

# ԱՍՏՂԱՖԻԶԻԿԱ

## АСТРОФИЗИКА

ТОМ 23

ОКТАБРЬ, 1985

ВЫПУСК 2

ЛУЧЕВЫЕ СКОРОСТИ ГАЛАКТИК В ОКРЕСТНОСТЯХ ГРУПП ГАЛАКТИК. III . . . . .	<i>Я. Венник, А. Каазик</i>	213
НАБЛЮДЕНИЯ РАДИОГАЛАКТИК НИЗКОЙ СВЕТИМОСТИ НА ЧАСТОТЕ 102 МГЦ . . . . .	<i>Р. А. Кандалян, М. А. Оганнисян, В. А. Санамян</i>	221
К ВОПРОСУ О РЕНТГЕНОВСКОМ ИЗЛУЧЕНИИ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ГАЛАКТИК И ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ИХ МАСС . . . . .	<i>В. А. Кроль</i>	227
ГЕНЕРАЦИЯ ВОЛНОВОГО УЗОРА В ГАЛАКТИЧЕСКОМ ДИСКЕ СПУТНИКОМ С ОБРАТНЫМ ВРАЩЕНИЕМ <i>В. А. Корчагин, Н. А. Проховник</i>		237
СПЕКТРОФОТОМЕТРИЯ УГЛЕРОДНЫХ ЗВЕЗД. II <i>Р. Х. Оганясян, С. Е. Нерсисян</i>		245
ОБ ИЗМЕНЕНИЯХ БЛЕСКА АНТИВСПЫХИВАЮЩЕЙ ЗВЕЗДЫ V 346 ORI <i>Г. У. Ковальчук</i>		255
ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЯ СОЛНЦА ДО ЦЕНТРА ГАЛАКТИКИ ПО КРИВОЙ ВРАЩЕНИЯ . . . . .	<i>Л. В. Юревич</i>	265
ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТРУКТУРА ОБОЛОЧЕК НОВЫХ ГЕРКУЛЕСА 1934 Г. И ДЕЛЬФИНА 1967 Г. . . . .	<i>Л. С. Пиллюин</i>	277
О ПРИРОДЕ РАСШИРЯЮЩИХСЯ ОБОЛОЧЕК НИ И СПЕКТРЕ ЗВЕЗДНЫХ МАСС ОБ-АССОЦИАЦИЙ . . . . .	<i>С. А. Силич</i>	289
О РАДИАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ ТЕМНЫХ ГЛОБУЛ . . . . . <i>В. М. Лоскутов, В. В. Соболев</i>		295
О ПОЛЯРИЗАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ КВАЗАРОВ <i>В. М. Лоскутов, В. В. Соболев</i>		307
АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ В ЗАДАЧАХ О ПЕРЕНОСЕ РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ЛИНЕЙНО РАСШИРЯЮЩИХСЯ СРЕДАХ. I. ЯДРА ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, ВЕРОЯТНОСТИ ВЫХОДА ФОТОНОВ . . . . .	<i>С. И. Грачев</i>	323
РАССЕЯНИЕ СВЕТА В МНОГОСЛОЙНЫХ АТМОСФЕРАХ. I. ЗАДАЧА О ДИФФУЗНОМ ОТРАЖЕНИИ . . . . .	<i>Ж. М. Длугач, Э. Г. Яновицкий</i>	337

(Продолжение на 4-й странице обложки)

Е Р Е В А Н

Խ Ե Ր Պ Ր Պ Կ Տ Ա Կ Ո Ւ Ե Չ Ի Տ

Գ. Ս. Բինոնվատի-Վոզան, Ա. Ս. Բոյարչուկ, Վ. Գ. Գորրացկի, Լ. Ս. Լուոլո, Ե. Վ. Խարաձե, Ռ. Ի. Կիրաձե, Ի. Մ. Կոպիլով, Վ. Հ. Համբարձումյան (գլխավոր խմբագիր), Ա. Գ. Մասևիչ, Բ. Ե. Մարգարյան, Լ. Վ. Միրզոյան (գլխ. խմբագրի տեղակալ), Գ. Ս. Սահակյան, Վ. Վ. Սորոլև (գլխ. խմբագրի տեղակալ), Վ. Յու. Տերերիժ, Ա. Տ. Քալլոլյան (պատ. քարտուղար)

Редакционная коллегия

В. А. Амбарцумян (главный редактор), Г. С. Бисноватый-Коган, А. А. Боярчук, В. Г. Горбачук, А. Т. Каллоглян (ответственный секретарь), Р. И. Княдзе, И. М. Копылов, Л. С. Лууд, Б. Е. Маркарян, А. Г. Масевич, Л. В. Мирзоян (зам. главного редактора), Г. С. Саакян, В. В. Соболев (зам. главного редактора), В. Ю. Терещиж, Е. К. Харадзе.

«АСТРОФИЗИКА» — научный журнал, издаваемый Академией наук Армянской ССР. Журнал печатает оригинальные статьи по физике звезд, физике туманностей и межзвездной среды, по звездной и внегалактической астрономии, а также статьи по областям науки, сопряденным с астрофизикой.

Журнал предназначается для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

Журнал выходит 6 раз в год, цена одного номера 1 р. 80 к., подписная плата за год 10 р. 80 к. Подписку можно произвести во всех отделениях Союзпечати, а за границей через агентство «Международная книга», Москва, 200.

«ԱՍՏՂԱՅԻՋԻԿԱ»-ն գիտական հանդես է, որը հրատարակվում է Հայկական ՍՍՀ Գիտությունների ակադեմիայի կողմից: Հանդեսը տպագրում է ինքնատիպ հոդվածներ առողջի ֆիզիկայի, միգամածությունների ու միջաստղային միջավայրի ֆիզիկայի, աստղաբաշխության և արտագալակտիկական աստղազոտության, ինչպես նաև աստղաֆիզիկային առնչվող բնագավառների գծով:

Հանդեսը նախատեսված է գիտական աշխատակիցների, ապիրանտների և բարձր կուսերի ուսանողների համար:

Հանդեսը լույս է տեսնում տարեկան 6 անգամ, 1 համարի արժեքն է 1 ռ. 80 կ., բաժանարար գինը 10 ռ. 80 կ. մեկ տարվա համար: Բաժանորդագրվել կարելի է «Մայրաղբյուր»-ի բաժնարանում կամ հանրապետության մեջ գտնվող համարյա 200 կ. հասցեով, Մոսկվա, 200.

УДК 524.7—6

ЛУЧЕВЫЕ СКОРОСТИ ГАЛАКТИК В ОКРЕСТНОСТЯХ  
ГРУПП ГАЛАКТИК. III

Я. ВЕННИК, А. КААЗИК

Поступила 19 июня 1985

Принята к печати 20 июля 1985

Приводятся новые определения лучевых скоростей 31 галактики, преимущественно находящейся в окрестностях групп галактик.

1. *Введение.* Настоящая работа выполнена в рамках начатой в 1977 г. в Тартуской астрофизической обсерватории программы измерения лучевых скоростей галактик, находящихся в окрестностях близких групп галактик. В предыдущих статьях данной серии были изложены сведения об используемой спектральной аппаратуре и о методике измерения лучевых скоростей [1], а также были представлены два списка самих скоростей [2, 3]. Очередной цикл наблюдений был проведен зимой 1980/81 гг. В данной работе приводятся новые определения лучевых скоростей для 31 наблюдавшейся в этот период галактики.

2. *Наблюдения.* Спектральные наблюдения галактик выполнялись в фокусе Кассегрена 1,5-м телескопа ( $D/F = 1:16$ ) Тартуской астрофизической обсерватории в течение 12 ночей с ноября 1980 г. по апрель 1981 г. При наблюдениях использовались спектрограф UAGS и светоприемная аппаратура телевизионного типа — 500-канальный анализатор ОМА. Аппаратура и методика спектральных наблюдений описаны в статье [1]. Спектры галактик наблюдались с дисперсией 200 Å/мм в интервале длин волн примерно от 3900 Å до 6300 Å. Ширина щели бралась равной 0,3 мм (2,5"), разрешение в спектре ~ 8 Å. Спектры галактик вместе со спектром сравнения от He-Ne-Ar источника регистрировались в численном виде на флуоресценте. Дальнейшая обработка спектров проводилась на вычислительной машине IN 96 Тартуской обсерватории. Относительные скорости галактик измерялись путем сравнения изучаемого спектра с высококачественным эталонным спектром галактики M 31 ( $V_{\odot} = -299 \pm 3$  км/с [4]).

Чаще всего в наших спектрах наблюдались широкий абсорбционный триплет Mg b при  $\lambda$  5175 Å, узкая линия поглощения при  $\lambda$  5269 Å (Ca-†

+ Fe) и D-линия натрия при  $\lambda$  5892.5 А. Линия  $H\beta$  обычно менее заметна. Известные глубокие абсорбционные линии К и Н (Ca II) мало заметны из-за малой чувствительности используемого детектора в этой области длин волн. Кроме того, эмиссионная линия от ночного неба  $\lambda$  4047 А (Hg) часто блендируется с К и Н линиями, тогда как другая линия ночного неба у  $\lambda$  4358 А блендируется с G-полосой ( $\lambda$  4304 А). При отсутствии четко выделяющихся абсорбционных линий более надежный результат получается при использовании широких спектральных участков между линиями ночного неба.

Семь эмиссионных линий ночного неба служат для уточнения нуля-пункта дисперсионной кривой изучаемого спектра. Оказалось, что во всех наших спектрах эти линии в среднем имели определенное красное смещение. Для 32 спектров среднее смещение этих линий равно  $\langle \Delta V_{\text{нн}} \rangle = + 116 \pm 10$  км/с, причем наблюдались явные систематические изменения этого сдвига от ночи к ночи. Лучевые скорости в таблице исправлены на счет  $\Delta V_{\text{нн}}$ , за исключением тех случаев (отмеченных в примечаниях к таблице), когда линии ночного неба оказались сильно передержанными.

Методика корреляционного анализа спектров изложена в статье [1].

3. *Результаты.* В табл. 1 приведены следующие данные:

1. Номер галактики по NGC (N), IC (I) [4], UGC (U) [5] или МКГ [6].

2. Число использованных спектров.

3. Лучевая скорость галактики, исправленная за движение Солнца и Земли:  $V_0 = V_{\odot} + \Delta V$ ,  $\Delta V = 300 \sin l^{\text{II}} \cos b^{\text{II}} + 30 \cos \beta \sin (\lambda_{\odot} - \lambda)$  (км/с). Скорости, определенные по эмиссионным линиям, отмечены буквой «е».

4. Внутренняя ошибка измерения лучевой скорости, вычисленная по нескольким линиям (км/с).

5. Оценка качества спектра в четырехбалльной системе по видимости спектральных линий и по отношению сигнала к шуму (5—хороший спектр).

6. Использованные при вычислении скоростей спектральные линии (длины волн в А или общепринятые буквенные обозначения) и более широкие участки спектра между линиями ночного неба. Последние обозначены буквами нижеследующим образом:

V —  $\lambda$  4060 — 4340 А,

W —  $\lambda$  4360 — 4800 А,

X —  $\lambda$  4800 — 5100 А,

Y —  $\lambda$  5100 — 5420 А,

Z —  $\lambda$  5580 — 5870 А.

Таблица 1

Номер	n	$V_0$	$\sigma_{V_0}$		Линии	$(V_0 \pm \sigma)_{др.}$	Отношение к системе
1	2	3	4	5	6	7	8
N 678	1	2960	69	4	W, X:, Y(Mgb, 5269:, 5331:), Na	3012 $\pm$ 8 [10]	Группа N 697
N 680	2	3028	45	4	(K+H):, W, Y(Mgb, 5269, 5331), Na:	2928 $\pm$ 8 [10]	" "
N 694	1	3117 <sub>e</sub>	90	4	H $\beta$ (e), N 1, N 2	3114 $\pm$ 8 [10]	" "
N 695	1	9960:e	—	3	H $\beta$ (e)		Фон группы N 697
N 969	1	4669	99	4	V:, W:, H $\beta$ :, Y(Mgb, 5269:, 5331:), Na		Скопление Zw 0236.2+3249 [8]
N 968	1	3806	61	4	K, W, X, Mgb, Na:		" "
N 987	1	4680	94	3	W:, X:, Y (5269), Na:		" "
N 1573	1	4458	93	3	Y, Na		Скопление Zw 0452.2+7305 [8]
U 3414	2	4635:e	—	2	H $\beta$ :(e)		
I 2179	1	4422	58	4	W, X(H $\beta$ , 5024), Y(Mgb, 5269), Na		В паре с N 2347
I 455	2	2096	55	3	(K+H):, W, X:, Y(Mgb:, 5269:, 5331, 5401), Na		Группа N 2300 (Гр. 16)
I 469	1	2308	70	3	W:, X, Y(Mgb:, 5269, 5331, 5401)		" "
I 499	1	2091	48	4	(K+H):, W, X(H $\beta$ ), Y(Mgb, 5269, 5331:), Na		" "
U 4803	1	7707	98	3	W(4383), H $\beta$ :, Y:, Na		
N 2773	2	5328 <sub>e</sub>	10:	3	H $\beta$ (e), Mgb:		Фон группы N 2775 (Гр. 23)

Таблица 1 (окончание)

1	2	3	4	5	6	7	8
9—17—09	1	4027 <sub>e</sub>	24:	4	<i>N</i> 1, <i>N</i> 2:		Проектируется на тесную пару N 3073/79
N 3235	1	6348	95	3	<i>V</i> :, <i>G</i> + <i>W</i> , <i>X</i> :, <i>Y</i> (Mgb, 5269), Na:		Фон группы N 3245 (Гр. 35)
N 3418	1	1156:	87	3	( <i>K</i> + <i>H</i> ):, <i>G</i> + <i>W</i> , <i>X</i> , <i>Y</i> (5269:)	1226±24 [9]	Группа N 3414 (Гр. 44A)
U 6320	1	1040 <sub>e</sub>	33	5	H $\beta$ ( <i>e</i> ), <i>N</i> 1, <i>N</i> 2	1023±34 [9]	Группа N 3607 (Гр. 47)
N 3633	1	2503	97	3	<i>W</i> (4383):, <i>Y</i> , Na	2398±30 [9]	Фон группы N 3640 (Гр. 50)
N 3641	1	1657	73	3	( <i>K</i> + <i>H</i> ):, ( <i>G</i> + <i>W</i> ). H $\beta$ :, <i>Y</i> (Mgb, 5269:, 5331), Na	1602±22 [9]	Возможный член гр. N 3640 (Гр. 50)
7—24—06	1	6235	69	4	<i>G</i> , <i>X</i> :, <i>Y</i> (Mgb, 5269), Na		Фон группы N 3665 (Гр. 51)
N 4117	1	794	117	3	<i>Y</i> (5269, 5331, 5401)	1006±28 [9]	Группа N 4111 (Гр. 62)
I 3014	1	6367	50	3	<i>G</i> , <i>Y</i> :	6359±30 [9]	Фон группы N 4151 (Гр. 65)
I 3022	1	6250	68	4	<i>V</i> ( <i>G</i> :), <i>Y</i> (Mgb, 5269), Na		" "
U 7208	1	7110:	136	3	Mgb, 5269:		" "
8—22—84	1	7157	80	4	( <i>K</i> + <i>H</i> ):, <i>V</i> :, <i>X</i> :, Mgb, 5269, Na;		Фон группы N 4258 (Гр. 67)
N 4187	1	9034	63	4	( <i>G</i> : + <i>W</i> ), <i>X</i> , <i>Y</i> (Mgb, 5269), Na	9272±27 [9]	Фон группы N 4088 (Гр. 63)
N 5368	2	4695	117	3	( <i>W</i> + <i>X</i> ):. <i>Y</i> (5269), Na	4785±24 [9]	Фон группы M 101 (Гр. 86)
9—23—39	1	2359	58	4	<i>K</i> + <i>H</i> :, <i>G</i> (4383), <i>W</i> , <i>X</i> , <i>Y</i> (Mgb), Na		Возможный член гр. N 5485 (Гр. 87)
N 5982	1	2987	38	5	( <i>K</i> + <i>H</i> ), <i>V</i> , <i>W</i> , <i>X</i> :, <i>Y</i> (Mgb, 5269), <i>Z</i> , Na	3140±20 [9]	Группа N 5985 (Гр. 104)

## Примечания к таблице

- N 694 — Использованы три слабых эмиссионных линий, причем по линии  $H\beta$  ( $e$ )  $V_0 = 3292$  км/с, а по N 1 и N 2 —  $\langle V_0 \rangle = 3030$  км/с. Линии ночного неба искажены — поправку к нуль-пункту скоростей ( $\Delta V_{\text{нн}}$ ) невозможно определить.
- N 695 — Сильная эмиссия в линии  $H\beta$ . Поправку к нуль-пункту ( $\Delta V_{\text{нн}}$ ) невозможно определить.
- N 969 — Линии поглощения Mgb и NaD широкие, нерегулярные.
- N 968 — В участке спектра  $\mathcal{W}$  несколько неидентифицированных линий поглощения.
- N 987 — Спектр искажен полярным сиянием. Линии ночного неба передержаны, поправка к нуль-пункту ( $\Delta V_{\text{нн}}$ ), возможно, неточна.
- I 1573 — По линии NaD  $V_0 = 4592$  км/с. Другие линии поглощения очень слабые, но дают надежную корреляцию в участке спектра  $Y$ .
- U 3414 — Очень сомнительная эмиссия в линии  $H\beta$  — видна лишь в одном из двух спектров. Из абсорбционных признаков заметна лишь депрессия при Mgb и общая слабая корреляция дает  $V_0 \approx 4720$  км/с.
- I 2179 — Широкие линии поглощения  $H\beta$ ,  $\lambda$  5024 и Mgb, линия  $\lambda$  5269 (Fe + Ca) узкая.
- I 455 — Слабые линии поглощения; по линии NaD  $V_0 = 1950$  км/с.
- U 4803 — Слабые сомнительные линии поглощения, кроме линии NaD.
- N 2773 — Слабая эмиссия в линии  $H\beta$ ; очень слабая абсорбционная линия Mgb дает  $V_0 \approx 5130$  км/с.
- 9-17-09 — Слабая эмиссия в линиях N 1 и N 2 [O III].
- U 6320 — Сильная эмиссия в линиях  $H\beta$ , N 1, N 2. Поправка к нуль-пункту ( $\Delta V_{\text{нн}}$ ), возможно, неточна.
- N 3641 — Слабые линии поглощения, линии ночного неба передержаны —  $\Delta V_{\text{нн}}$ , возможно, неточна.
- N 4117 — Слабые линии поглощения. Эмиссия от полярного сияния накрывает Mgb.
- I 3022 — Широкие линии поглощения Mgb и  $\lambda$  5269.
- U 7208 — Очень слабые сомнительные линии Mgb и  $\lambda$  5269, скорость, возможно, неточна.

Двуеточием отмечены слабые линии или те участки спектра, лучевые скорости по которым определяются неуверенно. Глубокие линии поглощения выделены жирным шрифтом.

7. Лучевые скорости по определениям других авторов (км/с).

8. Принадлежность объекта к системе галактик. Для групп галактик указана наиболее яркая галактика в группе и номер системы по списку близких групп галактик [7].

4. Ошибки лучевых скоростей. Для 14 галактик нашего списка мы имеем лучевые скорости, определенные другими авторами, часть из которых еще не опубликована. Эти данные могут быть использованы для оценки реальной (внешней) точности наших определений с анализатором ОМА. К сожалению, лишь для трех галактик (N 678, 680, 694) имеются определения скорости из радионаблюдений в линии 21 см [10]. Эти три галактики дают среднюю разность оценок скорости  $\langle V_{\text{ОМА}} - V_{21\text{ см}} \rangle = +17 \pm 46$  км/с и среднюю квадратичную ошибку  $\sigma_{\text{ОМА}} = 80$  км/с. Включив в сравнение и оптические скорости девяти галактик, приведенные в таблице (столбец 7), мы получили следующую оценку точности:

$$\langle V_{\text{ОМА}} - V_{\text{оп.}} \rangle = -25 \pm 31 \text{ км/с}$$

и

$$\sigma_{\text{ОМА}} = \left[ \frac{\sum (V_{\text{ОМА}} - V_{\text{оп.}})^2}{n - 1} - \langle \sigma_{\text{оп.}}^2 \rangle \right]^{1/2} = 114 \pm 25 \text{ км/с.}$$

По данным Рууда [11] типичная внешняя ошибка использованных нами оптических скоростей, взятых из CfA Redshift Survey [9],  $\langle \sigma_{\text{оп.}}^2 \rangle^{1/2} = 38$  км/с. Учитывая малое число сравнений в данном случае можно заключить, что полученная здесь оценка точности наших скоростей согласуется со значением  $\sigma_{\text{ОМА}} = 80$  км/с, которое было получено в предыдущих статьях [2, 3] на основе более богатого материала для сравнения.

Новые лучевые скорости использовались при составлении списка близких групп галактик [7]. Как указано в таблице (столб. 9), 12 галактик являются членами или возможными членами этих групп галактик. У остальных 19 галактик красные смещения оказались большими, чем предельная скорость для членов групп в названном списке ( $V_0 \approx 3300$  км/с) и они, очевидно, проектируются на небе на более близкие к нам агрегаты галактик.

RADIAL VELOCITIES OF GALAXIES IN THE VICINITY  
OF GROUPS OF GALAXIES

[J. VENNIK, A. KAAZIK

New redshift determinations are presented for 31 galaxies, selected in the vicinity of nearby groups of galaxies. The cross-correlation technique has been applied by comparison of the observed absorption line spectra with the velocity standard spectrum of M31. The possible group or cluster membership is indicated.

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. Каазик, Публ. Тартуской обш., 50, 296, 1984.
2. Я. Венник, А. Каазик, *Астрофизика*, 18, 523, 1982.
3. Я. Венник, А. Каазик, А. Амирханян, *Астрофизика*, 18, 533, 1982.
4. G. de Vaucouleurs, A. de Vaucouleurs, H. G. Corwin, Jr., *Second Reference Catalogue of Bright Galaxies*, Univ. of Texas Press, 1976.
5. P. Nilson, *Uppsala General Catalogue of Galaxies*, Uppsala, 1973.
6. Б. А. Воронцов-Вельяминов, А. А. Красногорская, В. П. Архипова, *Морфологический каталог галактик, I—IV*, изд-во МГУ, М., 1962—68.
7. J. Vennik, *Tartu Astr. Obs. Teated*, No. 73, 3, 1984.
8. F. Zwicky, M. Karłowicz, C. T. Kowal, *Catalogue of Galaxies and of Clusters of Galaxies, I—VI*, California Inst. of Techn., 1961—68.
9. J. Huchra, M. Davis, D. Latham, J. Tonry, *Ap. J. Suppl. ser.*, 52, 39, 1983.
10. H. J. Rood, *A Catalog of Galaxy Redshifts*. 1980.
11. H. J. Rood, *Ap. J. Suppl. ser.*, 49, 111, 1982.

УДК: 524.7—77

НАБЛЮДЕНИЯ РАДИОГАЛАКТИК НИЗКОЙ  
СВЕТИМОСТИ НА ЧАСТОТЕ 102 МГц

Р. А. КАНДАЛЯН, М. А. ОГАННИСЯН, В. А. САНАМЯН

Поступила 14 февраля 1985

Принята к печати 20 мая 1985

Приводятся результаты наблюдений 38 радиогалактик низкой светимости [1] на 102 МГц, методом мерцаний на неоднородностях межпланетной плазмы.

1. *Введение.* Исследование вопросов общности физических свойств и эволюционной близости сейфертовских и радиогалактик имеет важное астрофизическое значение. Для выяснения этих вопросов более целесообразно исследовать такую выборку радиогалактик, которая в шкале радиосветимостей ненамного отличается от сейфертовских галактик. Такому требованию, на наш взгляд, хорошо удовлетворяет полная выборка радиогалактик низкой радиосветимости ( $\lg L_{100} < 25$  Вт/Гц,  $H_0 = 75$  км/с Мпс), отобранная из В 2 обзора [1]. Эта выборка радиогалактик удобна и тем, что для большинства из них имеются данные о радиоструктуре на других частотах [2, 3].

Список радиогалактик, попадающих в такую выборку, содержит 54 эллиптических, 3 иррегулярных и 10 спиральных галактик.

Из этого списка 41 объект нами наблюден на частоте 102 МГц методом мерцаний на неоднородностях межпланетной плазмы с помощью радиотелескопа БСА ФИАН СССР [4, 5]; из них 38 — в мае 1983 г. Галактики Маркарян 421, 501 и 929, ранее наблюдавшиеся на этой же частоте, также входят в это число. Если к этим объектам добавить результаты наблюдений NGC 2484, B2 0648+27, B2 0722+30, ранее проведенных на частоте 102 МГц, с помощью этого же радиотелескопа [6], то общее число галактик обзора [1], наблюдавшихся на частоте 102 МГц, будет 44. Из 44 галактик объекты Маркарян 929, B2 0944+39, 1039+27, 1106+26, 1426+25, 2257+25, 2335+30 являются спиральными галактиками и не входят в число радиогалактик, так как для них  $\lg L_{100} < 22$  Вт/Гц. Таким образом, число радиогалактик низкой светимости, наблюдавшихся на 102 МГц, составляет 37.

2. *Результаты наблюдений.* В табл. 1 приведены результаты наблюдений 21 объекта с обнаруженным радиоизлучением на 102 МГц. Список 17 объектов, для которых оценены верхние границы потоков, приведены в табл. 2. В этих таблицах последовательно даны название галактики, полный поток на 102 МГц, поток мерцающего компонента и его угловой размер, солнечная элонгация и комментарии.

Таблица 1

## РАДИОГАЛАКТИКИ НИЗКОЙ СВЕТИМОСТИ С ОБНАРУЖЕННЫМ РАДИОИЗЛУЧЕНИЕМ НА 102 МГц

Галактика	$S$ (Ян)	$S_m$ (Ян)	$\theta''$	$\epsilon^\circ$	Примечания
NGC 2823	2.5	—		55	нм*
4869/74	20	—		31	нм
5098	3.2	—		40	нм
5127	10	—		37	нм
5141	5	—		36	нм
6137	9	—		75	нм, на 1 <sup>м</sup> раньше мерцающий источник
3C 31	28	—		30	видны слабые мерцания
293	28	5	<0.1	40	
338	92	—		75	нм
382	44	—		56	нм
449	20	—		28	нм
4C 29.41	5	—		40	нм
35.40	28	—		73	нм
34.09	12	3	<1	36	
39.12	3.2	—		30	нм
B2 0326+39	10	2	0.1	25	
0924+30	15	—		34	нм
1106+26	2.5	—		22	нм
1818+34	3	—		25	нм
1553+24	3.5	—		45	нм
2335+30	3	0.7	0.2	40	

\* нм — источник не мерцает.

Галактики 3C 31, 293, 338, 449, 4C 29.41, 35.40 методом мерцаний наблюдались также на частоте 81.5 МГц [7].

Ниже приводится более подробный анализ данных наблюдений тех объектов, у которых обнаружены мерцающие компоненты.

Таблица 2

## РАДИОГАЛАКТИКИ НИЗКОЙ СВЕТИМОСТИ С ВЕРХНИМИ ГРАНИЦАМИ ПЛОТНОСТЕЙ ПОТОКОВ НА 102 МГц

Галактика	$S$ (Ян)	$\alpha^\circ$	Примечания
NGC 507	1	28	нм
4839	1	32	нм
6086	2	71	нм
B2 0910+35		53	нм, на 2 <sup>м</sup> позже виден источник 3.5 Ян
0944+39		51	нм, на 1 <sup>м.5</sup> позже виден мерцающий источник 3.5 Ян
1039+27		47	нм, на 30 <sup>с</sup> раньше виден источник 3 Ян
1102+30	4	50	нм, путаница
1108+27		42	нм, на 1 <sup>м.5</sup> раньше виден источник 2.5 Ян
1422+26		43	нм, на 1 <sup>м.5</sup> позже виден источник 7 Ян
1426+25	2	30	нм
1506+34		50	нм, на 1 <sup>м</sup> позже виден источник 3 Ян
1525+29	2	50	нм, путаница
1602+34	2	75	нм, на 1 <sup>м</sup> позже источник 2.1 Ян
1855+37		60	нм, на 2 <sup>м.3</sup> раньше источник 5.2 Ян
2116+26	2	54	нм
2236+35	2	46	нм
2257+25	2	50	нм

3C 293 (B2 1350+31). Радиогалактика с эмиссионными линиями. Интегральный радиоспектр объекта в диапазоне 81 МГц—5 ГГц прямолинейный со спектральным индексом  $\alpha = -0.7$  ([1, 7] и настоящая работа). Наблюдения с помощью Вестерборгского синтетического радиотелескопа на 5 ГГц [2] показали, что радиисточник состоит из неразрешенного компактного ( $\theta < 2''$ ) и протяженного ( $\theta > 20''$ ) компонентов. Наши наблюдения на 102 МГц показывают, что верхний предел углового размера ядерного компонента составляет 0."1. Его спектр в диапазоне 102 МГц—5 ГГц пологий, с  $\alpha = -0.3$ . Из наших результатов следует, что более 80% интегрального излучения исходит от протяженного компонента ( $\theta > 1."5$ ) радиисточника. Если предположить, что на частотах 102 МГц и 5 МГц протяженные области излучения совпадают, то  $\alpha = -1.3$ . Таким образом, в метровом диапазоне основная часть интегрального излучения галактики 3C 293 исходит от протяженного компонента, а в сантиметровом — от ядерного ( $\approx 80\%$ ).

4C 34.09 (B2 0258+35, NGC 1167). Структура объекта мало исследована. Согласно [8], 4C 34.09 является Sc-галактикой. Если принять, что на коротких волнах основная часть радионизлучения галактики исходит из

ядерной области, тогда спектр этого компонента в диапазоне  $102 \text{ МГц}—5 \text{ ГГц}$  [1] получается пологим с  $\alpha = -0.3$ . Из наших результатов следует, что кроме мерцающего компонента на  $102 \text{ МГц}$  галактика имеет также протяженный компонент с потоком  $9 \text{ Ян}$  и размером более  $1.''5$ .

*B2 0326+39.* Радиоструктура этого объекта подробно исследовалась в работах [2, 3]. Радиоисточник состоит из 5 компонентов с общей протяженностью  $340''$ , которые расположены почти симметрично относительно неразрешенного центрального ядра ( $\theta < 5''$ ), совпадающего с оптической галактикой. Из наших результатов следует, что центральный компонент имеет угловой размер  $0.''1$ . Спектр этого компонента в диапазоне частот  $102 \text{ МГц}—5 \text{ ГГц}$  [2] прямолинейный с  $\alpha = -0.9$ . Согласно [3] радиоизлучение поляризовано на  $20—30\%$  вдоль всего объекта, за исключением центрального компонента.

*B2 2335+30.* Близкая спиральная галактика. Спектр центрального компонента в диапазоне частот  $102 \text{ МГц}—1.4 \text{ ГГц}$  прямолинейный с  $\alpha = -0.7$  [1].

*B2 0755+37 (NGC 2484, Арак. 148).* Пекулярная галактика с высокой поверхностной яркостью [9]. Ее радиоструктура на частотах  $1.4$  и  $5 \text{ ГГц}$  исследовалась в работах [2, 3]. По данным этих работ радиоисточник состоит из неразрешенного центрального ( $< 6''$ ), западного ( $\sim 1'$ ) и восточного ( $\sim 1'$ ) компонентов. Максимальный размер радиоисточника на частоте  $5 \text{ ГГц}—2.3$ , по данным работы [6]. На частоте  $102 \text{ МГц}$  эта галактика имеет следующие характеристики:  $S = 21 \text{ Ян}$ ,  $S_m = 8 \text{ Ян}$ ,  $\theta = 1''$ . Спектральная кривая ядерного компонента в диапазоне  $102 \text{ МГц}—5 \text{ ГГц}$  имеет  $\alpha = -0.9$ . Спектр протяженной части радиоисточника в этом диапазоне частот менее крутой ( $\alpha = -0.7$ ), и поэтому она должна вносить большой вклад в интегральное излучение на более высоких частотах. Действительно, на частоте  $102 \text{ МГц}$   $40\%$  и  $60\%$  интегрального излучения принадлежит ядерному и протяженному компонентам, соответственно, а на  $5 \text{ ГГц}—23\%$  и  $77\%$ .

Остальные объекты табл. 1 на частоте  $102 \text{ МГц}$  не показывают мерцающих компонентов с потоком выше  $0.5 \text{ Ян}$ . Для этих галактик основная часть радиоизлучения исходит от протяженного компонента с  $\theta > 1.''5$ .

Большинство галактик из табл. 1, не имеющих мерцающих компонентов, с высоким угловым разрешением наблюдалось на частотах  $1.4$  и  $5 \text{ ГГц}$  [2, 3]. Результаты этих наблюдений также показали, что у всех этих объектов практически отсутствуют компактные компоненты с  $\theta < 1''$ . Если они и существуют, то имеют очень слабые потоки на указанных частотах. С другой стороны, поскольку компактные компоненты радиоисточни-

ков в основном имеют пологий спектр, то их поток будет ниже порога обнаружения радиотелескопа БСА.

Авторы благодарят сотрудников группы эксплуатации БСА за оказанную помощь в наблюдениях.

Бюраканская астрофизическая  
обсерватория

## OBSERVATIONS OF THE RADIO GALAXIES WITH LOW LUMINOSITY AT 102 MHz

R. A. KANDALIAN, M. A. HOVANISSIAN, V. A. SANAMIAN

The results of the interplanetary scintillation at 102 MHz of 38 radio galaxies with low luminosity [1] are presented.

### ЛИТЕРАТУРА

1. G. Colla, C. Fanti, R. Fanti, I. Giola, C. Lari, J. Lequeux, R. Lucas, M. H. Ulrich, *Astron. Astrophys. Suppl. ser.*, 20, 1, 1975.
2. C. Fanti, R. Fanti, I. M. Giola, C. Lari, P. Parma, M. H. Ulrich, *Astron. Astrophys. Suppl. ser.*, 29, 279, 1977.
3. R. D. Ekers, R. Fanti, C. Lari, P. Parma, *Astron. Astrophys.*, 101, 194, 1981.
4. В. С. Артюх, Р. А. Кандалян, М. А. Оганесян, В. А. Санамян, *Астрофизика*, 18, 215, 1982.
5. В. С. Артюх, Р. А. Кандалян, М. А. Оганесян, В. А. Санамян, *Астрофизика*, 23, 1985.
6. В. С. Артюх, В. Г. Малумян, М. А. Оганесян, *Астрон. ж.*, 59, 1075, 1982.
7. A. C. S. Readhead, A. Hewish, *Mem. Roy. Astron. Soc.*, 78, 1, 1974.
8. E. T. Olsen, *A. J.*, 75, 764, 1970.
9. М. А. Аракелян, *Сообщ. Бюраканской обс.*, 47, 3, 1974.

УДК 524.78—735

К ВОПРОСУ О РЕНТГЕНОВСКОМ ИЗЛУЧЕНИИ  
ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ГАЛАКТИК И ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ  
ИХ МАСС

В. А. КРОЛЬ

Поступила 20 июня 1984

Принята к печати 5 мая 1985

Исследуется рентгеновское излучение от эллиптических галактик, входящих в состав скоплений или отдельных групп галактик. Получены аналитические выражения для светимости, спектра излучения, поверхностной яркости в случае, когда излучающий горячий газ имеет степенной профиль плотности и температуры. Получено также аналитическое выражение для расчета полной массы эллиптических галактик, включая невидимый компонент, при условии гидростатического равновесия излучающего газа в гравитационном поле галактики.

1. *Рентгеновское излучение эллиптических галактик.* Открытие мощного рентгеновского излучения от ряда внегалактических объектов относится к выдающимся достижениям наблюдательной астрофизики за последние 10—15 лет [1, 2]. В полной мере это относится к рентгеновскому излучению скоплений галактик [3, 4]. Число и масса галактик, входящих в состав скоплений, взаимодействие галактик с межгалактической средой, химический состав межгалактической среды, распределение массы в скоплениях, формирование и эволюция галактик, динамика скоплений в целом, изменение характеристик скоплений с ростом красного смещения — вот те основные проблемы, инициировавшие наблюдения скоплений галактик в рентгеновском диапазоне.

В настоящее время зафиксировано рентгеновское излучение от более чем 100 близких ( $z \lesssim 0.08$ ) скоплений со светимостью  $10^{42} \div 10^{45}$  эрг/с в области  $0.5 \div 3.0$  кэВ. Основным механизмом генерации рентгеновских лучей в скоплениях считается тепловое тормозное излучение горячего межгалактического газа с температурой  $T \sim 10^8$  К. Доказательством тепловой природы излучения служат линии сильноионизованного железа в наблюдаемых спектрах [1—5].

При детальном исследовании структуры источников, идентифицированных со скоплениями галактик, было установлено, что существенный

вклад в суммарный рентгеновский поток от скоплений вносят эллиптические галактики (зачастую D или cD типов), входящие в их состав, особенно гигантские галактики, находящиеся вблизи центра скоплений. В скоплениях Дева такими галактиками являются M 87, M 86, M 84.

В богатых спиральными скоплениями A 400, A 1991, A 2063, A 2199, A 2634 и др. основной вклад в рентгеновский поток вносят центральные cD-галактики.

Наблюдения бедных спиральными скоплениями показывают, что они, как и в случае богатых скоплений, являются рентгеновскими источниками с центральными доминирующими галактиками [6], причем в некоторых из источников рентгеновский контур эллиптический и имеет ориентацию центральной галактики.

Можно предположить, что рентгеновское излучение в эллиптических галактиках генерируется: 1) активным ядром, 2) звездами, 3) горячим газом. Первая гипотеза отбрасывается, так как область генерации рентгеновских лучей обычно выходит далеко за пределы ядра галактики\*. По той же причине нерабочей считается и вторая гипотеза. Предположение, что все или большая часть рентгеновского излучения генерируется горячим газом, удерживаемым гравитационным полем галактики, не встречает трудностей. Присутствие горячего газа в эллиптических галактиках, входящих вместе с межгалактической газовой средой в состав отдельных групп или скоплений галактик, является естественным следствием свойств таких групп или скоплений галактик. На это указывают также наблюдаемые спектры излучения.

При исследовании спектров рассматривались три возможных механизма генерации рентгеновских лучей: А) степенной спектр теплового источника, Б) экспоненциальный спектр горячего газа без тяжелых элементов, В) спектр излучения горячего газа с нормальным химическим составом.

При подгонке теоретически рассчитанных спектров с наблюдаемыми последний механизм дает наименьшую погрешность. Это служит подтверждением того, что тепловое тормозное излучение горячего газа с нормальным химическим составом является основным механизмом генерации рентгеновских лучей и в эллиптических галактиках. В NGC 5846\*\* с рентгеновской светимостью  $L_x \sim 4.6 \cdot 10^{41}$  эрг/с излучение формируется в газе с температурой  $T \sim 2 \cdot 10^7$  К и с плотностью  $n \sim 0.016$  см<sup>-3</sup> [7].

С развитием наблюдательной техники удалось установить, что температура излучающей газовой среды в некоторых эллиптических галактиках

\* Активные процессы в ядрах галактик могут вносить заметный вклад в суммарный рентгеновский поток.

\*\* Доминирующая галактика в группе G 50 (TG 95).

(например, M87) меньше температуры окружающего межгалактического газа в скоплении. В [8] отмечалось, что передача энергии от более горячего межгалактического газа скопления к внутригалактической газовой среде через теплопроводность может быть эффективным механизмом нагрева последней.

Область генерации рентгеновских лучей в эллиптических галактиках выходит далеко за пределы сосредоточения видимой массы. Предположение о существовании горячего газового гало (с температурой  $T \geq 10^7$  К) в таких галактиках — естественное объяснение этого явления. Наличие протяженных галактических гало, на существование которых указывают как рентгеновские, так и радионаблюдения, усложняет решение фундаментальной астрофизической проблемы определения массы галактик.

В настоящей работе предлагается возможный вариант определения массы эллиптических галактик по данным наблюдений в рентгеновском диапазоне (по спектру рентгеновского излучения, поверхностной яркости и светимости источника). При этом предполагается, что тепловое тормозное излучение горячего газа, находящегося в состоянии гидростатического равновесия в гравитационном поле галактики, является основным механизмом генераций рентгеновских лучей в ней, а тепловой баланс в системе обеспечивается притоком тепла от более горячего межгалактического газа скопления.

2. *Горячий газ в эллиптических галактиках.* Условие гидростатического равновесия (в приближении сферической симметрии):

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = - \frac{GM(r)}{r^2} \quad (1)$$

( $P$ ,  $\rho$  — давление и плотность межзвездного газа,  $M(r)$  — полная масса галактики, сосредоточенная в сфере радиуса  $r$ ,  $G$  — гравитационная постоянная); уравнение состояния:

$$P = \frac{k}{\mu m} \rho T \quad (2)$$

( $\mu$  — средний молекулярный вес,  $k$  — постоянная Больцмана,  $m$  — масса атома водорода,  $T$  — температура излучающего газа); условие теплового баланса\*:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \rho \frac{dT}{dr} \right) = f(\rho, T) \quad (3)$$

\* Потери энергии газом в галактике на излучение компенсируются притоком через теплопроводность от более горячего окружающего газа в скоплении.

( $\kappa = 5.03 \cdot 10^{-7} T^{5/2} \equiv \alpha T^{5/2}$  — коэффициент теплопроводности [9],  $f(\rho, T)$  — интенсивность теплового тормозного излучения единицы объема межзвездного газа) являются основными уравнениями, определяющими профили плотности  $\rho(r)$  и температуры  $T(r)$  горячего газа в эллиптических галактиках.

Интенсивность теплового тормозного излучения единицы объема оптически прозрачного газа  $f(\rho, T)$  описывается формулой [10]:

$$f(\rho, T) = q_0 T^{1/2} \rho^2, \quad (4)$$

здесь  $q_0 = 6.0 \cdot 10^{20}$  эрг  $\text{см}^3 \text{с}^{-1} \text{г}^{-2} \text{град}^{-1/2}$ , усредненный фактор Гаунта  $\bar{g}_{ff}(\nu, T) \approx 1, 2$ .

Пусть  $\rho(r)$  и  $T(r)$  имеют вид

$$\rho(r) = \rho_0 (r/r_0)^s, \quad (5)$$

$$T(r) = T_0 (r/r_0)^p, \quad (6)$$

где  $s = \text{const}$ ,  $p = \text{const}$ ;  $T_0, \rho_0$  — температура и плотность газа в ядре галактики,  $r_0$  — радиус ядра. Уравнение теплового баланса (3) может быть представлено с учетом (4)–(6) в виде:

$$\frac{7}{2} p^2 + p = \frac{q_0}{\alpha} \frac{\rho_0^2 T_0^{-3}}{r_0^{3p-2s}} r^{2s-3p+2}. \quad (7)$$

Из (7) следует, что баланс энергии в системе выполняется на всем интервале  $r$  от  $r_0$  до  $R_H$  ( $R_H$  — радиус гало галактики), если параметры  $p$  и  $s$  связаны между собой соотношением:

$$s = (3p - 2)/2. \quad (8)$$

Уравнение (7) с учетом (8) упрощается и записывается как

$$\frac{7}{2} p^2 + p = \frac{q_0}{\alpha} \frac{(\rho_0 r_0)^2}{T_0^3}. \quad (9)$$

Воспользовавшись (9), определим параметр  $p$ . Уравнение (9) имеет два корня:  $p > 0$  и  $p < 0$ . Значение  $p < 0$  отбрасываем, так как при  $p < 0$  будет отрицательный градиент температуры газа от центра к периферии галактики, что противоречит предположению о механизме нагрева излучающей газовой среды.

Для  $p > 0$  получим:

$$p = \frac{1}{7} \left[ \sqrt{1 + 14 \frac{q_0 (\rho_0 r_0)^2}{\alpha T_0^3}} - 1 \right]. \quad (10)$$

Параметр  $s$  легко найти из (8) с учетом (10).

Распределение полной массы  $M(r)$  в исследуемых эллиптических галактиках определяется из (1), (2) с учетом (5), (6) и имеет вид:

$$M(r) = -\frac{k}{\mu m G} \frac{T_0}{r_0^p} (p+s) r^{p+1}. \quad (11)$$

Распределение плотности массы  $\rho^*(r)$  с учетом соотношения:

$$M(r) = 4\pi \int_0^r r^2 \rho^*(r) dr \quad (12)$$

описывается следующей формулой:

$$\rho^*(r) = -\frac{(p+1)(p+s)kT_0}{4\pi\mu m r_0^p G} r^{p-2} = -\frac{(p+1)(p+s)k}{4\pi\mu m G} T(r) r^{-2}. \quad (13)$$

$M(r)$ ,  $\rho^*(r)$  — положительно определенные физические величины. Следовательно, при  $p > 0$  значения  $s$  — отрицательные, т. е. в эллиптических галактиках с рассматриваемым механизмом нагрева межзвездного газа его плотность уменьшается от центра с увеличением  $r$ .

Плотность  $\rho^*(r) \sim T(r) r^{-2}$ . Если  $T(r)$  медленно меняется с увеличением  $r$ , то

$$\rho^*(r) \sim r^{-2}.$$

Такая зависимость  $\rho^*(r)$  выбиралась многими авторами при исследовании галактик с протяженным гало [8, 11, 12].

Определяющие задачу параметры  $r_0$ ,  $T_0$ ,  $\rho_0$  выбираются из сравнения теоретически рассчитанных светимости, поверхностной яркости источника в рентгеновском диапазоне, спектра рентгеновского излучения с данными наблюдений.

3. Светимость, поверхностная яркость источника, спектр рентгеновского излучения. Для светимости  $L_x$  источника в рентгеновском диапазоне, используя (4), получим выражение

$$L_x = 4\pi \int_0^{R_H} f(\rho, T) r^2 dr = \frac{8\pi q \alpha^2 \sqrt{T_0}}{7p+2} r_0^3 \left(\frac{R_H}{r_0}\right)^{\frac{7}{2}p+1}. \quad (14)$$

Спектр рентгеновских лучей, обусловленный тепловым тормозным излучением горячего межзвездного газа в эллиптических галактиках, представляется формулой [13]:

$$F(h\nu) = \frac{m^2 q_0 h}{k} \int_{r_0}^{R_H} dT \frac{dM}{dT} \frac{n}{V T} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right). \quad (15)$$

Здесь  $T_H \equiv T(R_H)$ ,  $dM = 4\pi r^2 n dr$ ,  $n$  — число электронов в  $1 \text{ см}^3$ .

В результате интегрирования для  $F(h\nu)$  получим:

$$F(h\nu) = \frac{4\pi q_0 n_0^2}{p V T_0} r_0^3 \left[ \left(\frac{T_H}{T_0}\right)^{5/2+1/p} E_\gamma\left(\frac{h\nu}{kT_H}\right) - E_\gamma\left(\frac{h\nu}{kT_0}\right) \right], \quad (16)$$

где  $\gamma = (7p + 2)/2p$ ,  $E_\gamma(\lambda)$  — интегро-экспоненциальная функция [14]:

$$E_\gamma(\lambda) = \int_1^\infty x^{-\gamma} e^{-\lambda x} dx. \quad (17)$$

Из-за поглощения в космическом газе по лучу зрения спектр обрезан со стороны малых энергий. С учетом этого эффекта [15] величина потока в окрестности Земли дается формулой

$$S(h\nu) = \frac{F(h\nu) \exp[-N_H \tau_{ph}(E_\nu)]}{4\pi d^2}. \quad (18)$$

Сечение фотовффекта  $\tau_{ph}(E_\nu)$  определяется выражением [16]

$$\sigma_{ph}(E_\nu) = \begin{cases} 0.6 \cdot 10^{-22} E_\nu^{-3} \text{ см}^{-2}, & 0.1 \text{ кэВ} \leq E_\nu \leq 0.53 \text{ кэВ}; \\ 2.0 \cdot 10^{-22} E_\nu^{-2.5} \text{ см}^{-2}, & 0.53 \text{ кэВ} \leq E_\nu \leq 8.0 \text{ кэВ}. \end{cases}$$

$N_H = \langle n_H d \rangle$ ,  $n_H$  — концентрация атомов водорода в космическом пространстве по лучу зрения,  $d$  — расстояние до источника.

Поверхностную яркость  $L_*(r)$  эллиптических галактик в рентгеновском диапазоне находим по формуле [17]

$$L_*(r) \approx \frac{1}{3} \int_r^{R_H} f(\rho, T) \frac{l dl}{V l^2 - r^2}, \quad (19)$$

$$\rho = \rho(l), \quad T = T(l).$$

После интегрирования по частям в (19) исследуем подынтегральную функцию на экстремум и находим точку максимума  $l_*$  подынтегрального выражения

$$l_* = r \sqrt{\frac{2s + p/2 - 1}{2s + p/2}}. \quad (20)$$

Затем, выполняя интегрирование методом перевала, для  $L_s(r)$  находим соотношение:

$$L_s(r) = \frac{1}{3} q_0 \rho_0^2 \sqrt{T_0} \left\{ \left( \frac{R_H}{r_0} \right)^3 \sqrt{R_H^2 - r^2} + \sqrt{-\frac{\pi}{4\beta} \left( \frac{\beta-1}{\beta} \right)^{\beta-1}} \times \right. \\ \left. \times \left( \frac{r}{r_0} \right)^\beta \cdot r \cdot \Phi(r, R_H, \beta) \right\}, \quad (21)$$

где

$$\beta = 2s + p/2, \quad \Phi(r, R_H, \beta) = \operatorname{erf} \left[ \beta \left( \sqrt{\frac{\beta-1}{\beta}} - \frac{R_H}{r} \right) \right] + \\ + \operatorname{erf} \beta \left( 1 - \sqrt{\frac{\beta-1}{\beta}} \right).$$

Здесь  $\operatorname{erf}(z)$  — интеграл вероятностей [18]:

$$\operatorname{erf} z = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-x^2} dx. \quad (22)$$

Соотношение (21) с учетом (5), (6) можно представить в виде:

$$L_s(r) = \frac{q_0}{3} \left\{ \rho_H^2 \sqrt{(R_H^2 - r^2) T_H} + \sqrt{-\frac{\pi}{4\beta} \left( \frac{\beta-1}{\beta} \right)^{\beta-1}} \times \right. \\ \left. \times r^\beta(r) \sqrt{r^2 T(r)} \cdot \Phi(r, R_H, \beta) \right\}, \quad (23)$$

$$\rho_H \equiv \rho(R_H).$$

Из (23) видим, что если  $T(r)$  — медленно меняющаяся функция, то зависимость  $L_s(r)$  определяется профилем плотности  $\rho(r)$  излучающего газа.

4. Методика расчета полной массы эллиптических галактик. Для конкретных источников параметры  $(r_0, \rho_0, T_0, R_H)$  определяются из условия минимума погрешностей при сравнении светимости, спектра излучения и поверхностной яркости, теоретически рассчитанных по формулам (14), (16), (21), с наблюдаемыми значениями этих величин.

По формулам (13), (11), используя значения параметров  $r_0, \rho_0, T_0, R_H$ , рассчитываются интересующие нас профиль плотности  $\rho^*(r)$  и величина полной массы  $M(R_H)$  эллиптических галактик, являющихся источниками рентгеновских лучей.

Точность определения величины массы эллиптических галактик увеличивается, если интервал возможных значений  $r$  разбить на отдельные участки, моделировать профиль плотности  $\rho(r)$  и температуры  $T(r)$  на каждом из участков степенной зависимостью (5, 6) со своими значениями параметров  $p, s_i$  на  $i$ -ом участке и выполнить, следуя вышеуказанной процедуре, расчет величины массы галактики  $M_i$ , сосредоточенной в каждом  $i$ -ом слое. Полная масса галактики  $M$  определяется при этом как результат суммирования по всем слоям разбиения:  $M(R_H) = \sum_i M_i$ .

Оценим величину полной массы  $M_G$  галактики М 87, сосредоточенной в сфере радиуса  $R$ . Из (11) для  $M_G(R)$  имеем  $M_G(R) = -\frac{k(p+s)}{\mu m G} T(R) R$ . В М 87 температура горячего газа  $T(r)$ , излучающего в рентгеновском диапазоне, изменяется с ростом  $r$  медленно, во внешних областях галактики она достигает значения  $T \sim (3.5 \div 4.5) \cdot 10^7$  К [19]. Так как  $(p+s) \sim -1$ , то при  $R = 60' = 216.6$  кпс ( $1' = 4.36$  кпс, если М 87 удалена на расстояние в 15 Мпс) величина  $M_G(R) \approx (2.4 + 3.2) \cdot 10^{13} M_\odot$ , что хорошо согласуется с оценками в [19].

Институт теоретической физики  
АН УССР

## ON THE QUESTION OF X-RAY EMISSION OF ELLIPTICAL GALAXIES AND THE DETERMINATION OF THEIR MASSES

V. A. KROL'

X-ray emission of elliptical galaxies which are members of a cluster or a separate group of galaxies is studied. Analytical expressions for the X-ray spectrum, luminosity and surface brightness are obtained in case when temperature and density of the radiative hot gas behave as  $T = T_0 (r/r_0)^p$ ,  $\rho = \rho_0 (r/r_0)^s$ . The analytical expression for the total mass of elliptical galaxies including the invisible component is also obtained on the assumption of hydrostatic equilibrium in the gravitational potential field of the galaxy.

### ЛИТЕРАТУРА

1. J. L. Culhane, Q. J. R. Astr. Soc., 19, 1, 1978.
2. S. S. Holt, Ann. Rev. Astron. Astrophys., 20, 323, 1982.
3. М. А. Аракелян, В сб. «Итоги науки и техники, Астрономия», т. 18, ВИНТИ АН СССР, М., 1981.

4. *W. Forman, C. Jones*, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 20, 547, 1982.
5. *V. A. Krol', P. I. Fomin*, Preprint ITP-79-95E, Kiev, 1979.
6. *G. A. Kriss, D. F. Cioffi*, Preprint CSR-HEA-82-43.
7. *P. Biermann, P. P. Kronberg*, *Ap. J.*, 268, L69, 1983.
8. *M. Takahara, F. Takahara*, *Prog. Theor. Phys.*, 65, 369, 1981.
9. *Л. Спитцер*, Физика полностью ионизованного газа, Мир, М., 1965.
10. *В. А. Кроль*, *Астрофизика*, 19, 483, 1983.
11. *Т. М. Алиев, М. И. Высоцкий*, *УФН*, 135, 709, 1981.
12. *В. А. Кроль*, *Космические исследования на Украине*, 17, 113, 1983.
13. *В. А. Кроль*, *УФЖ*, 25, 1617, 1980.
14. *В. И. Пагурова*, *Таблицы интегро-экспоненциальной функции*, ВЦ АН СССР, М., 1959.
15. *Л. М. Озерной, О. Ф. Прилуцкий, И. Л. Розенталь*, *Астрофизика высоких энергий*, Атомиздат, М., 1973.
16. *С. Хаякава*, *Физика космических лучей*, ч. 2, *Астрофизический аспект*, Мир, М., 1975.
17. *J. Binney, L. L. Cowie*, *Ap. J.*, 247, 464, 1981.
18. *Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами*, ред. М. Абрамович, И. Стиган, Наука, М., 1979.
19. *D. Fabricant, P. Gorenstein*, *Ap. J.*, 267, 535, 1983.

УДК: 524.726—856—87

ГЕНЕРАЦИЯ ВОЛНОВОГО УЗОРА В ГАЛАКТИЧЕСКОМ  
ДИСКЕ СПУТНИКОМ С ОБРАТНЫМ ВРАЩЕНИЕМ

В. И. КОРЧАГИН, Н. А. ПРОХОВНИК

Поступила 18 октября 1984

Принята к печати 8 мая 1985

Численно смоделирован процесс генерации спирального узора в галактическом диске под действием гравитационного поля спутника, вращающегося в обратном направлении. Спутник генерирует лидирующую однорукавную спираль, вращающуюся вместе с ним. Амплитуда плотности в спиральном рукаве составляет  $\leq 1\%$  для отношений  $M_S/M_G \frac{1}{3} \div \frac{1}{2}$ .

Появившиеся в последнее время работы убедительно показали, что морфология спиральных ветвей дисковых галактик связана с близкими спутниками или перемычками. Так, например, анализ выборки спиральных галактик, проведенный Корменди и Норманом [1], показал, что глобальные спиральные узоры наблюдаются в большинстве случаев, когда в центральных областях галактик видны перемычки, либо галактики не являются изолированными. Большая регулярность спиральных ветвей в системах M 51, NGC 7753, M 81 по сравнению с изолированными галактиками со сходными характеристиками привела Корменди и Нормана к выводу, что спутники могут генерировать и поддерживать спиральные узоры. К аналогичным выводам приходят Рубин и др. [2]. Авторы работы [2] отмечают, что перемычки, овалы или спутники наблюдаются во многих системах с глобальными узорами. Работа Элмегринов [3] также подтвердила, что протяженность, непрерывность и симметрия спиральных рукавов в галактиках зависят от присутствия перемычки или близких спутников. Дополнительным свидетельством, подтверждающим важную роль перемычек и близких спутников в генерации глобальных спиральных узоров, является корреляция радиосветимости спиральных ветвей с существованием глобального узора в галактиках [4]. Интенсивное радиоизлучение спиральных ветвей наблюдается в большинстве систем, в которых хорошо прослеживаются протяженные спиральные ветви. Напро-

тив, в галактиках, обладающих множеством обрывочных «филаментарных» спиральных рукавов, не наблюдается заметного радиоизлучения спиральных ветвей.

Генерация спиральных ветвей гравитационным влиянием близких спутников исследовалась ранее в ряде работ (см. обзоры [5, 6]). Результаты исследований показали, что вращающийся спутник способен возбуждать и поддерживать спиральный узор и вызывает появление черт (мост и «хвост», отходящие от спутника), типичных для взаимодействующих галактик [7].

В настоящей работе проведено численное моделирование эволюции диска под действием спутника, вращающегося в плоскости диска в направлении, противоположном его вращению. Выполненный в последнее время Фурье-анализ наблюдаемой спиральной структуры в дисках галактик обнаружил, что в реальных системах часто наблюдаются лидирующие однорукавные моды, а также их сосуществование с двухрукавными и многорукавными модами [8]. Взаимодействие спутника с обратным вращением с диском представляет интерес как возможный механизм генерации лидирующих однорукавных спиралей.

Генерация спиральной волны в галактическом диске спутником с обратным вращением исследовалась в работе [9]. Из-за сложности задачи аналитическое рассмотрение здесь было проведено в линейном приближении для степенного распределения угловой скорости и плотности диска в окрестности внутреннего линдбладовского резонанса. Численное моделирование позволяет исследовать генерацию волнового узора во всей области ограниченного диска для более реалистических кривой вращения и распределения плотности в нем.

Динамика возмущений исследовалась в двухкомпонентной модели галактики. Ее плоская звездно-газовая составляющая моделировалась тонким дифференциально вращающимся газовым диском, удерживаемым в равновесии гравитационным полем сферической подсистемы. Самогравитация диска в равновесии не учитывалась, т. е. предполагалась малость ее массы по сравнению с массой сферической подсистемы. Распределение поверхностной плотности в диске и невозмущенная кривая вращения представлены на рис. 1. Уравнение состояния газа предполагалось изотермическим. При сделанных предположениях поведение плоской подсистемы описывается системой уравнений гидродинамики, записанной в цилиндрических координатах в системе, вращающейся с угловой скоростью  $\Omega$  центральной области диска:

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\mu r v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\mu v_\theta)}{\partial \theta} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} = - \frac{\partial (\Phi_d(r) + \Phi_s(\bar{r}, t))}{\partial r} - \frac{c_s^2}{\mu} \frac{\partial \mu}{\partial r} + 2u_\theta \Omega + r \Omega^2, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\theta}{r} = \\ & = - \frac{1}{r} \frac{\partial (\Phi_d(r) + \Phi_s(\bar{r}, t))}{\partial \theta} - \frac{c_s^2}{\mu r} \frac{\partial \mu}{\partial \theta} - 2u_r \Omega. \end{aligned} \quad (3)$$

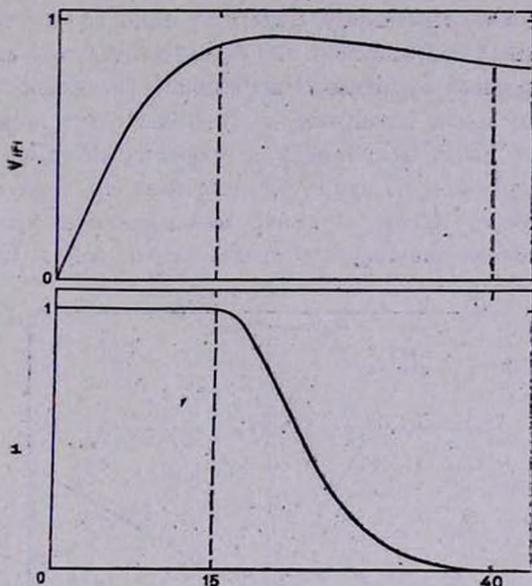


Рис. 1. Распределение невозмущенной плотности диска и его кривая вращения в безразмерных единицах при  $C = 200$ ,  $a = 14.1$ .

Здесь  $\mu$ ,  $u_r$ ,  $u_\theta$  — поверхностная плотность, радиальная и азимутальная компоненты скорости,  $c_s$  — скорость звука плоской подсистемы,  $\Phi_d(r)$  — осесимметричный потенциал сферической подсистемы, определяемый через вращательную скорость плоской подсистемы:

$$v(r) = C \cdot \left[ \frac{r^2}{a^2} (a^2 + r^2)^{-3/2} \right]^{1/2}, \quad (4)$$

$C$ ,  $a$  — константы, определяющие форму кривой вращения. Система уравнений (1) — (3) записана в безразмерном виде, где за масштабы обезразмеривания приняты  $\frac{1}{\Omega}$ , невозмущенная плотность диска  $\mu_0$  и радиальный размер ячейки разбиения  $L$ .

Двумерный счет проводился по схеме типа «жидкость в ячейке» [10]. Счетная область разбивалась на 40 частей по радиусу и 60 частей по углу  $\theta$ . Поверхностная плотность в граничных ячейках во время счета полагалась равной начальному значению  $\sim 10^{-3}$  от центральной области.

Возмущение плоской подсистемы вызывалось потенциалом спутника, вращающегося в плоскости диска в направлении, противоположном его вращению. Спутник моделировался однородным сферическим распределением радиуса  $R = 4$ , помещенным на расстоянии  $r = 33$  и  $r = 60$  от центра галактики. Включение гравитационного потенциала спутника проводилось адиабатически по линейному закону за один оборот системы отсчета. Пробный численный счет показал, что более длительное включение не меняет квазистационарной картины. В выбранной системе отсчета положение спутника меняется, и его положение в процессе счета пересчитывалось на каждом временном шаге. Безразмерная скорость звука во всех вариантах счета полагалась равной 1.5, т. е. течение газа во всей счетной области сильно сверхзвуковое. Если принять максимальную вращательную скорость 200 км/с, соответствующая скорость звука равна 15 км/с.

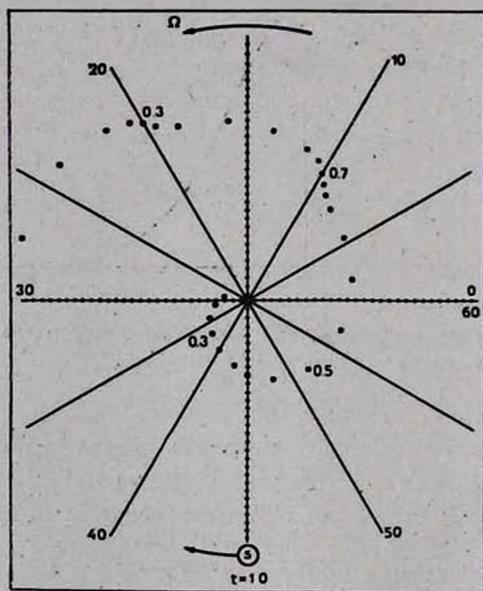


Рис. 2а. Точками обозначены положения максимумов возмущенной плотности в диске в момент времени  $t = 1$ , при значениях безразмерных параметров  $C = 200$ ,  $\alpha = 14.1$ ,  $c_s = 1.5$ . Время измеряется в оборотах диска. Амплитуда возмущения дана в процентах по отношению к невозмущенной плотности. Спутник находится на расстоянии  $r = 33$  от центра диска. Отношение масс  $M_S/M_G$  равно 1/3.

Результаты численного счета показывают, что спутник, вращающийся в направлении, противоположном вращению диска, генерирует однорукавную лидирующую спиральную волну. В инерциальной системе волна медленно распространяется по быстро вращающемуся диску с фазовой скоростью, равной угловой скорости спутника. Амплитуда возникающего спирального узора мала. При массе спутника, составляющей приблизительно  $1/3$  массы галактики, амплитуда спиральной волны  $\Delta\mu/\mu$  меньше  $0.5\%$ , т. е. механизм генерации неэффективен. Если масса спутника составляет  $1/3 \div 1/2$  от массы галактики, возникающий спиральный узор имеет амплитуду, порядка  $0.5 \div 1\%$ . Квазистационарный спиральный узор в процессе счета прослеживался на протяжении примерно трех оборотов. На рисунках 2а, б показаны положения максимумов возмущенной плотности в

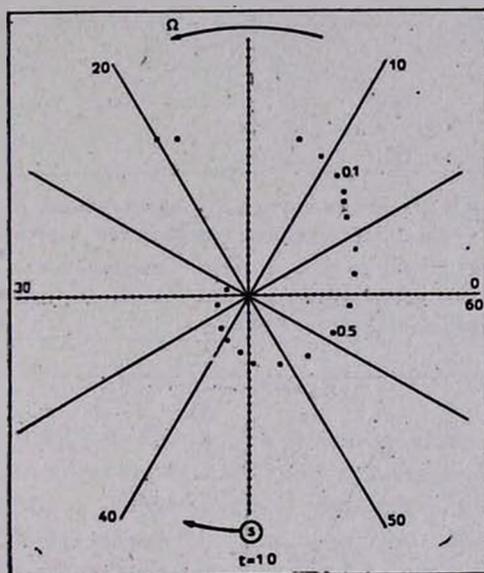


Рис. 2б. То же самое, что и на рис. 2а при  $M_S/M_G=1/2$ .

моменты времени  $t = 1$  для отношений масс спутника и галактики  $1/3$  и  $1/2$  соответственно. В обоих вариантах отношение угловых скоростей центральной области диска и спутника равно четырем. На рисунках 3а, б, с в различные моменты времени,  $t = 1.2, 1.6, 2.0$  соответственно, показан волновой узор, вызванный гравитационным влиянием спутника, удаленного на расстояние  $r = 60$  от центра. Угловая скорость спутника составляет десятую часть от угловой скорости диска. Из рисунков 3а, б, с видно, что возникшие однорукавные спирали качественно не отличаются от спиралей, возбуждаемых близким спутником, расположенным на расстоянии  $r = 33$  от центра диска, однако их амплитуда меньше.

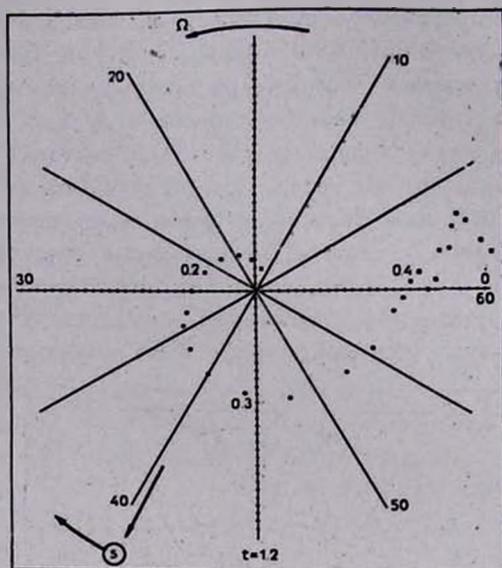


Рис. 3а. Изображены положения спутника и образованной им вращающейся однорукавной лидирующей спирали. Возмущение генерируется удаленным спутником, находящимся на расстоянии  $r = 60$  от центра диска. Отношение масс  $M_S/M_G = 1/2$ . Параметры диска аналогичны предыдущему случаю. Амплитуда приведена в процентах по отношению к невозмущенной плотности  $t = 1.2$ .

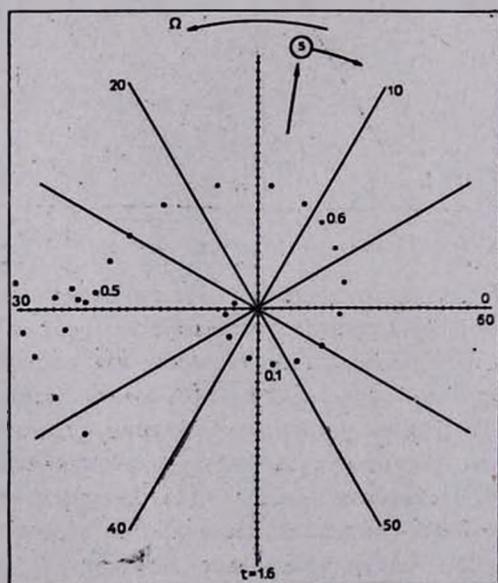


Рис. 3б. То же самое, что и на рис. 3а при  $t = 1.6$ .

Таким образом, спутник с обратным вращением может возбуждать волновой узор, если масса спутника не слишком мала по сравнению с массой галактики. Амплитуда возникающего спирального узора  $\lesssim 1\%$ . Это, по-видимому, меньше наблюдаемых вариаций плотности в ветвях спираль-

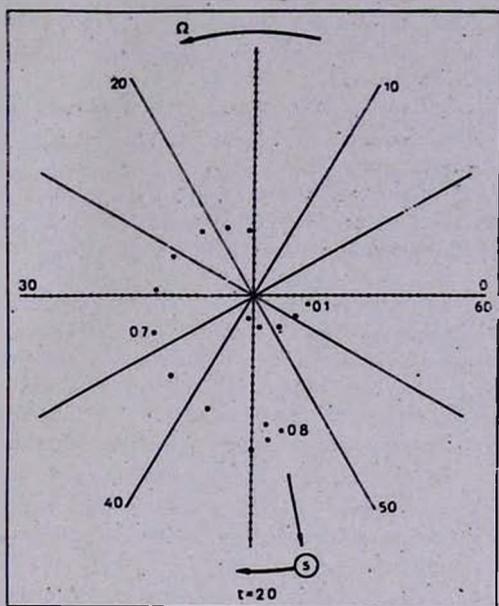


Рис. 3с. То же самое, что и на рис. 3а при  $t = 2.0$ .

ных галактик. Поэтому рассмотренный механизм может представлять интерес при интерпретации спиральных узоров в некоторых галактиках как «затравочный», когда возникающая лидирующая спиральная волна усиливается при линейном взаимодействии с другими модами [11], или при нелинейном распаде спиральной волны большой амплитуды [12]:

Ростовский государственный  
университет

## THE GENERATION OF WAVE PATTERN IN GALACTIC DISK BY AN ORBITING RETROGRADE COMPANION

V. I. KORCHAGIN, N. A. PROKHOVNIK

The spiral pattern in gaseous disk caused by orbiting retrograde companion is numerically simulated. The companion generates the leading one-armed spiral corotating with it. The density amplitude in spiral arm is  $\lesssim 1\%$  for mass ratio  $M_s/M_G \sim 1/3 \div 1/2$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. *J. Kormendy, C. A. Norman*, *Ap. J.*, 233, 539, 1979.
2. *V. C. Rubin, W. K. Ford, N. Thornnard*, *Ap. J.*, 233, 471, 1980.
3. *B. G. Elmegreen, D. M. Elmegreen*, *M. N. RAS*, 201, 1021, 1982.
4. *В. И. Корчагин*, *Астрон. цирку.*, № 1221, 1982.
5. *A. Toomre*, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 15, 437, 1977.
6. *A. Toomre*, *Structure and Evolution of Galaxies*. eds. S. M. Fall, D. Lynden-Bell, Cambridge, 1981, p. 111.
7. *В. И. Корчагин, Ю. Г. Шевелев*, *Астрофизика*, 18, 589, 1982.
8. *S. Constatore, E. Athanassoula*, *IAU Symp. N 100*, 1983, p. 155.
9. *E. Athanassoula*, *Astron. Astrophys.*, 69, 335, 1978.
10. *R. A. Gentry, R. E. Martin, B. J. Daly*, *J. Comput. Phys.*, 1, 87, 1966.
11. *J. Haas, G. Bertin, C. C. Lin*, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 79, 3908, 1982.
12. *В. И. Корчагин, П. И. Корчагин*, *Письма АЖ*, 10, 14, 1984.

УДК: 524.318.022:520.84

## СПЕКТРОФОТОМЕТРИЯ УГЛЕРОДНЫХ ЗВЕЗД. II

Р. Х. ОГАНЕСЯН, С. Е. НЕРСИСЯН

Поступила 27 декабря 1984

Принята к печати 20 апреля 1985

Определены цветовые температуры 52 углеродных звезд с помощью монохроматических цветовых индексов  $\Delta m$  (5710, 6680) для соответствующего спектрального диапазона. Сопоставление определенных нами  $T_c$  звезд спектральных классов R и N показывает, что у звезд класса R имеется определенная зависимость подкласса R от температуры. У звезд же класса N такой зависимости не наблюдается. При рассмотрении C-классификации наблюдается слабая зависимость от цветовой температуры, которая почти исчезает в случае более поздних типов. Предполагается, что вокруг U Cam, T Sps, RY Dra, T Lyr, W Ori, V CrB и SS Vir, возможно, существуют околозвездные пылевые оболочки, массы и плотности которых меняются со временем.

1. *Введение.* Цветовые температуры углеродных звезд впервые определили Мендоза и Джонсон [1], используя показатели цвета  $(R + I) - (J + K)$ . В работах [2—4] было показано, что излучение углеродных звезд близко к излучению абсолютно черного тела. Трудность достаточно точного определения цветовых температур углеродных звезд заключается в том, что в их спектрах не удается выделить участки, полностью свободные от поглощения. Бомерт [5] определил цветовые температуры большого количества углеродных звезд по излучению сравнительно свободных от покровного эффекта участков спектра в близкой инфракрасной области. Гоу [6, 7] сканировал спектры 75 углеродных звезд, в основном, в интервале 5000—7000 Å и определил цветовые температуры этих звезд, принимая, что точки непрерывного спектра, свободные от влияния покровного эффекта, соответствуют длинам волн 6780, 5710 и 4810 Å. Буриашев [8] за таковые принимал точки непрерывного спектра 6750 и 5700 Å и определил цветовые температуры восьми типичных холодных углеродных звезд (интервал исследования 4400—7550 Å).

2. *Цветовые температуры.* Используя приведенные в работе [9] данные о распределении энергии в спектральной области от 5710 до 6680 Å, нами были определены цветовые температуры 52 углеродных звезд.

С этой целью, аналогично работам [8, 10], нами введен индекс, характеризующий распределение энергии в континууме углеродных звезд по значениям монохроматических потоков на длинах волн 5710 и 6680 Å,

$$m_{5710} - m_{6680} = 2.5 \lg F_{6680} / F_{5710}.$$

По определенным таким образом индексам [5710, 6680] были найдены затем цветовые температуры общеизвестным способом (при  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , в Å):

$$m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2} = 12.5 (\lg \lambda_1 - \lg \lambda_2) + 1.56 \cdot 10^3 \cdot \frac{1}{T_c} \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right).$$

Для учета влияния межзвездного покраснения на индекс [5710, 6680] при определении цветовых температур для некоторых звезд избытки цвета  $E_{B-V}$  были получены по данным  $UBV$ , взятым из работ [11—23], и при помощи нормальных показателей цвета  $(B-V)_0$ , приведенных в работах [11, 23]. Для двух звезд мы использовали также значения избытка цвета  $\delta(B-V)$ , определенные Перри [24] на основании инфракрасных избытков. Кроме того, для всех изученных звезд величины избытка цвета были определены нами при использовании данных о межзвездном поглощении  $A_V$  и расстояниях до соседних звезд, приведенных в каталоге [25], где принято  $A_V = 3.1 E_{B-V}$ . При этом средние значения  $M_V$  (абсолютная величина в цвете  $V$ ) для подклассов R и N взяты из работы [4]. Расстояния исследуемых звезд определены нами с помощью их средних абсолютных звездных величин с учетом межзвездного поглощения, определенного по соседним звездам. При этом соседние звезды (от 2 до 10 звезд в отдельных случаях) рассматривались, в основном, в радиусе до 4—5 градусов. Для звезд, находящихся на больших галактических широтах ( $b > |10^\circ|$ ), за межзвездное поглощение принималось значение, определенное по звездам с  $b = |8-10^\circ|$  при практически той же галактической долготе ( $\pm 2^\circ$ ).

Исправленные за влияние межзвездного покраснения значения цветовых температур и их среднеквадратические ошибки для исследованных звезд приведены в табл. 1. Там же приведены использованные нами величины  $E_{B-V}$  и значения цветовых температур  $T_c$ , полученные Бомертом [5].

Из табл. 1 и рис. 1 видно, что согласие цветовых температур, полученных нами и Бомертом [5], довольно хорошее, за исключением звезд HD 79319, W<sub>2</sub> Ori, TT CVn, SS Vir, V CrB, T Sps, T Lyr и HD 30443, в случае которых цветовые температуры сильно отличаются друг от друга.

Таблица 1

ЦВЕТОВЫЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ИССЛЕДОВАННЫХ  
ЗВЕЗД

Звезда HD; BD	$E_{B-V}$	$T_c$ (K)	$\sigma_T$ (K)	$n$	$T_c$ (K) [5]
1	2	3	4	5	6
19881	0. <sup>m</sup> 20	2560	—	1	2470
U Cam	0.67	2710	$\pm 140$	4	2600
	1.95 (E)	4510	$\pm 210$		
+51°762	0.64	2480	$\pm 194$	4	2420
UV Cam	0.00	2920	$\pm 238$	4	2560
ST Cam	0.43	2750	$\pm 11$	3	2700
30443	0.40	3620	—	1	2640
TT Tau	0.65 (P)	2400	$\pm 71$	2	2330
W Ori	0.06	2580	$\pm 122$	2	3010
	1.44 (R)	4380	$\pm 265$		
S Cam	0.28	2870	—	1	2760
FU Aur	0.29	2730	—	1	2560
TU Gem	0.31	2490	$\pm 112$	3	2590
BL Ori	0.18	2550	$\pm 206$	6	2760
RV Aur	0.16	2640	—	1	—
CR Gem	0.60	2230	—	1	2220
	0.32 (V)	2080			
UU Aur	0.08	2380	$\pm 245$	6	2460
	0.50 (R)	2650	$\pm 287$		
VW Gem	0.12	2880	$\pm 155$	4	—
R CMt	0.00	3100	$\pm 0.00$	3	2900
RV Mon	0.31	2700	$\pm 256$	7	2970
RU Cam	0.20 (K)	4850	$\pm 260$	11	4590
58337	0.00	4030	$\pm 120$	2	3670
58364	0.00	3870	—	1	3500
59643	0.00	3110	$\pm 203$	6	3000
T Cnc	0.08	1800	—	1	2600
	2.81 (R)	4170			
76846	0.15	3810	—	1	—
79319	0.00	3700	$\pm 43$	3	3090
RT UMa	0.08	2960	$\pm 236$	5	—
85066	0.00	3720	$\pm 45$	2	3600
+16°2188	0.08	4060	—	1	4000

Таблица 1 (окончание)

1	2	3	4	5	6
VY UMa	0 <sup>m</sup> 18 0.34 (V)	2790 2940	±150	6	2900
+42°2173	0.24	4490	—	1	4590
+71°600	0.00	4220	—	1	4170
SS Vir	0 08 2.18 (R)	2110 4350	±155 ±530	6	3080
Y CVn	0.02 0.24 (R)	2970 3210	±223 ±260	7	2750
RY Dra	0.16 (P) 0.75 (R)	2520 3020	±130 ±182	6	2770
TT CVn	0.06 0.36 (V)	3390 3840	±150 ±200	3	3890
+33°2399	0.00	4220	—	1	—
+83°442	0.00	4130	—	1	3900
+65°1055	0.00	3790	—	1	3390
V CrB	0.06 1.99 (R)	1730 2820	± 40 ±106	3	2250
RR Her	0.13	2770	±190	5	2890
+19°3109	0.33	4200	—	1	3820
60826	0.09	2470	±150	6	2770
W CMi	0.15 0.78 (V)	2700 3360	—	1	—
+75°348	0.09	4450	± 69	3	4470
X Cnc	0.10 0.54 (L)	2430 2770	±140 ±210	5	2960
76396	0.07	4430	±155	4	4580
156074	0.03	4540	±108	2	4490
T Lyr	0.06 2.92 (R)	1760 4210	± 54 ±180	3	2750
UX Dra	0.08	2940	± 91	2	2730
DG Cep	0.64	2640	—	1	—
187216	0.00	4490	± 53	2	—
WZ Cas	0.50	2330	± 81	2	2420

Примечание. Во втором столбце буквы в скобках указывают на источник информации: (R) — Richer, (V) — Vandervort, (P) — Peery, (E) — Eggen, (L) — Landold, (K) — Krawczyk. Без обозначений — определено нами.

При сопоставлении определенных нами температур звезд спектральных классов R и N наблюдается следующее:

— Звезды класса R показывают определенную зависимость подкласса от температуры. Эту зависимость нарушают лишь шесть звезд (S Cam, CR Gem, VW Gem, HD 60826, T Sps и T Lyr), которые классифицируются то как звезды подкласса R, то как N (рис. 2).

— У звезд класса N такой зависимости не наблюдается (рис. 3).

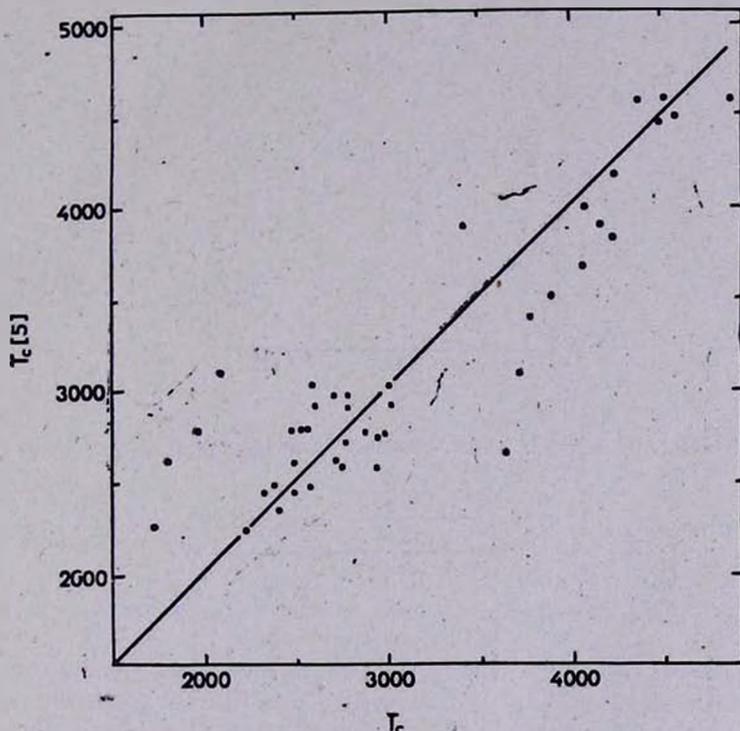


Рис. 1. Сопоставление цветных температур ( $T_c$ ), определенных нами (горизонтальная ось) и Бомертом [5] (вертикальная ось).

При рассмотрении C-классификации наблюдается некоторая зависимость от цветовой температуры, но разброс очень большой, особенно у переменных углеродных звезд (рис. 4).

Это обстоятельство подтверждает, на наш взгляд, то предположение, что звезды спектральных классов R и N являются объектами различной природы, а их общая C-классификация только путает истинную картину. Сошлемся при этом на монографию Э. Алксне и др. [26], где отмечено, что R- и N-звезды различаются как по физическим, так и по простран-

ственными и кинематическим характеристикам и находятся на различных эволюционных стадиях. Такого же мнения и Цудзи [19], который считает, что R- и N-звезды отличаются не только по температуре, но также

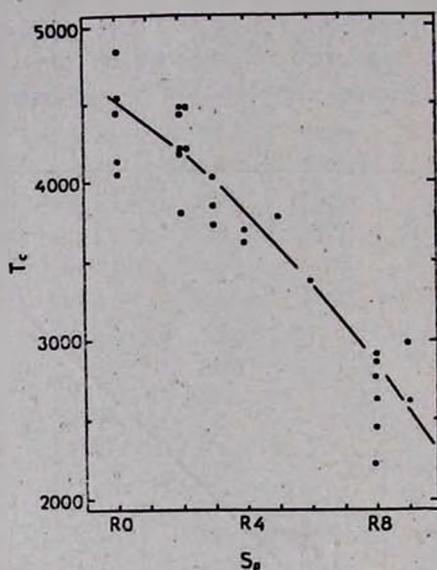


Рис. 2. Зависимость между спектральными подклассами R и цветовыми температурами.

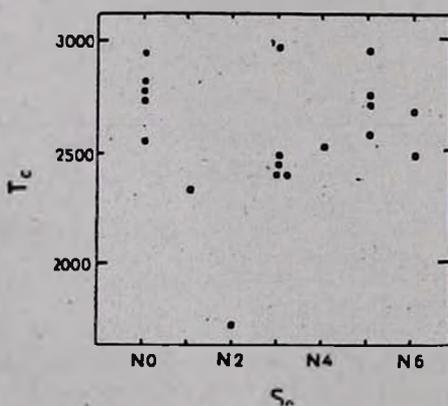


Рис. 3. То же самое, что и на рис. 2 для N-подклассов.

по светимости и эволюционному состоянию. N-звезды являются, по-видимому, молодыми звездами Галактики, в которых происходят нестационарные процессы [27].

Следует отметить также, что величины избытка цвета для некоторых звезд (U Cam, W Ori, UU Aur, W CMi, X Cnc, SS Vir, Y CVn, T Cnc, RY Dra, V CrB и T Lyr) слишком велики. Исходя из того, что эти звезды находятся на сравнительно больших галактических широтах ( $b > |14^\circ|$ ) следует, что покраснение этих звезд, вызванное только межзвездным веществом, должно быть гораздо меньше, чем наблюдается.

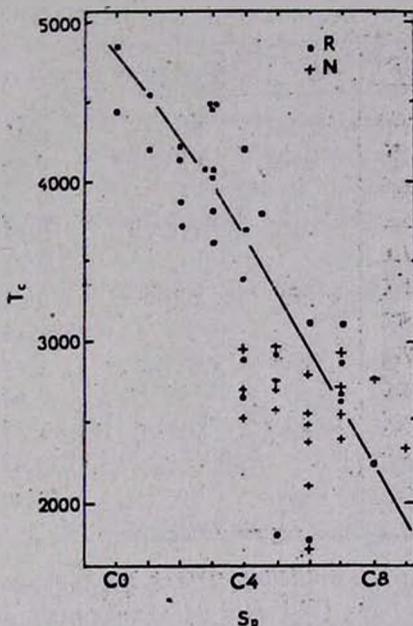


Рис. 4. Зависимость между подклассами С и цветовыми температурами.

Такое anomальное покраснение Ямасита [28] объясняет эффектом бланкировки полосами поглощения молекул CN. Нам же представляется более вероятным мнение Коуэна [29], который считает, что сильное покраснение большинства углеродных звезд обусловлено не только межзвездной средой, но и, вероятно, существующей вокруг таких звезд пылевой оболочкой.

Доля межзвездного покраснения углеродных звезд была оценена, как указано выше, с помощью соседних звезд по данным каталога [25]. При этом средние абсолютные звездные величины для углеродных звезд были взяты из работы [4].

В табл. 1 для этих звезд приведены два значения избытка цвета  $E_{B-V}$  и соответственно два значения  $T_c$  (определенных по общему значению  $E_{B-V}$  и значению  $E_{B-V}$ , вызванному только межзвездным поглощением).

На основании распределения энергии в спектрах 29 холодных углеродных звезд в области 0.36—20 мкм Бержет и др. [30] получили для них цветовые температуры. Ими был сделан вывод о том, что распределение энергии в спектрах многих углеродных звезд, имеющих ИК-избытки цвета в диапазоне 1.2—2.5 мкм, можно объяснить только в случае предположения наличия пылевых частиц в околозвездных оболочках, а в работе [31] были определены также температуры пылевых оболочек для этих же звезд.

Таблица 2

Звезда	$E_{B-V}$	$T_c$ (K)	$T_c$ (K) [30]	Звезда	$E_{B-V}$	$T_c$ (K)	$T_c$ (K) [30]
S $\Gamma$ Cam	0.43	2590	2700	BL Ori	0.18	2490	2730
UU Aur	0.50	2650	2550	VY UMa	0.34	2940	2760
	0.08	2380			0.18	2750	
U Cam	1.95	4510	2510	Y CVn	0.24	3210	2700
	0.67	2710			0.02	2970	
T Sps	2.81	4170	2510	T Lyr	2.92	4210	2450
	0.08	1800			0.06	1760	
X Sps	0.54	2770	2700	W Ori	1.44	4380	2550
	0.10	2430			0.06	2580	
RY Dra	0.75	3050	2530	V CrB	1.99	2820	2250
	0.16	2520			0.05	1730	
UX Dra	0.08	2940	2800	WZ Cas	0.50	2330	2350

В табл. 2 приводится сравнение между цветовыми температурами, полученными нами и в работе [30] для исследованных общих звезд. В этой таблице приведены величины избытка цвета  $E_{B-V}$ , обусловленные общим поглощением (первое значение) и только межзвездным компонентом (второе значение).

Наличие большого расхождения между цветовыми температурами звезд U Cam, T Sps, RY Dra, T Lyr, W Ori, Y CVn и V CrB говорит, вероятно, о том, что у них существуют пылевые оболочки, массы и плотности которых меняются со временем.

По данным [1, 13—23] величины  $B-V$  указанных звезд меняются в больших пределах (например, для W Ori меняются от  $3^m2$  до  $3^m97$ , для T Sps от  $3^m34$  до  $5^m42$ , для RY Dra  $3^m36$ — $3^m64$ , для V CrB  $3^m61$ — $5^m01$ , а для T Lyr от  $3^m67$ — $5^m52$ , а также для SS Vir от  $3^m36$ — $4^m67$ ).

Кроме того, у некоторых звезд обнаружены реальные изменения интенсивности в отдельных линиях: например, линия Ba II 4554 A претер-

пела изменения в спектрах звезд ST Cam, UU Aug и RV Mon, а линия Na I  $D_{2,1}$  — в спектрах звезды RT UMa [9]. Такие изменения, по-видимому, можно объяснить реальными изменениями температур этих звезд\*. Следовательно, не исключена возможность, что причины таких изменений связаны как с изменениями массы и плотности пылевых оболочек, так и с реальными изменениями температур этих звезд.

3. *Заключение.* 1) Цветовые температуры, полученные нами, в пределах ошибок измерения согласуются с данными [5], за исключением звезд HD 30443, HD 79319, W Ori, TT CVn, SS Vir, V CrB, T Cnc и T Lyr. 2) Вокруг звезд U Cam, T Cnc, RY Dra, T Lyr, W Ori, V CrB и SS Vir, возможно, существуют пылевые оболочки, массы и плотности которых меняются со временем. 3) Изменения интенсивностей отдельных линий, возможно, связаны с реальными изменениями температур этих звезд. 4) Нестационарные процессы, происходящие в N-звездах, по-видимому, являются признаком их молодости.

Авторы благодарят рецензента за критические замечания.

Бюраканская астрофизическая  
обсерватория

## THE SPECTROPHOTOMETRY OF CARBON STARS. II

R. Ch. HOVHANNISSIAN, S. E. NERSESIAN

The colour temperatures defined on the basis of monochromatic  $\Delta m$  [5710, 6680] colour indices for corresponding spectral region are presented (Table 1). The comparison of the determined colour temperatures with the spectral types R and N shows that a definite correlation between R-subtypes and colour temperatures exist. Such a dependence is not observed for the stars of N-subtypes. C-classification is weakly correlated with colour temperatures. The correlation is weaker in the case of later type carbon stars. It is supposed that the stars U Gem, T Cnc, RY Dra, T Lyr, W Ori, V CrB and SS Vir probably have circumstellar dust envelopes, the masses and densities of which undergo change in time.

### ЛИТЕРАТУРА

1. E. E. Mendoza, H. L. Johnson, Ap. J., 141, 161, 1965.
2. J. Bahng, Colloquium on Late-Type Stars, Triest, Obs. Astron, 225, 1966.
3. M. S. Bessel, L. Youngbom, Proc. Astron. Soc. Australia, 2, No. 3, 154, 1972.

\* На эту возможность при обсуждении данной работы нам указал А. А. Боярчук.

4. *J. M. Scalo*, *Ap. J.*, 206, 474, 1976.
5. *J. H. Baumert*, *Dr. Phill. Diss.*, Ohio State Univ., 1972, 265 p.
6. *C. E. Gow*, *Ap. J.*, 81, 993, 1976.
7. *C. E. Gow*, *P. A. S. P.*, 89, 510, 1977.
8. *В. И. Бурнашев*, *Изв. Крымской обс.*, 60, 32, 1979.
9. *Р. Х. Оганесян, С. Е. Нерсисян, М. Ш. Карапетян*, *Астрофизика*, 23, 99, 1985.
10. *T. D. Fay Jr., W. H. Warren, Jr., H. R. Johnson, R. K. Honeycutt*, *Ap. J.*, 79, 634, 1974.
11. *H. B. Ritcher*, *Ap. J.*, 167, 521, 1971.
12. *V. M. Blanco, S. Demers, G. G. Douglas, M. P. Fitzgerald*, *Publ. U. S. Naval Obs.*, 21, 1968.
13. *A. U. Londold*, *P. A. S. P.*, 78, 531, 1966; 79, 336, 1967.
14. *A. U. Londold*, *P. A. S. P.*, 80, 680, 1968.
15. *A. U. Londold*, *P. A. S. P.*, 81, 134, 1969.
16. *O. S. Krawczyk, J. Krsowski*, *Stud. Soc. Sci. Torun.*, 5, 43, 1973.
17. *B. Nicolet*, *Astron. Astrophys. Suppl. ser.*, 34, 1, 1978.
18. *H. M. Dyck*, *Ap. J.*, 73, 688, 1968.
19. *T. Tazji*, *Astron. Astrophys.*, 2, 95, 1981.
20. *O. J. Eggen*, *Ap. J.*, 174, 45, 1972.
21. *E. E. Mendoza*, *Bol. Obs. Tonantzintla*, 4, 114, 1967.
22. *Y. Yamashita*, *P. A. S. Japan*, 27, 325, 1967.
23. *G. L. Vondervort*, *Ap. J.*, 63, 477, 1957.
24. *F. Perry Jr.*, *Ap. J.*, 199, 135, 1975.
25. *Th. Neckel*, *Veroff. Landesternwarte Heidelberg-Königstuhl*, b. 19, 1, 1967.
26. *Э. Алксне, А. Алкснис, У. Дзевитис*, *Характеристики углеродных звезд Галактики, Рига, Зинатне*, 1983, стр. 81.
27. *В. А. Амбарцумян*, *Сообщ. Бюраканской обс.*, 13, 1954.
28. *Y. Yamashita*, *P. A. S. Japan*, 27, 459, 1975.
29. *M. Cohen*, *M. N. RAS*, 186, 837, 1979.
30. *J. Bergeat, F. Sibille, M. Lunel, J. Lefevre*, *Astron. Astrophys.*, 52, 227, 1976.
31. *J. Bergeat, F. Sibille, M. Lunel, J. Lefevre*, *Astron. Astrophys.*, 52, 245, 1976.

УДК: 524.338:520.82

## ОБ ИЗМЕНЕНИЯХ БЛЕСКА АНТИВСПЫХИВАЮЩЕЙ ЗВЕЗДЫ V 346 ORI

Г. У. КОВАЛЬЧУК

Поступила 20 июля 1984

Принята к печати 24 июня 1985

В работе изложены результаты анализа наблюдательного материала по фотоэлектрическим наблюдениям антивспыхивающей звезды V 346 Ori, полученным в 1979—1983 гг. в ГАО АН УССР. Для процесса переменности характерны внезапные глубокие ослабления блеска с амплитудой до  $2^m$  ( $V$ ), сопровождающиеся специфическими изменениями показателей цвета и свидетельствующие о значительной роли в изменениях блеска пылевого компонента околозвездного вещества. Привлечение eruptивной модели, предполагающей наличие у звезды хромосферы, позволило определить оптические характеристики околозвездного поглощающего вещества и определить зависимость коэффициента поглощения от длины волны в виде  $\chi \propto \lambda^{-1.4}$ . Наблюдается полное совпадение оптических свойств межзвездного и околозвездного веществ в видимой области спектра и заметное увеличение коэффициента поглощения последнего в ультрафиолете (по сравнению с межзвездной средой). Антивспыхивающие звезды предлагаются как один из возможных источников исполнения запасов пыли в межзвездном пространстве.

1. *Введение.* По программе многоцветной фотометрии быстрых неправильных переменных с непериодическими ослаблениями блеска—называемых в дальнейшем антивспыхивающими звездами (АВЗ)—в ГАО АН УССР выполнена фотоэлектрическая *UBVRI*-фотометрия переменной звезды V 346 Ori. Основанием для включения переменной в список программных звезд послужили обнаруженные при фотографических наблюдениях особенности изменения ее блеска [1—3], ранний спектральный класс [4] и обнаружение в излучении звезды ИК-избытка [5].

2. *Объект исследования.* На протяжении всей недолгой истории изучения переменности V 346 Ori —  $\sim 50$  лет — основной акцент делался на поиски периодических составляющих в изменениях блеска. Однако классификация Цесевичем [3] V 346 Ori как полуправильной пульсирующей типа RS Sps с накладывающимися периодами  $P_1 \approx 17^d$  ( $\Delta m = 0^m.2$ ) и

$P_2 \approx 150-200^d$  ( $\Delta m = 2^m$ ) не подтвердилась при дальнейших наблюдениях. Безуспешными оказались попытки Соловьева [1] отнести переменную к типу UG.

Отмеченные Соловьевым [2] характерные детали картины переменности V 346 Ogi — резкие и глубокие (амплитудой до  $2^m.5$ ) ослабления блеска со столь же резкими последующими возвращениями к нормальному состоянию, а также наличие в минимуме блеска неправильных и быстрых — до  $1^m$  в сутки — колебаний яркости послужили основанием для отнесения переменной V 346 Ogi к типу RW Aug [6] (в современной классификации Isa [4]).

3. *Наблюдения.* В течение 1979—1983 гг. (103 наблюдательных ночи) нами было получено  $\sim 480$  пятицветных оценок блеска переменной в системе *UBVRI*. Все результаты наблюдений (в форме таблиц), а также детальное описание методики обработки и редукции результатов наблюдений из инструментальной системы в стандартную, совместно с детальным описанием применяемой при наблюдениях аппаратуры, приведены в работе [7]. Настоящая работа посвящена анализу особенностей изменения блеска и показателей цвета и их интерпретации. На рис. 1 приведена кривая изменения блеска переменной в фильтре *V*, построенная с использованием среднесуточных значений блеска.

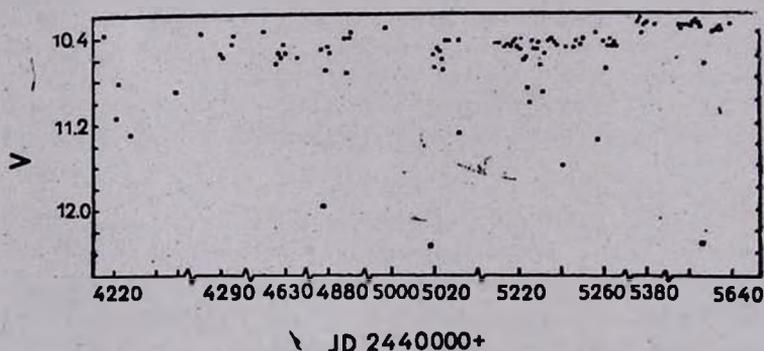


Рис. 1. Кривая изменения блеска V 346 Ogi за 1979—1983 гг.

4. *Анализ результатов наблюдений.* 1. *Нормальный блеск.* Из рис. 1 видно, что и в состоянии нормального блеска звезда переменна с амплитудой до  $0^m.3$  (*V*). Заметной особенностью этого процесса переменности являются значительные вариации цветов, причем не всегда наблюдается корреляция между их изменениями и изменениями блеска.

В те ночи, когда блеск переменной контролировался непрерывно в течение 30—80 минут с целью изучения быстрых колебаний яркости, отме-

чена такая же сложная картина изменений блеска и показателей цвета (рис. 2, JD 2444877). Иногда отмечаются квазирегулярные вариации блеска с синхронными изменениями показателей цвета. Однако в большинстве ночей никакой зависимости в изменениях блеска и показателей цвета не наблюдается, равно как не наблюдается ее и в изменениях показателей цвета.

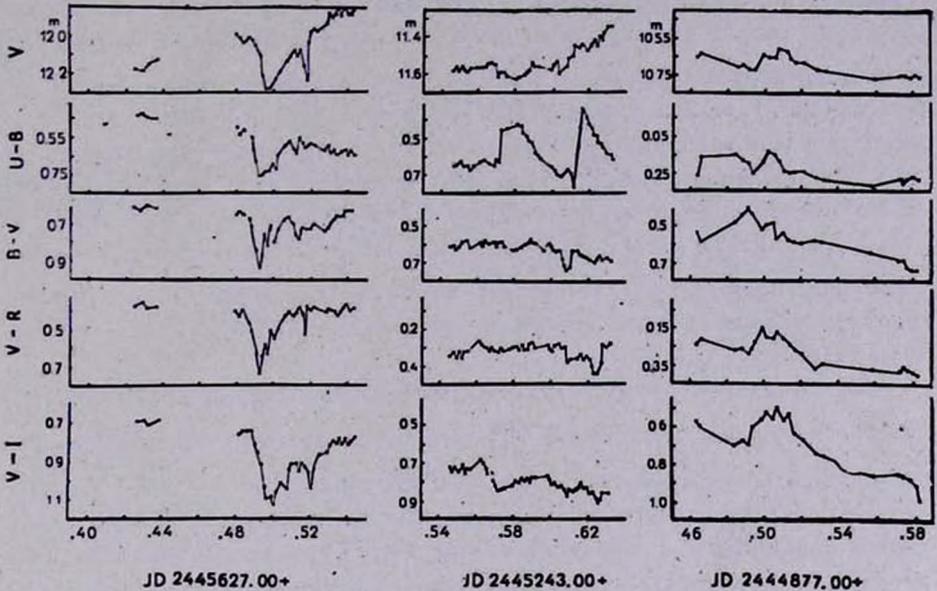


Рис. 2. Изменения блеска и показателей цвета переменной на разных этапах ослабления блеска: а). Начальная стадия выхода из минимума; б). Изменения блеска и показателей цвета вспышечноподобного характера на восходящей ветви минимума; в). Через день после выхода звезды из минимума.

В предминимальные ночи никаких отклонений блеска переменной в фильтре  $V$  от нормального значения его не обнаружено, но изменения показателей цвета в эти ночи являются, на наш взгляд, свидетельством начала каких-то бурных процессов в недрах и на поверхности звезды, приводящих вскоре к феномену антивспышки. Например, в ночи перед минимумами JD 2444875, 5032, 5242, 5259, 5626 показатели цвета  $U-B$ ,  $B-V$ ,  $V-I$  уменьшились, но показатель цвета  $V-R$  стал меньше только в две из этих пяти ночей.

Необходимо отметить, что в послеминимальные ночи (когда блеск звезды был только на  $0^m.2-0^m.3$  ( $V$ ) слабее нормального) амплитуда вариаций блеска и показателей цвета заметно превышала аналогичные значения для ночей, далеко отстоящих от ослабленного состояния.

К числу интересных проявлений переменности следует отнести и общее увеличение блеска переменной в 1983 г. на  $0.^m2$  в видимой области спектра при одновременном уменьшении показателей цвета  $U-B$ ,  $B-V$ ,  $V-I$  при неизменном показателе цвета  $V-R$  (рис. 1).

2. *Антивспышки.* Глобальные ослабления блеска — антивспышки — наиболее характерная черта процесса переменности АВЗ — обнаружены и при наблюдениях переменной V 346 Ogi. Для антивспышек типичны: а) резкий уход в минимум и б) более плавный выход из минимума. Максимальная зарегистрированная амплитуда ослабления блеска —  $1.^m92$  ( $V$ ) (JD 2445627). Как и у всех АВЗ [8], глубина минимума растет с переходом в ультрафиолетовую область спектра. Из наших наблюдений следует, что продолжительность минимума — от 1 до 3—5 дней. Так, в начале наблюдательного сезона в две последовательные ночи (JD 2444219 и ... 4220), а также в даты ... 4226 и ... 4236 звезда находилась в ослабленном состоянии, на  $0.^m4-0.^m6$  ( $V$ ) слабее нормального. С уверенностью можно говорить только о длительности минимумов ... 4876 и ... 5627 — не более двух дней.

Максимальная скорость уменьшения яркости переменной отмечена в течение минимума ... 5627 —  $0.^m088$  час<sup>-1</sup>; скорость изменения блеска на восходящей ветви этого минимума —  $0.^m066$  час<sup>-1</sup>.

Примечательной особенностью процесса переменности V 346 Ogi является различная направленность изменений показателей цвета на нисходящей и восходящей ветвях минимума — начальные стадии ослабления блеска ( $\Delta m = 1.^m4-1.^m6$ ), как правило, сопровождаются увеличением показателей цвета (по сравнению с нормальным состоянием) (рис. 3). При дальнейшем ослаблении яркости переменной ниже  $\sim 11.^m6$  ( $V$ ), звезда становится голубее (уменьшение показателей цвета) по мере уменьшения блеска. Однозначный ответ на вопрос о направленности изменений показателей цвета при выходе звезды из минимума дают наблюдения в ночь ... 5627, когда при общем увеличении блеска переменной на  $0.^m3$  ( $V$ ) показатели цвета  $U-B$ ,  $B-V$ ,  $V-R$  и  $V-I$  возросли соответственно на  $0.^m20$ ,  $0.^m07$ ,  $0.^m02$  и  $0.^m06$  (рис. 2). Кроме того, следует отметить появление в изменениях яркости (при ослабленном блеске звезды) заметной переменности вспышечноподобного характера (... 5243, рис. 2).

5. *Обсуждение результатов.* При анализе результатов наблюдений главная задача заключалась в том, чтобы из существующих моделей переменности АВЗ выбрать наиболее полно объясняющую наблюдаемую картину переменности модель. При этом учитывались следующие факторы:

1. Наличие у переменной ИК-избытка [5] несомненно свидетельствует о наличии возле звезды пылевой оболочки.

2. Из диаграммы «цвет-величина» (рис. 3) видно, что увеличение показателей цвета переменной на начальных этапах уменьшения блеска следует закону межзвездного поглощения (на рис. 3 это направление отмечено стрелкой), что также может быть приписано действию околозвездной пыли.

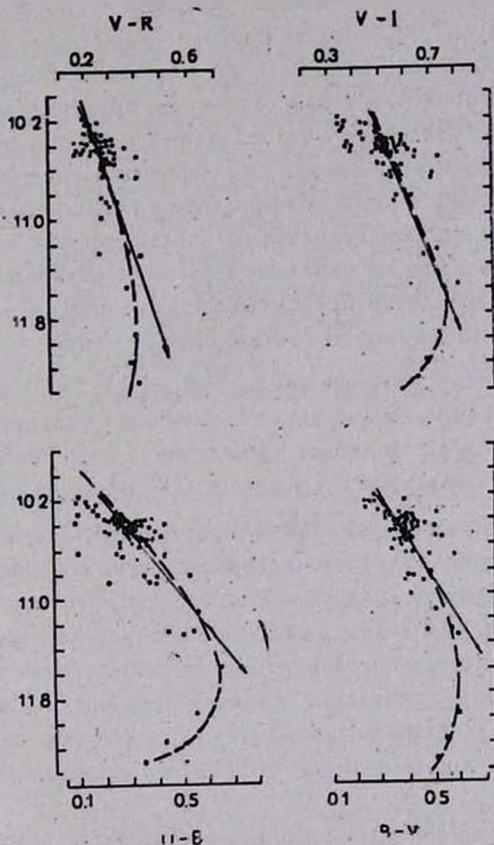


Рис. 3. Диаграмма «цвет—величина» переменной V 346 Ori. Точки — наблюдаемые значения, штриховая линия — расчетная зависимость. Стрелкой указано направление изменения показателей цвета по закону межзвездного поглощения.

3. Спектр переменной, тип переменности, общие особенности изменения блеска и показателей цвета близки к аналогичным характеристикам ряда АВЗ [9—11], для объяснения особенностей переменности которых А. Ф. Пугачем была предложена [10] и разработана в деталях [11, 12] эруптивная модель переменности АВЗ.

С учетом всех приведенных выше соображений в качестве рабочей мы взяли эту модель. Согласно ей [10], глобальные ослабления блеска вызваны появлением между наблюдателем и *верхними слоями фотосферы звезды* облака (облаков) поглощающего вещества. Подобная строгая пространственная локализация крайне важна, ибо одним из «краеугольных камней» модели является предположение о наличии у АВЗ области существования источников дополнительного излучения, расположенной выше пылевого облака. Такую область условно назовем хромосферой. Появление на луче зрения между наблюдателем и *верхней границей фотосферы — нижней границей хромосферы* заметного количества поглощающего вещества, образующего либо оболочку с равномерно распределенным в ней абсорбентом, либо оболочку, состоящую из отдельных конденсаций [13, 14], должно привести к покраснению звезды, причем отношение общего поглощения к селективному и зависимость коэффициента поглощения от длины волны определяются оптическими свойствами поглощающего вещества.

Из рис. 3 видно, что на начальных стадиях ослабления блеска наблюдаемая картина совпадает с предсказываемой моделью — наблюдается покраснение звезды по закону межзвездного поглощения [15]. Мы уже отмечали, что по достижении звездой блеска  $\sim 11^m 6(V)$  дальнейшее уменьшение ее яркости сопровождается уменьшением показателей цвета. В рамках эруптивной модели подобное поведение переменной объясняется эффективным «вмешательством» хромосферы — при уменьшении блеска ниже  $11^m 6(V)$  в излучении звезды начинает преобладать излучение хромосферы (при сильно ослабленном пылью излучении фотосферы). При определенном распределении энергии в спектре хромосферы будет наблюдаться приведенный на рис. 3 ход изменения показателей цвета при уменьшении яркости до минимального значения. В дальнейшем диссипация облака поглощающих частиц приведет к постепенному увеличению блеска, сопровождающемуся увеличением показателей цвета, обусловленным перераспределением долей хромосферы и фотосферы в общем балансе излучения звезды.

На заключительном этапе выхода из минимума, когда оптическая толща поглощающего вещества уменьшится настолько, что в излучении системы «фотосфера + хромосфера» снова начнет доминировать излучение фотосферы, следует ожидать уменьшения показателей цвета. Такая картина предсказываемых моделью изменений показателей цвета полностью совпадает с наблюдаемой (рис. 3).

Нам представляется возможным мелкомасштабные изменения блеска переменной в ослабленном состоянии объяснить в рамках предположения о переменности излучения хромосферы. Конечно, альтернативой этому объяснению может быть привлечение механизма диссипации облаков по

глощающего вещества неоднородной структуры при удалении их от звезды. Однако нестационарность излучения хромосферы должна проявиться именно в моменты заметного ослабления излучения фотосферы, свидетельством чему могут быть наблюдения в ночь JD 2445627 (рис. 2), когда на фоне начавшегося выхода из минимума наблюдались синхронные вариации блеска и показателей цвета, амплитуда которых была максимальной в ультрафиолетовой области спектра.

Переменность излучения хромосферы, по-видимому, отражена и в изменениях блеска вспышечноподобного характера с максимальной амплитудой в ультрафиолете (рис. 2, JD 2445243). В пользу наших предположений о значительной нестационарности излучения хромосферы можно привести и результаты исследования переменности блеска АВЗ V 351 Ori, у которой в глубоком минимуме наблюдалась вспышка амплитудой до  $0.^m5$  в ультрафиолетовой области спектра [16].

Пользуясь методом, предложенным А. Ф. Пугачем [10, 11], нам удалось получить оценки некоторых параметров фотосферы и хромосферы, а также оптические характеристики поглощающего вещества. Результаты вычислений приведены в табл. 1, где:  $(m_{\max})_{\text{набл.}}$  и  $(m_{\min})_{\text{набл.}}$  — полученные из наблюдений значения блеска переменной в максимуме и минимуме блеска;

Таблица 1

Параметр	Фильтр				
	U	B	V	R	I
$(m_{\max})_{\text{набл.}}$	$11.^m05$	$10.^m82$	$10.^m49$	$10.^m20$	$9.^m95$
$(m_{\min})_{\text{набл.}}$	13.13	12.63	12.28	11.88	11.63
A	0.91	0.76	0.58	0.41	0.35
$(m_{\max})_{\text{непр.}}$	10.14	10.06	9.91	9.79	9.60
$(m_{\min})_{\text{вспр.}}$	12.22	11.87	11.70	11.47	11.28
I	0.53	0.58	0.66	0.78	0.98
$t$	0.08	0.09	0.08	0.06	0.02
Закон поглощения околосветной пыли	1.79	1.31	1.00	0.68	0.50
$\tau_{\max}$	4.82	3.53	2.70	1.85	1.35
$m_{\text{lim}}$	12.32	12.20	12.29	12.04	12.93

$$(U-B)_{\text{зр.}} = +0.^m11$$

$$(B-V)_{\text{зр.}} = +0.09$$

$$(V-R)_{\text{зр.}} = -0.34$$

$$(V-I)_{\text{зр.}} = -1.63$$

$A$  — межзвездное поглощение в направлении на переменную, вычисленное по избытку цвета;  $(m_{\max})_{\text{норр.}}$  и  $(m_{\min})_{\text{норр.}}$  — исправленные за межзвездное поглощение значения максимального и минимального блеска переменной;  $I$  и  $i$  — относительные интенсивности фотосферы и хромосферы в каждом из фильтров системы  $UBVRI$ ;  $\tau_{\max}$  — оптическая толщина поглощающего вещества, соответствующая наблюдаемому минимуму блеска в фильтре  $V$ ;  $m_{\text{lim}}$  — теоретические возможные минимальные значения блеска переменной (при  $\tau \rightarrow \infty$ ).

Внизу таблицы приведены цвета хромосферы, полученные из ее интенсивностей в соответствующих фильтрах системы  $UBVRI$ .

С использованием данных табл. 1 вычислен ожидаемый ход изменения показателей цвета при уменьшении блеска переменной до минимального его значения при законе поглощения, характерном для межзвездной среды [15]. Вычисленные показатели цвета  $B-V$ ,  $V-R$ ,  $V-I$  (на рис. 3 штриховой линией показано их изменение при изменениях блеска переменной) совпадают с наблюдаемыми, однако для цвета  $U-B$  удовлетворительное согласие вычисленной и наблюдаемой кривых получено при законе поглощения  $\tau_U = 1.79 \tau_V$  (для межзвездной среды  $\tau_U = 1.57 \tau_V$ ).

Зависимость коэффициента поглощения от длины волны в нашем случае описывается законом:

$$x \propto \lambda^{-1.4}$$

Подобная зависимость получена и для активнейших звезд  $V 351 \text{ Ori}$  [9],  $RZ \text{ Psc}$  [10],  $UX \text{ Ori}$ ,  $VX \text{ Cas}$ ,  $WW \text{ Vul}$  [11], звезды  $R \text{ CrB}$  [17]. Повышенная поглощательная способность околозвездной пыли в ультрафиолетовой области спектра (по сравнению с таковой для межзвездной среды), на наш взгляд, может служить свидетельством того, что мы действительно имеем дело со «свежей» пылью, только что образовавшейся в окрестностях звезды. Согласно [18], именно «... в первичном процессе образуются малые частицы, состоящие из силикатов (диэлектрики) или из железа или графита (проводники) и ответственные за экстинкцию в ультрафиолетовой области спектра».

## 6. Выводы.

1.  $V 346 \text{ Ori}$  — типичная АВЗ с присущими этому классу объектов особенностями изменения блеска и показателей цвета. Основной процесс переменности — нерегулярные и резкие ослабления блеска с амплитудой до  $2^m$  ( $V$ ) и длительностью 3—5 суток. В состоянии нормального блеска звезда показывает неправильные и быстрые изменения яркости с амплитудой до  $0.3^m$  ( $V$ ) и вариации показателей цвета с максимальной амплитудой в ультрафиолете.

2. Начальные стадии ослабления блеска сопровождаются покраснением звезды, приписываемым нами действию образующейся спорадически в окрестностях звезды пыли. На последующих этапах ослабления яркости до минимального значения покраснение звезды сменяется ее поглублением, интерпретируемым нами как появление в составе излучения звезды дополнительной эмиссии, мощность которой достигает 10% общего излучения ее в ультрафиолетовой области спектра. В качестве источника дополнительного излучения рассматривается хромосфера — некий аналог солнечной, но излучающая, по-видимому, в непрерывном спектре. Появление в моменты ослабленного блеска звезды изменений яркости вспышечноподобного характера можно рассматривать, на наш взгляд, как серьезный аргумент в пользу гипотезы о существовании хромосферы и значительной нестационарности ее излучения.

3. Полученные из анализа диаграммы «цвет—величина» оптические характеристики околозвездной пыли полностью совпадают с таковыми для межзвездной среды в видимой области спектра, что может служить свидетельством генетического родства пыли, образующейся на наших глазах в процессах эруптивного характера в атмосферах АВЗ, и пыли, миллионы и миллиарды лет существующей в космическом пространстве.

Однако заметное отличие коэффициента поглощения околозвездной пыли от коэффициента поглощения межзвездной среды в ультрафиолетовой области спектра, согласно теоретическим расчетам, может интерпретироваться как подтверждение возможности существования в околозвездном пространстве пылинок с размерами, меньшими, чем размеры частиц пылевого компонента межзвездной среды.

Главная астрономическая обсерватория  
АН УССР

## ON THE LIGHT CHANGES OF THE ANTIFLARE STAR V 346 ORI

G. U. KOVALCHUCK

The photoelectric observations of the antiflare star V 346 Ori were studied. A sudden deep weakening of the brightness up to  $2^m$  ( $V$ ) are the main process of variability. They are accompanied by the specific colour changes. The data are interpreted on the basis of an eruptive model. The present observations support the interpretation that the main importance in the decrease of brightness is the circumstellar dust. On the assumption that a global weakening of brightness are due to appearance in a close proximity to the variable of the absorbing

matter clouds, some characteristics of chromosphere, photosphere and absorbing matter were obtained. A good coincidence of "fresh" dust absorbing properties with those of interstellar media in BVRI bands has been shown as well as the increase of circumstellar dust coefficient absorption in UV (in comparison with interstellar matter). The wave dependence of a circumstellar matter absorption coefficient is such  $\kappa \propto \lambda^{-1.4}$ . It has been suggested that antiflare stars can be one of the possible sources of dust production in interstellar space.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. В. Соловьев, Астрон. цирк., № 41, 8, 1945.
2. А. В. Соловьев, Астрон. цирк., № 193, 26, 1958.
3. В. П. Цесевич, Астрон. цирк., № 52, 6, 1946.
4. Б. В. Кукаркин, П. Н. Холопов, Ю. Н. Ефремов и др., Общий каталог переменных звезд, М., 1969.
5. I. S. Glass, M. V. Penston, M. N. RAS, 167, 237, 1974.
6. W. Wenzel, Veröff. Sternwarte Sonneberg, B 5, 7, 1961.
7. Г. У. Ковальчук, Рукопись депонир. в ВИНТИ, рег. № 2159-84. Деп.
8. А. Ф. Пузач, Антивысходяющие звезды. Препринт Ин-та теорет. физики АН УССР, ИТФ-81-128 Р, Киев, 1981.
9. Г. У. Ковальчук, Кинематика и физика небесных тел, (в печати), 1985.
10. А. Ф. Пузач, Астрофизика, 17, 87, 1981.
11. А. Ф. Пузач, Астрофизика, 19, 739, 1983.
12. А. Ф. Пузач, Астрометрия и астрофизика, вып. 49, 55, 1983.
13. H. E. Frohlich, S. Rossiger, Mitt. Verand. Sterne, 6, 1, 1971.
14. G. F. Gahm, H. L. Nordh. S. G. Oloffsson, Icarus, 24, 378, 1975.
15. G. V. Shultz, W. Wismer, Astron. Astrophys., 43, 133, 1975.
16. G. U. Kovalchuck, IBVS, No. 2482, 1984.
17. А. Ф. Пузач, Р. И. Гончарова, Г. У. Ковальчук, В сб. «Фотометрические и поляриметрические исследования небесных тел», Наукова думка, Киев, 1985 (в печати).
18. С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер, Физика межзвездной среды, Наука, М., 1979.

УДК: 524.64—327

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАССТОЯНИЯ СОЛНЦА ДО ЦЕНТРА ГАЛАКТИКИ ПО КРИВОЙ ВРАЩЕНИЯ

Л. В. ЮРЕВИЧ

Поступила 17 января 1985

Принята к печати 3 июля 1985

Определено расстояние  $R_0$  до центра вращения поля круговых скоростей облаков ОН в плоскости Галактики. Лучевые скорости облаков — данные обзора на частотах 1665 и 1667 МГц. Расстояния облаков от Солнца определены по зависимости параметров радиолиний поглощения гидроксила от гелиоцентрического расстояния. Из сравнения поведения круговых скоростей облаков в центральных областях Галактики с результатами численного моделирования кривой вращения получено значение  $R_0 = 8.2^{+0.9}_{-0.7}$  кпс. Приведены кривые вращения Галактики для двух галактоцентрических квадрантов, которые хорошо согласуются с результатами, полученными другим методом по нейтральному водороду.

1. В работах [1, 2] была продемонстрирована возможность использования параметров радиолиний поглощения гидроксила на частотах 1665 и 1667 МГц для определения расстояний до молекулярных облачных комплексов и исследования кинематики Галактики.

Основу предложенной методики определили условия формирования линий поглощения в молекулярных облачных комплексах совместно с эффектом диаграммы направленности радиотелескопа. Вследствие турбулентной структуры комплексов, обладающих комковатой структурой, параметры радиолиний поглощения гидроксила — полуширина  $\Delta V$  и глубина  $T_A$  образуют величину  $D = (\Delta V^2/T_A)^{1/3}$ , которая линейно возрастает с расстоянием  $r$  от Солнца. Применение данной зависимости для линий поглощения, наблюдаемых на частотах 1665 и 1667 МГц, позволяет определять расстояния до галактических молекулярных облачных комплексов с точностью 1—1.5 кпс в пределах гелиоцентрических расстояний 1—10 кпс.

На основании данных обзора плоскости Галактики в линиях ОН [3] с помощью зависимости  $D(r)$  было вычислено поле лучевых скоростей облаков ОН в галактической плоскости и из него определена кривая вращения Галактики для солнечных галактических параметров  $R_0 = 10$  кпс и

$V_0 = 230$  км/с [2, 4]. Полученные в последние годы результаты определения значений  $R_0$  и  $V_0$  свидетельствуют о меньших величинах, соответственно  $\sim 8.5$  кпс и  $\sim 220$  км/с [5—7].

В работе [2] отмечено, что при определении кривой вращения Галактики с использованием зависимости  $D(r)$  вид кривой вращения в центральной области Галактики существенно зависит от принимаемого параметра  $R_0$ . А именно, центральный пик кривых вращения, полученных при разных значениях  $R_0$ , располагается на различных расстояниях относительно центра Галактики. Это связано с тем, что по зависимости  $D(r)$  мы получаем гелиоцентрические расстояния облаков  $r$ , которые затем пересчитываются в галактоцентрические расстояния  $R$  при принятом расстоянии до центра вращения  $R_0$ . Поэтому при больших  $r$  получаемые величины  $R$ , а также круговые скорости оказываются чувствительными к принимаемому значению  $R_0$ . В отличие от этого, при определении кривой вращения по лучевым скоростям в тангенциальных точках [8] расстояния  $R$  облаков получаются непосредственно относительно центра вращения, а величина  $R_0$  влияет только на масштаб кривой вращения.

Такую чувствительность кривой вращения Галактики, полученной с помощью зависимости  $D(r)$ , к величине  $R_0$  можно использовать для определения расстояния до центра вращения облаков.

2. Пусть наблюдаемые лучевые скорости облаков обусловлены круговыми движениями относительно центра Галактики (ЦГ). В этом случае поле лучевых скоростей должно иметь вид, изображенный на рис. 1 [9]. При этом изменение скорости кругового движения  $V(R)_B$  с расстоянием от центра для верхней половины диска В (на рисунке) должно быть зеркальным отображением изменения скорости  $V(R)_A$  для нижней половины диска А.

При переносе центра вращения из точки ЦГ в другую точку, находящуюся на прямой ЦГ — Солнце (точка ЦГ'), галактоцентрические расстояния  $R$  облаков, наблюдаемых на тех же лучевых скоростях  $V_{rad}$ , изменятся ( $R \rightarrow R'$ ). Вследствие этого кривые вращения новых половин диска  $V(R')_A$  и  $V(R')_B$  уже не будут симметричными. Считая  $R_0$  свободным параметром, получим семейство кривых вращения, которые только при истинном расстоянии до центра Галактики дадут симметричную картину для областей А и В.

Обладая подробным описанием скорости вращения в центральной области Галактики, можно применить описанную процедуру для определения искомого расстояния  $R_0$ . Тем не менее, непосредственное применение этой методики к полю скоростей облаков ОН [2] затрудняется следующими обстоятельствами: 1) Обзор галактической плоскости [3], использованный для определения поля скоростей облаков, не выполнялся в на-

правлении центральных долгот ( $-2.3^\circ < l < +2^\circ$ ). Вследствие этого в поле скоростей облаков ОН отсутствуют данные для центральной области Галактики размером  $\sim 0.6$  кпс (при  $R_0 = 8.5$  кпс). 2) Имеющиеся немногочисленные значения скорости в центральной области на расстояниях  $R \approx 0.3$  кпс не позволяют непосредственно выявить положение центрального пика кривой вращения, находящегося на  $R_p \sim 0.6$  кпс относительно центра Галактики. 3) Ошибки определения расстояний до облаков ОН по зависимости  $D(r)$  на гелиоцентрических расстояниях  $r \sim R_0$  сравнимы по величине с характерными размерами области, в которой наблюдается

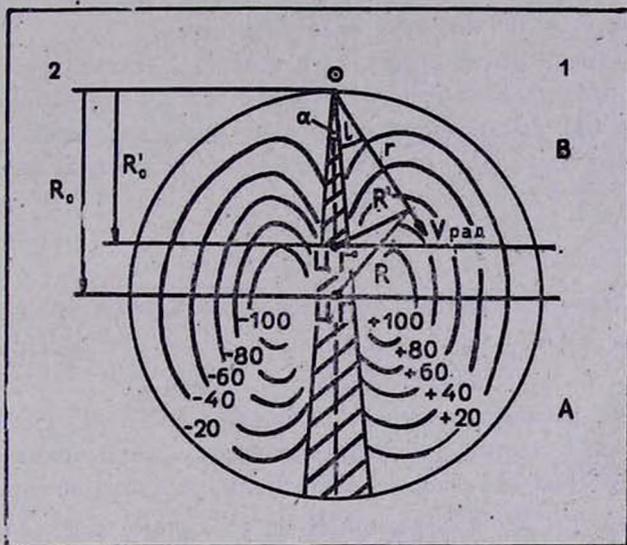


Рис. 1. Поле лучевых скоростей  $V_{\text{рад}}$  вращения Галактики. Цифры указывают лучевые скорости для наблюдателя, находящегося в точке  $\odot$  (Солнце).  $\text{СГ}$  — истинное положение центра вращения,  $\text{СГ}'$  — предполагаемое положение центра вращения Галактики. Заштрихована «ненаблюдаемая» центральная область внутри угла  $\alpha = 2l$ . 1 и 2 — галактоцентрические квадранты.

большой градиент скорости. Исходя из этого, для определения расстояния  $R_0$  до центра вращения поля скоростей облаков ОН был проведен дополнительный анализ, связанный с моделированием кривой вращения Галактики.

3. В плоскости Галактики было задано 400 пробных частиц, размещенных равномерно в квадрате со стороной 8 кпс. При этом центр квадрата был совмещен с центром Галактики и пространственная плотность частиц близка к плотности распределения облаков ОН. Круговые скорости

частиц задавались согласно кривой вращения Галактики [10], которая аппроксимировалась полиномом 8-й степени. Через коэффициенты этого полинома вычислялись угловые скорости вращения  $\omega(R)$  частиц. Исследовавшиеся полиномы более низких степеней значительно хуже описывали скорости вращения в центральной области с большим градиентом скорости. Для наблюдателя, находящегося на расстоянии  $R_0$  от центра вращения и вращающегося с угловой скоростью  $\omega_0$ , лучевые скорости частиц равны

$$V_{\text{rad}} = R_0[\omega(R) - \omega_0] \cdot \sin l, \quad (1)$$

где  $l$  — галактическая долгота пробной частицы. При расчетах использовались значения  $R_0 = 8.5$  кпс и  $\omega_0 = 26$  км/с кпс.

Поместим теперь центр вращения в точку  $\square\Gamma'$ , находящуюся на расстоянии  $R_0'$  от наблюдателя (рис. 1). Считая теперь, что наблюдаемые лучевые скорости (1) по-прежнему описывают вращение, однако уже относительно нового центра  $\square\Gamma'$ , рассчитаем новые скорости вращения частиц

$$V(R') = \left( \omega_0 + \frac{V_{\text{rad}}}{R_0 \cdot \sin l} \right) \cdot R'. \quad (2)$$

Из этого выражения рассчитывалось семейство кривых вращения Галактики  $V(R')_A$  и  $V(R')_B$  при различных положениях центра вращения  $\square\Gamma'$ .

Результаты расчетов приведены на рис. 2. Точками представлены скорости отдельных частиц, жирными кривыми — аппроксимирующие полиномы восьмой степени, которые наилучшим образом описывают вариации скорости. Видно, что только при  $R_0' = R_0$  кривые вращения  $V_A$  и  $V_B$  симметричны. В этом случае дисперсия скоростей  $\sigma_0$ , которая характеризует отклонение точек относительно полинома во всем диске, минимальна. В остальных случаях, когда максимальные скорости вращения оказываются по одну или другую сторону диаметра, проходящего через точку  $\square\Gamma'$ , наблюдается асимметрия, которая возрастает с увеличением модуля разности  $\Delta R_0 = R_0' - R_0$ , соответственно увеличивается и дисперсия  $\sigma_0$ . При этом центральный пик кривой вращения, находящийся при  $R_0 = 8.5$  кпс на  $R_0 = 0.6$  кпс, смещается от центра Галактики до 1.2 кпс при  $\Delta R_0 = 1.0$  кпс.

Для того, чтобы приблизить эту модель к имеющемуся полю скоростей облаков ОН в галактической плоскости с неполной информацией о скоростях в центральной области, на следующем этапе моделирования из рассмотрения были отброшены частицы, которые попадают в центральный угол с раствором  $\alpha = 2l$  (заштрихованная область на рис. 1). Результаты расчетов новых семейств кривых вращения пробных частиц при

$l = 3$  и  $5^\circ$  также приведены на рис. 2. Показаны только аппроксимирующие полиномы, соответствующие тонкими и пунктирными линиями. Видно, что с отсутствием больших скоростей в центральной области уменьшилась

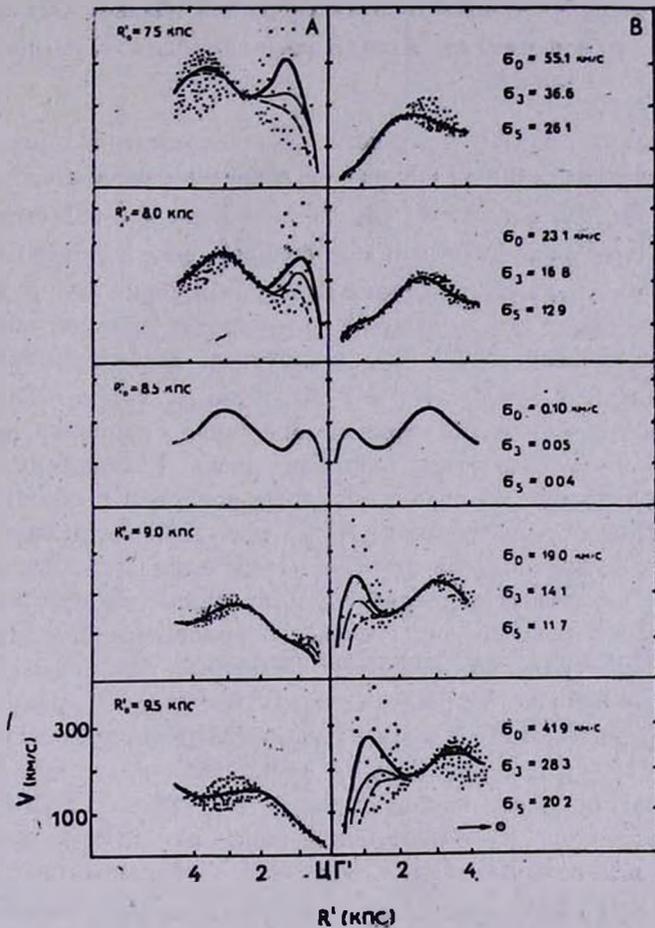


Рис. 2. Семейство кривых вращения системы пробных частиц, вращающихся в плоскости Галактики согласно кривой вращения НИ [10] при различных положениях центра вращения ЦГ'. Плавные кривые — полиномы восьмой степени, аппроксимирующие скорости вращения частиц (представлены точками).  $\sigma_0$  — дисперсия круговых скоростей всего массива частиц,  $\sigma_3$  и  $\sigma_5$  — дисперсии круговых скоростей массива частиц, находящихся вне заштрихованной области рис. 1 соответственно, с интервалом долгот  $3$  и  $5^\circ$ . Стрелкой указано направление на Солнце.

амплитуда пиков, которые располагаются в окрестностях реального центра вращения, при  $R'_0 \neq R_0$ . Вследствие этого уменьшились и дисперсии  $\sigma_3$  и  $\sigma_5$ . Тем не менее, даже при пробеле в центральной области с  $\alpha = 10^\circ$

изменение скорости вращения в центральной области, описываемое полиномом, в точности повторяет ход скорости при полном поле скоростей для значения  $R_0' = R_0$ . Исходя из этих результатов, получается, что небольшой пробел в центральной области поля скоростей облаков ОН с углом  $\alpha = 4,3^\circ$ , не должен повлиять на определение расстояния  $R_0$  по предлагаемой методике.

4. Воспользуемся данной методикой для определения расстояния Солнца до центра вращения Галактики на основании поля скоростей облаков ОН. Так же, как и в работе [2], по зависимости  $D(r)$  были определены гелиоцентрические расстояния  $r$  облаков, наблюдаемые лучевые скорости которых  $V_{\text{рад}}$  и параметры линий поглощения  $\Delta V$  и  $T_A$  приведены в обзоре [3]. Угловые скорости вращения облаков определялись на основании выражения (2), в котором галактоцентрические расстояния облаков  $R' = (R_0'^2 + r^2 - 2 \cdot R_0' \cdot r \cdot \cos l)^{1/2}$  и  $r = r(D)$ . Таким образом получалось семейство кривых вращения Галактики при различных значениях  $R_0'$  для двух половин диска Галактики А и В. Рассматривались только те облака, которые попадали в область с галактоцентрическими расстояниями  $R < 3$  кпс. При вычислениях скорости вращения  $R_0'$  изменялось от 7 до 10 кпс через 0.5 кпс, а в пределах наиболее вероятных значений  $R_0$ , полученных на этом этапе, — от 7.5 до 9.0 кпс через 0.1 кпс. На рис. 3 приведены три пары кривых вращения центральных областей Галактики при значениях  $R_0'$ , равных 7.6, 8.2 и 8.8 кпс. Точки представляют скорости вращения облаков, кривые — полиномы восьмой степени. Параметры центральных пиков кривых с  $R_0'$  в интервале от 8.0 до 8.5 кпс помещены в табл. 1. В ней  $N$  — число облаков, находящихся в половинах диска А и В с радиусом  $R = 3$  кпс,  $R_p$  — расстояние пика от центра вращения,  $V_p$  — скорость в максимуме,  $\sigma_{\text{ОН}}$  — дисперсия скорости, характеризующая, как и раньше, отклонение скорости вращения облаков относительно полинома.

Как видно из табл. 1, наиболее симметричные пики имеют кривые с  $R_0'$  в интервале 8.2—8.4 кпс. При этом расстояния этих пиков заключены в пределах 0.6—0.8 кпс. Из этих трех кривых близкими по амплитуде пиками, равными 192 и 170 км/с и 119 и 228 км/с характеризуются, соответственно кривые вращения с  $R_0' = 8.2$  и 8.4 кпс. Минимальное расстояние центрального пика  $R_p = 0.6$  кпс имеют кривые вращения половин диска В с  $R_0' = 8.2$  и 8.3 кпс. На таком же расстоянии от центра Галактики расположен и пик кривой вращения Н1 [10]. Поскольку в кривой вращения Н1, полученной по тангенциальным скоростям, величина  $R_p$  не так критична к вариациям  $R_0$  в рассматриваемом интервале изменений рас-

стоянии до центра вращения, значение  $R_p = 0.6$  кпс можно принять в качестве реального расстояния пика. Как видно из таблицы, дисперсия скоростей  $\sigma_{OH}$  для зацентральной половины диска А больше дисперсии ско-

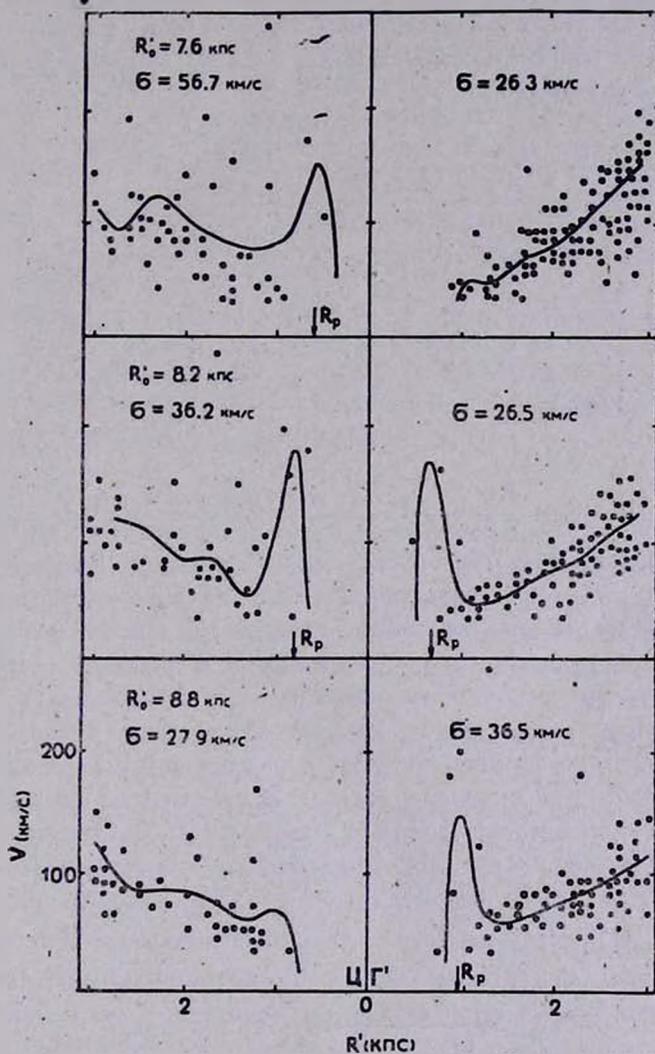


Рис. 3. Ход круговых скоростей облаков ОН в центральных областях Галактики для трех значений расстояния  $R'_0$  Солнца до центра вращения ЦГ'. Точки — скорости отдельных облаков, кривые — полномы восьмой степени.  $\sigma_{OH}$  — дисперсия скоростей,  $R_p$  — галактоцентрическое расстояние пика скорости.

ростей для половины диска В. Такое различие объясняется увеличением погрешности определения расстояний по зависимости  $D(r)$  с ростом гелиоцентрических расстояний. Поэтому расстояние пика от центра в половине

диска В следует считать более весомым, чем в половине А. К тому же кривая вращения [10] получена для тангенциальных точек первого галактического квадранта, находящихся в половине В. Тогда, приняв во внимание, что более симметричными пиками, имеющими близкие амплитуды и находящимися на минимальном расстоянии относительно центра вращения, характеризуются кривые вращения с  $R_0' = 8.2$  кпс, примем данное значение в качестве искомого расстояния  $R_0$ .

Таблица 1

$R_0'$ (кпс)	А				В			
	$N$	$R_p$ (кпс)	$V_p$ (км/с)	$\sigma_{ОН}$ (км/с)	$N$	$R_p$ (кпс)	$V_p$ (км/с)	$\sigma_{ОН}$ (км/с)
8.0	55	1.0	126	43.3	113	0.3	304	25.6
8.1	52	0.9	125	41.7	113	—	—	25.7
8.2	52	0.8	192	36.2	103	0.6	170	26.5
8.3	55	0.8	186	34.4	102	0.6	119	27.6
8.4	55	0.8	119	32.7	105	0.7	228	28.4
8.5	53	—	—	30.7	98	0.7	111	31.0

5. Для оценки точности определения величины  $R_0$  воспользуемся результатами численного моделирования. При получении семейств кривых вращения для различных положений центра ЦГ' систематический сдвиг величины  $R_0'$  приводит к различным смещениям значений галактоцентрических расстояний частиц, в зависимости от их положения относительно точки ЦГ'. При этом величина  $\Delta R = R' - R$  в целом для всего массива частиц имеет распределение, близкое к нормальному, со средним значением 0—0.2 кпс (в зависимости от  $R_0'$ ). В этом случае дисперсия круговых скоростей частиц, порождаемая сдвигом  $\Delta R_0$ , аналогична дисперсии круговых скоростей облаков ОН, обусловленной влиянием случайных ошибок галактоцентрических расстояний облаков, определенных на основании зависимости  $D(r)$ . Поскольку дисперсия круговых скоростей частиц растет пропорционально  $\Delta R_0$  (см. рис. 2), можно принять зависимость  $\sigma$  от  $\Delta R_0$  для оценки ошибки определения расстояния до центра вращения облаков ОН.

В качестве дисперсии скоростей вращения примем дисперсию  $\sigma_0$  для доцентральной половины Галактики (дисперсия  $\sigma_{ОН}$  для зацентральной области Галактики фактически характеризует ошибки расстояний до более далеких объектов). Дисперсия скоростей  $\sigma_{ОН}$  для кривой вращения с  $R_0' = 8.2$  кпс равна 26.5 км/с (см. табл. 1). В эту величину, помимо дисперсии  $\sigma_R$ , обусловленной ошибками определения расстояний до облаков,

входит собственная дисперсия скоростей облаков в Галактике  $\sigma_i: \sigma_{\text{ОН}}^2 = \sigma_R^2 + \sigma_i^2$ . При  $\sigma_i = 10$  км/с величина  $\sigma_R = 24.5$  км/с. Воспользовавшись зависимостью дисперсии круговых скоростей частиц от смещения  $\Delta R_0$  для массива с пробелом в центральной области  $\alpha = 6^\circ$ , получим интервал возможных значений  $R_0$  — 0.7 кпс и + 0.9 кпс.

Можно было бы сузить полученный интервал ошибок, исходя из значений  $R_0'$ , при которых кривые вращения в центральной области еще сохраняют форму с двумя подобными пиками. Однако, учитывая то, что ошибки одиночных определений расстояний до молекулярных облаков по зависимости  $D(r)$  вблизи центра Галактики не лучше, чем 1.5 кпс, а также относясь с осторожностью к результатам аппроксимации полиномом довольно высокой степени, в данном случае это нельзя считать целесообразным.

Заметим, что полученное расстояние Солнца до центра вращения Галактики, равное  $8.2 \begin{smallmatrix} +0.9 \\ -0.7 \end{smallmatrix}$  кпс, совпадает со значением  $R_0$ , определенным по переменным звездам типа RR Лиры, которое долгое время принималось в качестве расстояния до центра Галактики [9].

6. Определенное нами значение  $R_0$  можно рассматривать как приведение к центру поля скоростей молекулярных облаков ОН. В этом случае результаты численного моделирования (рис. 2) объясняют ход круговых скоростей в центральных областях Галактики, а также большую дисперсию кривой вращения, полученной в работе [2]. Эта кривая вращения получена из поля скоростей, расстояние до центра которого отличается на 1.8 кпс от реального. Новая кривая вращения Галактики, полученная при  $R_0 = 8.2$  кпс и  $\omega_0 = 26$  км/с·кпс, изображена на рис. 4. На нем точками представлены круговые скорости облаков ОН в первом галактоцентрическом квадранте (рис. 1) и кружками — круговые скорости во втором галактоцентрическом квадранте. Так же, как и в работе [2], представлены взвешенно-средние значения скоростей в кольцевых секторах шириной по радиусу 150 пс. Для сравнения на этом же рисунке показаны кривые вращения аналогичных областей Галактики, полученные по всему профилю радиолинии нейтрального водорода [11] с такими же значениями  $R_0$  и  $\omega_0$ . Кривая вращения HI для первой галактической четверти изображена косыми крестиками, а кривая вращения для IV галактической четверти — прямыми крестиками.

Сравнение кривых вращения Галактики, полученных по разным молекулярным облакам различными методами, показывает хорошее согласие независимых результатов. При этом близкое соответствие скоростей кривых ОН и HI на рис. 4а наблюдается в интервале галактоцентрических расстояний 4—9 кпс и на рис. 4б — в интервале 3.5—11 кпс. Можно по-

казать, что учет расширения газовой составляющей в кривой вращения HI приводит к еще лучшему согласию скоростей OH и HI, которое отмечается на большем интервале расстояний. Остающиеся расхождения (в особенности на больших  $R$ ) могут отчасти быть объяснены влиянием ошибок расстояний до облаков, определенных по зависимости  $D(r)$ . Это подтверждается результатами численного моделирования кривой вращения, из которых следует возрастание в подобном случае скоростей вращения по сравнению с реальными.

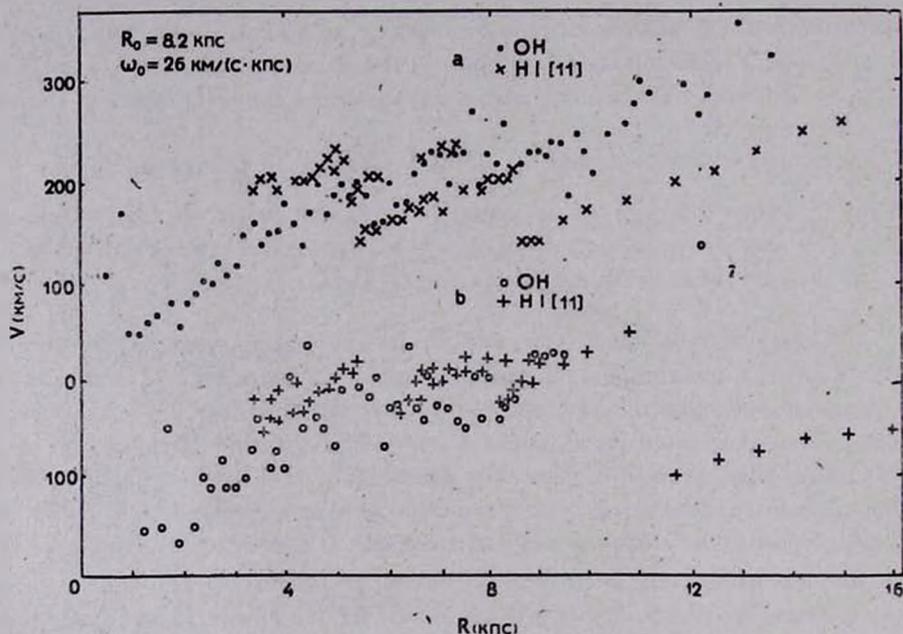


Рис. 4. Кривые вращения Галактики для 1(a) и 2(b) галактоцентрического квадрантов (см. рис. 1), полученные из поля лучевых скоростей облаков OH, соответственно точки и кружки. Крестиками изображены кривые вращения Галактики, полученные на основании полного профиля радиолинии нейтрального водорода [11]. Соответственно косые крестики—I и прямые крестики—IV галактические секторы. Для всех кривых принято  $R_0 = 8.2$  кпс,  $\omega_0 = 26$  км/с кпс.

Отметим характерное для обеих кривых вращения OH и HI наличие участков с линейным ростом скорости вращения, свидетельствующее о твердотельном характере вращения отдельных областей Галактики.

Автор выражает благодарность И. Г. Колеснику за постоянное внимание к работе и полезные замечания.

THE DISTANCE TO THE GALACTIC CENTRE ON THE  
ROTATION CURVE

L. V. YUREVICH

The distance  $R_0$  to the centre of circular velocity field of hydroxyl clouds in the galactic plane has been determined. Radial velocities of clouds are 1665 and 1667 MHz survey data. Cloud distances from the Sun were calculated from a relation between hydroxyl absorption feature parameters and heliocentric distance. A comparison of the behaviour of cloud circular velocities in the central part of the Galaxy with that of simulated rotation curve inferred a value  $R_0 = 8.2_{-0.7}^{+0.9}$  kpc. The rotation curves presented for two galactocentric quadrants are in good agreement with those of neutral hydrogen obtained by the use of another technique.

## ЛИТЕРАТУРА

1. И. Г. Колесник, Л. В. Юревич, *Астрофизика*, 19, 761, 1983.
2. I. G. Kolesnik, L. V. Yurevich, in Abstracts of the XVIII Young European Radio Astronomers Conference, September, 16–22, Zelenchukskaya, Leningrad, 1984, p. 42.
3. B. E. Turner, *Astron. Astrophys. Suppl. ser.*, 37, No. 1, 1, 1979.
4. Л. В. Юревич, Тезисы докладов всесоюзной конференции «Структура галактик и звездообразование», Киев, 1983, стр. 20.
5. J. E. Gunn, G. R. Knapp, S. D. Trematn, *A. J.*, 84, 1181, 1979.
6. J. A. Graham, *IAU Symp. No. 84, The Large-Scale Characteristics of the Galaxy*, ed. W. B. Burton, Dordrecht, Reidel, 1979, p. 195.
7. J. Einasto, *IAU Symp. No. 84, The Large-Scale Characteristics of the Galaxy*, ed. W. B. Burton, Dordrecht, Reidel, 1979, p. 451.
8. W. B. Burton, M. A. Gordon, *Astron. Astrophys.*, 63, 7, 1978.
9. F. J. Kerr, G. Westerhout, in "Stars and Stellar Systems", V, ed. A. Blaauw and M. Schmidt, Chicago, The University of Chicago Press, 1965, p. 513.
10. У. А. Хауд, *Письма АЖ*, 5, № 3, 124, 1979.
11. И. В. Петровская, *Письма АЖ*, 5, № 12, 632, 1979.

УДК: 524.337

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТРУКТУРА ОБОЛОЧЕК  
НОВЫХ ГЕРКУЛЕСА 1934 г. И ДЕЛЬФИНА 1967 г.

Л. С. ПИЛЮГИН

Поступила 7 марта 1985

Принята к печати 3 июля 1985

Рассмотрено формирование пространственной структуры оболочек Новых Геркулеса 1934 г. и Дельфина 1967 г. Показано, что существование полярных шапок обусловлено влиянием второго компонента системы на угловое распределение массовой толщины главной оболочки. Экваториальное кольцо формируется в результате взаимодействия главной оболочки Новой с околозвездной оболочкой. Отношение массовой толщины оболочки в экваториальном кольце и полярных шапках 1.13 для Новой Геркулеса 1934 г. и 2.7 для Новой Дельфина 1967 г. Отношение максимальных плотностей в экваториальном кольце и полярных шапках порядка 3 для Новой Геркулеса 1934 г. и порядка 70 для Новой Дельфина 1967 г.

1. *Введение.* Пространственная структура оболочек Новых не обладает сферической симметрией. Внешние очертания наблюдаемого изображения оболочки Новой Геркулеса 1934 г. (DQ Her) имеют овальную форму [1]. Распределение яркости по наблюдаемому изображению неоднородно. Яркость повышена на концах большой оси и вдоль малой. Э. Р. Мустель и А. А. Боярчук [1] нашли, что пространственная структура оболочки Новой Геркулеса 1934 г. представляет собой экваториальное кольцо и две полярные шапки. Аналогичной пространственной структурой обладает оболочка Новой Дельфина 1967 г. (HR Del) [2]. Предполагалось, что такая пространственная структура оболочек Новых может быть обусловлена магнитными полями [3] или двойственностью Новых [4, 5].

В. Г. Горбацкий [4] рассмотрел взаимодействие главной оболочки Новой с околозвездной оболочкой, вещество которой концентрируется в орбитальной плоскости вокруг системы. Было показано, что учет этого взаимодействия позволяет объяснить вытянутость оболочки в полярном направлении и наличие экваториального кольца. Однако таким путем нельзя объяснить наличие выделенных полярных шапок.

Ниже будет показано, что учет влияния второго компонента системы на угловое распределение вещества в главной оболочке снимает указан-

5—890

ную трудность. Мы рассмотрим формирование пространственной структуры оболочек DQ Her и HR Del.

2. *Зависимость массовой толщины оболочки от направления.* Мы принимаем следующий сценарий вспышки Новой [6, 7]. Звезда сбрасывает оболочку с массой  $m_1$  равномерно по всем направлениям со скоростью движения вещества  $V_1$ . Затем сбрасывается вторая оболочка с массой  $m_2$ , скорость движения которой  $V_2$  больше, чем скорость движения предыдущей оболочки. В дальнейшем оболочку  $m_1$  будем называть медленной, а оболочку  $m_2$  — быстрой. Быстрая оболочка догоняет медленную и ускоряет ее. При их слиянии формируется главная оболочка Новой.

Вспышки Новых происходят в двойных системах. Сбрасываемое главной звездой  $M_1$  вещество взаимодействует со вторым компонентом системы  $M_2$ . В работе [8] показано, что если в процессе сброса оболочки выполняются условия: 1) время сброса оболочки существенно превышает период системы, 2) изменение скорости движения газа за счет торможения в поле тяготения сбрасывающей оболочки звезды мало по сравнению с величиной самой скорости, то угловое распределение плотности в оболочке после ее взаимодействия со вторым компонентом системы описывается уравнением

$$\begin{aligned} \rho(\theta) &= \rho^* + (1 - \rho^*) \left( \frac{\theta}{\theta_{\max}} \right)^3, & \theta < \theta_{\max}, \\ \rho(\theta) &= 1, & \theta > \theta_{\max}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\rho(\theta)$  — плотность газа, нормированная на свое невозмущенное значение (значение плотности в отсутствие влияния второго компонента);  $\rho^*$  — нормированная плотность газа в плоскости орбиты, определяемая уравнением

$$\rho^* = 1 - \frac{2}{\pi} \frac{q(1+q)^2}{\alpha(1+\alpha^2)}. \quad (2)$$

В уравнении (1)  $\theta$  — угол, отсчитываемый от плоскости орбиты,  $\theta_{\max}$  — максимальное значение угла  $\theta$ , при котором еще проявляется влияние второго компонента на оболочку. Величина  $\theta_{\max}$  определяется уравнением

$$\theta_{\max} = \arcsin \frac{2q(1+q)}{1+\alpha^2}, \quad (3)$$

где  $q$  — отношение масс компонентов в системе

$$q = M_2/M_1, \quad (4)$$

а  $\alpha$  — отношение скорости движения газа  $V_g$  к орбитальной скорости  $V_{2\text{ орб}}$  второго компонента системы

$$\alpha = V_g / V_{2\text{ орб}}. \quad (5)$$

Количество массы в конусе бесконечно малого углового сечения  $d\omega$ , вершина которого лежит на звезде, а ось совпадает с радиусом, мы будем называть массовой толщиной оболочки. При расширении оболочки угловое распределение плотности, сформировавшееся после взаимодействия со вторым компонентом системы, не меняется, так как скорость звука мала по сравнению с радиальными скоростями движения газа [8]. Поэтому уравнение (1) можно использовать и для описания углового распределения массовой толщины оболочки

$$\begin{aligned} m(\theta) &= m^* + (1 - m^*) \left( \frac{\theta}{\theta_{\max}} \right)^3, & \theta < \theta_{\max}, \\ m(\theta) &= 1, & \theta \geq \theta_{\max} \end{aligned} \quad (6)$$

и

$$m^* = 1 - \frac{2}{\pi} \frac{q(1+q)^2}{\alpha(1+\alpha^2)}, \quad (7)$$

где  $m(\theta)$  — массовая толщина оболочки в направлении  $\theta$ , нормированная на свое невозмущенное значение;  $m^*$  — нормированная массовая толщина оболочки в орбитальной плоскости.

Расстояние между компонентами в системах Новой Геркулеса 1934 г. и Новой Дельфина 1967 г. порядка  $10^{11}$  см [9—11], а радиус медленной оболочки в момент столкновения с быстрой превышает  $10^{13}$  см [7]. Поэтому взаимодействие со вторым компонентом мы должны рассматривать отдельно для медленной и быстрой оболочек.

После взаимодействия со вторым компонентом системы угловое распределение массовой толщины оболочки как медленной, так и быстрой описывается уравнением (6).

В тесных двойных системах происходит непрерывное истечение массы. Поэтому еще до вспышки Новой вокруг системы существует околозвездная оболочка  $m_3$ , вещество которой концентрируется вблизи орбитальной плоскости [4]. Угловое распределение массовой толщины околозвездной оболочки описывается уравнением [4]

$$\begin{aligned} m_3(\theta) &= K_1 \frac{K_2}{\sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)} \left[ 1 - K_2^2 \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \right], & \theta < \theta_0, \\ m_3(\theta) &= 0, & \theta \geq \theta_0, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$K_2 = \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} - \theta_0 \right) = \frac{V_2}{3C}, \quad (9)$$

а  $V_2$  — радиальная скорость движения оболочки  $m_2$ ,  $C$  — скорость звука. Для фиксированного момента времени мы будем считать величину  $K_1$  постоянной для любого направления, хотя она зависит от несферичности оболочки в углах от 0 до  $\theta_0$  в данный момент [4].

Главная оболочка Новой взаимодействует с околосредной оболочкой. В результате вещество околосредной оболочки присоединяется к главной оболочке. Теперь полная массовая толщина оболочки в направлении  $\theta$  запишется так:

$$m(\theta) = m_1(\theta) + m_2(\theta) + m_3(\theta), \quad (10)$$

где зависимость  $m_1(\theta)$  и  $m_2(\theta)$  дается уравнением (6), а  $m_3(\theta)$  уравнением (8).

3. Оболочки Новых Геркулеса 1934 г. и Дельфина 1967 г. Применим записанные уравнения для определения углового распределения массовой толщины оболочек Новых Геркулеса 1934 г. и Дельфина 1967 г. Рассмотрим сначала оболочку Новой Геркулеса 1934 г. Для определения  $m_1(\theta)$  мы должны знать  $m_1^*$  и  $\theta_{1 \max}$ , для чего необходимо иметь  $q$  и  $\alpha_1$ . В работе [9] для отношения масс компонентов системы Новой Геркулеса 1934 г. получено  $q = 0.43 - 0.50$ . Мы приняли  $q = 0.45$ . С принятым значением  $q$  по наблюдаемой полуамплитуде кривой лучевой скорости главного компонента  $W_1 = 136$  км/с [9] и учитывая, что плоскость орбиты системы параллельна лучу зрения [1], получаем орбитальную скорость второго компонента  $V_{2 \text{ орб}} = 300$  км/с. Скорость движения медленной оболочки характеризуется смещением линий поглощения предмаксимального спектра [7] и для Новой Геркулеса 1934 г. равна 180 км/с [6]. Из (5) получаем  $\alpha_1 = 0.6$ , а из (3) и (7)  $m_1^* = 0.26$  и  $\theta_{1 \max} = 73.5^\circ$ .

Скорость движения быстрой оболочки  $V_2$  из наблюдений неизвестна. Мы будем рассматривать ее в качестве параметра нашей задачи. Примем пока для скорости быстрой оболочки  $V_2 = 800$  км/с. Тогда получаем для  $m_2^* = 0.97$  и  $\theta_{2 \max} = 9^\circ$ . Угловое распределение массовой толщины быстрой оболочки после ее взаимодействия со вторым компонентом системы меняется незначительно и его можно считать сферически симметричным.

Массы оболочек  $m_1$  и  $m_2$  из наблюдений также неизвестны. Соотношение между ними можно найти из закона сохранения импульса. Строгое решение задачи о столкновении медленной и быстрой оболочек может быть

получено только газодинамическими методами. Однако неопределенность параметров оболочек обесценивает строгость газодинамических методов. Поэтому будем рассматривать столкновение оболочек как механическое слипание, пренебрегая при этом газодинамическими эффектами. Для полярного направления закон сохранения импульса можно записать так:

$$m_1 \left( \theta = \frac{\pi}{2} \right) V_1 + m_2 \left( \theta = \frac{\pi}{2} \right) V_2 = \left( m_1 \left( \theta = \frac{\pi}{2} \right) + m_2 \left( \theta = \frac{\pi}{2} \right) \right) V_p, \quad (11)$$

где  $V_p$  — скорость расширения главной оболочки в полярном направлении. Радиальная скорость движения оболочки DQ Her, измеренная через несколько лет после вспышки, равнялась 290 км/с [12]. Так как луч зрения параллелен орбитальной плоскости [1], то измеряем экваториальную скорость расширения оболочки  $V_e$ . Сравнивая полярные и экваториальные размеры оболочки [1], можно определить скорость движения оболочки в полярном направлении:  $V_p = 390$  км/с. Массовую толщину главной оболочки в полярном направлении выберем в качестве единицы массовой толщины.

$$m_1 \left( \theta = \frac{\pi}{2} \right) + m_2 \left( \theta = \frac{\pi}{2} \right) = 1. \quad (12)$$

Из уравнений (11) и (12) находим  $m_1 \left( \theta = \frac{\pi}{2} \right) = 0.66$  и  $m_2 \left( \theta = \frac{\pi}{2} \right) = 0.34$ . Второй компонент системы не влияет на массовую толщину оболочек в полярном направлении, поэтому полученное соотношение между массовыми толщинами медленной и быстрой оболочек соответствует соотношению между невозмущенными массовыми толщинами этих оболочек. С учетом этого для углового распределения массовой толщины главной оболочки можно записать

$$m_{1+2}(\theta) = 0.51 + 0.49 \left( \frac{\theta}{\theta_{1 \max}} \right)^3. \quad (13)$$

Для определения углового распределения массовой толщины после взаимодействия главной оболочки с околосредной оболочкой мы должны знать константы  $K_1$  и  $K_2$  в уравнении (8). Константу  $K_2$  можно определить по наблюдаемому отношению ширины экваториального пояса к экваториальному диаметру, что дает для DQ Her  $K_2 = 2$  [4]. Константу  $K_1$  можно определить при помощи закона сохранения импульса для направления, лежащего в плоскости экватора.

$$m_1(\theta=0)V_1 + m_2V_2 + m_3(\theta=0)V_3 = [m_1(\theta=0) + m_2 + m_3(\theta=0)]V. \quad (14)$$

Величина радиальной скорости расширения околозвездной оболочки  $m_3$  равна  $V_3=40$  км/с [4]. Из (14) получаем  $m_2(\theta=0)=0.62$ . С другой стороны, из (8) имеем  $m_2(\theta=0)=K_1$  и, следовательно,  $K_1=0.62$ . Окончательно для углового распределения массовой толщины полной наблюдаемой оболочки Новой Геркулеса 1934 г. имеем

$$m(\theta) = 0.51 + 0.49 \left( \frac{\theta}{\theta_{1 \max}} \right)^2 + \frac{1.24}{\sin^2 \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right)} \left[ 1 - 4 \operatorname{ctg} \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \right]. \quad (15)$$

Угловое распределение массовой толщины полной оболочки Новой Геркулеса 1934 г., рассчитанное согласно уравнению (15), приведено на рис. 1. Там же показано угловое распределение массовой толщины в медленной, быстрой и околозвездной оболочках. Из рисунка хорошо видно,

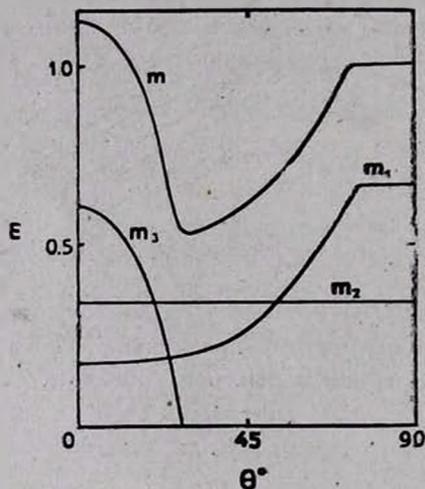


Рис. 1. Относительное угловое распределение массовой толщины оболочки Новой Геркулеса 1934 г.  $m$  — полная (наблюдаемая) оболочка,  $m_1$  — медленная оболочка,  $m_2$  — быстрая оболочка,  $m_3$  — околозвездная оболочка.

что повышение массовой толщины оболочки в полярных направлениях обусловлено неоднородностью углового распределения массовой толщины медленной оболочки, а экваториальное кольцо формируется после присоединения к главной оболочке околозвездной оболочки.

Вернемся к вопросу о скорости движения быстрой оболочки. Как уже отмечалось выше, определений этой скорости из наблюдений нет. Однако в [6] на рис. 3 приведено смещение различных систем линий поглощения

для Новой Геркулеса 1934 г. Скорости движения потоков газа лежат в интервале от 600 до более чем 1000 км/с. Можно предположить, что скорость движения быстрой оболочки  $V_2$  также лежит в этом интервале. Мы рассчитали угловое распределение массовой толщины оболочки для скоростей 600 и 1000 км/с, помимо принятого нами значения 800 км/с. Результаты приведены на рис. 2. Из рисунка видно, что угловое распределение массовой толщины оболочки количественно несколько меняется для разных скоростей, однако качественная картина полностью сохраняется.

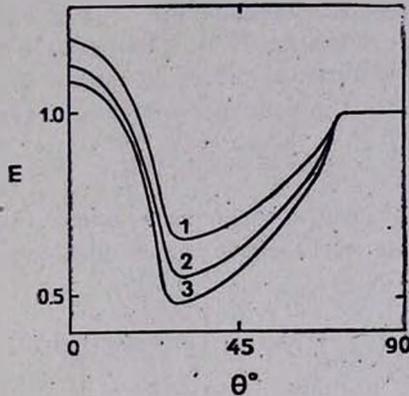


Рис. 2. Относительное угловое распределение массовой толщины оболочки Новой Геркулеса 1934 г. для разных значений скорости быстрой оболочки  $V_2$ . Для указанных кривых значения скорости равны: 1—600, 2—800, 3—1000 км/с.

Будет ли проекция нашей модели на небесную сферу давать выделенные полярные шапки? Для ответа на этот вопрос мы должны рассчитать изофоты. Для этого необходимо знать распределение плотности газа по углам и вдоль радиуса, а также геометрию оболочки. Примем, что закон распределения плотности вдоль радиуса имеет вид

$$\rho(r) \sim \frac{\rho_0}{r^2}. \quad (16)$$

Внешний радиус оболочки в заданном направлении  $r_2(\theta)$  определяется уравнением

$$r_2(\theta) = \int_0^t V(\theta) dt = V(\theta)t \sim V(\theta). \quad (17)$$

Правомерность выноса скорости из-под интеграла обоснована тем, что зависимость угловых размеров оболочки от времени можно аппроксимир-

вать линейной зависимостью [1]. Для определения скорости движения в направлении  $\theta$  можно переписать уравнение (14) в виде

$$V(\theta) = \frac{m_1(\theta) V_1 + m_2 V_2 + m_3(\theta) V_3}{m_1(\theta) + m_2 + m_3(\theta)} \quad (18)$$

Уравнения (17, 18) описывают фронт распространения оболочки Новой. Поэтому изофоты слабой интенсивности должны иметь контур, описываемый уравнением (18).

Оценки показывают [2], что радиальная протяженность полярных шапок порядка 15% длины полярной оси, а радиальная протяженность экваториального кольца порядка 15% экваториального диаметра. Будем считать, что радиальная протяженность оболочки в любом направлении пропорциональна радиусу в данном направлении. Тогда

$$r_1(\theta) = \text{const } r_2(\theta), \quad (19)$$

где  $r_1(\theta)$  — внутренний радиус оболочки в данном направлении.

Используя (16), для массовой толщины оболочки можно записать

$$m(\theta) \sim \int_{r_1(\theta)}^{r_2(\theta)} r^2 \rho(r, \theta) dr \sim r_2(\theta) \rho_0(\theta)$$

или

$$\rho_0(\theta) \sim \frac{m(\theta)}{r_2(\theta)} \quad (20)$$

Уравнение (16) переписется в виде

$$\rho(r, \theta) \sim \frac{m(\theta)}{r_2(\theta)} \frac{1}{r^2} \quad (21)$$

Выбирая некоторое значение радиуса  $r^*$  таким, что  $r_2 > r^* > r_1$  для любого  $\theta$ , можно из уравнения (21) определить относительное угловое распределение плотности в оболочке для фиксированного значения радиуса. Полагая  $r(\theta) = r_1(\theta)$ , мы получим максимальное значение плотности для данного направления. Относительные угловые распределения плотности на фиксированном расстоянии от звезды и максимальной плотности приведены на рис. 3. Из рисунка видно, что как плотность на фиксированном расстоянии от центра, так и максимальная плотность в экваториальном кольце выше, чем в полярных шапках. Между полярными шапками и экваториальным кольцом происходит понижение плотности. Различие плотностей может вести к стратификации излучения в различных линиях.

Рассчитанные изофоты и схематическое распределение яркости по наблюдаемому изображению оболочки DQ Her из [1] приведены на рис. 4. Изофоты даны в логарифмической шкале. Логарифм максимальной интенсивности принят за единицу. Мы ограничились изофотами, интенсивность которых превышает 1% от максимальной. Более слабые изофоты имеют контур, близкий к описываемому уравнением (17). Однако эти изофоты, по-видимому, уже не наблюдаются. Рассчитанное распределение ярких областей согласуется с наблюдаемым.

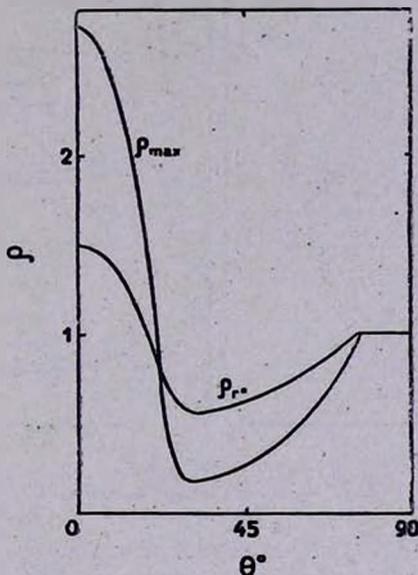


Рис. 3. Относительное угловое распределение плотности на фиксированном расстоянии от центра  $\rho_r$  и максимальной плотности  $\rho_{max}$  в оболочке Новой Геркулеса 1934 г.

Рассмотрим теперь оболочку Новой Геркулеса 1967 г. Согласно [2], для нее  $V_p = 560$  км/с,  $V_s = 190$  км/с и  $K_2 = 1.4$ . В работе [13] построена сводная кривая лучевой скорости оболочки на предмаксимальной стадии, откуда  $V_1 = 230$  км/с. Сравнивая Новую Геркулеса 1934 г. и Дельфина 1967 г. и учитывая, что отношение скоростей  $V_3$  пропорционально отношению констант  $K_2$ , найдем для HR Del  $V_3 = 25$  км/с. Параметры двойной системы HR Del определены в работах [10, 11, 14]. Получены следующие значения:  $W_1 = 100$  км/с,  $i = 39$ ,  $q = 0.5-0.6$ . Принимая  $q = 0.53$ , находим  $a_1 = 0.8$ . У новой Дельфина

1967 г. наблюдались движения газа со скоростями 1000—1700 км/с [15]. Мы приняли  $V_2 = 1400$  км/с.

Относительное угловое распределение массовой толщины оболочки, плотности на фиксированном расстоянии от центра и максимальной плотности для оболочки Новой Дельфина 1967 г. приведены на рис. 5. Точка А указывает границу экваториального кольца, точка В — границу полярных шапок согласно [2]. Отношение максимальных плотностей в экваториальном кольце и полярных шапках порядка 70.

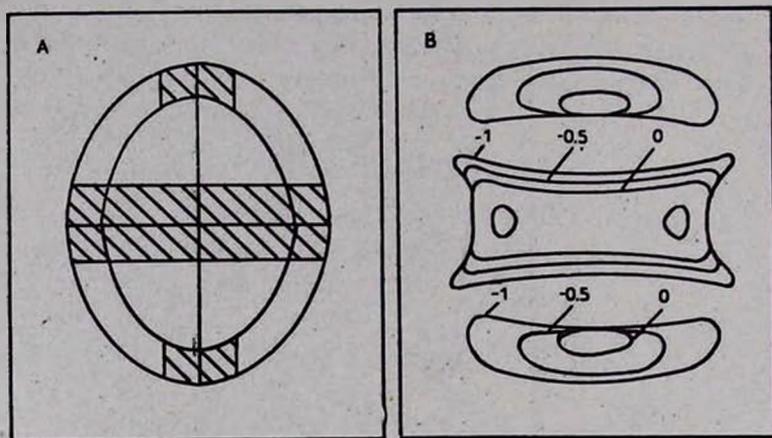


Рис. 4. А — схематическое распределение яркости по наблюдаемому изображению Новой Геркулеса 1934 г. [1]; В — рассчитанные изофоты в логарифмической шкале.

Таким образом, даже такая упрощенная схема вспышки Новой и формирования пространственной структуры оболочки позволяет объяснить наличие полярных шапок и экваториального кольца. Однако отсутствие разработанной теории вспышки Новой и неполнота наблюдательных данных не позволяют получить надежные количественные характеристики. Для более строгого решения задачи необходимо знать, например, на каком уровне формируются линии поглощения предмаксимального спектра и существует ли градиент скорости в медленной оболочке, т. е. как соотносятся наблюдаемая скорость расширения медленной оболочки и ее скорость на уровне разделения систем ( $\sim 10^{11}$  см). С другой стороны, требуется более надежное определение параметров системы: отношение масс компонентов, орбитальные скорости и т. д. Это позволит более строго рассматривать процесс формирования пространственной структуры оболочек Новых.

Предложенный механизм формирования полярных шапок эффективно работает в том случае, когда скорость расширения оболочки меньше или

порядка орбитальной скорости второго компонента системы. По-видимому, это условие справедливо только для медленных Новых, к которым относятся рассмотренные нами.

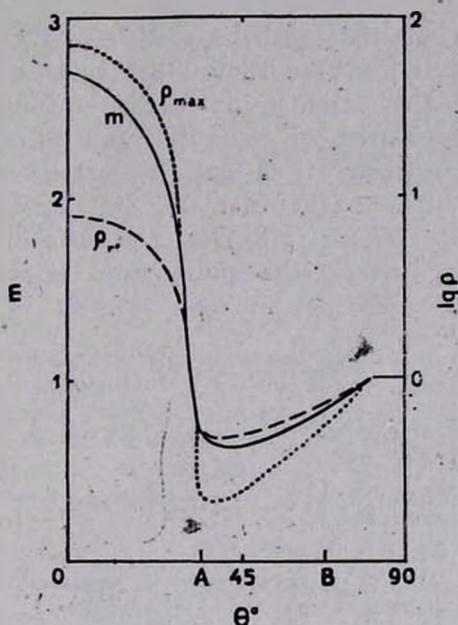


Рис. 5. Относительное угловое распределение массовой толщины  $m$ , плотности на фиксированном расстоянии  $\rho_r$  и максимальной плотности  $\rho_{\max}$  в оболочке Новой Дельфина 1967 г. А, В — угловые размеры полярных шапок и экваториального кольца из работы [2].

4. **Заключение.** Учет влияния второго компонента системы на угловое распределение массовой толщины главной оболочки Новой позволяет объяснить наличие выделенных полярных шапок. Экваториальное кольцо формируется вследствие взаимодействия главной оболочки Новой с околозвездной оболочкой. Отношение максимальных плотностей в экваториальном кольце и полярных шапках порядка 3 для DQ Her и порядка 70 для HR Del. Отношение массовых толщин в экваториальном кольце и полярных шапках 1.13 для DQ Her и 2.7 для HR Del.

Автор выражает благодарность И. Г. Колеснику за предложенную задачу и обсуждение результатов.

THE SPATIAL STRUCTURE OF NOVAE DQ Her  
AND HR Del SHELLS

L. S. PITYUGIN

The formation of the spatial structure of DQ Her and HR Del shells is considered. It has been shown that polar caps are formed due to the influence of the satellite on the angular distribution of mass shell depths. The formation of equatorial ring is caused by the interaction of the nova main shell and the circumstellar shell. The ratio of mass shell depths in the equatorial ring to the one in polar caps is 1.13 for DQ Her and 2.7 for HR Del. The ratio of maximum density in the equatorial ring and in the polar caps is about 3 for DQ Her and about 70 for HR Del.

## ЛИТЕРАТУРА

1. E. R. Mustel, A. A. Boyarchuk. *Astrophys. Space Sci.*, 6, 183, 1970.
2. J. Solf, *Ap. J.*, 273, 647, 1983.
3. Э. Р. Мустель, *Астрон. ж.*, 33, 182, 1956.
4. В. Г. Горбацкий, *Астрофизика*, 8, 369, 1972.
5. J. B. Hutchings, *M N. RAS*, 158, 177, 1972.
6. В. Г. Горбацкий, И. Н. Минин, *Нестационарные звезды*, Физматгиз, М., 1963.
7. В. С. Бычкова, К. В. Бычков, *Астрон. ж.*, 53, 1196, 1976.
8. И. Г. Колесник, Л. С. Пилюгин, *Препринт ИТФ АН УССР*, № 120Р, 1984.
9. J. B. Hutchings, A. P. Cowly, D. Crampton, *Ap. J.*, 232, 500, 1979.
10. J. B. Hutchings, *P. A. S. P.*, 92, 458, 1980.
11. A. Bruch, *P. A. S. P.*, 94, 916, 1982.
12. Б. А. Воронцов-Вельяминов, *Газовые туманности и Новые звезды*, Изд. АН СССР, 1948.
13. Л. И. Антипова, *Астрон. ж.*, 54, 68, 1977.
14. J. B. Hutchings, *Ap. J.*, 232, 176, 1979.
15. J. B. Hutchings, *Publ. Dom. Obs. Vict.*, 13, 347, 1970.

УДК: 524.522+524.423

## О ПРИРОДЕ РАСШИРЯЮЩИХСЯ ОБОЛОЧЕК H I И СПЕКТРЕ ЗВЕЗДНЫХ МАСС ОБ-АССОЦИАЦИЙ

С. А. СИЛИЧ

Поступила 17 января 1985

Принята к печати 8 мая 1985

Рассматривается эволюция гигантских расширяющихся оболочек нейтрального водорода, генерируемых вспыхивающими в ОБ-ассоциациях сверхновыми. Показано, что узость интервала, в котором заключены наблюдаемые скорости расширения оболочек, получает в данной модели естественное объяснение. Условие постоянства скоростей автоматически приводит к хорошо согласующимся с наблюдениями значениям скорости расширения оболочек и показателя звездного спектра масс.

Исследование распределения H I в галактическом диске в узких интервалах скоростей выявило [1] существование множества дугообразных структур с типичными размерами от 0.1 кпс до 1 кпс и характерными массами от  $10^5 M_{\odot}$  до  $10^7 M_{\odot}$ . В ряде случаев угловые размеры наблюдаемых дуг изменяются с изменением лучевых скоростей так, как изменялись бы угловые размеры расширяющихся оболочек. Эти структуры располагаются в спиральных рукавах Галактики [2], но лишь для части оболочек установлена корреляция с располагающимися в рукавах ОБ-ассоциациями. Исследование подобных объектов в других галактиках указывает, однако, на корреляцию оболочек H I с областями недавнего звездообразования [3, 4]. В [5] исследовалось отношение интенсивностей линий S II и H $\alpha$  от каверн неизвестной природы в БМО. Было показано, что для наблюдаемых полостей это отношение больше, чем для классических областей H II и они заполняют брешь между тепловыми и нетепловыми источниками. Наблюдаемые скорости расширения обнаруженных Хейлесом [1] оболочек заключены в узком интервале  $10 \text{ км/с} \lesssim U \lesssim 24 \text{ км/с}$ , в то время как их линейные размеры изменяются от приблизительно 0.1 кпс до 2 кпс. Если расширяющиеся гигантские оболочки имеют единую физическую природу, то изменение размеров оболочек связано с их эволюцией во времени. В этом случае данные наблюдений свидетельствуют о том, что скорости расширения оболочек (по крайней мере на поздних стадиях эволюции) остаются приблизительно постоянными.

Предложены следующие механизмы генерации сверхоболочек: совместное воздействие на межзвездную среду звездного ветра и вспышек сверхновых в ОВ-ассоциациях [6, 7], развитие вокруг ОВ-ассоциаций гигантских зон Н II [8], распространение каскада вспышек сверхновых [9], взрывы очень массивных звезд [10], воздействие на межзвездную среду лучевого давления звезд поля [11], столкновение с галактическим диском высокоскоростных облаков [12]. Наконец, в ряде работ вообще ставится под сомнение существование по крайней мере части гигантских полостей и оболочек как реальных объектов. Предполагается, что наблюдаемая в рентгеновском и радиодиапазонах картина формируется в результате наложения на луче зрения ряда дискретных источников [13] или отражает слоистое распределение газа в спиральных рукавах [2].

Большинство предложенных механизмов приводит к образованию объектов со сходными наблюдательными проявлениями. Поэтому для понимания природы расширяющихся сверхоболочек необходим детальный анализ всех возможных наблюдательных эффектов [8, 14] и поиск косвенных аргументов в пользу той или иной возможности.

В настоящей работе рассматривается эволюция ОВ-ассоциации, погруженной в диффузное сверхоблако нейтрального водорода [15], сопровождающаяся вспышками массивных звезд как сверхновых и образованием расширяющейся оболочки Н I. Показано, что в этом случае скорости расширения оболочек могут быть постоянными. Для этого требуется, чтобы темп поступления энергии  $\epsilon_0(t)$  в полость, охваченную оболочкой, имел определенную зависимость от времени:  $\epsilon_0(t) \sim t^2$ . Если основная доля энергии, поступающей в полость, связана со вспышками сверхновых в эволюционирующей ОВ-ассоциации, то указанная зависимость  $\epsilon_0$  от времени определяет показатель спектра масс звезд  $\delta$  в исходной ОВ-ассоциации и, в конечном счете, скорость расширения оболочки. Вычисленные таким образом значения  $\delta$  и  $U$  хорошо согласуются с независимыми данными о распределении звезд по массам и наблюдаемыми скоростями расширения сверхоболочек.

Примем в дальнейшем приближение 1,5-мерной газодинамики [16, 17]. Ударную волну, образующуюся в результате совместного воздействия на межзвездную среду вспыхивающих в ОВ-ассоциации сверхновых, будем считать сильной. Будем полагать также, что вся нагретая масса сосредоточена в тонком слое радиуса  $R$ , а давление всюду внутри полости одинаково. В этом приближении движение оболочки описывается системой уравнений [17]\*:

\* Влияние неоднородности распределения газа, гравитационного воздействия звезд поля и радиационных потерь энергии будет рассмотрено в следующей работе.

$$M = \frac{4}{3} \pi \rho R^3, \quad (1)$$

$$U = \frac{2}{\gamma + 1} \dot{R}, \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} (MU) = 4\pi R^2 P, \quad (3)$$

$$E = \frac{4\pi}{3(\gamma - 1)} R^3 P + \frac{1}{2} MU^2, \quad (4)$$

$$E = \int_0^t \epsilon_0(t) dt, \quad (5)$$

где точка обозначает дифференцирование по времени,  $U$ ,  $M$  — скорость и масса оболочки,  $\gamma$  — показатель адиабаты газа,  $\epsilon_0(t)$  — темп поступления энергии в полость в результате вспышек сверхновых. Исключая из (1)–(4)  $M$  и  $U$  и подставляя  $P$  из (4) в (3), приходим к уравнению:

$$\ddot{R} + \frac{6\gamma}{\gamma + 1} R^{-1} \dot{R}^2 = \frac{9(\gamma^2 - 1)}{8\pi\rho R^4} E(t). \quad (6)$$

Расширение оболочки до момента вспышки первой сверхновой обусловлено совокупным воздействием на межзвездную среду звездных ветров массивных членов ассоциации. Согласно [6] фаза звездного ветра оканчивается при  $t = t_0 \approx 3 \cdot 10^6$  лет, когда для типичной ассоциации, погруженной в диффузное облако с концентрацией частиц  $n \approx 10 \text{ см}^{-3}$  и числом массивных звезд  $N \approx 100$ , радиус оболочки достигает  $R_0 \approx 50$  пс. Мы будем рассматривать более позднюю стадию ( $t > t_0$ ;  $R > R_0$ ), когда преобладающим источником подкачки энергии в полость, ограниченную оболочкой, становятся вспышки массивных звезд как сверхновых и вкладом в (5) звездного ветра можно пренебречь. На этой стадии, как следует из (6), для постоянства скорости расширения оболочки зависимость полной энергии, выделившейся внутри полости, от времени должна иметь вид:

$$E(t) = \frac{16 \pi \gamma \rho R^5}{3(\gamma + 1)(\gamma^2 - 1)} t^3. \quad (7)$$

Соответственно темп поступления энергии в полость, охваченную оболочкой, должен быть равен:

$$\epsilon_0(t) = \frac{dE}{dt} = \frac{16 \pi \gamma \rho R^5}{(\gamma + 1)(\gamma^2 - 1)} t^2. \quad (8)$$

Время жизни звезды на главной последовательности определяется ее массой [18]:

$$t = Am^{-\alpha}, \quad (9)$$

где  $A = 5.3 \cdot 10^7$  лет,  $\alpha \simeq 0.6$ ,  $m$  выражается в массах Солнца. Поэтому темп поступления энергии в полость в результате вспышек проэволюционировавших массивных членов ОВ-ассоциации определяется начальным спектром масс  $n(m)$ :

$$n(m) = \frac{dN}{dm} = Cm^{\delta}, \quad (10)$$

где  $N$  — общее число массивных звезд в ассоциации,  $\delta$  — показатель спектра масс звезд. Предполагая, что при вспышке каждой сверхновой в среднем выделяется энергия  $E_0$  и используя (9) и (10), найдем  $\epsilon_0(t)$ :

$$\epsilon_0(t) = -E_0 \frac{dN}{dt} = CE_0 \alpha^{-1} A^{\frac{\delta+1}{\alpha}} t^{-\frac{\delta+\alpha+1}{\alpha}}. \quad (11)$$

Из (11) следует, что темп выделения энергии в ОВ-ассоциации в результате вспышек массивных звезд пропорционален  $t^2$  ( $\epsilon_0(t) \sim t^2$ ), а скорость расширения образующейся вокруг ассоциации оболочки постоянна, когда показатель спектра масс  $\delta$  равен:

$$\delta = -1 - 3\alpha \simeq -2.8. \quad (12)$$

Это значение  $\delta$  хорошо согласуется с величиной, полученной по прямым наблюдениям рассеянных скоплений и звезд фона ( $\delta = -2.5 \pm 0.4$  [19]). Интегрируя (10) по  $m$  в пределах от  $m_1$  до  $m_2$ , где  $m_1$  — минимальная масса звезды, взрывающейся как сверхновая, а  $m_2$  — максимальная масса звезд ассоциации и учитывая, что  $m_2 \gg m_1$ , найдем константу  $C$ :

$$C \simeq -\frac{(\delta+1)N}{m_1^{\delta+1}}. \quad (13)$$

Подставляя найденные значения  $\delta$  и  $C$  в (11) и приравнивая правые части (11) и (8), получим выражение для скорости расширения оболочки  $U$ :

$$U = U_0 = \frac{2}{\gamma+1} \left| \frac{3(\gamma+1)(\gamma^2-1)}{16\pi\gamma} \frac{NE_0 m_1^{1.8}}{\rho A^3} \right|^{1/5}. \quad (14)$$

Подставляя в (14) типичные для ОВ-ассоциаций значения

$$N \approx 100, \quad \gamma = 5/3, \quad E_0 = 10^{51} \text{ эрг}, \quad m_1 \approx 9 \text{ [20]}$$

и характерное для диффузных облаков значение плотности газа  $\rho \approx 10^{-23} \text{ г/см}^3$ , получаем хорошо согласующуюся с наблюдениями величину скорости расширения оболочек  $U_0 \approx 14 \text{ км/с}$ . Из (14) следует также, что значение  $U_0$  слабо зависит от параметров ассоциации и параметров окружающего ассоциацию газа. Так, для тех же значений  $N, E_0, m_1$  и  $\rho \approx 10^{-24} \text{ г/см}^3$  получаем  $U_0 \approx 22 \text{ км/с}$ . Этим, по-видимому, объясняется узость интервала, в котором заключены наблюдаемые скорости расширения оболочек ( $U_0 = 10 + 24 \text{ км/с}$ ). Скорость расширения оболочки будет оставаться постоянной до тех пор, пока все массивные члены ассоциации не взорвутся как сверхновые, что произойдет через  $t_c = Am_1^{-\alpha} \approx 1.5 \cdot 10^7$  лет, когда размеры оболочки достигнут  $R_c = 1/2 (\gamma + 1) U_0 t_c \approx 300 \text{ пс} + 500 \text{ пс}$ . При  $t > t_c$  полная энергия  $E = NE_0 \approx \text{const}$ . Решение (6) находится стандартным способом [21] и зависимость  $U$  от  $R$  имеет вид:

$$U = U_0 \left( \frac{\gamma + 1}{3\gamma - 1} \right)^{1/2} \left[ \frac{4\gamma}{\gamma + 1} \left( \frac{R}{R_c} \right)^{\frac{3(3\gamma - 1)}{\gamma + 1}} - 1 \right]^{1/2}. \quad (15)$$

Оболочка будет расширяться до тех пор, пока ее скорость не сравняется со скоростью хаотического движения молекулярно-пылевых облаков  $U_c = 5 + 10 \text{ км/с}$  [6, 22]. При этом радиус оболочки, как следует из (15), может увеличиться в 2—3 раза и достичь  $0.6 + 1.5 \text{ кпс}$ .

Таким образом, при исследовании динамики образующихся вокруг ОВ-ассоциаций оболочек необходимо учитывать, что процесс выделения энергии внутри полости в результате вспышек сверхновых растянут во времени. В такой модели единственное (следующее из наблюдений [1]) требование постоянства скорости расширения оболочки приводит к хорошо согласующимся с наблюдениями значениям величин скоростей расширения оболочек и показателя спектра масс звезд. Естественное объяснение в этой модели получает также узость интервала наблюдаемых скоростей расширения гигантских оболочек НІ. Самосогласованность полученных результатов и хорошее согласие с данными независимых наблюдений свидетельствуют в пользу гипотезы о происхождении гигантских расширяющихся оболочек НІ в результате коллективного воздействия на межзвездную среду вспыхивающих в эволюционирующих ОВ-ассоциациях сверхновых.

Автор выражает благодарность И. Г. Колеснику и П. И. Фомину за полезное обсуждение работы.

Главная астрономическая  
обсерватория АН УССР

# ON THE NATURE OF EXPANDING HI SUPERSHELLS AND THE SPECTRUM OF STELLAR MASSES OF OB-ASSOCIATIONS

S. A. SILICH

The evolution of expanding supershells produced by supernovae explosions in OB-associations is considered. It has been shown that the narrow range of the observed velocities is naturally explained in the model. The supershells expanding velocities and star mass spectrum index obtained from the condition of velocity constancy agree well with observational data.

## ЛИТЕРАТУРА

1. C. Helles, *Ap. J.*, 229, 533, 1979.
2. И. В. Госачинский, *Письма АЖ*, 8, 214, 1982.
3. J. Meaburn, *Highlights of Astronomy*, 6, 655, 1933.
4. E. Brinks, E. Bajaja, *Surv. South. Galaxy Proc. Workshop. Leiden Observ., Dordrecht*, 247, 1983.
5. Y. M. Georgelin, Y. P. Georgelin, A. Laval, G. Monnet, M. Rosado, *Astron. Astrophys. Suppl. ser.*, 54, 459, 1983.
6. F. G. Bruhweiler, T. K. Gull, M. Kafatos, S. Sofka, *Ap. J.*, 238, 127, 1980.
7. K. Tomisaka, A. Habe, S. Iksacht, *Astrophys. Space Sci.*, 78, 273, 1981.
8. G. Tenorio-Tagle, *Publ. Astron. Inst. Czechosl. Acad. Sci.*, 56, 168, 1983.
9. W. Cash, P. Charles, S. Bowyer, F. Walter, G. Galmire, G. Riegler, *Ap. J.*, 238, L71, 1980.
10. С. И. Блинныеков, В. С. Ищенко, В. П. Угробин, *Письма АЖ*, 8, 671, 1982.
11. B. G. Elmegreen, W.-H. Chihg, *Ap. J.*, 253, 666, 1982.
12. G. Tenorio-Tagle, *Astron. Astrophys.*, 88, 61, 1981.
13. Н. Г. Бочкарев, Т. Г. Ситник, *Астрон. цирк.*, № 1261, 1, 1983.
14. С. А. Силич, П. И. Фомин, *Препринт ИТФ АН УССР*, № 84-65Р, 1984.
15. B. G. Elmegreen, D. M. Elmegreen, *M. N. RAS*, 203, 31, 1983.
16. А. С. Компанеев, *ДАН СССР*, 130, 1001, 1960.
17. Г. С. Бисноватый-Козан, С. И. Блинныеков, *Астрон. ж.*, 59, 876, 1982.
18. G. F. Bisiacchi, C. Firmani, A. F. Sarmiento, *Astron. Astrophys.*, 119, 167, 1983.
19. Дж. М. Скало, в кн. «Протозвезды и планеты», *Мир*, М., ч. 1, 1982, стр. 295.
20. И. С. Шкловский, *Письма АЖ*, 10, 723, 1984.
21. В. В. Степанов, *Курс дифференциальных уравнений*, Физматгиз, М., 1958.
22. Л. Спитцер, *Физические процессы в межзвездной среде*, *Мир*, М., 1981.

УДК: 524.52

## О РАДИАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ ТЕМНЫХ ГЛОБУЛ

А. Л. ПЮЛЬБУДАГЯН

Поступила 25 октября 1983

Принята к печати 3 июля 1985

В работе приводятся примеры радиальных систем, состоящих из темных глобул и слоновых хоботов. Кроме уже известных систем, в центре которых расположены горячие звезды, приведены данные о трех радиальных системах нового вида: в их центре располагаются звезды спектральных типов позднее, чем В. Приводятся данные о 32 глобулах радиальных систем ассоциации Сер OB2. На основании наблюдательных данных делается вывод о происхождении хотя бы части изолированных глобул Бока из слоновых хоботов и темных глобул, составляющих радиальные системы вокруг горячих звезд. В работе также рассматривается возможность того, что два молекулярных облака, расположенных около туманности Розетка и имеющих скорости, отличающиеся на  $\sim 20$  км/с от скорости туманности, были выброшены в двух противоположных направлениях из центра туманности. Одно из этих облаков состоит из темных глобул, составляющих радиальную систему туманности Розетка.

1. *Введение.* Кроме гигантских молекулярных облаков в нашей Галактике существуют также маленькие непрозрачные облака, состоящие из пыли и газа. Такими объектами являются глобулы Бока (или Барнарда), а также глобулы и слоновые хоботы в областях Н II, кометарные глобулы. Попытаемся установить, какая существует связь между этими объектами. Для этого рассмотрим в отдельности каждый из перечисленных выше объектов.

2. *Глобулы Бока.* Бок рассматривает два вида глобул [1]. I вид — маленькие глобулы примерно сферической формы, видимые на фоне областей Н II. II вид — большие изолированные глобулы (собственно глобулы Бока). Размеры глобул Бока I вида порядка 0.1 пс, а II вида — 2 пс [1]. Бок находит, что размеры глобул I вида настолько малы, что можно обнаруживать их только на фоне светлых туманностей и нет возможности судить об их распространенности в других областях пространства. Глобулы же II вида встречаются во многих местах Галактики. Наряду с изолированными глобулами имеются и такие, которые образуют комплексы с темными облаками. Некоторые из глобул имеют светлые ободки.

3. *Темные глобулы и «слоновые хоботы» в областях H II.* Наблюдения свидетельствуют о том, что яркие звезды ранних спектральных классов образуются в гигантских молекулярных облаках, преимущественно на их периферии. После образования эти звезды вытесняют газ и пыль из своего непосредственного окружения. Образуется обширная область H II вокруг ранних звезд. В последнее время было показано, что в молекулярных облаках есть области повышенной плотности размерами 0.1—0.3 пс., в которых сосредоточена основная масса облаков [2, 3]. Когда ионизационный фронт доходит до этих областей, они испаряются, если находятся близко от ионизирующих звезд, и испаряются частично, если располагаются дальше. При еще большем расстоянии они сохраняются и обтекаются ионизационным фронтом, а позади них образуются хвосты из неионизованного вещества молекулярного облака.

Согласно вышеизложенной картине, вокруг ранних ОВ звезд должна иметься область, в которой отсутствуют темные облака (область H II); далее расположена область с маленькими темными облаками и еще дальше — область с большими плотными облаками с хвостами. Что же мы имеем из наблюдений?

Рассмотрим туманность «Розетка». Это область H II, окружающая скопление ранних звезд NGC 2244. Вокруг скопления радиусом примерно до 7 пс не видно темных облаков, затем появляются темные глобулы (Бок в [1] приводит их в качестве примера глобул I вида), а начиная с 10 пс — так называемые «слоновые хоботы». Темные глобулы имеют вид удлиненных образований, их граница, обращенная к скоплению, более резкая, а противоположная — диффузная (Хербиг в [4] назвал их «слезинками»). Эти глобулы расположены радиально относительно скопления — большие оси их как бы исходят из скопления (это расположение заметил Хербиг [4]). Некоторые из глобул имеют отростки, доходящие до расположенных дальше слоновых хоботов. Слоновые хоботы, которые имеют вид длинных отростков с округлыми или прямоугольными вершинами, имеющими резкие границы (вершины направлены в сторону скопления), большими осями также направлены в сторону центральных звезд. Многие слоновые хоботы соединяются, образуя широкие темные комплексы. Ионизованная область входит в эти комплексы в промежутках между слоновыми хоботами. Если следовать изложенной выше схеме, то в отношении радиальной системы глобул туманности «Розетка» можно констатировать, что плотные образования на расстояниях до 7 пс полностью испарились, дальше следуют частично сохранившиеся плотные образования (слезинки), за ними — темные образования с отростками из оставшегося менее плотного вещества молекулярного облака (слоновые хоботы), а уже в самом конце — остатки молекулярного облака, до которых не дошла ионизационная волна.

Центральные звезды ионизируют ближайшую к ним границу глобул, образуя так называемые «римы» (или ободки), если же давление излучения сильно (или силен звездный ветер, исходящий из центра), то вещество ободков будет стекать вдоль границы глобул и образовывать светящиеся хвосты. Это, так называемые, «кометарные глобулы». Они хорошо видны в туманности Гама, которая расположена в три раза ближе туманности «Розетка».

4. *Кометарные глобулы.* В туманности Гама было найдено более 30 кометарных глобул, удаленных в среднем на 70 пс от центра туманности [3—7]. В центральной области туманности Гама расположены 3 объекта: звезды  $\zeta$  Pup и  $\gamma^2$  Vel и пульсар. Эти объекты образуют примерно равно-сторонний треугольник, расстояние между вершинами которого 30—40 пс. Кометарные глобулы образуют радиальную систему относительно центра этого треугольника.

Кометарные глобулы в туманности Гама имеют самые разные размеры. Вершины имеют толщину от 0.02 пс (что находится на пределе обнаружения) до 0.4 пс, а хвосты имеют длину от 0.04 пс до 9 пс [7]. При этом имеет место плавный переход от размеров глобул Бока I вида к глобулам II вида (слоновым хоботам и большим слезинкам), что должно свидетельствовать о том, что эти оба вида объектов на самом деле имеют сходную природу и, по-видимому, одинаковое происхождение.

Среди объектов, окружающих центральную область туманности Гама, кроме кометарных глобул есть темные глобулы и слоновые хоботы без ярких хвостов, но с ободками, причем эти ободки находятся на стороне, обращенной к центру туманности Гама. Эти объекты также составляют радиальную систему [7], но, возможно, из-за большего расстояния от центральных звезд, у них нет ярких хвостов. Среди слоновых хоботов есть объекты как с закругленной, так и с плоской вершиной, есть также очень маленькая глобула (0.05 пс), по форме настоящая слезинка, хотя и не проектируется на яркую область.

5. *Радиальные системы глобул в ассоциации Сер OB2.* В ассоциации Сер OB2 нам удалось обнаружить 4 радиальные системы темных глобул. В табл. 1 даны координаты глобул и слоновых хоботов (а также размеры их вершин и хвостов). Эти оба типа объектов объединены под названием ГРС—глобул радиальных систем. Нужно отметить, что из этих четырех систем 3 составляют новый тип радиальных систем темных глобул — без ионизованного вещества, а центральные звезды системы не являются горячими.

а) *Радиальная система вокруг звезды HD 206267.* Около этой звезды спектрального класса O 6.5 V<sub>f</sub> расположена область H II (IC 1396). Есть

Таблица 1

ГЛОБУЛЫ РАДИАЛЬНЫХ СИСТЕМ  
(ОБЪЕКТЫ ГРС) АССОЦИАЦИИ Сер ОВ2

№	$\alpha_{1950}$	$\delta_{1950}$	$l_{\Sigma}$	$l_{\Sigma B}$
1	21 <sup>h</sup> 30 <sup>m</sup> 55 <sup>s</sup>	57°35.4	0.4	4.5
2	21 31 24	57 36.4	0.3	1.1
3	21 31 29	57 50.0	11.7	5
4	21 32 40	57 17.7		19
5	21 34 36	58 18.8	2.2	3.9
6	21 35 22	57 16.7	5.5	25
7	21 36 24	57 34.4	1.1	2.2
8	21 37 14	55 44.4	2.2	13
9	21 37 20	55 54.0	1.1	5.5
10	21 38 02	57 10.0	1.1	1.7
11	21 38 18	56 02.2	5	10
12	21 38 50	56 22.2	1	6
13	21 38 57	57 32.8	2.8	7.8
14	21 39 09	58 02.2	4.4	8.9
15	21 39 44	56 23.3	4.5	4.5
16	21 39 58	56 02.2	2.2	6.7
17	21 40 32	56 29.9	5	25
18	21 41 30	56 50.0	0.3	1.1
19	21 41 58	56 30.6	0.5	3
20	21 42 26	58 00.0	1	7.8
21	21 42 27	55 52.6	0.7	3.3
22	21 42 53	56 55.6	1.1	5.6
23	21 43 29	56 45.5	0.6	2.2
24	21 43 32	56 34.0	0.5	1.1
25	21 44 22	57 00.6	0.4	4
26	21 44 51	57 08.0	0.6	0.7
27	21 44 27	56 54.8	0.3	0.6
28	21 44 51	57 04.2	1.2	6.7
29	21 45 02	57 12.0	1	1.5
30	21 45 17	56 53.7	0.6	3.7
31	21 50 09	58 47.0	4.4	14
32	22 05 20	58 45.6	11	22

ряд слоновых хоботов и слезинок с ободком. Они имеют вид кометарных глобул. К этой системе относятся глобулы: ГРС 1, 2, 3, 4, 5, 6, 12, 13, 14, 20, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29. Они в среднем начинаются с 11 пс (в проекции, от центральной звезды).

б) Система, расположенная южнее туманности IC 1396. Некоторые глобулы проектируются на IC 1396, что может свидетельствовать о том, что система б расположена ближе системы а. В эту систему входят изолированные слоновые хоботы и глобулы без римов: ГРС 7, 8, 9, 15, 16, 17, 19, 21. На месте пересечения больших осей этих глобул находится звезда BD + 542612. Между этой звездой и глобулами не видно ни темного вещества, ни ионизованной материи. Спектральный тип звезды согласно [8] K2, там же указана видимая величина звезды ( $m_V = 7^m.9$ ,  $m_{pg} = 9^m.0$ ). Фотоэлектрические наблюдения на 20" телескопе БАО для этой звезды дали следующие величины:  $V = 7^m.58$ ,  $B - V = 1^m.57$ ,  $U - B = 1^m.26 (\pm 0^m.02)$ . Если принять, что эта звезда находится на расстоянии Сер OB2 (750 пс), то без учета поглощения абсолютная величина звезды будет  $-1^m.8$ . Из [9] можно получить, что это звезда класса светимости II (яркий гигант) при поглощении  $A_V = 0^m.3$ . Можно предположить, что звезда в прошлом была горячей, образовала область H II, глобулы и слоновые хоботы, затем спектр звезды изменился, ее блеск ослаб, но ориентация глобул и слоновых хоботов сохранилась. В данной системе ГРС начинаются в среднем с 15 пс.

в) Система, расположенная юго-восточнее туманности IC 1396. Глобулы этой системы проектируются на IC 1396, то есть она расположена ближе туманности. В эту систему входят глобулы без римов ГРС 10, 18, 22, 30. Большие оси этих четырех глобул примерно параллельны, так что трудно определить, какая звезда ответственна за их происхождение.

г) Система, расположенная восточнее IC 1396. Она состоит из ряда темных туманностей и двух изолированных слоновых хоботов без рима: ГРС 31 и 32. Большие оси слоновых хоботов пересекаются близ звезды BD + 582381. В [8] дан спектральный тип звезды — A0 и видимая величина ( $m_V = 7^m.7$ ,  $m_{pg} = 7^m.6$ ). Наблюдения на 20" телескопе БАО для этой звезды дали следующие результаты:  $V = 7^m.6$ ,  $B - V = 0^m.07$ ,  $U - B = 0^m.13 (\pm 0^m.02)$ . При предположении, что эта звезда находится на расстоянии 750 пс, без учета поглощения для абсолютной величины получим  $M_V = -1^m.8$ . Для класса A0 имеем  $E_{B-V} = 0^m$ , так что  $A_V = 0^m.2$  и  $M_V = -2^m$ . Эта абсолютная величина соответствует классу светимости II (яркий гигант). Между звездой и глобулами не видно

темного или ионизованного вещества. ГРС этой системы расположены на расстоянии 13 пс в проекции от центральной звезды.

Среди объектов ГРС встречаются как кометарные глобулы (в системе *a*), так и изолированные без римов (в системах *b* и *г*), причем размеры вершин объектов ГРС лежат в интервале 0.07—1.5 пс, то есть опять мы имеем *плавный переход* от глобул I вида к глобулам II вида. Присутствуют слоновые хоботы как с закругленными, так и с плоскими вершинами. Имеется маленькая глобула, ГРС 21 (0.05 пс., которая видна и за областью Н II. Это, видимо, происходит из-за контраста с общим звездным фоном, так что такие маленькие глобулы можно обнаруживать и за пределами области Н II.

6. *Глобулы и нестационарные звездные объекты.* В ряде глобул встречаются звезды типа Т Тельца, объекты Хербига—Аро. Причем это относится как к изолированным, так и к кометарным глобулам.

Обратимся к глобулам в туманности Гама. В глобуле CG 30 находится объект Хербига—Аро (НН—R2). Рядом с этим объектом (в 0.2 к NW) находится слабая звезда, из которой, возможно, и выброшен этот объект. На границе глобулы CG1 находится звезда Berges 135, которая, согласно [7], имеет свойства звезды типа Т Тельца. В CG 22 находится звезда с  $H_2$ -эмиссией и другими эмиссионными линиями [7]. Есть нестационарные объекты, связанные с глобулами без ярких хвостов. Так, Бок [10] обнаружил, что объекты НН 46 и 47 находятся на краю глобулы GDC 1 (эта глобула считается Боком классической глобулой II вида, хотя и принадлежит радиальной системе туманности Гама). На краю GDC 5 находится звезда с кометарной туманностью в виде конуса. Таким образом, из 45 глобул радиальной системы туманности Гама 5 связаны с видимыми компактными нестационарными объектами.

Рассмотрим теперь радиальные системы около туманности IC 1396. В вершине ГРС 6 находятся две звезды типа Т Тельца: Lk  $H_2$  349 и Lk  $H_2$  349c [11]. последняя связана с кометарной туманностью в виде конуса GM 1—31. В вершине ГРС 20 расположены один яркий и два слабых туманных объекта, которые похожи на объекты Хербига—Аро (Х-А) (№ 6 из [12]). На краю глобулы ГРС 32 находится объект № 22 из [13], похожий на объект Х-А. Таким образом, из 32 объектов ГРС три связаны с видимыми нестационарными объектами.

В этой области есть объект с конической туманностью, рядом с которым имеются красные сгущения (GM 2—13 [14]). Он расположен на краю темного облака, в которое переходит ГРС 14. В темном облачке, находящемся между глобулами из группы *b* и их центральной звездой, есть звезда с кометарной туманностью GM 1—52 и рядом две красные звезды (возможно, погруженные в это облачко). Но это облачко не выделяется

так же контрастно, как глобулы из системы б, что может свидетельствовать о том, что оно расположено дальше.

Мы просмотрели известные объекты X-A и звезды, связанные с кометарными туманностями. Оказалось, что из 140 звезд, связанных с кометарными туманностями, 100 находятся в темных глобулах; из 30 GGD объектов 12 находятся в темных глобулах, из 35 НН объектов 3 находятся в глобулах. Разницу между GGD и НН объектами можно объяснить тем, что НН объекты в основном найдены в больших темных облаках, а GGD объекты — в основном вне этих облаков.

7. *О наличии биполярного выброса из центра туманности Розетка.* Туманность Розетка расположена на краю гигантского молекулярного облака, входящего в ассоциацию Моп OB2. Центральные звезды туманности Розетка составляют ядро этой ассоциации. В [15] приводятся результаты наблюдений в линиях CO этого облака. Оказывается, оно состоит из компактных областей, имеющих размеры в несколько парсек (меньшие детали были недоступны наблюдениям из-за низкого разрешения), с более разреженным веществом между ними. Измеренная радиальная скорость компактных областей  $V_{LSR} = (15 \div 18)$  км/с. От этой скорости отличается скорость компактной области А4 ( $V_{LSR} = 39.6 \pm 0.3$  км/с). Размеры этой области 1.5 пс, масса оценена в  $20 M_{\odot}$  (хотя для этой области не были проведены наблюдения в линиях  $^{13}CO$ , но в [15] для нее принята средняя для других областей плотность, а отсюда вычислена масса). Область А4 расположена юго-восточнее центра ионизации (понятие о центре ионизации взято из [16]) туманности Розетка — в 19 пс от этого центра.

Обратимся теперь к рассмотренной выше системе темных глобул и слоновых хоботов, расположенной в северо-западной части туманности Розетка. Размеры этой системы  $4 \times 2$  пс Шнепс и др. [16] провели наблюдения этих глобул в линиях CO. Радиальные скорости глобул оказались равными  $V_{LSR} = 1 \pm 1$  км/с, а масса всей системы оценена в  $100 M_{\odot}$ .

Можно предложить два объяснения отличию этой скорости от вышеупомянутой скорости молекулярного облака. 1) Скорость сообщена глобулам звездным ветром, выходящим из ранних звезд скопления NGC 2244 [16]. 2) Туманность, из которой образовались глобулы, и описанное выше сгущение А4 были выброшены из центра ионизации туманности Розетка в двух противоположных направлениях и с одинаковыми скоростями (возможно, во время образования скопления NGC 2244).

Рассмотрим доводы в пользу второго предположения. Как система темных глобул, так и область А4 находятся примерно на одинаковых расстояниях (в проекции на картинную плоскость) от центра ионизации ту-

манности Розетка — соответственно на 18 и 19 пс, размеры их примерно одного порядка (несколько большие размеры системы темных глобул можно объяснить ее расширением: скорости центральных глобул системы на 1—2 км/с меньше скоростей боковых глобул, что может быть вызвано расширением системы). Центр области А4, центр ионизации туманности Розетка и середина системы темных глобул (речь здесь везде идет о расположенной в северо-западной части туманности Розетка группе темных глобул) лежат примерно на одной линии. Скорость тела, из которого был произведен предполагаемый биполярный выброс, должна быть равна средней скорости области А4 и системы глобул — 19.3 км/с.

Скорость, полученная для туманности Розетка по эмиссионной линии  $H_{\alpha}$ ,  $V_{LSR} = 16.5 \pm 0.5$  км/с; по рекомбинационной линии  $H 109$ ,  $V_{LSR} = 15.3 \pm 1.8$  км/с; для 5 звезд типа О среднее  $V_{LSR} = 22 \pm 7$  км/с; а среднее для звезд скопления NGC 2244,  $V_{LSR} = 21 \pm 3$  км/с (все эти данные приводятся в [16]). Таким образом, скорость 19.3 км/с ближе всего к скорости звезд, что может быть свидетельством в пользу второго предположения.

Обратимся теперь к первому предположению. Приняв, что системы темных глобул должны расширяться из-за действия звездного ветра, нужно допустить, что этот процесс должен иметь место во всех радиальных системах, содержащих горячие звезды.

В [17] были проведены наблюдения глобулы ГРС 6 из ассоциации Сер OB2. Для этого объекта получена радиальная скорость  $V_{LSR} = -8 \pm 1.5$  км/с. Для других глобул радиальной системы  $a$  в [18] получены значения, отличающиеся на  $\pm 1$  км/с от скорости ГРС 6. Найдем теперь скорость звезд в окрестности этой системы (центральная звезда этой системы кратная, и нет возможности воспользоваться ее скоростью). Артюхина в [19] выделяет две группы звезд, составляющих ядра ассоциации Сер OB2: скопление NGC 7160 и скопление Тг 37, погруженное в IC 1396. Мы взяли данные о радиальных скоростях 9 звезд из второй группы [20], для которых известны спектральный тип и класса светимости, а модуль расстояния заключен в интервале  $8^m 8 - 10^m 0$  (модуль расстояния до IC 1396 равен  $9^m 4$ ). Для средней остаточной скорости этих 9 звезд получается значение  $-8 \pm 3$  км/с. Отсюда можно заключить, что звездный ветер существенно не изменил скорость глобул из радиальной системы  $a$ .

Исследование радиальных скоростей глобул в туманности Гама показало, что основная часть этой скорости вызвана галактическим вращением и лишь остаточная часть скорости порядка 2 км/с может быть вызвана расширением системы глобул [21].

Таким образом получается, что из трех радиальных систем: в туманности Гама, системы *a* из ассоциации Сер OB2 и системы в туманности Розетка, в двух первых звездный ветер привел к расширению системы со скоростью  $\approx 2$  км/с (хотя это расширение может быть вызвано и иными

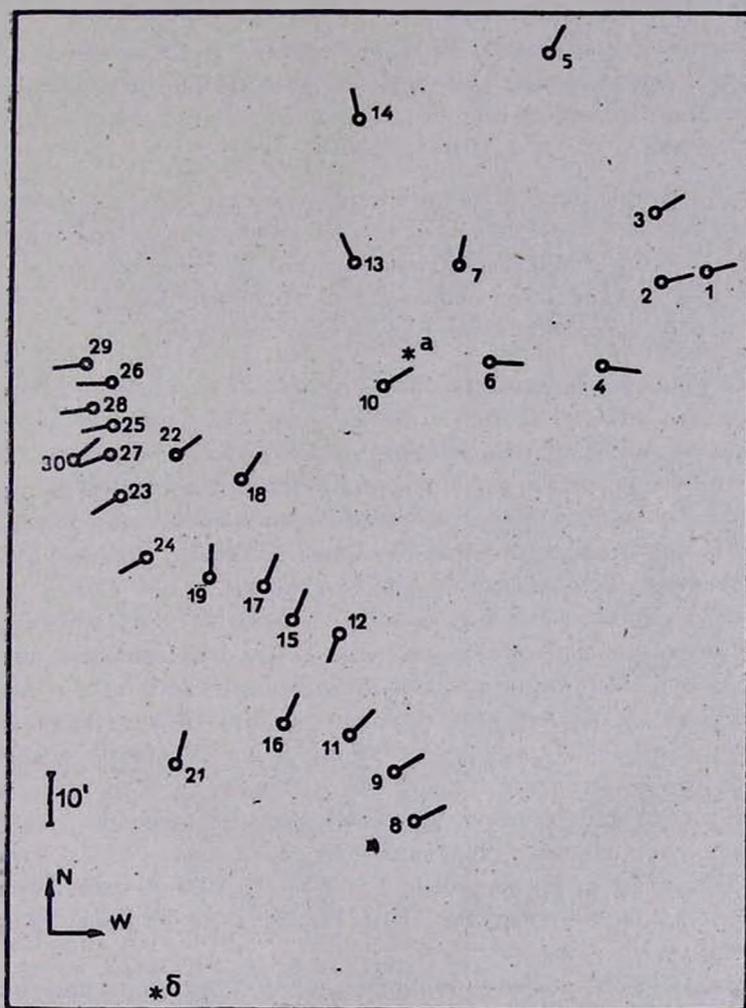


Рис. 1. Радиальные системы ассоциации Сер OB2. Кружки обозначают вершины глобул, а отрезки прямых—направление хвостов; а—звезда HD 206267, б—звезда BD + 542612.

причинами), а в третьей системе — 20 км/с. Это нам кажется маловероятным, тем более что центральные звезды туманности Розетка ничем не примечательны.

Из вышесказанного следует, что предположение о биполярном выбросе как будто лучше удовлетворяет результатам наблюдений, чем гипотеза о сообщении глобулам всей радиальной скорости звездным ветром. Не исключено, что подобные выбросы молекулярных облаков (но с большими скоростями) могут привести к образованию высокоширотных облаков.

8. *Основные результаты.* В работе сделана попытка объяснить происхождение изолированных глобул Бока. Для этой цели рассмотрены радиальные системы темных глобул и слоновых хоботов. Получены следующие результаты.

1. Радиальные системы темных глобул и слоновых хоботов имеют в центре как горячие звезды, так и звезды спектральных классов позднее, чем В. Приводятся примеры 3-х таких систем, расположенных в ассоциации Сер ОВ2. Предлагается использовать подобные системы для проверки теоретических эволюционных треков горячих звезд.

2. На основе исследования ряда радиальных систем, содержащих в центре горячие звезды, а также систем, уже не содержащих горячих звезд, предлагается следующая схема образования глобул Бока. Они образуются из уплотнений, существующих в темных молекулярных облаках. При ионизации молекулярного облака горячими звездами эти уплотнения получают вид темных глобул или слоновых хоботов с ободком (если комплексы расположены недалеко от нас, то глобулы видны в виде так называемых «кометарных глобул»), причем глобулы составляют радиальную систему относительно центральных звезд. После выветривания ионизованного вещества и ослабления яркости звезд темные глобулы и слоновые хоботы получают вид изолированных темных глобул (или же комплекса темных глобул и облаков), ничем не отличающихся от глобул Бока. За это время глобулы не успевают существенно изменить свою форму и радиальная система сохраняется некоторое время, хотя в центре системы уже нет горячих звезд. И, наконец, следует распад радиальных систем темных глобул под действием дифференциального вращения Галактики. Глобулы на этой стадии принимают вид отдельных компактных облаков, часто удлинённой формы.

3. Приведены примеры глобул, связанных с нестационарными звездными объектами (звездами типа Т Тельца, объектами Жербига—Аро).

4. Рассмотрены два молекулярных облака около туманности Розетка, которые имеют скорости, отличающиеся от скоростей звезд в центре туманности на  $\sim 20$  км/с. Приведены доводы в пользу того, что оба облака были выброшены в двух противоположных направлениях из центра ионизации туманности Розетка.

Автор выражает благодарность академику В. А. Амбарцумяну за постоянный интерес к работе, а также А. В. Осканияну мл. за помощь при наблюдениях.

Бюраканская астрофизическая  
обсерватория

## ON THE RADIAL SYSTEMS OF DARK GLOBULES

A. L. GYULBUDAGHIAN

The examples of radial systems consisting of dark globules and elephant trunks are given. Except for already known systems, in the centre of which the hot stars are situated, data on three new type radial systems are given. In their centre the stars of spectral types later than B are situated. Data on 32 globules of radial systems of Cep OB2 association are given. Due to the observational data a hypothesis is suggested about the origin of at least a part of isolated Bok globules: from elephant trunks and dark globules, composing radial systems around bright stars. The possibility of ejection in two opposite directions of two molecular clouds situated near the Rosette nebula is also discussed. The velocities of these clouds differ from the mean velocity of Rosette nebula by  $\sim 20$  km/s. One of these clouds consists of dark globules from which the radial system of Rosette nebula is composed.

## ЛИТЕРАТУРА

1. B. Bok, *The Milky Way*, Harvard Univ. Press, 1981.
2. R. L. Snell, *Ap. J. Suppl. ser.*, 45, 121, 1981.
3. H. Undersichts, C. M. Walmsley, G. Winnewisser, *Astron. Astrophys.*, 111, 339, 1982.
4. G. H. Herbig, *P. A. S. P.*, 86, 604, 1974.
5. T. G. Hawarden, P. W. Brand, *M. N. RAS*, 175, 19P, 1976.
6. A. Sandqvist, *M. N. RAS*, 177, 69P, 1976.
7. Bo Reipurth, *Astron. Astrophys.*, 117, 183, 1983.
8. *SAO Star Catalog*, Smithsonian Institution, Washington, D. C., 1966.
9. К. У. Аллен, *Астрофизические величины*, Мир, Москва, 1977.
10. B. Bok, *P. A. S. P.*, 90, 489, 1978.
11. M. Cohen, L. Kuhn, *Ap. J. Suppl. ser.*, 41, 743, 1979.
12. А. Л. Гюльбудагян, *Астрон. цирк.*, № 1224, 1982.
13. А. Л. Гюльбудагян, *Письма АЖ*, 8, 232, 1982.
14. А. Л. Гюльбудагян, Т. Ю. Мацакян, *Астрон. цирк.*, № 953, 1977.

15. *L. Blitz, P. Thaddeus, Ap. J., 241, 676, 1980.*
16. *M. Schneps, P. Ho, A. Barrett, Ap. J., 240, 84, 1980.*
17. *A. Wootten, A. Sargent, G. Knapp, P. Huggins, Ap. J., 269, 174, 1983.*
18. *А. Л. Гольбудагян, Л. Ф. Родригес, Х. Канто, Астрофизика (в печати).*
19. *Н. М. Артюхина, Труды ГАИШ, 27, 303, 1956.*
20. *A. Abt, E. Biggs, Bibliography of Stellar Radial Velocities, New York, 1972.*
21. *W. J. Zealey et al., Ap. Letters, 23, 119, 1983.*

УДК: 524.7—655+52—64

## О ПОЛЯРИЗАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ КВАЗАРОВ

В. М. ЛОСКУТОВ, В. В. СОБОЛЕВ

Поступила 20 мая 1985

В качестве возможного объяснения наблюдаемой поляризации излучения квазаров в видимой области спектра принимается многократное рассеяние излучения на свободных электронах. Предполагается, что рассеяние происходит в плоском слое, которым может быть аккреционный диск. Вычислены значения степени поляризации излучения, выходящего из слоя, при двух типах источников энергии: А) равномерное распределение, В) точечный источник в середине слоя. При вычислениях принято во внимание истинное поглощение, которое может играть роль за границей балмеровской серии для квазаров с большим значением параметра  $z$ . С помощью полученных таблиц дается интерпретация наблюдаемого изменения степени поляризации с длиной волны. Для квазара PHL 5200 оценены значения геометрической толщины диска ( $H \approx 10^{13}$  см) и электронной концентрации ( $n_e \approx 10^{11}$  см $^{-3}$ ). Изменение степени поляризации с длиной волны может быть также объяснено чистым электронным рассеянием в плоском слое, температура которого зависит от глубины.

1. *Введение.* Как показывают наблюдения, излучение квазаров в непрерывном спектре обладает заметной поляризацией. Для объяснения этой поляризации был предложен ряд гипотез (синхротронное излучение, электронное рассеяние и др.), однако в количественном виде они почти не рассматривались.

В настоящей статье принимается, что поляризация возникает вследствие многократного рассеяния излучения на свободных электронах во внутренней части газовой оболочки квазара. Обычно считается, что эта часть оболочки имеет форму диска, однако для простоты расчетов мы заменяем его плоским слоем. Ранее [1, 2] были получены линейные интегральные уравнения, определяющие непосредственно интенсивности поляризованного излучения, выходящего из плоского слоя при произвольных источниках энергии. При помощи этих уравнений мы определяем степень поляризации излучения, выходящего из слоя при некоторых типах источников и при разных параметрах слоя. Сравнение теории с наблюдательными данными позволяет произвести оценку этих параметров.

По современным представлениям, на больших расстояниях от ядра квазара находятся движущиеся сгустки вещества, в которых возникают спектральные линии. Поскольку роль этих сгустков в образовании непрерывного спектра, по-видимому, мала, то она не учитывается.

2. *Основные уравнения.* Пусть в плоском слое оптической толщины  $\tau_0$  происходит рассеяние излучения на свободных электронах и его истинное поглощение с вероятностью выживания кванта при рассеянии, равной  $\lambda$ . Будем считать, что источники энергии расположены внутри слоя, причем они симметричны относительно средней плоскости слоя. Тогда интенсивности излучения, выходящего через каждую из границ слоя под одним и тем же углом  $\arcs \cos \eta$  к нормали, будут равны друг другу.

Обозначим через  $I_l(\eta)$  и  $I_r(\eta)$  интенсивности излучения, выходящего из слоя с колебаниями соответственно в плоскости, проходящей через луч и нормаль к границе слоя, и перпендикулярно к этой плоскости. Наша задача будет состоять в нахождении суммы и разности этих интенсивностей, т. е. величин  $I(\eta) = I_l(\eta) + I_r(\eta)$  и  $K(\eta) = I_r(\eta) - I_l(\eta)$ . Если они найдены, то искомая степень поляризации будет равна  $p(\eta) = K(\eta)/I(\eta)$ .

Как сказано выше, уже давно [1, 2] были получены уравнения, непосредственно определяющие функции  $I(\eta)$  и  $K(\eta)$ . Недавно в работах [3, 4] эти уравнения были написаны в более общей форме и путем их решения были получены некоторые численные результаты. В данном случае, т. е. при симметричных источниках энергии в слое, упомянутые уравнения имеют вид

$$I(\eta) = \frac{\lambda}{2} \int_{-1}^1 \frac{\eta I(\eta) - \eta' I(\eta')}{\eta - \eta'} d\eta' - \frac{\lambda}{2} e^{-\frac{\tau_0}{\eta}} \int_0^1 \frac{\eta' I(\eta')}{\eta + \eta'} d\eta' + \left[ \frac{3}{2} (1 - \eta^2) \eta^2 - \frac{1}{2} \right] u(\eta) + I_0(\eta), \quad (1)$$

$$u(\eta) = \frac{\lambda}{4} \int_{-1}^1 P_2(\eta') \frac{\eta I(\eta) - \eta' I(\eta')}{\eta - \eta'} d\eta' + \frac{9}{16} \lambda \int_{-1}^1 (1 - \eta'^2)^2 \frac{\eta u(\eta) - \eta' u(\eta')}{\eta - \eta'} d\eta' - \frac{\lambda}{4} e^{-\frac{\tau_0}{\eta}} \int_0^1 \left[ I(\eta') P_2(\eta') + \frac{3}{2} K(\eta') (1 - \eta'^2) \right] \frac{\eta'}{\eta + \eta'} d\eta', \quad (2)$$

где обозначено

$$K(\eta) = \frac{3}{2} u(\eta) (1 - \eta^2) \quad (3)$$

и  $P_2(\eta)$  — второй полином Лежандра. При выполнении интегрирования в этих уравнениях следует считать, что  $I(\eta) = 0$  и  $u(\eta) = 0$  при  $\eta < 0$ .

Величина  $I_0(\eta)$ , являющаяся свободным членом уравнения (1), представляет собой интенсивность излучения, выходящего из слоя непосредственно от источников энергии. Эта величина равна

$$I_0(\eta) = \int_0^{\infty} B_0(\tau) e^{-\frac{\tau}{\eta}} \frac{d\tau}{\eta}, \quad (4)$$

где  $B_0(\tau)$  — первичная функция источников. Аналогичный свободный член не включен в уравнение (2), так как мы считаем, что излучение первичных источников является неполяризованным.

Поскольку система уравнений (1) и (2) не полностью определяет функции  $I(\eta)$  и  $K(\eta)$ , то к ней следует присоединить дополнительное условие. Это условие имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{\lambda}{2} \int_0^1 [I(\eta) i(\eta) + K(\eta) i_*(\eta)] \eta d\eta + \\ & + e^{-k\tau_0} \frac{\lambda}{2} \int_0^1 [I(\eta) i(-\eta) + K(\eta) i_*(-\eta)] \eta d\eta = \frac{1}{k} I_0\left(\frac{1}{k}\right), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$i(\eta) = \frac{1 + b_2 P_2(\eta)}{1 - k\eta}, \quad i_*(\eta) = \frac{3}{2} b_2 \frac{1 - \eta^2}{1 - k\eta}, \quad (6)$$

а постоянные  $k$  и  $b_2$  находятся из уравнений

$$\frac{\lambda}{2} \int_{-1}^1 \frac{1 + b_2 P_2(\eta)}{1 - k\eta} d\eta = 1, \quad (7)$$

$$\frac{\lambda}{4} \int_{-1}^1 \frac{1 + b_2 P_2(\eta)}{1 - k\eta} P_2(\eta) d\eta + \frac{9}{16} \lambda b_2 \int_{-1}^1 \frac{(1 - \eta^2)^2}{1 - k\eta} d\eta = b_2. \quad (8)$$

Как видно, постоянные  $k$  и  $b_2$  зависят только от параметра  $\lambda$ . Таблица значений этих постоянных приведена в работе [3].

В случае отсутствия истинного поглощения (т. е. при  $\lambda = 1$ ) мы имеем  $k = 0$  и  $b_2 = 0$ . Поэтому вместо (5) получаем

$$\int_0^1 I(\eta) \eta d\eta = \int_0^{\tau_0} B_0(\tau) d\tau, \quad (9)$$

т. е. условие, выражающее собой тот факт, что энергия, выходящая из слоя, равна энергии, вырабатываемой в слое.

Уравнения (1) и (2) справедливы при различных источниках энергии, мощность которых зависит только от оптической глубины. При сделанном выше предположении о симметричном расположении источников относительно средней плоскости мы имеем два уравнения, при отсутствии симметрии их было бы четыре (подробнее см. [4]).

Важно то, что с помощью подобных уравнений может быть рассмотрена также задача о многократном рассеянии света в плоском слое при более общих предположениях о распределении источников энергии (например, при точечном источнике или при совокупности точечных источников). Однако при источниках такого типа мы можем найти только полную энергию (или ее поляризованные компоненты), излучаемую всем слоем в заданном направлении (см. [5]).

Ниже, имея в виду применения к квазарам, мы рассмотрим два случая расположения источников энергии: А) равномерное распределение, В) точечный источник в середине слоя.

3. *Случай равномерного распределения источников.* В данном случае  $B_0(\tau) = \text{const}$  и интенсивность излучения, выходящего из слоя непосредственно от источников энергии, равна

$$I_0(\eta) = B_0(1 - e^{-\tau_0/\eta}). \quad (10)$$

Чтобы определить функции  $I(\eta)$  и  $K(\eta)$  для этого случая, надо решить уравнения (1) и (2) с дополнительным условием (5) после подстановки в них выражения (10).

Указанные уравнения были решены численно в работах [3] и [4] (в первой из них для полубесконечной среды, а во второй для слоя конечной оптической толщины). В результате была найдена степень поляризации выходящего из слоя излучения в зависимости от параметров  $\tau_0$ ,  $\lambda$  и  $\eta$ . Часть этих результатов приведена в табл. 1.

Следует отметить, что при малых значениях оптической толщины слоя  $\tau_0$  или при малых значениях параметра  $\lambda$  степень поляризации  $p(\eta)$  мо-



4. *Случай точечного источника излучения.* Если свечение плоского слоя вызывается точечным источником, то определение интенсивности выходящего из слоя излучения встречается с большими трудностями, так как она зависит не только от направления излучения, но и от места выхода его наружу. Однако для многих применений представляет интерес и более простая задача, заключающаяся в определении энергии, выходящей из всего слоя в заданном направлении. Знание этой энергии особенно важно тогда, когда данный объект (т. е. плоский слой с точечным источником) наблюдается не в виде протяженного образования, а в виде «звезды». Примером таких объектов могут служить квазары.

Как показано ранее [5], для решения интересующей нас задачи могут быть использованы линейные интегральные уравнения, подобные уравнениям (1) и (2).

Пусть в середине плоского слоя (т. е. на оптической глубине  $\tau_* = \tau_0/2$ ) расположен точечный изотропный источник со светимостью  $L_*$ . Обозначим через  $E(\eta)$  полную энергию, выходящую из слоя под углом  $\arccos \eta$  к нормали, и через  $D(\eta)$  разность поляризованных компонентов этой энергии. Для определения величин  $E(\eta)$  и  $D(\eta)$  имеем уравнения

$$E(\eta) = \frac{\lambda}{2} \eta \int_{-1}^1 \frac{E(\eta) - E(\eta')}{\eta - \eta'} d\eta' - \frac{\lambda}{2} \eta e^{-\frac{\tau_*}{\eta}} \int_0^1 \frac{E(\eta')}{\eta + \eta'} d\eta' + \left[ \frac{3}{2} (1 - \lambda) \eta^2 - \frac{1}{2} \right] U(\eta) + \frac{L_*}{4\pi} e^{-\frac{\tau_*}{\eta}}, \quad (11)$$

$$U(\eta) = \frac{\lambda}{4} \eta \int_{-1}^1 P_2(\eta') \frac{E(\eta) - E(\eta')}{\eta - \eta'} d\eta' + \frac{9}{16} \lambda \eta \int_{-1}^1 (1 - \eta'^2)^2 \frac{U(\eta) - U(\eta')}{\eta - \eta'} d\eta' - \frac{\lambda}{4} e^{-\frac{\tau_*}{\eta}} \eta \int_0^1 \left[ P_2(\eta') E(\eta') + \frac{3}{2} (1 - \eta'^2) D(\eta') \right] \frac{d\eta'}{\eta + \eta'}, \quad (12)$$

где обозначено

$$D(\eta) = \frac{3}{2} (1 - \eta^2) U(\eta), \quad (13)$$

и при выполнении интегрирования необходимо учитывать, что  $E(\tau) = 0$  и  $U(\tau) = 0$  при  $\tau < 0$ .

К уравнениям (11) и (12) надо еще добавить следующее условие, аналогичное условию (5):

$$\frac{\lambda}{2} \int_0^1 [E(\tau) i(\tau) + D(\tau) i_*(\tau)] d\tau + e^{-k\tau_0} \frac{\lambda}{2} \int_0^1 [E(\tau) i(-\tau) + D(\tau) i_*(-\tau)] d\tau = \frac{L_*}{4\pi} e^{-k\tau_0}, \quad (14)$$

где функции  $i(\tau)$  и  $i_*(\tau)$  даются формулами (6).

После определения величин  $E(\tau)$  и  $D(\tau)$  из уравнений (11) и (12) при дополнительном условии (14) степень поляризации выходящего из слоя излучения находится по формуле  $p(\eta) = D(\eta)/E(\eta)$ .

Некоторые результаты вычисления величины  $p(\eta)$  указанным способом приведены в табл. 2, из которой видно, что величина  $p(\eta)$  существенно зависит от всех параметров  $\tau_0$ ,  $\lambda$  и  $\eta$ .

При написании уравнений (11) и (12) предполагалось, что от точечного источника идет неполяризованное излучение. Поэтому в величину

$E(\eta)$  входит член  $\frac{L_*}{4\pi} e^{-\frac{\tau}{\tau_0}}$ , учитывающий прямое излучение источника,

а в величине  $D(\eta)$  соответствующий член отсутствует. Ясно, что прямое излучение источника уменьшает степень поляризации  $p(\eta)$ . Однако при малых  $\eta$  происходит сильное экранирование точечного источника. В частности, по этой причине сравнительно велики значения величины  $p(\eta)$  в первых строках табл. 2 при  $\tau_0 = 0.1$  и  $\tau_0 = 0.5$ .

5. *Определение параметра  $\lambda$ .* Из приведенных таблиц видно, что степень поляризации излучения существенно зависит от параметра  $\lambda$ , представляющего собой вероятность выживания фотона при рассеянии в элементарном объеме. Иными словами, величина  $\lambda$  равна отношению коэффициента рассеяния к сумме коэффициентов рассеяния и истинного поглощения. Попытаемся оценить величину  $\lambda$  для физических условий, существующих, как можно ожидать, во внутренних областях оболочек квазаров.

Объемный коэффициент рассеяния равен  $n_e \sigma_0$ , где  $n_e$  — концентрация свободных электронов и  $\sigma_0$  — коэффициент рассеяния, рассчитанный на один свободный электрон. Что же касается объемного коэффициента истинного поглощения, то при его определении необходимо учитывать «красное смещение» квазаров, вследствие чего наблюдаемый нами визу-



весь видимый спектр квазара оказывается за бальмеровским пределом. Рассматривая в дальнейшем этот случай, мы можем приближенно считать, что объемный коэффициент истинного поглощения равен  $n_2 k_v$ , где  $n_2$  — концентрация атомов водорода во втором состоянии и  $k_v$  — коэффициент поглощения, рассчитанный на один атом в этом состоянии. Здесь мы пренебрегли поглощением из других состояний атома водорода, так как допускаем, что условия в оболочках квазаров похожи на условия в газовых туманностях, в которых происходит накопление атомов во втором состоянии из-за длительной диффузии  $L_\alpha$ -квантов.

Таким образом, для величины  $\lambda$  (которую теперь будем обозначать через  $\lambda_v$ , чтобы подчеркнуть ее зависимость от частоты  $\nu$ ) имеем

$$\lambda_v = \frac{n_e \tau_0}{n_e \sigma_0 + n_2 k_v}, \quad (15)$$

или

$$\frac{1 - \lambda_v}{\lambda_v} = \frac{n_2 k_{v_2}}{n_e \sigma_0} \left( \frac{\nu_2}{\nu} \right)^2, \quad (16)$$

где  $\nu_2$  — частота бальмеровского предела.

Чтобы оценить отношение  $\frac{n_2}{n_e}$  будем считать, что в оболочках квазаров, как и в оболочках нестационарных звезд, населенность второго уровня определяется рекомбинациями и диффузией  $L_\alpha$  — излучения в движущейся среде. Тогда получаем соотношение

$$n_2 A_{21} \beta_{12} = n_e n^+ \sum_2^{\infty} C_i, \quad (17)$$

где  $n_e n^+ C_i$  — число рекомбинаций на  $i$ -ый уровень ( $n^+$  — концентрация протонов,  $A_{21}$  — эйнштейновский коэффициент спонтанного перехода в линии  $L_\alpha$  и  $\beta_{12}$  — вероятность выхода  $L_\alpha$ -кванта наружу вследствие эффекта Доплера. Для определения величины  $\beta_{12}$  имеем формулу (при  $\beta_{12} \ll 1$ ):

$$\beta_{12} = \frac{1}{2 n_1 k_{12}} \cdot \frac{\overline{\partial v_s}}{\partial s}, \quad (18)$$

где  $n_1$  — концентрация атомов в первом состоянии,  $k_{12}$  — атомный коэффициент поглощения в центре линии,  $u$  — средняя тепловая скорость атомов,  $\frac{\overline{\partial v_s}}{\partial s}$  — усредненный по направлениям градиент скорости (подробнее см. [7], стр. 351).

Можно считать, следуя работам [8—10], что внутренняя часть оболочки квазара представляет собой аккреционный вращающийся диск. Поле скоростей в таком диске будет довольно сложным, однако в качестве грубого приближения можно принять  $\frac{\partial v_s}{\partial s} \approx \frac{1}{3} \frac{v}{r}$ , где  $v$  — скорость на расстоянии  $r$  от центра квазара (см., например [11]). Подставляя это выражение в формулу (18), получаем в знаменателе величину  $n_1 k_{12} r$ , которая при допущении однородности диска является оптическим расстоянием в линии  $L_1$  от центра квазара до данного места. Последняя величина примерно в  $10^4$  раз больше соответствующего оптического расстояния для  $L_c$ -излучения. Мы примем, что это оптическое расстояние порядка единицы (в случае, когда свечение диска возбуждается  $L_c$  излучением ядра, оно, очевидно, не может существенно превосходить единицу). Поэтому по порядку величины имеем  $n_1 k_{12} r \approx 10^4$  и, следовательно,  $\beta_{12} \approx 10^{-5} \frac{v}{u}$ .

Подстановка найденного выражения для  $\beta_{12}$  в формулу (17) (при учете того, что  $n^+ = n_*$ ) дает

$$\frac{n_2}{n_*} \approx 10^{-16} \frac{u}{v} n_* \quad (19)$$

Вводя выражение (19) в формулу (16), получаем

$$\frac{1 - i_v}{i_v} \approx 10^{-9} \frac{u}{v} n_* \left( \frac{v_2}{v} \right)^3 \quad (20)$$

Таким образом, для порядковой оценки искомой величины  $i_v$  может быть использована формула (20). Разумеется, эта оценка довольно груба. К тому же она является некоторой средней для данного диска (так как величина  $i_v$  меняется при переходе от одного места к другому).

**6. Сравнение теории с наблюдениями.** Поляриметрическое изучение квазаров (и родственных им объектов) было произведено в ряде работ [12—18]. Наблюдения показали, что степень поляризации излучения большинства квазаров очень невелика (меньше 2%), однако в некоторых случаях она весьма значительна (достигает 20%). Особенно важен тот факт, что степень поляризации заметным образом зависит от длины волны.

В качестве одного из возможных объяснений поляризации излучения квазаров в некоторых работах [12, 18] привлекалось электронное рассеяние. При этом использовались результаты расчетов, выполненных в работе [19] методом Монте-Карло, в которой оболочка считалась сферондаль-

ной и предполагалось, что в ней происходит рассеяние при отсутствии истинного поглощения. Однако при таком предположении зависимость степени поляризации от длины волны, естественно, не получается.

Выше мы рассмотрели задачу о нахождении степени поляризации излучения, выходящего из плоского слоя, в котором происходят как электронное рассеяние, так и истинное поглощение. Сейчас применим полученные результаты к интерпретации наблюдательных данных, относящихся к квазарам.

Как уже говорилось, внутреннюю часть оболочки квазара будем представлять себе в виде вращающегося аккреционного диска. В центральной области диска, расположенного вблизи ядра квазара, температура, по-видимому, очень высока ( $10^7$ — $10^8$  градусов), а в его периферической области гораздо ниже ( $10^4$ — $10^5$  градусов). Можно думать, что периферическая область по своим физическим условиям похожа на газовые туманности и протяженные оболочки звезд. Свечение этой области происходит как за счет ее внутренней энергии (т. е. вследствие ее нагревания) и последующего электронного рассеяния, так и в результате рассеяния излучения, приходящего от центральной области. Эти механизмы излучения приближенно соответствуют двум рассмотренным выше случаям расположения источников энергии в плоском слое, т. е. равномерному распределению (случай А) и точечному источнику (случай В). Очевидно, что теперь под точечным источником мы должны понимать всю центральную область. Поскольку же излучение точечного источника считалось выше неполяризованным, то и по отношению к излучению центральной области надо сделать такое же допущение. При использовании изложенных выше теоретических результатов следует иметь в виду, что в оболочке квазара могут одновременно действовать оба рассмотренные нами механизма происхождения поляризации. В связи с этим заслуживает быть отмеченным то обстоятельство, что различие между степенью поляризации в случаях А и В сравнительно невелико при небольших  $\tau_0$  (за исключением области малых  $\eta$ , о чем уже говорилось раньше) и очень велико при больших  $\tau_0$ .

Из приведенных таблиц видно, что в них содержатся все значения степени поляризации, определяемые при наблюдениях квазаров. Как уже сказано, степень поляризации излучения большинства квазаров не превосходит 2%. Для таких квазаров следует считать, что, по крайней мере, один из параметров  $\tau_0$  и  $\lambda$  мал (или, что редко бывает, величина  $\eta$  близка к 1). Для квазаров же с более высокой степенью поляризации эти параметры должны иметь большие значения (а величина  $\eta$  не должна быть близкой к 1). Разумеется, по одному значению степени поляризации  $p$  нельзя определить все три параметра  $\tau_0$ ,  $\lambda$  и  $\eta$ , а следует задавать два из них и искать третий. Иными словами, для нахождения всех трех параметров необходимы дополнительные данные.

Согласно наблюдениям (см. [13, 14], степень поляризации некоторых квазаров оказалась переменной. Этот факт может быть объяснен изменением с течением времени параметров  $\tau_0$  и  $\lambda$ . Вероятно, особенно подвержен изменению параметр  $\lambda$ , сильно зависящий от населенности второго уровня атома водорода.

Наблюдениями также определен характер зависимости степени поляризации излучения квазаров от длины волны. Авторы работы [15] выполнили поляриметрию 15 квазаров в двух участках спектра — голубом и красном (со средними длинами волн 0.45 мк и 0.75 мк соответственно). В результате было найдено, что степень поляризации в голубом участке больше, чем в красном. Особенно четко эта зависимость выражена для квазаров с большими значениями  $z$ . Например, для квазара OS 1246—057, у которого  $z = 2.2$ , соответствующие значения степени поляризации равны 3.77% и 1.46%. С принятой нами точки зрения такие результаты могут быть объяснены зависимостью от длины волны коэффициента истинного поглощения, а значит, и величины  $\lambda$ , определенной формулой (15). Согласно формуле (16), чем больше длина волны, тем меньше величина  $\lambda$ . Из приведенных же таблиц видно, что с уменьшением величины  $\lambda$  убывает и степень поляризации (при не очень больших  $\tau_0$ ).

*Квазар PHL 5200.* Для этого квазара имеются наиболее подробные наблюдательные данные о зависимости степени поляризации от длины волны. Результаты спектрополяриметрии квазара содержатся в работе [20] и частично они приведены в табл. 3. В первом столбце таблицы даны наблюдаемые длины волн, во втором — наблюдаемые значения степени поляризации, в третьем — значения степени поляризации в непрерывном спектре, полученные исключением эмиссионных линий (они представлены в работе [20] на графике). Соответствующие длины волн в неподвижной системе координат заключены в интервале от 1310 до 2390 Å (для данного квазара  $z = 1.98$ ).

Из табл. 3 мы видим, что для квазара PHL 5200 степень поляризации с ростом длины волны убывает, т. е. меняется так же, как для других квазаров. Поэтому изложенное выше качественное объяснение такого изменения применимо и к рассматриваемому квазару. Однако при количественной интерпретации наблюдательных данных надо иметь в виду, что от длины волны зависит не только параметр  $\lambda$ , но и оптическая толщина диска. Обозначая ее теперь через  $\tau_v^0$  (вместо  $\tau_0$ ) и считая диск однородным, имеем

$$\tau_v^0 = (n_s \sigma_0 + n_2 k_v) \cdot H = \frac{1}{\lambda_v} \tau_s, \quad (21)$$

где  $\tau_* = n_* \varepsilon_0 H$  — оптическая толщина диска, обусловленная электронным рассеянием, и  $H$  — его геометрическая толщина. Из формул (16) и (21) находим соотношения

$$\frac{1 - \lambda_\nu}{\lambda_\nu} = \left( \frac{\nu_*}{\nu} \right)^3 \cdot \frac{1 - \lambda_{\nu_*}}{\lambda_{\nu_*}} \quad (22)$$

и

$$\tau_\nu^0 = \frac{\lambda_{\nu_*}}{\lambda_\nu} \tau_{\nu_*}^0, \quad (23)$$

где через  $\lambda_{\nu_*}$  и  $\tau_{\nu_*}^0$  для упрощения записи обозначены соответственно величины  $\lambda_\nu$  и  $\tau_\nu^0$ . Формулы (22), (23) позволяют переходить от величин  $\lambda_{\nu_*}$  и  $\tau_{\nu_*}^0$  для частоты  $\nu_*$  к величинам  $\lambda_\nu$  и  $\tau_\nu^0$  для любой другой частоты  $\nu$ .

Таблица 3

СТЕПЕНЬ ПОЛЯРИЗАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ  
ДЛЯ КВАЗАРА PHL 5200

Наблюдаемая длина волны	$P_{\text{набл.}}$	$P_{\text{теор.}}$	$P$ в случае А	$P$ в случае В
3900—4015	7.88±2.55	9.4±3.0	8.3	8.2
4260—4410	6.74±1.06	7.8±1.2	7.9	7.8
4715—5020	6.27±0.54	6.4±0.7	7.4	7.4
5020—5435	5.38±0.55	6.0±0.7	6.8	7.0
5930—7130	5.46±0.78	5.7±0.9	5.2	5.5
7150—8600	3.30±0.46	3.5±0.5	3.5	3.7

Пользуясь табл. 1 и 2 и соотношениями (22) и (23), мы можем построить кривые, выражающие теоретическую зависимость степени поляризации от длины волны при данном наклоне диска к направлению на наблюдателя (т. е. при заданном значении величины  $\eta$ ). Сравнивая затем эти кривые с наблюдательными данными, можно определить наиболее вероятные значения параметров  $\lambda_*$  и  $\tau_*^0$ .

Применение описанной процедуры к каждому из рассмотренных выше случаев А и В приводит к следующим результатам. В случае А удовлетворительное согласие между теорией и наблюдениями получается при значениях параметров диска  $\eta = 0.25$ ,  $\lambda_* = 0.6$ ,  $\tau_*^0 = 1.5$ , а в случае В — при  $\eta = 0.5$ ,  $\lambda_* = 0.7$ ,  $\tau_*^0 = 1.75$  (здесь считается, что частота  $\nu_*$  соответствует длине волны 7900 А). Теоретические значения степени поляризации для этих двух случаев приведены в двух последних столбцах табл. 3. Разумеется, удовлетворительное согласие между теорией

и наблюдениями может быть достигнуто и при других значениях параметров  $\eta$ ,  $\lambda_*$  и  $\tau_0^0$ , однако уже беглый взгляд на табл. 1—3 показывает, что они не будут сильно отличаться от указанных значений.

Знание величин  $\lambda_*$  и  $\tau_0^0$  дает возможность определить геометрическую толщину диска  $H$  и электронную концентрацию в нем  $n_e$ . Подставляя в формулы (20) и (21) вместо  $\lambda$ ,  $\tau_0^0$  и  $\nu$  приведенные значения  $\lambda_*$ ,  $\tau_0^0$  и  $\nu_*$ , мы в обоих рассмотренных выше случаях приближенно получаем

$$\frac{u}{v} n_e \approx 10^9, \quad n_e H \approx 10^{24}. \quad (24)$$

Так как для скорости движения вещества в диске можно принять значение  $v \approx 1000$  км/с, а для скорости атома водорода  $u \approx 10$  км/с, то из (24) имеем

$$n_e \approx 10^{11} \text{ см}^{-3}, \quad H \approx 10^{13} \text{ см.}$$

Хотя найденные значения величин  $n_e$  и  $H$  относятся к квазару PHL 5200, но они, по-видимому, могут служить в качестве оценок этих величин и для других квазаров.

**7. Заключительные замечания.** В настоящей статье в качестве механизма возникновения поляризации излучения квазаров рассматривалось рассеяние излучения на свободных электронах. При этом для объяснения наблюдаемого уменьшения степени поляризации с увеличением длины волны допускалось, что во внутренней части оболочки квазара, кроме рассеяния, происходит истинное поглощение за границей бальмеровской серии.

Следует, однако, отметить, что подобную зависимость степени поляризации от длины волны можно объяснить и чистым электронным рассеянием. Для этого надо лишь принять, что температура внутри плоского слоя уменьшается при переходе от его середины к границам. Такое предположение уже делалось нами [21] для объяснения изменения с частотой степени поляризации излучения рентгеновских источников.

Как уже говорилось, кроме электронного рассеяния, в квазаре могут действовать и другие механизмы возникновения поляризации излучения. Роль этих механизмов должна быть рассмотрена особо.

Ленинградский государственный  
университет

## ON THE POLARIZATION OF QUASAR LIGHT

V. M. LOSKUTOV, V. V. SOBOLEV

Multiple light scattering by free electrons is accepted as the possible cause of the visual polarization of quasars. It is assumed that scattering takes place in a slab, for example in an accretion disk. The degree of polarization of emergent radiation is computed for two types of energy sources: a) uniform distribution of embedded sources and b) the point source in a middle plane of slab. In computations we account for true absorption in Balmer continuum which is essential for quasars with large  $z$ . Using tabulated values of the degree of polarization the interpretation of the spectral polarization variations is given. For quasar PHL 5200 we give the estimations of geometrical thickness of disk ( $\sim 10^{13}$  cm) and electron density ( $\sim 10^{11}$  cm $^{-3}$ ). These variations may also be caused by pure electron scattering in the plane slab when temperature varies with depth.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Соболев, Уч. зап. ЛГУ, № 116, 1949.
2. В. В. Соболев, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, Гостехиздат, М., 1956.
3. В. М. Лоскутов, В. В. Соболев, Астрофизика, 15, 241, 1979.
4. В. М. Лоскутов, В. В. Соболев, Астрофизика, 17, 535, 1981.
5. В. В. Соболев, ДАН СССР, 270, 837, 1983.
6. В. М. Лоскутов, Ю. А. Фрейманис, Астрофизика, 20, 295, 1984.
7. В. В. Соболев, Курс теоретической астрофизики, Наука, М., 1975.
8. D. Linden-Bell, Nature, 223, 60, 1969.
9. N. I. Shakura, R. A. Sunyaev, M. N. RAS, 175, 613, 1976.
10. G. A. Shields, Ap. Lett., 18, 119, 1977.
11. В. П. Гринин, Астрофизика, 20, 365, 1984.
12. H. S. Stockman, in "Pittsburgh conference on BL Lac objects", 149, 1978.
13. J. R. P. Angel, H. S. Stockman, Ann. Rev. Astron. Astrophys., 18, 321, 1980.
14. R. L. Moore, H. S. Stockman, Ap. J., 243, 60, 1981.
15. H. S. Stockman, R. L. Moore, J. R. P. Angel, Ap. J., 279, 485, 1984.
16. P. G. Martin, I. B. Thompson, J. Maza, J. R. P. Angel, Ap. J., 266, 470, 1983.
17. R. J. Rudy, G. D. Schmidt, H. S. Stockman, R. L. Moore, Ap. J., 271, 59, 1983.
18. R. R. J. Antonucci, Ap. J., 278, 499, 1984.
19. J. R. P. Angel, Ap. J., 158, 219, 1969.
20. H. S. Stockman, J. R. P. Angel, R. G. Hter, Ap. J., 243, 404, 1981.
21. В. М. Лоскутов, В. В. Соболев, Астрофизика, 18, 81, 1982.

УДК: 52:53

## АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОДОБИЕ В ЗАДАЧАХ О ПЕРЕНОСЕ РЕЗОНАНСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ЛИНЕЙНО РАСШИРЯЮЩИХСЯ СРЕДАХ. I. ЯДРА ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, ВЕРОЯТНОСТИ ВЫХОДА ФОТОНОВ

С. И. ГРАЧЕВ

Поступила 5 февраля 1985  
Принята к печати 6 мая 1985

Рассматривается перенос резонансного излучения в средах, расширяющихся изотропно или плоскопараллельно с постоянным по глубине безразмерным градиентом скорости  $\gamma$ . Наряду с трехмерными рассмотрена и одномерная среда. Предполагается полное перераспределение по частоте при рассеянии в сопутствующей системе координат. Показано, что при малых  $\gamma$  ядра интегральных уравнений, вероятности выхода фотонов и их преобразования Лапласа выражаются через функции на 1 меньше числа аргументов, являющихся комбинациями прежних аргументов (в число которых включается и параметр  $\gamma$ ). Эти функции найдены для случаев доплеровского и степенного профилей коэффициента поглощения. При доплеровском коэффициенте поглощения в одномерной среде, а также при степенном профиле с лоренцевскими крыльями они выражаются через элементарные или известные специальные функции.

1. *Введение.* Крупномасштабные движения вещества, существенно влияющие на формирование линейчатых спектров, обнаружены в настоящее время у астрофизических объектов самой различной природы. Этим объясняется повышенный интерес к теории переноса резонансного излучения в движущихся средах. Изложение ее результатов и их астрофизических приложений можно найти в учебнике В. В. Соболева [1], в монографии Д. Михаласа [2], а также в обзоре [3]. Аналитическая теория разрабатывается для простейших моделей движущихся сред. Одна из таких моделей была рассмотрена В. В. Соболевым [4] (см. также [1]). Это — плоскопараллельная среда (плоский слой), расширяющаяся по нормали к слоям с постоянным по глубине безразмерным градиентом скорости  $\gamma = (1/u) du/d\tau$ . Здесь  $v$  — скорость расширения,  $u$  — средняя скорость теплового движения атомов,  $\tau$  — оптическое расстояние в центре линии, измеряемое вдоль нормали без учета расширения среды. В [4] рассматривалась также и одномерная среда, расширяющаяся с постоянным  $\gamma$ .

Как показано в [4], в предположении о полном перераспределении по частоте в сопутствующей системе координат задача о переносе резонансного излучения в упомянутых моделях движущихся сред сводится к решению интегрального уравнения с симметричным разностным ядром, зависящим от параметра  $\gamma$ . К уравнению такого же типа сведена в [5] и задача о переносе в однородном изотропно расширяющемся шаре. Ядра этих уравнений не являются суперпозициями экспонент, что сильно усложняет задачу, не позволяя непосредственно использовать методы, детально развитые для неподвижной среды. Лишь сравнительно недавно были получены асимптотики ядер основных интегральных уравнений ([6, 7] — одномерная среда, [5] — изотропное расширение, [8] — плоскопараллельное расширение (см. также [9])), а также — асимптотики некоторых решений ([10] — изотропное расширение, [11] — плоскопараллельное расширение) при малых градиентах скорости  $\gamma$ . Случай малого  $\gamma$  наиболее важен как для объяснения наблюдений (см., например, [1], гл. V, § 27), так и для развития теории.

В настоящей (первой) части работы будет показано, что для указанных выше моделей движущихся сред ядерные функции и интегральные вероятности выхода, зависящие от двух аргументов  $\tau$  и  $\gamma$ , в пределе малых  $\gamma$  выражаются через функции одного аргумента  $t = \tau/\tau_c(\gamma)$ , где  $\tau_c(\gamma)$  — некоторое характерное оптическое расстояние, т. е. имеет место асимптотическое по  $\gamma$  подобие ядерных функций. При этом при  $t \ll 1$  получаются известные асимптотики для неподвижной среды (они имеются в [12]). Аналогичное уменьшение числа переменных, которое можно назвать аэтомодельностью, имеет место и для монохроматической вероятности выхода, а также для преобразований Лапласа ядерных функций. Использование подобия основных функций позволяет получить аэтомодельные решения основных задач, что будет сделано в следующих частях работы.

2. Основные функции и соотношения. Основное интегральное уравнение для функций источников  $S(\tau)$  имеет вид

$$S(\tau) = S_0(\tau) + \frac{\lambda}{2} \int_a^{\infty} K(|\tau - \tau'|, \gamma) S(\tau') d\tau', \quad (1)$$

где  $\lambda$  — альбеда однократного рассеяния,  $a = -\infty$  и  $0$  соответственно для бесконечных и полубесконечных сред. Это уравнение описывает перенос резонансного излучения в одномерной расширяющейся среде [4], а также в трехмерных средах, расширяющихся по нормали к слоям (плоскопараллельно) [4] или изотропно [5], при плоском распределении первичных

источников  $S_0(\tau)$  ( $\tau$  — оптическое расстояние от некоторой начальной плоскости). Ядерная функция  $K(\tau, \gamma)$  имеет следующую нормировку:

$$\int_0^{\infty} K(\tau, \gamma) d\tau = 1 - \beta(\gamma) \leq 1. \quad (2)$$

Для одномерной среды

$$K(\tau, \gamma) = K^1(\tau, \gamma) \equiv A \int_{-\infty}^{+\infty} a(x) a(x + \gamma\tau) \exp\left[-\frac{1}{\gamma} \int_x^{x+\gamma\tau} a(x') dx'\right] dx, \quad (3)$$

$$\beta(\gamma) = \beta^1(\gamma) \equiv A\gamma(1 - e^{-1/A\gamma}), \quad (4)$$

а для трехмерных сред

$$K(\tau, \gamma) = \int_0^1 K^1(\tau/\mu, \gamma\chi(\mu)) d\mu/\mu, \quad (5)$$

$$\beta(\gamma) = \int_0^1 \beta^1(\gamma\chi(\mu)) d\mu, \quad (6)$$

где

$$\chi(\mu) = \begin{cases} 1, & \text{изотропное расширение,} \\ \mu^2, & \text{плоскопараллельное расширение.} \end{cases} \quad (7)$$

Здесь  $a(x)$  — профиль коэффициента поглощения ( $a(0) = 1$ ),  $x = (v - v_0)/\Delta v_D$  — безразмерная частота,  $A$  — нормировочная постоянная:

$A \int_{-\infty}^{+\infty} a(x) dx = 1$ , величина  $\gamma\chi(\mu)$  — градиент скорости в направлении, составляющем угол  $\arcs \cos \mu$  с осью  $\tau$ .

Помимо ядерной важную роль в теории играют функции

$$L(\tau - \tau', \gamma) = \beta(\gamma) + \int_{\tau - \tau'}^{\infty} K(y, \gamma) dy \quad (8)$$

и

$$P(x'_p, x_p, \gamma\chi(\mu)) = a(x'_p) \exp[-l(x'_p, x_p, \gamma\chi(\mu))], \quad (9)$$

где

$$l(x', x, \gamma\chi(\mu)) = \frac{1}{\gamma\chi(\mu)} \int_{x_1}^{x_2} a(y) dy \quad (10)$$

— оптическое расстояние (с учетом расширения среды) на частоте  $x$  между точками  $\tau'$  и  $\tau$  вдоль луча, образующего угол  $\arcsos \mu$  с осью  $\tau$ , причем

$$x_1' = x - \gamma\chi(\mu) \tau'/\mu, \quad x_1 = x - \gamma\chi(\mu) \tau/\mu \quad (11)$$

— локальные частоты, т. е. частоты, измеренные в сопутствующей системе координат, а  $x$  — частота фотона в системе, связанной с начальным уровнем  $\tau = 0$ , который считается неподвижным.

Функции (8) и (9) (вторая, деленная на  $|\mu|$ ) суть интегральная и монохроматическая вероятности выхода фотона с глубины  $\tau'$  на глубину  $\tau$ . Для интенсивности излучения имеем

$$I(\mu, \tau, x) = \int_{a^\pm} S(\tau') P(x', x, \gamma\chi(\mu)) d\tau'/\mu, \quad (12)$$

где при  $\mu < 0$  берется  $a^- = +\infty$ , а при  $\mu > 0$  —  $a^+ = a$  и для одномерной среды, очевидно,  $\mu = \pm 1$ ,  $\chi(\mu) = 1$ .

Введем, далее, вероятность ухода фотона на бесконечность в одномерной среде и ее двустороннее преобразование Лапласа:

$$P(y, \gamma) = P(y, -\infty, \gamma), \quad W(p, \gamma) = \overline{P}(p, \gamma). \quad (13)$$

Через  $P(y, \gamma)$  выражается интенсивность излучения на бесконечности.

Важную роль в теории играет также преобразование Лапласа  $\overline{K}(p, \gamma)$  ядра. Введем следующие обозначения:

$$U(p, \gamma) = \frac{1}{2} [\overline{K}(p, \gamma) + \overline{K}(-p, \gamma)], \quad V(y, \gamma) = U(iy, \gamma). \quad (14)$$

Если пометить верхним индексом «1» функции для одномерной среды, то согласно (5) для трехмерных сред имеем

$$\overline{K}^1(p, \gamma) = \int_0^1 \overline{K}^1(p\mu, \gamma\chi(\mu)) d\mu, \quad (15)$$

$$L^1(\tau, \gamma) = \int_0^1 L^1(\tau/\mu, \gamma\chi(\mu)) d\mu. \quad (16)$$

Эти соотношения говорят о фундаментальной роли одномерной среды при изучении основных функций, характеризующих перенос излучения.

Ниже мы получим автомодельные представления введенных выше основных функций при профилях коэффициента поглощения двух видов: доплеровском ( $\alpha(x) = e^{-x^2}$ ) и степенном ( $\alpha(x) \sim \alpha_0 |x|^{-2}$ ), обозначаемых в дальнейшем буквами  $D$  и  $C$ . Эти представления (обозначаемые знаком  $\doteq$ ) являются пределами при  $\gamma \rightarrow 0$  и фиксированных автомодельных переменных

$$t = \tau/\tau_c(\gamma), \quad z = [x \pm x_0(\gamma)]/\gamma\tau_c(\gamma), \quad q = p\tau_c(\gamma), \quad (17)$$

соответствующих оптической глубине  $\tau$ , частоте  $x$  и параметру преобразования Лапласа  $p$ . Здесь

$$\tau_c(\gamma) = \begin{cases} 1/2\gamma \sqrt{\ln \tau_c(\gamma)} \\ \left(\frac{\alpha_0}{x-1}\right)^{1/(x-1)} \gamma^{-x/(x-1)}, \end{cases} \quad x_0(\gamma) = \begin{cases} \sqrt{\ln \tau_c(\gamma)}, & D \\ 0, & C. \end{cases} \quad (18)$$

Характерный масштаб  $\tau_c(\gamma)$  представляет собой (по порядку величины) среднее расстояние между уровнями рождения и выбывания фотона из процесса рассеяний вследствие доплеровского смещения локальной частоты в расширяющейся среде. Согласно (17) и (18) при доплеровском коэффициенте поглощения автомодельная частота  $z$  вводится двумя способами (знаки « $\pm$ » в (17)), что дает различные представления для автомодельной монохроматической вероятности выхода (см. ниже формулы (22) и (23)), описывающие реальную вероятность выхода в окрестностях точек  $x \approx \mp x_0(\gamma)$ .

3. Автомодельное представление монохроматической вероятности выхода. Достаточно, очевидно, изучить монохроматическую вероятность  $P(x'_1, x_1, \gamma)$  для одномерной среды ( $\mu = \pm 1$ ,  $\chi(\mu) = 1$ ). Переход в (9)–(11) при  $\chi(\mu) = 1$  к автомодельным переменным (17) дает

$$P(x'_1, x_1, \gamma) \doteq p(z'_1, z_1)/\tau_c(\gamma), \quad (19)$$

$$l(x'_1, x_1, \gamma) \doteq l(z'_1, z_1), \quad (20)$$

где

$$z'_1 = z - t'/\mu, \quad z_1 = z - t/\mu, \quad (21)$$

причем

$$p(y'_1, y) = e^{-l(y', y)} \times \begin{cases} e^{\pm y'}, & D \\ (x-1)|y'|^{-2}, & C \end{cases} \quad (22)$$

и

$$l(y', y) = \begin{cases} \pm [e^{\pm y'} - e^{\pm y}], & D \\ y|y|^{-x} - y'|y'|^{-x}, & 0 \in [y', y] \\ \infty, & 0 \in [y', y] \end{cases} C. \quad (23)$$

Знаки « $\pm$ » в (22) и (23) соответствуют двум различным возможным определениям автомодельной частоты  $z$  согласно (17) при доплеровском профиле коэффициента поглощения. Заметим, что в (22) и (23), а также в последующих формулах с двумя знаками, берутся либо все верхние, либо все нижние знаки.

Функция  $W(p, \gamma)$ , введенная согласно (13), исследована нами ранее при  $\gamma > 0$  в [13, 14], где она обозначалась через  $\bar{F}(p, \gamma)$ . Аналогичным образом можно исследовать и функцию  $W(-p, -\gamma)$ . В результате можно написать, что

$$W\left(\pm \frac{p}{\gamma}, \pm \gamma\right) = \gamma w^{\mp}(q) \exp(\pm 2qx_0^2(\gamma)), \quad (24)$$

где  $q$  и  $x_0(\gamma)$  определены согласно (17) и (18)

$$w^-(q) \equiv w(q) = \begin{cases} \Gamma(1-q), & D \\ \int_0^{\infty} \exp[qy^{1/(1-x)} - y] dy, \operatorname{Re} q < 0, & C \end{cases} \quad (25)$$

$$w^+(q) = \begin{cases} (-1)^{-1-q} w(-q), & D \\ -w(-q(-1)^{1/(x-1)}), & C \end{cases} \quad (26)$$

здесь  $\Gamma(q)$  — гамма-функция. Формула (26) содержит, вообще говоря, неопределенность вида  $(-1)^s$ . В дальнейшем, однако (во второй части работы), эта формула используется лишь при целых  $s$ , когда неопределенность исчезает. Функция  $w(q)$  при степенном коэффициенте поглощения имеет в правой полуплоскости линию ветвления  $(0, +\infty)$ . На берегах разреза

$$w(y \pm i0) = -c(y) \pm id(y), \quad y > 0. \quad (27)$$

Входящие сюда функции (в других обозначениях) найдены в [14]. В случае лоренцевских крыльев ( $x=2$ ) они выражаются через цилиндрические функции:

$$w(-q) = 2\sqrt{q} K_1(2\sqrt{q}), \quad c(y) = \pi\sqrt{y} N_1(2\sqrt{y}),$$

$$d(y) = \pi\sqrt{y} J_1(2\sqrt{y}). \quad (28)$$

4. Автомодельные представления ядерных функций. Для преобразования Лапласа ядра они были фактически получены нами в [13—15] (одномерная среда), [10] (трехмерное изотропное расширение) и [11] (плоскопараллельное расширение). Здесь мы уточним эти представления (так, при доплеровском коэффициенте поглощения мы используем более точное определение характерных длины  $\tau_c(\gamma)$  и частоты  $x_0(\gamma)$  (см. (18)) и расширим область их применимости. Итак, для преобразования Лапласа ядра справедливо следующее общее автомодельное представление:

$$\bar{K}(p, \gamma) \doteq 1 - nA\gamma qx_0^2(\gamma) - 2\pi A\gamma u(q), \quad q = p\tau_c(\gamma), \quad (29)$$

откуда следует, что

$$U(p, \gamma) \doteq 1 - \pi A\gamma [u(q) + u(-q)], \quad (30)$$

$$V(s, \gamma) \doteq 1 - \pi A\gamma v(y), \quad y = s\tau_c(\gamma), \quad (31)$$

где

$$v(y) = u(iy) + u(-iy). \quad (32)$$

В (29) константа  $n = 2$  и  $4$  для трехмерных и одномерных сред соответственно. Аналитические свойства функции  $u(q)$  играют важную роль при получении автомодельных решений. В большинстве случаев она имеет линию ветвления  $(-\infty, 0)$  (степенной коэффициент поглощения; доплеровский коэффициент при плоскопараллельном расширении) или  $(-\infty, -1)$  (доплеровский коэффициент поглощения при изотропном расширении трехмерной среды). На берегах разреза

$$u(-y \pm i0) = a(y) \pm ib(y), \quad y > 0 \text{ или } 1. \quad (33)$$

Аutomодельные представления самих ядерных функций получаются обращением (29). В итоге можно написать, что

$$K(\tau, \gamma) \doteq \frac{A\gamma}{\tau_c(\gamma)} k_1(t), \quad L(\tau, \gamma) \doteq A\gamma k_2(t), \quad (34)$$

причем согласно (8)  $k_1(t) = -k_2'(t)$ .

а) Одномерная среда. При доплеровском профиле коэффициента поглощения [15, 13]

$$u(q) = \frac{1}{2\pi} - \frac{q}{\pi} [C + \psi(1+q)], \quad u(q) + u(-q) = q \operatorname{ctg}(\pi q), \quad (35)$$

и тогда

$$v(y) = y \operatorname{cth}(\pi y), \quad (36)$$

$$k_1(t) = 2e^t(e^t - 1)^{-2}, \quad k_2(t) = \operatorname{cth}(t/2), \quad (37)$$

где  $C$  — постоянная Эйлера,  $\psi(q)$  — логарифмическая производная гамма-функции. При степенном коэффициенте поглощения переход к автоматической оптической глубине  $t$  непосредственно в (3) дает

$$k_1(t) = 2(x-1)^2 \int_0^\infty [y(y+t)]^{-x} \exp[(y+t)^{1-x} - y^{1-x}] dy. \quad (38)$$

Для функции  $u(q)$ , которая фактически является преобразованием Лапласа от  $k_1(t)$ , в [14] получено (в других обозначениях) следующее представление:

$$u(q) = \frac{1}{2\pi} - \frac{1}{2\pi^2 i} \int_{-i\infty+\sigma}^{+i\infty+\sigma} q^{-s} (s+1) \Gamma(s) \Gamma\left(1 + \frac{s}{x-1}\right) \varphi(s) ds, \quad (39)$$

где

$$\varphi(s) = \int_0^\infty [y^{1-x} - (1+y)^{1-x}]^{s/(1-x)} dy, \quad (40)$$

причем  $\varphi(s)$  регулярна в полосе  $-1 < \operatorname{Re} s = \sigma < -1 + 1/x$ . Аналитическое продолжение  $\varphi(s)$  на всю комплексную плоскость сделано в [14] (формулы (17) и (18); заметим, что правая часть (17) должна быть со знаком „+“, а  $x$ s в правой части (18) — со знаком „-“). Из него следует, что  $\varphi(s)$  в полуплоскости  $\operatorname{Re} s < -1 + 1/x$  имеет полюсы  $s = -k(x-1) - n$ , где  $k, n = 0, 1, 2, \dots$ , а в полуплоскости  $\operatorname{Re} s > -1$  — полюсы  $s_n = (x-1)(n-1)/x$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) (за исключением  $s_1 = 0$ :  $\varphi(0) = -1/2$ ). Таким образом, подынтегральная функция в правой части (39) имеет в качестве особенностей на комплексной плоскости полюсы, лежащие на вещественной оси. Деформация контура интегрирования в (39) к этим полюсам дает разложения  $u(q)$  по степеням  $q$ . Согласно (39) функция  $u(q)$  имеет линию ветвления  $(-\infty, 0)$ . На берегах разреза для нее выполняется (33), причем  $a(y)$  и  $b(y)$  получаются из (39) подстановкой  $q = ye^{\pm \pi i}$  и разделением ве-

щественной и мнимой частей. В случае лоренцевских крыльев ( $\alpha = 2$ ) результаты выражаются через цилиндрические функции [14]:

$$u(y) = (\pi/2) y [J_1^2(x) + N_1^2(x)], \quad x = 2\sqrt{y}, \quad (41)$$

$$a(y) = (2/\pi) y K_1^2(x), \quad b(y) = 2y K_1(x) I_1(x). \quad (42)$$

Из (32) и (41) следует, что

$$v(y) = 4y v_1(x), \quad (43)$$

где

$$v_n(x) = \ker_n(x) \operatorname{ber}_n(x) - \operatorname{kei}_n(x) \operatorname{bei}_n(x) + \frac{2}{\pi} \ker_n(x) \operatorname{kei}_n(x), \quad (44)$$

а обращение (41) дает

$$k_1(t) = \frac{1}{2} u^3 e^u [K_1(u) - K_0(u)], \quad k_2(t) = u e^u K_1(u), \quad u = \frac{2}{t}. \quad (45)$$

Здесь использованы стандартные обозначения цилиндрических функций и функций Кельвина.

б) Изотропно расширяющаяся трехмерная среда. Согласно (15) и (5) можно написать, что

$$u(q) = \int_0^1 u^1(q\mu) d\mu, \quad k_1(t) = \int_0^1 k_1^1(t/\mu) d\mu/\mu, \quad (46)$$

где верхним индексом «1» помечены соответствующие функции, относящиеся к одномерной среде (см. предыдущий подраздел). Их подстановка в (46) дает соответствующие автомодельные функции при изотропном трехмерном расширении (при этом в случае доплеровского коэффициента поглощения в (35) используется разложение  $\psi(1+q)$  на простые дроби (см. [16], стр. 957)). Ниже мы приводим результаты.

При доплеровском коэффициенте поглощения функция  $u(q)$  имеет линию ветвления  $(-\infty, -1)$ . На берегах разреза выполняется (33), причем

$$a(y) = \frac{1}{2\pi} + \frac{y}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left[ \frac{1}{2} + \frac{k}{y} + \left( \frac{k}{y} \right)^2 \ln \left| \frac{k-y}{k} \right| \right], \quad (47)$$

$$b(y) = [y] (1 + [y]) / 2y, \quad y > 1, \quad (48)$$

$$u(y) + a(y) = \frac{1}{\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \left( 2 + \frac{k}{y} \ln \left| \frac{k-y}{k+y} \right| \right), \quad (49)$$

где  $[y]$  — целая часть  $y$ . Далее,

$$v(y) = y \int_0^1 \mu \operatorname{cth}(\pi y \mu) d\mu, \quad k_2(t) = \int_0^1 \operatorname{cth}(t/2\mu) d\mu. \quad (50)$$

При степенном коэффициенте поглощения (ср. с (39))

$$u(q) = \frac{1}{2\pi} - \frac{1}{2\pi^2 i} \int_{-i\infty+\sigma}^{+i\infty+\sigma} q^{-s} \frac{1+s}{1-s} \Gamma(s) \Gamma\left(1 + \frac{s}{x-1}\right) \varphi(s) ds, \quad (51)$$

причем в случае лоренцевских крыльев ( $x=2$ ) (ср. с (41)—(45))

$$u(y) = (\pi/6) y [J_1^2(x) + N_1^2(x) + J_2^2(x) + N_2^2(x)], \quad x = 2\sqrt{y}, \quad (52)$$

$$a(y) = (2/3\pi) y [K_1^2(x) - K_2^2(x)], \quad (53)$$

$$b(y) = (2/3) y [K_1(x) I_1(x) + K_2(x) I_2(x)], \quad (54)$$

$$v(y) = (4/3) y [v_1(x) + v_2(x)], \quad (55)$$

$$k_1(t) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} u^2 e^u [2K_1(u) - K_2(u)], \quad u = 2/t, \quad (56)$$

$$k_2(t) = \frac{1}{3} u e^u [K_1(u) + K_2(u)] - \frac{t}{3}, \quad (57)$$

где  $v_n(x)$  определена согласно (44). При получении этих формул (интегрированием (41)—(45) согласно (46)) были использованы таблицы неопределенных интегралов от цилиндрических функций (см. в [17], стр. 40 и 48).

в) Плоскопараллельное расширение. Как и в случае изотропного расширения, приводимые ниже результаты получаются интегрированием соответствующих результатов для одномерной среды (см. подраздел «а») по формулам (5), (15) и (16). При этом в автомодельных переменных (17) нужно учесть зависимость градиента скорости от направления, т. е. заменить  $\gamma$  на  $\gamma \mu^2$  (как и при выводе (47)—(49), используется разложение  $\psi(1+q)$  в (35) на простые дроби). В итоге в случае степенного коэффициента поглощения

$$u(q) = \int_0^1 \mu^2 u^2 (q \mu^{\frac{1+x}{1-x}}) d\mu, \quad k_1(t) = \int_0^1 \mu^{\frac{3x-1}{x-1}} k_1^2(t \mu^{\frac{x+1}{x-1}}) d\mu. \quad (58)$$

Подстановка сюда (39) дает

$$u(q) = \frac{1}{6\pi} - \frac{x-1}{2\pi^2 i} \int_{-i\infty+\sigma}^{+i\infty+\sigma} q^{-s} \frac{s+1}{x(s+3)+s-3} \Gamma(s) \Gamma\left(1 + \frac{s}{x-1}\right) \varphi(s) ds. \quad (59)$$

По сравнению с (39) подынтегральная функция здесь имеет дополнительный полюс  $s = 3(1-x)/(1+x)$ . В случае лоренцевских крыльев ( $x=2$ ) все результаты выражаются через цилиндрические функции:

$$u(y) = (\pi/6)y [J_1^2(x) + N_1^2(x) + J_0^2(x) + N_0^2(x)], \quad x = 2\sqrt{y}, \quad (60)$$

$$a(y) = (2/3\pi)y [K_1^2(x) - K_0^2(x)], \quad (61)$$

$$b(y) = (2/3)y [K_1(x)I_1(x) + K_0(x)I_0(x)], \quad (62)$$

$$v(y) = (4/3)y [v_1(x) + v_0(x)], \quad (63)$$

$$k_1(t) = \frac{u^2}{6} e^u K_0(u), \quad k_2(t) = \frac{u}{3} e^u [K_1(u) + K_0(u)], \quad u = \frac{2}{t}, \quad (64)$$

где  $v_n(x)$  дается формулой (44). При нахождении этих формул использовались таблицы интегралов [17] (стр. 354).

Рассмотрим теперь случай доплеровского коэффициента поглощения. Зависимость градиента скорости от направления приводит в этом случае к слабому нарушению автомодельности (вида (29)—(31) и (34)) основных функций в некоторых областях изменения их аргументов. Это нарушение выражается в том, что функции  $u$ ,  $v$ ,  $a$ ,  $b$  и  $k_{1,2}$  (29) — (34) зависят от  $\gamma$ , причем эта зависимость слабая. Именно:

$$u(q, \gamma) = \frac{1}{6\pi} - \frac{q^2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^3} \int_0^k \frac{\mu(x/k, \gamma) x dx}{q+x}, \quad (65)$$

$$v(y, \gamma) = y \int_0^1 \mu(x, \gamma) x \operatorname{cth}(\pi y/x) dx, \quad (66)$$

$$k_2(t, \gamma) = \int_0^1 \mu(x, \gamma) x^3 \operatorname{cth}(tx/2) dx, \quad k_1(t, \gamma) = -k_2'(t, \gamma), \quad (67)$$

где

$$\mu(x, \gamma) = \left[ \frac{\ln \tau_c(\gamma)}{\ln \tau_c(\gamma x^2)} \right]^{3/2}, \quad \mu(x, 0) = \mu(1, \gamma) = 1. \quad (68)$$

Функция  $u(q, \tau)$  имеет согласно (65) линию ветвления  $q \in (-\infty, 0)$ . На берегах разреза

$$u(-y \pm i0, \tau) = a(y, \tau) \pm ib(y, \tau), \quad y > 0, \quad (69)$$

где

$$b(y, \tau) = y^3 \sum_{k=1+[y]}^{\infty} \mu(y/k, \tau)/k^3, \quad a(y, \tau) = u(-y, \tau), \quad (70)$$

причем интеграл в (65) при  $q = -y < 0$  понимается в смысле главного значения. Выражение вида (65) для преобразования Лапласа ядра было получено в [11]. Заметим, что при  $t \gg 1$  из (67) получается найденная в [8] асимптотика ядра, согласно которой на больших  $\tau$  имеет место автомодельность другого (нежели (34)) вида, а именно:  $K(\tau, \tau) \sim f(\tau^{-2})$ .

Представления (65) — (70) можно назвать «полуавтомодельными», так как переменные в них автомодельные, но имеется также слабая зависимость от параметра  $\tau$ . Переход к пределу при  $\tau \rightarrow 0$  под знаками интегралов в (65)—(70) дает «чисто» автомодельные представления

$$u(y) + a(y) = \frac{1}{3\pi} - \frac{y^3}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^3} \left( 2k - y \ln \left| \frac{y+k}{y-k} \right| \right), \quad (71)$$

$$b(y) = y^3 \sum_{k=1+[y]}^{\infty} k^{-3} \equiv y^3 \zeta(3, 1 + [y]), \quad (72)$$

$$v(y) = y \int_0^1 x \operatorname{cth}(\pi y/x) dx. \quad (73)$$

Заметим, что при  $y \gg 1$

$$u(y) + a(y) \sim -\frac{2}{3\pi} - \frac{1}{\pi} \left( \sigma - \frac{1}{2} \right) \ln \frac{1-\alpha}{\alpha}, \quad b(y) \sim \alpha + \frac{y-1}{2}, \quad (74)$$

где  $\alpha = y - [y]$ ,  $[y]$  — целая часть  $y$ .

5. *Заключение.* Отметим некоторые свойства полученных выше автомодельных представлений основных функций. Во-первых, они дают правильную нормировку основных функций (записанную с точностью до членов порядка  $e^{-1/\Lambda\tau} \ll 1$  при  $\tau \ll 1$ ):

$$\int_0^{\infty} K(\tau, \tau) d\tau = 1 - \beta(\tau) = 1 - L(\infty, \tau) = K(0, \tau) = V(0, \tau) = 1 - A\tau/m, \quad (75)$$

где  $m = 1$  и  $3$  при изотропном и плоскопараллельном расширениях соответственно. Во-вторых, при  $t \ll 1$  для ядерных функций и при  $|q| \gg 1$  для их преобразований Лапласа получаются такие же асимптотики, как и в случае неподвижной среды (при доплеровском коэффициенте поглощения — с точностью до замены  $\tau$  на  $\tau_0$  под знаком логарифма). В другом же пределе ( $t \gg 1$ ,  $|q| \ll 1$ ) автомодельные представления дают асимптотики основных функций, найденные нами ранее, т. е. они правильно описывают поведение основных функций при всех  $\tau \gg 1$ ,  $|p| \gg 1$ . Исключение составляют автомодельные представления ядер при доплеровском коэффициенте поглощения. В области  $t \gg 1$  ( $\tau \gg \tau_c(\gamma)$ ) они не дают правильного поведения ядер в случае изотропного расширения (как одномерного, так и трехмерного), а при плоскопараллельном расширении для правильного описания нужно использовать полуавтомодельное представление (67). Тем не менее, как будет показано во второй части работы, соответствующие автомодельные решения применимы при всех  $\tau \gg 1$ .

Хорошая точность автомодельных представлений ядерных функций при степенном коэффициенте поглощения подтверждается численными расчетами. Так, в случае одномерной среды сравнение формул (45) для лоренцевского профиля коэффициента поглощения ( $\alpha_0 = 1$ ,  $A = 1/\pi$ ,  $x = 2$ ) с неопубликованными расчетами ядерных функций В. В. Витязева при  $\gamma = 10^{-2}$ ,  $10^{-3}$  и  $10^{-4}$  показало, что относительная ошибка этих формул составляет около 3% при  $\tau = 10$  и непрерывно уменьшается с ростом  $\tau$  (при  $\tau = 100$  она меньше 0.05%).

Ленинградский государственный  
университет

## ASYMPTOTIC SCALING IN THE PROBLEMS OF RESONANCE RADIATION TRANSFER IN LINEARLY EXPANDING MEDIA. I. KERNELS OF INTEGRAL EQUATIONS, PHOTON ESCAPE PROBABILITIES

S. I. GRACHEV

Resonance radiation transfer is considered for media expanding isotropically or planeparallelly with depth independent dimensionless velocity gradient  $\gamma$ . One-dimensional medium is considered along with three-dimensional ones. Complete frequency redistribution is assumed for a scattering in a comoving frame of reference. The kernels of integral equations, photon escape probabilities and their Laplace transforms are shown in the limit of small  $\gamma$  to be expressed through the functions

of one less number of arguments which are the combinations of old arguments (including parameter  $\gamma$  among them). These functions are found for the cases of Doppler and power profiles of the absorption coefficient. They are expressed in terms of elementary or known special functions for power profile with Lorentz wings as well as for Doppler absorption coefficient in a one-dimensional medium.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Соболев, Курс теоретической астрофизики, Наука, М., 1967.
2. Д. Михалас, Звездные атмосферы, (гл. 14), Мир, М., 1982.
3. В. П. Гринин, Астрофизика, 20, 365, 1984.
4. В. В. Соболев, Астрон. ж., 34, 694, 1957.
5. С. И. Грачев, Вестн. ЛГУ, № 1, 128, 1978.
6. В. В. Витязев, Вестн. ЛГУ, № 19, 124, 1973.
7. С. И. Грачев, Вестн. ЛГУ, № 1, 128, 1976.
8. С. И. Грачев, Вестн. ЛГУ, № 19, 114, 1977.
9. D. G. Hummer, G. B. Rybicki, Ap. J., 254, 767, 1982.
10. С. И. Грачев, Астрофизика, 14, 111, 1978.
11. С. И. Грачев, Депонировано в ВИНТИ, № 1007—78, 1978.
12. В. В. Иванов, Перенос излучения и спектры небесных тел, Наука, М., 1969.
13. С. И. Грачев, Вестн. ЛГУ, № 1, 77, 1982.
14. С. И. Грачев, Вестн. ЛГУ, № 7, 85, 1982.
15. С. И. Грачев, Астрофизика, 13, 185, 1977.
16. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Физматгиз, М., 1962.
17. А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев, Интегралы и ряды. Специальные функции, Наука, М., 1983.

УДК: 52:535.346

РАССЕЯНИЕ СВЕТА В МНОГОСЛОЙНЫХ АТМОСФЕРАХ.  
I. ЗАДАЧА О ДИФФУЗНОМ ОТРАЖЕНИИ

Ж. М. ДЛУГАЧ, Э. Г. ЯНОВИЦКИЙ

Поступила 28 ноября 1984

Принята к печати 12 февраля 1985

Рассматривается плоская атмосфера, освещенная параллельными лучами, которая состоит из произвольного числа однородных слоев. Предлагается метод расчета интенсивности излучения в многослойной среде на произвольных оптических глубинах, основанный на использовании соотношений инвариантности. В частности, рассмотрены случаи, когда один из слоев является полубесконечным, а также, когда многослойная атмосфера прилегает к отражающей свет поверхности. В качестве примера приводятся результаты расчета поля излучения в двухслойной среде, состоящей из слоев, различающихся между собой оптической толщиной, индикатрисой рассеяния и альбедо частиц.

1. *Введение.* К настоящему времени теория переноса монохроматического неполяризованного излучения в однородных плоских атмосферах является практически завершенной областью исследования (см., например, [1—5]). Глубоко развит как аналитический аппарат, так и численные методы, что позволяет решить, вообще говоря, любую задачу в указанной области. Естественно, что следующим этапом должно стать изучение проблемы рассеяния света в плоской неоднородной среде, где оптические свойства изменяются с глубиной.

Простейшим примером такой атмосферы является многослойная среда, состоящая из любого числа однородных плоских слоев. Практическая важность рассмотрения такой модели очевидна: атмосферы звезд и планет, а также многие другие встречающиеся в природе и лабораториях среды, весьма часто можно рассматривать как многослойные. Кроме того, задавая слои достаточно тонкими, можно тем самым аппроксимировать плоскую неоднородную атмосферу, у которой альбедо частиц  $\lambda$  и индикатриса рассеяния  $\chi(\tau)$  произвольным образом зависят от оптической глубины  $\tau$ .

Задаче рассеяния света в многослойной атмосфере было посвящено довольно много работ (см., например, далеко неполный список литературы в статье Т. Ф. Вийка [6]). Однако, насколько нам известно, достаточно подробное исследование указанной проблемы так и не было проведено.

Например, в важных, на наш взгляд, в этой области работах [7—9] рассматривались либо слои большой оптической толщины, либо основное внимание было уделено определению поля излучения на границах между слоями.

Цель первой части настоящей работы состоит в том, чтобы построить и численно реализовать эффективный алгоритм решения следующей задачи. Дана плоская атмосфера, освещенная параллельными лучами и состоящая из произвольного числа однородных слоев. Требуется определить поле излучения в такой среде, т. е. решить задачу о диффузном отражении для многослойной атмосферы. Вторая часть работы посвящена задаче Милна. Заметим, что для каждого отдельно взятого однородного слоя соответствующая проблема считается решенной.

2. *Поле излучения в многослойной атмосфере.* Рассмотрим плоскую атмосферу оптической толщины  $\tau_0$ , состоящую из  $n$  слоев оптической толщины  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$  ( $\tau_0 = \sum_{j=1}^n \tau_j$ ), освещенную со стороны первого слоя параллельными лучами, падающими под углом  $\arccos \mu_0$  при азимуте  $\varphi_0$  и создающими освещенность  $\pi$  перпендикулярной к ним площадки (рис. 1). Оптические свойства каждого слоя характеризуются индикатрисой рассеяния  $\chi_j(\gamma)$  ( $\gamma$  — угол рассеяния) и альbedo частиц  $\lambda_j$ . Для такой многослойной среды обозначим через  $I_{j,n}(\tau, \mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0)$  интенсивность диффузного излучения, которое распространяется на оптической глубине  $\tau$  в направлении  $\arccos \mu$  при азимуте  $\varphi$  ( $\tau \in [0, \tau_0]$ ). Пусть  $I_j(\tau, \mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0)$  есть решение задачи о диффузном отражении для  $j$ -го однородного слоя, взятого в отдельности ( $\tau \in [0, \tau_j]$ ), а  $I_{j,n}(\tau, \mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0)$  — та же величина для многослойной среды, у которой сверху отброшено  $j - 1$  слоев. Обозначим

$$I_j(0, -\mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0) = \rho_j(\mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0) \mu_0, \quad (1)$$

$$I_j(\tau_j, \mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0) = \sigma_j(\mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0) \mu_0, \quad (2)$$

где  $\rho_j$  и  $\sigma_j$  — коэффициенты отражения и пропускания  $j$ -го слоя ( $j = 1, 2, \dots, n$ ). Аналогичным образом определяются коэффициенты отражения и пропускания многослойной атмосферы.

Необходимо подчеркнуть, что решение задачи о диффузном отражении для однородного слоя конечной оптической толщины не представляет особых трудностей. Например, эффективным методом расчета коэффициентов отражения и пропускания света таким слоем является метод удвоения слоев ван де Хюлста [10]. В рамках этого метода без итераций, путем простого интегрирования весьма легко найти интенсивность излучения внутри слоя в произвольном числе точек [11]. Поэтому в дальнейшем

будем считать, что для каждого отдельного слоя  $j$  нам известны коэффициенты отражения и пропускания, а также интенсивность излучения для ряда значений оптической глубины.

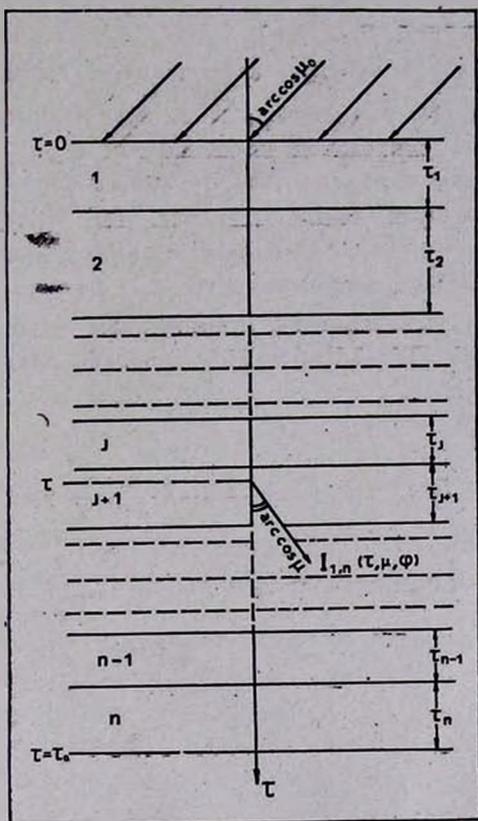


Рис. 1.

Перейдем непосредственно к решению поставленной задачи. Как обычно, предположим, что индикатриса рассеяния в каждом слое может быть представлена разложением в ряд Фурье по азимуту, а именно:

$$\chi_j(\mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0) = \chi_j^{(0)}(\mu, \mu_0) + 2 \sum_{m=1}^{N_j} \chi_j^m(\mu, \mu_0) \cos m(\varphi - \varphi_0). \quad (3)$$

Тогда

$$I_j(\tau, \mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0) = I_j^{(0)}(\tau, \mu, \mu_0) + 2 \sum_{m=1}^{N_j} I_j^{(m)}(\tau, \mu, \mu_0) \cos m(\varphi - \varphi_0) \quad (4)$$

и

$$I_{1,n}(\tau, \mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0) = I_{1,n}^{(0)}(\tau, \mu, \mu_0) + 2 \sum_{m=1}^N I_{1,n}(\tau, \mu, \mu_0) \cos m(\varphi - \varphi_0), \quad (5)$$

где  $N = \max \{N_j\}$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ).

Рассмотрим сначала нулевую азимутальную гармонику, т. е. будем искать величину  $I_{1,n}^{(0)}(\tau, \mu, \mu_0) = I_{1,n}(\tau, \mu, \mu_0)$ . Начнем с двухслойной атмосферы, которая состоит из слоев „ $n-1$ “ и „ $n$ “. Верхний  $n-1$ -ый слой освещен сверху параллельным пучком, а снизу — диффузным излучением интенсивности  $I_{n-1,n}(\tau_{n-1}, -\mu, \mu_0)$ . Нижний же  $n$ -ый слой освещен лишь сверху как ослабленным параллельным пучком, так и диффузным излучением интенсивности  $I_{n-1,n}(\tau_{n-1}, \mu, \mu_0)$ . Используя стандартный прием, связанный с применением обобщенного принципа инвариантности (см. [12—14]), можно записать следующие соотношения ( $\mu \in [-1, +1]$ ):

$$I_{n-1,n}(\tau, \mu, \mu_0) = I_{n-1}(\tau, \mu, \mu_0) + I_{n-1,n}(\tau_{n-1}, \mu, \mu_0) e^{\frac{\tau_{n-1}-\tau}{\mu}} \theta(-\mu) +$$

$$+ 2 \int_0^1 I_{n-1}(\tau_{n-1} - \tau, -\mu, \mu') I_{n-1,n}(\tau_{n-1}, -\mu', \mu_0) d\mu', \quad (6)$$

$$(\tau \in [0, \tau_{n-1}])$$

$$I_{n-1,n}(\tau_{n-1} + \tau, \mu, \mu_0) = I_n(\tau, \mu, \mu_0) e^{-\tau_{n-1}/\mu_0} +$$

$$+ I_{n-1,n}(\tau_{n-1}, \mu, \mu_0) e^{-\tau/\mu} \theta(\mu) +$$

$$+ 2 \int_0^1 I_n(\tau, \mu, \mu') I_{n-1,n}(\tau_{n-1}, \mu', \mu_0) d\mu'. \quad (\tau \in [0, \tau_n]). \quad (7)$$

Здесь  $\theta(\mu)$  — единичная функция скачка ( $\theta(\mu) = 1$  для  $\mu \geq 0$  и  $\theta(\mu) = 0$  для  $\mu < 0$ ).

Полагая в (6) и (7) соответственно  $\tau = \tau_{n-1}$  и  $\tau = 0$  и учитывая (1) и (2), получаем систему уравнений для определения интенсивности излучения на границе между слоями:

$$I_{n-1,n}(\tau_{n-1}, \mu, \mu_0) = \sigma_{n-1}(\mu, \mu_0) \mu_0 +$$

$$+ 2 \int_0^1 \rho_{n-1}(\mu, \mu') I_{n-1,n}(\tau_{n-1}, -\mu', \mu_0) \mu' d\mu', \quad (8)$$

$$I_{n-1, n}(\tau_{n-1}, -\mu, \mu_0) = \rho_n(\mu, \mu_0) e^{-\tau_{n-1}/\mu_0} \mu_0 + 2 \int_0^1 \rho_n(\mu, \mu') I_{n-1, n}(\tau_{n-1}, \mu', \mu_0) \mu' d\mu'. \quad (9)$$

Что же касается коэффициентов отражения и пропускания света двухслойной атмосферой, то, полагая в (6) и (7) соответственно  $\tau = 0$  и  $\tau = \tau_n$ , для их нахождения получим такие выражения:

$$\rho_{n-1, n}(\mu, \mu_0) \mu_0 = \rho_{n-1}(\mu, \mu_0) \mu_0 + I_{n-1, n}(\tau_{n-1}, -\mu, \mu_0) e^{-\tau_{n-1}/\mu} + 2 \int_0^1 \sigma_{n-1}(\mu, \mu') I_{n-1, n}(\tau_{n-1}, -\mu', \mu_0) \mu' d\mu', \quad (10)$$

$$\sigma_{n-1, n}(\mu, \mu_0) \mu_0 = \sigma_n(\mu, \mu_0) e^{-\tau_{n-1}/\mu_0} \mu_0 + I_{n-1, n}(\tau_{n-1}, \mu, \mu_0) e^{-\tau_n/\mu} + 2 \int_0^1 \sigma_n(\mu, \mu') I_{n-1, n}(\tau_{n-1}, \mu', \mu_0) \mu' d\mu'. \quad (11)$$

Так как величины  $\rho_n$  и  $\sigma_{n-1}$  считаются известными, то  $I_{n-1, n}(\tau_{n-1}, \pm \mu, \mu_0)$  можно найти, решив систему уравнений (8) и (9) методом последовательных приближений (доказательство сходимости этого процесса в более сложном случае двух смежных полупространств приведено в работе [7]). После этого полное решение задачи для двухслойной атмосферы легко получить, воспользовавшись уравнениями (6) и (7).

Аналогично, последовательно доращивая двухслойную атмосферу сначала  $n-2$ -ым слоем, затем  $n-3$ -им, ...,  $j$ -ым, для многослойной среды, состоящей из  $n-j+1$  слоев, можно записать ( $\mu \in [-1, +1]$ ,  $j = n-1, n-2, \dots, 1$ )

$$I_{j, n}(\tau, \mu, \mu_0) = I_j(\tau, \mu, \mu_0) + I_{j, n}(\tau_j, \mu, \mu_0) e^{\frac{\tau_j - \tau}{\mu}} \theta(-\mu) + 2 \int_0^1 I_j(\tau_j - \tau, -\mu, \mu') I_{j, n}(\tau_j, -\mu', \mu_0) d\mu', \quad (\tau \in [0, \tau_j]) \quad (12)$$

$$I_{j,n}(\tau_j + \tau, \mu, \mu_0) = I_{j+1,n}(\tau, \mu, \mu_0) e^{-\tau_j/\mu_0} + I_{j,n}(\tau_j, \mu, \mu_0) e^{-\tau/\mu} \theta(\mu) + \\ + 2 \int_0^1 I_{j+1,n}(\tau, \mu, \mu') I_{j,n}(\tau_j, \mu', \mu_0) d\mu' \quad (13)$$

$$\left( \tau \in \left[ 0, \tau_{j+1}^* = \sum_{i=j+1}^n \tau_i \right] \right).$$

Из (12) и (13) легко получить ( $\mu \in [0, 1]$ )

$$I_{j,n}(\tau_j, \mu, \mu_0) = \sigma_j(\mu, \mu_0) \mu_0 + 2 \int_0^1 \rho_j(\mu, \mu') I_{j,n}(\tau_j, -\mu', \mu_0) \mu' d\mu', \quad (14)$$

$$I_{j,n}(\tau_j, -\mu, \mu_0) = \rho_{j+1,n}(\mu, \mu_0) e^{-\tau_j/\mu_0} \mu_0 + \\ + 2 \int_0^1 I_{j,n}(\tau_j, \mu', \mu_0) \rho_{j+1,n}(\mu, \mu') \mu' d\mu', \quad (15)$$

$$\rho_{j,n}(\mu, \mu_0) \mu_0 = \rho_j(\mu, \mu_0) \mu_0 + I_{j,n}(\tau_j, -\mu, \mu_0) e^{-\tau_j/\mu} + \\ + 2 \int_0^1 I_{j,n}(\tau_j, -\mu', \mu_0) \sigma_j(\mu, \mu') \mu' d\mu', \quad (16)$$

$$\sigma_{j,n}(\mu, \mu_0) \mu_0 = \sigma_{j+1,n}(\mu, \mu_0) e^{-\tau_j/\mu_0} \mu_0 + I_{j,n}(\tau_j, \mu, \mu_0) e^{-\tau_{j+1}^*/\mu} + \\ + 2 \int_0^1 \sigma_{j+1,n}(\mu, \mu') I_{j,n}(\tau_j, \mu', \mu_0) \mu' d\mu'. \quad (17)$$

Соотношения (13), (15) и (17) являются рекуррентными по  $j$  при начальном условии  $\rho_{n,n} \equiv \rho_n$ ,  $\sigma_{n,n} \equiv \sigma_n$ ,  $I_{n,n} \equiv I_n$ . Используя их последовательно для  $j = n-1, n-2, \dots$  и, наконец,  $j = 1$ , можно полностью решить поставленную задачу для нулевой гармонике, т. е. в многослойной атмосфере определить  $I_{1,n}(\tau, \mu, \mu_0)$  на любой глубине.

Очевидно, что уравнения (12)—(17) справедливы для всех азимутальных гармоник. Единственная особенность, которая возникает при  $m \neq 0$ , заключается в том, что по мере роста номера  $m$ , как видно из формул (3)—(5), гармоники индикатрисы рассеяния в некоторых слоях мо-

гут обратиться в нуль и, следовательно, станут равными нулю и соответствующие значения  $I_j^{(m)}(\tau, \mu, \mu_0)$ . Это приводит к тому, что для этих значений  $m$  и  $j$  часть слагаемых в соотношениях (12)—(15) просто исчезнет.

Итак, для определения поля диффузного излучения в многослойной среде требуется:

1) для каждого из слоев рассчитать гармоники коэффициентов отражения и пропускания, а также интенсивности излучения для выбранного ряда значений оптических глубин;

2) используя соотношения (12)—(17) последовательно для всех значений  $j$  от  $j = n - 1$  до  $j = 1$ , вычислить все гармоники интенсивности излучения на тех же глубинах, на которых они известны внутри каждого слоя.

Отметим, что в многослойной атмосфере для всех гармоник интенсивности излучения на границах между слоями выполняются следующие интегральные соотношения:

$$\begin{aligned}
 & \int_{-1}^1 I_{j,n}^{(m)}(\tau_j, \mu', \mu_0) I_{j,n}^{(m)}(\tau_j, -\mu', \mu) \mu' d\mu' = \\
 & = \mu_0 \int_0^1 \sigma_j^{(m)}(\mu', \mu_0) I_{j,n}^{(m)}(\tau_j, -\mu', \mu) \mu' d\mu' - \\
 & - \mu \int_0^1 \sigma_j^{(m)}(\mu', \mu) I_{j,n}^{(m)}(\tau_j, -\mu', \mu_0) \mu' d\mu' = \\
 & =: \mu e^{-\tau_j/\mu} \int_0^1 \rho_{j+1,n}^{(m)}(\mu', \mu) I_{j,n}^{(m)}(\tau_j, \mu', \mu_0) \mu' d\mu' - \\
 & - \mu_0 e^{-\tau_j/\mu_0} \int_0^1 \rho_{j+1,n}^{(m)}(\mu', \mu_0) I_{j,n}^{(m)}(\tau_j, \mu', \mu) \mu' d\mu', \quad (18)
 \end{aligned}$$

которые можно получить из (14) и (15), используя способ, описанный в [15]. Для  $\mu \neq \mu_0$  выражения (18) могут быть, в частности, использованы для контроля точности проведенных расчетов.

Обратим внимание на основные особенности предлагаемого метода расчета поля излучения в многослойной среде.

Уравнения (12)—(17) были получены нами для многослойной атмосферы при наращивании слоев снизу—вверх. Этот момент имеет принци-

пильное значение. Дело заключается в том, что поле излучения в неоднородной среде зависит от того, какая из границ слоя (верхняя или нижняя) освещена. В каждом случае оно будет *различным*. При наращивании слоев снизу—вверх и использовании принципа инвариантности для вывода уравнений (12)—(17) оказывается, что среда, для которой необходимо учитывать освещение снизу, состоит из *одного однородного* слоя, а интенсивность излучения в однородном слое не зависит от того, какая из границ этого слоя освещена. Если же наращивать слои сверху—вниз, то при выводе уравнений (12)—(17) для  $j > 2$  необходимо учитывать уже освещение снизу среды, состоящей из  $j - 1$  слоев. Это приводит к необходимости построения еще одной системы уравнений типа (12)—(17) для атмосферы, освещенной снизу, что заметно усложняет весь алгоритм расчета и вдвое увеличивает число вычисляемых функций. На целесообразность введения «обратного» отсчета оптических глубин для неоднородных сред было указано одним из авторов настоящей работы еще в 1963 г. в [16]. В случае рассеяния поляризованного излучения на этот факт обратил внимание также Такашима [17], кроме того, его использовал также Т. Ф. Вийк [9].

Изложенный метод обладает внутренней целостностью, так как фактически основан на одной идее — идее сложения слоев. Это заметным образом упрощает его программное воплощение. Однако он гораздо экономичнее обычного метода сложения, применявшегося, в частности, в [18], по двум причинам: 1) при его использовании итерационный процесс необходим лишь при вычислении интенсивности на границах между слоями; на всех же остальных глубинах весь расчет сводится лишь к простому интегрированию; 2) обычный метод сложения слоев обязательно требует учета освещения многослойной среды снизу, т. е. требует расчета вдвое большего числа функций.

Недостатком метода является то, что при его использовании требуется хранить большую информацию (значения интенсивности излучения на требуемых глубинах во всех слоях).

В заключение этого раздела заметим, что общая схема применявшихся рассуждений близка к той, которая использовалась в работе [7], где изучалось поле излучения на границах между оптически толстыми слоями в многослойной атмосфере. Найденные уравнения могут быть также получены из соотношений инвариантности, приведенных в [6] и [9].

### 3. Возможные модификации.

А) Многослойная среда прилегает к полубесконечной атмосфере.

Очевидно, что предложенная выше схема расчета поля излучения остается прежней. Единственное отличие состоит в том, что для полубесконечного слоя коэффициент отражения  $\rho_n^{\pm}(u, u_0)$  целесообразно вычис-

лять, применяя метод, изложенный в [19], а интенсивность внутри полубесконечного слоя — методом, предложенным в [13, 20].

Б) Многослойная среда ограничена отражающей свет поверхностью.

Нетрудно видеть, что и такая модель легко сводится к уже изученному выше случаю. Пусть  $n$ -ый слой является поверхностью, для которой известен закон отражения

$$\rho_s(\mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0) = \rho_s^{(0)}(\mu, \mu_0) + 2 \sum_{m=1}^L \rho_s^{(m)}(\mu, \mu_0) \cos m(\varphi - \varphi_0). \quad (19)$$

Полагая в выражениях (14) и (15)  $j = n - 1$  и  $\rho_n = \rho_s$ , получаем систему уравнений для определения  $\bar{I}_{n-1, n}(\tau_{n-1}, \mu, \mu_0)$  (черта сверху означает, что рассматривается среда с отражающей поверхностью), справедливую для всех азимутальных гармоник. После определения величин  $\bar{I}_{n-1, n}(\tau_{n-1}, \mu, \mu_0)$  весь процесс расчета поля излучения в рассматриваемой среде сводится к уже рассмотренному выше последовательному использованию соотношений (12)–(17) для  $j = n - 2, n - 3, \dots, 1$ .

В простейшем случае изотропно отражающей свет поверхности, когда  $\rho_s(\mu, \mu_0, \varphi - \varphi_0) = A = \text{const}$ , она оказывает влияние лишь на усредненную по азимуту интенсивность излучения. В этом случае для  $\bar{I}_{n-1, n}(\tau_{n-1}, \mu, \mu_0)$ , воспользовавшись (14) и (15), получаем явные выражения ( $\mu \in [0, 1]$ )

$$\bar{I}_{n-1, n}(\tau_{n-1}, \mu, \mu_0) = \sigma_{n-1}(\mu, \mu_0) \mu_0 + \frac{A \cdot A_p(\mu, \tau_{n-1}) V(\mu_0, \tau_{n-1})}{1 - AA_s(\tau_{n-1})} \mu_0, \quad (20)$$

$$\bar{I}_{n-1, n}(\tau_{n-1}, -\mu, \mu_0) = \frac{A \cdot V(\mu_0, \tau_{n-1})}{1 - AA_s(\tau_{n-1})} \mu_0, \quad (21)$$

где

$$A_s(\tau_{n-1}) = 4 \int_0^1 \mu d\mu \int_0^1 \rho_{n-1}(\mu, \mu') \mu' d\mu', \quad (22)$$

$$A_p(\mu, \tau_{n-1}) = 2 \int_0^1 \rho_{n-1}(\mu_0, \mu) \mu_0 d\mu_0, \quad (23)$$

$$V(\mu_0, \tau_{n-1}) = 2 \int_0^1 \sigma_{n-1}(\mu, \mu_0) \mu d\mu + e^{-\tau_{n-1}/\mu_0}. \quad (24)$$

В) Многослойная среда состоит из слоев большой оптической толщины.

В этом случае возникают существенные упрощения. Для нулевой гармоники поле излучения на границах между слоями вычисляется с помощью формул, полученных в работах [7, 8]. После этого интенсивность излучения внутри слоев вычисляется по формулам (12) и (13), причем в (13) следует отбросить первое слагаемое в правой части. Старшие же ( $m \geq 1$ ) азимутальные гармоники интенсивности излучения, как правило, можно полагать равными нулю во всех слоях, кроме первого.

4. *Результаты расчетов.* В качестве примера использования предлагаемого метода на рис. 2 и 3 приведены некоторые результаты расчета интенсивности диффузного излучения в двухслойной атмосфере, у которой

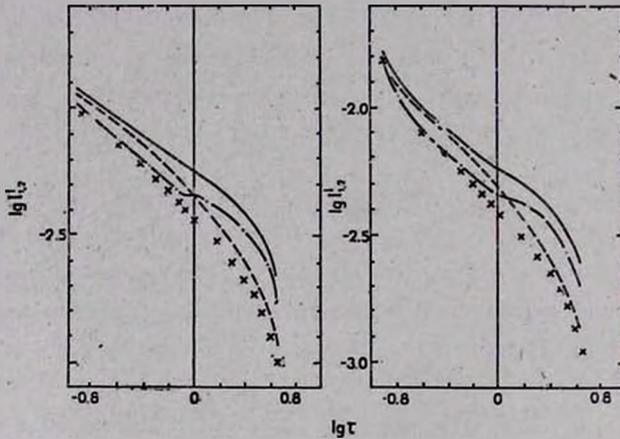


Рис. 2. Изменение с глубиной усредненной по азимуту интенсивности нисходящего  $I_{1,2}^{\downarrow}$  и восходящего  $I_{1,2}^{\uparrow}$  излучения для  $\mu = \mu_0 = 0.198\dots$  при  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$  (сплошная линия),  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0.95$  (пунктир),  $\lambda_1 = 0.95, \lambda_2 = 1$  (штрих-пунктир),  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.95$  (крестики).

$\tau_1 = 1, \tau_2 = 4$  и рассеяние происходит с индикатрисой рассеяния Хенби—Гринштейна, причем параметр вытянутости в верхнем слое  $g = 0.5$ , а в нижнем —  $g = 0.75$ . На рис. 2 показано поведение с глубиной усредненной по азимуту интенсивности  $I_{1,2}(\tau, \mu, \mu_0)$  нисходящего (правая часть рисунка) и восходящего (левая часть рисунка) излучения для  $\mu = \mu_0 = 0.0198\dots$  при  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$  (сплошная линия);  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 0.95$  (пунктир);  $\lambda_1 = 0.95, \lambda_2 = 1$  (штрих-пунктир);  $\lambda_1 = \lambda_2 = 0.95$  (крестики). Рис. 3 относится к случаю  $\mu = \mu_0 = 0.980\dots$ . Значения  $\mu$  и  $\mu_0$  есть крайние узлы использовавшейся восьмиточечной гауссовой квадратурной формулы на интервале  $[0, 1]$ . Из рисунков видно, что вблизи границы разделов слоев

в двухслойной атмосфере зависимость интенсивности излучения от  $\tau$  становится менее плавной (как показывают расчеты, эта неплавность сохраняется и в том случае, когда рассеяние в обоих слоях изотропное, а слои отличаются друг от друга значениями оптической толщины и альбедо однократного рассеяния). Кроме того, интенсивность нисходящего излучения для  $\mu_0 = \mu = 0.198...$  монотонно убывает с глубиной, в то время как при  $\mu_0 = \mu = 0.980...$  она сначала возрастает, достигая максимального значения примерно в середине второго слоя, а затем начинает убывать. Это объясняется тем, что во втором случае сказывается влияние оттока фотонов через нижнюю границу среды. В первом же случае ввиду малости  $\mu_0$  это влияние пренебрежимо мало.

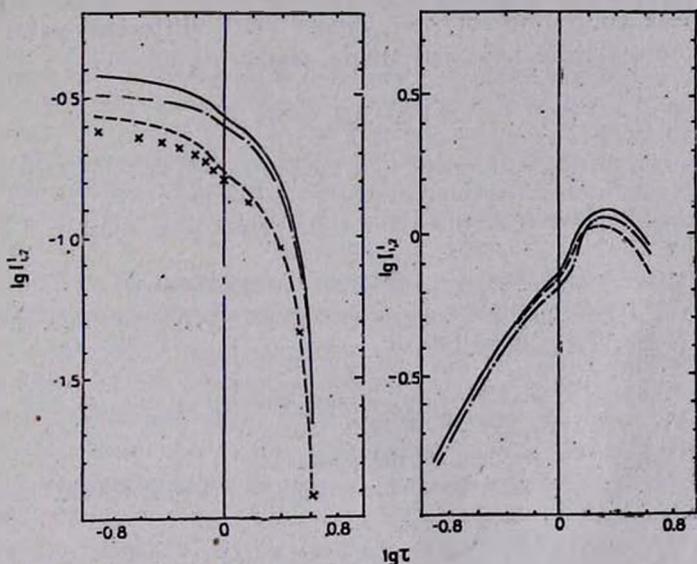


Рис. 3. То же, что на рис. 2, для  $\mu = \mu_0 = 0.980...$ . Для  $I_{1,2}^{\pm}$  крестинки отсутствуют, так как они практически совпадают с пунктирной кривой.

В заключение заметим, что наши расчеты были проведены для верхнего слоя с шагом  $\Delta\tau = 0.125$  и для нижнего слоя  $\Delta\tau = 0.5$ , т. е. для семнадцати значений оптической глубины. При этом оказалось, что время счета увеличилось лишь примерно на 40% по сравнению с тем, которое требуется для вычисления только коэффициентов отражения и пропускания такой же двухслойной атмосферой методом сложения слоев ван де Хюлста. Это говорит о сравнительно высокой эффективности предлагаемого нами метода расчета внутреннего поля излучения.

## LIGHT SCATTERING IN MULTI-LAYER ATMOSPHERES I. THE DIFFUSE REFLECTION PROBLEM

J. M. DLUGACH, E. G. YANOVITSKI

A plane atmosphere illuminated by parallel rays and consisting of an arbitrary number of homogeneous layers is considered. A method is suggested for the computation of the intensity of radiation for any values of the optical depth in a multi-layer atmosphere. This method is based on the use of the invariance principles. In particular, the multi-layer atmosphere with a semi-infinite lower layer as well as the atmosphere overlaying the reflecting surface are considered. As an example, the results are given of the computation of radiation field in the atmosphere consisting of two layers with different values of the anisotropy, optical thickness and single scattering albedo.

### ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Амбарцумян, Научные труды, т. 1, Ереван, Изд-во АН Арм.ССР, 1960.
2. С. Чандрасекар, Перенос лучистой энергии, ИЛ, М., 1953.
3. В. В. Соболев, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, Гостехиздат, М., 1956.
4. В. В. Соболев, Рассеяние света в атмосферах планет, Наука, М., 1972.
5. Н. С. van de Hulst, Multiple light scattering. Tables, formulas and applications, vol. I, II, Academic Press, 1980.
6. Т. Ф. Вийк, Астрофизика, 17, 735, 1981.
7. Т. А. Гермогенова, Н. В. Коновалов, Ж. выч. мат. и мат. физ., 14, 928, 1974.
8. В. В. Иванов, Труды АО ЛГУ, 52, 3, 1975.
9. Т. Vilk, Astrophys. Space Sci., 86, 169, 1982.
10. Н. С. van de Hulst, A New Look at Multiple Scattering, NASA, Institute for Space Studies, N. Y., 1963.
11. Э. Г. Яновицкий, Астрон. ж., 58, 833, 1979.
12. Н. Б. Енгибарян, М. А. Мнацаканян, ДАН СССР, 217, 533, 1974.
13. В. В. Иванов, Астрон. ж., 52, 217, 1975.
14. Э. Г. Яновицкий, Астрон. ж., 58, 119, 1981.
15. Э. Г. Яновицкий, Астрон. ж., 53, 1063, 1976.
16. Э. Г. Яновицкий, Изв. АН СССР, сер. геофизич., № 7, 1140, 1963.
17. Т. Takashima, J. Quant. Spect. Rad. Transfer, 13, 1229, 1973.
18. А. А. Lata, J. E. Hansen, J. Atmospheric Sci., 31, 118, 1974.
19. J. M. Dlugach, E. G. Yanovitskij, Icarus, 22, 66, 1974.
20. Ж. М. Длугач, Астрон. ж., 53, 1295, 1976.

УДК 52—64

К РЕШЕНИЮ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ НЕКОГЕРЕНТНОГО  
АНИЗОТРОПНОГО РАССЕЯНИЯ

А. Х. ХАЧАТРЯН

Поступила 28 января 1985

Принята к печати 8 мая 1985

Настоящая работа посвящена рассмотрению нелинейной задачи при общих законах перераспределения по частотам внутри спектральной линии с учетом неаизотропности элементарного акта рассеяния. Делается предположение о совпадении профилей коэффициентов поглощения и вынужденного излучения. Применение метода работы [1] позволяет линеаризовать задачу и свести ее к системе линейных интегральных уравнений. Предлагается способ нахождения реальной оптической толщины слоя.

1. *Введение.* К настоящему времени опубликовано большое количество работ по нелинейным задачам переноса излучения [1—14]. Учет нелинейных эффектов в проблеме образования спектральных линий возникает при больших плотностях излучения, когда концентрация возбужденных атомов становится сравнимой с концентрацией атомов, находящихся в основном состоянии. Впервые в работах [1, 2] Н. Б. Енгибаряном был предложен математический метод решения нелинейных трехмерных задач. Этот метод опирается на метод самосогласованных оптических глубин В. А. Амбарцумяна [3]. В дальнейшем метод работы [1] был применен в работах [4—10] к решению различных нелинейных задач переноса излучения. Однако эти задачи рассматривались в основном при предположении об изотропности элементарного акта рассеяния (когда индикатриса рассеяния сферическая). Не учитывалась также зависимость функции перераспределения от угла рассеяния.

В работах [15—17] изучены линейные задачи некогерентного анизотропного рассеяния.

В настоящей работе, представляющей собой продолжение серии работ [9, 10], рассматривается нелинейная задача переноса в спектральной линии в изотермическом слое газа, состоящего из двухуровневых атомов с учетом некогерентности и неаизотропности элементарного акта рассеяния. Делается упрощающее предположение о совпадении профилей коэффи-

циентов поглощения и вынужденного излучения. Применение метода работы [1] позволяет линеаризовать задачу и свести ее к системе линейных интегральных уравнений. При решении задачи переноса в слое конечной толщины применяется метод работы [18], основанный на установлении связи между решениями задач в полупространстве и в слое конечной толщины. Предлагается эффективный способ нахождения функции  $Q(\tau_0)$ , посредством которого устанавливается связь между реальными и предельными оптическими толщинами, что означает полное решение задачи.

2. Пусть плоскопараллельный слой с геометрической толщиной  $z_0$  равномерно заполнен атомами с двумя энергетическими уровнями и свободными электронами. Со стороны границы  $z = 0$  среда освещается внешним излучением, имеющим некоторое спектральное распределение. Будем предполагать, что профили коэффициентов поглощения и вынужденного излучения совпадают. Обозначим через  $n_k$  ( $k = 1, 2$ ) число атомов в единичном объеме на глубине  $z$ , находящихся на  $k$ -ом уровне:

$$n_1(z) + n_2(z) = n_0. \quad (1)$$

Уравнение переноса в линии имеет вид:

$$\eta \frac{d\bar{I}(z, x, \eta, \varphi)}{dz} = -\frac{h\nu_0}{4\pi} \left( n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 \right) B_{12} a(x) \bar{I}(z, x, \eta, \varphi) + \frac{h\nu_0}{4\pi} n_2 A_{21} \psi(x, \eta, \varphi) \quad (2)$$

с граничными условиями

$$\begin{aligned} \bar{I}(0, x, \eta, \varphi) &= I_0(x, \eta, \varphi) \quad \text{при } \eta > 0, \\ \bar{I}(z_0, x, \eta, \varphi) &= 0 \quad \text{при } \eta < 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $\bar{I}(z, x, \eta, \varphi)$  — интенсивность излучения частоты  $x$ , распространяющегося в направлении  $(\eta, \varphi)$  на глубине  $z$ ,  $a(x)$  профиль коэффициента поглощения,  $g_k$  — кратность  $k$ -го уровня,  $B_{12}$ ,  $A_{21}$  — эйнштейновские коэффициенты переходов,  $\psi(x, \eta, \varphi)$  профиль спонтанного излучения:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \psi(x, \eta, \varphi) dx d\eta \frac{d\varphi}{4\pi} = 1. \quad (4)$$

Уравнение стационарности следующее:

$$n_2 \psi(x, \eta, \varphi) \left[ a_{21} + A_{21} + \frac{B_{21}}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \alpha(x') \bar{I}(z, x', \eta', \varphi') dx' d\eta' d\varphi' \right] =$$

$$= n_1 \left[ a_{12} \alpha(x) + \frac{B_{12}}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 R(x, x', \gamma) \bar{I}(z, x', \eta', \varphi') dx' d\eta' d\varphi' \right], \quad (5)$$

где  $R(x, x', \gamma) = \bar{R}(x, x', \gamma) X(\gamma)$  представляет собой произведение индикатрисы рассеяния  $X(\gamma)$  и функции перераспределения по частотам при заданном угле рассеяния  $\bar{R}(x, x', \gamma)$ ,  $\gamma$  — угол рассеяния, причем:

$$\cos \gamma = \eta \eta' + \sqrt{1 - \eta'^2} \sqrt{1 - \eta^2} \cos(\varphi - \varphi'). \quad (6)$$

Проинтегрировав уравнение (5) по всем направлениям и частотам, получим:

$$n_1 \left[ a_{12} + \frac{B_{12}}{4\pi} S \right] = n_2 \left[ a_{21} + A_{21} + \frac{B_{21}}{4\pi} S \right], \quad (7)$$

где

$$S = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} \alpha(x') \bar{I}(z, x', \eta', \varphi') dx' d\eta' d\varphi'. \quad (8)$$

В уравнении (2) перейдем к новому аргументу  $\tau$ , значение которого при каждом  $z$  зависит также от состояния поля излучения в слое  $[0, z]$ .

$$d\tau = \frac{h\nu_0}{4\pi} \left( n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 \right) B_{12} dz; \quad \tau_0 = \int_0^z \frac{h\nu_0}{4\pi} \left( n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 \right) B_{12} dz, \quad (9)$$

$$\tau(0) = 0,$$

$\tau_0$  — реальная оптическая толщина, которая пока неизвестна и подлежит определению.

При переходе в (2) к аргументу  $\tau$  следует из уравнения стационарности (5), (7) определить величину

$$S(\tau, x, \eta, \varphi) = \frac{n_2 A_{21} \psi(x, \eta, \varphi)}{\left( n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2 \right) B_{12}}. \quad (10)$$

Оказывается, что как и в изотропном случае (см. [9]), величина  $S(\tau, x, \eta, \varphi)$  линейно выражается через функцию  $I(\tau, x, \eta, \varphi)$ , а именно:

$$S(\tau, x, \eta, \varphi) = \frac{\lambda}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} R(x, x', \gamma) I(\tau, x', \eta', \varphi') dx' d\eta' d\varphi' + \\ + \frac{\lambda}{4\pi} a(x) f_0, \quad (11)$$

где

$$\lambda = \frac{A_{21}}{A_{21} + a_{21} - \frac{g_1}{g_2} a_{12}}; \quad f_0 = \frac{4\pi a_{12}}{B_{12}}. \quad (12)$$

Тогда с учетом (9), (10), (11) уравнение (2) принимает вид:

$$\eta \frac{dI(\tau, x, \eta, \varphi)}{d\tau} = -a(x) I(\tau, x, \eta, \varphi) + S(\tau, x, \eta, \varphi). \quad (13)$$

Граничные условия суть:

$$I(0, x, \eta, \varphi) = I_0(x, \eta, \varphi) \quad \text{при } \eta > 0, \\ I(\tau_0, x, \eta, \varphi) = 0 \quad \text{при } \eta < 0. \quad (14)$$

Уравнение (13) с граничными условиями (14) эквивалентно следующему интегральному уравнению:

$$S(\tau, x, \eta, \varphi) = \frac{\lambda}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^1 \frac{d\eta'}{\eta'} \left[ \int_0^{\tau} \exp\left(-\frac{(\tau-\tau')}{\eta'} a(x')\right) \times \right. \\ \times R(x, x', \eta, \eta', \varphi-\varphi') S(\tau', x', \eta', \varphi') d\tau' + \int_{\tau}^{\tau_0} \exp\left(-\frac{(\tau'-\tau)}{\eta'} a(x')\right) \times \\ \left. \times R(x, x', \eta, -\eta', \varphi-\varphi') S(\tau', x', -\eta', \varphi') d\tau' \right] + \\ + \frac{\lambda}{4\pi} S_0(\tau, x, \eta, \varphi). \quad (15)$$

Здесь

$$S_0(\tau, x, \eta, \varphi) = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^1 R(x, x', \eta, \eta', \varphi-\varphi') I_0(x', \eta', \varphi') e^{-\frac{\tau}{\eta'} a(x')} dx' d\eta' d\varphi' + a(x) f_0. \quad (16)$$

В работах [15—17] приводится разложение функции перераспределения следующего вида, к которому мы не раз будем обращаться в настоящей работе:

$$R(x, x', \gamma) = \sum_{m=0}^n R_m(x, x', \eta, \eta') \cos m(\varphi - \varphi'), \quad (17)$$

где

$$R_m(x, x', \eta, \eta') = (2 - \delta_{0,m}) \sum_{i=-m}^n \sum_{k=i}^n \bar{P}_i^m(\eta) \bar{P}_i^m(\eta') C_k^i \alpha_k(x) \alpha_k(x'). \quad (18)$$

Здесь  $\bar{P}_i^m(\eta) = \sqrt{\frac{(i-m)!}{(i+m)!}} P_i^m(\eta)$ ,  $P_i^m(\eta)$  — присоединенные функции Лежандра,  $\{\alpha_k(x)\}$  — ортонормированная система функций с весом  $\frac{1}{a(x)}$  на промежутке  $(-\infty, +\infty)$ , а  $C_k^i$  — коэффициенты разложения:

$$C_k^i = \frac{2i+1}{2} \int_{-1}^1 x^k P_i(x) dx. \quad (19)$$

Функция  $S(\tau, x, \eta, \varphi)$  также представляется в виде:

$$S(\tau, x, \eta, \varphi) = \sum_{m=0}^n S_m(\tau, x, \eta) \cos m\varphi. \quad (20)$$

Тогда из (15) с учетом (17), (20) имеем

$$S_m(\tau, x, \eta) = \frac{\lambda}{2} \sum_{i=-m}^n \bar{P}_i^m(\eta) \sum_{k=i}^n C_k^i \alpha_k(x) Q_{ik}^m(\tau) + \frac{\lambda}{4\pi} \alpha(x) f_0 \cdot \delta_{0,m}, \quad (21)$$

где

$$\begin{aligned} Q_{ik}^m(\tau) = & \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_k(x') \int_0^1 \frac{\bar{P}_i^m(\eta')}{\eta'} d\eta' \left\{ \left[ \int_0^{\tau} \exp\left(-\frac{(\tau-\tau')}{\eta'} a(x')\right) \times \right. \right. \\ & \times S_m(\tau', x', \eta') d\tau' + \\ & \left. \left. + (-1)^{i+m} \int_{\tau}^{\tau_0} \exp\left(-\frac{(\tau'-\tau)}{\eta'} a(x')\right) S_m(\tau', x', -\eta') d\tau' \right] + \right. \\ & \left. + J_0^m(x', \eta') \exp\left(-\frac{\tau}{\eta'} a(x')\right) \right\} dx'. \quad (22) \end{aligned}$$

Для определения функции  $Q_{ik}^m(\tau)$  получаем следующую систему интегральных уравнений:

$$Q_{ik}^m(\tau) = \frac{\lambda}{2} \sum_{j=-m}^n \sum_{q=-j}^n \int_0^{\tau_0} K_{ikjq}^m(\tau - \tau') Q_{jq}^m(\tau') d\tau' + \frac{\lambda}{2} Q_{0ik}^m(\tau), \quad (23)$$

где элементы матрицы-ядра имеют вид:

$$K_{ikjq}^m(\tau) = C_q^j \int_{-\infty}^{\infty} a_k(x) a_q(x) dx \int_0^1 \frac{\bar{P}_i^m(\eta) \bar{P}_j^m(\eta)}{\eta} \left[ \frac{\tau}{|\tau|} \right]^{i+j} \exp\left(-\frac{\tau}{\eta} a(x)\right) d\eta, \quad (24)$$

а свободный член

$$\begin{aligned} Q_{ik}^m(\tau) = & C_k^i \int_{-\infty}^{\infty} a_k(x) \int_0^1 \bar{P}_i^m(\eta) \exp\left(-\frac{\tau}{\eta} a(x)\right) I_0^m(x, \eta) dx d\eta + \\ & + \frac{1}{2\pi} f_0 \delta_{0m} \int_{-\infty}^{\infty} a_k(x) a(x) \int_0^1 \frac{\bar{P}_i^m(\eta) d\eta}{\eta} \int_0^{\tau} \exp\left(-\frac{(\tau - \tau')}{\eta} a(x')\right) \times \\ & \times \left[ \frac{\tau}{|\tau|} \right]^{i+m} d\tau'. \end{aligned} \quad (25)$$

Теперь займемся определением величины  $\tau_0$ . Для этого воспользуемся связью между реальными  $d\tau$  и предельными оптическими глубинами  $dy$  (см., например, [8]):

$$\frac{dy}{d\tau} = \frac{n_1 + n_2}{n_1 - \frac{g_1}{g_2} n_2}, \quad (26)$$

или интегрируя (26) по  $y$  от 0 до  $y_0$ , с учетом уравнения (7), получим:

$$y_0 = \tau_0 + \gamma \int_0^{\tau_0} S(\tau', \tau_0) d\tau' = \tau_0 + \gamma Q(\tau_0), \quad (27)$$

где

$$S(\tau, \tau_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 \int_0^{2\pi} S(\tau, x', \eta', \varphi') dx' d\eta' d\varphi'; \quad \gamma = \left(1 + \frac{g_1}{g_2}\right) \frac{c^2}{2h\nu_0^3} \quad (28)$$

Соотношение (27) дает возможность определить  $\tau_0$ . Действительно, если решить систему линейных интегральных уравнений (23) при всех значениях  $\tau_0 \leq y_0$ , то правая часть выражения (27) становится известной функцией от  $\tau_0$ . Решая уравнения (27) относительно  $\tau_0$ , находим зависимость истинной оптической толщины от предельной  $y_0$ .

3. В настоящем разделе мы предложим способ нахождения функции  $Q(\tau_0)$ .

Пусть плоскопараллельный слой с оптической толщиной  $\tau_0$  освещается излучением  $I_0^+$ .

В операторной форме уравнения переноса некогерентного анизотропного рассеяния при отсутствии внутренних источников энергии имеют вид:

$$\begin{aligned} \pm \frac{d\hat{I}^\pm}{d\tau} &= -A\hat{I}^\pm + L^+\hat{I}^\pm + L^-\hat{I}^\mp, \\ \hat{I}^+(0) &= I_0^+; \quad \hat{I}^-(\tau_0) = 0; \quad \tau_0 \leq \infty. \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь  $\hat{I}^\pm(\tau)$  — искомые интенсивности излучения, идущего соответственно в сторону возрастания и убывания  $\tau$ , и принимают значения из пространства  $M$  ограниченных вектор функций,  $I_0^+ \in M$ ;  $A$  — оператор умножения на функцию  $\frac{\alpha}{\eta}$ , а  $L^\pm$  — интегральные операторы:

$$L^\pm f = \frac{\lambda}{4\pi\eta} \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^1 d\eta' \int_{-\infty}^{\infty} R(x, x', \pm \eta, \eta', \varphi - \varphi') f(x', \eta', \varphi') dx'. \quad (30)$$

Интенсивности  $\hat{I}^+(\tau)$  и  $\hat{I}^-(\tau)$  связаны между собой соотношением (см. [18]):

$$\hat{I}^- = \rho \hat{I}^+, \quad (31)$$

где  $\rho$  — оператор отражения от полубесконечной среды и определяется из операторного уравнения Амбарцумяна:

$$A\rho + \rho A = L^- + L^+\rho + \rho L^+ + \rho L^-\rho. \quad (32)$$

Если  $\rho$  известно, то  $\hat{I}^+$  определяется из задачи Коши:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{I}^+}{d\tau} &= (-A + L^+ + L^-\rho)\hat{I}^+, \\ \hat{I}^+(0) &= I_0^+. \end{aligned} \quad (33)$$

После нахождения  $\widehat{I}^+$  и  $\widehat{I}^-$  определяем функцию  $S_\infty(\tau)$  из следующего равенства:

$$S_\infty(\tau) = \widehat{I}^+ + \widehat{I}^-. \quad (34)$$

Следуя работе [18], введем оператор  $Y(\tau)$ . Рассмотрим однородную полубесконечную среду. Из полубесконечной среды выделим слой конечной толщины  $\tau$ . Пусть справа на границу  $\tau$  этого слоя падает первичный поток излучения  $f_0$ . Тогда выходящее излучение после многократных рассеяний как в слое  $[0, \tau]$ , так и во всей среде, определяется некоторым линейным оператором  $Y$ ,  $f = Y \cdot f_0$ .

Из принципа инвариантности Амбарцумяна и из определения  $Y(\tau)$  следует, что этот оператор обладает полугрупповым свойством  $Y(\tau_1 + \tau_2) = Y(\tau_1) \cdot Y(\tau_2)$  и определяется из следующей задачи Коши:

$$\begin{aligned} \frac{dY}{d\tau} &= -GY; \\ Y(0) &= J, \end{aligned} \quad (35)$$

где  $J$  — единичный оператор,  $G = \left(\frac{dY}{d\tau}\right)_{\tau=0}$  — инфинитизимальный производящий оператор полугруппы и имеет следующий вид:

$$G = A - L^+ - \rho L^-. \quad (36)$$

Знание операторов  $\rho$  и  $Y$  позволяет не только решить задачу отражения и пропускания слоя конечной толщины, но и дает возможность установить связь между внутренними режимами полубесконечного и конечного слоев. Указанная связь в операторной форме имеет следующий вид:

$$S_\infty(\tau) = S(\tau) + Y(\tau_0) \rho S(\tau_0 - \tau). \quad (37)$$

Соотношение типа (37) впервые было получено в работе [19] путем рассмотрения одного класса интегральных уравнений на полуоси и на конечном промежутке. Уравнение (37) было также получено в [20], исходя из физических соображений.

Интегрируя (37) от 0 до  $\tau_0$ , получим

$$Q(\tau_0) = (J + Y(\tau_0) \rho)^{-1} \int_0^{\tau_0} S_\infty(\tau) d\tau. \quad (38)$$

Таким образом, мы предлагаем следующий путь нахождения функции  $Q(\tau_0)$ :

- а) из (32) и (35) определяем  $\rho$  и  $Y$ ;
- б) интенсивности  $\hat{I}^+$  и  $\hat{I}^-$ , описывающие внутренний режим полубесконечной среды, находим из задачи (33) и по формуле (31);
- в) по формуле (34) определяем  $S_-(\tau)$ ;
- г) из соотношения (38) по известным  $\rho$ ,  $Y$  и  $S_-$  определяем функцию  $Q(\tau_0)$ , а тем самым и реальную оптическую толщину слоя  $\tau_0$ .

Перепишем операторное уравнение (32) в терминах ядер. Пользуясь представлением (17), (18), для азимутальных гармоник функции отражения получим [16, 17]:

$$\rho_m(x, x', \eta, \zeta) = \frac{\lambda}{4} \sum_{i=-m}^n \sum_{k=-l}^n (-1)^{i+m} C_k^i \frac{\varphi_{ik}^m(x, \eta) \varphi_{ik}^m(x', \zeta)}{\zeta \alpha(x) + \eta \alpha(x')}, \quad (39)$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_{ik}^m(x, \eta) &= \bar{P}_i^m(\eta) \alpha_k(x) + \\ &+ 2\eta (-1)^{i+m} \int_0^1 \int_{-\infty}^{\infty} \rho_m(x, x', \eta, \zeta) \bar{P}_i^m(\zeta) \alpha_k(x') d\zeta dx'. \end{aligned} \quad (40)$$

Функции  $\varphi_{ik}^m(x, \eta)$  определяются из следующей системы функциональных уравнений:

$$\begin{aligned} \varphi_{ik}^m(x, \eta) &= P_i^m(\eta) \alpha_k(x) + \frac{\lambda}{2} (-1)^{i+j} \eta \sum_{j=-m}^n \sum_{q=-l}^n C_q^j \varphi_{jq}^m(x, \eta) \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 \frac{\varphi_{jq}^m(x', \zeta) \bar{P}_i^m(\zeta) \alpha_k(x') dx' d\zeta}{\zeta \alpha(x) + \eta \alpha(x')}. \end{aligned} \quad (41)$$

Раскрывая операторное уравнение (35), с учетом композиции ядер при умножении интегральных операторов, приходим к следующему функциональному уравнению:

$$\begin{aligned} \frac{dY(\tau, x, x', \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0)}{d\tau} &= -\frac{\alpha(x)}{\eta} Y(\tau, x, x', \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) + \\ &+ \frac{\lambda}{4\pi\eta} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 \int_0^{2\pi} R(x, x'', \eta, \eta', \varphi - \varphi') Y(\tau, x'', x', \eta', \zeta, \varphi' - \varphi_0) dx'' d\eta' d\varphi' + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\lambda}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \rho(x, x'', \eta, \eta', \varphi - \varphi') dx'' d\eta' d\varphi' \times \\
& \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 \int_0^{2\pi} R(x'', x''', -\eta', \eta'', \varphi' - \varphi'') Y(\tau, x''', x', \eta'', \zeta, \varphi'' - \varphi_0) \times \\
& \times dx''' d\eta'' d\varphi''. \quad (42)
\end{aligned}$$

Функцию  $Y$  представляем в форме

$$Y(\tau, x, x', \eta, \zeta, \varphi - \varphi_0) = \sum_{m=0}^n Y_m(\tau, x, x', \eta, \zeta) \cos m(\varphi - \varphi_0). \quad (43)$$

Тогда для функции  $Y_m(\tau, x, x', \eta, \zeta)$  получаем следующее уравнение:

$$\begin{aligned}
\frac{dY_m(\tau, x, x', \eta, \zeta)}{d\tau} &= -\frac{\alpha(x)}{\eta} Y_m(\tau, x, x', \eta, \zeta) + B_m(\tau, x, x', \eta, \zeta), \\
Y_m(0, x, x', \eta, \zeta) &= \frac{1}{2\pi} \delta(x - x') \delta(\eta - \zeta), \quad (44)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
& B_m(\tau, x, x', \eta, \zeta) = \\
& = \frac{\lambda}{2\eta} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 R_m(x, x'', \eta, \eta') Y_m(\tau, x'', x', \eta', \zeta) dx'' d\eta' + \\
& \quad + \lambda \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 \rho_m(x, x'', \eta, \eta') dx'' d\eta' \times \\
& \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 R_m(x'', x''', -\eta', \eta'') Y_m(\tau, x''', x', \eta'', \zeta) dx''' d\eta''. \quad (45)
\end{aligned}$$

С учетом представления (18), а также соотношения (40), функцию  $B_m(\tau, x, x', \eta, \zeta)$  можно представить в виде:

$$B_m(\tau, x, x', \eta, \zeta) = \frac{\lambda}{2\eta} \sum_{i=-m}^m \sum_{k=i}^n C_k' \varphi_{ik}^m(x, \eta) U_{ik}^m(\tau, x', \zeta), \quad (46)$$

где

$$U_{ik}^m(\tau, x, \eta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^1 \bar{P}_i^m(\eta') \alpha_k(x') Y_m(\tau, x', x, \eta', \eta) dx' d\eta'. \quad (47)$$

Формальное решение уравнения (44) имеет вид:

$$Y_m(\tau, x, x', \eta, \zeta) = \int_0^{\tau} \exp\left(-\frac{(\tau-\tau')}{\eta} \alpha(x)\right) B_m(\tau, x, x', \eta, \zeta) d\tau' + \\ + \frac{1}{2\pi} \delta(x-x') \delta(\eta-\zeta) \exp\left(-\frac{\tau}{\eta} \alpha(x)\right). \quad (48)$$

Умножая обе части уравнения (48) на  $\bar{P}_i^m(\eta) \alpha_k(x)$  и интегрируя по  $x$  от  $-\infty$  до  $+\infty$  и по  $\eta$  от 0 до 1, с учетом (47) получим следующую систему линейных интегральных уравнений типа восстановления:

$$U_{ik}^m(\tau, x, \eta) = \frac{\lambda}{2} \sum_{p=m}^n \sum_{q=p_0}^n \int_0^{\tau} K_{ikpq}^m(\tau-\tau') U_{pq}^m(\tau') d\tau' + \\ + \frac{1}{2\pi} \bar{P}_i^m(\eta) \alpha_k(x) e^{-\frac{\tau}{\eta} \alpha(x)}, \quad (49)$$

где

$$K_{ikpq}^m(\tau) = C_q^p \int_{-\infty}^{\infty} \alpha_k(x) \bar{P}_i^m(\eta) \varphi_{pq}^m(x, \eta) \exp\left(-\frac{\tau}{\eta} \alpha(x)\right) dx \frac{d\eta}{\eta}. \quad (50)$$

Следует отметить, что переменные  $x$ ,  $\eta$  и  $m$ , входящие в (49), выступают в роли параметра.

Элементы матрицы-ядра  $\|K_{ikpq}^m\|$  можно представить в виде суперпозиции экспонент

$$K_{ikpq}^m(\tau) = \int_0^{\infty} G_{ikpq}^m(s) e^{-\tau s} ds, \quad (51)$$

где

$$G_{ikpq}^m(s) = C_q^p \int_{x(s)}^{\infty} [\alpha_k(x) \varphi_{pq}^m(x, s) + \alpha_k(-x) \varphi_{pq}^m(-x, s)] \bar{P}_i^m \left[ \frac{\alpha(x)}{s} \right] \frac{dx}{s},$$

$$x(s) = \begin{cases} 0 & \text{при } s \geq 1 \\ \alpha[x(s)] = s & \text{при } s < 1. \end{cases} \quad (52)$$

В случае монохроматического рассеяния уравнения (49) упрощаются и принимают вид:

$$U_i^m(\tau, \eta) = \frac{\lambda}{2} \sum_{p=m,0}^n \int_0^{\tau} K_{ip}^m(\tau - \tau') U_p^m(\tau', \eta) d\tau' + \frac{1}{2\tau} e^{-\frac{\tau}{\eta}} \bar{P}_i^m(\eta), \quad (53)$$

где

$$K_{ik}^m(\tau) = \int_0^1 e^{-\frac{\tau}{\eta}} \bar{P}_i^m(\eta) \alpha_k \varphi_k^m(\eta) \frac{d\eta}{\eta},$$

а функции  $\varphi_k^m(\eta)$  определяются из следующего уравнения, хорошо изученного в линейной теории анизотропного рассеяния [21—23]:

$$\varphi_k^m(\eta) = \bar{P}_k^m(\eta) + \frac{\lambda}{2} \eta \sum_{i=m}^n (-1)^{i+k} \alpha_i \varphi_i^m(\eta) \int_0^1 \frac{\varphi_i^m(\eta') \bar{P}_k^m(\eta') d\eta'}{\eta + \eta'}. \quad (54)$$

Существование решения системы (49), а также его асимптотическое поведение изучено в работах [24, 25]. Решение системы интегральных уравнений (49) можно получить используя преобразование Лапласа. Уравнение можно решить также численно, с помощью рекуррентных соотношений, переходя от меньших  $\tau$  к большим, начиная с  $\tau = 0$ .

Однако наиболее эффективным способом решения системы (49) нам представляется сведение ее к задаче Коши для интегро-дифференциального уравнения. Этот способ мы изложим ниже.

Подставим (51) в (49) и введем обозначение:

$$\Psi_{ik}^m(\tau, s, x, \eta) = \int_0^{\tau} e^{-\tau s} e^{s' s} U_{ik}^m(\tau', x, \eta) d\tau'. \quad (55)$$

Продифференцировав (55) по  $\tau$ , с учетом уравнения (49), относительно функций

$$V_{ikj}^m(\tau, s, \eta) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{ik}^m(\tau, s, x, \eta) z_j(x) dx, \quad (56)$$

получим

$$\begin{aligned} \frac{dV_{ikj}^m(\tau, s, \eta)}{d\tau} = & -sV_{ikj}^m(\tau, s, \eta) + \Gamma_{ikj}^m(\tau, \eta) + \\ & + \frac{\lambda}{2} \sum_{p=m}^n \sum_{q=p}^n \int_0^{\infty} G_{ikpq}^m(s) V_{pqj}^m(\tau, s, \eta) ds, \end{aligned} \quad (57)$$

с условием

$$V_{ikj}^m(0, s, \eta) = 0. \quad (58)$$

Здесь

$$\Gamma_{ikj}^m(\tau, \eta) = \frac{1}{2\pi} \bar{P}_i^m(\eta) \int_{-\infty}^{\infty} a_k(x) a_j(x) e^{-\frac{\tau}{\eta} a(x)} dx. \quad (59)$$

Полученная система интегро-дифференциальных уравнений (57) обладает известными преимуществами над системой (49) с вычислительной точки зрения.

В заключение автор выражает искреннюю признательность профессору Н. Б. Енгибаряну за обсуждения и полезные замечания.

Институт прикладных проблем  
физики АН Арм.ССР

## ON THE SOLUTION OF NONLINEAR PROBLEM OF NONCOHERENT ANIZOTROPIC SCATTERING

A. Kh. KHACHATRIAN

The present paper is devoted to the consideration of nonlinear problems on general laws of frequency redistribution within the spectral line taking into account nonisotropy of the elementary act of scattering. An assumption is made on the coincidence of the absorption coefficient profile with that of stimulated radiation. The method of paper [1] allows to linearize the problem and reduce it to a system of linear integral equations. A method for the determination of the real optical thickness of the layer is also suggested.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Б. Егибарян, *Астрофизика*, 1, 297, 1965.
2. Н. Б. Егибарян, *Астрофизика*, 2, 31, 1966.
3. В. А. Амбарцумян, *ДАН Арм.ССР*, 39, 159, 1964.
4. В. Ю. Терещихин, *Астрофизика*, 3, 282, 1967.
5. Р. С. Варданян, Н. Б. Егибарян, *ДАН Арм.ССР*, 3, 135, 1969.
6. Р. С. Варданян, *Уч. зап. ЕрГУ*, 3, 36, 1971.
7. Д. Михалас, *Звездные атмосферы*, Мир, М., 1982.
8. В. В. Иванов, *Перенос излучения и спектры небесных тел*, Наука, М., 1969.
9. Н. Б. Егибарян, А. Х. Хачатрян, *Астрофизика*, 23, 145, 1985.
10. А. Х. Хачатрян, А. А. Акопян, *Астрофизика* (в печати).
11. R. Milkey, D. Mihalas, *Ap. J.*, 185, 709, 1973.
12. J. Oxtens, *JQSRT*, 5, 771, 1965.
13. R. Heasley, F. Kneer, *Ap. J.*, 203, 660, 1976.
14. D. Hummer, *M. N. RAS*, 145, 95, 1969.
15. Н. Б. Егибарян, А. Г. Никогосян, *Астрофизика*, 8, 71, 1972.
16. Н. Б. Егибарян, А. Г. Никогосян, *ДАН Арм.ССР*, 2, 91, 1972.
17. А. Г. Никогосян, *ДАН СССР*, 235, 786, 1977.
18. Н. Б. Егибарян, М. А. Мнацаканян, *ДАН СССР*, 217, 533, 1974.
19. Н. Б. Егибарян, М. А. Мнацаканян, *Мат. заметки*, 19, 297, 1976.
20. М. А. Мнацаканян, *ДАН СССР*, 225, 1049, 1975.
21. В. В. Соболев, *Рассеяние света в атмосферах планет*, Наука, М., 1972.
22. В. В. Соболев, *Перенос лучистой энергии в атмосферах планет*, ГИТТЛ, М., 1956.
23. И. Н. Минин, А. Г. Пилипосян, Н. А. Шидловская, *Таблицы функций Амбарцумяна при неизотропном рассеянии*, АО ЛГУ, 20, 1963.
24. Р. Беллман, К. Кук, *Дифференциально-разностные уравнения*, Мир, М., 1967.
25. А. Г. Арабаджин, *Дифференциальные уравнения*, 20, 1050, 1984.

УДК: 524.68

## ЭНЕРГЕТИКА ГАЛАКТИЧЕСКОГО ФОНТАНА

И. Г. КОВАЛЕНКО, Ю. А. ЩЕКИНОВ

Поступила 13 июля 1984

Принята к печати 3 июля 1985

Рассмотрена задача о распространении ударной волны от вспышки сверхновой в межзвездной среде с экспоненциальным законом распределения плотности. Особое внимание уделено учету влияния объемных потерь энергии на динамику фронта УВ. Показано, что максимальная высота над плоскостью Галактики, которой может достигать ударная волна, составляет  $\approx 800$  пс. При этом на нагрев межзвездного газа идет около 10% энергии взрыва сверхновой.

1. *Введение.* В настоящее время имеются многочисленные данные, свидетельствующие о существовании в нашей Галактике газового гало, простирающегося на расстояния в несколько килопарсек от ее плоскости симметрии (см. [1]). Одним из механизмов, способным обеспечивать поступление вещества и энергии в газовое гало, является «галактический фонтан» — выброс вещества из газовой составляющей плоской подсистемы Галактики на большие высоты под действием динамического давления ударных волн, генерируемых взрывами сверхновых. Идея о галактическом фонтане была высказана Шапиро и Филдом [2] и получила дальнейшее развитие в работах [3, 4].

Действие галактического фонтана связывается с явлением «прорыва атмосферы», описанным впервые в работе Компанейца [5]. Суть этого явления состоит в следующем: в плоской атмосфере с экспоненциальным распределением плотности скорость фронта ударной волны на достаточно больших временах в направлении, противоположном градиенту плотности, изменяется как  $u_{SH} \propto \rho^{-1/2} \propto e^{z/2z_0}$  ( $z$  увеличивается в сторону уменьшения плотности,  $z_0$  — шкала высот), поэтому за конечное время,

равное  $\tau = \int_0^{\infty} \frac{dz}{u_{SH}}$ , фронт ударной волны уходит на бесконечность.

Если учесть, что плотность межзвездного газа изменяется с высотой

экспоненциально, то взрывы сверхновых могут приводить к „прорыву“ межзвездной среды и к выбросу горячего газа в гало.

Эффекты, связанные с градиентом плотности межзвездной среды, начинают сказываться на динамике остатка сверхновой на таких стадиях его эволюции, когда размер остатка  $R$  становится сравним с масштабом высоты  $z_0$ . На малых временах, когда  $R < z_0$ , фронт ударной волны имеет форму, близкую к сферической, а скорость фронта убывает с течением времени по закону  $u_{\text{SH}} \propto t^{-a}$ , где показатель  $a \approx 0$  на стадии свободного разлета,  $a \approx 3/5$  на стадии Седова и  $a \approx 5/7$  на стадии расширения с высвечиванием. На больших временах, когда  $R \gtrsim z_0$ , скорость тех участков фронта, которые движутся в направлении уменьшения плотности (назовем их верхними), быстро увеличивается со временем. Это означает, что существует момент времени, при котором скорость верхних участков достигает минимума. Прорыв межзвездной среды будет возможен только в том случае, когда эта минимальная скорость заметно превышает скорость звука в окружающей газе  $v_s$ , так что ударная волна остается на всех этапах сильной. Если же в точке минимума скорость фронта оказывается сравнимой со скоростью звука  $v_s$ , то ударная волна затухает и прорыв становится невозможным. Неравенство  $\min(u_{\text{SH}}) > v_s$  определяет минимальную энергию  $E_{0 \text{ min}}$ , выделяемую при взрыве сверхновой, которая в состоянии обеспечить прорыв межзвездной среды при заданных параметрах  $\rho_0 = \rho(z=0)$  и  $z_0$ , характеризующих распределение плотности газа (оценку  $E_{0 \text{ min}}$  мы приведем в следующем разделе).

При распространении ударных волн в межзвездной среде существенны потери механической энергии на излучение. Высвечивание приводит к тому, что скорость фронта ударной волны в каждый данный момент при прочих равных условиях оказывается меньше, чем в отсутствие высвечивания. Это в свою очередь повышает требования к энергетике взрыва, способного привести к «прорыву» слоя межзвездного газа. Получению этих требований посвящена настоящая работа.

2. *Динамика остатка сверхновой на стадии высвечивания.* Остановимся вначале коротко на случае однородного распределения межзвездного вещества. В наших оценках влияния объемных потерь энергии за фронтом ударной волны на динамику остатка сверхновой мы будем основываться на приближенном методе, предложенном Компанейцем [5] для адиабатических ударных волн, при распространении которых объемные потери энергии несущественны. Идея метода состоит в следующем: предполагается, что энергия, выделившаяся при взрыве, равномерно распределяется по объему, ограниченному фронтом ударной волны. В этом случае скорость

фронта сильной ударной волны (число Маха  $M \gg 1$ ) будет определяться выражением:

$$u^2 = \frac{\lambda(\gamma - 1)E_0}{\rho V(t)}, \quad (1)$$

где  $\gamma$  — показатель адиабаты,  $\rho$  — невозмущенная плотность,  $E_0$  — энергия взрыва,  $V$  — объем, заключенный под фронтом УВ,  $\lambda \simeq 2 \div 3$  — коэффициент, учитывающий отклонение давления у фронта от среднего давления. Легко видеть, что решением уравнения (1) для точечного взрыва в однородной среде является  $R \propto t^{2/5}$  — это совпадает с решением Седова.

Объемные потери уносят энергию из системы, в результате чего давление за фронтом УВ падает быстрее, чем в адиабатическом случае. Будем считать, что скорость фронта ударной волны с высвечиванием определяется выражением (1), в котором вместо энергии взрыва  $E_0$  стоит убывающая функция времени  $E(t) = E_0 - \int q \rho dV$ , где  $q$  — потери энергии, отнесенные к единице массы, интегрирование производится по всему объему, охваченному ударной волной. Величину  $q$  можно найти, задавая тепловой режим газа за фронтом ударной волны. Пусть  $T$  и  $T_1$  — температура перед и за фронтом ударной волны,  $u$  и  $u_1$  — скорость газа перед и за фронтом (в системе, связанной с фронтом), тогда для  $q$  можно записать:

$$q = \frac{1}{2} (u^2 - u_1^2) + \frac{R}{\mu} \frac{(T - T_1)}{\gamma - 1}. \quad (2)$$

В частном случае изотермической ударной волны  $q = \frac{1}{2} (u^2 - u_1^2)$ , причем  $u_1 \simeq u/M^2$ . Таким образом, при  $M^2 \gg 1$  можем полагать  $q = u^2/2$ . Очевидно, что это приближение будет справедливо и для ударных волн с более эффективным высвечиванием, когда  $T_1 < T$ .

В этих предположениях уравнение для энергии запишется в виде:

$$E = E_0 - 2\pi(\gamma - 1)\lambda \int_{r_1}^r \frac{E}{V} r^2 dr, \quad (3)$$

где  $r$  — радиус остатка в момент времени  $t$ ,  $r_1$  — радиус остатка в момент времени  $t_1$ , соответствующий переходу от адиабатического режима расширения к изотермическому. Из уравнения (3) легко находится решение для  $E(r)$ :

$$E(r) = E_0 \left( \frac{r_1}{r} \right)^\alpha, \quad (4)$$

где  $\alpha = \frac{3}{2}(\gamma - 1)\lambda$ , для  $\gamma = \frac{5}{3}$   $\alpha = \lambda \approx 2 + 3$ . Подставив это решение в уравнение

$$u^2 = \frac{\lambda(\gamma - 1)E}{\rho V}$$

можно найти связь между  $r$  и  $t$ . Для  $t \gg t_1$  это дает

$$r = r_1 \left[ \frac{3\lambda(\gamma - 1)E_0}{4\pi\rho r_1^2} \right]^{\frac{1}{5+\alpha}} t^{\frac{2}{5+\alpha}}.$$

При  $\gamma = 5/3$   $r \propto t^{2/7}$ , что согласуется с результатами численных расчетов оболочек сверхновых [6].

Момент времени  $t_1$  формирования оболочки с доминирующей ролью высвечивания равен по порядку величины характерному времени охлаждения газа за фронтом ударной волны на адиабатической стадии:

$$t_1 \sim \frac{kT_1}{4\Lambda(T_1)n}.$$

Здесь  $k$  — постоянная Больцмана,  $\Lambda(T)$  — скорость охлаждения газа, рассчитанная на одну частицу,  $n$  — концентрация невозмущенного газа; фактор 4 соответствует тому, что за фронтом сильной ударной волны на адиабатической стадии плотность газа в 4 раза больше невозмущенной. Взяв для оценки  $T_1 \sim 10^8$  К,  $\Lambda(T_1) \sim 10^{-22}$  эрг см<sup>3</sup>/с (см. [7]),  $n \sim 10^{-1}$  см<sup>-3</sup>, получим  $t_1 \sim 10^8$  лет. Такому значению  $t_1$  соответствует радиус остатка  $r_1 \approx \left( \frac{E_0}{\rho} \right)^{1/5} t_1^{2/5} \sim 30$  пс; здесь для  $E_0$  принято значение  $10^{51}$  эрг. Эта оценка показывает, что при изучении явления прорыва межзвездной среды вспышками сверхновых необходимо учитывать потери энергии в оболочке остатка, поскольку  $r_1$  оказывается меньше шкалы высот межзвездного газа  $z_0 \approx 200$  пс, (см. [7], § 10).

3. *Динамика остатка сверхновой на стадии высвечивания в экспоненциальной межзвездной среде.* Рассмотрим задачу о распространении ударной волны от взрыва сверхновой в среде с экспоненциальным распределением плотности  $\rho = \rho_0 \exp(-z/z_0)$ . Участки фронта УВ, которые распространяются в сторону уменьшения  $z$  (нижние участки), переходят на стадию высвечивания раньше верхних, поскольку при меньших  $z$  плотность

газа больше. Однако эти различия несущественны, так как стадия высвечивания начинается при  $r_1 < z_0$ , и можно принимать в качестве времени окончания адиабатической стадии время  $t_1$  для всех участков фронта.

При расчете потерь энергии за фронтом ударной волны удобно перейти в цилиндрическую систему координат с осью  $z$ , направленной перпендикулярно диску Галактики и проходящей через точку, в которой произошел взрыв (точка  $z = 0$ , вообще говоря, не совпадает с плоскостью симметрии Галактики). В этом случае скорость фронта в точке с координатами  $z$  и  $r$  определяется равенством [5]:

$$u^2 = \frac{\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2}{1 + \left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)^2} = \frac{\lambda(\gamma - 1) E(t)}{\rho(z) V(t)}, \quad (5)$$

а энергия  $E(t)$ :

$$E(t) = E_0 - 2\pi \int_0^t dt \int_{z_1}^{z_2} q(z, t) \rho(z) r u(z, t) \sqrt{1 + \left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)^2} dz. \quad (6)$$

Здесь  $z_1$  и  $z_2$  — положение нижней и верхней точек фронта,  $q(z, t)$  для сильной ударной волны определяется, как и ранее, выражением  $q = \frac{1}{2} u^2$ .

При интегрировании уравнения (6) удобно перейти к новой переменной

$$y = \sqrt{\frac{\lambda(\gamma - 1)}{\rho_0}} \int_{t_1}^t \sqrt{\frac{E(t)}{V(t)}} dt.$$

В результате уравнение (6) переписывается в виде

$$E = E_0 - \pi \int_{y_1}^y \int_{z_1}^{z_2} \rho u^2 r \frac{\partial r}{\partial y} dy dz, \quad (7)$$

где  $y_1 = y(t_1)$  характеризует начало перехода к стадии расширения с высвечиванием, при  $E_0 = 10^{51}$  эрг и  $\rho_0 = 10^{-25}$  г/см<sup>3</sup>,  $y_1 \approx 30$  пс. Отсюда нетрудно найти решение  $E = E(y)$ :

$$E(y) \approx E_0 \left[ \frac{4/3(\pi y_1^3)}{V(y)} \right]^{\alpha/3}, \quad (8)$$

здесь  $y > y_1$ ,  $V(y)$  — объем, ограниченный ударной волной:

$$V(y) = \pi \int_{z_1(y)}^{z_2(y)} r^2(z, y) dz. \quad (9)$$

Как было отмечено выше, в момент времени  $y = y_1$ , соответствующий окончанию адиабатической стадии расширения, размер остатка сверхновой меньше шкалы высот межзвездного газа, поэтому остаток будет почти сферическим, с объемом  $V(y_1) \approx \frac{4}{3} \pi y_1^3$ .

Уравнение (5) при переходе к переменной  $y$  записывается в виде:

$$\left(\frac{\partial r}{\partial y}\right)^2 = \frac{\rho_0}{\rho(z)} \left[ 1 + \left(\frac{\partial r}{\partial z}\right)^2 \right] \quad (10)$$

и совпадает с аналогичным уравнением для адиабатической ударной волны [5]; влияние потерь энергии сказывается только на зависимости  $y(t)$ . Это означает, что для функции  $r(z, y)$  можно воспользоваться известным решением [5], которое задается в параметрическом виде:

$$r = \pm 2z_0 (\arccos \eta - \arccos \eta e^{s/2z_0}), \quad (11)$$

$$y = \pm 2z_0 (\sqrt{1 - \eta^2} - \sqrt{e^{-s/2z_0} - \eta^2}), \quad (11a)$$

верхний знак соответствует  $z \geq z_+ > 0$ , нижний —  $z \leq z_- \leq 0$ , где

$z_{\pm}(y) = z_0 \ln \frac{4z_0^2}{4z_0^2 \mp y^2}$ . В промежуточной области  $z_-(y) \leq z \leq z_+(y)$ :

$$r = 2z_0 (\arccos \eta e^{s/2z_0} + \arccos \eta), \quad (12)$$

$$y = 2z_0 (\sqrt{e^{-s/2z_0} - \eta^2} + \sqrt{1 - \eta^2}). \quad (12a)$$

При вычислении интеграла (9) удобно перейти к интегрированию по переменной  $\eta$ , разрешая (11a) и (12a) относительно  $z$ :

$$z = z_0 \ln \left\{ \eta^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{y}{z_0} \mp 2 \sqrt{1 - \eta^2} \right)^2 \right\}^{-1}, \quad (13)$$

знак «минус» соответствует  $z \geq z_-(y)$ . Учитывая, что радиус остатка  $r$  в (9) является сравнительно медленной функцией  $\eta$  и  $y$ :

$$r = 2z_0 \arccos \left[ \eta^2 e^{s(y)/2z_0} \pm \sqrt{1 - \eta^2} \sqrt{1 - \eta^2 e^{s(z)/2z_0}} \right],$$

знак „плюс“ относится к промежуточной области  $z_- \leq z \leq z_+$ , можно оценить  $V(y)$ , заменяя  $r(\eta, y)$  его средним значением  $\simeq \frac{2}{3} r_{max} =$   
 $\simeq \frac{4}{3} z_0 \arcsin \frac{y}{2z_0}$ . Это дает:

$$V(y) \simeq V_0 \arcsin^2 \frac{y}{2z_0} \ln \frac{2z_0 + y}{2z_0 - y}, \quad (14)$$

где  $V_0 = \frac{32}{9} \pi z_0^3$ . При  $y = 2z_0$   $V(y)$  обращается в бесконечность, что соответствует прорыву межзвездной среды.

Как уже отмечалось, прорыв возможен, если ударная волна на всех стадиях является сильной. Скорость фронта в верхней точке ( $z = z_2$ ) изменяется как  $\left(1 - \frac{y^2}{4z_0^2}\right) V^{\frac{\alpha+3}{3}}$  и достигает минимума при  $y_2 \simeq 1.3 z_0$ , причем

$$u_{min}^2 \simeq \frac{2\alpha}{3} \frac{E_0}{\rho_0 V_0} \left(\frac{4\pi y_1^3}{3V_0}\right)^{\alpha/3}. \quad (15)$$

Заметим, что без учета высвечивания  $u_{min}^2 \simeq \frac{2\alpha E_0}{3\rho_0 V_0}$  высвечивание понижает скорость фронта в верхней точке на фактор  $\delta = \left(\frac{4\pi y_1^3}{3V_0}\right)^{\alpha/3}$ . Подставляя сюда  $z_0 = 200$  пс и полученную выше оценку  $y_1 \simeq 30$  пс, найдем  $\delta \simeq 10^{-3}$ .

Потребуем, чтобы на всех стадиях скорость фронта УВ превосходила скорость звука в окружающем газе  $c_s$ , по крайней мере, в 3 раза. Учитывая, что

$$y_1 \simeq \left(\frac{2E_0}{\rho_0}\right)^{1/5} t_1^{2/5} \simeq 7 \cdot 10^{-6} \frac{E_0^{1/5}}{\rho_0^{3/5}},$$

найдем условие, эквивалентное условию  $u_{min} > 3c_s$ :

$$E_0 > 10^{11} c_s^{5/4} z_0^{15/4} \rho_0^{7/4}. \quad (16)$$

Для сверхновой, вспыхнувшей в HI-газе с параметрами  $\rho_0 \simeq 10^{-25}$  г/см<sup>3</sup>,  $c_s = 10$  км/с и  $z_0(\text{HI}) = 200$  пс неравенство (16) дает  $E_0 > 3 \cdot 10^{52}$  эрг. Это означает, что типичная сверхновая II типа с  $E_0 \sim 10^{51}$  эрг не в состоянии привести к прорыву межзвездной среды.

Принятое нами значение  $\rho_0 \sim 10^{-25}$  г/см<sup>3</sup> соответствует среднему значению плотности разреженного межоблачного газа в плоскости Галактики. Если же предположить, вслед за [8], что межоблачный компонент представляет собой горячий ( $T \sim 10^5 \div 10^6$  К) разреженный газ ( $\rho_h \sim 10^{-26}$  г/см<sup>3</sup>) — корональный газ, в который вкраплены мелко-масштабные конденсации газа HI с плотностью  $\rho_c \sim 10^{-23} + 10^{-24}$  г/см<sup>3</sup> и с долей занимаемого объема 0.1, то ударная волна от сверхновой будет распространяться преимущественно по горячему компоненту, обтекая плотные вкрапления HI. При этом в неравенство (16) в качестве  $\rho_0$  следует подставлять значение  $\rho_h \sim 10^{-26}$  г/см<sup>3</sup> — это ослабляет ограничения на энерговыделение  $E_0$ . С другой стороны, скорость звука в таком газе больше, чем в HI:  $c_s \sim 10^3$  км/с, соответственно должна быть больше и шкала высот  $z_0$ . Принимая для горячего компонента  $z_0(h) \sim 1$  кпс, найдем из (16)  $E_0 > 6 \cdot 10^{34}$  эрг.

4. *Обсуждение.* Приведенные выше оценки показывают, что вспышки сверхновых могут обеспечивать перенос массы и энергии на сравнительно небольшие расстояния от галактической плоскости:  $z_{\max} < 2z_0$ . Найдем более точную оценку  $z_{\max}$ . Очевидно, что максимальная высота, которой достигают верхние участки фронта УВ, определяется равенством скорости фронта в верхней точке  $u(z_2, y)$  скорости звука в окружающем газе. Скорость  $u(z_2, y)$  равна:

$$u(z_2, y) = \left[ \frac{2}{3} \frac{\alpha E(y)}{\rho(z_2, y) V(y)} \right]^{1/2}, \quad (17)$$

где  $\rho(z_2, y)$  — плотность невозмущенного газа вблизи верхней точки фронта УВ, а положение верхней точки  $z_2$  определяется равенством [5]:

$$z_2 = 2z_0 \ln \left( 1 - \frac{y}{2z_0} \right)^{-1}.$$

Отсюда находим:

$$u^2(z_2, y) = \frac{2}{3} \frac{\alpha E_0}{\rho_0 V_0} \delta \left( 1 - \frac{y}{2z_0} \right)^{-2} \left[ \arcsin^2 \frac{y}{2z_0} \ln \frac{2z_0 + y}{2z_0 - y} \right]^{-1-\alpha/3}.$$

Условие  $u^2(z_2, y) = c_s^2$  записывается следующим образом:

$$\left( 1 - \frac{y}{2z_0} \right)^2 \left[ \arcsin^2 \frac{y}{2z_0} \ln \frac{2z_0 + y}{2z_0 - y} \right]^2 = \frac{2\delta E_0}{\rho_0 V_0 c_s^2}, \quad (18)$$

здесь принято  $\alpha = 3$ . Решение этого уравнения для вспышки сверхновой,

происшедшей в газе HI с принятыми выше параметрами, есть  $y_m \simeq z_0$  (HI). Отсюда находим  $z_{\max} = z_2(y_m) \simeq z_0$  (HI)  $\ln 4 \sim 300$  пс. Если сверхновая взрывается в горячем корональном газе, то уравнение (18) дает  $y_m \simeq \frac{2}{3} z_0(h)$  и  $z_{\max} \simeq z_0(h) \ln \frac{9}{4} \simeq 800$  пс.

Для энергетики газа в галактическом гало интерес представляет только второй случай. К моменту времени  $t(y_m)$ , когда  $u(z_2, y) = c_s$ , около 90% энергии ударной волны уносится излучением. Действительно, согласно (8),

$$E(y_m) \simeq \frac{E_0^2}{\arcsin^2 \frac{y_m}{2z_0} \ln \frac{2z_0 + y_m}{2z_0 - y_m}}, \quad (19)$$

здесь, как и выше, принято  $a=3$ . Подставляя сюда  $y_m = \frac{2}{3} z_0(h)$ , находим  $E(y_m) \sim 10^{-1} E_0$ . Эта энергия идет на нагрев межзвездного газа. Считая, что в разреженной межоблачной среде вспыхивает половина всех сверхновых, найдем скорость нагрева межзвездного газа:

$$\Gamma \sim \frac{1}{2} \nu_{\text{SN}} E(y_m),$$

где  $\nu_{\text{SN}} \simeq 3 \cdot 10^{-13} (\text{пс}^3 \cdot \text{лет})^{-1}$  — частота вспышек сверхновых в Галактике. Для  $E_0 = 10^{51}$  эрг это дает  $\Gamma \sim 10^{-26} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \cdot \text{с}}$ . Чтобы вспышки сверхновых обеспечивали энергообмен в газе с температурой  $T \sim 10^5 \div 10^6$  К, нагрев  $\Gamma$  должен компенсировать потери энергии газом  $\Lambda n^3$  ( $\Lambda$  — эрг·см<sup>3</sup>/с — функция охлаждения,  $n$  — концентрация частиц). При  $T \sim 10^5 \div 10^6$  К  $\Lambda \sim 10^{-22}$  эрг·см<sup>3</sup>/с, поэтому уравнение теплового баланса  $\Gamma = \Lambda n^3$  удовлетворяется при  $n \sim 10^{-2}$  см<sup>-3</sup>. Это совпадает по порядку величины с принятым нами значением плотности коронального газа.

Таким образом, вспышки сверхновых могут прогревать межзвездный газ до температур  $T \sim 10^5 \div 10^6$  К в слое с полутолщиной  $z_m \simeq 800$  пс. Вместе с тем, данные, полученные на спутнике IUE, показывают наличие в Галактике более протяженного газового гало, простирающегося, по крайней мере, на расстояния  $2 \div 3$  кпс от плоскости симметрии Галактики [1, 9]. Температура этого газа может достигать величины  $\sim 10^{4.7}$  К [9]. Для поддержания температуры на таком уровне в гало полутолщиной  $\sim 2 \div 3$  кпс требуются дополнительные механизмы нагрева, отличные от вспышек сверхновых.

В редких случаях, когда за время жизни каверны ( $\sim 10^6$  лет), созданной вспышкой отдельной сверхновой, в объеме каверны успевает вспыхнуть совокупность сверхновых (например, в ОВ-ассоциациях) с полным энерговыделением  $\sim 10^{53}$ — $10^{54}$  эрг, прорыв межзвездной среды, согласно приведенным выше оценкам, оказывается возможным. При этом часть межзвездного газа может выплескиваться в гало и частично теряться Галактикой. Однако такие процессы редки и их вклад в энергетику газа гало должен быть незначителен. Об этом свидетельствует, например, сравнительная малочисленность структур, связанных с достаточно мощными взрывами,—сверхоболочек нейтрального водорода [10].

Авторы благодарны С. А. Силичу за обсуждение результатов.

Волгоградский государственный  
университет

## ENERGETICS OF GALACTIC FOUNTAIN

I. G. KOVALENKO, Yu. A. SHCHEKINOV

The question of dynamics of shock wave generated by supernova explosion in interstellar medium with exponential density distribution is investigated. The influence upon the shock dynamics of radiative energy losses is considered in detail. It has been shown that the front rises out of the galactic plane up to distances  $z \leq 800$  pc, and the efficiency of heating of interstellar gas by supernova explosion is only ten percent.

### ЛИТЕРАТУРА

1. D. G. York, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 20, 221, 1982.
2. P. R. Shapiro, G. B. Field, *Ap. J.*, 205, 762, 1976.
3. J. N. Bregman, *Ap. J.*, 236, 577, 1980.
4. D. Cox, *Ap. J.*, 245, 534, 1981.
5. А. С. Компанеев, *ДАН СССР*, 130, 1001, 1960.
6. R. A. Chevalier, *Ap. J.*, 188, 501, 1974.
7. С. А. Каплан, С. Б. Пикельнер, *Физика межзвездной среды*, Наука, М., 1979
8. C. McKee, J. Ostriker, *Ap. J.*, 218, 148, 1977.
9. M. Pettini, K. West, *Ap. J.*, 260, 561, 1982.
10. C. Heiles, *Ap. J.*, 219, 533, 1979.

УДК: 52—64

## ОТРАЖЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ АТМОСФЕРЫ ПРИ ОБЩИХ ЗАКОНАХ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ

Г. А. АРУТЮНЯН

Поступила 15 апреля 1985

Принята к печати 3 июля 1985

Рассматривается задача отражения от полубесконечной неоднородной атмосферы при общих законах некогерентного рассеяния. Исследованы вопросы определения как функции отражения от данной атмосферы, так и среднего числа рассеяний отраженных квантов. Применением принципа инвариантности Амбарцумяна получены уравнения для определения указанных величин. При этом для неоднородной среды обобщен подход, разработанный ранее для решения аналогичных задач в случае однородной атмосферы. В качестве иллюстрации в одном частном случае приводятся результаты численных расчетов.

1. *Введение.* Переход от однородной среды к неоднородным средам в теории переноса излучения связан со значительным математическим усложнением исследуемых задач. Затруднения возникают вследствие того, что некоторые величины, характеризующие фундаментальные свойства среды и являющиеся константами для однородной среды, в неоднородных средах могут зависеть от оптической глубины. Тем не менее к настоящему времени в этом направлении получено значительное количество научных результатов, причем особенно подробно исследовались атмосферы, в которых от оптической глубины зависит вероятность выживания кванта при элементарном акте рассеяния или, так называемое, альbedo однократного рассеяния. При когерентном рассеянии и полном перераспределении излучения по частотам для данного случая разработаны аналитические и численные методы решения некоторых задач теории переноса (см., например, [1—5]).

С другой стороны, в ряде работ автора и Никогосяна [6—8] на основе применения принципа инвариантности Амбарцумяна для однородной среды предложены сравнительно простые методы решения задач теории многократного рассеяния при общих законах перераспределения излучения по частотам. В настоящей работе предлагается обобщение некоторой

11—890

части этих методов на случай неоднородных сред. Для простоты мы здесь ограничиваемся рассмотрением лишь одномерной задачи, однако все аналитические выкладки легко могут быть повторены и для трехмерной плоскопараллельной геометрии.

2. *Отражение от полубесконечной среды.* Рассмотрим полубесконечную плоскопараллельную среду, в которой вероятность выживания кванта при элементарном акте рассеяния зависит от оптической глубины по некоторому закону  $\lambda(\tau)$ , где оптическая глубина  $\tau$  рассчитана в центре линии. Пусть на поверхность этой среды падает квант безразмерной частоты  $x'$ , и нас интересует распределение вероятности отражения данного кванта по частотам. Как показывают исследования (см. [4]), здесь целесообразнее вместо одной атмосферы рассматривать сразу совокупность усеченных атмосфер, которые отличаются от исходной отбрасыванием верхнего слоя оптической толщины  $t$ . Очевидно, что для данной совокупности атмосфер вместо одной зависимости  $\lambda(\tau)$  мы будем иметь дело с семейством функций  $\lambda(t + \tau)$ . Далее, обозначим через  $\rho(t, x', x) dx$  вероятность того, что рассматриваемый квант, после рассеяний, выйдет из среды в интервале частот  $(x; x + dx)$ . Аналогичную вероятность для  $n$ -кратно рассеянного кванта обозначим через  $\rho_n(t, x', x) dx$ .

Заметим, что интегрирование функции отражения  $\rho(t, x', x)$  по всем  $x'$  дает контур линии отражения  $R_*(t, x)$ , образуемой при освещении данной полубесконечной атмосферы излучением в непрерывном спектре единичной интенсивности. Нередко возникает необходимость вместе с этой величиной рассматривать также контуры линий, образованных  $n$ -кратно рассеянными квантами, которые мы обозначим через  $R_n(t, x)$ . Следует отметить, что введенные величины  $R_*(t, x)$  и  $R_n(t, x)$ , с другой стороны, могут быть интерпретированы как вероятности отражения кванта частоты  $x$  от полубесконечной атмосферы в какой-либо области спектра.

Теперь введем в рассмотрение производящую функцию

$$R(t, x', x, s) = \sum_{n=0}^{\infty} \rho_n(t, x', x) s^n,$$

где  $|s| \leq 1$ . Применением принципа инвариантности можно получить интегро-дифференциальные уравнения по отношению к величинам  $\rho_n(t, x', x)$ . Умножив полученные уравнения на соответствующие  $s^n$  и просуммировав их по  $n$ , после некоторых преобразований находим

$$\frac{2}{\lambda(t)s} \left\{ [v(x) + v(x')] R(t, x', x, s) - \frac{\partial R(t, x', x, s)}{\partial t} \right\} =$$

$$\begin{aligned}
 &= r(x', x) + \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') R(t, x'', x, s) dx'' + \\
 &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} R(t, x', x'', s) r(x'', x) dx'' + \\
 &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} R(t, x', x'', s) dx'' \int_{-\infty}^{\infty} r(x'', x''') R(t, x''', x, s) dx''', \quad (1)
 \end{aligned}$$

где  $v(x) = a(x) + \beta$ ,  $a(x)$  — профиль коэффициента поглощения в линии,  $\beta$  — отношение коэффициента поглощения в непрерывном спектре к коэффициенту поглощения в центре линии,  $r(x', x)$  — функция перераспределения излучения по частотам.

Легко видеть, что  $R(t, x', x, 1) = \rho(t, x', x)$ , и при  $s=1$ , уравнение (1) переходит в следующее уравнение:

$$\begin{aligned}
 &[v(x) + v(x')] \rho(t, x', x) - \frac{\partial \rho(t, x', x)}{\partial t} = \\
 &= \frac{\lambda(t)}{2} \left\{ r(x', x) + \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') \rho(t, x'', x) dx'' + \right. \\
 &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} \rho(t, x', x'') r(x'', x) dx'' + \\
 &\quad \left. + \int_{-\infty}^{\infty} \rho(t, x', x'') dx'' \int_{-\infty}^{\infty} r(x'', x''') \rho(t, x''', x) dx''' \right\}. \quad (2)
 \end{aligned}$$

Параллельно рассмотрим также величину  $n(t, x', x) = \partial R(t, x', x, s) / \partial s|_{s=1}$ , которая соотношением  $N(t, x', x) = n(t, x', x) / \rho(t, x', x)$  связана со средним числом рассеяний кванта частоты  $x'$ , отраженного от атмосферы в интервале частот  $(x; x + dx)$ . Продифференцировав уравнение (1) по  $s$  и положив  $s=1$ , получим

$$[v(x) + v(x')] [n(t, x', x) - \rho(t, x', x)] - \frac{\partial}{\partial t} [n(t, x', x) - \rho(t, x', x)] =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\lambda(t)}{2} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} r(x', x'') n(t, x'', x) dx'' + \int_{-\infty}^{\infty} n(t, x', x'') r(x'', x) dx'' + \right. \\
&\quad + \int_{-\infty}^{\infty} n(t, x', x'') dx'' \int_{-\infty}^{\infty} r(x'', x''') \rho(t, x''', x) dx''' + \\
&\quad \left. + \int_{-\infty}^{\infty} \rho(t, x', x'') dx'' \int_{-\infty}^{\infty} r(x'', x''') n(t, x''', x) dx''' \right\}. \quad (3)
\end{aligned}$$

Уравнения (2) и (3) отличаются от соответствующих уравнений, полученных ранее в работах [6—8] для однородной среды, лишь появлением в них производных искомым функций по параметру  $t$ , описывающих характер неоднородности. Знание значений фигурирующих в этих уравнениях производных на поверхности  $t=0$  позволило бы без какого-либо изменения применять здесь ранее разработанные методы решения. Однако в данном случае возникает необходимость решать дифференциальные уравнения. Эти уравнения существенно упрощаются, если учитывать, что симметричную функцию перераспределения можно представить в виде билинейного разложения

$$r(x', x) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k a_k(x') u_k(x). \quad (4)$$

Тогда вместо (2) и (3) мы будем иметь

$$[v(x) + v(x')] \rho(t, x', x) - \frac{\partial \rho(t, x', x)}{\partial t} = \frac{\lambda(t)}{2} \sum_{k=0}^{\infty} A_k \varphi_k(t, x') \varphi_k(t, x) \quad (5)$$

и

$$\begin{aligned}
&[v(x) + v(x')] n(t, x', x) - \frac{\partial n(t, x', x)}{\partial t} = \\
&= \frac{\lambda(t)}{2} \sum_{k=0}^{\infty} A_k [\varphi_k(t, x') \varphi_k(t, x) + \varphi_k(t, x') \psi_k(t, x) + \varphi_k(t, x) \psi_k(t, x')], \quad (6)
\end{aligned}$$

где величины

$$\varphi_k(t, x) = a_k(x) + \int_{-\infty}^{\infty} \rho(t, x', x) a_k(x') dx' \quad (7)$$

являются обобщенными функциями Амбарцумяна для неоднородной среды. Функции  $\psi_k(t, x)$  определяются соотношением

$$\psi_k(t, x) = \int_{-\infty}^{\infty} n(t, x', x) r_k(x') dx'. \quad (8)$$

Легко видеть, что в рассматриваемом случае уравнение (6) можно было получить также непосредственно из уравнения (5). Для этого необходимо продифференцировать уравнение (5) по  $\lambda(t)$  и умножить полученное соотношение на  $\lambda(t)$ . Тогда, обозначив  $n(t, x', x) = \lambda(t) \partial \rho(t, x', x) / \partial \lambda(t)$  и  $\psi_k(t, x) = \lambda(t) \partial \varphi_k(t, x) / \partial \lambda(t)$ , мы получим уравнение (6). Такой подход является своего рода обобщением метода определения среднего числа рассеяний кванта, предложенного Амбарцумяном [9] для однородной одномерной среды. В настоящей работе мы использовали иной путь решения, предложенный для однородной среды в работе [8], так как он более универсален и в сравнительно сложных случаях позволяет достаточно легко решать задачи, которые другими методами либо не решаются, либо решаются чрезвычайно трудным образом.

Дифференциальные уравнения (5) и (6) позволяют для искомых величин получить следующие интегральные представления:

$$\rho(t, x', x) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} A_k \int_t^{\infty} \lambda(\tau) \varphi_k(\tau, x') \varphi_k(\tau, x) e^{-[v(x') + v(x)](\tau-t)} d\tau \quad (9)$$

и

$$n(t, x', x) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} A_k \int_t^{\infty} \lambda(\tau) [\varphi_k(\tau, x') \varphi_k(\tau, x) + \varphi_k(\tau, x') \psi_k(\tau, x) + \varphi_k(\tau, x) \psi_k(\tau, x')] e^{-[v(x') + v(x)](\tau-t)} d\tau. \quad (10)$$

С помощью соотношений (7)—(10) можно для любой заданной зависимости численными методами определить как функцию отражения, так и среднее число рассеяний отраженных квантов. Имея величину  $\rho(t, x', x)$ , мы легко вычислим контур спектральной линии отражения  $R_*(t, x)$ . Для статистического описания рассеивающей способности атмосферы в целом может быть использовано среднее число рассеяний отраженных от среды квантов, имеющих частоту  $x$ . Очевидно, что оно определяется следующим соотношением:

$$N_*(t, x) = \frac{n_*(t, x)}{R_*(t, x)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} n(t, x', x) dx'}{\int_{-\infty}^{\infty} \rho(t, x', x) dx'}$$

и также может быть вычислено без особых затруднений.

С этой точки зрения можно считать, что аналитическая часть решения рассматриваемых задач завершена. Однако в одном частном случае, часто рассматриваемом для астрофизических приложений, удастся продолжить аналитическое решение и тем самым существенным образом облегчить дальнейшие численные расчеты.

3. Экспоненциально убывающая  $\lambda(\tau)$ . Допустим, что  $\lambda(\tau)$  убывает с оптической глубиной по экспоненциальному закону [3—5]

$$\lambda(\tau) = \lambda_0 e^{-q\tau}. \quad (11)$$

Тогда выражение функции отражения для  $n$ -кратно рассеянных квантов задается с помощью простой формулы, которую легко можно найти, если величины  $\rho(t, x', x)$  и  $\varphi_k(t, x)$  разложить в ряды по степеням  $\lambda(t)$ . Она имеет следующий вид:

$$\rho_n(t, x', x) = \frac{\lambda^n(t) \sum_{k=0}^{\infty} A_k \sum_{m=0}^{n-1} \varphi_{km}(x) \varphi_{k, n-1-m}(x')}{2 \nu(x') + \nu(x) + nq}. \quad (12)$$

Функции  $\varphi_{km}(x)$  определяются с помощью интеграла

$$\varphi_{km}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_m(x', x) a_k(x') dx', \quad (13)$$

где  $\rho_m(x', x) = \rho_m(t, x', x)/\lambda^m(t)$ , а  $\varphi_{k0}(x) = x_k(x)$ . Искомая функция отражения может быть вычислена суммированием величин  $\rho_n(0, x', x)$ :

$$\rho(0, x', x) = \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n(0, x', x) = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_0^n \rho_n(x', x). \quad (14)$$

Таким образом, если  $\lambda(\tau)$  дается соотношением (11), все интегрирования по оптической глубине удастся совершить аналитически, а численные расчеты носят итеративный характер, когда поочередно вычисляются

функции отражения для  $n$ -кратно рассеянных квантов. Суммирование  $n$ -кратных рассеяний здесь оправдано тем, что в глубоких слоях атмосферы в данном случае, если параметр  $q$  не слишком мал, практически нет рассеяний. Кванты, которые проникают в среду глубже некоторой величины, зависящей от параметра  $q$ , с очень большой вероятностью погибают при первом же акте рассеяния. Это уменьшает среднее число рассеяний, что, в свою очередь, улучшает сходимость суммы (14) по сравнению с аналогичной суммой, построенной для однородной среды.

Совершенно очевидно, что подобные соотношения можно получить и для определения величины  $n(t, x', x)$ . Однако уже из физических соображений понятно, что соответствующие функциям  $\rho_n(t, x', x)$  слагаемые  $n_n(t, x', x)$  в данном случае выражаются простым соотношением

$$n_n(t, x', x) = n \rho_n(t, x', x).$$

Это значит, что здесь среднее число рассеяний отраженных квантов целесообразнее вычислить по формуле

$$N(0, x', x) = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} n \rho_n(0, x', x)}{\rho(0, x', x)}, \quad (15)$$

и выполнить все соответствующие вычисления параллельно с расчетами функции отражения.

4. *Численные результаты.* Аналитические исследования предыдущих пунктов позволяют развивать эффективные методы для машинного решения рассмотренных задач. Здесь мы приведем некоторые результаты вычислений, выполненных согласно полученным формулам при чисто доплеровском рассеянии излучения. Численные расчеты реализованы в 10-ом приближении, т. е. вместо бесконечного ряда (4) мы ограничились использованием его первых десяти слагаемых. Для сравнения аналогичные вычисления выполнены также в приближении полного перераспределения излучения по частотам (ППЧ). По этому поводу следует отметить, что, вообще говоря, при ППЧ все аналитические результаты записываются намного проще, а это, в свою очередь, в некоторых случаях допускает дальнейшее аналитическое исследование проблемы. Однако в настоящей работе мы не ставили перед собой такой цели, тем более, что указанное аналитическое продвижение, в конечном счете, не дает ощутимой пользы при реализации численных процедур.

Численные расчеты выполнены для  $\lambda(\tau)$ , зависящей от оптической глубины согласно закону (11). При этом поочередно вычислялись величина

ны  $R_{n_0}(t, x)$ , с помощью которых определяются контур линии отражения  $R_*(t, x)$  и среднее число рассеяний отраженных квантов  $N_*(t, x)$ . В качестве иллюстрации в табл. 1 приведены значения величин  $R_{n_0}(0, x)$  в центре линии и в крыле. Как следует из приведенных значений, вклад многократно рассеянных квантов с ростом  $l$  в центре линии примерно одинаково уменьшается при 10-ом приближении и ППЧ. Также хорошо заметно, что с ростом параметра  $q$  роль  $l$ -кратно рассеянных квантов быстро убывает в обоих случаях.

ВЕЛИЧИНЫ  $R_{n_0}(0, x)$  ПРИ  $\lambda_0 = 0.99$  И  $\beta = 10^{-4}$ 

Таблица 1

x	0				2.4536			
	0.01		1.0		0.01		1.0	
q	10-е пр. ППЧ							
1	2.85-01	3.01-01	1.81-01	1.87-01	2.24-02	2.79-03	9.66-04	7.34-04
2	1.40-01	1.36-01	3.92-02	3.68-02	2.72-03	2.07-03	8.02-05	1.55-04
3	8.32-02	7.81-02	8.54-03	7.62-03	1.25-03	1.65-03	1.62-05	3.28-05
4	5.48-02	5.16-02	1.86-03	1.50-03	8.99-04	1.35-03	3.51-06	5.91-06
5	3.87-02	3.63-02	4.05-04	3.35-04	7.28-04	1.12-03	7.65-07	1.45-06
6	2.85-02	2.67-02	8.87-05	7.06-05	6.09-04	9.41-04	1.67-07	3.06-07
7	2.18-02	2.03-02	1.94-05	1.48-05	5.17-04	7.94-04	3.65-08	6.43-08
8	1.70-02	1.58-02	4.23-06	3.12-06	4.41-04	5.73-04	7.96-09	1.35-08
9	1.35-02	1.25-02	9.23-07	6.57-07	3.77-04	5.72-04	1.74-09	2.84-09
10	1.09-02	1.01-02	2.02-07	1.38-07	3.23-04	4.87-04	3.80-10	5.98-10
11	8.84-03	8.15-03	4.40-08	2.90-08	2.78-04	4.15-04	8.29-11	1.26-10
12	7.26-03	6.67-03	9.60-09	6.11-09	2.38-04	3.53-04	1.81-11	2.65-11
13	6.00-03	5.48-03	2.10-09	1.29-09	2.05-04	3.01-04	3.95-12	5.57-12
14	4.99-03	4.54-03	4.53-10	2.70-10	1.76-04	2.57-04	8.63-13	1.17-12
15	4.16-03	3.77-03	1.00-10	5.68-11	1.51-04	2.19-04	1.88-13	2.45-13

Иная картина наблюдается в частотах крыльев. При 10-ом приближении величины  $R_{n_0}(0, x)$  с ростом  $l$  в крыльях убывают быстрее, чем в центре линии. При ППЧ же происходит обратное явление, а именно, в крыльях линии по сравнению с центральными частотами возрастает роль многократно рассеянных квантов. Этот вывод подтверждается также результатами расчетов величины  $N_*(0, x)$ . При малых значениях параметра  $q$  очень хорошо вырисовывается различие поведений этой величины в двух рассмотренных случаях. Если при 10-ом приближении величина  $N_*(0, x)$  в крыльях линии стремится к единице, то при ППЧ кванты крыльев испытывают наибольшее количество рассеяний (рис. 1). Физи-

ческое объяснение указанного эффекта для однородной среды дано нами в работе [8], и здесь на этом останавливаться не будем. Добавим лишь, что с ростом параметра  $q$  величина  $N_*(0, x)$  стремится к единице независимо от механизма рассеяний и от частоты кванта.

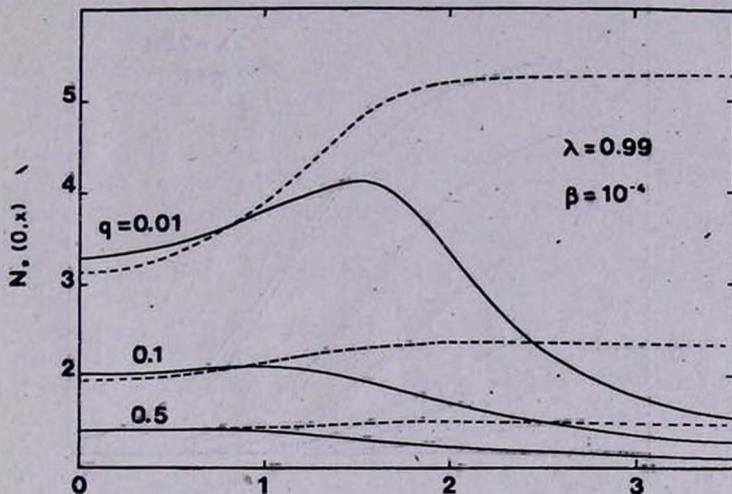


Рис. 1. Среднее число рассеяний отраженных квантов. — 10-ое приближение, ---- ППЧ.

Совершенно очевидно, что с увеличением  $q$  быстро падает сама вероятность отражения квантов от данной атмосферы. На рис. 2 показаны контуры спектральной линии отражения для различных скоростей убывания величины  $\lambda(\tau)$ . Уже при  $q = 5$  вероятность отражения кванта в центре линии, по сравнению с аналогичной величиной, рассчитанной для однородной среды, уменьшается более чем в восемь раз.

Остается добавить, что точность численных решений указанных задач можно существенно повысить, не прибегая при этом к высоким приближениям. Для этого функцию отражения однократно рассеянных квантов можно вычислить, пользуясь точным законом перераспределения излучения по частотам, согласно следующей формуле:

$$p_1(t, x', x) = \frac{\lambda(t)}{2} \frac{r(x', x)}{v(x') + v(x) + q}, \quad (16)$$

а остальные члены построить по приближенным соотношениям. Такой подход ранее (см., например, [6]) нами был предложен и применен для однородной среды.

В заключение отметим, что подобным образом для неоднородной среды могут быть решены задачи образования спектральных линий при данных распределениях источников энергии в атмосфере. Легко может быть

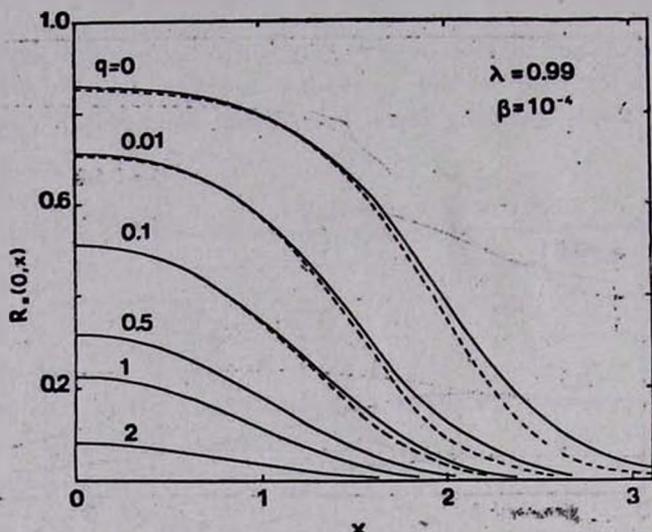


Рис. 2. Контур спектральной линии отражения. — 10-ое приближение, --- ППЧ

определено также среднее число рассеяний кванта, поглощенного в среде, содержащей источники энергии. Этим вопросам будет посвящена одна из последующих статей автора.

Бюраканская астрофизическая  
обсерватория

## RADIATION REFLECTION FROM AN INHOMOGENEOUS ATMOSPHERE FOR GENERAL LAWS OF NON-COHERENT SCATTERING

H. A. HARUTYUNIAN

The problem of radiation reflection from a semi-infinite inhomogeneous atmosphere for general laws of non-coherent scattering is considered. Both questions of reflection function determination and the mean number of reflected photon scattering are investigated. Equations for the determination of the mentioned quantities are received with the application of Ambartsumian's invariance principle.

The method elaborated in the earlier papers for the solution of analogous problems of homogeneous atmosphere is generalized for the considered medium. Some results of numerical calculations for one particular case are given as an illustration of analytical investigations.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Соболев, ДАН, 111, 1000, 1956.
2. В. В. Соболев, Астрофизика, 11, 499, 1975.
3. В. В. Соболев, Астрофиз. ж., 53, 681, 1976.
4. В. В. Соболев, Э. Г. Яновидкий, в сб. «Вопросы физики и эволюции космоса», Ереван, изд. АН Арм.ССР, 1978, стр. 357.
5. E. H. Avrett, The Formation of Spectrum Lines, Cambridge, Smithsonian Inst. Ast. Observ., 1965, p. 101.
6. Н. А. Нарутян, А. Г. Никогосян, J. Quant. Spectr. Radiat. Transfer, 19, 135, 1978.
7. Г. А. Арутюнян, А. Г. Никогосян, ДАН, 242, 66, 1978.
8. Г. А. Арутюнян, А. Г. Никогосян, ДАН, 288, 1342, 1983.
9. В. А. Амбарцумян, Научные труды, т. 1, Ереван, изд. АН Арм.ССР, 1960, стр. 283.

УДК: 530.145.6

## ГРАВИТАЦИЯ И ВАКУУМНОЕ ПОЛЕ

Р. В. ТЕВИКЯН

Поступила 23 ноября 1984

Принята к печати 5 мая 1985

Предложены уравнения, описывающие частицы со спинами  $s = 0, 1/2, 1$  полностью, то есть описывающие также  $2s+2$  предельные поля при  $E \rightarrow \infty$ . Доказано, что обычное действие Гильберта—Эйнштейна для гравитационного поля необходимо дополнить действием для бозе-вакуумного поля. Это означает, что в уравнениях гравитации необходимо ввести космологический член, пропорциональный квадрату напряженности бозе-вакуумного поля. Показано, что теория гравитации описывает три реальности: вещество, поле и вакуумное поле. В теорию поля введена третья форма материи — вакуумное поле.

1. *Введение.* С частицами со спинами  $s = 0, 1/2, 1$  связаны  $2s + 2$  предельных полей [1—3] при  $E \rightarrow \infty$ . Можно сказать, что уравнения описывают поле полностью, если они описывают также все связанные с ним предельные поля. Уравнения Клейна—Гордона, Дирака и Прока описывают частицы не полностью, они описывают только предельные поля с максимальной спиральностью. При полном описании поля частиц  $s = 0, m^2 > 0$  в теорию необходимо ввести бозе—вакуумное поле класса  $p_\mu = 0$ , представления группы Пуанкаре.

Показано, что действие Гильберта—Эйнштейна [4] необходимо дополнить действием бозе-вакуумного поля. Только в этом случае совокупность физических состояний будет замкнута относительно предельного перехода  $E \rightarrow \infty$ .

2. *Полное описание частиц.* Поле частиц со спином  $s = 1$  описывает приводимое представление группы Лоренца

$$D(1, 0) \oplus D(0, 1) \oplus D(1/2, 1/2).$$

В пределе бесконечной энергии частицы  $E \rightarrow \infty$  и, следовательно,  $m \rightarrow 0$ , приводимое представление распадается и описывает четыре предельных поля со спиральностями  $j = \pm 1, 0, -1, +1$ , описывающих соответственно представления  $D(1, 0) \oplus D(0, 1), D(1/2, 1/2), D(1, 0), D(0, 1)$ . Можно

сказать, что лагранжиан описывает поле со спином  $s = 1$  полностью только в том случае, если он также описывает всевозможные предельные поля при  $E \rightarrow \infty$ . Обычное уравнение Прока описывает поле  $s = 1$  не полностью, так как описывает только одно предельное поле  $j = \pm 1$ .

Для описания четырех предельных полей лагранжиан должен содержать четыре произвольных параметра.

Лагранжиан, описывающий поле  $s = 1$  полностью, имеет следующий вид:

$$L = -\frac{1}{2}(a_1 F_{\mu\nu}^- + a_2 F_{\mu\nu}^+) (\partial^\mu \dot{A}^\nu - \partial^\nu \dot{A}^\mu) - \\ - \frac{1}{2}(a_1 \dot{F}_{\mu\nu}^- + a_2 \dot{F}_{\mu\nu}^+) (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) + \frac{1}{2} m_1 \dot{F}_{\mu\nu}^- F^{\mu\nu} + m_2 \dot{A}_\mu A^\mu, \quad (1)$$

где

$$F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu}, \quad F_{\mu\nu}^\pm = \frac{1}{2}(F_{\mu\nu} \pm i\tilde{F}_{\mu\nu}), \quad \dot{F}_{\mu\nu}^\pm = (F_{\mu\nu}^\pm)^*,$$

а тильда означает дуальное сопряжение.

Лагранжиан (1) содержит четыре реальных параметра  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $m_1$ ,  $m_2$ . С помощью каких-либо преобразований исключить какой-нибудь параметр невозможно, так как они принимают также и нулевые значения. Если все параметры отличны от нуля, тогда лагранжиан (1) описывает поле  $s = 1$

с квадратом массы  $m^2 = \frac{m_1 m_2}{a_1 a_2}$ . Если  $m_2 = 0$ , тогда (1) описывает поле

со спиральностью  $j = \pm 1$ , а при  $m_1 = 0$  описывает поле  $j = 0$ . Если  $m_2 = a_2 = 0$ , тогда лагранжиан описывает  $j = -1$ , а при  $m_2 = a_1 = 0$  поле  $j = +1$ . Полагая  $m_2 = a_2 = 0$ , из (1) получим уравнение поля

$$\partial^\nu F_{\mu\nu}^- = 0 \quad (2)$$

и дополнительное условие

$$F_{\mu\nu}^- = 0. \quad (3)$$

Полученный результат означает, что в пространстве — времени Минковского поле со спиральностью  $j = -1$ , описывающее представление  $D(1, 0)$ , не существует в свободном состоянии, то есть оно заперто. Аналогичный результат имеем для поля  $j = +1$ , описывающего представление  $D(0, 1)$ . Эти результаты не меняются при введении взаимодействия.

Если, формально, ввести ток в правую часть (2), то получим

$$\partial^\nu F_{\mu\nu}^- = J_\mu. \quad (4)$$

Полагая  $F_{\mu\nu}^- = H_{\mu\nu} - i\tilde{H}_{\mu\nu}$ ,  $J_\mu = I_\mu - iK_\mu$ , где  $H_{\mu\nu}$ ,  $I_\mu$ ,  $K_\mu$  — действительные функции, из (4) получим уравнения Максвелла с магнитным монополем

$$\partial^\nu H_{\mu\nu} = I_\mu, \quad \partial^\nu \tilde{H}_{\mu\nu} = K_\mu. \quad (5)$$

Из факта отсутствия частиц  $j = -1, +1$  в свободном состоянии следует, что не существует функции Лагранжа для магнитного монополя.

В евклидовом пространстве лагранжиан, описывающей поле  $s = 1$  полностью, имеет вид:

$$L = -\frac{1}{2} [a_1 (F_{\mu\nu} - \tilde{F}_{\mu\nu}) + a_2 (F_{\mu\nu} + \tilde{F}_{\mu\nu})] (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) + \frac{1}{2} m_1 F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + m_2 A_\mu A^\mu. \quad (6)$$

Полагая  $m_2 = a_2 = 0$ , для поля  $j = -1$  получим уравнение

$$\partial^\nu (F_{\mu\nu} - \tilde{F}_{\mu\nu}) = 0 \quad (7)$$

и дополнительное условие

$$F_{\mu\nu} + \tilde{F}_{\mu\nu} = 0. \quad (8)$$

Таким образом, в евклидовом пространстве частицы со спиральностями  $j = -1, +1$  не заперты, существуют в свободном состоянии.

Если на основе (6) ввести поле Янга—Миллса [5] и положить  $m_2 = a_1 = 0$  ( $m_2 = a_2 = 0$ ), то получим

$$L = \frac{1}{2} \text{tr} (F^{\mu\nu} \pm \tilde{F}^{\mu\nu}) (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]) - \frac{1}{2g^2} \text{tr} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (9)$$

где неабелевы поля  $A_\mu$ ,  $F_{\mu\nu}$  — матрицы в изотопическом пространстве. Из (9) следуют обычные дуальные уравнения.

Поле частиц со спином  $s = 1/2$  описывает приводимое представление группы Лоренца

$$D(1/2, 0) \oplus D(0, 1/2).$$

В пределе бесконечной энергии частиц  $E \rightarrow \infty$  и, следовательно  $m \rightarrow 0$ , приводимое представление распадается и мы имеем три предельных поля со спиральностями

$$= \pm 1/2, -1/2, +1/2,$$

описывающих соответственно представления

$$D(1/2, 0) \oplus D(0, 1/2), \quad D(1/2, 0), \quad D(0, 1/2).$$

Можно сказать, что уравнение описывает поле  $s = 1/2$  полностью только в том случае, если оно описывает также три предельных поля при  $E \rightarrow \infty$ .

Уравнение Дирака описывает поле  $s = 1/2$  не полностью, так как при  $E \rightarrow \infty$  описывает только поле со спиральностью  $j = \pm 1/2$  и не описывает предельные поля  $j = -1/2, +1/2$ .

Функция Лагранжа, описывающая поле со спином  $s = 1/2$  полностью, имеет следующий вид:

$$L = \frac{1}{2} i [\bar{\psi} \gamma^\mu (a_1 \eta_L + a_2 \eta_R) \partial_\mu \psi - \partial_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu (a_1 \eta_L + a_2 \eta_R) \psi] - m_1 \bar{\psi} \psi, \quad (10)$$

где  $\gamma^\mu$  — матрица Дирака,  $\eta_L = \frac{1}{2} (1 + \gamma_5)$ ,  $\eta_R = \frac{1}{2} (1 - \gamma_5)$  — матрицы проектирования,  $\gamma_5^2 = 1$ . Лагранжиан содержит три произвольных параметра  $a_1, a_2, m_1$ . Если все параметры отличны от нуля, тогда лагранжиан описывает поле  $s = 1/2$  с квадратом массы  $m^2 = \frac{m_1^2}{a_1 a_2}$ . При  $m_1 = 0$  лагранжиан описывает поле  $j = \pm 1/2$ . Если  $m_1 = a_2 = 0$ , то он описывает поле  $j = -1/2$ , а при  $m_1 = a_1 = 0$  — поле  $j = +1/2$ .

Таким образом, лагранжиан (10) описывает поле со спином  $s = 1/2$  полностью.

Исследуя частицы с высшими спинами, мы пришли к убеждению, что не существует функции Лагранжа, удовлетворяющей необходимым физическим требованиям, которая описывала бы полностью частицы  $s \geq 3/2$ .

Только частицы со спинами  $s = 0, 1/2, 1$  можно описать полностью.

Полное описание поля частиц есть физическое требование.

3. *Вакуумное поле.* Согласно Вигнеру [1], представления группы Пуанкаре разбиваются на четыре класса:

$$m^2 > 0, \quad m = 0, \quad p_\mu = 0, \quad \pi^2 < 0. \quad (11)$$

Это означает, что физическая материя может существовать в четырех формах. Третья форма материи,  $p_\mu = 0$ , есть вакуумное поле.

Конечномерное представление группы Лоренца,  $D(A, B)$ , характеризуется двумя числами:  $A, B = 0, 1/2, 1, \dots$ . Физическое поле, описываемое представлением  $D(A, B)$ , есть поле частиц со спиральностью  $j = B - A$ . В виртуальном состоянии, то есть вне массовой поверхности, указанным частицам необходимо приписать спин  $s = A + B$ . Эти соотношения справедливы

ливы при условии  $A+B \neq 0$ . Аналогичные соотношения, полученные в работе Вайнберга [6], не вполне корректны. Полученное ограничение ( $A+B \neq 0$ ) связано с тем фактом, что поле со скалярной напряженностью описывает представление  $D(0, 0)$  и относится к классу  $p_\mu = 0$ . Это есть вакуумное поле, поле без частиц, и говорить о спине и о спиральности этого объекта не имеет смысла.

Поле частиц со спином  $s = 0$  описывает приводимое представление  $D(1/2, 1/2) \oplus D(0, 0)$  и при энергии частиц  $E \rightarrow \infty$  распадается на два предельных поля, описывающих представления  $D(1/2, 1/2)$  и  $D(0, 0)$ . Это поле со спиральностью  $j = 0$  и вакуумное поле.

Уравнение Клейна—Гордона описывает поле  $s = 0$  не полностью, так как оно не описывает вакуумное поле в пределе  $E \rightarrow \infty$ . Лагранжиан может описать поле  $s = 0$  полностью только в том случае, если он также описывает два предельных поля и, следовательно, должен содержать два параметра. Всем этим условиям удовлетворяет лагранжиан

$$L = \varphi^\mu \partial_\mu \varphi - \frac{1}{2} m_1 \varphi^\mu \varphi_\mu - \frac{1}{2} m_2 \varphi^2, \quad (12)$$

где  $m^2 = m_1 m_2$ . При  $m_2 = 0$  лагранжиан описывает поле со спиральностью  $j = 0$ , а при  $m_1 = 0$  описывает вакуумное поле со скалярной напряженностью, удовлетворяющее уравнению  $\partial_\mu \varphi = 0$ , с общим решением  $\varphi = \text{const}$ .

Введенное вакуумное поле связано с бозе-системой  $s = 0$ ,  $m^2 > 0$  и является бозе-вакуумным полем. Таким образом, для полного описания предела  $E \rightarrow \infty$  поля частиц  $s = 0$ ,  $m^2 > 0$ , необходимо ввести бозе-вакуумное поле.

Аналогичным образом можно ввести ферми-вакуумное поле, описывающее представление  $D(0, 0)$ , класса  $p_\mu = 0$  и связанное с ферми-системой тахионов [7]  $s = 0$ ,  $m^2 < 0$ .

Представления группы Пуанкаре удобно разбить на две части. К первой части относятся поля, связанные с полем  $m^2 > 0$ . Они разбиваются на три класса:

$$m^2 > 0, \quad m' = 0, \quad p'_\mu = 0, \quad (13)$$

где  $m' = 0$  соответствуют полям  $m^2 > 0$ ,  $m \rightarrow 0$ , а  $p'_\mu = 0$  — бозе-вакуумное поле.

Ко второй части относятся поля, связанные с полем  $m^2 < 0$ . Они также разбиваются на три класса:

$$m'' = 0, \quad p''_\mu = 0, \quad m^2 < 0, \quad (14)$$

где  $m'' = 0$  соответствуют полям  $m^2 < 0$ ,  $m \rightarrow 0$ , а  $p''_\mu = 0$  — ферми-вакуумное поле.

Обычно вводимые бозе- и ферми-вакуумы [2] справедливы только при описании двух форм материи,  $m^2 > 0$ ,  $m' = 0$ , и, следовательно, пуанкаре-нековариантны.

Введенные нами бозе- и ферми-вакуумные поля обобщают обычные бозе- и ферми-вакуумы и справедливы при описании всех четырех форм материи и, следовательно, пуанкаре-ковариантны.

На основе лагранжиана (12) видим, что поле класса  $m^2 > 0$  и  $s = 0$  тесно связано с бозе-вакуумным полем  $p'_\mu = 0$ , и их разъединить нельзя.

Таким образом, приходим к выводу: совокупность физических полей, относящихся к классам  $m^2 > 0$ ,  $m' = 0$ , будет замкнута при  $E \rightarrow \infty$  только в том случае, если ее дополнить бозе-вакуумным полем класса  $p'_\mu = 0$ . Следовательно, представления группы Пуанкаре первой части (13)

$$m^2 > 0, \quad m' = 0, \quad p'_\mu = 0$$

замкнуты относительно предельного перехода  $E \rightarrow \infty$ . Аналогично, вторая половина группы Пуанкаре

$$m'' = 0, \quad p''_\mu = 0, \quad m^2 < 0$$

также замкнута относительно  $E \rightarrow \infty$ .

4. *Гравитация и бозе-вакуумное поле.* Если лоренц-инвариантность выполняется глобально, как это имеет место в пространстве — времени Минковского, тогда физическая теория не зависит от напряженности вакуумного поля.

Но картина резко меняется, если лоренц-инвариантность выполняется локально, как в пространстве — времени Римана; в этом случае физическая теория, как это увидим, существенно зависит от напряженности бозе-вакуумного поля.

В общей теории относительности действие для системы полей необходимо записать в виде

$$S = S_g + S_B + S_m, \quad (15)$$

где  $S_g$  — действие для гравитационного поля,  $S_B$  — действие для бозе-вакуумного поля класса  $p'_\mu = 0$ ,  $S_m$  — действие для остальных полей классов  $m^2 > 0$ ,  $m' = 0$ . В равенстве (15) мы учли всевозможные состояния классов  $m^2 > 0$ ,  $m' = 0$ ,  $p'_\mu = 0$ , и следовательно, совокупность полей замкнута относительно предельного перехода  $E \rightarrow \infty$ .

Обычное действие Гильберта—Эйнштейна [4]

$$S_{r-s} = S_g + S_m \quad (16)$$

не содержит бозе-вакуумного поля, и по этой причине совокупность полей не замкнута относительно перехода  $E \rightarrow \infty$ .

Подставляя выражения для действий в (15), получим:

$$S = -\frac{1}{2\kappa} \int R \sqrt{-g} d^4x + \int \left( \varphi^\nu \partial_\mu \varphi - \frac{1}{2} m_2 \varphi^2 \right) \sqrt{-g} d^4x + \int L_m \sqrt{-g} d^4x. \quad (17)$$

Отсюда следует

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R - \frac{1}{2} \kappa m_2 g_{\mu\nu} \varphi^2 = \kappa T_{\mu\nu},$$

$$\partial_\mu \varphi = 0, \quad (18)$$

где  $m_2 = \pm 1$ ,  $\varphi$  — напряженность бозе-вакуумного поля. Таким образом, в уравнениях Эйнштейна необходимо ввести космологический член [8]

$$\Lambda = \frac{1}{2} \kappa m_2 \varphi^2.$$

Уравнения Эйнштейна с космологическим членом описывают в пространстве — времени Римана три формы материи,  $m^2 > 0$ ,  $m' = 0$ ,  $p'_\mu = 0$ . Справедливо и обратное утверждение: только в искривленном пространстве — времени можно описать три формы материи.

Уравнения Максвелла описывают, как это было показано Лоренцем, две формы материи,  $m^2 > 0$ ,  $m' = 0$ , в пространстве — времени Минковского.

Уравнение Ньютона описывает одну форму материи,  $m^2 > 0$ , в пространстве — времени Ньютона.

Методом вторичного квантования, то есть методом квантования двух форм материи,  $m^2 > 0$ ,  $m' = 0$ , невозможно квантование теории гравитации, теории, которая описывает три формы материи,  $m^2 > 0$ ,  $m' = 0$ ,

Теория гравитации не содержит ферми-вакуумного поля, и по этой причине в ней нет естественного места для фермиона [9].

Описание всех четырех форм материи является основой единой теории поля.

Автор выражает признательность Г. С. Саакяну и С. Г. Матиняну за обсуждение работы.

## GRAVITATION AND VACUUM FIELD

R. V. TEVIKIAN

Equations describing particles with spins  $s=0, 1/2, 1$  completely, i. e. describing also  $2s+2$  limiting fields at  $E \rightarrow \infty$ , are suggested. It is proved that the usual Hilbert-Einstein action for the gravitational field should be added by the action for the bose-vacuum field. This implies that it is necessary to introduce a cosmological term proportional to the squared bose-vacuum field strength into the gravitation equations. The gravitation theory is shown to describe three realities: substance, field and vacuum field. The third form of matter, i. e. vacuum field is introduced to the field theory.

## ЛИТЕРАТУРА

1. E. Wigner, Ann. Math., 40, 141, 1939.
2. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, Введение в теорию квантованных полей, Наука, М., 1973; Ф. И. Федоров, Группа Лоренца, Наука, М., 1979.
3. R. V. Tevikian, Nucl. Phys., B64, 397, 1973; B93, 74, 1975; Phys. Lett., 83A, 49, 1981.
4. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Теория поля, Наука, М., 1973.
5. C. N. Yang, R. L. Mills, Phys. Rev., 96, 191, 1954.
6. S. Weinberg, Phys. Rev., B134, 882, 1964.
7. G. Feinberg, Phys. Rev., 159, 1089, 1968.
8. Я. Б. Зельдович, УФН, 95, 209, 1968.
9. J. Wheeler, Ann. Phys., 2, 604, 1957.

УДК: 52—337

## ДИНАМИКА СКРУЧЕННЫХ МАГНИТНЫХ ПЕТЕЛЬ

А. А. СОЛОВЬЕВ

Поступила 26 февраля 1985

Принята к печати 3 июля 1985

Показана возможность существования равновесных и устойчивых на временах порядка нескольких альвеновских времен жгутовых конфигураций в неоднородных внешних полях. На модели однородноскрученной бессиловой магнитной трубки проанализирована проблема переноса скрученности поля вдоль оси слабонеоднородного в длину магнитного жгута. Показано, что при учете изменения длины возмущенного участка жгута возможен перенос  $H_\varphi$ -поля из расширенной части трубки в более узкую. В равновесном состоянии, когда перенос скрученности торсионными волнами прекращается, имеет место соотношение  $a(x) \sim \varphi(x)$ , где  $a(x)$  — радиус сечения трубки, медленно меняющийся вдоль оси жгута,  $\varphi(x)$  — монотонно растущая функция скрученности поля. Таким образом, скрученность поля достигает максимума в вершине петли в соответствии с выводом Паркера [1]. Исследована динамика подъема тонкой магнитной петли в потенциальном внешнем поле с учетом возможного перевоса скрученности в вершину петли. Обнаружен переменный характер движения, при котором ускорение вершины петли до  $v \approx v_A$  сменяется торможением и наоборот.

1. *Введение.* В последние годы изучение петельных магнитных структур на Солнце приобрело особую актуальность, их исследованию посвящено большое число как теоретических, так и наблюдательных работ, однако многие важные вопросы статики и динамики магнитных петель остаются невыясненными.

Наиболее вероятной причиной выделения той или иной петли на фоне окружающего ее магнитного поля является, по-видимому, продольный электрический ток или, иными словами, скрученность магнитного поля петли относительно ее продольной оси. Таким образом, речь должна идти о так называемых магнитных жгутах.

Особую важность для астрофизических приложений имеют вопросы изменения длины магнитного жгута в процессе его эволюции и переноса скрученности поля вдоль оси слабонеоднородного в длину жгута торсионными волнами. Частично эти вопросы рассмотрены Паркером [1], а также в работах автора [2, 3 и др.], но все же достаточно полного и систематического изложения данных проблем в литературе нет.

Настоящая работа представляет собой попытку в какой-то мере восполнить этот пробел.

2. *Исходная модель.* Магнитным жгутом мы называем прямой (или слабоискривленный) участок цилиндрической магнитной трубки с двумя компонентами поля  $H_z(r)$  и  $H_r(r)$ , имеющий объем  $\pi a^2 l$ , где  $a$  — радиус поперечного сечения,  $l$  — длина выделенного участка. (Используем цилиндрическую систему координат  $r, \varphi, z$ ). Для наблюдаемых на Солнце петель и волокон характерно достаточно большое отношение  $l/a$  ( $\geq 10$ ), поэтому можно считать, что распределение поля по сечению трубки цилиндрически симметрично, а тороидальными эффектами, которые дают поправки порядка  $(a/l)^2$ , можно пренебрегать.

3. *Условия равновесия и сила, растягивающая (сжимающая) магнитную петлю в длину.* Условие равновесия жгута в поперечном сечении может быть записано в простой форме, если использовать средние по сечению жгута величины [4] (см. также [1, 2]) (операцию усреднения будем обозначать знаком  $\langle \rangle$ ):

$$8\pi(P_{ex} - \langle P \rangle) = \langle H_z^2 \rangle, \quad (1)$$

где  $P_{ex}$  — полное (газовое + магнитное) давление внешней среды,  $\langle P \rangle$  — среднее давление плазмы в жгуте. Несколько сложнее обстоит дело с равновесием жгута в длину. Этот вопрос нередко вызывает разногласия, поэтому на нем следует остановиться подробнее. Рассмотрим вначале идеально прямой магнитный цилиндр с жестко закрепленными вертикальными торцами (рис. 1а). Если положение торцов строго фиксиро-

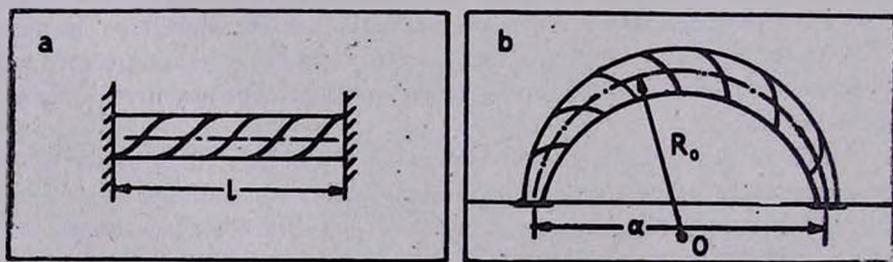


Рис. 1. а) Прямой магнитный цилиндр с вертикально закрепленными торцами,  $l = \text{const}$ . б) Магнитная петля с горизонтально закрепленными концами:  $d \leq l < \infty$ .

вано и они могут выдерживать любые напряжения, то такой жгут равновесен в длину при любой степени скрученности поля. Скрученностью определяется лишь знак и величина напряжений, приложенных к торцам. Нетрудно показать (см., например, [1, стр. 234]), что если  $\langle H_z^2 \rangle > 2 \langle H_r^2 \rangle$ ,

то давление «колец» азимутального поля превысит натяжение продольного компонента, так что полное натяжение, равное

$$T = \pi a^2 \frac{(2 \langle H_z^2 \rangle - \langle H_r^2 \rangle)}{8\pi},$$

становится отрицательным, на торцы действует сила, стремящаяся их раздвинуть. При выполнении обратного неравенства сила будет стягивающей. И только при скрученности поля (определяем ее отношением  $\kappa = \langle H_z^2 \rangle / \langle H_r^2 \rangle$ ), равной 2, полное натяжение обращается в нуль:  $T=0$ . Состояния с  $\kappa > 2$ , вообще говоря, неустойчивы к извиwu или изгибу, но важно подчеркнуть, что в некоторый начальный момент времени равновесие возможно при любом  $\kappa$ , а длина жгута строго фиксируется положением торцов (рис. 1а).

Обратимся теперь к анализу равновесия магнитной петли также с жестко зафиксированными (но уже в горизонтальной плоскости) торцами (рис. 1b). Принципиальное отличие этой геометрической конфигурации от прямого цилиндра состоит в том, что здесь закрепленность концов отнюдь не означает, что и длина магнитной петли окажется тем самым зафиксирована. В зависимости от величины и знака  $T$  эффективное расстояние между торцами, измеряемое вдоль центральной силовой линии, т. е. просто длина магнитной петли, может, в принципе, меняться от величины  $d$  (рис. 1b) до бесконечности. Таким образом, в петельной конфигурации длина является динамическим, изменяемым параметром. Ясно, что если полное натяжение в жгуте оказывается отрицательным, то петля (в отсутствие во внешней среде дополнительных удерживающих сил) будет под действием этого натяжения вытягиваться вверх и в стороны, так что  $T \rightarrow 0$ . Если же в начальный момент времени  $T > 0$ , петля начнет сокращаться в длину. Можно показать, что сила, сопряженная параметру  $R$  — радиусу кривизны петли, составит в расчете на единицу объема величину [2, 4]

$$f_R = -\frac{1}{R} \frac{\langle H_z^2 \rangle}{8\pi} (2 - \kappa). \quad (2)$$

Итак, в отличие от прямого жгута с вертикальными торцами, магнитная петля имеет только одно равновесное состояние  $\kappa = 2$ , и только для этого состояния имеет смысл говорить об устойчивости или неустойчивости системы. Другие состояния с  $\kappa \neq 2$  не являются равновесными, обсуждать их устойчивость бессмысленно. Подчеркнем еще раз, что эффекты тороидальности, связанные со сгущением магнитных силовых линий  $H_\varphi$ -поля на внутреннем обходе петли, в формуле (2) не учитываются, а внешняя среда предполагается однородной.

4. *Равновесие петли в неоднородной среде.* При наличии некоторых внешних сил, действующих по радиусу изгиба петли, ее равновесное состояние будет достигаться при значениях скрученности, не обязательно равных 2. Рассмотрим два частных случая: а) равновесие петли в потенциальном и продольном (по отношению к ее магнитной оси) внешнем поле; б) равновесие петли при наличии поперечного внешнего поля. В обоих случаях будем считать поле достаточно сильным, так чтобы вкладом градиента газового давления в баланс сил можно было пренебречь (бессилое приближение).

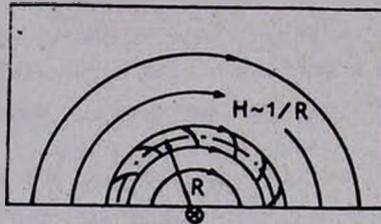


Рис. 2. Поперечный разрез конфигурации: магнитная петля в потенциальном поле, эквивалентном полю прямого тока,  $H \sim 1/R$ .

а) Пусть над фотосферой имеется потенциальное магнитное поле, эквивалентное полю, которое создавал бы прямой электрический ток, протекающий под фотосферой (рис. 2). Напряженность этого поля падает с расстоянием от центра кривизны как  $1/R$ , магнитная сила вследствие потенциального характера поля обращается в нуль:

$$\frac{1}{4\pi} [\text{rot } \vec{H} \times \vec{H}] = -\frac{\partial H^2}{cR} \frac{1}{8\pi} - \frac{H^2}{4\pi R} = 0. \quad (3)$$

Для произвольно выбранной в этом поле силовой трубки дифференциально малого сечения условие равновесия можно записать в виде:

$$\frac{1}{8\pi} \frac{H_{ex}^2(R_0 - a) - H_{ex}^2(R_0 + a)}{2a} - \frac{\langle H^2 \rangle}{4\pi R_0} = 0, \quad (4)$$

где  $R_0$  — радиус кривизны центральной, осевой линии трубки,  $a$  ( $\ll R_0$ ) — радиус поперечного сечения,  $H_{ex}(R_0 - a)$  и  $H_{ex}(R_0 + a)$  — напряженности внешнего (по отношению к выделенной нами трубке) магнитного поля на внутреннем ( $R_0 - a$ ) и внешнем ( $R_0 + a$ ) обходах петли. Как видно из (4), баланс сил здесь таков, что направленная к центру кривизны сила  $\frac{\langle H^2 \rangle}{4\pi R_0}$  уравнивается перепадом давлений внешнего поля между внутренней и внешней частями трубки. Заметим, что при учете конечных размеров поперечника петли первый член в (4)

будет представлять собою более сложную функцию тех же аргументов, но конкретный вид этой функции (обозначим ее  $F(H_{ex}, R_0, a)$  для нас сейчас не важен, важно лишь, что она выражается через напряженность внешнего магнитного поля и геометрические размеры петли.

Далее мысленно заменим выделенную нами нескрученную силовую трубку скрученным магнитным жгутом того же объема и с тем же значением  $\langle H_s^2 \rangle$  (чтобы не нарушилось условие бокового равновесия (1)).

При этом сила  $-\frac{\langle H_s^2 \rangle}{4\pi R_0}$  заменится на выражение (2), а первый член  $F(H_{ex}, R_0, a)$  останется неизменным, поскольку состояние внешнего поля не изменится, т. е.  $F(H_{ex}, R_0, a) = \frac{\langle H_s^2 \rangle}{4\pi R_0}$ . Таким образом, суммарная сила, действующая по направлению  $R$ , окажется равна:

$$f_R = \frac{\langle H_s^2 \rangle}{4\pi R_0} - \frac{\langle H_s^2 \rangle}{3\pi R_0} (2 - \kappa) = \frac{\langle H_s^2 \rangle}{8\pi R_0} \kappa, \quad (5)$$

т. е. в рассмотренной конфигурации в бессиловом приближении (без учета других сил, кроме магнитной) любая сколь угодно малая скрученность выводит петлю из равновесия, заставляя ее вытягиваться вверх и в стороны. Более подробно динамика подъема такой петли будет рассмотрена нами в последнем параграфе настоящей работы.

б) Представим себе, что скрученная магнитная петля, поднимающаяся в квазипродольном потенциальном поле, встретит полс, обладающее поперечным (по отношению к оси жгута) компонентом (рис. 3). Такая си-

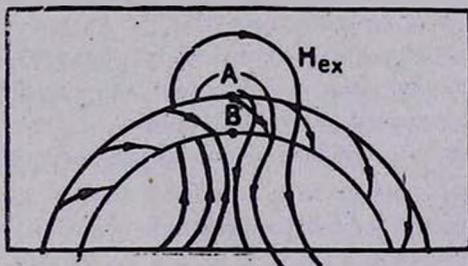


Рис. 3. Подъем скрученной магнитной петли в поперечном внешнем поле. Между петлей и фотосферой образуется токовый слой.

туация может сложиться, если внешнее поле обладает в области движения петли заметным «широм» силовых линий. Деформация внешнего поля поднимающейся петлей приведет к появлению дополнительной силы

$$f_R^{(доп)} \approx -\frac{H_{ex}^2 \sin^2 \theta}{4\pi a}, \quad (6)$$

направленной от точки  $A$  на верхнем обходе петли к точке  $B$  нижнего обхода к области, где, очевидно, должен формироваться токовый слой (рис. 3) (аналогичная конфигурация полей рассмотрена в [5]).  $\theta$  — угол между направлением внешнего поля и магнитной осью жгута. Равновесие конфигурации возможно, когда

$$\frac{H_{\text{ex}}^2 \sin^2 \theta}{4\pi a} \approx \frac{\langle H_z^2 \rangle \kappa}{8\pi R_0}. \quad (7)$$

В отсутствие давления плазмы, согласно (1),  $\langle H_z^2 \rangle \approx H_{\text{ex}}^2$ , поэтому равновесное значение скрученности  $\chi_0 \approx \frac{2R_0}{a} \sin^2 \theta$ . Принимая для среднего значения  $\sin^2 \theta$  величину  $1/2$ , получаем  $\chi_0 \approx R_0/a$  ( $\approx 10$ ).

Надо отметить также, что равновесие в данной конфигурации полей является квазистатическим. Пере замыкание магнитных силовых линий в токовом слое под петлей (см. рис. 3) должно приводить к увеличению потока азимутального поля и, соответственно, скрученности. Превышение последней над равновесным значением  $\chi_0$  вызовет дополнительное растяжение и подъем петли. Очевидно, характерная скорость этого процесса не может превысить скорости пере замыкания и отвода магнитных силовых линий из области токового слоя, для которой обычно принимается  $v \approx (0.1 \div 0.01) v_A$  [1, стр. 517], где  $v_A$  — альвеновская скорость. Эта оценка и дает нам основание говорить о возможности осуществления в системе состояния квазистатического равновесия, которое устанавливается со скоростью порядка  $v_A$ .

Таким образом, для трех частных случаев (однородная внешняя среда, продольное по отношению к петле потенциальное поле, поперечное внешнее поле) мы получим для равновесной скрученности жгута значения  $2; 0; R_0/a$  ( $\approx 10$ ), соответственно. По-видимому, в реальных условиях при достаточно сложной и многообразной структуре внешних полей может наблюдаться весь спектр этих значений от 0 до  $\approx 10$ , если описанные равновесные конфигурации достаточно устойчивы.

5. *Устойчивость равновесных состояний.* Устойчивость магнитных жгутов в среднем, т. е. устойчивость жгута как целого по отношению к возмущениям, изменяющим его длину и поперечный размер, но не деформирующим его сечения, рассматривалась нами в работах [2] и [6]. Основные выводы этих исследований: в однородной внешней среде (поле) магнитный жгут устойчив к растяжению (сокращению) в длину. В среде с крупномасштабной неоднородностью параметров, которая проявляется на масштабах порядка  $l$ , но пренебрежимо мала на расстояниях порядка  $a$ ,

жгут может оказаться неустойчивым к вытягиванию в область понижения внешнего давления, если радиус сечения поднимающейся и расширяющейся петли растет быстрее, чем ее длина [2].

Качественно ясно, что и конфигурация полей, изображенная на рис. 3, устойчива в среднем, так как растяжение и подъем (сокращение и опускание) петли как целого увеличивает (уменьшает) деформацию внешнего поля и, соответственно, вызывает появление возвращающей упругой силы со стороны внешнего поля (петли).

Однако, как известно из теории МГД-устойчивости, деформации растяжения (сокращения) или изгиба не являются наиболее «опасными» в смысле неустойчивости возмущениями системы. В большей степени скрученная магнитная трубка подвержена неустойчивости по отношению к винтовым возмущениям (извивам), при которых поверхность жгута деформируется, принимая форму буравчика. В литературе проблема винтовой устойчивости скрученного магнитного цилиндра исследована весьма подробно. Здесь также в зависимости от внешних и дополнительных условий задачи получен широкий спектр результатов, начиная от работы Анцера [7], который показал, что бесконечно длинный бессиловой жгут неустойчив в линейном приближении при любой степени скрученности поля, до работы Худа [8], получившего, что такой же магнитный жгут, но с закрепленной в фотосфере центральной осью, абсолютно устойчив в рамках идеальной МГД по отношению к малым возмущениям произвольной формы. Резюмируя результаты этих исследований, можно сказать, что достаточно длинная магнитная петля, находящаяся в короне (т. е. с незакрепленной боковой поверхностью), действительно должна быть неустойчива по отношению к малым винтовым возмущениям, но весь вопрос в том, сколь велики инкременты этих неустойчивостей. Численные расчеты Сакураи [9] показывают, что для бессилового однородного скрученного магнитного жгута (см. диаграмму, приведенную в [9] на рис. 7) характерное время нарастания малых винтовых возмущений существенно (на 2 порядка и более) превышает альвеновское время, т. е. время, в течение которого в системе устанавливается состояние МГД-равновесия (не следует путать этот вывод с результатами, полученными в [9] для небессилового магнитного жгута  $H_z = \text{const}$ ,  $H_\varphi \sim r$ , в котором винтовые возмущения развиваются значительно быстрее). Необходимо также учесть, что данные численные оценки времени роста возмущений скорее завышены, поскольку в расчет не принимался такой важный стабилизирующий фактор, как деформация внешнего магнитного поля, удерживающего петлю от бокового расширения. В [9] предполагалось, что внешняя среда немагнитна, что не соответствует условиям в солнечной короне. Ясно, что при развитии в жгуте винтовых деформаций конечного масштаба окружающее магнитное по-

ле также должно деформироваться и это существенно замедлит, если не остановит вообще, рост винтовых возмущений.

Таким образом, если рассматривать эволюцию скрученных магнитных петель на Солнце на временах порядка нескольких альвеновских ( $\tau_A \approx \approx l/v_A \approx 10^2 \div 10^4$  с), то мы вполне можем говорить о существовании равновесных и устойчивых (в приближении идеальной МГД) конфигураций со скрученностью поля от 0 до  $R/a$  ( $\approx 10$ ), что само по себе представляет несомненный интерес для теории солнечных вспышек.

6. *Перенос скрученности поля вдоль оси слабонеоднородного бессилового жгута.* Рассмотрим важный динамический эффект, который может возникать при нарушении однородности магнитного жгута по длине. Паркер [1] рассмотрел следующую модель. Пусть некоторый участок бессилового, первоначально однородного жгута испытал поперечное расширение (без изменения длины) некоторого выделенного участка (рис. 4). Расчет момента скручивающих сил, действующих в поперечном сечении жгута,

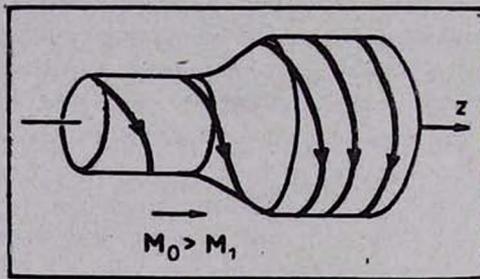


Рис. 4. Модель Паркера, иллюстрирующая перенос скрученности в область расширения магнитного жгута.

$$M = \frac{1}{4\pi} \int_0^a H_z H_\varphi 2\pi r^2 dr, \quad (8)$$

в невозмущенной ( $M_0$ ) и расширенной ( $M_1$ ) частях показывает, что  $M_0 > M_1$ . Отсюда следует вывод, что при таком расширении в жгуте должны появиться крутильные альвеновские возмущения (торсионные волны), переносящие со скоростью, порядка альвеновской, азимутальный компонент поля из узкой части жгута в область расширения.

Насколько общим является этот вывод, в каких ситуациях он сохраняет силу, возможен ли обратный эффект-перенос скрученности из широкой части жгута в более узкую? Если принять вывод Паркера без каких-либо оговорок, как это иногда делается при интерпретации наблюдательных данных, можно прийти к абсурдному выводу, что конечным, равно-

весным состоянием неоднородного в длину жгута оказывается такое распределение  $H_z$ -поля, когда в суженной части жгута скрученность практически отсутствует, а в расширенной — максимальна. Ясно, что перенос азимутального поля вдоль жгута сам по себе меняет соотношение  $M_0$  и  $M_1$ , так что в конечном равновесном состоянии должно выполняться условие:

$\frac{\partial M}{\partial z} = 0$ . Исследуем поставленные выше вопросы более подробно, учитывая возможность растяжения (сокращения) жгута в длину (частично этот эффект рассмотрен и в [1]).

Для того, чтобы добиться большей ясности и наглядности изложения, воспользуемся конкретной моделью бессилового магнитного жгута с однородным кручением. Этот подход оправдан, во-первых, тем, что однородно скрученный бессиловой жгут обладает минимальной энергией по сравнению с другими бессиловыми цилиндрическими структурами [10, 11] и, следовательно, является наиболее вероятной конфигурацией поля в солнечной короне. Во-вторых, эта структура поля инвариантна относительно изменения геометрических размеров жгута [1, 12]. В качественном отношении полученные ниже выводы сохраняют силу для любого бессилового жгута.

Итак, пусть распределение магнитного поля в жгуте имеет вид:

$$H_z(r) = H_0[1 + (ar)^2]^{-1}, \quad H_\theta(r) = arH_z(r), \quad (9)$$

где  $H_0$  — поле на оси,  $c$  — параметр скрученности; эта величина обратна шагу винтовой линии и не меняется по сечению жгута.

Потоки полей, скручивающий момент, скрученность поля  $\chi$ , а также условие поперечного равновесия (1) запишутся для данной конфигурации следующим образом:

$$\Phi_s = \pi a^2 H_0 \frac{x}{e^x - 1}, \quad (10)$$

$$\Phi_\theta = la H_0 \frac{x}{2 \sqrt{e^x - 1}}, \quad (11)$$

$$M = H_0^2 a^3 \frac{(x - 1 + e^{-x})}{4(e^x - 1)^{3/2}}, \quad (12)$$

$$\chi = (xe^x - e^x + 1)/(e^x - 1), \quad (13)$$

$$H_0^2 e^{-x} = H_{\theta z}^2. \quad (14)$$

Здесь использовано обозначение  $[1 + (ar)^2] = e^x$ . Параметр  $x$ , как следует из (13), однозначно связан с введенной ранее характеристикой скру-

ченности  $x$ , причем  $x(0) = 0$  и функция  $x(x)$  монотонно растет с ростом  $x$  (при  $x \gg 1$   $x \simeq x + 1$ ). Как видно из приведенных выше формул, для данной конфигурации удобнее измерять степень скрученности поля именно параметром  $x$ .

Мы будем рассматривать перенос скрученности в слабонеоднородном в длину жгуте, когда расстояние  $\lambda$ , на котором заметно изменяется радиус поперечного сечения, значительно больше, чем  $a$ . В этом приближении можно пренебречь натяжением радиальной составляющей поля (в соответствии с условием  $\operatorname{div} \vec{H} = 0$  имеем  $H_r^2/H_z^2 \simeq a^2/\lambda^2 \ll 1$ ) и считать, что в каждом сечении жгута поле задается формулами (9), но, вообще говоря, с различными  $a$ ,  $H_0$ ,  $x$ .

По определению магнитной силовой трубки вдоль жгута при любом изменении его поперечных размеров остается неизменным поток продольного поля, поэтому имеет смысл в первую очередь выразить скручивающий момент именно через величину  $\Phi_z$ . Из (10) и (12) следует:

$$M = \frac{\Phi_z^2}{4\pi^2 a} \varphi(x), \quad (15)$$

где  $\varphi(x) = x^{-2} \sqrt{e^x - 1} (x + e^{-x} - 1)$  — монотонно возрастающая функция  $x$ . Формула (15) и составит основу анализа обсуждаемой проблемы. Прежде всего рассмотрим, как с ее помощью можно получить результат Паркера. Если некоторый участок жгута испытал чисто поперечное расширение, без изменения длины, это означает, что в данной области сохраняется и азимутальный поток на единицу длины:  $H_0 a x / \sqrt{e^x - 1} = \text{const}$ . Из этого условия и условия  $\Phi_z = \text{const}$  (формула (10)) получаем, что  $a \sim \sqrt{e^x - 1}$ . Подставляя эту зависимость в выражение (15), находим, что на участке расширения момент скручивания меняется по закону  $M \sim \varphi(x) / \sqrt{e^x - 1}$ , т. е. является убывающей функцией  $x$ : ( $\varphi / \sqrt{e^x - 1} = x^{-2} (x + e^{-x} - 1)$ ), следовательно,  $M$  в области расширения окажется меньше, чем на невозмущенном участке, в полном соответствии с выводом Паркера.

В общем случае, когда в процессе эволюции жгута изменяется и длина возмущаемого участка, можно говорить лишь о сохранении интегрального азимутального потока  $\Phi_z$  на этом участке. В таком случае из (10), (11) и (15) получаем

$$M \sim \frac{\varphi(x)}{l \sqrt{e^x - 1}}, \quad (16)$$

откуда следует, что если в области расширения вместе с ростом  $a$  умень-

шается длина расширенной части (или, наоборот, возрастает длина нерасширенного участка), то возможна и такая ситуация, когда  $M$  окажется меньше в более узкой части жгута и начинается перенос  $H_\varphi$ -поля из области расширения трубки в область сужения. На возможность подобного эффекта особенно следует обращать внимание, когда рассматривается вынос азимутального поля вдоль оси магнитного жгута из-под фотосферы. В подфотосферных слоях магнитные жгуты могут испытывать значительные растягивающие возмущения, способные сильно понизить момент скручивания. Так, если мы будем рассматривать достаточно медленные возмущения, при которых жидкость ведет себя как несжимаемая среда, то из условия  $\pi a^2 l = \text{const}$  имеем  $l \sim a^{-2}$  и, поскольку из сохранения потоков следует, что  $a \sim l \sqrt{e^x - 1}$ , получаем:  $a \sim (e^x - 1)^{1/6}$  и, соответственно,

$$M \sim \frac{\varphi(x)}{(e^x - 1)^{1/6}} = (e^x - 1)^{1/3} (x + e^{-x} - 1)/x^2. \quad (17)$$

В этом случае  $M$  является возрастающей функцией  $x$  (я, соответственно,  $a$ ), поэтому при таком расширении некоторой части жгута скручивающий момент в ней возрастает, и это должно вызывать перенос скрученности из расширенной области в область с меньшим значением  $a$ , т. е. должен наблюдаться эффект, прямо противоположный эффекту, описанному Паркером.

Возвращаясь к рассмотрению поведения скрученных магнитных петель над фотосферой, заметим, что в равновесном состоянии, когда перенос азимутального компонента поля в жгуте прекратится, т. е. произойдет выравнивание  $M$  вдоль оси жгута, согласно (15) будем иметь:

$$a(z) \sim \varphi(x), \quad (18)$$

т. е. наибольшая скрученность поля достигается в вершине петли, где  $a$  максимально и где, соответственно, максимальна деформация внешнего поля, удерживающего петлю в равновесии (рис. 3). Отмеченные здесь особенности слабонеоднородных равновесных петель имеют важное значение для теории солнечных вспышек, но эта проблема выходит за рамки данной работы.

7. Движение петли в квазипродольном потенциальном поле. Проанализируем движение магнитной петли в потенциальном магнитном поле (случай «а» из рассмотренных выше) с учетом поля сил тяжести. Выделим некоторый малый участок петли  $\Delta l$  в ее вершине и будем рассматривать его движение под действием радиально направленной силы  $f_R$  (формула (5)) и силы тяжести:  $-G \frac{mm_0}{(R_\odot + R)^2} \bar{R}_\odot/R_\odot$ , где  $m$  — масса газа.

выделенного участка петли,  $G$ —гравитационная постоянная,  $m_{\odot}$  и  $R_{\odot}$ —масса и радиус Солнца. Строго говоря, вследствие закрепленности концов петли на уровне фотосферы, радиус кривизны в вершине петли будет по мере ее движения вверх несколько отклоняться от радиуса кривизны силовых линий внешнего магнитного поля, но для достаточно длинной петли этим эффектом в первом приближении можно пренебречь. Кроме того, надо учесть, что указанный эффект частично будет компенсироваться тем, что в боковых ветвях петли радиальная составляющая силы тяжести меньше, чем в вершине, поэтому петля будет не только подниматься вверх, но и растягиваться в стороны, так что почти по всей ее длине, исключая области, непосредственно прилегающие к точкам закрепления, кривизна петли будет подстраиваться под кривизну силовых линий окружающего поля (рис. 5).

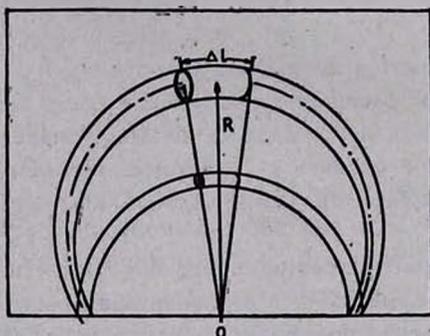


Рис. 5. Радиальное движение вершины петли во внешнем поле  $H \sim 1/R$ , длина выделенного участка жгута меняется по закону  $\Delta l \sim R$ .

Вообще, что касается взаимодействия магнитной петли с внешним полем, будем считать, что тонкая магнитная петля по мере ее подъема раздвигает магнитные силовые линии окружающего поля без заметного искажения их формы, т. е. эффективную силу «трения» будем считать пренебрежимо малой.

Будем также полагать, что движение плазмы на выделенном участке петли происходит только в радиальном направлении, так что длина этого участка растет пропорционально расстоянию от центра кривизны (рис. 5):  $\Delta l \sim R$ . Иными словами, это означает, что не рассматривается возможность оттока массы из вершины петли ( $\dot{m} = \rho \pi a^2 \Delta l = \text{const}$ ), хотя такие эффекты можно было бы учесть в данной модели, задаваясь определенной зависимостью массы газа от высоты  $m(R)$ . Имея такого рода зависимость и проинтегрировав уравнение движения петли, нетрудно рассчитать и скорость оттока массы из вершины и сопоставить ее с наблюдаемой. Здесь мы

таких задач рассматривать не будем, ограничившись предположением  $m = \text{const}$ .

Запишем уравнение движения вершины петли:

$$m \frac{d^2 R}{dt^2} = \tau a^2 \Delta l \frac{\langle H_x^2 \rangle}{R 8\pi} x - G \frac{m m_{\odot}}{(R_{\odot} + R)^2} \quad (19)$$

Вводя плотность массы  $\rho$  и учитывая, что  $\langle H_x^2 \rangle = H_{*x}^2 = H^2 (R_{(0)}) R_{(0)}^2 / R^2$ , где  $R(0)$  — некоторая начальная координата,  $H(R(0))$  — внешнее поле в этой точке, получим

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = v_{A,0}^2 \frac{R_{(0)}^2 x}{2R^3 \rho / \rho_0} - \frac{G m_{\odot}}{(R_{\odot} + R)^2} \quad (20)$$

Здесь  $v_{A,0} = \sqrt{H^2(R(0))/4\pi\rho_0}$  — альвеновская скорость в начальной точке. Учитывая закон сохранения массы и радиальность движения, получаем, что  $\rho \sim 1/a^2 R$ , поэтому

$$\frac{d^2 R}{dt^2} \equiv \frac{dv}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dv^2}{dR} = v_{A,0}^2 \frac{R(0) x a^2(R)}{2R^2 a_0^2} - \frac{G m_{\odot}}{(R_{\odot} + R)^2} \quad (21)$$

Для того, чтобы проинтегрировать это уравнение в явном виде, воспользуемся моделью однородно скрученного бессилового жгута, рассмотренной в предыдущем разделе. Из условия бокового равновесия тонкой петли (14) следует, что  $H_0 \sim \sqrt{e^x}/R$ . Используя эту зависимость и факт сохранения потока продольного поля вдоль петли, имеем:  $a^2 \sim \sim R(e^x - 1)/\sqrt{e^x} x$ . Подставим это выражение, а также выражение для  $x$  в формулу (21):

$$\frac{1}{2} \frac{dv^2}{dR} = v_{A,0}^2 \frac{x_0 (x e^x - e^x + 1) \sqrt{e^{x_0}}}{2R x (e^{x_0} - 1) \sqrt{e^x}} - \frac{G m_{\odot}}{(R_{\odot} + R)^2} \quad (22)$$

Теперь остается найти зависимость между  $x$  и  $R$ . Для этого мы можем воспользоваться условиями постоянства одной из двух оставшихся величин, т. е. сохранением в вершине петли или азимутального потока

$$\Delta\Phi_{\varphi} = \Delta l H_0 a \frac{x}{2\sqrt{e^x - 1}}, \text{ или скручивающего момента (12). По физи-}$$

ческому смыслу этих величин ясно, что предполагать сохранение  $M$  в вершине петли можно лишь в том случае, когда скорость подъема петли заметно меньше альвеновской. Это связано с тем, что, как уже отмечалось выше, торсионные волны выравнивают  $M$  вдоль оси жгута со скоростью, порядка альвеновской. Поэтому можно считать, что в вершине петли  $M = \text{const}$ , когда  $v \ll v_A$ . Напротив, когда

$v \lesssim v_A$ , переносом  $H_\varphi$ -поля вдоль жгута можно пренебречь и считать, что  $\Delta\Phi_\varphi = \text{const}$ . Проанализируем раздельно два этих случая. При сохранении скручивающего момента (12) получаем

$$R = R(0) \frac{x_0^3 e^{x/2} (x + e^{-x} - 1)^2}{x^3 e^{x_0/2} (x_0 + e^{-x_0} - 1)^2}, \quad (23)$$

что после подстановки в (22) дает:

$$\frac{dv^2}{2dR} = v_{A,0}^2 \frac{k_0 x^2 (x e^x - e^x + 1)}{R(0) 2e^x (x + e^{-x} - 1)^2} - \frac{Gm_\odot}{(R_\odot + R)^2}, \quad (24)$$

где обозначено  $k_0 = e^{x_0} (x_0 + e^{-x_0} - 1)^2 / x_0^2 (e^{x_0} - 1)$ . При  $x_0 \ll 1$   $k_0 = x_0/2$ . Разлагая  $e^x$  в ряд Тейлора, убеждаемся, что при малых  $x$  с точностью до членов третьего порядка малости ( $x^3/6$ ) функция переменной  $x$ , стоящая в правой части уравнения, равна единице. Отсюда, интегрируя (24) и принимая в качестве начального условия  $v_0 \equiv v(R(0)) = 0$ , находим

$$v^2(R) = v_{A,0}^2 \frac{2k_0}{R(0)} [R - R(0)] \left[ 1 - \frac{gR(0)}{v_{A,0}^2 k_0 (1 + R/R_\odot) (1 + R(0)/R_\odot)} \right], \quad (25)$$

где  $g$  — ускорение свободного падения на поверхности Солнца. Как следует из полученной формулы, движение возможно при условии:

$$v_{A,0}^2 k_0 > \frac{gR(0)}{(1 + R/R_\odot) (1 + R(0)/R_\odot)} \simeq gR(0). \quad (26)$$

(Если  $v_{A,0} \simeq 3 \cdot 10^7$  см/с, а  $R(0) \simeq 10^9$  см, имеем  $k_0 \simeq x_0/2 > 0.03$ , т. е. эффективный подъем петли может осуществляться даже при весьма малой степени скрученности поля). Из (25) и (26) нетрудно видеть, что петля движется в режиме непрерывного ускорения „убегания“ с нарастающей скоростью, так что  $v \rightarrow v_{A,0}$  на расстояниях  $R - R(0)$  порядка  $R(0)$ . Однако здесь нужно учесть, что когда скорость вытягивания петли приближается к альвеновской, торсионные волны не в состоянии поддерживать в ее вершине постоянное значение  $M$ . Следовательно, мы должны перейти от условия  $M = \text{const}$  к предположению  $\Delta\Phi_\varphi = \text{const}$ . Для этого случая получим  $R \sim 1/x \sqrt{e^x}$ , и, поскольку в том же приближении малой скрученности  $(x e^x - e^x + 1) \simeq \frac{1}{2} x^2 e^x$ , находим вместо (24):

$$\frac{dv^2}{dR} = v_{A,0}^2 k_0 \frac{R(0)}{R^2} - \frac{2Gm_\odot}{(R_\odot + R)^2}, \quad (27)$$

где коэффициент  $k_0$  равен  $\frac{x_0^2 e^{\alpha}}{2(e^{\alpha} - 1)} \approx \frac{x_0}{2}$ . Интегрирование (27) дает:

$$v^2(R) - v^2(R(0)) = v_{A,0}^2 k_0 \left( \frac{R - R(0)}{R} \right) \times \left[ 1 - \frac{2gR}{v_{A,0}^2 k_0 (1 + R/R_C) (1 + R(0)/R_C)} \right]. \quad (28)$$

В силу того, что второй член в квадратной скобке отрицателен и растет по модулю по мере подъема петли ( $\sim R$ ), заключаем, что движение петли в данном случае финитно. Максимальная высота подъема петли  $R_{\text{max}}$  может быть найдена из условия:  $v(R_{\text{max}}) = 0$ . Если в исходном состоянии  $v(R(0)) \approx v_{A,0}$ , то, учитывая, что  $v(R) \leq v_{A,0}$ , мы должны потребовать, чтобы  $2gR(0) > v_{A,0}^2 k_0 \left( 1 + \frac{R}{R_C} \right) \left( 1 + \frac{R(0)}{R_C} \right) \approx v_{A,0}^2 k_0$ .

Сопоставляя последнее неравенство с (26), необходимо учесть, что  $R(0)$  для второго режима движения ( $\Delta\Phi_\varphi = \text{const}$ ) не совпадает с  $R(0)$  при  $M = \text{const}$ , а может превышать его в несколько раз в соответствии с разницей начальных условий:  $v(R_1(0)) = 0$ ;  $v(R_2(0)) = v_{A,0}$ .

Таким образом, мы получили, что различные законы сохранения:  $M = \text{const}$  и  $\Delta\Phi_\varphi = \text{const}$  — соответствуют двум совершенно различным типам движения петли: ускорение от 0 до  $v \approx v_{A,0}$  и замедление от  $v_{A,0}$  до  $v \approx 0$ , соответственно. Но при этом существенно, что условие  $M = \text{const}$  сохраняет силу лишь при  $v \ll v_{A,0}$ , а  $\Delta\Phi_\varphi = \text{const}$ , напротив, при  $v \approx v_{A,0}$ . Следовательно, в данной модели один режим движения петли должен, по мере изменения ее скорости, сменяться другим: режим ускорения должен переходить в режим замедления и наоборот. Иными словами, подъем петли должен носить скачкообразный, переменный характер, когда после периода ускоренного вытягивания следует период торможения (и, возможно, обратного движения), затем этот цикл повторяется. Известно, что движения такого типа могут наблюдаться при подъеме в корону петельных протуберанцев и магнитных корональных транзиентов, поэтому имеется возможность сопоставления полученных выше теоретических закономерностей движения магнитных петель с наблюдательными данными.

## DYNAMICS OF THE TWISTED MAGNETIC LOOPS

A. A. SOLOV'EV

The magnetic rope equilibrium stable during several alfvénic times is shown to be possible, provided the inhomogeneity of the external magnetic field exists. The model of the uniformly twisted force-free tube has been used to analyze the problem of the twisting transport along the axis of the rope, slightly disturbed in cross-section. Taking into account the length variation of the perturbed part of the flux rope, it has been found that the twisting transport may be directed from the expanding part to the undisturbed one. In equilibrium state, when the twisting transport by torsional waves stopped, it should be  $a(z) \sim \varphi(x)$ , where  $a$  is the cross-section radius,  $\varphi(x)$  monotonically increasing function of the twisting. Thus the maximum twisting of the field occurs in the loop top, in accordance with Parker [1]. The dynamics of the thin magnetic loop in the potential external field has been investigated under the assumption that the twisting of the field could be transported to the top of the loop. The variable type of loop motion has been found, the acceleration of the loop to the velocity  $v \simeq v_A$  is changed by retardation and vice versa.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Е. Паркер*, Космические магнитные поля, ч. 1, Мир, М., 1982.
2. *А. А. Соловьев*, Астрон. ж., 58, 597, 1981.
3. *А. А. Соловьев*, Астрофизика, 19, 359, 1983.
4. *А. А. Соловьев*, Солнечные данные, № 5, 86; № 10, 93, 1971.
5. *E. R. Priest*, Plasma Phys., 25, 161, 1983.
6. *А. А. Соловьев*, Солнечные данные, № 11, 93, 1981.
7. *U. Anzer*, Solar Phys., 3, 298, 1968.
8. *A. W. Hood*, Solar Phys., 87, 279, 1983.
9. *T. Sasurai*, P. A. S. Japap, 31, 209, 1979.
10. *А. А. Соловьев*, Солнечные данные, № 9, 81, 1976.
11. *А. А. Соловьев*, Солнечные данные, № 5, 80, 1982; № 2, 58, 1983.
12. *А. А. Соловьев*, Астрофизика, 18, 300, 1982.

УДК: 52:532

УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ ИДЕАЛЬНОЙ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ  
ЖИДКОСТИ В ПАРАМЕТРИЗОВАННОМ ПОСТ-  
НЬЮТОНОВСКОМ ФОРМАЛИЗМЕ

Н. П. БОНДАРЕНКО

Поступила 4 января 1985

Принята к печати 28 июня 1985

Вариационным методом получены условия равновесия идеальной вращающейся жидкости в параметризованной пост-ньютоновской гидродинамике, которые являются обобщением аналогичных условий равновесия в пост-ньютоновском приближении общей теории относительности. Интегрированием уравнений движения получен закон сохранения полной энергии.

1. *Введение.* В конце 60-х и начале 70-х годов была развита «теория гравитационных теорий» [1—7], которая достаточно полно охватывает большинство метрических теорий гравитации и является полезной как при анализе наблюдательных данных, так и при планировании экспериментов. В настоящее время эта теория, называемая обычно параметризованным пост-ньютоновским (ППН) формализмом [8] и учитывающая пост-ньютоновские (ПН) релятивистские эффекты, включает в себя 10 параметров,  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $\xi$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$ ,  $\zeta_3$ ,  $\zeta_4$ , значения которых зависят от конкретной рассматриваемой теории гравитации. Параметры  $\gamma$  и  $\beta$  связаны с классическими эффектами общей теории относительности (ОТО) и рассматривались еще в работах [9—11]. Параметр  $\xi$  связан с существованием выделенного положения в пространстве, обусловленного, например, влиянием галактики на гравитационную постоянную в данной точке (эффект Уайтхеда [6]), параметры  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  связаны с существованием выделенной системы отсчета [5], а параметры  $\alpha_3$ ,  $\zeta_1$ ,  $\zeta_2$ ,  $\zeta_3$ ,  $\zeta_4$  существуют в теориях гравитации, предсказывающих нарушение глобальных законов сохранения полного импульса [4].

Требование выполнения законов сохранения полного импульса сокращает количество параметров до трех, остаются только  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $\xi$ . Отметим, что в ОТО  $\gamma = \beta = 1$ , а в скалярной теории Бранса—Дикке [12]

$$\gamma = (1 + \omega)/(2 + \omega), \quad \beta = 1, \quad \xi = 0.$$

ППН формализм разрабатывался в основном для анализа экспериментальных и наблюдательных данных в пределах Солнечной системы. Но многие астрономические объекты, такие, например, как белые карлики и нейтронные звезды, можно считать ПН-объектами, так как для них релятивистские эффекты не очень сильны и могут быть посчитаны в рамках пост-ньютоновского приближения. Поэтому представляет интерес произвести исследование в ППН формализме фигур равновесия и их устойчивости и сравнить полученные результаты с ПНП ОТО и другими теориями.

Настоящая работа посвящена получению условий равновесия идеальной вращающейся жидкости в ППН гидродинамике, которые обобщают известные условия равновесия в ПНП ОТО [13—15], и является первой из планируемого цикла работ по фигурам равновесия в ППН формализме.

2. Основные уравнения и законы сохранения. Согласно Уиллу [3], в консервативной метрической теории гравитации и при  $\xi = 0$  в рамках ППН формализма метрика имеет вид

$$g_{00} = 1 - \frac{2U}{c^2} + \frac{1}{c^4} (2\beta U^2 - 4\Phi),$$

$$g_{0\alpha} = \frac{1}{c^3} \left[ \frac{1}{2} (4\gamma + 3) V_\alpha + \frac{1}{2} W_\alpha \right],$$

$$g_{\alpha\beta} = - \left( 1 + \frac{2\gamma U}{c^2} \right) \delta_{\alpha\beta},$$
(1)

где

$$U(x, t) = G \int_T \frac{\rho(x', t)}{|x - x'|} d\tau',$$
(2)

$$\Phi(x, t) = G \int_T \frac{\rho(x', t) \varphi(x', t)}{|x - x'|} d\tau',$$
(3)

$$\varphi = \frac{1}{2} (\gamma + 1) v^2 + \frac{1}{2} (3\gamma - 2\beta + 1) U + \frac{1}{2} \Pi + \frac{3}{2} \gamma \frac{P}{\rho},$$
(4)

$$V_\alpha(x, t) = G \int_T \frac{\rho(x', t) v_\alpha(x')}{|x - x'|} d\tau',$$
(5)

$$W_\alpha(x, t) = G \int_T \frac{\rho(x', t) v_\beta(x') (x_\beta - x'_\beta) (x_\alpha - x'_\alpha)}{|x - x'|^3} d\tau',$$
(6)

$\rho$  — плотность материи,  $\Pi$  — внутренняя энергия,  $P$  — изотропное давление.

Соотношения (1—6), как и все другие этой статьи, при  $\gamma = \beta = 1$  переходят в соответствующие соотношения ПНП ОТО [16]. Обобщение уравнений движения ньютоновской гидродинамики

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_\alpha)}{\partial x_\alpha} = 0, \quad (7)$$

$$\rho \frac{dv_\alpha}{dt} = - \frac{\partial P}{\partial x_\alpha} + \rho \frac{\partial U}{\partial x_\alpha} \quad \left( \frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + v_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \right) \quad (8)$$

в ППН гидродинамике имеют вид:

1. Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \frac{\partial (\rho^* v_\alpha)}{\partial x_\alpha} = 0, \quad (9)$$

где

$$\rho^* = \rho \left[ 1 + \frac{1}{c^2} \left( \frac{1}{2} v^2 + 3\gamma U \right) \right] \quad (10)$$

так называемая сохраняющаяся плотность, так как  $dM/dt = 0$ , а

$$M = \int_V \rho^* d\tau \quad (11)$$

— сохраняющаяся масса.

2. Уравнения Эйлера ( $\alpha = 1, 2, 3$ )

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (c v_\alpha) + \frac{\partial}{\partial x_\beta} (v v_\alpha v_\beta) - \rho \frac{\partial U}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left\{ P \left[ 1 + \frac{(3\gamma - 1)}{c^2} U \right] \right\} + \\ & + \frac{\rho}{c^2} \frac{d}{dt} [(5\gamma - 1) U v_\alpha - 2(\gamma + 1) V_\alpha] + \frac{2(\gamma + 1)}{c^2} \rho v_\beta \frac{\partial V_\beta}{\partial x_\alpha} + \\ & + \frac{\rho}{2c^2} \frac{d}{dt} (V_\alpha - W_\alpha) - \frac{\rho}{2c^2} \rho v_\beta \frac{\partial}{\partial x_\beta} (V_\alpha - W_\alpha) - \\ & - \frac{2\varphi}{c^2} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x_\alpha} + \varphi \frac{\partial U}{\partial x_\alpha} \right) = 0, \quad (12) \end{aligned}$$

где

$$\sigma = \rho \left[ 1 + \frac{1}{c^2} \left( v^2 + 2U + \Pi + \frac{P}{\rho} \right) \right]. \quad (13)$$

Используя комплекс энергии — импульса Ландау—Лифшица [17], Уилл [4] получил следующие сохраняющиеся величины:

### 1. Массу-энергию

$$P^0 = c^2 \int_{\bar{V}} \rho^* \left[ 1 + \frac{1}{c^2} \left( \frac{1}{2} v^2 - \frac{1}{2} U + \Pi \right) \right] d\tau. \quad (14)$$

### 2. Импульс

$$P_\alpha = \int_{\bar{V}} \pi_\alpha d\tau, \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \pi_\alpha = \rho^* \left\{ v_\alpha \left[ 1 + \frac{1}{c^2} \left( \frac{1}{2} v^2 + (2\gamma + 1) U + \Pi + \frac{P}{\rho} \right) \right] - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} (4\gamma + 3) V_\alpha - \frac{1}{2} W_\alpha \right\}. \end{aligned}$$

### 3. Момент количества движения

$$L_\alpha = \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \int_{\bar{V}} x_\beta \pi_\gamma d\tau, \quad (16)$$

где  $\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$  — символ Леви-Чивитта.

### 4. Скорость центра масс

$$P_\alpha^0 = \int_{\bar{V}} \rho^* x_\alpha \left[ 1 + \frac{1}{c^2} \left( \frac{1}{2} v^2 - \frac{6\gamma - 1}{2} U + \Pi \right) \right] d\tau - P_\alpha t. \quad (17)$$

### 5. Координаты центра масс

$$X_\alpha = \frac{\int_{\bar{V}} \tilde{\rho} x_\alpha d\tau}{\int_{\bar{V}} \tilde{\rho} d\tau}, \quad \left( \tilde{\rho} = \rho \left[ 1 + \frac{1}{c^2} \left( v^2 + \frac{6\gamma - 1}{2} U + \Pi \right) \right] \right), \quad (18)$$

которые удовлетворяют уравнению

$$\frac{dX_\alpha}{dt} = \frac{P_\alpha}{P_0}, \quad (19)$$

т. е. центр масс движется равномерно со скоростью  $P_\alpha/P_0$ .

Однако, как отметил Чандрасекар [18], для получения закона сохранения общей энергии при помощи комплекса Ландау—Лифшица необходима пост-пост-ньютоновская теория, которая для параметризованного формализма еще не создана. Поэтому получим закон сохранения энергии из уравнений движения (12).

3. Закон сохранения энергии. Домножим уравнения (12) на  $v_\alpha$  и проинтегрируем их по объему тела  $T$ . Затем, следуя Чандрасекару [16] и используя его результаты, получим следующие соотношения:

$$\int_T v_\alpha \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\sigma v_\alpha) + \text{div} (\sigma v_\alpha \vec{v}) \right] d\tau = \frac{d}{dt} \int_T \left( \sigma v^2 - \frac{1}{2} \rho^* v^3 - \frac{1}{8c^2} \rho v^4 \right) d\tau - \frac{1}{2c^2} \int_T \rho \left[ \Pi + (2 - 3\gamma) U + \frac{P}{\rho} \right] d\tau; \quad (20)$$

$$- \int_T \rho v_\alpha \frac{\partial U}{\partial x_\alpha} d\tau = \frac{d}{dt} \int_T \left( -\frac{1}{2} \rho^* U^* + \frac{3}{2c^2} \rho U^2 \right) d\tau + \frac{1}{2c^2} \int_T \rho v^2 \frac{dU}{dt} d\tau, \quad (21)$$

где  $U^* = U + \frac{1}{c^2} Q$ , а  $Q$  удовлетворяет уравнению

$$\Delta Q = -4\pi G\rho \left( \frac{1}{2} v^2 + 3\gamma U \right),$$

$$\int_T v_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left[ P \left( 1 + \frac{3\gamma - 1}{c^2} U \right) \right] d\tau = \frac{d}{dt} \int_T \rho^* \Pi d\tau - \frac{1}{c^2} \int_T \rho U \frac{d\Pi}{dt} d\tau - \frac{1}{2c^2} \int_T \rho v^2 \frac{d\Pi}{dt} d\tau + \frac{1}{c^2} \int_T P \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} v^2 + 3\gamma U \right) d\tau; \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{c^2} \int_T \rho v_\alpha \frac{d}{dt} [(5\gamma - 1) U v_\alpha - 2(\gamma + 1) V_\alpha] d\tau = \\ & = \frac{1}{c^2} \frac{d}{dt} \int_T \rho \left\{ [(5\gamma - 1) U v^2 - 2(\gamma + 1) v_\alpha V_\alpha] + (\gamma + 1) v_\alpha V_\alpha \right\} d\tau - \\ & - \frac{(5\gamma - 1)}{2c^2} \int_T \rho U \frac{dv^2}{dt} - \frac{(\gamma + 1)}{c^2} G \int_T \int_T \rho \rho' v_\alpha v'_\alpha \frac{d}{dt} \frac{1}{|x - x'|} d\tau d\tau'; \quad (23) \end{aligned}$$

$$\frac{2(\gamma + 1)}{c^2} \int_T \rho v_\alpha v_\beta \frac{\partial V_\beta}{\partial x_\alpha} = \frac{\gamma + 1}{c^2} G \int_T \int_T \rho \rho' v_\alpha v'_\alpha \frac{d}{dt} \frac{1}{|x - x'|} d\tau d\tau'; \quad (24)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2c^2} \int_{\bar{r}} \rho v_a \frac{d}{dt} (V_a - W_a) d\tau = \frac{1}{2c^2} \frac{d}{dt} \int_{\bar{r}} \rho v_a (V_a - W_a) d\tau - \\
& - \frac{1}{4c^2} \frac{d}{dt} \int_{\bar{r}} \rho v_a V_a d\tau + \frac{G}{4c^2} \int_{\bar{r}} \int_{\bar{r}'} \rho \rho' v_a v'_a \frac{d}{dt} \frac{1}{|x - x'|} d\tau d\tau' + \\
& + \frac{G}{2c^2} \int_{\bar{r}} \int_{\bar{r}'} \rho \rho' v'_\beta (x_\beta - x'_\beta) \frac{x_\alpha - x'_\alpha}{|x - x'|^3} \frac{dv_\alpha}{dt} d\tau d\tau'; \quad (25) \\
& - \frac{1}{2c^2} \int_{\bar{r}} \rho v_a v_\beta \frac{\partial}{\partial x_\beta} (V_a - W_a) d\tau =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& = \frac{G}{4c^2} \frac{d}{dt} \int_{\bar{r}} \int_{\bar{r}'} \rho \rho' v_a v'_\beta (x_\alpha - x'_\alpha) (x_\beta - x'_\beta) \frac{d\tau d\tau'}{|x - x'|^3} - \\
& - \frac{G}{4c^2} \int_{\bar{r}} \int_{\bar{r}'} \rho \rho' v_a v'_\alpha \frac{d}{dt} \frac{1}{|x - x'|} d\tau d\tau' - \\
& - \frac{G}{2c^2} \int_{\bar{r}} \int_{\bar{r}'} \rho \rho' v'_\alpha (x_\alpha - x'_\alpha) \frac{x_\beta - x'_\beta}{|x - x'|^3} \frac{dv_\beta}{dt} d\tau d\tau'; \quad (26)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{2}{c^2} \int_{\bar{r}} \rho v_a \left( \varphi \frac{\partial U}{\partial x_a} + \frac{\partial \Phi}{\partial x_a} \right) d\tau = - \frac{1}{c^2} \frac{d}{dt} \int_{\bar{r}} \rho U^2 d\tau - \\
& - \frac{1}{c^2} \int_{\bar{r}} \{ \rho [(\gamma + 1) v^2 + \Pi] + 3\gamma P \} \frac{dU}{dt} d\tau. \quad (27)
\end{aligned}$$

Складывая выражения (20)–(27) и немного преобразовывая, получим закон сохранения энергии в ППН формализме

$$\frac{d}{dt} \int_{\bar{r}} E d\tau = 0, \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned}
E = & \left( \sigma - \frac{1}{2} \rho^* \right) v^2 + \rho^* \Pi - \frac{1}{2} \rho^* U^* + \\
& + \frac{\rho}{c^2} \left[ - \frac{1}{8} v^4 + \frac{3\gamma - 2}{2} U^2 + \frac{(8\gamma - 3)}{2} v^2 U - \Pi U - \right. \\
& \left. - \frac{1}{2} v^2 \Pi - \left( \gamma + \frac{3}{4} \right) v_a V_a - \frac{1}{4} v_a W_a \right] \quad (29)
\end{aligned}$$

— так называемая энергия единицы объема жидкости.

Учитывая значения  $\sigma$  и  $\rho^*$ , приведем выражение (29) к более удобному виду, которым и будем в дальнейшем пользоваться

$$E = \rho \left\{ \frac{1}{2} v^2 - \frac{1}{2} U + \Pi + \frac{1}{c^2} \left[ \frac{5}{8} v^4 + \frac{5}{2} \gamma v^2 U - \frac{3\gamma + 2}{2} U^2 + (3\gamma - 1) U\Pi + v^2 \left( \Pi + \frac{P}{\rho} \right) - \left( \gamma + \frac{3}{4} \right) v_\alpha V_\alpha - \frac{1}{4} v_\alpha W_\alpha \right] \right\}. \quad (30)$$

4. *Условия равновесия.* Для нахождения условий равновесия идеальной вращающейся жидкости воспользуемся вариационным методом Ляпунова [19], который заключается в нахождении экстремума энергии (30) при заданной массе (11), импульсе (15), моменте количества движения (16) и центре инерции (18). Математически задача сводится к нахождению экстремума функционала

$$I = \int_{\bar{\Gamma}} (E + \lambda \rho^* + a_\alpha \pi_\alpha + b_\alpha \tilde{\rho} x_\alpha + e_{\alpha\beta\gamma} x_\alpha \pi_\beta \Omega_\gamma) d\tau \quad (31)$$

при варьировании скорости  $v_\alpha$  и плотности  $\rho$ . Здесь  $\lambda$ ,  $a_\alpha$ ,  $b_\alpha$ ,  $\Omega_\alpha$  — неизвестные постоянные множители Лагранжа.

В дальнейшем мы используем следующие легко доказуемые соотношения:

$$\int_{\bar{\Gamma}} \rho \delta U d\tau = \int_{\bar{\Gamma}} U \delta \rho d\tau, \quad (32)$$

$$\int_{\bar{\Gamma}} \rho v_\alpha \delta V_\alpha d\tau = \int_{\bar{\Gamma}} v_\alpha V_\alpha \delta \rho d\tau + \int_{\bar{\Gamma}} \rho V_\alpha \delta v_\alpha d\tau, \quad (33)$$

$$\int_{\bar{\Gamma}} \rho v_\alpha \delta W_\alpha d\tau = \int_{\bar{\Gamma}} v_\alpha W_\alpha \delta \rho d\tau + \int_{\bar{\Gamma}} \rho W_\alpha \delta v_\alpha d\tau, \quad (34)$$

$$\int_{\bar{\Gamma}} \rho \Phi \delta U d\tau = \int_{\bar{\Gamma}} \Phi \delta \rho d\tau, \quad (35)$$

а также

$$\int_{\bar{\Gamma}} \rho \delta \Pi d\tau = \int_{\bar{\Gamma}} \frac{P}{\rho} \delta \rho d\tau, \quad (36)$$

которое следует из известного соотношения термодинамики

$$\rho \frac{d\Pi}{dt} = \frac{P}{\rho} \frac{dP}{dp}. \quad (37)$$

Вариация по  $\rho$  функционала (31), с учетом, что в слагаемых порядка  $1/c^2$  имеет место [19]

$$a_\alpha = 0, \quad b_\alpha = 0, \quad v_\alpha = -\varepsilon_{\beta\gamma\alpha} x_\beta \Omega_\gamma, \quad (38)$$

дает

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} v^2 - U + \Pi + \frac{P}{\rho} + \lambda + \varepsilon_{\beta\gamma\alpha} x_\beta \Omega_\gamma v_\alpha + a_\alpha v_\alpha + b_\alpha x_\alpha + \\ & + \frac{1}{c^2} \left[ -\frac{1}{8} v^4 - \frac{2\gamma+1}{2} U v^2 + \frac{(9\gamma-4\beta-4)}{2} U^2 - \right. \\ & \left. - \left( \frac{1}{2} v^2 + U \right) \left( \Pi + \frac{P}{\rho} \right) - 2\Phi + \frac{4\gamma+3}{2} v_\alpha V_\alpha + \frac{1}{2} v_\alpha W_\alpha \right] = 0. \quad (39) \end{aligned}$$

Вариация по  $v_\alpha$  при тех же условиях дает

$$v_\alpha + \varepsilon_{\beta\gamma\alpha} x_\beta \Omega_\gamma + a_\alpha + \frac{1}{c^2} \left[ -\frac{1}{2} v^2 - U + \Pi + \frac{P}{\rho} + \lambda \right]. \quad (40)$$

Выражение в квадратных скобках равно нулю в силу условий равновесия в ньютоновской гидродинамике [19]

$$\lambda = \frac{1}{2} v^2 + U - \Pi - \frac{P}{\rho}. \quad (41)$$

Поэтому из (40) остается

$$v_\alpha + \varepsilon_{\beta\gamma\alpha} \Omega_\beta x_\gamma + a_\alpha = 0. \quad (42)$$

Следуя [15], можно показать, что  $b_\alpha = 0$  и что

$$a_\alpha = \frac{1}{c^2} \frac{\int_T \left( \frac{P}{\rho} v_\alpha - \frac{1}{2} W_\alpha \right) d\tau}{M_0}, \quad (43)$$

где  $M_0 = \int_T \rho d\tau$ .

Постоянная  $a_\alpha \neq 0$  означает отсутствие симметрии у фигуры равновесия в ньютоновском приближении относительно соответствующей пло-

скости, т. е. плоскости  $x_\alpha = 0$ . Поэтому для эллипсоидов Маклорена и Якоби  $a_\alpha = 0$  и закон вращения (42) имеет обычный вид [19]:

$$v_\alpha = -\varepsilon_{\beta\gamma\alpha} x_\beta \Omega_\gamma, \quad (44)$$

что нельзя сказать о таких фигурах равновесия, как грушевидные. Однако смещением начала координат из центра инерции в точку с координатами  $X_\gamma^0$ , определяемыми соотношением

$$M_0 \varepsilon_{\beta\gamma\alpha} \Omega_\beta X_\gamma^0 = \frac{1}{c^2} \int_V \left( \frac{P}{\rho} v_\alpha - \frac{1}{2} W_\alpha \right) d\tau, \quad (45)$$

можно добиться выполнения закона (44) и для несимметричных фигур равновесия.

Окончательно, подставляя (44) в (39), получим условия равновесия идеальной вращающейся жидкости в ППН формализме

$$\begin{aligned} -\lambda = & -\frac{1}{2} v^2 - U + \Pi + \frac{P}{\rho} + \frac{1}{c^2} \left[ -\frac{1}{8} v^4 - \frac{2\gamma+1}{2} U v^2 + \right. \\ & \left. + \frac{(9\gamma-4\beta-4)}{2} U^2 - \left( \frac{1}{2} v^2 + U \right) \left( \Pi + \frac{P}{\rho} \right) - \right. \\ & \left. - 2\Phi + \frac{4\gamma+3}{2} v_\alpha V_\alpha + \frac{1}{2} v_\alpha W_\alpha \right], \quad (46) \end{aligned}$$

которые при  $\gamma = \beta = 1$  переходят в условия равновесия ПН ОТО [13—15].

Киевский политехнический  
институт

## CONDITIONS OF EQUILIBRIUM FOR A PERFECT FLUID IN PARAMETRIZED POST-NEWTONIAN FORMALISM

N. P. BONDARENKO

Using a variational method, conditions of equilibrium of ideal rotating fluid in parametrized post-Newtonian hydrodynamics are derived, which generalize similar conditions of equilibrium in post-Newtonian approximation of general relativity. The motion equation has been integrated, the conservation of energy is inferred.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *K. Nordtvedt, Jr.*, *Phys. Rev.*, 169, 1017, 1968.
2. *R. Baterlein*, *Phys. Rev.*, 162, 1275, 1967.
3. *C. M. Will*, *Ap. J.*, 133, 611, 1971.
4. *C. M. Will*, *Ap. J.*, 169, 125, 1971.
5. *C.M. Will, K. Nordtvedt, Jr.*, *Ap. J.*, 177, 757, 1972.
6. *C. M. Will*, *Ap. J.*, 185, 31, 1973.
7. *Ч. В. Мизнер, К. С. Торн, Дж. А. Уилер*, *Гравитация*, Мир, М., 1977.
8. *К. М. Уилл*, в сб. «Общая теория относительности», ред. С. Хокинг, В. Израэль, Мир, М., 1983, стр. 11.
9. *A. S. Eddington*, *The Mathematical Theory of Relativity*, Cambridge University Press, 1922.
10. *H. P. Robertson*, In "Space Age Astronomy", eds. A. J. Deutsch, W. B. Klemperer, Academic Press, London, New-York, 1962, p. 228.
11. *L. I. Schiff*, In "Relativity Theory and Astrophysics. I. Relativity and Cosmology", ed. J. Ehlers, American Mathematical Society, Providence, 1967, p. 105.
12. *C. Brans, R. H. Dicks*, *Phys. Rev.*, 124, 925, 1961.
13. *S. Chandrasekhar*, *Ap. J.*, 148, 621, 1967.
14. *E. Kresetz*, *Ap. J.*, 143, 1004, 1966.
15. *K. A. Pyragas, N. P. Bondarenko, O. V. Kravtsov*, *Astrophys. Space Sci.*, 27, 437, 1974.
16. *S. Chandrasekhar*, *Ap. J.*, 142, 1488, 1965.
17. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, *Теория поля*, Наука, М., 1973.
18. *S. Chandrasekhar*, *Ap. J.*, 158, 45, 1969.
19. *А. М. Ляпунов*, *Собрание сочинений*, т. 3, изд. АН СССР, М., 1959

УДК: 524.354.4

О ВОЗМОЖНОЙ ПРОВЕРКЕ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ  
ПУЛЬСАРОВ

И. Ф. МАЛОВ

Поступила 4 января 1985

Принята к печати 28 июня 1985

В работе показано, что существующие наблюдательные данные не противоречат выводу о подавлении множественного рождения электрон-позитронных пар вблизи поверхности нейтронной звезды в пульсарах с  $B_p > 5 \cdot 10^{12}$  Гс, если торможение нейтронной звезды вызвано потерями на магнитодипольное излучение, и не согласуются с этим выводом, если нейтронная звезда тормозится за счет токовых потерь. Из наблюдательных данных следует, что время генерации магнитного поля нейтронной звезды не может быть больше  $10^5$  лет с момента ее рождения. Найдена заметная корреляция ( $k = 0.54$ ) светимости короткопериодических пульсаров ( $P < 0.2$  с) с величиной магнитного поля на световом цилиндре, что согласуется с предположением о генерации радионизлучения в этих пульсарах вблизи светового цилиндра.

1. *Введение.* В наиболее развитых в настоящее время моделях пульсаров (ПСР) предполагается, что исходным процессом, приводящим в конечном счете к наблюдаемому радиоизлучению, является ускорение вырванных с поверхности нейтронной звезды зарядов в вакуумном зазоре и образование большого числа вторичных электронов и позитронов. Однако, как показано в работах [1—2], процесс образования пар значительно подавлен в сильных магнитных полях ( $B_p > 5 \cdot 10^{12}$  Гс), поскольку в этом случае  $e^- - e^-$ -пары, в основном, рождаются на нулевые уровни Ландау и не могут излучать необходимые для каскадного процесса образования пар синхротронные кванты. Уменьшение числа вторичных частиц, с которыми обычно связывают наблюдаемое когерентное радиоизлучение ПСР, должно приводить к уменьшению светимости этих объектов. Этот эффект может быть выявлен с помощью диаграммы «светимость—магнитное поле». Цель настоящей работы — сравнение предсказаний различных моделей с наблюдательными данными на основе указанной диаграммы  $L(B)$ .

2. *Токовые и магнитодипольные потери.* Светимости ПСР, вычисленные по плотностям потоков на частоте 400 МГц, приведены в работе [3]. Что касается магнитных полей, то в настоящее время для их оценки ис-

пользуются две схемы. В одной из них предполагается, что замедление вращения нейтронной звезды вызывается действием пондеромоторных сил, которые связаны с токами, текущими по ее поверхности [6—7], и величина магнитного поля на поверхности может быть определена из следующих выражений:

$$B_s = \begin{cases} 10^{12} P_{-15}^{0.7} P^{-0.05} \cos^{-1.1} \chi, & Q < 1, \\ 10^{12} P^{1.875} \cos^{-1} \chi, & Q > 1, \end{cases}$$

где  $Q = 2P^{1.1} P_{-15}^{-0.4}$ , а  $\chi$  — угол между осью вращения ПСР и осью магнитного диполя. Как уже говорилось во введении, при  $B_s > B_0 = 5 \cdot 10^{12}$  Гс должно наблюдаться падение светимости ПСР. Вычисления показывают, что этого эффекта нет. Если положить  $\cos \chi = 1$ , то соответствующие коэффициенты корреляции будут равны:

$$k = 0.13 \text{ для ПСР с } \lg B_s < 12.7 \quad (242 \text{ ПСР}),$$

$$k = 0.03 \text{ при } \lg B_s > 12.7 \quad (49 \text{ ПСР}).$$

Аналогичные вычисления при  $\chi = 22^{\circ}5$  для  $Q < 1$  и  $\chi = 67^{\circ}5$  для  $Q > 1$ , что соответствует ожидающейся в этой модели эволюции угла наклона магнитной оси к оси вращения  $\chi$  от  $0^{\circ}$  до  $90^{\circ}$ , приводят к тому же выводу (рис. 1):

$$k = 0.04, \lg B_s < 12.7 \quad (210 \text{ ПСР}),$$

$$k = 0.05, \lg B_s > 12.7 \quad (81 \text{ ПСР}).$$

Как видно из рис. 1, в области  $B_s > B_0$  (вплоть до  $B_s \sim 10^{14}$  Гс) наблюдается значительное число ( $\sim 30\%$ ) ПСР с такими же средними светимостями, что и у ПСР с  $B_s < B_0$ .

Следовательно, отсутствие корреляции  $\lg L(\lg B_s)$  для ПСР с  $B_s > B_0$  при оценках  $B_s$  по формулам модели с токовыми потерями и существование большого числа ПСР с  $B_s > B_0$  должно рассматриваться как трудность этой модели, поскольку в ней множественное рождение пар вблизи поверхности нейтронной звезды является одним из основных процессов.

Другой метод оценки магнитного поля нейтронной звезды основан на предположении о замедлении ее вращения за счет потерь, связанных с магнитодипольным излучением. В этом случае

$$E_s^2 = 3Ic^3 P \dot{P} / (8\pi R_s^6),$$

где  $I$  — момент инерции нейтронной звезды,  $R_s$  — ее радиус. Значения  $B_s$  при  $I = 10^{45}$  г см<sup>2</sup> и  $R_s = 10$  км приведены в [3]. Для коэффициентов корреляции между значениями  $\lg L$  и  $\lg B_s$  из [3] получаем:

$$k = 0.06, B_s < B_0 \text{ (276 ПСР),}$$

$$k = -0.42, B_s > B_0 \text{ (15 ПСР).}$$

Таким образом, имеющиеся наблюдательные данные не противоречат предсказанному в развитых моделях падению светимости у ПСР с  $B_s > 5 \cdot 10^{12}$  Гс. В область с  $B_s > B_0$  попадает всего 5% ПСР, и нет ни одного ПСР с  $\lg B_s > 13.33$  (рис. 2).

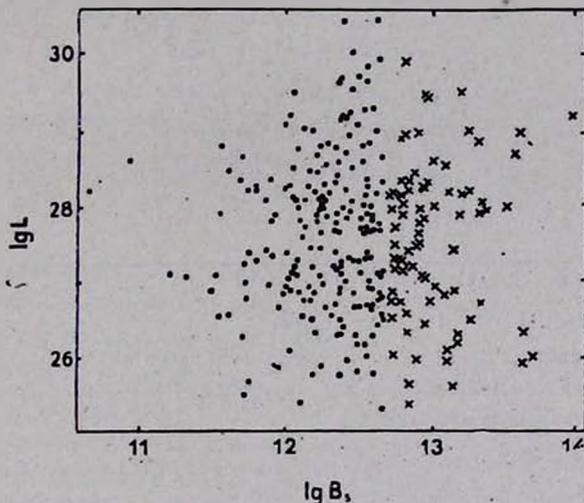


Рис. 1. Диаграмма светимость—магнитное поле на поверхности для ПСР с  $B_s < B_0$  (точки) и  $B_s > B_0$  (крестики).  $B_s$  оценивалось по формулам теории торможения ПСР из-за токовых потерь.

Следовательно, из двух механизмов замедления вращения нейтронных звезд существующие данные заставляют отдать предпочтение механизму магнитодипольных потерь.

Интересно отметить отличие в параметрах у ПСР с  $B_s < B_0$  и с  $B_s > B_0$ . В таблице приведены средние значения различных параметров для двух рассмотренных групп пульсаров. Как следует из формулы определения поля ( $B_s^2 \propto P\dot{P}$ ), большие магнитные поля соответствуют большим периодам и их производным. Но кроме того оказывается, что ПСР с  $B_s > B_0$  моложе, чем ПСР из другой группы. Вывод об их меньшем возрасте вытекает как из оценки характеристического возраста ( $\tau = P/2\dot{P}$ ), так и из того факта, что ПСР с  $B_s > 5 \cdot 10^{12}$  Гс в среднем значительно ближе к плоскости Галактики. При средней скорости их движения  $\sim 100$  км/с расстояние  $z = 150$  пс соответствует среднему кинематическо-

му возрасту  $1.5 \cdot 10^5$  лет, что близко к их характеристическому возрасту ( $3.6 \cdot 10^5$  лет). Молодость указанной группы ПСР еще раз свидетельствует о том, что при своем образовании ПСР может иметь весьма большой пе-

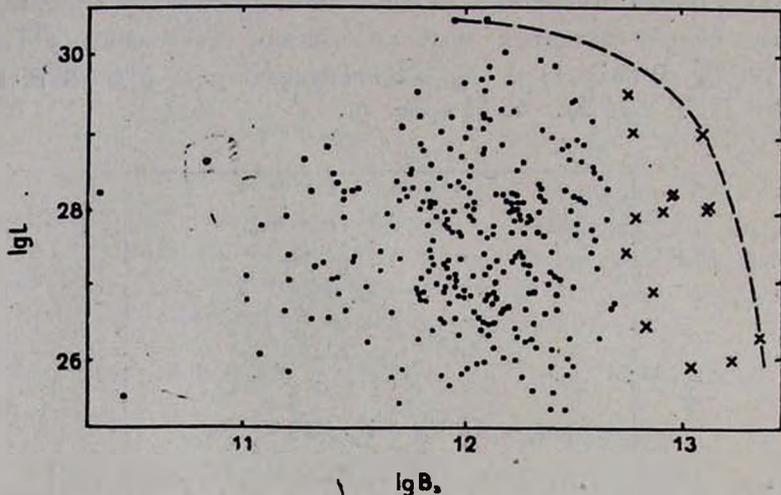


Рис. 2. Зависимость светимости от магнитного поля на поверхности для ПСР с  $B_s < B_0 = 5 \cdot 10^{12}$  Гс (точки) и  $B_s > B_0$  (крестики). Магнитные поля вычислялись в рамках модели магнитодипольных потерь.

риод. Кроме того, из полученных данных следует, что, если магнитное поле ПСР образуется не в момент его рождения, а генерируется в течение заметного периода его жизни [4, 5], то соответствующее время генерации должно быть не более  $10^5$  лет.

Таблица

$B_s$ (Гс)	Число ПСР	$\bar{P}$ (сек)	$\bar{P}$ ( $10^{-15}$ )	$\bar{z}$ (кпс)	$\bar{t}_g$ (лет)
$< 5 \cdot 10^{12}$	276	0.79	6.03	0.32	6.79
$> 5 \cdot 10^{12}$	15	1.62	100.59	0.15	5.56

3. *Короткопериодические пульсары.* Исходные данные позволяют также проверить гипотезу о применимости модели Смита (релятивистское формирование диаграммы излучения вблизи светового цилиндра) к короткопериодическим ПСР. В этом случае определять светимость ПСР будет, по-видимому, величина магнитного поля в окрестности светового цилиндра

$$B_{LC} = B_s \left( \frac{R_*}{R_{LC}} \right)^3 = \frac{8\pi^3 R_*^3}{c^3 P^3} B_s,$$

поскольку мощность циклотронного и синхротронного излучений электрона пропорциональна  $B^2$ , и должна наблюдаться положительная корреляция  $L$  и  $B_{LC}$ . Соответствующие расчеты показывают, что такая корреляция действительно существует. Так, в рамках модели магнитодипольного торможения для 16 ПСР с  $P < 0.2$  с получаем:

$$k = 0.54,$$

а для 87 ПСР с  $P > 1$  с такой корреляции нет:

$$k = 0.16.$$

Если вычислять магнитные поля в предположении о торможении за счет токовых потерь, при указанных выше углах  $\chi$  имеем:

$$k = 0.52, P < 0.2 \text{ с (16 ПСР)},$$

$$k = 0.19, P > 1 \text{ с (87 ПСР)}.$$

Таким образом, для обоих механизмов замедления вращения нейтронной звезды обнаруживается отличие ПСР с короткими и длинными периодами на диаграмме  $\lg L$  ( $\lg B_{LC}$ ). Следует отметить, что с ростом граничного периода от 0.2 до 1 с  $k$  уменьшается постепенно (от 0.54 до 0.16). Это означает, что у ПСР с промежуточными периодами ( $0.2 \text{ с} < P < < 1 \text{ с}$ ) процессы вблизи светового цилиндра (релятивистские эффекты) могут играть заметную роль. Кроме того, поскольку мощность излучения кривизны не зависит от  $B$ , то для ПСР с короткими периодами в рамках этого механизма требуется объяснить наблюдаемую корреляцию  $\lg L$  ( $\lg B_{LC}$ ). И, наоборот, отсутствие подобной корреляции в ПСР с  $P > 1$  с может служить свидетельством работы механизма излучения кривизны в этих ПСР.

При вычислении магнитного поля и светимости PSR 1937+214 использовались данные из работ [8—9]. Подчеркнем, что этот ПСР хорошо следует предсказаниям модели Смита (см. также [10]).

Здесь уместно упомянуть результаты работ [11—12]. В [11] по отсутствию недисперсионного эффекта запаздывания на разных частотах сделан вывод о том, что излучение в диапазоне от 0.3 до 1.4 ГГц генерируется в узком слое с  $\Delta r = \pm 2$  км вблизи светового цилиндра. В [12] рассмотрен ряд трудностей в использовании модели полого конуса при дипольном магнитном поле для объяснения наблюдаемого радиоизлучения PSR 1937+214. Чтобы преодолеть эти трудности, автор работы предлагает приблизить область генерации радиоизлучения к самой поверхности нейтронной звезды, а магнитное поле считать квадрупольным. Однако можно показать, что почти все упомянутые в работе трудности остаются и в предложенной автором модели. Более того, возникают новые — напри-

мер, необходимо объяснить, каким образом генерируется когерентное излучение кривизны на поверхности нейтронной звезды. На наш взгляд, в случае PSR 1937+214 неизбежен вывод о том, что излучение генерируется вблизи светового цилиндра, а его характеристики не определяются излучением кривизны.

Оценим энергию излучающих электронов в PSR 1937+214, предполагая, что полная толщина излучающего слоя  $\Delta r = 4$  км, а ширина наблюдаемого спектра 1.5 ГГц. Пусть излучение генерируется на основной циклотронной гармонике с частотой в собственной системе

$$\nu'_B = \frac{eB}{m_e c \gamma}$$

В системе наблюдателя частота приблизительно равна  $\nu \approx 2\nu\Gamma$ . Тогда, учи-

тывая, что  $\Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ , для дипольного поля получим

$$\Delta\nu \approx A \frac{\Gamma}{\gamma r^3} \left[ \frac{(\Gamma^2 - 3) \Delta r}{r} - \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \right],$$

где  $A = \frac{eB_e R_*^3}{\pi m_e c} = 2.8 \cdot 10^{33}$ . Полагая  $\Gamma = 3 \left( \frac{r}{R_{LC}} \approx 0.94 \right)$  и  $\Delta\gamma = 0$ , получим  $\gamma \sim 1600$ . Как видно из этой оценки, для объяснения наблюдаемого радиоизлучения достаточно электронов умеренных энергий, излучающих в узком слое вблизи светового цилиндра.

4. *Выводы.* 1. Проведенный анализ показывает, что в ПСР, описываемых моделью полого конуса, торможение нейтронной звезды не может вызываться токовыми потерями, поскольку отсутствует предсказанное этой моделью падение светимости ПСР с ростом магнитного поля при  $B_e > 5 \cdot 10^{12}$  Гс.

2. Наличие молодых ПСР ( $\tau \sim 10^5$  лет) с магнитными полями  $B_e \gtrsim 10^{13}$  Гс свидетельствует о том, что время генерации магнитных полей в нейтронных звездах должно быть не более  $10^5$  лет с момента их рождения. При этом родившийся ПСР может иметь период  $P \gtrsim 1$  с.

3. Заметная корреляция ( $k > 0.5$ ) светимости короткопериодических ПСР ( $P < 0.2$  с) с величиной магнитного поля на световом цилиндре согласуется с гипотезой о генерации радиоизлучения у этих ПСР вблизи светового цилиндра. С другой стороны, отсутствие подобной корреляции для ПСР с  $P > 1$  с, по-видимому, исключает возможность применения релятивистских моделей к долгопериодическим пульсарам.

Сделанные в этом пункте выводы справедливы как для модели магнитодипольного торможения, так и в рамках модели торможения за счет токовых потерь.

4. Наблюдаемое излучение PSR 1937+214 ( $P = 1.56$  мс) может быть обеспечено сгустками релятивистских электронов с лоренц-фактором  $\gamma \sim 1600$ , расположенными вблизи светового цилиндра  $\left(\frac{r}{R_{LC}} \approx 0.94\right)$ .

В заключение автор выражает благодарность сотрудникам группы исследования пульсаров ФИАН и В. И. Шишову за целый ряд полезных замечаний.

Физический институт  
им. П. Н. Лебедева АН СССР

## THE POSSIBLE CHECKING OF VARIOUS MODELS OF PULSARS

I. F. MALOV

It is shown that observational data confirm the idea of magnetodipole torque of neutron stars and do not agree with the theory of "current losses". Magnetic fields of newly-formed single neutron stars must be developed in  $10^5$  years or less. A correlation ( $k = 0.54$ ) exists between luminosities of pulsars with short periods ( $P < 0.2$  sec) and magnetic fields near their light cylinders. This conclusion confirms the application of the model of relativistic beaming for these pulsars.

### ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Бескин, *Астрофизика*, 18, 439, 1982.
2. А. К. Harding, J. K. Dagherty, Proc Symp. "On pairs in Astrophysics", 1983.
3. R. N. Manchester, J. H. Taylor, A. J., 86, 1953, 1981.
4. R. D. Blandford, J. H. Applegate, L. Herngnst, M. N. RAS, 204, 1025, 1983.
5. Д. М. Седракан, *Астрофизика*, 8, 615, 1970.
6. В. С. Бескин, А. В. Гуревич, Я. Н. Истомин, *ЖЭТФ*, 85, 401, 1983.
7. В. С. Бескин, А. В. Гуревич, Я. Н. Истомин, *Препринт ФИАН*, № 187, 1983.
8. M. Ashworth, A. G. Lyne, F. G. Smith, *Nature*, 301, 313, 1983.
9. В. С. Артюх, А. В. Пынзель, Т. В. Смирнов, Ё. А. Удадьцов, *Астрон. ж.*, 81, 515, 1984.
10. И. Ф. Малов, *Астрон. ж.* (в печати).
11. J. M. Cordes, D. R. Stetnring, *Ap. J.*, 277, L53, 1981.
12. J. Gil, *Preprint NRAO*, 1984.

УДК: 524.37—355

## ЛИНИИ ИОНОВ УГЛЕРОДА, АЗОТА И КИСЛОРОДА В СПЕКТРАХ ПЛАНЕТАРНЫХ ТУМАННОСТЕЙ. II. ИНТЕНСИВНОСТИ РЕКОМБИНАЦИОННЫХ ЛИНИЙ С II И N III И СОДЕРЖАНИЕ ИОНОВ С III И N IV

П. О. БОГДАНОВИЧ, А. А. НИКИТИН, Э. Б. РУДЗИКАС,  
А. Ф. ХОЛТЫГИН

Поступила 20 октября 1984  
Принята к печати 15 апреля 1985

Вычислены относительные интенсивности рекомбинационных линий ионов С II и N III. По наблюдаемым интенсивностям этих линий в спектрах планетарных туманностей определены содержания ионов С III и N IV в двенадцати туманностях.

1. *Интенсивности рекомбинационных линий.* Для определения интенсивностей рекомбинационных линий какого-либо элемента требуется вычислить населенности его уровней при рекомбинационном механизме их заселения. Они определяются, как известно [1, 2], решением следующих уравнений стационарности:

$$z_k \sum_{l=i_{\min}}^{k-1} A_{kl} = a_k(T_e) + \sum_{j=k+1}^{\infty} z_j A_{jk} \quad (1)$$

где  $A_{ki}$  — вероятность перехода  $k \rightarrow i$ ,  $a_k(T_e)$  — скорость фоторекомбинации на уровень  $k$ ,  $z_k = n_k/n_e n^+$ . Здесь  $n_k$  — искомая населенность уровня  $k$ ;  $n_e$  и  $n^+$  — электронная и ионная концентрации соответственно. Пределы суммирования в (1) определяются прозрачностью или непрозрачностью среды в линиях рассматриваемого иона. Значение  $i_{\min} = 1$  соответствует прозрачности во всех линиях (модель А), значение  $i_{\min} = 2$  — непрозрачности в линиях переходов на основной уровень (модель В) и т. д. В условиях, характерных для планетарных туманностей (ПТ), модели А, В и промежуточные между ними охватывают практически все возможные случаи непрозрачности в линиях. Модель В дает реальные значения  $z_k$  и для частично не-

прозрачной в линиях основной серии ПТ ( $\tau_{12} > 100$ ), где  $\tau_{12}$  — оптическая толщина в резонансной линии рассматриваемого иона (атома) [3].

Интенсивности рекомбинационных линий можно выразить через эффективный коэффициент рекомбинации (ЭКР):

$$\alpha_{ki}^{\text{eff}} = \alpha_{ki}^{\text{eff}}(T_e) = z_k A_{ki}, \quad (2)$$

определенный таким образом, что энергия, излучаемая 1 см<sup>3</sup> за 1 секунду, равна [2]:

$$E_{ki} = h\nu_{ik} n_k A_{ki} = h\nu_{ik} n_k n^+ \alpha_{ki}^{\text{eff}}, \quad (3)$$

где  $h\nu_{ik}$  — энергия фотона в линии  $i \leftarrow k$ .

Решение системы (1) дано в [4]:

$$z_k = \frac{1}{A_k} \sum_{i>k} Q_{ik}^2, \quad (4)$$

где  $A_k = \sum_{j<k} A_{kj}$ ,  $Q_{ik}$  — элементы каскадной матрицы:

$$Q_{ik} = \sum_l P_{il} \cdot Q_{lk}. \quad (5)$$

Здесь  $P_{il} = A_{il}/A_i$  — доля переходов в линии  $i \rightarrow l$  из всех переходов с уровня  $i$ ,  $Q_{kk} = 1$ .

Система (1) содержит бесконечное число уровней. В реальных расчетах ограничиваются конечным числом уровней, для которых известны атомные параметры  $A_{ki}$  и  $\alpha_k$ . Остальные уровни либо отбрасываются, либо их влияние учитывается введением поправок к населенностям уровней  $n_k$ . Соответствующая процедура описана в работе [5].

В данной работе рассчитаны населенности и интенсивности рекомбинационных линий ионов С II и N III. Необходимые для расчета вероятности переходов вычислены в первой статье этой серии [6]. Скорости фото-рекомбинации на уровни этих ионов вычислены по сечениям фотоионизации, рассчитанным методом квантового дефекта [7], аналогично расчетам [8].

Ионы С II и N III имеют дублетную и квартетную системы термов. Интеркомбинационные переходы, связывающие термы различной мультиплетности, для этих ионов слабы [6], поэтому их можно рассматривать независимо. В данной работе ограничимся переходами между уровнями дублетов <sup>2</sup>L. Некоторые квартетные переходы для N III рассмотрены в [9]. Если для рассматриваемого иона справедливо приближение LS-связи, то населенности уровней термов иона при рекомбинационном механизме их заселения пропорциональны статистическим весам. Для ионов С II и N III приближение LS-связи справедливо с большой точностью, поэтому тер-

мы этого иона можно рассматривать как эффективные уровни, а для перехода от интенсивности мультиплета ( $LS-L'S$ ) к интенсивности линии можно использовать соотношение:

$$I_{J'J} = P_{J'J} \cdot I_M(LS - L'S), \quad (6)$$

где относительные силы линии в мультиплете, данные, например, в [10],

$$P_{J'J} = \frac{(2J+1)(2J'+1)}{(2S+1)} \left\{ \begin{matrix} L & J & S \\ J' & L & 1 \end{matrix} \right\}^2. \quad (7)$$

Отметим, что рекомбинационный механизм определяет населенности возбужденных уровней с  $n \geq 3$ , где  $n$  — главное квантовое число оптического электрона. Для термов с  $n=2$ , то есть термов конфигураций  $2s\ 2p^2$  и  $2p^3$  С II и N III, в заселении более существенна роль электронных ударов [11]. При рекомбинационном механизме заселения уровней населенности определяются только переходами с вышележащих уровней, поэтому переходы с уровней с  $n=2$  не влияют на интенсивности рекомбинационных линий  $n \rightarrow n'$  с  $n' \geq 3$ .

Уравнения стационарности (1) решены для 32 дублетных термов  $2s^2n\ l^2L$ ,  $2p^3\ ^2L$  и  $2p^3\ ^3L$  ионов С II и N III, начиная от основного терма  $2s^2\ 2p^2\ p^0$  до терма  $2s^2\ 6h^2\ H^0$ . Вероятности переходов вычислены в работе [6], а для переходов, не рассмотренных в этой работе, взяты из [12] или вычислены методом Бейтса-Дамгаард [13].

Планетарные туманности прозрачны для излучения в рекомбинационных линиях, поэтому полная энергия, излучаемая в линии  $k-i$  всей туманностью,

$$E_{ki} = h\nu_{ik} \int_V n_k A_{ki} dv = h\nu_{ik} \int_V n_e n^+ a_{ki}^{eff} dv, \quad (8a)$$

где интегрирование производится по всему объему  $V$ , излучающему в линиях рассматриваемого иона. Вследствие слабой зависимости ЭКР от физических условий в туманности, как указывалось в [14], значение ЭКР в (8a) можно заменить некоторым средним значением  $\bar{a}_{ki}^{eff}$ , определяемым характерным для данной ПТ значением  $T_e$ , а в качестве  $n_e$  взять среднюю электронную концентрацию  $\bar{n}_e$  в туманности. Тогда

$$E_{ki} = h\nu_{ik} \cdot \bar{a}_{ki}^{eff} \cdot \bar{n}_e N^+, \quad (8)$$

где  $N^+$  — полное число ионов рассматриваемого элемента в ПТ. Относительные интенсивности рекомбинационных линий

$$I_{ki}/I_{mn} = E_{ki}/E_{mn} = \lambda_{mn} \bar{a}_{ni}^{eff} / \lambda_{ki} \bar{a}_{mn}^{eff}. \quad (9)$$

В табл. 1 приведены относительные интенсивности линий иона С II в моделях прозрачности А и В (непрозрачность в линиях переходов на уровне  $2s\ 2p\ ^2P^0$ ) в сравнении с наблюдаемыми в ряде ПТ [15—17]. В спектрах ПТ наблюдаются с достаточной степенью уверенности только две рекомбинационные линии С II видимой области спектра:  $\lambda\ 3921$  и  $\lambda\ 4267$ . Отношения их интенсивностей промежуточны между значениями для моделей А и В, что свидетельствует о частичной непрозрачности ПТ в линиях основной серии этого иона.

Таблица 1

ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ЛИНИЙ С II В РЕКОМБИНАЦИОННОМ СПЕКТРЕ И В СПЕКТРАХ ПЛАНЕТАРНЫХ ТУМАННОСТЕЙ

( $I(4267) = 1.0$ )

$T_e$		10 000 K		20 000 K		NGC 7027	NGC 7662	IC 418	IC 4997
$\lambda$ (Å)	Переход	Модель							
		A	B	A	B				
1760	$2p\ ^2D - 3p\ ^2P^0$	4.1	4.2	4.4	4.4	—	—	—	—
2748	$3p\ ^2P^0 - 4d\ ^2D$	0.4	1.7	0.4	1.8	—	—	—	—
2838	$2p\ ^2S - 3p\ ^2P^0$	2.5	2.5	2.7	2.7	—	—	—	—
3921	$3p\ ^2P^0 - 4s\ ^2S$	0.2	0.9	0.2	1.0	0.2	0.5	0.1	0.8
4267	$3d\ ^2D - 4f\ ^2F^0$	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
5891	$3d\ ^2D - 4p\ ^2P^0$	0.1	0.4	0.1	0.4	—	—	—	—
7236	$3p\ ^2P^0 - 3d\ ^2D$	0.2	1.2	0.2	1.3	—	—	—	—

Относительные интенсивности рекомбинационных линий N III вместе с наблюдаемыми их отношениями в спектрах ПТ [15] даны в табл. 2. Модель В, как видно из таблицы, существенно лучше описывает наблюдаемые отношения, поэтому можно предположить, что ПТ непрозрачны в линиях основной серии N III. Оценим оптическую толщину в резонансной линии  $\lambda_{12}\ 374$  этого иона. В условиях ПТ основной механизм уширения линий— доплеровский. Для доплеровского профиля коэффициента поглощения коэффициент поглощения в центре линии [1]

$$k_{12} = \frac{\lambda_{12}^2}{8\pi} \frac{A_{21}}{V\pi} \frac{g_2}{\Delta\nu_0 g_1} \quad (10)$$

где доплеровская ширина линии

$$\Delta\nu_0 = \nu_0 \sqrt{2kT_e/m_A} / c. \quad (11)$$

Здесь  $m_A$  — масса излучающего атома или иона,  $g_2$  и  $g_1$  — статистические веса верхнего и нижнего уровней соответственно. Оптическая толщина в центре линии  $\tau_{12} = n_1 \Delta R k_{12}$ . Характерный размер туман-

ностей  $\Delta R = 0.1 - 0.01$  пк [1],  $n_1$  — концентрация ионов N III =  $0.1 - 0.01$  см<sup>-3</sup> [18]. Подставляя в (10)  $A_{21} = 4.9 \cdot 10^9$  с<sup>-1</sup> [6],  $T_e = 10^4$  К, найдем  $\tau_{12} = 10^2 - 10^3 \gg 1$ .

Таблица 2

ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ЛИНИЙ N III В РЕКОМБИНАЦИОННОМ СПЕКТРЕ И В СПЕКТРАХ ПЛАНЕТАРНЫХ ТУМАННОСТЕЙ  
( $I(4640) = 1.0$ )

$\lambda$ (А)	$T_e$ Переход	10 000 К		20 000 К		NGC 2440	NGC 7009	NGC 7027	NGC 7662
		Модель							
		А	В	А	В				
3306	$4p^2P^0 - 5d^2D$	0.03	0.000	0.03	0.000	—	—	—	—
4003	$4d^2D - 5f^2F^0$	7.3	0.05	7.1	0.05	0.06	—	—	—
4097	$3s^2S - 3p^2P^0$	17.2	0.40	20.0	0.44	0.18	0.57	0.61	0.65
4379	$4f^2F^0 - 5g^2G$	9.1	0.05	10.0	0.06	0.02	0.07	0.03	0.03
4544	$4p^2P^0 - 5s^2S$	1.4	0.01	1.6	0.01	—	—	—	—
4616	$4f^2F^0 - 5d^2D$	0.3	0.002	0.2	0.001	—	—	—	—
4640	$3p^2P^0 - 3d^2D$	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
4903	$4d^2D - 5p^2P^0$	0.7	0.02	1.5	0.04	—	—	—	—
9412	$4s^2S - 4p^2P^0$	1.0	0.03	2.0	0.05	—	—	—	—

Таблица 3

СРАВНЕНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ РЕКОМБИНАЦИОННЫХ ЛИНИЙ N III С ДАННЫМИ ДРУГИХ РАБОТ

Модель	А			В		
	наст. раб.	[19]	[20]	наст. раб.	[19]	[20]
$I(4097)/I(4640)$	17	80	59	0.4	2.0	2.5
$I(4379)/I(4640)$	9	9	5	0.05	0.1	0.04
$I(4003)/I(4379)$	0.8	0.6	—	0.8	1.0	—
$I(4903)/I(4379)$	0.1	0.2	—	0.4	0.2	—

Рекомбинационный спектр N III рассчитывался ранее в [19, 20]. В табл. 3 сравним отношения интенсивностей линий N III, найденные в этих работах, с полученными в настоящей статье. Ряд отношений, особенно  $I(4097)/I(4640)$ , заметно различается. Причина этих различий — увеличение в настоящей работе числа рассматриваемых уровней и уточнение вероятностей переходов, в частности включение в систему (1) вероятностей двухэлектронных переходов. Так, например, интенсивный двухэлектронный переход N III 691 ( $2p^2^2D - 2s^2 3p^2P^0$ ) более чем в три раза уменьшает

населенность термина  $3p^2P^0$ , а, следовательно, и интенсивность линии  $\lambda 4097$ . Учет этого перехода, как видно из табл. 2, улучшает согласие теоретических и наблюдаемых отношений интенсивностей  $I(4097)/I(4640)$ .

2. Содержания ионов C III и N IV в планетарных туманностях. Интенсивности рекомбинационных линий определяются, как видно из формулы (8), полным содержанием соответствующего элемента в туманности.

Относя содержание иона элемента  $A - N_A^+$  к содержанию ионизованного водорода  $- N_H^{++}$ , найдем:

$$N_A^+/N_H^+ = \frac{\lambda_{ki}^A}{4861} \frac{\alpha_{ki}^{\text{eff}}(H_3)}{\alpha_{ki}^{\text{eff}}(A)} \frac{F_{ki}^A}{F(H_3)}, \quad (12)$$

где  $F_{ki}^A$  — поток излучения в линии  $k-i$  элемента  $A$ ,  $\lambda_{ki}$  — длина волны этой линии, а  $\alpha_{ki}^{\text{eff}}(A)$  — соответствующий ЭКР. В силу слабой зависимости ЭКР от температуры ( $\sim T_e^{-1/2}$ ) и незначительных вариаций  $T_e$  в ПТ [1], отношение ЭКР можно рассматривать при одной, характерной для данной ПТ, температуре. ЭКР для  $H_3$  рассчитаны в [21]. Используя вычисленные нами ЭКР для наиболее интенсивных в спектрах ПТ линий C II  $\lambda 3921$  ( $3p^2F^0 - 4s^2S$ ) и C II  $\lambda 4267$  ( $3d^2D - 4f^2F^0$ ) в модели A, найдем:

$$C\text{ III}/N^+ = 0.019 (T_e/10^4)^{-0.30} F(3291)/F(H_3), \quad (13)$$

$$C\text{ III}/N^+ = 0.113 (T_e/10^4)^{-0.19} F(4267)/F(H_3). \quad (14)$$

Здесь и далее отношение содержаний ионов  $A^+$  и  $H^+$  будем обозначать  $A^+/N^+$ . В интенсивности линии C II  $\lambda 3921$ , как отмечено в [22], значительный вклад вносят фотовозбуждения под действием излучений центральной звезды ПТ, поэтому для определения содержания C III будем использовать только линию  $\lambda 4267$ , имеющую чисто рекомбинационное происхождение [14]. Используя цитируемые в [23] ЭКР для линий C II  $\lambda 4267$ , рассчитанные Пенжелли, найдем, что коэффициент в формуле (14) будет равным 0.106. Следует указать, что в расчетах Пенжелли использовались недостаточно точные вероятности переходов, вычисленные методом Бейтса—Дамгаард, и не учитывались двухэлектронные переходы.

У иона N III в спектрах ПТ интенсивны линии  $\lambda 4640$ ,  $\lambda 4097$ ,  $\lambda 4379$  ( $4f^2F^0 - 5g^2G$ ). Из них линии  $\lambda 4379$  и  $\lambda 4097$  чисто рекомбинационные, тогда как в интенсивности линии  $\lambda 4640$  могут давать вклад, как и для линии C II  $\lambda 3921$ , заселения термина  $3p^2P^0$  при флуоресцентных переходах  $\lambda 374.3$  ( $2p^2P^0 - 3d^2D$ ). Однако для типичных ПТ, как показано выше, оптическая толщина в резонансной линии  $\lambda 374.3$  много больше единицы, поэтому флуоресцентный механизм заселения термов неэффективен. По рассчитанным ЭКР найдем:

$$N\text{ IV}/H^+ = 0.19 (T_e/10^4)^{-0.36} F(4379)/F(H\beta), \quad (15)$$

$$N\text{ IV}/H^+ = 0.036 (T_e/10^4)^{-0.44} F(4097)/F(H\beta), \quad (16)$$

$$N\text{ IV}/H^+ = 0.027 (T_e/10^4)^{-0.30} F(4640)/F(H\beta). \quad (17)$$

Зависимость от  $T_e$  аппроксимировалась, как и для C II, степенной функцией.

При определении содержаний C III и N IV будем использовать электронные температуры, определяемые по линиям O III, как наиболее надежно определяемые для ПТ [16].

Таблица 4

СОДЕРЖАНИЯ ИОНОВ C III и N IV В ПЛАНЕТАРНЫХ ТУМАННОСТЯХ

Туманность	C III/H <sup>+</sup> · 10 <sup>4</sup>			N IV/H <sup>+</sup> · 10 <sup>4</sup>		
	наст. раб.	УФ*	литература	наст. раб.	УФ**	литература
IC 2165	4.5	17	[24]	4.0	0.5	[17]
NGC 2022	10.6	—		2.7	0.5	[17]
NGC 2371—2	4.5	—		2.5	2.6	[17]
NGC 2440	4.3	—		10.0	—	
NGC 3242	8.8	—		3.1	—	
NGC 6818	4.9	19	[24]	4.3	0.7	[17]
NGC 6884	11.6	—		2.8	0.1	[17]
NGC 7009	12.3	—		6.2	3.0	[17]
NGC 7027	7.6	13	[23]	2.0	1.1	[23]
NGC 7662	6.9	23	[24]	3.3	0.5	[17]
IC 900	3.6	—		1.5	1.9	[17]
Hu 1—2	3.0	—		3.0	1.1	[17]

\* Отношения C/H, вычисленные по интенсивностям УФ-линий C II, C III, C IV.

\*\* Отношения содержания N IV/H<sup>+</sup> по интенсивностям УФ-линий N III.

В табл. 4 приведены содержания ионов C III и N IV, определенные по интенсивностям линий ионов C II и N III [15—17], согласно формулам (14)—(17). Для сравнения в этой же таблице даны отношения содержания C/H и N IV/H<sup>+</sup>, определенные по интенсивностям УФ-линий ионов C и N [17, 23, 24].

Видно, что для ряда ПТ содержания, полученные по УФ-линиям, заметно меньше, чем определенные по рекомбинационным линиям. Возможной причиной этих расхождений могут быть неточности в определении

$T_e$  в зоне образования УФ-линий. Ошибка в  $T_e$  на 1000 К может привести к ошибкам в содержаниях в 3—5 раз. Такая же ошибка при использовании рекомбинационных линий, как видно из (14)—(17), не приведет к ошибке содержания, большей 5—10%. Возможно также, что наблюдаемые интенсивности слабых рекомбинационных линий C II и N III переоценены, как указано в [16], точность интенсивностей слабых линий не превышает 50—100%.

В заключение отметим, что средние содержания ионов C III и N IV для рассмотренных ПТ оказались превосходящими полные содержания C и N на Солнце:  $C/H = 4.2 \cdot 10^{-4}$  и  $N/H = 0.9 \cdot 10^{-4}$  [25].

Ленинградский государственный  
университет  
Институт физики АН Лит.ССР

## THE LINES OF THE CARBON, NITROGEN AND OXYGEN IN SPECTRA OF PLANETARY NEBULAE. II. INTENSITIES OF THE RECOMBINATION LINES C II AND N III IONS AND ABUNDANCIES OF C III AND N IV IONS

P. O. BOGDANOVICZ, A. A. NIKITIN, Z. B. RUDZIKAS, A. F. KHOLTYGIN

The relative intensities of C II and N III recombination lines are calculated. The observed intensities of these lines in the spectra of twelve planetary nebulae were used for the determination of the abundancies of C III and N IV ions in nebulae.

### ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Соболев, Курс теоретической астрофизики, Наука, М., 1975.
2. M. J. Seaton, Rep. Progr. Phys., 23, 313, 1960.
3. В. П. Гринин, Астрофизика, 5, 371, 1969.
4. M. J. Seaton, M. N. RAS, 119, 90, 1959.
5. А. А. Никитин, Т. Х. Феклистова, А. Ф. Холтыгин, Публ. Тартуской обш., 52, 1985 (в печати).
6. П. О. Богданович, Р. А. Лукошявичюс, А. А. Никитин, Э. Б. Рудзикас, А. Ф. Холтыгин, Астрофизика, 22, 551, 1985.
7. A. Burgess, M. J. Seaton, M. N. RAS, 120, 121, 1960.
8. А. Ф. Холтыгин, Т. Х. Феклистова, Вестн. ЛГУ, № 19, 84, 1983.
9. А. А. Никитин, А. Ф. Холтыгин, Вестн. ЛГУ, № 13, 111, 1980.
10. А. Аллен, Астрофизические величины, Мир, М., 1978.
11. S. A. Grandt, Ap. J., 206, 658, 1976.
12. А. А. Никитин, Вестн. ЛГУ, № 13, 111, 1962.
13. D. R. Bates, A. Damgaard, Phil. Trans. Roy. Soc. London, A242, 101, 1949.
14. А. Ф. Холтыгин, Диссертация, ЛГУ, 1981.

15. *J. B. Kaler*, *Ap. J. Suppl. ser.*, 62, 397, 1976.
16. *L. H. Aller, S. J. Czyzak*, *Astrophys. Space Sci.*, 62, 397, 1979.
17. *L. H. Aller, S. J. Czyzak*, *Ap. J. Suppl. ser.*, 51; 211, 1983.
18. *J. P. Harrington*, *Ap. J.*, 156, 907, 1969.
19. *А. А. Никитин*, *Вестн. ЛГУ*, № 7, 124, 1961.
20. *А. Сапар, Т. Х. Феклистова*, *Публ. Тартуской обс.*, 43, 262, 1975.
21. *M. Brocklehurst*, *M. N. RAS*, 153, 471, 1971.
22. *J. B. Kaler*, *Ap. J.*, 173, 601, 1972.
23. *M. Perinotto, N. Panagia, P. Benvenuti*, *Ap. J.*, 185, 322, 1980.
24. *L. H. Aller*, "Planetary Nebulae. Observations and Theory. Symp. No. 76 IAU. Ithaca, New York, USA", *Dordrecht-Boston*, 225, 1978.
25. *J. E. Ross, L. H. Aller*, *Science*, 191, 1223, 1976.

УДК: 524.57

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

A NOTE ON THE CIRCUMSTELLAR DUST AROUND  
V 1057 CYG

A valuable set of observations giving light curves in  $\bar{U}BVR$  for the four V 1057 Cyg from 1971 to 1982 has been published by Kopatskaya [1]. However, one of the conclusions presented by her is evidently not tenable in the light of existing observations.

Kopatskaya claims that the circumstellar dust envelope now clearly present only developed at the time of the outburst, since the  $B-V$  colour (truly interstellar reddening subtracted) of the star before the outburst corresponds well with the alleged spectral type dK0. This is an example of the dangers in perpetuating assumptions as genuine facts. Indeed, Herbig [2], from whom the "classification" is taken, explicitly states: "...dK0... (But this is only a conjecture because the 1957 plate of V 1057 Cyg is not classifiable.)" It may be noted that V 1331 Cyg, the spectrum of which is rather similar to that of pre-outburst V 1057 Cyg, presumably has a photospheric temperature corresponding to an (unobserved) A or F type spectrum (e. g., Chavarria-K. [3]).

The pre-outburst colours of V 1057 Cyg were approximately  $B-V = 1.4$ ,  $V-R = 1.6$ ,  $V-I = 3.4$  [1, 4]. Subtraction of the estimated truly interstellar reddening according to the Cygnus law [5] gives approximately  $(B-V)_c = 0.7$ ,  $(V-R)_c = 1.0$ ,  $(V-I)_c = 2.2$ . Whereas  $(B-V)_c$  is generally compatible with an unreddened dK0 star, the other two are definitely not — Johnson [6] gives for the K2V star  $\epsilon$  Eri the colours  $B-V = 0.89$ ,  $V-R = 0.40$ ,  $V-I = 0.70$ , and for  $\beta$  Oph (K2III)  $B-V = 1.16$ ,  $V-R = 0.53$ ,  $V-I = 0.92$ . Unless Haro's [4] magnitudes are terribly wrong, the only way to make these colours fit is to assume that the preoutburst star was of relatively early spectral type, and situated behind a circumstellar dust shell of reddening properties similar to those in the Orion Sword region [5], i. e., with  $R = A_V/E_{B-V}$  about 5–6.

Presumably also the now existing shell has properties of this kind. Comparing  $B-V$ ,  $V-R$ ,  $V-I$  as measured by Mendoza [7] in 1971 with the spectral type at that time (A8) yields likely colour excesses due to the circumstellar shell of approximately  $E_{B-V(CS)} = 0.3$ ,  $E_{V-R(CS)} = 0.6$ ,  $E_{V-I(CS)} = 1.1$ . If these are also subtracted from the pre-outburst colours we get something like  $(B-V)_* = 0.4$ ,  $(V-R)_* = 0.4$ ,  $(V-I)_* = 1.1$ . Such colours can, even if the last one is in error by several tenths of a magnitude, only be fitted to a star rather earlier than A0 and subject to rather heavy obscuration by dust with an  $R$  value considerably higher than 3.

The dispersal of such an additional dust envelope could presumably have been responsible for at least a substantial part of the outburst, as suggested, e. g., by me [8].

*Замечание об околзвездной пыли вокруг V 1057 Cyg.* Приводятся наблюдательные данные, показывающие, что вывод об образовании вокруг V 1057 Cyg пылевой оболочки в результате вспышки недостаточно обоснован.

4 May 1985

Astronomical Observatory  
Uppsala, Sweden

G. WELIN

#### REFERENCES

1. E. N. Kopatskaya, *Astrofizika*, 20, 263, 1984.
2. G. H. Herbig, *Ap. J.*, 217, 693, 1977.
3. C. Chavarría-K., *Astron. Astrophys.*, 101, 105, 1981.
4. G. Haro, *Inf. Bull. Var. Stars*, 714, 1972.
5. H. L. Johnson, in "Nebulae and Interstellar Matter", eds. B. M. Middlehurst, L. H. Aller, Univ. Chicago Press, Chicago, 1968, p. 167.
6. H. L. Johnson, in "Basic Astronomical Data", ed. K. Aa. Strand, Univ. Chicago Press, Chicago, 1963, p. 204.
7. E. E. Mendoza V, *Bol. Obs. Ton. Tac.*, 37, 135, 1971.
8. G. Welin, in "Protostars and Planets", ed. T. Gehrels, Univ. Arizona Press, Tucson, 1978, p. 625 (Russian transl. Mir, Moscow, 1982, p. 715).

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

Издано в набор 21.08.1985. Подписано к печати 14.11.1985. ВФ 09150.  
Бумага № 1, 70×100<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Высокая печать. Печ. лист. 14,0+1 вкл. Усл. печ. лист. 18,3.  
Учет-изд. 13,5. Тираж 890. Заказ 890. Издат. 6602.

Адрес редакции: 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24, I эт., 14 к., т. 52-70-03.  
Типография Издательства АН Армянской ССР, Ереван-19, пр. Маршала Баграмяна, 24.

# CONTENTS

RADIAL VELOCITIES OF GALAXIES IN THE VICINITY OF GROUPS OF GALAXIES . . . . .	J. Vennik, A. Kaazik 213
OBSERVATIONS OF THE RADIO GALAXIES WITH LOW LUMINOSITY OF 102 MHZ . . . . .	R. A. Kandalian, V. A. Hovannisian, V. A. Sanamian 221
ON THE QUESTION OF X-RAY EMISSION OF ELLIPTICAL GALAXIES AND THE DETERMINATION OF THEIR MASSES . . . . .	V. A. Krol 227
THE GENERATION OF WAVE PATTERN IN GALACTIC DISK BY AN ORBITING RETROGRADE COMPANION	V. I. Korchagin, N. A. Prokhovnik 237
THE SPECTROPHOTOMETRY OF CARBON STARS. II.	R. Ch. Hovhannisian, S. E. Nersessian 245
ON THE LIGHT CHANGES OF THE ANTIFLARE STAR V 346 ORI	G. U. Kovalchuk 255
THE DISTANCE TO THE GALACTIC CENTRE ON THE ROTATION CURVE	L. V. Yurevich 265
THE SPATIAL STRUCTURE OF NOVAE DQ HER AND HR DEL SHELLS	L. S. Pilyugin 277
ON THE NATURE OF EXPANDING HI SUPERSHELLS AND THE SPECTRUM OF STELLAR MASSES OF OB-ASSOCIATIONS . . . . .	S. A. Silich 289
ON THE RADIAL SYSTEMS OF DARK GLOBULES . . . . .	A. L. Gyulbudaghtian 295
ON THE POLARIZATION OF THE QUASAR LIGHT	V. M. Loskutov, V. V. Sobolev 307
ASYMPTOTIC SCALING IN THE PROBLEMS OF RESONANCE RADIATION TRANSFER IN LINEARLY EXPANDING MEDIA. I. KERNELS OF INTEGRAL EQUATIONS, PHOTON ESCAPE PROBABILITIES	S. I. Grachev 323
LIGHT SCATTERING IN MULTI-LAYER ATMOSPHERES. I. THE DIFFUSE REFLECTION PROBLEM . . . . .	J. M. Dlugach, E. G. Yanovitskij 337
ON THE SOLUTION OF NONLINEAR PROBLEM OF NONCOHERENT ANISOTROPIC SCATTERING . . . . .	A. Kh. Khachatryan 349
ENERGETICS OF GALACTIC FOUNTAIN	I. G. Kovalenko, Yu. A. Shchektinov 363
RADIATION REFLECTION FROM AN INHOMOGENEOUS ATMOSPHERE FOR GENERAL LAWS OF NON-COHERENT SCATTERING	H. A. Haratyuntan 373
GRAVITATION AND VACUUM FIELD . . . . .	R. V. Teviktian 385
DYNAMICS OF THE TWISTED MAGNETIC LOOPS . . . . .	A. A. Sobol'ev 393
CONDITIONS OF EQUILIBRIUM FOR A PERFECT FLUID IN PARAMETRIZED POST-NEWTONIAN FORMALISM . . . . .	N. P. Bondarenko 409
THE POSSIBLE CHECKING OF VARIOUS MODELS OF PULSARS	I. F. Malov 419
THE LINES OF THE CARBON, NITROGEN AND OXYGEN IN SPECTRA OF PLANETARY NEBULAE. II. INTENSITIES OF THE RECOMBINATION LINES C II AND N III IONS AND ABUNDANCIES OF C III AND N IV IONS	P. O. Bogdanovich, A. A. Nikitin, Z. B. Rudzikas, A. F. Kholtygin 427
NOTES	
A NOTE ON THE CIRCUMSTELLAR DUST AROUND V 1057 CYG . . . . .	G. Welin 437

СО Д Е Р Ж А Н И Е (продолжение)

К РЕШЕНИЮ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ НЕКОГЕРЕНТНОГО АНИЗОТРОПНОГО РАССЕЯНИЯ . . . . .	<i>А. Х. Хачатрян</i>	349
ЭНЕРГЕТИКА ГАЛАКТИЧЕСКОГО ФОНТАНА <i>И. Г. Коваленко, Ю. А. Щекинов</i>		363
ОТРАЖЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ АТМОСФЕРЫ ПРИ ОБЩИХ ЗАКОНАХ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ . . . . .	<i>Г. А. Арутюнян</i>	373
ГРАВИТАЦИЯ И ВАКУУМНОЕ ПОЛЕ . . . . .	<i>Р. В. Тевикян</i>	385
ДИНАМИКА СКРУЧЕННЫХ МАГНИТНЫХ ПЕТЕЛЬ . . . . .	<i>А. А. Соловьев</i>	393
УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ ИДЕАЛЬНОЙ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ В ПАРАМЕТРИЗОВАННОМ ПОСТ-НЬЮТОНОВСКОМ ФОРМАЛИЗМЕ <i>Н. П. Бондаренко</i>		409
О ВОЗМОЖНОЙ ПРОВЕРКЕ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ ПУЛЬСАРОВ <i>И. Ф. Малов</i>		419
ЛИНИИ ИОНОВ УГЛЕРОДА, АЗОТА И КИСЛОРОДА В СПЕКТРАХ ПЛАНЕТАРНЫХ ТУМАННОСТЕЙ. II. ИНТЕНСИВНОСТИ РЕКОМБИНАЦИОННЫХ ЛИНИЙ С II И N III И СОДЕРЖАНИЕ ИОНОВ С III И N IV <i>П. О. Богданович, А. А. Никитин, Э. Б. Рудзикас, А. Ф. Холтыгин</i>		427
КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ		
A NOTE ON THE CIRCUMSTELLAR DUST AROUND V 1057 CYG . . . . .	<i>G. Waltz</i>	437