних стадиях эволюции. Интересно то, что оба механизма действуют в периоды существенно разных фаз эволюции, хотя это выглядит искусственно. Поскольку мы используем параметры уже сформировавшихся звезд - это скорости вращения, периоды вращения, среднее поверхностное магнитное поле, то вероятнее всего разделение дифференциальным вращением произошло в четвертой, лучистой фазе перед выходом звезды на Главную последовательность. Окончательный ответ можно надеяться получить после накопления дополнительных данных.

Средний угол α для медленных ротаторов равен $38^\circ \pm 9^\circ$, тогда как для быстрых ротаторов он равен $15^\circ \pm 3^\circ$. Это говорит о том, что медленно

вращающиеся магнитные звезды, соответственно с более слабым полем, не испытывали сильного замедления.

Из приведенных выше данных видно, что разделение звезд на магнитные и "нормальные" происходит при очень небольших скоростях вращения, доля звезд, попадающих в этот диапазон, составляет только 10% от общего количества. Это обстоятельство и решает "проблему 10%" магнитных звезд.

6. *Потеря момента вращения.* В работах [5,13] высказывалось предположение, что причину медленного вращения надо искать в самых начальных А и В фазах эволюции. Наши ранние исследования потери момента вращения магнитных звезд с участием их предполагаемых магнитосфер [5,16,25] не приводили к положительным результатам. В D-фазе эволюции, когда образуется молодая звезда с лучистым переносом, концентрация частиц $>10^4$ и магнитное торможение становится менее эффективным [12,13], чем в самых начальных фазах коллапса. Кроме того, вследствие испытания звездами нестационарной С-фазы нет причин ожидать наличия у них достаточно мощной магнитосферы. Поэтому вероятнее всего период потери момента вращения приходится на начальные фазы коллапса.

На рис.8 показаны схемы взаимодействия углового момента вращения протозвездного облака и его магнитного поля в двух крайних случаях - когда вращение происходит в плоскости силовых линий, и когда оно перпендикулярно линиям. Очевидно, что их взаимодействие в этих случаях различно. Внутренние плотные области вращаются быстрее внешних, магнитное поле препятствует вращению сильнее вследствие взаимодействия с внешней медленной оболочкой [26]. Угловой момент может уменьшиться на несколько порядков величины. Во втором случае передача углового

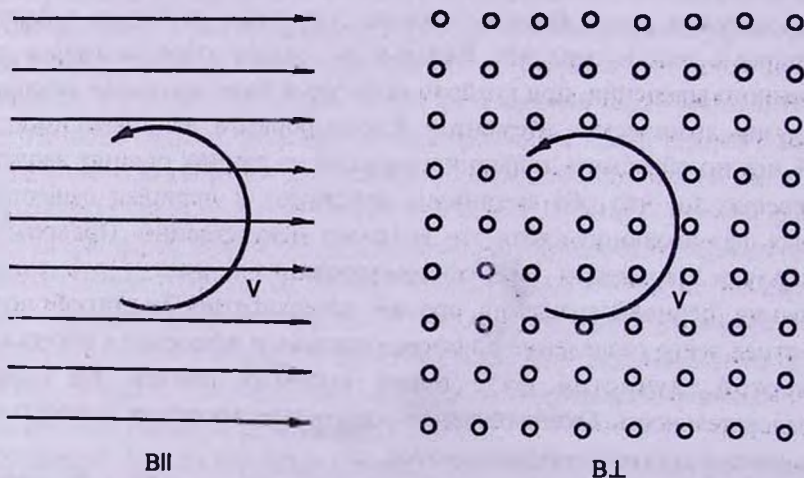


Рис.8. Схема торможения протозвездного облака. BII - силовые линии в плоскости экватора ($\alpha = 0^\circ$), B.I - силовые линии перпендикулярны плоскости экватора ($\alpha = 90^\circ$).

момента окружающей среде существенно меньше. В среднем эффективность торможения их различается в 10 раз. В результате такого избирательного торможения получается, что все самые замедленные ротаторы будут иметь направление силовых линий параллельное плоскости вращения. Но в разделе 5 было показано, что чем медленнее звезда вращается, тем больше вероятность стать магнитной, а это приводит к тому, что среди магнитных звезд оказывается большое количество объектов с $\alpha = 0^\circ - 20^\circ$ (рис.2). Это довольно убедительный механизм, но и он имеет на первый взгляд трудности. Должна была бы наблюдаться зависимость $\log P - B_s$ для звезд, имеющих $\alpha = 0^\circ - 20^\circ$, которая на самом деле не намечается вообще. Построенная зависимость фактически повторяет рис.7 со средним полем $B_s \sim 5$ килogaусс. В области больших полей и в диапазоне $\log P = 0 - 1$ наблюдается большое количество звезд со слабым полем. Очевидно искомая зависимость определяется не только величиной магнитного поля, но и величинами начальных периодов.

Другая ожидаемая зависимость это $\alpha - \log P$, потому что чем меньше угол наклона, тем эффективнее торможение. Но оказалось, что средняя величина $\log P$ для звезд с $\alpha = 0^\circ - 20^\circ$ равна 0.69 ± 0.12 , а для $\alpha > 20^\circ$ равна 0.97 ± 0.21 , т.е. обратная ожидаемой. Но различие находится в пределах ошибок. В данном примере тоже возможен эффект начальных периодов вращения звезд. Таким образом, очевидны очень сложные переплетения разных свойств звезд на разных этапах эволюции. Не учет всех факторов увеличивает разброс точек. Не исключено также, что более поздние процессы, особенно в фазе нестационарности, сильно искажают величины магнитного поля как в сторону уменьшения, так и в сторону увеличения, но не заметно, чтобы изменились углы α . На углы α ничто не повлияло, судя по резкости зависимости $N - \alpha$ в пределах $\alpha = 0^\circ - 20^\circ$.

Для прояснения проблемы необходимо дополнительное накопление наблюдательного материала. Возможно, дополнительным аргументом в пользу механизма избирательного торможения является наличие бимодальности распределения скоростей вращения, найденное в работах [27,28].

Таким образом, сильно замедленные звезды с $\alpha \sim 0^\circ$ составляют большинство, а менее замедленные, с $\alpha > 0^\circ$ оказываются в меньшем количестве и большая их часть уходит в "нормальные" объекты. Очевидно, что протозвезды со слабым магнитным полем практически не тормозятся, но они происходят в "хвосте" распределения и посредством механизма "разделения" они тоже отделяются от общей массы звезд. Это те звезды, которые потом становятся металлическими, HgMn и другими со слабым полем. По-видимому потеря момента вращения магнитных звезд приводит также к известному дефициту тесных двойных среди них. В то же время нормальное число тесных двойных среди металлических звезд показывает,

что они не были заторможены магнитным полем и произошли из "хвоста" распределения. Очевидно, что отделение должно было произойти в той же начальной фазе коллапса или тогда, когда возможно активное дифференциальное вращение, скорее в D-фазе, в которой уже организовалась молодая звезда. Таким образом эффект разделения, по-видимому, может происходить в течение всего времени эволюции звезды до ZAMS.

7. Заключение. Таким образом, в результате данного анализа мы наметили пути, по которым следует идти дальше и окончательно решить проблему происхождения и эволюции магнитных звезд. Фактически материалы, изложенные в этой статье, являются попыткой обоснования реликтовой гипотезы формирования магнитных и немагнитных химически пекулярных звезд. Предполагаемый следующий сценарий, на наш взгляд, в случае подтверждения, в состоянии объяснить основные задачи исследования магнитных звезд, перечисленные вначале, поэтому имеет приоритет.

Магнитные и нормальные звезды формируются из намагниченных протозвездных облаков, которые обладают значительной неоднородностью величин магнитного поля, плотностей протозвездных облаков и моментов вращения. Среди этих объектов сильнее тормозятся те, которые имеют магнитное поле с силовыми линиями перпендикулярными плоскости вращения. Эти объекты дополняют количество медленных звездных ротаторов без поля. В результате такого "магнитного" отбора уже многие протозвезды имеют магнитные поля с преимущественным направлением силовых линий в плоскости экватора вращения, которое мы отмечаем у магнитных звезд как α -эффект. Рассматриваются два периода, в которые проходит разделение звезд на магнитные и нормальные, хотя вернее можно их объединить в один общий. Предварительное разделение происходит в период магнитного торможения протозвездных облаков. Из них формируются медленно вращающиеся магнитные звезды. Нормальные в будущем звезды образуются из облаков, скорость которых превышает критическую величину, при которой магнитные силовые линии накручиваются и растягиваются, формируя другую, не полоидальную структуру поля. Второй период разделения происходит, вероятнее всего, после нестационарной фазы на горизонтальном эволюционном треке, в зависимости от скорости их осевого вращения в соответствии с зависимостью на рис.6. В диапазоне периодов $P > 1^d$ дифференциальное вращение не возникает и магнитное поле сохраняется. Медленные ротаторы без поля остаются после процедуры разделения без всяких изменений. Общее свойство их с магнитными звездами заключается в стабильности атмосферы, которая возникает при медленном вращении, приводящей к диффузионным процессам и химическим аномалиям. Основное различие между ними состоит в том, что диффузия химических элементов у магнитных звезд происходит под управлением магнитного поля, а у химически пекулярных звезд без его

участия. Небольшая доля магнитных и пекулярных звезд, составляющая 10%, объясняется тем, что разделение происходит при самом слабом вращении, а относительное количество таких звезд невелико.

Неоднородность магнитных полей протозвездных облаков приводит к тому, что конфигурации поля у магнитных звезд не симметричны относительно центра звезды, а избирательность магнитного торможения приводит к избытку звезд с диполями, параллельными экваториальной плоскости звезд. Протозвезды с другими углами не затормозились в достаточной степени и остались в числе быстрых ротаторов, поэтому механизм разделения по скоростям отнес их в группу "нормальных" звезд.

Очевидно, что основа структур магнитного поля, заложенного в начальных фазах коллапса, сохраняется после прохождения нестабильной фазы. В начале фазы лучистого переноса в момент $t=0$ магнитное поле после прохождения нестабильной фазы оказывается по всему объему сложным, запутанным, но остается преимущественный реликтовый вектор, обеспечивающий в дальнейшем дипольную структуру поля. С этого момента начинается релаксация поля внутри лучистой части звезды, мелкие структуры начинают быстро исчезать, остаются основные крупномасштабные долгоживущие структуры, которые становятся заметными при выходе звезды на ZAMS. Для этого необходимо время порядка 10^7 лет. Поверхностная структура перед выходом на ZAMS остается сложной вследствие продолжающейся аккреции, начиная вплоть до того момента, когда звезда полностью освобождается от газопылевого облака и диска. Только после этого становится заметным поле, находящееся во внутренних областях звезды.

Все перечисленные варианты требуют просчета.

Специальная астрофизическая обсерватория РАН,
Россия, e-mail: glagol@sao.ru

THE EVOLUTION OF MAGNETIC FIELDS OF CP-STARS ON THE MAIN SEQUENCE. IV

Yu.V.GLAGOLEVSKIY

One of possible scenarios of the origin and evolution of the magnetic stars, based on the seven observation data accumulated by now, is proposed. The reason of the considerable distinction of magnetic structures and the problem of the primary orientation of magnetic dipoles are explained, the mechanism of separation of 10% of magnetic stars from normal stars is elucidated, the

reason of the slow rotation of magnetic stars the lack of the close binary systems is discovered, reason of the absence of the strong magnetic fields on Ae/Be Herbig stars is found.

Key words: *CP-stars: magnetic fields*

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю.В.Глаголевский, *Астрофизика*, **56**, 189, 2013.
2. Ю.В.Глаголевский, *Астрофизика*, **56**, 441, 2013.
3. Ю.В.Глаголевский, *Астрофизика*, **57**, 217, 2014.
4. Ю.В.Глаголевский, *Астрон. ж.*, 2014, (в печати).
5. Ю.В.Глаголевский, *Астрофизика*, **48**, 229, 2005.
6. Ю.В.Глаголевский, *Астрофиз. Бюлл.*, **66**, 158, 2011.
7. Yu.V.Glagolevskij, E.Gerth, *Magnetic stars*, Nizhny Arkhyz, 2011, p.117.
8. N.S.Schulz, *From Dust to Stars*, Chichester, 2004 (Capters 5-7).
9. F.Palla, S.W.Stahler, *Astrophys. J.*, **418**, 414, 1993.
10. F.Palla, S.W.Stahler, *In The Nature and Evolutionary Status of Herbig Ae/Be Stars*, ASP Conf. Ser., **62**, 1994, p.391.
11. T.Mouchovias, *Protostars and Planets* (Tucson, Arizona, 1980, Chapter III).
12. А.Е.Дудоров, А.В.Тутуков, *Астрон. ж.*, **67**, 342, 1990.
13. B.Larson, *Protostars and Planets* (Tucson, Arizona, 1980, Chapter 1).
14. Е.Паркер, *Космические магнитные поля*, 1, М., Мир, с.186, 1982.
15. Ю.В.Глаголевский, *Астрофизика*, **55**, 189, 2012.
16. Yu.V.Glagolevskij, G.A.Chountonov, *Bull. SAO*, **51**, 88, 2001.
17. L.Mestel, *Mem. Roy. Soc. Sci. Liege*, **8**, 79, 1975.
18. Ю.В.Глаголевский, *Астрофиз. Бюлл.*, **66**, 158, 2011.
19. A.S.Miroshnichenko et al., *Publ. Astron. Soc. Pacif.*, **110**, 883, 1998.
20. Yu.V.Glagolevskij, *Bull. SAO*, **41**, 80, 1996.
21. Yu.V.Glagolevskij, G.A.Chountonov, *Stellar Magnetic Fields*, (M., 1997), p.116.
22. Yu.V.Glagolevskij, G.A.Chountonov, *Bull. SAO*, **54**, 105, 1998.
23. T.G.Cowling, *The Sun*, ed. G.P.Kuiper (Univ. of Chikago press, Chicago, 1953, Chapter 8).
24. Yu.V.Glagolevskij, E.Gerth, *Bull. SAO*, **55**, 38, 2003.
25. Ю.В.Глаголевский, *Астрофизика*, **46**, 319, 2003.
26. T.Ch.Mouschovias, E.V.Paleologou, *Astrophys. J.*, **230**, 204, 1979.
27. H.A.Abt, N.I.Morrell, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **99**, 135, 1995.
28. H.A.Abt et al., *Astrophys. J.*, **573**, 359, 2002.

МОЛОДОЕ ЗВЕЗДНОЕ СКОПЛЕНИЕ В ОКРЕСТНОСТЯХ ИСТОЧНИКА IRAS 05137+3919

Е.Г.НИКОГОСЯН, Н.АЗАТЯН

Поступила 17 января 2014

Принята к печати 30 апреля 2014

На базе данных UKIDSS и изображениях Spitzer (IRAC) в скоплении, расположенном в окрестностях IRAS 05137+3919, было выявлено 84 PMS звездных объекта. Возраст скопления составляет 1.5-2.0 млн лет. Молодые звезды распределены в скоплении неравномерно и образуют две подгруппы. Одна из них локализуется вокруг YSO CPM 15, который является двойной звездой. Вторая группа содержит значительное число объектов ранних спектральных классов, окруженных газопылевыми туманностями. КФС PMS звезд дает основание предположить, что скопление находится на расстоянии ~4.5 кпк. Один из компонентов CPM 15 предположительно имеет Sp B3-B5 и является звездой Ae/Be Хербига.

Ключевые слова: *звезды: PMS звездные объекты: функция светимости: звездное скопление: индивидуальный объект: CPM 15*

1. Введение. Развитие возможностей наблюдательной астрономии в длинноволновой части электромагнитного излучения (инфракрасном, субмиллиметровом и радиодиапазонах) дало возможность активного исследования глубоко погруженных в газопылевую материю очагов звездообразования и молодых звездных объектов, находящихся на различных стадиях эволюции. Фундаментальным аспектом современной теории эволюции звезд является начальная масса протозвезды, от которой в значительной степени и зависит темп эволюционного развития. Если в первом приближении можно считать, что в области изучения звездных объектов малой и средней массы ($M < 10 M_{\odot}$, [1-3]) достигнуто определенное понимание реальной картины процесса образования и эволюции, то в теории эволюции звездных объектов большой массы есть множество "белых пятен". Есть целый ряд нерешенных вопросов, связанных с процессом образования массивного аккреционного диска и направленного истечения [4, 5]. В частности, например, объекты с максимально какой массой могут инициировать направленное истечение?

Целью исследований, результаты которых представлены в данной работе, является молодое звездное скопление, расположенное в окрестностях IRAS 05137+3919, с которым ассоциируется молодой звездный объект CPM 15 [6]. В этой области наблюдается целый ряд признаков активного звездообразования. К их числу относятся H_2O [7], OH [8], CH_3OH [9] и

NH_3 [10] мазеры, HCO^+ и CS эмиссия [11], CO поток [12]. В окрестности IRAS 05137+3919 выявлена группа молодых звезд с высокой плотностью [13,14]. По данным инфракрасного и субмиллиметрового диапазонов светимость CPM 15 оценена в $L = 2.55 \cdot 10^5 L_\odot$, а Sp-O8 [15]. В работе [16], где представлены результаты поиска направленного истечения в линиях H_2 , $v=1-0$ S(1) ($2.1218 \mu\text{m}$) и Bг ($2.166 \mu\text{m}$) в окрестностях около 40 молодых звезд с большой массой ($8 M_\odot < M < 40 M_\odot$), этот объект имеет наиболее ранний спектральный класс. У него, как и у большинства других объектов, в NIR диапазоне было обнаружено направленное истечение.

Однако с оценкой расстояния до CPM 15 есть большие разногласия, что несомненно влияет на оценку светимости молодой звезды. На основе данных радионаблюдений оценка расстояний меняется почти в два с половиной раза: от 4.3 и 4.6 кпк (^{13}CO , ^{12}CO) [17,18] до 10.8 кпк (NH_3) [10]. В некоторых работах используется величина 11.5 кпк, для которой и была определена светимость объекта.

Межзвездное поглощение в этой области по оценке разных авторов не превышает 1 звездную величину в V диапазоне [19].

Основная задача данной работы - это пересмотр расстояния скопления на основе данных фотометрии звездных объектов, а также спектрального класса и массы молодого звездного объекта CPM 15.

2. Используемые данные. Для идентификации молодых звездных объектов в скоплении нами были использованы данные фотометрии и изображения ближнего инфракрасного диапазона (JHK), заимствованные из обзора галактической плоскости UKIDSS [20], а также фотометрические параметры среднего инфракрасного диапазона ($3.6 \mu\text{m}$ и $4.5 \mu\text{m}$), определенные на изображениях с разрешением $0''.6$ на пиксель, полученных в рамках программы GLIMPSE 360 (Galactic Legacy Infrared Mid-Plane Survey Extraordinaire) на орбитальном телескопе Spitzer [21]. Звездные величины были определены методом апертурной фотометрии с помощью программы IRAF. Радиусы апертуры, а также внутренней и внешней областей неба составляли $2''.4$, $2''.4$ и $3''.6$, соответственно. Ноль-пункт звездной величины заимствован из работы [22]. Ошибки при определении звездных величин не превышают $0^m.25$.

Кроме того, в работе были использованы данные из инфракрасных обзоров 2MASS, WISE, MSX и каталога субмиллиметрового диапазона (SCUBA Legacy Catalog [23]), а также изображения, представленные в работе [16].

3. Результаты.

3.1. Определение размеров скопления. Идентификация скопления проводилась на базе данных обзора UKIDSS. В области с радиусом $6'$ вокруг IRAS 05137+3919 были отобраны те отождествленные в этой базе

данных объекты, для которых были определены все три *ЖК* звездные величины, и для которых коэффициент вероятности, что данный объект является звездным, был больше 0.5. В результате нами был отобран 2391 объект. Для определения размера скопления было построено радиальное распределение звездной плотности относительно положения IRAS 05137+3919 (см. рис.1). Звездная плотность определялась для каждого кольца с шириной $0'.25$ путем простого деления числа звезд на площадь поверхности. Мера неопределенности определялась согласно пуассоновской статистики отно-

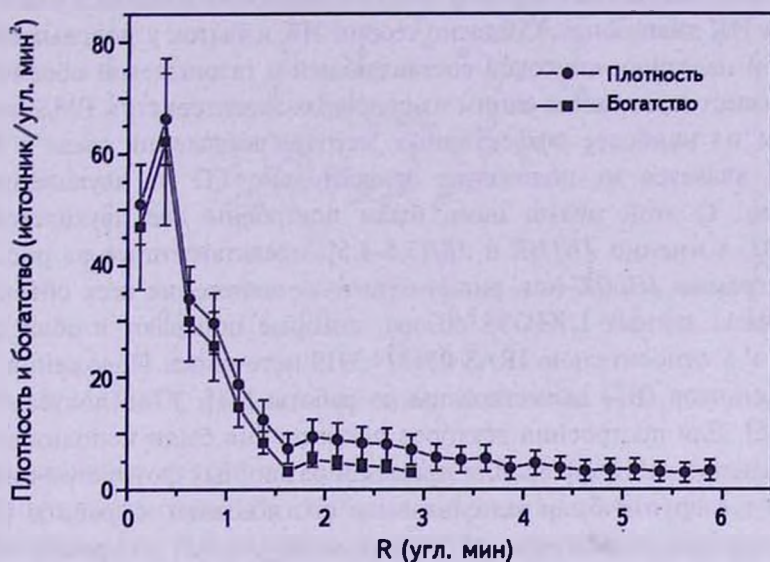


Рис.1. Радиальное распределение звездной плотности и богатства скопления.

сительно числа звезд в каждом кольце. Согласно пуассоновскому распределению, начиная с расстояния $1'.5$ и дальше от центра, флуктуация звездной плотности в кольцах с вероятностью больше чем 99% носит уже случайный характер. Следовательно, радиус скопления не превышает $1'.5$. Это подтверждает также профиль распределения "богатства" скопления, которое определялось путем вычитания из звездной плотности в кольце усредненной и приведенной к площади данного кольца звездной плотности поля, которая определялась в кольце с радиусами от $3'$ до $6'$. Величина неопределенностей в этом случае определялась относительно колебания звездной плотности поля. По графику, представленному на рис.1, хорошо видно, что, начиная с расстояния $1'.5$, богатство скопления не превышает среднюю плотность поля. По графику также хорошо видно, что основной максимум в скоплении несколько отстоит ($\sim 0'.5$) от IRAS 05137+3919. Кроме того, на расстоянии $\sim 1'$ находится еще один вторичный максимум, что свидетельствует о наличии подструктуры в скоплении. Звездная плотность

в области с радиусом $1'.5$ составляет 38 зв/угл. мин^2 , что в два раза превышает плотность поля (19 зв/угл. мин^2). Избыток числа звездных объектов в области скопления равен 115.

Отметим, что полученная нами оценка радиуса скопления хорошо согласуется с результатами, представленными в предыдущих работах [13,14].

3.2. Молодые звездные объекты. Отбор молодых звездных объектов, т.е. звезд, не достигнувших Главной последовательности (PMS звезды), проводился относительно наличия у них инфракрасного избытка в ближнем и среднем ИК диапазонах. Согласно теории ИК избыток у молодых звезд обусловлен наличием дисковой составляющей и газопылевой оболочки, что, как известно, является одним из основных характеристик PMS звезд.

Одним из наиболее эффективных методов выявления звезд с ИК избытком является их положение относительно ГП на двухцветовых диаграммах. С этой целью нами были построены две двухцветовые диаграммы, а именно JH/HK и $JK/[3.6-4.5]$, представленные на рис.2 и 3. На диаграмме JH/HK (см. рис.2) отмечено положение всех объектов (253) из базы данных UKIDSS обзора, которые попадают в область с радиусом $1'.5$ относительно IRAS 05137+3919 источника. Положения ГП и ветви гигантов (ВГ) заимствованы из работы [24], ТТau локуса - из работы [25]. Для построения векторов покраснения были использованы соотношения из работы [26]. Для привязки различных фотометрических систем друг с другом были использованы соотношения из работы [27]. ГП, ВГ и векторы покраснения на диаграмме $JK/[3.6-4.5]$ (см. рис.3) были построены по данным приведенным в работе [28]. К сожалению на

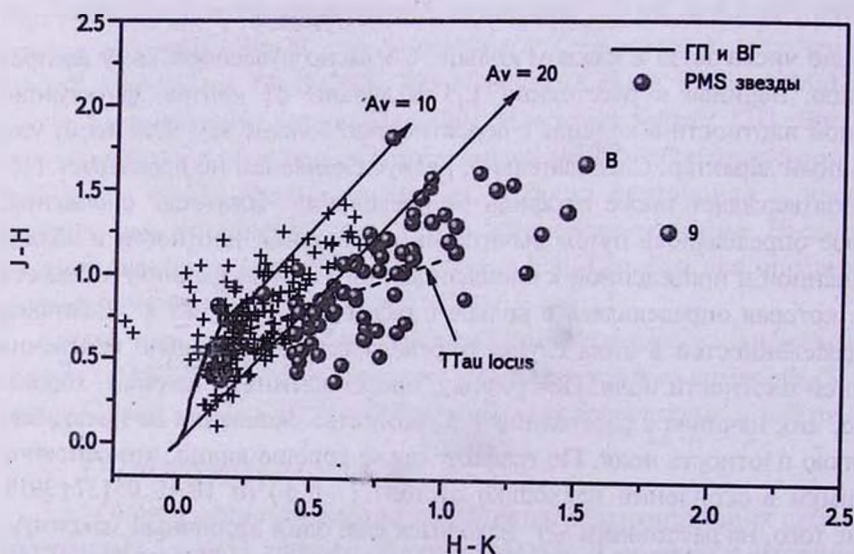


Рис.2. JH/HK двухцветная диаграмма.

изображениях Spitzer-a $[3.6] \mu\text{m}$ и $[4.5] \mu\text{m}$ звездные величины нам удалось определить только для 79 объектов из вышеупомянутых 253-х.

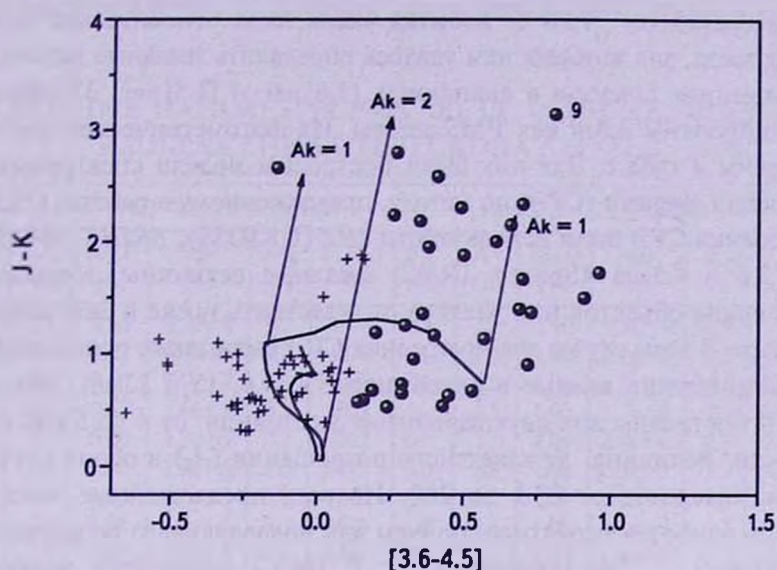


Рис.3. $JK/[3.6-4.5]$ двухцветная диаграмма (обозначения те же, что и на рис.2).

Отклонение от ГП на диаграммах может быть обусловлено двумя причинами: наличием ИК избытка и межзвездным поглощением, которое также приводит к покраснению объекта. Во втором случае смещение от ГП и ветви гигантов будет направлено вдоль векторов покраснения. К PMS звездам нами были причислены те звезды, которые, хотя бы, на одной из диаграмм имеют значительный, четко выраженный ИК избыток, т.е. отклонены влево от векторов покраснения. В этом случае покраснение не может быть обусловлено только межзвездным поглощением и, по крайней мере частично, ИК избыток формируется за счет наличия околозвездного диска или газопылевого облака. Не исключается, что среди звезд, расположенных между векторами покраснения, также есть объекты, смещение которых от ГП объясняется не только межзвездным поглощением, но и собственным ИК избытком, особенно если принять во внимание небольшое значение межзвездного поглощения в данной области (см. *Введение*).

Второй критерий отбора PMS звезд - это связь с туманностью, что также является признаком того, что объект находится на относительно ранней стадии эволюции.

Таким образом, в общей сложности, нами было отобрано 84 вероятных кандидата в PMS объекты. Это число почти в 1.5 раза превосходит оценку числа членов скопления, сделанного в предыдущей работе [14], что, по всей видимости, объясняется большей глубиной используемых нами

изображений. Критерий отбора, конечно же, не позволяет выявить все расположенные в этой области молодые звездные источники. Тем не менее, он составляет ~73% от избытка числа звезд относительно поля.

Из тех звезд, для которых нам удалось определить звездные величины на изображениях Spitzer-а в диапазонах $[3.6] \mu\text{m}$ и $[4.5] \mu\text{m}$, 33 объекта классифицированы нами как PMS звезды. Их фотометрические данные представлены в табл.1. Для них были построены модели спектрального распределения энергии (СПЭ) по методу, предложенному в работах [29,30]. Для построения СПЭ были использованы *JHK* (UKIDSS), *BRJHK* (2MASS), а также 3.6 и $4.5 \mu\text{m}$ (Spitzer, IRAC) звездные величины. Несколько наиболее ярких объектов нам удалось отождествить также в базе данных WISE обзора. В этом случае для построения СПЭ были также использованы их фотометрические данные в диапазонах 3.4 , 4.6 , 12 и $22 \mu\text{m}$. Модели СПЭ были построены для двух вариантов расстояния: от 4 до 5 кпк и от 10 до 12 кпк. Величина межзвездного поглощения (A_V) в обоих случаях бралась в интервале от $0^m.1$ до 20^m . Из всех предложенных моделей выбиралась наиболее вероятная, причем для подавляющего большинства звезд величина χ^2 не превышает 30 . В табл.2 приводятся наиболее

Таблица 1

ЗВЕЗДНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ PMS ЗВЕЗД, ОТОЖДЕСТВЛЕННЫХ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ ТЕЛЕСКОПА SPITZER (IRAC)

N (1)	UGPS (2)	[3.6] (3)	[4.5] (4)	N (1)	UGPS (2)	[3.6] (3)	[4.5] (4)
1	J051708.97+392238.5	15.79	15.41	18	J051712.67+392204.6	14.17	13.48
2	J051710.35+392106.8	14.93	14.69	19	J051712.69+392155.4	14.13	13.72
3	J051710.41+392109.6	14.93	14.74	20	J051712.87+392329.9	15.78	15.49
4	J051710.73+392224.2	16.02	15.73	21	J051712.88+392234.9	15.33	14.61
5	J051710.75+392140.4	16.04	15.78	22	J051713.28+392234.2	14.74	14.25
6	J051710.96+392202.2	14.04	13.64	23	J051713.41+392243.2	15.57	14.61
7	J051711.13+392147.0	13.82	13.12	24	J051713.44+392152.6	11.88	11.31
8	J051711.56+392156.9	14.04	13.13	25	J051713.75+392118.3	15.74	15.54
9	J051711.93+392144.7	10.98	10.17	26	J051714.09+392122.1	16.47	16.17
10	J051711.98+392147.8	10.58	10.13	27	J051714.46+392122.1	15.90	15.55
11	J051712.01+392152.2	11.52	10.86	28	J051714.46+392200.0	15.04	14.34
12	J051712.20+392155.5	11.99	11.26	29	J051715.18+392102.8	15.90	15.37
13	J051712.37+392140.9	14.09	13.82	30	J051715.85+392216.2	14.54	14.29
14	J051712.45+392221.3	13.02	12.86	31	J051715.99+392234.8	15.66	15.30
15	J051712.47+392305.2	14.71	14.21	32	J051716.36+392212.1	15.88	15.27
16	J051712.54+392149.6	12.64	12.78	33	J051719.27+392302.6	16.41	16.08
17	J051712.55+392236.2	14.21	13.78				

- (1) - порядковый номер
 (2) - координаты (2000) объектов заимствованные из базы данных UKIDSS
 (3) - звездная величина в диапазоне $3.6 \mu\text{m}$
 (4) - звездная величина в диапазоне $4.5 \mu\text{m}$

вероятные основные параметры вышеупомянутых PMS звезд.

Для первого варианта расстояния скопления, усредненные по данным приведенным в табл.2, значения межзвездного поглощения и расстояния

Таблица 2

ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ PMS ЗВЕЗД, ОТОЖДЕСТВЛЕННЫХ НА
ИЗОБРАЖЕНИЯХ ТЕЛЕСКОПА SPITZER (IRAC)

N (1)	4.0 < D < 5.0 (кпк)						10.0 < D < 12.0 (кпк)					
	A _v (2)	log D (3)	Age (4)	M _⊙ (5)	T (K) (6)	L _⊙ (7)	A _v (8)	log D (9)	Age (10)	M _⊙ (11)	T (K) (12)	L _⊙ (13)
1	2.6	0.60	4.3e+4	0.2	2844	0.5	12	1.00	9.7e+5	5.4	17490	650
2	0.1	0.67	5.2e+5	3.3	4870	21	2.8	1.02	3.5e+6	5.2	17089	579
3	0.2	0.60	9.9e+4	1.6	4270	24	4.5	1.06	8.3e+6	3.5	13009	121
4	0.1	0.67	1.6e+5	0.2	3051	1.2	1.5	1.00	3.2e+6	2.9	10643	77
5	3.2	0.60	1.3e+5	0.2	3018	0.5	12	1.04	2.8e+6	3.8	8736	75
6	0.6	0.60	2.3e+6	2.0	4873	4.0	2.5	1.02	7.2e+5	3.3	4965	18
7	0.4	0.70	4.0e+3	3.1	4246	128	4.1	1.08	4.8e+4	8.5	6156	127
8	2.1	0.67	1.2e+5	5.3	4629	128	2.3	1.00	2.2e+5	6.2	6070	333
9	3.9	0.60	5.7e+3	4.1	4217	258	7.3	1.00	1.4e+4	13.1	6881	7310
10	3.9	0.60	1.8e+6	7.6	13257	3040	4.4	1.02	2.0e+6	12.0	28197	10900
11	2.4	0.60	1.3e+6	4.5	4595	131	0.1	1.08	2.3e+5	7.0	11317	1600
12	0.4	0.60	9.1e+4	1.5	4269	2.5	1.8	1.02	2.3e+4	10.8	6660	3900
13	1.9	0.63	5.4e+4	0.5	3760	7.1	3.7	1.06	1.9e+4	1.2	4100	44
14	1.8	0.67	2.9e+6	2.7	6347	31	0.3	1.04	3.3e+5	4.4	4952	82
15	1.8	0.60	2.0e+4	1.0	4024	18	1.9	1.04	9.0e+3	3.6	4300	139
16	1.0	0.67	1.9e+5	5.1	4772	97	0.1	1.04	9.7e+4	6.4	4655	257
17	0.9	0.67	7.2e+6	1.9	6458	13	4.5	1.00	1.4e+6	3.3	5032	35
18	2.6	0.65	2.0e+6	1.8	4708	5.1	2.6	1.06	2.3e+5	6.2	6070	333
19	3.1	0.70	7.1e+4	3.8	4622	106	16	1.00	4.6e+3	4.5	4206	297
20	0.2	0.67	7.2e+6	1.4	4787	1.3	4.2	1.00	1.7e+6	2.3	4921	5.8
21	1.4	0.63	9.4e+4	2.0	4327	30	2.0	1.08	1.6e+4	9.7	4768	1840
22	2.0	0.63	3.5e+4	0.7	3925	7.4	4.4	1.08	5.5e+4	3.6	4410	101
23	1.5	0.67	1.1e+4	1.1	4089	2.7	0.3	1.04	1.0e+4	7.4	4370	502
24	5	0.63	4.1e+6	5.5	17504	669	4.5	1.00	3.7e+5	6.3	14311	1540
25	1.5	0.63	1.6e+6	0.6	3848	61	2	1.04	8.3e+4	4.8	4480	141
26	1.1	0.65	3.6e+5	1.6	4455	12	4.6	1.06	1.9e+5	2.8	4517	41
27	4.4	0.65	4.5e+5	1.0	4217	4.2	6.1	1.04	6.4e+6	3.3	12689	104
28	2.1	0.60	3.3e+5	2.7	4660	21	1.0	1.02	5.4e+4	5.7	4782	183
29	0.1	0.63	1.2e+6	4.9	16482	14	0.1	1.00	2.5e+4	3.6	4380	110
30	3.7	0.60	6.8e+6	5.0	12318	644	31	1.00	3.3e+5	5.5	6006	212
31	1.0	0.67	1.3e+4	3.9	4313	195	6.5	1.02	7.2e+3	7.3	4814	621
32	1.4	0.65	6.0e+4	1.9	4299	44	19	1.08	5.0e+4	2.7	4361	111
33	0.6	0.70	5.8e+4	0.6	3878	4.8	5.7	1.00	9.4e+4	2.2	4341	41

(1) - порядковый номер;

(2) - (7) - межзвездное поглощение, расстояние, возраст, масса, температура и болометрическая светимость звездных объектов при расстоянии в интервале от 4 до 5 кпк;

(8) - (13) - межзвездное поглощение, расстояние, возраст, масса, температура и болометрическая светимость звездных объектов при расстоянии в интервале от 10 до 12 кпк.

составляют $A_v = 1^m.8$ и $D = 4.4$ кпк, соответственно, а медианное значение возраста $1.6 \cdot 10^5$ лет. Звездные объекты в этом случае относительно их болометрической светимости и температуры имеют спектральные классы от В6 до М2. Во втором случае среднее значение расстояний составляет $D = 10.9$ кпк, а $A_v = 3^m.0$. Медианное значение возраста практически такое же, как и в первом варианте, а именно $1.9 \cdot 10^5$ лет, а спектральные классы звезд находятся в интервале от В0 до G0, что конечно же объясняется разницей в оценке расстояния.

3.3. Функция светимости. На рис.4 представлены две К функции светимости (КФС), построенные для 84-х отождествленных в этой области молодых звездных объектов. При определении абсолютного значения К звездной величины для 33-х объектов из табл.1 и 2 вводилась поправка соответственно их значениям расстояния и межзвездного поглощения из табл.3. Для остальных PMS звезд поправка определялась по усредненным значениям D и A_v для каждого варианта расстояний соответственно.

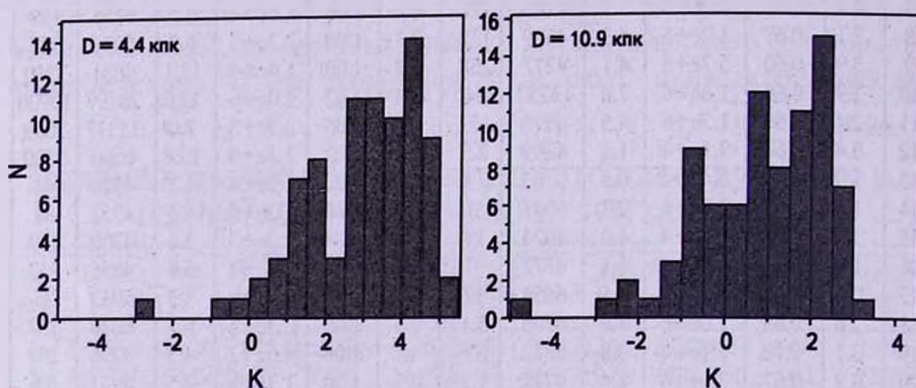


Рис.4. К функции светимости.

Оба варианта КФС имеют хорошо выраженный минимум. Положения минимумов КФС на гистограммах смещены относительно друг друга на 2 звездные величины, что соответствует разности в модулях расстояний при $D = 4.4$ кпк и $D = 10.9$ кпк. Однако следует отметить, что первый вариант КФС ($D = 4.4$ кпк), а именно, положение максимумов и минимума очень хорошо соответствует модели КФС для скоплений с возрастом

Таблица 3

ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ОБЪЕКТА СРМ 15 В

D (кпк)	χ^2	A_v	$\log D$	Возраст (лет)	M ($\odot$)	T_e	L ($\odot$)	Масса звезды ($\odot$)	Масса оболочки ($\odot$)
$4 < D < 5$	1.68	2.0	0.70	$1.2 \cdot 10^5$	6.8	5020	517	$2.5 \cdot 10^{-7}$	3.2
$10 < D < 12$	2.73	2.8	1.04	$1.7 \cdot 10^5$	7.7	13150	3140	$3.4 \cdot 10^{-8}$	44

$\sim 3 \cdot 10^5$ лет [31]. Согласно этой модели избыток более ярких объектов, соответственно объектов с большой массой, объясняется тем, что у них раньше начинается процесс выгорания водорода, который приводит к возрастанию температуры и, следовательно, поверхностной яркости. С возрастом скопления этот избыток должен смещаться в сторону менее ярких звезд. Подобная картина наблюдается у целого ряда молодых скоплений, возраст которых оценивается порядка 1-2 млн лет, например, NGC 1333 [32], Сер В [33], и около 20 скоплений в работе [14].

3.4. Структура скопления. На рис.5 представлено распределение локальной плотности, определенной для всех PMS звезд ($N=84$). Локальная плотность определялась для каждого объекта в площадке с радиусом равным расстоянию до ближайшей n -й эмиссионной звезды. В данном случае локальная плотность была определена для 8-го ближайшего объекта. Положение (0,0) на графике соответствует координатам IRAS 05137+3919. Кроме того, на рис.5 отмечены также положения максимумов излучения в субмиллиметровом (SCUBA 850 μm , [23]) и инфракрасном (база данных MSX 8-22 μm) диапазонах. Значение локальной плотности для первой изоденсы превышает плотность поля на величину 3σ .

Распределение локальной плотности показывает, что молодые звездные

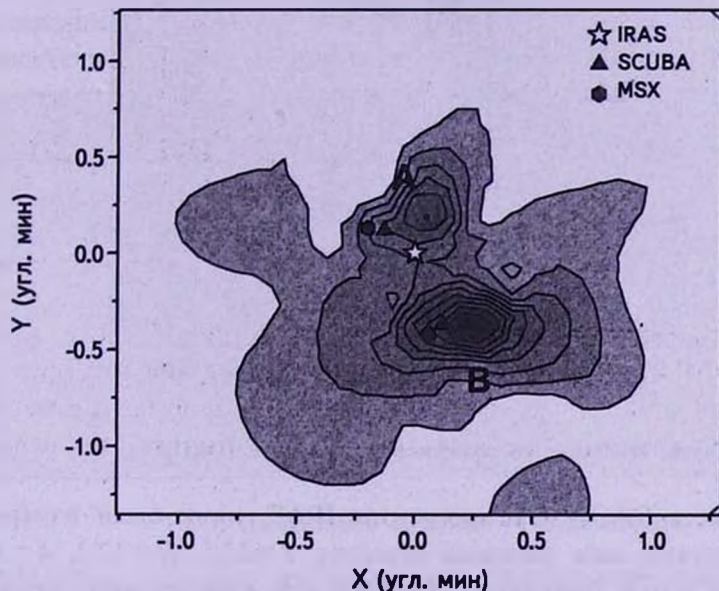


Рис.5. Распределение локальной плотности молодых звездных объектов.

объекты распределены неравномерно по полю скопления, а образуют две, хорошо выраженные подгруппы А и В, расположенные вблизи пиков излучения в инфракрасном, субмиллиметровом, миллиметровом и сантиметровом диапазонах (Moll8A и Moll8B, [11,15]). Следует отметить,

что максимумы звездной плотности несколько смещены от пиков излучения вышеозначенных диапазонов, а также от IRAS 05137+3919.

Рассмотрим каждую группу отдельно.

Группа А. Центральным объектом группы А является молодой звездный объект CPM 15, светимость которого при расстоянии 11.5 кпк оценена в $L = 2.55 \cdot 10^5 L_{\odot}$. Однако на изображениях UKIDSS, равно как и на изображениях области, представленных в работе [16], хорошо видно, что объект двойной (см. рис.6). Причем юго-западный компонент (если следовать обозначениям в работе [16], то компонент В) хорошо различим во всех трех диапазонах UKIDSS, а северо-восточный или компонент А - практически неразличим в *J* и *H* диапазонах, однако в *K* - имеет почти такую же яркость, как и компонент В. Используя вторичные стандарты с

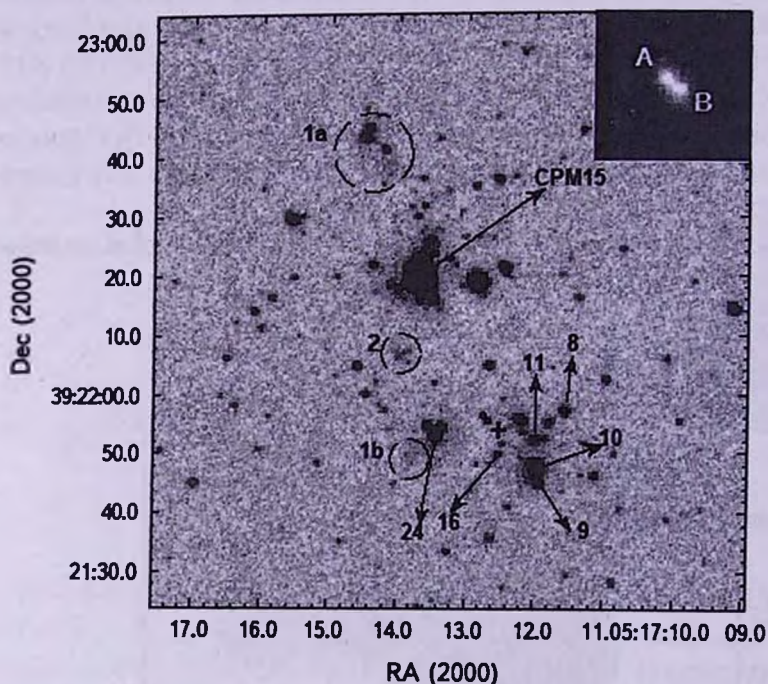


Рис.6. Изображение области в *K* диапазоне (UKIDSS).

помощью пакета DAOPHOT программы IRAF, нами были измерены звездные величины этих звездных объектов: $J = 13.5$, $H = 12.2$, $K = 10.8$ (объект В); $K = 10.6$ (объект А). Ошибка при определении звездных величин составляла $\sim 0^m.1$. На двухцветной *JH/HK* диаграмме (см. рис.2) объект В попадает в область звезд Ae/Be Хербига.

Используя *JHK* звездные величины, нами была также построена модель СРЭ [29,30] объекта В для обоих вариантов расстояния. Результаты приводятся в табл.3. Следует отметить, что точность построения СРЭ по

трем точкам очень мала, однако в данном случае мы не располагаем другими данными, так как излучение в других диапазонах (MSX, SCUBA, радиодиапазон) ассоциируется с парой объектов в целом.

В первом случае, т.е. при $4 < D < 5$ кпк, объект относительно соотношения между массами звезды и аккреционной материи можно отнести к молодым звездам средней массы, а именно к объектам Ae/Be Хербига [34]. Относительно соотношения между светимостью звезды и массой оболочки, в обоих случаях звезду можно классифицировать как объект с эволюционным классом I (Class I, [35]). Светимость звезды соответствует в первом случае спектральному классу B3-B5, а во втором - B1-B2 [36].

CPM 15 A, в K диапазоне имеет сравнимую с CPM 15 B светимость, но, по всей видимости, является более молодым объектом.

Как было показано в работе [16] оба компонента CPM 15 являются источниками направленного биполярного истечения выявленного в спектральных линиях H_2 , $\nu=1-0$ S(1) ($2.1218 \mu\text{m}$) и Br ($2.166 \mu\text{m}$). Оба джета также хорошо просматриваются и в среднем инфракрасном диапазоне на изображениях $4.5 \mu\text{m}$ (Spitzer, IRAC, см. рис.7). В этом диапазоне находится значительное количество эмиссионных линий нейтрального водорода и кроме того, в отличие от других диапазонов, он свободен от излучения полициклических ароматических гидрокарбонатов. По этой причине эмиссионные диффузные объекты, которые в этом диапазоне имеют относительно высокую яркость, с большой вероятностью могут быть

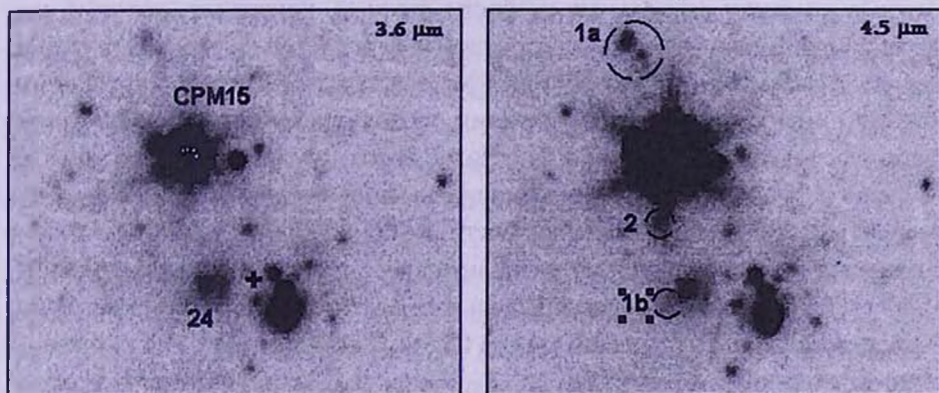


Рис.7. Изображение области в MID диапазонах.

результатом ударного возбуждения нейтрального водорода. Джеты просматриваются также и на изображениях в K диапазоне (см. рис.6), на который приходится излучение водорода в диапазоне от 2.12 до $2.17 \mu\text{m}$. Обозначения джетов на рис.6 и 7 такие же как и в работе [16].

Группа В. Вторая группа звезд локализуется вокруг второго максимума излучения в субмиллиметровом и инфракрасном диапазонах, положение

которых отмечены на рис.6 и 7 крестиком. Источники длинноволнового излучения расположены между двумя туманностями и явно не ассоциируются ни с одним из звездных объектов в этой области. По всей видимости, это излучение инициировано расположенной в этой области разогретой газопылевой материей. В этой области расположены также источники HCO^+ и CS эмиссии [11].

Следует отметить, что в группе В сконцентрировано значительное число звездных объектов средней и большой массы (для второго варианта расстояния). Порядковые номера этих объектов из табл.1 и 2 отмечены на рис.6 и 7. К этой группе относится, расположенный в туманности один из наиболее молодых объектов, 9-й, который имеет наибольшее покраснение в ближнем инфракрасном диапазоне (см. рис.2).

Значительный интерес в группе В представляет также объект 24. На изображениях MID диапазона (см. рис.7) очень хорошо видно, что объект окружен сферической туманностью, причем интенсивность излучения туманности в диапазоне $3.6\mu\text{m}$ в ~ 1.5 раза больше, чем в диапазоне $4.5\mu\text{m}$. Наиболее яркая часть туманности расположена к западу от звезды 24 и по координатам совпадает с источником HCO^+ эмиссии, радиальная скорость которого составляет -26.8 км/с [11]. Маловероятно, что источником этой HCO^+ эмиссии является SW часть биполярного направленного истечения звезды CPM 15 A, как предполагалось в работе [16]. Известно, что полярные части направленного истечения должны иметь противоположные по знаку радиальные скорости, причем, контрджет, который как правило имеет меньшую яркость, должен иметь положительную скорость. В данном случае SW часть истечения CPM 15 A является именно контрджетом. Тот факт, что максимум HCO^+ эмиссии приходится именно на самую яркую часть сферической туманности, позволяет предположить, что эта эмиссия является результатом соударения расширяющейся туманности с межзвездной средой. Определенная по интенсивности HCO^+ излучения масса туманности составляет 1.1 и $8M_{\odot}$ для двух вариантов расстояния, соответственно [11]. Размеры туманности, определенные на изображениях $3.6\mu\text{m}$ при расстоянии 4.4 кпк и 10.9 кпк , составляют 0.1 пк и 0.26 пк , соответственно. Если предположить, что радиальная скорость HCO^+ эмиссии (26.8 км/с) является скоростью расширения туманности, то возраст ее составит 3.7 ($D=4.5\text{ кпк}$) или 9.5 тыс. лет ($D=10.9\text{ кпк}$).

Как уже упоминалось выше, на рис.7 в диапазоне $4.5\mu\text{m}$ различимы компоненты направленного истечения, в том числе и 1b, который, как предполагалось в работе [16]; является частью области ударного фронта SW потока CPM 15 A. Его расположение относительно звезды 24 таково, что не исключается возможность того, что ударное возбуждение нейтрального водорода в данном случае инициировано именно звездой 24, а не CPM 15 A.

4. *Обсуждение и заключение.* Анализ распределения плотности звездных объектов в окрестностях IRAS 05137+3919, отождествленных в базе данных UKIDSS, позволил выявить звездное скопление с радиусом $\sim 1'.5$. Звездная плотность в скоплении превышает плотность поля в два раза. На основе фотометрических данных в ближнем и среднем инфракрасных диапазонах (J , H , K , $3.6\mu\text{m}$ и $4.5\mu\text{m}$) нам удалось выявить в скоплении 84 молодых звездных источника, что, несомненно, является нижним пределом общего числа молодых звезд. Неполнота выборки, с одной стороны, объясняется несовершенством методики отбора, с другой - большим расстоянием до скопления, что, несомненно, в первую очередь, отразилось на количестве объектов с малой массой.

Относительно расстояния скопления в предыдущих работах были значительные расхождения. Рассматривалось два варианта расстояния: от 4.3 до 4.5 кпк и 10.8 и 11.5 кпк. По этой причине при построении СРЭ молодых звезд мы рассматривали оба варианта расстояния. При этом медианное значение возраста в обоих случаях незначительно отличается друг от друга и составляет $1.6 \cdot 10^5$ и $1.9 \cdot 10^5$ лет, соответственно. К функция светимости, построенная для обоих вариантов расстояния, показала, что при среднем расстоянии 4.4 кпк распределение абсолютных K величин значительно лучше соотносится с КФС других молодых скоплений, возраст которых соразмерим с данным. Это может служить аргументом в пользу того, что скопление, и следовательно сам IRAS 05137+3919, расположены на расстоянии ~ 4.5 кпк, а не ~ 11 кпк. Кроме того, в первом, "близком" варианте среднее значение межзвездного поглощения ($A_V = 2^m.0$) больше соответствует оценкам оно в рассматриваемой области, чем во втором ($A_V = 2^m.8$).

Оценка расстояния имеет принципиальное значение для классификации ассоциируемого с IRAS 05137+3919 молодого звездного источника (YSO) CPM 15, который при расстоянии 11 кпк классифицировался как YSO с большой массой со спектральным классом O8. Следует отметить, что CPM 15 является источником мощного направленного истечения, выявленного как в радио, так и в инфракрасном диапазонах. Известно, что наличие направленного, коллимированного истечения присуще молодым звездам малой и средней массы. Относительно PMS объектов с большой массой ($M > 10 M_\odot$) этот вопрос, на сегодняшний день, можно считать открытым. Для его решения, несомненно, надо иметь достаточно достоверную наблюдательную базу данных, включающую в себя точную оценку светимости и массы объекта. Необходимо также принимать во внимание тот факт, что с увеличением разрешения приемников, увеличивается вероятность выявления двойных, тройных и многокомпонентных источников в компактных очагах звездообразования, которые ранее были классифициро-

ваны YSO с большой массой [33,37]. Аналогично, в случае CPM 15 объект на изображениях, представленных в работе [16], и UKIDSS оказался двойным. Пересмотр светимости позволил, по крайней мере, один из компонентов этой пары классифицировать как объект со средней массой не только при расстоянии 4.4 кпк, но даже при расстоянии 10.9 пк.

Размеры скопления в целом составляют 2.8 и 5.2 кпк для двух вариантов, соответственно. Молодые звезды распределены в нем неравномерно и образуют две подгруппы. Одна из них локализуется вокруг CPM 15. Вторая группа содержит значительное число объектов со средней массой, окруженных газопылевыми туманностями.

Скопление в целом можно отнести к R-ассоциациям.

Работа поддержана 13-IC087 грантом Госкомитета по науке РА. Авторы выносят благодарность исполнителям UKIDSS Galactic Plane Survey (Lawrence et al., 2007), GLIMPSE Spitzer Legacy Science Programs (Whitney et al) и сайта "Interpreting Spectral Energy Distributions from Young Stellar Objects" (Robitaille et al, 2006, 2007).

Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна,
Армения, e-mail: elena@bao.sci.am

THE YOUNG STELLAR CLUSTER IN THE VICINITY OF THE IRAS 05137+3919 SOURCE

Е.Н.НИКОГХОСЯН, НАЗАТЯН

On the base of UKIDSS data and Spitzer (IRAC) images of the young stellar cluster located in the vicinity of IRAS 05137+3919 source were revealed 84 PMS stellar objects. The age of the cluster is 1.5-2.0 million years. The PMS stars dispose in the cluster not uniformly and form two subgroups. The first group is located nearby the YSO CPM 15, which is a binary object. The second one includes significant amount of stars with early spectral classes embedded in gas-dust nebulous. The KLF of the PMS stars allows to assume that the cluster is located on a distance ~ 4.5 kpc. One of the components of the CPM 15 presumably has Sp B3-B5 and is Ae/Be Herbig star.

Key words: stars: PMS stellar objects: luminosity function: stellar cluster: individual object: CPM 15

ЛИТЕРАТУРА

1. *C.Bertout*, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, **27**, 351, 1989.
2. *R.I.Klein*, *S.Inutsuka*, *P.Padoan*, *K.Tomisaka*, in *Protostars & Planet V, Current Advances in the Methodology and Computational Simulation of the Formation of Low-Mass Stars*, **99**, 2006.
3. *L.Testi*, *F.Palla*, *A.Natta*, *Astron. Astrophys.*, **342**, 515, 1999.
4. *H.Beuther*, *E.B.Churwell*, *C.F.McKee*, *J.C.Tan*, in *Protostars & Planet V, The Formation of Massive Stars*, **165**, 2006.
5. *R.Cesaroni*, *D.Galli*, *G.Lodato*, *C.M.Walmsley*, *Q.Zhang*, in *Protostars & Planet V, Disks Around Young O-B (Proto) Stars: Observation and Theory*, **197**, 2006.
6. *B.Cambell*, *S.E.Persson*, *K.Matthews*, *Astrophys. J.*, **98**, 634, 1989.
7. *K.Sudana*, *T.Nakazato*, *N.Ikeda et al.*, *PASJ*, **59**, 1185, 2007.
8. *K.S.Edris*, *G.A.Fuller*, *R.J.Cohen*, *Astron. Astrophys.*, **465**, 856, 2007.
9. *M.Szymczak*, *G.Hrynek*, *A.J.Kus*, *Astron. Astrophys. Suppl.*, **143**, 269, 2000.
10. *S.Molinary*, *J.Brand*, *R.Cesaroni*, *F.Palla*, *Astron. Astrophys.*, **308**, 573, 1996.
11. *S.Molinary*, *L.Testi*, *L.F.Rodriguez*, *Q.Zhang*, *Astrophys. J. Suppl.*, **570**, 758, 2002.
12. *Q.Zhang*, *T.R.Hunter*, *J.Brand et al.*, *Astrophys. J.*, **625**, 864, 2005.
13. *M.S.N.Kumar*, *E.Keto*, *E. Clerkin*, *Astron. Astrophys.*, **449**, 1033, 2006.
14. *F.Faustini*, *S.Molinary*, *L.Testi*, *J.Brand*, *Astron. Astrophys.*, **503**, 801, 2009.
15. *S.Molinary*, *S.Pezzuto*, *R.Cesaroni et al.*, *Astron. Astrophys.*, **481**, 345, 2008.
16. *W.P.Varricatt*, *C.J.Davis*, *S.Ramsay*, *S.P.Todd*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **404**, 661, 2010.
17. *F.Casoli*, *C.Dupraz*, *M.Gerin*, *F.Combes*, *F.Boulanger*, *Astron. Astrophys.*, **169**, 281, 1986.
18. *J.G.A.Wouterloot*, *J.Brand*, *Astron. Astrophys. Suppl.*, **80**, 149, 1989.
19. *J.Rowles*, *D.Froebrich*, *Mon. Notic. Roy. Astron.*, **395**, 1640, 2009.
20. *P.W.Lucas*, *M.G.Hoare*, *A.Longmore et al.*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **391**, 136, 2008.
21. *E.Churchwell*, *B.L.Babler*, *M.R.Meade et al.*, *Publ. Astron. Soc. Pacif.*, **121**, 213, 2009.
22. *W.T.Reach*, *T.Megeath*, *M.Cohen et al.*, *Publ. Astron. Soc. Pacif.*, **117**, 978, 2005.
23. *J. Di Francesco*, *D.Johnstone*, *H.Kirk*, *T.MacKenzie*, *E.Ledwosinska*, *Astrophys. J. Suppl.*, **175**, 277, 2008.
24. *M.S.Bessell*, *J.M.Brett*, *Publ. Astron. Soc. Pacif.*, **100**, 261, 1988.
25. *M.R.Meyer*, *N.Calvet*, *Astron. J.*, **144**, 288, 1997.
26. *J.A.Cardelli*, *C.C.Geoffrey*, *J.S.Mathis*, *Astrophys. J.*, **345**, 245, 1989.
27. *J.M.Carpenter*, *Astron. J.*, **121**, 2851, 2001.
28. *M.Gölfalk*, *G.Olofsson*, *Astron. Astrophys.*, **489**, 1409, 2008.
29. *T.P.Robitaille*, *B.A.Whitney*, *R.Indebetouw*, *K.Wood*, *P.Denzmore*, *Astrophys. J. Suppl.*, **167**, 256, 2006.

30. *T.P.Robitaille, B.A.Whitney, R.Indebetouw, K.Wood*, *Astrophys. J. Suppl.*, **169**, 328, 2007.
31. *H.Zinnecker, M.MacCaughrean*, *MmSAI*, **62**, 761, 1991.
32. *C.Aspin, G.Sandell, A.P.G.Russell*, *Astron. Astrophys. Suppl.*, **106**, 165, 1994.
33. *E.H.Nikoghosyan*, *Astrophys.*, **56**, 31, 2013.
34. *L.A.Hillenbrand, S.E.Strom, F.J.Vrba, J.Keene*, *Astrophys. J.*, **397**, 613, 1992.
35. *P.Saraceno, Ph.André, C.Ceccarelli, M.Griffin, S.Molinari*, *Astron. Astrophys.*, **309**, 827, 1996.
36. *D.C.Morton, T.F.Adams*, *Astrophys. J.*, **151**, 611, 1968.
37. *T.Khazadyan, T.A.Movsessian, C.J.Davis, T.Yu.Magakian, R.G.E.H.Nikogossian*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **418**, 1994, 2011.

ТРЕХКОМПОНЕНТНАЯ МОДЕЛЬ ЗАПЯТНЕННОСТИ КЛАССИЧЕСКОЙ $RS\ CV_n$ СИСТЕМЫ $UX\ Agi$

И.Ю.АЛЕКСЕЕВ

Поступила 27 июня 2013

Принята к печати 30 апреля 2014

В работе показано, что гипотеза о комплексном - холодные пятна и горячие факелы - строении активных областей на $UX\ Agi$ хорошо воспроизводит фотометрическое поведение звезды. Согласно моделированию, пятна холоднее спокойной фотосферы на 1300 K, в то время как факелы горячее фотосферы на 750 K. Такие оценки хорошо согласуются с результатами доплеровского картирования звезды, с расчетами фотометрического поведения и наблюдением молекулярных полос OH. Эффективная площадь запятненных областей доходит до половины полной поверхности звезды. При этом, согласно нашим оценкам, факелы составляют около одной трети площади пятен. Временной ход блеска звезды и эффективной площади пятен вероятно циклически с характерным временем 8-9 лет. Переключения активных долгот при этом не показывают явной цикличности.

Ключевые слова: *звезды: $RS\ CV_n$; звезды: $UX\ Agi$; запятненность*

1. *Введение.* Общеизвестно, что запятненные области на Солнце окружены областями повышенной яркости - горячими факелами. Однако при фотометрических исследованиях запятненных звезд обычно принимается простая двухкомпонентная модель - спокойная фотосфера и тень пятна. В частности, такая концепция была применена для разработанной в КрАО зональной модели. Но в некоторых случаях такая модель оказывается недостаточной. Так, в нашей работе [1] было показано, что у активной звезды $UX\ Agi$ наблюдается посинение во всех цветах при снижении блеска переменной, что абсолютно нехарактерно для модели типичной запятненной звезды. При этом существующие доплеровские карты звезды [2] говорят о наличии на ней больших холодных пятен.

Для объяснения фотометрических аномалий $UX\ Agi$ в литературе рассматривалось два механизма: преобладание при росте запятненности света от более горячего G компонента [3-5]; и гипотеза, что темные пятна сопровождаются яркими факелами [6]. Учитывая довольно сильную переменную поляризацию и радиоизлучение системы, не исключался и вклад находящегося между компонентами перетекающего вещества [1].

Аарум-Ульвас и Енгвольд [7] показали, что наличие факелов действительно может объяснить эффект поглубления в цвете $B-V$, и отказались от гипотезы вклада более горячего компонента. Более того, результаты

доплеровского картирования, выполненные Аарум-Ульвасом, Бердюгиной и Туоминеном [8], прямо показали наличие на звезде как холодных пятен, так и горячих факелов. С другой стороны, Мессина и др. [9] на основе анализа показателей цвета активных звезд LQ Нуа и DX Leo говорили о сложной структуре запятненных областей, отличных от структуры фотосферы - тень.

В настоящей работе мы рассматриваем трехкомпонентную модель запятненности UX Aгi, состоящую из спокойной фотосферы, холодных пятен и горячих факелов.

2. *История наблюдений.* UX Aгi = HD 21242 - одна из наиболее активных классических RS CVn переменных. Это яркая двойная SB2 система, состоящая из двух компонент K0IV и G5V. Яркая компонента показывает сильную хромосферную эмиссию в линиях НК CaII (открыта еще в 1939г. Хоггом [10]) и переменную эмиссию в линии H α , коррелирующую с фазой вращения звезды [11,12]. UX Aгi показала сильную активность в ультрафиолете, рентгене и радиодиапазоне. Это достаточно тесная система, показывающая признаки перетекания вещества и общей оболочки [13-15]. Фотометрические наблюдения звезды были начаты в 70-е годы Холлом и др. [16], длительные ряды наблюдений получили

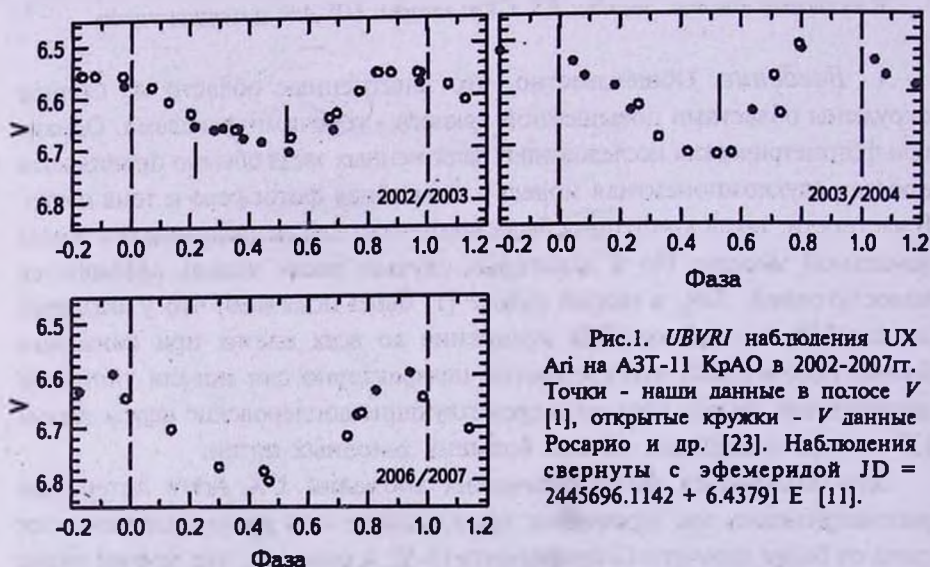


Рис.1. *UBVRI* наблюдения UX Aгi на АЗТ-11 КраО в 2002-2007гг. Точки - наши данные в полосе V [1], открытые кружки - V данные Росарио и др. [23]. Наблюдения свернуты с эфемеридой JD = 2445696.1142 + 6.43791 E [11].

Равендран и Мохин [5], Аарум Ульвас и Генри [17], Родоно и Кутиспото [6]. Фогт и Хатчес [2] впервые получили доплеровские карты яркого компонента системы. Наши наблюдения были получены на 1.25-м телескопе АЗТ-11 КраО в 2002-2004 и 2006-2007гг. (рис.1). Наблюдения показали, что в отличие от других систем типа RS CVn, пятна на UX Aгi распола-

гаются прежде всего в полушарии, противоположном вторичному компоненту [2,5]. Отмечается корреляция между запятненностью звезды и ее радиоизлучением, вызванным вспышками [18].

Сводная кривая блеска переменной построена по данным [1,5,6,16,17]. Максимальный блеск звезды $V_{\text{abs}} = 6^{\text{m}}.344$ достигался в 1998г. [17]. Наибольшая амплитуда вращательной модуляции блеска системы составляла $\Delta V = 0^{\text{m}}.30$, при колебаниях среднего блеска звезды от эпохи к эпохе $\Delta \langle V \rangle = 0^{\text{m}}.21$.

На рис.2 приведены двухцветные диаграммы блеска звезды. Мы видим, что изменения блеска в полосах *UBRI* линейно зависят от изменений блеска в полосе *V*. Эта картина соответствует источнику переменности с постоянной температурой (например, пятнам). Но, в отличие от других запятненных звезд, для UX Aг1 мы наблюдаем поглубление показателей цвета звезды с уменьшением блеска. Полученные коэффициенты линейной регрессии нехарактерны для запятненных звезд: $dU/dV^{\circ} = 0.56 \pm 0.05$, $dB/dV^{\circ} = 0.84 \pm 0.02$, $dR/dV^{\circ} = 1.05 \pm 0.05$, $dI/dV^{\circ} = 1.06 \pm 0.03$. Ниже мы рассмотрим, насколько такие цвета возможно объяснить с помощью трехком-

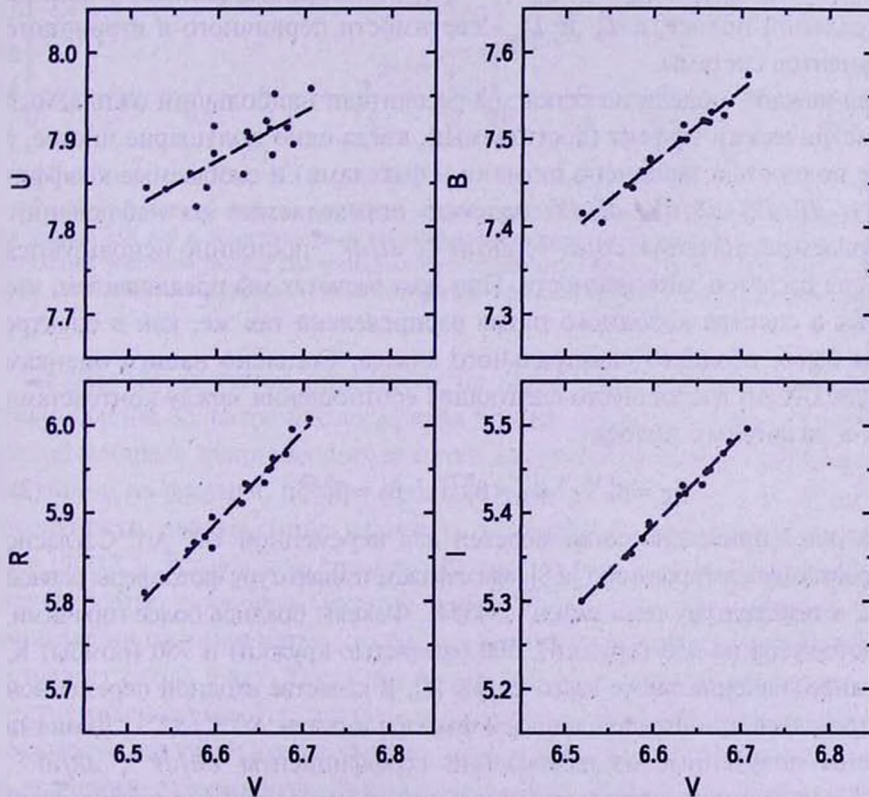


Рис.2. Двухцветные *UBVRI* диаграммы UX Aг1 по наблюдениям в КрАО. Значения наблюдаемых углов наклона составляет $dU/dV = 0.56 \pm 0.05$, $dB/dV = 0.84 \pm 0.02$, $dR/dV = 1.05 \pm 0.05$, $dI/dV = 1.06 \pm 0.03$.

понентной модели. Абсолютная звездная величина и показатели цвета системы в наиболее ярком состоянии составляют $M_V = 2^m.85$, $U - B = 0^m.47$, $B - V = 0^m.91$, $V - R = 0^m.72$, $V - I = 1^m.23$. Это хорошо соответствует спектральному классу K0IV. В дальнейшем мы будем принимать их за характеристики системы UX Ag1 в незапятнанном состоянии. Разность блеска между компонентами составляет, согласно [18], $\Delta m_V^{12} = 3^m.09$, что согласуется и с характерными значениями блеска для данных спектральных классов.

3. *Расчеты.* Мы рассмотрели сетку простых трехкомпонентных моделей и рассчитали ожидаемый фотометрический эффект в полосах *BVR* для простейшего приближения "без потемнения к краю" (модификация метода Фогта [19]). Полосу *U* мы не учитывали, так как она наиболее сильно подвержена влиянию хромосферной активности. Согласно модели, для каждой полосы мы можем написать уравнение вида

$$\Delta m_\lambda = -2.5 \log \left(1 - \left((1 - \beta_\lambda^{spot}) S^{spot} + (1 - \beta_\lambda^{plage}) S^{plage} \right) L_\lambda^1 / (L_\lambda^1 + L_\lambda^2) \right), \quad (1)$$

где S^{spot} и S^{plage} - эффективные площади пятен и факелов в долях видимой полусферы; β_λ^{spot} и β_λ^{plage} - контраст пятен и факелов в данной спектральной полосе, а L_λ^1 и L_λ^2 - светимости первичного и вторичного компонентов системы.

Для каждой модели из сетки мы рассчитали наибольший ожидаемый фотометрический эффект (достигаемый, когда одно полушарие чистое, а другое полностью заполнено пятнами и факелами) и ожидаемые коэффициенты dB/dV , dR/dV , dI/dV , надежно определяемые из наблюдений. Наблюдаемые значения dB/dV° , dR/dV° , dI/dV° постоянно используются нами для расчетов запятненности. При всех расчетах мы предполагаем, что энергия в спектре холодного пятна распределена так же, как в спектре звезды более позднего спектрального класса. Согласно нашим оценкам [20], для UX Ag1 имеют место следующие соотношения между контрастами пятна в различных полосах:

$$\beta_B = \beta_V^{1.18}, \quad \beta_R = \beta_V^{0.72}, \quad \beta_I = \beta_V^{0.42}. \quad (2)$$

На рис.3 приведена сетка моделей для переменной UX Ag1. Согласно доплеровскому картированию [2,8], мы считаем температуру фотосферы равной 4750 K, а температуру тени пятен - 3455 K. Факелы брались более горячими, чем фотосфера на 250 (кружки), 500 (открытые кружки) и 750 (ромбы) K. Последнее значение также взято из ДК [8]. В качестве входной переменной использовалось отношение площадей факелов и пятен S^{plage}/S^{spot} . Линиями отмечены полученные из наблюдений коэффициенты dB/dV° , dR/dV° , dI/dV° и их допуски, а также максимальный наблюдаемый фотометрический эффект в полосе *V*, составляющий $0^m.506$, и наблюдаемый в эпоху 2004.94.

Из рисунка видно, что все три модели могут удовлетворить наблюдаемому

набору параметров. При факелах, более горячих, чем фотосфера на 750 K, мы получаем $S_{plage}/S_{spot} = 0.3$; при $\Delta T = 500$ K - $S_{plage}/S_{spot} = 0.5 + 0.6$, а при $\Delta T = 250$ K - $S_{plage}/S_{spot} = 1.3$. По-видимому, с учетом ДК стоит отдать предпочтение первому варианту. Таким образом, во всех дальнейших расчетах мы полагаем, что факелы на UX Aгi горячее фотосферы на 750 K и составляют по площади около 30% пятен.

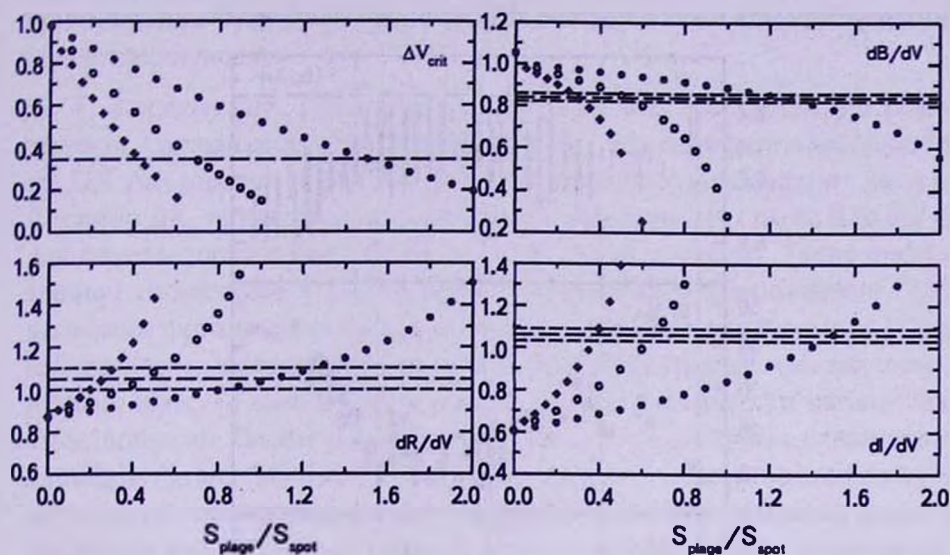


Рис.3. Ожидаемый фотометрический эффект трехкомпонентной модели запятненности для звезды UX Aгi в зависимости от отношения площадей факелов и пятен. Различными символами показаны разные значения разности температур факела и спокойной фотосферы: 250 K (заполненные кружки), 500 K (открытые кружки) и 750 K (заполненные ромбы).

Результаты расчетов приведены на рис.4. На двух верхних панелях представлены долговременная кривая блеска звезды [1] и временной ход полной площади покрывающих ее пятен для рассмотренного приближения. Как видно из рисунка, полная площадь пятен S изменяется от 10 до 50% поверхности звезды (при разности температур фотосферы и пятен $\Delta T = 1300$ K). Изменения среднего блеска звезды и ее полной площади пятен вероятно цикличны. Средний промежуток времени между локальными минимумами площади пятен (отмечены на рисунке вертикальными линиями) составляет около 9 лет. Такая длительность цикла вполне характерна для запятненных звезд. На следующей панели приведен временной ход светимости звездной хромосферы в линии $H\alpha$. Эти величины получены из значений эквивалентной ширины чистой эмиссии в линии $H\alpha$ и одновременного блеска звезды в полосе R . Этот ход не противоречит утроенному циклу активности, составляющему около 26 лет [17]. На нижней панели рисунка показаны значения фазы главного (точки) и

вторичного (открытые кружки) минимумов блеска. На рисунке мы видим наличие в ряде сезонов двух активных долгот, разнесенных примерно на полпериода. Видно постепенное долговременное уменьшение фаз минимумов блеска со временем, что говорит о неполном совпадении фотометрического периода звезды с орбитальным (фотометрический период несколько короче). В случае точного определения периода этот эффект можно интерпретировать и как следствие дифференциального вращения солнечного

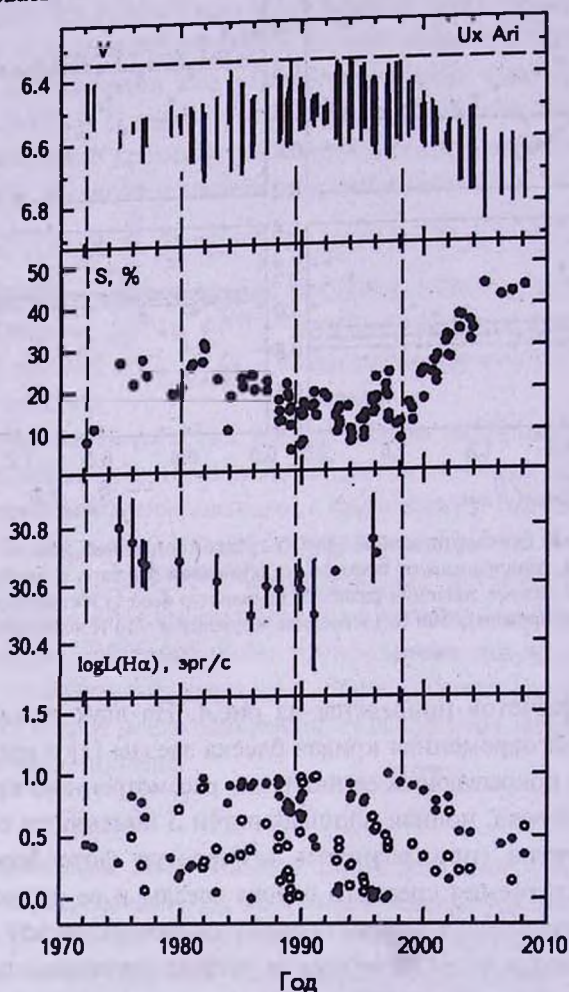


Рис.4. Изменения активности двойной системы UX Ari. Верхняя панель - кривая блеска звезды в полосе V. Вертикальные линии соответствуют сезонным изменениям блеска peak-to-peak. Горизонтальная штриховая линия показывает максимальный наблюдаемый уровень блеска звезды $V_{\text{max}} = 6^{\text{m}}.344$. Вторая панель - временной ход эффективной полной площади запятненных областей, выраженной в процентах полной поверхности звезды. Третья панель - временной ход светимости звездной хромосферы в линии Hα. Нижняя панель - временной ход фаз активных долгот переменной. Заполненный кружок соответствует главной активной долготе, открытый - вторичной. Вертикальные штриховые линии отмечают минимумы площади запятненных областей.

типа - экваториальные области вращаются синхронно с орбитальным движением вторичного компонента, а находящиеся на более высоких широтах пятна попадают в зоны более медленного вращения. Из-за отсутствия в рассмотренной модели метода оценки широт пятен более конкретных выводов о характере и величине дифференциального вращения мы сделать не можем. В эпохи 1991 и 1996гг. наблюдается переключение двух активных долгот, которое, в отличие от других систем, не показывает явной цикличности.

4. Заключение. Таким образом, мы показали, что гипотеза о комплексном - холодные пятна и горячие факелы - строении активных областей на UX Aг1 хорошо воспроизводит фотометрическое поведение звезды. Согласно ДК, пятна холоднее спокойной фотосферы на 1300 K, в то время как факелы горячее фотосферы на 750 K (наши расчеты). Такие оценки хорошо согласуются с результатами доплеровского картирования [2,8], расчетами фотометрического поведения по иерархической модели [18] и наблюдением молекулярных полос OH [21]. Эффективная площадь запятанных областей доходит до половины полной поверхности звезды. При этом, согласно нашим оценкам, факелы составляют около одной трети площади пятен. Эта модель плохо согласуется с картиной солнечной активности, где площадь ярких областей превышает площадь пятен в несколько раз [22]. Но в данном случае мы имеем дело с активностью звезды, близкой к насыщению, когда практически вся звезда (до 70% поверхности) предполагается покрытой активными областями (холодные пятна и горячие факелы).

О широтном распределении пятен никаких выводов мы сделать не можем. Временной ход блеска звезды и эффективной площади пятен вероятно цикличен с характерным временем 8-9 лет. Тройной цикл активности (около 26 лет) не противоречит временному ходу хромосферной эмиссии звезды и хорошо согласуется с ранее отмеченным 25-летним циклом [17]. С другой стороны, данные [23] не подтверждают какой-либо цикличности в изменении площади пятен. Переключения активных долгот также не показывают явной цикличности.

Автор благодарен д.ф.-м.н. Р.Е.Гершбергу (НИИ КрАО) и участникам семинара ЛФЗГ КрАО за конструктивные замечания.

НИИ, Крымская астрофизическая обсерватория, Крым,
Украина, e-mail: ilya-alekseev@mail.ru

THREE-COMPONENT MODEL OF SPOTTEDNESS IN CLASSICAL RS CVN TYPE SYSTEM UX Ari

I.YU.ALEKSEEV

It is shown that the hypothesis of the three-component photospheric structure on UX Ari well reproduces the photometric behaviour of stars. According to the modelling this structure consists of the quiet photosphere, the dark spots which are cooler on 1300 K than the photosphere, and bright faculae which are hotter on 750 K. Such estimates are in good agreement with the results of Doppler imaging, photometric activity and observation of OH molecular bands. Effective area of starspots comes to half of the total stellar surface. According to our estimates, the plage area is about 30 % of the spotarea. Long-term variations of the stellar brightness and spotarea probably is cyclical with a characteristic time of 8-9 years. On the other hand switches of active longitudes do not show obvious cyclicity.

Key words: *stars: RS CVn: stars: UX Ari: spottedness*

ЛИТЕРАТУРА

1. И.Ю.Алексеев, А.В.Кожеевникова, *Астрофизика*, **47**, 519, 2004.
2. S.S.Vogt, A.P.Harzes, *The Sun and Cool Stars: Activity, Magnetism, Dynamos*, eds. I.Tuominen, D.Moss, G.Rüdiger, Springer-Verlag, 297, 1991.
3. S.W.Wacker, E.F.Guinan, G.P.McCook *et al.*, *Inform. Bull. Var. Stars*, **2920**, 1986.
4. S.Mohin, A.V.Raveendran, *J. Astrophys. Astron.*, **10**, 35, 1989.
5. A.V.Raveendran, S.Mohin, *Astron. Astrophys.*, **301**, 708, 1995.
6. M.Rodono, G.Cutispoto, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **95**, 55, 1992.
7. V.Aarum-Ulvas, O.Engvold, *Astron. Astrophys.*, **399**, L.11, 2003.
8. V.Aarum-Ulvas, S.V.Berdugina, I.Tuominen, *Astrophysics with the NOT*, eds. H.Karttunen, V.Pirola, University of Turku, 222, 1999.
9. S.Messina, G.Cutispoto, E.F.Guinan *et al.*, *Astron. Astrophys.*, **447**, 293, 2006.
10. F.S.Hogg, *Publ. David Dunlap Observ.*, **1**, 81, 1939.
11. R.C.Carlos, D.M.Popper, *Publ. Astron. Soc. Pacif.*, **83**, 504, 1971.
12. B.W.Bopp, J.C.Talcott, *Astron. J.*, **83**, 1517, 1978.
13. C.G.Pombs, J.D.Fix, *Astrophys. J.*, **216**, 503, 1977.
14. F.Scaltriti, V.Pirola, G.V.Coyne *et al.*, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **102**, 343, 1993.
15. R.L.Mutel, J.F.Lestrade, R.A.Preston, R.B.Phillips, *Astrophys. J.*, **289**, 262, 1985.

16. *D.S.Hall, R.E.Monte, H.L.Atkins*, Acta Astron., **25**, 125, 1975.
17. *V.Aarum-Ulvas, G.W.Henry*, Astron. Astrophys., **402**, 1033, 2003.
18. *N.M.Elias, A.Quirrenbach, A.Witzei et al.*, Astrophys. J., **439**, 983, 1995.
19. *S.S.Vogt*, Astrophys. J., **250**, 327, 1981.
20. *И.Ю.Алексеев*, Запятанные звезды малых масс, Одесса: АстроПринт, 2001.
21. *D.O'Neal, J.E.Neff, S.H.Saar, J.K.Mines*, Astron. J., **122**, 1954, 2001.
22. *В.Н.Обридко*, Солнечные пятна и комплексы активности, М., Наука, 1985.
23. *M.J.Rosario, A.V.Raveendran, M.V.Mekkaden*, Astron. Astrophys., **474**, L41, 2007.

ИССЛЕДОВАНИЕ SBS 1202+583. ОСОБЕННОСТИ В РАСПРЕДЕЛЕНИИ РАДИАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ ПО ПОЛЮ

С.А.АКОПЯН

Поступила 22 января 2014

Принята к печати 30 апреля 2014

Настоящая статья является дополнением к нашей основной, по исследованию галактики SBS 1202+583 (см. arXiv:1401.3359), в которой объект был охарактеризован как комплекс, состоящий из более чем девяти областей НII. Используются результаты панорамной спектроскопии, полученные по наблюдениям с мультиспектральными спектрографами MPFS, с 6-м телескопом CAO Российской академии наук, и "VAGR", с 2.6-м телескопом БАО Армении. Анализ поля скоростей в линии H α позволяет предположить, что ближняя из двух основных подструктур комплекса, связанная с областью НII SBS1202+583C1 (из компоненты VV270b) разрушается, находясь под воздействием данной структуры, связанной с SBS1202+583NE4 (из компоненты VV270a), являющейся наиболее массивным и мощным источником H α -излучения. Возмущенное под ее гравитационным воздействием поле стимулирует направленное движение большинства областей НII, при их одновременном вращении.

Ключевые слова: *3D-спектроскопия галактик: поле скоростей: области НII-объект: SBS1202+583 - объект: VV270ab*

1. Введение. Панорамная спектроскопия галактики SBS1202+583, зарегистрированная во Втором бюраканском обзоре как двойной объект, проводилась нами по наблюдениям с 6-м телескопом Специальной астрофизической обсерватории (CAO) Российской академии наук, и "VAGR", с 2.6-м телескопом Бюраканской астрофизической обсерватории (BAO) Армении. Наблюдения покрыли не всю, но значительную часть поля галактики. По двумерным распределениям излучения в линии H α были выявлены девять дискретных областей ионизованного водорода, формирующих основную структуру объекта. Детали проведения наблюдений, описания и некоторые физические параметры, полученные по их результатам, для отдельных областей НII были опубликованы ранее [1].

На снимке из SDSS (Sloan Digital Sky Survey [2]), рис.1, выделившем больший эпизод, чем каждое из четырех полей, которые наблюдались в линии H α , можно видеть одновременно все дифференцированные области НII. В качестве полного названия для каждой из них, как отдельных компонент объекта, мы используем указанные на рис.1 обозначения, прибавляя их к названию галактики, напр. SBS1202+583NE4. Области НII

NE4, NE2, SE1 и SW1, однозначно отождествляются с объектами SDSS, идентификационные номера которых из DR7 приводились в предыдущей статье. К настоящему времени эти четыре объекта есть во всех релизах SDSS, включая DR10, кроме SW1, который (в результате очевидной ошибки) отсутствует в списках релизов с DR8 по DR10. SBS1202+583NE5, в качестве объекта SDSS, появилась уже после опубликования предыдущей статьи, в релизах с DR8 по DR10, с идентификационным номером 1237657612877103175. Во всех релизах SDSS в поле исследуемой галактики лишь единственный объект является спектрофотометрическим, со значением красного смещения, $z=0.087$. Он расположен по центру области HII C, которая, как было показано [1], состоит из двух примерно равных областей HII, C1 и C2, так что не может быть отождествлен ни с одной из них.

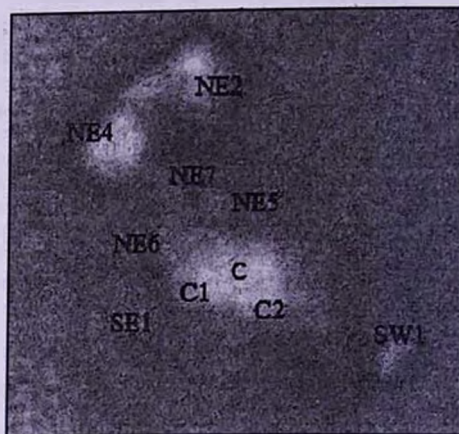


Рис.1 Снимок из SDSS с изображением поля галактики SBS1202+583 с указанием областей HII, дифференцированных по результатам панорамной спектроскопии.

В астрономических базах данных с областью C ассоциируется центральная часть галактики, классифицируемая как карликовая спиральная Sc, напр. в LEDA [3]. Помимо того, SBS1202+583 отождествляется с частью трехкомпонентной взаимодействующей системы VV270abc, показанной на рис.2а. Следуя описанию в источнике [4], компонента VV270a охватывает самую яркую в поле область HII NE4 и соседнюю NE2, компонента VV270b - области HII C1, C2, SE1 и SW1. Области HII NE5, NE6 и NE7 занимают промежуточное положение.

Исследованию системы VV270ab посвящена работа Архиповой и др. [5] по результатам наблюдений со спектрографом UAGS с 6-м телескопом CAO. Кривая вращения, построенная ими по этим данным, не позволила сделать однозначный вывод о том, является ли система двойной или одиночной галактикой. Положение щели, показанное в работе на снимке

из Паломарского атласа (рис.2b), мы перенесли на снимок из SDSS (рис.2с). На рисунке видно, в частности, что шель спектрографа не пересекала NE4 и C1, что важно для дальнейшего изложения.

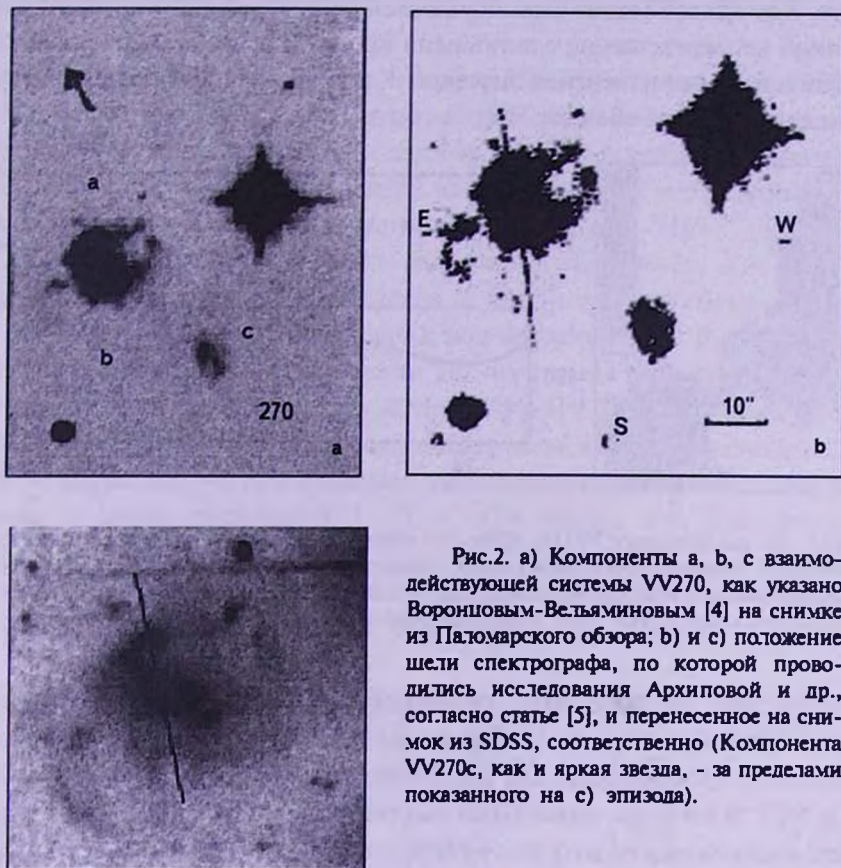


Рис.2. а) Компоненты а, b, с взаимодействующей системы VV270, как указано Воронцовым-Вельяминовым [4] на снимке из Паломарского обзора; б) и с) положение шели спектрографа, по которой проводились исследования Архиповой и др., согласно статье [5], и перенесенное на снимок из SDSS, соответственно (Компонента VV270с, как и яркая звезда, - за пределами показанного на с) эпизода).

В настоящей статье, рассмотрением результатов панорамной спектроскопии [1], относящихся к полю скоростей, формируемому линией $H\alpha$ -излучения, выделены некоторые особенности пространственной структуры исследуемого комплекса.

2. Наблюдения со спектрографом VAGR. Основная информация, полученная по наблюдениям со спектрографом VAGR в 2004г., относится к SBS1202+583SW1 (см рис.1). Она расположена по центру кругового по форме поля спектрографа, где качество спектров наилучшее. Наиболее информативный эпизод поля приводится на рис.3а. На нем градациями серого показано распределение радиальных скоростей V_r по линии $H\alpha$, диапазон изменения которых выведен шкалой. В пределах SW1 прослеживается упорядоченное распределение значений V_r , выраженное в их

увеличении с запада на восток, что иллюстрирует кривая скоростей, показанная на рис.3б. Разница значений V_r по краям области НII SW1 в этом направлении более 100 км/с превышает ошибку измерения скоростей в 90 км/с. Ход кривой может быть обусловлен внутренней кинематикой газов, связанной непосредственно с активными процессами звездообразования, но с учетом плавности изменения значений V_r , он скорее всего свидетельствует о вращении данной области НII.

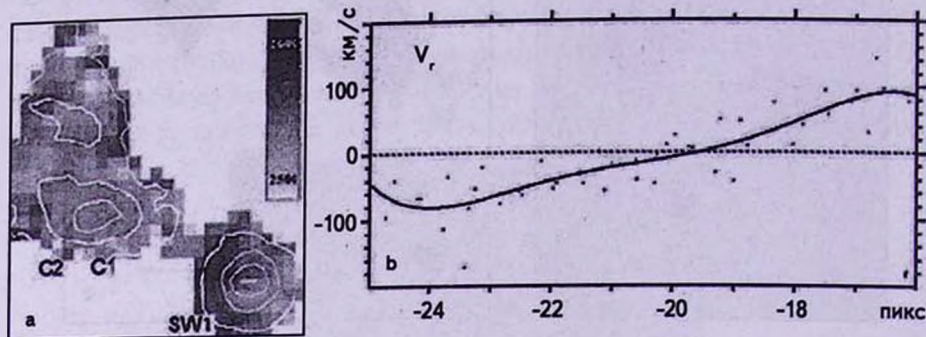


Рис.3. По наблюдениям VAGR 2004г: а - эпизод поля, где фоновые градации серого соответствуют распределению радиальных скоростей V_r , шкала показывает их разброс, светлые изолинии - контуры областей НII; б - кривая распределения V_r вдоль линии, пересекающей область НII SW1 в направлении с запада на восток.

Кроме SW1, по краю поля, где качество спектров хуже по сравнению с его центральной частью, расположены области НII C1 и C2, которые сливаются на изображении, как и ближайшие к ним северные области НII NE5 и NE7. В качестве индикатора расстояния мы используем значения V_r в пиках интенсивности излучения областей НII. Поскольку SW1 есть только в этом из наблюдавшихся нами в линии $H\alpha$ полей, было бы важно оценить в сравнении расстояния SW1 и С. Однако разница значений V_r в пике интенсивности SW1 и в элементе с наибольшим значением интенсивности в пределах С (в несколько единиц) не превышает ошибку измерений.

3. Наблюдения со спектрографом MPFS. Распределение радиальных скоростей V_r , полученное со спектрографом MPFS в 2007г., показано фоном на рис.4а. Этим наблюдениям соответствует наименьшая ошибка измерения скоростей, в 30 км/с. С учетом того, что в поле наблюдается большинство областей НII, семь из девяти (ср. рис.1 и 4а), а разброс значений V_r в пиках интенсивности оказывается в пределах ошибки, ее значение, примерно 400 кпк, в переводе на расстояния, можно использовать в качестве грубой оценки радиальной протяженности исследуемого комплекса.

Отметим, что SBS1202+583NE2 наблюдалась только в поле по наблюдениям с MPFS в 2007г., а SBS1202+583SE1 (см. рис.1) - только в поле

по наблюдениям с MPFS в 2002г., ошибка измерения радиальных скоростей в котором составляет ~ 60 км/с. Оставаясь в пределах ошибки, значения V_r увеличиваются вдоль SE1 в направлении с запада на восток, и, что важно, все они превышают значения V_r той части SBS1202+583NE4, которая наблюдается в поле MPFS 2002.

Шесть из областей НII есть и в поле MPFS 2007, и в поле MPFS 2002. На рис.4b приводится график, позволяющий сравнить очередность, в которой их по лучу зрения выстраивают данные двух наблюдений. Деления по оси абсцисс на графике - это элементы матрицы, сложенные в плоскость, а по ординате, квадратиками и крестиками, по данным MPFS 2007 и MPFS 2002, соответственно, отмерено радиальное расстояние, ΔR , на которое каждая из пяти областей НII удалена от C1. По данным обоих наблюдений с MPFS, C1 является ближайшей к нам областью НII. В соответствии со значением V_r в пике интенсивности H α -излучения по данным MPFS 2007, она находится на расстоянии $R(\text{Мпк}) = V_r/H = 33.717$. Значения ΔR на графике не приводятся, поскольку оперировать ими непосредственно было бы не корректно, но дублирование очередности расположения, по крайней мере, в случае областей НII C2 и NE4 важно, как дополнительная аргументация.

В случае области НII C2, косвенно подтверждается двойная структура области C, с которой связана основная информация в базах данных.

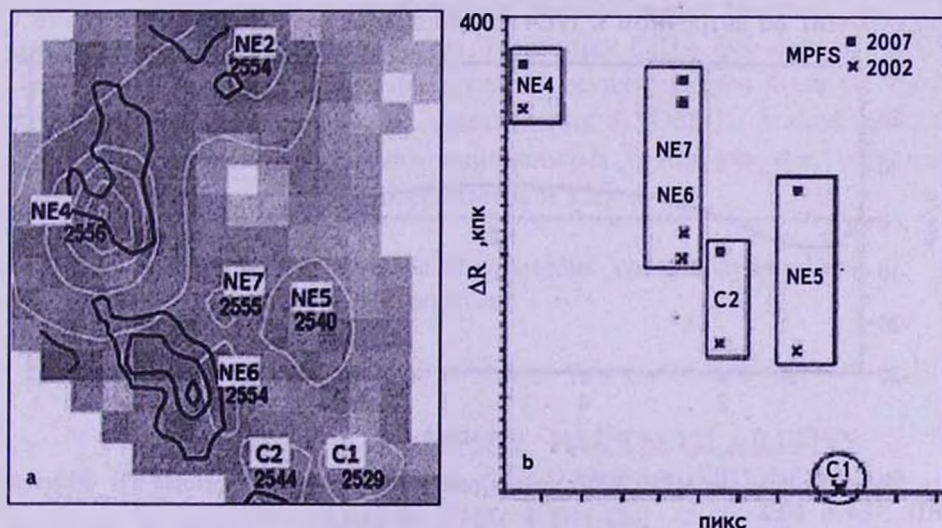


Рис.4. а - поле MPFS 2007 - распределение радиальных скоростей V_r по H α показано градиентами серого, во всем диапазоне значений, темными изолиниями - при $V_r > 2555$ км/с; белыми изолиниями показаны контуры областей НII, для которых приводятся значения V_r в пиках излучения; б - график для сравнения радиальной удаленности пяти из областей НII от ближайшей C1 по данным двух наблюдений: MPFS 2007 - квадратиками, MPFS 2002 - крестиками.

Значения V_r в пределах C2 растут с запада на восток, превышая по краям ошибку измерения.

В соответствии с графиком 4b наиболее вероятно, что область NE4 расположена дальше остальных по лучу зрения или одна из наиболее удаленных. Своего рода подтверждением можно считать наличие плато, в пределах которого лежит пик ее интенсивности излучения NE4. Флуктуации V_r здесь практически отсутствуют, что можно интерпретировать как наличие диска, ориентированного перпендикулярно к лучу зрения. На рис.4а на плато указывает одиночный темный контур, при том, что изолинии построены для значений $V_r > 2555$ км/с с шагом в 10 км/с.

Три вложенных контура (рис.4а) южнее NE4 высвечивают участок, в котором плавным увеличением достигается максимальное в поле значение $V_r = 2575$ км/с. Внешнему контуру соответствует то же значение, что и контуру плато в NE4, т.е. 2555 км/с. С этим участком с запада граничит область НП NE6, к которой с запада, в свою очередь, примыкает область, где наблюдаются близкие к минимальным в поле значения радиальных скоростей. Разница по краям самой области NE6 > 40 км/с, т.е. больше ошибки измерений.

На рис.5 приводится кривая скоростей, построенная по данным в пределах угла, захватывающего частично NE4 и всю NE2. Ее траектория прослеживает плато в NE4 и выявляет небольшую разницу (< 30 км/с) по краям NE2. Если ее интерпретировать как тенденцию к вращению, то оно происходит во встречном к NE4 направлении.

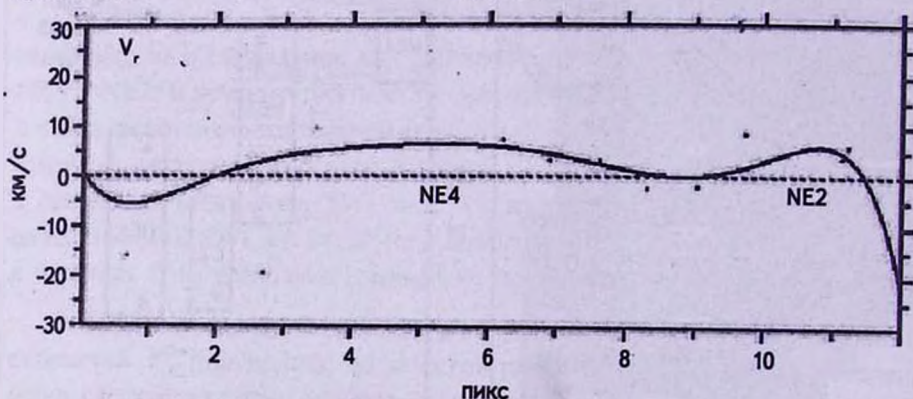


Рис.5. По данным MPFS 2007: кривая распределения V_r , построенная для областей НП NE4 и NE2.

В целом, только две из областей НП, NE2 и NE4, выделяются как физическая пара. Помимо того, что они составляют структурную компоненту VV270а, значения V_r вокруг этих областей в среднем больше, чем вокруг областей C1, C2, NE5, что подтверждается данными двух наблюдений.

Косвенно на это указывает и предположение о двойственной структуре галактики в работе Архиповой [5], сделанное по данным вдоль щели спектрографа, пересекающей С и NE2 (а не NE4).

4. *Заключение.* Анализ распределения радиальных скоростей V_r , определенных по линии H α -излучения, в поле SBS 1202+583, в составе которого были дифференцированы 9 областей HII [1], в частности, показал:

- наличие разницы, превышающей ошибку измерения, в значениях радиальных скоростей V_r , наибольшей в направлении *W-E*, по краям областей HII NE6, C2 и SW1, интерпретацией чего может быть, в частности, их вращение в указанном направлении. Такая же тенденция, но в пределах ошибки измерений, прослеживается по краям областей HII, NE5, SE1;

- NE4, наиболее удаленная из областей HII, и NE2, составляют физическую пару.

Итак, у большинства из областей HII, кроме NE4 и C1, наблюдаются сходные кинематические тенденции. Скорее всего, ближняя структура с C1 постепенно разрушается под воздействием удаленной структуры, включающей две наиболее яркие во всем комплексе области HII NE4 и NE2.

Автор благодарит сотрудника CAO РАН доктора физ. мат. наук А.В.Моисеева за ценные советы по подготовке статьи.

Финансирование проекта SDSS-III обеспечено Фондом Альфреда Слоана, участвующими в проекте организациями, Национальным Научным Фондом и Отделением Науки Министерства Энергетики США. Веб-сайт SDSS-III - <http://www.sdss3.org/>. Управление проектом осуществляется Консорциумом Астрофизических исследований участвующих в SDSS-III Коллаборации более 27 национальных и межнациональных групп участия, научных институтов, лабораторий, университетов и т.д.

Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна,
Армения, e-mail: susanaha@bao.sci.am

STUDY OF SBS 1202+583. PARTICULARITIES IN THE DISTRIBUTION OF RADIAL VELOCITIES OVER THE FIELD

S.A.HAKOPIAN

The present article is an addition to our basic one on the investigation of SBS 1202+583 (see arXiv: 1401.3359), in which the object was characterized

as a complex, composed of more than nine HII regions. The results used are that of the panoramic spectroscopy, obtained during observations with the multipupil spectrographs MPFS, with the 6-m telescope of SAO Russian Academy of Sciences, and "VAGR" with the 2.6-m telescope of BAO, Armenia. The analysis of the velocity field in H α allows the assumption, that the complex is situated in an intermediate stage of merging of two structures, one of which, the one connected to the HII region closest to us, SBS1202+583C1 (from the component VV270b), dilapidates being under the impact of the farther structure, connected with SBS1202+583NE4 (from the component VV270a), which in its turn is the more massive and high-powered source of H α -emission. The field, perturbed under the gravitational impact of the latter structure, stimulates the directional movement of most of the HII regions together with their simultaneous rotation.

Key words: 3D spectroscopy of galaxies: the velocity fields: the regions HII: object SBS 1202+583: object VV270ab

ЛИТЕРАТУРА

1. С.А.Акопян, С.К.Балаян, С.Н.Додонов, А.В.Моисеев, А.А.Смирнова, *Астрофизика*, 55, 1, 2012. (<http://arxiv.org/abs/1401.3359>).
2. <http://www.sdss.org/>
3. <http://leda.univ-lyon1.fr/>
4. Б.А.Воронцов-Вельяминов, Атлас и каталог взаимодействующих галактик.
5. В.П.Архипова, А.В.Засов, Р.И.Носкова, О.К.Сильченко, *Астрон. ж.*, 64, 1161, 1987.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОМПАКТНЫХ РАДИОГАЛАКТИК В 7C II ОБЛАСТИ

А.В.АБРАМЯН¹, Р.Р.АНДРЕАСЯН¹, М.А.ОГАННИСЯН²,
Г.М.ПАРОНЯН¹

Поступила 14 февраля 2014

Принята к печати 30 апреля 2014

В работе детально изучены 26 мерцающих на частоте 102 МГц радиогалактик во второй области Кембриджского 7C списка, с целью выяснения тех основных физических и структурных особенностей, которые характерны для этих внегалактических радионисточников. Полученные результаты были сравнены с результатами мерцающих квазаров той же области.

Ключевые слова: *радиогалактики; компактные; мерцающие*

1. Введение. Исследования радиогалактик показали, что они обладают несравненно большими радиосветимостями относительно нормальных галактик. Радиоизлучение радиогалактик примерно в тысячу раз превосходит радиоизлучения таких нормальных галактик, как "Андромеда". Сильное радиоизлучение дает возможность для нахождения радиогалактик на достаточно больших расстояниях.

Наблюдения на частоте 102 МГц методом мерцаний дали возможность обнаружения большого количества компактных радиоисточников, имеющих размеры меньше одной угловой секунды. Наблюдения велись во второй области (0.097 стерadian) Кембриджского 7C списка. Из обнаруженных компактных радиоисточников 68 объектов были отождествлены с внегалактическими оптическими источниками, причем 26 из них оказались радиогалактиками, а 42 квазарами [1-3].

Настоящая работа посвящена изучению вышеупомянутых 26-ти мерцающих радиогалактик с целью выяснения тех основных физических и структурных особенностей, которые характерны для этих объектов [4-6]. В работе также проводится сравнение результатов, полученных для этих 26-ти мерцающих радиогалактик, с результатами мерцающих квазаров.

2. Выбор источников. Изучаемые радиоисточники были выбраны по следующему принципу, по возможности исключая наблюдательную селекцию. Во-первых были выбраны те объекты, у которых имеется хоть один мерцающий компонент, угловой размер которого не превышает

одной угловой секунды. Из этих объектов были выбраны те радиоисточники, которые в обзоре FIRST, в области с угловым размером $5' \times 5'$ и на частоте 1400 МГц, имеют отчетливо выделяющийся дискретный радиокомпонент. Затем было проведено оптическое отождествление по таблице SDSS. Наконец, из отождествленных внегалактических радиоисточников были выбраны только те объекты, у которых известны красные смещения. После этого, из имеющихся в первоначальном списке 289 радиоисточников остались всего 68 объектов, притом из них 42 являются квазарами (у 30 квазаров красное смещение больше единицы, а у 12 меньше единицы), а 26 оказались радиогалактиками (у 11-ти красное смещение больше единицы, а у 15-ти меньше единицы). Результаты исследования 42-х квазаров этого списка приведены в работе [7]. В настоящей работе будет проведено радио, оптическое и инфракрасное изучение указанных 26-ти мерцающих радиогалактик и сравнение полученных результатов с результатами вышеупомянутых 42-х квазаров.

3. *Анализ наблюдательных данных.* Для наших 26-ти радиогалактик были собраны все возможные информации, используя данные радио (FIRST, NVSS, GB6, 87GB) [8,10-12], оптических (SDSS) [9] и инфракрасных (WISE, IRAS) [13-15] каталогов. После обработки указанных данных оказалось, что 12 из этих источников на частоте 1400 МГц имеют только один очень компактный радиокомпонент, а 14 имеют также протяженные радиокомпоненты или состоят из более чем одного компонента.

Для этих 26-ти радиогалактик были получены абсолютные звездные величины, используя следующую формулу (см. [16]):

$$M = m + 5 - 5 \log(D) - K_z + \Delta m(z), \quad (1)$$

где M и m - соответственно абсолютные и видимые звездные величины, D - расстояние между источником и наблюдателем (расстояния найдены с использованием формул из работы [17] для больших красных смещений), K_z - это K -поправка для данного значения красного смещения [16], а $\Delta m(z)$ - коррекция K поправки [18]. Значения K_z в разных цветах приведены в табл.1. При расчетах для космологических постоянных были приняты следующие значения:

$$q_0 = -0.56, \quad \Omega_M = 0.29, \quad \Omega_\Lambda = 0.71, \quad H = 71.$$

Используя полученные результаты, были оценены средние значения абсолютных звездных величин ($M = -22.13 \pm 0.13$) и красных смещений ($z = 0.967 \pm 0.14$). По сравнению с квазарами той же области можно сказать, что радиогалактики в среднем на $1^m.15$ слабее, чем квазары (при принятых выше значениях космологических постоянных у мерцающих квазаров для средней абсолютной звездной величины получено значение $M = -23^m.28$).

Используя имеющиеся информации о плотности радиопотоков в

Таблица 1

ЗНАЧЕНИЯ k В РАЗНЫХ ЦВЕТАХ

z	k_B	k_V	k_R	k_I	z	k_B	k_V	k_R	k_I
0.1	-0.087	-0.144	-0.036	-0.133	1.4	-0.554	-0.711	-0.727	-0.532
0.2	-0.179	-0.234	-0.125	-0.242	1.5	-0.581	-0.726	-0.740	-0.545
0.3	-0.232	-0.289	-0.215	-0.051	1.6	-0.610	-0.777	-0.743	-0.549
0.4	-0.298	-0.367	-0.281	-0.084	1.7	-0.604	-0.811	-0.752	-0.561
0.5	-0.348	-0.443	-0.342	-0.118	1.8	-0.600	-0.829	-0.761	-0.569
0.6	-0.391	-0.490	-0.408	-0.146	1.9	-0.591	-0.839	-0.780	-0.559
0.7	-0.420	-0.522	-0.471	-0.202	2.0	-0.581	-0.848	-0.819	-0.552
0.8	-0.425	-0.589	-0.520	-0.286	2.1	-0.585	-0.862	-0.838	-0.563
0.9	-0.434	-0.623	-0.549	-0.350	2.2	-0.630	-0.903	-0.848	-0.588
1.0	-0.455	-0.661	-0.600	-0.384	2.3	-0.659	-0.917	-0.855	-0.628
1.1	-0.506	-0.689	-0.646	-0.390	2.4	-0.621	-0.913	-0.863	-0.686
1.2	-0.529	-0.697	-0.672	-0.409	2.5	-0.515	-0.915	-0.872	-0.716
1.3	-0.542	-0.698	-0.703	-0.478					

диапазоне 38 МГц - 30 ГГц, для наших 26-ти радиогалактик были построены радиоспектры, которые приведены на рис.1. По этим радиоспектрам были оценены спектральные индексы радиогалактик. Из полученных радиоспектров видно, что у 15-ти источников на частоте 102 МГц имеется завал спектра, который, по всей вероятности, можно объяснить эффектом синхротронного самопоглощения. У одной радиогалактики (1031+3404) радиоспектр состоит из трех частей. Такие радиоисточники очень редкие (см. [19]). Детальному изучению этого радиоисточника будет посвящена отдельная работа. Надо отметить, что в радиоспектрах квазаров из той же области на частоте 102 МГц завал спектра наблюдался у 36-ти объектов из 42-х.

Была построена также зависимость между спектральными индексами и абсолютными звездными величинами. Эта зависимость приведена на рис.2, из которого видно, что с увеличением абсолютных звездных величин спектральный индекс у радиогалактик уменьшается. Для наших радиогалактик рассчитан средний спектральный индекс, который равен $\alpha = -0.806$. По сравнению со средним значением спектрального индекса квазаров той же области можно сказать, что у радиогалактик радиоспектры в среднем более крутые, чем у квазаров ($\alpha = -0.66$ [7]).

Наблюдательные данные и результаты расчетов для 26-ти мерцающих радиогалактик приведены в табл.2. Во втором и третьем столбцах таблицы приведены координаты источника, в четвертом - красные смещения, в пятом и шестом - соответственно видимые и абсолютные звездные величины, в седьмом - плотность потока на частоте 1400 МГц, а в восьмом - спектральные индексы в радиодиапазоне.

Исследования радиоисточников в области 7С II показали, что в диапазоне

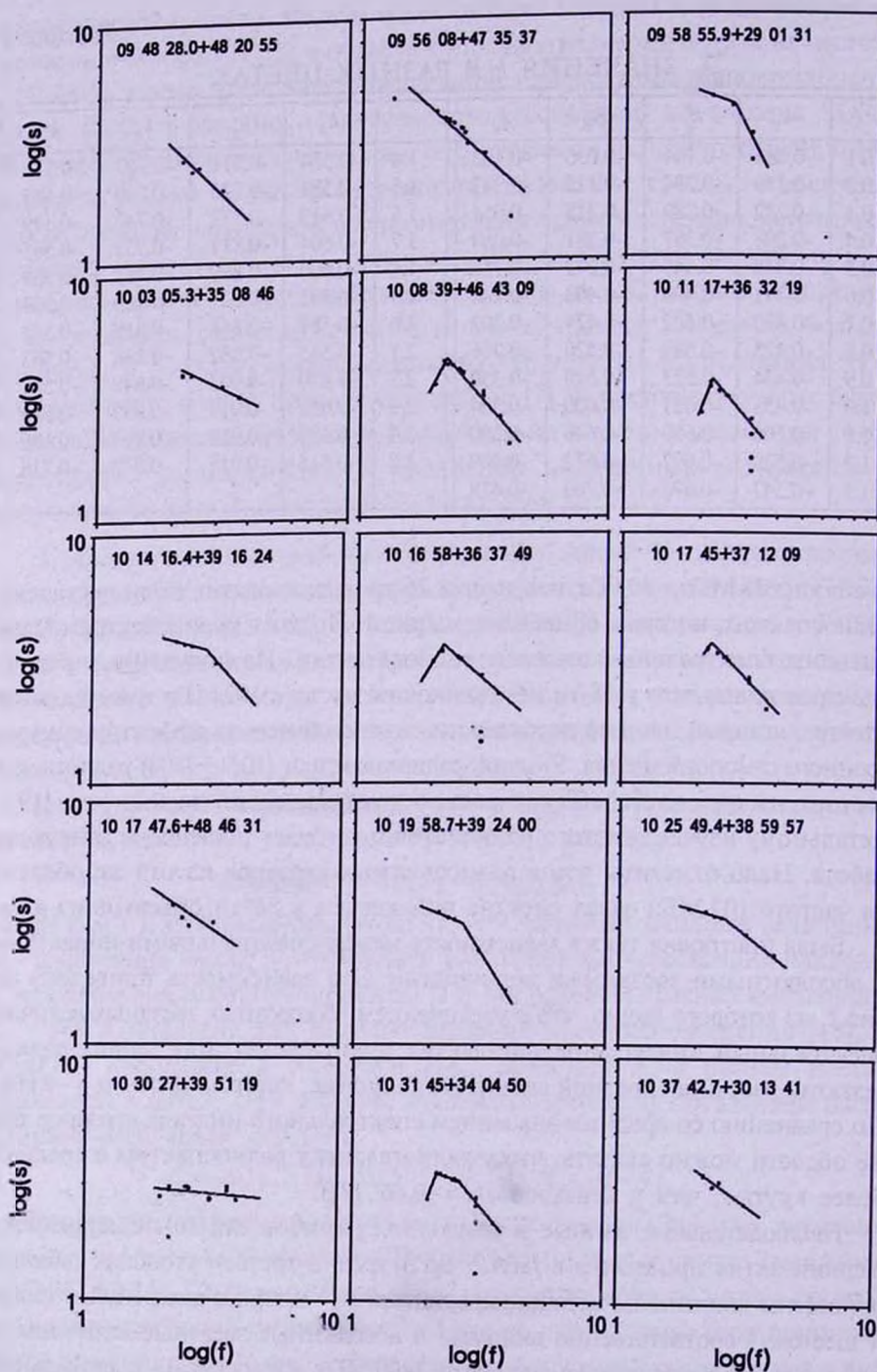


Рис.1. Радиоспектры 26-ти радиогалактик.

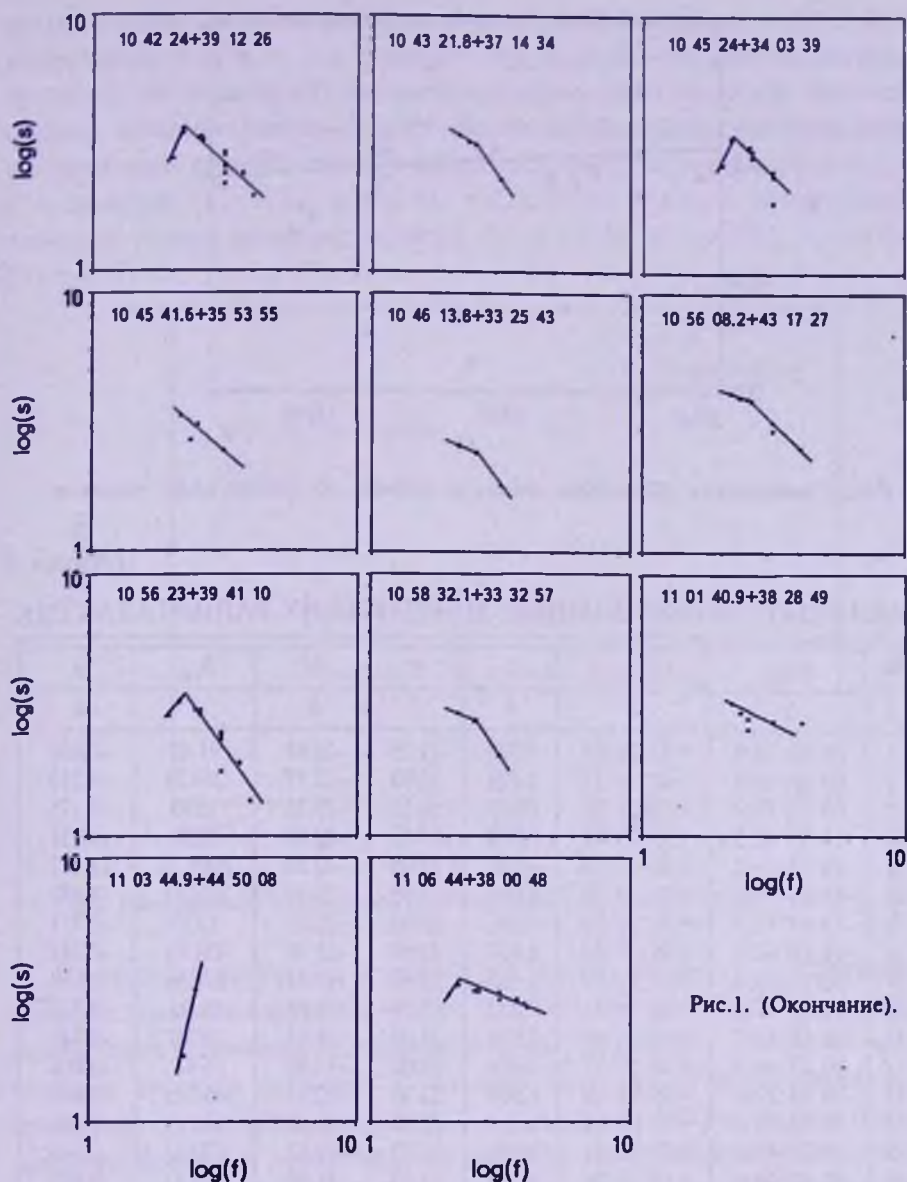


Рис.1. (Окончание).

красных смещений $1.1 < z < 1.7$ радиогалактики полностью отсутствуют, хотя в том же диапазоне красных смещений относительное число квазаров не уменьшается (рис.3). Такое распределение мерцающих радиогалактик трудно объяснить. Если отсутствие радиогалактик в этой области подтвердится и другими наблюдениями, то найденное пекулярное распределение компактных радиогалактик может иметь космологический интерес.

Отождествление наших 26-ти радиогалактик показало, что в каталоге SDSS все они в оптическом диапазоне являются звездоподобными объектами. В

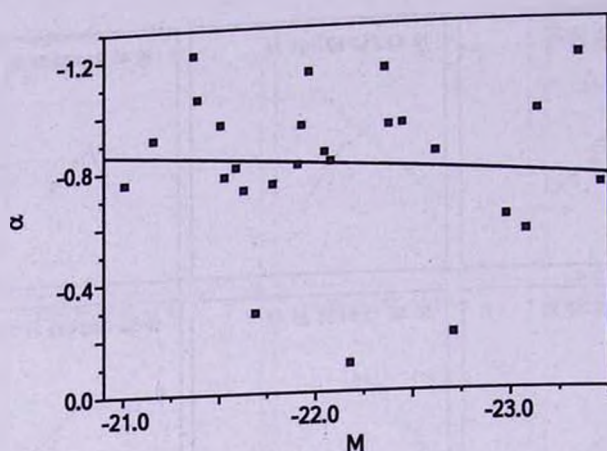


Рис.2. Зависимость абсолютных звездных величин от спектральных индексов.

Таблица 2

НАБЛЮДАТЕЛЬНЫЕ ДАННЫЕ МЕРЦАЮЩИХ РАДИОГАЛАКТИК

№	α_{1950}	δ_{1950}	z	m	M	S_{1400}	α
1	2	3	4	5	6	7	8
1	09 48 28.0	+43 20 55	0.908	21.20	-21.91	91.49	-0.807
2	09 56 08.0	+47 35 37	1.026	22.00	-21.37	264.24	-1.210
3	09 58 55.9	+29 01 31	0.185	16.15	-23.35	1590	-1.175
4	10 03 05.3	+35 08 46	0.099	15.02	-23.08	3280	-0.555
5	10 08 39.0	+46 43 09	1.719	21.90	-22.36	1091.32	-1.142
6	10 11 17.0	+36 32 19	1.043	22.00	-21.39	127.43	-1.052
7	10 14 16.4	+39 16 24	0.536	20.40	-21.53	1150	-0.771
8	10 16 58.0	+36 37 49	1.892	22.60	-21.78	451.71	-0.741
9	10 17 45.0	+37 12 09	1.053	21.90	-21.51	255.86	-0.958
10	10 17 47.6	+48 46 31	0.052	15.09	-21.63	65.93	-0.722
11	10 19 58.7	+39 24 00	0.921	21.20	-21.93	293.8	-0.946
12	10 25 49.4	+38 59 57	0.361	18.05	-22.98	640	-0.608
13	10 30 27.0	+39 51 19	1.095	21.30	-22.18	404.25	-0.099
14	10 31 45.0	+34 04 50	1.832	22.30	-22.05	274.99	-0.849
15	10 37 42.7	+30 13 41	0.091	15.30	-22.62	339.32	-0.840
16	10 42 24.0	+39 12 26	1.770	22.70	-21.59	320.32	-0.803
17	10 43 21.8	+37 14 34	0.789	20.80	-21.97	178.61	-1.137
18	10 45 24.0	+34 03 39	1.827	21.90	-22.45	223.28	-0.944
19	10 45 41.6	+35 53 55	0.851	19.80	-23.14	269.45	-0.979
20	10 46 13.8	+33 25 43	0.602	18.76	-23.46	60.01	-0.716
21	10 56 08.2	+43 17 27	0.749	20.60	-22.08	1490	-0.816
22	10 56 23.0	+39 41 10	2.170	23.40	-21.16	202.56	-0.912
23	10 58 32.1	+33 32 57	0.937	20.78	-22.38	101.54	-0.940
24	11 01 40.9	+38 28 49	0.031	12.90	-22.71	550	-0.199
25	11 03 44.9	+44 50 08	0.320	19.78	-21.01	59.21	-0.757
26	11 06 44.0	+38 00 48	2.290	22.90	-21.69	1142.62	-0.284

каталоге SDSS для 26-ти радиогалактик и для 42-х квазаров из [7] имеется информация в u , g , r , i и z цветах. Эта информация дала возможность построить так называемую цветовую диаграмму (color-magnitude, color-color diagram), которая приведена на рис.4. На каждой диаграмме проведены линии, обозначающие средние значения звездных величин радиогалактик в u , g , r , i и z фильтрах ($u = 20.83$, $g = 20.44$, $r = 19.71$, $i = 19.42$), а также средние значения разниц звездных величин ($u - g = 0.49$, $g - r = 0.62$, $r - i = 0.34$, $i - z = 0.27$).

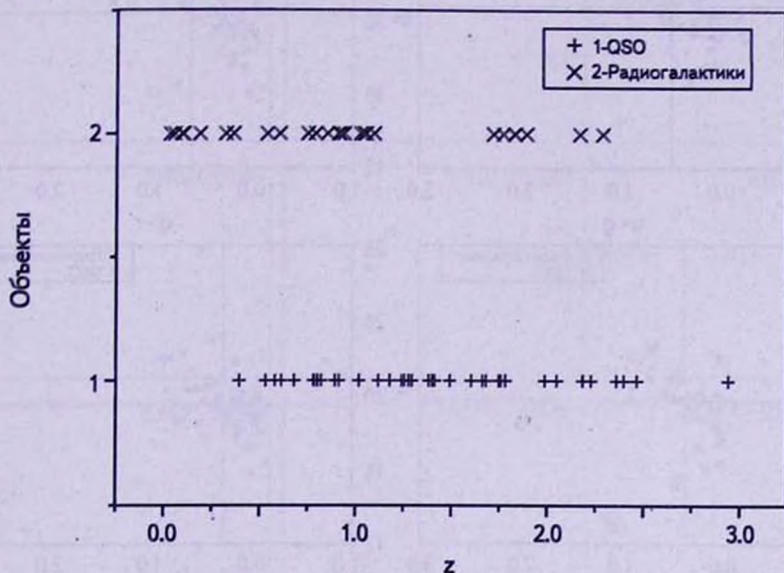


Рис.3. Распределение радиогалактик и квазаров по красным смещениям в области 7C II.

Из всех диаграмм рис.4 видно, что распределения радиогалактик и квазаров заметно отличаются друг от друга. На диаграммах квазары распределены более компактно, чем радиогалактики. Также видно, что у большинства квазаров звездная величина и разница звездных величин меньше по сравнению со средним значением, а у радиогалактик, наоборот - больше (квазаров больше в левом нижнем квадрате диаграммы, а радиогалактик больше в правом верхнем квадрате). Это означает, что радиогалактики в оптическом диапазоне являются более красными и слабыми по сравнению с квазарами той же 7C II области.

Все наши радиогалактики имеют излучения также в инфракрасном диапазоне (каталог WISE (2012)). В каталоге WISE для всех объектов имеются плотности потоков на 4-х длинах волн (3.35, 4.6, 11.6 и 22.1 микрон). У 8-и объектов имеется информация также в каталоге 2MASS на 3-х длинах волн (1.25, 1.65, 2.17 микрон). Все эти данные были использованы для построения спектрального распределения энергии в инфракрасном диапазоне

(рис.5). Из рисунка видно, что наши радиогалактики в инфракрасном диапазоне имеют почти одинаковые спектральные распределения энергии (SED). На более длинных волнах каталога IRAS (12, 25, 60 и 100 микрон) наши объекты обнаружены не были.

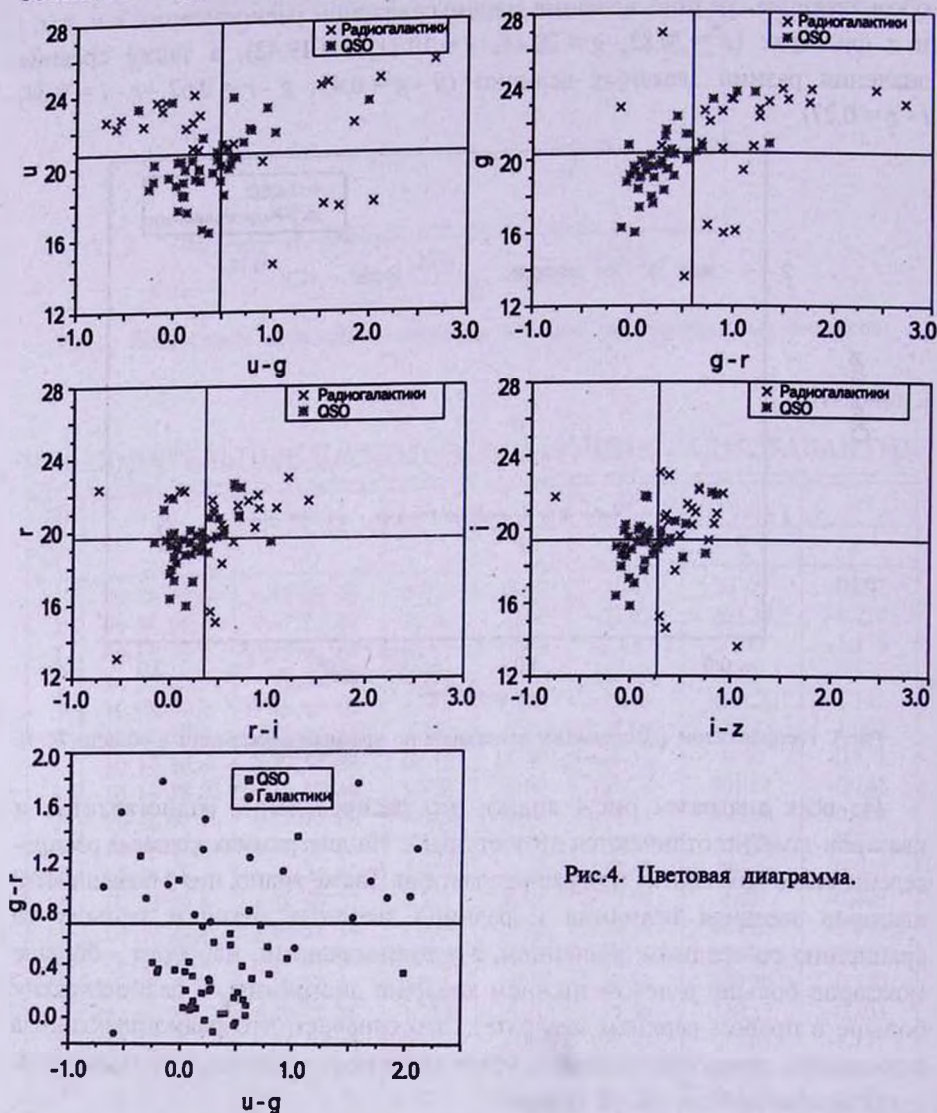


Рис.4. Цветовая диаграмма.

4. *Основные результаты.* Изучение мерцающих радиоисточников 7C II области приводит к следующим выводам:

Примерно 58% радиогалактик на частоте 102 МГц имеют завал радиоспектра, тогда как в радиоспектрах квазаров такой завал имеется у большего процента (примерно 86%). У одной радиогалактики радиоспектр состоит из трех частей.

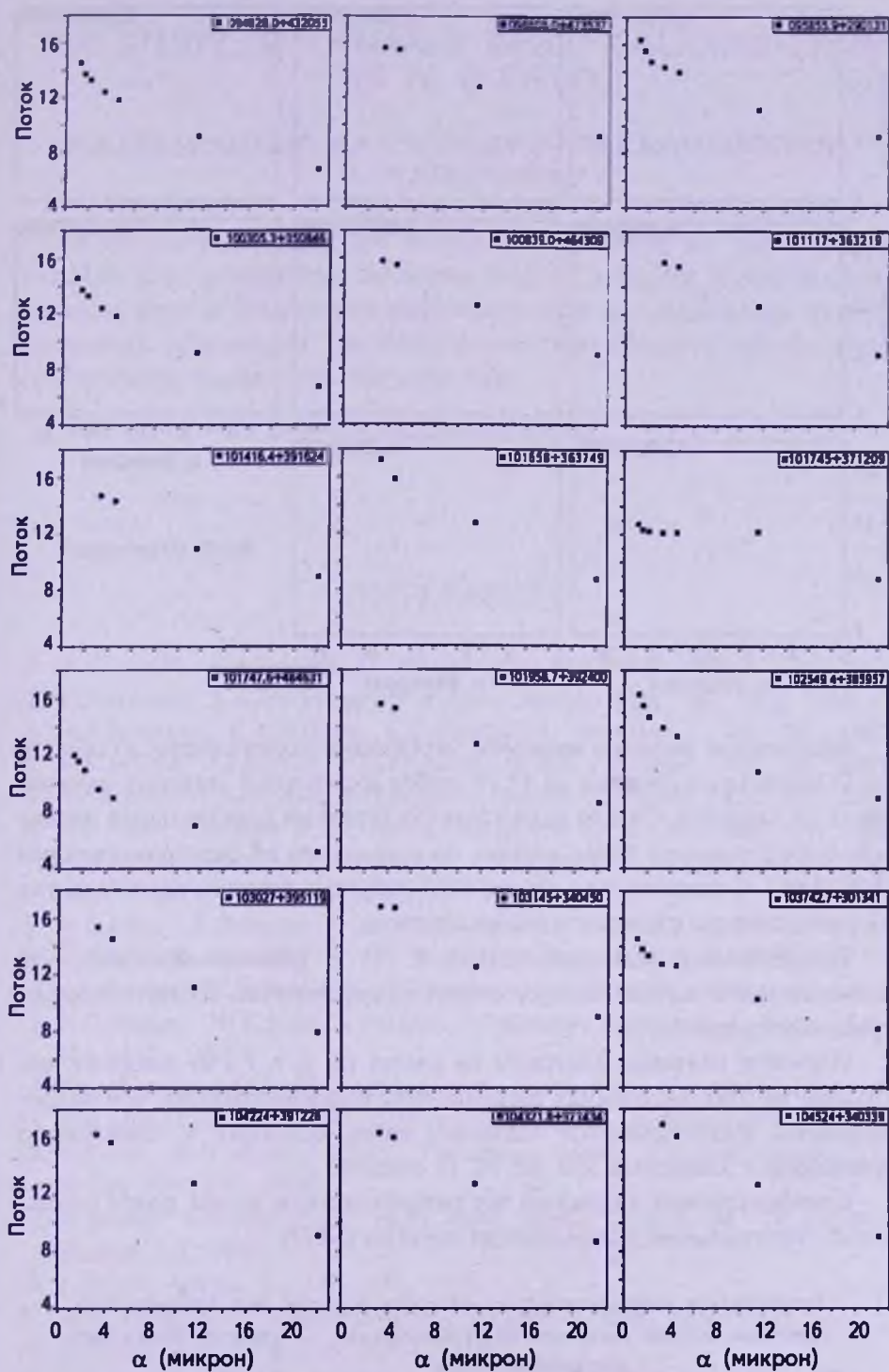


Рис.5. Спектральное распределение энергии в инфракрасном диапазоне (SED).

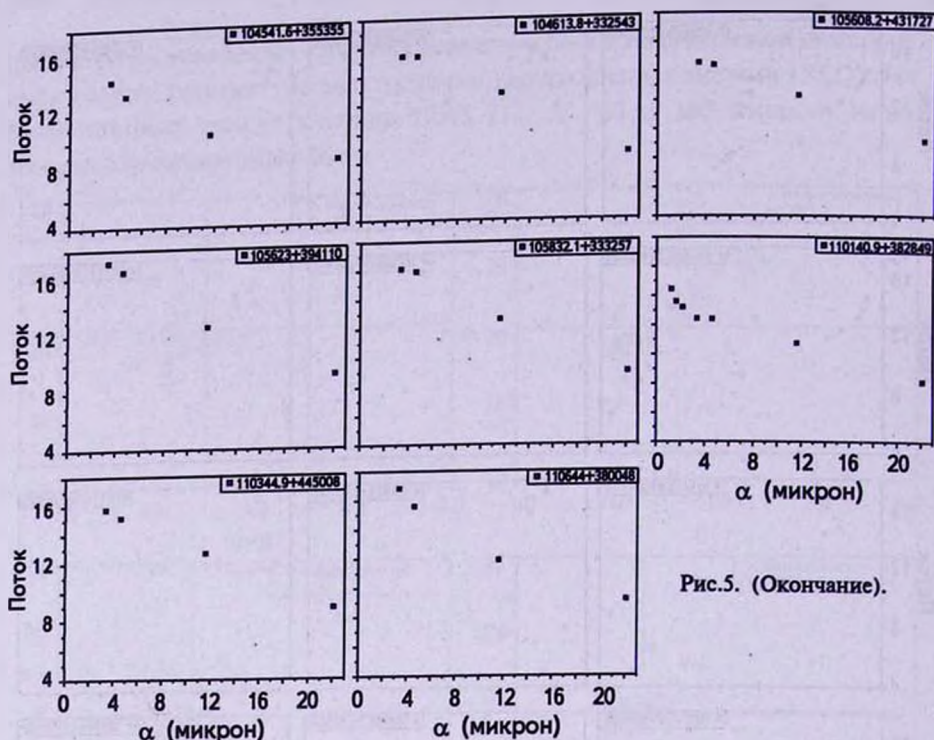


Рис.5. (Окончание).

Абсолютные звездные величины мерцающих радиогалактик из области 7C II оказались в среднем на $1^m.15$ слабее абсолютных звездных величин таких же квазаров. Спектр радиогалактик (средний спектральный индекс $\alpha = -0.806$) оказался более крутым по сравнению со спектром квазаров ($\alpha = -0.66$). С увеличением абсолютных звездных величин радиогалактик их радиоспектры становятся менее крутыми.

Исследование радиисточников в 7C II области показало, что радиогалактики полностью отсутствуют на расстояниях, соответствующих красному смещению $1.1 < z < 1.7$.

Изучение цветовых диаграмм на цветах (u , g , r , i и z) показало, что квазары на этих диаграммах распределены более компактно, чем радиогалактики. Радиогалактики оказались более красными и слабыми по сравнению с квазарами той же 7C II области.

В инфракрасном диапазоне все радиогалактики имеют почти одинаковые спектральные распределения энергии (SED).

¹ Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна, Армения, e-mail: abrahamyanhayk@gmail.com randasy@bao.sci.am gurgun@bao.sci.am

² Институт прикладных проблем физики, Армения, e-mail: martik@bao.sci.am

THE STUDY OF COMPACT RADIO GALAXIES FROM
THE 7C II FIELDH.B.ABRAHAMYAN¹, R.R.ANDREASYAN¹, M.A.HOVHANISYAN²,
G.M.PARONYAN¹

In the work in details are studied 26 scintillating on the frequency 102 MHz radio galaxies from the second field of Cambridge 7C list, to clarify the main physical and morphological features that are characteristic to these extragalactic radio sources. The obtained results were compared with the results of scintillating quasars from the same field.

Key words: *radio galaxies: compact:scintillating*

ЛИТЕРАТУРА

1. V.S.Artyukh, S.A.Tyul'bashev, Astron. Rep., **40**, 601, 1996.
2. V.S.Artyukh, S.A.Tyul'bashev, E.A.Isaev, Astron. Rep., **42**, 283, 1998.
3. A.R.Petrosyan, K.A.Saakyan, E.E.Khachikyan, Astropys. J., **16**, 360, 1980.
4. V.S.Artyukh, A.I.Kopylov, F.G.Kopylova, Astron. Astrophys., **403**, 555, 2003.
5. A.I.Kopylov, V.S.Artyukh, F.G.Kopylova, Astron. Astrophys., **421**, 455, 2004.
6. A.E.Visser, J.M.Riley et al., Astron. Astrophys. Suppl. Ser., **110**, 419, 1995.
7. M.A.Hovhannisyanyan, R.R.Andreasyan, G.M.Paronyan, H.V.Abrahamyan, Reports NAS RA, **113**, No.3, 2013.
8. R.L.White, R.H.Becker et al., Astrophys. J., **475**, 479, 1997.
9. C.P.Ahn, R.Alexandroff et al., The SDSS Data Release 9 (DR9).
10. J.J.Condon, W.D.Cotton et al., Astron. J., **115**, 1693, 1998.
11. P.C.Gregory, W.K.Scott, K.Douglas, J.J.Condon, Astrophys. J. Suppl. Ser., **103**, 427, 1996.
12. P.C.Gregory, J.J.Condon, Astrophys. J. Suppl. Ser., **75**, 1011, 1991.
13. R.M.Cutri et al., CDS/ADC Collection of Electronic Catalogues, **2311**, 0, 2012.
14. G.Helou, D.W.Walker, IRAS, The Point Source Catalog, version 2.0, NASA RP-1190, 1988.
15. M.Moshir, G.Copan et al., IRAS Faint Source Catalog, $|b| > 10$ Degrees, Version 2.0, 1989.
16. F.Natali, Astron. J., **115**, 397, 1998.
17. M.-P.Veron-Cetty, P.Veron, Astron. Astrophys., **518**, A10, 2010.
18. M.Visser, arXiv:gr-qc/0309109v4, 2004.
19. V.S.Artyukh, JENAM, Yerevan, Armenia, (Abstract book, p.47), 2007.

ЖКЛМ-НАБЛЮДЕНИЯ УНИКАЛЬНОЙ ЗАТМЕННОЙ СИСТЕМЫ ЭПСИЛОН ВОЗНИЧЕГО ВО ВРЕМЯ ВТОРИЧНОГО МИНИМУМА

И.А.МАСЛОВ^{1,2}, А.Э.НАДЖИП¹, О.Г.ТАРАНОВА¹,
А.М.ТАТАРНИКОВ¹, В.И.ШЕНАВРИН¹

Поступила 16 марта 2014

Принята к печати 30 апреля 2014

Представлены результаты фотометрии долгопериодической затменной системы эпсилон Возничего в полосах *ЖКЛМ* ближнего инфракрасного диапазона, полученные в 1999-2000гг. В соответствии с последними элементами орбиты системы предвычислен момент вторичного затмения, когда сверхгигант F2I затмевает пылевой диск, окружающий более массивный компонент системы. На фазе ожидаемого вторичного затмения ($\phi = 0.606$) во всех фильтрах обнаружен минимум блеска с амплитудой $\sim 0^m.05$. Предвычислен ближайший следующий момент вторичного затмения, который приходится на декабрь 2026 - февраль 2027гг. Показано, что во время вторичного минимума не может затмеваться предлагаемая в настоящее время на роль второго компонента системы звезда B5V. Предполагается, что затмеваемым компонентом является горячая звезда со светимостью и радиусом, превышающими характерные значения для звезд Главной последовательности, окруженная газопылевым диском.

Ключевые слова: *инфракрасная фотометрия; затменная переменная; ϵ Aur*

1. Введение. Эпсилон Возничего (ϵ Aur) - яркая двойная затменная система. Ее кривая блеска прослежена по архивным наблюдениям на протяжении более 190 лет. Известно, что вне затмений звезда предстает как сверхгигант спектрального класса F2I, затмения которого с амплитудой $\sim 0^m.8$ наблюдаются каждые 27 лет [1].

Несмотря на значительное число наблюдений этой звезды в широком спектральном диапазоне, долго оставалась не выясненной природа второго компонента. Только во время последнего минимума было получено [2] изображение затмевающего тела дискообразной формы.

В 1978г. вышла работа [3] с результатами анализа астрометрических наблюдений ϵ Aur в период с 1939 по 1977гг. Автор получил надежную оценку размера орбиты видимого компонента системы (13.2 а.е.) и расстояния до звезды (580 пк).

По результатам анализа УФ-спектров ϵ Aur в [4], а позднее в работе [5] был сделан вывод о том, что вторым компонентом системы является звезда спектрального класса B5V с температурой 15000 К.

Интерферометрические исследования [6] показали, что размер видимого

компонента - сверхгиганта F2I вне затмения в полосе K составляет 2.27 ± 0.11 миллиардсек., что соответствует 135 солнечным диаметрам для расстояния, определенного по данным Hipparcos (625 пк).

В [7] на основе анализа лучевых скоростей были опубликованы уточненные орбитальные элементы системы ϵ Aul, а в [8] указана эпоха возможного вторичного минимума. Кроме того в [7] было сделано предположение, что возможно гравитационный центр невидимого компонента не совпадает с центром затмевающего компонента.

2. *Наблюдения.* Инфракрасная фотометрия ϵ Aul проводится нами [9] с 1980г. До 1985г. при этом использовался [10] двухканальный JHK-фотометр. После 1985г. наблюдения ведутся в полосах JHKLM при помощи модуляционного фотометра [11] с охлаждаемым жидким азотом одноэлементным InSb-фотодиодом, установленного на 1.25-м телескопе Крымской лаборатории ГАИШ. Фотометрическим стандартом служила звезда BS1454 ($J=2.09$, $H=1.48$, $K=1.33$, $L=1.17$, $M=1.39$). В данной статье мы приводим данные, полученные для ночей вблизи ожидаемого вторичного минимума (см. табл.1).

Таблица 1

РЕЗУЛЬТАТЫ ФОТОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ БЛЕСКА
ЗАТМЕННОЙ СИСТЕМЫ ϵ Aul ВБЛИЗИ ОЖИДАЕМОГО
ВТОРИЧНОГО МИНИМУМА (жирным шрифтом выделены
наблюдения, попадающие на фазы вторичного минимума).

JD 2400000+	Фаза	<i>J</i>	<i>H</i>	<i>K</i>	<i>L</i>	<i>M</i>
51222.22	0.576	1.82	1.52	1.44	1.19	1.17
51447.55	0.599	1.86	1.55	1.42	1.22	1.22
51454.59	0.599	1.78	1.51	1.40	1.19	1.22
51475.61	0.601	1.82	1.54	1.42	1.22	1.19
51502.51	0.604	1.89	1.64	1.52	1.26	1.28
51514.45	0.605	1.89	1.61	1.48	1.26	1.28
51522.56	0.606	1.91	1.62	1.50	1.20	1.27
51524.45	0.606	1.85	1.60	1.47	1.24	1.24
51525.48	0.607	1.86	1.60	1.47	1.22	1.24
51548.34	0.609	1.82	1.55	1.43	1.24	1.20
51581.27	0.612	1.82	1.58	1.44	1.23	1.20
51641.26	0.618	1.85	1.60	1.47	1.23	1.21
51650.23	0.619	1.82	1.56	1.44	1.22	1.20

3. *Обсуждение.* Используя для расчетов элементы орбиты [7] (период - 9896, эксцентриситет - 0.227, аргумент перицентра - $39^\circ.2$, долгота восходящего узла - 92° , принимая радиус сверхгиганта равным 135 радиусов Солнца) и считая, что размер затмеваемого им источника мал, мы получили согласующиеся значения момента прохождения периастра - 2454513 ± 13

и наклоения орбиты $87^{\circ}.2 \pm 0^{\circ}.1$. Используя вышеприведенные параметры, можно получить оценку для моментов вторичного затмения (табл.2).

Как видно из табл.1, в период 2451502-2451525, совпадающий с вторичным затмением, мы наблюдали кратковременное уменьшение блеска ϵ Aug. Длительность этого явления, исходя из наших наблюдений, составляла от 23 до 73 дней. Дальнейшее рассмотрение мы будем вести исходя из гипотезы, что наблюдаемый нами минимум на кривой блеска связан с затмением сверхгигантом F2I второго компонента системы.

Таблица 2

ПРИБЛИЗИТЕЛЬНЫЕ МОМЕНТЫ ДВУХ ВТОРИЧНЫХ
МИНИМУМОВ БЛЕСКА СИСТЕМЫ ϵ Aug

Моменты затмения	1999-2000гг.	2026-2027гг.
Начало	2451490	2461386
Середина	2451513	2461409
Конец	2451537	2461433

Для оценки глубины минимума разобьем данные наших наблюдений на три группы с интервалами:

- а) перед вторичным минимумом JD 245(1222-1476);
- б) вторичный минимум JD 245(1502-1526);
- в) после вторичного минимума JD 245(1548-1651).

Усредненные значения изменения звездной величины и цвета ϵ Aug в минимуме по сравнению с рядом отстоящими интервалами вне минимума приведены в табл. 3. Видно, что во всех фильтрах (за исключением L) амплитуда затмения одинакова, а изменения показателей цвета не превышают ошибки наблюдений.

Исходя из глубины минимума вторичного затмения, можно оценить звездную величину затмеваемого источника. Большая ошибка этой оценки не позволяет сделать однозначный вывод о природе источника излучения. Согласно [2], главное затмение вызывается сильно вытянутым телом, скорее всего, пылевым диском, окружающим второй компонент ϵ Aug. Однако даже с такими ошибками показатели цвета (см. табл.3) говорят о высокой температуре затмеваемого источника (значительно превышающей температуру плавления пылевых частиц). Так, согласно показателю $J-K$ цветовая температура затмеваемого источника составляет $4000 - > 10000$ К. Таким образом, во время вторичного минимума мы видим затмение не пылевого диска, а другого тела - по всей видимости, звезды в центре диска.

Еще двумя аргументами в пользу такого вывода являются достаточно малая длительность затмения и относительно большая амплитуда затмения

в ближнем ИК-диапазоне (фильтры JH), где собственное излучение пыли мало. Если все же предположить, что затмевается горячий пылевой диск с температурой 1500 К и размером затмеваемой области, равным диаметру сверхгиганта, то, во-первых, длительность вторичного затмения будет порядка длительности главного (больше года), а во-вторых, даже в этом случае амплитуда затмения в ближнем ИК-диапазоне не превысит $0^m.002$.

Таблица 3

ИЗМЕНЕНИЕ БЛЕСКА И ЦВЕТА СИСТЕМЫ ϵ Aul ВО ВРЕМЯ
ВТОРИЧНОГО МИНИМУМА, БЛЕСК И ПОКАЗАТЕЛИ ЦВЕТА
(для $E(B-V)=0.3$ и нормального закона межзвездного покраснения
[12]) ЗАТМЕВАЕМОГО ИСТОЧНИКА

Полоса	J	H	K	L	M	$J-K$	$H-K$	$K-M$
Δm	0.06	0.06	0.06	0.02	0.06	0.00	0.00	0.00
$\pm \Delta m$	0.03	0.02	0.02	0.02	0.02	0.04	0.03	0.03
Затмеваемый источник	5.1	4.7	4.6	5.7	4.4	0.3	0.0	0.1
$\pm \Delta m$	0.4	0.4	0.4	0.6	0.4	0.8	0.8	0.8

Используя оценку расстояния ϵ Aul ([6], $D=625$ пк), оценку величины межзвездного поглощения $E(B-V)=0.3$ [4], полученную нами звездную величину затмеваемого источника $J=5^m.1$ и, следуя [5], принимая его эффективную температуру равной 15000 К (что соответствует спектральному классу B5, [13]), оценим его радиус и светимость. Они получаются равными $R=16 R_{\odot}$ и $L=10^4 L_{\odot}$. Такой источник невозможно было бы не заметить в спектре системы даже на фоне излучения F2 сверхгиганта.

Другая возможность объяснить наблюдаемый в ближнем ИК-диапазоне поток от вторичного компонента заключается в предположении, что горячий компонент окружен газопылевой оболочкой, которая перераспределяет излучение в спектре. Проведенное в простом приближении (оболочка имеет оптическую толщину порядка 5, поглощение на длинах волн, меньших 1 мкм, - серое) моделирование распределения энергии в спектре системы показало, что в этом случае светимость и размеры центрального горячего источника оказываются несколько выше величин, характерных для звезд Главной последовательности: светимость $\sim 500-600 L_{\odot}$ и радиус $\sim 4 R_{\odot}$.

4. **Заключение.** С большой степенью вероятности мы зафиксировали в системе ϵ Aul вторичное затмение. Оценка блеска затмеваемого компонента в ближнем ИК-диапазоне дает величину $5^m \pm 0.5$. Исходя из принятых нами элементов орбиты и радиусов звезд, можно предсказать интервал, в котором будет наблюдаться следующий вторичный минимум: декабрь

2026 - февраль 2027гг.

Оценки температуры и светимости затмеваемого компонента, полученные в предположении, что он имеет эффективную температуру $T = 15000$ (согласно [5] вторичный компонент системы является звездой спектрального класса B5), приводят нас к большому значению светимости $L = 10^4 L_{\odot}$. Вклад такого источника в излучение системы в видимом диапазоне длин волн составит около 10%, а в УФ-диапазоне будет доминировать над излучением F2I-компонента. Этого не наблюдается.

Мы предполагаем, что затмеваемым компонентом является горячая звезда со светимостью $\sim 500 - 600 L_{\odot}$ и радиусом $\sim 3 - 4 R_{\odot}$, окруженная плотной газопылевой оболочкой с размерами $\sim 40 R_{\odot}$ и $T \sim 3500$ К. Затмение большей части указанной оболочки и наблюдается во время обнаруженного нами вторичного затмения в ближнем ИК-диапазоне.

¹ Московский Государственный университет им. М.В.Ломоносова,
Государственный астрономический институт им. П.К.Штернберга,
e-mail: andrey.tatarnikov@gmail.com

² Институт космических исследований Российской академии наук

JHKLM-OBSERVATIONS OF THE UNIQUE ECLIPSING BINARY SYSTEM ϵ Aur AT THE TIME OF SECONDARY MINIMUM

I.A.MASLOV^{1,2}, A.E.NADJIP¹, O.G.TARANOVA¹,
A.M.TATARNIKOV¹, V.I.SHENAVRIN¹

The results of JHKLM photometry for long-period eclipsing binary system ϵ Aur obtained in 1999-2000 are presented. We calculated the date of the secondary minimum (the supergiant F2I eclipses the dusty disk surrounding the more massive component) according to the latest orbital elements of the system. We detected brightness minimum with amplitude about 0.05 mag near precalculated phase secondary eclipse ($\varphi = 0.606$). The next secondary minimum date was calculated (Dec 2026 - Feb 2027). It is shown that during the secondary minimum the eclipsed component is not consistent with currently proposed B5V. We suggest that the eclipsed component is a hot star surrounded by disk with luminosity and radius greater than typical values for main sequence stars.

Key words: *infrared photometry: eclipsing binary: ϵ Aur*

ЛИТЕРАТУРА

1. *S.M.Carroll, E.F.Gulnan, G.P.McCook, R.A.Donahue*, *Astrophys. J.*, 367, 278, 1991.
2. *B.Kloppenborg, R.Stencel, J.D.Monnier et. al.*, *Nature*, 464, 870, 2010.
3. *P. van de Kamp*, *Astron. J.*, 83, 975, 1978.
4. *M.Hack, P.L.Selvelli*, *Astron. Astrophys.*, 75, 316, 1979.
5. *D.W.Hoard, S.B.Howell, R.E.Stencel*, *Astrophys. J.*, 714, 549, 2010.
6. *R.E.Stencel, M.Creech-Eakman, A.Hart et. al.*, *Astrophys. J.*, 689, 137, 2008.
7. *R.P.Stefanik, G.Torres, J.Lovegrove et. al.*, *Astron. J.*, 139, 1254, 2010.
8. *P.Chadima, P.Harmanec, S.Yang et. al.*, *IBVS*, 5937, 2010.
9. *О.Г.Таранова, В.И.Шенаврин*, *Письма в Астрон. ж.*, 27, 393, 2001.
10. *В.И.Мороз, О.Г.Таранова, В.И.Шенаврин, Б.Ф.Юдин*, *Астрон. циркуляр.*, 1979, №1056.
11. *А.Э.Наджип, В.И.Шенаврин, В.Г.Тихонов*, *Тр. Гос. астрон. ин-та им. П.К.Штернберга*, 58, 119, 1986.
12. *В.Страйжис*, *Многоцветная фотометрия звезд*, Вильнюс: Мокслас, 1977.
13. *R.O.Gray, C.J.Corbally*, *Stellar spectral classification*, Princeton University Press, 2009.

ГРУППЫ И ИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ В ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ. II

А.Г.НИКОГОСЯН

Поступила 26 февраля 2014

Операторно-матричный метод описания переноса излучения, развитый в первой части работы, применяется для нахождения поля излучения внутри неоднородной атмосферы. Важным результатом на этом пути является разделение переменных оптической толщины и глубины. Вводится понятие группы трансляций оптических глубин. Показывается, что последняя эквивалентна введенной в первой части группе композиций сред различных оптических и физических свойств. Находятся представления группы трансляций. Рассматриваются задачи переноса излучения в неоднородной атмосфере с внутренними источниками энергии, и в атмосфере бесконечно большой оптической толщины.

Ключевые слова: *перенос излучения; частичное перераспределение; группы; представления групп; суперматрицы*

1. *Введение.* В первой части работы [1] (далее Н1) было введено понятие группы композиций атмосфер с плоскопараллельной геометрией. В результате таких композиций можно составить многослойные атмосферы, компоненты которых, в общем случае, являются неоднородными. Были получены представления групп, позволяющие определить глобальные оптические свойства (коэффициенты отражения и пропускания) указанного типа атмосфер, если эти свойства для их компонентов известны.

В данной части нас, в первую очередь, будет интересовать вопрос о теоретико-групповом описании поля излучения внутри неоднородных атмосфер. Будет дано определение группы трансляций оптических глубин и показана ее эквивалентность группе композиций атмосфер. Это обстоятельство позволяет определить режим излучения в среде без решения каких-либо новых уравнений. Полученные результаты значительно упрощают решение задачи рассеяния света в среде, содержащей источники энергии.

2. *Поле излучения внутри неоднородной атмосферы.* Как и в скалярной задаче, групповой подход может быть применен при определении поля излучения внутри среды, в которой те или иные параметры, характеризующие процесс диффузии излучения, непрерывным образом зависят от оптической глубины.

Рассмотрим некоторую неоднородную плоскопараллельную атмосферу оптической толщины τ_0 , освещаемую со стороны границы $\tau = \tau_0$ (верхний

чертеж на рис.1). Рассеяние света в среде, в общем случае, может сопровождаться перераспределением как по частотам, так и по направлениям. Для описания поля излучения внутри атмосферы введем матрицы $U(\tau, \tau_0)$ и $V(\tau, \tau_0)$, задающие вероятность того, что квант с пространственно-частот-

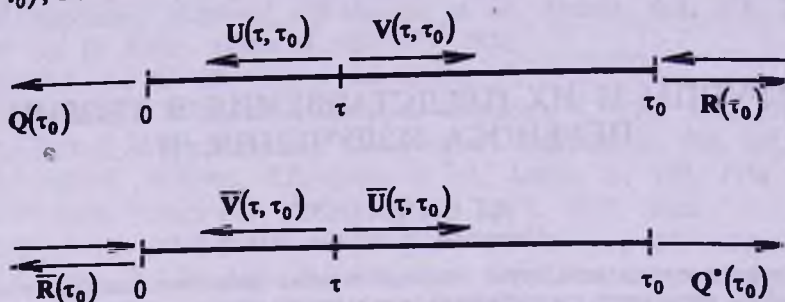


Рис.1. К определению поля излучения внутри среды.

ными характеристиками (η, x) , падающий на границу $\tau = \tau_0$, в результате диффузии в среде окажется на глубине τ , движущимся соответственно к границам $\tau = 0$ и $\tau = \tau_0$ с некоторыми, в общем случае, другими характеристиками (η', x') .

Обратимся к процедуре перехода от одной оптической глубины к другой путем приращения к ней нового слоя. Очевидно, бесконечное множество такого рода трансляций образует группу, поскольку, если в качестве группового произведения понимать результат двух последовательных трансляций, то оно будет удовлетворять всем групповым постулатам. В согласии с физическим смыслом задачи, значение оптической глубины, получаемой в результате трансляций, не должно превышать значение оптической толщины рассматриваемой среды ($\tau \leq \tau_0$). Такая группа, будучи подгруппой группы $GN(2, C)$, эквивалентна аналогичной подгруппе, введенной в первой части работы для композиции сред различных оптических толщин [2,3].

С учетом вероятностного смысла величин $U(\tau, \tau_0)$ и $V(\tau, \tau_0)$, можно написать

$$Q(\tau_0) = Q(\tau)U(\tau, \tau_0), \quad V(\tau, \tau_0) = R(\tau)U(\tau, \tau_0), \quad (1)$$

откуда

$$U(\tau, \tau_0) = P(\tau)Q(\tau_0), \quad V(\tau, \tau_0) = S(\tau)Q(\tau_0). \quad (2)$$

Мы видим, что при векторно-матричном описании переменные в $U(\tau, \tau_0)$ и $V(\tau, \tau_0)$ разделяются, что является одним из преимуществ применяемого нами подхода.

Из (2) непосредственно следует, что подгруппа представлений $\mathcal{Z}(g)$, соответствующая композиции сред различных оптических толщин, является одновременно группой представлений для трансляций оптических глубин.

Заметим, что в этом смысле группу композиций сред различных толщин условно можно назвать группой трансляций оптических толщин.

Теперь, с учетом полученного в первой части правила преобразования величин P и S , можно написать

$$\begin{pmatrix} P(\tau + \delta\tau) \\ S(\tau + \delta\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P(\delta\tau) & -\bar{S}(\delta\tau) \\ S(\delta\tau) & M(\delta\tau) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P(\tau) \\ S(\tau) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

откуда

$$\begin{pmatrix} U(\tau + \delta\tau, \tau_0) \\ V(\tau + \delta\tau, \tau_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P(\delta\tau) & -\bar{S}(\delta\tau) \\ S(\delta\tau) & M(\delta\tau) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U(\tau, \tau_0) \\ V(\tau, \tau_0) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где под $\delta\tau$ подразумевается толщина приращения к оптической глубине τ .

Таким образом, суперматрица $\tilde{A}$ играет фундаментальную роль как при сложении атмосфер различных оптических толщин, так и при трансляции оптических глубин внутри заданной неоднородной атмосферы. Другими словами, она может рассматриваться одновременно как формирователь (composer) неоднородной атмосферы, так и как транслятор (translator) для перехода от одной глубины среды к другой.

Важно отметить, что, как это следует из (2), при переходе от одной глубины к другой представляют важность лишь глобальные оптические характеристики добавляемого слоя, в то время как характеристики поля излучения внутри слоя при таком преобразовании роли не играют. При этом не имеет значения, изменением какого именно параметра, или каких параметров, обусловлена неоднородность сред. Поэтому описанный подход пригоден и в тех задачах, в которых приходится сталкиваться с атмосферами с различного рода неоднородностями, распределенными произвольным образом.

3. Задача о диффузном отражении излучения в линии от одномерной атмосферы конечной толщины при частичном перераспределении по частотам. Данная матричная задача переноса излучения рассматривалась нами в первой части работы, где мы ограничились определением глобальных оптических характеристик атмосферы. Напомним, что сама атмосфера строится путем композиций сред равной и достаточно малой оптической толщины, характеризующихся некоторыми постоянными значениями коэффициента рассеяния λ так, что в пределе, когда толщины компонентов стремятся к нулю, его можно представить непрерывной функцией оптической глубины. Теперь нас будет интересовать вопрос о нахождении поля излучения внутри такой атмосферы.

Как нетрудно понять, группа трансляций оптических глубин вместе с группой ее представления являются группами Ли размерности, равной единице. Для производной оператора $\tilde{A}$ в H_1 было получено

$$\Xi(\tau) = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{\tilde{A}(\tau + \Delta\tau) - \tilde{A}(\tau)}{\Delta\tau} = \begin{pmatrix} m(\tau) & -n(\tau) \\ n(\tau) & -m(\tau) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где

$$m(\tau) = \alpha - \frac{\lambda(\tau)}{2} \Gamma, \quad n(\tau) = \frac{\lambda(\tau)}{2} \Gamma, \quad (6)$$

α - диагональная матрица, соответствующая профилю коэффициента поглощения, а матрицей Γ задается закон перераспределения излучения по частотам. Пользуясь (4) и правилом трансляции оптических глубин (4), приходим к обычным уравнениям переноса для оператор-функций U и V

$$\frac{dU}{d\tau} = m(\tau)U(\tau, \tau_0) - n(\tau)V(\tau, \tau_0), \quad (7)$$

$$\frac{dV}{d\tau} = n(\tau)U(\tau, \tau_0) - m(\tau)V(\tau, \tau_0), \quad (8)$$

с начальными условиями $U(0, \tau_0) = Q(\tau_0)$, $V(0, \tau_0) = 0$.

Уравнения (7) и (8) могли быть написаны сразу на основе физического смысла величин U и V . Как было показано в первой части, такой же системе уравнений удовлетворяют функции $P(\tau)$ и $S(\tau)$, однако при начальных условиях $P(0) = I$, $S(0) = 0$. Сравнивая начальные условия указанных двух систем уравнений, приходим к соотношению (1), написанному выше из физических соображений (см. также [4]).

Легко видеть, что группа трансляций оптических глубин в данной задаче совпадает с подгруппой группы композиций сред $GNH(2, \mathbb{C})$, введенной в рассмотрение в первой части работы. Отсюда можно заключить, что при определении поля излучения внутри рассматриваемой среды можно обойтись без решения каких-либо новых уравнений, поскольку для его нахождения достаточно воспользоваться результатами, полученными в Н1, и умножить найденное там значение $Q(\tau_0)$ на полученные при промежуточных вычислениях значения величин P и S .

Далеко идущая аналогия между группой $GN(2, \mathbb{C})$ и группой трансляций оптических глубин позволяет перенести различные результаты, полученные для глобальных оптических характеристик атмосфер, на случай величин, описывающих поле излучения внутри них. В частности, если среда однородная, то для величин U и V можно получить закон сохранения подобно тому, как это было сделано в Н1. На этом мы здесь не остановимся, а укажем лишь, что континуальные аналоги такого типа законов сохранения были получены нами в [5,6].

В том случае, когда среда освещается со стороны границы $\tau = 0$ (нижний чертеж на рис.1), вместо (1) будем иметь

$$Q^*(\tau_0) = Q^*(\tau_0 - \tau)\bar{U}(\tau, \tau_0), \quad \bar{V}(\tau, \tau_0) = \bar{R}(\tau_0 - \tau)\bar{U}(\tau, \tau_0), \quad (9)$$

или

$$\bar{U}(\tau, \tau_0) = P^*(\tau_0 - \tau)Q^*(\tau_0), \quad \bar{V}(\tau, \tau_0) = \bar{S}^*(\tau_0 - \tau)Q^*(\tau_0). \quad (10)$$

Используя полученное в первой части работы правило преобразований

величин P^* и $\bar{S}^*$ (уравнение (36) в Н1), а также (10), находим

$$\begin{pmatrix} \bar{U}(\tau, \tau_0) \\ \bar{V}(\tau, \tau_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^*(\delta\tau) & -S^*(\delta\tau) \\ \bar{S}^*(\delta\tau) & M^*(\delta\tau) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{U}(\tau + \delta\tau, \tau_0) \\ \bar{V}(\tau + \delta\tau, \tau_0) \end{pmatrix}, \quad (11)$$

или

$$\begin{pmatrix} \bar{U}(\tau + \delta\tau, \tau_0) \\ \bar{V}(\tau + \delta\tau, \tau_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M(\delta\tau) & S(\delta\tau) \\ -\bar{S}(\delta\tau) & P(\delta\tau) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{U}(\tau, \tau_0) \\ \bar{V}(\tau, \tau_0) \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Суперматрицы преобразований в (11) и (12) совпадают в обозначениях Н1 с $\tilde{S}$ и $\tilde{S}^{-1}$. Способ получения соотношений (10), идентичен способу, использованному в [4] для скалярной задачи. Они представляют особую важность с точки зрения задачи переноса излучения в полубесконечной атмосфере.

Из (12) вытекают уравнения переноса излучения, которые в данном случае имеют вид

$$\frac{d\bar{U}}{d\tau} = -m(\tau_0)\bar{U}(\tau, \tau_0) + n(\tau_0)\bar{V}(\tau, \tau_0), \quad (13)$$

$$\frac{d\bar{V}}{d\tau} = -n(\tau_0)\bar{U}(\tau, \tau_0) + m(\tau_0)\bar{V}(\tau, \tau_0), \quad (14)$$

с условиями $\bar{U}(\tau_0, \tau_0) = Q^*(\tau_0)$, $\bar{V}(\tau_0, \tau_0) = 0$.

4. Внутренние источники энергии. Знание величин U и V на разных глубинах позволяет определить интенсивности излучения, выходящего из атмосферы с источниками энергии, распределенными внутри нее произвольным образом. Это следует из принципа обратимости оптических явлений, вследствие чего указанным величинам можно приписать альтернативный физический смысл, а именно, они определяют вероятности выхода из среды квантов той или иной частоты, движущихся на данной глубине в том или ином направлении.

В качестве примера, вернемся к задаче о свечении одномерной неоднородной атмосферы и предположим, что она теперь излучает не под действием падающего извне излучения, а благодаря внутренним источникам энергии. Допустим, что мощность источников не зависит от направления, но зависит от частоты, так что представляет собой векторную величину, которую мы обозначим через $\epsilon(\tau)$. Далее, введем величины $I_1(\tau_0)$ и $I_2(\tau_0)$, представляющие собой интенсивности излучения, выходящие из среды через границы $\tau = 0$ и $\tau = \tau_0$, соответственно. Тогда с учетом (2) и (10) и принципа обратимости оптических явлений будем иметь

$$I_1(\tau_0) = \left\{ \int_0^{\tau_0} [P^*(\tau_0 - \tau) + \bar{S}^*(\tau_0 - \tau)] \epsilon(\tau) d\tau \right\} Q^*(\tau_0), \quad (15)$$

$$I_2(\tau_0) = \left\{ \int_0^{\tau_0} [P(\tau) + S(\tau)] \varepsilon(\tau) d\tau \right\} Q(\tau_0). \quad (16)$$

Формулы (15), (16) показывают, что вычисления, необходимые для решения данной задачи, могут быть произведены параллельно с вычислениями, требуемыми при рассмотрении задачи о диффузном отражении и пропускании, описанной в Н1. Дополнительно приходится лишь произвести суммирование найденных значений величин P , S и $\bar{S}$ для вычисления соответствующих интегралов.

Рассмотрим теперь вопрос о нахождении поля излучения внутри атмосферы, для чего применим процедуру инвариантного погружения. В данном случае она заключается в добавлении к границе $\tau = \tau_0$ среды слоя малой толщины $\Delta\tau_0$ и учете внесенных им изменений с дальнейшим переходом к пределу при $\Delta\tau_0 \rightarrow 0$. В результате имеем

$$\frac{dI^-}{d\tau_0} = U(\tau, \tau_0) \left[\varepsilon(\tau_0) + \frac{\lambda(\tau_0)}{2} \Gamma I_2(\tau_0) \right], \quad (17)$$

$$\frac{dI^+}{d\tau_0} = V(\tau, \tau_0) \left[\varepsilon(\tau_0) + \frac{\lambda(\tau_0)}{2} \Gamma I_2(\tau_0) \right], \quad (18)$$

где $I^-(\tau, \tau_0)$ и $I^+(\tau, \tau_0)$ представляют собой интенсивности излучения на глубине τ в направлении к границам среды $\tau = 0$ и $\tau = \tau_0$, соответственно. Из приведенных уравнений нетрудно увидеть, что переменные у интенсивностей разделяются, поэтому окончательно находим

$$I^-(\tau, \tau_0) = P(\tau)F(\tau_0), \quad I^+(\tau, \tau_0) = S(\tau)F(\tau_0), \quad (19)$$

где

$$F(\tau_0) = \int_0^{\tau_0} Q(\tau) \left[\varepsilon(\tau) + \frac{\lambda(\tau)}{2} \Gamma I_2(\tau) \right] d\tau. \quad (20)$$

Сложность определения поля излучения внутри среды заключается в необходимости знания коэффициента пропускания для различных оптических толщин.

5. Диффузное отражение света от полубесконечной неоднородной атмосферы. Переходя в (11) к пределу при $\tau_0 \rightarrow \infty$ в предположении, что пределы соответствующих матриц существуют (что следует из физических соображений), будем иметь

$$\begin{pmatrix} U(\tau) \\ V(\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^*(\delta\tau) & -S^*(\delta\tau) \\ \bar{S}^*(\delta\tau) & M^*(\delta\tau) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U(\tau + \delta\tau) \\ V(\tau + \delta\tau) \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Здесь для предельных значений матриц $\bar{U}$ и $\bar{V}$ используются те же обозначения, но без верхних черточек, которые для упрощения записи опускаются. Полученное преобразование является представлением группы

трансляций оптических глубин для полубесконечной атмосферы, причем оно не зависит как от характера неоднородностей, так и от элементарного акта рассеяния. Оно генерирует целый ряд соотношений, в том числе и несколько известных формул. Так, например, из первого из соотношений (21)

$$U(\tau) = P^*(\delta\tau)U(\tau + \delta\tau) - S^*(\delta\tau)V(\tau + \delta\tau) \quad (22)$$

с учетом того, что $V(\tau + \delta\tau) = R_\infty U(\tau + \delta\tau)$, (R_∞ - матрица отражения от полубесконечной атмосферы) следует

$$U(\tau + \delta\tau) = [I - Q^*(\delta\tau)\bar{S}^*(\delta\tau)R_\infty]^{-1} Q^*(\delta\tau)U(\tau), \quad (23)$$

или

$$U(\tau + \delta\tau) = \bar{T}_\infty Q^*(\delta\tau)U(\tau), \quad (24)$$

где

$$\bar{T}_\infty = [I - R(\delta\tau)R_\infty]^{-1} = I + \sum_{k=1}^{\infty} [R(\delta\tau)R_\infty]^k. \quad (25)$$

Но, с другой стороны, исходя из физических соображений, легко увидеть, что

$$\bar{T}_\infty Q^*(\delta\tau) = U(\delta\tau), \quad (26)$$

поэтому из (23) окончательно находим

$$U(\tau + \delta\tau) = U(\delta\tau)U(\tau). \quad (27)$$

Указанное полугрупповое свойство величины U хорошо известно в теории переноса излучения в однородной атмосфере, и, теперь мы видим, что оно отражает свойства симметрии задачи и верно в общем случае неоднородной атмосферы.

Из того же первого соотношения (21) можно вывести другую полезную связь между матриц-функциями отражения и пропускания слоя толщины τ и полем излучения на глубине τ полубесконечной атмосферы. Для этого достаточно положить в нем $\tau = 0$, а затем заменить $\delta\tau$ на τ :

$$U(\tau) = Q^*(\tau) + R(\tau)V(\tau). \quad (28)$$

Еще одну связь между этими же величинами дает второе из соотношений (21)

$$R_\infty = \bar{R}(\tau) + Q(\tau)U(\tau). \quad (29)$$

Соотношения (27)-(29) для скалярной задачи были приведены нами в [7,8]. Последние две формулы, записанные для однородной атмосферы, были получены также в [9], где они трактуются как принципы инвариантности. Однако, как мы убедились, существование такого рода соотношения обусловлено свойством симметрии задачи, связанной с процедурой композиции в общем случае неоднородных рассеивающих и поглощающих атмосфер.

6. Заключение. В работе, состоящей из двух частей, впервые для решения астрофизических задач переноса излучения в поглощающих и

рассеивающих атмосферах используется теоретико-групповой подход. Путем введения в рассмотрение дискретных аналогов некоторых комбинированных величин, описывающих оптические свойства сред, удается развить матрично-операторный метод, который весьма эффективен при построении численного решения различных задач рассеяния света. Мы продолжаем развивать идею о целесообразности предварительного определения глобальных оптических характеристик атмосферы при решении тех или иных часто встречаемых в астрофизике задач переноса. Значение найденных представлений групп, с практической точки зрения, заключается в том, что они позволяют обойти трудности, связанные с нелинейностью соответствующих уравнений, сводя большинство расчетов к простым алгебраическим операциям с матрицами. Метод особенно эффективен при решении задач рассеяния света в многокомпонентных атмосферах, что позволяет охватить достаточно широкий класс сложных астрофизических задач, связанных с формированием линейчатого спектра в таких средах.

Использование инфинитезимальных операторов рассмотренных групп позволяет установить органическую связь классических уравнений переноса и уравнений инвариантного погружения с этими группами. По сути дела, первые из них связаны с группой трансляций оптических глубин, в то время как второй тип уравнений - с группой композиций сред различных оптических толщин.

Предложенный метод обладает большой общностью, поскольку не зависит от характера неоднородности среды и от пространственно-частотной зависимости поля излучения. Он допускает обобщения в различных направлениях, однако уже на данном этапе может быть применен для решения актуальных астрофизических задач, связанных с многократным рассеянием света.

Бюраканская астрофизическая обсерватория им. В.А.Амбарцумяна,
Армения, e-mail: nikoghoss@bao.sci.am

GROUPS AND THEIR REPRESENTATIONS IN THE THEORY OF RADIATIVE TRANSFER. II

A.G. NIKOGHOSSIAN

The matrix-operator method we developed in the first part of the paper in describing the radiation transfer is applied to find the field of radiation inside the inhomogeneous atmosphere. An important result obtained in the paper is

the separation of variables of optical depth and thickness in the requisite quantities. We introduce the concept of a group of translation of optical depths. It is shown that this group is equivalent to the group we introduced in the previous part for composition of media with different optical and physical properties. The proper representations for the group of translations are found. The problems of both the radiation transfer in inhomogeneous atmosphere with internal energy sources, and in a semi-infinite atmosphere, are considered.

Key words: radiative transfer: partial redistribution: groups: groups representations: supermatrices

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Г.Никогосян, *Астрофизика*, 57, 295, 2014 (H1).
2. Г.Я.Любарский, *Теория групп и ее применение в физике*, М., Физматгиз, 1958.
3. J.-Q.Chen, J.Ping, F.Wang, *Representation Theory for Physicists*, World Sci. Publ. Co., MA., 2002.
4. А.Г.Никогосян, *Астрофизика*, 54, 149, 2011.
5. A.G.Nikoghossian, *Astrophys. J.*, 483, 849, 1997.
6. A.G.Nikoghossian, *J. Quant Spectrosc. Radiat. Transfer*, 61, 345, 1999.
7. А.Г.Никогосян, *Астрофизика*, 54, 617, 2011.
8. A.G.Nikoghossian, *Light Scat. Reviews*, 8, 377, 2013.
9. С.Чандрасекар, *Перенос лучистой энергии*, М., ИЛ, 1953.

KALUZA-KLEIN ANISOTROPIC MAGNETIZED DARK ENERGY COSMOLOGICAL MODEL IN BRANS-DICKE THEORY OF GRAVITATION

S.D.KATORE¹, M.M.SANCHETI², N.K.SARKATE³

Received 6 November 2013

Accepted 30 April 2014

We study spatially homogeneous Kaluza-Klein cosmological model with magnetized anisotropic fluid in the scalar tensor theory of Gravitation proposed by Brans-Dicke [1]. Exact solutions of the models are obtained by Volumetric exponential and Power law expansion. The Physical behaviors of the models have been discussed using some physical quantities.

Key words: *Kaluza-Klein model: Electromagnetic field: Dark energy: Brans-Dicke Theory*

1. Introduction. Recent cosmological observations show that the universe is accelerating and expanding. It is considered that dark energy is responsible for acceleration of universe [2-13]. The simplest candidate for dark energy (DE) is the cosmological constant (Λ), conventionally associated with the energy of the vacuum. The scalar field's models, such as quintessence [14], phantom [15], quintom [16], K-essence [17], tachyon [18] and dilaton [19] together with interacting dark energy models such as holographic [20] and agegraphic [21] models are the examples of dynamical dark energy models. Various forms of time dependent w have been used for variable models by Mukhopadhyay et al. [22]. Setare [23-25] and Setare et al. [26] have also studied the DE models in different contexts. Dark energy models with variable EoS parameter have been studied by Ray et al. [27]. Yadav et al. [28] investigated the Bianchi Type III dark energy models with constant deceleration parameter. Pradhan et al. [29] obtained anisotropic dark energy Bianchi Type III model with variable EoS parameter in general relativity. Pradhan et al. [30] and Amirhashchi et al. [31-33] investigated dark energy models with variable EoS parameter. Adhav et al. [34] have studied the Bianchi Type I cosmological model with a binary mixture of perfect fluid and dark energy in higher dimensions. Adhav et al. [35] also obtained the Kaluza-Klein cosmological models with anisotropic dark energy in general relativity. Katore et al. [36] has been investigated Kaluza-Klein cosmological models for perfect fluid and dark energy.

In theoretical physics, the Brans-Dicke theory of gravitation is a theoretical

framework to explain gravitation. Among the various modification of General Relativity (GR), the Brans-Dicke (BD) theory of gravity [1] is a well known example of a scalar tensor theory in which the gravitational interaction involves a scalar field and the metric tensor. The unification of gravitational forces with other forces in nature is not possible in the usual four dimensional space-times. The study of higher dimensional space-time is important at early stages of evolution of the universe. Witten [37], Appelquist et al. [38], Chodos et al. [39] and Marchiano [40] were attracted to the study of higher dimensional cosmology because it has physical relevance to the early times before the universe has undergone compactification transitions. A five dimensional Kaluza-Klein dark energy model with variable equation of state (EoS) parameter and a constant deceleration parameter is presented in Saez and Ballester scalar-tensor theory of gravitation and scale covariant theory of gravitation by Reddy et al. [41,42]. Rao et al. [43,44] investigated LRS Bianchi Type I dark energy cosmological model in Brans-Dicke and Nordtvedt theory of gravitation. Naidu et al. [45] obtained Bianchi Type III dark energy model in a Saez-Ballester scalar tensor theory of gravitation. Ghate et al. [46] have discussed the cosmological model in Brans-Dicke theory for a Bianchi Type IX space-time filled with dark energy. Anisotropic Dark Energy Bianchi Type III cosmological models in Brans-Dicke theory of Gravity is obtained by Shamir et al. [47]. Katore et al. [48] have studied the solutions of cylindrically symmetric Einstein Rosen universe with variable w in the scalar tensor theory of gravitation proposed by Saez and Ballester in the presence and absence of magnetic field of energy density ρ_B . Also Katore et al. [49,50] have discussed Bianchi Type V and Plane symmetric space- time dark energy model in Brans-Dicke theory of gravitation. Investigation of Bianchi Type III cosmological models with anisotropic dark energy by Akarsu et al. [51] motivates us to investigate Kaluza-Klein universe with anisotropic magnetized dark energy in Brans-Dicke theory of gravitation.

We would like to investigate the effect of magnetic field on the Kaluza-Klein model in the presence of anisotropic dark energy. We find the solutions using the assumption of Exponential law and Power law. The paper has the following format: In section 2, metric and momentum-tensor of Kaluza-Klein are described. The field equations of Kaluza-Klein are presented in section 3. The models are presented in section 4 (Exponential Law Model) and Section 5 (Power Law Model). Section 6 concludes the findings.

2. Metric and Energy Momentum Tensor. We consider five dimensional Kaluza-Klein metric in the form

$$ds^2 = -dt^2 + A^2(dx^2 + dy^2 + dz^2) + B^2 d\phi^2, \quad (1)$$

where A, B are functions of cosmic time t . The fifth co-ordinate is taken to be space-like, unlike Wesson [54]. Here the spatial curvature has been taken

as zero by Gron [55]. We assume that the universe is filled with anisotropic fluid and that there is no electric field while the magnetic field is oriented along X-axis. King and Coles [52] used the magnetized perfect fluid energy-momentum tensor to discuss the effects of magnetic field on the evolution of the universe.

Brans-Dicke [1] introduced a scalar-tensor theory of gravitation involving a scalar function in addition to the familiar general relativistic metric tensor. In this theory the scalar field has the dimension of inverse of the gravitational constant and its role is confined to its effects on gravitational field equations. Brans-Dicke field equations for the combined scalar and tensor field are given by

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} - \frac{\omega}{\phi^2} \left(\phi_{,\mu} \phi_{,\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \phi_{,k} \phi^{,k} \right) - \frac{1}{\phi} (\phi_{;\mu\nu} - g_{\mu\nu} \phi^{,k}_{;k}) = \frac{8\pi T_{\mu\nu}}{\phi}, \quad (2)$$

$$\phi^{,k}_{;k} = \frac{8\pi T}{(3+2\omega)\phi}, \quad (3)$$

where ω is a dimensionless coupling constant. It satisfies the equation (3) given by ϕ is known as BD scalar field while T is the trace of the matter energy-momentum tensor. It is mentioned here that the general relativity is recovered in the limiting case $\omega \rightarrow \infty$. Thus we can compare our results with experimental tests for significantly large value of ω .

Preserving the diagonal form of the energy-momentum tensor in a consistent way with the metric (1), the simplest generalization of EoS parameter of perfect fluid is to determine the EoS parameter separately on each spatial axis by Reddy et al. [41]. Hence the combined energy-momentum tensor for anisotropic fluid and magnetic field is taken in the following form (King et al. [52], Sharif et al. [56]).

$$T'_j = \text{diag}[T_1^1, T_2^2, T_3^3, T_4^4, T_5^5]. \quad (4)$$

Then we may parameterize it as follows

$$T'_j = \text{diag}[P_x - \rho_B, P_y - \rho_B, P_z + \rho_B, P_\phi + \rho_B, -\rho + \rho_B], \quad (5)$$

$$T'_j = \text{diag}[w_x \rho - \rho_B, w_y \rho - \rho_B, w_z \rho + \rho_B, w_\phi \rho + \rho_B, -\rho + \rho_B], \quad (6)$$

where ρ is the energy density; P_x, P_y, P_z, P_ϕ are pressure on x, y, z and ϕ axes respectively; ρ_B stands for energy density of magnetic field where as w_x, w_y, w_z, w_ϕ are the directional EoS parameter along x, y, z, ϕ axes respectively. By setting $w_x = w + \delta, w_y = w + \gamma, w_\phi = w, w_z = w + \eta$.

We have

$$T'_j = \text{diag}[(w + \delta)\rho - \rho_B, (w + \gamma)\rho - \rho_B, (w + \eta)\rho + \rho_B, w\rho + \rho_B, -\rho + \rho_B], \quad (7)$$

where w is deviation free EoS parameter and δ, γ, η are the skewness parameters. If the deviation parameters are equal then (6) represents the energy-momentum tensor for the isotropic fluid and magnetic field (King et al. [52]).

For the magnetic field to be zero, (6) is reduced to the energy-momentum tensor for anisotropic fluid (Akarsu et al. [51]).

3. Field Equation. In the co-moving co-ordinate system, the Brans-Dicke field equations (2)-(3) for the metric (1) with help of equations (4) - (7) becomes

$$2\frac{A_{55}}{A} + \frac{B_{55}}{B} + \frac{A_5^2}{A^2} + 2\frac{A_5 B_5}{A B} + \frac{\omega(\frac{\phi_5}{\phi})^2}{2} + \frac{\phi_5}{\phi}\left(2\frac{A_5}{A} + \frac{B_5}{B}\right) + \frac{\phi_{55}}{\phi} = -\frac{8\pi}{\phi}[(w+\delta)\rho - \rho_B], \quad (8)$$

$$2\frac{A_{55}}{A} + \frac{B_{55}}{B} + \frac{A_5^2}{A^2} + 2\frac{A_5 B_5}{A B} + \frac{\omega(\frac{\phi_5}{\phi})^2}{2} + \frac{\phi_5}{\phi}\left(2\frac{A_5}{A} + \frac{B_5}{B}\right) + \frac{\phi_{55}}{\phi} = -\frac{8\pi}{\phi}[(w+\gamma)\rho - \rho_B], \quad (9)$$

$$2\frac{A_{55}}{A} + \frac{B_{55}}{B} + \frac{A_5^2}{A^2} + 2\frac{A_5 B_5}{A B} + \frac{\omega(\frac{\phi_5}{\phi})^2}{2} + \frac{\phi_5}{\phi}\left(2\frac{A_5}{A} + \frac{B_5}{B}\right) + \frac{\phi_{55}}{\phi} = -\frac{8\pi}{\phi}[(w+\eta)\rho - \rho_B], \quad (10)$$

$$3\frac{A_{55}}{A} + 3\frac{A_5^2}{A^2} + \frac{\omega(\frac{\phi_5}{\phi})^2}{2} + 3\frac{\phi_5}{\phi}\frac{A_5}{A} + \frac{\phi_{55}}{\phi} = -\frac{8\pi}{\phi}[w\rho + \rho_B], \quad (11)$$

$$3\frac{A_5^2}{A^2} + 3\frac{A_5 B_5}{A B} - \frac{\omega(\frac{\phi_5}{\phi})^2}{2} + \frac{\phi_5}{\phi}\left(3\frac{A_5}{A} + \frac{B_5}{B}\right) = -\frac{8\pi}{\phi}[-\rho + \rho_B]. \quad (12)$$

Here the subindex 5' in A , B , ϕ and elsewhere denotes derivatives with respect to time t .

Using equation (3), we get

$$\phi_{55} + \phi_5\left(3\frac{A_5}{A} + \frac{B_5}{B}\right) = \frac{8\pi[(1-4w-\delta-\gamma-\eta)\rho - \rho_B]}{(3+2\omega)\phi}. \quad (13)$$

From equation (8) and (9), we obtain

$$\gamma = \delta. \quad (14)$$

From equations (9), (10) and (14), we found that

$$\eta = \delta - \frac{2\rho_B}{\rho}. \quad (15)$$

Thus the system of equations (8)-(12) reduce to

$$2\frac{A_{55}}{A} + \frac{B_{55}}{B} + \frac{A_5^2}{A^2} + 2\frac{A_5 B_5}{A B} + \frac{\omega(\frac{\phi_5}{\phi})^2}{2} + \frac{\phi_5}{\phi}\left(2\frac{A_5}{A} + \frac{B_5}{B}\right) + \frac{\phi_{55}}{\phi} = -\frac{8\pi}{\phi}[(w+\eta)\rho + \rho_B], \quad (16)$$

$$3\frac{A_{55}}{A} + 3\frac{A_5^2}{A^2} + \frac{\omega(\frac{\phi_5}{\phi})^2}{2} + 3\frac{\phi_5}{\phi}\frac{A_5}{A} + \frac{\phi_{55}}{\phi} = -\frac{8\pi}{\phi}[w\rho + \rho_B], \quad (17)$$

$$3\frac{A_5^2}{A^2} + 3\frac{A_5 B_5}{A B} - \frac{\omega(\frac{\phi_5}{\phi})^2}{2} + \frac{\phi_5}{\phi}\left(3\frac{A_5}{A} + \frac{B_5}{B}\right) = -\frac{8\pi}{\phi}[-\rho + \rho_B], \quad (18)$$

$$\phi_{55} + \phi_5\left(3\frac{A_5}{A} + \frac{B_5}{B}\right) = \frac{8\pi[(1-4w-\delta-\gamma-\eta)\rho - \rho_B]}{(3+2\omega)\phi}, \quad (19)$$

Subtracting (16) from (17), we get

$$\frac{A_{55}}{A} - \frac{B_{55}}{B} + 2\frac{A_5^2}{A^2} - 2\frac{A_5}{A}\frac{B_5}{B} + \frac{\phi_5}{\phi}\left(\frac{A_5}{A} - \frac{B_5}{B}\right) = \eta\rho. \quad (20)$$

From equation (20), we obtain

$$H_z - H_\phi = \frac{A_5}{A} - \frac{B_5}{B} = \frac{\lambda}{V\phi} + \frac{1}{V\phi} \int [(\gamma\rho - 2\rho_B)V\phi] dt, \quad (21)$$

where λ is the constant of integration. The integral term vanish for

$$\gamma = \frac{2\rho_B}{\rho} \quad \text{or} \quad \eta = 0. \quad (22)$$

For this term the equation (21) becomes

$$\frac{A}{c_2 B} = \exp \int \frac{\lambda}{A^3 B \phi} dt. \quad (23)$$

The power law relation between scale factor a and scalar field ϕ has already been used by Johri et al. [53] in the context of Robertson Walker Brans-Dicke models. Thus the power law relation between ϕ and a i.e. $\phi \propto a^n$ where n is any integer implies that

$$\phi = ba^n, \quad (24)$$

where b is the constant of proportionality.

We assumed that the magnetized dark energy is minimally interacting, hence the Bianchi identity has been split into two separately additive conserved components: namely, the conservation of the energy-momentum tensor for the anisotropic fluid and for the magnetic field (King et al. [52], Katore et al. [48]).

The equations of motion

$$T_{;j}^j = 0 \quad (25)$$

are consequence of the field equations (1) and (2).

Equation (25) gives as

$$\rho_5 + (1+w)\rho \left(3\frac{A_5}{A} + \frac{B_4}{B} \right) + \rho(\delta + \gamma + \eta)\frac{A_5}{A} = 0 \quad (26)$$

$$(\rho_B)_5 + 4\frac{A_5}{A}\rho_B = 0. \quad (27)$$

Equation (27) leads to

$$\rho_B = \frac{c}{A^4} \quad (28)$$

where c is constant of integration.

Now we have four linearly independent equations (16)-(19) and seven unknown variables A , B , ρ , ρ_B , ϕ , η , γ . Thus we can introduce more conditions either by an assumption corresponding to some physical situation or an

arbitrary mathematical supposition; however these procedures have some drawbacks. Physical situation may lead to differential equations which will be difficult to integrate and mathematical supposition may lead to a non-physical situation. The system is initially undermined and we need additional constraints to close the system. To do that we have used two different volumetric expansion laws (Akarsu et al. [51])

$$V = c_1 e^{4kt}, \quad (29)$$

$$V = c_1 t^{4m}, \quad (30)$$

where c_1 , k and m are arbitrary positive constant. The model with exponential expansion exhibit accelerating volumetric expansion, where as the model of power law gives constant deceleration parameter q for $0 < m < 1$ and accelerated expansion for $m > 1$. For $m = 1$, the average scale factor has a linear growth with constant velocity and $q = 0$ that is universe is in inflationary phase.

The anisotropy of the expansion can be parameterized after defining the directional Hubble parameters and the mean Hubble parameter of the expansion. The directional Hubble parameters in the direction of x , y , z and ϕ axes for the Kaluza-Klein metric may be defined in (1) as follows

$$H_x = H_y = H_z = \frac{A_3}{A}, \quad H_\phi = \frac{B_3}{B}. \quad (31)$$

The mean Hubble Parameter is given by

$$H = \frac{1}{4} \frac{V_3}{V} = \frac{1}{4} \left(3 \frac{A_3}{A} + \frac{B_3}{B} \right), \quad (32)$$

where $V = A^3 B$ is the volume of the universe. The anisotropy parameter of the expansion is defined as

$$\Delta = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \left(\frac{H_i - H}{H} \right)^2, \quad (33)$$

where H_i ($i = 1, 2, 3, 4$) represent the directional Hubble parameters in the direction of x , y , z and ϕ respectively. The equation (33) further reduces to

$$\Delta = \frac{3}{16H^2} (H_x - H_\phi)^2, \quad (34)$$

$\Delta = 0$ corresponds to isotropic expansion. The space approaches isotropy, in case of diagonal energy-momentum tensor if $\Delta = 0$, $V \rightarrow +\infty$ as $t \rightarrow +\infty$ (Collins et al. [57]).

4. *Exponential Expansion model.* Using equations (23) and (29), we get

$$A = (c_1 c_2)^{1/4} \exp \left[kt - \frac{\lambda e^{-4k((n+3)/3)t}}{16bk((n+3)/3)c_1^{(n+3)/3}} \right], \quad (35)$$

$$B = \left(\frac{c_1}{c_2^3} \right)^{1/4} \exp \left[kt + \frac{3\lambda e^{-4k((n+3)/3)t}}{16bk((n+3)/3)c_1^{(n+3)/3}} \right]. \quad (36)$$

The magnetized energy density using equations (28) and (35) is obtained as

$$\rho_B = \left(\frac{c}{c_1 c_2} \right) \exp \left[-4kt + \frac{\lambda e^{-4k((n+3)/3)t}}{4bk((n+3)/3)c_1^{(n+3)/3}} \right]. \quad (37)$$

The energy density of the model using equations (18), (24), (28), (35) and (36) is found to be

$$\begin{aligned} \frac{8\pi\rho}{\phi} = & \left\{ \frac{8\pi}{bc_1^{n/3} e^{4nm/3}} \left[\left(\frac{c}{c_1 c_2} \right) \exp \left[-4kt + \frac{\lambda e^{-4k((n+3)/3)t}}{4bk((n+3)/3)c_1^{(n+3)/3}} \right] \right] + \right. \\ & \left. + \left[\frac{27-4\omega n^2+24n}{9} \right] 2k^2 - \left[\frac{3\lambda^2 e^{-8k((n+3)/3)t}}{8b^2 c_1^{2((n+3)/3)}} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (38)$$

The deviation free Eos parameter from equations (17), (24), (28), (35), (36) and (38) is obtained as

$$\begin{aligned} \frac{8\pi\rho}{\phi} = & - \left\{ \frac{8\pi}{bc_1^{n/3} e^{4nm/3}} \left[\left(\frac{c}{c_1 c_2} \right) t^{-4m} \exp \left[\frac{-\lambda t^{[1-4m((n+3)/3)]}}{b[1-4m((n+3)/3)]c_1^{(n+3)/3}} \right] \right] + \right. \\ & \left. + \left[\frac{27+4\omega n^2+24n}{9} \right] + \left[\frac{3\lambda^2 t^{-8m(n+3/3)}}{8b^2 c_1^{2(n+3/3)}} \right] \right\} \end{aligned} \quad (39)$$

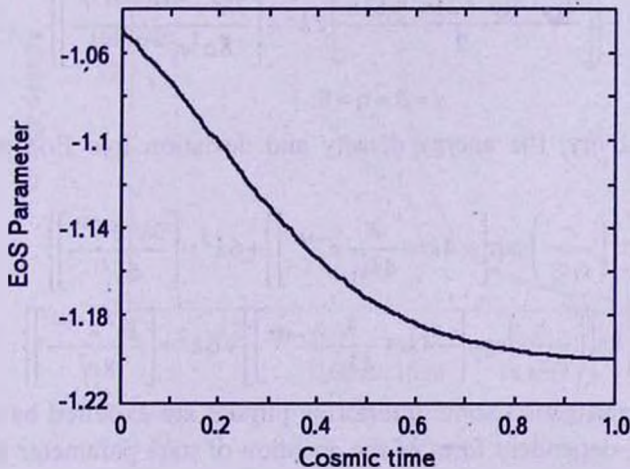


Fig.1. The plot of the deviation free EoS parameter w versus cosmic time in exponential law. Here $b=n=k=c=c_1=c_2=\omega=\lambda=1$.

In the graph one can observe that the value of the deviation free EoS parameter $w < -1$ which represents the phantom fluid dominated universe.

The skewness parameter using equation (22) becomes

$$\gamma = \delta = \frac{1}{\rho} \left(\frac{2c}{c_1 c_2} \right) \exp \left[-4kt + \frac{\lambda e^{-4k((n+3)/3)}}{4bk((n+3)/3)c_1^{(n+3)/3}} \right], \quad (40)$$

$$\eta = 0. \quad (41)$$

Using equation (31), (35) and (36) the directional Hubble parameter of the model is found to be

$$H_x = H_y = H_z = k + \frac{\lambda e^{-4k((n+3)/3)}}{4bc_1^{(n+3)/3}}, \quad H_\phi = k - \frac{3\lambda e^{-4k((n+3)/3)}}{4bc_1^{(n+3)/3}}. \quad (42)$$

The mean Hubble parameter of this model is given by

$$H = k. \quad (43)$$

The anisotropy parameter leads to

$$\Delta = \frac{3\lambda^2 e^{-8k((n+3)/3)}}{16k^2 b^2 c_1^{2((n+3)/3)}}. \quad (44)$$

In the absence of magnetic field i.e. $c \rightarrow 0$, the energy density for magnetic field of the model, the energy density of the model, deviation free EoS parameter and the skewness parameter are

$$\rho_B = 0 \quad (45)$$

$$\frac{8\pi\rho}{\phi} = \left\{ \left[\frac{27 - 4\omega n^2 + 24n}{9} \right] 2k^2 - \left[\frac{3\lambda^2 e^{-8k((n+3)/3)}}{8b^2 c_1^{2((n+3)/3)}} \right] \right\}, \quad (46)$$

$$\frac{8\pi w\rho}{\phi} = - \left\{ \left[\frac{27 + 4(\omega + 2)n^2 + 18n}{9} \right] 2k^2 + \left[\frac{3\lambda^2 e^{-8k((n+3)/3)}}{8b^2 c_1^{2((n+3)/3)}} \right] \right\}, \quad (47)$$

$$\gamma = \delta = \eta = 0. \quad (48)$$

In General Relativity, the energy density and deviation free EoS parameter becomes

$$8\pi\rho = \left\{ 8\pi \left[\left(\frac{c}{c_1 c_2} \right) \exp \left[-4kt + \frac{\lambda}{4kc_1} e^{-4kt} \right] \right] + 6k^2 - \left[\frac{3\lambda^2 e^{-8kt}}{8c_1^2} \right] \right\}, \quad (49)$$

$$8\pi w = - \left\{ 8\pi \left[\left(\frac{c}{c_1 c_2} \right) \exp \left[-4kt + \frac{\lambda}{4kc_1} e^{-4kt} \right] \right] + 6k^2 + \left[\frac{3\lambda^2 e^{-8kt}}{8c_1^2} \right] \right\}. \quad (50)$$

In the present investigation some interesting physics are explored by assuming a particular time -dependent form of the equation of state parameter w to track down the time evolution of the universe. It is interesting to note that the present work has also been successful in justifying the idea of Adhav et al. [35] that time-dependent equation of state parameter is essential for studying the complete time-evolution of the cosmos and in the absence of magnetic field and scalar field tends to 1, this results are resembles to that of investigated results of the Akarsu et al. [51] in general relativity.

5. *Power Law Model.* Using equation (23) and (30), we obtain

$$A = (c_1 c_2)^{1/4} t^m \exp \left[\frac{\lambda t^{[1-4m((n+3)/3)]}}{4b[1-4m((n+3)/3)]c_1^{(n+3)/3}} \right], \quad (51)$$

$$B = \left(\frac{c_1}{c_2^3} \right)^{1/4} t^m \exp \left[\frac{-3\lambda t^{[1-4m((n+3)/3)]}}{4b[1-4m((n+3)/3)]c_1^{(n+3)/3}} \right]. \quad (52)$$

The magnetized energy density using equations (28) and (51) is obtained as

$$\rho_B = \left(\frac{c}{c_1 c_2} \right)^{1/4} t^{-4m} \exp \left[\frac{-\lambda t^{[1-4m((n+3)/3)]}}{b[1-4m((n+3)/3)]c_1^{(n+3)/3}} \right]. \quad (53)$$

The energy density of the model using equations (18), (24), (28), (51) and (52) is found to be

$$\begin{aligned} \frac{8\pi\rho}{\phi} = & \left\{ \frac{8\pi}{bc_1^{n/3}t^{4nm/3}} \left[\left(\frac{c}{c_1 c_2} \right) t^{-4m} \exp \left[\frac{-\lambda t^{[1-4m((n+3)/3)]}}{b[1-4m((n+3)/3)]c_1^{(n+3)/3}} \right] \right] + \right. \\ & \left. + \left[\frac{27-4\omega n^2+24n}{9} \right] - \left[\frac{3\lambda^2 t^{-8m((n+3)/3)}}{8b^2 c_1^{2(n+3)/3}} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (54)$$

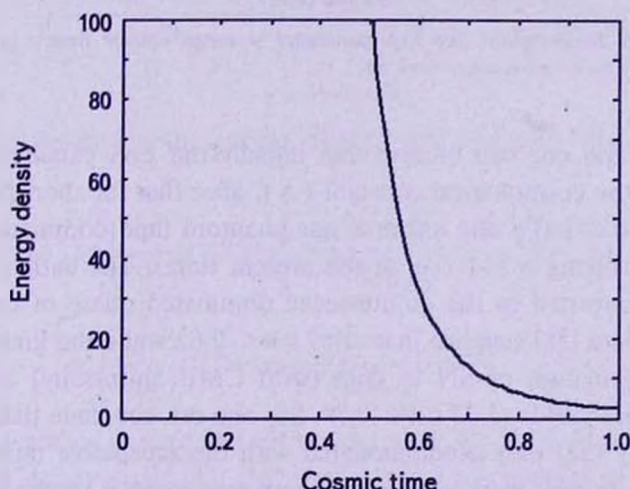


Fig.2. The plot of energy density ρ versus cosmic time in power law expansion. Here $b=n=k=c_1=c_2=\omega=\lambda=1$.

From Fig.2, it can be deduced that at an early stage of the universe, the energy density of the universe is large and at late time it decreases.

The deviation free EoS parameter from equations (17), (24), (28), (51), (52) and (54) is obtained as

$$\frac{8\pi\omega\rho}{\phi} = - \left\{ \frac{8\pi}{bc_1^{n/3}t^{4mn/3}} \left[\left(\frac{c}{c_1c_2} \right) t^{-4m} \exp \left[\frac{-\lambda t^{[1-4m((n+3)/3)]}}{b[1-4m((n+3)/3)]c_1^{(n+3)/3}} \right] + \right] \right\} + \left[\frac{27+4(\omega+2)n^2+18n}{9} \right] \frac{2m^2}{t^2} - \left(\frac{4n+9}{3} \right) \frac{m}{t^2} + \left[\frac{3\lambda^2 t^{-8m((n+3)/3)}}{8b^2c_1^{2(n+3)/3}} \right] \quad (55)$$

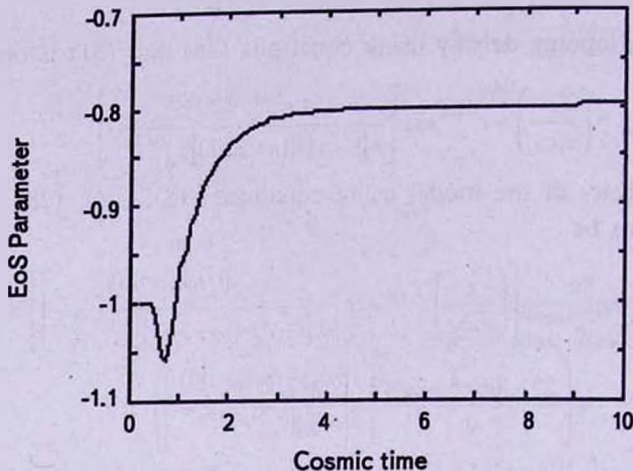


Fig.3. The plot the deviation free EoS parameter w versus cosmic time t in power law expansion. Here $b=n=k=c=c_1=c_2=\omega=\lambda=1$.

From the graph one can observe that initially the EoS parameter $w=-1$, is equivalent to the cosmological constant (Λ), after that for short period, the EoS parameter $w<-1$ (i.e. the universe was phantom fluid dominated) and at late time it is evolving $w>-1$ (i.e. at the present time). The earlier phantom fluid later on converted to the quintessence dominated phase of universe.

The SN Ia data [58] suggests that $-1.67 < w < -0.62$ while the limit imposed on w by a combination of SN Ia data (with CMB anisotropy) and galaxy clustering statistics [59] is $-1.33 < w < -0.79$. So, one can conclude that the limit of w provided by (52) may accommodated with the acceptable range of EoS parameter, if the present work is compared with experimental results mentioned above.

The skewness parameter by using equation (22) becomes

$$\gamma = \delta = \frac{1}{\rho} \left(\frac{2c}{c_1c_2} \right) t^{-4m} \exp \left[\frac{-\lambda t^{[1-4m((n+3)/3)]}}{b[1-4m((n+3)/3)]c_1^{(n+3)/3}} \right], \quad (56)$$

$$\eta = 0. \quad (57)$$

Using equations (31), (51) and (52) the directional Hubble parameter of the

model is found to be

$$H_x = H_y = H_z = \frac{m}{t} + \frac{\lambda t^{-4m((n+3)/3)}}{4bc_1^{(n+3)/3}}, \quad H_\phi = \frac{m}{t} - \frac{3\lambda t^{-4m((n+3)/3)}}{4bc_1^{(n+3)/3}}. \quad (58)$$

The mean Hubble parameter of this model is given by

$$H = \frac{m}{t}. \quad (59)$$

The anisotropy parameter leads to

$$\Delta = \frac{3t^2 \lambda^2 t^{-8m((n+3)/3)}}{16m^2 b^2 c_1^{2((n+3)/3)}}. \quad (60)$$

In the absence of magnetic field i.e. $c \rightarrow 0$, the energy density for magnetic field of the model, the energy density of the model, deviation free EoS parameter and the skewness parameter are

$$\rho_B = 0, \quad (61)$$

$$\frac{8\pi\rho}{\phi} = \left\{ \left[\frac{27 - 4\omega n^2 + 24n}{9} \right] 2 \frac{m^2}{t^2} - \left[\frac{3\lambda^2 t^{-8m((n+3)/3)}}{8b^2 c_1^{2((n+3)/3)}} \right] \right\}, \quad (62)$$

$$\frac{8\pi w\rho}{\phi} = - \left\{ \left[\frac{27 + 4(\omega + 2)n^2 + 18n}{9} \right] 2 \frac{m^2}{t^2} - \left(\frac{4n+9}{3} \right) \frac{m}{t^2} + \left[\frac{3\lambda^2 t^{-8m((n+3)/3)}}{8b^2 c_1^{2((n+3)/3)}} \right] \right\}, \quad (63)$$

$$\gamma = \delta = \eta = 0 \quad (64)$$

In General Relativity, the energy density and deviation free EoS parameter becomes

$$8\pi\rho = \left\{ 8\pi \left[\left(\frac{c}{c_1 c_2} \right) t^{-4m} \exp \left[\frac{-\lambda t^{(1-4m)}}{(1-4m)c_1} \right] \right] + 6 \frac{m^2}{t^2} - \left[\frac{3\lambda^2 t^{-8m}}{8c_1^2} \right] \right\}, \quad (65)$$

$$8\pi w = - \frac{1}{\rho} \left\{ 8\pi \left[\left(\frac{c}{c_1 c_2} \right) t^{-4m} \exp \left[\frac{-\lambda t^{(1-4m)}}{(1-4m)c_1} \right] \right] + 6 \frac{m^2}{t^2} - 3 \frac{m}{t^2} + \left[\frac{3\lambda^2 t^{-8m}}{8c_1^2} \right] \right\}. \quad (66)$$

It is interesting to note that the present work has been successful in justifying the idea of Adhav et al. [35] that time-dependent equation of state parameter is essential for studying the complete time-evolution of the cosmos and in the absence of magnetic field and scalar field tends to 1, this results are resembles to that of investigated results of the Akarsu et al. [51] in general relativity.

6. Conclusion. We have investigated the Kaluza-Klein cosmological model in presence of anisotropic magnetized dark energy. In which, we consider the energy momentum-tensor consist of anisotropic fluid with anisotropic equation of state $p = w\rho$ and a uniform magnetic field of energy density ρ_B . Then we have made assumption on the anisotropy of the fluid in a way

to reduce the anisotropy parameter of the expansion to a simple form and obtained a hypothetical fluid with a special anisotropic EoS parameter. The exact solutions of the Brans-Dicke field equations have been obtained by assuming two different volumetric expansions.

In the exponential model, we observe that universe is dominated by phantom fluid at large time and in power law model, we observe that the energy density (ρ) at an early epoch is large and at late time, it decreases. Also we conclude that initially the EoS parameter is $w = -1$, which is equivalent to the cosmological constant (Λ), after that for short period $w < -1$ (i.e. the universe was phantom fluid dominated) and at late time, it is evolving $w > -1$ (i.e. at the present time). The earlier phantom fluid later on converted to the quintessence dominated phase of universe. The range of EoS parameter $-1.06 < w < -0.79$ which is consistent with the observational data. Some important cosmological physical parameters are investigated for the solutions such as mean Hubble parameter, Anisotropy parameter in both models.

This study will throw some light on the structure formation of the universe, which has astrophysical significance. It is interesting to note that in absence of magnetic field and scalar field tends to 1, our results resembles to the investigated results of Akarsu et al. [51] in general relativity.

Acknowledgements. The authors are thankful to anonymous referees for imparting valuable suggestions which have enabled us to improve the manuscript.

¹ Department of Mathematics, S.G.B.Amaravati University, Amaravati-444602, e-mail: katoresd@rediffmail.com

² Department of Mathematics, R.A. Science College, Washim-444505, e-mail: msancheti7@gmail.com

³ Department of Mathematics, Arts, Commerce & Science College Hingoli-431513, e-mail: nksarkate@gmail.com

КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КАЛУЗА-КЛАЙНА ДЛЯ АНИЗОТРОПНОЙ НАМАГНИЧЕННОЙ ТЕМНОЙ МАТЕРИИ В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ БРАНСА-ДИКЕ

С.Д.КАТОРЕ¹, М.М.САНЧЕТИ², Н.К.САРКАТЕ³

Рассматривается пространственно-однородная космологическая модель Калуза-Клайна для намагниченной анизотропной жидкости в скалярной тензорной теории гравитации, предложенной Бранс-Дике [1]. Точные решения модели получены в виде разложения по волномерическим

экспонентам и степенного разложения. Физическое поведение моделей обсуждается с помощью нескольких физических величин.

Ключевые слова: модель Калуза-Клайна; электромагнитное поле;
темная энергия; теория Бранс-Дике

REFERENCES

1. C.H.Brans, R.H.Dicke, Phys. Rev., 124, 925, 1961.
2. S.J.Permutter et al., Bull. Am. Astron. Soc., 29, 1351, 1997.
3. S.J.Permutter et al., Nature, 391, 51, 1998.
4. S.J.Permutter et al., Astrophys. J., 517, 565, 1999.
5. A.G.Riess et al., Astron. J., 116, 1009, 1998.
6. P.Garnavich et al., Astrophys. J., 493, L53, 1998.
7. B.P.Schmidt et al., Astrophys. J., 507, 46, 1998.
8. N.A.Bachall, J.P.Ostriker, S.Permutter, P.J.Steinhardt, Science, 284, 1481, 1999.
9. V.Sahni, A.A.Starobinsky, Int. J. Mod. Phys. A, 9, 373, 2000.
10. P.J.E.Peebles, B.Ratra, Rev. Mod. Phys., 75, 559, 2003.
11. T.Padmanabhan, Phys. Rep., 380, 235, 2003.
12. E.J.Copland, M.Sami, S.Tsujikawa, Int. J. Mod. Phys. D, 15, 1753, 2006.
13. J.A.Frieman, M.S.Turner, D.Huterer, arXiv: 0803.0982 [astr-ph].
14. C.Wetterich, Nucl. Phys. B, 302, 668, 1988; B.Ratra, J.Peebles, Phys. Rev. D, 37, 321, 1988.
15. R.R.Caldwell, Phys. Lett. B, 545, 23, 2002; S.Nojiri, S.D.Odintsov, Phys. Lett. B, 562, 147, 2003; S.Nojiri, S.D.Odintsov, Phys. Lett. B, 565, 1, 2003.
16. E.Elizalde, S.Nojiri, S.D.Odintsov, Phys. Rev. D, 70, 043539, 2004; S.Nojiri, S.D.Odintsov, S.Tsujikawa, Phys. Rev. D, 71 063004, 2005; A.Anisimov, E.Babichev, A.Vikman, J. Cosmol. Astropart. Phys., 06, 006, 2005.
17. T.Chiba, T.Okabe, M.Yamaguchi, Phys. Rev. D, 62, 023508, 2000.
18. A.Sen, J. High Energy Phys., 04, 048, 2002; T.Padmanabhan, Phys. Rev. D, 66, 21301, 2002; T.Padmanabhan, T.R.Choudhury, Phys. Rev. D, 66, 081301, 2002.
19. M.Gasperini, F.Piazza, G.Veneziano, Phys. Rev. D, 65, 023508, 2002.
20. M.R.Setare, Phys. Lett. B, 642, 1, 2006; M.R.Setare, Phys. Lett. B, 648, 329, 2007; M.R.Setare, Phys. Lett. B, 653, 116 2007.
21. R.G.Cai, Phys. Lett. B, 657, 228, 2007; H.Wei, R.G.Cai, Phys. Lett. B, 660, 113, 2008.
22. U.Mukhopadhyay, P.P.Ghosh, S.B.D.Choudhury, Int. J. Mod. Phys. D, 17, 301, 2008.
23. M.R.Setare, Phys. Lett. B, 644, 99, 2007.
24. M.R.Setare, Eur. Phys. J. C, 50, 991, 2007.

25. *M.R.Setare*, Phys. Lett. B, **654**, 1, 2007.
26. *M.R.Setare*, *E.N.Saridakis*, Int. J. Mod. Phys. D, **18**, 549, 2009.
27. *S.Ray*, *F.Rahaman*, *U.Mukhopadhyay*, *R.Sarkar*, arXiv: 1003.5895 [phys-gen-ph], 2010.
28. *A.K.Yadav*, *L.Yadav*, Int. J. Theor. Phys., **50**, 218, 2010.
29. *A.Pradhan*, *H.Amirhashchi*, Astrophys. Space Sci., **332**, 441, 2011.
30. *A.Pradhan*, *H.Amirhashchi*, *B.Saha*, Int. J. Theor. Phys., **50**, 2923, 2011.
31. *H.Amirhashchi*, *A.Pradhan*, *B.Saha*, Chin. Phys. Lett., **28**, 039801, 2011.
32. *H.Amirhashchi*, *A.Pradhan*, *B.Saha*, Astrophys. Space. Sci., **333**, 295, 2011.
33. *H.Amirhashchi*, *A.Pradhan*, *H.Zainuddin*, Int. J. Theor. Phys., **55**, 3529, 2011.
34. *K.S.Adhav*, *A.S.Bansod*, *R.P.Wankhade*, *M.S.Desale*, Bulg. J. Phys., **37**, 255, 2010.
35. *K.S.Adhav*, *A.S.Bansod*, *R.P.Wankhade*, *H.G.Ajmire*, Modern Phys. Lett. A., **26**, 10.739-750, 2011.
36. *S.D.Katore*, *M.M.Sancheti*, *S.A.Bhaskar*, Bulg. J. Phys., **40**, 17-32, 2013.
37. *E.Witten*, Phys. Lett. B, **144**, 351, 1984.
38. *T.Appliqués*, *A.Chodos*, *P.G.O.Freund*, Modern-Klein Theories, Addison-Wesley, Reading, 1987.
39. *A.Chodos*, *S.Derweller*, Phys. Rev. D, **21**, 2167, 1980.
40. *W.J.Marchiano*, Phys. Rev. Lett., **52**, 498, 1984.
41. *D.R.K.Reddy*, *B.Satyanarayana*, *R.L.Naidu*, Astrophys. Space Sci., 9/2/2012; DoI:10.1007/s10509-012-1007-8.
42. *D.R.K.Reddy*, *R.Santhi Kumar*, Astrophys. Space Sci., 2013, DoI 10.1007/s10509-013-1656-2.
43. *V.U.M.Rao*, *M.Vijaya Santhi*, *T.Vinutha*, *G.Sree Dev Kumari*, Int. J. Theor. Phys., Vol. **51**, Issue 10, (Oct. 2012), pp.3303-3310.
44. *V.U.M.Rao*, *D.Neelima*, ISRN Astron. Astrophys., **2013**, (2013) Article ID 174741, 6 pages.
45. *R.L.Naidu*, *B.Satyanarayana*, *D.R.K.Reddy*, Int. J. Theor. Phys., **51**, 2857, 2012.
46. *H.R.Ghate*, *A.S.Sontakke*, Prespacetime J., **4**, 366, 2013.
47. *M.Farajat Shamir*, *Akhlaq Ahmad Bhatti*, arXiv:1206.039/v/[gr-gc], 2 Jun, 2012.
48. *S.D.Katore*, *A.Y.Shaikh*, *M.M.Sancheti*, International Journal of Basic and Applied Research, Special Issue, 275-282, ISSN-2249-3352, 2012.
49. *Shivdas D.Katore*, *A.Y.Shaikh*, Prespacetime J., **3**, 2012.
50. *S.D.Katore*, *A.Y.Shaikh*, Bulg. J. Phys., **39**, 241, 2012.
51. *O.Akarsu*, *C.B.Kilinc*, Gen. Relativ. Gravit., **42**, 763, 2010.
52. *E.King*, *P.Coles*, Class Quantum Gravity, **24**, 2061, 2007.
53. *V.B.Johri*, *K.Desikan*, Gen. Relativ. Grav., **26**, 1217, 1994.
54. *P.S.Wesson*, Astron. Atrophys., **119**, 1, 1983.
55. *O.Gron*, Astron. Atrophys., **193**, 1, 1988.
56. *M.Sharif*, *M.Zubair*, Int. J. Mod. Phys. D, **19**, 1957, 2010a.
57. *C.B.Collins*, *S.W.Hawking*, Astrophys. J., **180**, 317, 1973.
58. *R.A.Knop et al.*, Astrophys. J., **598**, 102, 2003.
59. *M.Tegmark et al.*, Astrophys. J., **606**, 702, 2004.

ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ КОМПАНЕЙЦА, ОПИСЫВАЮЩЕГО КИНЕТИКУ "КОМПТОНИЗАЦИИ" ФОТОНОВ

А.Е.ДУБИНОВ, И.Н.КИТАЕВ

Поступила 25 января 2014

Принята к печати 30 апреля 2014

Рассматривается нелинейное кинетическое уравнение Компанейца, описывающее эволюцию спектра фотонного газа при его комптоновском рассеянии в разреженной нерелятивистской электронной плазме (т.е. процесс "комptonизации" излучения). Методом разделения переменных получены точные решения уравнения. Решения выражены через трансцендентные функции Гойна и Бесселя.

Ключевые слова: *спектр фотонного газа; уравнение Компанейца; "комptonизация"; метод разделения переменных; функции Гойна и Бесселя*

1. Введение. Для описания эволюции спектра фотонного газа при его комптоновском рассеянии в разреженной нерелятивистской электронной плазме Компанейцем [1], а затем независимо от него Вейманом [2] было получено нелинейное кинетическое уравнение, имеющее следующий вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{x^2} \frac{\partial}{\partial x} \left[x^4 \left(\frac{\partial n}{\partial x} + n + n^2 \right) \right], \quad (1)$$

где $t = u k T_e / m c^2$ - безразмерное время, $x = \hbar \omega / k T_e$ - безразмерная частота, $n(x, t)$ - число заполнения фотонов спектрального участка dx , $u = N_e c \sigma t$, T_e и N_e - электронная температура и концентрация, $\sigma = (8\pi/3)(e^2/mc^2)^2$ - томсоновское сечение рассеяния. Первый член в круглых скобках (1) описывает изменение частоты благодаря эффекту Доплера, второй член - изменение частоты за счет отдачи, третий - за счет индуцированного рассеяния. Процесс, в котором происходит эволюция фотонного газа по (1) получил название "комptonизации". Уравнение Компанейца (1) имеет исключительное значение для астрофизики при расчетах прохождения излучения через вещество.

Как указано в [3], уравнение (1) является нелинейным и, к сожалению, точных аналитических решений оно не имеет. Более того, в [4] проведено исследование уравнения Компанейца с помощью группового анализа и показано, что оно допускает только время-трансляционную группу $\tilde{t} = t + a$.

Это позволяет построить только стационарные решения. И, действительно, точных решений зависящего от времени уравнения Компанейца, насколько нам известно, пока в литературе не было.

Представим краткий обзор известных точных решений "усеченного" уравнения Компанейца, в котором пренебрегают одним или двумя слагаемыми по сравнению с полным уравнением (1).

О стационарных решениях, которые фактически также являются решениями усеченного уравнения (1) без левой части, известно следующее (из [5]): планковское $(\exp x - 1)^{-1}$ и бозе-эйнштейновское $[\exp(x + \mu) - 1]^{-1}$ выражения обращают внутреннюю скобку (поток фотонов Q в x -пространстве) в нуль (здесь μ - постоянная, имеющая смысл химического потенциала). Там же отмечается, что существуют и другие стационарные решения уравнения (1) с $Q = \text{const} \neq 0$, которые формируются, как указано в [5], за счет постоянного притока фотонов в $x = \infty$ и их стока в $x = 0$ при $Q < 0$ (или притока в $x = 0$ и стока в $x = \infty$ при $Q > 0$). Точные решения (1) такого типа недавно были получены в [6], они выражаются через дважды вырожденные функции Гойна $\text{HeunD}(\dots)$. В статье [7] отмечено, что в [6] упущено еще одно нетривиальное стационарное решение: $(x - c)/x^2$.

Подробные обзоры усеченных вариантов уравнения Компанейца с решениями даются в [3-5]. Отдельным случаям усеченного уравнения (1) посвящены также работы [8-15]. Решение уравнения (1) в пренебрежении третьим членом, когда (1) становится линейным уравнением, дано в [1,8]. Более общее уравнение переноса фотонов с правой частью, но опять же с пренебрежением третьим членом, исследовалось в [9-12]. В [13,14] оно же решалось методом функции Грина. Решение уравнения (1) в пренебрежении вторым членом получено и проанализировано методом характеристик в [5,9,15] и показано, что в спектре фотонов могут устанавливаться ударные волны (квазилинии). Результаты численных исследований (1), подтвердившие аналитические выводы для усеченного уравнения, представлены в [14,16,17].

Обобщенное уравнение Компанейца, в котором $n + n^2$ заменено на произвольную заданную функцию $f(n)$, рассмотрено в [18].

В данной работе впервые находятся точные решения полного уравнения (1) без каких-либо усечений, вопреки утверждению [3] о невозможности этого.

2. Решение уравнения Компанейца методом разделения переменных. Будем искать решение уравнения (1) в мультипликативном виде

$$n(x, t) = n_1(x)n_2(t). \quad (3)$$

В дальнейшем для сокращения записи формул сомножитель, зависящий от частоты, будем помечать индексом "1", а сомножитель, зависящий от времени - индексом "2", не выписывая при этом сами аргументы функций.

Подставим (3) в (1) и получим уравнение

$$n_1 \frac{dn_2}{dt} = \frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} \left[x^4 \left(n_2 \frac{dn_1}{dx} + n_1 n_2 + n_1^2 n_2^2 \right) \right]. \quad (4)$$

Перепишем (4) в развернутой форме

$$n_1 \frac{dn_2}{dt} - n_2 \left[4x \left(\frac{dn_1}{dx} + n_1 \right) + x^2 \left(\frac{d^2 n_1}{dx^2} + \frac{dn_1}{dx} \right) \right] - n_2^2 \left(4x n_1^2 + 2x^2 n_1 \frac{dn_1}{dx} \right) = 0. \quad (5)$$

Разделим переменные в (5) и получим систему двух обыкновенных дифференциальных уравнений для n_1 и n_2 . Это можно сделать несколькими путями.

2а. Путь I. Поделим уравнение (5) почленно на первое слагаемое и продифференцируем затем его по t . Тогда получим

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{n_2}{\frac{dn_2}{dt}} \right) \left[4x \left(\frac{dn_1}{dx} + n_1 \right) + x^2 \left(\frac{d^2 n_1}{dx^2} + \frac{dn_1}{dx} \right) \right] + \frac{d}{dt} \left(\frac{n_2^2}{\frac{dn_2}{dt}} \right) \left(4x n_1^2 + 2x^2 n_1 \frac{dn_1}{dx} \right) = 0. \quad (6)$$

В (6) уравнения легко разделяются:

$$- \frac{4x \left(\frac{dn_1}{dx} + n_1 \right) + x^2 \left(\frac{d^2 n_1}{dx^2} + \frac{dn_1}{dx} \right)}{4x n_1^2 + 2x^2 n_1 \frac{dn_1}{dx}} = \frac{\frac{d}{dt} \left(\frac{n_2^2}{\frac{dn_2}{dt}} \right)}{\frac{d}{dt} \left(\frac{n_2}{\frac{dn_2}{dt}} \right)}. \quad (7)$$

Видно, что левая часть уравнения (7) зависит только от частоты x , а правая часть - только от времени t . Следовательно, и левая, и правая части равны одной и той же постоянной разделения A . Тогда уравнение (7) распадается на систему двух обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} 4x \left(\frac{dn_1}{dx} + n_1 \right) + x^2 \left(\frac{d^2 n_1}{dx^2} + \frac{dn_1}{dx} \right) = -A \left(4x n_1^2 + 2x^2 n_1 \frac{dn_1}{dx} \right); \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{n_2^2}{\frac{dn_2}{dt}} \right) = A \frac{d}{dt} \left(\frac{n_2}{\frac{dn_2}{dt}} \right). \end{cases} \quad (8)$$

Уравнения системы (8) не зависят друг от друга функционально. Единственное, что их связывает - это их общая постоянная разделения A . Это обстоятельство отмечено в (8) квадратной скобкой, объединяющей уравнения системы.

Уравнение из (8) можно переписать в каноническом виде

$$\begin{cases} x^2 \frac{d^2 n_1}{dx^2} + (2Ax^2 n_1 + x^2 + 4x) \frac{dn_1}{dx} + 4Axn_1^2 + 4xn_1 = 0; \\ (n_1^2 - An_1) \frac{d^2 n_2}{dt^2} + (-2n_2 + A) \left(\frac{dn_2}{dt} \right)^2 = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Оба уравнения (8) интегрируются аналитически: первое уравнение близко к уравнению Гойна [19] и его решение выражается через функцию Гойна, второе уравнение тривиально. Выпишем их решения

$$\begin{cases} n_1 = -\frac{1}{2} \left\{ \left[(C_1 x^5 - C_2 x^4 - 2C_2 x^3 + 2C_2 x^2 + C_2 x - C_2) \text{HeunD}^2 + \right. \right. \\ \quad \left. + 8C_2 x^2 \text{HeunDHeunD}' \right] + 8C_2 x^2 \text{HeunDHeunD}' \int \frac{dx}{\text{HeunD}} + \\ \quad \left. + (x^5 - x^4 - 2x^3 + 2x^2 + x - 1) \text{HeunD}^2 + 8x^2 \text{HeunDHeunD}' - \right. \\ \quad \left. - 2C_2 x^4 + 4C_2 x^2 - 2C_2 \right\} \left[Ax(x^2 - 1)^2 \text{HeunD} \left(C_2 \int \frac{dx}{x \text{HeunD}^2} + 1 \right) \right]^{-1}; \\ n_2 = -\frac{A \exp(C_3 At + C_4 A)}{1 + \exp(C_3 At + C_4 A)}, \end{cases} \quad (10)$$

в котором C_i - произвольные константы интегрирования, HeunD и HeunD' , как и в [6], есть дважды вырожденная функция Гойна и ее производная, причем каждая из функций везде имеет аргументы

$$\text{HeunD} \left(0, -\frac{1}{2} + AC_1, -2AC_1 - \frac{1}{2}, AC_1, \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right). \quad (11)$$

Осталось только перемножить n_1 и n_2 и получить в итоге окончательное решение уравнения Компанейца (1).

2б. Путь II. Получим другой вариант решения. Для этого почленно поделим уравнение (5) на его третье слагаемое, а затем продифференцируем по t . В результате этих действий получим

$$n_1 \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{n_2^2} \frac{dn_2}{dt} \right) + \frac{1}{n_2^2} \frac{dn_2}{dt} \left[4x \left(\frac{dn_1}{dx} + n_1 \right) + x^2 \left(\frac{d^2 n_1}{dx^2} + \frac{dn_1}{dx} \right) \right] = 0. \quad (12)$$

Переменные в (11) также легко разделяются

$$\frac{n_1}{4x \left(\frac{dn_1}{dx} + n_1 \right) + x^2 \left(\frac{d^2 n_1}{dx^2} + \frac{dn_1}{dx} \right)} = -\frac{\frac{1}{n_2^2} \frac{dn_2}{dt}}{\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{n_2^2} \frac{dn_2}{dt} \right)}. \quad (13)$$

Применяя к (13) те же рассуждения, что и для (7), получим еще одну систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} n_1 = A \left[4x \left(\frac{dn_1}{dx} + n_1 \right) + x^2 \left(\frac{d^2 n_1}{dx^2} + \frac{dn_1}{dx} \right) \right]; \\ An_2 \frac{d^2 n_2}{dt^2} - 2A \left(\frac{dn_2}{dt} \right)^2 - n_2 \frac{dn_2}{dt} = 0, \end{cases} \quad (14)$$

или то же самое в каноническом виде

$$\begin{cases} x^2 \frac{d^2 n_1}{dx^2} + (x^2 + 4x) \frac{dn_1}{dx} + \left(4x - \frac{1}{A} \right) n_1 = 0; \\ \frac{1}{n_2^2} \frac{dn_2}{dt} = -A \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{n_2^2} \frac{dn_2}{dt} \right). \end{cases} \quad (15)$$

Система уравнений (15) также интегрируется аналитически: первое уравнение близко к уравнению Бесселя, второе уравнение тривиально. Результат интегрирования следующий:

$$\begin{cases} n_1 = \frac{1}{x^{3/2}} \left\{ C_5 \exp\left(-\frac{x}{2}\right) \left[\left(\frac{2}{7} \sqrt{9A+4} + \frac{4}{7} \sqrt{A}(x-2) \right) x I_{\nu_1}\left(-\frac{x}{2}\right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \sqrt{A} \left(x^2 - \frac{24x}{7} + \frac{12}{7} \right) I_{\nu_0}\left(-\frac{x}{2}\right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \sqrt{A} \left(\frac{4x^2}{7} - \frac{12x}{7} \right) I_{\nu_{-1}}\left(-\frac{x}{2}\right) + \sqrt{A} \frac{x^2}{7} I_{\nu_{-2}}\left(-\frac{x}{2}\right) \right] \right\} + \\ \left. + \frac{1}{x^{3/2}} \left\{ C_6 \exp\left(-\frac{x}{2}\right) \left[\left(\frac{2}{7} \sqrt{9A+4} + \frac{4}{7} \sqrt{A}(x-2) \right) x K_{\nu_1}\left(-\frac{x}{2}\right) + \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \sqrt{A} \left(x^2 - \frac{24x}{7} + \frac{12}{7} \right) K_{\nu_0}\left(-\frac{x}{2}\right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \sqrt{A} \left(\frac{4x^2}{7} - \frac{12x}{7} \right) K_{\nu_{-1}}\left(-\frac{x}{2}\right) + \sqrt{A} \frac{x^2}{7} K_{\nu_{-2}}\left(-\frac{x}{2}\right) \right] \right\}; \\ n_2 = \frac{1}{C_7 A \exp\left(-\frac{t}{A}\right) - C_8}, \end{cases} \quad (16)$$

где индексы функций Бесселя 1-го рода I_{ν_j} и 2-го рода K_{ν_j} имеют вид

$$\nu_j = j + \sqrt{\frac{9A+4}{4A}}.$$

3. Заключение. Таким образом, в работе методом разделения переменных получены точные решения нелинейного кинетического уравнения Компанейца, для которого ранее считалось невозможным найти аналитическое решение. Решения выражены через трансцендентные функции Гойна и Бесселя.

Работа поддержана грантом РФФИ № 12-02-90433-Ukr_a.

Российский Федеральный Ядерный Центр - Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, Саров,
Нижегородская обл., Россия,
e-mail: dubinov-ae@yandex.ru rmtmkitaeva@yandex.ru

EXACT SOLUTIONS OF THE KOMPANEETS EQUATION DESCRIBING KINETICS OF PHOTON COMPTONIZATION

A.E.DUBINOV^{1,2}, I.N.KITAYEV²

The non-linear kinetic Kompaneets equation, describing evolution of spectrum of photon gas subject to Compton scattering in rarefied non-relativistic electron plasma (i.e. "comptonization" of radiation) is considered. Exact solutions of the equation were obtained by the method of separation of variables for the first time. The solutions are expressed via transcendent Heun and Bessel functions.

Key words: *spectrum of photon gas: equation of Kompaneets: comptonization: method of separation of variables: functions of Heun and Bessel*

ЛИТЕРАТУРА

1. А.С.Компанеев, ЖЭТФ, 31, 876, 1956.
2. R.Weymann, Phys. Fluids, 8, 2112, 1965.
3. Д.И.Нагурнер, Комптоновское рассеяние в астрофизических объектах, изд-во С-ПбГУ, Санкт-Петербург, 2001.
4. N.H.Ibragimov, J. Phys.: Math. Theor., 43, 1, 2010.
5. Я.Б.Зельдович, УФН, 115, 161, 1975.
6. А.Е.Дубинов, Письма в ЖТФ, 35, 25, 2009.
7. G.W.Bluman, S.-f.Tian, Z.Yang, J. Eng. Math. (Online First Articles, 2013, <http://link.springer.com/article/10.1007/s10665-012-9552-2>).
8. В.В.Железняков, Излучение в астрофизической плазме, Янус-К, М., 1997.
9. Я.Б.Зельдович, Е.Ф.Левич, ЖЭТФ, 55, 2423, 1968.

10. *P.A.Becker, M.C.Begelman*, *Astrophys. J.*, **310**, 534, 1986.
11. *P.A.Becker, M.C.Begelman*, *Astrophys. J.*, **310**, 552, 1986.
12. *P.A.Becker*, *Astrophys. J.*, **327**, 772, 1988.
13. *D.I.Nagirner, V.M.Loskutov*, *Astrophysics*, **40**, 62, 1997.
14. *D.I.Nagirner, V.M.Loskutov, S.I.Grachev*, *Astrophysics*, **40**, 227, 1997.
15. *Я.Б.Зельдович, Р.А.Сюняев*, *ЖЭТФ*, **62**, 153, 1972.
16. *J.Deng, J.Chen, J.Yiu*, *Science in Chine (Series A)*, **41**, 1107, 1998.
17. *P.Procopio, C.Burigana*, *Astro. Astrophys.*, **507**, 1243, 2009.
18. *Е.Д.Авдоница, Н.Х.Ибрагимов*, *Уфимский матем. ж.*, **4**, 6, 2012.
19. *H.Exton*, *Le Matematiche*, **43**, 11, 1998.

ХРОМОСФЕРНЫЕ ВСПЫШКИ И РАДИОИЗЛУЧЕНИЕ НА ЧАСТОТЕ 210 МГц

М.ГИГОЛАШВИЛИ, Н.ОГРАПИШВИЛИ, Д.ДЖАПАРИДЗЕ,
Ш.МАКАНДАРАШВИЛИ, Б.ЧАРГЕЙШВИЛИ, Д.МАГРАДЗЕ

Поступила 10 января 2014

Принята к печати 30 апреля 2014

Изучено развитие шестнадцати хромосферных вспышек, наблюдавшихся в Абастуманской астрофизической обсерватории в 1973г. Были использованы $\text{H}\alpha$ фильтрограммы и радиовсплески на частоте 210 МГц ($\lambda = 1.43 \text{ м}$). $\text{H}\alpha$ фильтрограммы были получены с помощью хромосферно-фотосферного телескопа с помощью интерференционно-поляризационного фильтра, а радиовсплески получены с помощью радиотелескопа Абастуманской обсерватории. Главная цель работы - обнаружение радиосигналов, связанных со вспышками. В большинстве случаев площадь вспышки и интенсивность почти одновременно достигали максимума. Что касается максимума выделенной энергии, в большинстве случаев выделенная энергия достигла максимума почти одновременно или чуть раньше в метровом радиодиапазоне, чем в линии $\text{H}\alpha$. Применяя метод наложения эпох, получена последовательность событий в оптическом и радиодиапазонах во время вспышки.

Ключевые слова: *Хромосферные вспышки; $\text{H}\alpha$ фильтрограммы; радиовсплески на частоте 210 МГц*

1. *Введение.* Солнечная вспышка представляет собой реакцию солнечной атмосферы на внезапный быстрый процесс выделения энергии, который приводит, прежде всего, к локализованному временному нагреву, а также ускорению электронов, протонов и тяжелых ионов. Вспышка генерирует кратковременное электромагнитное излучение в широком диапазоне длин волн от жесткого рентгеновского излучения ($\lambda \approx 10^{-9} \text{ см}$), а в очень редких случаях от гамма-излучения ($\lambda \approx 2 \cdot 10^{-11} \text{ см}$) до километровых радиоволн. Некоторые хромосферные вспышки сопровождаются большими всплесками радиоизлучения.

Исследование радиоизлучения Солнца вносит большой вклад в понимание физических процессов, происходящих в солнечной атмосфере. Они позволяют изучить процессы, происходящие в солнечной короне.

Некоторые авторы обратили внимание на связь радиовсплесков с солнечными вспышками [1-3]. Dodson [4] и Dodson и Hedeman [5-6], обнаружили, что вспышки совпадают или предшествуют радиобурям на частоте 200 МГц (150 см). Возможно такие вспышки имеют сложную структуру, и некоторые из них даже назвали "Множественными вспышками." Характерной особенностью вспышек, связанных с радиовсплесками, является

более гладкий рост к максимуму, чем для большинства других вспышек.

De Feiter и др. [7] отметили, что сильные вспышки обычно сопровождаются радиовсплесками на дециметровом и/или метровом диапазоне длин волн. Только незначительная часть менее важных вспышек производит отличительные радиосигналы [7]. С помощью идентификации зарегистрированных вспышек и с использованием диаграмм и спектрограмм для этих источников получена корреляция. Были сделаны наблюдения для обнаружения радиозатемнения и обнаружения особенностей вспышки.

Swagur и др. [8] обнаружили, что 60% быстротекущих (тип III) радиовсплесков совпадают во времени с солнечными вспышками. Действительно, связанные всплески обычно происходят между началом и максимумом вспышки. Найдено также, что 25% всех солнечных вспышек очевидно связаны с быстротекущими всплесками. Почти все медленнотекущие всплески (тип II) и непрерывные явления (тип IV), также связаны со вспышками, но нет никакой четкой связи между всплесками радиобурь (тип I) и вспышками.

Радиоэмиссия от солнечных вспышек предлагает много уникальных диагностических инструментов, для объяснения вопросов выпуска энергии, нагревания плазмы, ускорения частиц и транспортировки частиц в намагниченной плазме [9].

По наблюдениям радио, рентгена и магнитного поля солнечной активной области в 1992г. (включая радио, рентгеновские, магнитографные и H α -наблюдения с высоким разрешением) Vourlidis и др. [10] приписывают избыток эмиссии о-мод к конфигурации магнитного поля и к температурным неоднородностям в пятне.

Krucker и др. [11] предполагают, что есть несколько общих черт между солнечными вспышками и SXR/radio явлениями.

Shibasaki и др. [12] предположили, что солнечная радиоэмиссия предоставляет ценную информацию о структуре и динамике солнечной атмосферы выше температурного минимума. Они рассмотрели новые наблюдательные и теоретические результаты исследования тихого Солнца и активных областей, покрывая весь радиодиапазон длин волн от миллиметра до декаметра. Они попытались показать максимально полную картину о тихом Солнце и активных областях, с помощью радиообластей. В принципе радиодиапазон может предоставить нам столько же информации сколько остальная часть спектра солнечной атмосферы.

Сравнение значений радиопотока на 10.7 см с числом солнечных пятен для солнечных циклов 19-21 показывает, что значения радиопотока ответственны за магнитные поля, связанные с солнечными пятнами. Представлены значения радиопотока для 10.7 см и его соотношение с числом солнечных пятен и других параметров для каждого из этих циклов.

Результаты указывают, что значение радиопотока на 10.7 см кажется стохастическим для Цикла 19 и хаотическим для Циклов 20 и 21 [13].

Получена математическая модель для вычисления структуры динамического спектра радиовсплесков [14]. Сравнение теоретических спектров с наблюдаемыми показывает, что результаты интерференции объясняют формирование структуры зебры и разделение ее полос в отдельные пики, описывают профиль времени пиков и объясняют свойства волокон, петель волокон и сеть "точек" всплеска. Сходство динамических спектров показывает, что микроструктура спектров сформирована не в источнике эмиссии, а в результате распространения волн в солнечной короне и межпланетной среде.

Используя долгосрочные наблюдения за солнечными радиовсплесками в Абастуманской астрофизической обсерватории на солнечном радиотелескопе для 210 МГц, получена четкая корреляция между амплитудами радиовсплесков, числом солнечных пятен и их областями [15].

Радиоизмерения имеют то преимущество, что они позволяют достичь высокого разрешения по высотам в короне, которое является следствием четкой зависимости скорости распространения радиоволн от плотности среды. Большие высоты, с которых доходит до нас ультракороткое (метровое) излучение, указывают на расстояние от Солнца, на котором мы можем изучать корону радиометодами.

Поэтому радиоастрономия и оптическая астрономия по существу дополняют друг друга. Соотношение радиоэмиссии радиовсплесков с магнитным полем активной области и вспышек, а также структура источников в короне и их размеры все еще остаются нерешенными проблемами.

Разрешение этих проблем позволило бы нам определить механизм излучения, объяснить поляризацию, использовать радиоэмиссию как индикатор состояния местных магнитных полей в солнечной короне, от которых зависят некоторые геофизические явления.

В Абастуманской астрофизической обсерватории радионаблюдения Солнца проводятся с 1957 г. по настоящее время. За этот период накоплен очень богатый материал.

Радиотелескоп, на котором производится регистрация радиоизлучения Солнца, состоит из трех основных частей: антенны фидерной системы, радиометра с самопишущей аппаратурой и блока питания.

Приемная часть радиотелескопа настроена на частоту 210 МГц ($\lambda = 1.43$ м). На самописце записывается общий поток радиоизлучения Солнца, фиксируются различные всплески, в том числе шумовые бури.

Солнечной шумовой бурей в метровом диапазоне радиоволн называется повышение излучения фона (континуума) с наложенными на него короткоживущими всплесками продолжительностью от долей секунды до секунд.

Подобные наблюдения очень важны для решения фундаментальных проблем солнечно-земных связей. В частности, они применяются для долговременного прогноза погоды.

2. Наблюдательные данные и метод измерений. В этой работе описаны кривые развития хромосферных вспышек, наблюдавшихся в Абастуманской астрофизической обсерватории в 1973г. с помощью хромо-сферно-фотосферного телескопа с интерференционно-поляризационным светофильтром с полосой пропускания $0.5 \text{ \AA}$ в линии $\text{H}\alpha$. Изображения активной области в линии $\text{H}\alpha$ регистрировались на пленку Тип-17. Оптические наблюдения состояли в кино регистрации солнечной активности в лучах линии $\text{H}\alpha$ с частотой съемки около 2 кадров в минуту, согласно программе ежедневных наблюдений (с восхода и до захода Солнца).

Мы изучили как изменяются площадь и интенсивность вспышек, и когда высвобожденная энергия достигает максимума как на радиочастоте, так и в линии $\text{H}\alpha$.

Нами были выбраны 16 вспышек, в основном, баллов 1n. Данные приведены в табл.1. Долготы - в гелиоцентрической системе (λ) и в системе Кэррингтона (L). Мощность вспышек оценивалась по четырехбалльной шкале: f - слабая, 1 - нормальная, 2 - мощная, 3 - самая мощная. A - эруптивный протуберанец, основание которого имеет гелиоцентрическое расстояние, по крайней мере 90° ; B - наблюдаемая вспышка является окончанием более сильной; C - вспышка не была видна десятью минутами раньше, когда до начала вспышки нет наблюдений; D - яркая точка; E - две или более ярких

Таблица 1

ПАРАМЕТРЫ ВСПЫШЕК

№	Дата	Время наблюдений			Координаты			Мощность	Замечание
		начало	конец	максимум	φ	λ	L_0		
1	19.06	08 ^h 03 ^m	08 ^h 36 ^m	08 ^h 17 ^m	-02	-83	044	1n	D
2	06.07	07 28	07 45	07 32	-08	+14	280	1n	D
3	07.07	05 16	05 41	05 17	-06	+25	278	1n	B
4	07.07	06 09	06 43	06 13	+12	+23	276	1n	C
5	09.07	05 02	06 50	05 15	+11	+49	272	1n	D
6	10.07	07 00	07 09	07 04	+12	+64	277	1n	E
7	31.08	07 51	08 05	07 58	-17	-51	191	1n	D
8	02.09	05 35	06 35	05 41	-17	-56	160	1n	C
9	11.09	06 55	07 20	07 01	-12	+58	155	2n	B
10	11.09	07 58	08 27	08 04	-12	+41	138	1n	B
11	27.09	11 07	11 38	11 11	-16	-48	195	2n	B
12	29.09	04 07	05 06	04 50	+16	-57	163	2n	B
13	26.11	07 04	07 13	07 06	-08	-15	160	1n	D
14	16.12	05 35	06 20	05 50	-18	-88	182	1n	A
15	23.12	07 51	08 15	07 58	-16	+36	214	1n	A
16	24.12	10 36	10 59	10 46	-16	+51	214	1n	C

точек (когда одновременно разгораются); φ - широта; λ - долгота; $L = L_0 + \lambda$ (L_0 - широта центрального меридиана Солнца).

Фотометрические измерения вспышек проводились на микрофотометре МФ-2. Если хромосферная вспышка состояла из нескольких центров, измерения производились отдельно для каждого центра. Мы старались измерять геометрически одно и то же место данной вспышки от момента начала вспышки до ее конца. Отдельно измерены также узлы вспышки, возникшие позднее.

На графиках, которые приведены, по оси абсцисс отложено время, по левой ординате - интенсивности вспышек по отношению к соседней невозмущенной хромосфере, по правой ординате - площади вспышек в миллионных долях диска Солнца. Если вспышка состояла из нескольких центров, то интенсивности даны для каждого из них. Но центры вспышек трудно выделить по площади, и поэтому даны кривые изменения общей площади для всех центров вместе. На фото даны фотографии вспышек в моменты максимумов.

Вспышка №1. 19.06.1973г. (8:03 UT - 8:36 UT).

На восточном краю диска Солнца в активной области вблизи пятна в 8:03 UT выделился центр активности, но и до 8:00 UT эта часть флоккула была достаточно интенсивной. Через четыре минуты появился второй активный центр с меньшей яркостью, чем первый. После чего эти центры соединились, а в 8:11 UT - 8:16 UT наблюдалось падение интенсивности.

Вспышка своего максимума по интенсивности достигла в 8:20 UT, а по площади еще раньше - в 8:15 UT. После максимума интенсивности флоккула и вспышки уменьшались. Вспышка погасла в 8:36 UT, но до конца наблюдения (8:40 UT) еще видно было активное место в флоккуле. Параллельно велись наблюдения в радиодиапазоне с частотой 210 МГц ($\lambda = 1.43$ м). В записи в 8:20 UT зафиксированы радиовсплески с большими

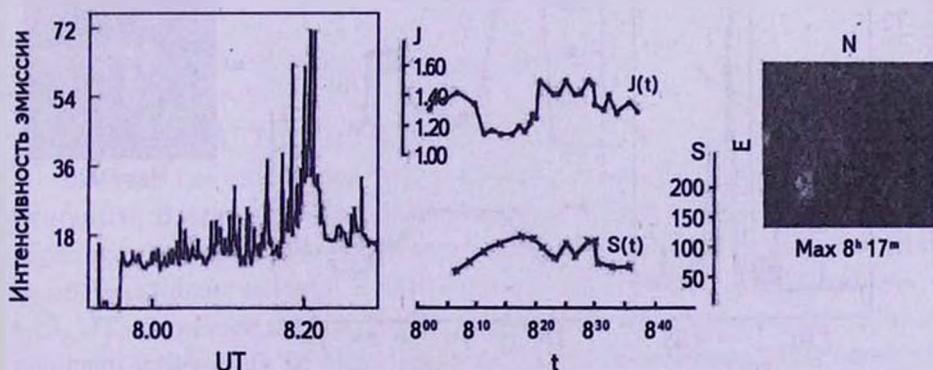


Рис.1. Наблюдения вспышки №1. Левый рисунок - изменение потока радиоизлучения. Средний график - интенсивность и площадь вспышки. Правый - наблюдения в линии $H\alpha$.

интенсивностями $I = 78 \cdot 10^{-22} \text{ WM}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$ с 8:00 UT до 08:20 UT наблюдается повышенный непрерывный уровень шумов с отдельными всплесками поочередно с большой и малой амплитудой. $I = 18 - 36 \cdot 10^{-22} \text{ WM}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$. Эти шумовые бури после 8:20 UT тоже продолжают. В данный момент можно сказать, что в оптическом и в метровом радиодиапазоне максимум выделения энергии происходит почти одновременно.

Вспышка 2. 6.07.73г. (7:28 UT-7:32 UT).

В большом флокеле на юго-западе солнечного диска почти одновременно в 7:28 UT появились два центра активности. В 7:29 UT второй центр достиг своего максимума и исчез в 7:31 UT, первый центр стал очень ярким в 7:32 UT (на графике дано развитие интенсивности и площади только первого центра), а по площади своего максимума достиг в 7:31 UT. После максимума вспышка постепенно начала уменьшаться как по площади, так и по интенсивности. В 7:35 UT появились четыре маленьких активных центра, но с меньшей интенсивностью. В линии $\text{H}\alpha$ наблюдается резкий максимум в центре активности и быстрый спад интенсивности, площадь изменялась параллельно яркости, хотя площадь потом остается на одном уровне до 7:40 UT и потом падает вниз, но у центра активности имеет второй максимум от 7:40 UT до 7:45 UT и потом за две минуты характеризуется быстрым спадом. Что касается радиоизлучения с частотой 210 МГц, с 7:20 UT- до 7:27 UT не наблюдается никакой шумовой бури, но с 7:27 UT начинаются увеличение интенсивности и многократные всплески с разными величинами $I = 36 - 96 \cdot 10^{-22} \text{ WM}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$, своего максимума достигла 7:22 UT и 7:32 UT как $\text{H}\alpha$, так и 1.43-м радиодиапазоне.

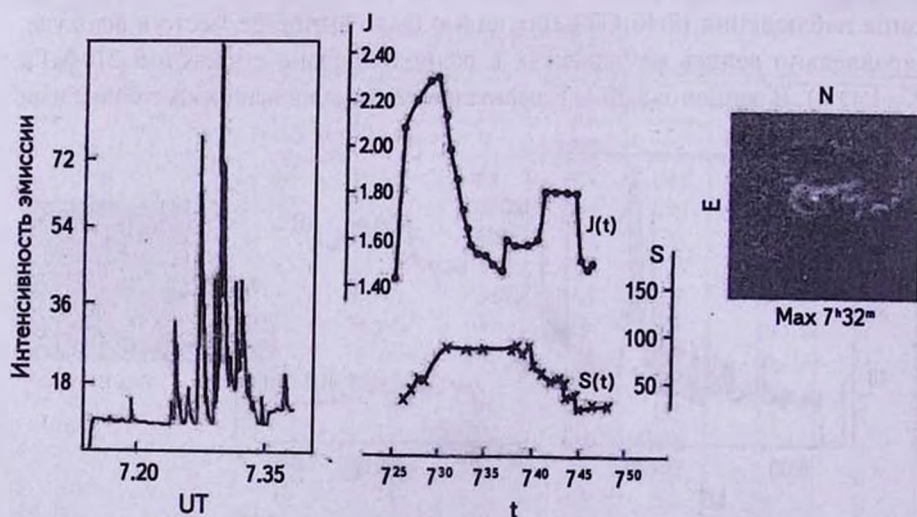


Рис.2. Наблюдения вспышки №2.

Вспышка №3. 7.07.73г. (5:16 UT - 5:40 UT).

В 5:16 UT в том же флокеле, почти в том же месте, в котором была вспышка №2, светился маленький центр интенсивности, на втором кадре появился другой центр активности. Вспышка примечательна быстрым подъемом яркости, острым максимумом большой интенсивности и быстрым спадом. Как первый, так и второй центры достигли своего максимума по интенсивности 5:17 UT, а по площади в 5:18.5 UT (сумма $S_1(t) + S_2(t)$) одновременно. Вспышка совсем погасла в 5:40 UT и площадь возвращается в первоначальное состояние. Падение скорости спада интенсивности в три раза медленнее, чем скорость роста интенсивности. В метровом радиодиапазоне (210 МГц) с 04:40 UT до 05:15 UT наблюдаются фоновые шумовые бури с достаточно большими всплесками. С 05:20 UT - до 05:25 UT в радиодиапазоне излучение характеризуется большими всплесками с интенсивностью $I = 68 \cdot 10^{-22} \text{ WM}^{-2} \text{ Hz}^{-1}$. В данном случае на хромосферном уровне и в нижней короне эволюция эмиссии происходит почти одновременно.

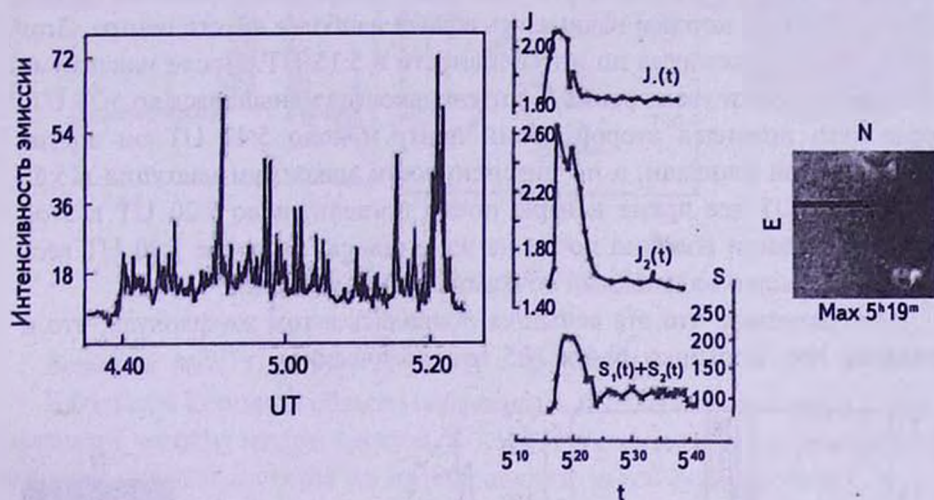


Рис.3. Наблюдения вспышки №3.

Вспышка №4. 7.07.73г. (6:09 UT - 6:43 UT).

Флокел, где появилась эта вспышка, с самого начала был очень активным. В флокеле видна была большая группа пятен и два волокна, параллельно расположенные в центре флокела, на концах волокна были видны маленькие центры, в одном из них интенсивность увеличилась. В 6:13 UT активный центр достиг максимума по интенсивности, а по площади изменения не были заметны, затем интенсивность постепенно уменьшалась, а после 6:30 UT до конца наблюдения центр активности выделялся на фоне флокела.

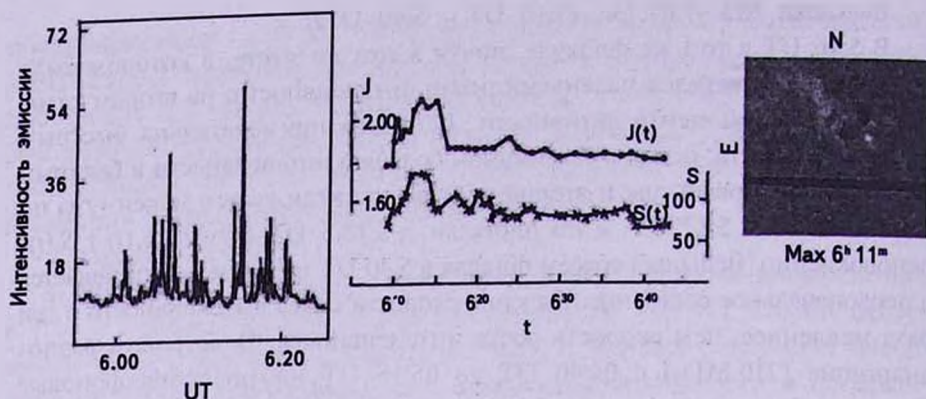


Рис.4. Наблюдения вспышки №4.

Вспышка №5. 9.07.73г. (5:02 UT - 6:50 UT).

В начале наблюдения в большом активном флокеле наблюдалось несколько ярких центров. В этом флокеле наблюдалась большая группа пятен и волокно, которое начиналось вблизи наиболее яркого центра. Этот центр достиг максимума по интенсивности в 5:15 UT. После максимума площадь вспышки увеличилась, а интенсивность уменьшилась до 5:25 UT, после чего появился второй яркий центр. Около 5:47 UT он достиг максимальной площади, а по интенсивности максимум наступил в 5:55 UT. В 6:52 UT все яркие центры почти погасли, и до 7:20 UT в этой активной области волокно почти не изменилось, но после 7:20 UT весь флокел покрывался маленькими точками черной материи.

Надо заметить, что эта вспышка появилась в том же флокеле, что и вспышка №4. Вспышки №4 и №5 гомологические.

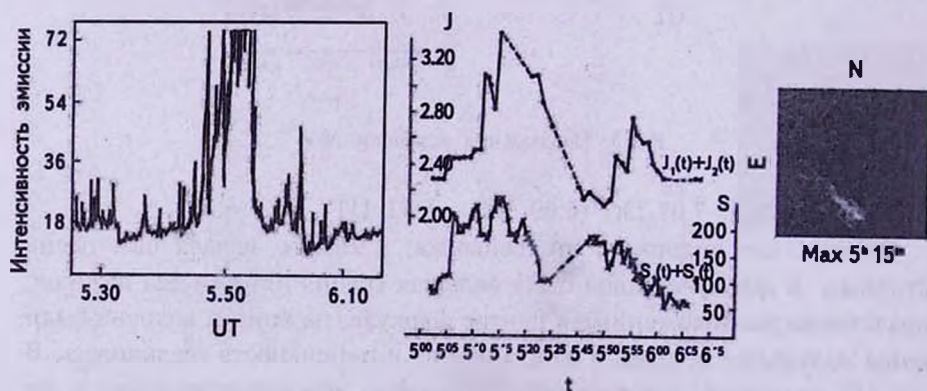


Рис.5. Наблюдения вспышки №5.

Вспышка №6. 10.07.73г. (7:00 UT - 7:30 UT).

В 7:00 UT в большом активном флокеле, именно там же, где вспышка №4 и №5, появился активный центр. В 7:04 UT по интенсивности он достиг максимума. А по площади - в 7:05 UT. Вместе с развитием вспышки наблюдалось увеличение яркости флокела. Вспышка погасла в 7:09 UT, после чего флокелу заново активизировался, появились маленькие активные точки с небольшой активностью и вместе с тем наблюдалась точечная черная материя.

Вспышки №6, №5 и №4 - гомологические.

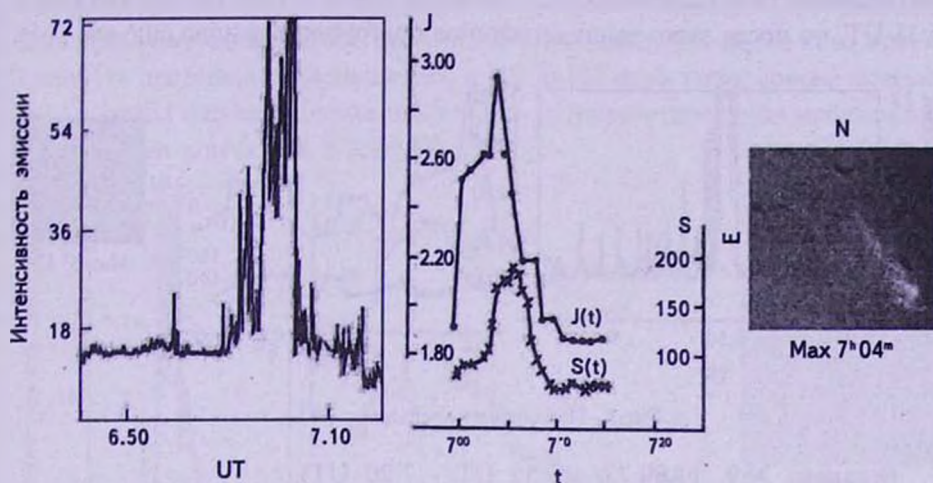


Рис.6. Наблюдения вспышки №6.

Вспышка №7. 31.08.73г. (7:51 UT - 8:05 UT).

В большой активной области наблюдалась большая группа пятен и еще маленькие волокна внутри флокела. В 7:51 UT в полутени пятна разгорелась активная точка и достигла по интенсивности максимума в 7:58 UT, а по

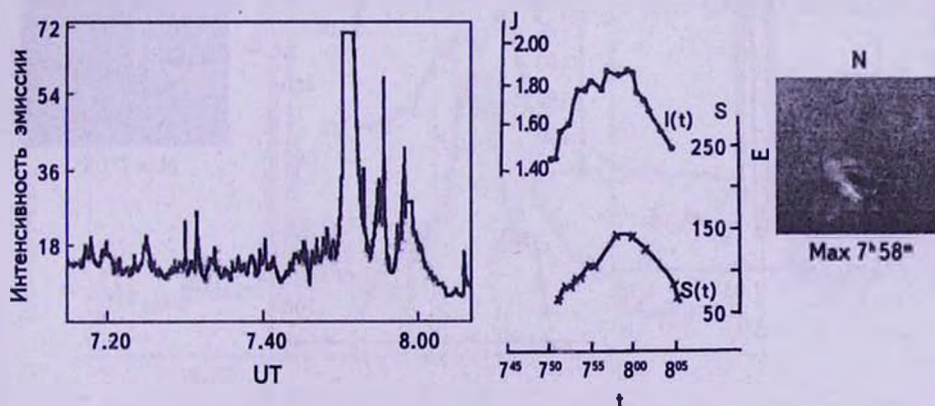


Рис.7. Наблюдения вспышки №7.

площади - постепенно увеличивалась как площадь, так и интенсивность вспышки. Вспышка погасла в 8:05 UT. После вспышки в флокule изменения не наблюдались.

Вспышка №8. 2.09.73г. (5:35 UT - 6:35 UT).

В небольшом, но достаточно ярком флокule в 5:36 UT появился маленький активный центр, интенсивность которого увеличилась и параллельно с увеличением площади достигла своего максимума в 5:47 UT. Через несколько минут центр снова начал разгораться и скоро погас. В 6:14 UT вновь наблюдался активный центр, который достиг максимума по интенсивности и параллельно по площади в 6:17 UT. Вспышка погасла в 6:35 UT, но после этого выше описанное повторилось заново еще два раза.

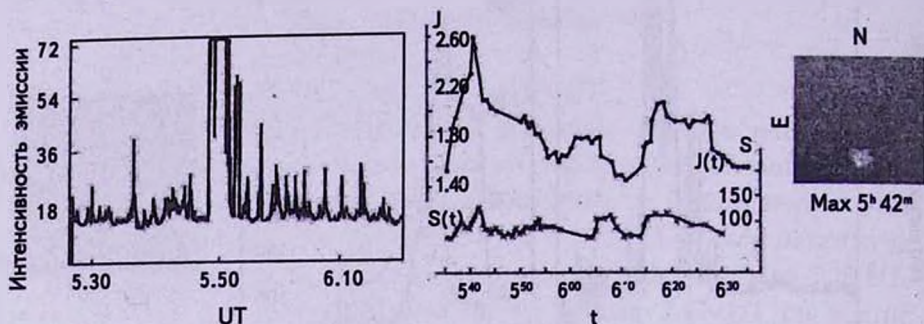


Рис.8. Наблюдения вспышки №8.

Вспышка №9. 11.09.73г. (6:55 UT - 7:20 UT).

Вблизи западного края диска в большом флокule в 6:55 UT одновременно разгорались два активных и до максимума появился еще один

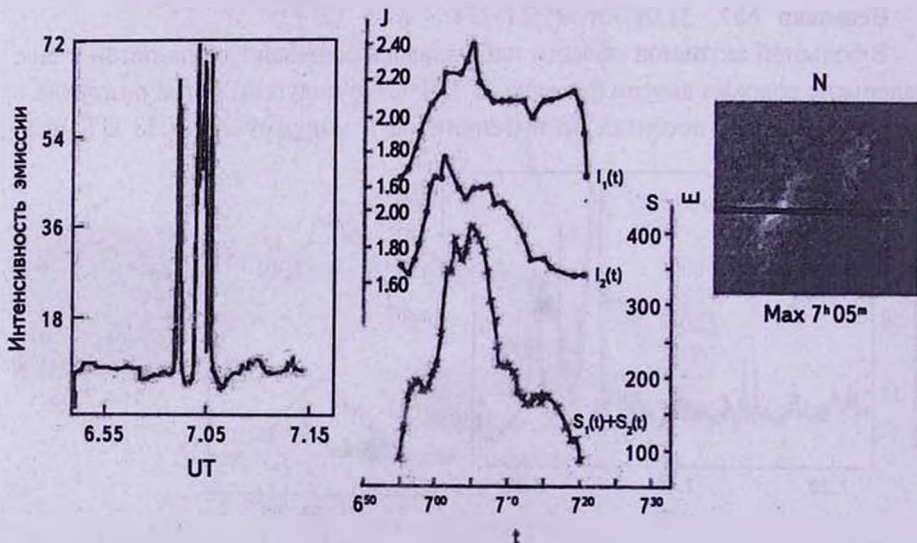


Рис.9. Наблюдения вспышки №9.

центр. По интенсивности и по площади вспышка достигла максимума в 7:05 UT. После максимума заметно увеличение волокна, которое расположено в флокеле. Два первых активных центра погасли раньше, чем третий и приблизительно в 7:46 UT вспышка угасла (может быть и раньше, мешают облака). И волокно тоже уменьшилось. На графике приведены кривые развития по интенсивности второго более интенсивного центра.

Вспышка №10. 11.09.73г. (7:58 UT - 8:27 UT).

Вспышка расположена в большой активной области. Сначала появились две точки с разными интенсивностями, потом они соединились и образовалось волокнистое активное образование по форме "S". В 8:04 UT вспышка достигла максимума по интенсивности и по площади, после чего интенсивность постепенно уменьшилась и в 8:20 UT одна точка совсем исчезла, но до конца наших наблюдений второй активный центр уже наблюдался; наблюдение кончилось в 8:26 UT.

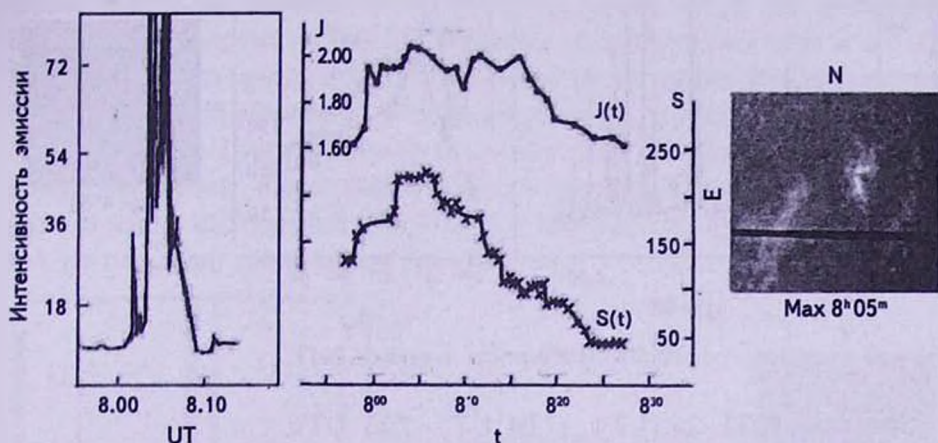


Рис.10. Наблюдения вспышки №10.

Вспышка №11. 27.09.73г. (11:07 UT - 11:35 UT).

В 11:06 UT в большом флокеле появились два центра активности.

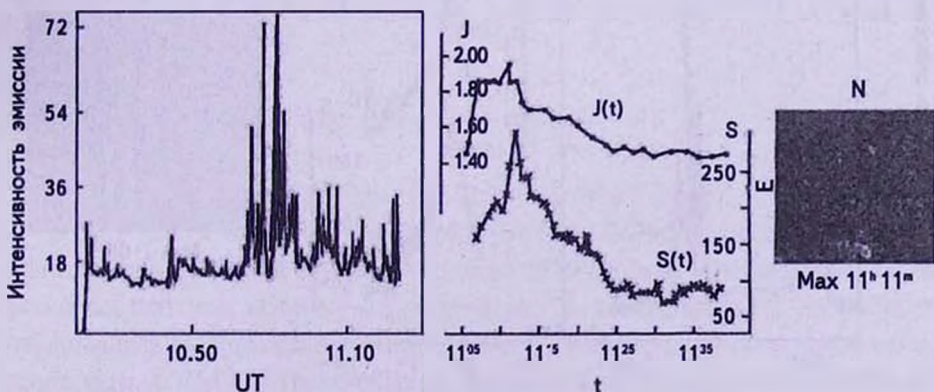


Рис.11. Наблюдения вспышки №11.

Один из них находился в полутени пятна, через несколько минут активные центры развились как по интенсивности, так и по площади и достигли максимума в 11:11 UT одновременно. Во время максимума образовалась волокнистая структура. Вспышка погасла в 11:38 UT.

Вспышка №12. 29.09.73г. (4:47 UT - 5:06 UT).

У восточного края, вблизи экватора, в активной области в 4:46 UT возник центр активности. В 4:50 UT вспышка достигла своего максимума по интенсивности. После максимума интенсивность площади увеличивалась. Кроме главного центра, вспышка состояла еще из двух центров активности. Все эти центры соединились и образовали волокнистую структуру.

Вспышка погасла в 5:06 UT. Во время вспышки не наблюдалось заметного изменения флюкула.

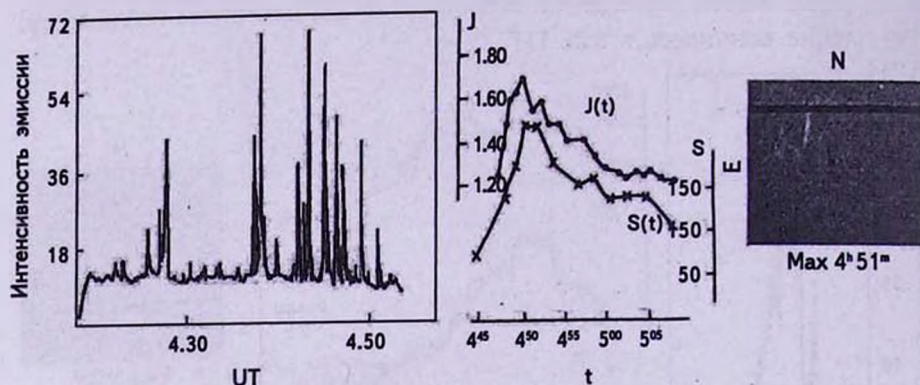


Рис.12. Наблюдения вспышки №12.

Вспышка №13. 26.11.73г. (7:04 UT - 7:13 UT).

В большой активной области в группе пятен в 7:04 UT появился

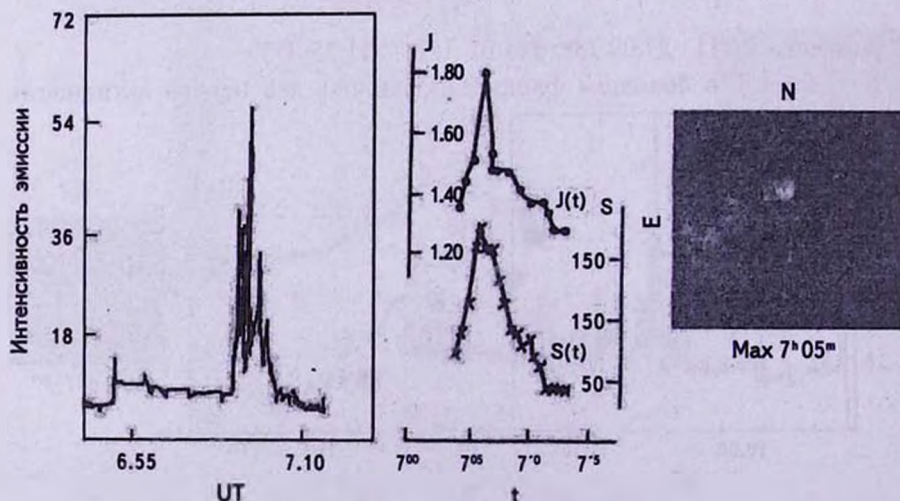


Рис.13. Наблюдения вспышки №13.

центр активности, который достиг максимума в 7:06 UT и погас в 7:13 UT. Аналогично можно сказать о площади: площадь тоже развивалась параллельно интенсивности. Волокна, которые выходили за пределы флоккула распространялись в юго-восточную часть солнечного диска. После 7:38 UT эти волокна достигли наибольшей величины и потом одно из них осталось и постепенно рассасывалось.

Вспышка №14. 16.12.73г. (5:28 UT - 5:57 UT).

На юго-востоке солнечного диска, приблизительно в 5:28 UT начал разгораться один центр активности, который несколько раз увеличивался и уменьшался по интенсивности. С 5:40 UT наблюдался выброс вещества, в результате чего образовался петельный протуберанец и интенсивность вспышки увеличивалась.

С 5:50 UT вспышка по интенсивности уменьшилась, через несколько минут после 5:55 UT вспышка с трудом видна на краю диска. Приблизительно в 6:55 UT заметны новые выбросы. После в 7:28 UT активный центр снова появлялся, в 7:04 UT вспышка достигла максимума и в 8:23 UT из активного центра повторился выброс вещества, на передержанных (черных) кадрах наблюдался петлеобразный протуберанец.

После 9:45 UT интенсивность вспышки снова увеличилась, появились новые максимумы, новые выбросы и этот процесс повторился несколько раз. До конца наблюдений - до 11:25 UT вспышка все время изменялась как по площади, так и по интенсивности.

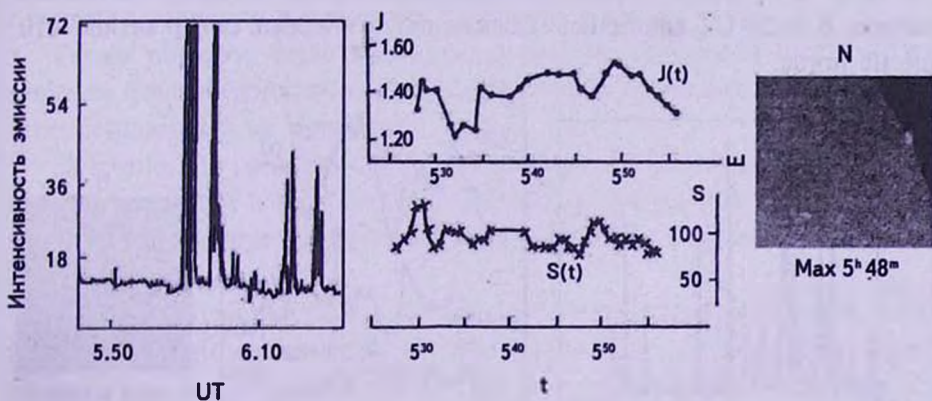


Рис.14. Наблюдения вспышки №14.

Вспышка № 15. 23.12.73г. (7:31 UT - 08:15 UT).

В 7:51 UT в большой активной области вблизи тени группы пятен возник очень активный центр. До этого во флоккуле было замечено несколько активных центров, которые скоро погасли. Во время вспышки во флоккуле наблюдалась активизация. В 7:51 UT интенсивность достигла максимума, после чего, в 7:56 UT увеличилась площадь и появились новые маленькие

яркие центры. В 8:15 UT вспышка погасла и яркость флюкула тоже уменьшилась. Приблизительно через полчаса несколько активных центров снова разгорались в той же активной области, но с меньшей активностью, чем центр в 7:51 UT.

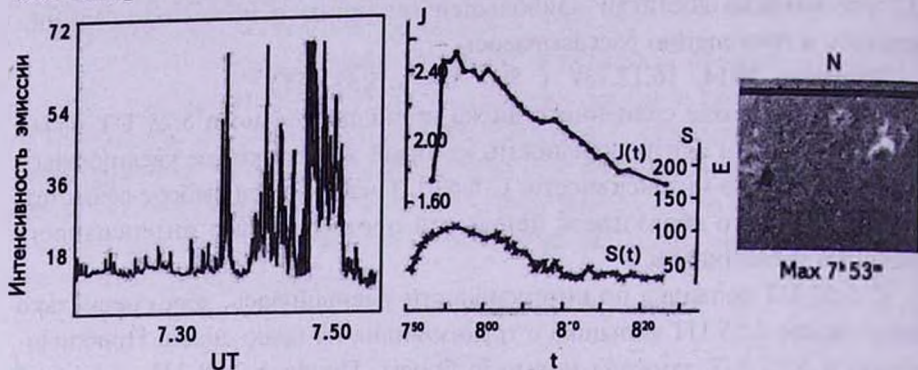


Рис.15. Наблюдения вспышки №15.

Вспышка №16. 24.12.73г. (10:35 UT - 10:59 UT).

В достаточно большом активном флюкуле в юго-западной части флюкула наблюдалась активизация. В 10:35 UT разгорелись два ярких центра, интенсивность которых постепенно увеличивалась и первый центр активности достиг максимума в 10:48 UT, а второй - в 10:50 UT, по площади - в 10:47 UT. Здесь приведена также суммарная площадь активных центров. В 10:59 UT кончились наблюдения, но первый центр активности еще не погас.

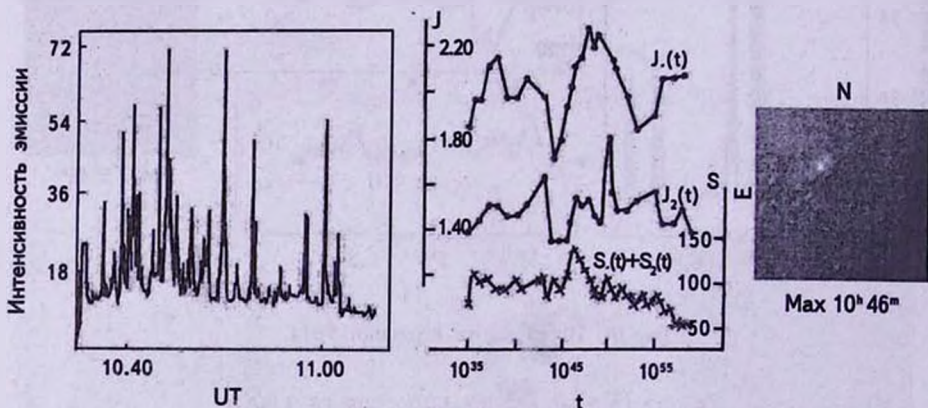


Рис.16. Наблюдения вспышки №16.

3. *Дискуссия и результаты.* Как главные результаты, Benz и др. [16] получили, что общая продолжительность, пиковый поток и излученная энергия радиоэмиссии коррелируют с выброшенной энергией вспышки (измеренной в мягком рентгене). Обсуждены возможные механизмы

ускорения после главной фазы вспышки и проведено их сравнение с наблюдательными данными [16].

Kossobokov и др. [17] рассмотрели 32 355 вспышек класса C2 и больше (C2+) из каталога GOES. Амплитуды экстремальных вспышек увеличивались, когда средний поток уменьшался. Они вычислили средние показатели энергетического потока для интервала от 7 до 365 дней [17].

Li и Fleishman [18] вычислили некогерентную радиоэмиссию, произведенную в рамках двух стохастических моделей ускорения с помощью MHD. Их анализ четко демонстрирует, что радиоэмиссия от мест ускорения (1) имеет достаточно сильную интенсивность, для наблюдения с помощью имеющихся в настоящее время доступных радиоинструментов, и (2) имеет спектры и кривые блеска, которые четко отличаются в этих двух моделях. В частности они предположили, что часть узкополосных микроволновых и дециметровых всплесков может быть следствием стохастического ускорения в солнечных вспышках [18].

Основываясь на законы теории волн электромагнитной радиации, были получены уравнения для вычисления частот максимальной интенсивности, что формирует полосы в спектре солнечной радиоэмиссии. Наблюдаемая частота полос и полученные интервалы между ними совпали с вычисленными значениями с высокой точностью. Равенство между частотами полос свидетельствует об их происхождении вследствие интерференции, что связано с распространением радиоволн в плазме, но не с механизмом генерации радиации в основном источнике всплеска [19].

Таким образом, была проведена детальная обработка шестнадцати вспышек балла n (нормальные) для исследования движений, интенсивности и особенностей в их развитии.

Замечено, что развитие некоторых вспышек сопровождается возникновением движений в виде струй, выбросов, вытягиваний. Характер этих движений аналогичен движениям в протуберанцах, возникающих возле солнечных пятен.

Развитие большинства вспышек сопровождается, в основном, более или менее равномерным расширением при возгорании и последующим сжатием при угасании. Причем интенсивность в максимуме вспышки тем больше, чем больше скорость ее расширения. Максимумы интенсивности и площади вспышек не всегда совпадают по времени.

Тщательное исследование 16 хромосферных вспышек и соответствующих им записей радиоизлучения на частоте 210 МГц показало, что некоторые вспышки в свете линии $H\alpha$ сопровождаются усилением излучения на частоте 210 МГц в пределах до 1/2 часа от начала или конца вспышки.

Применив метод наложенных эпох, можно определить последовательность событий во время вспышки. Мы взяли 4 момента во вспышке:

1. Начало вспышки в $H\alpha$. 2. Момент максимума вспышки в $H\alpha$. 3. Предвестник шумовой бури. Это всплеск, или группа всплесков, почти всегда предшествующие основной шумовой буре. 4. Максимум шумовой бури. За нулевой момент мы приняли момент максимума вспышки $H\alpha$. Для каждой вспышки вычли это время из времени остальных трех событий и получили табл.2. Найдя среднее значение каждого столбца и ошибку этого среднего, получили последовательность событий в оптическом и радиодиапазонах во время вспышки (рис.17).

Таблица 2

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ МЕЖДУ МАКСИМУМАМИ ИЗЛУЧЕНИЯ ВСПЫШЕК В $H\alpha$ И ДРУГИМИ СОБЫТИЯМИ

Начало вспышки	Предвестник шумовой бури	Максимум шумовой бури	Начало вспышки	Предвестник шумовой бури	Максимум шумовой бури
-2	-12	0	-5	-4	-1
-3	-1	4	1	-12	1
-3	0	2	-3	-15	-3
-4	-5	-5	-4	0	1
-4	-4	1	-3	--	2
-6	-10	-6	-5	-12	0
-7	-5	9	-3	-6	0
-9	1	3			

В большинстве случаев (в десяти случаях из шестнадцати) площадь вспышки достигла максимума одновременно максимума интенсивности, в двух случаях - площадь вспышки не очень заметно менялась на протяжении всего времени вспышки, только в единичных случаях площадь вспышки достигла максимума чуть раньше и чуть позже максимума интенсивности.

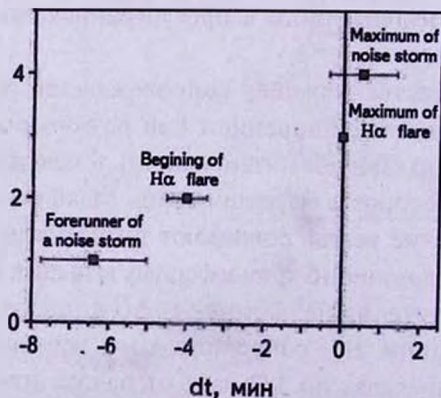


Рис.17. Последовательность событий во вспышке. Вертикальная шкала - условная, горизонтальные линии - среднеквадратичное отклонение от среднего значения.

В большинстве случаев (в шести случаях из шестнадцати) в метровом радиодиапазоне и в линии $H\alpha$ максимум выделения энергии происходил почти одновременно, в пяти случаях в метровом радиодиапазоне максимум выделения энергии произошел раньше, а в четырех случаях - позже, чем в линии $H\alpha$.

Подобные наблюдения очень важны для решения фундаментальных проблем Солнечно-земных связей, в частности они применяются для долговременного прогноза погоды. Фиксация шумовых бурь и радиовсплесков разных типов и сравнение с оптическими наблюдениями расширят наши представления о происходящих на Солнце физических процессах, помогут правильной интерпретации теоретических моделей.

Абастуманская астрофизическая обсерватория им. Е.К.Харадзе,
Государственный Университет им. Ильи, Тбилиси, Грузия,
e-mail: marina.gigolashvili@iliauni.edu.ge; natela.ograpishvili@iliauni.edu.ge;
darejan.japaridze@iliauni.edu.ge; bidzina@aidio.net;
davit.maghradze.2@iliauni.edu.ge

CHROMOSPHERIC FLARES AND RADIO EMISSION ON A FREQUENCY 210 MHz

M.GIGOLASHVILI, N.OGRAPISHVILI, D.JAPARIDZE,
Sh.MAKANDARASHVILI, B.CHARGEISHVILI, D.MAGHRADZE

The development of sixteen chromospheric flares was studied observed at the Abastumani Astrophysical Observatory in 1973. $H\alpha$ filtergrams and radio bursts were used on a frequency 210 MHz ($\lambda = 1.43$ m). $H\alpha$ filtergrams were obtained on a chromospheric-photospheric telescope using an interference-polarization filter, and radio bursts were obtained using the Abastumani Observatory radio telescope. The main objective of the present work was the discovery of radio signals related to flares. In the majority of cases the area and intensity of flare reached maximum almost simultaneously. As regards the maximum of released energy in the majority of cases released energy reached maximum in a metric radio frequency band almost simultaneously with or a little earlier than in $H\alpha$ line. Using the method of superposition of epochs an events sequence was obtained in optical and radio frequency range during flare.

Key words: Solar rotation: Chromospheric flares: $H\alpha$ filtergrams: radio bursts on a frequency 210 MHz

ЛИТЕРАТУРА

1. *R.E.Loughhead, J.A.Roberts, M.K.McCabe*, Austral. J. Phys., **10**, 483, 1957.
2. *R.E.Loughhead, R.A.Duncan, J.-L.Wang*, Solar Phys., **83**, 257, 1983.
3. *E.C.Roelof, H.W.Dodson, E.R.Hedeman*, Solar Phys., **1957**, 339, 1983.
4. *H.W.Dodson*, Proc. Inst. Radio Eng., **46**, 149, 1958.
5. *H.W.Dodson, E.R.Hedeman*, Astrophys. J., **128**, 636, 1958.
6. *H.W.Dodson, E.R.Hedeman*, Astronom. J., **65**, 51, 1960.
7. *L.D. De Feiter, A.D.Fokker, J.Roosen*, Nature, **184**, 805, 1959.
8. *G.Swarup, P.H.Stone, A.Maxwell*, Astrophys. J., **131**, 725, 1960.
9. *T.S.Bastian, A.O.Benz, D.E.Gary*, Ann. Rev. Astron. Astrophys., **36**, 131, 1998.
10. *A.Vourlidas, T.S.Bastian, M.J.Aschwanden*, Astrophys. J., **489**, 403, 1997.
11. *S.Krucker, A.O.Benz, T.S.Bastian, L.W.Acton*, Astrophys. J., **488**, 499, 1997.
12. *K.Shibasaki, C.E.Alistandrakis, S.Pohjolainen*, Solar Phys., **273**, 309, 2011.
13. *R.A.Greenkorn*, Solar Phys., **280**, 205, 2012.
14. *Yu.F.Yurovsky*, Bull. Crimean Astrophys. Obs., **106**, 38, 2010.
15. *Sh.Makandarashvili*, Bull. Georgian Nat. Acad. Sci., **5**, 51, 2011.
16. *A.O.Benz, H.Perret, P.Saint-Hilaire, P.Zlobec*, Adv. Space Res., **38**, 951, 2006.
17. *V.Kossobokov, J.-L. Le Mouél, V.Courtillot*, Solar Phys., **276**, 383, 2012.
18. *Y.Li, G.D.Fleishman*, Astrophys. J., **701**, L52, 2009.
19. *Yu.F.Yurovsky*, Bull. Crimean Astrophys. Obs., **107**, 84, 2011.

DEPENDENCE OF SOME PROPERTIES OF GROUPS
ON GROUP LOCAL NUMBER-DENSITY

XIN-FA DENG, PING WU

Received 11 March 2014

Accepted 30 April 2014

In this study we investigate the dependence of projected size $Size_{\text{pr}}$, rms deviation σ_R of projected distance in the sky from the group centre, rms velocities σ_v , and virial radius $R_{1/2}$ of groups on group local number-density. In the volume-limited group samples, it is found that groups in high density regions preferentially have larger $Size_{\text{pr}}$, σ_R , σ_v and $R_{1/2}$ than ones in low density regions.

Key words: *cosmology: large-scale structure of universe - galaxies: fundamental parameters*

1. *Introduction.* Galaxy parameters are closely correlated with the environment of galaxies [1-25], which can be explained by the fact that there is a likely link between the halo properties and the galaxy properties [26]. When exploring such an issue, it is important to keep in mind that there often are tight correlations between galaxy properties [1,5,27-31]. This means that when knowing the correlation between a galaxy parameter and environment, one can anticipate the correlations between other galaxy parameters and environment. But many authors still devoted oneself to studies of the environmental dependence of various galaxy parameters. This can be traced to two facts. First, one often was not clear that which parameter is fundamental in correlations between galaxy parameters and environment. Second, correlations between physical properties of galaxies are not single and simple trends. For example, Strateva et al. [27] reported that the majority of blue galaxies is late-types (spirals), while the majority of red galaxies is early types (ellipticals). But some works showed that a significant fraction of red galaxies is not early-types [18,20]. Thus, it is rough to guess the correlations between some galaxy parameters and environment, only-based on the correlations between other galaxy parameters and environment and correlations between physical properties of galaxies.

Galaxy groups or clusters can be defined as building blocks of the second-order clustering in the Universe. Some authors examined the correlations between parameters of galaxy groups or clusters and environment. Merch'an et al. [32] reported an increase of the amplitude of the correlation function of groups with the group masses. Giuricin et al. [33] demonstrated that groups

with greater velocity dispersions, sizes, and virial masses cluster more strongly than groups with lower values of these parameters. Einasto et al. [34] showed that luminous clusters tend to reside in high-density regions, while low-luminosity clusters tend to reside in low-density regions. Einasto et al. [35] investigated clusters and superclusters in numerical simulations and found that simulated clusters in a high-density environment are also more massive than those in a low-density environment. Wang et al. [36] argued that the correlation amplitude of galaxy groups depends strongly on their masses and colors: more massive groups are more strongly clustered, and red groups also are more strongly clustered than blue groups. Their results are consistent with those obtained by Yang et al. [37].

Deng & Yu [38] studied the dependence of the total luminosity of groups on group local number-density, and demonstrated that groups with high luminosity tend to reside in high density regions, while groups with low luminosity tend to reside in low density regions. Considering likely correlations between group luminosity and other properties of groups [39-40], one can anticipate the correlations between group local number-density and other parameters of groups. But, similar to the issues of galaxies, such studies still are necessary. Here, we attempt to further explore the correlation between group local number-density and other properties of groups.

The outline of our paper is as follows. Section 2 describes the data used. In Section 3, we present our results for the dependence of some properties of groups on group local number-density. Finally, Section 4 summarize our main results and conclusions.

2. Data. Following Deng & Yu [38], we use the group catalogs compiled by Tago et al. [41]. Section 2 of Deng & Yu [38] describes this data set. Here, we briefly summarise the key points. Tago et al. [41] extracted groups of galaxies with richness ≥ 2 as flux-limited and volume-limited samples from the Main galaxy sample [42] of the Sloan Digital Sky Survey Data Release 7 (SDSS DR7) [43] (<http://www.sdss.org/dr7/>). The Main galaxy sample used by Tago et al. [41] was limited in the redshift range $z = 0.009 - 0.2$, and contains 583362 galaxies. The group catalogs are available at the CDS. Table 1 of Deng & Yu [38] lists some parameters of the group catalogs.

3. Statistical results.

3.1. $Size_{sky}$, σ_R , σ_V and R_{vir} of groups. Section 2 of Tago et al. [41] describes the definition of the main properties of groups. Here, we briefly summarise the key points. Tago et al. [41] defined the size of a group $Size_{sky}$ (h^{-1} Mpc) as the largest projected distance between galaxies within the group. Tago et al. [41] also calculated rms deviation σ_R (h^{-1} Mpc) of projected distance in the sky from the group centre. The velocity dispersions σ_V^2 were computed

with the standard formula

$$\sigma_V^2 = \frac{1}{(1+z_m)^2(n-1)} \sum_{i=1}^n (V_i - V_{mean})^2, \quad (1)$$

where V_{mean} and z_m are the mean group velocity and redshift, respectively, V_i is the velocity of an individual group member, and n is the number of galaxies with observed velocities in a group. σ_V (km s^{-1}) is rms radial velocities of galaxies in groups. The virial radii R_{vir} ($h^{-1} \text{Mpc}$) of groups were calculated by the formula

$$\frac{1}{R_{vir}} = \frac{2}{(1+z_m)n(n-1)} \sum_{i < j} \frac{1}{R_{ij}}, \quad (2)$$

where R_{ij} is the projected distance between galaxies in pairs in a group.

3.2. The dependence of $Size_{sky}$, σ_R , σ_V and R_{vir} of groups on group local number-density. We proceed with the same approach as used by Deng & Yu [38]. Section 3 of Deng & Yu [38] describes this method in detail. Following Deng & Yu [38], we measure the three-dimensional local group density which is computed from the distance to the 5th nearest neighbor of each group in a comoving sphere, choose $\approx 5\%$ groups and construct two

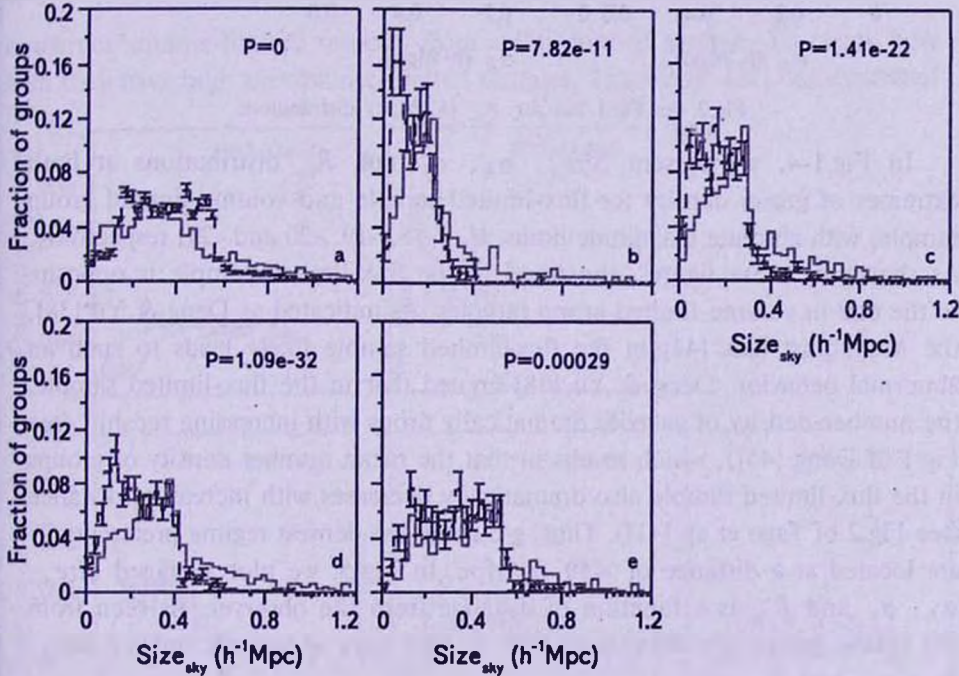


Fig.1. $Size_{sky}$ ($h^{-1} \text{Mpc}$) distribution at both extremes of group density for flux-limited group sample (a) and volume-limited group samples with absolute magnitude limits $M_r = -18$ (b), -19 (c), -20 (d), and -21 (e): solid line for the subsample at high density, dashed line for the subsample at low density. The error bars of dashed lines are 1σ Poissonian errors. Error-bars of solid lines are omitted for clarity.

subsamples at both extremes of density for each sample, to compare $Size_{sky}$, σ_R , σ_V and R_{vir} distributions of groups in the lowest density regime with ones in the densest regime.

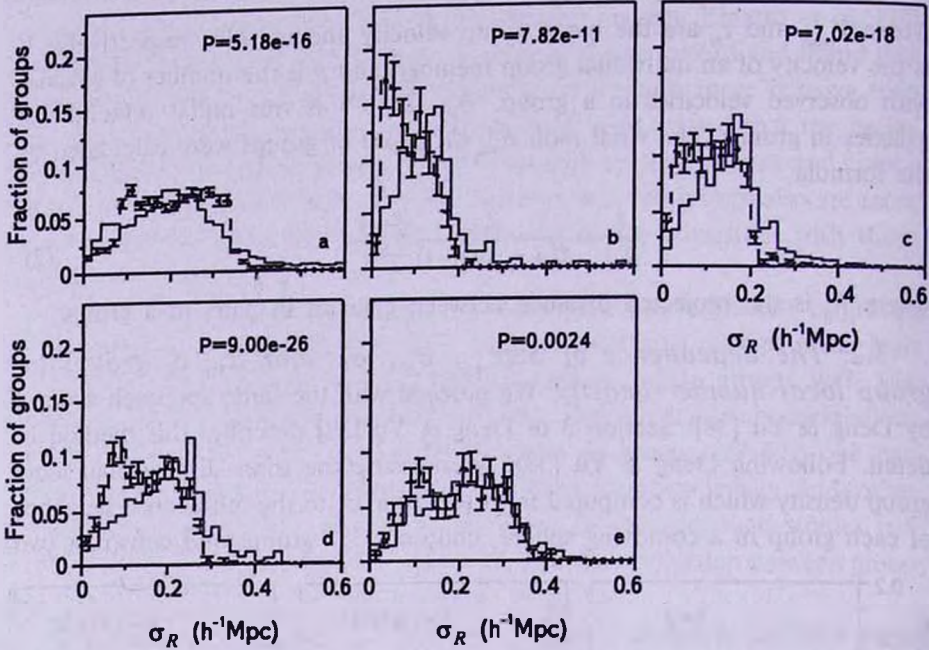


Fig.2. As Fig.1 but for σ_R (h^{-1} Mpc) distribution.

In Fig.1-4, we present $Size_{sky}$, σ_R , σ_V and R_{vir} distributions at both extremes of group density for flux-limited sample and volume-limited group samples with absolute magnitude limits $M_r = -18, -19, -20$ and -21 , respectively. As shown by these figures, the trend in the flux-limited sample is opposite to the one in volume-limited group samples. As indicated as Deng & Yu [38], the Malmquist bias [44] in the flux-limited sample likely leads to such an abnormal behavior. Deng & Yu [38] argued that in the flux-limited sample, the number-density of galaxies dramatically drops with increasing redshift (see Fig.1 of Deng [45]), which results in that the mean number density of groups in the flux-limited sample also dramatically decreases with increasing distance (see Fig.2 of Tago et al. [41]). Thus, groups in the densest regime preferentially are located at a distance of $\approx 50 h^{-1}$ Mpc. In Fig.5, we plot averaged $Size_{sky}$, σ_R , σ_V and R_{vir} as a function of distance from the observer. As seen from this figure, groups at a distance of $\approx 50 h^{-1}$ Mpc have apparently smaller $Size_{sky}$, σ_R , σ_V and R_{vir} .

Deng & Yu [38] argued that because selection effects of the group catalogs could affect the interpretation of statistical results, one should cautiously accept the conclusion obtained from the flux-limited sample. A good choice is to

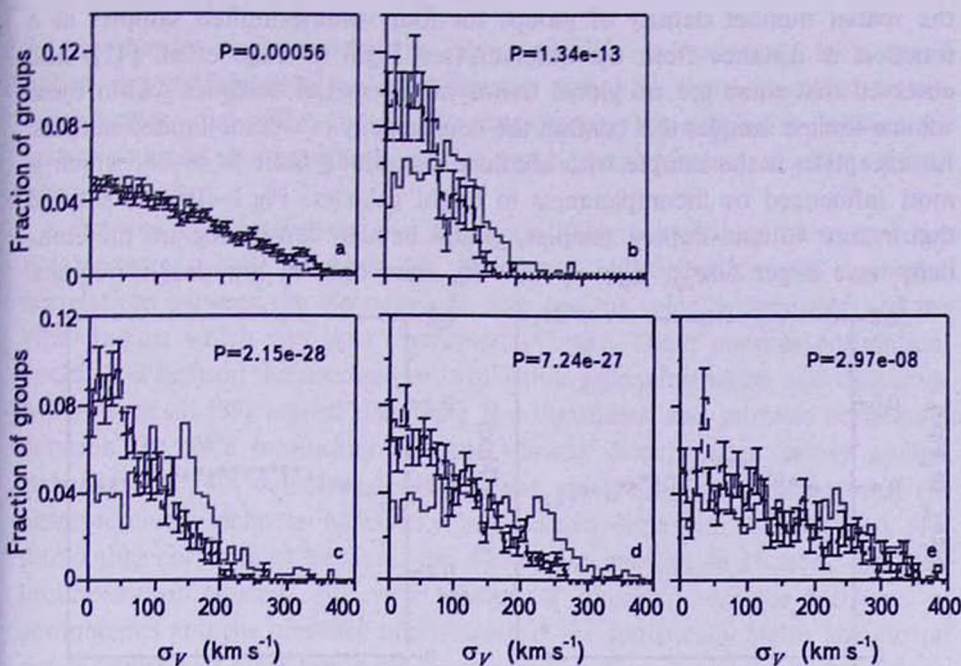


Fig.3 As Fig.1 but for σ_v (km s^{-1}) distribution.

construct volume-limited samples from a flux-limited sample. To check how well they have built the volume-limited samples, Tago et al. [41] demonstrated

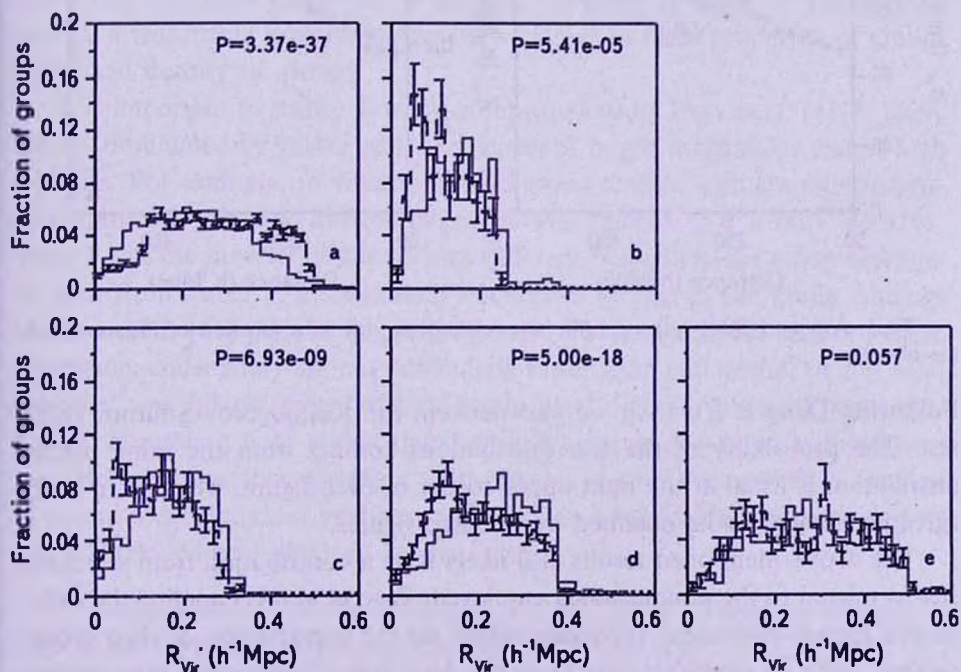


Fig.4. As Fig.1 but for R_{vr} ($h^{-1} \text{Mpc}$) distribution.

the spatial number density of groups for four volume-limited samples as a function of distance from the observer (see Fig.6 of Tago et al. [41]) and observed that there are no global trends in the spatial densities within these volume-limited samples that confirm the homogeneity of volume-limited samples. An exception is the sample with absolute magnitude limit $M_r = -18$, which is most influenced by incompleteness in bright galaxies. Fig.1-4(b)-(e) showed that in four volume-limited samples, groups in high density regions preferentially have larger $Size_{sky}$, σ_R , σ_V and R_{vir} than ones in low density regions.

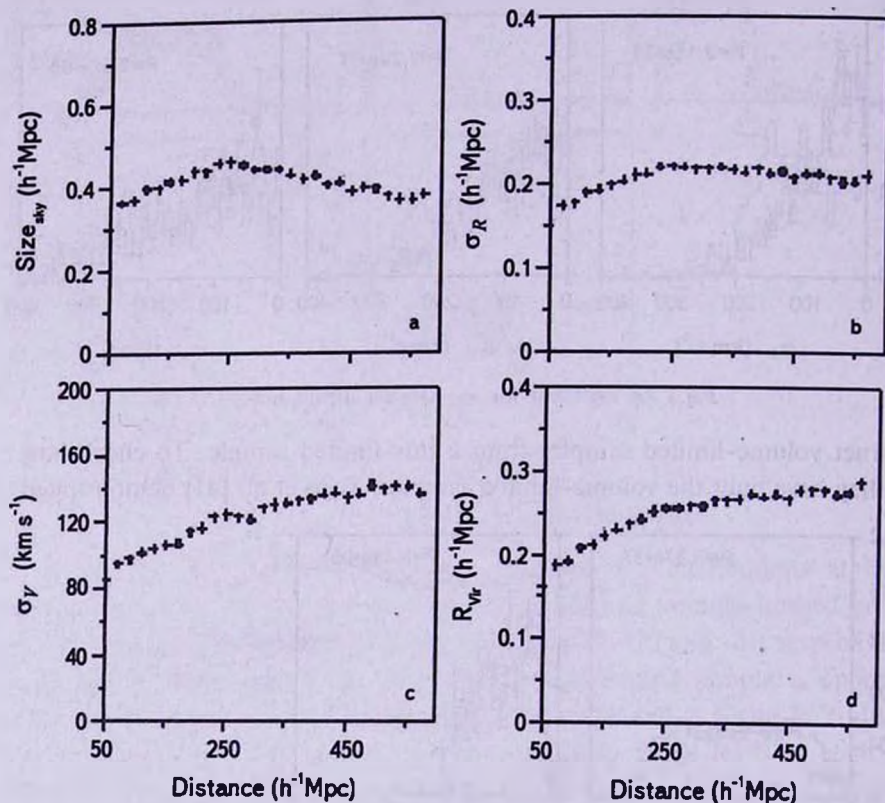


Fig.5. Averaged $Size_{sky}$ (a), σ_R (b), σ_V (c) and R_{vir} (d) as a function of distance from the observer.

Following Deng & Yu [38], we also perform the Kolmogorov-Smirnov (KS) test. The probability of the two distributions coming from the same parent distribution is listed at the right upper corner of each figure, which is in good agreement with results obtained by the step figures.

The above-mentioned results also likely have a contribution from selection effects related to the group catalog employed. Tago et al. [41] applied the well-known "friends-of-friends" (FoF) algorithm for the construction of their group catalog. Such an algorithm may favor the detection of sparse low-mass groups

in low-density environments. In higher-density environments, such sparse groups may preferentially be linked together with other more massive structures (with higher virial radius and velocity dispersion), thus helping to produce the results obtained. But in volume-limited group samples, selection effects should become smaller.

Previous studies showed that there are likely correlations between some parameters of groups [39-40,46-48]. Rood et al. [46] first discovered significant correlations between the mass-to-light ratio and the velocity dispersion and the virial radius, which was later confirmed [47-48]. These possible correlations could shed light on the mechanism involved in galaxy formation and clustering. Mezzetti et al. [39] argued that there is a significant and intrinsic correlation between the total luminosity and the velocity dispersion in galaxy groups. Bahcall et al. [40] demonstrated that there are scaling relations between the observed cluster richness, luminosity, and velocity dispersion. Einasto et al. [49] found that correlations between the number of galaxies in clusters, the total luminosity of clusters, the virial radius of clusters, and the numbers of components and the presence of substructure are statistically highly significant: richer, larger and more luminous clusters have a larger amount of substructure. Deng & Yu [38] observed that groups with high luminosity exist preferentially in high density regions, while groups with low luminosity are located preferentially in low density regions. Considering likely correlations between group luminosity and these properties of groups, the result of Deng & Yu [38] can provide a reasonable explanation for the variation in these properties of groups with local density of groups.

It is important to realize that the group catalogs of Tago et al. [41] is likely heavily dominated by galaxy pairs, especially at bright magnitudes and at high redshifts. For example, in volume-limited group sample with absolute magnitude limits $M_r = -21$, the fraction of groups with richness ≥ 4 is only $\approx 5.92\%$. Table 1 lists the number of groups with different richness in the group catalogs. As seen from Table 1, a substantial fraction of groups in the group catalogs of Tago et al. [41] may be spurious systems. For low-richness systems, these parameters under study are not particularly meaningful and would, in any case, represent very biased tracers of total group "size" or other physical properties. A good suggestion is to repeat the statistical analysis of groups with richness ≥ 4 . However, number of groups with richness ≥ 4 in the samples is too few to ensure ideal statistical analyses. Such studies need larger and more perfect group catalogs likely obtained in the future.

4. Conclusions. In this study, we use the group catalogs compiled by Tago et al. [41], and investigate the dependence of $Size_{th}$, σ_R , σ_V and R_{vir} of groups on group local number-density. The main results can be summarized as follows:

NUMBER OF GROUPS WITH DIFFERENT RICHNESS
IN THE SAMPLES

Sample	N_{groups} (richness ≥ 4)	N_{groups} (richness ≥ 2)
Flux-limited groups	16564	78800
Volume-limited groups		
$M_r < -18$	996	5463
$M_r < -19$	2108	12590
$M_r < -20$	2771	18973
$M_r < -21$	541	9139

1) The trend in the flux-limited sample is opposite to the one in volume-limited group samples. This is likely due to the Malmquist bias [44] in the flux-limited sample, which suggests that one should cautiously accept the conclusion obtained from the flux-limited sample, and use volume-limited samples.

2) In the volume -limited group samples, it is found that groups in high density regions preferentially have larger $Size_{xy}$, σ_R , σ_V and R_{vir} than ones in low density regions, which is likely due to the dependence of group luminosity on group local number-density [38] and correlations between group luminosity and these properties of groups.

3) Because some parameters of low-richness groups are not particularly meaningful, one wishes to see statistical results of groups with richness ≥ 4 . However, number of groups with richness ≥ 4 in the samples is too few to ensure ideal statistical analyses. We expect that larger and more perfect group catalogs are available in the future.

Acknowledgements. This study was supported by the National Natural Science Foundation of China (NSFC, Grant 11263005).

Funding for the SDSS and SDSS-II has been provided by the Alfred P.Sloan Foundation, the Participating Institutions, the National Science Foundation, the US Department of Energy, the National Aeronautics and Space Administration, the Japanese Monbukagakusho, the Max Planck Society, and the Higher Education Funding Council for England. The SDSSWeb site is <http://www.sdss.org>.

The SDSS is managed by the Astrophysical Research Consortium for the Participating Institutions. The Participating Institutions are the American Museum of Natural History, Astrophysical Institute Potsdam, University of Basel, University of Cambridge, Case Western Reserve University, University of Chicago, Drexel University, Fermilab, the Institute for Advanced Study, the

Japan Participation Group, Johns Hopkins University, the Joint Institute for Nuclear Astrophysics, the Kavli Institute for Particle Astrophysics and Cosmology, the Korean Scientist Group, the Chinese Academy of Sciences (LAMOST), Los Alamos National Laboratory, the Max Planck Institute for Astronomy (MPIA), the Max Planck Institute for Astrophysics (MPA), New Mexico State University, Ohio State University, University of Pittsburgh, University of Portsmouth, Princeton University, the US Naval Observatory and the University of Washington.

School of Science, Nanchang University,
China, e-mail: xinfadeng@163.com

ЗАВИСИМОСТЬ НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ ГРУПП ОТ МЕСТНОЙ ЦИФРОВОЙ ПЛОТНОСТИ

ХИН-ФА ДЕНГ, ПИНГ ВУ

В этой статье мы исследуем зависимость проектированного размера $Size_{sky}$, rms отклонение σ_R проектированного расстояния в небе от группового центра, rms скорости σ_V и вириальный радиус R_{vir} групп от групповой местной плотности. В образцах пространственно-ограниченных групп найдено, что группы с областями высокой плотности преимущественно имеют большие $Size_{sky}$, σ_R , σ_V и R_{vir} чем группы находящиеся в областях низкой плотности.

Ключевые слова: космология: структура Вселенной большого масштаба: галактики: основные параметры

REFERENCES

1. M.R.Blanton, D.W.Hogg, N.A.Bahcall et al., *Astrophys. J.*, **594**, 186, 2003.
2. T.Goto, C.Yamauchi, Y.Fujita et al., *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **346**, 601, 2003.
3. D.W.Hogg, M.R.Blanton, J.Brinchmann et al., *Astrophys. J.*, **601**, L29, 2004.
4. M.L.Balogh, V.Eke, C.Miller et al., *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **348**, 1355, 2004.
5. M.L.Balogh, I.K.Baldry, R.Nichol et al., *Astrophys. J.*, **615**, L101, 2004.
6. G.Kauffmann, S.D.M.White, T.M.Heckman et al., *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **353**, 713, 2004.
7. R.Proctor, D.Forbes, G.Hau et al., *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **349**,

- Soc., 353, 713, 2004.
7. *R.Proctor, D.Forbes, G.Hau et al.*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 349, 1381, 2004.
 8. *M.Tanaka, T.Goto, S.Okamura et al.*, Astron. J., 128, 2677, 2004.
 9. *A.A.Berlind, M.R.Blanton, D.W.Hogg et al.*, Astrophys. J., 629, 625, 2005.
 10. *C.Mendes de Oliveira, P.Coelho, J.J.González et al.*, Astrophys. J., 130, 55, 2005.
 11. *D.Thomas, C.Maraston, R.Bender, C.Mendes de Oliveira*, Astrophys. J., 621, 673, 2005.
 12. *C.Park, Y.Y.Choi, M.S.Vogeley et al.*, Astrophys. J., 658, 898, 2007.
 13. *K.Rakos, J.Schombert, A.Odell*, Astrophys. J., 658, 929, 2007.
 14. *D.S.Reed, F.Governato, T.Quinn et al.*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 378, 777, 2007.
 15. *K.Schawinski, S.Kaviraj, S.Khochfar et al.*, Astrophys. J. Suppl. Ser., 173, 512, 2007.
 16. *S.P.Bamford, R.C.Nichol, I.K.Baldry et al.*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 393, 1324, 2009.
 17. *X.F.Deng, J.Z.He, X.Q.Wen*, Astrophys. J., 693, L71, 2009.
 18. *X.F.Deng, J.Z.He, P.Wu et al.*, Astrophys. J., 699, 948, 2009.
 19. *T.M.Hughes, L.Cortese*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 396, L41, 2009.
 20. *R.A.Skibba, S.P.Bamford, R.C.Nichol et al.*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 399, 966, 2009.
 21. *C.Wolf, A.Aragón-Salamanca, M.Balogh et al.*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 393, 1302, 2009.
 22. *X.F.Deng*, Astrophys. J., 721, 809, 2010.
 23. *X.F.Deng, Y.Q.Chen, P.Jiang*, Chinese Journal of Physics, 49, 1137, 2011.
 24. *R.J.Smith, J.R.Lucey, J.Price et al.*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 419, 3167, 2012.
 25. *X.F.Deng, C.H.Luo, Y.Xin et al.*, Baltic Astronomy, 22, 133, 2013.
 26. *G.Harker, S.Cole, J.Helly et al.*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 367, 1039, 2006.
 27. *I.Strateva, Z.Ivezic, G.R.Knapp et al.*, Astron. J., 122, 1861, 2001.
 28. *A.M.Hopkins, C.J.Miller, R.C.Nichol et al.*, Astrophys. J., 599, 971, 2003.
 29. *I.K.Baldry, K.Glazebrook, J.Brinkmann et al.*, Astrophys. J., 600, 681, 2004.
 30. *D.Christlein, D.H.McIntosh, A.I.Zabludoff*, Astrophys. J., 611, 795, 2004.
 31. *B.Kelm, P.Focardi, G.Sorrentino*, Astron. Astrophys., 442, 117, 2005.
 32. *M.E.Merchán, M.A.G.Maia, D.G.Lambas*, Astrophys. J., 545, 26, 2000.
 33. *G.Giuricin, S.Samurovic, M.Girardi et al.*, Astrophys. J., 554, 857, 2001.
 34. *J.Einasto, G.Hätsi, M.Einasto et al.*, Astron. Astrophys., 405, 425, 2003.
 35. *J.Einasto, E.Tago, M.Einasto et al.*, Astron. Astrophys., 439, 45, 2005.
 36. *Y.Wang, X.H.Yang, H.J.Mo et al.*, Astrophys. J., 687, 919, 2008.
 37. *X.Yang, H.J.Mo, F.C. van den Bosch et al.*, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 357, 608, 2005.
 38. *X.F.Deng, G.S.Yu*, Astrophys. J., 759, 134, 2012.

39. *M.Mezzetti, G.Giuricin, F.Mardirossian*, *Astrophys. J.*, **259**, 30, 1982.
40. *N.A.Bahcall, T.A.Mckay, J.Annis et al.*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **148**, 243, 2003.
41. *E.Tago, E.Saar, E.Tempel et al.*, *Astron. Astrophys.*, **514**, 102, 2010.
42. *M.A.Strauss, D.H.Weinberg, R.H.Lupton et al.*, *Astron. J.*, **124**, 1810, 2002.
43. *K.N.Abazajian, J.K.Adelman-McCarthy, M.A.Agüeros et al.*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **182**, 543, 2009.
44. *P.Teerikorpi*, *ARA&A*, **35**, 101, 1997.
45. *X.F.Deng*, *Astron. J.*, **143**, 15, 2012.
46. *H.J.Rood, V.C.A.Rothman, B.E.Turnrose*, *Astrophys. J.*, **162**, 411, 1970.
47. *H.J.Rood, J.R.Dickel*, *Astrophys. J.*, **224**, 724, 1978.
48. *H.J.Rood, J.R.Dickel*, *Astrophys. J.*, **233**, 418, 1979.
49. *M.Elnasto, J.Vennik, P.Nurmi et al.*, *Astron. Astrophys.*, **540**, 123, 2012.

ОБЗОРЫ

О ПОИСКЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМПОНЕНТ В НАБЛЮДАТЕЛЬНЫХ ДАННЫХ

Р.В.БАЛУЕВ

Поступила 18 марта 2014

Принята к печати 30 апреля 2014

Обзор посвящен задаче поиска периодичностей в наблюдательных данных при помощи периодограмм, основанных на общем статистическом критерии отношения правдоподобия, и его частных вариантах, к которым относится и классическая периодограмма Ломба-Скаргла. Основное внимание уделяется задаче оценки статистической значимости выявляемых при этом периодичностей. Мы предлагаем универсальное решение этой задачи с помощью эффективной методики, в которой периодограмма рассматривается как случайный процесс (или случайное поле), а приближение для требуемой "вероятности ложной тревоги" строится при помощи обобщенного метода Райса. Помимо единой методики определения ожидаемых шумовых уровней (или уровней значимости) таких периодограмм, мы также рассматриваем некоторые важные частные случаи с различными моделями периодического сигнала (как линейными, так и нелинейными). Вероятность ложной тревоги, связанная с наблюдаемым сигналом, в большинстве случаев аппроксимируется формулами вида $e^{-x^2} P(\sqrt{x})$, где x - наблюдаемый максимальный отсчет периодограммы, а P - некоторый алгебраический многочлен, коэффициенты которого зависят от условий задачи. Кроме того, мы рассматриваем задачу выделения из шума составных сигналов, содержащих несколько частот. В этом случае для корректного анализа данных оказывается необходимым применять так называемые многочастотные периодограммы, основанные на моделях сигнала, содержащих несколько периодических компонент. Мы показываем, что для полного решения данной задачи необходимо построить $2^n - 1$ таких периодограмм, где n - полное количество возможных частот. Наконец, в работе описываются программные пакеты, разработанные нами для облегчения практических задач частотного анализа временных рядов с применением данной теории.

Ключевые слова: *периодические компоненты: поиск*

1. *Введение.* Одной из важнейших практических задач современной наблюдательной астрономии является задача выделения в наблюдательных данных (точнее, в одномерных временных рядах) периодичностей различной природы. Эта задача возникает в весьма разных областях астрономии и астрофизики. Сюда входит поиск экзопланет разными наблюдательными методами (доплеровский метод, фотометрический метод - по прохождением, метод тайминга различных периодических явлений), исследование переменных звезд (включая и Солнце) и более экзотических астрофизических объектов, демонстрирующих периодическую переменность любой природы. Задача частотного анализа наблюдательных или экспериментальных данных часто

возникает и за пределами астрономии и астрофизики, например в таких науках, как климатология и геофизика.

Задача поиска периодичностей обычно решается астрономами при помощи разного рода периодограмм - функций частоты предполагаемого сигнала, которые так или иначе представляют собой оценки спектра мощности наблюдаемой переменности. Простейшими такими оценками являются периодограмма Ломба-Скаргла [1,2] и Шустера [3]. Большое значение периодограммы на какой-то частоте свидетельствует о вероятном наличии на этой или близкой частоте периодического сигнала.

На практике поиск периодичностей в зашумленном временном ряду осложнен рядом обстоятельств. В первую очередь сюда относится неравномерность (или нерегулярность) моментов наблюдений, которая может создавать значительные практические трудности, связанные в первую очередь с неоднозначностью выделяемых периодов, или эффектом элайзинга [4,5]. Заметим, что неравномерные временные ряды для астрономии довольно характерны, являясь скорее правилом, чем исключением. Впрочем, в данном обзоре проблема элайзинга и связанных с ним явлений не является основной проблемой, и будет находиться несколько в стороне.

Шум в исходных данных создает, очевидно, и шум на периодограммах. Поэтому на практике возникает задача определения ожидаемого на периодограмме уровня шума или, говоря более строгим языком, определение уровней статистической значимости периодограмм. Эти уровни значимости оказываются необходимы, когда нам нужно определить, является ли конкретный найденный нами пик периодограммы шумовым, или же он скорее всего отражает реальную периодичность. В конечном счете нам нужно иметь некоторый метод оценки "вероятности ложной тревоги" - вероятности того, что наблюдаемый нами наивысший пик периодограммы мог быть произведен одним лишь шумом. Если эта вероятность (ниже обозначаемая как FAP - от "false alarm probability") достаточно мала, то мы можем считать соответствующую периодичность реальной, а не шумовой.

До недавнего времени удовлетворительного решения данной задачи известно не было. Применяемые подходы требовали, так или иначе, весьма затратного численного моделирования по методу Монте-Карло, либо не обладали достаточной математической строгостью в тех практических ситуациях, в которых реально применялись. Подробное обсуждение этой проблемы и связанных с ней исследований можно найти в работах [4,6-16].

В данном обзоре мы описываем новую универсальную методику оценки статистической значимости пиков периодограмм, разработанную нами за последние несколько лет. Эта методика основана на одном методе из теории экстремальных значений случайных процессов и полей - обобщенном методе Райса. Основной результат применения данного подхода - оценка

вероятности ложной тревоги в форме

$$\text{FAP}(z_{\max}) \leq M(z_{\max}), \quad (1)$$

где $z_{\max}$ есть максимальный отсчет периодограммы, а функция $M(z_{\max})$ зависит от условий задачи. Знак " $\leq$ " в этой формуле означает, что $M(z_{\max})$ представляет собой *одновременно* и верхнюю границу для FAP, и некоторую ее аппроксимацию¹. Такая оценка обладает рядом практически важных свойств:

1. Функцию M как правило удастся выразить в явной аналитической форме, поэтому у нас не возникает нужды в проведении, например, какого-либо дополнительного численного моделирования. Во многих случаях эта функция оказывается весьма проста, так что формула (1) работает по принципу "взял и подставил".

2. Благодаря свойству верхней оценки, применение формулы (1) не увеличивает количество ложных тревог свыше заданного предела. Если полученное значение M показалось нам достаточно малым, чтобы выделить какой-то пик периодограммы, то реальное значение FAP устроит нас и подавно.

3. Даваемая методом Райса функция $M(z)$ является не просто какой-то оценкой сверху; она одновременно представляет собой асимптотическую аппроксимацию для оцениваемой вероятности ложной тревоги при больших z . Большие z соответствуют наиболее полезным *малым* уровням FAP, для которых нам как раз и нужна хорошая точность.

4. Точность функции $M(z)$ как аппроксимации на практике оказывается обычно весьма неплохой, а в худших случаях все еще удовлетворительной.

В статье мы сначала даем максимально обобщенное определение периодограммы на основе статистических критериев наименьших квадратов и отношения правдоподобия. Это определение содержит произвольные модели данных, включая модель базовой переменности (например, тренд), модель ожидаемой периодичности, и даже модель шума. Далее мы приводим целостное описание общей процедуры применения нашей методики к периодограммам как с линейными, так и нелинейными моделями данных, а также кратко приводим основные результаты ее применения к некоторым конкретным периодограммам. Кроме того, мы рассмотрим задачу многочастотного анализа временных рядов, когда сигнал моделируется суммой нескольких периодических компонент с независимыми друг от друга частотами (в частности, синусоид). В рамках решения данной задачи мы применяем т.н. "многочастотные" периодограммы, для которых также

¹ Ниже, для упрощения обозначений мы будем обычно опускать индекс у $z_{\max}$, но читателю не следует забывать, что вероятность ложной тревоги есть функция именно максимального отсчета периодограммы, а не произвольного.

приводим законченную теорию уровней статистической значимости в виде функции $M(z)$ из (1). Наконец, мы описываем несколько вычислительных программных пакетов, в которых реализована разработанная теория частотного анализа временных рядов.

2. Обобщенное определение периодограмм наименьших квадратов и периодограмм отношения правдоподобия.

2.1. Вводные определения. Введем ряд предварительных определений. Пусть мы имеем временной ряд из N скалярных измерений x_t , сделанных в моменты времени t . Ошибки ε_t различных измерений x_t мы будем обычно считать статистически независимыми, а также нормально распределенными со стандартными отклонениями σ_t . Для x_t у нас как правило будет какая-то параметрическая модель вида $\mu(\theta, t)$, так что $x_t = \mu(\theta, t) + \varepsilon_t$. В зависимости от условий задачи, величины σ_t сами могут быть как известны заранее, так и выражаться какой-то параметрической моделью $\sigma_t(p)$ с заранее неизвестным p . Например, распространена модель с масштабируемым шумом $\sigma_t^2 = \kappa/w_t$, где w_t есть заданные веса наблюдений, а κ - неизвестный параметр.

Кроме того, определим следующую операцию взвешенного суммирования по временному ряду:

$$\langle \phi \rangle = \sum_{i=1}^N \frac{\phi(t_i)}{\sigma_i^2}. \quad (2)$$

Немного необычное обозначение $\langle 1 \rangle$ (единица в треугольных скобках) представляет, таким образом, собой сумму всех величин $1/\sigma_i^2$.

2.2. Применяемые методы точечного оценивания. Хорошо известно, что если известны сами погрешности σ_t или хотя бы веса w_t , то во многих смыслах наилучшую оценку параметров модели по имеющемуся временному ряду можно получить при помощи метода наименьших квадратов (МНК). Введем функцию

$$\chi^2(\theta) = \langle (x - \mu(\theta, t))^2 \rangle. \quad (3)$$

Требуемая МНК-оценка θ^* определяется путем минимизации данной функции в пределах некоторой заданной области Θ :

$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in \Theta} \chi^2(\theta). \quad (4)$$

Если же модель для σ_t более сложна, то можно применить метод максимального правдоподобия, являющийся обобщением метода наименьших квадратов. Соответствующие формулы выглядят как:

$$\{\theta^*, p^*\} = \arg \max_{\theta, p} \ln \mathcal{L}(\theta, p),$$

$$\ln \mathcal{L}(\theta, p) = - \sum_{i=1}^N \left(\ln \sigma_i(p) + \frac{(x_i - \mu(\theta, t_i))^2}{2\sigma_i^2(p)} \right) + \text{const}, \quad (5)$$

где $\mathcal{L}$ есть функция правдоподобия задачи (для независимых и нормально распределенных ошибок ϵ_i). К примеру, в работе [17] такой подход применяется для модели шума с аддитивным "дрожанием": $\sigma_i^2(p) = \sigma_{\text{max},i}^2 + p$, которая лучше подходит для задач поиска экзопланет по доплеровским временным рядам. Заметим также, что в данной работе предложено ввести некоторую поправку в функцию правдоподобия $\mathcal{L}$, которая позволяет значительно сократить смещение оценок p^* :

$$\ln \tilde{\mathcal{L}}(\theta, p) = - \sum_{i=1}^N \left(\ln \sigma_i(p) + \frac{(x_i - \mu(\theta, t_i))^2}{2\gamma\sigma_i^2(p)} \right) + \text{const}, \quad (6)$$

где корректирующий делитель γ равен $1 - \dim\theta/N$. Эта поправка выполняет редукцию систематического эффекта, возникающего из-за того, что невязки "О-С" (или $x - \mu$) в точке наилучшего приближения θ^* всегда оказываются систематически ниже реальных ошибок ϵ_i , что приводит к занижению получающихся значений $\sigma_i(p^*)$ в (5) и к смещению в p^* порядка $\dim\theta/N$. Это смещение может оказаться значимым уже когда $\dim\theta$ имеет порядок $\sqrt{N}$, а не N , так как это смещение нужно сравнивать со случайной ошибкой в p^* , которая падает как $1/\sqrt{N}$.

В нашей статье нам не понадобится определять погрешности и корреляции получаемых оценок (θ^*, p^*) , поэтому данный вопрос мы оставим за кадром.

2.3. Определение периододограммы. Сформулируем теперь саму задачу обнаружения периодического сигнала в наблюдательных данных в общей форме. Пусть у нас есть некоторая базовая модель данных вида $\mu_{\mathcal{H}}(\theta_{\mathcal{H}}, t)$, которая описывает ожидаемое поведение величины x в отсутствии как шума, так и потенциального периодического сигнала, существование которого мы хотим проверить. Эта модель зависит от $d_{\mathcal{H}}$ свободных параметров в векторе $\theta_{\mathcal{H}}$, подлежащих оценке из наблюдений. К примеру, $\mu_{\mathcal{H}}$ может быть полиномиальным трендом с неизвестными коэффициентами или просто неизвестной константой, отвечающей за центрирование временного ряда. Для большей общности предположим, что $\theta_{\mathcal{H}}$ лежит внутри некоторой заданной $d_{\mathcal{H}}$ -мерной области $\Theta_{\mathcal{H}}$.

В качестве альтернативной модели данных примем модель $\mu_{\chi}(\theta_{\chi}, f, t) = \mu_{\mathcal{H}}(\theta_{\mathcal{H}}, t) + \mu(\theta, f, t)$, которая аддитивно включает в себя периодический сигнал заданного функционального вида $\mu(\theta, f, t)$. При этом полный вектор параметров θ_{χ} есть объединение $\{\theta_{\mathcal{H}}, \theta\}$, а f - пробная частота

сигнала. В принципе, мы могли бы включить f в вектор θ , но предпочли его отсюда выделить ввиду особого статуса частоты в данной задаче. Можно также ввести область определения параметров θ как Θ , и тогда аналогичная область для θ_{χ} будет выражаться как Декартово произведение $\Theta_{\chi} = \Theta_{\mathcal{H}} \times \Theta$. Кроме того, введем обозначения для размерностей: $d = \dim \theta$, $d_{\chi} = \dim \theta_{\chi}$ (очевидно, $d_{\chi} = d_{\mathcal{H}} + d$).

Рассмотрим сначала более простой случай, когда все σ_i известны. Тогда первую периодограмму $z(f)$ можно определить на основе χ^2 -критерия:

$$z(f) = (g_{\mathcal{H}} - g_{\chi}(f))/2, \quad (7)$$

где

$$g_{\mathcal{H}} = \min_{\theta_{\mathcal{H}} \in \Theta_{\mathcal{H}}} \chi_{\mathcal{H}}^2(\theta_{\mathcal{H}}), \quad g_{\chi}(f) = \min_{\theta_{\mathcal{H}} \in \Theta_{\mathcal{H}}, \theta \in \Theta} \chi_{\chi}^2(\theta_{\mathcal{H}}, \theta, f); \quad (8)$$

а $\chi_{\mathcal{H}, \chi}^2 = \langle (x - \mu_{\mathcal{H}, \chi})^2 \rangle$. Большие значения функции $z(f)$ на какой-то частоте f говорят о том, что на этой частоте вероятно наличие периодического колебания. При этом модель μ определяет, под какие именно сигналы наша периодограмма будет "заточена" лучше всего.

Задача усложняется, когда σ_i заранее неизвестны. Например, для модели с масштабируемым шумом $\sigma_i^2 = \kappa/w_i$ мы уже не можем определить функции χ^2 в (8), так как они пропорциональны неизвестному κ . Однако положения их минимумов все еще можно определять как раньше, а от множителя κ можно избавиться, рассматривая отношение величин g , а не их разность. Можно ввести, например, такие периодограммы:

$$z_1 = \frac{N_{\mathcal{H}}}{2g_{\mathcal{H}}} (g_{\mathcal{H}} - g_{\chi}), \quad z_2 = \frac{N_{\chi}}{2g_{\chi}} (g_{\mathcal{H}} - g_{\chi}), \quad z_3 = \frac{N_{\chi}}{2} \ln \frac{g_{\mathcal{H}}}{g_{\chi}}, \quad (9)$$

где $N_{\mathcal{H}} = N - d_{\mathcal{H}}$ и $N_{\chi} = N - d_{\chi}$. Как известно, при фиксированной f величины z_1 и z_2 можно трактовать как статистики бета- и F -критериев, а z_3 связана со статистикой отношения правдоподобия [11,18]. Заметим, что три введенные периодограммы можно легко выразить друг через друга, поэтому на практике они взаимно эквивалентны и приводят к совершенно идентичным результатам (конечно, если при этом используются правильные функции распределения для оценки значимости).

Для более сложной модели шума можно использовать общий критерий отношения правдоподобия. Помимо уже упомянутой модели шума с апериодическим "дрожанием", можно отметить и другие: в работах [19,20] рассматривался коррелированный ("красный") Гауссов шум, а авторы работы [21] применяли периодограмму отношения правдоподобия для Пуассоновского шума (дробовой шум наблюдений солнечных нейтрино). Правда, в данной статье мы не будем рассматривать столь уж далекие обобщения, предполагая шум белым и Гауссовым.

Если действовать строго канонически, то периодограмму отношения

правдоподобия следовало бы определить так:

$$Z(f) = \max_{p, \theta_H, \theta} \ln L_{\mathcal{H}}(p, \theta_H, \theta, f) - \max_{p, \theta_H} \ln L_{\mathcal{H}}(p, \theta_H), \quad (10)$$

где величины $L_{\mathcal{H}}$ и $L_{\mathcal{H}}$ есть функции правдоподобия (5) для соответствующей модели данных. Мы все же предпочитаем, где это возможно, немного подправленное определение из [17], учитывающее описанную выше поправку (6). Это модифицированное определение выглядит так:

$$\tilde{Z}(f) = \frac{N_{\mathcal{H}}}{N} \left(\max_{p, \theta_H, \theta} \ln L_{\mathcal{H}}(p, \theta_H, \theta, f) - \max_{p, \theta_H} \ln L_{\mathcal{H}}(p, \theta_H) \right) + \frac{N_{\mathcal{H}}}{2} \ln \frac{N_{\mathcal{H}}}{N}. \quad (11)$$

Модификация (6) и (11) вносит поправки относительной величины порядка $1/N$, поэтому она не нарушает асимптотические свойства (при больших N) как получаемых оценок параметров, так и статистики отношения правдоподобия (и самой периодограммы). Однако она улучшает их поведение при умеренных N . Нормализация и смещение в (11) выбраны так, чтобы $\tilde{Z}(f)$ не принимала отрицательные значения (в приближении первого порядка по $1/N$), а для модели масштабируемого шума $\tilde{Z}(f)$ совпадала с $z_3(f)$.

3. Уровни значимости периодограмм и обобщенный метод Райса. Периодограммы со сложными моделями данных на практике используются реже, что обусловлено объективными факторами. Первый из них очевиден: сложные модели требуют трудоемких и медленных вычислений. В общем нелинейном случае вычисления по формулам (7) и (8) можно выполнить лишь путем численной минимизации. Впрочем, для современных компьютеров эта задача не так сложна, как например всего десятилетие назад. Но следом возникает второе препятствие, преодолеть которое значительно труднее. Помимо того, чтобы уметь вычислять саму периодограмму $z(f)$, нам нужно уметь находить ее уровни статистической значимости, по которым можно отделить реальные периодичности от шумовых.

Мы обычно ищем максимальное значение периодограммы в некотором априори заданном интервале частот $f \in [f_{\min}, f_{\max}]$. Полученный наивысший пик - наш главный кандидат на возможную периодичность. Если его высота $z_{\max}$ окажется достаточной, то мы можем считать соответствующую периодичность реальной. Вопрос о том, достаточна ли эта высота в конкретном случае, решается в вероятностном смысле. Нам нужно вычислить вероятность "ложной тревоги", связанную с наблюдаемой величиной $z_{\max}$:

$$\text{FAP}(z_{\max}) = \Pr \left\{ \max_{[f_{\min}, f_{\max}]} z(f) > z_{\max} \right\}, \quad (12)$$

где вероятность берется при базовой гипотезе $\mathcal{H}$, то есть для периодограмм $z(f)$, построенным по данным без реального сигнала. Если полученная вероятность оказалась ниже некоторого критического малого значения (обычно в интервале 0.1% - 10%), то искомый периодический сигнал

вероятно существует, потому как иначе столь большая величина z_{max} была бы труднообъяснима.

Из формулы (12) следует, что вероятность ложной тревоги есть дополнительная вероятность к функции распределения максимального отсчета периодограммы шума. Для ее оценки мы применяем метод Райса, уже кратко описанный во *Введении*. Теперь мы лишь немного конкретизируем формулу (1):

$$FAP(z_{max}) \leq M(z_{max}) = FAP_{single}(z_{max}) + \tau(z_{max}). \quad (13)$$

Здесь член FAP_{single} выражает собой вероятность ложной тревоги для *одиночного* значения периодограммы (т.е. фиксируя f); в нашей задаче им как правило можно пренебречь. Основной член - функция τ - представляет собой математическое ожидание числа выбросов периодограммы за уровень z_{max} . Для последнего математического ожидания имеется явная формула (формула Райса), выражающая его через некий интеграл от плотности совместного распределения значений $z(f)$ и $z'(f)$. Метод назван по имени пионера по теории передачи информации С.О.Райса, который вывел эту формулу для стационарного Гауссового случайного процесса [22]. Детали теории по экстремальным значениям и выбросам случайных процессов, и по обобщенному методу Райса в частности, можно найти в обзорах [23,24].

Несколько слов о точности метода Райса. Главная его слабость - чувствительность к корреляциям между удаленными друг от друга значениями случайного процесса. Для периодограмм такая коррелированность может возникать при наличии эффекта *элайзинга*, порождаемого скважностью временного ряда (периодическими пропусками наблюдений). Элайзинг создает на периодограммах системы ложных пиков-"двойников", что в конечном счете снижает точность метода Райса. При этом оценка вероятности ложной тревоги (13) может оказываться завышенной (но не заниженной). Впрочем, это завышение не имеет таких уж серьезных последствий в пересчете на более практически важные уровни значимости и в интересной для нас области $FAP \geq 10\%$. Исходя из результатов численного моделирования [18,25,26], нам еще ни разу не удалось наблюдать, чтобы такие уровни оказывались завышены (по z) более чем на $\sim 30\%$.

Заметим, что нарушение неравенства в (13), то есть занижение вероятности ложной тревоги, все же возможно. Такое явление может возникнуть для нелинейных моделей, когда эта нелинейность не учитывается при построении оценки Райса (см. раздел 5). Это еще один потенциальный недостаток метода Райса, который все же далеко не всегда дает на практике серьезные негативные последствия, и вероятно сможет быть ликвидирован в будущем путем совершенствования теории.

4. Периодограммы с линейными моделями данных.

4.1. *Общие замечания.* Предположим, что наши модели $\mu_{\mathcal{H}}$, μ , $\mu_{\mathcal{X}}$ линейны по всем параметрам, кроме частоты f . Это допускает запись

$$\mu_{\mathcal{H}}(\theta_{\mathcal{H}}, t) = \theta_{\mathcal{H}} \cdot \varphi_{\mathcal{H}}(t), \quad \mu(\theta, f, t) = \theta \cdot \varphi(f, t), \quad \mu_{\mathcal{X}}(\theta_{\mathcal{X}}, f, t) = \theta_{\mathcal{X}} \cdot \varphi_{\mathcal{X}}(f, t), \quad (14)$$

где вектора $\varphi_{\mathcal{H}}$ и φ содержат некоторые заданные базисные функции времени, а $\varphi_{\mathcal{X}} = \{\varphi_{\mathcal{H}}, \varphi\}$. Если зафиксировать частоту f , то мы имеем простую задачу линейной регрессии. Минимизацию (7) и (8) можно в этой задаче выполнить элементарно, поскольку функция χ^2 во всех случаях оказывается квадратичной формой. В конечном счете, мы получим

$$g_{\mathcal{H}} = \langle x^2 \rangle - v_{\mathcal{H}}^T Q_{\mathcal{H}}^{-1} v_{\mathcal{H}}, \quad g_{\mathcal{X}} = \langle x^2 \rangle - v_{\mathcal{X}}^T Q_{\mathcal{X}}^{-1} v_{\mathcal{X}}, \quad z = \frac{1}{2} (v_{\mathcal{X}}^T Q_{\mathcal{X}\mathcal{X}}^{-1} v_{\mathcal{X}} - v_{\mathcal{H}}^T Q_{\mathcal{H}\mathcal{H}}^{-1} v_{\mathcal{H}}), \quad (15)$$

где вектора $v_{\mathcal{H}, \mathcal{X}} = \langle x \varphi_{\mathcal{H}, \mathcal{X}} \rangle$ содержат корреляции исходных данных с компонентами функционального базиса соответствующих моделей, а в матрицах

$$Q_{\mathcal{H}\mathcal{H}} = \langle \varphi_{\mathcal{H}} \otimes \varphi_{\mathcal{H}} \rangle, \quad Q_{\mathcal{X}\mathcal{X}} = \langle \varphi_{\mathcal{X}} \otimes \varphi_{\mathcal{X}} \rangle \quad (16)$$

мы можем узнать информационные матрицы Фишера для этих моделей². Очевидно, что периодограммы (9) также можно легко выразить через введенные вектора и матрицы.

Алгоритм вычисления такой обобщенной периодограммы можно значительно упростить, ортогонализовав базис $\varphi_{\mathcal{X}}(f, t)$ в смысле скалярного произведения $\langle a(t), b(t) \rangle = \langle a(t)b(t) \rangle$ [11]. После этого матрицы Фишера становятся диагональными или даже единичными, и тогда мы имеем $z = |v|^2/2$, где $v = \langle x \varphi \rangle$. Такую ортогонализацию базиса необходимо заново выполнять для каждого значения f .

4.2. *Теория уровней значимости: метод Райса для случайных процессов.* Известно [7,10], что при фиксированной f все свободные параметры наших моделей линейны, и поэтому распределение величины $2z(f)$ совпадает с χ^2 распределением с d степенями свободы, а распределения величин $2z_1(f)$ и $2z_2(f)$ - с В- (бета) или F- распределением с $(d, N_{\mathcal{H}})$ или $(d, N_{\mathcal{X}})$ степенями свободы, соответственно. Указанные распределения не зависят при этом от конкретного значения f .

В случае неизвестной частоты хорошо работает метод Райса. Явные формулы для величины τ из формулы (13) в линейном случае даны в [18]. Они были получены из работ [27-29], где рассматривалась общая задача линейной регрессии с одним нелинейным параметром, вырождающимся при $\mathcal{H}$ (у нас таким параметром является частота). Для

² Операция $x \otimes y$ обозначает диадное произведение векторов, т.е. матрицу с элементами $x_i y_j$.

периодограммы z , например, функцию τ можно представить как

$$\tau = \frac{A(f_{\max}) - A(f_{\min})}{2\pi} \left(\frac{z}{\pi} \right)^{(d-1)/2} e^{-z}, \quad (17)$$

где функция $A(f)$ зависит от базисных функций Φ_k , а также от моментов времени t_i и весов w_i . Для периодограмм $z_{1,2,3}$ аналогичные формулы сложнее, хотя по-прежнему элементарны:

$$\tau = \frac{A(f_{\max}) - A(f_{\min})}{2\pi} \frac{\Gamma\left(\frac{N_{\mathcal{H}}}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{N_{\mathcal{K}}+1}{2}\right)} \times \begin{cases} \left(\frac{2z_1}{\pi N_{\mathcal{H}}} \right)^{(d-1)/2} \left(1 - \frac{2z_1}{N_{\mathcal{H}}} \right)^{(N_{\mathcal{K}}-1)/2}, \\ \left(\frac{2z_2}{\pi N_{\mathcal{K}}} \right)^{(d-1)/2} \left(1 + \frac{2z_2}{N_{\mathcal{K}}} \right)^{(-N_{\mathcal{H}}/2)+1}, \\ \left(\frac{2}{\pi} \operatorname{sh} \frac{z_3}{N_{\mathcal{K}}} \right)^{(d-1)/2} e^{-z_3(1+(d-3)/2N_{\mathcal{K}})}. \end{cases} \quad (18)$$

Коэффициент $A(f)$, который мы не будем здесь выписывать в общей форме, имеет вид интеграла по частоте от некоторой функции, обычно содержащей величины типа $\left\langle \frac{t^n \cos \omega t}{\sin \omega t} \right\rangle$ (с небольшими $n \geq 0$). В такой ситуации оказывается весьма эффективным приближение, которое мы будем называть "приближением равномерного покрытия фазы". Оно состоит в том, чтобы заменить операцию осреднения по временному ряду $\langle * \rangle / \langle 1 \rangle$ на операцию осреднения при помощи непрерывного интеграла по времени.

При этом получается, что суммами $\left\langle \frac{t^n \cos \omega t}{\sin \omega t} \right\rangle$ мы можем просто пренебречь в сравнении с $\langle |t|^n \rangle$ и иными похожими величинами. Этот прием позволяет добиться значительного упрощения конечных формул. Такое приближение хорошо работает для частот, на которых наблюдения покрывают почти равномерно все фазы колебания, соответствующего частоте ω . Следует признать, что это условие часто нарушается, например когда на какой-то частоте моменты t_i показывают периодические пропуски (явление элайзинга). К счастью, на практике подобный эффект может держаться лишь в узких частотных интервалах шириной $\Delta f \sim 1/T$, где T - длина временного ряда (обычно большая). А поскольку $A(f)$ включает в себя интегрирование по f в значительно большем частотном диапазоне, эти аномальные интервалы не оказывают на конечный результат почти никакого влияния. Для практической применимости такого приближения нужно, чтобы интервал интегрирования по частоте $f_{\max} - f_{\min}$ был велик в сравнении с $1/T$.

В приближении равномерного покрытия фазы функция $A(f)$ обычно оказывается просто пропорциональна f , что мы увидим на примере частных случаев ниже.

4.3. Периодограмма Ломба-Скаргла и мультигармонические периодограммы. В этом случае мы имеем $d_H = 0$, $d = 2n$, а базис модели сигнала зададим в форме

$$\varphi = \{\cos(2\pi kft), \sin(2\pi kft), k = 1, 2, \dots, n\}, \quad d = 2n. \quad (19)$$

При этом модель μ_H предполагается пустой, что неявно предполагает предварительное центрирование данных. Эти периодограммы были предложены для произвольного n в работе [8]. Сигнал здесь моделируется отрезком ряда Фурье заданной степени n . При $n = 1$ мы имеем простую периодограмму Ломба-Скаргла с синусоидальной моделью сигнала, а при $n > 1$ такие периодограммы применяются, когда потенциальный периодический сигнал может иметь несинусоидальную форму [30].

Вычисление мультигармонической периодограммы можно заметно ускорить в сравнении с общим алгоритмом линейной регрессии, пользуясь некоторыми особенностями данного функционального базиса [8,31].

Как показано в [18,25,32], в этом случае приближение равномерного покрытия фазы дает $A(f) \approx 2\pi^{n+1/2} \alpha_n T_{eff} f$, где

$$\alpha_n = \frac{2^n}{(2n-1)!!} \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{n-k} k^{2n+1}}{(n+k)!(n-k)!}, \quad T_{eff} = \sqrt{4\pi \left(\frac{\langle t^2 \rangle}{\langle 1 \rangle} - \left(\frac{\langle t \rangle}{\langle 1 \rangle} \right)^2 \right)}. \quad (20)$$

Здесь T_{eff} - некоторая эффективная длина временного ряда, которая на практике оказывается близка к его обычной длине T . Вводя безразмерный параметр $W = (f_{max} - f_{min}) T_{eff}$, для общей мультигармонической периодограммы z получаем $\tau \approx \alpha_n W e^{-z} z^{n-1/2}$, а для собственно периодограммы Ломба-Скаргла $\tau \approx W e^{-z} \sqrt{z}$ и значит $FAP(z) \leq e^{-z} (W \sqrt{z} + 1)$. Аналогичные формулы можно применить и к нормализованным периодограммам $z_{1,2,3}$, исходя из (18).

Для применимости приближения равномерного покрытия фазы нужно, чтобы рассматриваемый частотный интервал был велик в сравнении с $1/T_{eff}$, то есть чтобы велика была W . На практике описанного приближения для $A(f)$ бывает совершенно достаточно уже для $W > 10$, причем даже для рядов с предельно мощным элайзингом [18,25].

Эта теория остается в равной степени справедливой и тогда, когда модель μ_H содержит полиномиальный тренд низкой степени. Сюда относится, например, случай $\mu_H(c, t) = c$ (со свободным параметром c), соответствующий известной "периодограмме с плавающим средним" [12,33,34]. Заметим, что подобные периодограммы с "непустой" μ_H не эквивалентны периодограммам с $\mu_H \equiv 0$, примененным к предварительно центрированному временному ряду или к временному ряду с предварительно удаленным трендом. Строгий подход со встроенной нетривиальной μ_H более эффективен в смысле чувствительности к слабым сигналам [12,35].

4.4. Периодограмма Шустера. Как и периодограмма Ломба-Скаргла, эта периодограмма определена для синусоидальной модели сигнала

и пустой (нулевой) базовой модели. В наших обозначениях (принимая немного нетрадиционную нормировку) ее можно выразить формулой

$$S(x) = \frac{\langle x e^{2\pi i f t} \rangle^2}{\langle 1 \rangle} = \frac{1}{\langle 1 \rangle} (\langle x \cos 2\pi f t \rangle^2 + \langle x \sin 2\pi f t \rangle^2). \quad (21)$$

Интересно, что данную периодограмму можно получить из периодограммы Ломба-Скаргла путем приближения равномерного покрытия фазы, пренебрегая величинами $\langle \sin 4\pi f t \rangle$ и $\langle \cos 4\pi f t \rangle$ в сравнении с $\langle 1 \rangle$.

Строго говоря, периодограмма Шустера вовсе не относится к введенным нами периодограммам линейной регрессии. Ее достоинство состоит в том, что для ее вычисления можно применять алгоритм быстрого преобразования Фурье, поэтому она до сих пор часто применяется на практике. Наиболее важный недостаток - ее статистические распределения куда сложнее распределений периодограммы Ломба-Скаргла. Соответствующее распределение одиночного отсчета S неэлементарно; оно дано в [4,36]. Распределение максимального отсчета S неизвестно.

Впрочем, на практике разница между этими периодограммами обычно невелика. Обозначив периодограмму Ломба-Скаргла как $L(f)$, мы можем написать неравенство

$$1 - \sqrt{\Omega(2f)} \leq \frac{S(f)}{L(f)} \leq 1 + \sqrt{\Omega(2f)}, \quad (22)$$

где $\Omega(f) = (\langle \cos 2\pi f t \rangle^2 + \langle \sin 2\pi f t \rangle^2) / \langle 1 \rangle^2$ есть спектральное окно временного ряда, нормированное так, что $\Omega(0) = 1$. Неравенство (22) следует из известного в матричной алгебре факта, что $\lambda_{\min} |x|^2 \leq x^T A x \leq \lambda_{\max} |x|^2$, где $\lambda_{\max}$, $\lambda_{\min}$ есть максимальное и минимальное собственные числа A (в нашем случае $A = Q_{xx}^{-1}$, а $x = v_x$).

Из (22) очевидно, что $L(f)$ и $S(f)$ могут сильно различаться лишь в пиках спектрального окна $\Omega(2f)$, которые соответствуют частотам периодических пропусков в данных, т.е. частотам элайзинга. Для большинства же частот $L(f)$ мало отличается от $S(f)$. Влияние эффекта элайзинга на общий уровень шума в *широком* частотном интервале невелико: даже если на некоторых частотах шумовые пики оказываются немного занижены или завышены, максимум по всему интервалу частот будет почти наверняка определяться не этими отдельными пиками, а какими-то другими.

Таким образом, у нас есть основания подозревать, что когда дело касается широкого интервала частот, уровни значимости периодограмм L и S должны быть близки, по крайней мере с точки зрения приближения (13). Для проверки этой догадки мы предприняли попытку применить метод Райса к $S(f)$. В общем случае формулу Райса для $S(f)$ не удастся, к сожалению, довести до элементарных функций. При этом "портится" не

только множитель A в формулах (17), но и сама зависимость от z . Однако в условиях приближения "равномерного покрытия фазы" результат получается совершенно идентичным результату для L .

Исходя из сказанного, мы полагаем, что хотя бы при каких-то условиях для уровней значимости периодограммы Шустера может быть допустимо применять теорию периодограммы Ломба-Скаргла, то есть приближение $FAP(z) \leq e^{-z^2(W\sqrt{z}+1)}$. Аналогично (9), можно ввести нормализованные периодограммы для S , например $S_1(f) = NS(f)/\langle x^2 \rangle$, распространив на нее теорию уровней значимости $z_1(f)$. Впрочем, на данный момент это пока лишь некоторая гипотеза, требующая проверки и уточнения, а не рекомендация для практического частотного анализа. Статистические уровни значимости периодограммы Шустера все еще требуют дальнейшего изучения; эту задачу пока нельзя считать решенной.

5. Нелинейные периодограммы.

5.1. *О роли нелинейности.* Что будет, если хотя бы базовая модель μ_H нелинейна? Такое может быть, например, когда мы уже надежно выделили в данных одну или несколько синусоидальных или других периодичностей, и хотим знать, нет ли там еще одной. При этом нелинейными параметрами будут как минимум частоты уже выделенных периодичностей. Такие периодограммы в работах [17,19,20] назывались "остаточными периодограммами" ("residual periodograms"), а в [35] "рекурсивными". Сюда можно также отнести и периодограммы отношения правдоподобия (10) с параметризованным шумом, так как модель $\sigma(p)$ также, в сущности, есть некоторая базовая модель, одинаковая для гипотез H и K , и генерирующая эффекты нелинейности.

Нам хотелось бы уяснить, каких изменений можно ожидать в теории уровней значимости нелинейных периодограмм. Ввиду того, что в вектор θ_H теперь входят нелинейные параметры, мы уже не можем записать $\mu_H = \theta_H \cdot \phi_H$. Однако в большинстве практических задач мы можем линеаризовать μ_H в некоторой малой окрестности параметров (например, вокруг оценок θ_H при базовой гипотезе). При этом, чем больше число наблюдений N , тем с меньшими отклонениями по θ_H мы имеем дело, и тем точнее оказывается такая линеаризация. Таким образом, мы можем ожидать что теория уровней значимости линейных периодограмм будет в целом выполняться и для слабонелинейных моделей, правда лишь в асимптотическом смысле ($N \rightarrow \infty$).

Довольно трудно дать строгую формулировку условий "слабой" нелинейности. Мы этого здесь и не будем делать. И все же заметим, что одним из ключевых моментов здесь является то, допустима ли вообще линеаризация μ_H в требуемой окрестности. Если при этом μ_H не

слишком уж сложна, то, как показывает опыт, теория линейных периодограмм для оценки соответствующей вероятности ложной тревоги может работать неплохо [17-20,37].

Однако если нелинейность заключена в самом сигнале, то все обстоит в точности наоборот. Дело в том, что модель μ надо линеаризовать сразу по всем параметрам θ в окрестности точки, принадлежащей базовой гипотезе $\mathcal{H}$ (поскольку нам нужно получить распределение периодограммы именно в отсутствии сигнала). Оказывается довольно трудным представить себе периодическую модель μ , за исключением синусоиды, которую можно было бы адекватно линеаризовать в окрестности нулевой амплитуды сигнала. Как минимум фаза сигнала не будет поддаваться такой линеаризации. Причина такого поведения - в неопределенности большинства параметров сигнала при гипотезе $\mathcal{H}$ [26,38]. Синусоида представляет собой счастливое исключение: мы можем переписать ее в форме $A \cos(x + \lambda) = a \cos x + b \sin x$, где оба параметра a и b при $A = 0$ вполне осмысленны (в отличие от λ).

Таким образом, выводов в данном разделе у нас два. Во-первых, нелинейность в базовой модели (включая сюда и нетривиальные модели шума) часто несущественна; при достаточно больших N она обычно допускает оценку значимости пиков периодограммы по формулам линейной теории. Во-вторых, нелинейность в модели сигнала как правило принципиальна и неустранима; значимость пиков таких периодограмм недопустимо оценивать при помощи линейной теории. Именно такие сильно нелинейные сигналы мы и будем рассматривать в этой главе. Здесь мы приведем лишь основные полученные результаты; подробности представлены в работе [26].

5.2. Теория уровней значимости: метод Райса для случайных полей. В совсем общем случае о форме модели сигнала μ мало что можно сказать: просто некая нелинейная функция. Однако практически во всех приложениях из набора параметров θ можно выделить как минимум один линейный - амплитуду K . При этом мы можем положить $K = \theta_1$, а оставшиеся $d - 1$ параметров θ обозначить вектором ξ . Тогда имеем

$$\mu(\theta, f, t) = Kh(\xi, f, t), \quad (23)$$

где h есть модель формы сигнала. Тогда в определениях (7) и (8) функции χ^2 можно минимизировать по K , сохранив зависимость от ξ и f . Несложно показать, что если $\mu_{\mathcal{H}}$ все еще линейна, то в результате этой процедуры получается

$$z(f) = \frac{1}{2} \max_{\xi \in \Xi} \eta^2(\xi, f), \quad \eta(\xi, f) = \langle x \psi(\xi, f, t) \rangle, \quad (24)$$

где функция ψ получается в результате некоторого смещения и нормирования функции h , так что $\langle \mu_{\mathcal{H}} \psi \rangle = 0$ и $\langle \psi^2 \rangle = 1$. Например, при $\mu_{\mathcal{H}} = 0$ имеем $\psi = h / \sqrt{\langle h^2 \rangle}$.

Таким образом максимизация z сводится к максимизации η , так что $\max |\eta| = \sqrt{2 \max z}$. Если x , содержат Гауссов шум, то $\eta(\xi, f)$ - Гауссово случайное поле. При этом в отсутствии сигнала (то есть при гипотезе $\mathcal{H}$) мы имеем $E\eta = 0$, $D\eta = 1$, то есть это поле центрировано и нормировано.

Для таких полей разработано многомерное обобщение метода Райса [24, 39]. Поскольку понятие "выброса" для случайного поля не определено, то вместо выбросов за заданный уровень подсчитываются локальные максимумы η , расположенные выше того же уровня. Вероятность ложной тревоги оценивается сверху математическим ожиданием числа таких максимумов, которое выражается аналогом формулы Райса.

Итак, приведем основные результаты, которые удалось получить, применяя данный метод к нелинейным периодограммам. Введем пока небольшое техническое ограничение на K вида $K \geq 0$. Это значит, что в ходе нашего анализа мы не допускаем "переворота" формы сигнала ($h \mapsto -h$). Для синусоиды такое ограничение не имеет никакого значения ввиду ее симметрии, но для несимметричных моделей оно может быть значимо и часто даже практически полезно. Для нас оно удобно, потому что позволяет отбросить значения $\eta < 0$, так что максимум z всегда совпадает с максимумом η (в противном случае, нам пришлось бы рассматривать еще и минимумы η). Тогда мы можем записать аналог формулы (13) в виде

$$\text{FAP}(z_{\max}) \leq M(z_{\max}) \approx M_{\text{boundary}}(z_{\max}) + \tau(z_{\max}), \quad (25)$$

где τ есть математическое ожидание числа локальных максимумов выше $z_{\max}$, а член M_{boundary} отвечает за максимумы η , расположенные на границе области параметров (ξ, f) . Этот член аналогичен члену $\text{FAP}_{\text{single}}$ в (13); он обычно имеет относительную величину (в сравнении с τ) порядка $1/\sqrt{z}$ и сильно зависит от геометрии границы. На практике им можно или нельзя пренебрегать в зависимости от условий задачи. Этот член обычно вычисляется, с некоторыми оговорками, аналогично самому M , рассматривая ограничение задачи на границу области параметров.

Основным членом все же остается τ ; он представим в форме

$$\tau(z) \approx \sum_{k=0}^{\lfloor n/2 \rfloor} c_k P_{n+1-2k}(z), \quad P_k(z) = \frac{1}{\Gamma(k/2)} \int_z^{\infty} x^{k/2-1} e^{-x} dx, \quad (26)$$

где n есть число нелинейных параметров (в нашем случае $n = d$). Данная аппроксимация имеет асимптотический характер при $z \rightarrow \infty$; ее относительная ошибка стремится к нулю быстрее, чем $\exp(-z\delta)/z^{(n-1)/2}$ с некоторым $\delta > 0$. На практике мы обычно как раз и заинтересованы в области

больших z , где находятся малые вероятности.

К сожалению, из коэффициентов c_k легко вычислить только старший c_0 ; остальные даже в простых приложениях оказываются слишком сложными. К счастью, члены с $k \geq 1$ вносят в сумму (26) небольшой относительный вклад $O(1/z^k)$, поэтому на практике ими часто можно пренебречь. Оставляя в сумме (26) только величины высшей степени по z , имеем

$$\tau(z) \approx A e^{-z} z^{(n-1)/2}, \quad (27)$$

где множитель A (заметим, это немного не то A , что возникало для линейных периодограмм) выражается как

$$A = \frac{1}{2\pi^{(n+1)/2}} \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} df \int_{\Xi} \sqrt{\det G} d\xi, \quad G = \text{Var}(\eta') = \langle \psi' \otimes \psi' \rangle. \quad (28)$$

В последней формуле η' и ψ' есть вектора градиентов соответствующих функций по всем нелинейным параметрам (ξ и f).

5.3. Нелинейный сигнал + нелинейная базовая модель. Описанная выше теория шумовых уровней нелинейных периодограмм справедлива лишь для ненормированной периодограммы z , основанной на χ^2 -критерии, а также предполагает линейность $\mu_{\mathcal{H}}$. Для нормализованных периодограмм $z_{1,2,3}$ эта теория напрямую не работает. Для построения аналогичной теории нелинейных периодограмм $z_{1,2,3}$, необходим метод Райса для негауссовых случайных полей, который пока не разработан. Тем не менее, как мы обсуждали выше, теория χ^2 -периодограмм (как линейных, так и нелинейных) должна работать в асимптотическом смысле для соответствующих периодограмм отношения правдоподобия и, как следствие, для периодограммы z_3 . При этом также допускается нелинейность базовой модели $\mu_{\mathcal{H}}$.

Фактически, это утверждение справедливо и для линейных периодограмм; выражения τ для z и z_3 при $N \geq z$ асимптотически эквивалентны (ср. (17) и (18)). Последнее условие выражает тот факт, что особенно большие z соответствуют слишком большим отклонениям параметра κ от "номинала", что ухудшает точность его линеаризации. Заметим, что уровни значимости периодограммы $z_{1,2}$ демонстрируют аналогичную эквивалентность с z , но лишь при $N \geq z^2$, чего для практических нужд уже недостаточно.

Это свойство представляет собой большую ценность, так как χ^2 -периодограмму мы обычно просто не можем использовать из-за плохого знания σ_f . Вместо этого мы можем построить периодограмму z_3 , применив к ней теорию уровней значимости z (с той же моделью μ) в асимптотическом смысле. Аналогичный подход как правило работает и для периодограмм отношения правдоподобия (10) и (11). При этом условие аппроксимации имеет вид $N \geq Z$, $\tilde{Z}$ [17]. Следует иметь в виду, что в конкретных случаях эта аппроксимация может оказаться все же плохой из-за недостаточной величины N (критическое N зависит от степени

нелинейности конкретной задачи). Заметим, что эффекты нелинейности базовой модели могут в принципе нарушать неравенство в оценке (13), т.е. если нелинейность в μ_x сильна, то оценка вероятности ложной тревоги может все же оказаться заниженной, а статистическая значимость выделенного колебания - напротив, завышенной. Для полного устранения данной проблемы необходимо еще обобщить теорию метода Райса, внося в нее дополнительные расширения.

5.4. Периодограмма с заданной несинусоидальной формой сигнала. В работе [26] рассмотрены две нелинейных модели сигнала. Первая имеет вид

$$h(\lambda, f, t) = u(2\pi ft + \lambda), \quad (29)$$

где $u(x)$ задает форму периодического сигнала. При этом вектор ξ состоит из одного параметра λ . Для периодограммы Ломба-Скаргла $u(x) = \cos x$, а для произвольного u , пользуясь описанной выше методикой и приближением равномерного покрытия фазы, можно получить

$$\text{FAP}_{\text{single}}(z) \leq M_{\text{single}}(z) \approx \sqrt{q} e^{-z}, \quad \text{FAP}(z) \leq M(z) \approx e^{-z} (qW \sqrt{z} + \sqrt{q}), \quad (30)$$

где коэффициент q зависит только от формы сигнала:

$$q = \frac{\int_0^{2\pi} (u'(x))^2 dx}{\int_0^{2\pi} (u(x) - u_0)^2 dx}, \quad u_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x) dx. \quad (31)$$

Для синусоиды $q = 1$, в общем же случае $q \geq 1$.

5.5. Нелинейная "периодограмма фон Мизеса" для переменных звезд и экзопланетных прохождений. Вторая периодическая модель из [26] имеет вид

$$h(\xi, f, t) = \exp(v \cos(2\pi ft + \lambda)), \quad \xi = \{\lambda, v\}. \quad (32)$$

В теории вероятностей нормированный вариант функции (32) вида $e^{v \cos(x+\lambda)} / I_0(v)$, где I_0 - модифицированная функция Бесселя, описывает т.н. плотность распределения фон Мизеса, которое представляет собой один из аналогов распределения Гаусса для угловых переменных. Ввиду этого мы называем данную периодограмму периодограммой фон Мизеса.

Благодаря лишь одному дополнительному параметру v , модель (32) охватывает весьма широкий класс периодичностей: от синусоиды (предел при $v \rightarrow 0$) до периодичностей с острыми пиками или провалами, которые характерны для затменных двойных звезд или для экзопланетных прохождений. Благодаря такой универсальности, данная периодограмма может оказаться довольно полезной для указанных астрономических объектов, даже несмотря на ее повышенную вычислительную трудоемкость.

Подробности применения метода Райса к этой периодограмме описаны в [26], где в качестве онлайн-приложения опубликован и вспомогательный

пакет вычислительных программ на C++. Если мы сканируем периодограмму в прямоугольнике $f_{\min} \leq f \leq f_{\max}$, $v_{\min} \leq v \leq v_{\max}$ (и, понятно, $0 \leq \lambda \leq 2\pi$), то

$$\text{FAP}(z) \leq M(z) \approx (X(v_{\max}) - X(v_{\min})) W e^{-z} z + (Y(v_{\max}) + Y(v_{\min})) \frac{W}{2} e^{-z} \sqrt{z}, \quad (33)$$

где функции X и Y , помимо аргументов v , также слабо зависят от $f_{\min}$, $f_{\max}$, и сильнее - от моментов времени и весов временного ряда. За подробностями и дополнительными разъяснениями по периодограмме фон Мизеса см. работу [26].

5.6. Кеплерова периодограмма. Еще один пример периодограммы с нелинейной моделью сигнала - Кеплерова периодограмма, которая используется для поиска экзопланет по колебаниям лучевой скорости звезды [13,40]. Сигнал моделируется выражением кеплеровской лучевой скорости компонент двойной системы:

$$h = \cos(\omega + v(e, 2\pi f + \lambda)) + e \cos \omega, \quad (34)$$

где ω есть аргумент перицентра орбиты невидимого спутника (экзопланеты), e - ее эксцентриситет, а $v(e, M)$ - истинная аномалия, зависящая от эксцентриситета e и соответствующей средней аномалии M . Последняя представляет собой фазовый угол наблюдаемого доплеровского сигнала.

В сравнении с синусоидальной моделью, Кеплерова модель содержит уже два дополнительных нелинейных параметра, e и ω . Эта периодограмма разрабатывалась для нужд доплеровского поиска экзопланет.

Хотя эта периодограмма уже около 10 лет применяется на практике разными авторами, для ее уровней значимости до сих пор не было известно аналитического выражения. При помощи методики раздела 5.2 вероятность ложной тревоги удастся оценить в виде выражения, похожего на формулу (33):

$$\text{FAP}(z) \leq M(z) \approx 2X(e_{\max}) W e^{-z} z^{3/2} + Y(e_{\max}) W e^{-z} z \sqrt{\pi}, \quad (35)$$

где функции X и Y теперь зависят от максимального допустимого эксцентриситета (это конечно не те же самые функции, что в формуле (33), а некоторые другие). Вывод данного выражения с подробным обсуждением и детализацией будет дан в отдельной работе, которая находится в подготовке.

6. Многочастотный анализ и составные сигналы. Строго говоря, все описанные выше периодограммы основаны на предположении, что во временном ряду присутствует лишь одна периодичность (синусоидальная или нет), чья статистическая значимость находится под вопросом. Если сигнал состоит из априори неопределенного числа периодических компонент с неизвестными частотами, напрашивается механизм последовательного извлечения компонент сигнала:

1. Строим периодограмму с предельно простой базовой моделью μ_H (скажем, включающей только неопределенную константу). Проверяем статистическую значимость максимального пика.

2. Если найденная периодичность значима, строим периодограмму с базовой моделью μ_H , включающей уже выделенную периодичность. Опять ищем максимальный пик периодограммы и проверяем его значимость.

3. Если вторая периодичность значима, включаем и ее в модель μ_H , строим с этой μ_H новую периодограмму, снова проверяем ее максимальный пик.

4. Повторяем такие шаги, пока с остаточной периодограммы не исчезнут все значимые пики.

Однако при ближайшем рассмотрении оказывается, что такой алгоритм содержит недостатки. Во-первых, бывают случаи, когда максимальный пик на периодограмме является ложным, представляя собой результат интерференции частот регулярных пропусков в наблюдениях с частотами реальных сигналов. При этом истинные периодичности соответствуют каким-то побочным пикам. В этом случае было бы полезно "заглянуть" в ходе анализа на ступеньку вперед, проверив, не получим ли мы в итоге лучшей модели, приняв за сигнал не главный пик периодограммы, а несколько побочных. Последовательный алгоритм такой возможности не дает. Кроме того, такой алгоритм содержит концептуально ошибочную интерпретацию статистической значимости выделяемых компонент. Положим, мы таким образом выделили из шума 10 компонент сигнала, и каждая имеет приемлемо низкую вероятность ложной тревоги, скажем 1%. Это значит, что при совершении *каждого* из 10 актов выделения очередной компоненты, мы рисковали ошибиться (принять шум за сигнал) с вероятностью 1%. Однако какова будет итоговая вероятность того, что мы ошиблись хотя бы *в одной* компоненте из выделенных десяти? Очевидно, эта вероятность будет значительно выше, чем 1%. К примеру, если считать события выделения компонент статистически независимыми, то вероятность ошибиться хотя бы один раз из десяти будет $1 - (1 - 0.01)^{10} \approx 9.5\%$. Если вероятность ошибки в 1% была вполне приемлема, то вероятность в 9.5% уже слишком велика. В реальности предположение о статистической независимости компонент не выполняется, поэтому эти 9.5% лишь весьма грубая оценка, однако в любом случае получается, что мы все еще не можем быть уверены в статистической значимости *всех* найденных частотных компонент. Даже если каждая из этих компонент проходит тест значимости по отдельности, итоговая вероятность ошибки по всему их ансамблю будет значительно выше, чем индивидуальные вероятности. Необходимо модифицировать описанный последовательный алгоритм, чтобы учесть указанный эффект структуры сигнала.

Этот вопрос рассматривался в работе [41], где он был решен с применением так называемых многочастотных периодограмм. В этих периодограммах сигнал моделируется суммой нескольких однотипных периодических компонент с разными частотами. Каждая такая периодограмма является уже функцией *нескольких* частот, которые считаются независимыми друг от друга. В простейшем случае сигнал представляет собой сумму синусоид:

$$\mu(\theta, f, t) = \sum_{i=1}^n A_i \cos(2\pi f_i t) + B_i \sin(2\pi f_i t). \quad (36)$$

Здесь параметры A_i , B_i формируют вектор θ , а вместо единственной частоты имеем теперь частотный вектор f .

Итак, допустим с помощью описанного выше алгоритма последовательного извлечения компонент или какого-то сходного алгоритма мы выделили n вероятных компонент сигнала. Как нам удостовериться, что *все* эти компоненты обладают достаточной статистической значимостью, как индивидуально, так и рассматриваемые в ансамбле? Как показано в [41], для этого нам нужно построить полный набор всевозможных многочастотных периодограмм, содержащих указанные n частотных компонент. При этом в модель сигнала может вводиться лишь некоторое подмножество размера $m \leq n$, а оставшиеся $n-m$ компонент следует при этом поместить в базовую модель μ_H . Для каждого m мы таким образом имеем всего C_n^m значений различных периодограмм, а в сумме - $\sum_{m=1}^n C_n^m = 2^n - 1$ значений. Каждое из полученных значений представляет собой тестовую статистику в виде максимума случайного поля (многочастотной периодограммы), для которой вероятность ложной тревоги может быть вычислена с помощью многомерного метода Райса из раздела 5.2 (итоговая формула дается ниже). Итоговая вероятность ложной тревоги по всему ансамблю представляет собой наихудшее, то есть максимальное значение из всех полученных. Если эта максимальная вероятность ниже заданного малого уровня, то мы можем с уверенностью утверждать, что скорее всего все выделенные компоненты сигнала реальны. Если же эта максимальная вероятность выше заданного порога, то таких гарантий дать нельзя, и остается констатировать, что не все компоненты выделены надежно. Заметим, что в последнем случае не всегда можно сказать, какие именно компоненты сомнительны, так как индивидуально они могут оказаться значимы все (незначимыми могут оказаться лишь какие-то многочастотные комбинации).

Заметим также, что идея многочастотных периодограмм сама по себе не нова - для решения проблем частотного анализа временных рядов похожие статистики применялись еще Фостером [42-44] в его алгоритме CLEANest. Однако задача определения статистической значимости таких периодограмм не нашла в соответствующей литературе должного внимания,

вероятно из-за отсутствия простого способа решения. Метод Райса как раз и позволяет эту задачу легко решить. Согласно [41], вероятность ложной тревоги, связанная с наивысшим пиком многочастотной периодограммы порядка n (т.е. с n гармониками в модели сигнала), аппроксимируется выражением

$$\text{FAP}(z) \leq M(z) \approx \tilde{A}_n e^{-z} z^{3n/2-1}, \quad \tilde{A}_n = \frac{W^n}{n!} I_1 I_2 \dots I_{n-1}, \quad I_k = B\left(\frac{3k}{2}, \frac{3}{2}\right), \quad (37)$$

где $B(p, q)$ есть бета-функция, z - наблюдаемый максимальный отсчет многочастотной периодограммы, а W - нормализованная ширина поискового частотного диапазона, такая же как для периодограммы Ломба-Скаргла.

7. Новые программные пакеты для частотного анализа временных рядов. Очевидно, что многие аспекты описанных статистических методов выделения периодичностей из шума довольно сложны, и их может быть трудно применить в практических вычислениях без глубокого понимания соответствующей теории. По этой причине мы предлагаем ряд готовых программных пакетов, значительно облегчающих такие практические вычисления.

В работе [26] помимо самой математической теории уровней значимости периодограммы фон Мизеса был опубликован программный пакет для вычисления как самой этой периодограммы, так и ее уровней значимости, а также для проведения связанного с ней численного моделирования Монте Карло и для решения некоторых вспомогательных задач. Этот пакет может оказаться полезен при анализе фотометрических временных рядов с целью поиска в них сильно несинусоидальных периодичностей, характерных для экзопланетных прохождений и многих типов звездной переменности. Пакет первоначально был опубликован на сервере издательства в качестве скачиваемого онлайн-дополнения к статье. Позднее его стало возможным скачать в свободном доступе по URL <http://sourceforge.net/projects/vonmises>, где в будущем могут появиться также и обновленные версии.

В работе [45] представлено подробное описание другого программного инструмента для проведения частотного анализа временных рядов. Данный пакет, FREDEC - "Frequency Decomposer", реализует теорию многочастотного анализа, основные принципы которой были описаны выше в разделе 6. Алгоритм анализа реализован в виде "трубопровода", то есть выполняет самостоятельно всю работу от начала до конца, не требуя вмешательства пользователя. "Трубопровод" или "конвейер" алгоритма содержит следующие основные стадии:

1. Нахождение предварительного набора кандидатов в возможные периодичности при помощи гибридного сочетания методов QUICK и SLICK из [42].

2. Перебор всевозможных комбинаций найденных компонент (в синусоидальной модели) и фильтрация комбинаций, прошедших полный тест значимости (см. раздел 6).

3. Отбрасывание из получившегося набора альтернативных моделей сигнала таких, которые в сравнении с другими слишком плохо согласуются с исходным временным рядом. Эта фильтрация альтернатив выполняется при помощи критерия Вуонга, примененного для статистического сравнения параметрически невложенных моделей [46,47].

На выходе такого алгоритма мы получаем набор альтернативных много-частотных комбинаций, которые лучше всего описывают исходный временной ряд. При этом в рамках каждой такой комбинации все выделенные компоненты гарантированно значимы (если считать, что верна именно данная модель, а не какая-то из прочих альтернатив). FREDEC является пакетом общего назначения, то есть не содержит какой-либо специфической адаптации под конкретную узкую научную задачу или под какой-то заданный тип исходных данных. Пакет можно скачать по URL <http://sourceforge.net/projects/fredec>. Этот алгоритм способен переносить вычисления на доступную в системе видеокарту (графический ускоритель), где они ведутся в параллельном режиме. Это позволяет значительно - в десятки раз - увеличить производительность вычислений.

Наконец, отметим пакет PlanetPack, созданный для обработки высокоточных доплеровских временных рядов с целью поиска экзопланет и исследования экзопланетных систем [48]. PlanetPack включает весьма обширный набор методов статистического анализа, объединенных в целостную систему при помощи собственной командной оболочки. В части задачи поиска периодичностей данный пакет позволяет работать с расширениями периодограммы Ломба-Скаргла и мультигармонических периодограмм, учитывающих аддитивную и иные неклассические модели доплеровского шума, включая коррелированный шум. Начиная с версии PlanetPack 1.6 имеется возможность работы с Кеплеровой периодограммой (пока еще без аналитической оценки уровней значимости). Готовящаяся версия PlanetPack 2.0 включает возможность ускорения вычислений путем их параллелизации на современных многоядерных процессорах. Пакет можно скачать по адресу <http://sourceforge.net/projects/planetpack>, вместе с техническим руководством.

8. *Заключение.* Описанную в данном обзоре теорию уровней значимости периодограмм мы в целом оцениваем как серьезный прорыв. На протяжении примерно трех десятилетий были доступны, в сущности, лишь два основных метода оценки значимости пиков периодограммы Ломба-Скаргла. Это "чистый" метод Монте-Карло и метод Монте-Карло с экстраполяцией "формулы независимых частот" [6]. И тот и другой

требуют затратного численного моделирования, а надежность получаемого во втором методе результата еще и весьма сомнительна [14,18].

Представленный в данной статье единый подход имеет строгую математическую основу метода Райса, обладает высокой практической эффективностью, а также легко обобщается. С его помощью удастся решать весьма сложные и даже на первый взгляд неприступные задачи, как, например, определение распределений периодограмм с сильно нелинейной моделью сигнала. Применение такой методики в практических задачах анализа астрономических и иных временных рядов по меньшей мере чрезвычайно полезно.

Данная работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 12-02-31119 мол_а), гранта Президента РФ для молодых ученых - кандидатов наук МК-733.2014.2, а также программы Президиума РАН "Нестационарные явления в объектах Вселенной".

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН,
Санкт-Петербургский государственный университет, НИИ
им. В.В.Соболева, Россия, e-mail: r.baluev@spbu.ru

REVEIWS

ON THE DETECTION OF PERIODIC COMPONENTS IN OBSERVATIONAL DATA

R.V.BALUEV

The review is devoted to the task of period search in observational data by means of periodograms based on the general statistical likelihood-ratio test and its special cases, including the classic Lomb-Scargle periodogram. The main attention is paid to the task of assessing the statistical significance of detected periodicities. We suggest the universal solution to this task using the efficient technique, in which the periodogram is considered as a random process (or random field), and the approximation to the desired false alarm probability is obtained by means of the generalized Rice method. Additionally to the general technique of determining the expected periodogram noise (or significance) levels, we consider several important special cases involving different models of the periodic signal (linear as well as non-linear). In the most cases, the false alarm probability, associated to an observed putative signal, is expressed

as $e^{-x}P(\sqrt{z})$, where z is the observed periodogram maximum value, and P is an algebraic polynomial with coefficients depending on the particular task. We also consider the task of detecting the multicomponent signals, containing several frequencies. In this case we must apply so-called multifrequency periodograms to achieve the self-consistency of the analysis. These periodograms represent the signal as a sum of several periodic terms. We show that a complete analysis should deal with $2^n - 1$ such periodograms, where n is the cumulative number of possible frequencies. Finally, the paper describes software packages that we developed to facilitate the handling of practical frequency-analysis tasks with the use of this theory.

Key words: *periodic components: detection*

ЛИТЕРАТУРА

1. *N.R.Lomb*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, **39**, 447, 1976.
2. *J.D.Scargle*, *Astrophys. J.*, **263**, 835, 1982.
3. *A.Schuster*, *Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity*, **3**, 13, 1898.
4. *В.В.Витязев*, Анализ неравномерных временных рядов, Изд. СПбГУ, СПб., 2001.
5. *R.Vio, M.Diaz-Trigo, P.Andreani*, *Astronomy & Computing*, **1**, 5, 2013.
6. *J.H.Horne, S.L.Baliunas*, *Astrophys. J.*, **302**, 757, 1986.
7. *C.Koen*, *Astrophys. J.*, **348**, 700, 1990.
8. *A.Schwarzenberg-Czerny*, *Astrophys. J.*, **460**, L107, 1996.
9. *A.Schwarzenberg-Czerny*, *Astrophys. J.*, **489**, 941, 1997.
10. *A.Schwarzenberg-Czerny*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **301**, 831, 1998.
11. *A.Schwarzenberg-Czerny*, *Baltic Astron.*, **7**, 43, 1998.
12. *A.Cumming, G.W.Marcy, R.P.Butler*, *Astrophys. J.*, **526**, 890, 1999.
13. *A.Cumming*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **354**, 1165, 2004.
14. *F.A.M.Frescura, C.A.Engelbrecht, B.S.Frank*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **388**, 1693, 2008.
15. *M.J.Graham, A.J.Drake, S.G.Djorgovski et al.*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **434**, 3423, 2013.
16. *В.В.Витязев*, Спектрально-корреляционный анализ равномерных временных рядов, Изд. СПбГУ, СПб., 2001.
17. *R.V.Baluev*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **393**, 969, 2009.
18. *R.V.Baluev*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **385**, 1279, 2008.
19. *R.V.Baluev*, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, **111**, 235, 2011.
20. *R.V.Baluev*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **429**, 2052, 2013.
21. *G.Ranucci, M.Rovere*, *Phys. Rev. D.*, **75**, 013010, 2007.
22. *S.O.Rice*, *Bell System Tech. J.*, **23**, 282, 1944.

23. *M.F.Kratz*, *Probability Surveys*, **3**, 230, 2006.
24. *J.-M.Azaïs, M.Wschebor*, *Level Sets and Extrema of Random Processes and Fields*, Wiley, 2009.
25. *R.V.Baluev*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **395**, 1541, 2009.
26. *R.V.Baluev*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **431**, 1167, 2013.
27. *R.B.Davies*, *Biometrika*, **64**, 247, 1977.
28. *R.B.Davies*, *Biometrika*, **74**, 33, 1987.
29. *R.B.Davies*, *Biometrika*, **89**, 484, 2002.
30. *S.S.Vogt, R.P.Butler, N.Haghighipour*, *Astron. Nachr.*, **333**, 561, 2012.
31. *D.M.Palmer*, *Astrophys. J.*, **695**, 496, 2009.
32. *P.B.Банышев*, *Вестн. СПбГУ (Сер.1)*, **2**, 129, 2009.
33. *S.Ferraz-Mello*, *Astron. J.*, **86**, 619, 1981.
34. *M.Zechmeister, M.Kürster*, *Astron. Astrophys.*, **496**, 577, 2009.
35. *G.Anglada-Escudé, M.Tuomi*, *Astron. Astrophys.*, **548**, A58, 2012.
36. *V.V.Vityazev*, *Astron. Astrophys. Trans.*, **11**, 159, 1996.
37. *R.V.Baluev*, *Celest. Mech. Dyn. Astron.*, **102**, 297, 2008.
38. *D.Dacunha-Castelle, E.Gassiat*, *Ann. Stat.*, **27**, 1178, 1999.
39. *J.-M.Azaïs, C.Delmas*, *Extremes*, **5**, 181, 2002.
40. *S.J.O'Toole, H.R.A.Jones, C.G.Tinney et al.*, *Astrophys. J.*, **701**, 1732, 2009.
41. *R.V.Baluev*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **436**, 807, 2013.
42. *G.Foster*, *Astron. J.*, **109**, 1889, 1995.
43. *G.Foster*, *Astron. J.*, **111**, 541, 1996.
44. *G.Foster*, *Astron. J.*, **111**, 555, 1996.
45. *R.V.Baluev*, *Astronomy & Computing*, **3-4**, 50, 2013.
46. *Q.H.Vuong*, *Econometrica*, **57**, 307, 1989.
47. *R.V.Baluev*, *Mon. Notic. Roy. Astron. Soc.*, **422**, 2372, 2012.
48. *R.V.Baluev*, *Astronomy & Computing*, **2**, 18, 2013.

CONTENTS

The evolution of magnetic fields of CP-stars on the main sequence. IV <i>Yu. V. Glagolevskij</i>	337
The young stellar cluster in the vicinity of the IRAS 05137+3919 source <i>E. H. Nikoghosyan, N. Azatyan</i>	355
Three-component model of spottedness in classical RS CVN type system UX Ari <i>I. Yu. Alekseev</i>	371
Study of SBS 1202+583. Particularities in the distribution of radial velocities over the field <i>S. A. Hakopian</i>	381
The study of compact radio galaxies from the 7C II field <i>H. B. Abrahamyan, R. R. Andriasyan, M. A. Hovhanisyan, G. M. Paronyan</i>	389
JHKLM-observations of the unique eclipsing binary system ϵ Aur at the time of secondary minimum <i>I. A. Maslov, A. E. Nadjip, O. G. Taranova, A. M. Tatarnikov, V. I. Shenavrin</i>	401
Groups and their representations in the theory of radiative transfer. II <i>A. G. Nikoghossian</i>	407
Kaluza-Klein anisotropic magnetized dark energy cosmological model in Brans-Dicke theory of gravitation <i>S. D. Katore, M. M. Sancheti, N. K. Sarkate</i>	417
Exact solutions of the kompaneets equation describing kinetics of photon comptonization <i>A. E. Dubinov, I. N. Kitayev</i>	431
Chromospheric flares and radio emission on a frequency 210 MHz <i>M. Gigolashvili, N. Ograpishvili, D. Japaridze, Sh. Makandarashvili, B. Chargeishvili, M. Maghradze</i>	439
Dependence of some properties of groups on group local number-density <i>Xin-Fa Deng, Ping Wu</i>	457
REVEIWS	
On the detection of periodic components in observational data <i>R. V. Baluev</i>	469

СОДЕРЖАНИЕ (продолжение)

ГРУППЫ И ИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ В ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА
ИЗЛУЧЕНИЯ. II*А.Г.Никогосян* 407КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КАЛУЗА-КЛАЙНА ДЛЯ
АНИЗОТРОПНОЙ НАМАГНИЧЕННОЙ ТЕМНОЙ МАТЕРИИ В
ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ БРАНСА-ДИКЕ*С.Д.Каторе, М.М.Санчети, Н.К.Саркате* 417ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ КОМПАНЕЙЦА, ОПИСЫ-
ВАЮЩЕГО КИНЕТИКУ "КОМПТОНИЗАЦИИ" ФОТОНОВ*А.Е.Дубинов, И.Н.Китаев* 431ХРОМОСФЕРНЫЕ ВСПЫШКИ И РАДИОИЗЛУЧЕНИЕ НА
ЧАСТОТЕ 210 МГц*М.Гиголашвили, Н.Ограпишвили, Д.Джапаридзе,**Ш.Макандарашвили, Б.Чаргейшвили, Д.Маградзе* 439ЗАВИСИМОСТЬ НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ ГРУПП ОТ
МЕСТНОЙ ЦИФРОВОЙ ПЛОТНОСТИ*Хин-Фа Денг, Пинг Ву* 457

ОБЗОРЫ

О ПОИСКЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ КОМПОНЕНТ В НАБЛЮ-
ДАТЕЛЬНЫХ ДАННЫХ*Р.В.Балуев* 469