ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ

X
1949

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Հ. ԲԱԲԱՋԱՆՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ իսկական անդամ, Հ. Խ. ԲՈՒՆԻԱԹՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ իսկական անդամ, Մ. Մ. ԼԵԲԵԴԵՎ (պատ. քարտուղար), Վ. Հ. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ՀՍՍՌ ԳԱ իսկական անդամ (պատ. խմբագիր), Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՌ ԳԱ թղթակից անդամ:

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, действ. чл. АН Арм. ССР (отв. редактор), Г. А. БАБАДЖАНЯН, действ. чл. АН Арм. ССР, Г. Х. БУНЯТЯН, действ. чл. АН Арм. ССР, М. М. ЛЕБЕДЕВ (отв. секретарь), А. Г. НАЗАРОВ, чл.-корр. АН Арм. ССР.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ ԵՐԵՎԱՆ

ՀՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ ԳՐԱԴԱՐԱՆ

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Լ.Հ

Մաթեմատիկա

Հ. Վ. Բարսեղյան — *Մի թեորեմ միաթերթ սահմանափակ ֆունկցիաների մասին* 3

Աստղաֆիզիկա

Գ. Ա. Գուրզադյան — *Օրիոնի և Միհզյուրի աստղային ասոցիացիաները* . 9

Բ. Ե. Թումանյան — *Մի շարք լաց աստղակույտերի պոտենցիալ էներգիաները* 19

Էլեկտրաէներգետիկա

Ա. Ղ. Իսրիֆյան, *Հայկական ՍՍՌ ԳԱ թղթակից անդամ — Ինքնաընխրոնիզացվող սինխրոն մեքենաների տեսությունը I. Սինխրոն մեքենաների զուգահեռ աշխատանքը անկյան և շարժման վոխանցման սխեմաներում* . . . 25

Հ. Բ. Բաբայանյան — *Փոփոխական հոսանքի հաստատուն պարամետր ունեցող զուգահեռ շղթաների ստատիկ կանոնավորման ընդհանուր մեթոդը* . . 33

Շինարարական մեխանիկա

Ա. Գ. Նազարյան, *Հայկական ՍՍՌ ԳԱ թղթակից անդամ — Կողերից մեկին զուգահեռ հոդակապ ունեցող ուղղանկյուն սալ* 37

Գեոլոգիա

Լ. Ա. Վարդանյանց, *Հայկական ՍՍՌ ԳԱ թղթակից անդամ — Պլագիոկլազի կենդ-խորանարդային կոմպլեքսային կրկնությունների առաջին դեպք* . 41

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Математика

Г. В. Бадалян. Теорема о покрытии отрезков для ограниченных однолистных функций 3

Астрофизика

Г. А. Гурзадян. Звездные ассоциации Ориона и Единорога . . 9

Б. Е. Туманян. Определение потенциальных энергий ряда открытых звездных скоплений 19

Электротехника

А. Г. Иосифьян, чл.-корресп. АН Армянской ССР. Теория самосинхронизирующихся синхронных машин. I. Параллельная работа синхронных машин в схеме передачи угла и движения 25

А. Б. Бабаханян. Общий метод статического регулирования параллельных цепей переменного тока с постоянными параметрами . . . 33

Строительная механика

А. Г. Назаров, чл.-корресп. АН Армянской ССР. Прямоугольная плита с шарнирным включением, параллельным одной из сторон . . . 37

Геология

Л. А. Варданянц, чл.-корресп. АН Армянской ССР. Первый случай комплексного ложно кубического двойника плагиоклаза . . . 41

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
X 1949 1

МАТЕМАТИКА

Г. В. Бадалян

Теорема о покрытии отрезков для ограниченных однолистных функций

(Представлено А. Л. Шагиняном 12 VI 1948)

В настоящей статье показываем, что методом М. Лаврентьева и В. Шепелева ([1]) можно доказать более общую теорему о покрытии отрезков для однолистных функций, из которой предельным переходом получается не только результат этих авторов, но и теорема Ренгеля ([2]), являющаяся его обобщением.

Доказываемая нами теорема формулируется так:

Теорема I. Если $w=F(z)$ *есть функция класса* (s) *(т. е. регулярна и однолистна в круге* $|z|<1$, *имеет разложение вида* $F(z)=z+a_2z^2+\cdots$) *и* $|F(z)|<M$, $M\geqslant 1$, *то, по крайней мере, одна из* n *ближайших точек границы* D *отображения круга* $|z|<1$ *функцией* $w=F(z)$, *лежащих на* n *любых лучах, исходящих из* $w=0$ *под равными углами, отстоит от* $w=0$ *не ближе чем на* a, *которое определяется из соотношения:*

$$\frac{4M^{2n}a^n a'^n}{a^n(M^n-a'^n)^2+a'^n(M^n+a^n)^2}=1, \tag{1}$$

$0<a\leqslant M$ *и* a' — *любое положительное число, превосходящее все расстояния от* $w=0$ *до* n *ближайших точек границы* D, *лежащих на* n *биссекторах углов, образуемых вышеупомянутыми лучами.*

Указанная граница достижима.

Доказательство теоремы мы начинаем рассмотрением одного специального отображения.

Для краткости обозначим

$$l_k=e^{-i\frac{\alpha+2k\pi}{n}},\quad l'_k=e^{-i\frac{\alpha+(2k+1)\pi}{n}}$$

Функция

$$w=\sqrt[n]{4}\,d\,\frac{M\zeta}{\left(M^n+e^{i\alpha}\zeta^n\right)^{2/n}}=\sqrt[n]{4}\,dM\zeta+\cdots \tag{2}$$

однолистно отображает круг $|\zeta| < M$ на область D_0, получающуюся из плоскости w удалением n прямолинейных лучей, исходящих из точек $A_k = dl_k$, $(k=0,1,\ldots,n-1)$ и проходящих, при продолжении, через точку $w=0$, причем прообразы точек $A_k = dl_k$ будут точки Ml_k $(k=0,1,2,\ldots,n-1)$.

Проведем по радиусам в круге $|\zeta| < M$ разрезы, соединяющие точки al_k и Ml_k, $(k=0,1,\ldots,n-1)$ и обозначим получающуюся область через Δ_0.

Очевидно, что функция (2) отображает эту область Δ_0 на область D_1, отличающуюся от D_0 тем, что здесь разрезы начинаются от точек A'_k, где

$$A'_k = \sqrt[n]{4}\, dMa(M^n + a^n)^{-\frac{2}{n}} l_k = bl_k .$$

Сравнивая функции (2) и $w = \sqrt[n]{4}\, bz\left(1 + e^{i\alpha} z^n\right)^{-\frac{2}{n}}$ (которая отображает $|z| < 1$ на область D_1), убеждаемся, что функция

$$\frac{dM\zeta}{\left(M^n + e^{i\alpha}\zeta^n\right)^{2/n}} = \frac{bz}{\left(1 + e^{i\alpha} z^n\right)^{2/n}} \tag{3}$$

отображает круг $|z| < 1$ на область Δ_0 плоскости ζ.

Пусть теперь требуется отобразить на единичный круг область $\Delta_1(\zeta)$, получаемую из круга $|\zeta| < M$ удалением из него двух систем радиальных полуинтервалов $[al_k, Ml_k)$ и $[a'l'_k, Ml'_k)$.

Очевидно, что преобразование (3) отображает область $\Delta_1(\zeta)$ на область $\Delta'_0(z)$, получаемую из $|z| < 1$ удалением из него радиальных полуинтервалов $[\mu l'_k, l'_k)$, $(k=0,1,2,\ldots,n-1)$, где точка $\mu l'_k$ является образом точки $a'l'_k$, и μ определяется из соотношения

$$\frac{a'}{\left(M^n - a'^n\right)^{2/n}} = \frac{\sqrt[n]{4}\, a}{\left(M^n + a^n\right)^{2/n}} \cdot \frac{\mu}{\left(1 - \mu^n\right)^{2/n}} .$$

С другой стороны, функция

$$\frac{ze^{-i\frac{\pi}{n}}}{\left(1 - e^{i\alpha} z^n\right)^{2/n}} = \frac{\sqrt[n]{4}\,\mu}{\left(1 + \mu^n\right)^{2/n}} \cdot \frac{\xi}{\left(1 + e^{i\alpha}\xi^n\right)^{2/n}} \tag{4}$$

отображает область $\Delta'_0(z)$ на единичный круг $|\xi| < 1$.

Следовательно, совокупность функций (3) и (4) отображает область $\Delta_1(\zeta)$ на единичный круг $|\xi| < 1$.

Обозначив эту функцию через $\zeta = \zeta(\xi)$, имеем:

$$\zeta'(0) = \frac{d\zeta}{dz} \cdot \frac{dz}{d\xi}\bigg|_{\xi=0} = \frac{\sqrt[n]{4}\, M^2 a}{\left(M^n + a^n\right)^{2/n}} \cdot \frac{\sqrt[n]{4}\,\mu}{\left(1 + \mu^n\right)^{2/n}} .$$

Очевидно, что функция $\zeta(\xi)$ однолистна в $|\xi| < 1$, тогда если $|\zeta'(0)| = 1$, то $\zeta(\xi) \in (s)$ и

$$|\zeta'(0)| = \frac{4M^{2n} a^n a'^n}{a^n \left(M^n - a'^n\right)^2 + a'^n \left(M^n + a^n\right)^2} = 1. \qquad (1')$$

Отметим теперь такое предложение:

Лемма. Пусть имеем единичный круг $|z| < 1$ *и в нем* $2n$ *точек*

$$A_k = a l_k, \; B_k = a' l'_k, (k = 0, 1, 2, \ldots, n-1),$$

где a, a' — *положительные числа, тогда этот круг можно однолистно отобразить на область, получающуюся из круга* $|w| < 1$ *удалением из него* n *полуинтервалов* $[dl_k, l'_k)$, *если* $a \leqslant a'$, *или* $d' l_k, l_k)$, *если* $a \geqslant a'$, *где* $d, d' > 0$, $(k = 0, 1, \ldots, n-1)$ *так, чтобы образы точек* A_k, B_k, *сохраняя прежние аргументы, были равноудаленными от центра круга* $|w| < 1$ *и* $z = 0$ *перешли бы в* $w = 0$.

Доказательство этого утверждения проводится цепью элементарных преобразований и применением принципа симметрии Шварца, поэтому мы его опускаем.

Вернемся к доказательству теоремы I.

Допустим, что она не верна, тогда существуют $2n$ точек

$$w_k = \rho^k l_k, \quad w'_k = \rho'_k l'_k, \quad \rho_k, \; \rho'_k > 0, (k = 0, 1, \ldots, n-1),$$

не принадлежащих области D и

$$\rho_k < a, \; \rho'_k \leqslant a', \quad (\rho_k \leqslant a, \; \rho'_k < a'),$$

и пусть функция $w = F(z) \in (s)$ реализует однолистное отображение единичного круга $|z| < 1$ на эту область. Тогда функция $w = F(z)$, рассматриваемая в круге $|z| < 1$, не принимает указанных $2n$ значений.

Рассмотрим однолистную в $|z| < 1$ функцию $w = F_1(z)$,

$$|F_1(z)| <, \quad M F_1(0) = 0, \quad F_1'(0) > 0,$$

которая из всех функций $\{f(z)\}$, однолистных аналитических в $|z| < 1$, $\{|f(z)| < M\}$ и не принимающих $2n$ значений $\{w_k, w'_k\}$ имеет наибольший модуль производной в точке $z = 0$.

Повторяя доказательство известной теоремы М. А. Лаврентьева „Обобщенная теорема Кебе“ [3,4], убедимся, что функция $F_1(z)$ существует, единственная, и обладает следующими свойствами: она реализует конформное отображение круга $|z| < 1$ на область D_1, получаемую выбрасыванием из круга $|w| < M$ кривой Γ, состоящей из конечного числа аналитических дуг. Любая точка Γ, отличная от $\{w_k, w'_k\}$, $(k = 0, 1, \ldots, n-1)$, либо принадлежит только одной дуге и является правильной точкой кривой Γ, либо служит общим концом не менее чем трех дуг, встречающихся в одной точке под равными угла-

ми, если эта встреча происходит внутри круга $|w| \leqslant M$. Любой дуге AB, состоящей из правильных точек Г, на окружности $|z| = 1$ отвечают две дуги, равные по длине.

Применим теперь к кругу $|w| < M$ отображение $\zeta = \phi(w)$, $\phi(0) = 0$, указанное в лемме, с таким расчетом, чтобы точки al_k и $a'l'_k$, $(k = 0, 1, \ldots, n-1)$ перешли соответственно в точки λl_k, $\lambda l'_k$, $\lambda > 0$, $(k = 0, 1, \ldots, n-1)$, тогда точки w_k, w'_k перейдут в точки

$$\zeta_k = \delta_k l_k, \quad \zeta'_k = \delta'_k l'_k; \quad \delta_k, \delta'_k > 0.$$

Согласно нашему предположению, $\delta_k < \lambda$, $\delta'_k \leqslant \lambda$, $(\delta_k \leqslant \lambda, \ \delta'_k < \lambda)$.

Пусть теперь функция $w = F_0(z) = z + a_2 z^2 + \cdots$, $|F_0(z)| < M$, однолистная в $|z| < 1$, выпускает $2n$ значений

$$\left\{ al_k, \ a'l'_k \right\}, \quad (k = 0, 1, 2, \ldots, n-1)$$

и обладает максимумом модуля производной в точке $z = 0$ среди тех однолистных функций $\left\{ \varphi(z), \ |\varphi(z)| < M \right\}$, которые не принимают указанных $2n$ значений.

Очевидно, что $w = F_0(\xi) = \zeta(\xi)$, где $\zeta(\xi)$ дается совокупностью формул (3) и (4).

Применение преобразования $\zeta = \phi(w)$ к функциям

$$w = F_1(z), \ w = F_0(z)$$

дает функции $\zeta_1(z) = \phi(F_1(z))$ и $\zeta_0(z) = \phi(F_0(z))$, что позволяет применить к ним метод Лаврентьева и Шепелева [1] и доказать, что

$$|\zeta_1'(0)| < |\zeta_0'(0)| \quad \text{или} \quad |\phi'(0) F_1'(0)| < |\phi'(0) F_0'(0)|.$$

Откуда: $|F_1'(0)| < |F_0'(0)| = 1$.

Значит, $w = F(z) \overline{\in} (s)$, так как $|F'(0)| \leqslant |F_1'(0)| < 1$.

Полученное противоречие доказывает теорему.

Полагая $a' = M$ в формуле (1), получаем

$$a = \frac{M^2}{\left(M^n + \sqrt{M^{2n} - M^n}\right)^{2/n}},$$

что позволяет формулировать предложение:

Теорема II. Если функция $F(z) \in (s)$ *и* $|F(z)| < M$, *то, по крайней мере, одна из* n *ближайших точек границы* D *образа круга* $|z| < 1$ [*при его отображении функцией* $w = F(z)$], *лежащих на любых* n *лучах, исходящих из* $w = 0$ *под равными углами, отстоит от* $w = 0$ *не ближе, чем на*

$$\frac{M^2}{\left(M^n + \sqrt{M^{2n} - M^n}\right)^{2/n}}. \qquad (1'')$$

Полученная граница достижима.

В формуле (1) положим теперь $M \to \infty$, тогда $a = \dfrac{a'}{\sqrt[n]{4a'^n - 1}}$.

Из теоремы I и полученного соотношения непосредственно следует известная теорема Ренгеля([2]) об однолистных функциях, являющаяся обобщением теоремы Лаврентьева-Шепелева.

Наконец, в формуле (1"), полагая $n=1$, получаем:

$$a = \frac{M^2}{(M+\sqrt{M^2-M})^2} \quad \text{и}$$

можем формулировать теорему, доказанную впервые Пиком с помощью леммы Шварца.

Теорема III. Если функция $F(z) \in (s)$ *и* $|F(z)| < M$, *то образ окружности* $|z| = 1$, *при отображении функцией* $w = F(z)$, *находится в кольце*

$$\frac{M^2}{(M+\sqrt{M^2-M})^2} < |w| < M.$$

Сектор математики и механики
Академии Наук Армянской ССР
Ереван, 1948, май.

Հ. Վ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ

Մի թեորեմ միաթերթ ատեմանատիպակ ֆունկցիաների մասին

Այս աշխատանքը սերտորեն կապված է մաթեմատիկոս Սեգյոյի կողմից 1932 թվին առաջադրված հետևյալ խնդրի հետ։

Դիցուք՝ $W=f(z)$ *ֆունկցիան պատկանում է ֆունկցիաների* (S) *դասին (այսինքն՝ անալիտիկ ու միաթերթ է* $|z|<1$ *շրջանում և ունի* $f(z)=z+a_2z^2+\cdots$ *վերլուծությունը), պահանջվում է որոշել այն* n *հատվածներից ամենամեծի նվազագույն երկարությունը, որոնք ընկած են* $w=0$ *կետից հավասար անկյունների տակ դուրս եկող* n *ցանկացած ճառագայթների վրա և գտնվում են* $w=f(z)$ *ֆունկցիայի միջոցով* $|z|<1$ *շրջանից ստացված պատկերի մեջ։*

Այդ խնդրի լուծումն առաջին անգամ ցանկացած n*-ի համար տվել են սովետական գիտնականներ Լավրենտիևը և Շեպելյովը 1931 թվին։*

Հետագայում Ռենգելը, կիրառելով էապես տարբեր մեթոդ, կարողացել է ստանալ ավելի ընդհանուր արդյունք։

Այստեղ ցույց է տրվում, որ մնալով Լավրենտիևի և Շեպելյովի մեթոդի սահմաններում, հնարավոր է ապացուցել ավելի ընդհանուր թեորեմ, որից սահմանային անցման միջոցով, որպես մասնավոր հետևանքներ ստացվում են վերոհիշյալ հեղինակների արդյունքները։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Математический сборник, 2 (44) : 2, стр. 319, 1937. 2. Успехи математических наук, в. VI. стр. 59, М.—Л., ГИЗ, 1939. 3. Тр. Математического института им В. А. Стеклова, 5, стр. 177, 1934. 4. Успехи математических наук, в. VI стр. 64, М.—Л., ГИЗ, 1939.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
X 1949 1

АСТРОФИЗИКА

Г. А. Гурзадян

Звездные ассоциации Ориона и Единорога

(Представлено В. А. Амбарцумяном 9 XI 1948)

§ 1. *Введение.* В последнее время В. А. Амбарцумян обратил внимание на существование нового вида звездных систем, названных им *звездными ассоциациями* ([1]). Дело в том, что вокруг некоторых скоплений существуют группы горячих звезд, которые являются ассоциациями слабо связанных между собой отдельных членов. Звездные скопления являются ядрами этих ассоциаций. Иногда мы встречаем рассеянные группы однотипных звезд (например, типа Т Тельца), которые также называются звездными ассоциациями, но, повидимому, не имеют ядер в виде звездных скоплений. Ассоциации динамически неустойчивы и должны распасться за несколько десятков миллионов лет. С другой стороны, образование звездных ассоциаций и скоплений не могло произойти путем объединения ранее независимых друг от друга звезд([1]). Отсюда следует, что члены ассоциаций так же молоды, как сами ассоциации; они формируются в процессе возникновения ассоциации. Поскольку средний возраст звезд Галактики измеряется по крайней мере несколькими миллиардами лет([2]), то этим доказывается, что образование всех звезд не произошло одновременно. Это обстоятельство дает возможность, изучая звезды в ассоциациях, составить представление о состояниях звезд в период непосредственно после их образования.

Круг задач, которые можно решать с помощью изучения звездных ассоциаций, весьма широк. В настоящей статье мы попытаемся поставить некоторые такие задачи на одном частном примере. Именно, мы подвергли изучению известную группу звезд типов O и B в созвездиях Ориона и Единорога. Основным вопросом при этом является—образуют ли указанные звезды ассоциацию или несколько ассоциаций.

§ 2. *Видимое и пространственное распределение звезд.* Как известно, открытое звездное скопление Трапеции находится почти в центре большой туманности Ориона (NGC 1976). Экваториальные координаты его: $\alpha = 5^h\ 20^m$, $\delta = -5^0\ 27'$. Галактические координаты: $l = 176^0$, $b = -19^0,5$. Расстояние туманности Ориона, или—что тоже самое, скопления Трапеции, определено многими исследователями раз-

личными методами. Повидимому ее параллакс близок к определению Тремплера—$\pi = 0''.0026$ ([3,4]). Диаметр скопления Трапеции по Тремплеру равен 15′ или 1.2 парсек. Число звезд быстро убывает с расстоянием от центра; в круге с радиусом в 1′—42 звезды, в 2′—62 звезды до 15^m. Необходимо иметь в виду, что скопление Трапеции находится за туманностью Ориона, которая производит поглощение.

В центре этого скопления находятся известные четыре звезды Трапеции: θ^1 Ori A, θ^1 Ori B, θ^1 Ori C и θ^1 Ori D. Все они являются спектрально двойными звездами.

Освещение туманности Ориона обусловлено, в основном, этими четырьмя звездами. Но вопреки правилу, согласно которому диффузные туманности и освещающие их звезды не имеют между собою никакой генетической связи ([5,6]). Струве и Титус считают вероятным, что в данном случае эти звезды и туманность являются физически связанной системой ([7]). Исходя из этого, они объясняют различие в радиальных скоростях этих четырех звезд (равная в среднем $+33$ *км/сек*) и туманности [равная по Морру $+17{,}5$ *км/сек* ([8])] гравитационным красным смещениям звезд Трапеции. Отсюда делается вывод, что эти звезды, вероятно, очень массивны.

Близ скопления Трапеции, приблизительно на 2° северо-западнее от него, находится открытое скопление NGC 1981. Экваториальные координаты его: $\alpha = 5^h\ 30^m.2$, $\delta = -4°30'$; галактические координаты: $l = 175°.7$, $b = -17°.5$. Это скопление находится вне туманности Ориона и, следовательно, свободно от избирательного поглощения туманности. Видимый диаметр по Тремплеру равен 25′, число звезд—13, тип II 3 p. Расстояние скопления равно 490 парсек ([9]).

Открытое звездное скопление NGC 2264 находится в созвездии Единорога (Monocerous), близ Ориона. Экваториальные координаты его: $\alpha = 6^h\ 35^m.5$, $\delta = +9°\ 59'$, галактические координаты: $l = 170°.6$, $b = +3°\ 7'$. Видимый диаметр, по Шапли, равен 30′, число звезд—30 ([10]). Тремплер оценивает расстояние этого скопления в 450 парсек ([9]) (оценка, данная Шапли, очень неуверенная). В скопление входят известная переменная звезда S Единорога, а также несколько двойных звезд.

Вокруг скопления Трапеции, NGC 1981 и NGC 2264, на огромных расстояниях разбросаны много ярких звезд ранних спектральных типов. Для того, чтобы выяснить вопрос, связаны эти звезды с системами Трапеция—NGC 1981 и NGC 2264, или же они являются звездами фона, рассмотрим их видимое распределение на небесной сфере. Если вокруг скопления Трапеция—NGC 1981 и NGC 2264 будет обнаруживаться хотя бы некоторая концентрация звезд, то это будет свидетельствовать о существовании звездной ассоциации.

Поскольку фон неба с точки зрения межзвездного поглощения и звездных плотностей не равномерный, для уверенности в обнаружении звездной ассоциации, необходима настолько сильная концентра-

ция звезд, чтобы никакие непредвиденные факторы не могли бы внести существенные изменения в наши заключения.

Для этой цели мы взяли площадку с границами $\alpha = 3^h$ до $\alpha = 8^h$ и $\delta = +20^0$ до $\delta = -20^0$. На этой площадке, занимающей 3000 квадр. град., мы взяли все звезды ранних спектральных типов (до типа B_7), входящих в каталог колор-индексов Стеббинса, Гуфера и Уитфорда([11]). Для звезд этого каталога известно межзвездное поглощение. Это дает нам возможность исследовать также распределение звезд по расстояниям. Несмотря на то, что последние определяются недостаточно точно, это может дать некоторые дополнительные результаты.

Из упомянутого каталога, в указанных интервалах координат, мы выбрали 207 звезд спектрального типа O_6—B_7 (звезды, ранее O_6, не встречаются). Расположение этих звезд на небесной сфере приведено на рис. 1, где по осям нанесены прямые восхождения и склонения звезд.

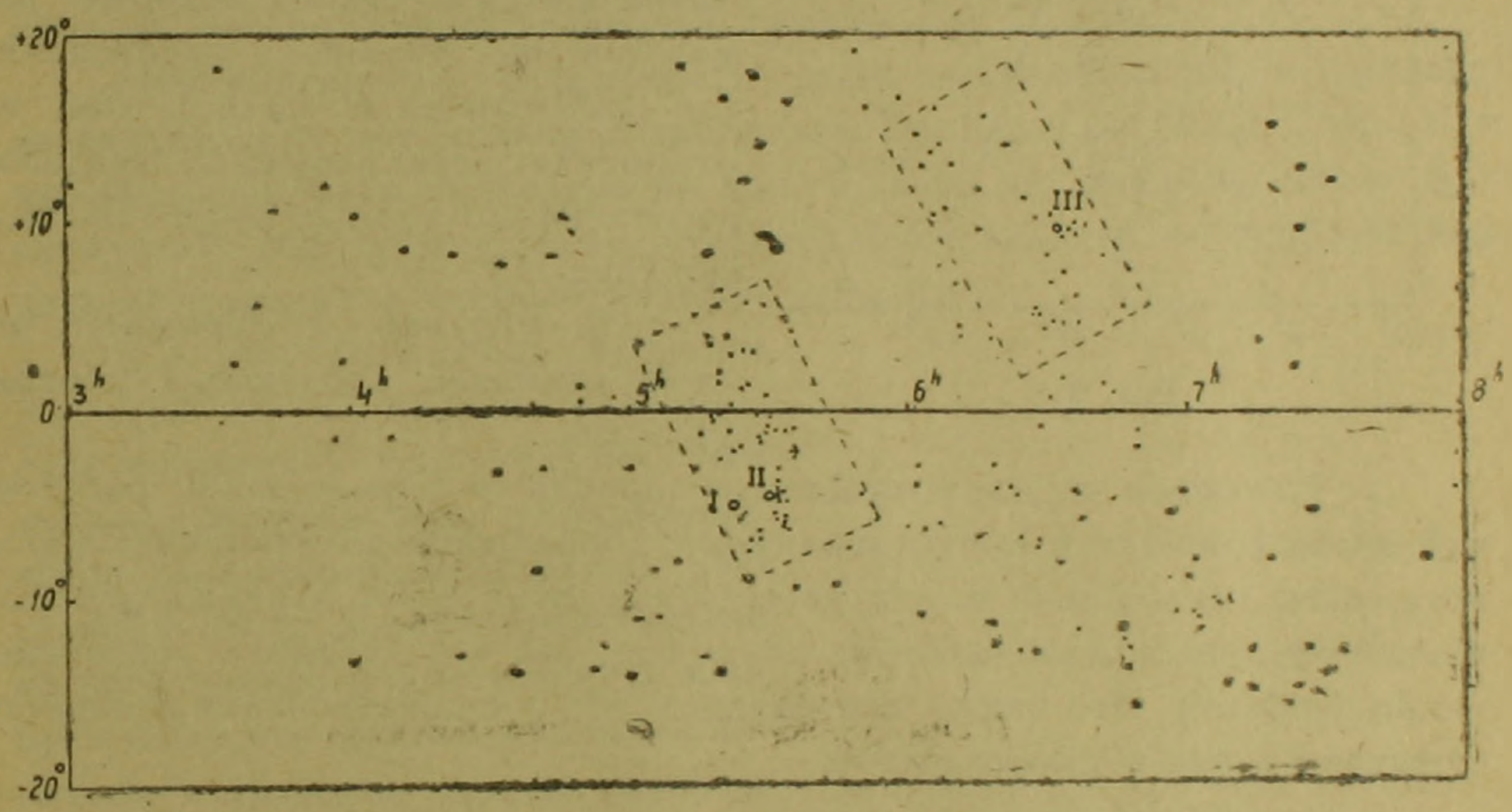


Рис. 1.

Даже беглый взгляд на этот рисунок указывает на явную концентрацию звезд в некоторых частях области. Для более наглядной иллюстрации, мы построили кривые распределения звезд по α и по δ. Эти кривые приведены на рис. 2 и 3, где по оси абсцисс обозначены координаты (прямое восхождение—на рис. 2 и склонение—на рис. 3), а по оси ординат—число звезд.

Из этих кривых видно, что в данном случае мы имеем дело с такой концентрацией звезд в двух частях исследуемой области, которая не может быть делом случая.

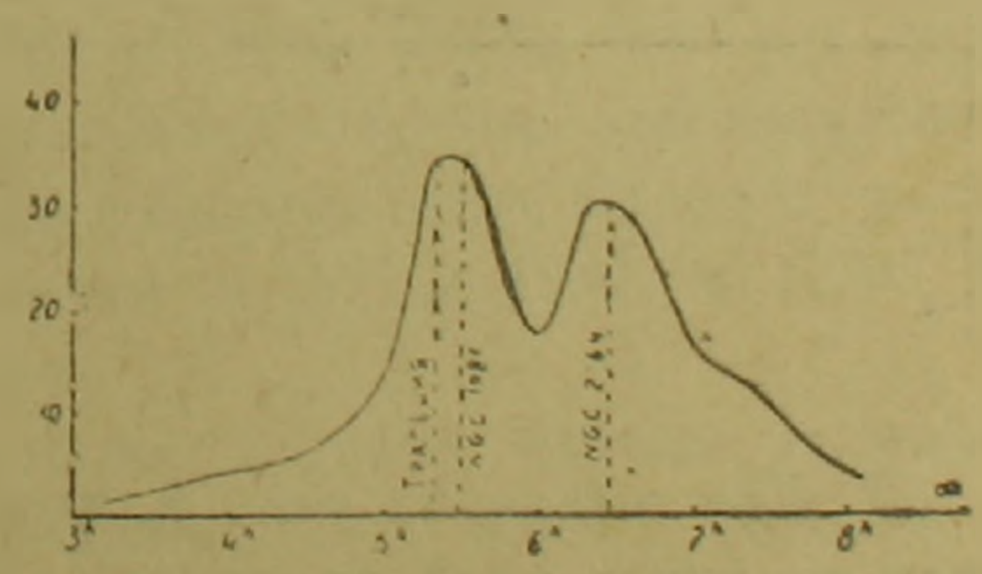


Рис. 2.

Падение звездной плотности от центра до краев рассматриваемой области так велико, что оно не может быть объяснено также локальным межзвездным поглощением. Для выяснения наличия влияния

межзвездного поглощения, спроектируем все звезды на плоскость, перпендикулярную к плоскости Галактики, т. е. нанесем на прямоугольную координатную систему x, z. Для этого воспользовавшись модулями расстояния для каждой звезды отдельно, исправленными на межзвездное поглощение ([11]), мы по формуле

$$\log r = 0.2\ (m_0 - M) + 1$$

определили их расстояние, а затем

$$x = r \cos b \,.\, \cos (l - l_c)$$

$$z = r \sin b,$$

где l_c — галактическая долгота центра площади.

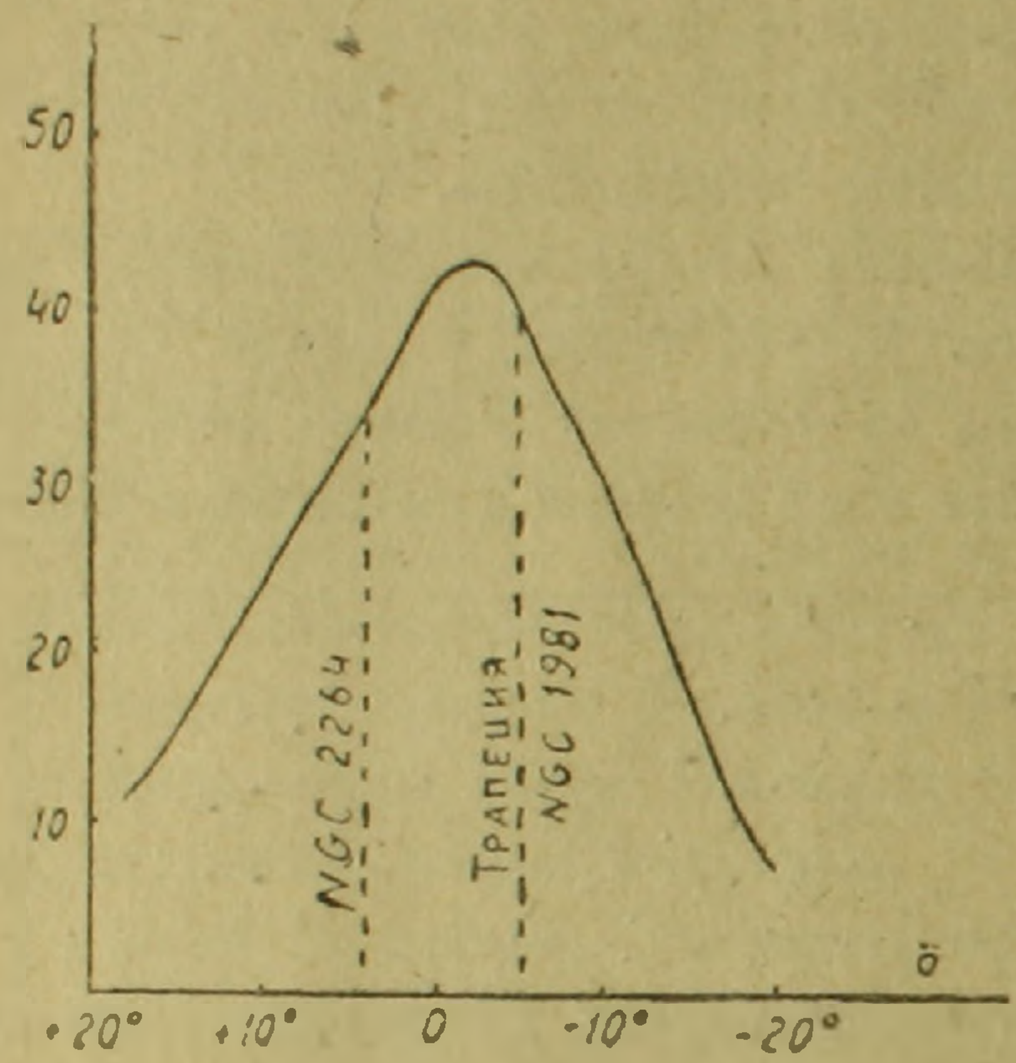


Рис. 3.

Среди рассмотренных звезд встречаются и такие, которые находятся на больших расстояниях (до 2500 парсек и более). Мы их отбросили, ограничившись звездами, расстояния которых не выше 1000 парсек (рис. 4).

На рисунке 4 обращают на себя внимание следующие обстоятельства:

1. Несмотря на многочисленные ошибки в определении расстояний звезд (ошибка в оценке видимой и абсолютной величин, спектрального типа, поглощения и т. п.) в распределении ярких звезд по расстояниям обнаруживается такое же сгущение, как и в видимом распределении (рис. 1). Это также свидетельствует о существовании реального сгущения звезд в пространстве.

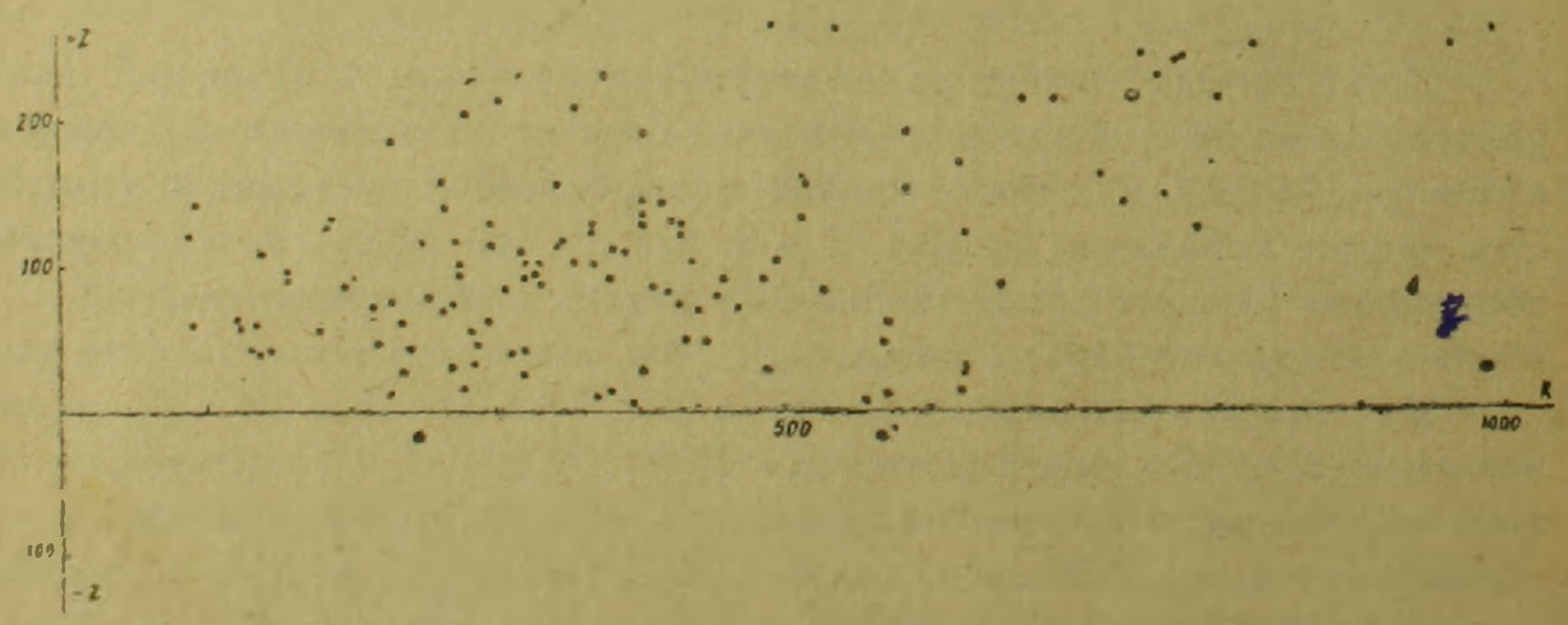


Рис. 4.

2. Как видно из рис. 4, хотя и встречаются звезды, находящиеся около галактической плоскости, но их основная масса распределена выше этой плоскости. Кроме того, выбранная нами группа звезд рас-

положена слоем, почти параллельным галактической плоскости. Это делает невероятным систематическое изменение в поглощении.

Как очевидно из рис. 1 и 2, имеются две концентрации звезд: одна вокруг скопления Трапеции и NGC 1981, другая вокруг NGC 2264. Назовем первую группу ассоциацией Ориона, вторую—ассоциацией Единорога. Таким образом ассоциация Ориона обладает, повидимому, двумя ядрами, являющимися звездными скоплениями (в § 3 увидим, что расстояние этих трех объектов—скопления Трапеции, NGC 1981 и ассоциации Ориона, одного порядка). На рис. 1 через I обозначено скопление Трапеции, II—NGC 1981, III—NGC 2264.

Следует обратить внимание на то, что скопление Трапеции расположено несколько в стороне от центра ассоциации. Кроме того, непосредственно вблизи Трапеции яркие звезды не обнаруживаются. Это вызывает сомнения в принадлежности скопления Трапеции к системе ассоциации. Но, возможно, что асимметричное расположение Трапеции вызвано поглощающим действием туманности Ориона.

Небезынтересно рассмотреть распределение звезд в проекции на направление соединяющее скопление Трапеции и NGC 2264. Кривая распределения приведена на рис. 5. Там же указаны места трех скоплений. Эта кривая вновь демонстрирует наличие по крайней мере двух ассоциаций в рассматриваемой области.

§ 3. *Распределение модулей расстояний.* В низких галактических широтах и при условии, что звезды распределены равномерно, закон распределения модулей расстояний звезд должен представлять из себя плавно возрастающую кривую. Если эта кривая, начиная с некоторого значения модуля расстояния, испытывает внезапный скачок вниз, то это свидетельствует о существовании некоторого сгущения звезд, причем модуль расстояния этого сгущения примерно равен модулю, соответствующему максимуму кривой распределения. Этот метод давно применяется для определения расстояния открытых скоплений.

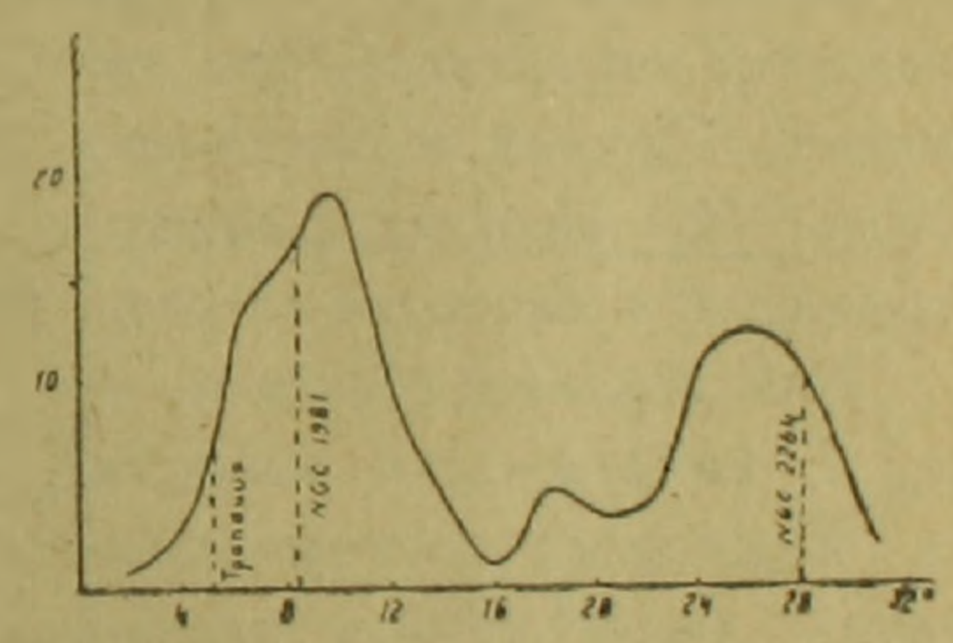


Рис. 5.

Можно построить аналогичную кривую и для звезд в окрестностях скоплений Трапеции и NGC 1981 и NGC 2264, так как модули расстояния, исправленные за межзвездное поглощение, нам известны ([11]). На рис. 6 и 7 приведены эти кривые распределения модулей расстояний для звезд в окрестностях Трапеции и NGC 1981 и NGC 2264 отдельно.

Из этих кривых видно, что в обоих случаях звезды с модулем расстояний порядка 8^m явно преобладают. Это значит, что на расстояниях, соответствующих этому значению модуля, звездная плотность испытывает сильное увеличение. Однако, концентрация звезд в данном

случае имеет место в огромном объеме пространства, характерном для звездной ассоциации.

Таким образом, как видимое распределение звезд (§ 2), так и кривая распределения модулей расстояний этих звезд, указывает на то, что вокруг скопления Трапеции и NGC 1981 с одной стороны и NGC 2264—с другой, существуют звездные ассоциации из звезд ранних спектральных типов (O_6—B_7).

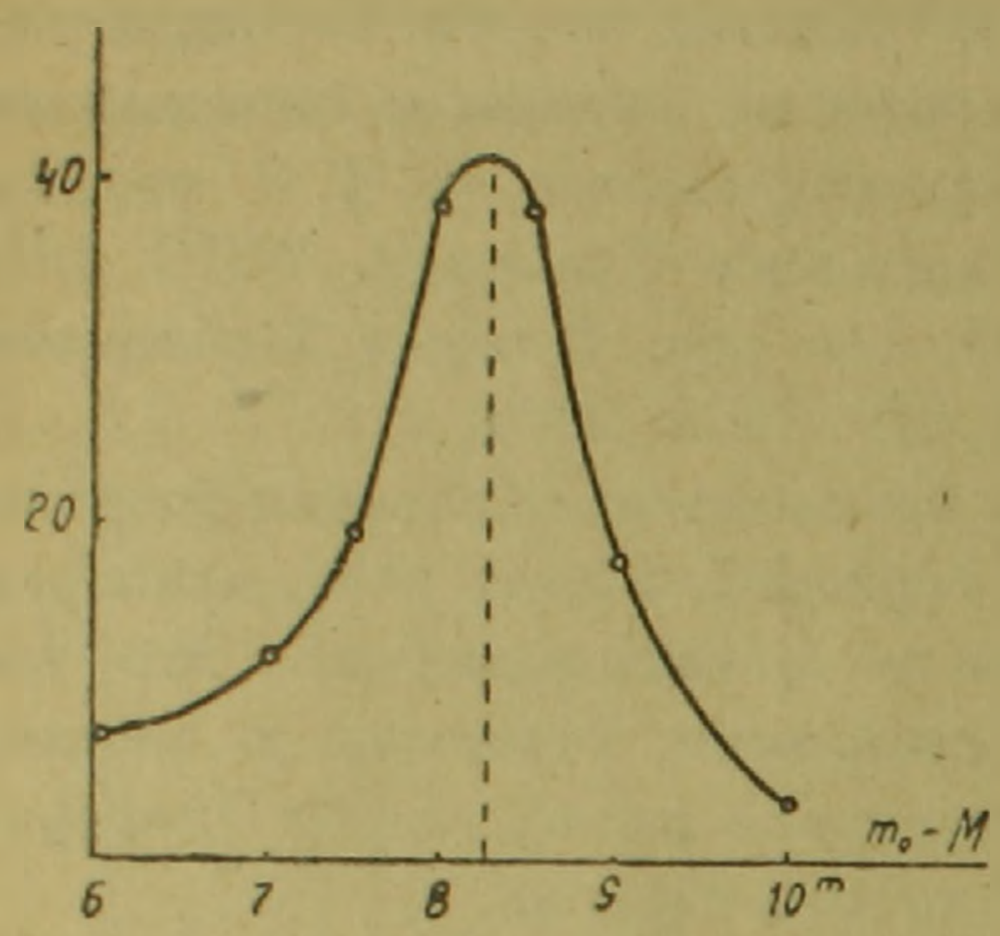


Рис. 6.

Для ассоциации Ориона—соответствующий модуль расстояния равен $8^m.20$. Этому соответствует расстояние в 440 парсек. Учитывая дисперсию абсолютных величин порядка $\pm 0.35^m$ ([12,13]), получим, что центр ассоциации Ориона, а следовательно и скопление Трапеции, находятся на расстоянии от 380 до 510 парсек. Примем, как наивероятное расстояние, значение, равное 450 парсек. Эта оценка близка ([3]) к значению расстояния скопления Трапеции, а также туманности Ориона. С другой стороны, расстояние скопления NGC 1981 равно 490 парсек. Таким образом, представляется вероятным, что туманность Ориона и скопления и NGC 1981 находятся внутри ассоциации в качестве ее ядер.

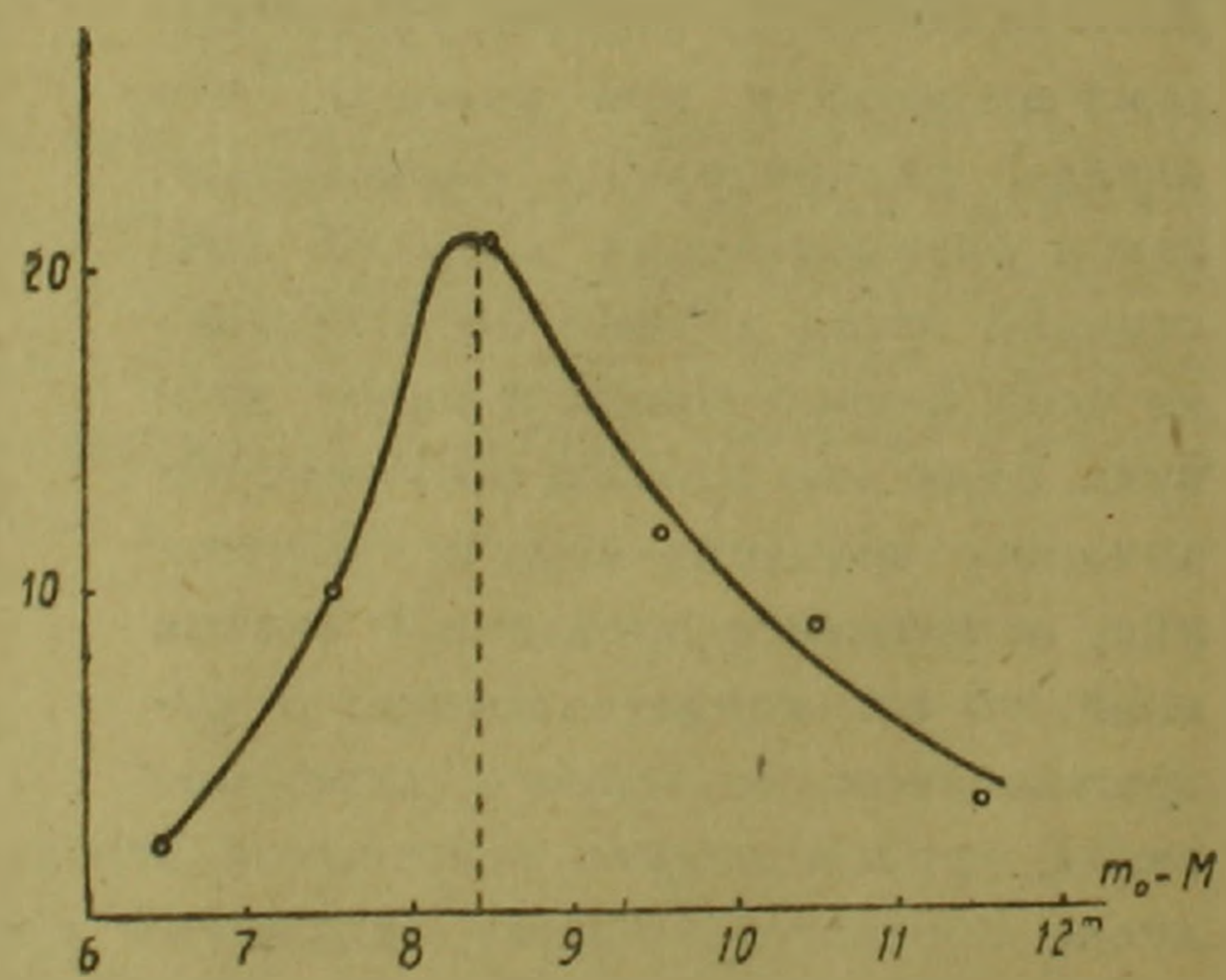


Рис. 7.

Аналогичным образом, из рис. 7 найдем—для ассоциации Единорога—оптимальный модуль расстояний, равный $8^m.40$. Этому соответствует расстояние центра ассоциации, равное 480 парсек. Расстояние же скопления NGC 2264, как видели выше, равно 450 парсек. Поэтому, весьма вероятно, что скопление NGC 2264 находится внутри ассоциации Единорога, в качестве ее ядра.

Обращает на себя внимание и то, что обе эти ассоциации находятся на почти одинаковом расстоянии.

§ 4. *Размеры ассоциаций.* На рис. 1 пунктирными линиями начерчены приблизительные границы ассоциаций Ориона и Единорога. Обе они вытянуты по галактической долготе (галактический экватор на рис. 1 проходит под углом приблизительно 45^0 к горизонтальной линии). Имеем следующие приблизительные размеры ассоциаций: для Ориона—$15^0 \times 10^0$, для Единорога—$12^0 \times 8^0$. Если принять средний па-

раллакс ассоциаций равным 0".0022, то это означает, что размеры в парсеках будут: для Ориона—120 × 80 парсек, для Единорога—75 × 65. Во всяком случае линейные размеры ассоциаций больше 50 парсек.

§ 5. *Подсистемы звезд разных типов в ассоциациях.* Нами изучено распределение членов ассоциаций по небу в зависимости от спектральных подразделений. Мы разделили все звезды в ассоциациях Ориона и Единорога на следующие четыре группы: O_6—B_0, B_1—B_2, B_3—B_4 и B_5—B_7. Получаем, таким образом, четыре распределения. Лучше всего рассмотреть распределение в проекции на линию, соединяющую Трапецию с NGC 2264. Результаты, в виде графиков, приведены на рис. 8, где по оси абсцис обозначены расстояния в градусах, а по оси ординат—проценты.

Эти графики показывают, что звезды ранних типов обнаруживают тенденцию сгущаться в центральных частях ассоциаций, а звезды поздних подтипов расположены также на периферриях. Изменение размеров подсистемы, состоящей из данного типа звезд, происходит параллельно с изменением спектрального типа. Для более наглядной иллюстрации этой закономерности, на рис. 9 приведены кривые зависимости диаметров ассоциаций Ориона и Единорога от спектрального типа звезд. При этом диаметр системы, состоящей из звезд типа O_6—B_0 в обоих случаях приняты равными единице.

Аналогичное явление наблюдается и при проектировании на другие направления.

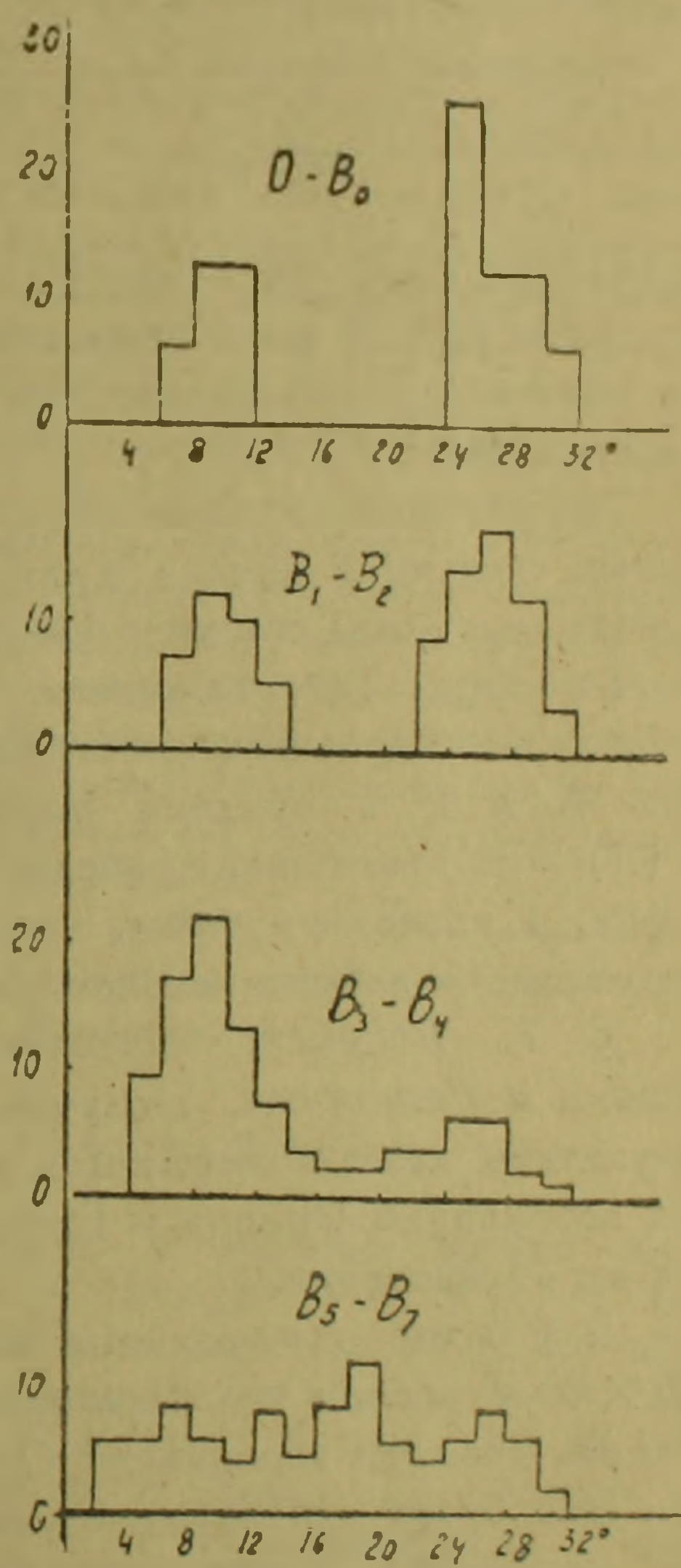


Рис. 8.

§ 6. *Объяснение зависимости между спектральным типом и диаметром локальной системы.* Могут быть два объяснения зависимости между спектральным типом звезд и диаметром соответствующей подсистемы.

1. Если пекулярные скорости, т. е. скорости вылета звезд из ядра, в котором они образовались, для всех спектральных типов одинаковы, а ускорениями при движении вне ядра можно пренебречь, то рис. 9 будет указывать нам последовательность образования звезд. Так, например, в этом случае следует считать, что звезды типа B_5—B_7 образовались раньше, чем звезды B_3—B_4.

Следовательно, звезды O_6—B_0 являются самыми молодыми в рассматриваемой ассоциации.

2. Если все звезды образовались практически одновременно, то обнаруженная зависимость может быть объяснена различием пекулярных скоростей звезд различного спектрального типа. Известно, что звезды поздних спектральных типов обладают сравнительно большими пекулярными скоростями, чем звезды ранних спектральных типов. Качественно кривая на рис. 9 согласуется с этим; при переходе к более поздним типам возрастает диаметр системы, который должен быть пропорционален средней пекулярной скорости. В таком предположении на основании рис. 9 мы можем составить представление об относительных значениях необходимых пекулярных скоростей. Эти значения приведены в табл. 1.

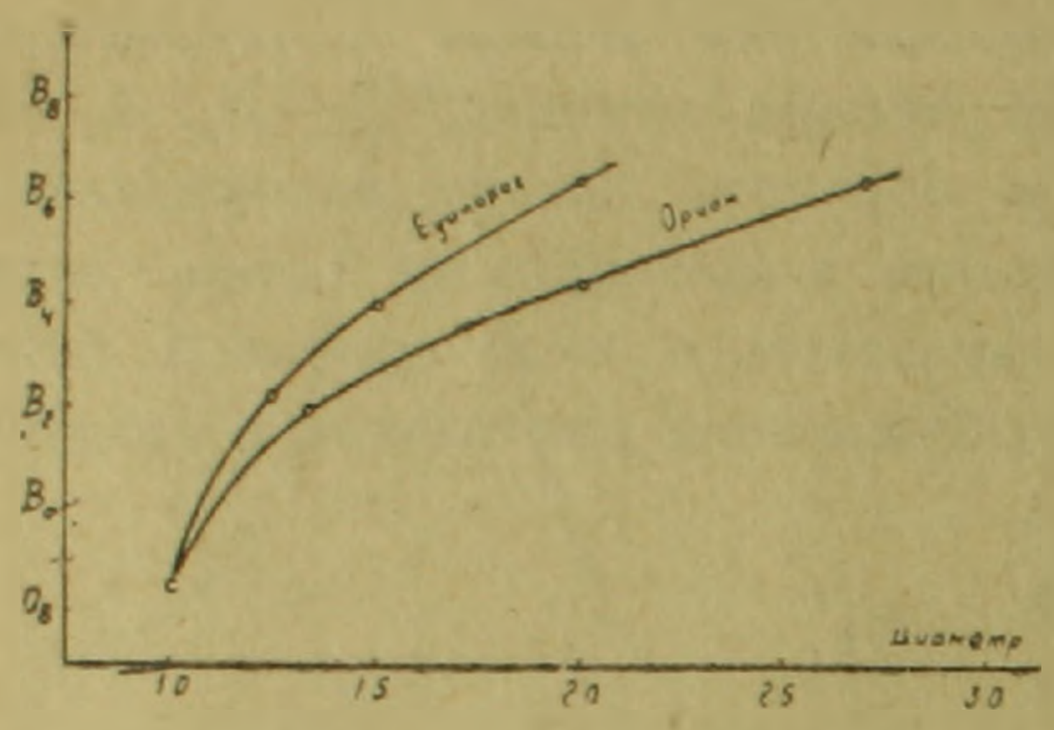


Рис. 9.

Полученные отношения пекулярных скоростей близки к данным о движениях звезд соответствующих типов вообще. Так, например, отношение пекулярных скоростей звезд типа A и B в среднем порядка 1,7 ([14]), хотя отношения приведенных в табл. 1 несколько выше, чем наблюденные в действительности.

Таблица 1

Спект. тип.	Пекулярная скорость	
	Орион	Единорог
O_6—B_0	1	1
B_1—B_2	1.30	1.25
B_3—B_4	2.00	1.50
B_5—B_7	2.70	2.00

§ 7. *Возраст ассоциаций Ориона и Единорога.* Полученные результаты дают возможность оценить приблизительный возраст звездных ассоциаций Ориона и Единорога, т. е. промежуток времени со дня их образования.

В § 4 мы для размера ассоциации Ориона получили значение 120 × 80 парсек, а для Единорога 75 × 65. Можно круглыми цифрами принять диаметр ассоциации Ориона равным 100, а Единорога—70 парсек. Это будет одновременно диаметр системы B_5—B_7 (см. предыдущий параграф). Приняв среднюю пекулярную скорость звезд типа B_5—B_7 равная 10 *км/сек*, получим продолжительность расширения системы B_5—B_7, и следовательно, возраст ассоциации Ориона, порядка 5 миллионов лет и Единорога—3,5 миллиона лет.

Бюраканская Астрофизическая Обсерватория
Академии Наук Армянской ССР
Ереван, 1948, октябрь.

Գ. Ա. ԳՈՒՐԶԱԴՅԱՆ

Օրիոնի եվ Միեղջյուրի աստղային ասոցիացիաները

Ներկա աշխատության մեջ ցույց է տրված, որ Օրիոնի և Միեղջյուրի համաստեղություններում կան աստղային ասոցիացիաներ, որոնք բաղկացած են O և B տիպի հսկաներից։ Աստղային ասոցիացիաները, ըստ Վ. Հ. Համբարձումյանի, իրենցից ներկայացնում են այնպիսի աստղային սիստեմներ, որոնք ունեն շատ ավելի փոքր աստղային խտություն, քան Գալակտիկայի տիպալ կետի ընդհանուր դաշտի խտությունն է, բայց որոնք բաղկացած են միայն որոշակի ֆիզիկական տիպի աստղերից, օրինակ, T Ցուլի, Վոլֆա-Ռայե, O և B տիպի աստղերից և այլն։ Վերջին տիպին պատկանող ասոցիացիաները հաճախ իրենց կենտրոնում ունենում են կորիզ, որն իրենից ներկայացնում է բաց աստղակույտ։ Վերոհիշյալ Օրիոնի և Միեղջյուրի ասոցիացիաները պատկանում են հենց այս տիպին։ Նրանց մեջ մտնող աստղերը, թվով 200, O_8—O_7 սպեկտրալ տիպի են։ Բացի այդ, որպես կորիզ, Օրիոնի ասոցիացիայի մեջ են մտնում Տրապեցիայի և NGC 1981, իսկ Միեղջյուրի մեջ՝ NGC 2264 բաց աստղակույտերը։

Նկատված է նաև մի հետաքրքիր օրինաչափություն՝ ասոցիացիաների մեջ մտնող աստղերի բաշխվածության նկատմամբ։ Պարզվում է, որ ասոցիացիաների կենտրոնում կենտրոնացված են ամենից վաղ սպեկտրալ տիպին պատկանող աստղերը (O—B_0), որոնց շուրջը դասավորված են մնացած տիպի աստղերը։ Այլ խոսքով՝ որոշակի կապ գոյություն ունի սպեկտրալ տիպի և տվյալ սպեկտրալ տիպի աստղերից բաղկացած ենթասիստեմի տրամագծի միջև։ Այս հանգամանքը բացատրվում է տարբեր տիպի աստղերի սեփական (պեկուլյար) արագությունների միջև եղած տարբերությամբ։

Վերջում որոշված են ասոցիացիաների հասակները. ստացված է Օրիոնի համար՝ 5, Միեղջյուրի համար՝ 3.5 միլիոն տարի։

Անհրաժեշտ է նշել, որ աստղային ասոցիացիաները, որոնց վրա առաջին անգամ ուշադրություն է դարձրել Վ. Հ. Համբարձումյանը, իրենցից ներկայացնում են բոլորովին նոր և առանձնահատուկ աստղային սիստեմներ։ Նրանք դինամիկական տեսակետից շատ անկայուն են և ունեն շատ կարճ կյանք՝ մի քանի տասնյակ միլիոն տարի։ Դա նշանակում է, որ ասոցիացիաների և, հետևաբար, աստղերի առաջացումը շարունակվում է նաև ներկայում։ Այս հանգամանքն ունի կոսմոգոնիկական նշանակություն, որովհետև նա հնարավորություն է տալիս, ուսումնասիրելով ասոցիացիաների մեջ մտնող աստղերը, գաղափար կազմել աստղերի առաջացման սկզբնական էտապի մասին։

Այստեղից հետևում է, որ ասոցիացիաները հանդիսանում են շատ արդյունաբեր օբյեկտներ՝ աստղային ալիքարկի վերաբերյալ մեր գիտելիքների հարստացման գործում և այդ իսկ պատճառով նրանց հետագա ուսումնասիրությունը շատ ցանկալի է։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. *В. А. Амбарцумян.* Эволюция звезд и Астрофизика, Ереван, 1948. 2. *В. А. Амбарцумян.* Астр. ж., **14**, 207, 1937. 3. *R. Trumpler.* P. A. S. P., **43**, 255, 1933. 4. *R. Trumpler.* Lick. Obs. Bull, **14**, 159, 1930. 5. *E. Hubble.* Ap. J., **56**, 400, 1922, 6. *В. А. Амбарцумян* и *Ш. Горделадзе.* Бюлл. Абастуманской Обсерв. **2**, 37, 1938. 7. *O. Struve* a. *J. Titus.* Ap. J, **99**, 84, 1944. 8. *J, Moore.* Pub. Lick. Obs. **18**, 213, 1932. 9. *R. Trumpler.* Lick. Obs. Bull. **14**, 420, 1930. 10. *H. Shapley.* Star clusters N. Y. 1930. 11. *J. Stebbins, C. Huffer* a. *A. Whitford.* Ap. J. **91**, 20, 1940 12. *А. Шайн.* Курс Астр. и зв. астр. **249**, 1935. 13. *R. Wilson* A. J. **41**, 169, 1932. 14. *Б. Воронцов-Вельяминов.* Новые звезды и галактические туманности, М.—Л., 1935.

ՀԱՅԿ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ ԳՐԱԴԱՐԱՆ

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
X 1949 1

АСТРОФИЗИКА

Б. Е Тумаян

Определение потенциальных энергий ряда открытых звездных скоплений

(Представлено В. А. Амбарцумяном 17 XI 1948)

В настоящей работе произведено вычисление гравитационных энергий 24-х открытых звездных скоплений. При расчетах использованы данные о видимых фотографических величинах, спектральных типах и координатах звезд скоплений Ф. В. Моверса ([6]), — для NGC 7092 и NGC 7209, и В. Шмидта ([7]),—для I. C. 2395, а для остальных 21 скопления результаты, содержащиеся в двух статьях Р. С. Цуга ([8,9]), дающих координаты, видимую фотографическую величину, колор-индекс, а для ряда звезд также спектральный класс и колор-эксцесс. Использовались расстояния скоплений, данные в этих работах. Для I. C. 2395, NGC 6383, 6520 и 6531 расстояния отсутствовали и были определены нами с учетом межзвездного поглощения в направлениях этих скоплений.

Вычисление потенциальных энергий произведено по методу, предложенному В. А. Амбарцумяном ([1]), согласно которому полная гравитационная потенциальная энергия скопления сферической формы равна

$$U = G \int_{-\infty}^{+\infty} [f(z)]^2 dz,$$

т. е. интегралу от квадрата плотности массы звезд на одномерной проекции скопления, умноженному на постоянную тяготения G. Как известно, этот метод очень прост для вычисления и может быть применен к скоплениям как с большим, так и со сравнительно небольшим числом членов.

Для определения масс звезд каждого скопления, на основании таблицы, данной П. П. Паренаго ([2]) по абсолютной фотографической величине, находилась абсолютная болометрическая величина, а затем, на основании соотношения масса-светимость ([11]), и логарифм массы.

После этого путем суммирования находилось значение массы в каждом интервале Δz, т. е. $f(z)\Delta z$ и вычислялось

$$U = G \Sigma \frac{[f(z)\Delta z]^2}{\Delta z}.$$

Полученные результаты приведены в таблице 1.

В таблице 2 мы объединили наши данные о гравитационных энергиях скоплений с данными, приведенными в статьях В. А. Амбарцумяна ([1]), Н. С. Орловой ([4]), И. Н. Скабицкого ([3]) и моей предыдущей работе ([5]).

Погрешности вычисления являются следствием следующих причин:

1. В основу метода определения потенциальной энергии положено допущение сферической симметрии распределения масс в звездных скоплениях, что в действительности нарушается и притом иногда в значительной степени.

2. Не во всех случаях возможно точно и правильно отделить звезды, физически связанные со скоплением, от звезд фона.

3. Неточное определение расстояния до скопления вносит некоторую погрешность.

Сравнение численных значений для потенциальных энергий, полученных разными авторами (см. табл. 2), показывает, что вышеуказанные причины погрешностей не могли оказать существенное влияние на численные результаты, и что приведенные здесь потенциальные энергии дают правильно порядок этих величин.

Для приведенных 43-х скоплений в логарифмической шкале начерчена диаграмма зависимости: потенциальная энергия-масса скопления. Вычисленные нами потенциальные энергии нанесены на эту диаграмму в виде пустых квадратов (тип II 2 г), треугольников (тип II 3 р) и кружков (остальные типы). Данные о скоплениях, для которых эти энергии вычислены другими авторами, изображены теми же фигурами, но сплошными.

Из основной формулы для потенциальной энергии

$$U = \frac{1}{2} G \sum_{i,k} \frac{m_i m_k}{r_{ik}},$$

где m_i — масса i-той звезды скопления, G — постоянная тяготения и r_{ik} — расстояние между i-той и k-той звезды следует, что потенциальная энергия является не только функцией массы, но зависит также от числа членов и их взаимных расстояний (т. е. от компактности скопления). Поэтому на нашей диаграмме точки, изображающие скопления, не располагаются на одной прямой.

При предположении, что все члены скопления имеют одинаковые массы, приближенное значение U можно оценить по формуле

$$U = \frac{1}{2} G \frac{m^2}{a} N (N-1),$$

где N — число звезд скопления, m — масса звезды, a — усредненное рас-

стояние между звездами скопления, являющееся величиной того же порядка, что и радиус скопления. Но так как

$$N \gg 1, \text{ т. е. } N(N-1) \approx N^2 \text{ и } mN = M,$$

где M—полная масса скопления, получим

$$U = \frac{1}{2} G \frac{M^2}{a}.$$

Предполагая, согласно Тремплеру ([10]), что скопления, одинаково построенные, имеют одинаковые диаметры, мы приходим к заключению, что для каждого подкласса Тремплера „a" будет постоянным, т. е. log M и log U будут связаны линейной зависимостью. Следовательно на нашей диаграмме скопления одинаковых подклассов расположатся на одной прямой с угловым коэфициентом равным двум. Для различных подклассов построенные прямые будут параллельны между собой и перемещены одна от другой на расстояние, зависящее от средних линейных диаметров этих подклассов.

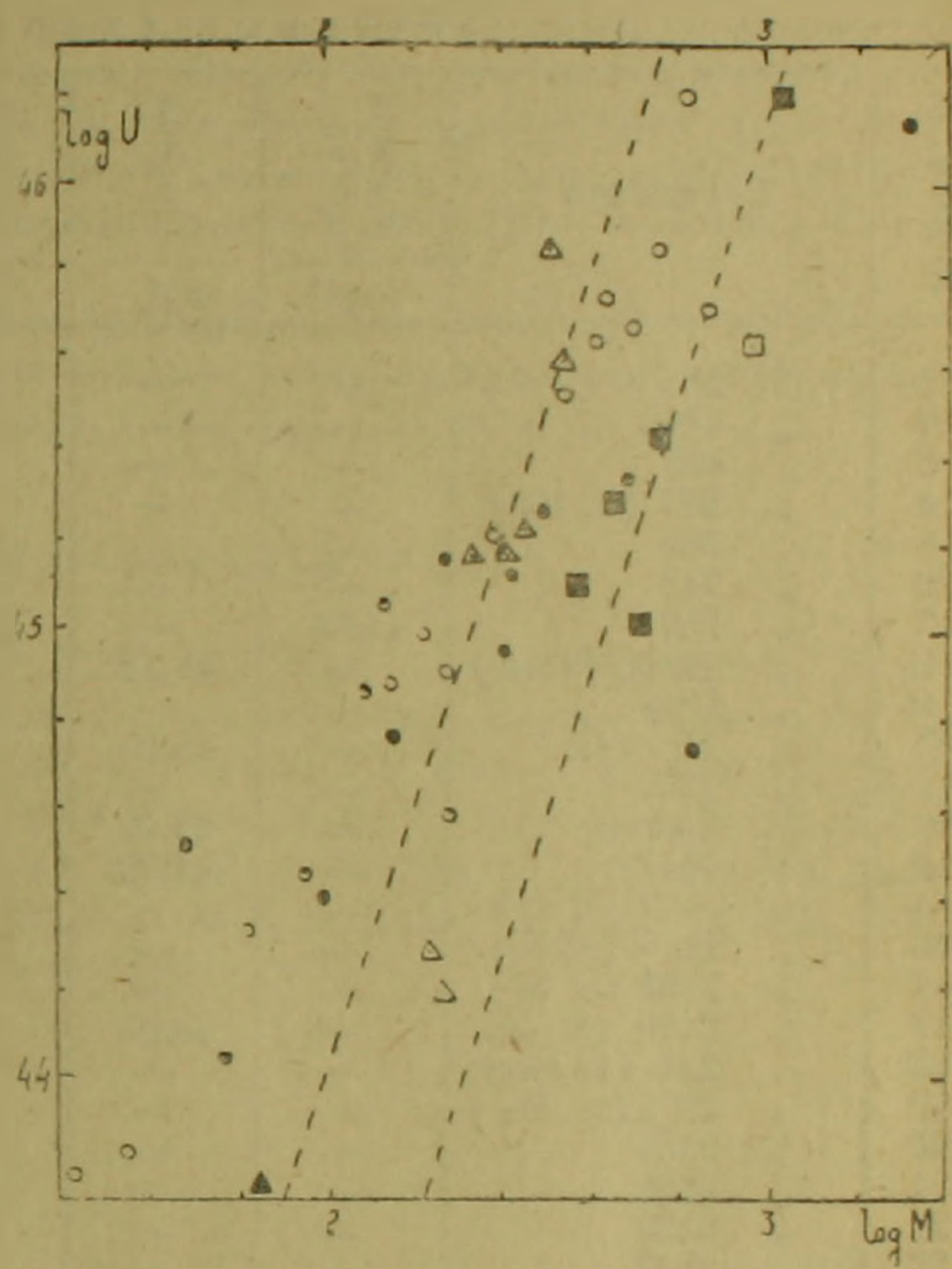


Таблица 1

Потенциальные энергии для 24-х открытых звездных скоплений

№№ п. п.	Скопления	Расстояние в парсеках	Общая масса, выраженная в мас. солнца	Гравит. потенц. энергии в эргах	№№ п. п.	Скопления	Расстояние в парсеках	Общая масса, выраженная в мас. солнца	Гравит. потенц. энергии в эргах
1	NGC 581	1900	144	$7{,}4\ 10^{44}$	13	NGC 6383	1800	225	$14{,}9.10^{44}$
2	„ 1039	450	126	$7{,}2\ 10^{44}$	14	„ 6520	2800	348	$40{,}0.10^{44}$
3	„ 1502	1450	328	$73{,}0.10^{44}$	15	„ 6531	1200	411	$43{,}8.10^{44}$
4	„ 1647	610	193	$8{,}0.10^{44}$	16	„ 6823	4600	764	$52{,}7.10^{44}$
5	„ 2099	820	141	$11{,}0.10^{44}$	17	„ 6882	1350	97	$2{,}9.10^{44}$
6	„ 2244	1340	581	70.10^{44}	18	„ 6885	630	48	$3{,}2\ 10^{44}$
7	„ 2362	1650	642	158.10^{44}	19	„ 6910	2200	432	$56\ 6.10^{44}$
8	„ 2381	2400	206	$1{,}5 \cdot 10^{44}$	20	„ 6913	2200	482	$49{,}0.10^{44}$
9	„ 2395	550	276	$14{,}6.10^{44}$	21	„ 7092	250	171	$9{,}7.10^{44}$
10	„ 2422	480	176	$1{,}8.10^{44}$	22	„ 7209	1165	942	$44{,}9.10^{44}$
11	„ 2439	1900	286	$16{,}6.10^{44}$	23	„ 7243	750	205	$13{,}1.10^{44}$
12	„ 2539	740	197	$15{,}3\ 10^{44}$	24	„ 7510	4100	355	$33{,}4.10^{44}$

Проведенные на чертеже соответствующие прямые линии имеют угловой коэфициент, отличный от двух. К сожалению, имеющиеся под рукой данные недостаточны для того, чтобы сделать такую же проверку в отношении остальных подклассов.

Таблица 2

Численные значения logU и logM для 43-х открытых звездных скоплений

№№ п. п.	Скопления	Амбарцумян logU	Орлова logU	Скабицкий logU	Тумамян logU	Логарифм общей массы	Среднее значение logU
1	NGC 136	—	—	—	44.31	1,83	44,31
2	„ 146	—	—	—	43,77	1.43	43,77
3	„ 433	—	—	—	44,03	1,73	44,03
4	„ 581 (M 103)	—	—	—	44,87	2,16	44,87
5	„ 663	—	—	45,34	—	2,69	45,34
6	„ 743	—	—	—	43,82	1,56	43,82
7	„ 752	44,56	—	44,48	—	2,15	44,52
8	„ 869 (h-Persei)	—	46,11	—	—	3,30	46,11
9	„ 1039	—	—	—	44,86	2,10	44,86
10	Плеяды	—	45,12	—	—	2,43	45,12
11	„ 1502	—	—	—	45,86	2,52	45.86
12	Гиады	—	44,40	—	—	2,00	44,40
13	„ 1647	—	44,28	—	44,90	2,28	44,59
14	„ 1912 (M 38)	—	—	45,12	—	2,54	45,12
15	„ 1960 (M 36)	—	—	44,73	—	2,84	44·73
16	„ 2099 (M 37)	—	—	—	45,04	2,15	45,04
17	„ 2168 (M 35)	—	44,95	—	—	2,42	44.95
18	„ 2244 (12 Mon)	—	—	—	45,84	2,76	45,84
19	„ 2362 (τc Ma)	—	—	—	46,20	2,81	46,20
20	„ 2384	—	—	—	44,17	2,31	44,17
21	„ 2422	—	—	—	44,26	2,24	44,26
22	„ 2439	—	—	—	45,22	2,46	45,22
23	„ 2539	—	—	—	45,19	2,29	45,19
24	„ 2548	—	—	44,74	—	2,16	44,74
25	„ 2632 (Ясли)	—	45,25	—	—	2,48	45,25
26	I. C. 2395	—	—	—	45,17	2.44	45 17
27	NGC 2682 (M 67)	—	45,30	—	—	2.65	45,30
28	„ 3532	—	—	45,02	—	2,72	45,02
29	Coma Berenices	43,60	—	—	—	1,79	43,72
30	NGC 6383	—	—	43,84	45,17	2,35	45,17
31	„ 6520	—	—	—	45,60	2,54	45,60
32	„ 6531 (M 21)	—	—	—	45,64	2,61	45,64
33	„ 6705 (M 11)	—	46,18	46,22	—	3.01	46,20
34	„ 6823	—	—	—	45,72	2,88	45,72
35	„ 6882	—	—	—	44,46	1,99	44,46
36	„ 6885	—	—	—	44,51	1,68	44,51
37	„ 6910	—	—	—	45,75	2,63	45,75
38	„ 6913 (M 29)	—	—	—	45,69	2,68	45,69
39	„ 7092 (M 39)	—	—	—	44 99	2,23	44,99
40	„ 7209	—	—	—	45,65	2,97	45,65
41	„ 7243	—	—	—	45,12	2,31	45,12
42	„ 7510	—	—	—	45,52	2,55	45,52
43	„ 7654 (M 52)	—	—	45,45	—	2,77	45,45

Бюраканская Астрофизическая Обсерватория
Академии Наук Армянской ССР
Ереван, 1948, октябрь.

Բ. Է. ԹՈՒՄԱՆՅԱՆ

Մի շարք բաց աստղակույտերի պոտենցիալ էներգիաները

Վ. Հ. Համբարձումյանի կողմից առաջադրված մեթոդով հաշվված են 24 բաց աստղակույտերի գրավիտացիոն պոտենցիալ էներգիաները։

Մեր կողմից հաշվված է նաև I. C. 2395, NGC 6383 և NGC 6531 աստղակույտերի հեռավորությունները, ըստ որում հաշվի է առնված միջաստղային կլանումը այդ ուղղություններում։ Ստացված արդյունքները տրված են ուսերեն տեքստի 1-ին աղյուսակում։

2-րդ աղյուսակում, որտեղ մեր տվյալները միացրել ենք Վ. Հ. Համբարձումյանի (1), Ն. Ս. Օրլովայի (4), Ի. Ն. Ոկաբիցկու (3) և մեր նախորդ աշխատանքում (5) տրված աստղակույտերի տվյալների հետ, տրված են 43 բաց աստղակույտերի logM *և* logU*-երի թվական արժեքները, որտեղ* M*-ը աստղակույտի լրիվ մասսան է,* U*-ն՝ պոտենցիալ էներգիան։*

Կառուցված է logU—logM*-ի առնչության դիագրամ։*

Արված է եզրակացություն, որ այն աստղակույտերը, որոնք պատկանում են տրումպլերյան կլասիֆիկացիայի միևնույն դասին, դասավորվում են մի ուղղի վրա։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. *В. А. Амбарцумян.* ДАН СССР, **24**, 875, 1939. 2. *П. П. Паренаго.* „Курс звездной астрономии", 437—438, 1946. 3. *И. И. Скабицкий.* Ученые записки ЛГУ, вып. 11, 1941. 4. *Н. С. Орлова.* Ученые записки ЛГУ, астр. сер. 4, № 22, 1938. 5. *Б. Е. Туманян.* ДАН Арм. ССР, IX, № 1, 1948. 6. *F. W. Mäwers.* A. N. **270**, 201—219, 1940. 7. *W. Schmitt.* ZfA, **12**, 64—71, 1936. 8. *R. S. Zug.* L. O. B., **16**, 119, 1933. 9. *R. S. Zug.* L. O. B., **18**, 489, 1936—1938. 10. *R. I. Trumpler.* L. O. B., **14**, 420, 1930. 11. *W. M. Smart.* „Stellar dynamics", p. 21, 1938

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

X 1949 1

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

А. Г. Иосифьян, чл.-корресп. АН Армянской ССР

Теория самосинхронизирующихся синхронных машин. I. Параллельная работа синхронных машин в схеме передачи угла и движения

(Представлено 16 VIII 1948)

Многообразие применения синхронизирующихся систем приводит к многим принципиально отличным схемам включения синхронных машин в автоматических установках. Наиболее распространенные типовые схемы включения следующие: самосинхронизирующие схемы синхронной передачи угла и движения при однофазном и трехфазном возбуждении; работа трехфазной машины от преобразователя напряжений; работа машины двойного питания в режиме электрического диференциала; работа синхронных машин в тиратронных и ламповых схемах силового синхронного движения; параллельная работа синхронных генераторов как частный случай самосинхронизирующих синхронных машин.

В общем виде, с весьма малыми ограничениями, для анализа работы самосинхронизирующихся синхронных машин с любыми внешне приложенными напряжениями наиболее пригодным методом является метод, основанный на теории всеобщего трансформатора с переменными индуктивностями.

Этот метод был нами применен для анализа уравнений преобразования синхронной машины ([1]).. Как было показано автором, линейные преобразования диференциальных уравнений синхронной машины в осях 1,J плоскости комплексного переменного, жестко связанных и вращающихся вместе с обмоткой возбуждения, приводит к следующим диференциальным уравнениям, заданным в операторной форме:

$$\begin{aligned} e_f &= i_f r + [p + j(p\Theta)]\psi_f \\ e_b &= i_b r + [p - j(p\Theta)]\psi_b \\ e_0 &= i_0 r + p\psi_0 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} e_t &= i_t z_t - \frac{3}{2} M_t (i_f + i_b) \\ 0 &= i_q z_q + j \frac{3}{2} M_t (i_b - i_f), \end{aligned} \tag{2}$$

где

$$e_f = \frac{1}{3}\,(e_a + e_b\,\alpha + e_c\alpha^2)\,e^{-j\Theta}$$

$$e_b = \frac{1}{3}\,(e_a + e_b\alpha^2 + e_c\alpha)\,e^{j\Theta} \qquad (3)$$

$$e_o = \frac{1}{3}\,(e_a + e_b + e_c)$$

e_a, e_b, e_c, e_o — фазовые напряжения; $\alpha = e^{j\frac{2}{3}\pi}$; $\alpha^2 = e^{-j\frac{2}{3}\pi}$; $p = \frac{d}{dt}$;

i_t, e_t — ток и напряжение в обмотке возбуждения;

i_q — ток в демпферной обмотке;

Θ — угол, определяющий пространственное положение ротора.

При этом введены те же упрощения, которые были изложены в упомянутой работе.

Решая уравнение токов в обмотке возбуждения относительно приложенного к обмотке возбуждения напряжения, имеем:

$$i_t = \frac{e_t}{z_t} + \frac{\frac{3}{2}\,M_t\,(i_f + i_b)}{z_t} \qquad (4)$$

$$i_q = -\,j\,\frac{\frac{3}{2}\,M_t\,(i_b - i_f)}{z_q}$$

Подставляя в уравнение (1) и решая, имеем:

$$e_f = i_f A + i_b B + e_t C$$

$$e_b = i_f D + i_b E + e_t F, \qquad (5)$$

где

$$A = r + [p + j\,(p\Theta)]\left[L_f - \frac{\frac{3}{2}\,pM_t^2}{2z_t} - \frac{j\,\frac{3}{2}\,pM_{qk}^2}{2z_{qk}}\right]$$

$$B = [p + j\,(p\Theta)]\left[L_f - \frac{\frac{3}{2}\,pM_t^2}{2z_t} + j\,\frac{\frac{3}{2}\,pM_{qk}^2}{2z_{qk}}\right]$$

$$C = [p + j\,(p\Theta)]\,\frac{M_t}{2z_t}$$

$$D = [p - j\,(p\Theta)]\left[L_b - \frac{\frac{3}{2}\,M_t^2}{2z_t} + \frac{j\,\frac{3}{2}\,pM_{qk}^2}{2z_{qk}}\right] \qquad (6)$$

$$E = r + [p - j\,(p\Theta)]\left[L_f - \frac{\frac{3}{2}\,M_t^2}{2z_t} - j\,\frac{\frac{3}{2}\,pM_{qk}^2}{2z_{qk}}\right]$$

$$F = [p - j\,(p\Theta)]\,\frac{M_t}{2z_t}\,.$$

Величины A, B, C, D, E, F являются переходными импеданцами машин.

r, z_t, z_{qk} — омические сопротивления фазы, обмотки возбуждения и к-з цепи по поперечной оси;

L_f, L_b, M_{qk}, M_t — соответствующие индуктивности.

Уравнения определяют процессы работы всех возможных включений синхронной машины в любой автоматической схеме с любым режимом работы, как стационарным, так и не стационарным. Они дают возможность определить токи, если задана функция $(p\theta) = \frac{d\theta}{dt}$.

Эта функция может быть определена из уравнения, характеризующего механический режим работы ротора

$$Jp^2\theta + kp\theta + T = M,$$

где

J — момент инерции ротора;
k — коэфициент трения;
M — внешний момент нагрузки;
T — электромагнитный момент на роторе.

Как указано в упомянутой работе, выражения мгновенного электромагнитного момента, действующего на ротор машины, в осях $(1_1 j)$ или в осях (d, q) имеют вид:

$$T = \frac{3}{2}\left[2L_b j(i_b - i_f)(i_f + i_b) + M_t i_t j(i_b - i_f) + M_{qk} i_{qk} j(i_f + i_d)\right]$$

$$T = \frac{3}{2}\left[M_t i_t i_q + 2L_b i_d i_q + M_{qk} i_k i_d\right]. \qquad (7.)$$

Если токи будут получены в виде векторов, необходимо в выражении (7) взять скалярные произведения токов.

Пользуясь полученными уравнениями индивидуальной машины, рассмотрим параллельную работу синхронных машин в схеме передачи угла и движения.

Рассматриваемая схема состоит из двух параллельно включенных синхронных машин: „датчика" и „приемника". Мгновенные напряжения и токи датчика обозначим: I_a, I_b, I_c и E_a, E_b, E_c,
приемника: i_a, i_b, i_c и e_a, e_b, e_c.

К обмоткам возбуждения „датчика" и „приемника" приложено напряжение e_t, мгновенное значение которого задано уравнением:

$$e_t = E_m \cos \omega t.$$

Токи и напряжения рассматриваемых машин связаны нижеизложенными уравнениями, полученными из закона Кирхгофа:

$$I_a = -i_a \qquad E_a - E_b = e_a - e_b$$
$$I_b = -i_b \qquad E_b - E_c = e_b - e_c$$
$$I_c = -i_c \qquad E_c - E_a = e_c - e_a$$

Для напряжений справедливы также следующие уравнения:

$$E_a = e_a + e_0$$

$$E_b = e_b + e_0$$

$$E_c = e_c + e_0$$

где

e_0 — напряжение между нулевыми точками машины.

В общем случае e_0 отлично от 0. Выражая эти зависимости в осях (1, j) путем их подстановки в уравнение вида (3), имеем:

$$E_f = e_f^{\,j(\Theta_2-\Theta_1)} \qquad I_f = -i_f\, e^{j(\Theta_2-\Theta_1)}$$

$$E_b = e_b^{\,-j(\Theta_2-\Theta_1)} \qquad I_b = -i_b\, e^{-j(\Theta_2-\Theta_1)}, \qquad (8)$$

где:

$$\Theta_1 = \int \Omega_1\, dt + \delta_1$$

$$\Theta_2 = \int \Omega_2\, dt + \delta_2$$

мгновенное значение углов, определяющих пространственное положение роторов синхронных машин.

Оперативное уравнение обеих машин согласно выражениям (5) представляется в следующем виде:

$$E_f = I_f A_д + I_b B_д + e_t C_д$$
$$E_b = I_f D_д + I_b E_д + e_t F_д \qquad (9)$$

$$e_f = i_f A_п + i_b B_п + e_t C_п$$
$$e_b = i_f D_п + i_b E_п + e_t F_п, \qquad (10)$$

где индексы „Д" и „П" относятся к одной и другой машине.

Для режима синхронного вращения обеих синхронных машин справедливы уравнения:

$$p\Theta_2 = p\Theta_1 = \text{const} \quad \Theta_2 - \Theta_1 = \delta_2 - \delta_1 = \delta.$$

Задаваясь напряжением в обмотках возбуждения синхронных машин в виде вектора $\bar{e}_t$ и решая совместно уравнения (9) и (10), путем подстановки $p = j\omega$ и $(p\Theta) = \Omega$ в переходные импеданцы 6, легко определить токи i_f, i_b, а так же токи I_f, I_b. Это решение дает для любого стационарного режима работы, при условии, что параметры „датчика" и „приемника" одинаковы, нижеследующие выражения токов приемной машины:

$$\bar{i}_f = -\frac{1}{2}\,\frac{(1-e^{j\delta})(EC - BF\cos\delta)}{AE - BD\cos^2\delta}\,\bar{e}_t$$

$$\bar{i}_b = -\frac{1}{2}\,\frac{(1-e^{-j\delta})(AF + DC\cos\delta)}{AE - BD\cos^2\delta}\,\bar{e}_t, \qquad (11)$$

где:

$$A = r + (1 + s)\left[jx_f + \frac{\frac{3}{2}x_{at}^2}{2z_t} + \frac{\frac{3}{2}x_{qk}^2}{2z_{qk}}\right]$$

$$B = (1 + s)\left[jx_b + \frac{\frac{3}{2}x_{at}^2}{2z_t} - \frac{\frac{3}{2}x_{qk}^2}{2z_{qk}}\right]$$

$$C = (1 + s)\, j\,\frac{x_{at}}{2z_t} \qquad (12)$$

$$D = (1 - s)\left[jx_b + \frac{\frac{3}{2}x_{at}^2}{2z_t} - \frac{\frac{3}{2}x_{qk}^2}{2z_{qk}}\right]$$

$$E = r + (1 - s)\left[jx_f + \frac{\frac{3}{2}x_{at}^2}{2z_t} + \frac{\frac{3}{2}x_{qk}^2}{2z_{qk}}\right]$$

$$F = (1 - s)\left[j\frac{x_{at}}{2z_t}\right]$$

$$x_f = \omega L_f = \omega(L_{cp} + M_{cp}) = \omega\left[\frac{(L_{max} - L_{min})}{2} + \frac{(M_{max} + M_{min})}{2}\right].$$

$$x_b = \omega L_b = \omega\left(\frac{3}{2}M_e\right) = \omega\,\frac{(M_{max} - M_{min})}{2}.$$

$$x_{at} = \omega M_t$$

$$x_{qk} = \omega M_{qk}$$

$$z_t = r_t + j\omega L_t;\quad z_{qk} = r_k + j\omega L_{qk};\quad s = \frac{\Omega}{\omega};\quad \omega = 2\pi f.$$

Эти выражения, как легко заметить, получены из зависимостей (6) при подстановке: $p = j\omega$; $(p\theta) = \Omega$.

Небезынтересно отметить, что:

$$x_f + x_b = x_d$$

$$x_f - x_b = x_q$$

реактансы в омах по продольным и поперечным осям, подсчитываемые известными методами. В частном случае, когда угловые скорости синхронной машины $\Omega = 0$, т. е. когда осуществляется синхронный поворот при возбуждении обмоток возбуждения переменным током, токи i_f и i_b определяются следующими выражениями:

$$\bar{i}_f = -\frac{1}{2}\,\frac{c\left(1 - e^{+j\delta}\right)}{A - B\cos\delta}\,\bar{e}_t$$

$$\bar{i}_b = -\frac{1}{2}\,\frac{\left(1 - e^{-j\delta}\right)}{A - B\cos\delta}\,\bar{e}_t.$$

Переходя к токам $\bar{i}_d$ и $\bar{i}_q$, имеем

$$\bar{i}_d = \bar{i}_f + \bar{i}_b = \frac{c(1-\cos\delta)}{A - B\cos\delta}\,\bar{e}_t\,; \qquad \bar{i}_q = f(i_b - i_f) = \frac{-c\sin\delta}{A - B\cos\delta}\,\bar{e}_t\,.$$

Наконец, из уравнений (4) имеем:

$$\bar{i}_t = \frac{\bar{e}_t}{z_t} - \frac{\frac{3}{2}\,jx_{at}\bar{i}_d}{z_t}\,,$$

$$\bar{i}_q = \frac{\frac{3}{2}\,M_{qk}\,\bar{i}_q}{z_{qk}}\,. \tag{13}$$

Электромагнитный момент, действующий на роторы самосинхронизирующих синхронных машин, определяется по формуле:

$$T = \frac{1}{\omega}\,\frac{3}{2}\left[x_{at}\bar{i}_t\cdot\bar{i}_q + 2x_b\,\bar{i}_d\cdot\bar{i}_q + x_{qk}\bar{i}_d\cdot\bar{i}_q\right].$$

Для расчета рабочих характеристик необходимо определить значение импеданцев A, B, C, D, E, F при различных скоростях вращения от $s=0$ до $s=\pm\infty$ и заданных углах рассогласования.

Определив для каждой скорости соответствующие величины токов по уравнению (11), можно построить рабочие характеристики машин при различных оборотах.

Следует отметить, что в том случае, когда напряжение на обмотках возбуждения обеих синхронных машин задается не в виде вектора $\bar{e}_t$, а в виде постоянного напряжения E_0, рассмотренные выше уравнения справедливы для случая параллельной работы двух синхронных генераторов и, следовательно, эти уравнения, а также выражения моментов дают возможность анализировать параллельную работу двух синхронных машин, как в стационарном, так и в нестационарном режиме. Очевидно, что этот метод может быть применен к любому количеству машин.

Научно-исследовательский институт
Министерства электропромышленности СССР
Москва, 1948, июнь.

Ա. Ղ. ԽՈՍԻՖՅԱՆ

Ինքնասինխրոնիզացվող սինխրոն մեքենաների տեսությունը.
1. Սինխրոն մեքենաների զուգահեռ աշխատանքը անկյան եվ շարժման փոխանցման սխեմաներում

Սինխրոնիզացվող սխեմաների կիրառման բազմակողմանիությունը բերում է սինխրոն մեքենաների միացմանը՝ սկզբունքորեն տարբեր սխեմաների ավտոմատիկ տարբերություններում։

Միացման ամենատարածված տիպիկ սխեմաները հետևյալներն են՝ անկյան և շարժման սինխրոն փոխանցման ինքնասինխրոնիզացվող սխեմաները միաֆազ և եռաֆազ գլը-

գրման դեպքում, նոսրֆազ մեքենայի աշխատանքը լարման վերափոխիչից, կրկնակի սընման մեքենայի աշխատանքը էլեկտրական դիֆերենցիալի ռեժիմում, սինխրոն մեքենաների աշխատանքը ուժային շարժման տիրատրոնային և լամպային սխեմաներում, սինխրոն գեներատորների զուգահեռ աշխատանքը որպես ինքնասինխրոնիզացվող սինխրոն մեքենաների մասնակի դեպք։

Ընդհանրապես, շատ քիչ ատհմանափակմամբ, ինքնասինխրոնիզացվող սինխրոն մեքենաների աշխատանքի վերլուծման համար, երբ այդ մեքենային կցված է ցանկացած լարում, ամենապիտանի մեթոդը — դա փոփոխական ինդուկտիվություններ ունեցող ընդհանուր տրանսֆորմատորի թեորիայի վրա հիմնված մեթոդն է։ Այդ մեթոդը մեր կողմից կիրառված է սինխրոն մեքենայի վերափոխման հավասարումների անալիզի համար։

Օգտվելով ինդիվիդուալ մեքենայի ստացված հավասարումներից, դիտարկվում է սինխրոն մեքենաների զուգահեռ աշխատանքը շարժման և անկյան փոխանցման սխեմայում։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. *А. Г. Иосифьян.* ДАН Армянской ССР, 7, № 3, 1947.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
X 1949 1

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

А. Б. Бабаханян

Общий метод статического регулирования параллельных цепей переменного тока с постоянными параметрами

(Представлено И. В. Егиазаровым 16 XI 1948)

Рациональный режим работы неидентичных параллельных цепей обуславливается максимальной пропускной способностью всей передачи и минимальными потерями энергии в ней.

В литературе ([1]) имеется указание о возможности рационализации неидентичных параллельных цепей переменного тока путем включения в соответствующую цепь только индуктивности. Этот метод является лишь частным случаем статического регулирования. Не всегда можно одним только реактированием одной цепи рационализировать передачу из неидентичных параллельных цепей.

Для двух неидентичных параллельных цепей передаваемая мощность распределяется по нижеследующим уравнениям:*

$$\overline{P}_1 = \frac{1}{A_1+A_2}\left[(A_1P_A + B_1P_R) + j(B_1P_A - A_1P_R)\right] \qquad (1)$$

$$\overline{P}_2 = \frac{1}{A_1+A_2}\left[(A_2P_A + B_2P_R) + j(B_2P_A - A_2P_R)\right], \qquad (2)$$

где P_A и P_R — активная и реактивная составляющие общей передаваемой мощности.

$\overline{P}_1$ и $\overline{P}_2$ — полные вектора мощности в отдельных цепях.

Значение коэфициентов A_1, A_2, B_1, B_2 будет:

$$\begin{aligned} A_1 &= r_2\Sigma r + x_2\Sigma x \\ A_2 &= r_1\Sigma r + x_1\Sigma x \qquad (3) \\ B_1 &= x_2\Sigma r - r_2\Sigma x \\ B_2 &= x_1\Sigma r - r_1\Sigma x. \end{aligned}$$

* Уравнения даны автором.

Между коэфициентами существует зависимость

$$A_1 = A_2 + z_2^2 - z_1^2 \qquad (4)$$

$$B_1 = -B_2 \qquad (5)$$

Согласно формулам (1) и (2) при условии неравенства нулю вышеуказанных коэфициентов, коэфициент мощности нагрузки ($\cos\varphi$) в отдельных цепях получается разным и не равняется коэфициенту мощности передаваемой нагрузки. При этом сумма значений полных мощностей отдельных ветвей будет более значения полной передаваемой мощности.

Как видно из формул (1) и (2), степень такого искажения $\cos\varphi$ в отдельных цепях будет зависить от коэфициента $|B|$.

Из уравнения (3) видно, что при $|B| = 0$ имеется равенство импеданцных углов параллельных цепей. В этом случае в параллельных цепях согласно уравнениям (1) и (2) отсутствует циркуляция уравнительной мощности. Однако это является только необходимым условием рациональности параллельных цепей электропередачи. При этом условии ($|B|=0$) может быть перегрузка по току в какой либо цепи параллельной передачи при недогрузке другой цепи. Это видно из уравнений (1) и (2) и из значений коэфициентов A_1 и A_2.

Необходимым и достаточным условием рациональности двух параллельных цепей является следующее равенство:

$$|B| = 0 \quad \text{при} \quad \frac{r_1}{r_2} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{I_{2доп}}{I_{1доп}}, \qquad (6)$$

где $I_{доп}$ — длительно допустимый ток соответствующей цепи.

Согласно условию (6) здесь имеется равенство трех отношений.

В общем случае для двух неидентичных параллельных электрических цепей будет иметь место неравенство вышеуказанных отношений. Следовательно, для создания условий уравнения (6) необходимо приравнять первые два отношения к третьему. Это приравнивание может быть совершено только в случае изменения в первом отношении одного из значений r в сторону увеличения, тогда как во втором отношении изменение значения x какой либо цепи может быть как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения.

Если принять естественные условия электрических цепей сильного тока, а именно, наличие в параллельных неидентичных цепях только активного и индуктивного сопротивлений, то для двух параллельных цепей с параметрами

$$\frac{r_1}{r_2} \neq \frac{I_{2доп}}{I_{1доп}}; \quad \frac{x_1}{x_2} \neq \frac{I_{2доп}}{I_{1доп}}; \quad \frac{x_1}{x_2} \neq \frac{r_1}{r_2}$$

приравнивание этих отношений может быть произведено в общем случае только комбинированным методом изменения параметров параллельных цепей передачи.

Изменение реактивного сопротивления для получения равенства

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{I_{2доп}}{I_{1доп}}$$

может осуществляться как реактированием, так и включением в соответствующую цепь емкости, в зависимости от условий работы передачи.

Из уравнения (6) видно, что при $\frac{r_1}{r_2} \neq \frac{I_{2доп}}{I_{1доп}}$ одним только реактированием одной какой либо цепи нельзя рационализировать параллельную передачу. В таком случае необходимо уравнивать импедансные углы отдельных цепей параллельной передачи путем последовательного включения в соответствующие цепи индуктивного, емкостного и активного сопротивления в определенных сочетаниях согласно уравнению (6).

Предлагаемый автором комбинированный метод уравнивания импедансных углов неидентичных параллельных цепей является общим методом статического регулирования параллельных электрических цепей с постоянными параметрами ([2]).

Лаборатория электротехники
Академии Наук Армянской ССР
Ереван, 1948, октябрь.

Հ. Բ. ԲԱԲԱԽԱՆՅԱՆ

Փոփոխական հոսանքի հաստատուն պարամետր ունեցող զուգահեռ օղքանների ստատիկ կանոնավորման ընդհանուր մեթոդը

Գրականության մեջ (1) ցուցում կա փոփոխական հոսանքի ոչ նույնական զուգահեռ գծերի ռացիոնալացման հնարավորության մասին, որը հիմնված է համապատասխան շղթայում միայն ինդուկտիվության միացման վրա։

Այդ մեթոդը հանդիսանում է ստատիկ կանոնավորման մասնակի դեպք։ Միշտ չէ, որ կարելի է միայն մեկ շղթայի գիմադրության ռեակտիվացումով ռացիոնալացնել ոչ նույնական զուգահեռ գծերից բաղկացած հաղորդումը։

Զուգահեռ շղթաների ռացիոնալացման անհրաժեշտ և բավարար պայմանը հետևյալն է։

$$B = 0, \text{ երբ } \frac{r_1}{r_2} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{I_{2p.}}{I_{1p.}},$$

որտեղ

$I_{p.}$ — *համապատասխան շղթայի երկարաձև թույլատրվող հոսանքն է։*

Ընդհանրապես երկու ոչ նույնական զուգահեռ էլեկտրական շղթաներում գոյություն ունեն հետևյալ անհավասարությունները.

$$\frac{r_1}{r_2} \neq \frac{I_{2p.}}{I_{1p.}}; \quad \frac{x_1}{x_2} \neq \frac{I_{2p.}}{I_{1p.}}; \quad \frac{x_1}{x_2} \neq \frac{r_1}{r_2}.$$

Այս հարաբերությունների հավասարեցումը կարող է կատարվել ընդհանուր դեպքում, միայն զուգահեռ հաղորդման շղթաների պարամետրերի փոփոխման կոմբինացված մեթոդով։ Այդ դեպքում անհրաժեշտ է հավասարեցնել զուգահեռ հաղորդման առանձին շղթաների իմպեդանցային անկյունները։ համապատասխան շղթաներում հաջորդաբար մի-

ացնելով որոշակիորեն զուգակցված ինդուկտիվ, ունակային և ակտիվ դիմադրությունները համաձայն (6) հավասարման։

Հեղինակի կողմից առաջարկվող ոչ նույնական զուգահեռ շղթաների իմպեդանցային անկյունների հավասարման կոմբինացված մեթոդը հանդիսանում է հատատուն պարամետր ունեցող զուգահեռ էլեկտրական շղթաների ստատիկ կայունավորման ընդհանուր մեթոդ։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. *О. Бургер.* Расчет трехфазных линий электропередач. ОНТИ, 1939.
2. Авторское свидетельство № 73958 от 14/I 1949 г.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
X 1949 1

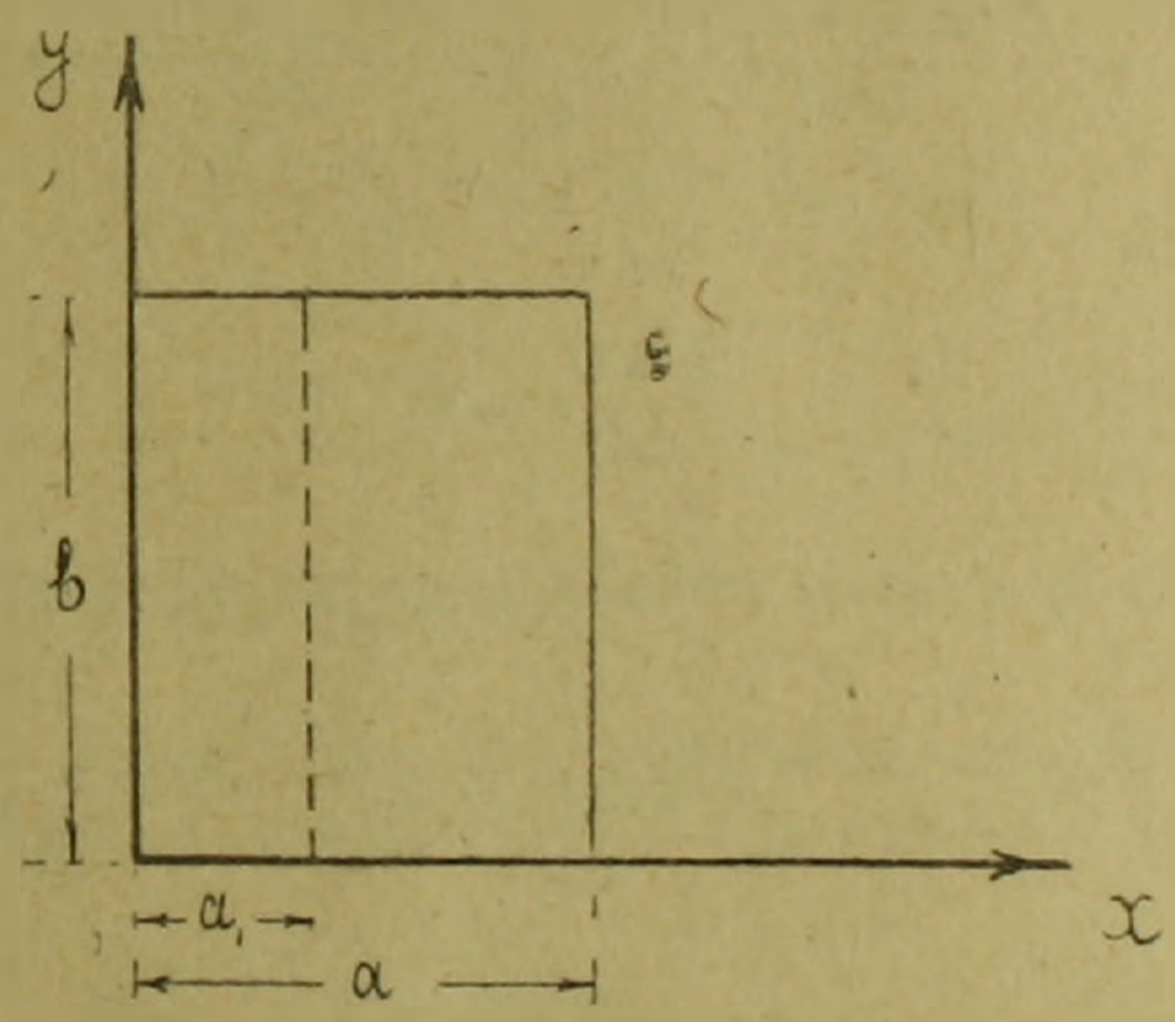
СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

А. Г. Назаров, чл-корресп. АН Армянской ССР

Прямоугольная плита с шарнирным включением, параллельным одной из сторон

(Представлено 16 XII 1948)

Для иллюстрации метода решения задач математической физики, данного нами в конце ([1]), рассмотрим задачу о плите с шарнирным включением вдоль прямой $x=a_1$.



Диференциальное уравнение

$$D\nabla^4 w = q \tag{1}$$

выразим в контурных производных для учета возмущающего влияния шарнира.

Положим, для общности, что скачки функции $w(x, y)$ и необходимых частных производных на $x=a_1$ равны

$$\frac{\partial^{k+p}}{\partial x^k \partial y^p}\left[w(a_1+0,y)-w(a_1-0,y)\right]=\frac{\partial^{k+p}}{\partial x^k \partial y^p}\Delta w(a_1, y),$$

где значения $x=a_1$ подставляются после операций диференцирования.

Тогда (1), выраженное в контурных производных, примет вид:

$$D\nabla^4[w]=q+D\left[\Gamma^{(4)}(a_1)\Delta w+\Gamma^{(3)}(a_1)\frac{\partial\Delta w}{\partial x}+\right.$$

$$\left.+\Gamma^{(2)}(a_1)\left(\frac{\partial^2\Delta w}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2\Delta w}{\partial y^2}\right)+\Gamma^{(1)}(a_1)\left(\frac{\partial^3\Delta w}{\partial x^3}+2\frac{\partial^3\Delta w}{\partial y\partial x^2}\right)\right] \quad (2$$

По условию задачи должно быть

$$\Delta w(a_1, y)=0 \quad (3)$$

и, стало быть

$$\frac{\partial^k\Delta w(a_1,y)}{\partial y^k}\equiv 0. \quad (4)$$

Далее, из условия $M_1=0$ вдоль шарнира, получим:

$$\frac{\partial^2 w(a_1-0, y)}{\partial x^2}+\sigma\frac{\partial^2 w(a_1-0, y)}{\partial y^2}=$$

$$=\frac{\partial^2 w(a_1+0, y)}{\partial x^2}+\sigma\frac{\partial^2 w(a_1+0,y)}{\partial y^2}=0.$$

В силу (4) имеем

$$\frac{\partial^2\Delta w}{\partial x^2}=0. \quad (5)$$

Перерезывающие силы справа и слева от шарнира должны быть равны, т. е.

$$\frac{\partial^3 w(a_1-0, y)}{\partial x^3}+(2-\sigma)\frac{\partial^3 w(a_1-0, y)}{\partial x\partial y^2}=\frac{\partial^3 w(a_1+0, y)}{\partial x^3}+$$

$$+(2-\sigma)\frac{\partial^3 w(a_1+0, y)}{\partial x\partial y^2},$$

или

$$\frac{\partial^3\Delta w(a_1, y)}{\partial x^3}+2\frac{\partial^3\Delta w(a_1, y)}{\partial x\partial y^2}=\sigma\frac{\partial^3\Delta w(a_1, y)}{\partial x\partial y^2}. \quad (6)$$

Принимая во внимание условия (3), (4), (5) и (6), перепишем (2) в виде:

$$D\nabla^4[w]=q+D\Gamma^{(3)}(a_1)\ A(y)+\sigma D\Gamma^{(1)}(a_1)\ \frac{\partial^2 A(y)}{\partial y^2}, \quad (7)$$

где

$$A(y)=\frac{\partial\Delta w}{\partial x}.$$

Поскольку впоследствии w предполагаем искать в тригонометрических рядах, необходимо условие $M_1=0$ также выразить в контурных производных, для учета импульсивных функций.

$$\frac{\partial^2[w(a_1, y)]}{\partial x^2} + \sigma \frac{\partial^2 w(a_1, y)}{\partial y^2} = \overset{(1)}{\Gamma}(a_1) A(y). \qquad (8)$$

Уравнения (7) и (8) решают данную контактную задачу.

Примем плиту, опертую по контуру.

Тогда

$$w = \sum_m \sum_n A_{mn} S_{mx} S_{ny},$$

$$q = \sum_m \sum_n a_{mn} S_{mx} S_{ny},$$

$$\overset{(1)}{\Gamma}(a_1) = \frac{2}{a} \sum_m S_{ma_1} S_{mx},$$

$$\overset{(3)}{\Gamma}(a_1) = -\frac{2\pi^2}{a^3} \sum_m m^2 S_{ma_1} S_{mx},$$

$$A(y) = \sum_n B_n S_{ny},$$

$$\frac{\partial^2 A(y)}{\partial y^2} = -\frac{\pi^2}{b^2} \sum n^2 B_n S_{ny},$$

где

$$S_{mx} = \sin \frac{m\pi x}{a}; \qquad S_{ny} = \sin \frac{n\pi y}{b}.$$

A_n и B_n —неизвестные постоянные.

Подставляя все это в (7) и (8), произведя сравнения коэфициентов и решая уравнения, получим:

$$A_{mn} = \frac{a_{mn}}{\pi^4 D \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} - \frac{2S_{ma_1}}{\pi^2 a} \frac{\left(\frac{m^2}{a^2} + \sigma \frac{n^2}{b^2}\right)}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} B_n,$$

$$B_n = -\frac{a}{2\pi^2 D} \frac{\sum_m \frac{\left(\frac{m^2}{a^2} + \sigma \frac{n^2}{b^2}\right)}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} a_{mn} S_{ma_1}}{\sum_m \frac{\frac{2m^2n^2}{a^2 b^2}(1-\sigma) + \frac{n^4}{b^4}(1-\sigma^2)}{\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} S^2_{ma_1}}.$$

Для изгибающих моментов и перерезывающих сил получаются расходящиеся ряды. По удалении из них членов разложения, отвечающих

импульсивным функциям, ряды станут сходящимися и, стало быть, пригодными для определения M и Q.

Задача эта вряд ли имеет практическое значение. Она приведена для иллюстрации нашего метода.

Впрочем, если принять $a_1 = \frac{a}{2}$ и симметричную нагрузку, мы получим более интересную задачу о плите опертой по трем сторонам и со свободной стороной $x = \frac{a}{2}$. Изложенный здесь метод можно распространить и на оболочки, в первую очередь цилиндрические, состоящие из шарнирно-сочлененных отдельных элементов. При наличии изломов срединной поверхности, надо будет добавить еще импульсивные функции для кривизны, поскольку угол перелома есть сосредоточенная кривизна (2). Не исключена также возможность решения задачи этим приемом для шарнирно-сочлененных плит, лежащих на упругом основании, что также представляет практический интерес.

Институт строительных
материалов и сооружений
Академии Наук Армянской ССР
Ереван, 1948, ноябрь.

Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՅԱՆ

Կոպերից մեկին զուգահեռ հոդակապ ունեցող ուղղանկյուն սալ

Մեր առաջարկած մեթոդով (1) մաթեմատիկական ֆիզիկայի խնդիրների լուծումը ցուցադրելու համար, ուսումնասիրվում է պարագծով ազատ հենված ուղղանկյուն սալի խնդիրը, երբ $x = a_1$ գծով տեղավորված են հոդակապեր։

Սալի դիֆերենցիալ հավասարումը և կոնտակտային պայմանները արտահայտելով կոնտուրային ածանցյալներով, ստացվել են (7) և (8) հավասարումները, որոնք լուծում են տվյալ կոնտակտային խնդիրը։

Խնդրի լուծումը ներկայացվում է կրկնակի եռանկյունաչափական շարքերի միջոցով։ Կտրող ուժերի և ծռող մոմենտների արտահայտությունները ստացվում են տարամիտվող շարքերով, բայց անջատելով իմպուլսիվ ֆունկցիաներին համապատասխանող մասերը ստացվում են զուգամիտվող շարքեր։

Այս մեթոդը կարելի է տարածել նաև թաղանթների վրա և առաջին հերթին՝ գլանային թաղանթների։

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1, 2. *А. Г. Назаров.* ДАН Армянской ССР, 7, № 4, 1947 и 9, № 2, 1948.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
X 1949 1

ГЕОЛОГИЯ

Л. А. Варданянц, чл.-корресп. АН Армянской ССР

Первый случай комплексного ложно кубического двойника плагиоклаза

(Представлено 15 VIII 1948)

Сложные двойники плагиоклаза до 1947 г. были известны только в виде псевдоромбических триад, более же сложные были неизвестны, а возможность их образования не была освещена даже в теории. В 1947 г. нами, на основе триадной теории, была доказана вероятность возникновения псевдотетрагональных и псевдогексагональных комплексных двойников плагиоклаза, в которых ось симметрии четвертого и шестого порядка может быть как простой, так и винтовой ([1]). Все эти виды двойниковых сростков были найдены нами в более или менее полном развитии в горных породах, и тем самым триадная теория получила полное подтверждение. В настоящее время нам удалось обосновать теоретически и найти в природе комплексные двойники плагиоклаза также и с приближенно кубической симметрией.

Основой таких ложно кубических сростков являются триады первой оси со вторым или третьим пинакоидом, в которых почти совпадают $\perp(021)$ и $\perp(0\bar{2}1)$, а соответственно, и биссектрисы углов между [100] и [010] всех четырех индивидов. Благодаря этому, в обеих триадах возникают четыре сильных комплексных оси, две бавенских и две биссектрисных, причем бавенские оси составляют триаду высшего порядка с осью [100], а биссектрисные оси—триаду высшего порядка с комплексным вектором $\{\perp[100] \parallel (010)+\perp(001)\}$.

Каждый из бавенских комплексных векторов составляет с биссектрисными векторами угол в 60^0, поэтому при одновременном дополнительном двойниковании первичной триады посредством хотя бы одной бавенской и одной биссектрисной оси неизбежно возникают оси симметрии третьего порядка, сам же комплексный сросток получает внутреннюю симметрию, приближающуюся к кубической. Срастание первичных триад в комплексе друг с другом происходит как одноименными, так и разноименными плоскостями, например, (010) одной из них прирастает к (010) или к (001) другой. Возможность

срастания аггрегатов в комплексных двойниках разноименными плоскостями была доказана нами в триадной теории и подтверждена наблюдениями в шлифах ([1]).

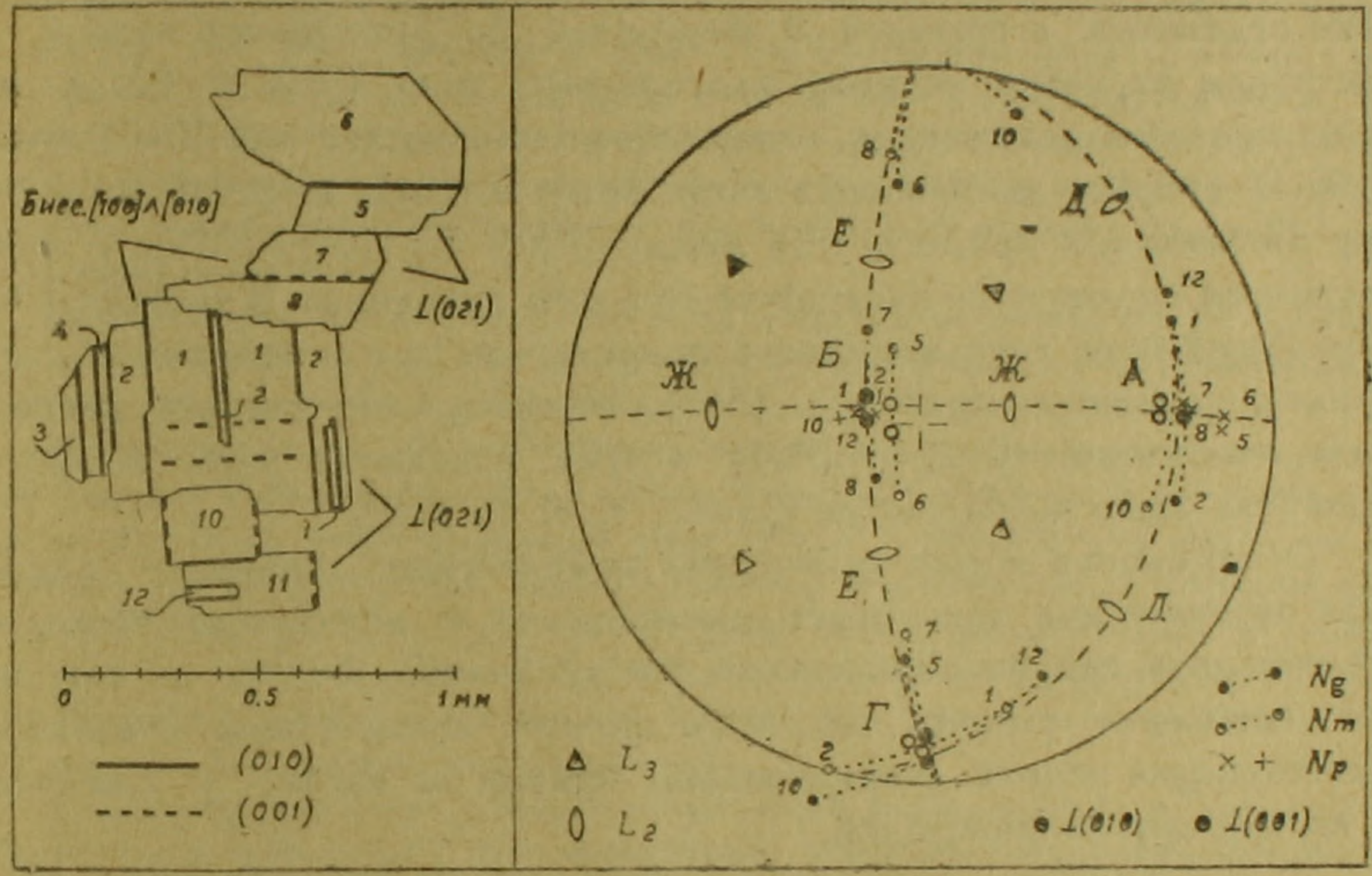
Ложно кубические комплексные двойники плагиоклаза можно вывести также и на основе простых альбитовых или манебахских двойников, так как в них соотношение векторов $\perp(021)$ и $\perp(0\bar{2}1)$, и биссектрис углов между осями [100] и [010] такое же, как в триадах, а ось [100] является общей для обоих индивидов. Поэтому зародышем ложно кубического двойникового сростка служит сочетание трех альбитовых (или манебахских) двойников, из которых первый и второй связаны друг с другом по бавенскому закону, а первый и третий—по закону биссектрисы. При этом для второго и третьего двойников обязательно возникает связь посредством оси симметрии третьего порядка. Такой сросток, по его симметрии, соответствует тетраэдру.

Комплексный двойниковый сросток плагиоклаза с внутренней симметрией кубического типа был встречен нами в шлифе 183 андезито-дацитовой породы верхнеапшеронского (?) возраста из Цейского ущелья на Северном Кавказе. Сросток представляет сложный фенокристалл, состоящий из 12 аггрегатов, в большинстве их—ясных триад. Размер фенокристалла в шлифе около $1{,}5 \times 2$ *мм*. Плагиоклаз зонален и по составу соответствует в среднем номеру 35, в связи с чем ось [100] почти совпадает с Np. Ниже описана только часть фенокристалла, полное же его описание будет дано в другом месте. Зарисовка описываемой части фенокристалла и ее федоровская диаграмма даны на фиг. 1.

В состав описываемой части фенокристалла входят четыре аггрегата с индивидами (1+2+3+4), (5+6), (7+8) и (10+11+12). Первый и четвертый аггрегаты представляют триады второго пинакоида с [001] или [101]. Индивиды в каждой паре (1+2), (3+4), (5+6) и (10+12) связаны по альбитовому, а в паре (7+8) по манебахскому закону. Двойники (1+2) с (10+12), как и (5+6) с (7+8) связаны друг с другом по бавенскому закону. Двойники (1+2) и (7+8) связаны по закону биссектрисы угла между [100] и [010], двойники же (5+6) и (10+12) связаны друг с другом по закону биссектрисы прямого угла между [100] и $\perp[100] \parallel (010)$. Наконец, двойники (1+2) с (5+6), а также и (7+8) с (10+12) связаны один с другим посредством оси симметрии третьего порядка.

Второй и третий пинакоиды этих четырех аггрегатов образуют подобие куба. При этом с осью приближенной симметрии четвертого порядка А (см. фиг. 1) совпадают $\{\perp(010)\}_{1,2}$, $\{\perp(001)\}_{10,12}$, $\{[100]\}_{5,6}$, $\{[100]\}_{7,8}$ и $\{\perp[100] \parallel (010)\}_{10,12}$. С осью четвертого порядка Б совпадают $\{\perp(010)\}_{7,8}$, $\{[100]\}_{1,2}$, $\{[100]\}_{10,12}$, $\{\perp(001)\}_{5,6}$ и $\{\perp[100] \parallel (010)\}_{5,6}$. С осью четвертого порядка Г совпадают $\{\perp(010)\}_{5,6}$, $\{\perp(010)\}_{10,12}$.

$\{\perp(001)\}_{1,2}$, $\{\perp(001)\}_{7,8}$, $\{\perp[100] \parallel (010)\}_{1,2}$ и $\{\perp[100] \parallel (010)\}_{7,8}$. С осью симметрии второго порядка Д совпадают $\{\perp(021)\}_{1,2}$, $\{\perp(021)\}_{10,12}$, $\{$бисс. $[100] \wedge [010]\}_{5,6}$ и $\{$бисс. $[100] \wedge \perp[100] \parallel (010)\}_{7,8}$. С осью второго порядка Е совпадают $\{\perp(021)\}_{5,6}$, $\{\perp(021)\}_{7,8}$, $\{$бисс. $[100] \wedge [010]\}_{10,12}$ и $\{$бисс. $[100] \wedge \perp[100] \parallel (010)\}_{1,2}$. С осью второго порядка Ж совпадают $\{$бисс. $[100] \wedge [010]\}_{12}$, $\{$бисс. $[100] \wedge [010]\}_{7,8}$, $\{$бисс. $[100] \wedge \perp[100] \parallel (010)]\}_{5,6}$ и $\{$бисс. $[100] \wedge \perp[100]\}(010)_{10,12}$.



Фиг. 1. Рисунок и федоровская диаграмма части фенокристалла из шлифа 183 (Цейское ущелье, Северный Кавказ). Ориентировка рисунка и диаграммы одинаковая. На рисунке для смежных аггрегатов указаны связывающие их двойниковые законы. На диаграмме оси индикатрисы показаны для всех индивидов по измерениям, без уравновешивания, а номера индивидов даны только для осей индикатрисы. Там же, буквы А, Б и Г означают оси приближенной симметрии четвертого порядка, а буквы: Д, Е и Ж—второго порядка.

Таким образом, этот комплексный двойниковый сросток имеет приближенную симметрию кубического типа. Для полноты в нем недостает двух альбитовых или манебахских двойников, ось [100] которых должна совпадать с четверной осью Г, а ⊥(010) должен совпадать у одного из них с четверной осью А, и у другого с осью Б. Отсутствие этих двух двойников ставит комплекс на положение неполно развитого ромбического додекаэдра, имеющего только восемь граней. Более чем вероятно, что эти два двойника также существовали, но располагались под или над шлифом и были уничтожены при его изготовлении.

Наши исследования показывают, что ложно кубические сростки плагиоклаза должны быть не столь уж редкими. Все же они могут встречаться довольно редко, так как, будучи составлены большим числом двойниковых аггрегатов, они должны быть более или менее изометричными, шлиф же дает плоский и очень тонкий их срез, в пределы которого попадают лишь немногие аггрегаты из состава комплекса. Следовательно, чрезвычайно важной причиной, в силу которой ложно кубические комплексные двойники плагиоклаза должны встречаться редко, является уничтожение их при изготовлении шлифа. В связи с этим, даже при благоприятных условиях, в шлифах будут наблюдаться лишь неполные комбинации, в которых доказательством их ложно кубического характера могут служить следующие признаки. Во-первых, связь отдельных аггрегатов в комплексе по бавенскому закону, со срастанием их разноименными плоскостями, т. е. (010) с (001), и с перекрещенным положением одноименных плоскостей как (010), так и (001). Во-вторых, двойниковая связь хотя-бы двух аггрегатов по закону биссектрисы прямого угла между [100] и $\perp$ [100] $\parallel$ (010), с перекрещенным положением плоскостей третьего пинакоида. В-третьих, связь по меньшей мере двух аггрегатов посредством оси симметрии третьего порядка, не совпадающей с $\perp$ (010). Наконец, в-четвертых, расположение плоскостей (010) и (001) в трех сросшихся друг с другом аггрегатах взаимно перпендикулярно, т. е. по кубу.

Обнаружение ложно кубических комплексных двойников плагиоклаза окончательно доказывает правильность и научную ценность нашей триадной теории образования его двойников. Вместе с тем это дает основание ставить вопрос о полном критическом пересмотре существующих теорий двойникования, притом не только у плагиоклаза, но и у других минералов.

Институт геологических наук
Академии Наук Армянской ССР
Ереван, 1948, июль.

Լ. Ա. ՎԱՐԴԱՆՅԱՆ

Պլագիոկլազի կեղծ-խորանարդային կոմպլեքսային կրկնաբյուրեղների առաջին դեպք

Պլագիոկլազի բարդ կրկնաբյուրեղները մինչև 1947 թ. հայտնի էին միայն տրիադների ձևով, իսկ դրանցից ավելի բարդ տեսակները չէին նախատեսված մինչև անգամ թեորետիկ տեսակետից։ Մեր տրիադային թեորիայի հիման վրա հնարավոր եղավ ապացուցել պլագիոկլազի պսեվդոտետրագոնալ և պսեվդոհեքսագոնալ կոմպլեքսային կրկնաբյուրեղների հավանականությունը և հայտաբերել այդ տեսակի առաջացումները հրային ապառներում։ Դրանով տրիադային թեորիան ստացավ իր լրիվ հաստատումը։

Այժմ նույն թեորիայի հիման վրա հնարավոր եղավ ապացուցել պլագիոկլազի նաև կեղծ-խորանարդային կոմպլեքսային կրկնաբյուրեղների հավանականությունը և գտնել դրանք բնության մեջ։ Այս տեսակի առաջացումների հիմքը կազմում են $|100| + \perp (010)$

կամ [100] + ⊥(001) տրիադները, որոնց առանձնահատկությունն այն է, որ յուրաքանչյուր չորս անհատների ⊥(021) և ⊥(0̄21) վեկտորները և համապատասխան՝ [100] ∧ [010] և [100] ∧ [010] անկյունների բիսեկտրիսաները գրեթե համընկնում են իրար հետ։ Իրանով գոյանում են չորս կոմպլեքսային առանցքներ՝ երկուսը բավենային և երկուսը բիսեկտրիսային առանցքներով, անպայման հանդես են գալիս համաչափության երրորդ կարգի չորս առանցք, և ամբողջ կոմպլեքսը ստանում է խորանարդային տեսակի համաչափություն։

Ակզբնական տրիադների միասին զարգանալը կոմպլեքսային վիճակում՝ տեղի է ունենում ինչպես համանուն, այնպես էլ զանազան հարթություններով։ Ագրեգատների միասին աճման հնարավորությունը կոմպլեքսային կրկնաբյուրեղներում զանազան հարթություններով՝ մեր կողմից ցույց է տրված տրիադային թեորիայում և հաստատված է շլիֆներում կատարված դիտողություններով (¹)։

Մեր ուսումնասիրությունները ցույց են տալիս, որ պլագիոկլազի կեղծ-խորանարդային առաջացումները պետք է լինեն ոչ այնչափ հազվադեպ, բայց, այնուամենայնիվ, նրանք կարող են բավական հազվադեպ հանդիպել, քանի որ այդ առաջացումները կազմված լինելով մեծ թվով կրկնաբյուրեղային ագրեգատներից, պետք է առավել կամ պակաս չափով իզոմետրիկ լինեն, իսկ շլիֆը տալիս է հարթ և շատ նուրբ կտրվածք, որի սահմաններում ընկնում են կոմպլեքսի կազմի միայն քիչ թվով ագրեգատներ։ Այստեղից բխում է պլագիոկլազի կեղծ խորանարդային կոմպլեքսային կրկնաբյուրեղների հազվադեպ հանդիպելու չափազանց կարևոր պատճառը։ Այդ նրանց արհեստական ոչնչացումն է շլիֆ պատրաստելու պրոցեսում։

Շնորհիվ նշված հանգամանքի, նույնիսկ բարենպաստ պայմաններում, շլիֆների մեջ կնկատվեն միայն ոչ լրիվ կոմբինացիաները, որոնց մեջ նրանց կեղծ-խորանարդային բնույթի մասին որպես ապացույցներ կարող են ծառայել հետևյալ նշանները։

Առաջին՝ կոմպլեքսի մեջ առանձին ագրեգատների կապը ըստ բավենի օրենքի, այսինքն՝ նրանց միասին առաջացումները զանազան հարթություններով։ Երկրորդ՝ թեկուզ և երկու ագրեգատների կրկնաբյուրեղային կապը [100] և ⊥ [100] ∥ (010)-ի միջև ըստ ուղիղ անկյան բիսեկտրիսի օրենքի երրորդ պինակոիդի հարթությունների խաչաձևող դիրքով։ Երրորդ՝ առնվազն երկու ագրեգատների կապը երրորդ կարգի սիմետրիայի առանցքի միջոցով, որը չի համընկնում ⊥ (010)-ի հետ։ Վերջապես, չորրորդ՝ (010) և (001) հարթությունների դասավորությունը երեք իրար հետ միացած ագրեգատներում միմյանց ուղղահայաց, այսինքն՝ ըստ խորանարդի։

Պլագիոկլազի կեղծ-խորանարդային կոմպլեքսային կրկնաբյուրեղների հայտաբերումը վերջնականապես հաստատում է կրկնաբյուրեղների առաջացման մեր տրիադային թեորիայի ճշտությունն ու գիտական արժեքը։ Բացի դրանից՝ այս տեսակի առաջացումների երևան բերելը իրավունք է տալիս նաև հարուցել կրկնաբյուրեղացման թեորիաների վերանայման ընդհանուր հարցը, ընդ որում ոչ միայն պլագիոկլազների, այլև ուրիշ միներալների նկատմամբ։

ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. *Л. А. Варданянц.* Изв. АН Армянской ССР (Естеств. науки), № 8, Ереван, 1947.

ՀԱՅԿ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ